



**HAL**  
open science

# La spirale turbulente : motif de grande longueur d'onde dans les écoulements cisailés turbulents

Arnaud Prigent

► **To cite this version:**

Arnaud Prigent. La spirale turbulente : motif de grande longueur d'onde dans les écoulements cisailés turbulents. Physique [physics]. Université Paris Sud - Paris XI, 2001. Français. NNT : . tel-00261190

**HAL Id: tel-00261190**

**<https://theses.hal.science/tel-00261190>**

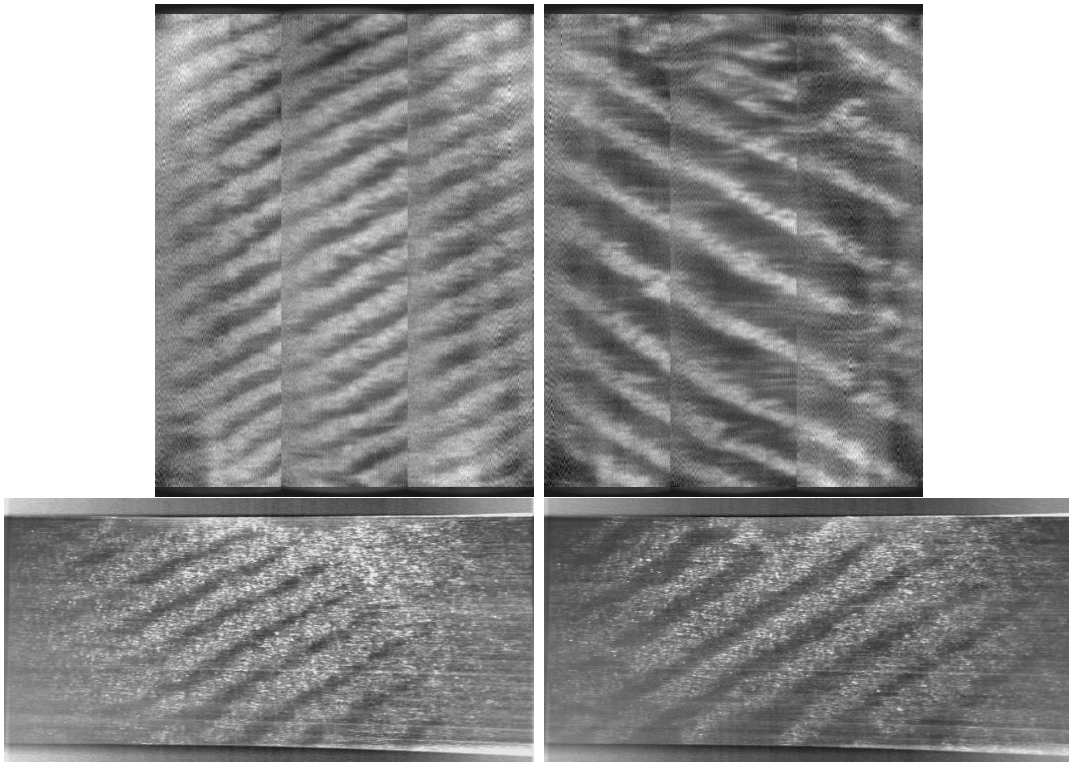
Submitted on 6 Mar 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'Université Paris XI – Orsay

La Spirale Turbulente :  
motif de grande longueur d'onde  
dans les écoulements cisailés turbulents



Arnaud Prigent

Service de Physique de l'État Condensé – CEA Saclay



N° D'ORDRE : 6747

*Université de Paris Sud*  
*UFR Scientifique d'Orsay*

Thèse

présentée pour obtenir le grade de

Docteur en sciences de l'Université Paris XI Orsay

par :

Arnaud Prigent

La Spirale Turbulente :

motif de grande longueur d'onde dans les écoulements cisailés turbulents

soutenue le 17 décembre 2001 devant la Commission d'examen :

Javier Burguete	Rapporteur
Olivier Dauchot	
Paul Manneville	Directeur de Thèse
Innocent Mutabazi	Rapporteur
Yves Pomeau	
Roland Ribotta	
Wim van Saarloos	

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 La coexistence laminaire-turbulent</b>	<b>3</b>
1.1 Quelques exemples . . . . .	3
1.2 Choix de l'écoulement de Taylor-Couette . . . . .	8
1.3 Description de la spirale turbulente . . . . .	12
<b>2 L'arsenal expérimental</b>	<b>17</b>
2.1 Les dispositifs . . . . .	17
2.1.1 Dispositif de Couette plan . . . . .	17
2.1.2 Dispositif de Couette cylindrique . . . . .	20
2.2 Techniques de mesure . . . . .	24
2.2.1 Mesures de vitesse . . . . .	24
2.2.2 Visualisation des écoulements . . . . .	27
2.3 Traitements . . . . .	32
2.3.1 Sur les images . . . . .	33
2.3.2 Sur les diagrammes spatio-temporels . . . . .	35
2.4 Conclusion . . . . .	42
<b>3 La spirale turbulente</b>	<b>43</b>
3.1 Diagramme de bifurcation . . . . .	43
3.1.1 Réalisation . . . . .	43
3.1.2 Description des écoulements observés . . . . .	45
3.1.3 Comparaisons . . . . .	52
3.2 La spirale turbulente : description quantitative . . . . .	56
3.2.1 Manifestations . . . . .	60
3.2.2 Description du motif "spirale turbulente" . . . . .	64
3.3 Dans l'écoulement de Couette plan . . . . .	72
3.3.1 Diagramme de bifurcation et écoulements observés . . . . .	73
3.3.2 Comparaison avec l'écoulement de Taylor-Couette . . . . .	74
3.3.3 Discussion . . . . .	76
3.4 Emergence du motif depuis la turbulence . . . . .	77
3.4.1 Le film de la transition . . . . .	77

3.4.2	Variation de l'intensité lumineuse . . . . .	78
3.4.3	Expériences de trempe . . . . .	84
3.5	Conclusion . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Description en termes d'équations d'amplitude</b>	<b>89</b>
4.1	Modélisation . . . . .	89
4.1.1	Choix du modèle . . . . .	89
4.1.2	Observations expérimentales . . . . .	91
4.2	Détermination des coefficients . . . . .	94
4.2.1	Du bruit dans les équations . . . . .	95
4.2.2	Détermination expérimentale des coefficients . . . . .	99
4.2.3	Récapitulatif . . . . .	106
4.3	Schéma global . . . . .	107
	<b>Conclusion</b>	<b>110</b>
	<b>A Rhéologie</b>	<b>113</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>116</b>
	<b>Publications</b>	<b>122</b>

# Introduction

Nous étudions la coexistence laminaire-turbulent qui se manifeste lors de la transition vers la turbulence dans les écoulements cisailés. Ceux-ci forment une classe largement répandue dans la nature et l'industrie, justifiant pleinement, s'il le fallait, l'intérêt pratique de les étudier et de comprendre comment ils deviennent turbulents.

Par ailleurs, depuis cinquante ans on ne cesse de répéter que la turbulence est l'une des énigmes majeures de la physique contemporaine. Et, aujourd'hui encore, elle reste une source de problèmes non résolus, parmi lesquels celui de son apparition, le problème de la transition vers la turbulence pendant laquelle l'écoulement passe d'un état laminaire à un état turbulent. On distingue généralement deux scénarios de transition vers la turbulence : la transition (globalement) supercritique et la transition (globalement) sous-critique [60, 28].

Lors d'une transition supercritique, le désordre apparaît progressivement à travers une succession d'instabilités. L'écoulement passe continûment d'un état (ou mode) à un autre peu différent sous l'effet de perturbations infinitésimales, jusqu'à atteindre l'état turbulent. Dans ce cas les outils d'analyse linéaire et faiblement linéaire sont appropriés rendant ce type de transition plus facile à étudier. Des exemples classiques de systèmes suivant une telle transition sont la convection de Rayleigh-Bénard et l'écoulement de Taylor-Couette <sup>1</sup> (l'écoulement cisailé entre deux cylindres coaxiaux) lorsque seul le cylindre intérieur est en rotation. Quelques uns des mots clés associés aux transitions supercritiques sont : "modulation", "motif", "équations d'amplitude", ...

Contrairement au scénario supercritique, lors d'une transition sous-critique l'apparition du désordre est brutale. Elle intervient directement à partir de l'écoulement laminaire, qui peut être linéairement stable pour toute valeur du nombre de Reynolds, comme l'écoulement de Couette plan (l'écoulement entre deux parois planes se déplaçant à vitesses égales mais opposées), ou linéairement instable pour une valeur finie du nombre de Reynolds, comme l'écoulement de Poiseuille plan (l'écoulement entre deux parois planes entraîné par un gradient de pression). Dans tous les cas l'écoulement peut se déstabiliser sous l'effet de perturbations d'amplitude finie avant le seuil de l'instabilité linéaire lorsqu'il existe. Sa déstabilisation dépend alors de l'amplitude et de la nature des

---

<sup>1</sup>L'écoulement de Taylor-Couette est aussi appelé écoulement de Couette cylindrique. Nous utiliserons l'une ou l'autre de ces appellations indifféremment.

perturbations et l'état qui en résulte est généralement complexe et très différent de l'état de base. Dans ce cas l'utilisation des outils d'analyse linéaire ou faiblement linéaire n'est pas possible donnant tout leur sens aux études expérimentales. Ce scénario est typique des écoulements cisailés comme l'écoulement de Couette plan et l'écoulement de Poiseuille plan. On le rencontre aussi dans l'écoulement de Taylor-Couette lorsque les cylindres sont en contra-rotation. Cet écoulement, pouvant subir l'une ou l'autre des transitions suivant le régime de rotation des cylindres, est donc particulièrement intéressant.

La transition sous-critique est généralement associée à un cycle d'hystérésis et à des régimes de coexistence laminaire-turbulent à la dynamique spatio-temporelle complexe. Par régimes de coexistence laminaire-turbulent, nous entendons des régimes présentant des domaines d'écoulement fortement désordonné coexistant avec des régions où l'écoulement est régulier. Dans la plupart des cas, ceci se traduit par une dynamique spatio-temporelle complexe de spots turbulents présents dans un écoulement par ailleurs laminaire. Dans l'écoulement de Taylor-Couette en contra-rotation, on observe aussi un régime de coexistence laminaire-turbulent ordonné que l'on appelle la spirale turbulente. L'origine de cet ordre et la question de sa spécificité à l'écoulement de Taylor-Couette constituent les deux énigmes principales auxquelles nous allons nous intéresser.

Le travail présenté ici s'inscrit donc dans le cadre général de la transition sous-critique vers la turbulence. A ce titre il prolonge les travaux réalisés sur ce sujet par François Daviaud, Olivier Dauchot et Sabine Bottin dans le groupe Instabilités et Turbulence depuis une dizaine d'années. Ces travaux, menés sur l'écoulement de Couette plan ont montré la nécessité d'étudier la coexistence laminaire-turbulent dans un système étendu. Les rapports d'aspect de l'écoulement de Couette plan ne pouvant être augmentés facilement en maintenant un bon contrôle des paramètres de l'expérience, l'écoulement de Taylor-Couette fut choisi pour sa proximité avec cet écoulement et sa robustesse dans l'optique d'un montage à grands rapports d'aspect <sup>2</sup>. La coexistence laminaire-turbulent a fait l'objet d'études dans d'autres écoulements dont ceux cités ci-dessus. Je donnerai au chapitre 1 un aperçu des travaux et des différentes voies envisagées pour son étude et les raisons qui nous ont amené à choisir l'écoulement de Taylor-Couette. Je présenterai au chapitre 2 les montages expérimentaux avec lesquels sont réalisées les observations et la description de la spirale turbulente présentées au chapitre 3. Nous verrons au chapitre 4 qu'une description cohérente en termes d'équations d'amplitude peut être envisagée à condition de considérer la transition inverse de l'écoulement turbulent vers l'écoulement laminaire. Cette approche nous conduira à revenir dans le monde des transitions super-critiques suggérant une nouvelle voie pour l'étude de la coexistence laminaire-turbulent dans les écoulements cisailés. Enfin, je conclurai en rappelant les principaux résultats obtenus et en présentant les perspectives que laissent envisager cette étude.

---

<sup>2</sup>L'écoulement de Taylor-Couette a d'autres avantages que nous détaillerons au chapitre 1.



# Chapitre 1

## L'écoulement de Taylor-Couette : un prototype de la coexistence laminaire-turbulent

Dans ce qui suit, nous allons décrire les régimes de coexistence laminaire-turbulent observés dans quelques écoulements dont les écoulements de Couette plan et cylindrique. Nous verrons ensuite les travaux réalisés sur les deux régimes de coexistence observés dans le système de Taylor-Couette. Enfin, nous précisons les raisons du choix de l'écoulement de Taylor-Couette.

### 1.1 Quelques exemples

La coexistence laminaire-turbulent est la coexistence de domaines d'écoulement fortement désordonné ou turbulent avec des régions d'écoulement laminaire. Elle se manifeste généralement dans les écoulements où la transition vers la turbulence est sous-critique autorisant la coexistence de deux états localement stables pour la même valeur du paramètre de contrôle et se traduit, dans la plupart des cas, par une dynamique spatio-temporelle complexe appelée intermittence (spatio-temporelle)<sup>1</sup>. Celle-ci a d'abord été étudiée théoriquement dans des systèmes de chaîne d'applications couplées [53] et d'équations aux dérivées partielles [16] puis expérimentalement en convection de Rayleigh-Bénard [4, 17, 32] en système étendu où elle apparaît dans les dernières étapes de la transition vers la turbulence. Enfin, on la retrouve dans les écoulements cisailés.

Nous décrivons ci-dessous les régimes de coexistence observés en convection de

---

<sup>1</sup>Hugues Chaté et Paul Manneville [15] ont donné une définition stricte de l'intermittence spatio-temporelle. Nous ne retiendrons que sa définition au sens large, c'est-à-dire : "la coexistence de régions régulières (laminaires) et désordonnées (turbulentes) séparées par des fronts bien définis et fluctuant en espace et en temps".

Rayleigh-Bénard, dans les écoulements ouverts avec advection que sont l'écoulement de couche limite et l'écoulement de Poiseuille plan et dans les écoulements de Couette plan et cylindrique.

### En convection de Rayleigh-Bénard

L'expérience de Rayleigh-Bénard est bien connue. Elle consiste à chauffer par le bas un fluide confiné entre deux plaques horizontales. Dès que la différence de température  $\Delta T$  entre le haut et le bas dépasse une valeur critique  $\Delta T_c$ , un régime convectif de rouleaux stationnaires s'installe à travers une bifurcation supercritique. Dans une cellule quasi 1D, lorsqu'on augmente  $\Delta T$  au-dessus d'une seconde valeur seuil, l'écoulement subit un deuxième changement de régime, suivant en cela le scénario globalement supercritique décrit en introduction, et les rouleaux se mettent à osciller. Si on augmente encore l'écart de température des défauts localisés en temps et en espace apparaissent et se propagent. Dans certains cas ils déclenchent des fluctuations turbulentes localisées et de durée de vie limitée, des spots turbulents. Enfin, avant le régime turbulent, on observe un régime d'intermittence spatio-temporelle. Des domaines où la structure en rouleaux est conservée (domaines laminaires) coexistent avec des domaines désordonnés où la cohérence spatiale est perdue. La figure 1.1(a) présente un diagramme spatio-temporel obtenu dans le régime

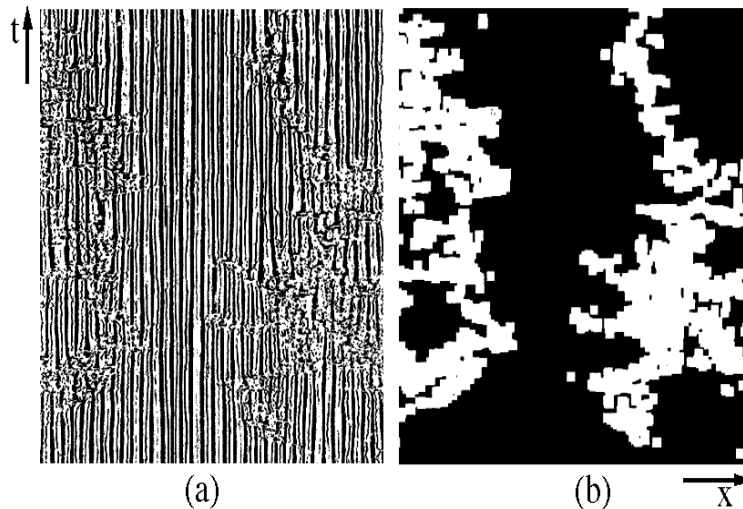


FIG. 1.1: (a) : Diagramme spatio-temporel du régime d'intermittence en convection de Rayleigh-Bénard d'après [32]. (b) : Diagramme obtenu après binarisation.

d'intermittence en convection de Rayleigh-Bénard [32]. Le diagramme de la figure 1.1(b) est obtenu après binarisation. Le processus de propagation des domaines turbulents, par contamination, apparaît clairement sur ces diagrammes.

### Dans les écoulements ouverts avec advection

Dans ces écoulements, la coexistence laminaire-turbulent prend la forme de spots turbulents isolés dont la taille augmente alors qu'ils sont advectés par l'écoulement. La figure 1.2 présente des photographies de spots turbulents prises, respectivement, dans les écoulements de la couche limite (a,b) [40] et de Poiseuille plan (c,d) [1]. Les spots ont des formes triangulaires ou en flèches dans les deux cas mais qui ne pointent pas dans la même direction. Aux bords et dans le sillage des spots, on remarque clairement la présence de stries s'étirant dans le sens de l'écoulement.

Pour ces écoulements, la coexistence laminaire-turbulent ne correspond pas strictement à de l'intermittence. En effet, elle n'est apparemment pas associée à une dynamique spatio-temporelle complexe. Toutefois le même mécanisme de contamination d'un état laminaire par un état turbulent est à l'oeuvre.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'écoulement de Poiseuille plan est un exemple intéressant. En effet, il est linéairement stable jusqu'à un nombre de Reynolds  $R_e = 5772$ . Pourtant, dès  $R_e \simeq 1000$  des spots turbulents peuvent être créés, grandir et se stabiliser en taille. Pour une valeur comprise entre 1200 et 2200 suivant les expériences, ils apparaissent spontanément de façon aléatoire dans l'écoulement. Enfin pour une valeur dépendant aussi des expériences mais dans tous les cas bien inférieure à 5772, l'écoulement est entièrement turbulent. Ceci suggère l'existence d'une branche de solutions non-triviales déconnectée de l'état de base.

### Dans l'écoulement de Couette plan

L'état laminaire de l'écoulement de Couette plan, l'écoulement cisailé le plus simple (du point de vue de sa définition), est linéairement stable quelque soit la valeur du nombre de Reynolds [69]. Cependant, il peut se déstabiliser sous l'effet de perturbations d'amplitude finie, sa réponse dépendant de la forme et de l'intensité de celle-ci ainsi que de la valeur du nombre de Reynolds  $R$ . Pour  $R < R_u$ , toute perturbation relaxe de façon monotone. Aucun spot turbulent ne peut se maintenir dans l'écoulement. Pour  $R_u < R < R_g$ , les perturbations relaxent plus ou moins vite selon leur amplitude et peuvent donner lieu à de longs transitoires avec coexistence laminaire-turbulent. Pour  $R > R_g$ , des domaines turbulents peuvent se maintenir de façon permanente dans l'écoulement. La figure 1.3 présente des photographies de spots turbulents observés par Sabine Bottin [11]. Leur taille et leur nombre peuvent varier et, comme ils ne sont pas advectés par l'écoulement, ils peuvent interagir les uns avec les autres, donnant lieu à une dynamique spatio-temporelle complexe. La transition est associée à un cycle d'hystérésis.

Par ailleurs, les spots présentent une structure en stries parallèles à la direction de l'écoulement du même type que celles rencontrées dans les spots des écoulements de Poiseuille plan et de couche limite. Olivier Dauchot et Sabine Bottin [27, 9, 11] ont montré que ces stries résultent de la présence de vortex longitudinaux comme on peut le

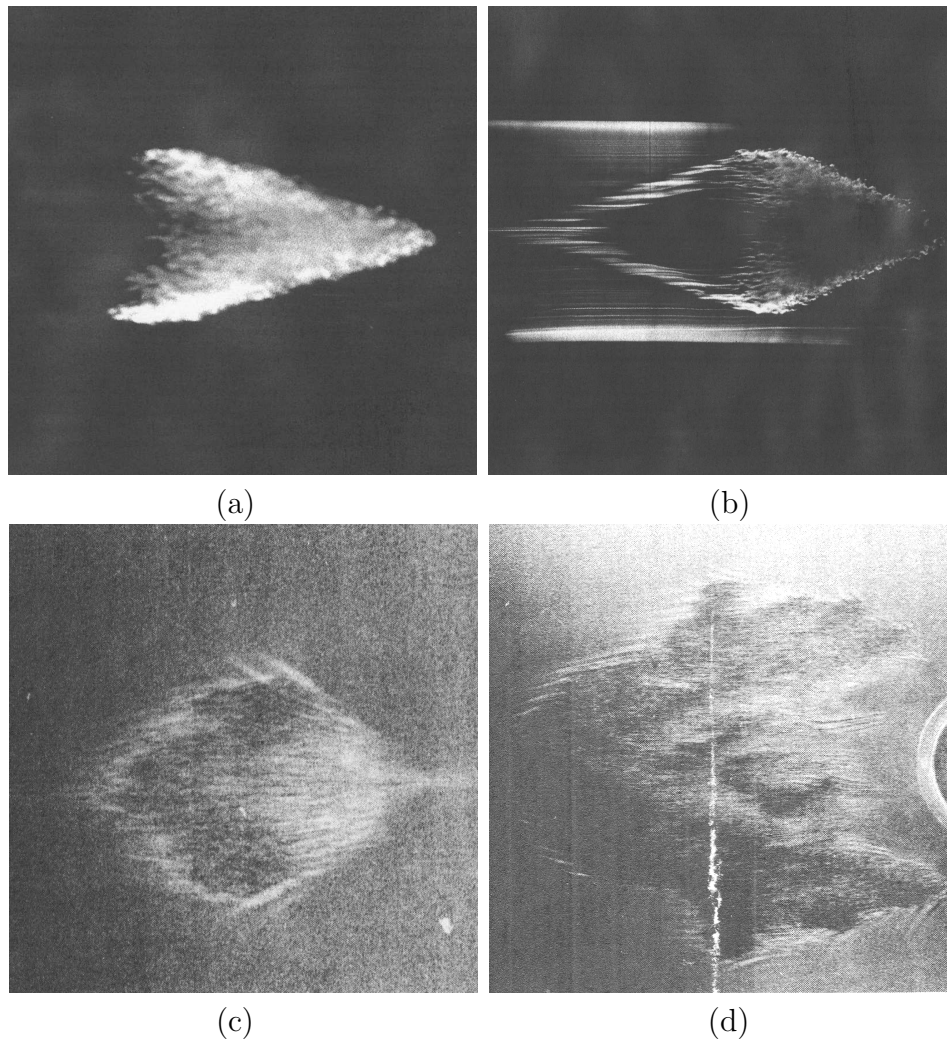


FIG. 1.2: (a,b) : Spots turbulents en forme de flèches (a) et de triangle (b) dans l'écoulement de couche limite d'après [40]. Spots turbulents en forme de flèches dans l'écoulement de Poiseuille plan (c,d) d'après [1]. Sur toutes ces photographies l'écoulement se fait de la gauche vers la droite.

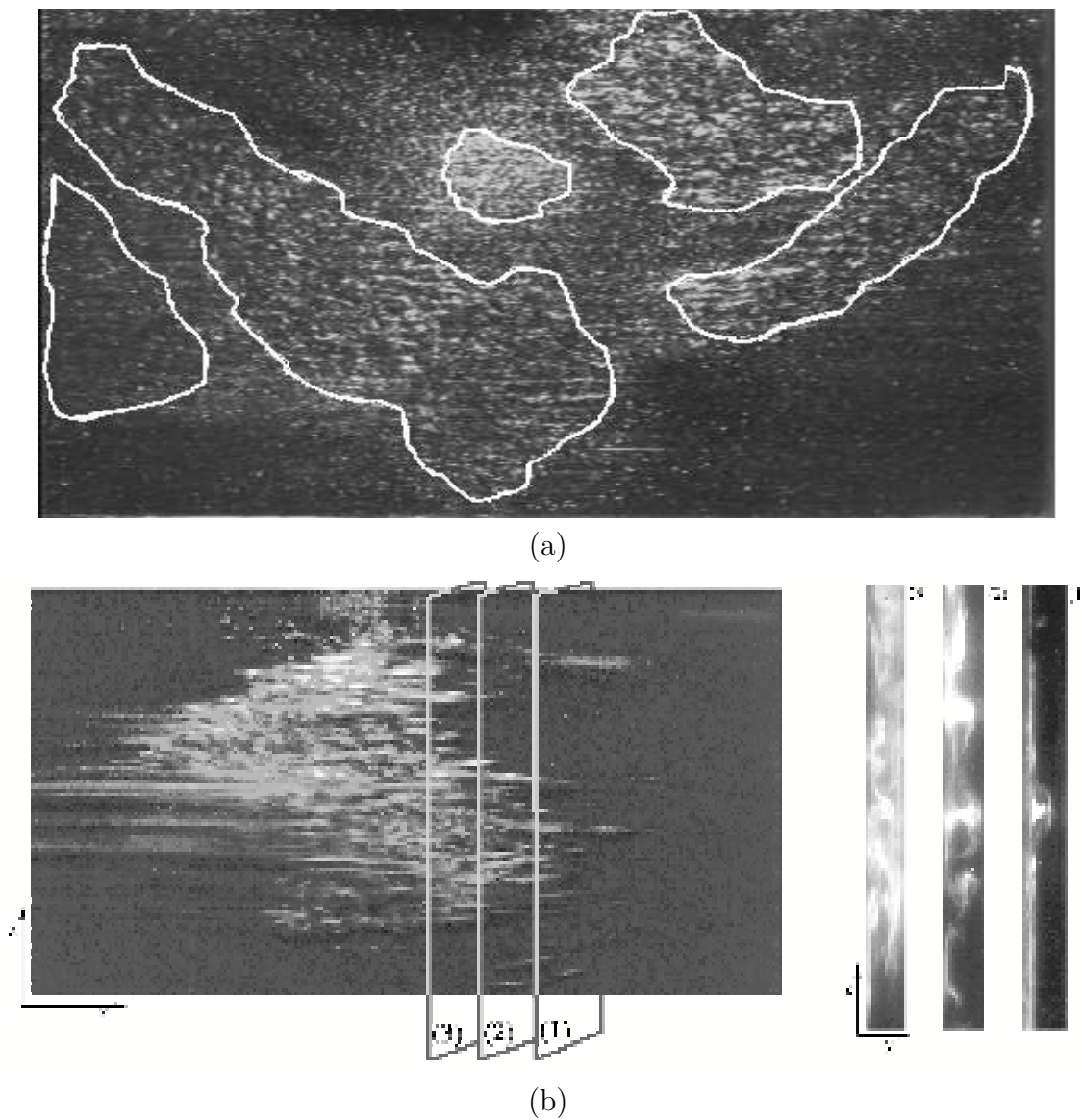


FIG. 1.3: Spots turbulents dans l'écoulement de Couette plan d'après [11]. La figure (a) présente plusieurs spots en interaction. La figure (b) montre les rouleaux longitudinaux présents à l'intérieur et aux bords du spot.

voir sur la figure 1.3(b).

### Dans l'écoulement de Taylor-Couette

L'écoulement de Taylor-Couette est un cas à part très intéressant car très riche comme le montre le diagramme des phases réalisé par Andereck et al. [2] présenté sur la figure 1.4.

Ceci est dû au fait qu'il est gouverné par deux paramètres de contrôle,  $R_i$  et  $R_o$ , liés aux vitesses de rotation des cylindres <sup>2</sup>. Lorsqu'on parcourt le plan  $(R_i, R_o)$  suivant des chemins verticaux, le nombre de Reynolds extérieur  $R_o$  étant fixé à une valeur donnée avec le cylindre intérieur à l'arrêt puis le nombre de Reynolds intérieur  $R_i$  étant augmenté progressivement, l'écoulement peut subir l'un ou l'autre des deux scénarios de transition évoqués en introduction suivant la valeur de  $R_o$ .

Lorsque seul le cylindre intérieur tourne ou pour des vitesses de rotation faibles du cylindre extérieur, l'écoulement de base (l'écoulement de Couette) devient linéairement instable vis-à-vis de vortex toriques, appelés rouleaux de Taylor, pour une valeur seuil du nombre de Reynolds intérieur  $R_i$ . Et, si l'on continue d'augmenter  $R_i$ , il s'ensuit une série de bifurcations supercritiques jusqu'à ce que les vortex deviennent eux-même turbulents. La transition est globalement supercritique.

Lorsque les cylindres sont en contra-rotation avec une vitesse du cylindre extérieur importante, la transition vers la turbulence suit un autre scénario lorsqu'on augmente  $R_i$ . Comme à  $R_o = 0$ , l'écoulement de Couette se déstabilise d'abord vis-à-vis de rouleaux mais aux propriétés légèrement différentes. Ensuite ces rouleaux se déstabilisent localement donnant naissance à des spots turbulents. Ceux-ci forment des petits domaines à la durée de vie limitée apparaissant aléatoirement au coeur de l'écoulement (figure 1.5(a)), leur fréquence d'apparition augmentant avec  $R_i$ . Bien qu'il soit bidimensionnel, ce régime partage de grandes ressemblances avec le régime d'intermittence observé en convection de Rayleigh-Bénard puisque, pour tous les deux, l'intermittence se construit sur un état spatialement structuré qui n'est pas l'écoulement de base. Toutefois, dans le système de Taylor-Couette, l'apparition d'un spot entraîne la disparition des rouleaux sur une zone s'étendant bien au-delà de sa frontière. Près de la limite supérieure de la région d'existence de l'intermittence, les rouleaux sont plus faibles et n'apparaissent presque plus entre les spots. Lorsqu'on continue d'augmenter le nombre de Reynolds  $R_i$ , un régime de coexistence laminaire-turbulent ordonné apparaît : la spirale turbulente. Ce régime, observé pour la première fois par Oguro (non publié) et Coles en 1962 [19], se présente sous la forme d'une hélice de turbulence s'enroulant autour de l'axe des cylindres dans un écoulement par ailleurs laminaire (figure 1.5(b)). Il est fortement hystérétique, la spirale turbulente pouvant se maintenir sous le seuil de l'instabilité linéaire lorsque le nombre de Reynolds  $R_i$  est abaissé depuis le régime d'écoulement turbulent. Des rouleaux orientés azimuthalement sont présents aux bords de l'hélice.

## 1.2 Choix de l'écoulement de Taylor-Couette

Les observations réalisées ci-dessus révèlent deux points essentiels de la coexistence laminaire-turbulent : sa dynamique et les structures cohérentes, observées quelque soit

---

<sup>2</sup>On choisit généralement les nombres de Reynolds construits avec la vitesse des cylindres en utilisant l'écartement entre les cylindres comme unité de longueur.

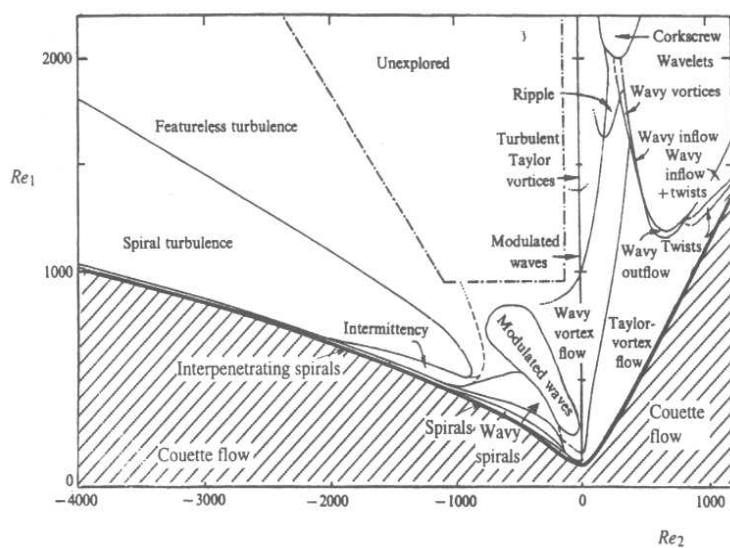


FIG. 1.4: Diagramme des phases dans l'écoulement de Taylor-Couette réalisé par Andereck et al. [2].

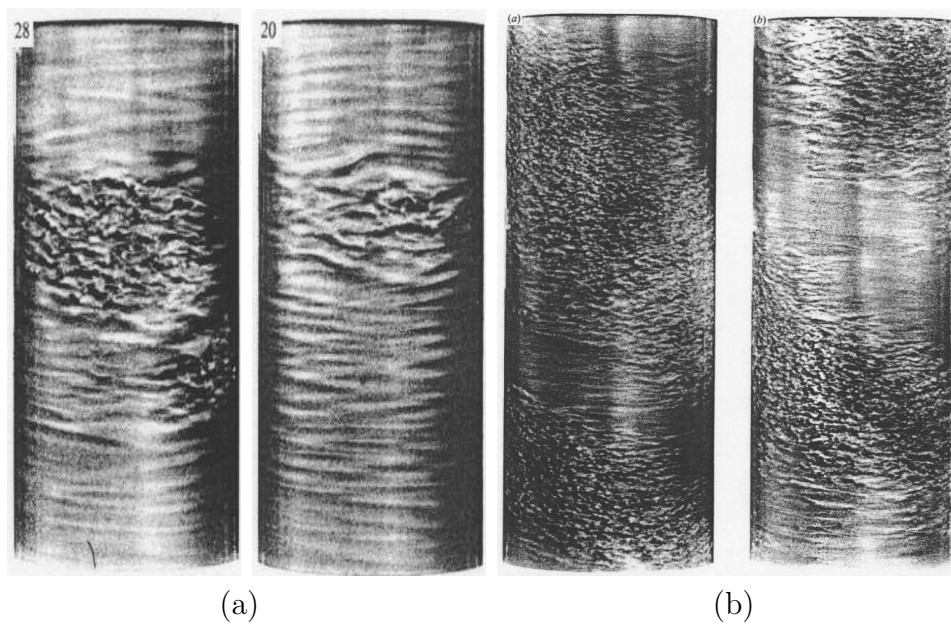


FIG. 1.5: Les deux régimes de coexistence laminaire-turbulent de l'écoulement de Taylor-Couette d'après Andereck et al. [2]. (a) : Spots turbulents ou régime d'intermittence. (b) : La spirale turbulente.

le système considéré. Les interrogations qui en découlent mais aussi les travaux sur ce sujet peuvent donc se diviser en deux familles selon qu'ils ont traités à l'un ou l'autre de ces points. Nous allons voir ci-dessous, à travers eux, que le choix de l'écoulement de Taylor-Couette s'impose naturellement pour l'étude de la coexistence laminaire-turbulent.

### La dynamique spatio-temporelle de coexistence

La coexistence laminaire-turbulent peut prendre des formes différentes suivant le système considéré, allant d'une forme désordonnée en convection de Rayleigh-Bénard et pour les spots ovales dans les écoulements de Couette, à une forme ordonnée pour la spirale turbulente, en passant par un état intermédiaire pour les spots en forme de flèches dans les écoulements ouverts avec advection. En particulier, dans l'écoulement de Taylor-Couette, elle peut être ordonnée ou désordonnée selon la valeur des paramètres de contrôle. Il semble alors intéressant d'essayer de comprendre ce qui préside à l'obtention d'un régime ordonné ou désordonné. On peut aussi s'interroger sur la spécificité de l'écoulement de Taylor-Couette. Le régime ordonné est-il ou non une exclusivité de ce système ?

La dynamique spatio-temporelle du régime de coexistence laminaire-turbulent dépend naturellement de la forme des domaines. La plupart des travaux sur ce sujet concernent les régimes désordonnés et sont fortement inspirés de la conjecture émise par Pomeau [63] en 1986 sur une analogie entre la transition vers la turbulence par intermittence et les transitions de phase de la classe d'universalité de la percolation dirigée (transition continue ou du second ordre). Dans cette analogie, les domaines turbulents sont assimilés à l'état actif ou contaminant tandis que les domaines laminaires sont assimilés à l'état passif ou absorbant et la statistique de ces états est utilisée pour caractériser la transition, le paramètre d'ordre généralement utilisé étant la fraction turbulente (le rapport de surface turbulente sur la surface totale) pour laquelle on s'attend à une variation en loi de puissance de l'écart au seuil. Il a été montré, à la fois numériquement par Chaté et Manneville [15] et expérimentalement à travers différentes études, que les exposants critiques trouvés lors de la transition par intermittence, dépendaient du système étudié. Ainsi, les travaux expérimentaux réalisés en convection de Rayleigh-Bénard [31, 17], dans le système de Taylor-Dean [33] et dans le système de l'instabilité l'imprimeur [62], produisent des exposants différents les uns des autres. Plus récemment, Bottin et al. [7, 10] ont montré que la transition par intermittence spatio-temporelle observée dans le système de Couette plan est discontinue. Dans le système de Taylor-Couette, Colovas et Andereck [22] et Goharzadeh et Mutabazi [43] observent que la fraction turbulente croît linéairement. Leurs mesures s'étendant au-delà du régime intermittent (INT) dans le régime de la spirale turbulente (SPT), ils montrent que la transition entre ceux-ci se traduit par un changement de pente de la fraction turbulente et une divergence de la longueur de corrélation.

L'écoulement laminaire sur lequel s'installe l'intermittence a donc un rôle non trivial dans la manifestation de l'intermittence. Notamment, il a été montré par Grassberger et Schreiber [44] que la présence de structures propagatives, liée à la nature déterministe du



système et n'entrant donc pas dans le cadre d'une description probabiliste, influence le type de la transition ainsi que l'appartenance ou non des exposants critiques à la classe d'universalité de la percolation dirigée.

Par ailleurs, que ce soit pour l'étude de l'intermittence spatio-temporelle en particulier ou pour celle de la coexistence laminaire-turbulent en général, il apparaît essentiel d'avoir recours à un système vraiment étendu [15, 11] afin d'éviter d'éventuels effets de taille finie et obtenir une statistique suffisamment riche.

### Les structures cohérentes

Les structures cohérentes, comme les vortex longitudinaux de l'écoulement de Couette plan, jouent un rôle important dans la formation des spots turbulents. Ils influencent aussi les propriétés statistiques de la dynamique spatio-temporelle de coexistence laminaire-turbulent. Dans les écoulements de Couette plan et de Poiseuille plan, ce sont des états instables non triviaux (non raccordés à l'état de base). On ne les observe alors que près des spots, en modifiant le profil de l'écoulement ou temporairement lors de la relaxation vers le régime laminaire après une trempe depuis le régime turbulent [9].

Dans l'écoulement de Taylor Couette, on peut tirer parti de l'existence des rouleaux, qui sont stables, pour étudier le rôle de ces structures dans l'apparition des spots turbulents et tester le scénario suivant, proposé par Coughlin et Marcus [23]. Lorsque les deux cylindres sont en contra-rotation, l'écoulement de base peut être divisé, suivant le rayon, en deux régions aux propriétés de stabilité différentes et séparées par le plan de vitesse nulle appelé surface nodale<sup>3</sup>. Les rouleaux IPS sont présents dans la région d'écoulement linéairement instable située près du cylindre intérieur. Dans le mécanisme proposé, ils jouent le rôle de perturbations localisées d'amplitude finie de l'écoulement linéairement stable situé à l'extérieur. Il se forme alors un spot turbulent qui remplit tout l'espace radialement. A l'intérieur du spot l'énergie est fortement dissipée par les petites échelles de la turbulence l'empêchant de se maintenir et provoquant alentour la disparition des rouleaux observée expérimentalement. Une fois le spot disparu, les rouleaux réapparaissent et le processus peut recommencer. Dans un système étendu plusieurs spots peuvent se former simultanément, conférant à l'écoulement une dynamique spatio-temporelle complexe que l'on identifie à de l'intermittence (au sens large)<sup>4</sup>.

### Prescriptions pour la réalisation de l'expérience

L'écoulement de Taylor-Couette est donc un bon candidat pour qui souhaite étudier la coexistence laminaire-turbulent. Dans cet écoulement, elle se présente sous la forme

---

<sup>3</sup>Le détail des équations régissant l'écoulement de Taylor-Couette et la forme de l'écoulement de base sont donnés au 1.3.

<sup>4</sup>Dans ce cas l'apparition des domaines turbulents n'est pas liée à un processus de contamination et peut intervenir au milieu d'un domaine laminaire.

ordonnée ou désordonnée selon la valeur des paramètres de contrôle et les structures cohérentes, les rouleaux, ont le mérite d'exister spontanément.

D'un point de vue plus pratique, c'est aussi un bon candidat dans l'optique de réaliser un système vraiment étendu. Dans cet écoulement, les rapports d'aspect, longitudinal  $\Gamma_z$  et azimutal  $\Gamma_\theta$  sont calculés par rapport à la largeur de l'espace entre les deux cylindres  $d$ . Si l'on souhaite obtenir de grands  $\Gamma$  en gardant des dimensions d'ensemble raisonnables,  $d$  doit être le plus petit possible. Alors, le rapport des rayons  $\eta$  tend vers 1. Or, lorsque  $\eta$  tend vers 1, l'écoulement de Taylor-Couette tend formellement vers celui de Couette plan et son caractère sous-critique s'accroît. Toutefois, la taille des structures cohérentes étant elle-aussi gouvernée par  $d$ , un système à grands rapports d'aspect n'est pas le plus approprié pour une étude précise de celles-ci <sup>5</sup>.

Enfin, si l'écoulement de Taylor-Couette est donc un bon candidat, la réalisation d'un montage où l'espace entre les deux cylindres est minimisé n'en est pas moins délicate, comme nous le verrons au chapitre 2.

Par ailleurs, comme nous sommes dans une configuration où l'écoulement est proche de celui de Couette plan, il sera intéressant de mener des observations parallèles dans les deux écoulements. Nous avons donc repris le dispositif de Couette plan, utilisé par Olivier Dauchot [29] et Sabine Bottin [11], en augmentant autant que faire se peut les rapports d'aspect.

### 1.3 Description de la spirale turbulente

Avant de donner un aperçu des travaux antérieurs concernant la spirale turbulente, nous allons rappeler, afin de mieux les oublier par la suite, les équations gouvernant l'écoulement de Taylor-Couette.

#### Equations du problème

Le système de Taylor-Couette consiste en deux cylindres concentriques de rayon  $r_i$  et  $r_o$  tournant aux vitesses angulaires respectives  $\omega_i$  et  $\omega_o$ . L'espace entre les deux cylindres de largeur  $d = r_o - r_i$  est rempli d'un fluide visqueux newtonien incompressible, de viscosité dynamique  $\nu$  et de masse volumique  $\rho$  constante.

L'écoulement est gouverné par les équations :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = \nu \Delta \vec{u} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p & \text{(équation de Navier - Stokes)} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 & \text{(équation de continuité)} \end{cases}$$

---

<sup>5</sup>Il existe une littérature abondante sur les régimes de rouleaux dans l'écoulement de Taylor-Couette, sur laquelle nous pouvons nous appuyer. Pour une revue, voir par exemple, [74].

accompagnées des conditions aux limites de non-glissement sur les parois des cylindres. Dans un repère en coordonnées cylindriques  $\vec{r} = (r, \theta, z)$ , ces équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \partial_t u_r + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) u_r = \nu(\Delta u_r - \frac{2}{r^2} \partial_\theta u_\theta - \frac{1}{r^2} u_r) - \partial_r(p/\rho) \\ \partial_t u_\theta + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) u_\theta = \nu(\Delta u_\theta + \frac{2}{r^2} \partial_\theta u_r - \frac{1}{r^2} u_\theta) - \partial_\theta(p/\rho) \\ \partial_t u_z + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) u_z = \nu \Delta u_z - \partial_z(p/\rho) \\ (\partial_r + \frac{1}{r}) u_r + \frac{1}{r} \partial_\theta u_\theta + \partial_z u_z = 0 \end{cases}$$

où

$$\vec{u} \cdot \vec{\nabla} = u_r \partial_r + \frac{u_\theta}{r} \partial_\theta + u_z \partial_z \quad \text{et} \quad \Delta = \partial_{r^2} + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta^2} + \partial_{z^2}.$$

La solution de base stationnaire de ces équations est connue sous le nom d'écoulement de Couette. Elle est purement azimutale, ne dépend que de la coordonnée radiale et s'écrit  $u_\theta^{(0)} = Ar + B/r$  où les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées par les conditions aux limites de non glissement, c'est-à-dire  $u(r = r_{i,o}) = r_{i,o} \omega_{i,o}$ , et s'écrivent :

$$A = \frac{\omega_o r_o^2 - \omega_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad \text{et} \quad B = \frac{r_o^2 r_i^2 (\omega_i - \omega_o)}{r_o^2 - r_i^2}.$$

Lorsque les deux cylindres sont en contra-rotation, la vitesse s'annule sur la surface nodale, dont le rayon  $r^*$  est donné par :

$$r^* = r_i \left( \frac{1 - \mu}{\eta^2 - \mu} \right)^{1/2}$$

où  $\eta = r_i/r_o$  est le rapport des rayons et  $\mu = \omega_o/\omega_i$ , le rapport des vitesses angulaires.

Lorsque la vitesse de rotation des cylindres varie, cet écoulement peut se déstabiliser et donner lieu à des régimes d'écoulements très variés (voir fig. 1.4), comme celui de la spirale turbulente. Ceci a d'ailleurs conduit Feynman [39] à le prendre en exemple pour montrer que "la complexité des choses peut très facilement et spectaculairement échapper à la simplicité des équations qui les décrivent". Ceci semble particulièrement vrai dans le cas de la coexistence laminaire-turbulent.

## Travaux antérieurs

FIG. 1.7: Schéma donnant l'écoulement moyen à mi-gap d'après Coles et Van Atta [21]. La vitesse est projetée sur un plan développé et le système est observé de l'extérieur. On voit sur ce schéma que la vitesse du fluide est perpendiculaire au front avant des bandes, s'annule et s'inverse dans celles-ci et est quasiment parallèle à leur front arrière.

Depuis sa découverte il y a quarante ans et bien qu'elle soit citée en exemple par Feynman [39] dans ses cours, la spirale turbulente a été peu étudiée. En plus des contributions de Colovas [22] et Goharzadeh [43] citées ci-dessus qui concernent aussi le

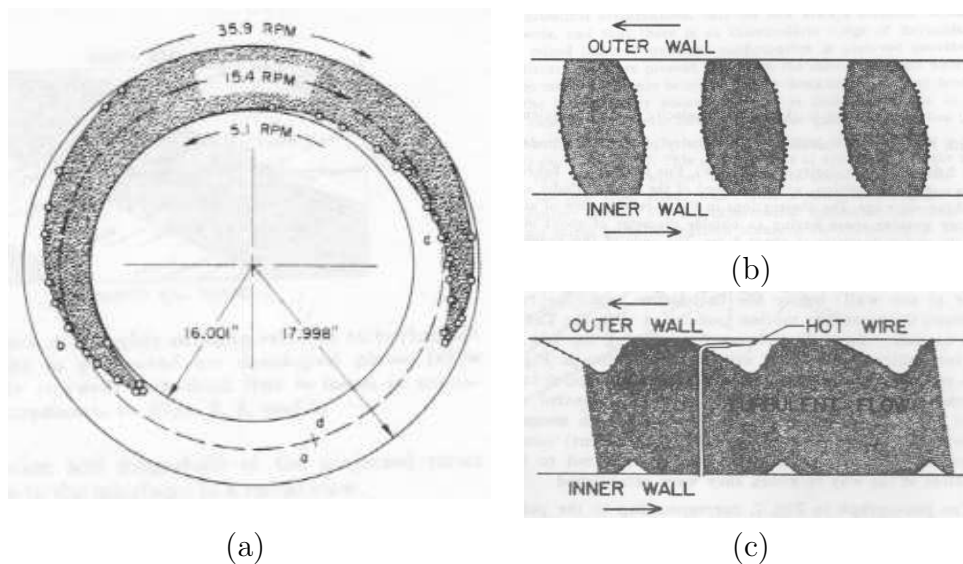
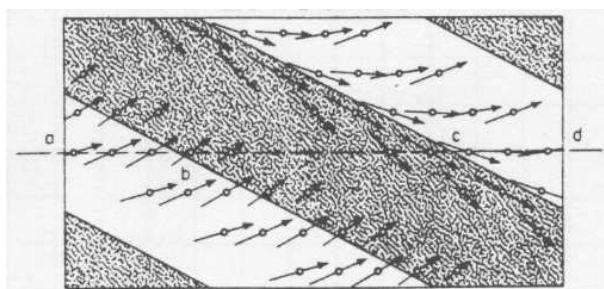


FIG. 1.6: Forme de l'interface laminaire-turbulent moyenne dans le plan  $(r, \theta)$  obtenue pour  $R_o = -5550$  et  $R_i = 700$  pour (a,b) et pour  $R_o = -27800$  et  $R_i = 0$  pour (c). (a) est extraite de [21] et (b,c) de [19].



Atta [21]. La vitesse est projetée sur un plan développé et le système est observé de l'extérieur. On voit sur ce schéma que la vitesse du fluide est perpendiculaire au front avant des bandes, s'annule et s'inverse dans celles-ci et est quasiment parallèle à leur front arrière.

régime d'intermittence, nous pouvons citer dans l'ordre chronologique les travaux de Coles et Van Atta [19, 20, 21, 18, 3], ceux de Andereck et al. [2] puis ceux de Hegseth et al. [50, 48, 49, 47]. Tous ces travaux ont été réalisés dans des systèmes de faibles dimensions.

Andereck et al. [2] ont établi le diagramme de bifurcation présenté sur la figure 1.4 dans lequel ils indiquent la région d'existence de la spirale turbulente. Ils ont montré que la transition entre le régime IPS et celui de la spirale turbulente était marquée par une forte hystérésis, la spirale pouvant se maintenir bien en-dessous de la courbe de stabilité linéaire lorsqu'on diminue  $R_i$ . Ils observent une spirale pouvant s'enrouler jusqu'à trois fois autour de l'axe des cylindres.

Coles et Van Atta observent un régime de spirale turbulente pouvant présenter, dans certains cas, deux branches suivant le périmètre. Ils rapportent l'existence de spirale avec le cylindre intérieur à l'arrêt et même en co-rotation. Coles et Van Atta [19, 3] montrent qu'elle tourne à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Ils ont effectué des mesures fines de vitesse en utilisant la technique du fil chaud en quelques points de la région d'existence de ce régime. Ils montrent ainsi que la spirale turbulente se traduit par une modulation des composantes  $\langle u_z \rangle$  et  $\langle u_\theta \rangle$  de la vitesse moyenne, la composante radiale étant quasiment nulle [21, 18]. Ils en déduisent la forme de l'interface laminaire-turbulent représentée sur les figures 1.6(a,b,c) ainsi que le comportement de la vitesse moyenne par rapport à une bande turbulente représenté sur la figure 1.3. Les particules fluides entrent dans la bande turbulente avec une vitesse quasiment perpendiculaire à sa frontière, elles ralentissent et  $u_z$  s'inverse. Elles sortent alors avec une vitesse tangente à l'interface. La figure 1.6(a) montre que la turbulence apparaît près du cylindre extérieur et disparaît près de l'intérieur. Dans certains cas comme celui de la figure 1.6(c), des poches d'écoulement laminaire apparaissent près des parois alors que le coeur de l'écoulement reste turbulent. Coles et Van Atta ont aussi mesuré les six composantes du tenseur de Reynolds dans le référentiel de la spirale turbulente [21, 18]. Elles varient de façon périodique avec  $\theta$ . Les composantes  $\langle u'_r u'_r \rangle$ ,  $\langle u'_\theta u'_\theta \rangle$  et  $\langle u'_z u'_z \rangle$  sont positives dans celle-ci alors qu'elles sont nulles dans la région laminaire, les autres composantes étant négligeables.

Les travaux de Hegseth [50] ont été effectués en utilisant le même dispositif que Andereck. Sur la base des mesures des composantes du tenseur de Reynolds réalisées par Coles et Van Atta, Hegseth et al. [48, 49, 50] ont proposé un mécanisme expliquant la stabilisation de la taille des spots ou de la spirale dans les directions azimutale et axiale. Ils suggèrent que la variation périodique des composantes du tenseur de Reynolds induit un forçage périodique de l'écoulement moyen générant un écoulement de Poiseuille dans les régions laminaires. Celui-ci ralentit la vitesse d'expansion des domaines turbulents jusqu'à ce que l'écoulement redevienne laminaire. Hayot et Pomeau [47] illustrent ce mécanisme dans le contexte d'une équation de Ginzburg-Landau d'ordre 5 (sous-critique) à coefficients réels où l'amplitude complexe  $A$  vaut zéro dans l'état laminaire et  $A^*$  dans le turbulent. Ils montrent que la présence de l'écoulement de Poiseuille conduit à ajouter un terme non local à cette équation. Son expression dépend de la périodicité de la pression

et convient donc pour les écoulements annulaires <sup>6</sup>. Par ailleurs, Hegseth et al. [48, 49, 50] observent et mesurent une variation du pas de l'hélice turbulente le long de l'axe des cylindres. Ils montrent que celui-ci dépend fortement des conditions aux limites aux extrémités des cylindres et expliquent ce résultat dans le cadre de la dynamique de phase.

---

<sup>6</sup>Philip Hall [45] a montré qu'un tel mécanisme est aussi à l'oeuvre pour les rouleaux de Taylor (cas supercritique).

# Chapitre 2

## L'arsenal expérimental

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental dans son ensemble. Cela comprend les montages mécaniques pour réaliser les écoulements de Couette plan et cylindrique, les techniques de mesures ainsi que les traitements réalisés sur celles-ci.

### 2.1 Les dispositifs

Les dispositifs présentés ci-dessous ont été réalisés de façon à obtenir des systèmes les plus grands possibles. Nous obtenons des rapports d'aspect jusqu'alors inégalés éventuellement au prix d'une perte de précision mécanique dans le cas de l'écoulement de Couette plan.

#### 2.1.1 Dispositif de Couette plan

##### Montage

Le montage mécanique utilisé pour réaliser l'écoulement de Couette plan est représenté sur les figures 2.1, 2.2 et 2.3. Il a été créé par François Daviaud et John Hegseth [30] et utilisé pour les thèses d'Olivier Dauchot [29] et Sabine Bottin [11] où il est longuement décrit. Le cisaillement plan est créé dans l'entrefer d'une courroie sans fin transparente. Comme à l'habitude  $x$  correspond à la direction de l'écoulement,  $y$  à la direction normale aux parois de la courroie et  $z$  à l'envergure.

La figure 2.1 est un schéma de principe du montage dans le plan  $(x, y)$ , où les différents éléments mécaniques sont numérotés de 1 à 5. Le cadre rectangulaire correspond à un grand aquarium, rempli d'eau, dans lequel sont immergés ces éléments. La courroie (1) est faite d'un film plastique transparent mesurant 363 cm de long, 25,5 cm de large et 0,16 mm d'épaisseur. Ses extrémités étaient initialement soudées par ultrasons entraînant

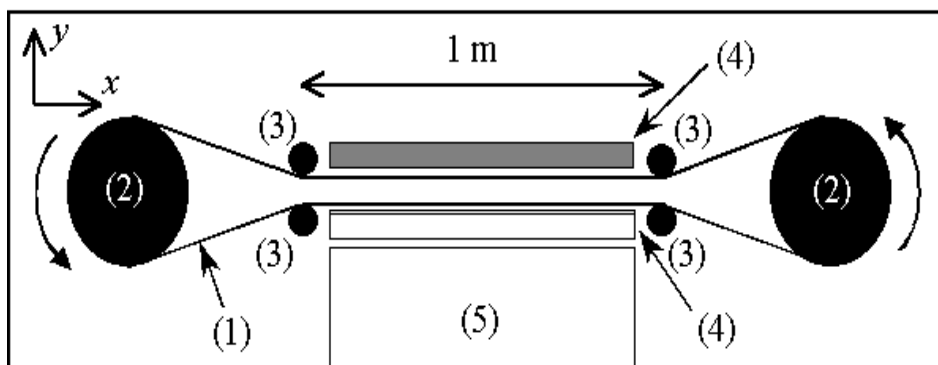


FIG. 2.1: Vue de dessus du dispositif de Couette plan.

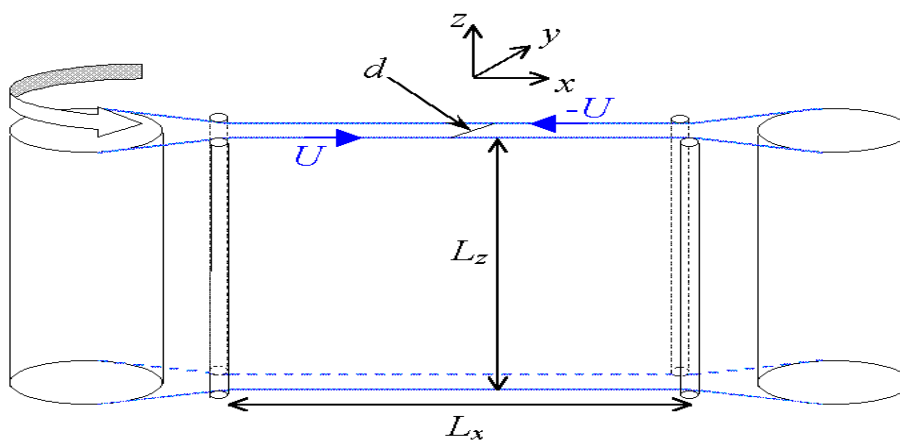


FIG. 2.2: Vue de face du dispositif de Couette plan.

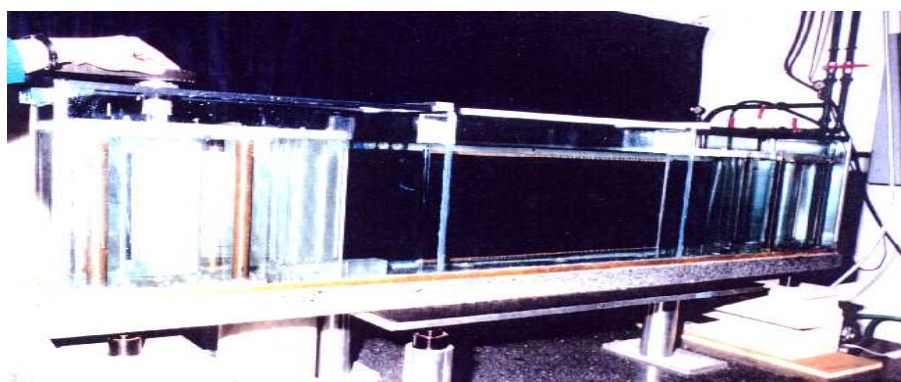


FIG. 2.3: Photographie du dispositif de Couette plan.



une sur-épaisseur de 0,02 mm puis scotchées à l'aide d'un scotch très fin, d'épaisseur 0,05 mm, résistant à l'eau. Elle est entraînée par friction par deux gros cylindres en plexiglas, les cylindres d'entraînement (2), dont celui de gauche est lui même entraîné par un moteur. L'écartement  $d$  entre les deux parois de la courroie est maintenu à l'aide de quatre cylindres de plexiglas (3). Les études précédentes [11, 29], ont été réalisées, pour la plupart, avec  $d = 7$  mm et  $d = 3,5$  mm dans certains cas. Ici afin d'obtenir un système à grands rapports d'aspect, l'écartement a été fixé à 1,5 mm<sup>1</sup>. Deux vitres (4) sont placées à l'extérieur de part et d'autre de la courroie de façon à la stabiliser et la guider. Celle située entre la caméra et l'écoulement est transparente, l'autre est recouverte d'un film noir afin d'assurer un fond sombre et uniforme pour les visualisations. Un contre-aquarium (5) fermé est placé entre la vitre transparente et le bord de l'aquarium principal. Ceci évite de polluer la zone située entre l'écoulement et l'observateur par les paillettes utilisées pour la visualisation.

La zone d'écoulement utile pour l'étude mesure  $L_x = 57,8$  cm dans la direction  $x$  et  $L_z = 25,5$  cm (largeur de la courroie) dans la direction  $z$ . En utilisant l'écartement de la courroie  $d = 1,5$  mm, aussi appelé gap par anglicisme, comme unité de longueur, on obtient, pour cette zone, les rapports d'aspect suivants :  $\Gamma_z = L_z/d = 170$  suivant l'envergure et  $\Gamma_x = L_x/d = 385$  dans la direction de l'écoulement. La figure 2.2 montre le dispositif vu de face avec indiquées les longueurs  $L_x$ ,  $L_z$  et  $d$ . La figure 2.3 est une photographie du dispositif.

### Paramètre de contrôle

Le nombre de Reynolds  $R$ , l'unique paramètre de contrôle de l'écoulement, est défini par  $R = Uh/\nu$  où  $U$  est la vitesse d'une des parois de la courroie,  $h = d/2 = 0,75$  mm est le demi-gap et  $\nu$  la viscosité du fluide. La vitesse est déduite de la valeur affichée par le moteur,  $V_m$ , par la relation :  $U = 0,0067V_m$ . Cette relation a été établie en mesurant la fréquence de passage de la courroie pour différentes valeurs de la vitesse du moteur. La viscosité est calculée pour chaque expérience en fonction de la température de l'eau de l'aquarium. L'incertitude sur la détermination de  $R$  provient principalement de l'imprécision de la largeur de l'écartement de la courroie. Dans cette expérience, le nombre de Reynolds est obtenu avec une erreur relative de l'ordre de 10 %. Celle-ci, supérieure à celle des expériences précédentes où l'écartement plus grand était mieux contrôlé, est le prix à payer pour obtenir les rapports d'aspect tels que ceux que nous obtenons.

Cette incertitude associée au manque de stabilité de l'écoulement interdit une étude quantitative fine de celui-ci. Ce montage nous permettra cependant une comparaison semi-quantitative avec l'écoulement de Taylor-Couette, dont le montage est décrit ci-dessous.

---

<sup>1</sup>L'écartement entre les parois de la courroie est calculé sur la base de la distance séparant les deux cylindres de guidage, de leur diamètre et de l'épaisseur de la courroie.

## 2.1.2 Dispositif de Couette cylindrique

### Montage

Réaliser un montage de Taylor-Couette à grands rapports d'aspect qui conserve une taille humaine n'est pas une tâche aisée. L'unité de longueur étant l'écartement des cylindres, celui-ci doit être petit devant les autres dimensions du montage. Une grande précision mécanique est alors exigée afin de garantir sa valeur lors de la rotation des cylindres. Le montage présenté ici a été conçu sur plan à l'Université du Havre par Hubert Vasse. Certaines pièces ont été usinées sur place, d'autres par la société JMéca. Des améliorations lui ont ensuite été apportées lors de la première année d'utilisation afin d'enrayer les casses successives du cylindre extérieur, en verre. Il est représenté sur les figures 2.4, 2.5 et 2.6 et nous le décrivons dans l'ordre de son montage. C'est donc le fruit d'un an de travail que nous présentons ci-dessous.

FIG. 2.4: Vue de face du dispositif de Taylor-Couette avec la caméra en premier plan et le bain thermostaté et le réfrigérateur sur le côté droit.

Il y a tout d'abord le bâti micro-contrôle monté sur un marbre. Sur ce bâti, sont placées deux plaques planes percées en leur centre, pouvant coulisser verticalement et dont la position est fixée par des cales calibrées. La plaque du bas supporte le montage, celle du haut assure son centrage. Le coeur du dispositif est constitué d'un cylindre intérieur en rotation sur des paliers ou cages qui maintiennent le cylindre extérieur. Ces paliers sont eux-même emboîtés dans des roulements fixés aux plaques. On réalise ainsi la rotation indépendante des deux cylindres. La cage inférieure vient s'insérer dans un roulement à billes au centre de la plaque du bas et dans un deuxième placé sous la

FIG. 2.5: Vue de côté du dispositif de Taylor-Couette.

plaque afin de limiter considérablement le jeu lié aux roulements. Le cylindre intérieur en aluminium est composé d'un corps central prolongé d'un mandrin à chaque extrémité. Il est enfilé dans un roulement à bille dans la cage. Il peut ainsi tourner indépendamment par rapport à celle-ci. Le cylindre extérieur en verre s'ajuste sur des joints toriques à l'extérieur de la cage inférieure dont il est solidaire. La cage supérieure est emmanchée à la fois entre les deux cylindres et la plaque supérieure. Deux roulements à billes, l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur, lui permettent d'être indépendante de cette dernière et du cylindre intérieur. Nous pouvons donc distinguer trois blocs. Le premier, fixe, est le châssis, constitué du bâti micro-contrôle et des plaques. Les deux autres peuvent tourner indépendamment l'un par rapport à l'autre et par rapport au châssis. Ce sont le cylindre intérieur d'une part et le cylindre extérieur et les deux cages d'autre part. Ils sont représentés sur la figure 2.6. Ces deux parties mobiles sont entraînées par le bas au moyen de poulies et de courroies reliées à deux moteurs asservis par ordinateur, une poulie étant fixée sur le cylindre intérieur, une autre sur la cage inférieure.

La zone d'étude, où est réalisé l'écoulement de Taylor-Couette, est située au niveau

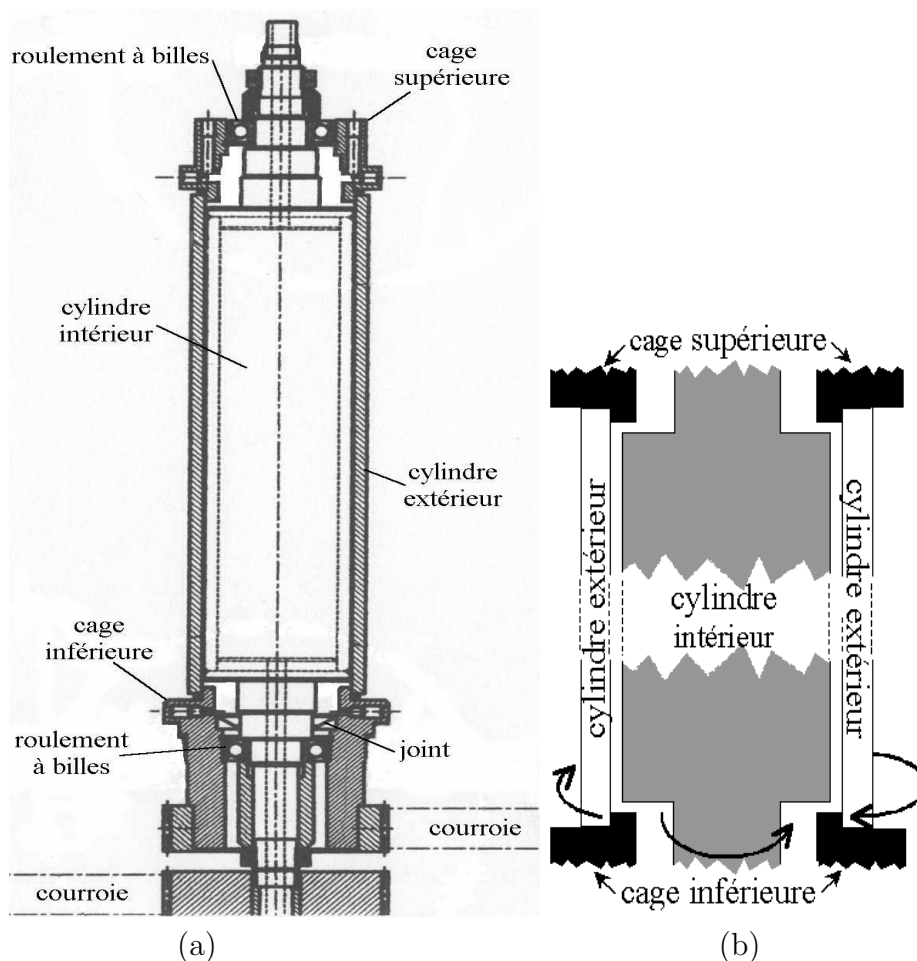


FIG. 2.6: (a) : Plan des parties en rotation, les cylindres et les cages, avec les courroies d'entraînement. (b) : Schéma de la zone d'étude.

de la partie centrale du cylindre intérieur qui est recouverte d'un film autocollant <sup>2</sup>. Comme on peut le voir sur la figure 2.6(b), elle est bordée en haut et en bas par le bord des cages. Son épaisseur  $d$  correspond à l'écartement entre les deux cylindres. Le rayon interne du cylindre extérieur  $r_o$  étant fixé, il faut jouer sur le rayon du cylindre intérieur pour la faire varier. Nous avons utilisé trois cylindres intérieurs de rayons  $r_i$  différents. Le cylindre extérieur, utilisé pour la majeure partie de cette étude, a un rayon interne  $r_o = 49,96 \pm 0,005$  mm. La longueur de la zone  $L_z$ , choisie comme étant la longueur de la partie centrale du cylindre intérieur recouverte par le film, mesure 375 mm <sup>3</sup>. Le tableau 2.1 récapitule l'ensemble des caractéristiques géométriques du

<sup>2</sup>Deux films différents sont utilisés : l'un pour les mesures de vitesse, l'autre pour visualiser l'écoulement. Leur utilité est discutée au paragraphe 2.2.

<sup>3</sup>Les dimensions des cylindres extérieurs ainsi que celles, sans film, du plus grand cylindre intérieur, noté 1, ont été mesurées par un organisme de certification (ARIPA).

dispositif en fonction du cylindre intérieur utilisé. Quelques détails pratiques :

- Le fluide de travail est contenu dans l'espace libre entre le cylindre intérieur et le cylindre extérieur mais aussi entre le cylindre intérieur et les cages. Il est retenu par un joint placé au dessus du roulement à billes.
- Afin de remplir et vider le système, quatre orifices ont été prévus dans les cages. Deux sont placés sur le dessus de la cage supérieure et les deux autres sont sur le côté de la cage inférieure. Des bouchons vissés permettent de les fermer.

TAB. 2.1: Caractéristiques géométriques du dispositif de Taylor-Couette en fonction du cylindre intérieur utilisé. Les dispositifs sont notés  $TC_{\eta_i}$  en fonction de leur rapport des rayons  $\eta = r_i/r_o$ . Le tableau donne aussi les rapports d'aspect axial ( $\Gamma_z = L_z/d$ ) et azimutal ( $\Gamma_\theta = \pi(r_i + r_o)/d$ ).

Dispositif	$r_i$ (mm)	$d$ (mm)	$\eta$	$\Gamma_z$	$\Gamma_\theta$
$TC_{\eta_1}$	49,09	0,87	0,983	431	358
$TC_{\eta_2}$	48,11	1,85	0,963	203	167

### Paramètres de contrôle

Une fois la géométrie fixée, la nature de l'écoulement dépend de la vitesse de rotation des deux cylindres. Nous choisissons, comme paramètres de contrôle, les nombres de Reynolds  $R_i = r_i\omega_i d/\nu$  et  $R_o = r_o\omega_o d/\nu$  où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide. Les rayons  $r_{i,o}$  et l'écartement entre les cylindres  $d$  étant déterminés avec une grande précision, la vitesse de rotation des cylindres demandée par l'utilisateur étant réalisée exactement, l'incertitude majeure sur la détermination des nombres de Reynolds vient de la détermination de la viscosité du fluide. Le fluide utilisé est de l'eau à laquelle on ajoute du Kalliroscope [34, 61, 72](solution 1) pour les visualisations ou des sphères de verre (solution 2) pour les mesures de vitesse par vélocimétrie laser. La concentration de paillettes dans la solution 2 est faible. Sa viscosité est donc celle de l'eau. Ce n'est pas le cas pour la solution 1 dont la viscosité est décalée de 23 % par rapport à celle de l'eau (voir l'annexe A) qui dépend de la température. Nous avons donc décidé de réguler celle-ci afin de limiter l'échauffement du fluide par le cisaillement.

Les expériences sont effectuées dans une pièce climatisée à 20°C. Afin de limiter l'échauffement du fluide lié à la rotation des cylindres, un système de refroidissement a été mis en place. De l'eau thermalisée à 20°C circule en permanence à l'intérieur du cylindre intérieur. A la sortie de celui-ci elle est refroidie par un réfrigérateur. Elle est ensuite ramenée à 20°C grâce à un bain thermostaté avant de retourner dans le cylindre, ceci étant rendu possible par l'utilisation de raccords rotatifs assurant la liaison entre le

cylindre tournant et les tuyaux fixes. Un système de mesure de température a été mis en place. Deux thermocouples sont fixés dans les bouchons des trous de vidange pratiqués dans les cages, l'un étant placé en haut, l'autre en bas. Ainsi, nous pouvons mesurer la température de la solution *in situ* lorsque le cylindre extérieur est à l'arrêt. Nous prenons comme température, la moyenne de celles mesurées en haut et en bas. Nous contrôlons aussi la température de l'eau du circuit de refroidissement avant et après qu'elle soit passée dans le montage.

Nous effectuons ces mesures avant et après chaque expérience. On constate généralement que l'échauffement du fluide ne dépasse pas  $0,2^\circ\text{C}/\text{h}$  entraînant une incertitude de l'ordre de 3 % sur la détermination du nombre de Reynolds.

## 2.2 Techniques de mesure

Deux type de mesures ont été conduites : des mesures locales de vitesse par vélocimétrie laser Doppler (LDV), uniquement utilisée dans le système de Taylor-Couette  $\text{TC}_{\eta_2}$  et la visualisation de l'écoulement renseignant sur sa structure globale.

### 2.2.1 Mesures de vitesse

Dans le système de Taylor-Couette  $\text{TC}_{\eta_2}$ , nous avons réalisé des mesures de vitesse par vélocimétrie laser Doppler (LDV) qui ont nécessité quelques aménagements sur le montage. Elles sont réalisées à l'aide d'un vélocimètre DANTEC et des particules sphériques d'aluminium introduites dans l'écoulement.

#### Principe de la LDV

Comme son nom l'indique le principe de la vélocimétrie laser Doppler repose sur l'effet Doppler : un objet lumineux en mouvement diffuse une onde incidente de fréquence donnée à une fréquence décalée liée à sa vitesse. Le schéma de la figure 2.7 illustre le principe de fonctionnement de la LDV.

Le faisceau de sortie d'un laser Hélium-Néon de longueur d'onde  $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$  est divisé en deux faisceaux cohérents séparés de  $38,4 \text{ mm}$  dont l'un est dirigé à travers une cellule de Bragg afin d'introduire un décalage en fréquence  $f_0$ . Un montage optique fait converger ces faisceaux au point où l'on souhaite effectuer les mesures, celles-ci ayant lieu dans le volume d'intersection des deux faisceaux<sup>4</sup>. Là, se forment des franges d'interférence qui se déplacent du fait du décalage des fréquences. Les paillettes, emportées par l'écoulement, se déplacent alors dans ce réseau de franges, d'interfrange donné

---

<sup>4</sup>Le volume d'intersection des faisceaux est déterminé par leur angle de pincement.

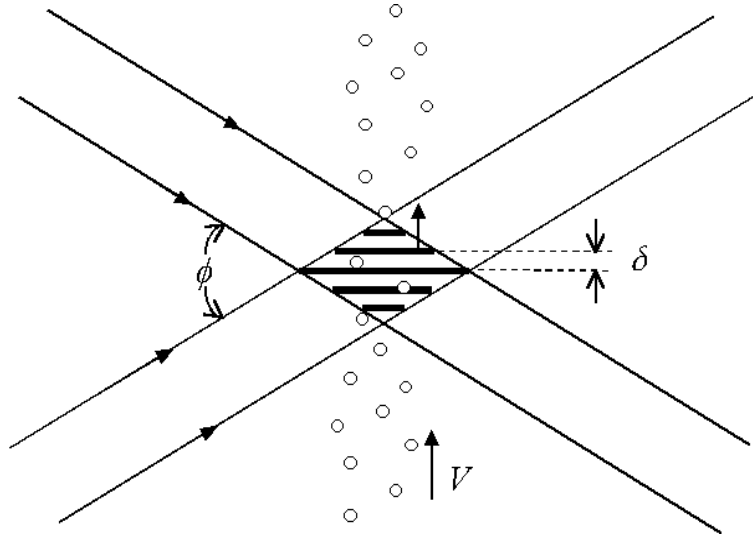


FIG. 2.7: Réseau d'interférence des deux faisceaux lasers traversé par les paillettes d'aluminium ensemençées dans l'écoulement.

par :

$$\delta_f = \frac{\lambda}{2 \sin(\phi/2)}$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser dans le milieu considéré et  $\phi$  l'angle de pincement des faisceaux. La lumière réémise par les paillettes lorsqu'elles passent dans les franges brillantes est recueillie par un photomultiplicateur. Sa fréquence est donnée à partir des fréquences des deux faisceaux réémises décalées par effet Doppler par les paillettes et sommées. On obtient une fréquence  $f_d$  décalée par rapport à  $f_0$  dont le décalage est lié à la vitesse des paillettes.  $f_d$  est donnée par :

$$f_d \simeq f_0 + \frac{2 \sin(\phi/2)}{\lambda} V$$

où  $V$  est la composante de la vitesse perpendiculaire aux franges d'interférence. Ainsi, une particule à l'arrêt produit une fréquence  $f_d = f_0$ . Une particule se déplaçant dans le même sens que les franges produit une fréquence  $f_d < f_0$  et une particule se déplaçant dans le sens opposé produit une fréquence  $f_d > f_0$ .

### Aménagement du montage

Afin d'assurer la convergence des faisceaux lasers entre les deux cylindres, des aménagements ont dû être apportés au montage. La figure 2.8 présente une vue de dessus du dispositif avec ces aménagements.

Une cuve parallélépipédique remplie d'eau est placée autour du cylindre en verre. Elle est raccordée au circuit de refroidissement afin d'éviter l'échauffement de l'eau qu'elle

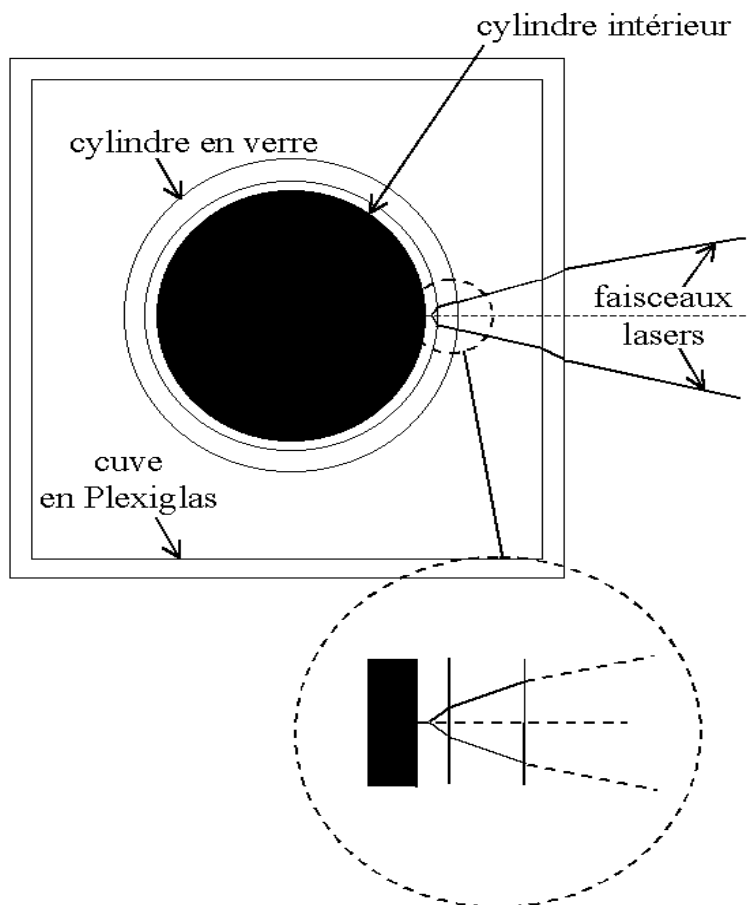


FIG. 2.8: Schéma du dispositif de Taylor-Couette avec les aménagements nécessaires aux mesures par LDV et le parcours des faisceaux lasers.

contient. Ce dispositif permet d'éviter une interface air-verre cylindrique très défavorable en la remplaçant par une interface cylindrique eau-verre plus favorable car les indices de l'eau et de l'air sont plus proches. Les faisceaux lasers se propagent donc d'abord dans l'air, puis dans le Plexiglas, l'eau, le verre et enfin l'eau. Les indices de ces milieux sont rappelés dans le tableau 2.2 ci-dessous.

Afin d'éviter que les faisceaux lasers ne se reflètent sur le cylindre intérieur, celui-ci est recouvert d'un film noir. Le rayon  $r_i$  est alors égale à : 48,11 mm. Pour les mesures LDV, il est nécessaire d'utiliser un système où l'écartement entre les cylindres soit suffisamment grand pour contenir l'ellipsoïde où se font les franges d'interférence. Dans le dispositif adopté, le cylindre extérieur a un rayon intérieur  $r_o = 49,96$  mm. Nous avons donc l'écartement entre les cylindres  $d = 1,85$  mm.



TAB. 2.2: Indices des différents milieux traversés par les faisceaux lasers jusqu'au point de mesure.

milieu	indice
air	1.0
eau	1,331
Plexiglas	1.493
verre	1.472

## 2.2.2 Visualisation des écoulements

La visualisation nécessite l'ensemencement de paillettes ou d'un colorant ainsi qu'un éclairage adapté à l'écoulement considéré. Or, l'utilisation d'un colorant n'est pas adaptée à l'étude d'un écoulement fermé qui est rapidement entièrement pollué, ne permettant plus l'acquisition d'images contrastées. Nous avons donc choisi la solution des paillettes utilisées soit en transmission soit en réflexion.

Dans les deux cas, nous avons utilisé des paillettes de Kalliroscope de la solution AQ-1000 diluées dans de l'eau déminéralisée <sup>5</sup>. Ces paillettes anisotropes de  $30 \times 6 \times 0,07 \mu\text{m}$  réfléchissent plus ou moins la lumière selon leur orientation [70]. De leur orientation, dépendra aussi la transmission de la lumière au travers de la couche de fluide. Or, l'orientation des paillettes dépend de la nature de l'écoulement. Gauthier *et al.* [42] ont ainsi montré que pour un écoulement de Couette plan, réalisé au moins localement, les paillettes s'orientent suivant les surfaces de courant. Plus généralement, même si le mouvement de paillettes anisotropes dans un écoulement quelconque n'est pas trivial, on sait qu'elles sont très sensibles à toute variation locale du champ de vitesse et tournent autour de leur axe principal qui s'oriente suivant l'écoulement. Dans le cas particulier de la coexistence laminaire-turbulent, les paillettes ont un mouvement plus désordonné dans les zones turbulentes que dans les zones laminaires, rendant ainsi possible leur distinction.

### Cas de l'écoulement de Couette plan

La visualisation de l'écoulement de Couette plan utilise les paillettes en réflexion à l'aide d'un feuillet laser créé dans le plan  $(x, z)$ . La figure 2.9 présente le dispositif d'éclairage de l'écoulement de Couette plan aussi décrit dans les thèses de Olivier Dauchot et Sabine Bottin [29, 11].

Le plan lumineux est créé à l'aide d'un laser Argon de 10W dont le faisceau de sortie est amené par fibre optique sur un miroir polygonal à 18 facettes pouvant tourner à des fréquences très élevées. On obtient ainsi un plan laser parfaitement rectiligne sur 1m

<sup>5</sup>L'annexe A et les références qu'elle contient donnent plus de détails sur le Kalliroscope.

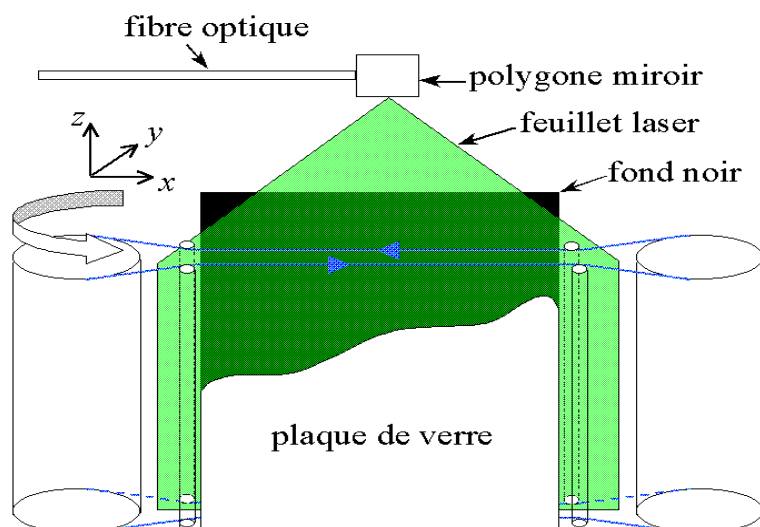


FIG. 2.9: Schéma du dispositif d'éclairage de l'écoulement de Couette plan.

avec une intensité uniforme. En régime laminaire, les paillettes sont contenues dans les plans de cisaillement  $(x, z)$  et réfléchissent donc peu la lumière du faisceau. Au contraire en régime turbulent, les changements rapides de direction des paillettes entraînent des fluctuations rapides de la lumière réfléchie. Ainsi, une zone turbulente apparaîtra plus claire.

### Cas de l'écoulement de Taylor-Couette

Du fait de sa géométrie cylindrique, visualiser l'ensemble de l'écoulement de Taylor-Couette de façon simultanée demande un peu d'astuce. On peut envisager d'utiliser trois caméras mais une solution plus réaliste consiste à utiliser une caméra et deux miroirs comme sur le dessin de la figure 2.10. La difficulté majeure réside ensuite dans la réalisation d'un éclairage homogène, sur  $360^\circ$  et sur la hauteur de l'écoulement tout en évitant la présence de réflexions parasites, difficulté accrue par l'utilisation de miroirs.

Les expérimentateurs adoptent généralement l'une des trois solutions suivantes pour éclairer leur écoulement : un néon linéaire placé à l'extérieur suivant l'axe des cylindres [43], un néon annulaire entourant les cylindres [59] ou une lampe placée à l'intérieur du cylindre intérieur [20].

Le néon linéaire offre un éclairage homogène suivant l'axe des cylindres mais pas suivant la circonférence. De plus il produit un reflet important suivant la génératrice du cylindre extérieur. Cette solution est souvent utilisée pour l'acquisition d'une ligne le long de l'axe des cylindres au cours du temps. La lampe placée à l'intérieur du cylindre intérieur offre un éclairage uniforme suivant la circonférence et suivant l'axe des cylindres

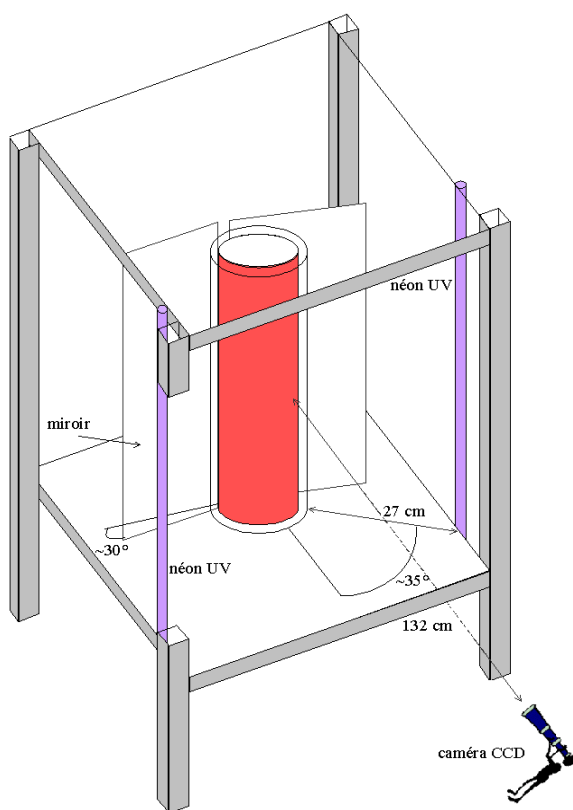


FIG. 2.10: Schéma du dispositif expérimental incluant le dispositif de visualisation.

si celui-ci n'est pas trop long. Mais la lampe ainsi placée est proche de la couche de fluide et peut donc chauffer l'écoulement dont la température ne peut être régulée par une circulation d'eau comme celle de notre dispositif. De plus, placer la lampe à l'intérieur nécessite un cylindre intérieur transparent. Coles utilise ainsi un cylindre en verre, ce qui rend le montage particulièrement délicat et fragile.

L'éclairage obtenu en utilisant un néon circulaire est uniforme selon la circonférence mais pas suivant l'axe des cylindres. Nous avons testé cette solution en fixant un néon blanc circulaire fixé 30 cm au-dessus des cylindres. La figure 2.11(a) présente une image, n'ayant subi aucun traitement, de l'ensemble de l'écoulement, pour  $\eta = 0,5$ ,  $\Gamma_z = 15$  et  $\Gamma_\theta = 9$ , avec une solution contenant 2,5% de Kallioscope, la concentration généralement utilisée pour les visualisations. La figure 2.11(b) présente l'intensité lumineuse le long des lignes blanches verticales de la figure 2.11(a)<sup>6</sup>. On remarque un fort gradient vertical ainsi

<sup>6</sup>Le décalage dans les abscisses des profils d'intensité lumineuse est lié à un effet de perspective dû à l'éloignement plus important des miroirs par rapport à la caméra.

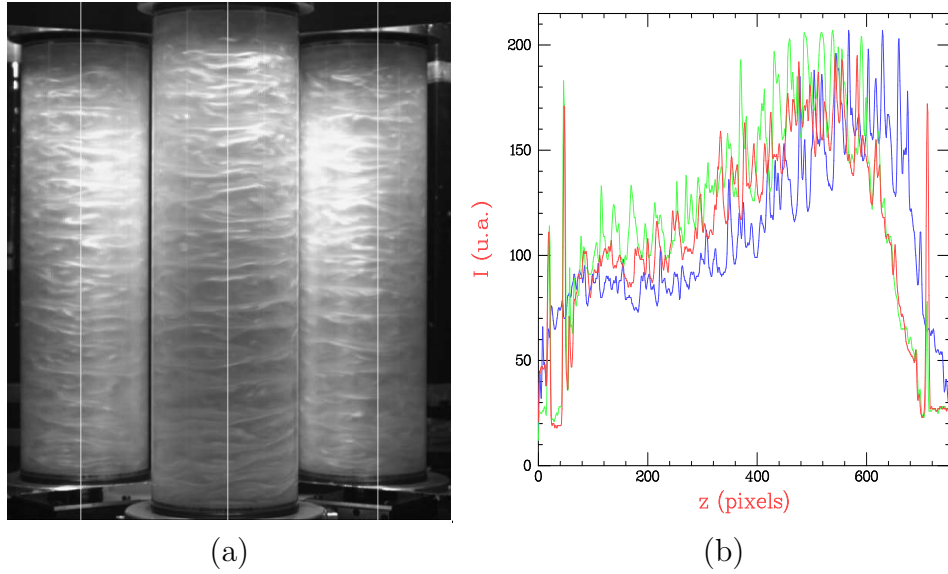


FIG. 2.11: (a) : visualisation de l'écoulement de Taylor-Couette éclairé à l'aide d'un néon blanc circulaire placé sur l'axe au-dessus des cylindres.  $\eta = 0,5$ ,  $\Gamma_z = 15$  et  $\Gamma_\theta = 9$ . (b) : profils d'intensité lumineuse obtenus le long des traits verticaux blancs de (a).

que de grandes inhomogénéités associées à des réflexions parasites qui sont bien quantifiés sur les profils de la figure 2.11(b). On peut aussi remarquer que le gradient vertical n'est pas homogène dans la direction azimutale augmentant la difficulté d'appliquer un éventuel traitement d'image.

Nous avons développé une nouvelle technique reprenant l'idée d'un éclairage intérieur utilisant les paillettes en transmission. Un film fluorescent est placé sur le cylindre intérieur et le système est éclairé par deux longs néons UV <sup>7</sup> parallèles à l'axe des cylindres (voir le schéma 2.10). Le film fluorescent réémet leur lumière dans le domaine visible et se comporte alors comme une source de lumière longitudinale intérieure. Dans cette configuration, les néons se reflètent dans le cylindre en verre. Toutefois, ces reflets ne sont pas vus par la caméra CCD qui est quasiment insensible à la gamme de longueur d'onde d'émission des néons <sup>8</sup>. Son spectre d'absorption est présenté sur la figure 2.12. Toute source de lumière parasite est également évitée.

Le résultat de cette technique d'éclairage est présenté sur la figure 2.13. La figure 2.13(a) est une image instantanée non retouchée de l'ensemble de l'écoulement pour le même régime que celui de la figure 2.11 dans le même système que précédemment et avec avec la même solution. La figure 2.13(b) présente les profils d'intensité lumineuse pris le long des traits verticaux blancs de l'image.

Comme on peut le voir sur l'image de l'écoulement, les réflexions parasites ne sont pas

<sup>7</sup>Les néons émettent autour de 376 nm dans le domaine visible proche ultra-violet.

<sup>8</sup>Ce résultat peut également être obtenu en utilisant un filtre UV.

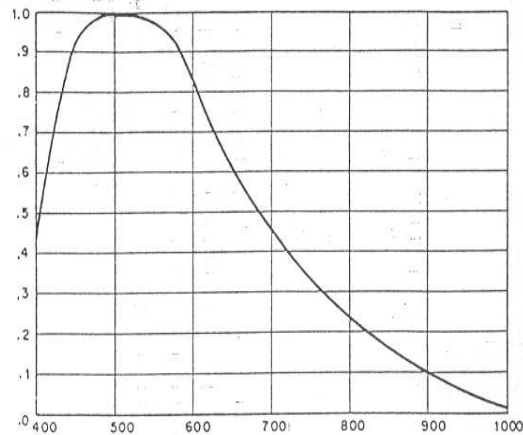


FIG. 2.12: Spectre d'absorption de la caméra CCD.

vues par la caméra et la lumière produite par le film fluorescent dans le domaine visible est homogène sur l'ensemble de l'écoulement. Ceci est confirmé par les profils d'intensité lumineuse de la figure 2.13(b) qui présentent aussi une intensité comparable quelque soit la position azimutale à laquelle ils sont pris.

Notre technique utilise les paillettes de Kalliroscope en transmission. Suivant leur orientation, la lumière non directionnelle des néons, réémise par le film fluorescent, est plus ou moins transmise à travers la couche de fluide vers la caméra qui "regarde" à l'infini. Cette technique de visualisation est une mesure intégrée sur l'épaisseur de la couche de fluide. Elle offre une visualisation de bonne qualité dans un système où l'écartement entre les cylindres est grand (comme pour le système  $\eta = 0,5$  utilisé ci-dessus) avec une solution faiblement concentrée en Kalliroscope (ici 2,5 %). Afin d'obtenir des images suffisamment contrastées dans des systèmes où l'écartement entre les cylindres est faible, comme dans  $TC_{\eta_1}$  et  $TC_{\eta_2}$ , il faut augmenter la concentration de Kalliroscope. Dans ces systèmes, nous utilisons donc une solution contenant 25 % de Kalliroscope. Comme le montre l'étude rhéologique présentée dans l'annexe A, sa viscosité est augmentée par rapport à celle de l'eau mais elle demeure Newtonienne au moins dans la gamme de cisaillement explorée.

### Acquisition des données

On procède généralement à l'acquisition de deux types d'information : des images (ou séries d'images) de l'ensemble de l'écoulement considéré et/ou des diagrammes spatio-temporels (DST) constitués de lignes de l'image acquises au cours du temps. Dans le cas de l'écoulement de Taylor-Couette, l'acquisition de diagrammes spatio-temporels d'une ligne parallèle à l'axe des cylindres se justifie par la périodicité azimutale de la spirale

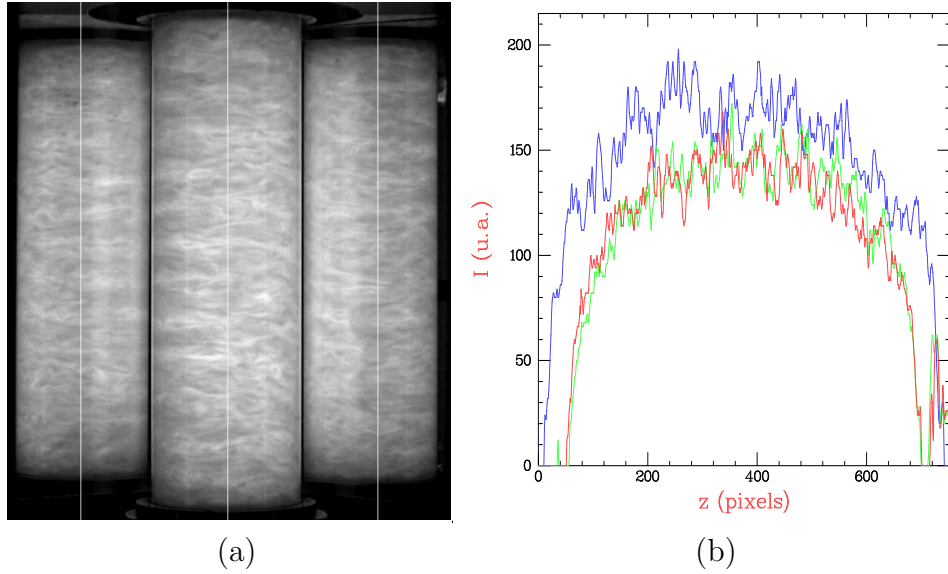


FIG. 2.13: (a) : visualisation de l'écoulement de Taylor-Couette éclairé à l'aide de néons UV parallèles à l'axe des cylindres.  $\eta = 0,5$ ,  $\Gamma_z = 15$  et  $\Gamma_\theta = 9$ . (b) : profils d'intensité lumineuse obtenus le long des traits verticaux blancs de (a).

turbulente. Nous utilisons une caméra CCD intégratrice<sup>9</sup> reliée à un ordinateur via une carte ICPCI. Les images et les DST sont échantillonnés en 256 niveaux de gris.

Les acquisitions sont réalisées grâce au programme NIKITA développé par Cécile Gasquet qui permet des enregistrements à fréquence contrôlée. Ainsi les diagrammes spatio-temporels sont acquis à une fréquence de 25 Hz et les séries d'images à une fréquence de 5 Hz.

## 2.3 Traitements

Nous détaillons maintenant les traitements réalisés sur les différents signaux que nous avons acquis. Hormis l'analyse de Fourier réalisée sur les diagrammes spatio-temporels (DST) des deux écoulements de Couette, ces traitements concernent principalement l'écoulement de Taylor-Couette.

---

<sup>9</sup>Pour l'écoulement de Couette plan, l'utilisation d'une caméra intégratrice est indispensable pour éviter tout problème de synchronisation avec la fréquence de balayage du feuillet laser.

### 2.3.1 Sur les images

Grâce aux miroirs, nous voyons la totalité de l'écoulement dans le système de Taylor-Couette. Cependant sur ces images la partie de l'écoulement vue au travers des miroirs est inversée et sa taille réduite par rapport à celle vue directement. Les images doivent donc être reconstruites. Un programme mis au point par Cécile Gasquet permet d'effectuer la reconstruction d'une image ou d'une série d'images.

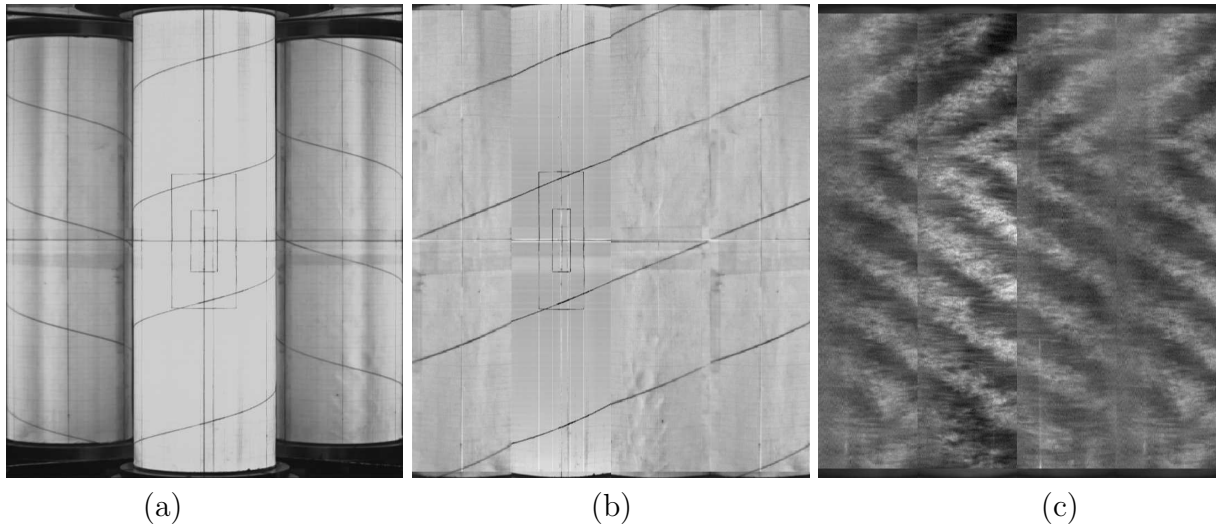


FIG. 2.14: Test d'enchaînement pour le quadrillage (a,b) et pour la spirale turbulente dans  $TC_{\eta_2}$  avec  $R_o = -850$  et  $R_i = 680$  (b).

La procédure<sup>10</sup> suivie est la suivante. Une grille dessinée sur un papier millimétré est placée sur le cylindre extérieur. Elle nous permet de réaliser l'alignement de la caméra et de repérer les coordonnées (en pixels) des trois parties qui composent la zone d'étude, notamment les deux vues par les miroirs. Ces deux parties sont ensuite retournées sur elles-même, leur taille est augmentée jusqu'à celle de la partie centrale et les effets de courbure sont corrigés. Enfin la luminosité de l'image est uniformisée en divisant ou soustrayant chaque ligne par son intensité moyenne, la moyenne étant effectuée suivant la hauteur. Le résultat de cette opération est présenté sur la figure 2.14 pour la grille et une image instantanée de la spirale turbulente à  $R_o = -850$  et  $R_i = 680$  dans  $TC_{\eta_2}$  (aussi présentée sur la figure 2.15). Afin de vérifier la qualité de l'enchaînement des trois parties, l'une de celles obtenues via les miroirs est répétée. L'enchaînement est ainsi assuré sur toute la circonférence. La figure 2.15 présente l'image avant et après reconstruction pour plusieurs écoulements dans le système de Taylor-Couette  $TC_{\eta_2}$ .

<sup>10</sup>Une procédure similaire est également utilisée par Litschke et Roesner [59].

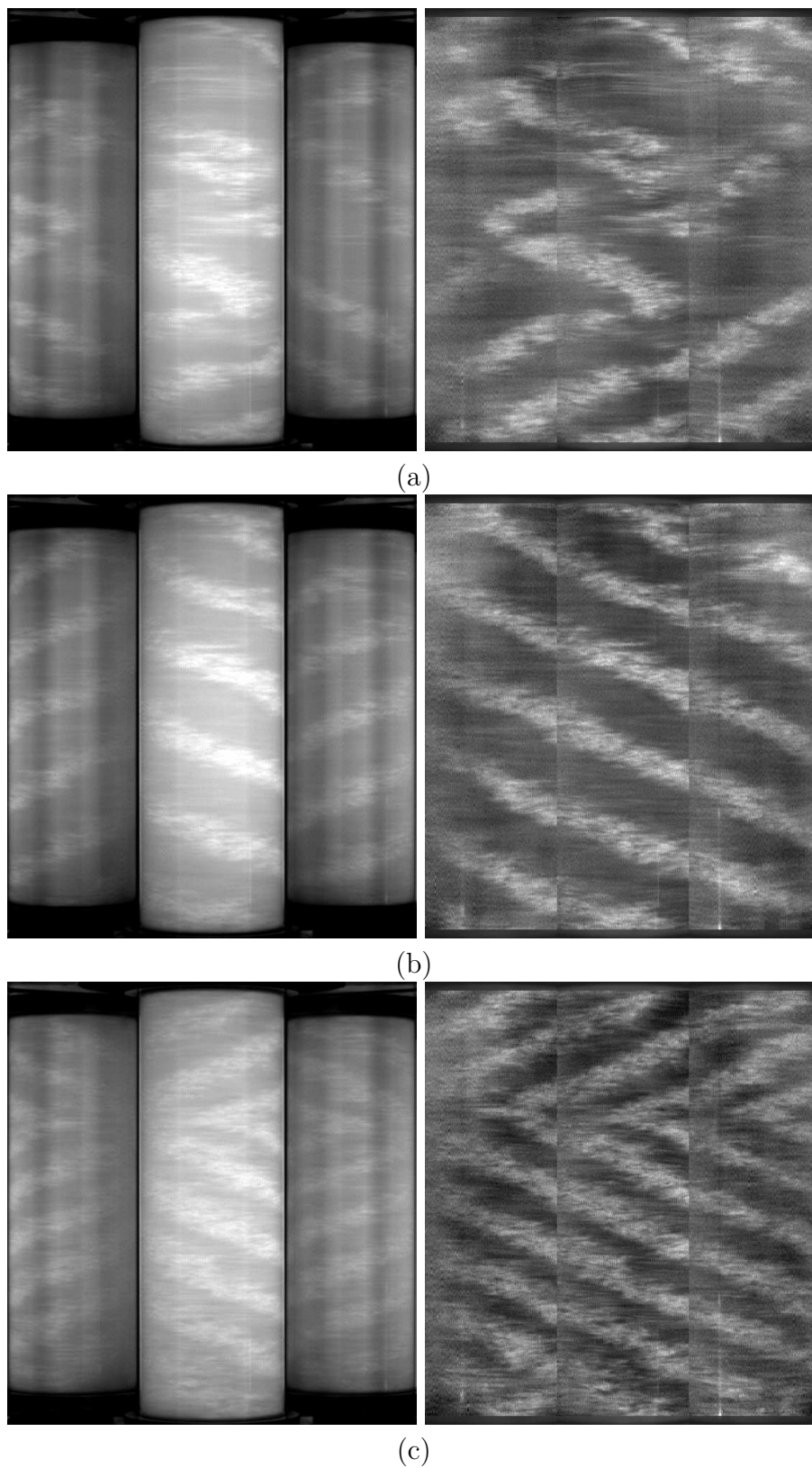


FIG. 2.15: Images brutes et reconstruites de plusieurs régimes d'écoulement dans le système  $TC_{\eta_2}$  obtenues aux nombres de Reynolds :  $R_o = -850$  et  $R_i = 610$  (a), 630 (b) et 680 (c).



### 2.3.2 Sur les diagrammes spatio-temporels

La périodicité et le mouvement des écoulements observés confèrent aux diagrammes spatio-temporels obtenus, une grande ressemblance avec ceux que l'on obtiendrait pour des ondes propagatives. Cette ressemblance apparaît de façon flagrante sur la figure 2.16 qui présente deux diagrammes spatio-temporels; l'un correspondant aux ondes hydrothermales, l'autre à la spirale turbulente. Nous avons donc recours à une technique d'analyse utilisée pour l'analyse des ondes. Nous en exposons ici le principe qui est aussi présenté par Kolodner et Williams dans [54]. Nous utilisons le programme XVin créé par Vincent Croquette et enrichi par Nicolas Garnier [41].

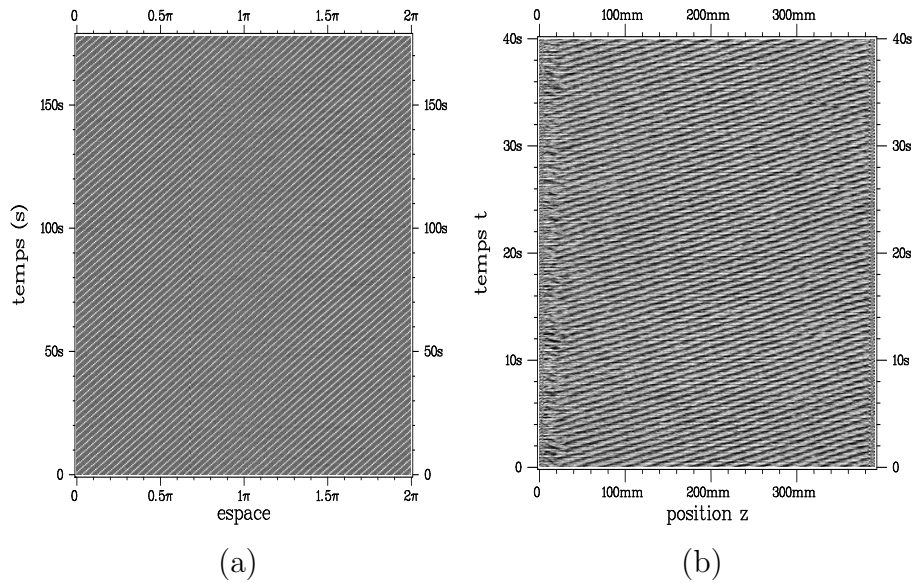


FIG. 2.16: (a) : DST des ondes hydrothermales 1D [64]. (b) : DST de la spirale turbulent dans  $TC_{\eta_1}$  pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 710$ .

Sur les diagrammes spatio-temporels, les colonnes représentent le temps et les lignes représentent l'espace, c'est-à-dire la direction de l'axe des cylindres (la hauteur) dans le système de Taylor-Couette et l'envergure (la hauteur) dans le système de Couette plan. Un DST brut est noté  $I(z, t)$ , avec  $z \in [0, L]$  et  $t \in [0, T]$  discrets et jouant des rôles identiques au niveau des traitements.

#### Normalisation

La première opération consiste à "normaliser" le DST  $I(z, t)$ . L'intensité lumineuse en chaque point est divisée par l'intensité lumineuse moyenne de la colonne <sup>11</sup>(figure 2.17(a)

<sup>11</sup>Sur les DST, les colonnes correspondent au temps.

et (b)) à laquelle il appartient. Ceci permet de rendre l'intensité lumineuse parfaitement homogène suivant  $z$ , notamment en éliminant la forme parabolique du profil d'intensité lumineuse liée à l'intensité de l'éclairage des néons plus intense en leur centre qu'aux bords. Ceci permet aussi de rendre comparable les amplitudes de variation de l'intensité lumineuse d'un DST à un autre. Le DST ainsi obtenu est dit "normalisé" et est noté  $I_n(z, t)$ . La suite des traitements est réalisée sur  $I_n(z, t)$ .

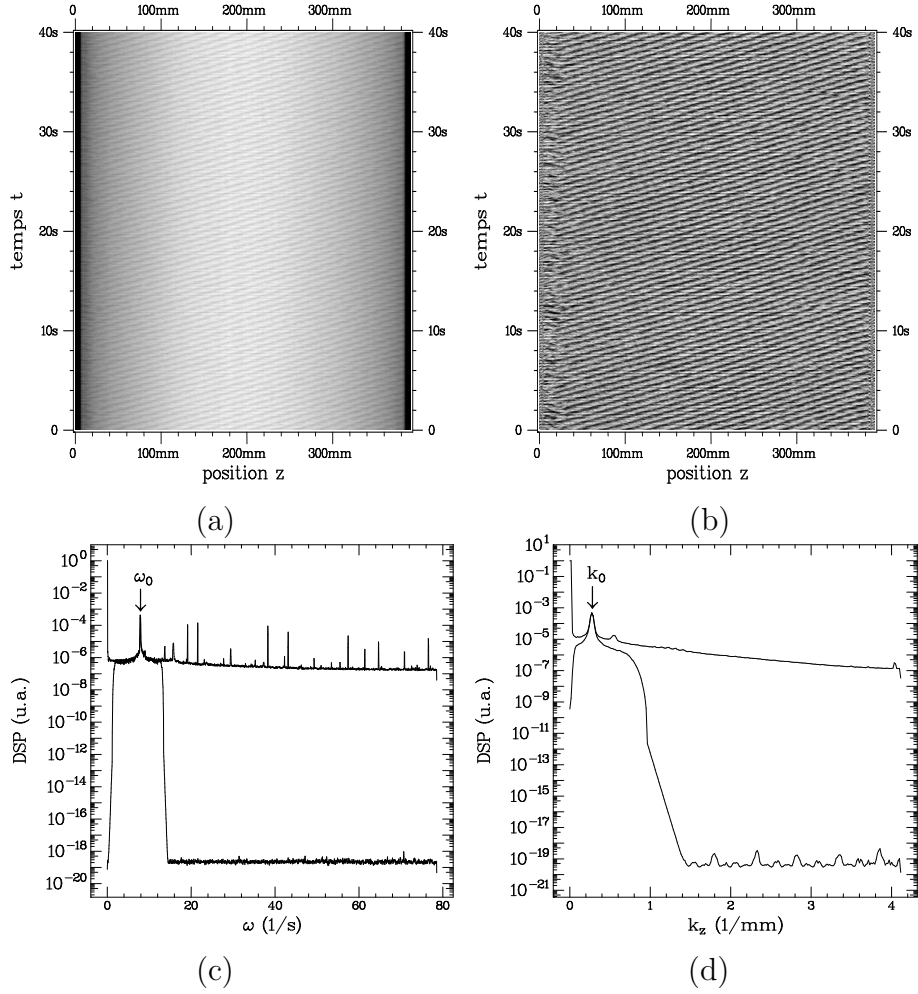


FIG. 2.17: DST brut (a) et DST normalisé (b) de la spirale turbulente dans  $TC_{\eta_1}$  pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 740$  avec les spectres, temporel (c) et spatial (d), correspondant au DST normalisé et au DST filtré.

### Recherche des fréquences

Nous commençons par rechercher les fréquences, spatiale et temporelle, qui composent le signal. Pour cela nous réalisons une transformation de Fourier de chaque ligne le

long de la direction désirée et nous calculons leur densité spectrale de puissance (DSP) :  $S(z, \omega) = |I(z, \omega)|^2$  pour le temps et  $S(k_z, t) = |I(k_z, t)|^2$  pour l'espace. Celle-ci est moyennée dans l'autre direction de façon à augmenter le rapport signal sur bruit des spectres et à obtenir une vision globale du DST. Nous avons donc les spectres moyens :

$$S(\omega) = \frac{1}{L} \int_0^L S(z, \omega) dz \quad \text{et} \quad S(k_z) = \frac{1}{T} \int_0^T S(k_z, t) dt.$$

Ceux obtenus pour le DST normalisé de la figure 2.17(b) sont présentés en 2.17(c) et 2.17(d). Sur les spectres temporels, nous repérons la fréquence  $f_0 = \omega_0/2\pi$  correspondant à l'onde ou au motif étudié, les fréquences  $f_o = \omega_o/2\pi$  et  $f_i = \omega_i/2\pi$  correspondant à la rotation des cylindres ainsi que les éventuelles harmoniques de ces fréquences. Sur les spectres spatiaux, nous repérons le nombre d'onde  $k_0$  du motif étudié seulement, la rotation des cylindres se manifestant par un signal purement temporel.

A titre d'exemple, les figures 2.18(a-f) présentent les spectres, respectivement temporel et spatial, obtenus pour des DST acquis lorsque les deux cylindres sont à l'arrêt (a,b), lorsque seul l'intérieur tourne (c,d) et lorsque seul l'extérieur tourne (e,f), le système n'étant pas rempli dans tous les cas. Alors qu'aucun pic n'apparaît sur le spectre temporel (a), des pics sont clairement présents sur (c) et (e). Ils correspondent à  $f_i$  (resp.  $f_o$ ), la fréquence de rotation du cylindre intérieur (resp. extérieur) et à ses harmoniques.

Le film fluorescent utilisé pour la visualisation génère une sur-épaisseur au niveau de la jonction de ses côtés qui mesure moins de 0,01 mm qui se manifeste par un trait vertical visible à l'oeil et à la caméra. Le cylindre extérieur est fondu autour d'un cylindre calibré lui garantissant ainsi l'homogénéité du diamètre interne à  $\pm 0,005$  mm. Par contre la précision sur l'extérieur est moins bonne et l'épaisseur de verre traversée par la lumière peut donc varier.

Les spectres spatiaux (d) et (f) présentent une bosse mal définie entre  $1 \text{ mm}^{-1}$  et  $2 \text{ mm}^{-1}$ . Nous n'avons trouvé aucune structure spatiale dont le nombre d'onde puisse lui correspondre. Elle apparaît aussi, mais dans une moindre mesure, sur le spectre (b) obtenu d'un DST acquis lorsque les deux cylindres sont à l'arrêt. Nous supposons donc qu'elle correspond à l'échelle des inhomogénéités internes du cylindre en verre et des inhomogénéités du film recouvrant le cylindre intérieur. Nous retrouverons cette bosse dans les spectres présentés au chapitre 3. Son intensité est dans tous les cas bien inférieure à celle des pics correspondant aux structures spatiales de l'écoulement.

### Transformée de Hilbert et filtrages

Une fois  $\omega_0$  et  $k_0$  déterminés, nous effectuons une transformée de Hilbert associée à un filtrage sur l'ensemble du diagramme. Cette opération est généralement effectuée le long du temps mais dans le cas de motifs quasi-stationnaires, nous l'effectuons en espace car cette direction contient alors plus de périodes. La transformée de Hilbert consiste à supprimer les fréquences négatives dans le spectre pair associé au signal "brut" réel en

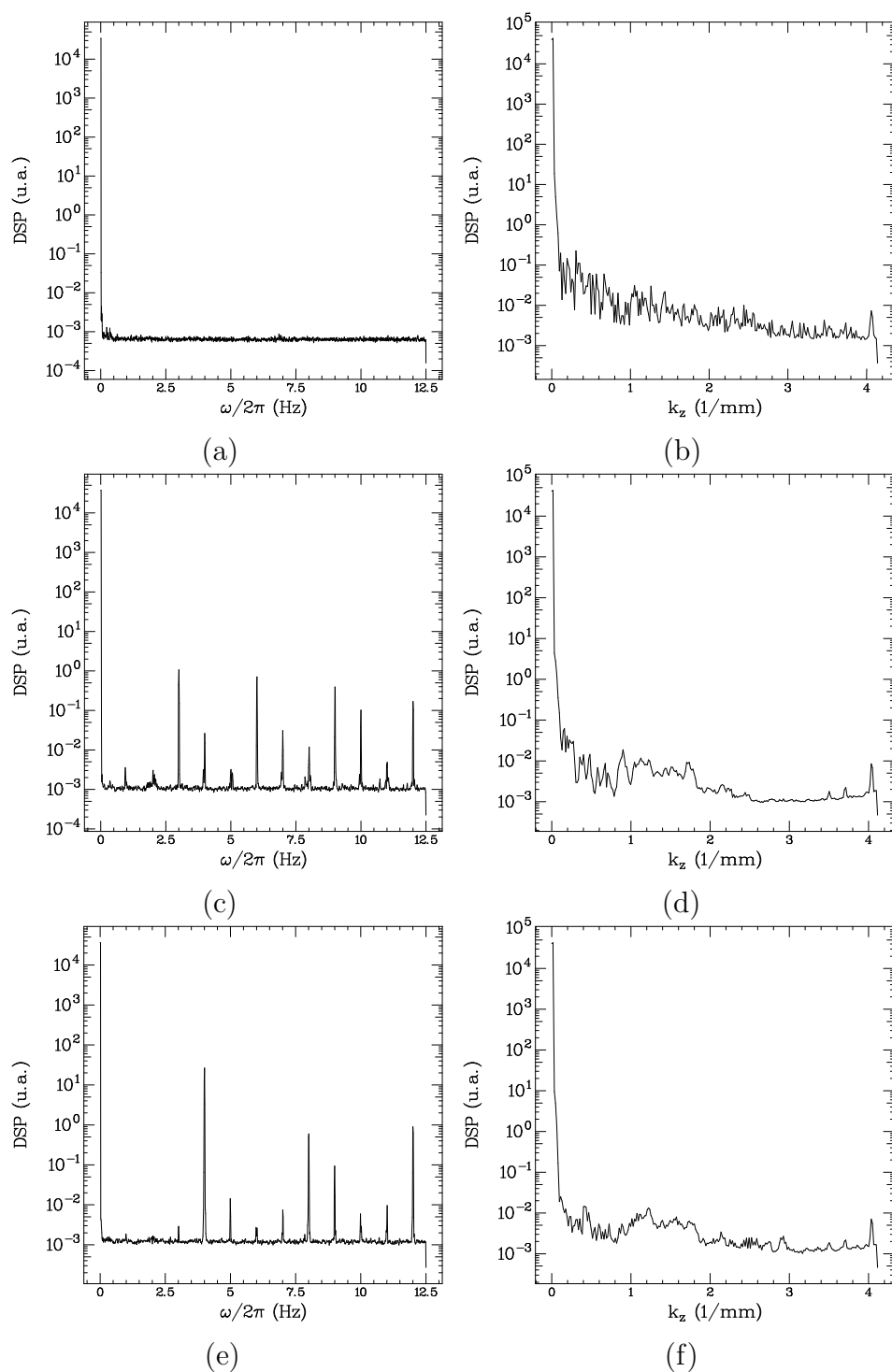


FIG. 2.18: Spectres en temps et en espace de diagrammes spatio-temporels d'une ligne verticale acquis le système n'étant pas rempli. (a,b) : cylindres à l'arrêt. (c,d) : cylindre intérieur en rotation à 3 tr/s. (e,f) : cylindre extérieur en rotation à 4 tr/s.

convoluant celui-ci avec une fonction de Heaviside. On obtient alors un signal complexe. Lors de cette opération, nous appliquons aussi un filtre passe-bande centré sur  $f_0$  qui nous permet d'éliminer les harmoniques du signal de l'onde, les signaux parasites comme ceux liés à la rotation des cylindres <sup>12</sup> et le plus de bruit possible.

Les diagrammes spatio-temporels que nous étudions présentent souvent deux signaux se propageant en sens opposés, comme deux ondes contra-propagatives. Un second filtrage permet alors de les séparer. Celui-ci est aussi un filtre passe-bande mais il est effectué en espace (ou en temps si la transformée de Hilbert et le premier filtrage ont été effectués en espace). Ces opérations peuvent se formuler de la manière suivante.

Le signal de départ  $I_n(z, t)$ , réel, peut s'écrire pour le mode principal :

$$I_n(z, t) = A_r \cos(\omega(z, t)t \pm k_z(z, t)z)$$

Après la transformée de Hilbert, nous obtenons un signal complexe qui s'écrit :

$$I_c(z, t) = A_c(z, t)e^{i(\omega(z, t)t \pm k_z(z, t)z)} \text{ avec } A_r(z, t) = 2\Re[A_c(z, t)]$$

Après les deux filtrages, nous obtenons, pour l'onde gauche ou droite, un signal complexe de la forme :

$$I_f(z, t) = A(z, t)e^{i\phi(z, t)} \quad (1)$$

### Quantités mesurées

A partir du signal complexe de l'onde 2.3.2 ci-dessus, nous nous intéressons aux trois quantités réelles suivantes :

- l'amplitude locale  $A(z, t) = |I_f(z, t)|$  (figure 2.19(d,e))
- le nombre d'onde local  $k(z, t) = \frac{\partial\phi}{\partial z} = k_0 + q(z, t)$  (figure 2.19(b))
- la fréquence locale  $\omega(z, t) = \frac{\partial\phi}{\partial t} = \omega_0 + \delta\omega(z, t)$  (figure 2.19(b))

Ces quantités se présentent sous la forme de diagrammes spatio-temporels.

---

<sup>12</sup>Il arrive que l'un des pics correspondant à la rotation des moteurs soit trop proche du pic principal de l'onde pour l'éliminer à cette étape. Dans ce cas, il est éliminé lors du deuxième filtrage.

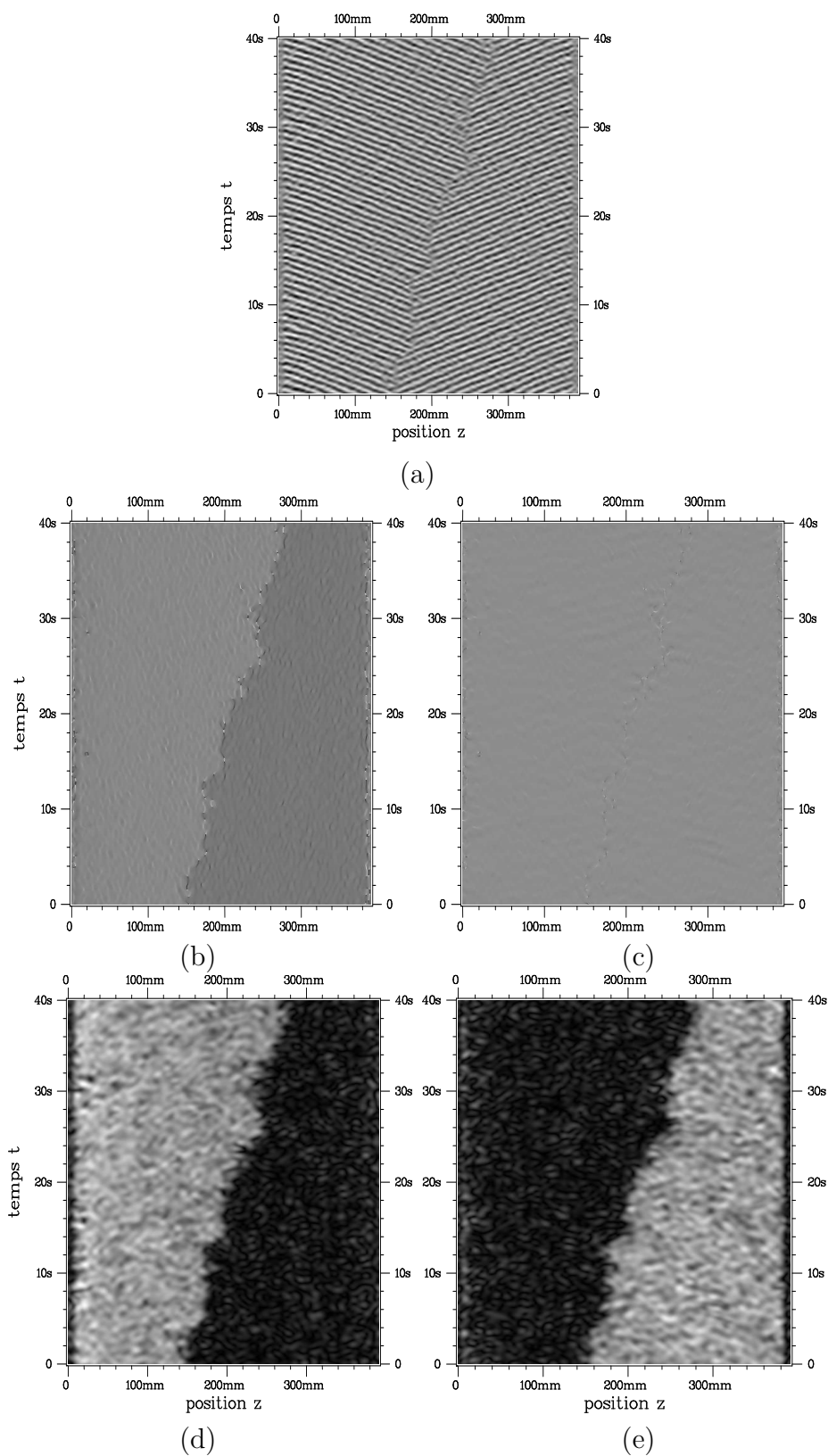


FIG. 2.19: (a) : DST filtré à partir des DST de la figure 2.17. (b-e) : DST des quantités extraites des DST filtrés. (b) : le nombre d'onde local. (c) : la fréquence. (d) : l'amplitude de l'onde gauche. (e) : l'amplitude de l'onde droite.

### Incertitudes et limites de résolution

Une grande partie des résultats présentés ci-après est basée sur l'analyse spectrale des diagrammes spatio-temporels. Il convient donc de connaître les limites de résolution et les incertitudes qui y sont liées.

- En temps

Les fréquences temporelles sont obtenues à partir des spectres par la relation :

$$f = \frac{n_t f_{acq}}{D}$$

où  $D$  est la durée de l'enregistrement (un nombre de lignes choisi égale à une puissance de 2),  $f_{acq}$  est la fréquence d'acquisition des lignes du DST (25 Hz) et  $n_t$  le nombre d'onde donné par le spectre.  $n_t$  est un nombre entier compris entre 0 et  $D/2$ . La limite de résolution  $f_l$  sur cette quantité est donc 0,5 et celle sur la fréquence :  $12,5/D$ . Nous avons travaillé dans la plupart des cas avec  $512 \leq D \leq 4096$  ce qui induit que  $0,003 \leq f_l \leq 0,01$ . Cette limite paraît raisonnable compte tenu des incertitudes sur la détermination de  $f$ . Celles-ci sont données par :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta n_t}{n_t} + \frac{\Delta f_{acq}}{f_{acq}}$$

puisque  $D$  est une quantité fixée réalisée exactement. Dans le logiciel d'acquisition  $f_{acq}$  est choisie par l'utilisateur. Nous avons travaillé avec une fréquence de consigne de 25 Hz mais celle-ci n'est pas réalisée exactement. Sur un DST il existe un écart moyen qui peut atteindre 0,2 Hz. Nous prenons donc  $\Delta f_{acq} = 0,5$  Hz.  $n_t$  est déterminé exactement mais prend une valeur entière donc nous prenons :  $\Delta n_t = 0,5$ . Sur la base de ce calcul, on obtient une incertitude de l'ordre de  $0,05 \text{ s}^{-1}$ , en moyenne, sur la vitesse angulaire  $\omega = 2\pi f$ . Le maximum,  $0,15 \text{ s}^{-1}$ , est atteint dans le système  $TC_{\eta_1}$  pour des cas où les cylindres ont des vitesses angulaires exactement ou presque opposées.

- En espace

Les nombres d'onde  $k$  sont obtenus à partir des spectres par la relation :

$$k_i = \frac{2\pi n_i T_{pix}}{512 L_i}$$

où  $L_i$  est la longueur de la zone d'étude dans la direction  $i$  considérée,  $T_{pix}$  la taille en pixels de cette zone sur l'image,  $n_i$  le nombre d'onde entier donné par le spectre et 512 correspond à la taille de l'image totale. Dans la direction axiale,  $L = 375$  mm et  $T_{pix}$  est de l'ordre de 490 pixels suivant les réglages de la caméra. En considérant 0,5 comme limite de résolution sur  $n_z$ , nous obtenons  $k_l \simeq 0,01$  pour le nombre d'onde  $k_z$ . L'incertitude sur cette quantité est donnée par :

$$\frac{\Delta k_z}{k_z} = \frac{\Delta n_z}{n_z} + \frac{\Delta T_{pix}}{T_{pix}} + \frac{\Delta L_z}{L_z}$$

où  $\Delta n_z = 0,5$ ,  $\Delta T_{pix} = 2$  pixels et  $\Delta L_z = 0,5$  mm. L'incertitude sur  $k_z$  dépend alors principalement de  $n_z$ . On trouve ainsi, par exemple,  $\Delta k_z = 0,04k_z$  pour  $n_z = 15$  et  $\Delta k_z = 0,1k_z$  pour  $n_z = 5$ .

## 2.4 Conclusion

Nous avons à notre disposition trois montages de Couette aux dimensions inégales (CP, TC $_{\eta_1}$  et TC $_{\eta_2}$ ). Nous pouvons visualiser les écoulements et mesurer les composantes, azimutale et axiale, de la vitesse dans le système TC $_{\eta_2}$ . Afin d'étudier les régimes de coexistence laminaire-turbulent dans chacun de ces systèmes, nous parcourons l'espace des paramètres de contrôle ( $R_o, R_i$ ) ou  $R_{Cp}$  et enregistrons des diagrammes spatio-temporels et des images de l'ensemble de l'écoulement ou effectuons des mesures de vitesse. Dans les systèmes de Taylor-Couette, nous parcourons ainsi des verticales ( $R_o = \text{constante}$ ), des horizontales ( $R_i = \text{constante}$ ) ou des diagonales ( $R_i = -\eta R_o, -R_o$ ).

Les observations et les résultats des mesures effectués en chaque point sont reportés dans le chapitre suivant.



# Chapitre 3

## La spirale turbulente

Après avoir présenté le diagramme de bifurcation des systèmes de Taylor-Couette  $\eta_1 = 0,983$  et  $\eta_2 = 0,963$ , nous décrivons la spirale turbulente de façon détaillée, notamment la dépendance de ses propriétés vis-à-vis des nombres de Reynolds. Nous la comparons ensuite à un écoulement similaire observé pour la première fois dans le système de Couette plan. Enfin nous terminons par une étude de la transition entre l'écoulement turbulent homogène et la spirale turbulente.

### 3.1 Diagramme de bifurcation

Dans cette partie nous décrivons les différents écoulements observés lorsqu'on varie les paramètres de contrôle  $(R_i, R_o)$  du système de Taylor-Couette pour  $\eta_1 = 0,983$  et  $\eta_2 = 0,963$ . Le diagramme de bifurcation est comparé à celui réalisé par Andereck et al. [2] pour  $\eta = 0,883$ .

#### 3.1.1 Réalisation

Pour la détermination des seuils de transition, l'espace des paramètres de contrôle  $(R_i, R_o)$  est parcouru en fixant  $R_o$  et en variant  $R_i$ . La vitesse du cylindre extérieur est portée à la valeur désirée, le cylindre intérieur étant maintenu à l'arrêt. Celui-ci est ensuite mis en rotation avec une accélération,  $\frac{dR_i}{dt} \lesssim 0,1\%R_i s^{-1}$ , telle qu'aucune hystérésis n'est observée lors de la transition de l'écoulement de Couette laminaire à l'écoulement des rouleaux de Taylor lorsque  $R_o = 0$ . La vitesse du cylindre intérieur est augmentée en effectuant des paliers proches les uns des autres de façon à encadrer les valeurs de  $R_i$  pour lesquelles il y a transition d'un écoulement à un autre. On identifie les écoulements observés par comparaison avec ceux décrits par Andereck et al. [2].

Nous obtenons ainsi le diagramme de bifurcation présenté sur la figure 3.1 pour  $\eta =$

$\eta_1 = 0,983$ . Les différents écoulements observés et les abréviations correspondantes sont répertoriés dans le tableau 3.1.1.

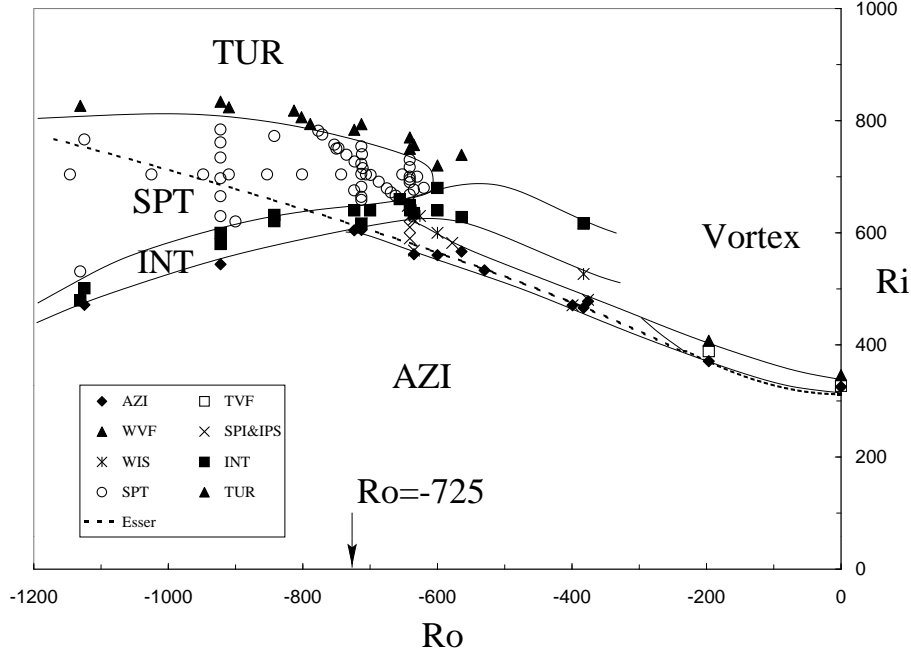


FIG. 3.1: Diagramme de bifurcation du système  $TC_{\eta_1}$ . La correspondance entre les abréviations et les écoulements est donnée dans le tableau ci-dessous. La flèche indique la valeur de  $Ro$  au dessus de laquelle on passe directement de l'écoulement azimutal à l'écoulement intermittent. La courbe en pointillés est la courbe de stabilité linéaire d'après [36] (voir 3.1.3).

Quelques remarques :

- Le protocole suivi est le même que celui suivi par Andereck et al. [2] pour la réalisation du diagramme de bifurcation pour  $\eta = 0,883$  qui est représenté sur la figure 1.4. Nous observons les mêmes écoulements mais les diagrammes sont modifiés. La comparaison détaillée est réalisée ci-dessous.
- Le diagramme de bifurcation de l'écoulement de Taylor Couette  $\eta_1 = 0,983$  a d'abord été établi en utilisant une solution faiblement dosée en kalliroscope (5 %). Cette concentration ne permet pas de réaliser des acquisitions en éclairage ultraviolet. Le diagramme a donc aussi été établi en utilisant une solution plus concentrée (25 %) dont la viscosité est plus importante que celle de l'eau. Nous ne constatons aucun changement. Cette concentration a ensuite été utilisée pour travailler dans le système de Taylor-Couette  $TC_{\eta_2}$ .

TAB. 3.1: Les différents écoulements observés dans le système de Taylor-Couette et les abréviations correspondantes

AZI	=	écoulement azimutal
INT	=	intermittence (spots turbulents)
IPS	=	spirale interpénétrante
SPI	=	vortex en spirale
SPT	=	spirale turbulente
TUR	=	écoulement pleinement turbulent
TVF	=	écoulement des vortex de Taylor
WIS	=	vortex interpénétrants en spirale ondulés
WVF	=	écoulement de vortex ondulés

- Les systèmes de Taylor-Couette  $\eta_1$  et  $\eta_2$  n'ont pas été conçus pour l'étude des écoulements avec rouleaux dont les dimensions sont de l'ordre du gap. Ceux-ci sont difficilement observables et la distinction entre les différents types de rouleaux décrits par Andereck et al. [2], délicate, n'a pas été détaillée d'où l'étiquetage indifférencié "Vortex" dans le diagramme de la figure 3.1.
- Le diagramme obtenu pour  $\eta = \eta_2 = 0,963$  est qualitativement identique à celui obtenu pour  $\eta_1$ . Seules les valeurs  $(R_o, R_i)$  auxquelles ont lieu les transitions changent et de ce fait, la diagonale  $R_i = -\eta R_o$  où la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres est nulle ne passe pas dans la région d'existence de la spirale turbulente pour le système  $\eta_2$ , fait qui aura son importance comme nous le verrons par la suite.

### 3.1.2 Description des écoulements observés

Le diagramme de bifurcation ainsi obtenu peut être divisé en cinq régions correspondant à des écoulements de nature différente.

#### L'écoulement azimutal

L'écoulement de Couette laminaire désigne l'écoulement stationnaire azimutal  $v(r, \theta, z, t) = v(r)$  solution des équations du problème et vérifiant les conditions de non glissement aux parois pour des cylindres infiniment longs. Son expression théorique déjà vue dans l'introduction est  $\vec{v} = (Ar + \frac{B}{r})\vec{e}_\theta$ . Dans un système réel où la longueur des cylindres est finie, cet écoulement est modifié par le pompage d'Ekman en haut et en bas des cylindres qui introduit une circulation non azimutale sous la forme de faibles vortex horizontaux.

Néanmoins, dans un système où  $\Gamma_z$  est grand, l'écoulement de Couette azimutal est une bonne approximation de l'écoulement réalisé à faibles vitesses. Dans le diagramme de bifurcation présenté ici, l'écoulement azimutal présent dans la région AZI désigne cet écoulement azimutal modifié. Il est observé pour les valeurs de  $R_i$  près de l'axe  $R_o$ .

Afin de tester l'importance des couches d'Ekman dans le système, le cylindre extérieur est mis en rotation à une grande vitesse après avoir laissé sédimenter le kalliroscope quelques heures. La figure 3.2 montre le résultat de cette expérience dans le système  $TC_{\eta_1}$ . Les paillettes remontent jusqu'à 2-3 centimètres au-dessus de l'extrémité de la cellule mais pas plus. Comme on pouvait s'y attendre pour un système où  $\Gamma_z$  est grand, le pompage d'Ekman a un effet limité sur l'écoulement.



FIG. 3.2: Couche d'Ekman (partie claire) dans  $TC_{\eta_1}$  pour  $\omega_o = 7$  tr/s et  $\omega_i = 0$ .

### Les écoulements de vortex

Pour  $R_o > -725$  dans le système  $TC_{\eta_1}$  et  $R_o \gtrsim -1100$  dans le système  $TC_{\eta_2}$ , lorsque  $R_i$  est supérieur à une valeur fixée  $R_{ic}$  dépendant de  $R_o$  et de  $\eta$ , l'écoulement azimutal devient instable vis à vis de rouleaux ou vortex toroïdaux. Dans les systèmes  $TC_{\eta_1}$  et  $TC_{\eta_2}$ , lorsque le cylindre extérieur est à l'arrêt ( $R_o = 0$ ), cette transition a lieu pour  $R_i = 330 \pm 5$  et  $R_i = 207 \pm 5$  respectivement. Ensuite la valeur de  $R_{ic}$  augmente avec l'augmentation en valeur absolue de  $R_o$ . La courbe  $R_{ic} = f(R_o)$  constitue la courbe de stabilité linéaire de l'écoulement de Couette cylindrique en contra-rotation (courbe en pointillé de la figure 3.1).

Près de l'axe  $R_o = 0$ , l'axe des tores formés par les rouleaux est confondu avec l'axe des cylindres et l'écoulement obtenu (indépendant de  $t$  et  $\theta$ ) est appelé écoulement des vortex de Taylor (TVF). La figure 3.3(a) est une photo de cet écoulement prise dans le système de Taylor-Couette avec  $\eta = 0,963 = \eta_2$ . Pour  $R_o$  plus petit ( $R_o < -300$ ), l'axe des rouleaux est incliné et les rouleaux forment une hélice qui s'enroule suivant l'axe des cylindres. C'est l'écoulement des vortex en "spirale" (SPI). Si le signe de l'hélicité varie suivant la hauteur, on obtient des hélices s'interpénétrant et l'écoulement est appelé "spirale interpénétrante" (IPS). La figure 3.3(b) montre une photographie de cet écoulement prise dans le système  $TC_{\eta_2}$ .

Si le nombre de Reynolds  $R_i$  est augmenté au-dessus de  $R_{ic}$ , les rouleaux peuvent eux-mêmes se déstabiliser. La première déstabilisation se traduit par une modulation azimutale de ceux-ci. Si l'état de base est l'écoulement des vortex de Taylor, on obtient l'écoulement de vortex ondulés (WVF), si l'état de base est la spirale interpénétrante, on obtient des vortex interpénétrants en spirale ondulés (WIS). Une photographie de

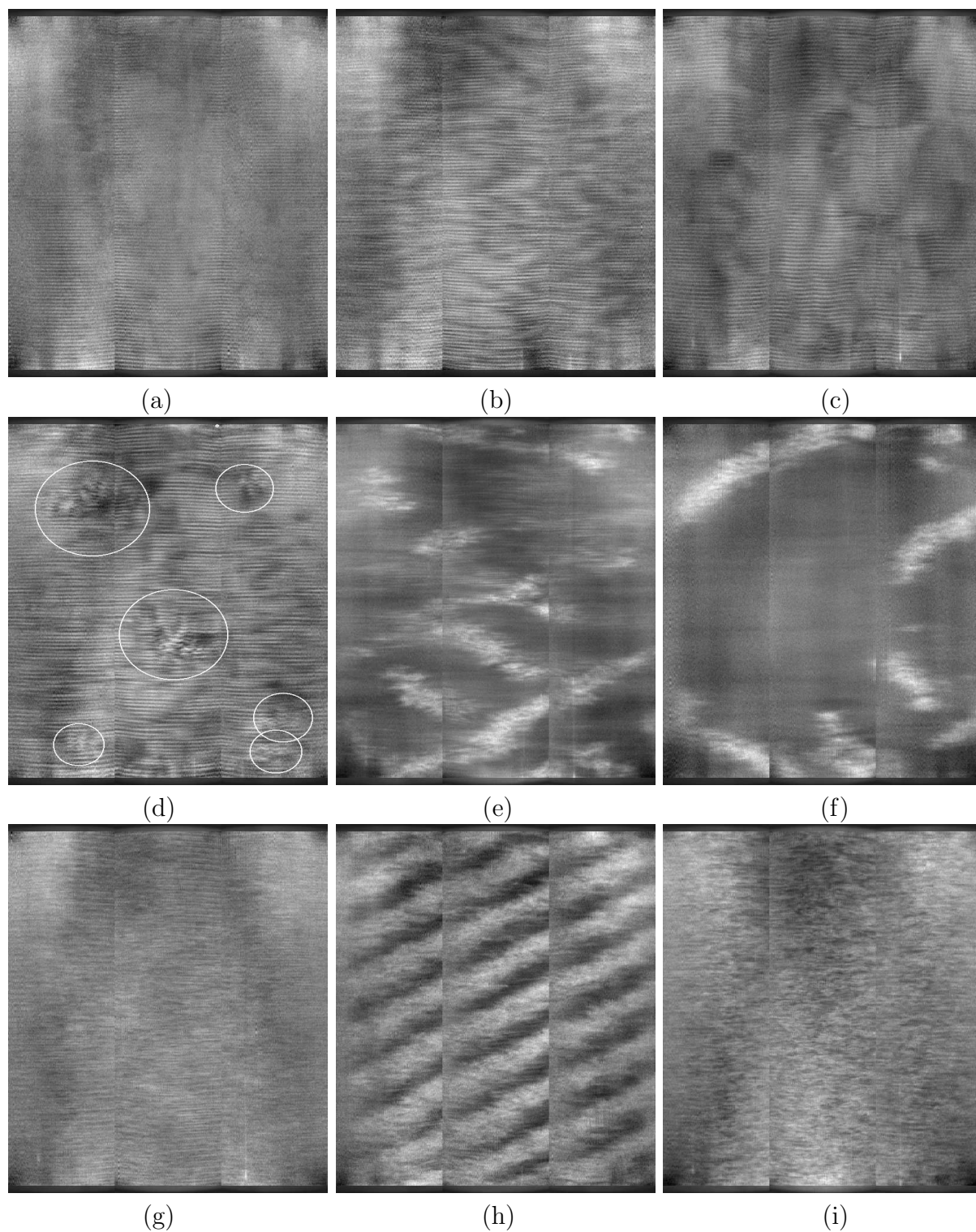


FIG. 3.3: Les différents régimes d'écoulement dans  $TC_{\eta_2}$ . (a) : TVF pour  $R_o = -200$  et  $R_i = 300$ . (b) : IPS pour  $R_o = -400$  et  $R_i = 400$ . (c) : WVF pour  $R_o = -200$  et  $R_i = 350$ . (d) : spots de vibration pour  $R_o = -400$  et  $R_i = 475$ . (e) : spots turbulents pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 600$ . (f) : bandes turbulentes intermittentes pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 590$ . (g) : TTV pour  $R_o = 0$  et  $R_i = 2000$ . (h) : SPT pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 790$ . (i) : TUR pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 790$ .

ce dernier obtenue dans le système  $TC_{\eta_2}$ , est donnée en figure 3.3(c). Si l'on continue d'augmenter  $R_i$ , d'autres écoulements plus compliqués apparaissent jusqu'à ce que les rouleaux deviennent turbulents. On a alors l'écoulement des vortex de Taylor turbulents (TTV) illustrés sur la photographie 3.3(g). Dans cette partie du diagramme (notée Vortex), la structure en rouleaux de l'écoulement se conserve mais la taille et donc le nombre de rouleaux varient avec les nombres de Reynolds  $R_i$  et  $R_o$ .

La figure 3.4 donne la variation de la longueur d'onde d'une cellule élémentaire composée de deux vortex en contra-rotation en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = 0$  dans les systèmes  $TC_{\eta_1}$  et  $TC_{\eta_2}$ . La longueur d'onde augmente avec  $R_i$  puis sature vers une valeur de  $\lambda_z/d$  commune aux deux systèmes. On observe un décalage en  $R_i$  entre les deux courbes qui correspond à la variation du seuil  $R_{ic}$  avec  $\eta$ .

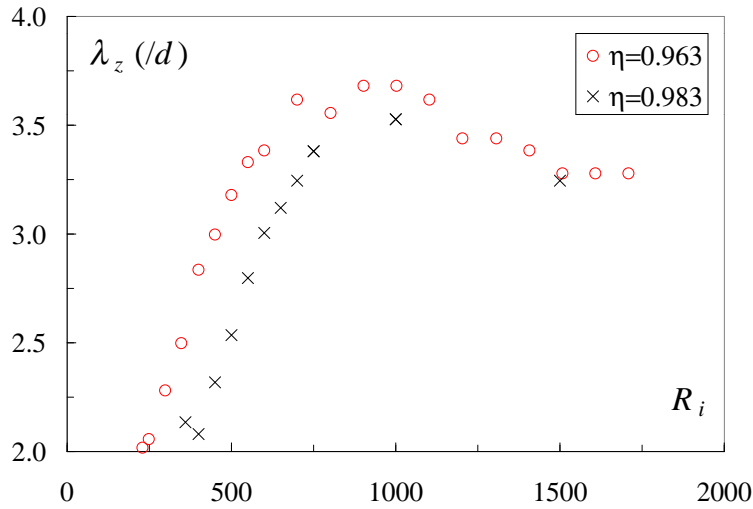


FIG. 3.4: Longueur d'onde  $\lambda_z$ , composée de deux vortex en contra-rotation, adimensionnée par le gap  $d$ , en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = 0$ . Les croix correspondent aux longueurs d'onde obtenues dans  $TC_{\eta_1}$  et les ronds à celles obtenues dans  $TC_{\eta_2}$ .

La figure 3.5 donne la variation de  $\lambda_z/d$  en fonction de  $R_i$  pour plusieurs  $R_o$  dans le système  $TC_{\eta_2}$ . Quel que soit  $R_o$ ,  $\lambda_z$  augmente d'abord avec  $R_i$  puis sature. L'écoulement conserve donc sa structure en rouleaux tout le long de l'axe  $R_i$ , dans la plage étudiée [58, 57].

La figure 3.6 donne la variation de la longueur d'onde en fonction de  $R_o$  pour  $R_i = 700$  et  $R_i = 1000$  dans le système  $TC_{\eta_1}$  et  $R_i = 700$  dans le système  $TC_{\eta_2}$ . La longueur d'onde diminue avec  $R_o$  de la même façon quelques soient  $R_i$  et  $\eta$ . En fait lorsqu'on se déplace suivant  $R_o$  à  $R_i$  donné, l'écoulement tend à perdre sa structure en rouleaux pour les grandes valeurs de  $R_o$ . C'est ainsi que l'écoulement devient pleinement turbulent (turbulence sans structure) à grands  $R_i$  et  $R_o$ . Ceci se vérifie très bien sur les spectres en

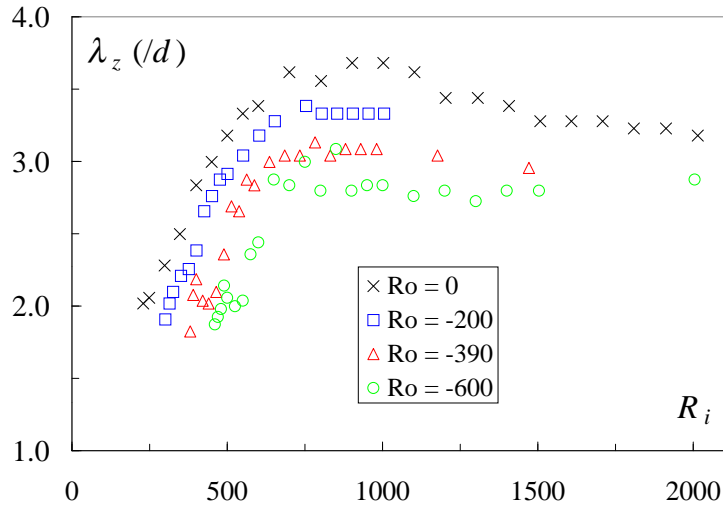


FIG. 3.5: Longueur d'onde  $\lambda_z$  adimensionnée par le gap  $d$ , mesurée dans  $\text{TC}_{\eta_2}$ , en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = 0$  ( $\times$ ),  $R_o = -200$  ( $\square$ ),  $R_o = -390$  ( $\triangle$ ) et  $R_o = -600$  ( $\circ$ ).

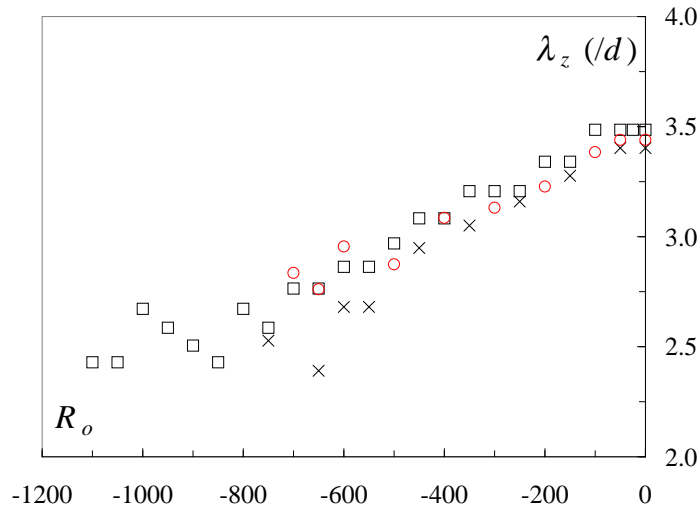


FIG. 3.6: Longueur d'onde de la cellule élémentaire  $\lambda_z$  adimensionnée par le gap  $d$ , en fonction de  $R_o$  pour  $R_i = 700$  ( $\times$ ),  $R_i = 1000$  ( $\square$ ) dans  $\text{TC}_{\eta_1}$  et  $R_i = 700$  ( $\circ$ ) dans  $\text{TC}_{\eta_2}$ .

espace de la figure 3.7 obtenus dans le système  $\text{TC}_{\eta_1}$  pour  $R_i = 1000$  et pour différents  $R_o$ . Ils s'élargissent et leur hauteur diminue lorsque  $R_o$  augmente confirmant la disparition de toute structuration spatiale de l'écoulement.

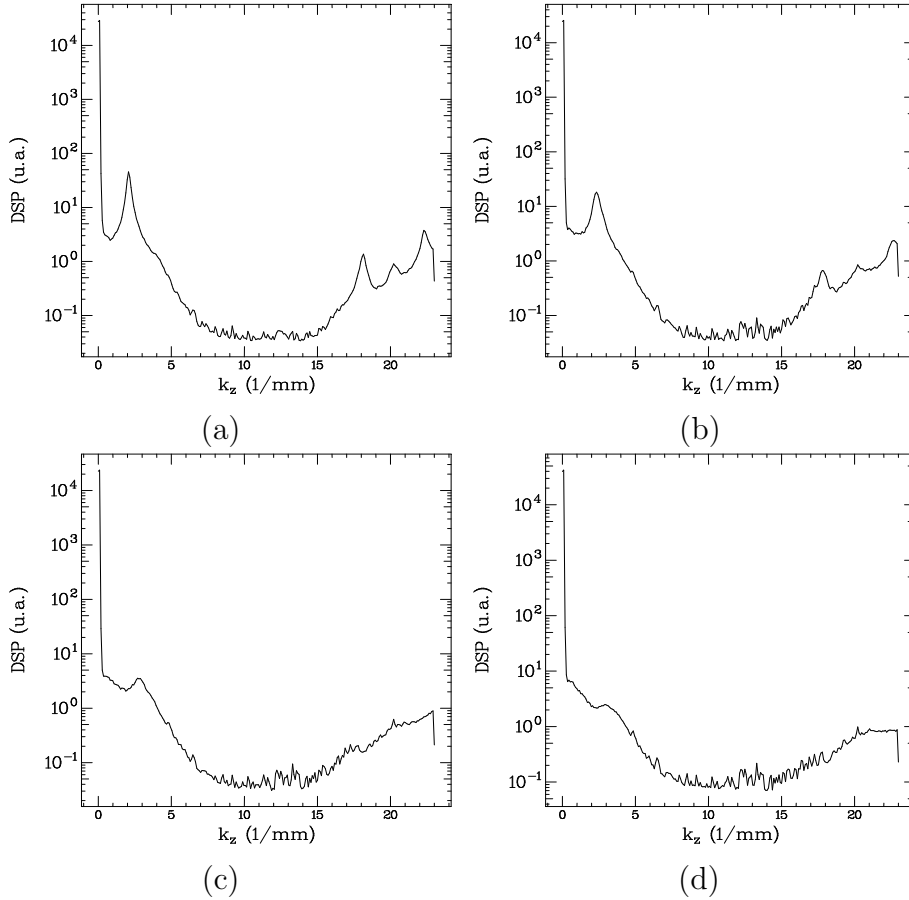


FIG. 3.7: Spectres en espace obtenus pour le régime de rouleaux turbulents dans le système  $TC_{\eta_1}$ .  $R_i = 1000$ ,  $R_o = 0$  (a),  $R_o = -400$  (b),  $R_o = -800$  (c) et  $R_o = -1100$  (d).

### L'écoulement intermittent

Il est observé dans la région notée "INT" sur le diagramme de l'espace des phases. Comme son nom l'indique, il se caractérise par un écoulement intermittent en espace et en temps. Dans cette région d'existence, deux zones, où l'écoulement intermittent a des caractéristiques différentes, sont à distinguer.

- $R_o > -725$  dans  $TC_{\eta_1}$  :

La région d'existence de l'écoulement intermittent est au-dessus de la courbe de stabilité linéaire. L'écoulement se présente alors sous la forme de rouleaux se déstabilisant localement de façon aléatoire en espace et en temps définissant des petits domaines à la durée de vie limitée et pouvant se déplacer. Près de l'axe  $R_i$ , la déstabilisation des rouleaux prend la forme d'une modulation haute fréquence limitée à quelques rouleaux sur une petite portion de leur circonférence. Les rouleaux continuent d'exister au sein et



autour des domaines. Près de  $R_o = -725$ , la déstabilisation des rouleaux se traduit par la formation de domaines turbulents. Au sein de ces domaines, l'écoulement est turbulent. Autour des domaines, les rouleaux disparaissent et seuls des structures tourbillonnaires créées aux bords de ceux-ci et un éventuel sillage sont visibles. Des photographies de ces écoulements prises dans le système  $\eta_2$  sont données sur la figure 3.3 (photos d et e). Ces observations concernant l'apparition des domaines turbulents aussi appelés "bouffées turbulentes" au sein de l'écoulement de vortex, concordent avec le mécanisme décrit par Marcus et Coughlin [23].

- $R_o < -725$  dans  $TC_{\eta_1}$  :

On n'observe pas de déstabilisation de l'écoulement de Couette vis-à-vis des rouleaux. Un écoulement intermittent, précédant l'instabilité linéaire, se met en place de façon sous-critique. Il est caractérisé par l'apparition de domaines turbulents issus des extrémités des cylindres qui jouent le rôle de sources de perturbations d'amplitude finie permettant de déstabiliser l'écoulement de Couette laminaire avant qu'il ne subisse les effets de l'instabilité linéaire. Une photographie de cet écoulement est donnée sur la figure 3.3(f).

En dehors des domaines turbulents, aucune structure n'est visible dans l'écoulement. Ils sont généralement étirés sous la forme de bandes inclinées se propageant au coeur de l'écoulement laminaire à partir des extrémités des cylindres.

### La spirale turbulente

La spirale turbulente est observée dans la région SPT du diagramme des phases entre l'écoulement intermittent (INT) et l'écoulement turbulent (TUR). Elle consiste en une alternance de bandes turbulentes et laminaires s'enroulant autour de l'axe des cylindres. Une photographie de spirale turbulente est donnée sur la figure 3.3(h) pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 790$  dans  $TC_{\eta_2}$ . Ses propriétés varient en fonction de la position  $(R_i, R_o)$  dans la région SPT du diagramme de bifurcation. Sa description détaillée fait l'objet de la partie 3.2 de ce chapitre.

### L'écoulement turbulent

Par écoulement turbulent, on désigne l'écoulement observé à grands  $R_i$  et  $R_o$  dans la région étiquetée TUR dans le diagramme de bifurcation. Comme le montre la photographie de la figure 3.3(i), prise dans le système  $TC_{\eta_2}$ , il est caractérisé par l'absence apparente de structures à grande échelle et de ce fait est aussi appelé écoulement pleinement turbulent ou turbulence homogène.

Les spectres d'intensité lumineuse de la figure 3.8, réalisés en temps et en espace sur les diagrammes spatio-temporels de cet écoulement dans les deux systèmes, confirment

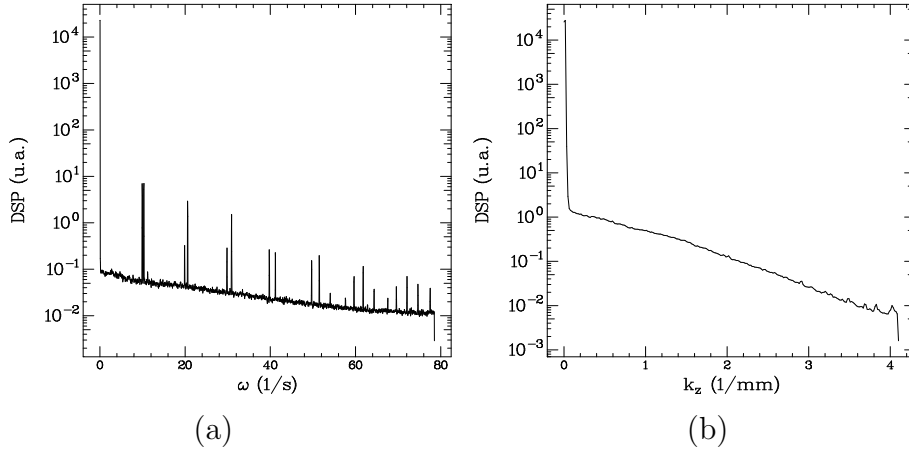


FIG. 3.8: Spectres, temporel (a) et spatial (b), obtenus à partir du DST acquis à  $R_o = -850$  et  $R_i = 790$  dans  $TC_{\eta_2}$  et correspondant à la photographie de la figure 3.3(i).

l'absence de structures. Aucun pic n'est visible sur ces spectres en dehors des pics correspondant à la rotation des cylindres sur les spectres temporels <sup>1</sup>.

### 3.1.3 Comparaisons

#### Le diagramme de bifurcation

Le diagramme de bifurcation obtenu pour  $\eta_1$  est comparé à celui réalisé par Andereck et al. [2] représenté sur la figure 1.4. Dans l'expérience d'Andereck, les rapports d'aspect et le rapport des rayons  $\eta$  sont plus petits :  $\Gamma_z = 30$ ,  $\Gamma_\theta = 50$  et  $\eta = 0,883$ . Les mêmes écoulements sont observés mais leur localisation dans l'espace des paramètres de contrôle est fonction de  $\eta$ , ce que confirment aussi nos observations dans  $TC_{\eta_1}$ .

Tout d'abord les seuils de stabilité linéaire augmentent avec  $\eta$ , quand  $\eta$  s'approche de 1. Ceci concerne aussi bien le cas  $R_o = 0$  que ceux pour  $R_o \neq 0$ .

Les régions de coexistence laminaire-turbulent s'étendent pour des valeurs de  $R_o$  plus grandes pour  $\eta$  plus proche de 1.

Deux sortes de transition sont possibles suivant que l'on se trouve à une valeur de  $R_o$  supérieure ou inférieure à  $-725$ . Pour  $R_o > -725$ , l'écoulement azimuthal devient instable vis-à-vis d'écoulement avec rouleaux et pour  $R_o < -725$ , il se transforme directement en écoulement intermittent. Dans le système  $\eta = 0,883$  de Andereck, l'écoulement azimuthal subit toujours l'instabilité linéaire qui fait apparaître les rouleaux avant de présenter de

<sup>1</sup>Il convient de noter ici les limites de résolution spatiale et temporelle pour l'acquisition des diagrammes spatio-temporels. En espace,  $l_s(mm) \in [0,76 : 375]$  et en temps  $f(Hz) \in [0 : 25]$ . L'absence de structures s'entend dans ces limites de résolution.

l'intermittence lorsque  $R_i$  est augmenté.

L'ensemble de ces observations permet de dégager la tendance générale suivante. Quand  $\eta$  tend vers 1, l'écoulement présente un caractère de plus en plus propre aux transitions sous-critiques. Ceci s'accorde bien avec le fait que lorsque  $\eta \rightarrow 1$ , l'écoulement de Taylor-Couette tend formellement vers l'écoulement de Couette plan. Il est à noter que cette tendance est d'autant plus forte que  $|R_o|$  est grand, ce qui reste à éclaircir.

### La courbe de stabilité linéaire

L'apparition des rouleaux est donnée par le calcul de stabilité linéaire de l'écoulement de Couette. Par considérations de symétrie, les solutions de l'écoulement perturbé sont cherchées sous la forme :

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \hat{u}(r)e^{st+ikz+im\theta} \\ p &= \hat{p}(r)e^{st+ikz+im\theta}\end{aligned}$$

où  $s = \sigma - i\omega$  est la valeur propre complexe,  $k$  et  $m$  les nombres d'onde axial et azimutal. Ainsi l'écoulement des vortex de Taylor forme un motif pour lequel  $m$  et  $\omega$  sont nuls et qui se répète dans la direction axiale avec la longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k$ .

Depuis les premiers calculs de stabilité linéaire de l'écoulement de Couette réalisés par Taylor en 1923 [75], d'autres auteurs se sont penchés sur ce problème [56, 66, 35, 73, 80, 68, 46, 14]. Ils ont notamment calculé la valeur  $R_{ic}$  pour laquelle les rouleaux apparaissent lorsque  $R_o = 0$  pour différentes valeurs de  $\eta$ . Ces valeurs sont reportées en noir sur la figure 3.9. Sur ce graphe, sont également représentés les seuils expérimentaux trouvés dans la bibliographie (les petits points rouges) et les seuils obtenus dans cette étude (les points bleus).  $R_{ic}$  a un comportement très singulier au voisinage de 1 qui s'accorde avec les remarques concernant le diagramme de bifurcation. En effet, l'écoulement de Couette plan, vers lequel tend l'écoulement de Taylor-Couette quand  $\eta \rightarrow 1$ , est linéairement stable quelque soit le nombre de Reynolds [69]. On s'attend donc à ce que  $R_{ic}$  diverge à la limite  $\eta \rightarrow 1$ .

A partir du nombre de Taylor critique  $T_c = 3390$  calculé par Chandrasekhar [14] dans le cas limite d'un faible gap, on peut déduire une expression donnant  $R_{ic}$  en fonction de  $\eta$  :

$$R_{ic} = \frac{1}{2} \sqrt{3390 \left( \frac{1+\eta}{1-\eta} \right)}$$

La courbe  $R_{ic} = f(\eta)$  donnée par cette expression est représentée en bleu sur le graphe de la figure 3.9. Elle donne des valeurs proches points calculés pour  $\eta$  proche de 1, mais ne convient pas pour les valeurs petites de  $\eta$ .

Snyder [71] donne une formule empirique qui est en bon accord avec les données numériques avec moins de 5% d'erreur pour  $\eta < 0,95$ , mais dont l'origine est inconnue.

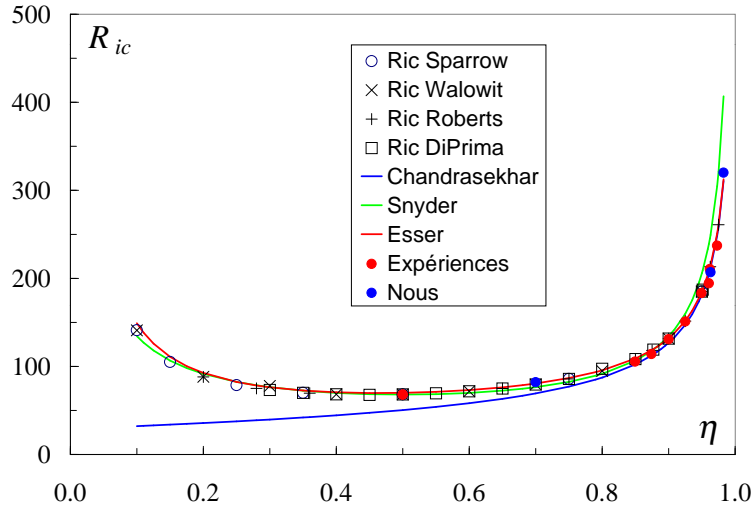


FIG. 3.9: Compilation de seuils  $R_{ic}$  ( $R_o = 0$ ) obtenus par : l'analyse de stabilité linéaire, des formules empiriques ou l'expérience. Ils sont présentés en fonction de  $\eta$ .

Elle s'écrit :

$$R_{ic} = 27\eta(1 - \eta)[(1 - \eta)\eta]^{-5/3}$$

et est tracée en vert sur le graphe.

Plus récemment, Esser et Grossmann [36] ont donné une expression analytique donnant la courbe de stabilité pour tout  $\eta$  et tout  $R_o$ . Ils partent du critère de stabilité de Rayleigh pour un écoulement non visqueux dont l'argument physique repose sur l'échange de position virtuel entre deux anneaux de fluide voisins. Ils prennent en compte la viscosité qui entraîne une perte d'énergie cinétique. L'instabilité est alors possible si la variation d'énergie cinétique induite par l'échange de position des anneaux initialement placés en  $r_p$  et  $r_p + \delta r$ , qu'ils situent près du centre du gap, est supérieure à la perte d'énergie par dissipation. Ils tiennent aussi compte de la présence de la surface nodale en contra-rotation, l'écoulement étant instable entre le cylindre intérieur et cette surface. Ils ajoutent une pénétration des rouleaux dans la couche Rayleigh-stable et imposent un raccordement différentiable. Ils obtiennent, pour la détermination de  $R_{ic}$  ( $R_o = 0$ ) en fonction de  $\eta$ , la formule suivante :

$$R_{ic} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{1 + \eta^2}{2\eta\sqrt{(1 - \eta)(3 + \eta)}}$$

$\alpha$  est une constante qu'ils déduisent de la détermination de  $R_{ic}$  dans la limite du faible gap ( $\eta \rightarrow 1$ ) à partir du nombre de Taylor critique donné par Chandrasekhar [14]<sup>2</sup> quand

<sup>2</sup>Ils utilisent la valeur  $T_c = 3416$ . Le calcul du nombre de Taylor critique pour  $\mu = 0$  donne  $T_c = 3390$ . La courbe représentée ici utilise cette dernière valeur.

$R_o = 0$ . La courbe donnée par cette expression est tracée en rouge sur le graphe de la figure 3.9. Elle est en excellent accord avec les valeurs théoriques et expérimentales.

La courbe de stabilité en fonction de  $R_o$ , obtenue pour  $\eta = 0,983$  à partir de leur expression, a été représentée en pointillés sur le diagramme de bifurcation de la figure 3.1. Elle s'accorde parfaitement avec les valeurs de seuil trouvées expérimentalement. L'expression trouvée par Esser et Grossmann permet donc de prédire le seuil de stabilité linéaire avec une bonne précision, au moins dans le cas  $\eta \rightarrow 1$ , toutefois sans préciser quel mode apparaît (TVF ou SPI)<sup>3</sup>. Il convient cependant de rappeler que, comme nous l'avions mentionné au chapitre 1 et comme nous venons de le voir dans la description du diagramme, la turbulence peut apparaître (et exister) sous le seuil de stabilité linéaire...

### Les vortex

Les écoulements de vortex ont été longuement étudiés depuis les premiers travaux de Taylor [75], et principalement ceux observés lorsque  $R_o = 0$ . Il existe donc une littérature abondante sur laquelle nous pouvons nous appuyer pour comparer nos résultats concernant la dépendance de la longueur d'onde axiale des rouleaux en fonction des nombres de Reynolds. En particulier, nous évoquerons les articles de Taylor [75] et Coles [20] et le livre de Koschmieder [55].

- Lorsque  $R_o = 0$  :

Si l'on considère l'ensemble des écoulements de vortex sans faire de distinction entre les différents régimes (TVF, WVF, TTV) comme nous l'avons fait pour les courbes présentées au 3.1.2, nous voyons que la longueur d'onde des rouleaux augmente avec  $R_i$  puis finit par devenir constante à  $R_i$  grand. En effet, Coles a montré que la longueur d'onde des rouleaux dans le régime WVF augmente quand  $R_i$  augmente. Koschmieder a montré que la longueur d'onde des rouleaux de Taylor reste constante jusqu'à  $10R_{ic}$  dans un système où  $\eta = 0,727$  ou  $0,505$  si le nombre de Reynolds est augmenté de façon quasi-statique. Toutefois, il montre qu'elle augmente puis reste constante à  $R_i$  grand pour le régime des vortex de Taylor turbulents. Le régime TVF étant observé sur un intervalle de  $R_i$  dont la longueur décroît quand le rapport des rayons tend vers 1, le résultat que nous présentons sur la figure 3.4 est conforme à ce qu'on attend pour une séquence TVF-WVF-TTV.

Coles et Koschmieder ont montré la non-unicité de l'état observé à un  $R_i$  donné. Ceci est particulièrement vrai pour les rouleaux de Taylor modulés dont l'état est caractérisé non seulement par la longueur d'onde axiale mais aussi par le nombre d'onde azimutal. Recensant le nombre d'états accessibles pour un  $R_i$  donné, Coles a montré que celui-ci peut atteindre 26. Il en a déduit la notion d'un état attendu ou préféré donné par la moyenne de ceux observés. Nous n'avons pas effectué plusieurs mesures à un nombre de Reynolds  $R_i$  donné, les valeurs de longueur d'onde axiale que nous présentons sont à

---

<sup>3</sup>D'après Faisst et Eckhard [37], il semble que lorsque  $\eta \rightarrow 1$ , le mode le plus instable soit celui des rouleaux inclinés SPI et ce dès  $R_o = 0$ .

considérer comme l'un des états possibles au  $R_i$  considéré. Toutefois cela n'enlève rien au résultat de la figure 3.4.

- Lorsque  $R_o \neq 0$  :

A notre connaissance, la variation de la longueur d'onde axiale des rouleaux en fonction de  $R_i$ , n'a pas été étudiée lorsque  $R_o \neq 0$ . On peut toutefois citer les travaux de Taylor concernant la longueur d'onde critique des rouleaux de Taylor. Il a vérifié que celle-ci diminue quand  $R_o$  augmente. Ce résultat prévisible du fait de la diminution de la couche Rayleigh-instable dans les régimes de contra-rotation, se retrouve sur la figure 3.5.

## 3.2 La spirale turbulente : description quantitative

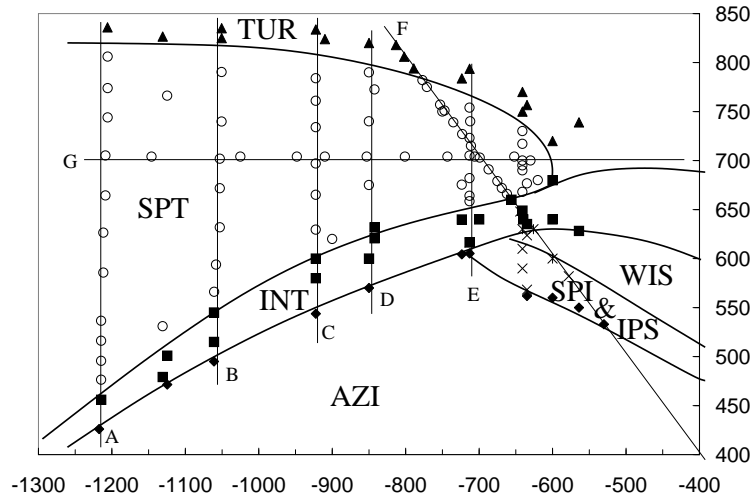


FIG. 3.10: Zoom sur la région d'existence de la spirale turbulente dans le diagramme de bifurcation du système  $TC\eta_1$ . La correspondance entre les abréviations et les écoulements reste inchangée par rapport au tableau 3.1.1.

Nous allons maintenant décrire de façon détaillée le régime de la spirale turbulente, notamment la dépendance de ses propriétés vis-à-vis des paramètres de contrôle  $R_i$  et  $R_o$ . Dans le système de Taylor-Couette à grands rapports d'aspect, elle se présente sous la forme de bandes de turbulence régulièrement espacées qui s'enroulent plusieurs fois autour de l'axe des cylindres. Cela se traduit par un motif, périodique dans les directions axiale et azimutale, en rotation autour de l'axe des cylindres. Afin d'étudier son évolution en fonction des nombres de Reynolds  $R_i$  et  $R_o$ , le diagramme de bifurcation est exploré suivant des chemins verticaux, horizontaux ou diagonaux. La figure 3.10 montre un zoom du diagramme des phases pour  $\eta_1$  sur la zone d'existence de la spirale turbulente. Les lettres indiquent certains des chemins parcourus.

Une séquence de photos représentant l'ensemble de l'écoulement à diverses positions  $(R_o, R_i)$  le long de l'un de ces chemins est donnée sur les figures 3.11 et 3.12. A faible  $R_i$ , la spirale turbulente se présente sous la forme de bandes turbulentes espacées les unes des autres. Ce régime est instable, les bandes peuvent s'interrompre localement (se casser) mais elles sont toujours présentes. Lorsque  $R_i$  augmente, l'espace entre les bandes turbulentes diminue et donc leur nombre augmente. Leur inclinaison varie également de sorte que le nombre d'alternances varie suivant la hauteur. Pour les valeurs élevées de  $R_i$ , la spirale turbulente présente des formes en "V" qui sont dues à la juxtaposition de spirales d'hélicités opposées. Enfin, près de la frontière avec l'écoulement turbulent, les bandes sont à peines visibles.

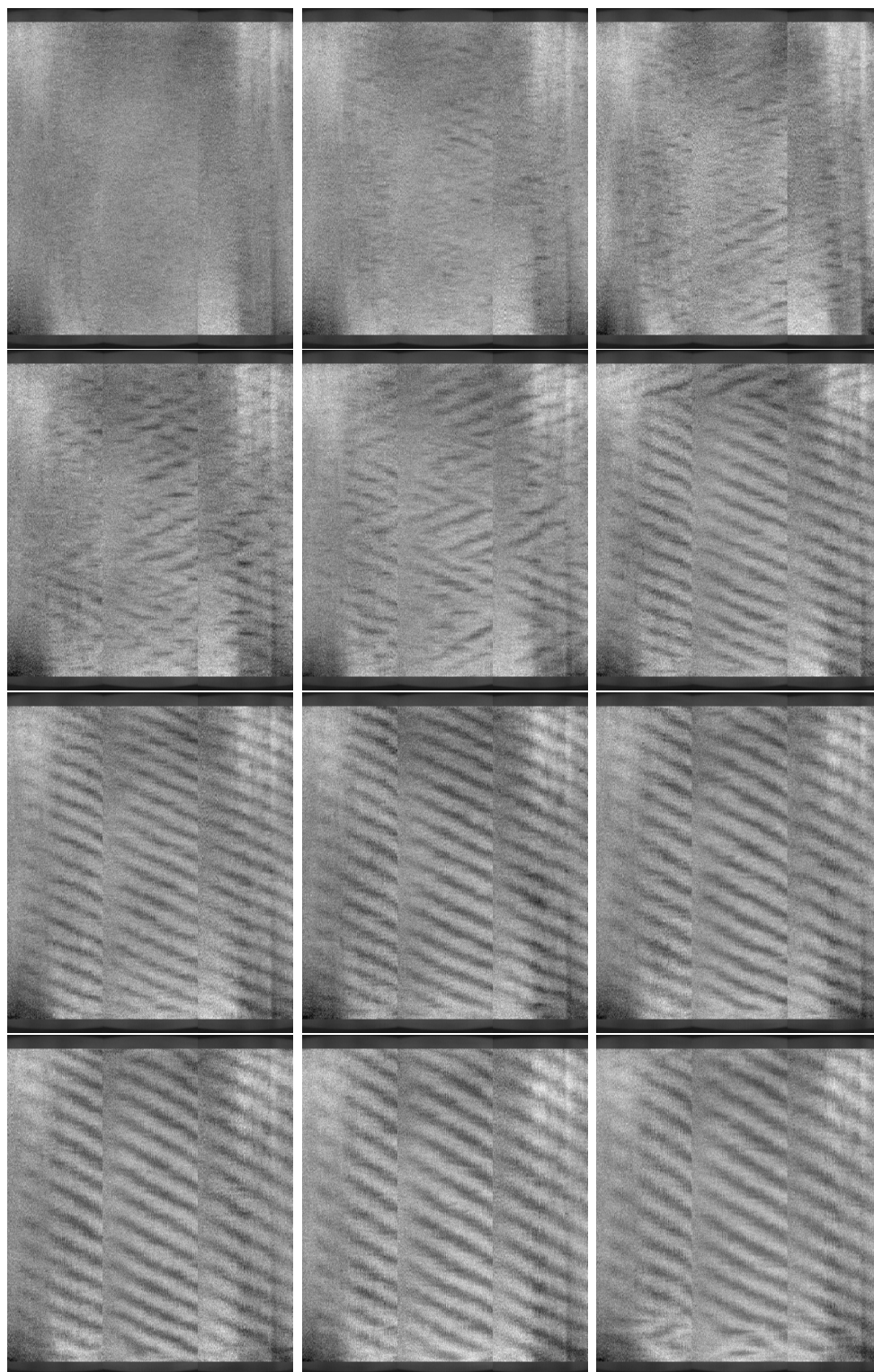


FIG. 3.11: Images reconstruites de la spirale turbulente pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 950$ , 790, 780, 770 puis allant de 760 à 620 par pas de 20.



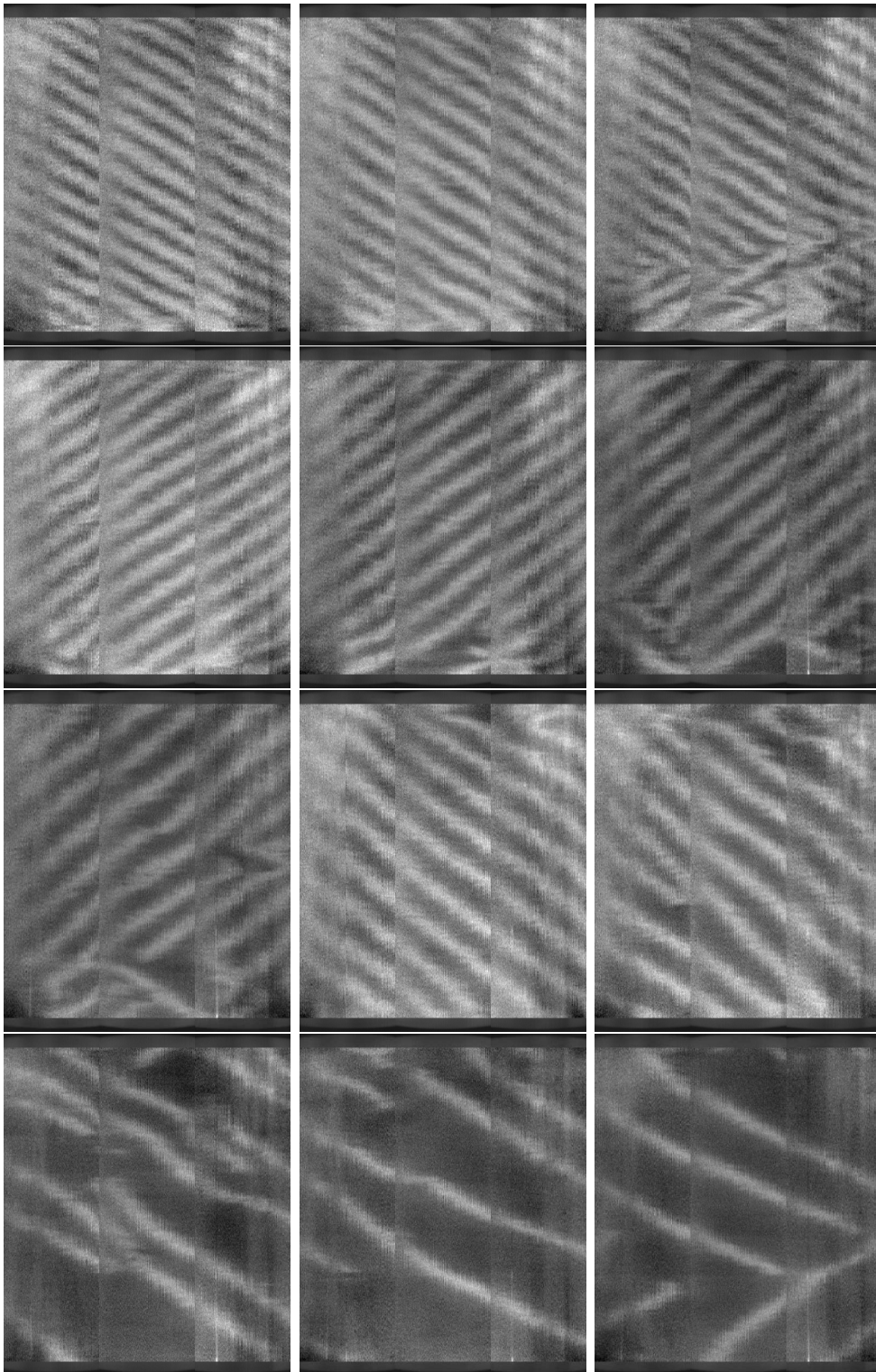


FIG. 3.12: La spirale turbulente pour  $R_o = -1200$  et  $R_i$  allant de 600 à 420 par pas de 20. Les deux dernières images correspondent à  $R_i = 410$  et 400.

### 3.2.1 Manifestations

#### Du point de vue hydrodynamique

Nous avons mesuré les composantes, axiale et azimutale, de la vitesse dans le système de Taylor-Couette  $\eta_2 = 0,963$  par vélocimétrie laser. Ces mesures sont réalisées en un point à environ la moitié de l'écartement des cylindres, à mi-hauteur.

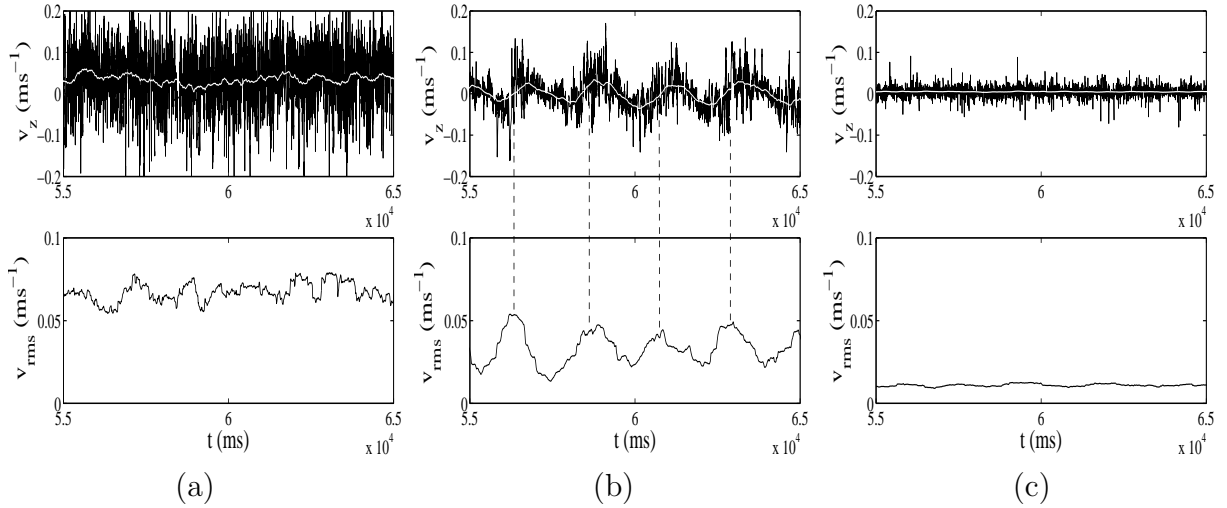


FIG. 3.13: Composante axiale ( $v_z$ ) de la vitesse pour  $R_o = -850$  :  $R_i = 2000$  (a),  $R_i = 680$  (b) et  $R_i = 0$  (c). Toutes les vitesses sont données en m/s et le temps est en ms. La courbe du haut représente, en noir, le signal instantané avec, en blanc, le signal moyenné sur des intervalles de 400 pas de temps. Celle du bas représente le signal de l'écart type moyen calculé à partir du signal précédent.

La figure 3.13 donne le signal instantané de  $v_z$  (en haut, en noir) et la moyenne glissante de ce signal réalisée sur des intervalles de 400 pas de temps (en blanc) ainsi que les fluctuations instantanées du signal par rapport à la moyenne glissante (en bas), en fonction du temps. Alors que pour un écoulement pleinement turbulent 3.13(a) ou pour l'écoulement de Couette 3.13(c), on obtient des signaux stationnaires en moyenne, pour la spirale turbulente 3.13(b), on obtient des signaux périodiques en temps qui correspondent au défilement des bandes au point de la mesure.

De même la spirale turbulente produit un signal périodique pour la composante  $v_\theta$  de la vitesse mais celui-ci est moins net (voir figure 3.14).

La composante  $v_z$  oscille entre une valeur positive et une valeur négative et ses fluctuations sont plus importantes lors de sa croissance. La composante  $v_\theta$  oscille entre zéro et une valeur négative et ses fluctuations sont importantes lorsque sa valeur est proche de zéro. Les périodes où la vitesse est fortement fluctuante correspondent naturellement au passage des bandes turbulentes. Elles sont donc associées à une composante  $v_\theta$  faible

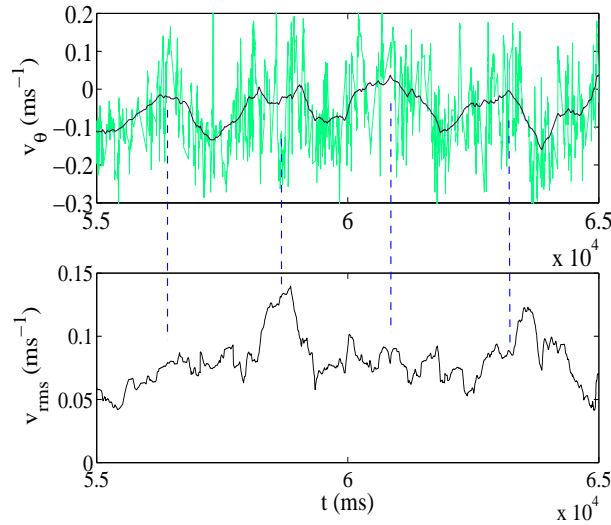


FIG. 3.14: Composante azimutale ( $v_\theta$ ) de la vitesse (en m/s) pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 680$ . La courbe du haut représente, en gris, le signal instantané avec, en noir, le signal moyenné sur des intervalles de 400 pas de temps. Celle du bas représente le signal de l'écart type moyen (en m/s) calculé à partir du signal précédent. Le temps est en ms.

et à une inversion de  $v_z$ . Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par Coles et Van Atta [21], présentés au 1.3, qui trouvent aussi un signal périodique pour  $v_z$  et  $v_\theta$  pour  $\eta = 0,889$ .

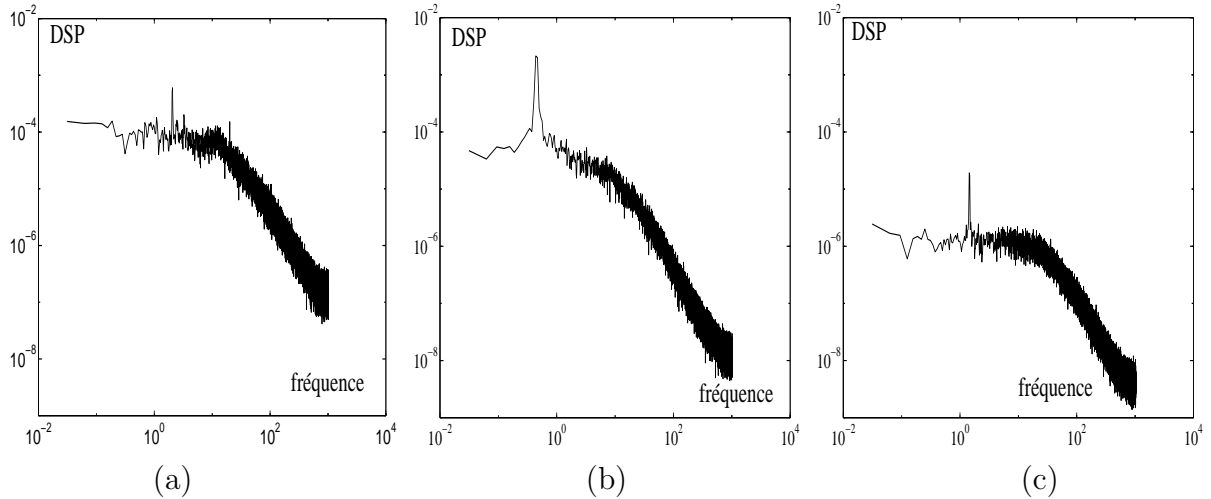


FIG. 3.15: Densité spectrale de puissance de  $v_z$  pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 2000$  (a),  $R_i = 680$  (b) et  $R_i = 0$  (c).

Cette périodicité induit la présence d'un pic centré à la fréquence de passage des bandes

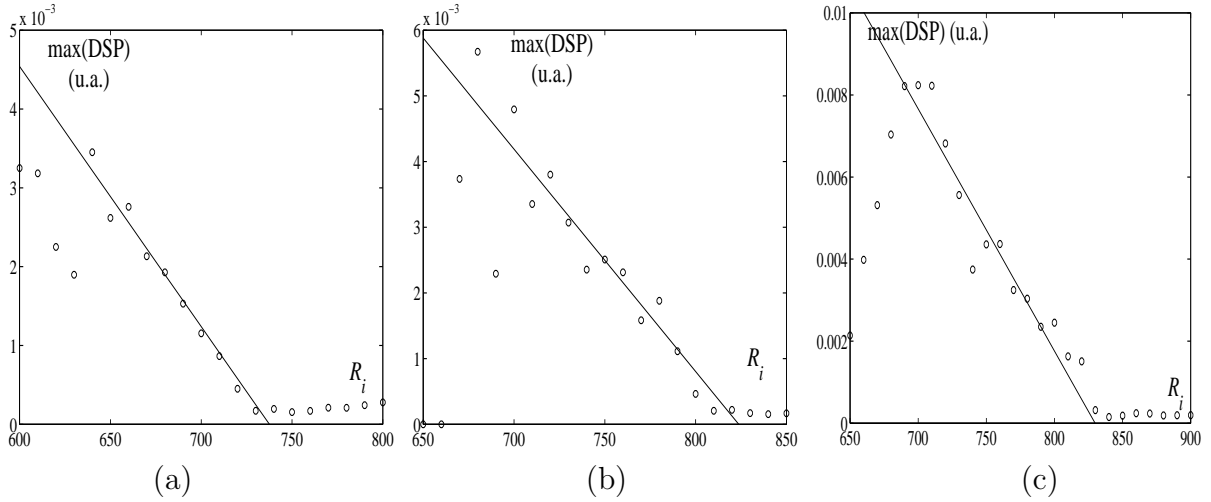


FIG. 3.16: Maximum de la densité spectrale de puissance de  $v_z$  en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  (a),  $R_o = -1050$  (b) et  $R_o = -1200$  (c). La droite de régression linéaire s'annule à la frontière entre la spirale turbulente et le régime turbulent trouvé visuellement à  $R_i = 738, 824$  et  $830$ .

dans le spectre des composantes du vecteur vitesse (voir figures 3.15). Nous avons mesuré la valeur du maximum du spectre de la composante  $v_z$  en fonction de  $R_i$  pour trois  $R_o$  (figure 3.16). Il est quasiment nul dans le régime turbulent puis augmente linéairement quand on diminue  $R_i$ , la droite de régression linéaire s'annulant pour une valeur de  $R_i$  égale à celle trouvée à l'oeil, pour la transition de l'écoulement spirale à l'écoulement pleinement turbulent.

### Du point de vue de l'intensité lumineuse

Nous venons de voir que la vitesse fluctue davantage dans les bandes turbulentes. Les paillettes de Kalliroscope laisseront donc plus passer la lumière lorsqu'elles se trouveront dans les bandes qu'ailleurs. Ainsi, la spirale turbulente se traduit par une modulation de l'intensité lumineuse. La figure 3.17 représente un profil instantané suivant la hauteur de l'intensité lumineuse dans le régime SPT pour  $\eta = 0,983$ . La périodicité du signal apparaît clairement et l'on détecte 14 alternances suivant la hauteur dans ce cas. Le signal est encadré par les profils d'intensité lumineuse, homogènes en espace, obtenus pour l'écoulement pleinement turbulent (en haut) et l'écoulement laminaire (en bas). On retrouve donc sur l'intensité lumineuse, les caractéristiques essentielles des observations faites lors des mesures de vitesse.

Alors que la mesure de vitesse, réalisée en un point, ne permet d'obtenir qu'un signal temporel, l'acquisition au cours du temps des profils d'intensité lumineuse donne des diagrammes spatio-temporels sur lesquels on voit la modulation de l'intensité lumineuse

se propager en espace et en temps. Un exemple d'un tel diagramme est donné sur la figure 3.18 ci-dessous. Si on ajoute à ces DST, l'image de l'écoulement dans son ensemble (voir chapitre 2), nous avons accès à la structure spatiale complète de celui-ci à un instant donné et au cours du temps.

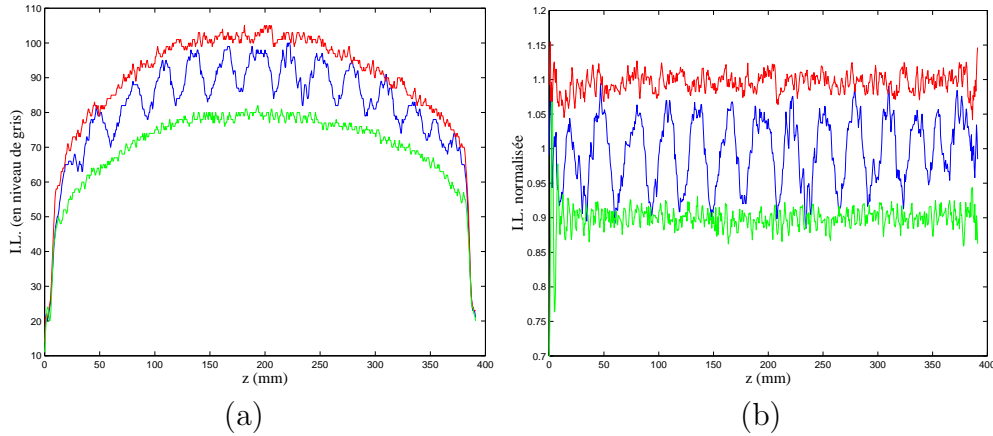


FIG. 3.17: Intensité lumineuse suivant une ligne parallèle à l'axe des cylindres. (a) Signal brut d'intensité lumineuse (on observe un signal dont l'enveloppe a une forme parabolique). (b) Signal d'intensité lumineuse corrigé. Le signal brut est divisé par le profil suivant  $z$  moyenné en temps d'un diagramme spatio-temporel. A des fins de comparaison, sont présentés sur ces figures les signaux correspondant aux écoulements, turbulent en rouge et laminaire en vert.

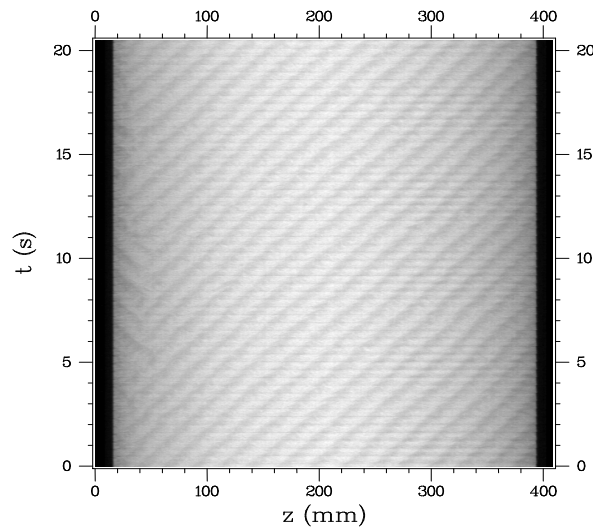


FIG. 3.18: Diagramme spatio-temporel de la spirale turbulente pour  $R_o = -783$  et  $R_i = 703$  dans le système  $\eta_1$ .

### 3.2.2 Description du motif “spirale turbulente”

Nous allons maintenant décrire les propriétés du motif “spirale turbulente”, notamment, son hélicité, sa vitesse angulaire et les nombres de bandes dans les directions axiale et azimutale. Nous verrons comment varient ces quantités avec les paramètres de contrôle du système :  $R_i$  et  $R_o$ .

#### Le nombre de bandes dans la direction azimutale : $n_\theta$

A partir des photographies, nous comptons le nombre de bandes turbulentes,  $n_\theta$ , présentes sur la circonférence, qui est forcément un nombre entier.

La figure 3.19 montre la dépendance de  $n_\theta$  par rapport à  $R_i$  et  $R_o$  pour le système  $\eta_1$  directement sur le diagramme de bifurcation de l’écoulement. La valeur la plus fréquente, en bleu, correspond à  $n_\theta = 6$ .  $n_\theta$  varie peu avec les paramètres de contrôle du système. Au coeur de la région SPT, la spirale turbulente a un nombre de branches fixe égal à 6 pour  $\eta = 0,983$ . Il en va de même pour le système  $\eta_2$ , mais avec  $n_\theta = 3$  comme valeur la plus fréquente au coeur de la région SPT.

Afin d’effectuer une comparaison entre les deux systèmes de Taylor Couette, la longueur d’onde du motif dans la direction azimutale, est adimensionnée par  $d$  :  $\lambda_\theta =$

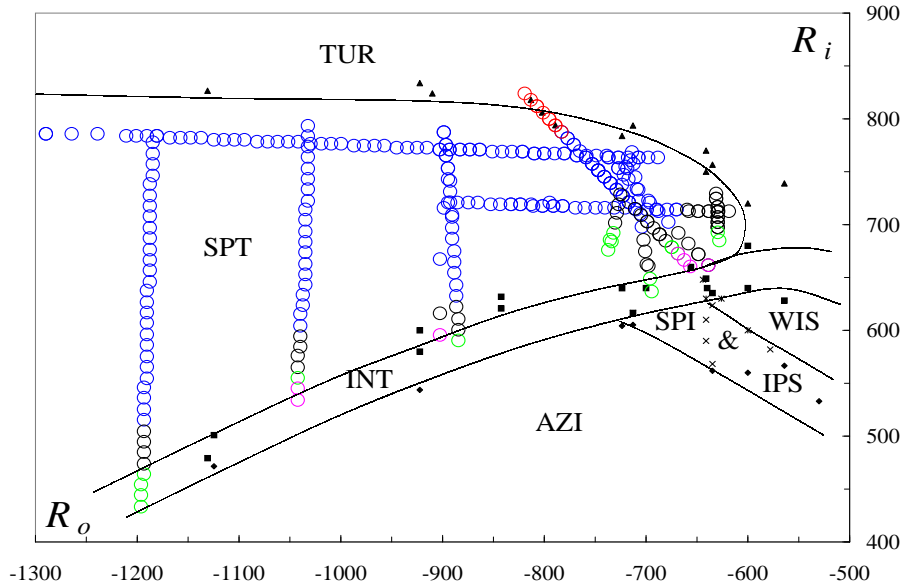


FIG. 3.19: Diagramme de bifurcation du système  $TC_{\eta_1}$  avec les valeurs de  $n_\theta$  observées. Les cercles rouges représentent  $n_\theta = 7$ , les cercles bleus  $n_\theta = 6$ , les cercles noirs  $n_\theta = 5$ , les cercles verts  $n_\theta = 4$  et les cercles roses  $n_\theta = 3$ .

$\pi(r_i + r_o)/n_\theta d$ . La figure 3.20 montre la variation de  $\lambda_\theta$  en fonction de  $R_i$  pour différents  $R_o$  (a), en fonction de  $R_o$  pour différents  $R_i$  (b) pour  $TC_{\eta_1}$  et  $TC_{\eta_2}$ . On constate des valeurs similaires pour les deux  $\eta$ . Au coeur du régime, la longueur d'onde dans la direction azimutale vaut environ 60 fois le gap. Il s'agit donc d'un motif de grande longueur d'onde devant la dimension transverse de l'écoulement.

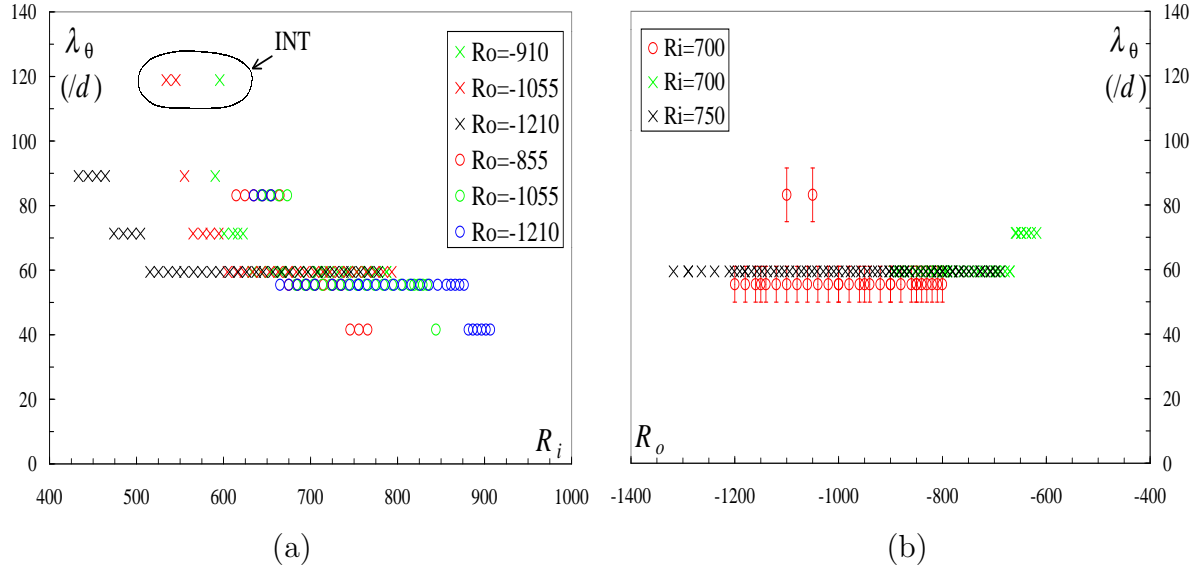


FIG. 3.20: Variation de  $\lambda_\theta$  en fonction de  $R_i$  (a) et de  $R_o$  (b). Les croix correspondent aux points obtenus dans le système  $\eta_1$  et les ronds aux points obtenus dans le système  $\eta_2$ .

Qu'en est-il dans les autres écoulements de Taylor-Couette ? Le tableau 3.2 ci-dessous récapitule les longueurs d'onde dans la direction azimutale pour des écoulements observés dans la littérature. On constate que  $\lambda_\theta/d$  est toujours du même ordre de grandeur indépendamment de  $\eta$ . Cette observation nous a permis de prédire le résultat constaté par Denis Richard [67] : la spirale ne peut exister si  $\Gamma_\theta \lesssim 50$ .

TAB. 3.2: Comparaison des longueurs d'onde azimutales pour plusieurs écoulements de Taylor-Couette. Les longueurs sont adimensionnées par  $d$ .

Auteur	$d$ (mm)	$\eta$	$\Gamma_\theta$	$n_\theta$	$\lambda_\theta/d$
Coles [20]	50,72	0,889	53,5	[1,2]	53,5
Andereck [2]	6,96	0,883	50,5	1	50,5
Mutabazi [43]	5,91	0,883	50,5	[1,2]	50,5
Richard [67]	14,3	0,713	18,8	0	—
$TC_{\eta_1}$	0,87	0,983	358	6	59,7
$TC_{\eta_2}$	1,85	0,963	167	3	55,7

### Le nombre de bandes dans la direction axiale : $n_z$

Nous comptons, dans un diagramme spatio-temporel, le nombre moyen de bandes présentes sur la hauteur de l'écoulement, le long de l'axe des cylindres. Le résultat obtenu  $n_z$  est une grandeur continue.

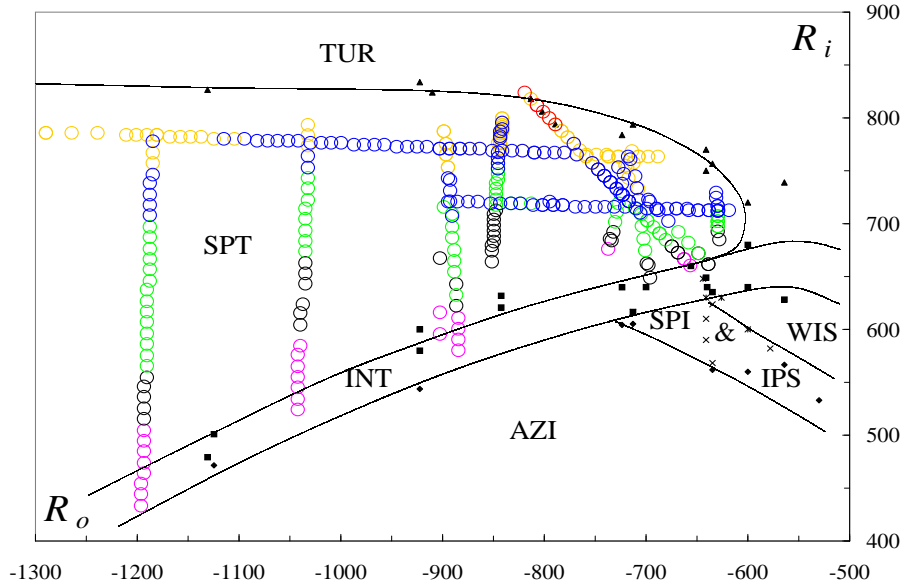


FIG. 3.21: Diagramme de bifurcation du système  $\eta_1$  avec les valeurs de  $n_z$  observées représentées par des cercles de couleurs. La correspondance entre la couleur des cercles et la valeur de  $n_z$  est donnée dans le tableau.

TAB. 3.3: Correspondance entre la couleur des cercles de la figure 3.21 et la valeur de  $n_z$ .

Couleur	$n_z$
rose	$2 < n_z < 9$
noir	$9 \leq n_z < 12$
vert	$12 \leq n_z < 15$
bleu	$15 \leq n_z < 18$
orange	$18 \leq n_z < 21$
rouge	$21 \leq n_z < 25$

La figure 3.21 présente le diagramme de bifurcation de  $TC_{\eta_1}$  avec, reportés en cercles de couleur, l'ensemble des nombres d'onde dans la direction verticale,  $n_z$ , mesurés. La correspondance entre la couleur des cercles et la valeur de  $n_z$  est donnée dans le tableau 3.3. Il apparaît sur la figure 3.21 que la variation de  $n_z$  en fonction de  $R_i$  à  $R_o$  donné est plus



importante que celle en fonction de  $R_o$  à  $R_i$  donné.  $n_z$  semble principalement dépendre de l'éloignement de la position considérée dans le diagramme de bifurcation par rapport aux frontières, supérieure et inférieure, de la région SPT. La variation de  $n_z$  en fonction de  $R_o$  se retrouverait ainsi dans la variation de l'étendue en  $R_i$  de la région SPT, celle-ci variant avec  $R_o$ .

Afin de mener une comparaison entre  $TC_{\eta_1}$  et  $TC_{\eta_2}$ , nous avons représenté la longueur d'onde axiale de la spirale turbulente en fonction de  $R_i$  sur la figure 3.22(a) et en fonction de  $R_o$  sur la figure 3.22(b). Sur la première on remarque que la longueur d'onde diminue

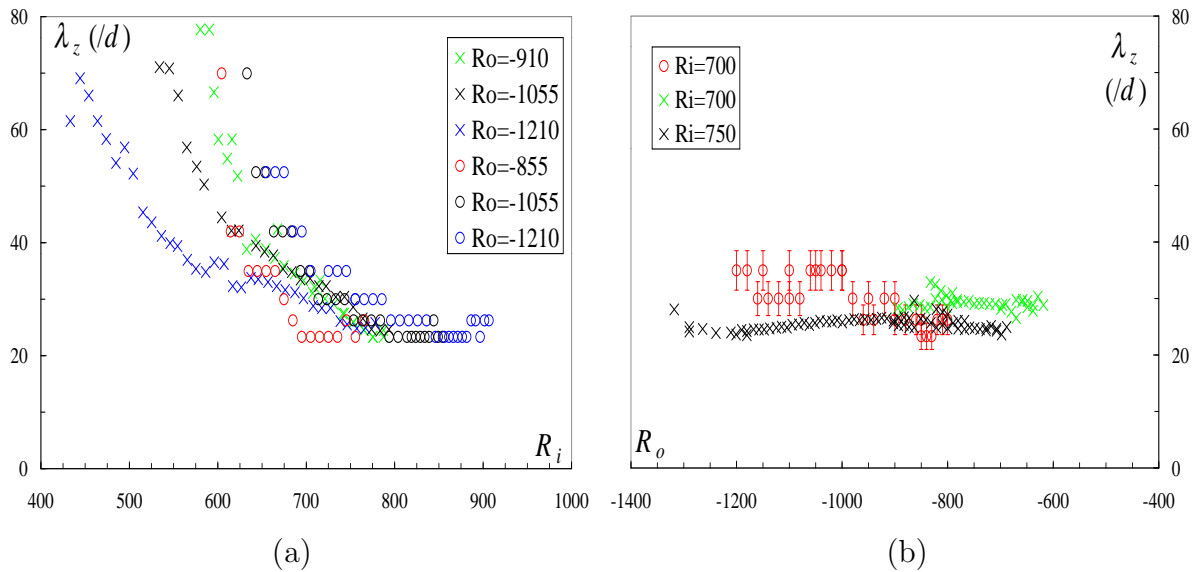


FIG. 3.22: Variation de  $\lambda_z$  en fonction de  $R_i$  (a) et de  $R_o$  (b). Les croix correspondent aux points obtenus dans le système  $\eta_1$  et les ronds aux points obtenus dans le système  $\eta_2$ .

quand  $R_i$  augmente. Si l'on se place à un  $R_i$  donné, on voit que  $\lambda_z$  diminue quand  $R_o$  augmente. Sur la deuxième,  $R_o$  varie pour différents  $R_i$  constants pris au coeur du régime de la spirale turbulente et  $\lambda_z$  reste essentiellement constante le long de ces chemins horizontaux.

Les deux nombres de Reynolds ont donc des rôles différents dans le comportement de la spirale turbulente,  $R_i$  entraînant une variation significative et  $R_o$  peu ou pas de variation de  $\lambda_z$  lorsqu'on est au coeur du régime. Comme nous l'avons déjà dit,  $\lambda_z$  dépend essentiellement de la distance du point  $(R_o, R_i)$  où est effectuée la mesure aux frontières supérieure et inférieure de la région d'existence de la spirale turbulente.

### La vitesse angulaire de la spirale turbulente : $\omega_s$

A partir des diagrammes spatio-temporels, nous pouvons mesurer la vitesse angulaire de la spirale turbulente. Nous mesurons la fréquence de passage des bandes turbulentes  $\omega_{mes}$  et nous connaissons à présent le nombre de branches  $n_\theta$  qui composent le motif. Nous pouvons en déduire la vitesse angulaire du motif dans son ensemble  $\omega_s = \omega_{mes}/n_\theta$ .

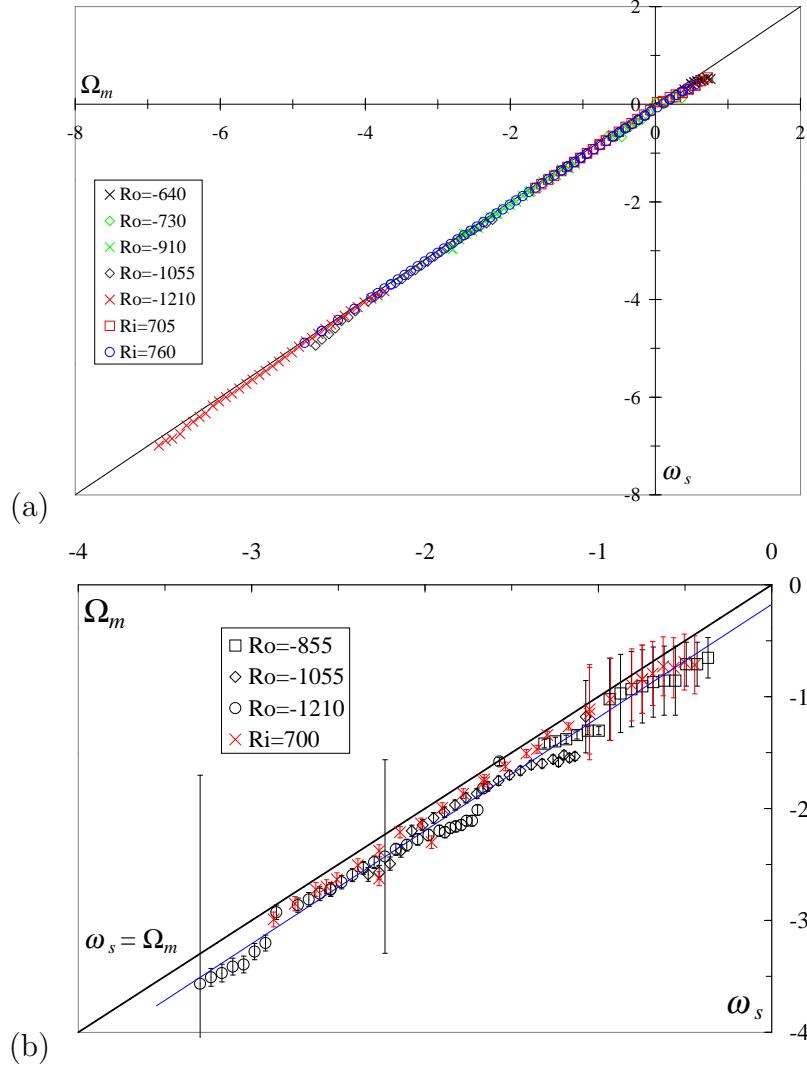


FIG. 3.23: La vitesse angulaire de la spirale turbulente  $\omega_s$  en fonction de la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres  $\Omega_m$  dans le système  $TC_{\eta_1}$  (a) et dans le système  $TC_{\eta_2}$  (b).  $\Omega_m = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_o)$  et  $\omega_s = \omega_{mes}/n_\theta$  où  $\omega_{mes}$  est la fréquence de passage des bandes mesurée sur les diagrammes spatio-temporels. Les barres d'erreur (dans (b) correspondent à l'incertitude induite par  $\Delta n_\theta = 1$ . Leur détermination est détaillée au 2.3.2 et ci-dessous.  $\omega_s$  est adimensionnée par le temps de diffusion visqueuse sur l'écartement des cylindres ( $d^2/\nu$ ).

Les figures 3.23(a) et 3.23(b) donnent la variation de la vitesse angulaire  $\omega_s$  du motif spirale turbulente en fonction de  $\Omega_m$ , la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres, pour les deux systèmes de Taylor-Couette. Sur la figure 3.23(a) pour  $TC_{\eta_1}$ , il apparaît très clairement que la spirale turbulente tourne à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Par contre, ce résultat est moins évident sur la figure 3.23(b) pour  $TC_{\eta_2}$ . En effet, il existe un décalage moyen de 15 % entre les mesures et la courbe  $\omega_s = \Omega_m$  (en noir sur le graphe), ce décalage augmentant pour les faibles valeurs de vitesse angulaire. L'ajustement naturel des données par une courbe de régression linéaire donne  $\omega_s = 1,01\Omega_m + 0,17$  et est représenté par la courbe bleue sur la figure. Toutefois, il convient de considérer les incertitudes sur la détermination de  $\omega_s = \omega_{mes}/n_\theta$  qui portent sur  $\omega_{mes}$  et sur  $n_\theta$ . Celle liée à  $\omega_{mes}$  est donnée par le calcul présenté au 2.3.2 et est négligeable (elle est de l'ordre de la taille des points).  $n_\theta$  est déterminé exactement à un instant donné sur une image. Or, il arrive que  $n_\theta$  varie au cours du temps et notamment durant l'enregistrement d'un DST. Ceci entraîne un décalage en fréquence dont l'importance varie avec la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. De ce fait, pour les  $\Omega_m$  grands, on peut identifier sur le spectre en temps à quel  $n_\theta$  correspond un pic et éviter ainsi une éventuelle erreur. Ceci n'est pas le cas pour les faibles valeurs de  $\Omega_m$  faibles pour lesquelles on inclut alors dans le calcul d'incertitude un  $\Delta n_\theta = 1$ . Ceci induit une incertitude d'autant plus grande que  $n_\theta$  est faible d'où son importance pour  $TC_{\eta_2}$ .

Coles et Van Atta [19, 20, 21, 18, 3], pour  $\eta = 0,889$ , montrent que la vitesse de la spirale turbulente est égale à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Afshin Goharzadeh et Innocent Mutabazi ont pour leur part étudié le cas  $\eta = 0,883$  [43]. L'analyse du DST qu'ils nous ont confié, figure 3.24, conduit encore à  $\omega_s = \Omega_m$  à 2% près.

Nous avons cherché d'autres paramètres susceptibles de gouverner la vitesse angulaire de la spirale turbulente, la difficulté résidant alors dans le fait que pour  $\eta$  proche de 1 il est difficile de les discriminer. Nous avons donc utilisé la valeur de  $\omega_{mes}$  donnée par Coles et Van Atta [21, 18, 3] et celle trouvée pour le DST ci-dessus. Nous avons ainsi testé l'advection moyenne de l'écoulement, calculée sur la base de la formule théorique de l'écoulement azimutal. Nous obtenons de bons résultats dans nos deux systèmes  $\eta_1$  et  $\eta_2$  mais ce paramètre ne convient pas pour les systèmes de Coles et Van Atta ou de Mutabazi et Goharzadeh. Pour le système de ces derniers,  $\omega_s$  diffère de 19% de la vitesse angulaire de l'advection moyenne. De même, nous avons testé l'accord entre la vitesse de la spirale turbulente  $v_s = \frac{1}{2}(r_i + r_o)\omega_s$  et la vitesse moyenne des deux cylindres  $V_m$ . Si, dans notre cas  $v_s = V_m$  à 1% près pour  $TC_{\eta_1}$  et à 0,7% près pour  $TC_{\eta_2}$ , il apparaît une différence de 14% pour le système de Mutabazi et Goharzadeh.

Il est donc légitime de conclure sur l'ensemble de ces résultats, que la spirale turbulente tourne à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Andereck et al [2] et Goharzadeh et Mutabazi [43] arrivent à une conclusion différente concernant la vitesse de la spirale turbulente considérant qu'elle est contrôlée par la vitesse du cylindre extérieur. Toutefois, la courbe proposée par Andereck comporte des incohérences et nous n'avons pu tester avec suffisamment de précision les données présentées par Goharzadeh pour trancher

définitivement. Nous nous en tiendrons donc au résultat obtenu dans cette expérience.

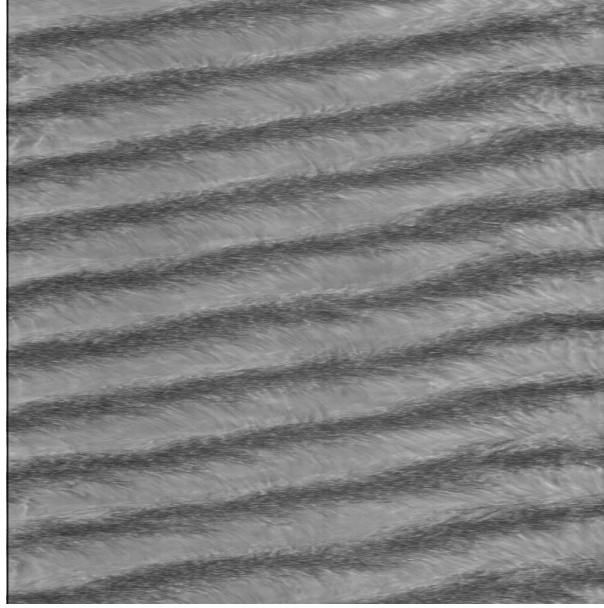


FIG. 3.24: Diagramme spatio temporel de la spirale turbulente pour  $\eta = 0,883$  ( $r_i = 44,59$  mm et  $r_o = 50,5$  mm) réalisé par Afshin Goharzadeh.  $R_o = -1375$  et  $R_i = 580$ .

### L'hélicité

Nous avons vu sur les photographies des figures 3.11 et 3.12, que la spirale turbulente peut avoir une hélicité gauche ou droite. Le motif peut même éventuellement se présenter sous la forme d'une superposition d'hélices de pas opposés.

Le sens de rotation de la spirale turbulente étant imposé par la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres, lors de l'enregistrement d'un DST d'une ligne verticale, la modulation de l'intensité lumineuse se propage vers le haut ou le bas du système suivant l'hélicité gauche ou droite de la spirale, comme pour une vis. De ce fait, puisque l'on connaît le sens de rotation de celle-ci, le signe de la composante axiale du nombre d'onde local mesuré sur les diagrammes spatio-temporels nous donne son hélicité. Ainsi, si une spirale turbulente à l'hélicité gauche tourne dans le sens trigonométrique positif (resp. négatif), le nombre d'onde local axial est négatif (resp. positif). Une spirale d'hélicité droite, tournant dans le sens positif (resp. négatif), a un nombre d'onde positif (resp. négatif).

La figure 3.25 présente le diagramme de bifurcation du système  $TC_{\eta_1}$  sur lequel est reporté le signe de l'hélicité, lorsqu'elle est unique, de la spirale turbulente. On constate que, sur l'ensemble des diagrammes spatio-temporels et des photographies enregistrés, une dissymétrie apparaît. On observe plus de spirale d'hélicité droite.

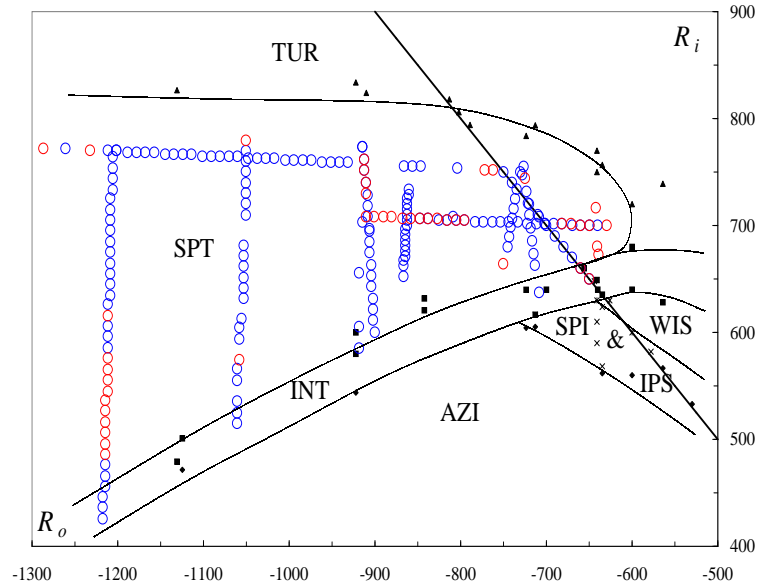


FIG. 3.25: Diagramme de bifurcation de l'écoulement de Taylor-Couette  $TC_{\eta_1}$  où est reporté le signe de l'hélicité lorsqu'elle est unique. En rouge : hélicité gauche. En bleu : hélicité droite.

## Discussion

Aux vues de nos résultats la spirale turbulente se présente sous la forme d'un motif régulier de grande longueur d'onde tournant à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Nous allons discuter de nos résultats à la lumière de ceux obtenus dans d'autres expériences notamment par Andereck [2], Hegseth [48, 49, 50] et Goharzadeh [43], sans revenir sur le problème de la vitesse de la spirale déjà évoqué ci-dessus.

Hegseth [48, 50], rapporte une variation du pas de la spirale suivant la hauteur et une faible variation de celui-ci en fonction de  $R_i$ . Dans notre cas, nous n'observons aucune variation systématique du pas de la spirale suivant la hauteur et celui-ci varie fortement avec  $R_i$ . Nous attribuons donc le résultat de Hegseth à un effet de la taille du système, petite dans son cas. Nous avons en effet constaté que, dans  $TC_{\eta_2}$ , l'inclinaison des bandes turbulentes intermittentes peut varier fortement (figure 3.26) suivant la hauteur. Par contre aucune variation systématique n'est constatée dès lors que le régime de la spirale turbulente s'installe. Hegseth a lui même montré la forte dépendance de la variation du pas en fonction des conditions aux limites aux extrémités des cylindres. Un système étendu comme le notre est moins sensible à ces effets. Concernant la variation en fonction de  $R_i$ , il est probable que l'écoulement devienne tout turbulent avant qu'ils ne constatent une variation significative.

Par ailleurs, Goharzadeh, sur la base de 120 mesures, rapporte l'équiprobabilité

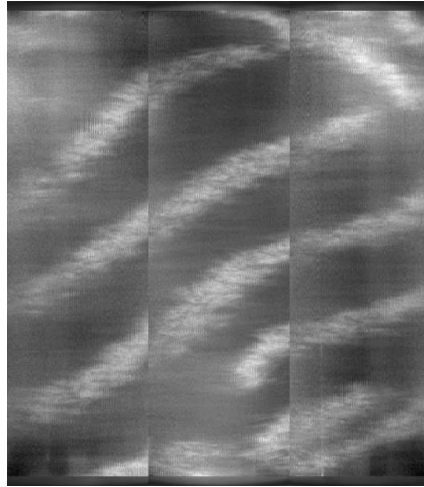


FIG. 3.26: Régime intermittent dans  $TC_{\eta_2}$  pour  $R_o = -1050$  et  $R_i = 620$ .

d'observer une spirale d'hélicité droite ou gauche. Ce n'est pas l'impression qui se dégage à la vue du diagramme de la figure 3.25. Ceci incite à réaliser une mesure statistique plus systématique afin de tester une éventuelle dissymétrie de l'hélicité de la spirale, ce que nous avons fait (voir 3.4.3 ci dessous).

### 3.3 Des bandes turbulentes dans l'écoulement de Couette plan

L'origine de la spirale turbulente reste à ce jour inconnue. Un mécanisme de stabilisation des domaines turbulents dans les écoulements annulaires a été proposé par Hayot et Pomeau [47]. Partant d'une équation de Ginzburg-Landau à coefficients réels, ils ajoutent un terme non-local afin de garantir la stabilisation des domaines. Cependant, la dérivation de l'expression du terme non-local dépend crucialement de la périodicité du champ de pression et n'est donc valide que pour des écoulements périodiques. La géométrie cylindrique du système de Taylor-Couette serait-elle alors une condition nécessaire pour l'existence d'un tel motif ? La spirale turbulente a été étudiée par Coles et Van Atta pour  $\eta = 0,889$ , par Andereck et al. et Mutabazi pour  $\eta = 0,883$  et ici pour  $\eta = 0,963$  et  $\eta = 0,983$ . Qu'en est-il quand  $\eta \rightarrow 1$ , c'est-à-dire dans le système de Couette plan ?

Nous allons voir dans ce qui suit qu'un motif similaire est observé dans ce système pourvu que les rapports d'aspect soient assez grands. En effet le système de Couette plan à grands rapports d'aspect décrit plus haut présente un écoulement de coexistence laminaire-turbulent sous forme de bandes pour  $340 < R_{Cp} < 415$ . Nous allons décrire les caractéristiques de cet écoulement et les comparer avec celles de la spirale turbulente du système de Taylor-Couette  $TC_{\eta_1}$ .

### 3.3.1 Diagramme de bifurcation et écoulements observés

Le système de Couette plan est gouverné par un seul paramètre de contrôle, le nombre de Reynolds  $R_{Cp} = Uh/\nu$  où  $U$  est la vitesse de l'une des parois,  $h$  le demi-gap et  $\nu$  la viscosité. Le diagramme de bifurcations se réduit donc à un axe. Par ailleurs, les deux parois circulant à vitesses égales et opposées, il n'y a pas d'advection moyenne dans l'écoulement et les structures qui apparaissent sont stationnaires. La figure 3.27 ci-dessous représente l'axe  $R_{Cp}$  avec les différents régimes d'écoulement et les valeurs auxquelles il y a transition. La figure 3.28(a-j) présente les différents régimes d'écoulement observés. Les valeurs des différents seuils sont déterminées à l'oeil en faisant varier  $R_{Cp}$  de façon continue.

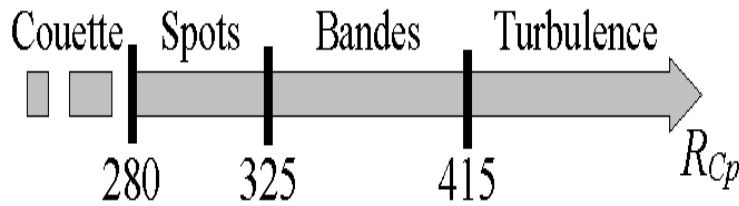


FIG. 3.27: Diagramme de bifurcation de l'écoulement de Couette plan à grands rapports d'aspect (voir le texte pour le détail des régimes et des transitions observés).

Lorsque  $R_{Cp} < 280$ , on observe l'écoulement de Couette laminaire dont l'expression théorique est :

$$\vec{v} = \frac{Uy}{h}\hat{e}_x.$$

La vitesse de la paroi en  $-h$  vaut  $-U$  et la vitesse de la paroi en  $+h$  vaut  $U$ . Cette expression théorique de l'écoulement de Couette laminaire a été vérifiée par Sabine Bottin [11] (pages 35-38) dans le système de Couette plan à grand gap pour plusieurs nombres de Reynolds. Le profil de vitesse réalisé expérimentalement est très proche du profil théorique. L'écoulement de Couette est linéairement stable pour tout  $R_{Cp}$  [69]. Cependant, il peut se déstabiliser sous l'effet de perturbations d'amplitude finie. Dans le système de Couette plan modifié, le bruit mécanique inhérent au dispositif expérimental suffit à déstabiliser l'écoulement de base.

Pour  $280 < R_{Cp} < 325$  (figure 3.28(i,j)), on observe des flèches ou des spots dans lesquels l'écoulement est turbulent. Ces domaines sont situés aux bords latéraux de la zone d'observation, près des cylindres d'entraînement, sources du bruit. L'écoulement est localement forcé de façon permanente mais la turbulence, reste confinée près de la source du bruit.

Pour  $325 < R_{Cp} < 415$  (figure 3.28(b-h)), on observe des bandes turbulentes sur fond d'écoulement laminaire. Pour  $325 < R_{Cp} < 340$  (figure 3.28(g,h)), elles ne sont pas stables et des spots (étirés) peuvent apparaître. Pour  $R_{Cp} > 340$ , elles se maintiennent

en permanence sans avoir un sens d'inclinaison privilégié. Nous observons à la fois des bandes inclinées à gauche et des bandes inclinées à droite et des réarrangements peuvent intervenir.

Pour  $R_{Cp} > 415$  (figure 3.28(a)), l'écoulement est turbulent sans qu'aucune structure n'apparaisse.

Le diagramme de bifurcation présenté ici, est différent de celui obtenu par Sabine Bottin [11] pour des rapports d'aspect plus petits et, donc, un système mécaniquement mieux contrôlé. Elle identifie trois plages en nombre de Reynolds.

- $R_{Cp} < 310 = R_u$  : toute perturbation relaxe, aucun spot turbulent ne peut alors se maintenir dans l'écoulement.
- $310 < R_{Cp} < 325 = R_g$  : les perturbations les plus intenses peuvent donner lieu à de longs transitoires avec coexistence laminaire-turbulent.
- $R_{Cp} > 325$  : des domaines turbulents peuvent se maintenir indéfiniment dans l'écoulement.

On peut établir un parallèle entre ce schéma et celui que nous avons décrit pour le système étendu où les trois plages ci-dessus correspondent aux trois premières du diagramme de la figure 3.27.  $R_{Cp} < R_u$  est identifiée à celle nommée "Couette", pour laquelle aucun spot n'est observé.  $R_u$  vaut alors 280.  $R_u < R_{Cp} < R_g$  est identifiée à la plage "Spots" avec  $R_g = 325$  et  $R_{Cp}$ , à la plage "Bandes" pour laquelle la coexistence laminaire-turbulent se maintient en permanence. Toutefois, celle-ci se présente maintenant sous forme de bandes et non plus de spots.

### 3.3.2 Comparaison avec l'écoulement de Taylor-Couette

Dans  $TC_{\eta_1}$ <sup>4</sup>, en fixant  $\Omega_m = 0$ , c'est-à-dire  $R_i = -\eta R_o$ , les structures qui apparaissent dans l'écoulement sont stationnaires comme dans le système de Couette plan. Le paramètre de contrôle unique du système est alors le nombre de Reynolds  $R_{TC}$  défini comme le rapport du temps visqueux sur le temps caractéristique du cisaillement moyen avec le demi-gap  $h$  comme échelle de longueur. Dans le système de Taylor-Couette, le cisaillement est calculé en utilisant pour la vitesse, l'expression analytique du régime de Couette :  $\vec{v} = v(r)\vec{e}_\theta = (Ar + \frac{B}{r})\vec{e}_\theta$ . Dans ces conditions le cisaillement est donné par  $s(r) = r \frac{\partial(v/r)}{\partial r} = -2\frac{B}{r^2}$ . Nous prenons ensuite la moyenne de  $s(r)$  sur le gap et calculons  $R_{TC}$  en utilisant  $h^2/\nu$  comme temps visqueux. On obtient alors :

$$R_{TC} = \frac{|\eta\omega_o r_o - \omega_i r_i| h}{(1 + \eta)\nu} = \frac{|\eta R_o - R_i|}{2(1 + \eta)}.$$

---

<sup>4</sup>Ceci n'est réalisable que pour le système à  $\eta = 0,983$  puisque la diagonale  $R_i = -\eta R_o$  ne passe pas dans la région d'existence de la spirale turbulente pour le système de Taylor-Couette  $TC_{\eta_2}$



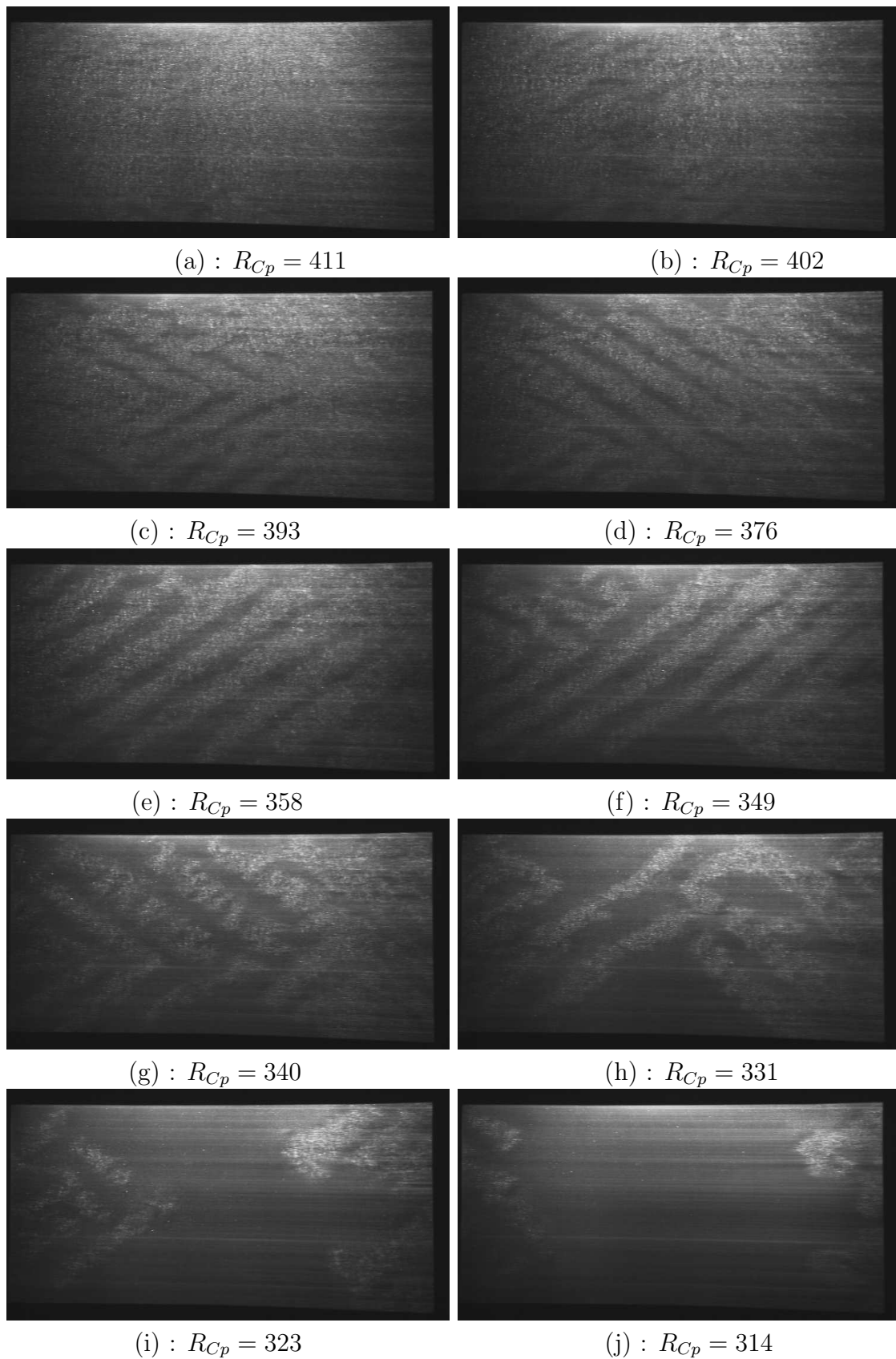


FIG. 3.28: Les différents régimes d'écoulement dans le système de Couette plan.

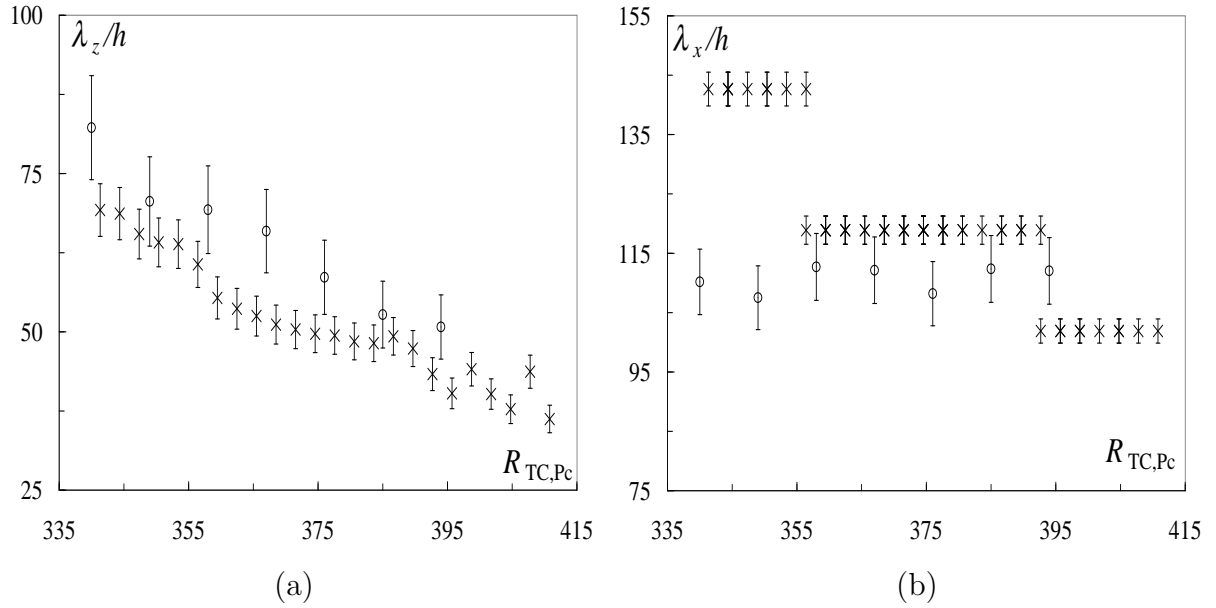


FIG. 3.29: Comparaison des longueurs d'onde des bandes turbulentes du système de Couette plan (O) et de la spirale turbulente du système de Taylor-Couette  $\eta_1$  (X), adimensionnées par le demi-gap ( $h$  ou  $d/2$ ), en fonction du nombre de Reynolds équivalent des deux écoulements :  $R_{Cp} = Uh/\nu$  et  $R_{TC} = |\eta R_o - R_i|/2(1 + \eta)$ . (a) : longueur d'onde transverse (resp. axiale)  $\lambda_z$ . (b) : longueur d'onde longitudinale  $\lambda_x$  (resp. azimutale  $\lambda_\theta$ ).

Nous avons mesuré et comparé, pour plusieurs valeurs des nombres de Reynolds  $R_{TC}$  et  $R_{Cp}$ , la longueur d'onde azimutale de la spirale turbulente du système de Taylor-Couette et la longueur d'onde longitudinale du motif bandes turbulentes du système de Couette plan ainsi que la longueur d'onde axiale dans le système de Taylor-Couette et la longueur d'onde transversale dans le système de Couette plan. Ces mesures sont reportées dans les figures 3.29(a) et 3.29(b).

L'ensemble des résultats s'accordent entre les deux écoulements aussi bien au niveau des valeurs obtenues pour les différentes longueurs d'onde qu'au niveau des plages en Reynolds pour lesquelles elles sont observées. La longueur d'onde longitudinale des bandes turbulentes dans le système de Couette plan tout comme la longueur d'onde azimutale de la spirale turbulente dans le système de Taylor-Couette, est de l'ordre de 60 fois l'entrefer et ne varie pas avec le nombre de Reynolds. La longueur d'onde transverse des deux motifs décroît avec le nombre de Reynolds pour les deux écoulements.

### 3.3.3 Discussion

La spirale turbulente apparaît donc comme un motif de bandes turbulentes inclinées par rapport à la direction de l'écoulement, stationnaire dans le référentiel tournant à la

vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Ce n'est pas une exclusivité du système de Taylor-Couette puisque nous avons mis en évidence l'existence de bandes turbulentes dans le système de Couette plan qui partagent les mêmes propriétés d'un point de vue qualitatif et quantitatif.

Ces résultats appellent à une description commune des deux écoulements et nous avons vu que le nombre de Reynolds construit sur le cisaillement apparaît comme un bon paramètre de contrôle lorsque le motif est stationnaire. Cependant, si ce nombre de Reynolds convient pour le système de Couette plan, il ne suffit plus dans le cas du système de Taylor-Couette dès que  $\Omega_m$  n'est plus nulle. Dans ce cas un deuxième paramètre de contrôle s'annulant dans le cas du système de Couette plan doit être envisagé. L'advection pourrait être un bon candidat mais la représentation du diagramme de bifurcation en termes de cisaillement et d'advection ne donne pas de résultat probant. En fait tout semble indiquer que  $R_i$  et  $R_o$  sont les paramètres de contrôle privilégiés de l'écoulement. Pourtant, ils sont plus une traduction des conditions aux limites que des paramètres de contrôle traduisant un phénomène physique bien précis (*e.g.* la force centrifuge, le cisaillement,...).

Deux questions restent donc sans réponses. Pourquoi  $R_i$  joue-t-il un rôle différent de celui de  $R_o$  ? Quel paramètre pourra rendre compte des variations observées des propriétés de la spirale turbulente ?

## 3.4 Emergence du motif depuis la turbulence

Dans cette partie, nous étudions l'émergence du motif en bandes turbulentes à partir de l'écoulement turbulent. Constatant d'abord visuellement que la spirale turbulente et les bandes turbulentes du système de Couette plan ont le même comportement, la transition est ensuite étudiée quantitativement dans le système de Taylor Couette. Nous présentons deux types de résultats, les observations faites en abaissant progressivement le nombre de Reynolds et celles obtenues à partir d'expériences de "trempe" où  $R_i$  est baissé instantanément depuis l'écoulement turbulent vers le régime de la spirale turbulente.

### 3.4.1 Le film de la transition

Partant de l'écoulement turbulent le nombre de Reynolds  $R_{Cp}$  dans le système de Couette plan et le nombre de Reynolds  $R_i$  dans le système de Taylor-Couette sont baissés progressivement. Dans le système de Taylor-Couette, le diagramme de bifurcation est parcouru suivant les verticales de la figure 3.10. Le scénario de la transition est le même quelque soit le nombre de Reynolds extérieur considéré. Seules les valeurs  $R_i$  des seuils et la vitesse angulaire de la spirale turbulente varient d'un  $R_o$  à un autre. Notamment, plus on se rapproche de la diagonale, plus la spirale turbulente est stationnaire. A chaque

point  $(R_o, R_i)$  ou  $R_{Cp}$  nous enregistrons un diagramme spatio-temporel et une ou plusieurs photographies.

Les bandes turbulentes apparaissent progressivement à partir de l'écoulement turbulent pour  $R_{Cp} < R_{Cp}^c$  et  $R_i < R_i^c$ ,  $R_i^c$  dépendant de  $R_o$ . Deux régimes distincts sont observés.

### Le régime “désordonné” ou multidomains

Des photographies du régime multidomains sont présentées sur la figure 3.11 pour le système de Taylor-Couette et sur la figure 3.28(h) pour celui de Couette plan, obtenues pour des nombres de Reynolds compris dans la région SPT à proximité immédiate de l'écoulement turbulent. Les deux directions possibles des bandes turbulentes coexistent et forment des petits domaines dont la taille augmente lorsque  $R_i$  ou  $R_{Cp}$  diminue. L'ensemble de l'écoulement n'est pas tout de suite envahi par ces domaines. Dans cette région, ils apparaissent et disparaissent de façon continue et désordonnée conférant à l'écoulement une dynamique spatio-temporelle complexe de nucléation. Cette complexité apparaît clairement sur les diagrammes spatio-temporels du nombre d'onde, dont le signe révèle l'hélicité locale de la spirale (figure 3.30).

Cette région où les bandes turbulentes n'ont pas une direction/hélicité constante est observée entre la frontière avec l'écoulement turbulent (sous  $R_i^c$  ou  $R_{Cp}^c$ ) et un nombre de Reynolds intermédiaire  $R_{Cp}^*$  ou  $R_i^*$ , ce dernier dépendant *à priori* de  $R_o$  comme  $R_i^c$ .

### Le régime “ordonné” ou monodomaine

Pour  $R_i < R_i^*$  ou  $R_{Cp} < R_{Cp}^*$ , on n'observe plus que un ou deux domaines de taille transverse comparable à la dimension du système. Dans le système de Taylor-Couette, quand deux domaines sont présents, ils se répartissent suivant la hauteur et sont séparés par un front bien défini dont on peut suivre l'évolution au cours du temps. Le diagramme spatio-temporel d'un tel régime est représenté sur la figure 3.30(b). Ce front finit généralement par être évacué conduisant à un motif dont les bandes sont toutes inclinées dans la même direction (c'est-à-dire d'hélicité constante dans le cas de la spirale turbulente). Dans la pratique, les bords peuvent sans cesse réinitier un domaine de bandes inclinées dans l'autre direction (spirale d'hélicité opposée), mais ceci n'arrive plus au coeur de l'écoulement.

## 3.4.2 Variation de l'intensité lumineuse

La transition de l'écoulement turbulent vers le régime de bandes turbulentes se passant qualitativement de la même façon dans les deux systèmes, afin de mener une étude quantitative, nous nous concentrons sur le système de Taylor-Couette de plus grand rapports

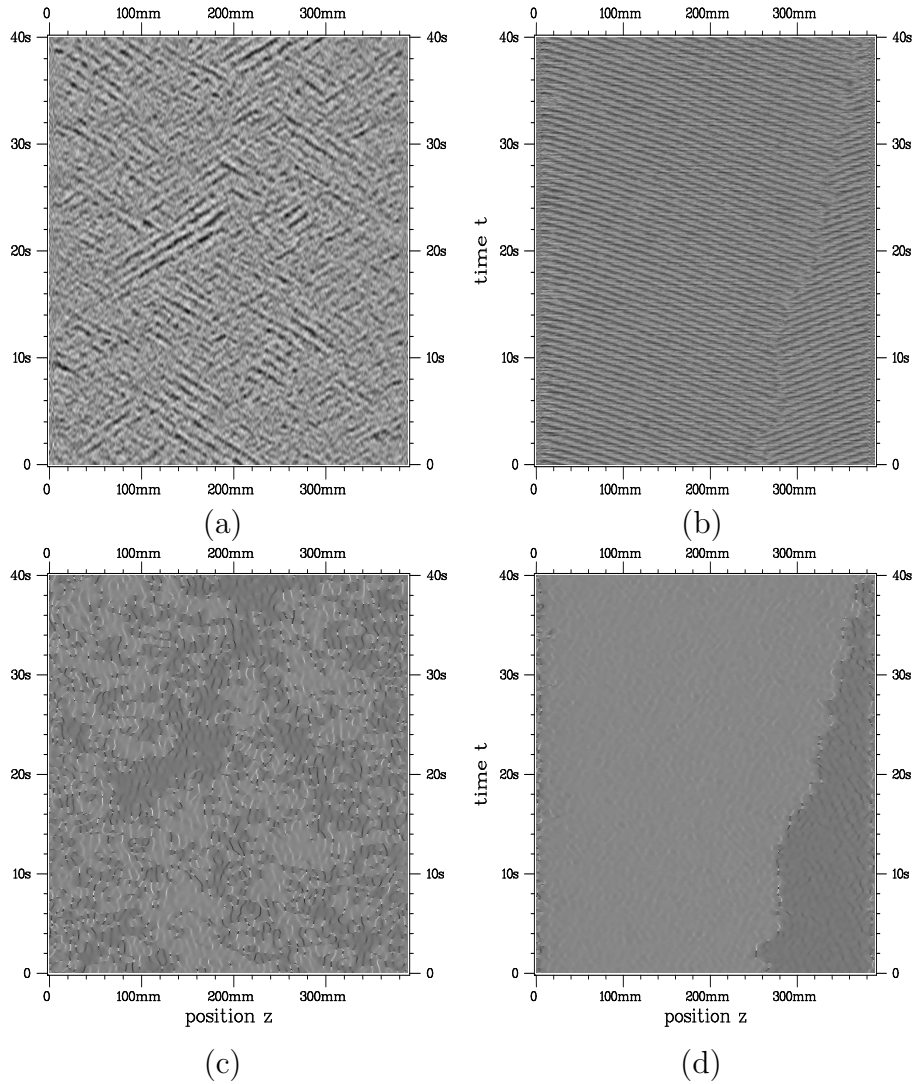


FIG. 3.30: DST normalisé (a,b) et DST du nombre d'onde (c,d) obtenus dans  $TC_{\eta_1}$  pour  $R_o = -850$ ,  $R_i = 785$  (a,c) et  $R_o = -850$ ,  $R_i = 720$  (b,d).

d'aspect  $TC_{\eta_1}$ .

Le schéma global de la transition est décrit ci-dessus, mais regardons d'un peu plus près l'intensité lumineuse enregistrée le long d'une ligne verticale parallèle à l'axe des cylindres prise au milieu de l'image. En effet, dans la mesure où le nombre d'onde azimutal est quantifié et quasiment constant dans sa région d'existence, l'enregistrement de l'intensité lumineuse suivant une ligne suffit pour étudier la dynamique spatio-temporelle de la spirale turbulente. La figure 3.31 donne en bleu l'évolution du signal de l'intensité lumineuse lorsque  $R_i$  est diminué depuis l'écoulement turbulent homogène. Le signal d'intensité lumineuse correspondant à cet écoulement est aussi représenté (en rouge) sur la figure.

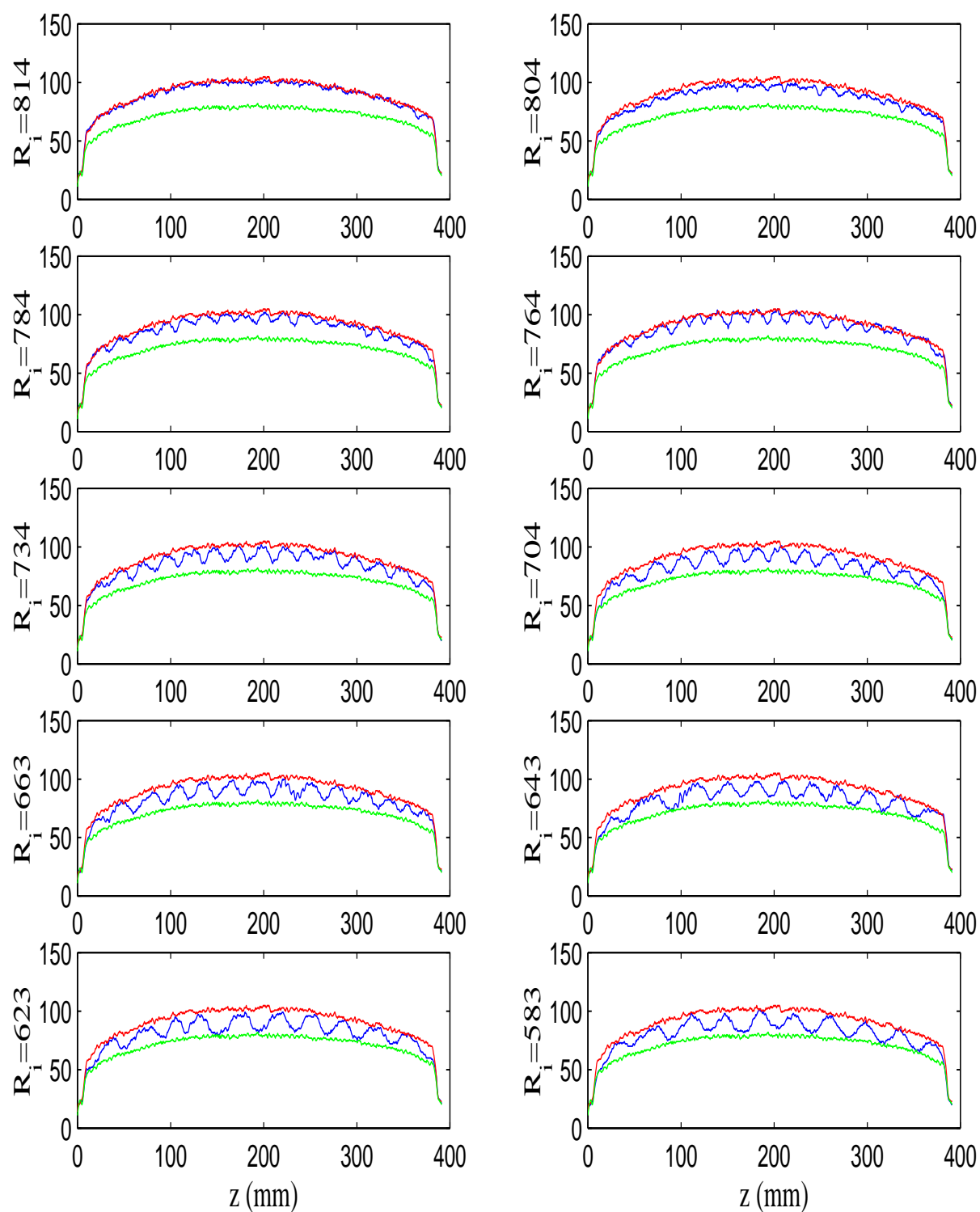


FIG. 3.31: Evolution du signal d'intensité lumineuse lorsque  $R_i$  décroît de 814 à 583 pour  $R_o = -1055$ . Ce signal (en bleu) est comparé aux signaux correspondant aux écoulements : en rouge, turbulent ( $R_i = 1005$ ) et en vert, laminaire ( $R_i = 366$ ).

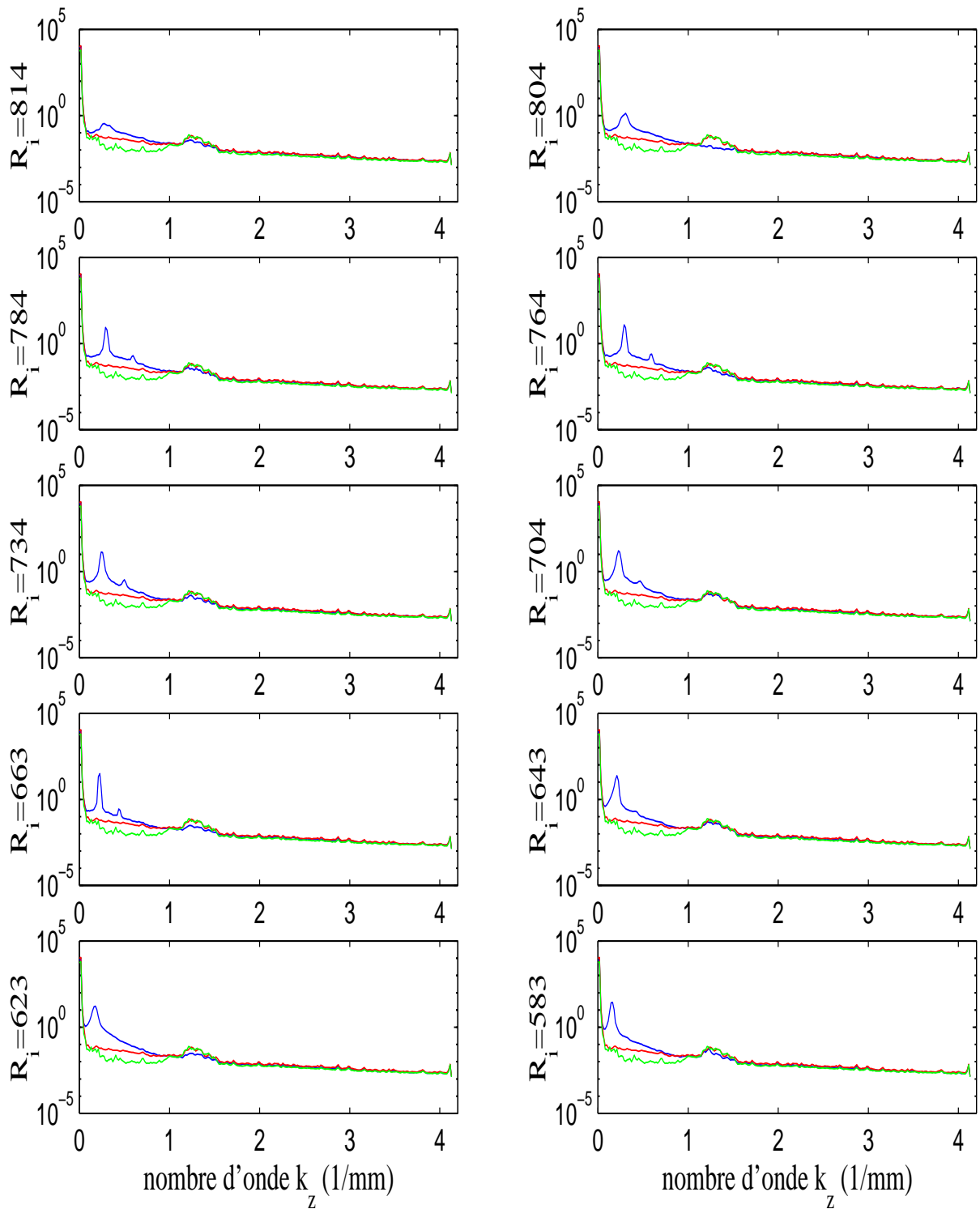


FIG. 3.32: Evolution du spectre spatial moyenné en temps lorsque  $R_i$  décroît de 814 à 583 pour  $R_o = -1055$  (en bleu). Ce spectre est comparé aux spectres correspondant aux écoulements : turbulent ( $R_i = 1005$ ) en rouge et laminaire ( $R_i = 366$ ) en vert. Les spectres sont issus des diagrammes spatio-temporels de l'intensité lumineuse de la figure 3.31.

C'est un signal fluctuant homogène. Apparaît également (en vert) sur la figure, le signal correspondant à l'écoulement laminaire.

Lorsque  $R_i$  est diminué à partir de l'écoulement turbulent, le signal se module. Il oscille d'abord sous le signal de l'écoulement turbulent (figure 3.31 haut). Les sommets des oscillations atteignent le niveau du signal de cet écoulement. Puis l'amplitude des oscillations augmente avec la diminution de  $R_i$ . Les minima des oscillations se rapprochent du signal de l'écoulement laminaire tandis que les maxima restent du niveau du signal correspondant à l'écoulement turbulent. En diminuant encore  $R_i$ , les minima de la modulation "saturent" au niveau du signal laminaire et le signal se présente sous la forme de créneaux entre les signaux des écoulements, turbulent et laminaire (figure 3.31 bas).

La figure 3.32 présente le spectre spatial moyenné en temps extrait des diagrammes spatio-temporels dont sont issus les profils d'intensité lumineuse de la figure 3.31. Sur cette figure, le signal en bleu correspond au spectre établi au Reynolds considéré, celui en rouge au spectre établi pour le régime turbulent et celui en vert, au spectre établi dans le régime laminaire. Sur le spectre de l'écoulement laminaire et de l'écoulement turbulent, aucun pic n'apparaît en dehors de la bosse située entre 1 et 2  $\text{mm}^{-1}$  et dont nous avons déjà mentionné l'existence au chapitre 2<sup>5</sup>. Aucune structure spatiale n'est donc présente dans l'écoulement. A  $R_i = 814$  une bosse est visible pour les faibles nombres d'onde. Lorsque  $R_i$  décroît, cette bosse se transforme en un pic dont la hauteur croît tandis que la longueur d'onde s'allonge. Pour les nombres de Reynolds les plus faibles, la hauteur du pic sature mais sa base s'élargit et s'élève.

L'apparition de la spirale turbulente se traduit donc par une modulation de l'intensité lumineuse dont la longueur d'onde est grande devant l'échelle spatiale des fluctuations. Lorsque cette modulation devient importante, elle prend la forme de créneaux dont les maxima sont au niveau de l'intensité lumineuse de l'écoulement turbulent et les minima au niveau de celle de l'écoulement laminaire. Localement, il y a donc relaxation vers l'écoulement laminaire et le motif est alors une alternance de bandes turbulentes et de bandes laminaires. Nous avons mesuré l'amplitude moyenne  $\langle |A| \rangle$  de la modulation en fonction de  $R_i$  pour différentes valeurs de  $R_o$ .  $\langle |A| \rangle$  est la moyenne d'un diagramme spatio-temporel de l'amplitude locale extrait de celui du signal brut réel après traitements sous XViin (voir chap. 2). La figure 3.33 donne la variation de  $\langle |A| \rangle^2$  en fonction de  $R_i$  pour trois valeurs de  $R_o$ .

L'amplitude de la modulation, est nulle dans l'état turbulent homogène. Puis  $\langle |A| \rangle^2$  croît linéairement lorsque  $R_i$  décroît, le motif apparaissant progressivement. Ce scénario n'est pas sans rappeler celui d'une bifurcation supercritique, l'écoulement turbulent homogène (l'état de base) devenant instable vis-à-vis d'une modulation spatiale (l'hélice turbulente). La valeur  $R_i = R_i^c$  pour laquelle  $\langle |A| \rangle^2$  est extrapolée à zéro correspond alors au seuil de l'instabilité.

---

<sup>5</sup>Cette bosse est présente sur tous les spectres mais ne correspond à aucune structure spatiale identifiable et sa hauteur est nettement inférieure à celle des pics correspondant à la spirale turbulente.



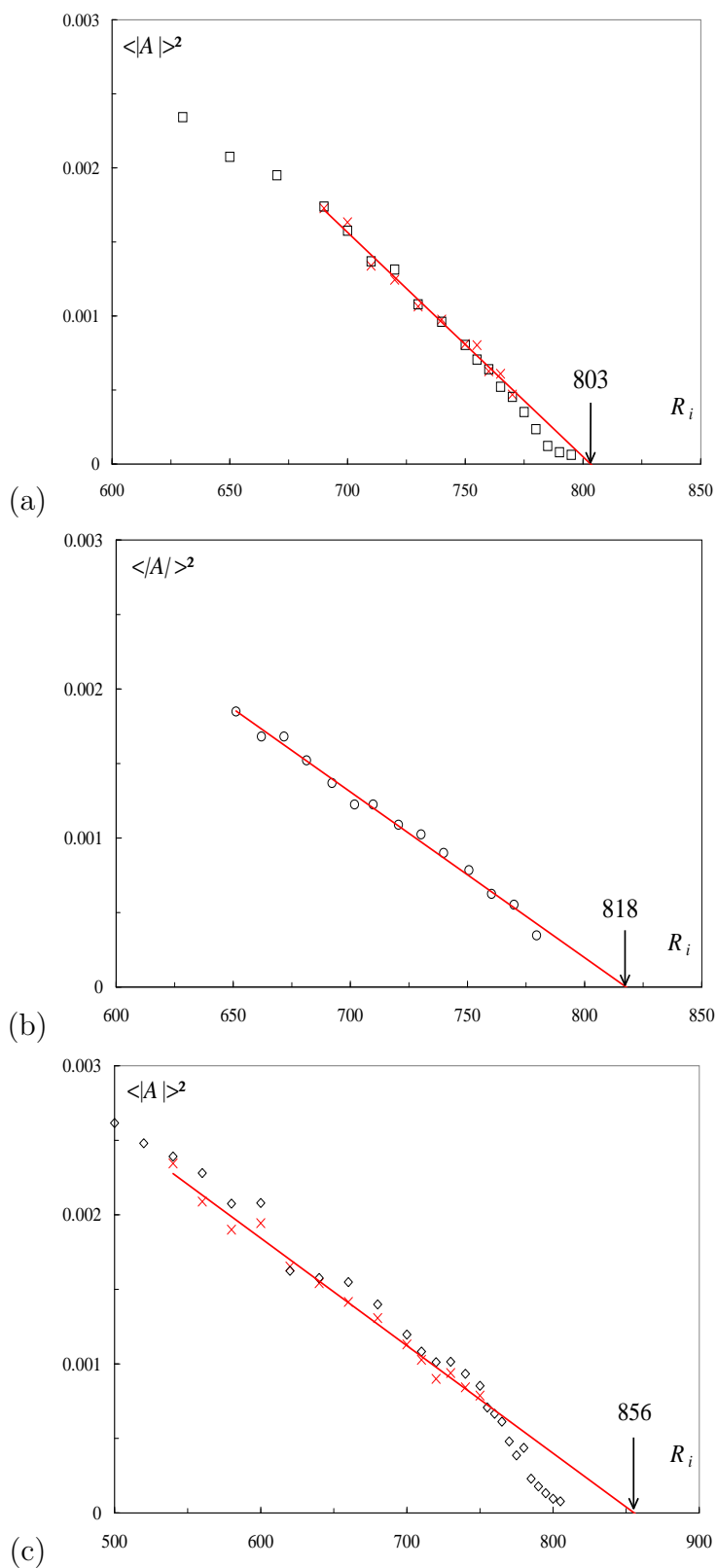


FIG. 3.33:  $\langle |A| \rangle^2$  en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  (a),  $-1050$  (b) et  $-1200$  (c) dans le système  $\eta_1$ .  $\langle |A| \rangle^2$  varie linéairement avec  $R_i$ , suffisamment loin du seuil. Les croix correspondent à des moyennes effectuées dans un domaine d'onde homogène.

Près du seuil, dans la plage de  $R_i$  correspondant au régime de nucléation de domaines décrit ci-dessus, nous constatons un effondrement de l'amplitude moyenne  $\langle |A| \rangle$  mesurée sur les DST. Dans cette plage, les mesures de  $\langle |A| \rangle$  ne peuvent être réalisées sur une zone d'onde homogène. Les nombreux fronts où l'amplitude est beaucoup plus faible occupent une place significative de l'espace et du temps et contribuent à l'atténuation artificielle de  $\langle |A| \rangle$ . Celle-ci est en fait une signature quasi-quantitative de la densité de fronts présents.

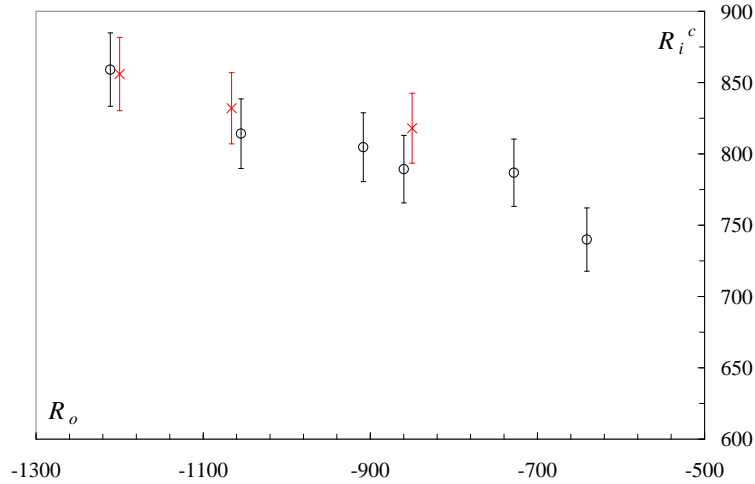


FIG. 3.34: Valeurs  $R_i^c$  trouvées pour les différents  $R_o$  étudiés.  $\circ$  :  $R_i^c$  trouvés par l'extrapolation à zéro de  $\langle |A| \rangle^2$ .  $\times$  :  $R_i^c$  trouvés par l'extrapolation à zéro du taux de croissance  $\sigma$  (voir 3.4.3).

La figure 3.34 donne l'ensemble des valeurs  $R_i^c$  trouvées pour les différents  $R_o$  étudiés. Ces valeurs sont en bon accord avec celles trouvées à l'oeil. Cependant, elles sont systématiquement plus élevées. Ce décalage s'explique, au moins en partie, par l'imprécision de l'oeil de l'expérimentateur pour distinguer de faibles nuances de gris... Près du seuil, alors qu'aucune structure n'est visible dans l'écoulement, le spectre d'un diagramme spatio-temporel peut clairement présenter un pic, même de faible amplitude.

### 3.4.3 Expériences de trempe

Afin de tester l'hypothèse d'une instabilité de l'écoulement turbulent homogène, des expériences de trempe ont été conduites dans le système de Taylor-Couette  $TC_{\eta_1}$ . Pour un  $R_o$  donné, à partir de l'écoulement pleinement turbulent,  $R_i$  est instantanément baissé sous  $R_i^c$ . Nous étudions alors le taux de croissance et l'hélicité de la spirale turbulente.

### Le taux de croissance temporel

Pour cette étude les trempes sont réalisées pour trois nombres de Reynolds extérieurs  $R_o = -850, -1066$  et  $-1200$ .  $R_i$  est baissé avec une décélération de  $100 \text{ tr/s}^2$  à partir de  $R_i = 900$  jusqu'à une valeur d'arrivée  $R_i^a \leq R_i^c$  donnée. Plusieurs valeurs  $R_i^a$ , réparties sur la verticale  $R_o$  correspondante de la région SPT, sont utilisées. Un diagramme spatio-temporel d'une ligne verticale est enregistré avant, pendant et après la décélération. Cette opération est effectuée deux fois pour chaque valeur d'arrivée  $R_i^a$ . Le taux de croissance temporel du motif est mesuré à partir du diagramme spatio-temporel de l'amplitude et moyenné sur les deux réalisations.

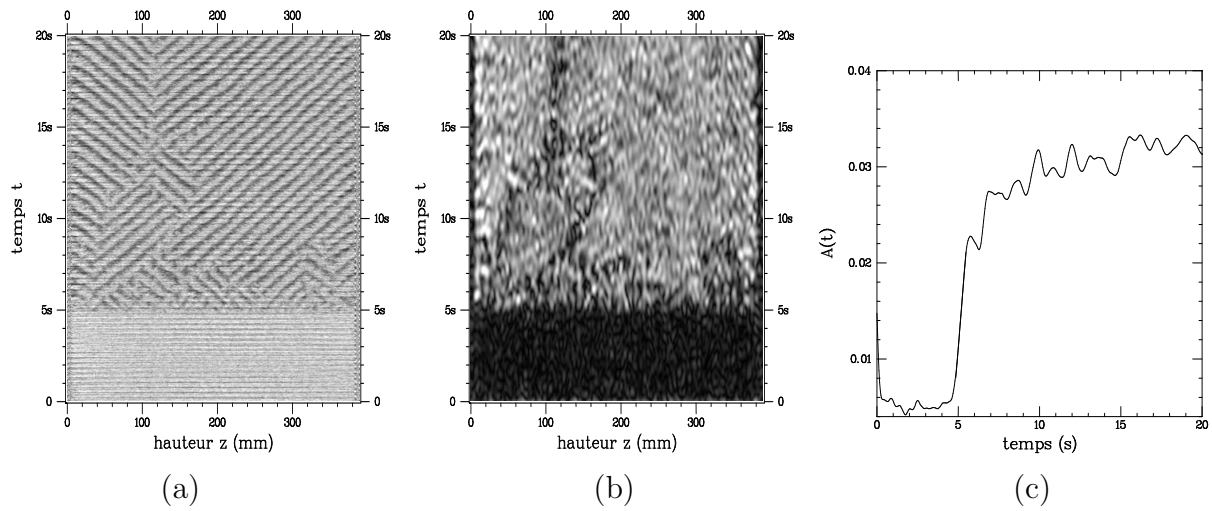


FIG. 3.35: Etapes de la mesure du taux de croissance temporelle. (a) : DST brut (normalisé), (b) : DST de l'amplitude  $A(z, t)$  et (c) : variation de l'amplitude moyenne  $A(t)$  en fonction du temps.

Le signal brut réel de l'intensité lumineuse, représenté sur la figure 3.35(a) pour  $R_o = -850$  et  $R_i = 740$ , est rendu complexe et filtré sous XvIn comme expliqué au chapitre 2. De cette opération, on obtient un signal de la forme  $A(z, t)e^{i\Phi(z, t)}$  dont le module donne l'amplitude. Le taux de croissance temporel est calculé à partir du signal  $A(t)$ , moyenne spatiale de  $A(z, t)$ , en supposant une croissance exponentielle de l'amplitude liée à l'instabilité linéaire de l'état de base. La figure 3.35(b) présente un diagramme spatio-temporel de l'amplitude issue du DST en (a) et la figure 3.35(c) présente le signal  $A(t)$  extrait du diagramme spatio-temporel de l'amplitude en (b). Le taux de croissance temporel  $\sigma$  est la pente moyenne de  $\ln A(t)$  dans la région de croissance en  $t$ .

La figure 3.36 présente l'ensemble des taux de croissance  $\sigma$ , mesurés pour les trois  $R_o$ , en fonction de  $R_i$ . Dans les trois cas,  $\sigma$  décroît linéairement avec  $R_i$  comme on peut l'attendre du taux de croissance d'une instabilité linéaire. En extrapolant les ajustements jusqu'à  $\sigma = 0$ , on obtient une nouvelle valeur  $R_i^c$  du seuil d'instabilité pour chaque  $R_o$  :

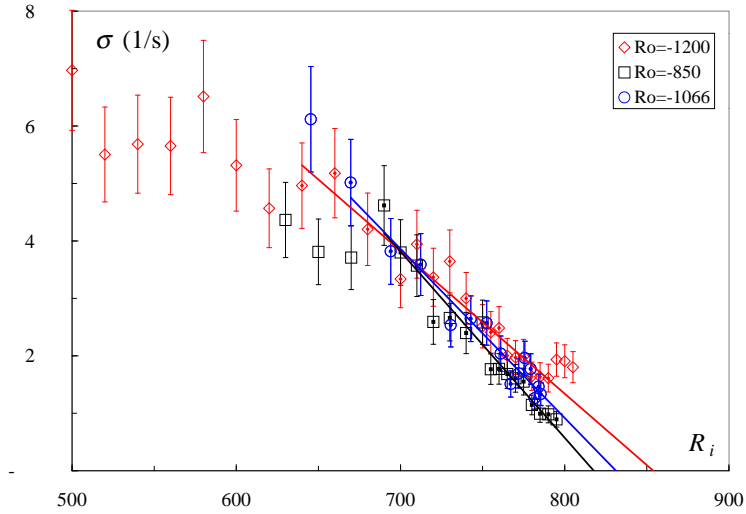


FIG. 3.36: Taux de croissance  $\sigma$  en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$  noirs),  $R_o = -1066$  ( $\circ$  noirs) et  $R_o = -1200$  ( $\diamond$  rouges).

- 818 pour  $R_o = -850$
- 832 pour  $R_o = -1066$
- 856 pour  $R_o = -1200$

Ces résultats sont reportés sur la figure 3.34. Ils sont également compilés dans le tableau 4.1 du chapitre 4. L'accord entre les seuils trouvés à partir de l'annulation de  $|A|^2$  et ceux trouvés par l'annulation de  $\sigma$  est très bon et confirme l'idée d'une instabilité de l'écoulement turbulent homogène, que nous préciserons au prochain chapitre.

### Probabilité d'apparition d'une spirale droite ou gauche

Les observations réalisées au 3.2.2 ont montré qu'il semble exister une dissymétrie de l'hélicité de la spirale turbulente. Une telle dissymétrie peut éventuellement se manifester lors de l'établissement du motif. Nous avons donc réalisé des trempes en notant quelle hélicité apparaît la première de façon uniforme dans l'écoulement. Les trempes sont réalisées pour plusieurs  $R_o$  de la région SPT et leur  $R_i$  d'arrivée est choisi au coeur de cette région, à  $R_i = 700$ . Pour chaque  $R_o$ , entre 20 et 100 trempes sont effectuées. Nous obtenons ainsi une mesure statistique de l'existence d'une dissymétrie de l'hélicité de la spirale turbulente.

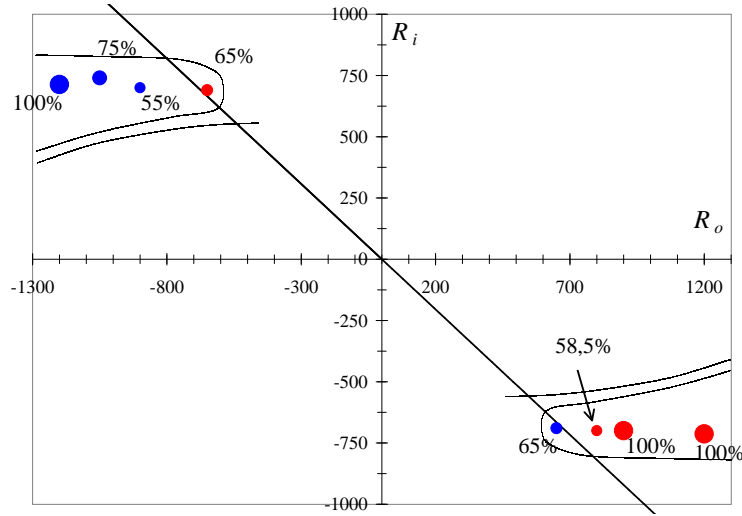


FIG. 3.37: Probabilité d'apparition, après une trempe, d'un premier état uniforme d'hélicité gauche (en rouge) ou droite (en bleu) en fonction du nombre de Reynolds d'arrivée  $R_i^a$ .

Nos résultats sont reproduits sur la figure 3.37 où nous représentons le pourcentage de spirale droite pour la position d'arrivée considérée dans le cas  $\eta_1$  et montrent l'existence d'une dissymétrie compatible avec les observations réalisées au 3.2.2. Plus on s'éloigne de la diagonale  $\omega_i = -\omega_o$ , plus la dissymétrie est importante. L'hélicité est gouvernée par le sens de rotation d'ensemble de l'écoulement qui est nul sur la diagonale et change donc de signe de part et d'autre de cette dernière. Si l'on change le sens de rotation des deux cylindres, le diagramme de bifurcation est inchangé mais le sens de rotation d'ensemble de l'écoulement est inversé. De même, l'hélicité de la spirale turbulente est inversée et comme précédemment, plus on s'éloigne de la diagonale, plus le signe de l'hélicité est imposé, en moyenne.

### 3.5 Conclusion

Nous avons vu que la spirale turbulente est la manifestation propre à l'écoulement de Taylor-Couette d'un motif de grande longueur d'onde commun aux écoulements de Couette. Il correspond à une modulation des fluctuations de vitesse et de la vitesse moyenne et se traduit par une modulation de l'intensité lumineuse. Considérant la transition inverse depuis la turbulence, nous voyons, à partir de l'intensité lumineuse, que ce motif résulte de l'instabilité de l'écoulement turbulent homogène et apparaît, au seuil, avec une longueur d'onde grande, mais finie, devant l'écartement entre les parois à l'origine du cisaillement. La longueur d'onde axiale/transverse du motif augmente avec l'écart au

seuil mais la largeur des bandes de turbulence forte (les bandes claires) varie peu. Les séquences de photographies des figures 3.11, 3.12 et 3.28 montrent que l'augmentation de la longueur d'onde est principalement liée à l'élargissement des zones moins turbulentes ou laminaires.

Il convient de rappeler que les mesures d'intensité lumineuse sont des mesures globales, intégrées sur l'épaisseur de la couche de fluide cisailé. Si l'on s'en tient à cette mesure, l'état de turbulence modulée peut correspondre à la présence de poches laminaires comme sur le schéma de la figure 1.6(c) extrait de [19], l'intensité lumineuse recueillie étant plus faible lorsque l'épaisseur d'écoulement turbulent traversé par la lumière est plus faible et l'amplitude de la modulation augmentant au fur et à mesure que les poches grandissent. Toutefois, la modulation de  $\langle u_z \rangle$  (la composante axiale de la vitesse moyenne) observée au coeur de l'écoulement présente elle aussi une croissance en racine carrée de l'écart au seuil. Nous pensons donc que le motif de bandes observé correspond à une réelle instabilité de l'écoulement turbulent homogène donnant lieu à un écoulement de turbulence modulée (en intensité). Dans ce contexte, on ne peut parler de coexistence laminaire-turbulent près du seuil, ce régime étant atteint, loin de celui-ci, lorsque l'amplitude des modulations est suffisamment forte pour qu'il y ait relaxation vers l'état laminaire dans les minima.

Bien que l'idée d'étudier les régimes de coexistence laminaire-turbulent en considérant la transition inverse depuis l'écoulement turbulent, ait été suggérée par Coles [19] dès 1962, elle n'avait encore jamais été mise en application. De ce fait, la description de ces régimes n'a été envisagée, jusqu'à présent, que dans le contexte de la transition sous-critique depuis l'écoulement laminaire<sup>6</sup>. Ainsi, Fauve et Thual [77, 38] ont montré l'existence de solutions localisées stables dans l'équation de Ginzburg-Landau d'ordre 5 (sous-critique) à coefficients complexes. Plus récemment, Hayot et Pomeau [47] ont proposé de décrire la spirale turbulente par une équation de Ginzburg-Landau d'ordre 5 à coefficients réels à laquelle ils ajoutent un terme non local permettant de stabiliser la taille des domaines turbulents. L'origine de ce terme est attribuée à la variation périodique<sup>7</sup> du tenseur de Reynolds qui produit un forçage périodique de l'écoulement moyen générant un écoulement de Poiseuille dans les zones laminaires. Son expression dépend de la périodicité de la pression et ne convient donc qu'aux écoulements annulaires. Toutefois, le mécanisme à son origine permet de comprendre pourquoi la taille des bandes turbulentes varie si peu.

L'observation d'un régime identique dans l'écoulement de Couette plan invite à chercher une modélisation commune au moins aux deux écoulements de Couette, qui ne dépende donc pas de la géométrie du système. Au chapitre suivant nous proposons de décrire la spirale turbulente et plus généralement tout motif de turbulence modulée dans le contexte de la transition supercritique depuis l'écoulement turbulent homogène.

---

<sup>6</sup>Une équation d'amplitude sous-critique autorise l'existence de deux états stables pour la même plage des paramètres de contrôle.

<sup>7</sup>Cette variation périodique a été mise en évidence par Coles et Van Atta [21, 18] et se retrouve dans nos mesures de vitesse par LDV, la spirale turbulente étant associée à une modulation des composantes axiale et azimutale de la vitesse ainsi que des fluctuations de vitesse.

# Chapitre 4

## Description en termes d'équations d'amplitude

Nous montrons que la spirale turbulente peut être décrite de façon cohérente dans le cadre des équations d'amplitude par un jeu de deux équations de Ginzburg-Landau couplées et bruitées à coefficients réels. Nous expliquons d'abord les raisons du choix de ces équations. Nous déterminons ensuite l'ensemble de leurs coefficients dans le cadre des expériences de trempe décrites au chapitre précédent confirmant ainsi leur choix. Enfin, nous proposons à partir de ce résultat un schéma global de la transition basé sur un potentiel local.

### 4.1 Modélisation

#### 4.1.1 Choix du modèle

Nous cherchons à décrire le signal  $I(z, t)$  des diagrammes spatio-temporels, ce signal étant supposé traduire de façon suffisante la dynamique spatio-temporelle de la spirale turbulente. En effet, comme celle-ci est un motif bidimensionnel dont le nombre d'onde azimutal est constant dans sa région d'existence et que par ailleurs les fronts entre deux ondes sont bien horizontaux, sa dynamique peut se réduire à une dynamique spatio-temporelle unidimensionnelle. Sur la base des observations faites au chapitre précédent nous proposons d'écrire  $I(z, t)$  en termes d'amplitudes lentement variables  $A_d$  et  $A_g$  sous la forme :

$$I(z, t) = A_d(z, t)e^{i(k_0z - \omega_0t)} + A_g(z, t)e^{i(-k_0z - \omega_0t)} + c.c.$$

où  $k_0$  et  $\omega_0$  sont les fréquences spatiale et temporelle du motif. La forme des équations d'amplitude gouvernant  $A_d$  et  $A_g$  dépend de la nature de l'instabilité à l'origine du motif considéré et non des détails du système dont seuls leurs coefficients dépendent [78]. Allant

au plus simple, nous choisissons donc des termes nonlinéaires cubiques stabilisants compatibles avec la nature supercritique de la transition. Un point important pour l'écriture de ces équations concerne aussi la nature, stationnaire ou non, du motif. Si il est stationnaire les coefficients seront réels, sinon ils devront être complexes. La spirale turbulente tourne dans le référentiel du laboratoire à la vitesse angulaire moyenne  $\Omega_m$ . Quand  $\omega_i = -\omega_o$  ou si l'on se place dans le référentiel tournant à  $\Omega_m$ , elle est stationnaire <sup>1</sup>. Des équations à coefficients réels doivent donc convenir mais nous les écrivons avec des coefficients complexes et vérifions expérimentalement que leur partie imaginaire est bien nulle.

Par ailleurs, puisque nous considérons le motif de la spirale turbulente dans le contexte de la transition supercritique depuis l'écoulement turbulent homogène, l'état de base à son origine est intrinsèquement fluctuant. Il ne s'agit pas de fluctuations microscopiques comme celles observées notamment en convection mais de fluctuations macroscopiques qui sont à l'échelle de la description. Leur intensité apparaît sur les courbes de  $v_{rms}$  de la figure 3.13. L'état de turbulence modulée brise la symétrie  $z \rightarrow -z$ . Lors des trempes il est généralement atteint après un transitoire durant lequel des domaines de spirale d'hélicité opposée séparés par des fronts sont en compétition. Près du seuil d'instabilité, de tels domaines nucléent spontanément, donnant lieu au régime désordonné décrit au chapitre 3 et auquel correspond un effondrement de l'amplitude mesurée sur les DST. Ces observations ne peuvent ne rentrent pas dans le cadre d'équations de Ginzburg-Landau non bruitées. Nous les voyons comme une conséquence directe du niveau élevé des fluctuations intrinsèques à l'écoulement de base turbulent dont nous proposons de rendre compte par l'ajout d'un bruit  $\eta_{d,g}$  choisi additif blanc et delta-corrélé, au niveau de l'amplitude en l'absence d'indication supplémentaire et par mesure de simplicité.

Les équations gouvernant  $A_d$  et  $A_g$ , les équations de Ginzburg-Landau à coefficients complexes, s'écrivent alors au premier ordre significatif :

$$\begin{aligned} \tau_0 \left( \frac{\partial A_{d,g}}{\partial t} \pm s_0 \frac{\partial A_{d,g}}{\partial z} \right) = & \epsilon A_{d,g} + \xi_0^2 (1 + ic_1) \frac{\partial^2 A_{d,g}}{\partial z^2} \\ & - g_3 (1 - ic_3) |A_{d,g}|^2 A_{d,g} \\ & - g_2 (1 - ic_2) |A_{g,d}|^2 A_{d,g} + \gamma \eta \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $\tau_0$  et  $\xi_0$  sont les échelles caractéristiques des modulations des amplitudes,  $s_0$  est la vitesse de groupe,  $\epsilon = (R_i^c - R_i)/R_i^c$  est l'écart au seuil et  $\gamma$  est l'intensité constante du bruit blanc delta-corrélé  $\eta$ . Les amplitudes sont cherchées sous la forme :

$$A_{d,g} = a_{d,g} e^{i(q_{d,g}z - \delta\omega t)}$$

où  $q_{d,g}(z, t) = k(z, t) \pm k_0$  et  $\delta\omega(z, t) = \omega(z, t) - \omega_0$ . N'observant pas de coexistence d'ondes gauches ( $A_g$ ) et droites ( $A_d$ ), c'est-à-dire d'ondes stationnaires, les solutions stables des

---

<sup>1</sup>Pour des raisons pratiques concernant la démodulation complexe, les mesures relatives aux trempes ne sont pas effectuées le long de la diagonale  $\omega_i = -\omega_o$ .



équations prennent la forme de couples :

$$A_{d,g} = a_{d,g} e^{i(q_{d,g}z - \delta\omega t)}, \quad A_{g,d} = 0.$$

En insérant ces solutions dans les équations non bruitées, nous obtenons les relations de dispersion :

$$a_{d,g}^2 = \frac{1}{g_3} (\epsilon - \xi_0^2 q_{d,g}^2) \quad (4.2)$$

$$-\tau_0 \delta\omega \pm s_0 q_{d,g} = -\xi_0^2 c_1 q_{d,g}^2 + g_3 c_3 a_{d,g}^2 \quad (4.3)$$

et en incluant 4.2 dans 4.3 :

$$-\tau_0 \delta\omega = c_3 \epsilon \mp s_0 q_{d,g} - \xi_0^2 (c_1 + c_3) q_{d,g}^2 \quad (4.4)$$

D'après ces relations nous voyons que, pour un  $\epsilon$  donné,  $a_{d,g}^2$  dépend linéairement de  $q_{d,g}^2$ , son ordonnée à l'origine donnant  $g_3$  et sa pente  $\xi_0$ . Dans le cas général et pour un  $\epsilon$  donné, la fréquence  $\delta\omega$  est une fonction du second degré de  $q$  dont les dérivées donnent accès à la vitesse de groupe  $s_0$  et aux coefficients  $c_1$  et  $c_3$  en fonction de  $\tau_0$ .

$$\delta\omega|_{q=0} = c_3 \epsilon \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \delta\omega}{\partial q}|_{q=0} = \pm s_0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial^2 \delta\omega}{\partial q^2}|_{q=0} = \frac{2\xi_0^2}{\tau_0} (c_1 + c_3) \quad (4.7)$$

### 4.1.2 Observations expérimentales

Nous allons voir ci-dessous quelle est la forme de ces relations de dispersion en exprimant l'amplitude  $|A|$  et la vitesse angulaire  $\omega$  en fonction du nombre d'onde  $k$ .

#### $|A|$ en fonction de $k$

Nous étudions la variation de  $|A| = A(z, t)$  en fonction de  $k = k(z, t)$ , quantités définies au 2.3.2. Dans un grand domaine d'onde homogène (unique) sur un diagramme spatio-temporel, nous repérons les valeurs de  $|A|$  correspondant à un intervalle de  $k$ , donné. Ces valeurs sont ensuite moyennées pour obtenir un point dont l'abscisse est la moyenne de l'intervalle de  $k$  considéré. Pour chaque nombre de Reynolds  $R_i$ , nous traçons ainsi  $|A|$  en fonction de  $k$ . Nous obtenons une courbe parabolique comme celle représentée sur la figure 4.1 dont les barres verticales représentent l'écart type de la distribution des  $|A|$  appartenant à l'intervalle de  $k$  considéré. La longueur de ces barres révèle l'importance de la dispersion des distributions qui induit une incertitude importante dans la détermination des coefficients (réalisée ci-dessous). La forme de la dépendance de  $|A|$  en fonction de  $k$  est donc celle attendue théoriquement.

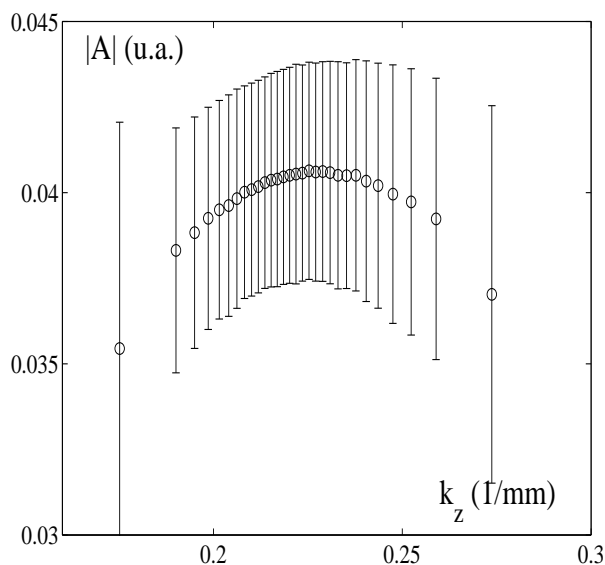


FIG. 4.1:  $|A|$  en fonction de  $k$  pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 620$  (voir le texte pour le calcul).

#### $\omega$ en fonction de $k$

De la même façon que pour l'amplitude, nous étudions la variation de  $\omega$  en fonction de  $q$  ou  $k$ . Pour chaque valeur de  $R_i$  (ou  $\epsilon$ ), nous obtenons des courbes comme celle de la figure 4.2. Dans le cas d'équations de Ginzburg-Landau à coefficients complexes sans

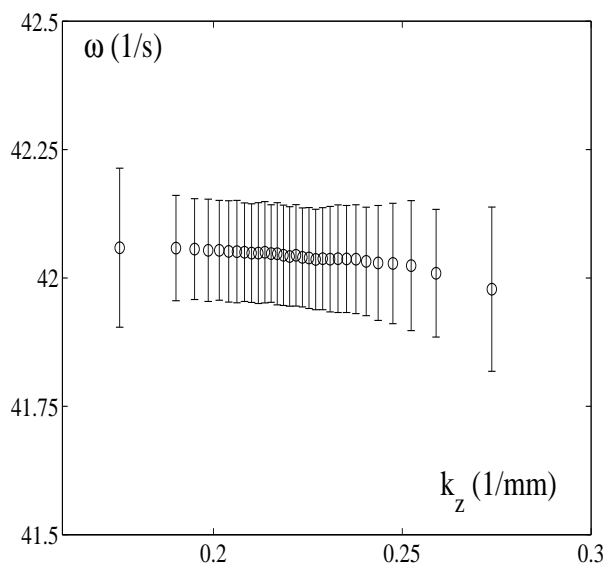


FIG. 4.2:  $\omega$  en fonction de  $k$  pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 620$ .

bruit, nous avons vu ci-dessus que  $\delta\omega = \omega - \omega_0$  devait être une fonction quadratique de  $q$ . Et, nous supposons que l'introduction de bruit dans les équations ne modifierait pas la forme des fonctions  $\delta\omega(q)$ . C'est d'ailleurs le cas des fonctions  $|A|(q)$  dont la forme est inchangée lors de l'introduction du bruit. Nous ne connaissons à priori pas  $\omega_0$ . Mais  $\omega$  ayant la même forme que  $\delta\omega$ , nous exprimons  $\omega$  en fonction de  $q = k - k_0$ ,  $k_0$  étant donné par la position du maximum de  $|A|(k)$ . Dans le cas des équations sans bruit,  $\omega$  s'écrit :

$$\omega = \omega_0 - \frac{c_3}{\tau_0}\epsilon \pm s_0 q_{d,g} - \frac{\xi_0^2}{\tau_0}(c_1 + c_3)q_{d,g}^2 \quad (4.8)$$

soit  $\omega = \beta_0 + \beta_1 q + \beta_2 q^2$  avec trois coefficients  $\beta_i$  à déterminer.

Nous constatons que les courbes  $\omega(q)$  comme celle de la figure 4.2 ne présentent aucune courbure. Le terme  $\beta_2$  est donc absent dans l'expression de  $\omega(q)$  qui se résume alors à  $\omega = \beta_0 + \beta_1 q$ . Dans le cas des équations sans bruit,  $\beta_2$  vaut  $\xi_0^2(c_1 + c_3)/\tau_0$ . Il faut donc que  $c_1 + c_3$  soit nul pour que  $\beta_2$  le soit aussi. Le coefficient  $\beta_0$  est tracé en fonction de  $R_i$

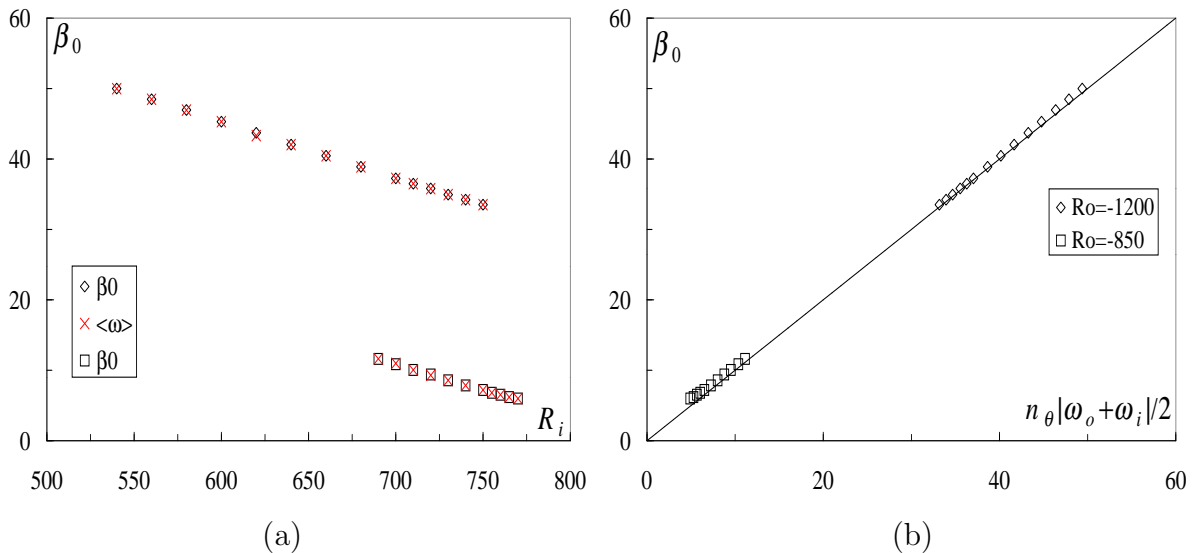


FIG. 4.3: (a) :  $\beta_0$  ( $\square$  et  $\diamond$ ) et  $\langle\omega\rangle$  ( $\times$ ) en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ . (b) :  $\beta_0$  en fonction de  $n_\theta|\omega_o + \omega_i|/2$  (en rad/s) où  $n_\theta$  (non mesuré) est pris constant et égale à 6. Sur les deux figures,  $\beta_0$  est en rad/s.

sur la figure 4.3(a). Il varie linéairement avec  $R_i$  (donc  $\epsilon = (R_i^c - R_i)/R_i^c$ ) et nous voyons qu'il correspond à la vitesse angulaire moyenne du motif  $\langle\omega\rangle$  qui est aussi tracée sur la figure 4.3(a).  $\beta_0$  est aussi tracé en fonction de  $n_\theta|\omega_o + \omega_i|/2$  sur la figure 4.3(b). Les valeurs de  $\beta_0$  s'alignent sur la droite  $y = x$  représentée en trait plein sur la figure. Nous retrouvons pour  $\beta_0$  le même résultat qu'au chapitre 3 pour  $\omega_s$ , c'est-à-dire :  $\beta_0 = n_\theta(\omega_o + \omega_i)/2$ .

$\beta_0$  est donc égale à la vitesse angulaire de la spirale turbulente et en tant que tel, est gouverné par la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres. Dans le cadre des équations de Ginzburg-Landau sans bruit et de l'équation 4.8, il paraît raisonnable d'identifier  $\beta_0$

à  $\omega_0$  et de considérer nul le coefficient  $c_3$ . Dans ce cas,  $c_1$  aussi est nul et les équations deviennent des équations à coefficients réels.

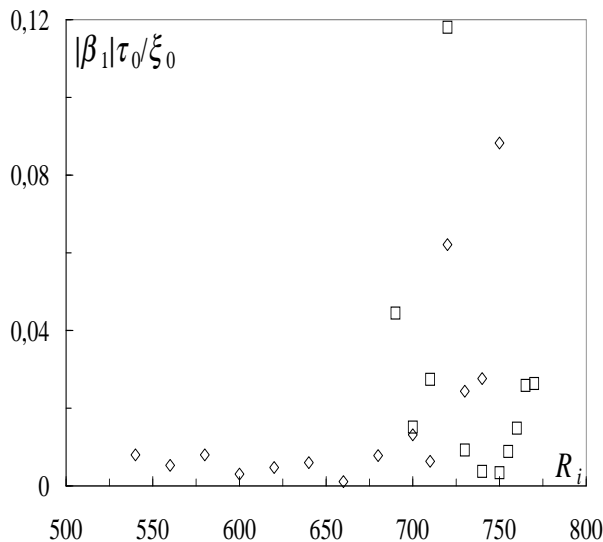


FIG. 4.4: Le coefficient  $\beta_1$  adimensionné par  $\xi_0/\tau_0$  en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$ ) et  $R_o = -1200$  ( $\diamond$ ).

Le coefficient  $\beta_1$  correspond, dans le cas des équations sans bruit, à la vitesse de groupe  $s_0$  de l'onde. Sa valeur est, à de rares exceptions près, toujours inférieure à 1 mm/s et dépend fortement de la largeur de la bande passante utilisée lors de la démodulation complexe. Son existence même semble donc douteuse. Nous présentons tout de même le résultat de sa mesure en fonction de  $\epsilon$  sur la figure 4.4. Afin de juger de son importance, nous présentons la valeur absolue de  $\beta_1$  adimensionnée par  $\xi_0/\tau_0$ <sup>2</sup>.

Le coefficient  $\beta_1$  est négligeable devant  $\xi_0/\tau_0$ . La vitesse de groupe  $s_0$  peut donc être omise des équations 4.1. Une observation supplémentaire accrédite ce résultat. La présence d'une vitesse de groupe non nulle dans les équations s'accompagnerait d'une dissymétrie du taux de croissance spatiale des ondes gauches par rapport à celui des ondes droites. Or, ceci n'a pas été constaté expérimentalement.

## 4.2 Détermination des coefficients

Dans le cadre d'une description par des équations de Ginzburg-Landau couplées, les coefficients sont déterminés à partir des relations existant entre l'amplitude locale  $|A_d|$

<sup>2</sup>Aucune différence n'apparaît entre les coefficients  $\beta_1$  déterminés pour l'onde gauche et ceux déterminés pour l'onde droite.

ou  $|A_g|$ , la fréquence locale  $\omega$  et le nombre d'onde local  $k = k_z$ . Nous venons de voir que les coefficients complexes et la vitesse de groupe des équations de Ginzburg-Landau sont nuls. Des deux relations de dispersion, il ne reste donc que celle existant entre l'amplitude et le nombre d'onde (4.2). Nous en déduisons théoriquement  $g_3$  et  $\xi_0$ . Il nous reste alors à déterminer  $\tau_0$  et  $g_2$  pour déterminer l'ensemble des coefficients des équations de Ginzburg-Landau couplées. Pour cela nous considérons les zones de croissance spatiale et temporelle des ondes. La première correspond à la zone d'apparition du motif après une trempe. L'amplitude des ondes gauche et droite y est faible, nous autorisant à négliger les termes nonlinéaires des équations. De plus, la croissance est supposée identique pour les deux ondes<sup>3</sup>. Dans le cas d'une instabilité linéaire, leur amplitude s'écrit alors dans cette zone :  $A_{d,g} \propto a_{d,g} e^{\sigma t}$  où  $\sigma$  est le taux de croissance temporelle. La croissance spatiale des ondes, elle, se retrouve de part et d'autre de fronts séparant deux ondes. Dans cette zone l'onde (gauche ou droite) considérée a une amplitude faible mais pas nécessairement l'onde inverse. Nous négligeons donc le terme nonlinéaire  $|A_{d,g}|^2 A_{d,g}$  dans les équations. L'amplitude prend la forme :  $A_{d,g} \propto a_{d,g} e^{\kappa z}$  où  $\kappa$  est le taux de croissance spatiale et  $a_{d,g}$  l'amplitude réelle de l'onde obéissant à 4.2. En insérant ces nouvelles expressions dans les équations d'amplitude, nous obtenons ainsi les relations :

$$\sigma = \frac{\epsilon}{\tau_0} \quad (4.9)$$

$$\kappa^2 \xi_0^2 = \epsilon \left( \frac{g_2}{g_3} - 1 \right) \quad (4.10)$$

$\tau_0$  et  $g_2/g_3$  se déduisant de la pente des droites représentant les termes de gauche en fonction de  $\epsilon$ .

### 4.2.1 Du bruit dans les équations

Afin d'estimer ce que deviennent les relations que nous venons de voir ci-dessus quand on introduit du bruit dans les équations de Ginzburg-Landau couplées à coefficients réels, des simulations numériques sont nécessaires. Celles-ci ont été effectuées par Guillaume Grégoire avec tous les coefficients fixés à 1 sauf  $g_2$  et  $\gamma$ . En effet, l'absence de coexistence d'onde gauche et droite indique un terme de couplage fort. Nous choisissons donc  $g_2/g_3 = 1, 2$ . Plusieurs valeurs de l'intensité du bruit  $\gamma$  ont été testées. La valeur utilisée est celle pour laquelle les simulations numériques reproduisent les observations expérimentales et le seuil du régime désordonné se produit à un même  $\epsilon$  dans les simulations et les expériences, c'est-à-dire  $\gamma \simeq 3.10^{-3}$ .

---

<sup>3</sup>Expérimentalement, nous n'observons pas de différence notable entre les taux de croissance des deux ondes.

**L'amplitude**

La figure 4.5 présente deux diagrammes spatio-temporels de l'amplitude obtenus par simulation numérique et présentant le régime multidomaines ou désordonné pour l'un (a) et le régime monodomaine pour l'autre (b). Nous retrouvons sur ces DST la même dynamique que celle présentée sur ceux de la figure 3.30.

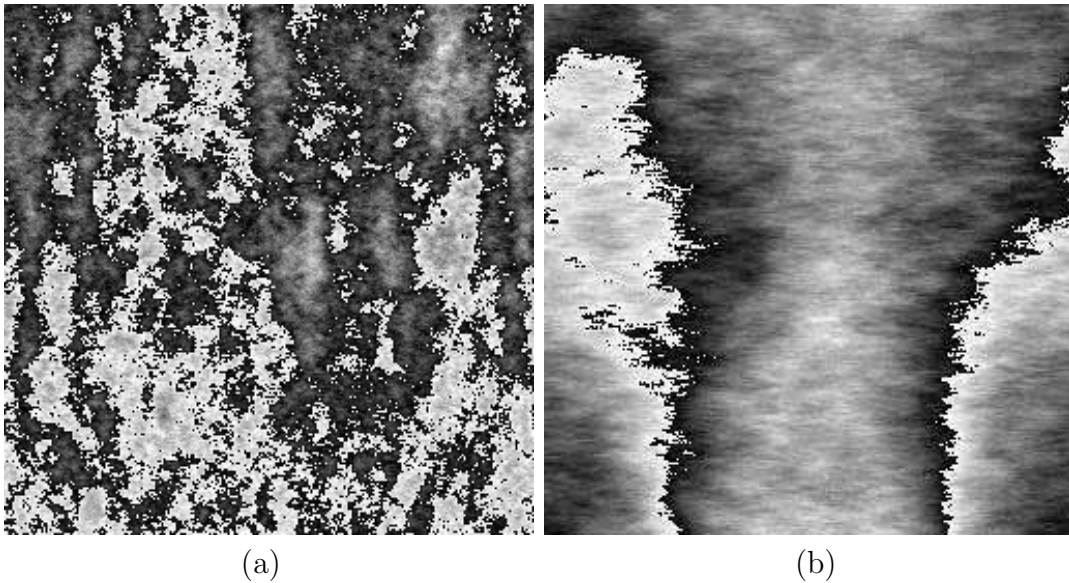


FIG. 4.5: Diagrammes spatio-temporels de l'amplitude obtenus par simulation numérique et présentant le régime multidomaines (a) et monodomaine (b). La taille du système est  $256 \times 0,5$  et sa durée  $256 \times 0,08$ .

Quelle que soit la valeur  $\gamma$  utilisée, l'amplitude  $\mathcal{A} \equiv \langle |A_g| + |A_d| \rangle$  a le même comportement que celui de l'amplitude moyenne mesurée expérimentalement. Elle varie comme la racine carré de  $\epsilon$  pour les  $\epsilon$  grands et un décrochage proportionnel à l'intensité du bruit est observé quand  $\epsilon$  tend vers zéro. En effet la nucléation spontanée de domaines dépend de l'intensité du bruit. La figure 4.6, représentant  $\mathcal{A}$  en fonction de  $\epsilon$  pour deux valeurs du bruit et la valeur théorique  $\sqrt{\epsilon/g_3}$ , illustre ce propos. Quand  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $\mathcal{A}$  tend vers la valeur de  $\gamma$ . Ceci apparaît nettement pour la courbe obtenue avec  $\gamma = 3 \cdot 10^{-2}$  mais n'est pas visible à cette échelle pour  $\gamma = 3 \cdot 10^{-3}$  qui suit la courbe théorique. Ainsi pour des valeurs raisonnables du bruit, le décalage de la valeur du seuil, déterminée par l'extrapolation linéaire de  $\mathcal{A}^2$ , reste négligeable.

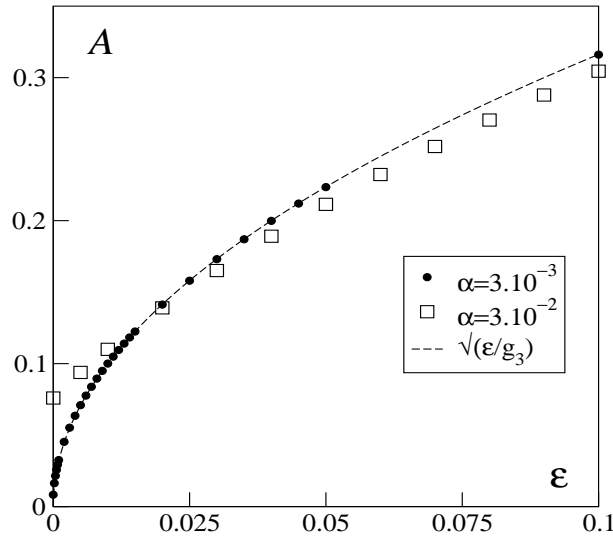


FIG. 4.6:  $\mathcal{A} \equiv \langle |A_g| + |A_d| \rangle$  en fonction de  $\epsilon$  pour deux valeurs de l'intensité du bruit  $\gamma$ . A titre de comparaison la courbe théorique (sans bruit)  $\sqrt{\epsilon/g_3}$  est aussi tracée (en pointillés).

### La relation entre $|A|$ et $q$

Les coefficients  $c_i$  et la vitesse de groupe  $s_0$ , étant nuls, les relations établies ci-dessus se résument aux relations 4.2, 4.9 et 4.10 sans  $s_0$ <sup>4</sup>.

Nous étudions la variation de l'amplitude locale  $|A|$ , prise dans les zones d'onde unique, en fonction du nombre d'onde local  $q$ . Sur la figure 4.7, nous représentons  $|A|^2$  en fonction de  $q^2$  pour trois valeurs de  $\epsilon$ .

Comme dans le cas des équations sans bruit vu au 4.1.1,  $|A|^2$  est une fonction affine de  $q^2$  que nous écrivons donc sous la forme :  $|A|^2(q) = \alpha_0 + \alpha_2 q^2$ . Dans le cas des équations sans bruit, on a  $\alpha_0 = \epsilon/g_3$  et  $\alpha_2 = -\xi_0^2/g_3$ . La figure 4.8 présente le résultat des mesures de  $\alpha_0$  et  $\alpha_2$  en fonction de  $\epsilon$  quand on ajoute du bruit aux équations.

Par rapport au cas des équations sans bruit,  $\alpha_0$  est très faiblement modifié. Notamment, loin du seuil, il retrouve une dépendance linéaire de pente égale à  $1/g_3$ . Par contre, ce n'est pas le cas de  $\alpha_2$  qui, au lieu d'être constant, décroît quand  $\epsilon$  augmente sans atteindre la valeur attendue dans les limites de la plage étudiée de  $\epsilon$ . Dans ces conditions, seule une valeur effective  $\xi_0^{\text{eff}}$  dépendant de  $\epsilon$  peut être déterminée. Ceci peut s'expliquer par la présence du bruit qui brise la cohérence spatiale. Ainsi au seuil, la moindre fluctuation interdit le développement de la structure sur de longues distances. Dans ces conditions la cohérence est celle du bruit qui tend vers zéro.

<sup>4</sup>On vérifie tout de même que les  $c_i$  et  $s_0$  restent bien nuls avec le bruit.

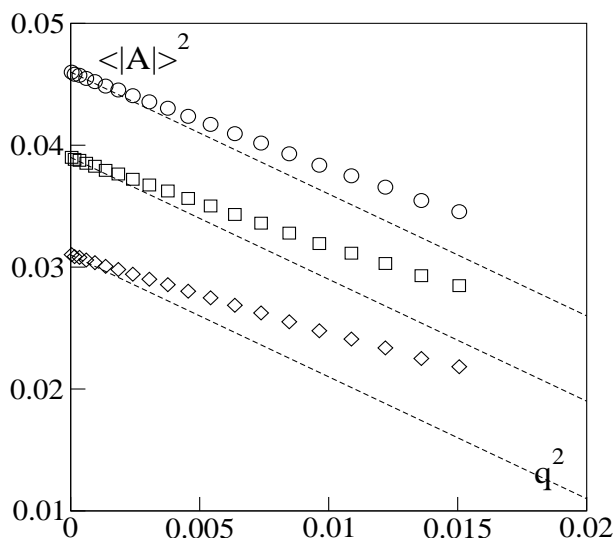


FIG. 4.7: Le carré de l'amplitude locale  $|A|^2$  en fonction du carré du nombre d'onde local  $q^2$  pour différents  $\epsilon$  pour des équations sans bruit (en pointillé) et avec bruit ( $\circ$ ,  $\square$  et  $\diamond$ ).

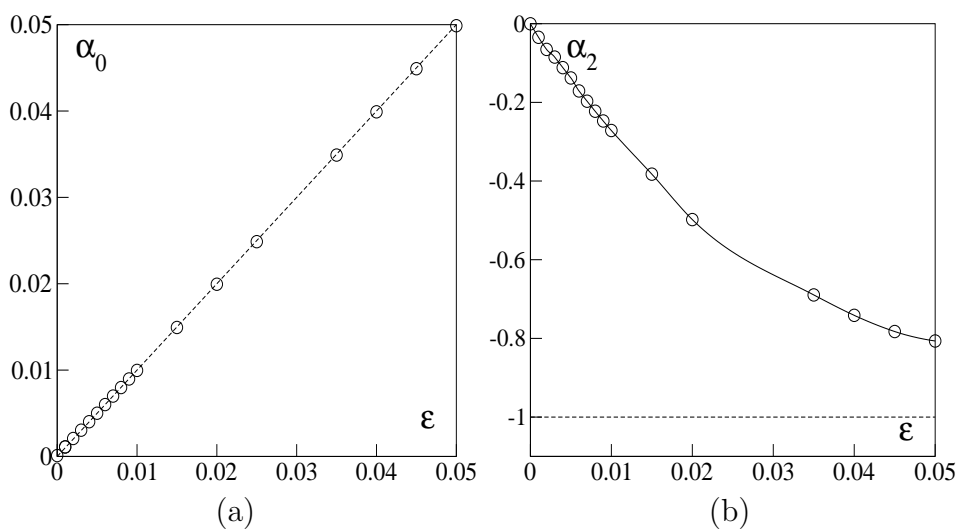


FIG. 4.8:  $\alpha_0$  (a) et  $\alpha_2$  (b) en fonction de  $\epsilon$  pour un bruit d'intensité  $\gamma = 3.10^{-3}$  ( $\circ$ ) et sans bruit (en pointillé).

### Les taux de croissance

Afin de déterminer le taux de croissance temporelle, des expériences de trempes numériques ont été réalisées pour plusieurs valeurs de  $\epsilon$ . Nous en déduisons la variation du taux de croissance  $\sigma$  en fonction de  $\epsilon$  présentée sur la figure 4.9. Le taux de croissance  $\sigma$  reste une fonction linéaire de  $\epsilon$ . Sa pente est inférieure à la pente obtenue



dans le cas des équations sans bruit et conduit à déterminer une limite supérieure de  $\tau_0$ . Le taux de croissance temporelle est diminué par le bruit qui, en faisant naître des domaines d'onde gauche ou droite, ralentit le développement de l'amplitude.

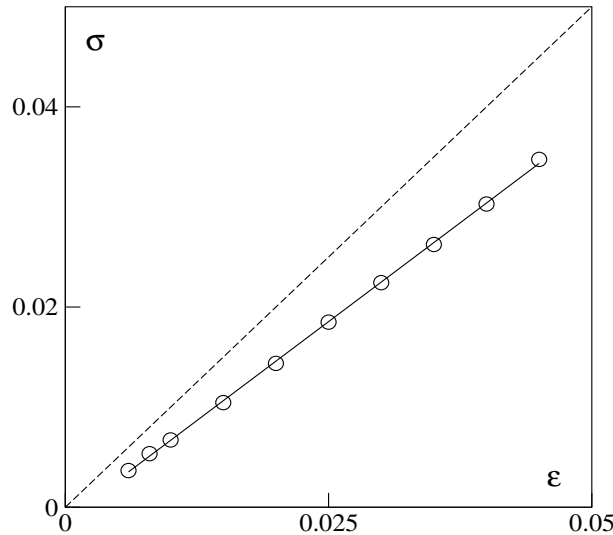


FIG. 4.9: Taux de croissance temporelle  $\sigma$  en fonction de  $\epsilon$  obtenu pour un bruit d'intensité  $\gamma = 3.10^{-3}$  (O) et obtenu pour les équations sans bruit (en pointillé). La pente de  $\sigma$  vaut  $1/\tau_0$

Le taux de croissance spatiale  $\kappa$  est mesuré au niveau du front séparant une onde gauche et une onde droite pour plusieurs valeurs de  $\epsilon$ . Afin de déterminer le rapport  $g_2/g_3$ , nous étudions la variation de  $\xi_0^2 \kappa^2$  en fonction de  $\epsilon$ . La figure 4.10(a) présente  $\kappa^2$  en fonction de  $\epsilon$ . Dans le cas des équations sans bruit, la relation 4.10 montre que  $\kappa^2$  croît linéairement, sa pente valant  $(g_2/g_3 - 1)/\xi_0^2$ . Avec du bruit dans les équations,  $\kappa^2$  reste une fonction linéaire de  $\epsilon$  mais, de pente inférieure à celle obtenue sans bruit. Une valeur au moins approchée du rapport  $g_2/g_3$  peut donc être déterminée. Pour cela nous traçons  $\kappa^2 \xi_0^2$  en fonction de  $\epsilon$  (figure 4.10(b)). Nous obtenons alors approximativement une droite dont la pente vaut théoriquement  $(g_2/g_3 - 1)$ .

## 4.2.2 Détermination expérimentale des coefficients

Nous allons maintenant déterminer l'ensemble des coefficients des équations de Ginzburg-Landau couplées avec bruit pour deux nombres de Reynolds extérieurs  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ . Ces coefficients sont déterminés en analysant les DST acquis lors des expériences de trempes décrites au 3.4.3 et réalisées dans le régime ordonné. Les mesures des coefficients  $\alpha_0, \alpha_2$  présentées en fonction de  $\epsilon$  ou  $R_i$  sur les figures ci-dessous sont des moyennes de plusieurs valeurs issues de domaines d'onde gauche ou droite pondérées par

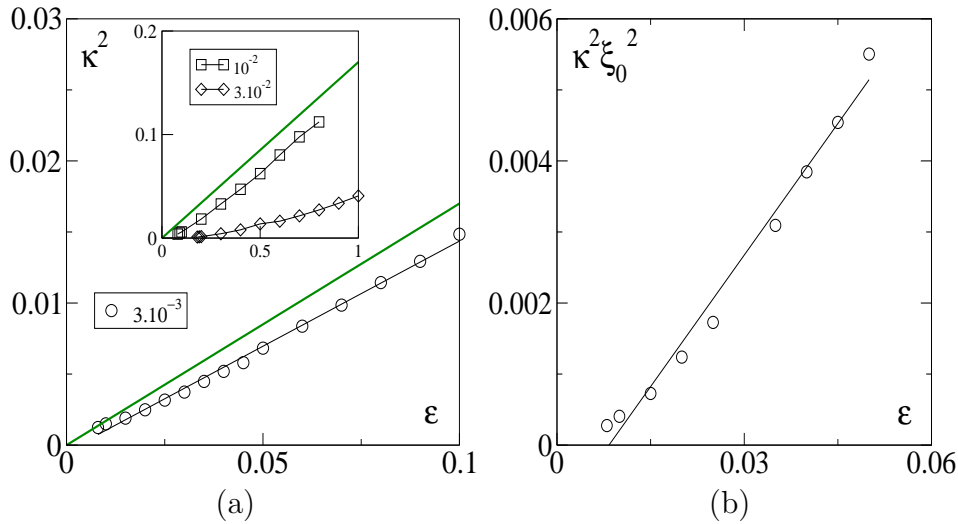


FIG. 4.10: (a) :  $\kappa^2$  en fonction de  $\epsilon$  obtenu pour des bruits d'intensités  $\gamma = 3.10^{-3}$  ( $\circ$ ),  $10^{-2}$  ( $\square$ ) et  $3.10^{-2}$  ( $\diamond$ ) ainsi que pour des équations sans bruit (en traits pleins gras). (b) :  $\kappa^2 \xi_0^2$  en fonction de  $\epsilon$  obtenu pour le bruit d'intensité  $\gamma = 3.10^{-3}$  ( $\circ$ ).

la taille de ces domaines <sup>5</sup>. Pour chaque nombre de Reynolds  $R_i$  deux réalisations ont été effectuées, nous avons donc entre deux et quatre valeurs à moyenner.

### $|A|$ en fonction de $k$

Nous avons vu au 4.1.2 ci-dessus que  $|A|(k)$  est une courbe parabolique dont nous repérons le maximum  $k_0$  correspondant au mode le plus instable et au nombre d'onde de la porteuse dans le contexte des équations de Ginzburg-Landau. L'ensemble des longueurs d'onde critiques  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  mesurées pour les différents nombres de Reynolds  $R_i$  à  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$  est reporté sur la figure 4.11. La longueur d'onde critique varie avec  $R_i$ . Nous avons aussi reporté sur la figure, la longueur d'onde moyenne  $\langle \lambda \rangle$  mesurée dans la zone d'onde homogène correspondante. Elle n'est pas rigoureusement égale à  $\lambda_0$  mais la différence entre les deux est faible. Il existe aussi une différence avec la longueur d'onde la plus fréquente (le maximum de la distribution des  $\lambda$ ). Ceci n'est certainement pas lié à la démodulation complexe, qui est effectuée en incluant ces trois longueurs d'onde, mais certainement à un mécanisme de sélection de la longueur d'onde de la porteuse qui n'est pas la plus instable. Ce décalage du nombre d'onde de la porteuse induit une correction qui intervient dans les équations 4.10 et 4.9 faisant intervenir les taux de croissance. Il s'agit d'une correction d'ordre 2 en  $\delta k = \langle k \rangle - k_0$  qui est négligeable.

De la connaissance de  $k_0$  nous déduisons  $q = k - k_0$  et nous traçons alors  $|A|^2$  en fonction de  $q^2$ . Nous obtenons alors des courbes comme celles représentées sur la figure 4.12.

<sup>5</sup>C'est aussi le cas pour les  $\beta_i$  déterminés ci-dessus.

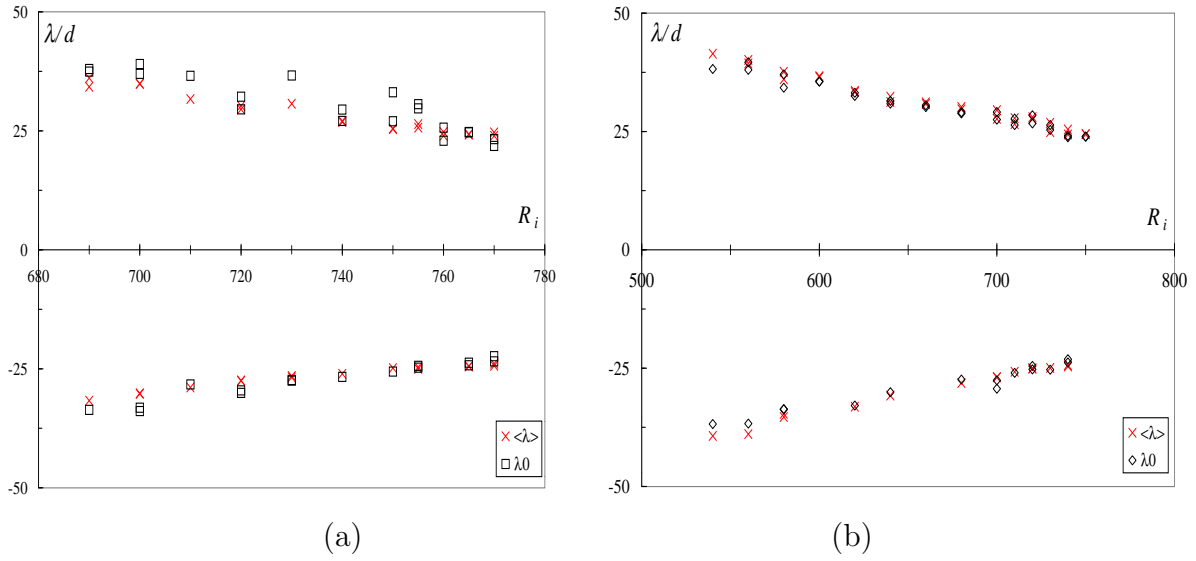


FIG. 4.11: Longueurs d'onde critiques  $\lambda_0$  et longueurs d'onde moyennes  $\langle \lambda \rangle$  en fonction du nombre de Reynolds  $R_i$  pour  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ .

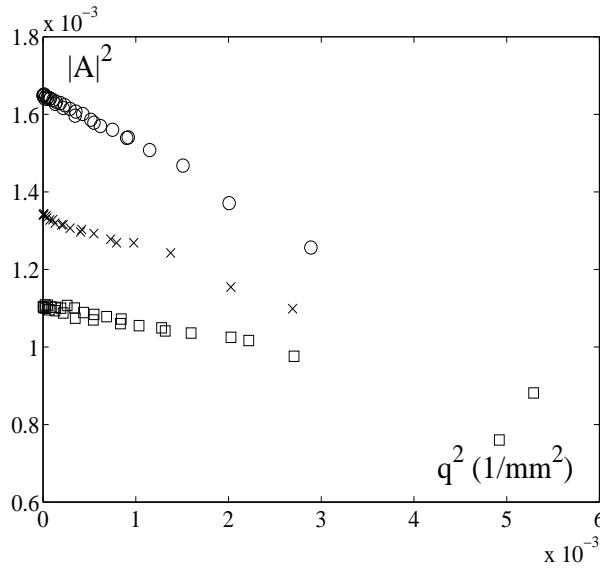


FIG. 4.12:  $|A|^2$  en fonction de  $q^2 = (k - k_0)^2$  pour  $R_o = -1200$  et  $R_i = 710$  ( $\square$ ),  $R_i = 680$  ( $\times$ ) et  $R_i = 640$  ( $\circ$ ).

Nous voyons sur ces courbes que  $|A|^2$  est une fonction linéaire de  $q^2$  comme le prévoit l'expression théorique obtenue dans le cas des équations sans bruit. Nous l'écrivons donc aussi sous la forme  $|A|^2(q) = \alpha_0 + \alpha_2 q^2$  et nous déterminons les coefficients  $\alpha_0$ ,  $\alpha_2$  pour

chaque  $R_i$ . La variation de  $\alpha_0$  en fonction de  $R_i$  est représentée sur la figure 4.13.

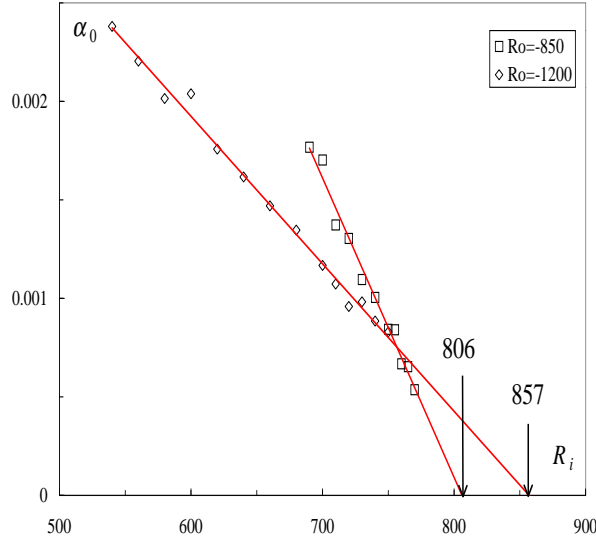


FIG. 4.13:  $\alpha_0$  en fonction de  $R_i$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$ ) et  $-1200$  ( $\diamond$ ).

Comme nous l'avons vu au 4.2.1, la variation de  $\alpha_0$  en fonction de  $\epsilon$  est peu modifiée par le bruit et peut donc s'exprimer sous la forme :  $\alpha_0 = \epsilon/g_3$ . De plus, nous tirons parti du fait que le régime ordonné, qui sert à la détermination des coefficients, se trouve relativement loin du seuil, là où les effets du bruit sont moins sensibles. La variation de  $\alpha_0$  en fonction de  $R_i$  nous donne donc une nouvelle mesure de la valeur du seuil de l'instabilité et compte tenu, de sa faible dispersion, nous l'utilisons pour calculer l'écart au seuil expérimental  $\epsilon = (R_i^c - R_i)/R_i^c$ <sup>6</sup>. Les valeurs des seuils  $R_i^c$  ainsi trouvés sont reportés dans le tableau 4.1 ci-dessous. Dans ce tableau figurent aussi les seuils trouvés par l'annulation de  $\langle |A| \rangle^2$  et ceux trouvés par l'annulation du taux de croissance  $\sigma$ . La différence qui apparaît entre ces différentes valeurs est dans la barre d'erreur expérimentale sur  $R_i$ .

Nous pouvons maintenant représenter  $\alpha_0$  en fonction de  $\epsilon$  (figure 4.14) et déduire, de la pente de la droite ainsi obtenue, le coefficient de saturation nonlinéaire  $g_3$ , soit :  $g_3 = 82$  pour  $R_o = -850$  et  $g_3 = 156$  pour  $R_o = -1200$ .

De même nous représentons  $\alpha_2$  en fonction de  $\epsilon$ . Nous obtenons les courbes de la figure 4.15 où l'on voit que  $\alpha_2$  décroît avec  $\epsilon$  sans atteindre de valeur constante. La décroissance constatée dans les simulations numériques reproduit donc bien, au moins qualitativement, les observations expérimentales.

<sup>6</sup>Afin de comparer les écarts au seuil numériques et expérimentaux, il faut diviser la valeur de l'écart au seuil expérimental par  $g_3^{1/3}$  :  $\epsilon_{num} = \epsilon_{exp} g_3^{1/3}$ .

TAB. 4.1: Récapitulatif des seuils  $R_i^c$  trouvés par l'annulation de  $\langle |A| \rangle^2$ , l'annulation du taux de croissance  $\sigma$  et l'annulation de  $\alpha_0$ .

$R_o$	$R_i^c (\langle  A  \rangle^2)$	$R_i^c (\sigma)$	$R_i^c (\alpha_0)$
-850	803	818	806
-1066	818	832	/
-1200	856	857	857

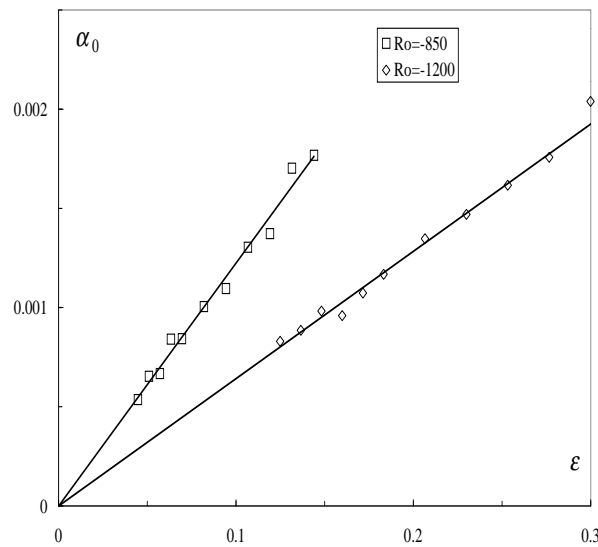


FIG. 4.14:  $\alpha_0$  en fonction de  $\epsilon$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$ ) et  $-1200$  ( $\diamond$ ).

### Le taux de croissance temporelle

La mesure du taux de croissance temporelle a déjà été présentée au 3.4.3 et nous avons vu ci-dessus que celui-ci était peu modifié par l'introduction de bruit dans les équations. Il reste une fonction linéaire de  $\epsilon$  dont la pente donne une limite supérieure du temps caractéristique  $\tau_0$ . Nous présentons sur la figure 4.16 ci-dessous les mesures du taux de croissance temporelle  $\sigma$  en fonction de  $\epsilon$  pour  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ . L'incertitude sur les mesures de  $\sigma$  est assez importante, de l'ordre de 15 % en moyenne. En comparaison le décalage des pentes obtenues avec ou sans bruit est faible. Identifiant donc  $\tau_0$  à sa borne supérieure déterminée par la pente des droites représentées sur la figure 4.16, nous trouvons  $\tau_0 = 0,033$  s pour  $R_o = -850$  et  $\tau_0 = 0,048$  s pour  $R_o = -1200$ .

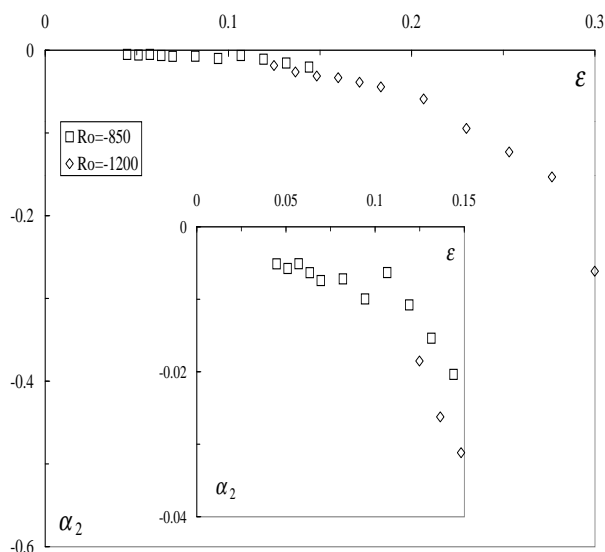


FIG. 4.15:  $\alpha_2$  en fonction de  $\epsilon$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$ ) et  $-1200$  ( $\diamond$ ).

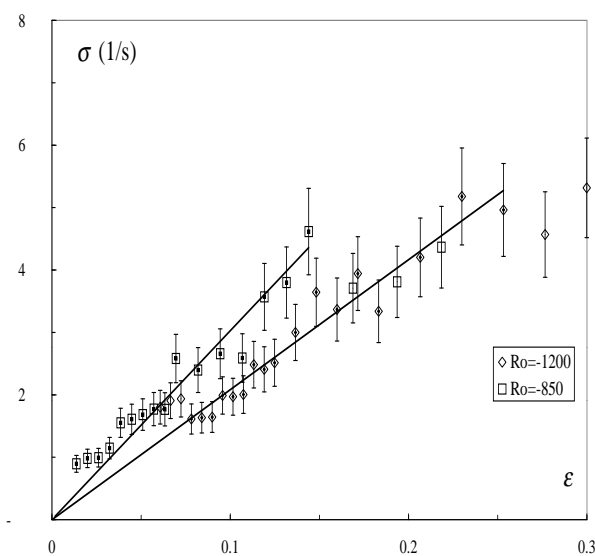


FIG. 4.16: Taux de croissance  $\sigma$  en fonction de  $\epsilon$  pour  $R_o = -850$  ( $\square$ ) et  $-1200$  ( $\diamond$ ). Seules les valeurs pointées sont utilisées pour la détermination de  $\tau_0$ .

### Le taux de croissance spatiale

Les mesures de taux de croissance sont effectuées au niveau du front séparant une onde gauche d'une onde droite. Le principe est le même que pour une mesure de taux de croissance temporelle mais en remplaçant le temps par l'espace. Un exemple de signal

étudié pour une telle mesure est donné sur la figure 4.17. Le taux de croissance mesuré

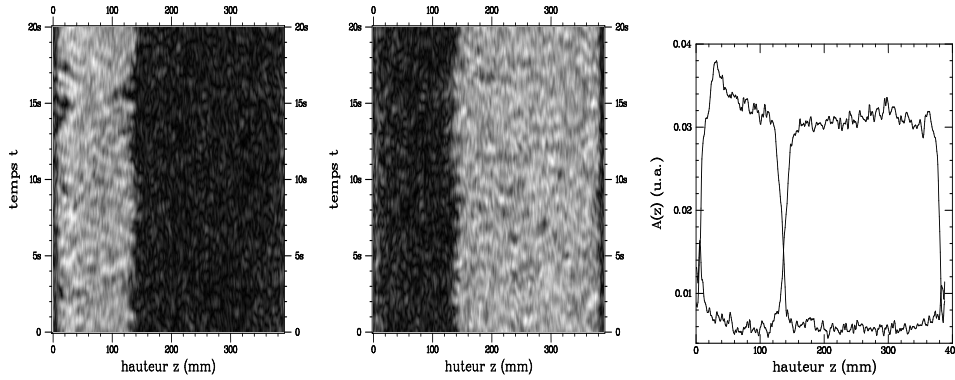


FIG. 4.17: DST de l'amplitude de l'onde gauche (a) et de l'onde droite (b) dont on extrait les profils moyens  $A_{g,d}(z)$  présentés en (c).

$\kappa$  ne varie pas linéairement avec  $\epsilon$ . Toutefois,  $\kappa^2 \xi_0^2$ , dont la variation en fonction de  $\epsilon$  est présentée sur la figure 4.18, croît linéairement avec  $\epsilon$  comme dans le cas des simulations numériques.

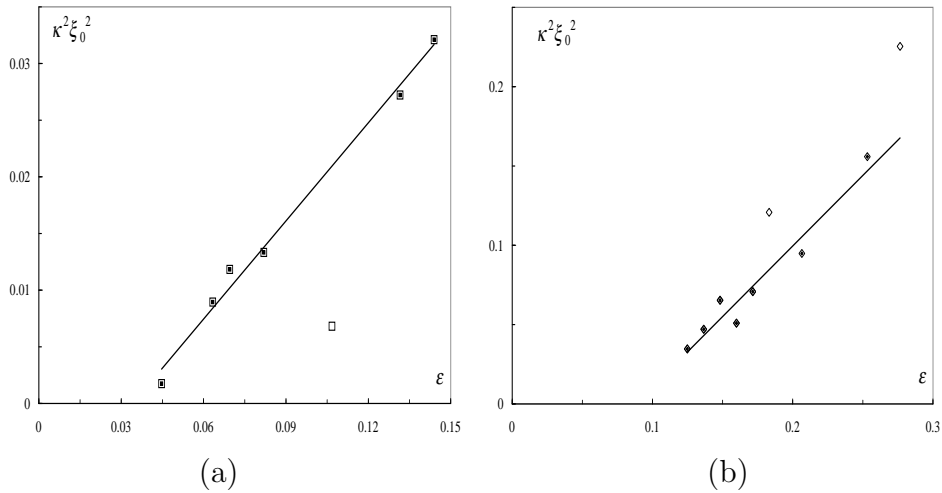


FIG. 4.18:  $\kappa^2 \xi_0^2$  en fonction de  $\epsilon$  pour  $R_o = -850$  (a) et  $R_o = -1200$  (b).

Nous considérons que la pente de la droite de régression linéaire de  $\kappa^2 \xi_0^2$  en fonction de  $\epsilon$  n'est pas trop éloignée de la valeur théorique sans bruit :  $(g_2/g_3 - 1)$ . Nous obtenons ainsi, de façon très approximative, une valeur du rapport  $g_2/g_3$ . Nous trouvons : 1,3 pour  $R_o = -850$  et 1,9 pour  $R_o = -1200$ , ces valeurs étant à prendre comme indicatives.

### 4.2.3 Récapitulatif

Nous avons donc déterminé l'ensemble des coefficients des équations de Ginzburg-Landau couplées à coefficients réels. Nous les reproduisons dans le tableau 4.2 ci-dessous.

TAB. 4.2: Récapitulatif des coefficients des équations de Ginzburg-Landau couplées avec bruit pour  $R_o = -850$  et  $R_o = -1066$ .

$R_o$	$R_i^c$	$g_3$	$\tau_0$ (s)	$\xi_0$ (d)	$g_2/g_3$
-850	806	82	0,033	[0,9 : 1,2]	1,3
-1200	857	156	0,048	[1,4 : 3,2]	1,9

Le coefficient  $g_3$  nous permet de normaliser les amplitudes. Nous présentons ainsi sur la figure 4.19, l'amplitude normalisée par  $\sqrt{g_3}$  en fonction de  $\epsilon$  pour les deux nombres de Reynolds  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ . Nous voyons qu'elle varie exactement comme  $\sqrt{\epsilon}$ . Près du seuil elle subit un décrochage par rapport à la courbe théorique  $\sqrt{\epsilon}$  que l'on

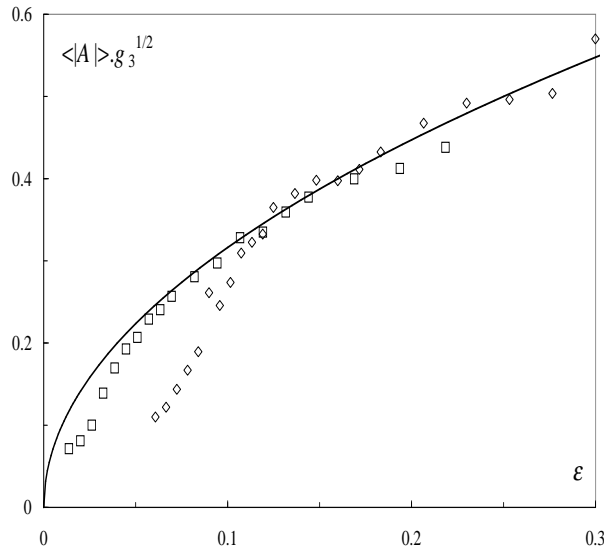


FIG. 4.19: Amplitude de la spirale turbulente  $\langle |A| \rangle$  normalisée par  $\sqrt{g_3}$  pour  $R_o = -850$  et  $R_o = -1200$ . La courbe en trait plein correspond à  $\sqrt{\epsilon}$ .

retrouve aussi dans les simulations numériques. Ce décrochage est lié à la présence du régime désordonné, décrit au chapitre 3, caractérisé par des nucléations spontanées de domaines d'onde droite et gauche.

Le nombre d'onde de la spirale turbulente est légèrement différent du nombre d'onde le plus instable et varie avec l'écart au seuil. Sur la base des coefficients  $\alpha$  nous extrapolons la courbe de stabilité marginale de la spirale présentée sur la figure 4.20 ci-dessous.



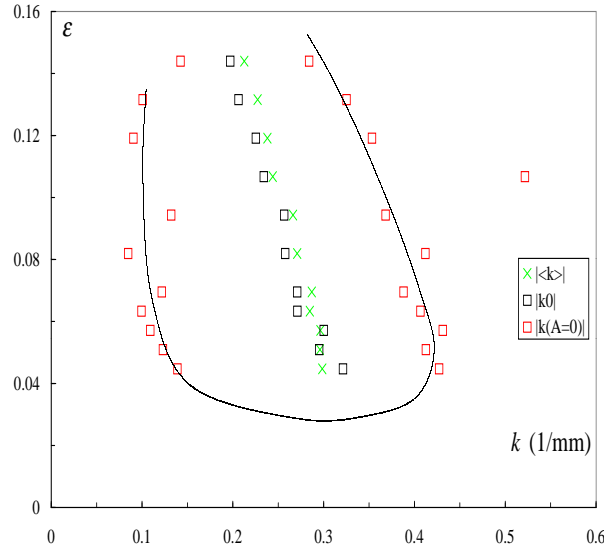


FIG. 4.20: Courbe de stabilité marginale  $\epsilon = f(k)$  de la spirale turbulente dont les frontières sont extrapolées à partir des coefficients  $\alpha$ . Les nombres d'onde effectivement réalisés sont aussi représentés sur la figure.

### 4.3 Schéma global

Pour conclure, nous allons discuter des implications d'une description par un jeu d'équations de Ginzburg-Landau couplées à coefficients réels avec bruit.

De telles équations sont dites "potentielles". Elles peuvent s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial A_{d,g}}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial A_{d,g}^*} + \xi_0^2 \frac{\partial^2 A_{d,g}}{\partial z^2} + \gamma \eta_{d,g} \quad (4.11)$$

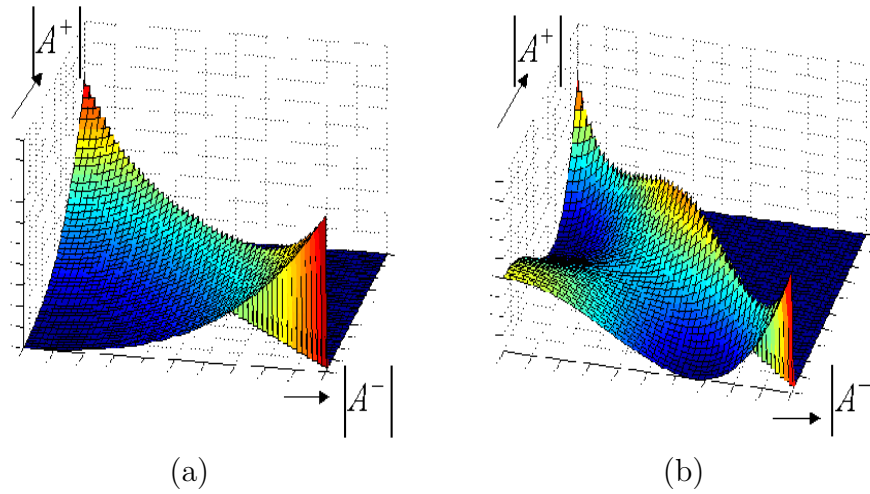
où le potentiel local  $V$  s'obtient en intégrant les termes de droite, sauf la dérivée spatiale<sup>7</sup>, dans 4.1 avec les coefficients  $c_i$  nuls et sans vitesse de groupe. Il s'agit donc d'un potentiel local en espace défini par :

$$V = V(A_d, A_g) = -\epsilon (|A_d|^2 + |A_g|^2) + \frac{g_3}{2} (|A_d|^4 + |A_g|^4) + g_2 (|A_d|^2 |A_g|^2) \quad (4.12)$$

Ses minima donnent les états d'équilibre locaux vers lesquels tend la dynamique spatio-temporelle. La figure 4.21 présente la forme du potentiel pour  $\epsilon < 0$  en (a) et  $\epsilon > 0$  en (b).

Pour  $\epsilon < 0$ , le seul état d'équilibre possible est  $(|A_d|, |A_g|) = (0, 0)$ . Il est stable et correspond à un état homogène (sans motif). Pour  $\epsilon > 0$ ,  $V$  admet deux familles d'états

<sup>7</sup>La dérivée seconde de l'amplitude peut être, ou ne pas être, incluse dans le potentiel. Ici, nous choisissons une description où  $V$  est un potentiel local.

FIG. 4.21: Forme du potentiel  $V$  pour  $\epsilon < 0$  (a) et  $\epsilon > 0$  (b).

d'équilibre :  $(|A_{d,g}|, |A_{g,d}|) = (\sqrt{\epsilon/g_3}, 0)$  et  $(|A_d|, |A_g|) = \left(\sqrt{\epsilon/(g_2 + g_3)}, \sqrt{\epsilon/(g_2 + g_3)}\right)$ . La première correspond à une onde unique droite ou gauche. Ce sont des états stables pour lesquels la profondeur des minima augmente au fur et à mesure que  $\epsilon$  est augmenté. La deuxième famille correspond à la superposition des deux ondes et forme un état instable (point selle) qui constitue la barrière de potentiel entre les deux états stables. Ainsi au sein d'un front, l'amplitude totale n'est pas nulle puisqu'elle correspond à la superposition des deux états et non à l'état homogène.

Nous pouvons maintenant établir le schéma global de la transition dans le cadre d'une dynamique potentielle en présence de bruit. La figure 4.22 présente ainsi les différents régimes observés en fonction de l'intensité du bruit  $\gamma$  et de l'écart au seuil  $\epsilon$ . Pour  $\epsilon < 0$ , le seul état stable existant, c'est-à-dire l'état sans motif correspondant à l'état turbulent homogène, occupe tout l'espace. Pour  $\epsilon > 0$ , les états onde droite et onde gauche sont en compétition en espace. Pour les valeurs de  $\gamma$  faibles devant la barrière de potentiel (zone 3 de la figure), un domaine de l'une ou l'autre onde peut s'agrandir et éventuellement atteindre la taille du système, éliminant du même coup tous les fronts. Au contraire, lorsque l'intensité du bruit est grande (zone 2), un état local peut toujours passer de l'état onde droite à l'état onde gauche et inversement. Cela se traduit, dans l'espace réel, par la nucléation d'un nouveau domaine associé à une paire de fronts.

Quand on diminue le nombre de Reynolds, on effectue le chemin indiqué par la ligne en trait plein sur la figure 4.22. L'écart au seuil  $\epsilon$  augmente et l'intensité du bruit  $\gamma$  reste constante ou diminue <sup>8</sup> Une première transition a lieu à  $R_i^c$  ou  $\epsilon = 0$  entre le régime

<sup>8</sup>Alors que les maxima des fluctuations de vitesse restent constants lorsque  $R_i$  diminue, les minima s'abaissent jusqu'à rejoindre le niveau des fluctuations de vitesse de l'écoulement laminaire. Ainsi le niveau moyen des fluctuations de vitesse diminue et se traduit par une diminution de l'écart type moyen des fluctuations du signal LDV avec  $R_i$ .

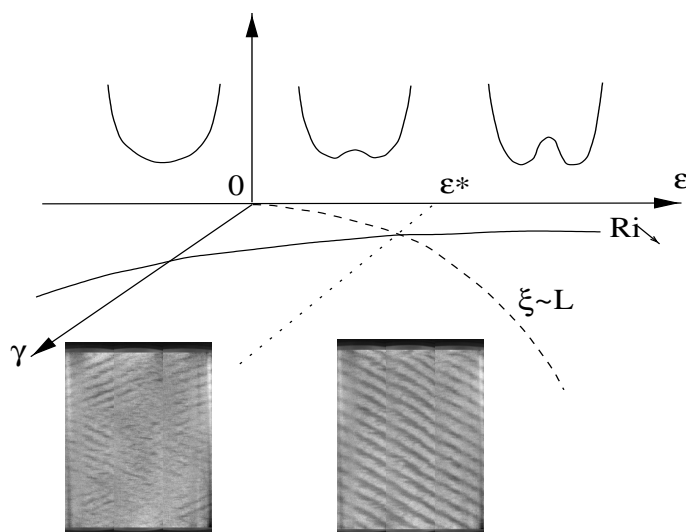


FIG. 4.22: Schéma global de la transition avec les différents régimes observés en fonction de  $\epsilon$  et de l'intensité du bruit  $\gamma$ .

turbulent homogène et le régime de nucléation spontanée de domaines, quand la symétrie du potentiel est brisée. Elle est suivie d'une deuxième transition quand l'intensité du bruit devient trop faible devant la profondeur des puits de potentiel pour qu'il y ait basculement spontané d'un état onde droite (ou gauche) à l'autre. La taille des domaines augmente alors jusqu'à la taille du système.



## Conclusion

Comme l'indique son titre ce travail est consacré à l'étude de la spirale turbulente le régime de coexistence laminaire-turbulent en forme d'hélice observé dans l'écoulement de Taylor-Couette. A cette fin nous avons réalisé un écoulement de Taylor-Couette aux dimensions inégales et présentant un rapport des rayons  $\eta$  très proche de 1. Nous avons aussi repris l'écoulement de Couette plan déjà utilisé lors des thèses de Olivier Dauchot et Sabine Bottin, en augmentant ses rapports d'aspect.

Préambule nécessaire à l'étude quantitative de la spirale turbulente, la première partie de ce travail a consisté à explorer l'espace des paramètres de contrôle  $(R_o, R_i)$  et à décrire les différents régimes d'écoulement observés. Cette exploration nous a naturellement amenés à considérer le seuil de stabilité linéaire dont la comparaison avec les valeurs théoriques et numériques nous a permis de valider notre montage. A cette occasion, nous avons effectué la première vérification expérimentale de la formulation de Esser et Grossmann pour le seuil de stabilité linéaire de l'écoulement de Couette  $R_{ic}(R_o, \eta)$ . Nous avons comparé le diagramme de bifurcation ainsi obtenu avec celui de Andereck et il en ressort que, lorsque  $\eta \rightarrow 1$ , le caractère sous-critique de l'écoulement se trouve renforcé et prédomine dans les régimes de contra-rotation à  $|R_o|$  grand. Ceci se traduit notamment par un élargissement des régions de coexistence laminaire-turbulent et par la possibilité d'observer l'apparition "naturelle" de domaines turbulents dans l'écoulement laminaire sous le seuil de stabilité linéaire.

L'étude quantitative de la spirale turbulente, montre que celle-ci est un motif régulier de grande longueur d'onde devant l'écartement des cylindres, le rapport d'aspect azimutal devant être au moins égal à 50 pour qu'elle puisse exister. Les mesures de vitesse réalisées dans  $TC_{\eta_2}$  mettent en évidence son caractère ondulatoire. Elle n'est pas associée à un transport de matière et une particule fluide se trouve donc tour-à-tour dans l'état laminaire puis turbulent. La spirale turbulente tourne à la vitesse angulaire moyenne des deux cylindres et ses propriétés spatiales varient en fonction des nombres de Reynolds  $R_o$  et  $R_i$ , ce dernier semblant jouer un rôle prépondérant. En effet, la variation des longueurs d'onde dépend essentiellement de l'éloignement aux frontières, inférieure et supérieure, du point considéré dans le diagramme de bifurcation.

Par ailleurs, nous avons révélé pour la première fois l'existence d'un régime équivalent, partageant les mêmes propriétés d'un point de vue qualitatif et quantitatif, dans

l'écoulement de Couette plan. Ce résultat invite à considérer la spirale turbulente comme la manifestation propre à l'écoulement de Taylor-Couette d'un motif de coexistence laminaire-turbulent ordonné de grande longueur d'onde générique, au moins, des écoulements cisailés de Couette, dont nous avons étudié l'émergence à partir de l'écoulement turbulent.

Nous avons d'abord constaté que le motif apparaît progressivement suivant un scénario identique pour les deux écoulements. Près du seuil il se présente sous la forme d'un régime désordonné de nucléations spontanées de domaines de bandes d'inclinaison donnée puis un régime monodomaine où les bandes ont toutes la même inclinaison s'installe. Ensuite l'étude quantitative conduite dans l'écoulement de Taylor-Couette, a montré qu'il apparaît comme une modulation de l'écoulement turbulent, le régime de coexistence laminaire-turbulent proprement dit étant atteint loin du seuil lorsque l'amplitude des modulations est suffisamment forte pour qu'il y ait relaxation vers l'état laminaire dans les minima. Le motif apparaît donc via une bifurcation supercritique et, à ce titre, peut être décrit dans le cadre des équations d'amplitude. Nous avons montré qu'un jeu d'équations de Ginzburg-Landau couplées à coefficients réels suffit pour reproduire nos observations à condition d'y ajouter du bruit. La cohérence de cette démarche a ensuite été confirmée par la détermination expérimentale des coefficients et nous avons proposé un schéma global de la transition dans le cadre d'une dynamique potentielle en présence de bruit.

A notre connaissance, ce travail constitue la première mise en évidence et étude systématique d'une instabilité d'un écoulement turbulent. Les mécanismes hydrodynamiques à son origine restent à découvrir et à cet effet, une étude de stabilité linéaire de l'écoulement turbulent moyen peut être envisagée. Une telle étude, conduite par Olivier Dauchot, Laurette Tuckerman et Anaël Lemaître, est actuellement en cours pour l'écoulement de Couette plan. Partant de l'hypothèse de turbulence homogène isotrope, ils procèdent à l'analyse de stabilité linéaire des équations de Reynolds, *fermées* par un modèle élémentaire de viscosité turbulente pour le tenseur de Reynolds, au voisinage de l'écoulement turbulent moyen. Cette approche envisagée pour la première fois fait apparaître un terme non linéaire, lié à la diffusion turbulente, qui pourrait être à l'origine de la déstabilisation de l'écoulement turbulent moyen.

Ce travail suggère aussi une nouvelle voie pour l'étude des régimes de coexistence laminaire-turbulent dans les écoulements cisailés en considérant la transition inverse depuis l'écoulement turbulent. La spirale turbulente serait alors la manifestation propre à l'écoulement de Taylor-Couette d'un motif de grande longueur d'onde générique des écoulements cisailés turbulents. Dans ce contexte, on peut envisager que les formes en flèche des spots turbulents dans l'écoulement de couche limite et l'écoulement de Poiseuille plan, vues au chapitre 1, seraient les réminiscences d'un motif en bandes, formant des formes en "V".

# Annexe A

## Rhéologie

Nous présentons ici les résultats des mesures de viscosité de la solution utilisée pour les visualisations.

La solution utilisée est un mélange contenant 75% d'eau déminéralisée et 25% de Kalliroscope AQ-1000 <sup>1</sup>, une suspension de 1 à 2% de paillettes polymériques contenue dans un mélange d'eau et de propylène-glycol. Les paillettes de Kalliroscope sont des paillettes de guanine, un pigment nacré, extraites de la peau et des écailles de poisson. Elles mesurent  $30 \times 6 \times 0,07 \mu\text{ m}$  et ont une densité de  $1,62 \text{ g/cm}^3$ .

Les mesures de viscosité ont été réalisées dans un rhéomètre de Couette commercial avec une cuve de 3 ml et une de 1,5 ml à une température de l'ordre de  $25^\circ\text{C}$ . Les expériences, résumées sur les figures A.1(a,b) et A.2, couvrent l'ensemble de la gamme de taux de cisaillement que nous pourrions explorer dans le système de Taylor-Couette. Le taux de cisaillement maximum nécessaire est de l'ordre de  $3500 \text{ s}^{-1}$  et l'écoulement laminaire azimuthal est présent jusqu'à un taux de cisaillement de  $850 \text{ s}^{-1}$  au minimum.

La figure A.1(a) présente le décalage  $D$  (en %) de la viscosité dynamique de la solution,  $\mu_s$ , par rapport à celle de l'eau,  $\mu_e$ , en fonction du taux de cisaillement ( $S$  en  $\text{s}^{-1}$ ) compris entre 0 et  $4500 \text{ s}^{-1}$  pour la solution de 3 ml. A part près de  $S = 0$  et pour le dernier point, il apparaît constant sur toute la gamme de cisaillement. Ces points ont été obtenus avec la cuve de 3 ml et plusieurs séries de mesure. Pour le dernier point à  $S = 4500 \text{ s}^{-1}$ , l'écoulement est certainement turbulent, la mesure de viscosité n'étant donc pas fiable. Les premiers points près de  $S = 0$  ne sont certainement pas fiables non plus car la cuve de 3 ml ne permet pas de mesurer la viscosité lorsque le taux de cisaillement est très faible.

La figure A.1(b) présente aussi le décalage  $D$  de  $\mu_s$  par rapport à  $\mu_e$ . Sur cette figure, les séries 2 et 3 sont celles de la figure précédente, obtenues en utilisant la cuve de 3 ml. Les autres séries ont été obtenues avec celle de 1,5 ml afin d'effectuer des mesures à faible

---

<sup>1</sup>La solution AQ-1000 est fabriquée par Kalliroscope Corporation(P.O. Box 60, Groton, MA 01450) aux Etats Unis. Pour plus d'informations, on peut se référer au articles [72, 61, 34] et consulter le site [www.kalliroscope.com](http://www.kalliroscope.com).

taux de cisaillement. Naturellement, l'écoulement devient turbulent plus tôt avec cette cuve. Le décalage apparaît maintenant constant pour des taux de cisaillement plus faibles mais finit par décroître quand  $S$  tend vers zéro. Il se peut que, pour de très faibles taux de cisaillement, la solution ne soit plus newtonienne. Toutefois, cela se produit en dehors de la plage d'intérêt en  $S$ .

La figure A.2 présente le décalage moyen  $\langle D \rangle$  de la viscosité dynamique de la solution par rapport à celle de l'eau, la moyenne étant effectuée sur des points obtenus à une température donnée mais pour des taux de cisaillement différents. La viscosité apparaît constante pour la gamme de température explorée ici. Elle est décalée de 23% en moyenne par rapport à celle de l'eau.



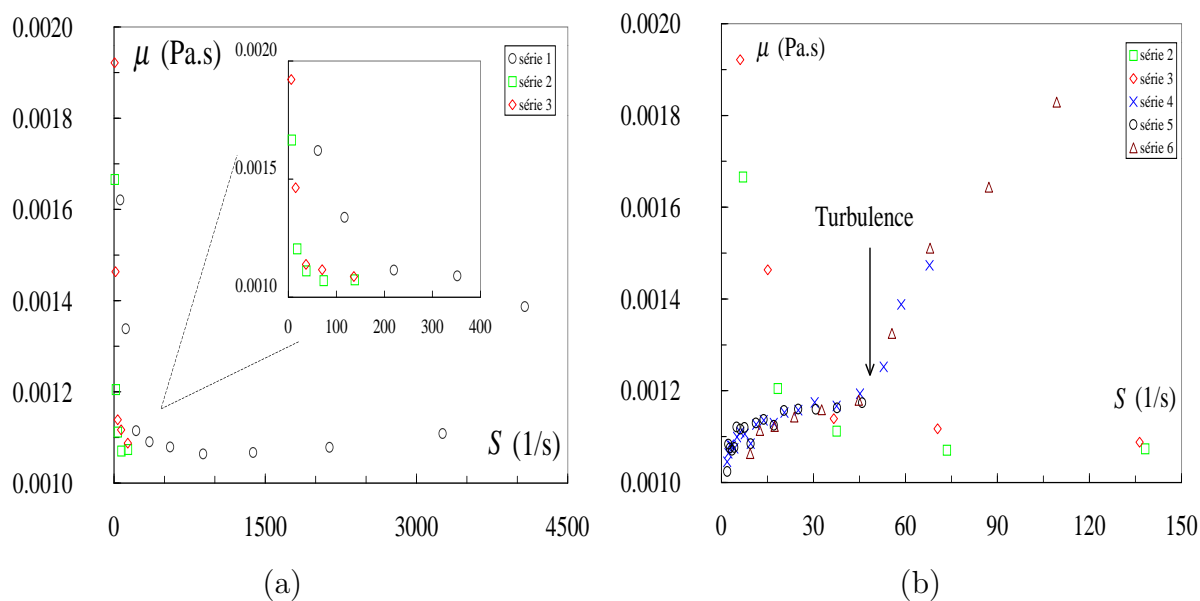


FIG. A.1: Décalage  $D$  de la viscosité dynamique de la solution en fonction du taux de cisaillement  $S$ . Les séries 1, 2 et 3 ont été obtenues en utilisant une cuve de 3 ml, les autres en utilisant une cuve de 1,5 ml.

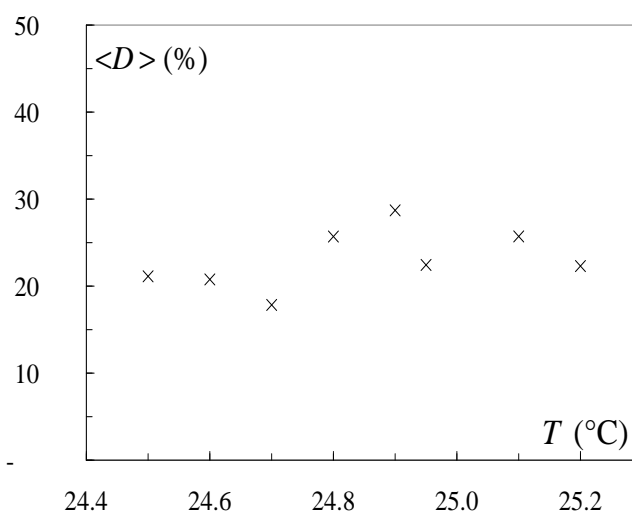


FIG. A.2: Décalage moyen  $\langle D \rangle$  de la viscosité dynamique de la solution par rapport à celle de l'eau en fonction de la température. La moyenne est effectuée sur des points obtenus à une température donnée mais à des taux de cisaillement différents.



# Bibliographie

- [1] Farid Alavyoon, Dan S. Henningson, and P. Henrik Alfredsson. Turbulent spots in plane Poiseuille flow—flow visualization. *Phys. Fluids*, **29**(4):1328, 1986.
- [2] C. David Andereck, S. S. Liu, and Harry L. Swinney. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.*, **164**:155, 1986.
- [3] Charles Van Atta. Exploratory measurements in spiral turbulence. *J. Fluid Mech.*, **25**(3):495, 1966.
- [4] P. Bergé. From temporal chaos towards spatial effects. *Nucl. Phys. B*, **2**:247, 1987.
- [5] P. Bergé, Y. Pomeau, and C. Vidal. *L'ordre dans le chaos*. Hermann Ed., 1988.
- [6] P. Bergé, Y. Pomeau, and C. Vidal. *L'espace chaotique*. Hermann Ed., 1998.
- [7] S. Bottin and H. Chaté. Statistical analysis of the transition to turbulence in plane Couette flow. *Eur. Phys. J. B*, **6**:143, 1998.
- [8] S. Bottin, O. Dauchot, and F. Daviaud. Intermittency in a locally forced plane Couette flow. *Phys. Rev. Lett.*, **79**(22):4377, 1997.
- [9] S. Bottin, O. Dauchot, and F. Daviaud. Experimental evidence of streamwise counter-rotating vortices as a finite amplitude solution in transitional modified Couette flow. *Phys. Fluids*, **10**(10):2597, 1998.
- [10] S. Bottin, P. Manneville, F. Daviaud, and O. Dauchot. Discontinuous transition to spatiotemporal intermittency in plane Couette flow. *Europhys. Lett.*, **43**(2):171, 1998.
- [11] Sabine Bottin. *Structures cohérentes et transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle dans l'écoulement de Couette plan*. PhD thesis, Université Paris XI, CEA Saclay, France, 1998.
- [12] Javier Burguete, Hugues Chaté, François Daviaud, and Nathalie Mukolobwicz. Bekki-Nozaki amplitude holes in hydrothermal nonlinear waves. *Phys. Rev. Lett.*, **82**(16):3252, 1999.

- [13] Dale R. Carlson, Sheila E. Widnall, and Martin F. Peeters. A flow-visualization study of transition in plane Poiseuille flow. *J. Fluid Mech.*, **121**:487, 1982.
- [14] S. Chandrasekhar. *Hydrodynamic and hydromagnetic instability*. Clarendon Press, Oxford, 1961.
- [15] H. Chate and P. Manneville. Spatiotemporal intermittency. In P. Tabeling and O. Cardoso, editors, *Turbulence: a tentative dictionary*, page 111. Plenum Press, 1994.
- [16] Hugues Chaté and Paul Manneville. Transition to turbulence via spatiotemporal intermittency. *Phys. Rev. Lett.*, **58**:2, 1987.
- [17] S. Ciliberto and P. Bigazzi. Spatiotemporal intermittency in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. Lett.*, **60**(4):286, 1988.
- [18] D. Coles and C. W. Van Atta. Digital experiment in spiral turbulence. *Phys. Fluids*, **10**:120, 1967.
- [19] Donald Coles. Interfaces and intermittency in turbulent shear flow. In *Mécanique de la turbulence*, page 229, Paris, 1962. Colloques internationaux du CNRS.
- [20] Donald Coles. Transition in circular Couette flow. *J. Fluid Mech.*, **21**(3):385, 1965.
- [21] Donald Coles and Charles Van Atta. Progress report on a digital experiment in spiral turbulence. *AIAA J.*, **4**:1969, 1966.
- [22] Peter W. Colovas and C. David Andereck. Turbulent bursting and spatiotemporal intermittency in the counterrotating Taylor-Couette system. *Phys. Rev. E*, **55**(3):2736, 1997.
- [23] K. Coughlin and P. Marcus. Turbulent burstin Couette-Taylor flow. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(11):2214, 1996.
- [24] M. C. Cross and P. C. Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. *Rev. Mod. Phys.*, **65**(3):851, 1993.
- [25] O. Dauchot and F. Daviaud. Finite amplitude perturbation in plane Couette flow. *Europhys. Lett.*, **28**:225, 1994.
- [26] O. Dauchot and F. Daviaud. Finite amplitude perturbation and spots growth mechanism in plane Couette flow. *Phys. Fluids*, **7**(2):335, 1995.
- [27] O. Dauchot and F. Daviaud. Streamwise vortices in plane Couette flow. *Phys. Fluids*, **7**(5):901, 1995.
- [28] O. Dauchot and P. Manneville. Local versus global concepts in hydrodynamic stability theory. *J. Phys. II France*, **7**:371, 1997.

- [29] Olivier Dauchot. *Transition sous-critique vers la turbulence. Cas de l'écoulement de Couette plan*. PhD thesis, Université Paris VI, CEA Saclay, France, 1995.
- [30] F. Daviaud and J. Hegseth P. Bergé. Subcritical transition to turbulence in plane Couette flow. *Phys. Rev. Lett.*, **69**:2511, 1992.
- [31] F. Daviaud, M. Bonetti, and M. Dubois. Transition to turbulence via spatio-intermittency in quasi one dimensional Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. A*, **42**:3388, 1990.
- [32] F. Daviaud, M. Dubois, and P. Bergé. Spatio-temporal intermittency in quasi one dimensional Rayleigh-Bénard convection. *Europhys. Lett.*, **9**:441, 1989.
- [33] Michael M. Degen, Innocent Mutabazi, and C. David Andereck. Transition to weak turbulence via spatiotemporal intermittency in the Taylor-Dean system. *Phys. Rev. E*, **53**(4):3495, 1996.
- [34] M. A. Dominguez-Lerma, Guenter Ahlers, and David S. Cannell. Effects of “Kalliroscope” flow visualization particles on rotating Couette-Taylor flow. *Phys. Fluids*, **28**(4):1204, 1985.
- [35] R. J. Donnelly and D. Fultz. Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders - ii. Visual observations. *Proc. Roy. Soc. A*, **258**:101, 1960.
- [36] Alexander Esser and Siegfried Grossmann. Analytic expression for Taylor-Couette stability system. *Phys. Fluids*, **8**(7):1814, 1996.
- [37] Holger Faisst and Bruno Eckhardt. Transition from the Taylor-Couette flow to the plane Couette system. *Phys. Rev. E*, **61**(6):7227, 2000.
- [38] S. Fauve and O. Thual. Solitary waves generated by subcritical instabilities in dissipative systems. *Phys. Rev. Lett.*, **64**(3):282, 1990.
- [39] R. P. Feynman. *Lecture notes in Physics*, volume 2. Addison-Wesley Reading, MA, 1964.
- [40] Mohamed Gad-El-Hak, Ron F. Blackwelder, and James J. Riley. On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers. *J. Fluid Mech.*, **110**:73, 1981.
- [41] Nicolas Garnier. *Ondes non-linéaires à une et deux dimensions dans une mince couche de fluide*. PhD thesis, Université Paris VII, CEA Saclay, France, 2000.
- [42] G. Gauthier, P. Gondret, and M. Rabaud. Motions of anisotropic particles: Application to visualization of three-dimensional. *Phys. Fluids*, **10**(9):2147, 1998.
- [43] A. Goharzadeh and I. Mutabazi. Experimental characterization of intermittency regimes in the Couette-Taylor system. *Eur. Phys. J. B*, **19**:157, 2001.

- [44] Peter Grassberger and Thomas Schreiber. Phase transitions in coupled map lattices. *Physica D*, **50**:177, 1991.
- [45] Philip Hall. Evolution equations for Taylor vortices in the small-gap limit. *Phys. Rev. A*, **29**(5):2921, 1984.
- [46] D. L. Harris and W. H. Reid. On the stability of viscous flow between rotating cylinders. Part 2. Numerical analysis. *J. Fluid Mech.*, **20**:95, 1964.
- [47] F. Hayot and Y. Pomeau. Turbulent domain stabilization in annular flows. *Phys. Rev. E*, **50**(3):2019, 1994.
- [48] J. Hegseth, C. D. Andereck, and Y. Pomeau F. Hayot. Spiral turbulence: development and steady properties. *Eur. J. Mech., B/Fluids*, **10**(2):221, 1991.
- [49] J. Hegseth, C. D. Andereck, F. Hayot, and Y. Pomeau. Spiral turbulence and phase dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, **62**(3):257, 1989.
- [50] John Hegseth. *Spatiotemporal patterns in flow between two independently rotating cylinders*. PhD thesis, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA, 1990.
- [51] John J. Hegseth. Turbulent spots in plane Couette flow. *Phys. Rev. E*, **54**(5):4915, 1996.
- [52] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures - reality and myth. *Phys. Fluids*, **26**(10):2816, 1983.
- [53] K. Kaneko. Spatio-temporal intermittency in coupled map lattices. *Prog. Theor. Phys.*, **73**:1033, 1985.
- [54] Paul Kolodner and Hugh Williams. Complex demodulation techniques for experiments on traveling-waves convection. In F. H. Busse and L. Kramer, editors, *Nonlinear evolution of spatio-temporal structures in dissipative continuous systems*, page 73. Plenum Press, 1990.
- [55] E.L. Koschmieder. *Bénard cells and Taylor vortices*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [56] E. R. Krueger, A. Gross, and R. C. Di Prima. On the relative importance of Taylor-vortex and non-axisymmetric modes in flow between rotating cylinders. *J. Fluid Mech.*, **24**(3):521, 1966.
- [57] Daniel P. Lathrop, Jay Fineberg, and Harry L. Swinney. Transition to shear-driven turbulence in couette-taylor flow. *Phys. Rev. A*, **46**(10):6390, 1992.
- [58] Daniel P. Lathrop, Jay Fineberg, and Harry L. Swinney. Turbulent flow between concentric rotating cylinders at large Reynolds number. *Phys. Rev. Lett.*, **68**(10):1515, 1992.

- [59] H. Litschke and K. G. Roesner. New experimental methods for turbulent spots and turbulent spirals in the Taylor-Couette flow. *Exp. Fluids*, **24**:201, 1998.
- [60] Paul Manneville. *Structures dissipatives, chaos et turbulence*. Aléa Saclay, 1991.
- [61] P. Matisse and M. Gorman. Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization. *Phys. Fluids*, **27**(4):759, 1984.
- [62] S. Michalland, M. Rabaud, and Y. Couder. Transition to chaos by spatio-temporal intermittency in directional viscous fingering. *Europhys. Lett.*, **22**:17, 1993.
- [63] Y. Pomeau. Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics. *Physica D*, **23**(1):3, 1986.
- [64] A. Prigent. Etude expérimentale d'un système d'ondes non-linéaires. Technical report, Université Paris XI - CEA Saclay, 1998.
- [65] A. Prigent and O. Dauchot. Visualization of a Taylor-Couette flow avoiding parasitic reflexions. *Phys. Fluids*, **12**(10):2688, 2000.
- [66] R. C. Di Prima, P. M. Eagles, and B. S. Ng. The effect of radius ratio on the stability of Couette flow and Taylor vortex flow. *Phys. Fluid.*, **27**(10):2403, 1984.
- [67] Denis Th. Richard. Communication privée.
- [68] P. H. Roberts. Appendix. The solution of the characteristic value problems. *Proc. Roy. Soc. A*, **283**:550, 1965.
- [69] V. A. Romanov. Stability of plane Couette flow. *Funkcional Anal. i Prolozen*, **7**, 1973.
- [70] Ö. Savas. On flow visualization using reflective flakes. *J. Fluid Mech.*, **152**:235, 1985.
- [71] H. A. Snyder. Stability of rotating flow. II. Comparison with numerical results. *Phys. Fluids*, **11**(8):1599, 1968.
- [72] M. Sorrention and S. G. Mason. Rheo- and electro-optical behavior of platelets. *J. Colloid Interface Sci.*, **41**(1):178, 1972.
- [73] E. M. Sparrow, W. D. Munro, and V. K. Jonsson. Instability of the flow between rotating cylinders: the wide gap problem. *J. Fluid Mech.*, **20**:35, 1964.
- [74] Randall Tagg. The Couette-Taylor problem. *Nonlinear Science Today*, **4**(3):2–25, 1994.
- [75] G. I. Taylor. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **223**:289, 1923.

- [76] S. T. Thoroddsen and J. M. Bauer. Qualitative flow visualization using colored lights and reflective flakes. *Phys. Fluids*, **11**(7):1702, 1999.
- [77] O. Thual and S. Fauve. Localized structures generated by subcritical instabilities. *J. Phys.*, **49**:1829, 1988.
- [78] M. van Hecke, P. C. Hohenberg, and W. van Saarloos. Amplitude equations for pattern forming systems. In H. van Beijeren and M. H. Ernst, editors, *Fundamental Problems in Statistical Mechanics VIII*, page 851. North-Holland, 1994.
- [79] Martin van Hecke, Cornelis Storn, and Wim van Saarloos. Sources, sinks and wavenumber selection in coupled CGL equations and experimental implications for counter-propagating wave systems. *Physica D*, **134**:1, 1999.
- [80] J. Walowit, S. Tsao, and R. C. Di Prima. Stability of flow between arbitrarily spaced concentric cylindrical surfaces including the effect of a radial temperature gradient. *J. Appl. Mech.*, **31**:585, 1964.



# Publications

## Revues à comité de lecture

A. Prigent & O. Dauchot. Visualization of a Taylor-Couette flow avoiding parasitic reflexions. *Phys. Fluids*, **12**(10):2688, 2000.

A. Prigent, G. Gregoire, O. Dauchot, H. Chaté & W. van Saarloos. Long wavelength pattern of turbulent shear flows. Soumis à *Phys. Rev. Lett.*, 2001.

A. Prigent, G. Gregoire, H. Chaté & O. Dauchot. "Spiral turbulence" : a long wavelength modulation of turbulent shear flows. Soumis à *Physica D*, 2001.

Nicolas Garnier, Arnaud Chiffaudel, François Daviaud & Arnaud Prigent. Nonlinear dynamics of waves and modulated waves in 1D thermocapillary flows. I: periodic solutions. Soumis à *Physica D*, 2001.

## Comptes rendus de conférence avec comité de lecture

Arnaud Prigent & Olivier Dauchot. Régimes sous-critiques dans un écoulement de Taylor-Couette à grands rapports d'aspect. Dans Y. Pomeau & R. Ribotta, éditeurs, *Compte-rendus de la 3<sup>ème</sup> Rencontre du Non-linéaire*, page 83, Orsay, 2000. Paris Onze Edition. Arnaud Prigent &

Olivier Dauchot & Arnaud Prigent. Laminar-turbulent coexistence following a subcritical transition to turbulence. Dans C. Dopazo, éditeur, *Advances in Turbulence VIII*, page 79, Barcelone, 2000. CIMNE.

Arnaud Prigent & Olivier Dauchot. Motif de grande longueur d'onde dans les écoulements cisailés turbulents. Dans Y. Pomeau & R. Ribotta, éditeurs, *Compte-rendus de la 4<sup>ème</sup> Rencontre du Non-linéaire*, page 225, Orsay, 2001. Non Linéaire Publications.

## Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude expérimentale de la spirale turbulente, le régime de coexistence laminaire-turbulent en forme d'hélice observé dans l'écoulement de Taylor-Couette, l'écoulement cisailé entre deux cylindres coaxiaux. A cette fin nous avons réalisé des écoulements de Couette aux dimensions inégales. Nous montrons que la spirale turbulente est un motif de grande longueur d'onde devant l'écartement des cylindres et ne peut exister si le rapport d'aspect azimuthal est inférieur à 50. Nous révélons pour la première fois, l'existence d'un régime équivalent, partageant les mêmes propriétés d'un point de vue qualitatif et quantitatif, dans l'écoulement de Couette plan, l'écoulement cisailé entre deux parois planes circulant à vitesses égales mais opposées, pourvu que ses rapports d'aspect soient suffisamment grands. Ceci nous incite à considérer la spirale turbulente comme la manifestation propre à l'écoulement de Taylor-Couette d'un motif de coexistence laminaire-turbulent ordonné de grande longueur d'onde générique des écoulements cisailés. Nous avons étudié son émergence à partir de l'écoulement turbulent et constaté que le motif apparaît progressivement suivant un scénario identique pour les deux écoulements. L'étude quantitative conduite dans l'écoulement de Taylor-Couette, montre qu'il apparaît comme le résultat d'une instabilité de l'écoulement turbulent homogène, la coexistence laminaire-turbulent étant obtenue loin du seuil lorsque l'amplitude des modulations est suffisamment forte pour qu'il y ait relaxation vers l'état laminaire dans les minima. Le motif apparaît via une bifurcation supercritique et un jeu d'équations de Ginzburg-Landau couplées à coefficients réels suffisent pour reproduire nos observations à condition d'y ajouter du bruit. La cohérence de cette démarche est confirmée par la détermination des coefficients et nous proposons un schéma global de la transition dans le cadre d'une dynamique potentielle en présence de bruit.

## Abstract

An experimental study of the spiral turbulence, the helix shaped laminar-turbulent coexistence regime of the Taylor-Couette flow (the shear flow between two independently rotating coaxial cylinders), is reported. For this purpose Couette apparatus with unequalled dimensions have been built. It is shown that spiral turbulence is a large wavelength pattern compared to the gap size between cylinders which can't be observed when the azimuthal aspect ratio is lower than 50. It is revealed for the first time that this regime has an equivalent in plane Couette flow, the shear flow between plates moving at the same speed but in opposite directions, provided that it has large enough aspect ratios. This result inclines us to consider spiral turbulence as the characteristic expression of the Taylor-Couette flow of a striped laminar-turbulent coexistence pattern common to shear flows. Studying its emergence from the fully turbulent flow, one may notice that the pattern appears progressively, following the same scenario in both flows. The quantitative study conducted in the Taylor-Couette flow shows that it appears as the result of an instability of the homogenous turbulent flow, the laminar-turbulent regime being obtained far from threshold through local relaxation to the laminar state in the minima of the modulations when these are strong enough. The pattern appears via a supercritical bifurcation and we show that a coherent amplitude-equation description can be given in terms of two coupled Ginzburg-Landau equations with real coefficients provided that noise is added. We demonstrate this by estimating, from experimental data, all the coefficients of the amplitude equations. This leads to consider a global picture of the transition in the framework of a noisy potential dynamics.