HAL
open science

Propriétés acoustiques non linéaires classiques et non classiques : Applications au contrôle de santé des matériaux de l'industrie aéronautique

Thomas Goursolle

To cite this version:

Thomas Goursolle. Propriétés acoustiques non linéaires classiques et non classiques : Applications au contrôle de santé des matériaux de l'industrie aéronautique. Autre. Université François Rabelais - Tours, 2007. Français. NNT : . tel-00262426

HAL Id: tel-00262426

https://theses.hal.science/tel-00262426v1

Submitted on 11 Mar 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université François Rabelais - Tours

École Doctorale Santé, Sciences et Technologies

Année Universitaire 2006-2007

Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Tours

Discipline : Sciences de l'Ingénieur

Spécialité : Ultrasons

Présentée et soutenue publiquement par :

Thomas Goursolle

le 7 décembre 2007

Propriétés acoustiques non linéaires classiques et non classiques : Applications au contrôle de santé des matériaux de l'industrie aéronautique

Directeur de Thèse : Jean-Pierre Remeniéras
Co-encadrant : Serge Dos Santos

Jury :

Rapporteurs :

Bernard Cretin	Professeur à l'ENSMM, Besançon
Mickaël Tanter	Directeur de Recherche INSERM, Paris

Examinateurs :

Olivier Bou Matar	Professeur à l'École Centrale, Lille
Serge Dos Santos	Maître de Conférences à l'ENIVL, Blois
Frédéric Patat	Professeur à l'Université François-Rabelais, Tours
Jean-Pierre Remeniéras	Ingénieur de Recherche (HDR), Tours
Koen Van Den Abeele	Professeur à l'Université Catholique de Louvain, Courtrais

À mes parents,
À Maud.

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au sein du LUSSI / GIP Ultrasons dans les locaux de l'ENIVL à Blois. Tout d'abord je remercie messieurs Léandre Pourcelot, directeur du GIP Ultrasons, et Frédéric Patat, directeur du LUSSI, de m'avoir accueilli et accordé leur confiance.

J'exprime mes remerciements à monsieur Jean-Pierre Remeniéras, directeur de cette thèse, pour la liberté de travail et la confiance qu'il m'a accordé durant ces trois années.

Je remercie également Serge Dos Santos pour l'encadrement de cette thèse et la confiance qu'il m'a accordée en me proposant ce projet lors de mon cursus en école d'ingénieurs.

Je remercie messieurs Bernard Cretin et Mickaël Tanter qui ont accepté de juger ce travail.

Je remercie monsieur Koen Van Den Abeele pour sa participation au jury et les discussions intéressantes, scientifiques mais également sportives, que nous avons pu avoir tout au long du projet européen AERONEWS.

J'adresse ma gratitude à tous les partenaires du projet européen AERONEWS que j'ai pu rencontrer lors de réunions et avec qui j'ai pu avoir des discussions et des échanges captivants.

J'exprime ma reconnaissance à Olivier Bou Matar qui a accepté de présider le jury, pour le travail que j'ai pu réaliser avec lui, pour nos rencontres à l'IEMN et pour tous les échanges constructifs que l'on a eu et que j'espère on aura encore.

Mes remerciements vont à tous les membres de l'équipe du LUSSI à Tours que j'ai pu côtoyer occasionnellement à Bretonneau : les permanents, Dominique, Franck T., Jean-Paul, Marielle, Jean-Marc Girault, Jean-Marc Grégoire (obligé de les nommer c'est les mêmes initiales), Denis, Frédéric O., Franck L. (qui nous aura parfumé notre étage à Blois de cette bonne odeur de friture) ; les anciens thésards, Matthieu, Yassine, Mélouka, Rachel, Emmanuelle, Denis, Catherine, Grégory et les jeunes, Erwan, Solène, Camille, Marie, Nicolas et Guillaume (en souvenir des Workshops en non linéaire) ; et les filles, Isabelle, Magalie et Stéphanie.

Merci également à toutes les personnes du laboratoire à Blois qui m'ont accueilli et "supporté" pendant ces trois années : Catherine, Guy, Pascal (qui heureusement est plus petit que moi), Marc, Mickaël, Didier, Lionel (en souvenir de notre périple à Moscou), Manu (si tu veux devenir chanteur ma famille achètera tes disques), François (pour sa connaissance sportive...) et les thésards Denis, Mountaga et Guillaume ainsi que la dernière arrivée Guylaine. Je remercie également ceux qui sont partis de Blois mais avec qui j'ai partagé de bons moments : Marion, Jérôme, Michel, Pierre, Marc-Antoine, Thomas et Vincent.

Je voudrai également remercier Samuel avec qui j'ai pu partager la prise en main du code pseudo-spectral d'Olivier et avec qui j'ai pu passer de bon moment. Je le remercie également pour avoir participer à la correction du manuscrit de thèse.

Je remercie également Jérôme pour ces débats animés que nous avons pu avoir pendant la correction de thèse mais également pour tous les bons moments que j'ai passer au cours de ces trois années et j'espère qu'il y en aura d'autres.

Merci également aux enseignants et personnels de l'ENIVL qui m'ont accueilli en tant qu'élève et ensuite en tant que collègues avec la même sympathie.

Je finirai par remercier mes parents qui m'ont toujours encouragé à faire le maximum depuis le début et Maud qui m'a soutenu durant ces trois années et qui j'espère me soutiendra encore longtemps.

Table des matières

Principales notations **v**

Introduction **1**

I Étude des propriétés non linéaires classiques globales **7**

1 Propagation non linéaire des ondes acoustiques **11**
1.1 Équations fondamentales de l'acoustique non linéaire 11
1.1.1 Définition du paramètre non linéaire B/A 11
1.1.2 Interprétation physique du paramètre non linéaire 13
1.1.3 Équations de l'acoustique non linéaire 15
1.1.3.1 Application aux fluides 15
1.1.3.2 Application aux solides 18
1.1.3.3 Équivalence du coefficient non linéaire dans un fluide et dans un solide isotrope 20
1.2 Algorithme numérique pseudo-spectral pour la propagation non linéaire . . 21
1.2.1 Dérivation spatiale : méthode pseudo-spectrale 22
1.2.2 Dérivation temporelle : méthode d'Adams-Bashforth 22
1.2.3 Principe de la méthode des couches parfaitement adaptées (PML) . 23

2 Évaluation de la nonlinéarité classique **27**
2.1 Méthodes de mesure du coefficient non linéaire 27
2.1.1 Méthodes acousto-élastiques 27
2.1.1.1 Méthodes thermodynamiques 28
2.1.1.2 Méthodes isentropiques 28
2.1.2 Méthodes d'amplitude finie 29
2.1.2.1 Génération d'harmoniques 29
2.1.2.2 Interaction paramétrique 30
2.1.2.3 Modulation de phase 31
2.2 Modulation de phase calibrée en contact 33
2.2.1 Dispositif expérimental 34
2.2.2 Calibration de la vitesse à la surface du transducteur 36
2.2.3 Adaptation de la calibration à des matériaux bi-couches 38

3 Résultats expérimentaux de mesures de nonlinéarité classique 43
3.1 Modulation de phase dans des matériaux homogènes 43
3.1.1 Résultats expérimentaux 44
3.1.1.1 Paramètre non linéaire de la silice 44
3.1.1.2 Paramètre non linéaire du verre 45
3.1.2 Comparaison théorie-expérience 46
3.2 Modulation de phase dans des échantillons bi-couches 47
3.2.1 Échantillons homogènes placés en contact 47
3.2.1.1 Modulation de phase avec un échantillon silice-silice 48
3.2.1.2 Modulation de phase avec un échantillon silice-verre . . . 49
3.2.1.3 Coefficient non linéaire dans les échantillons bi-couches . . 53
3.2.2 Échantillons collés d'aluminium de l'industrie aéronautique 53
3.2.2.1 Collage sain 54
3.2.2.2 Collage dégradé 55
3.2.3 Influence de l'épaisseur du collage sur la mesure du coefficient non linéaire 56
3.3 Limites de la méthode de modulation de phase 58

II Étude des propriétés non linéaires non classiques locales 59

1 Modélisation des comportements non linéaires non classiques 63
1.1 Comportement hystérétique lié à une micro - inhomogénéité 64
1.2 Modélisation de la distribution : l'espace de Preisach-Mayergoysz 65
1.3 Modélisation multi-échelle d'un milieu à nonlinéarité hystérétique 69
1.3.1 De l'échelle microscopique à l'échelle mesoscopique 70
1.3.2 De l'échelle mesoscopique à l'échelle macroscopique 72
1.4 Algorithme pseudo-spectral bi-dimensionnel adapté au comportement non linéaire non classique 73
1.4.1 Modélisation du comportement hystérétique de la fissure dans le code de propagation 74
1.4.2 Extension 2D de la modélisation du comportement hystérétique . . 77
1.4.2.1 Notation de Kelvin pour un solide isotrope 77
1.4.2.2 Cas d'un solide isotrope transverse 79

2 Méthode de localisation d'une zone dégradée 83
2.1 Focalisation des ondes ultrasonores par retournement temporel acoustique . 83
2.1.1 Principe du retournement temporel acoustique 83
2.1.2 Limites du retournement temporel 85
2.2 Combinaison du retournement temporel avec l'acoustique non linéaire . . . 86
2.2.1 Principe de rétrofocalisation sur une source de nonlinéarité 86
2.2.2 Pré-traitement ou post-traitement non linéaire appliqué au retournement temporel 87
2.3 Dispositif expérimental associé à NEWS-TR et TR-NEWS 88

3 Retournement temporel avec un pré-traitement non linéaire : NEWS-TR 91
3.1 Traitements non linéaires des signaux 91
3.1.1 Les méthodes de filtrage numérique 92
3.1.1.1 Filtrage harmonique 92
3.1.1.2 Inversion d'impulsions ultrasonores 93
3.1.2 Comparaison numérique des méthodes de filtrage 95
3.1.2.1 Validation du code de propagation par l'étude du retournement temporel linéaire 96
3.1.2.2 Simulations 2D de la méthode NEWS-TR 98
3.2 Examen d'un échantillon fissuré par NEWS-TR 104
3.2.1 Résultats de simulations 3D 105
3.2.2 Résultats expérimentaux 109
3.2.3 Problèmes et limitations de la méthode de mesure 111
3.3 Conclusions et perspectives sur NEWS-TR 112

4 Retournement temporel avec un post-traitement non linéaire : TR-NEWS 115
4.1 Signature non linéaire au point de focalisation 119
4.1.1 Dépendance du niveau de nonlinéarité en fonction de l'amplitude de l'excitation 120
4.1.1.1 Rétrofocalisation temporelle et spatiale 121
4.1.1.2 Signature non linéaire sur la tache de rétrofocalisation . . 123
4.1.2 Signature non linéaire à proximité d'une zone fissurée 130
4.2 Retournement temporel sur une zone avec un comportement hystérétique : Résultats de simulations 3D 135
4.2.1 Réciprocité du retournement temporel 136
4.2.2 Signature non linéaire sur la zone de rétrofocalisation 137
4.3 Conclusions et perspectives sur TR-NEWS 140

Conclusion 142

Annexes 145

A Présentation des échantillons 149

B Extension de l'algorithme pseudo-spectral à une matrice 3D 153

C Projet Européen AERONEWS 155

Index 157

Bibliographie 159

Principales notations

Notations générales

a_i : coordonnées d'un point matériel du solide au repos
$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$: coefficients élastiques du troisième ordre utilisés par Landau et Lifshitz
A : terme linéaire du développement en série de Taylor de l'équation d'état
B : terme quadratique du développement en série de Taylor de l'équation d'état
C : terme cubique du développement en série de Taylor de l'équation d'état
c : célérité de l'onde acoustique dans le milieu
c_0 : célérité de l'onde acoustique à l'équilibre
C_p : capacité calorifique à pression constante
C_v : capacité calorifique à volume constant
C_{IJ} : matrice des constantes élastiques en notation de Voigt
$\tilde{C}_{IJ}$: matrice des constantes élastiques en notation de Kelvin
C_{ijkl} : constantes élastiques du deuxième ordre à entropie constante
C_{ijklmn} : constantes élastiques du troisième ordre à entropie constante
C_i : coordonnée "fermée" du point i dans l'espace de Preisach-Mayergoysz
$D(f)$: terme de correction de diffraction dépendant de la fréquence f
d : distance entre les transducteurs
ds : longueur du solide après déformation
ds_0 : longueur du solide avant déformation
E : module d'Young
E_{in} : tension appliquée aux bornes du transducteur
f : fréquence du signal étudié
$f_c(\sigma_i)$: pour $i = 1, 2$: fonction de distribution des unités hystérétiques élémentaires fermées
F_i : forces de volume appliquées au solide
G : paramètre de réciprocité
h : vecteur flux d'énergie non mécanique
$H(P_c - p)$: fonction d'Heaviside
$H_{em}(\omega)$: réponse en fréquence du transducteur d'émission
$H_{rec}(\omega)$: réponse en fréquence du transducteur de réception
$H_T(f)$: fonction de transfert entre le courant mesuré en réception et la contrainte axiale à la surface du transducteur lors de l'émission
H_v : fonction de transfert entre le courant mesuré en réception et la vitesse particulaire
I_{out} : intensité en réception

J : déterminant du Jacobien
k : nombre d'onde acoustique
K : module élastique
K_0 : module élastique linéaire
$\mathcal{L}$: densité Lagrangienne
L : longueur
M : module dans la relation de Hooke
$M(Z_t)$: sensibilité du transducteur en réception
$\mathcal{M}$: nombre de Mach acoustique
N_0 : nombre d'unités hystérétiques élémentaires
O_i : coordonnée "ouverte" du point i dans l'espace Preisach-Mayergoysz
p : pression acoustique instantanée dans le milieu
p_0 : pression initiale de l'excitation dans le code numérique
P : pression perturbée par l'onde ultrasonore
P_0 : pression acoustique dans le milieu au repos
P_{ij} : tenseur de contrainte Piola-Kirchoff
P_c : pression de fermeture de l'unité hystérétique élémentaire
P_o : pression d'ouverture de l'unité hystérétique élémentaire
Q : facteur de qualité
$R(f)$: coefficient de réflexion dépendant de la fréquence f
s : entropie due à la perturbation acoustique
s_0 : entropie au repos
s' : variation d'entropie du milieu
$S(Z_t)$: sensibilité du transducteur en émission
t : temps
T : température instantanée
T_0 : température du milieu au repos
T' : variation de température du milieu
T_{zz}^{fc} : contrainte axiale en champ libre sur la surface de l'émetteur
T_{zz}^{ff} : contrainte axiale qui existerait à l'endroit où se trouve le récepteur s'il n'y était pas
u : vecteur de déplacement
u_i : composantes du vecteur de déplacement
U : énergie interne par unité de masse
$U_n(\omega)$: spectre de l'impulsion électrique en émission ou en réception
$v(t)$: vitesse particulaire de l'onde acoustique au temps t
v' : variation de vitesse particulaire
$v_{BF}(t)$: vitesse particulaire de l'onde basse fréquence à la surface du transducteur
V_{BF} : indice de vitesse particulaire de l'onde basse fréquence
V_L : vitesse longitudinale
v_i : composantes du vecteur vitesse
W : énergie de déformation élastique du solide par unité de masse
z : distance
Z_t : impédance électrique du transducteur
$Z_0 = \rho_0 c_0$: impédance acoustique du milieu de propagation

Symboles

Δ : opérateur décrivant la variation
$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla$: dérivée temporelle matricielle (ou dérivée Lagrangienne)
$\nabla\cdot$: opérateur gradient
∇^2 : opérateur Laplacien
$\delta(x)$: fonction de Dirac

Notations grecques

$\alpha(f)$: atténuation dans le milieu de propagation à la fréquence f
α_T : coefficient de dilatation thermique
β : coefficient non linéaire classique quadratique
δ : coefficient non linéaire classique cubique
δ_{ij} : symbole de Kronecker
$\Delta\varphi_0$: indice de modulation
ϵ : tenseur des déformations
ϵ_{ij} : composantes du tenseur des déformations
$\Delta\epsilon_C$: incrément de déformation classique
$\Delta\epsilon_H$: incrément de déformation hystérétique
$\tilde{\epsilon}^{(k)}$: vecteur propre de la matrice des contraintes élastiques en notation de Kelvin
ϵ_H : contribution à la déformation des éléments hystérétiques
φ : phase d'une onde sinusoïdale
φ_0 : déphasage produit par les interactions non linéaires
γ : coefficient isentropique de l'air
η : coefficient de viscosité de cisaillement
λ : coefficient de Lamé du second ordre
λ_{BF} : longueur d'onde de l'onde basse fréquence
Λ : surface active du transducteur
$\Lambda^{(k)}$: valeur propre de la matrice des constantes élastiques en notation de Kelvin associée au vecteur propre $\tilde{\epsilon}^{(k)}$
μ : coefficient de Lamé du premier ordre
ϑ : diffusivité du son
κ : conductivité thermique
ρ : masse volumique instantanée du milieu
ρ_0 : masse volumique du milieu au repos
ρ' : variation de masse volumique du milieu
ρ_{PM} : densité de distribution des unités hystérétiques élémentaires dans l'espace PM
ϱ_i : saut de déformation à l'ouverture ($i = 1$) et à la fermeture ($i = 2$)
σ : tenseur des contraintes
σ_{ij} : composantes du tenseur des contraintes
τ : temps décalé
ω : pulsation
ξ : coefficient de viscosité de volume
ζ : petit paramètre

Introduction

Sous les termes Essais Non Destructifs (END) ou Contrôles Non Destructifs (CND) sont regroupés les techniques et procédés aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte sur celle-ci des altérations préjudiciables. Le terme "santé" délimite bien le cadre des contrôles non destructifs comme étant la mise en évidence de toutes les défectuosités susceptibles d'altérer la fonctionnalité d'un produit.
Le CND naît avec l'émergence de la physique moderne à la fin du XIXe siècle et la découverte des rayons X, des courants de Foucault et de la piézoélectricité. Ce n'est toutefois qu'à partir du milieu du XXe siècle que les techniques de CND ont pris leur essor, notamment dans l'industrie métallurgique (contrôle des aciers, radiographie des soudures). Une importante croissance des méthodes de CND s'est ensuite manifestée durant les trente glorieuses avec l'émergence de certaines applications comme les centrales électriques nucléaires, l'aéronautique, les gazoducs, les oléoducs ou les plates-formes pétrolières. Au cours des deux dernières décennies, apparaissent également de nouvelles techniques de CND grâce à l'apport d'une électronique intégrée et d'une informatique puissante. Tirant profit de la performance de ces innovations, les techniques de contrôles s'automatisent davantage.
Dans l'industrie, le CND peut se résumer à la détection de *défaut* dans une structure. Le terme défaut reste toutefois ambigu. Il correspond à la fois à des hétérogénéités de surface mais également de volume. Les premières sont accessibles à l'observation directe mais pas toujours visibles à l'œil nu. Deux classes sont identifiées : les hétérogénéités ponctuelles qui correspondent aux plus "nocives" puisqu'il s'agit des criques, piqûres, fissures, craquelures, généralement aptes, à terme, à provoquer la rupture de la pièce ; les hétérogénéités d'aspect, correspondant essentiellement à des variations de paramètres géométriques ou physiques tels qu'un changement de rugosité, d'épaisseur ou l'apparition de taches. Les défauts de volume sont des hétérogénéités de natures, de formes et de dimensions extrêmement variées, localisées dans le volume du corps à contrôler. Leur nomenclature est très étoffée et spécifique à chaque branche d'activité industrielle.
Cette importante diversité de défauts a nécessité le développement d'une grande variété de techniques de CND. Les méthodes thermiques (thermographie infrarouge), les méthodes de ressuage, la magnétoscopie, les méthodes par rayonnements ionisants (radiographie, tomographie), les méthodes acoustiques (ultrasons, émission acoustique), les méthodes électromagnétiques et les méthodes d'étanchéité demeurent les plus utilisées aujourd'hui. Dans la plupart des cas, le principe de base de la détection d'un défaut consiste à exciter

celui-ci et à recueillir sa signature.

Désormais reconnu incontournable dans le domaine de l'imagerie médicale, l'échographie ultrasonore est également une technique très usitée pour le CND industriel qui demande, elle aussi, une amélioration permanente répondant aux exigences de qualité industrielle. Son principe est basé sur l'émission d'ondes ultrasonores dans la zone à contrôler et le traitement des échos dus à des ruptures de l'intégrité des propriétés physiques de la zone à contrôler. La distance entre les différents échos permet de localiser les défauts en profondeur. L'amplitude relative de l'onde acoustique émise et des échos de défauts et de fond permet d'avoir une estimation de la taille du défaut. Les phénomènes de diffusion et de réflexions multiples, désormais présents du fait de la complexité émergente des structures à analyser, peuvent rendre l'analyse plus incertaine.
Cette complexité des phénomènes ultrasonores n'a pas empêché l'amélioration de l'imagerie médicale produite par les échographes modernes. Ce progrès technologique a été possible grâce à l'augmentation de la résolution par l'exploration de fréquences ultrasonores toujours plus élevées ou par l'utilisation de l'imagerie harmonique utilisant la signature naturelle de la nonlinéarité d'un milieu.
Comme pour les méthodes d'imagerie médicale conventionnelles (B-scan et C-scan) qui ont prouvé leur efficacité et qui ont été rapidement transposées au CND, les méthodes d'imagerie harmonique (appelées par le passé non conventionnelles) ont à présent supplanté les méthodes d'imagerie classiques et ne demandent qu'à être adaptées et validées dans le milieu industriel du CND avec un objectif identique : améliorer cette technique innovante pour la détection précoce et la résolution des zones dégradées dans les structures complexes.

Dans le but d'accroître la sensibilité des méthodes ultrasonores de CND, de nombreuses équipes de chercheurs ont exploré cette technique innovante au cours des dix dernières années. Différentes méthodes ont vu le jour, connues sous le terme de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires (NEWS pour Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy), et explorent le comportement micromécanique des matériaux et leurs effets sur la propagation d'ondes acoustiques en observant leur dépendance en fonction de l'amplitude [1–6] ; dépendance qui peut être caractérisée par l'apparition de termes complémentaires dans la relation contrainte-déformation appelés "signatures non linéaires". Les tests d'origine mécanique, chimique ou thermique, réalisés sur une large gamme de matériaux soumis à des régimes de dégradations diverses, ont montré que la sensibilité de ces méthodes non linéaires pour la détection de phénomènes à l'échelle microscopique est nettement supérieure à celle obtenue avec les méthodes acoustiques linéaires [7–9]. Cette propriété est due à l'augmentation naturelle de la fréquence utilisée par la présence d'harmoniques, et donc à la diminution des longueurs d'ondes associées et susceptibles d'être utilisées pour explorer le milieu à caractériser. Le succès de l'application de ces méthodes au CND s'explique par le fait que la dégradation interne d'une pièce peut être directement mesurée par la détection d'une augmentation des paramètres liés aux effets non linéaires.
Dans une première approche, désormais classique, la dépendance polynomiale (quadra-

tique, cubique) de la déformation en fonction de la contrainte, appelée nonlinéarité classique, est observée. Elle est caractérisée par le changement de vitesse de propagation des ondes ultrasonores en fonction de leur pression acoustique. En effet, durant une phase de surpression, correspondant à la "compression" du milieu de propagation, l'onde acoustique se propage plus vite que durant une phase de détente correspondant au "ramollissement" du milieu [10]. Cette déformation, caractérisée par un raidissement du front d'onde, conduit à la création de nouvelles composantes spectrales observables : les harmoniques. La mesure de ces composantes va directement donner une information sur la nonlinéarité du milieu de propagation. Un phénomène de mélange de fréquences, l'interaction paramétrique, peut également être observé [11,12], phénomène physique analogue aux produits d'intermodulation observés dans les systèmes électroniques. Les premiers travaux théoriques ont commencé avec les études de Westervelt sur l'interaction du son par lui-même [13], de Thurston sur l'interprétation ultrasonore de l'interaction paramétrique [14] et de Lighthill sur le son induit par des turbulences [15]. Un décalage des fréquences de résonance en amplitude peut également constituer une signature non linéaire [16,17] ainsi que des contributions non linéaires qui apparaissent sur les propriétés d'atténuation du milieu [18].
La deuxième approche consiste à tenir compte de termes supplémentaires résultants d'une limite de validité de l'approche classique du développement polynomial de la déformation en fonction de la contrainte. Récemment définis par l'appellation "nonlinéarité non classique", ces effets particuliers peuvent être attribués à un matériau fissuré et sont liés aux propriétés de la zone dégradée autour de la fissure [1], matérialisée par une distribution de microfissures. Ces dernières sont responsables de la très forte dépendance de la célérité et de l'atténuation des ondes à l'amplitude de l'excitation. Le matériau fissuré est alors défini comme "élastiquement non linéaire", impliquant, entre autre, une boucle d'hystérésis dans la relation contrainte-déformation. Une correction de l'approche classique doit alors être apportée pour interpréter ces phénomènes. Le comportement élastique d'un bloc de roche soumis à une contrainte uniaxiale observé par Guyer *et al.* lors d'expériences de compressions quasi-statiques [1] constitue l'exemple le plus remarquable de la validité de cette approche. Il est également bien établi que la structure complexe du matériau, par exemple les inclusions de parties souples dans une matrice dure, est également responsable de la réponse non linéaire [19]. Il est alors concevable que cette hypothèse d'inclusions molles puisse être faite dans le cas des zones dégradées. Aujourd'hui, la connexion directe entre les effets non linéaires et les microfissures dans les matériaux complexes est un fait établi pour de nombreuses configurations expérimentales.

Dans le cadre du sixième Programme Cadre de Recherche et de Développement Technologique, soutenu par l'Union Européenne, le projet AERONEWS (Contrôle de Santé des Structures Aéronautiques par Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires) a été proposé pour développer ces méthodes non linéaires au niveau de la surveillance *in-situ* de la santé des structures aéronautiques. Différentes méthodes, utilisées par les partenaires du projet, ont été développées au fil des années :

- la dynamique lente (Slow Dynamics) [20,21],
- la spectroscopie de résonance acoustique non linéaire monomode (SIMONRUS pour

SIngle MOde Nonlinear Resonant UltraSound) [22, 23],
- la spectroscopie de modulation non linéaire d'ondes [5, 24],
- la modulation de phase [25, 26]
- l'analyse de réverbération non linéaire [27],
- l'interaction paramétrique d'ondes acoustiques [28].

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de Thèse sur l'étude des propriétés non linéaires classiques de matériaux homogènes et des propriétés non linéaires non classiques de structures fissurées fournies par les partenaires industriels du projet.
Dans un premier temps, une approche des propriétés non linéaires classiques globales est développée. Après avoir décrit les équations permettant de définir le coefficient non linéaire quadratique β dans les solides, la méthode de modulation de phase calibrée en contact, disponible au laboratoire, a été adaptée à la mesure de nonlinéarité globale des différents échantillons. La signature non linéaire extraite par cette méthode résulte de l'interaction entre un train d'onde haute fréquence et une impulsion basse fréquence. L'étude dans des échantillons homogènes, effectuée dans le cadre du projet, permet de déterminer leur coefficient non linéaire β. L'adaptation de cette méthode à des échantillons bi-couches est ensuite réalisée pour pouvoir analyser, par modulation de phase en contact, une partie non accessible dans un échantillon. Le point de vue numérique est traité et un algorithme de simulation numérique pseudo-spectral pour la propagation non linéaire nous permet de valider de nombreuses propriétés et de vérifier le niveau de modulation de phase en fonction de l'excitation basse fréquence. Les limites de la modulation de phase dans des matériaux complexes, c'est-à-dire bi-couches avec une interface dégradée, multi-couches ou fissurés, sont ensuite discutées.
Dans un deuxième temps, les propriétés locales non linéaires non classiques, associées à la présence de zones fissurées, sont étudiées expérimentalement et numériquement. Une technique ultrasonore, appelée retournement temporel, permettant de focaliser temporellement et spatialement une onde acoustique, a été utilisée. Développée par l'équipe de Mathias Fink au Laboratoire Ondes et Acoustique, cette méthode est basée sur l'invariance par rapport au temps, sous certaines conditions, de l'équation de propagation des ondes acoustiques. En tirant avantage de la spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires comme outil pour extraire la signature non linéaire d'un défaut dans le signal transmis, et du retournement temporel comme outil de focalisation vers une zone précise, nous avons choisi de combiner ces deux méthodes par deux approches originales. Tout d'abord l'analyse non linéaire est utilisée comme pré-traitement au retournement temporel, appelée NEWS-TR. La signature non linéaire, créée par la présence du défaut, est extraite du signal reçu, temporellement retournée et réémise dans l'échantillon. Une étude expérimentale et numérique du niveau de focalisation de l'onde renvoyée est ensuite réalisée autour d'une zone dégradée. L'algorithme numérique pseudo-spectral est alors adapté à la propagation dans un milieu comportant une inclusion hystérétique. L'extension à un modèle bi-dimensionnel permet de comparer deux méthodes de filtrage pour extraire la signature non linéaire : le filtrage harmonique et le filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores. L'extension au cas tri-dimensionnel permet d'appliquer la méthode NEWS-TR à un échantillon fissuré de taille et de géométrie réelles. La deuxième approche est l'utilisation de l'analyse non linéaire comme post-traitement au retournement temporel

et est appelée TR-NEWS. Deux ondes sont émises indépendamment dans un échantillon, mesurées en un point à l'aide d'un vibromètre laser et temporellement retournées. Après rétropropagations simultanées, ces ondes rétrofocalisent temporellement et spatialement au point de mesure laser. Un fort niveau de contrainte, indispensable pour l'émergence de la signature non linéaire, est donc créé en ce point. Une analyse non linéaire est ensuite réalisée au niveau des ondes focalisées. Une étude de la signature non linéaire permet d'étudier la complexité du processus d'interaction paramétrique sur la zone de focalisation. L'influence d'une zone dégradée sur cette signature est présentée. Des simulations numériques, réalisées à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral 3D, sont ensuite utilisées pour montrer la faisabilité de cette méthode.

Première partie

Étude des propriétés non linéaires classiques globales

Dans cette partie, la quantification des propriétés non linéaires classiques est présentée à travers l'évaluation du coefficient de nonlinéarité β. Ce coefficient est issu du développement en séries de Taylor de la relation contrainte-déformation [29] : les effets mesurés sont à l'ordre 2, c'est-à-dire qu'ils sont proportionnels au carré de l'amplitude de la composante à la fréquence fondamentale. La détermination de ce coefficient nécessite donc la parfaite connaissance du champ de vitesse de l'onde acoustique émise à cette fréquence.
Dans ce travail, la méthode de modulation de phase [30], basée sur l'interaction d'une onde haute fréquence et d'une impulsion basse fréquence, a été choisie pour quantifier la nonlinéarité. En effet, cette méthode permet d'éviter les nonlinéarités parasites dues à l'appareillage électrique. Développée en contact au laboratoire en 2002 [31] avec une technique de calibration par auto-réciprocité, cette méthode permet d'avoir une information fiable sur la valeur du coefficient non linéaire β dans des échantillons homogènes [25, 32–34].
L'évaluation des propriétés non linéaires classiques est réalisée dans un premier temps dans des échantillons de silice et de verre homogènes à l'échelle de la longueur d'onde. L'utilisation de matériaux collés dans l'industrie aéronautique a motivé l'adaptation de la méthode de modulation de phase à des échantillons bi-couches dans le but de déterminer le coefficient non linéaire de la partie non accessible au transducteur. Dans un premier temps, les échantillons homogènes ont été placés en contact avec différents couplants : gel échographique, huile de silicone et salicylate de phényle (salol). Les mesures adaptées ont permis de quantifier le coefficient non linéaire de l'échantillon de silice. Dans un deuxième temps, la méthode a été appliquée à deux échantillons d'aluminium collés issus de l'industrie aéronautique (Dassault Aviation). Les différents échantillons et leur propriétés physiques sont présentés en annexe A.
Tout d'abord, la théorie nécessaire à la compréhension du comportement non linéaire, largement inspirée de l'ouvrage de Hamilton et Blackstock [10], est développée. La métrologie liée à ce comportement est ensuite étudiée. Après avoir présenté plus en détail la méthode de modulation de phase en contact et le dispositif expérimental associé, l'adaptation de cette technique à des échantillons bi-couches est exposée. Pour finir, les résultats expérimentaux sont présentés et une discussion sur la limite de cette méthode dans des matériaux complexes est tenue.

Chapitre 1

Propagation non linéaire des ondes acoustiques

Ce chapitre présente les équations fondamentales menant à la définition du paramètre non linéaire $\frac{B}{A}$ et à l'interprétation physique du comportement non linéaire. Ensuite ces équations sont appliquées au cas des fluides et des solides et permettent de définir une analogie entre le coefficient non linéaire β d'un solide isotrope et celui d'un fluide. Pour finir, un algorithme numérique pseudo-spectral permettant la simulation d'une propagation dans un milieu non linéaire est développé.

1.1 Équations fondamentales de l'acoustique non linéaire

Les équations fondamentales de l'acoustique non linéaire sont introduites. Le développement de Taylor de l'équation d'état permet de définir le paramètre non linéaire $\frac{B}{A}$.

1.1.1 Définition du paramètre non linéaire B/A

Le paramètre de nonlinéarité acoustique $\frac{B}{A}$ est le rapport des termes quadratiques et des termes linéaires dans le développement en séries de Taylor de l'équation d'état liant les variations de pression aux variations de masse volumique et décrivant la réponse d'un milieu aux sollicitations d'une onde acoustique. Ce rapport caractérise la variation de la vitesse du son du milieu induite par un changement de pression dans un liquide et de masse volumique dans un solide.
Le processus de propagation d'une onde haute fréquence (pression p, masse volumique ρ ou vitesse particulaire v) pouvant être considéré comme un phénomène isentropique, le développement en séries de Taylor de l'équation d'état $P = P(\rho, s)$, à entropie s constante,

s'écrit alors :

$$p = P - P_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{s,0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots , \tag{I.1.1}$$

où P et ρ sont respectivement la pression et la masse volumique perturbées par l'onde ultrasonore, P_0 et ρ_0 leurs valeurs à l'équilibre. Les dérivées partielles de l'équation (I.1.1) sont évaluées pour l'état non perturbé (ρ_0, s_0). Cette équation peut être récrite plus succinctement sous la forme :

$$p = P - P_0 = A\left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right) + \frac{B}{2!}\left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right)^2 + \dots , \tag{I.1.2}$$

où $\rho' = \rho - \rho_0$ est la variation de masse volumique et

$$A = \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,0} = \rho_0 c_0^2, \tag{I.1.3}$$

$$B = \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{s,0} , \tag{I.1.4}$$

conduisant alors au paramètre non linéaire $\frac{B}{A}$:

$$\boxed{\boxed{\frac{B}{A} = \frac{\rho_0}{c_0^2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{s,0}}} . \tag{I.1.5}$$

En rappelant la définition de la célérité de l'onde c comme étant :

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s , \tag{I.1.6}$$

nous obtenons alors :

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_s = \left(\frac{\partial c^2}{\partial \rho}\right)_s = \left(\frac{\partial c^2}{\partial p}\right)_s \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = c^2 \left(\frac{\partial c^2}{\partial p}\right)_s = 2c^3 \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_s , \tag{I.1.7}$$

d'où, à l'équilibre :

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{s,0} = 2c_0^3 \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_{s,0} . \tag{I.1.8}$$

Dans ces conditions, le paramètre non linéaire peut être écrit sous la forme :

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_{s,0} . \tag{I.1.9}$$

Cette expression est à l'origine des méthodes isentropiques de détermination de ce paramètre. Il est possible maintenant de récrire la rapport $\frac{B}{A}$ en fonction des variations isothermes de vitesse par rapport à la pression et en fonction de la température à pression constante. Pour cela, on a :

$$\left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_T + \left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s . \tag{I.1.10}$$

En tenant compte de la relation thermodynamique suivante, découlant de la formule de Reech :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \frac{T_0 \alpha_T}{\rho_0 C_p}, \tag{I.1.11}$$

où C_p est la capacité calorifique à pression constante, T_0 est la température ambiante et α_T est le coefficient de dilatation thermique, le paramètre $\frac{B}{A}$ devient :

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_{T,0} + 2\rho_0 c_0 \left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_{p,0} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{s,0},$$

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_{T,0} + \frac{2\alpha_T T_0 c_0}{C_p} \left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_{p,0} . \tag{I.1.12}$$

Cette expression est à la base des méthodes thermodynamiques de détermination du paramètre non linéaire.

1.1.2 Interprétation physique du paramètre non linéaire

La signification physique du paramètre non linéaire $\frac{B}{A}$ en acoustique est donnée par son effet sur la vitesse du son comme décrit à l'équation (I.1.9). L'équation (I.1.2) donne :

$$\frac{c^2}{c_0^2} = 1 + \frac{B}{A}\left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right) + \dots . \tag{I.1.13}$$

On peut écrire le rapport $\frac{c}{c_0}$ en passant à la racine carrée et en effectuant un développement limité pour $\frac{c^2}{c_0^2} \approx 1$:

$$\frac{c}{c_0} = 1 + \frac{B}{2A}\left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right) + \dots . \tag{I.1.14}$$

En se servant de la relation $\rho'/\rho_0 = v/c_0$ pour une onde plane progressive ($v = \frac{p}{\rho_0 c_0}$ étant la vitesse particulaire), on obtient :

$$c = c_0 + \frac{B}{2A} v. \tag{I.1.15}$$

Ainsi la variation de célérité $\Delta c = c - c_0$ peut être reliée à la variation de pression Δp par :

$$\Delta c = \frac{1}{2\rho_0 c_0}\frac{B}{A}\Delta p, \tag{I.1.16}$$

c'est-à-dire :

$$c = c_0 + \frac{1}{2\rho_0 c_0}\frac{B}{A}\Delta p. \tag{I.1.17}$$

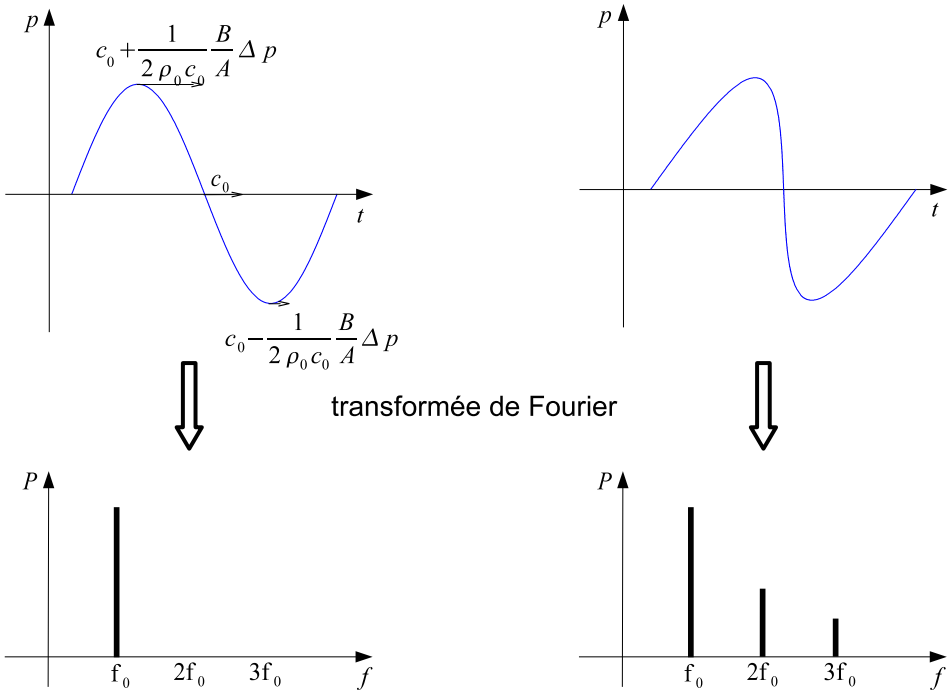


Figure 1 – *Distorsion non linéaire de l'onde ultrasonore au cours de la propagation dans le domaine temporel et enrichissement du spectre dans le domaine fréquentiel.*

L'expression (I.1.17) montre que la célérité du son c diffère de celle dans un cas linéaire c_0 par un terme qui est proportionnel à l'excès local de pression et au paramètre de nonlinéarité $\frac{B}{A}$ du milieu. Par exemple, dans une phase de compression, Δp est positif donc $c > c_0$, alors que dans une phase de raréfaction, Δp est négatif et donc $c < c_0$. Ainsi certaines parties de l'onde se propagent plus rapidement et d'autres moins rapidement que l'onde dans son ensemble. La conséquence immédiate de cette vitesse de propagation non uniforme est la déformation du front d'onde et plus particulièrement son raidissement (figure 1). La déformation d'une onde de forme sinusoïdale dans le domaine temporel se traduit directement par l'apparition de composantes fréquentielles, harmoniques multiples de la fréquence fondamentale de l'onde émise.
Cette génération d'harmoniques peut produire les effets suivants :

- la création d'harmoniques se fait au dépend de la fréquence fondamentale du fait de la conservation d'énergie. Lors de la propagation, les distorsions subies par l'onde

s'accumulent et, en conséquence, de plus en plus d'énergie est transférée de la fréquence fondamentale vers les fréquences harmoniques. Cette atténuation, supplémentaire par rapport à celle classiquement subie par une onde d'amplitude infinitésimale, est appelée extra-atténuation non linéaire.
– dans la majorité des milieux, l'atténuation augmente avec la fréquence. Ainsi, une onde, déformée par les effets non linéaires, dont le contenu spectral est plus riche en harmoniques, subit une perte d'énergie plus importante qu'une onde non déformée.

1.1.3 Équations de l'acoustique non linéaire

Dans cette section, les équations fondamentales de l'acoustique non linéaire appliquées aux fluides et aux solides vont être introduites. L'étude dans les fluides va nous permettre d'effectuer une analogie dans les deux milieux et de définir un coefficient non linéaire dans les solides isotropes.

1.1.3.1 Application aux fluides

La description du mouvement d'une onde dans un fluide repose sur deux types d'équations : les lois de conservation qui traduisent les hypothèses générales de la physique et les lois d'état caractéristiques de la nature du fluide étudié. Pour un fluide thermovisqueux, les équations sont les suivantes :

– l'hypothèse de conservation de la masse :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\cdot v = 0, \tag{I.1.18}$$

où ρ est la masse volumique du fluide et v est la vitesse du fluide.

– le principe de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho\frac{Dv}{Dt} = \nabla\cdot\sigma, \tag{I.1.19}$$

avec le tenseur des contraintes σ donné par :

$$\nabla\cdot\sigma = -\nabla P + \left(\frac{1}{3}\eta + \xi\right)\nabla\left(\nabla\cdot v\right) + \eta\nabla^2 v, \tag{I.1.20}$$

où η et ξ sont respectivement les coefficients de viscosité de cisaillement et de volume.

– l'hypothèse de conservation de l'énergie :

$$\rho T\frac{Ds}{Dt} = \kappa\nabla^2 T + \xi\left(\nabla\cdot v\right)^2 + \frac{1}{2}\eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right), \tag{I.1.21}$$

où s est l'entropie, κ la conductivité thermique et T la température.

– l'équation d'état :

$$P = P(\rho, s). \tag{I.1.22}$$

Si on choisit comme variables P, ρ et s au lieu de P, ρ et T, les processus ultrasonores considérés peuvent être supposés adiabatiques.
Nous cherchons maintenant une équation de propagation qui décrit les champs acoustiques d'amplitude finie à l'ordre deux pour le nombre de Mach acoustique $\mathcal{M} = |v|/c_0$. L'onde ultrasonore correspond ainsi à une petite perturbation des grandeurs caractéristiques du milieu autour des valeurs au repos (notées avec un indice 0) :

$$P = p_0 + p, \tag{I.1.23}$$

$$\rho = \rho_0 + \rho', \tag{I.1.24}$$

$$T = T_0 + T', \tag{I.1.25}$$

$$s = s_0 + s', \tag{I.1.26}$$

$$v = v'. \tag{I.1.27}$$

Les variables p,ρ',T',s' et v' représentent respectivement les fluctuations de pression, de masse volumique, de température, d'entropie et de vitesse en ayant supposé que le fluide est au repos.
En considérant de petites perturbations $o(\mathcal{M})$ et un fluide au repos, les relations (I.1.18) à (I.1.22) peuvent être reformulées en insérant les expressions (I.1.23) à (I.1.27) :

– l'équation de conservation de la masse à l'ordre deux devient :

$$\underbrace{\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot v'}_{o(\mathcal{M})} = \underbrace{-\rho' \nabla \cdot v' - v' \nabla \rho'}_{o(\mathcal{M}^2)}. \tag{I.1.28}$$

– l'équation de conservation de la quantité de mouvement à l'ordre deux devient :

$$\underbrace{\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \nabla p}_{o(\mathcal{M})} = \tag{I.1.29}$$

$$\underbrace{\left(\frac{4}{3}\eta + \xi\right) \nabla^2 v' + \left(\frac{1}{3}\eta + \xi\right) \nabla \times \nabla \times v' - \frac{1}{2}\rho_0 \nabla^2 v' - \rho' \frac{\partial v'}{\partial t} + \rho_0 v' \times \nabla \times v'}_{o(\mathcal{M}^2)}.$$

On se place dans le fluide suffisamment loin de toute surface afin d'avoir $\nabla \times v' = 0$. Ainsi, la propagation est supposée irrotationnelle et cette expression peut se simplifier par :

$$\underbrace{\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \nabla p}_{o(\mathcal{M})} = \underbrace{\left(\frac{4}{3}\eta\xi\right) \nabla^2 v' - \frac{1}{2}\rho_0 \nabla^2 v' - \rho' \frac{\partial v'}{\partial t}}_{o(\mathcal{M}^2)}. \tag{I.1.30}$$

– l'équation de conservation de l'énergie (I.1.21) devient à l'ordre deux :

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial s}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T'. \tag{I.1.31}$$

– finalement, en développant en séries de Taylor l'équation d'état du fluide (I.1.22) autour de l'état d'équilibre (ρ_0, s_0) et en négligeant les termes $o(\mathcal{M}^3)$, on obtient :

$$p = c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2}{\rho_0} \frac{B}{2A} \rho'^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_{\rho,0} s'. \tag{I.1.32}$$

Les équations (I.1.28) à (I.1.32) linéarisées sont introduites dans les termes d'ordre $o(\mathcal{M}^2)$ des équations (I.1.28) et (I.1.30). On obtient alors :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot v' = \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial p^2}{\partial t} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}, \tag{I.1.33}$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + \nabla p = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{4}{3}\eta + \xi \right) \nabla \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \mathcal{L}, \tag{I.1.34}$$

où la densité Lagrangienne $\mathcal{L}$ a été introduite telle que :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho_0 v'^2 - \frac{p^2}{2\rho_0 c_0^2}. \tag{I.1.35}$$

En soustrayant le gradient de l'équation (I.1.33) à la dérivée par rapport au temps de l'équation (I.1.34), l'expression suivante est obtenue :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p = \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} + \left(\nabla^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{L} + \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \left(\frac{4}{3}\eta + \xi \right) \frac{\partial^3 p}{\partial t^3}. \tag{I.1.36}$$

D'autre part, la combinaison des équations d'état (I.1.32) et de conservation de l'énergie (I.1.31) permet de relier la variation de masse volumique ρ' à la variation de pression p :

$$\rho' = \frac{p}{c_0^2} - \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{B}{2A} p^2 - \frac{\kappa}{\rho_0 c_0^4} \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right) \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{I.1.37}$$

avec C_v la capacité calorifique à volume constant.
La substitution de cette dernière équation dans l'équation (I.1.31), conduit à l'équation de propagation non linéaire à l'ordre deux sous la forme obtenue par Aanonsen *et al.* [35] :

$$\boxed{\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\vartheta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} - \left(\nabla^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{L}}, \tag{I.1.38}$$

avec le coefficient non linéaire β défini par

$$\beta = 1 + \frac{B}{2A}. \tag{I.1.39}$$

et où la diffusivité du son ϑ est introduite par :

$$\vartheta = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{4}{3}\eta + \xi\right) + \frac{\kappa}{\rho_0}\left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p}\right). \tag{I.1.40}$$

L'équation (I.1.38) décrit l'évolution tridimensionnelle du champ de pression dans un fluide thermovisqueux. L'atténuation est représentée dans cette équation par le terme $\frac{\vartheta}{c_0^4}\frac{\partial^3 p}{\partial t^3}$ tandis que les deux termes de droite décrivent les effets non linéaires cumulatifs $(-\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4}\frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2})$ ou locaux $((\nabla^2 + \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})\mathcal{L})$.

1.1.3.2 Application aux solides

Dans cette section, le milieu de propagation est supposé continu et parfaitement élastique. Soit a_i les coordonnées d'un point matériel du solide au repos correspondant à l'état initial. Lorsque le corps subit une déformation, les distances entre les points varient. Considérons deux points quelconques infiniment proches ; avant la déformation, si un élément du solide a une longueur ds_0 alors, dans le corps déformé, elle deviendra ds. On définit alors le tenseur des déformations ϵ_{ik} par la relation :

$$ds^2 - ds_0^2 = dx_j dx_j - da_j da_j = 2\epsilon_{ik} da_i da_k, \tag{I.1.41}$$

soit

$$\epsilon_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial a_k} + \frac{\partial u_k}{\partial a_i} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i}\frac{\partial u_j}{\partial a_k}\right), \tag{I.1.42}$$

où u est le vecteur déplacement de composantes u_i. Le tenseur ϵ_{ik} est appelé tenseur de déformation et de part sa définition même, ce tenseur est symétrique $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$.
Comme pour un fluide, l'étude de la propagation d'une onde élastique dans un solide est régie par des lois de conservation (masse, mouvement, énergie) et par une loi d'état caractéristique de la nature du solide.

– l'hypothèse de conservation de la masse :

$$J = \left|\frac{\partial x_j}{\partial a_i}\right| = \frac{\rho_0}{\rho}, \tag{I.1.43}$$

où J est le déterminant du Jacobien de la transformation ponctuelle permettant le passage d'un système de coordonnées dans l'état initial à celui dans l'état déformé. ρ_0 et ρ sont les masses volumiques respectivement dans l'état initial et dans l'état déformé.

– le principe de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_0 \frac{d^2 u_i}{dt^2} = JF_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial a_j}, \tag{I.1.44}$$

où F_i sont les forces de volume appliquées au solide et P_{ij} est le tenseur de contrainte Piola-Kirchoff.

– l'hypothèse de conservation de l'énergie :

$$\rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} = P_{ij} \frac{\partial}{\partial a_i} \frac{\partial u_j}{\partial t} - J \frac{\partial h_i}{\partial a_i}, \tag{I.1.45}$$

où U est l'énergie interne par unité de masse et h est le vecteur flux d'énergie non mécanique.

L'équation de conservation du mouvement (I.1.44) peut être également obtenue à partir de la densité Lagrangienne :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 - \rho_0 W, \tag{I.1.46}$$

où W est l'énergie de déformation élastique du solide par unité de masse. Les équations de Euler-Lagrange pour $\mathcal{L}$ fournissent l'équation (I.1.45) avec [36] :

$$P_{ij} = \rho_0 \frac{\partial W}{\partial \left(\frac{\partial u_i}{\partial a_j} \right)}. \tag{I.1.47}$$

Les constantes matérielles du solide étudié sont introduites en développant l'énergie élastique par rapport au tenseur de déformation :

$$\rho_0 W = \frac{1}{2!} C_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} + \frac{1}{3!} C_{ijklmn} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} \epsilon_{mn} + \dots \ . \tag{I.1.48}$$

Les tenseurs C_{ijkl} et C_{ijklmn} correspondent aux constantes élastiques du deuxième et du troisième ordre définies à entropie constante [37, 38].

Les équations (I.1.47) et (I.1.48) fournissent la relation entre la tension appliquée au solide et les contraintes :

$$P_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial a_l} + \frac{1}{2} M_{ijklmn} \frac{\partial u_k}{\partial a_l} \frac{\partial u_m}{\partial a_n} + \dots \ , \tag{I.1.49}$$

où

$$M_{ijklmn} = C_{ijklmn} + C_{ijln}\delta_{km} + C_{jnkl}\delta_{im} + C_{jlmn}\delta_{ik}. \tag{I.1.50}$$

Notons que $M_{ijklmn} \neq M_{jiklmn}$, ce qui implique que la dissymétrie du tenseur P_{ij} est un effet du second ordre. Le nombre de coefficients C_{ijkl} et C_{ijklmn} distincts est, dans le cas le plus général, respectivement de 21 et 56. Ce nombre est réduit par la présence de

symétries du matériau. Par exemple, un solide isotrope possède uniquement à l'ordre 2 cinq coefficients indépendants. Dans ce cas, il vient le développement suivant :

$$\rho_0 W = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial a_k^2} + \left(\frac{\lambda}{2}\right) \frac{\partial^2 u_l}{\partial a_l^2} + \frac{\mathcal{A}}{3} \frac{\partial u_i}{\partial a_k} \frac{\partial u_k}{\partial a_l} \frac{\partial u_l}{\partial a_i} + \mathcal{B} \frac{\partial u_l}{\partial a_l} \frac{\partial^2 u_i}{\partial a_k^2} + \frac{\mathcal{C}}{3} \frac{\partial^3 u_l}{\partial a_l^3} \tag{I.1.51}$$

où μ et λ sont les coefficients de Lamé et $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ les coefficients élastiques du troisième ordre utilisés par Landau et Lifshitz [36].

1.1.3.3 Équivalence du coefficient non linéaire dans un fluide et dans un solide isotrope

Il a été montré que la propagation dans un solide isotrope peut être décrite par une équation d'évolution parabolique similaire à l'équation KZK obtenue pour un fluide [39–41] :

$$\frac{\partial p^2}{\partial z \partial \tau} = \frac{c_0}{2} \nabla_\perp^2 p + \frac{\vartheta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}. \tag{I.1.52}$$

Il suffit pour cela de considérer une onde longitudinale qui se propage selon la direction Oz. On cherche une solution sous la forme

$$u_z = \zeta u_z(\tau, x', y', z'), \tag{I.1.53}$$

$$u_{x,y} = \zeta \sqrt{\zeta} u_{x,y}(\tau, x', y', z'), \tag{I.1.54}$$

avec

$$\tau = t - \frac{z'}{c_l}, \quad z' = \zeta z, \quad x' = \sqrt{\zeta} x, \quad y' = \sqrt{\zeta} y,$$

et où ζ est un petit paramètre. En substituant ce changement de variables dans l'équation de propagation (I.1.51), en ne retenant que les termes d'ordre jusqu'à ζ^2 et en considérant η, χ et ξ de l'ordre de grandeur de ζ, on obtient pour la vitesse particulaire v

$$\boxed{\boxed{\frac{\partial^2 v}{\partial z' \partial \tau} - \frac{c_l}{2} \nabla_\perp^2 v - \frac{\frac{4}{3}\eta + \xi + \chi}{2\rho_0 c_l^4} \frac{\partial^3 v}{\partial \tau^3} = -\frac{F}{2\rho_0 c_l^4} \frac{\partial^2 v^2}{\partial \tau^2}}}, \tag{I.1.55}$$

où $F = \frac{3K}{2} + 2\mu + \mathcal{A} + 3\mathcal{B} + \mathcal{C}$. On remarque ainsi que pour un solide isotrope, on obtient une équation identique à celle obtenue dans les fluides (I.1.38), si on définit le coefficient non linéaire du solide par :

$$\beta = -\frac{F}{\rho_0 c_l^2} = -\left(\frac{3}{2} + \frac{\mathcal{A} + 3\mathcal{B} + \mathcal{C}}{\rho_0 c_l^2}\right). \tag{I.1.56}$$

Celui-ci peut être réécrit en notation standard sous la forme :

$$\boxed{\boxed{\beta = -\left(\frac{3}{2} + \frac{c_{111}}{c_{11}}\right)}}. \tag{I.1.57}$$

L'équation (I.1.56) peut être réécrite dans le cas d'un fluide en prenant $\mathcal{A} = 0$, $\mathcal{B} = -A$ et $\mathcal{C} = \frac{A-B}{2}$.

En résumé, le coefficient non linéaire est défini par

$$\boxed{\beta = \begin{cases} \frac{(\gamma+1)}{2} & \text{pour un gaz} \\ 1 + \frac{B}{2A} & \text{pour un fluide} \\ -\left(\frac{3}{2} + \frac{c_{111}}{c_{11}}\right) & \text{pour un solide} \end{cases}} \tag{I.1.58}$$

1.2 Algorithme numérique pseudo-spectral pour la propagation non linéaire

Dans le but d'étudier les phénomènes acoustiques non linéaires, décrits dans la section précédente, un outil permettant de simuler la propagation d'une onde ultrasonore dans un solide ou un fluide sur une longue distance a été développé au sein du laboratoire par Olivier Bou Matar *et al.* [42, 43], en prenant en compte aussi bien l'atténuation et la dispersion que les effets non linéaires.
Les méthodes habituelles de simulations telles que les éléments finis ou les différences finies ne permettent pas d'étudier la propagation sur un domaine de grande dimension (une centaine de longueurs d'onde), avec un temps de simulation et une précision satisfaisants, ce qui nous a conduit à choisir la méthode pseudo-spectrale.
Le système d'équations modélisé dans le cas de propagation uni-dimensionnelle d'une onde acoustique dans un milieu non linéaire est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \sigma}{\partial z}, \\ \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} = K(t)\frac{\partial v}{\partial z}, \end{cases} \tag{I.1.59}$$

où ρ_0 est la masse volumique du milieu considéré, v la vitesse particulaire, $K = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}$ le module élastique avec $\epsilon = \frac{\partial u_z}{\partial z}$ la déformation suivant z et σ la contrainte longitudinale. Dans cette partie, seule la nonlinéarité classique est considérée et elle est introduite de la manière suivante :

$$\sigma(\epsilon) = E\left(\epsilon - \beta\epsilon^2 - \delta\epsilon^3\right) = E\left[\frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 - \delta\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^3\right], \tag{I.1.60}$$

où E est le module d'Young et β et δ représentent les termes quadratique et cubique dans le développement. On peut donc écrire :

$$K(t) = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} = E\left(1 - 2\beta\epsilon - 3\delta\epsilon^2\right). \tag{I.1.61}$$

1.2.1 Dérivation spatiale : méthode pseudo-spectrale

La méthode pseudo-spectrale est une méthode alternative aux éléments finis et différences finies pour certaines classes d'équations différentielles. L'idée de la méthode spectrale est de développer les fonctions du problème en séries trigonométriques dans le but de pouvoir évaluer les dérivées spatiales du problème dans le domaine fréquentiel. Les méthodes pseudo-spectrales utilisent la transformée de Fourier rapide (FFT) pour évaluer les dérivées spatiales de fonctions définies sur une grille cartésienne uniforme. Ainsi, les équations aux dérivées partielles sont réduites à des équations ordinaires dépendantes du temps, qui peuvent être résolues par un schéma du type Runge-Kutta ou Adams-Bashforth.
La dérivée spatiale s'écrit par la relation suivante :

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = FFT^{-1}\left[\left(ik_x e^{\pm ik_x \frac{\Delta x}{2}}.FFT\left[f(x)\right]\right)\right], \tag{I.1.62}$$

où FFT^{-1} est la transformée de Fourier rapide inverse, k_x est le nombre d'onde dans la direction x et Δx est le pas spatial de la grille de propagation numérique dans cette même direction. Cette relation permet de diviser l'étape de calcul de dérivée spatiale en trois :

- calcul de la transformée de Fourier rapide $FFT\left[f(x)\right]$,
- multiplication par le multiplicateur de dérivée première $ik_x e^{\pm ik_x \frac{\Delta x}{2}}$,
- calcul de la transformée de Fourier rapide inverse du résultat.

Cette méthode nécessite seulement deux points par longueur d'onde, même pour des temps de propagation longs [44], ce qui en constitue son principal avantage. Dans le cas d'une simulation non linéaire, où l'harmonique cinq peut être générée, dix points par longueur d'onde sont nécessaires alors que cinquante points pour une méthode par éléments finis ou par différences finies sont indispensables.

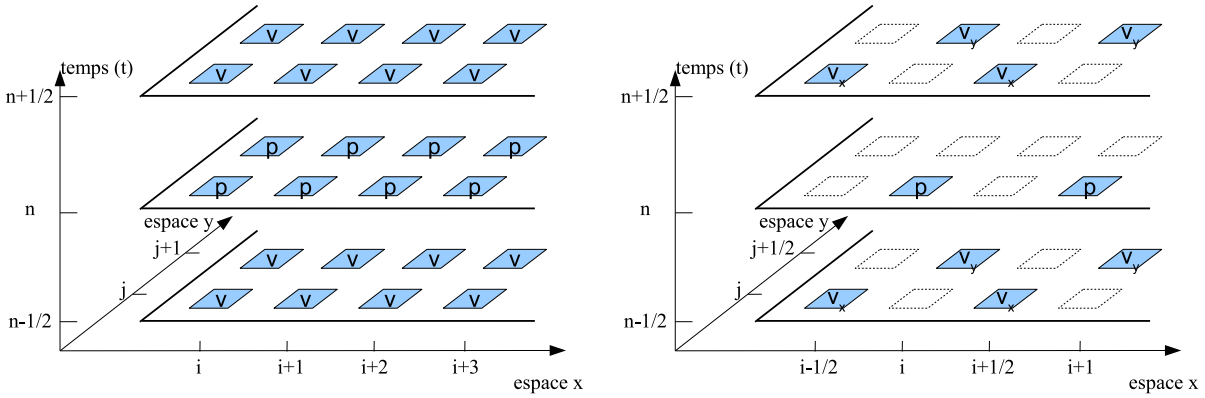
1.2.2 Dérivation temporelle : méthode d'Adams-Bashforth

Le schéma temporel utilisé dans le programme est un schéma à pas multiples d'Adams-Bashforth d'ordre 4, contrairement aux méthodes de type Runge-Kutta qui sont des schémas à un pas. De plus les schémas d'Adams-Bashforth sont explicites, c'est-à-dire que pour connaître une variable au temps t_{i+1}, il suffit de connaître ces dérivées temporelles à des temps antérieurs (pour le cas d'ordre 4, il faut connaître les dérivées au temps t_i, t_{i-1}, t_{i-2} et t_{i-3}). Les méthodes d'Adams-Bashforth sont bien adaptées aux systèmes à faibles nonlinéarités dont les paramètres ne varient pas beaucoup dans le temps.
Il est possible, dans notre cas, de réaliser un système de grilles décalées dans le temps. On évaluera alors la pression aux temps entiers $n\Delta t$ et la vitesse aux temps $(n+1/2)\Delta t$, comme l'indique la figure 2a.
On approche $\partial y/\partial t = f(t, y(t))$ avec $y = p$ ou u pour un schéma d'Adams-Bashforth

d'ordre 4 pour les grilles temporelles décalées [45] par :

$$y(t+\Delta t) = y(t)+\frac{\Delta t}{24}\left(26f\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) - 5f\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right) + 4f\left(t-\frac{3\Delta t}{2}\right) - f\left(t-\frac{5\Delta t}{2}\right)\right). \tag{I.1.63}$$

On choisit $\Delta t = stabf \cdot \min(\Delta x, \Delta z)/c_0$ avec le facteur de stabilité $stabf = 0,1$.
Si on couple la méthode des pas décalés avec celles des grilles enchevêtrées, la représentation des variables dans un domaine espace-temps est donnée figure 2b. Si la méthode des grilles spatiales décalées permet de réduire par quatre la taille des matrices et de limiter notamment les phénomènes de Gibbs, la méthode des pas de temps décalés permet à son tour d'obtenir une précision temporelle équivalente à celle que l'on aurait eue avec un pas $\Delta t/2$ et cela sans changer le nombre d'itérations.



(a) (b)

Figure 2 – *Agencement des variables dans le cas d'un schéma avec, (a) des pas de temps décalés uniquement, et (b) des pas de temps décalés et des grilles enchevêtrées.*

1.2.3 Principe de la méthode des couches parfaitement adaptées (PML)

La méthode des couches parfaitement adaptées, dérivant de l'anglais Perfectly Matched Layer (P.M.L.), a été introduite par Bérenger [46] dans le but de propager une onde électromagnétique dans un domaine relativement restreint tout en évitant les réflexions parasites sur les bords du domaine de simulation.
Cette méthode consiste à appliquer un masque, dit masque PML, sur le domaine de propagation dans lequel les lois d'évolution de l'onde diffèrent de celles du reste du domaine. Ces couches parfaitement adaptées ont pour rôles d'absorber les ondes lorsqu'elles atteignent les limites du domaine en évitant au maximum les réflexions dues au changement d'impédance et d'éviter que les ondes partent d'un côté du domaine et reviennent de l'autre, phénomènes de "Wrap around effect" dus principalement à l'utilisation de la FFT.

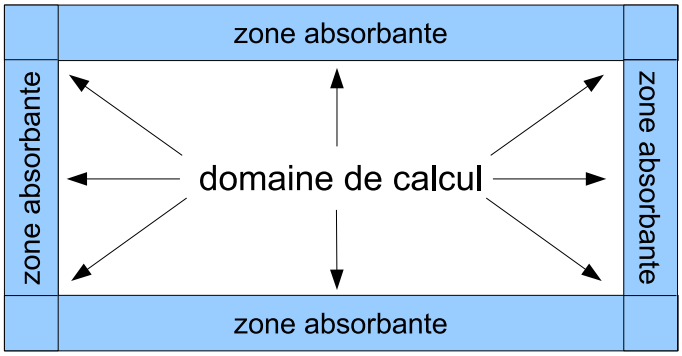


Figure 3 – *Représentation du domaine de calcul avec les couches parfaitement adaptées (couches PML).*

Nous allons appliquer cette méthode au système d'équations décrit précédemment traduisant la propagation d'une onde acoustique dans un solide non linéaire. Dans un premier temps, pour simplifier l'introduction des équations dans la zone parfaitement adaptée, ce système est passé dans le domaine fréquentiel. Le changement de variable $\tilde{x} = \int_0^x s_x(x')dx'$ et $\tilde{y} = \int_0^y s_y(y')dy'$ est ainsi effectué dans le domaine fréquentiel.
L'écriture dans le domaine temporel des équations dans la zone parfaitement adaptée dépend du choix des variables s_x et s_y. Ces variables sont choisies pour permettre de retrouver le résultat obtenu par Bérenger [46] par une autre méthode, avec x et y les coordonnées d'un point dans un espace bi-dimensionnel :

$$s_x = a_x + i\frac{\omega_x}{\omega}, \tag{I.1.64}$$

$$s_y = a_y + i\frac{\omega_y}{\omega}. \tag{I.1.65}$$

De plus, les variables physiques sont décomposées comme suit :

$$v_i = v_i^x + v_i^y \tag{I.1.66}$$

et

$$v = \left| \begin{array}{l} v_x \\ v_y \end{array} \right. . \tag{I.1.67}$$

Une transformée de Fourier inverse est ensuite effectuée pour revenir dans le domaine temporel. Un système d'équations linéaires est alors obtenu, il doit être résolu dans la zone parfaitement adaptée :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x \frac{\partial p_x}{\partial t} = -\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v_x}{\partial \tilde{x}} - \omega_x p_x, \\ \\ a_y \frac{\partial p_y}{\partial t} = -\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v_y}{\partial \tilde{y}} - \omega_y p_y, \\ \\ a_x \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \tilde{x}} - \omega_x v_x, \\ \\ a_y \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \tilde{y}} - \omega_y v_y. \end{array} \right. \tag{I.1.68}$$

Les grandeurs a_x et a_y peuvent être utilisées pour absorber les ondes évanescentes. Si ce type d'onde n'apparaît pas dans le problème, on pose $a_x = a_y = 1$.

La définition du paramètre non linéaire $\frac{B}{A}$ à travers son interprétation physique a été réalisé. Les différentes méthodes d'évaluation du coefficient non linéaire β, définit par analogie aux fluides dans un solide isotrope, vont être présentées. Une attention particulière sera portée à la mesure par modulation de phase en contact.

Chapitre 2

Évaluation de la nonlinéarité classique

La détermination du coefficient de nonlinéarité β d'un solide est souvent plus délicate que celle du rapport B/A d'un fluide. En effet, les effets non linéaires sont plus faibles dans les matériaux solides, plus rigides, que dans les fluides. Il est également nécessaire de connaître la nonlinéarité introduite par le dispositif expérimental qui peut devenir non négligeable.
Deux types de méthodes sont classiquement utilisées pour mesurer le coefficient de nonlinéarité d'un solide : les méthodes d'amplitude finie [47], qui sont similaires à celles décrites pour les fluides, et les méthodes acousto-élastiques [48].

2.1 Méthodes de mesure du coefficient non linéaire

Certaines méthodes de mesure du rapport B/A découlent directement de sa définition (I.1.12). C'est le cas des méthodes thermodynamiques I.1.12 et isentropiques I.1.9. D'autres techniques, les méthodes dites d'amplitudes finies, sont basées sur la mesure des distorsions subies par une onde se propageant dans un milieu possédant un rapport B/A non nul.

2.1.1 Méthodes acousto-élastiques

Ces méthodes regroupent les méthodes thermodynamiques et les méthodes isentropiques permettant de déterminer le coefficient non linéaire $\frac{B}{A}$ par la mesure de la variation de célérité de l'onde acoustique dans le milieu de propagation.

2.1.1.1 Méthodes thermodynamiques

Le rapport B/A peut être estimé si un certain nombre de propriétés thermodynamiques du matériaux sont mesurées. Si les variations de célérité sont étudiées pour une large plage de pressions hydrostatiques (à température constante) et pour une large plage de températures (à pression constante), les dérivées partielles de l'équation peuvent être calculées. On peut ainsi déterminer le rapport B/A avec la connaissance des paramètres ρ_0, c_0, α_T et C_p du matériau. Le principal intérêt de cette méthode, introduite en 1960 par Beyer [49, 50], est qu'il n'est pas nécessaire de connaître parfaitement les caractéristiques des transducteurs utilisés pour la mesure de la célérité, contrairement aux méthodes d'amplitude finie (développées dans la partie 2.1.2). En effet, une mesure du temps de vol suffit à déterminer avec suffisamment de précision la célérité si l'on connaît parfaitement la distance séparant le transducteur d'émission de celui de réception. De plus, la pression et la température peuvent être mesurées avec une grande précision. On peut obtenir typiquement une précision d'environ $\pm 3\%$ pour les fluides et $\pm 5\%$ pour les tissus biologiques. Néanmoins, le principal inconvénient de cette méthode est le fait d'imposer au matériau de fortes variations de pression (environ 100 à 200 fois la pression atmosphérique) et de température (environ 30 $^\circ$ C). Ces fortes variations sont nécessaires à l'obtention des dérivées partielles de la célérité. De plus, de telles variations ne peuvent pas être générées *in situ* et risquent d'endommager de manière irréversible les échantillons testés. Enfin, les grandeurs thermodynamiques α_T et C_p (éq. (I.1.11)) ne sont pas toujours faciles à obtenir. Cependant certains auteurs ont montré que l'utilisation des valeurs de α_T et C_p pour l'eau n'introduisent que peu d'erreur dans la détermination du coefficient non linéaire pour certains matériaux [51]. Enfin, une méthode thermodynamique relative a été mise au point par Sarvazyan *et al.* [52]. Elle permet de mesurer les variations du coefficient non linéaire dans des solutions d'acides aminés ou de protéines en fonction de leurs concentrations avec une précision d'environ $0,3\%$.

2.1.1.2 Méthodes isentropiques

L'expression (I.1.9) montre que le rapport B/A peut être simplement déterminé en mesurant la variation de célérité induite par une variation isentropique de pression et en multipliant le résultat par le terme constant $2\rho_0 c_0$. Comme la méthode thermodynamique, elle ne nécessite pas de calibration des transducteurs utilisés pour la mesure de célérité. De plus, cette méthode isentropique ne requiert pas la connaissance d'autres grandeurs thermodynamiques du matériau testé. La mesure de variation de la célérité à une variation isentropique de la pression peut être effectuée de différentes manières. La première idée qui a été exploitée par Emery *et al.* [53] consiste à mesurer la phase d'un train d'ondes lors d'une variation rapide de la pression hydrostatique dans un système où la distance entre l'émetteur et le récepteur est constante. Dans ce cas, la variation de pression requise est seulement de 1 ou 2 atmosphères [54]. En 1984, Seghal *et al.* [55] ont introduit une méthode utilisant la mesure de la phase d'une onde continue, associée à une varia-

tion de pression rapide d'environ 67 atmosphères. Bien que plus précise, cette méthode ne peut être utilisée que pour les matériaux présentant une atténuation suffisante pour éviter l'apparition d'onde stationnaire, ce qui n'est pas le cas des matériaux fissurés. La détection doit intervenir lors de l'apparition de fissures qui ne peuvent pas augmenter significativement l'atténuation. Il a aussi été envisagé d'utiliser deux récepteurs séparés par une distance connue [56] ou une cavité résonante associée à une boucle à verrouillage de phase [57], afin de mesurer les variations de célérité avec une très grande précision.
Du fait de sa bonne précision et des faibles volumes d'échantillons nécessaires [58], la méthode isentropique a été souvent utilisée pour mesurer le coefficient non linéaire de tissus biologiques [55].

2.1.2 Méthodes d'amplitude finie

Les méthodes d'amplitude finie sont basées sur le fait que le taux de distorsion d'une onde acoustique se propageant dans un matériau est proportionnel au rapport B/A, à son amplitude et à sa fréquence. On peut donc estimer le rapport B/A en mesurant les déformations subies par une onde sinusoïdale d'amplitude finie à une certaine distance d'un émetteur. Les données expérimentales de mesure du taux de distorsion sont comparées à un modèle théorique, fournissant ainsi le coefficient non linéaire. On peut aussi comparer la perte d'énergie par la composante à la fréquence fondamentale à un modèle théorique [59]. Dans tous les cas, la précision de la mesure est liée aux approximations introduites dans le modèle en comparaison du montage expérimental utilisé.

2.1.2.1 Génération d'harmoniques

Généralement, le taux de distorsion est mesuré en suivant la croissance d'un ou plusieurs harmoniques de l'onde [60, 61]. Une expression très souvent utilisée de l'amplitude de la pression acoustique p_2 de l'harmonique 2 à une distance z d'un transducteur ultrasonore de type piston rayonnant à une fréquence f est :

$$p_2(z) = p^2(0)\frac{\left(\frac{B}{A}+2\right)\pi f z}{2\rho_0 c_0^3} \cdot D(z) e^{\left(\alpha_1+\frac{\alpha_2}{2}\right)z}. \tag{I.2.1}$$

Les α_i sont les atténuations avec i correspondant à l'indice 1 ou 2 pour respectivement les fréquences du fondamental et du deuxième harmonique. Dans le cas d'une onde plane, le terme de correction de diffraction $D(z) = 1$. Les approximations effectuées pour obtenir cette expression sont les suivantes :

- l'onde est de faible amplitude de telle sorte que l'énergie nécessaire pour générer les harmoniques est négligeable devant l'énergie du fondamental $p(0)$,
- l'atténuation α_1 est linéairement proportionnelle à la fréquence.

La première approximation est facilement réalisable expérimentalement par un choix convenable de la tension fournie au transducteur d'émission. Par contre, la deuxième

approximation est parfois mise en défaut. Dans le cas où l'atténuation n'est pas proportionnelle à la fréquence, elle peut être mesurée séparément aux deux fréquences et ensuite être introduite dans le modèle théorique.
Un problème important apparaissant dans cette méthode est qu'il n'est pas possible de dissocier les harmoniques générées par la propagation à travers un échantillon et les harmoniques générés par le système d'excitation lui-même [62], que ce soit directement de la chaîne électrique (générateur, amplificateur) ou de la pastille piézoélectrique du transducteur. Une méthode alternative développée dans les années 1950 par Westervelt *et al.* [13,63] permet d'étudier l'interaction paramétrique entre deux ondes ultrasonores colinéaires.

2.1.2.2 Interaction paramétrique

Les travaux théoriques sur l'interaction non linéaire de deux ondes ultrasonores (ou en d'autre mot le *"scattering"* du son par le son) ont commencé avec les études de M.J. Lighthill sur le son induit par les turbulences [15]. Les ondes acoustiques se propageant dans un milieu ayant un comportement non linéaire interagissent les unes avec les autres provoquant l'apparition de composantes aux fréquences harmoniques ou aux fréquences issues de combinaisons des fréquences propagées [64]. Dans le cas de faibles nonlinéarités, l'échange d'énergie le plus important entre les différentes composantes spectrales est observé lorsque les conditions de synchronisation sont satisfaites, c'est-à-dire lorsque les fréquences de combinaison se propagent dans le milieu avec une vitesse d'une onde libre dans un système à la même fréquence. En considérant deux ondes planes dont le déplacement est caractérisé par $u_i(z,t) = A_i \cos\left(k_i z - \omega_i t\right)$ avec $i = 1, 2$ définissant chaque onde, d'amplitudes A_1 et A_2 et de nombre d'ondes $k_1 = \omega_1/V_L$ et $k_2 = \omega_2/V_L$. La nonlinéarité du milieu de propagation génère des ondes harmoniques aux fréquences $2\omega_1$ et $2\omega_2$ et des ondes secondaires aux fréquences $\omega_1 \pm \omega_2$ [12, 14, 63], dont l'amplitude est donnée par :

$$u_{\pm}(z,t) = \mp C \cos\left[\left(k_1 \pm k_2\right) z - \left(\omega_1 \pm \omega_2\right) t\right], \tag{I.2.2}$$

où

$$C = \frac{1}{4} k_1 k_2 A_1 A_2 \beta z. \tag{I.2.3}$$

On remarque qu'il est alors possible de déterminer le coefficient non linéaire β en mesurant l'amplitude des composantes d'interaction paramétrique. Cette méthode est utilisée au cours de ce travail de thèse dans la partie portant sur la détermination des propriétés non linéaires non classiques d'un matériau fissuré. Une autre méthode, utilisant un effet secondaire de l'interaction paramétrique de deux ondes de fréquences éloignées, la modulation de phase, a été développée un peu plus tard par Zverev *et al.* [65] et utilisée dans les années 2001 par Barrière *et al.* [30].

2.1.2.3 Modulation de phase

La détermination du coefficient non linéaire β par modulation de phase [30, 66] est basée sur le principe de l'interaction paramétrique entre deux ondes dont les fréquences sont très différentes. Un émetteur engendre une onde basse fréquence qui interagit avec un faisceau ultrasonore, considéré comme une onde haute fréquence. D'après Westervelt [63], ce phénomène consiste à mesurer un champ de pression basse fréquence en détectant les composantes spectrales aux fréquences $f_{\pm} = f_0 \pm f_{BF}$ produites par son interaction avec un faisceau acoustique de fréquence f_0.
Cette création de composantes d'interaction paramétrique aux fréquences $f_{\pm}$ peut être perçue, dans le cas d'interactions faibles, comme une modulation de phase du faisceau ultrasonore haute fréquence.
La célérité de l'onde haute fréquence, dépendante de la pression du milieu, varie avec l'onde basse fréquence à travers deux effets simultanés [65] :

- l'effet thermodynamique : il induit une variation de célérité Δc_1 de l'onde haute fréquence
$$\Delta c_1 = \frac{\gamma - 1}{2\rho_0 c_0} p_{BF}(z,t), \tag{I.2.4}$$
avec $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ le coefficient isentropique de l'air, ce qui implique que la surpression locale de l'onde basse fréquence chauffe le milieu de propagation et accélère localement la propagation de l'onde haute fréquence superposée.
- l'effet convectif : l'onde basse fréquence crée un champ de vitesse dans le milieu, lequel va transporter localement l'onde haute fréquence dans sa direction de propagation :
$$\Delta c_2 = v_{BF}(z,t)\cos\theta, \tag{I.2.5}$$
où v_{BF} est la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence et θ est l'angle entre l'onde haute fréquence et l'onde basse fréquence.

La variation locale de vitesse résultant de ces deux effets est définie par :

$$\Delta c = \Delta c_1 + \Delta c_2 = \frac{\gamma - 1}{2\rho_0 c_0} p_{BF}(z,t) + v_{BF}(z,t)\cos\theta. \tag{I.2.6}$$

Si on considère que la variation de vitesse est faible par rapport à la vitesse dans le milieu $\frac{\Delta c}{c_0} \ll 1$, alors le déphasage subi par le faisceau ultrasonore ($\omega_0 = 2\pi f_{HF}$), après s'être propagé sur une distance L dans le champ basse fréquence, s'écrit :

$$\varphi = \int_0^L \frac{\omega_0}{c} dz = \frac{\omega_0}{c_0} L - \int_0^L \frac{\omega_0 \Delta c}{c_0^2} dz = \frac{\omega_0}{c_0} L - \varphi_0, \tag{I.2.7}$$

où $\frac{\omega_0}{c_0} L$ est le déphasage de l'onde haute fréquence sans l'onde basse fréquence et φ_0 est le déphase produit par les interactions non linéaires. En remplaçant Δc dans l'équation

(I.2.7), on obtient :

$$\varphi_0 = \frac{\omega_0}{c_0^2} \int_0^L \left(\frac{\gamma - 1}{2\rho_0 c_0} p_{BF}(z,t) + v_{BF}(z,t) \cos\theta \right) dz. \tag{I.2.8}$$

En considérant l'onde basse fréquence comme une onde plane, φ_0 devient :

$$\varphi_0 = \Delta\varphi_0 \cos\left[\omega_{BF} \left(t - \frac{L}{c_0} \right) + \frac{\pi L}{\lambda_{BF}} \left(1 - \cos\theta \right) \right], \tag{I.2.9}$$

avec $\Delta\varphi_0$ l'indice de modulation défini par :

$$\Delta\varphi_0 = \frac{\left(\beta - 1 + \cos\theta\right) p_{BF} \omega_0 L}{\rho_0 c_0^3} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi L}{\lambda_{BF}} \left(1 - \cos\theta \right) \right]}{\frac{\pi L}{\lambda_{BF}} \left(1 - \cos\theta \right)}, \tag{I.2.10}$$

avec $\beta - 1 = \frac{\gamma - 1}{2}$ où β est le coefficient non linéaire du milieu de propagation et λ_{BF} est la longueur d'onde de l'onde basse fréquence.
On remarque que la modulation de phase est proportionnelle à l'amplitude de l'onde basse fréquence p_{BF}. Si on considère le cas où les deux ondes sont colinéaires $\cos\theta = 1$, on retrouve l'indice de modulation de phase $\Delta\varphi_0$ défini dans l'étude du potentiel de haute fréquence par Barrière *et al.* [66] :

$$\Delta\varphi_0 = \frac{\beta p_{BF} \omega_0 L}{\rho_0 c_0^3} \cos\left(\omega_{BF} \left(t - \frac{L}{c_0} \right) \right). \tag{I.2.11}$$

Dans l'hypothèse d'une onde plane, on peut poser que $p_{BF}(t) = \rho_0 c_0 v_{BF}(t)$. Finalement, en prenant en compte le terme d'atténuation de l'onde basse fréquence α_{BF}, l'indice de modulation de phase peut être écrit :

$$\Delta\varphi_0 = \frac{\omega_0}{c_0^2} \beta L e^{-\alpha_{BF} L} v_{BF} \left(t - \frac{L}{c_0} \right). \tag{I.2.12}$$

La vitesse particulaire $v_{BF}\left(t - \frac{L}{c_0}\right)$ de l'onde basse fréquence est définie au temps $\left(t - \frac{L}{c_0}\right)$. Elle correspond à la vitesse de l'onde basse fréquence au temps t moins la durée de propagation sur la distance L dans le milieu, c'est-à-dire qu'elle correspond à la vitesse directement mesurée à la surface du transducteur basse fréquence. En définissant la vitesse à la surface du transducteur par V_{BF}, le coefficient non linéaire β est exprimé par :

$$\boxed{\boxed{\beta = \frac{c_0^2 e^{\alpha_{BF} L}}{\omega_0 L} \left(\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}} \right)}}. \tag{I.2.13}$$

2.2 Modulation de phase calibrée en contact

Il a été montré [32] que dans le cas d'échantillons solides, les méthodes de détermination du coefficient non linéaire par modulation de phase manquaient de précision lorsque les échantillons étaient immergés entre les deux transducteurs. C'est pourquoi une méthode en contact a été développée au laboratoire en 2002 par Bou Matar *et al.* (figure 4) [25,31]. En effet, il s'agit dans cette partie d'étendre la méthode de mesure par modulation de phase à une méthode en contact pour les échantillons solides. Comme précédemment, le coefficient non linéaire peut s'écrire :

$$\beta = \frac{c_0^2 e^{\alpha_{BF} d}}{\omega_0 d} \left(\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}} \right), \tag{I.2.14}$$

où d est l'épaisseur de l'échantillon considéré. Pour déterminer le coefficient non linéaire β, on remarque qu'il est nécessaire d'évaluer l'indice de modulation de l'onde haute fréquence $\Delta\varphi_0$ et la vitesse particulaire V_{BF} à la surface du transducteur. Cette vitesse est déterminée par la méthode de calibration par auto-réciprocité développée au laboratoire en 2002 [31].

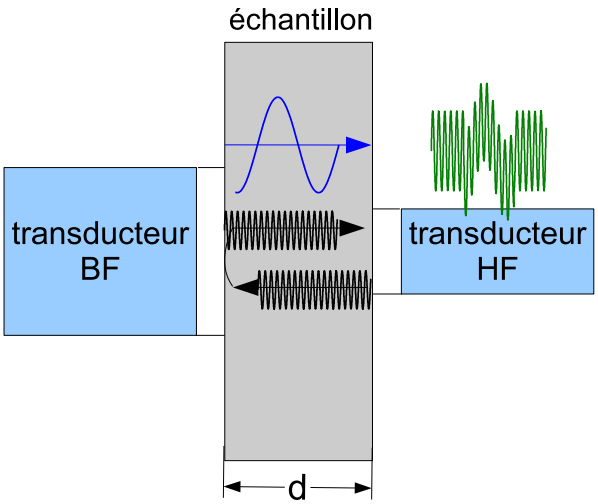


Figure 4 – *Principe de mesure du coefficient non linéaire par une méthode de modulation de phase en contact.*

Un échantillon est placé entre deux transducteurs ultrasonores. Un transducteur haute fréquence (HF), utilisé en émission-réception, sert de sonde. L'autre transducteur basse fréquence (BF) sert de pompe. Le transducteur HF émet un train d'ondes à la fréquence f_{HF} qui se réfléchit sur la face opposée et donc sur le transducteur BF. Au moment de la réflexion, c'est-à-dire au début du trajet retour de l'onde haute fréquence, le transducteur BF génère une impulsion centrée sur la fréquence f_{BF}. L'impulsion est émise avec un retard qui permet d'avoir une interaction entre les deux ondes lors du trajet retour de

l'onde haute fréquence. Ce retard est réglé en synchronisant les deux générateurs à l'aide d'un déclenchement externe.

2.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental associé à la mesure en contact du coefficient non linéaire par modulation de phase d'un échantillon solide est présenté sur la figure 5. Un transducteur haute fréquence et un transducteur basse fréquence sont placés de part et d'autre de l'échantillon à tester. Un générateur de fonction HP 3314A émet un train d'ondes à une fréquence comprise entre 15 et 20 MHz (choisie expérimentalement selon l'échantillon testé). Un autre générateur HP 3314A fournit une impulsion (de fréquence centrale $f_{BF} \approx 1,5$ MHz) au transducteur basse fréquence.

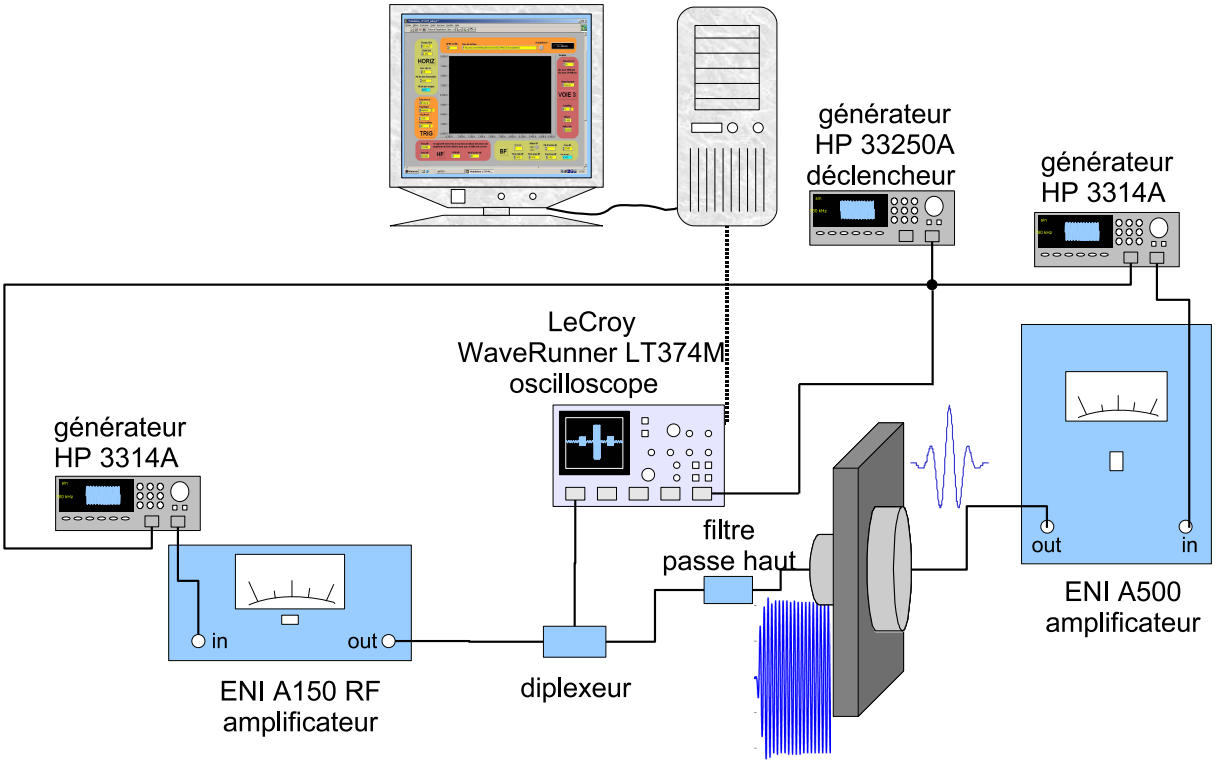
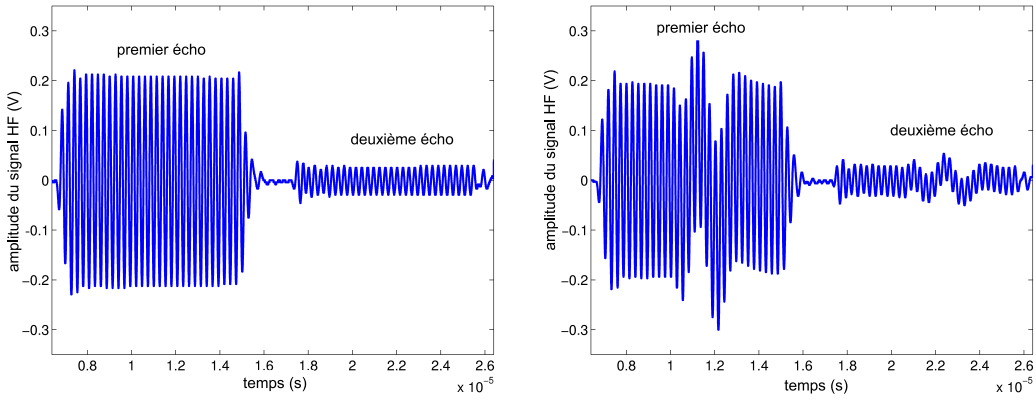


Figure 5 – *Dispositif expérimental pour la mesure du coefficient non linéaire par modulation de phase en contact.*

Un ENI 150A 55 dB est utilisé pour amplifier le train d'ondes haute fréquence et un ENI 500A 60 dB pour amplifier l'impulsion basse fréquence. Le générateur de fonctions HP 33250A sert à la synchronisation évoquée précédemment : l'onde haute fréquence est déclenché sur le front montant d'un créneau et l'onde basse fréquence sur le front descendant. La largeur temporelle du créneau est déterminée en fonction de l'épaisseur de

l'échantillon à tester. Un oscilloscope numérique Lecroy WaveRunner LT 375M est utilisé pour visualiser le signal de réception. Le transducteur HF, servant à la fois d'émetteur et de récepteur, un diplexeur est utilisé pour séparer la voie d'émission et de réception. La figure 6 représente le signal haute fréquence reçu par le transducteur HF lors de la propagation dans un échantillon sans impulsion basse fréquence (figure 6a) et avec une impulsion basse fréquence (figure 6b). Dans le but de limiter d'éventuelles interactions non linéaires entre les ondes haute fréquence et basse fréquence dans les appareils électroniques (oscilloscope, sondes), un filtre passe haut est placé sur la ligne de réception. Le signal est ensuite moyenné 1024 fois, numérisé et enregistré dans un fichier de données grâce à un ordinateur lié à l'oscilloscope par une liaison GPIB.



(a) (b)

Figure 6 – *Évolution temporelle des signaux hautes fréquences reçus par le transducteur HF (a) sans et (b) avec l'impulsion basse fréquence avant le filtre passe-haut.*

L'algorithme de démodulation numérique, présenté sur la figure 7, a été spécialement conçu pour optimiser une démodulation précise de l'onde haute fréquence enregistrée.
Dans le but de minimiser le bruit de phase du système, un bruit de phase de référence est mesuré entre deux signaux haute fréquence émis seuls dans l'échantillon au début et à la fin de la série de mesures. Lors du processus de démodulation, l'extraction de la phase est réalisée par comparaison avec un signal numérique de la forme $e^{j\omega_{HF}t+\phi_{num}}$. Après un filtrage passe-bas de Butterworth d'ordre 6, la variation de phase est extraite. La phase initiale ϕ_{num} et la pulsation ω_{HF} du signal numérique sont correctement choisies par l'utilisateur pour avoir une variation de phase comprise dans l'intervalle $\left[-\pi;+\pi\right]$. La phase ϕ_{num} est toujours différente de la valeur réelle nécessaire pour avoir une extraction complète de la modulation seule. Au lieu de trouver la valeur réelle ϕ_{num}, une linéarisation est réalisée et le résultat est soustrait aux variations de phase menant à son extraction complète.

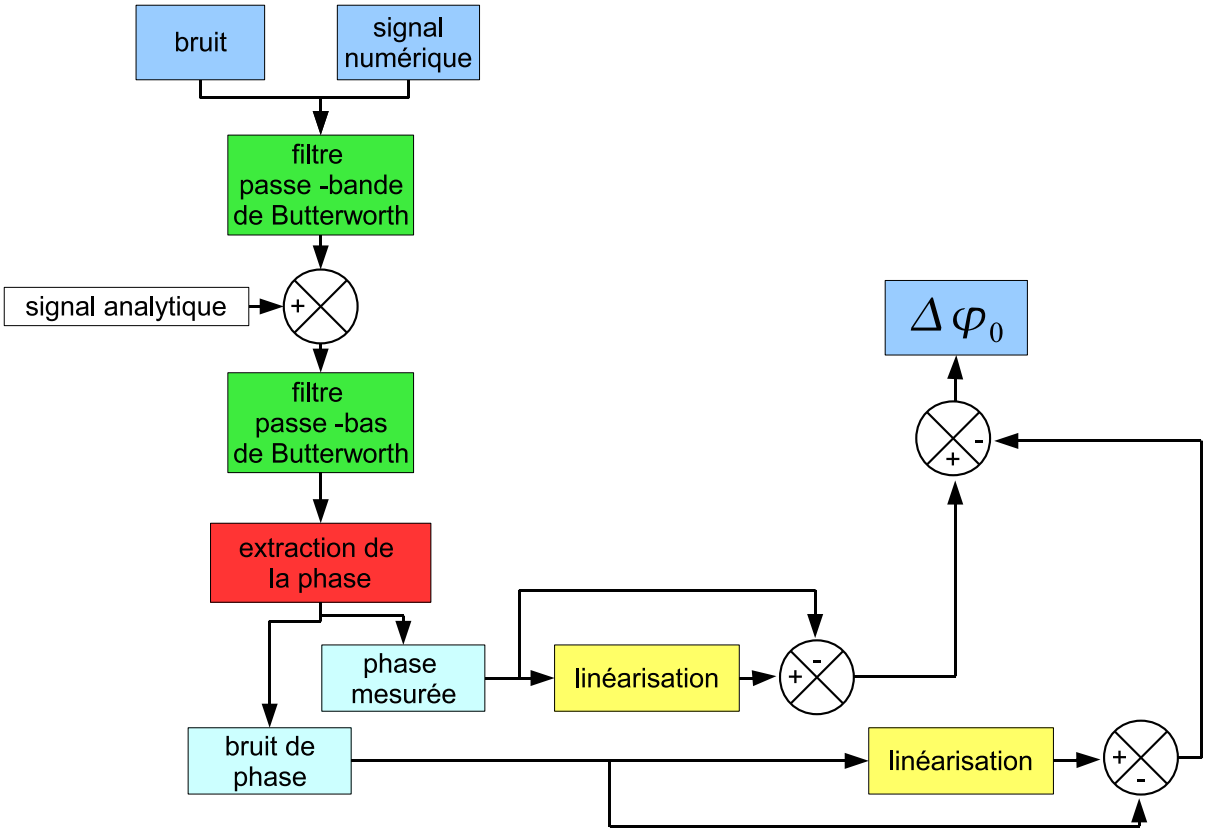


Figure 7 – *Organigramme de l'algorithme de démodulation de phase numérique.*

Ce processus est appliqué sur la région du train d'ondes où les effets du filtrage sont les plus faibles et permet d'évaluer l'indice de modulation. Il est donc ensuite nécessaire de mesurer la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence à la surface du transducteur BF également en fonction de la tension d'excitation (figure 12d pour l'échantillon de silice) permettant ensuite d'obtenir le rapport $\left(\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}}\right)$.

2.2.2 Calibration de la vitesse à la surface du transducteur

Les méthodes de réciprocité permettent de déterminer la sensibilité absolue d'un transducteur ultrasonore aussi bien en émission qu'en réception à l'aide uniquement de mesures électriques [67,68]. En général, ces mesures nécessitent trois transducteurs, dont au moins un pour vérifier le principe de réciprocité [69, 70]. Nous utilisons ici la méthode d'auto-réciprocité [71] étendue dans le domaine temporel pour obtenir la vitesse particulaire émise par le transducteur BF en fonction du temps [25, 31]. Cette méthode suppose que la sensibilité du transducteur à l'émission est égale à celle en réception [72, 73] et que la conservation d'énergie est vérifiée entre l'émission et la réception ou bien que les pertes sont quantifiables. Il est ainsi possible de déterminer la vitesse particulaire à la surface du transducteur uniquement par des mesures électriques de tension et de courant (figure 8).

La sensibilité du transducteur en émission $S(Z_t)$ est définie par :

$$S(Z_t) = \left(\frac{T_{zz}^{fc}}{E_{in}} \right)_{P_b=0}, \tag{I.2.15}$$

avec P_b la pression à la surface du transducteur ($P_b = 0$: champ libre à la surface) et la sensibilité du transducteur en réception $M(Z_t)$ par :

$$M(Z_t) = \left(\frac{I_{out}}{T_{zz}^{ff}} \right)_{E_{in}=0}, \tag{I.2.16}$$

où Z_t est l'impédance électrique, T_{zz}^{fc} la contrainte axiale en champ libre sur la surface de l'émetteur et T_{zz}^{ff} la contrainte axiale qui existerait à l'endroit où se trouve le récepteur s'il n'y était pas. E_{in} est la tension appliquée et I_{out} l'intensité en réception.

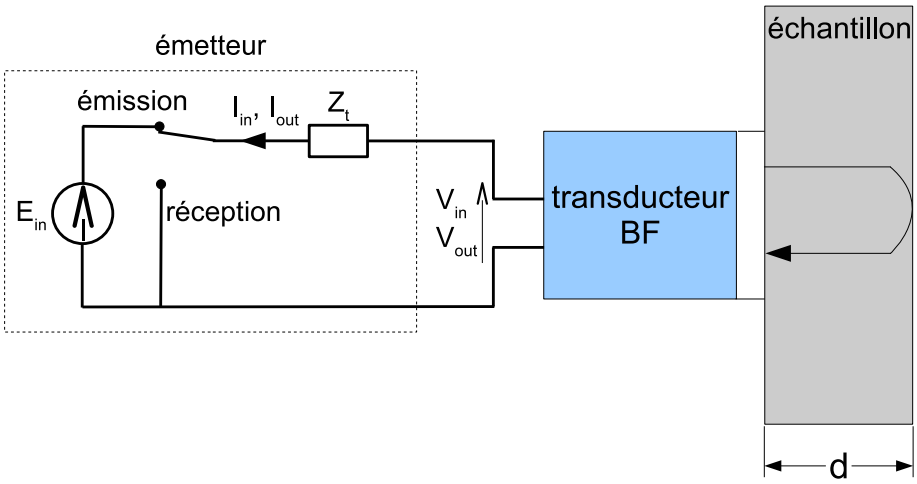


Figure 8 – *Schéma de principe de la calibration d'un transducteur par auto-réciprocité.*

On a par ailleurs dans le cas d'une onde plane [74, 75] :

$$G = \frac{M(Z_t)}{S(Z_t)} = \frac{2\Lambda}{Z_0}, \tag{I.2.17}$$

où G est le paramètre de réciprocité pour lequel l'onde rayonnée est considérée comme une onde plane, $\Lambda = \pi a^2$ la surface active du transducteur et $Z_0 = \rho_0 c_0$ l'impédance acoustique du milieu de propagation. En considérant une onde quasi-plane, on a :

$$T_{zz}^{ff}(f) = T_{zz}^{fc}(f) e^{-jk2d} e^{-\alpha(f)2d} D(f) R(f), \tag{I.2.18}$$

avec $D(f)$ le facteur correctif des effets de diffraction [76] inhérents à la taille finie du transducteur et $R(f)$ le facteur correctif traduisant la réflexion sur le fond de l'échantillon.

Dans le cas présent, notre échantillon solide est placé dans l'air donc $R(f) = -1$.
On a donc :

$$T_{zz}^{fc}(f) = H_T(f) I_{out}(f), \tag{I.2.19}$$

avec

$$H_T(f) = \sqrt{-\frac{Z_0}{2\Lambda}\frac{E_{in}}{I_{out}}\frac{1}{D(f)}} e^{jkd} e^{\alpha(f)d}, \tag{I.2.20}$$

$$E_{in} = V_{in} - \frac{V_{out}}{I_{out}} I_{in}, \tag{I.2.21}$$

avec V_{in} le potentiel et I_{in} l'intensité appliqués aux bornes du transducteur à l'émission. $H_T(f)$ est la fonction de transfert entre le courant mesuré en réception et la contrainte axiale à la surface du transducteur lors de l'émission. La vitesse particulaire à la surface du transducteur d'émission s'exprime en considérant la relation d'impédance pour une onde plane par la fonction de transfert pour la vitesse $H_v(f)$ donnée par :

$$H_v(f) = \sqrt{-\frac{1}{2\Lambda Z_0}\frac{E_{in}}{I_{out}}\frac{1}{D(f)}} e^{jkd} e^{\alpha(f)d}, \tag{I.2.22}$$

et

$$V_{BF}(f) = H_v(f) I_{out}. \tag{I.2.23}$$

Les relations (I.2.21) et (I.2.23) permettent ainsi de connaître la vitesse particulaire à la surface du transducteur chargé, à partir de la mesure de I_{in}, I_{out}, V_{in} et V_{out}

$$\boxed{\boxed{V_{BF}(f) = \sqrt{-\frac{1}{2\Lambda Z_0}\frac{1}{D(f)} V_{in} I_{out} - V_{out} I_{in}}\; e^{jkd} e^{\alpha(f)d}}}. \tag{I.2.24}$$

2.2.3 Adaptation de la calibration à des matériaux bi-couches

Comme présenté dans l'introduction de cette partie, l'idée est d'adapter la méthode de modulation de phase à des matériaux bi-couches dans l'hypothèse où la deuxième couche ne serait pas accessible. Pour cela, nous allons tout d'abord étudier expérimentalement la modulation de phase dans des échantillons bi-couches en plaçant d'un côté le transducteur basse fréquence et de l'autre le transducteur haute fréquence.
L'adaptation porte sur l'extension de la méthode de calibration par auto-réciprocité à des échantillons avec une interface (échantillons en contact ou échantillons bi-couches). Le cas le plus simple de l'étude est de considérer une interface simple caractérisée par son coefficient de réflexion $R(f)$. Le but est de déterminer la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence au niveau de l'interface (figure 9).
Pour la mesure de la vitesse particulaire V_{BF} donnée par l'équation (I.2.24) à l'interface entre les deux échantillons, c'est-à-dire à la distance d_2 du transducteur, la calibration par la méthode d'auto-réciprocité est appliquée au premier écho sur l'interface de l'onde

basse fréquence dans l'échantillon. On obtient alors la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence à la surface du transducteur grâce à la formule (I.2.22) en tenant compte du coefficient de réflexion $R(f)$ à l'interface :

$$H_v(f) = \sqrt{-\frac{1}{2\Lambda Z_0}\frac{E_{in}}{I_{out}}\frac{1}{D(f)R(f)}}e^{jkd_2}e^{\alpha(f)d_2}. \tag{I.2.25}$$

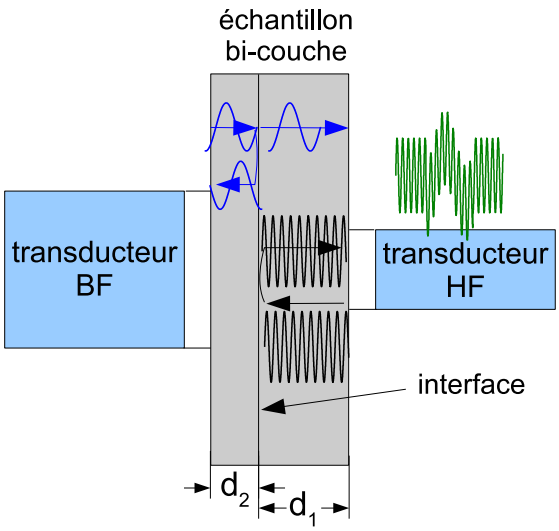


Figure 9 – *Schéma de principe de la mesure du paramètre non linéaire des échantillons bi-couches par une méthode de modulation de phase en contact.*

Il est ensuite nécessaire de calculer la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence à l'interface en prenant en compte l'atténuation sur la distance d_2 et le coefficient de transmission défini par $T(f) = 1 + R(f)$.
Pour déterminer le coefficient de réflexion $R(f)$ de l'interface entre les deux couches, des mesures de transmission-réception à travers l'échantillon sont effectuées. On mesure l'écho réfléchi sur l'interface et celui réfléchi sur l'autre côté de l'échantillon (figure 10).

Le spectre du premier écho, obtenu par la mesure du signal après propagation sur une distance $2d_2$, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} U_{R_1}(f) &= U_1(f)H_{em}(f)e^{(-\alpha_2(f)-jk_2)d_2}R(f)e^{(-\alpha_2(f)+jk_2)d_2}H_{rec}(f), \\ &= U_1(f)H_{em}(f)H_{rec}(f)R(f)e^{-2\alpha_2(f)d_2}, \end{aligned} \tag{I.2.26}$$

où $U_1(f)$ est le spectre de l'impulsion électrique transmise au transducteur émetteur, k_2 et $\alpha_2(f)$ sont respectivement le nombre d'onde et l'atténuation dans la partie de l'échantillon d'épaisseur d_2 et $H_{em}(f)$ et $H_{rec}(f)$ sont respectivement les réponses en fréquence des transducteurs d'émission et de réception.
La même mesure est ensuite réalisée pour l'écho transmis à travers l'interface, réfléchi sur le côté opposé de l'échantillon et mesuré par le transducteur d'émission (distance totale $2d_1 + 2d_2$).

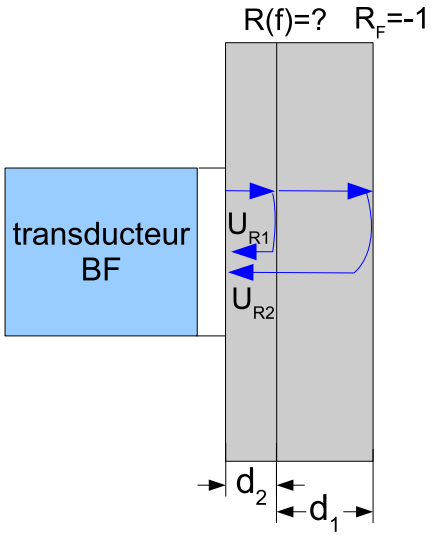


Figure 10 – *Schéma de principe pour la mesure du coefficient de réflexion $R(f)$ dans un échantillon bi-couche.*

Le spectre de cet écho peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} U_{R_2}(f) &= U_1(f)H_{em}(f)e^{(-\alpha_2(f)-jk_2)d_2}\left(1+R(f)\right)e^{(-\alpha_1(f)-jk_1)d_1} && \text{(I.2.27)}\\ &\quad \times R_F e^{(-\alpha_1(f)+jk_1)d_1}\left(1+R(f)\right)e^{(-\alpha_2(f)+jk_2)d_2}H_{rec}(f), && \text{(I.2.28)}\\ &= -U_1(f)H_{em}(f)H_{rec}(f)e^{-2\alpha_2(f)d_2}\left(1+R(f)\right)^2 e^{-2\alpha_1(f)d_1}, \end{aligned}$$

où k_1 et α_1 sont respectivement le nombre d'onde et l'atténuation dans la partie de l'échantillon d'épaisseur d_1 et $R_F = -1$ est le coefficient de réflexion sur la face de l'échantillon dans l'air (réflexion totale).
Le principe d'auto-réciprocité [73] appliqué au transducteur d'émission-réception nous permet de poser $H_{em}(f) = H_{rec}(f)$ et donc d'écrire :

$$H_{em}^2(f) = \frac{U_{R_1}(f)}{U_1(f)R(f)}e^{2\alpha_2(f)d_2}. \tag{I.2.29}$$

Le spectre du deuxième écho devient alors :

$$U_{R_2}(f) = -U_{R_1}(f)\frac{\left(1+R(f)\right)^2}{R(f)}e^{-2\alpha_1(f)d_1} \tag{I.2.30}$$

et donc la valeur du coefficient de réflexion $R(f)$ devient une solution de l'équation du second degré :

$$A(f)R^2(f) + \left(2A(f)-1\right)R(f) + A(f) = 0, \tag{I.2.31}$$

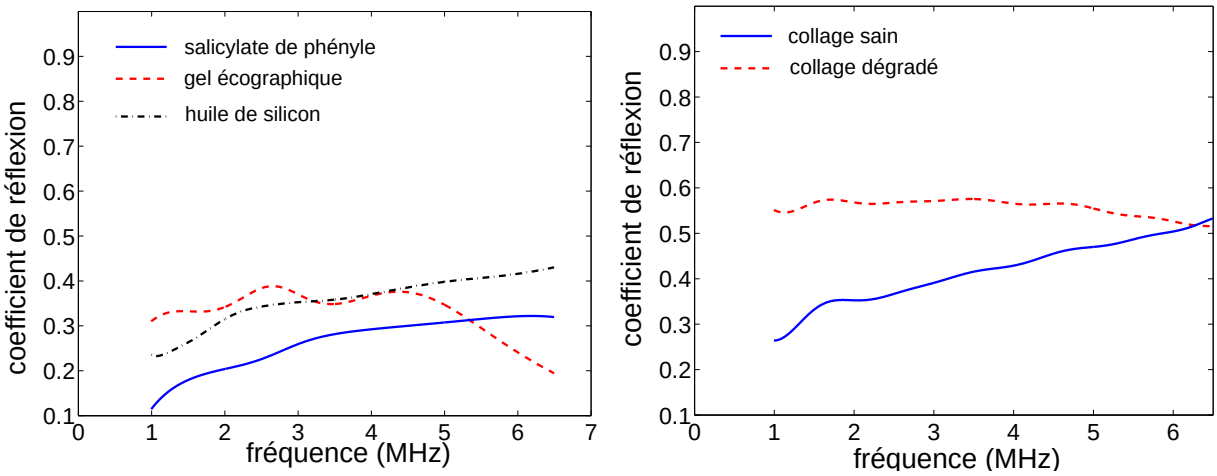
avec

$$A(f) = \left(\frac{U_{R_1}(f)}{U_{R_2}(f)}e^{-2\alpha_1(f)d_1}\right). \tag{I.2.32}$$

Comme le module du coefficient de réflexion est inférieur à 1, une solution correspondant à notre problème est de la forme :

$$R_{\pm}(f) = \frac{(1 - 2A(f)) \pm j\sqrt{1 - 4A(f)}}{2A(f)}. \tag{I.2.33}$$

Des mesures du coefficient d'atténuation par la méthode de spectroscopie ultrasonore impulsionnelle en immersion ont été effectuées [32,77]. Les atténuations dans les échantillons de silice, de verre et d'aluminium peuvent être considérées comme nulles. Le coefficient de réflexion à l'interface est présenté pour les échantillons homogènes placés en contact sur la figure 11a et pour les échantillons bi-couche collés sur la figure 11b.



(a) (b)

Figure 11 – *(a) Évolution du coefficient de réflexion pour les échantillons homogènes placés en contact avec du salol (trait plein bleu), de l'huile de silicon (tirets rouges) et du gel échographique (tirets-points noirs). (b) Évolution du coefficient de réflexion pour l'échantillon d'aluminium avec un collage sain (trait plein bleu) et avec un collage dégradé (tirets rouges).*

Comme on pouvait s'y attendre, le coefficient de réflexion pour les échantillons homgènes placés en contact est différent selon le couplant utilisé. Le salol donne un coefficient de réflexion moins important que les deux autres couplants. Ceci paraît intéressant car le couplage avec le salol est mieux réalisé grâce à une rigidité importante de l'interface et donc garantit une meilleure transmission. Nous verrons dans la partie I.3.2 l'influence de cette transmission sur les mesures de propriétés non linéaires classiques.
Le coefficient de réflexion est moins important dans le cas d'un collage sain ce qui implique que la transmission à travers l'interface est meilleure.
Ces mesures du coefficient de réflexion vont permettre de déterminer la valeur du coefficient non linéaire β par modulation de phase en contact dans des échantillons bi-couches. Les résultats expérimentaux réalisés dans un premier temps dans des échantillons homogènes de verre et de silice et ensuite des échantillons bi-couches sont présentés dans le

chapitre suivant. En perspective, cette méthode adaptée pourra faire l'objet d'une étude approfondie avec un transducteur bi-fréquence. Il sera alors nécessaire de vérifier toute la partie interaction d'ondes dans le transducteur pour s'affranchir des nonlinéarités intrinsèques au système d'émission.

Chapitre 3

Résultats expérimentaux de mesures de nonlinéarité classique

Dans ce chapitre, les résultats expérimentaux, obtenus dans les échantillons homogènes de silice et de verre et dans les échantillons bi-couches, échantillons de silice et de verre placés en contact avec différents couplants et échantillons d'aluminium collés, sont présentés [78–80].
Le dispositif expérimental utilisé pour toutes les mesures du coefficient non linéaire par modulation de phase est celui présenté en I.2.2 (figure 5). L'onde haute fréquence se propageant à travers l'échantillon est générée par un transducteur Panametrics Videoscan V-113 RM large bande de fréquence centrale 15 MHz et de diamètre 0,25"(6,3 mm). Ce transducteur est excité par un train d'ondes de 30 arches émis par un générateur HP3314A placé avant un amplificateur ENI-150A de 55 dB. L'onde basse fréquence est émise à travers l'échantillon à l'aide d'un transducteur Panametrics Videoscan V-182 RM de fréquence centrale 3,5 MHz et de diamètre 0,5" (12,7 mm), excité par une impulsion générée par un HP3314A avec des tensions variant de 0 mV à 400 mV (par pas de 25 mV) avant un amplificateur AR-150A100B (Amplifier Research) de 55 dB. Les fréquences utilisées, variant pour chaque échantillon, sont précisées avant chaque résultat présenté.

3.1 Modulation de phase dans des matériaux homogènes

Les mesures du coefficient non linéaire β réalisées dans les échantillons homogènes de silice et de verre (Annexe A) sont exposées dans cette section.

3.1.1 Résultats expérimentaux

3.1.1.1 Paramètre non linéaire de la silice

Des mesures du coefficient non linéaire par modulation de phase sont faites dans l'échantillon de silice (cylindrique, épaisseur 30 mm, diamètre 60 mm). Les fréquences utilisées sont $f_{HF} = 15$ MHz et $f_{BF} = 2,22$ MHz, les résultats obtenus sont présentés sur la figure 12.

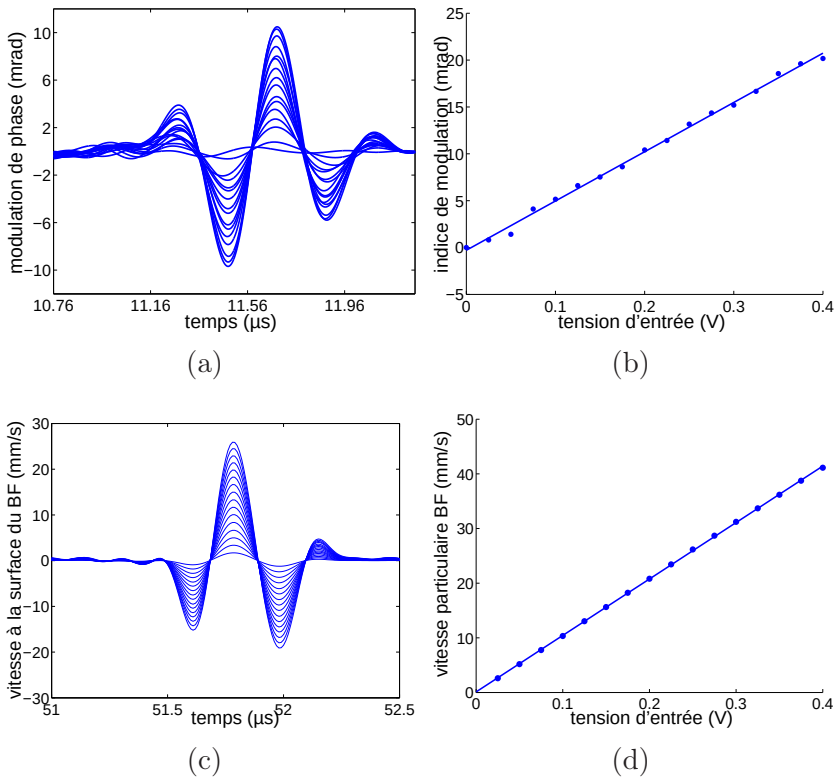


Figure 12 – *Évolution temporelle dans un échantillon de silice (a) de la modulation de phase $\varphi_0(t)$, (c) de la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence $v_{BF}(t)$. En (b) l'indice de modulation $\Delta\varphi_0$ et en (d) l'indice de vitesse particulaire V_{BF} en fonction de la tension d'entrée de la chaîne d'émission basse fréquence.*

L'indice de modulation $\Delta\varphi_0$ est défini comme étant la différence entre le maximum et le minimum de la modulation de phase $\varphi_0(t)$ pour chaque tension d'excitation basse fréquence. De la même manière, l'indice de vitesse particulaire basse fréquence V_{BF} est défini comme étant la différence entre le maximum et le minimum de la vitesse particulaire $v_{BF}(t)$ pour chaque tension. La pente de chaque indice en fonction de la tension d'excitation avant amplification est ensuite calculée et le rapport de ces deux pentes nous

donne le terme $\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}}$ de l'équation I.2.14 en limitant les problèmes dus aux dispersions des mesures.
Pour la silice, le coefficient non linéaire $\beta_{Silice} = -6,4$ (figure 12). Le signe négatif de ce coefficient non linéaire est dû à l'opposition de phase entre la modulation de phase et la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence. Ce résultat est en concordance avec ceux de la littérature [25, 32, 71].

3.1.1.2 Paramètre non linéaire du verre

Des mesures de coefficient non linéaire par modulation de phase en contact sont réalisées dans l'échantillon de verre (parallélépipédique, 50 mm de côté, 10 mm d'épaisseur). L'onde haute fréquence est un train d'ondes sinusoïdales de 20 arches à une fréquence de $f_{HF} = 17$ MHz avec un niveau de 10 V. L'impulsion basse fréquence ($f_{BF} = 1,7$ MHz) est émise par un transducteur V-104 RM de fréquence centrale 2,5 MHz et de diamètre 1" (25,4 mm).

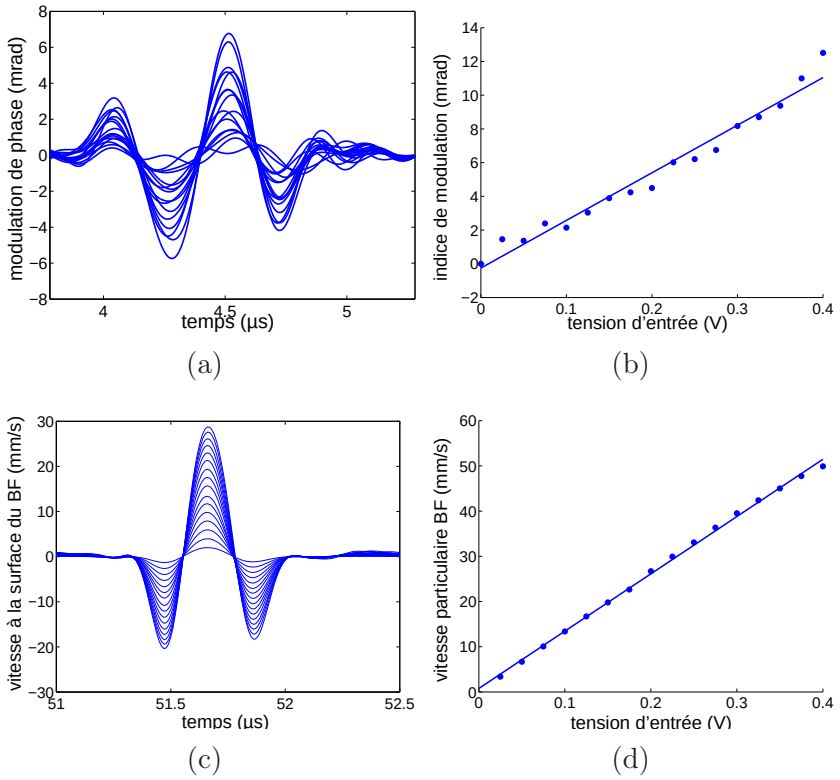


Figure 13 – *Évolution temporelle dans un échantillon de verre (a) de la modulation de phase $\varphi_0(t)$, (c) de la vitesse particulaire de l'onde basse fréquence $v_{BF}(t)$. En (b) l'indice de modulation $\Delta\varphi_0$ et en (d) l'indice de vitesse particulaire V_{BF} en fonction de la tension d'entrée de la chaîne d'émission basse fréquence.*

La figure 13 permet d'obtenir un coefficient non linéaire $\beta_{Verre} \approx 7,5$. Le niveau de modulation dans le verre est moins élevé que dans la silice et se rapproche du bruit de phase qui est estimé à $\pm 0,5$ mrad. Ce niveau est la différence entre la mesure de la phase de l'onde haute fréquence émise dans l'échantillon sans impulsion basse fréquence au début et à la fin de l'expérience. Une dispersion peut donc être ainsi observée sur l'indice de modulation (figure 13b).

3.1.2 Comparaison théorie-expérience

Dans le but de valider l'algorithme pseudo-spectral 1-D développé au paragraphe I.1.2 pour ensuite l'appliquer sur les échantillons bi-couches, une expérience de modulation de phase a été simulée dans un bloc de silice d'épaisseur 30 mm, de masse volumique $\rho = 2200$ kg.m^{-3}, de module d'Young $E = 79,2$ GPa et de paramètre non linéaire $\beta = -6$. Il va donc nous être possible de comparer les résultats obtenus avec la simulation numérique et ceux obtenus expérimentalement, en relevant le niveau de modulation de phase engendré par une impulsion basse fréquence dont la pression a été choisie identique à celle utilisée expérimentalement. Pour la simulation numérique, l'onde haute fréquence est choisie à 15 MHz et l'impulsion basse fréquence à 3 MHz. Il est nécessaire d'avoir un rapport entier entre la haute fréquence et la basse fréquence à cause de la définition de l'excitation dans le code de propagation. La propagation de la superposition de l'onde haute fréquence et de l'impulsion basse fréquence est simulée à travers une grille 1D de 4096 points avec un incrément spatial de $dz = 55 \cdot 10^{-6}$ m et un incrément temporel $dt = 0,5 \cdot 10^{-9}$ s. Le signal est enregistré en 10 points différents sur la grille, nous nous sommes intéressés au point qui correspond à la distance de propagation de 30 mm. Des simulations identiques sont réalisées dans un milieu de propagation dont les paramètres sont ceux du verre utilisé en expérience ($\rho = 2492$ kg.m^{-3}, $E = 82,8$ GPa et $\beta = 7$).
La figure 14a représente l'indice de modulation en fonction de l'indice de vitesse simulé dans l'échantillon de silice et la pente alors obtenue nous donne le rapport $\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}}$ nécessaire à la détermination (éq I.2.14) du coefficient non linéaire $\beta = -5,7$. Le niveau de modulation de l'ordre de 14 mrad pour un niveau de vitesse de 15 mm.s^{-1} est en concordance avec les résultats expérimentaux (figure 12). La figure 14b permet de déterminer le rapport $\frac{\Delta\varphi_0}{V_{BF}}$ simulé dans l'échantillon de verre et le coefficient non linéaire obtenu est $\beta = 7,9$. Les niveaux de modulation de phase, obtenus pour le verre (5 mrad) pour une vitesse particulaire basse fréquence de 25 mm.s^{-1}, sont également en concordance avec ceux relevés expérimentalement.

Les résultats obtenus sont en accord avec ceux attendus (silice : $\beta = -5,7$, verre : $\beta = 7,5$). L'algorithme pseudo-spectral alors validé va être utilisé pour prédire l'évolution du coefficient non linéaire dans des matériaux bi-couches. L'influence de l'épaisseur de l'interface va être étudiée. Dans un premier temps, les expériences sur ce type d'échantillon sont présentées.

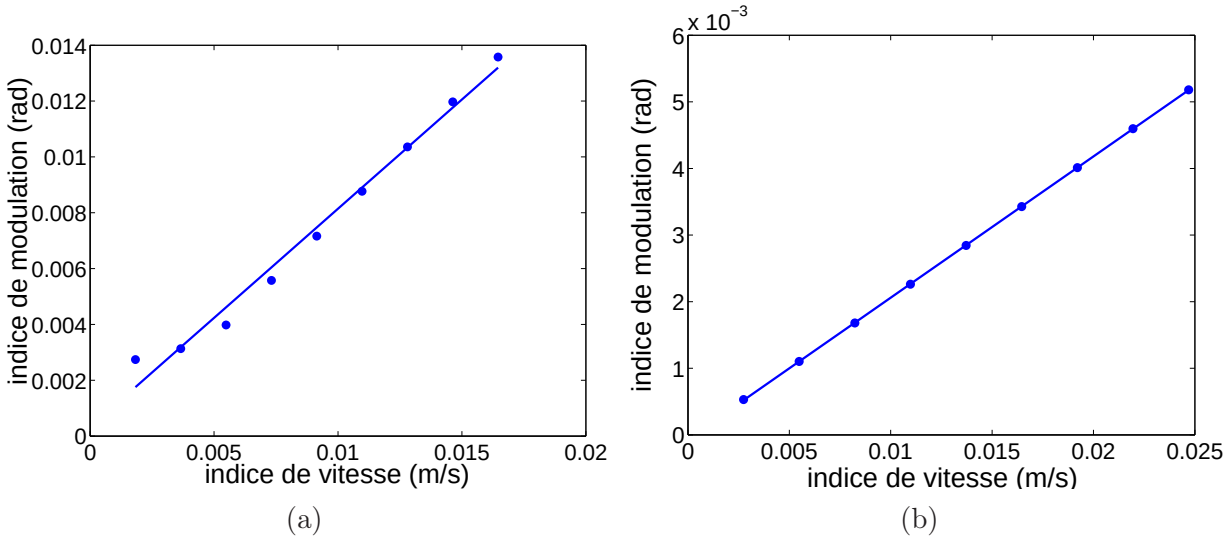


Figure 14 – *Indice de modulation de phase en fonction de l'indice de la vitesse particulaire pour (a) une propagation simulée dans un échantillon de silice d'épaisseur 30 mm et (b) dans un échantillon de verre d'épaisseur 10 mm.*

3.2 Modulation de phase dans des échantillons bi-couches

Dans cette partie, les résultats de mesure du coefficient non linéaire β par modulation de phase en contact dans des échantillons bi-couches sont présentés [78–80]. Ces échantillons sont soit des échantillons homogènes placés en contact soit des échantillons collés de l'industrie aéronautique. Pour réaliser ces mesures, nous avons identifié les différents échos d'interface dans le signal haute fréquence et synchronisé l'émission basse fréquence de façon à ce qu'il y ait superposition des ondes haute fréquence et basse fréquence dans la région où l'on souhaite solliciter l'interaction paramétrique (échantillon le plus épais) afin de déterminer la valeur du coefficient non linéaire β par modulation de phase.

3.2.1 Échantillons homogènes placés en contact

Les échantillons bi-couches sont constitués d'un échantillon de silice d'épaisseur 30 mm et d'un échantillon soit de silice soit de verre d'épaisseur 10 mm. Le choix de l'échantillon dans lequel l'interaction paramétrique a lieu est motivé par l'épaisseur la plus importante permettant ainsi une meilleur interaction entre les deux ondes. Le but de ces expériences dans ce type d'échantillon est de caractériser l'influence du couplant sur la mesure du coefficient non linéaire β.
L'onde haute fréquence ($f_{HF} = 15$ MHz) émise à travers l'échantillon d'épaisseur 30 mm est générée par le transducteur Panametrics Videoscan V-113 RM avec une tension de 100 mV avant un amplificateur ENI-150A de 55 dB. L'impulsion basse fréquence ($f_{BF} = 2,22$MHz) est générée à travers l'échantillon d'épaisseur 10 mm à l'aide d'un transducteur

Panametrics Videoscan V-182 avec des tensions variant de 0 mV à 400 mV (par pas de 25 mV) avant un amplificateur AR-150A100B (Amplifier Research) de 55 dB.

3.2.1.1 Modulation de phase avec un échantillon silice-silice

Dans cette partie la mesure du coefficient β de la silice de l'échantillon le plus épais est présentée. Le contact entre ces échantillons est garanti par 3 couplants différents : gel échographique, huile de silicone et salol.

Certaines observations peuvent être données à partir des mesures réalisées sur l'échantillon silice-silice : les niveaux de modulation obtenus dans cet échantillon sont du même ordre de grandeur que ceux dans l'échantillon de silice homogène. La forme de la modulation de phase (figures 15 a, c et e) présente une légère perturbation à cause de l'interface qui se traduit par une dispersion des indices de modulation $\Delta\varphi_0$ présentés sur les figures (figures 15 b, d et f). En revanche, la dispersion des mesures de vitesse particulaire basse fréquence est faible. Les niveaux de vitesse particulaire BF sont cependant différents selon le couplant utilisé. Ceci confirme l'importance de l'étape de calibration dans la détermination du coefficient β. Le niveau de vitesse particulaire BF est moins élevé lorsque le couplage est réalisé avec du gel échographique. Au regard de la courbe montrant le coefficient de réflexion (figure 11), la mauvaise transmission de l'onde avec le gel explique le niveau de vitesse particulaire particulièrement faible.
Les figures 15 et 16 permettent de déterminer un coefficient non linéaire correspondant à la silice présenté dans le tableau 1.

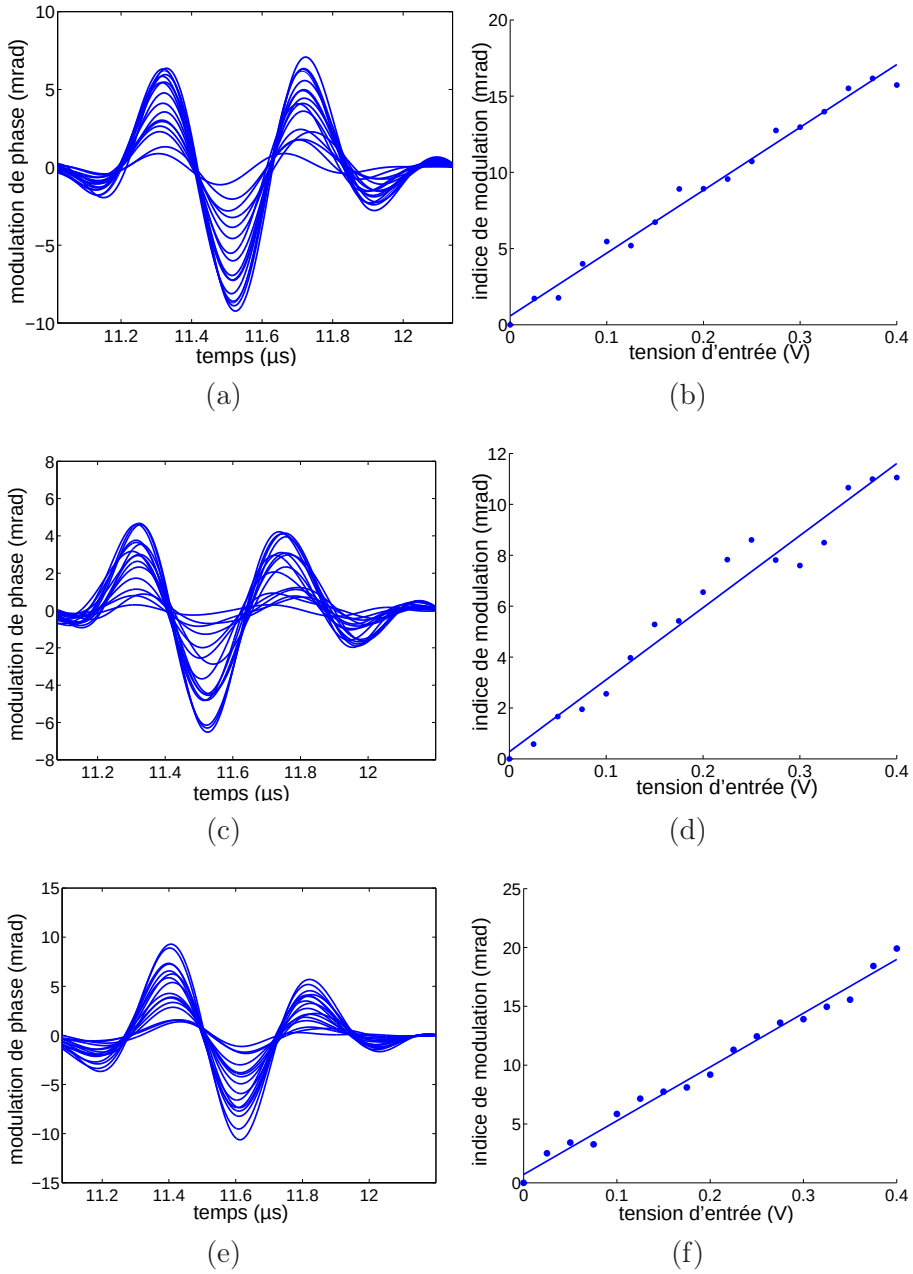


Figure 15 – *Évolution temporelle de la modulation de phase $\varphi_0(t)$ dans les échantillons de silice en contact avec du gel échographique (a), de l'huile de silicone (c) et du salol (e) comme couplant et les indices de modulation $\Delta\varphi_0$ associés (b,d,f).*

3.2.1.2 Modulation de phase avec un échantillon silice-verre

Dans cette partie les résultats avec l'échantillon de silice (épaisseur 30 mm) placé en contact avec l'échantillon de verre (épaisseur 10 mm) sont présentés.

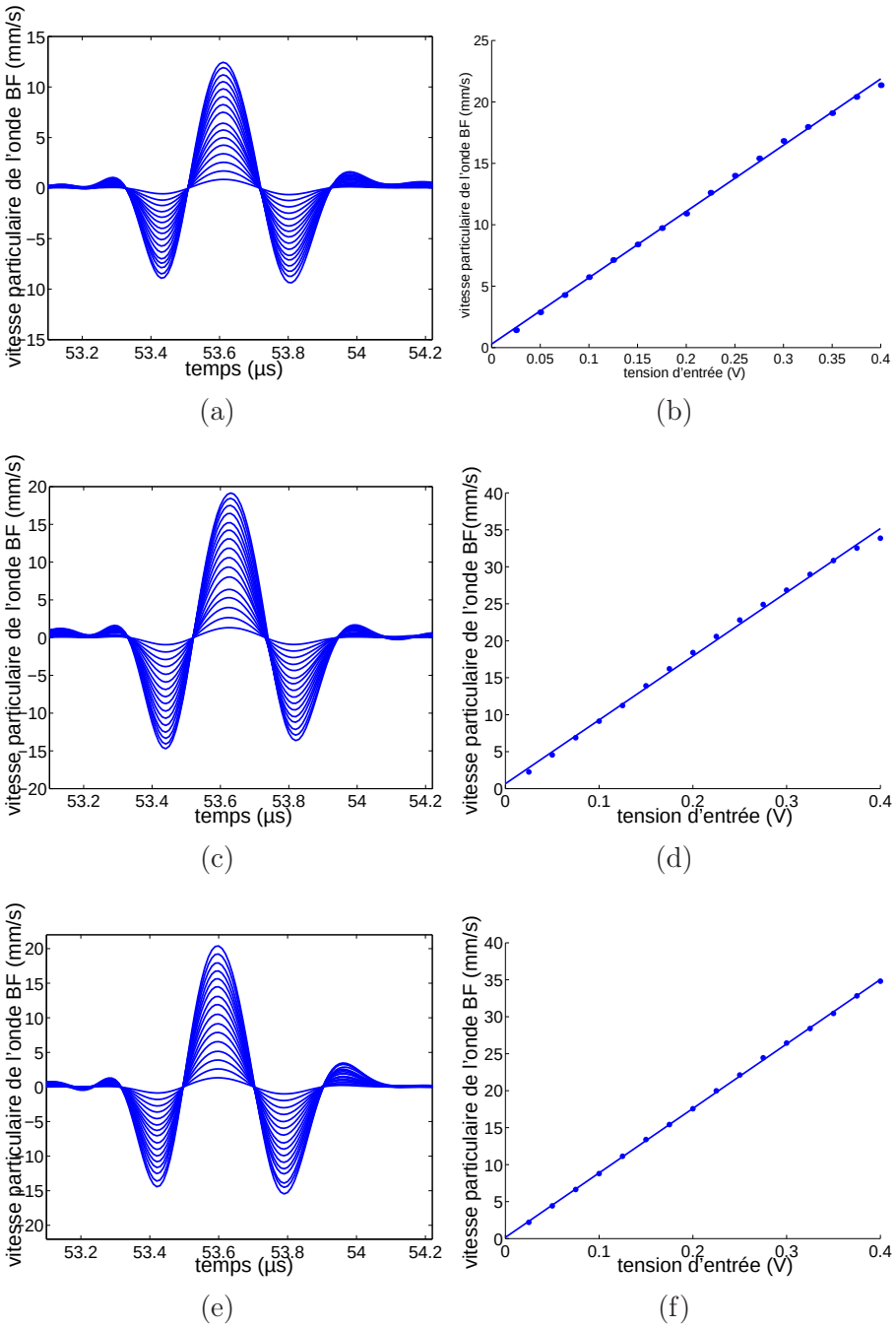


Figure 16 – *Évolution temporelle de la vitesse particulaire de l'onde BF $v_{BF}(t)$ dans les échantillons de silice en contact avec du gel échographique (a), de l'huile de silicone (c) et du salol (e) comme couplant et les indices de vitesse V_{BF} associés (b,d,f).*

L'interprétation de ces résultats porte dans un premier temps sur le niveau de modulation qui est encore du même ordre de grandeur que dans les échantillons mono-couches et bi-couches silice-silice. La dispersion des mesures de vitesse particulaire est encore faible. La forme de la modulation de phase semble plus perturbée que dans le cas silice-

silice, montrant une sensibilité de la méthode aux différences d'impédances acoustiques des échantillons de verre et de silice ($Z_{verre} = 14,4$ MRa et $Z_{SiO_2} = 13,2$ MRa).

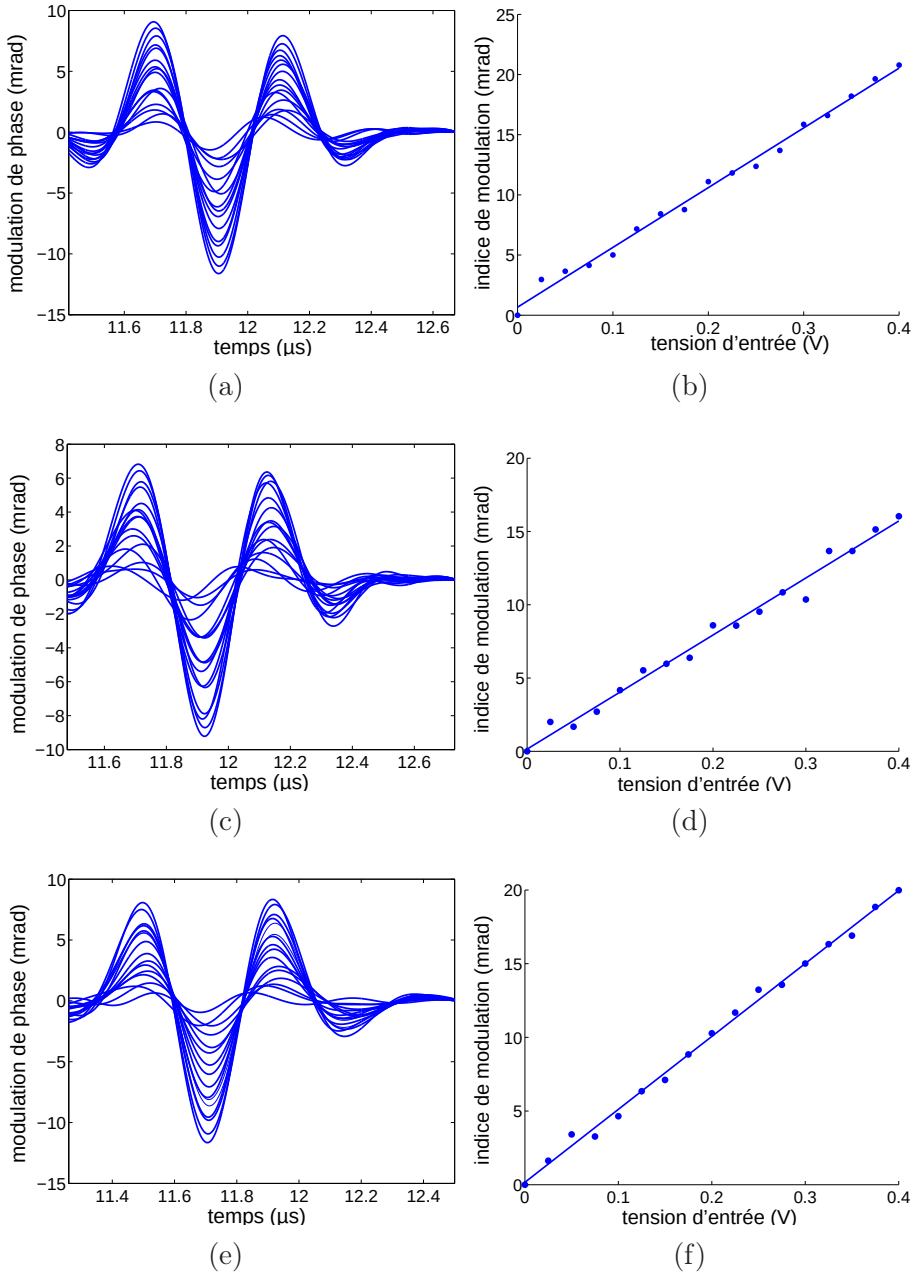


Figure 17 – *Évolution temporelle de la modulation de phase $\varphi_0(t)$ dans l'échantillon de silice en contact avec l'échantillon de verre avec du gel échographique (a), de l'huile de silicone (c) et du salol (e) comme couplant et les indices de modulation $\Delta\varphi_0$ associés (b,d,f).*

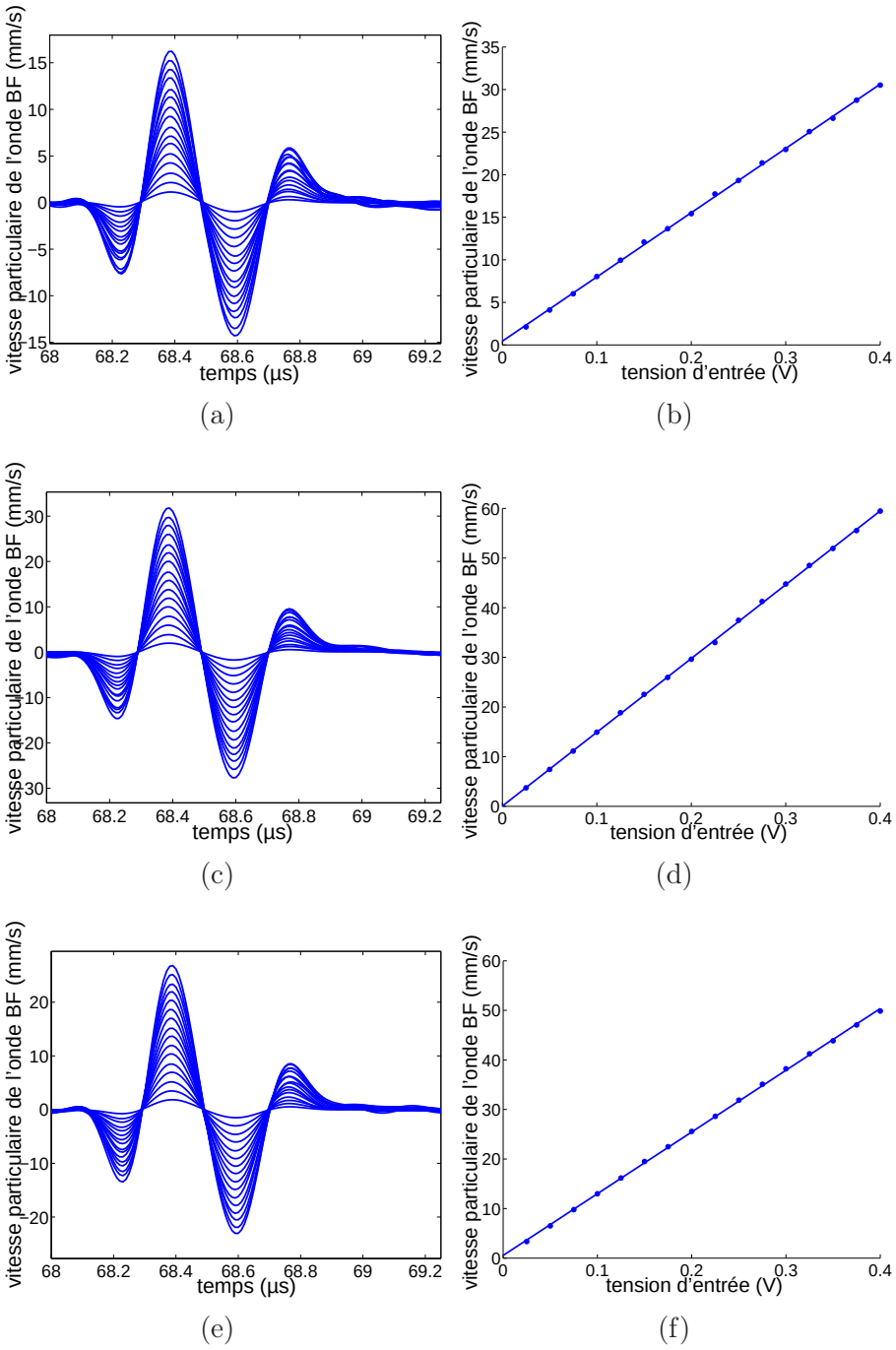


Figure 18 – *Évolution temporelle de la vitesse particulaire de l'onde BF* $v_{BF}(t)$ *dans l'échantillon de silice en contact avec l'échantillon de verre avec du gel échographique (a), de l'huile de silicone (c) et du salol (e) comme couplant et les indices de vitesse* V_{BF} *associés (b,d,f).*

3.2.1.3 Coefficient non linéaire dans les échantillons bi-couches

Le tableau 1 présente les résultats obtenus pour le coefficient non linéaire de la silice pour chaque échantillon bi-couches.

Couplant	gel écographique	huile de silicone	salicylate de phényle
silice-silice			
β	-8	-4,2	-5,6
silice-verre			
β	-8,5	-3,4	-5,5

Tab 1 – *Coefficients non linéaires de la silice mesurés dans les échantillons bi-couches avec les différents couplants*

L'interprétation de ces résultats permet de noter que :
- un déphasage sur l'apparition des maxima de la modulation de phase (figure 15 et 17 a, c et e) est observé. L'impulsion basse fréquence traversant l'interface subit un déphasage que nous avons considéré constant par rapport au niveau d'excitation de l'impulsion, mais il semblerait que ce ne soit pas le cas. Cette observation sera développée plus longuement dans la partie portant sur les limites de la méthode (I.3.3) ;
- l'ordre de grandeur du coefficient non linéaire β dans les échantillons bi-couches est respecté. Il est tout de même possible de noter une dépendance de ce coefficient au couplant. En effet, une signature du couplant apparaît quant à la valeur du coefficient non linéaire mesuré. Le salicylate de phényle donne des résultats cohérents avec ceux trouvés dans la partie I.3.1 et proches pour les deux expériences.

L'adaptation de la méthode de modulation de phase en contact est possible tout particulièrement dans le cas où le contact est réalisé avec un couplant rigide (salicylate de phényle). Un autre type de couplant rigide, la résine époxy, est donc étudié à travers la mesure du coefficient non linéaire dans les échantillons collés d'aluminium.

3.2.2 Échantillons collés d'aluminium de l'industrie aéronautique

Cette partie présente la mesure du coefficient non linéaire par une méthode de modulation de phase en contact pour des matériaux bi-couches collés en aluminium dont l'épaisseur du collage est de l'ordre de 0,5 mm. Le but est d'appliquer à de véritables échantillons bi-couches de l'industrie l'adaptation de la méthode de modulation de phase et de relever les limites pouvant apparaître en fonction de l'interface utilisée.

3.2.2.1 Collage sain

Les mesures dans l'échantillon en aluminium avec un collage sain sont présentées dans cette partie. L'interaction paramétrique créant la modulation de phase de l'onde haute fréquence $f_{HF} = 15$ MHz est réalisée dans la partie de l'échantillon d'épaisseur 20 mm et le transducteur BF, émettant une impulsion basse fréquence $f_{BF} = 2,2$ MHz, est collé du côté du bloc d'épaisseur 8 mm.

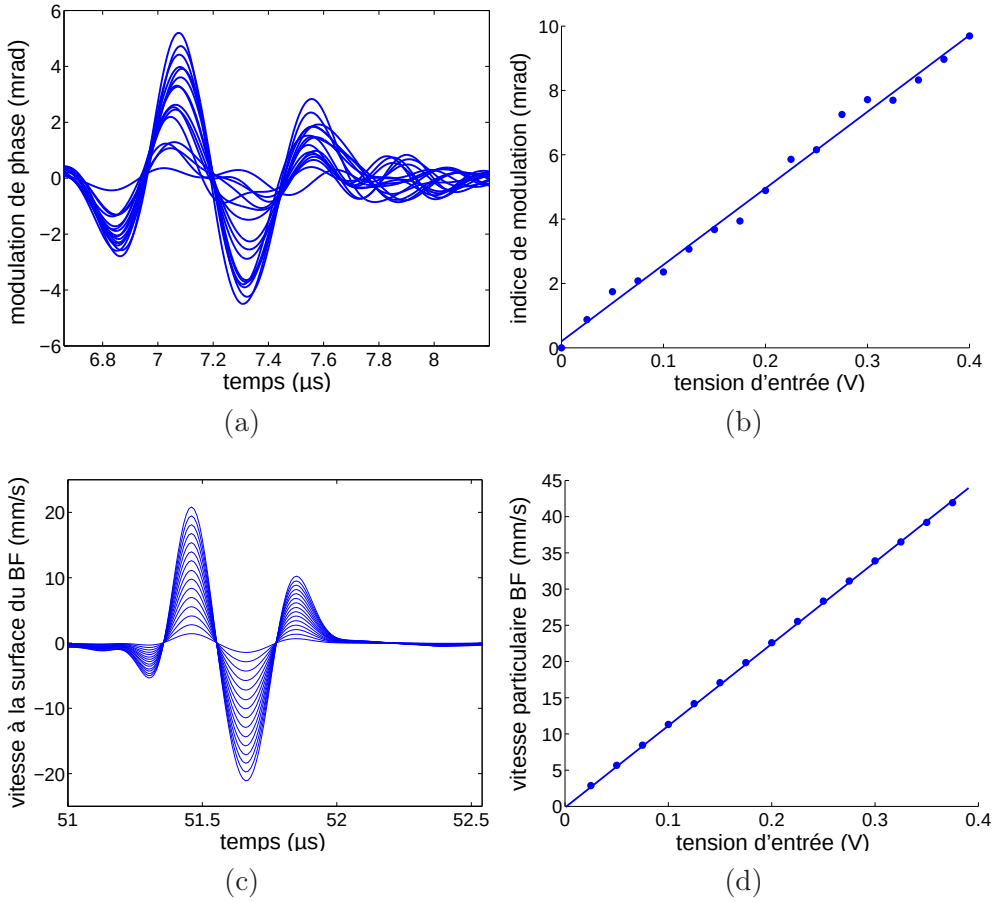


Figure 19 – *Évolution temporelle dans un échantillon d'aluminium avec un collage sain (a) de la modulation de phase $\varphi_0(t)$, (c) de la vitesse particulaire de l'onde BF $v_{BF}(t)$. En (b) l'indice de modulation $\Delta\varphi_0$ et en (d) l'indice de vitesse particulaire V_{BF}.*

On constate un décalage de phase plus important que dans le cas des échantillons bi-couches verre et silice. Un coefficient non linéaire pour l'aluminium de $\beta_{Al} \approx 5,5$ est déterminé à l'aide de la figure 19. Ce résultat est en accord avec les valeurs trouvées dans la littérature $\beta_{Al} = 5,9$ [32], $\beta_{Al} = 4,7$ [81], $\beta_{Al} = 8,41$ [66] ou $\beta_{Al} = 3,54$ [82]. La dispersion des valeurs de ce coefficient est grande du fait de la grande variété d'alliages en aluminium existants.
La rigidité de la résine époxy garantit également une bonne approche de la valeur du

coefficient non linéaire. Un collage dégradé va maintenant être étudié pour relever les défauts qui peuvent apparaître sur la mesure.

3.2.2.2 Collage dégradé

Dans cette partie, les mesures dans l'échantillon en aluminium avec un collage dégradé sont présentées. Le dispositif expérimental est identique, les fréquences utilisées sont $f_{HF} = 14,8$ MHz et $f_{BF} = 2,06$ MHz.

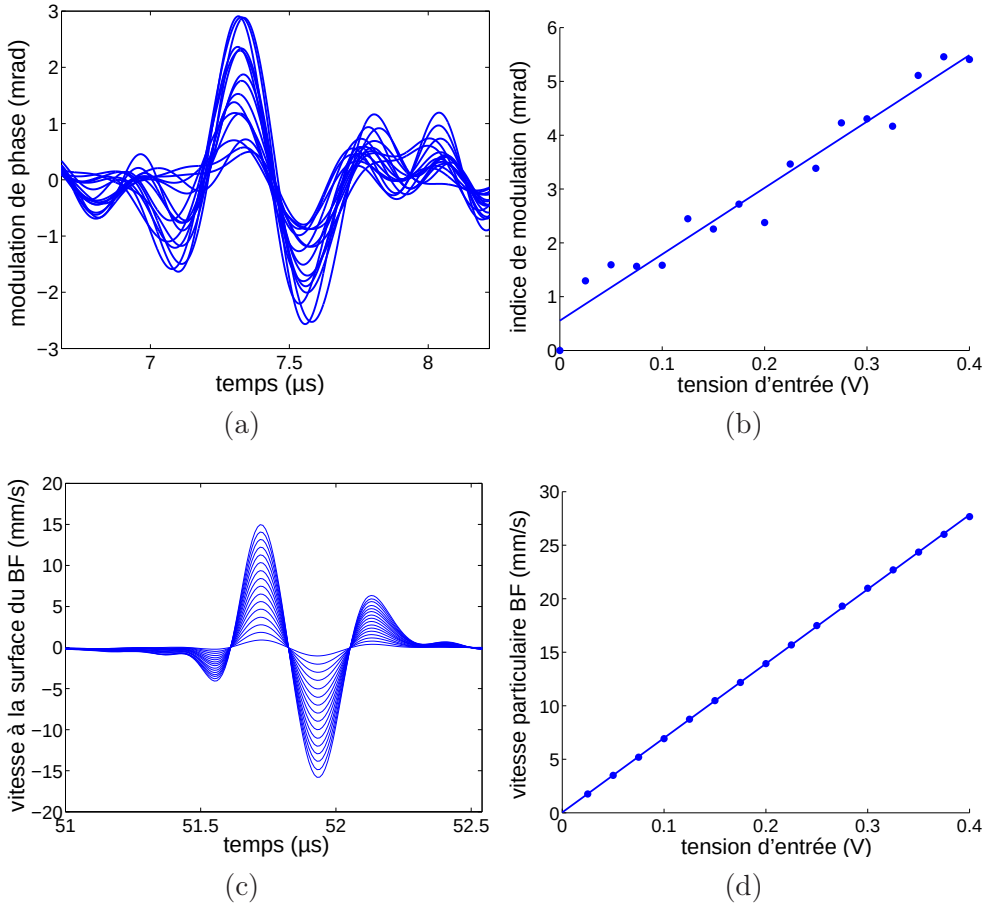


Figure 20 – *Évolution temporelle dans un échantillon d'aluminium avec un collage dégradé (a) de la modulation de phase $\varphi_0(t)$, (c) de la vitesse particulaire de l'onde BF $v_{BF}(t)$. En (b) l'indice de modulation $\Delta\varphi_0$ et en (d) l'indice de vitesse particulaire V_{BF}.*

Un coefficient non linéaire pour l'aluminium de $\beta \approx 4,5$ est déterminé au regard de la figure 20. L'incertitude par rapport à cette mesure est attribuée au fait que les niveaux de modulation mesurés ($\approx$ 3 mrad) sont proches des niveaux de bruit associés à cette

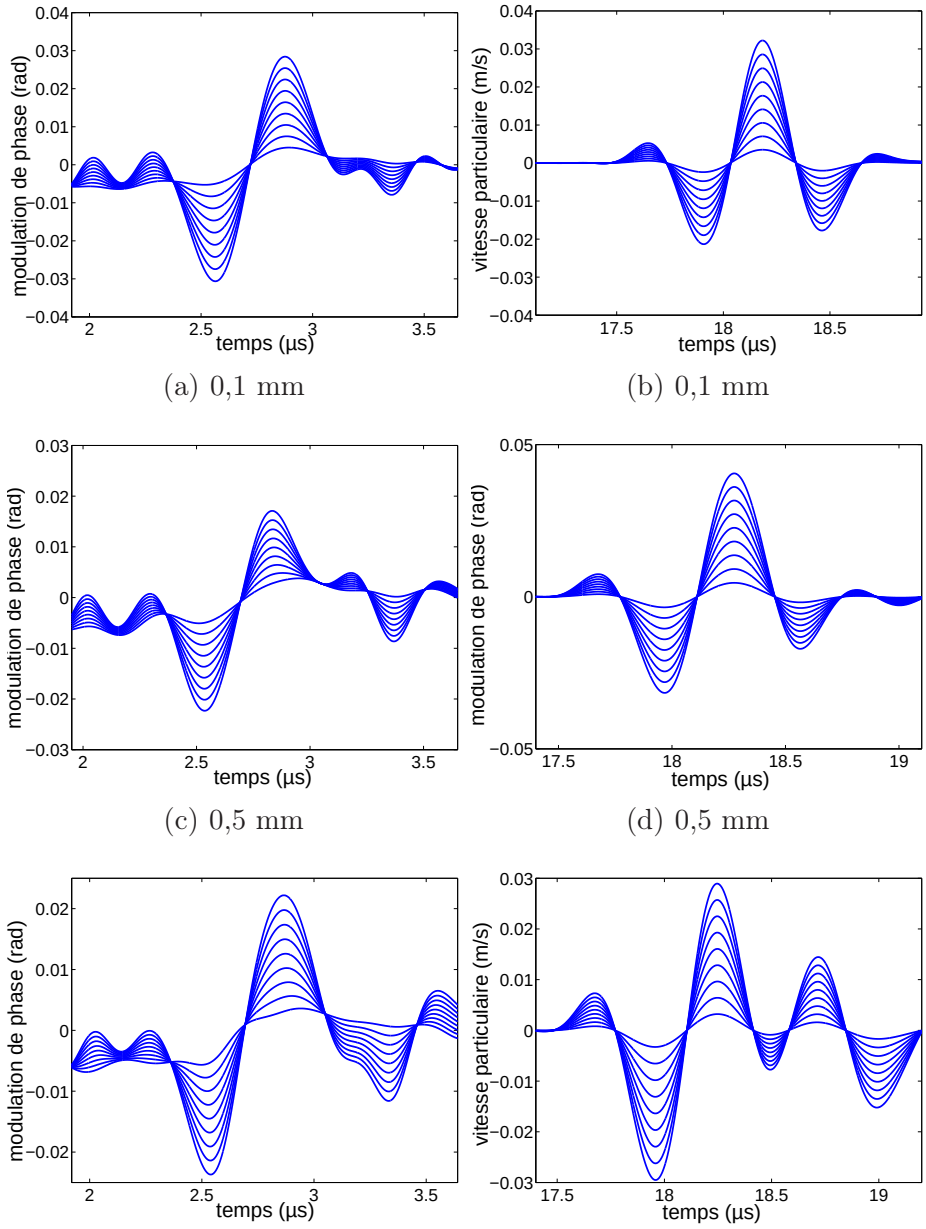
méthode. La modulation de phase pour un échantillon avec un collage dégradé est plus bruitée et à un niveau moins important que celle pour un échantillon avec un collage sain. Ceci peut s'expliquer par la mauvaise transmission de l'onde basse fréquence à travers une interface dégradée confirmée par les courbes de calibration (figures 20 c et d) : le coefficient de réflexion est plus important à travers le mauvais collage. Le même type de déphasage qu'avec un échantillon bi-couches dû au déphasage de l'onde basse fréquence à l'interface est confirmé et amplifié par la présence du collage dégradé.
L'adaptation de la modulation de phase en contact pour la mesure du coefficient non linéaire d'une partie non accessible est donc également limitée par la "santé" du collage. L'influence de l'épaisseur du collage est maintenant étudiée grâce à des simulations numériques.

3.2.3 Influence de l'épaisseur du collage sur la mesure du coefficient non linéaire

Pour observer l'influence de l'épaisseur de l'interface dans un échantillon d'aluminium bi-couches sur la mesure par modulation de phase, des simulations numériques à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral de propagation uni-dimensionnelle, présenté dans la partie I.1.2, sont réalisées. Il est apparu important de pouvoir visualiser la variation de phase que peut subir un train d'ondes haute fréquence superposé avec une impulsion basse fréquence réfléchi sur une interface dans un échantillon d'aluminium collé. Différentes épaisseurs de colle époxy ont été traitées (0,1 mm, 0,5 mm et 1 mm) pour la simulation numérique, un collage dégradé pouvant correspondre à un collage dont l'épaisseur est élevée. Les paramètres de simulations sont présentés dans le tableau 2.

	Aluminium	Résine époxy
Masse volumique	$\rho_{Al} = 2780\text{kg.m}^{-3}$	$\rho = 560\text{kg.m}^{-3}$
Module d'Young	$E_{Al} = 113$ GPa	$E = 3,5$ GPa
Coefficient non linéaire	$\beta_{Al} = 7$	$\beta = 10$

Tab 2 – *Paramètres des simulations numériques pour l'échantillon d'aluminium collé avec une couche de résine époxy.*



(a) 0,1 mm (b) 0,1 mm

(c) 0,5 mm (d) 0,5 mm

(e) 1 mm (f) 1 mm

Figure 21 – *Représentations temporelles (a-c-e) de la modulation de phase simulée dans un échantillon d'aluminium collé avec une interface en résine epoxy et (b-d-f) de la vitesse particulaire de l'impulsion basse fréquence pour différentes épaisseurs d'interface (a-b) 0,1 mm, (c-d) 0,5 mm, (e-f) 1 mm.*

L'impulsion basse fréquence subit un phénomène de dispersion après la réflexion sur l'interface d'époxy (figure 21(b-d-f)) qui est différent pour chaque épaisseur et de plus en plus important. Malgré la possibilité de quantifier une telle déformation (mesure de l'impulsion basse fréquence seule, mesure du coefficient de réflexion), une variation de la

phase de l'onde haute fréquence est observée et suivant un protocole distinct par rapport au changement de l'impulsion basse fréquence. Il paraît donc difficile de pouvoir déterminer le coefficient de nonlinéarité β lorsque les deux paramètres importants V_{BF} et $\Delta\varphi_0$ possèdent une variation aussi significative. L'influence de l'épaisseur de l'interface sur de telles mesures est donc prouvée.

3.3 Limites de la méthode de modulation de phase

Au cours de cette étude, la méthode de modulation de phase en contact a été appliquée à différents échantillons : des échantillons homogènes, des échantillons homogènes placés en contact avec différents couplants et des échantillons en aluminium collés de l'industrie aéronautique. On a pu confirmer que l'application sur des échantillons homogènes est intéressante. Elle donne une information précise sur un paramètre global, le coefficient non linéaire β. L'adaptation à des échantillons bi-couches a permis d'obtenir des résultats de coefficient non linéaire β pour la silice et l'aluminium du même ordre de grandeur que ceux de la littérature.
Malgré tout, plusieurs niveaux de limitations ont été observés. Le premier niveau concerne la nature du contact. En effet, il a été noté qu'un contact réalisé avec un couplant "rigide", par exemple le salicylate de phényle, permet d'obtenir des résultats plus réalistes qu'avec d'autres couplants (gel échographique, huile de silicone) pour la détermination du coefficient non linéaire. L'application à des échantillons collés avec de la résine époxy a amené la même conclusion. Le deuxième niveau est directement lié à la nature du collage, un collage sain, permettant une bonne transmission de l'onde basse fréquence, va permettre une meilleure détermination du coefficient non linéaire qu'un collage dégradé. Le troisième niveau de limitation concerne l'épaisseur de l'interface. Des simulations numériques, réalisées à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral, ont permis de montrer l'influence de l'épaisseur de la couche d'époxy sur les mesures par modulation de phase dans des échantillons collés. La limite a été atteinte pour une épaisseur de résine époxy de 1mm.

L'application de cette méthode à des échantillons fissurés est également difficile. Des expériences de modulation de phase dans des verres fissurés ont été tentées, mais sans succès. En effet, la présence de fissures change inévitablement la phase de l'onde haute fréquence et il apparaît difficile de mesurer la modulation d'une phase déjà perturbée.
Une autre limitation peut être mise en avant plus au niveau industriel et directement liée à la problématique du projet européen : détecter et localiser une zone fissurée. Les mesures quantitatives avec la méthode de modulation de phase en contact nous donne une information globale et non une information locale sur la nonlinéarité. L'utilisation d'une telle méthode se révèle donc difficile dans cette problématique. C'est pourquoi, nous avons décidé dans une deuxième partie du travail de Thèse de nous intéresser à des mesures qualitatives et localisées des propriétés non linéaires non classiques propres à la présence d'une zone fissurée.

Deuxième partie

Étude des propriétés non linéaires non classiques locales

La dernière décennie a été marquée par une croissance rapide de l'activité de recherche dans le secteur de l'acoustique non linéaire des matériaux non homogènes à l'échelle microscopique [83,84]. Cette définition de la non homogénéité est souvent utilisée pour un milieu contenant des éléments mécaniques tels que des grains, des jointures de grains, des fissures, des pores, des dislocations [16] qui ont une échelle spatiale plus importante que l'espace inter-atomique mais sensiblement moins importante que les longueurs d'ondes acoustiques considérées. L'intérêt de mesurer des phénomènes non linéaires acoustiques dans de tels matériaux, comme par exemple les roches, les métaux poly-cristallins et les céramiques, est motivé par deux facteurs :

- le niveau de nonlinéarité acoustique relevé dans des matériaux micro-inhomogènes peut avoir un ordre de grandeur quatre fois plus élevé que celui relevé dans des monocristaux, des matériaux homogènes ou des liquides dont le coefficient non linéaire est compris entre 2 et 30 [4, 85] ;
- les paramètres acoustiques non linéaires sont beaucoup plus sensibles à la nature et à l'état des micro-inhomogénéités que les paramètres linéaires [84].

La forte nonlinéarité acoustique produite par ce type de matériaux n'est pas due à l'anharmonicité du potentiel inter-atomique mais aux mouvements non linéaires des éléments mécaniques responsables de l'inhomogénéité. Ces phénomènes ont permis de comprendre que l'acoustique non linéaire pouvait devenir un outil extrêmement prometteur pour la caractérisation non destructive des matériaux inhomogènes (fissurés dans notre étude).
Pour mener à bien cette approche permettant de localiser les sources de nonlinéarité, nous avons choisi d'utiliser la puissance de la focalisation par retournement temporel développé par l'équipe de Mathias Fink au sein du Laboratoire Ondes et Acoustique (LOA) de l'Université Paris VII - Denis Diderot [86]. Ce principe est utilisé comme un outil qui permet soit de focaliser et solliciter localement la nonlinéarité, soit d'extraire la source de nonlinéarité. Cette approche, dans un premier temps expérimentale puis ensuite numérique, a été présentée en février 2005 à l'occasion de la réunion de première année du projet AERONEWS organisée à Blois [87, 88]. L'approche expérimentale a été développée au cours de l'année 2005 par une collaboration entre le LUSSI et l'équipe d'Alexander Sutin du Davidson Laboratory à Hoboken aux États-Unis [89] et l'approche numérique a été initiée au cours de la même année dans le cadre d'une collaboration entre le LUSSI et Olivier Bou Matar de l'Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie à Villeneuve d'Asq [43]. Ce principe a ensuite été largement développé expérimentalement [90, 91] et numériquement [92] par les partenaires du projet AERONEWS.
Deux approches différentes combinant le retournement temporel et l'analyse non linéaire [43, 93, 94] vont être abordées au cours de cette partie :

- la première combinaison exploite le fait qu'un défaut va agir comme une source de nonlinéarité dans un échantillon. L'extraction de sa signature non linéaire et la rétropropagation de ce signal temporellement retourné, va permettre une détection du défaut. Ce principe, appelé NEWS-TR, a été tout d'abord étudié dans le cas de simulations numériques 2D [94–96] et 3D [97] pour en montrer la faisabilité et a ensuite été appliqué à un échantillon fissuré ;
- la deuxième combinaison, basée sur l'augmentation du niveau de contrainte au point de rétrofocalisation d'un signal temporellement retourné, permet d'étudier la signature non linéaire qui peut être relevée en ce point. Tout d'abord, une étude sur le

niveau de nonlinéarité mesuré au point de rétrofocalisation a été réalisée. Le principe, appelé TR-NEWS, a ensuite été appliqué à un échantillon fissuré d'un point de vue expérimental [98] et numérique.

Dans le premier chapitre, la modélisation du comportement non linéaire non classique d'une micro-inhomogénéité est présentée. L'extension de l'algorithme pseudo-spectral à ce type de comportement est traitée. Le second chapitre décrit la méthode ultrasonore utilisée pour localiser une zone dégradée. Ensuite, les résultats concernant l'application de la méthode de NEWS-TR sont détaillés. Enfin, une étude sur la faisabilité et l'application de la méthode de TR-NEWS est présentée dans le dernier chapitre.

Chapitre 1

Modélisation des comportements non linéaires non classiques

La loi de Hooke en élasticité linéaire établit que la déformation ϵ subie par un corps est proportionnelle à la contrainte σ qui lui est appliquée :

$$\epsilon = M\sigma, \tag{II.1.1}$$

où le coefficient de proportionnalité est un module que nous appellerons M.
En se limitant à un problème unidimensionnel, toutes les quantités intervenant dans cette égalité peuvent être considérées comme scalaires. Si M est une constante intrinsèque du matériau, indépendante du niveau de sollicitation σ, nous sommes alors dans le domaine de l'élasticité linéaire et ce module correspond au module d'Young noté E. En revanche, si ce module est fonction de la contrainte appliquée, la stricte proportionnalité entre contrainte et déformation disparaît et nous entrons dans le domaine de l'élasticité non linéaire.
Depuis plusieurs années, il a été montré qu'une fissure dans un matériau pouvait être considérée comme l'inclusion d'une partie "molle" dans une matrice dure et produisait une réponse non linéaire importante à toute sollicitation [99]. L'analogie a donc pu être faite entre le comportement non linéaire d'une fissure dans un matériau et le comportement non linéaire de grains et de leur jonction dans un ensemble granulaire tels que les bétons ou les roches [100]. Ce type de nonlinéarité caractérisé par l'existence d'une boucle d'hystérésis dans la relation contrainte-déformation rend l'utilisation de la théorie classique inadéquate et impose le développement de nouvelles approches pour traiter au mieux les phénomènes non linéaires hystérétiques [1, 4, 101] qui définissent un comportement non linéaire non classique.
La description théorique de tels phénomènes acoustiques a été approfondie [7, 99] en parallèle au développement de méthodes expérimentales dans le but d'analyser les comportements de ces matériaux. Cette théorie montre que l'évolution non linéaire des ondes planes longitudinales dans un milieu micro-inhomogène ne peut pas être correctement décrite par l'équation d'onde simple même en y ajoutant les termes non linéaires d'ordre supérieur [102, 103]. Il est donc nécessaire de prendre en compte un comportement hys-

térétique et un état mémoire, typique des matériaux micro-inhomogènes, dans la relation contrainte-déformation [104].
Au cours de ce chapitre, le comportement hystérétique lié à une micro-inhomogénéité sera présenté. La modélisation de la distribution de zones endommagées dans un matériau sera ensuite développée par l'utilisation de l'espace de Preisach-Mayergoysz et d'un modèle multi-échelle développé par Van Den Abeele *et al.* [105]. Enfin, l'adaptation de l'algorithme pseudo-spectral à des comportements non linéaires non classiques sera décrite.

1.1 Comportement hystérétique lié à une micro - inhomogénéité

Les observations fondamentales qui ont pu être réalisées pour dénoter la nonlinéarité dans les solides viennent d'essais quasi-statiques permettant de déterminer la courbe contrainte-déformation. Ils sont effectués à l'aide d'une configuration expérimentale basée sur l'application d'une contrainte axiale accompagnée d'une mesure de la déformation dans la même direction [106, 107]. Le matériau est ainsi soumis à un certain protocole de contrainte durant lequel la courbe contrainte-déformation est tracée (figure 22).

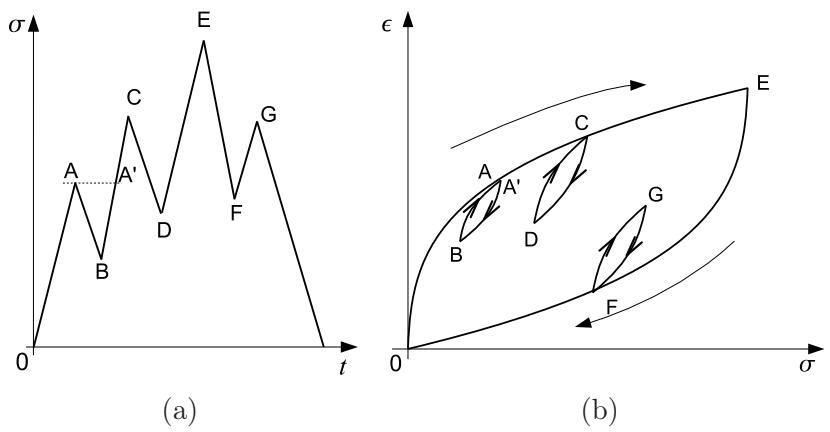


Figure 22 – *Représentation (a) d'un protocole de contrainte appliqué à un matériau fissuré impliquant (b) une courbe de contrainte-déformation avec une boucle d'hystérésis.*

Durant cette expérience, une forte nonlinéarité dans la relation contrainte-déformation a été mise en évidence. Cela se traduit par l'apparition de boucles d'hystérésis multi-échelle qui témoignent d'un comportement sensible à l'historique de la contrainte appliquée, phénomène qui n'est pas observé sur des échantillons non fissurés ou non granulaire. Pour dénoter le comportement particulier de ce genre de matériaux, le terme de comportement "non linéaire non classique" est utilisé en opposition à la nonlinéarité classique issue du

développement aux ordres supérieurs de la relation contrainte-déformation (partie I). De plus, à chaque fois que le protocole impose un changement de sens à la contrainte appliquée, le matériau exhibe une mémoire ("end point memory") matérialisée par les points A, C et F sur la figure 22, et montrant ainsi une capacité à se souvenir du dernier état de déformation maximale [2, 99]. Ces expériences quasi-statiques confirment ce comportement non linéaire particulier de certains matériaux tels que les roches, les bétons et les matériaux endommagés.
Ces manifestations ont d'importantes conséquences sur le module élastique du matériau. En d'autres termes, les essais statiques montrent que la valeur du module est bien dépendante de l'historique de la contrainte, de la relation contrainte-déformation et des changements discontinus.

1.2 Modélisation de la distribution : l'espace de Preisach-Mayergoysz

Le comportement non linéaire non classique des roches et de certains matériaux endommagés engendre des restrictions de modélisation par rapport à la théorie classique. L'hystérésis observé sur ces types d'échantillons lors d'essais quasi-statiques rend difficile l'expression analytique de telles déformations. C'est pourquoi, en se basant sur les travaux de Franz Preisach [108] et Isaac Mayergoysz [109], Robert Guyer et Katherine McCall [7, 99, 110] et Jordi Ortín [111] ont développé un modèle théorique afin de décrire au mieux les observations liées au comportement non linéaire non classique de certains matériaux.
L'hypothèse principale de ce modèle porte sur le fait que le comportement macroscopique des matériaux non linéaires est essentiellement dû à un grand nombre d'unités hystérétiques au sein du matériau, appelées Unités Hystérétiques Élémentaires UHE (HEU pour Hysteretic Elementary Unit). Dans un premier temps, ces unités sont caractérisées de manière individuelle. Ensuite, on évalue l'influence d'un ensemble d'unités sur le comportement du matériau à l'échelle macroscopique. Ce procédé, présenté dans la partie II.1.3, est appelé modélisation multi-échelle [105]. Ces unités sont des éléments constitutifs du matériau représentant des discontinuités qui peuvent être soit ouvertes soit fermées. Ainsi, elles sont caractérisées par des déformations (ou des comportements élastiques) qui peuvent changer de manière hystérétique entre deux configurations pour deux pressions caractéristiques d'ouverture P_o et de fermeture P_f (figure 23). La réponse élastique de ces unités est alors définie comme dépendante de l'histoire de la pression à laquelle le matériau est soumis (module élastique K_1 pour la configuration fermée et K_2 pour la configuration ouverte). Une description rigoureuse du comportement élastique du matériau ne peut être définie sans une connaissance préalable de l'historique de la pression appliquée.

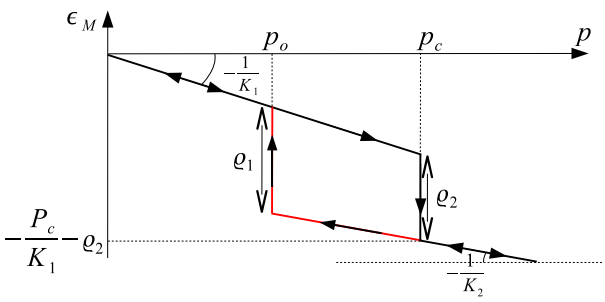


Figure 23 – *Comportement hystérétique d'une UHE avec deux états élastiques. Un état correspond à l'état fermé (module élastique K_1) et l'autre à l'état ouvert (module élastique K_2) avec pour chacun une pression caractéristique associée P_o et P_f.*

Le grand nombre d'UHE que l'on peut trouver dans un matériau exige une autre simplification. En considérant que toutes les UHE ont les mêmes modules élastiques pour l'état fermé K_1 et pour l'état ouvert K_2, c'est-à-dire que les déformations équivalentes aux états d'ouverture ou de fermeture sont identiques pour tous les éléments, les UHE peuvent alors être différenciées uniquement par les paires de pressions $\left(P_f, P_o\right)$ auxquelles elles correspondent. Le suivi de l'évolution des UHE, c'est-à-dire le dénombrement des UHE fermées et ouvertes, peut donc s'effectuer dans une représentation d'un espace appelé espace de Preisach-Mayergoysz (figure 25) [1, 99]. Dans cet espace, un point est caractérisé par le couple $\left(P_f, P_o\right)$ correspondant. Il est donc possible de déterminer le comportement hystérétique total du matériau en connaissant la densité et la fonction de répartition des couples $\left(P_f, P_o\right)$ dans l'espace de Preisach-Mayergoysz notée $\rho_{PM}(P_f, P_o)$. Cette distribution des UHE dans l'espace de Preisach-Mayergoysz peut être trouvée en appliquant un problème inverse [7, 112]. Ce principe permet d'extraire les informations nécessaires pour la construction de l'espace PM en appliquant un protocole de contraintes particulier, balayant tout l'espace, et en mesurant les déformations induites.
Par exemple, si toutes les UHE sont situées sur la diagonale, c'est-à-dire que pour tous les couples $P_f = P_o$, alors le matériau n'a pas de comportement hystérétique. Dans ce cas, le modèle peut être réduit à la théorie classique d'élasticité non linéaire décrite par Landau [113]. Pour comprendre l'utilisation de l'espace de Preisach-Mayergoysz, un protocole de pression peut être étudié (figure 24) et le suivi du comportement des unités élémentaires détaillé (figure 25).

Pendant la première phase du protocole de pression, c'est-à-dire du point 0 au point A, les UHE situées dans le triangle hachuré double incliné sont fermées. Une diminution de la pression (A à B) a pour conséquence d'ouvrir les UHE situées dans le triangle hachuré droit. Lorsque la pression augmente de nouveau jusqu'au point C (figure 24), les UHE situées dans le triangle hachuré double incliné se ferment et ainsi de suite.

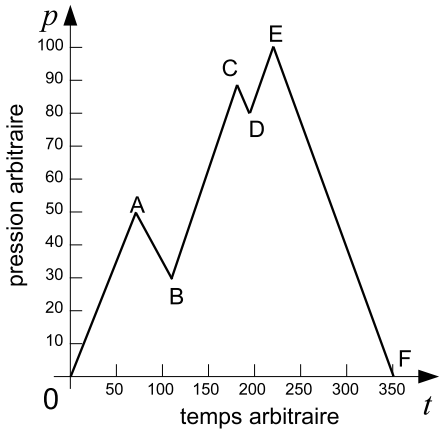


Figure 24 – *Protocole de pression appliqué à un matériau dont les caractéristiques hystérétiques sont modélisées sur l'espace de Preisach-Mayergoysz présenté sur la figure 25. À l'état initial 0, toutes les UHE sont ouvertes.*

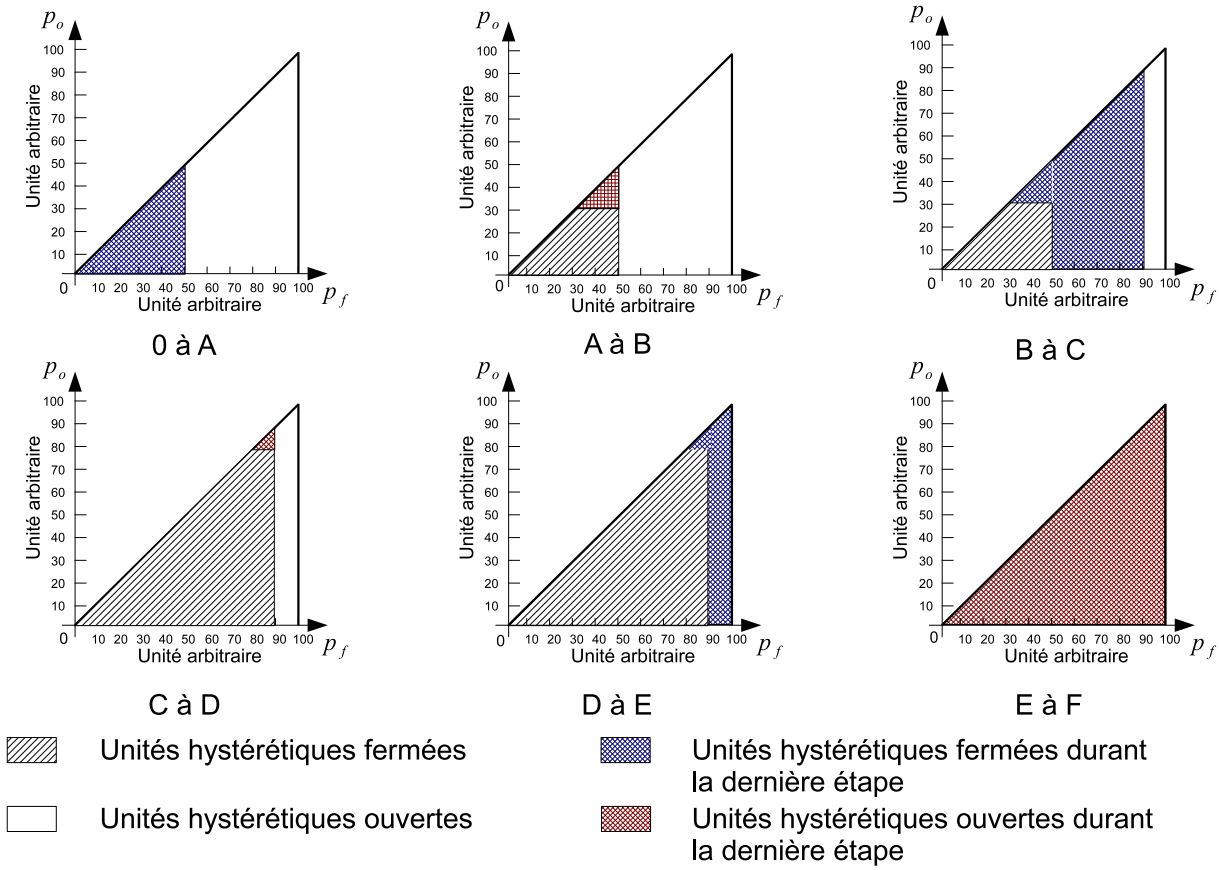


Figure 25 – *Évolution de l'espace de Preisach-Mayergoysz associé à un matériau au comportement hystérétique suivant le protocole de pression présenté sur la figure 24.*

La construction d'un modèle théorique capable de reproduire le comportement non linéaire des matériaux est liée à la connaissance de la fonction de distribution des UHE

dans l'espace de Preisach-Mayergoysz.
On considère un problème uni-dimensionnel et dont le comportement hystérétique est défini par les changements entre deux longueurs distinctes pour un état fermé et ouvert (figure 26). Pour une chaîne constituée de N_0 UHE de même longueur à l'ouverture et à la fermeture, la longueur $L(p)$ de l'échantillon à la pression p peut alors être notée [114]

$$L(p) = N_0 \left[l_o f_c(p) + l_f \left(1 - f_c(p)\right) \right], \tag{II.1.2}$$

où $f_c(p)$ est la fonction de répartition des UHE se trouvant à l'état fermé à la pression p dans l'espace de Preisach-Mayergoysz, l_o est la longueur de l'UHE lorsqu'elle est ouverte et l_f la longueur de l'UHE lorsqu'elle est fermée. En d'autres termes, il paraît évident que cette fonction de répartition dépend directement du protocole de pression utilisé. Ainsi la relation entre la longueur totale et la fonction de répartition est liée à celle entre la longueur et la pression. C'est l'équation de l'état statique : à $p = 0$, on a $f_c = 0$ et donc $L(0) = N_0 l_o$, si on suppose toutes les UHE ouvertes.

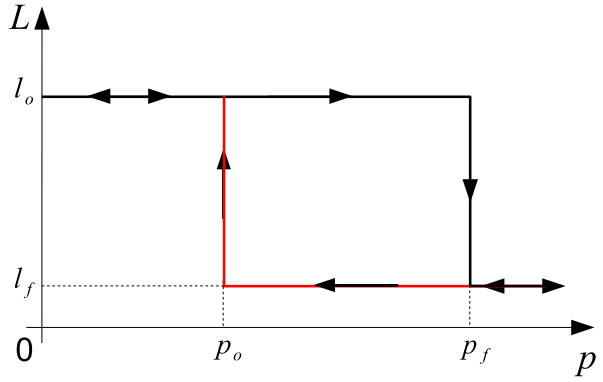


Figure 26 – *Modèle hystérétique lié à une UHE avec un changement de longueur dépendant du sens de variation de la pression (l_f longueur lorsque l'UHE est fermée, l_o longueur lorsque l'UHE est ouverte).*

Les matériaux ayant un comportement non linéaire non classique sont caractérisés par une relation contrainte-déformation hystérétique. Il est donc nécessaire de définir le module M présent dans cette relation en respectant les propriétés du matériau. Le module statique correspondant à des essais quasi-statiques est défini comme suit :

1. si la pression augmente $p \rightarrow p + \Delta p$,

$$\frac{1}{M} = -\frac{1}{L\left(p\right)} \frac{L\left(p + \Delta p\right) - L\left(p\right)}{\Delta p}, \tag{II.1.3}$$

où $L\left(p\right)$ est la longueur correspondant à la pression acoustique instantanée p.

2. si la pression diminue $p \to p - \Delta p$,

$$\frac{1}{M} = -\frac{1}{L\left(p\right)} \frac{L\left(p\right) - L\left(p - \Delta p\right)}{-\Delta p}. \tag{II.1.4}$$

En combinant alors les expressions du module (éq. II.1.3 et II.1.4) avec celle donnant la longueur de l'échantillon (éq. II.1.2), lorsque la pression augmente, on obtient :

$$\frac{1}{M} = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta p} \left[f_c\left(p + \Delta p\right) - \rho_{PM}(P_f, P_o)\left(p\right) \right], \tag{II.1.5}$$

et lorsque la pression diminue :

$$\frac{1}{M} = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta p} \left[\rho_{PM}(P_f, P_o)\left(p\right) - f_c\left(p - \Delta p\right) \right], \tag{II.1.6}$$

où $\Delta\epsilon$ est la déformation infinitésimale subie par le matériau pour une variation de pression Δp qui correspond à la différence de longueur $L\left(p + \Delta p\right) - L\left(p\right)$.
Lorsque l'augmentation (respectivement la diminution) de pression est suffisamment faible, c'est-à-dire que Δp est petit, la mesure du module M est équivalente à une mesure de la densité $\rho_{PM}(P_f, P_o)$ dans une bande étroite de l'espace de Preisach-Mayergoysz de largeur Δp correspondant à l'intégrale sur une ligne verticale.
Ayant déterminé la distribution des UHE dans l'espace de Preizach-Mayergoysz, il est maintenant intéressant d'étudier la modélisation multi-échelle d'un milieu endommagé.

1.3 Modélisation multi-échelle d'un milieu à nonlinéarité hystérétique

Plusieurs équipes de recherche ont développé des modèles permettant de décrire les effets non linéaires hystérétiques observés durant la propagation d'une onde dans des milieux micro-inhomogènes [2,16,99,101,115]. Pour supprimer l'inconvénient de traiter individuellement chaque inhomogénéité (micro-fissures, jointures de grains), ce qui demande un temps de modélisation très important, un modèle phénoménologique entre les phénomènes mécaniques microscopiques et le comportement macroscopique a été introduit. À ce niveau, que l'on peut définir de mesoscopique (avec des longueurs caractéristiques inférieures aux longueurs d'onde), chaque élément matériel peut être considéré comme un ensemble d'opérateurs ou d'unités hystérétiques élémentaires UHE (HEU pour Hysteretic Elementary Unit).
Avec un tel concept appelé modélisation multi-échelle [105], un échantillon macroscopique est constitué d'un nombre fini de cellules mesoscopiques (figure 27). Chaque cellule est constituée d'un nombre important d'unités microscopiques qui peuvent être assimilées à des grains individuels, à des contacts entre grains, à des zones d'interface ou encore à des micro-fissures.

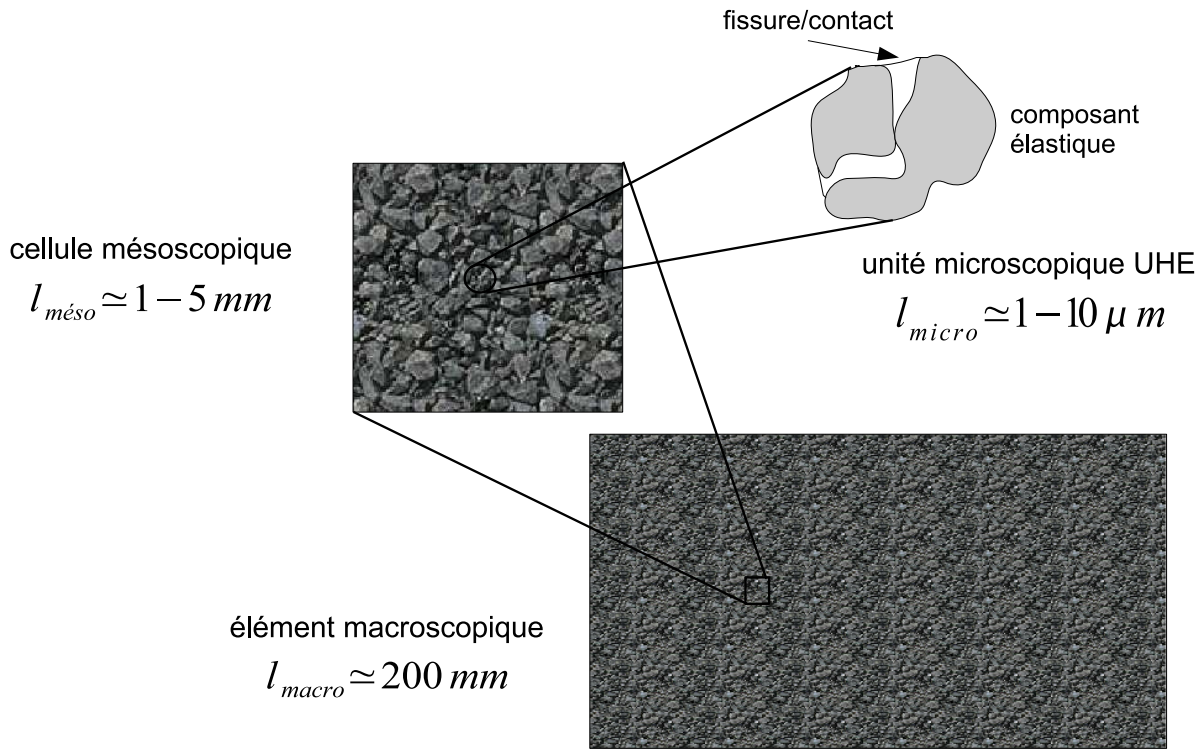


Figure 27 – *Représentation de la modélisation multi-échelle avec la longueur caractéristique pour chaque échelle.*

La longueur d'onde caractéristique des expériences réalisées sur l'échantillon fissuré est $\lambda = c/f = 5000/1 \cdot 10^6 = 5mm$. Il est donc possible d'accéder aux cellules mesoscopiques : la modélisation multi-échelle de ce type de comportement est alors adaptée à la simulation des expériences réalisées.

1.3.1 De l'échelle microscopique à l'échelle mesoscopique

Au niveau microscopique, la déformation d'une unité individuelle est modélisée par une combinaison de la relation d'état non linéaire "classique" avec une relation non linéaire "non classique" due aux effets hystérétiques, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'unicité dans la relation contrainte-déformation (figure 28) : $\epsilon = \epsilon_C + \epsilon_H$. La composante de déformation "classique" ϵ_C peut être liée à la relation non linéaire classique reliant la contrainte σ à la déformation ϵ utilisée pour décrire la nonlinéarité dans les liquides et les matériaux homogènes. Le module élastique non linéaire $K = \partial\sigma/\partial\epsilon$ peut être alors développé en loi de puissance de la contrainte σ :

$$K = K_0 \left(1 + \beta\sigma + \delta\sigma^2 + ...\right), \tag{II.1.7}$$

avec K_0 le module élastique linéaire, β et δ les paramètres non linéaires classiques quadratique et cubique.

Pour la composante de déformation hystérétique ϵ_H, une relation d'état est considérée : la contribution à la déformation est nulle ou a une valeur finie ϱ selon la valeur actuelle de la contrainte σ et de son "histoire" σ_{his}. Ce comportement discontinu peut être vu comme une ouverture ou une fermeture instantanée de la micro-inhomogénéité [99, 110]. Pour une augmentation de la contrainte (figure 28), la contribution à la déformation est nulle pour $\sigma < \sigma_o$ (état "fermé") avec σ_o la contrainte nécessaire pour l'ouverture de la fissure et égale à ϱ pour $\sigma > \sigma_o$ (état "ouvert"). Pour une diminution de la contrainte, la contribution à la déformation est égale à ϱ pour $\sigma > \sigma_f$ (état "ouvert") avec σ_f la contrainte nécessaire pour la fermeture de la fissure et nulle pour $\sigma < \sigma_f$ (état "fermé"). Naturellement la contrainte σ_o est choisie supérieure à la contrainte σ_f (figure 28). Pour simplifier la modélisation, σ_o et σ_f sont les seuls paramètres variant entre les différentes UHE, tous les autres paramètres étant considérés comme constants. Cela signifie que si une cellule mesoscopique représente N_0 UHE, les constantes K_0, β, δ et $\tilde{\varrho} = N_0\varrho$ sont des constantes effectives de la cellule définies au niveau mesoscopique.

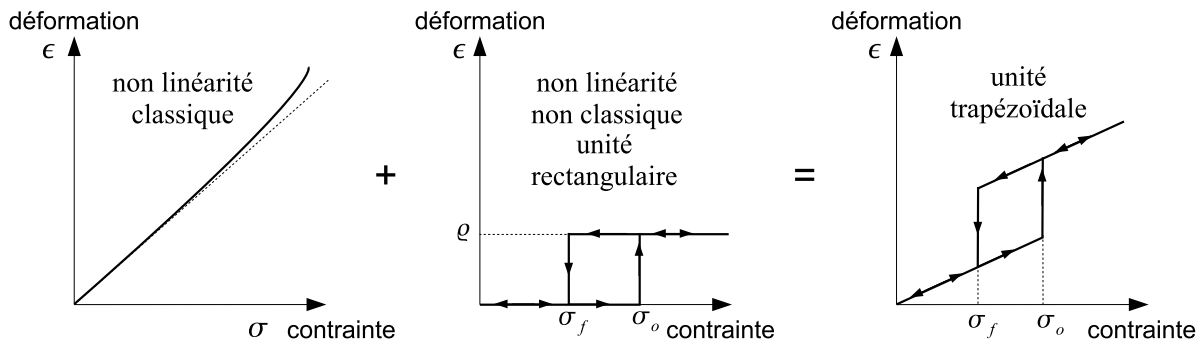


Figure 28 – *Combinaison de la relation contrainte-déformation pour un comportement non linéaire "classique" couplé à un comportement non linéaire "non classique" (échelle microscopique : une UHE).*

Par conséquent, toutes les UHE à l'intérieur d'une cellule mesoscopique peuvent être représentées dans un espace "contrainte-contrainte" en fonction de leur contrainte d'ouverture σ_o et de fermeture σ_f. Cet espace est appelé l'espace de Preisach-Mayergoyz (figures 24 et 25), présenté dans la partie II.1.2, et peut être traité mathématiquement avec la densité de distribution $\rho_{PM}(\sigma_f, \sigma_o)$ [99, 110, 116].
Les constantes K_0, β, δ et $\tilde{\varrho}$, ainsi que la densité de l'espace PM $\rho_{PM}(\sigma_f, \sigma_o)$ forment une signature unique de la cellule mesoscopique. La relation contrainte-déformation pour chaque cellule mesoscopique peut être déterminée en suivant la relation d'incrémentation $\Delta\epsilon_{\sigma_1 \to \sigma_2}$ entre la contrainte augmentant ou décroissant de σ_1 à σ_2 et la réponse en

déformation correspondant [117], soit :

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_{\sigma_1\to\sigma_2} &= \Delta\epsilon_C + \Delta\epsilon_H, \\ &= \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma'}{K} + \tilde{\varrho}\left(f_c(\sigma_2) - f_c(\sigma_1)\right), \\ &= \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma'}{K_0\left(1+\beta\sigma'+\delta\sigma'^2+...\right)} + \tilde{\varrho}\left(f_c(\sigma_2) - f_c(\sigma_1)\right),\end{aligned} \tag{II.1.8}$$

avec $f_c(\sigma_i)$ pour $i = 1, 2$ la fraction des unités microscopiques dans la cellule mesoscopique qui sont à l'état "fermé" pour la contrainte σ_i. Cette fonction est très dépendante de l'"histoire" de la contrainte.

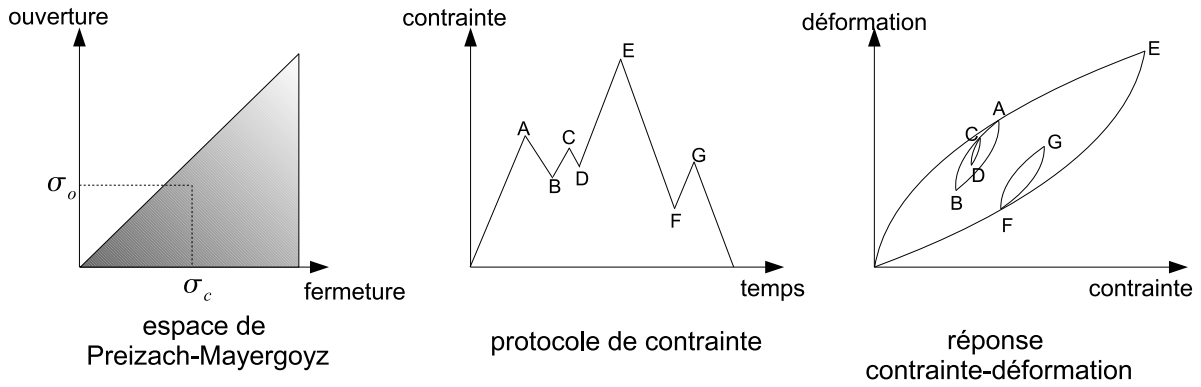


Figure 29 – *Déformation relative à un protocole de contrainte en suivant un espace de Preisach-Mayergoyz (échelle mésoscopique : N_0 UHE).*

La figure 29 montre comment la déformation répondant au protocole de contrainte donné, peut être obtenue. L'hystérésis, la nonlinéarité et l'état mémoire (point A, C et F sur la figure 29) sont montrés. Il est donc possible, à partir de l'espace de Preisach-Mayergoyz, représentatif du milieu micro-inhomogène considéré et d'un protocole de contrainte appliqué à ce milieu, d'obtenir une relation contrainte-déformation.

1.3.2 De l'échelle mesoscopique à l'échelle macroscopique

Pour ce deuxième changement d'échelle du niveau mesoscopique (cellule) au niveau macroscopique (nombre fini de cellules mésoscopiques : échantillon) (figure 27), les équations "homogénéisées" à résoudre sont données par :

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \rho\frac{\omega}{Q}v, \tag{II.1.9}$$

et

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = K\left(\sigma, \sigma_{his}\right)\frac{\partial \epsilon}{\partial t}. \tag{II.1.10}$$

Or

$$\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{II.1.11}$$

donc

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{II.1.12}$$

et finalement

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = K\left(\sigma, \sigma_{his}\right)\frac{\partial v}{\partial x}, \tag{II.1.13}$$

où ρ est la masse volumique, $v = \partial u/\partial t$ la vitesse particulaire et x la coordonnée spatiale en 1D. Le second terme du coté droit de l'équation II.1.9 prend en compte l'atténuation dépendante de la fréquence ($\omega = 2\pi f$) qui est proportionnelle à la vitesse particulaire et le facteur de qualité Q. Cette expression ne convient que pour des impulsions à bande étroite. Dans l'équation de variation des contraintes (éq. II.1.13), $\partial\sigma/\partial\epsilon = K\left(\sigma, \sigma_{his}\right)$ est le module élastique non linéaire en présence d'hystérésis à l'échelle microscopique. Depuis l'expression générale de l'incrémentation de la déformation ($\Delta\epsilon$) avec une variation de contrainte (de $\sigma_1 = \sigma$ à $\sigma_2 = \sigma + \Delta\sigma$) (éq. II.1.9), il peut être dérivé que :

$$\frac{1}{K\left(\sigma, \sigma_{his}\right)} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma} = \frac{\partial \epsilon_C}{\partial \sigma} + \frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma} = \lim_{\Delta\sigma \to 0}\left(\frac{\Delta\epsilon}{\Delta\sigma}\right), \tag{II.1.14}$$

soit :

$$\boxed{\boxed{\frac{1}{K} = \frac{1}{K_0\left(1 + \beta\sigma + \delta\sigma^2 + ...\right)} + \frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma}}}, \tag{II.1.15}$$

avec ϵ_H la contribution à la déformation des éléments hystérétiques. Cette équation doit être manipulée avec beaucoup de précautions, la contribution ϵ_H étant très dépendante de l'"histoire" de la contrainte. La dérivée de cette contribution ϵ_H correspond à une simple ligne d'intégration dans l'espace de Preisach-Mayergoysz sur une ligne horizontale lorsque la contrainte diminue et une ligne verticale lorsqu'elle augmente.

1.4 Algorithme pseudo-spectral bi-dimensionnel adapté au comportement non linéaire non classique

Dans cette partie, l'algorithme pseudo-spectral, présenté dans la partie I.1.2, est adapté à une propagation dans un milieu comportant des inhomogénéités modélisées par un comportement non linéaire hystérétique (partie II.1.1). La première partie portera sur un modèle hystérétique unidimensionnel avec une distribution de type espace de Preisach-Mayergoysz (espace-PM). Ensuite, cette modélisation sera étendue à un cas bi-dimensionnel.

1.4.1 Modélisation du comportement hystérétique de la fissure dans le code de propagation

L'équation II.1.15 nous donne une expression du module élastique K en prenant en compte toutes les contributions non linéaires classiques et non classiques.
Dans le but de calculer la variation de la déformation par rapport à la contrainte induite par les unités hystérétiques élémentaires (UHE), une méthode développée par Aleshin *et al.* [118, 119] est utilisée. La première étape est l'écriture de la variation de déformation en fonction de la pression comme une somme pondérée, à travers l'étude de l'espace-PM, de la déformation contributive ϵ_M de chaque UHE :

$$\frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma} = \sum_M \frac{\partial \epsilon_M}{\partial \sigma}. \tag{II.1.16}$$

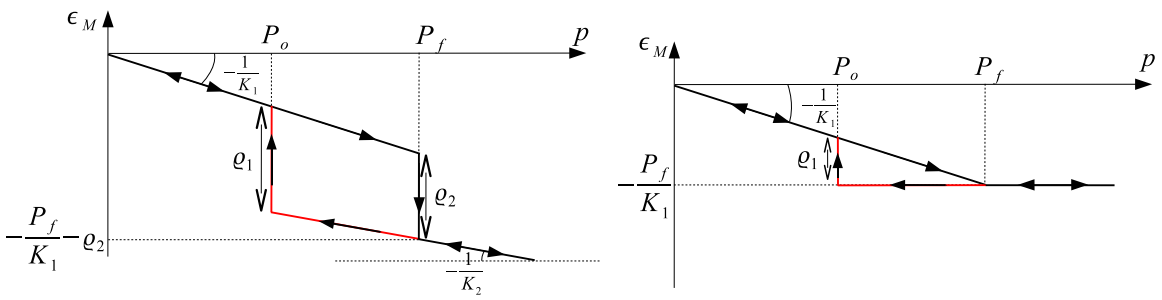
La somme sur tous les éléments de l'espace-PM peut être remplacée par une intégration sur l'espace-PM en entier :

$$\frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dP_o dP_f \frac{\partial \epsilon_M}{\partial \sigma} \rho_{PM}(P_f, P_o), \tag{II.1.17}$$

avec P_o la pression définie comme la pression nécessaire pour l'ouverture de la fissure, P_f celle nécessaire pour la fermeture et $\rho_{PM}(P_f, P_o)$ la fonction de distribution du couple (P_o, P_f) dans l'espace-PM. Cette fonction décrit le nombre d'éléments dans le rectangle de l'espace-PM défini par $(P_f, P_f + dP_f) \times (P_o, P_o + dP_o)$ et on peut donc écrire :

$$\frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma} = -\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{+\infty} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o) \frac{\partial \epsilon_M}{\partial p} = -\frac{\partial \epsilon_H}{\partial p}, \tag{II.1.18}$$

avec p la pression perturbée par l'onde ultrasonore.



(a) (b)

Figure 30 – *UHE utilisées dans le calcul de la variation de la déformation appliquée au modèle d'espace-PM : (a) élément hystérétique à deux états élastiques et (b) élément hystérétique proposé par Scalerandi et al. [120]. Dans chaque cas, un état correspond à un état ouvert et l'autre à l'état fermé avec pour chacun une pression associée (P_o et P_f).*

D'après la figure 30(a), la variation de la déformation ϵ_M pour chaque UHE dans le cas où la pression augmente ($\frac{\partial p}{\partial t} > 0$) est donnée par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \epsilon_M}{\partial p} = -\frac{1}{K_1} & \text{si l'UHE est ouverte,} \\ \frac{\partial \epsilon_M}{\partial p} = -\frac{1}{K_2} & \text{si l'UHE est fermée,} \end{cases} \tag{II.1.19}$$

où K_1 et K_2 correspondent aux modules élastiques des UHE dans les états respectivement ouvert et fermé.
En introduisant cette relation dans l'équation II.1.18, la variation de la déformation induite par toutes les UHE devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_H}{\partial p} &= -\int_{-\infty}^{p} dP_o \varrho_2 \rho_{PM}(P_o, p)\Omega - \frac{1}{K_2}\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{+\infty} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o) \\ &\quad - \left(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}\right)\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{+\infty} dP_f \; H(P_c - p)\rho_{PM}(P_f, P_o)\Omega, \end{aligned} \tag{II.1.20}$$

avec $\Omega = 1$ si l'UHE est ouverte et $\Omega = 0$ si elle est fermée et $H(P_f - p)$ la fonction d'Heaviside. Finalement, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_H}{\partial p} &= -\int_{O_2}^{p} dP_o \varrho_2 \rho_{PM}(P_o, p) - \frac{1}{K_2}\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{+\infty} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o) \\ &\quad - \left(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}\right)\int_{O_2}^{P_f} dP_o \int_{p}^{+\infty} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o), \end{aligned} \tag{II.1.21}$$

où O_2 est la coordonnée "ouverte" du point A_2 dans l'espace-PM (figure 31e). Le terme de la première intégrale double est l'inverse du module élastique lorsque toutes les UHE

sont dans l'état fermé. Le terme de la deuxième double intégrale est la modification de l'inverse du module élastique due à l'ouverture de l'UHE et le terme d'intégrale simple est la contribution qui s'ajoute à l'inverse du module élastique de l'UHE fermée à la pression p.
Lorsque la pression diminue ($\frac{\partial p}{\partial t} < 0$), de la même manière que précédemment nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \epsilon_H}{\partial p} &= -\int_p^{C_2} dP_f \varrho_1 \rho_{PM}(p, P_f) - \frac{1}{K_1}\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{+\infty} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o) \\ &\quad - \left(\frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_1}\right)\int_{-\infty}^{P_f} dP_o \int_{P_o}^{C_2} dP_f \rho_{PM}(P_f, P_o), \end{aligned} \tag{II.1.22}$$

où maintenant C_2 est la coordonnée "fermée" du point A_2 dans l'espace-PM (figure 31e). Le terme de la première intégrale double est l'inverse du module élastique lorsque toutes les UHE sont dans l'état ouvert. Le terme de la deuxième double intégrale est la modification de l'inverse du module élastique due à la fermeture de l'UHE et le terme d'intégrale simple est la contribution qui s'ajoute à l'inverse du module élastique de l'UHE ouverte à la pression p.
Dans les deux cas, pour une augmentation ou une diminution de la contrainte, les variations $\frac{\partial \epsilon_H}{\partial \sigma}$ peuvent être calculées en regardant les UHE s'ouvrant et se fermant dans l'espace-PM entre la valeur courante et l'ancienne valeur de la contrainte.
Dans le cas d'UHE ayant la forme définie sur la figure 30b, les relations suivantes peuvent être utilisées pour simplifier les équations II.1.21-II.1.22 :

$$\varrho_1 = \varrho = \frac{P_f - P_o}{K_1}, \quad \varrho_2 = 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{K_2} = 0. \tag{II.1.23}$$

Les UHE de types "triangulaire" ou "trapézoïdal" (figure 30) ont été préférées à une UHE rectangulaire "classique" (figure 28) car cette dernière ne produit que des harmoniques impaires pour une distribution $\rho_{PM}(P_f, P_o)$ uniforme [1]. Dans le but d'une étude avec un filtrage par inversion d'impulsion, présentée ultérieurement (partie II.3.1.1.2), l'UHE de forme triangulaire a été choisie. Cette forme, plus facile à implémenter que la forme trapézoïdale, décrit un comportement élastique lorsque la micro-inhomogénéité est ouverte et un comportement rigide lorsqu'elle est fermée. Cette description suit bien une certaine cohérence avec l'application expérimentale.

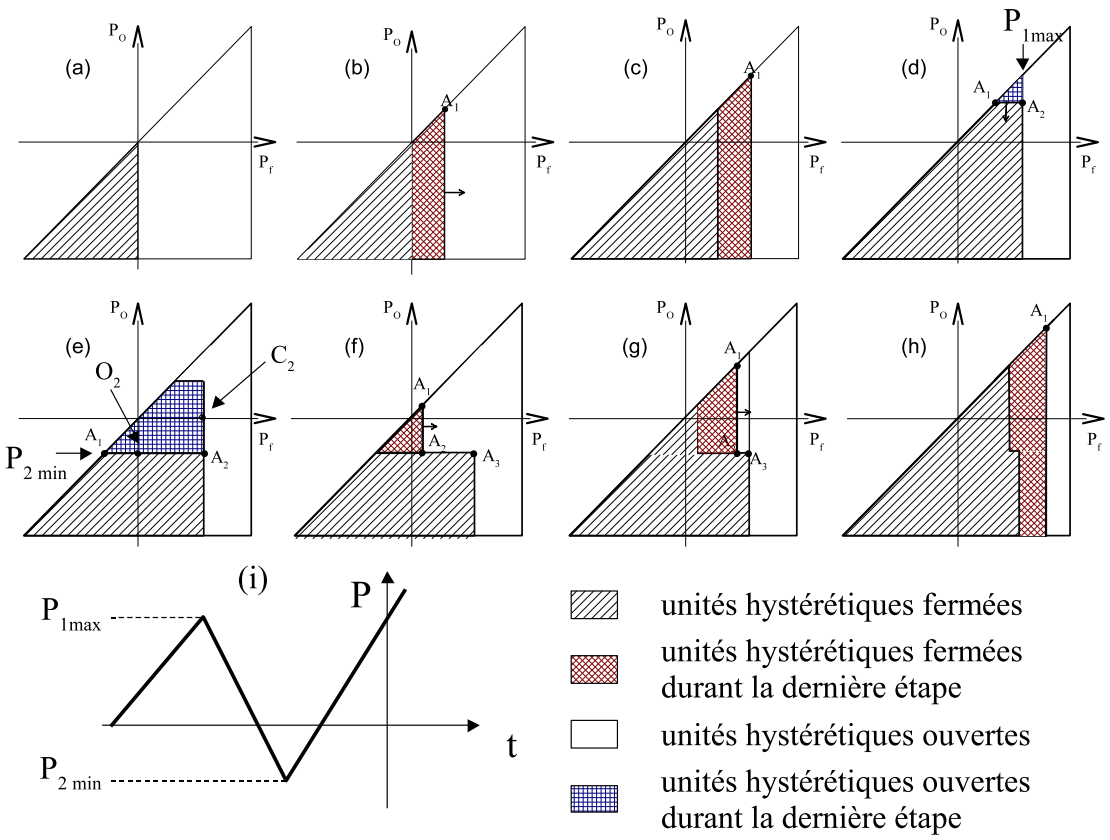


Figure 31 – *(a)-(h) Évolution du domaine de l'espace-PM durant un cycle de compression jusqu'à P_{1max} et de relaxation jusqu'à P_{2min} présenté en (i).*

1.4.2 Extension 2D de la modélisation du comportement hystérétique

Dans cette partie, l'extension à un problème bi-dimensionnel est présentée. La propagation étant définie par la variation des constantes élastiques du milieu lors de la propagation d'une onde acoustique, il a fallu introduire un comportement non linéaire non classique dans cette variation. Pour permettre ce calcul tout en gardant l'égalité de la norme des constantes élastiques, une notation de Kelvin a été utilisée [121].

1.4.2.1 Notation de Kelvin pour un solide isotrope

Nous allons tout d'abord considérer la propagation d'une onde élastique dans un milieu solide hétérogène. La loi de Newton (en sommation implicite) peut s'écrire :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \tag{II.1.24}$$

où x_j sont les composantes du vecteur de position, ρ_0 la masse volumique du milieu, v_i les composantes du vecteur de vitesse particulaire et σ_{ij} les composantes du tenseur de contraintes (figure 32).

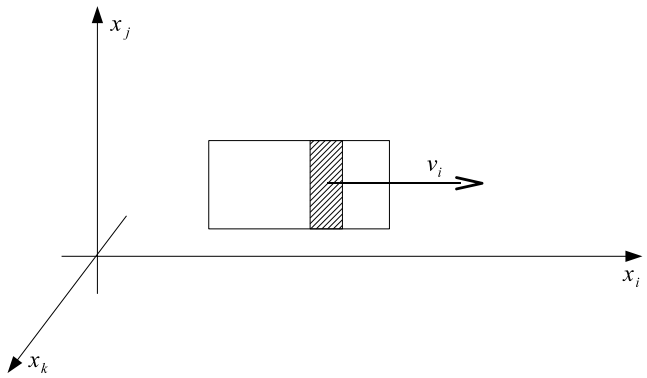


Figure 32 – *Représentation des coordonnées spatiales et de la vitesse particulaire selon la composante i.*

La relation constitutive pour un solide élastique linéaire est donnée par la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl}, \tag{II.1.25}$$

où ϵ_{kl} sont les composantes du tenseur de déformation et C_{ijkl} sont les constantes élastiques. La symétrie de la matrice des constantes élastiques rend possible la transformation à une matrice 3× 3 (notations de Voigt) des indices (Tableau 3).

Tenseur	11	22	33	23	32	13	31	12	21
Matrice	1	2	3	4	4	5	5	6	6

Tab 3 – *Transformation des indices dans la notation de Voigt.*

Dans le cas d'un solide hétérogène, la matrice des constantes élastiques en notation de Voigt $(I, J = 1, 2, ..., 6)$ est :

$$C_{IJ} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix}. \tag{II.1.26}$$

Cette notation ne conserve pas la norme correspondant à la somme des carrés des éléments du tenseur de rigidité [121], *i.e.* :

$$\sum_{I,J} C_{IJ}^2 \neq \sum_{i,j,k,l} C_{ijkl}^2. \tag{II.1.27}$$

Afin de préserver cette égalité, une normalisation légèrement différente, appelée notation de Kelvin, a été utilisée. La nouvelle matrice des constantes élastiques est alors obtenue en pré-multipliant et post-multipliant la matrice des constantes élastiques en notation de Voigt (Eq. II.1.26) par la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}. \tag{II.1.28}$$

Dans le cas d'un solide hétérogène, la matrice des constantes élastiques en notation de Kelvin est donc donnée par :

$$\tilde{C}_{IJ} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & 2C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & 2C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & 2C_{66} \end{pmatrix}. \tag{II.1.29}$$

Grâce à cette nouvelle notation, qui préserve la norme, les vecteurs propres $\tilde{\epsilon}^{(k)}$ et les valeurs propres associées $\Lambda^{(k)}$ de cette matrice sont géométriquement significatifs. En effet, d'après Helbig *et al.* [122], les valeurs propres de la matrice en notation de Kelvin $\tilde{C}$ peuvent être appelées "rigidités propres" et les vecteurs propres "tenseurs propres". Ces vecteurs propres représentent les directions pour lesquelles les contraintes appliquées et les directions de déformations sont identiques. Finalement, la matrice des coefficients élastiques en notation de Voigt, permettant d'être incluse dans l'équation II.1.25, peut être retrouvée par :

$$C_{IJ} = \sum_k \Lambda^{(k)} \tilde{\epsilon}^{(k)} \tilde{\epsilon}^{(k)^T}, \tag{II.1.30}$$

appelée matrice des coefficients élastiques modifiés. Il est alors possible de définir un espace de Preisach-Mayergoysz "scalaire" pour chacune de ces six directions privilégiées.
La détermination des vecteurs propres et des valeurs propres associées, dans le cas général décrit dans cette partie, n'a pas été possible numériquement. C'est pour cela que l'application à un solide isotrope transverse a été choisie.

1.4.2.2 Cas d'un solide isotrope transverse

Dans cette partie, nous allons appliquer la notation de Kelvin à un cas bi-dimensionnel de propagation dans un solide isotropique transverse. Dans un tel solide, la propagation des ondes transverses planes orientées verticalement peut être découplée de la propagation

des ondes transverses orientées horizontalement et la relation entre la contrainte et la déformation est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xz} \end{pmatrix}. \tag{II.1.31}$$

La matrice des constantes élastiques associées en notation de Kelvin est donc donnée par :

$$\tilde{C}_{IJ} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 2C_{44} \end{pmatrix}. \tag{II.1.32}$$

Il est donc maintenant possible, en utilisant ces notations, de déterminer les 3 vecteurs propres qui seront définis comme les déformations propres et qui nous donnerons les directions privilégiées.

$$\tilde{\epsilon}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{1+X_1^2}} \begin{pmatrix} X_1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\epsilon}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{1+X_2^2}} \begin{pmatrix} X_2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\epsilon}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{II.1.33}$$

en posant

$$X_1 = -\frac{1}{C_{13}} \left(\frac{C_{33}}{2} - \frac{C_{11}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{C_{33}^2 - 2C_{11}C_{33} + C_{11}^2 + 4C_{13}^2} \right), \tag{II.1.34}$$

et

$$X_2 = -\frac{1}{C_{13}} \left(\frac{C_{33}}{2} - \frac{C_{11}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{C_{33}^2 - 2C_{11}C_{33} + C_{11}^2 + 4C_{13}^2} \right). \tag{II.1.35}$$

Les 3 valeurs propres associées à ces 3 directions sont respectivement :

$$\Lambda^{(1)} = \frac{C_{33}}{2} + \frac{C_{11}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{C_{33}^2 - 2C_{11}C_{33} + C_{11}^2 + 4C_{13}^2}, \tag{II.1.36}$$

$$\Lambda^{(2)} = \frac{C_{33}}{2} + \frac{C_{11}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{C_{33}^2 - 2C_{11}C_{33} + C_{11}^2 + 4C_{13}^2}, \tag{II.1.37}$$

$$\Lambda^{(3)} = 2C_{44}. \tag{II.1.38}$$

En se basant sur ces notations et sur les vecteurs propres et leur valeur propre associée, les étapes de calcul sont ensuite les suivantes :

– Calcul du vecteur de contrainte associée en notation de Kelvin :

$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz}\sqrt{2} \end{pmatrix}; \tag{II.1.39}$$

– Calcul des projections de la contrainte selon les 3 directions privilégiées :

$$\tilde{\sigma}^{(1)} = \frac{X_1}{\sqrt{1+X_1^2}}\sigma_{xx} + \frac{1}{\sqrt{1+X_1^2}}\sigma_{zz}, \tilde{\sigma}^{(2)} = \frac{X_2}{\sqrt{1+X_2^2}}\sigma_{xx} + \frac{1}{\sqrt{1+X_2^2}}\sigma_{zz}, \tilde{\sigma}^{(3)} = \sigma_{xz}\sqrt{2}; \tag{II.1.40}$$

– Chaque valeur associée va être modifiée en utilisant un modèle d'espace-PM scalaire :

$$E^{(1)} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \varrho_1 \frac{\partial \tilde{\epsilon}_H^{(1)}}{\partial \tilde{\sigma}^{(1)}}}, E^{(2)} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_2} + \varrho_2 \frac{\partial \tilde{\epsilon}_H^{(2)}}{\partial \tilde{\sigma}^{(2)}}} \text{ et } E^{(3)} = \frac{1}{\frac{1}{2C_{44}} + \varrho_3 \frac{\partial \tilde{\epsilon}_H^{(3)}}{\partial \tilde{\sigma}^{(3)}}}. \tag{II.1.41}$$

– Les constantes élastiques sont alors calculées d'après la relation II.1.30 *i.e* :

$$C_{IJ} = \begin{pmatrix} E^{(1)} \frac{X_1^2}{1+X_1^2} + E^{(2)} \frac{X_2^2}{1+X_2^2} & E^{(1)} \frac{X_1}{1+X_1^2} + E^{(2)} \frac{X_2}{1+X_2^2} & 0 \\ E^{(1)} \frac{X_1}{1+X_1^2} + E^{(2)} \frac{X_2}{1+X_2^2} & E^{(1)} \frac{1}{1+X_1^2} + E^{(2)} \frac{1}{1+X_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E^{(3)}}{2} \end{pmatrix}. \tag{II.1.42}$$

Dans cette procédure, une anisotropie induite par les effets non linéaires peut apparaître. Si ces effets peuvent être considérés comme faibles, le vecteur des déformations propres peut être considéré constant par rapport à la propagation.

L'algorithme pseudo-spectral alors développé pour simuler la propagation non linéaire d'une onde acoustique dans un milieu fissuré va donc être utilisé pour étudier les méthodes de détection de propriétés non linéaires non classiques. La description théorique d'un milieu fissuré à travers la modélisation multi-échelle a permis de révéler une nonlinéarité importante directement liée au comportement particulier de la fissure. Il sera alors intéressant d'étudier l'apparition d'un tel phénomène lors des applications expérimentales.

Chapitre 2

Méthode de localisation d'une zone dégradée

Le but de ce chapitre est de présenter une méthode permettant de localiser dans un échantillon une zone fissurée. Dans un premier temps, l'étude se limitera, d'un point de vue expérimental, à des fissures supposées localisées à la surface de l'échantillon. L'idée que nous avons développée au cours de cette deuxième partie de travail de thèse a été de combiner le retournement temporel acoustique, développé par l'équipe de Matthias Fink au LOA, avec le traitement non linéaire basé sur l'interaction paramétrique des ondes.

2.1 Focalisation des ondes ultrasonores par retournement temporel acoustique

2.1.1 Principe du retournement temporel acoustique

Le principe de focalisation des ondes par retournement temporel repose sur l'invariance par renversement du temps de l'équation de propagation des ondes acoustiques dans un milieu non dissipatif [123, 124] :

$$\vec{\nabla}.\left(\frac{\vec{\nabla}p(\vec{u},t)}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho c_0^2}\frac{\partial^2 p(\vec{u},t)}{\partial t^2} = 0, \tag{II.2.1}$$

avec $p(\vec{u},t)$ la pression acoustique de l'onde ultrasonore, ρ la masse volumique du milieu, c_0 la célérité de l'onde ultrasonore dans le milieu et t le temps. On remarque que l'on a une dépendance temporelle au second ordre ($\frac{\partial^2}{\partial t^2}$). Cette propriété de dépendance est à l'origine du principe de retournement temporel. Cette invariance signifie que lorsqu'un champ de pression acoustique $p(\vec{u},t)$ est solution de l'équation, $p(\vec{u},-t)$ est également

solution. Cette onde a une forme similaire à la première mais se propage en direction inverse, comme si le temps s'écoulait à l'envers.
L'intérêt de ce principe peut être développé comme suit : une source ponctuelle génère une onde sphérique et divergente $p(\vec{u}, t)$. L'onde temporellement retournée $p(\vec{u}, -t)$ correspond alors exactement à l'onde qui parcourrait à l'envers le chemin suivi par l'onde divergente. Cette onde a donc pour propriété fondamentale d'être convergente vers le point d'émission initial et ce quelque soit la complexité du milieu de propagation considéré tant qu'il peut être modélisé par l'équation II.2.1. En particulier, l'ajout d'un terme dissipatif ($\frac{\partial}{\partial t}$) briserait la symétrie de cette invariance par rapport au temps.
La technique de retournement a donc pour but d'émettre une onde retournée temporellement $p(\vec{u}, -t)$ dans un milieu à partir de la connaissance de l'onde émise $p(\vec{u}, t)$. Ceci est moins simple qu'il n'y paraît et plusieurs problèmes sont directement liés à ce principe. Le premier problème vient de la causalité du signal retourné. En effet, pour que ce signal ait un sens physique, il est nécessaire de considérer des signaux finis : il existe un temps t_0 tel que $p(\vec{u}, t) = 0$ pour $t > t_0$. De cette façon, le champ $p(\vec{u}, t_0 - t)$ est causal et il a un sens physique.
Le deuxième problème porte sur la réception et la génération d'une onde sphérique dans un milieu. Il est difficile de recevoir et émettre une onde dans le volume complet, puisque cela nécessiterait la présence d'un très grand nombre de transducteurs sur un angle solide de 4π, même avec un échantillonnage spatial de $\lambda/2$. Des techniques particulières ont alors été développées au sein du LOA, notamment la cavité à retournement temporel [125, 126] et le miroir à retournement temporel [86, 127].

- Le concept de cavité à retournement temporel [125], basé sur le principe de Huygens, consiste à tapisser une surface autour du volume d'étude avec des transducteurs fonctionnant en émission-réception.
  La réception d'une onde sphérique s'étant propagée dans le volume d'étude est réalisée sur la surface avec chaque transducteur. L'émission du signal temporellement retourné est faite simultanément avec chaque transducteur. Du fait du principe d'Huygens, l'onde alors créée va focaliser à la position du point source initial. Toutefois, même après réduction du nombre de transducteurs à utiliser, le dispositif expérimental reste difficilement réalisable en pratique : le nombre de transducteurs nécessaire peut être très grand et, dans certain cas, il n'est pas possible d'entourer entièrement le volume d'étude.
- C'est pour cette raison que le développement des miroirs à retournement temporel (MRT) a été effectué [86, 125, 126]. Les miroirs à retournement temporel utilisent des barrettes de transducteurs ultrasonores classiques. Le protocole de focalisation par retournement temporel reste le même que celui de la cavité à retournement temporel. Si la diminution de l'ouverture angulaire permet la réalisation pratique de tels miroirs, elle en est également la principale limitation. Tandis que la cavité perçoit l'onde acoustique divergente pendant la première phase, le miroir enregistre l'onde sur l'ouverture finie du réseau de transducteurs, ce qui induit inévitablement une perte d'information. Toutefois, cette perte d'information spatiale est compensée par une augmentation de l'information temporelle : avec les miroirs à retournement temporel, le signal reçu va être l'association de toutes les réflexions dans l'échantillon. Ces réflexions constituent alors des sources virtuelles du signal et remplacent

la cavité. Lors de la phase de réémission, seule une partie de l'onde peut être temporellement retournée et la qualité de focalisation se trouve diminuée.

L'utilisation du principe du retournement temporel et plus particulièrement des miroirs à retournement temporel s'est développée, depuis quelques années, dans plusieurs domaines d'application. Dans le domaine médical, les calculs rénaux (lithotriteur) sont cassés par des ultrasons de forte puissance focalisés à l'aide d'un miroir à retournement temporel [128]. Par ailleurs, le retournement temporel permet de traiter les tumeurs du cerveau par hyperthermie à travers le crâne humain de manière non invasive [129, 130]. Dans le domaine industriel, une des applications est le développement d'un outil de contrôle non destructif de billettes de Titane [131–133].
Il est également intéressant d'observer que le théorème de réciprocité [113, 134] est applicable au principe du retournement temporel [123]. Il peut être noté que lorsque la propagation non linéaire d'une onde crée un saut d'entropie alors l'invariance par rapport au temps et la réciprocité du retournement temporel sont brisées [135].
Le théorème de réciprocité indique que les positions du point source et de l'observateur peuvent être inversées sans altérer la pression acoustique observée. Il est valide dans un milieu homogène autant que dans un milieu inhomogène absorbant. Cette réciprocité va nous permettre de réaliser le retournement temporel en focalisant sur le point de mesure. Dans le cas expérimental présenté ci-après, l'émission est réalisée à l'aide d'un transducteur piezo-électrique et les mesures de vitesses à la surface de l'échantillon avec un vibromètre laser. La réciprocité va alors nous permettre de rétrofocaliser l'onde acoustique temporellement retournée au point de mesure en utilisant le même transducteur d'émission. Ceci est directement lié à l'utilisation d'un échantillon réverbérant permettant de créer un filtre adapté spatialement et temporellement.

2.1.2 Limites du retournement temporel

Dans cette partie, il s'agit d'exposer succinctement les limites liées à la technique de retournement temporel relevées dans les différents travaux publiés [136], que ce soit dans les expériences de multidiffusion, d'acoustique sous-marine ou d'hyperthermie.
Tout d'abord, afin de réaliser une expérience de retournement temporel, le milieu de propagation doit être stationnaire, c'est-à-dire que la phase de réémission doit se dérouler dans les mêmes conditions que la phase d'enregistrement. Afin d'obtenir une focalisation optimale par retournement temporel, deux propriétés doivent être de plus vérifiées :

1. Il doit y avoir réciprocité spatiale entre les transducteurs, c'est-à-dire que le champ de pression créé par le transducteur 1 sur le transducteur 2 doit être le même que celui créé par le transducteur 2 sur le transducteur 1. Cette propriété n'est pas vérifiée dans les milieux en mouvement mais elle est vérifiée dans le cas de notre étude.
2. L'énergie acoustique doit être conservée.

Au cours des travaux qui seront présentés, les expériences ont été réalisées dans des milieux dissipatifs, mais la robustesse du retournement temporel sera étudiée et l'observation

montrera malgré tout une augmentation du niveau de contrainte et une reconstruction cohérente du train d'onde.

2.2 Combinaison du retournement temporel avec l'acoustique non linéaire

Les différentes recherches réalisées sur les techniques de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires ont permis de souligner deux principes importants :

- les signatures non linéaires les plus importantes observées à l'échelle macroscopique (échantillon) proviennent de zones fissurées où les relations micro-mécaniques de contrainte-déformation sont non linéaires ;
- les signatures non linéaires les plus importantes sont produites à l'endroit où le niveau de contrainte dans l'échantillon est le plus important.

Ces deux principes peuvent être employés comme point de départ de nouvelles techniques de visualisation de micro-fissures par mesures de propriétés non linéaires. Le problème important qui apparaît vient du fait qu'il est nécessaire de réaliser des mesures "focalisées". C'est pourquoi il est paru intéressant d'utiliser le retournement temporel (**TR** pour Time Reversal) comme outil de focalisation et de le combiner avec une technique de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires (**NEWS** pour Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy).

2.2.1 Principe de rétrofocalisation sur une source de nonlinéarité

Le principe de retournement temporel permet donc de focaliser des ondes acoustiques temporellement retournées sur les sources ou les inhomogénéités à l'intérieur du volume d'étude qui peuvent être assimilées à des sources virtuelles secondaires. Un des avantages du retournement temporel est qu'il permet de localiser des inhomogénéités fortes (des vides ou des interfaces ayant un fort contraste d'impédance avec le milieu de propagation) qui sont à l'intérieur du volume d'étude. Pour des inhomogénéités plus faibles telles que des zones de micro-fissures, des liaisons affaiblies entre grains ou des défauts minuscules par rapport à la longueur d'onde, la sensibilité du retournement temporel s'avère être faible. La raison principale réside dans le fait que le principe de retournement temporel utilisé dans ces applications est basé sur l'inversion du temps et est fondé sur les changements de propagation des ondes dues à des inhomogénéités linéaires telles que la réflexion, la réfraction, la diffusion ou la conversion de mode, ou dues à une nonlinéarité classique dans un matériau homogène [135]. Ainsi, le procédé classique de retournement temporel doit être adapté de telle manière qu'il soit réalisé "linéairement" sur les composantes non linéaires (harmoniques) du signal propagé dans le matériau. Il est ainsi nécessaire de sélectionner, en filtrant, uniquement la signature non linéaire (les harmoniques ou les

produits d'intermodulation) contenue dans les signaux reçus et de renvoyer cette partie retournée dans le milieu. De ce fait, le signal non linéaire temporellement retourné focalisera notamment sur la zone où des harmoniques ont été créées, c'est-à-dire la zone où se trouvent les micro-fissures, alors que les inhomogénéités linéaires (source) n'apparaîtront plus.
Le concept de fusionner les avantages des techniques de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires NEWS et le retournement temporel TR, comme outil de focalisation, possède un grand potentiel dans la localisation de sources ultrasonores non linéaires et donc un avenir important dans le domaine du contrôle non destructif. Il est le sujet de nombreuses études depuis quatre ans, non seulement d'un point de vue expérimental mais également d'un point de vue numérique [43, 93–98, 137–140].

2.2.2 Pré-traitement ou post-traitement non linéaire appliqué au retournement temporel

Le retournement temporel et la Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires peuvent être combinés de deux manières différentes [5, 93, 94] (figure 33) :

- **la Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires peut être utilisée comme pré-traitement du retournement temporel** (partie de gauche sur la figure 33). Dans cette combinaison, le traitement non linéaire, qui équivaut à un filtrage du signal reçu dans le but d'éliminer les composantes linéaires, est réalisé en premier. Le signal filtré alors obtenu est temporellement retourné et renvoyé dans l'échantillon. D'après le principe du retournement temporel, le signal renvoyé focalise sur la source de nonlinéarité. Cette combinaison a été appelée NEWS-TR puisque l'outil retournement temporel révèle la source de nonlinéarité.
- **la Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires peut être utilisée comme post-traitement du retournement temporel** (partie de droite sur la figure 33). Dans ce concept, le principe de réciprocité, présenté dans la partie II.2.1.1, est utilisé. Une augmentation localisée de la contrainte est obtenue au niveau du point de rétrofocalisation. Il va donc ensuite être judicieux de réaliser une analyse non linéaire sur ce même point de mesure. Cette combinaison porte le nom de TR-NEWS puisque l'analyse non linéaire NEWS s'opère après l'utilisation de l'outil de retournement temporel.

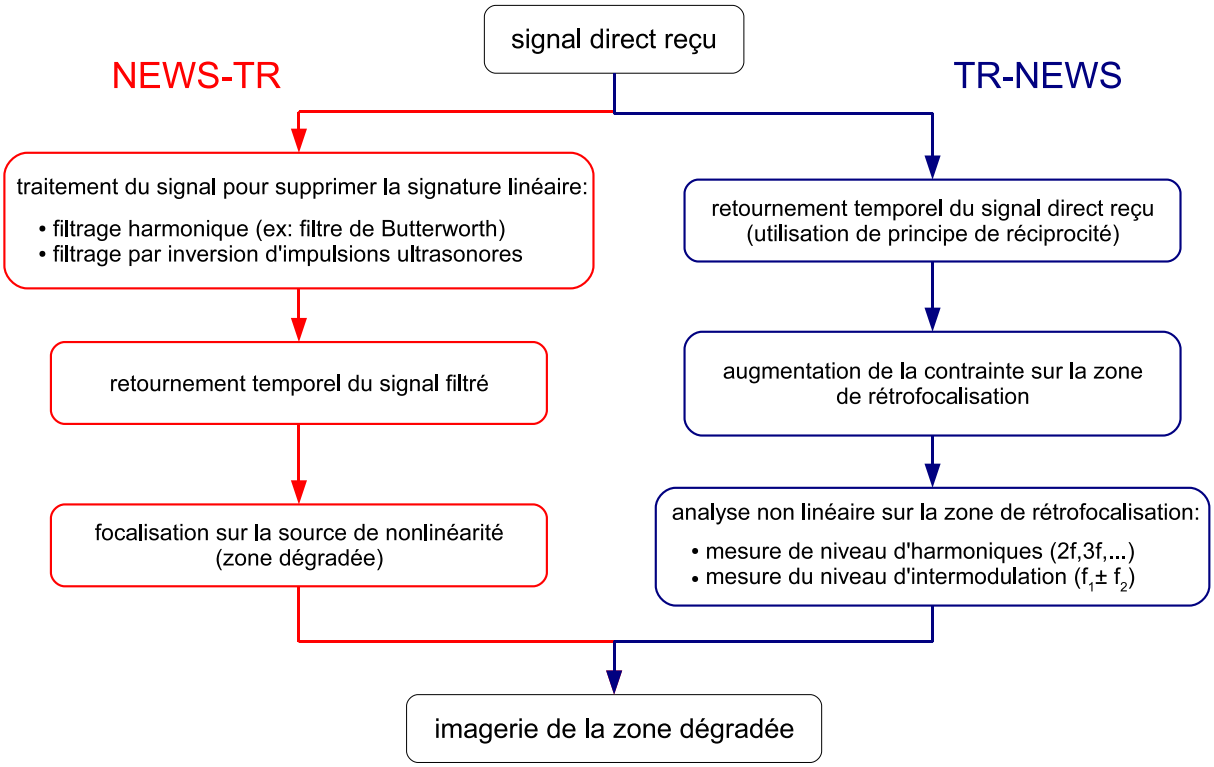


Figure 33 – *Représentation des deux combinaisons entre les techniques de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires et le retournement temporel : pré-traitement non linéaire (NEWS-TR) et post-traitement non linéaire (TR-NEWS).*

2.3 Dispositif expérimental associé à NEWS-TR et TR-NEWS

Une méthode d'interaction paramétrique entre deux ondes de fréquence proche (partie I) a été choisie comme technique de Spectroscopie d'Ondes Élastiques Non Linéaires pour limiter les nonlinéarités dues aux appareils électriques ou aux transducteurs d'émission [33,62]. Pour cela, deux transducteurs sont placés en contact sur l'échantillon à l'aide de salicylate de phényle (salol). Le premier transducteur est excité par un train d'ondes de fréquence f_1 grâce à un générateur Agilent 33250A piloté par un ordinateur *via* une liaison GPIB et délivrant un signal passant à travers un amplificateur. Un deuxième transducteur est excité par un train d'ondes de fréquence f_2 émis par un deuxième générateur Agilent 33250A, également piloté par ordinateur, à travers un amplificateur. Les générateurs d'émission vont également permettre la réémission du signal retourné à travers chaque transducteur. Dans le but de garantir l'exacte synchronisation entre les ondes retournées temporellement, les deux générateurs sont pilotés en déclenchement par un troisième générateur externe Agilent 33220A. La vitesse à la surface de l'échantillon est mesurée à l'aide d'un vibromètre laser Polytec OFV-505. Le signal est enregistré avec un oscilloscope LeCroy WaveRunner 6050A (8 bits, 5 GHz de fréquence d'échantillonnage maximale). Ce dispositif expérimental est utilisé pour les deux méthodes développées,

NEWS-TR et TR-NEWS. Les caractéristiques du matériel utilisé ainsi que les fréquences d'utilisation des transducteurs seront présentées pour chaque expérience dans un tableau récapitulatif.

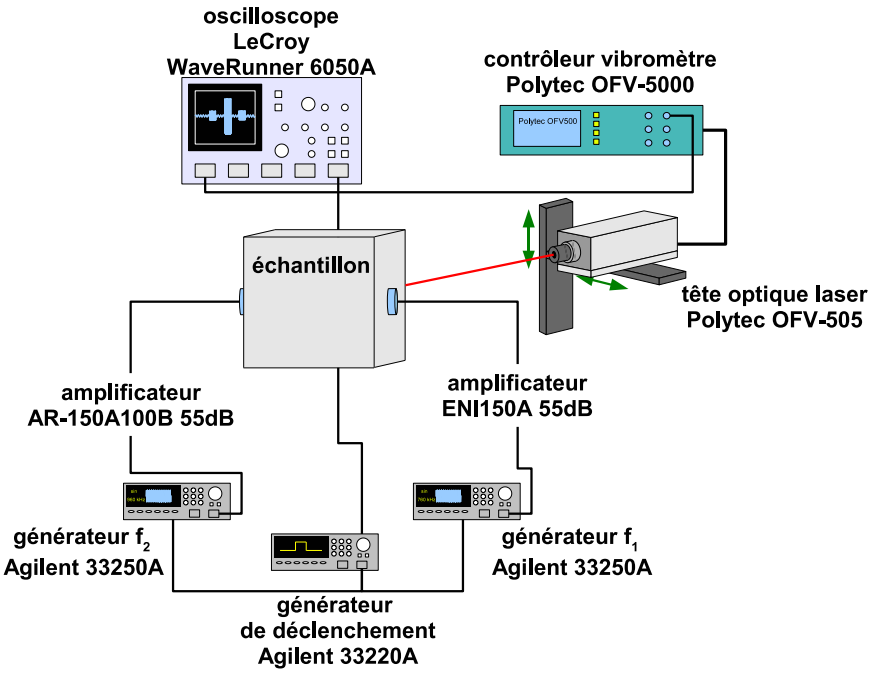


Figure 34 – *Dispositif expérimental des expériences TR-NEWS et NEWS-TR par interaction paramétrique avec deux ondes acoustiques.*

La conception d'un tel dispositif expérimental a mis à jour plusieurs difficultés :

- le nombre limité de transducteurs : le nombre d'amplificateurs et de générateurs disponibles au laboratoire a limité le nombre de transducteurs utilisables pour réaliser l'émission et la réémission des ondes acoustiques dans l'échantillon ;
- le nombre de points temporels du signal acquis a été limité par l'utilisation de générateurs (Agilent 33250A) de fonctions arbitraires de 64000 points maximum. Il a donc fallu faire un compromis entre échantillonnage temporel et nombre de points du signal à retourner ;
- la fréquence des signaux émis dans l'échantillon a été limitée par l'utilisation d'un vibromètre laser Polytec dont le module de démodulation en vitesse possède une fréquence de coupure de 1,5 MHz.

Chapitre 3

Retournement temporel avec un pré-traitement non linéaire : NEWS-TR

Dans cette combinaison, comme nous l'avons décrit précédemment, le traitement non linéaire des signaux est réalisé avant le retournement temporel. Le signal reçu après propagation dans un échantillon fissuré est filtré dans le but de ne garder que la signature non linéaire (harmoniques ou composantes d'intermodulation), temporellement retournée et renvoyée dans l'échantillon. D'après le principe du retournement temporel, le signal renvoyé focalise sur la source de nonlinéarité c'est-à-dire le défaut dans notre cas.
Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés aux deux techniques différentes utilisées pour extraire les composantes non linéaires du signal reçu : le filtrage harmonique et l'inversion d'impulsions ultrasonores. Ensuite, une étude numérique sur la comparaison de ces deux méthodes de filtrage réalisée à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral bidimensionnel sera présentée [95]. L'application de cette technique de détection de défaut à un échantillon fissuré sera présentée par la suite d'un point de vue numérique à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral tri-dimensionnel [97], puis d'un point de vue expérimental.

3.1 Traitements non linéaires des signaux

Dans cette partie, les différentes méthodes d'extraction des composantes non linéaires vont être présentées : filtrage harmonique de type Butterworth et inversion d'impulsions ultrasonores. Une étude numérique permettra de quantifier les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

3.1.1 Les méthodes de filtrage numérique

Dans le but d'extraire les composantes non linéaires, que ce soient les composantes harmoniques ou d'intermodulation, un filtrage numérique est utilisé sur les données issues du code pour la propagation du signal dans l'échantillon. L'étude de deux types de filtrage, filtrage harmonique de type Butterworth et filtrage par inversion d'impulsions, a été réalisée à l'aide du code de propagation bi-dimensionnel (chapitre II.1.4) dans le but de montrer les avantages et les inconvénients de ces filtres pour une application expérimentale donnée [95, 96].

3.1.1.1 Filtrage harmonique

Le filtrage numérique utilisé est un filtre de Butterworth du quatrième ordre. Ce filtre, linéaire, est conçu pour posséder un gain constant dans sa bande passante. La décroissance de ce filtre dans la bande de coupure est de -20 dB/décade pour un filtre de premier ordre et de -80 dB/décade pour un filtre du quatrième ordre (figure 35).
La fonction de transfert normalisée d'un filtre de Butterworth peut être écrite sous la forme suivante :

$$H_n(s) = \frac{1}{B_n(s)}, \tag{II.3.1}$$

où $B_n(s)$ est un polynôme de degré n qui, à l'ordre quatre, est égal à :

$$B_n(s) = \left(s^2 + 0,7654s + 1\right)\left(s^2 + 1,8478s + 1\right). \tag{II.3.2}$$

Le filtre de Butterworth possède l'avantage d'être le seul filtre ayant la même forme pour tous les ordres (mise à part une pente différente dans la bande de coupure). Par comparaison avec les filtres de Tchebychev ou elliptiques, les filtres de Butterworth ont une pente dans la bande de coupure plus faible, ce qui implique d'utiliser un ordre plus important. En revanche, le gain est nettement plus constant dans la bande passante.
Notre choix s'est porté sur ce type de filtre, passe haut ($f_c = 300$ kHz) car son utilisation sur des signaux temporels enregistrés expérimentalement est courante.

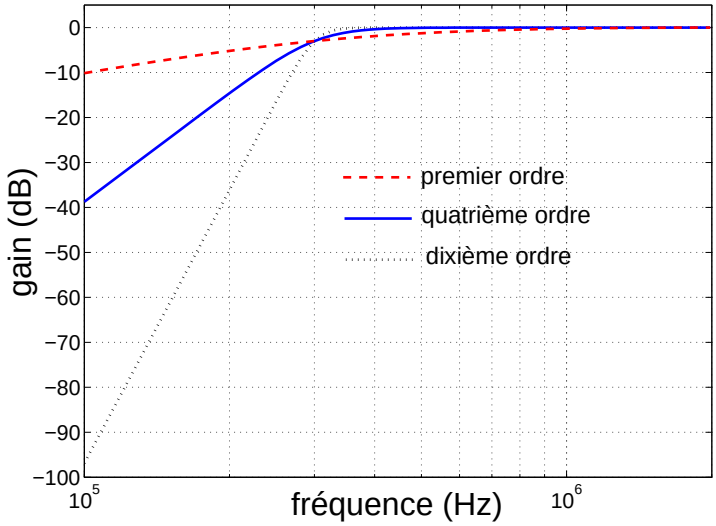


Figure 35 – *Gain du filtre Butterworth utilisé. Filtre passe-haut dont la fréquence de coupure est $f_c = 300$ kHz avec trois ordres différents : premier ordre (rouge, tirets), quatrième ordre (bleu, plein) et dixième ordre (noir, pointillés).*

3.1.1.2 Inversion d'impulsions ultrasonores

Dans le but de limiter les artefacts induits par la réponse d'un filtre harmonique numérique de type Butterworth, une méthode alternative de filtrage utilisant les propriétés de symétrie en traitement du signal a été utilisée. Cette méthode s'inscrit dans une démarche désormais courante en acoustique [141] consistant à utiliser l'analyse systématique des symétries des équations non linéaires en s'appuyant sur la théorie des groupes continus [142]. L'utilisation de l'analyse des symétries et d'une méthode de pseudo-séparation des variables peut permettre de mettre en exergue des conditions particulières d'excitation [143, 144].
Afin d'extraire la nonlinéarité tout en supprimant la composante linéaire, l'analyse des symétries montre que l'inversion d'impulsions ultrasonores semble tout à fait implémentable expérimentalement. Cette opération, présentée par Simpson *et al.* [145] et souvent utilisée en imagerie ultrasonore biomédicale, est appelée filtrage par séquences d'impulsions codées en phase ("phase-coded pulse-sequence (PC-PS)") ou par inversion d'impulsions ultrasonores (Pulse Inversion (PI)). Elle permet de ne récupérer que les harmoniques paires.
Cette méthode de filtrage est basée sur le fait que l'inversion de phase d'un signal impulsionnel (décalage en phase de 180 °) conduira à l'inversion de phase de la réponse obtenue après propagation dans un milieu linéaire (figure 36), ce qui n'est pas le cas dans un milieu non linéaire du fait de la génération d'harmoniques.
Considérons le premier écho reçu après la propagation dans un milieu non linéaire dont la réponse à une impulsion positive de pression acoustique $p_1(t)$ s'écrit :

$$e_1(t) = N_1 p_1(t) + N_2 p_1^2(t) + o\left(p_1^n(t)\right), \tag{II.3.3}$$

où N_1 est le coefficient linéaire et N_2 le coefficient non linéaire du second ordre. Pour une impulsion négative $p_2(t) = -p_1(t)$, l'écho reçu peut s'écrire :

$$e_2(t) = N_1 p_2(t) + N_2 p_2^2(t) + o\left(p_2^n(t)\right). \tag{II.3.4}$$

Comme le milieu de propagation est identique pour la propagation de l'impulsion $p_1(t)$ et $p_2(t)$ (N_1 et N_2 sont constants), l'expression de $e_2(t)$ devient :

$$e_2(t) = -N_1 p_1(t) + N_2 p_1^2(t) + o\left((-1)^n p_1^n(t)\right). \tag{II.3.5}$$

On peut alors remarquer qu'en ajoutant ces deux échos (ligne 3 figure 36), on obtient :

$$\boxed{\boxed{e_1(t) + e_2(t) = 2N_2 p_1^2(t) + o\left(p_1^{2n+1}(t)\right)}}. \tag{II.3.6}$$

Cette somme nous permet d'obtenir les harmoniques paires après la propagation de deux impulsions de polarité différente dans un milieu non linéaire.

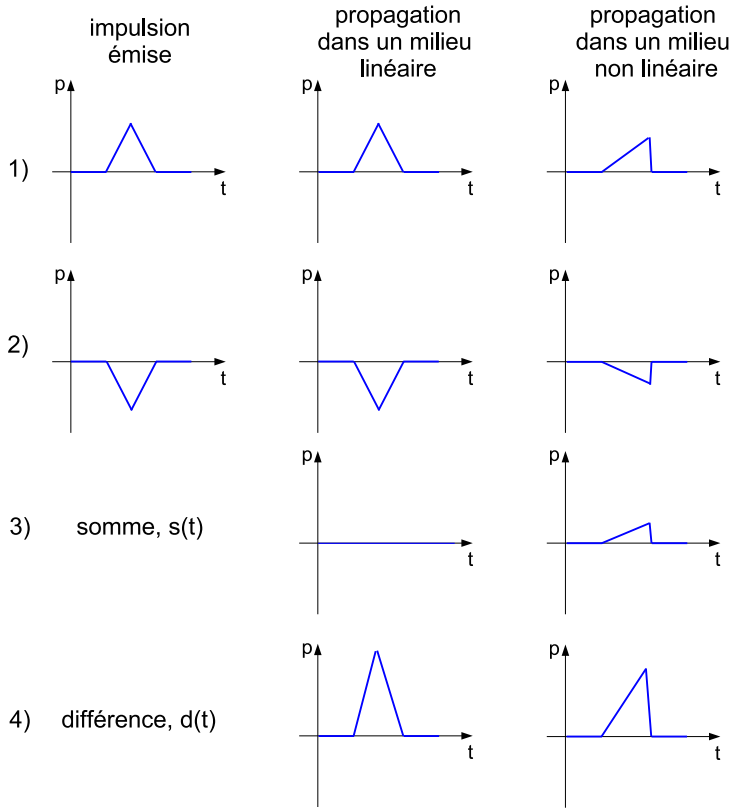


Figure 36 – *Principe de filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores : (1) une impulsion est transmise, les propagations dans un milieu linéaire et dans un milieu non linéaire sont représentées ;(2) l'inverse de la première impulsion est transmise par le même transducteur, les propagations dans les mêmes milieux linéaire et non linéaire que précédemment sont représentées ; (3) les signaux reçus sont sommés ; (4) les signaux reçus sont soustraits. La somme $s(t)$ est non nulle uniquement dans le cas d'une propagation dans un milieu non linéaire.*

3.1.2 Comparaison numérique des méthodes de filtrage

Dans le but d'une application expérimentale de ces deux méthodes de filtrage, une étude numérique a été menée pour les comparer [95, 96]. Le domaine de simulation et les paramètres d'excitation vont être décrits dans la première partie. Ensuite, les résultats obtenus pour des simulations de la méthode NEWS-TR seront développés dans le cas des deux méthodes de filtrage. Deux différentes signatures non linéaires sont testées, à savoir la génération d'harmonique et le spectre d'intermodulation résultant de l'interaction paramétrique entre deux ondes de fréquences proches (partie I.2.1.2.2).

3.1.2.1 Validation du code de propagation par l'étude du retournement temporel linéaire

Dans un premier temps, il a fallu valider le bon fonctionnement du code de propagation numérique 2D avec le principe de retournement temporel. Pour cela, nous avons décidé de réaliser l'expérience de retournement temporel classique afin de vérifier que le signal rétrofocalisait, dans ce cas, correctement sur la position de la source.

Paramètres de simulation

La figure 37 représente la géométrie et les propriétés physiques du domaine bi-dimensionnel de simulation utilisé pour la réalisation des expériences virtuelles de retournement temporel et d'analyse non linéaire. Ce domaine de simulation représente un échantillon d'aluminium (300 mm × 500 mm) qui a permis de faire valider, par le consortium AERONEWS, le code de propagation devant les partenaires proposant d'autres codes numériques (Polytecnico di Torino (LISA), Université de Louvain (EFIT) et Université de Cranfield (EF)). La grille de simulation a une dimension de 256 × 128 points et la zone de propagation 200 × 112 points (incréments spatiaux $dx = dz = 2,5$ mm/points). Les conditions aux limites sont réalisées de telle manière que la réflexion soit totale aux interfaces simulant ainsi l'échantillon dans l'air. Une source de dimension 4 × 20 points est placée dans le domaine. La forme du signal émis $e(x, z, t)$ a été choisie par le consortium AERONEWS dans le but de comparer les différentes simulations de chaque groupe, *i.e* :

$$e(x,z,t) = \pm p_0 \cdot \sin\left(2\pi f_c t\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\chi}\right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{s_\chi}\right)^2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_s}{\chi_x}\right)^2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_s}{\chi_z}\right)^2}, \quad \text{(II.3.7)}$$

où f_c est la fréquence centrale de l'onde émise, p_0 la pression acoustique initiale, χ et s_χ les coefficients d'apodisation temporelle, χ_x et χ_z les coefficients d'apodisation spatiale suivant x et z et enfin x_s et z_s les coordonnées du centre de la source suivant x et z.
Les récepteurs, représentés sur la figure 37, sont composés de 4 lignes de 112 points de mesures. Afin d'étudier l'influence de la taille du récepteur, différentes simulations ont été réalisées avec les longueurs suivantes : 112 points (300 mm), 66 points (165 mm) et 20 points (50 mm). Les zones de défaut de 3 × 3 points (carrés sur la figure 37) ont un comportement non linéaire hystérétique (partie II.1.4.1). Le reste de l'échantillon est linéaire. Les caractéristiques de simulation sont présentées dans le tableau 4. Six différentes positions de défauts sont définies pour étudier leur influence sur la qualité de rétrofocalisation.

Excitation	Matrice linéaire	Inclusion Hystérétique (3 × 3 points)
$f_c = 200$ kHz $p_0 = 50$ kPa $\chi = 2/f_c$	$E = 70$ GPa $\rho_0 = 2700$ kg·m^{-3} $\nu = 0.33$	Forme hystérétique triangulaire (figure 30b) Saut de déformation $\varrho_1 = 1 \cdot 10^{-3}$
$s_\chi = 3/f_c$	$C_{11} = C_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	Pourcentage d'UHE initialement ouvertes :25%
$\chi_x = 0.15$ $\chi_z = 0.75$	$C_{44} = \frac{E}{2(1+\nu)}$	Pourcentage d'UHE initialement fermées :75%
$x_s = 125$ mm $z_s = 150$ mm	$C_{13} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	

Tab 4 – *Tableau présentant les paramètres de simulations numériques pour l'excitation, la matrice linéaire et l'inclusion hystérétique.*

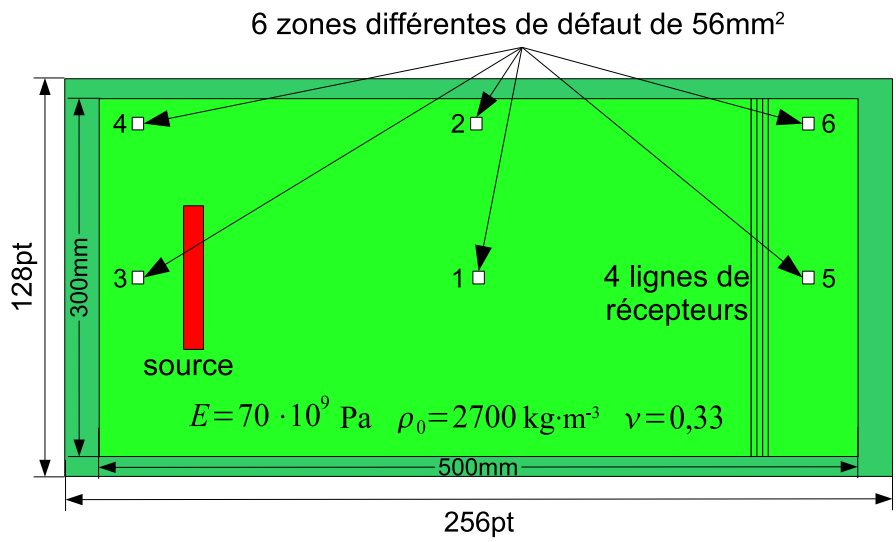
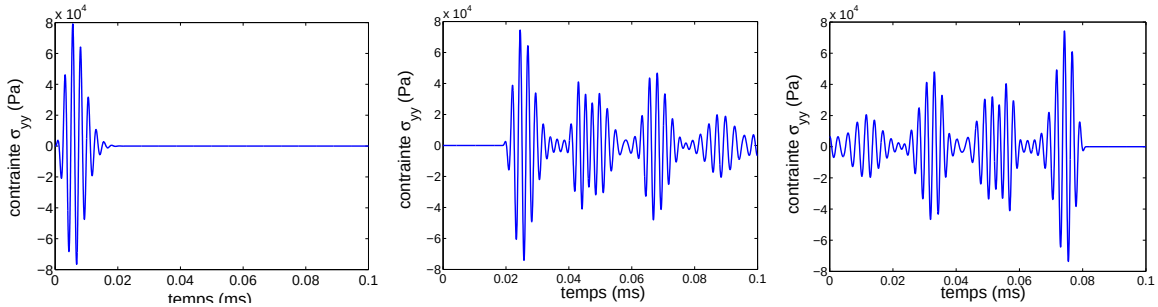


Figure 37 – *Géométrie du domaine de simulation avec les positions de la source, des récepteurs, des différents défauts et les caractéristiques du matériau (où E est le module d'Young, ρ_0 la masse volumique et ν le coefficient de Poisson). La partie extérieure foncée représente les zones autour du domaine permettant la réflexion totale aux interfaces.*

Validation du retournement temporel linéaire

Pour valider notre code de propagation dans le cas de l'étude de rétrofocalisation par retournement temporel, le cas linéaire a été étudié. Le but est de vérifier la rétrofocalisation de l'onde acoustique au niveau de la source d'émission.
Le signal $e(t)$ émis (figure 38a) par la source est reçu après propagation dans l'échantillon par les 4 lignes de récepteurs (figure 38b). Ce signal reçu est alors retourné temporellement (figure 38c) et réémis par les récepteurs dans le domaine de simulation (figure 38). Durant la rétropropagation dans l'échantillon avec un défaut central (position 1), la contrainte

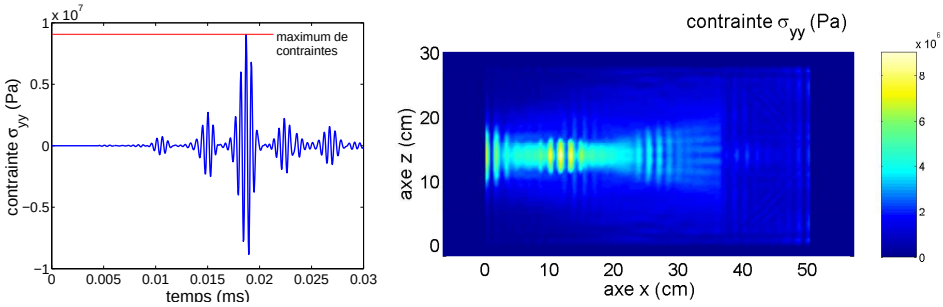
σ_{yy} maximale obtenue pour chaque point du domaine de simulation est stockée dans une matrice.



(a) émission (b) réception (c) retournement temporel

Figure 38 – *Signal temporel émis dans l'échantillon (a) et reçu en un point d'une ligne de réception (b) et temporellement retourné (c).*

Cette matrice, présentée en figure 39, montre que l'onde temporellement retournée rétrofocalise principalement à la position de la source. La taille de la tâche focale peut être directement liée à la taille et à la forme de la source, et à la fréquence f_c du signal émis. Deux taches apparaissent de chaque coté de la zone de rétrofocalisation. Au moment de la rétrofocalisation, le point central réagit comme une source sphérique et émet une onde sphérique dans l'échantillon.



(a) (b)

Figure 39 – *(a) Représentation temporelle du signal au point $x = 16$ cm et $z = 18,5$ cm dont le maximum est stocké dans (b) la matrice des contraintes σ_{yy} maximales obtenues durant la rétropropagation du signal temporellement retourné (figure 38(c)).*

3.1.2.2 Simulations 2D de la méthode NEWS-TR

L'étude de la rétrofocalisation sur un défaut est maintenant réalisée sur le même domaine de simulation. Le signal reçu par les 4 lignes de récepteurs après propagation dans

l'échantillon est filtré dans le but de ne garder que la signature non linéaire : harmoniques $(2f_c, 3f_c, ...)$ si le signal $e(t)$ possède une seule composante à la fréquence centrale f_c, ou composantes d'interaction paramétrique $(f_1 \pm f_2)$ si le signal $e(t)$ possède deux composantes aux fréquences f_1 et f_2.

Génération d'harmoniques

Résultats de simulation

Afin d'étudier l'influence de la position du défaut et de la méthode de filtrage, plusieures simulations ont été réalisées avec plusieurs positions du défaut (6 positions définies sur la figure 37) et avec les deux méthodes de filtrage. Quatre différents instants de la rétropropagation dans le domaine de simulation sont présentées figure 40.

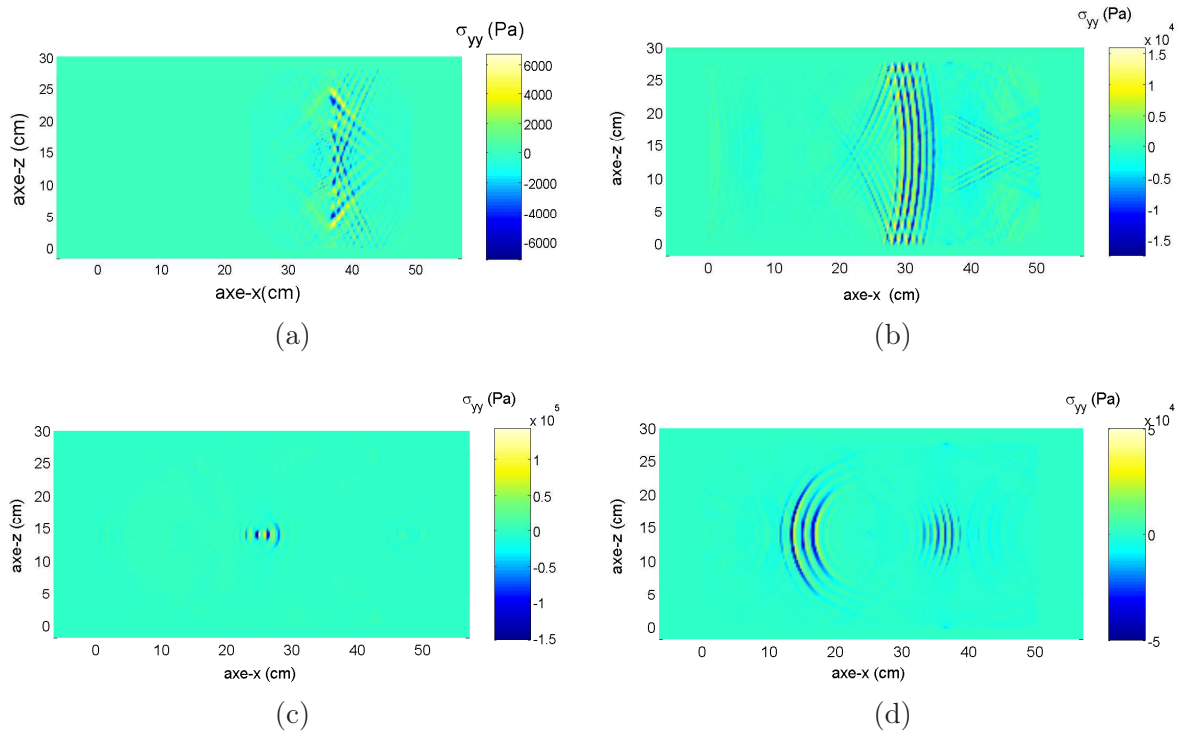


Figure 40 – *Rétropropagation dans l'échantillon :(a) 2 µs : émission du signal temporellement retourné au niveau des récepteurs, (b) 8 µs : réflexion du signal retourné sur les bords de l'échantillon, (c) 17 µs : rétrofocalisation sur la zone de défaut, (d) 18,8 µs : diffraction du signal rétrofocalisé à partir de la zone de défaut.*

Au début de la simulation (a), les 4 lignes de récepteurs émettent le signal temporellement retourné pour la rétropropagation. Après réflexion de ce signal sur les bords du

domaine de simulation (b), le front d'onde focalisée apparaît. Après 17 μs de rétropropagation (c), le signal temporellement retourné rétrofocalise sur la zone de défaut (dans notre exemple position 1). Le signal après rétrofocalisation, proche de la forme d'une émission d'une source ponctuelle, est présenté sur (d).
Comme nous l'avons dit précédemment, le filtrage harmonique et le filtrage par inversion d'impulsions ont été testés pour les six positions différentes de défaut définies précédemment. La figure 41 représente les amplitudes maximales tracées pour deux positions différentes de défauts. Les figures 41(a) et 41(c) représentent les amplitudes maximales pour un défaut au centre du domaine de simulation (position 1) respectivement par inversion d'impulsions et filtrage harmonique. De la même manière, les figures 41(b) et 41(c) représentent les amplitudes maximales tracées dans le cas d'un défaut dans le coin du domaine (position 4) (figure 42).

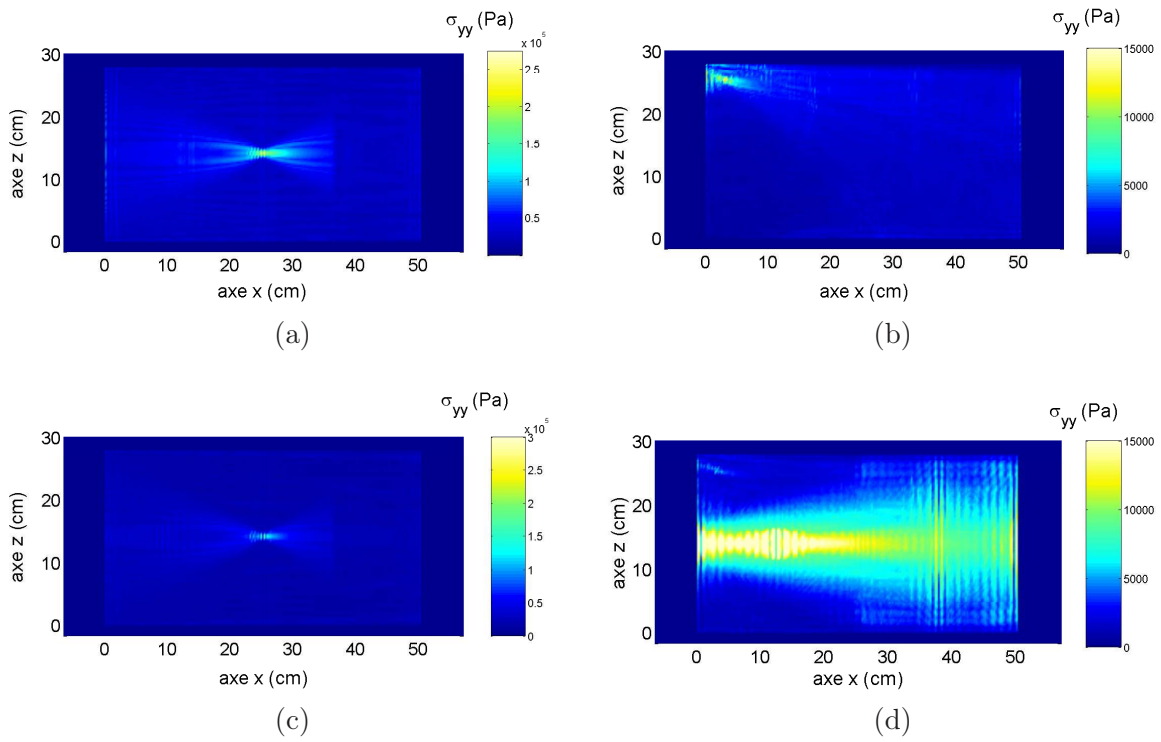


Figure 41 – *Matrices des amplitudes maximales pour la rétrofocalisation avec le filtrage par inversion d'impulsions (a-b) et le filtrage harmonique (c-d) pour deux positions de défaut différentes (position 1 (a-c) et position 4 (b-d)).*

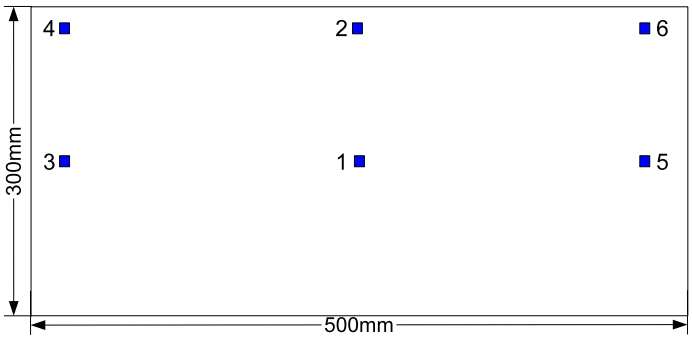


Figure 42 – *Réprésentation des 6 différentes positions de défaut dans le domaine de simulation.*

Traitements des signaux : comparaisons et discussions

La figure 41 montre une différence sur la qualité de rétrofocalisation dépendant directement de la position du défaut et de la méthode de filtrage. Lorsque le défaut est situé entre la source et les récepteurs, la tache de focalisation est concentrée. Lorsque le défaut est localisé dans un coin du domaine de simulation, la tache de focalisation est plus précise dans le cas du filtrage par inversion d'impulsions que par filtrage harmonique. Une tache au niveau de la source linéaire apparaît dans le cas du filtrage harmonique. Une étude complète des résultats pour les 3 tailles de source et les 6 positions différentes de défaut, présentés dans le tableau 5, va nous permettre d'expliquer ces remarques. Ils ont été obtenus d'après les matrices des contraintes σ_{yy} maximales pour chaque défaut. La première et la deuxième colonne représentent le rapport entre la moyenne des amplitudes maximales sur le défaut $\bar{m}\left(A_{max}(\text{défaut})\right)$ et la moyenne des amplitudes maximales dans le domaine entier $\bar{m}\left(A_{max}(\text{domaine})\right)$, respectivement obtenu par filtrage par inversion d'impulsions ($A_{\text{PI}} = \frac{\bar{m}\left(A_{max}(\text{défaut})\right)}{\bar{m}\left(A_{max}(\text{domaine})\right)}$) et par filtrage harmonique ($A_{\text{Hfilt}} = \frac{\bar{m}\left(A_{max}(\text{défaut})\right)}{\bar{m}\left(A_{max}(\text{domaine})\right)}$).

	$A_{\mathrm{PI}} = \frac{\bar{m}\big(A_{max}(\text{défaut})\big)}{\bar{m}\big(A_{max}(\text{domaine})\big)}$ (avec inversion d'impulsions)	$A_{\mathrm{Hfilt}} = \frac{\bar{m}\big(A_{max}(\text{défaut})\big)}{\bar{m}\big(A_{max}(\text{domaine})\big)}$ (avec filtrage harmonique)	$\frac{A_{\mathrm{PI}}}{A_{\mathrm{Hfilt}}}$
Position 1			
source de 280 mm	6,44	9,31	**0,69**
source de 165 mm	5,67	9,66	**0,59**
source de 50 mm	3,93	4,34	**0,90**
Position 2			
source de 280 mm	5,86	6,39	**0,92**
source de 165 mm	5,38	5,30	**1,02**
source de 50 mm	3,44	2,97	**1,16**
Position 3			
source de 280 mm	7,08	6,88	**1,03**
source de 165 mm	6,24	6,15	**1,01**
source de 50 mm	3,36	3,28	**1,02**
Position 4			
source de 280 mm	7,27	2,88	**2,53**
source de 165 mm	6,10	2,10	**2,91**
source de 50 mm	4,25	1,00	**4,25**
Position 5			
source de 280 mm	7,35	6,38	**1,15**
source de 165 mm	6,00	5,68	**1,06**
source de 50 mm	4,12	4,13	**1,00**
Position 6			
source de 280 mm	6,62	5,91	**1,12**
source de 165 mm	5,63	4,50	**1,25**
source de 50 mm	4,05	2,35	**1,72**

Tab 5 – *Comparaison entre les 2 méthodes de filtrage pour les 6 positions différentes de défaut et les 3 tailles de source.*

Le rapport entre les deux résultats pour le filtrage par inversion d'impulsions et le filtrage harmonique est présenté dans la troisième colonne. L'évolution de ce rapport va nous permettre de discuter de la qualité de la méthode de filtrage. Si $\frac{A_{PI}}{A_{Hfilt}} \leq 1$ alors la qualité de rétrofocalisation est meilleure avec le filtrage harmonique que celle avec le filtrage par inversion d'impulsions.
Les premières remarques vont porter sur le cas où le défaut est au milieu du domaine de simulation, c'est-à-dire entre l'émetteur et les récepteurs (position 1). La taille de la tache focale (figures 41 a et c) est alors plus petite lorsque le filtrage harmonique est utilisé (position 1 : A_{PI} =6,44 et A_{Hfilt} = 9,31). Ceci peut s'expliquer par la dépendance de la taille de la tache focale par rapport à la fréquence utilisée : plus la fréquence est élevée, plus la taille de la tache focale est petite (figure 43(a)). Étant donné qu'avec le filtrage harmonique, le troisième harmonique est renvoyé dans l'échantillon alors qu'avec l'inver-

sion d'impulsions il s'agit majoritairement du second harmonique, il est alors normal que la taille de la tache focale soit plus petite avec le filtrage harmonique. De plus, plus la taille de la source est importante, plus la tache de focalisation est petite (figure 43(b)). Dans un deuxième temps, on s'intéresse aux cas du défaut proche des bords de l'échantillon. La qualité de rétrofocalisation, présentée sur les figures 41 b et d, est meilleure avec le filtrage par inversion d'impulsions (position 4 : A_{PI} =7,27 et A_{Hfilt} = 2,88). L'explication vient du fait que l'énergie due à la présence d'un défaut dans l'échantillon, c'est-à-dire l'énergie présente sur les fréquences harmoniques, est plus petite lorsque le défaut est sur les bords du domaine de simulation (position 4, position 5) que lorsqu'il est au centre (position 1). Lorsque le filtrage harmonique est appliqué à un signal s'étant propagé dans le domaine de simulation, il reste une partie de la fréquence fondamentale dans le signal filtré due à la réponse de coupure du filtre. Cette partie linéaire est aussi importante que la partie non linéaire produite avec un défaut près d'un bord. C'est pourquoi lorsque ce signal filtré, temporellement retourné, est renvoyé dans le domaine de simulation, il rétrofocalise autant sur la position de la source que sur le défaut (figure 41(d)). Ce problème n'est plus présent avec le filtrage par inversion d'impulsions car toute la partie liée à la propagation linéaire est filtrée.

On peut donc conclure de cette partie que le filtrage par inversion d'impulsions permet de récupérer la partie du signal due à un effet non linéaire, même dans le cas d'une très faible signature, ce qui est beaucoup plus délicat avec le filtrage harmonique.

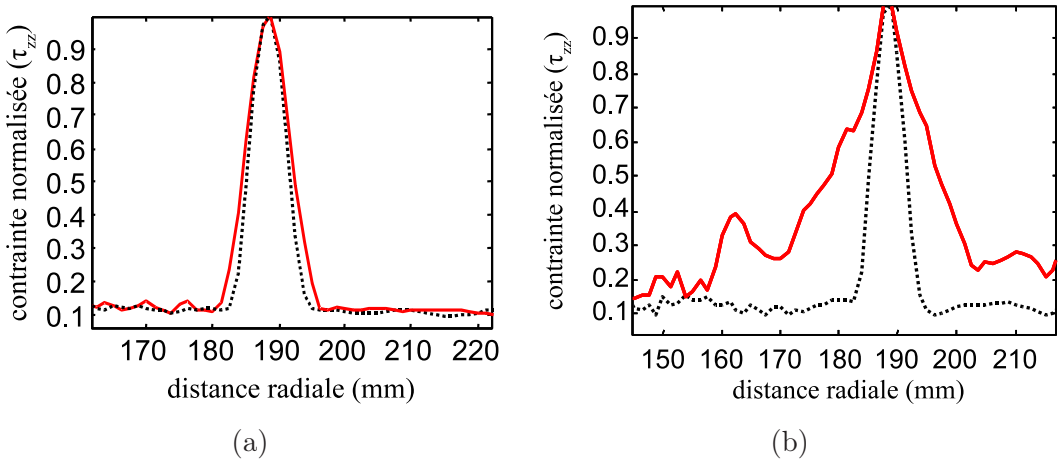


Figure 43 – *Comparaison de la taille de la tache focale (a) pour une fréquence de 600 kHz (ligne rouge pleine) et 1 MHz (ligne noire en pointillés) pour une taille de source de 300 mm et (b) pour une source de 50 mm (ligne rouge pleine) et une source de 165 mm (ligne noire en pointillés) pour une fréquence de 1 MHz.*

Intermodulation

Dans le but d'étudier la faisabilité de l'inversion d'impulsions ultrasonores dans le cas de l'intermodulation de deux ondes de fréquences proches, pour ensuite l'appliquer au cas expérimental, des simulations numériques ont été réalisées. Les mêmes paramètres choisis pour la simulation précédente ont été utilisés (tableau 4), exceptée la forme de la source qui est maintenant une source bi-fréquence avec $f_1 = 200$ kHz et $f_2 = 300$ kHz et $p_{0_1} = 50$ kPa et $p_{0_2} = 50$ kPa. Seules les composantes somme et différence ($f_\pm = f_2 \pm f_1$) sont temporellement retournées et renvoyées dans le domaine de simulation. Pour comparer les deux méthodes de filtrage, le filtrage harmonique est appliqué autour de la fréquence somme ($f_+ = 500$ kHz). Sur la figure 44, le signal temporellement retourné rétrofocalise sur la position du défaut. La qualité de rétrofocalisation avec le filtrage par inversion d'impulsions est meilleure que celle avec le filtrage harmonique. Ceci s'explique par le fait que le filtrage harmonique est appliqué autour de la fréquence somme (f_+ =500 kHz) est qu'il ne coupe pas entièrement les composantes aux fréquences fondamentales f_1 et f_2.

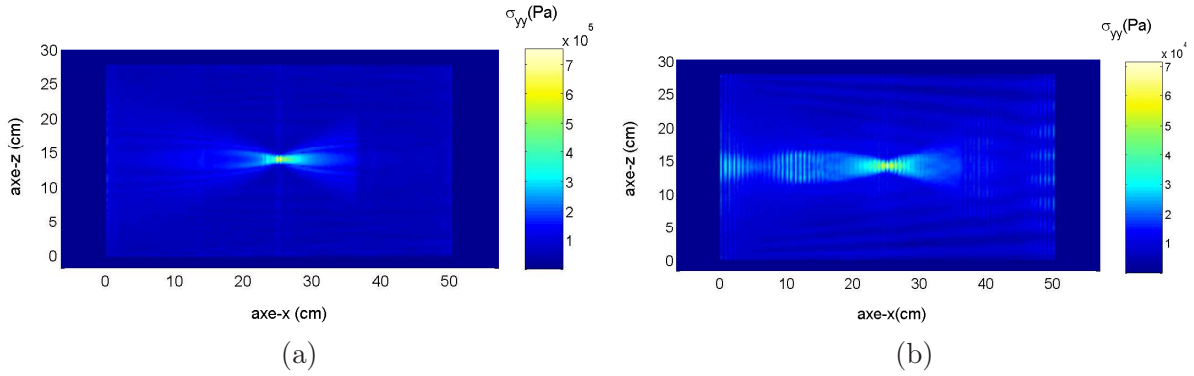


Figure 44 – *Matrice des amplitudes maximales pour la rétrofocalisation avec (a) le filtrage par inversion d'impulsions et (b) le filtrage harmonique pour les simulations d'intermodulation (défaut : position 1).*

Il est donc possible d'utiliser le filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores dans le cas d'intermodulation entre deux ondes de fréquences proches. Ce filtrage va être appliqué à toutes les expériences qui vont suivre.

3.2 Examen d'un échantillon fissuré par NEWS-TR

À l'aide de ces simulations numériques, la sensibilité de la méthode NEWS-TR pour localiser une zone fissurée présentant une nonlinéarité non classique a été étudiée. C'est sur l'échantillon fourni par l'industrie aéronautique N.V. ASCO Industries de Belgique,

présentés en annexe A, que nous avons testé la méthode NEWS-TR. La détermination de la position d'une fissure dans un échantillon à l'aide de cette méthode est un concept qui a été développé au cours des deux dernières années en collaboration avec l'équipe de Koen Van Den Abeele au Centre de Recherche Interdisciplinaire de l'Université Catholique de Louvain et Olivier Bou Matar de l'IEMN [93, 94]. En parallèle de nos travaux, l'équipe de recherche de Paul Johnson au Laboratoire National de Los Alamos a aussi étudié la faisabilité d'un point de vue expérimental de la technique NEWS-TR [140].
Dans le travail numérique qui est présenté, le code de propagation a été étendu à un cas tri-dimensionnel [97] (annexe C) pour permettre l'étude comparative entre les simulations numériques et les expériences, et pourra également, à court terme, permettre l'insertion de données expérimentales dans le code de propagation numérique. Cette insertion permettra la localisation de défauts en profondeur non détectables avec les mesures réalisées à l'aide d'un vibromètre laser.

3.2.1 Résultats de simulations 3D

La figure 45 représente le domaine de simulation tri-dimensionnel (100 mm $\times$ 25 mm $\times$ 12 mm) utilisé. Cet échantillon de petite taille va permettre d'étudier des signaux correspondant à de la multi-réverbération. Les conditions aux limites sont libres, c'est-à-dire que la vitesse est nulle sur l'extérieur du domaine de simulation comme dans la simulation 2D. Une source de dimensions 5 mm $\times$ 5 mm $\times$ 1 mm est placée sur la deuxième couche proche de la surface et émet un signal de fréquence $f_c = 200$ kHz avec une pression acoustique d'amplitude $p_0 = 50$ kPa. La ligne de récepteurs est composée de 25 points de mesure enregistrant le signal temporel pendant toute la durée de la simulation (soit 0,5 ms). Les zones de défaut sont représentées par une ligne de 5 points ayant un comportement hystérétique. Trois défauts sont placés suivant z en commençant à la coordonnée $z = 5$ mm : positions $\boxed{1}$ ($x = 50$ mm, $y = 12$ mm), $\boxed{2}$ ($x = 50$ mm, $y = 2$ mm) et $\boxed{3}$ ($x = 2$ mm, $y = 2$ mm) sur la figure 45, un défaut suivant y en commençant à la coordonnée $y = 10$ mm : position $\boxed{4}$ ($x = 50$ mm, $z = 5$ mm) et un défaut suivant x en commençant à la coordonnée $x = 40$ mm : position $\boxed{5}$ ($y = 12$ mm, $z = 5$ mm). Il est important de noter que, comme précisé dans l'annexe C, la direction privilégiée pour un défaut, selon la matrice des constantes élastiques, est la direction z.

Dans le but de valider le code de propagation tri-dimensionnel, le cas du retournement temporel linéaire a été simulé. Le signal reçu après propagation est temporellement retourné et réémis dans l'échantillon au niveau des récepteurs. De la même façon que dans le cas bi-dimensionnel, l'amplitude maximale obtenue pour chaque point du domaine est stockée dans une matrice représentant chaque plan xy et une autre représentant chaque plan yz. Les matrices xy et yz de coordonnées $z = 4$ mm et $x = 10$ mm sont présentées sur la figure 46.

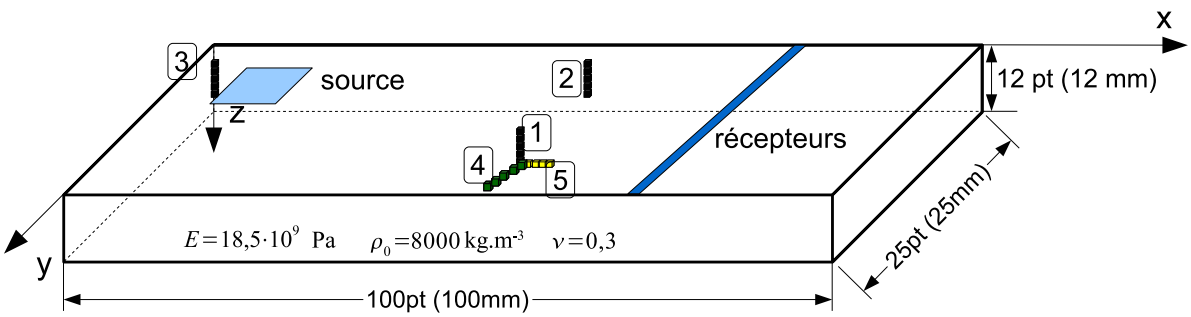


Figure 45 – *Géométrie du domaine de simulation tri-dimensionnel avec les positions de la source, de la ligne de récepteurs et des différents défauts. Les caractéristiques du matériau sont :* $E = 18,5$ *GPa,* $\rho_0 = 8000$ $kg{\cdot}m^{-3}$ *et* ν*=0,3.*

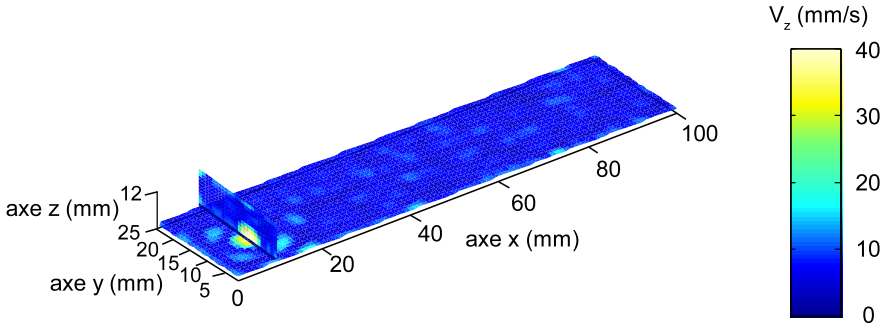
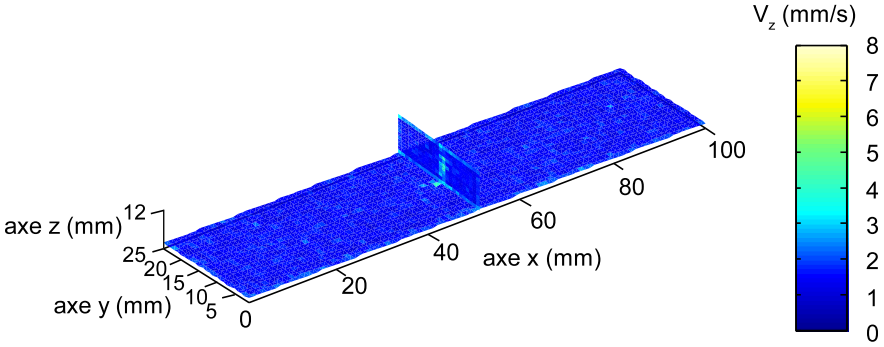
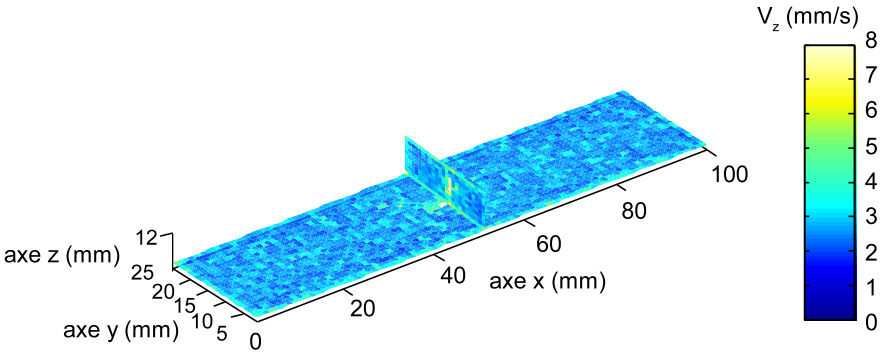


Figure 46 – *Matrice des amplitudes maximales de la composante* v_z *obtenues durant la rétropropagation du signal temporellement retourné.*

La rétrofocalisation de l'onde temporellement retournée sur la position de la source du signal direct est mise en évidence par la présence d'un maximum d'amplitude (tache jaune). La figure 47 représente l'influence des deux méthodes de filtrage présentées en partie II.3.1.1 sur la rétrofocalisation de l'onde temporellement retournée sur le défaut placé en position $\boxed{1}$. La méthode NEWS-TR donne des résultats intéressants dans un milieu avec des réflexions sur les bords plus importantes que dans le cas des simulations numériques bi-dimensionnelles. La ligne de défauts suivant z est bien visualisée sur les matrices suivant le plan yz (figure 47) et on voit également un point ressortir sur le plan xy (figure 47).



(a) inversion d'impulsions



(b) filtrage harmonique

Figure 47 – *Matrice des amplitudes maximales de la composante v_z pour la rétrofocalisation avec le filtrage par inversion d'impulsions (a) et le filtrage harmonique (b) pour la position 1.*

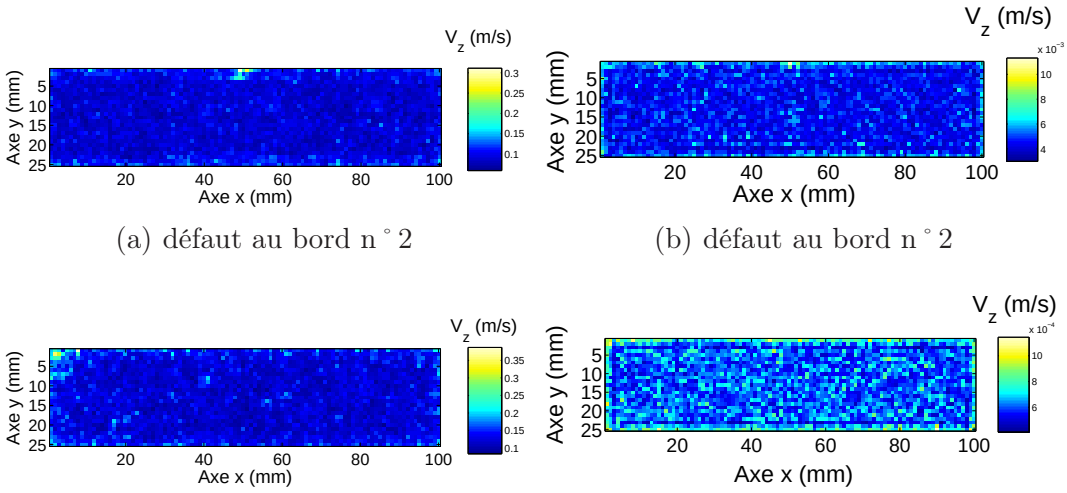
À nouveau le filtrage par inversion d'impulsions semble donner des résultats plus intéressants que le filtrage harmonique. Les variations de vitesse entre le point du défaut et le reste du domaine sont plus importantes en utilisant l'inversion d'impulsions.
De manière identique au cas bi-dimensionnel, une étude comparative pour les différentes positions du défaut et les deux méthodes de filtrage a également été réalisée. Deux points importants apparaissent à la vue des résultats présentés en Tableau 6 :

- le niveau de rétrofocalisation ($A_{\mathrm{PI}} = \frac{\bar{m}\left(A_{max}(\text{défaut})\right)}{\bar{m}\left(A_{max}(\text{domaine})\right)}$), c'est-à-dire le rapport entre l'amplitude sur le point de rétrofocalisation et l'amplitude sur tout le domaine, est plus important lorsque le défaut est suivant l'axe z (positions $\boxed{1}$ $A_{PI} = 3{,}4$, $\boxed{2}$ $A_{PI} = 1{,}7$ et $\boxed{3}$ $A_{PI} = 2{,}8$) que suivant l'axe x ou y (positions $\boxed{4}$ $A_{PI} = 1{,}3$ et $\boxed{5}$ $A_{PI} = 1{,}8$). La direction privilégiée du défaut due à l'isotropie transverse du matériau est vérifiée ;
- la rétrofocalisation est meilleure lorsque la fissure est située entre l'émetteur et le récepteur comme dans le cas des simulations bi-dimensionnelles (positions $\boxed{1}$ $A_{PI} = 3{,}4$ et $A_{Hfilt} = 2{,}6$, $\boxed{2}$ $A_{PI} = 1{,}7$ et $A_{Hfilt} = 1{,}7$). L'énergie acoustique issue de la source est plus importante dans ce cas là.

	$A_{\mathrm{PI}} = \frac{\bar{m}\big(A_{max}(\text{défaut})\big)}{\bar{m}\big(A_{max}(\text{domaine})\big)}$ (avec inversion d'impulsions)	$A_{\mathrm{Hfilt}} = \frac{\bar{m}\big(A_{max}(\text{défaut})\big)}{\bar{m}\big(A_{max}(\text{domaine})\big)}$ (avec filtrage harmonique)	$\frac{A_{\mathrm{PI}}}{A_{\mathrm{Hfilt}}}$
Position $\boxed{1}$ (suivant z)			
plan xy ($z = 8$ mm)	3,4	2,6	**1,4**
plan yz ($x = 50$ mm)	2,3	1,9	**1,2**
Position $\boxed{2}$ (suivant z sur un bord)			
plan xy ($z = 8$ mm)	1,7	1,7	**1**
plan yz ($x = 50$ mm)	1,7	2	**0,9**
Position $\boxed{3}$ (suivant z dans un coin)			
plan xy ($z = 8$ mm)	2,8	1,7	**1,6**
plan yz ($x = 2$ mm)	1,3	1,5	**0,9**
Position $\boxed{4}$ (suivant y)			
plan xy ($z = 5$ mm)	1,3	1,1	**1,2**
plan yz ($x = 50$ mm)	1,2	1,5	**0,8**
Position $\boxed{5}$ (suivant x)			
plan xy ($z = 5$ mm)	1,8	1,1	**1,6**
plan yz ($x = 42$ mm)	1,3	1,1	**1,2**

Tab 6 – *Comparaison entre les deux méthodes de filtrage pour les 5 positions différentes de défaut (définies sur la figure 45) et les deux plans xy et yz.*

La figure 48 représente les résultats obtenus pour les positions $\boxed{2}$ et $\boxed{3}$ du défaut et montre bien une meilleure rétrofocalisation sur le défaut, avec le filtrage par inversion d'impulsions, lorsque celui-ci est sur le bord de l'échantillon comme pour les simulations bi-dimensionnelles (partie II).



(a) défaut au bord n ° 2

(b) défaut au bord n ° 2

(c) défaut dans le coin gauche n ° 3

(d) défaut dans le coin gauche n ° 3

Figure 48 – *Matrice des amplitudes maximales de la composante v_z du plan xy (z = 8 mm) pour la rétrofocalisation avec le filtrage par inversion d'impulsions (a-c) et le filtrage harmonique (b-d) pour un défaut au bord (a-b) et dans le coin (c-d) (positions définies sur la figure 45).*

3.2.2 Résultats expérimentaux

Dans cette partie, les résultats expérimentaux NEWS-TR réalisés dans un échantillon ASCO sont présentés. Le dispositif expérimental permettant ces mesures, représenté sur la figure 49, est une adaptation de celui présenté en figure 34 pour lequel les paramètres d'excitation et de réception sont présentés dans le tableau 7.

	Type	Bande passante à -6dB	Fréquence centrale	Nombre d'arches	Générateur - dynamique	Amplification
Émission f_1=9 MHz	Transducteur Panametric Videoscan V112-RM	110%	10MHz	50	Agilent 33250A - 12 bits (1 bit signe) 64000 points	AR 150A 100dB 55dB
Émission f_2=10 MHz	Transducteur Panametric Acuscan A111S-RM	45%	10MHz	55	Agilent 33250A - 12 bits (1 bit signe) 64000 points	ENI - 150A 50dB
Réception signal direct	Transducteur Panametric Acuscan A102S-RM	45%	1MHz			
Réception signal retourné	Vibromètre Laser Polytec OFV-505	1.5 MHz	de 0 à 1.5 MHz			
Acquisition	Oscilloscope LeCroy WaveRunner 6050A				8 bits $f_{\text{éch}}$ = 10 MHz	

Tab 7 – Caractéristiques de l'instrumentation NEWS-TR.

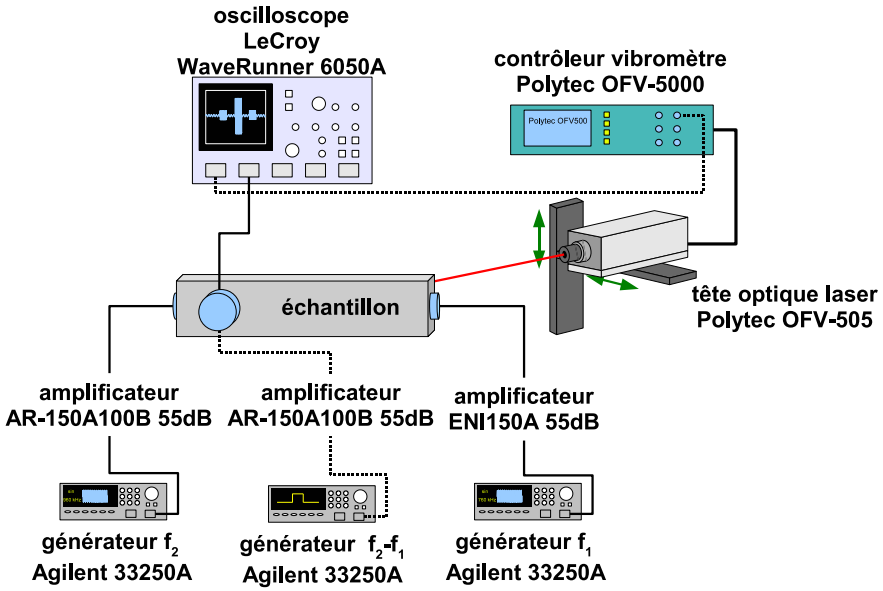


Figure 49 – *Dispositif expérimental de la méthode NEWS-TR.*

Deux transducteurs de fréquence centrale $f_c = 10$ MHz sont placés en contact avec du salol de chaque coté de l'échantillon. Le transducteur Panametrics Videoscan V-112 RM (large bande) est excité par un train d'onde de 50 arches à 9 MHz et, simultanément, le transducteur Panametrics Acuscan A-111S RM (bande étroite) par un train d'onde de 55 arches à 10 MHz. Le signal propagé dans l'échantillon ASCO est alors reçu par un transducteur Panametrics Acuscan A-102S RM (bande étroite) de fréquence centrale $f_c = 1$ MHz. Cette fréquence est choisie autour de la fréquence de la composante différence des deux fréquences d'émission ($f_2 - f_1 = 1$ MHz). Malgré le filtrage dû à la bande passante du transducteur de réception, un filtrage par inversion d'impulsions a également été réalisé. Pour cela, les deux trains d'onde haute fréquence ont été envoyés en opposition de phase dans l'échantillon. Les deux signaux reçus par le transducteur de 1 MHz (figure 50) sont alors sommés et le résultat est retourné temporellement. Cette partie d'émission-réception correspond au circuit en traits pleins sur la figure 49.

Le signal temporellement retourné est ensuite renvoyé dans l'échantillon à travers le transducteur de fréquence 1 MHz. Un balayage mécanique, *via* un système de déplacement OWIS DC500, du vibromètre laser est réalisé autour de la fissure. La matrice des amplitudes maximales de la vitesse à la surface v_z est présentée sur la figure 51.

Malgré la faisabilité de cette méthode démontrée grâce aux simulations numériques, aux études menées au sein du projet européen AERONEWS [93] et aux récents travaux publiés [140], aucune signature visible de la fissure n'apparaît sur la cartographie. La question importante qu'il est nécessaire de se poser porte sur le comportement hystérétique de la fissure. Est-ce que les ondes ultrasonores émises dans le matériau ont la capacité d'ouvrir et de fermer les micro-inhomogénéités pour leur attribuer un comportement hystérétique ?

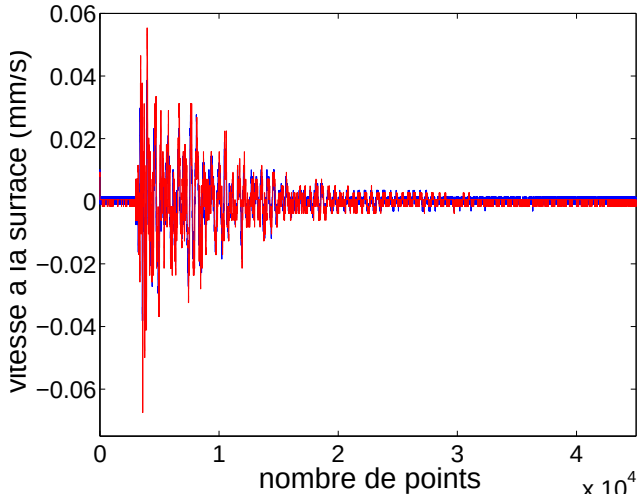


Figure 50 – *Signal reçu par le transducteur, dont la fréquence centrale est 1 MHz, après propagation de deux ondes à 9 MHz et 10 MHz dans un échantillon fissuré.*

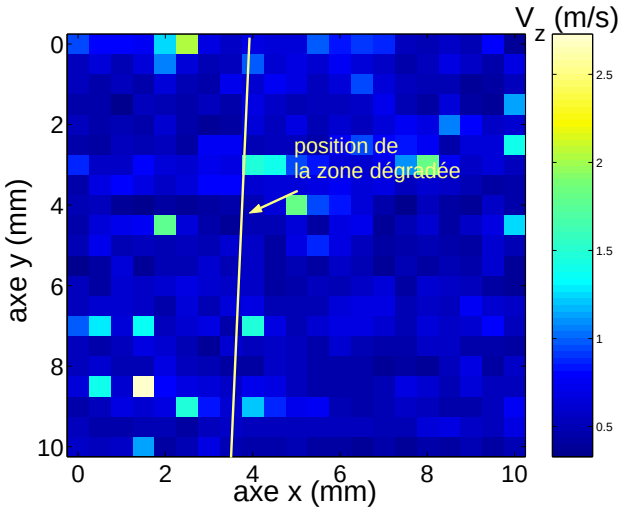


Figure 51 – *Cartographie des amplitudes maximales de la vitesse à la surface v_z mesurée à proximité d'une zone dégradée.*

3.2.3 Problèmes et limitations de la méthode de mesure

Les différents problèmes qui peuvent être inhérents à cette méthode de mesure viennent de la géométrie de l'échantillon et de la position de la zone dégradée. En effet, la zone dégradée n'étant pas située entre les deux transducteurs d'émission de trains d'ondes courts, l'interaction au niveau de la zone dégradée se réalise avec deux ondes réfléchies sur les bords de l'échantillon.
Une question qui se pose également concerne le comportement de la zone dégradée. Dans la partie sur la modélisation du comportement non linéaire non classique (partie II.1), la relation contrainte-déformation liée à une fissure est définie comme ayant une forme

hystérétique. Dans ce cas, il est nécessaire que la contrainte appliquée à l'échantillon ou à la fissure soit assez importante pour pouvoir entraîner la fermeture ou l'ouverture. Il est donc primordial de s'assurer de l'excitation de la zone dégradée.

3.3 Conclusions et perspectives sur NEWS-TR

La méthode NEWS-TR, combinant le retournement temporel avec un pré-traitement non linéaire, a été appliquée à des échantillons fissurés lors de simulations numériques et d'applications expérimentales. Le développement d'un algorithme de propagation pseudo-spectral, couplé à une modélisation du comportement hystérétique d'une fissure (à l'aide du modèle de Preisach-Mayergoysz étendu en 2D et 3D) a montré la faisabilité de cette méthode pour la détection et la localisation de défauts. Des premières simulations numériques bi-dimensionnelles ont permis l'étude comparative de deux méthodes de filtrage, le filtrage harmonique de type Butterworth et le filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores. Il est apparu alors plus intéressant d'utiliser cette dernière méthode car elle permet de filtrer les composantes linéaires et d'obtenir des résultats satisfaisants dans le cas difficile de niveaux de nonlinéarité faibles, le tout sans ajouter d'artefacts dus à la réponse temporelle d'un filtre numérique classique. À partir de ce travail [94–97], un algorithme tri-dimensionnel a été développé pour permettre une approche encore plus réaliste des échantillons fissurés. L'avantage d'utiliser le filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores a également été observé. Cette méthode NEWS-TR est donc apparue applicable pour la détection de défauts et a donc fait l'objet d'une étude expérimentale.
Il est alors apparu difficile d'obtenir les résultats escomptés : en effet, la cartographie obtenue à proximité d'une fissure n'a pas donné d'informations quant à sa localisation (figure 51). Cependant, plusieurs travaux réalisés au sein du projet AERONEWS, en partenariat avec l'Université Catholique de Louvain [93] et également par l'équipe de Paul Johnson au Laboratoire National de Los Alamos [140] ont montré la faisabilité expérimentale d'une telle méthode. L'utilisation d'échantillons avec des géométries plus complexes peut en être la principale explication.
Malgré tout, plusieurs problèmes peuvent être mis à jour concernant cette méthode, tout d'abord sur le nombre de transducteurs utilisés. Il ne faut pas oublier que le principe de retournement temporel tient essentiellement sur le fait qu'il est nécessaire d'enregistrer tout ou une grande partie dans l'espace du signal à retourner pour permettre une bonne focalisation. Or la manipulation a été réalisée avec uniquement deux transducteurs, un pour chaque fréquence. Il serait alors nécessaire de penser à l'application d'un système multi-voies possédant un système d'amplification indépendant pour chaque voie pour éviter les couplages et permettant une meilleur construction du miroir à retournement temporel.
Le deuxième problème vient de la géométrie parallélépipédique de l'échantillon fourni par les partenaires industriels du projet. En effet dans ce type d'expérience, il vaut mieux privilégier une géométrie complexe car elle va permettre, grâce aux multiples réflexions, l'apparition de sources virtuelles qui augmentera l'effet de miroir recherché.
Le troisième point, qui nous apparaît le plus important, est qu'il est nécessaire de s'assu-

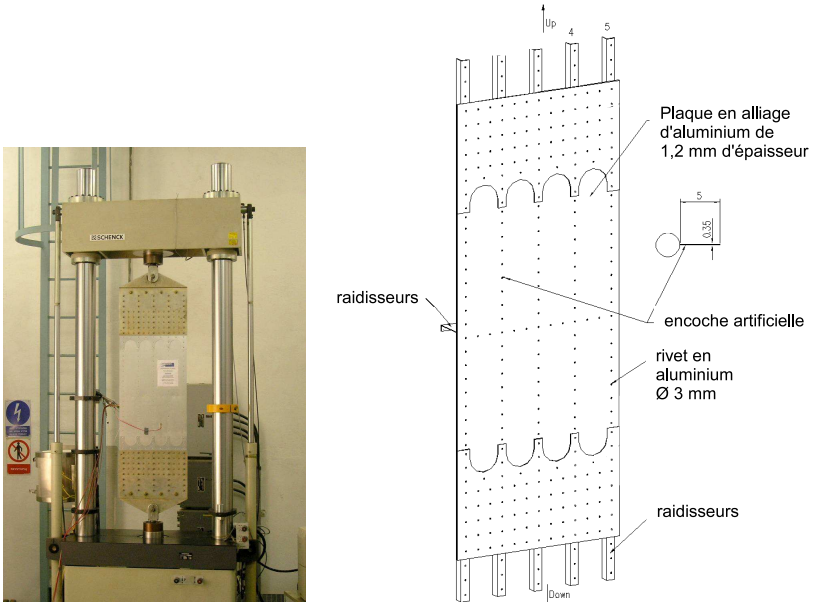
rer de l'excitation de la fissure. Il est entendu par là que, pour que la fissure génère une nonlinéarité importante lors de la propagation d'une onde (nonlinéarité non classique), il faut qu'elle engendre un comportement hystérétique visible dans la relation contrainte-déformation. L'onde doit pouvoir ouvrir et fermer la fissure lors de son passage, ce qui paraît dépendant directement de l'excitation et de la géométrie directe de la fissure (largeur d'ouverture). Il est donc nécessaire de s'assurer de ce comportement dans chaque mesure avant de poser les conclusions portant sur la présence d'un défaut.

Dans l'avenir, la modélisation numérique 3D pourra être couplée aux données expérimentales. En effet, la limite importante des manipulations réalisées avec le vibromètre laser est qu'il est impossible de détecter un défaut en profondeur. C'est pourquoi l'idée de réaliser la mesure de la propagation d'une onde émise dans un échantillon fissuré à l'aide d'un vibromètre laser et d'injecter ces données expérimentales temporellement retournées et filtrées dans le code de propagation paraît être une perspective intéressante quant à l'application industrielle d'une telle méthode.

Chapitre 4

Retournement temporel avec un post-traitement non linéaire : TR-NEWS

Dans ce chapitre, l'étude du retournement temporel avec un post-traitement non linéaire est présentée. Dans ce cas, le retournement temporel sert à augmenter la contrainte sur une zone localisée. Dans un deuxième temps, une analyse non linéaire est appliquée à ces signaux au niveau de la tache de focalisation. Pour cela, le principe de réciprocité, présenté dans le chapitre II.2.1.1, est utilisé. Dans le but de limiter les nonlinéarités supplémentaires qui pourraient être dues directement aux transducteurs ou à l'appareillage électronique permettant la génération de l'onde acoustique, le principe d'interaction paramétrique entre deux ondes de fréquences proches a été choisi (partie I.2.1.2). Ce principe va nous permettre de découpler entièrement les appareils électroniques d'un point de vue couplage électro-magnétique autant que d'un point de vue couplage non linéaire entre les signaux. Les mesures alors réalisées sur les composantes aux fréquences somme et différence ($f_{\pm} = f_2 \pm f_1$) vont nous permettre de caractériser directement le comportement non linéaire de la propagation des ondes dans le milieu.
Cette méthode a été appliquée sur une structure à l'échelle réelle lors d'une semaine de manipulations rassemblant tous les partenaires du projet AERONEWS au centre aéronautique VZLU à Prague. La manipulation a été réalisée en partenariat avec Koen Van Den Abeele et Pierre-Yves Le Bas de l'Université Catholique de Louvain sur une structure rivetée avec des raidisseurs (figure 52). Après avoir réalisé une encoche à proximité d'un rivet, cette structure a été soumise à un effort de traction (figure 52(a)), permettant ainsi l'apparition d'une fissure.
Des cycles de traction ont été appliqués à chaque extrémité de la structure. Entre chaque cycle, une cartographie autour de la zone où la fissure devait apparaître a été réalisée. La figure 53 présente l'évolution de la longueur de la fissure, mesurée par les techniciens du centre VZLU, en fonction du nombre de cycles.



(a) (b)

Figure 52 – *(a) Photographie de la structure utilisée pendant la semaine de manipulation au centre aéronautique VZLU à Prague. (b) Représentation du rivetage et des raidisseurs.*

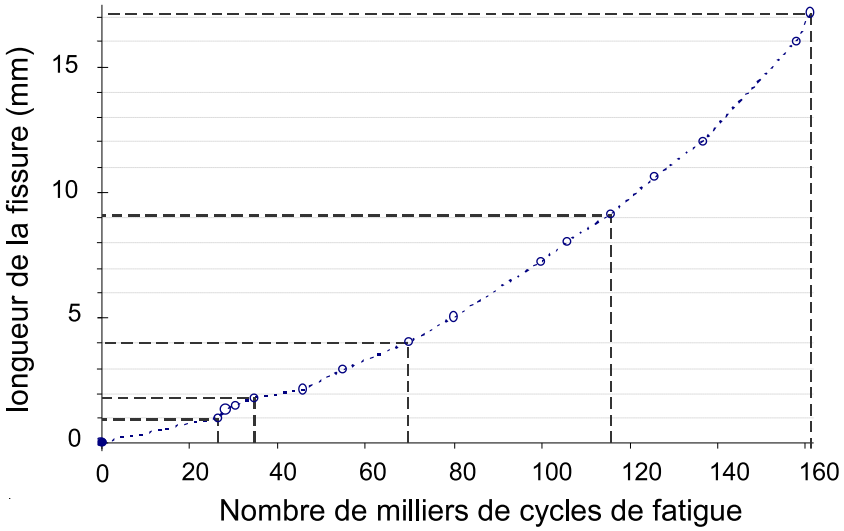


Figure 53 – *Représentation de la longueur de la fissure créée à proximité d'un rivet en fonction du nombre de cycles de traction (mesures réalisées par les techniciens du centre VZLU).*

Quatre pastilles piezo-électriques, montées sur des cavités résonantes, ont été positionnés à proximité de cette zone émettant deux à deux les deux fréquences d'intermodulation

choisies (f_1 = 180 kHz et f_2 = 500 kHz). La cartographie a été réalisée par la mesure de la vitesse à la surface de l'échantillon grâce à un vibromètre laser (Polytec OFV-505). Le procédé de mesure de la méthode de retournement temporel avec un post-traitement non linéaire (TR-NEWS), qui sera développé en détail par la suite, passe par l'émission indépendante de chaque fréquence dans l'échantillon et la mesure du signal reçu après propagation en un point. Le signal alors reçu pour chaque fréquence est temporellement retourné et stocké dans les générateurs d'émission (figure 54).

(a) (b)

Figure 54 – *(a) Instrumentation installée sur le site du centre aéronautique VZLU à Prague. (b) Vibromètre laser Polytec OFV-505 mesurant la vitesse à la surface de l'échantillon.*

Les deux signaux sont renvoyés simultanément dans l'échantillon par les transducteurs d'émission et rétrofocalisent sur le point de mesure laser. Une étude spectrale nous permet ensuite de relever le niveau de la composante à la fréquence somme ($f_1 + f_2$ = 680 kHz) (figure 55).

Ce niveau est ensuite mesuré pour plusieurs points et placé dans une matrice, présentée sur la figure 56, après la dernière série d'essais en traction.

La fissure est attendue dans la partie centrale de la cartographie. On remarque l'apparition de niveaux plus élevés dans cette partie ce qui confère une signature non linéaire au défaut.

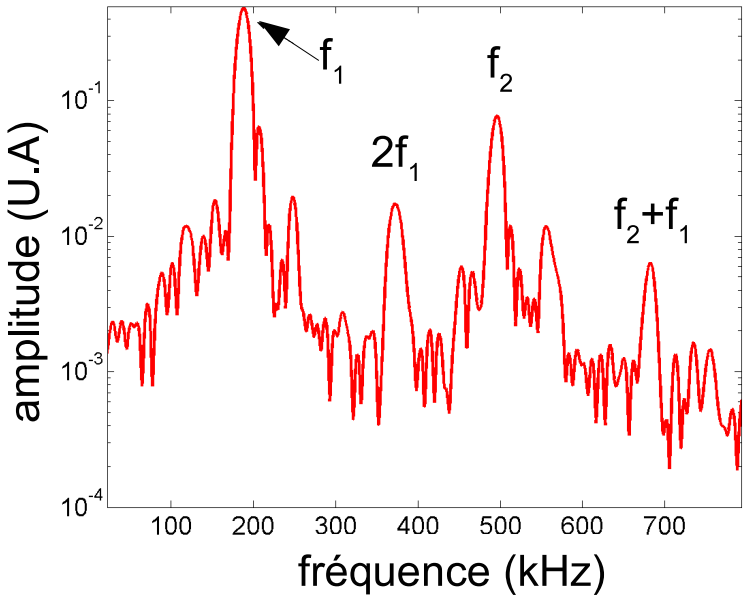
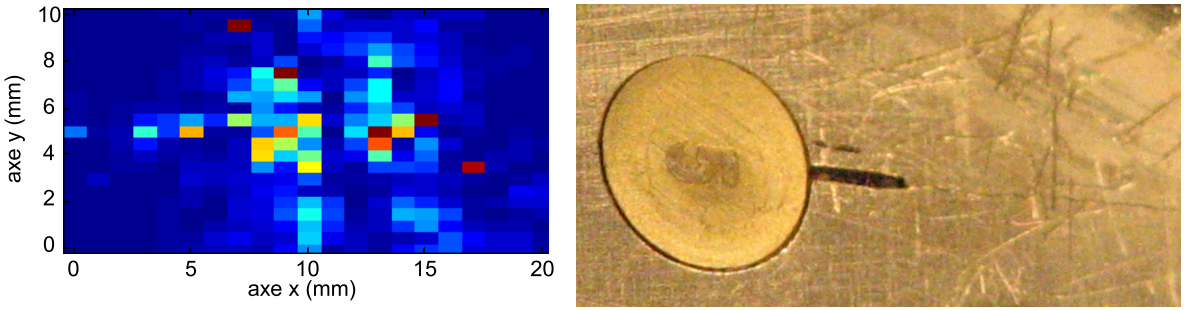


Figure 55 – *Représentations spectrales des signaux $f_1 = 180$ kHz et $f_2 = 500$ kHz focalisés simultanément en un point de la surface de l'échantillon. Signature de l'intermodulation à $f_+ = 680$ kHz.*



(a) (b)

Figure 56 – *(a) Représentation de la matrice pour les niveaux de vitesse maximum mesurés à la surface de l'échantillon pour la composante à la fréquence somme $f_+ = 680$ kHz. (b) Photographie du rivet avec l'encoche artificielle et la fissure créée.*

Le travail qui va être présenté dans cette partie porte sur la compréhension du phénomène d'interaction au niveau de la zone de rétrofocalisation. Y a-t-il un lien entre la signature détectée au niveau du défaut et le niveau de nonlinéarité mesuré ? En effet, une signature non linéaire est détectée à partir de l'interaction paramétrique entre deux ondes se propageant au même endroit (tache de focalisation). Le problème important apparaît lorsque le terme "propagation" est utilisé. D'après la théorie sur l'interaction paramétrique [63], le niveau d'intermodulation est proportionnel à la distance de propagation que les ondes vont parcourir ensemble. Plus cette distance est élevée, plus le niveau va être important. Les ondes utilisées dans cette étude sont des ondes rétrofo-

calisées par retournement temporel et la mesure est réalisée sur la tache focale dont le diamètre est d'environ une demi longueur d'onde ($\lambda/2$). Ainsi la distance d'interaction est faible ($\approx$ 5 mm). Peut-on alors vraiment mesurer une interaction entre deux ondes et donc un niveau de nonlinéarité, lorsque la distance est faible mais que le niveau de contrainte est important ?
C'est pourquoi nous allons plus particulièrement étudier la signature non linéaire que l'on peut mesurer au point de focalisation de deux ondes acoustiques temporellement retournées et la variation de cette signature à proximité d'une zone dégradée.

4.1 Signature non linéaire au point de focalisation

Dans cette partie, les expériences TR-NEWS réalisées au laboratoire concernant la mesure de la nonlinéarité à travers la détection des composantes aux fréquences somme et différence sont présentées. Il s'agit d'étudier les bases de la mesure par la méthode TR-NEWS. Une étude particulière concernant la dépendance du niveau des composantes d'interaction paramétrique au niveau des amplitudes des fréquences d'excitation est exposée. La variation du niveau de nonlinéarité mesuré à proximité d'une zone fissurée a été ensuite analysée.

Le dispositif expérimental TR-NEWS est présenté en figure 34. Le matériel utilisé et les paramètres expérimentaux sont présentés dans le tableau 8.

	Type	Bande passante à -6dB	Fréquence centrale	Nombre d'arches	Générateur - dynamique	Amplification
Émission f_1=490 kHz	Transducteur Panametric Videoscan V102-RM	110%	1 MHz (longitudinale)	20	Agilent 33250A - 12 bits (1 bit signe) 64000 points	AR 150A 100dB 55dB
Émission f_2=860 kHz	Transducteur Panametric Acuscan A102S-RM	45%	1 MHz (longitudinale)	35	Agilent 33250A - 12 bits (1 bit signe) 64000 points	ENI - 150A 50dB
Réception	Vibromètre Laser Polytec OFV-505	1.5 MHz	de 0 à 1.5 MHz			
Acquisition	Oscilloscope LeCroy WaveRunner 6050A				8 bits $f_{\text{éch}}$ = 10 MHz	

Tab 8 – Tableau décrivant le protocole de l'expérience TR-NEWS et les appareils utilisés.

Le processus de l'expérience est le suivant :
- le générateur de fonction arbitraire branché sur l'entrée de déclenchement externe des deux générateurs (1 et 2) émettant aux fréquences f_1 et f_2 émet une impulsion créneau qui va permettre de synchroniser les deux générateurs sur le front montant du signal ;
- un train d'ondes sinusoïdales de 20 périodes à la fréquence $f_1 = 490$ kHz, amplifié de 55 dB, est appliqué au transducteur 1 ;

- le signal alors transmis dans l'échantillon (figure 57(a)) est mesuré par le vibromètre laser Polytec OFV durant 4,5 ms et enregistré *via* un oscilloscope LeCroy WaveRunner 6050A dans un fichier de données (fréquence d'échantillonnage $f_e = 10$ MHz, longueur du signal 45000 points) ;
- un train d'ondes sinusoïdales déphasé de π est émis avec le même transducteur, à la même fréquence dans l'échantillon et mesuré au même endroit par le vibromètre laser. Ce signal va nous permettre de réaliser le filtrage par inversion d'impulsions ;
- les deux signaux obtenus, temporellement retournés par un traitement numérique direct sur Labview et notés f_{1+} et f_{1-}, sont enregistrés dans le générateur de fonctions arbitraires 1 ;
- indépendamment, un train d'ondes sinusoïdales de 35 périodes à la fréquence $f_2 =$ 860 kHz amplifié de 55 dB, est appliqué au transducteur 2. Les durées des deux signaux émis aux fréquences f_1 et f_2 sont identiques, ce qui permet ainsi de générer la même puissance électrique dans les transducteurs ;
- le signal alors transmis dans l'échantillon (figure 57(b)) ($t_{total} = 4,5$ ms) est mesuré par le vibromètre laser au même endroit que le signal à f_1 ; il est enregistré dans un fichier de données ($f_e = 10$ MHz, longueur du signal 45000 points) ;
- de la même manière que pour la fréquence f_1, le signal déphasé de π est généré et mesuré. Les deux signaux alors numériquement retournés sont enregistrés dans le générateur de fonctions arbitraires 2 ;
- dans le but de générer une interaction paramétrique entre les deux signaux, ces derniers sont renvoyés simultanément dans l'échantillon par leurs transducteurs respectifs (dans un premier temps les signaux aux fréquences f_{1+} et f_{2+} et dans un second temps, les signaux aux fréquences f_{1-} et f_{2-}). On peut également renvoyer séparément les deux signaux retournés ;
- au même point de mesure laser, la vitesse à la surface de l'échantillon est mesurée lors de la rétrofocalisation des signaux (figure 59) ;

Ce processus a été appliqué à différents échantillons : des blocs d'aluminium de dimension 200 mm $\times$ 200 mm $\times$ N (avec $N = 25, 75, 125$ mm), pour étudier la dépendance du niveau de nonlinéarité en fonction de l'amplitude des signaux d'excitation, et dans les échantillons fissurés ASCO.

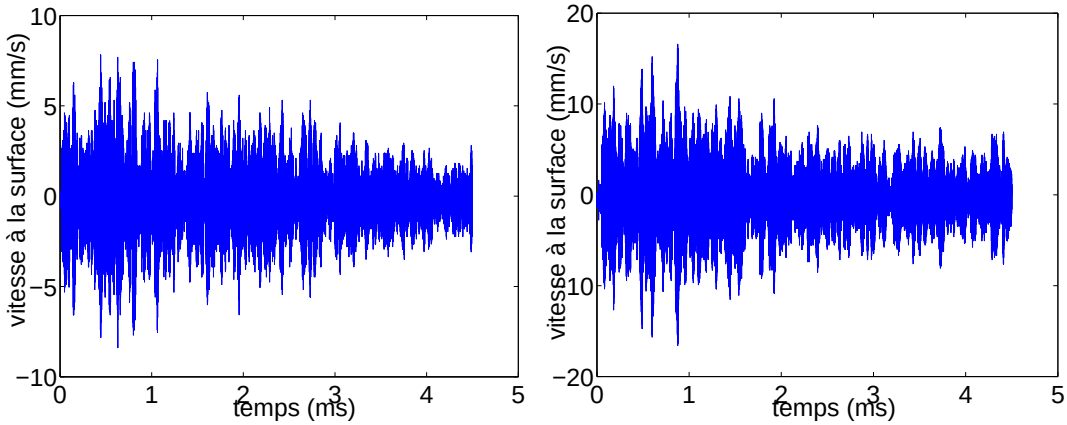
4.1.1 Dépendance du niveau de nonlinéarité en fonction de l'amplitude de l'excitation

Les premières questions qui sont apparues sur TR-NEWS étaient directement liées aux avantages que l'on pouvait tirer de cette méthode. En effet, le choix du retournement temporel a été motivé par le besoin d'avoir un fort niveau de contrainte localisée tout en permettant la reconstruction d'un train d'ondes pour une interaction entre deux signaux. Ceci doit nous permettre de pouvoir solliciter la signature non linéaire présente au niveau de la zone de focalisation. Dans notre cas, l'application du retournement temporel est réalisée à l'aide d'un transducteur d'émission (signal direct et signal retourné) et par une réception avec le vibromètre laser. Le signal alors reçu en un point est temporellement

retourné et appliqué à la surface du transducteur. Il est donc intéressant d'étudier la qualité du retournement temporel en relevant la rétrofocalisation temporelle et spatiale. Ensuite, les différents points concernant la dépendance du niveau de nonlinéarité par rapport au niveau d'excitation, c'est-à-dire les variations induites par le changement de fréquence et par le changement d'épaisseur de l'échantillon, seront présentés.

4.1.1.1 Rétrofocalisation temporelle et spatiale

La rétrofocalisation temporelle et spatiale est étudiée dans le bloc d'aluminium d'épaisseur 75 mm. Deux signaux sont transmis dans l'échantillon avec des transducteurs placés en contact à l'aide de salol sur le côté de l'échantillon aux fréquences $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz. Les signaux reçus après $t_{\text{total}} = 4,5$ ms de propagation dans l'échantillon sont mesurés en un point à la surface de l'échantillon à l'aide du vibromètre laser (figure 57). Ces signaux sont enregistrés, temporellement retournés et stockés dans les générateurs de fonctions arbitraires 1 et 2.

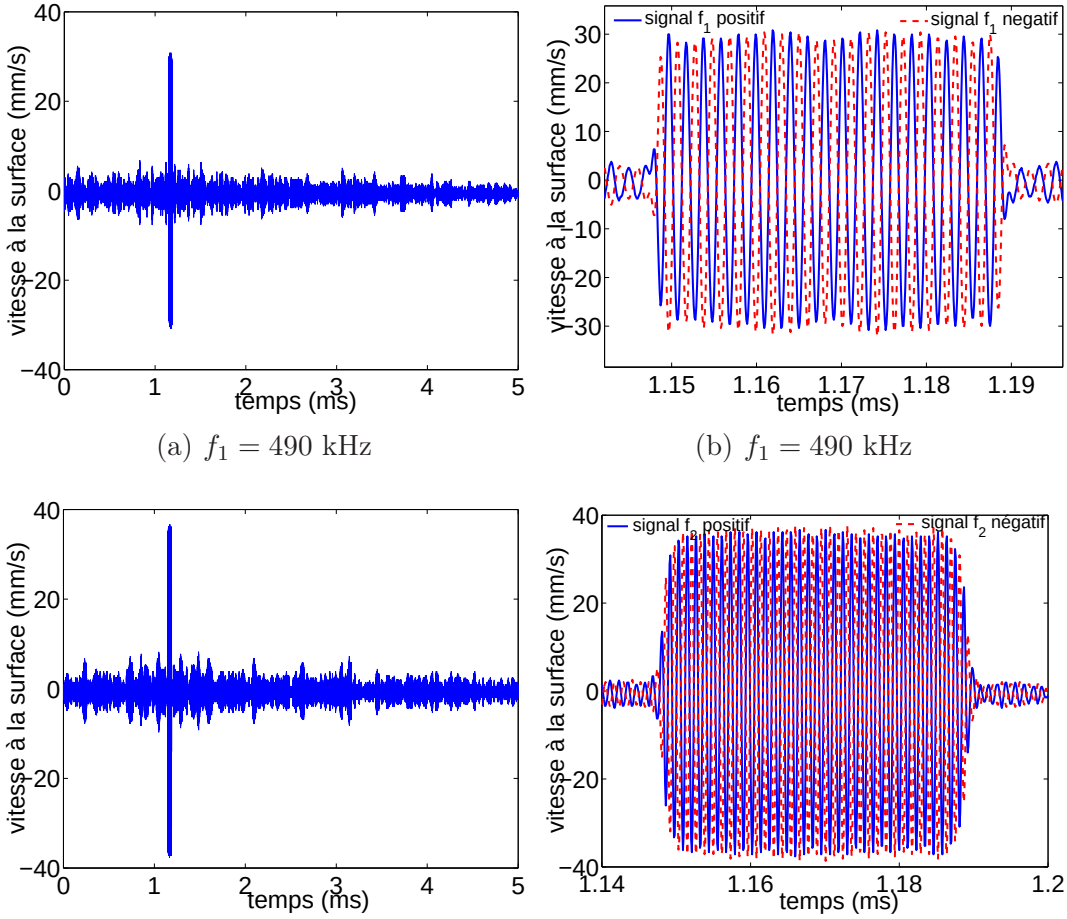


(a) $f_1 = 490$ kHz (b) $f_2 = 870$ kHz

Figure 57 – *Représentations temporelles des signaux à la fréquence (a) $f_1 = 490$ kHz et (b) $f_2 = 860$ kHz mesurés par le vibromètre laser en un point à la surface.*

Lorsque le signal est renvoyé dans l'échantillon à l'aide du transducteur associé, d'après le principe de retournement temporel et de réciprocité, il rétrofocalise au point de mesure laser (figure 58). La "reconstruction" du train d'ondes de départ à la position de rétrofocalisation est remarquable, nonobstant l'apparition d'échos secondaires ("side lobes") autour de la partie reconstruite (figures 58 b et d). Ces échos supplémentaires sont dus à l'utilisation d'un seul transducteur et d'un seul point de mesure. Malgré tout, le niveau d'énergie au point de focalisation est environ 5 fois plus important que le niveau de réception du signal émis simplement dans l'échantillon. Cette remarque peut être expliquée par le fait que l'échantillon étant réverbérant pour les ondes utilisées, il forme une sorte de cavité résonante [125, 126]. La robustesse du principe de retournement temporel nous

permet, dans un milieu peu atténuant ($\alpha = 5$ Np/m à 1 MHz) et avec un miroir à retournement temporel constitué d'un seul élément, de rétrofocaliser une onde à une position précise (rétrofocalisation spatiale) en reconstruisant le train d'onde de départ (rétrofocalisation temporelle). Il est également important de noter que cette reconstruction utilise un signal de 4,5 ms, ce qui correspond à $l = c \cdot t = 5000 \cdot 4,5.10^{-3} = 22,5$ m de propagation dans l'échantillon.



(a) $f_1 = 490$ kHz (b) $f_1 = 490$ kHz

(c) $f_2 = 860$ kHz (d) $f_2 = 860$ kHz

Figure 58 – *Représentations temporelles des signaux rétrofocalisés (a-c) sur 5 ms, à la fréquence (a) $f_1 = 490$ kHz et (c) $f_2 = 860$ kHz et autour du temps de rétrofocalisation (b-d) pour les signaux positifs f_{1+} et f_{2+} (en bleu, trait plein) et négatifs f_{1-} et f_{2-} (en rouge, tirets) à la fréquence (b) $f_1 = 490$ kHz et (d) $f_2 = 860$ kHz.*

La figure 58 montre également que les signaux aux fréquences f_1 et f_2 sont rétrofocalisés au même instant ($t_{retro} \approx 1,15$ ms) ce qui est contrôlé par le pilotage en déclenchement externe des deux générateurs. Il est donc possible d'envoyer simultanément dans l'échantillon ces deux signaux temporellement retournés et de mesurer le signal rétrofocalisé (figure 59). L'interaction paramétrique a lieu pendant le temps durant lequel les deux

signaux rétrofocalisent. L'objectif de générer une source locale importante est atteint puisqu'un niveau de vitesse à la surface de 60 mm·s^{-1} est obtenu, à comparer avec la vitesse de 5 mm·s^{-1} reçue au départ. Le point de focalisation des signaux temporellement retournés est appelé tache de rétrofocalisation. Nous pouvons maintenant nous intéresser à la signature non linéaire présente dans cette zone.

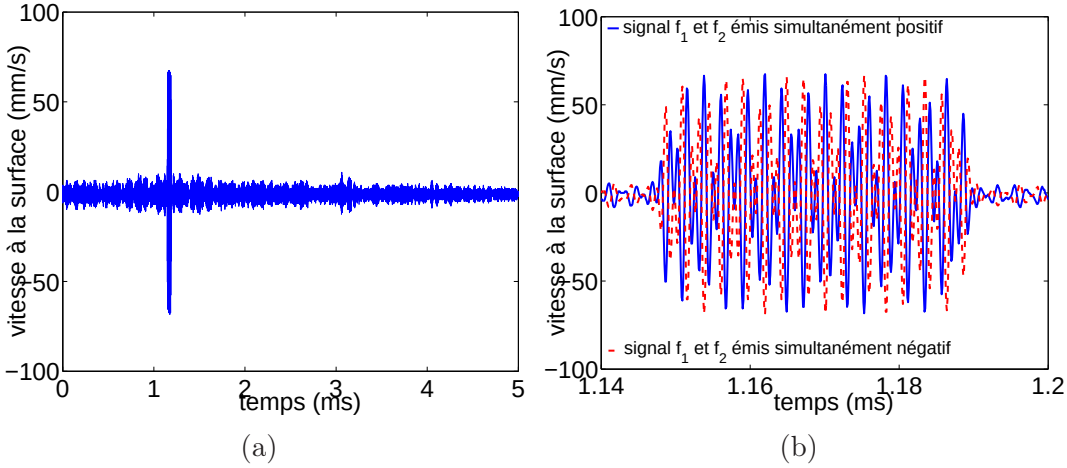


Figure 59 – *Représentations temporelles du signal rétrofocalisé positif (en bleu, trait plein) et négatif (en rouge, tirets) (a) pour les deux fréquences $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz émises simultanément et (b) agrandissement de la zone de rétrofocalisation.*

4.1.1.2 Signature non linéaire sur la tache de rétrofocalisation

Nous allons maintenant nous intéresser au niveau des composantes d'interaction paramétrique aux fréquences différence $f_- = f_2 - f_1 = 370$ kHz et somme $f_- = f_2 + f_1 = 1350$ kHz. L'étude des signaux dans le domaine spectral est réalisée dans la fenêtre temporelle comprise entre $t_1 = 1,15$ ms et $t_2 = 1,19$ ms avec un fenêtrage rectangulaire. Les spectres des signaux aux fréquences f_1, f_2 et simultanément f_1 et f_2 sont présentés en figure 60. Avant le filtrage par inversion d'impulsions aucune composante n'est visible aux fréquences somme et différence. Le spectre de l'addition des signaux envoyés simultanément f_{1+} et f_{2+} avec f_{1-} et f_{2-} est présenté en figure 61. Les composantes d'interaction paramétrique apparaissent après le filtrage lorsque les deux ondes aux fréquences f_1 et f_2 sont renvoyées simultanément. La présence de ces composantes montre bien un comportement non linéaire du milieu de propagation. Dans le cas de l'envoi d'une seule fréquence, on remarque l'apparition d'harmoniques paires et principalement aux fréquences doubles ($2f_1 = 980$ kHz et $2f_2 = 1720$ kHz). L'absence des harmoniques impaires vient du filtrage par inversion d'impulsions. Ces harmoniques sont également des marqueurs de nonlinéarité mais il n'est pas possible de découpler la nonlinéarité qui est issue du matériau à celle issue du transducteur et du système électrique. C'est pourquoi nous nous intéresserons simplement aux composantes d'intermodulation.

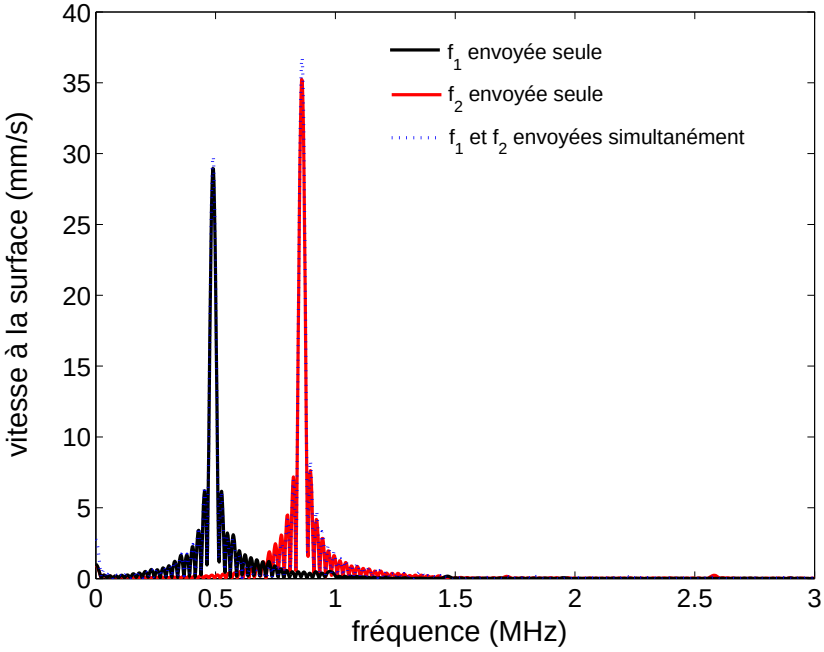


Figure 60 – *Représentations spectrales des signaux rétrofocalisés à la fréquence $f_1 = 490$ kHz (en noir), à la fréquence $f_2 = 860$ kHz (en rouge) et aux fréquences f_1 et f_2 envoyées simultanément (en bleu, pointillés).*

Cette signature non linéaire présente sur la tache de rétrofocalisation pose beaucoup de questions en ce qui concerne le processus d'interaction. Les deux ondes sont envoyées dans l'échantillon simultanément et il est nécessaire de savoir si elles n'interagissent pas hors de la zone de rétrofocalisation. Pour étudier la sensibilité de l'interaction paramétrique à la nonlinéarité du matériau et noter les paramètres importants agissant sur cette interaction, une étude détaillée sur la dépendance du niveau des composantes aux fréquences somme et différence par rapport au niveau des fréquences fondamentales a été réalisée.
Nous allons tout d'abord baser notre étude sur la théorie de l'interaction paramétrique de deux ondes colinéaires développée par Westervelt [63] et qui donne l'amplitude des composantes d'interaction comme étant :

$$q_{\pm} = \frac{\beta L \left(\omega_1 \pm \omega_2\right)^2}{2\rho_0^2 c_0^4} P_1 P_2, \tag{II.4.1}$$

où L est la longueur d'interaction des ondes, β est le coefficient non linéaire classique quadratique du milieu, $\omega_1 = 2\pi f_1$ et $\omega_2 = 2\pi f_2$ sont respectivement les pulsations des ondes aux fréquences f_1 et f_2, ρ_0 est la masse volumique du milieu de propagation, c_0 est la célérité de l'onde dans le milieu et P_1 et P_2 sont respectivement les amplitudes des ondes aux fréquences fondamentales f_1 et f_2.

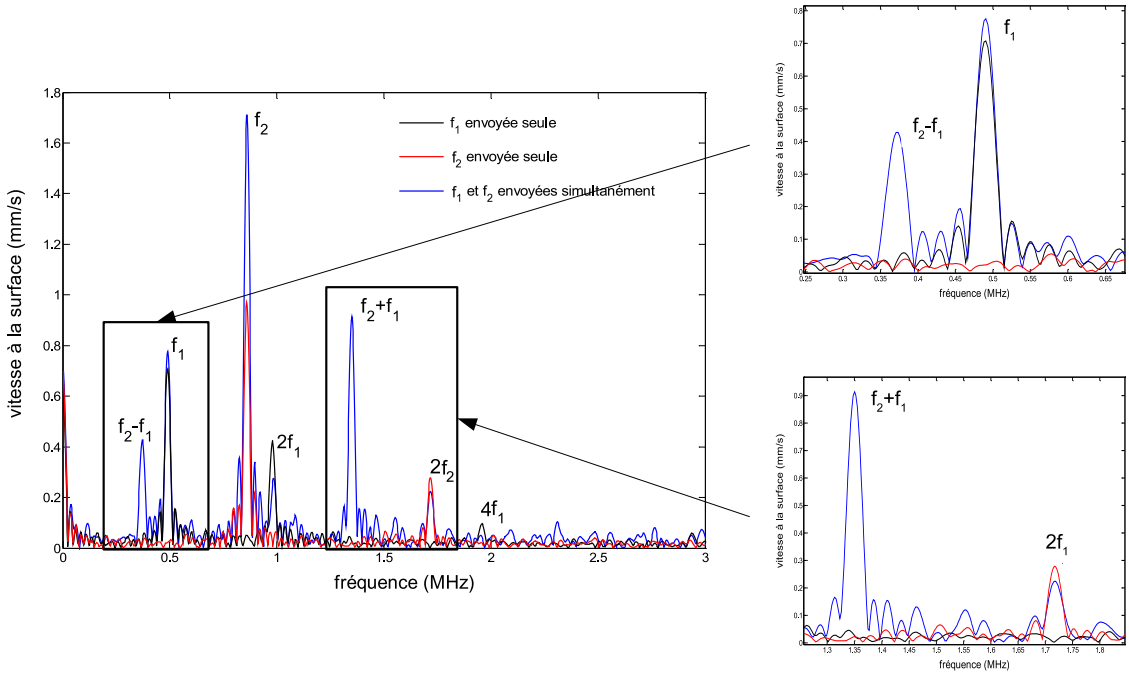


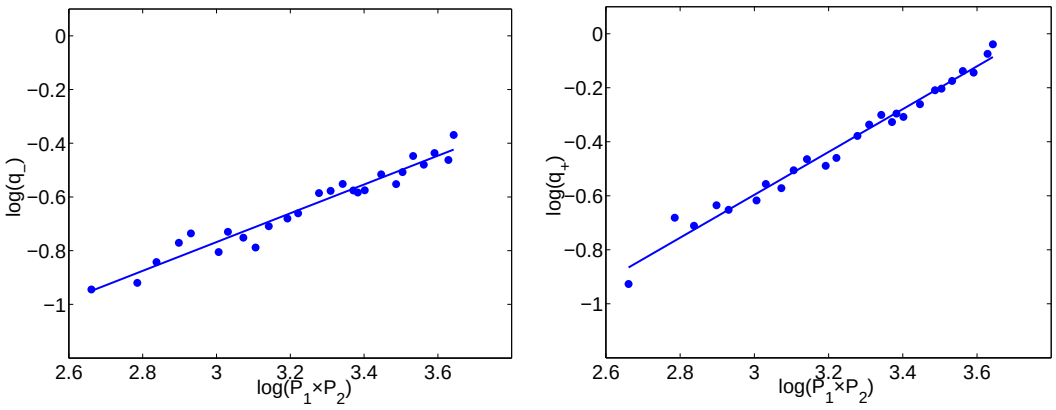
Figure 61 – *Représentations spectrales des signaux rétrofocalisés après filtrage par inversion d'impulsions, à la fréquence $f_1 = 490$ kHz (en noir, pointillés), à la fréquence $f_2 = 860$ kHz (en rouge, tirets) et aux fréquences f_1 et f_2 envoyées simultanément (en bleu, trait plein). En fenêtres : zooms sur les fréquences somme $f_+ = 1350$ kHz et différence $f_- = 370$ kHz.*

Dans cette expression, nous remarquons que le niveau des composantes d'interaction est proportionnel à la multiplication des amplitudes des fréquences fondamentales. La formule suivante est donc valable :

$$\log(q_\pm) = \log(P_1 P_2) + \log\left(\frac{\beta L\left(\omega_1 \pm \omega_2\right)^2}{2\rho_0^2 c_0^4}\right), \tag{II.4.2}$$

où $\log(P_1 P_2)$ définit la variable "amplitude" et $\log\left(\frac{\beta L\left(\omega_1 \pm \omega_2\right)^2}{2\rho_0^2 c_0^4}\right)$ est une constante. Pour mesurer cette dépendance, l'amplitude des signaux d'excitation délivrée par les générateurs de fonction varie entre 150 mV et 400 mV. Les pentes des droites de la figure 62 sont présentées dans le tableau 9.

Les expressions attendues (Eq. II.4.2) ne sont pas vérifiées expérimentalement. Afin de vérifier la répétabilité de nos mesures, la même expérience a été réalisée trois fois sans aucune modification des paramètres expérimentaux (figure 63). Les pentes de chaque droite d'approximation sont présentées dans le tableau 10. Une variation des pentes de 5% peut être relevée pour la fréquence différence et de 7% pour la fréquence somme. La pente de la fréquence somme s'approche plus du résultat attendu (pente de 1). C'est pourquoi, pour vérifier le lien entre la fréquence et la pente, les deux fréquences f_1 et f_2 ont été changées. Les fréquences utilisées dans la figure 64 et le tableau 11 sont $f_1 = 310$ kHz et $f_2 = 950$ kHz. Les composantes d'interaction sont donc $f_- = 640$ kHz et $f_+ = 1260$ kHz.

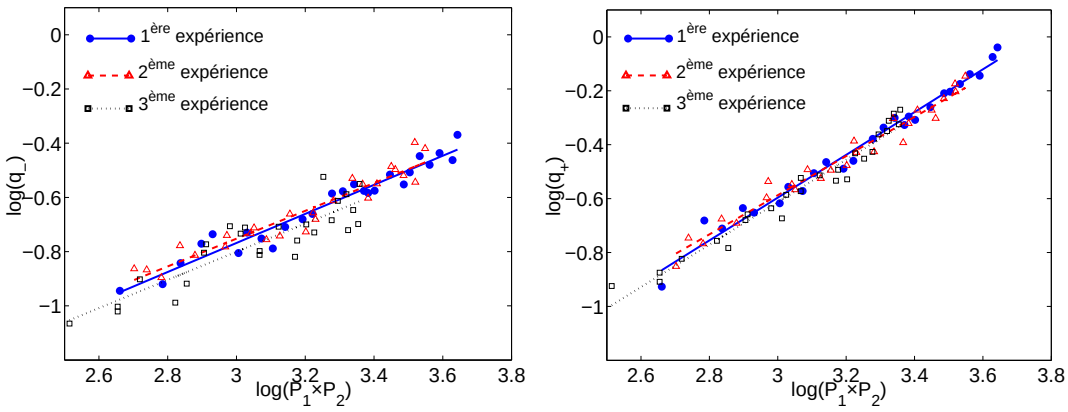


(a) q_- (b) q_+

Figure 62 – *Représentations de l'évolution des amplitudes (a) q_- et (b) q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 370$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1350$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales.*

	Polynômes d'approximation linéaire
Fréquence différence	$\log(q_-) = 0,54\ \log(P_1P_2) - 2,38$
Fréquence somme	$\log(q_+) = 0,79\ \log(P_1P_2) - 2,98$

Tab 9 – *Polynômes d'approximation pour la fréquence différence ($f_- = 370$ kHz) et la fréquence somme ($f_+ = 1350$ kHz) sur le bloc d'aluminium d'épaisseur 75 mm.*



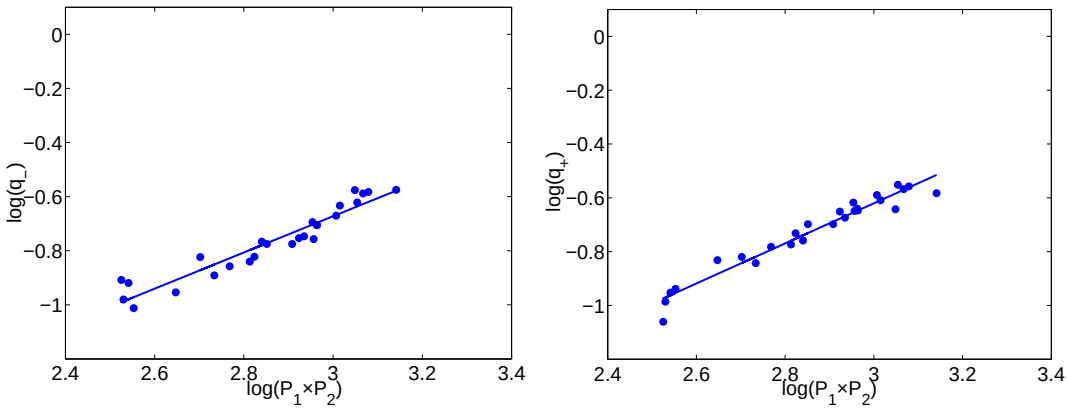
(a) q_- (b) q_+

Figure 63 – *Représentations de l'évolution des amplitudes q_- et q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 370$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1350$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales pour trois expériences consécutives.*

Les coefficients directeurs des droites d'approximation pour f_- et f_+ varient selon la fréquence utilisée. Plus la fréquence est importante, plus le coefficient directeur se rap-

	Polynômes d'approximation linéaire pour la fréquence différence
1ère expérience	$\log(q_-) = 0,54\ \log(P_1P_2) - 2,38$
2nde expérience	$\log(q_-) = 0,51\ \log(P_1P_2) - 2,29$
3ème expérience	$\log(q_-) = 0,52\ \log(P_1P_2) - 2,36$
	Polynômes d'approximation linéaire pour la fréquence somme
1ère expérience	$\log(q_+) = 0,79\ \log(P_1P_2) - 2,98$
2nde expérience	$\log(q_+) = 0,73\ \log(P_1P_2) - 2,77$
3ème expérience	$\log(q_+) = 0,79\ \log(P_1P_2) - 2,97$

Tab 10 – *Polynômes d'approximation pour la fréquence différence et la fréquence somme sur le bloc d'aluminium d'épaisseur 75 mm pour trois expériences consécutives.*



(a) q_- (b) q_+

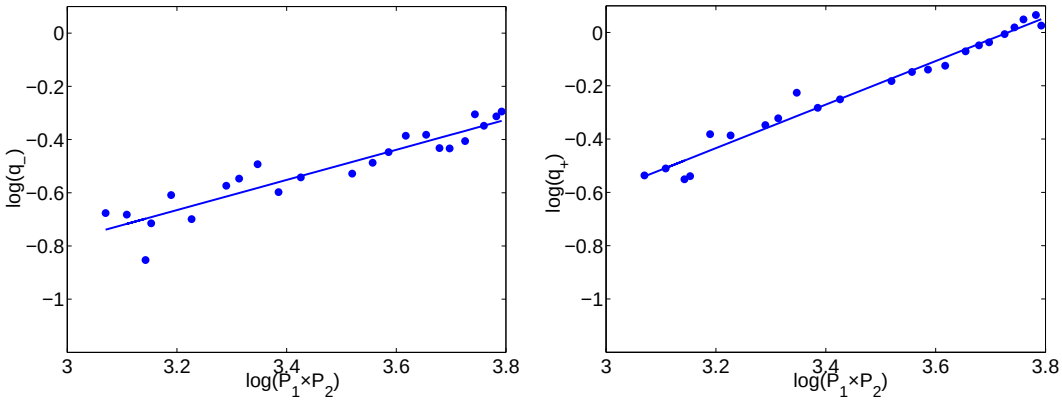
Figure 64 – *Représentations de l'évolution des amplitudes (a) q_- et (b) q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 640$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1260$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales.*

	Polynômes d'approximation linéaire
Fréquence différence	$\log(q_-) = 0,67\ \log(P_1P_2) - 2,68$
Fréquence somme	$\log(q_+) = 0,75\ \log(P_1P_2) - 2,86$

Tab 11 – *Polynômes d'approximation pour la fréquence différence ($f_- = 640$ kHz) et la fréquence somme ($f_+ = 1260$ kHz) sur le bloc d'aluminium d'épaisseur 75 mm.*

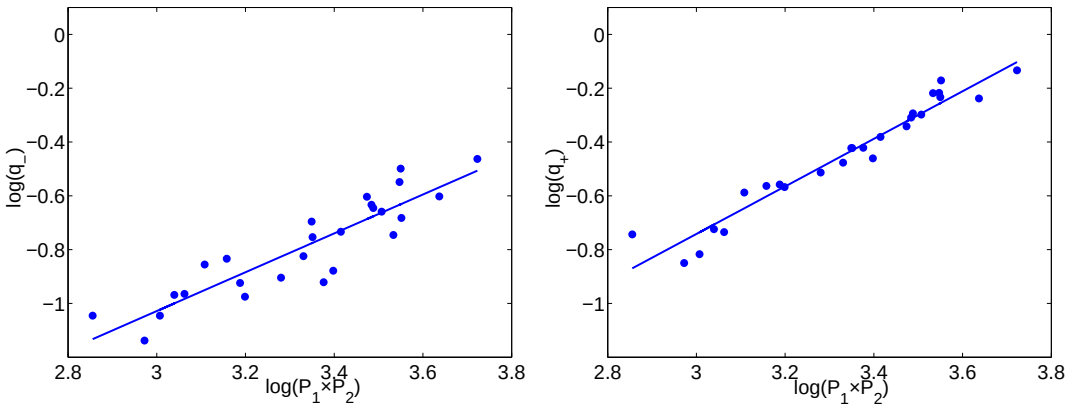
proche de 1. Cette dépendance peut s'expliquer par le fait que l'interaction paramétrique qui a lieu au niveau de la rétrofocalisation des deux signaux est proportionnelle à la longueur d'onde des signaux. En effet, plus la fréquence est importante, plus la longueur d'onde est petite, plus il y a d'arches dans la tache de rétrofocalisation et plus il y a d'interaction entre les deux signaux. La dépendance des coefficients directeurs en fonction de l'épaisseur de l'échantillon utilisé va maintenant être étudiée. Dans ces expériences, les

fréquences utilisées sont $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz.



(a) q_- (b) q_+

Figure 65 – *Représentations de l'évolution des amplitudes (a) q_- et (b) q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 640$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1260$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales dans un échantillon d'aluminium 200 mm × 200 mm × 27 mm.*



(a) q_- (b) q_+

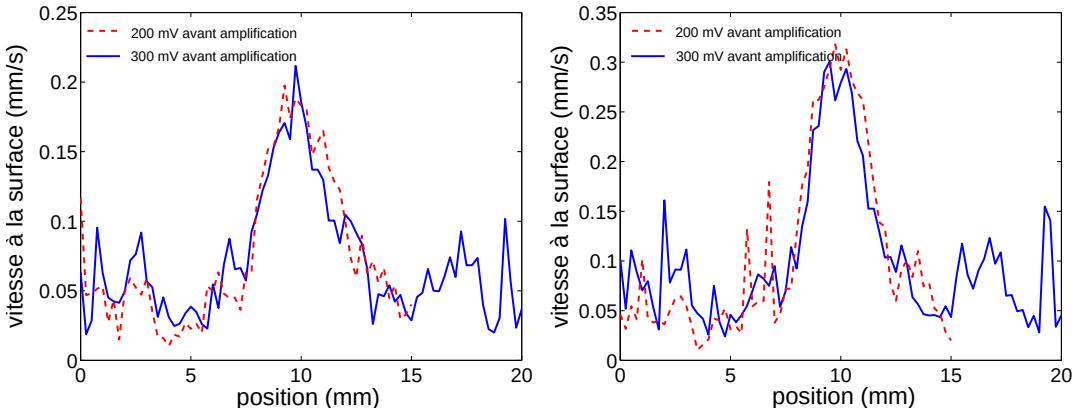
Figure 66 – *Représentations de l'évolution des amplitudes (a) q_- et (b) q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 640$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1260$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales dans un échantillon d'aluminium 200 mm × 200 mm × 125 mm.*

	Polynômes d'approximation linéaire pour la fréquence différence
épaisseur=27 mm	$\log(q_-) = 0,57\ \log(P_1P_2) - 2,48$
épaisseur=75 mm	$\log(q_-) = 0,54\ \log(P_1P_2) - 2,38$
épaisseur=125 mm	$\log(q_-) = 0,65\ \log(P_1P_2) - 3,00$
	Polynômes d'approximation linéaire pour la fréquence somme
épaisseur=27 mm	$\log(q_+) = 0,82\ \log(P_1P_2) - 3,05$
épaisseur=75 mm	$\log(q_+) = 0,79\ \log(P_1P_2) - 2,98$
épaisseur=125 mm	$\log(q_+) = 0,94\ \log(P_1P_2) - 3,59$

Tab 12 – *Polynômes d'approximation linéaire pour la fréquence différence et la fréquence somme pour $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz pour trois épaisseurs différentes de blocs d'aluminium (27 mm, 75 mm et 125 mm).*

On remarque d'après le tableau 12 que plus l'épaisseur de l'échantillon est importante, plus le coefficient directeur de la droite d'approximation est proche de 1. En prenant en considération l'hypothèse que l'interaction paramétrique entre les deux ondes a lieu sur la tache de rétrofocalisation, comme celle-ci est petite dans les échantillons de faible épaisseur (plus de sources virtuelles), les composantes d'intermodulation sont faibles.
Tout au long de cette étude le coefficient directeur n'a jamais atteint la valeur attendue proche de l'unité. La théorie développée par Westervelt [63] sur l'interaction paramétrique ne prend en compte que le cas de deux ondes colinéaires. Dans notre cas, les ondes générées sont rétrofocalisées en un point donc l'hypothèse de colinéarité n'est pas vérifiée.
Pour mesurer la largeur de la tache focale des composantes d'intermodulation, une procédure de rétrofocalisation a été réalisée sur un point de l'échantillon. Une ligne de mesure a ensuite été réalisée autour de ce point sans changer les signaux renvoyés par les deux transducteurs. Les niveaux des composantes aux fréquences f_- et f_+ sont présentés sur la figure 67. Une augmentation du niveau autour du point de focalisation apparaît ainsi qu'une tache focale moins large pour la composante à la fréquence f_+, ce qui est dû à la proportionnalité à $\lambda/2$.

Le processus d'interaction reste tout de même difficile à comprendre au niveau de la tache de rétrofocalisation. Il est impossible de dire si la tache de rétrofocalisation agit comme une somme de sources ponctuelles sur une demi-sphère ou bien si les ondes interagissent directement en un point. Malgré tout, on remarque bien une signature non linéaire avec les ondes temporellement retournées et rétrofocalisées. Il paraît maintenant intéressant de voir l'influence que peut avoir une zone dégradée autour d'une fissure sur cette signature.

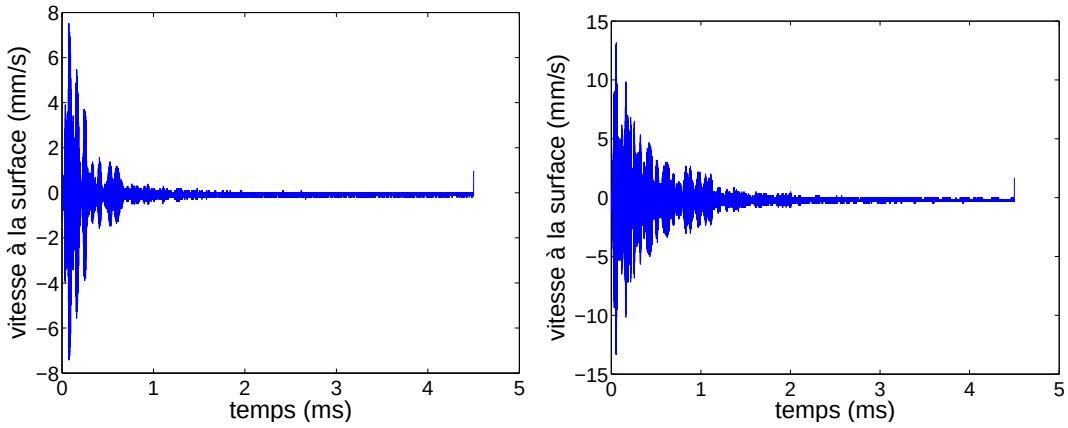


(a) $f_- = 370$ kHz (b) $f_+ = 1350$ kHz

Figure 67 – *Mesures réalisées sur une ligne autour du point de focalisation (position $x =$ 10 mm) pour deux niveaux de tension 200 mV et 300 mV avant amplification pour les fréquences (a) $f_- = 370$ kHz et (b) $f_+ = 1350$ kHz.*

4.1.2 Signature non linéaire à proximité d'une zone fissurée

Les mêmes expériences sur la dépendance du niveau des composantes aux fréquences f_- et f_+ en fonction du niveau des composantes aux fréquences fondamentales ont été réalisées dans les échantillons de type ASCO. Les fréquences utilisées sont $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz, les formes temporelles des signaux reçus sont présentées sur la figure 68.

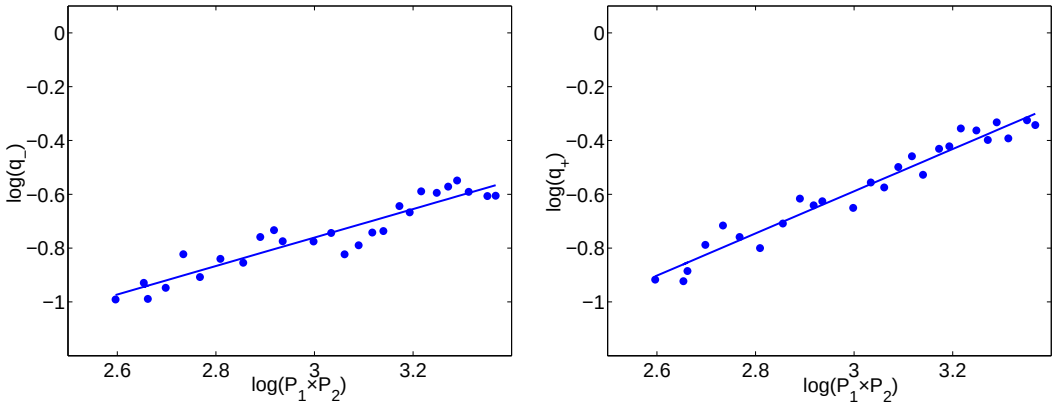


(a) $f_1 = 490$ kHz (b) $f_2 = 860$ kHz

Figure 68 – *Représentations temporelles des signaux à la fréquence (a) $f_1 = 490$ kHz et (b) $f_2 = 860$ kHz mesurés par le vibromètre laser en un point à la surface d'un échantillon de type ASCO.*

La représentation logarithmique des niveaux des composantes d'interaction en fonction

des niveaux des composantes aux fréquences fondamentales est présentée sur la figure 69.



(a) q_- (b) q_+

Figure 69 – *Représentations de l'évolution des amplitudes (a) q_- et (b) q_+ des composantes (a) $f_- = f_2 - f_1 = 370$ kHz et (b) $f_+ = f_2 + f_1 = 1350$ kHz en fonction de l'évolution des amplitudes P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales dans un échantillon ASCO.*

	Polynômes d'approximation linéaire
Fréquence différence	$\log(q_-) = 0,52\ \log(P_1P_2) - 2,34$
Fréquence somme	$\log(q_-) = 0,79\ \log(P_1P_2) - 2,95$

Tab 13 – *Polynômes d'approximation pour la fréquence différence et la fréquence somme sur l'échantillon du type ASCO.*

Il n'y a pas de variation importante des coefficients directeurs des droites d'approximation. Il est donc possible de noter que la dépendance des niveaux des composantes d'intermodulation en fonction des niveaux des composantes fondamentales suit une loi de puissance. Les niveaux q_- et q_+ peuvent être décrits par :

$$q_- \propto \frac{\beta L\left(\omega_1 - \omega_2\right)^2}{2\rho_0^2 c_0^4}(P_1P_2)^{0,52} \qquad \text{et} \qquad q_+ \propto \frac{\beta L\left(\omega_1 + \omega_2\right)^2}{2\rho_0^2 c_0^4}(P_1P_2)^{0,79}. \tag{II.4.3}$$

Le niveau des composantes aux fréquences d'interaction paramétrique va maintenant être étudié à proximité d'une zone dégradée. Pour cela, la technique TR-NEWS est effectuée en chaque point d'une ligne de mesure traversant une fissure à la surface (figure 70).

Les niveaux des composantes aux fréquences différence et somme sont relevés dans le domaine fréquentiel (figure 71).

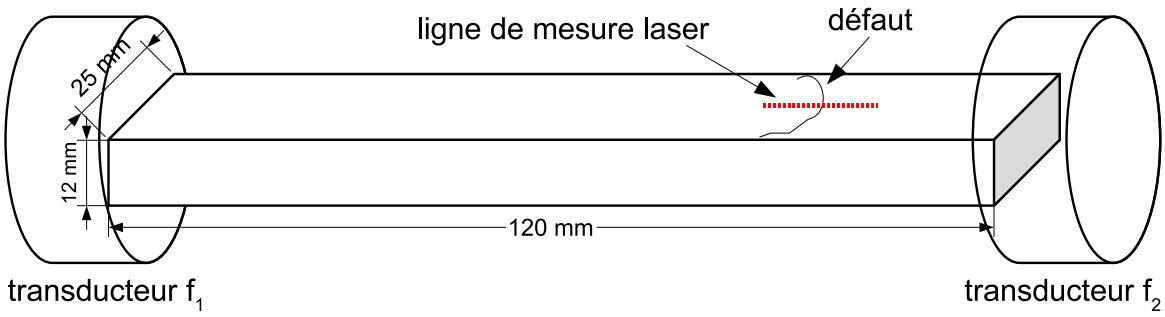
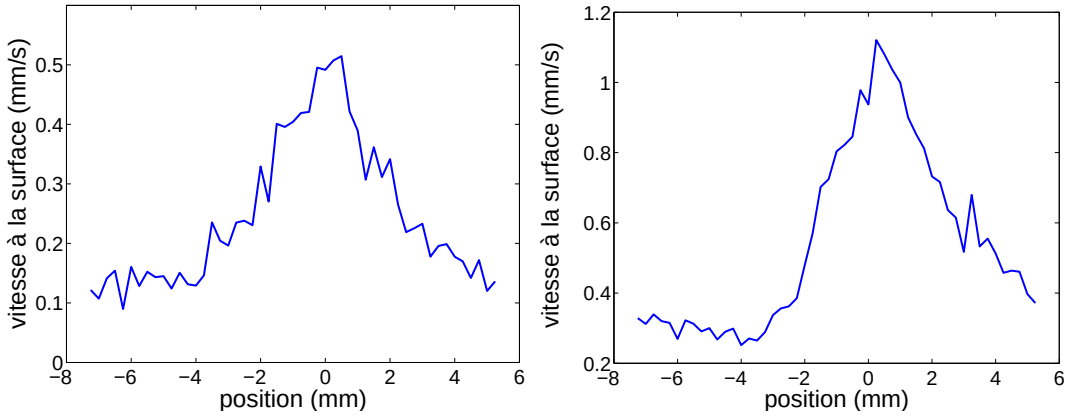


Figure 70 – *Schéma de l'expérience TR-NEWS en suivi dynamique avec la position de la ligne de mesure, des transducteurs f_1 et f_2 par rapport à la fissure.*



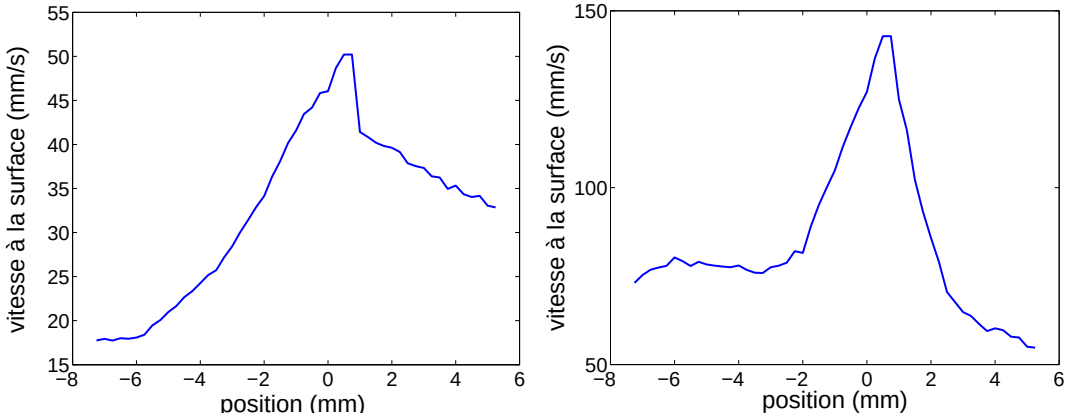
(a) $f_- = 370$ kHz (b) $f_+ = 1350$ kHz

Figure 71 – *Représentations de l'évolution des niveaux des composantes aux fréquences (a) différence $f_- = 370$ kHz et (b) somme $f_+ = 1350$ kHz autour d'une fissure (position 0 mm) à la surface de l'échantillon ASCO.*

Une augmentation du niveau des composantes en fonction de la position du défaut, que ce soit à la fréquence f_- ou f_+, est observée. Plus la mesure est réalisée à proximité de la zone fissurée, plus le niveau des composantes est important. Pour avoir une idée plus précise et pour vérifier l'origine de l'augmentation du niveau de nonlinéarité à proximité de la fissure, la variation des composantes aux fréquences fondamentales a été également mesurée (figure 72).

Le niveau des composantes aux fréquences fondamentales, 50 mm·s^{-1} pour f_1 et 120 mm·s^{-1} pour f_2, augmentent également à proximité de la zone fissurée. Cette augmentation peut s'expliquer par le fait que la fissure apparaît comme une interface d'un point de vue des signaux émis dans l'échantillon. Le signal subit donc de multiples réflexions sur la fissure : le signal mesuré à proximité de la fissure possède alors une traîne plus importante que celui éloigné (figure 73).

Lorsque ces signaux vont rétrofocaliser vers le point de mesure, l'énergie au niveau de la zone de rétrofocalisation sera plus importante.



(a) $f_1 = 490$ kHz (b) $f_2 = 860$ kHz

Figure 72 – *Représentations de l'évolution des niveaux des composantes aux fréquences fondamentales (a) $f_1 = 490$ kHz et (b) $f_2 = 860$ kHz autour d'une fissure (position 0 mm) à la surface de l'échantillon ASCO.*

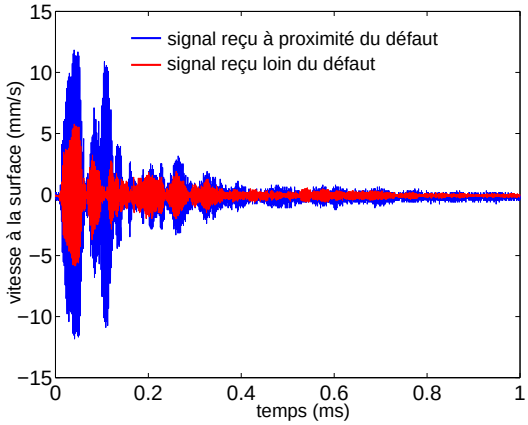


Figure 73 – *Comparaison des signaux reçus à proximité d'un défaut (trait bleu) et éloigné du défaut (trait rouge) pour la fréquence $f_1 = 490$ kHz.*

Pour justifier cette remarque, les courbes sur la figure 74 nous montrent que, de l'autre coté de la fissure, par rapport au transducteur, la décroissance de l'amplitude est plus rapide, ce qui montre bien que la fissure agit directement sur les signaux reçus.

L'augmentation des niveaux des composantes aux fréquences f_- et f_+ est donc directement liée à l'augmentation des niveaux P_1 et P_2 des composantes aux fréquences fondamentales. Pour vérifier l'existence d'une signature non linéaire différente de la signature classique, c'est-à-dire dépendante du paramètre non linéaire classique intrinsèque au matériau, le niveau des composantes d'intermodulation doit être normalisé par rapport au niveau des composantes fondamentales en prenant en compte le coefficient déterminé dans le tableau 13. Si la variation de cette valeur normalisée en fonction du défaut est constante, aucune signature non linéaire non classique ne pourra être extraite de la mesure.

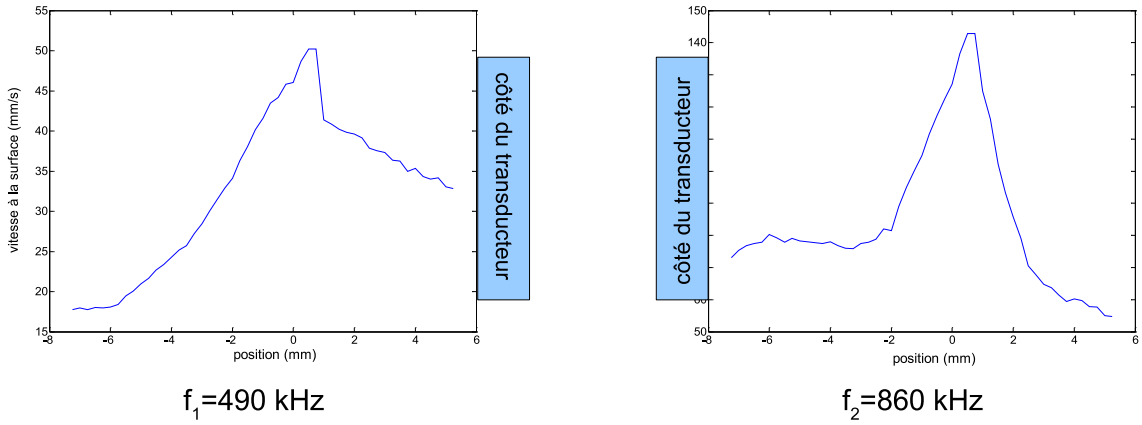
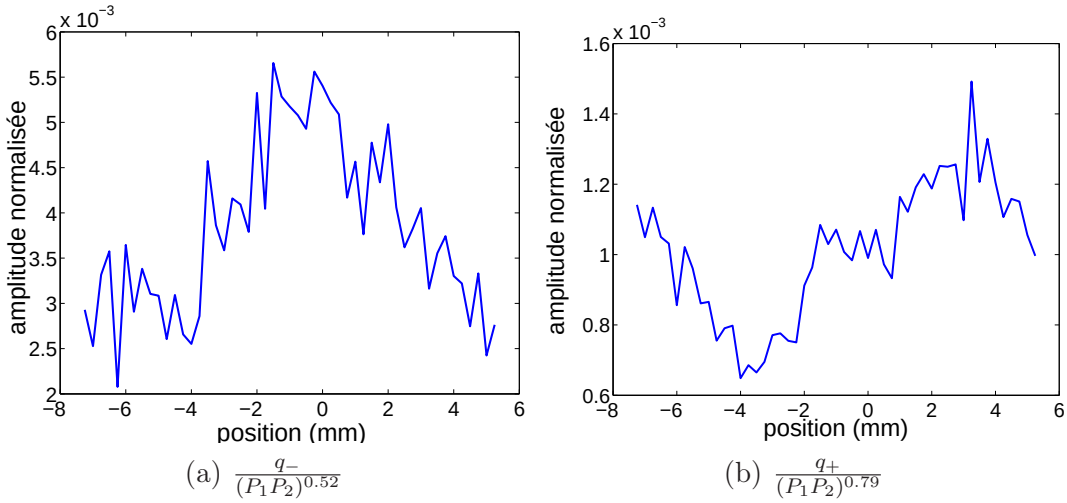


Figure 74 – *Représentations de l'évolution des amplitudes des composantes aux fréquences fondamentales $f_1 = 490$ kHz et $f_2 = 860$ kHz montrant les "ombres" de la fissure pour l'onde rétrofocalisée.*



(a) $\frac{q_-}{(P_1P_2)^{0.52}}$ (b) $\frac{q_+}{(P_1P_2)^{0.79}}$

Figure 75 – *Représentations de l'évolution des niveaux des composantes aux fréquences (a) différence $f_- = 370$ kHz et (b) somme $f_+ = 1350$ kHz normalisés par les caractéristiques déterminées par les courbes de la figure 69 et le tableau 13, des fréquences fondamentales autour d'une fissure (position 0 mm) à la surface de l'échantillon ASCO.*

D'après la figure 75, il n'y a pas de signature non linéaire non classique importante à proximité de la fissure. La raison de cette absence de signature peut venir du fait que la fissure ne subit pas de processus d'ouverture/fermeture. Différentes explications peuvent être données au fait de ne pas ouvrir ni fermer la fissure. La première est l'épaisseur de la fissure à l'endroit de la rétrofocalisation. L'ouverture de la fissure est d'environ 25 μm (figure 76) à l'endroit où la rétrofocalisation a lieu, or le déplacement induit par les ondes acoustiques rétrofocalisées est de l'ordre de 10 nm, donnée par la relation $v = 2\pi f d$. La deuxième explication vient du fait que les ondes rétrofocalisées vont induire un déplacement important perpendiculaire à la surface et donc parallèlement à la fissure. Ceci

ne va pas procurer un effort permettant l'ouverture ou la fermeture de la fissure et donc elle ne sera pas "excitée" dans le but de lui faire fournir un comportement non linéaire.

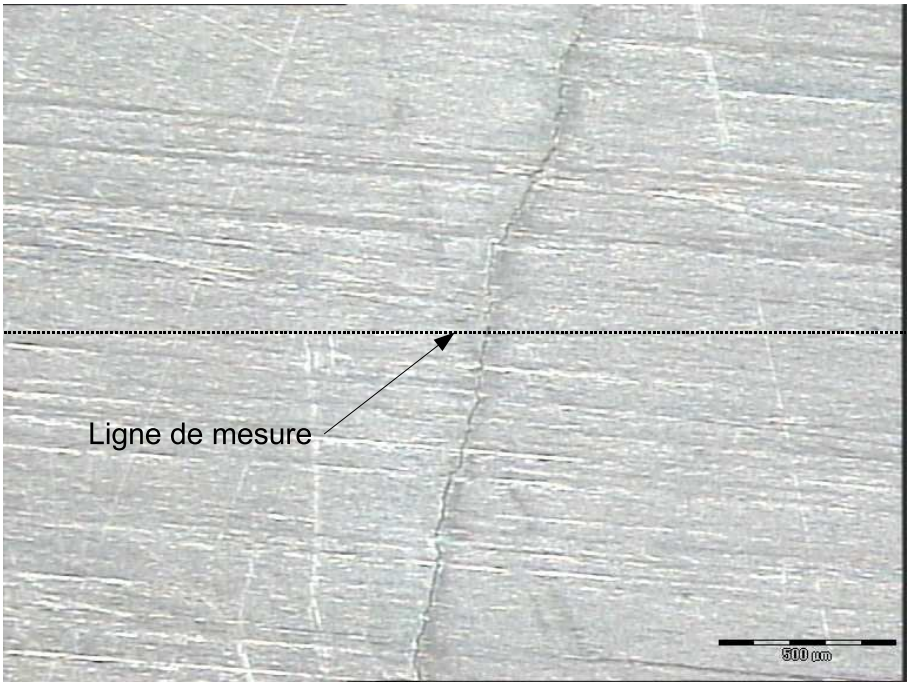


Figure 76 – *Photographie de l'échantillon ASCO au niveau de la zone fissurée.*

4.2 Retournement temporel sur une zone avec un comportement hystérétique : Résultats de simulations 3D

Dans cette partie, la méthode TR-NEWS a été étudiée à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral tri-dimensionnel de propagation (annexe B). Dans un premier temps la réciprocité du retournement temporel a été vérifiée. Il a été nécessaire pour cela de changer la ligne de récepteurs. En effet, les simulations numériques présentées précédemment (partie II.3) étaient réalisées avec une ligne de récepteurs constituée de 25 éléments, or il est maintenant nécessaire de réémettre le signal enregistré par la source (3 points $\times$ 3 points), donc une taille identique a été choisie pour la zone de réception. Ensuite, nous étudierons la signature non linéaire qui peut être mesurée au niveau du point de focalisation.

4.2.1 Réciprocité du retournement temporel

Nous allons tout d'abord vérifier la réciprocité du retournement temporel linéaire dans notre domaine de simulation (figure 77). Un signal est émis par la source (($x_{s1} = 5$ mm, $y_{s1} = 5$ mm, $z_{s1} = 1$ mm),($x_{s2} = 7$ mm, $y_{s2} = 7$ mm, $z_{s2} = 1$ mm)) dans le domaine de simulation. Après propagation, ce signal est enregistré par la zone de réception (($x_{r1} = 58$ mm, $y_{r1} = 6$ mm, $z_{r1} = 1$ mm),($x_{r2} = 61$ mm, $y_{r2} = 8$ mm, $z_{r2} = 1$ mm)).

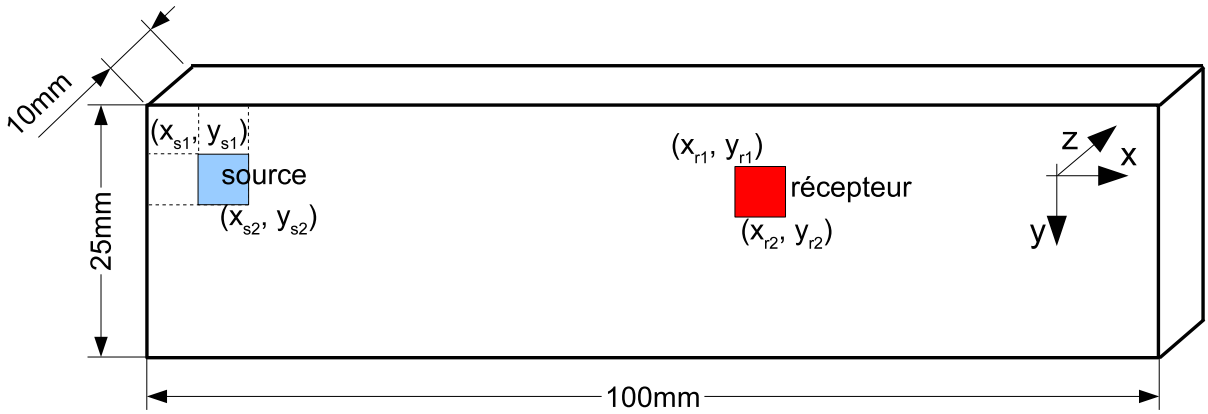


Figure 77 – *Zone de simulation pour la vérification de la réciprocité du retournement temporel.*

Le signal temporellement retourné est ensuite renvoyé dans le domaine de simulation, dans un premier temps par la zone de réception (figure 78(a)) pour vérifier la rétrofocalisation par retournement temporel classique et dans un deuxième temps par la source (figure 78(b)). Les amplitudes maximales de la composante v_z mesurées pendant la propagation retour dans le domaine de simulation sont enregistrées et les matrices sont représentées sur la figure 78.

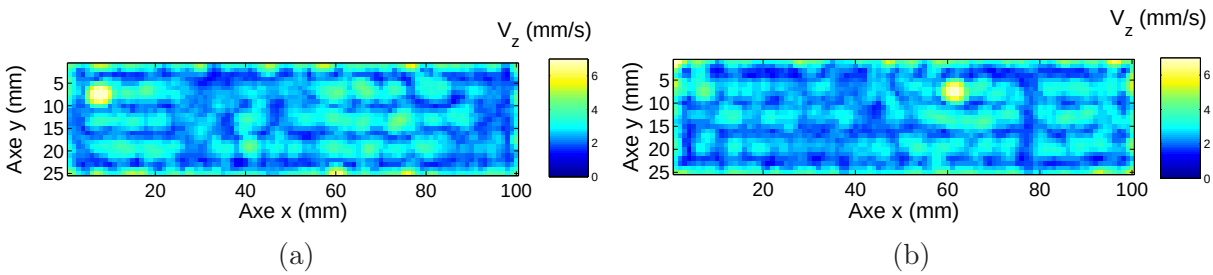
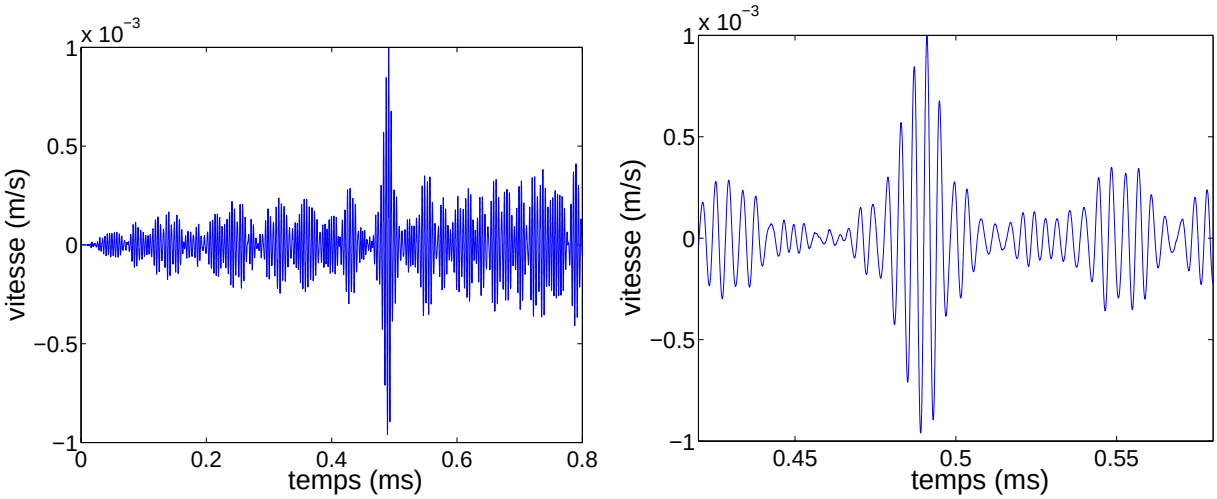


Figure 78 – *Vérification de la réciprocité : représentation des matrices des amplitudes maximales enregistrées (a) pendant la rétrofocalisation de l'onde temporellement retournée envoyée par le récepteur vers la source et (b) pendant la rétrofocalisation de l'onde temporellement retournée envoyée par la source vers le récepteur.*

Lorsque le signal temporellement retourné est renvoyé par les récepteurs, il rétrofocalise, comme on pouvait s'y attendre, à la position de la source (figure 78(a)) : retournement temporel classique. En revanche, si le signal est renvoyé par la source, alors il rétrofocalise à la position des récepteurs (figure 78(b)). Ceci nous montre bien la faisabilité de la réciprocité du retournement temporel : le signal temporellement retourné focalise à la position du récepteur si il est réémis de la position de la source.
Les signaux enregistrés au cours de la propagation retour au niveau de la zone de rétrofocalisation sont présentés sur la figure 79. La rétrofocalisation temporelle apparaît au niveau du temps $t = 0,49$ ms.



(a) (b)

Figure 79 – *Représentations temporelles des signaux rétrofocalisés au niveau de la zone de réception en $x = 60$ mm et $y = 9$ mm pour (a) le signal entier et (b) sur la zone de rétrofocalisation temporelle.*

Il est maintenant nécessaire de réaliser l'étude du comportement non linéaire que l'on peut mesurer au niveau de la zone de rétrofocalisation et de voir l'applicabilité d'une telle méthode.

4.2.2 Signature non linéaire sur la zone de rétrofocalisation

Dans le but de mesurer la signature non linéaire présente au niveau de la rétrofocalisation, plusieurs simulations ont été réalisées. Neuf zones de réception de 5 mm × 5 mm × 1 mm ont été définies autour d'une zone de défauts de 5 mm de long de coordonnées $x_d = 50$ mm, $y_d = 7$ mm et $z_d = 1 : 5$ mm (figure 80). Cinq zones de réception sont situées suivant l'axe x (horizontal) et notées de 1 à 5 et cinq zones sont situées suivant l'axe y (vertical) et notées de 1' à 5'. Les zones 2 et 2', centrées sur le défaut, sont identiques.

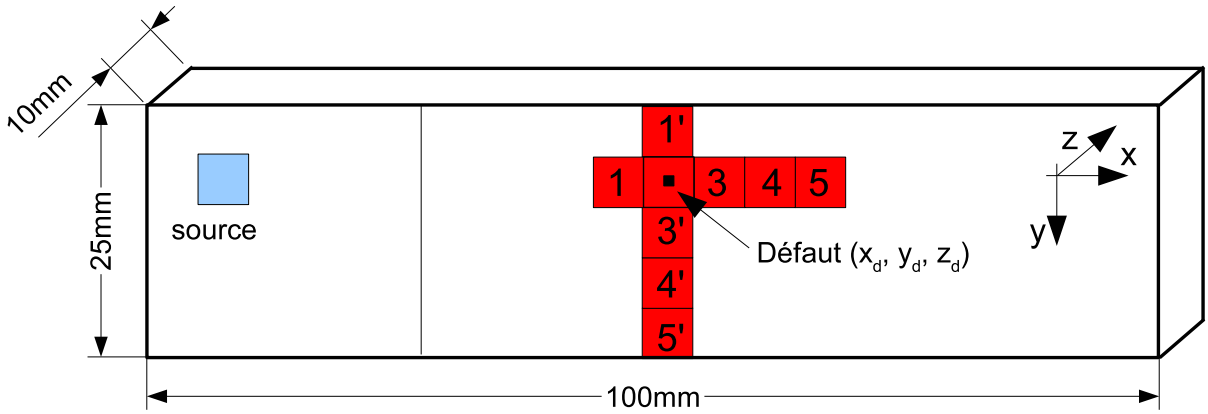
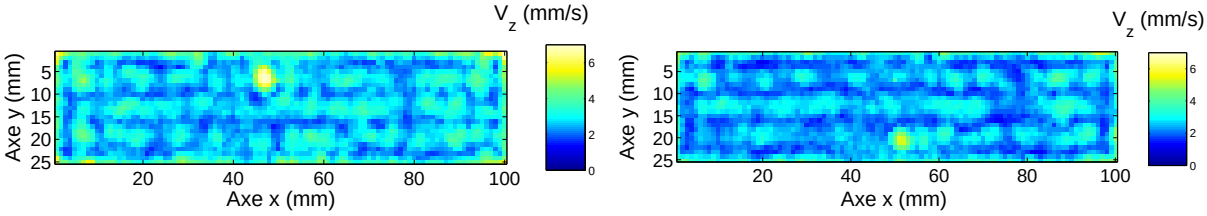


Figure 80 – *Représentation de la zone de simulation pour déterminer la signature non linéaire sur la tache de rétrofocalisation. Les carrés rouges représentent les différentes zones de réception testées.*

Pour chaque zone de réception, représentée en figure 80, un signal direct est reçu, temporellement retourné et renvoyé à partir de la source. La nonlinéarité est ensuite mesurée au point de la zone de rétrofocalisation (zone de réception). Deux cartographies sont présentées sur la figure 81, l'une pour la rétrofocalisation sur la zone 1 et l'autre pour la rétrofocalisation sur la zone 5'. On remarque bien sur ces deux cartographies les différences entre les deux zones de rétrofocalisation : pour la zone 1, le signal est mieux rétrofocalisé car il est plus proche de la source, c'est pourquoi le niveau du signal reçu et temporellement retourné est plus important.



(a) (b)

Figure 81 – *Représentations des matrices des amplitudes maximales enregistrées pendant la rétrofocalisation de l'onde temporellement retournée sur (a) la zone de reception 1 et (b) la zone de reception 5'.*

L'analyse non linéaire est réalisée au niveau de la zone de rétrofocalisation temporelle du signal (exemple figure 79), c'est-à-dire dans la zone où le signal émis est reconstruit. Pour réaliser le filtrage de nos signaux, la méthode par inversion d'impulsions est utilisée. La somme des deux signaux en opposition de phase rétrofocalisés est représentée sur la figure 82.

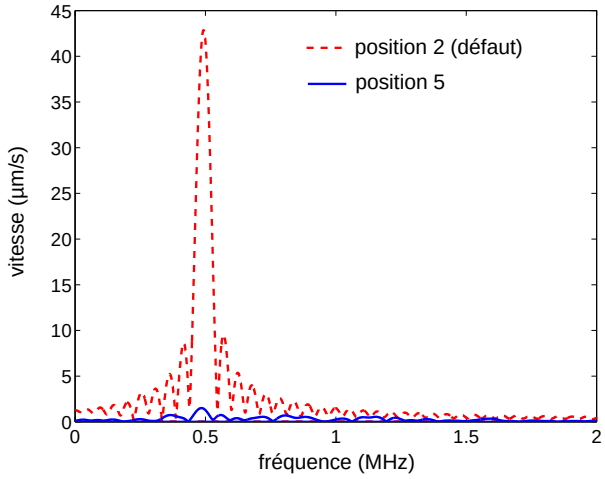
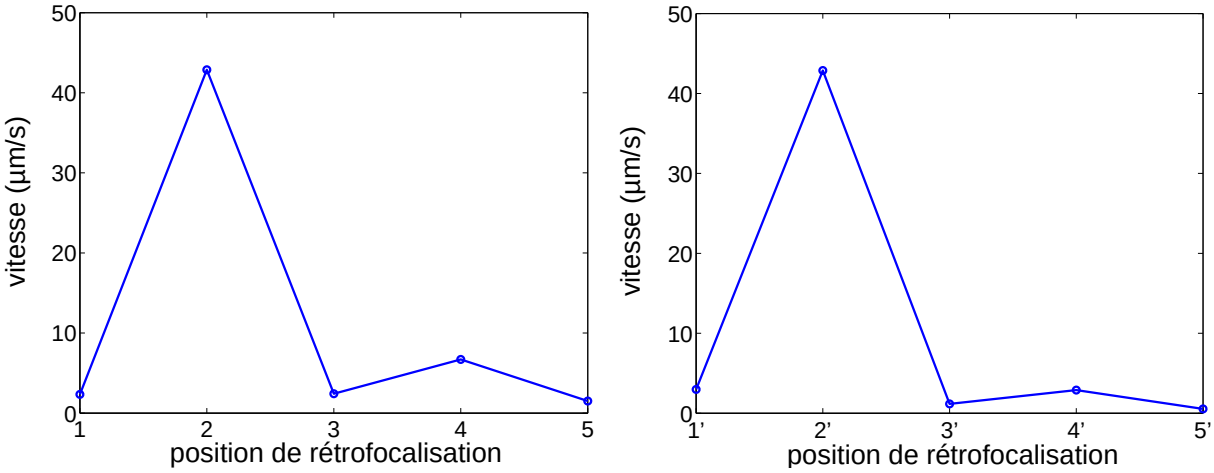


Figure 82 – *Représentations spectrales de l'harmonique à $2f = 500$ kHz des signaux rétrofocalisés après filtrage par inversion d'impulsions sur une zone présentant un comportement hystérétique (trait rouge, pointillés) et sur une zone sans comportement hystérétique (trait bleu, plein).*

L'amplitude de l'harmonique à $2f = 500$ kHz est relevée pour chaque position de rétrofocalisation, dans le cas vertical et horizontal (figure 83).

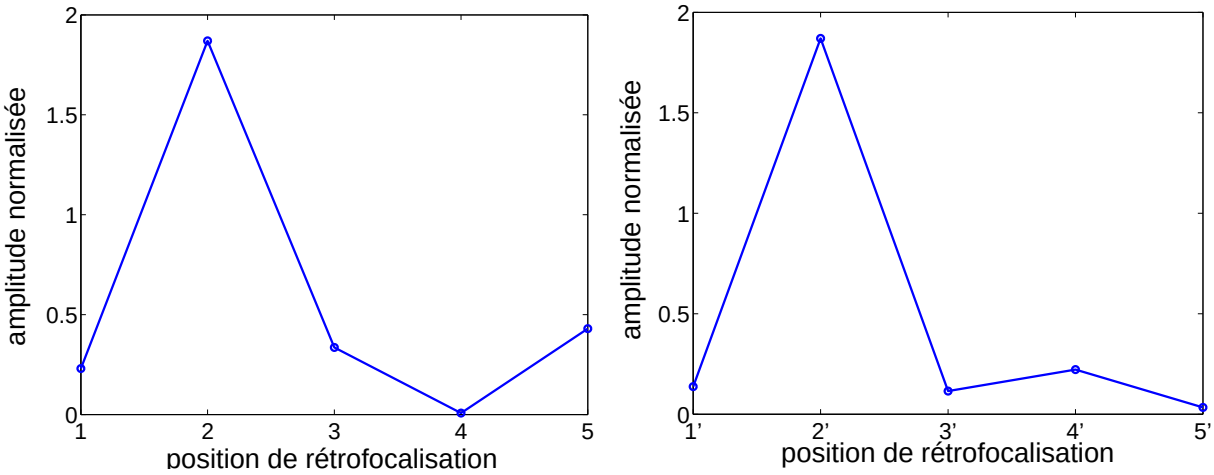


(a) ligne horizontale (b) ligne verticale

Figure 83 – *Amplitude des composantes du second harmonique pour les différentes positions de rétrofocalisation pour (a) la ligne horizontale et (b) la ligne verticale. Le défaut étant situé sur la position 2.*

Une augmentation du niveau de ces composantes peut être relevée lorsque la rétrofocalisation est réalisée sur la position du défaut (zone 2). Il est maintenant intéressant de regarder le niveau de ces composantes normalisé par le carré du fondamental reçu (figure

84), comme dans le cas expérimental.



(a) ligne horizontale (b) ligne verticale

Figure 84 – *Amplitude des composantes du second harmonique normalisée par l'amplitude du fondamental pour les différentes positions de rétrofocalisation pour (a) la ligne horizontale et (b) la ligne verticale. Le défaut étant situé sur la position 2.*

Malgré une résolution spatiale faible (dans le plan $z = 1$ mm) due aux dimensions des zones de réception 5 mm $\times$ 5 mm comparées à celles du défaut 1 mm $\times$ 1mm et à des niveaux d'excitation faibles ($p_0 = 50$ kPa), on peut remarquer une augmentation du niveau de l'harmonique deux sur la zone 2 (zone du défaut) différente de l'augmentation du fondamental. Donc, contrairement aux résultats expérimentaux, on obtient une signature non linéaire par rapport au fondamental caractéristique d'un comportement non classique. Ces résultats permettent de montrer la faisabilité d'une mesure qualitative des propriétés non linéaires non classiques avec TR-NEWS et l'intérêt qu'il est nécessaire de porter à la recherche du comportement hystérétique de la fissure.

4.3 Conclusions et perspectives sur TR-NEWS

La méthode TR-NEWS combinant le retournement temporel avec un post-traitement non linéaire, développée au sein du laboratoire durant mon travail de Thèse, a été appliquée à un échantillon de taille réelle subissant des efforts en traction durant une semaine dédiée aux manipulations dans le cadre du projet AERONEWS au centre aéronautique VZLU à Prague. En collaboration avec Koen Van Den Abeele et Pierre-Yves Le Bas, le dispositif expérimental a été monté en direct sur la machine de traction. Les résultats, présentés au 9ème Congrès Européen des Essais Non Destructifs (ECNDT) à Berlin [93] ont apporté des conclusions prometteuses quant à la détection de fissure.

La suite du travail de Thèse a porté sur l'approfondissement de l'étude du comportement non linéaire que l'on détecte au niveau de la tache focale d'un signal temporellement retourné. La question pertinente qui est apparue concernant ces résultats était de savoir comment les normaliser pour être sûr que la signature détectée à proximité d'une fissure relève bien d'une nonlinéarité non classique.
Nous nous sommes tout d'abord penchés sur la signature non linéaire présente au niveau de la tache de focalisation [98, 146]. L'interaction paramétrique a été utilisée comme analyse non linéaire pour éviter au maximum l'influence des appareils électroniques. Deux fréquences ont été émises et mesurées indépendamment dans l'échantillon, retournées temporellement, inversées (dans le but de réaliser un filtrage par inversion d'impulsions) et renvoyées simultanément dans l'échantillon. On a pu alors mesurer les composantes d'interaction paramétrique aux fréquences somme $f_+ = f_1 + f_2$ et différence $f_- = f_2 - f_1$. Pour répondre à l'interrogation concernant la signature non linéaire présente lorsque la distance d'interaction entre les ondes est faible, une étude comparative en fonction des fréquences fondamentales, de leur amplitude et de l'épaisseur de l'échantillon a été réalisée. Comme on pouvait s'y attendre, les deux ondes qui interagissent ne sont pas colinéaires, elles ne répondent donc pas à la théorie sur l'interaction de deux ondes développée par Westervelt [63]. Cependant, une signature non linéaire peut être mesurée au niveau de la tache focale. Cette mesure peut donc maintenant être appliquée à proximité d'une zone fissurée pour relever la présence ou non d'un comportement non classique.
Conformément aux résultats présentés par l'équipe de Sutin [139] et ceux obtenus lors de la semaine dédiée aux manipulations à Prague [93], une signature est apparue au niveau de la fissure dans nos échantillons testés (partie II.4). Il a été nécessaire de s'intéresser à la variation du niveau des fréquences fondamentales pour noter que cette signature est directement liée à cette variation. En effet, la fissure intervenant dans la propagation du signal direct comme une interface, la traîne du signal mesuré à proximité de la fissure est importante ce qui entraîne un fort niveau d'énergie qui rétrofocalise en un point. Le niveau des composantes d'interaction paramétrique étant directement lié au niveau des fréquences fondamentales (partie II.4), une augmentation de ce dernier entraîne évidemment une augmentation du premier. Dans nos travaux, aucune signature de nonlinéarité non classique liée à une fissure différente de la non linéaire globale du matériaux n'a pu être extraite.
La question qui restait en suspend était tout de même de savoir si ce problème était lié à la méthode de détection, TR-NEWS, ou au comportement de la fissure. Des simulations numériques de TR-NEWS ont été réalisées à l'aide de l'algorithme pseudo-spectral tri-dimensionnel. Les résultats ont montré une bonne détection d'un comportement non linéaire non classique défini sur un point et donc la faisabilité de la méthode TR-NEWS. Il est donc nécessaire de s'intéresser au comportement de la fissure dans un cas expérimental. Une fissure n'a pas nécessairement un comportement non linéaire non classique lorsqu'une contrainte lui est appliquée. Ce comportement dépend d'un certain nombre de paramètres à vérifier avant toutes mises en œuvre expérimentale : de l'orientation de la contrainte appliquée à la fissure à la largeur d'ouverture, jusqu'à la possibilité d'apparition d'un comportement de friction [119].

Conclusion

Depuis plusieurs années, les techniques de spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires ont montré une meilleure sensibilité que les techniques acoustiques linéaires, concernant le diagnostic précoce de dégradation de divers matériaux. Ce travail de Thèse a permis d'explorer, à l'aide de méthodes ultrasonores, deux techniques différentes d'évaluation du comportement non linéaire d'un matériau : l'évaluation quantitative du comportement non linéaire global et la mesure qualitative de nonlinéarités localisées.

La mesure quantitative du coefficient non linéaire β, développée au laboratoire en 2002 avec une méthode de modulation de phase en contact, basée sur l'interaction paramétrique de deux ondes, a été appliquée à des matériaux homogènes tels que la silice et le verre et à des matériaux plus complexes tels que des échantillons d'aluminium collés, répondant à la problématique du projet européen AERONEWS. Cette méthode valide la présence d'une nonlinéarité globale des matériaux homogènes : pour la silice $\beta_{\text{silice}} = -6$ et pour le verre $\beta_{\text{verre}} = 7$. L'adaptation de cette méthode à des échantillons bi-couches permet l'utilisation de la modulation de phase sur des matériaux plus complexes, mais semble tout de même limitée lorsque la complexité structurelle et géométrique du milieu à explorer augmente. En effet, dans notre cas, une forte dépendance du niveau de pression de l'impulsion basse fréquence à la transmission à travers l'interface peut être observée entraînant une dépendance du niveau de modulation de phase engendrée par la nonlinéarité du milieu.
D'autres limitations sont apparues quant à l'application de cette méthode à des échantillons dégradés. Le comportement non linéaire non classique, attribué à la présence d'une zone de micro-inhomogénéités (dégradation), n'est pas pris en compte dans la théorie de la modulation de phase. Il en résulte que la détermination d'un coefficient non linéaire élevé ($\beta > 30$), signature d'une nonlinéarité non classique, est apparu difficile avec cette méthode. L'information globale sur la nonlinéarité classique de l'échantillon par modulation de phase a décidé l'utilisation des mesures non quantitatives mais basées sur la différence du niveau de nonlinéarité entre une zone saine et une zone dégradée.

Caractérisée par un fort niveau de nonlinéarité, une zone dégradée peut être étudiée localement par une méthode combinant le retournement temporel acoustique et la spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires basée sur l'interaction paramétrique d'ondes

acoustiques. En effet, en considérant le défaut comme une source de forte nonlinéarité, il est donc possible d'utiliser le retournement temporel sur le signal issu de cette source pour la détecter. Deux combinaisons ont été développées :

- **NEWS-TR** : un pré-traitement non linéaire est appliqué à l'onde s'étant propagée dans l'échantillon dégradé dans le but d'extraire la signature non linéaire. Le retournement temporel est ensuite appliqué à cette signature et envoyé dans l'échantillon pour en localiser la source ;
- **TR-NEWS** : le retournement temporel est directement appliqué au signal reçu en un point à la surface de l'échantillon. Grâce au principe de réciprocité, une contrainte importante peut être alors créée au point de mesure avec le signal mesuré par le récepteur et réinjecté au niveau de l'émetteur. Un post-traitement non linéaire est ensuite appliqué à ce signal acoustique retrofocalisé temporellement et spatialement et qui présente un fort niveau.

La méthode NEWS-TR a été appliquée au cours de ce travail de Thèse sur des échantillons possédant une zone dégradée. Le développement d'un algorithme pseudo-spectral a permis de confirmer la faisabilité de cette méthode sur un échantillon comportant une zone dégradée ayant un comportement hystérétique décrit par une modélisation par les espaces de Preisach-Mayergoysz. Cette étude a également montré l'intérêt d'utiliser le filtrage par inversion d'impulsions ultrasonores pour éliminer le fondamental et les composantes harmoniques impaires du signal reçu et de répondre à la problématique de sensibilité et détectabilité des effets non linéaires. D'un point de vue expérimental, les résultats obtenus n'ont pas eu la teneur escomptée. La géométrie simple (parallélépipédique) de l'échantillon testé en est la cause principale. En effet, le manque de réflexions dans l'échantillon, indispensable à la génération de sources virtuelles, et l'utilisation de trains d'ondes courts diminuent le niveau d'interaction entre ces signaux. Une perspective intéressante pourrait être d'exciter un des deux transducteurs avec un train d'onde ayant une longueur correspondant à l'échantillon. Ayant montré la faisabilité d'une telle méthode, il est nécessaire d'extraire de cette approche expérimentale le fait que la question la plus importante est de savoir si le comportement hystérétique de la micro-inhomogénéité est effectivement obtenu. Ce comportement particulier est entièrement dépendant des fréquences utilisées, de l'orientation de la fissure par rapport à la polarisation des ondes acoustiques propagées et de la distribution des micro-inhomogénéités dans la zone dégradée.

Concernant la méthode TR-NEWS, une attention particulière a été portée sur l'étude de la signature non linéaire au niveau de la zone de rétrofocalisation des ondes. Un dispositif expérimental TR-NEWS et son instrumentation associée a été réalisée au laboratoire dans le cadre du projet AERONEWS pour la détection d'une fissure. Pour éviter les non-linéarités parasites dues aux transducteurs et à la chaîne de mesure, l'intermodulation entre deux ondes, dont l'émission est indépendante, a été priviligiée. Le problème concernait l'interaction sur la zone de focalisation. Après une étude expérimentale du niveau d'intermodulation en fonction du niveau d'excitation, une loi de proportionnalité entre les niveaux des composantes f_- et f_+ et les niveaux des composantes fondamentales a été introduite. La variation du coefficient de proportionnalité en fonction des fréquences

utilisées montre bien la complexité du phénomène d'interaction au niveau de la zone de focalisation. Malgré tout, une signature non linéaire a pu être mesurée et il est donc apparu intéressant d'étudier l'influence d'une zone fissurée sur cette signature. La normalisation du niveau de couplage non linéaire relevé à proximité d'une zone dégradée a permis de noter que, dans le cas de nos échantillons fissurés, aucune variation significative du niveau de couplage non linéaire n'a été détectée. Nous n'avons donc pas confirmé expérimentalement la présence d'une nonlinéarité non classique localisée au niveau de la fissure. Le niveau de nonlinéarité reste celui présent à un autre point du matériau. Toutefois, les résultats numériques présentent bien une augmentation du niveau de nonlinéarité sur les signaux focalisés.

La perspective importante qui ressort de ce travail de Thèse porte essentiellement sur le comportement hystérétique d'une zone de micro-inhomogénéités. Ce comportement dépend d'un nombre important de paramètres d'excitation tels que la fréquence, la contrainte engendrée, l'orientation de micro-inhomogénéités et leur distribution dans la zone de mesure. La présence d'une fissure fine permettrait d'obtenir une distribution des micro-inhomogénéités importante sur un espace très faible et tendrait à augmenter la possibilité d'atteindre un comportement hystérétique. La perspective de vérifier cette dernière hypothèse, en réalisant les manipulations de TR-NEWS dans une zone où l'ouverture de la fissure est faible et où la distribution de micro-inhomogénéités est importante, est intéressante. Le "pilotage" de la fissure, c'est-à-dire le fait de connaître les paramètres d'excitation pour le comportement hystérétique des micro-inhomogénéités, est l'une des perspectives importantes de ce travail. Il est également possible d'envisager l'ajout d'une excitation externe de ces micro-inhomogénéités en contraignant la zone dégradée avec une onde basse fréquence de fort niveau.

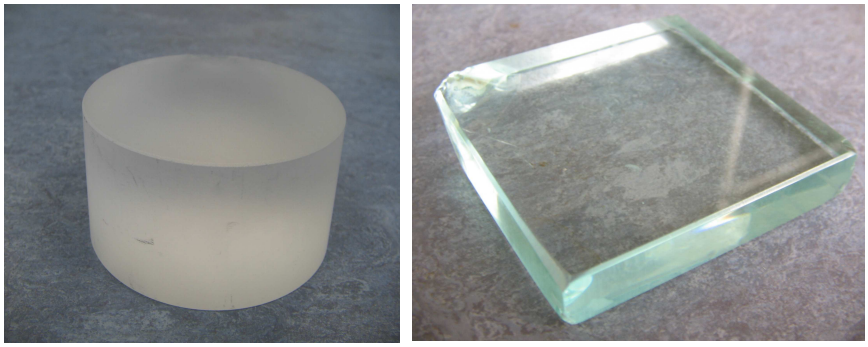
Annexes

Annexe A

Présentation des échantillons

Matériaux homogènes

Les matériaux, présentés dans cette partie, peuvent être considérés comme homogènes car ils ne sont ni fissurés, ni constitués de plusieurs couches à l'échelle des longueurs d'onde utilisées. Deux types d'échantillons sont étudiés : un cylindre de silice transparent de type Vitréosil de la société Saint-Gobain Quartz de 60 mm de diamètre et 30 mm d'épaisseur et un échantillon de verre de 50 mm de côté et 10 mm d'épaisseur (figure 85). L'intérêt d'utiliser l'échantillon de silice vient du fait que la valeur du coefficient non linéaire β est connue dans ce matériau et a la particularité d'être négative. L'échantillon de verre a été étudié dans la perspective de déterminer un autre coefficient non linéaire, dans un matériau qui sera placé en contact avec la silice, et de permettre des mesures dans un échantillon fissuré. En effet, la chauffe d'un échantillon de verre et le refroidissement dans un bain d'eau crée des fissures.



(a) (b)

Figure 85 – *Échantillon de silice de 30 mm d'épaisseur (a) et échantillon de verre de 10 mm d'épaisseur (b).*

Les caractéristiques physiques et les propriétés linéaires de ces échantillons sont les suivantes :

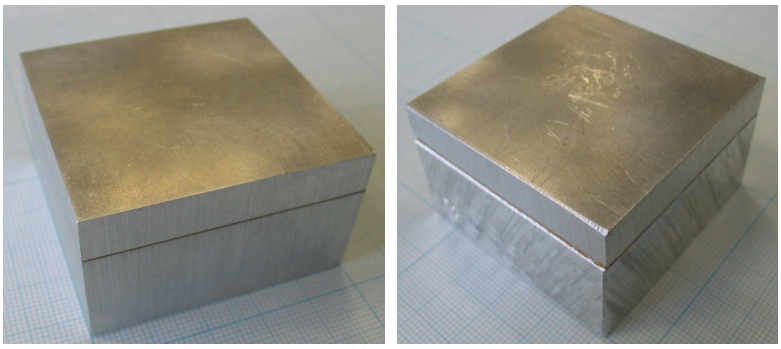
- silice : masse volumique $\rho_{SiO_2} = 2200$ kg.m^{-3}, module d'Young $E_{SiO_2} = 79,2$ GPa, célérité $c_{SiO_2} = 6000$ m/s et atténuation $\alpha_{SiO_2} \approx 0$ Np/m (l'atténuation étant très faible dans la silice, elle sera considérée comme nulle), impédance acoustique $Z_{SiO_2} = 13,2$ MRa ;
- verre : masse volumique $\rho_{verre} = 2492$ kg.m^{-3}, module d'Young $E_{verre} = 82,8$ GPa, célérité $c_{verre} = 5764$ m/s et atténuation $\alpha_{verre} \approx 0$ Np/m (l'atténuation étant très faible dans le verre, elle sera considérée comme nulle), impédance acoustique $Z_{verre} = 14,4$ MRa.

Les atténuations et les célérités ont été mesurées à l'aide d'une méthode de spectroscopie ultrasonore impulsionnelle en immersion développée par He *et al.* [77] et utilisée au laboratoire [32]. Cette méthode consiste en la mesure de deux signaux, un transmis dans un milieu de référence, dans notre cas l'eau, l'autre à travers l'échantillon.

Matériaux multicouches

Les matériaux collés étudiés, fournis par l'entreprise Dassault Aviation France, sont à base de deux échantillons homogènes placés en contact avec différents couplants (gel échographique, huile de silicon, salicylate de phényle ou colle époxy). Ces matériaux ont été divisés en deux parties :

- les matériaux homogènes présentés précédemment mis en contact avec différents couplants utilisés pour garantir le contact : le gel écographique, l'huile de silicone et le salicylate de phényle (salol).
- des échantillons en aluminium collés avec une couche de colle époxy fournis par l'entreprise Dassault Aviation. Il s'agit pour chaque échantillon de deux blocs d'aluminium de 50 mm de côté et de 20 mm et 8 mm d'épaisseur collés par une couche fine de colle époxy (figure 86). Les caractéristiques physiques et les propriétés linéaires de ces échantillons en aluminium sont les suivantes : masse volumique $\rho_{Al} = 2780$ kg.m^{-3}, module d'Young $E_{Al} = 113$ GPa, célérité $c_{Al} = 6375$ m/s et atténuation $\alpha_{Al} \approx 0$ Np/m, impédance acoustique $Z_{Al} = 17,7$ MRa. La différence entre les deux échantillons porte sur le processus de collage (étape de chauffage et étape de refroidissement). Pour l'échantillon avec le collage sain, le processus a été mené à bout classiquement alors que pour l'échantillon avec un collage dégradé, il a été stoppé dans la phase de chauffage et a subi une phase de refroidissement rapide.



(a) (b)

Figure 86 – *Échantillons collés en aluminium de l'entreprise Dassault Aviation ((a) collage "sain", (b) collage "dégradé").*

Matériaux fissurés

L'échantillon fissuré est un échantillon parallélépipédique de dimensions 120 mm × 25 mm × 10 mm en titanium. Il a été fatigué à la suite d'essais en flexion sur 4 points (figure 87).

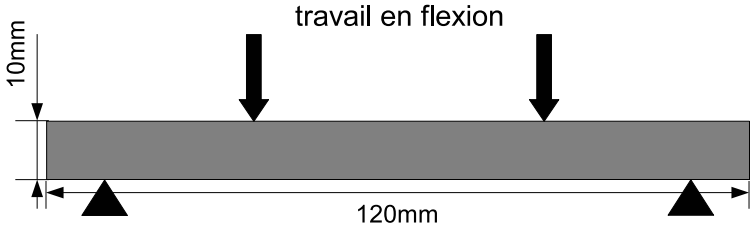


Figure 87 – *Représentation des essais de fatigue réalisés sur les échantillons de l'entreprise N.V. ASCO Industries.*

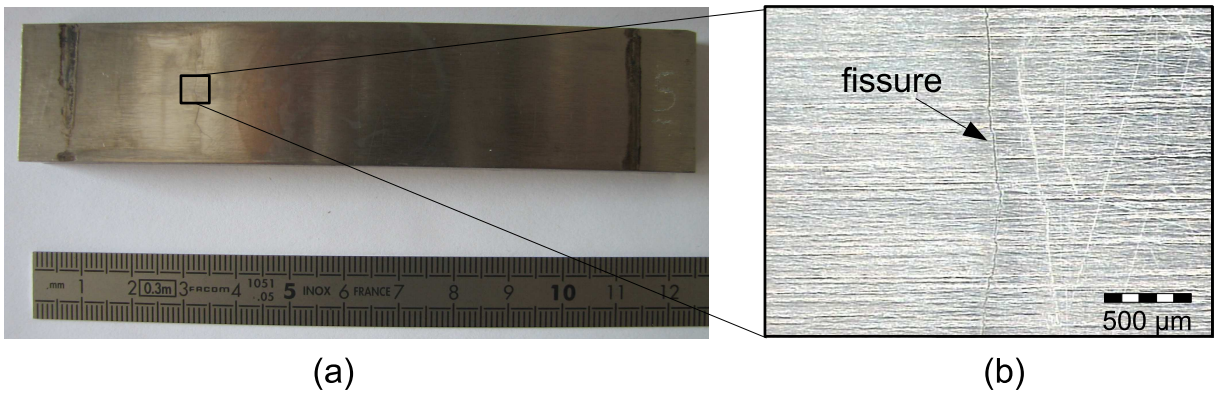


Figure 88 – *(a) Échantillon fissuré de l'entreprise N.V. ASCO Industries en titanium. (b) La fissure apparaît bien en surface de l'échantillon.*

Les caractéristiques physiques et les propriétés linéaires de l'échantillon fissuré sont les suivantes : masse volumique $\rho_{ASCO} = 8064$ kg.m^{-3}, module d'Young $E_{ASCO} = 257$ GPa, célérité $c_{ASCO} = 5645$ m/s. L'atténuation dans cet échantillon est considérée comme nulle.

Annexe B

Extension de l'algorithme pseudo-spectral à une matrice 3D

Dans cette partie, nous allons considérer la propagation dans un solide isotrope transverse tri-dimensionnel. Dans un tel solide, la relation entre la contrainte et la déformation est donnée par

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix}, \tag{II.B.1}$$

et la matrice des constantes élastiques, en notation de Kelvin, s'écrit

$$\tilde{C}_{IJ} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{66} \end{pmatrix}. \tag{II.B.2}$$

Les vecteurs propres $\tilde{\epsilon}^{(i)}$ et leur valeur propre associée $\Lambda^{(i)}$ s'écrivent alors

$$\tilde{\epsilon}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda^{(1)} = C_{11} - C_{12}; \quad \tilde{\epsilon}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda^{(2)} = 2C_{44}; \tag{II.B.3}$$

$$\tilde{\epsilon}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda^{(3)} = 2C_{44}; \quad \tilde{\epsilon}^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \Lambda^{(4)} = 2C_{66}; \tag{II.B.4}$$

$$\tilde{\epsilon}^{(5)} = \frac{1}{\sqrt{1+2\Upsilon_1^2}} \begin{pmatrix} \Upsilon_1 \\ \Upsilon_1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \Upsilon_1 = \frac{1}{4C_{13}} \left(C_{11} + C_{12} - C_{33} + \sqrt{X} \right), \\ \Lambda^{(5)} = \frac{1}{2} \left(C_{12} + C_{33} + C_{11} + \sqrt{X} \right), \\ \text{où } X = 8C_{13}^2 + \left(C_{11} + C_{12} - C_{33} \right)^2; \end{cases} \tag{II.B.5}$$

$$\tilde{\epsilon}^{(6)} = \frac{1}{\sqrt{1+2\Upsilon_2^2}} \begin{pmatrix} \Upsilon_2 \\ \Upsilon_2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \Upsilon_2 = \frac{1}{4C_{13}} \left(C_{11} + C_{12} - C_{33} - \sqrt{X} \right), \\ \Lambda^{(6)} = \frac{1}{2} \left(C_{12} + C_{33} + C_{11} - \sqrt{X} \right). \end{cases} \tag{II.B.6}$$

Ces coefficients vont ensuite servir à déterminer la matrice des coefficients élastiques modifiés C_{IJ} (Eq. II.1.30) :

$$C_{IJ} = \begin{pmatrix} \frac{\Lambda^{(1)}}{2} + \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & -\frac{\Lambda^{(1)}}{2} + \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\Lambda^{(1)}}{2} + \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & \frac{\Lambda^{(1)}}{2} + \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & \frac{\Lambda^{(5)}\Upsilon_1^2}{1+2\Upsilon_1^2} + \frac{\Lambda^{(6)}\Upsilon_2^2}{1+2\Upsilon_2^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Lambda^{(2)}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Lambda^{(3)}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Lambda^{(4)}}{2} \end{pmatrix}. \tag{II.B.7}$$

Il est important de noter qu'une direction est privilégiée (ici l'axe z). Ceci est dû à l'isotropie transverse choisie pour le solide, dans ce cas, la fissure est orientée selon cet axe. Pour étudier le cas d'une fissure orientée dans une autre direction, il faudra multiplier la matrice des contraintes élastiques obtenue (eq. II.B.7) par une matrice de rotation. Ces derniers cas ne seront pas étudiés au cours de ce travail.

Annexe C

Projet Européen AERONEWS

Figure 89 – *Logo du projet européen AERONEWS*

Le but de ce projet est d'examiner, de confirmer et d'exploiter les résultats convaincants des techniques de spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires en les développant dans un premier temps d'un point de vue fondamental sur des matériaux fatigués artificiellement dans l'optique de les appliquer au champ particulier des structures aéronautiques. Les différentes parties du projet portent sur l'étude de composants et de structures d'avion ayant subit des cycles de fatigue contrôlés créant des microfissures progressives, sur l'évolution de nouveaux moyens de surveillance (sondes, électronique,...), sur le développement de la création d'images formées grâce aux méthodes de spectroscopies d'ondes élastiques non linéaires et sur la recherche fondamentale de modélisation à l'échelle mésoscopique des phénomènes d'endommagement. Le rapport entre ces études et le comportement macroscopique lié à un matériau fatigué est étudié dans le but de créer un système d'inspection des microfissures incluant les outils de commande et de valider entièrement le modèle développé. Le but à long terme d'un tel projet (5-10 ans) est de surveiller l'intégralité des fuselages, des moteurs d'avion et les systèmes de rotor d'hélicoptère. Le développement de ces technologies innovantes basées sur la spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires et ses applications à l'industrie aéronautique aura comme conséquence un système de détection de microfissures accru, fiable et intégré.
Ce projet européen, coordonné par l'Université Catholique de Louvain, compte 18 partenaires :

- Katholieke Universiteit Leuven, Belgique
- Vrije Universiteit Brussel, Belgique
- N.V. ASCO Industries, Belgique
- Diagnostic Center DAKEL, République Tchèque

- Institute of Thermomechanics, République Tchèque
- Vyzkummy a Zkusebni Letecky Ustav (VZLU), République Tchèque
- GIP Ultrasons, Université François-Rabelais de Tours, France
- NDT Expert, France
- Fraunhofer Institut fuer Zerstoerungsfreie Pruefverfahren (IZFP), Allemagne
- Politecnico di Torino, Italie
- Università di Napoli, Italie
- Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Espagne
- Boeing Research & Technology Europe, Espagne
- Bodycote Materials Testing AB, Suède
- University of Exeter, Royaume-Uni
- University of Bristol, Royaume-Uni
- University of Nottingham, Royaume-Uni
- Cranfield University, Royaume-Uni.

Un découpage du projet en sept groupes de travail (WP pour Work Package) regroupés en quatre grandes parties a été réalisé.

- partie recherche fondamentale :
  - WP1 : Optimisation des techniques expérimentales de spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires pour détecter des microfissures sur les structures d'avion ;
  - WP2 : Simulations numériques du comportement non linéaire d'une microfissure et extension des méthodes de spectroscopie pour la détection prématurée et la localisation de défauts ;
- partie recherche technologique :
  - WP3 :Adaptation des transducteurs et des sondes aux techniques de spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires,
  - WP4 :Création d'un système électronique intégré de contrôle pour les techniques de spectroscopie d'ondes élastiques non linéaires,
- partie validation :
  - WP5 :Implémentation et validation du système complet sur un modèle à échelle réelle ;
- partie gestion de projet :
  - WP6 :Diffusion et information ;
  - WP7 :Gestion de projet.

Dans ce travail de Thèse, j'ai été amené à participer au WP1 où les mesures de contrôle de santé ont adaptées et optimisées avec la méthode mise au point au cours des 5 dernières années au LUSSI, la modulation de phase en contact. Les matériaux et échantillons testés durant la Thèse étaient ceux proposés par les partenaires du projet, et issus de l'industrie aéronautique européenne (Boeing Madrid, etc.). Parallèlement, notre implication forte dans le WP2, plus dédiée à la modélisation et à la simulation, a constitué le cœur du travail de thèse. Les modèles sur lesquels la plupart des partenaires du projet se basent sont élaborés à partir de la prise en compte des propriétés hystérétiques des matériaux. Il s'agit de modèles très élaborés utilisant les espaces de Preizach-Mayergoyz (PM space) *via* lesquels les équations de propagation acoustiques non linéaires et hystéretiques sont

dérivées. Il m'a ensuite été demandé de participer au WP3 à travers l'optimisation de l'excitation par la recherche de formes optimales telles que celles basées sur le retournement temporel des ondes et celles utilisant le principe d'inversion d'impulsions. Ces méthodes ont ensuite été appliquées directement sur un échantillon à échelle réelle durant deux semaines de manipulation sur le site du partenaire VZLU à Prague, travail qui faisait partie du WP5.
La présentation du travail de thèse dans différents congrès nationaux et internationaux (CFA, ECNDT, IEEE, ICU) et différents "workshop" (WCNDT, Joint Workshop of RSA-SFA, 11th et 12th IWNEM) ont permis de développer les thèmes liés au WP6 et WP7.

Index

anisotropie, 81
atténuation, 29, 30
auto-réciprocité, 33, 36, 38

boucle d'hysteresis, 64
boucle d'hystérésis, 63, 73

calibration, 33, 38
causalité, 84
cavité à retournement temporel, 84
cellule mesoscopique, 69, 71, 72
coefficient de réflexion, 38–41
coefficient non linéaire, 18, 20, 21, 25, 27–33
coefficient élastique modifié, 79
comportement non linéaire non classique, 63–65, 68, 77
composantes d'interaction paramétrique, 30
couches parfaitement adaptées (PML), 23

diplexeur, 35

effet convectif, 31
effet thermodynamique, 31
espace de Preisach-Mayergoysz, 64–66, 68, 69, 71, 72

filtrage de Butterworth, 92, 93
filtrage harmonique, 91, 92, 100–104
focalisation, 84, 86
focalise, 91

grilles décalées, 22
génération d'harmoniques, 29

harmonique, 14, 15, 29, 30, 86

indice de modulation, 32, 33, 36
interaction paramétrique, 30, 31, 83, 88
intermodulation, 104
inversion d'impulsions ultrasonores, 91, 93, 95, 100–104

loi de Hooke, 63, 78

miroir à retournement temporel, 84
modulation de phase, 30–32, 38
modèle multi-échelle, 64, 65, 69
méthode des pas de temps décalés, 23
méthode pseudo-spectrale, 21, 22
méthodes acousto-élastiques, 27
méthodes d'amplitude finie, 27, 29
méthodes isentropiques, 27, 28
méthodes thermodynamiques, 27, 28

NEWS-TR, 87–89
nonlinéarité classique, 21
notation de Kelvin, 77, 79, 80

paramètre non linéaire B/A, 11–14, 25
piézoélectrique, 30
problème inverse, 66
produit d'intermodulation, 87

retournement temporel acoustique, 83, 86
rétrofocalisation, 87

schéma d'Adams-Bashforth, 22
solide isotropique transverse, 79
source virtuelle secondaire, 86
synchronisation, 34

taux de distorsion, 29
théorème de réciprocité, 85, 87
TR-NEWS, 87–89

unité hystérétique élémentaire, 65, 69, 74
unité microscopique, 69, 70, 72, 73

vitesse particulaire, 33, 36, 38

échantillon macroscopique, 69, 72
échelle macroscopique, 65
élasticité non linéaire, 63
équation de propagation non linéaire, 17
état mémoire, 64

Bibliographie

[1] R.A. Guyer and P.A. Johnson. Nonlinear mesoscopic elasticity : evidence for a new class of materials. *Phys. Today*, pages 30–36, 1999.

[2] L. A. Ostrovsky and P. A. Johnson. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials. *Rivista del nuovo cimento*, **24**(7) :1–46, 2001.

[3] V.E. Nazarov, A.V. Radostin, L.A. Ostrovsky, and I.A. Soustova. Wave processes in media with hysteretic nonlinearity : Part II. *Acoust. Phys.*, **49** :344–353, 2003.

[4] G.D. Meegan Jr, P.A. Johnson, R.A. Guyer, and K.R. McCall. Observations of nonlinear elastic wave behavior in sandstone. *J. Acoust. Soc. Am.*, **94** :3387–3391, 1993.

[5] K. Van Den Abeele, P.A. Johnson, and A. Sutin. Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage, part I : nonlinear wave modulation spectroscopy (NWMS). *Res. Nondestr. Eval.*, **12** :17–30, 2000.

[6] V. Tournat, V. E. Gusev, and B. Castagnède. Self-demodulation of elastic waves in a one-dimensional granular chain. *Phys. Rev. E*, **70**(5) :056603, 2004.

[7] R.A. Guyer, K.R. McCall, and G.N. Boitnott. Hysteresis, discrete memory and nonlinear wave propagation in rock : a new paradigm. *Phys. Rev. Lett.*, 74(17) :3491–3494, 1995.

[8] K. E-A. Van Den Abeele and J. De Visscher. Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques. *Cement and Concrete Research*, 30(9) :1453–1464, September 2000.

[9] K.E-A. Van Den Abeele, K. Van De Velde, and J. Carmeliet. Inferring the degradation of pultruded composites from dynamic nonlinear resonance measurements. *Polymer Composites*, 22(4) :555–567, 2001.

[10] M.F. Hamilton and D.T. Blackstock. *Nonlinear Acoustics*. Academic Press, 1998.

[11] A. Moussatov, B. Castagnède, and V. Gusev. Frequency up-conversion and frequency down-conversion of acoustic waves in damaged materials. *Physics Letters A*, **301** :281–290, 2002.

[12] X. Jacob, C. Barriere, and D. Royer. Acoustic nonlinearity parameter measurements in solids using the collinear mixing of elastic waves. *Appl. Phys. Lett.*, **82**(6) :886–888, 2003.

[13] P.J. Westervelt. Scattering of sound by sound. *J.Acoust. Soc. Am.*, **29**(2) :199–203, 1957.

[14] R.N. Thurston and M.J. Shapiro. Interpretation of ultrasonic experiments on finite-amplitude waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **41**(4B) :1112–1125, 1967.

[15] M.J. Lighthill. *Waves in fluids.* Cambridge University Press, 1978.

[16] V.E. Nazarov, L.A. Ostrovsky, I.A. Soustova, and A.M. Sutin. Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media. *Phys. Earth Planet. Inter*, **50** :65–73, 1988.

[17] R.A. Guyer, J. Ten Cate, and P.A. Johnson. Hysteresis and the dynamic elasticity of consolidated granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, **82**(16) :3280–3283, April 1999.

[18] V. Gusev, H. Baillet, P. Lotton, and M. Bruneau. Interaction of counter-propagating acoustic waves in media with nonlinear dissipation and in hysteretic media. *Wave Motion*, **29**(3) :211–221, April 1999.

[19] I.Yu. Belyaeva and V.Yu. Zaitsev. Nonlinear elastic properties of microinhomogeneous hierarchically structured media. *Acoust. Phys.*, **43**(5) :510–515, 1997.

[20] J.A. TenCate and T. J. Shankland. Slow dynamics in the nonlinear elastic response of berea sandstone. *Geophys. Res. Lett.*, **23**(21) :3019–3022, 1996.

[21] P.A. Johnson and A. Sutin. Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **117**(1) :124–130, 2005.

[22] V.E. Nazarov and A.M. Sutin. Nonlinear elastic constants of solids with cracks. *J.Acoust.Soc.Am.*, **102**(6) :3349–3354, 1997.

[23] K.E-A. Van Den Abeele, J. Carmeliet, P. A. Johnson, and B. Zinzsner. The influence of water saturation on the nonlinear mesoscopic response of earth materials, and the implications to the mechanism of nonlinearity. *J. Geophys. Res.*, **12**(1) :31–42, 2000.

[24] V. Zaitsev, V. Nazarov, V. Gusev, and B. Castagnede. Novel nonlinear-modulation acoustic technique for crack detection. *NDT & E Int.*, **39**(3) :184–194, 2006.

[25] M. Vila, F. Vander Meulen, S. Dos Santos, L. Haumesser, and O. Bou Matar. Contact phase modulation method for acoustic nonlinear parameter measurement in solid. *Ultrasonics*, **42**(1-9) :1061–1065, 2004.

[26] S. Dos Santos, F. Vander Meulen, L. Haumesser, M. Vila, J.Fortineau, and O. Bou Matar. Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) Measurements of the nonlinear acoustic parameter : applications in quenched metallic samples. In *Proceedings of the 7ème Congrès Français d'Acoustique, SFA-DAGA*, page 723, Strasbourg, 2004.

[27] K. E-A. Van Den Abeele, T. Katkowski, and C. Mattei. Feasibility study for the use of nonlinear acoustic and ultrasonic techniques on aeronautical components. In *Proceedings of 12th international congress of sound and vibration*, page 801, Lisbon, 2005.

[28] C.R.P. Courtney, B.W. Drinkwater, S.A. Neild, and P.D. Wilcox. Factors affecting the ultrasonic intermodulation crack detection technique using bispectral analysis. *Nondestructive Testing and Evaluation International*, 2007. In Press.

[29] R.T. Beyer. *The parameter B/A*, chapter 2, pages 25–40. Academic press, 1998.

[30] C. Barrière and D. Royer. Diffraction effects in the parametric interaction of acoustic waves : application to measurements of the nonlinearity parameter b/a in liquids. *IEEE Trans. on UFFC*, **48**(6) :1706–1715, 2001.

[31] O. Bou Matar, S. Dos Santos, M. Vila, and F. Vander Meulen. Acoustic nonlinear parameter measurement in solid with a contact phase modulation method. In *Proceedings of IEEE Ultrasonics symposium*, pages 881–884, 2002.

[32] M. Vila. *Caractérisation ultrasonore de matériau à l'aide de méthodes d'acoustique non linéaire*. PhD thesis, Université François Rabelais-Tours, 2004.

[33] J. Fortineau. *Méthodes ultrasonores linéaires et non linéaires appliquées à l'étude de la reprise hydrique dans les polymères et composites*. PhD thesis, Université François-Rabelais de Tours, 2006.

[34] J Fortineau, F.Vander Meulen, L. Haumesser, G. Feuillard, S.Barré, and O.Bou Matar. Evaluation of the moisture content in phenolic resin via acoustic measurements. *J. Appl. Phys.*, **100**(074911) :1–6, 2006.

[35] S.I. Aanonsen. Numerical computation of the nearfield of a finite amplitude sound beam. Technical report, Rapport 73 de l'université de Bergen, 1983.

[36] L.Landau, E.Lifchitz, and A.Kosevich. *Physique théorique 7. Théorie de l'élasticité*, volume 7. Librairie du globe, 1990.

[37] R.A. Toupin and B. Bernstein. Sound waves in deformed perfectly elastic materials. acoustoeslastic effect. *J.Acoust.Soc.Am.*, **33**(2) :216–225, 1961.

[38] K. Brugger. Thermodynamic definition of higher order elastic coefficients. *Phys. Rev.*, **133**(6A) :A1611–A1612, 1964.

[39] E.A. Zabolotskaya. Sound beams in a nonlinear isotropic solid. *Sov. Phys. Acoust.*, **32** :296–299, 1986.

[40] E.A. Zabolotskaya and R.V. Khoklov. Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams. *Sov. Phys. Acoust.*, **15** :35–40, 1969.

[41] V.P. Kuznetsov. Equations of nonlinear acoustics. *Sov. Phys. Acoust.*, **16** :467–470, 1970.

[42] O. Bou Matar, V.L. Preobrazhensky, and P. Pernod. Two-dimensional axisymmetric numerical simulation of supercritical phase conjugation of ultrasound in active solid media. *J. Acoust. Soc. Am*, **118**(5) :2880–2890, 2005.

[43] O. Bou Matar, S. Dos Santos, J. Fortineau, T. Goursolle, L. Haumesser, and F. Vander Meulen. Pseudospectral simulation of elastic waves propagation in heterogeneous nonlinear hysteretic medium. *Innovation in nonlinear acoustics : ISNA17 - 17th International Symposium on Nonlinear Acoustics including the International Sonic Boom Forum*, **838**(1) :95–98, 2005.

[44] B. Fornberg. *A Practical Guide to Pseudospectral Methods*. Cambridge University Press, 1996.

[45] M. Ghrist and B. Fornberg. Staggered time integrates for wave equations. *SIAM. J. Numer. Anal.*, **38**(3) :718–741, 2000.

[46] J.P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J.Comput.Phys.*, **114** :185–200, 1996.

[47] D.C. Hurley, W.T. Yost, E.S. Boltz, and C.M. Fortunko. Experimental comparison of ultrasonic techniques to determine the nonlinearity parameter β. *Proceedings of Ultrasonics Symp.*, pages 495–498, 1996.

[48] R.T. Smith, R. Stern, and R.W.B. Stphens. Third-order elastic moduli of polycrystalline metals from ultrasonic velocity measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, **40**(5) :1002–1008, 1966.

[49] R.T. Beyer. Parameter of nonlinearity in fluids. *J. Acoust. Soc. Am.*, **32**(6) :719–721, 1960.

[50] J.L.S. Bellin and R.T. Beyer. Scattering of sound by sound. *J. Acoust. Soc. Am.*, **32**(3) :339–341, 1960.

[51] W.K. Law, L.A. Frizzell, and F. Dunn. *Measurement of the nonlinearity parameter B/A in biological materials using the finite amplitude and termodynamic method*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1984.

[52] A.P. Sarvazyan, T.V. Chalikian, and F. Dunn. Acoustic nonlinearity parameter B/A of aqueous solutions of some amino acids and proteins. *J. Acoust. Soc. Am.*, **88**(3) :1555–1561, 1990.

[53] J. Emery, S. Gasse, and C. Dugué. Coefficient de non linéarité acoustique dans les mélanges eau-méthanol et eau-éthanol. *J. Physique C8*, **11**(40) :231–234, 1979.

[54] Z. Zhu, M.S. Roos, W.N. Cobb, and K. Jensen. Determination of the acoustic nonlinearity parameter B/A from phase measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**(5) :1518–1521, 1983.

[55] C.M. Sehgal, R.C. Bahn, and J.F. Greenleafh. Measurement of the acoustic nonlinearity parameter B/A in human tissues by a thermodynamic method. *J. Acoust. Soc. Am.*, **76**(4) :1023–1029, 1984.

[56] N. Endoh, T. Niikura, and K. Tsuchiya. Precise measuring method of nonlinearity parameter at near normal pressure using synthesized short pulse. In *Proceedings World Congress on Ultrasonics*, pages 25–30, 1995.

[57] J.R. Davies, J. Tapson, and B.J.P. Mortimer. A novel phase locked cavity resonator for B/A measurements in fluids. *Ultrasonics*, **38** :284–291, 2000.

[58] J. Zhang, M.S. Kuhlenschmidt, and F. Dunn. Influences of structural factors of biological media on the acoustic nonlinearity parameter B/A. *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**(1) :80–91, 1991.

[59] H.A. Kashkooli, P.J. Doan Jr., and C.W. Smith. Measurement of the acoustic nonlinearity parameter in water, methanol, liquid nitrogen and liquid helium-ii by two different methods : A comparison. *J. Acoust. Soc. Am.*, **82**(6) :2086–2089, 1987.

[60] W.N. Cobb. Finite amplitude method for determination of the acoustic nonlinearity parameter B/A. *J. Acoust. Soc. Am.*, **73**(5) :1525–1531, 1983.

[61] W.K. Law, L.A. Frizzel, and F. Dunn. Determination of the nonlinearity parameter B/A of biological media. *Ultrasound in Med.&Biol.*, **11**(2) :307–318, 1985.

[62] F. Vander Meulen, J. Fortineau, T. Goursolle, and L. Haumesser. Experimental study of the non linearity from ultrasonic transducers. In *Proceedings of IEEE International Ultrasonics Symposium*, pages 1786–1789, Vancouver, October 2006.

[63] P.J. Westervelt. Parametric acoustic array. *J.Acoust.Soc.Am.*, **35**(4) :535–537, 1963.

[64] K. Naugolnykh and L. Ostrovsky. *Nonlinear wave processes in acoustics*. Cambridge university press, 1998.

[65] V.A. Zverev and A.I. Kalachev. Modulation of sound by sound in the intersection of sound waves. *Sov. Phys. Acoust.*, **16**(2) :245–251, 1969.

[66] C. Barrière. *Effet de la diffraction sur l'intéraction paramétrique d'ondes acoustiques. Application à la mesure de paramètres de non linéarité et de champs acoustiques*. PhD thesis, Université Paris VII, 2001.

[67] E.L. Carstensen. Self-reciprocity calibration of electroacoustic transducers. *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**(6) :961–965, 1947.

[68] C.J. Drost and G.J. Milanowski. Self-reciprocity calibration of arbitrarily terminated ultrasonic transducers. *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, **27**(2) :65–71, 1980.

[69] L.L. Foldy and H.Primakoff. A general theory of passive linear electroacoustic transducers and the electroacoustic reciprocity theorem I. *J. Acoust. Soc. Am.*, **17**(2) :109–120, 1945.

[70] H.Primakoff and L.L. Foldy. A general theory of passive linear electroacoustic transducers and the electroacoustic reciprocity theorem II. *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**(1) :50–58, 1947.

[71] G.E. Dace, R.B. Thompson, and O. Buck. Measurement of the acoustic harmonic generation for materials characterization using contact transducers. *Review of progress in QNDE*, **11** :2069–2076, 1992.

[72] W.R MacLean. Absolute measurement of sound without a primary standard. *J. Acoust. Soc. Am.*, **12**(1) :140–146, 1940.

[73] R. K. Cook. Absolute pressure calibration of microphones. *J. Acoust. Soc. Am.*, **12**(3) :415–420, 1941.

[74] B.D. Simmons and R.J. Urick. The plane wave reciprocity parameter and its application to the calibration of electroacoustic transducers at close distances. *J. Acoust. Soc. Am.*, **21**(6) :633–635, 1949.

[75] R.J. Bobber. General reciprocity parameter. *J. Acoust. Soc. Am.*, **39**(4) :680–687, 1965.

[76] K. Beissner. Exact integral expression for the diffraction loss of a circular piston source. *Acustica*, **49** :212–217, 1981.

[77] P. He and J. Zheng. Direct measurement of ultrasonic dispersion using a broadband transmission technique. *Ultrasonics*, **37** :67–70, 1999.

[78] T. Goursolle, S. Dos Santos, F. Vander Meulen, and L. Haumesser. Contact phase modulation measurements in bilayer solids using nonlinear means. In *Proceedings of the* III*rd worskshop of "NDT in progress"*, pages 93–102, Prague, 2005.

[79] T. Goursolle, S. Dos Santos, F. Vander Meulen, L. Haumesser, and O. Bou Matar. Ultrasonic parametric imaging of metallic samples using nonlinear acoustic measurements. In *Proceedings of Joint Workshop of Russian Acoustical Society (RAS) and French Acoustical Society (SFA)*, pages 120–128, Moscow, 2005.

[80] T. Goursolle and S. Dos Santos. Modulation de phase dans les solides bicouches : extension de la méthode autocalibrée de mesure du paramètre non linéaire. In *Proceedings of the 8ème Congrès Français d'Acoustique*, Tours, 2006.

[81] J.H. Cantrell and W.T. Yost. Nonlinear ultrasonic characterization of fatigue microstructures. *Int. J. of Fatigue*, **23** :S487–S490, 2001.

[82] M. Planat. *Propagation non linéaire des ondes acoustiques dans les solides.* PhD thesis, Université de Franche-Comté, 1984.

[83] P.A Johnson, T.J. Shankland, R.J. O'Connell, and J.N. Albright. Nonlinear generation of elastic waves in crystalline rock. *J. Geophys. Res.*, **92** :3597–3602, 1987.

[84] J.K. Na and M.A. Breazeale. Ultrasonic nonlinear properties of lead zirconate-titanate ceramics. *J. Acoust. Soc. Am.*, **95**(6) :3213–3221, 1994.

[85] M.A. Breazeale and I.V. Ostrovskii. Fundamental and nonclassical nonlinearity in crystals. *Innovation in nonlinear acoustics : ISNA17 - 17th International Symposium on Nonlinear Acoustics including the International Sonic Boom Forum*, **838** :11–18, 2005.

[86] M. Fink. Time reversed acoustics. *Phys. Today*, **20** :34–40, 1997.

[87] Scientific report of the AERONEWS project : WP3 : adoption of smart transducers and sensors for news. Technical report, GIP Ultrasons, 2005.

[88] Periodic activity report of the first year. Technical report, GIP Ultrasons, 2005.

[89] S. Dos Santos, B.K. Choi, A. Sutin, and A. Sarvazyan. Nonlinear imaging based on time reversal acoustic focusing. In *Proceedings of the 8ème Congrès Français d'Acoustique*, pages 359–362, 2006.

[90] Z. Prevorovsky and S. Dos Santos. Nonlinear ultrasonic spectroscopy used to crack detection in aircraft wing panel. In *Proceedings of the 9th European Conference on Non-Destructive Testing*, pages 25–32, 2006.

[91] Z. Prevorovsky. Localization of defects in complex structures by nonlinear wave modulation and time reversal. Ajaccio, June 2007. 12th International Workshop of Nonlinear Elasticity in Materials.

[92] A.S. Gliozzi, M. Griffa, and M. Scalerandi. Efficiency of time-reversed acoustics for nonlinear damage detection in solids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **120**(5) :2506–2517, 2006.

[93] P.-Y. Le Bas, K.E-A. Van Den Abeele, S. Dos Santos, T. Goursolle, and O. Bou Matar. Experimental analysis for nonlinear time reversal imaging of damaged materials. In *Proceedings of the 9th European Conference on Non-Destructive Testing*, Berlin, September 2006.

[94] O Bou Matar, S. Dos Santos, S. Callé, T. Goursolle, S. Vanaverbeke, and K.E-A. Van Den Abeele. Simulations of nonlinear time reversal imaging of damaged materials. In *Proceedings of the 9th European Conference on Non-Destructive Testing*, Berlin, September 2006.

[95] T. Goursolle, S. Callé, S. Dos Santos, and O. Bou Matar. A two dimensional pseudospectral model for time reversal (TR) and nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS). *J. Acoust. Soc. Am.*, **122**(6) :3220–3229, 2007.

[96] T. Goursolle, S. Callé, O. Bou Matar, and S. Dos Santos. Nonlinear time reversal acoustics for defect localization : numerical study of retrofocusing properties. In *Proceedings of IEEE International Ultrasonics Symposium*, pages 317–320, Vancouver, October 2006.

[97] O. Bou Matar, S. Callé, T. Goursolle, and S. Dos Santos. 3D simulations of nonlinearity based time reversal imaging of damaged materials. In *Proceedings of International Congress of Ultrasonics*, Vienna, 2007.

[98] T. Goursolle, J. Fortineau, S. Callé, and S. Dos Santos. Localized ultrasonic parametric interaction near cracked area in thin samples with nonlinear elastic wave spectroscopy-based time reversal. In *Proceedings of International Congress of Ultrasonics*, Vienna, 2007.

[99] K.R. McCall and R.A. Guyer. Equation of state and wave propagation in hysteretic nonlinear elastic materials. *J. Geophys. Res.*, **99**(B12) :23887–23897, 1994.

[100] P.P. Delsanto and S. Hirsekorn. A unified treatment of nonclassical nonlinear effects in the propagation of ultrasound in heterogeneous media. *Ultrasonics*, **42** :1005–1010, 2004.

[101] V. Gusev. Theory of non-collinear interactions of acoustic waves in an isotropic material with hysteretic quadratic nonlinearity. *J.Acoust.Soc.Am*, **111**(1) :80–94, 2002.

[102] K.E-A Van Den Abeele. Elastic pulsed wave propagation in media with second- or higher-order nonlinearity. part I. theoretical framework. *J. Acoust. Soc. Am.*, **99**(6) :3334–3345, 1996.

[103] K. E-A Van Den Abeele and P.A. Johnson. Elastic pulsed wave propagation in media with second- or higher-order nonlinearity. part II. simulation of experimental measurements on berea sandstone. *J. Acoust. Soc. Am.*, **99**(6) :3346–3352, 1996.

[104] V.E. Gusev, W. Lauriks, and J. Thoen. Dispersion of nonlinearity, nonlinear dispersion, and absorption of sound in micro-inhomogeneous materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, **103**(6) :3216–3226, 1998.

[105] K.E-A. Van Den Abeele, F. Schubert, V. Aleshin, F.Windels, and J. Carmeliet. Resonant bar simulations in media with localized damage. *Ultrasonics*, **42** :1017–1024, 2004.

[106] P.N.J. Rasolofosaon, B. Zinzsner, and P.A. Johnson. Propagation of elastic waves in nonlinear materials survey of laboratory results on rock and geophysical applications. *Revue de l'Institut Française du Pétrole*, **52**(6) :585–608, 1997.

[107] R.A. Guyer and P. A. Johnson. Hysteresis, energy landscapes and slow dyamics : A survey of the elastic properties of rocks. *Journ. Materials Processing & Manufacturing Science*, **9** :14–26, 2000.

[108] F. Preisach. Über die magnetische nachwirkung. *Z. Phys.*, **94** :277–302, 1935.

[109] I.D. Mayergoysz. Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view. *J. Appl. Phys.*, **57**(1) :3803–3805, 1985.

[110] R.A. Guyer, K.R. McCall, G.N. Boitnoit, L.B. Hilbert Jr., and T.J. Plonat. Quantitative implementation of preisach-mayergoyz space to find static and dynamic elastic moduli in rock. *J. Geophys. Res.*, **102** :5281–5293, 1997.

[111] J. Ortín. Preisach modelling of hysteresis for a pseudoelastic Cu-Zn-Al single crystal. *J. Appl. Phys.*, **71**(3) :1454–1461, 1992.

[112] V. Aleshin and K.E-A. Van Den Abeele. Micro-potential model for stress-strain hysteresis of micro-cracked materials. *J. Mech. Phys. Solids*, **53**(4) :795–824, April 2005.

[113] L. D. Landau and E. M. Lifchitz. *Elasticity.* New York, 1959.

[114] K.R. McCall and R.A. Guyer. A new theoretical paradigm to describe hysteresis, discrete memory and nonlinear elastic wave propagation in rock. *Nonlinear Proces. Geophys.*, **3**(1) :89–101, 1996.

[115] K.E-A Van Den Abeele, P. A. Johnson, R.A. Guyer, and K.R. McCall. On the quasi-analytic treatment of hysteretic nonlinear response in elastic wave propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, **101**(4) :1885–1898, 1997.

[116] V. Gusev and V. Aleshin. Strain wave evolution equation for nonlinear propagation in materials with mesoscopic mechanical elements. *J. Acoust. Soc. Am*, **112**(6) :2666–2679, 2002.

[117] J. Carmeliet and K.E-A. Van Den Abeele. Application of the preisach-mayergoyz space model to analyze moisture effects on the nonlinear elastic response of rock. *Geophys. Res. Lett.*, **29** :1144, 2002.

[118] V. Aleshin, V. Gusev, and V. Zaitsev. Propagation of initially bi-harmonic sound waves in a 1d semi-infinite medium with hysteretic non-linearity. *Ultrasonics*, **42** :1053–1059, 2004.

[119] V. Aleshin and K.E-A. Van Den Abeele. Friction in unconforming grain contacts as a mechanism for tensorial stress-strain hysteresis. *Journal of the mechanics and physics of solids*, **55** :765–787, 2007.

[120] M. Scalerandi, V. Agostini, P.P. Delsanto, K. Van Den Abeele, and P.A. Johnson. Local interaction simulation approach to modelling nonclassical, nonlinear elastic behavior in solids. *J.Acoust.Soc.Am*, **113**(6) :3049–3059, 2003.

[121] J. Dellinger, D. Vasicek, and C. Sondergeld. Kelvin notation for stabilizing elastic-constant inversion. *Revue de l'Institut Française du Pétrole*, **53**(5) :709–719, 1998.

[122] K. Helbig and P.N.J. Rasolofosaon. A theoretical paradigm for dexcribing hysteresis and nonlinear elasticity in arbitrary anisotropic rocks. In *Proceedings of the Nineth Int. Workshop on Seismic Anisotropy*, Tulsa, 2000. Society of Exploration Geophysicistry.

[123] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields-part I : Basic principles. *IEEE Trans. on UFFC*, **39**(5) :555–566, 1992.

[124] F. Wu, J.-L. Thomas, and M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields-part II : Experimental results. *IEEE Trans. on UFFC*, **39**(5) :567–578, 1992.

[125] D. Cassereau and M. Fink. Time-reversal of ultrasonic fields-part III : Theory of the closed time-reversal cavity. *IEEE Trans. on UFFC*, **39**(5) :579–592, 1992.

[126] M. Tanter, J-L. Thomas, and M. Fink. Implementation of a time-reversal cavity by confining a time-reversal mirror in a waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, **101** :3090, 1997.

[127] D. Cassereau , F. Wu, and M. Fink. Limits of self-focusing using closed cavities and mirrors - theory and experiments. In *Proceedings of IEEE Ultras. Symp.*, pages 1613–1618, Hawaï, 1990.

[128] J-L. Thomas, F. Wu, and M. Fink. Time reversal focusing applied to lithotripsy. *Ultrasonic Imaging*, **18** :106–121, 1996.

[129] M. Tanter, J-F. Aubry, F. Vignon, and M. Fink. Time reversal for ultrasonic transcranial surgery and echographic imaging. *J. Acoust. Soc. Am.*, **118**(3) :1941–1941, 2005.

[130] F. Vignon, J. F. Aubry, M. Tanter, A. Margoum, and M. Fink. Adaptive focusing for transcranial ultrasound imaging using dual arrays. *J. Acoust. Soc. Am.*, **120**(5) :2737–2745, 2006.

[131] E. Kerbrat, D. Clorennec, C. Prada, D. Royer, D. Cassereau, and M. Fink. Detection of cracks in a thin air-filled hollow cylinder by application of the dort method to elastic components of the echo. *Ultrasonics*, **40**(1-8) :715–720, May 2002.

[132] E. Kerbrat, C. Prada, D. Cassereau, and M. Fink. Ultrasonic nondestructive testing of scattering media using the decomposition of the time-reversal operator. *IEEE Trans. on UFFC*, **49**(8) :1103–1113, 2002.

[133] E. Kerbrat, C. Prada, D. Cassereau, and M. Fink. Imaging in the presence of grain noise using the decomposition of the time reversal operator. *J.Acoust. Soc. Am.*, **113**(3) :1230–1240, 2003.

[134] P. M. Morse and K. U. Ingard. *Theoretical Acoustics*. New York, 1968.

[135] M. Tanter, J.-L. Thomas, F. Coulouvrat, and M. Fink. Breaking of time reversal invariance in nonlinear acoustics. *Phys. Rev. E*, **64**(1) :016602, 2001.

[136] J-F. Aubry. *Focalisation ultrasonore adaptative : application à l'imagerie et à la thérapie du cerveau*. PhD thesis, Université Denis Diderot - Paris VII, 2002.

[137] A. Sutin, P.A. Johnson, and J. Ten Cate. Development of nonlinear time reversed acoustics (nltra) for applications to crack detection in solids. In *Proceedings of the Word Congress of Ultrasonics*, page 121, 2003.

[138] A.P. Brysev, L.M. Krutyansky, P. Pernod, and V.L. Preobrazhensky. Nonlinear ultrasonic phase conjugate beams and their application in ultrasonic imaging. *Acoust. Phys.*, **50**(6) :623–640, 2004.

[139] T. J. Ulrich, P. A. Johnson, and A. Sutin. Imaging nonlinear scatterers applying the time reversal mirror. *J.Acoust.Soc.Am.*, **119**(3) :1514–1518, 2006.

[140] T. J. Ulrich, P. A. Johnson, and R.A. Guyer. Interaction dynamics of elastic waves with a complex nonlinear scatterer through the use of a time reversal mirror. *Phys. Rev. Lett.*, **98**(104301) :1–4, 2007.

[141] N.H. Ibragimov and O.V. Rudenko. Principle of an a priori use of symmetries in the theory of nonlinear waves. *Acoust. Phys.*, **50** :406–419, 2004.

[142] B.J. Cantwell. *Introduction to Symmetry Analysis*. Cambridge University Press, 2002.

[143] S. Dos Santos. Symmetry of nonlinear acoustic equations using group theoretic methods : a signal processing tool for extracting judicious physical variables. In *Proceedings of the 7ème Congrès Français d'Acoustique, SFA-DAGA*, page 549, 2004.

[144] S. Dos Santos, V. Gusev, L. Haumesser, F. Vander Meulen, and O. Bou Matar. Optimized excitation sources and velocity exact solutions for ultrasonic field propagation in a nonlinear medium with hysteretic behavior. In *Proceedings of IEEE International Ultrasonics Symposium*, Montréal, 2004.

[145] D.H. Simpson, C.T. Chin, and P.N. Burns. Pulse inversion doppler : a new method for detecting nonlinear echoes from microbubble contrast agents. *IEEE Trans. on UFFC*, **46**(2) :372–382, 1999.

[146] T. Goursolle, J. Fortineau, S. Callé, O. Bou Matar, and S. Dos Santos. Improvement of Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy with Time Reversal Acoustics : Numerical and experimental approaches. Ajaccio, June 2007. 12th International Workshop of Nonlinear Elasticity in Materials.

Publications relatives à la Thèse

Article à parution dans un journal international (2)

[1]. T.Goursolle, S.Callé, S. Dos Santos and O. Bou Matar. A two-dimensional pseudospectral model of Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy (NEWS) applied with time reversal, *Journal of Acoustical Society of America*, **122**(6), pp : 3220-3229 (2007).
[2]. T.Goursolle, S. Dos Santos, O. Bou Matar and S.Callé. NonLinear based Time Reversal Acoustic applied to crack detection : Simulations and Experiments, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, in press, 2008.

Communications invitées dans des congrès internationaux avec actes (3)

[3]. O. Bou Matar, T.Goursolle, S. Dos Santos and S. Callé. 2D and 3D pseudo spectral time domain simulations of elastic waves propagation in nonlinear hysteretic heterogeneous solids : applications to Time Reversal Imaging of damaged materials, *19th International Congress on Acoustics*, Madrid, Spain (2007).
[4]. T.Goursolle, S. Dos Santos, F. Vander Meulen and L. Haumesser. Contact phase modulation measurements in bilayer solids using nonlinear means, *in Proc. of IIIrd worskshop of "NDT in progress"*, Prague, Czech Republic, ISBN 80-214-2996-8, pp : 93-102 (2005).
[5]. T.Goursolle, S. Dos Santos, F. Vander Meulen, L. Haumesser and O. Bou Matar. Ultrasonic parametric imaging of metallic samples using nonlinear acoustic measurements, *in Proc. of Joint Workshop of Russian Acoustical Society (RAS) and French Acoustical Society (SFA)*, Moscow,Russia, ISBN 5-89118-383-8, pp : 120-128 (2005).

Communications internationales à comité de sélections avec actes (8)

[6]. T. Goursolle, J. Fortineau, S. Callé and S. Dos Santos. Localized ultrasonic parametric interaction near cracked area in thin samples with Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy-based Time Reversal, *in Proc. of International Congress of Ultrasonics*, Vienna, Austria (2007).
[7]. O. Bou Matar, S. Callé, T. Goursolle and S. Dos Santos. 3D Simulations of Nonlinearity based Time Reversal Imaging of Damaged Materials, *in Proc. of*

International Congress of Ultrasonics, Vienna, Austria (2007).
[8]. F. VANDER MEULEN, J. FORTINEAU, T. GOURSOLLE AND L. HAUMESSER. Experimental Study of the Non Linearity from Ultrasonic Transducers, *in Proc. of IEEE International Ultrasonics Symposium*(poster), Vancouver, Canada, pp : 1786-1789 (2006).
[9]. T. GOURSOLLE, S. CALLÉ, O. BOU MATAR AND S. DOS SANTOS. Nonlinear Time Reversal Acoustics for Defect Localization : Numerical Study of Retrofocusing Properties, *in Proc. of IEEE International Ultrasonics Symposium*, Vancouver, Canada, pp : 317-320 (2006).
[10]. O. BOU MATAR, S. DOS SANTOS, S. CALLÉ, T. GOURSOLLE, S. VANAVERBEKE AND K.A. VAN DEN ABEELE. Simulations of Nonlinear Time Reversal Imaging of Damaged Materials, *in Proc. of 9th European Conference on Non-Destructive Testing*, Berlin, Germany (2006).
[11]. P.-Y. LE BAS, K.A. VAN DEN ABEELE, S. DOS SANTOS, T. GOURSOLLE AND O. BOU MATAR. Experimental Analysis for Nonlinear Time Reversal Imaging of Damaged Materials, *in Proc. of 9th European Conference on Non-Destructive Testing*, Berlin, Germany (2006).
[12]. O. BOU MATAR, S. DOS SANTOS, J. FORTINEAU, T. GOURSOLLE, L. HAUMESSER AND F. VANDER MEULEN. Pseudo spectral simulations of elastic waves propagation in heterogeneous nonlinear hysteretic medium, *in Proc. of 17th International Symposium on Nonlinear Acoustics*, State College, Pennsylvania, USA, pp : 79-82 (2005).
[13]. O. BOU MATAR, M. VILA, F. VANDER MEULEN, L. HAUMESSER, J. FORTINEAU, T. GOURSOLLE AND S. DOS SANTOS. Nonlinear Parameter Measurement for Nondestructive Evaluation of Solids : Calibrated Phase Modulation Method, *in Proc. of 17th International Symposium on Nonlinear Acoustics*, State College, Pennsylvania, USA, pp : 95-98 (2005).

Communications nationales à comité de sélections avec actes (4)

[14]. F. VANDER MEULEN, L. HAUMESSER, S. DOS SANTOS, T.GOURSOLLE, J. FORTINEAU AND L.-P. TRAN HUU HUE. Méthode expérimentale de caractérisation des nonlinéarités d'un transducteur ultrasonore, *in Proc. of Congrés Français d'Acoustique*, Tours, France, pp : 505-508 (2006).
[15]. T.GOURSOLLE AND S. DOS SANTOS. Modulation de phase dans les solides bicouches : extension de la méthode autocalibrée de mesure du paramètre non linéaire, *in Proc. of Congrés Français d'Acoustique*, Tours, France, pp : 203-206 (2006).
[16]. SERGE DOS SANTOS AND T.GOURSOLLE. Analyse des Matériaux Fissurés par Focalisation Ultrasonore et Retournement Temporel Acoustique Non Linéaire, *in Proc. of Congrés Français d'Acoustique*, Tours, France, pp : 633-636 (2006).
[17]. O. BOU MATAR, S. CALLE, S. DOS SANTOS, T. GOURSOLLE, P. PERNOD AND V. PREOBRAZHENSKY. Rétro focalisation d'ondes conjuguées en phase sur un objet présentant un fort contraste de non linéarité. Application au CND, *in Proc. of Congrés Français d'Acoustique*, Tours, France, pp : 355-358 (2006).

Communications internationales à comité de sélections sans actes (4)

[18]. S. Dos Santos, M. Domenjoud and T. Goursolle. TR-NEWS and NEWS-TR : Imaging Elastic Nonlinearity in complex structure using Time Reversal Invariance, *European NDT Days*, Prague, Czech Republic (2007). [19]. S. Dos Santos, P.-Y. Le Bas, K. Van Den Abeele, T. Goursolle, O. Bou Matar and M. Domenjoud. TR-NEWS and NEWS-TR experiments for an imaging of the local nonlinearity in damaged aeronautic complex structure, *19th International Congress on Acoustics*, Madrid, Spain (2007).

[20]. T. Goursolle, J. Fortineau, S. Callé, O. Bou Matar and S. Dos Santos. Improvement of Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy with Time Reversal Acoustics : Numerical and Experimental approaches, *12th International Workshop on Nonlinear Elasticity in Materials*, Ajaccio, France (2007).

[21]. S. Dos Santos, T. Goursolle, O. Bou Matar and S. Callé. Nonlinear Time Reversal Acoustic (NL-TRA) : Simulations and Experiments, *in Proc of 11th International Workshop on Nonlinear Elasticity in Materials*, Sorrento, Italy (2006).