



# Analyse de sensibilité et estimation de paramètres pour la modélisation hydrologique : potentiel et limitations des méthodes variationnelles

William Castaings

## ► To cite this version:

William Castaings. Analyse de sensibilité et estimation de paramètres pour la modélisation hydrologique : potentiel et limitations des méthodes variationnelles. Mathématiques [math]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007. Français. NNT : . tel-00264807

**HAL Id: tel-00264807**

**<https://theses.hal.science/tel-00264807>**

Submitted on 18 Mar 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER**

# Thèse

Pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I**  
(arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 30 Mars 1992)

Spécialité : **Mathématiques Appliquées**

préparée au Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK-Grenoble, France) et au Centre Commun de Recherche de la Commission Européenne (EC/JRC-Ispira, Italie) dans le cadre de l'École Doctorale « Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique » préparée et soutenue publiquement par

**William CASTAINGS**

---

## Analyse de sensibilité et estimation de paramètres pour la modélisation hydrologique : potentiel et limitations des méthodes variationnelles

---

Date de soutenance : 24 Octobre 2007

### JURY

|                          |                                                               |              |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------|
| Eric Blayo               | LJK/MOISE - Université Joseph Fourier                         | Président    |
| Jean-François Mahfouf    | CNRM/GMME Météo-France                                        | Rapporteur   |
| Catherine Ottlé          | IPSL Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement | Rapporteur   |
| François-Xavier Le Dimet | LJK/MOISE - Université Joseph Fourier                         | Directeur    |
| Denis Dartus             | IMFT/HYDROECO - Institut National Polytechnique de Toulouse   | Co-directeur |
| Georges-Marie Saulnier   | EDYTEM - Université de Savoie                                 | Co-directeur |



## Remerciements

L'heure du bilan a sonné et j'aimerais d'abord revenir au moment où tout a commencé. Mon premier contact avec le *Monde de la Recherche* fût un stage à l'étranger, parrainé par François-Xavier Le Dimet, sous la direction de Ionel Michael Navon. Malgré cette expérience extrêmement enrichissante, les perspectives d'avenir offertes aux jeunes dans ce domaine m'ont conduit à faire preuve de plus de réalisme et de pragmatisme. Cependant, encore tenté par le diable, ma première expérience d'ingénieur fut ... au sein d'un projet de recherche, sous la direction de François-Xavier Le Dimet. J'ai donc failli, notamment à cause d'un parcours académique un peu tortueux et laborieux, passer à côté de la formidable aventure que constitue la préparation d'une thèse de doctorat. Je suis infiniment reconnaissant à François-Xavier Le Dimet et à Poulicos Practacos d'avoir été les initiateurs de ce défi personnel qui a constitué un moment important de ma vie de jeune adulte.

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration, financée par le Centre National d'Études Spatial (CNES), alliant les mathématiques appliquées et l'hydrologie de bassin, entre l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) et l'Institut National pour la recherche en Informatique et Automatique (INRIA). J'ai eu la chance au cours de ces années de bénéficier d'un environnement propice au développement personnel et professionnel. Il me semble très difficile de trouver le bon compromis entre dirigisme excessif et absence totale d'encadrement. Les *éminents personnages* qui, de manière complémentaire, ont dirigé ces travaux ont su (le plus souvent) trouver l'équilibre qui correspond le mieux à ma personnalité. La liberté d'action et de pensée dont j'ai pu jouir, la confiance, le sens critique, la pertinence, le recul et l'humanisme dont j'ai profité m'ont à la fois permis et empêché de me disperser.

Plus particulièrement, j'aimerais remercier Denis Dartus pour son soutien, sa confiance et ses encouragements jamais démentis. Son ouverture d'esprit, son sens aigu de l'autodérision et de l'autocritique ont été essentiels. Je suis infiniment reconnaissant à François-Xavier Le Dimet, altruiste d'une humilité et d'une simplicité parfois déconcertantes, pour l'enseignement et les conseils avisés qui m'ont été octroyés sur la théorie et les applications des méthodes variationnelles. Cela a été un immense plaisir de travailler avec quelqu'un dont j'admire autant certaines des valeurs et des qualités humaines. J'aimerais également rendre un hommage appuyé à Georges-Marie Saulnier dont l'expertise et le génie ont été décisifs en deuxième partie de thèse. Au delà d'un apport général ayant largement bénéficié l'ensemble de mes travaux, je demeure le seul coupable si les résultats présentés au chapitre 4 ne sont pas à la hauteur de la générosité désintéressée et de l'enthousiasme débridé dont il a su me gratifier au cours de cette veine mais passionnante quête du Graal. *Grazie mille* à Stefano Tarantola qui a fait preuve d'une compréhension exceptionnelle lors des derniers mois de la rédaction menée en parallèle à mes activités de recherche au JRC.

Je remercie Eric Blayo, sans doute une future star de [www.ratemyteachers.fr](http://www.ratemyteachers.fr), de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être président de mon jury de thèse ; Cathérine Ottlé et Jean-François Mahfouf pour le temps qu'ils ont consacré à une lecture approfondie ayant donné lieu à des commentaires dont la richesse et la pertinence ont efficacement guidé la finalisation du manuscrit.

Plus généralement, je remercie tous ces *éminents chercheurs*, confirmés ou en herbe, désignés ou non désignés, qui m'ont tous les jours démontré que l'on pouvait travailler sérieusement, avec efficacité,

honnêteté et humilité ... sans trop se prendre au sérieux. Merci à Charles Obled, déjà plébiscité sur [www.ratemyexteachers.fr](http://www.ratemyexteachers.fr), pour ses cours mémorables d'hydrologie physique et de géostatistique, pour l'intérêt (naturel au vu de sa curiosité scientifique) qu'il a porté à mes travaux. Je remercie Dong-Jun Seo de l'élan donné par les échanges que nous avons pu avoir, en espérant le retrouver sur l'attracteur qui nous a pour un temps rapprochés. Merci à Marie-Madeleine Maubourguet et Jacques Chorda de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse dont la gentillesse et la disponibilité ont agréablement accompagné les premiers pas de cette aventure. Je suis très reconnaissant à Valérie Estupina Borrell et Matthieu Le Lay qui, lors d'échanges très fructueux, ont pris le temps (même dans les moments difficiles) de me faire partager leur expérience acquise sur la modélisation hydrologique et les problématiques sous-jacentes abordées au cours de cette thèse. C'est aussi grâce au transfert de connaissances auquel ils ne sont appliqués sur les modèles développées dans le cadre de leurs thèses respectives que beaucoup des résultats obtenus ont pu voir le jour. Dans un autre registre, j'ai également eu la chance de bénéficier du soutien et du support de la DAJDT (Data Assimilation Junior Dream Team) de IDOPT (ancêtre du projet MOISE de l'INRIA) dans bien des domaines dépassant souvent leurs prérogatives : merci beaucoup à Céline Acary-Robert, Cyril Mazauric, Ehouarn Simon, Marc Honnorat, Claire Lauvernet et Wu Lin.

Mis à part les graines de star précédemment cités, dont la compagnie (plus particulièrement pour certains) fait cruellement défaut à mes côtés, le gang de la salle 3 et ses sympathisants, chacun à son poste, a su créer une formidable ambiance de travail et de détente. Vincent Acary, œnologue qui sait rendre heureuse une femme qui m'est très chère et rester à sa place quand il le faut, Elise Nourtier-Mazauric qui sait rendre heureux un homme qui m'est très cher et me remettre à ma place quand il faut, Morgan Brassel pour ses récits du Lundi matin à dormir debout, Carine Lucas pour ses excellents gâteaux au chocolat, Florian Lemarié pour ses commentaires avisés sur le we sportif, Emmanuel Maitre, Héléne Baum, Céline Acary-Robert et Laurence Viry pour les entraînements au concours de *Iron Man*, Laurent Debreu pour son silence complice qui n'a que trop duré ... au fait il faut que ... non rien !

Pour ce qui est de l'indispensable soutien administratif-informatique-logistique, j'aimerais remercier Rusconi Bruno, Navarro Patrice, Héléne Baum, Imma Presseguer et surtout Claudine Meyrieux, véritable *poto mitan* de cette tour IRMA qui grâce à son attention et sa prévenance maternelles a su palier à mes nombreuses négligences. En dehors de cette tour d'ivoire (la couleur rappelle un ivoire un peu vieillit non ?), les activités menées avec l'Association TRAFOLDOM (Tradition Folklorique d'Outre-Mer), avec Les Guenilles, section surf-alpinisme du CAF (Club-Alpin Français) Grenoble-Oisans m'ont apporté la bouffée d'oxygène nécessaire à mon équilibre. Merci à Milo Vouimba, Olivier Guadaloppa, Maurice et Nathalie Justand, Carole Yeck-Pang pour tous ces moments exceptionnels passés avec le groupe Tambou'peyi, à Christel Elizabeth pour tout ce qu'elle m'a apporté, à Richard et Julie Judith, Jean-Pierre et Lucien Bernard, David Maitrel, Leslie Beziat, Miquel et Ruben Beaujolais, Aude Balaire, Abrazzo Hanno pour tous ces bons moments passés à travers champs. Durant les derniers mois de rédaction en Italie, j'ai pu rajouter des membres chers à mon comité de soutien. Merci à *Il Gatto e la Volpe*, i.e. Caro Dino e Santa Franca, Massimiliano Mascherini il tifoso soprattutto de la vita, Deborah Gatelli la Monica Bellucci della G09, Beatrice D'hombres la Carla Bruni della G09, Ivano Azzini il tonologo de Abbiategrasso, Ernesto Villalba il toreo diplomático di Ségovia.

Enfin je remercie **les miens** pour leur bienveillance, leur prévenance, le dévouement et l'amour avec lequel ils m'ont toujours apporté soutien et réconfort. Je ne trouve pas de mots pour qualifier la

reconnaissance que j'aimerais témoigner à mes parents pour avoir fait de moi le jeune homme que je suis aujourd'hui. Je souhaiterais également rendre un hommage particulier à ma mère qui n'a pas ménagé ses efforts afin de m'assurer une scolarité relativement réussie en m'enseignant le goût et l'exigence du travail bien fait.

Pendant ces années consacrées à la science, je n'ai pas fait que chercher. J'ai trouvé celle avec qui je veux tout partager. J'espère que nous serons dignes de tout ce qui nous a été légué et que les sacrifices consentis nous permettront de paver le chemin d'une vie que j'espère très longue à ses côtés.

*A mon fils Kylan ...*

# Résumé

Comme tout évènement géophysique, la transformation de la pluie en débit dans les rivières est caractérisée par la complexité des processus engagés et par l'observation partielle, parfois très limitée, de la réponse hydrologique du bassin versant ainsi que du forçage atmosphérique auquel il est soumis. Il est donc essentiel de comprendre, d'analyser et de réduire les incertitudes inhérentes à la modélisation hydrologique (analyse de sensibilité, assimilation de données, propagation d'incertitudes). Les méthodes variationnelles sont très largement employées au sein d'autres disciplines (ex. météorologie, océanographie ...) confrontés aux mêmes challenges. Dans le cadre de ce travail, nous avons appliqué ce type de méthodes à des modèles représentant deux types de fonctionnement des hydrosystèmes à l'échelle du bassin versant. Le potentiel et les limitations de l'approche variationnelle pour la modélisation hydrologique sont illustrés avec un modèle faisant du ruissellement par dépassement de la capacité d'infiltration le processus prépondérant pour la genèse des écoulements superficiels (MARINE) ainsi qu'avec un modèle basé sur le concept des zones contributives d'aire variable (TOPMODEL). L'analyse de sensibilité par linéarisation ou basée sur la méthode de l'état adjoint permet une analyse locale mais approfondie de la relation entre les facteurs d'entrée de la modélisation et les variables pronostiques du système. De plus, le gradient du critère d'ajustement aux observations calculé par le modèle adjoint permet guider de manière très efficace un algorithme de descente avec contraintes de bornes pour l'estimation des paramètres. Les résultats obtenus sont très encourageants et plaident pour une utilisation accrue de l'approche variationnelle afin d'aborder les problématiques clés que sont l'analyse de la physique décrite dans les modèles hydrologiques et l'estimation des variables de contrôle (calibration des paramètres et mise à jour de l'état par assimilation de données).

**Mots clés** : modélisation hydrologique, estimation de paramètres, problème inverse, assimilation variationnelle de données, analyse de sensibilité, identifiabilité, modèle adjoint, contrôle optimal, optimisation, différenciation automatique

# Abstract

The rainfall-runoff transformation is characterized by the complexity of the involved processes and by the limited observability of the atmospheric forcing, catchment properties and hydrological response. It is therefore essential to understand, analyse and reduce the uncertainty inherent to hydrological modelling (sensitivity and uncertainty analysis, data assimilation). Variational methods are widely used in other scientific disciplines (ex. Meteorology, oceanography) facing the same challenges. In this work, they were applied to hydrological models characterised by different modelling paradigms (reductionist vs. systemic) and runoff generation mechanisms (infiltration-excess vs. saturation excess). The potential and limitations of variational methods for catchment hydrology are illustrated with MARINE from the Toulouse Fluids Mechanics Institute (IMFT) and two models (event based flood model and continuous water balance model) based on TOPMODEL concepts developed at the Laboratory of Environmental Hydrology (LTHE). Forward and adjoint sensitivity analysis provide a local but extensive insight of the relation between model inputs and prognostic variables. The gradient of a performance measure (characterising the misfit with observations), calculated with the adjoint model, efficiently drives a bound-constrained quasi-newton optimization algorithm for the estimation of model parameters. The results obtained are very encouraging and plead for an extensive use of the variational approach to understand and corroborate the processes described in hydrological models but also estimate the model control variables (calibration of model parameters and state estimation using data assimilation).

**Key words** : hydrological modelling, parameter estimation, inverse problem, variational data assimilation, sensitivity analysis, identifiability analysis, adjoint model, optimal control, optimization, automatic differentiation

# Table des matières

|          |                                                                                            |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>I</b> | <b>Contexte scientifique et approche méthodologique</b>                                    | <b>9</b>  |
| <b>1</b> | <b>Modélisation hydrologique et problématiques sous-jacentes</b>                           | <b>10</b> |
| 1.1      | Le bassin versant, siège de processus hydrologiques complexes . . . . .                    | 10        |
| 1.1.1    | Processus et composantes d'écoulement . . . . .                                            | 11        |
| 1.1.2    | Des caractéristiques fortement hétérogènes . . . . .                                       | 13        |
| 1.2      | Difficultés liées à l'observation des hydrosystèmes . . . . .                              | 14        |
| 1.2.1    | Données <i>in situ</i> , information ponctuelle ou intégratrice . . . . .                  | 15        |
| 1.2.2    | Données issues de la télédétection, indirectes mais spatialisées . . . . .                 | 17        |
| 1.3      | Objectifs, principes et limitations de la modélisation hydrologique . . . . .              | 20        |
| 1.3.1    | Comprendre et/ou prédire le fonctionnement des hydrosystèmes . . . . .                     | 20        |
| 1.3.2    | Différentes approches pour la description des processus. . . . .                           | 21        |
| 1.3.3    | Couple modèle-données, interactions et compensations des sources d'incertitude . . . . .   | 27        |
| 1.4      | Comprendre, analyser et réduire les incertitudes en hydrologie . . . . .                   | 29        |
| 1.4.1    | Approche déterministe, un paradigme quasiment abandonné . . . . .                          | 30        |
| 1.4.2    | Stratégies évolutives et méthodes probabilistes, une domination incontestée . . . . .      | 35        |
| 1.5      | Discussion et principaux objectifs de la thèse . . . . .                                   | 44        |
| <b>2</b> | <b>Potentiel et limitations des méthodes variationnelles</b>                               | <b>47</b> |
| 2.1      | Cadre théorique, formulation continue . . . . .                                            | 47        |
| 2.1.1    | Position du problème . . . . .                                                             | 48        |
| 2.1.2    | Approche variationnelle directe . . . . .                                                  | 50        |
| 2.1.3    | Méthode de l'état adjoint . . . . .                                                        | 51        |
| 2.2      | Considérations pratiques liées à l'implémentation numérique . . . . .                      | 54        |
| 2.2.1    | Des stratégies de développement généralement non équivalentes . . . . .                    | 54        |
| 2.2.2    | Problèmes liés à la linéarisation d'une physique contenant des processus à seuil . . . . . | 56        |
| 2.2.3    | Différentiation algorithmique de programmes, précision et efficacité . . . . .             | 57        |
| 2.2.4    | Procédures de validation, une étape incontournable . . . . .                               | 66        |
| 2.3      | Principales applications pour l'analyse et le contrôle de systèmes géophysiques . . . . .  | 69        |
| 2.3.1    | Assimilation variationnelle de données . . . . .                                           | 69        |
| 2.3.2    | Analyse de sensibilité locale . . . . .                                                    | 73        |
| 2.4      | Potentiel et limitations pour la modélisation hydrologique . . . . .                       | 74        |
| 2.4.1    | Analyse de sensibilité, locale mais très informative . . . . .                             | 75        |
| 2.4.2    | Estimation des variables de contrôle, convergence locale mais très efficace . . . . .      | 77        |

|       |                                                                                                                |    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4.3 | Analyse d'incertitude, limitée par le domaine de validité des dérivées et la non-linéarité du modèle . . . . . | 78 |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## **II Application à la modélisation hydrologique 79**

### **3 Approche réductionniste représentant le ruissellement par refus d'infiltration 80**

|       |                                                                                |     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1   | Modèle MARINE . . . . .                                                        | 80  |
| 3.1.1 | Modélisation du transfert de l'écoulement superficiel . . . . .                | 82  |
| 3.1.2 | Représentation des pertes par infiltration . . . . .                           | 86  |
| 3.2   | Modélisation hydrologique et approche méthodologique . . . . .                 | 90  |
| 3.2.1 | Le bassin versant du Thoré amont . . . . .                                     | 90  |
| 3.2.2 | Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation . . . . .          | 93  |
| 3.3   | Sensibilité d'un aspect de la réponse hydrologique, réponse scalaire . . . . . | 97  |
| 3.3.1 | Influence relative des paramètres . . . . .                                    | 99  |
| 3.3.2 | Évolution temporelle des sensibilités . . . . .                                | 104 |
| 3.3.3 | Répartition spatiale de l'influence des paramètres . . . . .                   | 107 |
| 3.4   | Sensibilité de la chronique de débits simulés, réponse vectorielle . . . . .   | 112 |
| 3.4.1 | Paramétrisation versants/réseau . . . . .                                      | 113 |
| 3.4.2 | Paramétrisation totalement distribuée . . . . .                                | 116 |
| 3.5   | Estimation de paramètres par méthode de descente . . . . .                     | 120 |
| 3.5.1 | Régularisation du problème inverse par heuristique classique . . . . .         | 122 |
| 3.5.2 | Tentative de réduction d'ordre par vecteurs caractéristiques . . . . .         | 126 |
| 3.6   | Conclusions . . . . .                                                          | 130 |

### **4 Approche systémique décrivant le ruissellement sur zones contributives saturées 132**

|       |                                                                                  |     |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1   | Concept TOPMODEL et hypothèses de modélisation . . . . .                         | 133 |
| 4.1.1 | Indice de similarité hydrologique . . . . .                                      | 133 |
| 4.1.2 | Formalisation des écoulements latéraux de subsurface . . . . .                   | 134 |
| 4.1.3 | Représentation des autres composantes du bilan hydrologique . . . . .            | 142 |
| 4.1.4 | Modélisation des transferts vers l'exutoire . . . . .                            | 145 |
| 4.1.5 | Récapitulatif de l'algorithme général . . . . .                                  | 148 |
| 4.2   | Modélisation hydrologique et approche méthodologique . . . . .                   | 149 |
| 4.2.1 | Mode événementiel pour prévision des crues sur les Cévennes . . . . .            | 149 |
| 4.2.2 | Simulation continue du bilan hydrologique sur la Donga . . . . .                 | 152 |
| 4.2.3 | Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation . . . . .            | 156 |
| 4.3   | Analyse globale par échantillonnage de Monte Carlo . . . . .                     | 158 |
| 4.3.1 | Expériences sur les Cévennes . . . . .                                           | 160 |
| 4.3.2 | Expériences sur la Donga . . . . .                                               | 164 |
| 4.4   | Estimation des paramètres avec données synthétiques . . . . .                    | 169 |
| 4.4.1 | Importance de la précision du calcul des dérivées . . . . .                      | 169 |
| 4.4.2 | Contenu informatif des observations et identifiabilité structurelle . . . . .    | 171 |
| 4.5   | Calibration pluri-annuelle et multi-épisodes avec observations réelles . . . . . | 175 |
| 4.5.1 | Expériences sur les Cévennes . . . . .                                           | 175 |

|          |                                                                                          |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5.2    | Expériences sur la Donga . . . . .                                                       | 176        |
| 4.6      | Analyse de sensibilité locale post-calibration . . . . .                                 | 181        |
| 4.6.1    | Influence relative des paramètres . . . . .                                              | 181        |
| 4.6.2    | Analyse approfondie du fonctionnement du modèle . . . . .                                | 183        |
| 4.7      | Contenu informatif des observations et vraisemblance des paramètres identifiés . . . . . | 189        |
| 4.7.1    | Limites de la calibration événementielle sur Vogüé . . . . .                             | 189        |
| 4.7.2    | Variabilité inter-annuelle des paramètres et analyse d’incertitude sur la Donga . . . .  | 192        |
| 4.8      | Conclusions . . . . .                                                                    | 202        |
| <b>5</b> | <b>Conclusions et perspectives</b>                                                       | <b>204</b> |
|          | <b>Références bibliographiques</b>                                                       | <b>210</b> |
|          | <b>Annexes</b>                                                                           | <b>237</b> |
| <b>A</b> | <b>Quelques notions de calcul différentiel</b>                                           | <b>238</b> |
| <b>B</b> | <b>Méthode quasi-newton et algorithme de minimisation N2QN1</b>                          | <b>240</b> |

## **Première partie**

# **Contexte scientifique et approche méthodologique**

# Chapitre 1

## Modélisation hydrologique et problématiques sous-jacentes

### Sommaire

---

|            |                                                                                  |           |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Le bassin versant, siège de processus hydrologiques complexes</b>             | <b>10</b> |
| 1.1.1      | Processus et composantes d'écoulement                                            | 11        |
| 1.1.2      | Des caractéristiques fortement hétérogènes                                       | 13        |
| <b>1.2</b> | <b>Difficultés liées à l'observation des hydrosystèmes</b>                       | <b>14</b> |
| 1.2.1      | Données <i>in situ</i> , information ponctuelle ou intégratrice                  | 15        |
| 1.2.2      | Données issues de la télédétection, indirectes mais spatialisées                 | 17        |
| <b>1.3</b> | <b>Objectifs, principes et limitations de la modélisation hydrologique</b>       | <b>20</b> |
| 1.3.1      | Comprendre et/ou prédire le fonctionnement des hydrosystèmes                     | 20        |
| 1.3.2      | Différentes approches pour la description des processus                          | 21        |
| 1.3.3      | Couple modèle-données, interactions et compensations des sources d'incertitude   | 27        |
| <b>1.4</b> | <b>Comprendre, analyser et réduire les incertitudes en hydrologie</b>            | <b>29</b> |
| 1.4.1      | Approche déterministe, un paradigme quasiment abandonné                          | 30        |
| 1.4.2      | Stratégies évolutionnaires et méthodes probabilistes, une domination incontestée | 35        |
| <b>1.5</b> | <b>Discussion et principaux objectifs de la thèse</b>                            | <b>44</b> |

---

### 1.1 Le bassin versant, siège de processus hydrologiques complexes

L'hydrologie s'intéresse à la distribution et à la circulation de l'eau dans la nature. Une partie de l'eau contenue dans le volume de notre planète se trouve répartie soit dans ses couches superficielles, soit dans l'océan, soit dans l'atmosphère terrestre ; elle évolue alors entre ces trois milieux en passant par une succession récurrente de phases qui constituent le cycle hydrologique. Sur les surfaces continentales, le cycle de l'eau fait intervenir essentiellement des interactions entre le sol, la biosphère et l'atmosphère, ainsi que la redistribution latérale l'eau entre les différentes composantes du système.

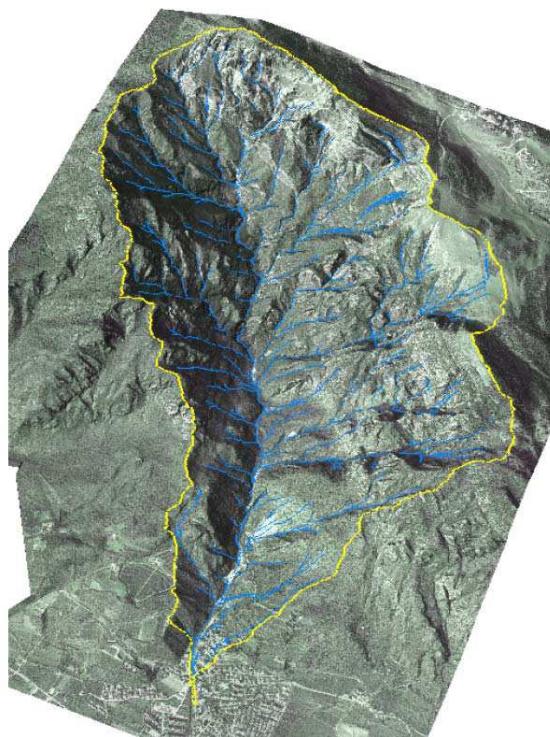


FIG. 1.1 – Exemple de bassin versant topographique (tiré de *Rigon et al.*, 2004)

Afin de formuler, à l'échelle locale ou régionale, des lois de conservation correspondant à la partie continentale du cycle de l'eau, il est nécessaire de définir un support géométrique. Étant donné que l'on s'intéresse dans le cadre de cette thèse à la caractérisation du débit dans les cours d'eau, la définition du support que constitue le **bassin versant** sera relative à celui-ci. Ainsi, en une section droite d'un cours d'eau, il s'agit de la totalité de la surface qui contribue à l'écoulement de la dite section (Hubert 2003). L'étendue de cette surface dépend donc de l'endroit où l'on se place sur le cours d'eau (exutoire) et correspond dans la plupart des cas au bassin versant topographique défini par les lignes de crête (figure 1.1). Notre propos est centré sur les hydrosystèmes pour lesquels l'alimentation de la rivière ne peut être influencée de manière significative par des effets anthropiques (ouvrages hydrauliques, voies de communication), par la fonte des neiges ou par des écoulements souterrains de type karstique<sup>1</sup>. L'entité que représente le bassin versant est le siège de processus complexes, processus très largement influencés par l'extrême variabilité caractérisant la surface et la sub-surface de cette aire drainée.

### 1.1.1 Processus et composantes d'écoulement

A l'échelle du bassin versant, un nombre important de processus et donc de composantes d'écoulement se combinent et se neutralisent, en fonction des conditions locales, du régime des précipitations ou de la saison. La figure 1.2, sur une vue en coupe d'un versant, présente les composantes essentielles du bilan hydrologique. Du point de vue de la formulation de lois de conservation, on peut classer ces différentes

<sup>1</sup>Karst : Région de calcaires et dolomites ayant une topographie souterraine particulière due à la dissolution de certaines parties du sous-sol et au cheminement des eaux dans les galeries naturelles ainsi formées (Glossaire International de l'Hydrologie)

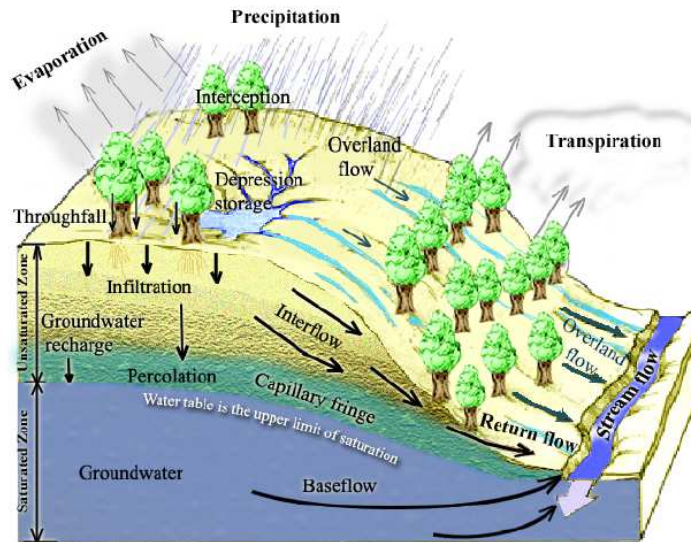


FIG. 1.2 – Processus hydrologiques à l'échelle du bassin versant (tiré de Tarboton, 2003)

composantes en fonction de leur rôle dans le système, les apports, les pertes et les processus de redistribution (latérale ou horizontale) des eaux en surface et en sub-surface. On se contente ici d'une description succincte de ces différentes composantes afin de mettre en évidence la complexité de la relation pluie-débit.

Les **précipitations**, qui proviennent de manière indirecte de la condensation de la vapeur d'eau atmosphérique, constituent l'unique alimentation de la partie continentale du cycle de l'eau. On distingue à nos latitudes tempérées deux types de précipitations : celles touchant de grandes étendues, de faible intensité mais de longue durée appelées précipitations stratiformes et celles frappant de plus petites surfaces, de faible durée mais de forte intensité qualifiées de précipitations convectives. Comparativement aux épisodes de type stratiforme, les épisodes convectifs sont caractérisés par une très importante variabilité spatiale et temporelle. Il est important de préciser que les deux types de pluies peuvent coexister au sein d'un même système précipitant et que le relief joue un rôle important dans leur déclenchement ou leur renforcement.

Les pertes s'effectuent uniquement par **évapotranspiration**, combinaison de l'évaporation directe à partir des surfaces d'eau libre (zones de stockage), des sols et de la transpiration végétale. Lorsque les pluies l'emportent sur l'évapotranspiration potentielle (principalement en hiver), l'interception constituée de la fraction des précipitations qui est retenue lors de leur chute majoritairement par la végétation, permet un surplus d'évaporation à prendre en compte dans le bilan. Les facteurs affectant les pertes par évapotranspiration sont météorologiques (caractéristiques physiques des basses couches de l'atmosphère) et liés aux propriétés des surfaces évaporantes (type de végétation, humidité des sols ...). Le volume d'eau restant est redistribué par des processus latéraux et verticaux constituant une partie essentielle du cycle hydrologique. Dans un premier temps, c'est le processus d'**infiltration** qui va déterminer la fraction de la pluie qui va participer aux écoulements de surface et celle qui alimentera des écoulements de sub-surface. En effet lorsque les couches superficielles de sols sont exposés à une averse (*i.e* submersion prolongée), la circulation de l'eau à travers cette zone qualifiée de **zone non saturée** (milieux poreux) s'effectue principalement de manière

verticale sous l'effet de la gravité et des forces de succion (forces d'adhésion entre le sol et l'eau).

Cependant, la totalité de l'eau infiltrée dans les sols ne circule pas de manière verticale. La stratification des sols associée à la présence de macropores dans les couches supérieures permettra à une partie des eaux de cheminer de manière latérale pour constituer l'**écoulement hypodermique** ou sub-superficiel. Cette composante d'écoulement, dans certains cas qualifiée de nappe perchée temporaire contribue à la saturation des horizons superficiels.

Par ailleurs, une autre partie de l'eau infiltrée va, par gravité, lentement rejoindre la nappe pérenne (par **percolation** à travers les fissures du socle rocheux) alimentant la rivière après une absence prolongée de précipitations. Cet écoulement siégeant dans des horizons relativement profonds est appelé **écoulement de base ou écoulement souterrain**.

Pour terminer, les volumes non infiltrés (ou exfiltrés par intumescence<sup>2</sup> de nappe) participent aux écoulements de surface (sur versants et dans le réseau hydrographique) qui s'écoulent par gravité le long des pentes. Le **ruissellement** se produit sur les versants en dehors du réseau hydrographique (circulation connectée ou non, à un drain permanent) et l'**écoulement superficiel** désigne la circulation de l'eau en surface dans le réseau hydrographique. La genèse de ces écoulements de surface résulte du dépassement de la capacité d'infiltration d'un sol non saturé (Horton 1933) ou/et du refus d'infiltration d'un sol saturé (zones contributives saturées d'après Cappus (1960), Hewlett et Hibbert (1967) et Dunne et Black (1970)).

En définitive, la combinaison dans le temps et dans l'espace des ces différentes composantes de la partie continentale du cycle de l'eau va constituer la réponse hydrologique d'un bassin versant soumis à des précipitations atmosphériques. Contrairement à d'autres disciplines environnementales telles que l'océanographie ou la météorologie, au sein du bassin versant les écoulements évoluent très près de leur support géométrique et sont donc, dans toute une gamme d'échelles, très largement influencés la variabilité de celui-ci.

### 1.1.2 Des caractéristiques fortement hétérogènes

L'entité que représente le bassin versant est caractérisée par une extrême variabilité des propriétés de surface et de sub-surface. A travers la succession et l'enchevêtrement des différentes phases du cycle hydrologique, les processus hydrologiques subissent et façonnent cette hétérogénéité.

La pente étant le moteur principal des écoulements latéraux de surface et de sub-surface, parmi les caractéristiques du bassin versant, celle dont l'hétérogénéité spatiale est à la fois la plus évidente et la plus influente est la morphologie du bassin. L'étendue de la surface de réception des précipitations, sa forme (allongée ou en éventail), et son relief (pentes) sont des propriétés essentielles. On peut en dire de même de l'ensemble hiérarchisé et structuré des chenaux qui assurent le drainage superficiel permanent ou temporaire (structuration du réseau hydrographique) et de ses attributs (topologie, longueur et pentes caractéristiques, densité).

---

<sup>2</sup>Augmentation locale des gradients de charge de la nappe à proximité immédiate des thalwegs ce qui a pour conséquence d'augmenter les vitesses de transfert de l'eau dans le sol (Skalsh et Farvolden 1979)

Visible à l'oeil nu, l'incroyable variabilité spatiale des propriétés de surface (occupation des sols, végétation) entraîne directement ou indirectement une extraordinaire complexité des processus de surface (ruissellement de surface, évapotranspiration, interception) et de sub-surface (infiltration). La rétroaction sol-atmosphère entraîne également une influence des conditions de surface sur la dynamique des précipitations.

En ce qui concerne l'interaction des propriétés de surface et de sub-surface, à titre d'exemple la texture du sol qui est, à l'échelle du volume élémentaire caractérisant les mesures ponctuelles, un élément clé de l'hydrodynamique des sols, n'est à l'échelle du versant naturel que l'un des nombreux éléments déterminant l'infiltrabilité. La couverture végétale, dont l'influence est traditionnellement reconnue sur la dynamique de l'écoulement superficiel, joue également, à travers la présence ou l'absence de chenaux d'écoulement préférentiels offerts le long des racines, un rôle capital. Il serait donc nécessaire afin d'apprécier la variabilité des propriétés hydrodynamiques du sous-sol, de caractériser l'ensemble des caractéristiques agro-pédo-géologiques du milieu (couverture végétale, profondeur, structure et texture des sols, activité biologique, degré de compactage, fluctuations des propriétés avec la profondeur ...). Cette complexité, difficilement observable, est à l'origine de processus fortement non-linéaires dont la compréhension et la représentation mathématique constituent encore des problématiques de recherche scientifique.

Au delà d'une interdépendance le plus souvent très délicate à appréhender (Tromp-van Meerveld et McDonnell 2006), l'hétérogénéité caractérisant les différentes composantes du bassin versant présente une organisation, une certaine régularité à l'échelle du versant. Au sein de cette entité qui constitue la pierre angulaire de la description du paysage, l'évolution géomorphologique à long terme façonne de la ligne de crête au talweg une part importante de la variabilité des horizons superficiels des sols (concept de catena). Cependant, le lien entre la variabilité spatiale des variables hydrologiques avec l'hétérogénéité des caractéristiques du bassin versant est très largement dépendante du régime des précipitations. A titre d'exemple, alors qu'en période humide l'état hydrique des sols est plutôt contrôlé par les processus latéraux, ce contrôle non local et indirect de la topographie est réduit ou complètement absent en période sèche (Grayson *et al.* 1997).

La compréhension, la représentation et la prévision du fonctionnement des hydrosystèmes requiert une description du milieu où siègent les écoulements, un échantillonnage spatio-temporel des variables hydro-météorologiques, mais aussi la formulation de lois de conservation décrivant les processus déterminant la relation pluie-débit (*i.e.* couple modèles-données).

## **1.2 Difficultés liées à l'observation des hydrosystèmes**

Tout comme le forçage atmosphérique auquel il est soumis, le bassin versant est donc une entité extrêmement hétérogène. De cette hétérogénéité résulte une incroyable complexité des chemins de l'eau vers l'exutoire. L'objectif de l'observation des hydrosystèmes est de décrire le milieu, siège de processus complexes, et de procéder à l'échantillonnage spatio-temporel des variables hydrométéorologiques caractérisant son fonctionnement.

Après la description faite précédemment, il est important de noter qu'une partie importante du cycle de

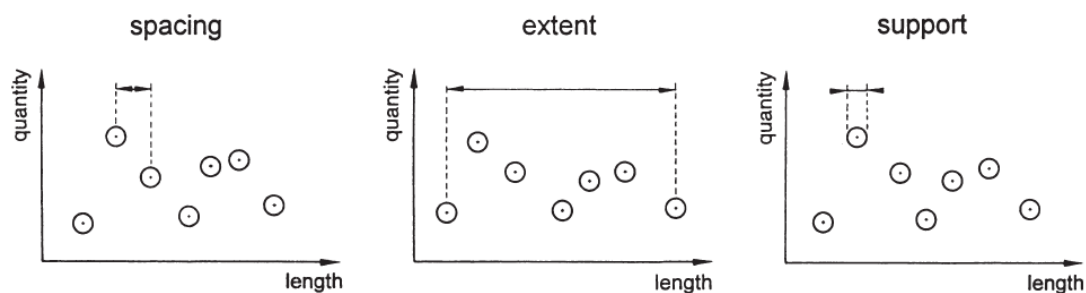


FIG. 1.3 – Définition du triplet caractérisant la mesure (espacement, extension et échelle de support), tiré de Grayson *et al.*, 2001

l'eau continental se déroule de manière souterraine. Pour cette partie essentielle du cycle hydrologique la description du milieu et l'observation des processus hydrologiques qui s'y déroulent est et restera problématique. L'hydrologie est donc une science naturellement vouée à être limitée par les techniques de mesure.

Cependant, même s'il n'existe pas de réseau global d'acquisition comme en météorologie, parallèlement aux développements en modélisation hydrologique, la multiplication et l'enrichissement des sources de données en Hydrologie a été possible grâce à la mise en place de systèmes d'observation sol, spatiaux et aéroportés de plus en plus nombreux et performants.

Idéalement, les mesures sont acquises à des échelles spatio-temporelles permettant de capturer la variabilité qu'il est nécessaire de représenter pour simuler correctement la réponse hydrologique. En pratique, de par les contraintes techniques, financières ou logistiques, seule une part de cette variabilité est capturée. L'observation implique un échantillonnage discret dont les caractéristiques (spatiales et temporelles) selon Blöschl et Sivapalan (1995) peuvent être résumées par le triplet décrit par la figure 1.3. L'espacement exprime la distance entre deux mesures, la couverture spatiale est caractérisée par l'extension et l'échelle de support définit le volume (ou l'aire) sur lequel la mesure est moyennée. Ce concept peut être étendu à la dimension temporelle en évoquant l'intervalle d'échantillonnage de la mesure, sa durée et la constante de temps relative à l'instrument utilisé (Grayson et Blöschl 2001). Alors que la constante de temps des instruments de mesure n'est pas vraiment une limitation pour caractériser les variables d'intérêt, ceci n'est pas le cas de l'intervalle d'échantillonnage et dans une moindre mesure de la durée d'observation.

L'objectif de cette section n'est pas de faire un exposé détaillé de la problématique de la collecte de données et des techniques de mesure mais plutôt de proposer une présentation succincte des types de données généralement disponibles pour la caractérisation de la relation pluie-débit.

### 1.2.1 Données *in situ*, information ponctuelle ou intégratrice

Les données *in situ*, indispensables à la modélisation hydrologique/hydraulique, à la calibration et à la validation des instruments spatiaux demeurent ponctuelles (faible support), éparses (espacement important) et relativement coûteuses (extension limitée). De plus, tout comme les modèles dont nous parlerons plus

loin, les réseaux de mesure sont souvent destinés à des applications opérationnelles. A titre d'exemple, une mesure de débit en aval d'un barrage, d'un intérêt capital pour la gestion de l'ouvrage, ne présente aucun intérêt pour la compréhension des processus hydrologiques à l'échelle du bassin versant. Les données *in situ*, selon leur nature, constituent une information réellement locale ou une mesure représentative de l'aire drainée amont.

### 1.2.1.1 Caractéristiques du bassin versant

En ce qui concerne les caractéristiques du bassin versant, les mesures sont locales ou parfois à l'échelle de la parcelle (de l'ordre du  $m^2$ ) dans le cadre de campagnes expérimentales dédiées à la compréhension des processus. Si les caractéristiques géomorphologiques du bassin versant sont généralement acquises par télédétection (aéroportée ou spatiale), la description d'éléments structurant l'écoulement (typiquement profils en travers ou profils en long du réseau hydrographique) fait parfois l'objet de relevés par un géomètre. D'autre part, la connaissance des propriétés hydriques des sols est nécessaire à la description des transferts en sub-surface. Réalisées à partir de mesures ponctuelles, les bases de données sols (information sur la texture), de plus en plus fréquemment au format numérique, permettent d'apprécier la couverture pédologique de la zone d'intérêt. Les mesures directes des propriétés hydrodynamiques des sols, permettant de s'affranchir de fonctions de pédotransfert, restent anecdotiques et dédiées à des études bien spécifiques (*ex.* Bouvier *et al.* (2005)). De même, en dehors de bassins versants expérimentaux tels que Panola<sup>3</sup>, la profondeur de sol tout comme la stratigraphie des zones propices à l'écoulement (résistance à la pénétration inversement proportionnelle à conductivité hydraulique à saturation), reconnus comme des contrôles importants pour les écoulements de sub-surface (Freer *et al.* (2002), Shanley *et al.* (2003)) ne sont en général pas disponibles.

### 1.2.1.2 Variables hydrométéorologiques

La quantité de précipitations, moteur de la relation pluie-débit, atteignant une portion de surface terrestre en un intervalle de temps donné est évaluée par la hauteur de précipitation cumulée que mesurent traditionnellement les pluviomètres ou pluviographes. Il s'agit d'une mesure ponctuelle (le plus souvent au pas de temps journalier ou horaire) dont la précision est largement affectée par le vent et les fortes intensités de pluies (jusqu'à 20% d'erreur à cause du vent en fonction des pluviomètres). La spatialisation de cette information est traditionnellement effectuée à l'aide de méthodes d'interpolation telles que krigeage technique classique en géostatistique. Si l'avènement de radars météorologiques permettant de mieux capturer de forts gradients spatiaux pour les intensités de pluies caractéristiques des événements convectifs est prometteuse, la mesure n'est qu'indirecte et souffre encore d'importants problèmes de précision (section 1.2.2.2).

Parmi les variables caractérisant le fonctionnement de l'hydrosystème, le débit en rivière (hydrométrie des cours d'eau) est la mesure la plus courante et constitue une mesure intégrée de la variabilité des réponses provenant des processus se déroulant en amont du point de mesure à l'échelle du bassin versant. De plus, les techniques classiques de mesure des débits sont fondées sur l'établissement d'une courbe de tarage entre débits et hauteurs d'eau nécessitant l'évaluation des vitesses d'écoulement en divers points de la section mouillée pour une gamme de débits la plus large possible. L'exercice étant périlleux et incertain pour des débits importants (sécurité des personnels et du matériel, débit non permanent pendant la prise de mesure),

---

<sup>3</sup> Small Watershed Studies at the Panola Mountain Research Watershed - <http://ga.water.usgs.gov/projects/panola>. Mesure de la profondeur de sol sur une grille de 2m de résolution.

on estime ainsi que 80% des rivières françaises ne sont en fait pas jaugées pour des débits de fréquence supérieure à dix ans (Delrieu 2003). En ce qui concerne les événements extrêmes, lorsque les instruments de mesure ne sont pas emportés ou détruits, la qualité de données de débits est tributaire de la qualité de la relation utilisée, qualité très discutable de par l'extrapolation des courbes de tarage. Dans un futur proche une amélioration pourrait être apportée par la mise au point de techniques non intrusives (Fourquet (2005), Hauet (2003)).

De plus jusqu'à très récemment, la multiplicité et la déconnexion des services à vocation opérationnelle sur le territoire français a contribué à une importante hétérogénéité spatio-temporelle en termes de disponibilité de qualité des observations. La banque HYDRO, créée en 1982, et gérée par le nouveau (créée en 2003) Service Central d'Hydrométéorologie et d'Appui à la Prévision des Inondations (SCHAPI) depuis 2006, couvre en majorité les grands bassins hydrographiques. Pour les bassins versants de taille petite à moyenne ( $< 1000 \text{ km}^2$ ), la disponibilité de données externes et internes à l'entité reste anecdotique en dehors de quelques études dédiées à la compréhension des processus physiques.

Même si elle est de plus en plus courante, la mesure d'autres variables hydrométéorologiques telles que l'évapotranspiration (parfois une variable clé du bilan hydrologique), l'interception, l'humidité des sols ou le niveau piezométrique des nappes souterraines est loin de faire l'objet d'une procédure systématique. Les mesures concernant évapotranspiration réelle (ETR) et l'état hydrique des sols sont de portée très limitée (faible échelle de support) et bien souvent leur utilisation se limite à l'appréciation de variations saisonnières. A partir de données climatiques l'évapotranspiration potentielle (ETP) qui représente la demande évaporative de l'atmosphère (limite supérieure de l'ETR) peut être étendue à des surfaces plus importantes. D'autre part, afin de mieux appréhender les chemins de l'eau, le traçage géochimique (*i.e* isotope hydrology) peut constituer un élément essentiel pour la formulation ou la corroboration d'hypothèses de fonctionnement.

### **1.2.2 Données issues de la télédétection, indirectes mais spatialisées**

L'état de surface du bassin versant contrôlant directement ou indirectement un nombre important de processus du bilan hydrologique (section 1.1.2), une amélioration de sa connaissance devrait contribuer à une meilleure représentation du fonctionnement des hydrosystèmes. La télédétection désigne la mesure ou l'acquisition d'informations sur un objet ou un phénomène par l'intermédiaire d'un instrument de mesure n'ayant pas de contact avec l'objet étudié. Les données issues de la télédétection, qu'elle soit sol, aéroportée ou spatiale, permettent une description et un suivi spatialisé des caractéristiques et variables hydrométéorologiques du bassin versant. La télédétection permet de mesurer dans les différents domaines spectraux les signaux réfléchis ou émis par le système qu'il faut ensuite interpréter pour accéder à des caractéristiques ou variables d'intérêt pour l'hydrologie (Ottlé *et al.* 2003).

#### **1.2.2.1 Caractéristiques du bassin versant**

Parmi les caractéristiques du bassin versant observables par télédétection, les descripteurs géomorphologiques et l'occupation des sols sont sans aucun doute celles ayant motivé le plus de développements méthodologiques et d'applications en, hydrologie. Concernant les descripteurs géomorphologiques, le modèle numérique de terrain (MNT) et les produits dérivés tels que le réseau hydrographique, peuvent être dérivés à partir d'images optiques, radar ou de données laser obtenues par des capteurs aéroportés ou satellitaires.

La photogrammétrie et l'interférométrie radar sont les techniques les plus employées (Charleux-Demargne 2001; Puech 2000) au détriment de techniques tels que le LIDAR (Light Detection And Ranging), un laser aéroporté permettant une mesure plus précise mais bien plus coûteuse. La précision altimétrique des données satellitales est insuffisante pour décrire la géométrie d'une plaine inondable en hydraulique fluviale mais convient à la caractérisation des pentes, moteur des écoulements latéraux en hydrologie (Borgniet *et al.* 2003; Puech *et al.* 2004).

L'occupation des sols, information capitale pour l'hydrologie, plus spécialement pour les processus d'interception, de transpiration et les écoulements de surface, a été l'une des premières applications de la télédétection spatiale. Elle peut être obtenue à partir de la classification d'images optiques et/ou radar. Les radars imageurs à haute résolution tels que les radars à synthèse d'ouverture présentent l'avantage d'être indépendants de la couverture nuageuse. Les pixels présentant les mêmes propriétés spectrales sont regroupés et la classification résultante est utilisée pour obtenir une estimation spatialisée de paramètres hydrologiques tels que le coefficient de frottement pour l'écoulement de surface. Le lien avec l'infiltrabilité est parfois directement pris en compte dans la modélisation (Séguis *et al.* 2002).

En ce qui concerne les propriétés du sous-sol, dans le cadre de campagnes expérimentales bien spécifiques, les méthodes issues de l'hydrogéophysique (sondage électrique, tomographie électrique de résistivité...), une discipline relativement récente, sont employées afin de caractériser le milieu ou certains processus hydrogéologiques. Ces informations quantitatives peuvent largement contribuer à la formulation d'une modélisation dynamique des processus intervenant dans la relation pluie-débit.

#### **1.2.2.2 Variables hydrométéorologiques**

La quantité d'eau précipitée sur le bassin versant, terme de forçage dont l'influence est prépondérante sur la réponse hydrologique, est une variable clé dont la variabilité spatiale n'est que partiellement capturée par les données ponctuelles fournies par les pluviographes (faible support). Cet échantillonnage, très réducteur de la réalité et dont la qualité dépend de la couverture du bassin versant peut se révéler insuffisant pour la représentation de la pluie pour des épisodes présentant de forts gradients spatiaux pour les intensités. La mesure de la pluie grâce à des radars au sol (*ex.* réseau ARAMIS de Météo France), avec une résolution spatiale de l'ordre du kilomètre carré et une résolution temporelle de quelques minutes (5 à 15 mn), ouvre de nouvelles perspectives pour la prise en compte de la variabilité spatio-temporelle de la pluie pour la genèse des écoulements. Au delà des difficultés liées à la relation  $Z - R$  (relation entre la réflectivité radar et la quantité de pluie), d'autres problèmes liés à la mesure tels que les échos fixes et masques partiels (orographiques, anthropiques) ou les effets du profil vertical de réflectivité (variabilité en fonction de l'altitude d'observation) sont encore des obstacles à surmonter. Si *a posteriori* l'amplitude peut être réajustée à partir de données ponctuelles, l'intégration de données radar pour le forçage en temps réel de modèles hydrologiques reste encore problématique. Même si la combinaison de données optiques et hyperfréquences semble prometteuse pour l'estimation des précipitations par satellite, les données restent encore beaucoup trop incertaines et limitées par la résolution spatiale et la fréquence temporelle des instruments pour la plupart des applications locales ou régionales.

En ce qui concerne l'écoulement de surface résultant, le suivi des eaux continentales par altimétrie satellitaire n'est envisageable que pour des grands bassins fluviaux (Frappart 2006). L'utilisation de photographies

aériennes en période d'inondation, plus délicates à obtenir à certains égards (autorisation de vol, couverture nuageuse ...) permet l'application à des zones de dimension plus modeste (Raclot 2003; Roux 2004). De même la cartographie des zones inondées ou des surfaces saturées par des radars à synthèse d'ouverture (Horritt 2000; Gineste *et al.* 1998; Franks *et al.* 1998) est possible pour des bassins versants de taille petite à moyenne.

Pour la mesure d'autres variables hydrométéorologiques telles que l'humidité superficielle ou l'évapotranspiration, il est important de rappeler que la télédétection spatiale permet de mesurer les signaux réfléchis ou émis par le système terre-atmosphère qu'il faut ensuite interpréter pour accéder aux états de surface (Ottlé *et al.* 2003). Cette interprétation requiert une correction de l'effet de l'atmosphère et l'inversion de modèles d'observation complexes soumis aux mêmes contraintes que les modèles hydrologiques (non-linéarité, fermeture mathématique). A titre d'exemple, une fois corrigés les effets perturbateurs de l'atmosphère, il faut encore séparer les effets de la rugosité de surface et de la végétation avant d'accéder à l'humidité de surface à partir des données radar (Quesney *et al.* 2000). La caractérisation de la variable hydrologique ciblée n'est pas forcément plus simple dans le cas de la télédétection sol ou aéroportée. En résumé, on ne peut espérer pour le moment une estimation fiable de l'humidité superficielle que pour des surfaces relativement uniformes et faiblement végétalisées (projet AIMWATER). L'estimation des flux de surface, et spécialement de l'évapotranspiration, à partir de données de télédétection (dans l'infrarouge thermique) nécessite l'analyse et la compréhension, à travers des modèles représentant les processus se déroulant dans le continuum sol - végétation - atmosphère, de la relation qui existe entre la température de surface (mesurée par Infrarouge thermique) ou le flux de chaleur sensible et évapotranspiration.

Enfin, depuis 2002 date de lancement de la mission de gravimétrie spatiale GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment), les variations spatio-temporelles des stocks d'eaux continentales (Humidité du sol, eaux souterraines, couverture neigeuse ...) et des paramètres hydrologiques associés peuvent être estimés à partir de l'étude du champ de pesanteur terrestre et de ses variations temporelles. L'utilisation de ces données est cependant limitée à l'hydrologie globale, bien loin du point de vue des échelles spatiales et temporelles de l'hydrologie à l'échelle du bassin versant.

En définitive, si les mesures *in situ* sont généralement précises et possiblement continues dans le temps, leur support et leur extension sont la plupart du temps très réduits. Seule la télédétection peut réellement caractériser la structure spatiale des variables hydrométéorologiques et des caractéristiques du bassin versant. Cependant, les mesures ponctuelles restent indispensables, pour la compréhension des processus, la calibration et la validation des modèles hydrologiques et des systèmes d'observations basés sur la télédétection. L'expansion des données issues de la télédétection, déjà très largement initiée, devrait dans un futur très proche submerger l'hydrologie de bassin versant de données dont il va falloir exploiter le contenu pour mieux représenter le fonctionnement des hydrosystèmes. La capacité croissante des capteurs spatiaux à observer dans différentes bandes spectrales permet le développement de stratégies de synergie des observations multispectrales (Merlin 2005) pour une meilleure caractérisation des états de surface.

## 1.3 Objectifs, principes et limitations de la modélisation hydrologique

### 1.3.1 Comprendre et/ou prédire le fonctionnement des hydrosystèmes

Parmi les objectifs motivant la construction de modèles hydrologiques pour représenter le fonctionnement des hydrosystèmes, on peut compter d'importantes problématiques sociétales telles que la prévention et la prévision d'aléas tels que les crues, les sécheresses ou plus récemment l'érosion et le transport de polluants. Il s'en suit le développement de nombreux outils dont l'objectif affiché est la résolution de problèmes pratiques.

Il convient dans un premier temps de distinguer les modèles à objectifs diagnostique et pronostique ; autrement dit les modèles utilisés pour comprendre un mécanisme de ceux employés pour prédire le fonctionnement d'un système dont le mécanisme est supposé connu. Dans le cadre de la résolution de problèmes pratiques tels que la simulation d'une inondation résultant d'un épisode pluvieux, cette distinction peut être rapprochée des problématiques de prévention/prédétermination (ré-analyse, mode *off-line*) ou de prévision en temps réel (mode *on-line*). Alors que la prédétermination consiste à caractériser un événement de fréquence donnée afin de prendre les dispositions nécessaires (réglementation de l'urbanisme, aménagements destinés à la diminution des risques, plans de secours pour les zones exposées, scénarios de gestion de crises, etc...), la prévision en temps réel à travers la veille hydro-météorologique a pour objectif le déclenchement des alertes pour la protection des biens et des personnes.

D'un point de vue temporel, on peut également distinguer modèles continus des modèles événementiels. L'objectif visé par l'approche continue est de simuler de manière ininterrompue le bilan en eau et les transferts à l'échelle du bassin versant sur les périodes très longues (typiquement pluri-annuelles). La simulation événementielle de la relation pluie-débit vise quant à elle à simuler le comportement de bassin pour un mode de fonctionnement bien précis, le plus souvent la crue, sans prise en compte explicite de l'historique des conditions antérieures. Alors que l'état hydrique du bassin versant est simulé de façon permanente dans les modèles continus, il fait inévitablement l'objet d'une procédure d'initialisation plus délicate dans le cas de modèles événementiels. Plus généralement, la gamme de régimes hydrologiques explorée étant bien plus importante dans le cas de modèles continus, ils nécessitent la formulation de bien plus de processus hydrologiques comparativement à l'approche événementielle qui ne représente que les processus dominants pour le type d'évènement ciblé.

Si mieux comprendre devrait aider à prédire, les priorités des utilisateurs de modèles à vocation opérationnelle sont principalement la précision et la robustesse. La justesse, confirmant que le modèle fournit les bonnes réponses pour les bonnes raisons, n'est pas souvent l'ordre des priorités et l'objectif principal est de mieux prédire sans forcément mieux comprendre. Cependant, les débits en rivière que nous essayons de reproduire/prédire sont générés par plusieurs processus simultanément ou successivement, dans des combinaisons très variables dans le temps et dans l'espace. Le mode dominant de genèse du ruissellement, avec des basculements possibles dans le temps, dépend très largement des caractéristiques du bassin versant et du contexte hydrométéorologique (figure 1.4(a)). De plus, si le rôle des écoulements de sub-surface dans la formation des débits est très largement reconnu, la multitude et l'observabilité limitée des chemins d'écoulements rend leur représentation très difficile (figure 1.4(b)). Un nombre relativement important de processus concurrents ou dominants, en milieu saturé ou non saturé, permanent ou temporaire, avec ou sans

retour vers la surface, avec ou sans participation active de l'eau préalablement stockée dans le sous-sol, on été proposés. Face à cette complexité, en fonctions des caractéristiques locales (topographie, type et profondeur de sol, végétation ...), Schmocker-Fackel *et al.* (2007) proposent une procédure systématique permettant de cartographier sur un bassin versant donné les processus dominants.

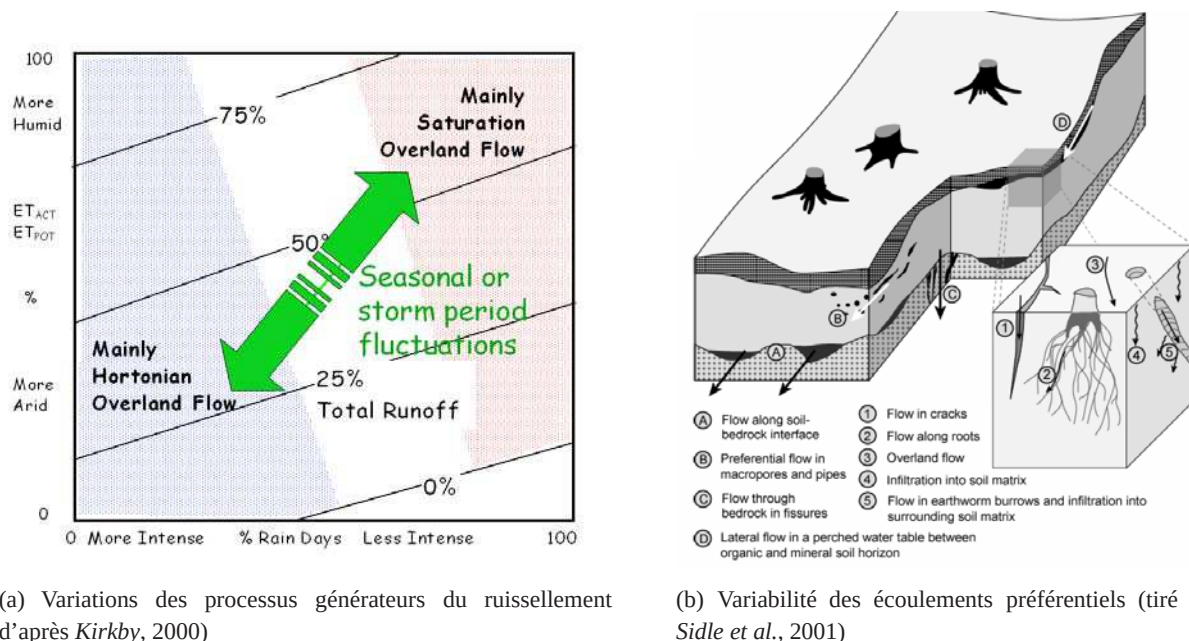


FIG. 1.4 – Complexité de la réalité hydrologique

Du volume élémentaire à la parcelle, du versant au bassin versant, le fonctionnement de l'hydrosystème est caractérisé par une cascade d'échelles au sein desquelles hétérogénéité et régularité des processus sont très différentes (Sivapalan 2003). Comme pour tout système naturel, la non-répétabilité (unicité de lieu, d'action et de temps Beven *et al.* (2001)) et l'observabilité limitée sont des obstacles importants à la reproductibilité et à la prédictabilité du fonctionnement des hydrosystèmes. A l'échelle régionale/globale pertinente pour des applications à la Climatologie, la Météorologie et la prévision hydrométéorologique des grands bassins fluviaux, la représentation qui est faite des processus hydriques et énergétiques à l'interface sol-végétation-atmosphère connaît de nombreuses variantes mais le principe général des modèles reste très similaire. A l'opposé, à l'échelle du bassin versant, en partie (et seulement en partie) à cause de la diversité en terme de problématiques, de disponibilité des données, de fonctionnement hydrologique, il n'existe pas de consensus pour la représentation mathématique du système et donc pas de modèle hydrologique universel.

### 1.3.2 Différentes approches pour la description des processus

Il est possible, à partir de chroniques pluie-débit, suffisamment longues et informatives, d'extraire une représentation mathématique plus ou moins sophistiquée du fonctionnement de l'hydrosystème (ex. Data Based Mechanistic models - DBM - (Young 1978; Young 2002)). Si suffisamment de flexibilité pour la représentation (estimation non-paramétrique) permet dans certains cas d'égaliser voir de surpasser les performances de modèles basés sur la description des processus (Ratto *et al.* 2006), la mise en œuvre de telles approches requiert une quantité relativement importante d'observations définissant indirectement (à

travers la gamme de régimes explorés) les limites de la prédictabilité du modèle résultant.

Notre propos sera donc centré sur les approches cherchant à représenter les processus (process-based). Si il est indéniable que les modèles doivent être basés sur la description des processus physiques pour extrapoler au delà de la gamme des observations disponibles, il demeure une question fondamentale qui selon Kirchner (2006) reste d'actualité : comment les modèles doivent être basés sur la physique ? Tous les modèles étant conceptuels à une échelle donnée (celle du bassin versant, du sous bassin versant ou celle de la maille de la discrétisation), la terminologie *modèle conceptuel* généralement employée pour distinguer les modèles dits à base physique des autres ne sera pas employée ici.

### 1.3.2.1 Étapes de la modélisation hydrologique

Quelle que soit la stratégie adoptée pour la représentation des processus, la pratique de la modélisation hydrologique peut se décomposer en étapes (itératives avec processus de *feedback*) figurant sur le diagramme reproduit en figure 1.5. Comme nous l'avons déjà souligné, la façon dont un bassin versant répond aux précipitations dépend d'un nombre important de facteurs. La première étape consiste en l'élaboration d'un **modèle perceptuel** (Sivapalan 2003) représentatif d'une compréhension (subjective) des processus hydrologiques se déroulant sur le bassin versant.

Le modèle mathématique (équations de conservation) élaboré pour représenter cette mise en perspective de la relation pluie-débit ne sera qu'une conceptualisation, qu'une formalisation plus ou moins complexe des processus hydrologiques que l'on souhaite représenter. Comme nous le verrons un peu plus loin, c'est précisément la stratégie adoptée lors de ces deux premières étapes qui va principalement différencier l'approche réductionniste de l'approche systémique (Klemes 1983). Étant donné qu'une solution analytique à ce modèle mathématique n'est en général pas envisageable, on a recours à des méthodes numériques introduisant des approximations supplémentaires. Tout comme celle associée à un modèle perceptuel représentatif, l'incertitude introduite étant relativement difficile à quantifier, les choix effectués ici devront faire l'objet d'une attention particulière souvent négligée dans la communauté des hydrologues (Kavetski 2006). Quelle que soit la complexité du modèle hydrologique, afin de prendre en compte la variabilité sous-maille inhérente à l'échelle d'agrégation des processus, des paramètres, qui ne sont donc par essence pas directement mesurables, sont introduits. Si certains d'entre eux peuvent *a priori* être reliés à des quantités mesurables autres que la réponse hydrologique du bassin versant, une phase de calibration est le plus souvent nécessaire afin de rapprocher les résultats de simulation des observations. Enfin, on termine en général par une phase de validation ou évaluation qui est souvent réduite à l'analyse d'indices de performance en utilisant des données du même type mais différentes de celles utilisées en phase de calibration. Alors que l'*indetermination*<sup>4</sup> des modèles a été largement débattue par la philosophie des sciences ou par les modélisateurs eux-mêmes, Oreskes *et al.* (1994) soutient le fait indubitable que les modèles ne peuvent pas être validés au sens strict du terme mais seulement corroborés par une série de tests de performance destinés à apprécier leur capacité à expliquer le système représenté. Dans le cas où cette procédure de validation est supportée par des observations dont le contenu informatif a un fort pouvoir discriminant, cela peut conduire au rejet de toutes les hypothèses de modélisation (Freer *et al.* 1996). Enfin, il est important de souligner que l'objet algorithmique résultant de ces différentes étapes ne se comporte pas nécessairement comme le

---

<sup>4</sup>absence de détermination numérique univoque d'une grandeur physique

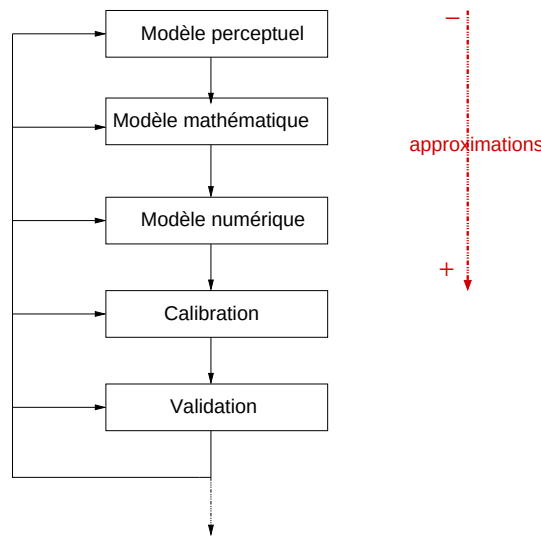


FIG. 1.5 – Etapes de la modélisation hydrologique selon *Beven*, 2001, version simplifiée du diagramme proposé par *Refsgaard*, 1997

modèle perceptuel de départ (hypothèses de fonctionnement). La validation devrait donc également plus souvent comporter un volet dédié à la corroboration du comportement de l'objet algorithmique.

On se propose de présenter dans les paragraphes suivants les deux principales approches conduisant à la formulation de modèles susceptibles de représenter la transformation de la pluie en débits dans les rivières. Tout comme *Kleměs* (1983) ou *Beck* (1987), on distinguera les stratégies tentant une description pragmatique et parcimonieuse de la relation entrée-sortie sans représenter le fonctionnement interne du système de celles effectuant une description mécaniste du comportement interne dans le but de mieux extrapoler le comportement global. Chacune des stratégies tendant à tirer partie des avantages de l'autre approche, selon certains aspects ou pour certains modèles, les frontières les distinguant ne sont pas toujours très strictes.

### 1.3.2.2 Approche réductionniste

L'approche réductionniste (*bottom-up* ou *upward*) a pour objectif de représenter le fonctionnement global de l'hydrosystème par la description de processus à des échelles spatio-temporelles plus fines. On suppose donc que pour être reconstituable, le comportement du système dans son ensemble doit être réduit par l'agrégation de multiples problèmes posés et résolus à plus petite échelle. Dans ce cadre, améliorer la représentation des processus à petite échelle conduit nécessairement à une meilleure caractérisation du comportement global du bassin versant. Les lois physiques sont donc établies sur des quantités ponctuelles (faible échelle d'agrégation), généralement par des équations aux dérivées partielles. La structure des modèles hydrologiques résultants peut se révéler très complexe.

Malgré les limitations liées à la puissance de calcul de l'époque, *Freeze et Harlan* (1969) présentent comme un projet futur la création d'un modèle basé sur la représentation/connaissance spatiale des processus de

surface et de sub-surface. Sa mise en œuvre implique l'intégration numérique d'équations aux dérivées partielles décrivant les processus de surface de sub-surface, système couplé par les conditions aux limites. L'accroissement de la puissance de calcul des ordinateurs associé à une disponibilité accrue de données spatialisées a conduit une partie importante de la communauté des hydrologues, plutôt que de se pencher sur les limitations des lois physiques utilisées, à emboîter le pas en développant des modèles de plus en plus complexes basés sur des lois physiques dont les hypothèses et l'échelle d'agrégation ne sont souvent pas compatibles avec les processus hydrologiques. Le Système Hydrologique Européen (SHE) de (Abbott *et al.* 1986) en est un exemple type. A défaut d'une physique appropriée, l'agrégation à des échelles supérieures fait appel à la notion de paramètre équivalent (figure 1.6) qui nécessite la mise en place de procédures plus ou moins sophistiquées d'estimation *a priori* (Christiaens et Feyen 2001; Moreda *et al.* 2006). Elles doivent être la plupart du temps et pour un nombre important de paramètres le plus souvent combinées à des procédures d'estimation des paramètres pour un meilleur ajustement aux observations. A titre d'exemple, l'échelle spatiale d'agrégation (typiquement la centaine de mètres) intégrant des structures se prêtant aux écoulements préférentiels (figure 1.4(b)) les conductivités hydrauliques sont généralement d'un à deux ordres de grandeurs que ceux mesurées en laboratoire sur un échantillon de sol (de l'ordre de la dizaine de centimètres).

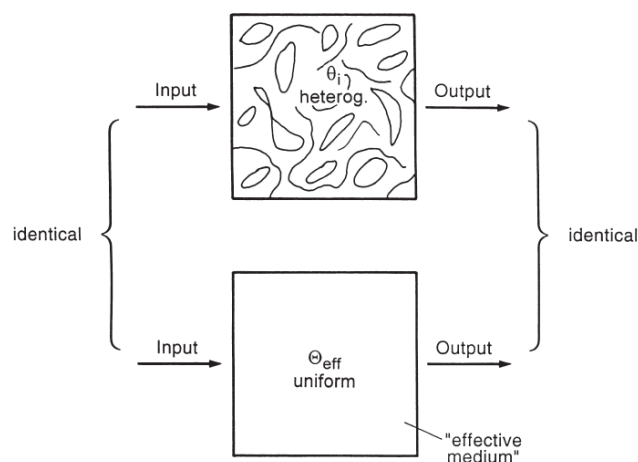


FIG. 1.6 – Description schématique de la notion de paramètre effectif (tiré de Grayson *et al.*, 2001)

Il s'agit du problème d'incommensurabilité déjà souligné par Beven (1989) ou Grayson *et al.* (1992). Les modèles de ce type sont qualifiés de "*parameter-rich models that may succeed as mathematical marionettes, dancing to match the calibration data even if their underlying premises are unrealistic*" par Kirchner (2006). En effet, au delà de la dimension spatiale rajoutant des degrés de liberté potentiels, leur structure est souvent relativement complexe et requiert une quantité importante de données pour leur application, calibration et validation. Selon Savenije (2001), si le concept d'équifinalité (Beven et Binley 1992) peut être considéré comme un obstacle à l'amélioration de la représentation des processus hydrologiques, il a le mérite de plaider pour le développement de lois physiques aux échelles appropriées. Les problématiques pratiques (besoin croissant de prévisions internes au bassin versant) aussi bien que la description d'autres processus connexes tels que l'érosion ou le transport de polluants requièrent une représentation spatialisée de la relation pluie-

débit. Les travaux récents de Reggiani (Reggiani *et al.* 2000; Reggiani et Schellekens 2003) représentent une tentative intéressante pour la formulation d'équations de conservation à des échelles plus raisonnables.

### 1.3.2.3 Approche systémique

L'approche systémique (*top-down* ou *downward* selon (Kleměš 1983)) est une autre alternative conduisant à la représentation des processus hydrologiques. Elle est basée sur une analyse à l'échelle d'intérêt, le bassin versant qui se trouve être également l'échelle des mesures de débits. Appliquant le principe du rasoir d'Occam<sup>5</sup>, l'objectif est de déterminer la structure de modèle la plus simple permettant de reproduire les données. Toute complexité supplémentaire doit améliorer l'ajustement aux observations et rester compatible avec la perception des processus hydrologiques. Il est important de noter que même si un nombre important de modèles de type réductionniste (surtout les modèles événementiels) se basent sur une appréciation du fonctionnement du bassin versant pour maintenir une certaine parcimonie en termes de processus, les modèles issus de l'approche de type systémique sont tout de même bien plus souvent basés sur des données.

En d'autres termes, l'approche systémique s'intéresse plus aux réseaux, aux *patterns* reliant l'ensemble des composantes du bassin versant plutôt qu'aux entités individuelles. Savenije (2001) déclare que l'un des principaux problèmes de l'hydrologie est que l'observateur peut sans aucun instrument, voir (du moins en partie) les particules fluides se déplacer au sein de la géométrie complexe caractérisant le bassin versant. Source de confusion, cette capacité l'empêcherait d'apprécier la régularité des processus à des niveaux d'agrégation supérieurs. Sivapalan (2003) souligne également les différences de complexité des processus à des échelles d'agrégation différentes (point, parcelle, versant, bassin versant). L'indice de similarité hydrologique décrivant l'organisation spatiale des humidités sur le bassin versant (section 4.1.1) de Beven et Kirkby (1979) et l'intégration verticale de la loi de Darcy afin de représenter le fonctionnement de l'ensemble du profil de sol plutôt que d'essayer de quantifier les flux au sein d'une géométrie très mal connue, sont des exemples types d'une approche systémique.

D'après Jakeman et Hornberger (1993), malgré la complexité des processus déterminant la relation pluie-débit, le contenu informatif des chroniques pluie-débit n'autorise que des modèles de complexité raisonnable (3 à 4 paramètres). Les modèles appliquant ce principe de parcimonie sont en général de structure très simple (ex. modèles globaux). La notion paramètre équivalent (figure 1.6) est également nécessaire afin de définir les paramètres déterminant le fonctionnement des différentes composantes (souvent de simples réservoirs, *bucket models*). Si des procédures d'estimation *a priori* de plus en plus sophistiquées sont proposés pour les modèles globaux (Anderson *et al.* 2006), de manière générale la définition de plages de variations pour ces paramètres, encore plus empiriques, est relativement délicate.

Longtemps la seule alternative possible de par les contraintes liées à la puissance de calcul des ordinateurs, cette stratégie n'a pas du tout été abandonnée et connaît plutôt un renouveau (Sivapalan *et al.* 2003). Ainsi, le paradigme de Freeze et Harlan (1969) a été revisité et critiqué par Beven (2002) qui plaide pour un exercice de synthèse, de simplification qui devrait pouvoir s'appuyer sur une compréhension globale de la réponse du bassin. Un autre plaidoyer pour l'approche *downward* est également proposé par Andreassian (2005) qui reconnaît pourtant que sous certaines conditions une approche hybride (semi-distribuée) est nécessaire.

---

<sup>5</sup>Principe de raisonnement que l'on attribue au moine franciscain et philosophe Guillaume d'Occam (XIV<sup>e</sup> siècle) : "Les multiples ne doivent pas être utilisés sans nécessité"(pluralitas non est ponenda sine necessitate).

En effet, l'approche systémique conduit généralement à la formulation de modèles qui ne permettent pas la simulation de débits intérieurs ou la prise en compte de la variabilité spatiale du forçage atmosphérique et des caractéristiques du bassin versant parfois nécessaires à la simulation du débit à l'exutoire du bassin versant (typiquement bassin versant allongé avec des caractéristiques de sols très hétérogènes). Si Klemes (1997) déclare :

*"For hydrology as a science, the invasion of mathematical modeling was nothing short of a disaster. It has retarded rather than advanced the development of hydrology because, with very few exceptions, it focused all efforts on polishing the mathematical and computational aspects of methods and techniques, leaving the understanding of the substance at the 1930s level, where it had been brought by the old guard of professionals like Hazen, Sherman, Horton, Theis, to name a few."*

Comme nous verrons plus loin, force est de constater que la formulation mathématique caractérisant la plupart des modèles issus de ce paradigme complique (souvent inutilement) le traitement des problématiques associées à la modélisation hydrologique telles que l'estimation des paramètres ou analyse d'incertitude.

En définitive, quelle que soit l'approche adoptée le modèle hydrologique est une représentation mathématique simplifiée de la réalité hydrologique dont l'objectif est de simuler, en réponse à un **forçage atmosphérique** (conditions aux limites), les **variables pronostiques** décrivant l'évolution du système. Le fonctionnement du système est défini dans l'espace des phases<sup>6</sup> par des **variables d'état** dont l'évolution est déterminée par un **modèle dynamique** (lois de conservation) à partir de la prescription d'une **condition initiale**. Le modèle dynamique étant soumis, comme dans la plupart des applications en géophysique, à des limitations concernant sa représentativité et sa fermeture mathématique, la confrontation des variables pronostiques ou diagnostiques aux observations est nécessaire afin :

- d'estimer les **paramètres** qui peuvent être considérés comme des variables de forçage constantes pour les échelles de temps et d'espace caractéristiques pour le modèle ;
- de mettre à jour la condition initiale pour corriger la trajectoire du modèle en phase de prévision ;
- de confirmer/évaluer les capacités de reproductibilité et de prédictabilité du modèle.

Si l'on adopte la terminologie du contrôle optimal (Lions 1968), les paramètres résultant d'une inévitable conceptualisation des processus ainsi que la condition initiale et les conditions aux limites sont des **variables de contrôle** vivant dans un espace appelé **espace de contrôle**.

Comme cela est souligné par le document de référence du groupe de travail dédié à l'approche systémique<sup>7</sup> pour la modélisation hydrologique lancé par l'Association Internationale des Sciences Hydrologiques dans le cadre du programme consacré à la précision des bassins non jaugés (Prediction in Ungauged Basins (PUB)), les deux stratégies présentent des avantages, des inconvénients et sont largement complémentaires. S'il n'existe pas pour le moment de consensus sur l'échelle d'agrégation qu'il est nécessaire d'adopter pour la modélisation hydrologique, la convergence est lente mais certaine. La complexité nécessaire à la reproductibilité/prédictabilité du modèle étant intimement liée à l'information disponible, Grayson et Blöschl (2001) proposent une représentation conceptuelle (figure 1.7) permettant d'apprécier cette synergie.

---

<sup>6</sup>Espace abstrait dont les coordonnées sont les variables dynamiques du système étudié.

<sup>7</sup> Top-Down modelling Working Group (TDWG), <http://www.stars.net.au/tdwg/>

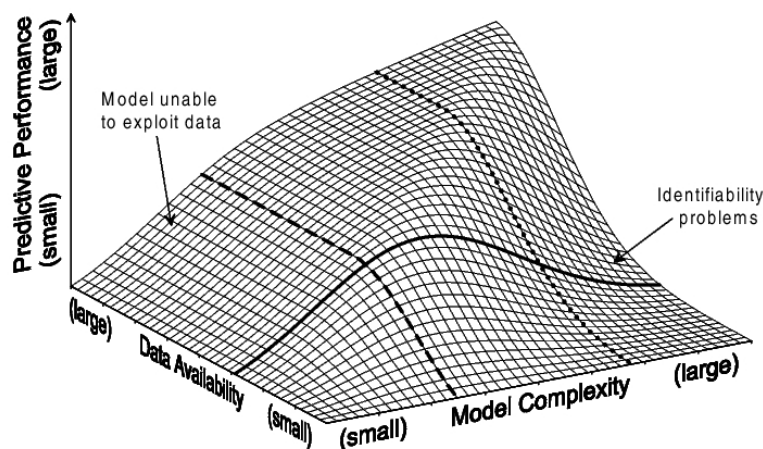


FIG. 1.7 – Rapport entre la complexité du modèle, le contenu informatif des observations et la performance du modèle selon Grayson *et al.*, 2001

Si la définition des concepts figurant sur les axes n'est pas triviale (plus particulièrement la performance prédictive et la complexité du modèle), ce diagramme propose une perception très intéressante. On peut y visualiser très clairement qu'à quantité d'information fixée la complexification du modèle (en termes de processus, de paramètres ...) s'accompagne de problèmes d'identifiabilité des paramètres. A complexité de modèle fixée, la performance (reproductibilité/prédictabilité) devient limitée par l'incapacité de la structure du modèle à extraire de l'information de nouvelles observations. Nous allons dans la section suivante commenter certaines des difficultés liées à la combinaison optimale de ce couple modèles-données.

### 1.3.3 Couple modèle-données, interactions et compensations des sources d'incertitude

Afin de qualifier les différents types d'incertitudes, la distinction la plus classique que l'on retrouve dans la littérature est celle distinguant l'incertitude *irréductible* ou *aléatoire* de celle qui est *réductible* ou épistémique. L'incertitude aléatoire désigne la part d'incertitude qui restera imprévisible quelle que soit la quantité de données disponible. A l'opposé, le terme d'incertitude épistémique qualifie la part d'incertitude pour laquelle une amélioration de la qualité et/ou quantité d'information disponible à une influence directe ou indirecte (réduction de l'incertitude).

Si la distinction semble claire au regard de l'influence de l'acquisition d'avantage de connaissance et d'information, il convient de distinguer les incertitudes qui sont théoriquement réductibles de celles pour lesquelles la réduction est très difficile voire impossible en pratique. On désigne en général par **incertitude paramétrique** l'incertitude liée à la prescription des paramètres du modèle (ou parfois plus généralement aux variables de contrôle assurant sa fermeture mathématique), et l'**incertitude de modélisation** renvoyant à l'inadéquation entre le modèle et la réalité (structure, équations, discrétisation, résolution numérique ...).

Les limitations intrinsèques à la représentation mathématique du fonctionnement des hydrosystèmes et les problèmes de fermeture mathématique ont été soulignés au paragraphe précédent. De plus, les difficultés liées à l'observation des hydrosystèmes, indispensable pour palier aux problèmes de fermeture ont été

mentionnées en section 1.2. Dans le cadre d'une représentation déterministe de la relation pluie-débit, nous adopterons le point de vue optimiste qui consiste à considérer que dans l'absolu, au moins en phase de réanalyse (plus délicat en phase de prévision en temps réel), toutes les sources d'incertitude sont réductibles. Cependant, elles sont nombreuses et de nature relativement différente :

1. l'incertitude sur les observations du forçage et de la réponse hydrologique. L'estimation de la pluie précipitée sur la surface du bassin versant, qu'elle soit effectuée par un réseau de pluviomètres, par radar météorologique, ou par la combinaison des deux, est soumise dans un premier temps à l'erreur de mesure de la quantité observable. Typiquement, il s'agit dans le cas de la pluie de l'incertitude sur la hauteur cumulée de précipitation sur un intervalle temps donné mesurée par le pluviographe ou sur la réflectivité mesurée par le radar météorologique. La cote de la surface d'eau libre mesurée par un limnimètre pour la réponse hydrologique est également sujette à une erreur de mesure. Les quantités mesurées doivent ensuite être reliées aux variables hydrométéorologiques d'intérêt pour la modélisation à l'aide d'un opérateur d'observations souvent soumis aux mêmes contraintes que le modèle hydrologique (représentativité et fermeture). Comme nous l'avons souligné précédemment (section 1.2), la mesure ponctuelle obtenue par le pluviographe, dont le support est très limité et l'espacement très coûteux, est en général spatialisée à l'aide de techniques géostatistiques telles que le krigeage et la réflectivité doit être transformée en hauteur de précipitations par l'intermédiaire de la relation  $Z - R$ . La simulation de l'évolution de la cote des cours d'eau nécessitant une description géométrique relativement fine et une représentation physique plus sophistiquée (comparativement à la plupart des modèles pluie-débit), celle-ci même dans le cas où elle constitue une variable d'état du modèle (*ex.* emploi de modèle Saint-Venant 1D ou 2D par Estupina-Borrell (2004)) n'est que très rarement directement comparable aux observations. La variable pronostique/diagnostique des modèles hydrologiques est donc généralement le débit sur une section de rivière. La hauteur mesurée par le limnimètre est transformée en débit par l'intermédiaire d'une courbe de tarage dont les limitations ont déjà été mentionnées précédemment.
2. l'incertitude liée à la prescription des paramètres et de la condition initiale. Même si elle peut dans certains cas être reliée aux caractéristiques physiographiques du bassin versant, l'information *a priori* est limitée à des plages de variations (potentiellement très larges) et doit être d'une manière ou d'une autre conditionnée par les observations de la réponse hydrologique. De plus, pour toutes les variables d'état caractérisant le fonctionnement de l'hydrosystème, l'état initial doit être spécifié pour l'intégration numérique des équations de conservation. Si dans le cas d'une représentation continue de la réponse hydrologique, l'effet des conditions initiales diminue au cours de la simulation, une bonne spécification est d'importance capitale dans le contexte événementiel. Dans la très grande majorité des cas, l'observabilité de ces variables d'état est très limitée. La condition initiale doit être traditionnellement estimée à partir de données directes ou/et indirectes (réponse hydrologique). A titre d'exemple, à un instant donné l'état hydrique du bassin versant, peut de manière exclusive ou combinée, être estimé par un indice des précipitations antécédentes<sup>8</sup>, des mesures *in situ* ou issues de la télédétection, des données de débits postérieures à l'instant concerné (Loumagne *et al.* 1991) ou enfin par couplage avec un autre modèle. Si cette contrainte semble bien plus critique dans le

---

<sup>8</sup>Somme des précipitations journalières pondérées, utilisée comme indice de l'humidité du sol. On admet généralement que le poids attribué à la précipitation de chaque jour est une fonction exponentielle ou inverse du temps, la précipitation la plus récente ayant le poids le plus fort. (d'après Hubert (2003))

cas de modèles événementiels, une correction séquentielle ou périodique de la condition initiale est nécessaire pour la prévision en temps réel dans le cas de modèles continus.

3. l'incertitude liée à la structure du modèle. Comme cela a déjà été souligné, quelle que soit sa complexité, le modèle n'est qu'une approximation de la réalité hydrologique. A travers les différentes étapes de la modélisation hydrologique (figure 1.5) les choix effectués pour les différentes hypothèses simplificatrices et approximations contribuent à creuser cet écart. Si ce type d'incertitude est partiellement compensé par l'ajustement en mode *off-line* ou *in-line* d'une partie des variables de contrôle, les limites restent fixées par la structure du modèle.

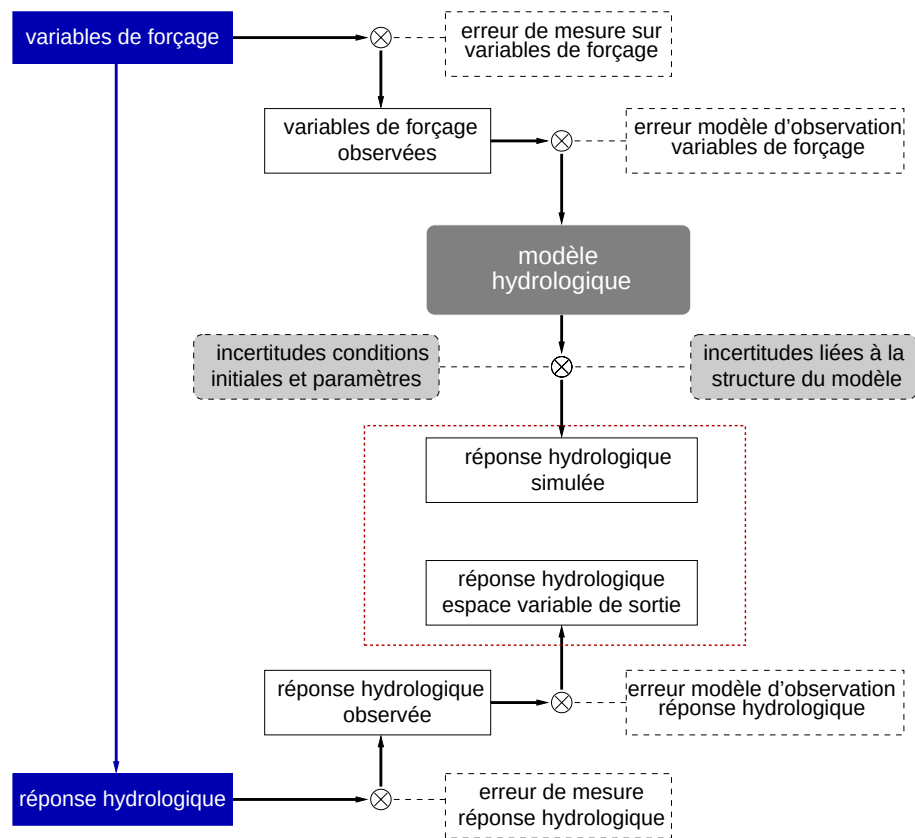


FIG. 1.8 – Sources d'incertitudes liées à la modélisation hydrologique

La figure 1.8 décrit la propagation systématique des erreurs lors de la simulation de la relation pluie-débit. La réalité hydrologique n'étant pas mesurable avec exactitude, la modélisation des erreurs est une étape incontournable à la prise en compte des sources d'incertitude affectant la simulation. La quasi-totalité des facteurs d'entrée étant non-observables, l'incertitude qui leur est associée est inférée par la résolution d'un problème inverse à partir d'observations de la réponse hydrologique elles mêmes entachées d'erreur.

## 1.4 Comprendre, analyser et réduire les incertitudes en hydrologie

L'objectif ultime de la modélisation hydrologique est de simuler (en mode *off-line* ou *on-line*) le comportement du bassin versant en réponse à des précipitations de manière précise, juste et robuste. Étant

donné les multiples sources d'incertitude entachant cette ré-analyse/prévision, il semble incontournable que les résultats de simulation soient accompagnés de l'incertitude qui leur est associée. Si l'on se restreint à l'information disponible *a priori*, la propagation de l'incertitude liée aux facteurs d'entrée (ex. plages plausibles de variations des paramètres potentiellement très importantes) à travers le modèle hydrologique rendrait dans la plupart des cas la modélisation totalement inutile, loin, très loin de l'objectif de précision mentionné précédemment. Afin de réduire cette incertitude, il est nécessaire de quantifier, parmi les sources d'incertitude réductibles, la contribution de chacun des facteurs d'entrée afin de définir une stratégie d'estimation appropriée.

Dans la très grande majorité des cas, seule l'incertitude liée à la fermeture du modèle par des facteurs d'entrée non observables, les paramètres et la condition initiale, est considérée. Afin de réduire l'incertitude sur les paramètres (privilégiés en phase de ré-analyse) ou sur la condition initiale (privilégiée en phase de prévision) la combinaison de cette information avec les observations de la réponse hydrologique est une étape incontournable. Une quantité très importante de travaux a été consacrée aux problématiques largement inter-dépendantes que sont l'estimation des paramètres ou de l'état du système par assimilation de données, l'analyse de sensibilité et l'analyse d'incertitude.

Si l'analyse de sensibilité permet de comprendre, d'analyser et de quantifier la manière dont les variables de contrôle déterminent la réponse hydrologique, le conditionnement (en terme statistique) des sources d'incertitude réductibles par les observations requiert la résolution d'un problème inverse. Ceci pose inévitablement le problème de l'identifiabilité des variables de contrôle que l'on souhaite ajuster par assimilation de données. Si l'analyse de l'identifiabilité structurelle (modèle parfait observations certaines) permet de s'affranchir de bien des difficultés résumées par la figure 1.8, l'identifiabilité pratique (modèle imparfait et observations réelles) est indispensable pour une réduction de l'incertitude par assimilation de données. En fonction du cadre mathématique adopté, toutes ces problématiques sont envisagées, formulées et résolues de manière globale ou locale. Tout comme l'approche adoptée pour la modélisation de la relation pluie-débit, le paradigme employé pour la calibration, l'analyse de sensibilité et l'analyse d'incertitude a connu des mutations importantes, mutations largement influencées par la puissance de calcul croissante offerte par les ordinateurs.

L'objectif de la présente section est de présenter un état de l'art succinct relatif aux problématiques précédemment exposées. Le contenu est principalement dédié à une revue et une analyse critique des principales techniques utilisées pour comprendre, analyser et réduire les incertitudes affectant la modélisation de la relation pluie-débit.

#### **1.4.1 Approche déterministe, un paradigme quasiment abandonné**

Le postulat de base consiste à supposer qu'il existe, pour une représentation donnée des processus caractérisant la relation pluie-débit, des valeurs nominales uniques pour les variables de contrôle capables de représenter le fonctionnement de l'hydrosystème. Les variables de contrôle qui sont considérées comme incertaines, le plus souvent les paramètres, sont ajustées afin de réduire l'écart aux observations. Il en résulte inévitablement des phénomènes de compensation des autres sources d'incertitude affectant la modélisation hydrologique (figure 1.8). Si l'on s'intéresse à l'incertitude paramétrique, le problème de calibration se réduit donc à déterminer dans l'espace multi-dimensionnel décrivant les paramètres plausibles, le jeu de

paramètres optimal permettant de réduire l'écart aux observations. Dans ce paradigme, les problématiques mentionnées précédemment (analyse de sensibilité, identifiabilité et analyse d'incertitude) sont donc traitées de manière locale, au voisinage des valeurs nominales identifiées.

#### 1.4.1.1 Estimation des *paramètres*

Le problème d'optimisation à résoudre pour l'estimation des paramètres peut être traité de manière très simple et efficace dans le cas où la relation entre les paramètres et le critère d'estimation est linéaire. Cependant, la nature de la représentation mathématique adoptée pour les modèles hydrologiques tend plutôt à le rendre très délicat à appréhender. Les difficultés rencontrées sont principalement liées à la géométrie de l'hypersurface au sein de laquelle il faut déterminer la combinaison de paramètres optimale. La présente section est essentiellement dédiée aux méthodes locales qui, à partir d'une condition initiale, procèdent à des mises à jour successives des paramètres visant à réduire l'écart aux observations. Les méthodes globales caractérisées par une exploration plus exhaustive de l'espace de contrôle seront décrites en section 1.4.2.

Le plus souvent très éloignée de la géométrie parfaitement convexe et quadratique inhérente aux problèmes linéaires, la géométrie de l'hypersurface au sein de laquelle il faut déterminer l'optimum présente souvent des caractéristiques telles que de multiples zones de convergence (multi-modalité), une courbure fortement anisotrope et des points singuliers responsables de discontinuités des dérivées. De telles caractéristiques sont très clairement mises en évidence notamment par Ibbitt et O'Donnell (1971a), Johnston et Pilgrim (1976) ou Duan *et al.* (1992).

De par les limitations liées à la puissance de calcul disponible, la grande majorité des modèles développés à cette époque est caractérisée par une description très simplifiée de la relation pluie-débit (modèle global de *type réservoir*). Il en résulte une paramétrisation en général très parcimonieuse qui devrait pouvoir bénéficier de l'historique important de méthodes très performantes développées pour les problèmes d'optimisation différentiable.

Principalement à cause des difficultés liées aux discontinuités des dérivées, partiellement attribuées à la présence de seuils de fonctionnement dans la formulation mathématique des modèles (Ibbitt et O'Donnell 1971b; Hendrickson et Sorooshian 1988), des méthodes locales ne nécessitant pas le calcul des dérivées (*ex.* l'algorithme de Rosenbrock (1960) ou méthode du Simplexe de Nelder et Mead (1965)) montrent des performances similaires ou supérieures (Hendrickson et Sorooshian 1988) aux méthodes de type Newton (Newton, Quasi-Newton, Gauss-Newton ...) sensées être bien plus efficaces. Malgré le remplacement des seuils de fonctionnement par des fonctions plus lisses (Kitanidis et Bras 1980b) ou le calcul analytique des dérivées (Sorooshian et Gupta 1985) pour pallier au manque de précision de l'approximation par différences divisées, les méthodes de descente basées sur le calcul du gradient ne semblent pas constituer une alternative suffisamment fiable et robuste pour l'estimation des paramètres.

Alors que les méthodes locales basées sur le calcul du gradient sont utilisées avec succès en hydrogéologie (Chavent (1974), Yeh (1986), McLaughlin et Townley (1996), Sun et Yeh (1990b)) où les modèles sont principalement fondés sur des équations aux dérivées partielles, elles sont quasiment abandonnées pour la calibration des paramètres caractérisant la relation pluie-débit, et ceci quelle que soit la formulation mathématique du modèle. En effet, alors qu'un nombre important de modèles, grâce à l'avènement de

données spatiales et d'une puissance de calcul plus importante, adoptent conformément au paradigme de Freeze et Harlan (1969) des formulations employant des équations aux dérivées partielles (ex. Système Hydrologique Européen de Abbott *et al.* (1986)), les méthodes d'optimisation globales adaptées aux problèmes non différentiables (très coûteuses en temps de calcul) sont naturellement adoptées par l'intermédiaire d'une réduction arbitraire de l'espace de contrôle (scalaires utilisés pour ajuster des distributions spatiale fixées pour les paramètres).

Cependant, tout comme cela est souligné par Kuzmin *et al.* (2008) pour le modèle distribué du National Weather Service Américain (Hydrology Laboratory Research Modeling System, HL-RMS de Koren *et al.* (2004)) et même par Perrin (2000) (pour le calage de modèles globaux), les méthodes locales présentent en dehors du coût de calcul d'autres avantages. Les méthodes globales tendent à favoriser les performances au calage, allant lorsque la structure du modèle s'y prête, chercher pour des gains marginaux des paramètres dans des régions très différentes de l'espace des paramètres en fonction de la série calage. A l'opposé, les méthodes locales bien plus rapides, garantissent une certaine stabilité et des performances souvent supérieures en période de validation grâce à la pertinence de la référence donnée par la condition initiale d'optimisation.

Dans le cas où des procédures sont mises en oeuvre pour garantir la qualité de l'estimation *a priori* pour les valeurs nominales prises par les paramètres (Anderson *et al.* (2006), Moreda *et al.* (2006)), l'objectif de la calibration peut être posé autrement. Qu'elle vienne d'une expertise sur le modèle ou de méthodes d'estimation plus ou moins élaborées, il s'agit non plus d'aller rechercher un optimum global au sein de l'espace de contrôle multi-dimensionnel mais plutôt d'améliorer l'estimation *a priori* sur les paramètres par utilisation d'une méthode de descente. Lorsque la méthode de l'état adjoint (voir section 2.1.3) est employée pour le calcul du gradient, l'efficacité des méthodes de descente est encore améliorée (White *et al.* (2003), (Seo *et al.* 2003)). Dans une optique de prévision en temps réel, le même formalisme peut être employé pour la mise à jour périodique des conditions initiales et de coefficients correctifs sur les variables de forçage à travers l'assimilation de données décrivant le fonctionnement de l'hydrosystème (Seo *et al.* (2003b), Seo *et al.* (2003a))

D'autre part, Kavetski *et al.* (2006c) revisite, pour deux modèles très largement utilisés dans la communauté des hydrologues (variable infiltration capacity (VIC) model de (Wood *et al.* 1992) et TOPMODEL de Beven *et al.* (1995)), l'origine des rugosités de l'hypersurface représentant la fonction coût ainsi que les problèmes de courbure. Ils démontrent que le lissage des seuils de fonctionnement par la technique proposée par Kitanidis et Bras (1980b) et l'adoption d'un schéma d'intégration temporelle plus stable élimine bien des difficultés invalidant l'utilisation des méthodes de descente basées sur le gradient. De plus, plusieurs ordres de grandeur séparant les valeurs nominales pour les paramètres, l'influence de ceux-ci sur la réponse étant de nature complètement différente (linéaire, exponentielle ...), le conditionnement du problème d'optimisation est grandement amélioré par une re-paramétrisation (*i.e scaling*) des variables de contrôle (Kavetski *et al.* 2006d). Malgré le coût de calcul lié à l'approximation du gradient par différences finies, la méthode de descente résultante est bien plus efficace que des algorithmes d'optimisation globale.

#### 1.4.1.2 Sensibilité et identifiabilité

Dans le cadre déterministe, l'information sur les dérivées est utilisée pour apprécier la sensibilité de la réponse hydrologique aux paramètres. Par essence, il s'agit donc d'une analyse locale, effectuée généralement au premier ou au second ordre. Dans le cas d'un modèle linéaire, quelle que soit le point spécifique de l'espace de contrôle auquel se réfère l'analyse, les résultats peuvent être étendus à tout l'espace. En revanche, dans le cas de modèles non-linéaires, l'analyse ne peut être pertinente que si celle-ci est effectuée pour des valeurs nominales plausibles des paramètres. Il s'agit donc le plus souvent d'une analyse *post-calibration*.

McCuen (1973b) souligne que ce type d'analyse est essentiel pour la formulation, la calibration et la validation des modèles hydrologiques et illustre le potentiel (influence relative, analyse temporelle, analyse de stabilité) de cette approche sur des modèles très simples pour lesquels la dérivation analytique est abordable. En effet, une telle analyse peut avoir des objectifs divers tels que la compréhension et validation du fonctionnement du modèle mais constitue également un outil essentiel permettant de guider la stratégie de calibration des paramètres (choix des paramètres de calage, choix du critère de calibration, choix du jeu de données de calibration). Cet usage est sans conteste le plus courant en hydrologie.

Tout comme cela est souligné par Dawdy et O'Donnell (1965), le lien étroit existant entre sensibilité et identifiabilité implique que plus le critère d'estimation est influencé par un paramètre donné, plus rapide sera son estimation. Les symptômes d'une identifiabilité locale limitée peuvent être diagnostiqués à partir de l'analyse de la matrice Jacobienne<sup>9</sup> de la transformation entre les paramètres et la chronique de débits simulés ou à partir de la matrice Hessienne<sup>10</sup> de la transformation entre les paramètres et la fonction objectif (scalaire). Indépendamment de toute fonction objectif, l'analyse de la matrice Jacobienne permet d'apprécier dans quelle mesure les observations peuvent contraindre les paramètres. Lorsque la décomposition en valeurs singulières de la matrice est effectuée, les paramètres dont la valeur singulière est proche de zéro ne sont en principe pas identifiables.

De manière analogue, le conditionnement (rapport entre la valeur propre la plus grande et la plus petite) et le spectre (distribution des valeurs propres) de la matrice Hessienne, sensée être semi-définie positive à l'optimum, sont également des indicateurs d'un problème inverse mal posé et renseignent sur la rapidité de la convergence (Thacker 1989). Les algorithmes de descente utilisés pour l'estimation des paramètres supposent la fonction quadratique au voisinage de l'optimum et l'inverse du Hessien comme une approximation de la matrice de covariance de la distribution des paramètres, approximation utilisée pour juger de la qualité de l'ajustement. Des termes non-diagonaux d'amplitude importante, dus à la présence de dérivées croisées significatives, se manifestent par des vallées longues et étroites au sein de la surface de réponse du modèle indiquent de fortes dépendances (effets de compensation) entre les paramètres (Kuczera 1990a). En effet, de la calibration de modèles sur-paramétrés résulte dans ce cadre à d'importantes covariances entre les paramètres et donc un mauvais conditionnement. L'extremum de la fonction coût n'est pas très bien défini à cause de faibles courbures de la surface de réponse dans certaines directions.

La réduction de l'espace de contrôle, la re-paramétrisation ou l'enrichissement du contenu informatif de la série de données sont les principales techniques employées pour améliorer l'identifiabilité. Contrairement

---

<sup>9</sup>matrice des dérivées partielles du premier ordre d'une fonction vectorielle

<sup>10</sup>matrice carrée des dérivées partielles au second ordre d'une fonction vectorielle

à la non-linéarité intrinsèque, la non-linéarité apparente est juste un artefact de la paramétrisation choisie et peut être éliminée. A titre d'exemple, Kavetski (2006) montre que par une simple transformation logarithmique pour un paramètre intervenant sous forme d'exponentielle dans la formulation du modèle, les contours de la surface de réponse sont plus elliptiques et l'identifiabilité améliorée.

Lorsque la méthode utilisée pour estimer les paramètres est basée sur le calcul du gradient, au moins une partie de l'information est directement disponible. Sorooshian et Arfi (1982) adoptent la méthode du simplexe pour l'estimation des paramètres et utilisent une approximation par une surface de réponse quadratique au voisinage de l'optimum afin d'estimer deux mesures caractérisant la géométrie de la surface de réponse. Pour différents critères de calibration, des mesures de concentricité et d'orientation sont utilisées dans les différents plan 2D du voisinage de l'optimal dans l'espace des paramètres (analyse par paires de paramètres) pour apprécier l'influence relative et les interactions. Alors que les travaux qui viennent d'être cités sont effectués avec des données synthétiques, l'utilisation de données réelles n'est pas sans conséquences sur la géométrie de la surface de réponse du modèle au voisinage de l'optimum. En plus de la non-linéarité, de la dimension de l'espace de contrôle vis à vis du contenu informatif des observations et de la capacité du critère d'estimation à extraire cette information, l'erreur de représentativité du modèle, l'incertitude inhérente aux observations et la compatibilité de la fonction objectif avec la structure statistique de ces erreurs sont des éléments essentiels. En ce sens, Sorooshian et Gupta (1983) effectuent dans le cas de données réelles un examen de la surface de réponse en comparant les résultats obtenus pour un critère de type moindres carrés classique et un critère HMLE (Heteroscedastic Maximum Likelihood Error) pour la fonction objectif. Les résultats obtenus confirment que ce critère, plus approprié en présence d'hétéroscédasticité <sup>11</sup>, présente l'avantage de fournir une surface de réponse beaucoup plus favorable à l'estimation des paramètres. Alors que McCuen (1973b) présentait déjà comme perspective la mise en œuvre de techniques permettant de prendre en compte le cas le plus fréquent où la structure du modèle comporte des processus à seuil, Sorooshian et Gupta (1985) proposent pour ce type de modèles une procédure de calcul analytique des dérivées qui est utilisée afin d'examiner et d'améliorer l'identifiabilité structurelle du modèle à travers la comparaison de paramétrisations alternatives. Alors que le rayon de convergence des méthodes d'optimisation locales est très largement critiqué (Duan *et al.* 1992; Beven et Binley 1992), selon Kavetski (2006) c'est précisément cette capacité à déterminer les différentes zones d'attraction, à converger vers différents modes de la fonction coût, qui devrait être utilisée pour une analyse d'identifiabilité globale. Si la capacité des méthodes de type Monte Carlo à capturer ces zones de convergence peut être remise en cause, ce type d'analyse, certes bien moins coûteuse que l'échantillonnage de l'espace des paramètres, n'a de sens que si l'espace des paramètres est de dimension raisonnable (nombre réduit de zones de convergence).

L'abandon progressif des méthodes locales pour l'estimation des paramètres déjà soulignée dans le paragraphe précédent a également entraîné celui de l'approche déterministe pour l'analyse de sensibilité post-calibration. Cette stratégie reste cependant bien ancrée en hydrogéologie (Hill 1998; Hill et Tiedeman 2007), parfois à travers l'utilisation de techniques sophistiquées pour le calcul des dérivées (Sun et Yeh 1990b; Sun et Yeh 1990a). En hydrologie de surface, elle reste restreinte à quelques applications, généralement pour des modèles dont le coût de calcul et la complexité (processus connexes tels que l'érosion ou le transport de polluants) sont prohibitifs pour l'emploi de méthodes globales (Lindenschmidt *et al.* 2003; Ollesch *et al.* 2006). Dans un paradigme de nature déterministe, Brun *et al.* (2001) proposent une procédure basée sur

---

<sup>11</sup>cas où la variance de la variable que l'on veut prédire n'est pas constante

des indices de sensibilité et de colinéarité (similaire au conditionnement du Hessien) locaux permettant d'apprécier l'identifiabilité de tels modèles.

#### 1.4.1.3 Analyse d'incertitude

L'analyse locale d'incertitude suppose que les jeux de paramètres vraisemblables constituent un sous-espace compact au voisinage de l'optimal identifié par la calibration. Pour un modèle linéaire, les fonctions objectifs les plus utilisées étant quadratiques la surface de réponse résultante présente théoriquement des contours parfaitement elliptiques. L'information *a priori* étant restreinte à des intervalles de variation plausibles, la densité de probabilité *a posteriori* pour les paramètres est gaussienne. Dans le cas non-linéaire, plus la non-linéarité est importante, plus la région elliptique au voisinage de l'optimal se contracte en entraînant progressivement une déformation de la distribution *a posteriori*.

Comme cela a été souligné dans le paragraphe précédent, pour un modèle linéaire l'inverse de la matrice Hessienne (calculée à l'optimal) est assimilé à la matrice de covariance. Dans le cas non-linéaire, l'inverse de la matrice Hessienne converge vers la matrice de covariance lorsque la densité de probabilité (*a posteriori*) pour les paramètres converge vers une gaussienne. Les écarts types sont une mesure directe permettant de caractériser l'incertitude sur les paramètres et l'étude de la matrice de covariance permet de guider le choix de données nécessaires pour améliorer l'estimation des paramètres mal déterminés. Ainsi, une fois la matrice de covariance estimée, on propage généralement les incertitudes en utilisant les dérivées au premier ordre. L'erreur de troncature dépend de l'importance des autres termes dans le développement de Taylor. Il est important de souligner que l'analyse locale d'incertitude ne peut donc être simplifiée à une loi normale multivariée que si la linéarisation de la fonction est acceptable dans l'espace des paramètres au voisinage des paramètres identifiés.

Comparativement à une approche de type Monte Carlo, étant donnée l'efficacité de l'analyse d'incertitude basée sur une approximation au premier ordre, Kuczera (1988) propose une procédure simple pour vérifier la validité de cette approximation au premier ordre à partir d'une mesure quantifiant le degré de non-linéarité du modèle. L'analyse peut être également complétée par une analyse approfondie de la surface de réponse (Kuczera 1990a). Même lorsque la région contenant l'optimum est lisse et permet l'utilisation de dérivées, la portion de la surface de réponse où l'approximation au premier ordre reste valide est souvent excessivement restreinte comparativement aux variances qu'il faudrait propager. La crédibilité d'une telle analyse d'incertitude se heurte donc à l'amplitude des erreurs que l'on rencontre couramment en hydrologie, à la non-linéarité du modèle (Christensen et Cooley 1999) et à l'éventuelle multi-modalité de la surface de réponse (Kuczera et Mroczkowski 1998; Vrugt et Bouten 2002) dans le cas où les jeux de paramètres plausibles ne forment pas un ensemble compact autour de l'optimum.

#### 1.4.2 Stratégies évolutionnaires et méthodes probabilistes, une domination incontestée

Les expériences acquises de la calibration de modèles globaux (modèle de *type réservoir*) ont révélé que la surface de réponse du modèle comportait des caractéristiques compromettant l'utilisation de méthodes d'optimisation locale, plus particulièrement celles basées sur le calcul du gradient (Duan *et al.* 1992). Ainsi, la très grande majorité des développements méthodologiques dédiés à l'estimation des paramètres, et par

conséquent à l'analyse de sensibilité et l'analyse d'incertitude, comportent une exploration stochastique ou combinatoire de l'espace des paramètres (approche globale).

#### **1.4.2.1 Recherche globale du jeu de paramètres optimal**

D'après Duan *et al.* (1992), une méthode robuste, capable de traiter les spécificités des modèles hydrologiques devrait comporter les attributs suivants : posséder des propriétés de convergence globale et ne pas nécessiter le calcul analytique (ou l'approximation) de dérivés de la fonction-objectif par rapport aux variables de contrôle. La convergence globale implique un algorithme capable d'éviter les optima locaux, indifférent à la non-convexité de la surface réponse et aux interactions entre paramètres.

Les difficultés mentionnées précédemment, essentiellement liées à la nature de la formulation mathématique adoptée pour la représentation des processus hydrologiques, ont motivé le développement et l'utilisation de stratégies de recherche globales adaptées aux problèmes non-lisses (*i.e* non-smooth global optimization methods). L'algorithme génétique utilisé par Wang (1991) et la méthode SCE (Shuffled Complex Evolution) proposée par Duan *et al.* (1992) en sont des exemples types. La principale limitation des méthodes locales résidant dans le fait que le résultat obtenu est susceptible de varier en fonction de la condition initiale d'optimisation, SCE est basé tout comme beaucoup d'algorithmes de recherche globale, sur l'utilisation de techniques locales mais pour différentes conditions d'initialisation (méthodes multi-départ). Dans ce cas, les propriétés de la méthode locale utilisée sont très influentes sur la robustesse de la méthode globale. Si dans cette optique l'utilisation de la méthode du simplexe permet de s'affranchir du calcul des dérivées, l'échange d'information entre les différentes recherches locales serait de nature à améliorer les performances de l'algorithme. C'est précisément la stratégie adoptée par SCE qui partant d'une population de points choisis de manière aléatoire, divise cette population en sous groupes qui évoluent séparément mais en s'échangeant de l'information de manière périodique. Le concept d'évolution utilisé est proche de celui des algorithmes génétiques mais le processus de filiation s'appuie sur un schéma proche de celui du simplexe. Cet algorithme a été testé avec succès par de nombreux auteurs et demeure probablement la technique la plus employée dans la communauté des hydrologues même dans le cas de modèles relativement coûteux en temps de calcul (Eckhardt et Arnold (2001), Madsen (2003), Bandara *et al.* (2004) ...).

Cependant, les techniques telles que SCE fournissent une solution unique au problème de calibration et ne proposent pas d'information supplémentaire permettant d'aborder l'analyse de sensibilité, d'identifiabilité ou la quantification de l'incertitude paramétrique. L'utilisation d'une approximation au premier ordre telle que celle qui est effectuée dans le cadre déterministe ne semble pas du tout en accord avec les principes ayant motivé le développement de telles techniques.

#### **1.4.2.2 Incertitude paramétrique, concept d'équifinalité et analyse de sensibilité globale**

Le cadre classique de l'analyse d'incertitude locale suppose que les jeux de paramètres vraisemblables constituent un sous-espace compact au voisinage de l'optimum identifié. La description des processus hydrologiques, plus particulièrement l'approche réductionniste, conduit généralement à des paramétrisations non-identifiables. Dans ce cas, un nombre important de combinaisons de paramètres, potentiellement dans des régions très éloignées de l'espace des paramètres, peuvent donner des valeurs presque identiques pour le critère de performance (*i.e* fonction objectif). Ce symptôme, intimement lié au rapport entre la complexité

du modèle et le contenu informatif des observations, est souvent lié à des considérations physiques plus profondes. Typiquement lorsqu'un modèle intègre différents processus de genèse du ruissellement (ruissellement par refus d'infiltration, ruissellement sur zones contributives saturées), différentes composantes d'écoulements vers l'exutoire (ruissellement de surface, écoulement hypodermique, écoulement souterrain), un bon ajustement à une chronique de débits à l'exutoire (souvent la seule information disponible) peut être obtenu par la prépondérance ou la composition de différents processus. Ce type de phénomène, déjà mis en évidence avec la version originale de TOPMODEL (Beven et Kirkby 1979) de structure relativement simple, a été abordé de diverses façons par la communauté des hydrologues.

L'une des réponses à ce postulat, désigné comme concept d'équifinalité par Beven (1993), sans doute la plus populaire, consiste à supposer que plusieurs combinaisons de valeurs des paramètres, sans aucune hypothèse préalable sur leur localisation dans l'espace de contrôle, sont susceptibles de représenter le fonctionnement de l'hydrosystème. Ainsi, dans le cadre de cette approche ensembliste (*i.e* set theoretic methods), elles devraient toutes être retenues jusqu'à ce que la preuve du contraire ne soit apportée.

Sous cette hypothèse, il n'y a aucune raison que l'analyse du système (analyse de sensibilité, identifiabilité, incertitude) ne soit effectuée en une localisation précise de l'espace des paramètres (analyse post-calibration). Pour une simulation donnée, afin de juger si le comportement du modèle est satisfaisant, en fonction de la problématique on peut envisager différents critères d'acceptation/rejet (*ex.* seuil sur les valeurs nominales ou sur la distribution - quantile - des variables pronostiques). A partir d'un échantillon issu d'une exploration aléatoire de l'espace des paramètres (méthode de type Monte Carlo), Young, Hornberger et Spear proposent un filtrage des réalisations opérant une classification binaire entre simulations *acceptables* et *non acceptables* (Young (1978), Spear et Hornberger (1980), Hornberger et Spear (1981)). La mise en correspondance (factor mapping) avec les combinaisons de paramètres correspondantes permet de définir des combinaisons *acceptables* (désignée par  $(B)$ ) et *non acceptables* (*i.e*  $(\bar{B})$ ) de l'espace des paramètres. Pour un paramètre  $X_i$  donné, si l'on suppose qu'une mesure de performance peut être utilisée pour juger le comportement du modèle,  $(B)$  et  $(\bar{B})$  peuvent être utilisés pour se référer aux sous ensembles  $(X_i|B)$  et  $(X_i|\bar{B})$ . De manière générale, ces deux sous-ensembles viennent de densités de probabilité différentes  $f_m(X_i|B)$  et  $f_n(X_i|\bar{B})$ . Afin d'identifier les paramètres contrôlant le comportement du système (donc la séparation entre  $(B)$  et  $(\bar{B})$ ), les deux distributions cumulées  $F_m$  et  $F_n$  sont comparées (figure 1.9), indépendamment pour chacun des paramètres. Lorsque cette comparaison est effectuée avec le test de Kolmogorov-Smirnov (distance  $d_{m,n}$  sur la graphique), l'importance de chacun des paramètres est inversement proportionnelle au degré d'acceptabilité du test.

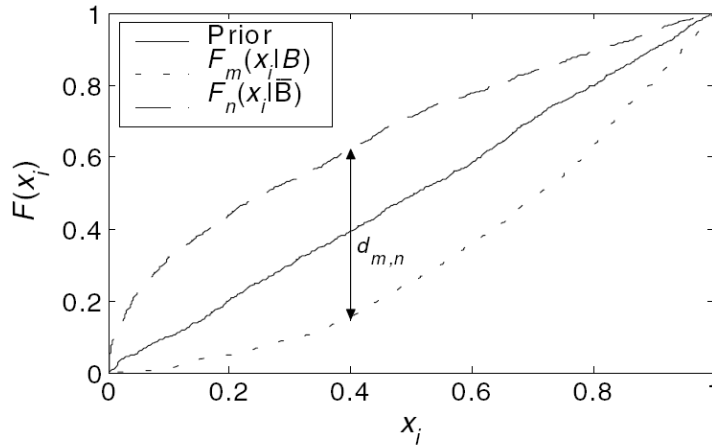


FIG. 1.9 – Principe de l’analyse de Sensibilité Régionalisée de *Hornberger et Spear* (1981)

La méthode qui vient d’être brièvement décrite, le plus souvent dénommée Analyse de Sensibilité Régionalisée (RSA) dans la littérature, a été appliquée à TOPMODEL par Hornberger *et al.* (1985) et a inspiré de nombreux développements pour la calibration, l’analyse de sensibilité et l’analyse d’incertitude pour les modèles hydrologiques. Si l’on en juge par le nombre d’applications (bien au delà de la communauté des hydrologues) effectuées depuis sa conception, la plus illustre est indiscutablement celle proposée par Beven et Binley (1992). L’objectif visé est d’approcher, par échantillonnage de Monte Carlo, une distribution *a posteriori* (conditionnée par les observations) pour les paramètres de la modélisation, et donc par suite d’inférer une distribution de probabilité pour les variables pronostiques. Alors qu’implicitement la RSA pondère chaque combinaison de paramètres en donnant une probabilité nulle aux combinaisons *non acceptables* et une probabilité non nulle mais égale aux combinaisons *acceptables*, la Generalized Likelihood Uncertainty Estimation (GLUE) de Beven et Binley (1992) affecte une mesure de vraisemblance à chaque combinaison de paramètres basée sur une mesure de l’écart aux observations. Les mesures de vraisemblance des combinaisons acceptables, réajustées (*i.e* rescaling) afin que leur somme soit égale à l’unité, forment les densités de probabilité *a posteriori* pour chacun des paramètres. Le potentiel et les points clés liés à l’application de cette technique ont été largement discutés, étendus et défendus (Freer *et al.* (1996), Beven et Freer (2001b), Beven (2006), Beven *et al.* (2007)). Pour une analyse critique de ce paradigme Bayésien (pseudo-Bayésien selon certains ...), le lecteur est invité à se référer à Christensen (2004), Montanari (2005), Mantovan et Todini (2006) ou Vogel *et al.* (2007). De manière générale, les principales critiques portent sur *i)* le choix la mesure de vraisemblance ; *ii)* le choix subjectif d’un seuil sur la mesure de vraisemblance résultant d’une forme d’incapacité de la mesure à distinguer correctement les combinaisons *acceptables* et *non acceptables* ; *iii)* le coût de calcul et la faible convergence d’une technique basée sur une échantillonnage aléatoire (souvent à partir de lois de probabilité uniformes) sur un espace plausible des paramètres , potentiellement de taille relativement importante.

L’efficacité de l’échantillonnage de la surface de réponse est intimement lié aux caractéristiques de la densité de probabilité des paramètres conditionnée par les observations, densité *a posteriori* sur laquelle aucune hypothèse ne devrait être effectuée. GLUE entend conserver l’indépendance de l’échantillonnage

avec l'évaluation de la mesure de vraisemblance (Beven et Freer 2001b) et cela se traduit souvent par un échantillonnage inefficace de régions de l'espace des paramètres qui ne sont d'aucune utilité pour l'estimation de la densité de probabilité *a posteriori*. Ceci est souligné par Kuczera et Parent (1998) qui proposent l'utilisation de méthodes de Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC). L'algorithme de Metropolis utilisé (Metropolis *et al.* 1953), autrement dénommé recuit-simulé ou *simulated annealing*, génère des échantillons en utilisant une chaîne de Markov qui converge vers la distribution *a posteriori*. Le remplacement d'une procédure d'échantillonnage aléatoire par une procédure d'optimisation (MCMC) pour estimer la distribution *a posteriori* des paramètres semble, dans la majorité des cas, assurer d'importants gains en temps de calcul. Dans le même sens, Vrugt *et al.* (2003) proposent une combinaison de l'algorithme de Metropolis avec des stratégies évolutionnaires en remplaçant la méthode du simplexe dans SCE par une procédure de type MCMC (Suffled Complex Evolution Metropolis - SCEM). Les comparaisons GLUE/MCMC (Makowski *et al.* (2002), Balin (2004), Blasone *et al.* (2006)) sont en général favorables à la méthode de Metropolis Monte Carlo, la technique de Monte Carlo par Chaîne de Markov la plus utilisée en hydrologie.

Les méthodes décrites précédemment sont principalement dédiées à l'estimation de paramètres et à l'analyse d'incertitude. L'information dérivée pour l'analyse de sensibilité, information qualitative, est un sous-produit du conditionnement des paramètres par les observations qui n'est la plupart du temps pas motivé par une compréhension approfondie du comportement du modèle. Lorsque la prépondérance d'un ou plusieurs paramètres est très marquée, la simple visualisation de l'étendue des valeurs prises par la mesure de vraisemblance pour différentes valeurs du paramètre (*i.e* analyse du *dotty plot* ou *scatter plot*) peut déjà apporter des éléments de réponse (analyse qualitative). Cependant, après conditionnement par les observations dans le cadre de GLUE ou d'une méthode de type Monte Carlo par chaîne de Markov, la densité de probabilité marginale, ou plus particulièrement la densité de probabilité cumulée, peut jouer un rôle important pour apprécier la sensibilité de la réponse hydrologique au paramètre. L'analyse de la matrice de corrélation *a posteriori* pourra également fournir des renseignements sur les interactions entre paramètres.

En accord avec ce paradigme adopté pour l'estimation des paramètres, de plus en plus d'études procèdent à une véritable analyse de Sensibilité Globale (Saltelli *et al.* 2000) en moyennant sur l'espace des paramètres l'influence des paramètres sur un aspect de la réponse hydrologique qui n'est pas forcément une mesure de vraisemblance. Mis à part la RSA d'autres méthodes telles que les méthodes basées sur la décomposition de la variance (méthode FAST de ?) et des variantes, méthode de Sobol' (1993) et ses variantes), ou des techniques moins coûteuses telles que le screening (Morris 1991) ou la régression/corrélation commencent à être utilisées en hydrologie. Les principales études ont pour objectif, une hiérarchisation des paramètres déterminant la réponse hydrologique, principalement pour des structures de modèles complexes (Christiaens et Feyen (2002), Yatheendradas *et al.* (2005), Sieber et Uhlenbrook (2005)) intégrant parfois la modélisation de transport de polluants (Francos *et al.* (2003), Muleta et Nicklow (2004), van Griensven *et al.* (2006)) ou plus récemment pour des modèles globaux (?). Des revues des méthodes d'analyse de sensibilité globale pour des applications environnementales sont proposées par (Campolongo et Saltelli 1997) ou plus récemment par (Cariboni *et al.* 2007). Afin que l'analyse ne concerne que les combinaisons de paramètres *vraisemblables*, Ratto *et al.* (2001) proposent, en supposant que l'échantillon est généré de façon appropriée et que cet ensemble est de taille suffisamment importante, de combiner le Filtrage de Monte Carlo inhérent à la RSA avec les méthodes très performantes d'analyse de sensibilité globale par décomposition de la variance.

Les méthodes présentées jusqu'à présent considèrent pour la calibration des paramètres un critère unique pour contraindre les paramètres à partir d'une série de données. Cependant, chaque événement étant unique, vu sous un jour particulier par la mesure de vraisemblance utilisée, de nombreuses études telles que celle menée par Zin (2002) ont confirmé que les combinaisons de paramètres estimés sont dépendantes du critère d'estimation et de la série de données. Il s'agit d'une conséquence directe du fait que chaque critère d'estimation sollicite des modes bien particuliers du modèle et que les paramètres vont venir compenser de manière différente en fonction du critère, en fonction de la série de données les autres sources d'incertitude.

#### **1.4.2.3 Vers une meilleure exploitation du contenu informatif des observations**

Une des conséquences majeures de l'imperfection de la structure d'un modèle hydrologique réside dans le fait que celui-ci ne peut pas, avec une qualité équivalente, reproduire tous les aspects d'un hydrogramme avec une combinaison unique de paramètres. Nous nous proposons de présenter dans cette section les stratégies permettant de mieux exploiter le contenu informatif des observations afin de qualifier ou/et quantifier l'incertitude structurelle inhérente aux modèles hydrologiques. On distinguera celles basées sur le traitement séquentiel ou le partitionnement d'une unique série temporelle de celles analysant plusieurs aspects de l'intégralité de la chronique pluie-débit (approches multi-objectifs).

##### Méthodes séquentielles/récurrentes

Dans le cadre classique consistant à estimer, à l'aide d'une chronique d'observations suffisamment longue, les paramètres à travers une mesure de performance décrivant l'écart aux observations sur la période de simulation, le calcul de la mesure de performance entraîne une agrégation temporelle des résidus. Les stratégies traitant les observations de manière séquentielle ou à travers une fenêtre temporelle de durée fixée se déplaçant sur la période de simulation, s'inspirent directement ou indirectement du filtrage stochastique proposé par Kalman (1960) pour les problèmes linéaires caractérisés par une incertitude gaussienne.

Tout comme ses extensions aux dynamiques non-linéaires par linéarisation (Filtre de Kalman étendu) ou grâce à des approches de type Monte Carlo séquentielles (Filtre de Kalman d'ensemble (Evensen 1994)), le filtrage de Kalman a surtout été employé pour remettre à jour l'état du système, souvent dans une optique de prévision en temps réel (Kitanidis et Bras 1980b; Aubert *et al.* 2003). Si le filtrage stochastique, tout comme en météorologie ou en océanographie, peut se révéler très utile pour la prévision opérationnelle, dans le cas où les paramètres constituent la variable de contrôle il peut être aussi utilisé pour analyser la pertinence de la structure du modèle (Kitanidis et Bras 1980a; Beck 1987). Les paramètres sont estimés de manière récursive et leur variation temporelle analysée pour détecter des carences de la structure du modèle. Ce principe a guidé le développement de méthodes telles que BARE (Bayesian recursive parameter estimation) par Thiemann *et al.* (2001), critiquée par Beven et Young (2003) et remaniée par Misirli *et al.* (2003) et (Vrugt *et al.* 2002). En combinant la RSA de (Hornberger et Spear 1981) avec des techniques d'estimation récursives sur une fenêtre temporelle mobile de durée constante (Wagener *et al.* 2003) ou plus récemment sur des sous-périodes caractérisées par un comportement hydrologique similaire (Choi et Beven 2007), le fonctionnement du modèle vis à vis de ses paramètres est vraiment examiné de façon approfondie. Pour un coût de calcul relativement élevé, ce type d'analyse permet d'identifier les périodes à fort contenu informatif et contribue également à appréhender et repousser les limites de la structure du modèle. Les résultats

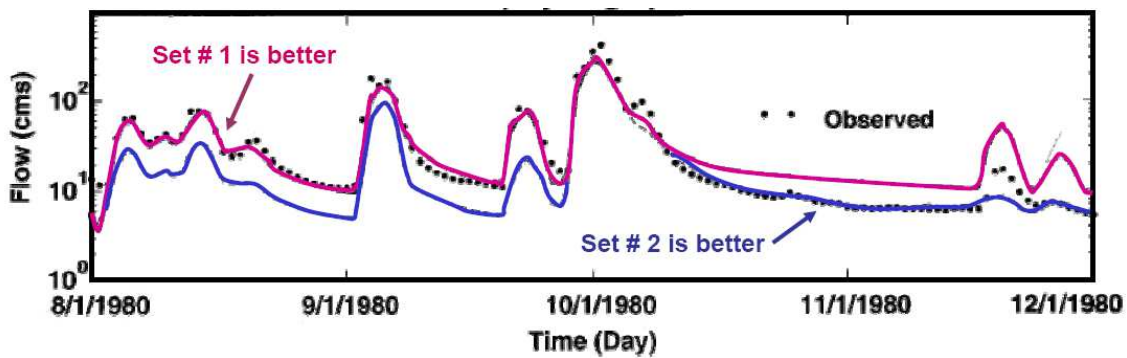


FIG. 1.10 – Illustration de la partialité des mesures de performance, les combinaisons de paramètres identifiées avec deux critères différents sont *acceptables* pour différentes parties de l’hydrogramme, tiré de Gupta *et al.*, 1998

démontrent que de manière générale différentes portions de l’hydrogramme (mise en eau du bassin, montée en crue, récession lente ou rapide ...) sont informatives pour différents paramètres et que les combinaisons de paramètres identifiées sont souvent largement dépendantes du régime hydrologique. En utilisant les enseignements apportés, la prédictabilité du modèle peut donc être améliorée soit par *falsification* (choix des combinaisons appropriées de paramètres en fonction de la période) soit par amélioration de la représentation de la physique. La deuxième option étant bien plus délicate que la première, la structure du vecteur de contrôle peut être augmentée afin de permettre une estimation séquentielle des paramètres et de l’état du système (Vrugt *et al.* 2005; Moradkhani *et al.* 2005; Moradkhani *et al.* 2005).

#### Approches multi-critères

Comme cela a été précisé auparavant, la mise en œuvre de procédures de calibration ou de validation requiert la formulation de critères (ou mesure de vraisemblance) permettant de juger de la qualité de l’ajustement des variables simulées par le modèle aux observations. La plupart des procédures de calibration sont restreintes à une seule variable pronostique (les débits simulés) et à un seul critère de performance (souvent le critère de Nash). Gupta et Sorooshian (1998) illustre (figure 1.10) la partialité des critères de performance usuels. Chacun présente des spécificités quant à l’aspect de la réponse hydrologique privilégié (partie des données à laquelle le critère est sensible) ou la structure statistique des erreurs (moyenne nulle, variance constante, normalité et indépendance). Il n’existe pas de consensus consacrant un critère universel pour apprécier la performance du modèle (Perrin 2000) et le calage effectué avec différentes fonctions objectifs produit souvent des combinaisons de paramètres identifiées qui peuvent être très différentes (Zin 2002).

D’autre part, afin d’évaluer la performance d’un modèle, plus particulièrement les modèles distribués comportant plusieurs composantes d’écoulement, Refsgaard (1997a) préconise l’utilisation de données de types différents (débit, niveau piézométrique de la nappe, extension des zones saturées ...), à des localisations différentes (calibration/validation interne).

On distingue donc deux approches dont l’intersection n’est malheureusement pas souvent exploitée (*cf.*

Madsen (2003) pour une des trop rares tentatives). La première consiste à utiliser des mesures relatives à plusieurs variables pronostiques (approche multi-variables) en espérant réduire de façon significative l'incertitude prédictive à travers une diminution de l'incertitude paramétrique. L'intégration de mesures complémentaires telles que des mesures de débits internes au bassin versant (Refsgaard 1997a), les hauteurs de nappe (Lamb *et al.* 1998; Refsgaard 1997a; Balin 2004; Freer *et al.* 2004), l'extension mesurée sur le terrain (Blazkova *et al.* 2002) ou estimée par télédétection (Franks *et al.* 1998) n'a pas toujours produit les résultats escomptés. En fonction du type de données complémentaires (Kuczera et Mroczkowski 1998), de leur compatibilité avec les observations de débits (Kuczera 1983) ou la possible inadéquation des hypothèses de modélisation (Güntner *et al.* 1999), l'abattement en termes d'incertitude paramétrique est souvent réduite à un ou quelques paramètres et l'incertitude sur les débits simulés parfois quasiment inchangée. A travers l'utilisation de fonction d'appartenance portant sur des mesures floues (*fuzzy membership functions*), l'intégration de mesures plus qualitatives (*soft data*), mais souvent plus contraignantes sur l'ensemble des processus déterminant la relation pluie-débit semble produire des résultats bien plus satisfaisants (Seibert et McDonnell 2002). Des gammes plausibles plus contraignantes que celles utilisées dans le cadre d'une optimisation globale pour les paramètres, sur la part d'eau nouvelle participant au débit de crue à partir de mesures de traçage géochimique ou une simple appréciation de gammes de variation des variables internes en sont des exemples types.

L'autre approche, le plus souvent employée uniquement avec des mesures de débits, consiste, plutôt que de combiner les critères ou les mesures de vraisemblance en espérant réduire l'incertitude paramétrique et donc réduire l'incertitude sur les variables pronostiques, à garder comme dans le cas des approches de type ensembliste plusieurs combinaisons de paramètres jugées satisfaisantes. A la place du seuil sur la mesure de vraisemblance distinguant les combinaisons de paramètres *acceptables* et *non-acceptables* utilisé par les techniques basées sur la RSA, le seuil porte sur le rang de Pareto faisant appel du concept de Pareto optimalité (voir figure 1.11). Une solution est Pareto optimale si la performance pour l'un des objectifs ne peut être améliorée qu'au détriment d'un ou plusieurs autres objectifs.

Si l'agrégation des différents critères en une unique mesure de performance pose inévitablement le problème de la spécification du poids accordé à chaque objectif, l'exploration du front de Pareto peut faire l'objet d'une approche explorant les résultats obtenus pour différentes combinaison de poids (Madsen 2000; Madsen 2003). Une stratégie plus systématique fait l'objet d'une extension de SCE par Yapo *et al.* (1998), ou de l'extension de SCEM (basé sur l'algorithme de Metropolis au lieu du simplexe dans SCE) par Vrugt *et al.* (2003). Une revue comparative des principaux algorithmes évolutionnaires multi-objectif est proposée par Tang *et al.* (2006). Une fois l'espace des paramètres partitionné en combinaisons *acceptables* et *non-acceptables*, une analyse de sensibilité globale et multi-critères telle que celle proposée comme une extension de la RSA par Bastidas *et al.* (1999) permet d'apprécier l'influence relative des paramètres sur les différentes fonctions objectif. Si la Multi-objective Complex Evolution (MOCOM) de Yapo *et al.* (1998) ou la Multiobjective Shuffled Complex Evolution Metropolis (MOSCEM) de Vrugt *et al.* (2003) suscitent un intérêt croissant pour l'hydrologie de bassin versant (Beldring 2002; Fenicia *et al.* 2007), les applications de la Multi Objective Generalized Sensitivity Analysis (MOGSA) de Bastidas *et al.* (1999) restent cantonnées à l'étude des transferts Sol-Végétation-Atmosphère (Demarty *et al.* 2004; Bastidas *et al.* 2006).

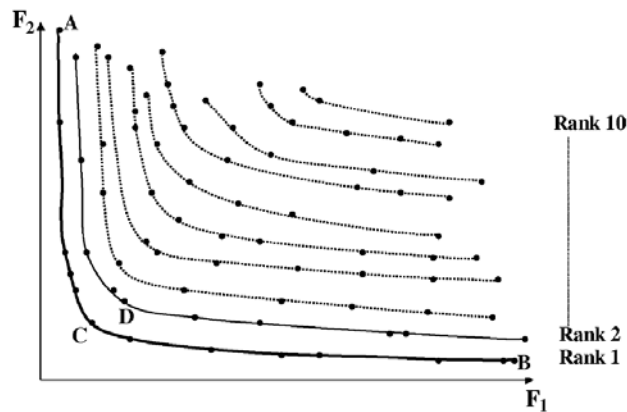


FIG. 1.11 – Illustration, pour 2 critères de performance  $F_1$  et  $F_2$ , du concept de Pareto optimalité utilisé pour distinguer les combinaisons de paramètres *acceptables* (à partir du rang 2 sur la figure), tiré de *Demarty et al.*, 2004.

Jusqu'à présent, quel que soit le paradigme adopté, on ne fait que, à travers les degrés de libertés que sont les paramètres, se servir de la structure généralement permissive des modèles afin d'exhiber et éventuellement de quantifier les autres sources d'incertitude. Si l'incertitude sur les débits ou observations complémentaires utilisées en phase de calibration est souvent prise en compte par l'emploi de mesures floues (*Franks et al.* 1998; *Seibert et McDonnell* 2002; *Freer et al.* 2004), la prise en compte essentielle mais délicate d'autres contributions telles que celle du forçage ou la structure du modèle reste encore problématique.

#### 1.4.2.4 Prise en compte explicite de l'incertitude sur le forçage et de l'incertitude structurelle

Étant donné que la réalité hydrologique ne peut être échantillonnée ou représentée que de manière incertaine, les interactions et les effets de compensation entre différents facteurs d'entrée de la relation pluie-débit rend extrêmement délicate la séparation des sources d'incertitude. Le fait que les paramètres constituent des facteurs d'entrée non observables, qui peuvent dans les limites fixées par la structure du modèle compenser (et donc aider à quantifier) les autres sources d'incertitudes a conduit au développement d'approches relativement sophistiquées telles que celles mentionnées dans les paragraphes précédents. La calibration des paramètres, censée réduire et quantifier l'incertitude paramétrique, est effectuée à partir d'observations indirectes et incertaines de la réponse hydrologique, pour des modèles imparfaits forcés par chroniques de précipitations (et éventuellement d'évapotranspiration) entachées d'erreur. Quel que soit le critère utilisé pour juger de la vraisemblance des combinaisons des paramètres, dans la plupart des techniques employées en hydrologie les autres sources d'incertitude se manifestent par de l'incertitude paramétrique. Cette incertitude quantifiée en mode *off-line* (ré-analyse) à l'aide de données sur le fonctionnement du système est même parfois utilisée afin de quantifier l'incertitude prédictive en mode *in-line* (prévision en temps réel).

Alors que dans ce paradigme, l'influence de l'incertitude caractérisant précipitations et leur variabilité spatiale sur les paramètres estimés a été mise en évidence (*Andreassian et al.* 2001; *Oudin et al.* 2006; *Das* 2006), *Kavetski et al.* (2002) proposent une prise en compte explicite de l'incertitude sur les données à travers la formulation (dans un cadre Bayésien) de modèles d'erreur pour les précipitations et la réponse

hydrologique observée (Kavetski *et al.* 2006b; Kavetski *et al.* 2006a). A partir de l'identification des paramètres pour différents épisodes, le formalisme est même étendu à une stratégie visant la caractérisation de l'incertitude structurelle du modèle (Kuczera *et al.* 2006).

Si l'approche semble séduisante, la séparation des sources d'incertitude requiert des hypothèses parfois difficiles à justifier. D'autre part, de manière plus générale des questions subsistent sur la possibilité de définir un modèle d'erreur sur le forçage indépendamment de la structure du modèle. De même, si de plus en plus d'études s'intéressent à l'incertitude liée aux pluies estimées par radar (Carpenter et Georgakakos 2004; Hossain *et al.* 2004; Borga *et al.* 2006), l'importance de la non prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie est très variable en fonction du type de modèle mais aussi de la structure spatio-temporelle des erreurs très difficile à appréhender (Pellarin *et al.* 2002; Carpenter et Georgakakos 2006).

Alors que le problème serait beaucoup plus simple dans le cas de mesures parfaites pour le forçage et pour la réponse hydrologique, en pratique l'incertitude structurelle est probablement impossible à quantifier de manière rigoureuse. En effet, il existe un nombre infini de descriptions plausibles pour la relation pluie-débit, supposant une perception des processus, une formulation mathématique, algorithmique, une description de la géométrie, une échelle d'application ... différentes. Naturellement, en plus de réalisations pour les autres sources d'incertitude, un nombre croissant d'études adoptent une combinaison de modèles de structures différentes (échantillonnage partiel des structures plausibles) pour quantifier l'incertitude structurelle (Shamseldin *et al.* 1997). En l'absence d'approche générique pour quantifier l'incertitude de structurelle, une revue des différentes méthodes est proposée par Refsgaard *et al.* (2006).

La très grande majorité des applications récentes publiées dans la littérature exploitent le cadre (modèles, sites pilotes et données) préalablement établi par un projet d'inter-comparaison de modèles lancé par l'Office of Hydrological Development du national Weather Service Américain (Distributed Model Intercomparison Project (DMIP), (Smith *et al.* 2004)). On peut distinguer les techniques utilisant des poids déterministes pour l'agrégation des prévisions (Georgakakos *et al.* 2004; Ajami *et al.* 2006; Miossec 2004) de celles adoptant une approche Bayésienne (Bayesian Model Averaging) pour la combinaison des modèles (Duan *et al.* 2007; Ajami *et al.* 2007). Comme cela est souligné par Butts *et al.* (2004), l'exploration de différentes structures de modèles peut être d'intérêt capital pour les problématiques pratiques telles que la prévision des crues en temps réel.

## **1.5 Discussion et principaux objectifs de la thèse**

Comme nous avons pu le constater au fil de la synthèse bibliographique effectuée à la section précédente, des efforts considérables ont été consacrés au traitement des incertitudes en hydrologie. Depuis ces 10 ou 15 dernières années, afin d'aborder les problématiques critiques que sont l'estimation des variables de contrôle, l'analyse de sensibilité et l'analyse d'incertitude, l'approche probabiliste est de loin la plus répandue.

Étant donné que les paramètres effectifs permettant de reproduire de façon satisfaisante les données décrivant le fonctionnement des hydrosystèmes peuvent compenser les autres sources d'incertitude, l'accent a été principalement porté sur l'incertitude paramétrique. Avec comme objectif ultime la démonstration du potentiel des méthodes variationnelles pour la prévention et la prévision des aléas causés par la relation

pluie-débit, on se propose dans le cadre de cette étude prospective de se restreindre également à ce type d'incertitude.

Quelle que soit la complexité de la représentation mathématique du fonctionnement de l'hydrosystème, les paramètres ne sont généralement pas des entités mesurables directement. Malgré les efforts récents destinés à améliorer les procédures d'estimation *a priori* pour les paramètres (Anderson *et al.* 2006; Moreda *et al.* 2006), la calibration demeure une étape incontournable du processus de modélisation. Principalement à cause des artefacts numériques produits par la représentation mathématique, numérique et algorithmique des processus hydrologiques au sein de la génération de modèles dits *conceptuels globaux*, les algorithmes de descente classiques et excessivement efficaces ont été abandonnés. L'évolution du paradigme caractérisant la calibration (Beven 1989) accompagné d'une augmentation très rapide de la puissance de calcul a conduit à l'adoption massive d'algorithmes d'optimisation globaux, non-lisses et donc très coûteux (Beven et Binley 1992; Duan *et al.* 1992). Si l'expansion de techniques de type Monte Carlo et des méthodes évolutionnaires semble avoir simplifié l'étude de distributions multi-modales pour les paramètres, l'identification systématique des régions correspondantes reste encore problématique. Quelles que soient les propriétés de la fonction en termes de continuité des dérivées, l'optimisation globale est intrinsèquement plus délicate et la convergence ne peut être garantie qu'au sens probabiliste (Kavetski 2006).

De plus, comme cela est souligné par Ebel et Loague (2006), toutes les problématiques associées aux problèmes inverses mal posés (identifiabilité, unicité, stabilité) ont été regroupées sous le terme générique d'équifinalité (Beven et Binley 1992). Indépendamment de l'incertitude associée aux observations et de la représentativité du modèle vis à vis de la réalité hydrologique, la multi-modalité due à une identifiabilité structurelle limitée (paramétrisation trop complexe) est la principale source d'équifinalité. Lorsque la fonction à minimiser comporte une unique *zone d'attraction* (fonction convexe), les algorithmes d'optimisation basés sur le calcul du gradient sont incontestablement les plus efficaces. Comme cela est souligné par Kavetski *et al.* (2006d), les procédures de recherche linéaire ou de région de confiance intégrés aux algorithmes de descente actuels contribuent très largement à améliorer la fiabilité des paramètres estimés. L'unimodalité ou la multi-modalité limitée est généralement le résultat d'une paramétrisation parcimonieuse et d'observations informatives.

Cependant, également entraînée de manière presque inéluctable (seuls quelques uns résistent ...) par cette explosion de la puissance de calcul offerte par les ordinateurs, la complexité des modèles utilisés pour la prise de décision n'a pas cessé d'augmenter (Beck 1999). Du point de vue de la modélisation hydrologique, du forçage aux conditions initiales puis aux paramètres, la dimension de l'espace contenant les facteurs d'entrée des modèles s'est très largement accrue (disponibilité des MNT, pluies radar ...). Cependant, la plupart des méthodes initialement développées pour les modèles globaux sont simplement transférées aux modèles distribués au prix d'une réduction drastique et arbitraire de l'espace de contrôle. Afin de rapprocher les résultats de simulation des observations, des facteurs multiplicatifs (scalaires) sont utilisés pour ajuster de manière relative une distribution spatiale fixée a priori ou un nombre très réduit de zones (Refsgaard 1997a; Senarath *et al.* 2000; Eckhardt et Arnold 2001; Madsen 2003). Une stratégie similaire est employée afin de rendre possible l'analyse de sensibilité globale de modèles spatialement distribués (Yatheendradas *et al.* 2005; Hall *et al.* 2005).

Les méthodes couramment employées, basées sur un échantillonnage aléatoire de l'espace de contrôle, sont d'utilisation très limitée pour les modèles coûteux en temps de calcul et/ou comportant un nombre important de paramètres. Nous nous proposons d'évaluer le potentiel des développements théoriques, numériques et algorithmiques accomplis au sein d'autres disciplines scientifiques confrontées aux mêmes challenges. L'approche variationnelle offre un cadre théorique unifié permettant de traiter l'analyse de sensibilité et l'estimation des paramètres. La méthode de l'état adjoint, permettant le calcul des dérivées d'une fonction pour un coût de calcul indépendant de la dimension de l'espace des paramètres, est particulièrement adaptée lorsque la réponse à analyser (ou la fonction coût à optimiser) est de dimension bien moins importante que la dimension de l'espace de contrôle. Les méthodes variationnelles ont très largement contribué à de nombreuses applications liées à l'analyse et la prévision de systèmes météorologiques ou océaniques (assimilation de données, analyse de sensibilité, ciblage d'observations, analyse d'incertitude). Avec la complexité croissante des modèles hydrologiques, les développements méthodologiques effectués dans le cadre variationnel (Le Dimet et Talagrand (1986, Hall et Cacuci (1983, Ghil et Malanotte-Rizzoli (1991, Navon (1998, Bennett (1992) pour n'en citer que quelques uns) sont d'un grand intérêt pour de nombreuses problématiques liées à la modélisation hydrologique.

Le calcul analytique des dérivées a déjà été abordé pour des modèles conceptuels globaux représentant la transformation pluie-débit, pour l'optimisation par une méthode descente (Gupta et Sorooshian 1985), ou pour l'analyse de sensibilité (McCuen 1973b). Cependant, alors que l'hydrogéologie fait partie d'un des premiers champs d'application de la méthode de l'état adjoint (Chavent 1974; Sun et Yeh 1990a; McLaughlin et Townley 1996), elle ne pénètre jamais le monde de l'hydrologie de bassin, pas même avec l'avènement de modèles basés sur le schéma de Freeze et Harlan (1969) comportant une formulation mathématique similaire (*i.e* équations aux dérivées partielles). L'estimation des variables d'état et des paramètres par assimilation de données est également abordée dans ce cadre déterministe en hydrologie de surface à l'échelle globale ou régionale (Mahfouf 1991; Callies *et al.* 1998; Margulis et Entekhabi 2001a; Reichle *et al.* 2001) ou encore en hydraulique fluviale (Piasecki et Katopodes 1997; Yang et LeDimet 1998; Sanders et Katopodes 2000; Mazauric 2003; Belanger et Vincent 2005; Ding et Wang 2005; Honnorat *et al.* 2006; Ding et Wang 2006).

Alors que l'approche est appliquée à la problématique de l'infiltration en milieu poreux dans le cadre de la thèse de Pierre Ngnepieba (Ngnepieba 2001), en ce qui concerne l'hydrologie de bassin (transformation pluie-débit) il a fallu attendre l'année 2003 pour les premières tentatives dédiées à l'estimation des paramètres ou de la condition initiale (White *et al.* 2003; Seo *et al.* 2003b; Seo *et al.* 2003a; Seo *et al.* 2003). Nous nous proposons donc de prolonger les travaux précédemment cités en mettant un accent particulier sur l'analyse de sensibilité, aspect passablement négligé. Nous adopterons pour cela deux modèles, opposés non seulement par leur mode de fonctionnement (mode de genèse prépondérant pour le ruissellement) mais surtout par leur construction (approche réductionniste vs systémique). Le premier, basé sur une approche mécaniste correspond relativement bien au cadre d'application des méthodes variationnelles alors que le second basé sur la notion d'indice de similarité hydrologique soulève des interrogations sur l'applicabilité de ces techniques. A travers ces deux applications, nous allons démontrer que les méthodes variationnelles facilitent la mise en œuvre d'analyses de sensibilité spatio-temporelles très informatives et permettent l'utilisation d'algorithmes d'optimisation très efficaces pour l'estimation des paramètres.

## Chapitre 2

# Potentiel et limitations des méthodes variationnelles

### Sommaire

|            |                                                                                                      |           |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Cadre théorique, formulation continue</b>                                                         | <b>47</b> |
| 2.1.1      | Position du problème                                                                                 | 48        |
| 2.1.2      | Approche variationnelle directe                                                                      | 50        |
| 2.1.3      | Méthode de l'état adjoint                                                                            | 51        |
| <b>2.2</b> | <b>Considérations pratiques liées à l'implémentation numérique</b>                                   | <b>54</b> |
| 2.2.1      | Des stratégies de développement généralement non équivalentes                                        | 54        |
| 2.2.2      | Problèmes liés à la linéarisation d'une physique contenant des processus à seuil                     | 56        |
| 2.2.3      | Différentiation algorithmique de programmes, précision et efficacité                                 | 57        |
| 2.2.4      | Procédures de validation, une étape incontournable                                                   | 66        |
| <b>2.3</b> | <b>Principales applications pour l'analyse et le contrôle de systèmes géophysiques</b>               | <b>69</b> |
| 2.3.1      | Assimilation variationnelle de données                                                               | 69        |
| 2.3.2      | Analyse de sensibilité locale                                                                        | 73        |
| <b>2.4</b> | <b>Potentiel et limitations pour la modélisation hydrologique</b>                                    | <b>74</b> |
| 2.4.1      | Analyse de sensibilité, locale mais très informative                                                 | 75        |
| 2.4.2      | Estimation des variables de contrôle, convergence locale mais très efficace                          | 77        |
| 2.4.3      | Analyse d'incertitude, limitée par le domaine de validité des dérivées et la non-linéarité du modèle | 78        |

### 2.1 Cadre théorique, formulation continue

Les méthodes variationnelles constituent un cadre déterministe permettant la formulation théorique et l'approximation numérique de nombreux problèmes liés notamment aux *équations aux dérivées partielles* (EDP) issues de la physique. Le formalisme mathématique repose principalement sur des éléments de l'analyse fonctionnelle et du calcul différentiel. Le calcul de variations, branche du calcul différentiel dont l'un des objectifs est la détermination des *extrema* d'une fonction définie sur un espace fonctionnel en

constitue un élément essentiel. Ce formalisme s'est largement enrichi de disciplines connexes telles que la théorie du contrôle optimal (Lions 1968) et l'optimisation mais aussi de domaines applicatifs nombreux et variés parmi lesquels la météorologie et l'océanographie.

### 2.1.1 Position du problème

On s'intéresse à la modélisation mathématique d'un système physique sous forme d'équations non-linéaires reliant les facteurs d'entrée de la modélisation (variables indépendantes) à l'état du système (variables dépendantes). Afin de présenter le cadre théorique et quelques applications des méthodes variationnelles nous allons considérer un modèle décrivant la dynamique du système de manière déterministe entre les instants  $t_0$  et  $t_f$ .

Comme cela a été précisé en section 1.3.3, les sources d'incertitudes affectant les résultats de simulation sont nombreuses et de nature très différente dans le cas de la transformation pluie-débit. Bien que cela ne soit pas du tout une limitation de l'approche présentée ici, nous allons, pour clarifier cette présentation didactique nous limiter à l'incertitude liée aux paramètres, variables de forçage constantes pour les échelles de temps et d'espace caractéristiques du modèle.

Étant donné que les problèmes d'intérêt pratique sont finalement résolus numériquement dans des espaces de Hilbert de dimension finie, nous nous placerons dans ce cadre pour les développements effectués dans cette section. On considère donc un modèle mathématique discrétisé en espace mais continu en temps sous la forme symbolique :

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = M(x, \alpha) \\ x(t_0) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $x(t) \in S$  est le vecteur d'état de dimension  $n_s$  représentant l'ensemble des variables pronostiques du modèle à l'instant  $t$  et  $x(t_0)$  la condition initiale. Le vecteur  $\alpha \in P$ , de taille  $n_p$ , est constitué de tous les paramètres du modèle éventuellement spatialisés et  $M$  est un opérateur non-linéaire de  $S \times P$  dans  $S$  décrivant de manière explicite la relation entre variables dépendantes et indépendantes.

L'objectif de la théorie du contrôle optimal est d'optimiser des systèmes dits commandés, c'est à dire des systèmes dynamiques sur lesquels on peut agir au moyen d'une commande. Dans le cas présent la commande est matérialisée par le vecteur de paramètres  $\alpha$ . De manière générale, afin d'analyser (pour un  $\bar{\alpha}$  donné) ou d'optimiser (déterminer le contrôle  $\alpha^*$  optimal) le système physique, on considère une ou plusieurs réponses, autrement appelées fonctions objectif ou mesures de performance, qui ne sont rien d'autre que des fonctions des variables pronostiques.

Afin d'illustrer notre propos, on définit donc une fonction objectif  $J$ , fonction scalaire de  $x$  et de  $\alpha$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . On écrit  $J(x, \alpha)$  sous la forme générale suivante

$$J(x, \alpha) = \int_{t_0}^{t_f} \phi(x, \alpha, t) dt \quad (2.2)$$

où  $\phi$  est une fonctionnelle non-linéaire sur la variable d'état  $x$  et les paramètres regroupés dans  $\alpha$ . Dans le cadre de notre problème d'évolution, la relation entre variables indépendantes ( $\alpha; i = 1, \dots, n_p$ ) et variables

dépendantes ( $\mathbf{x}$  et  $J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$  par composition) peut être très difficile à appréhender.

Comme nous le verrons plus loin, un examen approfondi de cette transformation, même si celui-ci n'est effectuée que localement, contribue très largement à l'analyse et au contrôle du système représenté par l'équation 2.1. En effet, pour une réponse donnée, la géométrie de l'hypersurface de degré  $n_p$  autour du point déterminé par les valeurs nominales des paramètres  $\alpha_i$ , ou plus précisément des propriétés locales telles que les dérivées, peuvent fournir des informations essentielles sur le fonctionnement du système et/ou guider la recherche (par une méthode de descente) du contrôle optimal  $\boldsymbol{\alpha}^*$ , point critique de  $J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$ .

Dans le cas de notre réponse scalaire,  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J_{\bar{\boldsymbol{\alpha}}}$ , le gradient de  $J$  par rapport à  $\boldsymbol{\alpha}$  au point  $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$  est donné par

$$[\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J_{\bar{\boldsymbol{\alpha}}}]^T = \left[ \left( \frac{\partial J}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial J}{\partial \alpha_{n_p}} \right) \right]_{\bar{\boldsymbol{\alpha}}} \quad (2.3)$$

où  $T$  représente la transposition. A partir des dérivées partielles dans toutes les directions de l'espace de contrôle, pour une direction donnée  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ , la dérivée directionnelle  $\hat{J}$  de la fonction objectif  $J$  au point  $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$  et dans la direction  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$  est donnée par

$$\hat{J}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) = \langle \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J, \hat{\boldsymbol{\alpha}} \rangle \quad (2.4)$$

La méthode la plus intuitive pour approcher numériquement les composantes du gradient consiste à effectuer des re-calculs des variables dépendantes pour de faibles variations des variables indépendantes. La méthode des différences finies, de mise en œuvre très commode, est une approximation (le plus souvent d'ordre 1 ou 2) de la formule de Taylor. Elle fournit donc un résultat approché dont la précision est très difficile à évaluer. A titre d'exemple, en utilisant le développement de Taylor au 1<sup>er</sup> ordre, on peut remplacer le calcul des dérivées par

$$\left[ \frac{\partial J}{\partial \alpha_i} \right]_{\bar{\boldsymbol{\alpha}}} \approx \frac{J(\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_i + \varepsilon, \dots, \bar{\alpha}_{n_p}) - J(\bar{\boldsymbol{\alpha}})}{\varepsilon} \quad (2.5)$$

Selon l'amplitude  $\varepsilon$  de la perturbation opérée à la composante  $\bar{\alpha}_i$ , on va combiner l'erreur d'approximation (erreur de troncature pour le développement de Taylor) et l'erreur d'arrondi liée à la précision arithmétique de l'ordinateur. Alors que l'erreur de troncature, dépendant de la non-linéarité de  $J$  au point  $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ , sera prédominante pour de grandes valeurs de  $\varepsilon$ , les erreurs d'arrondi l'emporteront pour les petites. Ceci implique donc un choix très délicat pour  $\varepsilon$  qui sera en général estimé par essais successifs (méthodes à pas adaptatif). De plus, il sera nécessaire pour approcher toutes les composantes du gradient d'effectuer des perturbations dans toutes les directions de l'espace de contrôle. Pour un schéma décentré d'ordre 1 tel que celui qui est décrit par l'équation 2.5, il faudra donc  $n_p + 1$  évaluations de la fonction objectif. Pour une approximation plus précise par un schéma centré ou une approximation au second ordre, le coût de calcul sera encore plus important.

Nous allons dans la suite présenter une approche basée sur le calcul des variations permettant de remplacer cette approximation numérique par une dérivation analytique produisant un résultat exact. Ceci permet de s'affranchir du choix de  $\varepsilon$  pour le calcul de chacune des composantes du gradient, mesure de la sensibilité locale de la réponse au paramètre  $\alpha_i$ . La principale difficulté réside dans le fait que la fonctionnelle  $J(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$  dépend de la solution d'une équation d'état qui dans bien des domaines d'applications est complexe et non-linéaire.

L'analyse et l'optimisation d'un système non-linéaire à travers le calcul des variations de sa réponse à des perturbations des valeurs nominales pour ses variables de contrôle ont fait l'objet d'une attention particulière dans bien des disciplines scientifiques (sûreté nucléaire, hydrogéologie, météorologie, océanographie, chimie atmosphérique ... ). Si, du point de vue du cadre mathématique, le socle commun demeure l'analyse fonctionnelle et le calcul des variations, le contexte scientifique, les objectifs visés et donc le formalisme résultant peuvent être relativement différents.

Dans le contexte qui nous intéresse ici, on considère que l'application principale des méthodes variationnelles concerne l'analyse de sensibilité et que les autres utilisations (optimisation, analyse d'incertitude, analyse de stabilité) sont dérivées de celle-ci. La façon la plus générale pour définir la sensibilité locale pour des opérateurs non-linéaires est la dérivée au sens de Gateaux ( $G$ -dérivée), généralisation du concept de différentielle totale, dont la définition est rappelée en annexe A.

A partir d'éléments du calcul des variations et de la théorie de perturbations, Cacuci (1981a) emploie des concepts de l'analyse fonctionnelle non linéaire pour formuler un cadre mathématique rigoureux pour l'analyse de sensibilité basé sur la  $G$ -différentiabilité. L'approche exposée ici s'inspire de ce formalisme.

### 2.1.2 Approche variationnelle directe

L'objectif de l'analyse de sensibilité locale étant d'analyser le comportement du système pour une trajectoire de l'espace des phases définie par les valeurs nominales  $\bar{\alpha}$  pour les paramètres, nous allons dans ce paragraphe tenter de calculer les variations sur la fonction objectif  $J(x, \alpha)$  résultant de perturbations sur les paramètres  $\alpha$  dans la direction  $\hat{\alpha}$ . Si l'on considère la fonction  $J(x, \alpha)$ , sa dérivée directionnelle au point  $\bar{\alpha}$  dans la direction  $\hat{\alpha}$  est donc donnée par

$$\hat{J}(\bar{\alpha}, \hat{\alpha}) = \int_{t_0}^{t_f} \left( \left[ \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{\bar{\alpha}} \hat{x} + \left[ \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} \right]_{\bar{\alpha}} \hat{\alpha} \right) dt \quad (2.6)$$

La fonction objectif  $J$  n'étant qu'indirectement fonction de  $x$  l'état du système, l'examen de l'équation 2.6 permet de confirmer que la connaissance de  $\hat{x}$ , variation sur la variable d'état  $x$  résultant de la variation  $\hat{\alpha}$  sur le vecteur de paramètres  $\alpha$  est nécessaire au calcul de  $\hat{J}_k(\bar{\alpha}, \hat{\alpha})$ . Afin de calculer  $\hat{x}$  la dérivée de Gateaux de la variable d'état  $x$ , la dérivation est également appliquée au système donné par l'équation 2.1. La variation de l'état  $\hat{x}$  résultant de variations sur les paramètres autour de leur valeur nominale dans la direction  $\hat{\alpha}$  sera donc solution du système :

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{x}}{\partial t} - \left[ \frac{\partial M}{\partial x} \right]_{\bar{\alpha}} \hat{x} = \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]_{\bar{\alpha}} \hat{\alpha} \\ \hat{x}(t_0) = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

où  $\left[ \frac{\partial M}{\partial x} \right]$  est le Jacobien du modèle par rapport à la variable d'état. Pour une perturbation de direction  $\hat{\alpha}$  donnée, le système défini par l'équation 2.7 est donc appelé **modèle linéaire tangent** du modèle direct représenté par l'équation 2.1 doit donc être résolu pour calculer  $\hat{x}$ . La composition avec l'équation 2.6 permettra d'évaluer  $\hat{J}(\bar{\alpha}, \hat{\alpha})$  la dérivée directionnelle de la fonction coût. Cependant, la résolution du système linéaire tangent est effectuée pour un  $\hat{x}$  donné déterminé par  $\hat{\alpha}$ . Il faudra donc répéter

l'opération pour chacune des directions de l'espace des paramètres de dimension  $n_p$  afin d'obtenir toutes les composantes du gradient. Comparativement à l'approximation par différences finies, cette approche dénommée *Forward Sensitivity Analysis Procedure* (FSAP) par Cacuci (1981a) résout le problème de précision lié choix de  $\varepsilon$  (équation 2.5) mais pas le coût de calcul qui reste dépendent de  $n_p$ .

### 2.1.3 Méthode de l'état adjoint

La méthode de l'adjoint applicable à un nombre important de disciplines reçoit l'intérêt d'un nombre croissant de communautés scientifiques. Elle permet le calcul exact des dérivées d'une fonction scalaire pour un coût de calcul indépendant du nombre de variables indépendantes (*i.e*  $n_p$  la dimension de l'espace des paramètres). Quel que soit le formalisme mathématique au sein duquel elle est utilisée, la notion essentielle est celle d'opérateur adjoint.

Dans le cadre de l'analyse fonctionnelle, on peut associer à tout opérateur linéaire sur un espace de Hilbert un opérateur adjoint. Il s'agit en réalité d'une généralisation de la notion de transposée conjuguée pour une matrice (simplement transposée pour une matrice réelle) aux espaces de dimension infinie. Si on considère  $A$ , un opérateur linéaire d'un espace de Hilbert  $\mathcal{E}$  à un espace similaire  $\mathcal{F}$ , l'opérateur adjoint de  $A$  est l'opérateur linéaire vérifiant pour tout  $x \in \mathcal{E}$  tout  $y \in \mathcal{F}$  :

$$\langle Ax, y \rangle_{\mathcal{F}} = \langle x, A^*y \rangle_{\mathcal{E}} \quad (2.8)$$

avec  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{E}}$  et  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{F}}$  les produits scalaires respectifs des espaces  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$ . Dans le cas le plus classique où l'on est en dimension finie avec  $\mathcal{E} = \mathbb{R}^k$  et  $\mathcal{F} = \mathbb{R}^l$  des espaces euclidiens munis du produit scalaire canonique,  $A^*$  est tout simplement  $A^T$  la transposée de  $A$ .

La première utilisation de l'opérateur adjoint pour l'analyse de sensibilité revient à un physicien nucléaire théoricien (Wigner 1945) qui participait au projet Manhattan, nom de code du projet de recherche mené pendant la Seconde Guerre mondiale qui permit aux États-Unis, assistés par le Royaume-Uni et le Canada, de réaliser la première bombe atomique de l'histoire. Ce réfugié juif hongrois, prix Nobel en 1963, fût le premier à utiliser le modèle adjoint d'un modèle linéaire de physique du réacteur afin de calculer les perturbations du premier ordre du flux de neutrons résultant de variations sur les caractéristiques de la pile nucléaire. Du point de vue de l'interprétation physique, les variables adjointes que nous évoquerons plus tard sont déjà rapprochées de la notion de sensibilité.

Cette notion d'opérateur adjoint est utilisée dans différents cadres mathématiques adressant des problématiques qui peuvent, à première vue, paraître très éloignées. Globalement l'analyse de sensibilité et l'optimisation de grands systèmes régis par des équations aux dérivées partielles non linéaires sont les deux grandes préoccupations ayant conduit à des nombreuses avancées de la théorie des perturbations ainsi que de celle de l'optimisation et du contrôle optimal. Alors qu'un nombre important des études associées suppose l'existence de dérivées au sens de Fréchet (voir annexe A), on adopte comme précédemment le point de vue de l'analyse de sensibilité à partir de concepts de l'analyse fonctionnelle avec comme seule contrainte l'existence de dérivées au sens de Gateaux, notion beaucoup plus générale utilisée par Cacuci (1981a) .

Si l'on revient au modèle linéaire tangent donné par l'équation 2.7, afin de s'affranchir des  $n_p$  résolutions du système, nous allons tenter d'éliminer  $\hat{x}$  en exhibant la dépendance linéaire de  $\hat{J}(\bar{\alpha}, \hat{\alpha})$  par rapport à  $\hat{\alpha}$

(cf. eq 2.4). Étant donné que nous avons déjà bien insisté sur le fait que les dérivées sont évaluées localement en  $\bar{\alpha}$ , cette précision ne sera plus notifiée afin d'alléger les notations. On introduit une variable dite adjointe  $\mathbf{p}$  de même dimension que  $\mathbf{x}$  sur laquelle nous n'imposons aucune contrainte pour le moment. On prend ensuite le produit scalaire de 2.7 avec  $\mathbf{p}$  puis on intègre de  $t_0$  à  $t_f$  :

$$\int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial t}, \mathbf{p} \right\rangle dt = \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right] \hat{\mathbf{x}} + \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right] \hat{\alpha}, \mathbf{p} \right\rangle dt$$

Après intégration par parties, on obtient

$$\langle \hat{\mathbf{x}}(t_f), \mathbf{p}(t_f) \rangle - \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}, \hat{\mathbf{x}} \right\rangle dt = \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right] \hat{\mathbf{x}} + \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right] \hat{\alpha}, \mathbf{p} \right\rangle dt \quad (2.9)$$

Les opérateurs  $[\partial M / \partial \mathbf{x}]$  et  $[\partial M / \partial \alpha]$  étant linéaires, on peut appliquer la propriété 2.8 en dimension finie pour les termes du second membre de l'équation précédente. Il vient donc :

$$\begin{aligned} \left\langle \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right] \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{p} \right\rangle &= \left\langle \hat{\mathbf{x}}, \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \mathbf{p} \right\rangle \\ \left\langle \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right] \hat{\alpha}, \mathbf{p} \right\rangle &= \left\langle \hat{\alpha}, \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T \mathbf{p} \right\rangle \end{aligned}$$

où  $\left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right]^T$  est la transposée de la Jacobienne par rapport à la variable d'état et  $\left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T$  la transposée de la Jacobienne par rapport aux paramètres (i.e opérateurs adjoints des opérateurs linéaires correspondants). L'équation 2.9 peut donc être réarrangée de la façon suivante :

$$\langle \hat{\mathbf{x}}(t_f), \mathbf{p}(t_f) \rangle = \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \mathbf{p}, \hat{\mathbf{x}} \right\rangle dt + \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T \mathbf{p}, \hat{\alpha} \right\rangle dt \quad (2.10)$$

Cette équation peut être rapprochée de l'expression pour la dérivée directionnelle de la fonction objectif qui est rappelée ici :

$$\hat{J}_k(\bar{\alpha}, \hat{\alpha}) = \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}} \right\rangle dt + \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \phi}{\partial \alpha}, \hat{\alpha} \right\rangle dt \quad (2.11)$$

Aussi, avec l'objectif ultime d'éliminer la dépendance de  $\hat{J}_k(\bar{\alpha}, \hat{\alpha})$  par rapport à  $\hat{\mathbf{x}}$ , on considère que la variable adjointe  $\mathbf{p}$  sur laquelle nous n'avons imposé aucune contrainte pour le moment est régie par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \mathbf{p} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \\ \mathbf{p}(t_f) = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

En utilisant l'équation 2.12, de la combinaison de l'équation 2.11 avec l'équation 2.10 il vient

$$\hat{J}(\bar{\alpha}, \hat{\alpha}) = \langle \nabla_{\alpha} J, \hat{\alpha} \rangle = \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} - \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T \mathbf{p}, \hat{\alpha} \right\rangle dt$$

On obtient donc pour  $\nabla_{\alpha}J$ , le gradient de la fonction objectif par rapport aux paramètres une expression indépendante de  $\hat{x}$ .

$$\nabla_{\alpha}J = \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} - \left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T \mathbf{p} \right) dt \quad (2.13)$$

Le calcul du gradient ne nécessite plus le calcul de  $\hat{x}$  mais celui de  $\mathbf{p}$ , la variable adjointe régie par le système donné par l'équation 2.12. Ce système présente l'avantage d'être de complexité similaire au système direct et lié au choix particulier de la fonction objectif uniquement par le terme au second membre. De plus, il est indépendant des dérivées de Gateaux pour  $x$  et pour  $\alpha$  (i.e  $\hat{x}$  et  $\hat{\alpha}$ ). Cependant, de par la présence du terme  $\left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T$ , si la résolution du système adjoint ne nécessite pas la connaissance de la variable d'état  $x$  dans le cas où  $M$  est linéaire en  $x$ , ceci n'est pas du tout le cas pour des systèmes non linéaires (Cacuci 2003). Ainsi, afin de calculer le gradient il faudra procéder aux étapes suivantes :

1. intégrer le modèle direct donné par l'équation 2.1 entre  $t_0$  et  $t_f$  pour calculer  $x$  ;
2. utiliser la variable d'état  $x$  pour intégrer le modèle adjoint donné par l'équation 2.12 de manière rétrograde entre  $t_f$  et  $t_0$  ;
3. puis enfin utiliser la variable adjointe  $\mathbf{p}$  pour calculer le gradient à l'aide de l'équation 2.13

En définitive, quelle que soit la dimension  $n_p$  de l'espace de contrôle, un unique enchaînement des trois étapes qui viennent d'être décrites (coût de calcul indépendant de  $n_p$ ) permettra de calculer de manière exacte (pas d'erreur de troncature) toutes les composantes du gradient d'une fonction objectif scalaire.

Si l'on se place du point de vue de l'estimation du contrôle optimal  $\alpha^*$  minimisant une fonction objectif  $J$ , l'utilisation de l'approche dite variationnelle en analyse non-linéaire implique que la recherche d'une solution au problème original (problème inverse en l'occurrence ) est opérée en considérant le problème équivalent de trouver un point critique d'une fonctionnelle. Ainsi, si l'on adapte le point de vue de l'optimisation, la théorie peut conduire à la résolution de problèmes variationnels. Il est possible de transformer un problème d'optimisation sous-contraintes en un problème d'optimisation sans contraintes pouvant être résolu avec des algorithmes de type descente relativement classiques et très performants. La méthode consiste à adjoindre l'équation d'état comme contrainte de la fonction coût à minimiser. La fonction  $J$  et son Lagrangien augmenté auront les mêmes extrema, solutions de l'équation de Euler-Lagrange. On peut montrer que l'on aboutit exactement au même résultat en définissant le Lagrangien associé au problème d'optimisation sous-contraintes. La contrainte réside en l'équation d'état du modèle dynamique et les multiplicateurs de Lagrange regroupés dans un vecteur  $\lambda$  correspondant à la variable adjointe  $\mathbf{p}$  mentionnée ici. Ils doivent donc vérifier le même système adjoint afin que l'on obtienne une relation explicite pour  $\nabla_{\alpha}J$ .

Si la capacité de calculer de manière très efficace les dérivées d'une fonction scalaire pour un espace de contrôle de dimension très importante ouvre de nombreuses perspectives pour l'analyse et le contrôle de systèmes naturels ou industriels spatialement distribués (Le Dimet et Talagrand 1986), l'implémentation d'une telle approche requiert l'implémentation potentiellement laborieuse et délicate des termes  $\left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T$  et  $\left[ \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right]^T$ . Il est important de garder à l'esprit pour la suite que les principales caractéristiques de cette approche sont la dérivation et la transposition de l'opérateur représentant le modèle dynamique.

Enfin, si l'on considère une fonction objectif vectorielle de dimension  $n_r$  plutôt que la fonction scalaire  $J$  utilisée jusqu'à présent, les dérivées partielles à calculer sont regroupées au sein d'une matrice jacobienne de la forme

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial J_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial J_1}{\partial \alpha_{n_p}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial J_{n_r}}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial J_{n_r}}{\partial \alpha_{n_p}} \end{pmatrix}$$

L'efficacité relative de l'approche variationnelle directe et de la méthode de l'état adjoint va dépendre du rapport entre  $n_p$  et  $n_r$ . Lorsque  $n_p \ll n_r$  l'approche variationnelle directe sera la plus efficace pour évaluer la Jacobienne colonne par colonne. Dans le cas contraire bien plus courant où  $n_p \gg n_r$ , c'est la méthode de l'état adjoint qui sera la plus profitable. Lorsque la différence entre les dimensions est moins tranchée, en fonction des caractéristiques du modèle et de son implémentation numérique l'approche variationnelle directe l'emportera souvent sur la méthode de l'état adjoint.

## 2.2 Considérations pratiques liées à l'implémentation numérique

Une solution analytique n'étant en général pas envisageable, le recours au calcul numérique est indispensable pour la résolution du système direct et le calcul des dérivées. Nous nous proposons dans cette section de discuter les considérations pratiques relatives au développement et à la validation de codes permettant un calcul précis et efficace des dérivées d'une fonction scalaire ou vectorielle par rapport aux variables de contrôle de la modélisation.

### 2.2.1 Des stratégies de développement généralement non équivalentes

Si l'on revient aux étapes de la modélisation décrites par la figure 1.5, le passage du modèle perceptuel à l'objet algorithmique utilisé en pratique fait intervenir les phases classiques inhérentes à tout exercice de modélisation. Plus particulièrement, la mise en œuvre d'un modèle de type mécaniste implique typiquement la formulation d'équations de conservation (le plus souvent équations aux dérivées partielles) qui seront discrétisées (en temps et en espace) pour former un système d'équations algébriques. Ce dernier sera implémenté par un algorithme, traduit dans un langage de programmation pour enfin donner le code source réalisant une suite d'opérations permettant de simuler la relation pluie-débit. S'il existe en hydrologie de nombreux cas où la formulation résultant du modèle perceptuel est directement de type algorithmique, nous reviendrons un peu plus loin sur ce point et nous allons nous restreindre pour le moment au cadre classique d'application des méthodes variationnelles : les modèles basés sur des équations aux dérivées partielles (Lions 1968).

Comme nous avons pu le constater à la section précédente l'approche variationnelle est d'abord basée sur une linéarisation de la transformation entre variables de contrôle et fonction objectif. En pratique, en fonction de la représentation du modèle direct (formulation continue, discrétisée ou code source implémentant le modèle) à partir de laquelle des opérations seront effectuées, plusieurs stratégies pourront être employées pour l'implémentation du modèle linéaire tangent et du modèle adjoint (figure 2.1). Plus particulièrement, les opérations de dérivation et de discrétisation ne commutent pas, les résultats obtenus seront généralement différents. L'approche continue consiste à linéariser le modèle continu puis à dériver le modèle adjoint

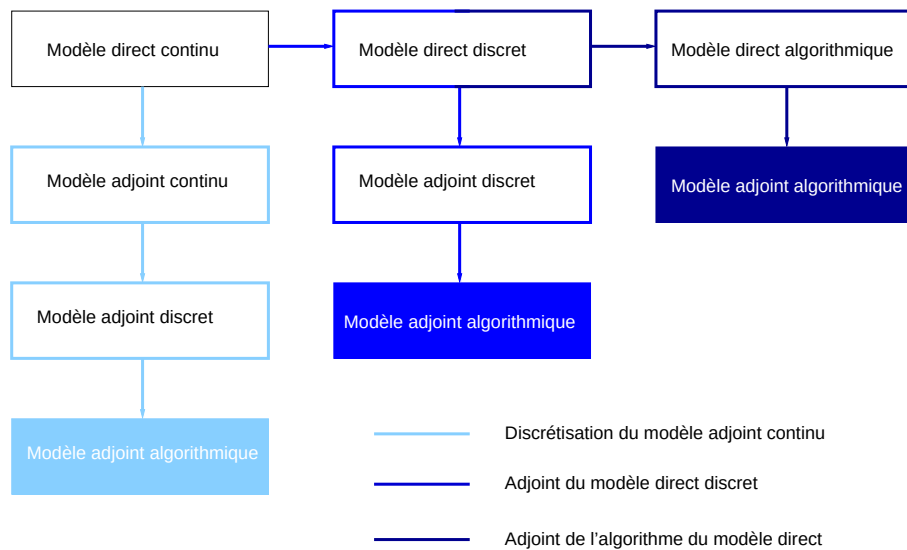


FIG. 2.1 – Aperçu des différentes approches possibles pour l’implémentation du code adjoint

à partir de ce système linéarisé. La discrétisation du modèle adjoint continu sera soumise aux choix de méthodes numériques (éventuellement différentes de celles adoptées pour la résolution du modèle direct) qui pourront avoir des conséquences sur la précision du gradient. La formulation mathématique du problème peut être traduite par de nombreux raffinements et simplifications (*i.e* opérateurs auto-adjoints). Cependant, cette méthode peut être très fastidieuse et ne produit pas un gradient exact de la fonctionnelle discrétisée.

Dans le cadre de l’approche discrète, le modèle linéaire tangent puis le modèle adjoint sont dérivés à partir de la formation discrétisée du modèle direct. Assurant une parfaite compatibilité entre les modèles discrets, cette technique dans la plupart des cas fournira des dérivées d’une plus grande précision. L’un des avantages, souvent inexploité, de discrétiser avant de différentier réside dans le fait que les paramètres intervenant dans le processus de discrétisation pourront être considérés comme des variables de dérivation.

Pousser cette stratégie à l’extrême revient à effectuer les opérations de dérivation et de transposition directement à partir du code source implémentant le modèle. Alors que cette tâche peut s’avérer très laborieuse et source d’erreurs lorsqu’elle est effectuée manuellement, des avancées significatives d’autres disciplines connexes permettent d’envisager une automatisation de la différentiation algorithmique de programmes (*i.e* différentiation automatique, *cf* section 2.2.3).

Alors que la dérivation dans le cadre continu est le plus souvent présentée, c’est l’approche directe/algorithmique qui est généralement utilisée pour l’implémentation. S’il est communément admis que l’approche discrète/algorithmique est la plus appropriée pour l’obtention d’un gradient exact, dans certains cas, le schéma numérique (plus particulièrement le schéma temporel) adopté pour le modèle direct ne convient pas nécessairement au modèle adjoint et pourra produire des instabilités numériques (Sei et Symes 1995; Sirkes et Tziperman 1997; Griesse et Walther 2004). En résumé, comme cela est suggéré par Sandu *et al.* (2003), il n’y a pas de règle générale pour l’implémentation numérique d’un modèle adjoint. Seule une analyse approfondie du modèle direct associée à une procédure de validation rigoureuse permettent de garantir la

pertinence, la précision et l'efficacité du modèle adjoint.

Enfin, fait très important dans le cadre de ce travail de thèse, alors que les systèmes gouvernés par des équations aux dérivées ordinaires ou partielles constituent le cadre classique d'application des méthodes variationnelles, l'avènement d'outils performants pour la différentiation de programmes ouvre de nouvelles perspectives d'applications à des modèles basés sur un formalisme mathématique *moins sophistiqué*. Des exemples très représentatifs d'applications des méthodes variationnelles à de tels modèles sont proposés par Wu (2005) et Lauvernet (2005) dans le cadre de la modélisation du fonctionnement de la végétation, respectivement à l'échelle de la plante et à l'échelle de la parcelle.

En ce qui concerne la modélisation hydrologique, si la formulation mathématique d'un nombre important de modèles issus de l'approche systémique (cf. section 1.3.2.3, modèles globaux ou semi-distribués, basés sur des indices de similarité ...) peut être rapprochée d'équations différentielles ordinaires (ex. Kavetski *et al.* (2003)), il existe dans un nombre important de cas où il n'existe pas de formulation continue pour le modèle direct. Les modèles *GR* (Génie Rural) développés au Cemagref en sont un exemple type. Il s'agit d'une série de réservoirs inter-connectés dont le stock est altéré (transferts, termes sources et termes puits) par des lois très simples, souvent discontinues, contrôlées par des paramètres empiriques (Perrin 2000).

Alors que la circulation atmosphérique à l'échelle synoptique<sup>1</sup> peut être représentée par des équations aux dérivées partielles classiques, les processus de méso-échelle tels que la convection, la condensation, ou la diffusion verticale impliquent des processus à seuil ou fortement non-linéaires. S'il existe en météorologie une question suscitant un intérêt croissant, c'est bien celle liée aux avantages et inconvénients relatifs à l'introduction d'une physique plus complexe, plus réaliste mais *moins sympathique* dans le modèle direct qu'il est nécessaire de différencier pour mettre à jour la condition initiale du modèle par assimilation de données (cf. section 2.3.1).

### 2.2.2 Problèmes liés à la linéarisation d'une physique contenant des processus à seuil

Dans le cas d'une formulation continue, différentiable mais fortement non-linéaire, si le bien fondé du calcul des dérivées n'est pas remis en cause, leur utilité peut être sujette à discussion. En effet, il est important de rappeler que même si elles peuvent être calculées de façon exacte, les dérivées sont le plus souvent du premier ordre et peuvent se révéler limitées pour extrapoler une dynamique fortement non-linéaire. Dans un tel cas de figure, lorsqu'une perturbation d'amplitude trop importante est effectuée, les variations résultantes sur les variables pronostiques sont parfois éloignées d'une véritable propagation non-linéaire (Mahfouf 1999; Fillion et Bélair 2004). Ceci va dépendre principalement de la dynamique du modèle et du point de l'espace de contrôle où les dérivées sont évaluées. A titre d'illustration, une localisation différente dans l'espace de la condition initiale sur les variables d'état peut se traduire par des propriétés très différentes d'un point de vue temporel : Errico (1997) souligne que les résultats de la linéarisation demeurent généralement valides jusqu'à 3 jours à l'échelle synoptique mais que le délai peut être largement réduit lorsque certains processus de méso-échelle ont une influence significative sur les variables pronostiques.

Lorsque la formulation mathématique du modèle implique des processus à seuil, comme cela est précisé

---

<sup>1</sup>ordre de grandeur de quelques milliers de kilomètres pour les dimensions horizontales, de quelques kilomètres pour la dimension verticale et de quelques jours pour la durée

par Bao et Warner (1993) ceci se traduit par des instructions conditionnelles (souvent dénommés *on/off switches* dans la littérature) dans le code source implémentant le modèle. En fonction de la configuration du seuil, on pourra dans certains cas se retrouver avec une fonction continue mais non-différentiable sur tout son intervalle de variation ou carrément avec une fonction discontinue en certains points.

Un choix encore relativement courant consiste à ne considérer qu'une physique simplifiée pour la dérivation du modèle adjoint. Cependant, l'introduction d'une physique plus proche de la véritable dynamique atmosphérique semble fournir des résultats prometteurs (Navon *et al.* 1992). Face à ce constat, la prise en compte d'une physique plus réaliste semble incontournable et différentes stratégies peuvent être mises en oeuvre :

- modifier le modèle direct en développant une physique continue et différentiable (Zupanski 1993; Janisková *et al.* 1999; Laroche *et al.* 2002) ;
- garder les seuils dans la formulation du modèle linéaire tangent et du modèle adjoint (Zou *et al.* 1993; Zou 1997) ;
- développer un formalisme dédié à ce problème comme ceux proposés par Xu (1996) et Mu et Wang (2003), comparés par Xu (2007).

L'utilisation de la différentiation automatique revient à adopter l'approche dite *classique* proposée par Zou *et al.* (1993). Nous reviendrons un peu plus loin sur les principales conséquences de ce choix de développement.

## 2.2.3 Différentiation algorithmique de programmes, précision et efficacité

### 2.2.3.1 Principes généraux

La différentiation algorithmique exploite le fait que n'importe quel programme informatique n'est que la composition d'opérations élémentaires, opérations qui peuvent être différenciées analytiquement en utilisant les règles de dérivation usuelles. L'objectif est donc d'appliquer ces règles à l'algorithme implémentant le modèle direct afin de construire un nouveau programme calculant les dérivées. Une fois les règles de dérivation connues, l'opération est très simple mais sujette à erreurs lorsqu'elle est effectuée manuellement. Depuis environ deux décennies, il existe des outils informatiques permettant de l'effectuer automatiquement : les outils de différentiation automatique<sup>2</sup>. Même ceux-ci sont de plus en plus performants, il ne demeurent pour le moment qu'une aide, une assistance très précieuse automatisant une part importante de la différentiation algorithmique de fonctions représentées par des programmes.

Si l'on considère une fonction  $f : X \in \mathbb{R}^n \mapsto Y \in \mathbb{R}^m$  implémentée par un programme  $P$ . La séquence de  $p$  instructions correspondant à  $P$  est donnée par

$$I_1; I_2; \dots; I_{p-1}; I_p; \quad (2.14)$$

qui peut être d'un point de vue mathématique représentée par une composition de fonctions

$$f = f_p \circ f_{p-1} \circ \dots \circ f_1 \quad (2.15)$$

---

<sup>2</sup>cf <http://www.autodiff.org> pour un site entièrement dédié à cette très active discipline scientifique

Si l'on applique les règles de dérivation classiques, la dérivée de  $f$  au point  $X$  est donnée par

$$\begin{aligned} f'(X) &= (f'_p \circ f_{p-1} \circ f_{p-2} \circ \dots \circ f_1(X)) \\ &\quad \cdot (f'_{p-1} \circ f_{p-2} \circ \dots \circ f_1(X)) \\ &\quad \cdot \dots \\ &\quad \cdot (f'_1(X)) \end{aligned} \quad (2.16)$$

où chaque  $f'_k$ , dérivée de la fonction  $f_k$  est une matrice jacobienne. Si l'on suppose que  $W_0$  représente l'état initial des variables dépendantes, on peut écrire  $W_k = f_k(W_{k-1})$ . La variable  $W_k$  correspond ici aux valeurs des variables dépendantes après l'exécution de  $k$  instructions du programme  $P$ . L'équation 2.16 peut donc être réécrite de façon suivante :

$$f'(X) = f'_p(W_{p-1}) \cdot f'_{p-1}(W_{p-2}) \cdot \dots \cdot f'_1(W_0) \quad (2.17)$$

Ainsi, le calcul de la matrice Jacobienne  $f'(X)$  nécessite le calcul et la multiplication des matrices jacobienne élémentaires  $f'_k(W_{k-1})$ . Dans le cas où  $n$  et  $m$  sont de dimensions raisonnables,  $f'(X)$  et les matrices jacobienne élémentaires peuvent être calculées et stockées en mémoire. Cependant, cela n'est pas toujours envisageable et nécessaire en pratique. Parmi les problèmes fréquemment rencontrés pour l'analyse et le contrôle de grands systèmes, beaucoup impliquent le calcul d'une dérivée directionnelle pour une fonction vectorielle ou le calcul du gradient pour une fonction scalaire. A travers une linéarisation du modèle original, la dérivée directionnelle permet de propager l'incertitude sur les variables indépendantes vers des variables dépendantes. L'optimisation de la variable de contrôle  $X$  impliquant dans la plupart des cas la formulation d'une fonction scalaire des variables dépendantes (fonction coût, critère de performance), le calcul du gradient de cette fonction permet l'utilisation d'algorithmes d'optimisation très performants. Dérivées directionnelles et gradients peuvent être obtenus respectivement avec les mode direct et inverse de la différentiation algorithmique. Afin d'illustrer leur fonctionnement, nous prendrons comme exemple la composition de fonctions suivante :

$$\begin{aligned} v_3 &= 2.0v_1 + 5.0 \\ v_4 &= v_3 + p_1 \frac{v_2}{v_3} \end{aligned} \quad (2.18)$$

en considérant pour simplifier que les  $v_i$  ( $i = 1 \dots 5$ ) sont à la fois variables dépendantes et indépendantes.

### 2.2.3.2 Mode direct

L'objectif du mode direct est de calculer les variations du premier ordre  $\dot{Y}$  résultant de variations  $\dot{X}$  sur les facteurs d'entrée. Par définition elles sont données par  $\dot{Y} = f'(X)\dot{X}$ . De l'emploi des notations utilisées précédemment, il résulte l'expression

$$\dot{Y} = f'_p(W_{p-1}) \cdot f'_{p-1}(W_{p-2}) \cdot \dots \cdot f'_1(W_0) \cdot \dot{X} \quad (2.19)$$

Les produits Matrice  $\times$  Matrice étant bien plus coûteux que les produits Matrice  $\times$  Vecteur, elle est naturellement évaluée de droite à gauche. Dans le cas du mode direct, les valeurs intermédiaires des variables dépendantes (ie les  $W_k$ ) sont requises dans le même ordre que celui calculé par le modèle direct. Il suffira donc d'introduire entre les instructions originales, celles correspondant au calcul des dérivées. Pour l'exemple mentionné précédemment, l'expression 2.19 se traduit par

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 &= 2\dot{v}_1 \\ \dot{v}_4 &= \dot{v}_3 \left( 1 - \frac{p_1 v_2}{v_3^2} \right) + \frac{p_1}{v_3} \dot{v}_2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

qui peut être mise sous forme matricielle afin de visualiser les matrices jacobiniennes élémentaires

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{p_1}{v_3} & 1 - \frac{p_1 v_2}{v_3^2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ \dot{v}_4 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Le coût de calcul est proportionnel à  $n$  le nombre de variables indépendantes. En effet, si l'on prend l'intégralité de la matrice jacobienne  $f'(X)$ , il faudrait  $n$  produits scalaires pour évaluer  $f'(X)\dot{X}$ . Si l'on prend pour direction pour  $\dot{X}$  l'une des directions canoniques de l'espace  $\mathbb{R}^n$ , le vecteur  $\dot{Y}$  va constituer l'une des colonnes de la matrice jacobienne  $f'(X)$ . Dans le cas d'une réponse scalaire (*i.e*  $m = 1$ ), il faudra donc  $n$  exécutions du modèle linéaire tangent (dans chacune des directions de l'espace de départ) qui va constituer l'unique ligne de la matrice jacobienne.

### 2.2.3.3 Mode inverse

Afin de rendre le coût de calcul du gradient d'une fonction scalaire indépendant de la dimension  $n$  de l'espace de contrôle, on fait comme dans le cadre continu appel à la notion d'adjoint d'un opérateur linéaire. On notera  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  les variables adjointes de  $X$  et  $Y$ . Comme nous l'avons vu précédemment, en dimension finie, la notion d'adjoint est réduite à la notion plus familière de transposée d'une matrice. L'adjoint du produit d'opérateurs linéaires étant le produit des adjoints de ces opérateurs dans le sens inverse, il vient donc

$$\bar{X} = f_1'^T(W_0) \cdot f_2'^T(W_1) \cdot \dots \cdot f_{p-1}'^T(W_{p-2}) f_p'^T(W_{p-1}) \cdot \dots \cdot \bar{Y} \quad (2.22)$$

Encore une fois, le calcul est bien plus efficace de gauche à droite. Pour l'exemple mentionné précédemment, l'expression 2.22 se traduit par

$$\begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{p_1}{v_3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 - \frac{p_1 v_2}{v_3^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Le coût de calcul est proportionnel à  $m$  le nombre de variables dépendantes. En effet, si l'on prend l'intégralité de la matrice jacobienne  $f'(X)$ , il faudrait  $m$  produits scalaires pour évaluer  $f'(X)^T \bar{Y}$ . Si l'on prend pour direction pour  $\bar{Y}$  l'une des directions canoniques de l'espace  $\mathbb{R}^m$ , le vecteur  $\bar{X}$  va constituer l'une des lignes de la matrice jacobienne  $f'(X)$ . Dans le cas d'une réponse scalaire (*i.e*  $m = 1$ ), la méthode va donc permettre d'évaluer le gradient pour un coût de calcul indépendant de  $n$ . La résolution de nombreuses problématiques liées à la modélisation peut bénéficier de cette caractéristique du mode inverse.

Cependant, contrairement au mode précédent, on a besoin des  $W_k$  dans l'ordre inverse de leur calcul par le modèle direct. Ainsi, le point le plus délicat du mode inverse est le stockage de la trajectoire déterminée par les instructions directes, stockage indispensable pour les modèles non-linéaires (Cacuci 2003). Sauvegarder l'intégralité de la trajectoire (stratégie dénommée *Store all* dans la littérature) en mémoire peut très rapidement devenir impossible de par les limitations des machines, la stocker sur fichiers ralonge considérablement le temps d'exécution. Le re-calcul systématique (*i.e* méthode *Recompute all*) des  $k - 1^{mes}$  instructions nécessaires à l'évaluation de  $W_k$  fait exploser le temps de calcul nécessaire à l'évaluation de

$\bar{X}$ . Aucune des deux approches n'étant envisageable pour des modèles complexes, la mise en œuvre de stratégies combinant *Store all* et *Recompute all* (méthodes de *checkpointing*) est la voie employée par la plupart des outils opérant en mode inverse.

#### 2.2.3.4 Principales difficultés et limitations

Au delà des difficultés résultant de l'évolution des langages de programmation (ex. pointeurs et allocations dynamiques, codes orientés objets ...) il subsiste des problèmes conceptuels limitant le potentiel de la différenciation automatique.

La première, souvent négligée, réside dans le fait que la formulation algorithmique du modèle mathématique/numérique implémenté par le code direct peut comporter des fonctions ayant des points de non-différentiabilité (Griewank 1995) ou/et des instructions conditionnelles contrôlées par des variables dépendantes (Kearfott 1996; Bischof 2000). Le programme à dériver n'est différentiable que par morceaux et le résultat donné par la dérivation d'un tel code n'est qu'un sous-gradient (élément du sous-différentiel, cf annexe A).

Dans le premier cas, malgré quelques tentatives (Hassold et Galligo 1996), il n'existe pas d'approche universelle pour traiter les points singuliers et le traitement approprié requiert une intervention de l'utilisateur. Dans le second, on retrouve tout simplement l'équivalent algorithmique du problème discuté en section 2.2.2. Qu'elles proviennent où pas de seuils physiques, les instructions conditionnelles génèrent différents flots de contrôle compromettant la continuité des dérivées. Plutôt que d'étudier des extensions de la notion de dérivée, Araya-Polo (2006) propose une technique visant à caractériser le domaine autour des valeurs nominales courantes pour lequel le contrôle reste constant et la différentiabilité conservée (*i.e* domaine de validité des dérivées). Au cours de nos travaux, cette fonctionnalité a été implémentée à travers le mode de dérivation directe de l'outil TAPENADE que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

D'autre part, la différenciation de solveurs itératifs et d'intégrateurs numériques n'est pas toujours triviale et différentes techniques sont proposées afin que l'adjoint du schéma numérique linéarisé assure la convergence des dérivées (Griewank *et al.* 1993; Gilbert 1992; Eberhard et Bischof 1999; Walther 2007). Cependant, dans beaucoup de cas, des résultats satisfaisants sont obtenus sans intervention de l'utilisateur avec le même nombre d'itérations que le schéma numérique du modèle direct.

Pour terminer, nous avons vu précédemment que l'efficacité du mode inverse s'accompagne de difficultés d'implémentation pour les modèles non-linéaires. Les techniques de *checkpointing* mentionnées précédemment contribuent généralement à réduire de manière significative le coût calcul ou mémoire mais aucune d'entre elles n'est optimale dans toutes les configurations possibles. Pour des applications très complexes impliquant des modèles de dimension importante, la mise en œuvre d'un schéma de *checkpointing* optimal nécessitera généralement l'intervention d'un utilisateur expérimenté (très bonne connaissance du modèle direct et de la différenciation algorithmique). Les outils de différenciation automatique essayent d'évoluer vers la prise en compte de directives placées par l'utilisateur et directement prises en compte au cours de la dérivation (Hascoet et Araya-Polo 2006).

### 2.2.3.5 L'outil TAPENADE pour la transformation de sources

Les premiers outils de différentiation automatique pour les langages de programmation FORTRAN et C datent des années 90 (ODYSSÉE et ADOL-C). Un nombre important des outils largement utilisés dans de nombreux domaines d'applications sont référencés à l'URL <http://www.autodiff.org>. Il existe deux principaux types d'implémentation de ces outils :

1. la **surcharge d'opérateurs** où chaque variable est remplacée par un couple, variable et différentielle, chaque opération élémentaire est surchargée pour effectuer les calculs relatifs à la fois aux variables directes et à leurs différentielles. Ceci présente l'avantage d'obtenir un programme inchangé. Cependant, l'exécution est plus lente et l'implémentation du mode inverse est très délicate.
2. la transformation **source à source** qui consiste à déclarer explicitement les nouvelles variables et structures de données nécessaires au dérivées et à l'ajout de nouvelles instructions réalisant le calcul de ces dérivées. Ceci implique de très importantes modifications au programme original.

Même s'il existe des moyens pour contourner ces obstacles, la surcharge d'opérateurs n'est pas supportée par tous les langages de programmation et rend la mise en œuvre du mode inverse plus délicate. L'outil TAPENADE dont nous allons brièvement décrire les caractéristiques principales dans cette section est basé sur la transformation de sources.

Au sein de l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), les travaux sur la différentiation automatique de fonctions représentées par des programmes (Rostaing et Dalmas 1991; Gilbert *et al.* 1991) ont conduit au développement d'un outil, dénommé ODYSÉE, de différentiation automatique basé sur la transformation de sources traitant les programmes écrits en FORTRAN 77 (Rostaing *et al.* 1993). Alors que les travaux ont été entamés dès 1999, depuis 2002 une évolution du système ODYSÉE, disponible à l'URL <http://www-sop.inria.fr/tropics/>, a été développée au sein du projet TROPICS de l'INRIA. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons choisi ce système, TAPENADE (Tangent and Adjoint PENultimate Automatic Differentiation Engine - (Hascoët et Pascual 2004)) pour l'implémentation des codes linéaires tangents et adjoints des modèles hydrologiques décrits en sections 3.1 et 4.1.

Dans un premier temps, après spécification des variables dépendantes et indépendantes, une analyse d'activité détecte les variables actives qui dépendent de manière différentiable des entrées  $X$  et qui influencent les résultats  $Y$ . Il utilise la transformation de source pour effectuer la différentiation en code direct et inverse de programmes FORTRAN 77 ET 95. Encore relativement récente, l'extension aux formalités du FORTRAN 95 (Pascual et Hascoët 2005) permet de prendre en charge quasiment toutes les fonctionnalités mises à part les pointeurs et l'allocation dynamique.

En ce qui concerne la délicate mise en œuvre du modèle direct, TAPENADE propose un compromis entre re-calcul et stockage en plaçant systématiquement un *checkpoint* à chaque appel de procédure. L'efficacité du compromis dépendant de la complexité du programme et de la physionomie du graphe d'appel, depuis peu l'utilisateur expérimenté peut placer des directives afin de supprimer certains des *checkpoints*. D'autre part, par défaut, une analyse approfondie est effectuée afin de déterminer les instructions du code direct nécessaires au calcul des dérivées et les variables intermédiaires qu'il est nécessaire de sauvegarder (Hascoët *et al.* 2004). Étant donné que cela a pour conséquence que les variables dépendantes directes ne

sont plus nécessairement calculées correctement, cette optimisation peut être désactivée.

En dehors du mode direct et du mode inverse permettant de calculer dérivées directionnelles, gradients ou la matrice jacobienne de la transformation, TAPENADE propose un mode tangent multi-directionnel permettant de calculer en une seule exécution des instructions directes plusieurs dérivées directionnelles. De plus, l'utilisation successive (dans un ordre à déterminer) des modes de dérivation classiques permettra d'évaluer des dérivées d'ordre supérieur, des produits hessien-vecteur ou bien d'autres quantités utiles à l'analyse et au contrôle de modèles numériques.

### 2.2.3.6 Exemple didactique en hydrologie : modèle réservoir

Afin d'illustrer l'utilisation de la différentiation automatique pour le développement des codes linéaires tangents et adjoint on se propose de prendre comme modèle direct un modèle réservoir<sup>3</sup> très simple dont le fonctionnement est représenté par la figure 2.2. L'état du réservoir est régi par une loi de vidange mais

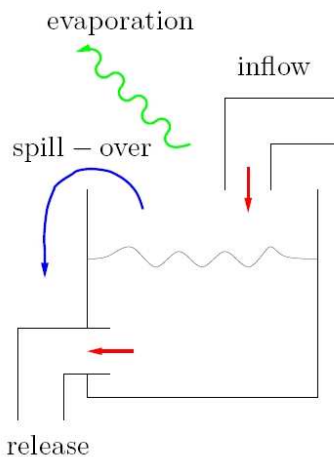


FIG. 2.2 – Vue schématique du modèle réservoir

également influencé par les termes sources et puits que sont l'alimentation du réservoir et l'évaporation. Au delà de la capacité maximale du réservoir, il y a débordement. La réponse d'intérêt pour notre utilisateur est l'état du réservoir à la fin de la période de simulation. Le code source (en fortran) implémentant le modèle précédent direct du modèle est donné par

---

<sup>3</sup>inspiré d'un cours donné par Patrick Heimbach and Dimitris Menemenlis au Massachusetts Institute of Technology (MIT)

```

subroutine tank(nb_dt,dt,infl,evap,capac,stor_ini,resp)      !
  !Initialisation du stockage du réservoir                  !
  storage(0)=stor_ini                                       !I1
  !Boucle en temps                                           !
  do t=1,nb_dt                                              !
    !Loi de vidange à partir stockage                        !
    release(t)=0.8*storage(t-1)**0.7                       !I2
    !Valeur temporaire pour le stockage                     !
    nominal=storage(t-1)+dt*(infl(t)-release(t)-evap(t))   !I3
    !Débordement si capacité maximale atteinte             !
    spill(t)=MAX(nominal-capac,0.)                          !I4
    !Mise à jour du stockage                                !
    storage(t)=nominal-spill(t)                             !I5
    !Total de l'eau relâchée                                !
    out(t)=release(t)+spill(t)/dt                          !I6
  end do                                                    !
  !Calcul de la réponse                                     !
  resp=storage(nb_dt)                                       !I7
end                                                         !

```

Les déclarations et initialisations ne sont pas reportées afin d'alléger la présentation. Les principales instructions composant le modèle sont numérotées de *I1* à *I7*. Imaginons que l'objet de notre étude est de mieux comprendre l'influence de la capacité initiale du réservoir sur son contenu en fin de période. La problématique peut être également un problème d'optimisation dont l'objectif est de déterminer la capacité initiale à garantir afin d'atteindre un niveau de remplissage donné en fin de période. Notre variable dépendante sera donc *resp* déterminée par la variable indépendante *stor\_ini* représentant le niveau initial du réservoir. La dérivation du modèle original en mode direct avec l'outil TAPENADE donne le résultat suivant :

```

subroutine TANK_D(nb_dt, dt, infl, evap, capac, stor_ini, !
+      stor_inid, resp, respd) !
      stored(0) = stor_inid !I1_D
      storage(0) = stor_ini !I1
!Initialisation TL variables dépendantes intermédiaires !
      do iil=1,nb_dt !
          released(iil) = 0.D0 !
          spilld(iil) = 0.D0 !
      enddo !
!Boucle en temps !
      do t=1,nb_dt !
          released(t) = 0.8*0.7*storage(t-1)**(-0.3) !
+      *stored(t-1) !I2_D
          release(t) = 0.8*storage(t-1)**0.7 !I2
          nominald = stored(t-1) - dt*released(t) !I3_D
          nominal = storage(t-1) + dt*(infl(t)-
+      release(t)-evap(t)) !I3
!I4 MAX fonction intrinsèque non différentiable !
!transformée en instruction conditionnelle !
          if (nominal - capac .LT. 0.) then !
              !I4.1 branche pas de débordement !
              spilld(t) = 0.D0 !I4.1_D
              spill(t) = 0. !I4.1
          else !
              !I4.2 branche avec débordement !
              spilld(t) = nominald !I4.2_D
              spill(t) = nominal - capac !I4.2
          end if !
          stored(t) = nominald - spilld(t) !I5_D
          storage(t) = nominal - spill(t) !I5
!I6 Instruction non différenciée car non !
!influyente sur la variable dépendante !
          out(t) = release(t) + spill(t)/dt !I6 (inutile)
      enddo !
      respd = stored(nb_dt) !I7_D
      resp = storage(nb_dt) !I7
end !

```

où les instructions dérivées sont également numérotées. Toutes les expressions sont différenciées par rapport à toutes les variables dépendant directement ou indirectement de `stor_ini`. A titre d'exemple, *I3* est également dérivée par *release* et *I5* par rapport à *nominal* et *spill*. Les instructions n'influençant pas la réponse (ex. *I6*) ne sont pas dérivées. Il est important de noter que nous avons ici une parfaite illustration du problème souligné précédemment. L'instruction déterminant à quels pas de temps il y a débordement n'est pas différentiable. Étant donné que les dérivées sont propagées à travers le flot de contrôle déterminé par les variables nominales du modèle direct, l'importance de la lame d'eau partant en débordement pourra être influencée mais pas le pas de temps auquel ce débordement se produit. L'utilisation du code linéaire tangent devrait donc être limitée à des perturbations `stor_inid` dont l'amplitude n'implique pas un changement de flot de contrôle. Cet intervalle de validité peut être évalué à l'aide de l'approche proposée par Araya-Polo (2006). De la dérivation du modèle original en mode inverse avec l'outil TAPENADE il résulte :

```

subroutine TANK_B(nb_dt, dt, infl, evap, capac, stor_ini, !
+      stor_inib, resp, respb) !
! %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% !
! %%% DIRECT & SAUVEGARDE TRAJECTOIRE %%% !
! %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% !
storage(0) = stor_ini !I1
do t=1,nb_dt !
  release(t) = 0.8*storage(t-1)**0.7 !I2
  nominal = storage(t-1) + dt*(infl(t)- !
    release(t)-evap(t)) !I3
  if (nominal - capac .LT. 0.) then !
    spill(t) = 0. !I4.1
    !Sauvegarde control flow !
    call PUSHINTEGER4(1) !S1.1
  else !
    spill(t) = nominal - capac !I4.2
    !sauvegarde control flow !
    call PUSHINTEGER4(0) !S1.2
  endif !
  !Sauvegarde dépendante avant modification !
  call PUSHREAL8(storage(t)) !S3
  storage(t) = nominal - spill(t) !I5
  out(t) = release(t) + spill(t)/dt !I6 (inutile)
  !Instruction I7 omise car le code adjoint ne !
  !calcule pas la réponse mais seulement les dérivées. !
enddo !
!Sauvegarde avant dernier indice de la boucle !
call PUSHINTEGER4(t - 1) !S4
! %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% !
! %%% ADJOINT & UTILILISATION TRAJECTOIRE %%% !
! %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% !
!Initialisation variables adjointes !
do iil=1,nb_dt !
  storageb(iil) = 0.D0 !
  releaseb(iil) = 0.D0 !
  spillb(iil) = 0.D0 !
enddo !
storageb(nb_dt) = respb !I7_B
!Récupération de l'avant dernier indice de la boucle !
call POPINTEGER4(ad_to) !PS4
!Boucle en temps rétrograde !
do t=ad_to,1,-1 !
  !Récupération sauvegarde variable dépendante !
  call POPREAL8(storage(t)) !PS3
  nominalb = storageb(t) !début I5_B
  spillb(t) = spillb(t) - storageb(t) !
  storageb(t) = 0.D0 !fin I5_B
  !Récupération du control flow du pas de temps courant !PS1.1 ou PS1.2
  call POPINTEGER4(branch) !
  if (branch .LT. 1) then !
    nominalb = nominalb + spillb(t) !début I4.2_B
    spillb(t) = 0.D0 !fin I4.2_B
  else !
    spillb(t) = 0.D0 !I4.1_B
  endif !
  releaseb(t) = releaseb(t) - dt*nominalb !I3_B
  storageb(t-1) = storageb(t-1) + 0.8*0.7 !début I2_B
+  *storage(t-1)**(-0.3)* !
+  releaseb(t) + nominalb !
  releaseb(t) = 0.D0 !fin I2_B
enddo !
stor_inib = storageb(0) !I1_B
end !

```

où l'on peut très clairement distinguer le code adjoint proprement dit, et la partie du code direct servant à obtenir les  $W_k$  (cf equation 2.22) en ordre inverse. Les variables dépendantes intermédiaires ainsi que des entiers permettant de mémoriser le flot de contrôle sont stockés dans une pile qui est relue par le code adjoint. La procédure de *checkpointing* de TAPENADE étant exécuté avant chaque appel de procédure, à l'échelle de cette subroutine le code obtenu reflète la stratégie *Store all*. Comme cela est souligné par (Cacuci 2003) dans un cadre théorique, lorsque le modèle est linéaire, les variables directes ne sont pas nécessaires au calcul des variables adjointes. On retrouve cette propriété dans le cadre discret : alors que la variable directe *storage* est utilisée dans l'expression adjointe de  $I2\_D$  (i.e  $I2\_B$ ) ceci n'est pas du tout le cas pour l'expression  $I3$ . TAPENADE adopte une approche conservative et calcule  $I2$  alors que la valeur de nominal n'est pas nécessaire pour le calcul de  $I3\_B$ . Dans ce cas précis, une approche conservative est totalement justifiée puisque grâce au calcul correct de nominal la variable *storage* enregistrée pour le calcul de  $I2\_B$  aura la valeur requise. Pour des structures de code plus complexes, certaines portions du code direct sont reproduites inutilement (dénommé *code mort*) et certaines sauvegardes ne sont pas nécessaires au calcul des dérivées. Avant utilisation, les codes différenciés, surtout lorsqu'ils sont ensuite optimisés manuellement doivent faire l'objet d'une procédure de validation très rigoureuse.

#### 2.2.4 Procédures de validation, une étape incontournable

Quel que soit le mode de dérivation, la validation des opérateurs linéaires tangents et adjoints est une étape incontournable. Si la différenciation automatique présente l'avantage d'éviter de nombreuses erreurs liées à l'écriture manuelle du code adjoint, les sources d'erreurs sont si nombreuses qu'il ne semble pas possible de s'affranchir d'une validation systématique.

Les tests classiques permettant d'effectuer un diagnostic sur l'opérateur adjoint et les dérivées partielles de la fonction objectif qui en résultent sont le **test du gradient** et le **test du produit scalaire**. Conformément aux notations adoptées, nous désignerons par  $A$  une fonction (composition modèle direct et fonction objectif) à valeurs scalaires à partir d'un vecteur de contrôle  $u$

$$\begin{aligned}\mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R} \\ u &\rightarrow A(u) = v\end{aligned}$$

$n$  étant la taille de l'espace de contrôle. On désignera donc  $\mathbf{A}$  le modèle linéaire tangent et par  $\mathbf{A}^T$  le modèle adjoint.

Côté algorithmique, le programme informatique représentant  $A$  sera noté  $P$ ,  $P_D$  le code linéaire tangent et  $P_B$  le code adjoint. Les variables  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $y \in \mathbb{R}$  relatives à chacun des opérateurs prendront également les suffixes  $D$  et  $B$ . Pour fixer les idées :

$$\begin{aligned}\delta u &= \mathbf{A}\delta v \Leftrightarrow (y, y_d) \leftarrow P_D(x, x_d) \\ \delta u^* &= \mathbf{A}^T\delta v^* \Leftrightarrow (y, x_b) \leftarrow P_B(x, y_b)\end{aligned}$$

Le gradient calculé à l'aide de la différenciation automatique est exact mais uniquement local. En effet, en fonction des valeurs nominales des conditions initiales, des conditions aux limites, des paramètres objectifs et subjectifs le *chemin d'exécution* ne sera pas le même au sein du code de calcul. Par exemple, pour des profondeurs de sols très importantes et une pluie modérée en durée et en intensité, le seuil sur la capacité de stockage du sous-sol ne sera pas activé. Il conviendra donc en menant le test pour une variété suffisante de facteurs d'entrée de valider l'ensemble des chemins d'exécution du code adjoint.

### 2.2.4.1 Test du produit scalaire

Étant donné que  $\mathbf{A}$  est un opérateur linéaire, on a donc par définition :

$$\langle \mathbf{A}u, v \rangle = \langle u, \mathbf{A}^T v \rangle$$

pour  $u$  et  $v$  quelconques. La vérification de cette propriété est donc le principe de base du test du produit scalaire. Il permet de valider l'état adjoint en assurant que l'opérateur implémenté est bien l'adjoint de l'opérateur linéaire tangent (validation des sauvegardes de trajectoires).

On valide donc l'état adjoint en vérifiant la propriété

$$\langle \mathbf{A}\delta u, \mathbf{A}\delta u \rangle = \langle \delta u, \mathbf{A}^T \mathbf{A} \delta u \rangle$$

La version algorithmique du test consiste à effectuer les étapes suivantes :

appel de  $\mathbf{P}_D(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d)$  pour le calcul de  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{y}_d$

on choisit  $\mathbf{y}_b = \mathbf{y}_d$

appel de  $\mathbf{P}_B(\mathbf{x}, \mathbf{y}_b)$  pour le calcul de  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{x}_b$

on vérifie que  $\mathbf{x}_b \langle \mathbf{y}_d, \mathbf{y}_d \rangle = \langle \mathbf{x}_b, \mathbf{x}_d \rangle$

Pour l'ensemble des tests effectués, la différence entre les deux produits scalaires n'est jamais de plus de  $10^{-15}$  en valeur absolue et  $10^{-7}$  en valeur relative.

### 2.2.4.2 Test du gradient

La précision du gradient est un élément capital pour son utilisation au sein d'un algorithme de descente. En effet, la valeur du gradient permet de déterminer la direction de descente appropriée pour la minimisation de la fonction coût en assimilation variationnelle. Une mauvaise direction de descente pourra altérer la vitesse de convergence de l'algorithme ainsi que la valeur optimale de la variable de contrôle déterminée par celui-ci. Afin de valider le calcul du gradient, on effectue un test fondé sur le développement de Taylor de la fonction  $A$ . Écrivons ce développement de Taylor au point  $u + \alpha\delta u$  situé dans un voisinage de  $u$  :

$$A(u + \alpha\delta u) = A(u) + \alpha \langle \nabla A(u), \delta u \rangle + o(\alpha \|\delta u\|^2) \quad (2.24)$$

On définit la fonction  $v(\alpha)$  par :

$$v(\alpha) = 1 - \frac{A(u + \alpha\delta u) - A(u)}{\alpha \langle \nabla A(u), \delta u \rangle} \quad (2.25)$$

L'exactitude du gradient pourra donc être évaluée par la vérification de la propriété

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} v(\alpha) = 0 \quad (2.26)$$

Ce test revient donc à comparer les gradients obtenus avec les codes linéaire tangent TL et adjoint AD avec le gradient évalué par différences finies. D'un point de vue algorithmique il faut donc évaluer :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} 1 - \frac{P(x + \alpha x_d) - P(x)}{\alpha y_d} \quad (2.27)$$

choix d'une direction de perturbation  $\mathbf{x}_d$   
calcul du gradient par **TL** ou **AD**  
. avec **TL**  
appel de  $\mathbf{P}_D(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d)$  pour le calcul de  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{y}_d$   
. avec **AD**  
 $\mathbf{P}_B(\mathbf{x}, \mathbf{y}_b)$  pour le calcul de  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{x}_b$   
calcul de  $\langle \mathbf{x}_b, \mathbf{x}_d \rangle$   
**for**  $k = 1, n$   
calcul de  $\alpha = 2^{-k}$   
appel de  $\mathbf{P}$  pour calcul de  $\mathbf{P}(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{x}_d)$   
évaluation de  $v(\alpha)$  par relation 2.27 ou 2.28  
**endfor**

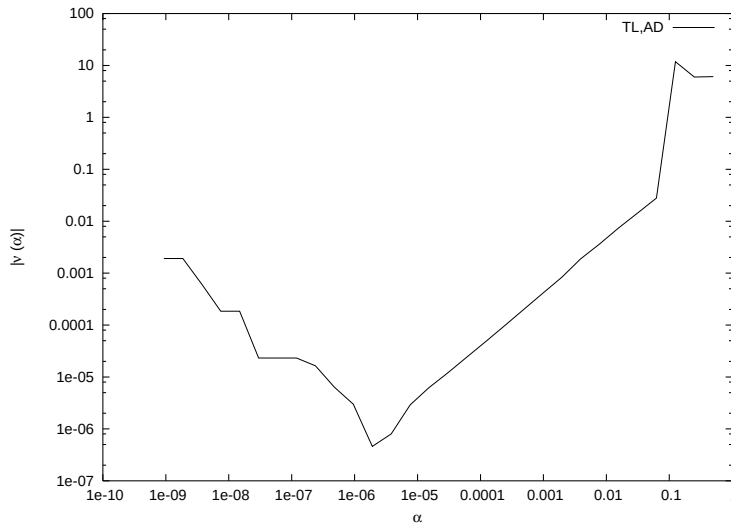


FIG. 2.3 – test gradient

ou

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} 1 - \frac{P(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{x}_d) - P(\mathbf{x})}{\alpha \langle \mathbf{x}_b, \mathbf{x}_d \rangle} \quad (2.28)$$

Le point de vue algorithmique peut se détailler dans les étapes suivantes :

Comme il a été précisé précédemment, le calcul du gradient est effectué au point  $\mathbf{x}$ , la partie du code validée par le test sera celle qui est active lors du calcul de  $\mathbf{y}$  pour le  $\mathbf{x}$  fixé. Autant du point de vue du modèle dynamique que de la fonction objectif, il sera donc nécessaire de valider l'ensemble des *branches calcul* conduisant de  $\mathbf{x}$  à  $\mathbf{y}$ .

La figure 2.2.4.2 présente les résultats obtenus avec une perturbation de 5% dans toutes les directions. Pour de petites valeurs de  $\alpha$ , l'erreur de troncature résultant de l'approximation de Taylor utilisée pour le schéma aux différences finies est très importante de par le caractère non-linéaire du modèle. Ensuite, le schéma aux différences finies étant du premier ordre, la convergence de l'approximation par différences finies est linéaire jusqu'à ce que les erreurs numériques prennent le dessus pour de petites valeurs de  $\alpha$ .

On présente les résultats obtenus pour une seule valeur de  $\mathbf{x}$ , la convergence étant similaire pour l'ensemble

des configurations testées. En effet, pour d'autres valeurs des variables de contrôle, des autres facteurs d'entrée du modèle ou pour les autres fonctions objectif, le comportement est semblable. La précision maximale atteinte (toujours de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-7}$ ) et le comportement pour d'importantes valeurs de  $\alpha$  sont tout de même affectés par la direction et l'amplitude de la perturbation. Il est important que les dérivées ne sont calculées que localement. La validation n'est donc également que locale et relative au flot de contrôle du modèle direct.

## 2.3 Principales applications pour l'analyse et le contrôle de systèmes géophysiques

Les méthodes variationnelles ont très largement contribué à de nombreuses applications environnementales parmi lesquelles la prévision en météorologie et en océanographie occupent une place de choix. Plus précisément, la capacité de la méthode de l'état adjoint à évaluer des dérivées d'une fonction, pour un coût de calcul indépendant du nombre de variables indépendantes a ouvert la voie à de nombreux travaux dédiés à l'analyse et au contrôle de systèmes complexes. La réanalyse et la prévision d'épisodes géophysiques uniques nécessite l'exploitation de données d'observation mais aussi la formulation de lois de conservation représentées par modèles mathématiques non-linéaires dont il faut assurer la fermeture par la prescription de paramètres, de conditions initiales et de conditions aux limites (*i.e* variables de contrôle).

Dans de nombreuses disciplines scientifiques, l'assimilation variationnelle de données a montré son potentiel pour la résolution du problème inverse posé par l'estimation des variables de contrôle à partir d'observations généralement éparses et pas nécessairement compatibles (physique, échelles spatiales/temporelles) avec les variables d'état du modèle d'évolution (couple modèles-données). Les sensibilités guidant la méthode de descente utilisée pour résoudre le problème d'optimisation résultant permettent également d'apprécier l'importance relative avec laquelle les variables de contrôle déterminent les variables pronostiques du système. Leur examen constitue un élément essentiel de l'analyse du comportement et de la stabilité du modèle mathématique. Lorsque le système d'observation est suffisamment flexible pour cela, l'analyse peut même guider le ciblage des observations afin que celles-ci soient acquises à l'endroit et à l'instant où elles sont les plus utiles pour améliorer la qualité de la prévision (Palmer *et al.* 1998). Au delà de la simulation déterministe, étant donné le coût de calcul souvent très important des modèles concernés, le problème fondamental de la prévision probabiliste (analyse d'incertitudes) est d'obtenir des solutions suffisamment éloignées (*i.e* dispersion d'ensemble, *ensemble spread*) pour un nombre minimum de réalisations des variables de contrôle. Ici encore, la méthode de l'état adjoint contribue à identifier les perturbations optimales produisant les variations les plus importantes sur les variables pronostiques (Borges et Hartmann 1992). Nous allons dans la suite de cette section décrire brièvement le principe et quelques applications pour l'assimilation de données et l'analyse de sensibilité : problématiques faisant partie du cadre de cette thèse et les plus fréquemment abordées avec les méthodes variationnelles.

### 2.3.1 Assimilation variationnelle de données

#### 2.3.1.1 Principe général

L'utilisation de l'approche variationnelle en analyse non linéaire implique que la recherche d'une solution au problème original (résolution d'une EDP, estimation de paramètres ...) est opérée en considérant le problème

équivalent de trouver un point critique d'une fonctionnelle. Afin d'estimer l'état du système (état initial), les paramètres ou les conditions aux limites, le principe de ces méthodes est de minimiser une fonctionnelle mesurant l'écart (au sens des moindres carrés) entre les résultats du modèle et les observations.

Si l'on se réfère à l'équation gouvernant le comportement du système (eq. 2.1), afin de contraindre les paramètres  $\alpha$  contrôlant les variables pronostiques  $x$ , on dispose d'observations  $z$  comparables aux variables simulées par le modèle grâce au modèle d'observation  $\phi$ . Si l'incertitude sur les observations  $z$  et sur l'information a priori sur les paramètres  $\alpha_{prior}$  peuvent être approchés par une densité de probabilité gaussienne,  $z$  et  $\alpha_{prior}$  peuvent être représentés par leur valeur moyenne et les matrices de covariance associées  $C_z$  et  $C_{\alpha_{prior}}$ . De plus, si la linéarisation donne une bonne approximation du modèle non linéaire  $\phi(x, \alpha)$ , composition de l'opérateur du modèle d'évolution et de celui du modèle d'observation, la distribution a posteriori de  $\alpha$  est aussi proche d'une gaussienne. Elle pourra donc être représentée par sa valeur moyenne  $\alpha_{post}$  et sa matrice de covariance a posteriori  $C_{\alpha_{post}}$  (Tarantola 1987). La combinaison de paramètres  $\alpha_{post}$  représente l'estimateur du maximum de vraisemblance de l'espérance de  $\alpha$  et minimise la fonction coût donnée par :

$$J(x, \alpha) = \frac{1}{2} \int_0^T \left[ (\phi(x, \alpha) - z)^T C_z^{-1} (\phi(x, \alpha) - z) \right] dt + \frac{1}{\varepsilon} (\alpha - \alpha_{prior})^T C_{\alpha_{prior}}^{-1} (\alpha - \alpha_{prior}) \quad (2.29)$$

Alors que le premier terme de l'équation 2.29 représente l'écart entre les variables simulées et les observations, le deuxième (pondéré par  $\varepsilon$ ) exprime une contrainte donnée par une connaissance a priori sur les paramètres du modèle. Les matrices de covariance expriment l'incertitude sur les mesures et sur les valeurs nominales a priori pour les variables de contrôle et peuvent être vues comme des poids influençant très largement la solution du problème inverse. Dans le cas de l'assimilation de données variationnelle destinée à estimer la condition initiale minimisant l'écart aux observations elles sont souvent dénommées matrices de covariance d'observations et matrice de covariance d'erreur d'ébauche.

Si ces matrices de covariance sont diagonales, on revient à la formulation moindres carrés classique où chacune des composantes de  $z$  et  $\alpha_{prior}$  reçoit un poids inversement proportionnel à l'incertitude qui lui est associée. L'utilisation de l'information a priori sur les variables de contrôle permet de transformer le problème inverse généralement mal posé, en problème inverse bien posé pour l'estimation des paramètres. Les valeurs de paramètres déviant de manière significative de leur valeur a priori seront donc associées à des valeurs importantes de la fonction coût (pénalisation), d'autant plus importantes que le sera le paramètre  $\varepsilon$  utilisé par cette méthode de régularisation proposée par Tikhonov et Arsenin (1977). Le choix du paramètre  $\varepsilon$  étant relativement délicat (*i.e* il change complètement le problème d'optimisation) il pourra faire l'objet d'une procédure itérative (régularisation adaptative). Cependant, dans la plupart des problèmes d'intérêt pratique il est fixé arbitrairement et demeure constant au cours de l'optimisation.

Les méthodes numériques d'optimisation pouvant fonctionner sans gradient sont de manière générale de convergence lente et très coûteuses en temps de calcul. En utilisant les méthodes classiques d'estimation du gradient, le coût de calcul des  $n_p$  quantités formant le gradient d'une fonction scalaire définie sur  $\mathbb{R}^p$  peut se révéler prohibitif pour des valeurs importantes de  $n_p$ . La méthode de l'état adjoint issue de la théorie de contrôle optimal permettant une évaluation précise et très efficace de  $\nabla_{\alpha} J$  quelle que soit la dimension  $n_p$  de  $\alpha$ , le problème inverse est donc résolu par minimisation de l'équation 2.29 par une méthode de descente le plus souvent de type quasi-newton (*cf.* annexe B). En utilisant la forme générale utilisée en section 2.1, le

système d'optimalité peut donc se résumer de la façon suivante :

$$\begin{array}{ll}
 \textbf{Modèle direct} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = M(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) \\ \mathbf{x}(0) = 0 \end{array} \right. \\
 \textbf{Modèle adjoint} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \left[ \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \mathbf{p} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \\ \mathbf{p}(T) = 0 \end{array} \right. \\
 \textbf{Gradient} & \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J = \int_0^T \left( \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\alpha}} - \left[ \frac{\partial M}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right]^T \mathbf{p} \right) dt \\
 \textbf{Condition nécessaire d'optimalité} & \nabla J_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\alpha}_{post}) = 0
 \end{array}$$

et l'algorithme d'optimisation destiné à estimer  $\boldsymbol{\alpha}_{post}$  se décomposer par les étapes :

Initialisation du vecteur de contrôle  $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^{(0)}$   
 ONE : Itération  $k$   
     Intégration du modèle direct de 0 à  $T$  pour calculer  $J$   
     Intégration du modèle adjoint de  $T$  à 0 pour déterminer  $\mathbf{p}$   
     Calcul de  $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J$  en  $\boldsymbol{\alpha}^{(k)}$   
     Calcul d'une direction de descente  $\mathbf{d}^{(k)}$   
     Calcul d'un pas de descente optimal  $\rho^{(k)}$  minimisant  $J$  suivant la direction  $\mathbf{d}^{(k)}$   
 GOTO ONE jusqu'à critère d'arrêt

Quelle que soit la variable de contrôle à estimer (paramètres, condition initiale, conditions aux limites), ce type d'approche permet la résolution de problèmes inverses pour des systèmes complexes. Comme cela est souligné par Zhang *et al.* (2000), d'un point de vue numérique, la distinction entre fonctions différentiables et non-différentiables est moins évidente. En pratique, une fonction montrant des variations rapides du gradient pourra être difficilement distinguée d'une fonction non lisse. Dans la plupart des cas, la direction de descente évaluée à partir du gradient calculé par la méthode de l'état adjoint dite *classique* (cf. section 2.2.2) fournit encore de bons résultats avec un algorithme d'optimisation différentiable de type quasi-newton (Zhang *et al.* 2000; Zhang *et al.* 2001; Zhu *et al.* 2002). Dans le cas contraire le sous-gradient calculé peut être également utilisé avec des méthodes d'optimisation non-différentiables telles que la méthode des faisceaux proposée par Lemaréchal (1976).

### 2.3.1.2 Principales applications et développements méthodologiques

L'utilisation de principes variationnels pour l'initialisation de modèles météorologiques a été proposée il y a maintenant plus d'un demi-siècle par Sasaki (1955). En rendant abordable le coût de calcul lié à l'ajustement des conditions initiales par assimilation de données, l'introduction des techniques de contrôle optimal pour les équations aux dérivées partielles (Lions 1968) en météorologie par Le Dimet (1982, Le Dimet et Talagrand (1986) a ouvert la voie à l'utilisation de ce formalisme pour la prévision opérationnelle. L'assimilation variationnelle est maintenant utilisée dans un nombre important de centres météorologiques, notamment au Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme (ECMWF) depuis 1997 et à MÉTÉO FRANCE depuis 2000. Une revue des applications du formalisme variationnel pour l'assimilation

de données en météorologie est proposée par Navon (2007).

La mise en œuvre d'un centre français d'océanographie opérationnelle MERCATOR<sup>4</sup> en 2002 ou des initiatives internationales telles que Global Ocean Data Assimilation Experiment (GODAE) pourraient bientôt conduire à un emploi similaire en océanographie (Ghil et Malanotte-Rizzoli 1991; Bennett 1992). Parmi les autres domaines d'application en sciences de l'environnement, des résultats très intéressants sont obtenus en chimie atmosphérique (Quélo 2004; Sandu *et al.* 2003; Sandu *et al.* 2005).

Alors que l'identifiabilité des paramètres a été et demeure une préoccupation majeure en hydrogéologie (Carrera et Neuman 1986; Sun et Yeh 1990b), l'un des premiers domaines d'application de la technique de l'état adjoint (Chavent 1974; Chavent 1991), les limites de la régularisation de Tikhonov n'ont pas fait couler beaucoup d'encre dans les grands domaines d'applications de l'assimilation variationnelle (Navon 1998; Navon 2007). En effet, l'objectif n'est pas de déterminer des caractéristiques qui sont sensées être uniques (en l'occurrence celles d'un aquifère) mais d'améliorer l'ébauche pour la condition initiale en restant cohérent avec la dynamique atmosphérique.

Lorsque l'assimilation variationnelle est implémentée pour des modèles de dimension importante, la dimension de l'espace de contrôle et la non-linéarité du modèle rendent généralement l'optimisation délicate et très coûteuse en temps de calcul. La formulation incrémentale proposée par Courtier *et al.* (1994) permet notamment d'obtenir une fonction coût à minimiser quadratique. En ce qui concerne la dimension du problème d'optimisation, la méthode des représentants de Bennett (1992), autrement appelée Physical Space Statistical Analysis System (PSAS), permet d'effectuer la minimisation dans l'espace des observations de dimension moins importante que l'espace d'état. Cette technique a été récemment employée en hydrologie de surface (échelle globale/régionale) par Reichle (2000). Une toute autre approche visant à réduire la taille de l'espace de contrôle et à accélérer la convergence de l'algorithme d'optimisation consiste à effectuer la minimisation dans un espace de dimension réduite généré par une base capturant la variabilité du système (Blayo *et al.* 1998; Robert *et al.* 2005). Plusieurs choix sont possibles pour ces vecteurs caractéristiques, une analyse comparative dans le cadre de l'assimilation variationnelle est proposée par Durbiano (2001).

En dehors des améliorations ou simplifications du formalisme original concernant une meilleure prise en compte des caractéristiques du modèle pour une optimisation efficace, des travaux importants portent sur une meilleure exploitation des données disponibles. En dehors des stratégies d'observation adaptatives (Navon *et al.* 2007; Daescu et Navon 2004), des travaux de recherche récents permettent d'envisager l'assimilation de nouveaux types de données. En ce sens, Nodet (2005) et Honnorat *et al.* (2006) se sont attaqués au problème de l'assimilation d'observations dont la position change au cours du temps (*i.e* données lagrangiennes). Dans le cadre de l'Action Concertée Incitative "Masse de Données", le projet ASSIMAGE<sup>5</sup> a également été consacré à l'étude de techniques d'assimilation de données image dans des modèles de simulation de fluides géophysiques.

D'autre part, en temps que représentation simplifiée de la réalité, quel que soit le degré de sophistication des lois de conservation et de leur formulation mathématique et numérique, le modèle dynamique est

---

<sup>4</sup><http://www.mercator-ocean.fr/>

<sup>5</sup><http://www-rocq.inria.fr/clime/assimage/>

imparfait (erreur de représentativité et discrétisation) et les observations à partir desquelles sont contraintes ses variables de contrôle sont incertaines.

Divers travaux se sont attaqués à ce problème de manière déterministe. On peut citer deux axes très prometteurs :

- la mise en œuvre de différentes stratégies pour la formulation et le contrôle de l'erreur modèle (Vidard *et al.* 2004; Tremolet 2006),
- l'analyse et la quantification de l'influence de l'incertitude liée aux observations (utilisées pour estimer les variables de contrôles) sur les variables pronostiques du modèle à l'aide de l'adjoint au second ordre (Le Dimet *et al.* 2002; Le Dimet et Shutyaev 2005; Gejadze *et al.* 2007).

Alors que l'incertitude sur les paramètres empiriques et sur les conditions aux limites n'est même pas encore prise en compte explicitement, les interactions entre ces deux sources d'erreur sont déjà de nature très complexe. Le Dimet *et al.* (2007) mettent en évidence cette interdépendance et plaident pour une évaluation de la qualité du système d'optimalité plutôt que de chacune de ses composantes prises séparément.

### 2.3.2 Analyse de sensibilité locale

L'analyse de sensibilité peut porter sur des champs vectoriels (variations spatio-temporelles d'une ou plusieurs variables) ou implique la formulation d'une fonction réponse scalaire caractérisant la question ultime posée au modèle (Saltelli *et al.* 2004) ou un aspect bien spécifique des variables pronostiques. Comme cela a été spécifié précédemment, dans le cadre déterministe, le formalisme le plus général (basé sur la notion de dérivée de Gâteaux) pour l'analyse de sensibilité de modèles non-linéaires est exposé par Cacuci (1981a). Le lecteur est invité à se référer à Cacuci (2003) pour une présentation récente du cadre théorique et à Cacuci *et al.* (2005) pour un recueil d'applications impliquant des modèles complexes.

La méthode de l'état adjoint permettant le calcul des dérivées d'une fonction scalaire pour un coût de calcul indépendant de la dimension de l'espace de contrôle, elle est très employée pour l'analyse de systèmes géophysiques et industriels complexes. Dans le cadre linéaire (Wigner 1945) comme dans le cadre non-linéaire (Hall et Cacuci 1983), l'interprétation des variables adjointes permet d'améliorer de manière totalement objective notre compréhension de la relation  $\alpha \rightarrow \mathbf{x} \rightarrow J(\mathbf{x}, \alpha)$ . L'analyse de leur répartition spatiale et de leur évolution temporelle est un outil de diagnostic très intéressant. Alors que la sûreté nucléaire et l'hydrogéologie sont parmi les premiers domaines d'applications, l'emploi de ce formalisme pour l'analyse de sensibilité se généralise à de nombreuses autres disciplines scientifiques telles que la circulation atmosphérique globale et méso-échelle, le transfert radiatif, la climatologie, l'hydrologie de surface, l'hydrogéologie ou l'hydraulique fluviale (Hall *et al.* 1982; Errico et Vukicevic 1992; Rabier *et al.* 1992; Margulis et Entekhabi 2001a; Sun et Yeh 1990a; Piasecki et Katopodes 1997). L'extension du formalisme à d'autres types de réponses, de fonctionnelles à des opérateurs dépendent du temps ou/et de l'espace est proposé par Cacuci (1981b) et employé en météorologie par Zou *et al.* (1993). Lorsque la réponse est représentée par un extremum d'une variable pronostique spatio-temporelle, l'approche permet non seulement la valeur nominale de l'extremum mais aussi sa position dans l'espace des phases.

En météorologie, les directions de perturbation dans l'espace de contrôle produisant l'effet le plus important sur les variables pronostiques peuvent être caractérisés par les premiers vecteurs singuliers d'une matrice calculée avec les opérateurs linéaires tangents et adjoint du modèle direct (Buizza et Palmer 1995; Li *et al.* 2005). Si l'analyse de ces vecteurs caractéristiques permet une analyse approfondie de la dynamique

atmosphérique, ils sont également utilisés pour guider les stratégies d'observations adaptatives ou pour réduire le nombre de réalisations nécessaires à la quantification des incertitudes dans le cadre de la prévision d'ensemble (Buizza *et al.* 1993).

Plus généralement, la décomposition en valeurs singulières, outil important de factorisation des matrices rectangulaires réelles ou complexes, peut être vue comme une généralisation de la décomposition en valeurs propres. La décomposition en valeurs singulières d'une matrice  $\mathbf{A}$   $m \times n$  est une factorisation de la forme

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (2.30)$$

où  $\mathbf{S}$  est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières de  $\mathbf{A}$  en ordre décroissant alors que  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont des matrices orthogonales (respectivement de dimension  $m \times m$  et  $n \times n$ ). L'ensemble de valeurs  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}\}$  constitue le spectre singulier de  $\mathbf{A}$ . Les colonnes de  $\mathbf{U} = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_m\}$  et de  $\mathbf{V} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$  sont constituées des vecteurs singuliers dans l'espace d'entrée et dans l'espace de sortie de la transformation représentée par  $\mathbf{A}$ . La magnitude des valeurs singulières dans  $\mathbf{S}$  caractérise l'importance des vecteurs singuliers correspondants dans les colonnes de  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$ .

Cette factorisation a été largement employée dans le cadre de l'analyse de systèmes linéaires mal-posés (Hansen 1998) et son utilisation dans le cadre non-linéaire devient de plus en plus fréquente. Lorsque la décomposition est effectuée sur la matrice jacobienne d'une transformation allant de l'espace de contrôle à l'espace des observations, les résultats sont riches en enseignements pour la résolution du problème inverse. Les vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres nous renseignent sur les degrés de liberté permettant de faire varier le plus les mesures (*i.e* ceux qui seront susceptibles d'être retrouvés lors de l'inversion) et les vecteurs singuliers dans l'espace des observations nous renseignent sur les données qui permettent vraiment de contraindre les degrés de libertés de la paramétrisation (Clément *et al.* 2004; Marchand *et al.* 2007).

Dans le cadre de l'assimilation variationnelle, les observations sont utilisées pour contraindre les paramètres et cette dépendance n'est pas prise en compte dans la plupart des analyses de sensibilité. Le système d'optimalité (défini en section 2.3.1.1) contenant toutes les informations relatives à la simulation des variables pronostiques peut être considéré comme un modèle généralisé et l'analyse de sensibilité implique donc la dérivation de l'adjoint au second ordre (Wang *et al.* 1992; Le Dimet *et al.* 1997; Le Dimet *et al.* 2002).

## 2.4 Potentiel et limitations pour la modélisation hydrologique

Comparé à l'état de l'art en météorologie ou en océanographie, nous sommes aux balbutiements de l'application des méthodes variationnelles en hydrologie (McLaughlin 1995; McLaughlin 2002). Au cours de ce chapitre, nous avons exposé les principales caractéristiques des méthodes variationnelles ou plus précisément de leur implémentation par différentiation algorithmique. Leur capacité à évaluer, de manière exacte (précision machine), les dérivées d'une fonction des variables pronostiques, et ceci pour un coût de calcul qui peut être indépendant de la dimension de l'espace de contrôle, a été soulignée. Ceci peut très largement bénéficier aux problématiques inter-dépendantes que sont l'analyse de sensibilité et d'identifiabilité, l'estimation des variables de contrôle par assimilation de données et l'analyse d'incertitudes. Cependant, l'application de ces techniques dont la base théorique, numérique et algorithmique est déjà bien consolidée n'est pas sans poser

quelques difficultés mettant en exergue certaines des limitations de cette approche. Nous nous proposons donc dans ce paragraphe de passer en revue le potentiel et les limitations des méthodes variationnelles pour la modélisation hydrologique.

#### **2.4.1 Analyse de sensibilité, locale mais très informative**

La relation entre la pluie et les débits en rivière est caractérisée par une série de processus complexes et interdépendants dont le fonctionnement et la variabilité sont difficiles à appréhender. Il en résulte une relative complexité des modèles qui essayent de la représenter. L'intérêt d'une dérivation analytique des équations représentant le modèle hydrologique est déjà souligné par (McCuen 1973b). Afin de traiter les modèles hydrologiques complexes, de manière analogue au fonctionnement du mode direct de la différentiation algorithmique, McCuen (1973a) expose une approche basée sur la propagation des dérivées à travers les différents composants du modèle. Largement inconnus et inexploités par la communauté des hydrologues, l'avènement d'outils de différentiation algorithmique permet d'effectuer ces opérations de manière quasi-automatique directement sur le code source implémentant le modèle. Alors que le coût de calcul est linéairement dépendant de la dimension de l'espace de contrôle en mode direct, il est proportionnel à la dimension de la réponse analysée pour le mode inverse, équivalent discret de la méthode de l'état adjoint issue du contrôle optimal. L'examen des dérivées calculées permet une analyse spatio-temporelle très approfondie du fonctionnement du modèle.

Du point de vue temporel, l'approche variationnelle directe permet de calculer l'effet sur une réponse temporellement variable de perturbations sur les variables de contrôle. L'approche inverse permet la décomposition, pour une réponse temporellement intégrée, de l'influence des variables de contrôle au long de la période de simulation. Du point de vue spatial, la méthode de l'état adjoint permet d'envisager à moindre coût l'analyse de systèmes spatialement distribués. Si l'information accessible en mode direct semble possible à approcher par différences finies ou par échantillonnage aléatoire, on ne peut pas en dire autant des résultats fournis par le mode inverse. Pour chacun des paramètres, il faudrait faire varier la valeur nominale à chaque pas de temps afin d'obtenir les sensibilités temporelles mentionnées précédemment. De la même manière, la valeur du paramètre devrait être altérée en chaque point de la discrétisation afin de couvrir l'ensemble de directions de l'espace de contrôle. Le coût de calcul lié à ces opérations est totalement prohibitif dans le cas de modèles distribués dont le temps d'exécution est loin d'être négligeable. Pour l'analyse du fonctionnement du modèle, l'analyse locale présente l'avantage de faciliter l'interprétation mécaniste des sensibilités (signe et amplitude) par rapport à des mesures d'importance globales moyennant l'effet des paramètres sur tout l'espace échantillonné.

Cependant, le coût de calcul lié à l'évaluation de dérivées d'ordre plus élevé étant relativement important dans des espaces de grande dimension, l'analyse de sensibilité locale est le plus souvent limitée au premier ordre. Dans ce cas, les interactions entre paramètres, potentiellement importantes, ne sont pas caractérisées. De plus, lorsque la dynamique du modèle est fortement non-linéaire et comporte des processus à seuil, la non-linéarité très marquée associée au faible domaine de validité des dérivées pourra compromettre la pertinence des indices de sensibilité. En effet, le type de physique que l'on va linéariser peut avoir un effet important sur la validité de la linéarisation, communément approximation linéaire tangente en météorologie (Errico et Raeder 1999; Mahfouf 1999; Mahfouf 2005). Si le calcul analytique/algorithmique des dérivées permet d'éviter le choix de l'amplitude de la perturbation nécessaire à l'approximation par différences finies,

il ne permet pas de s'affranchir des limitations précédemment citées.

D'autre part, afin de pouvoir comparer l'influence relative de chacun des paramètres, il est nécessaire de s'affranchir de la dimension et de l'ordre de grandeur des variables concernées. La méthode de normalisation la plus évidente consiste à utiliser les valeurs nominales correspondant au point de l'espace de contrôle où les dérivées sont calculées. A titre d'exemple, la sensibilité  $s_\alpha$  de la réponse  $J$  au point  $\bar{\alpha}$  est donnée par :

$$s_\alpha = \frac{\partial J}{\partial \alpha} \frac{\bar{\alpha}}{\bar{J}}$$

où  $\bar{J}$  est la valeur nominale de la réponse  $J$  lorsque  $\alpha = \bar{\alpha}$ . Ceci permet de passer d'une variation unitaire à une variation relative (i.e en pourcentage). Ainsi,  $s_\alpha$  représente la variation en pourcentage de la réponse  $J$  lorsque l'on fait varier  $\alpha$  de 1%. Afin de prendre en compte l'incertitude entachant les variables de contrôle dans le processus de normalisation, la technique la plus employée consiste à utiliser une information statistique permettant de caractériser la variabilité autour des variables nominales. On peut donc définir  $s_\alpha$  par :

$$s_\alpha = \frac{\partial J}{\partial \alpha} \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_J}$$

où  $\sigma_\alpha$  et  $\sigma_J$  désignent respectivement les écart types mesurant la dispersion de la variable de contrôle  $\alpha$  et de la réponse  $J$ . L'emploi de cette méthode implique donc une décomposition approchée de la variance de  $J$  au point  $\bar{\alpha}$  en utilisant les dérivées (Helton 1993). Cette décomposition approchée étant raisonnable lorsque le modèle est faiblement non-linéaire au point  $\bar{\alpha}$ , elle très largement utilisée pour la propagation de perturbations (cf. section 1.4.1.3 ou Huiskes (2002) et (Christianson et Cox 2005) pour des applications avec des dérivées exactes). En conséquence, utiliser cette technique de normalisation revient donc à utiliser les dérivées calculées au point  $\alpha = \bar{\alpha}$  afin de hiérarchiser les paramètres non plus au voisinage immédiat de  $\bar{\alpha}$  mais sur un sous-espace dont l'extension est définie par  $\sigma_\alpha$ . Au delà des difficultés liées à la prescription d'une information statistique fiable et représentative des densités de probabilités concernées (hypothèse de normalité), l'hypothèse de quasi-linéarité du modèle doit être vérifiée.

Étant donné l'importance de l'incertitude entachant les variables de contrôle en hydrologie (même lorsque celles-ci sont conditionnées par les observations), la non-linéarité des modèles et le faible domaine de validité des dérivées pour les modèles contenant des processus à seuil (cf. section 2.2.3.4), nous avons choisi dans le cadre de cette thèse d'adopter une normalisation par valeurs nominales. Une telle analyse de sensibilité permet de postuler l'importance relative des paramètres au point où ont été calculées les dérivées et n'a pas la prétention d'élargir cette inférence au sous-espace caractérisant l'incertitude affectant les variables de contrôle. Le fait que l'analyse soit restreinte à un point de l'espace de contrôle, une trajectoire dans l'espace des phases, constitue une limitation importante dans le cas de modèles non-linéaires. L'influence relative des paramètres pourra subir d'importantes variations en fonction des valeurs nominales pour lesquelles sont évaluées les dérivées. Dans le cadre d'un paradigme probabiliste, les indices de sensibilité sont calculées une région de l'espace de contrôle explorée par échantillonnage aléatoire (Saltelli *et al.* 2000). Il s'agit d'une information dite globale très importante pour hiérarchiser l'influence des facteurs d'entrée de la modélisation en considérant l'incertitude qui leur est associée. La plupart des approches opèrent par souvent par décomposition de la variance et les plus coûteuses permettent une caractérisation des interactions. La méthode proposée par Cacuci (1990) est la seule approche permettant d'effectuer une analyse de sensibilité globale dans un cadre déterministe. Cependant sa mise en oeuvre est très délicate et l'objectif visé est très

différent de celui des méthodes globales probabilistes. Elle cherche à identifier tous les points critiques (très importants dans le domaine de la sûreté nucléaire) de la surface de réponse afin d'opérer une analyse de sensibilité locale pour chacun d'entre eux. Ceci est complètement différent du *multidimensional averaging* (Saltelli *et al.* 2000) effectué par les méthodes probabilistes.

#### 2.4.2 Estimation des variables de contrôle, convergence locale mais très efficace

De par les limitations dues la la puissance de calcul offerte par les ordinateurs il y a une trentaine d'années, les méthodes locales (méthodes de descente, simplexe) étaient relativement répandues pour l'estimation des paramètres en hydrologie. Alors que Gupta et Sorooshian (1985) se sont attaqués au problème de la dérivation analytique pour garantir la qualité du gradient utilisé par la méthode de descente il y a plus de 20 ans, celui-ci est approché par différences finies par les rares auteurs utilisant encore (ou de nouveau) des méthodes locales (Kavetski *et al.* 2006d; Moore et Doherty 2006a; Blasone *et al.* 2007). En météorologie, c'est précisément la méthode de l'état adjoint qui a permis d'envisager l'utilisation d'algorithmes de descente (Le Dimet et Talagrand 1986). Même lorsque l'approximation est envisageable, l'utilisation de la différentiation algorithmique en mode inverse fournit un gradient exact à très faible coût et améliore encore l'efficacité d'algorithmes d'optimisation déjà relativement rapides pour l'estimation des paramètres et l'exploration d'une éventuelle multi-modalité de la surface de réponse (Kavetski *et al.* 2006d).

Sans aller jusqu'à l'utilisation d'algorithmes d'optimisation globale déterministes (Cacuci 1990; Floudas 2000) ou semi-déterministes (Wang et Zhang 2007), des méthodes de globalisation telle que la recherche linéaire ou les méthodes à régions de confiance, conçues pour forcer la convergence des itérés même si le premier d'entre eux est éloigné d'une solution peuvent être combinés à des algorithmes d'optimisation bien plus efficaces (Gilbert 2007). Les méthodes de quasi-newton caractérisées par une convergence super-linéaire adoptent le même fonctionnement que les algorithmes de Newton mais évitent le calcul de la Jacobienne ou de la Hésienne (*cf.* appendix B). Les méthodes de quasi-newton à mémoire limitée permettent de traiter des problèmes de dimension importante comme en météorologie ou océanographie (Gilbert et Lemaréchal 1989; Liu et Nocedal 1989). Dans le cas où le problème inverse est mal posé, l'adoption d'une technique de régularisation est indispensable. La plus courante, la régularisation de Tikhonov, consiste à pénaliser les valeurs des paramètres s'éloignant des valeurs a priori. Étant donné l'écart qu'il peut exister en hydrologie entre les valeurs a priori pour les paramètres et la solution du problème d'optimisation, lorsque cela sera possible (uni-modalité ou multi-modalité limitée) nous éviterons d'employer ce processus de régularisation et privilégierons des contraintes de bornes (Byrd et Shultz 1982; Byrd *et al.* 1995). On peut trouver des implémentations très efficaces avec une méthode de type quasi-newton simple (Lemaréchal et Panier 2000) ou à mémoire limitée (Zhu *et al.* 1997). Alors que certains auteurs fustigent l'emploi de méthodes d'optimisation locales en hydrologie (Duan *et al.* 1992; Beven et Binley 1992; Vrugt *et al.* 2003) mis à part une efficacité indéniable des méthodes de descente, la pertinence et la stabilité des paramètres estimés est reconnue par d'autres (Perrin 2000; Kuzmin *et al.* 2008; Kavetski *et al.* 2006d). Le mode inverse de la différentiation automatique du Tangent Linear and Adjoint Model Compiler (TAMC) de Giering (1997) est utilisé pour l'optimisation des variables de contrôle pour les modèles globaux et spatialement distribués du National Weather Service Américain. Des facteurs multiplicatifs sur les précipitations et l'évapotranspiration potentielle (ETP) sont ajustés (Seo *et al.* 2003b) pour le Sacramento Soil Moisture Accounting model de Burnash (1995). De la même manière, l'humidité initiale et le forçage sont corrigés (Seo *et al.* 2003a), les valeurs a priori des paramètres améliorées (Seo *et al.* 2003) pour le Hydrology

laboratory Research Modeling System (HL-RMS) de Koren *et al.* (2004).

Par ailleurs, même si ce problème n'est pas du tout discuté par les auteurs cités précédemment, en présence de seuils de fonctionnement, l'utilisation du sous-gradient calculé par différentiation automatique est sujette à caution (*cf.* discussion sections 2.2.2 et 2.3.1.1). La dérivation analytique (en mode direct) de modèles hydrologiques impliquant des branchements a déjà été effectuée par Gupta et Sorooshian (1985) selon l'approche décrite par Zou *et al.* (1993). Si, comme cela est souligné par Zhang *et al.* (2000) ou Zhu *et al.* (2002) les algorithmes d'optimisation différentiable fournissent encore des résultats satisfaisants dans la plupart des cas, le recours à des méthodes d'optimisation non-différentiables (plus coûteuses) telles que la méthode des faisceaux (Lemaréchal 1976; Lemaréchal et Sagastizabal 1997), éventuellement avec des contraintes de bornes (Panier 1987), permet de surmonter bien des difficultés. Cependant, les seuils de fonctionnement du modèle ne génèrent pas nécessairement des discontinuités dans les dérivées de la fonction coût. En effet, lorsque l'on formule un critère de performance impliquant une réponse à l'exutoire du bassin versant, la variable dépendante est le fruit d'*intégration spatiale* dans le cas de modèle distribués, et de l'intégration temporelle inhérente aux critères de performance couramment utilisés en phase de calibration (*i.e* lissage implicite).

#### **2.4.3 Analyse d'incertitude, limitée par le domaine de validité des dérivées et la non-linéarité du modèle**

Le principe et la pertinence d'une analyse d'incertitude déterministe a déjà été discuté en section 1.4.1.3. Nous en rappelons ici quelques éléments complétés d'autres discutés en section 2.2.2 dédiée aux problèmes liés à la linéarisation d'une physique contenant des processus à seuils. Une fois les variables de contrôle identifiées, la matrice de covariance a posteriori peut être approchée et les dérivées utilisées pour propager cette incertitude vers les variables pronostiques. Une telle analyse d'incertitude déterministe, dont l'efficacité est accrue par la méthode de l'état adjoint pour calculer les dérivées, peut être envisagée lorsque l'incertitude est réduite et le modèle faiblement non-linéaire (Huiskes 2002; Christianson et Cox 2005; Alekseev et Navon 2003). Si la prise en compte de dérivées d'ordre supérieur dans la propagation des moments statistiques peut améliorer, pour un coût élevé l'approximation dans le cas de modèles lisses non-linéaires (Cacuci 2003), le faible domaine de validité des dérivées peut sérieusement compromettre la mise en œuvre d'une telle approche en hydrologie. Le paradigme probabiliste permet une propagation non-linéaire (par échantillonnage de Monte Carlo) de l'incertitude sur les variables de contrôle vers les variables pronostiques.

## **Deuxième partie**

# **Application à la modélisation hydrologique**

## Chapitre 3

# Approche réductionniste représentant le ruissellement par refus d'infiltration

### Sommaire

|            |                                                                             |            |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3.1</b> | <b>Modèle MARINE</b>                                                        | <b>80</b>  |
| 3.1.1      | Modélisation du transfert de l'écoulement superficiel                       | 82         |
| 3.1.2      | Représentation des pertes par infiltration                                  | 86         |
| <b>3.2</b> | <b>Modélisation hydrologique et approche méthodologique</b>                 | <b>90</b>  |
| 3.2.1      | Le bassin versant du Thoré amont                                            | 90         |
| 3.2.2      | Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation                 | 93         |
| <b>3.3</b> | <b>Sensibilité d'un aspect de la réponse hydrologique, réponse scalaire</b> | <b>97</b>  |
| 3.3.1      | Influence relative des paramètres                                           | 99         |
| 3.3.2      | Évolution temporelle des sensibilités                                       | 104        |
| 3.3.3      | Répartition spatiale de l'influence des paramètres                          | 107        |
| <b>3.4</b> | <b>Sensibilité de la chronique de débits simulés, réponse vectorielle</b>   | <b>112</b> |
| 3.4.1      | Paramétrisation versants/réseau                                             | 113        |
| 3.4.2      | Paramétrisation totalement distribuée                                       | 116        |
| <b>3.5</b> | <b>Estimation de paramètres par méthode de descente</b>                     | <b>120</b> |
| 3.5.1      | Régularisation du problème inverse par heuristique classique                | 122        |
| 3.5.2      | Tentative de réduction d'ordre par vecteurs caractéristiques                | 126        |
| <b>3.6</b> | <b>Conclusions</b>                                                          | <b>130</b> |

### 3.1 Modèle MARINE

Le modèle **MARINE** (Modélisation de l'Anticipation du Ruissellement et des Inondations pour des événements Extrêmes) principalement développé dans le cadre de la thèse de Estupina-Borrell (2004) à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) fait du ruissellement par dépassement de la capacité d'infiltration le processus expliquant la genèse des crues à cinétique rapide (Estupina-Borrell *et al.* 2006; Alquier *et al.* 2004).

L'objectif étant de représenter, selon cette hypothèse de fonctionnement, la réponse hydrologique (surtout la phase de montée de crue) de bassins versants de taille petite à moyenne résultant d'événements météorologiques extrêmes, seules les composantes du cycle hydrologique affectant l'écoulement rapide sont représentées.

Ainsi, à l'échelle de l'évènement, on considère que l'écoulement rapide de crue provient essentiellement du ruissellement de surface. Parmi les processus physiques susceptibles d'affecter la part de la pluie qui va participer à cet écoulement superficiel, on ne retient que l'infiltration dans la zone non-saturée qui représente donc l'unique terme de perte du bilan hydrologique. On considère que les processus d'interception et d'évapotranspiration n'ont qu'une influence marginale sur la genèse de la crue, influence qui n'est pas représentée dans la structure du modèle auquel nous allons nous intéresser.

La réponse à l'exutoire du bassin sollicité par des précipitations intenses va donc dépendre de nombreux facteurs influençant l'écoulement de surface sur sols filtrants. Selon le fonctionnement hydrologique adopté, la pluie nette résultant du refus d'infiltration d'une partie de la pluie brute va s'écouler par gravité le long des pentes et former l'essentiel de l'écoulement rapide de crue. La contribution des écoulements souterrains rejoignant l'exutoire à des échelles de temps plus longues est également négligée. On s'attache donc à représenter le transfert du ruissellement de surface (*runoff*) dont une partie (*runon*), grâce à la capacité d'infiltration subsistant le long de la *pente*, n'arrivera jamais à l'exutoire (*i.e.* pertes par infiltration).

La morphologie du bassin versant (forme, pentes, structuration du réseau hydrographique ...) ainsi que l'état de surface (occupation des sols) vont donc jouer un rôle déterminant dans le transfert de l'écoulement superficiel vers l'exutoire. En fonction de la taille du bassin versant et de la dynamique de l'évènement pluvieux, la prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie pourra se révéler essentielle. Le profil de sol étant fortement sollicité par la pluie incidente mais aussi par la lame d'eau provenant de l'aire drainée amont, l'infiltrabilité principalement contrôlée par les caractéristiques de structure et de texture des sols est une composante déterminante du bilan hydrologique. La connaissance des caractéristiques géologiques, pédologiques et des conditions antécédentes d'humidité du milieu est donc indispensable.

Ainsi, même si l'on ne considère que les processus prépondérants pour le type d'évènements ciblés (modèle perceptuel), la réalité hydrologique demeure relativement complexe et hétérogène. Face à ce constat, l'approche réductionniste (de type *bottum up*, cf. section 1.3) adoptée ici consiste à représenter explicitement la variabilité spatiale susceptible d'influencer la réponse hydrologique du bassin versant.

Afin de faciliter l'intégration de données satellitales (Estupina-Borrel et Dartus 2003) et l'utilisation de données SIG (Système d'information Géographique), le bassin versant est discrétisé par une grille régulière (MNT raster d'une résolution de 20 à 200m) sur laquelle on effectue les bilans de masse et de quantité de mouvement. On peut donc potentiellement prescrire une valeur par maille du MNT pour le forçage atmosphérique et les paramètres du modèle (conditions de surface et caractéristiques du profil de sol).

Nous allons dans les paragraphes suivants, préciser le modèle physique et l'approche numérique utilisées pour chacune des étapes de la transformation pluie-débit telle qu'elle est représentée par MARINE.

### 3.1.1 Modélisation du transfert de l'écoulement superficiel

Le cheminement de l'écoulement superficiel sur la surface d'un bassin versant naturel est un processus qui peut s'avérer très complexe selon l'échelle à laquelle on se place. En effet, la pluie incidente s'abat sur une surface très irrégulière favorisant une concentration de l'écoulement en drains au bout de quelques mètres (ou dizaines de mètres), drains de plus en plus importants au fur et à mesure que l'eau est acheminée vers le réseau de drainage. Ce terme désigne un ensemble hiérarchisé et structuré de chenaux qui assurent le drainage superficiel, permanent ou temporaire du bassin versant (Hubert 2003). Cependant, cette notion est totalement dépendante de l'échelle à laquelle la description morphologique est effectuée, échelle relative à la taille des éléments topographiques qui structurent l'écoulement auquel nous nous intéressons. Une fois celle-ci fixée, on peut distinguer

- le ruissellement diffus d'épaisseur faible, composé de *filets d'eau* qui buttent et se re-divisent au contact du moindre obstacle
- le ruissellement concentré organisé en drains le long de la plus grande pente

Cependant, l'écoulement concentré existe sur toute une gamme d'échelles et il est indispensable de faire le choix d'une échelle de support en deçà de laquelle les processus ne seront pas représentés explicitement mais moyennés, paramétrisés à l'aide d'un coefficient de frottement empirique.

S'il est possible à l'échelle de la parcelle expérimentale (de l'ordre de la dizaine de  $m^2$ ) d'acquérir une description très précise (résolution de l'ordre de la dizaine de  $cm$ ) de la topographie afin de représenter l'écoulement de manière très détaillée (Esteves *et al.* (2000) ; Liu *et al.* (2004)) ceci ne semble ni possible ni utile afin de caractériser le débit en rivière pour un bassin versant naturel même si il est de taille très modérée (quelques  $km^2$ ).

Déterminer l'échelle en deçà de laquelle les chemins de l'eau doivent être représentés de manière suffisamment détaillée pour reproduire les débits en rivière est une problématique (potentiellement très délicate) ne faisant pas l'objet de ce travail de thèse. Selon Estupina-Borrell (2004), afin de déterminer l'échelle de support de la modélisation, il est nécessaire de réaliser un compromis intégrant

- la résolution des données disponibles
- le domaine de validité du modèle physique
- la surface minimale du sous-bassin pour lequel les variables intermédiaires seront analysées
- le coût de calcul

Alors que certains modèles, souvent développés et utilisés dans un environnement SIG (Système d'Information Géographique) (*ex.* Jain *et al.* (2004) ; Castillo *et al.* (2003)), représentent la totalité du bassin versant avec un formalisme correspondant à un écoulement diffus en fine lame sur un plan, le cours d'eau principal est pris en compte de manière différente dans MARINE .

En utilisant les développements de Moore et Foster (1990), Estupina-Borrell (2004) montre qu'avec une échelle de support de l'ordre de 50m, le réseau hydrographique principal est exclu du domaine de validité de l'onde cinématique pour le bassin versant du Thoré. Un modèle d'hydraulique fluviale de type Saint-Venant 1D (MAGE du Cemagref - Institut de Recherche pour l'Ingénierie de l'Agriculture et de l'Environnement) ou 2D (TELEMAC-2D du Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement - EDF/LNHE) est donc utilisé pour la propagation de l'onde de crue dans le réseau hydrographique principal. Le couplage réalisé (couplage

faible ou cascade) consiste à prendre en compte les apports provenant des versants (apports latéraux ou en tête de réseau) à travers les termes de forçage (conditions aux limites ou termes source).

Cependant, même pour l'échelle de support fixée, pour le type d'évènements auquel nous nous intéressons la concentration du ruissellement en ruisseaux ou rigoles est effective bien avant l'arrivée dans le réseau de drainage principal. Nous reviendrons un peu plus tard sur certains des effets liés à ce choix de modélisation. Nous allons, dans le cadre de cette étude nous concentrer sur la modélisation de la partie amont du bassin versant, zone pour laquelle le transfert est souvent modélisé sous forme de ruissellement diffus d'épaisseur faible. On utilise pour cela une approximation des équations de Saint-Venant dont la capacité à représenter les écoulements de surface (selon certaines contraintes et à certaines échelles de temps et d'espace) n'est plus à démontrer (Singh 2002).

Afin de mettre en oeuvre une représentation simplifiée de l'écoulement de surface, il est nécessaire d'effectuer des choix en termes de modèle physique représentant le processus du ruissellement, de description de la géométrie du bassin versant, d'approche numérique adoptée pour la simulation par ordinateur. Ces choix, potentiellement très délicats, se révèlent largement inter-dépendants.

Nous allons, dans les paragraphes suivants, décrire l'approche mise en oeuvre au sein de l'IMFT, approche dont l'objectif est une bonne représentation de la montée en crue, représentation simplifiée pouvant intégrer facilement des données issues de la télédétection, représentation dont la résolution numérique reste compatible avec la prévision opérationnelle.

### 3.1.1.1 Modèle physique et représentation géométrique

Le ruissellement de surface est un processus non stationnaire et non uniforme dont les grandeurs caractéristiques (hauteurs et vitesses) varient très largement en fonction du temps et de l'espace. Dans la plupart des cas, il s'agit d'un écoulement subcritique et turbulent (Singh 2002). Dans le cadre d'une approche réductionniste, les phénomènes physiques instationnaires sont généralement décrits par des équations aux dérivées partielles non-linéaires. Les équations de Barré de Saint-Venant, forme intégrée (intégration selon la profondeur en 2D et la section en 1D) des équations de Navier Stokes, sont les plus utilisées pour modéliser les écoulements à surface libre non stationnaires, graduellement ou rapidement variés.

Cependant, l'ensemble des termes en présence dans l'équation de la quantité de mouvement ne sont pas toujours influents sur les variables d'état du système. L'adimensionalisation met en évidence deux paramètres, le nombre de Froude  $F^1$  et le nombre d'onde cinématique  $K^2$ , paramètres dont les valeurs indiquent les conditions d'applicabilité des approximations couramment effectuées (Moore et Foster 1990; Estupina-Borrell 2004).

En effet, la comparaison de la solution obtenue pour chacune de ces approximations à celle résultant de l'intégration des équations de Saint Venant permet de délimiter un domaine de validité dans le plan  $(F, K)$  (Daluz Vieira 1983). En ce qui concerne le ruissellement d'une lame d'eau d'épaisseur faible sur les pentes d'un terrain naturel, Dubois et Piroton (2002) précisent que seules des mailles de taille comparable à la

---

<sup>1</sup> $F = \frac{v}{\sqrt{gh}}$  avec  $v$  la vitesse de l'écoulement en  $ms^{-1}$ ,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $h$  la hauteur d'eau en mètres

<sup>2</sup> $K = \frac{S_0 L}{F^2 h_n}$  avec  $S_0$  la pente,  $L$  la longueur de ruissellement et  $h_n$  la hauteur du tirant d'eau en bas de la pente

hauteur de la lame d'eau rendraient à chaque terme la faculté d'être numériquement significatif. Parmi les différentes approximations de l'équation dynamique complète, l'approximation de l'onde cinématique, sans doute la plus employée en hydrologie, consiste à considérer que la pente est le seul moteur de l'écoulement. Les termes inertiels (accélération locale et convective) ainsi que les termes de pression sont donc négligés au profit d'un simple équilibre entre les forces de gravité et le frottement. Selon Singh (2002), l'onde cinématique domine lors du ruissellement sur les versants durant toute la phase de montée en crue puis pendant une partie importante de la phase de récession. C'est également le cas pour la plupart des rivières naturelles ne comportant pas d'aménagements susceptibles d'influencer l'écoulement (ouvrages d'art et structures hydrauliques). En général, les effets anthropiques pourront être négligés pour le type d'évènements et le genre de bassins auxquels nous nous intéressons.

Dans le cadre de l'approximation de l'onde cinématique, la vitesse d'écoulement s'adaptant immédiatement à toute variation de la profondeur, l'écoulement peut être assimilé à une succession d'états d'équilibres où l'écoulement est uniforme. Le gradient hydraulique est approché par la pente locale du terrain naturel (problèmes liés stockage dans les dépressions) et il n'y a pas d'influence des conditions à l'aval sur l'écoulement amont. La formulation du terme de frottement, fixant la relation entre hauteur et vitesse de l'écoulement uniforme, peut faire l'objet de différents choix de modélisation. De manière générale, la même relation, empirique mais univoque est utilisée pour l'ensemble du bassin versant.

Le modèle physique étant précisé, l'approximation par calcul numérique implique une discrétisation en temps et en espace. Dans le cadre d'une approche réductionniste (de *type mécanique des fluides*) le pas de temps est souvent fixé par le schéma numérique adopté pour l'intégration en temps (et donc indirectement par le pas d'espace de part les conditions de stabilité) et non par les contraintes liées à l'échantillonnage des processus physiques. L'approximation par calcul numérique repose donc sur une représentation simplifiée de la géométrie du bassin versant, idéalisation du terrain naturel dont l'objectif est de représenter au mieux les chemins de l'eau vers l'exutoire et qui conditionne fortement le choix du schéma numérique. Un inventaire des différents types de représentations géométriques est proposé par Singh (2001). Dans le cas du modèle MARINE, comme cela a été précisé précédemment, une grille régulière est adoptée afin de faciliter l'intégration de données issues de la télédétection.

Comme cela est souligné par Beven (2001b), l'approximation numérique de l'onde cinématique en 2D pose quelques difficultés. En effet, de part la nature des équations (équations hyperboliques non linéaires du premier ordre) et la complexité de la géométrie du bassin versant, l'apparition d'ondes de choc est inéluctable. Si la mise en œuvre de schémas numériques plus sophistiqués permet de traiter ce problème, beaucoup de modèles résolvent l'onde cinématique en 1D sur une cascade de plans contigus représentant la géométrie des versants. Cette *cascade cinématique* très populaire en hydrologie pour représenter les écoulements latéraux de surface ou de subsurface (Wigmosta *et al.* 1994), sur des maillages structurés ou non structurés (Palacios-Velez *et al.* 1998), utilise le fait qu'il n'y a pas de dépendance de la solution en vers les conditions aval. Les plans constituant les différents biefs d'écoulement 1D peuvent être de pente, d'épaisseur et de largeur variables.

En outre, pour chaque élément du maillage structuré de MARINE, seules 4 directions potentielles d'écoulement sont considérées et l'unique direction effective est celle de la plus grande pente. Le calcul des directions

d'écoulement est réalisé lors d'une phase de pré-traitement qui corrige les dépressions du MNT et calcule la direction de l'écoulement pour chacun des éléments de la discrétisation. Dans cette version du modèle, aucun traitement spécifique n'est réservé au réseau de drainage, seul le réseau hydrographique principal auquel nous ne nous intéressons pas ici comporte une représentation géométrique et un modèle physique différent.

En définitive, si l'on considère un écoulement unidimensionnel de hauteur  $h$  et de vitesse  $u$  résultant du dépassement de la capacité d'infiltration de la surface, l'équation de la conservation de la masse est donnée par

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} = r - i \quad (3.1)$$

où  $r$  l'intensité de la pluie et  $i$  le taux d'infiltration. Alors que la relation hauteur-vitesse ainsi que la largeur de ruissellement pourrait être différente d'une maille à l'autre, la formule de *Manning-Stickler* donnée par

$$u = \frac{s^{1/2}}{n} h^{2/3} \quad (3.2)$$

avec  $s$  la pente dans la direction où celle-ci est la plus importante et  $n$  le coefficient de frottement de Manning est utilisée partout afin d'assurer la conservation de la quantité de mouvement (équilibre gravité-frottement). Cette loi puissance très simple combinée à l'équation de conservation de la masse (équation 3.1) permet de représenter le transfert des lames d'eau ne pouvant s'infiltrer vers l'exutoire du bassin versant.

### 3.1.1.2 Approche numérique

Alors que Estupina-Borrell (2004) approche le ruissellement superficiel en utilisant le principe des isochrones variables (formulation lagrangienne), on s'intéresse à la formulation eulérienne mise en oeuvre par Neveu et Perrot (2002). On peut rapprocher la manière dont est résolue l'équation résultant de la combinaison de 3.1 et de 3.2 de la méthode des volumes finis aux lois de conservation. Sur une surface de contrôle  $\Omega_k$  délimitée par  $\Gamma_k$ , la forme intégrale de l'équation 3.1 (formulation faible) peut être écrite de la façon suivante

$$\int_{\Omega_k} \frac{\partial h}{\partial t} d\Omega_k + \int_{\Omega_k} \text{div}(\mathbf{u}h) d\Omega_k = \int_{\Omega_k} (r - i) d\Omega_k$$

Le deuxième terme de l'équation 3.3 peut être écrit en intégrale de flux sur le contour  $\Gamma_k$  (théorème de flux-divergence)

$$\int_{\Omega_k} \frac{\partial h_k}{\partial t} d\Omega_k + \int_{\Gamma_k} \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{d}_k h_k d\Gamma_k = \int_{\Omega_k} (r_k - i_k) d\Omega_k$$

où  $\mathbf{d}_k$  désigne la direction de plus grande pente, seule direction vers laquelle s'écoule la lame d'eau  $h_k$  à travers l'arrête de taille  $\Delta x$ . La variable  $h_k$  est constante sur  $\Omega_k$  et un schéma d'Euler explicite est adopté pour la dérivée en temps. Il vient donc

$$\frac{h_k^{(t+1)} - h_k^{(t)}}{\Delta t} + \frac{u_k^{(t)} h_k^{(t)}}{\Delta x} = r_k^{(t)} - i_k^{(t)} \quad \text{avec} \quad u_k^{(t)} = \frac{s_k^{1/2} h_k^{(t) \frac{2}{3}}}{n_k}$$

Lors du bilan des flux sur chacune des mailles du MNT, la mise à jour des hauteurs d'eau est donc effectuée par l'équation algébrique suivante

$$h_k^{(t+1)} = h_k^{(t)} + r_k^{(t)} - i_k^{(t)} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{s_k^{1/2} h_k^{(t) \frac{2}{3}}}{n_k} \quad (3.3)$$

On reconnaît dans l'équation 3.3, les différentes composantes des bilans locaux : la lame d'eau précipitée, celle présente au pas de temps précédent, la lame d'eau infiltrée et celle ruisselée vers l'aval.

Cependant, le schéma décentré revient à introduire une viscosité numérique qui va généralement provoquer de la diffusion numérique de nature à atténuer les hydrogrammes de crue. Ce schéma explicite en temps, beaucoup plus facile à implémenter et souvent moins coûteux en temps de calcul n'est pas sans inconvénients. La stabilité de la solution (majoration de l'erreur) ne peut être assurée qu'au prix de pas de temps beaucoup plus faibles que pour les schémas implicites. Alors que dans un cadre théorique classique on peut dériver une condition nécessaire et suffisante de stabilité (condition CFL - Courant, Friedrichs, Lewy), la tâche semble bien plus délicate dans le cas présent (cascade cinématique). Le pas d'espace étant fixé, on devrait pouvoir à partir d'une estimation de la vitesse maximale atteinte au cours de la simulation spécifier un pas de temps assurant la stabilité de la solution et une résolution numérique efficace. L'expérience montre que l'estimation du pas de temps à partir de la condition CFL n'est pas toujours satisfaisante. Face à ce constat, Jabert et Mohtar (2002) proposent une stratégie de calcul dynamique du pas de temps approprié (pas de temps adaptatif).

Afin d'assurer la stabilité du schéma numérique employé pour la fonction de transfert du modèle MARINE, la vitesse maximale permettant de calculer le pas de temps requis est estimée *a priori* et les oscillations numériques dues aux singularités topographiques et/ou à la concentration de l'écoulement sont filtrées. Ainsi, un seuil sur les vitesses, fixé arbitrairement à  $1\text{ms}^{-1}$  a été introduit dans la formulation algorithmique de la fonction de transfert. Nous reviendrons au cours de ce chapitre sur les conséquences que peuvent avoir cet artefact numérique sur les résultats de simulation. Le schéma d'intégration temporel pourrait être simplement remplacé par un schéma d'ordre plus élevé (ex. schéma saute moutons - ou *leap frog*) mais étant donné les objectifs de cette thèse, nous avons choisi de laisser le modèle en l'état afin de montrer l'intérêt d'une analyse de sensibilité approfondie intégrant le seuil destiné à assurer la stabilité du modèle.

### 3.1.2 Représentation des pertes par infiltration

Dans le cadre de la théorie de Horton (1933) choisie pour établir une représentation perceptuelle de la relation pluie-débit, le ruissellement superficiel est exclusivement lié à un dépassement de la capacité d'infiltration des sols. Comme nous l'avons souligné à la section précédente, le processus d'infiltration intervient donc uniquement comme un terme puits de l'équation de conservation de la masse formulée pour le ruissellement superficiel.

Étant donné qu'il est supposé que la lame d'eau infiltrée ne participera pas à l'écoulement de crue, il sera donc inutile de représenter les flux latéraux de subsurface. A l'instant  $t$ , l'évaluation des pertes par infiltration implique donc la quantification de flux verticaux totalement indépendants. Il s'agit donc de représenter le mouvement par capillarité dans un milieu poreux de la lame d'eau s'abattant (pluie directe ou ruissellement provenant de l'amont) sur la surface du profil de sol. Il est important de distinguer la théorie de Horton de l'équation d'infiltration du même auteur, cette conception du fonctionnement de l'hydrosystème pouvant être appliquée quelle que soit la manière dont les pertes par infiltration sont représentées.

La quasi totalité des descriptions effectuées pour ce processus sont encore basées sur la Loi de Darcy (1856). Cet ingénieur des Ponts et Chaussées établit de manière empirique une équation gouvernant l'écoulement

saturé à travers une colonne de sable. Elle suppose une relation linéaire entre la vitesse de l'écoulement  $i$  et le gradient hydraulique de charge, la constante de proportionnalité étant la conductivité hydraulique  $K$ . Cette relation s'écrit

$$i = K \frac{\partial h}{\partial z} \quad (3.4)$$

dans le cas où le flux est dirigé dans le sens de la profondeur. Richards (1931) généralisera cette loi aux écoulements non saturés en supposant qu'elle reste valable si la constante  $K$  dépend du contenu en eau (*i.e*  $K = K(\theta)$ ). La combinaison avec une équation de continuité pour cet écoulement conduit à l'équation de Richards (1931), équation aux dérivées partielles largement utilisée en hydrologie pour représenter l'écoulement en milieux poreux non saturé. Alors que beaucoup de modèles (par ex. Horton (1933) ; Philip (1963) ; Philip (1957)) reproduisant le processus d'infiltration peuvent être dérivés de cette équation en effectuant des hypothèses plus ou moins restrictives sur la dépendance du coefficient de diffusion capillaire et de la conductivité hydraulique par rapport à l'humidité du sol, le modèle proposé antérieurement par Green et Ampt (1911) repose sur une représentation plus simple et plus pragmatique du processus d'infiltration. En effet, étant donné que l'objectif est d'évaluer uniquement le volume des pertes par infiltration et non la distribution de l'humidité dans les sols qui pourrait être obtenue au prix d'une résolution numérique très coûteuse d'un modèle physique tout aussi éloigné de la réalité hydrologique à l'échelle considérée, l'approximation semble raisonnable.

La schématisation proposée par Green et Ampt (1911) intègre un front d'humectation abrupt et horizontal séparant une zone non saturée dont la teneur en eau est égale à l'humidité initiale du milieu  $\theta$  (en %) à une zone saturée dont la teneur en eau est égale à la porosité  $\eta$  représentative du profil de sol (figure 3.1). Le

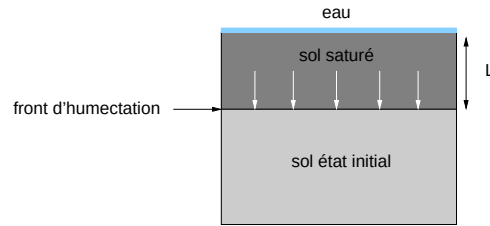


FIG. 3.1 – Schématisation de l'infiltration selon (Green et Ampt, 1911)

liquide à une pression inférieure à la pression atmosphérique est aspiré dans le milieu poreux par la force capillaire  $\psi$  [L]. En partant de la loi de Darcy (1856), on démontre (par ex. Chow *et al.* (1988)) que si l'on suppose la hauteur de lame d'eau au dessus de ce profil de sol négligeable par rapport à la force de succion capillaire  $\psi$  et à la profondeur de pénétration de la partie saturée ( $L$  sur la figure 3.1), l'infiltration cumulée  $I(t)$  est régie une équation différentielle donnée par

$$i(t) = \frac{dI}{dt} = K \left( \frac{\psi \Delta \theta}{I} + 1 \right) \quad (3.5)$$

où  $\Delta \theta$  la *porosité efficace* de la colonne de sol supposée homogène et de profondeur infinie est donnée par

$$\Delta \theta = \eta(1 - \theta)$$

Après intégration, on obtient pour l'infiltration cumulée  $I$  l'expression

$$I(t) = Kt + \psi\Delta\theta \ln \left( 1 + \frac{I(t)}{\psi\Delta\theta} \right) \quad (3.6)$$

non linéaire en  $I$ . Cependant, l'hypothèse effectuée jusqu'à présent est que la lame d'eau située au dessus du profil de sol est de hauteur négligeable. En réalité, lorsqu'une averse s'abat sur la surface du profil de sol, il y aura formation au temps  $t_p$  d'une lame d'eau non négligeable lorsque l'intensité de la pluie  $r(t)$  sera supérieure à la vitesse d'infiltration potentielle  $i(t)$ .

A partir du formalisme original, Mein et Larson (1973) ont dérivé une relation permettant de calculer  $t_p$  ainsi que l'infiltration cumulée lorsque  $t > t_p$  pour une pluie commençant de façon instantanée et durant indéfiniment. Le raisonnement peut être appliqué à l'échelle du pas de temps de la simulation. Ainsi lorsque  $t > t_p$  on peut relier l'infiltration cumulée au pas de temps  $t + \Delta t$  à celle présente au pas de temps précédent par la relation

$$I_{t+\Delta t} - I_t - \psi\Delta\theta \ln \left[ \frac{I_{t+\Delta t} + \psi\Delta\theta}{I_t + \psi\Delta\theta} \right] = K\Delta t \quad (3.7)$$

Afin de calculer les pertes par infiltration pour une chronique de pluie réelle sur chaque maille (prise en compte du ruissellement amont), les différents régimes d'infiltration vont se succéder au cours du temps.

L'humidité initiale du profil de sol supposé infini étant donné par  $\theta$ , en début de simulation on suppose l'infiltration cumulée nulle (*i.e*  $I(0) = 0$ ). On désigne par  $r_t\Delta t$ , la lame d'eau (pluie incidente et ruissellement amont) qu'il faudrait infiltrer au cours du pas de temps et par  $i(t)$  la vitesse d'infiltration potentielle qui sera dans tous les cas calculée avec l'équation 3.5 (sauf pour le premier pas de temps).

Nous allons dans un premier temps faire l'hypothèse que la totalité de la lame d'eau  $r_t\Delta t$  s'infiltrer pour le premier pas de temps ainsi que pour tous les autres où  $r(t)\Delta t < i(t)\Delta t$ . Il n'y a donc pas formation de lame d'eau en surface au début du pas de temps courant (formation d'une croûte de battance non prise en compte). Afin de s'assurer que cela dure pendant tout l'intervalle de temps, on calcule une valeur tentative pour l'infiltration cumulée  $I'_{t+\Delta t}$

$$I'_{t+\Delta t} = I_t + r_t\Delta t \quad (3.8)$$

Puis, la valeur correspondante de  $i'_{t+\Delta t}$  est calculée à partir de 3.5. Dans le cas où  $r_t < i'_{t+\Delta t}$ , on confirme donc qu'il n'y a pas eu formation de lame d'eau en surface pendant tout l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  et on a donc  $I_{t+\Delta t} = I'_{t+\Delta t}$  (régime 1 sur la figure 3.2).

Dans le cas contraire ( $r_t \geq i'_{t+\Delta t}$ ), ceci veut dire qu'il y a formation d'une lame d'eau en surface durant la période  $[t, t + \Delta t]$  (régime 2 sur la figure 3.2) ce qui rend le calcul de  $I_{t+\Delta t}$  un peu plus délicat. Pour calculer  $I_{t+\Delta t}$ , il faudrait connaître  $I_p$  l'infiltration cumulée à l'instant où la lame d'eau s'est formée pour pouvoir utiliser la relation 3.7.

Afin de déterminer  $I_p$  l'infiltration cumulée à l'instant de formation de la lame d'eau en surface, on pose  $i(t) = r(t)$  et  $I(t) = I_p$  dans l'équation 3.5. Il vient donc

$$I_p = \frac{K\psi\Delta\theta}{r_t - K} \quad (3.9)$$

et l'instant de formation de la lame d'eau est donc  $t + \Delta t'$  où

$$\Delta t' = \frac{I_p - I_t}{r_t} \quad (3.10)$$

Dès lors, l'infiltration cumulée  $I_{t+\Delta t}$  est calculée avec  $I_t = I_p$  et  $\Delta t = \Delta t - \Delta t'$  dans l'équation 3.7. Enfin, au fur et à mesure de la saturation du profil de sol et/ou de l'arrivée d'intensités de pluies plus importantes, on a presque systématiquement  $r(t)\Delta t \geq i(t)\Delta t$  (régime 3 sur la figure 3.2), la lame d'eau est présente dès le début du pas de temps et  $I_{t+\Delta t}$  est calculé par résolution de l'équation 3.7 résolue par une méthode de Newton.

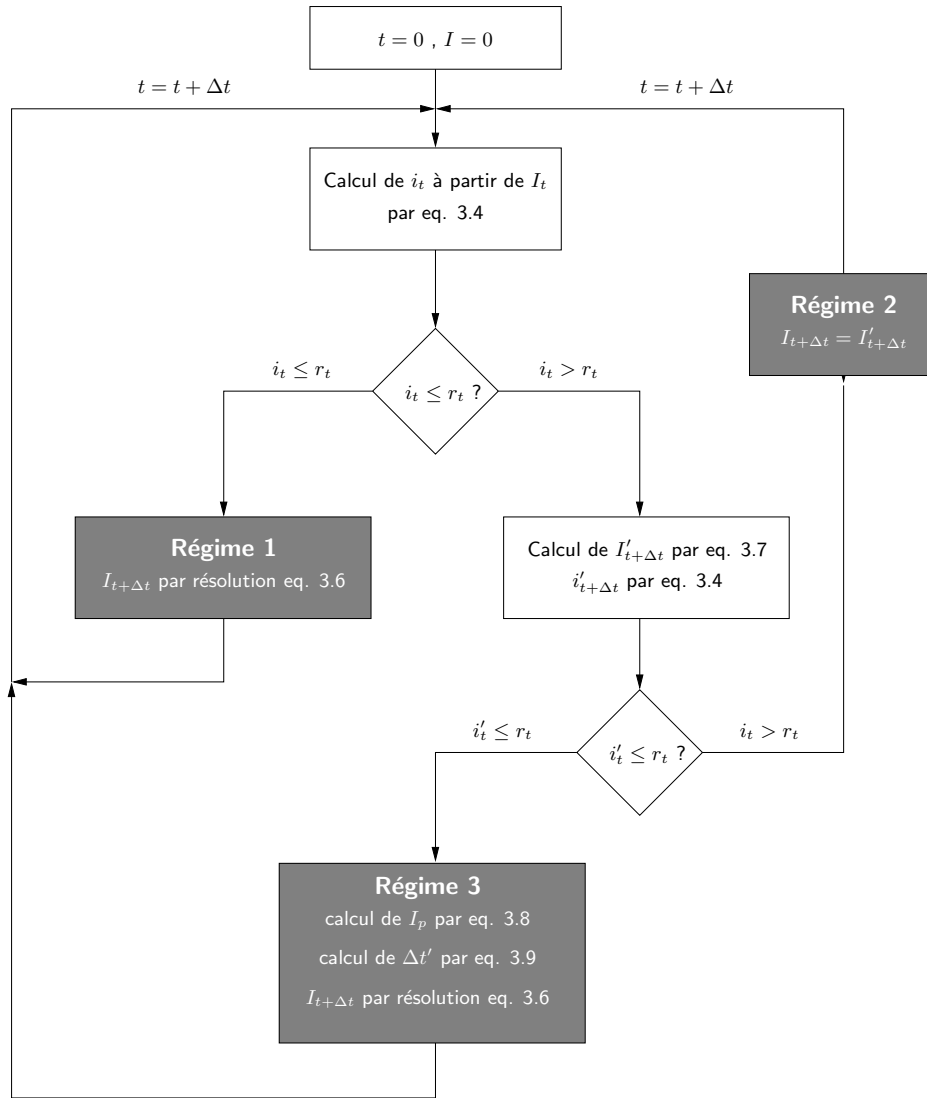


FIG. 3.2 – Algorithme de résolution de l'infiltration

En définitive, comme cela est résumé par la figure 3.2, en fonction des intensités pluies et de l'infiltration cumulée dans le sous-sol, les régimes 1, 2 et 3 se succèdent pour représenter le processus d'infiltration.

Dans la formulation courante, la colonne de sol est supposée infinie sur toute l'étendue du bassin versant. Cependant, l'hétérogénéité des profondeurs de sols sur les bassins versants méditerranéens peut affecter de manière significative l'abattement de la pluie brute sur le bassin versant. En ce sens, il est possible d'introduire une profondeur de sol  $L_{max}$  qui permet de limiter la capacité du réservoir sol ( $L_{max}\Delta\theta$ ). Dans ce cas

$$\forall t \quad I(t) > L_{max}\Delta\theta \Rightarrow i(t) = 0 \quad (3.11)$$

Etant donné que nous ne disposons pas en général d'information pour contraindre ce paramètre supplémentaire, le profil de sol sera tout de même supposé infini. D'autre part, il est important de préciser que le modèle utilisé ne prend donc pas en compte une éventuelle fermeture du sol par la formation d'une croûte de battance ou une quelconque modification de la structure du sol par des averses faibles mais prolongées.

En définitive, la formulation choisie essaye de reproduire, comme la quasi-totalité des modèles d'infiltration, une décroissance exponentielle du taux d'infiltration  $i(t)$  vers la conductivité hydraulique  $K$  en fonction du régime des précipitations, de l'état hydrique initial et des propriétés du sol. Aucun des paramètres du modèle de Green et Ampt (1911) n'est directement mesurable. Cependant, de nombreuses tables existent dans la littérature (Rawls et Brakensiek (1982) ; Rawls et Brakensiek (1989)) pour les estimer à partir de caractéristiques des sols qui sont mesurables. En effet, à partir des résultats obtenus par des campagnes expérimentales concernant des milliers d'échantillons de sols, des expressions sont obtenues par régression reliant la texture du sol (pourcentages de sable et d'argile) aux paramètres du modèle de Green et Ampt (1911). La principale limitation de cette approche réside dans le fait que la texture du sous-sol n'est pas le seul facteur affectant l'infiltrabilité du profil de sol, surtout aux échelles d'agrégation spatiale des processus couramment employées (taille de la maille de l'ordre de quelques dizaines de mètres). Cependant, la très grande disponibilité de cette information *a priori* (nombreuses tables dans la littérature) associée à la simplicité et au très faible coût de calcul du modèle expliquent en grande partie son succès dans la communauté des hydrologues.

## 3.2 Modélisation hydrologique et approche méthodologique

### 3.2.1 Le bassin versant du Thoré amont

Le Thoré prend sa source au Nord du département de l'Hérault et se jette dans l'Agout, affluent du Tarn. Le petit sous-bassin du Thoré amont que nous allons considérer dans cette étude est situé dans le département du Tarn (région Midi-Pyrénées), entre Carcassonne et Albi, à environ 40km au sud-est de Castres.

Le bassin versant du Thoré amont (entre Labastide-Rouairoux et Mazamet) a constitué l'un des sites pilotes du projet PACTES, projet de recherche et développement du Réseau Terre et Espace dédié à la Prévention et Anticipation des Crues au moyen des Techniques spatiales. Dans le cadre de ce projet coordonné par le CNES (Centre National d'Études spatiales), une chaîne de prévision pré-opérationnelle, intégrée à un démonstrateur visant à améliorer la gestion des inondations, a été mise en œuvre par l'IMFT sur le bassin versant supérieur du Thoré touché par lors de l'évènement de Novembre 1999 (Alquier *et al.* (2004), Denier *et al.* (2001)).

Ce bassin versant couvrant une superficie d'environ 200 km<sup>2</sup> a subi les conséquences des pluies diluviennes et orageuses (épisode de *type Cévenol*) qui se sont déversés sur l'Aude, l'Hérault, les Pyrénées-Orientales et

le Tarn en Novembre 1999. La crue résultante sur le Thoré comporte des caractéristiques similaires à celle de la plus importante observée (en 1930) et présente donc un caractère exceptionnel.

Nous allons dans le cadre de notre étude nous restreindre à un sous-bassin en amont de Labastide-Rouairoux dont la superficie est d'environ  $25\text{km}^2$ . La situation de ce sous-bassin au sein du bassin versant faisant l'objet de l'étude effectuée par Alquier *et al.* (2004) ainsi que sa topographie sont données par les figures 3.3(a) et 3.3(b). On peut également visualiser sur la figure le bief principal dont la géométrie a été décrite par des profils en travers (mesurés par un géomètre) et la dynamique de l'écoulement représentée par les équations de Saint-Venant 1D (modèle MAGE du CEMAGREF).

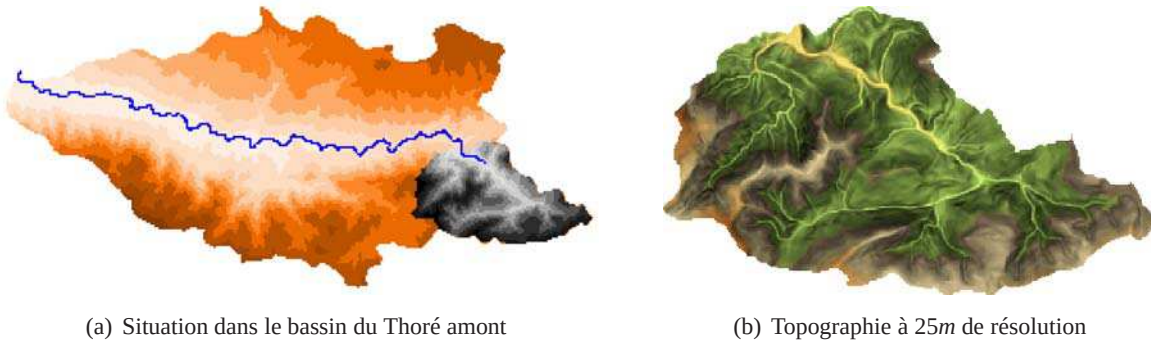


FIG. 3.3 – Situation et topographie du sous-bassin versant du Thoré choisi pour l'étude

Une vue plus détaillée (carte IGN 1 :25000 et photo aérienne) des deux biefs (la rivière Thoré et le ruisseau de Beson) contribuant à l'exutoire de Labastide-Rouairoux obtenue à partir du *Géoportail*® de l'IGN est donné par la figure 3.4. Une partie du Thoré faisait l'objet d'un traitement particulier dans l'étude de Alquier *et al.* (2004) (figure 3.3(a)). Cependant, dans le cadre notre étude prospective la topographie de l'intégralité du bassin versant en amont de Labastide-Rouairoux sera fournie par le modèle numérique de terrain (MNT) et l'écoulement est représenté par l'approximation de l'onde cinématique.

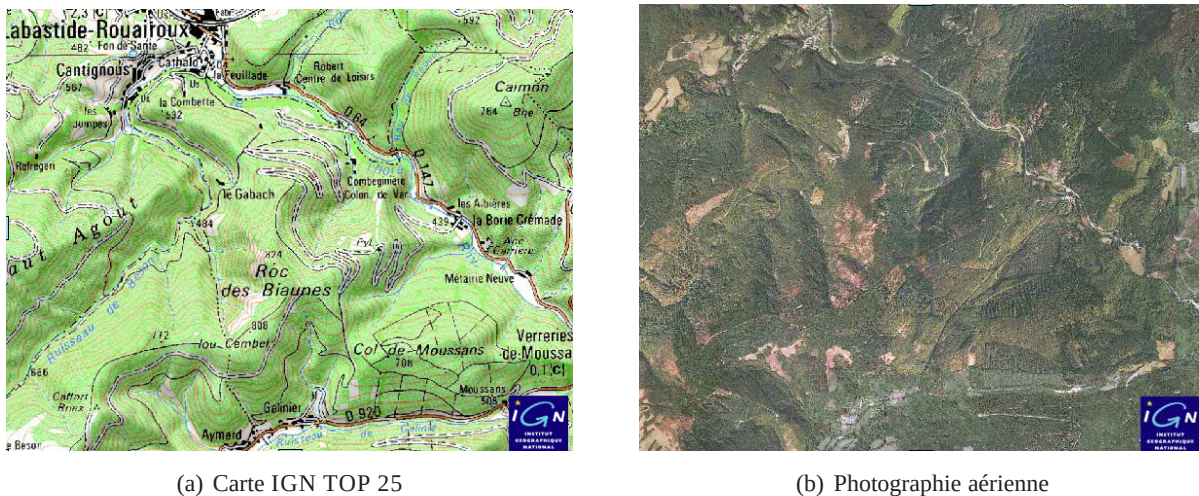


FIG. 3.4 – Carte IGN 1 : 25000 et photo aérienne d'une partie du sous-bassin

Alors qu'un système local d'alerte pour le bassin supérieur du Thoré devrait être opérationnel pour la fin de l'année 2006, lors de cet épisode exceptionnel, le bassin versant n'était pas couvert par les radars météorologiques et la réponse hydrologique en rivière n'a pas pu être observée. Le seul limnigraphe en service, situé à plus de 10km en aval de Mazamet, a été détruit avant le pic de la crue.

Dans le cadre des différentes études menées au sein de l'IMFT (Alquier *et al.* (2004), Neveu et Perrot (2002), Estupina-Borrell (2004)), le transfert (effectué par MÉTÉO FRANCE) des lames d'eau précipitées ( $\Delta t = 15$  min) sur des zones voisines a permis une utilisation quantitative des radars-précipitations du réseau ARAMIS (lames d'eau HYDRAM de résolution 1km) pour une ré-analyse de cet épisode.

Dans le cadre de cette étude prospective, afin de faciliter l'interprétation des résultats, on considérera le plus souvent le forçage ainsi que les caractéristiques du sol et du sous-sol uniformes sur le bassin versant. Au cours de l'épisode considéré d'une durée approximative de 24 heures il est tombé environ 135mm, avec une intensité maximale de  $74\text{mmh}^{-1}$ . Les paramètres de référence, reportés dans la table 3.1, sont dérivés de tables présentes dans la littérature (Rawls et Brakensiek (1982), Chow *et al.* (1988), Maidment (1993)) à partir d'informations sur la texture et l'occupation des sols. La réponse hydrologique simulée avec une

|                                      |          |       |
|--------------------------------------|----------|-------|
| Conductivité hydraulique (mm/h)      | $K$      | 3.    |
| Porosité                             | $\eta$   | 0.398 |
| Force de succion (mm)                | $\psi$   | 218.5 |
| Humidité initiale (%)                | $\theta$ | 0.5   |
| Coefficient de frottement de Manning | $n$      | 0.065 |

TAB. 3.1 – Paramètres de référence

résolution spatiale du MNT de 50m est donnée par la figure 3.2.1 est obtenue après infiltration d'environ 45 % de la lame d'eau précipitée. A titre de comparaison, la réponse hydrologique obtenue avec 100 % de ruissellement est également reportée.

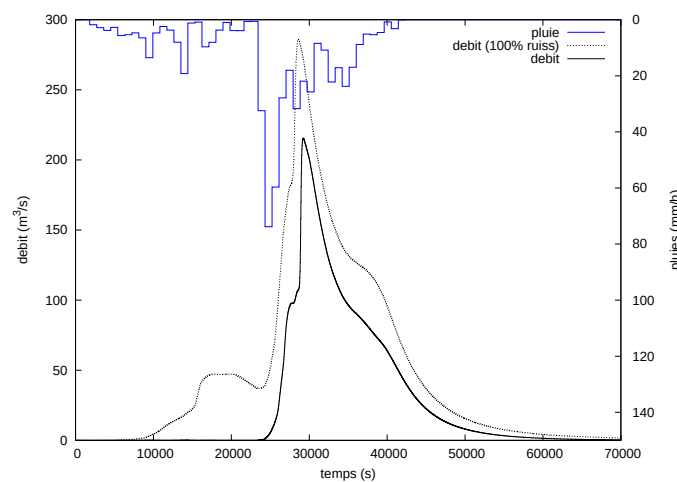


FIG. 3.5 – Réponse hydrologique du bassin versant (débit à l'exutoire)

La transformation pluie-débit à l'échelle du bassin versant peut être très difficile à analyser. Plus particulièrement, plus le bassin versant est petit, plus complexe, plus variable et donc moins prévisible sera la réponse hydrologique à l'exutoire. Même si l'on se restreint au cadre de la représentation perceptuelle décrite par le modèle MARINE (écoulement rapide de crue du au ruissellement par refus d'infiltration), la contribution des différents facteurs d'entrée à la réponse hydrologique peut être difficile à appréhender. De plus, les méthodes de descente ont été abandonnées pour l'optimisation des paramètres de ce type de modèles au profit de techniques plus coûteuses (coût de calcul relativement élevé et paramètres spatialement distribués). Nous présentons dans la suite quelques éléments importants de l'implémentation pratique de l'analyse de sensibilité et de l'estimation des paramètres par méthodes variationnelles.

### 3.2.2 Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation

Tout comme la plupart des représentations mathématiques des processus intervenant lors de la transformation pluie-débit, MARINE est un modèle non-linéaire comportant un couplage faible (*i.e* cascade) entre les différentes composantes d'écoulement et un certain nombre de seuils de fonctionnement (*ex.* voir figure 3.2 schématisant la dynamique du modèle d'infiltration). S'il demeure possible de dériver les équations du modèle linéaire tangent et du modèle adjoint à partir de la forme continue ou de la forme discrétisée des équations de conservation, la représentation la plus fidèle de la relation entre variables indépendantes et variables dépendantes du modèle est son code source (section 2.2). Nous opérerons donc la différentiation, en mode direct et inverse, directement au code source du modèle direct (écrit en FORTRAN) à l'aide de l'outil TAPENADE présenté au paragraphe 2.2.3.5.

#### 3.2.2.1 Spécification des variables indépendantes

La différentiation algorithmique présente également l'avantage de pouvoir considérer comme facteur d'entrée un *paramètre numérique* n'apparaissant ni dans la formulation continue ni dans la formulation discrétisée du modèle. Lors de la description de l'approche numérique adoptée pour la fonction de Transfert de MARINE, il a été précisé qu'un seuil sur les vitesses que nous noterons  $u_m$  est utilisé pour garantir la stabilité du schéma numérique. Ainsi, plutôt que d'effectuer une révision de cette approche nous nous proposons d'évaluer la cohérence de la structure existante par analyse de sensibilité.

Alors que l'approximation numérique peut contribuer de manière sensible à l'incertitude sur les variables pronostiques du modèle, il n'est pas très fréquent de faire des *paramètres numériques* des facteurs d'entrée de la modélisation au même titre que les *paramètres physiques*. A titre d'exemple, dans le cadre d'une analyse d'incertitude (méthode GLUE de Beven et Binley (1992)) dans le domaine de l'hydraulique fluviale, Pappenberger *et al.* (2005) font du *coefficient d'implicitation* et du pas de temps, des sources d'incertitude supplémentaires (en plus des paramètres de calage classiques). L'influence du seuil  $u_m$  déterminant le filtrage des vitesses calculées par le modèle a une influence encore plus directe sur les résultats de simulation, influence que nous nous proposons de quantifier comparativement aux autres paramètres du modèle.

Ainsi, avec pour objectif d'analyser les dérivées calculées par différentiation algorithmique (analyse de sensibilité) ou de les utiliser pour calculer une direction de descente pour l'estimation de paramètres, les variables indépendantes que nous allons considérer peuvent être regroupées dans un vecteur  $\alpha$  donné par

$$\alpha = [K, n, \theta, \psi, \eta, u_m]$$

Celles-ci contrôlent les variables d'état à partir desquelles nous allons calculer, à travers la fonction objectif, l'unique variable dépendante du système. En fonction du contexte de l'analyse, celle-ci pourra être scalaire ou vectorielle, représenter un aspect de la prévision, une fonctionnelle d'écart aux observations, ou l'intégralité de la chronique de débits simulés.

On adopte afin de faciliter l'estimation des paramètres, une structure modulaire telle que celle qui est préconisée par Chavent (1991), structure au sein de laquelle intervient une paramétrisation générique permettant le passage de l'espace des paramètres d'origine (base canonique) à une base réduite garantissant un problème inverse stable (section 3.5). Dans un cadre général, si l'on désigne par  $\beta$  un vecteur de paramètres de taille  $n$ . Toutes les composantes de  $\beta$  ne pouvant être estimées avec les observations disponibles, l'élaboration d'une paramétrisation de rang réduit consiste à définir  $m$  degrés de liberté ( $m \ll n$ ) permettant de décrire  $\beta$  (Sun 1995). Dans le cadre discret, cela revient à exprimer  $\beta$  dans une base réduite plutôt que dans la base canonique. Les vecteurs générateurs de cette base ( $Z_k, k = 1 \dots m$ ), vecteurs de dimension  $n$  pourront être dérivés à partir de l'information a priori (*i.e.* répartition spatiale fixée) et les coefficients ( $c_k, k = 1 \dots m$ ) estimés par assimilation de données. On exprime donc

$$\beta = \sum_{k=1}^m c_k Z_k \quad (3.12)$$

Ce formalisme très général permet de prendre en compte des paramétrisations de la plus simple à la plus complexe. Le cas  $m = 1$  correspond à l'ajustement d'un facteur multiplicatif avec une répartition spatiale fixée par  $Z_1$  alors que le cas  $m = n$  équivaut à la recherche des  $n$  coefficients dans la base canonique de  $\mathbb{R}^n$ .

A titre d'exemple, pour le bassin versant qui sera décrit un peu plus tard (section 3.2.1), on peut fixer deux degrés de liberté pour chacun des paramètres (au lieu de  $n$  le nombre de mailles), un pour les versants et l'autre pour le réseau de drainage. Les deux régions du bassin versant sont distinguées en fixant un seuil pour l'aire drainée amont au delà duquel le point concerné appartient au dit réseau. Une telle zonation fait apparaître le domaine  $\Omega_1$  en vert correspondant aux pixels versants puis  $\Omega_2$  en bleu regroupant les pixels du réseau de drainage. Chacun des paramètres sera donc décrit par deux vecteurs de base (équation 3.12)

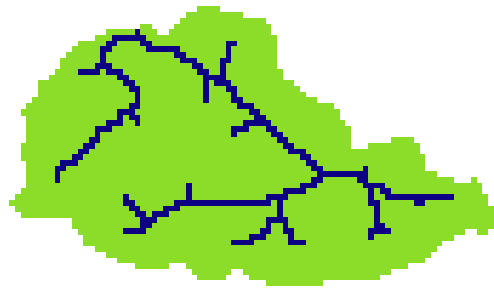


FIG. 3.6 – Paramétrisation versants/réseau sur le sous bassin du Thoré

donnés par

$$V_1 \text{ tq } \begin{cases} Z_1(x) = 1 & \text{si } x \in \Omega_1 \\ Z_1(x) = 0 & \text{si } x \in \Omega_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad V_2 \text{ tq } \begin{cases} Z_2(x) = 0 & \text{si } x \in \Omega_1 \\ Z_2(x) = 1 & \text{si } x \in \Omega_2 \end{cases}$$

On peut donc les écrire les *paramètres d'origine* sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} K &= k_v Z_1 + k_r Z_2 \\ n &= n_v Z_1 + n_r Z_2 \\ \theta &= \theta_v Z_1 + \theta_r Z_2 \end{aligned}$$

En définitive, alors que sans paramétrisation les variables indépendantes sont regroupées dans le vecteur  $\alpha = [K, n, \theta, \psi, \eta, u_m]$ , dans ce cas les degrés de liberté sont les coefficients dans la base  $\{Z_1, Z_2\}$ .

### 3.2.2.2 Implémentation et validation

La différentiation algorithmique n'étant pas complètement automatique, il est souvent nécessaire d'apporter des modifications au code source avant et après cette transformation. Les fonctionnalités du code source de MARINE non prises en charge par TAPENADE étant en nombre relativement limité, les efforts antérieurs à la différentiation ont été principalement consacrés à l'amélioration de la modularité et de la flexibilité du code direct.

Comme cela a été précisé en section 2.2.3.4, la présence de méthodes itératives peut compliquer le développement du code adjoint. La méthode de Newton employée pour le calcul de l'infiltration cumulée (résolution de l'équation 3.7) dans le cadre de l'approximation de Green et Ampt doit donc faire l'objet d'une attention particulière. Si différentes stratégies peuvent être mises en œuvre, dans notre cas il s'avère que l'adjoint des itérations du problème direct est approprié pour la résolution du problème adjoint (nombre d'itérations suffisant pour assurer la convergence).

En outre, même si des efforts considérables sont déployés afin de garantir l'efficacité des codes différenciés, validation et optimisation demeurent des étapes incontournables. Comme cela est souligné à la section 2.2.3, l'optimisation peut se révéler très bénéfique lors du mode inverse pour les modèles non-linéaires. Au delà de la détection du *code mort* (inutile pour le calcul des dérivées) de plus en plus efficace dans TAPENADE, le stockage d'une partie de la trajectoire du modèle direct pour le calcul des variables adjointes peut être problématique. De manière générale, l'approche adoptée par TAPENADE étant relativement conservative, les performances du code adjoint peuvent être améliorées.

En effet, le schéma d'intégration en temps adopté dans MARINE (schéma explicite) n'est pas sans conséquences sur l'implémentation de la méthode de l'état adjoint. Plus le pas de temps est faible, plus nombreuses seront les itérations en temps et plus volumineuse sera la trajectoire directe à stocker.

De plus, l'efficacité de la stratégie de *checkpointing* adoptée par TAPENADE (section 2.2.3.5) est très dépendante de la physionomie du graphe d'appel du programme direct (*checkpoints* placés aux appels de fonctions ou de procédures). Au delà d'une prise en compte de cet élément dans l'implémentation du programme direct, l'optimisation des sauvegardes permet des gains en performance qui peuvent se révéler substantiels. A titre d'exemple, pour un cas test donné, avant optimisation le code adjoint est 10 fois plus coûteux que le code direct en CPU et 107 fois plus gourmand en espace mémoire. Après optimisation, l'espace mémoire est divisé par un facteur supérieur à 2 et le temps CPU par un facteur de l'ordre de 2.5. Les performances pourraient sans doute être encore améliorées par une optimisation plus approfondie du code adjoint produit par TAPENADE.

Le code produit par l'outil de différentiation automatique ainsi que l'ensemble des modifications qui y sont apportées sont validés à l'aide de la procédure décrite à la section 2.2.4. A titre d'illustration, pour l'une des réponses analysées au cours de ce chapitre (volume ruisselé) les résultats du test gradient effectué avec le modèle linéaire tangent et le modèle adjoint pour différentes directions de l'espace des paramètres sont donnés par la figure 3.7. On obtient un gradient d'une très grande précision vers lequel converge l'approximation différence finies jusqu'à l'apparition des erreurs d'arrondi. On peut également remarquer que la période de décroissance linéaire est plus faible pour les paramètres du modèle d'infiltration. Ceci est dans doute une illustration d'un plus faible domaine de validité des dérivées de part la succession des différents régimes d'infiltration (figure 3.2).

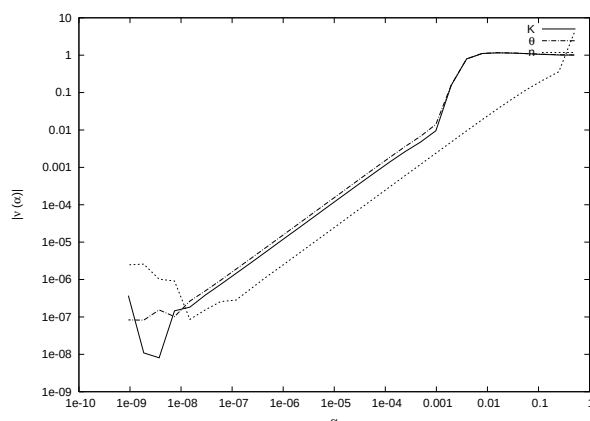


FIG. 3.7 – Test du gradient

En effet, le domaine de validité des dérivées calculées peut être réduit dans le cas où des instructions conditionnelles impliquent des variables dites *actives* (section 2.2.3.4 et (Araya-Polo 2006)). Les instructions conditionnelles pilotant le changement de régime impliquent l'infiltrabilité potentielle calculée (équation 3.5) à partir des variables indépendantes. Les variations sur les variables indépendantes ne vont donc être propagées qu'au sein du même *flot de contrôle*. En d'autres termes, ceci veut dire que malgré les perturbations apportées aux variables indépendantes, l'enchaînement des régimes d'infiltration va demeurer le même (que celui défini par les valeurs nominales) pour toutes les mailles du bassin versant.

Malgré cela, nous verrons dans la suite que le sous-gradient calculé permet d'aborder de manière très intéressante les problématiques de l'analyse de sensibilité et l'estimation des paramètres. Au sens large du terme, la réponse hydrologique désigne toutes les variables d'état du modèle c'est à dire les hauteurs et les vitesses de l'écoulement de surface, l'infiltration cumulée dans le sous-sol et ceci pour tous les éléments de la discrétisation et tous les pas de temps de la simulation. Comme cela a été précisé en section 2.3.2, formellement les méthodes variationnelles (approche différentielle) permettent de mener des analyses de sensibilité multi-critères (réponse scalaire ou vectorielle) et multi-variables (plusieurs facteurs d'entrée). La méthode de l'état adjoint est particulièrement efficace dans le cas d'une réponse scalaire dépendant d'un nombre important de variables de contrôle. Nous allons dans un premier temps nous attaquer à l'analyse d'une réponse scalaire.

### 3.3 Sensibilité d'un aspect de la réponse hydrologique, réponse scalaire

Comme cela est préconisé par Saltelli *et al.* (2004), la première étape à effectuer lors de l'initiation d'une analyse de sensibilité est d'établir le (ou les) objectif(s) de cette introspection puis les facteurs d'entrée considérés. Ceci guide la formulation d'un ou plusieurs critères d'analyse (fonctions réponse) dont nous allons étudier la dépendance vis-à-vis des variables de contrôle de la modélisation. De manière générale, la question posée au modèle peut être résumée en une mesure scalaire que l'on qualifiera de variable dépendante.

Comme cela est précisé en section 3.2.2, le code source de MARINE a été dérivé par rapport aux paramètres *dits physiques* ( $K, n, \theta, \psi$  et  $\eta$ ) mais aussi par rapport à un artefact strictement numérique (seuil sur les vitesses  $u_m$ ) n'apparaissant ni dans les équations continues du modèle, ni dans les équations discrétisées mais uniquement dans la représentation la plus fidèle du modèle : l'objet algorithmique représenté par son code source. Ces paramètres, tous spatialement distribués vont donc constituer les variables dites indépendantes.

L'objectif de l'analyse ne peut pas être dissocié de l'objectif de la modélisation en l'occurrence la simulation d'un hydrogramme de crue  $q(t)$  à l'exutoire du bassin versant. La vocation du modèle MARINE étant principalement la caractérisation de la montée en crue, nous allons donc analyser les aspects essentiels de l'hydrogramme, fonctions scalaires de  $q(t)$ . L'objectif étant de mieux comprendre le fonctionnement du modèle on ne restreint pas ici à une seule mesure scalaire. Si apprécier les variations de la réponse hydrologique d'un point de vue qualitatif (aspect visuel de l'hydrogramme) peut fournir des renseignements importants à un utilisateur avisé, une mesure quantitative doit être formulée pour une analyse de sensibilité rigoureuse et systématique.

Afin de qualifier l'hydrogramme de crue par un scalaire, on dégager les caractéristiques essentielles que l'on cherche à représenter par le modèle. On retient donc :

- le **coefficient de ruissellement**, qui renseigne sur l'abattement de la lame d'eau précipitée par infiltration ; la proportion de cette lame d'eau qui participe au ruissellement c'est à dire le volume de la crue, est une variable clé du bilan hydrologique.
- le **débit de pointe** atteint au cours de l'évènement qui constitue une variable d'intérêt capital pour la prévision opérationnelle.

A priori, le coefficient de ruissellement est principalement déterminé par les paramètres de la fonction de production alors que le débit de pointe est essentiellement contrôlé par les paramètres de la fonction de transfert. Afin de corroborer cette conception a priori et d'en analyser la portée hydrologique, on formule les deux fonctions réponses correspondantes :

$$R_1(\alpha) = \frac{\int_0^T q(t)dt}{\int_0^T \int_{\Omega} r(t)d\Omega dt} \quad R_2(\alpha) = \frac{\max_{t \in [0, T]} q(t)}{q_{ref}} \quad (3.13)$$

$$\text{avec} \quad \alpha = [K, n, \theta, \psi, \eta, u_m]$$

où  $q_{ref}$  est le débit de pointe obtenu dans le cas où la totalité de la lame précipitée est ruisselée jusqu'à l'exutoire (infiltration négligeable). On rappelle que  $r(t)$  désigne l'intensité de la pluie.

La fonction réponse  $R_2$  n'est pas dérivable au sens classique du terme. Alors que Cacuci (1981b) présente le cadre théorique permettant la prise en compte de telles réponses (très importantes dans certains domaines tel que celui de la sûreté de réacteurs nucléaires), on se contentera ici du sous-gradient calculé par différentiation algorithmique lorsque le maximum est implémenté à l'aide d'une instruction conditionnelle sur le débit courant (*i.e* si  $q(t) > q_{max}$  alors  $q(t) = q_{max}$ ). Ainsi, contrairement à l'approche formelle proposée par

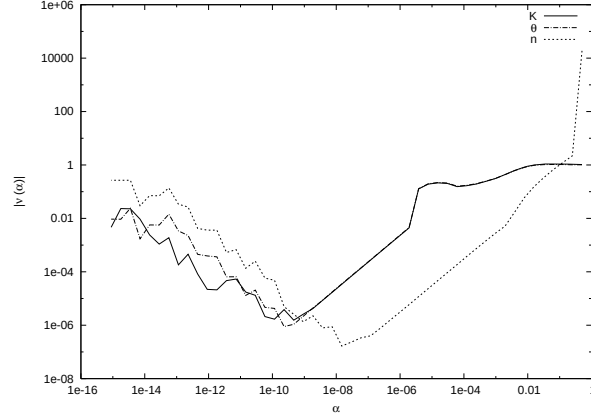


FIG. 3.8 – Test du produit scalaire pour fonction réponse  $R_2$

Cacuci (1981b), seule la valeur du maximum et non le maximum puis sa position dans l'espace des phases du modèle est prise en compte. Si les résultats du test du produit scalaire sont relativement satisfaisants pour cette réponse (figure 3.8), la capacité du sous-gradient calculé à guider une optimisation des paramètres basée sur un critère représentant l'écart entre le débit de pointe calculé et le débit de pointe observé s'est avérée très limitée.

Alors qu'il est nécessaire de prescrire une valeur par élément de la discrétisation pour chacun des paramètres, déterminer l'influence de chacune d'entre elles sur la réponse de l'hydrosystème implique un coût de calcul totalement prohibitif avec les méthodes classiques d'analyse de sensibilité. A l'opposé, la méthode de l'état adjoint permet d'obtenir la sensibilité d'une réponse scalaire par rapport à toutes les variables de contrôle pour un coût de calcul indépendant de la dimension de l'espace de contrôle. Nous nous proposons donc, pour notre modèle à paramètres distribués, d'exploiter cette propriété fondamentale.

Au delà de l'intérêt relatif à la problématique de l'estimation des paramètres (influence relative des paramètres, identifiabilité, ciblage des observations ...) la richesse de l'information résultante (évolution temporelle, répartition spatiale) devrait contribuer à la corroboration des hypothèses de fonctionnement formulées à travers les équations de conservation. Vérifier que le comportement du modèle est bien en accord avec notre perception des processus hydrologiques devrait contribuer, grâce à la simulation numérique, à une meilleure caractérisation du fonctionnement des hydrosystèmes. Il est important de souligner que le fait que l'analyse soit effectuée avec la représentation la plus fidèle du modèle, c'est à dire son code source, est un avantage indéniable.

### 3.3.1 Influence relative des paramètres

Pour un point donné de l'espace des paramètres et donc une trajectoire dans l'espace des phases, les dérivées calculées par la méthode de l'état adjoint permettent d'apprécier de manière quantitative comment les variations de la réponse d'un modèle peuvent être attribuées aux différentes variables indépendantes. Une unique intégration rétrograde du modèle adjoint permet d'obtenir un vecteur (une composante par localisation spatiale) de sensibilité pour chacun des paramètres. On procède à une normalisation des dérivées en utilisant les valeurs nominales. En résumé, on calcule donc la norme euclidienne des vecteurs de sensibilité normalisés afin de quantifier l'influence relative des paramètres. Cette norme accordant un poids équivalent aux composantes de sensibilité positives et négatives pour un même paramètre, elle présente le désavantage de ne pas rendre compte des processus spatiaux de compensation. Comme nous le verrons plus loin, ceux-ci ne sont présents de manière marginale que pour l'effet du coefficient de frottement sur le débit de pointe.

#### 3.3.1.1 Diagnostic seuil sur les vitesses

Lors de la description du modèle MARINE, nous avons mentionné pour la fonction de transfert un schéma numérique relativement rudimentaire dont la stabilité est assurée par un artefact numérique  $u_h$  (seuil sur les vitesses). Comme cela est précisé en section 3.2.2, lors de la différentiation du code MARINE, nous avons fait de ce paramètre une variable de dérivation. La valeur prescrite pour ce paramètre pouvant affecter de manière directe les variables d'état du système, celle-ci devrait faire l'objet d'une attention particulière.

Le choix d'une valeur nominale pour  $u_h$  est forcément dépendant de notre perception de la réalité hydrologique et de la capacité du modèle à la représenter. D'après les ordres de grandeur des vitesses de ruissellement (diffus ou concentré) observées il ne semble pas du tout aberrant de fixer  $u_h$ , ce seuil sur les vitesses à  $1\text{ms}^{-1}$ . Cependant, l'hypothèse sous-jacente est que les variables internes (à l'échelle de la maille) simulées par le modèle peuvent être rapprochées de la réalité hydrologique. Selon Estupina-Borrell (2004), l'analyse de variables internes peut s'avérer très délicate et devrait se restreindre à des débits intermédiaires en différentes localisations du réseau hydrographique pérenne, localisations impliquant une aire drainée amont de l'ordre de quelques dizaines de  $\text{km}^2$ .

Alors que les paramètres sont fixés à leur valeur de référence (table 3.1), les contributions relatives (en %) des paramètres aux réponses définies par l'équation 3.13 sont regroupées dans le tableau 3.2. A partir de ces premiers résultats, on peut conclure que pour ce cas particulier, le seuil sur les vitesses joue un rôle déterminant sur le transfert des lames d'eau vers l'exutoire du bassin versant. En effet, le débit de pointe de la crue (réponse  $R_2$ ), aspect fondamental du transfert est principalement contrôlé par  $u_h$ . Comparativement, le coefficient de frottement  $n$  (paramètre classique de calage) n'a qu'un effet marginal sur la réponse analysée. En revanche, la sensibilité obtenue pour la fonction réponse  $R_1$  confirme que le seuil sur les vitesses n'a pas d'influence sur la partition entre infiltration et ruissellement. En d'autres termes, on retrouve logiquement le fait que seule la forme de l'hydrogramme est modifiée par des variations de  $u_h$  et non l'intégrale de la courbe de débit (volume ruisselé).

Pour cette même configuration, les résultats de l'analyse de sensibilité locale effectuée avec le modèle adjoint sont corroborés par une analyse de sensibilité plus rudimentaire (méthode des perturbations ou

|       | $\eta, \theta, \psi$ | $K$   | $n$   | $u_m$    |
|-------|----------------------|-------|-------|----------|
| $R_1$ | 18.26                | 36.67 | 8.53  | 6.78E-09 |
| $R_2$ | 1.27                 | 2.36  | 30.12 | 63.67    |

TAB. 3.2 – Influence relative des paramètres (en %) sur le volume ruisselé (i.e  $R_1$ ) et le débit de pointe (i.e  $R_2$ ) pour  $u_m = 1\text{ms}^{-1}$ , diagnostic de l’effet du seuil sur les vitesses

*brute force method*) suivie d’une analyse des variables internes du modèle. Les résultats (non-présentés ici) révèlent que :

- la concentration de l’écoulement dans le réseau de drainage génère des lames d’eau et donc des vitesses de transfert importantes par la relation univoque de l’équation de *Manning* (équation 3.2) ;
- l’augmentation de la valeur du seuil sur les vitesses  $u_m$  entraîne des vitesses de transfert plus importantes dans le réseau de drainage et donc une montée en crue beaucoup importante et plus rapide.

Dans l’absolu, les vitesses locales atteintes au cours de la simulation peuvent être attribuées aux valeurs prescrites pour les facteurs d’entrée, au schéma numérique, à la description géométrique où à la représentation physique adoptée pour le processus de ruissellement.

Il a été souligné précédemment (section 3.1.1) que l’algorithme adopté dans MARINE pour le transfert vers l’exutoire entravait l’apparition d’ondes choc. Cependant, l’écoulement de surface est représenté sur l’intégralité de la zone comme un écoulement en fine lame sur une cascade de plans contigus de largeur, de longueur et de coefficient de frottement constants ( $n = 0.065$ ). Comme nous le verrons plus loin, le réseau de drainage peut au moins être pris en compte par l’intermédiaire de la paramétrisation (valeurs différentes pour le coefficient de frottement de Manning entre le réseau et les versants). De plus, si les dépressions locales du MNT sont corrigées lors de la phase de pré-traitement, les pentes locales et la largeur de ruissellement données par le MNT ne sont certainement pas très représentatives des profil longitudinaux et transversaux des ruisseaux parcourant les thalwegs principaux du bassin versant.

S’il semble logique d’accompagner tout changement d’échelle (résolution du MNT) d’un recalage des paramètres (changement d’échelle d’agrégation des processus) la situation peut être d’autant plus critique lorsque la géométrie du réseau de drainage est également altérée. L’épaisseur de la lame d’eau transitant par cette partie du bassin (essentielle pour le transfert) étant bien plus importante, toute modification de largeur sur laquelle le frottement s’effectue sera accompagnée d’importantes modifications des vitesses de ruissellement et donc de la réponse à l’exutoire. Avec la valeur prescrite par défaut pour le seuil, les vitesses de transfert sont quasiment fixées à  $1\text{ms}^{-1}$  lors de la phase de montée en crue pour une partie importante du réseau de drainage. L’effet du changement d’échelle sans recalage des paramètres peut donc être sous-estimé.

La mise en évidence de l’influence potentielle de cet artefact numérique sur les résultats de simulation a constitué une étape importante dans le développement du modèle MARINE. En effet, si il semble possible de limiter ou supprimer toute incidence sur les variables d’état du système sans altérer la structure du modèle, une révision de l’approche utilisée pour la fonction de transfert semble bien plus appropriée.

Ainsi, la convergence déjà engagée de certains travaux de l'IMFT devrait permettre une meilleure prise en compte du réseau de drainage et ses interactions avec les versants (Llovel et Dartus (2003), Boutron (2005), Bessiere (2005)). Dans le cadre de ce travail de thèse, l'étude étant principalement prospective, les expérimentations numériques (avec données synthétiques) sont effectuées avec cette version du modèle en s'assurant que l'effet du seuil sur les variables d'état peut être négligé.

### 3.3.1.2 Hiérarchisation des paramètres

Dans le cas où l'on fixe une valeur pour  $u_m$  supérieure au maximum atteint au cours de la simulation ( $u_m = 5\text{ms}^{-1}$ ), la contribution des différents paramètres sur la réponse à l'exutoire est détaillée dans la table 3.3. Les résultats obtenus permettent dans un premier temps de confirmer que  $u_m$  n'a plus aucune

|       | $\eta, \theta, \psi$ | $K$   | $n$   | $u_m$ |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|
| $R_1$ | 18.26                | 36.67 | 8.53  | 0.00  |
| $R_2$ | 4.40                 | 7.83  | 78.94 | 0.00  |

TAB. 3.3 – Influence relative des paramètres (en %) sur le volume ruisselé (i.e  $R_1$ ) et le débit de pointe (i.e  $R_2$ ) pour  $u_m = 5\text{ms}^{-1}$

influence sur les résultats de simulation. D'autre part, l'idée *a priori* selon laquelle le débit de pointe est principalement lié aux paramètres de la fonction de transfert et le volume ruisselé à ceux de la fonction de production est également confortée.

Comme cela est souligné par de nombreux auteurs pour ce type de modèle (ex. Vieux *et al.* (2004), Cappelaere *et al.* (2003), Castillo *et al.* (2003), Senarath *et al.* (2000)), la conductivité hydraulique  $K$  et le coefficient de friction de Manning  $n$  sont les paramètres les plus influents sur la réponse hydrologique pour ce type de modèles.

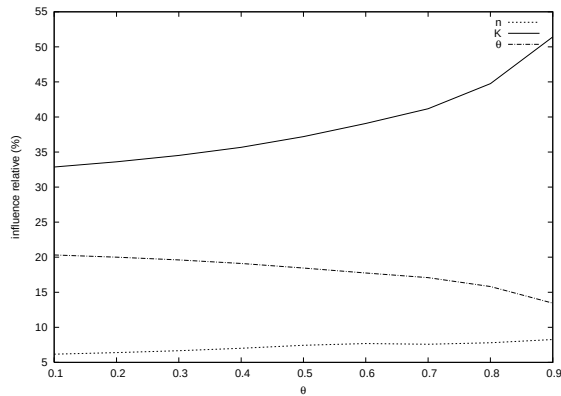
En utilisant le modèle MARINE, Kergomard *et al.* (2004) et Estupina-Borrell (2004) ont également mis en évidence le fait que l'effet de la conductivité hydraulique  $K$  sur les volumes infiltrés est bien plus important que celui de l'humidité initiale  $\theta$ . L'abattement de la pluie dont l'estimation est cruciale pour la prévision des crues à cinétique rapide est largement contrôlé par ce paramètre dont la variabilité intrinsèque est sûrement la plus importante. Par ailleurs, étant donnée la forme de l'équation 3.5, il n'est pas possible de discriminer l'importance des paramètres  $\eta$ ,  $\psi$  et  $\theta$ . Ceux-ci jouent exactement le même rôle dans le calcul de l'infiltration cumulée en apparaissant sous forme de produit dans la formulation du modèle de Green et Ampt. Il est également intéressant de noter que l'influence du paramètre de frottement sur la partition entre infiltration et ruissellement (réponse  $R_1$ ) est relativement importante. Des résultats similaires sont obtenus par Cappelaere *et al.* (2003) qui soulignent les interactions entre la fonction de production et la fonction de transfert. En définitive, si l'infiltration directe représente une part importante des pertes du bilan hydrologique, la part du ruissellement de surface qui s'infiltré sur le chemin vers l'exutoire (i.e phénomène de *runon*) ne doit pas être sous estimée. Celle-ci est suffisamment importante pour que le paramètre de transfert joue un rôle qui peut devenir comparable à celui de l'humidité initiale pour la partition entre infiltration et ruissellement.

### 3.3.1.3 Influence des valeurs nominales

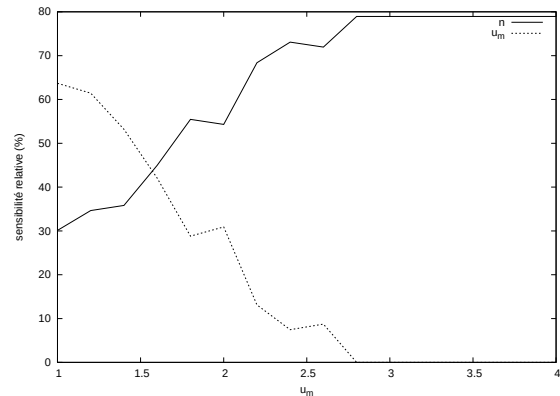
Comme cela a été précisé auparavant, l'analyse effectuée n'est que locale et valable qu'autour des valeurs nominales utilisées pour les paramètres. Afin d'illustrer l'influence que peut avoir la localisation dans l'espace des paramètres du point où est effectuée l'examen des sensibilités relatives, nous nous proposons d'effectuer une analyse similaire pour plusieurs points le long d'un segment de cet espace.

Nous avons pu constater que lorsque l'on fixe le seuil sur les vitesses  $u_m$  à  $1\text{ms}^{-1}$ , son influence sur le débit de pointe (réponse  $R_2$ ) est plus importante que celle du paramètre de calage de la fonction de transfert ( $n$  le coefficient de frottement de Manning). Afin d'apprécier les influences respectives de  $u_m$  et  $n$  sur cette réponse pour différentes valeurs du seuil, on effectue une analyse de sensibilité locale pour plusieurs points du segment  $u_m \in [1, 4]$ . La figure 3.9(b) permet de confirmer que les deux courbes évoluent de manière antagoniste,  $n$  le vrai paramètre de calibration finit par déterminer complètement le transfert pour  $u_m > 3$ .

En outre, l'analyse précédente a été effectuée pour une humidité initiale moyenne ( $\theta = 0.5$ ). Dans ce cas, le paramètre déterminant de la fonction de production est la conductivité hydraulique effective  $K$ . En utilisant la même approche que précédemment, nous nous proposons de vérifier que ceci reste le cas quel que soit l'état hydrique initial des sols sur le bassin versant. On passe donc d'un profil de sol complètement sec à un profil de sol complètement saturé en faisant varier  $\theta$  entre 0 et 1. On calcule donc pour la réponse  $R_1$  les contributions relatives des paramètres  $K$  et  $\theta$  pour  $\theta \in [0, 1]$ . Les autres paramètres demeurent fixés à leur valeur nominale. La figure 3.9(a) permet de constater que plus l'humidité initiale est importante, plus faible sera la porosité effective  $\eta(1 - \theta)$  et donc plus importante sera l'influence du paramètre  $K$  sur la partition entre infiltration et ruissellement. En effet, plus le profil de sol est humide en début de simulation, plus la décroissance du taux d'infiltration  $i(t)$  vers la conductivité hydraulique  $K$  sera rapide (cf. eq.3.5). L'influence du frottement, demeure faible mais croissante avec l'état hydrique initial du bassin versant.



(a) Contribution des différents paramètres au volume ruisselé (réponse  $R_1$ ) pour différentes valeurs de l'humidité initiale  $\theta$



(b) Contribution des différents paramètres au débit de pointe (réponse  $R_2$ ) pour différentes valeurs du seuil sur les vitesses  $u_m$

FIG. 3.9 – Influence de la valeur nominale des paramètres sur les indices de sensibilité

### 3.3.1.4 Influence de la dynamique du forçage atmosphérique

La trajectoire dans l'espace des phases du modèle, et donc les sensibilités calculées, sont également fortement très dépendantes de l'épisode pluvieux considéré. Sans aller jusqu'à considérer des scénarios représentant l'étendue de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations (*ex.* avec une banque de données historiques), nous nous proposons d'échantillonner une partie de cet espace très complexe en utilisant comme base les caractéristiques de l'épisode de Novembre 1999. Toujours avec un forçage uniforme en espace, on fait varier dans un premier temps un facteur multiplicatif sur les intensités de pluies entre 0.5 et 2.. Les simulations résultantes font passer le coefficient de ruissellement de 30 à 70 % et le débit de pointe de 45 à  $600\text{m}^3\text{s}^{-1}$ . Afin d'explorer des événements de caractéristiques différentes, avec un cumul de pluie constant (celui de l'épisode de Novembre 1999), on ajuste la durée de la pluie afin de faire varier l'intensité entre  $8\text{mmh}^{-1}$  et  $80\text{mmh}^{-1}$ . Les durées correspondantes s'échelonnent entre 16 heures 45 minutes et 1 heure 30 minutes. On obtient un coefficient de ruissellement variant entre 25 et 75 % et un débit de pointe évoluant entre 25 et  $475\text{m}^3\text{s}^{-1}$ . Les résultats obtenus pour les indices de sensibilité sont reportés par les figures 3.10 et 3.11. L'influence relative de chacun des paramètres est relativement

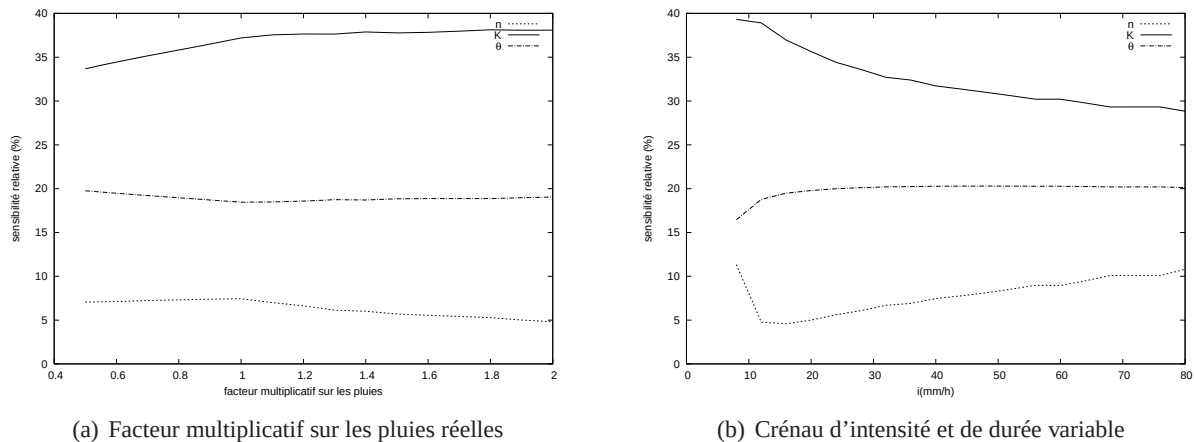


FIG. 3.10 – Influence de la dynamique du forçage sur les sensibilités du volume ruisselé (réponse  $R_1$ ) aux paramètres

stable pour la gamme d'épisodes considérés. Le paramètre dont l'influence sur la réponse  $R_1$  (coefficient de ruissellement) varie le moins pour les différents forçages testés est sans conteste le paramètre  $\theta$ . On peut remarquer que l'influence de la conductivité hydraulique sur la partition entre infiltration et ruissellement augmente progressivement avec le facteur multiplicatif sur les intensités de pluies (figure 3.10(a)) alors que celle-ci décroît lorsque l'augmentation d'intensité est accompagnée d'une diminution de la durée (figure 3.11(a)). La sensibilité du débit de pointe au coefficient de frottement est toujours bien supérieure à celle observée pour les autres paramètres dans le cas où la pluie est de durée constante et d'intensité croissante ; elle a même tendance à augmenter au détriment des autres paramètres (figure 3.11(a)). A l'opposé on peut remarquer lors de l'examen de la figure 3.11(b) que la valeur prescrite pour la conductivité hydraulique est plus influente sur le débit de pointe que le coefficient de frottement ; le rapport de forces s'inverse seulement pour des épisodes courts et des intensités de pluies très importantes.

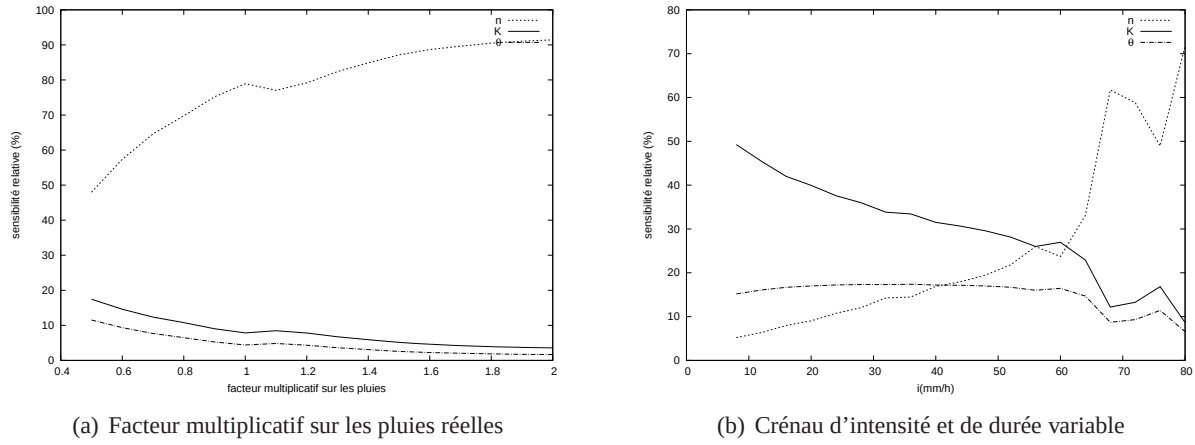


FIG. 3.11 – Influence de la dynamique du forçage sur les sensibilités du débit de pointe (réponse  $R_2$ ) aux paramètres

En conclusion, l'influence relative de chacun des paramètres sur la réponse hydrologique peut être quantifiée de manière efficace pour une trajectoire de l'espace des phases, trajectoire donnée par les valeurs nominales des paramètres et des variables de forçage. Le modèle direct étant non-linéaire, cette analyse locale peut et doit être étendue à une partie plus importante de cet espace.

Afin d'améliorer notre compréhension de la transformation pluie-débit telle qu'elle est effectuée par le modèle MARINE, on se propose d'exploiter la richesse de l'information disponible en effectuant une analyse plus approfondie (spatiale et temporelle) des sensibilités calculées par la méthode de l'état adjoint. Il ne s'agit pas d'opérer de nouveaux calculs mais d'interpréter de manière approfondie tous les résultats fournis par une unique intégration rétrograde du modèle adjoint.

### 3.3.2 Évolution temporelle des sensibilités

L'analyse effectuée à la section précédente s'intéresse à l'influence des paramètres sur une réponse scalaire caractérisant un aspect de la réponse hydrologique pour une période de simulation fixée. La sensibilité calculée est donc représentative de toute la période de simulation. Cependant, si l'on s'intéresse à une réponse telle que  $R_1$  (eq. 3.13) qualifiant le bilan hydrologique (partition entre infiltration et ruissellement), il n'y a aucune raison pour que l'influence des paramètres sur les pertes de ce bilan soit constante sur la durée de la simulation. Au cours de l'analyse précédente l'information était agrégée en temps du fait de l'intégrale présente dans l'équation 3.13. Nous allons maintenant utiliser le potentiel de la méthode de l'état adjoint afin d'apprécier la variabilité temporelle de la sensibilité de la réponse aux paramètres.

Comme cela est souligné par Hall et Cacuci (1983) dans le cadre continu et exploité par de nombreux auteurs (ex. Margulis et Entekhabi (2001a, Longépé (2004)) la variable adjointe correspondant à un paramètre peut être interprétée physiquement. Au pas de temps  $t$ , elle correspond à la sensibilité de la réponse à une perturbation instantanée du paramètre. Dans le cas de la réponse  $R_1$ , nous allons donc pouvoir suivre la variabilité temporelle de l'influence des paramètres sur les pertes du bilan hydrologique.

Les paramètres étant spatialement distribués et d'ordres de grandeur différents, afin de pouvoir apprécier

cette variabilité temporelle pour tous les paramètres simultanément, on calcule la norme  $L_2$  pour chacune des variables adjointes normalisées. La figure 3.12(c) résume les résultats obtenus, les figures 3.12(a) et 3.12(b) respectivement l'hydrogramme à l'exutoire et les premiers moments statistiques d'un *coefficient de ruissellement* variable en temps et en espace constituent des variables de post-traitement utiles pour corroborer les résultats de l'analyse de sensibilité temporelle. La durée d'intégration du modèle a été subdivisée en 4 périodes afin de clarifier l'interprétation des résultats.

Dans un premier temps (période 1), la totalité de la pluie s'infiltre ( $i(t) = r(t)$ ) à travers la surface du bassin versant. Il n'y a donc pas de montée de l'hydrogramme à l'exutoire (figure 3.12(a)) et le coefficient de ruissellement est nul sur tout le bassin (figure 3.12(b)). Il ne se produit aucun ruissellement (ni *run-on*, ni *run-off*) et la totalité de la pluie brute est infiltrée sans intervention des paramètres de sol. Ceci correspond au régime 1 décrit en section 3.1.2 pour lequel en figure 3.12(c) la sensibilité est nulle pour l'ensemble des paramètres du modèle sauf pour un pic très isolé. En effet, les paramètres interviennent uniquement dans le calcul de l'infiltrabilité potentielle qui détermine le résultat de l'instruction conditionnelle (choix du régime d'infiltration) mais pas dans le calcul de la variable d'état : l'infiltration cumulée au pas de temps  $t$  ( $I_{t+\Delta t} = I_t + r(t)\Delta t$ ).

Ensuite, en début de période 2, l'intensité des précipitations connaît un maximum local faisant suite à une augmentation progressive en fin de période 1. Les sols ayant déjà absorbé les précipitations de la période 1, l'infiltrabilité diminue et ne suffit souvent plus à absorber la totalité de la lame d'eau précipitée. Il y a donc changement de régime d'infiltration, passage du régime 1 éventuellement au régime 2 puis très rapidement (pas de temps très faible) au régime 3. On peut observer durant cette période une variabilité relativement importante des sensibilités et des moments statistiques du *coefficient de ruissellement* alors que les débits à l'exutoire demeurent nuls. Il semble donc que cette période soit caractérisée par un ruissellement qui n'atteint jamais l'exutoire (*run-on*). On peut noter qu'il y a durant cette période 2 pics d'intensité pour les précipitations que l'on retrouve dans l'évolution des sensibilités et des moments du coefficient de ruissellement. Chaque pic d'intensité des pluies produit une augmentation immédiate de la sensibilité aux paramètres de la fonction de production (infiltration directe) alors que l'effet du coefficient de frottement sur les pertes par infiltration ne croît que très progressivement pour diminuer ensuite avec les autres paramètres lorsque les pluies sont moins fournies.

Lors d'un pic d'intensité des précipitations, les pertes s'effectuent donc d'abord presque exclusivement par infiltration directe puis après ruissellement sur le chemin de l'exutoire. Ce fonctionnement, en accord avec la physique, est conforté par les moments du coefficient de ruissellement. En effet, le même décalage est observé entre sa moyenne et son écart type. Juste après un pic d'intensité de pluie, la moyenne du coefficient de ruissellement augmente de manière quasi-instantanée alors que l'écart type n'explose qu'une fois que la moyenne chute. Autrement dit, la pluie étant uniforme, l'infiltration se produit dans un premier temps en faible proportion mais sur une partie importante du bassin versant (coefficient de ruissellement de moyenne importante, variance très faible) puis progressivement principalement dans les zones de concentration de l'écoulement lorsque les pluies s'estompent.

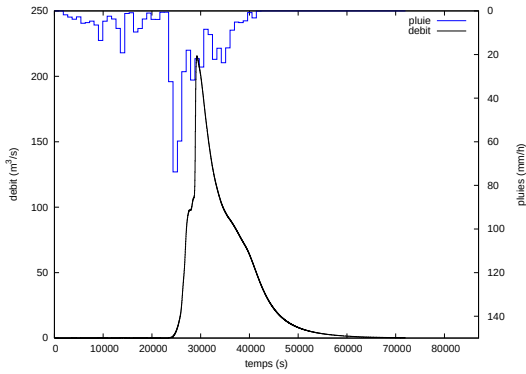
La période 3 est caractérisée par un comportement similaire mais bien plus marqué de part la durée et l'intensité des précipitations. En tout début de période 3 une très violente augmentation de la sollicitation

des pluies provoque de nouveau un seuil important sur les sensibilités aux paramètres. Un coefficient de ruissellement moyen très proche de 1 sur presque la totalité (variance très faible) du bassin versant provoque une montée relativement rapide de l'hydrogramme de crue (cf figure 3.12(a)). Comme précédemment, initialement, la lame d'eau à infiltrer provient essentiellement des précipitations directes et la sensibilité aux paramètres de surface (frottement) est marginale et augmente au fur et à mesure que le *run-on* se généralise jusqu'à atteindre son maximum en fin de période 3.

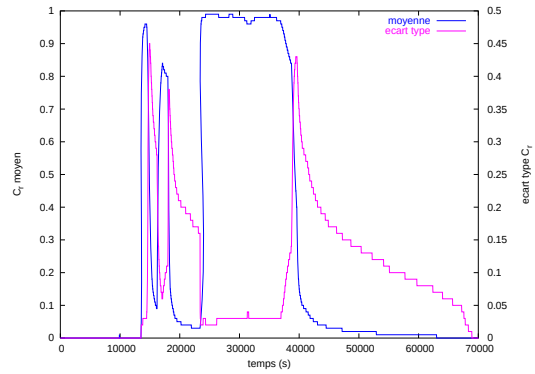
Dans le même temps, les intensités de pluies demeurant relativement élevées, le coefficient de ruissellement moyen reste proche de 1 avec une variance très faible. Durant cette période l'influence de la conductivité hydraulique effective  $K$  est quasi-constante sur le bassin et l'influence des autres paramètres de *Green et Ampt* diminue au fur et à mesure que l'infiltration cumulée augmente (cf équation 3.5).

Enfin, dès que les intensités de pluie deviennent plus modérées (période 4), le coefficient de ruissellement moyen chute et sa variance explose, le ruissellement ne se produisant plus que dans le réseau de drainage. Pendant la phase de récession, la profondeur de sol n'étant pas limitée, l'infiltration d'une partie des lames d'eau provenant de l'amont se prolonge jusqu'à fin de la simulation. Le coefficient de ruissellement moyen diminue très rapidement et la variance beaucoup moins de part l'hétérogénéité de l'infiltration sur le bassin versant.

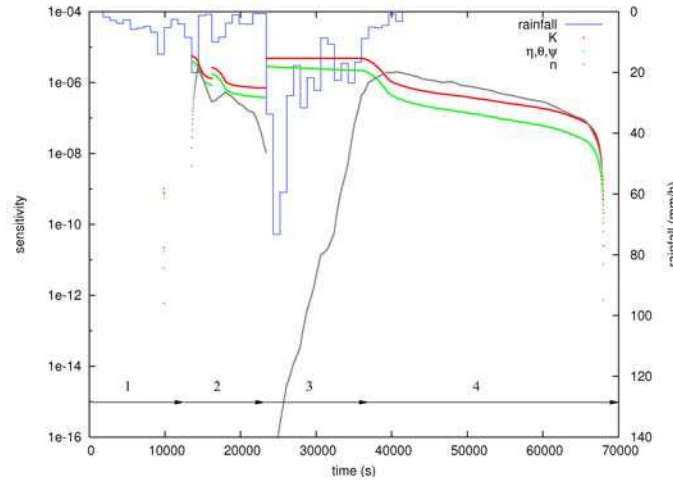
Comme cela est souligné par (Woolhisher *et al.* 1996), après l'arrêt des pluies, la concentration de l'écoulement dans le réseau de drainage provoque une réduction de l'aire d'infiltration et une augmentation de l'interaction entre infiltration et ruissellement de surface. On peut noter que durant la période 4 l'influence du frottement sur la partition entre ruissellement et infiltration est plus importante que celle des paramètres de la fonction de production. Lorsqu'une analyse similaire est conduite pour le débit de pointe avec une valeur nominale influente pour le seuil sur les vitesses (résultats non reproduits ici), elle permet de confirmer l'influence prépondérante de  $u_m$  au cours de la phase de montée en crue.



(a) Hydrogramme à l'exutoire



(b) Moments statistiques du coefficient de ruissellement



(c) Evolution temporelle des sensibilités à  $R_1$

FIG. 3.12 – Évolution temporelle des sensibilités du volume d'écoulement (i.e réponse  $R_1$ ) aux paramètres et variables directes explicatives

Comme nous avons pu le constater, la variabilité temporelle des sensibilités peut constituer une information complémentaire permettant de mieux appréhender et valider le fonctionnement du modèle hydrologique. D'autre part, cette analyse peut permettre d'exhiber ou d'isoler l'influence d'un paramètre ou d'un groupe de paramètres pour une réponse donnée et/ou pour une période de simulation fixée.

De telles informations sont susceptibles de contribuer à l'amélioration des procédures d'estimation des paramètres (choix du critère d'estimation, choix des poids accordés aux observations à travers la matrice de covariance). A titre d'exemple, estimer les paramètres d'infiltration avec un critère de type volume en donnant un poids plus important aux observations correspondant aux périodes où les pertes s'effectuent principalement par infiltration directe permettrait de réduire les interactions avec le frottement.

### 3.3.3 Répartition spatiale de l'influence des paramètres

Alors que jusqu'à maintenant l'information résultant de l'analyse de sensibilité était agrégée d'un point de vue spatial (par la norme euclidienne), nous allons maintenant examiner le contenu du vecteur de sensibilités

pour chacun des paramètres. Toutes les mailles de la discrétisation ne contribuent pas de la même manière (signe et amplitude) à la réponse hydrologique.

De nombreuses études sont consacrées à l'influence de la variabilité spatiale des paramètres sur la réponse hydrologique (par ex. Woolhisher *et al.* (1996); Corradini *et al.* (1998), Brath et Montanari (2000); Séguis *et al.* (2002); Castillo *et al.* (2003)). Elles consistent toutes à effectuer des simulations avec différentes répartitions spatiales pour les paramètres (déterministes, stochastiques ou combinaisons des deux approches), pour différents types de forçage atmosphérique. En utilisant des paramètres uniformes sur le bassin versant, nous proposons dans cette section une analyse de variabilité spatiale de l'influence des paramètres sur la réponse analysée. Cette façon d'aborder le problème de l'influence de l'hétérogénéité des caractéristiques du sous-sol et des conditions de surface semble également très intéressante.

### 3.3.3.1 Base canonique

Lorsque l'on utilise des techniques basées sur l'échantillonnage de l'espace des paramètres, il est nécessaire de réduire le nombre de facteurs d'entrée pour rendre le problème abordable d'un point de vue coût de calcul. Hall *et al.* (2005) ou Yatheendradas *et al.* (2005) optent par exemple pour une méthode de zonation pour l'application de méthodes de décomposition de la variance. La méthode de l'état adjoint permet une analyse de sensibilité locale très efficace pour les systèmes à paramètres distribués. On peut donc s'autoriser la paramétrisation la plus complexe possible (*i.e* base canonique) comportant un degré de liberté par élément de la discrétisation.

#### Sensibilité du volume ruisselé

Alors que ceci ne peut être le cas pour toutes les techniques utilisées pour l'analyse de sensibilité, plus particulièrement pour les méthodes dites globales, la première information exploitable dans le cadre de notre analyse est le *sens de l'influence* de chacune des variables de contrôle sur la réponse. Dans le cas présent, la réponse  $R_1$  caractérisant le volume ruisselé pendant l'épisode de crue, toutes les sensibilités sont négatives quel que soit le paramètre et quelle que soit la localisation spatiale.

En effet, les paramètres  $\eta$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  et  $K$  sont toujours (sans signe négatif) au numérateur pour le calcul de l'infiltration cumulée. Accroître la valeur nominale des paramètres de sol favorisera l'infiltration et provoquera donc une diminution du volume ruisselé quelle que soit la valeur nominale et la localisation spatiale.

De même, quelle que soit la localisation sur le bassin versant, augmenter le coefficient de frottement de Manning va contribuer à augmenter l'infiltration. En effet, des vitesses de transfert plus faibles sur une surface filtrante vont entraîner une propension plus importante à l'infiltration. Ce point important caractérisant l'interaction entre infiltration et ruissellement est également souligné par Cappelaere *et al.* (2003).

Généralement, à partir de tables reliant une classification donnée à une plage de valeurs plausibles, le coefficient de frottement est estimé à partir de la connaissance de l'occupation des sols et les paramètres

d'infiltration spécifiés en fonction des caractéristiques pédologiques du sous-sol. En réalité, si le frottement lié à une végétation plus dense contribue à ralentir l'écoulement et par conséquent à favoriser l'infiltration, les voies ouvertes par les racines du couvert végétal dans la zone non saturée ont une influence encore plus importante qui devra être prise en compte à travers la conductivité hydraulique effective  $K$ . On peut envisager de rendre la relation entre les deux paramètres totalement explicite lorsque les données sont disponibles (Séguis *et al.* 2002).

En outre, de part la prise en compte du *runon* mais aussi de part l'absence de limitation pour la capacité d'infiltration (profondeur des sol infinie), la répartition spatiale de l'humidité des sols en fin d'évènement est entièrement dictée par la topographie (aire drainée amont, voir figure 3.13). Cela devrait donc également être le cas pour toutes les sensibilités de la réponse  $R_1$ . L'analyse de sensibilité mise en œuvre permet de confirmer cette évidence et exhibe des sensibilités pour tous les paramètres réparties autour du réseau de drainage (figures 3.14).

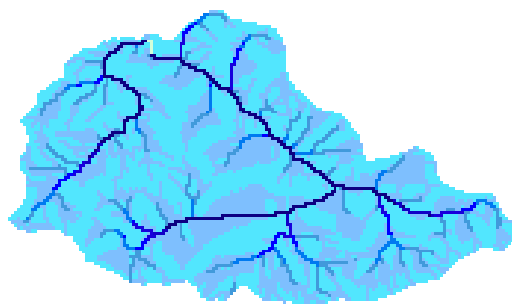


FIG. 3.13 – Contenu en eau du sous sol en fin d'évènement

Afin de mieux apprécier la répartition spatiale des sensibilités à  $K$  et  $n$ , les intervalles de l'échelle sur figure 3.14 représentent 1/4 de la variance des vecteurs de sensibilité normalisés (et multipliés par un facteur multiplicatif pour améliorer la lisibilité)). Nous pouvons en effet remarquer pour les deux paramètres que les sensibilités les plus fortes sont réparties autour des zones de concentration de l'écoulement. Si *globalement* (agrégation spatiale) la conductivité hydraulique est plus influente sur la partition entre infiltration et ruissellement (table 3.3), localement (dans le réseau de drainage) l'effet du coefficient de frottement peut être supérieur. D'autre part, la variabilité des sensibilités calculées est plus importante pour la conductivité hydraulique  $K$  que pour le frottement. En effet, pour le coefficient de frottement, la distinction entre le réseau de drainage et les versants (sensibilité presque uniforme) est beaucoup plus nette.

#### Sensibilité du débit de pointe

Nous avons vu précédemment que le débit de pointe était très largement déterminé par le coefficient de frottement (table 3.3). Cependant, contrairement à ce que l'on pourrait penser, si l'on s'intéresse au signe des sensibilités, celui-ci n'est pas commun à tout le bassin versant. En effet, lorsque l'on considère un seul bief d'écoulement, augmenter le frottement n'importe où dans le bief provoque un ralentissement de l'onde de crue et donc une diminution du débit maximum. A partir de deux biefs, le ralentissement de l'écoulement sur l'un des deux tronçons peut favoriser la formation d'une onde concomitante avec celle de l'autre bief. Les interactions peuvent se révéler bien plus complexes pour un écoulement de surface sur la topographie

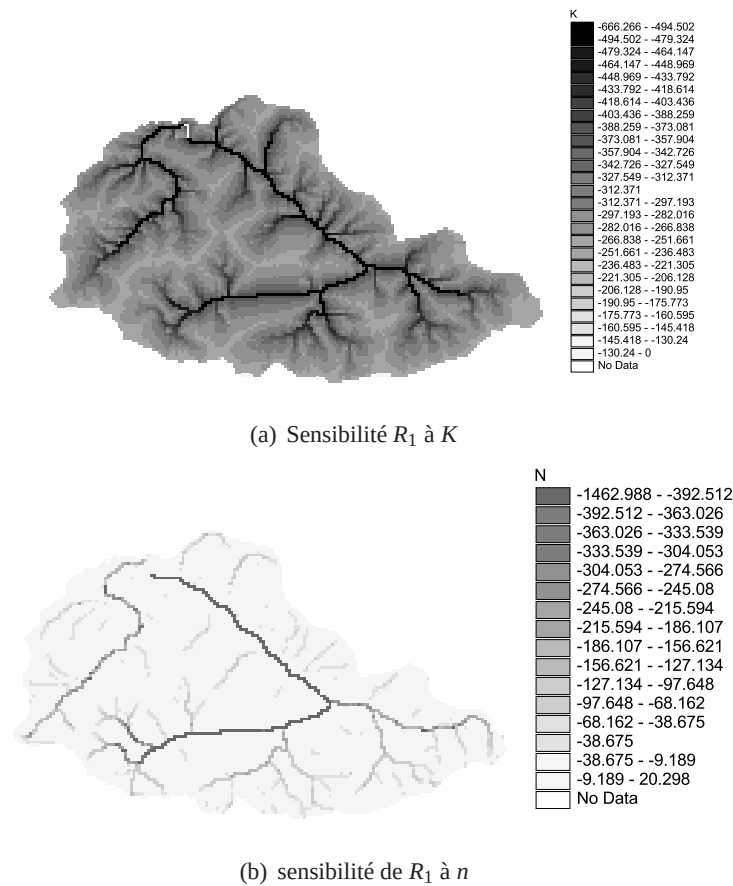
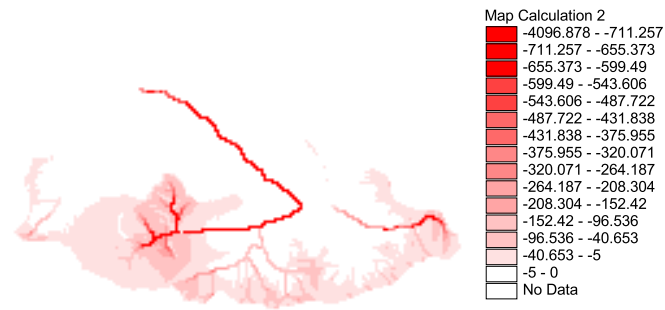


FIG. 3.14 – Répartition spatiale des sensibilités (normalisées) du volume ruisselé (i.e réponse  $R_1$ ) aux paramètres (conductivité hydraulique et frottement)

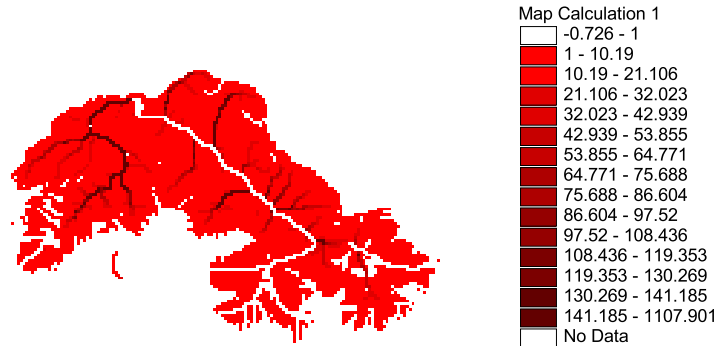
d'un bassin versant.

Les figures 3.15(a) et 3.15(b) permettent de visualiser la localisation des sensibilités positives et négatives sur le bassin versant. On peut noter que le drain principal et son bassin de réception comportent des sensibilités négatives alors les sensibilités sont positives pour le reste du bassin et plus particulièrement le sous-bassin concomitant proche de l'exutoire et de taille relativement importante.

Cependant, malgré la présence de sensibilités de signes différents, étant donné les différences d'amplitude entre les sensibilités positives et négatives, une augmentation globale du frottement conduira dans tous les cas une diminution du débit de pointe. Il demeure intéressant d'intégrer le fait que l'effet global peut être atténué par les interactions entre les différentes parties du bassin versant. A titre d'illustration, on peut observer par simulation directe qu'augmenter de 10% le coefficient de frottement sur l'ensemble du bassin versant produit une réduction de  $-4.5\%$  sur le débit de pointe. Cette variation est de  $-5.9\%$  lorsque seules les localisations comportant des sensibilités négatives sont affectées et de  $+1.5\%$  lorsque la même opération est effectuée pour les éléments de la discrétisation caractérisés par une sensibilité positive. En terme de répartition spatiale, il est important de noter que la sensibilité du débit maximum au frottement est quand même bien plus importante dans le réseau de drainage que sur les versants (différence très marquée).



(a) Valeurs négatives de sensibilité de  $R_2$  à  $n$



(b) Valeurs positives de sensibilité de  $R_2$  à  $n$

FIG. 3.15 – Répartition spatiale des sensibilités (normalisées) du débit de pointe (i.e réponse  $R_2$ ) au paramètre  $n$

La réalité hydrologique, tout comme les résultats de l'analyse effectuée, plaident pour un fonctionnement bien distinct des versants et du réseau de drainage. Si comparativement une maille du réseau est bien souvent plus active qu'une située sur les versants, il faut demeurer très prudent afin de comparer l'influence relative des ces deux entités. En effet, les versants représentent une surface bien plus importante dont la capacité d'infiltration peut être considérable ou la contribution au transfert non négligeable. Nous allons donc dans la suite employer la paramétrisation la plus souvent utilisée pour ce type de modèles qui consiste à les distinguer lors de la prescription de valeurs nominales pour les paramètres.

### 3.3.3.2 Paramétrisation versants/réseau

Le modèle hydrologique ne comporte plus que deux degrés de liberté pour chacun des paramètres (au lieu de  $n$  le nombre de mailles), un pour les versants et l'autre pour le réseau de drainage (*cf* figure 3.6). Les résultats de l'analyse de sensibilité effectuée avec cette paramétrisation sont donnés par la figure 3.16(a) pour la réponse  $R_1$  et 3.16(b) pour la réponse  $R_2$ .

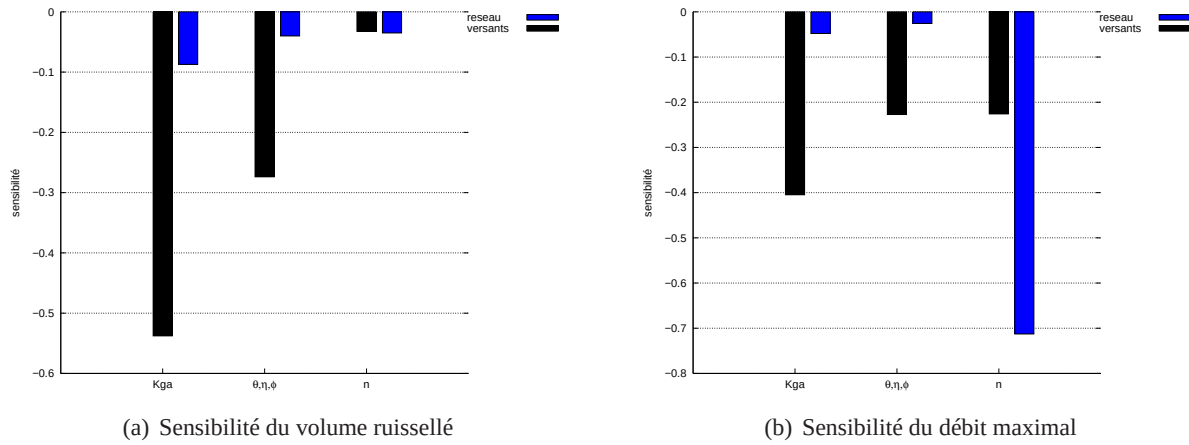


FIG. 3.16 – Sensibilité du volume ruisselé et du débit de pointe aux facteurs d’entrée pour une paramétrisation versants/réseau, différence de comportement entre versants et réseau de drainage

On peut noter que globalement, le volume ruisselé au cours de l’événement est piloté par les caractéristiques pédologiques et les conditions antécédentes d’humidité sur les versants alors que le débit de pointe est gouverné par le coefficient de frottement de Manning  $n$  dans le réseau de drainage.

La conductivité hydraulique est environ deux fois plus influente que les autres paramètres sur les résultats de simulation (réponse  $R_1$  et  $R_2$ ). L’importance de la valeur prescrite pour les versants sur le débit de pointe vient souligner le caractère fondamental de la fonction de production pour la gestion de crise. Comme cela est également souligné par Cappelaere *et al.* (2003) pour un modèle très similaire, l’influence de la conductivité hydraulique du réseau de drainage est bien plus faible que celle sur les versants.

Alors que le rôle des versants pour l’abattement de la pluie est fondamental, la dynamique de la crue se joue donc plutôt dans le réseau de drainage. Ceci est tout à fait cohérent avec la structure de modèles de composition plus simple cherchant à expliquer la réponse hydrologique sans représenter les détails du transfert sur les versants.

Nous avons pour le moment résumé l’hydrogramme en une mesure scalaire et étudié la sensibilité de ce type de réponse aux paramètres du modèle. Les résultats obtenus ont montré qu’à travers l’analyse de deux aspects de la réponse hydrologique, il était possible de mieux appréhender le comportement du modèle hydrologique. Cependant, résumer la réponse hydrologique par un (ou quelques) scalaire(s) entraîne un examen du modèle à travers un (ou quelques) angle(s) de vue. On se propose dans la section suivante de considérer l’intégralité de la chronique de débit comme variable dépendante.

### 3.4 Sensibilité de la chronique de débits simulés, réponse vectorielle

Il ne s’agit donc plus de calculer un gradient (dérivées de la réponse scalaire par rapport aux paramètres) mais l’intégralité de la matrice jacobienne de la transformation. En fonction du ratio entre la dimension de l’espace des paramètres et celle de la réponse vectorielle on utilisera le modèle adjoint ou le modèle linéaire tangent pour cette matrice ligne par ligne ou colonne par colonne. L’information contenue dans cette matrice

jacobienne étant très riche mais difficile à exploiter (représentation et analyse) sous cette forme, nous allons donc effectuer sa décomposition en valeurs singulières.

Plutôt que de considérer une réponse vectorielle composée de différents aspects de l'hydrogramme à l'exutoire ou d'un même aspect pour plusieurs épisodes, la réponse analysée sera tout simplement le débit calculé toutes les 15 minutes pendant toute la durée de la simulation. Nous allons, pour différentes complexités de paramétrisation, et donc différentes dimensions de l'espace de contrôle, étudier les interactions entre les facteurs d'entrée de la modélisation et la chronique de débit à l'exutoire.

### **3.4.1 Paramétrisation versants/réseau**

Dans un premier temps, on se place dans le cadre employé pour la dernière expérience effectuée en analyse de sensibilité avec une réponse scalaire : la paramétrisation distinguant le réseau de drainage des versants. La durée de la simulation approchant les 24h, dans ce cas précis le nombre de degrés de liberté (6 paramètres) est bien inférieur au nombre de valeurs de débits simulés constituant la réponse (environ 80 valeurs). Afin de calculer la matrice jacobienne, on va donc propager les dérivées dans le sens direct en utilisant le modèle linéaire tangent de la transformation en utilisant le mode multi-directionnel de TAPENADE (section 2.2.3.5).

#### **3.4.1.1 Analyse de sensibilité directe**

La variable dépendante étant le débit sur la durée de la simulation, la sensibilité directe (dérivée directionnelle) correspond au résultat sur tous les pas de temps constituant la réponse d'une perturbation infinitésimale effectuée sur l'une des variables de contrôle. Il s'agit en fait d'une colonne de la matrice jacobienne dont l'interprétation implique une dimension temporelle relativement différente de celle étudiée précédemment.

Alors que l'on s'est intéressé à l'effet sur une réponse scalaire (représentative de toute la durée de simulation) d'une perturbation infinitésimale du paramètre au pas de temps  $t$ , on se propose maintenant d'étudier l'effet d'une perturbation infinitésimale du paramètre sur le débit simulé au pas de temps  $t$ . Il est important de garder à l'esprit les limites de l'approche mentionnées à la section 3.2.2 concernant le domaine de validité des dérivées calculées. Les perturbations à propager par le modèle linéaire tangent doivent rester d'amplitude raisonnable. D'autre part, la variable dépendante étant le débit à l'exutoire, les sensibilités ne seront non nulles qu'une fois que le bassin versant aura réagi en débits.

La figure 3.17(a) résume les résultats obtenus pour chacun des degrés de liberté concédés. La perturbation propagée par le modèle linéaire tangent représente 1% de la valeur nominale pour chacune des variables de contrôle. De part la linéarité du modèle tangent les résultats sont similaires pour des perturbations d'amplitude plus importante mais l'interprétation peut être plus délicate.

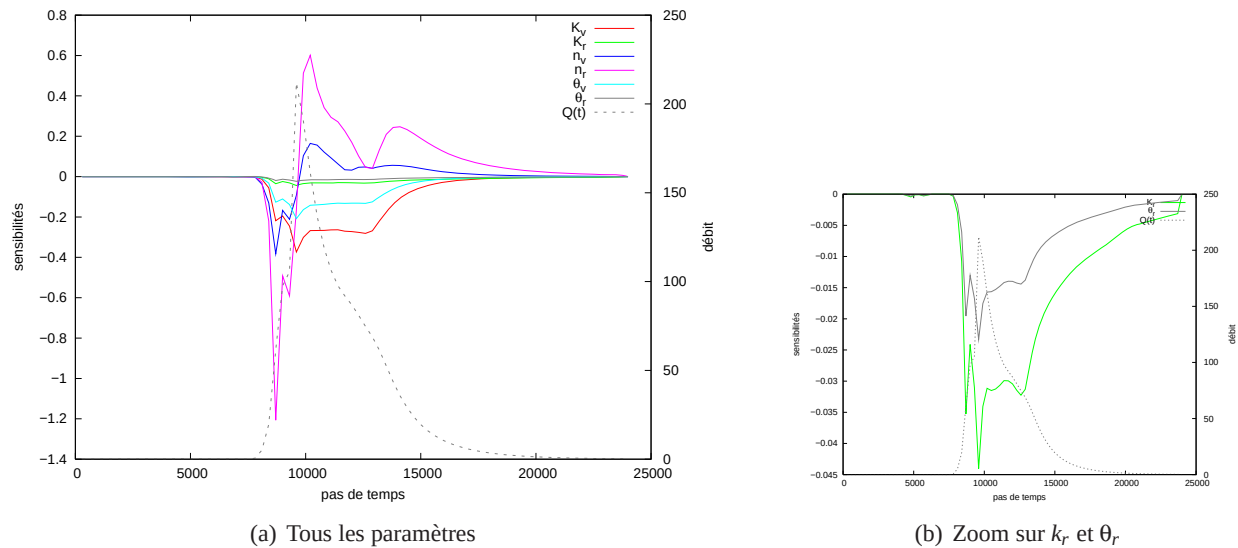


FIG. 3.17 – Sensibilité de la chronique de débits à des variations sur les paramètres

D'après la figure 3.17(a), le paramètre le plus influent est sans conteste le coefficient de frottement dans le réseau  $n_r$ , ensuite viennent la conductivité hydraulique et le frottement sur les versants ( $k_v$  et  $n_v$ ), puis l'humidité initiale sur les versants  $\theta_v$ . Alors que l'analyse spatiale des sensibilités pour le volume ruisselé avait confirmé que le réseau était le plus sollicité pour l'infiltration, celui-ci représentant une surface bien moins importante que les versants l'influence des paramètres de la fonction de production ( $k_r$  et  $\theta_r$ ) n'est que marginale.

Il est intéressant de remarquer que seules les variations en débits résultant d'une perturbation des paramètres de transfert changent de signe au cours de la simulation. Augmenter le frottement, sur les versants ou dans le réseau entraîne une diminution des débits pendant la phase de montée et une augmentation dans la phase de récession. Ceci est parfaitement en accord avec la physique puisque accroître le frottement provoque un retardement et un étalement de l'hydrogramme de crue. Alors que l'influence du coefficient de frottement dans le réseau décroît très rapidement lors de la phase de récession, une averse relativement modérée provoque une remontée sensible de l'influence de ce paramètre sur les résultats de simulation.

En ce qui concerne l'influence des paramètres de la fonction de production sur les versants ( $k_v$  et  $\theta_v$ ), elle augmente très rapidement (maximale pour le débit de pointe) et demeure significative avec les intensités de pluie importantes puis décroît très rapidement à l'arrêt des précipitations.

Pendant le cœur de l'orage, la vitesse d'infiltration convergeant vers la conductivité hydraulique au fur et à mesure de la saturation du profil de sol, l'écart entre l'influence de  $K$  et celle de  $\theta$  se creuse puis s'amenuise à l'arrêt des pluies. La montée de l'influence des paramètres du réseau ( $k_r$  et  $\theta_r$ ) est bien plus tardive et se prolonge plus longtemps dans la phase de récession (figure 3.17(b)). Après l'arrêt des pluies, la concentration de l'écoulement dans le réseau est accompagnée d'une réduction significative des surfaces filtrantes (Woolhisher *et al.* 1996). L'influence des caractéristiques pédologiques dans le réseau est donc bien plus importante durant la phase de récession et peut selon les cas (très forte perméabilité du talweg) affecter le volume infiltré en cours d'évènement (Cappelaere *et al.* 2003).

### 3.4.1.2 Décomposition en valeurs singulières

La matrice jacobienne étant de taille relativement réduite, elle a été analysée telle qu'elle dans la section précédente. Chacune de ses colonnes représente l'influence d'un paramètre sur la réponse (figures 3.17(a) et 3.17(b)). Cependant, une vue plus synthétique de la relation entre les facteurs d'entrée et la chronique de débits à l'exutoire en ce point précis de l'espace des paramètres peut être obtenue par sa décomposition en valeurs singulières.

Pour cet espace de contrôle de taille très raisonnable, les valeurs propres de la décomposition en valeurs singulières (SVD) (table 3.4) décroissent très rapidement ; on atteint plus de 80% de la variabilité sur les débits avec le premier vecteur propre et l'information restante est presque intégralement contenue dans le deuxième.

| Valeurs propres | % de variabilité |
|-----------------|------------------|
| 9.07            | 84.83            |
| 1.30            | 12.20            |
| 0.24            | 2.25             |
| 0.04            | 0.42             |
| 0.02            | 0.28             |
| 0.001           | 0.01             |

TAB. 3.4 – Valeurs propres

Si l'on s'intéresse aux composantes des vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres et dans l'espace des observations on retrouve la dichotomie entre la production et le transfert du ruissellement. Dans l'espace des paramètres, le premier vecteur propre  $V_1$  porte l'information relative au transfert ( $n_r$  et  $n_v$  de façon marginale) alors que le deuxième  $V_2$  semble plutôt dominé les composantes d'infiltration ( $k_v$  et  $\theta_v$ ). Il en résulte donc une allure pour les composantes des vecteurs propres dans l'espace des observations ( $U_1$  et  $U_2$  sur la figure 3.18(b)) similaire aux colonnes concernées de la matrice jacobienne (figures 3.17(a) et 3.17(b)). Il s'agissait en effet de variations dans l'espace des observations résultant de perturbations sur les mêmes paramètres par analyse de sensibilité directe).

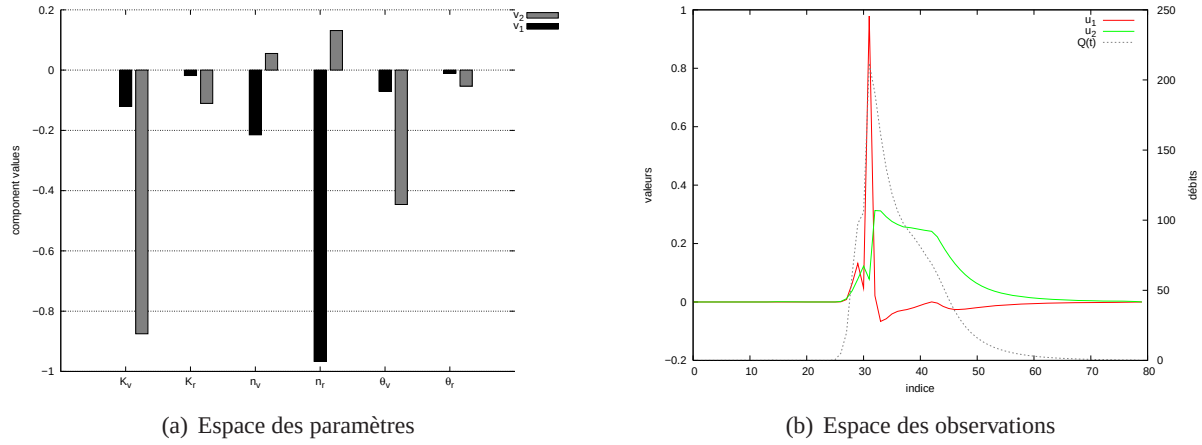


FIG. 3.18 – Composantes des vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres et dans l'espace des observations

Alors que la paramétrisation employée ici résulte d'une réduction de l'espace de contrôle efficace mais relativement arbitraire, on se propose dans le paragraphe suivant d'effectuer une analyse similaire pour un espace des paramètres dont la dimension est bien trop importante vis à vis des observations disponibles.

### 3.4.2 Paramétrisation totalement distribuée

Dans le cas où l'on considère la paramétrisation de dimension maximale (un degré de liberté par maille de la discrétisation), le nombre de valeurs de débits simulés demeure bien inférieur à la dimension de l'espace de contrôle. Dans ce cas, quelques dizaines d'exécutions du code adjoint permettent de calculer l'intégralité de la matrice jacobienne (ligne par ligne) dont nous allons pouvoir tirer de l'information d'une richesse considérable.

Chacun des paramètres étant spatialement distribué, les vecteurs propres de cette matrice jacobienne seraient constitués d'éléments de chacun des paramètres pour différentes localisations spatiales. On va dans le cadre de cette étude s'intéresser à chacun des paramètres séparément plutôt qu'à la paramétrisation dans son ensemble.

Au lieu d'effectuer la décomposition en valeurs singulières pour l'intégralité de la matrice jacobienne de la transformation, nous allons considérer les sous-matrices représentatives de chacun des paramètres spatialement distribués. Autrement dit, il y aura une matrice jacobienne par paramètre pour laquelle les résultats de la SVD seront interprétés.

#### 3.4.2.1 Analyse du spectre des valeurs singulières

Comme cela a été précisé à la section 2.3.2, la décroissance des valeurs singulières donne d'importantes indications sur le nombre de degrés de liberté identifiables de façon stable pour la résolution du problème inverse posé pour l'estimation des paramètres. Plus cette décroissance est lente, plus grand sera le nombre de directions nécessaires pour capturer l'influence des degrés de liberté de la paramétrisation sur les débits simulés.

Dans le cas d'une pluie uniforme ayant servi de cadre aux expériences effectuées dans ce chapitre, le spectre des valeurs singulières pour les paramètres  $K$ ,  $\theta$  et  $n$  est donné par la figure 3.19. Il est important de noter que la décroissance des valeurs singulières est plus rapide pour le coefficient de frottement de Manning que pour les paramètres d'infiltration.

La variabilité spatiale de l'influence du frottement sur les débits simulés semble donc bien plus facile à capturer que celle des caractéristiques pédologiques et des conditions antécédentes d'humidité. Lors de la résolution du problème inverse posé par l'estimation des paramètres, on peut donc s'attendre à un nombre plus important de degrés de liberté identifiables de façon stable pour la conductivité hydraulique  $K$  que pour le coefficient de frottement de Manning  $n$ .

En effet, la différence de comportement entre différentes localisations du bassin (réseau/versant) étant bien plus marquée dans le cas du coefficient de frottement, le nombre de vecteurs propres nécessaires pour la capturer cette variabilité sera donc un peu moins important.

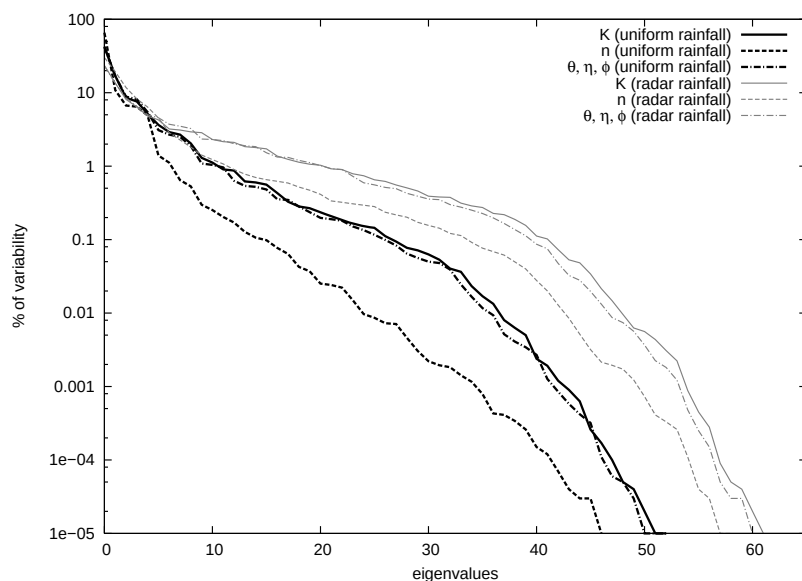


FIG. 3.19 – Décroissance des valeurs singulières (en % de variabilité) pour une pluie spatialement uniforme et une pluie variable en temps et en espace

Nous avons pu remarquer précédemment que la dynamique temporelle des précipitations pouvait avoir une influence notable sur la sensibilité de la réponse hydrologique aux paramètres. Dans le cas présent, on s'intéresse à la variabilité spatiale des précipitations qui devrait également influencer le contenu informatif de la chronique de débits.

On peut remarquer sur la figure 3.19 que lorsque l'on force le modèle avec une pluie radar, la décroissance des valeurs singulières est bien plus lente pour l'ensemble des paramètres. De plus, l'écart observé entre la décroissance des valeurs singulières pour les paramètres de sols et celle correspondant au coefficient de frottement est moins important que dans le cas d'une pluie uniforme.

La prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie permettrait donc de mieux exploiter le contenu informatif de la série de données et d'augmenter le nombre de degrés de liberté identifiables de façon stable. En particulier, l'hétérogénéité du frottement devrait être plus influente sur l'hydrogramme à l'exutoire et donc plus facile à retrouver par inversion.

### 3.4.2.2 Interprétation physique des vecteurs singuliers

De la même manière que précédemment, on se propose d'analyser le contenu des premiers vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres et dans l'espace des observations. Les vecteurs propres dans l'espace des paramètres seront des combinaisons linéaires des degrés de liberté d'origine. La SVD étant effectuée pour chacun des paramètres séparément, on devrait pouvoir mieux appréhender le rôle effectif de chacune des valeurs spécifiées sur la surface du bassin versant.

Alors que l'analyse spatiale de la sensibilité du débit de pointe au frottement avait déjà mis en évidence les interactions et les effets de compensation entre deux sous-bassins (drainés par le ruisseau de Beson et la rivière Thoré - figure 3.4(a)), le *tableau* est d'autant plus clair au regard de la figure 3.20 où les composantes positives sont représentées en degrés de rouge et les négatives en niveaux de gris.

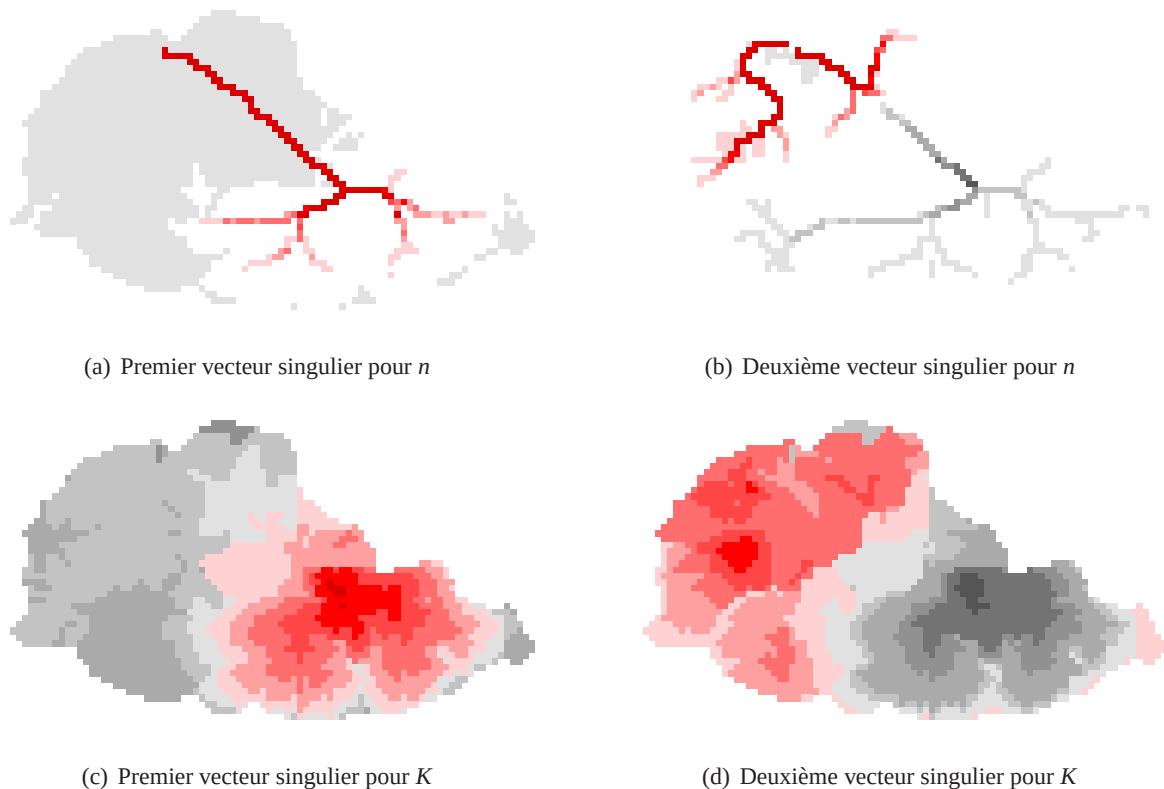


FIG. 3.20 – Examen des composantes des 2 premiers vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres

Les premiers vecteurs propres pour  $n$  et  $K$  (figures 3.20(a) et 3.20(c)) correspondent au réseau de drainage principal et à son bassin de réception. La réponse hydrologique est également très sensible au transfert et à la capacité d'infiltration qu'offre le bassin concomitant (figures 3.20(b) et 3.20(d)). Parmi les composantes

positives du deuxième vecteur propre pour  $n$  et  $K$  on peut également compter les régions les plus proches de l'exutoire.

L'analyse des deux premiers vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres met en évidence l'interaction entre les deux sous-bassins déterminant la réponse hydrologique à l'exutoire. Globalement, les mailles où le frottement fait le plus varier le débit à l'exutoire sont situées dans le réseau de drainage pour le frottement et sur les versants (plus précisément autour des points de confluence du réseau hydrographique) pour la conductivité hydraulique.

Lors d'une étude consacrée à l'influence de la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique sur le ruissellement hortonien à l'échelle du versant, Woolhisher *et al.* (1996) montrent que, lorsque le processus de *run-on* est pris en compte le volume ruisselé est moins important lorsque la conductivité diminue avec la distance au réseau. Ces résultats sont corroborés par l'analyse spatiale de la sensibilité du volume ruisselé à la conductivité hydraulique (figure 3.14(a)), mais aussi par le premier vecteur singulier (figure 3.20(c)) et de manière un peu moins évidente par le second (figure 3.20(d)). En effet, la sensibilité de la réponse hydrologique à la conductivité hydraulique étant plus importante lorsque l'on se rapproche du réseau, si les mailles les moins filtrantes sont situées en pied de versant on aura nécessairement un volume ruisselé plus important.

Par ailleurs l'analyse des vecteurs singuliers dans l'espace des observations (figures 3.21(a) et 3.21(b)), espace où vivent les variables pronostiques du modèle, permet de mieux comprendre le rôle de chacun de ces sous-bassin dans la détermination du débit à l'exutoire. Alors que l'on aurait pu attribuer le petit bombement de la courbe de montée à la dynamique temporelle des précipitations, il semble être le résultat de l'interaction avec le sous-bassin concomitant au drain principal. En effet, des composantes importantes des deuxièmes vecteurs propres dans l'espace des observations correspondent à ces singularités de la courbe de débit. Si un tel comportement semble prévisible au regard du MNT (figure 3.3(b)), de la réponse hydrologique (3.2.1) et de la visualisation de variables internes (ajouter l'évolution temporelle des débits intermédiaires) l'analyse pourrait être bien plus délicate pour des bassins de taille plus importante. La variabilité des écoulements tendant à diminuer quand la taille du bassin augmente, ce type d'outil d'analyse de la transformation pluie débit peut appuyer une expertise du comportement du bassin versant.

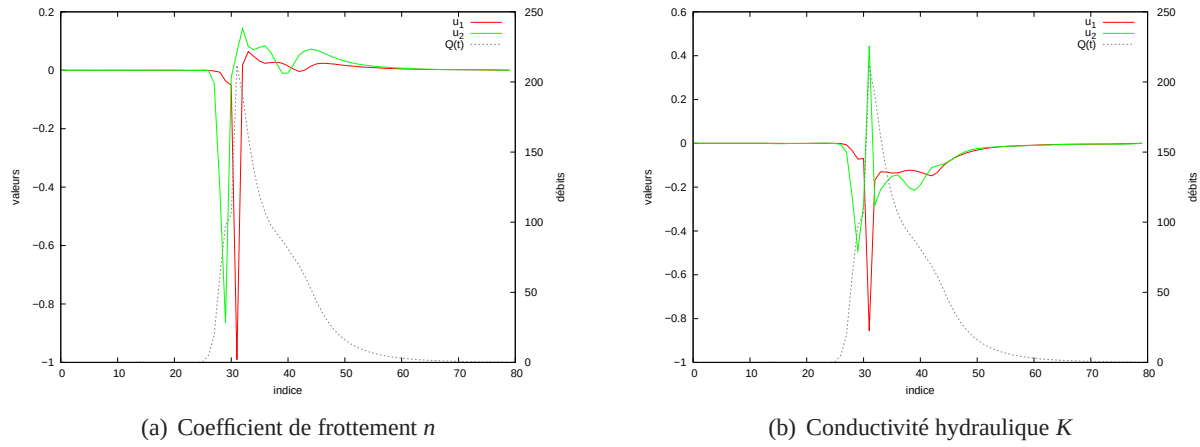


FIG. 3.21 – Examen des composantes des 2 premiers vecteurs singuliers dans l'espace des observations

En résumé, lorsque l'on s'intéresse à l'intégralité de la chronique de débits simulés, les résultats obtenus ont permis d'illustrer le fait qu'il était possible de mieux comprendre comment les facteurs d'entrée se combinent pour déterminer la réponse à l'exutoire du bassin versant.

La décomposition en valeurs singulières de la matrice jacobienne de la transformation contribue à identifier les composantes de l'espace des paramètres produisant la dispersion la plus importante dans l'espace des observations, les mesures les plus informatives pour l'estimation des paramètres. On peut supposer qu'en plus d'identifier différentes directions (en espace) pour chacun des paramètres, la SVD de la matrice jacobienne complète aurait également permis, comme pour la paramétrisation versants/réseau, de capturer les interactions entre paramètres.

Cependant, même si les informations extraites sont très intéressantes, l'analyse effectuée n'est que locale et il convient de demeurer relativement prudent avant de statuer sur l'identifiabilité des paramètres ou le contenu informatif des mesures de débit à l'exutoire. On peut envisager une analyse de la stabilité de la SVD en fonction de la paramétrisation ou de l'épisode de crue considéré. Les vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres étant principalement contrôlés par la topographie du bassin versant, nous pouvons nous permettre de rester confiants sur la pertinence d'une analyse locale.

Le lien étroit existant entre analyse de sensibilité et identifiabilité des paramètres a été précisé à la section 1.4. Nous allons dans la section suivante, évaluer l'utilisation des sensibilités locales calculées par différentiation algorithmique pour guider la méthode de descente utilisée pour l'estimation des paramètres et régulariser le problème inverse (décomposition en valeurs singulières tronquée).

### 3.5 Estimation de paramètres par méthode de descente

Comme tout événement géophysique, la modélisation hydrologique requiert l'utilisation conjointe de modèles qui sont des représentations imparfaites de la réalité et d'observations directement ou indirectement liées aux variables de ces modèles. Dans le cadre de la modélisation à base physique, concept dont les frontières ne sont pas très clairement définies, les valeurs des paramètres sont supposées correspondre à des propriétés intrinsèques du milieu. Cependant, ceux-ci n'étant pas mesurables à l'échelle de support en deçà

de laquelle les processus sont moyennés, la phase de calibration est une étape incontournable.

Dans le cadre d'une représentation de la relation pluie-débit telle que celle qui est effectuée par MARINE, il est nécessaire de fournir des valeurs nominales pour les paramètres pour chacun des éléments de la discrétisation. La seule information disponible est bien souvent une chronique des débits observés en rivière pour un ou plusieurs événements, généralement uniquement à l'exutoire du bassin versant.

Le rapport entre la dimension de l'espace de contrôle et l'information qu'il est possible d'extraire des observations est très défavorable. Cela n'est pas sans conséquences sur l'identifiabilité des paramètres dont l'estimation a priori doit être améliorée par la résolution d'un problème inverse. Comme cela est très souvent le cas dans de nombreux domaines de géosciences, nous sommes typiquement en présence d'un problème inverse mal posé.

Les différentes approches permettant d'aborder ce type de problèmes ont été mentionnées précédemment. L'heuristique couramment employée dans la communauté des hydrologues pour le calage des modèles distribués consiste à réduire l'espace des paramètres de manière relativement empirique. Les techniques très sophistiquées mises en œuvre en hydrogéologie pour l'identification d'une paramétrisation optimale (Sun et Yeh 1985; Ben Ameer *et al.* 2002; Tsai *et al.* 2003) n'ont pour le moment pas suscité un grand intérêt en hydrologie de bassin. En pratique, la paramétrisation d'ordre réduit qui résulte de l'heuristique employée est de dimension très faible : la répartition spatiale des paramètres est fréquemment fixée et les valeurs nominales ajustées uniquement de manière relative à l'aide d'un unique facteur multiplicatif par paramètre (Senarath *et al.* (2000), Vieux et Morel (2003), etc ...).

En utilisant des données synthétiques générées par le modèle avec des paramètres de référence (*i.e* expériences jumelles dans le jargon de l'assimilation de données) nous allons évaluer les performances d'une méthode de descente basée sur le calcul du gradient par la méthode de l'état adjoint pour estimer les degrés de libertés caractérisant une paramétrisation d'ordre réduit. Le critère de performance employé pour quantifier l'écart entre  $Q_{calc}(t)$  la chronique de débit simulée et  $Q_{obs}(t)$  les observations sur la même période est l'Efficiencia de Nash et Sutcliffe (1970) définie par

$$N = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{obs}(t_i) - Q_{calc}(t_i))^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{obs}(t_i) - \overline{Q_{obs}(t)})^2} \quad (3.14)$$

Ce critère très largement utilisé en hydrologie varie dans l'intervalle  $] -\infty; 1]$  et caractérise la proportion de la variance initiale des débits expliquée par le modèle. Alors qu'une valeur négative indique que le modèle n'accomplit pas mieux que le débit moyen observé (*i.e*  $\overline{Q_{obs}(t)}$ ), le modèle parfait (malheureusement envisageable qu'avec des données synthétiques) produit une efficacité égale à l'unité. L'algorithme d'optimisation utilisé pour maximiser le critère définit par l'équation 3.14 est de type quasi-newton avec des contraintes de bornes pour les variables de contrôle. Il s'agit du code N2QN1 (Lemaréchal et Panier 2000) dont l'approche est brièvement présentée en annexe B.

Le cadre idéal où la seule source d'incertitude affectant les débits simulés est celle liée à la prescription de valeurs nominales pour les paramètres permet de valider la procédure d'estimation des paramètres. Il

permet également d'évaluer, dans le cadre d'expériences parfaitement contrôlées, l'identifiabilité structurelle de paramétrisations plus sophistiquées.

### 3.5.1 Régularisation du problème inverse par heuristique classique

Comme cela est précisé par Moore et Doherty (2006b), les techniques couramment employées afin de réduire l'espace des paramètres constituent une forme de *régularisation implicite* du problème inverse. Nous allons dans ce cadre étudier l'estimation des paramètres du modèle MARINE avec des observations synthétiques.

#### 3.5.1.1 Paramétrisation de dimension minimale

Dans un premier temps, on considère un espace de contrôle de dimension minimale c'est à dire réduit à 3 paramètres. Les valeurs sont uniformes pour  $K$ ,  $\theta$  et  $n$ , si l'on se réfère à l'équation 3.12, on a  $m = 1$ ,  $Z_1 = [1 \cdots 1]$  pour chacun des paramètres. Pour ce cas très simple, afin de juger de la stabilité du problème inverse, on génère avec les paramètres de référence ( $K = 3.$ ,  $n = 0.065$ ,  $\theta = 0.5$ ) une chronique de débits simulés qui serviront d'observations synthétiques.

L'espace de contrôle étant réduit à 3 paramètres, nous nous proposons d'effectuer un échantillonnage de la fonction coût pour des plages de valeurs de même amplitude pour chacun des paramètres. La figure 3.22

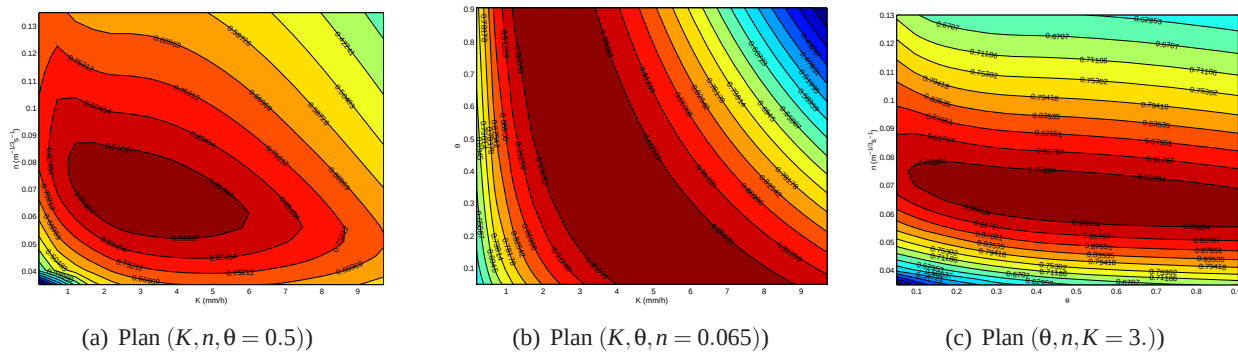


FIG. 3.22 – Echantillonnage de la fonction coût

permet de visualiser les contours de cette fonction de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$  au voisinage de l'optimum (coupes dans les plans définis par les valeurs nominales de référence). L'analyse de la surface de réponse au voisinage de l'optimum fournit des indications intéressantes sur la nature de la fonction que l'on cherche à optimiser et donc indirectement sur la nature des interactions entre les paramètres.

Un examen rapide des contours présentés par les figures 3.22(a), 3.22(b) et 3.22(c) permet d'avancer que

$$\frac{\partial N}{\partial n} > \frac{\partial N}{\partial K} > \frac{\partial N}{\partial \theta} \quad (3.15)$$

au voisinage de l'optimum. La figure 3.22(b) laisse présager d'importantes interactions entre les paramètres  $K$  et  $\theta$ . Les résultats de cette analyse qualitative d'une partie de la surface de réponse sont tout à fait cohérents avec ceux obtenus lors de l'analyse de sensibilité effectuée précédemment.

A partir de conditions initiales d'optimisation réparties dans différentes localisations de l'espace des paramètres, l'objectif est de retrouver le jeu de paramètres de référence (figure 3.23). Avec une vitesse de convergence à peu près similaire, l'algorithme d'optimisation converge vers les paramètres de référence

et ceci quel que soit le point de départ dans l'espace des paramètres. Alors que le coefficient de frottement  $n$  s'ajuste très rapidement à sa valeur de référence, la convergence vers la conductivité hydraulique et surtout vers l'humidité initiale de référence semble bien plus laborieuse.

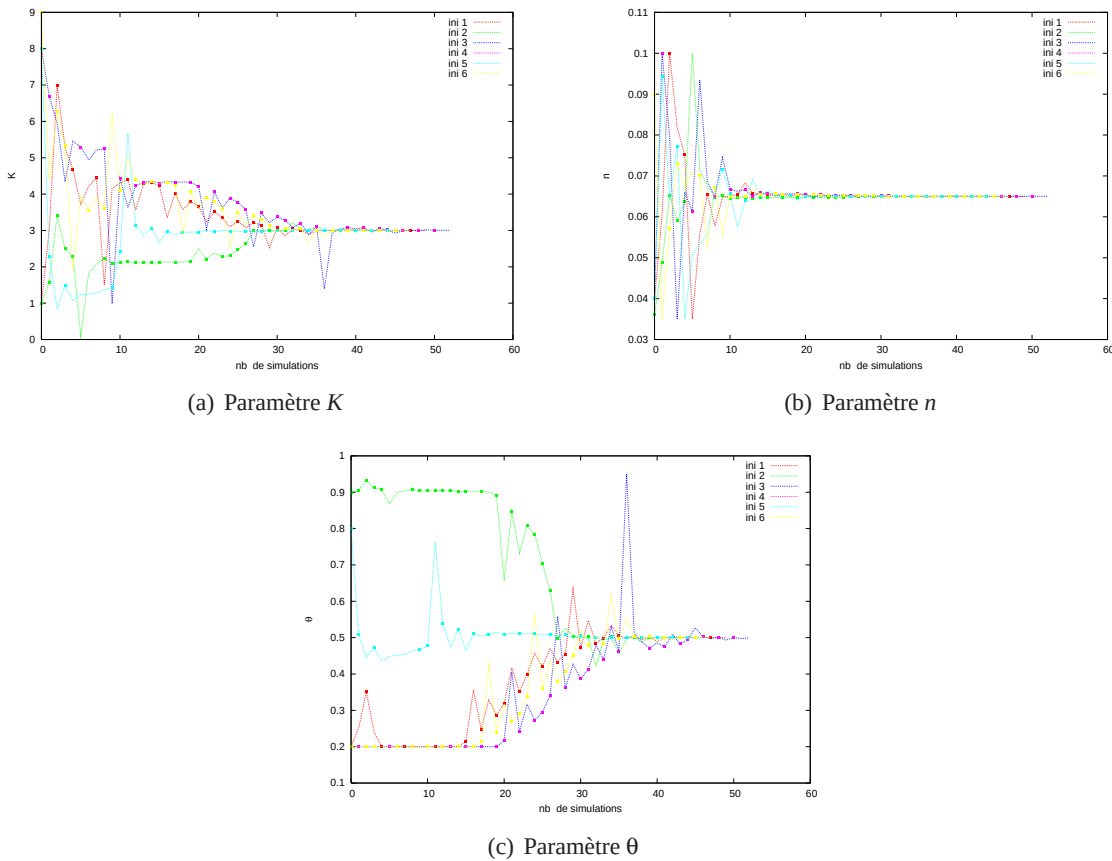


FIG. 3.23 – Convergence des paramètres vers leur valeur de référence pour différentes valeurs d'initialisation

Les sensibilités de la réponse aux paramètres étant utilisées pour calculer une direction de descente permettant de mettre à jour les itérés sur les variables de contrôle, les paramètres les plus influents sont retrouvés plus rapidement.

Les trois degrés de liberté sont donc identifiables de façon stable à partir d'observations synthétiques de débits pour un évènement de crue. Cependant, cette paramétrisation peut s'avérer beaucoup trop simpliste pour représenter la réponse hydrologique de manière satisfaisante. Étant donné que l'analyse de sensibilité et la physique des processus impliqués plaident pour une différence de comportement entre le réseau de drainage et les versants, on se propose d'enrichir la paramétrisation qui vient d'être utilisée.

### 3.5.1.2 Paramétrisation versants/réseau

Comme précédemment, on distingue le réseau des versants en fixant un seuil sur l'aire drainée amont (figure 3.6). Cependant, la réponse hydrologique étant moins sensible à l'humidité initiale  $\theta$ , on ne fait pas pour ce paramètre de distinction entre le réseau et les versants.

L'hydrogramme de référence est donc maintenant généré avec les paramètres suivants :  $k = 4mmh^{-1}$ ,  $k_v = 2mmh^{-1}$ ,  $n_r = 0.5$ ,  $n_v = 0.8$  et  $\theta = 0.5$ . A titre d'illustration, on se propose tout d'abord de quantifier le biais introduit sur les paramètres estimés si nous n'avons à notre disposition que les trois degrés de liberté de la paramétrisation précédente.

Le nombre de paramètres étant très restreint, la surface de réponse demeure unimodale et on converge toujours vers le même jeu de paramètres optimal quelle que soit l'initialisation. Le jeu de paramètres optimal ( $K = 1.46$ ,  $n = 0.055$ ,  $\theta = 0.99$ ) produit une efficacité de Nash de 0.9787.

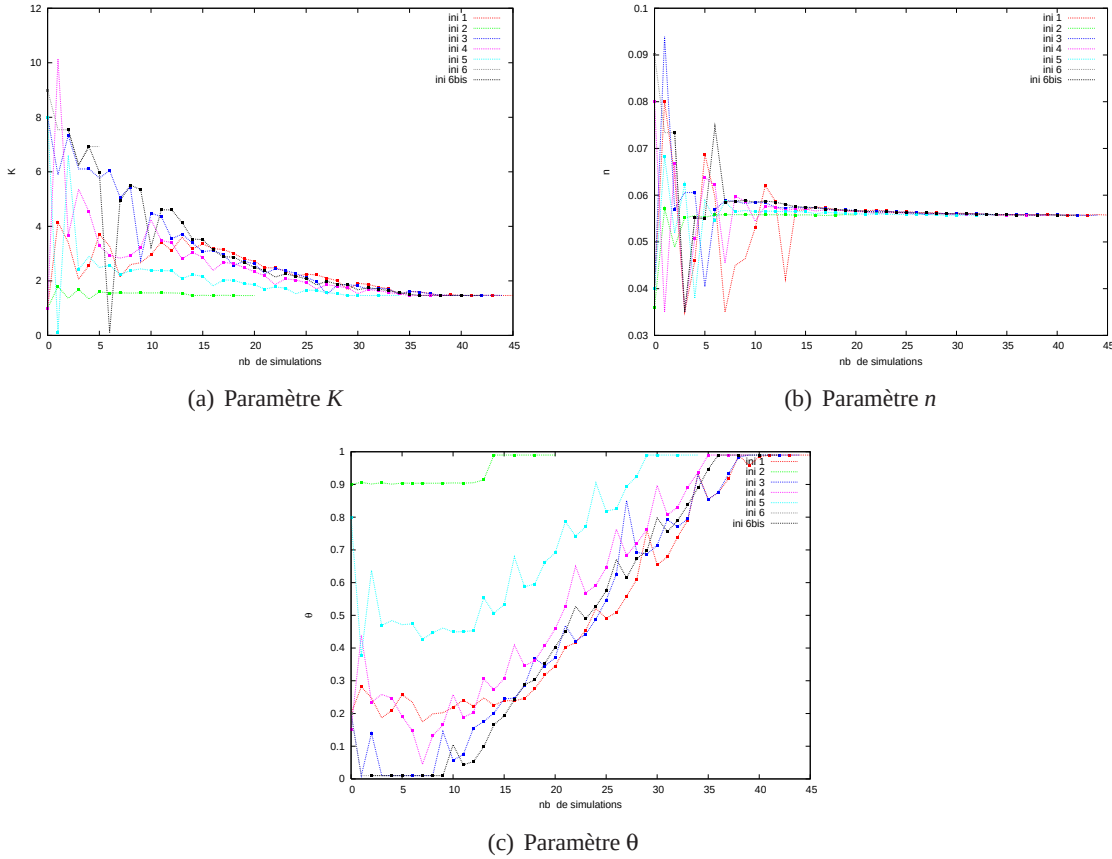


FIG. 3.24 – Convergence des paramètres uniformes vers leur valeur de référence pour différentes valeurs d'initialisation

Il n'est pas possible dans ce cas d'obtenir une simulation parfaite (efficacité de Nash = 1), le modèle se débrouille donc comme il peut pour faire correspondre au mieux la chronique de débits simulés avec les observations synthétiques. Ainsi, on parvient à un niveau de performance relativement élevé mais  $\theta$  le paramètre le moins contraint par l'hydrogramme observé est celui pour lequel la valeur s'éloigne la plus de la valeur de référence afin de compenser la variabilité spatiale de  $K$  et  $n$ .

Il est important de noter que malgré un écart de complexité de la paramétrisation assez faible, on constate déjà un paramètre  $\theta$  estimé très éloigné de sa valeur de référence ( $\theta \simeq 1$  au lieu de  $\theta = 0.5$ ). Ce phénomène qui n'a rien de surprenant augure de nombreuses difficultés pour la calibration de modèles hydrologiques dont la paramétrisation est trop parcimonieuse vis à vis de la réalité hydrologique.

Si l'on laisse autant de degrés de liberté au modèle que le jeu de paramètres avec lequel les observations ont été générées (avec les mêmes vecteurs de base), tous les éléments de cette paramétrisation sont retrouvés de façon stable (figure 3.25).

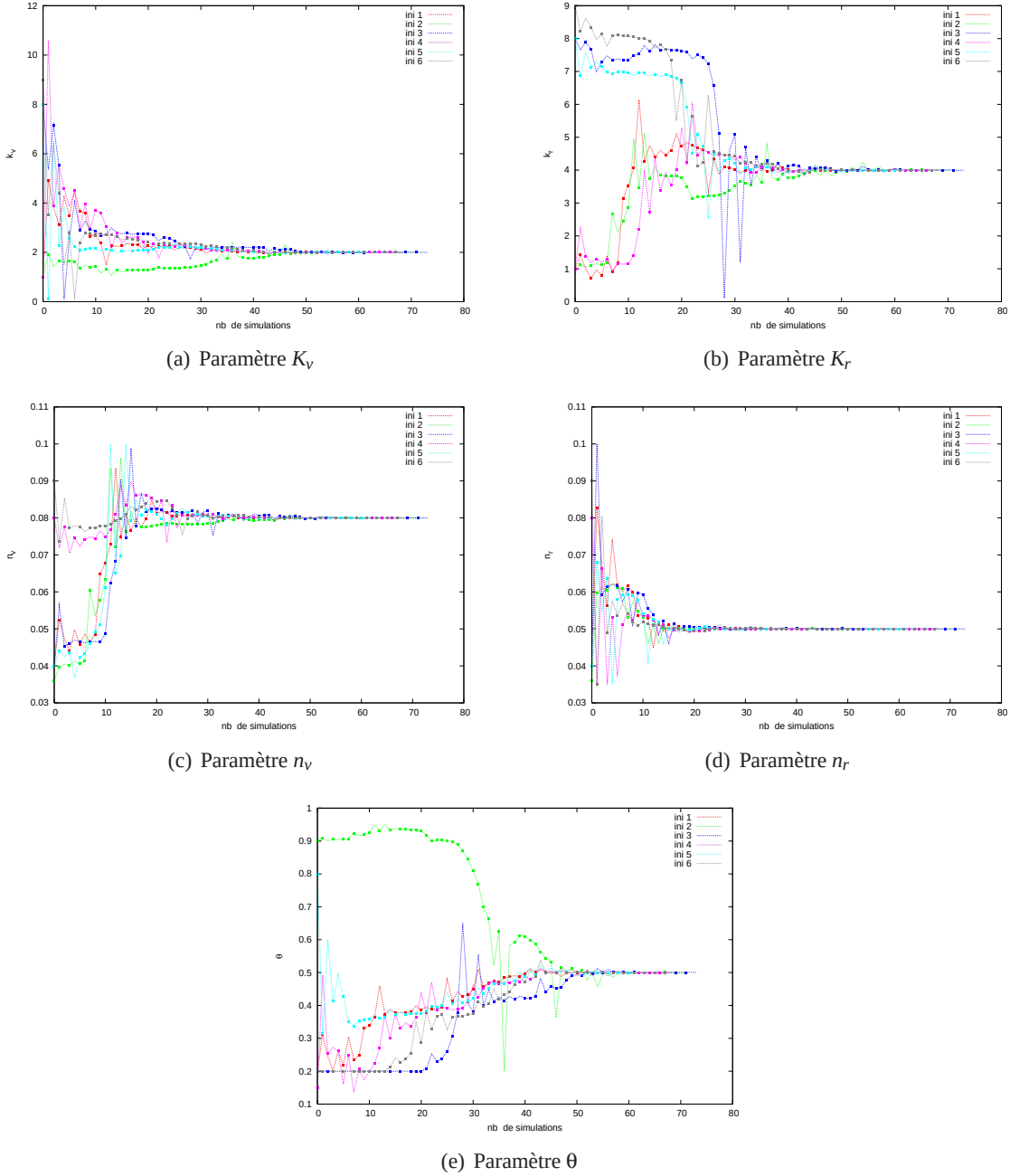


FIG. 3.25 – Convergence des variables de contrôle de la paramétrisation versants/réseau pour différentes valeurs d'initialisation

Conformément aux résultats de l'analyse de sensibilité, il semble que les paramètres les mieux contraints sont le frottement dans le réseau de drainage et sur les versants ( $n_r$  et  $n_v$ ) puis  $k_v$  la conductivité hydraulique

sur les versants. La convergence vers les valeurs de référence est bien plus lente pour  $k$  la conductivité hydraulique dans le réseau et  $\theta$  l'humidité initiale.

Au regard des résultats obtenus, l'identifiabilité de la paramétrisation ne semble pas poser de problème. Cependant, une telle réduction de l'espace de contrôle si elle permet de garantir un problème inverse bien posé peut s'avérer limitée afin de prendre en compte une transformation pluie-débit plus complexe.

Ainsi, en phase de calibration on compensera souvent des capacités d'infiltration ou des caractéristiques de transfert relativement différentes entre différents sous-bassins par un biais sur les degrés de liberté les moins contraints par les observations.

Si la résolution d'un problème inverse comportant autant de degrés de liberté que d'éléments de la discrétisation pour chacun des paramètres n'est pas envisageable, il est possible en utilisant les résultats de l'analyse de sensibilité effectuée précédemment de maximiser le nombre de variables d'ajustement.

### **3.5.2 Tentative de réduction d'ordre par vecteurs caractéristiques**

Les résultats obtenus au paragraphe précédent indiquent que lorsque l'espace de contrôle est réduit de manière empirique, cela conduit à un problème inverse stable mais dont le nombre de degrés de liberté peut rapidement s'avérer insuffisant afin de capturer correctement l'influence de la variabilité spatiale des paramètres sur la réponse hydrologique.

Cette agrégation excessive va se répercuter sur les variables pronostiques simulées par le modèle et peut constituer une source d'incertitude relativement importante (Moore et Doherty 2006b).

Comme cela est souligné par Tonkin et Doherty (2005), appliquer le principe de parcimonie afin de mettre en oeuvre une paramétrisation d'ordre réduit présente souvent le désavantage d'empêcher le processus de calibration d'extraire le maximum d'information des observations. Ceci plaide donc en faveur d'une augmentation raisonnée de la complexité de la paramétrisation compromettant le moins possible la stabilité du problème inverse à résoudre.

Un certain nombre d'expériences effectuées sans aucune forme de régularisation avec des paramétrisations trop complexes vis à vis de l'information disponible ont permis de confirmer que dans le meilleur des cas seuls les paramètres bien contraints sont correctement identifiés, les autres ne variant que très peu par rapport à leur valeur d'initialisation. Nous allons voir dans la section suivante que les sensibilités (même locales) des variables diagnostiques par rapport aux variables de contrôle peuvent guider la formulation d'un problème inverse mieux posé.

#### Décomposition en valeurs singulières tronquée

On se propose donc d'utiliser toute la richesse de l'information obtenue lors de l'analyse de sensibilité effectuée précédemment afin de prendre en compte le contenu informatif des données lors de la réduction de la dimension de l'espace de contrôle. En effet, en utilisant des vecteurs caractéristiques de la variabilité du système il est possible d'ajuster uniquement les éléments d'une paramétrisation trop complexe (typiquement totalement distribuée) qui sont les plus influents sur les variables diagnostiques. Ce type

d'approche, dénommée réduction d'ordre dans le contexte de l'assimilation de données, peut être mise en œuvre en utilisant comme directions d'ajustement dans l'espace de contrôle différents types de vecteurs caractéristiques (Blayo *et al.* 1998; Durbiano 2001).

Dans le cadre de cette étude on se propose d'utiliser les vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs propres de la décomposition en valeurs singulières de la matrice jacobienne de la transformation pour lesquels nous avons proposé une interprétation physique à la section précédente. La méthode va donc consister à ajuster les variables de contrôle d'origine à travers le sous-espace défini par ces premiers vecteurs propres.

Si l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières tronquée est une approche relativement classique pour la régularisation de problèmes inverse linéaires (Hansen (1998), Björk (1996) ou Aster *et al.* (2004)), son application est plus délicate dans le cas de problèmes non-linéaires. En effet, la relation entre les facteurs d'entrée de la modélisation et les variables pronostiques est différente pour chacune des trajectoires dans l'espace des phases du modèle. Les vecteurs caractérisant la variabilité du système seront potentiellement différents, voir très différents, en fonction des valeurs nominales prescrites pour les paramètres, de la condition initiale et des conditions aux limites.

Cependant, lorsque les variables indépendantes sont des paramètres spatialement distribués du modèle et non la condition initiale on peut s'attendre à ce que les directions propres calculées demeurent très informatives. Nous avons pu d'ailleurs constater lors de l'analyse de sensibilité que les vecteurs singuliers des paramètres sont principalement déterminés par la topographie et la variabilité spatiale des précipitations.

En utilisant la forme générale donnée par l'équation 3.12, on se propose pour chacun des paramètres d'utiliser comme nouvelles variables de contrôle, les coefficients de la base réduite générée par les premiers vecteurs propres de la SVD de la matrice jacobienne (sous-matrice). Les itérés successifs de ces nouvelles variables indépendantes sont calculés par le même algorithme d'optimisation que précédemment (quasi-newton avec contraintes de bornes) qui est toujours guidé par le gradient calculé par différentiation algorithmique.

Afin de régulariser un problème inverse (moindres carrés non-linéaires) résolu à l'aide d'un algorithme d'optimisation de type *Levenberg-Marquardt*, une approche similaire a été très récemment proposée par Tonkin et Doherty (2005). Afin de déterminer les nouvelles variables de contrôle dénommées *super paramètres*, on effectue la décomposition en valeurs singulières de la matrice à inverser dans l'équation linéarisée utilisée pour la mise à jour des paramètres. Parmi les autres techniques de régularisation, cette technique est désormais partie intégrante de la dernière version du programme PEST (Doherty 2004), l'un des codes les plus avancés et les plus utilisés (surtout dans la communauté des hydrogéologues) pour l'estimation des paramètres et l'analyse d'incertitude.

### Cas d'étude synthétique

Afin d'évaluer l'intérêt de cette approche, nous allons un peu complexifier notre réalité hydrologique (virtuelle) de référence. L'hydrogramme "observé" sera donc généré avec des paramètres de référence

dont la variabilité spatiale est plus importante que précédemment. On impose donc une répartition spatiale déterministe pour chacun des paramètres :

- la conductivité hydraulique est fonction linéairement décroissante de l’altitude, fonction similaire à la fonction  $G^-$  de Séguis *et al.* (2002) ;
- une spatialisation par typologie est adoptée pour le frottement sur les versants à partir de l’occupation des sols obtenue par télédétection spatiale (interprétation d’une image SPOT) mais une valeur commune est spécifiée pour le frottement dans l’intégralité du réseau de drainage ;
- étant donné la faible sensibilité à l’état hydrique initial, le paramètre  $\theta$  est uniforme sur le bassin versant.

D’autre part, afin de ne présumer d’aucune connaissance *a priori* sur la répartition spatiale des paramètres et de limiter l’influence du forçage pour cet évènement particulier, la matrice jacobienne de la transformation est évaluée pour des paramètres et une pluie uniforme. Un choix similaire est effectué par Tonkin et Doherty (2005) qui n’effectue la SVD qu’une seule fois à partir des paramètres uniformes estimés par la résolution d’un problème inverse sur-déterminé.

On se propose, avec cet unique hydrogramme de référence, de résoudre le problème inverse pour des paramétrisations de complexité croissante :

- $P_1$  : paramètres uniformes
- $P_2$  : paramétrisation versant/réseau
- $P_{SVx}$  : paramétrisations dont les vecteurs de base capturent  $x\%$  de la variabilité

### Résultats numériques

Le tableau 3.5 regroupe les résultats obtenus en termes d’efficacité de Nash sur les débits et de conditionnement du problème d’optimisation évalué à partir de la quasi-hessienne estimée par notre algorithme de type BFGS à la dernière itération (*cf.* annexe B).

Alors que  $n_\theta$ , le nombre de degrés de liberté pour  $\theta$  est toujours fixé à 1, leur nombre varie de manière

|            | $n_K$ | $n_n$ | $n_\theta$ | <i>Nash</i> | $1/\kappa(A)$ |
|------------|-------|-------|------------|-------------|---------------|
| $P_1$      | 1     | 1     | 1          | 0.908       | 0.965E-08     |
| $P_2$      | 2     | 2     | 1          | 0.938       | 0.217E-11     |
| $P_{SV70}$ | 4     | 2     | 1          | 0.968       | 0.889E-08     |
| $P_{SV80}$ | 6     | 3     | 1          | 0.978       | 0.947E-08     |
| $P_{SV90}$ | 9     | 5     | 1          | 0.986       | 0.242E-16     |

TAB. 3.5 – Nombre de degrés de liberté, Efficacité de Nash et conditionnement

monotone croissante pour  $K$  et  $n$ . Comme on pouvait déjà le voir à partir du spectre des valeurs singulières de la matrice jacobienne (figure 3.19), il faut environ deux fois plus de degrés de liberté pour capturer l’influence de la conductivité hydraulique sur la réponse que pour le frottement.

L’efficacité de Nash s’améliore avec l’augmentation de la dimension de l’espace de contrôle et ceci apparemment sans trop compromettre le conditionnement du problème d’optimisation.

En effet, alors que le conditionnement du problème se dégrade très fortement lorsque l'on passe de  $P_1$  à  $P_2$ , celui-ci revient à des niveaux comparables à celui de  $P_1$  pour 6 puis 9 degrés de liberté (au lieu de 3). La base des premiers vecteurs singuliers permet donc un conditionnement équivalent pour la prescription de bien plus de degrés de liberté pour le modèle. Néanmoins, ce gain n'est pas infini et la situation se dégrade très rapidement lorsque l'on va trop loin dans la décomposition en valeurs singulières.

En résumé, plus on augmente le nombre de degrés de liberté (nb de vecteurs singuliers pour  $K$  et  $n$ ) et plus le modèle dispose de marge de manoeuvre pour se rapprocher des observations. Alors qu'identifier si un modèle est juste pour de bonnes raisons peut s'avérer très délicat dans le cas d'observations réelles, nous disposons dans notre cas d'une parfaite connaissance de la réalité hydrologique à travers les valeurs nominales des paramètres de référence. Il est donc très facile de juger si l'augmentation des performances (en terme d'efficacité) s'accompagne d'un comportement hydrologique plus vraisemblable c'est à dire de paramètres estimés plus proches des valeurs de référence.

Les statistiques d'erreur sur les paramètres estimés sont données par le tableau 3.6. Pour un paramètre  $\alpha$ , l'erreur moyenne est donnée par  $\mu_{\epsilon_\alpha}$  alors que  $N_\alpha$  et  $R2_\alpha$  correspondent à l'efficacité de Nash et au coefficient de détermination sur les vecteurs de paramètres (référence vs estimés). En ce qui concerne

|            | $\mu_{\epsilon_K}$ | $N_K$  | $R2_K$ | $\mu_{\epsilon_n}$ | $N_n$ | $R2_n$ | $\mu_{\epsilon_\theta}$ | $N_\theta$ |
|------------|--------------------|--------|--------|--------------------|-------|--------|-------------------------|------------|
| $P_1$      | 2.9                | 0.596  | 0.743  | 0.034              | 0.686 | 0.945  | 0.49                    | -0.939     |
| $P_2$      | 2.71               | 0.635  | 0.745  | 0.005              | 0.981 | 0.986  | 0.45                    | -0.635     |
| $P_{SV70}$ | 2.80               | 0.510  | 0.729  | 0.027              | 0.797 | 0.952  | 0.207                   | 0.651      |
| $P_{SV80}$ | 3.22               | 0.445  | 0.565  | 0.028              | 0.793 | 0.936  | 0.180                   | 0.736      |
| $P_{SV90}$ | 5.33               | -0.320 | 0.428  | 0.030              | 0.719 | 0.816  | 0.027                   | 0.99       |

TAB. 3.6 – Statistiques d'erreur sur les paramètres estimés

l'estimation des paramètres  $K$  et  $n$ , la paramétrisation  $P_2$  fournit toujours des variables de contrôle estimées plus proches des valeurs de référence. En revanche, il existe un biais important sur l'humidité initiale estimée lorsque l'on ne dispose pas de degrés de liberté en nombre suffisant pour  $K$  et  $n$ . En utilisant les vecteurs caractéristiques issus de la SVD, tous les indicateurs semblent révéler que l'identification de  $K$  est un peu moins bonne, celle de  $n$  meilleure mais pas aussi bien qu'avec  $P_2$  et celle de  $\theta$  grandement améliorée.

L'amélioration des performances au sens de Nash résultant d'une complexification raisonnée de la paramétrisation ne s'accompagne pas de valeurs plus plausibles pour les variables de contrôle. Celle-ci a tout juste le mérite de donner plus de marge de manoeuvre au modèle pour s'ajuster aux observations sans trop compromettre la stabilité du problème inverse.

Nous sommes ici en présence d'un des inconvénients les plus importants de la décomposition en valeurs singulières tronquée déjà pointé par Tonkin et Doherty (2005). Cette méthode de régularisation ne garantit pas la vraisemblance des paramètres et n'intègre pas de mécanisme permettant de limiter un ajustement trop poussé (overfitting). Ces inconvénients faisant partie des avantages d'une régularisation de type Tikhonov, les auteurs proposent une combinaison des deux approches.

En résumé, afin que l'amélioration des performances au sens de Nash soit accompagnée d'une meilleure estimation des paramètres il serait nécessaire d'ajouter d'avantage d'information a priori :

- du côté des observations (épisodes plus informatifs, pluie spatiale, plusieurs épisodes ...);
- sur les plages de variations des paramètres (contraintes de bornes plus sévères);
- sur la variabilité spatiale des paramètres sans limiter le nombre de degrés de liberté de la paramétrisation (par exemple terme de régularisation de type coefficient de corrélation avec une répartition spatiale plausible).

Il aurait également été possible de calculer la SVD de l'intégralité de la matrice jacobienne de la transformation, en considérant tous les paramètres simultanément. Le sous-espace dans lequel l'ajustement des paramètres est effectué serait donc un sous-espace de celui où vit  $\alpha = [K, n, \theta]$  avec  $K, n$  et  $\theta$  spatialement distribués. Si ces directions propres eussent été encore plus informatives, l'adimensionalisation nécessaire au bon conditionnement du problème d'optimisation (cf. annexe B), adimensionalisation portant sur les nouvelles variables de contrôle, est un peu plus délicate.

En définitive, l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières tronquée pour la régularisation de problèmes inverses non linéaires mal posés tel que celui posé par l'estimation des degrés de liberté pour des modèles hydrologiques à paramètres spatialement distribués présente un potentiel intéressant mais aussi quelques limitations.

Sa combinaison avec une autre forme de régularisation, par exemple à travers l'exploration d'une ou plusieurs des pistes mentionnées précédemment devrait contribuer à améliorer les performances et l'efficacité de cette technique. La mise en œuvre d'un cas d'étude plus complexe, avec des observations réelles pour un ou plusieurs épisodes de crue mais aussi plus d'information a priori sur les paramètres est une étape incontournable pour une évaluation plus approfondie de l'intérêt de l'approche proposée.

### 3.6 Conclusions

La transposition de techniques mises en œuvre pour des modèles globaux (Duan *et al.* 1992; Vrugt *et al.* 2003) à des modèles à paramètres distribués pose de nombreux problèmes, directement ou indirectement liés au *fléau de la dimension* (curse of dimensionality). Les résultats obtenus dans le cadre de cette étude prospective sont très encourageants et permettent de démontrer le potentiel de l'approche variationnelle pour l'analyse de sensibilité et l'estimation des paramètres de modèles hydrologiques à paramètres spatialement distribués.

Dans un premier temps, la richesse de l'information obtenue par analyse de sensibilité locale (évolution temporelle, répartition spatiale) offre un nouvel angle de vue permettant de mieux appréhender la relation pluie-débit telle qu'elle est représentée par le modèle MARINE. Ce type d'analyse permet donc de valider les hypothèses de fonctionnement du modèle et d'améliorer notre compréhension des processus intervenant lors la genèse et du transfert du ruissellement par dépassement de la capacité d'infiltration.

Certains facteurs d'entrée (degrés de liberté de la paramétrisation) ayant vocation à être estimés par ajustement (à l'aide d'un critère d'optimisation) des résultats de simulations à des chroniques de débits

observés, l'analyse de sensibilité nous renseigne sur les paramètres les plus influents sur les débits simulés mais aussi sur les débits simulés les plus affectés par des variations des paramètres.

Un certain nombre des résultats présentés dans ce chapitre permettent donc de caractériser et d'améliorer l'identifiabilité des paramètres. Même si l'identifiabilité structurelle locale n'est pas quantifiée de manière formelle, les résultats obtenus par analyse de sensibilité permettent de *i)* postuler un comportement attendu lors de l'estimation des paramètres *ii)* guider le choix d'un critère d'estimation (fonctionnelle, norme) *iii)* contribuer à la mise en œuvre d'une paramétrisation identifiable et capable d'exploiter le contenu informatif des observations

De plus, les expériences dédiées à l'estimation des paramètres permettent de confirmer que le sous-gradient calculé par différentiation algorithmique (en mode inverse) peuvent guider de manière très efficace un algorithme de descente de type quasi-Newton pour la minimisation d'une fonctionnelle d'écart aux observations.

Dans le cas où le principe de parcimonie conduit à un problème inverse sur-déterminé, le minimum global est identifié de manière très efficace. Des contraintes de bornes définissant l'hypercube de recherche sont préférées à un terme de pénalisation (régularisation de type Tikhonov) dont la spécification (*i.e* coefficient de régularisation) n'est pas sans poser quelques difficultés car elle influence très largement l'algorithme d'optimisation. Nous avons pu constater dans le cas d'un modèle parfait et d'observations certaines, que les interactions entre les paramètres entraînent des phénomènes de compensation de l'erreur due à une paramétrisation trop parcimonieuse. Les paramètres les moins contraints, ceux auxquels la réponse hydrologique est la moins sensible sont donc logiquement ceux qui s'éloignent le plus de leur valeur de référence. On peut s'attendre à un comportement similaire pour la compensation d'incertitudes sur les observations, le forçage, ou la structure du modèle (erreur de représentativité).

A l'opposé, lorsque le rapport entre l'information disponible (qualité et quantité des observations) et le nombre de degrés de liberté est défavorable (problème sous-déterminé, problème inverse mal posé) l'utilisation de techniques de régularisation est indispensable. Si l'on peut rapprocher l'heuristique couramment employée pour réduire la dimension de l'espace de contrôle (correction relative avec distribution spatiale fixée) d'une forme de régularisation implicite (Moore et Doherty 2006b) cette technique peut se révéler très limitée afin d'extraire le contenu informatif des observations et assurer l'identification de paramètres plausibles.

Les résultats obtenus dans ce chapitre confirment que l'utilisation des vecteurs caractéristiques (vecteurs propres de la matrice jacobienne de la transformation) assurent une réduction raisonnée de la dimension de l'espace de contrôle. Cependant, nous avons pu également constater qu'il était nécessaire de mieux contraindre les paramètres afin que l'amélioration des performances (au sens du critère) s'accompagne de valeurs plus plausibles pour les paramètres. Comme cela est suggéré par (Tonkin et Doherty 2005), la solution réside probablement dans la combinaison avec une régularisation de type Tikhonov. D'importants efforts sont consacrés à l'amélioration de l'estimation *a priori* des paramètres pour les modèles hydrologiques distribués (Projet MOPEX <sup>3</sup>, Moreda *et al.* (2006), (Anderson *et al.* 2006)) mais la calibration reste une étape incontournable.

---

<sup>3</sup>Model Parameter Estimation Experiment - <http://www.nws.noaa.gov/oh/mopex/>

## Chapitre 4

# Approche systémique décrivant le ruissellement sur zones contributives saturées

### Sommaire

---

|            |                                                                                       |            |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Concept TOPMODEL et hypothèses de modélisation</b>                                 | <b>133</b> |
| 4.1.1      | Indice de similarité hydrologique                                                     | 133        |
| 4.1.2      | Formalisation des écoulements latéraux de subsurface                                  | 134        |
| 4.1.3      | Représentation des autres composantes du bilan hydrologique                           | 142        |
| 4.1.4      | Modélisation des transferts vers l'exutoire                                           | 145        |
| 4.1.5      | Récapitulatif de l'algorithme général                                                 | 148        |
| <b>4.2</b> | <b>Modélisation hydrologique et approche méthodologique</b>                           | <b>149</b> |
| 4.2.1      | Mode événementiel pour prévision des crues sur les Cévennes                           | 149        |
| 4.2.2      | Simulation continue du bilan hydrologique sur la Donga                                | 152        |
| 4.2.3      | Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation                           | 156        |
| <b>4.3</b> | <b>Analyse globale par échantillonnage de Monte Carlo</b>                             | <b>158</b> |
| 4.3.1      | Expériences sur les Cévennes                                                          | 160        |
| 4.3.2      | Expériences sur la Donga                                                              | 164        |
| <b>4.4</b> | <b>Estimation des paramètres avec données synthétiques</b>                            | <b>169</b> |
| 4.4.1      | Importance de la précision du calcul des dérivées                                     | 169        |
| 4.4.2      | Contenu informatif des observations et identifiabilité structurelle                   | 171        |
| <b>4.5</b> | <b>Calibration pluri-annuelle et multi-épisodes avec observations réelles</b>         | <b>175</b> |
| 4.5.1      | Expériences sur les Cévennes                                                          | 175        |
| 4.5.2      | Expériences sur la Donga                                                              | 176        |
| <b>4.6</b> | <b>Analyse de sensibilité locale post-calibration</b>                                 | <b>181</b> |
| 4.6.1      | Influence relative des paramètres                                                     | 181        |
| 4.6.2      | Analyse approfondie du fonctionnement du modèle                                       | 183        |
| <b>4.7</b> | <b>Contenu informatif des observations et vraisemblance des paramètres identifiés</b> | <b>189</b> |

|            |                                                                                       |            |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.7.1      | Limites de la calibration événementielle sur Vogüé . . . . .                          | 189        |
| 4.7.2      | Variabilité inter-annuelle des paramètres et analyse d'incertitude sur la Donga . . . | 192        |
| <b>4.8</b> | <b>Conclusions . . . . .</b>                                                          | <b>202</b> |

---

## 4.1 Concept TOPMODEL et hypothèses de modélisation

On s'intéresse maintenant à une représentation de la relation pluie-débit faisant du ruissellement sur surfaces saturées le processus prépondérant pour la formation des débits en rivière. TOPMODEL (Beven et Kirkby 1979) est plus un concept, un cadre de formalisation des processus hydrologiques qu'un modèle à part entière. En effet, basé sur la notion de similarité hydrologique qui sera explicitée en section (4.1.1) il s'attache à la représentation des écoulements latéraux de subsurface (*i.e* écoulements hypodermiques) supposés responsables de la saturation des horizons superficiels des sols. En fonction de la problématique et de la version de TOPMODEL utilisée, les autres composantes du cycle de l'eau jugées significatives font l'objet d'hypothèses et de choix de modélisation spécifiques.

De par l'approche systémique adoptée, le modèle résultant permet la simulation des variables d'état en chaque point du domaine sans pour autant effectuer un bilan pour chacun des volumes élémentaires de la discrétisation. Le bilan hydrologique est effectué à l'échelle des mesures, mesures intégrées à l'échelle du bassin versant, puis spatialisé grâce à la notion d'indice de similarité hydrologique. Nous allons dans cette section décrire le concept de base, les hypothèses simplificatrices et la formulation des lois de conservation pour les écoulements latéraux de sub-surface ainsi que la modélisation adoptée dans cette étude pour les autres composantes du bilan hydrologique.

### 4.1.1 Indice de similarité hydrologique

Face à la très importante hétérogénéité spatiale caractérisant les hydrosystèmes, les approches conduisant à la formulation de modèles hydrologiques peuvent être très différentes. Nous avons étudié au chapitre précédent un modèle faisant le choix d'une représentation explicite de cette variabilité à travers la spatialisation des toutes les caractéristiques pouvant affecter la relation pluie-débit (topographie, propriétés agro-pédogéologiques, forçage).

Si l'on considère toujours le bassin versant discrétisé en mailles carrées de taille uniforme  $dx$ , chacun des éléments de ce maillage peut se distinguer par ses propriétés moyennées à l'échelle  $dx$ . Cependant, lorsqu'un bassin versant comportant des pentes modérées à fortes et des sols relativement peu profonds surplombant un substratum moins aéré est soumis à des précipitations, toutes ces propriétés contribuent de manière inégale à la genèse du ruissellement. Selon Kirkby (1975), la variabilité spatiale des aires drainées est de loin la plus importante et la plus organisée.

En effet, la topographie est l'élément principal contrôlant la formation et le transfert du ruissellement induisant une organisation spatiale des humidités sur le bassin versant. Même si l'on peut constater une importante hétérogénéité à très petite échelle, le contenu en eau du bassin présente de très fortes régularités à l'échelle de la discrétisation (de 20 à 100m).

Ainsi, le principe de base de la notion de similarité hydrologique est d'essayer d'expliquer ces régularités

par l'analyse et la combinaison de caractéristiques observables du bassin versant. L'indice de similarité hydrologique formulé par Kirkby (1975) est une variable strictement topographique décrivant la propension d'un point du bassin à la saturation. Postulant que celle-ci dépend principalement de l'aire drainée amont et de la pente locale, il définit en tout point  $i$  du bassin versant l'indice topographique  $q/\tan\beta_i$  avec  $a_i$  l'aire drainée amont et  $\beta_i$  la pente locale. Ce rapport traduit en effet le flux entrant au point  $i$  représenté par sa surface de collecte  $a_i$  sur sa capacité d'évacuation exprimée par le gradient gravitaire  $\tan\beta$ . Aussi, deux points du bassin ayant la même valeur d'indice auront donc un comportement hydrologique similaire vis-à-vis de l'hypothèse de fonctionnement considérée, les fortes valeurs d'indice désigneront les localisations potentiellement les plus propices à la saturation.

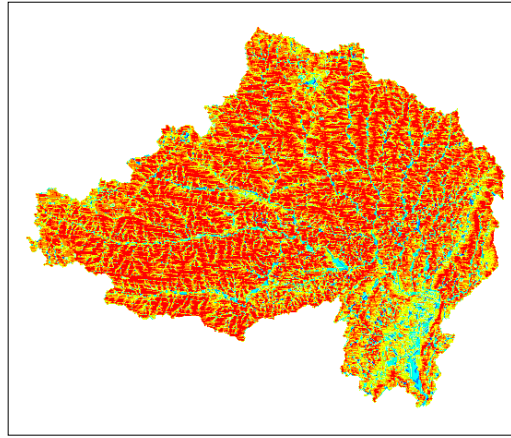
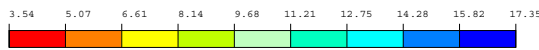
Dans la formulation des modèles résultants, on exploitera donc cette propriété afin d'effectuer les bilans sur le bassin versant par classes d'indices plutôt que par volumes élémentaires. Le concept d'indice de similarité hydrologique a été implémenté par Beven et Kirkby (1979) au sein d'un modèle comportant une structure très simple, une représentation très pragmatique de la réalité hydrologique dont les fondements demeurent largement employés surtout depuis l'accession croissante aux Modèles Numériques de terrain (MNT). En utilisant des indices calculés à partir d'un MNT, on pourra estimer une distribution empirique pour l'indice de similarité hydrologique, distribution qui servira de base à une résolution numérique plus efficace avec un coût de calcul indépendant du nombre de mailles du MNT.

Parmi les différents méthodes existantes permettant de calculer une valeur d'indice pour chacune des mailles du MNT, nous avons adopté l'algorithme proposé par Saulnier *et al.* (1997a). Il s'agit d'une modification de l'algorithme de Quinn *et al.* (1995) permettant de réduire la dépendance des valeurs obtenues par calibration pour la transmissivité  $T_0$  vis à vis de la résolution du MNT en stoppant l'accumulation des aires drainées lorsque l'on atteint un pixel traversé par le réseau hydrographique. En pratique, on fixe en fonction du bassin un seuil sur l'aire drainée et sur l'indice de similarité afin de distinguer le réseau de drainage (conforme à celui représenté sur les cartes IGN 1 : 25000) des versants. Le calcul des aires drainées se fait de manière classique avec un algorithme qui consiste à répartir le flux entrant vers toutes les directions dont la pente permet le transit parmi les 8 directions possibles.

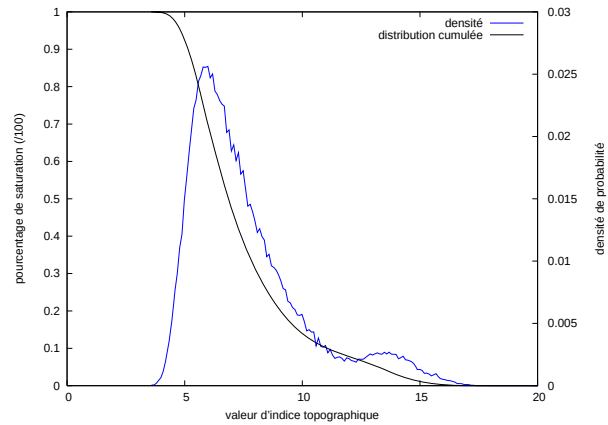
Une fois la valeur d'indice calculée pour chacune des  $n$  mailles du MNT, on dispose d'un échantillon de taille  $n$  à partir duquel il est possible d'estimer une densité de probabilité uni-dimensionnelle. En pratique, l'estimation est effectuée par un histogramme partitionnant la droite réelle en classes d'indices équidistantes. Un exemple de distribution spatiale des indices ainsi que la distribution cumulée et la densité de probabilité résultante pour le bassin versant de Vogüé sont donnés par les figures 4.1(a) et 4.1(b). Après ces quelques mots sur l'indice de similarité hydrologique, concept de base commun à toutes les versions de TOPMODEL nous allons décrire la représentation des écoulements latéraux de subsurface (écoulements hypodermiques) participant à l'écoulement rapide de crue et responsables de la saturation des horizons superficiels des sols.

#### 4.1.2 Formalisation des écoulements latéraux de subsurface

L'échelle à laquelle le formalisme TOPMODEL explique les flux de subsurface contribuant à deux des composantes du débit en rivière, le ruissellement sur surfaces saturées et le flux provenant des écoulements hypodermiques, est celle du versant. Le concept vise donc à représenter le lien entre les versants et le réseau hydrographique auquel ils contribuent sans décrire de manière explicite le profil d'humidité des sols. Le flux



(a) Répartition spatiale

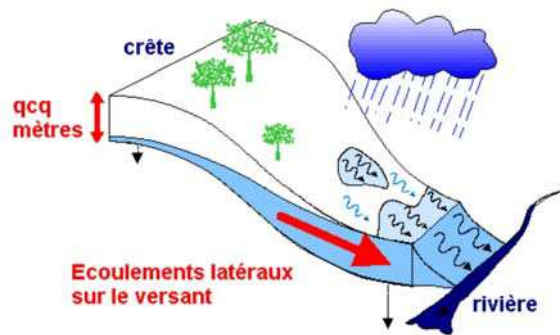


(b) Densité de probabilité et distribution cumulée

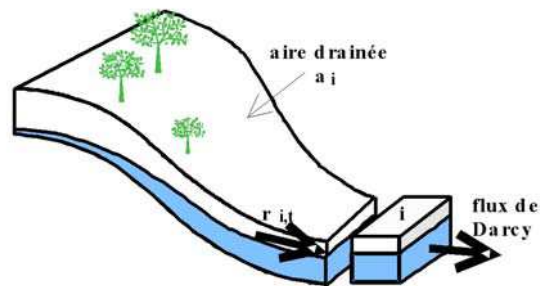
FIG. 4.1 – Indice topographique sur le bassin versant de Vogüé

provenant des écoulements hypodermiques est donc uniquement lié au contenu en eau moyen du versant, le lien entre les contenus moyens et locaux, expliquant la genèse des zones saturées sur les versants, est assuré par l'indice de similarité hydrologique.

On assimile l'écoulement latéral de subsurface à travers des réseaux linéaires connectés d'écoulements préférentiels orientés dans la direction de plus grande pente à un aquifère continu se développant dans les horizons superficiels des sols encore bien aérés. Le modèle conceptuel de nappe saturée (figure 4.2(a)) utilisé pour formaliser ces processus ne doit donc surtout pas être confondu avec la nappe pérenne (plus profonde) alimentant les écoulements de surface pendant les périodes sèches. Afin de décrire l'équilibre de



(a) Modèle conceptuel de nappe saturée



(b) Equilibre de versant

FIG. 4.2 – Représentation et variables du bilan des écoulements latéraux de subsurface d'après Saulnier (1996)

versant à l'instant  $t$ , on se place à un point  $i$  drainé par l'aire  $q$  (figure 4.2(b)). On s'intéresse essentiellement aux écoulements préférentiels afin de caractériser la réponse du bassin versant. Établir un bilan va donc consister à expliciter le flux entrant représenté par la recharge  $R_i(t)$  des écoulements hypodermiques, le flux

sortant que l'on suppose régi par la Loi de Darcy ainsi que les variations de stock  $\Delta S_{i,t}$  de ces écoulements latéraux de subsurface. On écrit donc le bilan de la façon suivante

$$a_i \cdot R_i(t) = T_i(t) \text{grad} h_i(t) - \Delta S_{i,t} \quad (4.1)$$

où  $T_i(t)$  est la transmissivité latérale (flux par unité de largeur) du profil de sol à travers lequel transite le flux de Darcy,  $\text{grad} h_i(t)$  le gradient de charge hydraulique.

Etant donné que nous ne nous intéressons pas à la description du profil d'humidité, on désigne par  $d(t)$  le déficit local, c'est à dire la quantité d'eau qu'il faudrait infiltrer au point  $i$  pour saturer la totalité du profil de sol. D'autre part, on suppose que la transmissivité de ce profil est uniquement liée à  $d(t)$  et ceci de manière indépendante du point considéré. La définition de cette quantité homogène à une profondeur de sol (à la porosité près) permet de s'affranchir de la spécification de caractéristiques pédologiques relativement difficiles à observer.

$$T_i(t) = T(d_i(t)) \quad (4.2)$$

Ainsi, les déficits locaux  $d_i(t)$  expliquant la genèse des zones saturées sur le versant, peuvent s'exprimer par

$$d_i(t) = T^{-1} \left( \frac{a_i \cdot r_i(t) + \Delta S_i(t)}{\text{grad} h_i(t)} \right) \quad (4.3)$$

Un certain nombre d'hypothèses simplificatrices que nous allons passer en revue sont traditionnellement effectuées afin de rendre simple et efficace la modélisation des écoulements latéraux de subsurface. Même si la plupart d'entre elles sont discutables (et d'ailleurs largement discutées ...), elles contribuent à une représentation pragmatique des processus expliquant la dynamique des écoulements rapides.

#### 4.1.2.1 Hypothèses simplificatrices

La version de TOPMODEL utilisée dans le cadre de ce travail est décrite dans Saulnier et Datin (2004). Les hypothèses simplificatrices sont celles de la version originale du modèle (Beven et Kirkby 1979). Cependant, le formalisme mathématique intègre la correction dans le bilan en eau proposée par Saulnier et Datin (2004) ainsi que le paramètre  $d_0$ , valeur maximale pour les déficits locaux  $d_i(t)$  introduite pour limiter l'étendue (en profondeur) de la zone constituant le siège des écoulements latéraux de subsurface.

##### Hypothèse de quasi-stationnarité

On commence par approcher la dynamique des flux sub-superficiels par une succession d'états stationnaires. Au pas de temps  $t$ , on suppose que les variations incrémentales rapides des écoulements latéraux de subsurface atteignent un état d'équilibre de façon instantanée (équivalent du régime uniforme en hydraulique fluviale). Ce flux de subsurface uniforme sur le versant implique une compensation parfaite entre flux entrant et flux sortant. Il vient donc :

$$\Delta S_i(t) = 0 \quad (4.4)$$

On suppose donc que les écoulements hypodermiques se développent dans le pas de temps sur l'ensemble du bassin versant. Cette redistribution quasi-instantanée de la recharge à chaque pas de temps peut être problématique dans le cas de bassins versants dont la mise en eau des chemins d'écoulements préférentiels peut être relativement longue après une sécheresse prolongée (Beven 1997). L'hypothèse selon laquelle la rivière draine la totalité du bassin versant à tout instant peut donc de révéler problématique. Afin d'assurer

une représentation dynamique des aires contributives effectives Beven et Freer (2001a) relaxent cette hypothèse en remaniant la notion de similarité hydrologique.

### Approximation du gradient hydraulique

Le gradient de charge hydraulique, supposé invariant dans le temps, est approché par la pente topographique locale. Cette simplification est justifiée lorsque le siège de ces écoulements hypodermiques est une zone dont la profondeur est faible par rapport à la longueur de pente. On admet donc

$$gradh_i(t) = \tan \beta_i \quad (4.5)$$

où  $\tan \beta_i$  est la pente topographique locale. Cette hypothèse est équivalente à celle effectuée dans le cadre de l'approximation de l'Onde Cinématique (OC). Kirkby (1997) met en évidence le lien avec cette simplification largement employée en hydrologie en démontrant que TOPMODEL peut être considéré comme une simplification supplémentaire à l'approximation de l'onde cinématique.

### Recharge uniforme

Au point  $i$ , la recharge de versant  $R_i(t)$  moyenne sur l'aire drainée par le pixel toutes les recharges élémentaires  $r_k(t)$ , percolant de la zone non saturée vers le siège des écoulements préférentiels latéraux. Elle est donnée par :

$$R_i(t) = \frac{1}{a_i} \int_{a_i} r_k(t) ds_k \quad (4.6)$$

En supposant que la variabilité spatiale des précipitations n'est pas trop marquée, on admet

$$R_i(t) = R_t \quad (4.7)$$

La variabilité spatiale des recharges locales est lissée et donc il en est indirectement de même la variabilité de la pluie. Dans le cadre de la thèse de Datin (1998), cette hypothèse a été relaxée afin de prendre en compte la variabilité spatiale des précipitations dans le formalisme TOPMODEL.

### Profil de transmissivité

Afin de reproduire la décroissance de la *densité de présence* des réseaux linéaires inter-connectés avec la profondeur (moins de végétation, de vie biologique ...), on prescrit une décroissance exponentielle de la transmissivité  $T$  relativement au déficit  $d_i$  défini précédemment (Beven et Kirkby 1979). Elle est donc définie par

$$T(d_i(t)) = T_0 \cdot \exp\left(-\frac{d_i(t)}{m}\right) \quad (4.8)$$

où  $T_0$  ( $m^2 s^{-1}$ ) est la transmissivité lorsque l'ensemble du profil de sol est saturé. Le paramètre  $m$  régit la décroissance exponentielle du profil de transmissivité et permet d'imposer une profondeur hydrologiquement active pour les écoulements préférentiels. Beven (1984) montre une bonne adéquation de ce type de profil avec les mesures expérimentales.

Comme nous le verrons plus loin, il existe un lien étroit entre la forme du profil de transmissivité et la forme de la courbe de recession. Le profil de transmissivité exponentiel entraîne une recession de forme

hyperbolique qui peut ne pas être adaptée à la dynamique du bassin versant. Ambroise *et al.* (1996) proposent une généralisation de l'indice de similarité hydrologique permettant l'utilisation d'autres types de profils de transmissivité.

Étant donné que nous assimilons les écoulements préférentiels latéraux à un aquifère continu, la transmissivité est égale au produit de la conductivité hydraulique par l'épaisseur de la partie saturée de cet aquifère. Dans le cadre de cette étude, nous supposons la transmissivité, et donc par conséquent la conductivité hydraulique et la profondeur de sol, uniforme sur l'ensemble du bassin versant. Dans le cadre du formalisme TOPMODEL, Saulnier *et al.* (1997b) a démontré que l'introduction d'une hétérogénéité spatiale pour la transmissivité (à travers la profondeur de sol  $m$ ) ne changeait pas de manière significative la distribution de l'indice de similarité hydrologique qui comme on le verra plus loin est au coeur de l'évaluation des aires saturées sur le bassin versant. Étant donné que nous nous intéressons au débit à l'exutoire du bassin versant, nous nous contenterons donc de la transmissivité moyenne  $T_0$ .

De plus, afin de relaxer l'hypothèse d'uniformité de la recharge, Datin (1998) introduit une valeur maximale  $d_0$  pour  $d_i(t)$  permettant de distinguer les pixels totalement secs de ceux où siègent les écoulements latéraux de subsurface. Cette modification visant à modifier la perception de l'aire drainée afin de prendre en compte la variabilité spatiale de la pluie implique un profil de transmissivité seuillé à  $d_0$  (figure 4.3). Ce paramètre est

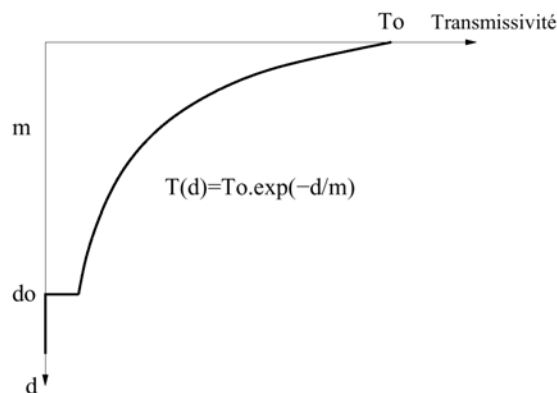


FIG. 4.3 – Profil exponentiel de transmissivité seuillé à  $d_0$

homogène à une profondeur de sol à la porosité près. Dans le cadre de notre étude, même avec une recharge de versant supposée uniforme, nous allons conserver ce paramètre afin de fixer une limite pour la profondeur à laquelle peuvent encore se dérouler les écoulements rapides drainés par le réseau hydrographique. Comme cela est précisé par Le Lay (2006), en toute rigueur  $T_0$  s'écrit :

$$T_0 = K_{H0}m \left[ 1 - \exp \left( -\frac{d_0}{m} \right) \right] \quad (4.9)$$

où  $K_{H0}$  est la conductivité hydraulique latérale d'un profil de sol complètement saturé. Cependant, étant donné les valeurs obtenues par calage et conformes aux observations de terrain pour le rapport  $d_0/m$  l'approximation  $T_0 = K_{H0}m$  semble acceptable.

#### 4.1.2.2 Déficit local et relation avec l'état moyen des zones contributives

On désigne par  $D(t)$  le déficit moyen, intégrale sur la surface du bassin des déficits locaux  $d_i(t)$ . Alors que l'évolution temporelle de ce déficit moyen sera explicitée dans le paragraphe consacré au bilan global, on s'intéresse ici à la relation entre cet état moyen et les états hydriques locaux régissant les différentes composantes des flux de subsurface.

##### Déficits locaux et indice de similarité hydrologique

Après application des hypothèses simplificatrices évoquées précédemment, le bilan à l'échelle du versant d'aire  $a_i$  drainant le point  $i$  dont la capacité d'évacuation est donnée par  $T(d_i(t))$  (équation 4.1) devient donc

$$a_i \cdot R_t = T_0 \cdot \exp\left(-\frac{d_i(t)}{m}\right) \cdot \tan \beta_i \quad (4.10)$$

et l'équation (4.3)

$$d_i(t) = -m \cdot \ln\left(\frac{a_i}{T_0 \cdot \tan \beta_i}\right) - m \cdot \ln(R(t)) \quad (4.11)$$

Cette dernière relation fait apparaître l'indice de similarité hydrologique  $\kappa = \ln(a_i/T_0 \tan \beta_i)$  où dans notre cas les caractéristiques pédologiques des sols ne sont pas discriminantes puisque  $T_0$  est uniforme. Ainsi, au pas de temps  $t$ , étant donné que  $m$  et  $R(t)$  sont également supposés uniformes sur le bassin, deux points ayant la même valeur pour l'indice de similarité hydrologique  $\kappa$  auront donc des déficits locaux  $d_i(t)$  identiques.

Comme cela a été souligné auparavant, le concept d'indice de similarité hydrologique permet d'effectuer un bilan hydrologique par classe d'indices plutôt que par volumes élémentaires de la discrétisation. La ligne directrice dans le développement du formalisme a donc été d'exprimer toutes les quantités intervenant dans le bilan hydrologique en fonction des  $\kappa$  et de leur densité de probabilité  $f(\kappa)$ .

##### Relation entre déficit moyen et déficit locaux

Le déficit moyen  $D(t)$  est calculé en intégrant les déficits locaux sur la surface  $A$  du bassin. Le lecteur est invité à se référer à Saulnier et Datin (2004) pour le détail des calculs ne faisant l'objet d'aucune hypothèse supplémentaire. Seules les principales étapes et résultats sont reportés ici.

On désigne par  $A_0(t)$  la partie bassin complètement sèche au pas de temps  $t$  et par  $A_s(t)$  la partie saturée. D'après la définition des déficits locaux, on a

$$d_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si le pixel} \in A_s(t) \\ 0 < d_i(t) < d_0 & \text{si le pixel} \in A - A_0(t) - A_s(t) \\ d_0 & \text{si le pixel} \in A_0(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

En tenant compte du fait que les déficits locaux  $d_i(t)$  sont nuls pour les pixels saturés dans le calcul du déficit moyen  $D(t)$ , Saulnier et Datin (2004) montrent que ceux-ci sont liés par la relation

$$\left[ \frac{1}{1 - (A_0(t)/A) - (A_s(t)/A)} \right] \left[ D(t) - \left( \frac{A_0(t)}{A} \cdot d_0 \right) \right] - d_i(t) = -m \cdot (\lambda(t)^* - \kappa_i) \quad (4.13)$$

avec

$$\lambda(t)^* = \frac{1}{A - A_0(t) - A_s(t)} \cdot \int_{A - A_0(t) - A_s(t)} \ln \left( \frac{a_i}{To \cdot \tan \beta_i} \right) \cdot da \quad (4.14)$$

Certains termes de l'équation 4.13 dépendent de l'état de saturation au temps  $t$ , nous reviendrons un peu plus tard sur leur calcul pratique. Néanmoins, il est important de souligner que cette relation permet la mise à jour de tous les déficits locaux lorsque le déficit moyen est connu.

En notant  $D(t)^*$  le déficit moyen sur la surface  $A - A_0(t) - A_s(t)$ , la relation 4.13 peut également s'écrire

$$D(t)^* - d_i(t) = -m \cdot (\lambda(t)^* - \kappa_i) \quad (4.15)$$

L'équation 4.15 exprime le fait que sur les surfaces du bassin versant où le profil de sol n'est ni complètement sec ni complètement saturé, la variation du déficit local au point  $i$  autour du déficit moyen  $D(t)^*$  est directement liée à la variation de l'indice de similarité du point  $i$  autour de sa valeur moyenne  $\lambda(t)^*$ . Ce principe est au coeur de l'algorithme de TOPMODEL et représente un changement d'échelle explicite utilisable dans le cadre de la mise en oeuvre de techniques de désagrégation du contenu en eau du sol facilitant l'assimilation de données issues de la télédétection, données le plus souvent intégrées sur de larges pixels (Pellenq *et al.* 2003).

### État de saturation du bassin

Afin d'exploiter le potentiel de l'indice de similarité hydrologique, Beven et Kirkby (1979) utilisent la relation liant déficits locaux et déficit moyen pour exhiber dépendance de  $A_s(t)$  par rapport à l'indice de similarité hydrologique  $\kappa$ .

Dans le cas où cette relation liant déficits locaux et déficit moyen est donnée par l'équation 4.13, le détail des calculs est disponible dans Saulnier et Datin (2004). On désigne par  $\kappa_s(t)$  la valeur minimale de l'indice indiquant une saturation du pixel à l'instant  $t$ .

$$A_s(t) = \{\text{Pixel } i \mid \kappa_i \geq \kappa_s(t)\}$$

De même  $\kappa_0(t)$  désigne la valeur d'indice maximale caractérisant les pixels totalement secs

$$A_0(t) = \{\text{Pixel } i \mid \kappa_i \leq \kappa_0(t)\}$$

Il est démontré dans Saulnier et Datin (2004) que l'on peut établir le lien suivant entre ces deux indices

$$\kappa_s(t) = \kappa_0(t) + \frac{d_0}{m} \quad (4.16)$$

Afin de déterminer l'indice critique de saturation, on démontre également que  $\kappa_s(t)$  est solution de

$$I(\kappa_s(t)) = \frac{D(t)}{m} \quad (4.17)$$

avec

$$I(\kappa) = \left( 1 - \frac{A_0(t)}{A} - \frac{A_s(t)}{A} \right) \cdot (\kappa - \lambda^*(t)) + \left( \frac{A_0(t)}{A} \cdot \frac{d_0}{m} \right) \quad (4.18)$$

Quel que soit l'instant  $t$ , une fois que l'on connaît  $\kappa_s(t)$  (et donc  $\kappa_0(t)$ ), en utilisant les définitions de l'espérance et de l'espérance conditionnelle, les quantités  $A_s(t)/A$ ,  $A_0(t)/A$  et  $\lambda^*(t)$  peuvent être exprimées en fonction de la densité de probabilité  $f(\kappa)$ . Ainsi, les fonctions  $A_s(\kappa_s(t))/A$ ,  $A_0(\kappa_s(t))/A$  et  $\lambda^*(\kappa_s(t))$  peuvent être calculées en début de simulation puis appelées à l'instant  $t$  avec la bonne valeur de  $\kappa_s$ . Ceci permet également un calcul rapide et efficace des déficits locaux à partir du déficit moyen (équation 4.13).

#### 4.1.2.3 Bilan global

L'évolution temporelle de l'état moyen  $D(t)$  a pour le moment été considérée comme connue afin de mettre à jour les déficits locaux. Nous nous proposons dans ce paragraphe de préciser sa dynamique puis de quantifier les deux composantes au débit en rivière directement liées à la caractérisation des écoulements latéraux de subsurface.

##### Initialisation et mise à jour du déficit moyen

Comme n'importe quel modèle mathématique représentant l'évolution d'un processus physique instationnaire, l'intégration de TOPMODEL requiert la spécification d'une condition initiale. Celle-ci porte sur le déficit moyen  $D(t)$ . Nous verrons lors des expériences sur l'Afrique de l'Ouest et sur les Cévennes que la définition de la condition initiale pourra varier selon le contexte. En effet, en fonction du bassin versant et du type de représentation de la relation pluie-débit envisagée (continue ou événementielle), ce choix fera l'objet d'hypothèses dédiées à la problématique.

En outre, la mise à jour de ce déficit moyen requiert l'écriture d'un bilan global sur le bassin de surface  $A$  pour ces écoulements hypodermiques donné par

$$D(t + dt) = D(t) + \left[ \frac{Q_b(t)}{A} - \frac{Q_r(t)}{A} + \frac{Q_p(t)}{A} \right] \cdot dt \quad (4.19)$$

où  $Q_r(t)$ , le seul terme d'apport représente la somme de toutes les recharges élémentaires c'est à dire

$$Q_r(t) = \sum_{i=1}^n r_i(t) \quad (4.20)$$

Le calcul détaillé des  $r_i(t)$  sera dans la section dédiée au traitement de la recharge des écoulements latéraux de subsurface par la zone non saturée. Concernant les pertes, la somme des flux sub-superficiels collectés par le réseau hydrographique est donnée par  $Q_b(t)$  et l'éventuelle percolation vers des horizons plus profonds non drainées par la rivière décrite par  $Q_p(t)$ . La représentation des flux verticaux faisant l'objet de la section 4.1.3, seul le flux latéral d'exfiltration des écoulements de subsurface est explicité pour le moment.

##### Exfiltration des écoulements hypodermiques

Comme cela a été précisé précédemment, il existe un lien étroit entre le profil exponentiel de transmissivité et la dynamique du drainage du bassin versant. Dans le cas où la totalité du profil de sol est drainé par la rivière, l'intégration des flux latéraux de subsurface sur l'ensemble du réseau hydrographique (Saulnier 1996) donne

$$Q_b(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{D_t}{m}\right) \quad (4.21)$$

avec  $Q_0$  donné par

$$Q_0 = AT_0 \exp(-\lambda) \quad (4.22)$$

si l'on considère que la rivière draine la totalité du bassin versant de surface  $A$  au pas de temps  $t$  ( $\lambda$  désignant la valeur moyenne de l'indice de similarité hydrologique sur la surface  $A$ ). La dérivation de l'équation 4.21 faisant l'objet d'hypothèses parfois discutables, certains auteurs font de  $Q_0$  un paramètre de calibration.

Dans le cadre de cette étude, nous garderons la formulation originale au sein de laquelle  $T_0$  pourra servir de facteur d'ajustement pendant la phase de calibration. Cependant, dans le cas où le profil de sol est seuillé à  $d_0$ , la totalité de ce profil n'est pas drainé par la rivière. Dans le cas limite où  $D(t) = d_0$ , le débit d'exfiltration  $Q_b(t)$  doit être strictement nul. On retiendra donc l'expression

$$Q_b(t) = AT_0 \exp(-\lambda(t)) \left[ \exp\left(-\frac{D_t}{m}\right) - \exp\left(-\frac{d_0}{m}\right) \right] \quad (4.23)$$

dont l'amélioration pourrait sans doute contribuer à une meilleure stabilité du paramètre  $T_0$ . En outre, ces flux latéraux de subsurface sont également responsables de la saturation des horizons superficiels des sols.

### 4.1.3 Représentation des autres composantes du bilan hydrologique

Après avoir présenté le coeur du modèle expliquant la genèse du ruissellement sur surfaces saturées et contribuant au débit en rivière par exfiltration, nous allons dans cette section nous attacher à la description des autres composantes du bilan hydrologique. Pour une présentation plus claire, ceux-ci sont présentés de manière itérative de la surface aux horizons plus profonds. Deux réservoirs sont utilisés pour représenter la zone non saturée, l'un représentant l'interception et le stockage dans la zone racinaire et l'autre constituant un réservoir de drainage contrôlant la recharge des écoulements latéraux de subsurface.

#### 4.1.3.1 Interception et évapotranspiration

Afin de prendre en compte l'interception d'une partie des lames d'eau par le couvert végétal (neutralisation de pluies) puis l'évapo-transpiration des plantes et des premiers centimètres de sol, différentes approches sont possibles en fonction de la problématique des caractéristiques du bassin et des données disponibles. Nous avons retenu les deux approches adaptées au contexte des expériences qui seront effectuées dans ce chapitre.

##### Formulation initiale Wendling (1992)

Cette formulation adopte une représentation très simple pour les flux verticaux de surface en utilisant un réservoir surfacique de capacité  $SRMax$ . Les pertes par interception et évapotranspiration sont effectuées au taux potentiel  $Inter$ . Ainsi, en fonction de son niveau de remplissage, le réservoir surfacique, approvisionné par la pluie brute  $P(t)$ , est entamé ou complètement vidé par  $Inter$ . Une fois rempli, les apports excédant la valeur limite  $SRMax$  vont donc constituer la pluie nette  $P_n(t)$  qui en fonction de l'état de saturation et de l'infiltrabilité des couches superficielles des sols va provoquer du ruissellement ou assurer la recharge des écoulements latéraux de subsurface. Si l'on désigne par  $S_r(t)$  le contenu du réservoir surfacique au temps  $t$ , son évolution est régie par

$$S_r(t) = \min \left( S_r(t-1) + P(t).dt - Inter.dt \quad ; \quad SRMax \right) \quad \text{avec} \quad S_r(0) = 0$$

et la pluie nette  $P_n$  au pas de temps  $t$  est donnée par :

$$P_n(t).dt = \max \left( S_r(t) - SRMax \quad ; \quad 0 \right) \quad (4.24)$$

Une telle représentation est adaptée à la modélisation événementielle de la relation pluie-débit en période de crue surtout lorsque les séries d'évapotranspiration potentielle (ETP) ne sont pas disponibles. Cependant, comme cela est souligné par Le Lay (2006), elle présente un caractère ambigu car le paramètre  $SRMax$  est à la fois lié à la capacité de la zone racinaire et au contenu en eau initial du bassin (sols et couvert végétal).

#### Reformulation Le Lay (2006)

Dans le cadre de son travail de thèse sur lequel nous reviendrons plus tard, Le Lay (2006) propose une re-formulation permettant une représentation continue du bilan hydrologique en supprimant le réservoir racinaire évoqué précédemment au profit d'un réservoir d'interception de capacité nulle. Ainsi, à chaque pas de temps, la pluie brute  $P(t)$  est neutralisée par l'évapotranspiration potentielle  $ETP(t)$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{Si } P(t) \geq ETP(t), \quad P_n(t) &= P(t) - ETP(t) \quad \text{et} \quad E_n(t) = 0 \\ \text{Si } P(t) \leq ETP(t), \quad P_n(t) &= 0 \quad \text{et} \quad E_n(t) = ETP(t) - P(t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $E_n(t)$  constitue la lame d'eau qu'il resterait à prélever par reprise évaporatoire dans les horizons superficiels des sols. L'interception n'est donc plus prise en compte et les deux paramètres de la formulation précédente sont supprimés. La reprise évaporatoire est effectuée à un taux proportionnel au contenu en eau moyen du sol et à l'évapotranspiration nette  $E_n(t)$  :

$$ETR(t) = E_n(t) \cdot \left( 1 - \frac{D(t)}{d_0} \right) \quad (4.26)$$

Ainsi, on évapore une partie ou la totalité du contenu de la zone non saturée en fonction du contenu disponible. Le déficit moyen est donc remis à jour de la façon suivante :

$$D(t) = \min \left( D(t) + ETR(t) \quad ; \quad d_0 \right) \quad (4.27)$$

#### **4.1.3.2 Infiltrabilité et ruissellement**

Alors que l'influence du couvert végétal et de la couche limite atmosphérique sur le bilan hydrologique a été considérée comme uniforme sur le bassin versant, la variabilité spatiale du contenu en eau est prise en compte pour l'évaluation des flux verticaux et du ruissellement superficiel.

Dans la version courante du modèle hydrologique, ces flux verticaux sont gouvernés par une conductivité hydraulique verticale ayant le même type de profil que celui défini précédemment pour la transmissivité latérale

$$K_V(d_i(t)) = K_{0V} \exp \left( -\frac{d_i(t)}{m} \right) \quad (4.28)$$

où  $K_{0V}$  est la conductivité hydraulique correspondant à un profil de sol totalement saturé (conditions de surface). Ce taux de transfert vertical  $K_V(d_i(t))$  déterminera l'infiltrabilité et régira une éventuelle composante de percolation profonde.

En outre, le rapport d'anisotropie entre  $K_{0V}$  et  $K_{0H}$ , propriétés verticales et horizontales du profil de sol fait l'objet d'une attention particulière. Il a été précisé précédemment que concernant les écoulements latéraux

de subsurface, seule la composante rapide de l'écoulement était prise en compte. Les propriétés latérales des sols sont donc caractéristiques du type d'écoulement représenté c'est à dire des écoulements préférentiels à travers des réseaux linéaires connectés. En revanche, dans le sens vertical on suppose les rapports de forces entre drainage gravitaire et capillaire bien plus variables. Afin de prendre en compte cette variabilité de manière très simple, le rapport d'anisotropie imposé entre  $K_{0H}$  et  $K_{0V}$  dépendra de l'importance de la matrice capillaire dans la dynamique des flux au sein de la zone non saturée dont le contenu en eau est noté  $V_{znsi}(t)$ . La prescription de ce rapport noté  $k_r$  fera donc l'objet de choix de modélisation dédié aux caractéristiques du bassin versant d'étude.

#### Ruissellement sur surfaces saturées

Afin d'évaluer à chaque pas de temps, la lame d'eau qui ne peut pas s'infiltrer sur les surfaces saturées du bassin ( $d_i(t) = 0$ ), il est nécessaire d'évaluer l'aire  $A_s(t)$ . Il a été établi précédemment que  $A_s(t)/A$  était en fait une fonction de  $\kappa_s(t)$  l'indice critique de saturation calculé à partir de l'équation 4.17. En définitive, la lame d'eau de ruissellement sur surfaces saturées au temps  $t$  est donnée par

$$R_{zc}(t) = P_n(t) \cdot \frac{A_s(\kappa_s(t))}{A} \quad (4.29)$$

#### Infiltrabilité et ruissellement hortonien

Lorsque le déficit local est non nul ( $d_i(t) \neq 0$ ), l'infiltrabilité est contrôlée par les conditions de surface. Comme cela a été précisé dans la section 3.1.2, le taux d'infiltration décroît de manière exponentielle vers la conductivité hydraulique à saturation. Le processus de ruissellement par refus d'infiltration n'étant pas supposé prépondérant dans la genèse des écoulements superficiels il est pris en compte de manière très simple afin de ne pas introduire de paramètre supplémentaire. Ainsi, lorsque  $P_n(t) \geq K_{V0}$  il s'écrit :

$$\text{Si } P_n(t) \geq K_{V0}, \quad r_{hi}(t) = P_n(t) - K_{V0} \quad \text{et} \quad V_{znsi}(t) = K_{OV} \cdot dt \quad (4.30)$$

$$\text{Si } P_n(t) < K_{OV}, \quad r_{hi}(t) = 0 \quad \text{et} \quad V_{znsi}(t) = P_n(t)$$

où  $V_{znsi}(t)$  et  $r_i(t)$  désignent respectivement le volume d'eau effectivement disponible dans la zone non saturée et la lame d'eau ruissellée au pixel  $i$ . Nous verrons par la suite qu'avec les valeurs de paramètres obtenues par calibration, ce processus est rarement activé même pour des intensités de pluie relativement importantes.

#### Ruissellement par saturation du profil de sol

En fonction du contenu en eau local, il arrive que la pluie nette dépasse la capacité du profil de sol. Dans ce cas, la lame d'eau excédentaire  $r_{exi}(t)$  est exfiltrée rejoindra l'écoulement de surface. Il vient donc

$$\text{Si } V_{znsi}(t) > d_i(t), \quad V_{znsi}(t) = d_i(t) \quad \text{et} \quad r_{exi}(t) = V_{znsi}(t) - d_i(t) \quad (4.31)$$

#### **4.1.3.3 Recharge des écoulements hypodermiques**

Le contenu en eau courant de la zone non saturée étant mis à jour, c'est ce dernier qui va alimenter les écoulements latéraux de subsurface au taux  $r_i(t)$  (recharge élémentaire). Les écoulements gravitaires rapides

(ou préférentiels) sont prépondérants dans la génèse des écoulements latéraux de subsurface au détriment du drainage capillaire lent. La recharge de versant est donc uniquement limitée par la conductivité hydraulique verticale effective pour cet état de saturation du profil de sol

$$r_i(t) = \min \left( K_{OV} \exp \left( \frac{-d_i(t)}{m} \right) ; \frac{V_{znsi}(t)}{dt} \right) \quad (4.32)$$

En fonction de la valeur prescrite pour le paramètre pour  $K_{OV}$ , le transfert de la totalité du contenu de la zone non saturée sera bien souvent délivrée aux écoulements préférentiels latéraux dans le pas de temps.

#### 4.1.3.4 Percolation profonde

Afin de modéliser le cycle hydrologique sur le bassin versant de la Donga caractérisé par la présence (i) d'une nappe temporaire de versant contribuant de façon importante aux écoulements dans la rivière (ii) d'une nappe de socle pérenne, *a priori* le plus souvent déconnectée de la rivière Le Lay (2006) a introduit une composante d'écoulement supplémentaire au bilan hydrologique : la percolation profonde.

Comme cela a déjà été précisé auparavant, le paramètre  $d_0$  constitue le déficit maximum et donc indirectement l'épaisseur efficace de sol dans laquelle ont lieu les écoulements latéraux de sub-surface à travers des chemins préférentiels. Si il existe dans les horizons plus profonds, une nappe de socle vers laquelle percole une partie du contenu du profil de sol, il convient de déterminer le taux avec lequel s'effectue cette percolation.

La conductivité hydraulique à la profondeur  $d_0$  sera utilisée pour faire percoler avec la vitesse  $K_{OV}$  une lame d'eau dépendant de l'état de saturation du profil  $d(t)/d_0$ . La percolation vers la nappe de socle ne pouvant dépasser le contenu en eau du profil de sol, peut donc être exprimée par la relation :

$$q_{pi}(t) = \min \left( K_{OV} \exp \left( -\frac{d_0}{m} \right) \cdot \left( 1 - \frac{d_i(t)}{d_0} \right) ; \frac{d_0 - d_i(t)}{dt} \right) \quad (4.33)$$

Nous avons pour le moment décrit les processus expliquant la génèse des composantes au débit des rivières. Il convient de souligner une fois de plus qu'il ne sera pas utile de passer en revue tous les pixels  $i$  du bassin versant mais uniquement les classes d'indice de similarité. Une fois toutes les contributions de surface et de subsurface évaluées, nous allons maintenant décrire les choix de modélisation effectués pour représenter leur transfert jusqu'à l'exutoire du bassin versant.

#### 4.1.4 Modélisation des transferts vers l'exutoire

Le transfert des lames contribuant au débit à l'exutoire du bassin versant peut être modélisé de manière plus ou moins sophistiquée et ce de manière relativement indépendante du concept TOPMODEL. Plutôt que d'utiliser les lois de conservations et approximations usuelles de l'hydraulique de surface, nous avons dans le cadre de cette étude classiquement adopté une représentation beaucoup plus simple et largement éprouvée du transfert vers l'exutoire du bassin versant

Celle-ci est basée sur le concept de l'hydrogramme unitaire (Sherman 1932) s'appuyant sur l'hypothèse de linéarité et le principe de superposition afin de reconstituer la dynamique de l'hydrogramme à l'exutoire à partir de la réponse du bassin à une impulsion unitaire de pluie efficace de durée fixée  $dt$ . La transformation

pluie efficace - débit en rivière est donc considérée comme un processus linéaire et temporellement invariant. La pluie efficace correspondant à la fraction des précipitations génératrice d'écoulement immédiat ou différé, superficiel ou souterrain (Hubert 2003) est donc "étalée" dans le temps en débit de ruissellement à l'exutoire.

L'hydrogramme d'une pluie efficace quelconque peut donc être calculé par convolution. Ainsi, si l'on considère un signal continu  $P_e(t)$  représentant la pluie efficace,  $H(t)$  l'hydrogramme unitaire instantané correspondant à une durée de pluie impulsionnelle, le débit à l'exutoire  $Q(t)$  est donné par la relation :

$$Q(t) = A \int_0^{\infty} H(t) P_e(t - \tau) d\tau \quad (4.34)$$

où  $A$  est la surface du bassin versant. Dans le cas discret le débit au pas de temps  $i$  est donné par

$$Q(t) = A \sum_{i=1}^t H(i) P_e(t - i + 1) \quad (4.35)$$

où les  $H(i)$  sont les coefficients de la fonction de transfert à déterminer. Nous utiliserons ce concept afin de décrire la réponse temporelle aux flux de surface et de subsurface à l'exutoire du bassin versant.

Les flux de subsurface sont exclusivement constitués par l'exfiltration des écoulements préférentiels latéraux collectés par le réseau hydrographique. La lame d'eau correspondante est donnée par  $R_b(t) = Q_b(t)/(A \cdot dt)$ .

En outre, concernant les flux de surface on rappelle que  $R_{zc}(t)$  désigne la lame d'eau de ruissellement sur surfaces saturées au temps  $t$ . La lame de ruissellement hortonien sur le bassin versant constitué de  $n$  pixels est donnée par

$$R_h(t) = \sum_i^n r_{hi}(t) \quad (4.36)$$

avec  $r_{hi}(t)$  donné par l'équation 4.30. Enfin, la lame d'eau provenant d'une pluie nette excédant la capacité du profil de sol

$$R_{ex}(t) = \sum_i^n r_{exi}(t) \quad (4.37)$$

où  $r_{exi}(t)$  est évalué à l'aide de l'équation 4.31. Ainsi, au pas de temps  $t$  la lame de ruissellement correspond à  $R_r(t) = R_{zc}(t) + R_h(t) + R_{ex}(t)$ . En définitive le débit au pas de temps  $t$  est donné par

$$Q(t) = \sum_{i=1}^t H_b(i) R_b(t - i + 1) + \sum_{i=1}^t H_r(i) R_r(t - i + 1) \quad (4.38)$$

où  $H_b$  et  $H_r$  sont respectivement les fonctions de transfert pour le ruissellement superficiel et pour les apports des écoulements latéraux de subsurface. Il existe différentes méthodes permettant d'identifier ces fonctions de transfert. Nous ne proposons pas une description exhaustive des hypothèses associées à l'hydrogramme unitaire et des différentes techniques utilisées pour son estimation. Cependant, une description succincte des méthodes employées dans le cadre de nos travaux pour sa détermination sera effectuée.

#### 4.1.4.1 Différentielle Première de la Fonction de Transfert (DPFT)

La méthode DPFT-ERHUDIT (Différentielle Première de la Fonction de Transfert - Excess Rainfall and Unit Hydrograph by a Deconvolution Iterative Identification Technique) permet la détermination d'un

hydrogramme unitaire moyen par analyse de plusieurs événements pluie-débit sur le bassin versant d'étude. Cette technique initialement proposée par Duband (1978) a connu de nombreux développements (notamment Duband *et al.* (1993), Nablantis *et al.* (1995)) et a démontré sa robustesse particulièrement pour des applications opérationnelles.

Parmi les problèmes majeurs liés à l'utilisation de l'hydrogramme unitaire, on peut mentionner les choix arbitraires effectués lors de la sélection et du calage d'une fonction de production. La séparation du débit de base est également une étape très délicate.

Par conséquent, à partir des séries de pluie brutes et de débits mesurés la DPFT identifie par la résolution d'un problème inverse la fonction de transfert et les séries de pluie efficaces associées. De plus elle travaille en différences premières de débit afin d'éliminer la composante lente (débit de base) des hydrogrammes de crues observés.

En résumé, il s'agit d'une procédure itérative au sein de laquelle la pluie efficace est initialisée à la pluie brute afin de calculer une première estimation de la fonction de transfert solution d'un problème aux moindres carrés rectifiée par des contraintes physiques. La mise à jour des pluies efficaces par déconvolution précède une nouvelle estimation de la fonction de transfert jusqu'à convergence de l'algorithme.

Cette technique pourra donc être employée pour l'estimation de  $H$  dans le cas où une représentation événementielle de la relation pluie-débit est réalisée. Étant donné que cette fonction de transfert est calée sur des événements où le système hydrologique est en état de répondre par une crue à une entrée de pluie, sa mise en oeuvre requiert la disponibilité d'observations pour plusieurs événements de ce type.

#### 4.1.4.2 Hydrogramme Unitaire Géomorphologique

A l'opposé, l'hydrogramme unitaire géomorphologique (**GUH-Geomorphologic Unit Hydrograph**) constitue une fonction de transfert basée sur la seule description géomorphologique du bassin versant. Cette approche est basée sur l'évaluation des temps de parcours entre chacun des pixels du MNT et l'exutoire du bassin versant. Alors que le calcul des distances à l'exutoire peut être effectué facilement avec le même algorithme effectuant le calcul des aires drainées, l'évaluation des temps de parcours requiert la spécification de vitesses de propagation sur les versants ( $V_h \text{ ms}^{-1}$ ) et dans le réseau hydrographique ( $V_r \text{ ms}^{-1}$ ). La géométrie du réseau hydrographique est supposée invariante au cours du temps et les vitesses de propagation uniformes sur l'ensemble du bassin versant. De plus, afin de réduire le nombre de paramètres, on tire profit des enseignements tirés lors d'études expérimentales (Gresillon et Taha (1998) ; Le Meillour (1996)) en fixant un rapport constant entre les vitesses de propagation. On impose donc

$$V_r = 10.V_h \quad (4.39)$$

Si l'on considère les apports  $R_b(t)$  répartis uniformément sur le réseau hydrographique, le problème de leur transfert à l'exutoire se résume donc en la simple convolution d'une fonction de transfert  $H_b$  basée sur les temps de parcours dans le dit réseau avec la lame d'eau correspondante.

Le transfert de la lame de ruissellement  $R_r(t)$  pour un état de saturation donné du bassin implique le calcul d'une fonction de transfert  $H_r$  cumulant le temps de parcours sur les versants et dans le réseau hydrographique pour les pixels saturés connectés à la rivière. Cependant, l'hypothèse d'invariance temporelle de

cette fonction de transfert en fonction de la localisation et de l'extension des zones contributives est plus délicate. Au prix d'un coût de calcul bien plus important, celle-ci peut être relaxée en recalculant la fonction de transfert  $H_r$  à chaque pas de temps de la simulation.

Zin et Obled (2006) montrent que sur des bassins versants méditerranéens un hydrogramme unitaire géomorphologique invariant dans le temps calculé pour un état de saturation moyen du bassin donne des résultats tout à fait satisfaisants. Ceci est lié aux effets de compensation entre les augmentations conjointes des vitesses et des distances sur versants lorsque le degré de saturation du bassin augmente.

En résumé, les flux de subsurface collectés par le réseau hydrographique sont toujours transférés à l'exutoire par un algorithme de routage fondé sur le principe des courbes isochrones alors que le transfert des composantes de ruissellement peut être assuré par un hydrogramme unitaire identifié par la méthode de la DPFT ou par un hydrogramme unitaire géomorphologique.

#### 4.1.5 Récapitulatif de l'algorithme général

L'algorithme de TOPMODEL, dans sa version utilisée ici, peut être résumé de la façon suivante :

1. Calcul de  $f(\kappa)$  à partir de l'échantillon des  $\kappa_i$
2. Calcul des fonctions  $A_0/A(\kappa)$ ,  $A_s/A(\kappa)$  et  $I(\kappa)$  à partir de  $\kappa$  et  $f(\kappa)$  (détail des calculs dans Saulnier et Datin (2004))
3. **Initialisation** du déficit moyen  $D(t = 0)$
4. Début de la boucle en temps
  - (a) Bilan de la **zone racinaire** : interception, évapotranspiration (équations 4.24 ou 4.25-4.26) et mise à jour éventuelle du déficit moyen en cas de reprise évaporatoire (équation 4.27)
  - (b) Calcul de  $\kappa_s(t)$  et  $\kappa_0(t)$  définissant les zones saturées et celles totalement sèches par résolution de l'équation 4.17 puis combinaison avec 4.16
  - (c) Gestion de la partie **non saturée** du bassin définie par  $\kappa_i \in [1, \kappa_0(t)]$  (zones complètement sèches) et  $\kappa_i \in [\kappa_0(t) + 1, \kappa_s(t) - 1]$  (zones actives) ou tout simplement  $d_i(t) > 0$ 
    - i. Répartition des déficits locaux autour du déficit moyen (4.13) avec l'indice de similarité hydrologique
    - ii. Évaluation du ruissellement par dépassement de la capacité d'infiltration  $\eta_i(t)$  (équation 4.30)
    - iii. Contribution au ruissellement de la partie de la pluie nette excédant la capacité du profil de sol  $r_{exi}(t)$  (équation 4.31)
    - iv. Recharge des écoulements latéraux de subsurface (équation 4.32)
    - v. Percolation profonde éventuelle régie par l'équation 4.33
  - (d) Gestion de la partie **saturée** du bassin définie par  $\kappa_i \in [\kappa_s(t), \kappa_{max}]$  ou tout simplement  $d_i(t) = 0$ .
    - i. Évaluation du ruissellement sur surfaces saturées  $R_{zc}(t)$  avec  $A_s/A(\kappa_s(t))$  (équation 4.29)
    - ii. Mise à jour du contenu en eau  $V_{zns}(t)$  de la zone non saturée
  - (e) Evaluation de l'**exfiltration** des écoulements de subsurface  $R_b(t)$  (équation 4.23)

(f) **Transfert** des deux composantes au débit par l'équation 4.38

(g) **Bilan global** et mise à jour du déficit moyen (équation 4.19)

## 5. Fin de la boucle en temps

Etant donné que deux points ayant le même indice topographique  $\kappa$  auront des déficits locaux  $d_i(t)$  identiques, il est important de noter que la résolution est bien plus efficace dans le cas où l'on effectue les bilans locaux par classes d'indice plutôt que pour chacune des mailles du MNT. Cette représentation de la relation pluie-débit constitue une description pragmatique, parcimonieuse des processus expliquant le débit dans les rivières pour un nombre important de bassins versants. Dans le cadre de ce travail de thèse, la même structure sera utilisée afin de réaliser des expériences numériques sur un bassin versant des Cévennes puis un autre situé au Bénin.

## 4.2 Modélisation hydrologique et approche méthodologique

### 4.2.1 Mode événementiel pour prévision des crues sur les Cévennes

De nombreux travaux ont été effectués au sein du Laboratoire d'Étude des Transferts en Hydrologie et Environnement (LTHE) sur la modélisation hydrologique des bassins versants du pourtour méditerranéen notamment dans le cadre du projet ARDÈCHE et de l'Observatoire Hydrométéorologique de la région Cévennes-Vivarais (OHM-CV) (cf. Lardet (1992), Saulnier (1996), Datin (1998) et Zin (2002) pour les contributions les plus récentes). Nous allons décrire de manière concise le bassin versant d'étude, les données disponibles et les caractéristiques du modèle adapté par Datin (1998).

#### 4.2.1.1 Le bassin versant de Vogüé

Le bassin versant de Vogüé ( $640\text{km}^2$ ) est un sous-bassin du bassin de l'Ardèche ( $2240\text{km}^2$ ) faisant partie de la fenêtre spatiale de l'OHM-CV, un Observatoire de Recherche en Environnement (ORE) consacré à l'étude des pluies intenses et des crues-éclair en région méditerranéenne (Delrieu 2003).

Ce bassin versant en forme d'éventail (figure 4.4) situé en partie haute du bassin de l'Ardèche est caractérisé par des pentes relativement fortes et comporte des altitudes variant entre 160m à Vogüé et 1539m au sommet de la Serre de la Croix de Bauzon. Il est soumis à des épisodes cévennols d'automne particulièrement intenses provoquant parfois des crues soudaines et dévastatrices. Les horizons superficiels des sols sollicités par ces pluies intenses sont composés, comme sur la majeure partie du haut bassin de l'Ardèche, de roches altérées reposant sur un substratum rocheux relativement imperméable Datin (1998). Le profil de sol est donc plutôt filtrant jusqu'à un socle peu fracturé alimentant une nappe pérenne, profonde et peu active.

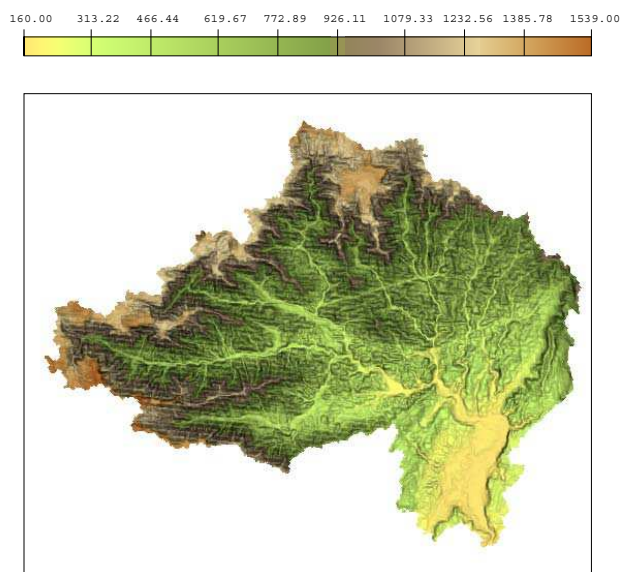


FIG. 4.4 – Le bassin versant de Vogüé

Le modèle numérique de terrain (MNT) utilisé d'une résolution de 75m permet d'extraire un réseau hydrographique compatible avec les cartes IGN au 1 : 25000 en utilisant l'algorithme proposé par Saulnier *et al.* (1997a).

Concernant l'échantillonnage des précipitations, on dispose sur l'ensemble de la région Ardèche de 37 pluviomètres au pas de temps horaire permettant le calcul des pluies moyennes krigées sur le bassin versant de Vogüé (Datin 1998). Les débits à l'exutoire sont évalués à partir des relevés à la station limnimétrique de Vogüé et de différentes courbes de tarage ajustées de 1984 à 1999 pour cette section de contrôle.

En définitive, nous disposons pour ce bassin versant d'observations au pas de temps horaire de la réponse hydrologique (débit à l'exutoire) et du forçage atmosphérique auquel il est soumis pour 33 épisodes pluies-débit significatifs entre 1984 et 1999. Cependant, la qualité des données peut être très variable d'un événement à l'autre. Plus particulièrement, certaines chroniques de débits sont altérées par des données manquantes, une récession tronquée ou l'action d'ouvrages hydrauliques situés en amont. Après une analyse des données disponibles, nous retiendrons donc uniquement pour la phase de calibration des paramètres les données relatives à 17 de ces 33 épisodes de crue.

#### 4.2.1.2 Mise en oeuvre du modèle direct

Basée sur le concept TOPMODEL, la modélisation hydrologique de l'aléa crues rapides sur le bassin versant de Vogüé a fait l'objet de la thèse de Datin (1998). Dans le cadre de ces travaux, une attention particulière a été portée à l'échantillonnage spatio-temporel des précipitations pour la prévision hydrologique opérationnelle. L'incertitude sur les débits résultant de la spécification de ce terme de forçage a été quantifiée et l'une des hypothèses (*i.e* recharge uniforme) du formalisme initial de TOPMODEL a été relaxée afin de prendre en compte la variabilité spatiale de la pluie. L'adaptation de TOPMODEL à ce bassin versant a également constitué le cadre d'application des travaux menés par Zin (2002) sur le traitement des incertitudes dans la modélisation hydrologique.

L'objectif de la modélisation étant la prévision des crues, une représentation événementielle de la relation pluie-débit est adoptée par Datin (1998). Ainsi, le processus d'évapotranspiration qui ne joue pas un rôle déterminant dans la dynamique de la crue est représenté de manière très simple par l'intermédiaire des paramètres *Inter* et *SRMax* (cf. équation 4.24).

Cependant, cette formulation nécessite une attention particulière pour la spécification de l'état hydrique moyen du bassin versant au début de la période de simulation (condition initiale). Si le fonctionnement du bassin versant est conforme aux hypothèses de modélisation, le débit total mesuré à l'exutoire du bassin versant sera constitué exclusivement de la composante d'exfiltration en période de récession pure (i.e  $Q(t) = Q_b(t)$ ). D'après l'équation 4.23, on peut relier le déficit moyen du bassin versant  $D$  au débit d'exfiltration par la relation :

$$D(t) = -m \cdot \ln \left( \frac{Q_b(t)}{AT_0 \exp(-\lambda)} + \exp \left( -\frac{d_0}{m} \right) \right) \quad (4.40)$$

Le débit observé  $Q_{obs}(t)$  au temps  $t = 0$  peut être utilisé afin de calculer le déficit moyen au même instant

$$D(t = 0) = -m \cdot \ln \left( \frac{Q_{obs}(t = 0)}{AT_0 \exp(-\lambda)} + \exp \left( -\frac{d_0}{m} \right) \right) \quad (4.41)$$

Étant donné la taille du bassin versant et son temps de réponse pour le type d'événements auquel nous nous intéressons, un bon échantillonnage temporel des précipitations est essentiel. Pour la plupart des événements, les précipitations uniformes au pas de temps horaire disponibles devraient suffire à expliquer la réponse hydrologique du bassin versant. Cependant, la prise en compte de la variabilité spatiale des précipitations pourra se révéler déterminante pour la caractérisation de la dynamique temporelle de la crue pour certains épisodes.

En ce qui concerne les écoulements de subsurface, les sols peu profonds limités par un substratum rocheux peu perméable rendent inutile la prise en compte d'une composante de percolation vers des horizons plus profonds. De plus, les observations disponibles permettent de relever que les débits retombent relativement rapidement à leur état initial après le passage de la crue. Ainsi, l'objectif étant de prendre en compte les processus les plus influents, la zone non saturée ainsi que la nappe de socle qui n'ont pas d'effet visible sur le bilan et la genèse de la crue ne seront pas représentés.

On suppose donc que la recharge s'effectue de manière complète et instantanée et que la rivière draine la totalité du profil de sol durant l'épisode de crue. Aussi, afin de réduire la complexité du modèle résultant, la zone non saturée est court-circuitée (i.e conductivité isotrope) et  $d_0$  ne limitera pas la capacité du profil de sol décrit uniquement par le paramètre  $m$ . D'après l'équation (4.16), la valeur limite d'un  $d_0/m$  influant ne devrait pas excéder l'amplitude de l'intervalle de variation de l'indice topographique pour le bassin versant considéré car

$$\frac{d_0}{m} < \max_{t \in [0, T]} (\kappa_t^c - \kappa_t^o) \quad (4.42)$$

On fixe donc  $d_0/m = 20$ , valeur supérieure de l'amplitude de l'intervalle de variation de l'indice topographique sur le bassin.

Le ruissellement résultant des précipitations touchant les zones saturées du bassin est acheminé à l'exutoire par un hydrogramme unitaire identifié par la DPFT alors que la propagation du débit d'exfiltration à travers

le réseau hydrographique est basé sur l'hydrogramme unitaire géomorphologique.

Il est important de noter que l'hydrogramme unitaire issu de la DPFT étant calé sur des chroniques pluie-débit pour plusieurs épisodes de crue, il permet de manière indirecte et limitée une prise en compte (par effet de compensation) de la localisation des précipitations sur le bassin versant de Vogüé.

Nous allons dans cette section utiliser TOPMODEL dans la configuration qui vient d'être décrite afin d'illustrer le potentiel de la méthode de l'état adjoint pour l'analyse de sensibilité et l'estimation de paramètres.

#### **4.2.2 Simulation continue du bilan hydrologique sur la Donga**

Dans le cadre du programme AMMA<sup>1</sup> (Analyses Multidisciplinaires de la Mousson Africaine) dont l'objectif est de fédérer des travaux de recherche sur les mécanismes du climat de l'Afrique de l'Ouest, d'importants efforts ont été menés en termes de collecte de données, de compréhension et de modélisation des processus hydrologiques sur le bassin versant de la Donga. Nous proposons dans le présent paragraphe une description succincte du site, des données disponibles mais également des choix de modélisation effectuées par Le Lay (2006) pour représenter le cycle hydrologique sur ce bassin versant.

##### **4.2.2.1 Le bassin versant de la Donga**

Il s'agit d'un sous-bassin du Haut bassin de l'Ouémé au Bénin ( $14000\text{km}^2$ ) labélisé ORE (Observatoire de Recherche en Environnement). Cet Observatoire Hydrométéorologique de la Haute Vallée de l'Ouémé (OHHVO) fait partie depuis 1998 de l'observatoire AMMA-CATCH (CATCH : pour le Couplage de l'Atmosphère Tropicale et du Cycle Hydrologique).

Au niveau de la station limnimétrique de *Donga Pont* marquée d'un point noir sur la figure 4.5 représentant la topographie, le bassin versant a une superficie de  $586\text{km}^2$ . Le modèle numérique de terrain d'une résolution de  $90\text{m}$  est le résultat d'un traitement effectué par C. Depraetere du LTHE des observations issues de la mission STRM (Shuttle Radar Topography Mission - <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>) qui utilise l'interférométrie radar. Le bassin versant est couvert depuis 1998 par un réseau de 8 pluviographes permettant une estimation des pluies moyennes journalières par la méthode du krigeage, méthode d'interpolation géostatistique dont les aspects théoriques et pratiques sont détaillées par Obled (2005). La mise en oeuvre sur le Bassin versant de la Donga a été effectuée par Varado (2004).

---

<sup>1</sup>voir URL <http://amma.mediasfrance.org>

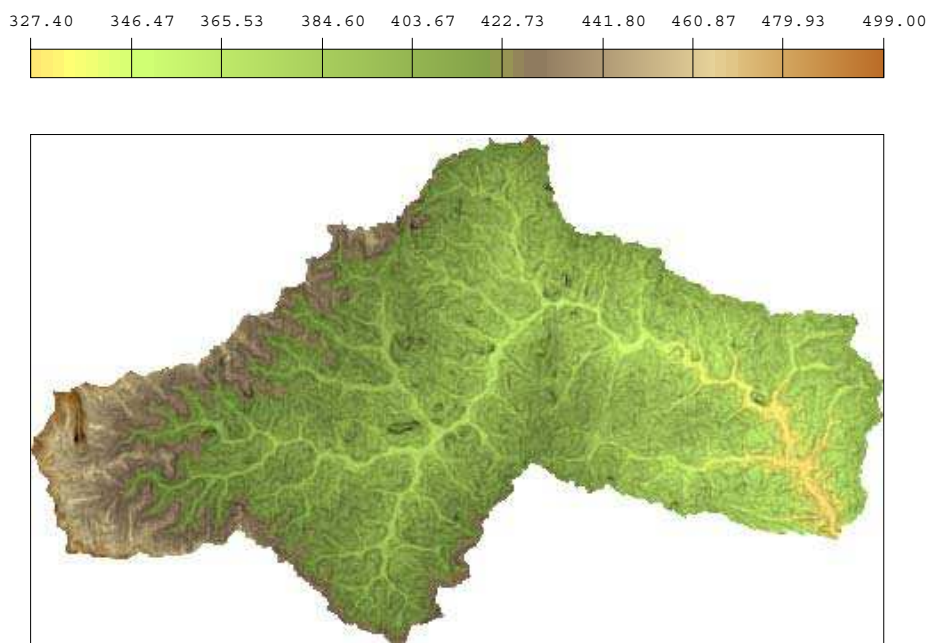


FIG. 4.5 – Le bassin versant de la Donga

Dans les régions arides, l'évapotranspiration réelle (ETR) représente une composante très importante du bilan hydrique difficile à mesurer à l'échelle du bassin versant. Afin de l'estimer, il est dans un premier temps nécessaire d'évaluer sa limite supérieure : l'Évapotranspiration Potentielle (ETP). Cette quantité, égale à la demande évaporative de l'atmosphère, est estimée à partir des variables météorologiques mesurées par une station automatique (Varado (2004) ; Le Lay (2006)). L'ETR peut ensuite être approchée à partir de l'ETP à partir de différentes conceptualisations. La formulation employée ici est décrite au paragraphe 4.1.3.1.

Afin de mieux appréhender le fonctionnement des écoulements transitant par le sol, la structure de l'aquifère a été caractérisée par un suivi de la surface piézométrique (distribution des charges hydrauliques pour une strate). Cette analyse a mis en évidence deux composantes bien distinctes d'écoulements latéraux souterrains :

- une nappe de socle relativement profonde dont l'évolution est suivie par un réseau de mesures piézométriques (dans les puits villageois) ayant permis de confirmer l'absence de connexion permanente avec le réseau hydrographique ;
- des chemins préférentiels d'écoulement dans les horizons superficiels des sols probablement le siège de flux très importants.

En définitive, on dispose d'observations caractérisant le forçage atmosphérique (précipitations et ETP) et aussi de la réponse hydrologique (débit obtenu par courbe de tarage) à la station de *Donga Pont* au pas de temps journalier. La figure 4.6 donne un aperçu des données de calage et de forçage disponibles sur le bassin versant de la Donga pour la période 1998-2002. Une vue plus synthétique des variables du bilan hydrologique est proposée par le tableau 4.1.

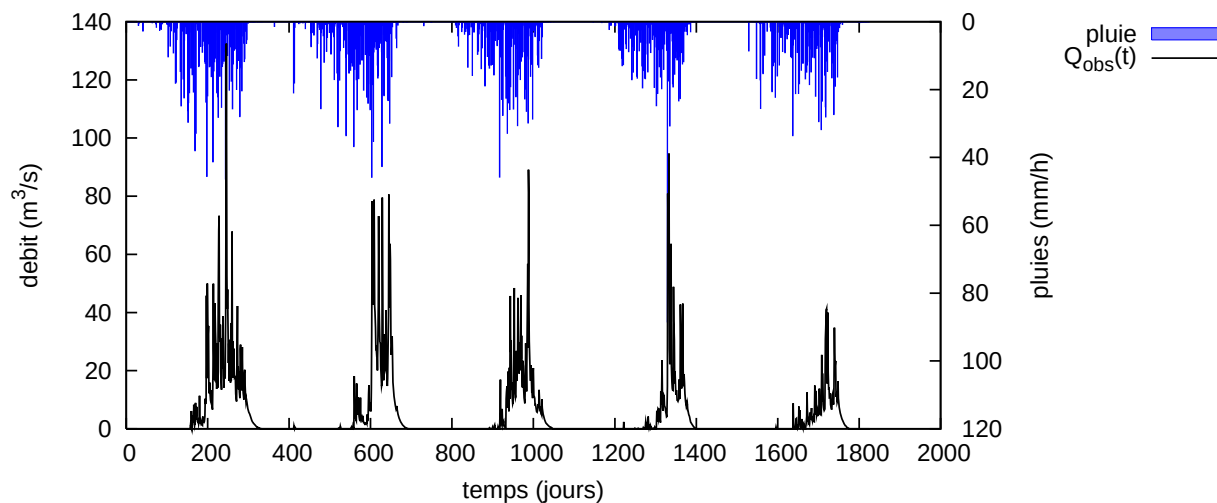


FIG. 4.6 – Forçage et réponse hydrologique sur la Donga pour la période 1998-2002

| Années | Cumul de pluie (mm) | Cumul ETP (mm) | Cumul éc. superficiels (mm) | Coef. d'écoulement (%) |
|--------|---------------------|----------------|-----------------------------|------------------------|
| 1998   | 1418.18             | 495.69         | 415.98                      | 29.33                  |
| 1999   | 1366.93             | 522.99         | 347.17                      | 25.39                  |
| 2000   | 1110.46             | 466.13         | 263.53                      | 23.73                  |
| 2001   | 1108.61             | 447.37         | 218.33                      | 19.69                  |
| 2002   | 1039.80             | 458.53         | 149.65                      | 14.37                  |

TAB. 4.1 – Variables du bilan hydrologique sur la Donga pour la période 1998-2002

Au cours d'une année hydrologique, la saison des pluies s'étale globalement d'Avril à Octobre et la saison sèche de Novembre à Mars. Du point de vue des cumuls de pluie, les années 1998 et 1999 sont beaucoup plus humides et les années 2000,2001 et 2002 plus sèches.

#### 4.2.2.2 Mise en oeuvre du modèle direct

Dans le cadre d'un travail de thèse dédié à la mise en oeuvre d'une conceptualisation adaptée à la modélisation du cycle hydrologique sur la région AMMA-CATCH Bénin, Le Lay (2006) a testé avec succès les hypothèses de TOPMODEL. En effet, les résultats obtenus sont très satisfaisants, les performances en termes de reproduction des débits à l'exutoire et d'observabilité des paramètres (*i.e* ordres de grandeur obtenus par calage) sont très encourageants. Nous allons décrire de manière succincte la démarche de modélisation, pour une présentation plus détaillée le lecteur peut se référer à Le Lay (2006).

Le pas de temps journalier imposé par les données disponibles est adopté afin d'effectuer le bilan hydrologique. Cette échelle de temps même si elle n'est pas complètement compatible avec le temps de réponse du bassin versant permet une représentation relativement bonne du fonctionnement du bassin en terme de bilan hydrologique. Avec un tel pas de temps, il est inutile de prendre en compte la variabilité spatiale des précipitations : les pluies seront donc supposées uniformes sur la surface du bassin versant ( $586 \text{ km}^2$ ). Par ailleurs, afin de retrouver le réseau hydrographique référencé par les cartes de l'Institut Géographique National du Bénin, des seuils respectifs de  $A > 700000 \text{ m}^2$  et  $\kappa > 16$  sont spécifiés pour l'aire drainée et l'indice topographique lors du traitement topographique préliminaire à la modélisation hydrologique.

En outre, parmi les observations disponibles sur le Bassin versant de la Donga, nous disposons d'une chronique temporelle d'évapotranspiration potentielle (ETP) à partir de laquelle nous approchons l'évapotranspiration réelle (ETR) avec la méthode décrite au paragraphe 4.1.3.1. Ceci permet de s'affranchir des paramètres *Inter* et *SRMax* utilisés dans la version événementielle adaptée à la simulation des épisodes de crues sur les Cévennes. La modélisation mise en oeuvre est donc une représentation continue de la relation pluie-débit.

Il a été souligné dans la section précédente que l'observation a permis de mettre en évidence que la nappe de socle était généralement déconnectée du réseau hydrographique. Conformément aux hypothèses énoncées (section 4.1), on suppose donc que la percolation profonde, constituant ici un terme puits du bilan hydrologique permettant d'alimenter la nappe de socle, s'effectue à la profondeur  $d$  avec une vitesse contrôlée par la conductivité hydraulique  $K_{0V}$  représentative des écoulements gravitaires. On supposera une très forte anisotropie avec la conductivité hydraulique horizontale  $K_{0H}$  (*i.e*  $K_{0V} = 0.01K_{0H}$ ) gouvernant les écoulements latéraux de subsurface à travers des chemins préférentiels d'écoulement.

Le transfert vers l'exutoire du ruissellement généré sur les surfaces saturées ainsi que par l'exfiltration des flux latéraux de subsurface le long du réseau hydrographique sera assuré par l'hydrogramme unitaire géomorphologique décrit précédemment en supposant un rapport fixé entre les vitesses d'écoulement dans le réseau hydrographique et sur les versants (*i.e*  $V_r = 10.V_h$ ). Enfin, la saison sèche s'étalant de Novembre à Mars, on supposera le profil de sol complètement sec en début de simulation afin de spécifier la condition initiale sur l'état hydrique moyen du bassin versant (*i.e*  $D_{t=0} = d_0$ ). L'ensemble des expériences réalisées sur le bassin versant de la Donga seront basées sur la configuration décrite dans ce paragraphe.

## 4.2.3 Implémentation pratique, analyse préliminaire et validation

### 4.2.3.1 Analyse préliminaire au développement du code adjoint

Comme cela a été précisé à la section 2.2.3 la différentiation algorithmique est l'équivalent discret de la théorie du contrôle optimal dont le cadre d'application le plus classique est dédié aux systèmes régis par des équations aux dérivées partielles. L'application de cette méthode à d'autres types de modèles a également été discutée. Même si ce n'est pas le cas de la version utilisée dans le cadre de cette étude (Saulnier et Datin 2004), le formalisme de TOPMODEL peut être rapproché d'une formulation du bilan hydrologique par une équation différentielle ordinaire (Kavetski *et al.* 2003).

Parmi les limites fondamentales de l'application de la différentiation algorithmique une des plus importantes réside dans le fait que la relation entre facteurs d'entrée et la fonction objectif n'est différentiable que par morceaux. Nous nous proposons donc de passer en revue les facteurs d'entrée et l'algorithme de résolution afin de déterminer *a priori* les contradictions, les difficultés et les limitations liées à la différentiation algorithmique du modèle présenté dans la section précédente.

#### Bilan par classes d'indice topographique

Du point de vue de la structure générale du modèle, il est important de souligner que l'une des premières difficultés rencontrées est liée à l'utilisation de la distribution de probabilité  $f(\kappa)$  pour la résolution numérique.

Tout d'abord, à l'étape 1 de l'algorithme décrit à la section précédente la densité de probabilité  $f(\kappa)$  est estimée à partir de l'échantillon des  $\kappa_i$  par la méthode de l'histogramme. Cette technique, la plus simple pour l'estimation non paramétrique d'une densité de probabilité uni-dimensionnelle, ne permet d'assurer la différentiabilité pour la transformation de l'échantillon à la densité de probabilité. D'autres méthodes plus sophistiquées telle que la méthode du noyau Gaussien (Antoniadis 2005) peuvent être envisagées pour que cette transition soit différentiable. Cependant, le calcul des fonctions  $A_0/A(\kappa)$ ,  $A_s/A(\kappa)$  et  $I(\kappa)$  devrait être également différentiable si l'on voulait faire des  $\kappa_i$  une variable de dérivation. Malgré un intérêt certain, cette éventualité n'a pas été une des priorités de notre étude.

De plus, le bilan hydrologique étant effectué par classes d'indice topographique, un traitement différent (*i.e.* branchements assuré par des instructions conditionnelles dans le code source) est appliqué aux zones totalement sèches ( $\kappa_i \in [1, \kappa_0(t)]$ ), aux zones hydrologiquement actives ( $\kappa_i \in [\kappa_0(t) + 1, \kappa_s(t) - 1]$ ) et aux zones saturées ( $\kappa_i \in [\kappa_s(t), \kappa_{max}]$ ). Les indices définissant ces classes sont donc utilisés pour fixer les limites des boucles itératives effectuant le bilan hydrologique sur chacune des zones. Ainsi, quel que soit le facteur d'entrée qui sera perturbé, la répartition des zones saturées sur le bassin versant demeurera identique à celle obtenue pour les valeurs nominales des facteurs d'entrée et ceci quel que soit  $t$ . En outre, afin qu'il en soit autrement, il faudrait également assurer la différentiabilité de l'étape où l'équation 4.17 est résolue par une exploration de la fonction  $I(\kappa)$  qui est toujours monotone croissante. Aussi, on ne pourra pas non plus pour cette version du modèle calculer la sensibilité à la condition initiale  $D(t = 0)$ .

Dans le cas où l'on boucle sur l'ensemble des mailles du MNT, c'est la valeur du déficit local  $d(t)$  calculée à partir du déficit moyen  $D(t)$  (équation 4.13) qui est utilisée afin de statuer sur l'état de saturation du pixel  $i$ .

Il ne sera plus nécessaire de calculer la fonction  $I(\kappa)$  et les surfaces  $A_0(t)$  et  $A_s(t)$  pourront directement être calculées lors du balayage des pixels du MNT. Cette solution contribuerait à étendre le domaine de validité des dérivées mais implique un modèle direct beaucoup plus coûteux en temps de calcul. Dans le cadre de cette étude prospective, nous avons choisi de conserver l'avantage d'une résolution numérique efficace utilisant la distribution d'indice topographique. Ceci revient à supposer implicitement que si l'on impose une perturbation infinitésimale à une ou plusieurs des variables dépendantes, les variations résultantes de  $\kappa_s(t)$ , et donc de la distribution spatiale des états hydriques sur le bassin versant, n'affectent pas de manière significative la fonction objectif. L'allure lisse et monotone des courbes  $\lambda^*(\kappa_s(t)) A_0/A(\kappa_s(t))$ ,  $A_s/A(\kappa_s(t))$ ,  $I(\kappa_s(t))$  (Saulnier et Datin 2004) laisse présager une influence réduite du phénomène qui vient d'être décrit. Alors que la différentiation par rapport aux  $\kappa$  et à  $D(t = 0)$  est déjà proscrite pour la version courante du modèle, nous allons maintenant discuter des autres facteurs d'entrée ou variables indépendantes de la modélisation.

### Variables indépendantes

L'objectif étant de comprendre l'influence des facteurs d'entrée et la réponse hydrologique puis d'utiliser cette information pour estimer certains d'entre eux, il serait potentiellement intéressant de considérer le maximum de variables indépendantes.

Les paramètres  $K_{0V}$ ,  $K_{0H}$ ,  $m$  et  $d_0$  régissent la genèse du ruissellement, les écoulements latéraux de subsurface et la percolation vers la nappe de socle. Par une exploration systématique de la fonction coût (Efficience de Nash) (figure 4.7), Le Lay (2006) montre que les paramètres effectifs sont en fait  $T_0 = K_{0H}m$ ,  $d_0/m$  et  $m$ ,  $K_{0V}$  étant calculé à partir de  $K_0$  avec le rapport  $k_r$ . Un retour aux équations du modèle direct (section 4.1) permet de vérifier que les paramètres  $K_{0H}$  et  $d_0$  apparaissent presque exclusivement de façon combinée avec  $m$ . On s'attend donc également à ce que l'influence de  $K_{0H}m$  soit bien plus importante que celle de  $K_{0V}$ .

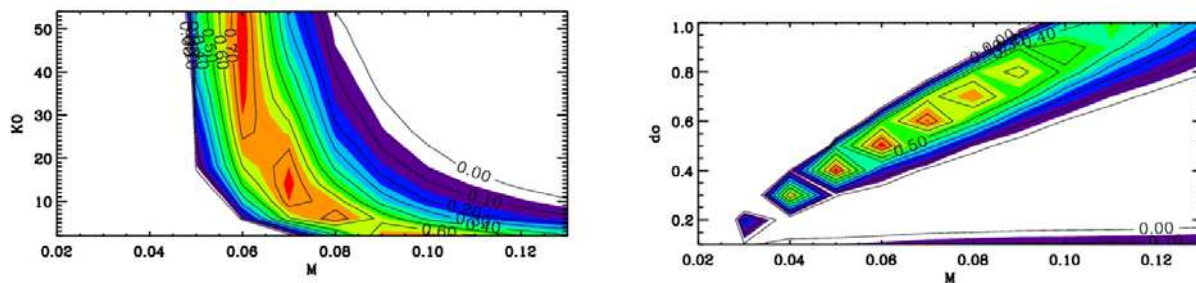


FIG. 4.7 – Mise en évidence de l'interaction entre les paramètres d'après Le Lay (2006)

On peut ainsi remarquer qu'en fonction de la valeur prescrite pour  $K_{0V}$ , le refus d'infiltration (équation 4.30) pourra être complètement inexistant et la recharge de la *nappe de versant* totale et instantanée. Une fois l'hypothèse d'anisotropie des conductivités effectuée on se retrouvera pour une très large plage de valeurs toujours dans le même flot de contrôle. La situation est bien plus délicate pour les paramètres *Inter* et *SRMax* régissant l'interception et l'évaporation 4.24. En effet, les dérivées ne seront valables qu'au sein

du flot de contrôle défini par les valeurs nominales des paramètres.

En ce qui concerne les variables indépendantes pilotant le transfert des écoulements de surface et de subsurface, les fonctions de transfert  $H_b$  et  $H_r$  résultent parfois d'un calage sur plusieurs événements (ex DPFT pour  $H_r$ ). Dans le cas où le transfert est effectué par l'hydrogramme géomorphologique, il existe deux paramètres de transfert, la vitesse dans le réseau hydrographique  $V_r$  et la vitesse sur les versants  $V_h$ . Cependant, une fois de plus le calcul de  $H_b$  et  $H_r$  nécessite l'estimation non paramétrique d'une densité de probabilité uni-dimensionnelle une fois les temps de parcours évalués à partir des distances du MNT. Ce calcul étant également effectué par la méthode de l'histogramme il n'existe pour le moment pas de relation différentiable entre les vitesses ( $V_r, V_h$ ) et les fonctions de transfert ( $H_b, H_r$ ). Ces vitesses ne pourront donc pas dans l'état actuel du code être considérées comme des variables de dérivation. En revanche les variables de forçage  $P(t)$  et  $ETP(t)$  pourront faire l'objet d'une étude approfondie.

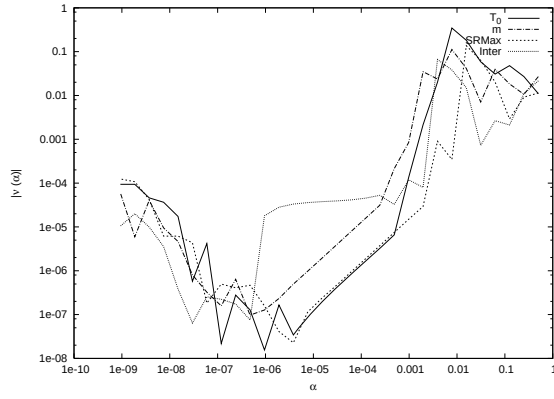
#### 4.2.3.2 Validation des codes différenciés

L'importance de la validation des codes différenciés si elle est déjà incontournable revêt dans le cas présent une importance capitale. Alors que le test du produit scalaire est également effectué et produit des résultats satisfaisants, seuls les résultats du test du gradient (cf. section 2.2.4) sont présentés ici afin d'apprécier pour les différents paramètres la nature de la relation avec la réponse hydrologique. Avec comme fonction réponse le critère de Nash évalué au point identifié par exploration systématique (tables 4.3 et 4.5), le test du gradient est donc effectué dans plusieurs directions de l'espace des paramètres afin de valider le modèle adjoint et d'apprécier la convergence de l'approximation par différences finies.

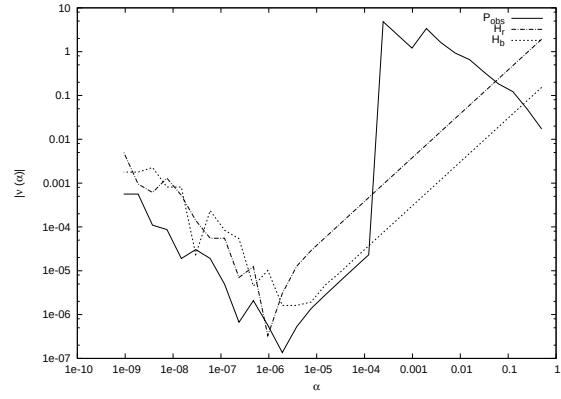
Les figures 4.8 et 4.9 présentent les résultats obtenus sur les bassins versant de Vogüé et de la Donga. Il est important de remarquer que si pour tous les paramètres la concordance est obtenue entre l'approximation par différences finies et les dérivées calculées par différentiation automatique pour un  $\alpha$  donné (amplitude de la perturbation), la convergence est très variable d'un facteur d'entrée à l'autre. La limitation du domaine de validité des dérivées prédites lors de l'analyse préliminaire du modèle se manifeste de manière encore plus importante pour les facteurs d'entrée très influents sur la réponse hydrologique tels que les termes de forçage, le paramètre *Inter* sur les Cévennes (figure 4.8(a)) et le paramètre  $d_0/m$  (figure 4.9) sur la Donga.

### 4.3 Analyse globale par échantillonnage de Monte Carlo

Comme cela a été souligné au paragraphe 4.1, le principe de parcimonie appliqué lors de la formulation du modèle associé à la notion d'indice de similarité hydrologique permettent une résolution numérique très efficace. Le coût de calcul correspondant à une simulation des 17 épisodes de crue sur le bassin de Vogüé ou au bilan hydrologique sur les 5 années de fonctionnement du bassin versant de la Donga est très modeste. Afin d'établir une référence pour les expériences effectuées avec les méthodes variationnelles, nous allons donc dans cette section échantillonner l'espace des paramètres afin d'estimer la combinaison de paramètres optimale ainsi que des indices de sensibilité qualifiant l'importance des différents facteurs d'entrée lors de la détermination de la mesure de performance. Mis à part l'efficacité de Nash utilisée dans le chapitre précédent (cf Eq. 3.14), nous allons également employer le coefficient de détermination exprimant la variance expliquée par le modèle. Celui-ci est défini par :

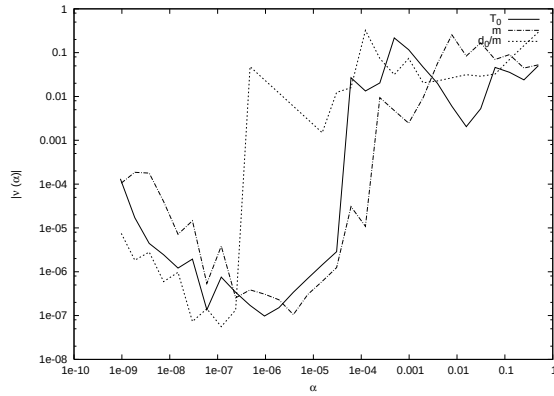


(a) Paramètres de calage

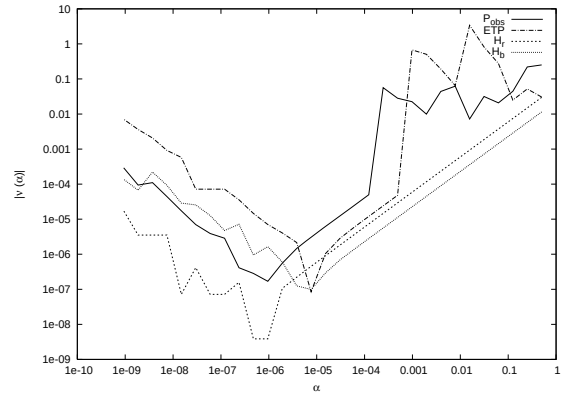


(b) Forçage et fonctions de transfert

FIG. 4.8 – Test du gradient pour les variables indépendantes déterminant l’hydrogramme de crue sur les Cévennes



(a) Paramètres de calage



(b) Variables de forçage et fonctions de transfert

FIG. 4.9 – Test du gradient pour les variables indépendantes déterminant le bilan hydrologique sur la Donga

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \left( Q_{obs}(t_i) - \overline{Q_{obs}(t_i)} \right) \left( Q_{calc}(t_i) - \overline{Q_{calc}(t_i)} \right) \right]^2}{\sum_{i=1}^n \left( Q_{obs}(t_i) - \overline{Q_{obs}(t_i)} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left( Q_{calc}(t_i) - \overline{Q_{calc}(t_i)} \right)^2} \quad (4.43)$$

où  $Q_{calc}(t)$  est la chronique de débit simulée et  $Q_{obs}(t)$  les observations sur la même période.

On utilise pour cela à la fois la méthode d’exploration systématique adoptée par Zin (2002) ou Le Lay (2006) mais aussi une stratégie d’échantillonnage de type Quasi-Monte Carlo permettant la décomposition de la variance par la méthode de Sobol’ (1993). Les méthodes de Quasi-Monte Carlo sont des versions déterministes des méthodes de Monte Carlo définissant des séquences d’échantillons déterministes qui ont une discrédance<sup>2</sup> plus faible (meilleure répartition dans l’espace des variables d’entrée) que les séquences aléatoires. La stratégie d’échantillonnage  $LP\tau$  (Sobol’ 1967; Sobol’ 1976) est utilisée dans le cadre de nos

<sup>2</sup>Mesure la qualité de la répartition d’une suite de valeurs sur leur intervalle de définition

travaux.

L'analyse des diagrammes de dispersion, simple visualisation pour chacun des paramètres (sur son intervalle de variation plausible) des valeurs prises par la fonction coût, et le filtrage de Monte Carlo de Hornberger et Spear (1981) fournissent une appréciation qualitative de la transformation entre variables indépendantes et variables dépendantes. La décomposition de la variance par la méthode de Sobol' permet le calcul de mesures de sensibilité pour apprécier de manière quantitative l'influence de chacun des facteurs d'entrée. Les outils GLUEWIN (2007) et SIMLAB (2007) sont utilisés pour le filtrage de Monte Carlo et la décomposition de la variance par la méthode de Sobol'. L'implémentation de la méthode de Sobol' employée ici est basée sur les travaux de Saltelli (2002) proposant une extension de la méthode originale (Sobol' 1993; Homma et Saltelli 1996).

### 4.3.1 Expériences sur les Cévennes

Les bornes de l'espace des paramètres définissant l'hypercube exploré sont données par la table 4.2 et les combinaisons de paramètres optimales identifiées par exploration systématique ( $\sim 80000$  réalisations) ou par la technique  $LP\tau$  ( $\sim 10000$  réalisations) sont fournies par la table 4.3.

| Paramètre                      | Valeur min | Valeur max |
|--------------------------------|------------|------------|
| $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | 0.2        | 10         |
| $m(\text{m})$                  | 0.001      | 0.1        |
| $\text{SRMax}(m)$              | 0          | 0.04       |
| $\text{Inter}(\text{mh}^{-1})$ | 0          | 0.04       |

TAB. 4.2 – Délimitation de l'hypercube d'exploration sur Vogüé

Même si l'objectif de ce travail de thèse n'est pas d'analyser en détail les performances de techniques d'échantillonnage de type Monte Carlo pour l'estimation des paramètres, force est de constater que même si les combinaisons de paramètres optimales sont trouvées dans des régions similaires, les valeurs nominales identifiées varient de façon significative en fonction de la stratégie d'exploration et du nombre de réalisations.

| Fonction coût                              | Valeur | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $\text{SRMax}(m)$ | $\text{Inter}(\text{mh}^{-1})$ |
|--------------------------------------------|--------|--------------------------------|---------------|-------------------|--------------------------------|
| <i>Exploration systématique</i>            |        |                                |               |                   |                                |
| <b>Efficienc</b>                           | 0.8160 | 1.80                           | 0.036         | 0.008             | 0.0                            |
| <b>Coeff.dét</b>                           | 0.8266 | 1.0                            | 0.028         | 0.028             | 0.0                            |
| <i>Échantillonnage <math>LP\tau</math></i> |        |                                |               |                   |                                |
| <b>Efficienc</b>                           | 0.7974 | 1.23                           | 0.035         | 0.006             | 0.0001                         |
| <b>Coeff.dét</b>                           | 0.8202 | 0.83                           | 0.022         | 0.030             | 7.8E-5                         |

TAB. 4.3 – Jeu de paramètres obtenus par exploration de la surface de réponse pour les 17 épisodes sélectionnés sur Vogüé

L'examen des réalisations de la mesure de performance pour différentes valeurs des paramètres (figures 4.10 et 4.11) permettent de constater que c'est le paramètre *Inter* qui est de loin le mieux contraint par les observations et ceci quel que soit le critère de performance (figures 4.10(c) et 4.11(c)). Cette domination écrasante, encore plus accentuée dans le cas du coefficient de détermination est confirmée par le calcul des indices totaux (effet au premier ordre et interactions) issus de la décomposition de la variance par la méthode de Sobol' (figures 4.12 et 4.13). Alors que l'influence au second ordre des autres paramètres vient principalement d'interactions avec ce paramètre (figure 4.14), le paramètre *m* est celui dont l'influence reste tout de même significative, plus particulièrement pour le critère de Nash (figures 4.12(a) ; 4.13(a) ; 4.14(a)). L'analyse des figures 4.10(a) et 4.11(a) (respectivement 4.10(d) et 4.11(d)) permet d'affirmer que des valeurs satisfaisantes pour les critères de performance utilisés peuvent être obtenues pour une gamme importante de valeurs de  $T_0$  et de  $SR_{Max}$ . Cette faible sensibilité augure de problèmes d'identifiabilité importants et donc d'une dépendance critique des combinaisons de paramètres identifiées en fonction du critère d'estimation et de la série de données. Un premier aperçu est donné par la table 4.3 au sein de laquelle on peut constater que les paramètres les moins influents sont ceux pour lesquels la valeur identifiée est la plus variable en fonction du nombre de réalisations et de la stratégie d'échantillonnage.

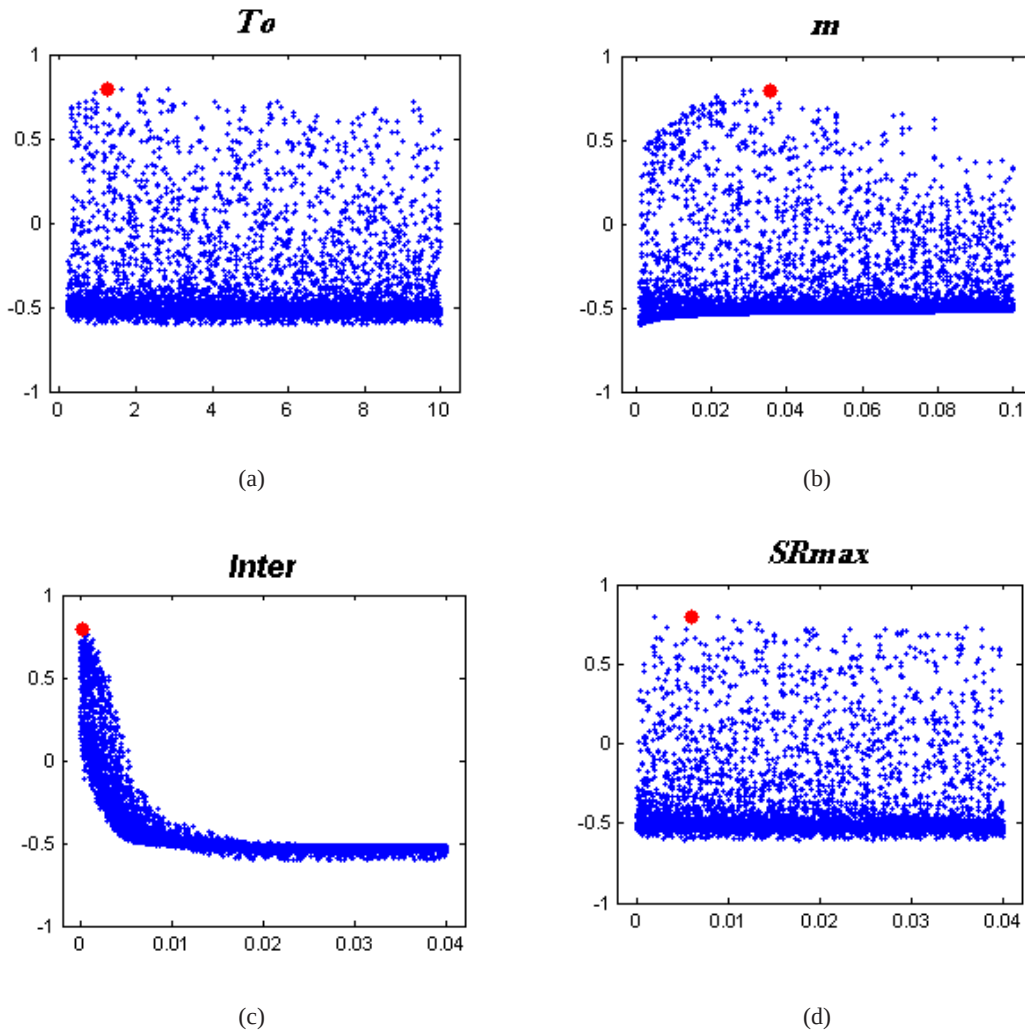
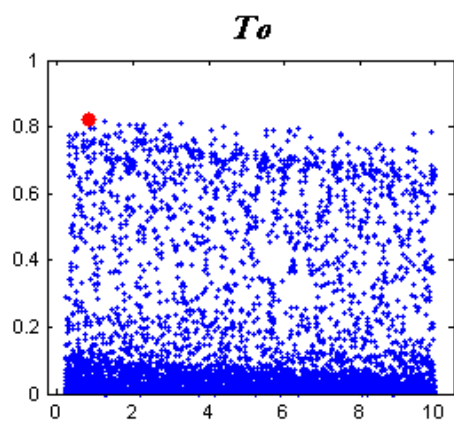
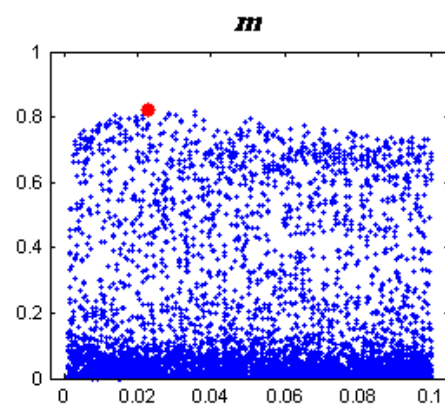


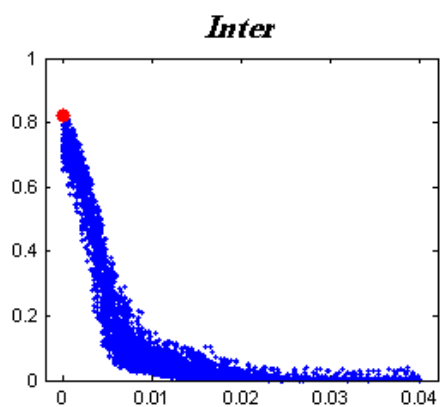
FIG. 4.10 – Diagrammes de dispersion pour l'Efficienne de Nash sur les 17 épisodes de crue sur Vogüé



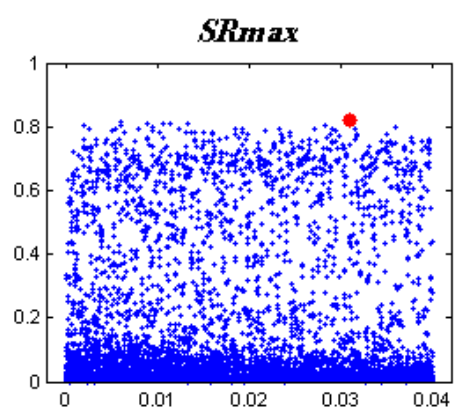
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 4.11 – Diagrammes de dispersion pour le coefficient de détermination sur les 17 épisodes de crue

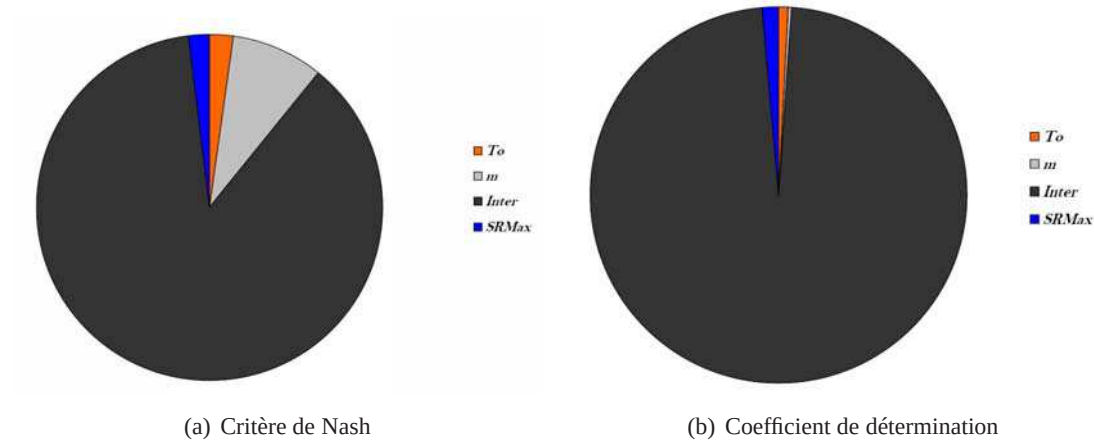


FIG. 4.12 – Indices de sensibilité totaux calculés par la méthode de Sobol' pour différentes mesures de performance

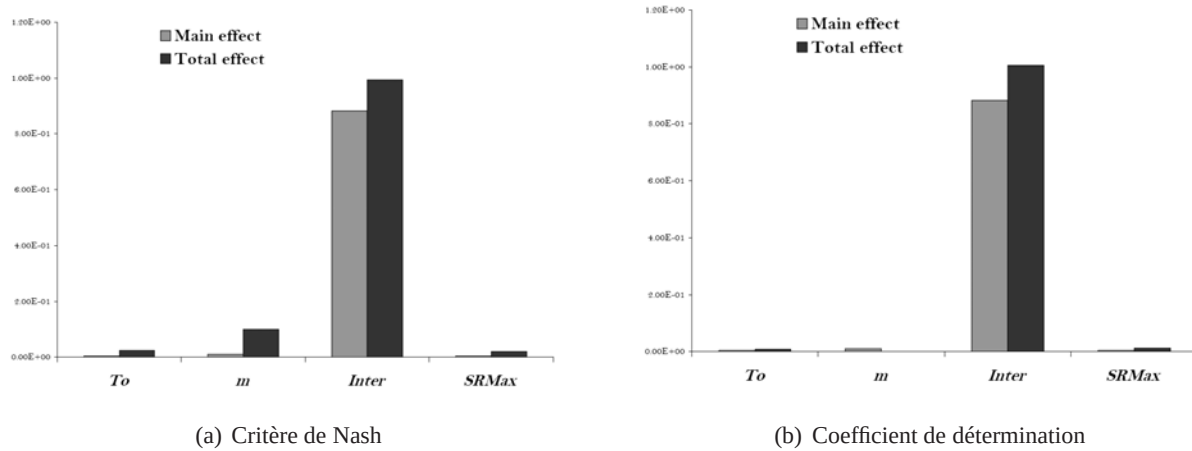


FIG. 4.13 – Mise en évidence des effets d'interactions par comparaison des effets au premier ordre avec les effets totaux pour différentes mesures de performance

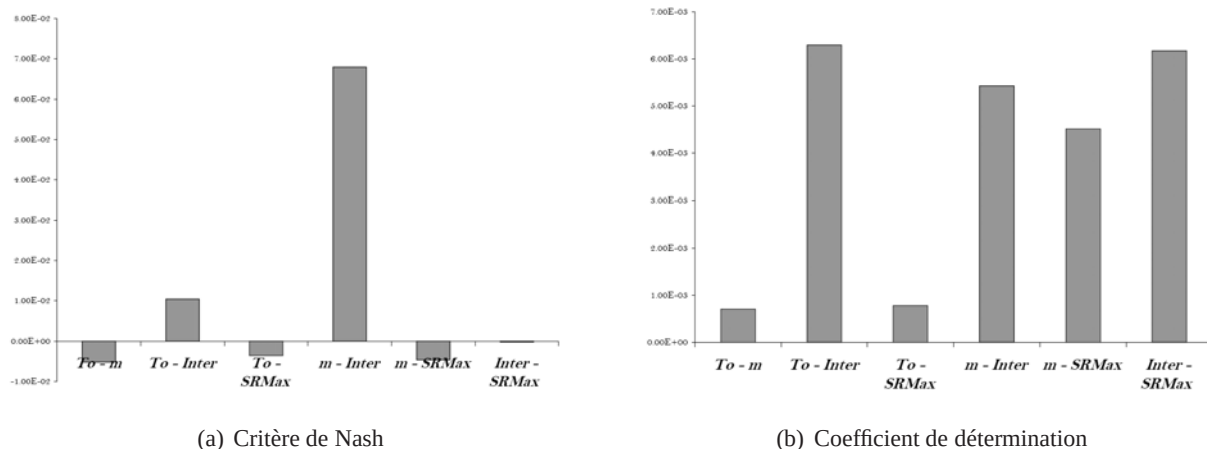


FIG. 4.14 – Appréciation des interactions au second ordre pour différentes mesures de performance

### 4.3.2 Expériences sur la Donga

Une analyse similaire à celle effectuée précédemment est reproduite sur le bassin versant de la Donga pour la période 1998-2002. L'hypercube d'analyse est spécifié par la table 4.4 et les combinaisons de paramètres estimées sont données par la table 4.5. On peut remarquer que les combinaisons de paramètres identifiées sont encore une fois très sensibles au nombre de réalisations et à la stratégie d'échantillonnage. Lorsque le nombre de réalisations est suffisant, la dépendance au critère d'estimation est bien moins importante que précédemment.

| Paramètre                      | Valeur min<br>minimale | Valeur max<br>maximale |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|
| $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | 0.2                    | 12                     |
| $m(\text{m})$                  | 0.01                   | 0.08                   |
| $d_0/m$                        | 1                      | 13                     |
| $V_r(\text{ms}^{-1})$          | 0.01                   | 1                      |

TAB. 4.4 – Bornes de l'hypercube exploré sur la Donga

| Fonction coût                              | Valeur | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $d_0/m$ | $v_r(\text{ms}^{-1})$ |
|--------------------------------------------|--------|--------------------------------|---------------|---------|-----------------------|
| <i>Exploration systématique</i>            |        |                                |               |         |                       |
| Efficienne                                 | 0.7992 | 5.                             | 0.04          | 9       | 0.25                  |
| Coeff.dét                                  | 0.8059 | 5.                             | 0.05          | 8.25    | 0.22                  |
| <i>Échantillonnage <math>LP\tau</math></i> |        |                                |               |         |                       |
| Efficienne                                 | 0.7891 | 2.89                           | 0.055         | 8.57    | 0.23                  |
| Coeff.dét                                  | 0.8051 | 6.34                           | 0.046         | 8.86    | 0.26                  |

TAB. 4.5 – Jeu de paramètres obtenus par exploration de la surface de réponse pour la période 1998-2002 sur la Donga, les résultats de l'exploration systématique sont issus des travaux de *Le Lay*, (2005)

Lorsque le critère d'efficacité de Nash est utilisé, si l'examen des réalisations de la mesure de performance pour différentes valeurs des paramètres (diagrammes de dispersion) ne permet que de façon limitée d'identifier les paramètres les plus influents ( $d_0/m$  et  $V_r$  selon la figure 4.15) elle permet de mettre en évidence une caractéristique très intéressante pour la relation entre l'efficacité et le paramètre  $d_0/m$ . L'analyse de la figure 4.15(c) permet en effet de caractériser trois régions bien distinctes sur l'intervalle de variation de ce paramètre qui permettent d'obtenir un meilleur ajustement aux observations ( $d_0/m < 1$ ;  $d_0/m \sim 6$ ;  $d_0/m \sim 9$ ).

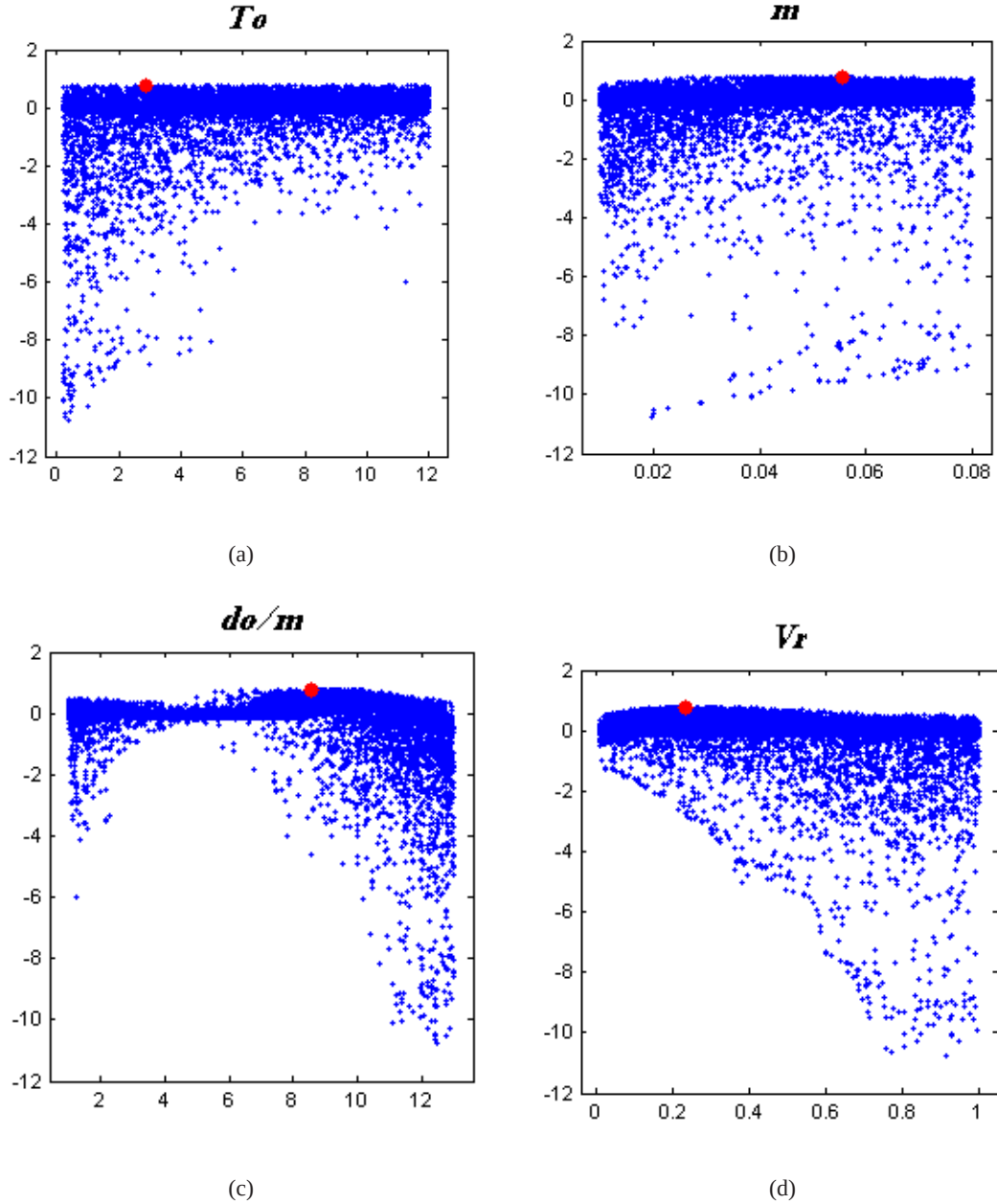


FIG. 4.15 – Diagrammes de dispersion pour l'Efficiéce de Nash sur la période 1998 – 2002

La multi-modalité de la relation entre le critère de Nash et ce paramètre est mise en évidence de manière encore plus flagrante par filtrage de Monte Carlo. La figure 4.16 propose une confrontation des densités de probabilité cumulées correspondant aux 50% des combinaisons de paramètres produisant respectivement les meilleures et les moins bonnes réalisations pour l'efficacité. Du point de vue de la hiérarchisation des paramètres, la décomposition de la variance par la méthode de Sobol' (figure 4.18(a)) indique que les paramètres les plus influents sont respectivement  $d_0/m$ ,  $T_0$ ,  $V_r$  et  $m$ . La principale interaction au second ordre a lieu entre les paramètres  $d_0/m$  et  $T_0$ , paramètres montrant également une importante sensibilité au premier ordre (figures 4.19(a) et 4.20(a)).

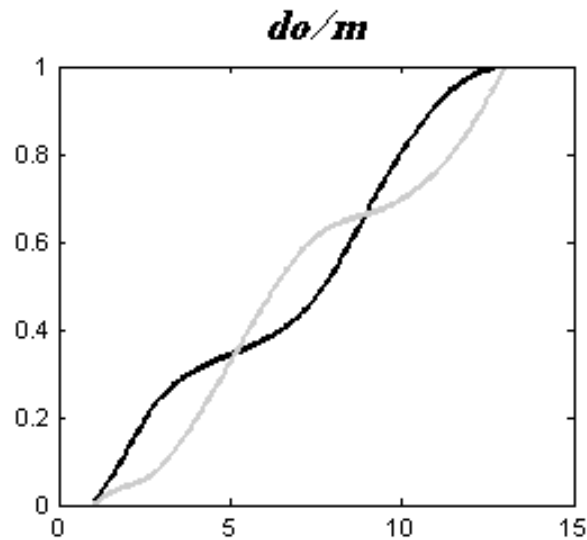


FIG. 4.16 – Filtrage de Monte Carlo sur l'Efficiencia de Nash sur la période 1998 – 2002 pour le paramètre  $d_0/m$

Si l'on s'intéresse au même type d'information pour le coefficient de détermination, les résultats présentés à la figure 4.17 permettent d'avancer que mis à part la transmissivité  $T_0$ , les autres paramètres sont bien mieux contraints par les mesures de débit. Comparativement aux résultats obtenus avec l'efficacité de Nash, le paramètre de vitesse  $V_r$  semble jouer un rôle bien plus important dans la détermination de la mesure de performance. Ceci est tout à fait en accord avec la définition du critère qui tend sans doute à mieux contraindre la forme de l'hydrogramme. La compatibilité est également assurée avec les résultats obtenus par décomposition de la variance qui indiquent que malgré un effet au premier ordre plus important pour le paramètre de vitesse  $V_r$ , celui-ci joue un rôle similaire pour l'effet total par rapport au paramètre  $d_0/m$  (figures 4.19(b) et 4.19(b)). Si les interactions entre paramètres semblent plus importantes au regard des indices au second ordre calculés (figure 4.20(b)), la multi-modalité mise en évidence avec le paramètre  $d_0/m$  pour le critère de Nash n'existe pas pour le coefficient de détermination (figure 4.17(c)).

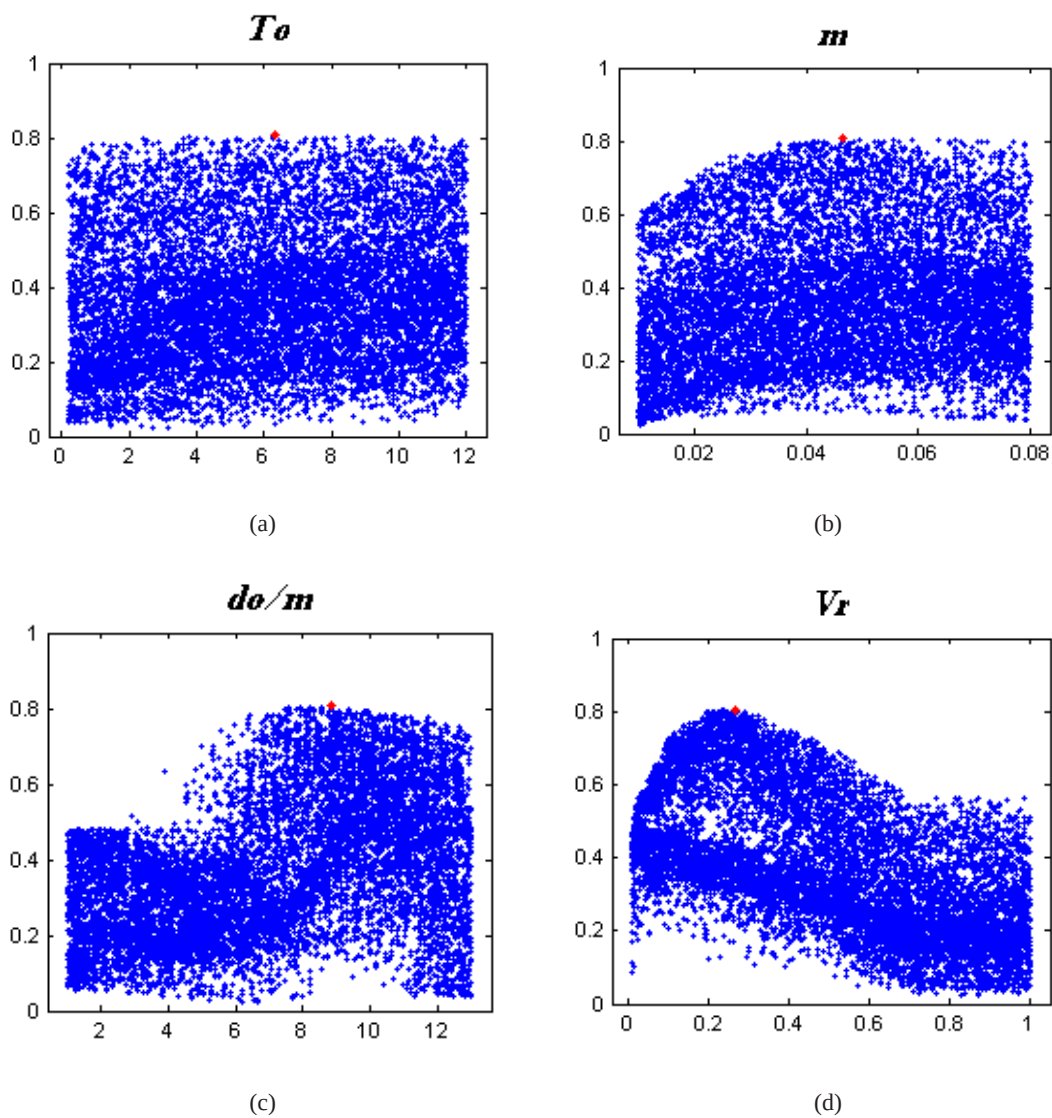
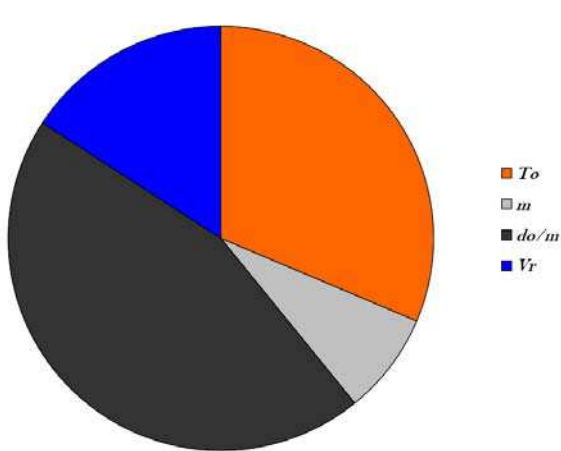
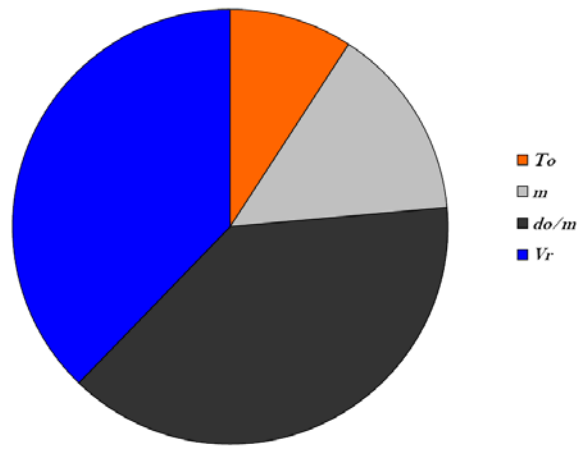


FIG. 4.17 – Diagrammes de dispersion pour le coefficient de détermination sur la période 1998 – 2002

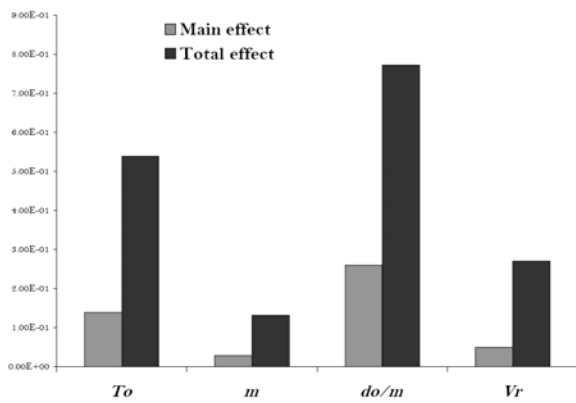


(a) Critère de Nash

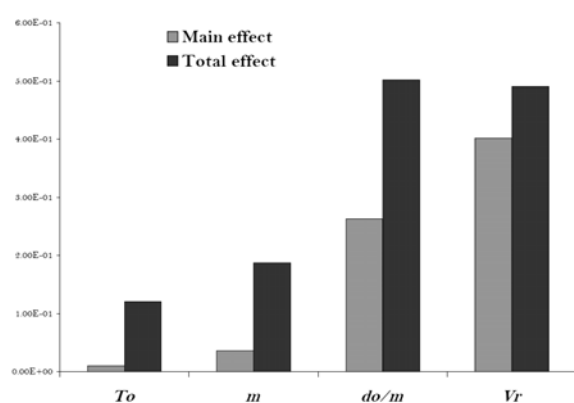


(b) Coefficient de détermination

FIG. 4.18 – Comparaison des contributions à la variance totale (en termes d'indices totaux) pour différentes mesures de performance



(a) Critère de Nash



(b) Coefficient de détermination

FIG. 4.19 – Mise en évidence des effets d'interactions par comparaison des effets au premier ordre avec les effets totaux pour différentes mesures de performance

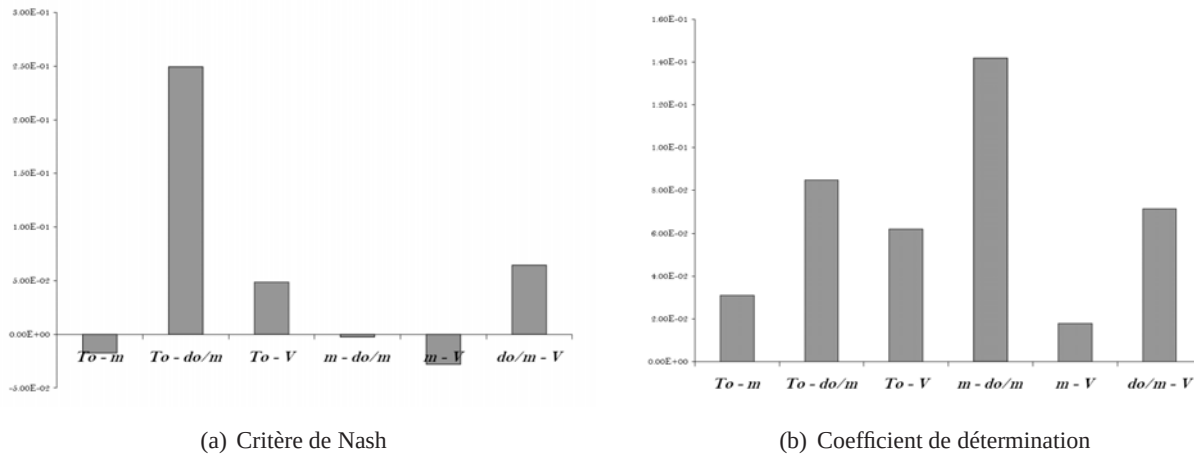


FIG. 4.20 – Appréciation des interactions au second ordre pour différentes mesures de performance

Bien que très coûteuse en temps de calcul, l'analyse par échantillonnage de Monte Carlo permet d'appréhender globalement la relation entre les paramètres et la fonction réponse. En ce qui concerne l'estimation des paramètres, la convergence lente mais globale permet d'identifier des valeurs nominales minimisant l'écart aux observations. En fonction de la physionomie de la surface de réponse, du nombre de réalisations et de la stratégie d'échantillonnage, l'optimum global pourra être retrouvé avec plus ou moins de précision. Nous avons pu également constater au cours de ce paragraphe que la décomposition de la variance par la méthode de Sobol' permet l'estimation d'indices de sensibilité globaux quantifiant les effets du premier ordre et les interactions. L'ensemble des résultats obtenus ici vont constituer une référence permettant d'évaluer le potentiel des méthodes variationnelles.

## 4.4 Estimation des paramètres avec données synthétiques

On procède dans un premier temps à des expériences avec des données synthétiques afin d'évaluer le potentiel d'une optimisation des paramètres basée sur une méthode de descente utilisant le gradient calculé par la méthode de l'état adjoint (mode inverse de la différentiation automatique). Ce contexte très favorable (modèle parfait, observations certaines) devrait permettre de valider notre approche en conduisant à l'estimation de la même combinaison de paramètres quel que soit le critère d'estimation ou la série de données utilisés.

### 4.4.1 Importance de la précision du calcul des dérivées

La dérivation d'un modèle adjoint permettant le calcul exact (précision machine) des dérivées (sous-gradients) de manière efficace est une étape qui peut se révéler très laborieuse. Étant donné qu'il est également possible d'estimer les dérivées par différences finies, technique plus simple dont nous avons souligné les limitations au paragraphe 2.1.1, nous nous proposons dans un premier temps d'illustrer l'influence de la précision des dérivées sur la convergence de l'algorithme d'optimisation.

On génère donc avec le jeu de paramètres identifié par exploration de la surface de réponse des observations pour les 17 épisodes de crue sur le bassin de Vogüé. En utilisant un gradient approché par différences

finies (perturbations de 0.1 à 5% des valeurs nominales) ou calculé par le mode inverse de la différentiation automatique, l'algorithme N2QN1 est donc utilisé pour une calibration multi-épisodes. La condition initiale d'optimisation, donnée par  $\{T_0, m, SR_{max}, Inter\} = \{1, 0.02, 0.01, 0.002\}$ , constitue une estimation *a priori* qui semble raisonnable au regard du contexte hydrologique d'application. Les résultats présentés en figure 4.21 décrivent la convergence de l'algorithme d'optimisation vers la combinaison de paramètres de référence. Les itérations impliquant le calcul du gradient sont marquées d'un carré afin de les distinguer des évaluations de la fonction coût effectuées lors de la recherche linéaire. L'analyse de la convergence

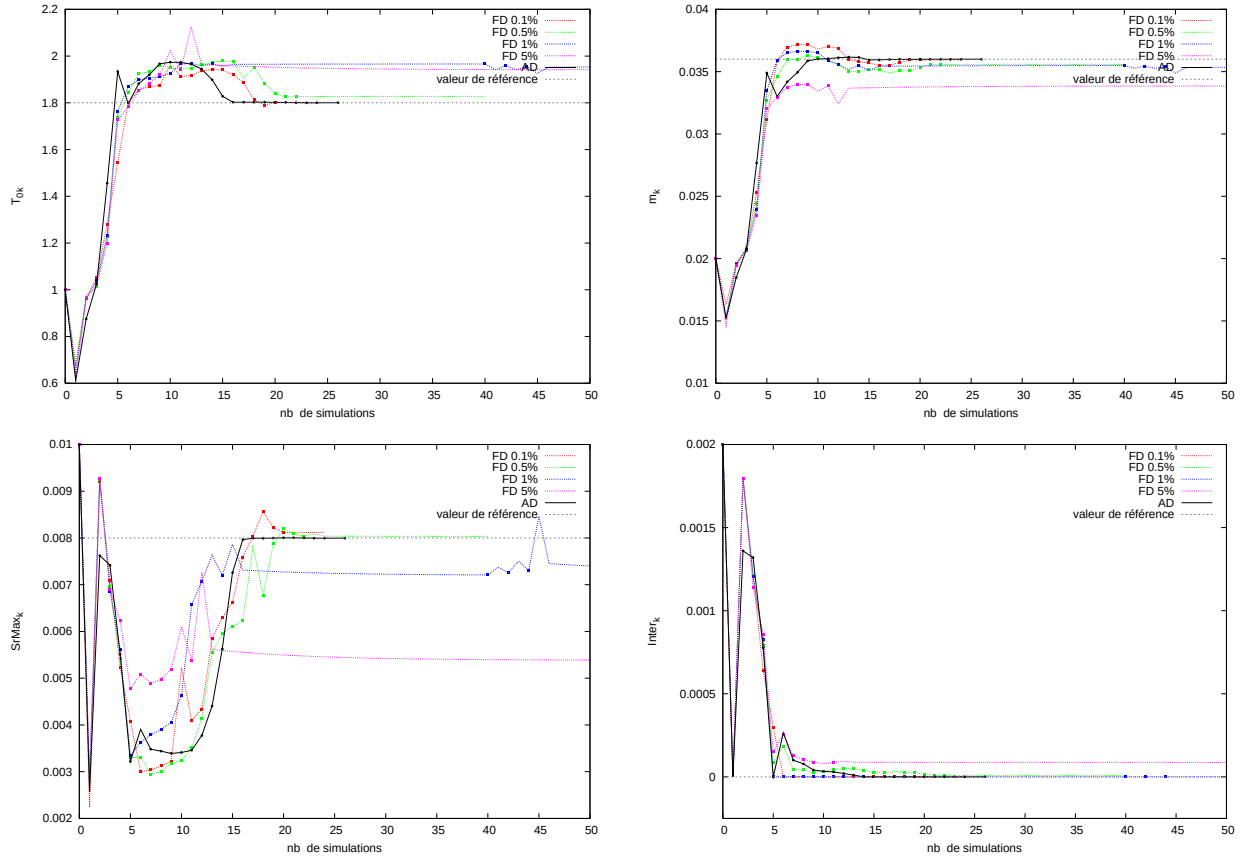


FIG. 4.21 – Influence de la précision du calcul de gradient pour la calibration des paramètres pour les 17 épisodes de crue retenus sur le bassin de Vogüé

permet de constater que l'approximation du gradient par différences finies (schéma décentré d'ordre 1) au mieux entraîne une convergence sensiblement plus lente vers les paramètres de référence, au pire guide l'algorithme d'optimisation vers un autre point de l'espace des paramètres. L'identification d'un pas optimal pour l'approximation par différences finies réalisant un bon compromis entre les erreurs de troncature et les erreurs d'arrondi (technique adoptée par Kavetski *et al.* (2006d)) implique un coût de calcul supplémentaire loin d'être négligeable. De plus, le compromis obtenu n'est pas transposable à un exercice similaire avec une autre série de données ou un autre critère d'estimation. En outre, comme cela a déjà été souligné (section 2.1.1), l'approximation par différences finies requiert à chaque calcul d'une nouvelle direction de descente une évaluation du gradient pour un coût de calcul qui reste dépendant du nombre de paramètres à identifier

alors qu'un seul appel du modèle adjoint est nécessaire pour calculer toutes les composantes du gradient.

En dehors de l'importance de la précision des dérivées, la figure 4.21 permet d'apprécier la rapidité de la convergence vers les différents paramètres de référence. Cette vitesse de convergence peut être directement reliée aux indices de sensibilité obtenus par la méthode de Sobol' (figure 4.12(a)). En effet, alors que le paramètre *Inter* est identifié très rapidement ( $\sim 5$  itérations), l'estimation des facteurs d'entrée les moins influents sur le critère de performance est un peu plus laborieuse.

#### 4.4.2 Contenu informatif des observations et identifiabilité structurelle

L'estimation des paramètres déterminant la relation pluie-débit requiert des observations dont la qualité et la quantité sont essentielles. Pour un modèle global opérant une représentation continue du bilan hydrologique, Yapo *et al.* (1996) indiquent que 8 ans de données sont nécessaires pour obtenir des combinaisons de paramètres indépendantes de la période de calibration. Si ce type de trait caractéristique peut dépendre des conditions d'application du modèle (type de bassin versant, type de régime hydrologique), Perrin *et al.* (2007) en utilisant des chroniques non nécessairement continues explorent une quantité importante de contextes hydrologiques et concluent que 350 jours de calage sont nécessaires pour obtenir des valeurs stables et robustes pour les paramètres. L'erreur de représentativité du modèle jouant également un rôle important dans la stabilité des paramètres, selon Brath *et al.* (2004) l'utilisation d'une structure de modèle plus sophistiquée (modèle distribué) contribue à réduire la quantité d'information nécessaire pour contraindre les paramètres.

Toutes les études citées, mis à part celle de Perrin *et al.* (2007), emploient des algorithmes d'optimisation censés avoir des propriétés de convergence globale. Cependant, quelle que soit la technique utilisée, une identifiabilité très limitée de la paramétrisation conduira nécessairement à une instabilité des combinaisons de paramètres identifiées. Ainsi, indépendamment de l'incertitude structurelle du modèle c'est principalement la complexité de la paramétrisation vis à vis du contenu informatif des données qui conditionnera la stabilité des paramètres. La relative parcimonie en terme de données nécessaire à la calibration du modèle employé par Brath *et al.* (2004) est également intimement liée au fait que l'espace de contrôle est réduit de façon drastique en employant des facteurs multiplicatifs pour ajuster la distribution spatiale des paramètres. L'identifiabilité varie d'un paramètre à un autre et est essentiellement liée à la sensibilité du critère de performance au paramètre. Pour un modèle Sol-végétation-Atmosphère Xia *et al.* (2004) illustrent le fait que chacun des facteurs d'entrée requiert une quantité spécifique d'observations afin d'obtenir une certaine stabilité pour les valeurs identifiées et l'incertitude qui leur est associée. Ceci semble un trait caractéristique du modèle, lié à son identifiabilité structurelle, qui devrait donc dans un premier temps être étudié avec des données synthétiques.

Nous avons montré dans la section précédente que l'utilisation des 17 épisodes de crue permettait une estimation très rapide des paramètres sur le bassin versant de Vogüé. Des résultats similaires (non reportés ici), et ceci quel que soit le critère d'estimation, sont obtenus sur le bassin versant de la Donga en utilisant les 5 années de fonctionnement hydrologique. On s'intéresse ici, toujours dans un contexte très favorable où les données sont générés par le modèle avec une combinaison de paramètres de référence, à l'impact d'une réduction de l'information disponible pour la calibration.

#### 4.4.2.1 Efficacité et précision pour la calibration annuelle sur la Donga

La combinaison de paramètres identifiée par exploration systématique avec le critère de Nash (table 4.3) est utilisée pour générer des observations synthétiques pour chacune des 5 années de fonctionnement hydrologique sur le bassin versant de la Donga. La condition initiale d'optimisation utilisée est donnée par  $\{T_0, m, d_0/m\} = \{1, 8, 0.02\}$ . Les résultats obtenus pour l'estimation des paramètres montrent que pour le critère de Nash, la combinaison de paramètres de référence est retrouvée en moins de trente itérations quel que soit le jeu de données utilisé (figure 4.22). A l'opposé, l'optimisation est laborieuse ou mise en échec en fonction de la série de données utilisée pour le coefficient de détermination (figure 4.23). Le rôle moins important joué par le paramètre  $T_0$  dans la détermination de cette mesure de performance et les interactions plus importantes mises en évidence lors de l'analyse de sensibilité globale (figures 4.18(b) et 4.20(b)) constituent de manière indiscutable des éléments d'explication.

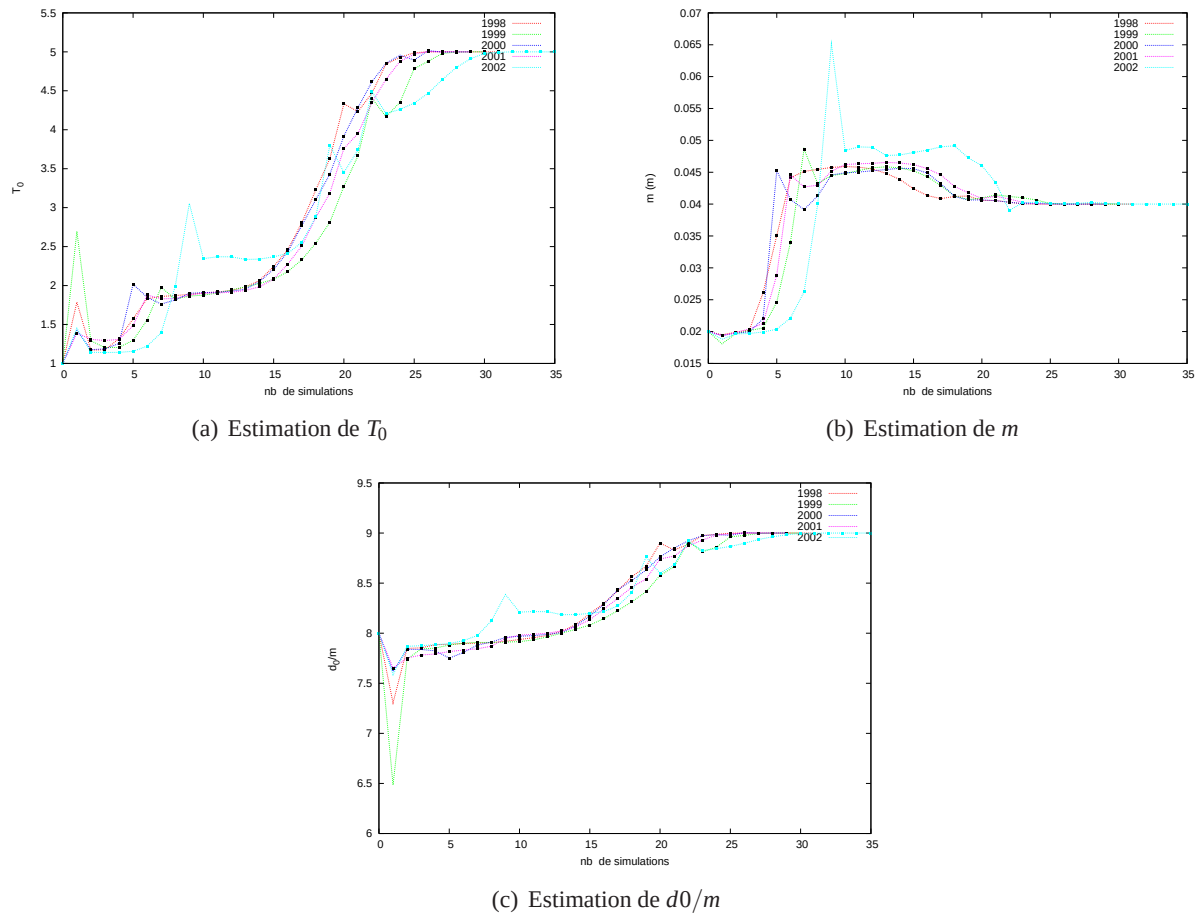


FIG. 4.22 – Estimation de la combinaison de paramètres de référence sur chacune des 5 années sur le Bassin versant de la Donga avec l'efficacité de Nash

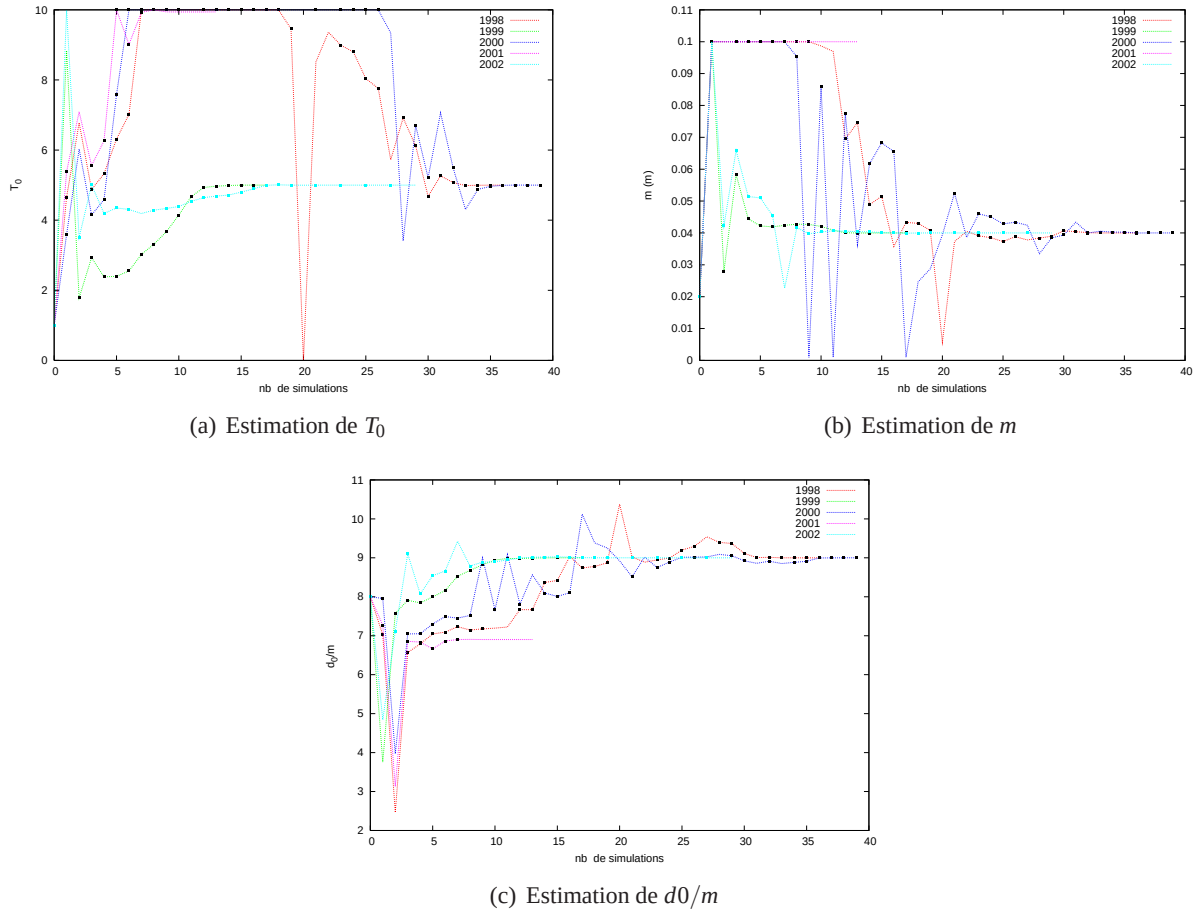


FIG. 4.23 – Estimation de la combinaison de paramètres de référence sur chacune des 5 années sur le Bassin versant de la Donga avec le coefficient de détermination

Alors que l'identification d'une combinaison de paramètres optimale par année de fonctionnement hydrologique, de préférence avec l'efficacité de Nash, semble abordable sur le bassin versant de la Donga, on se propose de tenter une opération similaire à l'échelle de l'épisode pour la simulation des crues sur le bassin versant de Vogüé.

#### 4.4.2.2 Mise en évidence des limites de l'identifiabilité structurelle pour un calage par épisodes sur Vogüé

Afin de mieux contraindre les paramètres en explorant la plus large gamme de fonctionnement hydrologique possible, la calibration des paramètres est traditionnellement effectuée en utilisant plusieurs épisodes de crue (Obled *et al.* 1994). Alors que la méthode de descente s'est révélée très robuste pour l'estimation des paramètres avec comme information des chroniques de débits pour 17 épisodes de crues, nous allons évaluer dans ce paragraphe son comportement dans un contexte moins favorable. La combinaison de paramètres identifiée par exploration systématique pour le critère de Nash (table 4.3) est utilisée pour la génération d'épisodes de crue synthétiques et la même condition initiale d'optimisation que précédemment est utilisée pour tous les épisodes. La figure 4.24, pour chacun des épisodes de crue et chacun des critères

de performance donne l'erreur relative obtenue lors de la recherche de la combinaison de paramètres de référence (i.e optimisation par épisode).

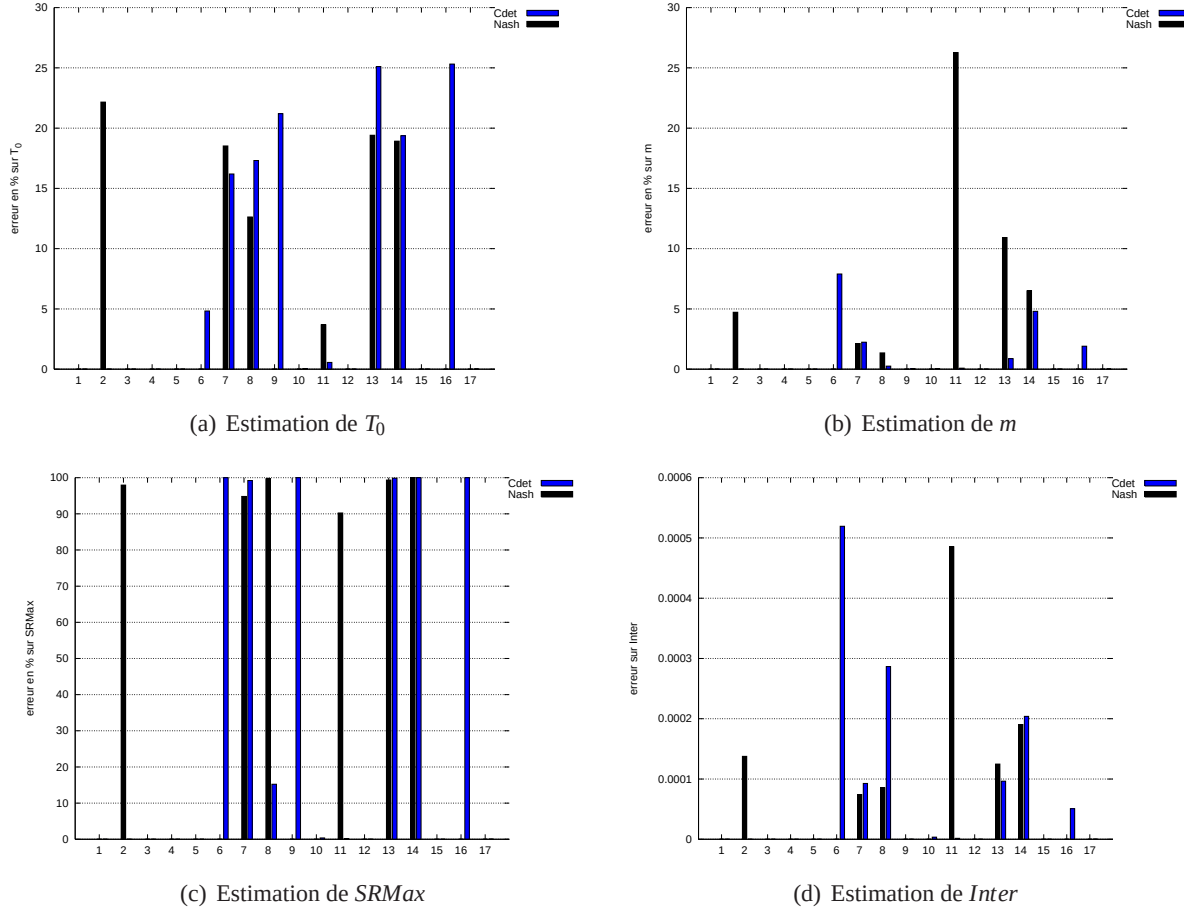


FIG. 4.24 – Comparaison de l'erreur relative pour l'identification des paramètres de référence pour les 17 épisodes de crue sur Vogüé avec le critère de Nash et le coefficient de détermination

Les résultats obtenus montrent qu'en fonction du contenu informatif de l'épisode et du critère d'estimation la combinaison de paramètres de référence est retrouvée avec plus ou moins de succès. C'est le paramètre  $SRMax$  qui est de loin le paramètre dont l'optimisation est la plus délicate. Il y a, avec l'erreur d'estimation sur les autres paramètres, une correspondance parfaite en termes d'épisodes et de critère de performance utilisés. Si dégager une typologie d'épisodes pour lesquels l'identifiabilité structurelle du modèle est mise en cause apporterait des enseignements très intéressants, cette analyse va au delà du cadre et des objectifs fixés pour ce travail de thèse.

En définitive, lorsque la série de données synthétiques est suffisamment longue et informative l'algorithme d'optimisation basé sur le calcul exact du gradient permet de retrouver la combinaison de paramètres de référence de façon très efficace. Dans le cas contraire, une faible sensibilité du critère de performance aux paramètres, parfois associée à un domaine de validité des dérivées très restreint (i.e  $SRmax$  sur le bassin versant de Vogüé), entraînera une mauvaise identification de la variable de contrôle concernée ainsi qu'un biais sur les autres paramètres. Ces effets de compensation étant principalement possibles grâce aux

interactions avec un certain nombre d'autres paramètres, le biais se portera de manière privilégiée sur les moins influents d'entre-eux. Les performances de calage variant très largement en fonction du critère de performance, la capacité de celui-ci à extraire l'information de la série de données pour contraindre les paramètres pourra donc constituer un élément déterminant.

## 4.5 Calibration pluri-annuelle et multi-épisodes avec observations réelles

Les expériences de validation sur données synthétiques s'étant révélées relativement concluantes, nous allons maintenant employer notre algorithme de descente afin d'estimer les paramètres dans le cas d'observations réelles. Dans le cadre d'une calibration avec des observations réelles pour la réponse hydrologique, l'incertitude paramétrique ne constitue plus l'unique source d'écart aux observations. Nous ferons cependant l'hypothèse communément admise en phase de calibration faisant des paramètres la seule variable de contrôle ajustée. En utilisant les résultats obtenus à la section 4.3, nous serons en mesure de confronter les résultats à ceux obtenus par échantillonnage de Monte Carlo.

### 4.5.1 Expériences sur les Cévennes

Les chroniques pluie-débit observées pour les 17 épisodes de crue sélectionnés constituent l'information disponible pour la calibration des paramètres. Ces épisodes étant caractérisés par un forçage atmosphérique et des conditions antécédentes d'humidité différentes, l'identification d'un jeu de paramètres optimal implique la réalisation d'un compromis acceptable. La table 4.6 permet de confirmer que la recherche du jeu de paramètres optimal par une méthode de type quasi-Newton permet d'identifier quel que soit le critère d'estimation des combinaisons de paramètres produisant un ajustement aux observations encore meilleur que celui obtenu pour les combinaisons de paramètres identifiées par échantillonnage de Monte Carlo (*cf.* table 4.3). Il est également important de constater qu'en fonction du critère d'estimation la combinaison de paramètres optimale est également identifiée dans la même région de l'espace des paramètres.

| Fonction coût | Valeur | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $\text{SRMax}(m)$ | $\text{Inter}(\text{mh}^{-1})$ |
|---------------|--------|--------------------------------|---------------|-------------------|--------------------------------|
| Efficiencia   | 0.8172 | 1.7754                         | 0.03538       | 0.01281           | 0.                             |
| Coeff.dét     | 0.8270 | 1.1644                         | 0.02912       | 0.02259           | 0.                             |

TAB. 4.6 – Jeu de paramètres optimaux sur les 17 épisodes sélectionnés

Tout comme dans le cas de données synthétiques, la figure 4.25 permet de constater que la convergence des paramètres est très rapide (*i.e* environ une vingtaine d'itérations).

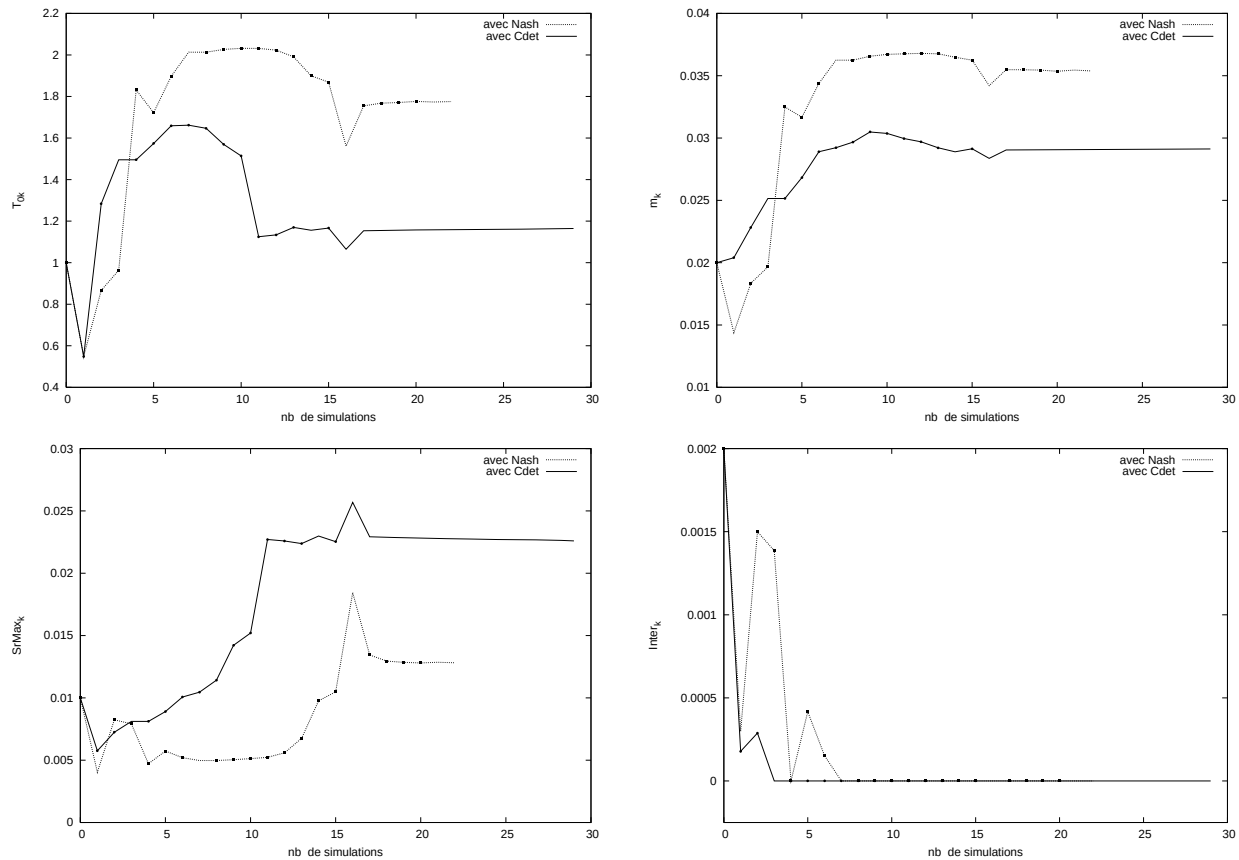


FIG. 4.25 – Convergence vers les paramètres de référence pour le critère de Nash et le Coefficient de Détermination sur les 17 épisodes de crue sur Vogüé

#### 4.5.2 Expériences sur la Donga

Pour la calibration des paramètres pour les 5 années de fonctionnement hydrologique sur la Donga, la condition initiale ainsi que le jeu de paramètres obtenu par optimisation sont données par la table 4.7. On peut noter que comme précédemment la combinaison de paramètres identifiée par la méthode de descente est très proche de celle estimée par échantillonnage de Monte Carlo (table 4.4) mais fournit un meilleur ajustement aux observations.

|                 | $T_0(m^2h^{-1})$ | $m(m)$ | $d_0/m$ | Effcience |
|-----------------|------------------|--------|---------|-----------|
| <b>Cond.ini</b> | 1.               | 0.02   | 8.      | 0.5016    |
| <b>Optimum</b>  | 4.83             | 0.045  | 8.99    | 0.804     |

TAB. 4.7 – Condition initiale et jeu de paramètre optimal sur la Donga

Lors de l'analyse des réalisations pour les paramètres et l'effcience de Nash dans la section 4.3.2, la complexité de la surface de réponse par rapport au paramètre le plus influent (*i.e*  $d_0/m$ ) a été mise en évidence. La visualisation des contours de la surface de réponse effectuée par Le Lay (2006) et reproduite

ici permet également d'identifier les différentes zones d'attraction dans l'espace des paramètres (figures 4.26). Deux d'entre-elles produisent des coefficients de Nash relativement satisfaisants ( $i.e > 0.6$ ). La plus importante (zone 1) est celle contenant le minimum global mais il en existe une autre correspondant à des valeurs importantes pour le paramètre  $m$  ( $m > 0.1$ ), faibles pour  $T_0$  ( $T < 1$ ) et également relativement faibles pour le paramètre  $d_0/m$  ( $d_0/m \sim 4$ ). On peut d'ailleurs remarquer que la zone sub-optimale (zone 2) correspondant à une vallée bien plus étroite dans le plan  $(d_0/m, m)$ , le nombre de points permettant de la caractériser n'est pas très important (densité moins importante sur le *dotty plot* 4.15(c). Avec un nombre de réalisations moins important, cette zone sub-optimale serait donc sans doute passée inaperçue échantillonnage de Monte Carlo.

Du point de vue de la physique du modèle, on peut noter que les deux régions de l'espace des paramètres, la zone optimale et la zone sub-optimale, correspondent à des couples  $(d_0/m, m)$  conduisant à des valeurs similaires pour  $d_0$ , valeur limite des déficits locaux régissant de manière indirecte le bilan hydrologique en contrôlant les pertes par percolation vers la nappe de socle. Afin d'évaluer la capacité de notre algorithme

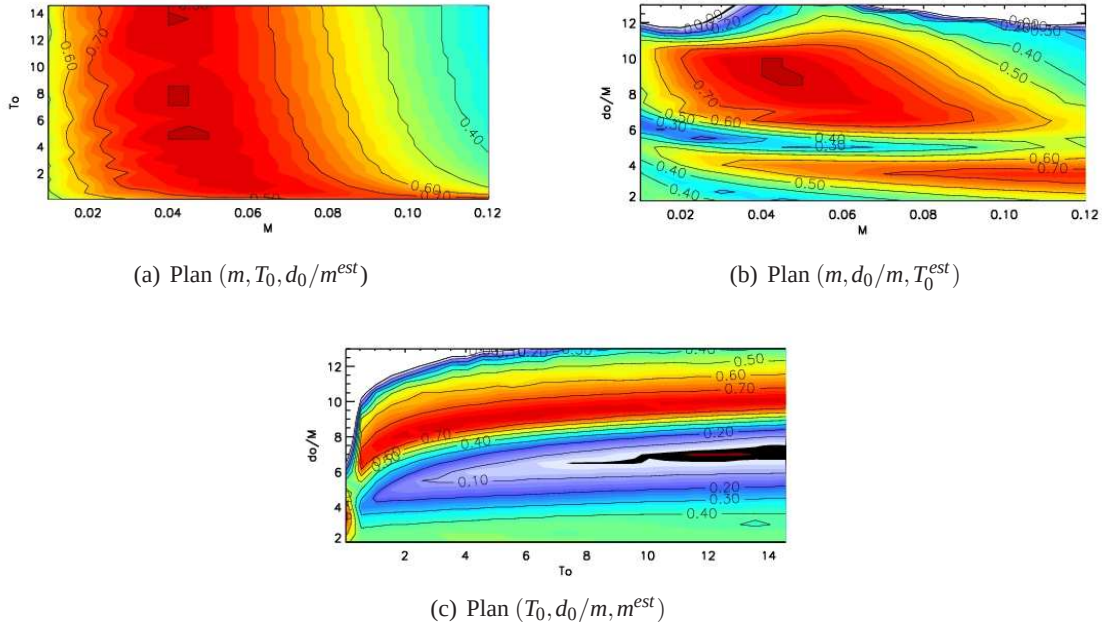


FIG. 4.26 – Visualisation des contours la surface de réponse dans des plans déterminés par les valeurs optimales, d'après *Le Lay*, (2006).

d'optimisation à explorer cette multi-modalité, on se propose de prescrire une condition initiale très éloignée de notre perception *a priori* mais située dans un voisinage proche de la zone sub-optimale. La condition initiale et la combinaison de paramètres identifiées sont donnés par la table 4.8.

|                 | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $d_0/m$ | Efficienc |
|-----------------|--------------------------------|---------------|---------|-----------|
| <b>Cond.ini</b> | 1.                             | 0.1           | 3.      | 0.079     |
| <b>Optimum</b>  | 0.108                          | 0.102         | 4.43    | 0.72      |

TAB. 4.8 – Condition initiale et jeu de paramètre optimal sur la Donga pour la convergence vers la zone sub-optimale

L'algorithme d'optimisation converge bien vers l'optimum local de la fonction coût. Si la technique de recherche linéaire implémentée dans N2QN1 permet d'améliorer les propriétés de convergence de l'algorithme, elle ne permet pas d'éviter tous les minima locaux. La figure 4.27 permet d'apprécier la convergence vers la zone optimale (figure 4.27(a)) puis sub-optimale (figure 4.27(b)) des paramètres puis du critère de Nash au cours des itérations. Afin de pouvoir comparer les vitesses de convergence des paramètres sur un même graphique, les valeurs des itérés sont normalisées par la valeur optimale. De plus, seules les itérations comportant une mise à jour de la direction de descente sont marquées d'un point gris. On peut constater que dans le cas de la convergence vers la zone optimale, une fois que l'algorithme est situé dans la bonne région du plan  $(d_0/m, m)$ , les valeurs obtenues pour le critère de Nash sont déjà très bonnes et le paramètre  $T_0$  vient s'ajuster le dernier pour obtenir le jeu de paramètres optimal. De plus, malgré la vallée relativement étroite (dans le plan  $(d_0/m, T_0)$ ) où se trouve l'optimum global, caractéristique souvent mentionnée pour souligner les faiblesses des méthodes locales, la convergence est stable et relativement rapide. Dans le cas de la convergence vers la zone sub-optimale la zone contenant l'extremum est tellement réduite et le modèle excessivement non-linéaire dans ce voisinage (figure 4.27(b)) qu'on en sort très fréquemment lors de la recherche linéaire effectuée par l'algorithme d'optimisation (variation très importantes du critère de Nash).

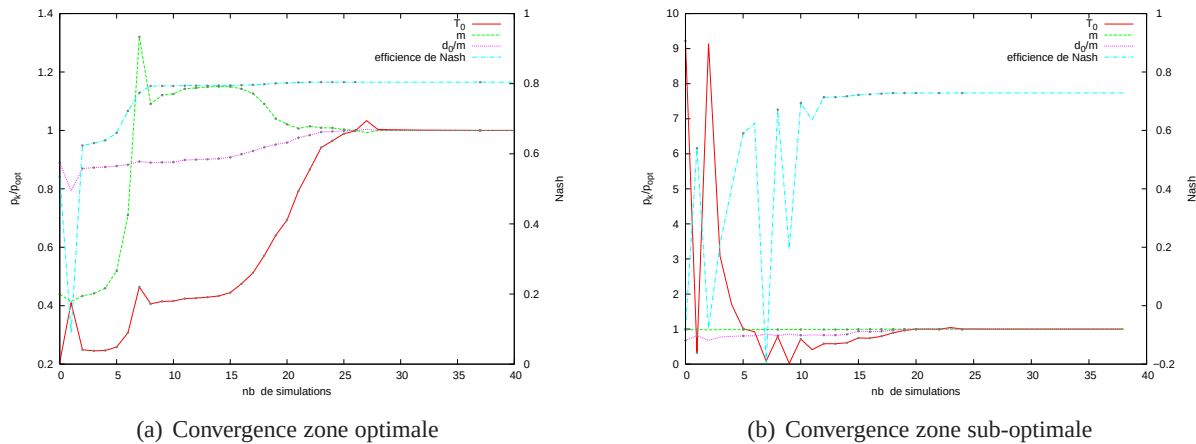


FIG. 4.27 – Convergence des paramètres vers les extrema locaux pour le critère de Nash

Cependant, dans ce cas précis, d'après les valeurs *a priori* que l'on peut dériver des mesures terrain (cf. Le Lay (2006)) la condition initiale prescrite est très peu réaliste et une très large de gamme de variation des paramètres est autorisée. La prescription d'une condition initiale plus vraisemblable et/ou des intervalles de variation plus restreints pour les paramètres  $T_0$  et  $m$  suffit à assurer la convergence vers le minimum global.

La version de TOPMODEL utilisée ici n'est pas du tout sur-paramétrée. Il existe pourtant deux zones

d'attraction pouvant conduire une méthode locale à rester piégée dans l'une ou l'autre en fonction de l'initialisation. Ces deux jeux de paramètres produisent des simulations qui semblent relativement proches au sens du critère de Nash. Cependant, les comportements hydrologiques sous-jacents, analysés à travers les variables de sortie du modèle sont très différents. Si l'évolution du débit à l'exutoire est déjà très singulière,

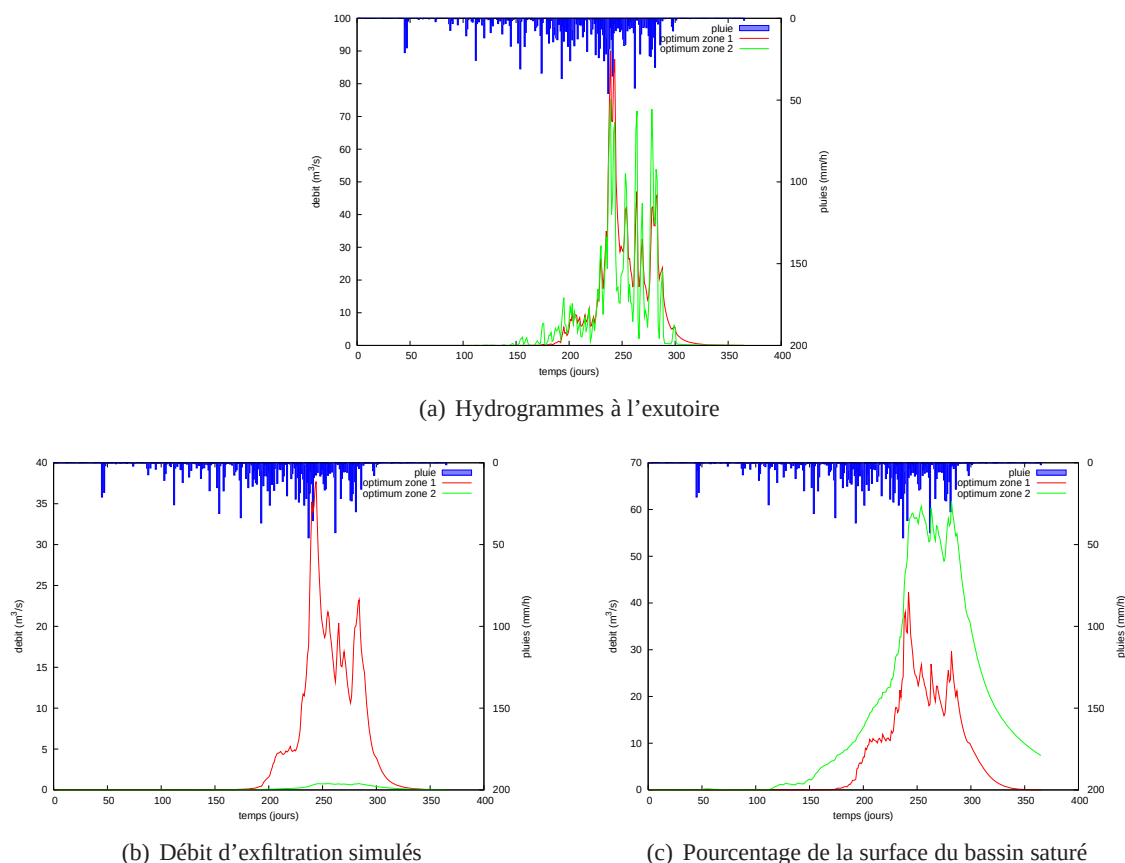


FIG. 4.28 – Comparaison des variables pronostiques pour les jeux de paramètres optimaux des zones 1 et 2 pour l'année 1999

l'analyse de variables telles que le débit total, le débit d'exfiltration et le pourcentage de saturation du bassin par exemple pour l'année 1999 (figure 4.28) permet de mettre en évidence l'inconsistance des résultats de simulation obtenus. En effet, on peut noter que le débit total est beaucoup plus réactif au signal des pluies (figure 4.28(a)). Ceci s'explique par le fait que la contribution du débit d'exfiltration au débit total est presque nulle (figure 4.28(b)) et qu'une partie beaucoup plus importante du bassin est saturée tout au long de la simulation (figure 4.28(c)). Ainsi, les débits en rivière sont presque exclusivement composés de ruissellement sur surfaces saturées.

L'avantage d'une telle structure de modèle (*i.e* parcimonieuse) est que l'on peut discriminer les deux types de fonctionnement par une analyse critique des résultats de simulation ou par des observations complémentaires caractérisant le fonctionnement de l'hydrosystème. En effet, en dehors de l'aspect de l'hydrogramme, une information même qualitative sur l'extension des zones saturées (Franks *et al.* 1998) ou sur la proportion des eaux ayant transité par le sol (traçage géochimique) permettrait d'invalidier ce fonctionnement hydrologique.

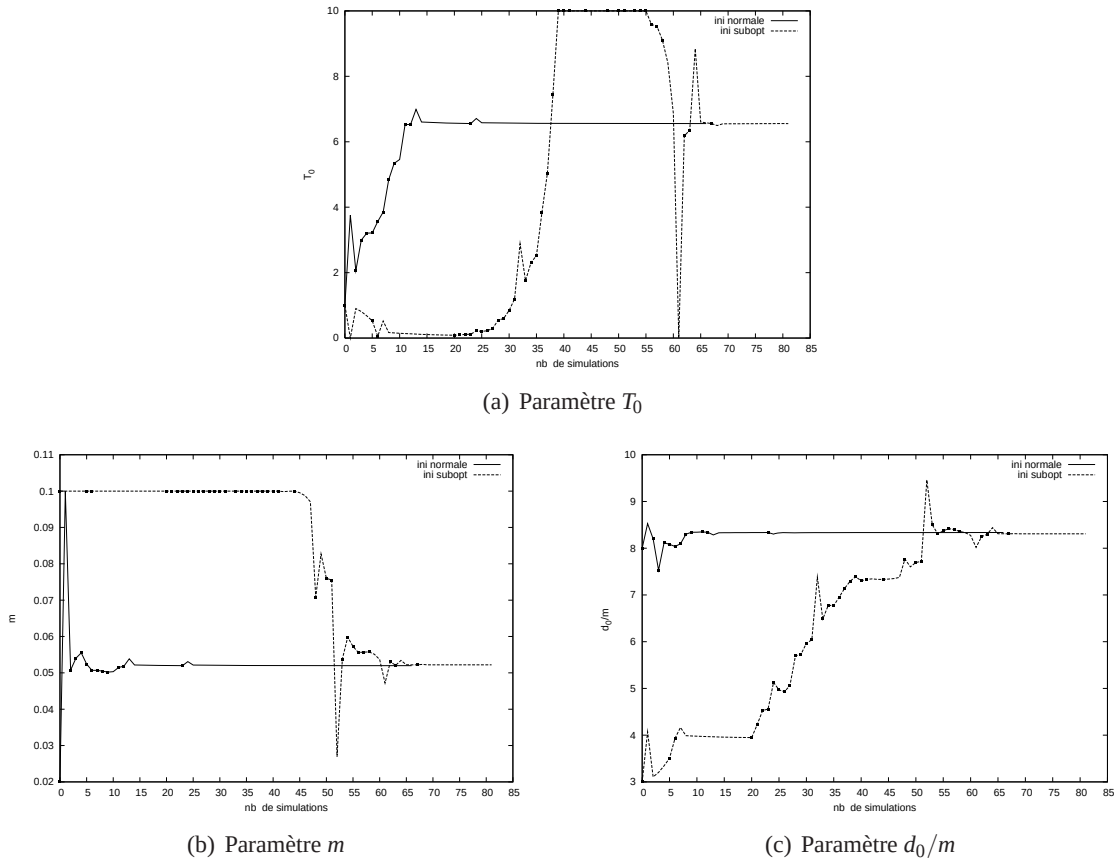


FIG. 4.29 – Convergence vers l’optimum global quelle que soit l’initialisation avec le coefficient de détermination

La relation entre le paramètre  $d_0/m$  et le coefficient de détermination étant bien plus sympathique (figure 4.17(c)) même si la convergence est plus délicate dans le cas d’une initialisation donnée par la table 4.8, exactement la même combinaison de paramètres est identifiée (figure 4.5.2).

Nous avons pu constater au cours de ce paragraphe que dans le cas d’une fonction coût uni-modale, la méthode d’optimisation basée sur le calcul du gradient par la méthode de l’état adjoint est bien plus efficace et plus précise que l’échantillonnage de Monte Carlo. Dans le cas contraire, l’algorithme peut constituer l’élément de base d’une approche visant à explorer la multi-modalité de la surface de réponse.

Comme cela est souligné par Kavetski *et al.* (2006d), en plus de permettre une optimisation efficace, les méthodes de descente basées sur le calcul du gradient, fournissent des informations importantes sur la sensibilité du critère d’estimation aux paramètres au cours de la minimisation mais surtout au voisinage de l’optimal.

## 4.6 Analyse de sensibilité locale post-calibration

### 4.6.1 Influence relative des paramètres

#### 4.6.1.1 Pertinence d'une analyse au second ordre avec la "quasi-hessienne" sur la Donga

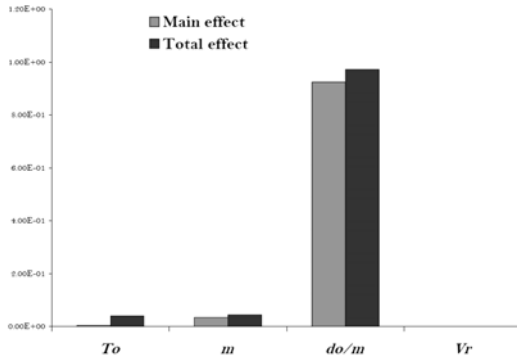
On s'intéresse plus particulièrement dans ce paragraphe au voisinage de la combinaison de paramètres identifiée par optimisation. Comme cela est précisé en annexe B, paragraphe procurant une description succincte de l'algorithme d'optimisation de type quasi-newton utilisé, une approximation de la matrice hessienne  $M^{(k)}$  est calculée à partir du gradient et mise à jour au cours des itérations. L'analyse de cette *quasi-hessienne* à la dernière itération  $n$  de la minimisation fournit une information quantitative du second ordre sur la sensibilité du critère de performance aux paramètres. Même si la qualité du quasi-hessien calculé par les formules de mise à jour de type BFGS peut être discutable, dans ce cas précis l'approximation est obtenue après un nombre conséquent d'itérations pour un espace de contrôle de dimension très réduite. Après adimensionalisation, on obtient la matrice suivante pour  $Na$ , le critère de Nash

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 Na^*}{\partial T_0^2} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial T_0 \partial m} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial T_0 \partial d_0/m} \\ \frac{\partial^2 Na^*}{\partial m \partial T_0} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial^2 m} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial m \partial d_0/m} \\ \frac{\partial^2 Na^*}{\partial d_0/m \partial T_0} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial d_0/m \partial m} & \frac{\partial^2 Na^*}{\partial^2 d_0/m} \end{pmatrix} \simeq M_{Na}^{*(n)} = \begin{pmatrix} 2.24 & . & . \\ -0.06 & 1.97 & . \\ -14.55 & 0.82 & 105.46 \end{pmatrix}$$

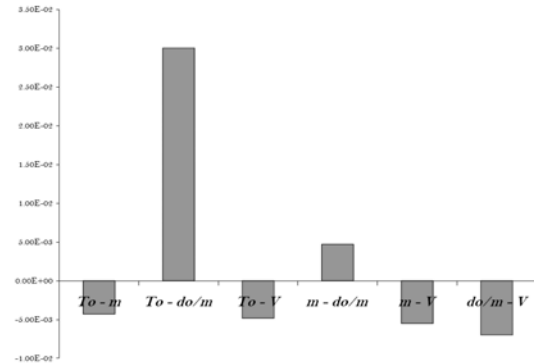
et celle-ci pour  $R_2$ , le coefficient de détermination

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial T_0^2} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial T_0 \partial m} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial T_0 \partial d_0/m} \\ \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial m \partial T_0} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial^2 m} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial m \partial d_0/m} \\ \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial d_0/m \partial T_0} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial d_0/m \partial m} & \frac{\partial^2 R_2^*}{\partial^2 d_0/m} \end{pmatrix} \simeq M_{R_2}^{*(n)} = \begin{pmatrix} 0.154 & . & . \\ -0.448 & 1.542 & . \\ -1.497 & 4.943 & 18.439 \end{pmatrix}$$

où  $Na$  et  $R_2$  sont respectivement le critère de Nash et le coefficient de détermination. Pour le critère de Nash, l'information est tout à fait compatible avec l'appréciation qualitative des contours de la fonction coût (figure 4.26). Cependant, une corroboration plus rigoureuse peut être obtenue par l'utilisation d'une technique d'analyse de sensibilité globale. En effet, si la hiérarchisation des paramètres et des interactions est compatible avec l'analyse faite précédemment sur l'ensemble de l'espace des paramètres, une réduction du domaine d'exploration est nécessaire afin de rendre les indices de sensibilité comparables. La méthode de Sobol' est donc utilisée pour dériver des indices de sensibilité dans un hypercube de  $+/- 20\%$  autour des valeurs nominales pour les paramètres en décomposant la variance du critère de Nash (figure 4.30) et du coefficient de détermination (figure 4.31). La comparaison de  $M_{Na}^{*(n)}$  et de  $M_{R_2}^{*(n)}$  avec les indices de Sobol' au premier et au second ordre montre une correspondance parfaite entre l'analyse déterministe au second ordre et l'analyse probabiliste par échantillonnage de Monte Carlo.

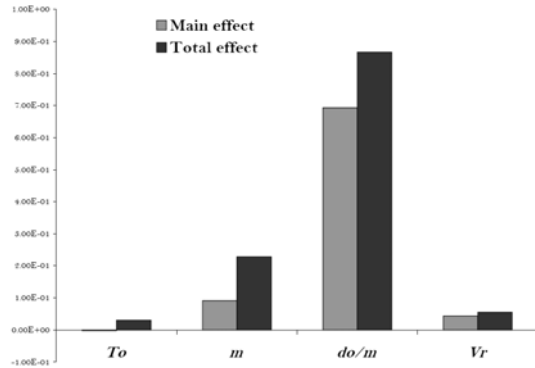


(a) Indices de sensibilité au premier ordre et indices totaux

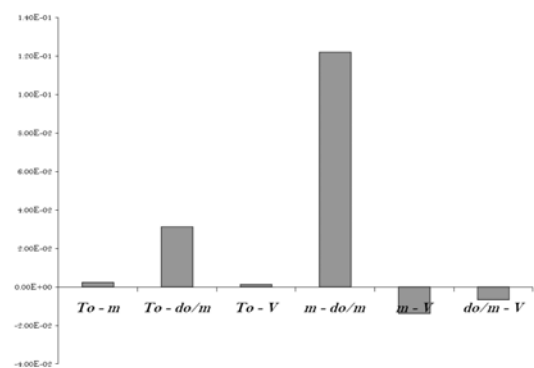


(b) Indices de sensibilité au second ordre

FIG. 4.30 – Décomposition de la variance du critère de Nash par méthode de Sobol' sur un hypercube de +/- 20 % centré sur la combinaison de paramètres optimale sur la Donga



(a) Indices de sensibilité au premier ordre et indices totaux



(b) Indices de sensibilité au second ordre

FIG. 4.31 – Décomposition de la variance du coefficient de détermination par méthode de Sobol' sur un hypercube de +/- 20 % centré sur la combinaison de paramètres optimale sur la Donga

L'analyse locale au second ordre permet d'apprécier les interactions entre les paramètres et éventuellement d'utiliser cette approximation pour calculer une matrice de covariance *a posteriori* pour les paramètres qui peut être utilisée pour la propagation d'incertitudes. Si l'approximation au premier ordre se révèle parfois inappropriée (Kuczera 1988), cette information peut être également utilisée pour une propagation non-linéaire à travers l'échantillonnage des lois normales *a posteriori*.

D'autre part, il est important de signaler que ce n'est qu'en utilisant le même nombre de réalisations que précédemment pour l'échantillonnage  $LP\tau$  (soit plus de 10000 sur ce petit hypercube) que l'on arrive à égaler les performances de l'algorithme d'optimisation basé sur le calcul du gradient pour l'estimation des paramètres. Pour les deux critères de performance les combinaisons de paramètres identifiées sont exactement identiques pour un nombre significatif de décimales.

#### 4.6.1.2 Paramètres déterminant le volume de crue et le débit de pointe sur Vogüé

Alors que jusqu'à présent, les dérivées calculées par le modèle adjoint l'ont été uniquement pour des mesures de performance utilisées pour la calibration des paramètres, on s'intéresse dans ce paragraphe à une analyse de la réponse hydrologique à travers deux de ses aspects les plus importants : le volume de crue et le débit de pointe. Pour la combinaison de paramètres identifiée sur les 17 épisodes (avec  $Inter = 10^{-4}$  au lieu de 0) nous allons donc calculer pour chacun d'entre eux la dérivée des deux réponses mentionnées précédemment par rapport aux paramètres du modèle.

Si cette information n'est pas disponible sur la figure 4.32 (les contributions des paramètres étant exprimées en pourcentages), les sensibilités sont négatives pour tous les paramètres et tous les épisodes. Si pour certains paramètres tels que *Inter*, *SRMax* ou *m* la relation avec le volume de crue ou le débit de pointe est évidente, elle l'est un peu moins pour la transmissivité. Le débit de crue étant essentiellement du ruissellement sur zones contributives saturées, même si augmenter la transmissivité aura pour conséquence une augmentation du débit de base, cela entraînera surtout une saturation des pixels situés en pied de versant plus difficile (i.e déficit local plus important) et donc une diminution du débit total.

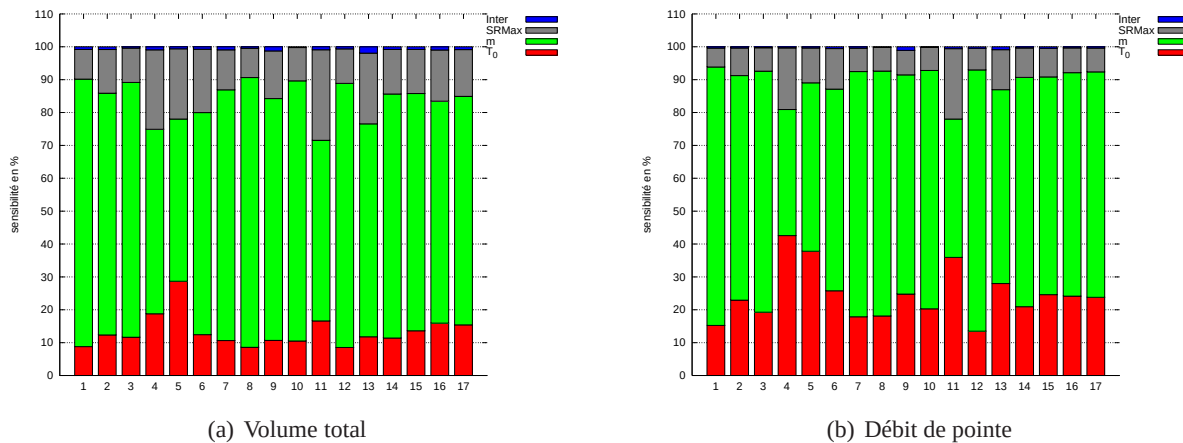


FIG. 4.32 – Contribution des paramètres volume de la crue et au débit de pointe pour les 17 épisodes sur le bassin versant de Vogüé

Il ressort de cette analyse que pour la très grande majorité des événements c'est la profondeur de sol *m* qui détermine principalement le volume de crue et le débit de pointe.

#### 4.6.2 Analyse approfondie du fonctionnement du modèle

Même si l'information peut paraître sommaire et très partielle au vu de la complexité de la réalité hydrologique, un hydrogramme de crue, réponse intégrée du bassin versant à un forçage atmosphérique, contient potentiellement énormément d'information sur le fonctionnement de l'hydrosystème.

#### 4.6.2.1 Propagation de perturbations sur les paramètres sur les débits simulés : approche variationnelle directe sur Vogüé

La méthode la plus intuitive pour décomposer cette information est l'approche variationnelle directe qui consiste à propager des perturbations sur les paramètres à travers le modèle hydrologique pour étudier les variations résultantes sur les débits. L'espace des observations étant de dimension bien plus importante que l'espace des paramètres, on utilisera le modèle linéaire tangent (mode direct multi-directionnel de TAPENADE) plutôt que le modèle adjoint. Comme cela a été précisé auparavant, le domaine de validité des dérivées étant potentiellement très restreint, on se propose de valider les résultats par une simple approche de type OAT (One At a Time).

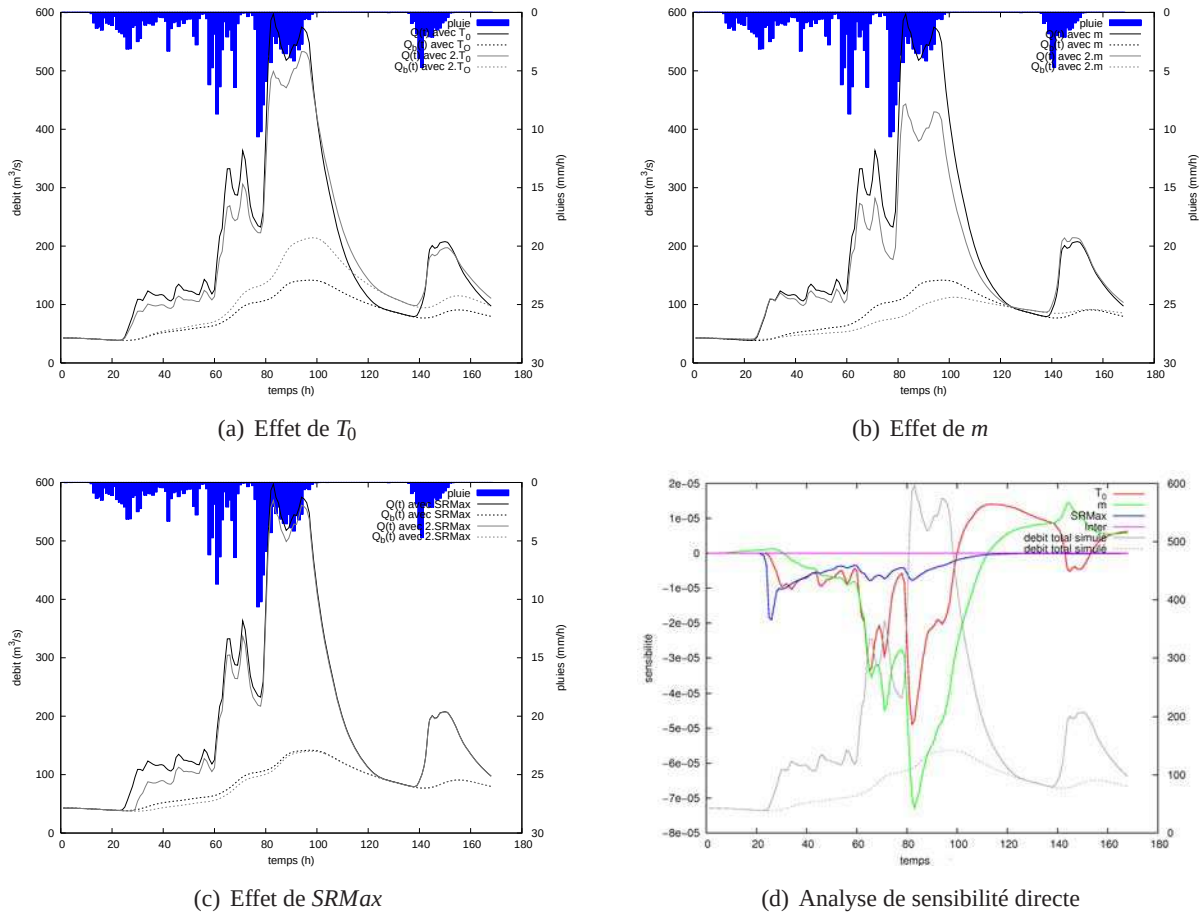


FIG. 4.33 – Effet de variations sur les paramètres sur les valeurs de débits simulées par simulation directe ou approche variationnelle directe pour la crue du 2 Novembre 1994

La figure 4.33 permet d'apprécier l'excellente concordance entre des variations obtenues sur les débits lorsqu'un facteur multiplicatif est appliqué sur les paramètres aux dérivées résultant d'une propagation par le modèle linéaire tangent d'une perturbation de 5% des valeurs nominales sur les paramètres. Le signe et l'évolution temporelle des sensibilités adimensionalisées obtenues avec le modèle linéaire tangent sont très informatives sur l'influence des paramètres sur les débits simulés pour les différentes phases de la crue.

On peut noter que globalement le paramètre le plus influent est le paramètre  $m$  qui régit la décroissance

exponentielle du profil de transmittivité de TOPMODEL. Une variation positive entraîne une diminution des débits simulés pour la première partie de l'hydrogramme. Maximum au pic de crue, l'écart de débit tend à s'amenuiser en phase de récession pour finir par donner une variation positive au pic correspondant à la dernière averse. Alors que l'inversion de tendance s'effectue exactement au même moment pour le paramètre  $T_0$ , le passage de sensibilités négatives à des sensibilités positives arrive plus tôt et correspond à l'arrêt des pluies. A l'opposé du paramètre de décroissance du profil de transmittivité, la variation sur le paramètre  $T_0$  entraîne une diminution du pic correspondant à la dernière averse. Le paramètre  $SRMax$  représentant la capacité du réservoir surfacique retarde la mise en eau du bassin. Il est surtout influant en début d'épisode (maximum au plus fort de la première averse) et plus du tout ensuite dans le cas où comme souvent le paramètre  $Inter$  représentant les processus d'interception et d'évapotranspiration est calé à 0.

Lorsque le paramètre  $Inter$  n'est pas nul, l'influence de  $SRMax$  se prolonge tout au long de la simulation. En d'autres termes, lorsque qu'une lame d'eau non négligeable est continuellement prélevée au réservoir surfacique, la capacité maximale de celui-ci continue à jouer un rôle dans le calcul de la pluie nette  $P_n(t)$  (et donc d'influencer les débits) tout au long de l'épisode. A titre d'exemple, pour l'épisode de Mars 1990 (section 4.7.1) lorsque la combinaison de paramètres calée sur l'évènement est utilisée, l'évolution des sensibilités sur la chronique de débits simulés est donnée par la figure 4.34. On peut constater que le paramètre  $SRMax$  joue un rôle significatif durant tout l'épisode de crue. De plus l'influence de l'interception et de l'évapotranspiration, mais aussi son importance relative vis à vis de la capacité maximale du réservoir surfacique, peuvent être très variables d'un pic de crue à l'autre.

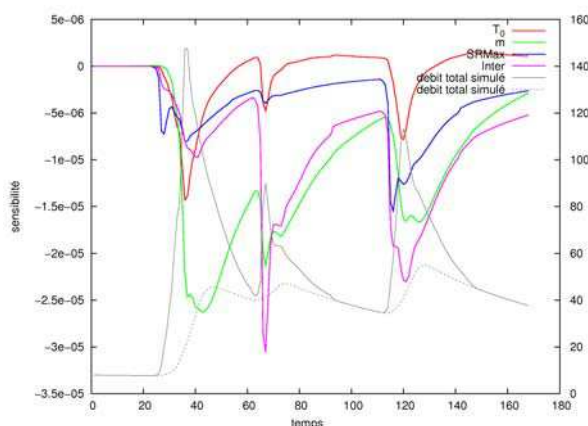


FIG. 4.34 – Effet de variations sur les paramètres sur les valeurs de débits simulés par approche variationnelle directe pour l'épisode de Mars 1990

#### 4.6.2.2 Évolution temporelle de la sensibilité du volume d'écoulement aux paramètres : méthode de l'état adjoint sur la Donga

Comparativement aux expériences précédentes effectuées sur les Cévennes où les pertes s'effectuaient uniquement en surface et représentaient une part très restreinte du bilan hydrologique, le modèle considéré ici est un modèle continu comportant des termes de pertes bien plus importants. La fermeture du bilan hydrologique joue donc un rôle essentiel et comprendre de manière approfondie la relation entre les facteurs d'entrée et les pertes du bilan hydrologique (percolation vers nappe de socle non connectée ou

évapotranspiration) revêt donc une importance particulière.

On s'intéresse donc dans ce cas à une réponse intégrée sur l'ensemble de la période de simulation, le volume d'écoulement, plutôt qu'au détail de l'hydrogramme à l'exutoire. Afin d'effectuer cette analyse locale, on se place dans une région de l'espace des paramètres produisant des simulations plausibles au sens du critère de Nash en prenant donc comme valeurs nominales pour les paramètres les valeurs identifiées sur les 5 années de fonctionnement hydrologique (1998-2002). Pour l'analyse de l'influence des paramètres susceptibles d'altérer le bilan hydrologique sur la période  $T$ , la fonction réponse considérée est donc donnée par

$$J(\alpha_E) = \int_0^T q(\alpha_E, t) dt$$

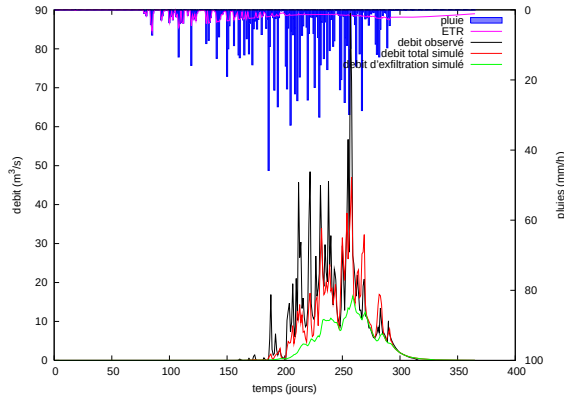
où  $\alpha_E$  est constitué des paramètres de calage  $[T_0, m, d_0/m]$ . L'évaluation du gradient adimensionnalisé à l'aide des valeurs nominales donne

$$\nabla_{\alpha} J_{\alpha}^* = (-0.52, 8.18 \times 10^{-3}, 4.84)$$

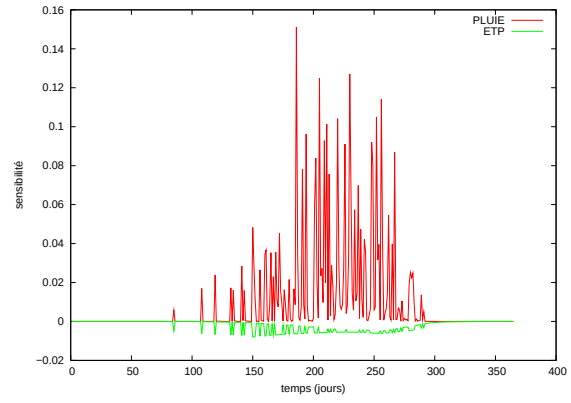
Il s'agit d'une information au premier ordre renseignant sur l'influence de l'un des facteurs d'entrée lorsque les autres sont fixés à leur valeur nominale, une information représentative de toute la période de simulation. On peut noter que le facteur le plus influent sur le volume de l'écoulement superficiel est très largement le paramètre  $d_0/m$ . Celui-ci fixe l'épaisseur de la zone où se déroulent les écoulements latéraux de subsurface mais aussi la profondeur (et donc la vitesse) à laquelle s'effectue la percolation vers la nappe de socle. Les sensibilités relatives des paramètres  $T_0$  et  $m$  sont respectivement 10 et 500 fois moins importantes. Par ailleurs, le signe des sensibilités locales permet d'avancer qu'augmenter les paramètres  $d_0/m$  et  $m$  contribue à augmenter le volume d'écoulement alors qu'accroître  $T_0$  entraîne une diminution de celui-ci. La percolation étant un terme très important du bilan hydrologique, si celle-ci s'effectue plus profondément, et donc avec une vitesse moins importante, la variation résultante des débits est positive.

Cependant, cette analyse agrège l'information du point de vue de la composition de fonctions et de l'intégration temporelle. En effet, dans l'algorithme du modèle direct, les paramètres d'entrée du modèle sont  $T_0$ ,  $d_0/m$  et  $m$ . Les paramètres "dépendants"  $K_{OV}$  et  $d_0$  sont calculés à partir de  $T_0$  et  $d_0/m$  puis utilisés de façon distincte au sein de l'intégration temporelle. A l'intérieur de la boucle temporelle,  $K_{OV}$  lié à  $T_0$  et  $d_0$  lié à  $d_0/m$  interviennent dans les équations du modèle pour déterminer l'évapotranspiration (eq.4.26 et 4.27) et la percolation vers la nappe de socle (eq.4.33). Ainsi par exemple, si l'on observe que l'évolution temporelle de la variable adjointe de  $T_0$  à l'intérieur de la boucle en temps, nous ne pourrions pas apprécier l'effet de la variable intermédiaire  $K_{OV}$  sur les résultats de simulation. En effet, étant donné que le lien entre  $T_0$  et  $K_{OV}$  n'est explicite qu'avant la boucle en temps, cette interaction ne sera prise en compte qu'après l'intégration rétrograde du modèle adjoint.

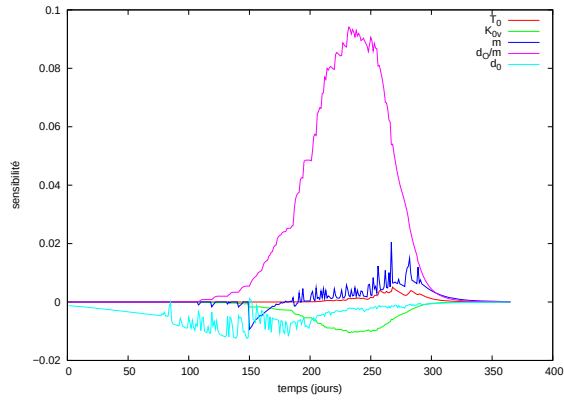
Afin de conforter les conclusions précédentes et de mieux appréhender la structure du modèle nous nous proposons de suivre l'évolution temporelle de la sensibilité de la réponse  $J$  à tous ces facteurs d'entrée. Les résultats sont donnés en figure 4.35.



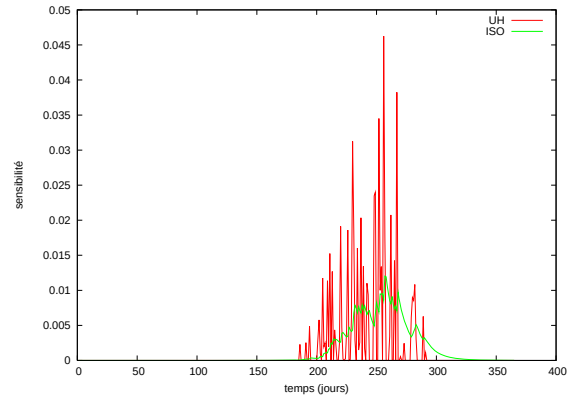
(a) Hydrogrammes à l'exutoire



(b) Sensibilité aux variables forçage



(c) Sensibilité aux paramètres



(d) Sensibilité aux fonctions de transfert  $H_r$  (UH) et  $H_b$  (ISO)

FIG. 4.35 – Evolution temporelle des sensibilités (normalisées) du volume d'écoulement aux facteurs d'entrée de la modélisation pour l'année 1998

Si l'on s'intéresse à la figure 4.35(c), on peut noter que la sensibilité de la réponse  $J$  à  $T_0$  est positive tout au long de la période de simulation. En effet, des valeurs plus importantes de la transmissivité  $T_0$  en facteur dans l'expression du débit d'exfiltration (c.f. équation 4.23) entraîneront une augmentation du débit total. Ceci peut sembler en contradiction avec les conclusions tirées précédemment par interprétation du gradient adimensionalisé pour la totalité de la période de simulation. Cependant, on rappelle que le rapport entre les conductivités latérales et horizontales est fixé et que  $K_{0V}$  est calculé à partir de  $T_0$ . En outre, la sensibilité à  $K_{0V}$  est négative pendant toute la période d'intégration car augmenter  $K_{0V}$  contribue à accroître la percolation vers la nappe de socle et donc à diminuer le débit total. De plus, on peut constater sur le graphique que le volume écoulé est bien plus sensible à  $K_{0V}$  qu'à  $T_0$ . Ainsi, globalement c'est donc l'influence de  $K_{0V}$  qui l'emportera et l'on obtiendra une sensibilité négative pour  $T_0$  une fois prise en compte la dépendance avec  $K_{0V}$ . La réduction du nombre de degrés de libertés par l'hypothèse d'une relation entre transmissivité latérale et conductivité verticale a donc pour conséquence des effets de compensation qu'il n'est pas toujours facile d'appréhender.

Par ailleurs, on peut noter que le paramètre le plus sensible est de très loin  $d_0/m$ . Durant toute la période de simulation, d'après l'équation 4.23 régissant le débit d'exfiltration et 4.33 déterminant la percolation,

augmenter la valeur de  $d_0/m$  va toujours provoquer une augmentation du débit d'exfiltration et une diminution de la percolation. Ainsi, il en résultera donc toujours une augmentation du débit total donc une sensibilité positive. En outre, selon la même équation 4.33, augmenter la valeur de  $d_0$  entraînera une accélération de la percolation et donc une diminution de l'écoulement superficiel. La sensibilité à  $d_0$  est donc négative durant toute la période d'intégration mais bien moins importante que celle à  $d_0/m$ . Ceci explique la positivité de la sensibilité à  $d_0/m$  après l'intégration temporelle la prise en compte des effets antagonistes de  $d_0/m$  et  $d_0$  dans l'équation 4.33.

Le paramètre  $m$  intervient dans la recharge et le bilan des écoulements latéraux de subsurface mais aussi dans l'expression du débit d'exfiltration. Ainsi, on peut observer un basculement dans l'évolution temporelle de la sensibilité par rapport à  $m$ . Tant que le débit d'exfiltration est négligeable augmenter  $m$  contribue à diminuer le volume total. Ensuite lorsque le débit d'exfiltration commence à devenir significatif, son influence dans l'équation d'exfiltration de nappe devient prépondérante et  $m$  contribue à augmenter le débit d'exfiltration et par conséquent le débit total. D'après le gradient adimensionalisé c'est cet effet qui l'emporte sur la période de simulation.

L'analyse confirme également que la sensibilité relative aux termes de forçage (figure 4.35(b)) est beaucoup plus importante pour les précipitations que pour l'évapotranspiration potentielle (ETP). En effet, même si augmenter l'un ou l'autre de ces termes de forçage d'une quantité donnée provoquera des effets antagonistes, le poids relatif du terme de précipitations dans le bilan hydrologique est beaucoup plus important. La dynamique temporelle des sensibilités est totalement gouvernée par celle des variables directes, termes sources et puits du bilan hydrologique.

Comme cela a été précisé, le transfert vers l'exutoire est assuré par l'Hydrogramme Unitaire Géomorphologique pour lequel les vecteurs  $H_r$  (ruissellement superficiel) et  $H_b$  (écoulements latéraux de subsurface) intervenant dans l'équation 4.38 sont calculés en fonction de la seule géométrie du bassin.

L'analyse de la figure 4.35(d) permet de confirmer que le volume ruisselé est influencé par  $H_r$  uniquement pendant la période où se produit le ruissellement sur surfaces saturées ( $R_r(t) \neq 0$ ), avec une dynamique temporelle contrôlée par la dynamique temporelle des précipitations. De même,  $H_b$  n'est influant que lorsque le débit d'exfiltration est non nul ( $R_b(t) \neq 0$ ) et l'évolution temporelle de la sensibilité est complètement déterminé par la dynamique du débit d'exfiltration.

De plus, les sensibilités étant adimensionalisées, on peut également comparer leur influence relative sur la réponse considérée. La figure 4.35 permet d'établir que les facteurs d'entrée les plus influents sur le bilan hydrologique sont la pluie et le paramètre  $d_0/m$ .

Nous avons dans cette section analysé le comportement du modèle hydrologique au voisinage (dans l'espace des paramètres) d'un point de fonctionnement plausible au sens de la mesure de performance utilisée en phase de calibration. Les diverses expériences effectuées ont permis de caractériser la richesse et la pertinence des indices de sensibilité calculés par différentiation algorithmique (en mode direct et inverse) du code source implémentant le modèle. Le faible domaine de validité des dérivées ne semble pas du tout altérer le bien fondé de l'interprétation physique que l'on peut tirer des résultats. Ceci peut être principalement

attribué au caractère le plus souvent monotone et raisonnablement non-linéaire de la relation entre les facteurs d'entrée et la réponse hydrologique. Du point de vue temporel, nous avons pu une fois de plus apprécier la complémentarité de l'information fournie par analyse de sensibilité directe pour réponse vectorielle et de l'analyse par la méthode de l'état adjoint pour une réponse scalaire.

## 4.7 Contenu informatif des observations et vraisemblance des paramètres identifiés

De manière générale, la phase de calibration consiste à rechercher le jeu de paramètres réalisant le meilleur compromis pour une chronique pluie-débit donnée. La qualité du compromis est appréciée à travers une unique mesure de performance (critère d'estimation). Le choix du critère d'estimation et de la série de données ne sera pas sans conséquences sur l'identifiabilité des paramètres, les valeurs estimées ainsi que sur la vraisemblance des simulations résultantes.

### 4.7.1 Limites de la calibration événementielle sur Vogüé

Malgré les problèmes d'identifiabilité structurelle soulignés précédemment pour un calage par épisode sur le bassin de Vogüé, les performances sont très largement améliorées par rapport à celles obtenues avec la combinaison de paramètres réalisant le meilleur compromis sur les 17 événements (figure 4.36). Si les performances semblent meilleures au regard du critère d'estimation, les combinaisons de paramètres optimales sont identifiées dans des régions très différentes de l'espace des paramètres (figure 4.37). Étant donné l'importance des sources d'incertitude non prises en compte et le contenu informatif que l'on peut tirer d'un épisode de crue, la calibration événementielle peut se révéler très dangereuse.

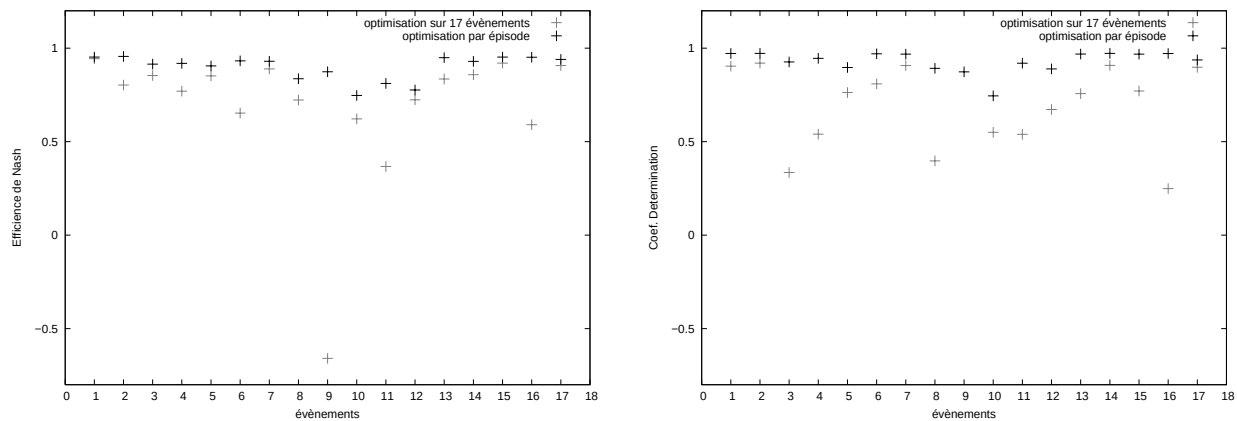


FIG. 4.36 – Amélioration des performances lors d'un calage par épisode avec le critère de Nash et le coefficient de détermination pour les 17 épisodes de crue sur le bassin de Vogüé

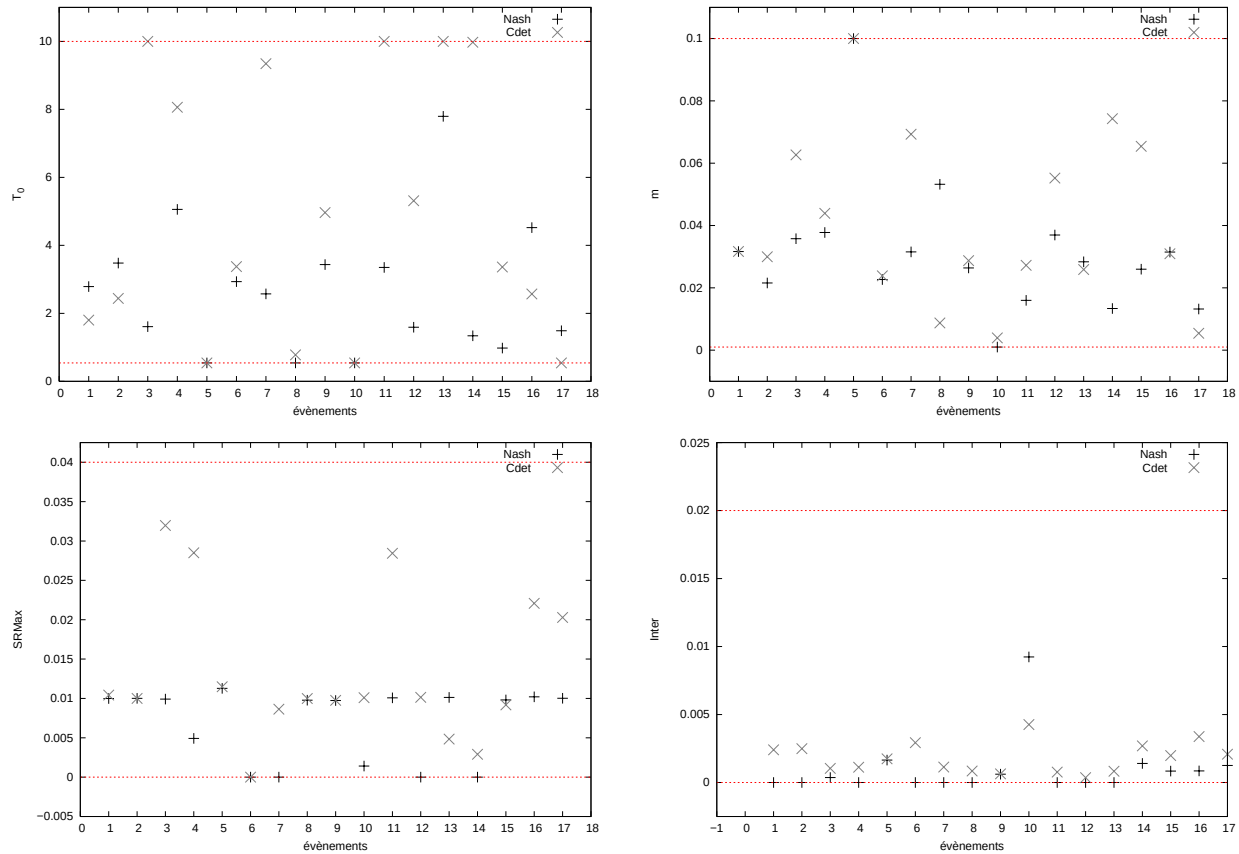


FIG. 4.37 – Jeux de paramètres estimés pour les 17 épisodes

Nous nous proposons d’analyser la pertinence des simulations produites par les combinaisons identifiées de paramètres. Nous allons illustrer, à l’aide de deux épisodes, le fait que cette apparente amélioration de performance, au sens d’un critère unique agrégeant l’information ne se traduit pas nécessairement pas des simulations résultantes plus vraisemblables.

On s’intéresse par exemple à l’épisode pour lequel le jeu de paramètres identifié sur les 17 évènements produit au sens du critère de Nash la performance la plus médiocre ( $9^{me}$  épisode - réf 9003 - sur la figure 4.34). Les jeux de paramètres obtenus par calage sur cet épisode ainsi que les mesures de performance obtenues sont donnés par la table 4.9 . Comme cela a été indiqué précédemment, les performances sont bien meilleures avec un calage par épisode, les combinaisons de paramètres optimales même si elles ne sont pas identiques sont trouvées dans la même région de l’espace des paramètres quel que soit le critère d’estimation.

La figure 4.38 permet de confirmer que pour les deux critères d’estimation, l’identification des paramètres par épisode produit de meilleurs hydrogrammes de crue. En effet, l’évènement 9003 bien que probablement très informatif de par ses trois pics successifs n’est pas bien représenté par le compromis réalisé sur les 17 évènements. Cet épisode comporte en effet des débits de pointe très limités, plus de quatre fois inférieurs aux débits de pointe les plus importants sur les autres évènements.

| Fonction coût | Valeur<br>avec $\alpha_{9003}$ | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | SRMax(m) | Inter( $\text{mh}^{-1}$ ) | Valeur<br>avec $\alpha_{17ev}$ |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|----------|---------------------------|--------------------------------|
| Efficiencie   | 0.874                          | 3.434                          | 0.0265        | 0.0097   | 0.00062                   | -0.617                         |
| Coeff.dét     | 0.873                          | 4.819                          | 0.0283        | 0.0091   | 0.00063                   | 0.609                          |

TAB. 4.9 – Comparaison des jeux de paramètres résultant des jeux de paramètres optimaux (au sens du Nash et du Coefficient de Determination) pour l'ensemble des 17 épisodes et pour l'épisode 9003

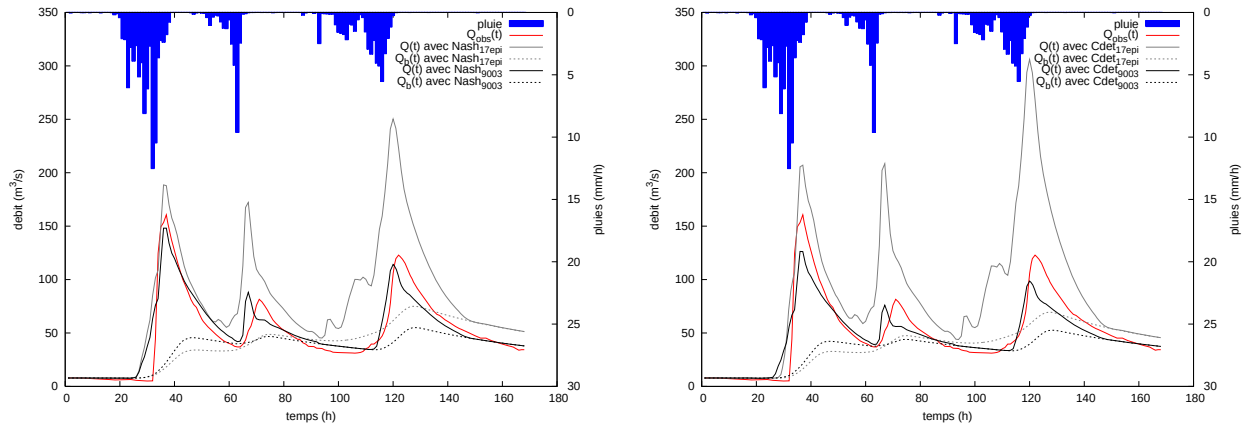


FIG. 4.38 – Comparaison des simulations résultant des jeux de paramètres optimaux (au sens du Nash et du Coefficient de Determination) pour l'ensemble des 17 épisodes et pour l'épisode 9003

Tandis que nous venons, sur un exemple, d'illustrer le fait que l'amélioration de la mesure de performance se traduit par des simulations plus vraisemblables, nous nous proposons de démontrer que ceci n'est pas du tout généralisable à tous les événements. On s'intéresse pour cela à l'évènement du 2 Novembre 1996 (9406). Ce dernier n'a pas été sélectionné pour le calage car la récession est très largement tronquée après un deuxième pic de crue très modéré par rapport au précédent (voir figure 4.39).

Nous pouvons constater (table 4.10) que les performances déjà très bonnes avec les jeux de paramètres identifiés par l'efficacité de Nash et le coefficient de détermination sur les 17 événements sont encore meilleures dans le cas d'un calage par épisode. En revanche, contrairement à précédemment, en fonction du critère d'estimation, le jeu de paramètres optimal n'est pas obtenu dans la même région de l'espace des paramètres. Les jeux de paramètres estimés sont tout à fait cohérents avec ceux identifiés par une exploration systématique dont les résultats ne sont pas reproduits ici.

La figure 4.39 permet de mettre en évidence le fait que l'amélioration de la performance au sens d'un critère unique ne se traduit pas toujours par des simulations résultantes plus vraisemblables. En effet, dans le cas du critère de Nash, afin de limiter les dégâts lors d'une récession relativement mauvaise, l'algorithme d'optimisation va chercher un jeu de paramètres conduisant à une moins bonne reproduction des pics de crue lors de la phase de montée. Même si le jeu de paramètres identifié sur les 17 événements est donné comme condition initiale d'optimisation, l'algorithme s'en éloigne pour revenir au jeu de paramètres donné

par la table 4.10. Dans le cas du coefficient de détermination, alors que pour l'évènement 9003 l'information extraite par ce critère était suffisante pour obtenir un jeu de paramètres produisant une simulation plausible, on peut remarquer que dans le cas de l'évènement du 2 Novembre 1994 la simulation résultante ne l'est pas du tout du point de vue de la reproduction du volume d'écoulement. La corrélation entre les deux courbes est poussée à l'extrême au détriment de la conservation du volume de la crue.

| Fonction coût | Valeur<br>avec $\alpha_{9406}$ | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $\text{SRMax}(\text{m})$ | $\text{Inter}(\text{mh}^{-1})$ | Valeur<br>avec $\alpha_{17\text{ev}}$ |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|--------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| Efficiencie   | 0.9519                         | 7.51                           | 0.0281        | 0.0041                   | 0.0                            | 0.8998                                |
| Coeff.dét     | 0.9652                         | 4.26                           | 0.0729        | 0.0162                   | 0.00042                        | 0.902                                 |

TAB. 4.10 – Comparaison des jeux de paramètres résultant des jeux de paramètres optimaux (au sens du Nash et du Coefficient de Determination) pour l'ensemble des 17 épisodes et pour l'épisode 9406

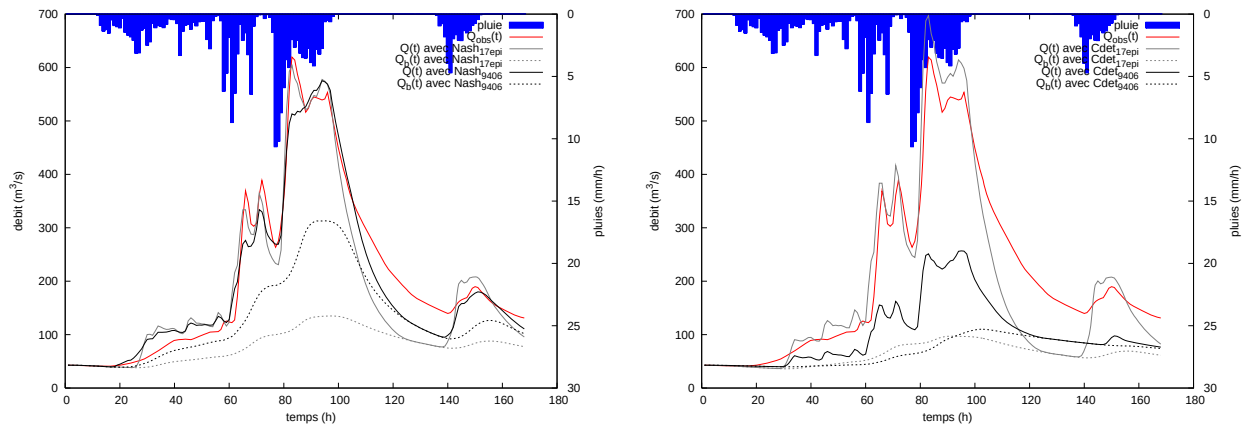


FIG. 4.39 – Comparaison des simulations résultant des jeux de paramètres optimaux (au sens du Nash et du Coefficient de Determination) pour l'ensemble des 17 épisodes et pour l'épisode 9406

En définitive, quelle que soit la stratégie de calibration utilisée, l'estimation mono-critère à l'échelle de l'épisode n'est recommandable que si celui-ci est *suffisamment* riche en information. Il semble cependant très difficile de quantifier *a priori* le contenu informatif nécessaire à l'estimation d'un jeu de paramètres optimal produisant des simulations jugées plausibles.

#### 4.7.2 Variabilité inter-annuelle des paramètres et analyse d'incertitude sur la Donga

Comparativement à un épisode de crue sur les Cévennes, une année de fonctionnement hydrologique sur le bassin versant de la Donga est potentiellement bien plus riche en information. Alors que nous avons pu constater que l'information relative à une année hydrologique permet d'envisager une calibration robuste et efficace, nous nous proposons dans ce paragraphe d'utiliser l'analyse de sensibilité par la méthode de l'état adjoint afin d'examiner la pertinence de la combinaison de paramètres identifiée sur la période 1998-2002.

#### 4.7.2.1 Vraisemblance des paramètres identifiés par calibration pluri-annuelle par analyse de sensibilité temporelle

La combinaison de paramètres estimée avec le critère de Nash sur la période 1998-2002 sur le bassin versant de la Donga correspond à un point critique de l'hypersurface représentant la fonction objectif. Le test d'arrêt de l'algorithme d'optimisation porte sur les **conditions de Kuhn et Tucker** et implique de très faibles valeurs du gradient projeté par rapport aux variables adimensionnalisées. La figure 4.40 montre l'évolution de la fonction coût et de la norme du gradient projeté au cours des itérations de l'algorithme d'optimisation lors de l'estimation du jeu de paramètres optimal pour la période 1998-2002.

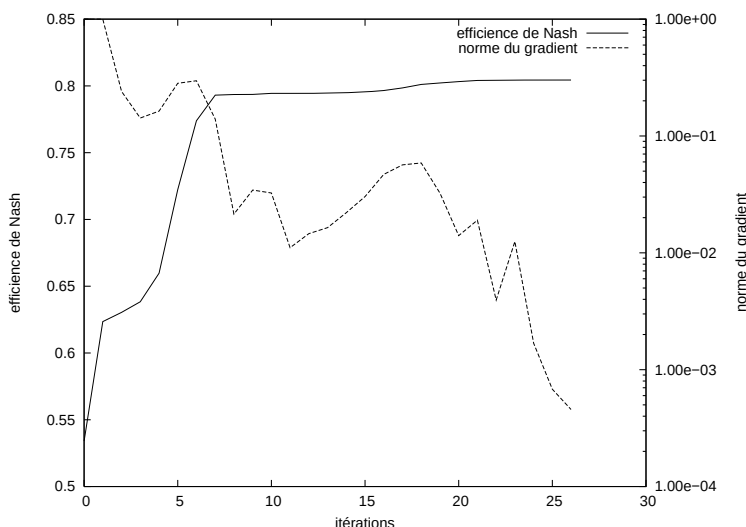


FIG. 4.40 – Evolution de la fonction objectif et du gradient projeté au cours des itérations

Comme on peut s'y attendre, à la dernière itération la norme du gradient est minimale et la fonction coût maximale ( $-\infty < Nash \leq 1$ ). La norme du gradient étant une information très synthétique, il semble donc intéressant d'analyser l'évolution temporelle de la sensibilité de ce critère de performance aux paramètres en ce point de l'espace de contrôle.

Si le jeu de paramètres représente un réel compromis sur la période, du point de vue de l'évolution temporelle des sensibilités de la fonction objectif (critère de Nash) cela devrait se traduire par des sensibilités alternativement positives et négatives. Autrement dit, le modèle aurait besoin de valeurs nominales pour les paramètres alternativement plus importantes, ou plus faibles au cours de temps afin d'améliorer l'efficacité de Nash sur la période. Si l'on suppose les paramètres constants dans le temps, il n'y a donc pas d'amélioration possible puisque toute amélioration pour une période donnée provoque une dégradation sur une autre.

L'évolution temporelle des sensibilités relatives du critère de Nash aux paramètres du modèle sur la période 1998-2002 est donnée par les figures 4.41 et 4.42. Si on peut constater qu'il y a bien alternance des sensibilités relatives durant la période 1998-2002 pour tous les paramètres, celle-ci est bien plus organisée pour les paramètres affectant le rendement du bassin (i.e  $d_0/M$ ,  $d_0$  et  $K_{0V}$  sur la figure 4.42).

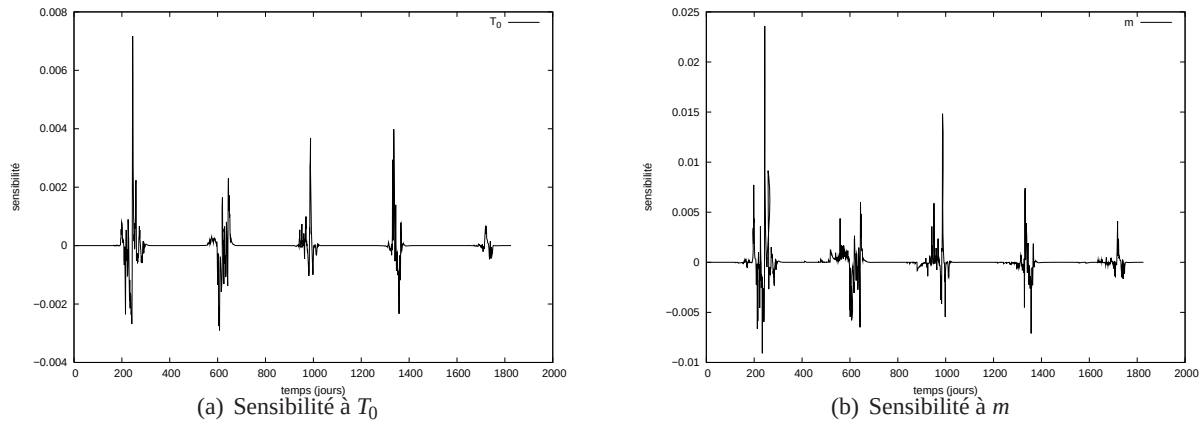


FIG. 4.41 – Évolution temporelle des sensibilités normalisées du Nash aux paramètres pour la période 1998-2002

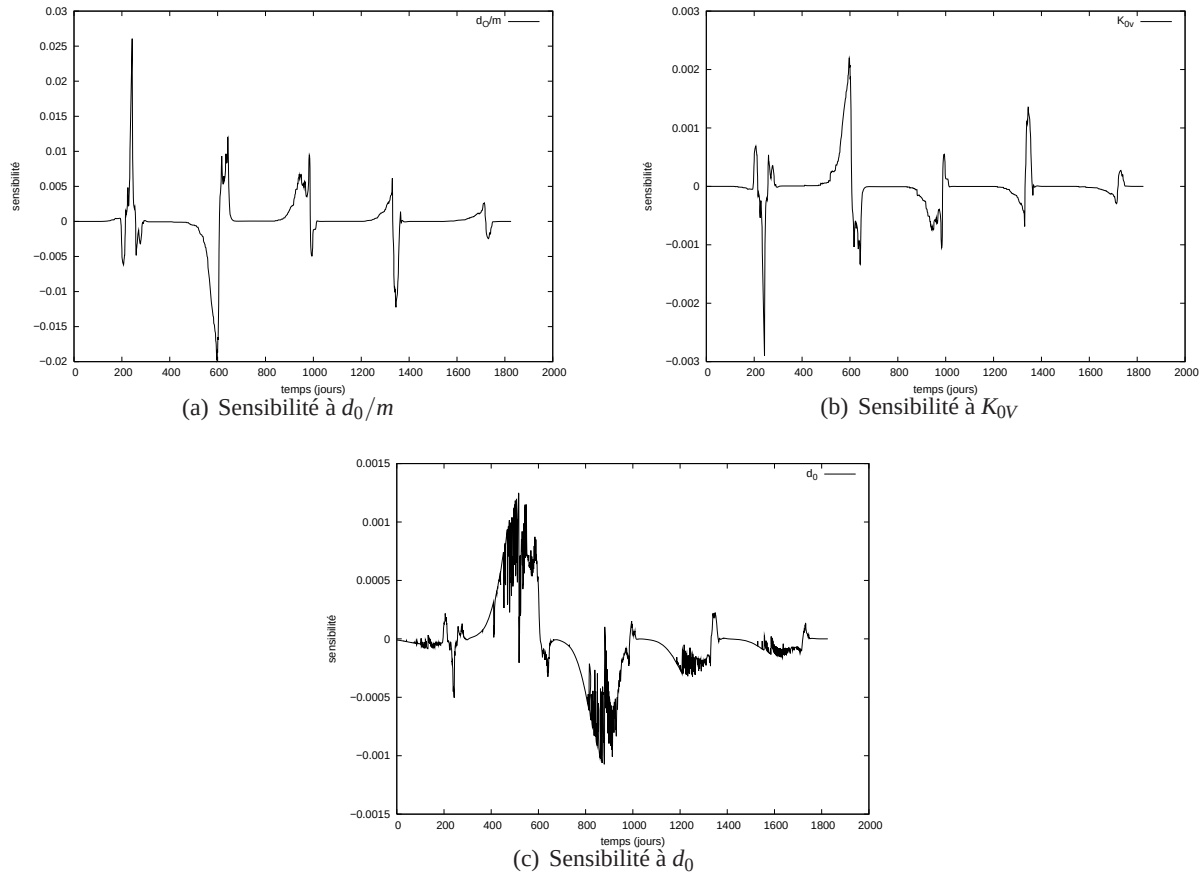


FIG. 4.42 – Évolution temporelle des sensibilités normalisées du Nash aux paramètres pour la période 1998-2002

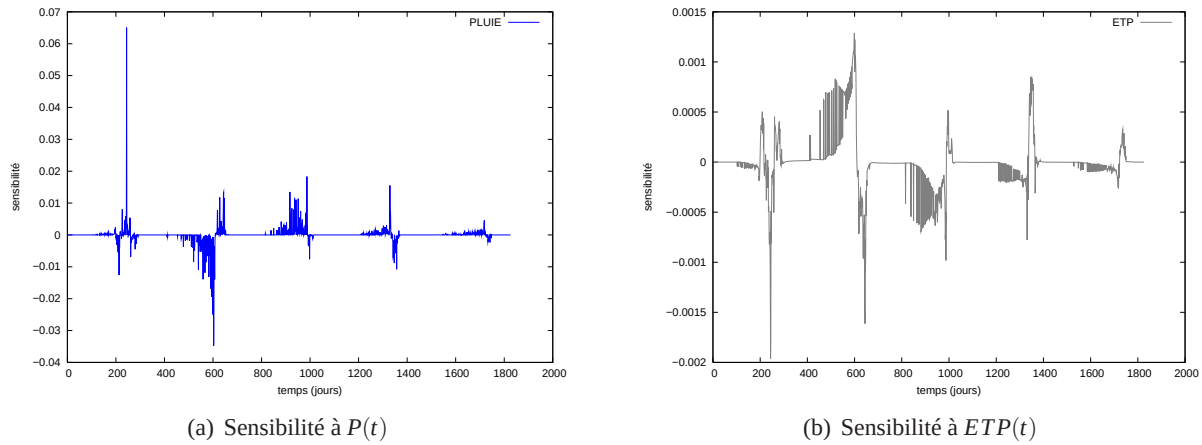


FIG. 4.43 – Évolution temporelle des sensibilités normalisées du Nash aux variables de forçage pour la période 1998-2002

Afin de corroborer cette analyse, l'évolution temporelle des sensibilités du critère de Nash aux variables de forçage (pluie et ETP) est également proposée par la figure 4.43. L'examen des figures 4.42 et 4.43 permet de confirmer que mis à part pour l'année 1998, le *jeu global* produit un comportement très différent sur la première et la deuxième partie de la saison, comportement qui semble lié à la climatologie des précipitations. L'analyse des variables de sortie du modèle permet de préciser que l'instant où se produit le basculement d'un point de vue hydrologique correspond au maximum de la percolation vers la nappe de socle.

Avec la combinaison de paramètres identifiée sur la période 1998-2002, les années sèches (2000, 2001 et 2002) sont marquées par une sous-estimation systématique des écoulements de surface en première partie de saison, suivie d'une sur-estimation en deuxième partie. L'organisation de ces deux phases est inversée pour l'année 1999, beaucoup plus humide que celles citées précédemment. A titre d'exemple, lors de la première partie de l'année 1999, diminuer  $d_0/m$  (figure 4.42(a)), augmenter  $K_{0V}$  (figure 4.42(b)), accroître  $d_0$  (figure 4.42(c)), atténuer les précipitations (figure 4.43(a)) ou amplifier l'évapotranspiration potentielle (figure 4.43(b)) sont autant d'éléments qui contribueraient à améliorer le critère de *Nash global*. La manoeuvre exactement inverse opérée en deuxième partie de saison provoquerait également un gain de performance. La conjoncture est complètement inversée pour les années plus sèches (2000, 2001 et 2002). Des expériences complémentaires ont permis de confirmer que cela n'était pas un effet de l'initialisation mais bien une singularité due à la spécificité du régime des précipitations.

Nous avons mis en évidence l'influence sur les bilans annuels de l'utilisation d'un jeu de paramètres calé sur une base pluriannuelle. Quelle que soit sa provenance du jeu de paramètres utilisé pour une simulation (estimation *a priori*, régionalisation, calibration ...), la vraisemblance des simulations résultantes est généralement appréciée à travers l'analyse et la confrontation des hydrogrammes simulés et observés. Si un tel examen peut révéler un biais systématique ou spécifique à une certaine phase de la relation pluie-débit, l'identification du paramètre et donc du processus responsable de l'organisation temporelle des résidus peut se révéler très délicate pour des modèles complexes.

Si l'on prend l'exemple de l'année 1999, l'analyse des hydrogrammes simulés avec les différents jeux de paramètres permet de visualiser ce biais sur les écoulements de surface (figure 4.44).

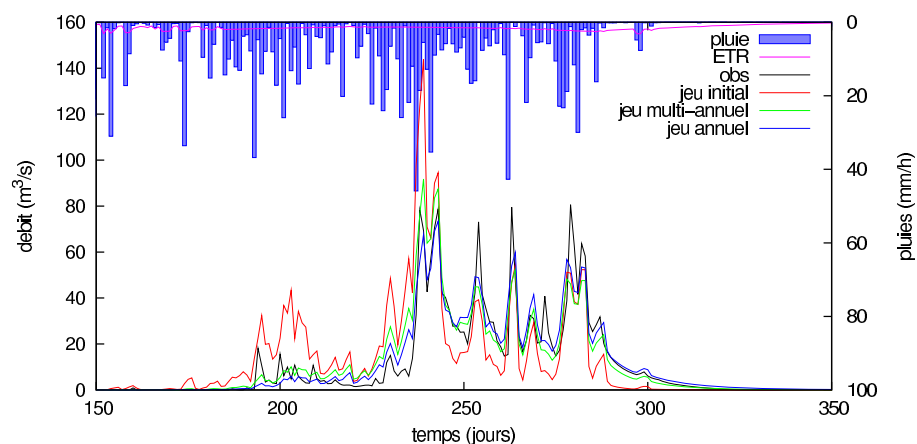


FIG. 4.44 – Hydrogrammes obtenus avec plusieurs jeux de paramètres pour l'année 1999

L'amélioration de l'allure de l'hydrogramme lorsque l'on passe au *jeu annuel* se traduit également par une amplitude plus faible, une évolution temporelle bien plus alternée et équilibrée des sensibilités de la fonction objectif aux paramètres et aux variables de forçage (figure 4.45).

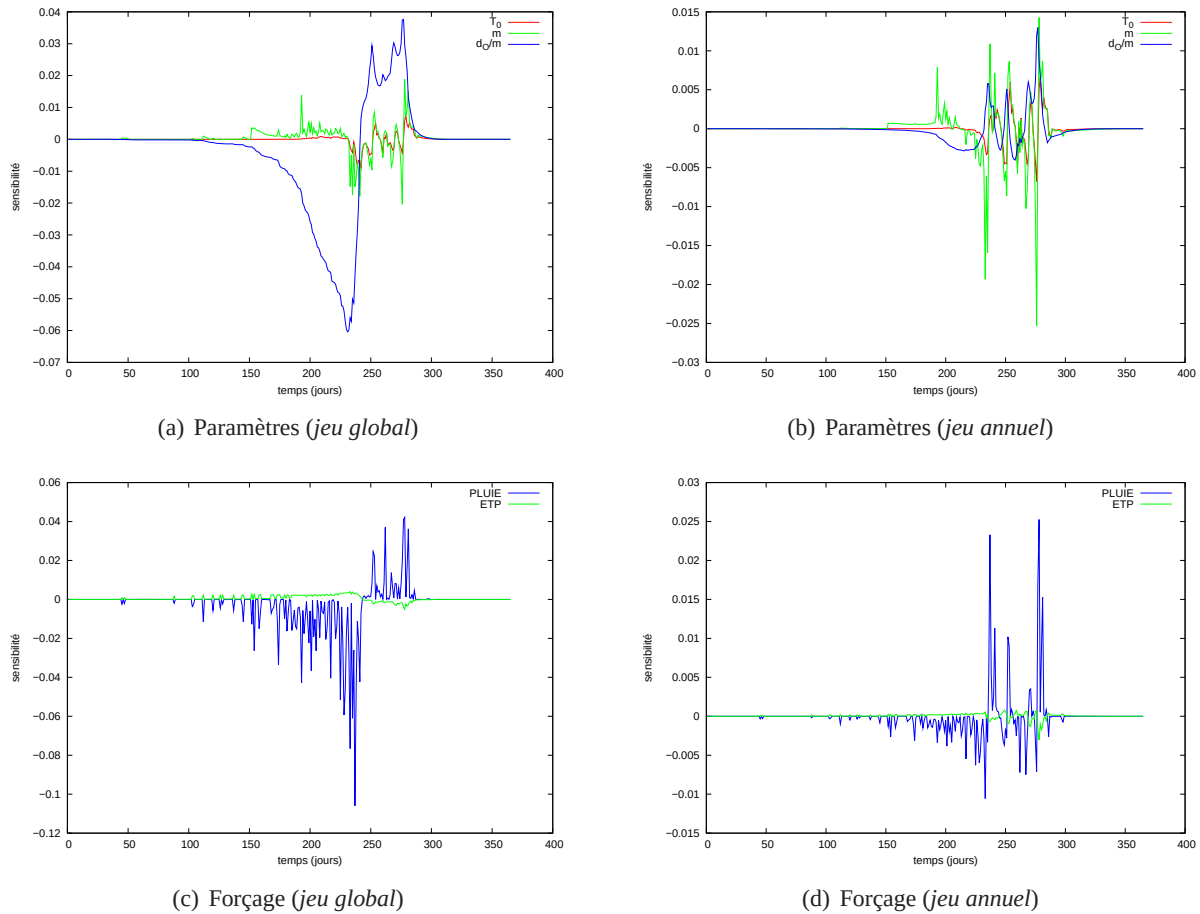


FIG. 4.45 – Evolution temporelle de la sensibilité du Nash pour les jeux de paramètres locaux et annuels (année 1999)

En définitive, les résultats obtenus précédemment mettent en évidence les conséquences que peuvent avoir la calibration de paramètres sur de longues chroniques de débits et probablement plusieurs épisodes de crue. Ainsi, nous avons pu constater qu'un jeu de paramètres réalisant un bon compromis sur plusieurs années de fonctionnement pouvait générer des biais systématiques dans le bilan hydrologique en fonction de la typologie du forçage atmosphérique. Un jeu de paramètres obtenu par calage sur un groupe très hétérogène en terme de fonctionnement hydrologique induira forcément des comportements différents pour chacun des membres du groupe. Par conséquent, on peut aller jusqu'à remettre en question la pertinence d'un tel jeu de paramètres qui semble finalement moins acceptable que les paramètres calés sur une seule année hydrologique. En résumé, le calage annuel des paramètres permet de mieux compenser l'incertitude structurelle du modèle.

#### 4.7.2.2 Variabilité inter-annuelle des paramètres

Alors qu'il n'a pas été possible sur les Cévennes d'exhiber une dépendance entre la typologie de l'épisode et la région contenant l'optimum dans l'espace des paramètres, nous nous proposons d'effectuer une opération similaire sur le bassin versant de la Donga en recherchant un jeu de paramètres par année de fonctionnement hydrologique. Comme cela a été souligné précédemment, le contenu informatif d'une année hydrologique

est bien plus important que celui d'un épisode de crue et celles-ci sont marquées par une climatologie relativement différente. On s'attend donc à ce que les paramètres s'ajustent pour compenser la source d'incertitude la plus variable d'une année sur l'autre : l'erreur de représentativité du modèle.

Ainsi, avec la même condition initiale que précédemment, on procède à une estimation des paramètres en utilisant uniquement les observations de débits relatives à chacune des années de fonctionnement du bassin. Les résultats obtenus sont détaillés par la table 4.11 et la figure 4.46. En 2000, année la moins représentée avec le *jeu global*, l'asymétrie de ces deux phases mise en évidence au paragraphe précédent était particulièrement marquée (figures 4.43 et 4.42). Le biais sur les écoulements de surface, essentiellement une sous-estimation, est donc largement corrigé lors du passage au calage annuel. L'amélioration de l'efficacité de Nash est la plus importante (de 0.73 à 0.81 - cf table 4.11 et figure 4.46).

En revanche, l'année 1998 (la pluie humide) est celle pour laquelle l'amélioration de la performance au sens de Nash est la moins importante lorsque la calibration est effectuée sur cette période. Ceci est tout à fait cohérent avec l'évolution temporelle des sensibilités qui semble indiquer que le *jeu global* est un compromis acceptable pour l'année.

| Année | $T_0(\text{m}^2\text{h}^{-1})$ | $m(\text{m})$ | $d_0/\text{m}$ | $K_0(\text{mh}^{-1})$ | $d_0(\text{m})$ | Nash <sub>1998-2002</sub> | Nash <sub>anX</sub> |
|-------|--------------------------------|---------------|----------------|-----------------------|-----------------|---------------------------|---------------------|
| 1998  | 2.20                           | 0.052         | 8.21           | 42.30                 | 0.42            | 0.7879                    | 0.7944              |
| 1999  | 5.                             | 0.058         | 9.15           | 86.20                 | 0.53            | 0.8575                    | 0.9056              |
| 2000  | 5.53                           | 0.031         | 9.46           | 178.38                | 0.29            | 0.7324                    | 0.8155              |
| 2001  | 17.71                          | 0.030         | 10.22          | 590.33                | 0.30            | 0.7643                    | 0.8238              |
| 2002  | 5.14                           | 0.033         | 9.17           | 155.75                | 0.30            | 0.8573                    | 0.8815              |

TAB. 4.11 – Paramètres estimés pour chacune des années de 1998 à 2002

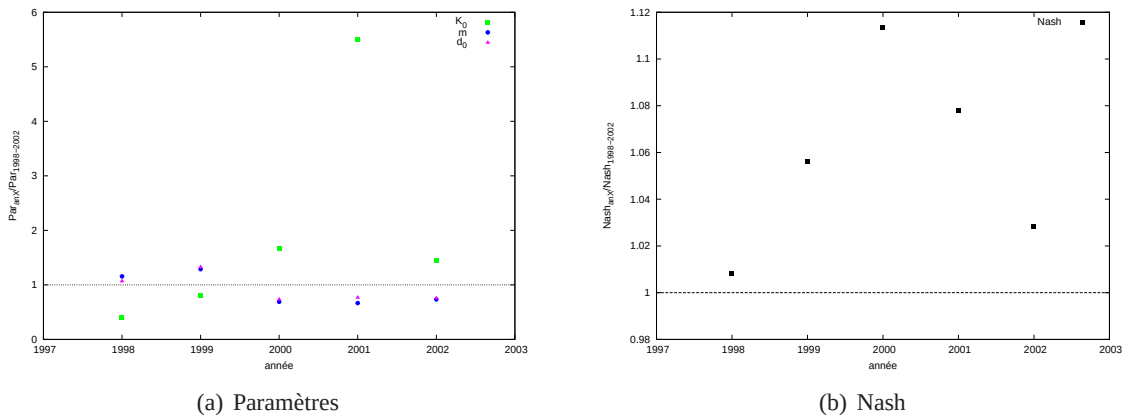


FIG. 4.46 – Comparaison des jeux de paramètres et du critère de Nash par rapport à la référence sur 1998-2002

Il est également important de noter que le modèle va chercher le jeu de paramètre optimal dans une région différente de l'espace des paramètres en fonction des années de fonctionnement hydrologique. L'analyse de la table 4.11 permet de confirmer que l'on peut relier les jeux de paramètres estimés à la pluviométrie. En effet, les paramètres  $d_0$  et  $m$  prennent des valeurs plus importantes pour les années humides alors que

c'est totalement l'inverse pour le paramètre  $K_0$ . En définitive, pour les années humides (*i.e* 1998 et 1999) , le modèle aurait besoin d'une zone active pour les écoulements latéraux de subsurface plus importante, où le transit s'effectue sur une partie plus importante du profil de sol mais plus lentement. A l'opposé, pour les années sèches, des sols moins profonds où le transit s'effectue principalement dans les premiers centimètres avec des vitesses importantes contribuent à améliorer les résultats de simulation. L'étape suivante, ne faisant pas l'objet de ce travail de thèse, consisterait à utiliser ces informations pour modifier la structure et la formulation du modèle afin d'améliorer sa représentativité vis à vis de la réalité hydrologique.

#### 4.7.2.3 Perspectives pour l'analyse d'incertitudes

L'application de la méthode GLUE effectuée par Le Lay (2006) sur ce bassin versant consiste à considérer comme vraisemblables tous les jeux de paramètres produisant une efficience de Nash supérieure à un seuil donné pour la période 1998-2002. Cependant, nous venons de mettre en évidence le fait que la combinaison de paramètres produisant la meilleure efficience sur la période produit des simulations moins plausibles que celles obtenues avec les combinaisons de paramètres identifiées par un calage annuel. Alors qu'une application classique de GLUE quantifie indirectement les autres sources d'incertitude en retenant les jeux de paramètres donnant une efficience de Nash (sur la période 1998-2002) au dessus d'un seuil arbitraire, nous nous proposons d'utiliser les enseignements découlant des résultats précédents. Les cinq combinaisons de paramètres estimées par calage annuel sont donc utilisées pour estimer l'incertitude sur les débits simulés.

La comparaison des bornes calculées pour l'incertitude sur les débits simulés est très intéressante (figures 4.47, 4.48, 4.49, 4.50 et 4.51). Il semble que l'exploration de l'espace de contrôle à la recherche de jeux de paramètres vraisemblables distingués par un critère empirique et arbitraire n'est pas capable d'extraire d'avantage d'information des observations qu'un calage annuel avec une méthode de descente basée sur le calcul du gradient. En effet, lorsque le débit observé n'est pas dans les bornes d'incertitude calculées avec les 5 combinaisons de paramètres, il ne l'est pas plus pour celles calculées par GLUE. On obtient avec la méthode GLUE une incertitude plus importante mais incapable de mieux cerner les observations.

Montanari (2005) propose une analyse critique de la capacité de GLUE à estimer des bornes d'incertitude englobant les observations et Mantovan et Todini (2006) soulignent la capacité limitée de cette technique à extraire de l'information des observations. Si l'utilisation de mesure de vraisemblances plus appropriées, suggérée notamment par Vogel *et al.* (2007), est de nature à améliorer les résultats il semble intéressant de tenter d'exploiter le potentiel d'un calage événementiel ou annuel, déjà proposé par Kuczera (1990b) et récemment traité dans un cadre bayésien (Kuczera *et al.* 2006)

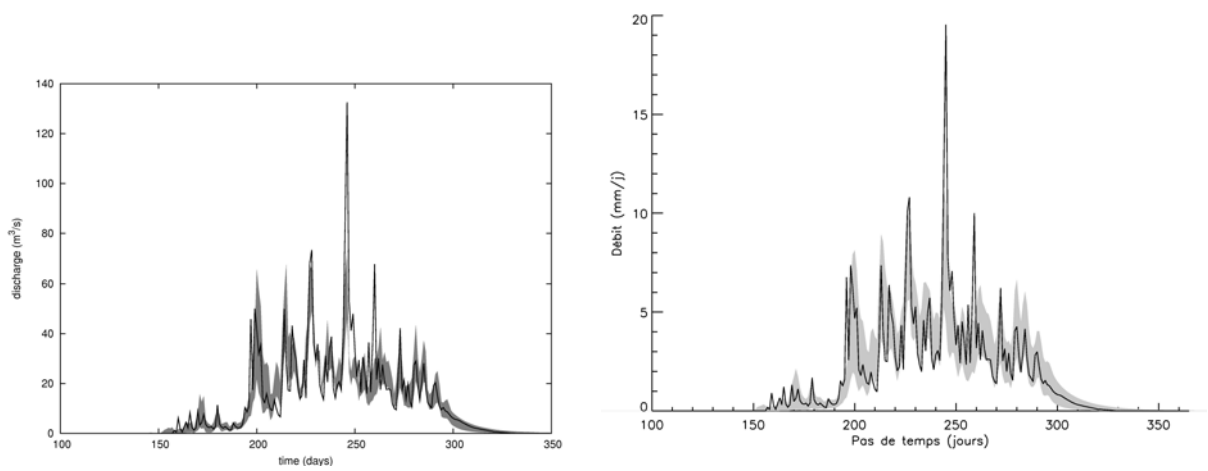


FIG. 4.47 – Comparaison de l’incertitude calculée par GLUE (à droite) et de celle obtenue avec les jeux de paramètres annuels pour l’année 1998 (résultats de GLUE tirés de *Le Lay, (2006)*)

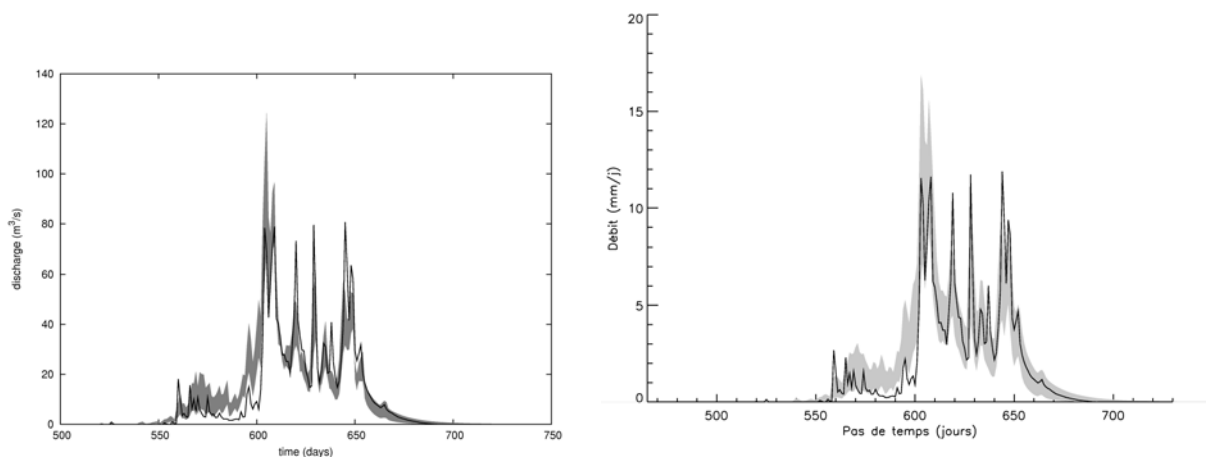


FIG. 4.48 – Comparaison de l’incertitude calculée par GLUE (à droite) et de celle obtenue avec les jeux de paramètres annuels pour l’année 1999 (résultats de GLUE tirés de *Le Lay, (2006)*)

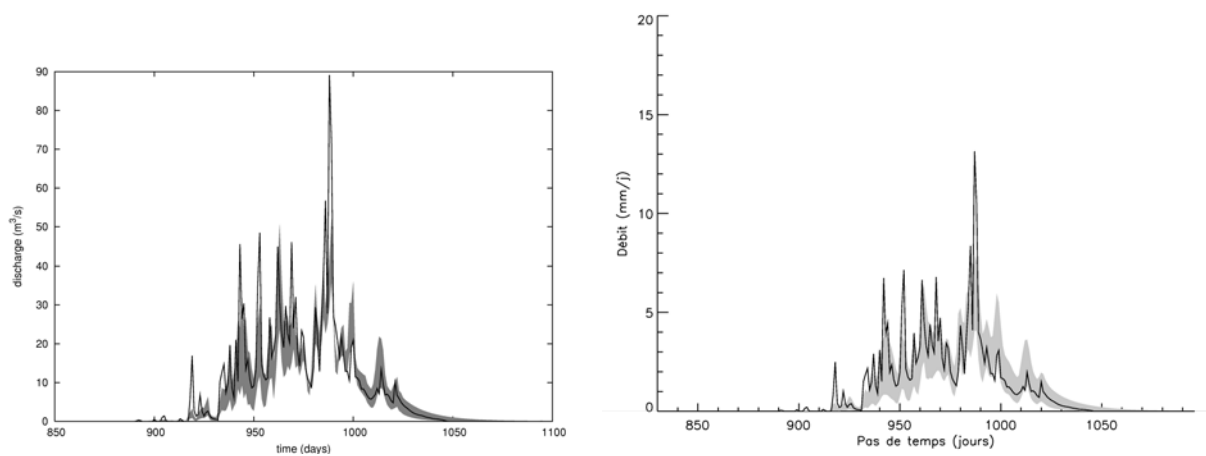


FIG. 4.49 – Comparaison de l’incertitude calculée par GLUE (à droite) et de celle obtenue avec les jeux de paramètres annuels pour l’année 2000 (résultats de GLUE tirés de *Le Lay, (2006)*)

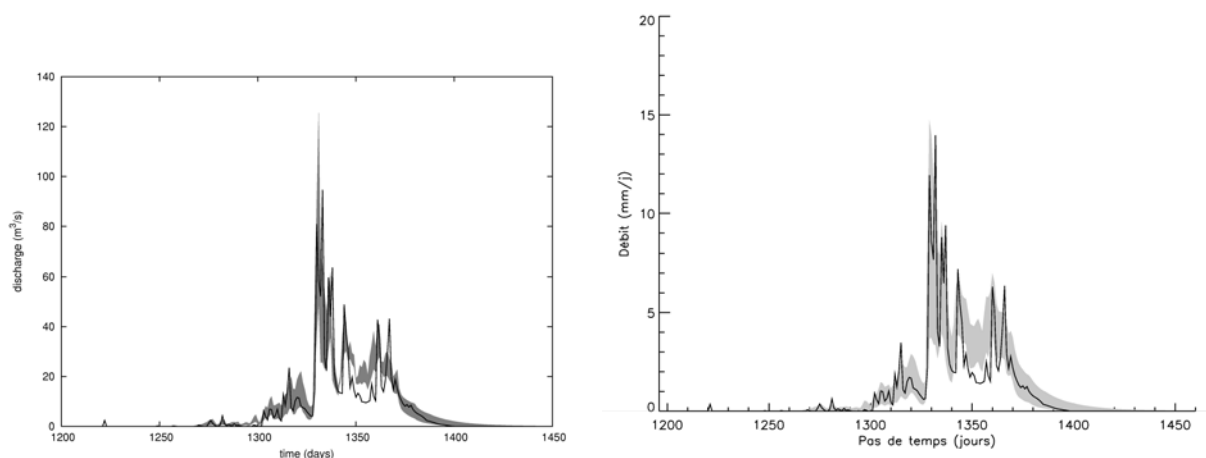


FIG. 4.50 – Comparaison de l’incertitude calculée par GLUE (à droite) et de celle obtenue avec les jeux de paramètres annuels pour l’année 2001 (résultats de GLUE tirés de *Le Lay, (2006)*)

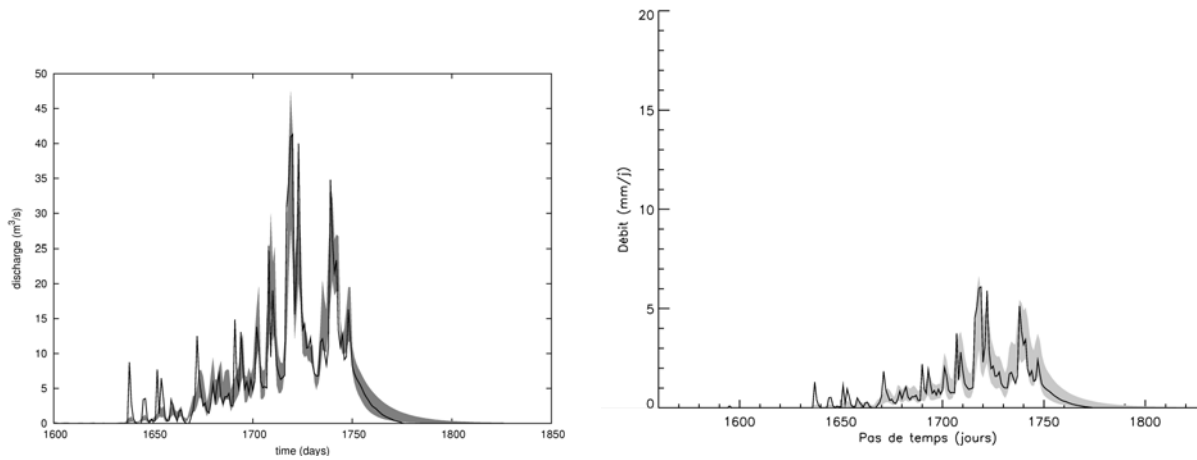


FIG. 4.51 – Comparaison de l’incertitude calculée par GLUE (à droite) et de celle obtenue avec les jeux de paramètres annuels pour l’année 2002 (résultats de GLUE tirés de *Le Lay, (2006)*)

## 4.8 Conclusions

Nous avons dans ce chapitre évalué le potentiel des méthodes variationnelles, plus précisément de leur implémentation par différentiation algorithmique pour un modèle non basé sur des équations aux dérivées partielles et comportant des branchements de nature à réduire le domaine de validité des dérivées. Nous avons pu observer l’une des manifestations du faible domaine de validité des dérivées pour certains paramètres (surtout *Inter* sur Vogüé et  $d_0/m$  pour la Donga) à travers le test du produit scalaire (confrontation au gradient calculé par différences finies).

Les résultats obtenus confirment que les dérivées calculées en modes direct et inverse de la différentiation algorithmique avec TAPENADE permettent une analyse approfondie du fonctionnement du modèle et guident de manière très efficace l’algorithme de descente utilisé. L’analyse de sensibilité post-calibration dont les résultats sont validés par échantillonnage de Monte Carlo permet d’avancer que l’approche adoptée est de nature à caractériser correctement l’influence relative des paramètres et les interactions au second ordre pour une région compacte de l’espace des paramètres permettant un correct ajustement aux observations. La décomposition temporelle des sensibilités du critère de performance (consécutive à l’intégration rétrograde du modèle adjoint) permet de mieux appréhender les raisons d’un mauvais ajustement aux observations. Au delà d’une analyse classique des résidus temporels post-calibration, elle permet de comprendre comment une altération des paramètres et des variables de forçage lors de certaines phases de l’hydrogramme sont de nature à améliorer la performance globale. Ce type d’information peut se révéler capitale afin de réviser la formulation du modèle pour éviter des biais systématiques dans certaines conditions hydrologiques. En effet, si la mise à jour de la condition initiale au sein d’une chaîne de prévision munie d’une procédure d’assimilation de données permettrait de manière artificielle de corriger un tel biais, cette correction ne sera pas sans limites ni sans conséquences sur la pertinence de l’état initial estimé.

Au delà d’un coût de calcul bien moins élevé pour l’évaluation du gradient, l’importance du calcul exact

des dérivées pour une optimisation juste, robuste et efficace a été mise en évidence. Lorsque la fonction coût est uni-modale, la méthode de descente se dirige très rapidement vers la combinaison de paramètres optimale. En présence de minima locaux, l'algorithme converge vers l'un d'entre eux en améliorant de manière très conséquente les performances obtenues avec la combinaison de paramètres initiale. Même si au vu de l'incertitude sur les observations il n'est pas nécessaire de trouver l'optimum à  $10^{-12}$  près, on peut tout de même constater que la combinaison de paramètres identifiée avec la méthode de quasi-newton en quelques minutes est meilleure que celle identifiée après une dizaine d'heures de simulations de Monte Carlo. Évidemment, les performances de la méthode probabiliste peuvent être grandement améliorées avec une stratégie plus appropriée pour l'estimation des paramètres (ex. Méthode de Monte Carlo par chaînes de Markov) mais elles ne peuvent en aucun cas atteindre l'efficacité d'une méthode de descente. Elles permettent en revanche de s'affranchir du calcul des dérivées, sont supposées éviter les minima locaux et fournissent directement une densité de probabilité a posteriori résultant du conditionnement par les observations.

Si le fait que la relation pluie-débit représentée par TOPMODEL soit différentiable par morceaux pour la quasi-totalité des paramètres a permis l'obtention de ces résultats, il reste encore à modifier le modèle original afin de pouvoir traiter toutes les variables de contrôle potentielles. En effet, pouvoir dériver les variables pronostiques par rapport aux cartes d'indices de similarité hydrologique ou à la vitesse de transfert utilisée pour l'hydrogramme géomorphologique constitue une perspective très prometteuse. On peut en dire de même pour l'état hydrique initial qui permettait d'envisager une mise à jour périodique par assimilation de données. Enfin, si la capacité du modèle adjoint à évaluer les dérivées pour un coût de calcul indépendant de la dimension de l'espace de contrôle n'est pas vraiment un élément crucial pour cette application (3 à 5 paramètres), les résultats obtenus permettent d'envisager une application à la version N-TOPMODELS simulant de manière événementielle la réponse hydrologique à des précipitations sur la totalité de la région Cévennes-Virarais (Le Lay et Saulnier 2007b; Le Lay et Saulnier 2007a). Quelle que soit la dimension de l'unité de discrétisation spatiale du paysage, analyse de sensibilité et estimation de paramètres pourraient être effectuées de manière très efficace.

## Chapitre 5

# Conclusions et perspectives

Alors que les méthodes variationnelles sont très largement utilisées, parfois en mode opérationnel, pour l'analyse et le contrôle de modèles mathématiques représentant des systèmes naturels complexes de grande échelle (*ex.* météorologie et océanographie), nous avons dans le cadre de ce travail de thèse tenté d'évaluer le potentiel et les limitations de cette approche pour les problématiques sous-jacentes à la modélisation hydrologique. Bien en amont d'une éventuelle mise en œuvre d'une chaîne de prévision avec assimilation de données, nous avons illustré et discuté l'application de ce formalisme à l'analyse de sensibilité et l'estimation des paramètres.

Pour cela nous avons adopté deux modèles hydrologiques de structure très répandue mais largement opposés par la démarche adoptée pour la modélisation et par le processus jugé prépondérant pour la genèse du ruissellement. Le modèle MARINE constitue une approche réductionniste pour la représentation du ruissellement par dépassement de la capacité d'infiltration et TOPMODEL est la parfaite illustration d'une approche systémique basée sur la notion d'indice de similarité hydrologique faisant du ruissellement sur zones contributives saturées le processus prépondérant. Au delà d'un formalisme mathématique plus ou moins adapté à l'application des méthodes variationnelles, ces différences se traduisent également d'un point de vue pratique par la dimension de l'espace de contrôle (quelques paramètres vs quelques paramètres spatialement distribués) et le temps de calcul (rapport d' 1/100). Les résultats obtenus sont très encourageants et plaident pour une utilisation plus répandue de l'approche variationnelle indépendamment du paradigme adopté pour la modélisation. Nous revenons dans la suite de ce paragraphe sur les principaux résultats obtenus et proposons un certain nombre d'extensions à ces travaux.

### Analyse de sensibilité

Dans le cadre de la prévision de l'évolution d'un système géophysique, l'assimilation de données consiste le plus souvent à rapprocher la dynamique simulée de celle observée à travers un ajustement des seules variables d'état du système (*i.e* estimation de la condition initiale). Afin de préparer cette étape, une analyse approfondie de la relation entre les facteurs d'entrée de la modélisation et les variables pronostiques constitue une étape importante permettant *i)* d'identifier des éventuelles carences dans la structure, la formulation et l'implémentation des modèles, *ii)* d'appréhender l'influence relative et les interactions entre facteurs d'entrée de la modélisation, *iii)* de mieux comprendre et réduire le non ajustement aux observations, *iv)* de simplifier le modèle (paramétrisation, réduction d'ordre, réduction de modèle) afin d'assurer l'identifiabilité

de ses variables de contrôle, v) d'analyser le contenu informatif des observations, vi) de décrire le sous-espace de l'espace de contrôle original produisant l'amplification la plus importante des erreurs lorsqu'elles sont propagées à travers le modèle non-linéaire.

Contrairement aux méthodes probabilistes, l'approche adoptée ici ne permet pas de considérer le modèle comme une boîte noire mais son implémentation est largement facilitée par l'avènement d'outils de différenciation automatique de plus en plus fiables et performants. Une fois de plus, il est important de souligner que pour un coût de calcul indépendant du nombre de paramètres, une unique exécution du code adjoint, comprenant l'intégration du modèle direct et l'intégration rétrograde du modèle adjoint, fournit la répartition spatiale et l'évolution temporelle des sensibilités pour la réponse analysée. Étant donné l'abondance et la pertinence de l'information extraite, une telle analyse peut être très profitable lorsqu'elle est effectuée comme préliminaire à l'assimilation d'observations pour l'estimation des paramètres ou de l'état initial.

Alors que nous avons pu mettre en évidence pour le modèle MARINE les conséquences d'un schéma d'intégration temporelle trop simpliste sur les résultats de simulation, l'analyse de la vraisemblance des paramètres identifiés par calibration pluri-annuelle de TOPMODEL sur la Donga a permis d'identifier et de comprendre les mécanismes d'un biais sur le bilan hydrologique dépendant de la climatologie des précipitations. Nous avons donc pu constater que lorsque l'on considère que le code source implémentant un modèle constitue sa représentation la plus fidèle, cela permet d'analyser (ou éventuellement de contrôler) des paramètres n'apparaissant ni dans sa formulation continue ni dans sa forme discrétisée. De plus, comme cela est très largement illustré pour les deux modèles précédemment cités, à la lumière d'une fonction réponse caractérisant un aspect de la réponse hydrologique ou d'un critère de performance représentant l'ajustement aux observations, l'analyse de l'évolution temporelle (et de la répartition spatiale) des sensibilités permet d'appréhender certains aspects du fonctionnement du modèle très difficiles à caractériser autrement. Si les résultats obtenus sont parfois réduits à la confirmation d'une perception *a priori*, cette analyse approfondie de la physique décrite dans les modèles hydrologiques augure un potentiel intéressant pour les modèles plus complexes (corroboration/validation des hypothèses de fonctionnement).

Afin d'analyser l'intégralité de l'hydrogamme à l'exutoire pour un nombre réduit de variables de contrôle (*i.e* paramétrisation d'ordre réduit pour MARINE et expériences avec TOPMODEL), le mode direct multidirectionnel de TAPENADE permet de calculer l'influence de variations des paramètres sur l'intégralité de la chronique de débits en évitant un nombre important de re-calculs. Lorsque l'espace des paramètres est de dimension plus importante (paramètres spatialement distribués pour MARINE) on a recours au mode inverse. Dans tous les cas, la décomposition en valeurs singulières de la matrice jacobienne de la transformation permet d'identifier les paramètres influençant réellement la réponse hydrologique (vecteurs singuliers dans l'espace des paramètres) et les observations contraignant de manière significative les paramètres (vecteurs singuliers dans l'espace des observations). Si quantifier le nombre de degrés identifiables de façon stable semble délicat au regard de l'information généralement disponible sur l'incertitude entachant les observations, ce type d'analyse permet de manière très efficace d'apprécier et d'améliorer l'identifiabilité des paramètres.

Les résultats de cette approche différentielle sont intrinsèquement locaux. Cependant, ils sont le plus souvent très représentatifs du fonctionnement du système pour des valeurs nominales pour les paramètres produisant

des simulations plausibles. Étant donné le caractère informatif et le coût de calcul plus que raisonnable d'une analyse variationnelle, sa portée peut être étendue en considérant des variations des facteurs d'entrée de nature événementielle tels que les conditions antécédentes d'humidité ou la dynamique du forçage atmosphérique. Il convient cependant de garder à l'esprit le faible domaine de validité des dérivées dans le cas de modèles impliquant des branchement des fonctionnement ou des processus à seuil. L'utilisation systématique de techniques telles que celle développée par Araya-Polo (2006) et la mise en œuvre de procédures de validation (comparaison de la dynamique linéarisée par morceaux au modèle non-linéaire) semble donc incontournable.

De manière plus générale, les techniques d'analyse de sensibilité devraient être considérées comme des outils essentiels lors de la démarche conduisant à la représentation des processus (figure 5.1) mais aussi durant l'exploitation (pre-détermination/prévision) du système résultant de ce processus d'encodage (Castaings et Tarantola 2008). Il est pour cela nécessaire de combiner les avantages des méthodes déterministes et stochastiques pour l'analyse de systèmes hydrologiques pour une variété de bassin versants et de régimes de précipitations.

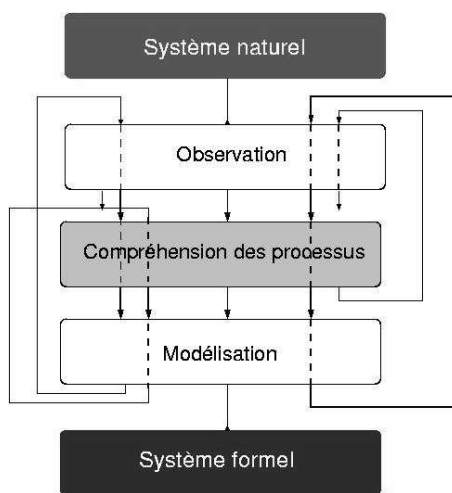


FIG. 5.1 – Démarche conduisant à la représentation des processus

Le paradigme probabiliste permet une propagation non-linéaire (par échantillonnage de Monte Carlo) de l'incertitude sur les variables de contrôle vers les variables pronostiques. Des techniques très performantes (utilisées en section 4.3) ont été développées afin d'identifier la contribution relative des différentes variables de contrôle à l'incertitude sur les variables pronostiques (Cukier *et al.* 1978; Sobol' 1993). Le plus souvent basées sur une décomposition de la variance, elles commencent tout juste à être utilisées en hydrologie (Tang *et al.* 2007; van Werkhoven *et al.* 2008). Les indices de sensibilité étant calculées sur la région de l'espace de contrôle explorée par échantillonnage aléatoire, il s'agit d'une information dite globale très importante pour hiérarchiser l'influence des facteurs d'entrée de la modélisation en considérant l'incertitude qui leur est associée.

Cependant, si analyser l'influence relative des paramètres sur l'hypercube défini par les valeurs a priori présente un avantage certain pour préparer/faciliter l'étalonnage des modèles, l'analyse du comportement du modèle devrait être effectuée uniquement pour des valeurs plausibles des paramètres. En d'autres termes,

il faudrait échantillonner non plus des lois uniformes indépendamment pour chacun des paramètres mais la densité de probabilité jointe résultant du conditionnement par les observations (i.e la densité de probabilité a posteriori). La décomposition de la variance étant bien plus délicate et plus coûteuse dans le cas d'entrées non indépendantes, les techniques quantitatives d'analyse de sensibilité globale nécessitant pour la plupart la mise en œuvre d'un plan d'expériences numériques (i.e stratégie d'échantillonnage adaptée), cet aspect n'est le plus souvent pas du tout abordé (*cf.* Kansa *et al.* (2006) pour l'une des rares tentatives).

En outre, les techniques basées sur un échantillonnage de l'espace de contrôle sont exposés *au fléau* de la dimension mais pourraient exploiter l'information fournie par des méthodes locales telles que la méthode de l'état adjoint. Cette synergie pourrait également contribuer au développement de méthodes qui ne soient pas basées sur un moment statistique spécifique en mettant l'accent sur l'analyse des événements extrêmes.

## Estimation des paramètres

Les avancées récentes en termes de caractérisation des propriétés des hydrosystèmes (MNT, occupation des sols et pédologie) mais aussi l'explosion de la puissance de calcul offerte par les ordinateurs permettent de prendre en compte la variabilité spatiale du forçage atmosphérique et des attributs du bassin versant. Si la complexité nécessaire à une simulation fiable, juste et robuste de la réponse d'un bassin versant à des précipitations est encore sujette à discussion, on assiste globalement à une complexification des modèles hydrologiques. Cependant, quel que soit le degré de prise en compte de la physique, on ne devrait pas dans un futur proche être en mesure de s'abstenir de caler au moins une partie des paramètres du modèle. Nous avons pu constater lors de la présentation des résultats obtenus que l'élément du sous gradient calculé par le mode inverse de la différentiation automatique (équivalent discret de la méthode de l'état adjoint) permet de guider de manière très efficace un algorithme de quasi-newton avec contraintes de bornes. Le faible domaine de validité des dérivées caractérisant certains paramètres ne semble avoir qu'une influence limitée sur les performances de l'algorithme d'optimisation. Ceci remet en question (au moins en partie) le dogme motivant l'emploi de méthodes probabilistes/évolutionnaires pour l'estimation des paramètres (Duan *et al.* 1992).

Lorsque le nombre de degré de liberté est raisonnable au regard de l'information disponible (principe de parcimonie), la combinaison de paramètres optimale est identifiée de manière très efficace. Ainsi, l'approche systémique se traduisant généralement par un nombre réduit de degré de liberté, nous avons pu constater lors des expériences effectuées avec TOPMODEL que lorsque la chronique de données est suffisamment informative, la combinaison de paramètres minimisant l'écart à des observations synthétiques ou réelles est identifiée de façon bien plus rapide et plus précise que par échantillonnage de Monte Carlo. Lorsque les observations ne garantissent pas l'identifiabilité structurelle du modèle, on convergera vers un optimum local relativement proche de l'initialisation. Cette multi-modalité limitée a par exemple été rencontrée lors du calage par épisodes (pour certains épisodes) sur Vogüé. La capacité de l'algorithme d'optimisation à converger rapidement vers différents modes de la fonction coût peut être exploitée afin d'explorer cette multi-modalité par échantillonnage aléatoire de la condition initiale d'optimisation.

Dans le cadre de la calibration de modèles distribués, lorsque l'espace de contrôle est réduit de façon empirique en utilisant des facteurs multiplicatifs ajustant tout ou partie d'une distribution spatiale fixée a priori, au regard des résultats obtenus en utilisant des données synthétiques avec le modèle MARINE , on

peut s'attendre à un comportement similaire en présence d'observations réelles. Se passer de l'heuristique classique précédemment citée, forme de régularisation implicite dont les limitations sont soulignées par Moore et Doherty (2006a), implique l'estimation d'une variable de contrôle par élément de la discrétisation. Un problème d'optimisation d'une telle dimension ne peut pas être traité avec des méthodes évolutionnaires ou probabilistes. Si, grâce à la méthode de l'état adjoint, le calcul du gradient ne pose pas de difficultés pour l'utilisation de méthodes de descente, le conditionnement du problème d'optimisation ne permet pas une identification robuste. L'algorithme d'optimisation converge vers une solution différente en fonction de l'initialisation. Lors d'expériences effectuées avec le modèle MARINE, nous avons montré que l'exploitation des résultats obtenus dans le cadre de l'analyse de sensibilité permettait une réduction d'ordre très efficace. En effet, l'utilisation des vecteurs caractéristiques issus de la décomposition en valeurs singulières tronquée de la matrice jacobienne de la transformation a permis d'accélérer la convergence et d'améliorer la stabilité du problème inverse. L'adoption d'une régularisation de Tikhonov, comme cela est fait pour l'estimation de l'état initial en météorologie ou océanographie, permet d'améliorer (même en l'absence de réduction d'ordre) de façon efficace les valeurs a priori pour les paramètres (Seo *et al.* 2003). La combinaison des deux techniques de régularisation, similaire aux stratégies de réduction d'ordre en assimilation de données (Blayo *et al.* 1998) ou à l'approche hybride proposée par Tonkin et Doherty (2005), devrait permettre d'accorder moins de poids (facteur de régularisation) aux valeurs a priori sur les paramètres.

En résumé, l'approche utilisée dans le cadre de cette thèse permet, comme toutes les méthodes locales pour l'estimation des paramètres, de favoriser la cohérence par rapport à l'optimalité. Au vu des efforts déployés pour améliorer l'estimation a priori des paramètres pour les modèles globaux et distribués (Moreda *et al.* 2006; Anderson *et al.* 2006), à quoi cela sert-il d'aller chercher une combinaison de paramètres optimale dans une région très éloignée de l'espace de contrôle ? En ce sens, Kuzmin *et al.* (2008) illustrent le fait qu'une amélioration des valeurs a priori pour les paramètres est souvent préférable à une recherche aveugle de l'optimum global. Les performances obtenues en phase de validation sont souvent bien meilleures avec les jeux de paramètres estimés par une méthode locale, surtout pour les modèles de structure parcimonieuse (Mathevet *et al.* 2005).

En outre, dans le cadre d'une approche globale, la capacité de calculer un gradient de manière très efficace et une méthode de descente performante peuvent très largement bénéficier à une stratégie de recherche globale, différentiable ou non-différentiable, mono ou multi-objective (Cacuci 1990; Floudas 2000; Bosman et de Jong 2006; Kim *et al.* 2002; Genovese *et al.* 2005)

Au delà de l'estimation des paramètres, l'étape suivante est bien entendu l'estimation de l'état initial par assimilation de données afin de re-ajuster en permanence la trajectoire du modèle pour la prévision opérationnelle (Seo *et al.* 2003b; Seo *et al.* 2003a). Du point de vue de l'implémentation numérique, ceci ne pose pas plus de difficultés que l'estimation des paramètres et certains des développements effectués dans le cadre de cette thèse pourraient être d'une très grande utilité (analyse préliminaire à la différentiation, analyse de sensibilité, utilisation d'un algorithme d'optimisation avec contraintes de bornes, réduction d'ordre). Dans leur formulation courante, aucun des deux modèles utilisés dans le cadre de cette thèse ne se prête à une assimilation variationnelle de données pour la mise à jour de la condition initiale. La version de TOPMODEL utilisée n'est pas différentiable par rapport à l'état hydrique initial. Pour le modèle MARINE, le passage de la lame d'eau cumulée en sous-sol au paramètre d'humidité du modèle de Green et Ampt nécessite la spécification d'une profondeur de sol. De plus, dans le cadre de la prévision des crues les deux

modèles adoptent une approche événementielle afin de restreindre le nombre de processus à représenter. La physique du modèle n'étant valide que durant l'épisode, ceci veut dire que les débits observés avant l'évènement ne peuvent pas être assimilés. La fenêtre d'assimilation nécessaire étant relative au temps de réponse du bassin versant, pour un nombre important d'épisodes (crues éclair) une mise à jour vraiment utile de l'humidité initiale interviendrait trop tard pour améliorer la prévision de la phase de montée et du pic de crue. En d'autres termes, l'horizon de prévision nécessaire à la protection des biens et des personnes étant parfois de l'ordre du temps de réponse du bassin versant, la mise en oeuvre d'une chaîne de prévision opérationnelle avec assimilation de données requiert donc le développement de modèles effectuant une représentation continue (vs. représentation événementielle) de la relation pluie-débit.

## Analyse d'incertitudes et prévision d'ensemble

En ce qui concerne l'incertitude paramétrique, les valeurs nominales identifiées pour les paramètres sont déduites de mesures indirectes et incertaines de la réponse hydrologique, rapprochées à travers des mesures de performance partielles impliquant une réponse intégrée du bassin, à partir de résultats de simulation d'un modèle imparfait forcé par des précipitations entachées d'erreurs. Lorsque l'on se sert de l'incertitude paramétrique pour décrire au moins une partie des autres sources d'incertitude (principalement incertitude structurelle), nous avons pu constater qu'un algorithme utilisé sur différentes parties des chroniques pluie-débit observées (calage annuel de TOPMODEL sur la Donga) pouvait égaler les performances de GLUE, la méthode probabiliste la plus employée en hydrologie. Cette capacité limitée de GLUE à extraire de l'information des observations a déjà été mise en évidence par certains auteurs (Montanari 2005; Mantovan et Todini 2006; Gattke et Schumann 2007). L'évolution temporelle des sensibilités au critère de performance pourrait constituer un élément d'une nécessaire révision des critères utilisés pour juger de la vraisemblance d'une combinaison de paramètres. Plus généralement, en ce qui concerne l'intégration de méthodes de descente basées sur le calcul du gradient à un formalisme bayésien, le lecteur est invité à se référer aux contributions très prometteuses de Kavetski *et al.* (2006b) et Kuczera *et al.* (2006).

Dans le cadre de la prévision opérationnelle, pour le moment la prévision d'ensemble en hydrologie se réduit principalement à prendre en compte différentes réalisations du forçage atmosphérique. L'avènement de programmes de recherche internationaux tels que HEPEx<sup>1</sup> (Hydrologic Ensemble Prediction EXperiment) présenté par Schaake *et al.* (2006) témoigne d'un intérêt croissant de la communauté des hydrologues pour cette problématique. Alors que Seo *et al.* (2006) soulignent la prise en compte des autres sources d'incertitude, il serait (une fois de plus) certainement profitable de s'inspirer de l'expérience acquise en météorologie afin de caractériser l'incertitude relative aux variables de contrôle estimées pour les modèles hydrologiques distribués. La prévision d'ensemble étant basée sur un nombre fini d'intégrations déterministes du modèle représentant le système, la pertinence de chacun des membres est indispensable pour une bonne approximation de la moyenne et de la dispersion de l'ensemble. Lorsque l'espace des facteurs d'entrée incertains est de dimension importante, les opérateurs adjoints et linéaires tangents peuvent être d'une très grande utilité afin de décrire le sous-espace de l'espace de contrôle original (décrit par des vecteurs caractéristiques de la variabilité du système) produisant l'amplification la plus importante des erreurs (Buizza *et al.* 1993).

---

<sup>1</sup><http://hydis8.eng.uci.edu/hepex/>

# Références

- Glossaire international de l'Hydrologie. Organisation des Nations Unies pour l'Education, la Science et la Culture (UNESCO) et Organisation des Nations Unies (ONU).
- Abbott M., J. Bathurst, J. Cunge, P. O'Connell et J. Rasmussen** (1986). An introduction to the european hydrological system - système hydrologique européen SHE. *Journal of Hydrology* **87**, pp. 45–77.1.3.2.2
- Ajami N., Q. Duan et S. Sorooshian** (2007). An integrated hydrologic bayesian multimodel combination framework : Confronting input, parameter, and model structural uncertainty in hydrologic prediction. *Water Resources Research* **43** (1)(W01403). 1.4.2.4
- Ajami N. K., Q. Duan, X. Gao et S. Sorooshian** (2006). Multimodel combination techniques for analysis of hydrological simulations : Application to distributed model intercomparison project results. *Journal of Hydrometeorology* **4**(7), pp. 755–768. 1.4.2.4
- Alekseev A. et I. M. Navon** (2003). Calculation of uncertainty propagation using adjoint equations. *International Journal of Computational Fluid Dynamics* **14**(4), pp. 283–288.2.4.3
- Alquier M., J. Chorda, D. Dartus, V. Estupina, C. Llovel et M. Maubourget** (2004). La chaîne de prévision du thoré. Technical report, Projet PACTES,IMFT.
- Alquier M., D. Dartus, M. Maubourguet et J. Chorda** (2004). Evaluation de la précision des résultats du modèle marine et sa pertinence pour l'anticipation des secours. Technical report, Dossier d'axe de recherche DU501 du CNES - Gestion des risques d'inondation. 3.1
- Ambroise B., K. Beven et J. Freer** (1996). Toward a generalisation of the topmodel concepts : topographic indices of hydrologic similarity. *Water Ressources Research* **32**(7), pp. 2135–2145.
- Anderson R. M., V. I. Koren et S. M. Reed** (2006, Mars). Using ssurgo data to improve sacramento model a priori parameter estimates. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 103–116.1.3.2.3, 1.5, 3.6, 5
- Anderton S., J. Latron et F. Gallart** (2002). Sensitivity analysis and multi-response, multi-criteria evaluation of a physically based distributed model. *Hydrological Processes* **16**(2), pp. 333–353.
- Andreassian V.** (2005). *Trois énigmes de modélisation hydrologique*. Ph. D. thesis, HDR Université Paris VI.
- Andreassian V., C. Perrin, C. Michel, I. Usart-Sanchez et J. Lavabre** (2001, Septembre). Impact of imperfect rainfall knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models. *Journal of Hydrology* **250**(1-4), pp. 206–223. 1.4.2.4
- Antoniadis A.** (2005). Méthodes non paramétriques d'estimation d'une densité de probabilité unidimensionnelle. Notes de cours Ecole d'été INRIA-CEA-EDF. 4.2.3.1
- Araya-Polo M.** (2006). *Approches to assess validity of derivatives and to improve efficiency in automatic differentiation of programs*. Ph. D. thesis, Université de Nice Sophia Antipolis.3.2.2.2
- Aster R., B. Borchers et C. Thurber** (2004). *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier Academic Press.

- Aubert D., C. Loumagne et L. Oudin** (2003). Sequential assimilation of soil moisture and streamflow data in a conceptual rainfall-runoff model. *Journal of Hydrology* **280**(1-4), pp. 145–161. 1.4.2.3
- Balin D.** (2004). *Hydrological behaviour through experimental and modelling approaches : application to the Haute-Mentue catchment*. Ph. D. thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. 1.4.2.3
- Bandaragoda C., D. Tarboton et R. Woods** (2004). Application of topnet in the distributed model intercomparison project. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 178–201.
- Bao J.-W. et Y.-H. Kuo** (1995). On-off switches in the adjoint method : Step functions. *Monthly Weather Review* **123**(5), pp. 1589–1594.
- Bao J.-W. et T. T. Warner** (1993, Octobre). Treatment of on/off switches in the adjoint method : FDDA experiments with a simple model. *Tellus Series A* **45**, pp. 525–+.
- Barre De Saint-Venant J.-C.** (1871). Theorie du mouvement non-permanent des eaux crues des rivières et a l'introduction des marées dans leur lit. *Acad. Sci. (Paris) Comptes rendus* **73**, pp. 147–154, 237–240.
- Barros E.** (1996). *Estimation de paramètres dans les équations de Saint-Venant*. Ph. D. thesis, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).
- Bastidas L., T. Hogue, S. Sorooshian, H. Gupta et W. Shuttleworth** (2006). Parameter sensitivity analysis for different complexity land surface models using multicriteria methods. *Journal of Geophysical Research - Atmospheres* **111**, pp. D20101. 1.4.2.3
- Bastidas L. A., H. Gupta, S. Sorooshian, W. Shuttleworth et Z. Yang** (1999). Sensitivity analysis of a land surface scheme using multi-criteria methods. *Journal of Geophysical Research* **104**(D16), pp. 19,481–19,490.
- Beck M.** (1987). Water quality modelling : a review of the analysis of uncertainty. *Water Resources Research* **23**, pp. 1393–1442. 1.4.2.3
- Beck M. B.** (1999). Coping with ever larger problems, models, and data bases. *Water Science and Technology* **39**(4), pp. 1–11. 1.5
- Belanger E. et A. Vincent** (2005, Janvier). Data assimilation (4d-var) to forecast flood in shallow-waters with sediment erosion. *Journal of Hydrology* **300**(1-4), pp. 114–125. 1.5
- Beldring S.** (2002). Multi-criteria validation of a precipitation-runoff model. *Journal of Hydrology* **257**(1-4), pp. 189–211. 1.4.2.3
- Ben Ameer H., G. Chavent et J. Jaffré** (2002). Refinement and coarsening indicators for adaptive parametrization : application to the estimation of hydraulic transmissivities. *Inverse Problems* **18**, pp. 775–794. 3.5
- Bennett A.** (1992). *Inverse Methods in Physical Oceanography*. Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics. Cambridge University Press. 2.3.1.2
- Bennett A. et P. McIntosh** (1982). Open ocean modeling as an inverse problem : Tidal theory. *Journal of Physical Oceanography* **12**(10), pp. 1004–1018.
- Bessiere H.** (2005). Intégration du réseau de drainage et changement d'échelle dans marine. Technical report, Rapport de stage, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Beven K.** (1984). Infiltration into a class of vertically non-uniform soils. *Hydrological Sciences Bulletin*, pp. 425–434.
- Beven K.** (1989). Changing ideas in hydrology : the case of physically-based models. *Journal of Hydrology* **105**, pp. 157–172. 1.5

- Beven K.** (1993). Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling. *Advances in Water Ressources* **16**, pp. 41–51.
- Beven K.** (1997). Topmodel : a critique. *Hydrological Processes* **11**, pp. 1069–1085.4.1.2.1
- Beven K.** (2001a). How far can we go in distributed hydrological modelling ? *Hydrology and Earth System Sciences* **5**(1), pp. 1–12.
- Beven K.** (2001b). *Rainfall-runoff modelling, The Primer*. Wiley.
- Beven K.** (2002). Towards an alternative blueprint for a physically based digitally simulated hydrologic. *Hydrological Processes* **16**, pp. 189–206.
- Beven K.** (2006, Mars). A manifesto for the equifinality thesis. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 18–36.
- Beven K. et A. Binley** (1992). The future of distributed models : model calibration and predictive uncertainty. *Hydrological Processes*, pp. 279–298. 1.3.2.2, 1.4.1.2, 1.5, 2.4.2
- Beven K. et J. Freer** (2001a). A dynamic topmodel. *Hydrological Processes* **15**(10), pp. 1993–2011.
- Beven K. et J. Freer** (2001b). Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the glue methodology. *Journal of Hydrology* **249**(1-4), pp. 11–29. 1.4.2.2
- Beven K. et M. Kirkby** (1979). A physically-based variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrological Sciences Bulletin*, pp. 43–69. 1.4.2.2, 4.1, 4.1.2.1, 4.1.2.1
- Beven K., R. Lamb, R. Quinn, P. and Romanowicz et J. Freer** (1995). *TOPMODEL*, Chapter Computer Models of Watershed Hydrology, pp. 627–668. Water Resources Publication, Highlands Ranch, Colorado.
- Beven K., A. Musy et C. Higy** (2001). Tribune libre : L’unicité de lieu, d’action et de temps. *Revue des Sciences de l’eau* **14**(4), pp. 525–533.
- Beven K., P. Smith et J. Freer** (2007). Comment on "hydrological forecasting uncertainty assessment : Incoherence of the glue methodology" by pietro mantovan and ezio todini. *Journal of Hydrology*, In Press, Accepted Manuscript.
- Beven K. et P. Young** (2003). Comment on “Bayesian recursive parameter estimation for hydrologic models” by M. Thiemann, M. Trosset, H. Gupta, and S. Sorooshian. *Water Resources Research* **39**, pp. 1–1.
- Bischof C., A. Carles, G. Corliss, A. Griewank et P. Hovland** (1992). Adifor-generating derivative codes from fortran programs. *Scientific Programming* **1**, pp. 11–29.
- Bischof, C. H. and Bücker H. M.** (2000). Computing derivatives of computer programs. In J. Grotendorst (Ed.), *Modern Methods and Algorithms of Quantum Chemistry : Proceedings, Second Edition*, Volume 3 de NIC Series, pp. 315–327. Jülich : NIC-Directors. 2.2.3.4
- Björk A.** (1996). *Numerical Methods for Least Squares Problems*. SIAM.
- Blasone R.-S.** (2007). *Parameter estimation and uncertainty assessment in hydrological modelling*. Ph. D. thesis, Technical University of Denmark (DTU).
- Blasone R. S., H. Madsen et D. Rosbjerg** (2007). Parameter estimation in distributed hydrological modelling : comparison of global and local optimization techniques. *Submitted..*2.4.2
- Blasone R.-S., J. A. Vrugt, H. Madsen et D. Rosbjerg** (2006). Uncertainty assessment in hydrologic modeling : Comparison of glue and markov chain monte carlo methods. In *Proceedings of the XVI International Conference on Computational Methods in Water Resources (CMWR XVI)*, Copenhagen, Denmark, June 19-22 2006.

- Blayo E., J. Blum et J. Verron** (1998, May). Assimilation variationnelle de données en océanographie et réduction de la dimension de l'espace de contrôle. In *Equations aux Dérivées Partielles et Applications (articles dédiés à Jacques-Louis Lions)*, pp. 199–219. Gauthier-Villars. 2.3.1.2, 3.5.2, 5
- Blayo E., S. Durbiano, P.-A. Vidard et F.-X. Le Dimet** (2003). Reduced order strategies for variational data assimilation in oceanic models. In B. Sportisse and F.-X. Le Dimet (Eds.), *Data Assimilation for Geophysical Flows*. Springer-Verlag.
- Blazkova S., K. J. Beven et A. Kulasova** (2002). On constraining topmodel hydrograph simulations using partial saturated area information. *Hydrological Processes* **16**(2), pp. 441–458. 1.4.2.3
- Blöschl G. et M. Sivapalan** (1995). Scale issues in hydrological modelling - a review. *Hydrological Processes* **9**, pp. 251–90.
- Bonnans J., J. Gilbert, C. Lemaréchal et C. Sagastizábal** (2006). *Numerical Optimization – Theoretical and Practical Aspects, seconde édition*. Universitext. Springer Verlag, Berlin.
- Borga M., S. Degli Esposti et D. Norbiato** (2006). Influence of errors in radar rainfall estimates on hydrological modeling prediction uncertainty. *Water Resources Research* **42**.1.4.2.4
- Borges M. D. et D. L. Hartmann** (1992). Barotropic instability and optimal perturbations of observed nonzonal flows. *Journal of the Atmospheric Sciences* **49**(4), pp. 335–354. 2.3
- Borgniet L., V. Estupina-Borrel, C. Puech et D. Dartus** (2003). Methodologies for analyzing and required dem accuracy : examples for predicting the behaviour of flash floods. *Canadian Journal of Remote Sensing* **29** (6), pp. 6. 1.2.2.1
- Bosman P. A. N. et E. D. de Jong** (2006). Combining gradient techniques for numerical multi-objective evolutionary optimization. In *GECCO '06 : Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, New York, NY, USA, pp. 627–634. ACM Press. 5
- Boutron O.** (2005). Intégration du micro-chevelu comme paramètre dans les modèles de ruissellement pour les crues à cinétique rapide. Technical report, Rapport de stage, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Bouttier F. et P. Courtier** (1999). Data assimilation concepts and methods. Meteorological Training Course Lecture Series.
- Bouvier C., P. Ayral, P. Brunet, J. Desprats et C. Martin** (2005). Hydrodynamique des sols cévenols : Cas du bassin du gardon d'anduze. In *5èmes Journées d'étude de l'OHM-CV*.
- Bouyssel F., V. Cassé et J. Pailleux** (1999). Variational surface analysis from screen level atmospheric parameters. *Tellus Series A* **51**, pp. 453–+.
- Boyle D., H. Gupta et S. Sorooshian** (2000). Toward improved calibration of hydrologic models : Combining the strengths of manual and automatic methods. *Water Resources Research* **36**(12), pp. 3663–3674.
- Boyle D. P., H. V. Gupta, S. Sorooshian, V. Koren, Z. Zhang et M. Smith** (2001). Toward improved streamflow forecasts : Value of semidistributed modeling. *Water Ressources Research* **37**(11), pp. 2749–2760.
- Brath A. et A. Montanari** (2000). The effect of the spatial variability of soil infiltration capacity in distributed flood modelling. *Hydrological Processes* **14**, pp. 2779–2794.
- Brath A., A. Montanari et E. Toth** (2004). Analysis of the effects of different scenarios of historical data availability on the calibration of a spatially-distributed hydrological model. *Journal of Hydrology* **291**(3-4), pp. 232–253.
- Brun R., P. Reichert et H. Künsch** (2001). Practical identifiability analysis of large environmental simulation models. *Water Resources Research* **37**(4), pp. 1015–1030.

- Buizza R. et T. N. Palmer** (1995). The singular vector structure of the global atmospheric global circulation. *Journal of Atmospheric Sciences* **52**, pp. 1434–1456.2.3.2
- Buizza R., J. Tribbia, F. Molteni et T. Palmer** (1993). Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction model. *Tellus, Series A* **45 A**(5), pp. 388–407.2.3.2, 5
- Burnash R.** (1995). *Computer Models of Watershed Hydrology*, Chapter The NWS river forecast system-catchment modeling. Water Resources Publications, Littleton, Colorado.
- Butts M. B., J. T. Payne, M. Kristensen et H. Madsen** (2004, Octobre). An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 242–266.
- Byrd R. et G. Shultz** (1982). A practical class of globally convergent active set strategies for linearly constrained optimization. Technical Report CU-CS-238-82, University of Boulder Colorado.2.4.2
- Byrd R. H., P. Lu et J. Nocedal** (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* **16**(5), pp. 1190–1208.2.4.2, B
- Cacuci D.** (1981a). Sensitivity theory for nonlinear systems. i. nonlinear functional analysis approach. *Journal Mathematical Physics* **22**(12), pp. 2794–2802.
- Cacuci D.** (1981b). Sensitivity theory for nonlinear systems. ii. extensions to additional classes of responses. *Journal Mathematical Physics* **22**(12), pp. 2803–2812.
- Cacuci D.** (2003). *Sensitivity and Uncertainty Analysis, Volume I Theory*. Chapman & Hall/CRC.2.1.3, 2.2.3.3, 2.2.3.6, 2.4.3
- Cacuci D. et M. Ionescu-Bujor** (2004). A comparative review of sensitivity and uncertainty analysis of large-scale systems - ii : Statistical methods. *Nuclear Science and Engineering* **147**(3), pp. 204–217.
- Cacuci D. G.** (1990). Global optimization and sensitivity analysis. *Nuclear Science and Engineering* **104**(1), pp. 78–88. 2.4.2, 5
- Cacuci D. G., M. Ionescu-Bujor et I. M. Navon** (2005). *Sensitivity and Uncertainty Analysis, Volume II, Applications to Large-Scale Systems*. Chapman & Hall/CRC.
- Callies U., A. Rhodin et D. P. Eppel** (1998, Décembre). A case study on variational soil moisture analysis from atmospheric observations. *Journal of Hydrology* **212-213**, pp. 95–108.1.5
- Calvet J.-C., J. Noilhan et P. Bessemoulin** (1998). Retrieving the root-zone soil moisture from surface soil moisture or temperature estimates : A feasibility study based on field measurements. *Journal of Applied Meteorology* **37**(4), pp. 371–386.
- Campolongo F. et A. Saltelli** (1997). Sensitivity analysis of an environmental model : an application of different analysis methods. *Reliability Engineering & System Safety* **57**(1), pp. 49–69.1.4.2.2
- Cappelaere B., B. Vieux, C. Peugeot, L. Séguis et A. Maia** (2003). Hydrologic process simulation of a semiarid, endoreic catchment in sahelian west niger. 2. model calibration and uncertainty characterization. *Journal of Hydrology* **279**(1-4), pp. 244–261.3.4.1.1
- Cappus P.** (1960). Etude des lois de l'écoulement. application au calcul et à la prévision des débits. *La Houille Blanche*, pp. 493–518.
- Cariboni J., D. Gatelli, R. Liska et A. Saltelli** (2007). The role of sensitivity analysis in ecological modelling. *Ecological Modelling* **203**, pp. 167–182. 1.4.2.2
- Carpenter T. M. et K. P. Georgakakos** (2004, Octobre). Impacts of parametric and radar rainfall uncertainty on the ensemble streamflow simulations of a distributed hydrologic model. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 202–221. 1.4.2.4

- Carpenter T. M. et K. P. Georgakakos** (2006). Discretization scale dependencies of the ensemble flow range versus catchment area relationship in distributed hydrologic modeling. *Journal of Hydrology* **328**(1-2), pp. 242–257. 1.4.2.4
- Carrera J. et S. Neuman** (1986). Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions : 2. uniqueness, stability and solution algorithms. *Water Resources Research* **2**, pp. 211–227. 2.3.1.2
- Castaings W., D. Dartus, M. Honnorat, F.-X. L. Dimet, Y. Loukili et J. Monnier** (2005). Automatic differentiation : A tool for Variational Data Assimilation and Adjoint Sensitivity Analysis for flood modeling. In H. M. Bücker, G. Corliss, P. Hovland, U. Naumann, and B. Norris (Eds.), *Automatic Differentiation : Applications, Theory, and Tools*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Springer.
- Castaings W., D. Dartus, F.-X. Le Dimet et G.-M. Saulnier** (2007). Sensitivity analysis and parameter estimation for the distributed modeling of infiltration excess overland flow. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* **4**(1), pp. 363–405.
- Castaings W., F.-X. Le Dimet et D. Dartus** (2003). Assimilation de données in situ et télédétection pour la modélisation hydrologique. *Bulletin de la Société Française de Photogramétrie et Télédétection, Hydrosystèmes et Télédétection à haute résolution* **4**(172), pp. 50–60.
- Castaings W., F.-X. Le Dimet et D. Dartus** (2004). Adjoint sensitivity analysis and variational data assimilation for flash flood forecasting. In *Proceedings of the 2nd international CAHMDA workshop on : The Terrestrial Water Cycle : Modelling and Data Assimilation Across Catchment Scales* (Princeton, USA), pp. 173–174.
- Castaings W. et S. Tarantola** (2008). *Uncertainty in industrial practice*, Chapter Sensitivity analysis methods, pp. 259–284. John Wiley & Sons publishers (to appear). 5
- Castillo V., A. Gómez-Plaza et M. Martínez-Mena** (2003). The role of antecedent soil water content in the runoff response of semiarid catchments : a simulation approach. *Journal of Hydrology* **284**(1-4), pp. 114–130.
- Charleux-Demargne J.** (2001). *Qualité des modèles numériques de terrain pour l'hydrologie. Application à la caractérisation du régime de crues des bassins versants*. Ph. D. thesis, Université de Marne-La-Vallée. 1.2.2.1
- Chavent G.** (1974). *Identification of Parameters in Distributed Systems*, Chapter Identification of functional parameter in partial differential equations. Heinemann. 1.5, 2.3.1.2
- Chavent G.** (1991). On the theory and practice of non-linear least-square. *Advances in Water Resources* **14**(2), pp. 55–63. 2.3.1.2
- Choi H. T. et K. Beven** (2007, Janvier). Multi-period and multi-criteria model conditioning to reduce prediction uncertainty in an application of topmodel within the glue framework. *Journal of Hydrology* **332**(3-4), pp. 316–336. 1.4.2.3
- Chow V., D. Maidment et L. Mays** (1988). *Applied Hydrology*. Civil Engineering series. Mac Graw Hill International Editions.
- Christensen S.** (2004). A synthetic groundwater modelling study of the accuracy of glue uncertainty intervals. *Nordic Hydrology* **35**, pp. 45–59.
- Christensen S. et R. L. Cooley** (1999). Evaluation of confidence intervals for a steady-state leaky aquifer model. *Advances in Water Resources* **22**(8), pp. 807–817. 1.4.1.3

- Christiaens K. et J. Feyen** (2001). Analysis of uncertainties associated with different methods to determine soil hydraulic properties and their propagation in the distributed hydrological Mike SHE model. *Journal of Hydrology* **246**(1-4), pp. 63–81. 1.3.2.2
- Christiaens K. et J. Feyen** (2002). Use of sensitivity and uncertainty measures in distributed hydrological modeling with an application to the Mike SHE model. *Water Resources Research* **38**(9).
- Christianson B. et M. Cox** (2005). *Automatic Propagation of Uncertainties*, pp. 47–58. Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Springer. 2.4.1, 2.4.3
- Ciarapica L. et E. Todini** (2002). Topkapi : a model for the representation of the rainfall-runoff process at different scales. *Hydrological Processes*, pp. 207–229.
- Clément F., N. Khvoenkova, A. Cartalade et P. Montarnal** (2004). Analyse de sensibilité et estimation de paramètres de transport pour une équation de diffusion, approche par état adjoint. Technical Report RR-5132, INRIA-Rocquencourt, Projet ESTIME. 2.3.2
- Cohen G.** (2000). Convexité et optimisation. Cours de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Corradini C., R. Morbidelli et F. Melone** (1998). On the interaction between infiltration and Hortonian runoff. *Journal of Hydrology* **204**, pp. 52–67.
- Courtier P., J.-N. Thepaut et A. Hollingsworth** (1994). A strategy for operational implementation of 4d-var, using an incremental approach. *Quarterly Journal - Royal Meteorological Society* **120**(519), pp. 1367–1387.
- Cukier R., H. Levine et K. Shuler** (1978). Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems. *Journal of Computational Physics* **26**, pp. 1–42. 5
- Daescu D. et I. M. Navon** (2004). Adaptive observations in the context of 4d-var data assimilation. *Meteorology and Atmospheric Physics* **85**, pp. 205–226. 2.3.1.2
- Daluz Vieira J.** (1983). Conditions governing the use of approximations for the Saint Venant equations for shallow surface water flow. *Journal of Hydrology* **60**, pp. 43–58. 3.1.1.1
- Darcy H.** (1856). Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris.
- Das T.** (2006). *The Impact of Spatial Variability of Precipitation on the Predictive Uncertainty of Hydrological Models*. Ph. D. thesis, Institut für Wasserbau der Universität Stuttgart. 1.4.2.4
- Datin R.** (1998). *Outils opérationnels pour la prévention des crues rapides : traitement des incertitudes et intégration des prévisions météorologiques. Développement de TOPMODEL pour la prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie. Application au bassin versant de l'Ardèche*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble. 4.2.1.1
- Dawdy D. R. et T. O'Donnell** (1965). Mathematical models of catchment behavior. *Journal of Hydraulic Division of the American Society of Civil Engineers* **91**, pp. 113–137.
- Delrieu G.** (2003). L'Observatoire Hydro-météorologique Méditerranéen Cévennes-Vivarais. *La Houille Blanche* **6**, pp. 83–88. 1.2.1.2, 4.2.1.1
- Demarty J., C. Ottlé, I. Braud, A. Oliso, J. P. Frangi, L. A. Bastidas et H. V. Gupta** (2004). Using a multiobjective approach to retrieve information on surface properties used in a SWAT model. *Journal of Hydrology* **287**(1-4), pp. 214–236. 1.4.2.3
- Denier J.-P., J.-L. Ducuing, J.-P. Goutorbe et S. Pierotti** (2001). Pactes, un projet d'amélioration de la gestion des inondations combinant avancées scientifiques et technologies du spatial. In *Conférence d'Information sur les Risques Naturels (SIRNAT)*.

- Ding Y. et S. Wang** (2005). Identification of manning's roughness coefficients in channel network using adjoint analysis. *International Journal of Computational Fluid Dynamics* **19**(1), pp. 3–13.1.5
- Ding Y. et S. Wang** (2006). Optimal control of open-channel flow using adjoint sensitivity analysis. *Journal of Hydraulic Engineering* **132**(11), pp. 1215–1228.1.5
- Doherty J.** (2004). *PEST : Model-Independent Parameter Estimation* (5th Edition ed.). Watermark Numerical Computing. 3.5.2
- Doherty J. et B. E. Skahill** (2006). An advanced regularization methodology for use in watershed model calibration. *Journal of Hydrology* **327**(3-4), pp. 564–577.
- Drécourt J.-P.** (2003). Kalman filtering in hydrological modelling. Technical report, Danish Hydraulic Institute, DAIHM project.
- Duan Q., N. K. Ajami, X. Gao et S. Sorooshian** (2007). Multi-model ensemble hydrologic prediction using bayesian model averaging. *Advances in Water Resources* **30**(5), pp. 1371–1386.1.4.2.4
- Duan Q., S. Sorooshian et V. Gupta** (1992). Effective and efficient global optimisation for conceptual rainfall-runoff models. *Water Resources Research* **28**(4), pp. 1015–1031. 1.4.1.2, 1.4.2, 1.5, 2.4.2, 3.6, 5
- Duband D.** (1978). Fonction de transfert pluie-débit sur des bassins versants de l'ordre de 1000 km<sup>2</sup>. Technical report, Rapport Interne EDF-DTG.
- Duband D., C. Obled et J. Rodriguez** (1993). Unit hydrograph revisited : an alternate iterative approach to uh and effective precipitation identification. *Journal of Hydrology* **150**, pp. 115–149.
- Dubois J. et M. Piroton** (2002). Génération et transfert des crues extrêmes, le logiciel faitou. Technical report, Laboratoire de Constructions Hydrauliques, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Dunker A.** (1984). The decoupled direct method for calculating sensitivity coefficients in chemical kinetics. *Journal of Chemical Physics* **81**, pp. 2385–2393.
- Dunne T. et R. Black** (1970). An experimental experimentation of runoff production in permeable soils. *Water Ressources Research* **2**(2), pp. 478–490.
- Durand P., C. Gascuel-Odoux et M.-O. Cordier** (2002). Parameterisation of hydrological models : a review and lessons learned from studies of an agricultural catchment (naizin, france). *Agronomie* **22**, pp. 217–228.
- Durbiano S.** (2001). *Vecteurs caractéristiques de modèles océaniques pour la réduction d'ordre en assimilation de données*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble I).2.3.1.2, 3.5.2
- Ebel B. A. et K. Loague** (2006). Physics-based hydrologic-response simulation : Seeing through the fog of equifinality. *Hydrological Processes* **20**, pp. 2887–2900.
- Eberhard P. et C. Bischof** (1999). Automatic differentiation of numerical integration algorithms. *Mathematics of Computation* **68**(226), pp. 717–731. 2.2.3.4
- Eckhardt K. et J. Arnold** (2001). Automatic calibration of a distributed catchment model. *Journal of Hydrology* **251**, pp. 103–109. 1.5
- Ehrendorfer M., R. M. Errico et K. D. Raeder** (1999). Singular-vector perturbation growth in a primitive equation model with moist physics. *Journal of the Atmospheric Sciences* **56**(11), pp. 1627–1648.
- Errico R. et K. Raeder** (1999). An examination of the accuracy of the linearization of a mesoscale model with moist physics. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **125**(553), pp. 169–195.2.4.1
- Errico R. et T. Vukicevic** (1992). Sensitivity analysis using an adjoint of the psu-ncar mesoscale model. *Monthly Weather Review* **120**(8), pp. 1644–1660. 2.3.2

- Errico R. M.** (1997). What is an adjoint model ? *Bulletin of the American Meteorological Society* **78**(11), pp. 2577–2591.
- Esteves M., X. Faucher, S. Galle et M. Vauclin** (2000). Overland flow and infiltration modelling for small plots during unsteady rain : numerical results versus observed values. *Journal of Hydrology* (228), pp. 265–282.
- Estupina-Borrel V. et D. Dartus** (2003). La télédétection au service de la prévision opérationnelle des crues éclair. *Bulletin de la Société Française de Photogramétrie et Télédétection, Hydrosystèmes et Télédétection à haute résolution* **4**(172), pp. 31–39. 3.1
- Estupina-Borrell V.** (2004). *Vers une modélisation hydrologique adaptée à la prévision opérationnelle des crues éclair - Application à de petits bassins versants du sud de la France*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse. 3.1.1.1
- Estupina-Borrell V., D. Dartus et R. Ababou** (2006). Flash flood modeling with the marine hydrological distributed model. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* **3**, pp. 3397–3438. 3.1
- Evensen G.** (1994). Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research* **99**, pp. 10143–10162. 1.4.2.3
- Fenicia F., H. H. G. Solomatine, D. P. abd Savenije et P. Matgen** (2007). Soft combination of local models in a multi-objective framework. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* **4**, pp. 91–123. 1.4.2.3
- Feyen L., J. A. Vrugt, B. O. Nuallain, J. van der Knijff et A. De Roo** (2007, Janvier). Parameter optimisation and uncertainty assessment for large-scale streamflow simulation with the lisflood model. *Journal of Hydrology* **332**(3-4), pp. 276–289.
- Fillion L. et S. Bélair** (2004). Tangent linear aspects of the kain-fritsch moist convective parameterization scheme. *Monthly Weather Review* **132**(10), pp. 2477–2494. 2.2.2
- Floudas C.** (2000). *Deterministic Global Optimization : Theory, Algorithms and Applications*. Kluwer Academic Publishers. 2.4.2, 5
- Fourquet G.** (2005). *Développement d'un système hydrométrique par analyse d'images numériques. Evaluation d'une année de fonctionnement continu sur l'Isère à Saint Martin d'Hères*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG).
- Francois A., F. J. Elorza, F. Bouraoui, G. Bidoglio et L. Galbiati** (2003). Sensitivity analysis of distributed environmental simulation models : understanding the model behaviour in hydrological studies at the catchment scale. *Reliability Engineering & System Safety* **79**(2), pp. 205–218.
- Franks S. W., P. Gineste, K. Beven et P. Merot** (1998). On constraining the predictions of a distributed model-the incorporation of fuzzy estimates of saturated areas into the calibration process. *Water Resources Research* **34**(4), pp. 787–797. 1.2.2.2, 1.4.2.3, 1.4.2.3, 4.5.2
- François C., A. Quesney et C. Ottlé** (2003). Sequential assimilation of sar-ers1 data into a coupled land surface-hydrological model using an extended kalman filter. *Journal of Hydrometeorology* **4**(2), pp. 473–487.
- Frappart F.** (2006). *Hydrologie spatiale : Développement d'applications pour l'utilisation de la télédétection sur les grands bassins fluviaux*. Ph. D. thesis, Université Toulouse III. 1.2.2.2
- Freer J., K. Beven et B. Ambroise** (1996). Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data : An application of the glue approach. *Water Resources Research* **32**(7), pp. 2161–2174. 1.3.2.1

- Freer J., J. J. McDonnell, K. J. Beven, N. E. Peters, D. A. Burns, R. P. Hooper, B. Aulenbach et C. Kendall** (2002). The role of bedrock topography on subsurface storm flow. *Water Ressources Research* **38**(12).
- Freer J. E., H. McMillan, J. J. McDonnell et K. J. Beven** (2004). Constraining dynamic topmodel responses for imprecise water table information using fuzzy rule based performance measures. *Journal of Hydrology* **291**(3-4), pp. 254–277. 1.4.2.3, 1.4.2.3
- Freeze R. et R. Harlan** (1969). Blueprint for a physically-based digitally-simulated hydrological response model. *Journal of Hydrology* **9**, pp. 237–258.
- Gattke C. et A. Schumann** (2007). Comparison of different approaches to quantify the reliability of hydrological simulations. *Advances in Geosciences* **11**, pp. 15–20.5
- Gaume E.** (2002). *Elements d'analyse sur les crues éclair*. Ph. D. thesis, Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts - Institut National de la Recherche Scientifique.
- Gaume E., J.-P. Villeneuve et M. Desbordes** (1998). Uncertainty assessment and analysis of the calibrated parameter values of an urban storm water quality model. *Journal of Hydrology* **210**(1-4), pp. 38–50.
- Gejadze I., F.-X. Dimet et V. Shutyaev** (2007). On error covariances in variational data assimilation. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling* **22**(2), pp. 163–175.2.3.1.2
- Gendreau N. et C. Puech** (2002). L'hydrologie et l'information issue du spatial. *La Houille Blanche* **1**, pp. 31–34.
- Genovese K., L. Lamberti et C. Pappalètere** (2005). Improved global-local simulated annealing formulation for solving non-smooth engineering optimization problems. *International Journal of Solids and Structures* **42**(1), pp. 203–237. 5
- Georgakakos K. P., D.-J. Seo, H. Gupta, J. Schaake et M. B. Butts** (2004, Octobre). Towards the characterization of streamflow simulation uncertainty through multimodel ensembles. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 222–241. 1.4.2.4
- Ghil M. et P. Malanotte-Rizzoli** (1991). Data assimilation in meteorology and oceanography. *Advances in Geophysics* **33**, pp. 141–226. 2.3.1.2
- Giering R.** (1997, December). Tangent linear and Adjoint Model Compiler, users manual. Technical report, Center for Global Change Sciences, Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Science, MIT, Cambridge, MA. Unpublished.
- Giering R. et T. Kaminski** (1998). Recipes for adjoint code construction. *ACM Transactions on Mathematical Software* **24**(4), pp. 437–474.
- Gilbert J.-C.** (1992). Automatic differentiation and iterative processes. *Optimization Methods and Software* **1**, pp. 13–21. 2.2.3.4
- Gilbert J.-C.** (2007). Optimisation différentiable. In *Techniques de l'Ingénieur*.2.4.2
- Gilbert J.-C., G. Le Vey et J. Masse** (1991). La différentiation automatique de fonctions représentées par des programmes. Technical report, Institut National pour la Recherche in Informatique et Automatique. 2.2.3.5
- Gilbert J. C. et C. Lemaréchal** (1989). Some numerical experiments with variable-storage quasi-newton algorithms. *Math. Programming Ser. B*(45), pp. 407–435. 2.4.2, B
- Gineste P.** (1998). *Contribution de l'imagerie radar ERS à la détection des zone saturées et à la modélisation d'un petit bassin versant agricole par TOPMODEL*. Ph. D. thesis, Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts.

- Gineste P., C. Puech et P. Mérot** (1998). Radar remote sensing of the source areas from the coet-dan catchment. *Hydrological Processes* **12**, pp. 267–284.1.2.2.2
- Güntner A., S. Uhlenbrook, J. Seibert et C. Leibundgut** (1999). Multi-criterial validation of topmodel in a mountainous catchment. *Hydrological Processes* **13**(11), pp. 1603–1620.1.4.2.3
- Grayson R. et G. Blöschl** (2001). *Spatial Patterns in Catchment Hydrology : Observations and Modelling*. Cambridge University Pres. 1.2
- Grayson R., I. Moore et T. A. McMahon** (1992). Physically based hydrologic modeling 2. is the concept realistic ? *Water Resources Research* **28**(10), pp. 2659–2666.
- Grayson R. B., A. W. Western, F. H. S. Chiew et G. Blöschl** (1997). Preferred states in spatial soil moisture patterns : Local and nonlocal controls. *Water Ressources Research* **33**(12), pp. 2897–2908.1.1.2
- Green W. et G. Ampt** (1911). Studies on soil physics, part i, the flow of air and water trough soils. *Journal of Agricultural sciences* **4**(1), pp. 1–24.
- Gresillon J.-M. et A. Taha** (1998). Les zones saturées contributives en climat méditerranéen : conditions d’apparition et influence sur les crues. *Hydrological Sciences Journal* **43**, pp. 267–282.
- Griesse R. et A. Walther** (2004). Evaluating gradients in optimal control : Continuous adjoints versus automatic differentiation. *Journal of Optimization Theory and Applications* **122**(1), pp. 63–86(24).2.2.1
- Griewank A.** (1995). Automatic directional differentiation of nonsmooth composite functions. Technical report, Technishe Universitat Dresden. 2.2.3.4
- Griewank A.** (2000). *Evaluating Derivatives : Principles and Techniques of Algorithmic Differentiation*. Number 19 in Frontiers in Appl. Math. Philadelphia, PA : SIAM.
- Griewank A., C. H. Bischof, G. F. Corliss, A. Carle et A. Williamson** (1993). Derivative convergence for iterative equation solvers. *Optimization Methods and Software* **2**, pp. 321–355.2.2.3.4
- Gupta H., K. Beven et T. Wagener** (2005). *Encyclopedia of Hydrological Sciences*, Chapter Model Calibration and Uncertainty Estimation. John Wiley and Sons.
- Gupta H. et S. Sorooshian** (1998). Toward improved calibration of hydrologic models : Multiple and noncommensurable measures of information. *Water Ressources Research* **34**(4), pp. 751–763.
- Gupta V. et H. Sorooshian** (1985). The automatic calibration of conceptual catchment models using derivative based optimization algorithms. *Water Ressources Research* **21**(4), pp. 473–485.1.5
- Hall C. et D. Cacuci** (1983). Physical interpretation of the adjoint functions for sensitivity analysis of atmospheric models. *Journal of Atmospheric Sciences* **40**, pp. 2537–2546.2.3.2
- Hall J., S. Tarantola, P. Bates et M. Horritt** (2005). Distributed sensitivity analysis of flood inundation model calibration. *Journal of Hydraulic Engineering* **131**, pp. 117–126.1.5
- Hall M. C., D. G. Cacuci et M. E. Schlesinger** (1982). Sensitivity analysis of a radiative-convective model by the adjoint method. *Journal of the Atmospheric Sciences* **39**(9), pp. 2038–2050.2.3.2
- Hansen P.** (1998). *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems. Numerical Aspects of Linear Inversion*. Philadelphia : SIAM. 2.3.2
- Hascoet L. et M. Araya-Polo** (2006). Enabling user-driven checkpointing strategies in reverse-mode automatic differentiation. Technical report, Institut National de la Recherche en Informatique et Automatique. 2.2.3.4
- Hascoët L., U. Naumann et V. Pascual** (2004). “to be recorded” analysis in reverse-mode automatic differentiation. *Future Generation Computer Systems* **21**(8).2.2.3.5

- Hascoët L. et V. Pascual** (2004). Tapenade 2.1 user's guide. Technical Report RT-0300, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA). 2.2.3.5
- Hassold E. et A. Galligo** (1996). Automatic differentiation applied to convex optimization. In M. Berz, C. Bischof, G. Corliss, and A. Griewank (Eds.), *Computational Differentiation : Techniques, Applications, and Tools*, pp. 287–297. Philadelphia, PA : SIAM. 2.2.3.4
- Hauet A.** (2003). *Estimation de débit et mesure de vitesse en rivière par Large-Scale Particle Image Velocimetry*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG.
- Helton J. C.** (1993). Uncertainty and sensitivity analysis techniques for use in performance assessment for radioactive waste disposal. *Reliability Engineering and System Safety* **42**(2-3), pp. 327–367. 2.4.1
- Hendrickson J. et L. Sorooshian, S. and Brazil** (1988). Comparison of Newton type and direct search algorithms for calibration of conceptual rainfall-runoff models. *Water Ressources Research* **24**(5), pp. 691–700. 1.4.1.1
- Hewlett J. et A. Hibbert** (1967). Factors affecting the response of small watersheds to precipitation in humid areas. In *International Symposium on Forest Hydrology*, Pergamon, New York., pp. 275–290.
- Hier-Majumber C., B. Travis, E. Bélanger, G. Richard, A. Vincent et D. Yuen** (2006). Efficient sensitivity analysis for flow and transport in the earth's crust and mantle. *Geophysical Journal International* **166**(2), pp. 907–922.
- Hill M. et C. Tiedeman** (2007). *Effective Groundwater Model Calibration*. 1.4.1.2
- Hill M. C.** (1998). Methods and guidelines for effective model calibration. Technical report, US Geological Survey. 1.4.1.2
- Homma T. et A. Saltelli** (1996). Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. *Reliability Engineering and System Safety* **52**, pp. 1–17. 4.3
- Honnorat M., J. Monnier, X. Lai et F.-X. Le dimet** (2006). Variational data assimilation for 2d fluvial hydraulics simulation. In *CMWR XVI-Computational Methods for Water Ressources. Copenhagen, june 2006*. 1.5
- Honnorat M., J. Monnier et F.-X. Le Dimet** (2006). Lagrangian data assimilation for river hydraulics simulations. In *Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD 2006, TU Delft, The Netherlands*.
- Hornberger G. et R. Spear** (1981). An approach to the preliminary analysis of environmental systems. *Journal of Environmental Management* **12**, pp. 7–18. 1.4.2.3
- Hornberger G. M., K. J. Beven, B. J. Cosby et D. E. Sappington** (1985). Shenandoah watershed study : Calibration of a topography-based, variable contributing area hydrological model to a small forested catchment. *Water Ressources Research* **21**, pp. 1841–1850.
- Horritt M.** (2000). Calibration of a 2-dimensional finite element flood flow model using satellite radar imagery. *Water Ressources Research* **36**(11), pp. 3279–3291. 1.2.2.2
- Horton R.** (1933). The role of infiltration in the hydrological cycle. *Trans. American Geophysical Union* **14**, pp. 446–460. 1.1.1
- Hossain F., E. N. Anagnostou, T. Dinku et M. Borga** (2004). Hydrological model sensitivity to parameter and radar rainfall estimation uncertainty. *Hydrological Processes* **18**(7), pp. 3277–3291. 1.4.2.4
- Hubert W.** (2003). Dictionnaire français d'hydrologie. centre national français des sciences hydrologiques, comission de terminologie. [http ://www.cig.enscm.fr/hubert/glu/indexdic.htm](http://www.cig.enscm.fr/hubert/glu/indexdic.htm). 1.1, 3.1.1, 4.1.4

- Huiskes M. J.** (2002). *Automatic Differentiation Algorithms in Model Analysis*. Ph. D. thesis, van Wageningen Universiteit. 2.4.3
- Hwang J., H. Rabitz, S. Rabitz et E. Dougherty** (1978). The green's function method of sensitivity analysis in chemical kinetics. *Journal of Chemical Physics* **69**, pp. 51–80.
- Ibbitt R. et T. O'Donnell** (1971a). Designing conceptual catchment models for automatic fitting methods. *IAHS Publication* **101**(HY9), pp. 462–475.
- Ibbitt R. et T. O'Donnell** (1971b). Fitting methods for conceptual catchment models. *Journal of Hydraulic Engineering* **97**(HY9), pp. 1331–1342. 1.4.1.1
- Ionescu-Bujor M. et D. Cacuci** (2004). A comparative review of sensitivity and uncertainty analysis of large-scale systems - i : Deterministic methods. *Nuclear Science & Engineering* **147**(3), pp. 189–203.
- Jabert F. et R. Mohtar** (2002). Dynamic time step for one-dimensional overland flow kinematic wave solution. *Journal of Hydrologic Engineering* **7**(1), pp. 3–11.
- Jain M., U. Kothyari et K. Raju** (2004). A GIS based distributed rainfall-runoff model. *Journal of Hydrology* **299**(3), pp. 107–135.
- Jakeman A. et G. Hornberger** (1993). How much complexity is warranted in a rainfall-runoff model ? *Water Resources Research* **29**(8), pp. 2637–2649.
- Janisková M., J.-N. Thépaut et J.-F. Geleyn** (1999). Simplified and regular physical parameterizations for incremental four-dimensional variational assimilation. *Monthly Weather Review* **127**(1), pp. 26–45.2.2.2
- Johnston P. et D. Pilgrim** (1976). Parameter optimization for watershed models. *Water Ressources Research* **12**(3), pp. 477–486.
- Kalman R. E.** (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering* **82**(Series D), pp. 35–45.
- Kanso A., G. Chebbo et B. Tassin** (2006). Application of mcmc-gsa model calibration method to urban runoff quality modeling. *Reliability Engineering & System Safety* **91**(10-11), pp. 1398–1405.
- Kavetski D.** (2006). *Analysis of input data uncertainty and numerical robustness in conceptual rainfall-runoff modelling*. Ph. D. thesis, University of Newcastle. 1.3.2.1, 1.5
- Kavetski D., S. W. Franks et G. Kuczera** (2002). Confronting input uncertainty in environmental modelling. In Q. Duan, H. V. Gupta, S. Sorooshian, A. N. Rousseau, and R. Turcotte (Eds.), *Calibration of Watershed Models*, pp. 49–68. AGU.
- Kavetski D., G. Kuczera et S. Franks** (2006a). Bayesian analysis of input uncertainty in hydrological modelling : I. application. *Water Resources Research* **42**(W03408).1.4.2.4
- Kavetski D., G. Kuczera et S. Franks** (2006b). Bayesian analysis of input uncertainty in hydrological modelling : I. theory. *Water Resources Research* **42**(W03407).1.4.2.4
- Kavetski D., G. Kuczera et S. W. Franks** (2003). Semi-distributed hydrological modelling : A "saturation path" perspective on TOPMODEL and VIC. *Water Resources Research* **39**(9), pp. 8.1–8.8.4.2.3.1
- Kavetski D., G. Kuczera et S. W. Franks** (2006c). Calibration of conceptual hydrological models revisited : 1. Overcoming numerical artifacts. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 173–186.
- Kavetski D., G. Kuczera et S. W. Franks** (2006d). Calibration of conceptual hydrological models revisited : 2. Improving optimisation and analysis. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 187–201.1.4.1.1, 2.4.2
- Kearfott R. B.** (1996). *Computational Differentiation : Techniques, Applications, and Tools (proceedings of the Second International Workshop on Computational Differentiation)*, ed. , a, pp. , 1996, Chapter

Automatic Differentiation of Conditional Branches in an Operator Overloading Context, pp. 75–81. Berz, M. and Bischof, C. and Corliss, G. and Griewank, A. 2.2.3.4

- Kergomard A., D. Labat, D. Dartus et P. Dupuys** (2004). Modélisation hydrologique des crues éclair sur deux bassins versants cévenols. paramétrisation de l'infiltration. Technical report, Rapport de Stage de DEA Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- Kim M., D. Choi et Y. Hwang** (2002). Composite nonsmooth optimization using approximate generalized gradient vectors. *Journal of Optimization Theory and Applications* **112**(1), pp. 145–165.5
- Kirchner J.** (2006). Getting the right answers for the right reasons : Linking measurements, analyses, and models to advance the science of hydrology. *Water Resources Research* **42**(W03S04).
- Kirkby M.** (1975). *Processes in Physical and Human Geography*, Chapter Hydrograph modelling strategies. Heinemann.
- Kirkby M.** (1997). Topmodel : a personal view. *Hydrological Processes* **11**, pp. 1087–1098.
- Kirkby M.** (2000). Catchment erosion and evolution : Geog2520. University of Leeds.
- Kitanidis P. et R. Bras** (1980a). Adaptive filtering through detection of isolated transient errors in rainfall-runoff models. *Water Ressources Research* **16**(4), pp. 740–748.1.4.2.3
- Kitanidis P. et R. Bras** (1980b). Real-time forecasting with conceptual hydrologic model. 1. analysis of uncertainty. *Water Ressources Research* **16**(6), pp. 1025–1033.1.4.1.1, 1.4.2.3
- Kitanidis P. K. et R. L. Bras** (1980c). Real-time forecasting with a conceptual hydrologic model - part ii : Applications and results. *Water Resources Research* **16**(6), pp. 1034–1044.
- Kleměš V.** (1983). Conceptualization and scale in hydrology. *Journal of Hydrology* **65**, pp. 1–23.1.3.2.1, 1.3.2.3
- Kleměš V.** (1997). Guest editorial : Of carts and horses in hydrologic modeling. *Journal of Hydrologic Engineering* **2**, pp. 43–49. 1.3.2.3
- Koren V., S. Reed, M. Smith, Z. Zhang et D.-J. Seo** (2004). Hydrology laboratory research modeling system (hl-rms) of the us national weather service. *Journal of Hydrology* **291**(3-4), pp. 297–318.
- Kuczera G.** (1983). Improved parameter inference in catchment models 2. combining different kinds of hydrologic data and testing their compatibility. *Water Ressources Research* **19**(5), pp. 1163–1172.1.4.2.3
- Kuczera G.** (1988). On the validity of first-order predictions limits for conceptual hydrologic models. *Journal of Hydrology* **103**, pp. 229–247. 4.6.1.1
- Kuczera G.** (1990a). Assessing hydrologic model nonlinearity using response surface plots. *Journal of Hydrology* **118**, pp. 143–161. 1.4.1.2, 1.4.1.3
- Kuczera G.** (1990b). Estimation of runoff-routing model parameters using incompatible storm data. *Journal of Hydrology* **114**, pp. 47–60.
- Kuczera G., D. Kavetski, S. Franks et M. Thyer** (2006). Towards a bayesian total error analysis of conceptual rainfall-runoff models : Characterising model error using storm-dependent parameters. *Journal of Hydrology* **331**(1-2), pp. 161–177. 1.4.2.4, 4.7.2.3
- Kuczera G. et M. Mroczkowski** (1998). Assessment of hydrologic parameter uncertainty and the worth of multiresponse data. *Water Resources Research* **34**, pp. 1481–1489.1.4.1.3, 1.4.2.3
- Kuczera G. et E. Parent** (1998). Monte carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models : the metropolis algorithm. *Journal of Hydrology* **211**(1-4), pp. 69–85.
- Kuzmin V., D. Seo et V. Koren** (2008). Fast and efficient optimization of hydrologic model parameters using a priori estimates and stepwise line search. *to appear in Journal of Hydrology*.2.4.2

- Lamb R., K. Beven et S. Myrabo** (1998, Décembre). Use of spatially distributed water table observations to constrain uncertainty in a rainfall-runoff model. *Advances in Water Resources* **22**(4), pp. 305–317.1.4.2.3
- Lardet P.** (1992). *Prévision des crues : contribution à l'utilisation opérationnelle des modèles pluie-débit*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Laroche S., M. Tanguay et Y. Delage** (2002). Linearization of a simplified planetary boundary layer parameterization. *Monthly Weather Review* **130**(8), pp. 2074–2087.2.2.2
- Lauvernet C.** (2005). *Assimilation variationnelle des observations de télédétection dans les modèles de fonctionnement de la végétation : utilisation du modèle adjoint et prise en compte des contraintes spatiales*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble I).
- Le Dimet F. et I. M. Navon** (1988). Variational and optimization methods in meteorology : A review. Technical Report 144(83), Supercomputer Computations Research Institute (SRCI). Technical Report : Early Review on Variational data assimilation.
- Le Dimet F.-X.** (1982). A general formalism of variational analysis. Report No. 22, IMMS, Norman, OK 73091.
- Le Dimet F.-X., I. M. Navon et D. N. Daescu** (2002). Second-order information in data assimilation. *Monthly Weather Review* **130**(3), pp. 629–648.2.3.2
- Le Dimet F.-X., P. Ngnepieba, M. Hussaini et D. Furbish** (2007). Error and uncertainties in geophysical fluids. (in preparation).
- Le Dimet F.-X., P. Ngnepieba et V. Shutyaev** (2002). On error analysis in data assimilation problems. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling* **17**(1), pp. 71–97.2.3.1.2
- Le Dimet F.-X., H.-E. Ngodock, B. Luong et J. Verron** (1997). Sensitivity analysis in variational data assimilation. *Journal of the Meteorological Society of Japan* **75**(1 B), pp. 245–255.2.3.2
- Le Dimet F.-X. et V. Shutyaev** (2005). On deterministic error analysis in variational data assimilation. *Nonlinear Processes in Geophysics* **12**(4), pp. 481–490.2.3.1.2
- Le Dimet F.-X. et O. Talagrand** (1986). Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations. *Tellus* **38A**, pp. 97–110.2.1.3, 2.4.2
- Le Lay M.** (2006). *Modélisation hydrologique dans un contexte de variabilité hydro-climatique. Une approche comparative pour l'étude du cycle hydrologique à méso-échelle au Bénin*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Le Lay M. et G. M. Saulnier** (2007a). Exploring the signature of climate and landscape spatial variabilities in flash flood events : Case of the 8-9 september 2002 cévennes-vivarais catastrophic event. *Geophysical Research Letters* **34**(L13401). 4.8
- Le Lay M. et G.-M. Saulnier** (2007b). Modélisation hydrologique distribuée de la région cévennes-vivarais. applications pour la simulation des crues et l'évaluation hydrologique des modèles météorologiques haute-résolution. In *Proceedings de la 6ème Journée d'Etude de l'OHM-CV*.4.8
- Le Meillour F.** (1996). *Etude expérimentale et numérique de la contribution des eaux de surface et de subsurface à la formation des crues. Conséquences sur l'hydrogramme d'un bassin versant (Application au Réal Collobrier)*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Lemaréchal C.** (1976). Nondifferentiable optimization, subgradient and subgradient methods. In *Optimization and Operations Research, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Volume 117. Springer-Verlag. 2.4.2
- Lemaréchal C. et E. Panier** (2000). Les modules m2qn1 et mqhess.2.4.2, 3.5

- Lemaréchal C. et C. Sagastizabal** (1997). Variable metric bundle methods : From conceptual to implementable forms. *Mathematical Programming, Series B* **76**(3), pp. 393–410. 2.4.2
- Lewis J. M. et J. C. Derber** (1985). The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints. *Tellus Series A* **37**, pp. 309–+.
- Li Z. et I. Navon** (1998). Sensitivity analysis of outgoing radiation at the top of the atmosphere in the NCEP/MRF model. *Journal of Geophysical Research - Atmospheres* **103**(D4), pp. 3801–3814.
- Li Z., I. Navon et M. Y. Hussaini** (2005). Analysis of the singular vectors of the full-physics florida state university global spectral model. *Tellus* **57A**. 2.3.2
- Li Z., I. M. Navon et Y. Zhu** (2000). Performance of 4d-var with different strategies for the use of adjoint physics with the fsu global spectral model. *Monthly Weather Review* **128**(3), pp. 668–688.
- Lindenschmidt K.-E., G. Ollesch et M. Rode** (2003). Physically-based hydrological modelling for non-point dissolved phosphorus transport in small and medium-sized river basins. *Hydrological Sciences Journal* **49**(3), pp. 495–510. 1.4.1.2
- Lions J.** (1968). *Optimal control of systems governed by partial differential equations*. Springer-Verlag. 1.3.2.3, 2.1, 2.2.1, 2.3.1.2
- Liu D. C. et J. Nocedal** (1989). On the limited memory BFGS method for large scale optimization. *Math. Programming* **45**(3, (Ser. B)), pp. 503–528. 2.4.2, B
- Liu Q., L. Chen, J. Li et V. Singh** (2004). Two dimensional kinematic wave model for overland flow. *Journal of Hydrology* **291**, pp. 28–41.
- Llovel C. et D. Dartus** (2003). Intégration du micro chevelu. prévision dans les bassins non jaugés : données spatiales et multiplicité d’échelles en hydrologie. In *IAHS decade on predictions in ungauged basins (pub) (Paris France)*.
- Loague K. et J. E. VanderKwaak** (2004). Physics-based hydrologic response simulation : platinum bridge, 1958 edsel, or useful tool. *Hydrological Processes* **18**, pp. 2949–2956.
- Longépé N.** (2004). Assimilation variationnelle de données dans le modèle d’interface sol-végétation-atmosphère isba. Technical report, Centre d’étude des Environnements Terrestre et Planétaires, Laboratoire d’Océanographie DYnamique et de Climatologie.
- Loumagne C.** (2001). *Observation spatiale et modélisation hydrologique pour la gestion des ressources en eau*. Ph. D. thesis, Université de Paris-Sud, Habilitation à diriger les recherches (HDR).
- Loumagne C., C. Michel et M. Normand** (1991). Etat hydrique du sol et prévision des débits. *Journal of Hydrology* **123**, pp. 1–17. 2
- Madsen H.** (2000). Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives. *Journal of Hydrology* **235**, pp. 276–288. 1.4.2.3
- Madsen H.** (2003). Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives. *Advances in Water Resources* **26**, pp. 205–216. 1.4.2.3, 1.5
- Mahfouf J.-F.** (1991). Analysis of soil moisture from near-surface parameters : A feasibility study. *Journal of Applied Meteorology* **30**(11), pp. 1534–1547. 1.5
- Mahfouf J.-F.** (1999, Mars). Influence of physical processes on the tangent-linear approximation. *Tellus Series A* **51**, pp. 147–+. 2.2.2, 2.4.1
- Mahfouf J.-F.** (2005). Linearization of a simple moist convection scheme for large-scale nwp models. *Monthly Weather Review* **133**(6), pp. 1655–1670. 2.4.1

- Maidment D.** (1993). *Handbook of Hydrology*. McGraw Hill, New York.
- Makowski D., D. Wallach et M. Tremblay** (2002). Using a bayesian approach to parameter estimation ; comparison of the GLUE and MCMC methods. *Agronomie* **22**, pp. 191–203.
- Mantovan P. et E. Todini** (2006, Octobre). Hydrological forecasting uncertainty assessment : Incoherence of the glue methodology. *Journal of Hydrology* **330**(1-2), pp. 368–381.5
- Marchand E., F. Clément et J. Roberts** (2007). Deterministic sensitivity analysis for a model for flow transport in porous media. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output (SAMO2007)*. 2.3.2
- Margulis S. et D. Entekhabi** (2001a). A coupled land surface-boundary layer model and its adjoint. *Journal of Hydrometeorology* **2**(3), pp. 274–296. 1.5, 2.3.2
- Margulis S. A. et D. Entekhabi** (2001b). Feedback between the land surface energy balance and atmospheric boundary layer diagnosed through a model and its adjoint. *Journal of Hydrometeorology* **2**(6), pp. 599–620.
- Mathevet T., V. Andreassian, C. Michel et C. Perrin** (2005). Intercomparison of local and global optimization technique to calibrate hydrological models : extensive assessment of 3 models over 313 watersheds. In *7th IAHS scientific assembly - MOPEX workshop*. 5
- Mazauric C.** (2003). *Assimilation de données pour les modèles d'hydraulique fluviale. Estimation de paramètres, analyse de sensibilité et décomposition de domaine*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier. (in french). 1.5
- McCuen R.** (1973a). Component sensitivity : a tool for the analysis of complex water resources systems. *Water Resources Research* **9** (1), pp. 243–247.
- McCuen R.** (1973b). The role of sensitivity analysis in hydrologic modelling. *Journal of Hydrology* **18**, pp. 37–53. 1.5, 2.4.1
- McDonnell J. J.** (2003). Where does water go when it rains ? moving beyond the variable source area concept of rainfall-runoff response. *Hydrological Processes* **17**, pp. 1869–1875.
- McLaughlin D.** (1995). Recent advances in hydrologic data assimilation. In *U.S. National Report to the IUGG (1991-1994)*, Reviews of Geophysics, Supplement, pp. 977–984. 2.4
- McLaughlin D.** (2002). An integrated approach to hydrologic data assimilation : Interpolation, smoothing, and filtering. *Advances in Water Resources* **25**(8-12), pp. 1275–1286. 2.4
- McLaughlin D. et L. Townley** (1996). A reassessment of the groundwater inverse problem. *Water Resources Research* **32**(5). 1.5
- Mein R. et C. Larson** (1973). Modeling infiltration during a steady rain. *Water resources research* **9**(2), pp. 384–394.
- Merlin O.** (2005). *Synergie des observations multispectrales : application en hydrologie*. Ph. D. thesis, Université Toulouse III. 1.2.2.2
- Metropolis N., A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, H. Teller et E. Teller** (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics* **21**(6), pp. 1087–1091. 1.4.2.2
- Miossec M.-P.** (2004). Apport des multi-modèles pour la modélisation sur des bassins versants non jaugés. Technical report, Université Pierre et Marie Curie, Université Paris-Sud, École des Mines de Paris, École Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts. Stage de DEA. 1.4.2.4

- Misirli F., H. V. Gupta, S. Sorooshian et M. Thiemann** (2003). *Calibration of Watershed Models*, Chapter Bayesian recursive estimation of parameter and output uncertainty for watershed models, pp. 113–124. American Geophysical Union, Washington, D.C.
- Montanari A.** (2005). Large sample behaviors of the generalized likelihood uncertainty estimation (glue) in assessing the uncertainty of rainfall-runoff simulations. *Water Resources Research* **41**(W08406).5
- Moore C. et J. Doherty** (2006a). The cost of uniqueness in groundwater model calibration. *Advances in Water Resources* **29**(4), pp. 605–623. 2.4.2
- Moore C. et J. Doherty** (2006b). Role of the calibration process in reducing model predictive error. *Water Resources Research* **41**(WS5020). 3.5.2, 3.6
- Moore I. et G. Foster** (1990). *Hydraulics of overland flow*. 3.1.1.1
- Moradkhani H., K.-L. Hsu, H. Gupta et S. Sorooshian** (2005). Uncertainty assessment of hydrologic model states and parameters : Sequential data assimilation using the particle filter. *Water resources Research* **41**(WS05012). 1.4.2.3
- Moradkhani H., S. Sorooshian, H. Gupta et P. Houser** (2005). Dual state-parameter estimation of hydrological models using ensemble kalman filter. *Advances in Water Resources* **28**, pp. 135–147. 1.4.2.3
- Moreda F., V. Koren, Z. Zhang, S. Reed et M. Smith** (2006, Mars). Parameterization of distributed hydrological models : learning from the experiences of lumped modeling. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 218–237. 1.3.2.2, 1.5, 5
- Morris M. D.** (1991). Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics* **33**, pp. 161–174. 1.4.2.2
- Mu M. et J. Wang** (2003). A method for adjoint variational data assimilation with physical "on-off" processes. *Journal of the Atmospheric Sciences* **60**(16), pp. 2010–2018.
- Muleta M. et J. Nicklow** (2004). Sensitivity and uncertainty analysis coupled with automatic calibration for a distributed watershed model. *Journal of Hydrology, In Press, Corrected Proof* **306**, pp. 127–145.
- Nabrantis I., C. Obled et Y. Rodriguez** (1995). Unit hydrograph and effective precipitation identification. *Journal of Hydrology* **168**, pp. 127–157.
- Nahar N., R. Govindaraju, C. Corradini et R. Morbidelli** (2004). Role of runoff for describing field-scale infiltration and overland flow over spatially variable soils. *Journal of Hydrology* **286**, pp. 36–51.
- Nash J. et J. Sutcliffe** (1970). River flow forecasting through conceptual models, 1 : a discussion of principles. *Journal of Hydrology* **10**, pp. 282–290.
- Navon I.** (1998). Practical and theoretical aspect of adjoint parameter estimation and identifiability in meteorology and oceanography. *Dynamics of Atmospheres and Oceans* **27**(1-4), pp. 55–79. 2.3.1.2
- Navon I.** (2007). Data assimilation for numerical weather prediction : a review. *Journal of Computational Physics, Submitted*. 2.3.1.2
- Navon I., Y. Cao et D. N. Daescu** (2007). Adaptive observations using hsv and tesv in a 4d-var framework with a finite volume shallow-water model. *Meteorology and Atmospheric Physics (submitted)*. 2.3.1.2
- Navon I., X. Zou, J. Derber et J. Sela** (1992). Variational data assimilation with an adiabatic version of the nmc spectral model. *Monthly Weather Review* **120**(7), pp. 1433–1446. 2.2.2
- Nelder J. A. et R. Mead** (1965). A simplex method for function minimisation. *The Computer Journal* **7**, pp. 308–313.
- Neveu J. et X. Perrot** (2002). Validation d'un modèle pluie-débit à partir d'une base de données d'évènements extrêmes. Technical report, State de DEA, Institut National Polytechnique de Toulouse.

- Ngniepieba P.** (2001). *Assimilation de données et identification de paramètres : une application en hydrologie*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I. 1.5
- Ngniepieba P., F.-X. Le Dimet, A. Boukong et G. Nguetseng** (2002). Inverse problem formulation for parameters determination using the adjoint method. *ARIMA Journal - Revue Africaine de la Recherche in Informatique et Mathématiques Appliquées* **1**, pp. 127–157.
- Ngodock H.** (1996). *Assimilation de données et Analyse de sensibilité : Une application à la circulation océanique*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- Nodet M.** (2005). *Modélisation mathématique et assimilation de données lagrangiennes pour l'océanographie*. Ph. D. thesis, Université de Nice.
- Obled C.** (2005). Cours d'initiation à la géostatistique. Notes de cours ENSHMG.
- Obled C., J. Wendling et K. Beven** (1994). The sensitivity of hydrological models to spatial rainfall patterns : an evaluation using observed data. *Journal of Hydrology* **159**(1-4), pp. 305–333.4.4.2.2
- Ogden F. L.** (2005). Physics-based hydrological modelling : Fundamental limits to predictability. *Advances in Water Ressources, Submitted*.
- Ollesch G., I. Kistner, R. Meissner et K.-E. Lindenschmidt** (2006, Décembre). Modelling of snowmelt erosion and sediment yield in a small low-mountain catchment in germany. *Catena* **68**(2-3), pp. 161–176. 1.4.1.2
- Omlin M., R. Brun et P. Reichert** (2001). Biogeochemical model of lake zurich : sensitivity, identifiability and uncertainty analysis. *Ecological Modelling* **141**(1-3), pp. 105–123.
- Oreskes N., K. Schrader-Frechette et K. Belitz** (1994). Verification, validation, and confirmation of numerical models in the earth sciences. *Science* **263**, pp. 641–644.
- Ottlé C., S. Le Hégarat et M. Zribi** (2003, Janvier). Applications de la télédétection en hydrologie. *Revue du Palais de la Découverte, "L'observation de la Terre par satellites"* **304**, pp. 37–47.1.2.2, 1.2.2.2
- Oudin L., C. Perrin, T. Mathevet, V. Andreassian et C. Michel** (2006, Mars). Impact of biased and randomly corrupted inputs on the efficiency and the parameters of watershed models. *Journal of Hydrology* **320**(1-2), pp. 62–83. 1.4.2.4
- Palacios-Velez O. L., W. Gandoy-Bernasconi et B. Cuevas-Renaud** (1998, Novembre). Geometric analysis of surface runoff and the computation order of unit elements in distributed hydrological models. *Journal of Hydrology* **211**(1-4), pp. 266–274. 3.1.1.1
- Palmer T. N., R. Gelaro, J. Barkmeijer et R. Buizza** (1998). Singular vectors, metrics, and adaptive observations. *Journal of the Atmospheric Sciences* **55**(4), pp. 633–653.2.3
- Panier E. R.** (1987). Active set method for solving linearly constrained nonsmooth optimization problems. *Mathematical Programming* **37**(3), pp. 269–292. 2.4.2
- Pappenberger F., K. Beven, M. Horritt et S. Blazkova** (2005). Uncertainty in the calibration of effective roughness parameters in hec-ras using inundation and downstream level observations. *Journal of Hydrology* **302**(1-4), pp. 46–69.
- Pascual V. et L. Hascoët** (2005). Extension of TAPENADE towards Fortran 95. In *Automatic Differentiation : Applications, Theory, and Tools*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Springer. 2.2.3.5
- Pellarin T., G. Delrieu, G.-M. Saulnier, H. Andrieu, B. Vignal et J.-D. Creutin** (2002). Hydrologic visibility of weather radar systems operating in mountainous regions : Case study for the ardèche catchment (france). *Journal of Hydrometeorology* **3**(5), pp. 539–555.1.4.2.4

- Pellenq J.** (2002). *Couplage de la modélisation hydrologique avec la modélisation des Transferts Sols-Végétation-Atmosphère, Application à la spatialisation et à l'assimilation des données du satellite SMOS*. Ph. D. thesis, Université Paul Sabatier.
- Pellenq J., J. Kalma, G. Boulet, G. M. Saulnier, S. Wooldridge, Y. Kerr et A. Chehbouni** (2003). A disaggregation scheme for soil moisture based on topography and soil depth. *Journal of Hydrology* **276**, pp. 112–127. 4.1.2.2
- Perrin C.** (2000). *Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble. 1.4.2.3, 2.2.1, 2.4.2
- Perrin C., L. Oudin, V. Andreassian, C. Rojas-Serna, C. Michel et T. Mathevet** (2007). Impact of limited streamflow data on the efficiency and the parameters of rainfall-runoff models. *Hydrological Sciences Journal* **52**(1), pp. 131–151.
- Perrot X.** (2002). Influence de la distribution de la pluie, création d'une base de données de scenarii. Rapport de stage de fin d'étude, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Peugeot C., B. Cappelaere, B. Vieux, L. Séguis et A. Maia** (2003). Hydrologic process simulation of a semiarid, endoreic catchment in sahelian west niger. 1. model-aided data analysis and screening. *Journal of Hydrology* **279**(1-4), pp. 224–243.
- Philip J.** (1963). *Advances in Hydrosience*, Chapter Theory of infiltration.
- Philip J. R.** (1957). The theory of infiltration : 1. The infiltration equation and its solution. *Soil Science* **83**(5), pp. 345–357.
- Piasecki M. et N. Katopodes** (1997). Control of contaminant releases in rivers and estuaries. part i : Adjoint sensitivity analysis. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* **123**(6), pp. 486–492. 1.5, 2.3.2
- Puech C.** (2000). *Utilisation de la télédétection et des modèles numériques de terrain pour la connaissance du fonctionnement des hydrosystèmes*. Ph. D. thesis, Institut national polytechnique de Grenoble. Habilitation à Diriger les Recherches. 1.2.2.1
- Puech C., D. Dartus, D. Bailly et V. Estupina-Borrel** (2003). Hydrologie distribuée, télédétection et problèmes d'échelle. *Bulletin de la Société Française de Photogramétrie et Télédétection, Hydrosystèmes et Télédétection à haute résolution* **4**(172), pp. 11–21.
- Puech C., D. Raclot, J.-S. Bailly, M. Alquier, J. Chorda, D. Dartus et M. Maubourguet** (2004). Valorisation de l'information issue de l'observation de la terre dans l'établissement des cartes d'aléa extrême, expertise sur l'utilisation des données spatiales dans le domaine de l'hydrologie. Technical report, Cemagref et Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (Convention "risques inondations no 01008). 1.2.2.1
- Quesney A., S. Le Hegarat-Masclé, O. Taconet, D. Vidal-Madjar, J. P. Wigneron, C. Loumagne et M. Normand** (2000). Estimation of watershed soil moisture index from ers/sar data. *Remote Sensing of Environment* **72**(3), pp. 290–303. 1.2.2.2
- Quinn P., K. Beven et R. Lamb** (1995). The  $\ln(a/\tan b)$  index : how to calculate it and how to use it within the topmodel framework.
- Quélo D.** (2004). *Simulation numérique et assimilation de données variationnelle pour la dispersion atmosphérique de polluants*. Ph. D. thesis, Ecole Nationale des Points et Chaussées. 2.3.1.2
- Rabier F., P. Courtier et O. Talagrand** (1992). An application of adjoint models to sensitivity analysis. *Contributions to Atmospheric Physics* **65**(3), pp. 177–192. 2.3.2

- Rabier F., H. Jarvinen, E. Klinker, J. F. Mahfouf et A. Simmons** (2000). The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. I : Experimental results with simplified physics. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **126**, pp. 1148–1170.
- Rabitz H., M. Kramer et D. Dacol** (1983). Sensitivity analysis in chemical kinetics. *Annual Review Journal of Chemical Physics* **34**, pp. 419–461.
- Raclot D.** (2003). *Méthodologie d'exploitation quantitative des photographies aériennes d'inondation de plaine*. Ph. D. thesis, Université Montpellier II. 1.2.2.2
- Ratto M., S. Tarantola et A. Saltelli** (2001). Sensitivity analysis in model calibration : Gsa-glue approach. *Computer Physics Communications* **136**(3), pp. 212–224.
- Ratto M., P. C. Young, R. Romanowicz, F. Pappenberge, A. Saltelli et A. Pagano** (2006). Uncertainty, sensitivity analysis and the role of data based mechanistic modeling in hydrology. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* **3**, pp. 3099–3146. 1.3.2
- Rawls W. et D. Brakensiek** (1982). Estimating soil water retention from soil properties. *Journal of Irrigation and Drainage* **108**, pp. 166–171.
- Rawls W. et D. Brakensiek** (1989). *Estimation of soil water retention and hydraulic properties*, Chapter Unsaturated flow in hydrologic modelling : Theory and Practice. Kluwer Academic.
- Refsgaard J.** (1997a). Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models. *Journal of Hydrology* **198**(1-4), pp. 69–97. 1.4.2.3, 1.5
- Refsgaard J.** (1997b). Validation and intercomparision of different updating procedure for real time flood forecasting. *Nordic Hydrology* **28**, pp. 65–84.
- Refsgaard J. C., J. P. van der Sluijs, J. Brown et P. van der Keur** (2006, Novembre). A framework for dealing with uncertainty due to model structure error. *Advances in Water Resources* **29**(11), pp. 1586–1597.
- Reggiani P. et J. Schellekens** (2003). Modelling of hydrological responses : the representative elementary watershed approach as an alternative blueprint for watershed modelling. *Hydrological Processes* **17**, pp. 3785–3789. 1.3.2.2
- Reggiani P., M. Sivapalan et S. M. Hassanizadeh** (2000). Conservation equations governing hillslope responses : Exploring the physical basis of water balance. *Water Resources Research* **36**, pp. 1845–1864. 1.3.2.2
- Reichle R.** (2000). *Variational Assimilation of Remote Sensing Data for Land Surface Hydrologic Applications*. Ph. D. thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Reichle R., D. Entekhabi et D. McLaughlin** (2001). Downscaling of radiobrightness measurements for soil moisture estimation : A four-dimensional variational data assimilation approach. *Water Resources Research* **37**(9), pp. 2353–2364. 1.5
- Richards L.** (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics* **1**, pp. 318–333.
- Rigon R., G. Bertoldi, T. Over. et D. Tamanini** (2004). GEOTOP : a distributed modeling of the hydrological cycle in the remote sensing era. In *Proceedings of the Second Catchment-scale Hydrological Modeling and Data Assimilation (CAHMDA) Workshop, Princeton*.
- Robert C.** (2004). *Développement et comparaison de méthodes d'assimilation de données de rang réduit dans un modèle de circulation océanique : application à d'Océan Pacifique Tropical*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble I).

- Robert C., S. Durbiano, E. Blayo, J. Verron, J. Blum et F.-X. Le Dimet** (2005). A reduced-order strategy for 4d-var data assimilation. *Journal of Marine Systems* **57**(1-2), pp. 70–82.2.3.1.2
- Rosenbrock H.** (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *The Computer Journal* **3**, pp. 175–184.
- Rostaing N. et S. Dalmas** (1991). Automatic analysis and transformation of fortran programs using a typed functional language. Technical report, Institut National de la Recherche en Informatique et Automatique. 2.2.3.5
- Rostaing N., S. Dalmas et A. Galligo** (1993). Automatic differentiation in odyssee. *Tellus, Series A* **45 A**(5), pp. 558–568. 2.2.3.5
- Roux H.** (2004). *Estimation de paramètres en hydraulique fluviale, à partir de données caractéristiques de l'imagerie aérienne*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.1.2.2.2
- Saltelli A.** (2002). Making best use of model valuations to compute sensitivity indices. *Computer Physics Communications* **145**, pp. 280–297.
- Saltelli A., K. Chan et E. Scott** (2000). *Sensitivity analysis*. Wiley series in probability and statistics. Wiley. 1.4.2.2, 2.4.1
- Saltelli A., S. Tarantola, F. Campolongo et M. Ratto** (2004). *Sensitivity analysis in practice, A guide to assessing scientific models*. Wiley. 2.3.2
- Sanders B. et N. Katopodes** (2000). Adjoint sensitivity analysis for shallow-water wave control. *Journal of Engineering Mechanics* **126**(9), pp. 909–919. 1.5
- Sandu A., D. Daescu et G. Carmichael** (2003). Direct and adjoint sensitivity analysis of chemical kinetic systems with kpp : Part i - theory and software tools. *Atmospheric Environment* **37**(36), pp. 5083–5096. 2.3.1.2
- Sandu A., D. N. Daescu, G. R. Carmichael et T. Chai** (2005, Mars). Adjoint sensitivity analysis of regional air quality models. *Journal of Computational Physics* **204**(1), pp. 222–252.2.3.1.2
- Sasaki Y.** (1955). A fundamental study of the numerical prediction based on the variational \* principle. *Journal of the Meteorological Society of Japan* **33**, pp. 262–275.
- Saulnier G.-M.** (1996). *Information pédologique spatialisée et traitement topographique améliorés dans la modélisation hydrologique par TOPMODEL*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble. 4.1.2.3
- Saulnier G.-M., K. Beven et C. Obled** (1997a). Digital elevation analysis for distributed hydrological modeling : Reducing scale dependance in effective hydraulic conductivity values. *Water Resources Research* **33**(9), pp. 2097–2101.
- Saulnier G.-M., K. Beven et C. Obled** (1997b). Including spatially variable soil depth in topmodel. *Journal of Hydrology* **202**, pp. 158–172.
- Saulnier G.-M. et R. Datin** (2004). Analytical solution to a bias in the topmodel framework balance. *Hydrological Processes* **18**(1-4), pp. 1195–1218.4.2.3.1
- Saulnier G.-M., C. Obled et K. Beven** (1997). Analytical compensation between dtm grid resolution and effective values of the saturated hydraulic conductivity within the topmodel framework. *Hydrological processes* **11**, pp. 1331–1346.
- Savenije H.** (2001). Equifinality, a blessing in disguise ? *Hydrological Processes* **15**, pp. 2835–2838.
- Schaake J., K. Franz, A. Bradley et R. Buizza** (2006). The hydrologic ensemble prediction experiment (hepex). *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss* **3**, pp. 3321–3332.

- Schmocker-Fackel P., F. Naef et S. Scherrer** (2007). Identifying runoff processes on the plot and catchment scale. *Hydrology and Earth System Sciences* **11**, pp. 891–906.
- Sei A. et W. Symes** (1995). A note on consistency and adjointness for numerical schemes. Technical report, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University. Tech. Report TR95-04.2.2.1
- Seibert J. et J. J. McDonnell** (2002). On the dialog between experimentalist and modeler in catchment hydrology : Use of soft data for multicriteria model calibration. *Water Ressources Research* **38**(11), pp. 1241. 1.4.2.3, 1.4.2.3
- Senarath S., F. Ogden, W. Downer et H. Sharif** (2000). On the calibration and verification of two-dimensional, distributed, hortonian, continuous watershed models. *Water Ressources Research* **36**, pp. 1495–1510. 1.5
- Seo D., V. Koren et N. Cajina** (2003a, July). Real-time assimilation of radar-based precipitation data and streamflow observations into a distributed hydrologic model. *Proceedings of Symposium HS03 held during IUGG2003 at Sapporo, IAHS Publ* **282**, pp. 138–142. 1.5, 2.4.2, 5
- Seo D., V. Koren et N. Cajina** (2003b). Real-time variational assimilation of hydrologic and hydrometeorological data into operational hydrologic forecasting. *Journal of Hydrometeorology* **4**(3), pp. 627–641. 1.5, 2.4.2, 5
- Seo D., V. Koren et S. Reed** (2003, July). Improving a priori estimates of hydraulic parameters in a distributed routing model via variational assimilation of long-term streamflow data. *Proceedings of Symposium HS03 held during IUGG2003 at Sapporo, IAHS Publ* **282**, pp. 109–113. 1.4.1.1, 1.5, 2.4.2, 5
- Seo D.-J., H. D. Herr et J. C. Schaake** (2006). A statistical post-processor for accounting of hydrologic uncertainty in short-range ensemble streamflow prediction. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss* **3**, pp. 1987–2035.
- Séguis L., B. Cappelaere, C. Peugeot et B. Vieux** (2002). Impact on sahelian runoff of stochastic and elevation-induced spatial distributions of soil parameters. *Hydrological Processes* **16**(2), pp. 313–332. 1.2.2.1, 3.3.3.1
- Shamseldin A. Y., K. M. O'Connor et G. C. Liang** (1997, Octobre). Methods for combining the outputs of different rainfall-runoff models. *Journal of Hydrology* **197**(1-4), pp. 203–229. 1.4.2.4
- Shanley J., K. Hjerdt, J. McDonnell et C. Kendall** (2003). Shallow water table fluctuations in relation to soil penetration resistance. *Groundwater* **41**(7), pp. 964–972.
- Sherman L.** (1932). Streamflow from rainfall by unit hydrograph method. *Engineering News Record* **108**, pp. 501–505. 4.1.4
- Sieber A. et S. Uhlenbrook** (2005). Sensitivity analyses of a distributed catchment model to verify the model structure. *Journal of Hydrology* **310**(1-4), pp. 216–235.
- Singh V.** (2001). Kinematic wave in water ressources : a historical perspective. *Hydrological Processes* **15**, pp. 671–706.
- Singh V.** (2002). Is hydrology kinematic ? *Hydrological processes* **16**, pp. 667–716. 3.1.1, 3.1.1.1
- Sirkes Z. et E. Tziperman** (1997). Finite difference of adjoint or adjoint of finite difference ? *Monthly weather review* **49**, pp. 5–40. 2.2.1
- Sivapalan M.** (2003). Process complexity at hillslope scale, process simplicity at the watershed scale : is there a connection ? *Hydrological Processes* **17**(5), pp. 1037–1041. 1.3.1, 1.3.2.1
- Sivapalan M., G. Blöschl, L. Zhang et R. Vertessy** (2003). Downward approach to hydrological prediction. *Hydrological Processes* **17**(11), pp. 2101–2111. 1.3.2.3

- Skahill B. E. et J. Doherty** (2006). Efficient accommodation of local minima in watershed model calibration. *Journal of Hydrology In Press, Corrected Proof*, pp. –.
- Skalsh M. et R. Farvolden** (1979). The role of groundwater in storm runoff. *Journal of Hydrology* **43**, pp. 45–65. 2
- Smith M. B., D.-J. Seo, V. I. Koren, S. M. Reed, Z. Zhang, Q. Duan, F. Moreda et S. Cong** (2004, Octobre). The distributed model intercomparison project (dmip) : motivation and experiment design. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 4–26. 1.4.2.4
- Sobol' I.** (1967). On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals. *USSR Computat. Maths. Math. Phys.* **7**, pp. 86–112. 4.3
- Sobol' I.** (1976). Uniformly distributed sequences with additional uniformity properties. *USSR Comput. Math. Math. Phys.* **16**(5), pp. 236–242. 4.3
- Sobol' I.** (1993). Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiment* **1**, pp. 407–414. 4.3, 5
- Sorooshian H. et V. Gupta** (1985). The analysis of structural identifiability : Theory and application to conceptual rainfall-runoff models. *Water Ressources Research* **21**(4), pp. 487–495. 1.4.1.1
- Sorooshian S. et F. Arfi** (1982). Response surface parameter sensitivity analysis methods for postcalibration studies. *Water Ressources Research* **18**(5), pp. 1531–1538.
- Sorooshian S. et V. K. Gupta** (1983). Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models : the question of parameter observability and uniqueness. *Water Ressources Research* **19**(1), pp. 260–268.
- Spear R. et G. Hornberger** (1980). Eutrophication in peel inlet - ii. identification of critical uncertainties via generalized sensitivity analysis. *Water Ressources Research* **14**, pp. 43–49.
- Sun N.-Z.** (1995). *Inverse Problems in Groundwater Modeling*. Kluwer Academic Publishers. 3.2.2.1
- Sun N.-Z. et W.-G. Yeh** (1985). Identification of parameter structure in groundwater inverse problems. *Water Ressources Research* **21**(6), pp. 869–883. 3.5
- Sun N.-Z. et W.-G. Yeh** (1990a). Coupled inverse problems in groundwater modeling 1. sensitivity and parameter identification. *Water Ressources Research* **26**(10), pp. 2507–2525. 1.4.1.2, 1.5, 2.3.2
- Sun N.-Z. et W.-G. Yeh** (1990b). Coupled inverse problems in groundwater modeling 2. identifiability and experimental design. *Water Ressources Research* **26**(10), pp. 2527–2540. 1.4.1.2, 2.3.1.2
- Tang Y., P. Reed, K. Van Werkhoven et T. Wagener** (2007). Advancing the identification and evaluation of distributed rainfall-runoff models using global sensitivity analysis. *Water Ressources Research* **43**(6), pp. –. 5
- Tang Y., P. Reed et T. Wagener** (2006). How effective and efficient are multiobjective evolutionary algorithms at hydrologic model calibration ? *Hydrology and Earth System Sciences* **10**, pp. 289–307.
- Tang Y., P. Reed, T. Wagener et K. Van Werkhoven** (2007). Comparing sensitivity analysis methods to advance lumped watershed model identification and evaluation. *Hydrology and Earth System Sciences* **11**(2), pp. 793–817.
- Tarantola A.** (1987). *Inverse Problem Theory. Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Amsterdam : Elsevier Science Publishers B.V., pp. xvi+613. 2.3.1.1
- Tarboton D. G.** (2003). Rainfall-runoff processes. Utah State University.
- GLUEWIN** (2007). Ver 3.1. <http://eemc.jrc.ec.europa.eu/softwaregluewin.htm>, European Commission, Joint Research Centre.

- SIMLAB** (2007). Ver 3.0. <http://sensitivity-analysis.jrc.cec.eu.int/>, European Commission, Joint Research Centre, Ispra.
- Thacker W. C.** (1989). The role of the hessian matrix in fitting model to measurements. *Journal of Geophysical Research* **94**(5), pp. 6177–6196. 1.4.1.2
- Thiemann M., M. Trosser, H. Gupta et S. Sorooshian** (2001). Bayesian recursive parameter estimation for hydrologic models. *Water Resources Research* **37**, pp. 2521–2536.
- Tikhonov A. N. et V. Y. Arsenin** (1977). *Solutions of Ill-posed Problems*. Washington, D.C. : W. H. Winston.
- Tonkin M. et J. Doherty** (2005). A hybrid regularized inversion methodology for highly parametrized environmental models. *Water Ressources Research* **41**.3.6
- Tremolet Y.** (2006, October). Accounting for an imperfect model in 4d-var. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **132**(621), pp. 2483–2504. 2.3.1.2
- Tromp-van Meerveld H. et J. McDonnell** (2006). On the interrelations between topography, soil depth, soil moisture, transpiration rates and species distribution at the hillslope scale. *Advances in Water Resources* **29**(2), pp. 293–310. 1.1.2
- Tsai F.-C., N.-Z. Sun et W.-G. Yeh** (2003). Global-local optimization for parameter structure identification in threedimensional groundwater modeling. *Water Resources Research* **39**(2)(1043).3.5
- Turanki T.** (1932). Sensitivity analysis of complex kinetic systems : Tools and Applications. *Journal of Mathematical Chemistry* **5**, pp. 203–246.
- van Griensven A., T. Meixner, S. Grunwald, T. Bishop, M. Diluzio et R. Srinivasan** (2006). A global sensitivity analysis tool for the parameters of multi-variable catchment models. *Journal of Hydrology* **324**(1-4), pp. 10–23.
- van Werkhoven K., T. Wagener, P. Reed et Y. Tang** (2008). Characterization of watershed model behavior across a hydroclimatic gradient. *Water Resources Research* **44**(W01429).5
- Varado L.** (2004). *Contribution au développement d'une modélisation hydrologique distribuée, Application au bassin versant de la Donga au Benin*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Vidard A.** (2001). *Vers une prise en compte des erreurs modèle en assimilation de données 4D variationnelle. Application à un modèle réaliste d'océan*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- Vidard P. A., E. Blayo, F.-X. Le Dimet et A. Piacentini** (2000). 4d variational data analysis with imperfect model. *Flow Turbulence and Combustion* **65**, pp. 489–504.
- Vidard P. A., A. Piacentini et F.-X. Le Dimet** (2004). Variational data analysis with control of the forecast bias. *Tellus* **56**(A), pp. 177–188. 2.3.1.2
- Vieux B., Z. Cui et A. Gaur** (2004). Evaluation of a physics-based distributed hydrologic model for flood forecasting. *Journal of Hydrology* **298**(1-4), pp. 115–177.
- Vieux B. et F. Moreda** (2003). Ordered physics- based parameter adjustment of a distributed model. In *Advances in Calibration of Watershed Models*, Volume 6 de *Water Science and Application*, pp. 267–281. American Geophysical Union.
- Vogel R., R. Batchelder et J. Stedinger** (2007). Appraisal of generalized likelihood uncertainty estimation (glue) methodology. *submitted to Water Resources Research*,.
- Vrugt J. et B. Robinson** (2007). Treatment of uncertainty using ensemble methods : Comparison of sequential data assimilation and bayesian model averaging. *Water Resources Research* **43** (1)(W01411).
- Vrugt J. A. et W. Bouten** (2002). Validity of First-Order Approximations to Describe Parameter Uncertainty in Soil Hydrologic Models. *Soil Science Society of America Journal* **66**(6), pp. 1740–1751. 1.4.1.3

- Vrugt J. A., W. Bouten, H. V. Gupta et S. Sorooshian** (2002). Toward improved identifiability of hydrologic model parameters : The information content of experimental data. *Water Ressources Research* **38**(12), 1.4.2.3
- Vrugt J. A., C. G. H. Diks, H. V. Gupta, W. Bouten et J. M. Verstraten** (2005). Improved treatment of uncertainty in hydrologic modeling : Combining the strengths of global optimization and data assimilation. *Water Ressources Research* **41**, 1.4.2.3
- Vrugt J. A., H. V. Gupta, L. A. Bastidas, W. Bouten et S. Sorooshian** (2003). Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models. *Water Ressources Research* **39**(8).
- Vrugt J. A., H. V. Gupta, W. Bouten et S. Sorooshian** (2003). A shuffled complex evolution metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters. *Water Ressources Research* **39**(8), 2.4.2, 3.6
- Vrugt J. A., B. O Nuallain, B. A. Robinson, W. Bouten, S. C. Dekker et P. M. Sloot** (2006, Octobre). Application of parallel computing to stochastic parameter estimation in environmental models. *Computers & Geosciences* **32**(8), pp. 1139–1155.
- Wagner T., D. Boyle, M. Lees, H. S. Wheeler, H. V. Gupta et S. Sorooshian** (2001). A framework for development and application of hydrological models. *Hydrology and Earth System Sciences* **5**, pp. 13–26.
- Wagner T., N. McIntyre, M. J. Lees, H. S. Wheeler et H. V. Gupta** (2003). Towards reduced uncertainty in conceptual rainfall-runoff modelling : dynamic identifiability analysis. *Hydrological Processes* **17**, pp. 455–476. 1.4.2.3
- Walther A.** (2007). Automatic differentiation of explicit runge-kutta methods for optimal control. *Comput. Optim. Appl.* **36**(1), pp. 83–108. 2.2.3.4
- Wang J., M. Mu et Q. Zheng** (2005). Initial condition and parameter estimation in physical "on-off" processes by variational data assimilation. *Tellus* **57A**, pp. 736–741.
- Wang Q. J.** (1991). The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models. *Water Ressources Research* **27**(9), pp. 2467–2471.
- Wang Y.-J. et J.-S. Zhang** (2007). An efficient algorithm for large scale global optimization of continuous functions. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **206**(2), pp. 1015–1026. 2.4.2
- Wang Z., I. Navon, F. Le Dimet et X. Zou** (1992). The second order adjoint analysis : Theory and applications. *Meteorology and Atmospheric Physics* **50**(1-3), pp. 3–20. 2.3.2
- Wendling J.** (1992). *Modélisation pluie-débit : Comparaison d’approches conceptuelles/physico-déterministes, globales/semi-distribuées. Essai de prise en compte de la variabilité spatiale de la pluie (Application au bassin du Réal Collobrier*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Werner M., N. Hunter et P. Bates** (2005, Novembre). Identifiability of distributed floodplain roughness values in flood extent estimation. *Journal of Hydrology* **314**(1-4), pp. 139–157.
- White L., B. Vieux, D. Armand et F.-X. Le Dimet** (2003). Estimation of optimal parameters for a surface hydrology model. *Advances in Water Resources* **26**(3), pp. 337–348. 1.5
- Wigmosta M., L. Vail et D. Lettenmaier** (1994). A distributed hydrology-vegetation model for complex terrain. *Water Ressources Research* **30**, pp. 1665–1679. 3.1.1.1
- Wigner E.** (1945). Effect of small perturbations on pile period. Technical report, Chicago report. 2.1.3, 2.3.2
- Wolfe P.** (1972). On the convergence of gradient methods under constraint. **16**(4), pp. 407–411.

- Wood E. F., D. P. Lettenmaier et V. G. Zartarian** (1992). A land-surface hydrology parametrization with subgrid variability for general circulation models. *Journal of Geophysical Research* **97**, pp. 2717–2728. 1.4.1.1
- Woolhisher D., S. R.E et J.-V. Giraldez** (1996). Effect of the spatial variability of saturated hydraulic conductivity on hortonian overland flow. *Water Resources Research* **32(3)**, pp. 671–678. 3.3.2, 3.4.1.1
- Wu L.** (2005). *Méthodes Variationnelles pour des Modèles Fonction-Structure de Plantes : Identification de Paramètre, Contrôle et Assimilation de Données*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble I).
- Xia Y., Z.-L. Yang, C. Jackson, P. L. Stoffa et M. K. Sen** (2004). Impacts of data length on optimal parameter and uncertainty estimation of a land surface model. *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)* **109**, pp. 7101–+.
- Xu H., D. H., B. Pogue, R. Springett, K. Paulsen et J. Dunn** (2003). Near-infrared imaging in the small animal brain : optimization of fiber positions. *Journal of Biomedical Optics* **8**, pp. 102–110.
- Xu Q.** (1996). Generalized adjoint for physical processes with parameterized discontinuities. part i : Basic issues and heuristic examples. *Journal of the Atmospheric Sciences* **53(8)**, pp. 1123–1142.
- Xu Q.** (2007). Generalized adjoint for physical processes with parametrized discontinuities : comparison of different approaches and related clarification. *submitted to Journal of Atmospheric Sciences*.
- Yang J.** (1999). *Assimilation de données variationnelle pour les problèmes de transport des sédiments en rivière*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble I).
- Yang J. et F. LeDimet** (1998). Variational data assimilation in the transport of sediment in river. *Science in China, Series D : Earth Sciences* **41(5)**, pp. 483–485. 1.5
- Yang X.** (1993). *Mise au point d'une méthode d'utilisation d'un modèle pluie-débit conceptuel pour la prévision des crues en temps réel*. Ph. D. thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Yang X. et C. Michel** (2000). Flood forecasting with a watershed model : a new method for parameter updating. *Hydrological Sciences Journal* **45(4)**, pp. 537–546.
- Yapo P., H. Gupta et S. Sorooshian** (1998). Multi-objective global optimization for hydrologic models. *Journal of Hydrology* **204**, pp. 83–97.
- Yapo P. O., H. V. Gupta et S. Sorooshian** (1996). Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models : sensitivity to calibration data. *Journal of Hydrology* **181(1-4)**, pp. 23–48.
- Yatheendradas S., T. Wagener, H. Gupta, C. Unkrich, M. Schaffner et D. Goodrich** (2005). Toward Improved Calibration of a Semi-arid Distributed Flash-Flood Model : A Hierarchical Sensitivity Scheme for Model Evaluation. *AGU Fall Meeting Abstracts*, pp. A485+. 1.5
- Yeh W.** (1986). Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology : The inverse problem. *Water Resources Research* **22**, pp. 95–108.
- Young P.** (1978). A general theory of modelling for badly defined dynamic systems. In G. C. Vansteenkiste (Ed.), *Modeling, Identification and Control in Environmental Systems*, pp. 103–135. Amsterdam : North Holland. 1.3.2
- Young P. C.** (2002). Advances in real time flood forecasting. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **360**, pp. 1433–1450. 1.3.2
- Zhang S., J. Zou, X. amd Ahlquist, I. Navon et J. Sela** (2000). Use of differentiable and non-differentiable optimization algorithms for variational data assimilation with discontinuous cost functions. *Monthly Weather Review* **128(12)**, pp. 4031–4044. 2.3.1.1

- Zhang S., X. Zou et J. E. Ahlquist** (2001). Examination of numerical results from tangent linear and adjoint of discontinuous nonlinear models. *Monthly Weather Review* **129(11)**, pp. 2791–2804.2.3.1.1
- Zhu C., R. Byrd, P. Lu et J. Nocedal** (1997). Algorithm 778 : L-bfgs-b : Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization. *ACM Transactions on Mathematical Software* **23(4)**, pp. 550–560.2.4.2
- Zhu J., M. Kamachi et G. Q. Zhou** (2002). Nonsmooth optimization approaches to VDA of models with on/off parameterizations : Theoretical issues. *Advances in Atmospheric Sciences* **19**, pp. 405–424.2.3.1.1
- Zin I.** (2002). *Incertitudes et ambiguïté dans la modélisation hydrologique*. Ph. D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble. 1.4.2.3
- Zin I. et C. Obled** (2006). Geomorphologic conditions for a robust unit hydrograph, with implications to ungauged catchments. *submitted to Journal of Hydrology*.
- Zou X.** (1997). Tangent linear and adjoint of "on-off" processes and their feasibility for use in 4-dimensional variational data assimilation. *Tellus, Series A : Dynamic Meteorology and Oceanography* **49(1)**, pp. 3–31. 2.2.2
- Zou X., A. Barcilon, I. M. Navon, J. Whitaker et D. Cacuci** (1993). An adjoint sensitivity study of blocking in a two-layer isentropic model. *Monthly Weather Review* **121(10)**, pp. 2833–2857.
- Zou X., I. M. Navon et J. Sela** (1993). Variational data assimilation with moist threshold processes using the nmc spectral model. *Tellus A* **45A**, pp. 370–387. 2.2.2
- Zupanski D.** (1993). The effects of discontinuities in the betts-miller cumulus convection scheme on four-dimensional variational data assimilation. *Tellus, Series A* **45 A(5)**, pp. 511–524.2.2.2

## Annexe A

# Quelques notions de calcul différentiel

Nous examinons ici quelques notions de différentiabilité ou de sous-différentiabilité dans les espaces de Hilbert, généralisation en dimension quelconque des espaces euclidiens utilisés en physique classique. Pour plus de détails sur ces notions et leur traduction dans le domaine de l'optimisation le lecteur est invité à se référer au polycopié de cours de Cohen (2000).

### Dérivée directionnelle

On appelle dérivée directionnelle de  $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{F}$  (avec  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  des espaces de Hilbert) au point  $x \in \mathcal{E}$  et dans la direction  $d$ , la limite suivante :

$$Df(x; d) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon d) - f(x)}{\varepsilon} \quad (\text{A.1})$$

### Dérivée partielle

Dans un espace de dimension finie (*i.e.*  $x = (x_1 \cdots x_n)$ ), on définit la dérivée partielle comme la dérivée directionnelle dans une direction de l'espace  $\mathcal{E}$ . Cette direction canonique étant donnée par  $d_i$ , la dérivée partielle est donnée par

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \hat{f}(x, d_i) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon d_i) - f(x)}{\varepsilon} \quad (\text{A.2})$$

quelque soit  $i = 1, \dots, n$ .

### Dérivée de Gâteaux

Si  $f$  admet des dérivées directionnelles pour toutes les directions  $d$  et si  $Df(x, d)$  est une fonction linéaire et continue de  $d$  (*i.e.*  $Df(x, d) = \hat{f}(x).d$ ), alors la fonction  $\hat{f}(x)$  est appelée dérivée de Gâteaux de  $f$  au point  $x$ . Si une telle dérivée existe en tout point où  $f$  est définie, on dira que  $f$  est différentiable au sens de Gâteaux. Cependant, l'existence d'une dérivée de Gâteaux en un point n'implique pas continuité de la fonction en ce point. On a pour cela recours à une notion plus contraignante, la dérivée de Fréchet.

## Dérivée de Fréchet

La fonction  $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{F}$  admet une dérivée de Fréchet au point  $x \in \mathcal{E}$  si il existe un opérateur linéaire continu  $\hat{f}(x)$  tel que

$$\lim_{\|d\| \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon d) - f(x) - \hat{f}(x).d}{\|d\|} = 0 \quad (\text{A.3})$$

pour tout  $d \in \mathcal{E}$ . Contrairement à la Gâteaux-différentiabilité, la Fréchet-différentiabilité implique la continuité de  $f$  en  $x$ .

## Notion de sous-gradient et de sous-différentiel

Une minorante affine continue exacte d'une fonction  $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$  est définie par un *coefficient directeur*  $r \in \mathcal{E}$  tel que

$$f(y) - f(x) \geq \langle r, y - x \rangle, \quad \forall y \in \mathcal{E} \quad (\text{A.4})$$

Pour une fonction  $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$ , on appelle **sous-gradient** de  $f$  en  $x$  (avec  $f(x) < +\infty$ ) tout vecteur  $r \in \mathcal{E}$  qui vérifie l'équation A.4. L'ensemble de ces vecteurs est appelé **sous-différentiel** de  $f$  en  $x$ . La notion de dérivée de Gâteaux correspond à l'unicité du sous-gradient en tout point de  $\mathcal{E}$ .

## Annexe B

# Méthode quasi-newton et algorithme de minimisation N2QN1

Nous dérivons dans cette annexe de manière succincte les principales caractéristiques de l'algorithme d'optimisation utilisé pour l'estimation des paramètres au cours de ce travail de thèse. Il s'agit du solveur N2QN1 de la librairie MODULOPT<sup>1</sup> développée et maintenue principalement par les membres du projet ESTIME de l'Institut National pour la recherche en Informatique et Automatique (INRIA). Tout comme N1QN3, très populaire et largement utilisé pour les problèmes d'assimilation de données de dimension importante, N2QN1 est un algorithme d'optimisation de type quasi-newton.

Avec pour objectif la minimisation d'une fonction  $f(x)$ , fonction scalaire de  $\mathbb{R}^p$  vers  $\mathbb{R}$ , les méthodes à direction de descente ont pour principe la génération d'une suite  $x^{(k)}$  par la récurrence

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha(k)d^{(k)} \quad (\text{B.1})$$

où  $d^{(k)}$  est une direction de descente de  $f$  en  $x^{(k)}$  et  $\alpha(k) > 0$  un pas de descente le long de  $d^{(k)}$ . La convergence de cet algorithme est tributaire du choix des directions de descente et de la règle de détermination du pas  $\alpha^{(k)}$ .

Si elle assure la convergence théorique, la direction de la plus grande pente donnée par le gradient (*i.e.*  $d^{(k)} = -g^{(k)}$  (où  $g^{(k)} = \nabla_{x=x^{(k)}} f(x)$ ) n'est pas du tout conseillée en pratique. En utilisant  $H^{(k)}$ , la matrice hessienne de  $f$  au point  $x^{(k)}$ , la méthode de Newton adopte (si  $H^{(k)}$  est semi-définie positive) comme direction de descente  $d^{(k)} = -(H^{(k)})^{-1}g^{(k)}$ . Afin de s'affranchir du calcul très coûteux des dérivées secondes, la méthode de quasi-newton remplace  $H^{(k)}$  par une approximation  $M^{(k)}$  mise à jour par les formules de BFGS, ou BFGS inverse (BFGS, initiales des mathématiciens Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno qui l'ont découverte à la fin des années 60).

Alors que N1QN3 adopte l'algorithme *l*-BFGS (Liu et Nocedal 1989; Gilbert et Lemaréchal 1989), version à mémoire limitée permettant le traitement de problèmes de dimension très importante ou la matrice  $M^{(k)}$  ne peut pas être stockée en mémoire (crucial en météorologie ou océanographie), N2QN1 permet la prise en compte de contraintes de bornes mais utilise la formulation BFGS classique. L'algorithme N2QN1 stockant la quasi-hessienne sous forme symétrique compressée, en fonction de la capacité mémoire de la machine

---

<sup>1</sup><http://www-rocq.inria.fr/estime/modulopt/>

utilisée, il permettra quand même le traitement de problème de taille relativement importante. D'autres implémentations permettent la prise en compte de contraintes de bornes en sein de l'algorithme BFGS à mémoire limitée (Byrd *et al.* 1995).

La notion de gradient projeté est utilisée afin de définir le gradient de  $x$  en un point admissible et les contraintes de type inégalités (bornes sur l'intervalle de variation des paramètres) sont assurées par une stratégie de contraintes actives utilisant la technique mise au point par Byrd et Shultz (1982) pour le relâchement des bornes. Enfin, pour le calcul du pas de descente  $\alpha^{(k)}$ , la convergence des méthodes de recherche linéaire exactes étant potentiellement très lente, des techniques de recherche linéaire approchées sont typiquement utilisées en combinaison avec les algorithmes de type quasi-newton pour forcer la convergence des itérés. La règle de Wolfe (1972) est utilisée par l'algorithme N2QN1.

Lorsque un tel algorithme est utilisé pour l'estimation des paramètres, les variables de contrôle à estimer peuvent être caractérisées par des ordres de grandeur et une influence sur le critère d'estimation très différents. Alors que, comme cela est décrit par Lauvernet (2005), une procédure de changement de variables ou de modification du produit scalaire peut être mise en œuvre pour assurer un pré-conditionnement du quasi-hessien. Cette remise à l'échelle est assurée de manière indirecte dans N2QN1 par les paramètres utilisés pour régler la précision attendue sur les variables de contrôle estimées. De plus, l'analyse post-optimale est très largement facilitée par la quasi-hessienne fournie à la dernière itération de l'algorithme d'optimisation. Des conditions sur la qualité de cette quasi-hessienne sont discutées dans Lemaréchal et Panier (2000). Plus généralement, le lecteur est invité à se référer à Bonnans *et al.* (2006) ou Gilbert (2007) pour le cadre théorique et l'implémentation pratique l'algorithmes d'optimisation puis à Lemaréchal et Panier (2000) pour plus de détails sur le code N2QN1.

