HAL
open science

Horloge à réseau optique à atomes de Strontium

Xavier Baillard

To cite this version:

Xavier Baillard. Horloge à réseau optique à atomes de Strontium. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00267252v2

HAL Id: tel-00267252

https://theses.hal.science/tel-00267252v2

Submitted on 27 Mar 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DES SYSTÈMES DE
RÉFÉRENCE TEMPS-ESPACE
DU LABORATOIRE NATIONAL DE MÉTROLOGIE ET D'ESSAIS

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI

Spécialité Physique Quantique

présentée par Xavier BAILLARD

pour obtenir le grade de Docteur de
l'Université de Paris VI

Sujet de Thèse :

Horloge à réseau optique à atomes de Strontium

Soutenue le 22 janvier 2008 devant le jury composé de :

M.	Claude FABRE	Président du jury
Mme.	Fernande VEDEL	Rapporteur
M.	Massimo INGUSCIO	Rapporteur
M.	Patrick GILL	Examinateur
M.	Bruno DESRUELLE	Examinateur
M.	Philip TUCKEY	Directeur de thèse
M.	Pierre LEMONDE	Directeur de thèse

Remerciements

J'ai effectué mon travail de thèse au laboratoire des systèmes de référence temps-espace du laboratoire national de métrologie et d'essais (le LNE-SYRTE, qui s'appelait encore BNM-SYRTE lorsque j'ai débuté), qui représente lui-même la partie "métrologie" du SYRTE. Lorsque je suis arrivé, Philip Tuckey, alors directeur du laboratoire, a gentiment accepté de m'ajouter à sa longue liste de doctorants à charge. J'ai également eu l'occasion de partager son bureau lorsque Noël Dimarcq a pris sa place à la tête du SYRTE, et ainsi profiter de ses nombreux fous rires suite à la lecture de ses mails. Je tiens à le remercier pour sa bonne humeur.

C'est à Pierre Lemonde qu'est revenue la lourde tâche d'encadrer ma thèse. C'est grâce à sa présence et ses conseils lors de mon stage de DEA que j'ai décidé de me lancer dans cette grande aventure. J'ai énormément appris à son contact et je souhaite le remercier pour ses nombreuses qualités. Il a notamment réussi à cerner mon caractère et à composer avec mes régulières baisses de motivation. C'est grâce à lui que j'ai finalement pris de l'assurance et réussi à mener mon travail à son terme. Ses connaissances apparemment sans limites, son optimisme indéfectible et son humour ont très largement aidé à apprécier mon passage dans le laboratoire. Je lui souhaite beaucoup de succès pour la suite.

Lorsque j'ai rejoint l'équipe "Strontium", elle était composée d'Audrey Quessada-Vial, d'Anders Brusch et de Rodolphe Le Targat. Audrey étant en fin de thèse, je n'ai eu que peu d'interaction avec elle, et mon travail initial a consister à démonter une partie du sien... je m'en excuse ! La cohabitation avec Anders et Rodolphe a par contre été plus longue et a plutôt bien fonctionné malgré nos différences de caractères. Elle a inauguré une bataille acharnée pour le contrôle de la programmation musicale, entre radio danoise, rock et musique électronique. Un de mes grands regrets restera de ne pas avoir réussi à convertir qui que ce soit à ma musique. Cette période coïncide également avec les premières campagnes de mesure, les journées interminables à tout préparer et les traitements de données à faire au plus vite. J'ai beaucoup appris à leur contact, et tout particulièrement grâce à Rodolphe avec qui j'ai travaillé pendant un peu plus de trois ans. Notre bonne entente, malgré quelques menues divergences de points vue, m'a beaucoup aidé pendant ces quatre années passées au SYRTE. Je le remercie pour sa disponi-

bilité, ses conseils et sa gentillesse et lui souhaite bonne chance dans ses aventures danoises.

L'arrivée de Mathilde Fouché dans l'équipe, à peu près au moment où Anders a commencé à rédiger, a également marqué mon passage au laboratoire. Munie d'un caractère bien trempé et d'une motivation sans faille, elle a largement contribué à l'avancement des travaux. Malgré une différence de caractère, l'entente a été immédiate et elle m'a beaucoup aidé à garder moral et motivation. Elle a elle aussi contribué à la réussite de ma thèse, et je l'en remercie profondément. La fin de ma thèse a vu successivement arriver Arnaud Lecallier, Philip Westergaard, dernier héritier de la "Danish Connection" si propre au laboratoire, et Jérôme Lodewyck. Je souhaite bonne chance aux deux premiers pour leur thèse, ainsi qu'à Jérôme pour sa carrière dans la recherche, et je m'excuse de n'avoir pas été très présent pour les aider à se familiariser avec l'horloge.

J'aborde maintenant la petite équipe de thésards avec qui j'ai passé une bonne partie de mon temps : Frédéric Chapelet, Julien Le Gouët, Loïc Duchayne et Jacques Millo. Ils ont partagé nombre de mes repas et pauses en tout genre, et j'ai toujours su apprécier la grande classe de leurs propos. Frédéric et Julien, qui ont commencé leur thèse en même temps que moi, ont également été des compagnons de galère durant la période de rédaction. L'un est déjà parti dans le cycle des post-docs et autres concours CNRS (courage !) alors que l'autre s'apprête à terminer sa thèse (bravo !). Je leur souhaite à tous les deux bonne chance. Loïc est désormais le prochain sur la liste, prêt à découvrir les joies de la rédaction. J'ai pour lui une pensée particulière étant donné que j'ai obstinément refusé de le citer dans ma bibliographie. J'espère qu'il ne m'en tiendra pas rigueur. Enfin je n'oublie pas Jacques et son comportement parfois surréaliste qui fait parfois oublier qu'il est normal !

En raison de ma position stratégique, à l'entrée de son bureau, j'ai pu souvent bénéficier de la quasi omniscience d'André Clairon. Je le remercie d'avoir toujours été disponible pour répondre à mes questions et relire mon manuscrit. Cette position ayant également quelques inconvénients, j'ai dû malgré moi assumer le flot incessant de personnes venant elles-aussi chercher conseil ! Je tiens à remercier aussi les autres permanents avec qui j'ai eu de nombreux échanges : Sébastien Bize, et ses éternels "alors, ça stronse ?" et "c'est bô !" ; Giorgio Santarelli, pour sa "contribution à la science" quotidienne et sa phobie des "freestylers" ; Arnaud Landragin et ses presque monologues ; Daniele Rovera et Yann Le Coq pour leur contribution aux mesures avec le peigne de fréquence femto-seconde ; Franck Pereira dos Santos pour son attitude toujours très cool ; et tous les autres : Philippe Laurent, Peter Wolf, Stéphane Guérandel, Peter Rosenbusch, Ouali Acef, Pierre Uhrich, Emeric de Clercq...

Un merci particulier à toute l'équipe d'électronique : Michel Lours, Laurent Volodimer et Michel Dequin ont toujours été présents pour m'aider au moindre

problème. Je remercie également toute la branche administration en commençant par celles qui sont récemment parties : Catherine Laurent et Yertha Baïdomti à qui j'ai souvent rendu visite, sans oublier Véronique Benayoun, Katia Vadet, Pascale Baudoin et Pascale Michel. Je n'oublie pas non plus Pascal Blondé, un temps assisté de David Cathelineau, qui s'occupe du parc informatique.

Enfin je tiens à remercier tous les thésards que j'ai pu croiser durant mes quatre ans au SYRTE. Certains sont déjà partis, comme Harold Marion, avec qui j'ai partagé mon bureau et à qui je n'ai jamais réussi à voler son écran plat, Céline Vian, la voleuse du-dit écran, François Narbonneau, sans qui la vie (hors) du labo n'aurait pas été ce qu'elle a été, Thomas Zanon, Patrick Cheinet, Benjamin Canuel et tout récemment François Impens. Je tiens à supporter particulièrement Alexandre Gauguet qui a le courage d'avancer sa rédaction tout en donnant des cours à l'autre bout de Paris. Enfin, je souhaite bonne chance à tous ceux qui en arriveront tôt ou tard à cette phase : François-Xavier Esnault, Michael Peterson, Friedemann Reinhardt, Clément Lacroûte. Je n'oublie pas non plus tous les non permanents et non thésards, en particulier Michel Abgrall et Rodolphe Boudot, et j'ai une petite pensée pour les quelques filles perdues au milieu de tous ces mâles : Stéphanie, Amandine et Laurine. Bon courage à elles !

Je tiens à conclure en remerciant tous les membres de mon jury de thèse qui ont accepté la lourde tâche de lire un manuscrit assez conséquent. Je remercie en particulier Claude Fabre pour avoir accepté de présider le jury et Patrick Gill qui a, malgré l'obstacle de la langue, bien voulu faire le déplacement et m'a inondé de questions. Je suis reconnaissant envers Fernande Vedel et Massimo Inguscio d'avoir accepté leur rôle de rapporteurs et d'avoir lu dans le détail les presque 250 pages qui composent ce manuscrit. Enfin, je remercie Bruno Desruelle de sa présence ainsi que la DGA de manière générale pour avoir financé mon travail pendant trois ans. Un dernier merci à l'Observatoire qui m'a permis de finaliser ma thèse dans de bonnes conditions.

Mes derniers mots vont à tous ceux qui ont simplement été là pendant ces quatre années à commencer par mes parents et mes soeurs. Aurélien, Michaël, Cécile, Aymeric ou encore Julie se sont eux aussi engagés dans la voie difficile de la thèse et ont été des interlocuteurs de choix. Enfin certains se sont simplement inquiétés de savoir comment ma thèse avançait, sont venus à ma soutenance ou m'ont demandé un exemplaire de ma thèse (mais si !) : je remercie donc en bloc Tristan, Renaud et Alexia, Gilles, Mehdi et Véro, Maïc et Malu, Jean-Baptiste et Antoine, Sébastien, Matthieu et Marie-Blanche, Céline et Rémi, Charli, Tiphaine, Jean-Wei qui est bien loin maintenant, Hélène, Ali, Tri-Dung, et tous les autres.

Table des matières

Remerciements **i**

Introduction **1**

1 Horloges optiques : les différentes approches **7**
1.1 Pourquoi passer à une horloge optique ? 7
1.2 Horloges optiques à atomes neutres non piégés 9
1.2.1 Horloge optique à atomes neutres de ^{40}Ca 9
1.2.2 Horloge utilisant des atomes neutres de ^{24}Mg 17
1.2.3 Mesure de la raie $1S \rightarrow 2S$ de l'hydrogène 17
1.2.4 Conclusion 20
1.3 Horloges optiques à ion(s) piégé(s) 21
1.3.1 Régime de Lamb-Dicke 22
1.3.2 Piégeage de particules chargées 24
1.3.3 Horloges à ion piégé utilisant une transition dipolaire électrique 26
1.3.4 Horloges à ion piégé utilisant une transition quadrupolaire ou octupolaire électrique 32
1.3.5 Discussion et applications des horloges à ion(s) piégé(s) . 39
1.4 Horloges à réseau optique 41
1.4.1 Piégeage d'atomes neutres 41
1.4.2 Annulation du déplacement lumineux dû au piège 43
1.4.3 Historique des résultats obtenus 44

2 L'horloge à réseau optique au ^{87}Sr : approche théorique **49**
2.1 La transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ 49
2.1.1 Structure fine en couplage intermédiaire 50
2.1.2 Structure hyperfine et transition d'horloge 53
2.1.3 Facteur de Landé différentiel 55
2.2 Principe de piégeage 57
2.2.1 Le piège dipolaire 57

2.2.2 Confinement dans un potentiel périodique 60
2.2.3 Confinement dans un potentiel périodique uniformément accéléré 66
2.3 Effets systématiques inhérents au dispositif 73
2.3.1 Effet Zeeman (premier et deuxième ordre) 73
2.3.2 Déplacement lumineux (premier et deuxième ordre) dû au laser de piégeage 76
2.3.3 Déplacement lumineux dû au rayonnement du corps noir . 80
2.3.4 Déplacement lumineux dû au laser d'interrogation 82
2.3.5 Conclusion 83
2.4 Stabilité de fréquence 84
2.4.1 Limite quantique 84
2.4.2 Effet Dick 85
2.4.3 Compromis entre stabilité et exactitude de fréquence . . . 88

3 Le laser d'horloge à 698 nm : un laser ultra-stable 91
3.1 Pourquoi un laser ultra-stable ? 91
3.2 Diode laser à cavité étendue fonctionnant avec un filtre interférentiel 92
3.2.1 Principe 92
3.2.2 Description du filtre 94
3.2.3 Comparaison avec un dispositif à réseau 95
3.2.4 Caractéristiques du laser à cavité étendue à 698 nm 97
3.3 Le laser ultra-stable 98
3.3.1 La cavité ultra-stable 99
3.3.2 Principe de l'asservissement de Pound-Drever-Hall 100
3.3.3 Montage expérimental 103
3.3.4 Évaluation du spectre de bruit du laser asservi 105
3.4 Dispositif d'annulation du bruit de phase 105
3.4.1 Principe du dispositif 106
3.4.2 Test de l'asservissement 107
3.4.3 Mesure de la correction de l'asservissement 111
3.5 Amélioration du laser actuel 112
3.5.1 Une nouvelle cavité ultra-stable 113
3.5.2 Nouveau montage expérimental 115

4 Dispositif expérimental 117
4.1 Séquence temporelle 117
4.1.1 Description d'un cycle 117
4.1.2 Contrôle de la séquence 119
4.2 La source d'atomes et la chaîne ultra-vide 119
4.2.1 Les fours 119

4.2.2 Jet principal 120
4.2.3 Jet secondaire 122
4.3 Refroidissement des atomes 123
4.3.1 La source à 461 nm 124
4.3.2 Ralentisseur Zeeman 127
4.3.3 Piège magnéto-optique 129
4.3.4 Autres faisceaux bleus 130
4.4 Le réseau optique 130
4.4.1 Montage expérimental 131
4.4.2 Asservissements du piège 134
4.5 Transfert des atomes dans le piège dipolaire 137
4.5.1 Différentes approches 137
4.5.2 Principe du drainage atomique 137
4.5.3 Mise en œuvre expérimentale du drainage atomique . . . 138
4.5.4 Repompage des atomes 141
4.6 Refroidissement sur raie étroite 144
4.6.1 Nécessité d'une deuxième étape de refroidissement 144
4.6.2 Limites du refroidissement longitudinal 146
4.6.3 Refroidissement transverse 148
4.6.4 Montage expérimental 149
4.7 Pompage optique 150
4.7.1 Principe 150
4.7.2 Mise en œuvre 151
4.8 Interrogation et détection des atomes 152
4.8.1 Interrogation 152
4.8.2 Détection 153

5 Horloge fonctionnant avec des atomes de ^{87}Sr 157
5.1 Résultats préliminaires 157
5.1.1 Température des atomes dans le piège 157
5.1.2 Évaluation du déplacement lumineux du premier et du deuxième ordre 164
5.1.3 Efficacité du pompage optique 169
5.2 Principe de la mesure absolue de fréquence 174
5.2.1 Asservissement du laser d'horloge sur la résonance atomique 174
5.2.2 Le peigne femtoseconde 177
5.3 Caractérisation de l'horloge au ^{87}Sr 180
5.3.1 Résonances et stabilité 180
5.3.2 Evaluation des effets du champ magnétique 181
5.3.3 Autres effets systématiques 186

5.3.4 Bilan - Conclusion 190

6 Horloge fonctionnant avec des atomes de ^{88}Sr 197

6.1 Propositions pour une horloge utilisant un isotope bosonique . . . 198

6.1.1 Modification de la structure atomique dans le cas du Sr . . 198

6.1.2 Horloge bosonique à réseau optique en utilisant des transitions à plusieurs photons 200

6.1.3 Horloge bosonique avec un champ magnétique statique . . 204

6.1.4 Horloge bosonique avec un laser à la longueur d'onde magique 207

6.2 Évaluation de l'horloge au ^{88}Sr 208

6.2.1 Modifications du dispositif expérimental 209

6.2.2 Caractérisation de l'horloge 212

6.2.3 Limites du dispositif 219

6.3 Comparaison des deux types d'horloges 220

Conclusion 223

Bibliographie 226

Introduction

L'effet du mouvement des atomes a toujours été le grand ennemi des mesures spectroscopiques. Dans le domaine des horloges atomiques, où l'on cherche à déterminer une fréquence de transition libre de toute perturbation, l'effet Doppler a d'ailleurs été longtemps une pierre d'achoppement. Pour cette raison, le développement de méthodes permettant de s'affranchir de cet effet a été particulièrement important durant les 50 dernières années. Deux types de solutions ont été imaginées : le piégeage des atomes, pour contrôler leur mouvement, et le développement de méthodes d'interrogation insensibles au mouvement des atomes. Après des propositions théoriques antérieures à 1950 pour des particules chargées, la réalisation expérimentale des pièges de Paul [1] et de Penning [2] a valu le Prix Nobel à Wolfgang Paul et Hans Dehmelt en 1989. Il a également été partagé par Norman F. Ramsey pour le développement d'une méthode d'interrogation à champ séparés [3, 4], permettant de s'affranchir du mouvement des atomes, qui est utilisée dans les fontaines atomiques. Ces deux domaines sont tout à fait connexes, puisqu'on sait depuis les années 50 que le confinement de particules sur des distances plus faibles que la longueur d'onde d'interrogation, le régime de Lamb-Dicke [5], est également un moyen de s'affranchir du mouvement des atomes. En ce qui concerne le contrôle du mouvement, des méthodes de refroidissement ont été développées par la suite. S'adressant initialement aux ions piégés (collisions avec un gaz tampon, couplage des électrodes du piège avec un système dissipatif refroidi par un liquide cryogénique), ces méthodes ont ensuite fait appel aux lasers (refroidissement Doppler puis refroidissement par bandes latérales) et ont pu être appliquées également aux atomes neutres. Ce travail sur le refroidissement et le piégeage de particules neutres par laser a d'ailleurs valu le Prix Nobel à Claude Cohen-Tannoudji [6], Steven Chu [7] et William D. Phillips [8] en 1997. Les méthodes d'interrogation ont également progressé, notamment avec le développement de l'interrogation Ramsey-Bordé [9] qui permet d'adapter à une longueur d'onde optique la technique des franges de Ramsey.

La métrologie temps/fréquence a directement profité de ces avancées en terme de refroidissement, de piégeage et d'interrogation. En effet, même si la seconde a été, jusqu'en 1967, définie à partir de données astronomiques (la durée d'un jour

moyen, puis la période de révolution de la Terre autour du Soleil), l'idée d'utiliser une référence atomique (plus précisément la fréquence de la radiation associée à une transition entre deux niveaux d'énergie) pour définir la seconde est apparue dès les années 1930. Face au succès des premières horloges à césium, développées à partir de 1950 [10], la définition de la seconde a été changée en 1967 lors de la 13ème Conférence Générale des Poids et Mesures [11] :

"La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins $F = 3$ et $F = 4$ de l'état fondamental $6s^{1/2}$ de l'atome de ^{133}Cs."[1]

A l'origine, les horloges au césium étaient réalisées à l'aide de jets thermiques traversant une cavité d'interrogation (interrogation de type Rabi), puis leur fonctionnement a évolué pour pouvoir utiliser une interrogation de Ramsey. Néanmoins, la grande vitesse des atomes thermiques était responsable de déplacements de fréquence importants, en particulier en raison de l'effet Doppler du second ordre. Bien que des méthodes aient été proposées alors pour diminuer la vitesse des atomes, c'est vraiment le développement des techniques de refroidissement qui a permis d'améliorer énormément les performances des horloges. C'est notamment le facteur qui a permis de lancer le développement des fontaines, imaginées en 1953 par Jerrold R. Zacharias et abandonnées jusqu'aux années 1980. La fontaine FO1 du SYRTE en est le premier prototype a avoir été évalué [12]. Actuellement, les meilleures fontaines atomiques (notamment les fontaines du SYRTE) présentent une exactitude, c'est à dire une incertitude sur l'évaluation des effets systématiques, de l'ordre de 10^{-16} [13], ce qui fait de la seconde l'unité physique réalisée avec la plus grande précision. La stabilité de ces horloges, qui représente une évaluation des fluctuations de fréquence lors de la mesure de la fréquence d'horloge, atteint la gamme des $10^{-14}\tau^{-1/2}$, c'est à dire des fluctuations typiques de 10^{-14} en valeur relative après 1 s de mesure.

Les horloges atomiques au césium sont utilisées dans plusieurs buts, à la fois pour des applications techniques et pour effectuer des tests fondamentaux sur les théories physiques. Citons par exemple la synchronisation des réseaux de télécommunications ou encore de la constellation des satellites GPS. Ces derniers possèdent tous des horloges atomiques embarquées affichant des stabilités sur un jour de l'ordre de 10^{-14}, la résolution spatiale d'une mesure par GPS étant direc-

[1] Cette définition, toujours en vigueur actuellement, a néanmoins été amendée deux fois : une première fois en 1980 pour préciser que cette valeur doit être ramenée à la surface du géoïde (en raison du déplacement gravitationnel lié à la différence d'altitude entre les différents laboratoires) ; une deuxième fois en 1997 pour ramener la définition de la fréquence à des atomes dans un environnement à 0 K (dès que le déplacement Stark dynamique dû au rayonnement thermique à 300 K est devenu non négligeable).

tement reliée à la résolution temporelle et donc à la synchronisation des différents satellites. Le projet européen Galiléo aura également besoin de ce genre d'horloge. A l'inverse, d'importants réseaux d'horloges et de masers à hydrogène au sol ("Deep Space Network") sont utilisés pour la localisation et la navigation des satellites. Il est alors primordial de disposer des horloges les plus performantes, notamment pour les projets spatiaux vers Mars et au-delà dans le système solaire. Enfin, les différents étalons primaires de fréquence présents dans le monde servent à la définition des échelles de temps. Les trois fontaines du SYRTE (FO1, FO2 et FOM) sont à l'origine du temps atomique français (TAF) et participent à l'élaboration du temps atomique international (TAI).

Une autre application des horloges atomiques est la possibilité d'effectuer des tests concernant la validité de différentes théories de physique fondamentale [14, 15]. Un des grands tests effectués porte notamment sur l'éventuelle dérive des "constantes" fondamentales, prévue par des théories alternatives à la théorie de la relativité. Jusqu'à récemment, seules des mesures astronomiques, présentant une faible résolution de mesure sur des grandes échelles de temps, étaient susceptibles de tester cette prévision. Une mesure datant de 2001 présenterait d'ailleurs une dérive effective de la constante de structure fine α [16] : $\Delta\alpha/\alpha = -0.72 \pm 0.18 \times 10^{-5}$ sur des échelles de temps cosmologiques, mais a été contredite en 2004 par une mesure du même type [17] (qui donne une variation $\Delta\alpha/\alpha = -0.06 \pm 0.06 \times 10^{-5}$), ce qui alimente une controverse [18, 19]. Avec les fontaines atomiques, puis les horloges optiques, on dispose maintenant de mesures de très grandes résolutions mais sur des intervalles de temps beaucoup plus courts. En effet, en suivant l'évolution de la fréquence d'horloges utilisant différents atomes, qui est reliée aux différentes constantes fondamentales, au cours du temps, on peut effectuer le même genre de test [20, 21, 22, 23] (les données n'ont pour le moment été accumulées que sur quelques années). Les observations ne sont d'ailleurs pas en accord avec les mesures astronomiques puisqu'aucun effet clair n'a été mis en évidence de cette manière. Enfin, des expériences d'horloges atomiques en micro-gravité (comme l'horloge PHARAO [24]) devraient permettre d'effectuer des mesures complémentaires de potentiel gravitationnel et de tests de relativité générale.

Dans le but d'améliorer la précision de ces évaluations, l'utilisation d'horloges encore plus performantes pourrait permettre une meilleure résolution pour ce genre de mesures. Plutôt que l'amélioration des fontaines atomiques, c'est maintenant le développement de nouvelles horloges qui semble le plus prometteur. En effet, les fontaines sont désormais proches de leur limite ultime. En terme d'exactitude, plusieurs effets systématiques commencent à être difficiles à contrôler à un meilleur niveau : les effets liés au mouvement des atomes (avec une incertitude de 3×10^{-16} sur FO2), le déplacement de fréquence provoqué par le rayonnement thermique (6×10^{-17}) et les collisions entre atomes froids (1.3×10^{-16}). Du point

de vue de la stabilité, la mesure des meilleures fontaines est actuellement limitée par le bruit de projection quantique [25] qui est également un bruit intrinsèque à toute mesure de système quantique. Une manière de diminuer ce bruit serait d'augmenter le nombre d'atomes interrogés, mais c'est une opération délicate en raison des collisions entre atomes. On pourrait également imaginer une manière de dépasser le bruit de projection quantique (avec des états comprimés [26]), mais aucune proposition réalisable n'a à ce jour été mise en oeuvre. Enfin, augmenter le temps de vol des atomes nécessiterait des dimensions pour la fontaine peu réalistes, puisque le gain en stabilité dépend de $\sqrt{h}$, où h est la hauteur de la fontaine.

Pour toutes ces raisons, il existe dorénavant un consensus sur l'avenir des horloges atomiques : la meilleure solution pour améliorer leurs performances est d'utiliser des transitions de plus grande fréquence. C'est pour cette raison que les horloges optiques, qui utilisent des fréquences de transition de 4 à 5 ordres de grandeur plus élevées, sont actuellement très largement étudiées. Alors que des projets d'horloges optiques existent depuis très longtemps, leur développement a été accéléré dans les années 1990 grâce au développement des lasers femtoseconde (dont les principaux contributeurs, Theodor W. Hänsch et John L. Hall, ont reçu le Prix Nobel en 2005) qui permettent de comparer les fréquences optiques aux fréquences micro-onde, ou bien les fréquences optiques entre elles. L'objet de mon travail de thèse a été de travailler sur la dernière génération d'horloges optiques actuellement développées : les horloges à réseau optique, et en particulier l'horloge utilisant des atomes de ^{87}Sr et de ^{88}Sr.

Le premier chapitre de ce manuscrit présente un état des lieux des différents types d'horloges optiques actuellement en développement dans le monde. Pour des raisons historiques, deux types d'horloges ont été développé en parallèle pendant les 1980. Ce sont d'une part des horloges à atomes neutres, qui fonctionnent sur un principe proche de celui des fontaines atomiques, avec une interrogation ayant lieu sur une assemblée d'atomes en chute libre ; et d'autre part les horloges à ion(s) piégé(s) dont le principe permet d'atteindre un très bon contrôle des effets systématiques, et notamment ceux liés au mouvement, à un niveau déjà meilleur que celui des meilleures fontaines [27, 28]. Il aura fallu attendre une proposition de 2001 [29] pour envisager le développement d'horloges à atomes neutres piégés qui devraient permettre de combiner les avantages de ces deux types d'horloges.

Une approche théorique de l'horloge à réseau optique fonctionnant avec des atomes de ^{87}Sr est présentée dans le chapitre 2. Elle présente notamment les particularités, dans la structure atomique de cet isotope fermionique du Sr, qui font de lui un candidat idéal pour ce type d'horloge : un transition optique virtuellement infiniment fine et la possibilité de piéger les atomes par laser dans le régime de Lamb-Dicke sans induire de déplacement de fréquence rédhibitoire. En effet,

la structure des niveaux, de moment cinétique électronique total $J = 0$, supprime la dépendance en polarisation du déplacement lumineux, et il existe une longueur d'onde induisant le même déplacement lumineux pour les deux niveaux d'horloge. Une évaluation des différents effets systématiques d'un tel dispositif (mouvement des atomes, effet du piège, sensibilité au champ magnétique...), qui permet d'espérer une exactitude meilleure que 10^{-17}, ainsi qu'une discussion sur la stabilité accessible sont également présentées.

Les chapitres 3 et 4 présentent les différentes parties du montage expérimental. Une part importante de cette description concerne le laser ultra-stable servant à l'interrogation des atomes, qui est un point central de l'horloge. Les différentes étapes de stabilisation, ainsi que les améliorations nécessaires, sont discutées. L'horloge fonctionnant de manière séquentielle, une présentation du cycle de mesure ainsi que le détail des toutes les étapes (refroidissement, piégeage, interrogation et détection) est traité de manière complète. La phase de pompage optique et d'interrogation en présence de champ magnétique, ajoutée en 2006, est la modification la plus récente de l'horloge.

Enfin, les deux derniers chapitres sont consacrés à deux évaluations de l'horloge. Dans le chapitre 5, on présente notamment les derniers résultats de l'horloge à ^{87}Sr. Ils proviennent d'une part d'une campagne d'évaluation des effets du piège sur la mesure de la fréquence, effectuée à l'automne 2005, et d'autre part de deux campagnes d'évaluation de l'horloge, en mars et novembre 2006. La première campagne a permis de mesurer pour la première fois les effets d'ordre élevés dus au piège [30] et de s'assurer qu'ils ne limitaient pas les performances de l'horloge. Les deux campagnes suivantes [31, 32] ont consisté à évaluer les effets systématiques de l'horloge qui a désormais une exactitude de 2.6×10^{-15}. Le chapitre 6 est quant à lui relatif à une évaluation de l'horloge en utilisant l'isotope bosonique ^{88}Sr [33] qui s'est révélé lui aussi être un candidat potentiel à ce type d'horloge. Les deux systèmes ayant des avantages propres, l'utilisation conjointe des deux isotopes devrait permettre d'améliorer la connaissance de la structure atomique, et donc de certains effets (déplacement dû au rayonnement thermique) encore assez mal connus de manière théorique.

Chapitre 1

Horloges optiques : les différentes approches

1.1 Pourquoi passer à une horloge optique ?

Actuellement, le niveau de performance des meilleurs horloges micro-onde, les fontaines atomiques, atteint des valeurs proches de 10^{-16} en terme d'exactitude, et de quelques $10^{-14}\tau^{-1/2}$ en stabilité [13]. Ces valeurs peuvent encore être améliorées, mais on approche de limites fondamentales et non techniques pour ce type d'horloge. Les fontaines ont presque atteint la limite où le bruit de projection quantique est le bruit limitant. Pour améliorer la stabilité dans une telle configuration, il faudrait augmenter le nombre d'atomes ou améliorer la finesse des résonances observées, actuellement de l'ordre de 1 Hz. Cependant, avec une interrogation de type Ramsey, cette largeur est donnée par la transformée de Fourier du temps de vol entre les deux interrogations, lui même limité par l'expansion transverse des atomes. A moins de procéder à une interrogation en micro-gravité, les améliorations possibles sont donc assez limitées. Il en est de même pour l'exactitude, où les effets motionnels des atomes sont la principale source d'incertitude. A ce niveau, les perspectives de gain en terme d'exactitude et de stabilité de fréquence ne résident plus dans les améliorations des fontaines, mais plutôt dans le choix de nouveaux types d'horloges atomiques.

Pour dépasser les limites des horloges micro-onde, l'idée la plus naturelle a été de développer des horloges optiques. En effet, les effets systématiques sont pour la plupart indépendants de la fréquence de la transition utilisée, et donc contrôlables en valeur relative à un bien meilleur niveau pour une transition optique (quelques centaines de THz) que pour une transition micro-onde (9.2 GHz pour le ^{133}Cs). Il en est de même pour la stabilité lorsqu'elle n'est plus limitée que par le bruit de projection quantique. En revanche, ces considérations ne sont pas vraies en ce

qui concerne les effets liés au mouvement des atomes (effet Doppler et effet de recul) qui restent, en valeur relative, du même ordre de grandeur lorsqu'on passe à une transition optique. Si l'objectif des horloges optiques est de dépasser une exactitude de 10^{-16}, il faut alors impérativement utiliser des atomes piégés dans le régime de Lamb-Dicke [5].

Des mesures de fréquences optiques ont été entreprises en même temps que le développement d'horloges au Cs, mais il a fallu attendre des développements relativement récents pour permettre de franchir les principaux obstacles concernant ces horloges : le refroidissement et le piégeage d'une part, et la mesure de fréquences optiques d'autre part. Si la première condition est réalisable depuis longtemps pour des particules chargées, les techniques de piégeage d'atomes neutres n'existent que depuis les années 1980. D'autre part, des mesures simples de fréquences optiques de très haute précision ne sont possibles que depuis le développement des peignes de fréquence femtoseconde à la fin des années 1990. A cause de ces limites, les premières horloges optiques ont été développées selon deux axes différents. D'une part les horloges à atomes neutres, ayant un fonctionnement proche des horloges micro-onde, où la fréquence de la transition est mesurée sur une assemblée d'atomes lâchés dans le champ de gravité à l'aide d'une interrogation de type Ramsey. Ce type d'horloge a été essentiellement développé sur deux alcalino-terreux (Ca, Mg) dont la structure électronique est propice grâce à la présence de transitions atomiques utilisables pour le refroidissement et l'interrogation des atomes. Ces horloges ont actuellement une exactitude limitée par l'effet Doppler au niveau de 10^{-15} [34].

Ayant connu un développement plus précoce, les horloges utilisant des ions piégés ont le mérite d'être insensibles à cet effet limitant l'exactitude des horloges à atomes neutres. Amener un ion piégé dans le régime de Lamb-Dicke est une opération bien connue depuis longtemps [1]. En revanche, ces horloges présentent une limitation dans leur stabilité ultime, en raison de la nécessité de fonctionner essentiellement avec un seul ou un nombre limité d'ions. La limite quantique à la stabilité est donc forcément moins compétitive que pour une horloge utilisant un grand nombre d'atomes. Les espèces étudiées se répartissent en deux catégories, les ions ayant un électron périphérique (Ca^+, Sr^+, Yb^+ et Hg^+) et les ions ayant deux électrons périphériques (In^+ et Al^+). Chaque famille possède des transitions optiques utilisables pour le refroidissement et l'interrogation, mais le fonctionnement des horloges, ainsi que les effets systématiques qui entrent en jeu, sont assez différents.

C'est le développement des techniques de piégeage d'atomes neutres par laser [35] qui ont permis de penser à une seconde génération d'horloges optiques pouvant combiner les avantages des deux types d'horloges présentées ici. Les horloges "à réseau optique", et en particulier l'horloge à ^{87}Sr qui fait l'objet de cette thèse, utilisent une méthode permettant de combiner les performances des

horloges à ion en terme d'exactitude et des horloges à atomes neutres en terme de stabilité. Initialement imaginé pour l'isotope ^{87}Sr [29], le principe de ces horloges s'est maintenant répandu et fait l'objet de développements avec différents isotopes de trois éléments ayant une structure électronique similaire : Sr, Yb et Hg. En plus de présenter les mêmes avantages en terme de refroidissement laser que les autres éléments utilisés pour les différentes horloges optiques [36], ces atomes possèdent également une longueur d'onde privilégiée pour leur confinement dans un piège dipolaire, ainsi qu'une transition d'horloge extrêmement fine. Leurs caractéristiques permettent actuellement de viser une exactitude proche de 10^{-18} ainsi qu'une stabilité dans la gamme des $10^{-16}\tau^{-1/2}$.

1.2 Horloges optiques à atomes neutres non piégés

Les premières horloges optiques à atomes neutres ont commencé à être développées pendant les années 1980. Ne profitant pas des techniques de piégeage proposées par la suite, leur principe repose essentiellement dans le refroidissement d'une assemblée d'atomes par laser (à l'aide de pièges magnéto-optiques ou de mélasses optiques) qui est ensuite libérée et dont on suit la chute dans le champ de gravitation terrestre. Les vitesses des atomes étant relativement importantes, des techniques d'interrogation supprimant l'effet Doppler ont été utilisées [9], mais on sait d'ores et déjà que cet effet limitera l'exactitude au niveau de 10^{-16} [37, 38]. La grande quantité d'atomes piégeables permet par contre d'atteindre de très bonnes stabilités en des temps relativement courts. Les résultats les plus poussés ont été obtenus pour une horloge au ^{40}Ca [38, 39], mais le ^{24}Mg est également un candidat pouvant fonctionner sur le même modèle [40, 41]. A noter également des mesures faites sur la raie $1S \rightarrow 2S$ de l'hydrogène [22] qui, malgré les possibilités limitées en terme de refroidissement laser, représente un enjeu important en physique fondamentale.

1.2.1 Horloge optique à atomes neutres de ^{40}Ca

De toutes les horloges optiques à atomes neutres non piégés en cours de développement, l'horloge au ^{40}Ca est la plus poussée. Elle est développée par deux équipes, à la PTB (Allemagne) dans l'équipe de F. Riehle et au NIST (USA) dans l'équipe de L. Hollberg. C'est elle qui a présenté le plus grand nombre de résultats de haute performance, seulement rattrapée depuis un an par les horloges à réseau optique. Les derniers résultats affichent une exactitude de 7.5×10^{-15} et une stabilité descendant à 2×10^{-16} en 2000 s [38].

Structure atomique et séquence temporelle

Comme de nombreux alcalino-terreux et atomes ayant une structure semblable, le ^{40}Ca présente certains avantages qui en font un candidat intéressant pour réaliser une référence dans le domaine optique. Le premier point est la possibilité de le refroidir de manière efficace par laser. La transition $4s^2\,{}^1S_0 \rightarrow 4s4p\,{}^1P_1$ à 423 nm permet un refroidissement dans un piège magnéto-optique jusqu'à des températures de l'ordre du mK sans avoir à se préoccuper des fuites d'atomes dans des niveaux intermédiaires. La transition $4s^2\,{}^1S_0 \rightarrow 4s4p\,{}^3P_1$ à 657 nm quant à elle, avec sa largeur naturelle de 375 Hz, est suffisamment fine pour être utilisée comme transition d'horloge et espérer atteindre de bonnes performances en terme de stabilité. La largeur de raie de la transition peut paraître élevée en comparaison des transitions actuellement utilisées dans les horloges à ion(s) piégé(s) ou à réseau optique, mais à l'époque où les projets de ce type ont commencé, elle était en accord avec les limites en terme de largeur de raie des meilleurs lasers stabilisés. Cet exemple illustre bien la rapidité avec laquelle les limites techniques sont franchies ; il serait d'ailleurs possible d'utiliser la transition $4s^2\,{}^1S_0 \rightarrow 4s4p\,{}^3P_0$ d'un isotope fermionique comme cela se fait dans les autres horloges utilisant des éléments de structure électronique semblable. D'autre part, une autre transition, associée à la transition d'horloge, est utilisée pour une seconde étape de refroidissement. C'est la transition $4s4p\,{}^3P_1 \rightarrow 5s5p\,{}^1P_1$ à 552 nm au NIST, ou bien la transition $4s4p\,{}^3P_1 \rightarrow 4s4d\,{}^1D_2$ à 453 nm à la PTB. Toutes ces transitions sont reportées sur la figure 1.1.

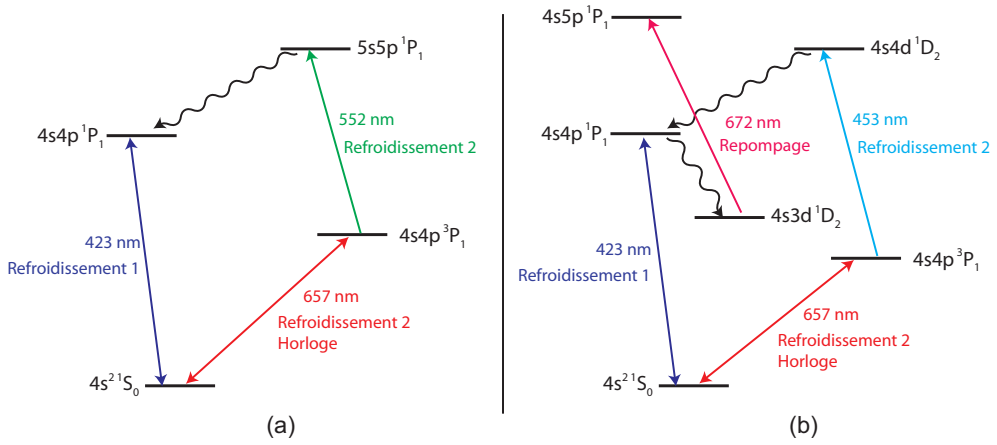

FIG. 1.1 – Niveaux d'énergie intervenant dans l'horloge à atomes neutres de ^{40}Ca. (a) Transitions utilisées par le NIST [38]. (b) Transitions utilisées par la PTB [39]. Dans cette configuration, on utilise un laser repompeur supplémentaire pour éviter de perdre les atomes dans un état noir.

Un cycle d'horloge est alors la succession de plusieurs étapes. Tout d'abord une première phase de refroidissement de 15 ms en utilisant la transition bleue à 423 nm. Le laser correspondant provient d'un système oscillateur-amplificateur (MOPA) à 846 nm dont la fréquence est ensuite doublée à l'aide d'un cristal non-linéaire de $KNbO_3$ [42]. De cette manière, la puissance disponible est de 40 mW. Les atomes sont capturés directement à partir d'un jet thermique, seuls les plus lents rentrant dans le cycle de refroidissement du piège magnéto-optique (PMO). Le nombre d'atomes piégés pendant cette phase est environ 5×10^6 à une température de 2 mK.

La deuxième étape de refroidissement intervient directement après la fin du PMO. Elle repose sur la transition d'horloge à 657 nm. Étant donnée la largeur de la transition, la limite Doppler est très basse mais inutilisable du fait que très peu de photons sont absorbés. Afin de remédier à ce problème, on utilise une seconde transition partant du niveau $^3P_1$ qui permet de diminuer artificiellement la durée de vie de ce niveau et de l'ajuster de manière à optimiser le refroidissement. Cette deuxième phase de refroidissement a d'abord été effectuée à la PTB en utilisant la transition $4s4p\,^3P_1 \rightarrow 4s4d\,^1D_2$ à 453 nm, associée à un laser repompeur accordé sur la transition $4s3d\,^1D_2 \rightarrow 4s5p\,^1P_1$ à 672 nm [43]. De cette manière on crée une voie de désexcitation plus rapide via le niveau $4s4p\,^1P_1$.

L'équipe du NIST utilise quant à elle la transition $4s4p\,^3P_1 \rightarrow 4s4p\,^1P_1$ à 552 nm qui ne nécessite pas de laser repompeur supplémentaire. En 8 ms, on arrive ainsi à refroidir environ 20% des atomes à une température de 10 μK [44]. Le laser à 657 nm est une diode laser à cavité étendue, référencée sur une cavité Fabry-Pérot de haute finesse. L'injection de deux esclaves permet de disposer d'une intensité suffisante pour le refroidissement ($I \simeq 20\,\mathrm{mW/cm^2}$). Le faisceau à 552 nm provient d'un laser à colorant. Afin d'optimiser le refroidissement, les polarisations des deux lasers sont circulaires et de signe opposé, favorisant ainsi le cycle ($m = 0 \rightarrow m = \pm 1 \rightarrow m = 0$), le niveau fondamental étant exclusivement $m = 0$.

Les atomes sont ensuite relâchés en chute libre et interrogés à l'aide du laser d'horloge à 657 nm. Les populations des deux niveaux de l'horloge sont alors mesurées. Celle du niveau fondamental est détectée par fluorescence en utilisant le laser à 423 nm, puis celle du niveau excité en ajoutant au laser bleu le laser vert à 552 nm. On peut alors calculer une probabilité de transition indépendante du nombre d'atomes.

Technique d'interrogation de Ramsey-Bordé

Plusieurs méthodes pourraient être utilisées pour procéder à l'interrogation des atomes. La méthode la plus simple serait une interrogation de type "Rabi", où les atomes sont excités une seule fois par le laser d'horloge avec une impulsion π qui a

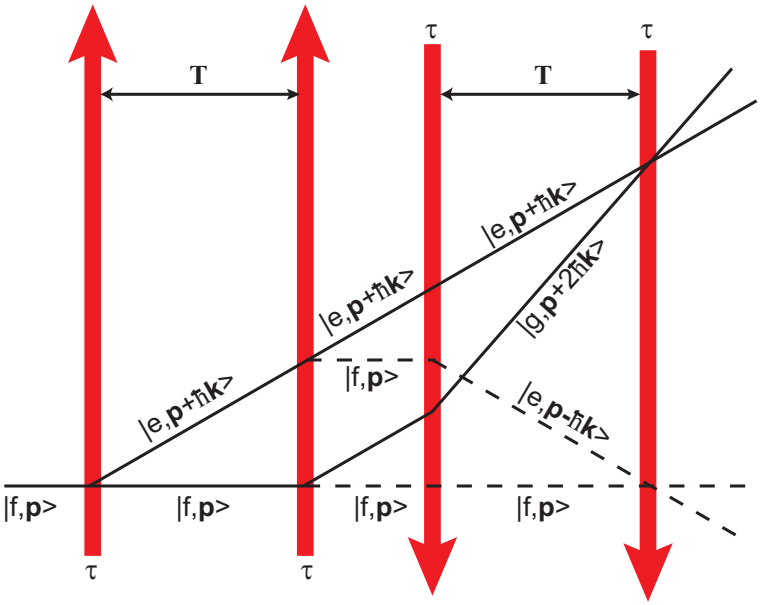

FIG. 1.2 – Principe de l'interféromètre de Ramsey-Bordé à quatre impulsions. On utilise deux paires d'impulsions successives dans des directions opposées. Les impulsions ont une durée τ, et deux impulsions d'une même paire sont séparées d'une durée $T \gg \tau$. Seules les trajectoires correspondant aux deux interféromètres "fermés" sont représentées.

pour effet de transférer tous les atomes dans l'état excité à résonance. Cependant, cette technique est sensible à l'effet Doppler. Les atomes étant relâchés balistiquement depuis le piège et le laser d'interrogation étant horizontal, la largeur de la résonance ainsi obtenue est directement reliée à la température des atomes, et donc à leur vitesse longitudinale. Une solution intermédiaire serait alors de faire une interrogation indépendante de l'effet Doppler, en utilisant deux impulsions π contra-propageantes. Dans ce cas, on observe un profil d'absorption saturée : l'enveloppe de la distribution est le profil Doppler des atomes, mais on voit apparaître en haut de la résonance un creux qui correspond aux atomes dont la vitesse est suffisamment faible pour qu'ils soient résonants avec les deux faisceaux. Dans ce cas, la largeur du creux est directement la transformée de Fourier de la durée de l'impulsion, qui représente les classes de vitesse sensibles à l'excitation. En allongeant la durée des impulsions, on pourrait alors réduire la largeur de ce creux et donc améliorer la résolution de la mesure. Seulement, en faisant ainsi, on diminue aussi le nombre d'atomes qui participent au signal, ce qui entraîne une forte détérioration du rapport signal à bruit de la mesure.

La solution retenue pour l'interrogation est donc de type Ramsey-Bordé [9], l'équivalent dans le domaine optique de la technique des franges de Ramsey

utilisée dans le domaine micro-onde, notamment dans les fontaines atomiques. Contrairement à la méthode micro-onde, qui repose sur deux impulsions $\pi/2$ de même durée τ séparées par un temps d'évolution T beaucoup plus grand, la méthode optique nécessite quatre interactions, deux dans une direction (d'une durée τ et séparées d'un temps T), suivies immédiatement de deux autres dans la direction opposée. La raison de cette différence est la longueur d'onde optique : la séparation spatiale des paquets d'onde après absorption d'un photon optique rend toute interférence impossible. Une fois les deux premières impulsions réalisées, il s'agit donc de "refermer" l'interféromètre pour pouvoir observer des franges d'interférence. En fait par cette méthode on crée deux interféromètres distincts qui participent tous les deux au signal. Le diagramme en figure 1.2 montre l'évolution des états atomiques après chacune des impulsions.

Supposons un cas d'interféromètre simple à deux impulsions (proche du cas micro-onde) pour un atome à deux niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$. On appelle $\omega_0/2\pi$ la fréquence de transition atomique, $\omega_L/2\pi$ et $\mathbf{k}_L$ respectivement la fréquence et l'impulsion d'un photon laser, et $\mathbf{p}$ l'impulsion initiale des atomes. Après la première impulsion, les atomes, initialement dans l'état $|f,\mathbf{p}\rangle$ se retrouvent dans une superposition du niveau initial et du niveau $|e,\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}_L\rangle$. Si on considère un problème à une seule dimension, après une évolution libre durant une durée T, ces faisceaux sont recombinés, ayant accumulé un déphasage $\Delta\phi = k_L D$ où D est la distance parcourue pendant le temps T par les atomes non perturbés, soit $D = Tp/m$. D'autre part, la conservation de l'énergie totale des atomes impose

$$E_f + \hbar\omega_L = E_e \tag{1.1}$$

$$\frac{p^2}{2m} + \hbar\omega_L = \hbar\omega_0 + \frac{(p+\hbar k_L)^2}{2m}. \tag{1.2}$$

On en déduit donc directement

$$k_L \frac{p}{m} = (\omega_L - \omega_0) - \frac{\hbar k_L^2}{2m}. \tag{1.3}$$

Le déphasage s'écrit alors simplement $\Delta\varphi = (\delta - \omega_r)T$, où $\delta = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord entre le laser et la fréquence de transition atomique et $\omega_r = \hbar k_L^2/2m$ est la pulsation de recul associée à un photon laser. En variant le désaccord du laser, on peut alors obtenir des franges d'interférences, la probabilité de transition s'écrivant

$$P(\delta) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\delta - \omega_r)T). \tag{1.4}$$

On obtient alors des franges de largeur $1/2T$. En réalité, cet exemple rapide ne tient pas compte de la durée τ des impulsions. En pratique, les oscillations sinusoïdales se font dans une enveloppe en $\mathrm{sinc}^2(\delta\tau)$, ce qui donne la forme bien connue des franges de Ramsey.

Dans le cas d'un interféromètre à quatre impulsions, on peut tenir le même genre de raisonnement. En sortie d'interféromètre, les atomes qui vont interférer dont ceux dans les états $|e,\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}_L\rangle$ et $|f,\mathbf{p}+2\hbar\mathbf{k}_L\rangle$ d'une part, et $|f,\mathbf{p}\rangle$ et $|e,\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}_L\rangle$ d'autre part. Il en résulte deux interférences qui s'ajoutent, et donc interfèrent, et qui s'écrivent sous la forme

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{8}[\cos(2T(\delta+\omega_r)) + \cos(2T(\delta-\omega_r))]. \tag{1.5}$$

Pour les mêmes raisons que plus haut, ces oscillations (de largeur à mi-hauteur $1/4T$) sont convoluées par une enveloppe en $\mathrm{sinc}^2(\delta\tau)$. Il est alors possible d'ajuster la valeur de T de manière à obtenir un contraste maximal.

L'intérêt de cette technique par rapport à celles évoquées précédemment est multiple. Tout d'abord, la résolution de la mesure est désormais déterminée non pas par la durée des impulsions, mais par la durée séparant deux impulsions d'une même paire. On peut donc augmenter cette durée de manière conséquente pour atteindre des franges de faible largeur. De plus, les classes de vitesse des atomes participant au signal dépendent de la transformée de Fourier d'une impulsion de durée τ. En d'autres termes, on peut faire participer tous les atomes au signal si on est capable de fournir des impulsions $\pi/2$ de durée suffisamment courte, c'est à dire d'avoir une puissance dans le laser d'interrogation suffisamment grande et des atomes suffisamment froids.

Stabilité de l'horloge

En utilisant cette technique, les résultats les plus récents présentent des franges d'une largeur de 770 Hz. La figure 1.3 (a) correspond aux franges centrales de la figure d'interférence obtenue. Le contraste est de 20%, une valeur très raisonnable dans ce type de dispositif, le contraste de presque 1 atteint dans les fontaines atomiques n'étant pas possible dans un interféromètre à quatre impulsions (la limite théorique est 0.5). Une sinusoïde de fréquence 2×770 Hz a été ajoutée aux données expérimentales. L'encart (b) de la figure est quant à lui un profil pris à plus basse résolution (largeur des franges 11.55 kHz) mais qui a pour but de montrer l'enveloppe de la structure. Dans ce cas, la largeur de l'enveloppe est limitée par le spectre de la transformée de Fourier des impulsions, d'une durée de $3\,\mu$s, et ainsi tous les atomes contribuent bien au signal. La dissymétrie de l'enveloppe est caractéristique d'effets de recul, et a pour conséquence que la frange centrale est déplacée d'une faible quantité [45].

Étant donné les résultats obtenus en terme de largeur de raie, on attendait une stabilité à 1 s de l'ordre de 4×10^{-15}. Cette valeur a été corroborée par la comparaison qui a été faite au NIST entre l'horloge au Ca et celle utilisant l'ion piégé

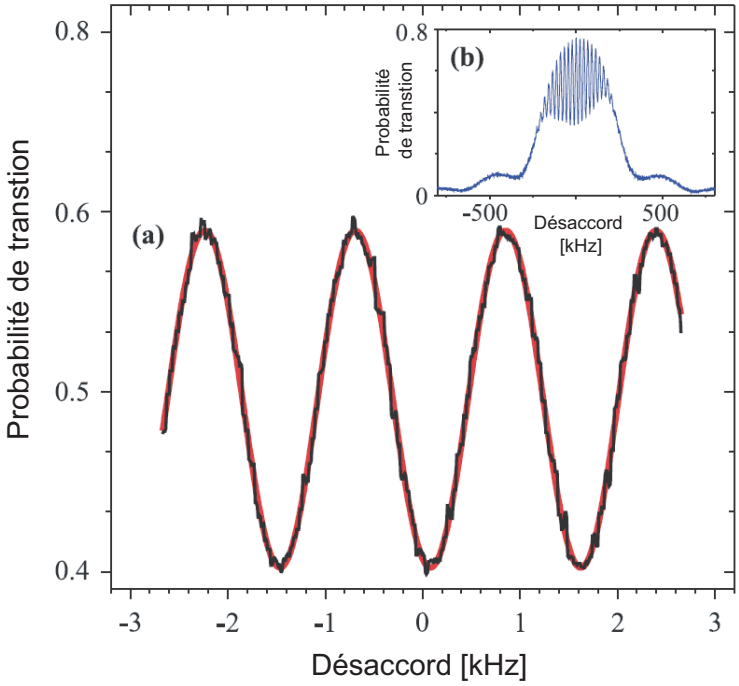

FIG. 1.3 – Allure des franges obtenues avec une interféromètre de Ramsey-Bordé à quatre impulsions dans l'équipe du NIST [34]. (a) Franges centrales prises avec une résolution de 770 Hz. La courbe est une sinusoïde ajustée aux données expérimentales. (b) Spectre entier pris à basse résolution (la largeur des franges est de 11.55 kHz). On retrouve la forme attendue pour des franges de Ramsey.

Hg^+ à 282 nm. La comparaison a été effectuée grâce à un peigne de fréquence provenant d'un laser femtoseconde référencé sur l'horloge à ion Hg^+ [38]. L'écart-type d'Allan correspondant aux mesures donne une valeur de 5×10^{-15} à 1 s et descend jusqu'à une valeur de 2×10^{-16} à 2000 s, ce qui en fait une référence de fréquence beaucoup plus stable que les étalons actuels : les fontaines atomiques présentent actuellement des stabilités de l'ordre de $10^{-14}\tau^{-1/2}$ et les perspectives d'amélioration sont nettement moins prometteuses que celles des horloges optiques.

Exactitude et limites

Les effets techniques limitant les performances de l'horloge au ^{40}Ca sont essentiellement dus aux vibrations synchronisées de la table optique avec les cycles de mesures d'une part, et à la qualité des faisceaux réalisant l'interféromètre d'autre part. Ils se traduisent par des fluctuations de la phase laser vue par les

atomes et entraînent un effet Doppler supplémentaire [34]. Les vibrations de la table optique sont en partie reliées à l'allumage et l'extinction des bobines créant le champ magnétique nécessaire au piégeage des atomes. Elles sont par conséquent synchrones avec la durée d'un cycle. En fonction de la durée de la mesure pendant le cycle, cet effet peut induire un déplacement de la fréquence du laser d'interrogation de plusieurs dizaine de Hz, effet qui a été ramené à 1.1 Hz en suspendant la chambre à vide au dessus de la table optique. La qualité des faisceaux de l'interféromètre peut quant à elle induire des déplacements dus à un mauvais contrôle de la phase de l'interféromètre (provoquant un déplacement des franges d'interférences). En effet, un bon interféromètre nécessite que les quatre impulsions le composant soient rigoureusement identiques, tant dans la durée que dans le mode spatial. De plus, il faudrait que le front d'onde du laser soit parfaitement plan afin que tous les atomes voient la même phase laser. Pour maîtriser au mieux ce problème, les quatre faisceaux sont amenée vers les atomes par des fibres optiques identiques assurant un bon contrôle du mode spatial, et l'allumage et l'extinction des faisceau se fait à l'aide de MAOs dont on varie la fréquence rapidement. Néanmoins, étant donnée la courte durée des impulsions (3 μs), cet effet est difficilement contrôlable à mieux que 1.3 Hz actuellement [34, 38].

Les autres effets sont quant à eux mieux contrôlés pour la plupart. La sensibilité au champ magnétique est extrêmement réduite, l'interrogation s'effectuant sur une transition $m = 0 \rightarrow m = 0$ insensible au premier ordre. D'autre part, l'effet Zeeman du second ordre est très limité, et le déplacement qui en résulte est contrôlé au niveau de quelques 10^{-16}. Il en est de même pour l'effet Stark du second ordre causé par la présence éventuelle d'un faible champ électrique dans l'enceinte. Restent les effets provoqués par le mouvement des atomes, qui sont plus difficiles à contrôler en raison de la grande sensibilité du dispositif. D'une part la moindre imperfection dans la géométrie des faisceaux entraîne un déséquilibre dans l'interféromètre ; son effet est estimé à 0.4 Hz. D'autre part, les faisceaux doivent être strictement orthogonaux à l'accélération de la gravité terrestre pour fermer l'interféromètre. En inversant les directions des faisceaux, on peut revenir à une mesure de l'effet Doppler (ici de l'odre de 5 Hz) mais avec une incertitude de l'ordre de 0.5 Hz. Le contrôle de cet effet est au niveau de 1 Hz, soit 2.5×10^{-15} en valeur relative. L'incertitude globale sur la mesure de fréquence revient alors à 7.5×10^{-15}.

Finalement, en améliorant toutes les imperfections du dispositif, l'exactitude de l'horloge semble pouvoir atteindre la gamme des 10^{-16} mais reste fortement limitée par l'effet Doppler. Un refroidissement supplémentaire ne viendrait pas améliorer l'exactitude en raison de la gravité, et les horloges à atomes neutres en chute libre ont peu de chances d'afficher une exactitude meilleure que celle des fontaines atomiques (où les atomes sont refroidis plus vite à des températures plus faibles - typiquement 1 μK - et où l'effet Doppler est comparable en valeur

relative).

1.2.2 Horloge utilisant des atomes neutres de ^{24}Mg

L'atome de ^{24}Mg est un autre bon candidat pour réaliser une horloge à atomes neutres et est utilisé à l'université d'Hanovre (Allemagne) [40] et au NBI (Danemark) [41]. Bien que moins avancé que le ^{40}Ca, le principe de l'horloge est similaire. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ à 285 nm peut être utilisée pour une première étape de refroidissement, alors que la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ à 457 nm, avec une largeur de raie d'environ 30 Hz, convient pour une transition d'horloge. Les résultats les plus récents [40] font état d'une température des atomes de 3.8 mK et de franges d'interférence avec une résolution optimale de 170 Hz. Le nombre d'atomes interrogés est de l'ordre de 10^5. La méthode de détection étant différente (on ne mesure que la population restée dans le niveau fondamental), une partie des atomes peut être recapturée d'un cycle sur l'autre. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle est sensible aux fluctuations du nombre d'atomes. À cause de la température relativement élevée des atomes, l'interrogation par la méthode de Ramsey-Bordé à quatre impulsions est limitée : avec des impulsions d'une durée de 4 μs, seulement 9% de la distribution de vitesse des atomes contribue réellement au signal. Pour pouvoir améliorer ce facteur, un second refroidissement est envisagé en utilisant des techniques de refroidissement à étages. La même technique que pour le ^{40}Ca, à savoir l'utilisation d'un niveau supplémentaire pour diminuer la durée de vie de l'état excité, est envisagée par l'équipe d'Hanovre. Un bon candidat pour cette étape supplémentaire serait la transition $3s3p\,^3P_1 \rightarrow 4s^2\,^1S_0$, plus large que la transition d'horloge, et permettrait d'atteindre une température de 10 μK. On arriverait ainsi à interroger environ 70% du profil Doppler des atomes. Une autre idée est de considérer une configuration opposée, où la première transition est plus large que la seconde, en prenant par exemple le système $3s^2\,^1S_0 \rightarrow 3s3p\,^1P_1 \rightarrow 3s3d\,^1D_2$ [41]. On peut dans ce cas réaliser un refroidissement dont la limite Doppler est déterminée par la durée de vie du niveau le plus excité. Les résultats actuels [40] affichent une stabilité de 8×10^{-14} à 1 s.

1.2.3 Mesure de la raie $1S \rightarrow 2S$ de l'hydrogène

Contrairement aux exemples étudiés précédemment, l'atome d'hydrogène ne présente pas une structure atomique qui fait de lui un bon candidat en tant qu'horloge optique. Il n'existe pas de longueur d'onde de refroidissement facilement accessible, la seule transition éventuelle étant $1S \rightarrow 2P$ dans la gamme des 100 nm. Néanmoins, la structure de l'hydrogène est calculable théoriquement avec une très grande précision, et une mesure précise de la fréquence de la transition $1S \rightarrow 2S$

à 121 nm permet de réaliser des tests de physique fondamentale et de comparer les prédictions théoriques aux observations expérimentales. Elle a entre autres été utilisée pour mesurer la constante de Rydberg et le déplacement de Lamb du niveau $1S$, en utilisant en parallèle une mesure de la transition $1S \rightarrow 8S$ [46, 47], et le déplacement isotopique entre l'hydrogène et le deutérium [48]. Elle a également servi à tester le principe d'équivalence d'Einstein en mesurant une éventuelle variation des constantes fondamentales [22]. La mesure de cette fréquence a été effectuée en 1999 [49] et en 2003 [22] avec une incertitude au niveau de 10^{-14} par le groupe de T. W. Hänsch au Max-Planck-Institut für Quantenoptik (MPQ) de Garching, en collaboration avec le SYRTE.

Dispositif expérimental

Afin de sonder la transition $1S \rightarrow 2S$, on utilise un laser à colorants à 486 nm stabilisé sur une cavité ultra-stable. De cette manière, la largeur de raie du laser obtenue est de l'ordre de 60 Hz. Ce laser est alors envoyé dans une cavité de doublage de fréquence pour produire une radiation ultraviolette à 243 nm, la moitié de la fréquence de la transition. Le faisceau est ensuite dirigé vers une cavité de surtension située dans une enceinte à vide. Grâce à cette cavité, on peut produire une onde stationnaire avec une puissance suffisante pour exciter la transition à deux photons de l'hydrogène. De l'hydrogène atomique refroidi à 7 K à l'aide d'un cryostat est envoyé dans l'enceinte à vide de manière à produire un jet atomique colinéaire au faisceau laser dans la cavité. Là, une fraction des atomes transite vers le niveau $2S$ après absorption simultanée de deux photons de vecteurs d'onde opposés, ce qui permet de s'affranchir de l'effet Doppler dû à la vitesse longitudinale des atomes. Cette zone d'interrogation est protégée par une cage de Faraday afin d'éviter les perturbations électriques. En sortie de cette zone, seule la portion d'atomes proche de l'axe optique de la cavité rentre dans la zone de détection. A l'aide d'un champ électrique, on fait transiter les atomes excités vers l'état $2P$ où ils retournent dans l'état fondamental en émettant un photon Lyman-α. Un détecteur muni de 12 canaux temporels mesure alors la fluorescence, chaque canal collectant les photons pour une période donnée après la coupure du faisceau et du jet atomique. Cela permet de discriminer les classes de vitesse des atomes et de ne sélectionner que les atomes les plus lents pour limiter l'effet Doppler du second ordre. En parallèle, une partie du faisceau laser à 486 nm est prélevée et envoyée vers un peigne de fréquence issu d'un laser femtoseconde référencé sur un étalon primaire de fréquence, la fontaine mobile FOM du SYRTE.

Performances

Les effets motionnels des atomes ont été évalués à l'aide d'un modèle théorique utilisant sept paramètres indépendants [49]. Connaissant la distribution thermique des vitesses des atomes du jet, ce modèle permet de reproduire les 12 spectres observés pour différents délais et de donner une extrapolation de la valeur de la fréquence de transition pour des atomes au repos. Expérimentalement, la fréquence est mesurée grâce à des résonances de l'ordre de 1 kHz de large obtenues en attendant 1600 μs après la fermeture des faisceaux. De cette manière, on ne détecte que les atomes ayant une vitesse inférieure à 80 m/s, ce qui limite l'effet Doppler du second ordre, en v^2/c^2, à une valeur de 44 Hz. Après utilisation du modèle, cet effet est corrigé, mais subsiste une incertitude de l'ordre de 20 Hz. D'autre part, un défaut d'alignement du laser dans la cavité peut entraîner l'absorption de deux photons n'ayant pas exactement des vecteurs d'onde anticolinéaires. Cet effet induit un petit effet Doppler du premier ordre ainsi qu'un effet Doppler du second ordre induisant un déplacement de fréquence inférieur à 10 Hz.

Le second effet important est dû au laser d'interrogation qui est utilisé à forte puissance pour permettre la transition à deux photons. Il en résulte un déplacement lumineux de la transition. Une valeur typique de la puissance laser dans la cavité est de 20 mW dans chaque direction de propagation. Pour une telle valeur, le déplacement lumineux associé est de l'ordre de 50 Hz. Après avoir effectué la mesure pour différentes puissances dans la cavité, une extrapolation à puissance nulle a été effectuée, donnant la valeur non perturbée avec une incertitude d'environ 20 Hz.

Les autres effets systématiques, notamment les effets du champ électrique (réduits grâce à l'utilisation d'une cage de Faraday) et les effets dus à la pression résiduelle dans la chambre à vide (fortement améliorée entre 1999 et 2004) ne contribuent que de manière marginale à l'incertitude globale de la mesure, de l'ordre de 10^{-14} dans les deux cas, soit 25 Hz environ.

Applications et limites

L'application principale de la mesure de la transition $1S \rightarrow 2S$ de l'hydrogène est la réalisation de tests de physique fondamentale. Les deux mesures, séparées de 4 ans, ont permis de donner une limite supérieure à une éventuelle dérive des constantes fondamentales. La différence entre les deux valeurs étant de (-29 ± 57) Hz sur 44 mois, cela correspond à une variation du rapport $\nu_{\mathrm{Cs}}/\nu_{\mathrm{H}}$ égal à $(3.2 \pm 6.3) \times 10^{-15}$ /an. D'autre part, on a pu faire une évaluation de la dérive éventuelle de la constante de structure fine α : les résultats ont démontré une valeur compatible avec 0. Des mesures astrophysiques de cette éventuelle dérive

ont été également réalisées [16] et montrent une différence entre la valeur actuelle de α et sa valeur il y a 10 milliards d'années. En supposant une dérive linéaire de α, on obtient une valeur inférieure à la barre d'erreur actuelle issue des mesures spectroscopiques, ce qui ne permet pas de confirmer ni d'infirmer l'hypothèse d'une dérive effective.

En tant qu'horloge optique, cette transition présente néanmoins des limites. Le fait qu'il n'existe pas de moyen efficace de refroidir les atomes à des températures de l'ordre du mK, où l'effet Doppler du second ordre devient négligeable, montre bien qu'on ne peut pas espérer obtenir des performances compétitives sur cette transition. Utiliser un atome aussi léger que l'hydrogène rend d'ailleurs encore plus critiques les contraintes sur la température des atomes. Le choix des espèces pour les horloges à atomes neutres s'est d'ailleurs naturellement tourné vers des atomes présentant des structures atomiques plus adaptées au cycle de refroidissement et d'interrogation.

1.2.4 Conclusion

Les meilleures horloges optiques à atomes neutres non piégés présentent aujourd'hui des performances comparables à celles des autres types d'horloges optiques. Avec des stabilités inférieures à 10^{-14} à 1 s [38], elles sont parmi les plus stables jamais réalisées. D'autre part, des incertitudes dans la gamme des 10^{-15} [34] et potentiellement plus faibles les rendent comparables au niveau d'exactitude atteint avec des horloges à réseau optique [50, 32].

Néanmoins l'amélioration des performances de ce type d'horloge est plus délicat que dans d'autres configurations. Le mouvement des atomes, par exemple, rend le contrôle de l'effet Doppler difficile au niveau de 10^{-16} en raison de nombreuses difficultés techniques qui n'ont pas un effet comparable dans une horloge à atomes ou ions piégés. Des mesures de longueur d'onde magique ont d'ailleurs été effectuées pour le ^{40}Ca [51] en vue d'une possible horloge à réseau optique utilisant cet élément. D'autre part, même si les atomes neutres sont les meilleurs candidats pour une stabilité record grâce au grand nombre d'atome interrogés, cette dernière est également limitée par l'effet Dick de par la méthode d'interrogation. En effet, une interrogation d'environ 1 ms pour un cycle de 25 ms (comme c'est le cas pour l'horloge au ^{40}Ca du NIST) vient dégrader la stabilité du signal, l'effet Dick étant d'autant plus important que le rapport de ces durées (le rapport cyclique) est proche de 1. On a également tout intérêt à utiliser une méthode d'interrogation longue, ce qui nécessite sur une transition d'horloge très étroite et une durée de vie des atomes importante.

1.3 Horloges optiques à ion(s) piégé(s)

Pour faire face à l'obstacle que représente l'effet Doppler dans le bilan d'incertitude d'une horloge optique, l'évolution logique est de passer à un type d'horloge où l'on peut s'affranchir de cet effet. Il existe en fait une configuration de piégeage des atomes qui permet d'éliminer totalement cet effet (c'est à dire le ramener à un niveau bien en-deçà de l'exactitude visée, typiquement 10^{-18} pour une horloge optique) et de supprimer ainsi une grande partie des contraintes techniques propres aux horloges optiques à atomes neutres en chute libre. Cette configuration, appelée régime de Lamb-Dicke [5], est connue depuis 1953 et est atteinte lorsque les atomes sont confinés sur des distances plus faibles que la longueur d'onde du laser d'interrogation. Ce régime est facile à atteindre dans le cas d'une interrogation micro-onde ou radio-fréquence : il est par exemple utilisé dans certaines horloges à Rb, les horloges CPT ou les masers à hydrogène, où il suffit d'utiliser une cellule de gaz de petite dimension pour contraindre le déplacement des atomes. Dans le cas d'une transition optique, le piégeage est nettement plus contraignant, mais ce type de régime a déjà été atteint pour des transitions de longueur d'onde encore plus faible comme des transitions nucléaires dans le cas de l'effet Mössbauer [52]. Dans ce cas, l'énergie de recul encaissée par le noyau est largement absorbée par le réseau cristallin dans lequel il se trouve.

Le problème du piégeage est bien connu dans le cas de particules chargées puisqu'il fait appel à des techniques développées dans les années 1950 (pièges de Penning et de Paul), alors que les techniques de piégeage des atomes neutres (notamment dans des réseaux optiques) sont nettement plus récentes. Les horloges optiques faisant appel à des particules chargées ont donc connu un développement beaucoup plus précoce. Elles sont entre autres avantageuses car il est possible de confiner très efficacement des particules chargées avec de petits champs électromagnétiques qui impliquent des déplacements des niveaux de l'horloge très faibles. En revanche, la plupart des horloges développées à partir d'ions ne comportent qu'un seul ion piégé, limitant ainsi le rapport signal à bruit à 1 par cycle de mesure. Il est possible de piéger plusieurs ions, par exemple dans un piège de Paul linéaire, mais il faut dans ce cas tenir compte de l'interaction entre les différents ions. Des mesures ont été effectuées sur des chaînes d'ions, mais dans le domaine micro-onde, notamment avec des ions Hg^+ au JPL (USA) [53] et au NIST (USA) [54], et des ions Yb^+ au CSIRO (Australie) [55].

Les espèces actuellement étudiées pour réaliser des références de fréquence optique sur des ions piégés peuvent être classées dans deux catégories : les ions présentant deux électrons périphériques, comme les ions In^+ et Al^+, qui utilisent une transition d'horloge de type dipolaire électrique, et les ions ayant un seul électron périphérique (Hg^+, Yb^+, Sr^+, Ca^+) qui font appel à une transition quadrupolaire ou octupolaire électrique.

1.3.1 Régime de Lamb-Dicke

Le régime de Lamb-Dicke est atteint lorsque l'extension spatiale Δz de l'atome piégé est beaucoup plus faible que la longueur d'onde λ_L du laser venant sonder la transition. Il est généralement caractérisé par le paramètre de Lamb-Dicke $\eta = k_L \Delta z \ll 1$, où $k_L = 2\pi/\lambda_L$ est le vecteur d'onde du laser sonde. La signification de ce critère peut être expliquée à l'aide du modèle suivant.

Considérons un système à deux niveaux, notés $|f\rangle$ et $|e\rangle$, de durée de vie infinie et séparés en énergie de la valeur $\hbar\omega_0$. Ce système est décrit par l'hamiltonien interne

$$\widehat{H}_{int} = \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e|. \tag{1.6}$$

L'atome est de plus piégé dans un potentiel extérieur. Ses degrés de liberté externes sont alors eux aussi quantifiés. En supposant que les niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$ sont soumis au même potentiel, ont peut alors représenter l'état externe de l'atome par des kets $|n\rangle$ où n est un entier positif ou nul. L'hamiltonien de l'état externe de l'atome s'écrit alors

$$\widehat{H}_{ext} = \sum_n \hbar\omega_n |n\rangle\langle n|. \tag{1.7}$$

L'état atomique peut alors être décrit en tout généralité par un vecteur $|\psi_{at}\rangle$ qui s'écrit sous la forme

$$|\psi_{at}\rangle = \sum_n (\alpha_n e^{-i\omega_n t}|f,n\rangle + \beta_n e^{-i(\omega_0+\omega_n)t}|e,n\rangle). \tag{1.8}$$

On couple alors l'atome avec un champ laser quasi-résonant à la fréquence $\omega_s/2\pi$ représenté par son champ électrique $\mathbf{E}_s$ et son vecteur d'onde k_s orienté selon l'axe des z. Dans le cas d'une interaction dipolaire électrique, on peut définir la pulsation de Rabi $\Omega_R = -\mathbf{d}\cdot\mathbf{E}_s/\hbar$ où $\mathbf{d}$ est le moment dipolaire électrique de la transition $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$. L'hamiltonien d'interaction atome-champ s'écrit alors :

$$\widehat{H}_s = \hbar\Omega_R \cos(\omega_s t - k_s\widehat{z})|e\rangle\langle f| + c.c. \tag{1.9}$$

L'évolution temporelle du système est décrite par l'équation de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial|\psi_{at}\rangle}{\partial t} = (\widehat{H}_{int} + \widehat{H}_{ext} + \widehat{H}_s)|\psi_{at}\rangle. \tag{1.10}$$

Le laser étant quasi-résonant avec la transition atomique, on a $\delta = \omega_s - \omega_0 \ll \omega_s$, ω_0 et on peut utiliser l'approximation du champ tournant, ce qui permet de déduire les relations donnant l'évolution de la fonction d'onde atomique :

$$i\dot{\alpha}_n = \sum_{n'} \frac{\Omega_R^*}{2} e^{i\Delta(n',n)t}\langle n|e^{-ik_s\widehat{z}}|n'\rangle\beta_{n'} \tag{1.11}$$

$$i\dot{\beta}_n = \sum_{n'} \frac{\Omega_R}{2} e^{-i\Delta(n,n')t}\langle n|e^{ik_s\widehat{z}}|n'\rangle\alpha_{n'}, \tag{1.12}$$

où $\Delta(n,n') = \delta + \omega_{n'} - \omega_n$. Dans le cas le plus général, le laser d'interrogation a donc pour effet de coupler à la fois les niveaux internes et externes de l'atome. La condition de résonance fait intervenir non pas le désaccord du laser avec la transition atomique, mais un désaccord $\Delta(n,n')$ qui prend en compte les niveaux vibrationnels. Il existe donc une porteuse (transition $n \to n$) et des bandes latérales (transitions $n \to n'$ avec $n \neq n'$) qui sont résonantes dès que $\Delta(n,n') \simeq 0$, et seule la porteuse a une fréquence de transition qui correspond à la fréquence de la transition atomique. Les autres résonances peut éventuellement déplacer la fréquence de la porteuse.

Si on se place dans le régime de Lamb-Dicke, où le confinement de l'atome est tel que $\Delta z \ll \lambda_s$, alors au contraire la distribution des impulsions Δp est très large en comparaison de l'impulsion $\hbar k_s$ d'un photon du laser sonde. Un état vibrationnel donné est donc très peu sensible à une modification de son impulsion de cette quantité. L'opérateur $e^{-ik_s\widehat{z}}$ étant l'opérateur translation d'un quantum $\hbar k_s$ dans l'espace des impulsions, son effet est faible dans le cas d'une distribution large en impulsion, et on peut écrire $e^{-ik_s\widehat{z}}|n\rangle \simeq |n\rangle$. Les éléments de matrice apparaissant dans les équations 1.11 et 1.12 s'écrivent alors $\langle n|e^{ik_s\widehat{z}}|n'\rangle \simeq \delta_{n,n'}$: un atome initialement dans un niveau vibrationnel $|n\rangle$ y reste, et le seul désaccord intervenant dans les équations est δ.

On peut prendre comme illustration le cas du piège harmonique. On connaît dans ce cas l'expression de l'extension spatiale et en impulsion du niveau vibrationnel $|0\rangle$: $\Delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$ et $\Delta p_0 = \sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}}$, où m est la masse de l'atome et ω la fréquence d'oscillation du piège harmonique. La condition de Lamb-Dicke s'écrit alors dans ce cas :

$$\eta = k_s \Delta z_0 = \frac{\hbar k_s}{2\Delta p_0} = \sqrt{\frac{\omega_r}{\omega}} \ll 1, \tag{1.13}$$

avec $E_r = \hbar\omega_r = \frac{\hbar^2 k_s^2}{2m}$ l'énergie de recul associée à l'absorption d'un photon du laser sonde. Cette expression redonne notamment la condition sur l'extension dans l'espace des impulsions, $\Delta p_0 \gg \hbar k_s$ ainsi qu'une contrainte sur la fréquence d'oscillation du piège pour atteindre ce régime. On voit bien qu'il faut dans tous les cas choisir un potentiel très confinant de manière à ce que les niveaux vibrationnels soient les plus espacés possibles.

On peut de plus calculer les éléments de matrice $\langle n|e^{-ik_s\widehat{z}}|n'\rangle$ en effectuant un développement en η. En effet, dans le cas d'un oscillateur harmonique, cet élément de matrice peut se réécrire $\langle n|e^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)}|n'\rangle$, où $\hat{a}^\dagger$ et $\hat{a}$ sont respectivement les opérateurs création et annihilation associés à l'oscillateur harmonique. Le calcul exact peut être mené en faisant intervenir des polynômes de Laguerre [56], mais un développement au premier ordre pour $\eta \ll 1$ est suffisant. On montre alors que les pulsations de Rabi associées à la porteuse et aux premières bandes

latérales sont

$$\Omega_{n\to n} = \Omega_R \tag{1.14}$$
$$\Omega_{n\to n-1} = \Omega_R \eta \sqrt{n} \tag{1.15}$$
$$\Omega_{n\to n+1} = \Omega_R \eta \sqrt{n+1}. \tag{1.16}$$

Le couplage avec les premières bandes latérales est atténué d'un facteur η, et celui des bandes latérales du second ordre ($n \to n \pm 2$) d'un facteur η^2, ce qui les rend négligeables. Lorsqu'on est dans le régime de Lamb-Dicke, seule l'influence des premières bandes latérales est donc susceptible de venir déplacer la porteuse. Une évaluation de ce déplacement a été effectuée pour différentes horloges à ion et prévoit un déplacement d'au plus 10^{-24} en valeur relative [57] pour des paramètres de Lamb-Dicke $\eta \simeq 0.1$ et des fréquences de Rabi de quelques centaines de Hz.

1.3.2 Piégeage de particules chargées

Comme il est impossible de réaliser un piège à l'aide d'un seul potentiel électrostatique (le théorème de Gauss impose au moins une direction de fuite), les pièges utilisés pour confiner des particules chargées sont de deux types : soit on utilise un potentiel électrostatique associé à un champ magnétique (piège de Penning), soit on utilise un potentiel électrique oscillant (piège de Paul). Dans les deux cas, ces pièges introduisent des effets systématiques venant dégrader les performances des horloges. Néanmoins la charge des ions utilisés pour les horloges optique permet de réaliser des pièges en utilisant seulement des champs très faibles. Pour des raisons d'exactitude, les pièges de type Penning ne sont pas utilisés car ils ont l'inconvénient d'introduire un effet Zeeman qui peut être important en fonction de la structure magnétique de l'ion utilisé. Le piège de Paul est donc le type de piège utilisé dans toutes les expériences d'horloges optiques fonctionnant avec un ou plusieurs ions piégés.

Le piège de Paul

Il est possible de réaliser un potentiel quadratique confinant dans le plan xOy et expulsant dans la direction Oz en appliquant une différence de potentiel $V_0 > 0$ à un système composé de trois électrodes hyperboliques : une électrode en anneau, de rayon r_0, et deux électrodes en forme de chapeau placées en $z = \pm z_0$. La forme du potentiel obtenue est alors [1]

$$U(x,y,z) = \frac{V_0}{r_0^2 + 2z_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2). \tag{1.17}$$

Afin d'obtenir un potentiel piégeant dans les trois directions de l'espace, on utilise une différence de potentiel $V_0(t)$ qui est la somme d'une composante continue et d'une composante oscillant à la fréquence $\Omega/2\pi$:

$$V_0(t) = V_{dc} + V_{ac}\cos(\Omega t). \tag{1.18}$$

Dans le cas d'un piège de Paul idéal, où $r_0^2 = 2z_0^2$ le potentiel de piégeage s'écrit finalement

$$\begin{aligned} U(x,y,z,t) &= (V_{dc} + V_{ac}\cos(\Omega t))\frac{x^2+y^2-2z^2}{2r_0^2} && (1.19)\\ &= (Q_{dc} + Q_{ac}\cos(\Omega t))(x^2+y^2-2z^2). && (1.20) \end{aligned}$$

On a posé $Q_i = V_i/2r_0^2$ qui correspondent aux composantes continue et alternative du gradient de champ quadrupolaire.

L'équation du mouvement de la particule dans un tel potentiel est bien connue et se résout grâce au formalisme des équations de Mathieu. Il en résulte que le mouvement peut se décomposer en deux composantes : un mouvement rapide, ou micromouvement, qui s'effectue à la pulsation Ω, et un mouvement lent, ou mouvement séculaire, à une fréquence de l'ordre de qQ/Ω, où q est la charge de la particule et Q le gradient de champ quadrupolaire.

Piège de Paul linéaire

Une alternative au piège de Paul classique permet de piéger collectivement plusieurs particules chargées. Le potentiel alors utilisé est de la forme

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2-y^2)\cos(\Omega t). \tag{1.21}$$

On peut alors créer une chaîne d'ions piégés, le piégeage transverse étant réalisé par le potentiel électrostatique, et le piégeage longitudinal étant issu de l'interaction coulombienne entre les différents ions. Dans cette configuration, le mouvement longitudinal des différents ions est couplé, et on a donc des modes d'oscillations collectives. Cette technique est couramment utilisée en information quantique, où on peut, grâce à l'interaction coulombienne, transférer de l'information d'un ion à un autre.

Régime de Lamb-Dicke dans un piège de Paul

Les électrodes utilisées dans les expériences de piégeage d'ions ont des dimensions typiques de l'ordre du mm, et sont portées à des tensions de quelques centaines de V. En faisant osciller cette tension à des fréquences $\Omega/2\pi$ de l'ordre

de la dizaine de MHz, on trouve des valeurs de fréquence d'oscillation pour le mouvement séculaire de l'ordre du MHz. L'ion ainsi piégé est ensuite refroidi par laser pour rester dans les niveaux d'énergie les plus bas du piège de Paul. Il peut alors rester piégé plusieurs jours sans être refroidi en permanence [58, 59].

Pour avoir une idée de la condition pour atteindre le régime de Lamb-Dicke dans un tel piège, on regarde la valeur du paramètre de Lamb-Dicke $\eta = k_L \Delta z$. Dans l'approximation d'un piège harmonique avec une fréquence d'oscillation $\omega_{sec} = 1$ MHz, on peut définir l'extension spatiale de la particule à partir du niveau d'occupation moyen $\langle n \rangle$ de l'ion dans le piège :

$$\Delta z = \Delta z_0 \sqrt{2\langle n \rangle + 1}, \quad \Delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_{sec}}}. \tag{1.22}$$

Pour l'ion Ca^+ par exemple, l'extension du niveau fondamental du piège est de l'ordre de 11 nm, et la longueur d'onde du laser d'interrogation est $\lambda_L = 729$ nm. On peut se donner un ordre de grandeur en supposant que l'occupation des niveaux d'énergie vibrationnels suit une loi de Boltzmann, auquel cas, grâce au théorème d'équipartition de l'énergie, on peut écrire

$$k_B T = (\langle n \rangle + \frac{1}{2})\hbar\omega_{sec}. \tag{1.23}$$

Les ions piégés sont généralement refroidis par laser jusqu'à des températures de l'orde de 10 μK, ce qui donne un facteur d'occupation $\langle n \rangle \simeq 1.3$. On en déduit donc $\Delta x \simeq 20.9$ nm, ce qui correspond à un facteur de Lamb-Dicke $\eta = 0.18$. Le régime de Lamb-Dicke est donc atteint, l'effet Doppler du premier ordre ne sera plus limitant.

1.3.3 Horloges à ion piégé utilisant une transition dipolaire électrique

Plusieurs expériences d'horloge atomique fonctionnant avec un ion unique piégé sont actuellement réalisées en utilisant des ions chargés positivement ayant deux électrons périphériques. C'est le cas par exemple des ions In^+ [60] et Al^+ [28]. De ce fait, ces ions ont une structure électronique semblable à celle des atomes de la famille des alcalino-terreux, notamment le Ca décrit dans le cadre des horloges à atomes neutres libres, mais aussi tous les atomes actuellement utilisés pour les horloges à réseau optique (Sr, Yb, Hg...). Tous ces ions et ces atomes utilisent donc les même transitions optiques pour les différentes manipulations nécessaire. Lorsqu'elle est accessible, la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$, toujours large et cyclante, est idéale pour un refroidissement Doppler rapide et une détection efficace. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$, plus étroite, peut être utilisée pour un (second) refroidissement

et différentes manipulations nécessaires : le pompage optique dans les horloges à réseau optique, la détection dans le cas de l'horloge utilisant l'ion Al^+, et c'est également la transition d'horloge dans le cas du ^{24}Mg et du ^{40}Ca. La transition dipolaire électrique $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, autorisée faiblement par couplage hyperfin dans les espèces ayant un spin nucléaire non nul, est généralement une transition d'horloge idéale grâce à sa faible largeur de raie et sa relative insensibilité aux perturbations électriques et magnétiques. Ces points seront d'ailleurs exposés plus en détail pour le cas du ^{87}Sr dans le chapitre suivant.

Horloge optique utilisant l'ion $^{115}In^+$

Des différents ions présentant une structure électronique de type alcalino-terreux, l'ion $^{115}In^+$ est celui qui a été étudié en premier [61, 60]. La raison principale de ce choix est que c'est le seul dont les transitions nécessaires pour le fonctionnement de l'horloge (citées au-dessus) sont situées dans le domaine du proche ultraviolet à des longueurs d'onde accessibles par des lasers commerciaux. L'équipe de H. Walther, au MPQ de Garching (Allemagne) a réussi dès le début des années 1990 à le refroidir par laser et à mesurer par excitation indirecte la durée de vie du niveau $^3P_0$ de l'horloge [61]. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$, à 159 nm, est inaccessible et le refroidissement a lieu directement en utilisant la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ à 231 nm. La longueur d'onde de la transition d'horloge est quant à elle de 237 nm. Ces deux longueurs d'onde sont obtenues par doublement de fréquence de lasers bleus dans un cristal de BBO (β-barium borate), eux même obtenus par doublement de fréquence de lasers infrarouges. La longueur d'onde de la transition d'horloge est particulièrement facile à atteindre puisqu'elle correspond à la quatrième harmonique d'un laser Nd :YAG à 946 nm.

Le principe de piégeage d'un ion unique dans un piège de Paul est le même quel que soit l'ion utilisé, et est donc décrit ici dans sa plus grande généralité. Une source d'atomes neutres est produite à partir du métal correspondant chauffé dans un four de manière à créer une vapeur atomique. Les atomes sont alors envoyés vers le piège, où ils croisent un faisceau d'électrons provenant d'un canon à électrons, et sont ionisés. Le laser de refroidissement, décalé vers le rouge de la transition, est alors allumé de manière à refroidir une portion de cette assemblée d'ions. Il suffit généralement d'une température relativement élevée, de l'ordre de quelques milliers de K, pour piéger les ions dans le champ oscillant. A partir de quelques centaines d'ions piégés, on éjecte alors peu à peu les ions en décalant la fréquence du laser de refroidissement de manière à les chauffer. En parallèle, un système de détection mesure la fluorescence des atomes piégés. Ce système est constitué d'un objectif de grande ouverture, capable de collecter les photons issus de l'émission spontanée des ions dans un grand angle solide, et d'un photodétecteur sélectif en longueur d'onde et très sensible. En-dessous d'un certain nombre

d'ions, le système se fige (il y a cristallisation), et on est capable d'observer des "sauts quantiques" dans le signal de fluorescence, en fonction du nombre d'ions contribuant au signal. La transition de détection étant large et cyclante, le signal provenant d'un seul ion est détectable en appliquant une impulsion laser relativement courte. De cette manière on est capable de déterminer quand il ne reste qu'un seul ion dans le piège.

Dans le cadre de cette expérience, on utilise un piège de Paul-Straubel qui a notamment l'avantage de disposer d'électrodes de compensation pour recréer un potentiel du type piège de Paul au centre du piège, et également pour compenser tout champ électrique résiduel. Le potentiel des électrodes oscille à une fréquence de 10 MHz (fréquence du micro-mouvement des atomes), alors que les fréquences du mouvement séculaire sont de 1.4 MHz dans la direction longitudinale, et 0.9 MHz dans la direction radiale [60]. Une fois l'ion piégé dans le champ oscillant, il est refroidi en utilisant la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ grâce à un refroidissement par bandes latérales, très efficace pour amener l'ion dans le niveau vibrationnel fondamental. La fréquence de ce laser est décalée de manière à être résonante avec une transition $|f,n\rangle \rightarrow |e,n-1\rangle$, où f représente le niveau $^1S_0$, e le niveau $^3P_1$ et n représente le niveau vibrationnel de départ. Après désexcitation spontanée, l'ion retombe préférentiellement dans le niveau $|f,n-1\rangle$. La largeur de la transition, 360 kHz, est suffisamment faible pour résoudre complètement les bandes latérales du mouvement séculaire. De plus, elle est suffisamment grande pour réaliser un grand nombre de cycles, et donc un refroidissement rapide ainsi qu'une détection directe des photons de fluorescence. En observant le spectre des bandes latérales, on est également capable d'observer celles liées au micro-mouvement à 10 MHz et donc d'ajuster le potentiel de piégeage pour réduire au maximum les effets dus au champ électrique résiduel au centre du piège. L'ion In^+ a pu ainsi être amené à une température d'environ 60 μK (ce qui correspond à un facteur d'occupation $\langle n\rangle \simeq 5$), où il se trouve dans le régime de Lamb-Dicke localisé à mieux que $\lambda_L/20$.

La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ a une largeur naturelle de 0.8 Hz et une technique de détection directe des photons provenant de l'émission spontanée de l'ion vers le niveau fondamental n'est pas appropriée. On utilise donc une technique de détection annexe : la spectroscopie de la transition se fait à l'aide d'une impulsion laser dont on peut ajuster la fréquence autour de la fréquence de résonance. On utilise alors la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ en guise de détecteur : si l'atome est resté dans le niveau fondamental, on va observer de la fluorescence lors de cette phase. En répétant le cycle plusieurs fois pour chaque fréquence du laser d'interrogation, on peut faire une moyenne et déterminer la probabilité de transition associée. Les derniers résultats [62, 63] font état d'une résonance de 170 Hz de large (limitée par l'instabilité du laser d'horloge), correspondant à un facteur de qualité de la transition d'environ 10^{13}. Deux mesures absolues de la fréquence ont été effectuées en uti-

lisant un peigne de fréquence issu d'un laser femtoseconde. L'exactitude obtenue alors était de 1.8×10^{-13}, largement limitée par le dispositif de mesure.

Un nouveau laser d'interrogation a alors été développé pour améliorer la stabilité du dispositif. Une largeur de raie de 4 Hz a d'ores et déjà été obtenue et devrait permettre d'améliorer la résolution de la mesure [60]. La transition d'horloge ne présentant pas de moment quadrupolaire électrique susceptible d'interagir avec le gradient du champ de piégeage, et étant très peu sensible aux effets électriques et magnétiques par ailleurs, son exactitude devrait être limitée par le déplacement de fréquence dû au rayonnement du corps noir, qui vaut 7×10^{-17} à température ambiante [64] et devrait être contrôlé à un niveau proche de 10^{-18}. Une stabilité de l'ordre de 10^{-15} à une seconde semble également possible.

Horloge optique utilisant l'ion $^{27}Al^+$

L'exemple de l'ion $^{27}Al^+$, ayant pourtant une structure électronique semblable, présente de nombreuses différences. En effet, la longueur d'onde en jeu pour le refroidissement Doppler et la détection sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$, à 167 nm, ne peut être actuellement atteinte avec aucun laser commercial. D'autre part, la seconde transition potentielle pour refroidir l'ion, $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ est trop fine pour être utilisée. Néanmoins réaliser une horloge optique sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ de cet ion représente un intérêt tout particulier. En plus des avantages reconnus dans l'utilisation de cette transition (faible largeur de raie, insensibilité aux perturbations extérieures d'une transition $J = 0 \rightarrow J = 0$, absence de moment quadrupolaire électrique), l'effet du rayonnement du corps noir à température ambiante a récemment été évalué et correspond à un déplacement de fréquence relative $|\Delta\nu/\nu| = 8(3) \times 10^{-18}$ [64], le plus faible de toutes les espèces actuellement candidates pour réaliser un étalon de fréquence optique. Là où certaines expériences prédisent une limitation dans l'exactitude à cause de cet effet, à moins d'opérer dans un environnement cryogénique, l'horloge à ion $^{27}Al^+$ ne nécessite un contrôle et une connaissance de la température du dispositif qu'à 5 K près à température ambiante pour réduire sous la barre des 10^{-18} l'incertitude liée à cet effet.

La solution au problème de refroidissement et de détection provient directement du domaine de l'information quantique, où il est maintenant courant de réaliser des chaînes d'ions piégés dans des pièges de Paul linéaires, l'interaction entre ces ions permettant de réaliser des portes logiques à deux qubits par exemple. De la même manière, il est possible de refroidir l'ion Al^+ et de détecter son état interne par le biais d'un autre ion. Cette expérience a été réalisée dans l'équipe de D. J. Wineland au NIST en associant dans le même piège un ion $^{27}Al^+$ (l'ion de spectroscopie) avec un ion $^9Be^+$ (l'ion logique). Ce dernier, qui a une structure électronique identique à celle des alcalins, dispose de transitions accessibles pour refroidir les deux ions, les préparer dans l'état vibrationnel le plus bas et

réaliser la spectroscopie de la transition. Grâce au fait que le mouvement longitudinal des deux ions est couplé par l'interaction coulombienne, on peut définir une base commune d'oscillation [65] qui sera notée comme un oscillateur harmonique avec des niveaux $|n\rangle$. Il est ainsi possible de refroidir l'ion Al^+ dans son niveau vibrationnel le plus bas de manière sympathique [66].

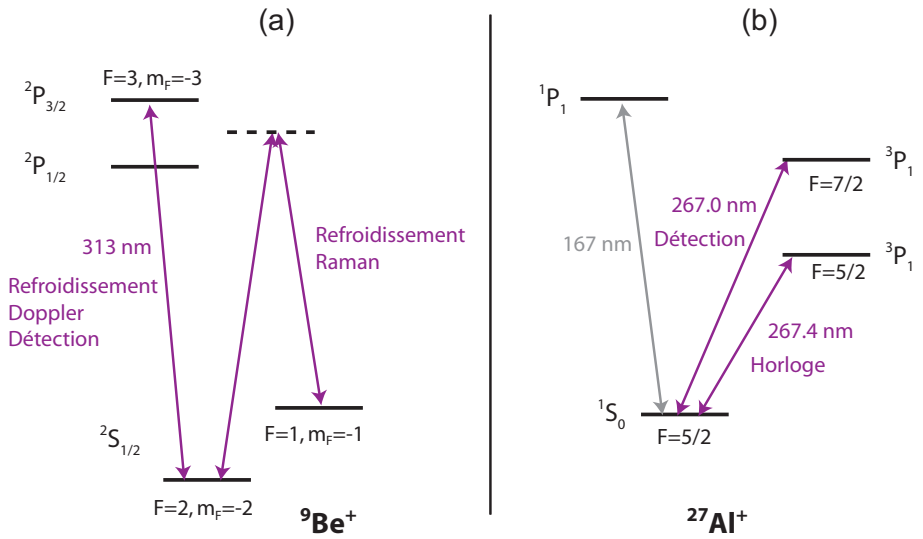

FIG. 1.4 – Niveaux d'énergie utilisés dans la réalisation de l'horloge à ion piégé Al^+. (a) Transitions utilisées dans la manipulation de l'ion logique $^9Be^+$. (b) Transitions utilisées dans la manipulation de l'ion de spectroscopie $^{27}Al^+$.

Les niveaux d'énergie intervenant dans la manipulation de l'ion Be^+ sont tracés en figure 1.4 (a). Le niveau fondamental est $|^2S_{1/2},\ F=2,\ m_F=-2\rangle = |\downarrow\rangle_L$, l'indice L indiquant qu'il s'agit de l'ion logique. La première phase de refroidissement est un refroidissement Doppler sur la transition $|\downarrow\rangle_L \rightarrow |^2P_{3/2},\ F=3,\ m_F=-3\rangle$ à 313 nm, polarisée σ^-. Deux lasers repompeurs (polarisés également σ^-) vers le niveau $^2P_{1/2}$ assurent que l'ion ne se perde pas dans un état noir. La deuxième phase est un refroidissement par bandes latérales entre les niveaux $|\downarrow\rangle_L$ et $|^2S_{1/2},\ F=1,\ m_F=-1\rangle = |\uparrow\rangle_L$. Celui-ci est réalisé à l'aide d'une transition Raman constituée d'un laser polarisé π et d'un second polarisé σ^+/σ^- de manière à faire perdre un niveau vibrationnel à l'atome. Le niveau intermédiaire virtuel est décalé de $2\pi \times 80$ GHz par rapport au niveau $^2P_{1/2}$. Cette deuxième phase de refroidissement est immédiatement suivie d'un repompage des atomes vers le niveau fondamental et répétée plusieurs fois. On atteint ainsi un nombre d'occupation moyen $\langle n\rangle < 0.05$ pour une durée de refroidissement inférieure à 2 ms [67].

Les niveaux d'énergie importants de l'ion Al^+ sont tracés en figure 1.4 (b). Le moment nucléaire étant $I = 5/2$, les deux états d'horloge ont un moment magnétique total $F = 5/2$ et donc des sous-niveaux Zeeman correspondants. Grâce à une technique d'interrogation utilisant des transitions Zeeman symétriques, on peut réaliser une mesure de la transition d'horloge indépendante des sous-niveaux Zeeman m_F. On notera donc les niveaux $|^1S_0\rangle = |\downarrow\rangle_S$ et $|^3P_0\rangle = |\uparrow\rangle_S$, où l'indice S indique l'ion de spectroscopie, sans tenir compte des sous-niveaux magnétiques qui interviennent. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$, inaccessible à cause de sa longueur d'onde (167 nm), est notée à titre indicatif. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ est quant à elle utilisée durant le processus d'interrogation.

La technique de spectroscopie et de détection est alors commandée par une série d'impulsions appliquées à l'un ou l'autre des lasers de manière à intriquer les états des deux ions pour finalement transférer l'information contenue dans l'ion Al^+ vers l'ion Be^+. L'état initial du système est $|\psi_i\rangle = |\downarrow\rangle_S|\downarrow\rangle_L|0\rangle$, le dernier ket représentant l'état vibrationnel collectif. On excite la transition d'horloge avec une impulsion à 267 nm proche de résonance (impulsion π à résonance). Le système se retrouve alors dans l'état

$$|\psi_1\rangle = (\alpha|\downarrow\rangle_S + \beta|\uparrow\rangle_S)|\downarrow\rangle_L|0\rangle \tag{1.24}$$
$$= (\alpha|\downarrow\rangle_S|0\rangle + \beta|\uparrow\rangle_S|0\rangle)|\downarrow\rangle_L. \tag{1.25}$$

Les valeurs α et β, que l'on souhaite mesurer, représentent la probabilité de transition et vérifient $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. L'étape suivant consiste à transférer la superposition d'états de l'ion de spectroscopie sur l'état vibrationnel commun aux deux ions. Pour cela on utilise l'état intermédiaire $|^3P_1\rangle_S$ de l'ion Al^+ et la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ accordée sur la première bande latérale bleue. Après une impulsion π, le système se retrouve alors dans l'état

$$|\psi_2\rangle = (\alpha|^3P_1\rangle_S|1\rangle + \beta|\uparrow\rangle_S|0\rangle)|\downarrow\rangle_L \tag{1.26}$$
$$\tag{1.27}$$

La dernière étape consiste alors à transférer cet état sur l'état interne de l'ion logique. Cela est fait en utilisant cette fois une impulsion π accordée sur la première bande latérale rouge de la transition de l'ion logique qui n'a d'effet que sur l'état $|\downarrow\rangle_L|1\rangle$. L'état final est alors

$$|\psi_f\rangle = (\alpha|^3P_1\rangle_S|\uparrow\rangle_L + \beta||\uparrow\rangle_S\downarrow\rangle_L)|0\rangle. \tag{1.28}$$

La détection se fait directement sur l'ion Be^+ : grâce à la transition $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ utilisée pour le refroidissement Doppler, on peut détecter par fluorescence la présence ou non de l'ion dans l'état fondamental. Après répétition de la mesure avec

la même fréquence du laser d'horloge, on peut alors moyenner les observations, qui nous ramènent à la valeur de $|\alpha|^2$ et donc de $|\beta|^2$.

Le transfert de superposition d'un ion à l'autre aurait pu être réalisé sans utiliser la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$, avec une combinaison de bandes latérales bleue et rouge sur les quatre niveaux logiques. Cependant, cette transition est beaucoup plus large que la transition d'horloge, et il est donc plus facile de réaliser une vraie impulsion π lors de la deuxième phase, et donc d'effectuer une mesure finale plus fidèle. L'inconvénient d'ajouter un laser supplémentaire au dispositif est donc largement compensé par un meilleur transfert de superposition.

Grâce à un laser à fibre dont la fréquence est quadruplée et stabilisée, on dispose d'un laser d'horloge ayant une largeur de raie de seulement 3 Hz. Cette faible largeur représente un avantage considérable, puisque la détection peut être faite avec des temps d'interaction très long (entre 1 et 100 ms). Il en résulte une limitation de la largeur expérimentale de résonance par Fourier permettant d'observer des résonances de quelques Hz de large, soit un facteur de qualité $Q \simeq 10^{14}$ permettant d'espérer une très bonne stabilité à court terme. On est donc capable d'effectuer une mesure de la transition avec une très grande résolution après un temps d'intégration suffisamment long.

Pour effectuer la mesure de fréquence, on utilise des niveaux $m_F = 0$ virtuels. Puisqu'il n'existe pas de sous-niveau Zeeman insensible au champ magnétique, le choix a été fait de faire la spectroscopie de la transition avec un champ magnétique, en mesurant successivement les deux transitions $^1S_0,\ m_F = \pm 5/2 \rightarrow {}^3P_0,\ m_F = \pm 5/2$ après avoir pompé optiquement les atomes dans un de ces deux sous-niveaux. De cette manière, la moyenne de deux mesures opposées ne dépend pas de l'effet Zeeman du premier ordre (d'où le niveau $m_F = 0$ virtuel) alors que la différence permet une mesure précise du champ magnétique et l'évaluation de l'effet Zeeman du second ordre. Cette technique, utilisée également dans l'horloge à réseau optique au ^{87}Sr, sera expliquée en détail dans le chapitre 5. La mesure de la transition à 1.1×10^{15} Hz a pu ainsi être réalisée avec un incertitude relative de 6×10^{-15} grâce à un peigne de fréquence femtoseconde référencé sur une fontaine au Cs. L'incertitude provient presque exclusivement des fluctuations du maser à hydrogène, l'effet systématique le plus important dans ce dispositif étant l'effet Doppler du second ordre, évalué à 0.03 Hz, soit 3×10^{-17} en valeur relative.

1.3.4 Horloges à ion piégé utilisant une transition quadrupolaire ou octupolaire électrique

Structure électronique

Les autres ions utilisés dans des expériences d'horloges optiques sont des ions positifs d'éléments de type alcalino-terreux : $^{88}Sr^+$ [68, 69, 70], Yb^+ [58, 71],

Ca^+ [72, 73, 74] et $^{199}Hg^+$ [27]. De fait, ces ions présentent un électron périphérique et leur structure atomique se rapproche de celle des alcalins (voir figure 1.5). La transition entre le niveau fondamental $^2S_{1/2}$ et le niveau excité $^2P_{1/2}$ est dans tous les cas une transition large et cyclante qui permet un refroidissement Doppler efficace (grâce à un faisceau repompeur qui évite les pertes) ainsi qu'une détection par la méthode des sauts quantiques. Plusieurs transitions optiques sont disponibles comme transition d'horloge, notamment entre le niveau fondamental et un des deux niveaux de structure fine $^2D_{3/2}$ et $^2D_{5/2}$. La transition $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2D_{5/2}$ a été choisie dans le cas du $^{88}Sr^+$, du $^{40}Ca^+$, du $^{43}Ca^+$ et du $^{199}Hg^+$, alors que c'est la transition $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$ qui est utilisée dans les horloges utilisant l'ion $^{171}Yb^+$ (et qui a aussi été mesurée dans le cas de l'ion $^{40}Ca^+$). Du fait de son caractère $L = 0 \rightarrow L = 2$, cette transition ne peut être réalisée par couplage dipolaire électrique. Les deux possibilités sont donc de réaliser une transition à deux photons contra-propageants, afin d'éliminer l'effet Doppler, ou bien une transition de type quadrupolaire électrique. La première possibilité induisant des déplacements lumineux importants à cause de la puissance laser nécessaire, c'est désormais la seconde solution qui a été retenue par toutes les équipes travaillant sur ces ions. Le caractère quadrupolaire de la transition et la position relative des niveaux fait que le niveau excité est toujours métastable, et les durées de vies correspondent à des largeurs de quelques fractions de Hz dans ces trois cas.

Dans le cas de l'ion Yb^+, il existe une transition optique supplémentaire, $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2F_{7/2}$, spécifique à cette espèce car dans ce cas uniquement le niveau $^2F_{7/2}$ est le premier niveau excité. La transition est alors du type $L = 0 \rightarrow L = 3$, autorisée par couplage octupolaire électrique, et le niveau excité présente une durée de vie de l'ordre de 6 ans. Cette transition a été observée pour l'isotope $^{172}Yb^+$ [75] en premier lieu, puis pour l'isotope $^{171}Yb^+$ [76, 58].

Pour les deux types de transition, le choix de l'isotope utilisé implique quelques légères différences. Dans le cas de l'ion $^{88}Sr^+$ (et aussi de l'ion $^{40}Ca^+$ et de l'ion $^{172}Yb^+$ pour la transition octupolaire électrique), le spin nucléaire vaut $I = 0$: les niveaux n'ont donc pas de structure hyperfine. Les sous-niveaux magnétiques des niveaux concernés par l'expérience sont donc les m_J avec $-J \leq m_J \leq J$. Il y a deux sous-niveaux pour les niveaux $^2S_{1/2}$ et $^2P_{1/2}$ et six pour le niveau excité de la transition d'horloge. Plutôt que de choisir des sous-niveaux particuliers pour la transition d'horloge à 674 nm, le choix a été fait de considérer toutes les transitions possibles (dix au total) afin notamment de pouvoir s'affranchir de certains effets systématiques (voir plus loin). En ce qui concerne la transition de refroidissement à 422 nm, on est obligé de prendre en compte la fuite vers le niveau $^2D_{3/2}$. C'est pourquoi un laser repompeur (à 1092 nm pour l'ion $^{88}Sr^+$) est ajouté pour s'assurer du bon fonctionnement du refroidissement et de la détection.

Dans le cas des ions $^{171}Yb^+$ et $^{199}Hg^+$, le spin nucléaire est non nul ($I =$

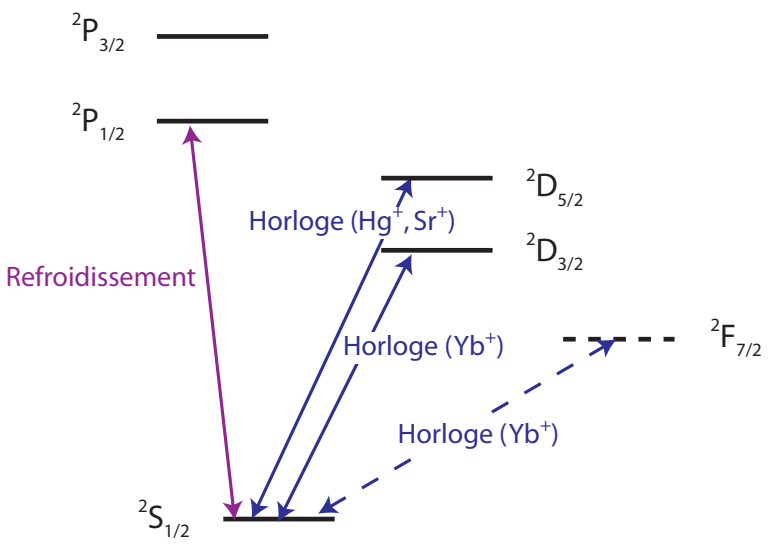

FIG. 1.5 – Structure atomique simplifiée des ions Yb^+, Hg^+ et Sr^+. La structure hyperfine (dans le cas de Yb^+ et Hg^+) n'apparait pas sur le schéma. Le niveau $^2F_{7/2}$, en pointillés, est le niveau excité de plus basse énergie uniquement dans le cas du Yb^+. Les transitions $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2,5/2}$ sont de type quadrupolaire électrique, la transition $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2F_{7/2}$ est de type octupolaire électrique.

$1/2$) et tous les niveau atomiques présentent alors deux sous-niveaux hyperfins. Ce choix s'explique du fait que le spin nucléaire demi-entier permet l'existence d'un sous-niveau $m_F = 0$ pour chacun des niveaux d'horloge, ce qui permet de faire une mesure directe de la fréquence de la transition $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$ en présence de champ magnétique. Cette structure a pour effet de changer la manière dont le refroidissement est opéré. En effet, la transition de refroidissement efficace est $^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 0)$ à 370 nm dans le cas de l'ion Yb^+ et 194 nm pour Hg^+. Par contre, la transition d'horloge part du sous-niveau hyperfin $F = 0$ de $^2S_{1/2}$. Il est donc nécessaire d'ajouter au laser de refroidissement un laser accordé sur la transition $^2S_{1/2}(F = 0) \rightarrow {}^2P_{1/2}(F = 1)$ pour repomper les atomes. L'isotope $^{43}Ca^+$ quant à lui possède un spin nucléaire $F = 7/2$, ce qui complique la structure hyperfine mais ne présente formellement pas de différence dans la manipulation.

Fonctionnement de l'horloge

Les horloges fonctionnent toutes avec le même type de piège de Paul, constitué d'une électrode en anneau au centre, et de deux électrodes en chapeau de part et

d'autre. Le potentiel confinant est alors de la forme

$$U(\mathbf{r}) = (Q_{dc} + Q_{ac}\cos(\Omega t))(x^2 + y^2 - 2z^2), \tag{1.29}$$

comme il a été présenté dans le paragraphe 1.3.2. L'intérêt du terme statique Q_{dc} est le même que celui des électrodes de compensation dans le cas d'un piège de Paul-Straubel : il permet d'ajuster le champ électrique au centre du piège pour rattraper les anomalies, généralement géométriques ou dues à un dépôt de charges sur les électrodes. Ce terme permet également de modifier la valeur du gradient de champ quadrupolaire au centre du piège. Les fréquences typiques de fonctionnement du piège sont toujours du même ordre de grandeur : une dizaine de MHz pour la fréquence $\Omega/2\pi$ d'oscillation du potentiel, et des fréquences séculaires de l'ordre du MHz.

L'ion ainsi piégé est alors refroidi sur la transition $^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ dans le régime de Lamb-Dicke en quelques ms. Les températures atteintes sont variables selon les expériences et atteignent une dizaine de mK dans les cas les plus défavorables. Elles sont néanmoins suffisamment faibles pour s'affranchir de tous les effets motionnels. En refroidissant l'ion $^{88}Sr^+$ à 10 mK, l'effet Doppler du second ordre ne vaut déjà plus que 10^{-17} en valeur relative. Pour ce même ion, on a réussi récemment à piéger plus de 98% des atomes dans le niveau fondamental du piège [70] (ce qui correspond à un facteur d'occupation moyen $\langle n \rangle = 0.014(8)$). L'interrogation sur la transition d'horloge est relativement similaire pour les différentes horloges. Dans le cas des horloges ayant un spin nucléaire $I = 1/2$, le niveau fondamental ne possède qu'un sous niveau magnétique, il est donc facile d'interroger la transition $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$ en appliquant un faible champ magnétique (quelques μT). La probabilité de transition est mesurée par la méthode des sauts quantiques et la fréquence du laser d'interrogation est asservie sur la résonance atomique. Dans le cas où $I = 0$, les m_F sont tous demi-entiers, il faut donc mesurer deux transitions symétriques pour connaître la valeur de la fréquence absolue. La mesure de la fréquence du laser se fait toujours à l'aide d'un peigne de fréquence référencé sur une fontaine atomique.

Effets systématiques

L'utilisation d'une transition quadrupolaire électrique est à l'origine d'un déplacement de fréquence propre à ce type d'horloge et qui peut être important (jusqu'à une dizaine de Hz [77]). Il vient du fait que l'état excité $^2D_{3/2,5/2}$ possède un moment quadrupolaire électrique $\Theta(D, 3/2 \text{ ou } 5/2)$ qui interagit avec le gradient de champ électrique résiduel au niveau de l'atome. De par la structure quadrupolaire du champ de piégeage, ce gradient n'est jamais nul et induit un déplacement dit quadrupolaire. La valeur de ce gradient au centre du piège est Q_{dc}, il est donc utile de pouvoir jouer sur ce paramètre pour mesurer le déplacement quadrupolaire

de la fréquence d'horloge. Cependant, une simple mesure du déplacement et une extrapolation pour un gradient de champ nul ne permet pas de réduire suffisamment l'incertitude de cet effet pour pouvoir prétendre à une grande exactitude : une incertitude de 1 V sur la tension appliquée aux électrodes conduit à une incertitude typique sur la fréquence d'horloge d'une fraction de Hz [58]. Pour cela, des méthodes d'annulation du déplacement quadrupolaire au niveau de 10 mHz ont été imaginées et mises en œuvre [78, 69]. Elles seront présentées dans le paragraphe suivant. Il existe également un effet Stark quadratique associé à l'interaction du moment dipolaire électrique de l'atome avec le champ électrique de piégeage. La technique d'annulation du déplacement quadrupolaire permet également d'annuler le terme tensoriel de cet effet et de réduire son incertitude au moins au même niveau [69].

L'effet du champ magnétique doit aussi être pris en compte. Bien que dans chacune des trois configurations, la technique de mesure de la fréquence d'horloge permette d'annuler le déplacement Zeeman du premier ordre, la structure fine des atomes implique l'existence d'un effet Zeeman quadratique. Dans le cas de l'ion Sr^+, l'avantage de mesurer deux fréquences pour deux transitions symétriques est que cela permet également, grâce à une bonne connaissance des facteurs de Landé des différents niveaux, de faire une mesure très précise du champ magnétique. Le coefficient donnant le déplacement Zeeman quadratique est également très bien connu, ce qui permet une évaluation de l'incertitude due à cet effet en dessous de 10 mHz. Pour ce qui est des ions Hg^+ et Yb^+, la même méthode est appliquée : alors que la transition d'horloge est mesurée sur une transition $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$ en présence de champ magnétique, la transition $m_F = 0 \rightarrow m_F = 2$ est mesurée régulièrement pour donner une mesure du champ magnétique et une évaluation du déplacement. Dans le cas de Hg^+, l'incertitude relative à cet effet a été estimée à 20 mHz [27].

Contrairement aux horloges à ion utilisant une transition dipolaire électrique, il n'y a pas de refroidissement par bandes latérales ici. Le mouvement résiduel des atomes loin du centre du piège peuvent donc causer un effet Doppler (du premier et du second ordre) supplémentaire. Pour corriger ces effets, on peut appliquer des tensions statiques différentielles sur les deux électrodes en chapeau ce qui permet de recentrer le piège et de corriger ces effets sous la barre des 10 mHz [27]. Enfin, des déplacements dus au rayonnement de l'enceinte et aux différents lasers sont aussi à prendre en compte, mais leur incertitude ne dépasse pas celle des effets plus importants.

Annulation du déplacement quadrupolaire

L'hamiltonien décrivant le déplacement dû à l'interaction entre le moment quadrupolaire de l'atome et le gradient de champ électrique au niveau de l'atome

s'écrit [78]

$$\widehat{H}_Q = \nabla \mathbf{E}^{(2)} \cdot \Theta^{(2)}, \tag{1.30}$$

où $\nabla \mathbf{E}^{(2)}$ est un tenseur représentant les gradients de champ électrique, et $\Theta^{(2)}$ est l'opérateur quadrupolaire électrique de l'atome. Sans entrer dans les détails, on peut déterminer la valeur du déplacement d'énergie $\Delta\nu_n$ d'un niveau $|n\rangle$ (au premier ordre) par cet effet dans le cas où le piège a exactement la forme donnée par l'équation 1.29 [69] :

$$h\Delta\nu_n = \gamma Q_{dc}\Theta(n)[3m_F^2 - F(F+1)](3\cos^2\beta - 1). \tag{1.31}$$

Ici n est un indice regroupant tous les nombres quantiques permettant d'identifier un niveau d'énergie, γ un facteur numérique dépendant de la structure du niveau, $\Theta(n) = (n||\Theta^{(2)}||n)$ le moment quadrupolaire du niveau $|n\rangle$, F le moment cinétique total, m_F la projection du moment cinétique total sur l'axe de quantification (déterminé par le champ magnétique), et β l'angle entre l'axe de quantification et l'axe de symétrie du piège. Il est intéressant de voir tout d'abord que le niveau fondamental ne possède pas de moment quadrupolaire propre. Le déplacement quadrupolaire de la transition est donc celui du niveau excité. D'autre part, il existe deux moyens d'annuler ce déplacement : en annulant le terme $3m_F^2 - F(F+1)$ ou en annulant $3\cos^2\beta - 1$.

L'idée d'annuler la composante en $3\cos^2\beta - 1$ a été proposée par W. M. Itano (NIST, USA) [78] et a été appliquée par la suite aux différentes horloges. Plutôt que de trouver l'angle β qui annule ce terme, on peut calculer ce terme pour des orientations bien particulières du champ magnétique. Quand il est colinéaire à l'axe du piège, ce terme vaut 2, alors que lorsqu'il est orthogonal à l'axe du piège, le terme vaut -1. Ainsi, si on effectue la mesure de la transition d'horloge pour trois directions orthogonales du champ magnétique (une colinéaire à l'axe du piège, les deux autres orthogonales), la moyenne des trois mesures est indépendante du déplacement quadrupolaire. En fait, cette propriété est toujours vraie pour trois directions du champ magnétique orthogonales quelconques [78]. Avec trois paires de bobines orthogonales, il est donc possible d'alterner les mesures pour différentes directions du champ et annuler ce terme. Cette technique d'annulation a été appliquée lors de la mesure et de l'évaluation du moment quadrupolaire des trois espèces étudiées [71, 79, 77, 68]. L'inconvénient majeur de cette méthode est l'incertitude sur l'orientation exacte du champ magnétique et donc sur β. On estime communément que cet angle ne peut pas être défini à mieux que 10° près. Il est donc difficile d'annuler ce déplacement à mieux que quelques % de la valeur du déplacement lui même.

La deuxième solution est d'annuler le terme en $3m_F^2 - F(F+1)$. Elle a été proposée par P. Dubé (NRC, Canada) [69]. Là encore deux manières d'y arriver sont possibles. On peut par exemple déterminer le m_F qui annule cette quantité.

Généralement la valeur de m_F correspondante n'est pas physique ($35/12$ pour l'ion $^{88}Sr^+$), mais on peut effectuer la mesure de la fréquence absolue en fonction de la valeur de m_F^2 dans l'état final. Le déplacement étant linéaire en fonction de m_F^2, ont peut donc trouver la valeur de la fréquence non déplacée en ajustant les valeurs mesurées avec une droite et en regardant l'intersection avec la valeur voulue. C'est ce qui a été fait par exemple au NPL [68] en considérant trois transitions dont les sous-niveaux Zeeman finaux étaient $|m_F| = 1/2,\ 3/2,\ 5/2$. La deuxième méthode, applicable également dans le cas de Sr^+, est de remarquer que dans le cas où F est demi-entier, là encore la somme des déplacements quadrupolaires sur toutes les valeurs possibles de m_F^2 est nulle. L'avantage dans ce cas est que la seule contrainte repose sur la stabilité de l'angle entre le champ magnétique et le champ électrique au cours du temps. L'incertitude sur cette méthode est donc considérée comme négligeable jusqu'au niveau de 10^{-17} au moins. D'autre part, la présence d'un moment cinétique total demi-entier oblige à sonder à chaque fois les transitions par paires (symétriques). Le terme de déplacement quadrupolaire du second ordre étant une fonction impaire de m_F, il est automatiquement annulé par la mesure.

Performances des horloges

L'exactitude est un des points forts des horloges à ion piégé. Les résultats actuels présentent quelques disparités, mais le contrôle des effets systématiques est généralement excellent, l'exactitude étant souvent limitée par le processus de mesure, notamment par l'exactitude des dispositifs servant de référence.

Les résultats des deux équipes travaillant sur l'ion $^{88}Sr^+$ sont en bon accord. L'équipe du NRC (Canada) a fait une mesure de la fréquence de transition à 444 779 044 095 484(15) Hz [69], soit une exactitude de 3.4×10^{-14}. Elle est essentiellement limitée par des incertitudes sur la partie scalaire du déplacement Stark quadratique, mais la contribution de l'incertitude provenant du maser représente 5 Hz, soit environ 10^{-14} en valeur relative. La technique d'annulation du déplacement quadrupolaire est par contre très efficace, puisque l'incertitude résiduelle est estimée à seulement 5×10^{-18}. En comparaison, l'équipe du NPL [68] affiche une incertitude dix fois plus faible, à 3.4×10^{-15}. Les termes dominants sont le déplacement lumineux dû à une mauvaise extinction du laser de refroidissement à 422 nm (0.8 Hz) ainsi que l'incertitude sur la fréquence du maser servant de référence (0.7 Hz). La fréquence de la transition mesurée est 444 779 044 095 484.6(1.5) Hz. Les deux mesures indépendantes sont en très bon accord.

Pour s'affranchir des incertitudes liées à la mesure, l'équipe de la PTB travaillant sur l'ion $^{171}Yb^+$ a réalisé une comparaison entre deux horloges identiques et indépendantes fonctionnant sur la même transition [71]. La différence de

fréquence mesurée pour chacun des deux ions a été réalisée en comparant les deux dispositifs pour des orientations du champ magnétiques différentes l'une de l'autre de manière a supprimer efficacement les effets dus au moment quadrupolaire et à l'effet Stark. L'incertitude dominante dans cette mesure vient alors du manque de contrôle sur l'orientation du champ magnétique. La différence à été mesurée comme étant $\Delta f = 0.26(42)$ Hz, soit une incertitude relative de $3.8(6.1) \times 10^{-16}$. Ce teste prouve la reproductibilité de la mesure de fréquence à un niveau presque équivalent aux meilleures comparaisons d'horloges au césium [13]. La fréquence absolue a par ailleurs été mesurée précédemment [80].

Les effets systématiques de l'horloge à ion $^{43}Ca^{+}$ développée à l'université de Provence ont été évalués avec une incertitude de 9×10^{-16}[73]. Ce niveau d'exactitude est actuellement limitée par l'incertitude sur le déplacement de fréquence dû au rayonnement thermique de l'enceinte (à environ 6.6×10^{-16} en valeur relative). En refroidissant l'enceinte à 77 K, on estime pouvoir s'affranchir largement de cet effet, et les effets prépondérants deviennent alors le déplacement Zeeman et le déplacement quadrupolaire, qui est annulé en utilisant trois orientations du champ magnétique orthogonales. Ces deux effets sont contrôlés au niveau de 2.4×10^{-14}. Enfin, en atteignant la limite où la stabilité de la mesure est limitée par le bruit de projection quantique, l'horloge à $^{40}Ca^{+}$ semble pouvoir atteindre une stabilité de l'ordre de $2.2 \times 10^{-15}\tau^{-1/2}$.

L'horloge à ion $^{199}Hg^{+}$ du NIST [27] a elle été évaluée au niveau de 9.1×10^{-16}, soit une précision au niveau du Hz, principalement dominée par l'incertitude de la fontaine servant de référence. En effet, les effets systématiques sont contrôlés à un très bon niveau, l'incertitude systématique ayant été évaluée à 7.2×10^{-17}, un niveau meilleur que celui des meilleures fontaines atomiques, dominée par l'effet de l'interaction du moment quadrupolaire avec le champ de piégeage. Les autres contributions sont l'incertitude systématique de la fontaine NIST-F1 ayant servi de référence (4.1×10^{-16}) et celle du de la chaîne femtoseconde pour la mesure (2.3×10^{-16}). Le terme principal provient de la faible stabilité de la fontaine. En effet, les mesures effectuées présentent un écart-type d'Allan de $3.38 \times 10^{-13}\tau^{-1/2}$. En moyennant cet effet sur la durée totale de la mesure, la contribution statistique représente une incertitude de 0.97 Hz (environ 10^{-15} en valeur relative) pour une fréquence mesurée de 1 064 721 609 899 144.94 Hz.

1.3.5 Discussion et applications des horloges à ion(s) piégé(s)

On peut d'ores et déjà considérer que les horloges optiques fonctionnant avec un ion dans un piège de Paul sont les horloges atomiques les plus performantes au monde. Grâce à un contrôle du mouvement de l'ion dans le piège, on est capable de rendre les effets Doppler du premier et du second ordre négligeable au niveau d'une exactitude de 10^{-18}. D'autre part, la contrepartie que représente le champ

nécessaire pour piéger l'ion n'est pas non plus une limite, les champs utilisés étant faibles. Les effets induits par ce champ, effet Stark et déplacement quadrupolaire, ne représentent pas un obstacle, des techniques d'annulation précises ayant été proposées pour contrôler ces effets dans la gamme des quelques 10^{-18}. Ces horloges affichent pour la plupart des exactitudes qui sont actuellement limitées par les processus de mesure et par l'étalon de référence auquel on les compare. Les effets systématiques sont dorénavant contrôlés à mieux que 10^{-16}, et on estime pouvoir gagner encore un ordre de grandeur avant d'atteindre la limite de ces horloges.

En ce qui concerne la stabilité, les résultats sont pour le moment limités par différents paramètres. Les transitions généralement utilisées ont des largeurs de raie de quelques centaines de mHz, correspondant à des facteurs de qualités théoriques $Q \simeq 10^{-15}$. En pratique, les transitions observées, qui dépendent de la largeur de raie du laser d'interrogation, ont entre quelques Hz et quelques centaines de Hz de large, dégradant Q d'un facteur allant de 10 à 1000. D'autre part, le principal inconvénient de ces horloges est la présence d'une seule particule, qui limite le rapport signal à bruit à 1. Il semble possible d'atteindre a priori une stabilité dans la gamme des $10^{-15}\tau^{-1/2}$, une valeur beaucoup plus facile à atteindre dans le cas d'horloges à atomes neutres. Il est néanmoins possible d'atteindre la limite quantique pour la stabilité dans le cas d'une horloge à ion [81], car c'est le rapport signal à bruit de la transition qui est limitant, et non l'effet Dick comme c'est le cas des horloges à atomes neutres. D'autre part, grâce à la longue durée de vie d'un ion dans un piège de Paul, il est en théorie possible de procéder à des interrogations très longues, et donc de tirer parti des caractéristiques des meilleurs lasers ultra-stables [82]. Dans le cas de l'ion Al^+, des interrogations d'au moins 100 ms sont d'ores et déjà réalisées.

Les applications des horloges sont diverses, et on va en retenir ici quelques unes des plus importantes. La première, qui est une des motivations du développement des horloges optiques, est le test des théories de physique fondamentale. Comme c'est le cas pour beaucoup d'horloges en fonctionnement depuis plusieurs années, les horloges optiques sont un outil important pour déterminer une éventuelle dérive des constantes fondamentales. Notons par exemple des mesures faites avec l'horloge à ion Yb^+ de la PTB pour mesurer le rapport de sa fréquence par rapport à celle d'une fontaine atomique au césium f_{Yb}/f_{Cs}, dont la variation temporelle relative a été mesurée comme étant $(-1.2 \pm 4.4) \times 10^{-15}$ /an [21]. Une étude du même genre a été faite avec l'horloge à ion Hg^+ du NIST pour une détermination de la possible variation de la constante de structure fine α [23] : $|\dot{\alpha}/\alpha| < 1.3 \times 10^{-15}$ /an.

Une autre application très importante dans le domaine de la métrologie est la stabilisation de lasers. Il est actuellement reconnu que pour sonder des transi-

tions d'horloges, notamment dans les horloges à réseau optique qui utilisent des transitions de quelques mHz de large, une stabilisation des lasers sur des cavités optiques n'est pas suffisante. Avec une horloge à atomes neutres très stable, on pourrait alors interroger un ion pendant une grande durée.

1.4 Horloges à réseau optique

1.4.1 Piégeage d'atomes neutres

Les horloges à ion ayant prouvé leur efficacité en terme d'exactitude (l'équipe travaillant sur l'ion $^{27}Al^{+}$ affiche déjà un contrôle des effets systématiques au niveau de 3×10^{-17} [28]), c'est tout naturellement que différentes équipes se sont penchées sur la possibilité d'obtenir des performances identiques en piégeant des atomes neutres, tout en profitant d'une stabilité comparable à celle des horloges à atomes neutres non piégés. Le but de cette manœuvre serait d'obtenir des performances encore jamais atteintes, au niveau de 10^{-17} voire 10^{-18} en terme d'exactitude, et au niveau de $10^{-16}\tau^{-1/2}$ en terme de stabilité. Si le développement de ce type d'horloge a été plus tardif, c'est tout d'abord parce que les méthodes de piégeage de particules neutres n'ont été développées que dans le courant des années 1980. Ces techniques reposent sur l'utilisation de champs magnétique et/ou lumineux [35] et n'offrent pas toutes les mêmes possibilités. Les pièges de type magnétique ou magnéto-optique [83] ne permettent d'effectuer des mesures à un niveau métrologique en raison des forts gradients lumineux et de champ magnétique utilisés, responsables de déplacements de fréquence importants dans le domaine optique. D'autre part, il n'est pas possible d'atteindre le régime de Lamb-Dicke avec de tels pièges.

En revanche, l'utilisation d'un piégeage de type dipolaire, réalisé pour la première fois en 1986 [84], a été le point de départ d'un nouveau concept d'horloges optiques. Ce piège résulte de l'interaction du moment dipolaire atomique avec le gradient de champ électrique d'un laser qui a pour effet de créer une force sur l'atome qui dépend du gradient d'intensité du laser de piégeage [85]. On peut exprimer le potentiel dont dérive cette force subie par les atomes en se plaçant dans le cas simple d'un système à deux niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$ séparés par une énergie $\hbar\omega_0$. On note $\mathbf{E}_l(\mathbf{r}) = \mathscr{E}_l(\mathbf{r})\mathbf{e}_l \cos(\omega_l t + \varphi(\mathbf{r}))$ le champ électrique du laser de piégeage en $\mathbf{r}$, oscillant à la fréquence $\omega_l/2\pi$ et de polarisation $\mathbf{e}_l$. La pulsation de Rabi de la transition se note alors $\hbar\Omega_R(\mathbf{r}) = -(\mathbf{d}.\mathbf{e}_l)\mathscr{E}_l$ où $\mathbf{d}$ représente le moment dipolaire atomique. Dans l'approximation où le désaccord $\delta = \omega_l - \omega_0$ et la largeur Γ de du niveau excité vérifient $\Gamma \ll |\delta| \ll \omega_l, \omega_0$ et où le paramètre de saturation est

faible, le potentiel de piégeage s'écrit

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega_R^2(\mathbf{r})}{4\delta}. \tag{1.32}$$

Le potentiel de piégeage est donc directement le déplacement lumineux du niveau fondamental. On voit bien que la force dipolaire $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$ issue de ce potentiel est proportionnelle au gradient d'intensité du laser. Il existe alors deux configurations : lorsque le laser est décalé vers le rouge ($\delta < 0$), les atomes sont attirés vers les régions d'intensité maximale, alors que s'il est décalé vers le bleu ($\delta > 0$), ce sont les zones d'intensité minimale qui minimisent l'énergie potentielle des atomes. En prenant par exemple un laser focalisé décalé vers le rouge, on est capable de piéger des atomes au niveau du col d'un faisceau gaussien.

À partir de ce type de piège, des propositions ont été faites pour prendre en compte les deux limites que présente encore ce type de piège. D'une part, on n'atteint généralement pas le régime de Lamb-Dicke avec un faisceau focalisé. La raison est que même dans la direction transverse, qui est la plus confinante, il est difficile de contrôler l'excursion moyenne des atomes à mieux qu'une longueur d'onde optique à cause des dimensions du faisceau. Une idée est alors d'utiliser une onde stationnaire [86] : en rétro-réfléchissant le laser de piégeage, on crée un réseau optique composé de puits de potentiels espacés de $\lambda_l/2$, où λ_l est la longueur d'onde du laser. Il est alors possible de piéger les atomes dans la direction longitudinale sur des distances bien meilleures.

La deuxième limite concerne le déplacement lumineux induit par le piège. Les pièges de type lumineux sont en effet responsables de déplacements de fréquence beaucoup plus importants que leurs équivalents pour des particules chargées. Une faible profondeur de piégeage, de l'ordre de 100 μK, implique ainsi un déplacement lumineux de l'ordre de 2 MHz. L'idée d'utiliser un laser décalé vers le bleu, qui permet de réaliser un piège moins intense, maintient malgré tout un déplacement lumineux important et difficilement en accord avec des mesures spectroscopiques de haute précision [87]. Dans le cas du ^{87}Sr, pour un laser à 813 nm, on a montré que la profondeur de piège minimale pour atteindre le régime de Lamb-Dicke est de $10\,E_r$ ($E_r = \hbar^2 k_p^2/2m$ est l'énergie de recul associée à l'absorption ou l'émission d'un photon du piège). Dans ce cas, les niveaux sont déplacés de 36 kHz [88], soit environ 10^{-10} de la fréquence d'horloge. Pour espérer atteindre une exactitude de l'horloge au niveau de 10^{-17}, il faudrait donc contrôler ce déplacement de fréquence au niveau de 10^{-7}, c'est à dire l'intensité lumineuse au niveau à 10^{-7}. Étant donnée la difficulté technique que cela représente, il est nécessaire de trouver un moyen de minimiser le déplacement de la fréquence d'horloge.

1.4.2 Annulation du déplacement lumineux dû au piège

Le déplacement lumineux des niveaux d'horloge peut s'exprimer au premier ordre en fonction de la polarisabilité dynamique $\alpha_{e,f}$ des niveaux considérés. Il s'écrit alors sous la forme

$$\Delta E_{e,f} = -\frac{1}{4}\alpha_{e,f}(\omega_l, \mathbf{e}_l)\mathscr{E}_l^2. \tag{1.33}$$

Ce déplacement dépend de trois paramètres : la polarisation $\mathbf{e}_l$, l'intensité $I \propto \mathscr{E}_l^2$ et la fréquence $\omega_l/2\pi$ du laser utilisé pour le piège. On peut supprimer la dépendance en polarisation de la polarisabilité en utilisant des niveaux ayant un moment cinétique électronique total $J = 0$, c'est à dire n'ayant pas de structure hyperfine. Le terme devient alors purement scalaire $\alpha_{e,f}(\omega_l)$. L'idée serait donc d'utiliser comme transition d'horloge une transition $J = 0 \rightarrow J = 0$, mais une telle transition est interdite par les règles de sélection pour une transition à un photon. Ce type de transition peut par contre être faiblement permise par couplage hyperfin chez les espèces ayant un moment magnétique nucléaire non nul. Le meilleur exemple de ce type de transition est la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ utilisée pour les horloges à ion $^{27}Al^+$ ou $^{115}In^+$. On la retrouve également dans tous les isotopes fermioniques des alcalino-terreux (Mg, Ca, Sr) et des éléments ayant une structure semblable (Yb, Hg). La polarisabilité dans ce cas là est essentiellement scalaire, même s'il existe des termes tensoriels correctifs, et on peut également bénéficier du fait que la transition est très fine en raison de la faiblesse du couplage hyperfin [89, 90].

Dans cette approximation, on peut alors écrire le déplacement de la fréquence d'horloge en fonction de la polarisabilité différentielle :

$$\Delta\nu_{hor} = -\frac{1}{4h}\Delta\alpha(\omega_l)\mathscr{E}_l^2. \tag{1.34}$$

Pour s'affranchir de la dépendance en intensité, l'idée est donc de trouver une fréquence (longueur d'onde) telle que le terme $\Delta\alpha$ s'annule. L'existence d'une telle longueur d'onde, dite longueur d'onde magique, a été démontrée en 2001 par H. Katori [29] pour des atomes de Sr. Elle est due à la configuration particulière des niveaux d'énergie, qui sera discutée dans le chapitre suivant, et par conséquent existe également pour tous les atomes cités précédemment ayant une structure électronique similaire. Dans cette configuration, le contrôle problématique de l'intensité du laser piège est remplacé par le contrôle de sa longueur d'onde à un niveau facilement réalisable : dans le cas du ^{87}Sr un contrôle de cette longueur d'onde à 10^{-4} nm près suffit à obtenir une incertitude de 2×10^{-17} sur le déplacement lumineux.

Dans une configuration où le piège est à la longueur d'onde magique, on est capable, au premier ordre tout du moins, d'obtenir une situation de piégeage équivalente à celle des ions piégés, à savoir atteindre le régime de Lamb-Dicke tout

en ne subissant pas de déplacement de la fréquence d'horloge. Il reste cependant une incertitude de taille sur la faisabilité de l'horloge. En effet, si les termes tensoriels correctifs ne posent pas de problème étant donnée la force du couplage hyperfin, la contribution des termes d'ordre élevé est pour le moins incertaine. Il faut bien réaliser que même si le terme du premier ordre s'annule, le déplacement lumineux de chaque niveau est de 36 kHz pour une profondeur de piège de $10\,E_r$. Le terme suivant dans le développement en fonction des puissances de $\mathscr{E}_l$, appelé hyperpolarisabilité, n'a lui aucune raison de s'annuler à la longueur d'onde magique, et pourrait entraîner un déplacement individuel des niveaux, et donc de la fréquence de la transition, limitant pour l'exactitude de l'horloge. Les évaluations théoriques étant soumises à de nombreuses incertitudes, seule une évaluation expérimentale [30], qui sera présentée dans le chapitre 5, a permis de s'assurer que ce terme ne contribuera qu'à hauteur de 10^{-18} sur l'incertitude de la mesure.

Suite à ces études, plusieurs projets on démarré presque simultanément. L'atome visé au départ était l'isotope fermionique ^{87}Sr, pour lequel la transition d'horloge est à 698 nm (largeur théorique 1 mHz) et la longueur d'onde magique à 813 nm. Trois groupes ont d'ores et déjà démontré la faisabilité de l'horloge et effectué des mesures absolues de la fréquence d'horloge avec une exactitude au niveau de 10^{-15} ou mieux : celui de H. Katori à l'université de Tokyo (Japon), celui de J. Ye au JILA à Boulder (USA) et notre équipe au SYRTE dirigée par Pierre Lemonde. Des équipe du NPL (Royaume-Uni) et de la PTB (Allemagne) travaillent également sur le ^{87}Sr. Le même type d'horloge est également en fonctionnement dans l'équipe de L. Hollberg au NIST (USA), en utilisant les isotopes fermioniques ^{171}Yb et ^{173}Yb. Elle est également en cours de développement dans plusieurs autre laboratoires : le KRISS (Corée du Sud), le NIST, l'INRIM (Italie)... Les longueurs d'onde qui entrent en jeu sont 578 nm pour la transition d'horloge (largeur 10 mHz) et 795 nm pour la longueur d'onde magique. Enfin, des projets utilisant le Hg, notamment au SYRTE et à l'université de Tokyo, ont démarré récemment. Les longueurs d'onde sont situées dans le proche ultra-violet : la transition d'horloge (100 mHz de large) est à environ 266 nm, et la longueur d'onde magique vers 360 nm.

1.4.3 Historique des résultats obtenus

Depuis la proposition de 2001, les horloges à réseau optique ont progressé très rapidement, notamment celles fonctionnant avec du ^{87}Sr, et ont d'ores et déjà dépassé les performances des horloges à atomes neutres non piégés en terme d'exactitude. Les résultats relatifs à l'horloge à atomes de ^{87}Sr (mesure absolue de fréquence et mesure de la longueur d'onde magique) sont récapitulés en figure 1.6. La première mesure de fréquence absolue a été obtenue en 2003 au SYRTE pour des atomes non piégés, avec une valeur de 429 228 004 235(20) kHz, correspon-

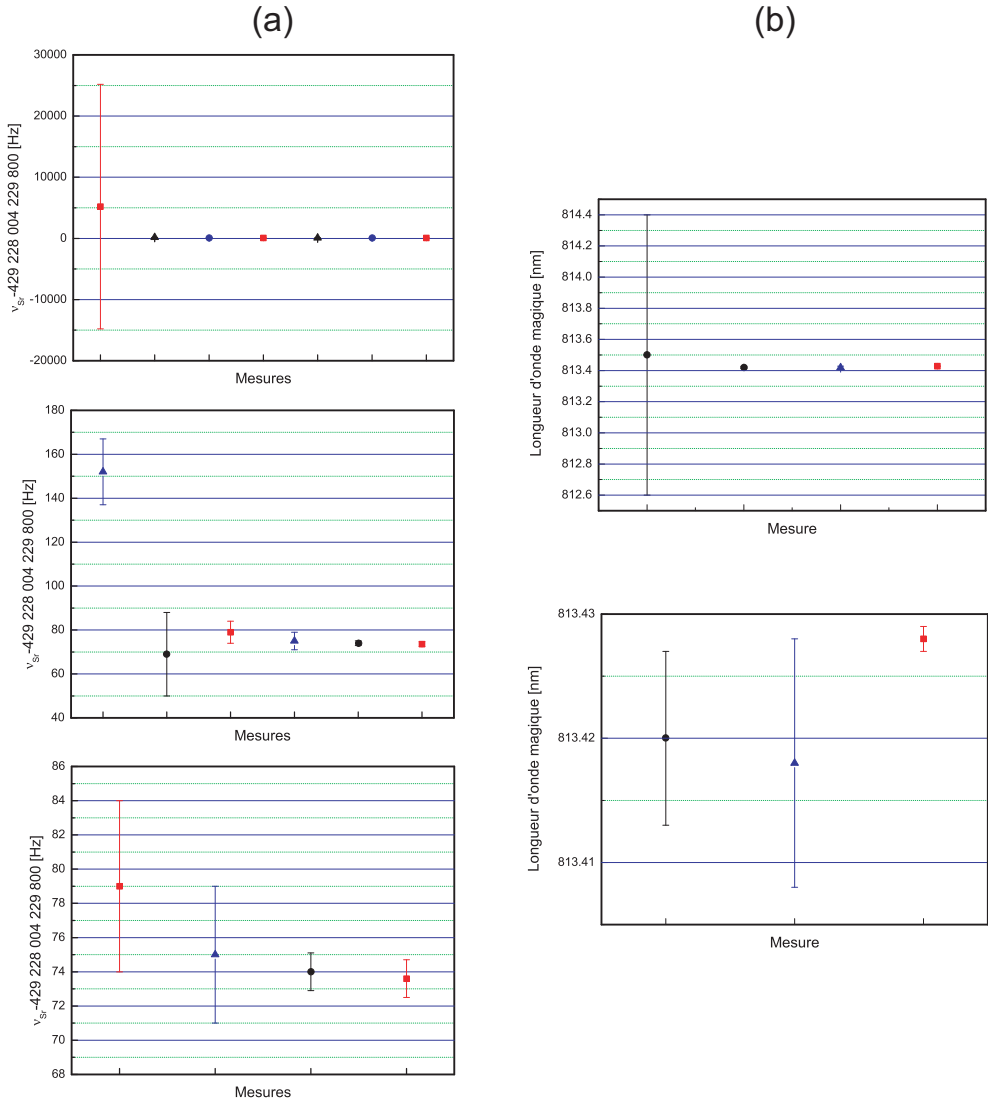

FIG. 1.6 – Récapitulatif des résultats obtenus par les différentes équipes sur l'horloge à réseau optique au ^{87}Sr. ▲ : Université de Tokyo ; ● : JILA ; ■ : LNE-SYRTE. (a) Mesures de la fréquence absolue de l'horloge. (b) Mesure de la longueur d'onde magique.

dant à une exactitude de 5×10^{-11} [91].

Après ce résultat, les recherches se sont portées sur le réseau optique, la longueur d'onde magique et l'estimation des effets d'ordre élevé. Les premières évaluations théoriques ont été publiées en 2003 par l'équipe de H. Katori [92]. En raison des incertitudes sur les forces d'oscillateurs qui entrent en jeu dans les calculs théoriques, la longueur d'onde magique a d'abord été estimée à environ

800 nm, soit à 13 nm de la valeur expérimentale, mesurée avec une grande précision par la suite. Une évaluation de l'hyperpolarisabilité a été faite en même temps, estimant sa contribution à moins de 10^{-17} en valeur relative. Étant donnée l'erreur faite sur la longueur d'onde magique, ainsi que les incertitudes sur les différents paramètres utilisés pour les calculs, cette évaluation n'est néanmoins pas suffisante pour démontrer la faisabilité de l'horloge. La première mesure de la longueur d'onde magique a été faite en 2003 à l'Université de Tokyo [93]. Une seconde mesure en 2005 a permis d'actualiser sa valeur à 813.420(7) nm [94]. L'équipe du JILA a fait une mesure à 813.418(10) nm début 2006 [95] en accord avec la précédente et avec la même précision, tandis que notre propre mesure date de mars 2006 et possède une exactitude meilleure d'un ordre de grandeur, avec une valeur de 813.428(1) nm [30]. Une étude approfondie des effets d'ordre élevé a également été effectuée, et prévoit une contribution à l'incertitude de l'horloge de l'ordre de 10^{-18} pour une profondeur de piège de $10\,E_r$. Cette évaluation a levé une fois pour toutes l'ambiguïté sur ces effets. Plus récemment, des études théoriques supplémentaires ont été menées sur l'effet du piège et la manière d'annuler les termes d'ordre élevés [96, 97].

La première mesure de la fréquence d'horloge avec des atomes piégés a été elle effectuée en 2005 à Tokyo [94], et une seconde par le JILA en 2006 [95]. Ces deux mesures, comme on peut le voir sur la figure 1.6, sont en désaccord d'environ 2×10^{-13}, beaucoup plus que l'exactitude visée pour ce type d'horloge ! Cette incompatibilité a été levée après la publication en septembre 2006 de notre propre mesure [31], puis par une nouvelle mesure de l'équipe de Tokyo [98], ces deux mesures améliorant par la même occasion l'exactitude des mesure jusqu'au niveau de 10^{-14}. A ce niveau d'exactitude de la fréquence d'horloge, les deux effets dominants sont l'influence du piège et les effets dus aux fluctuations du champ magnétique résiduel, les deux niveaux d'horloge présentant 10 sous-niveaux Zeeman chacun. Ce sont eux qui limitent par exemple l'exactitude de la dernière mesure du JILA à 9×10^{-16} [50]. Suite à ce constat, deux propositions ont été faites. La première consiste à utiliser des atomes polarisés en présence d'un champ magnétique permettant de lever la dégénérescence des sous-niveaux, et de ne sonder qu'une transition Zeeman particulière. C'est notamment la technique qui a été utilisée pour la mesure la plus récente de l'université de Tokyo [98]. Des études précises du comportement des niveaux en présence d'un champ magnétique ont en outres été réalisées au JILA [99, 100]. C'est suivant cette technique que nous avons effectué notre dernière mesure de la fréquence d'horloge [32], avec une exactitude de 2.6×10^{-15}, qui sera présentée en détail dans le chapitre 5. Le rythme de progression des résultats depuis le lancement des projets d'horloge à réseau optique est remarquable : on a gagné a peu près un ordre de grandeur par an depuis 2003 !

La deuxième proposition a été faite en considérant les avantages des isotopes bosoniques, pour lesquels la transition $J = 0 \rightarrow J = 0$ est pure et le moment ma-

gnétique nucléaire nul. Les effets correctifs sur le déplacement lumineux sont donc annulés, et la sensibilité au champ magnétique également. Par contre, la transition est totalement interdite pour un processus à un photon, il faut donc ajouter un couplage supplémentaire pour la rendre possible. Des propositions ont été faites pour utiliser soit un champ magnétique statique [101], soit un second laser à la longueur d'onde magique [102]. La solution du champ magnétique a été appliquée dans le cas de l'horloge à ^{174}Yb du NIST, où des résonances de 20 Hz de large ont été observées [103], et également en utilisant notre horloge après quelques modifications [33]. Une mesure de la fréquence absolue de la transition d'horloge avec des atomes de ^{88}Sr a été obtenue avec une exactitude de 7×10^{-14}. Les limites dans ce type d'horloge viennent essentiellement du déplacement collisionnel, mais aussi du fort champ magnétique et de la forte puissance laser nécessaires pour observer la transition. Un développement précis sur cette configuration sera présenté dans le chapitre 6.

En ce qui concerne les autres horloges à réseau optiques, l'équipe du NIST a publié des mesures absolues de la fréquence de transition pour deux isotopes fermionique de l'ytterbium, ^{171}Yb et ^{173}Yb avec une exactitude de 2×10^{-12} [104].

Chapitre 2

L'horloge à réseau optique au ^{87}Sr : approche théorique

Le choix du ^{87}Sr pour réaliser une horloge à réseau optique repose sur les propriétés des différentes transitions accessibles et des longueurs d'onde utilisables. La structure des alcalino-terreux convient de manière générale pour un refroidissement laser efficace de par la présence des transitions $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ et $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ utilisables pour réaliser respectivement un piège magnéto-optique et un refroidissement sur raie étroite. D'autre part, l'existence d'une longueur d'onde magique pour le piège est aussi une propriété des ces atomes, avec la caractéristique qu'elle est suffisamment éloignée des transitions optiques utilisées pour ne pas gêner le fonctionnement de l'horloge. Enfin, le couplage hyperfin dans le cas de l'isotope fermionique donne accès à la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ qui se trouve être à la fois très fine et relativement insensible au déplacement lumineux tensoriel, ce qui promet a priori d'accéder à une exactitude de 10^{-17} ou mieux. En terme de stabilité de fréquence, l'effet qui la limite actuellement est l'effet Dick, lié au bruit de fréquence du laser d'horloge. Une bonne optimisation de ses performances et de la séquence temporelle devrait néanmoins permettre d'atteindre la gamme des $10^{-16}\tau^{-1/2}$.

2.1 La transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$

L'état fondamental $^1S_0$ du Sr correspond à une configuration électronique $5s^2$. Les premiers états excités, correspondant à la configuration $5s5p$, ont été largement étudiés dans les approches théoriques de Breit et Wills [105] et de Lurio [106]. En combinant un couplage fin intermédiaire et la structure hyperfine, on explique pourquoi la transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, habituellement interdite à tous les ordres du développement multipolaire du fait de son caractère $J = 0 \rightarrow J = 0$, est faiblement permise par couplage dipolaire électrique dans

le cas de l'isotope fermionique ^{87}Sr. C'est également cette structure hyperfine qui est à l'origine d'une sensibilité différente au champ magnétique des deux niveaux d'horloge.

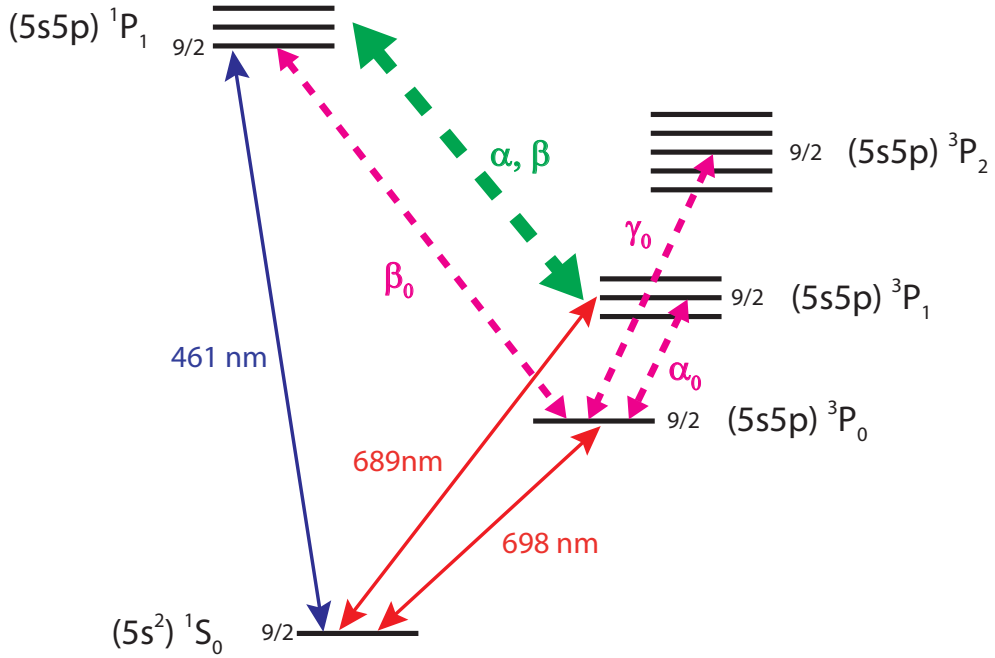

FIG. 2.1 – Premiers niveaux d'énergie du ^{87}Sr. Les sous-niveaux hyperfins sont désignés par leur moment cinétique total F. La flèche en pointillés verts représente le couplage fin intermédiaire des niveaux de moment orbital $J = 1$. Les flèches en pointillés roses illustrent le couplage hyperfin entre le niveau $^3P_0$ et les autres niveaux de moment cinétique total $F = 9/2$.

2.1.1 Structure fine en couplage intermédiaire

Dans la configuration $5s5p$, les deux électrons périphériques sont un électron s (ayant un moment cinétique orbital $l_1 = 0$) et un électron p ($l_2 = 1$). En prenant en compte la structure fine (représentée par les termes d'interaction spin-orbite) dans l'hamiltonien de l'atome, on peut lever partiellement la dégénérescence et faire apparaître les trois sous-niveaux de structure fine. L'interaction spin-orbite provient du fait que les électrons périphériques, possédant un moment magnétique de spin, interagissent avec le champ électrostatique créé par le noyau (ou plus exactement avec le champ magnétique apparaissant du fait de leur mouvement dans le champ électrique [107]). Il existe deux cas extrêmes pour ce type de couplage.

A une extrémité, on peut considérer que l'interaction entre les électrons est prédominante par rapport à l'interaction entre les électrons et le noyau. On se retrouve dans un schéma figé où les deux électrons périphériques sont traités de manière globale et caractérisés par leur moment cinétique orbital total $\mathbf{L} = \mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2$ et leur moment de spin $\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$. Le terme correctif de l'hamiltonien étant proportionnel à la quantité $\mathbf{L}.\mathbf{S}$ (on parle de couplage L-S), il convient alors d'introduire le moment cinétique électronique total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$. En fonction de la valeur du spin total S, on fait alors apparaître un sous-niveau singulet ($S = 0$) et trois sous-niveaux triplets ($S = 1$) caractérisés par J tel que $|L - S| \leq J \leq L + S$. La notation usuelle des sous-niveaux de structure fine dans le cas du couplage L-S est $|^{2S+1}L_J\rangle$. Dans notre cas, ces niveaux sont donc $|^1P_1\rangle$, $|^3P_0\rangle$, $|^3P_1\rangle$ et $|^3P_2\rangle$ (voir figure 2.1).

A l'autre extrémité, si c'est l'interaction entre électron et noyau qui domine, on peut imaginer le cas où chaque électron interagit individuellement avec le champ magnétique issu du noyau. Les nombres quantiques adéquats à une telle description de l'interaction spin-orbite (qui fait apparaître dans ce cas des termes du type $\mathbf{l}_i.\mathbf{s}_i$) sont alors les moments cinétiques totaux de chaque électron $\mathbf{j}_i = \mathbf{l}_i + \mathbf{s}_i$ (on parle alors de couplage j-j) et le moment cinétique total $\mathbf{J} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$. Dans ce cas, en appliquant les règles d'addition des moments cinétiques, les quatre sous-niveaux correspondants, notés selon le formalisme $|j_1, j_2; J\rangle$, sont $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 0\rangle$, $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1\rangle$, $|\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 1\rangle$ et $|\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 2\rangle$. On peut noter que pour les deux types de couplage, les états propres correspondant à un moment cinétique total $J = 0$ ou $J = 2$ sont identiques. Par contre, les bases correspondant à la multiplicité $J = 1$ sont différentes selon le modèle.

En pratique, la structure atomique est toujours une situation intermédiaire entre ces deux couplages extrêmes. Dans le cas du ^{87}Sr, le couplage est essentiellement de type L-S, avec une petite contamination de type j-j. Pour cette raison, nous garderons la notation des niveaux $|^{2S+1}L_J\rangle$ pour les états propres effectifs et noterons les niveaux issus d'un couplage L-S pur avec l'exposant ^{0}. Ces niveaux se notent alors :

$$|^3P_0\rangle = |^3P_0^0\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 0\rangle \tag{2.1}$$

$$|^3P_1\rangle = \alpha|^3P_1^0\rangle + \beta|^1P_1^0\rangle = c_1|\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 1\rangle + c_2|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1\rangle \tag{2.2}$$

$$|^3P_2\rangle = |^3P_2^0\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 2\rangle \tag{2.3}$$

$$|^1P_1\rangle = -\beta|^3P_1^0\rangle + \alpha|^1P_1^0\rangle = c_2|\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 1\rangle - c_1|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1\rangle. \tag{2.4}$$

Les coefficient (α, β) d'une part et (c_1, c_2) d'autre part vérifient les relations

d'orthogonalité et de normalisation des états propres $|^3P_1\rangle$ et $|^1P_1\rangle$. Il existe en plus une relation entre les coefficients dans les deux bases de couplage [106] :

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}c_1 + \sqrt{\frac{2}{3}}c_2 \tag{2.5}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2}{3}}c_1 - \sqrt{\frac{1}{3}}c_2. \tag{2.6}$$

Les coefficients α et β peuvent être déterminés de manière expérimentale selon plusieurs méthodes (ils peuvent également être calculés en utilisant des méthodes ab initio). On peut les relier par exemple à la séparation en énergie des différents niveaux du triplet ^3P ou bien encore aux modifications du facteur de Landé, mais c'est en utilisant les durées de vies mesurées des deux niveaux $|^1P_1\rangle$ et $|^3P_1\rangle$ que la détermination est la plus simple. En effet, on peut utiliser la relation [85] donnant la durée de vie de l'état $|^jP_1\rangle$:

$$\frac{1}{\tau(^jP_1)} = \frac{8\pi^2e^2}{3\varepsilon\hbar\lambda_j^3}|\langle^1S_0|\mathbf{r}|^jP_1\rangle|^2, \tag{2.7}$$

où $\mathbf{r}$ désigne l'opérateur position et λ_j est la longueur d'onde de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^jP_1$. Cette formule montre que c'est le couplage dipolaire électrique (représenté par l'opérateur $\mathbf{r}$) entre le niveau fondamental et le niveau excité considéré qui est responsable de l'instabilité. En utilisant la décomposition des niveaux de structure fine selon les niveaux purement L-S, et en appliquant la règle de sélection $\Delta S = 0$ dans le cas d'un tel couplage, on peut écrire

$$\frac{1}{\tau(^3P_1)} = \frac{8\pi^2e^2}{3\varepsilon\hbar\lambda_3^3}\beta^2|\langle^1S_0|\mathbf{r}|^1P_1^0\rangle|^2, \tag{2.8}$$

$$\frac{1}{\tau(^1P_1)} = \frac{8\pi^2e^2}{3\varepsilon\hbar\lambda_1^3}\alpha^2|\langle^1S_0|\mathbf{r}|^1P_1^0\rangle|^2. \tag{2.9}$$

La relation qui s'ensuit est alors

$$\frac{\tau(^1P_1)}{\tau(^3P_1)} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_3}\right)^3\frac{\beta^2}{\alpha^2}, \quad \alpha^2+\beta^2 = 1. \tag{2.10}$$

Les durées de vies ont été mesurées expérimentalement : $\tau(^1P_1) = 5.263(4)$ ns [108] et $\tau(^3P_1) = 21.5(2)\,\mu$s [109]. Les longueurs d'onde des transitions utilisées pour le calcul sont $\lambda_1 = 460.73$ nm et $\lambda_2 = 689.25$ nm. On en déduit la valeur des coefficients de mélange $\alpha = 0.9996$ et $\beta = -0.0286$, ce qui dans la base des états j-j donne $c_1 = 0.5538$ et $c_2 = 0.8326$. On remarque que c'est grâce à ce couplage fin intermédiaire que la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$, normalement interdite par la règle de sélection $\Delta S = 0$ pour un couplage dipolaire électrique, est finalement faiblement autorisée.

2.1.2 Structure hyperfine et transition d'horloge

A l'issue du couplage spin-orbite, qui conserve le moment cinétique total J, on voit que la transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ est encore strictement interdite par les règles de sélection car elle reste une transition $J = 0 \rightarrow J = 0$. C'est notamment pour cette raison que la transition d'horloge pour les isotopes bosoniques du Sr ne peut être réalisée qu'en ajoutant un couplage artificiel avec un autre niveau "autorisé". Dans le cas de l'isotope ^{87}Sr cependant, qui est un fermion, ce couplage supplémentaire intervient de manière naturelle en raison de la présence d'un spin nucléaire $I = 9/2$ qui lui confère une structure hyperfine, caractérisée par le moment cinétique total de l'atome $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$ et dont les valeurs sont telles que $|I - J| \leq F \leq I + J$. L'hamiltonien de structure hyperfine qui intervient dans ce cas est composé d'un terme dipolaire magnétique $\hat{H}_A$ et d'un terme quadrupolaire électrique $\hat{H}_Q$ [100] caractérisés par les constantes hyperfines A et Q :

$$\hat{H}_{hf} = \hat{H}_A + \hat{H}_Q \tag{2.11}$$

$$= A\mathbf{I}.\mathbf{J} + Q\frac{3}{4}\frac{\mathbf{I}.\mathbf{J}(2\mathbf{I}.\mathbf{J}+1) - IJ(I+1)(J+1)}{IJ(2I-1)(2J-1)}. \tag{2.12}$$

Cet hamiltonien est diagonal en F et ne couple donc que les niveaux ayant le même moment cinétique total. Le niveau $|^3P_0\rangle$ ayant une seule composante hyperfine $F = 9/2$, il se retrouve ainsi couplé aux autres niveaux par leurs composantes hyperfines $F = 9/2$ (voir figure 2.1). Ceci se traduit par un mélange de la forme

$$|^3P_0\rangle = |^3P_0^0\rangle + \alpha_0|^3P_1\rangle + \beta_0|^1P_1\rangle + \gamma_0|^3P_2^0\rangle, \tag{2.13}$$

où les coefficients de mélange s'expriment à l'aide des éléments de matrice :

$$\alpha_0 = h\frac{\langle^3P_1, F = 9/2|\hat{H}_A|^3P_0^0\rangle}{E(^3P_0) - E(^3P_1)}, \tag{2.14}$$

$$\beta_0 = h\frac{\langle^1P_1, F = 9/2|\hat{H}_A|^3P_0^0\rangle}{E(^3P_0) - E(^1P_1)}, \tag{2.15}$$

$$\gamma_0 = h\frac{\langle^3P_2, F = 9/2|\hat{H}_Q|^3P_0^0\rangle}{E(^3P_0) - E(^3P_2)}. \tag{2.16}$$

On a introduit les écarts d'énergie entre les différents niveaux ^3P. Les éléments de matrices peuvent être calculés en utilisant les valeurs des mesures des coefficients A et Q, les valeurs de α, β, ainsi que celles de la structure hyperfine des différents niveaux qui interviennent [105, 106]. Cependant, différentes théories donnent des valeurs d'éléments de matrices différents. On peut donc donner leur valeur approchée [100] : $\alpha_0 \simeq 2 \times 10^{-4}$, $\beta_0 \simeq -4 \times 10^{-6}$ et $\gamma_0 \simeq 4 \times 10^{-6}$. En présence de

couplage hyperfin, le niveau excité peut donc être exprimé en fonction des états purs :

$$|^3P_0\rangle = |^3P_0^0\rangle + (\alpha_0\alpha - \beta_0\beta)|^3P_1^0\rangle + (\alpha_0\beta + \beta_0\alpha)|^1P_1^0\rangle + \gamma_0|^3P_2^0\rangle. \tag{2.17}$$

On voit donc que la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ va être faiblement autorisée par couplage dipolaire électrique grâce à la présence du terme en $|^1P_1^0\rangle$, le seul à être couplé au niveau fondamental par les règles de sélection. Ce couplage est cependant suffisamment faible pour garder le caractère essentiellement $J = 0$ du niveau $|^3P_0\rangle$. Cette caractéristique est fondamentale pour l'étude du déplacement lumineux du niveau en présence du laser de piégeage : on peut espérer avoir toujours des polarisabilités vectorielle et tensorielle très faibles. L'évaluation de l'effet du mélange des niveaux sur le déplacement lumineux sera présentée en détail dans l'avant-dernière section de ce chapitre.

Le calcul de la durée de vie de l'état excité peut se faire en utilisant l'équivalent de la formule 2.7 pour le niveau $|^3P_0\rangle$:

$$\frac{1}{\tau(^3P_0)} = \frac{8\pi^2e^2}{3\varepsilon\hbar\lambda_0^3}|\langle^1S_0|\mathbf{r}|^3P_0\rangle|^2 \tag{2.18}$$

$$= \frac{8\pi^2e^2}{3\varepsilon\hbar\lambda_0^3}(\alpha_0\beta + \beta_0\alpha)|\langle^1S_0|\mathbf{r}|^1P_1\rangle|^2. \tag{2.19}$$

On a introduit $\lambda_0 = 698.44\,\text{nm}$, la longueur d'onde de la transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. Afin d'éliminer l'élément de matrice dans la formule, on peut utiliser l'expression donnant la durée de vie de l'état $|^1P_1\rangle$ ou $|^3P_1\rangle$ indifféremment. On obtient alors l'une des deux formules suivantes :

$$\tau(^3P_0) = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)^3 \frac{\alpha^2}{(\alpha_0\beta + \beta_0\alpha)^2}\,\tau(^1P_1) \tag{2.20}$$

$$= \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_3}\right)^3 \frac{\beta^2}{(\alpha_0\beta + \beta_0\alpha)^2}\,\tau(^3P_1). \tag{2.21}$$

La valeur théorique de la durée de vie issue des différentes mesures précédentes est alors $\tau(^3P_0) \simeq 160\,\text{s}$. Cette valeur est plus grande que celle de la plupart des horloges optiques présentées dans le chapitre 1, ce qui constitue une limite ultime au facteur de qualité atomique ultime à environ 5×10^{17}. En pratique cependant, le facteur de qualité est déterminé par la largeur expérimentale de la transition qui est limitée par d'autres facteurs, comme la durée de vie des atomes dans le piège dipolaire, ou encore la largeur de raie du laser d'horloge (voir chapitre 3). Dans notre configuration actuelle, le temps de cohérence du laser d'horloge est inférieur à la seconde, ce qui représente une perte de plus de deux ordres de grandeur par rapport au facteur de qualité ultime.

Il est important de noter également qu'en l'absence d'interaction hyperfine (comme c'est le cas pour l'isotope ^{88}Sr), la durée de vie du niveau $^3P_0$ est de l'ordre de 1000 ans, et la transition est interdite pour les processus à un seul photon. La seule manière de procéder dans ce cas pour sonder cette transition est de l'autoriser par le biais d'un couplage supplémentaire (voir chapitre 6). Cela revient à reproduire artificiellement pour le boson le rôle joué par le spin nucléaire dans le cas du fermion. On se rend bien compte que cette technique apporte un inconvénient de poids : le champ supplémentaire introduit pour ce couplage est source d'incertitude là où le couplage hyperfin assure une stabilité naturelle.

2.1.3 Facteur de Landé différentiel

Une autre conséquence du couplage hyperfin et du mélange d'états purs dans l'état $|^3P_0\rangle$ du ^{87}Sr est la modification du facteur de Landé de l'état excité et l'apparition d'une sensibilité au champ magnétique pour la transition d'horloge. En présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}$, on introduit l'hamiltonien Zeeman

$$\hat{H}_Z = -\mathbf{M}.\mathbf{B}, \tag{2.22}$$

où $\mathbf{M}$ est le moment magnétique total de l'atome. Ce moment magnétique est la somme des moments magnétiques orbital $\mathbf{M}_L$, de spin $\mathbf{M}_S$ et nucléaire $\mathbf{M}_I$, eux-mêmes proportionnels aux moments cinétiques correspondants. Ainsi on peut écrire [107] $\mathbf{M}_L = -(\mu_B/\hbar)\mathbf{L}$, $\mathbf{M}_S = -(2\mu_B/\hbar)\mathbf{S}$ et $\mathbf{M}_I = (g_I\mu_B/\hbar)\mathbf{I}$, où $\mu_B = e\hbar/2m_e$ est le magnéton de Bohr et g_I est le facteur de Landé nucléaire. Ce facteur peut être calculé à partir du rapport gyromagnétique du ^{87}Sr ($\gamma = g_I\mu_B/\hbar$) ou bien en utilisant la formule [100]

$$g_I = \frac{\mu_I(1-\sigma_d)}{\mu_B I}, \tag{2.23}$$

où $\mu_I = -1.0924(7)\mu_N$ [110], $\sigma_d = 0.00345$ [100] est la correction diamagnétique, $I = 9/2$ est le spin nucléaire et $\mu_N = e\hbar/2M_p$ est le magnéton nucléaire. En considérant que Oz est l'axe de quantification, l'hamiltonien Zeeman peut alors s'écrire plus simplement

$$\hat{H}_Z = (L_z + 2S_z - g_I I_z)\frac{\mu_B B}{\hbar}. \tag{2.24}$$

En toute généralité, le déplacement d'énergie ΔE d'un niveau $|I,J,F,m_F\rangle$ par effet Zeeman peut être caractérisé par le facteur de Landé g du niveau considéré. Il s'écrit $\Delta E = \langle I,J,F,m_F|\hat{H}_Z|I,J,F,m_F\rangle = g m_F \mu_B B$ où m_F représente le sous-niveau Zeeman du niveau hyperfin F. Dans le cas du niveau fondamental, pour lequel $J = 0$ et $F = I$, le facteur de Landé est $g(^1S_0) = -g_I = 1.318 \times 10^{-4}$ et

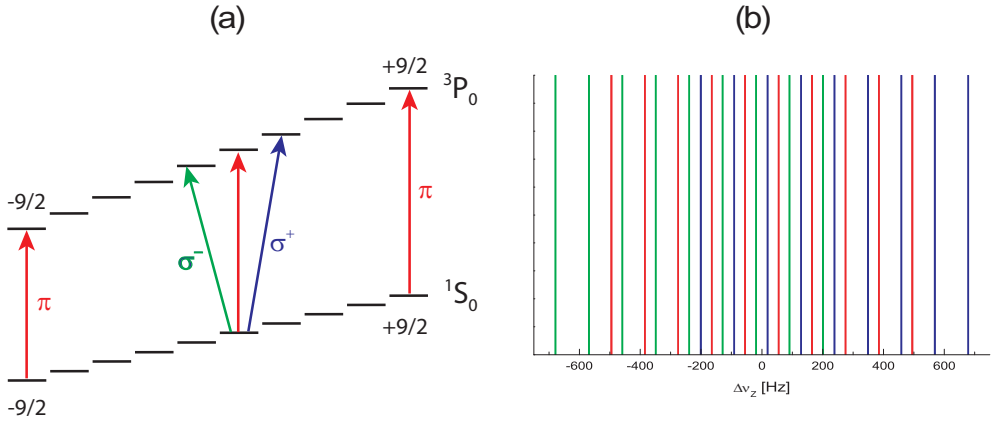

FIG. 2.2 – Différentes transitions possibles en présence d'un champ magnétique. (a) Schéma des sous-niveaux magnétiques des deux niveaux d'horloge. Les facteurs de Landé sont tels que $g(^3P_0) > g(^1S_0)$. (b) Spectre des 18 transitions observable en présence d'un champ magnétique $B = 1$ G. Les couleurs correspondent aux trois types de transition : π (en rouge), σ^+ (en bleu) et σ^- (en vert).

$\langle ^1S_0, F = I|\hat{H}_Z|^1S_0, F = I\rangle = -g_I m_F \mu_B B$. Dans le cas d'un couplage L-S pur, le niveau excité $|^3P_0^0\rangle$ a les mêmes caractéristiques, et donc le même facteur de Landé que le niveau fondamental. Cependant, à cause du couplage hyperfin, le calcul du déplacement en énergie du niveau $|^3P_0\rangle$ fait intervenir des éléments de matrice non diagonaux qui font apparaître un petit facteur de Landé différentiel δg :

$$\begin{aligned} \delta g &= g(^3P_0) - g(^1S_0) && (2.25)\\ &= g(^3P_0) - g(^3P_0^0) && (2.26)\\ &= \frac{\langle ^3P_0|\hat{H}_Z|^3P_0\rangle - \langle ^3P_0^0|\hat{H}_Z|^3P_0^0\rangle}{m_F \mu_B B} && (2.27) \end{aligned}$$

Compte tenu de l'expression du niveau $|^3P_0\rangle$ en fonction des états purs donnée par l'équation 2.17 et de la valeur des différents coefficients de mélange, le poids des différents termes est $\alpha_0\alpha - \beta_0\beta \simeq 2\times 10^{-4}$, $\alpha_0\beta + \beta_0\alpha \simeq 2\times 10^{-6}$ et $\gamma_0 \simeq 4\times 10^{-6}$. On peut donc ne retenir que le terme ayant le poids le plus important, ce qui donne finalement

$$\delta g = \frac{2(\alpha_0\alpha - \beta_0\beta)}{m_F \mu_B B}\langle ^3P_0^0|\hat{H}_Z|^3P_1^0\rangle. \tag{2.28}$$

Les éléments de matrice concernant l'hamiltonien Zeeman ont été calculés de manière analytique dans les références [106, 100]. L'élément nous concernant vaut

$$\langle ^3P_0^0, m_F|\hat{H}_Z|^3P_1^0, F = 9/2, m_F\rangle = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{33}} m_F \mu_B B, \tag{2.29}$$

soit une valeur du facteur de Landé différentiel

$$\delta g = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{33}}(\alpha_0\alpha - \beta_0\beta). \tag{2.30}$$

La valeur calculée à partir des différentes données du couplage fin et hyperfin dépend de la méthode de calcul des coefficients de couplage hyperfin, mais son ordre de grandeur est $\delta g \simeq 7.9 \times 10^{-5}$, ce qui implique que la sensibilité magnétique du niveau excité $|^3P_0\rangle$ est plus importante que celle du niveau fondamental ($g(^3P_0) \simeq 2.1 \times 10^{-4}$). Ces calculs permettent de tracer un diagramme des différentes transitions possibles en présence d'un champ magnétique. Pour une transition π ($\Delta m_F = 0$), l'écart de fréquence par rapport à la transition d'horloge est $h\Delta\nu_Z(\pi) = \delta g m_F \mu_B B$ soit $\Delta\nu_Z(\pi) \simeq 110 m_F$ Hz/G (1 G= 10^{-4} T). Pour une transition $\sigma^\pm$ ($\Delta m_F = \pm 1$), cet écart s'écrit $h\Delta\nu_Z(\sigma^\pm) = (\delta g m_F \pm g(^3P_0))\mu_B B$ soit $\Delta\nu_Z(\sigma^\pm) = (110 m_F \pm 294)$ Hz/G. Le diagramme a été tracé pour un champ magnétique $B = 1$ G en figure 2.2.

2.2 Principe de piégeage

Toute l'originalité des horloges à réseau optique repose dans le piégeage des atomes. La méthode utilisée est nouvelle dans le domaine de la métrologie temps/fréquence et nécessite une caractérisation précise. En particulier il est important de déterminer sous quelles conditions on est capable d'atteindre un régime de Lamb-Dicke pour lequel les effets systématiques dus au mouvement des atomes sont ramenés en-dessous de la limite d'exactitude fixée pour les horloges optiques, à savoir 10^{-17} voire 10^{-18}. Pour un réseau optique où tous les niveaux d'énergie sont dégénérés, il a été démontré [88] qu'une profondeur de piège entre 50 et $100\,E_r$ était nécessaire, mais une telle configuration risque de présenter des problèmes liés aux effets systématiques induits par le piège (le déplacement lumineux essentiellement, dont les effets seront évalués dans la partie suivante). Pour s'affranchir largement de ces effets, l'idée d'un réseau optique "accéléré", simplement réalisable en tirant profit de la gravité, permet de réduire les contraintes sur la profondeur des puits du réseau jusqu'au niveau de $5\,E_r$, diminuant d'office d'un facteur 10 les effets du premier ordre liés à la puissance du laser de piégeage, et d'un facteur au moins 100 les effets d'ordre élevé.

2.2.1 Le piège dipolaire

Comme il a été montré dans le chapitre précédent de manière simplifiée, un laser désaccordé par rapport à une transition atomique dans un système à deux niveaux a pour effet de créer une force de rappel sur les atomes qui dérive d'un

potentiel $U(\mathbf{r})$. En reprenant les notations du chapitre 1 et en ne conservant comme approximation que le fait que la largeur naturelle Γ de la transition est négligeable devant le désaccord $\delta = \omega_l - \omega_0$, l'expression de ce potentiel, en négligeant les termes en $\mathscr{E}_l^4$, prend la forme

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar\Omega_R^2(\mathbf{r})}{4}\left(\frac{1}{\omega_0-\omega_l}+\frac{1}{\omega_0+\omega_l}\right) \tag{2.31}$$

$$= -\frac{d^2\mathscr{E}_l^2(\mathbf{r})}{4\hbar}\left(\frac{1}{\omega_0-\omega_l}+\frac{1}{\omega_0+\omega_l}\right), \tag{2.32}$$

où on a noté simplement $d = \mathbf{d}.\mathbf{e}_l$ la projection du moment dipolaire atomique sur l'axe du champ électrique. On retrouve bien que ce potentiel est proportionnel à l'intensité lumineuse $I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c^2 \mathscr{E}_l^2(\mathbf{r})$. Cette notation permet de plus de faire ressortir l'origine physique de ce potentiel. Dans le cas où le piège est dissipatif et non chauffant, on peut considérer que tous les atomes restent dans le niveau fondamental $|f\rangle$ lorsqu'ils sont piégés. Le potentiel piégeant correspond alors au déplacement lumineux du niveau fondamental. Ce déplacement lumineux est défini à partir de la polarisabilité dynamique du niveau fondamental $\alpha_{|f\rangle}$:

$$\alpha_{|f\rangle} = \frac{d^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\omega_0-\omega_l}+\frac{1}{\omega_0+\omega_l}\right), \tag{2.33}$$

$$U(\mathbf{r}) = \Delta E_{|f\rangle}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4}\alpha_{|f\rangle}\mathscr{E}_l^2(\mathbf{r}). \tag{2.34}$$

Dans le cas d'un atome à plusieurs niveaux, il faut en fait considérer tous les couplages possibles entre niveau fondamental et niveaux excités. Le calcul peut alors être mené de manière identique pour chacun des deux niveaux d'horloge. En effet, le niveau excité est métastable et sa polarisabilité dynamique prend en compte toutes les transitions possibles vers des niveaux plus excités. On obtient alors deux polarisabilités $\alpha_{|f\rangle}$ et $\alpha_{|e\rangle}$ a priori différentes, et donc un potentiel de piégeage différent selon le niveau dans lequel l'atome se trouve. Dans le cas du ^{87}Sr, on utilise un piège à une longueur d'onde très éloignée de toutes les transitions atomiques possibles prenant en compte les niveaux d'horloge. Il n'existe donc pas une transition prépondérante responsable de cet effet, et le calcul de polarisabilité nécessite la connaissance de plusieurs éléments de couplage. Les calculs permettant l'évaluation de la longueur d'onde magique et du déplacement lumineux seront traités dans la section suivante.

Reste à expliciter la dépendance spatiale du potentiel $U(\mathbf{r})$ qui provient de la dépendance spatiale du champ électrique $\mathscr{E}_l(\mathbf{r})$. Si on veut piéger les atomes au maximum d'intensité du faisceau laser, alors il faut utiliser un laser focalisé en un point de l'espace $z = 0$, Oz étant l'axe de propagation du faisceau. Pour un

faisceau ayant un mode spatial $TEM_{0,0}$, on trouve un profil transverse gaussien du type $\mathscr{E}_l(r,z) = \mathscr{E}_0 e^{-r^2/w(z)^2}$, où $r = \sqrt{x^2+y^2}$ est la coordonnée radiale dans un plan transverse et $w(z)$ représente le rayon à $1/e^2$ du faisceau en z. La zone de piégeage étant concentrée au col du faisceau, de rayon w_0, on peut en bonne approximation écrire $\mathscr{E}_l(r,z) = \mathscr{E}_0 e^{-r^2/w_0^2}$. Avec un tel profil spatial, les atomes seraient tous confinés au voisinage de $z = 0$, mais le confinement le long de l'axe Oz n'est pas assez bon pour atteindre le régime de Lamb-Dicke puisque la largeur du faisceau varie peu au niveau du col, et donc l'intensité en $r = 0$ varie peu en fonction de z. Même dans la direction transverse, où le gradient d'intensité est plus fort, on ne peut pas non plus atteindre le régime de Lamb-Dicke en utilisant une intensité raisonnable.

L'idée pour imposer un confinement fort dans la direction longitudinale (qui est d'autant plus important que ce sera également la direction du laser d'interrogation, et que par conséquent le régime de Lamb-Dicke doit absolument être atteint dans cette direction) est de rétro-réfléchir le laser de manière à créer une onde stationnaire. Dans ce cas, on peut créer un champ électrique de la forme $\mathscr{E}_l(r,z) = \mathscr{E}_0 e^{-r^2/w_0^2}\sin(k_l z)$ où $k_l = 2\pi/\lambda_l$ est le vecteur d'onde associé au laser piège. On peut alors écrire le potentiel vu par les atomes sous la forme :

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4}\alpha_{|f\rangle}\mathscr{E}_0^2 e^{-2r^2/w_0^2}\sin^2(k_l z)) \tag{2.35}$$

$$= \frac{U_0}{2}e^{-2r^2/w_0^2}(1-\cos(2k_l z)), \tag{2.36}$$

avec $U_0 = -\frac{1}{4}\alpha_{|f\rangle}\mathscr{E}_0^2$. Le potentiel fait alors apparaître un confinement dans la direction Oz qui est dû à la présence de puits de potentiels formés par les ventres de l'onde stationnaire. On verra par la suite que dans ces conditions, il est possible d'atteindre le régime de Lamb-Dicke pour certaines valeurs de U_0. On verra également que l'efficacité du piégeage est améliorée par l'utilisation d'un réseau optique accéléré qui réduit l'effet tunnel entre les puits et améliore de ce fait la localisation des atomes. Cette situation peut être atteinte très facilement en utilisant un laser de piégeage dans la direction verticale puisque les atomes sont dans ce cas soumis à l'accélération de la gravité différemment selon leur coordonnée z. Au final, le potentiel de piégeage des atomes utilisé (tracé en figure 2.3) s'écrit alors :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{2}e^{-2r^2/w_0^2}(1-\cos(2k_l z)) + mgz. \tag{2.37}$$

On peut également voir qu'un avantage annexe de ce type de piégeage est qu'on peut piéger séparément les atomes dans les ventres du réseau optique, réduisant ainsi le déplacement induit par les collisions entre atomes. Le passage à un réseau optique à trois dimensions permettrait quant à lui de piéger les atomes individuellement et d'annuler ce déplacement.

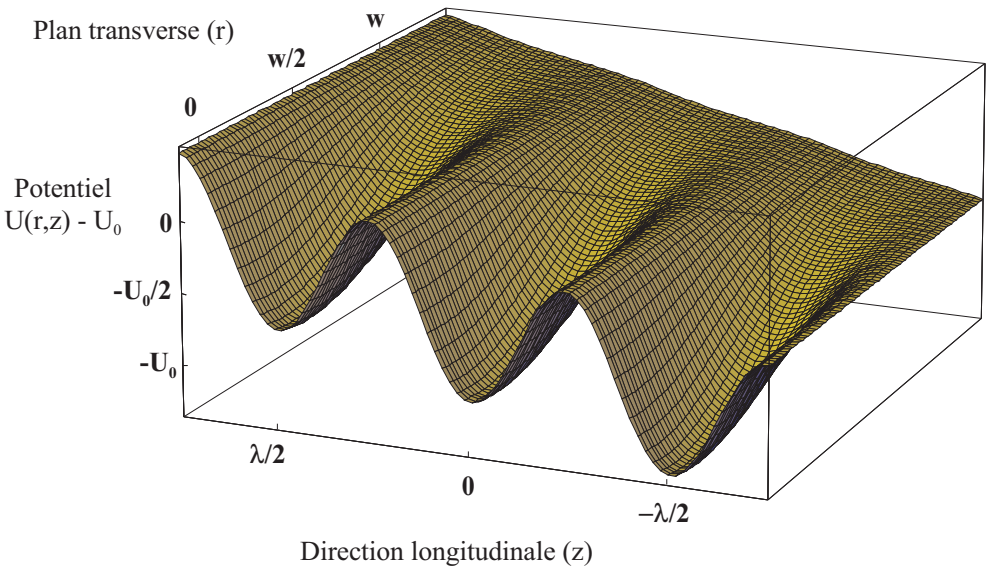

FIG. 2.3 – Potentiel de piégeage tracé dans un plan (r,z). Le décalage entre les puits adjacents provient du terme linéaire en mgz et a été exagéré sur la figure.

2.2.2 Confinement dans un potentiel périodique

Équations du mouvement

Afin d'expliciter le comportement des atomes dans un réseau optique, on reprend l'approche qui a été développée dans la section 1.3.1 dans le cas très général d'un système atomique à deux niveaux (décrit par l'hamiltonien de l'état interne $\hat{H}_{int}$) soumis à un potentiel de piégeage externe (décrit par $\hat{H}_{ext}$) et en présence d'un laser de couplage proche de résonance ($\hat{H}_s$). Comme expliqué précédemment, c'est dans la direction du laser d'interrogation que la question du mouvement des atomes se pose. On peut donc très largement se ramener à un problème unidimensionnel selon la direction Oz, ce qui revient à ne considérer que le réseau optique et non le profil gaussien qui est piégeant dans le plan transverse. Avec cette approximation, et en supposant que le laser est à la longueur d'onde magique (ce qui se traduit par un potentiel piégeant identique pour les deux niveaux atomiques), on peut définir l'hamiltonien externe de l'atome [88] :

$$\hat{H}^I_{ext} = \frac{\hbar^2 \hat{\kappa}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}(1 - \cos(2k_l \hat{z})), \tag{2.38}$$

où $\hat{\kappa}$ représente l'impulsion de l'atome. Cette situation est très analogue à celle d'électrons dans un cristal en physique du solide, où l'hamiltonien externe correspond au potentiel cristallin. On peut donc de la même manière utiliser le théorème

de Bloch pour déterminer la forme générale des états propres de l'hamiltonien $\hat{H}^I_{ext}$. Ils sont représentés par des vecteurs propres de la forme $|n,q\rangle$ et des énergies propres $\hbar\omega^I_{n,q}$ [111], où les nombres n et q représentent respectivement l'indice de bande et la quasi-impulsion. De plus, en raison de la périodicité du réseau, la quasi-impulsion est définie à $2k_l$ près, donc il convient de restreindre le problème à la première zone de Brillouin, définie par $-k_l < q \leq k_l$.

On peut facilement calculer l'effet de $\hat{H}^I_{ext}$ dans le cas d'une onde plane définie par le vecteur $|\kappa\rangle$ [112] :

$$\hat{H}^I_{ext}|\kappa\rangle = \left(\frac{\hbar^2\kappa^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\right)|\kappa\rangle - \frac{U_0}{4}(|\kappa+2k_l\rangle + |\kappa-2k_l\rangle). \tag{2.39}$$

En développant les états propres de $\hat{H}^I_{ext}$ sur les ondes planes

$$\hat{H}^I_{ext}|n,q\rangle = \hbar\omega^I_{n,q}|n,q\rangle \tag{2.40}$$

$$|n,q\rangle = \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_{n,\kappa_{i,q}}|\kappa_{i,q}\rangle, \tag{2.41}$$

où $\kappa_{i,q} = q + 2ik_l$ et la normalisation de $|n,q\rangle$ impose $\sum_i C^2_{n,\kappa_{i,q}} = 1$, le problème se ramène à la diagonalisation d'une matrice réelle tri-diagonale. Une résolution numérique [112] permet alors d'obtenir la figure 2.4 qui montre la structure de bande des énergies propres pour différentes profondeurs du potentiel U_0. Dans cette figure, le profondeur est exprimée en énergies de recul $E_r = \frac{\hbar^2 k_l^2}{2m}$. Pour une valeur de la longueur d'onde de 813 nm, la fréquence de recul correspondante est $E_r/\hbar = 3.58$ kHz. De ces observations, on peut également tirer la largeur de la bande qui s'écrit $\Delta\omega^I_n = |\omega^I_{n,q=k_l} - \omega^I_{n,q=0}|$. Les largeurs des premières bandes en fonction de la profondeur du piège ont été tracées en figure 2.5. On peut remarquer que les bandes sont de plus en plus étroites lorsque le piège est plus profond, ce qui revient à dire que les énergies propres deviennent largement indépendantes de la quasi-impulsion q pour un piège profond. On retrouve dans ce cas limite un piège de type harmonique, où les niveaux d'énergie du piège sont discrets. C'est un point important, sachant qu'on peut expérimentalement contrôler assez bien la bande d'énergie mais qu'il est difficile d'avoir un renseignement sur la quasi-impulsion des atomes.

On peut reprendre les équations 1.11 et 1.12 du chapitre précédent en remplaçant simplement le bra $\langle n|$ par $\langle n,q|$ et le ket $|n'\rangle$ par $|n',q'\rangle$ pour obtenir l'évolution de l'état atomique en présence du laser d'horloge :

$$i\dot{\alpha}_{n,q} = \sum_{n'} \frac{\Omega_q(n',n)^*}{2} e^{i\Delta_q(n',n)t}\beta_{n',q+k_s} \tag{2.42}$$

$$i\dot{\beta}_{n,q+k_s} = \sum_{n'} \frac{\Omega_q(n,n')}{2} e^{-i\Delta_q(n,n')t}\alpha_{n',q}. \tag{2.43}$$

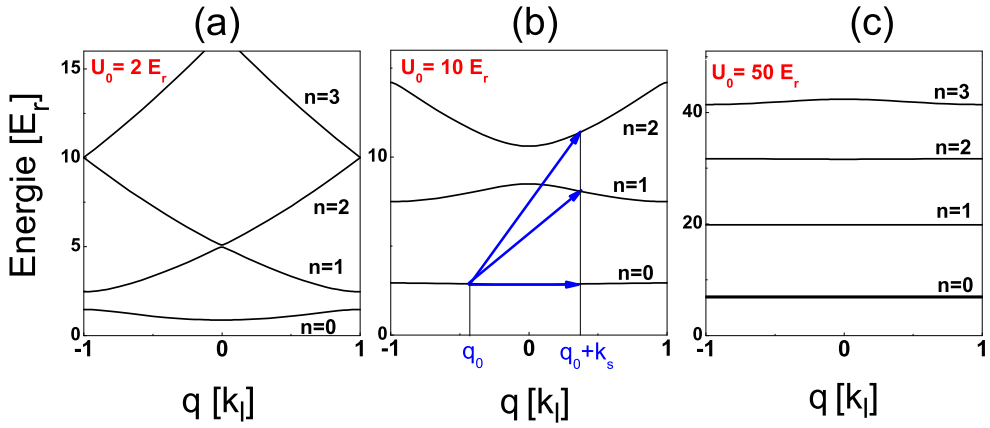

FIG. 2.4 – Structure de bande pour trois différentes profondeurs de piège : $U_0 = 2\,E_r$ (a), $10\,E_r$ (b) ou $50\,E_r$ (c). La quasi impulsion q est exprimée en unités de k_l et l'énergie propre en unités de E_r. En présence du laser d'interrogation, un état initial $|n, q_0\rangle$ est couplé à tous les états $|n', q_0 + k_s\rangle$.

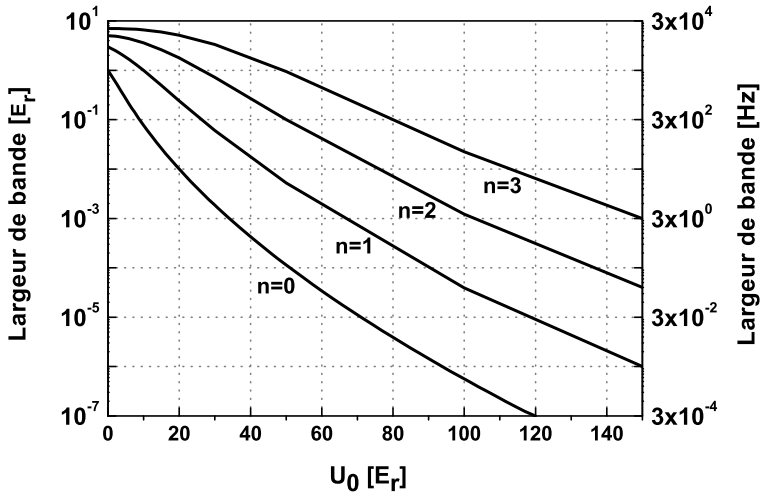

FIG. 2.5 – Largeur des quatre premières bandes en fonction de la profondeur du piège U_0. La largeur est à la fois donnée en énergie (en unités de E_r) et en fréquence.

On a défini ici $\Omega_q(n,n') = \Omega_R \sum_i C_{n',\kappa_{i,q}} C_{n,\kappa_{i,q+k_s}}$ et $\Delta_q(n,n') = \delta + \omega^I_{n',q} - \omega^I_{n,q+k_s}$. On voit directement sur cette formule l'effet du laser sonde : il couple un état initial $|n,q\rangle$ à une multitude d'états excités $|n',q+k_s\rangle$ définis par leur indice de bande n'. Chaque état ainsi accessible est caractérisé par une force de couplage $\Omega_q(n',n)$ et un désaccord par rapport à la résonance atomique $\omega^I_{n',q+k_s} - \omega^I_{n,q}$. Suivant les

différentes valeurs possibles de ces paramètres, l'effet de la structure de bande du réseau optique peut aller de l'élargissement de la résonance au déplacement de la fréquence de transition. Il convient donc de caractériser précisément les conditions nécessaires pour rendre cet effet négligeable devant l'exactitude que l'on se fixe, à savoir dans la gamme des 10^{-17}-10^{-18}.

Élimination de l'effet du piège

Dans cette configuration de réseau, il reste toujours un effet résiduel de type Doppler/recul responsable d'une dégradation de l'exactitude de l'horloge. Cet effet tire son origine du fait qu'il existe un fort effet tunnel résonant entre les puits du réseau, tous dégénérés en énergie. Cet effet est toujours présent, mais peut être fortement atténué en utilisant des puits de potentiel profonds. Pour évaluer cet effet motionnel, il faut faire une supposition sur l'état du système avant la phase d'interrogation par le laser d'horloge. Il a été démontré expérimentalement qu'on était capable de piéger une grosse majorité des atomes dans le niveau $n = 0$ du piège. Les résultats du chapitre 5 montrent une population du niveau fondamental de l'ordre de 95%. On peut donc considérer pour l'état initial une situation où seule une bande est peuplée (en pratique ce sera toujours la bande $n = 0$). On peut alors imaginer deux cas limites : celui où l'atome est initialement dans un état pur $|n,q\rangle$ et celui où la bande n est uniformément peuplée en q.

Dans le premier cas, les forces de couplage normalisées $\Omega_q(n,n')/\Omega_R$ et les désaccords par rapport à la porteuse ont été tracés sur la figure 2.6, pour $n = 0$ et n' prenant différentes valeurs, en fonction de la profondeur du piège. Quelle que soit la quasi-impulsion q de départ, on voit que pour des profondeurs croissantes la force de couplage devient indépendante de q. En parallèle, la valeur asymptotique vers laquelle tend la force de couplage est $U_0^{-|n'-n|/4}$. On peut donc distinguer la porteuse, pour laquelle $n = n'$ des bandes latérales ($n - n' \neq 0$) : pour des profondeurs croissantes, la porteuse devient plus "probable" en comparaison des bandes latérales, ce qui veut dire que le déplacement de fréquence dû à la présence des autres résonances est diminué. De plus, la séparation entre les différentes résonances augmente avec la profondeur du piège, et elle vaut déjà 10 kHz pour une profondeur de $5\,E_r$, donc on peut largement s'affranchir de l'effet des bandes latérales sur la porteuse. Par exemple en supposant que la largeur des résonances est de l'ordre de 10 Hz, l'effet de la première bande latérale revient à un déplacement de fréquence de 10^{-5} Hz [88], une valeur tout à fait négligeable. En contrepartie, il existe un décalage entre la fréquence de la porteuse et la résonance atomique qui dépend de la quasi-impulsion initiale. L'état initial étant difficilement contrôlable, ce déplacement est de l'ordre de la largeur de la bande considérée. Pour des atomes préparés dans la bande $n = 0$, un déplacement de l'ordre de 5 mHz (10^{-17} en valeur relative) nécessiterait une profondeur de piège d'au moins $90\,E_r$.

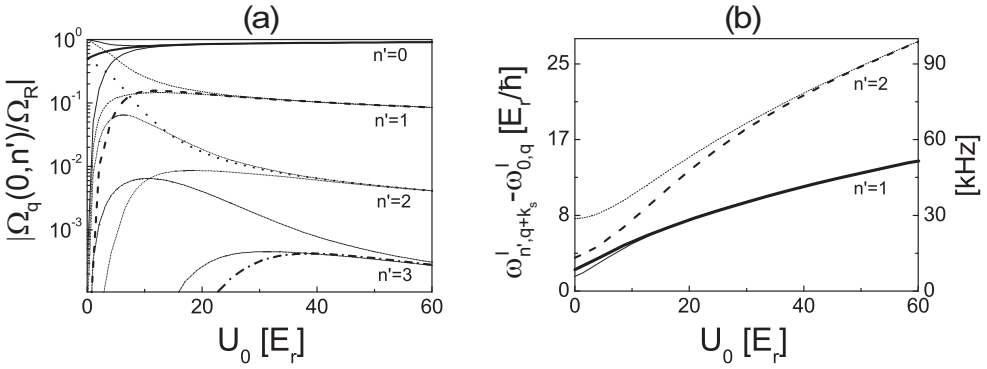

FIG. 2.6 – (a) Forces de couplage relatives pour différentes transitions $n = 0 \rightarrow n'$. Les atomes sont préparés dans différents états : $|n = 0, q = -k_l\rangle$ (traits épais), $|n = 0, q = -k_l/2\rangle$ et $|n = 0, q = k_l/2\rangle$ (traits fins). (b) Désaccord des deux premières bandes latérales par rapport à la porteuse pour des atomes préparés dans l'état $|n = 0, q = -k_l\rangle$ (traits épais) et dans l'état $|n = 0, q = 0\rangle$ (traits fins). Les valeurs sont données à la fois en termes de E_r et en kHz.

Dans le deuxième cas le problème du déplacement de fréquence est naturellement éliminé : une population uniforme en q implique nécessairement que ce déplacement s'annule en moyenne. La source d'incertitude dans ce cas vient d'un élargissement de la résonance dépendant de la profondeur du piège, et qui peut s'apparenter à un élargissement Doppler dans le cas où le piège est trop peu confinant. Cet élargissement est typiquement de l'ordre de la largeur de la bande concernée. La figure 2.7 présente une résolution numérique de cet effet dans le cas où la bande $n = 0$ est uniformément peuplée. On a utilisé une fréquence de Rabi de 10 Hz et optimisé la durée de l'interaction pour chaque profondeur afin d'obtenir le meilleur contraste à désaccord nul. On remarque que pour un piège profond, la résonance fait 10 Hz de large avec un contraste de 100%, alors que le contraste commence à diminuer et la résonance à s'élargir pour des profondeurs inférieures à $40\,E_r$. Cet élargissement "Doppler" s'explique physiquement par le mouvement résiduel de l'atome à cause de l'effet tunnel, puisque les niveaux d'énergie sont dégénérés d'un puits à l'autre. Dans ce cas il est donc toujours nécessaire d'utiliser une profondeur de piège relativement importante pour s'affranchir de ces perturbations.

En pratique on se trouve toujours dans un cas intermédiaire, confronté à la fois à un déplacement de fréquence et à un élargissement de la résonance. La seule solution pour réduire ces effets est donc de travailler avec une profondeur

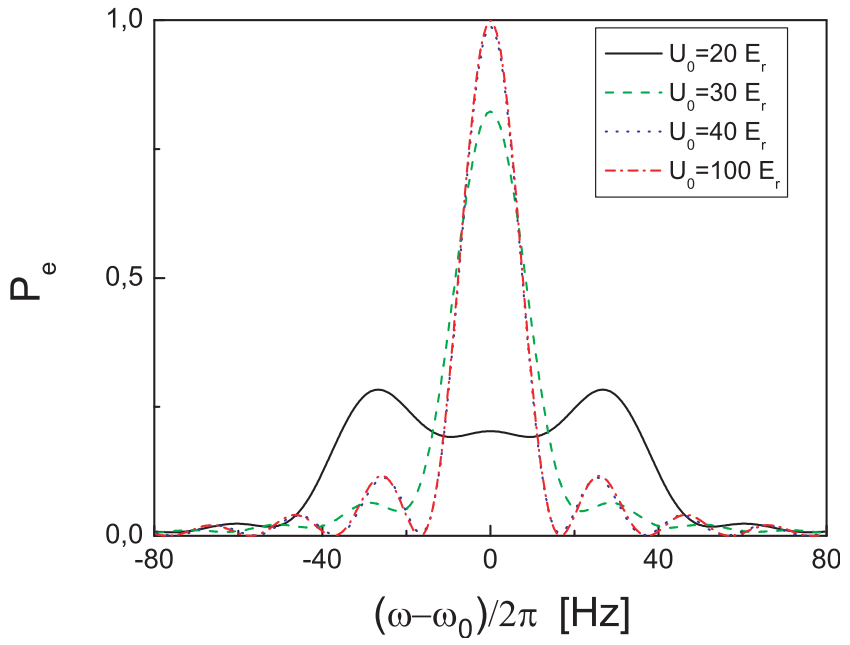

FIG. 2.7 – Résonances attendues si la bande $n = 0$ est uniformément peuplée pour différentes profondeur de piège ($U_0 = 20\,E_r$, $30\,E_r$, $40\,E_r$ et $100\,E_r$). Les courbes on été tracées pour $\Omega_R = 10$ Hz et pour une durée d'interaction qui maximise la probabilité de transition.

relativement importante. Cependant, même si cette solution est bonne pour atteindre le régime de Lamb-Dicke, elle entre en compétition avec d'autres effets systématiques qui eux sont amplifiés par une profondeur trop importante. Ces effets sont d'une part le déplacement lumineux des niveaux d'horloge, qui, même s'il est possible de l'annuler à la longueur d'onde magique, nécessite un contrôle de la longueur d'onde plus contraignant à des grandes profondeurs ; et d'autre part les effets d'ordre élevés qui dépendent de l'intensité du laser piège au carré. Ces effets seront présentés dans la section suivante et une évaluation expérimentale est donnée dans le chapitre 5. Quoi qu'il en soit, on peut supposer avoir un excellent contrôle de la bande d'énergie (tous les atomes en $n = 0$) et un contrôle partiel de la population en q tel que le déplacement de la fréquence ne soit qu'un dixième de la bande. Dans ce cas là il faut toujours une profondeur de piège de l'ordre de $70\,E_r$ pour atteindre une exactitude de l'ordre de 10^{-17}. Comme on le verra par la suite, cette profondeur est par contre trop importante pour s'affranchir des effets de déplacement lumineux dû au piège à un niveau équivalent. Une solution alternative, toujours issue de la physique du solide, permet de réduire les contraintes sur la profondeur de piégeage sans inconvénient véritable.

2.2.3 Confinement dans un potentiel périodique uniformément accéléré

États de Wannier-Stark

Physiquement, le déplacement de fréquence ou l'élargissement de la résonance sont provoqués par le même phénomène. A la différence d'un piège de type harmonique, où le régime de Lamb-Dicke peut être atteint facilement, la structure même du réseau optique est à l'origine d'un effet tunnel résonant qui est responsable d'un déplacement Doppler résiduel. On pourrait donc fortement améliorer les performances du piégeage en faisant en sorte que des puits adjacents soient décalés en énergie, même très faiblement. C'est en pratique réalisable en utilisant un potentiel périodique "accéléré", ce qui revient à ajouter, en plus de la composante sinusoïdale, une composante linéaire dans l'hamiltonien [113]. On peut par exemple obtenir cet effet en modulant la fréquence du laser qui réalise le piège, mais il existe naturellement un moyen beaucoup plus simple qui est de tirer parti de la gravité en utilisant un piège dipolaire vertical. On peut dans ce cas écrire le nouvel hamiltonien externe :

$$\hat{H}_{ext}^{II} = \frac{\hbar^2 \hat{\kappa}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}(1-\cos(2k_l\hat{z})) + mg\hat{z}, \tag{2.44}$$

où g est l'accélération de la gravité. Même si dans ce cas il n'existe pas d'états liés qui soient états propres de $\hat{H}_{ext}^{II}$ puisque un atome piégé dans un puits est couplé au continuum par effet tunnel, on peut garder cette approximation au vu de la durée nécessaire pour perdre un atome de cette manière. Dans le cas du Sr, pour une profondeur de piège de $5\,E_r$, la durée de vie du niveau fondamental d'un puits est de l'ordre de 10^{10} s. On peut donc négliger le couplage dû à la gravité entre la bande fondamentale et les bandes excitées. Dans cette approximation, la recherche des états propres peut alors se restreindre à la bande fondamentale $n = 0$ [114, 115]. Les états propres de $\hat{H}_{ext}^{I}$ seront donc désormais notés $|q\rangle$ et ceux de $\hat{H}_{ext}^{II}$ notés $|W_p\rangle$, où p est un nouveau nombre quantique. On cherche alors des solutions de la forme :

$$\hat{H}_{ext}^{II}|W_p\rangle = \hbar\omega_p^{II}|W_p\rangle \tag{2.45}$$

$$|W_p\rangle = \int_{-k_l}^{k_l} dq b_p(q)|q\rangle, \tag{2.46}$$

où ω_p^{II} représente la pulsation propre du niveau $|W_p\rangle$ et $b_p(q)$ est un coefficient vérifiant $b_p(q+2ik_l) = b_p(q)$. On peut tirer de cette équation une équation différentielle sur les coefficients $b_p(q)$:

$$\hbar(\omega_q^I - \omega_p^{II})b_p(q) + img\frac{\partial b_p(q)}{\partial q} = 0, \tag{2.47}$$

où on a utilisé la notation simplifiée $\omega_q^I = \omega_{n=0,q}^I$. En tenant compte des conditions de normalisation et de la périodicité des coefficients, on arrive à une solution de la forme

$$\omega_p^{II} = \omega_0^{II} + p\Delta_g \tag{2.48}$$

$$b_p(q) = \frac{1}{\sqrt{2k_l}} e^{-\frac{i\hbar}{mg}(q\omega_p^{II} - \gamma_q)}. \tag{2.49}$$

On a défini les constantes $\omega_0^{II} = \frac{1}{2k_l}\int_{-k_l}^{k_l} dq\omega_q^I$, $\hbar\Delta_g = mg\lambda_l/2$ et les fonctions γ_q telles que $\frac{\partial\gamma_q}{\partial q} = \omega_q^I$ et $\gamma_0 = 0$. Les vecteurs propres $|W_p\rangle$ ainsi définis sont appelés états de Wannier-Stark [114]. Les fonctions d'onde associées dans l'espace des positions et des impulsions sont tracées en figure 2.8. On peut voir que dans la représentation z, la fonction d'onde de $|W_p\rangle$ est caractérisée par un pic principal localisé dans le $p^{\text{ième}}$ puits ainsi que des résurgences dans les puits adjacents, qui décroissent de manière exponentielle avec la profondeur du piège. Ainsi, le pic secondaire le plus important représente un dixième du pic principal pour une profondeur de $5\,E_r$, et seulement un centième à une profondeur de $10E_r$. Il existe de plus une relation simple reliant les fonctions adjacentes : $\langle z+\lambda_l/2|W_p\rangle = \langle z|W_{p-1}\rangle$ qui correspond à une translation dans l'espace des positions. Ainsi la fonction $\langle z|W_p\rangle$ correspond à un atome localisé dans le puits p. Les énergies propres associées sont séparées simplement d'une énergie $\hbar\Delta_g = mg\lambda_l/2$ entre puits adjacents, on a perdu toute dépendance en q et donc toute structure de bande. La différence d'énergie correspond simplement à la différence d'énergie gravitationnelle entre deux puits adjacents. Dans l'espace des impulsions, la fonction d'onde s'élargit avec une profondeur de puits croissante, pour tendre vers une situation équivalente à une particule piégée dans un piège harmonique.

Pour déterminer l'effet du laser sonde dans cette configuration, on peut à nouveau réécrire les équations d'évolution. En remplaçant $\langle n|$ par $\langle W_p|$ et $|n'\rangle$ par $|W_{p'}\rangle$ dans les équations 1.11 et 1.12 et en développant les $|W_p\rangle$ selon 2.41, on peut écrire

$$\langle W_p|e^{ik_s\hat{z}}|W_{p'}\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa b_p^*(\kappa+k_s)b_{p'}(\kappa)C_{0,\kappa}C_{0,\kappa+k_s}. \tag{2.50}$$

En notant que $b_p(\kappa) = b_p^*(-\kappa)$ et en utilisant la symétrie translationnelle des états de Wannier-Stark, on peut également déduire la propriété de symétrie suivante :

$$\langle W_p|e^{ik_s\hat{z}}|W_{p+j}\rangle = e^{i\pi jk_s/k_l}\langle W_p|e^{ik_s\hat{z}}|W_{p-j}\rangle. \tag{2.51}$$

Finalement, on peut écrire les équations d'évolution pour un atome dans un

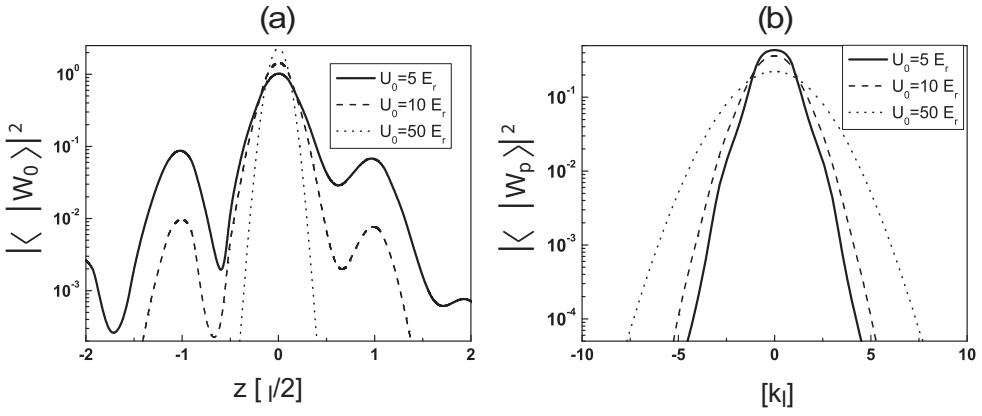

FIG. 2.8 – Fonctions d'onde des états de Wannier-Stark dans l'espace des positions (a) et des impulsions (b). Dans chaque cas, les fonctions sont tracées pour trois profondeurs différentes : $U_0 = 5\,E_r$, $U_0 = 10\,E_r$ et $U_0 = 50\,E_r$

potentiel périodique accéléré :

$$i\dot{\alpha}_p = \sum_{p'} \frac{\Omega^*_{p-p'}}{2} e^{-i\pi p' \frac{k_s}{k_l}} e^{i\Delta_{p-p'}t} \beta_{p'} \tag{2.52}$$

$$i\dot{\beta}_p = \sum_{p'} \frac{\Omega_{p'-p}}{2} e^{-i\pi p \frac{k_s}{k_l}} e^{i\Delta_{p'-p}t} \alpha_{p'}, \tag{2.53}$$

où on a finalement défini $\Omega_p = \Omega_R \langle W_0 | e^{ik_s\hat{z}} | W_p \rangle$ et $\Delta_p = \delta + m\Delta_g$.

Régime de Lamb-Dicke avec un tel dispositif

On peut tout d'abord se pencher sur le cas où l'atome est initialement dans un état de Wannier-Stark pur $|W_p\rangle$ et le comparer au cas où on n'incluait pas la gravité dans le modèle. On suppose également qu'il est situé dans l'état fondamental correspondant au puits p, soit $n = 0$. Il existe plusieurs transitions possibles lorsqu'on excite l'atome avec le laser sonde, suivant que l'atome reste localisé dans le même puits ($|W_p\rangle \rightarrow |W_p\rangle$, transition qu'on nommera une fois de plus la porteuse) ou passe dans un autre puits ($|W_p\rangle \rightarrow |W_{p'}\rangle$, bandes latérales, ce qui correspond à un effet tunnel induit par laser). Ces transitions sont tracées en figure 2.9, et on leur a associé les forces de couplage $\Omega_{p'-p}$. Ces différentes résonances sont toutes uniformément séparées en énergie de la quantité $\hbar\Delta_g$ qui correspond à une fréquence $\Delta_g/2\pi = 866\,\text{Hz}$ dans le cas du Sr. Étant donné que l'horloge est destinée à fonctionner avec des résonances étroites, cet écart est suffisant pour résoudre

parfaitement les différentes résonances. La porteuse et les premières bandes latérales ont été tracées pour des profondeurs de $5\,E_r$ et $10\,E_r$ en figure 2.10. On peut remarquer deux choses : d'une part la fréquence de la porteuse est exactement la fréquence de la résonance atomique ω_0 puisqu'il n'y a plus de structure de bande dans le cas des états de Wannier-Stark ; d'autre part la force de couplage pour les bandes latérales diminue très vite avec la profondeur du piège (voir aussi la figure 2.11). On peut donc aisément, avec un piège peu profond (de l'ordre de $10\,E_r$) combiner différents avantages : résoudre largement les bandes latérales, les rendre très peu probables et ne subir aucun déplacement de fréquence de la porteuse dû à leur présence dans la mesure où elles sont parfaitement symétriques.

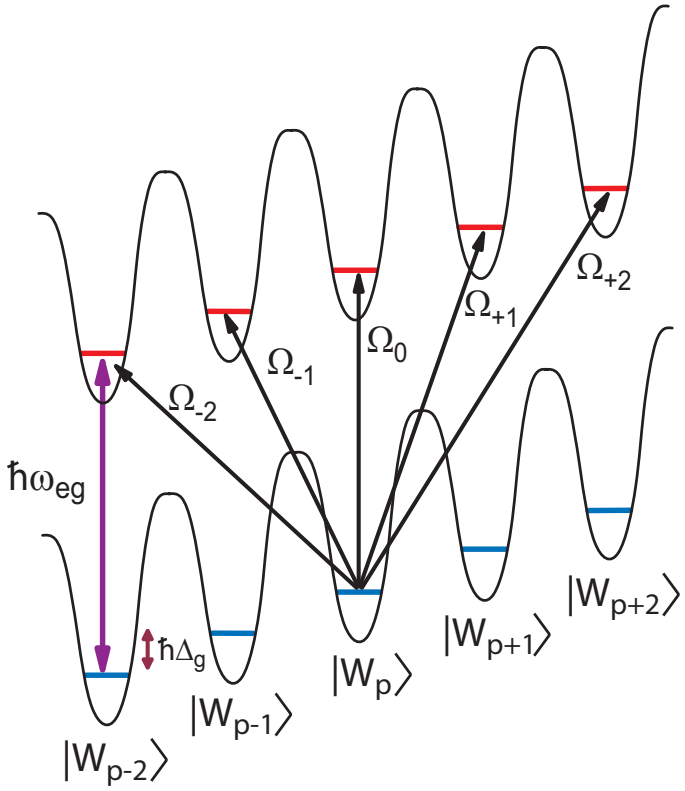

FIG. 2.9 – Échelle de Wannier-Stark et différentes transitions possibles lors du couplage avec le laser sonde.

Plaçons-nous maintenant dans un cas plus défavorable, où l'état initial de l'atome est une superposition cohérente d'états localisés. On observe alors des interférences entre la porteuse et les bandes latérales qui dépendent de la phase relative entre puits adjacents. Ces interférences ont deux conséquences sur la résonance. D'une part elles conduisent à une modification de la probabilité de

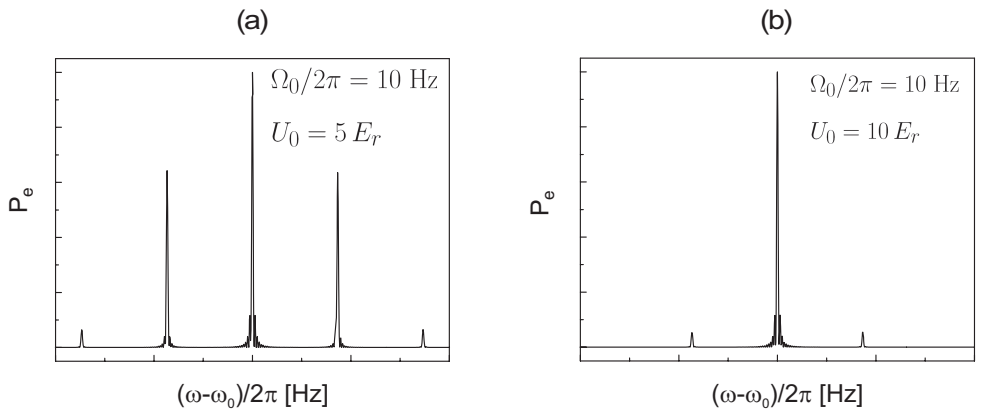

FIG. 2.10 – Spectre des résonances quand l'état initial est un état de Wannier-Stark pur. Les deux graphes correspondent aux profondeurs $U_0 = 5\,E_r$ (a) et $U_0 = 10\,E_r$ (b), avec une fréquence de Rabi de la porteuse $\Omega_0/2\pi = 10$ Hz et une durée d'interrogation de 50 ms.

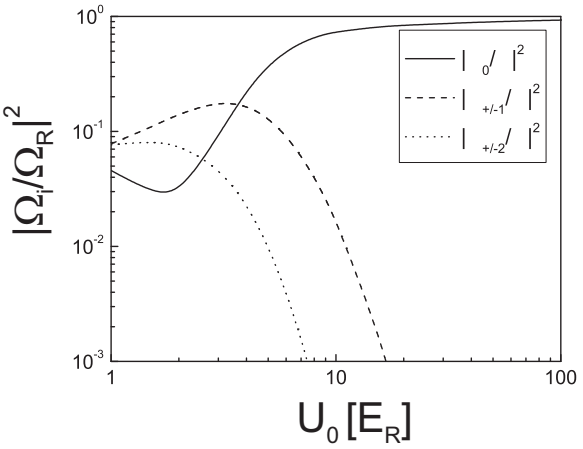

FIG. 2.11 – Forces de couplage relatives de la porteuse $|\Omega_0/\Omega_R|^2$ et des quatre premières bandes latérales $|\Omega_{\pm1}/\Omega_R|^2$ et $|\Omega_{\pm2}/\Omega_R|^2$ en fonction de la profondeur du piège U_0.

transition d'un facteur Ω_1/Δ_g (la contribution des bandes latérales d'ordre plus élevé est négligeable en comparaison). D'autre part elles induisent également un déplacement de fréquence. Par exemple si on interroge les atomes avec une impulsion π, alors le déplacement est de l'ordre de $\Omega_1\Omega_0/\Delta_g$. Dans une situation où $U_0 = 10\,E_r$ et $\Omega_0/2\pi = 10$ Hz, on trouve un déplacement de 2×10^{-2} Hz qui correspond à 5×10^{-17} en valeur relative. Il est néanmoins possible d'améliorer cette situation grâce aux observations faites sur la figure 2.12. On a tracé, pour

trois états initiaux différents et répartis soit sur l'ensemble des puits, soit sur deux puits adjacents, la dépendance de ce déplacement de fréquence en fonction de la durée de l'interrogation. On observe alors des oscillations à la fréquence $\Delta_g/2\pi$ qui apparaît dans le terme de phase des équations d'évolution. Quel que soit l'état de préparation initial, ce déplacement devient périodiquement nul pour des durées d'interaction t telles que $t = 2\pi(n+1/2)/\Delta_g$. Cette durée correspond en fait à une situation où la contribution des bandes latérales est symétrique pour des désaccords opposés, ce qui revient à annuler le déplacement de fréquence. Comme la mesure de Δ_g peut être réalisée avec une exactitude de l'ordre de 10^{-9}, on est capable d'atteindre très précisément ce régime. D'autre part, cette condition n'est pas contradictoire avec le besoin d'utiliser une impulsion π pour l'interrogation, car les constantes de temps en jeu n'ont pas le même ordre de grandeur. Ainsi, en notant que $\Omega_R^{-1} \gg \Delta_g^{-1}$, on peut facilement trouver une gamme de durées t vérifiant les deux contraintes.

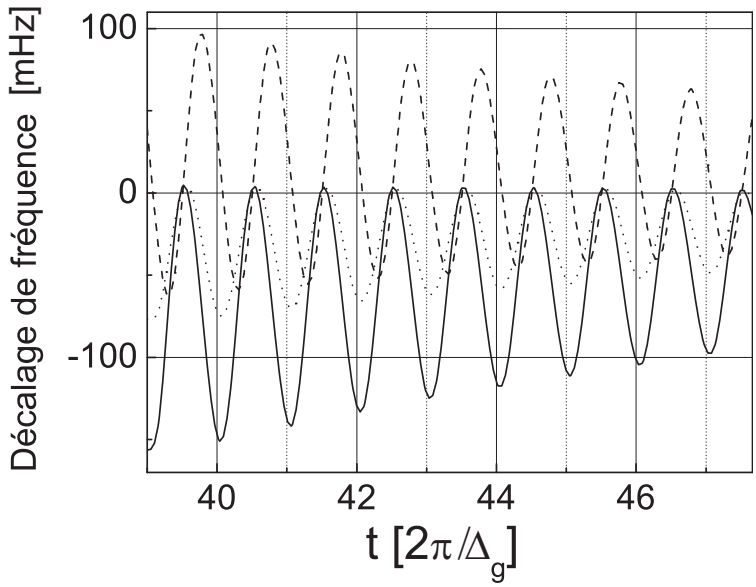

FIG. 2.12 – Déplacement de la fréquence de la porteuse en fonction du temps d'interaction lorsque l'état initial est une superposition cohérente d'états de Wannier-Stark. Différentes conditions initiales sont testées. Trait plein : $\alpha_p(t=0) = \alpha_{p+1}(t=0)$ pour tout p. Tirets : $\alpha_p(t=0) = \alpha_{p+1}(t=0)e^{i\pi/2}$ pour tout p. Pointillés : $\alpha_{-1}(t=0) = \alpha_0(t=0)$ et $\alpha_p(t=0) = 0$ pour $p \neq -1, 0$. Les calculs ont été faits pour une profondeur $U_0 = 5\,E_r$ et une fréquence de Rabi $\Omega_0/2\pi = 10\,\text{Hz}$. Le temps d'interaction correspondant à une impulsion π est $t = 43.3 \times 2\pi/\Delta g$.

Conclusion

Finalement il est possible, en utilisant un réseau optique vertical, de se placer dans une configuration où on est capable d'annuler au niveau de 10^{-18} les effets motionnels des atomes, qui se traduisent dans cette étude par un élargissement et/ou un déplacement de la résonance atomique. Dans le cas du réseau optique, ces effets correspondent physiquement à la possibilité de passer d'un puits du piège à un autre par effet tunnel, et sont fortement réduits par la gravité qui supprime la dégénérescence entre puits adjacents. Ajouter l'effet de la gravité dans un réseau est formellement identique au fait de passer de particules libres à des particules piégées. On passe alors d'une situation où les fonctions d'onde sont délocalisées (les ondes planes ou bien les états délocalisés sur le réseau par effet tunnel) à une situation où les fonctions d'ondes sont essentiellement localisées, dans le piège ou dans un puits du réseau optique. Les effets motionnels résiduels se traduisent alors par l'apparition de bandes latérales. On peut ainsi se permettre d'utiliser des pièges de faible profondeur, dans la gamme des 5-10 E_r pour atteindre le contrôle désiré. Des profondeurs plus importantes amélioreraient encore la situation, mais ce modèle ne traduit pas les effets de déplacement lumineux provoqués par le piège et qui eux augmentent avec la profondeur.

Il est important aussi de tenir compte du mouvement des atomes dans le plan transverse, car le modèle est seulement unidirectionnel. Dans ce plan, on utilise le profil gaussien du laser, qui crée naturellement un gradient d'intensité, pour piéger les atomes. Ce piège n'a pas besoin d'être aussi confinant que le réseau optique, simplement parce que la dynamique transverse des atomes ne vient a priori pas modifier le comportement des résonances lorsqu'on utilise un laser sonde aligné sur la direction du piège. Expérimentalement cependant, un alignement parfait ne peut pas être obtenu, mais l'angle résiduel entre les deux faisceaux est facilement contrôlable à 100 μrad près. On obtient alors un vecteur d'onde transverse $k_\perp$ qui a une amplitude environ 10^4 fois moindre que k_s. Il est possible d'évaluer l'effet des premières bandes latérales transverses sur la porteuse en supposant que le piège est harmonique, avec une fréquence d'oscillation $\omega_0/2\pi = 500\,\text{Hz}$. Cette valeur correspond à la situation décrite dans le chapitre 5, où on montre que le niveau d'occupation moyen dans la direction transverse est $\langle n_r \rangle \simeq 600$. Le facteur de Lamb-Dicke transverse est alors

$$\eta_\perp = k_\perp \Delta x = k_\perp \sqrt{2\langle n_r \rangle + 1} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_0}}. \tag{2.54}$$

Pour un laser d'interrogation à 698 nm, on trouve $\eta_\perp = 0.01$. D'après l'équation 1.16, on sait que le couplage sur une bande latérale est amorti d'un facteur $\eta_\perp \sqrt{n}$ par rapport à la porteuse, ce qui donne un rapport entre les hauteurs des résonances de l'ordre de $r = 0.24$. Le déplacement de fréquence dû à la première

bande latérale est alors de l'ordre de $\delta\nu_{\text{pull}} = \sqrt{r}\frac{\Delta^2}{\delta}$ où Δ est la largeur des résonances et δ la séparation entre les deux pics. Pour des résonances de 1 Hz de large, on trouve alors un déplacement $\delta\nu_{\text{pull}} \simeq 1$ mHz, soit 2.5×10^{-18} en valeur relative. Un tel confinement transverse n'est donc pas limitant en terme d'exactitude.

2.3 Effets systématiques inhérents au dispositif

Afin de déterminer si un objectif d'exactitude de l'ordre de 10^{-17}-10^{-18} est réalisable, il faut étudier tous les effets susceptibles de limiter cette performance. La section précédente avait pour but de s'assurer que le mouvement des atomes dans le piège n'imposerait pas de limite, mais il convient d'étudier les autres effets systématiques, causés par la sensibilité des niveaux de l'horloge aux perturbations extérieures, et qui conduisent à un déplacement de la fréquence d'horloge. Ce travail est d'autant plus important que, contrairement aux horloges à ion piégé, les horloges à réseau optique utilisent des puissances de piégeage qui provoquent un déplacement lumineux des niveaux très important. Ces effets ont été évalués compte-tenu de la connaissance théorique que l'on a des différentes forces de couplage en présence d'un champ magnétique (effet Zeeman) ou d'une onde lumineuse (déplacement lumineux induit par le laser du piège, mais également par le laser d'horloge et par le rayonnement thermique). Compte-tenu de cette sensibilité, une évaluation du niveau de contrôle nécessaire sur le champ magnétique, les puissances laser et la température peut être donnée.

2.3.1 Effet Zeeman (premier et deuxième ordre)

Déplacement du premier ordre

En raison du spin nucléaire $I = 9/2$ de l'isotope ^{87}Sr, les deux niveaux d'horloge ont un moment cinétique total $F = 9/2$, et donc dix sous-niveaux Zeeman chacun. En présence d'un champ magnétique, ces sous-niveaux sont déplacés d'une quantité $\Delta E_i(m_F) = g_i m_F \mu_B B$, où i représente le niveau $^1S_0$ ou $^3P_0$, g_i est le facteur de Landé associé et B est le module du champ magnétique. Comme la fréquence d'horloge correspond à la fréquence de transition en champ nul, l'idée naturelle est de procéder à la mesure de la fréquence de transition en champ nul. Cependant, en raison de perturbations extérieures multiples (champ magnétique terrestre, champ magnétique utilisé pendant les différentes étapes d'un cycle d'horloge), les atomes sont toujours soumis à un champ magnétique résiduel mal défini. Les sous-niveaux Zeeman sont alors peuplés de manière aléatoire, et comme la direction du champ magnétique n'est pas bien définie, le laser d'interrogation n'est jamais polarisé strictement π ou σ, ce qui entraîne à la fois un élargissement et

une dissymétrie de la résonance. Il est difficile de mesurer le champ magnétique dans cette configuration. On peut annuler le champ magnétique au niveau des atomes en utilisant des bobines de compensation et en minimisant la largeur de la résonance, mais cette méthode ne permet pas d'avoir une annulation à beaucoup mieux que 10 mG. Comme les deux niveaux d'horloge ont de plus un facteur de Landé différentiel δg, la fréquence de transition ν_0 va être déplacée au plus d'une quantité $\Delta\nu_Z^{(1)} = 9/2|\delta g|\mu_B B/h$ si on considère les transitions π extrêmes. En prenant les valeurs $|\delta g|\mu_B/h \simeq 110\,\text{Hz/G}$ et $B \simeq 10\,\text{mG}$, on trouve une incertitude d'environ 5 Hz sur la fréquence de la transition, soit 1.25×10^{-14} en valeur relative. Bien qu'une meilleure annulation du champ magnétique soit possible en adaptant l'expérience, il parait difficile de gagner 3 voire 4 ordres de grandeurs sur son contrôle.

Il est donc plus judicieux de tirer parti de la sensibilité des niveaux en procédant à la mesure en présence d'un champ magnétique. Cela permet notamment de définir précisément un axe de quantification et de résoudre les différentes résonances de manière à s'affranchir d'une éventuelle dissymétrie. De plus, on peut pomper optiquement les atomes dans un sous-niveau particulier et ne pas dégrader le rapport signal à bruit. Pour compenser le fait que les transitions sont déplacées dans ce cas (pour un champ magnétique $B = 1\,\text{G}$, les transitions π extrêmes sont séparées de presque 1 kHz), il suffit alors d'interroger deux transitions symétriques, par exemple deux transitions π partant de deux-sous niveaux $\pm m_F$. En moyennant la mesure, on retrouve la fréquence de transition ν_0 sans connaissance préalable de B. Dans ce cas cependant, la présence des autres résonances peut venir déplacer la fréquence de transition mesurée. Par exemple, en interrogeant la transition $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 9/2$ et sa symétrique, seule la transition π partant de $m_F = 7/2$ (et sa symétrique) intervient. En supposant qu'on a des résonances de $\Delta = 1\,\text{Hz}$ de large, et 80% des atomes pompés sans le sous-niveau $m_F = 9/2$, le reste étant dans le sous-niveau $m_F = 7/2$ (cas le plus défavorable), ce déplacement, en présence d'un champ magnétique $B = 1\,\text{G}$, est de l'ordre de $\delta\nu_{\text{pull}} = \sqrt{r}\frac{\Delta^2}{\delta}$, où $r = 1/4$ est le rapport des hauteurs de résonances et $\delta = 110\,\text{Hz}$ est l'écart entre les deux résonances. On trouve alors un effet $\delta\nu_{\text{pull}} = 4\,\text{mHz}$, soit 10^{-17} en valeur relative, qui peut être encore amélioré avec des résonances plus fines ou un meilleur pompage optique.

On verra aussi dans le chapitre 5 qu'il est possible de mesurer précisément le champ magnétique dans ce cas en tirant justement parti de la bonne connaissance du comportement des niveaux en présence du champ magnétique.

Déplacement du second ordre

En présence d'un champ magnétique, il faut par contre tenir compte des déplacements de fréquence d'ordre plus élevé dus à l'hamiltonien Zeeman $\hat{H}_Z$ dé-

fini dans l'équation 2.24. En raison du caractère $J = 0$ des niveaux d'horloge, le déplacement Zeeman du second ordre ne provient pas du couplage entre les sous-niveaux hyperfins des niveaux d'horloge, mais du couplage avec les niveaux plus éloignés (ceux de structure fine). Le niveau fondamental étant séparé de tous les autres niveaux par des transitions optiques, sa contribution au déplacement du second ordre est totalement négligeable. Il reste donc le couplage entre le niveau $^3P_0$ et le niveau le plus proche, $^3P_1$, qui possède trois sous-niveaux hyperfins ($F' = 7/2,\ 9/2,\ 11/2$). Le déplacement de fréquence de la transition d'horloge $\Delta\nu_Z^{(2)}$ est alors celui du niveau excité :

$$h\Delta\nu_Z^{(2)} = -\sum_{F'} \frac{|\langle {}^3P_0, F, m_F|\hat{H}_Z|{}^3P_1, F', m_F\rangle|^2}{h\nu({}^3P_0, F \to {}^3P_1, F')}. \tag{2.55}$$

Les trois fréquences de transition intervenant dans le dénominateur sont de l'ordre de la structure fine, qui est très grande en comparaison de la structure hyperfine, donc on peut en bonne approximation prendre la même valeur, indépendante de F'. On peut développer les états $|{}^3P_0\rangle$ et $|{}^3P_1\rangle$ sur les états purs en utilisant les coefficients de mélange α, β, α_0, β_0, γ_0. Néanmoins, étant donnée la valeur des coefficients et le fait qu'on tient compte de l'élément de matrice au carré, on peut négliger les termes en α_0, β_0, β^2 (tous de l'ordre de quelques 10^{-4}) et les termes plus petits. On trouve alors la formule :

$$\Delta\nu_Z^{(2)} = -\frac{\alpha^2}{h^2\nu({}^3P_0 \to {}^3P_1)} \sum_{F'} |\langle {}^3P_0^0, F, m_F|\hat{H}_Z|{}^3P_1^0, F', m_F\rangle|^2 \tag{2.56}$$

$$= -\frac{2\alpha^2\mu_B^2}{3h^2\nu({}^3P_0 \to {}^3P_1)} B^2, \tag{2.57}$$

en utilisant les éléments de matrice calculés dans [100]. Pour un champ magnétique exprimé en G, le déplacement de la fréquence d'horloge est $\Delta\nu_Z^{(2)} = -0.233B^2$. Etant donné que n'entre en jeu que le coefficient de mélange α qui correspond au couplage intermédiaire, on trouve une valeur similaire à celui calculé dans le cas de l'isotope bosonique ^{88}Sr [101]. De plus cette valeur a été confirmée expérimentalement pour les deux isotopes, comme on le verra dans les chapitres 5 et 6.

Si on se place à nouveau dans la situation ou le champ magnétique appliqué pendant la mesure est de 1 G, ce déplacement de fréquence représente donc -0.233 Hz. Pour cette valeur, un contrôle du champ magnétique à 1% près (soit à 10 mG près) est déjà suffisant pour ramener l'incertitude sur l'évaluation du déplacement Zeeman au niveau de 5×10^{-3} Hz, soit trois ordres de grandeur de moins que dans le cas d'une mesure à champ nul. On verra au chapitre 5 que l'incertitude sur le champ magnétique est de l'ordre de 10^{-3} en valeur relative après une heure d'intégration, ce qui permet d'atteindre une incertitude dans la gamme des 10^{-18}.

On peut noter que dans les fontaines atomiques, le champ magnétique dans la cavité micro-onde est contrôlé au niveau du μG [13] (la sensibilité magnétique du Cs est bien plus importante que celle du Sr). L'horloge au ^{87}Sr ne nécessite elle qu'une précision 1000 fois moins importante.

2.3.2 Déplacement lumineux (premier et deuxième ordre) dû au laser de piégeage

L'un des défis majeurs dans les horloges à réseau optique est de s'assurer qu'on peut atteindre une exactitude digne des meilleures horloges optiques avec un principe de fonctionnement nouveau. La question de l'effet du piège dans notre cas n'a pas d'équivalent dans les autres types d'horloges, soit parce que les atomes ne sont pas piégés pendant la phase d'interrogation (fontaines atomiques, horloges à atomes neutres en chute libre), soit parce que le piège utilisé a un effet presque négligeable, et de toute façon contrôlable, sur les niveaux d'horloge (horloges à ion). Dans le cas des horloges à réseau, le problème se pose beaucoup plus sérieusement. Pour l'atome de ^{87}Sr, à une longueur d'onde de 813 nm et pour une profondeur de piège de $10\,E_r$, le déplacement des niveaux est de l'ordre de 36 kHz, soit 10^{-10} en valeur relative. Ce déplacement peut se développer selon les puissances du champ électrique [92] :

$$h\Delta\nu = -\frac{1}{4}\Delta\alpha(\omega_l,\mathbf{e}_l)\mathscr{E}_l^2 - \frac{1}{64}\Delta\gamma(\omega_l,\mathbf{e}_l)\mathscr{E}_l^4 - \dots, \tag{2.58}$$

où $\Delta\alpha(\omega_l,\mathbf{e}_l)$ et $\Delta\gamma(\omega_l,\mathbf{e}_l)$ représentent respectivement la différence de polarisabilité dynamique et la différence d'hyperpolarisabilité des niveaux d'horloge.

En choisissant une transition d'horloge présentant une longueur d'onde magique, on est a priori capable d'annuler le premier terme précisément, comme on l'a vu au chapitre 1, mais cette annulation n'est pas parfaite, à cause du fait que l'état excité $^3P_0$ n'est pas parfaitement $J = 0$ et à cause des termes autres que le terme dipolaire électrique. Une étude de leurs contributions est faite par la suite. D'autre part, le deuxième terme, dit terme d'hyperpolarisabilité, ne s'annule pas et doit donc être caractérisé. Tout ce travail représente une part importante de la thèse de Rodolphe Le Targat [116], dont les résultats expérimentaux seront présentés dans le chapitre 5.

Effet du premier ordre, détermination de la longueur d'onde magique

En première approximation, on peut considérer que l'on a deux niveaux d'horloge parfaitement $J = 0$, ce qui implique que les polarisabilités dynamiques sont parfaitement scalaires. On peut alors éliminer la dépendance en polarisation, et les polarisabilités des états $|f\rangle = |^1S_0\rangle$ et $|e\rangle = |^3P_0\rangle$ s'écrivent simplement $\alpha_{|f\rangle}(\omega_l)$

et $\alpha_{|g\rangle}(\omega_l)$ sur le modèle de l'équation 2.33. En tenant compte de toutes les transitions possibles, la polarisabilité d'un niveau d'horloge $|i\rangle$ s'écrit :

$$\alpha_{|i\rangle}(\omega_l) = \frac{1}{\hbar}\sum_j |d_{ij}|^2 \left(\frac{1}{\omega_{ij}-\omega_l} + \frac{1}{\omega_{ij}+\omega_l}\right), \tag{2.59}$$

où $d_{ij} = \langle i|\mathbf{d}|j\rangle$ est l'élément de couplage dipolaire électrique et $\omega_{ij}/2\pi$ est la fréquence de la transition $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$. En tenant compte des règles de sélection, le niveau fondamental est essentiellement couplé aux niveaux $5snp\,^1P_1$ et le niveau excité aux niveaux $5sns\,^3S_1$ et $5snd\,^3D_1$, où n est le nombre quantique principal. L'influence des niveaux les plus proches étant plus importante, on peut tracer une variation des polarisabilités des deux niveaux en ne tenant compte que des trois niveaux $5s5p\,^1P_1$ (à 461 nm), $5s6s\,^3S_1$ (à 679 nm) et $5s4d\,^3D_1$ (à 2.56 μm, voir figure 2.13). Des calculs plus poussés ont été effectués en tenant compte de tous les niveaux jusqu'à l'orbitale $n = 11$[92, 97] pour arriver à une valeur de la longueur d'onde magique $\lambda_l \simeq 800$ nm. La valeur expérimentalement obtenue (voir chapitre 5) est proche de 813 nm, la différence s'expliquant par la mauvaise connaissance des forces d'oscillateurs. À cette longueur d'onde magique, on peut donc annuler le déplacement lumineux scalaire et le rendre beaucoup moins sensible à une variation de la longueur d'onde que pour une longueur d'onde arbitraire. Ainsi, pour une profondeur de piège de 10 E_r, il suffit de contrôler sa fréquence à 20 MHz près pour s'affranchir de son effet jusque dans la gamme des 10^{-17}.

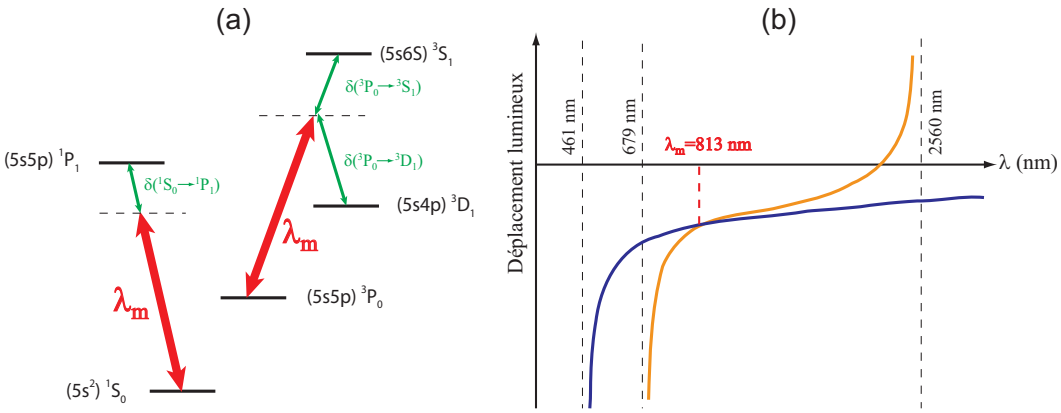

FIG. 2.13 – (a) Niveaux contribuant majoritairement au déplacement lumineux de la fréquence d'horloge pour un laser de piégeage à 813 nm. (b) Allure du déplacement lumineux des deux niveaux d'horloge. Les courbes se croisent vers 813 nm, annulant le déplacement lumineux différentiel.

La première correction à cette évaluation vient du fait que le calcul de la polarisabilité ne fait pas seulement intervenir les transitions dipolaires électriques

(E1) accessibles, mais également les transitions dipolaires magnétiques (M1) et quadrupolaires électriques (E2). Elle s'écrit donc plus généralement

$$\alpha_{|i\rangle}(\omega_l) = \alpha_{|i\rangle,E1}(\omega_l) + \alpha_{|i\rangle,M1}(\omega_l) + \alpha_{|i\rangle,E2}(\omega_l). \tag{2.60}$$

Ces termes supplémentaires n'amènent qu'une contribution scalaire faible, puisqu'ils ont été évalués à $\alpha_{M1}(\omega_l) \simeq \alpha_{E2}(\omega_l) \simeq 10^{-7} \times \alpha_{E1}(\omega_l)$ [92] pour chacun des niveaux d'horloge. Ils n'ont donc pour effet que de déplacer la longueur d'onde magique et ne posent aucun problème puisque sa valeur a été déterminée expérimentalement.

La seconde correction provient du fait que la polarisabilité est en réalité tensorielle à cause de la structure hyperfine des différents niveaux qui entrent en jeu. Ainsi, la polarisabilité d'un niveau s'écrit sous la forme d'un tenseur dont les composantes sont :

$$(\alpha_{|i\rangle})_{mn}(\omega_l) = \frac{1}{\hbar}\sum_j \left(\frac{\langle i|\mathbf{d}.\mathbf{e}_n|j\rangle\langle j|\mathbf{d}.\mathbf{e}_m|i\rangle}{\omega_{ij}-\omega_l} + \frac{\langle i|\mathbf{d}.\mathbf{e}_m|j\rangle\langle j|\mathbf{d}.\mathbf{e}_n|i\rangle}{\omega_{ij}+\omega_l} \right), \tag{2.61}$$

où les indices m et n correspondent aux polarisations circulaires. Pour un faisceau se propageant dans la direction Oz, elles sont définies comme $\mathbf{e}_\pm = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. Pour la transition $|i\rangle \to |j\rangle$, toutes les transitions avec les sous-niveaux hyperfins de $|j\rangle$ doivent être considérées. Les différences de fréquences étant en dénominateur, on voit qu'on aura différentes contributions séparées de la structure hyperfine δ_{hf} autour du désaccord $\delta_{ij} = |\omega_{ij} - \omega_l|$. La correction apportée par la partie tensorielle est donc en première approximation proportionnelle au rapport δ_{hf}/δ_{ij}. Pour un laser à 813 nm, ils valent respectivement 8.1×10^{-5}, 5.4×10^{-6} et 2.1×10^{-7} pour les niveaux $^3S_1$, $^3D_1$ et $^1P_1$. Ces déplacements diffèrent de deux ordres de grandeur entre le niveau fondamental et le niveau excité et ne sont pas négligeables : pour la transition $^3P_0 \to {}^3S_1$, à une profondeur de $10\,E_r$, la correction au déplacement est de l'ordre de 8×10^{-15} soit environ 3 Hz. Il existe heureusement un moyen de s'affranchir largement de ces effets.

En présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}$ aligné avec la polarisation du laser piège, on peut expliciter le déplacement en énergie des niveaux d'horloge à cause du piège [100] :

$$\Delta E_f = -\kappa_f^S \frac{U_0}{E_r} - \kappa_f^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} - \kappa_f^T (3m_F^2 - F(F+1))\frac{U_0}{E_r} \tag{2.62}$$

$$\Delta E_e = -\kappa_e^S \frac{U_0}{E_r} - \kappa_e^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} - \kappa_e^T (3m_F^2 - F(F+1))\frac{U_0}{E_r}. \tag{2.63}$$

Les coefficients κ^S, κ^V et κ^T sont des coefficients proportionnels aux polarisabilités scalaire, vectorielle et tensorielle des deux niveaux, ξ est le degré d'ellipticité

de la polarisation du laser piège, et U_0/E_r représente la profondeur du piège en unités de recul. Il est a priori possible de déterminer l'ensemble des coefficients en étudiant différents types de transitions et en variant la profondeur du piège. On va néanmoins se limiter au cas d'une transition π et voir comment effectuer une mesure précise. Pour une telle transition, le déplacement de fréquence dû au piège s'écrit

$$\Delta\nu_P = -\Delta\kappa^S \frac{U_0}{E_r} - \Delta\kappa^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} - \Delta\kappa^T (3m_F^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r}, \tag{2.64}$$

où on a défini les polarisabilités différentielles $\Delta\kappa$. Il est intéressant de distinguer différents termes. D'une part, à la longueur d'onde magique, on a $\Delta\kappa^S = 0$. D'autre part, le terme faisant appel à la polarisabilité vectorielle $\Delta\kappa^V$ (qui est aussi la correction la plus importante) est symétrique en m_F, comme le déplacement Zeeman du premier ordre. Il est donc possible de l'annuler de la même manière, en sondant deux transitions π symétriques. On effectue alors la moyenne pour trouver

$$\frac{\nu(m_f) + \nu(-m_F)}{2} = \nu_0 - \Delta\kappa^T (3m_F^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r}. \tag{2.65}$$

On peut remarquer que ce terme vectoriel dépend également de $\xi = \sin(2\varepsilon)$, où ε est l'angle définissant la polarisation sur la base $\mathbf{e}_\pm$. Grâce à un filtrage efficace, on est capable d'avoir une polarisation linéaire définie à 10^{-4} près, ce qui atténue le terme de polarisabilité vectorielle d'un facteur 2×10^{-4}. Enfin, une valeur de $\Delta\kappa^T$ a été évaluée dans la référence [100] à environ 5×10^{-3} Hz/E_r. Pour un piège d'une profondeur de $10\,E_r$, et en sondant les transitions extrêmes ($m_F = \pm 9/2$), on trouve encore une correction de l'ordre de 2 Hz. Elle est en pratique absorbée dans le terme scalaire, qui, proche de la longueur d'onde magique, varie d'environ 10 Hz/E_r/nm. Lorsqu'on ajuste expérimentalement la longueur d'onde magique, une modification de sa valeur de 10^{-2} nm permet d'annuler le terme restant.

Effets d'ordre élevé

L'équation 2.58 montre que mis à part le terme en premier ordre en $\mathscr{E}_l^2$ (ou U_0), que l'on est capable de contrôler efficacement, le développement fait intervenir des termes d'ordre plus élevé. Le plus important de ces termes est en U_0^2 et fait intervenir la quantité $\Delta\gamma(\omega_l, \mathbf{e}_l)$ appelée hyperpolarisabilité différentielle. C'est un terme équivalent à celui de la polarisabilité dans le processus du premier ordre, mais qui fait intervenir les transitions à deux photons voisines. Compte tenu de l'amplitude relative de ce terme par rapport au déplacement lumineux du premier ordre, les seules transitions susceptibles d'apporter une contribution supérieure à 10^{-18} en valeur relative doivent être proches de $\lambda_m/2$. En prenant la valeur expérimentale de 813 nm, on en trouve deux qui impliquent toutes les deux

le niveau excité : $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^1P_1$ à $\lambda_1 = 813.36/2$ nm et $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s4f^3F_2$ à $\lambda_2 = 818.57/2$ nm. A priori, la première transition ne devrait pas apporter de contribution, puisqu'elle est de type $J = 0 \rightarrow J = 1$, interdite par les règles de sélection à deux photons [117]. En revanche, la deuxième transition est autorisée, mais à 5 nm de la longueur d'onde magique, ce qui laisse espérer une contribution assez faible. Il existe une troisième transition, $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^3P_0$ à $\lambda_3 = 796.3/2$ nm, beaucoup trop éloignée pour contribuer de manière significative, mais qui a été utilisée pour les évaluations théoriques présentées en [92, 97] puisque la longueur d'onde magique avait été évaluée autour de 800 nm.

Les calculs théoriques de l'hyperpolarisabilité ne peuvent pas donner la garantie que ce terme peut être ramené sous la barre des 10^{-18} puisqu'ils ont été réalisés à une mauvaise longueur d'onde. En raison de la présence des deux résonances à $796.3/2$ nm et à $818.57/2$ nm, il existe en effet une longueur d'onde pour laquelle le terme d'hyperpolarisabilité s'annule, ce qui empêche d'extrapoler une valeur de ce terme à la longueur d'onde magique. Il est donc primordial de faire une mesure précise de ces effets pour s'assurer de la faisabilité de l'horloge. Le chapitre 5 présente ces mesures qui montrent qu'on pourra atteindre un contrôle de cet effet au niveau de 10^{-18}.

Les évaluations théoriques ne tiennent pas non plus compte de la dépendance de l'hyperpolarisabilité en polarisation. Il a été démontré à ce sujet [96] que cette dépendance présentait systématiquement soit une polarisation qui minimise cet effet, soit dans certains cas une "polarisation magique" telle que $\Delta\beta(\omega_m, \mathbf{e}_m) = 0$. Cette propriété pourrait être avantageuse pour s'affranchir définitivement des effets d'ordre élevé, mais entre en compétition avec le terme de polarisabilité vectorielle qui est lui minimal pour une polarisation linéaire. Aucun développement expérimental dans ce sens n'a pour le moment été réalisé. En ce qui concerne les développements suivants du déplacement lumineux en puissances de U_0, on peut négliger leur contribution puisque ces effets sont censés être encore plus faibles et que les effets du second ordre sont déjà à un niveau suffisamment faible pour permettre une exactitude meilleure au niveau de 10^{-18}.

2.3.3 Déplacement lumineux dû au rayonnement du corps noir

Le déplacement lumineux dû au rayonnement du corps noir [118, 119] est un effet systématique particulier qui est difficile à éviter. En effet il provient du fait qu'à une température donnée T, l'environnement produit un rayonnement thermique. De la même manière que ce qui a été fait pour le laser de piégeage, ce rayonnement vient interagir avec les atomes et déplacer leurs niveaux d'énergie. De fait, c'est un effet totalement dépendant de la structure atomique, et la meilleure façon de s'en affranchir au mieux est souvent de choisir la transition atomique la moins sensible. La méthode pour l'évaluer reprend le même principe

que dans la section précédente, même si le comportement de cet effet est différent.

On définit le rayonnement du corps noir à la température T par sa densité spectrale qui est donnée par la loi de Planck. Si on tient compte des polarisabilités scalaires des deux niveaux de l'horloge, on peut encore écrire le déplacement lumineux d'un niveau $|i\rangle$ comme $\Delta E_{|i\rangle} = -\frac{1}{4}\alpha_{|i\rangle}(\omega)\mathscr{E}^2$, mais il faut dans ce cas tenir compte des contributions sur l'ensemble du spectre de fréquences émises par rayonnement thermique [64] :

$$\Delta E_{|i\rangle} = -\frac{1}{4\varepsilon_0\pi^3c^3}\int_0^\infty \alpha_{|i\rangle}(\omega)\frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_BT}-1}d\omega. \tag{2.66}$$

On a noté ε_0 la permittivité électrique du vide, c la vitesse de la lumière dans le vide, et k_B la constante de Boltzmann. A température ambiante ($T_0 = 300\,\mathrm{K}$), l'essentiel du rayonnement est émis autour de $10\,\mu$m : son effet va donc être très différent de celui du piège.

Si on considère dans un premier temps uniquement la polarisabilité dipolaire électrique des niveaux, alors l'essentiel du rayonnement intervient à des longueurs d'onde éloignées des transitions accessibles [120]. Le niveau $^1S_0$ est essentiellement couplé au niveau $^1P_1$ par une transition à 461 nm, soit une fréquence 20 fois plus grande que la fréquence moyenne d'émission. On peut donc avec une bonne approximation utiliser non pas la polarisabilité dynamique mais la polarisabilité statique $\alpha_{|^1S_0\rangle}(0)$ pour caractériser l'effet du rayonnement thermique. En ce qui concerne le niveau $^3P_0$, la situation est un peu différente car il est couplé essentiellement à deux niveaux, $^3S_1$ à 679 nm et $^3D_1$ à $2.56\,\mu$m qui est une longueur d'onde nettement plus proche de celle du rayonnement thermique moyen. Il est néanmoins possible d'utiliser la polarisabilité statique pour le calcul, moyennant l'utilisation d'un terme de correction dynamique η. Dans ce cas le calcul du déplacement des niveaux dû au rayonnement thermique donne [120] :

$$\Delta E_{|i\rangle,E1} \simeq -\frac{\pi k_B^4}{60\varepsilon_0\hbar^4c^3}T^4\alpha_{|i\rangle,E1}(0)[1+\eta_i]. \tag{2.67}$$

Dans le cas du niveau fondamental, le facteur correctif existe mais est complètement négligeable, ce qui n'est pas le cas du niveau excité : il a été montré dans [120] que cette correction contribuait au déplacement de la fréquence d'horloge à hauteur de 5%.

Il convient aussi de faire attention aux termes correctifs provenant des éventuelles transitions dipolaires magnétiques (M1) et quadrupolaires électriques (E2). En effet, si leur contribution pour le déplacement dû au laser piège est négligeable, il existe dans le cas du rayonnement thermique des transitions qui prennent de l'importance. En particulier, la transition $^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$ est autorisée par couplage M1 et la transition $^3P_0 \rightarrow {}^3P_2$ par couplage E2, et les fréquences de transition

qui entrent en jeu dans ce cas sont justement de l'ordre de la fréquence principale d'émission du corps noir. Cet effet est par contre compensé par le fait que les contributions multipolaires sont atténuées par rapport à la contribution dipolaire électrique (typiquement d'un facteur α^2 pour la contribution M1, où α est la constante de structure fine). Ainsi, alors que le déplacement du niveau $^3P_0$ d'origine dipolaire électrique est d'environ 2 Hz, les corrections multipolaires ne sont que de 2.4×10^{-5} Hz pour M1 et 2.5×10^{-8} Hz pour E2, totalement négligeables étant donné l'exactitude souhaitée pour une horloge optique. De manière surprenante, les mêmes contributions pour le déplacement du niveau $^1S_0$, pourtant dépourvu de structure fine, sont moins négligeables. En particulier, la contribution dipolaire magnétique représente 10^{-4} de la contribution dipolaire électrique, ce qui, pour un déplacement de l'ordre du Hz et aux incertitudes théoriques près, représente un effet pouvant contribuer au niveau de 10^{-18}.

Au final, l'évaluation la plus récente [120] fait état d'un déplacement $\Delta\nu_{CN} = -2.354(32)$ Hz à $T_0 = 300$ K et est en accord avec la précédente évaluation [94] à $-2.4(1)$ Hz, soit -5.5×10^{-15} en valeur relative. Sachant que ce déplacement a une dépendance en T^4, si on veut avoir une incertitude de l'ordre du mHz sur ce déplacement il faut pouvoir contrôler la température au niveau de 3×10^{-2} K. Même si c'est essentiellement la température de l'enceinte à vide qui contribue, il est difficile de contrôler une température à beaucoup mieux que 0.1 K dans un environnement de laboratoire. Une solution serait de faire fonctionner l'horloge en environnement cryogénique, la dépendance en T^4 assurant une réduction drastique de l'effet et de son incertitude, mais cela reste compliqué pour ce genre d'expérience. D'autres candidats pour les horloges optiques présentent quant à eux une structure atomique plus favorable. Ainsi il a été démontré récemment que le déplacement lumineux provoqué par un rayonnement thermique à température ambiante n'était que de 8×10^{-18} dans le cas de l'ion Al^+ [64], permettant de contrôler la température à seulement 5 K près. Pour ce qui est des horloges à réseau optique, c'est le Hg qui est le plus favorable, avec un déplacement de 2.4×10^{-16} [64] qui promet d'être contrôlable jusqu'au niveau de 10^{-18}.

2.3.4 Déplacement lumineux dû au laser d'interrogation

Le dernier laser perturbateur qui intervient pendant l'interrogation des atomes est justement le laser d'interrogation, en déplaçant également les niveaux d'horloge qui sont à nouveau couplés majoritairement aux trois niveaux qui ont été cités dans les sections précédentes. En ce qui concerne cet effet, il faut considérer la méthode d'interrogation : on cherche à réaliser une impulsion π de manière à transférer tous les atomes du niveau fondamental au niveau excité. Cette impulsion est caractérisée à la fois par le temps d'interaction t_{int} et la pulsation de Rabi Ω_R, proportionnelle à l'intensité lumineuse : $t_{int} = \pi/\Omega_R$. Si on considère que t_{int} est

la durée la plus courte permettant d'obtenir une impulsion π, alors pour réduire le déplacement lumineux il faut diminuer la pulsation de Rabi et augmenter le temps d'interaction, ce qui dépend directement de la cohérence du laser d'horloge. En supposant que le temps de cohérence du laser est supérieur à 1 s, on peut imaginer une impulsion π de 1 s qui correspond à une intensité lumineuse $I \simeq 200\,\mathrm{pW/cm^2}$. À ce niveau d'intensité, les contributions des trois transitions prépondérantes au déplacement lumineux ne dépassent pas $10\,\mu$Hz en valeur absolue, et sont donc bien en dessous du niveau critique. On verra de plus dans le chapitre suivant que pour des questions de stabilité, il faut absolument se doter d'un laser d'horloge extrêmement fin, avec une largeur de raie inférieure au Hz, ce qui assure automatiquement l'annulation de ce dernier effet au niveau de 10^{-18}.

On verra que ce n'est pas le cas dans le cas d'une mesure de la transition d'horloge de l'isotope bosonique ^{88}Sr (présentée dans le chapitre 6) : l'intensité lumineuse alors nécessaire est nettement plus élevée et le déplacement lumineux relativement important. Dans le cadre de notre mesure, l'intensité nécessaire pour obtenir une fréquence de Rabi équivalente à celle utilisée pour le fermion était environ 1000 fois plus importante, induisant un déplacement lumineux de plusieurs dizaines de Hz et une incertitude sur cet effet de plus de 10 Hz.

2.3.5 Conclusion

Les effets systématiques présentés dans les sections précédentes constituent les principales sources d'incertitude pour une horloge à réseau optique et conditionnent ses performances. À tous ces effets, on peut rajouter l'effet de déplacement collisionnel puisqu'on interroge de nombreux atomes en même temps. Cet effet est beaucoup plus difficile à évaluer théoriquement que les autres effets, mais il existe différentes manières de s'assurer qu'il ne soit pas limitant. Le choix de l'isotope fermionique ^{87}Sr est déjà naturellement un avantage. En effet, les collisions entre fermions se font essentiellement dans l'onde s à basse température, et ce processus est interdit pour des fermions ayant le même état interne. En utilisant une interrogation en présence d'un champ magnétique, on lève la dégénérescence de l'état interne des atomes, ce qui fait que tous les atomes se trouvant dans le même sous-niveau m_F ne contribuent pas aux collisions lorsqu'on interroge la transition π partant de ce sous-niveau. Avec un pompage optique efficace, on est capable de limiter fortement cet effet. Ensuite, l'utilisation d'un réseau optique permet également de limiter les collisions aux seuls atomes se trouvant dans le même puits de potentiel. Un effet de la faible abondance isotopique du ^{87}Sr est que le nombre d'atomes capturés est relativement faible et que les puits du réseau ne contiennent généralement pas plus de 10 atomes. On verra au chapitre 6 que dans le cas du ^{88}Sr, le déplacement collisionnel est au contraire la plus grande source d'incertitude. Enfin, une solution radicale au problème des collisions consiste à

utiliser un réseau tri-dimensionnel. Dans ce cas on peut être en mesure de n'avoir que 0 ou 1 atome par puits et de réduire cet effet en dessous de 10^{-18}. Ce type de confinement permet également d'améliorer le piégeage dans la direction transverse et donc de réduire encore plus le déplacement de fréquence dû aux bandes latérales transverses.

Cette approche théorique des différents effets systématiques inhérents au dispositif permet d'estimer le niveau d'exactitude qu'il est possible d'atteindre avec une horloge à réseau optique fonctionnant avec des atomes de ^{87}Sr. Sachant que l'on souhaite atteindre une exactitude semblable à celle d'une horloge à ion (où un contrôle des effets systématiques à mieux que 10^{-16} a déjà été obtenu pour l'ion Al^+ [28]), la principale inconnue de ce type d'horloge est l'effet du piège sur la transition d'horloge. Pour atteindre un niveau de contrôle des effets motionnels à mieux que 10^{-17}, il faut utiliser un piège ayant une profondeur de $10\,E_r$ qui déplace individuellement les niveaux d'horloge de 36 kHz. En comparaison, les horloges à ion présentant un déplacement notable dû au piège (en raison du moment quadrupolaire électrique de la transition) sont soumises à un déplacement de quelques Hz. Le fonctionnement de l'horloge à la longueur d'onde magique assure en fait un contrôle des effets du premier ordre à mieux que 10^{-17} sans grande contrainte technique, et la grande inconnue en terme de faisabilité a été l'incertitude sur les effets d'ordre élevés jusqu'à leur détermination expérimentale [30]. En effet, les calculs théorique menés, sujets à de trop nombreuses incertitudes (sur la longueur d'onde magique et sur les forces d'oscillateurs entrant en compte dans le calcul), ne permettaient pas jusqu'alors de garantir le niveau d'exactitude souhaité.

Finalement, l'effet qui risque d'être techniquement le plus difficile à contrôler est dû au rayonnement thermique de l'environnement, car il nécessite soit un contrôle de la température à un très bon niveau, soit un environnement cryogénique pour que son incertitude soit ramenée dans la gamme des 10^{-18}. L'évaluation expérimentale des différents effets, qui permet de confirmer les prédictions de ce chapitre, sera présentée dans le chapitre 5.

2.4 Stabilité de fréquence

2.4.1 Limite quantique

La stabilité de fréquence est la deuxième caractéristique fondamentale pour une horloge atomique. C'est elle qui définit la résolution qu'on peut obtenir après un temps d'intégration τ, et donc elle conditionne la capacité d'atteindre une exactitude donnée. La stabilité est généralement exprimée en utilisant l'écart-type d'Allan des fluctuations de fréquence $\sigma_y(\tau)$ qui possède une limite "quantique"

lorsque le bruit de fréquence de l'horloge est dominé par le bruit de projection quantique. L'expression de l'écart-type d'Allan dans cette situation, lorsque N atomes non corrélés contribuent au signal, est

$$\sigma_{y,Q}(\tau) = \frac{\eta}{Q\sqrt{N}}\sqrt{\frac{T_c}{\tau}}, \tag{2.68}$$

où η est un facteur numérique proche de l'unité qui dépend de la méthode d'interrogation, $Q = \nu_0/\delta\nu$ est le facteur de qualité de la transition sondée et T_c est la durée d'un cycle d'horloge.

La stabilité de fréquence dépend essentiellement de deux paramètres, le facteur de qualité de la transition et le rapport signal à bruit de la détection. En considérant un laser d'interrogation ayant une largeur de raie de 1 Hz, on obtient un facteur de qualité $Q = 4 \times 10^{14}$. D'autre part le rapport signal à bruit, représenté par le terme $\sqrt{N}$ peut atteindre une valeur de 10^2 dans une horloge optique comme c'est le cas dans notre horloge. En supposant une durée de cycle $T_c = 1$ s, la limite quantique de la stabilité est de l'ordre de $2.5 \times 10^{-17}\tau^{-1/2}$, et une résolution de 10^{-18} peut être atteinte en quelques centaines de secondes. Néanmoins cette limite, quasiment atteinte pour les fontaines atomiques, ne l'est pas pour les horloges optiques. La valeur du facteur de qualité, souvent plus importante que la valeur prise ici (dans notre cas les résonances font plus de 10 Hz de large), n'est pas la seule cause de cette dégradation de la stabilité. La principale contribution est le bruit supplémentaire apporté par effet Dick qui vient dégrader fortement le rapport signal à bruit.

2.4.2 Effet Dick

L'effet Dick [121] est l'effet des fluctuations de phase de l'oscillateur d'interrogation (le laser d'horloge) sur la stabilité de fréquence de l'horloge. Pendant la phase d'interrogation, les atomes sont sensibles aux fluctuations de phase du laser qui se traduisent en fluctuations de la probabilité de transition. Dans le cas d'une horloge en fonctionnement séquentiel, cette sensibilité se traduit par un échantillonnage du bruit de fréquence du laser d'horloge à la fréquence de cycle de l'horloge $f_c = 1/T_c$. Il y a repliement du spectre de bruit de fréquence autour des harmoniques de la fréquence de cycle qui est converti vers les basses fréquences et a pour conséquence de rajouter une composante de bruit blanc de fréquence au bruit de fréquence du laser d'horloge. Cet effet est calculable en utilisant le formalisme de la fonction de sensibilité $g(t)$ qui s'écrit

$$g(t) = 2\lim_{\delta\phi\to 0}\frac{\delta P(\delta\phi,t)}{\delta\phi}, \tag{2.69}$$

et représente la variation de probabilité δP associée à une variation infinitésimale de la phase du laser $\delta\phi$. Il est alors possible de calculer cette fonction de sensibilité selon la méthode d'interrogation utilisée [25, 122, 123] et d'en déduire l'écart-type d'Allan associé à cet effet, qui dépend du type de bruit présent dans le spectre des fluctuations de fréquences du laser d'horloge.

Pour cette raison, la largeur de raie du laser d'horloge n'est pas le paramètre le plus pertinent pour déterminer la stabilité de fréquence. Bien que la largeur de raie soit reliée au bruit de fréquence du laser, les détails du spectre de bruit ont eux aussi leur importance à cause de cet effet d'échantillonnage. Une partie du travail de thèse d'Audrey Quessada-Vial a été d'évaluer l'effet Dick pour une horloge à atomes froids en fonction du type d'interrogation utilisé. Je reprendrai ici les principaux résultats de son travail.

Interrogation de type Rabi

L'interrogation de type Rabi est la méthode utilisée actuellement dans l'horloge au ^{87}Sr. Elle consiste à envoyer une impulsion sur les atomes dont la puissance et la durée T sont optimisés de manière à produire une impulsion π et donc à transférer tous les atomes dans l'état excité. En supposant que le spectre des fluctuations de fréquence du laser d'horloge est caractéristique d'un bruit blanc de fréquence de valeur h_0, alors la variance d'Allan associée à l'effet Dick s'écrit [123]

$$\sigma_{y,D}^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau}\left(\frac{\pi^2}{8d} - 1\right), \tag{2.70}$$

où $d = T/T_c$ représente le rapport entre la durée de l'interrogation et la durée du cycle, encore appelé rapport cyclique. En supposant que le spectre de bruit de fréquence du laser d'horloge est un palier de bruit blanc à $S_0 = 10^{-2}\,\mathrm{Hz}^2/\mathrm{Hz}$ (qui correspond à $h_0 = S_0/\nu_0^2$), alors le terme dû à l'effet Dick varie entre $1.56 \times 10^{-16}\tau^{-1/2}$ pour $d = 0.65$ et $8.17 \times 10^{-17}\tau^{-1/2}$ pour $d = 0.99$ [123]. Les différents bruits s'ajoutant quadratiquement, la stabilité totale de l'horloge peut s'écrire

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\sigma_{y,Q}^2(\tau) + \sigma_{y,D}^2(\tau)}, \tag{2.71}$$

et on voit bien que même pour un laser spectralement fin, la limite quantique est très vite négligeable par rapport au terme provenant de l'effet Dick.

La formule 2.70 donne deux informations. La première concerne le rapport cyclique d : on voit qu'on a tout intérêt à s'approcher au mieux de la situation $d = 1$ qui correspond à un temps d'interrogation infiniment long par rapport à la durée de préparation des atomes. Ce terme indique donc qu'on peut limiter le bruit par effet Dick en optimisant la séquence temporelle de deux manières différentes : en

réduisant le temps de préparation des atomes et en augmentant la durée de l'interrogation. Cependant on ne gagne pas énormément de cette manière : le passage de $d = 0.65$ à $d = 0.99$ ne fait gagner qu'un facteur 2 sur la stabilité.

L'autre paramètre important dans l'expression 2.70 est le terme h_0 qui contient en fait une information sur la durée du cycle. En effet, les chiffres donnés précédemment correspondent à un bruit blanc de fréquence quelle que soit la fréquence de cycle, ce qui correspond à une situation idéale. En pratique, le spectre des fluctuations de fréquence d'un laser ultra-stable n'atteint un palier de bruit blanc qu'à partir d'une certaine gamme de fréquence (entre 1 Hz et 100 Hz). On verra au chapitre suivant l'allure de ce spectre dans le cas de notre laser ultra-stable, qui atteint un palier de bruit blanc à partir de 100 Hz. Cette expression du bruit issu de l'effet Dick n'est donc en pratique valable que si la fréquence de cycle est située dans le palier de bruit blanc ; pour une fréquence plus faible, le bruit est nécessairement plus important. Ces considérations mettent donc en compétition deux manières de réduire $\sigma_{y,D}(\tau)$. Pour obtenir un rapport d le plus proche de 1 possible, il faut nécessairement augmenter la durée de l'interrogation, car il existe un temps mort incompressible qui correspond à la préparation et à la détection des atomes. En revanche, on diminue ainsi la fréquence d'interrogation et on devient sensible au bruit basse fréquence du laser. On voit donc tout l'intérêt de la stabilisation du laser d'interrogation, en particulier dans la gamme des basses fréquences (entre 1 Hz et 100 Hz). Avec notre laser actuel, et une fréquence de cycle de 1-3 Hz, la stabilité de fréquence est totalement dominée par l'effet Dick au niveau de quelques $10^{-14}\tau^{-1/2}$.

Interrogation de type Ramsey

Une autre solution est d'utiliser une interrogation de type Ramsey comme dans les fontaines atomiques. Contrairement aux horloges à atomes neutres en chute libre, qui utilisent un interféromètre de Ramsey-Bordé à quatre impulsions, les horloges à atomes piégés peuvent fonctionner avec une interféromètre de Ramsey classique, l'impulsion des photons étant absorbée essentiellement par le piège. Ce type d'interrogation est donc constituée de deux impulsions $\pi/2$ de durée t séparées par un temps d'évolution libre T tel que $T \gg t$. Avec la même hypothèse de bruit blanc de fréquence que précédemment, la variance d'Allan associée à l'effet Dick s'écrit [122]

$$\sigma_{y,D}^2(\tau) = \frac{h_0}{2\tau}\left(\frac{1}{d} - 1\right). \tag{2.72}$$

Dans ce cas le rapport cyclique est défini à partir du temps de libre évolution : $d = T/T_c$. Avec un bruit blanc de fréquence de 10^{-2} Hz^2/Hz, la valeur de l'écart-type d'Allan varie entre $1.65 \times 10^{-16}\tau^{-1/2}$ pour $d = 0.5$ et $1.66 \times 10^{-17} \times \tau^{-1/2}$ pour

$d = 0.99$. On voit donc que contrairement à l'interrogation Rabi, il y a beaucoup plus à gagner en améliorant le rapport cyclique de l'horloge. Avec notre laser actuel et pour une fréquence de cycle de 1-3 Hz, atteindre un facteur $d = 0.99$ permettrait d'ores et déjà d'atteindre une stabilité inférieure à $10^{-14}\tau^{-1/2}$. En termes de stabilité, on a donc tout intérêt à passer à cette méthode d'interrogation une fois les autres paramètres optimisés (bruit de fréquence du laser et rapport cyclique).

2.4.3 Compromis entre stabilité et exactitude de fréquence

En réalité, le choix du type d'interrogation doit lui aussi répondre à un compromis entre stabilité et exactitude de fréquence. D'un côté, on vient de voir que pour atteindre une meilleure stabilité, on va vouloir à terme passer à une méthode d'interrogation de type Ramsey plutôt que Rabi. Ce choix se justifiera lorsque le rapport cyclique sera suffisamment proche de 1 pour que cela fasse la différence. En effet, si on souhaite atteindre un niveau d'exactitude de 10^{-18}, alors une stabilité de $10^{-16}\tau^{-1/2}$ permet d'atteindre la résolution désirée après une intégration d'environ 3 h, alors qu'une stabilité moins bonne d'un ordre de grandeur nécessiterait une intégration d'environ 10 jours. D'un autre côté, le déplacement de la fréquence d'horloge par les autres raies (par "pulling") est lui plus important dans le cas d'une interrogation de type Ramsey [57]. La raison en est que pour une interrogation Rabi, dans le meilleur des cas la résonance et les raies voisines peuvent avoir une largeur identique et égale à la largeur du laser d'interrogation Δ. C'est en faisant cette hypothèse qu'on a utilisé la formule donnant le déplacement $\delta\nu_{\text{pull}} = \sqrt{r}\frac{\Delta^2}{\delta}$ précédemment. En revanche, pour passer en interrogation Ramsey, deux largeurs entrent en jeu : d'une part la largeur typique des franges, de l'ordre de $1/T$ où T est la durée séparant les deux impulsions, et d'autre part la largeur de l'enveloppe, en $1/t$ où t est la durée d'une impulsion. De plus il faut au moins se placer dans une situation où $T = 10t$. Si le laser d'horloge a une largeur de raie de 1 Hz, alors ce sera également au mieux la largeur de la frange centrale, mais c'est par contre l'enveloppe de la résonance voisine qui aura un effet de "pulling". A largeur de laser équivalente, cet effet est donc 10 fois plus important dans le cas d'une interrogation Ramsey.

Si on considère le cas des bandes latérales associées au mouvement transverse des atomes considéré précédemment, le déplacement par "pulling" pour une résonance de 1 Hz de large et une fréquence d'oscillation transverse de 500 Hz a été évalué à 2.5×10^{-18} en valeur relative pour une interrogation Rabi. Maintenir ce niveau de déplacement dans le cas d'une interrogation Ramsey nécessite donc une fréquence de piégeage de l'ordre de 5 kHz. Avec un piège unidimensionnel, cela nécessiterait une intensité laser très importante, et incompatible avec notre

objectif de contrôle du déplacement lumineux. En revanche un passage à un piège tridimensionnel pourrait résoudre le problème, puisque même à une profondeur de piège de $10\,E_r$, la fréquence d'oscillation longitudinale est de 22 kHz.

Dans le cas du déplacement provoqué par les raies Zeeman adjacentes, le problème se pose en terme de champ magnétique. Avec un champ de 1 G, l'effet du "pulling" a été évalué à 10^{-17}, donc une interrogation de type Ramsey mettrait en péril les objectifs d'exactitude de l'horloge. Pour compenser cette perte d'exactitude, on peut augmenter le champ magnétique à 10 G, ce qui n'est pas sans conséquences. D'une part le déplacement Zeeman du premier ordre est de 1.1 kHz entre raies voisines. Malgré la technique d'interrogation utilisée, cela implique qu'il faut contrôler cet effet au niveau de 10^{-6} pour rester en accord avec une incertitude de 10^{-17}. D'autre part, l'effet Zeeman du second ordre gagne deux ordres de grandeur, il faut donc contrôler cet effet 100 fois mieux pour avoir une incertitude équivalente à celle lors d'une interrogation Rabi. En réalité, il sera montré au chapitre 5 qu'un contrôle au niveau du mG est réalisé, ce qui suffit à ramener l'effet du second ordre dans la gamme de 10^{-18}. Contrairement au niveau de ces déplacement présentés dans [57] pour des horloges à ion piégé, l'incertitude liée au passage d'un type d'interrogation à l'autre dans le cas d'horloges à réseau optique intervient à un niveau proche de l'exactitude ultime visée par ces horloges et peut donc se révéler un facteur limitant à terme.

Chapitre 3

Le laser d'horloge à 698 nm : un laser ultra-stable

3.1 Pourquoi un laser ultra-stable ?

Les caractéristiques du laser d'interrogation interviennent à plusieurs niveaux dans les performances d'une horloge optique. En ce qui concerne la stabilité de l'horloge, deux paramètres sont importants : le facteur de qualité de la transition et le rapport signal à bruit. En comparaison des fontaines atomiques, qui présentent des stabilités typiques de l'ordre $10^{-14}\tau^{-1/2}$, le passage à une fréquence optique devrait permettre d'atteindre, toutes choses égales par ailleurs, la gamme des $10^{-18}\tau^{-1/2}$. Pour cela, il faut être capable d'observer des résonances aussi fines que dans les fontaines, à savoir de l'ordre du Hz. On est actuellement capable de réaliser des lasers ayant cette finesse spectrale [82] en utilisant plusieurs étapes de stabilisation des lasers. En ce qui concerne l'horloge à ^{87}Sr, les seuls lasers commerciaux actuellement disponibles à 698 nm sont des diodes lasers, dont la largeur peut varier entre quelques MHz et quelques dizaines de MHz. Monté sur une cavité étendue, le laser d'horloge a toujours une largeur de l'ordre de 150 kHz, ce qui nécessite un ou plusieurs asservissements supplémentaires de type Pound-Drever-Hall qui sont présentés dans ce chapitre.

Même avec une largeur de raie du laser d'interrogation de 1 Hz (qui correspond à une facteur de qualité $Q = \nu_0/\delta\nu = 4 \times 10^{14}$ pour le ^{87}Sr), une stabilité de 10^{-18} après 1 s d'intégration n'est cependant pas atteinte automatiquement. La raison est qu'il est difficile d'atteindre la limite quantique pour la stabilité, le rapport signal à bruit étant dégradé par l'effet Dick [121] présenté dans le chapitre précédent. Cet effet se manifeste par le biais de plusieurs facteurs : le rapport cyclique de l'horloge, qui est le rapport entre la durée d'interrogation et la durée d'un cycle, le bruit de fréquence du laser et la méthode d'interrogation. Une ma-

nière d'améliorer le rapport cyclique est d'effectuer une interrogation longue, et donc de disposer d'un laser ayant un grand temps de cohérence, ce qui rejoint le besoin d'avoir un laser très fin spectralement. Utiliser une interrogation de type Ramsey peut alors s'avérer également avantageuse lorsque le rapport cyclique est proche de 1. Le spectre des fluctuations de fréquence du laser peut quant à lui être amélioré en stabilisant le laser et en filtrant le bruit basse fréquence, associé essentiellement aux vibrations mécaniques et acoustiques. Il a été montré qu'un palier de bruit blanc de fréquence de $10^{-2}\,\mathrm{Hz}^2/\mathrm{Hz}$ à partir de 100 Hz, est compatible avec une stabilité de l'horloge de $10^{-16}\tau^{-1/2}$ [122].

En ce qui concerne l'exactitude de l'horloge, on a vu au chapitre précédent que la largeur des résonances intervient pour calculer l'effet de "pulling" des résonances voisines sur la résonance de transition (que ce soient des bandes latérales issues du piégeage ou des raies Zeeman voisines). On a donc également intérêt à avoir un laser aussi fin que possible pour limiter ces effets, et ce quelle que soit la méthode d'interrogation. Ce chapitre présente les différentes étapes de stabilisation qui ont été imposées au laser d'horloge afin de prendre en compte au mieux ces différentes contraintes, ainsi qu'un dispositif permettant de conserver la pureté spectrale du laser lors du processus de mesure.

3.2 Diode laser à cavité étendue fonctionnant avec un filtre interférentiel

3.2.1 Principe

Pour réduire dans un premier temps la largeur de raie, de l'ordre de quelques MHz, de la diode laser commerciale à 688 nm qui a été utilisée pour réaliser le laser d'horloge, la méthode la plus communément utilisée est de la monter dans une cavité étendue (typiquement quelques cm de long). Grâce à cette cavité, dont la longueur peut être contrôlée à l'aide d'une cale piézoélectrique, on augmente la durée de vie des photons (et l'énergie stockée) et diminue ainsi la largeur spectrale du laser. D'autre part, en ajoutant dans la cavité un élément optique sélectif en longueur d'onde, on peut contrôler plus précisément le mode d'émission. Généralement on utilise un réseau de diffraction (configuration Littrow) qui joue les deux rôles : il sélectionne la longueur d'onde et ferme la cavité, l'ordre -1 de diffraction étant renvoyé vers la diode laser. Cependant cette configuration présente plusieurs inconvénients. D'une part, l'alignement d'un tel dispositif est critique, et un changement d'orientation du réseau déplace le faisceau de sortie. D'autre part, le réseau provoque des pertes importantes qui limitent la puissance de sortie et l'accordabilité. Enfin, ce dispositif est très sensible aux fluctuations de pression et de température qui viennent modifier l'indice optique dans la cavité et donc la

longueur d'onde sélectionnée[1].

Afin de remédier au mieux à ces contraintes, une idée originale a été développée, consistant à séparer les fonctions de sélection en longueur d'onde et d'alignement de la cavité : on utilise une cavité indépendante dont le couplage peut être ajusté à l'aide d'une lame de sortie semi-réfléchissante, et un élément sélectif en longueur d'onde placé dans la cavité, en l'occurrence un filtre interférentiel. Ce principe a d'abord été utilisé pour les longueurs d'onde télécom [124] (avec des filtres de largeur 2 nm et de transmission maximale 70%), mais a été réactualisé au SYRTE pour les longueurs d'onde visible et proche infra-rouge [125] à l'aide de filtres de seulement 0.3 nm de large et une transmission atteignant les 90%. Avec une telle largeur, il est possible de sélectionner un seul mode du laser, alors qu'un filtre de 2 nm ne permettrait pas d'avoir un laser monomode. Le filtre est d'autre part durci et traité de manière à pouvoir être utilisé aussi bien à pression ambiante que sous vide : la sélection de longueur d'onde n'est dans ce cas plus sensible aux fluctuations d'indice dans la cavité, ni à l'humidité.

Le montage est schématisé sur la figure 3.1. Une lentille de collimation (LC) est placée juste derrière la diode laser (DL), avec une petite longueur focale (3 mm) et une grande ouverture numérique (environ 0.6). A l'autre extrémité de la cavité, le coupleur de sortie (CS) est une lame partiellement réfléchissante (dont on peut choisir la réflectivité) montée sur un transducteur piézoélectrique (PZT) qui permet de contrôler la longueur de la cavité. Afin de faciliter les alignements et de diminuer la sensibilité, cette lame de sortie est placée dans un système en oeil de chat réalisé par les lentilles L1 et L2. De cette façon, le système est moins sensible à une éventuelle rotation de la lame de sortie. Enfin, au milieu de la cavité, on a placé le filtre interférentiel (FI). Grâce à ce système, il est possible d'optimiser séparément la sélection en longueur d'onde (en modifiant l'angle entre le faisceau et le filtre) et la rétroaction dans la cavité (en sélectionnant la réflectivité de la lame de sortie). Comme l'élément sélectif en longueur d'onde a un fort coefficient de transmission, ce dispositif permet de diminuer les pertes par rapport à une configuration Littrow. Cet argument est particulièrement important dans le cas de l'horloge au ^{87}Sr : la longueur d'onde du laser d'horloge est de 698 nm, alors que les diodes commerciales les plus proches sont spécifiées vers 688 nm. Pour atteindre une longueur d'onde située ainsi à la limite de ce qui est accessible avec une telle diode, il est primordial de disposer de la puissance la plus élevée possible.

[1] Ce paramètre est d'un intérêt particulier pour la conception d'horloges destinées à aller dans l'espace (comme PHARAO) : l'indice de réfraction est modifié d'environ 3×10^{-4} lorsqu'on passe de la pression ambiante au vide, ce qui se répercute par un déplacement de la longueur d'onde d'environ 0.2 nm à 698 nm. Il est primordial d'utiliser un dispositif qui ne se dérègle pas avec les changements de pression.

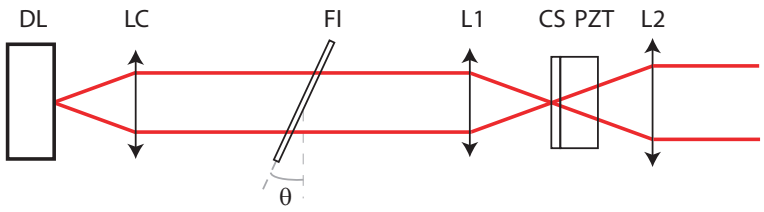

FIG. 3.1 – Principe de fonctionnement du laser à cavité étendue utilisant un filtre interférentiel. DL : diode laser ; LC : lentille de collimation ; FI : filtre interférentiel ; L1, L2 : lentilles ; CS : coupleur de sortie ; PZT : transducteur piézoélectrique.

3.2.2 Description du filtre

Le filtre a été commandé auprès de la société *Research Electro-Optics*. C'est une lame mince composée d'un empilement de couches diélectriques et d'un traitement anti-reflet adapté qui ont pour effet de provoquer des interférences multiples. Il se comporte comme une lame qui aurait un indice de réfraction effectif n_{eff}. La condition d'interférences constructives dans ce cas se traduit par la formule

$$\lambda = \lambda_{max}\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_{eff}^2}}, \tag{3.1}$$

où θ est l'angle d'incidence, λ la longueur d'onde transmise, et λ_{max} la longueur d'onde transmise à incidence normale. Les filtres commandés ont été spécifiés pour transmettre la longueur d'onde 698.4 nm pour un angle d'incidence de 6 °, avec un pic de transmission à 90% et une largeur à mi-hauteur du pic de 0.2 nm. L'angle a été spécifié pour permettre une accordabilité de part et d'autre de sa valeur tout en restant petit. Ainsi on est peu sensible au déplacement du faisceau lorsqu'on modifie l'angle du filtre et la partie réfléchie par le filtre n'est pas renvoyée dans la diode. La largeur du filtre en longueur d'onde représente un peu plus de deux fois l'écart entre deux modes de la diode laser, ce qui est donc suffisant pour discriminer un unique mode dans la cavité et assurer l'émission monomode du laser.

La longueur d'onde λ_{max} et l'indice de réfraction n_{eff} ont été mesurés en notant l'angle de transmission maximale pour deux longueurs d'onde incidentes ($\lambda = 689.5$ nm et $\lambda = 692.2$ nm) et en utilisant la formule 3.1. Les courbes de transmission en fonction de l'angle d'incidence sont tracées pour ces deux longueurs d'onde en figure 3.2. La transmission maximale est de 90% et la largeur à mi-hauteur de 0.32 ° dans le cas le plus défavorable, ce qui correspond, ramené en longueur d'onde, à une largeur de 0.34 nm, une valeur toujours plus faible que l'espacement entre deux modes successifs. On déduit de ces mesures $\lambda_{max} = 701.1$ nm

et $n_{eff} = 1.84$. On a pu également calculer la valeur de l'angle d'incidence pour la longueur d'onde 698.4 nm en extrapolant les mesures, et il est de l'ordre de 9 °.

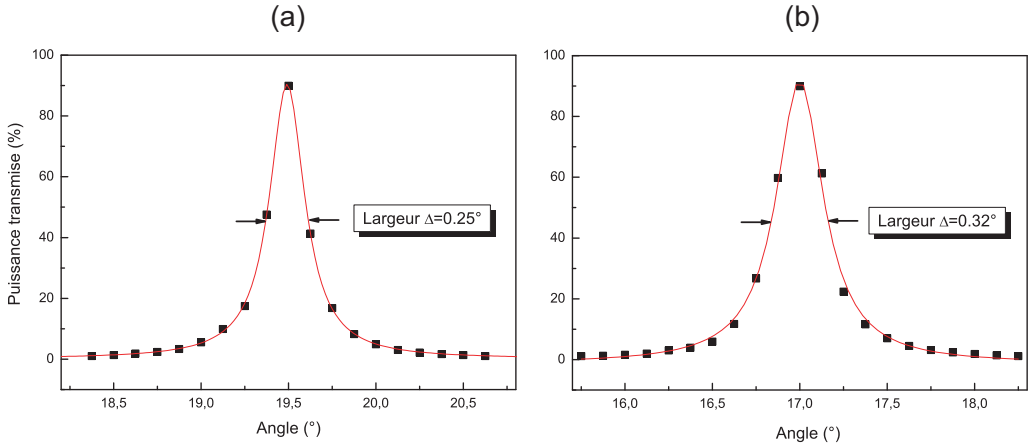

FIG. 3.2 – Transmission du filtre pour un faisceau à 689.5 nm (a) et à 692.2 nm (b) en fonction de l'angle d'incidence relatif. Le filtre transmet 90% de la puissance incidente à l'angle d'utilisation optimale. La largeur spectrale du pic de transmission est de 0.34 nm à 692.2 nm et encore plus faible à 689.5 nm.

Différents tests ont été effectués sur le filtre afin d'en connaître plus précisément les caractéristiques. En variant la polarisation du faisceau incident, on observe une évolution sinusoïdale de la transmission entre 89% pour une polarisation parallèle à l'axe d'inclinaison du filtre et 75% pour la polarisation orthogonale. La transmission a été mesurée également après translation du filtre dans le plan transverse. Elle tombe à 40%au bord du filtre, mais peut être ramenée à 70% en ajustant l'angle d'incidence d'une valeur de 0.6 mrad (voir figure 3.3). Enfin, le filtre a été testé à pression atmosphérique et à une pression de 10^{-4} Pa. La valeur de λ_{max} n'a pas été modifiée par ce processus.

3.2.3 Comparaison avec un dispositif à réseau

Les avantages du laser à cavité étendue à filtre par rapport au système à réseau résident essentiellement dans une diminution de la sensibilité, et donc une meilleure stabilité du dispositif. En ce qui concerne la sélection en longueur d'onde, l'équation 3.1 donne la condition de transmission pour le filtre interférentiel. On peut facilement calculer l'effet d'un petit changement de l'angle du faisceau avec les paramètres calculés précédemment : $d\lambda/d\theta = -21.5$ pm/mrad. Dans le cas d'un laser à réseau, la sélection se fait selon la loi de Bragg $\lambda = 2d\sin\theta$ où d

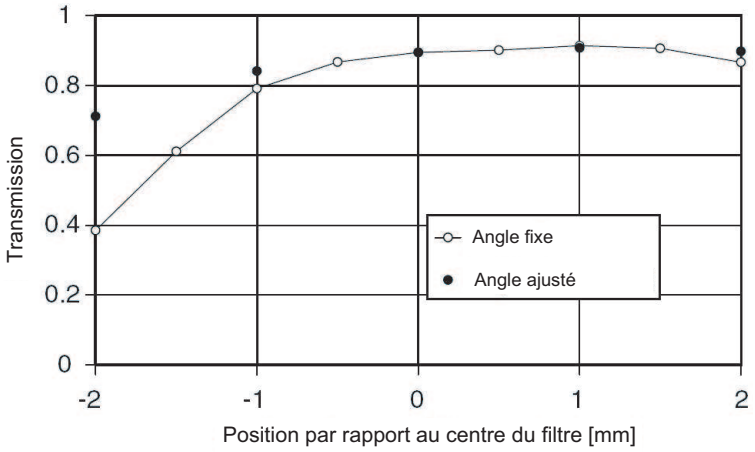

FIG. 3.3 – Transmission du filtre en fonction de sa position transverse. Les cercles blancs représentent la transmission lorsque l'angle du filtre est laissé tel quel. Les cercles noirs correspondent à la transmission obtenue après réoptimisation de l'angle. On arrive a retrouver une transmission d'au moins 70%.

est l'espacement entre les traits du réseau et θ l'angle d'incidence. Des valeurs typiques pour les diodes à réseau utilisées dans le visible et le proche infrarouge sont $d^{-1} = 1200$ traits/mm et $\theta = 30°$. On obtient alors $d\lambda/d\theta = -1.4$ nm/mrad, soit 65 fois plus qu'avec un filtre. Une des raisons de cette différence vient du fait que la sélectivité du réseau de diffraction dépend de l'angle d'incidence. Il faut donc utiliser un angle θ important pour avoir une bonne sélectivité, et on augmente de ce fait la sensibilité angulaire du dispositif. La largeur du pic de transmission du filtre interférentiel, au contraire, est indépendante de l'angle d'incidence et permet d'utiliser des angles faibles.

Le défaut d'alignement a également un effet sur la rétroaction de la cavité, indépendamment de la modification de la longueur d'onde transmise. La rétroaction F est définie comme l'intégrale de recouvrement du champ électrique incident et renvoyé par le coupleur de sortie au niveau de la diode laser. Comme ce calcul ne dépend pas du nombre de lentilles dans la cavité, il peut directement s'écrire en termes de champ électrique incident E_i et réfléchi E_r au niveau du coupleur de sortie : $F = R^{-1}|\int\int E_i^* E_r dxdy|^2$, où R est la réflectivité du coupleur de sortie (lame semi-réfléchissante ou réseau). En partant d'une situation initiale où le faisceau incident est parfaitement aligné sur le coupleur de sortie avec un rayon w_0 à $1/e^2$, on peut envisager deux cas de figure : le coupleur de sortie est tourné d'un petit angle α, ou bien il est déplacé d'une quantité δ le long de l'axe optique. Dans le

premier cas, la rétroaction s'écrit [124]

$$F = \exp[-(\alpha\pi w_0/\lambda)^2], \tag{3.2}$$

et dans la limite où $\alpha \to 0$, on trouve

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2} = -\frac{2\pi^2 w_0^2}{\lambda^2}. \tag{3.3}$$

Dans le second cas, le rayon de courbure du faisceau réfléchi devient $r = 2\delta + z_R^2/(2\delta)$ et son rayon à $1/e^2$ est $w = w_0\sqrt{1+(z_R/(2\delta))^2}$, où $z_R = \pi w_o^2/\lambda$ est la longueur de Rayleigh. La rétroaction s'écrit alors

$$F = (1 + \frac{\delta^2\lambda^2}{\pi^2 w_0^4})^{-1}, \tag{3.4}$$

et quand $\delta \to 0$,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} = -\frac{2\lambda^2}{\pi^2 w_0^4}. \tag{3.5}$$

La rétroaction est donc uniquement influencée par la valeur du rayon w_0. On peut voir à nouveau l'avantage du système à filtre interférentiel. Dans le cas d'un laser à réseau, la sélection en longueur d'onde est d'autant meilleure qu'on utilise un faisceau ayant une grande extension spatiale (puisque la distribution en vecteur d'onde est d'autant plus fine). On impose ici une taille de faisceau d'environ 1 mm. On obtient donc une grande sensibilité à la rotation du coupleur de sortie : un angle $\alpha = 100\,\mu$rad diminue F de 10%. Par contre le déplacement longitudinal est presque sans effet, un effet similaire nécessitant un déplacement $\delta = 1$ m. Dans le cas du laser à filtre, la taille du faisceau peut être choisie assez librement grâce au système en oeil de chat. En choisissant un rayon w_0 de l'ordre de 10 μm, les valeurs diminuant F de 10% sont respectivement $\alpha = 9$ mrad et $\delta = 0.1$ mm et représentent des déplacements largement supérieur à ceux provoqués par les instabilités du système (pression, température, etc...).

3.2.4 Caractéristiques du laser à cavité étendue à 698 nm

Des tests ont été effectués pour déterminer la plage de longueur d'onde accessible par un tel dispositif. La diode laser utilisée est une diode *CircuLaser* spécifiée à 688 nm capable de délivrer une puissance de 30 mW pour un courant d'alimentation de 100 mA. Pour balayer la longueur d'onde de la diode à cavité étendue, on a joué sur l'angle d'incidence du faisceau sur le filtre, la température de la diode ainsi que sur le coefficient de réflexion de la lame de sortie. La longueur d'onde

minimale obtenue est 679 nm avec une lame de sortie ayant un coefficient de réflexion de 40%, et une température de 19 °C. Dans cette configuration, une puissance de sortie de 4 mW a été obtenue pour un courant d'alimentation de 60 mA. Cette longueur d'onde n'est pas la limite basse du dispositif, mais pour des angles plus importants le faisceau était diaphragmé par la monture du filtre. A l'opposé, la longueur d'onde de 700 nm a été atteinte avec plus de difficulté. On se situe dans ce cas sur le bord de la courbe de gain de la diode libre et les performances sont moins bonnes. À 698 nm, la meilleure configuration a été atteinte pour un lame de sortie réfléchissante à 50% et une température de 40 °C. La puissance de sortie est alors d'environ 2 mW pour un courant d'alimentation de 57 mA. On a pu dépasser cette longueur d'onde avec un coefficient de réflexion de 60%, mais au détriment de la puissance de sortie. Avec une lame à 40%, la diode n'émet pas à 698 nm. Il est à noter qu'avec une diode équivalente, le précédent montage avec une cavité à réseau permettait également d'atteindre 698 nm, mais avec une puissance moindre, de l'ordre de la centaine de μW. Ceci est principalement dû à la criticité du réglage ainsi qu'aux pertes plus importantes d'un tel dispositif.

L'accordabilité du laser avec ce système est aussi améliorée. Pour des longueurs d'onde situées dans la partie centrale de la courbe de gain, il est possible d'accorder le laser sur environ 70 GHz en ayant des modes d'émission très propres. A 698 nm, l'accordabilité descend à 40 GHz. La netteté des modes d'émission est aussi dégradée, mais reste largement suffisante pour avoir un laser pur spectralement.

3.3 Le laser ultra-stable

En dehors du contrôle des effets systématiques au niveau requis, les performances de l'horloge sont fortement dépendantes de l'oscillateur qui permet l'interrogation des atomes. Cela nécessite donc d'être capable de produire un laser aussi fin spectralement que possible, idéalement avec une largeur de raie inférieure à 1 Hz, et de l'isoler au mieux des perturbations extérieures, notamment aux vibrations à basse fréquence (dans la gamme inférieure à 10 Hz) qui sont les principales responsables de la dégradation de stabilité par effet Dick. Partant d'un laser d'une largeur de 150 kHz, ce travail demande de recourir aux meilleures techniques de stabilisation et représente un défit technique important. La technique d'asservissement Pound-Drever-Hall sur une cavité de très grande finesse est le meilleur moyen d'y parvenir, mais un travail supplémentaire d'isolation des perturbations mécaniques extérieures est également indispensable afin de stabiliser la cavité elle-même.

3.3.1 La cavité ultra-stable

Description

La cavité sur laquelle a été asservi le laser est un Fabry-Pérot de finesse 24 500. Elle est longue de 10 cm, son intervalle spectral libre est ν_{ISL}=1.5 GHz et la largeur des modes de résonance est de 61 kHz. Elle est constituée de deux miroirs concaves de rayon de courbure 50 cm contactés optiquement sur un barreau de verre ULE (ultra-low expansion glass, un verre qui a un très faible coefficient d'expansion thermique à température ambiante) évidé en son centre. Pour des températures comprises entre 5 et 35 °C, ce coefficient est spécifié en valeur relative à $0 \pm 1 \times 10^{-10}$ /K.

La cavité est placée dans une enceinte ultra-vide. Une pompe ionique permet d'atteindre une pression à l'intérieur de l'enceinte de 2.10^{-7} Pa. Ce dispositif a plusieurs avantages. Il permet de minimiser les fluctuations de l'indice de réfraction et limite ainsi les déplacements de fréquence des modes de la cavité. C'est aussi un moyen efficace de s'affranchir des perturbations acoustiques et thermiques. Enfin, la cavité est entourée de trois blindages thermiques en *Dural* qui permettent de filtrer efficacement les fluctuations de température. D'autre part, un fil chauffant est enroulé sur l'enceinte extérieure de la cavité et un asservissement électronique permet de maintenir constante la température de surface. Les variations de température interviennent alors à basse fréquence, et on peut observer des oscillations de la fréquence de la cavité avec une constante de temps de l'ordre du jour. Dans l'enceinte, la cavité repose sur des supports en *Viton*, un matériau qui absorbe les vibrations mécaniques haute fréquence. Les hublots qui permettent d'amener le faisceau lumineux présentent un petit angle par rapport à l'axe de la cavité afin de limiter les effets d'interférence à l'intérieur de l'enceinte.

Mesure de la fréquence de la cavité

La fréquence de la cavité fluctue au cours du temps. Ces fluctuations sont de deux types : des fluctuations court terme (visibles sur des durées de quelques jours) qui correspondent aux fluctuations de température de l'enceinte, et une dérive à long terme dont l'origine est probablement la relaxation au cours du temps du matériau qui constitue la cavité. On a pu accéder à une mesure de la fréquence de la cavité de deux manières. D'une part, pendant les campagnes de mesure, la fréquence de la cavité a été mesurée en continu par un peigne de fréquence femtoseconde référencé sur les fontaines atomiques du laboratoire afin d'obtenir la fréquence absolue de la cavité. Le principe de cette mesure sera expliqué dans le chapitre 5. La figure 3.4 montre l'évolution de la fréquence de la cavité pendant la campagne d'évaluation de l'horloge de novembre 2006 sur une durée d'un peu plus de deux jours. La variation de fréquence atteint 88 mHz/s au plus fort

de la dérive, soit une valeur d'environ 2×10^{-16} /s. La fréquence est actuellement mesurée une fois par seconde.

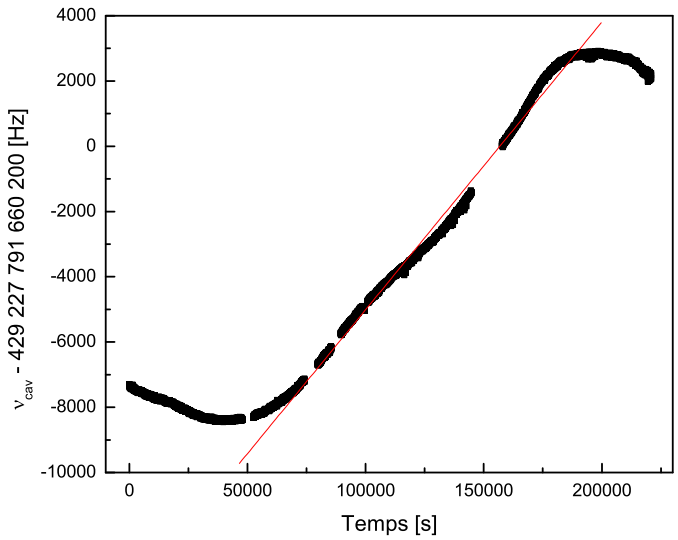

FIG. 3.4 – Fluctuations de la fréquence de la cavité ultra-stable sur une durée de deux jours. La dérive maximale, représentée par l'ajustement linéaire tracé en rouge, correspond à 88 mHz/s.

La figure 3.5 montre la dérive long terme de la cavité tout au long de l'année 2006. La cavité n'étant pas évaluée en continu par le peigne de fréquence, la mesure a été effectuée à partir de la fréquence atomique. En effet, même lorsque la fréquence absolue n'est pas mesurée, on mesure la fréquence de la transition atomique par rapport à la cavité. En utilisant la mesure la plus récente (également présentée dans le chapitre 5), on a pu donner une valeur de la fréquence de la cavité associée par exemple à chaque résonance atomique observée lors de nos différents réglages de l'horloge. La courbe obtenue montre une dérive linéaire de la fréquence qui correspond à environ 25 mHz/s.

3.3.2 Principe de l'asservissement de Pound-Drever-Hall

Cet asservissement, développé par R.V. Pound pour un oscillateur micro-onde, a été étendu au domaine optique par R. Drever et J. Hall [126]. Il consiste à moduler la phase du laser à asservir et à produire un signal d'erreur à partir de la porteuse et des premières bandes latérales réfléchies.

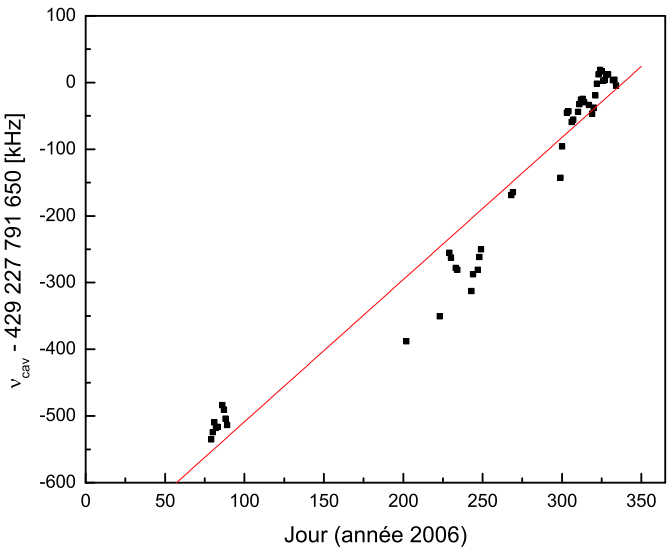

FIG. 3.5 – Dérive long terme de la fréquence de la cavité sur l'année 2006. La droite représente une estimation de la dérive moyenne, qui vaut 25 mHz/s.

Soit ω_l la pulsation propre du champ laser, et Ω la fréquence de modulation. On peut écrire le champ modulé en phase sous la forme :

$$E_m(t) = E_0 e^{i[\omega_l t + \beta \sin(\Omega t)]} \tag{3.6}$$

où β est l'indice de modulation. On peut réécrire le champ en utilisant les fonctions de Bessel $J_n(\beta)$:

$$E_m(t) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{i(\omega_l + n\Omega)t} \tag{3.7}$$

La valeur de l'indice de modulation est prise voisine de 1 pour optimiser le signal d'erreur, ce qui signifie que les seules fonctions de Bessel ayant une valeur significative sont celles d'ordre 0 et ± 1. D'autre part, on a la relation $J_{-1}(\beta) = -J_1(\beta)$, ce qui permet d'écrire plus simplement :

$$E_m(t) \simeq E_0[J_0(\beta)e^{i\omega_l t} + J_1(\beta)e^{i(\omega_l+\Omega)t} - J_1(\beta)e^{i(\omega_l-\Omega)t}] \tag{3.8}$$

Le champ laser a donc essentiellement trois composantes fréquentielles : la porteuse, à la pulsation ω_l, et deux bandes latérales de part et d'autre de la porteuse aux pulsations $\omega_l \pm \Omega$.

Le champ modulé est ensuite couplé dans une cavité Fabry-Pérot. L'asservissement se faisant en détectant le signal réfléchi par la cavité, on utilise l'expression du coefficient de réflexion de la cavité, défini comme le rapport du champ incident sur le champ réfléchi :

$$R(\omega_i) = r\frac{1-e^{-i\omega_i/\nu_{ISL}}}{1-r^2e^{-i\omega_i/\nu_{ISL}}} \tag{3.9}$$

où ω_i est la pulsation de l'onde incidente, r est le coefficient de réflexion en amplitude des miroirs de la cavité et $\nu_{ISL} = 2\pi c/L$ est l'intervalle spectral libre de la cavité. On obtient alors pour l'expression du champ réfléchi par la cavité :

$$\begin{aligned} E_r(t) = E_0[&R(\omega_l)J_0(\beta)e^{i\omega_l t} + R(\omega_l+\Omega)J_1(\beta)e^{i(\omega_l+\Omega)t} \\ &- R(\omega_l-\Omega)J_1(\beta)e^{i(\omega_l-\Omega)t}] \end{aligned} \tag{3.10}$$

L'intensité du champ réfléchi est alors détectée sur une photodiode à avalanche :

$$\begin{aligned} I(t) &= |E_r(t)|^2 \\ &= I_p|R(\omega_l)|^2 + I_l[|R(\omega_l+\Omega)|^2 + |R(\omega_l-\Omega)|^2 \\ &\quad +2\sqrt{I_pI_l}\{\Re[R(\omega_l)R^*(\omega_l+\Omega) - R^*(\omega_l)R(\omega_l-\Omega)]\cos(\Omega t) \\ &\quad -\Im[R(\omega_l)R^*(\omega_l+\Omega) - R^*(\omega_l)R(\omega_l-\Omega)]\sin(\Omega t)\} \\ &\quad +(\text{termes en } 2\Omega) \end{aligned} \tag{3.11}$$

où I_p et I_l représentent respectivement l'intensité répartie dans la porteuse et les bandes latérales :

$$\begin{aligned} I_p &= J_0(\beta)^2|E_0|^2 \\ I_l &= J_1(\beta)^2|E_0|^2 \end{aligned} \tag{3.12}$$

La largeur des modes de la cavité étant de 61 kHz et les bandes latérales étant situées à 50 MHz de la porteuse sur notre montage, on peut considérer que lorsque la porteuse est proche de résonance, les bandes latérales sont totalement réfléchies. On pose donc $R(\omega_l \pm \Omega) \simeq 1$ ce qui fait qu'on obtient un facteur purement imaginaire :

$$R(\omega_l)R^*(\omega_l+\Omega) - R^*(\omega_l)R(\omega_l-\Omega) \simeq 2i\Im[R(\omega_l)] \tag{3.13}$$

Le terme en cos de l'équation 3.11 s'annule grâce à cette relation. Après démodulation de l'intensité détectée par la photodiode à la fréquence $\Omega/2\pi$, on obtient le signal d'erreur :

$$\varepsilon = -2\sqrt{I_pI_l}\Im[R(\omega_l)R^*(\omega_l+\Omega) - R^*(\omega_l)R(\omega_l-\Omega)] \tag{3.14}$$

Pour obtenir un signal d'erreur maximal (en négligeant les bandes latérales d'ordre supérieur), il faut que $\sqrt{I_p I_l}$ soit maximal. Comme $|E_m(t)|^2 = I_p + 2I_l$, il faut choisir $I_p = 2I_l$, c'est à dire qu'il faut une intensité dans la porteuse double de celle dans chaque bande latérale. La courbe donnant ce signal d'erreur est tracée sur la figure 3.6.

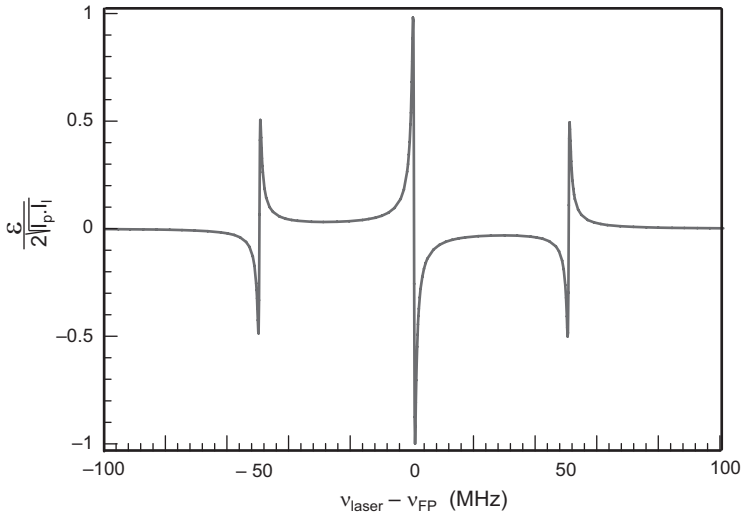

FIG. 3.6 – Signal d'erreur de l'asservissement en fonction de la différence entre la fréquence du laser et la fréquence d'un mode du Fabry-Pérot.

3.3.3 Montage expérimental

Le schéma du montage expérimental est tracé en figure 3.7. Pour effectuer l'asservissement, on prélève environ 40 μW du faisceau émis par le laser à cavité étendue (LCE). Compte tenu de la finesse de la cavité, le facteur de surtension à l'intérieur de la cavité est important et une puissance plus importante pourrait détériorer les miroirs et provoquer des effets thermiques. Cette puissance est de toute façon suffisante pour supprimer la sensibilité au bruit de grenaille des photons. A 698 nm, une telle puissance correspond à un flux de 10^{14} photons/s et le bruit associé est de 10^{-7} en valeur relative. Sachant que la largeur des modes de la cavité est de 61 kHz, ce bruit peut provoquer une fluctuation de la fréquence de l'ordre de 10^{-17} en valeur relative qui est largement supérieure à la résolution actuelle de l'horloge. Le faisceau est ensuite modulé en phase à 50 MHz grâce à un modulateur électro-optique (MEO). Afin d'éviter le couplage entre modulation de phase et d'amplitude, on a d'abord placé un polariseur de Glan et une lame demi-onde (lame $\lambda/2$) afin de contrôler très proprement la polarisation du

faisceau. La puissance envoyée dans le MEO a été optimisée pour répartir la puissance entre la porteuse et les bandes latérales de manière à maximiser la pente du signal d'erreur. Le faisceau est ensuite envoyé vers la cavité Fabry-Pérot dans laquelle on couple 80% de la lumière après adaptation de mode. La partie réfléchie est séparée à l'aide d'une lame quart d'onde (lame $\lambda/4$) et d'un cube séparateur de polarisation. Elle est détectée par une photodiode à avalanche (PDA) de 200 μm de diamètre qui permet de détecter des signaux dont les fluctuations sont limitées pas le bruit de grenaille. Afin de ne pas introduire de fluctuations supplémentaires, elle est située dans un blindage radio-fréquence qui permet de filtrer un éventuel signal à 50 MHz provenant directement du MEO. L'ouverture pour la photodiode est conçue spécialement pour qu'il n'y ait aucun mode guidé à 50 MHz, et des filtres radio-fréquence ont été rajoutés au niveau de toutes les connexions électriques. Le signal obtenu est alors démodulé à 50 MHz pour générer le signal d'erreur. Un filtre passe-bas et un circuit proportionnel-intégrateur permettent ensuite de traiter le signal d'erreur, qui va servir à modifier d'une part le courant d'injection de la diode et d'autre part, après un second intégrateur, la tension appliquée à la cale piézoélectrique qui contrôle finement la longueur de la cavité étendue. La bande passante de l'asservissement est de 3 MHz. Une fois cet asservissement optimisé, le laser à 698 nm peut rester verrouillé sur un mode de la cavité pendant plusieurs jours.

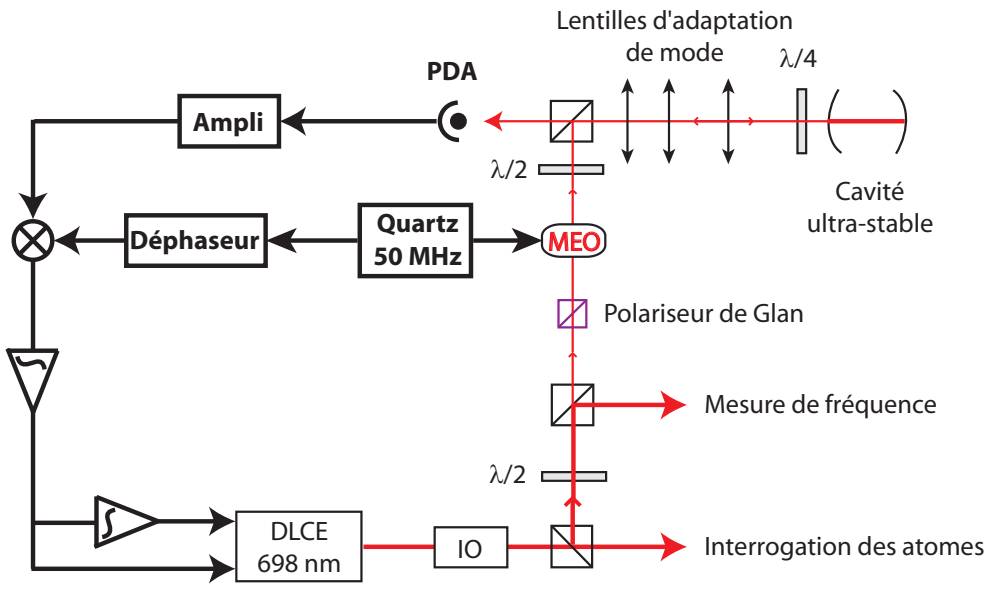

FIG. 3.7 – Schéma du montage de l'asservissement Pound-Drever-Hall. DLCE : diode laser à cavité étendue ; IO : isolateur optique ; MEO : modulateur élecro-optique ; PDA : photodiode à avalanche.

3.3.4 Évaluation du spectre de bruit du laser asservi

Une évaluation du spectre de bruit du laser asservi sur la cavité a été effectuée par la suite. Une deuxième cavité Fabry-Pérot, de finesse 27 000 et montée dans une enceinte à vide identique, a été utilisée pour mesurer ce bruit. Le faisceau issu du laser asservi est envoyé à l'aide d'une fibre optique vers la deuxième cavité qui se trouve sur une deuxième table optique afin que les vibrations mécaniques des deux cavités soient découplées. On s'est assuré que le bruit apporté par la fibre était inférieur à 1 rad/s$\sqrt{\text{Hz}}$ et était par conséquent négligeable. À l'aide d'un modulateur acousto-optique (MAO) en double passage, on a pu décaler la fréquence du laser de manière à ce qu'il soit résonant avec la deuxième cavité (les modes des deux cavités sont séparés d'environ 300 MHz). En couplant le faisceau dans la deuxième cavité, on est alors capable de produire un signal d'erreur par la même méthode que pour l'asservissement. Une étude de ce signal à l'aide d'un analyseur de spectre FFT a permis d'évaluer la densité spectrale de bruit de fréquence $S_\nu(f)$ du laser asservi.

La figure 3.8 montre le spectre de bruit obtenu pour des fréquences allant de 1 Hz à 50 kHz pour le laser libre et le laser asservi. L'atténuation par l'asservissement est en moyenne de 60 dB, et on atteint pour le laser asservi un palier de bruit blanc à 2×10^{-1} Hz^2/Hz pour des fréquences allant de 100 Hz à 10 kHz. La zone comprise entre 1 Hz et 100 Hz correspond à du bruit induit par les vibrations mécaniques et peut être améliorée en utilisant un système d'isolation des vibrations. Pour remédier à ce problème, le banc optique a été monté sur une table de compensation active (*HWL*) des vibrations amenées par le sol. De plus, l'ensemble a été enfermé dans un caisson en aluminium de façon à isoler le montage des perturbations acoustiques et aussi de permettre de réduire les fluctuations de température une fois l'équilibre thermique atteint.

Une évaluation de la largeur de raie $\Delta\nu$ du laser ultra-stable a été obtenue à partir du spectre de bruit de fréquence et en utilisant la formule [127]

$$\int_{\Delta\nu/2}^{\infty} S_\phi(f)df = \frac{2}{\pi} \tag{3.15}$$

où $S_\phi(f) = S_\nu(f)/f^2$ est la densité spectrale des fluctuations de phase du laser. On obtient ainsi une largeur de raie $\Delta\nu \simeq 30$ Hz. Après isolation du banc optique, la largeur de raie du laser est d'environ 10 Hz d'après la largeur des résonances atomiques les plus fines qui ont été observées.

3.4 Dispositif d'annulation du bruit de phase

Afin de mesurer de manière absolue la fréquence du mode de la cavité utilisé pour asservir le laser, nous utilisons un peigne de fréquence issu d'un laser

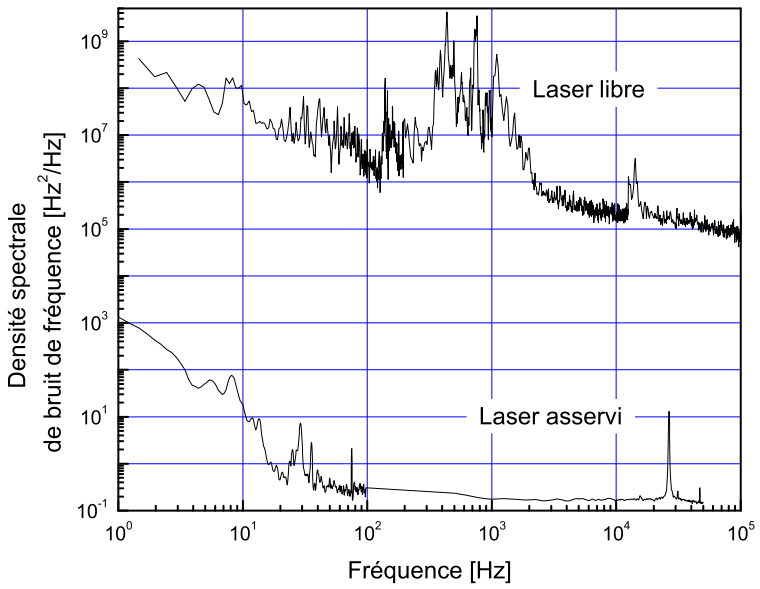

FIG. 3.8 – Densité spectrale de bruit de fréquence pour le LCE libre (courbe du dessus) et asservi sur la cavité ultra-stable (en dessous). L'atténuation du bruit par l'asservissement est au moins de 60 dB. Le laser asservi atteint un palier de bruit blanc de fréquence à 2×10^{-1} Hz^2/Hz pour des fréquences supérieures à 100 Hz. Le bruit a plus faible fréquence est essentiellement dû aux perturbations acousto-mécaniques.

femtoseconde. Pour avoir la puissance nécessaire à la mesure, une partie du faisceau issu du LCE est prélevée pour injecter une diode laser esclave qui produit quelques mW à 698 nm. Le faisceau est alors envoyé vers le laser femtoseconde par une fibre optique de 50 m de long. Si une fibre de quelques mètres de longueur ne dégrade pas notablement la pureté spectrale du laser ultra-stable, il n'en est pas de même pour cette fibre. En effet, sur un trajet de 50 m, la fibre est soumise à de multiples contraintes mécaniques et thermiques, et cela a pour effet d'ajouter du bruit de phase au bruit du laser, dégradant par là même un signal primordial pour l'horloge. Pour compenser cet effet, un système d'asservissement a été mis en place pour corriger en temps réel le décalage en fréquence provoqué par cette accumulation de bruit de phase. Le montage initial a été réalisé par Emmanuel Mimoun.

3.4.1 Principe du dispositif

Le système mis en place permet de mesurer et de compenser le décalage de fréquence induit par le passage dans la fibre. Pour mesurer le bruit, il suffit de faire battre le faisceau non perturbé, à la fréquence f_0, avec le faisceau ayant traversé

la fibre qui est décalé de la fréquence f_r. En fait, ce battement n'est pas directement accessible car les faisceaux avant et après la fibre sont situés dans deux pièces différentes. La solution la plus simple est donc de rétro-réfléchir une partie du faisceau en sortie de fibre et de récupérer le signal ayant fait un aller-retour. En supposant qu'il accumule le même bruit de phase à l'aller et au retour (hypothèse vérifiée a posteriori), la fréquence de ce faisceau après l'aller-retour est $f_0 + 2f_r$. Pour compenser le décalage, il faut être capable d'imposer au faisceau un décalage $-f_r$. La manière la plus simple de le faire est d'introduire un MAO avant le transport dans la fibre, contrôlé par un oscillateur de type VCO (Voltage Controlled Oscillator), et d'optimiser l'ordre +1 du MAO. En sortie de fibre, le laser est alors à la fréquence $f_0 + f_r + f_{VCO}$. Grâce à un asservissement électronique utilisant la valeur de f_r mesurée, on peut rétroagir sur la fréquence du VCO pour imposer que $f_r + f_{VCO}$ reste constante, et ainsi récupérer en sortie un signal à une fréquence fixe et connue.

Le montage expérimental de ce dispositif est montré en figure 3.9. Le faisceau initial provient d'un laser esclave injecté à partir du laser ultra-stable (après passage dans un MAO à 203 MHz, AO1 sur la figure) qui permet de délivrer plusieurs mW en sortie de fibre. Un cube séparateur de polarisation associé à une lame demi-onde permet de prélever une partie du faisceau qui sera utilisée pour le battement ; l'autre partie traverse un MAO de fréquence proche de 205 MHz contrôlé par un VCO et est couplée dans la fibre (AO2). Le VCO est référencé à partir d'un signal à 100 MHz provenant de l'oscillateur cryogénique asservi sur le maser à hydrogène du laboratoire. La fibre utilisée est une fibre à maintien de polarisation, la polarisation du faisceau incident étant parallèle à un des axes propres de la fibre. Ainsi on limite au maximum les fluctuations de polarisation en sortie de fibre qui se traduisent en fluctuations d'amplitude après séparation par les différents cubes polariseurs et qui peuvent compromettre le bon fonctionnement de l'asservissement ou de la mesure absolue de fréquence. En sortie de fibre, un système en "oeil de chat" permet de rétro-coupler 10% de la puissance dans la fibre. Une lame quart d'onde assure que le faisceau retour est transmis selon le second axe propre de la fibre. Ce faisceau est ensuite superposé avec le faisceau initial, puis leurs polarisations sont réalignées et le battement à 410 MHz est détecté à l'aide d'une photodiode rapide. Enfin un asservissement électronique utilise la mesure de la fréquence du battement pour rétroagir sur la fréquence du VCO et assurer qu'on ait en permanence $f_r + f_{VCO} = 205$ MHz.

3.4.2 Test de l'asservissement

Avant la mise en place définitive du dispositif, un montage auxiliaire a été monté pour tester et régler l'asservissement. Pour cela, la sortie de la fibre a été ramenée sur la table optique de départ. Ainsi, en plus du système d'asservissement

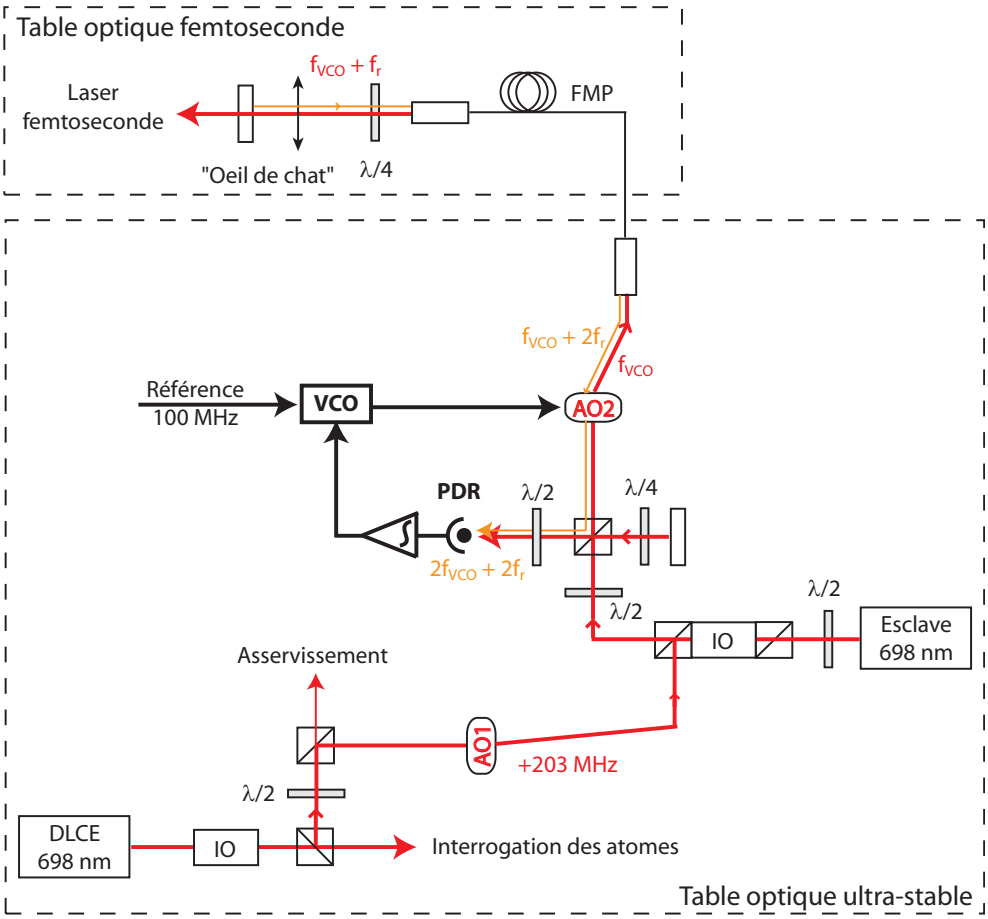

FIG. 3.9 – Dispositif d'annulation du bruit de phase. DLCE : diode laser à cavité étendue ; IO : isolateur optique ; PDR : photodiode rapide ; VCO : voltage controlled oscillator.

fonctionnant avec le faisceau aller-retour, on récupère également le faisceau en sortie de fibre. En prélevant une autre partie du faisceau issu du laser esclave, on peut détecter avec une seconde photodiode rapide le battement correspondant à un aller simple dans la fibre, à la fréquence $f_r + f_{VCO}$. C'est sur ce signal à 205 MHz que les tests sur l'asservissement ont été faits. Le schéma du montage pour la phase de test apparaît sur la figure 3.10.

Les performances de l'asservissement dépendent des fluctuations de fréquence du signal de la photodiode à 205 MHz. On a donc évalué la stabilité de fréquence de ce signal en utilisant un compteur de grande précision. Pour améliorer la résolution, on mélange tout d'abord le signal du battement avec un signal de référence généré par un synthétiseur de fréquence afin de ramener la fréquence du battement à quelques dizaines de kHz. L'étude a tout d'abord été faite avec un battement à

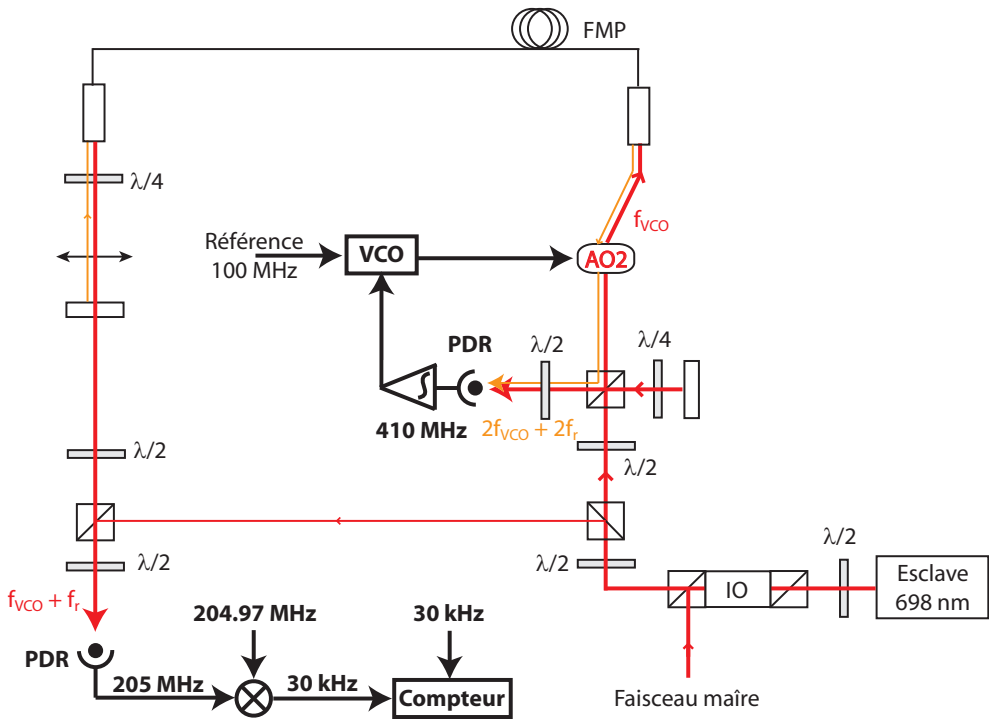

FIG. 3.10 – Test du dispositif d'annulation de phase. La fibre optique de 50 m a été ramenée sur la table ultra-stable de manière à observer un battement direct entre le faisceau intial et le faisceau après un passage dans la fibre.

80 kHz. La figure 3.11 représente les données temporelles ainsi que l'écart-type d'Allan des fluctuations de fréquence. L'écart-type vaut 4×10^{-16} à 1 s et suit une loi proche de $\tau^{-1/2}$ caractéristique d'un bruit blanc de fréquence, alors qu'on s'attend à un bruit de phase. L'explication vient du fait que le compteur effectue des mesures successives mais avec un temps mort qui est converti en bruit blanc de fréquence par effet d'échantillonnage.

Pour s'affranchir de cet effet qui ne permet pas d'évaluer les véritables performances de l'asservissement, on a effectué, plutôt que des mesures de fréquence, des mesures de différence de phase entre notre signal et un signal de référence à la même fréquence. On peut alors remonter à la fréquence : $f = f_0 + \frac{\phi_2 - \phi_1}{\tau_2 - \tau_1}$, et les temps morts sont éliminés puisqu'on considère dans ce cas le temps séparant deux mesures de phase consécutives. Pour effectuer les mesures, le signal de la photodiode est ramené à 30 kHz à l'aide d'un mélangeur puis est comparé sur le compteur avec un signal de référence à 30 kHz issu d'un synthétiseur. Les résultats alors obtenus sont ceux de la figure 3.12. La pente de l'écart-type d'Allan dans ce cas n'est plus $\tau^{-1/2}$ mais pas tout à fait τ^{-1} qui serait caractéristique d'un bruit

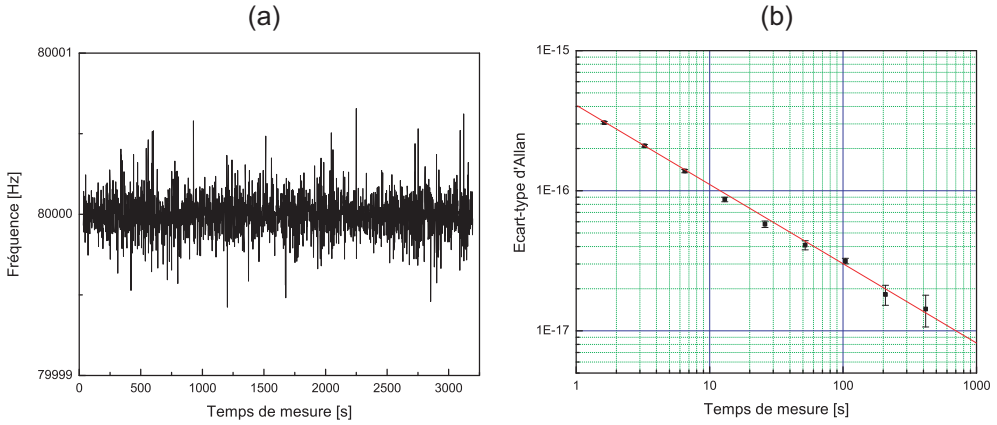

FIG. 3.11 – Évaluation de la stabilité de fréquence du signal de battement à 205 MHz en utilisant un compteur de fréquence. Série temporelle (a) et écart-type d'Allan de la série (b). On est proche d'une signature de bruit blanc de fréquence en $\tau^{-1/2}$, et l'écart-type vaut 4×10^{-16} à 1 s.

blanc de phase. La valeur à 1 s est de l'ordre de 2×10^{-16}, ce qui garantit que le transport dans la fibre ne va pas apporter de bruit supplémentaire à la mesure à ce niveau.

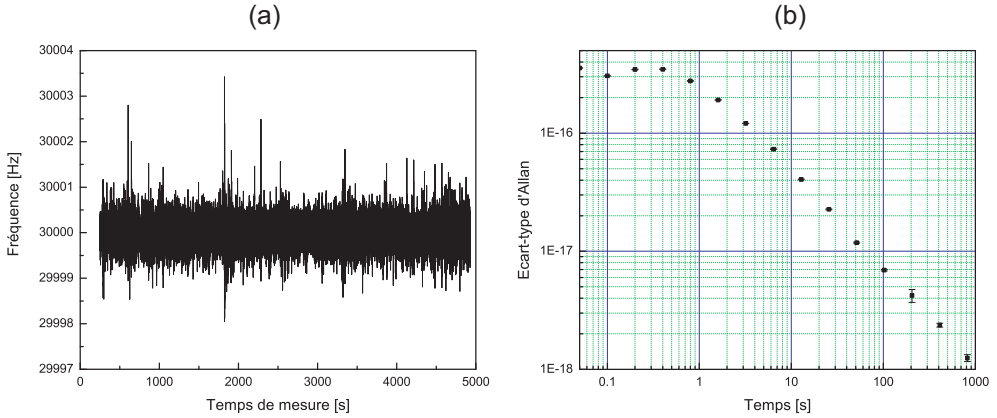

FIG. 3.12 – Évaluation de la stabilité de fréquence du signal de battement à 205 MHz en effectuant des mesures de phase. Série temporelle (a) et écart-type d'Allan de la série (b). La pente de l'écart-type est entre $\tau^{-1/2}$ et τ^{-1}, le comportement est plus proche d'un bruit blanc de phase.

Étant donné le type d'asservissement utilisé, on pourrait espérer une meilleure stabilité à 1 s. Pour déterminer les causes de cette valeur, un test simple a été

réalisé : un système en "oeil de chat" a été monté après le MAO et avant l'entrée de la fibre. Le signal est alors récupéré sur la première photodiode (battement à 410 MHz) et observé directement, sans asservissement. Une mesure de différence de phase permet d'évaluer la stabilité de fréquence de ce signal. Les résultats sont tracés en figure 3.13. Il apparaît que l'écart-type à une seconde est du même ordre de grandeur qu'avec l'asservissement (5×10^{-16}), ce qui montre que c'est cette partie du montage qui est limitante. L'asservissement est bien efficace, mais ce sont les fluctuations du trajet optique dans l'air qui limitent la stabilité du système, donc on ne peut pas espérer obtenir de meilleurs résultats pour l'asservissement. Ces fluctuations sont probablement dues au fait que le banc optique n'est pas très rigide.

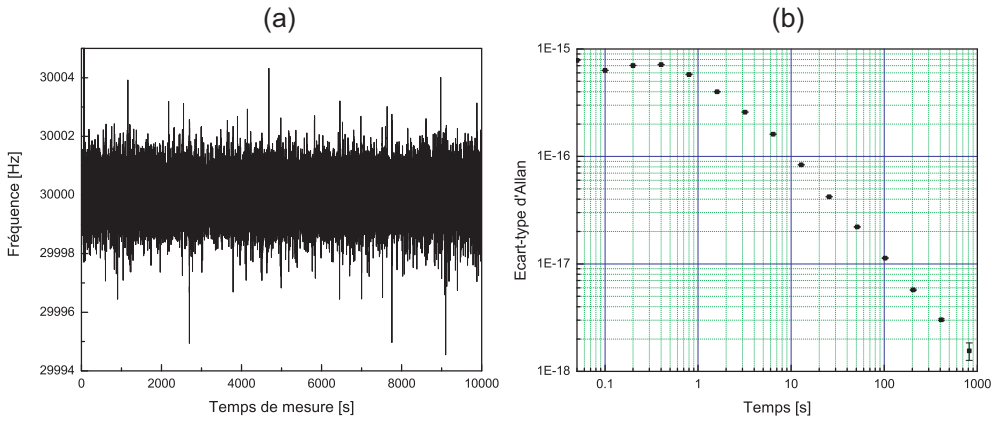

FIG. 3.13 – Évaluation de la stabilité de fréquence du signal de battement à 410 MHz en effectuant des mesures de phase. Série temporelle (a) et écart-type d'Allan de la série (b). On n'observe aucune amélioration par rapport aux mesures faites avec un aller-retour dans la fibre.

3.4.3 Mesure de la correction de l'asservissement

Plus récemment, lors de notre dernière campagne de mesure en collaboration avec l'équipe d'Harald Schnatz de la PTB, la fréquence du VCO contrôlant le MAO utilisé pour l'asservissement a également été mesurée pour suivre l'évolution de l'asservissement. La raison de ce contrôle est que l'asservissement peut présenter des sauts de cycles, notamment lorsque le laser esclave est mal injecté ou que la polarisation en sortie de fibre fluctue. Cette mesure nous permet donc de nous assurer de la validité des mesures absolues de fréquence. Grâce à un compteur effectuant la mesure de fréquence divisée par 5, on obtient les variations temporelles de ce signal à 41 MHz, tracées en figure 3.14. Le signal en question est

la correction de fréquence imposée par l'asservissement, il donne donc directement l'information sur les fluctuations de fréquence du signal non asservi. On peut remarquer une oscillation périodique du signal correspondant manifestement aux fluctuations de température de la pièce où se trouve le laser ultra-stable : en effet une climatisation d'appoint se mettait en route de manière régulière. La période de ces oscillations, quelques centaines de secondes, correspond bien à ce phénomène. L'écart-type d'Allan correspondant à cette mesure est tracé à droite de la figure 3.14. Le bruit ne commence à descendre qu'à partir de 200 s, après moyennage sur une période d'oscillations. Le comportement pour des temps plus long semble correspondre à un bruit de phase en τ^{-1}. Pour des temps courts, on est néanmoins au niveau de 10^{-15}, en deçà du niveau de stabilité atteint pour l'instant avec l'horloge. Par contre, pour un objectif de stabilité de $10^{-16}\tau^{-1/2}$, la contribution de la fibre de l'ordre de 10^{-15} jusqu'à 200 s est réellement problématique. L'asservissement de cet effet est donc indispensable pour atteindre les performances souhaitées.

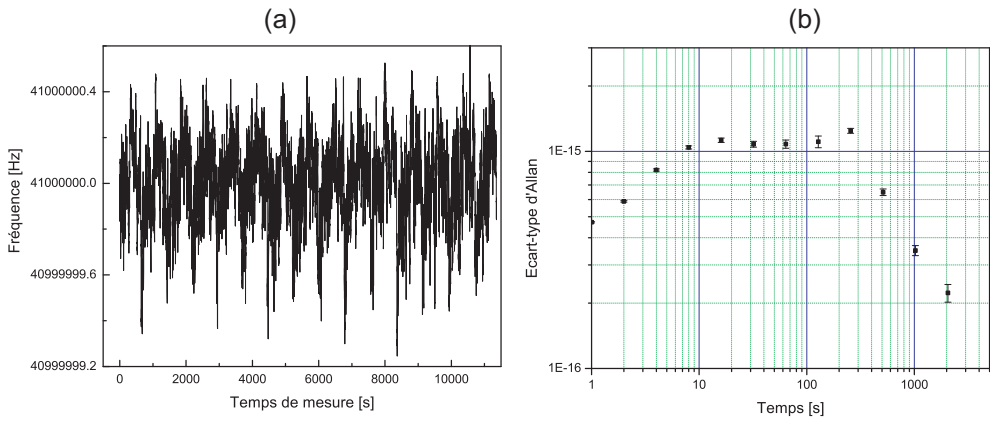

FIG. 3.14 – (a) Évolution temporelle du signal envoyé par le VCO de l'asservissement pour corriger les fluctuations de fréquence en sortie de fibre. Les fluctuations périodiques (quelques centaines de secondes) correspondent aux fluctuations de température de la pièce en raison de la climatisation. Les fluctuations du signal lui même sont du même ordre de grandeur. (b) Ecart-type d'Allan de la série de point. Le bruit ne se comporte en τ^{-1} qu'après 200 s.

3.5 Amélioration du laser actuel

Suite aux dernières évaluations des performances de l'horloge, il apparait que la largeur des résonances atomiques observées (de l'ordre d'une dizaine de Hz)

est limitée par la largeur du laser d'interrogation. Compte tenu de l'incertitude sur les différents effets systématiques lors de notre dernière campagne de mesure (voir chapitre 5), l'évaluation de l'horloge n'est pas encore limitée par l'incertitude statistique. Il est cependant nécessaire d'améliorer la stabilité de l'horloge, pour l'instant dans la gamme des 10^{-14} à 1 s, pour les évaluations à venir si on veut pouvoir réduire l'incertitude statistique après des temps d'intégration raisonnables. En atteignant une largeur de raie de 1 Hz pour le laser d'horloge, on devrait atteindre un régime où la stabilité de l'horloge est essentiellement limitée par l'effet Dick.

Ce travail a été réalisé par Philip G. Westergaard, je n'en reprendrai qu'une description succincte. Tout en gardant le dispositif précédent, une deuxième cavité beaucoup beaucoup plus fine et mieux stabilisée a été ajoutée, afin de rajouter une étape d'asservissement supplémentaire.

3.5.1 Une nouvelle cavité ultra-stable

La conception de la nouvelle cavité ultra-stable a été le travail de plusieurs personnes du laboratoire, l'objectif étant une isolation des vibrations et des fluctuations de température de haute performance, afin de garantir une stabilité de fréquence dans la gamme de quelques $10^{-16}\tau^{-1/2}$. Deux cavités ont été ainsi réalisées sur le même modèle, pour l'horloge à ^{87}Sr et pour le projet OPUS (Oscillateur Photonique Ultra-Stable). La cavité est réalisée avec des miroirs en silice contactés sur un barreau d'ULE de 10 cm de long. Le choix de la silice comme matériau permet de garantir une meilleure insensibilité au bruit thermique puisque c'est un matériau plus rigide que l'ULE. La finesse de la cavité est spécifiée à $250\,000 \pm 75\,000$, ce qui correspond à des pics de résonance de largeur 6 ± 2 kHz. Les miroirs ont été conçus de manière à ce que l'on puisse idéalement amener l'effet des fluctuations thermiques au niveau de 3×10^{-16} sur 1 s. La coupe de la cavité et le support sur lequel elle repose ont été modélisés et la sensibilité aux vibrations attendue est inférieure à 10^{-11} /ms^{-2} dans les trois directions.

La cavité a été placée dans une enceinte à vide reliée à deux pompes ioniques dont le schéma en coupe est montré sur la figure 3.15. Afin de garantir la stabilité de température, des blindages thermiques ont été utilisés. L'enceinte extérieure, en acier inoxydable, sert de premier blindage thermique, puis trois autres blindages en aluminium ont été ajoutés à l'intérieur de l'enceinte. Pour limiter le rayonnement des différents blindages, on utilise de l'aluminium poli et les deux blindages internes sont recouverts d'or, qui est peu oxydable et dont le coefficient de réflectivité est encore plus grand. En plus des blindages, un asservissement de température a été ajouté à la surface du premier blindage interne.

Pour isoler au mieux l'enceinte des vibrations, la table optique a été montée sur une plateforme d'isolation passive des vibrations *Minus K*. La plateforme n'est

pas posée à même le sol mais sur des piliers en béton, et son poids de chargement optimal (autour de 200 kg) est atteint grâce à un système qui permet d'abaisser le centre de gravité du dispositif. Une fois en flottaison, la plateforme peut absorber les vibrations basse fréquence, et son efficacité est optimale dans la gamme 1-50 Hz : la densité spectrale de bruit d'accélération de la table pour ces fréquences atteint un palier de 10^{-13} $(\mathrm{m/s^2})^2/\mathrm{Hz}$. Pour des fréquences plus élevées, ce sont les vibrations acoustiques qui deviennent prépondérantes et qui peuvent être atténuées avec un dispositif supplémentaire.

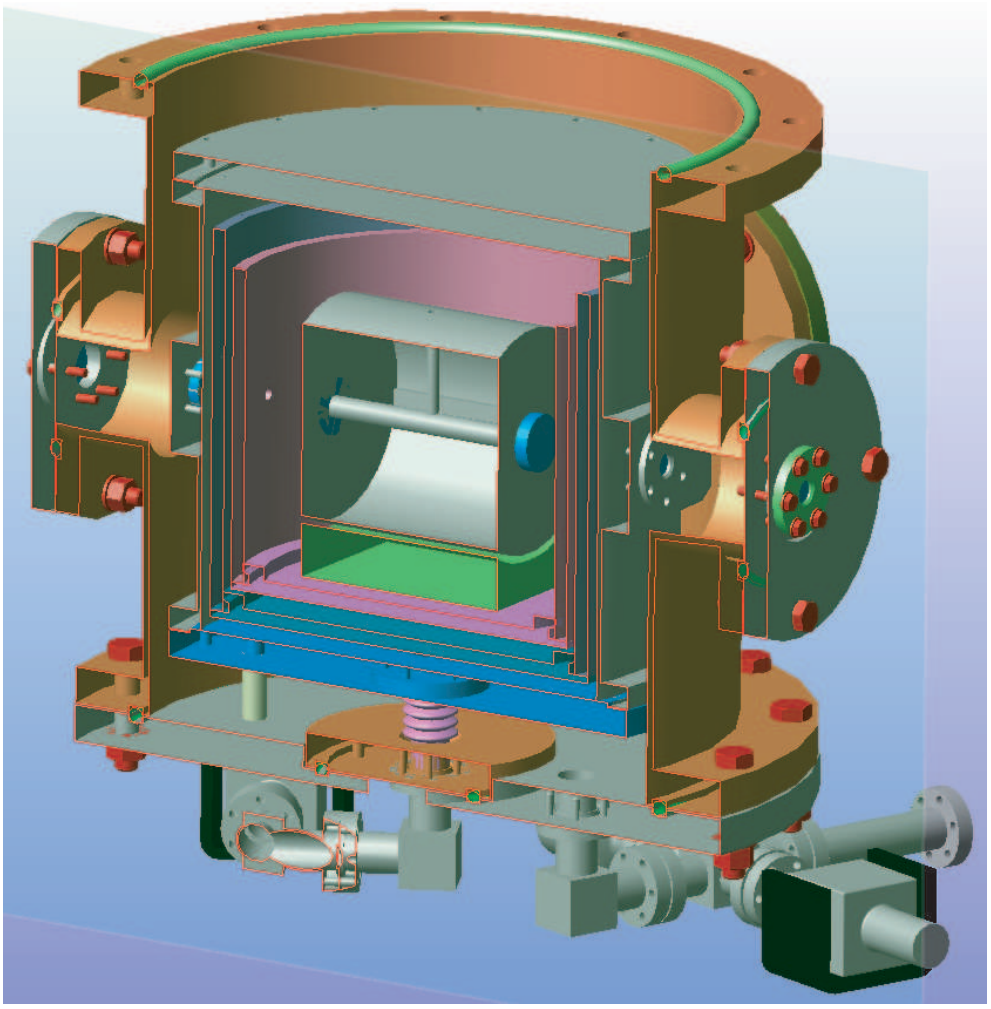

FIG. 3.15 – Vue en coupe de la nouvelle cavité de référence. Elle est montée au centre sur un barreau d'ULE et entourée de trois blindages thermiques concentriques. La lumière nécessaire à l'asservissement est envoyée à travers des hublots situés de par et d'autre de l'enceinte extérieure, reliée à un bloc de pompage pour assurer l'ultra-vide à l'intérieur.

3.5.2 Nouveau montage expérimental

Afin d'inclure le nouvel asservissement, le montage de la partie concernant le laser à 698 nm a été modifié par rapport à ce qui a été présenté précédemment dans le chapitre. Deux points particuliers ont été revus de manière à améliorer l'expérience. Désormais, le LCE maître, asservi sur la première cavité ultra-stable, est utilisé pour injecter un seul laser esclave, situé sur la table optique principale. Le faisceau de ce laser est utilisé pour le second asservissement : il est transmis par fibre optique vers la table indépendante où se situe la nouvelle cavité ultra-stable via un MAO servant à l'asservissement. Une seconde partie de ce faisceau sert à l'interrogation des atomes, et une troisième à injecter le laser esclave servant à fournir le signal pour le laser femtoseconde. Grâce à ce système, les deux lasers esclaves sont situés sur le même banc optique, ce qui permet d'avoir accès à leur battement. De cette manière on peut en temps réel mesurer la différence de phase entre les deux lasers et surveiller les sauts de cycle éventuels. Cette vérification est importante dans la mesure où chacun des lasers sert à une partie de la mesure, l'un mesurant l'écart entre la fréquence de la transition atomique et la fréquence d'un mode de la cavité ultra-stable, l'autre permettant la mesure de la fréquence absolue du mode en question. On peut alors s'assurer de la cohérence des deux lasers et donc de la validité des mesures.

Chapitre 4

Dispositif expérimental

4.1 Séquence temporelle

4.1.1 Description d'un cycle

L'horloge à réseau optique à atomes de ^{87}Sr fonctionne de manière séquentielle. Une séquence consiste en plusieurs étapes : la capture et le refroidissement des atomes dans le réseau optique, l'interrogation des atomes, et leur détection. Du fait de la méthode de détection utilisée, les atomes ne sont pas conservés d'un cycle à l'autre, ce qui nécessite de répéter les séquences complètes. Une mesure consiste alors à répéter un grand nombre de fois la séquence de base de manière à pouvoir moyenner les données et évaluer la statistique de la mesure. Afin de ne pas dégrader cette stabilité par échantillonnage (l'effet Dick), il est important que la préparation des atomes soit la plus courte possible et la durée d'interrogation la plus longue possible. Les différentes étapes ont donc été optimisées de manière à raccourcir au mieux le temps de cycle. Durant notre dernière campagne de mesure, la durée typique d'un cycle était de 400 à 600 ms, comprenant une phase d'interrogation d'environ 20 ms. Cette situation est encore loin de l'optimum, mais la durée de préparation a été fortement réduite depuis les premières mesures, et la durée de l'interrogation est pour le moment limitée par largeur de raie du laser ultra-stable. Les différentes étapes ainsi que leur durée typique sont reportées sur la figure 4.1. Ce chapitre a pour but de présenter leur mise en œuvre expérimentale.

Les atomes de ^{87}Sr sont produits à partir d'un four à une température de 450 °C (section 4.2) puis sont envoyés vers la zone de capture et d'interrogation. Ils sont alors ralentis à l'aide d'un ralentisseur Zeeman puis refroidis dans un piège magnéto-optique fonctionnant sur la transition bleue $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ à 461 nm (section 4.3). Le laser de piégeage vertical (section 4.4), constamment présent pendant le cycle, traverse le piège magnéto-optique en son centre. Deux lasers rouges,

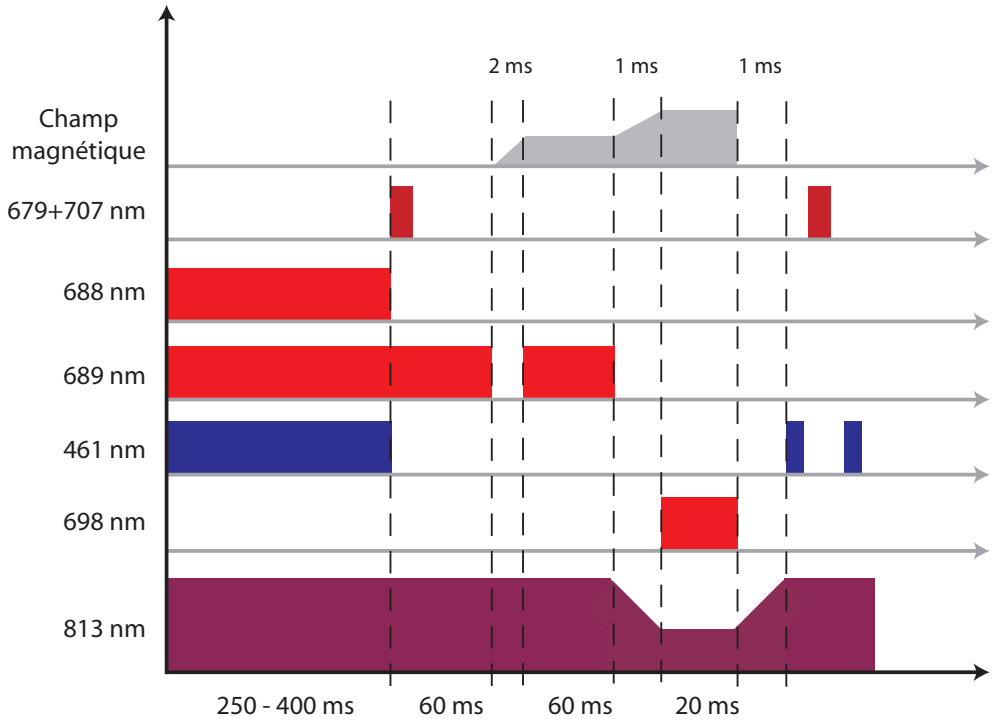

FIG. 4.1 – Séquence temporelle et durées typiques de chacune des étapes.

accordés sur les transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ à 689 nm et $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ à 688 nm, sont alignés sur le piège et ont pour but de pomper les atomes passant au centre du réseau optique dans deux niveaux métastables, $^3P_0$ et $^3P_2$ (section 4.5). C'est un processus cumulatif qui permet de "mettre de côté" les atomes les plus froids, qui se retrouvent alors piégés dans le réseau optique et insensibles au piège magnéto-optique. A la fin du cycle de refroidissement "bleu", ils sont repompés dans le niveau fondamental par le biais des transitions $^3P_0 \rightarrow {}^3S_1$ à 679 nm et $^3P_2 \rightarrow {}^3S_1$ à 707 nm. Intervient alors un deuxième refroidissement "rouge" (sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$), mélange de refroidissement Doppler et de refroidissement par bandes latérales (section 4.6). On allume ensuite un champ magnétique biais pour effectuer un étape de pompage optique sur la même transition (section 4.7), de manière à amener les atomes dans un des deux sous-niveaux Zeeman extrêmes $m_F = \pm 9/2$. Enfin, la spectroscopie de la transition d'horloge est effectuée à l'aide du signal provenant du laser ultra-stable décrit au chapitre 3, et la population des deux niveaux d'horloge est mesurée pour déterminer la probabilité de transition (section 4.8).

4.1.2 Contrôle de la séquence

Le fonctionnement de l'horloge est entièrement contrôlé par ordinateur. Des signaux de contrôle TTL (ayant pour valeur 0 ou 5 V) sont générés par ordinateur via une carte d'acquisition ayant une résolution temporelle de 10 μs. Ils servent à commander les différentes parties du montage qui nécessitent d'être allumées et éteintes à des instants précis. De manière générale, les faisceaux laser utilisés à différents moments d'un cycle sont éteints avec deux systèmes différents pour réduire les déplacements lumineux intempestifs. D'une part l'ordinateur commande l'allumage ou l'extinction d'un MAO associé à un faisceau particulier. Le temps de réponse est de l'ordre de la μs, ce qui est suffisant pour nos besoins. D'autre part, à chaque MAO est associé un obturateur mécanique, également contrôlé par ordinateur. Il met généralement plusieurs ms à se mettre en place mais permet une meilleure extinction des faisceaux. Le champ magnétique du ralentisseur Zeeman, ainsi que les bobines du PMO sont également pilotés par une impulsion TTL.

L'ordinateur contrôle de manière différente le champ magnétique utilisé pour le pompage optique et l'interrogation. Une carte d'acquisition dédiée permet de sélectionner une commande en tension qui est ensuite envoyée vers une alimentation rapide de courant. La commande en tension est alors convertie en commande en intensité et permet d'atteindre le champ magnétique désiré. La calibration de cette alimentation a pu être effectuée lors de nos mesures de fréquence en présence d'un champ magnétique (les résultats sont présentés dans le chapitre suivant).

L'ordinateur gérant la séquence temporelle permet aussi d'asservir les lasers à 688 nm et 689 nm. Les fluctuations de fréquence de ces lasers étant relativement lentes, le programme vient corriger alternativement la fréquence de l'un ou l'autre des lasers d'un cycle sur l'autre. Le principe de l'asservissement est expliqué dans la section 4.5.

Un deuxième ordinateur indépendant permet de contrôler la caméra servant à la détection. Les deux ordinateurs sont synchronisés, et l'ordinateur gérant la séquence temporelle envoie deux impulsions TTL aux deux instants où l'on souhaite mesurer la fluorescence. Un programme spécial permet de traiter une partie des donnée en temps réel, ce qui permet notamment d'observer une image de fluorescence, le spectre de la transition d'horloge et les fluctuations de fréquence lors d'une intégration.

4.2 La source d'atomes et la chaîne ultra-vide

4.2.1 Les fours

Pour les besoins de l'expérience, on utilise deux sources d'atomes de Sr, une source principale qui est utilisée pour piéger les atomes et procéder à l'interro-

gation, et une source secondaire qui permet d'asservir certains des lasers du dispositif sur les transitions atomiques correspondantes. Les deux fours utilisés pour produire une vapeur d'atomes de Sr sont identiques. Ils sont constitués de deux tubes ultra-vide de type CF 16 en inox. L'étanchéité entre les deux tubes d'une part, et entre le deuxième tube et le reste du montage d'autre part, est réalisée à l'aide de joints en nickel. Le premier tube sert de réserve et peut être chargé avec des pépites de Sr, alors que le deuxième tube sert à supporter les "éjecteurs", des micro-tubes en *Monel 400* de 8 mm de long, de 200 μm de diamètre intérieur et de 50 μm d'épaisseur. Ils sont posés sur un support en U fixé dans le deuxième tube et permettent de collimater le jet atomique en sélectionnant les atomes dont la vitesse transverse est inférieure à environ 10 m/s. Une photo des différents éléments est montrée en figure 4.2.

Le dispositif est testé pour supporter des températures supérieures à 700 °C. Il est chauffé à l'aide d'un tube en fibre de céramique *Watlow* qui permet d'atteindre une température de 550 °C au niveau de la réserve. À cette température, étant donnée la pression de vapeur saturante du Sr, on peut obtenir un flux d'atomes de l'ordre de 10^{12} atomes/s. Afin d'éviter que les éjecteurs ne soient obstrués par des dépôts de Sr, on maintient une température toujours plus élevée au niveau des éjecteurs, de l'ordre de 50 °C de plus qu'au niveau de la réserve.

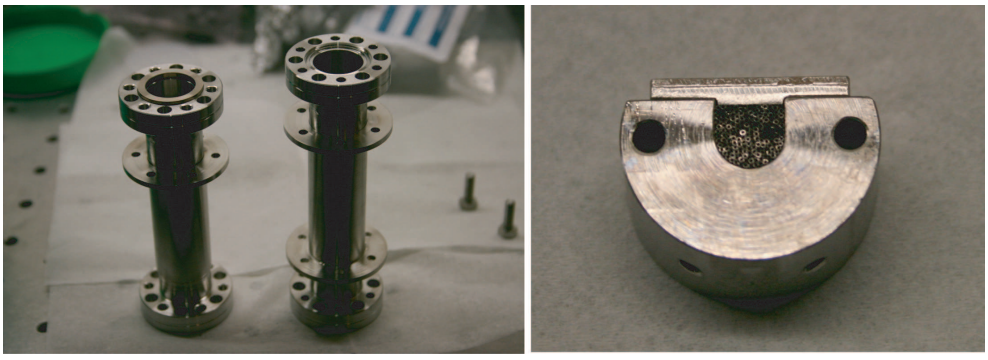

FIG. 4.2 – Détail des éléments du four. Gauche : tubes CF 16 pour la réserve et les éjecteurs. Droite : support en U et éjecteurs.

4.2.2 Jet principal

Les tubes du four du dispositif principal sont reliés à une croix de pompage qui permet d'atteindre le niveau d'ultra-vide nécessaire à l'expérience. Deux pompes ioniques *Méca 2000* ayant un débit de 25 l/s sont situées de part et d'autre de la croix et permettent d'assurer en sortie de four un niveau de vide de l'ordre de

10^{-6} Pa. La première phase de pompage se fait à l'aide d'une pompe turbo qu'on peut connecter sur le dessus de la croix. Les atomes issus du four se propagent sur une distance d'environ 50 cm avant de se retrouver dans la zone de capture et d'interrogation. Le vide à cet endroit doit être encore meilleur que celui au niveau du four, c'est pourquoi on réalise un système de vide différentiel. Juste après la croix de pompage, on a placé un tube de 10 cm de long et 5 mm de diamètre intérieur, associé à une troisième pompe ionique au niveau de la zone de capture. De cette manière, on est capable d'obtenir une pression résiduelle dans la zone de capture environ 100 fois plus basse qu'en sortie de four. On peut de plus séparer les deux parties du montage à l'aide d'une vanne CF 16 supplémentaire. Juste après le tube de vide différentiel, les atomes franchissent le tube Zeeman d'une longueur de 40 cm où ils sont décélérés pour pouvoir être capturés lorsqu'ils arrivent dans la zone de piégeage (le ralentissement et la capture seront expliqués dans la section 4.3). Ce tube est en inox amagnétique et entouré d'un système de bobines et d'un blindage magnétique qui préserve la chambre à vide des perturbations et permet d'utiliser un courant moins important dans les bobines pour produire le champ magnétique désiré. Une photo du montage est présentée en figure 4.3.

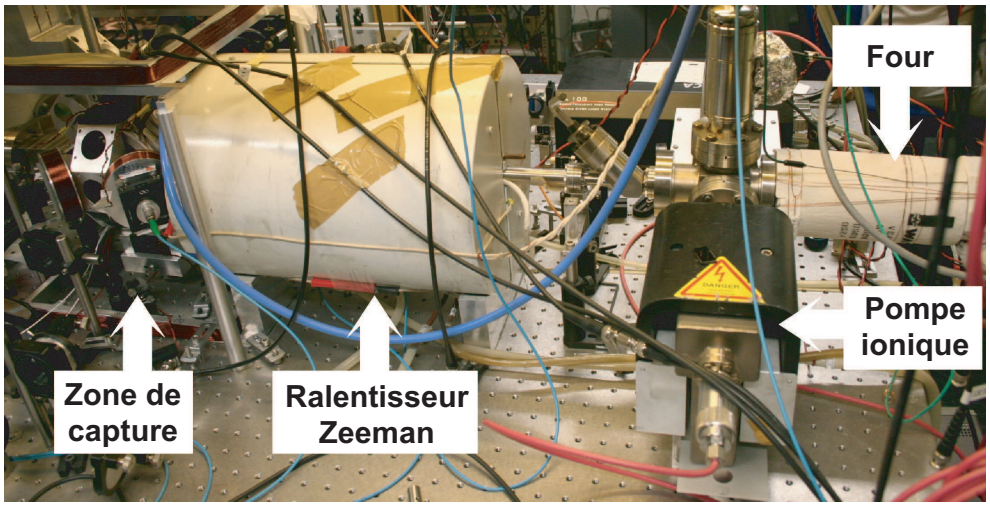

FIG. 4.3 – Photo du montage principal, comprenant le four principal, le ralentisseur Zeeman et la zone de capture et d'interrogation.

La zone en sortie du tube Zeeman est la zone de manipulation des atomes. Elle est reliée au tube par des joints en indium et est elle-même en *Fortal*, un alliage d'aluminium amagnétique ayant une bonne conductivité thermique. Elle a la forme d'un cylindre horizontal de section octogonale (voire figure 4.4). Chacune des huit faces dispose d'une ouverture : une est reliée au début de la chaîne (sortie du tube Zeeman), l'ouverture opposée est reliée à une pièce constituée d'un hublot

permettant le passage du faisceau servant au ralentissement Zeeman et d'un accès à la troisième pompe ionique, et les 6 autres faces sont équipées de hublots de 30 mm de diamètre. L'étanchéité au niveau des hublots est assurée par des joints en indium. Les deux faces principales de la chambre sont quant à elles fermées avec des hublots de 70 mm, et entourées de bobines utilisées pour réaliser le piège magnéto-optique. Des couronnes sont alors fixées au dispositif pour permettre d'offrir plusieurs accès ayant différentes orientations, notamment pour des lasers et des bobines supplémentaires de compensation du champ magnétique.

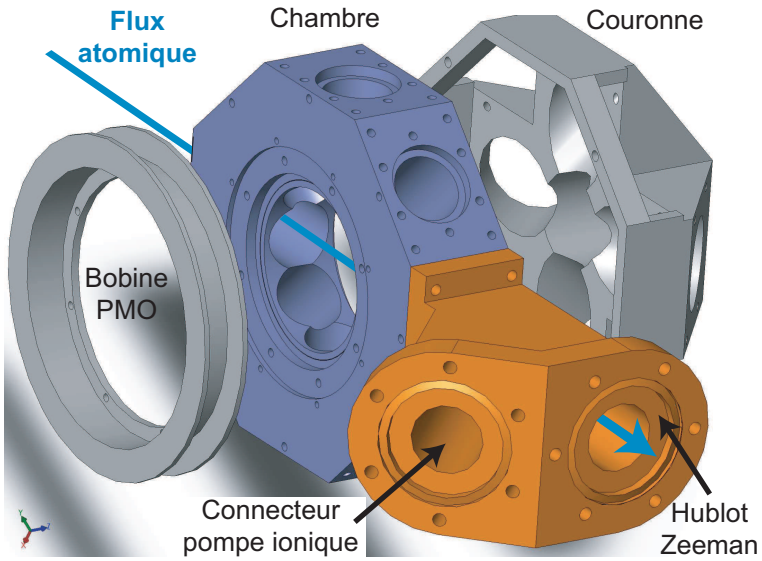

FIG. 4.4 – Vue de la chambre à vide et des différents éléments qui y sont connectés : les bobines du piège magnéto-optique, les couronnes latérales et la pièce permettant le passage du faisceau Zeeman et la connexion de la troisième pompe ionique.

4.2.3 Jet secondaire

Le jet secondaire est un système totalement indépendant. En sortie du four, une croix de pompage permet d'atteindre un niveau de vide de l'ordre de 10^{-6} Pa. Les atomes sortant du four traversent un tube qui tient lieu de zone d'interrogation et qui possède deux paires de hublots face à face successives (voir figure 4.5). La première paire de hublots est utilisée pour faire passer un faisceau bleu rétro-réfléchi à 461 nm utilisé pour l'asservissement du laser sur la transition atomique ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$. Au dessus de cette zone d'interrogation, une photodiode montée en trans-impédance avec une résistance de contre-réaction de 500 kΩ sert à collecter

la fluorescence des atomes. La deuxième paire de hublots sert à l'asservissement des lasers à 689 nm et 688 nm associés aux transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ et $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ respectivement. Des bobines sont également disposées de part et d'autre des deux hublots de manière à produire un champ magnétique selon l'axe de propagation des atomes. Une deuxième photodiode de résistance 100 MΩ sert à détecter le signal de fluorescence correspondant.

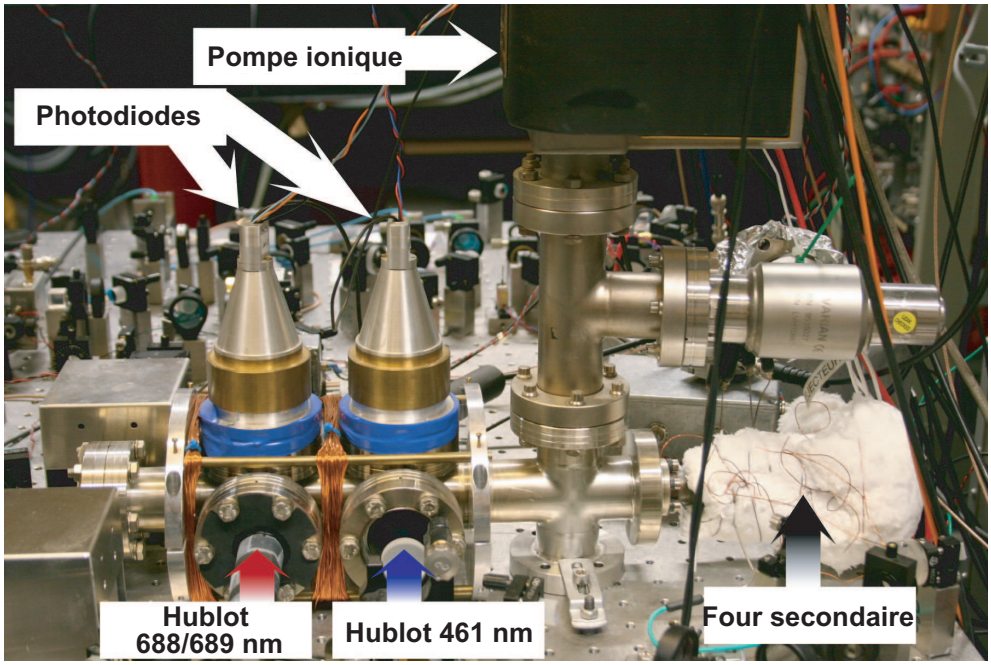

FIG. 4.5 – Photo du montage secondaire servant à l'asservissement des laser à 461 nm, 688 nm et 689 nm.

4.3 Refroidissement des atomes

A la sortie du four, les atomes sont à une température beaucoup trop élevée pour pouvoir être capturés dans le réseau optique directement. On leur fait donc subir une première étape de ralentissement et de refroidissement pour pouvoir en capturer une proportion significative. Ces deux processus (ralentissement et refroidissement) sont réalisés grâce à un ralentisseur Zeeman suivi d'un piège magnéto-optique (PMO), tous deux fonctionnant grâce à des lasers accordés sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ à 461 nm. Cette transition a l'avantage d'avoir une largeur de raie importante ($\Gamma/2\pi = 32$ MHz) et d'être très cyclante (moins d'un atome sur

10^4 se désexcite vers le niveau $^1D_2$), ce qui permet de ralentir et de refroidir rapidement et efficacement les atomes en provenance du four. La température Doppler associée à cette transition est de l'ordre du mK, et son intensité de saturation est $I_{sat} = 43\,\mathrm{mW/cm^2}$. La puissance totale alors nécessaire pour atteindre l'intensité de saturation dans le faisceau du ralentisseur et dans tous les faisceaux du PMO est d'environ 200 mW.

4.3.1 La source à 461 nm

Il n'existe pas de source commerciale pratique produisant directement une puissance de plusieurs centaines de mW à 461 nm. Une alternative est d'utiliser une source infrarouge puissante et de générer la bonne longueur d'onde à l'aide d'un processus non linéaire. La première source à 461 nm utilisée pour notre horloge a été mise en place en 2000 par Irène Courtillot. Elle reposait sur la somme de fréquence d'un laser Nd :YAG à 1064 nm et d'une diode laser à 813 nm dans un cristal phosphate de potassium (KTP). On disposait alors d'une puissance de l'ordre de 100 mW, ce qui était insuffisant pour profiter pleinement des caractéristiques de la transition bleue. Une seconde source bleue, montée par Rodolphe Le Targat en 2003, a finalement remplacé la première source. Cette fois le processus non linéaire utilisé est le doublage de fréquence. On dispose d'un MOPA (Master Oscillator - Power Amplifier) qui fournit une puissance de 450 mW à 922 nm dont la fréquence est doublée dans un cristal de PPKTP (KTP périodiquement polarisé).

Génération de seconde harmonique

Le principe du doublage de fréquence est décrit en détail dans la thèse de Rodolphe Le Targat [116]. Il repose sur l'utilisation d'un cristal non linéaire en condition de quasi-accord de phase. De manière générale, l'utilisation d'un cristal non centro-symétrique peut donner naissance à des phénomènes non linéaires (somme de fréquence, doublage de fréquence). Dans le cas d'une onde plane incidente à la pulsation ω, on peut montrer que la puissance dans la seconde harmonique (de pulsation 2ω) peut s'écrire

$$P_{2\omega}(L) \propto P_0^2 L^2 \mathrm{sinc}^2(\frac{\Delta k}{2}L), \tag{4.1}$$

où P_0 est la puissance incidente, L est la longueur du cristal et $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$ est la différence de phase entre les deux ondes. Si on arrive à imposer $\Delta k = 0$ (condition d'accord de phase), la puissance générée dans la seconde harmonique est donc quadratique en L. Cependant, à cause de la dispersion dans le cristal, cette

condition n'est en pratique pas atteinte. On peut alors utiliser un cristal périodiquement polarisé, où le sens de la non linéarité est inversé périodiquement dans le cristal de manière à rattraper le désaccord de phase. On peut dans ce cas obtenir à nouveau une expression similaire à 4.1.

Le cas plus réaliste d'un faisceau gaussien apporte des modifications à cette première estimation. D'une part, la loi quadratique n'est pas parfaitement vérifiée : il ne suffit donc pas d'augmenter la taille du cristal pour obtenir une puissance plus importante. D'autre part, la situation la plus favorable correspond à un faisceau focalisé au centre du cristal. Il existe alors une valeur du rayon du faisceau à $1/e^2$ qui maximise le coefficient de conversion $\Gamma = P_{2\omega}/P_0^2$. Pour un cristal de PPKTP de longueur $L = 2\,\text{cm}$, le rayon optimal est $w_0 = 23.6\,\mu\text{m}$. Enfin, il faut tenir compte des effets thermiques : les indices optiques du cristal aux deux longueurs d'onde étant dépendants de la température, il existe une température optimale de conversion. En fonction de la focalisation du faisceau, maintenir une température constante peut être une tâche assez difficile (l'absorption du cristal à 461 nm est importante, environ $9\%\,\text{cm}^{-1}$), et on souhaite produire une puissance à 461 nm qui fluctue le moins possible.

Réalisation expérimentale

La source à 922 nm utilisée pour générer un faisceau à 461 nm est un MOPA de marque *Toptica*. Il est constitué d'une diode à cavité étendue dont la sélection en longueur d'onde se fait à l'aide d'un réseau (configuration Littrow) monté sur un transducteur piézoélectrique. Le faisceau va ensuite injecter un amplificateur à semi-conducteur capable de produire en sortie un faisceau d'une puissance d'environ 450 mW. La forme elliptique du faisceau est ensuite compensée à l'aide de lentilles cylindriques de manière à obtenir un faisceau peu divergent. De plus, une petite partie du faisceau est prélevée et envoyée dans un résonateur Fabry-Pérot pour s'assurer du caractère monomode.

De manière à améliorer le doublage de fréquence par le cristal de PPKTP, on utilise une cavité résonante à la fréquence fondamentale qui permet d'amplifier la puissance disponible. Étant donnée la forme du faisceau incident, la cavité est également un bon moyen de le filtrer spatialement et d'obtenir en sortie un mode gaussien TEM_{00}. Le choix de la géométrie s'est porté sur une cavité en anneau composée de quatre miroirs (voir le schéma d'ensemble en figure 4.7). Le coupleur d'entrée M_1 est un miroir plan avec un coefficient de transmission en énergie T_1, le miroir M_2 est également plan et monté sur un transducteur piézoélectrique permettant de contrôler la longueur de la cavité. Les miroirs M_3 et M_4 sont sphériques avec une rayon de courbure $R = 100\,\text{mm}$, M_4 étant totalement réfléchissant dans l'infrarouge ($R_\omega > 99.9\%$) et transparent dans le bleu ($T_{2\omega} \simeq 98\%$). Le coefficient T_1 et les dimensions de la cavité ont été ajustés de manière à adapter

l'impédance (il faut que la puissance perdue après un tour de cavité soit compensée par la puissance transmise par M_1) et le mode spatial du faisceau (le fait que le faisceau soit exactement identique après un tour dans la cavité).

Il a été montré que l'efficacité de conversion était assez peu sensible à la valeur du rayon à $1/e^2$ au centre du cristal [128]. Pour des raisons d'équilibre thermique, on a donc choisi un rayon $w_0 = 43\,\mu$m et un coefficient $T_1 = 12\%$ qui assure une efficacité de conversion supérieure à 70%. Ce choix permet d'éviter d'avoir une énergie absorbée trop importante et donc difficile à évacuer, et permet de disposer d'une longueur de Rayleigh de 6 mm qui diminue la criticité du positionnement du cristal. D'autre part, la géométrie de la cavité est déterminée par les distances $l = M_3M_4 = 13.2$ cm et $L = M_4M_1M_2M_3 = 44$ cm qui assurent l'adaptation de mode. Le faisceau dans la cavité se focalise alors deux fois, une fois au milieu de M_1M_2 et une fois au milieu de M_3M_4, avec un rayon w_0, où est placé le cristal. Le cristal de PPKTP provient de la société *Raicol Crystals* et a pour dimensions $1 \times 2 \times 20$ mm. La périodicité de la non linéarité a été ajustée de manière à permettre d'atteindre le quasi-accord de phase à température ambiante pour la longueur d'onde désirée. Il est régulé en température à l'aide d'un élément Peltier et d'une monture en cuivre qui permet notamment de régler la hauteur du faisceau et l'angle d'incidence. La puissance de sortie à 461 nm est de l'ordre de 220 mW.

Asservissement du laser

Deux asservissements sont utilisés pour stabiliser la source à 461 nm : le premier opère sur la longueur de la cavité de doublage afin de maintenir la résonance et d'assurer la stabilité en puissance, le second opère sur la longueur de la cavité étendue du MOPA pour maintenir la fréquence du laser à résonance atomique (sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$). Ces deux asservissements sont également schématisés sur la figure 4.7.

En maintenant la cavité résonante avec la fréquence fondamentale, on s'assure automatiquement que la puissance de sortie est maximale. Pour asservir la longueur de la cavité, on utilise une petite partie du faisceau à 461 nm qui ressort par le miroir M_1 et qui est détectée à l'aide d'une photodiode (PD1 sur le schéma). En modulant le courant du MOPA à 67 kHz et en utilisant une détection synchrone pour analyser le signal de la photodiode, on génère un signal d'erreur qui, après passage dans un intégrateur, permet de corriger la tension imposée au transducteur piézoélectrique soutenant le miroir M_2. La bande passante de cet asservissement est d'environ 1 kHz.

Pour asservir la fréquence du laser sur la résonance atomique, on prélève une petite partie du signal en sortie de cavité de doublage et on l'envoie vers le jet de Sr secondaire décrit dans la section 4.2. La photodiode située au-dessus de l'enceinte à vide (PD2 sur le schéma) permet de mesurer la fluorescence de l'isotope

bosonique ^{88}Sr, beaucoup plus abondant que l'isotope ^{87}Sr et pour lequel la fréquence de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ est proche de celles des différentes transitions hyperfines du fermion (les décalages isotopiques sont présentés sur la figure 4.6). Une deuxième détection synchrone permet de générer un signal d'erreur qui vient contrôler la cale piézoélectrique de la cavité étendue du MOPA et donc la fréquence du laser.

La majeure partie du faisceau bleu est alors utilisée pour les deux premières étapes de l'horloge qui sont le ralentissement et la capture dans un piège magnéto-optique.

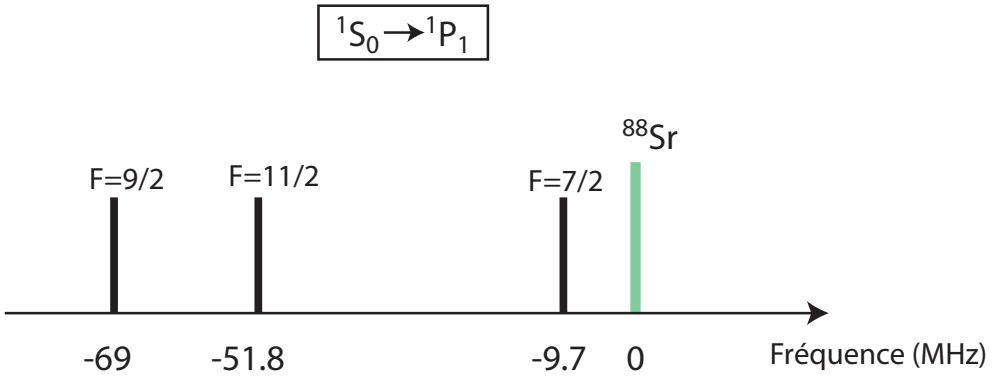

FIG. 4.6 – Fréquence de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ par rapport à l'isotope ^{88}Sr. Dans le cas ^{87}Sr, le niveau $^1P_1$ est représenté par son moment cinétique total F.

4.3.2 Ralentisseur Zeeman

Principe théorique

Il est possible de ralentir un atome se déplaçant avec une vitesse $\mathbf{v} = v(z)\mathbf{e}_z$ à l'aide d'un faisceau laser contra-propageant (de vecteur d'onde $\mathbf{k} = -k\mathbf{e}_z$) proche de résonance. La force de pression de radiation exercée par l'atome dans ce cas peut s'écrire [85] :

$$F = -\hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + 4\frac{\Delta^2}{\Gamma^2}}, \tag{4.2}$$

où $s = I/I_{sat}$ est le paramètre de saturation ($I_{sat} = 43\,\mathrm{mW/cm^2}$ pour la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$), Γ est la largeur de raie de la transition ($\Gamma/2\pi = 32\,\mathrm{MHz}$) et Δ est le désaccord total. Le principe du ralentissement Zeeman [129] est d'appliquer un champ magnétique $\mathbf{B} = B(z)\mathbf{e}_z$ pour compenser la variation du décalage Doppler

due à l'accélération. Le désaccord dans ce cas s'écrit

$$\Delta = \delta - kv(z) - \frac{g(^1P_1)m\mu_B B(z)}{h}, \tag{4.3}$$

où $\delta = \omega_l - \omega_0$ est le désaccord entre la fréquence du laser ω_l et la fréquence de la résonance atomique ω_0, $g(^1P_1)$ est le facteur de Landé du niveau $^1P_1$ et m est le sous-niveau Zeeman. Dans le cas du ^{88}Sr, qui n'a pas de structure hyperfine, on a $g(^1P_1) = 1$ et $m = 0,\ \pm 1$ correspondant à une polarisation du laser π ou $\sigma^{\pm}$. En considérant une polarisation σ^+ et en adaptant le profil du champ magnétique, on est capable de compenser la perte de vitesse de atomes de manière à se maintenir à résonance ($\Delta = 0$).

Réalisation expérimentale

Il a été montré que le ralentissement est plus efficace en utilisant un laser convergent [130] car il permet en partie de refroidir aussi les atomes dans la direction transverse, le profil du laser s'adaptant à l'expansion transverse du jet atomique. Un tel type de laser est réalisable expérimentalement car la largeur de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ permet d'avoir un ralentisseur relativement court (30 cm). En pratique, le laser utilisé est focalisé au niveau du four avec un rayon à $1/e^2$ de 16 μm. La puissance utilisée est de l'ordre de 15 mW, et la valeur du décalage de fréquence entre la référence (la fréquence sur laquelle est asservie le MOPA) et la fréquence qui optimise le ralentissement est $\Delta_Z = -503$ MHz. Ce décalage est obtenu à l'aide d'un modulateur acousto-optique (MAO) en double passage suivi d'un second MAO (voir le schéma général d'utilisation du laser à 461 nm en figure 4.7). Le même réglage convient pour le ralentissement de ^{88}Sr et de ^{87}Sr.

Le profil du champ magnétique nécessaire au ralentissement a été calculé [131] et créé à l'aide d'une bobine entourant le tube Zeeman et enfermée dans un blindage magnétique. Le ralentissement nécessite un champ magnétique important (qui varie entre -300 G et 300 G le long du ralentisseur), et la puissance dissipée par effet Joule dans les fils de la bobine est de plusieurs centaines de W. Pour assurer la stabilité du montage et un refroidissement efficace du dispositif, un tuyau de cuivre relié à un circuit d'eau entoure la bobine, et le tout est recouvert d'un mélange de ciment conduisant la chaleur et de carbure de calcium, pour améliorer encore la conductivité thermique.

Au final, on est capable de ralentir les atomes depuis une vitesse d'environ 500 m/s à la sortie du four jusqu'à une vitesse de 25 m/s au moment de leur entrée dans la chambre à vide. La fraction d'atomes piégés par la suite dans le PMO est de 3%, une valeur essentiellement limitée par le profil de distribution transverse de vitesse. La deuxième horloge à réseau optique au ^{87}Sr actuellement en cours de réalisation au SYRTE prévoit d'ajouter une phase de refroidissement transverse

avant le passage dans le ralentisseur Zeeman qui devrait améliorer nettement la fraction d'atomes capturés. D'autre part, cette phase supplémentaire a aussi pour but de décaler le faisceau : l'axe du four et l'axe du ralentisseur étant différents, on peut éviter le dépot d'atomes de Sr sur le hublot par lequel arrive le faisceau Zeeman.

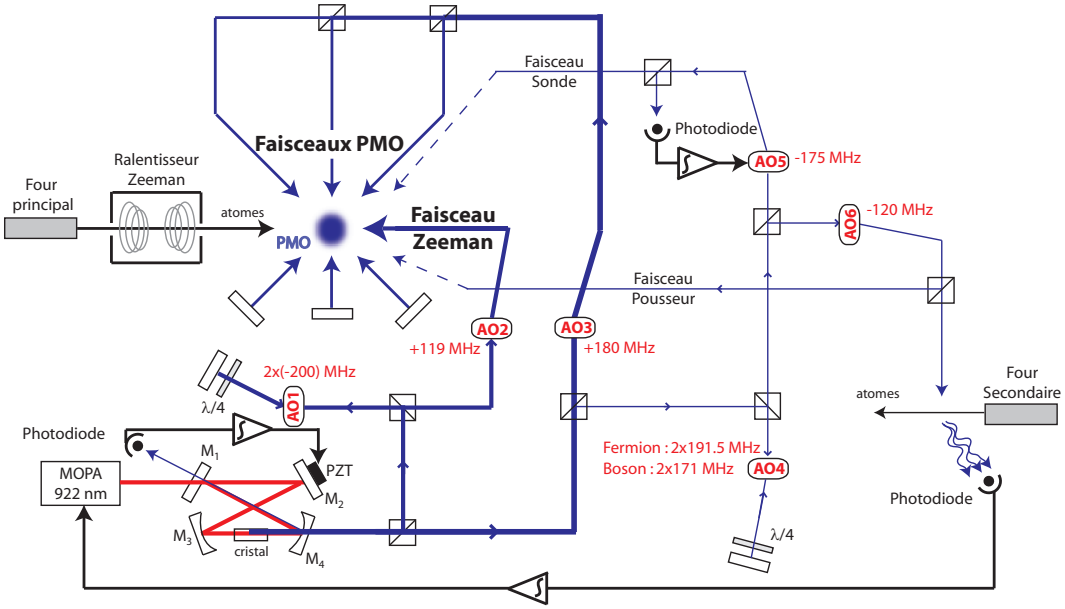

FIG. 4.7 – Schéma d'ensemble du dispositif concernant le laser à 461 nm. Les valeurs des fréquences de modulateurs acousto-optiques (AO sur le schéma) sont données en rouge. AO1 et AO4 sont utilisés en double passage. PMO : piège magnéto-optique ; PZT : actuateur piézoélectrique.

4.3.3 Piège magnéto-optique

Le principe de fonctionnement du PMO est décrit dans [83]. Il repose sur la combinaison d'un gradient de champ magnétique et d'un faisceau laser rétro-réfléchi ayant une polarisation circulaire dans un sens, et circulaire opposée après réflexion. De cette manière, et en désaccordant la fréquence du laser dans le rouge de la transition, les atomes s'éloignant du centre du piège (où le champ magnétique est nul) se retrouvent à résonance avec le laser contra-propageant et hors résonance avec le laser co-propageant. Il est ainsi possible de les confiner dans une direction de l'espace. En utilisant trois paires de faisceaux dans les trois directions de l'espace, on est capable de piéger les atomes autour de la zone de champ magnétique nul.

Le gradient de champ magnétique utilisé pour notre expérience vaut environ 2 mT/cm, le champ étant horizontal et perpendiculaire à l'axe du tube Zeeman. Les trois faisceaux lasers sont issus d'un même faisceau et séparés à l'aide de cubes séparateurs de polarisation. Chaque faisceau a une puissance d'environ 6 mW et un diamètre de 2 cm, et est amené suivant une des trois directions de l'espace (voir figure 4.7). Le décalage optimal de fréquence est $\Delta_{PMO} = -40$ MHz, et un MAO en double passage permet de s'ajuster sur la fréquence de transition du boson ou du fermion (voir les décalages isotopiques en figure 4.6). Lorsqu'on est accordé sur les valeurs concernant le ^{87}Sr, on peut obtenir environ 10^6 atomes dans un piège de 3 mm de diamètre et à une température de 2 mK. Dans le cas du ^{88}Sr, on peut monter jusqu'à 10^7 atomes, le piège fait alors 8 mm de diamètre, et la température des atomes est de l'ordre de 5 mK. La température qu'on arrive à atteindre est nettement plus élevée que la limite Doppler (pour une largeur de 32 MHz, cette limite est d'une centaine de μK) en partie à cause de l'inhomogénéité des faisceaux qui amène à un équilibre à température plus élevée.

4.3.4 Autres faisceaux bleus

Outre les faisceaux utilisés pour le ralentisseur Zeeman, le piège magnéto-optique et l'asservissement de fréquence du laser, deux autres faisceaux bleus sont utilisés (et visibles sur le schéma 4.7). Le premier, un faisceau pousseur, est séparé du faisceau servant à l'asservissement de fréquence, et se trouve donc à résonance avec l'isotope bosonique. Il est ensuite amené sous la chambre à vide et envoyé verticalement à travers le PMO. De cette manière il crée un déséquilibre dans le piège et on peut observer visuellement une trainée d'atomes dans la direction verticale (que le piège soit constitué de ^{87}Sr ou de ^{88}Sr). Ce faisceau est utilisé pour l'alignement des différents autres faisceaux verticaux, et en particulier le piège dipolaire qui doit passer exactement au centre du PMO.

Le deuxième faisceau est un faisceau sonde. Il sert à détecter le signal de fluorescence des atomes. C'est lui qui est utilisé après la phase d'interrogation pour mesurer la probabilité de transition (voir la séquence temporelle, figure 4.1). Il est asservi en puissance à 1.5 mW, un point essentiel pour ne pas ajouter de bruit à la mesure, et est légèrement décalé en fréquence par rapport à la fréquence de transition atomique ($\Delta_{sonde} = -14$ MHz pour le fermion, $\Delta_{sonde} = -55$ MHz pour le boson).

4.4 Le réseau optique

La mise en place du réseau optique (aussi appelé piège dipolaire de manière équivalente) est un des points centraux de l'horloge à ^{87}Sr. Il doit satisfaire à de

nombreuses exigences pour permettre à la fois un piégeage efficace des atomes et un bon contrôle des effets systématiques liés à son utilisation. Au vu de notre méthode de piégeage, qui consiste à placer dans le piège dipolaire les atomes les plus froids présents dans le PMO, on a besoin d'un piège le plus profond possible pour avoir la meilleure efficacité. Ce besoin est satisfait grâce à une cavité de surtension permettant d'obtenir une puissance de plusieurs W au centre du piège. Notre choix aurait pu se porter sur un faisceau très focalisé au niveau du centre de la chambre à vide, mais dans ce cas les dimensions du piège auraient été plus faibles, rendant l'alignement et la capture des atomes par notre méthode plus difficiles. En revanche, il faut à terme travailler avec une profondeur de piège de l'ordre de $10\,E_r$ pour satisfaire aux exigences concernant le déplacement lumineux présentées en section 5.1.2 : il faut donc être capable de faire varier la profondeur du piège sans perdre d'atomes et aussi d'assurer la stabilité de la puissance. Enfin, une bonne annulation du terme vectoriel du déplacement lumineux passe par une polarisation rectiligne la plus pure possible. Tous ces différents enjeux peuvent être maîtrisés en imposant plusieurs asservissements sur le piège.

4.4.1 Montage expérimental

La source à 813 nm

Il existe différents types de lasers émettant à 813 nm. Cependant notre choix d'origine s'est porté sur un laser accordable en longueur d'onde pour permettre de compenser une erreur dans l'évaluation théorique de la longueur d'onde magique. Ce choix s'est justifié a posteriori puisque la longueur d'onde théorique est à 13 nm de sa valeur expérimentale. Le laser utilisé est un laser Titane-Spahir (Ti :Sa) de chez *Teknoscan* (modèle TIS-SF-07) pompé par un laser Verdi V-10 de 10 W à 532 nm de chez *Coherent*. La cavité en anneau du Ti :Sa comprend plusieurs éléments sélectifs en longueur d'onde : un filtre de Lyot, un étalon mince, un étalon épais et une diode optique. Ce système permet de contrôler la longueur d'onde d'émission au niveau de 10^{-4} nm qui est le niveau requis pour éliminer les termes de déplacement résiduel. D'autre part, le laser peut émettre dans une large bande de longueurs d'onde allant de 790 à 850 nm. La puissance de sortie a été de 1.2 W à 813 nm en début d'utilisation, mais la détérioration de certaines optiques nous a contraints à travailler avec une puissance de l'ordre de 800 mW par la suite.

Le laser est monté sur une table optique annexe. Avant d'être amené sur la table principale, le faisceau traverse un MAO à 80 MHz qui permet une extinction rapide et un contrôle de la puissance du piège. Environ 80% de la puissance est couplée dans l'ordre $+1$ et envoyée vers une fibre optique monomode à maintien de polarisation. On couple environ 70% de la puissance dans la fibre, ce qui donne

accès à une puissance de 450 mW au niveau de la table principale. Là, le mode du faisceau est adapté à l'aide de plusieurs lentilles. Un premier miroir M_1 permet d'amener le faisceau horizontalement vers la cavité de surtension. Le schéma du dispositif concernant le piège dipolaire est présenté sur la figure 4.8.

La cavité de surtension

La cavité utilisée est une cavité linéaire formée par deux miroirs M_2 et M_4 situés en dehors de la chambre à vide, pour faciliter l'alignement. Ce sont des ménisques de rayon de courbure 200 mm et 125 mm respectivement. Le miroir M_2, ou coupleur d'entrée, a un coefficient de réflexion en énergie qui vaut 98% à 813 nm et qui laisse largement passer les autres longueurs d'onde. Le miroir M_4 est situé en dessous de la chambre à vide et est monté sur une cale piézoélectrique qui permet de contrôler la longueur de la cavité. M_4 a un très haut coefficient de réflexion à 813 nm et un fort coefficient de transmission dans la bande 670-710 nm. Cette caractéristique est primordiale puisque tous les lasers de manipulation ont des longueurs d'onde dans cette bande et sont amené vers les atomes par ce miroir. Enfin, un miroir intermédiaire à 45 ° (M_3 sur la figure, immobile) permet de rediriger le faisceau pour assurer la verticalité du piège. Il est transparent pour les longueurs d'onde rouges, et sert également à filtrer la polarisation du faisceau du piège dipolaire.

Les deux miroirs de la cavité sont disposés pour focaliser le faisceau exactement au centre du piège. M_2 se situe à 192 mm du centre, et M_4 à 120 mm. Cette disposition, ainsi que les valeurs des rayons de courbure utilisés, assure la stabilité du piège. On arrive de cette manière à focaliser le faisceau avec un rayon $w_0 = 89\,\mu$m qui correspond à une distance de Rayleigh $z_R = 31$ mm, beaucoup plus grande que la taille du PMO. L'alignement dans la direction verticale est donc très peu critique. Une photodiode PD_2, placée derrière le miroir M_1, permet de mesurer une partie du signal en réflexion. Lorsque la longueur de la cavité est modulée, on peut déterminer le contraste et calculer la valeur de la puissance intracavité. Cette puissance peut atteindre 12.5 W, ce qui correspond à une profondeur de piège de plus de $1000\,E_r$.

Procédure d'alignement

L'alignement du piège dipolaire est important si on veut capturer un maximum d'atomes. Le faisceau est tout d'abord aligné sur le faisceau pousseur bleu (voir 4.3.4) de manière à traverser le centre du PMO. Ensuite, on ajuste la position du coupleur d'entrée M_2 de manière à maximiser le rétro-couplage dans la fibre. Ce rétro-couplage est mesuré à l'aide de la photodiode PD_1 qui vient détecter le signal sortant de l'ordre 0 du MAO. Le miroir M_4 est alors aligné de manière à

rendre le faisceau résonant. Cette étape est réalisée en modulant la cale piézoélectrique et en observant les franges d'interférence à l'aide de la photodiode PD_3 située derrière le miroir M_3 à 45 ° qui tire parti du défaut de réflectivité du miroir. Une fois le piège aligné, le faisceau pousseur est éteint. Tous les alignements des faisceaux rouges se font alors sur le piège. Une caméra, située au dessus de la chambre à vide, permet de donner une image du centre du piège.

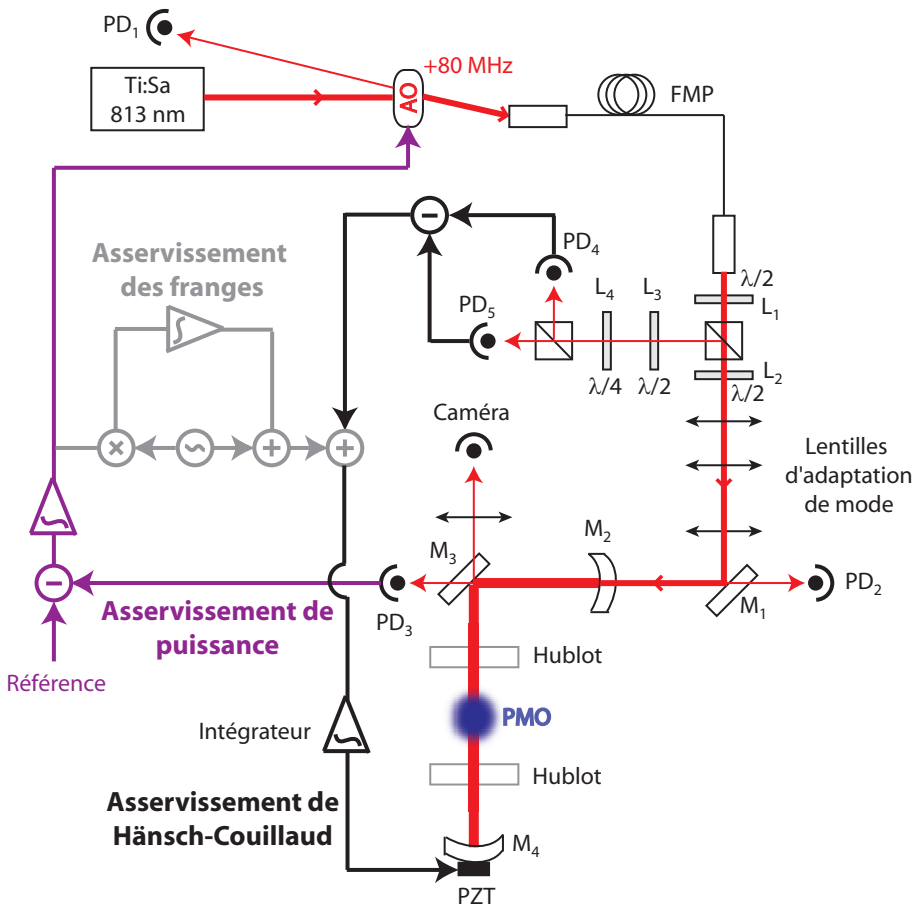

FIG. 4.8 – Schéma d'ensemble du piège dipolaire. PMO : piège magnéto-optique ; PZT : transducteur piézoélectrique ; PD : photodiode ; FMP : fibre a maintien de polarisation ; L : lame (demi-onde ou quart d'onde).

4.4.2 Asservissements du piège

Asservissement de Hänsch-Couillaud

Le premier asservissement a pour but de contrôler la longueur de la cavité de surtension. On ne souhaite pas utiliser une méthode où il est nécessaire de moduler la tension appliquée à la cale piézoélectrique car cela pourrait induire du chauffage. La méthode de Hänsch-Couillaud [132] repose sur la dépendance en fréquence de la polarisation du signal réfléchi par la cavité. Si le faisceau est parfaitement à résonance, la fraction réfléchie par la cavité est donnée par le coefficient de réflexion du miroir d'entrée, mais en présence d'un désaccord δ, le signal réfléchi contient en plus un terme de phase dépendant de δ qui donne une information sur la longueur de la cavité. Si on introduit un élément polarisant dans la cavité, alors seule la lumière dont la polarisation est alignée sur cet axe va donner lieu à des interférences constructives. En introduisant un défaut de polarisation, la composante perpendiculaire à l'axe de la cavité est réfléchie alors que la composante parallèle accumule ce terme de phase. Lorsque le laser est désaccordé, on voit alors apparaître une polarisation elliptique dans le faisceau réfléchi. En analysant cette polarisation, on peut alors remonter à δ et donc à la longueur de la cavité.

Dans notre cas, le miroir M_3 à 45 ° filtre naturellement les polarisation s et p dans la cavité. On cherche donc à aligner la polarisation du laser sur une de ces polarisations propres, par exemple la polarisation p. Il faut alors introduire un petit défaut de cette polarisation et récupérer le faisceau réfléchi pour l'analyser. Pour cela on mélange les polarisations et on les analyse dans une base de polarisations circulaires droite et gauche. Dans ce cas les intensités lumineuses sont équilibrées, et la résonance est atteinte pour une différence d'intensités nulle.

En sortie de fibre (voir figure 4.8), le faisceau traverse une lame demi-onde L_1 et un cube séparateur de polarisations. La lame sert à optimiser la transmission par le cube. Une seconde lame après le cube sert à ajuster la polarisation du faisceau sur l'axe propre de la cavité, en y introduisant un petit défaut. Le signal réfléchi revient alors vers le cube et est essentiellement transmis, mais les défauts du cube permettent à une petite composante de se réfléchir. Une troisième lame demi-onde L_3 permet alors de réaligner le faisceau obtenu sur la polarisation p, puis une lame quart d'onde L_4 suivi d'un cube tient lieu d'analyseur. Les deux photodiodes PD_4 et PD_5 viennent détecter les signaux, qui sont ensuite soustraits et utilisés, via un double intégrateur, pour corriger la longueur de la cavité. La bande passante de la boucle d'asservissement est de 10 kHz.

Asservissement de puissance

L'asservissement de Hänsch-Couillaud ne permet pas de remédier aux fluctuations de puissance intra-cavité, pour la majeure partie dues aux fluctuations de la puissance disponible en sortie de fibre. D'autre part, on veut être capable de changer rapidement la profondeur du piège lorsqu'on passe de la phase de chargement du piège à la phase d'interrogation. Enfin, on veut aussi réduire le taux de chauffage des atomes par le piège. Pour ces trois raisons, un asservissement supplémentaire a été ajouté sur la puissance du piège. Pour cela on utilise le signal détecté par la photodiode PD_3 qui est proportionnel à la puissance intra-cavité. On génère alors un signal d'erreur à partir de la différence entre la tension générée par cette diode et celle d'un signal de référence à l'aide d'un amplificateur différentiel. Le signal est alors intégré à l'aide d'un double intégrateur et utilisé pour corriger la valeur de la fréquence appliquée au MAO à la sortie du laser Ti :Sa. La bande passante de l'asservissement est dans ce cas de 100 kHz.

Asservissement des franges

Expérimentalement, on observe que le signal d'erreur généré par l'asservissement de Hänsch-Couillaud n'est pas tout à fait symétrique, ce qui signifie qu'on ne s'asservit pas exactement sur le sommet des franges de résonance. Cet effet implique d'une part que la puissance intra-cavité n'est pas maximale lorsqu'on est asservi, mais augmente aussi la sensibilité du système à des fluctuations de la longueur de la cavité ou de la fréquence du laser. Pour recentrer le signal d'erreur sur la résonance de la cavité, on ajoute alors un dernier asservissement. Pour cela on ajoute au signal d'erreur une petite modulation de fréquence à 3 Hz. Cette modulation se répercute sur la correction apportée par l'asservissement de puissance. La réponse de ce deuxième asservissement est détectée de façon synchrone puis démodulée de façon à générer un signal qui, après intégration, va servir de correction au signal d'erreur du premier asservissement. Ce dernier asservissement a une constante de temps très longue, de l'ordre de 10 s, qui est largement suffisante pour cette dernière correction.

Stabilité du piège

Afin d'évaluer la stabilité du piège et la durée de vie des atomes dans le piège, on a mesurée la densité spectrale de fluctuations d'intensité $S_\varepsilon(\nu)$ à l'intérieur de la cavité, qui est exprimée en intensité relative $\varepsilon = \frac{I(t)-I_0}{I_0}$. Les résultats lorsque les différents asservissement sont branchés sont tracés sur la figure 4.9. En utilisant [133] on peut calculer le taux de chauffage Γ_ε traduisant l'accroissement de

l'énergie moyenne $\langle E \rangle$ à la fréquence ν_0 :

$$\frac{d\langle E \rangle}{dt} = \Gamma_\varepsilon \langle E \rangle \tag{4.4}$$

$$\Gamma_\varepsilon = \pi^2 \nu_0^2 S_\varepsilon(2\nu_0). \tag{4.5}$$

En extrapolant le comportement aux fréquences supérieures à 10 kHz à 10^{-13} Hz^{-1}, on peut évaluer ce taux de chauffage dans le cas le plus défavorable, c'est à dire pour un piège ayant une fréquence de piégeage longitudinale $\nu_z = 250$ kHz et transverse $\nu_t = 540$ Hz (ce qui correspond à une profondeur de piégeage de $1300\,E_r$). On trouve alors $\Gamma_{\varepsilon,z} = 6.2 \times 10^{-2}$ s^{-1} et $\Gamma_{\varepsilon,t} = 2.9 \times 10^{-5}$ s^{-1}. Le taux de chauffage longitudinal est encore plus faible pour un piège à $10\,E_r$ ($\nu_z =$ 22 kHz), donc pour des cycles dont la durée ne dépasse pas 1 s, l'excitation des atomes due au chauffage par le piège est totalement négligeable.

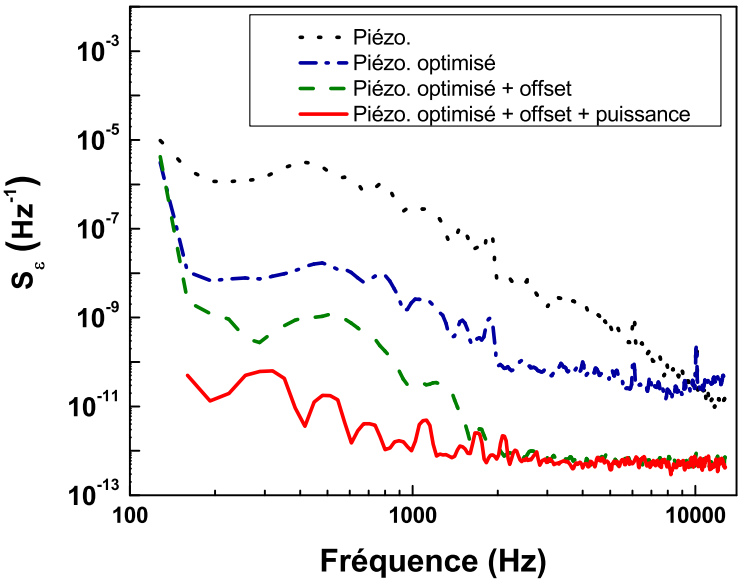

FIG. 4.9 – Densité spectrale des fluctuations d'intensité du piège. Les courbes les plus hautes correspondent à un piège uniquement asservi avec le méthode Hänsch-Couillaud et un gain optimisé ou non. Pour la troisième courbe on a ajouté l'asservissement des franges. La dernière courbe représente le cas où tous les asservissements fonctionnent. On atteint un palier de bruit blanc après 1 kHz avec un bruit légèrement en dessous de 10^{-12} Hz^{-1}.

4.5 Transfert des atomes dans le piège dipolaire

4.5.1 Différentes approches

Pour transférer les atomes dans le piège dipolaire, plusieurs approches sont possibles. La première, la plus simple, consiste à se contenter des étapes précédentes. Le piège traversant le centre du piège magnéto-optique, on peut espérer, en coupant le PMO, garder des atomes dans le piège dipolaire. Cette technique n'est pas très efficace car la température des atomes dans le PMO est de l'ordre de 2 mK alors qu'au mieux la profondeur du piège dipolaire atteint 200 μK (soit 1400 E_r). Comme le recouvrement est relativement faible (le piège a un rayon de 89 μm, le PMO de 1.5 mm), la probabilité d'avoir, au moment où on coupe le PMO, des atomes suffisamment froids au niveau du piège dipolaire est assez faible. D'autre part cette technique ne permet pas un piégeage cumulatif des atomes.

On peut alors penser à refroidir les atomes encore plus avant de les piéger. C'est possible grâce à la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ qui, avec sa largeur de 7.6 kHz ($I_{sat} = 3\,\mu$W/cm^2), a une limite de refroidissement Doppler $T_D \simeq 200$ nK. Comme elle est étroite, on ne peut piéger que des atomes déjà relativement lents. Pour refroidir une quantité significative d'atomes du PMO, on peut utiliser en premier lieu un laser modulé en fréquence pour ralentir les atomes les plus rapides. Il est possible ensuite de réaliser un deuxième PMO "rouge" à partir du premier PMO "bleu" [134, 135]. Il se trouve que sa mise en œuvre expérimentale est relativement difficile. D'une part, les sensibilités magnétiques des deux niveaux sont très différentes, ce qui réduit l'efficacité du refroidissement lorsque les atomes sont dans des sous-niveaux Zeeman extrêmes. Il faut donc ajouter un laser supplémentaire pour repomper les atomes vers les sous-niveaux "centraux". D'autre part, le temps de réalisation du PMO dans ce cas est relativement important. La référence [135] a démontré un refroidissement des atomes à une température de 2 μK en 100 ms. Notre but étant de diminuer au maximum la durée des étapes de préparation par rapport à la durée de l'interrogation, nous avons recherché une méthode plus rapide. Enfin, l'extension spatiale de l'assemblée d'atomes ainsi réalisée n'est que de 240 μm, ce qui rend l'alignement avec le piège dipolaire très critique (le nombre d'atomes piégés dépend du recouvrement au moment où on coupe le PMO). Pour toutes ces raisons, nous avons opté pour une approche différente.

4.5.2 Principe du drainage atomique

L'idée du drainage atomique vient de la nécessité de trouver une manière de remplir le piège dipolaire de manière cumulative avec le moins de contraintes techniques possible. Cette méthode permet de transférer les atomes pendant la

phase de piégeage magnéto-optique en les découplant de ce dernier. Pour cela, on utilise deux lasers accordés sur les transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ à 689 nm et $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ à 688 nm (voir le schéma des niveaux en figure 4.10 (a)), superposés avec le piège dipolaire et ayant un diamètre plus faible. Les atomes du PMO qui se trouvent au niveau du piège dipolaire sont alors pompés par ces lasers vers le niveau $^3S_1$. La durée de vie de ce niveau étant d'environ 10 ns, ils se désexcitent très vite vers un des niveaux du triplet ^3P. Dans 66% des cas, ces atomes vont retomber dans les niveaux $^3P_0$ ou $^3P_2$ qui sont métastables. Étant donnée la durée d'un cycle d'horloge, ces atomes restent dans ces niveaux. Les atomes retombant dans le niveau $^3P_1$ sont quant à eux à nouveau pompés ou retombent dans le niveau fondamental. Les atomes dans les états métastables ne sont donc plus en interaction avec les faisceaux du PMO. S'ils sont suffisamment froids, ils restent dans le piège, sinon ils sont perdus. D'autre part, par un processus de rethermalisation, de nouveaux atomes s'accumulent au centre du PMO et peuvent à nouveau être pompés. Ce processus permet donc de "charger" le réseau pendant toute la durée du piègeage magnéto-optique.

Une fois les faisceaux bleus et le champ magnétique coupés, on ne conserve que les atomes dans les deux états métastables. Par l'utilisation de deux lasers repompeurs accordés sur les transitions $^3P_0 \rightarrow {}^3S_1$ à 679 nm et $^3P_2 \rightarrow {}^3S_1$ à 707 nm (figure 4.10 (b)), on peut imposer aux atomes le chemin inverse et les ramener tous dans le niveau fondamental tout en les conservant dans le piège, en passant par le niveau $^3P_1$ de faible durée de vie.

4.5.3 Mise en œuvre expérimentale du drainage atomique

Sources lasers

Les lasers utilisés pour le drainage atomique doivent être accordés sur les transitions $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2\rangle$ et $|^3P_1, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3S_1, F = 9/2\rangle$ qui ont été choisies car ce sont les transitions hyperfines les plus proches des transitions correspondantes pour le ^{88}Sr (voir le schéma des décalages isotopiques sur la figure 4.11). On utilise le même type de diode pour ces deux lasers que celle utilisée pour réaliser le laser d'horloge. Ces diodes étant généralement spécifiées autour de 688 ou 689 nm, il n'y a aucune difficulté pour atteindre la longueur d'onde désirée.

Les deux diodes sont montées sur une cavité étendue utilisant un filtre interférentiel. Afin de bien résoudre la structure du niveau $^3P_1$ (de largeur 7.6 kHZ), le laser à 689 nm est asservi sur une cavité ultra-stable similaire à celle utilisée pour le laser d'horloge via la technique Pound-Drever-Hall. Son fonctionnement est en tout point similaire à celui du laser d'horloge, mis à part qu'il n'y a pas de stabilisation des vibrations mécaniques. La largeur de raie obtenue dans ce cas est

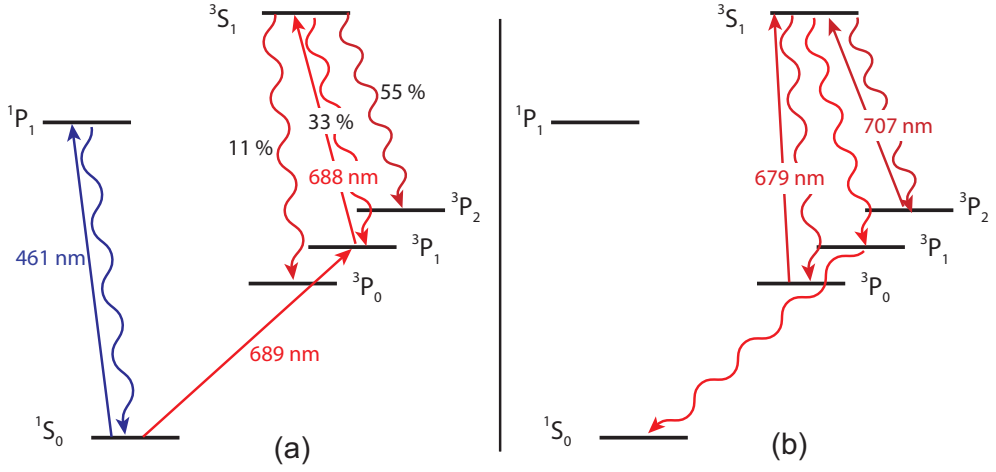

FIG. 4.10 – Schéma des niveaux intervenant lors du transfert des atomes dans le piège dipolaire. (a) Étape de drainage atomique, les atomes sont transférés vers les deux états métastables $^3P_0$ et $^3P_2$. (b) Repompage des atomes piégés vers le niveau fondamental $^1S_0$.

de l'ordre de 100 Hz. Afin de rattraper la différence de fréquence entre la cavité et la résonance atomique, on utilise également deux MAO dont un en double passage, puis le signal est utilisé pour injecter un laser esclave afin de disposer d'une puissance plus importante. Toute cette partie du montage est située sur une table optique annexe. Dans le cas du laser à 688 nm, aucune stabilisation supplémentaire n'est réalisée, et le faisceau sortant de la diode est directement utilisé pour réaliser un asservissement sur la résonance atomique. Il est monté sur la table optique principale. Le détail du montage est présenté sur la figure 4.12

Asservissement sur résonance atomique

De la même manière que pour le laser à 461 nm, les lasers à 688 nm et 689 nm sont asservis sur les résonances atomiques correspondantes de l'isotope bosonique ^{88}Sr, qui a l'avantage de ne pas avoir de structure hyperfine. Pour cela on utilise la deuxième fenêtre du jet atomique secondaire. Les niveaux $^3P_1$ et $^3S_1$ ont par contre une structure Zeeman avec des sous-niveaux magnétiques $m = -1, 0, 1$. Cette dégénérescence est levée en appliquant un champ magnétique parallèle au sens de propagation des atomes, de manière à avoir tous les types de transition possibles.

Le faisceau à 689 nm est envoyé vers le four annexe via un MAO (AO3 sur

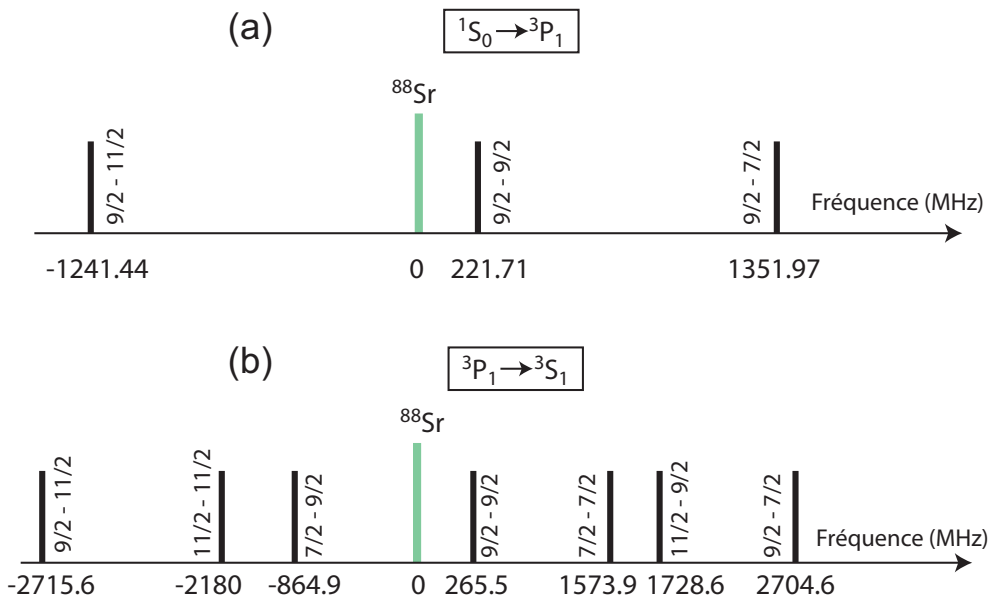

FIG. 4.11 – Fréquences des transitions $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ (a) et $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ (b) pour les différents sous-niveaux hyperfins. Les fréquences sont relatives à la fréquence (unique) correspondante pour l'isotope ^{88}Sr.

la figure 4.12). L'ordre 0 sert à l'asservissement, alors que l'ordre $+1$ permet de rattraper le décalage entre la transition pour le boson et celle pour le fermion. Le faisceau traversant le jet atomique est rétro-réfléchi de manière à pouvoir observer un profil d'absorption saturée. En variant la fréquence du MAO en double passage servant à injecter le laser esclave (AO1), on peut voir passer les trois résonances $m = 0 \rightarrow m' = -1, 0, 1$, avec un creux d'absorption saturée d'environ 200 kHz de largeur. Cette largeur correspond au fait que la transition a été élargie par saturation. Pour s'asservir sur la résonance $m = 0 \rightarrow m' = 0$, on utilise une modulation carrée de 100 kHz de profondeur, et on détecte la fluorescence des atomes de façon synchrone. Le signal d'erreur est alors envoyé vers un ordinateur qui l'intègre numériquement et vient contrôler en retour la fréquence de AO1.

De la même manière, c'est l'ordre 0 de AO5 qui sert à l'asservissement sur la transition $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ (un MAO supplémentaire est utilisé pour décaler la fréquence dans le cas où l'on souhaite faire fonctionner l'horloge avec l'isotope ^{88}Sr ; cette modification sera expliquée dans le chapitre 6). Le faisceau est également rétro-réfléchi et vient sonder les atomes juste après leur excitation par le laser à 689 nm, de manière à ce qu'une population significative se trouve toujours dans l'état $^3P_1$. La durée de vie de ce niveau est d'environ 100 μs, donc tous les atomes sont retombés dans l'état fondamental 5 cm après l'interaction avec le laser à 689 nm.

Un petit décalage de quelques mm entre les deux faisceaux est donc suffisant. On peut alors observer les deux résonances $m' = 0 \rightarrow m'' = \pm 1$, la troisième ayant un coefficient de Clebsch-Gordan nul. Le même type d'asservissement vient contrôler le transducteur piézoélectrique qui contrôle la longueur de la cavité étendue du laser, de manière à se maintenir au milieu des deux résonances observées avec la photodiode.

Alignement des faisceaux

Une fois asservis, les deux faisceaux doivent être superposés puis envoyés vers la chambre à vide. La superposition est réalisée à l'aide d'un filtre interférentiel identique à celui utilisé dans la cavité étendue du laser ultra-stable. L'angle est ajusté de manière à ce que le filtre soit transparent à 688 nm. Étant donnée la bande passante de transmission, le filtre est alors parfaitement réfléchissant à 689 nm. Une fois recombinés, on les fait passer dans un trou calibré de 20 μm de diamètre qui leur donne une forme commune et permet de s'assurer du bon alignement (voir le schéma du montage 4.12). De plus, ce trou est l'image du centre du piège dipolaire par l'association des lentilles situées entre les deux. Les longueurs d'onde des deux lasers étant proches, ils restent en pratique superposés jusqu'au niveau des atomes malgré les lentilles. Enfin, ces faisceaux sont superposés au faisceau à 698 nm à l'aide d'un second filtre interférentiel.

Les dimensions des faisceaux ont été choisies pour optimiser le processus de drainage. Il faut notamment que leur rayon à $1/e^2$ soit situé au centre du piège et soit plus petit que celui du piège. On a choisi de leur donner une taille commune $w_0 = 50\,\mu$m, ce qui correspond à une longueur de Rayleigh $z_R = 11$ mm, assurant que l'alignement longitudinal n'est pas critique. Les puissances ont été optimisées en regardant le nombre d'atomes dans le piège au moment de l'interrogation. Les valeurs utilisées sont $P_{689} = 3\,\mu$W et $P_{688} = 30\,\mu$W.

4.5.4 Repompage des atomes

Le drainage atomique se fait simultanément avec le piégeage magnéto-optique. À la fin de ce dernier, tous les lasers, à l'exception du piège dipolaire, sont coupés et on commence une courte phase de repompage (5 ms) destinée à ramener les atomes piégés dans leur état fondamental. Cette phase est effectuée à l'aide de deux lasers à 679 nm (accordé sur la transition $^3P_0 \rightarrow {}^3S_1$) et 707 nm (sur $^3P_2 \rightarrow {}^3S_1$). De la même manière que tous les lasers utilisés dans le rouge, on utilise des diodes laser à cavité étendue. On ne cherche pas dans ce cas à s'accorder sur une transition hyperfine particulière, mais à couvrir l'ensemble de transitions possibles. Les fréquences des différentes transitions sont données par rapport à la fréquence correspondante pour l'isotope bosonique en figure 4.13. Afin de couvrir

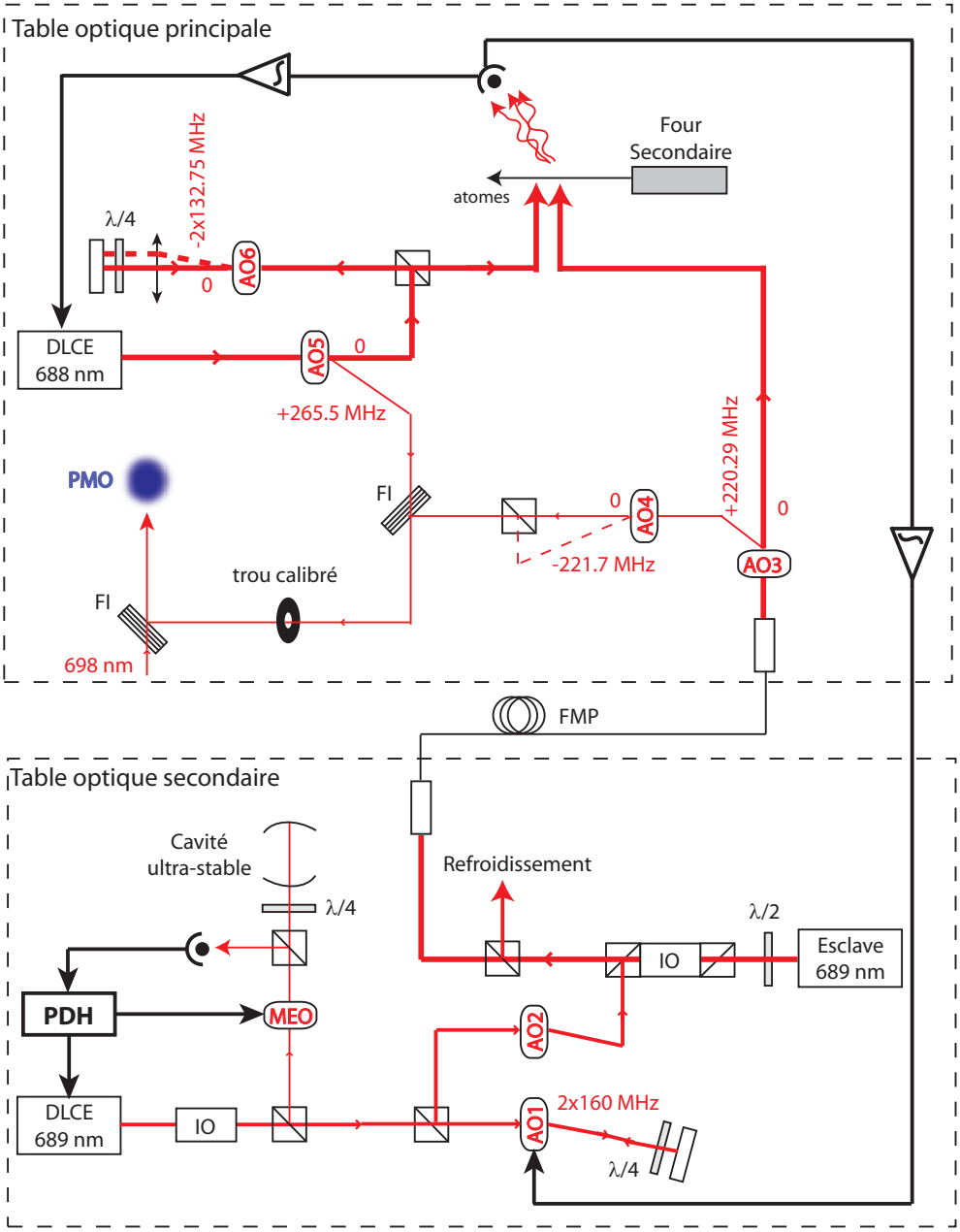

FIG. 4.12 – Schéma du dispositif de drainage atomique. AO1 et AO6 sont utilisés en double passage. Les traits en pointillés au niveau de AO4 et AO6 représentent le dispositif dans le cas d'une horloge bosonique et seront expliqués plus en détail dans le chapitre 6. La partie appelée refroidissement est utilisée dans le cadre du refroidissement sur raie étroite et sera détaillée dans la section 4.6. DLCE : diode laser à cavité étendue ; IO : isolateur optique ; PDH : asservissement de Pound-Drever-Hall ; FI : filtre interférentiel.

tout le spectre, on règle la fréquence des lasers au centre de l'intervalle et on les module de ± 4 GHz. Cette modulation est réalisée en jouant à la fois sur l'intensité du courant d'alimentation des diodes et sur les cales piézoélectriques contrôlant la longueur des cavités étendues. La modulation de l'intensité permet d'utiliser plusieurs modes du laser (accordables sur un intervalle d'environ 100 MHz). Cependant, deux modes consécutifs sont séparés d'environ 2 GHz et la modulation de la longueur de la cavité permet de couvrir cet intervalle.

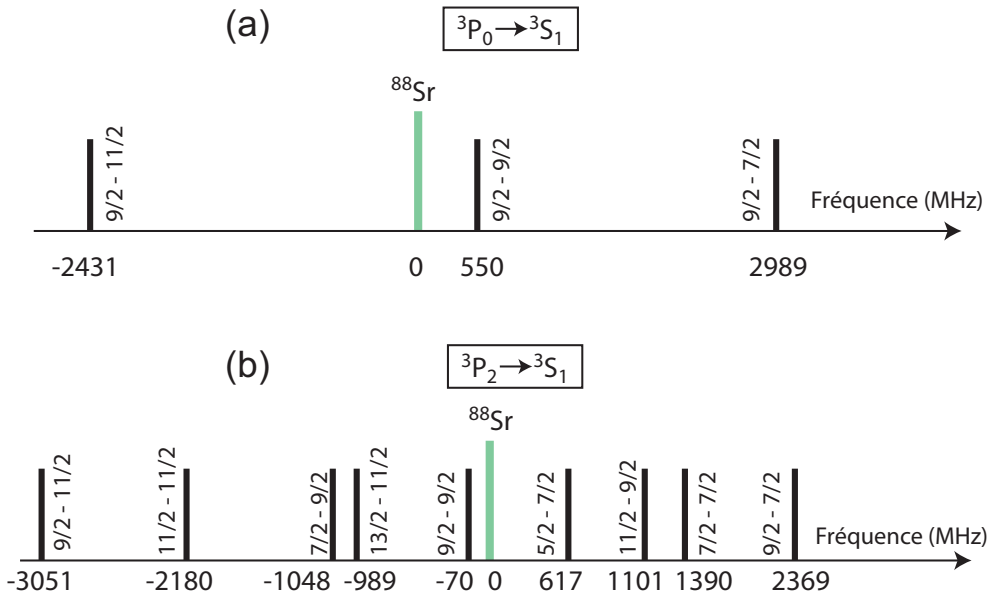

FIG. 4.13 – Fréquences des transitions $^3P_0 \rightarrow {}^3S_1$ (a) et $^3P_2 \rightarrow {}^3S_1$ (b) pour les différents sous-niveaux hyperfins. Les fréquences sont relatives à la fréquence (unique) correspondante pour l'isotope ^{88}Sr.

Les deux diodes sont situées sur la table annexe contenant également les lasers à 689 nm. La cavité étendue est en configuration Littrow, et la longueur d'onde centrale est réglée à l'aide d'un lambdamètre commercial (précis à 10^{-3} nm près). La fréquence de la modulation appliquée au courant est de 14 kHz, tandis que la modulation de la longueur de la cavité s'effectue au maximum de la bande passante de la cale piézoélectrique, soit 1 kHz. On observe expérimentalement que l'efficacité du repompage n'est pas très sensible à une optimisation de ces paramètres. Les deux faisceaux sont alors envoyés dans le même MAO dans deux directions opposées (voir le schéma du montage en figure 4.14). Cette manœuvre a pour but de permettre d'éteindre simultanément les deux faisceaux. Étant donnée la différence de longueur d'onde, les faire passer dans le même sens aurait légèrement séparé les faisceaux. Au lieu de ça, on a choisi de les recombiner par

la suite sur un filtre interférentiel puis de les injecter dans une fibre commune. Ils sont alors envoyés verticalement sur le piège par le dessus de la chambre à vide. L'alignement, assez peu critique, se fait en superposant les faisceaux aux autres faisceaux à la sortie de la fibre et au niveau du trou calibré situé de l'autre côté de la chambre à vide. Les faisceaux font environ 200 μm au niveau des atomes, et leurs intensités sont très largement supérieures aux intensités de saturation correspondantes. On utilise $P_{679} = 500\,\mu$W et $P_{707} = 200\,\mu$W, et l'efficacité maximale de repompage est atteinte après environ 1 ms.

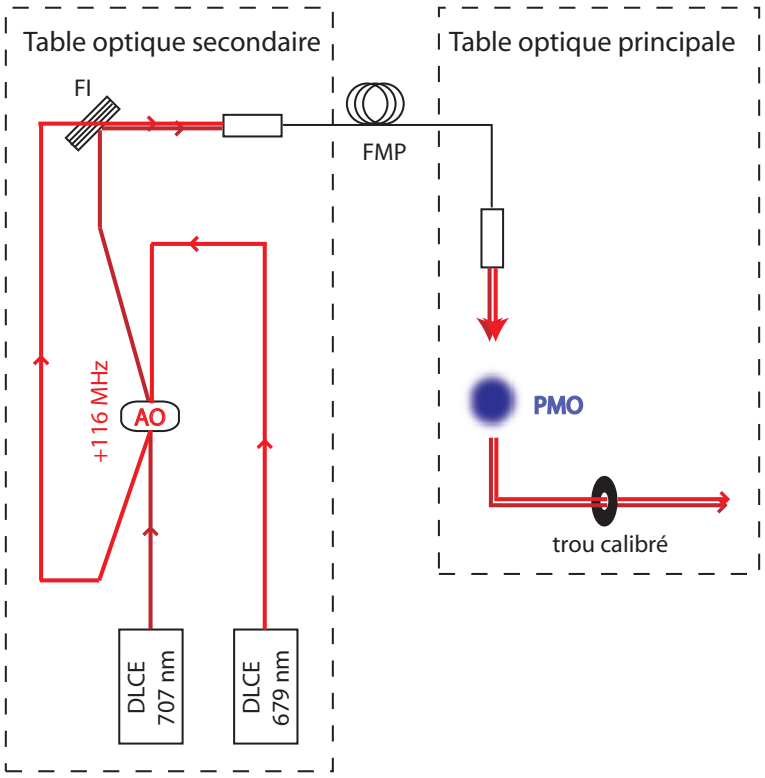

FIG. 4.14 – Schéma du dispositif permettant de repomper les atomes dans le niveau fondamental. Le MAO est utilisé dans les deux sens et sert à éteindre les faisceaux.

4.6 Refroidissement sur raie étroite

4.6.1 Nécessité d'une deuxième étape de refroidissement

À la fin du transfert des atomes dans le piège dipolaire, la température typique des atomes est de l'ordre de la profondeur du piège, soit environ 200 μK pour un

piège profond (de l'ordre de $1400\,E_r$). La dynamique des atomes piégés est alors quantifiée, et de nombreux niveaux vibrationnels sont peuplés. Dans la direction longitudinale, où les atomes sont piégés dans les puits du réseau, seule une petite fraction des atomes se trouve dans le niveau fondamental. Or on a montré dans le chapitre 2 que pour s'affranchir largement des effets motionnels des atomes, il fallait que la majeure partie des atomes se trouve dans le niveau fondamental $n = 0$ du piège. D'autre part, le piège n'étant pas harmonique, un déplacement de la longueur d'onde du piège peut entraîner des contributions différentes selon l'état vibrationnel des atomes, et rendre plus difficile l'évaluation des effets liés au laser du piège. Des atomes dans des niveaux différents vont notamment apporter une contribution différente au terme d'hyperpolarisabilité. Il est donc nécessaire de refroidir les atomes au mieux pour peupler majoritairement le niveau longitudinal fondamental (expérimentalement, on atteint un peuplement de 95%). De plus, selon le niveau vibrationnel transverse, les atomes voient des profondeurs de piège différentes. Même si cet effet n'intervient pas lors de l'interrogation si l'alignement du faisceau sonde sur le piège est parfait, il est important de refroidir les atomes aussi dans cette direction pour limiter les effets provenant d'un défaut d'alignement.

Sachant que les atomes sont déjà piégés, on peut utiliser d'autres techniques de refroidissement que le piège magnéto-optique "rouge". Une technique particulièrement efficace est le refroidissement par bandes latérales, qui permet de faire perdre un quantum vibrationnel aux atomes après un cycle d'absorption-émission [136, 137]. Pour le mettre en œuvre, on a besoin d'une transition étroite mais suffisamment large pour que le refroidissement soit rapide. La transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$, utilisée par d'autres équipes pour réaliser un second PMO, a les caractéristiques requises. Le principe du refroidissement par bandes latérales (schématisé sur la figure 4.15) consiste à désaccorder la fréquence de ce laser pour qu'il soit résonant avec une transition du type $|f,n\rangle \rightarrow |e,n-1\rangle$ où $|f\rangle = |{}^1S_0, F = 9/2\rangle$ et $|e\rangle = |{}^3P_1, F = 9/2\rangle$. L'atome se désexcite alors principalement suivant la transition $|e,n-1\rangle \rightarrow |f,n-1\rangle$, et après plusieurs cycles, on peut l'amener dans le niveau $n = 0$. Dans notre cas, cette technique est réalisable car la fréquence d'oscillation correspondant à un piège de profondeur $U_0 = 1400\,E_r$ est $\nu_{osc} = 250\,\text{kHz}$: les bandes latérales sont donc largement résolues puisque la transition ne fait elle-même que 7.6 kHz de large.

En ce qui concerne le refroidissement transverse, on ne peut pas appliquer la même méthode, puisque la séparation des niveaux dans ce cas n'est que de 540 Hz. En comparaison avec la largeur de la résonance, le comportement des atomes dans le plan transverse est proche d'une distribution Doppler classique. Le plus simple est donc d'opérer un refroidissement Doppler, le désaccord entre la fréquence du laser et la résonance atomique étant ajusté en fonction de la distribution des vitesses transverses.

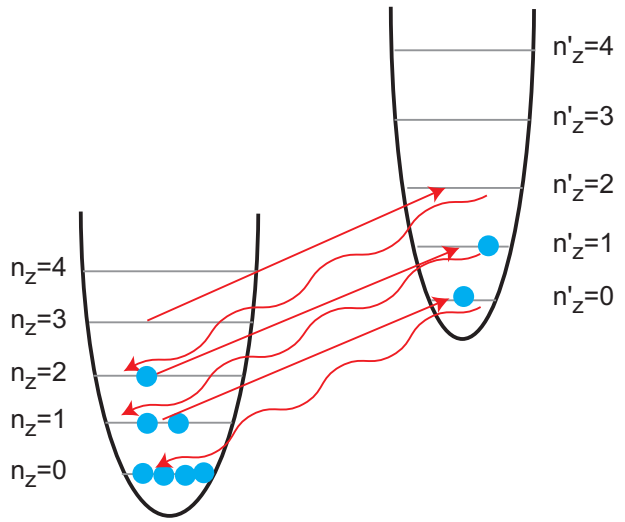

FIG. 4.15 – Principe de fonctionnement du refroidissement par bandes latérales. Ici les atomes ne voient pas le même potentiel suivant leur état interne.

4.6.2 Limites du refroidissement longitudinal

Le principe simple exposé dans la section précédente n'est malheureusement pas applicable tel quel dans notre situation. Le principal problème vient du fait qu'à la longueur d'onde magique, définie pour la transition d'horloge $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$, le potentiel de piégeage vu par les atomes dans les états $^1S_0$ et $^3P_1$ n'est pas le même, et la fréquence de transition dépend donc de la profondeur du piège. Le déplacement lumineux vient du couplage du niveau $^3P_1$ à des niveaux excités, dont notamment le niveau $^3S_1$. A cause de la sous-structure magnétique de ces deux niveaux, le déplacement lumineux du niveau $^3P_1$ dépend du sous-niveau m_F et les bandes latérales rouges et bleues associées à chaque transition possible sont enchevêtrées. À une profondeur de $1400\,E_r$, le déplacement de la fréquence de transition s'étale sur ± 1.5 GHz autour de la résonance atomique non perturbée en fonction des sous-niveaux Zeeman excités (voir figure 4.16). Les transitions $m_F = \pm 1/2 \rightarrow m_F = \pm 1/2$ sont décalées vers le rouge de la transition non perturbée, et les transitions $m_F = \pm 9/2 \rightarrow m_F = \pm 9/2$ vers le bleu.

Pour rendre le refroidissement par bandes latérales efficace dans ce cas, une solution est d'élargir la transition par saturation. Ainsi, en se plaçant dans le rouge de la porteuse, on est capable d'adresser à la fois les bandes latérales rouges, la porteuse et les bandes latérales bleues. Il en résulte une compétition entre le refroidissement (dû aux bandes latérales rouges) et le chauffage (dû aux bandes latérales bleues). On peut alors trouver les conditions optimales de refroidissement en terme de désaccord du laser et du paramètre de saturation. Dans le cas de notre re-

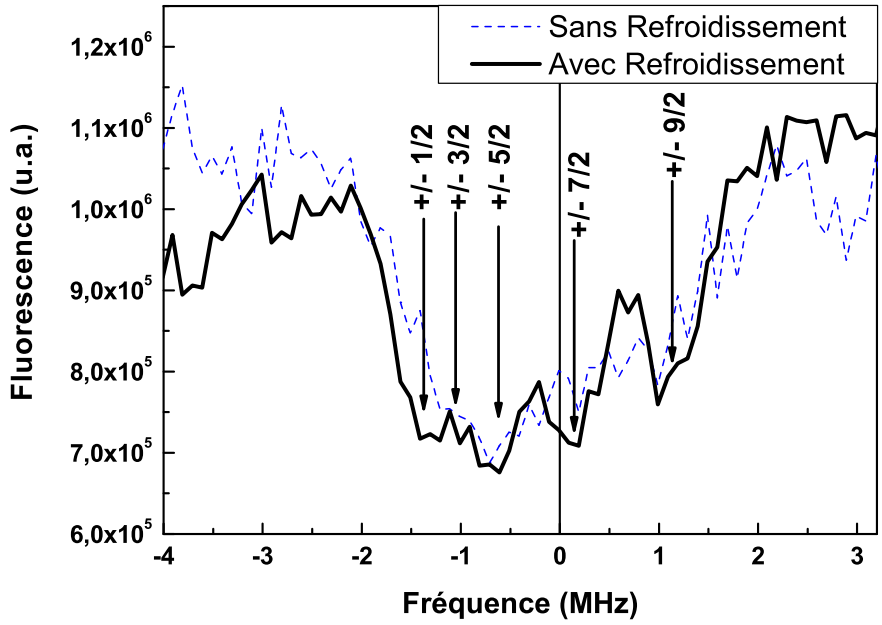

FIG. 4.16 – Spectre de la transition $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2\rangle$ sans (en tirets bleus) et avec (en trait plein noir) refroidissement. Les différentes transitions Zeeman apparaissent clairement après refroidissement. L'origine des fréquences correspond à une situation où les atomes sont libres.

froidissement, le paramètre de Lamb-Dicke vaut $\eta = \sqrt{\frac{\omega_r}{\omega_{osc}}}$ où ω_r est la pulsation associée à E_r et $\omega_{osc} = 250\,\text{kHz}$. Le paramètre vaut donc $\eta = 0.195 \ll 1$ et dans le cas où seuls les niveaux de plus basse énergie sont peuplés, on peut considérer que seules la porteuse et les deux premières bandes latérales sont excitables, étant donnée la valeur des forces de couplage [56] :

$$\Omega_{n\rightarrow n} = \Omega_0 \tag{4.6}$$

$$\Omega_{n\rightarrow n-1} = \Omega_0\sqrt{n}\eta \tag{4.7}$$

$$\Omega_{n\rightarrow n+1} = \Omega_0\sqrt{n+1}\eta. \tag{4.8}$$

En supposant qu'à la fin du processus seuls les niveaux $n = 0$ et $n = 1$ sont peuplés, on peut montrer [116] que le rapport des populations des deux niveaux peut s'écrire à l'état stationnaire :

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\sum_{m_F}\Gamma_{-,1}(m_F)}{\sum_{m_F}\Gamma_{+,0}(m_F)}, \tag{4.9}$$

où $\Gamma_{-,1}(m_F)$ est le taux de refroidissement à partir du niveau $n = 1$ et $\Gamma_{+,0}(m_F)$ est le taux de chauffage à partir du niveau $n = 0$, pour un m_F particulier. Ce rapport de population augmente lorsque le laser est accordé avec une bande latérale rouge associée à un $|m_F|$ particulier, et on montre qu'il est maximal pour $|m_F| = 1/2$, situation dans laquelle on va vouloir se placer.

La deuxième limite au refroidissement vient de notre dispositif expérimental : le même faisceau est utilisé pour l'étape de drainage atomique et le refroidissement longitudinal, et la même puissance est utilisée pour les deux étapes. Or une puissance plus faible que les $3\,\mu$W utilisés (qui correspondent à un paramètre de saturation $s = I/I_{sat} = 25\,000$) détériore le drainage mais améliore le refroidissement. Néanmoins, les calculs et les mesures (présentées dans le chapitre 5) montrent qu'on est capable dans cette situation d'amener au moins 90% des atomes dans le niveau fondamental. Même si les calculs prévoient un processus rapide, de l'ordre de quelques ms, le temps de refroidissement utilisé est par contre nettement supérieur, de l'ordre de 60 ms. Cette différence vient de l'anharmonicité du potentiel et du fait que la fréquence des bandes latérales dépend aussi de l'excitation transverse (un modèle dans le chapitre 5 permet de rendre compte de cette dépendance). Ces effets viennent diminuer l'efficacité du refroidissement, certains états se retrouvant seulement faiblement couplés au laser de refroidissement. D'autre part, le refroidissement a été réglé de manière à atteindre la température la plus basse ; il est possible que l'optimisation de la durée du refroidissement conduise à une température finale des atomes plus élevée.

4.6.3 Refroidissement transverse

Dans la direction transverse, on souhaite utiliser un refroidissement Doppler sur raie étroite. Si on veut pouvoir interagir avec un maximum d'atomes, il faut également saturer la transition pour l'élargir. A la fin du processus de refroidissement sur la transition ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ et après capture dans le piège dipolaire, la température des atomes est de l'ordre de la profondeur du piège, soit $200\,\mu$K pour une profondeur $U_0 = 1400\,E_r$. La vitesse quadratique moyenne des atomes associée est $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} \simeq 0.25$ m/s. La transition est donc élargie d'environ 2 MHz à la fois par effet Doppler et par le déplacement lumineux différentiel des différents sous-niveaux Zeeman. La largeur naturelle de la transition étant $\Gamma_0/2\pi = 7.6$ kHz, il faudrait un paramètre de saturation de l'ordre de $s = 10^5$ pour obtenir un élargissement par saturation suffisant ($\Gamma = \Gamma_0\sqrt{1+s}$). En fait il faut également tenir compte du fait que la température accessible par un processus est limitée par le paramètre de saturation. En considérant un atome à deux niveaux, la limite de

refroidissement Doppler s'écrit :

$$k_B T = -\frac{\hbar\Gamma_0}{4}\frac{1+s+(\frac{2\delta}{\Gamma_0})^2}{\frac{2\delta}{\Gamma_0}}, \tag{4.10}$$

où δ est le désaccord. Pour un paramètre de saturation $s = 10^4$ et un désaccord $\delta = -100\Gamma_0$, utilisés expérimentalement, on peut atteindre une température d'environ $12\,\mu$K.

4.6.4 Montage expérimental

Le montage propre au refroidissement sur raie étroite est schématisé sur la figure 4.17. La partie concernant le refroidissement longitudinal est celle représentée en détail sur la figure 4.12. Le refroidissement transverse est quant à lui indépendant. Il provient d'une partie du signal de la diode esclave qui est couplé dans une fibre à maintien de polarisation (le modulateur acousto-optique AO7 avant la fibre est utilisé lors du passage à l'horloge à boson, dans notre cas on récupère l'ordre 0 et il n'intervient pas). En sortie de fibre, le faisceau est séparé en deux selon deux polarisation orthogonales. Chacune des polarisations traverse un modulateur acousto-optique (AO8 et AO9 sur le schéma) pour atteindre la résonance atomique (équivalents à AO4 dans la direction longitudinale). Leur fréquence est cependant décalée d'une faible quantité (20 kHz) de manière à ce que, après recombinaison sur un second cube, les deux faisceaux résultants aient une polarisation modulée. Le but de cette manœuvre est d'éviter les états noirs dans le processus de refroidissement [138] ainsi que les fluctuations de puissance. Le décalage de fréquence est par ailleurs suffisant pour que la modulation soit plus rapide que le temps de pompage optique. Les deux faisceaux sont alors injectés dans deux fibres optiques et acheminés jusqu'à la chambre à vide, où ils sont envoyés à travers le piège et rétro-réfléchis. Des lentilles de collimation permettent d'obtenir des faisceaux parallèles dans la chambre, de diamètre 1.5 mm. A la sortie de la fibre FMP1, qui est utilisée par la suite pour le pompage optique, une lame quart d'onde a été ajoutée. Elle n'a aucun effet sur l'efficacité du refroidissement.

Les fréquences utilisés pour les trois MAO dépendent en fait de la profondeur du piège, puisqu'ils servent à rattraper le décalage isotopique entre ^{87}Sr et ^{88}Sr modulo le déplacement lumineux. Les valeurs indiquées sur les schémas correspondent à une profondeur $U_0 = 1400\,E_r$. L'optimisation de ces fréquences se fait expérimentalement en regardant le spectre des bandes latérales de la transition d'horloge (voir la section 5.1.1), ce qui permet de déterminer l'efficacité du refroidissement.

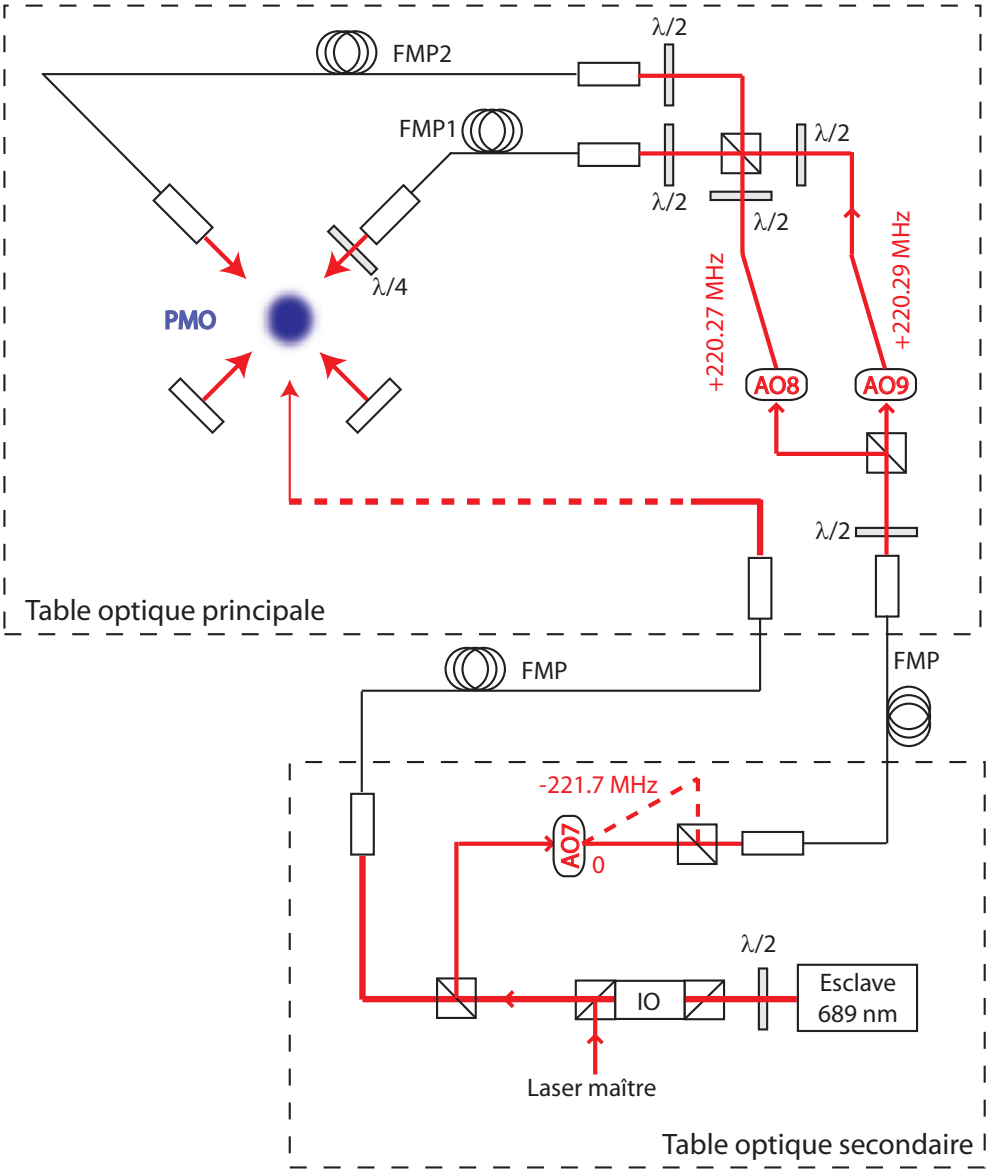

FIG. 4.17 – Schéma du montage utile pour le refroidissement sur raie étroite. Les valeurs données pour AO8 et AO9 correspondent à une profondeur de piège de 1400 E_r.

4.7 Pompage optique

4.7.1 Principe

Pour les mêmes raisons que pour le refroidissement sur raie étroite, le pompage optique visant à amener les atomes dans un sous-niveau Zeeman extrême

($m_F = \pm 9/2$) doit se faire en utilisant une transition suffisamment large pour que le processus puisse se faire rapidement. C'est pourquoi la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ est également idéale pour pomper optiquement les atomes. En négligeant les corrections des effets de structure fine et hyperfine, qui ne sont que de l'ordre 10^{-3}, le facteur de Landé du niveau $|^3P_1, F = 9/2\rangle$ vaut $g(^3P_1) = 2/33 \simeq 6 \times 10^{-2}$. En comparaison du facteur de Landé du niveau fondamental calculé dans le chapitre 2 ($g(^1S_0) \simeq 1.3 \times 10^{-4}$), son effet est largement dominant et on peut considérer que la structure magnétique des différentes transitions possible est essentiellement due au niveau excité. Le déplacement Zeeman peut alors s'écrire de manière approchée $\Delta\nu_Z \simeq g(^3P_0) m_F \mu_B B/h$, où on ne tient pas compte de la nature (π ou $\sigma^{\pm}$) de la transition. Sa valeur numérique est $\Delta\nu_Z \simeq 84.8 m_F$ kHz/G.

A cause de cette valeur du déplacement Zeeman, la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ est très facilement élargie en présence d'un champ magnétique. En dehors des phases de pompage optique et d'interrogation, un système de bobines de compensation permet d'annuler le champ magnétique au centre du piège. Néanmoins ce dispositif ne permet pas d'annuler le champ magnétique à mieux que 10 mG, ce qui signifie que les sous-niveaux Zeeman du niveau $^3P_1$ sont déjà séparés de 800 Hz alors que la largeur de raie du laser n'est que de 100 Hz. De plus, si on veut imposer un axe de quantification au système, il faut appliquer un champ biais suffisamment fort pour ne pas être sensible aux fluctuations du champ magnétique résiduel. Avec un champ biais de 300 mG, l'axe de quantification est défini à mieux que 1°, mais les transitions σ extrêmes sont séparées d'environ 200 kHz. Il faut donc élargir la transition pour que le laser soit résonant avec toutes les transitions, par saturation ou à l'aide d'une modulation de la fréquence du laser. En utilisant le même laser que celui utilisé pour le refroidissement transverse (qui a un paramètre de saturation $s = 10^4$), le niveau $^3P_1$ est déjà élargi d'un facteur 100 à 760 kHz, ce qui est suffisant pour le pompage optique. On pourrait diminuer le paramètre de saturation, mais il faut trouver un compromis entre le refroidissement et la phase de pompage optique. Dans cette configuration, le pompage optique a néanmoins présenté une efficacité de 80% (voir chapitre 5) et l'utilisation d'une modulation de la fréquence du laser supplémentaire n'a apporté aucune amélioration.

4.7.2 Mise en œuvre

Le dispositif de pompage optique, schématisé sur la figure 4.18, est directement dérivé de celui utilisé pour le refroidissement transverse. Seul un des deux MAO servant à créer une modulation de la polarisation pour le refroidissement est utilisé. D'autre part on n'utilise plus que la fibre optique FMP1, l'accès à l'autre fibre étant bloqué par un obturateur mécanique synchronisé sur la séquence temporelle. Un champ magnétique est appliqué selon l'axe du faisceau sortant de la fibre à l'aide de deux bobines en configuration Helmoltz. Ainsi, suivant le MAO

utilisé (AO8 ou AO9), le faisceau arrivant sur la fibre utilisée peut avoir deux polarisations orthogonales. La lame demi-onde en entrée de fibre permet d'aligner ces polarisations sur un des deux axes propres de la fibre. La lame quart d'onde de sortie de fibre, quant à elle, permet d'obtenir une polarisation circulaire qui est soit σ^+, soit σ^-. Le principe de la mesure étant d'alterner le pompage optique dans un sens ou dans l'autre, il n'est pas important de savoir quel chemin produit quelle polarisation. Le passage d'une polarisation à l'autre se fait en commandant par ordinateur les synthétiseurs contrôlant les deux MAO.

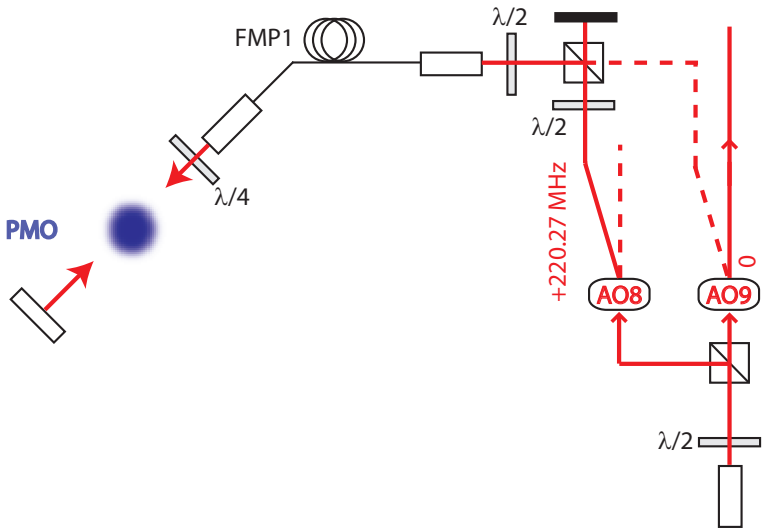

FIG. 4.18 – Schéma du montage de pompage optique. On a réutilisé le montage de refroidissement transverse en ne sélectionnant qu'un seul trajet et une seule fibre. La polarisation est linéaire en entrée de fibre et transformée en polarisation circulaire à l'aide de la lame quart d'onde. Pour obtenir la polarisation circulaire contraire, on inverse les rôles de AO8 et AO9 (trajet tracé en pointillés). Le champ magnétique appliqué est parallèle à le direction de propagation du faisceau.

4.8 Interrogation et détection des atomes

4.8.1 Interrogation

L'interrogation des atomes, qui se fait avec le laser à 698 nm présenté dans le chapitre 3, est le moment où il faut s'assurer du contrôle des effets systématiques. Pour cette raison, on modifie la profondeur du piège dipolaire juste avant, en appliquant une rampe dans la commande de l'asservissement en puissance. Après avoir

mesuré la température des atomes (qui est liée au niveau d'occupation moyen du piège) pour différentes durées de la rampe, il s'est avéré qu'une rampe de 1 ms est assez longue pour assurer un changement adiabatique de profondeur et maintenir les atomes dans le niveau fondamental du piège. En parallèle, on modifie également la valeur du champ magnétique de manière à se placer autour de 1 G. Un délai avant l'impulsion à 698 nm permet de s'assurer que le champ magnétique est bien stabilisé au moment de l'interrogation.

L'interrogation est de type Rabi, n'utilisant qu'une seule impulsion. A cause de la perte de cohérence du laser d'horloge sur les temps long, les oscillations de Rabi finissent par s'amortir autour d'une probabilité de 1/2. En utilisant des impulsions d'une durée typique de 20 ms et une intensité de quelques mW/cm^2, on observe des résonances dont la largeur est limitée par la largeur de raie du laser et une probabilité de transition de 1/2 à résonance.

Le dispositif lié à l'interrogation des atomes est présenté en figure 4.19. Une partie du faisceau à 698 nm issu du laser ultra-stable est envoyé dans un MAO en double passage de fréquence variable. Ce MAO permet à la fois de combler la différence de fréquence entre la cavité ultra-stable et la résonance atomique et de sonder alternativement les deux côtés de la résonance atomique en modifiant sa fréquence. Une modification de la fréquence du MAO d'environ 30 MHz permet de s'accorder sur la fréquence d'horloge du ^{88}Sr. Le faisceau est ensuite acheminé vers la table optique principale par fibre optique, puis vient injecter un laser esclave pour augmenter la puissance disponible. On dispose alors de quelques mW à 698 nm. Le faisceau traverse un second MAO, puis est polarisé linéairement de manière très précise à l'aide d'un polariseur de Glan. Un lame demi-onde permet ensuite de faire tourner cette polarisation. En fonction de la transition que l'on veut sonder, on peut soit aligner la polarisation sur le champ magnétique (polarisation π), soit la rendre orthogonale (ce qui correspond à un mélange de polarisations circulaires σ^+ et σ^-). Le faisceau est alors recombiné avec les faisceaux de drainage atomique sur un filtre interférentiel avant d'aller sonder les atomes.

4.8.2 Détection

La détection des atomes se fait en deux étapes. D'abord, on utilise une impulsion de 2 ms en utlisant la sonde bleue à 461 nm directement après l'interrogation. Seuls les atomes restés dans le niveau fondamental sont excités et fluorescent. D'autre part, l'interaction les chasse du piège. Les atomes restés dans l'état excité sont alors repompés dans le niveau fondamental en utilisant les mêmes lasers que lors du drainage atomique. Une seconde impulsion bleue permet de détecter les atomes de l'état excité. Grâce à un asservissement de puissance de la sonde à 461 nm, on s'assure que la fluorescence mesurée est toujours proportionnelle au nombre d'atomes N_f et N_e avec le même coefficient de proportionnalité. La pro-

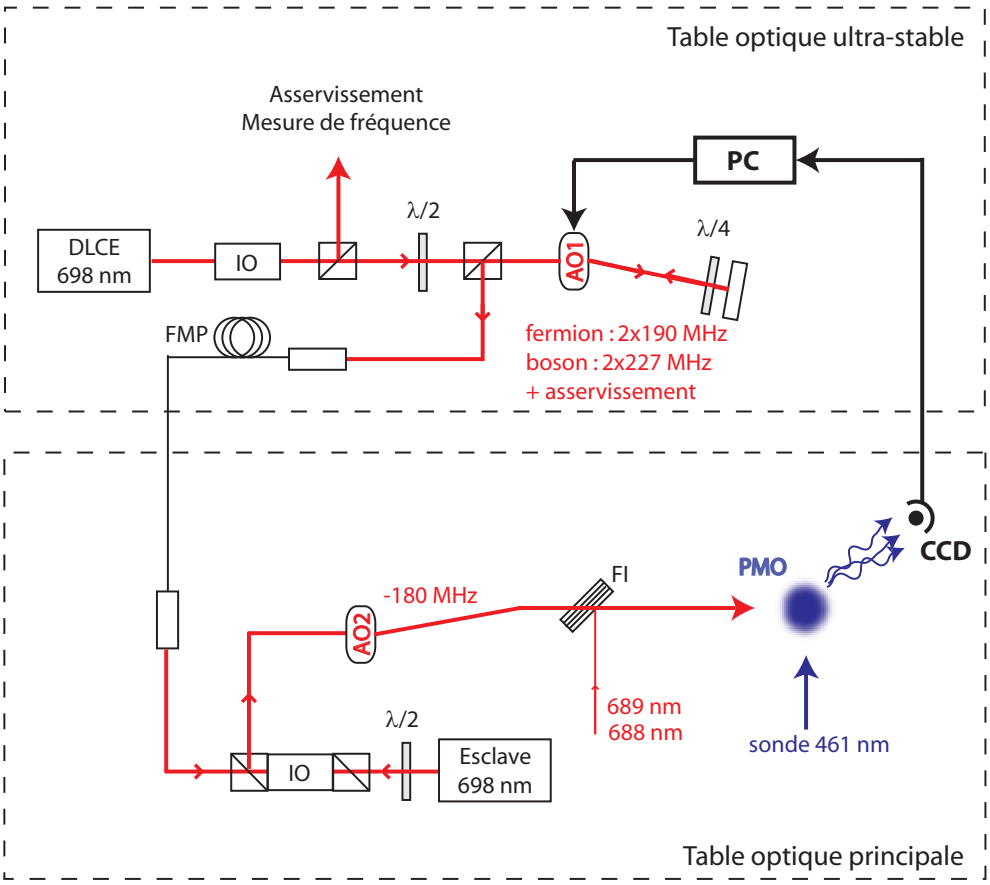

FIG. 4.19 – Dispositif servant à l'interrogation des atomes. La sonde à 461 nm intervient après l'interrogation et la fluorescence est mesurée à l'aide d'une caméra CCD (CCD sur le schéma). L'information est traitée par ordinateur (PC) pour venir contrôler la fréquence de AO1. Les fréquences de AO1 sont des ordres de grandeur et dépendent des fluctuations de fréquence de la cavité ultra-stable.

babilité de transition peut alors être calculée à la fin de chaque cycle suivant la formule

$$P_e = \frac{N_e}{N_f + N_e}. \tag{4.11}$$

La mesure de la fluorescence, faible du fait du petit nombre d'atomes piégés (de l'ordre de 10^4), est réalisée à l'aide d'une caméra CCD refroidie à très bas niveau de bruit *Hamamatsu* C9100. Elle possède une efficacité quantique d'environ 50% à 461 nm, un très faible niveau de bruit d'obscurité et un faible niveau de bruit de conversion lorsque les réglages sont optimisés. La collecte des photons se fait dans un faible angle solide à l'aide d'un objectif de 50 mm ayant une grande

ouverture. L'angle solide disponible est alors $\Omega/4\pi = 4.72 \times 10^{-4}$. De plus, pour éviter d'ajouter du bruit en détectant les photons parasites à 813 nm du piège qui est également allumé, on utilise un filtre dont la transmission est de 80% à 461 nm et 1.4×10^{-4} à 813 nm.

Chapitre 5

Horloge fonctionnant avec des atomes de ^{87}Sr

Ce chapitre regroupe l'ensemble des résultats qui ont été obtenus sur l'horloge dans son fonctionnement habituel, c'est à dire en utilisant l'isotope fermionique ^{87}Sr. La première partie traite de résultats intermédiaires qui ont surtout servi à la préparation des campagnes de mesure de fréquence absolue faites en mars et novembre 2006. On présente notamment les résultats relatifs à l'évaluation expérimentale du déplacement lumineux et aux limites que cet effet impose à l'horloge en terme d'exactitude. La deuxième partie présente le principe de mesure absolue de fréquence en utilisant un peigne de fréquence issu d'un laser femtoseconde. Les deux campagnes ont été réalisées avec deux peignes différents. La dernière partie est une évaluation détaillée des performances de l'horloge, de ses limites et des améliorations à venir.

5.1 Résultats préliminaires

5.1.1 Température des atomes dans le piège

Afin d'évaluer l'efficacité du refroidissement sur raie étroite, il est possible de tirer des informations concernant la température en regardant le spectre des bandes latérales de la transition d'horloge. En effet, la bande latérale rouge, qui correspond aux transitions de type $|n\rangle \rightarrow |n-1\rangle$, où n est le niveau vibrationnel de l'atome dans la direction longitudinale, est censée disparaître lorsque tous les atomes sont dans le niveau fondamental. De plus, on va montrer qu'il existe un lien entre la population des niveaux transverse et la formes des bandes latérales, ce qui peut donner également une évaluation de la température transverse. Un modèle simple permet de déterminer avec précision ces différentes températures.

Modèle théorique

Ce modèle tient compte du fait qu'à faible température, les atomes sont essentiellement dans les niveaux d'énergie les plus bas du piège, et qu'on peut en bonne approximation assimiler le potentiel de piégeage à un piège harmonique. En le développant autour de l'origine, l'expression du potentiel de piégeage s'écrit :

$$U(\mathbf{r}) = U(r,z) = U_0(1 - e^{\frac{-2r^2}{w_0^2}} cos^2(k_l z)) + mgz \tag{5.1}$$

$$\simeq U_0(k_l^2 z^2 + \frac{2r^2}{w_0^2} - \frac{2k_l^2}{w_0^2} r^2 z^2) + mgz, \tag{5.2}$$

où on n'a pas tenu compte des termes en r^4 et z^4 dont les contributions sont respectivement de l'ordre de 10^{-2} et 10^{-3} en valeur relative [116]. On peut également supprimer le terme linéaire en z en procédant à un changement de variable ($Z = z + \frac{mg}{2U_0 k_l^2}$), mais la contribution des termes impairs à la correction d'énergie est de toute façon nulle au premier ordre. On négligera donc par la suite ce terme linéaire. On peut réécrire le développement du potentiel sous la forme

$$U(r,z) = \underbrace{\frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_r^2 r^2}_{U_{har}} \underbrace{- \frac{1}{4U_0} m^2 \omega_r^2 \omega_z^2 r^2 z^2}_{W}, \tag{5.3}$$

où on a posé

$$\frac{1}{2}m\omega_z^2 = U_0 k_l^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}m\omega_r^2 = \frac{2U_0}{w_0^2}. \tag{5.4}$$

Le potentiel de piégeage peut donc être vu comme un potentiel harmonique U_{har} ayant des fréquences d'oscillation longitudinale et transverse distinctes auquel vient s'ajouter un terme de couplage entre les mouvements dans les deux directions W qu'on peut traiter de manière perturbative. On peut alors écrire le hamiltonien externe de l'atome comme

$$\hat{H}_{ext} = \hat{H}_0 + \hat{W} \tag{5.5}$$

$$\hat{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_r^2(\hat{x}^2 + \hat{y}^2) + \frac{1}{2}m\omega_z^2 \hat{z}^2 \tag{5.6}$$

$$\hat{W} = -\frac{1}{4U_0} m^2 \omega_r^2 \omega_z^2 (\hat{x}^2 + \hat{y}^2)\hat{z}^2. \tag{5.7}$$

Le terme $\hat{H}_0$ correspond à un oscillateur harmonique à trois dimensions. On peut introduire les opérateurs de création $\hat{a}^\dagger$ et d'annihilation $\hat{a}$ dans chacune des di-

rections définis par :

$$\hat{x}^2 = \frac{\hbar}{2m\omega_r}(\hat{a}_x + \hat{a}_x^\dagger)^2, \quad \hat{p}_x^2 = -\frac{\hbar m\omega_r}{2}(\hat{a}_x - \hat{a}_x^\dagger)^2 \tag{5.8}$$

$$\hat{y}^2 = \frac{\hbar}{2m\omega_r}(\hat{a}_y + \hat{a}_y^\dagger)^2, \quad \hat{p}_y^2 = -\frac{\hbar m\omega_r}{2}(\hat{a}_y - \hat{a}_y^\dagger)^2 \tag{5.9}$$

$$\hat{z}^2 = \frac{\hbar}{2m\omega_z}(\hat{a}_z + \hat{a}_z^\dagger)^2, \quad \hat{p}_z^2 = -\frac{\hbar m\omega_z}{2}(\hat{a}_z - \hat{a}_z^\dagger)^2. \tag{5.10}$$

En définissant les opérateurs nombres $\hat{N}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$, $\hat{H}_0$ prend la forme connue

$$\hat{H}_0 = (\hat{N}_x + \hat{N}_y + 1)\hbar\omega_r + (\hat{N}_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z, \tag{5.11}$$

et les états propres associés sont les états nombres $|n\rangle = |n_x\rangle|n_y\rangle|n_z\rangle$ que l'on notera par la suite $|n_x, n_y, n_z\rangle$. L'action des différents opérateurs sur ces états propres est $\hat{a}_i|n_i\rangle = \sqrt{n_i}|n_i - 1\rangle$, $\hat{a}_i^\dagger|n_i\rangle = \sqrt{n_i + 1}|n_i + 1\rangle$ et $\hat{N}_i|n_i\rangle = n_i|n_i\rangle$. L'énergie propre non perturbée est donc

$$E_0(n) = \langle n|\hat{H}_0|n\rangle = \underbrace{(n_x + n_y + 1)\hbar\omega_r}_{E_r(n_x,n_y)} + \underbrace{(n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z}_{E_z(n_z)}. \tag{5.12}$$

Avec ces notations, le terme perturbatif s'écrit

$$\hat{W} = -\frac{\hbar^2\omega_r\omega_z}{16U_0}[(\hat{a}_x + \hat{a}_x^\dagger)^2 + (\hat{a}_y + \hat{a}_y^\dagger)^2](\hat{a}_z + \hat{a}_z^\dagger)^2, \tag{5.13}$$

et on peut calculer le déplacement d'énergie dans l'état $|n\rangle$: $\varepsilon(n) = \langle n|\hat{W}|n\rangle$. On voit que seuls les termes du type $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ ou $\hat{a}\hat{a}^\dagger$ vont avoir des contributions non nulles dans le calcul de ce terme perturbatif, et au final on peut écrire

$$\varepsilon(n) = -\frac{\hbar^2\omega_r\omega_z}{4U_0}(n_x + n_y + 1)(n_z + \frac{1}{2}) \tag{5.14}$$

$$= -\frac{1}{4U_0}E_r(n_x, n_y)E_z(n_z). \tag{5.15}$$

Finalement on écrit l'énergie d'un niveau vibrationnel comme

$$E(n) = E_r(n_x, n_y) + E_z(n_z)(1 - \frac{E_r(n_x, n_y)}{4U_0}) \tag{5.16}$$

$$= E_z(n_z) + E_r(n_x, n_y)(1 - \frac{E_z(n_z)}{4U_0}). \tag{5.17}$$

Le terme en r^2z^2 dans le développement du potentiel $U(r,z)$ est responsable d'un déplacement des bandes latérales longitudinales en fonction de l'excitation transverse. En appelant $\omega_\pm$ la fréquence de la bande latérale $|n_z\rangle \rightarrow |n_z \pm 1\rangle$, la contribution des atomes situés dans les états (n_x, n_y) s'écrit :

$$\hbar\omega_\pm(n_x,n_y) = \pm\hbar\omega_z(1 - \frac{\hbar\omega_r}{4U_0}(n_x+n_y+1)). \tag{5.18}$$

Sous cette forme, on voit donc que l'excitation transverse des atomes vient modifier la fréquence de la bande latérale longitudinale. Cet effet peut s'interpréter par le fait que plus le niveau vibrationnel transverse est élevé, plus les atomes voient un potentiel de piégeage faible. Cet effet est à l'origine d'une asymétrie des bandes latérales, toutes les contributions transverses étant en valeur absolue à des fréquences inférieures à $|\omega_\pm(0,0)|$.

Modélisation du spectre

Il est possible de modéliser le spectre des bandes latérales en utilisant l'expression de l'énergie d'un niveau $|n\rangle$ et en supposant que la répartition des atomes sur les différents niveaux suit une distribution classique de Maxwell-Boltzmann. Ce choix est confirmé a posteriori en constatant que l'état des atomes est très loin de la dégénérescence quantique. Pour cela on définit deux températures distinctes T_z et T_r, correspondant respectivement aux excitations longitudinale et transverse, que l'on suppose indépendantes. On peut voir le terme correctif $\varepsilon(n)$ comme une correction à l'énergie transverse des atomes, ce qui permet de définir la probabilité qu'un atome soit dans la configuration $n = (n_x, n_y, n_z)$ comme :

$$p(n) = \frac{1}{N} e^{-\frac{E_z(n_z)}{k_B T_z}} e^{-\frac{E_r(n_x,n_y)+\varepsilon(n)}{k_B T_r}} \tag{5.19}$$

$$N = \sum_n e^{-\frac{E_z(n_z)}{k_B T_z}} e^{-\frac{E_r(n_x,n_y)+\varepsilon(n)}{k_B T_r}}. \tag{5.20}$$

Dans le cas d'une bande latérale, on a montré (équation 5.18) que la fréquence de transition $\omega_\pm$ ne dépend que de la quantité $n_r = n_x + n_y$. La probabilité de transition à la fréquence $\omega_\pm(n_r)$ est donc proportionnelle à la somme sur les n_z des populations correspondant à une valeur n_r, en sachant que le niveau $n_z = 0$ ne contribue pas à la bande latérale rouge $|n_z\rangle \rightarrow |n_z - 1\rangle$. Le problème étant parfaitement symétrique dans le plan transverse, il existe $n_r + 1$ couples (n_x, n_y) dont la somme donne n_r et qui contribuent toutes de la même quantité. Finalement

on peut écrire la probabilité de transition à la fréquence quantifiée $\omega_{\pm}(n_r)$:

$$P(\omega_+(n_r)) = A(n_r+1)\sum_{n_z=0}^{\infty} p(n_r,0,n_z) \tag{5.21}$$

$$P(\omega_-(n_r)) = A(n_r+1)\sum_{n_z=1}^{\infty} p(n_r,0,n_z), \tag{5.22}$$

où A est une constante de proportionnalité déterminée en ajustant le modèle aux courbes expérimentales.

En faisant des simulations numériques, on a pu reproduire assez fidèlement la forme des bandes latérales en jouant sur les quatre paramètres du modèle (A, T_r, T_z et U_0). Un exemple d'ajustement, où la bande latérale rouge est ramenée à des fréquences positives, est présenté sur la figure 5.1. Pour ce modèle, on a également tenu compte du fait que le piège n'est pas harmonique dans la direction verticale et calculé la séparation entre les différents niveaux d'énergie en fonction de la profondeur du piège. L'approximation harmonique dans la direction transverse est par contre bien vérifiée. Le choix de la profondeur du piège permet alors d'ajuster la fréquence centrale des bandes latérales, le choix de T_z la différence de hauteur entre les deux bandes latérales, celui de T_r la largeur des bandes latérales et enfin le choix de A permet de se mettre à l'échelle.

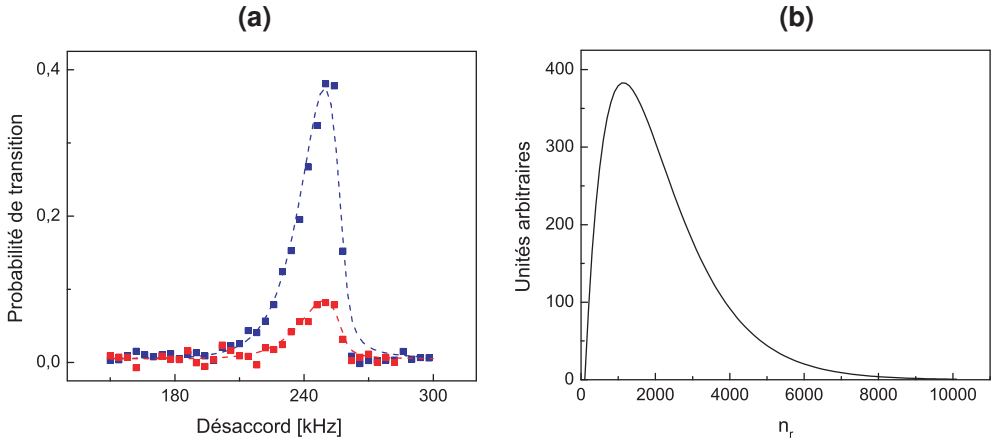

FIG. 5.1 – Simulation d'un spectre de bandes latérales. (a) Bandes latérales rouge et bleue (points) et leur ajustement par le modèle (courbes en tirets). Les températures utilisées pour s'ajuster sont $T_z = 8\,\mu$K et $T_r = 27\,\mu$K. (b) Courbe de répartition des atomes sur les niveaux transverse à la température T_r.

On peut d'autre part faire une évaluation rapide de la température longitudinale en considérant un modèle simplifié où on néglige le terme correctif $\varepsilon(n)$.

Dans ce cas, on peut séparer exactement $p(n) = p(n_x, n_y)p(n_z)$ et le rapport des hauteurs des deux bandes latérales s'écrit

$$r = \frac{P(\omega_+(n_r))}{P(\omega_-(n_r))} = \frac{\sum_{n_z=0}^{\infty} p(n_z)}{\sum_{n_z=1}^{\infty} p(n_z)}. \tag{5.23}$$

Sachant que $E_z(n_z) = (n_z + 1/2)\hbar\omega_z$, cette expression se simplifie directement et donne

$$r = e^{\frac{\hbar\omega_z}{k_B T_z}}, \quad \text{soit} \quad T_z = \frac{\hbar\omega_z}{k_B \ln(r)}. \tag{5.24}$$

Efficacité du refroidissement sur raie étroite

L'utilisation du modèle permet d'évaluer la température des atomes dans différentes configurations afin d'optimiser les réglages (puissance et fréquence des différents faisceaux laser) du refroidissement "rouge". La figure 5.2 montre l'allure du spectre des bandes latérales de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ à différentes étapes du refroidissement. Ces spectres ont été pris dans des conditions particulières, avec une puissance laser à 698 nm de 1.5 mW et un temps d'interaction de 250 ms. Ces dispositions sont nécessaires car on a montré dans la section 4.6.2 que la force de couplage sur les bandes latérales est atténuée d'un facteur η (facteur de Lamb-Dicke) par rapport à celle de la porteuse. Lors de nos mesures de température à profondeur maximale ($U_0 = 1400\,E_r$), le facteur de Lamb-Dicke valait $\eta = 0.12$. Sur la figure de gauche (a), on peut voir l'effet des différents refroidissements. Sans refroidissement, les bandes latérales sont symétriques et très larges. L'ajout de l'étape de refroidissement longitudinal crée un déséquilibre dans la taille des bandes latérales et réduit leur largeur. Enfin, l'ajout du refroidissement transverse réduit encore un peu plus la largeur des bandes latérales. Dans la dernière configuration, la température longitudinale est de l'ordre de 4 μK. La figure de droite montre le spectre après optimisation des fréquences et des puissances des différents faisceaux laser. La température atteinte est alors $T_z = 3\,\mu$K.

Le modèle présenté dans la section précédente ne permet pas de donner une évaluation correcte de la température transverse dans le cas des résonances de la figure 5.2 (on trouve $T_r \simeq 30\,\mu$K). L'élargissement observé dans ce cas n'est pas dû la température des atomes mais à la saturation de la transition. Pour effectuer une mesure dans les conditions normales, le spectre des bandes latérales a été pris pour un temps d'interaction de 1 ms et une puissance de 1 mW, conditions qui sont utilisées pour ne pas élargir la porteuse. La bande latérale bleue issue de cette mesure est représentée en figure 5.3 (a). La courbe représente un ajustement des points expérimentaux en utilisant le modèle avec une température transverse $T_r = 15\,\mu$K. La figure de droite (b) représente une évaluation indépendante de la température en utilisant un laser à 698 nm horizontal. On peut alors obtenir le

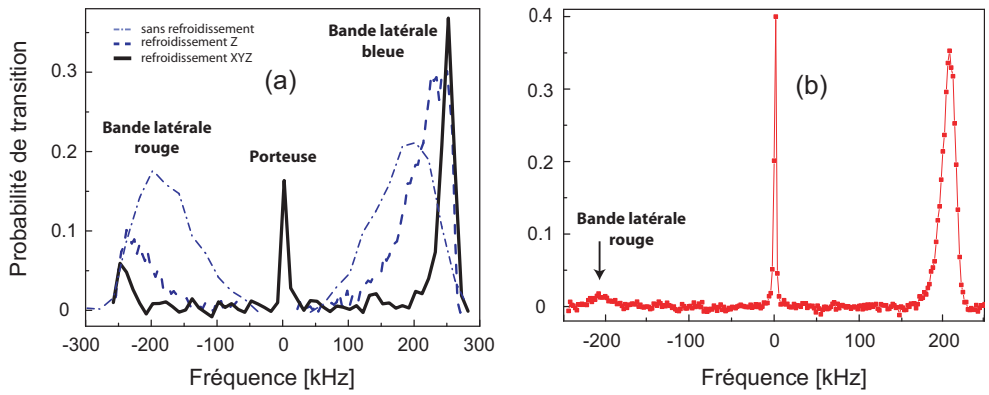

FIG. 5.2 – Spectre des bandes latérales de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ pris avec une puissance de 1.5 mW et un temps d'interaction de 250 ms. (a) Spectres à une profondeur $U_0 = 1360\,E_r$ (correspondant à $\omega_z = 2\pi \times 255$ kHz) pris sans refroidissement, avec refroidissement longitudinal et avec refroidissement dans toutes les directions. (b) Spectre pris avec une profondeur $U_0 = 940\,E_r$ après optimisation du refroidissement. La température longitudinale dans ce cas est $T_z = 3\,\mu$K.

profil Doppler des atomes et en déduire la température. La largeur à mi-hauteur est définie par

$$\Delta\nu = k\sqrt{\langle v_r^2 \rangle} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{k_B T_r}{m}}, \tag{5.25}$$

et on trouve une température $T_r = 11\,\mu$K, en accord avec l'évaluation obtenue avec le spectre de bandes latérales.

Finalement, le refroidissement sur raie étroite permet d'atteindre des niveaux moyens d'occupation transverse $\langle n_x \rangle = \langle n_y \rangle = 600$ et longitudinal $\langle n_z \rangle = 0.05$ pour une profondeur $U_0 = 1360\,E_r$. On atteint ainsi un taux d'occupation du niveau longitudinal fondamental de 95%, au niveau de ce qui était requis dans la section 2.2 pour éliminer les effets motionnels des atomes. Cette caractéristique est également importante en ce qui concerne les effets systématiques dus au piège : il est important que les atomes voient la même intensité laser pour les évaluer correctement. Le passage de cette profondeur à la profondeur optimale pour l'interrogation ($U_0 = 10\,E_r$) se fait par passage adiabatique, de manière suffisamment lente (en 1 ms) pour que les atomes suivent le changement de profondeur en restant dans les mêmes niveaux vibrationnels. La température longitudinale ainsi atteinte avec ce facteur d'occupation est $T_z = 0.35\,\mu$K. D'autre part, dans le niveau transverse, une telle profondeur de piège contient environ 800 niveaux, ce qui assure que la plupart des atomes vont rester piégés après diminution de la profondeur.

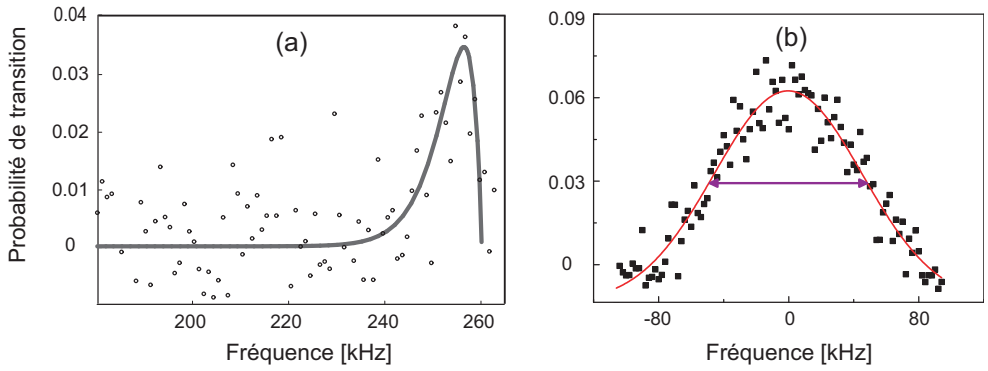

FIG. 5.3 – (a) Bande latérale bleue lorsque l'interrogation se fait pendant 1 ms avec une puissance de 1 mW. La courbe est obtenue en appliquant le modèle et en ajustant les paramètres, notamment la température transverse à une valeur $T_r = 15\,\mu$K. (b) Profil Doppler transverse des atomes en les interrogeant à l'aide d'un laser à 698 nm dans la direction horizontale.

5.1.2 Évaluation du déplacement lumineux du premier et du deuxième ordre

Les mesures du déplacement lumineux dû au piège dipolaire ont fait l'objet de développements importants dans les thèses de Rodolphe Le Targat et Anders Brusch. Elles sont issues d'une campagne de mesure qui a eu lieu en octobre 2005 et ont permis de confirmer les prévisions théoriques concernant ces effets, à savoir la possibilité de contrôler le déplacement lumineux au niveau de 10^{-18}. Elles ont de plus permis une détermination expérimentale de la longueur d'onde magique.

Principe de la mesure

Le principe précis de la mesure de fréquence dans notre horloge optique ne sera pas expliqué ici en détail puisqu'il fait l'objet de la section suivante. On retiendra ici que les mesures de déplacement lumineux ne sont pas des mesures absolues de fréquence, mais seulement des mesures relatives. La référence de fréquence lors de cette campagne était la fréquence du mode résonant de la cavité ultra-stable. La méthode d'asservissement du laser d'horloge sur la résonance atomique sera expliquée par la suite mais n'intervient pas directement sur l'évaluation de ces effets.

Pour évaluer le déplacement lumineux, la mesure de la fréquence de la transition d'horloge par rapport à la cavité a été effectuée à différentes longueurs d'onde et profondeurs du piège dipolaire. Pour cela on utilise une méthode de mesure différentielle : pour une longueur d'onde donnée, on alterne des mesures de la

fréquence d'horloge pour différentes profondeurs du piège. Le changement de profondeur s'effectue typiquement tous les 20 cycles, et on utilise à chaque mesure quatre profondeurs différentes. La durée d'une mesure est de l'ordre de 30 minutes.

Comme la fréquence de la cavité ultra-stable subit des fluctuations lentes en raison des variations de température, l'évolution de sa fréquence est modélisée par un polynôme d'ordre 10 et est retranchée à l'ensemble des mesures. Les séries de points obtenues ainsi sont alors moyennées en fonction de la profondeur du piège, ce qui permet d'obtenir un point par profondeur, auquel est attribué une barre d'erreur correspondant à la variance d'Allan de la série. La dépendance de la fréquence en fonction de la profondeur correspond au déplacement lumineux. La figure 5.4 présente les différentes étapes de traitement des mesures.

Déplacement lumineux du premier ordre

La mesure du déplacement lumineux pour différentes longueurs d'onde du piège a permis de faire une détermination expérimentale de la longueur d'onde magique. Étant donnée la gamme de profondeurs accessibles (typiquement entre $100\,E_r$ et $1300\,E_r$ lors de la campagne), l'effet du déplacement lumineux du premier ordre est très net même pour des longueurs d'onde proches de la longueur d'onde magique. Des mesures ont été effectuées pour différentes longueurs d'onde en utilisant quatre ou huit profondeurs différentes à chaque fois. Afin de s'assurer de la stabilité de la longueur d'onde tout au long d'une mesure, on utilise un lambdamètre commercial ayant une précision de 10^{-4} nm et on maintient la longueur d'onde constante manuellement. Les mesures utiles à la détermination du déplacement lumineux du premier ordre sont reportées sur la figure 5.5. De chaque série à une longueur d'onde particulière (figure de gauche) on obtient le déplacement lumineux qui est la pente de la droite qui sert à ajuster les points. Cette valeur est ensuite reportée sur la figure de droite qui donne le déplacement lumineux en fonction de la longueur d'onde. En modélisant à nouveau cette dépendance par une loi linéaire, on peut déterminer la longueur d'onde pour laquelle le déplacement lumineux est toujours nul : c'est la longueur d'onde magique. La détermination effectuée pendant notre campagne de mesure donne [30]

$$\boxed{\lambda_m = 813.428(1)\,\mathrm{nm}} \tag{5.26}$$

En se plaçant à une profondeur de $10\,E_r$, on voit sur la courbe de droite qu'un déplacement de fréquence de 1 Hz (soit 2.5×10^{-15} en valeur relative) correspond à un déplacement de la longueur d'onde magique de 10^{-2} nm (soit 4 GHz). Cette valeur confirme que si on contrôle la longueur d'onde du piège à 20 MHz près, alors on s'assure que le déplacement lumineux du premier ordre contribue à moins

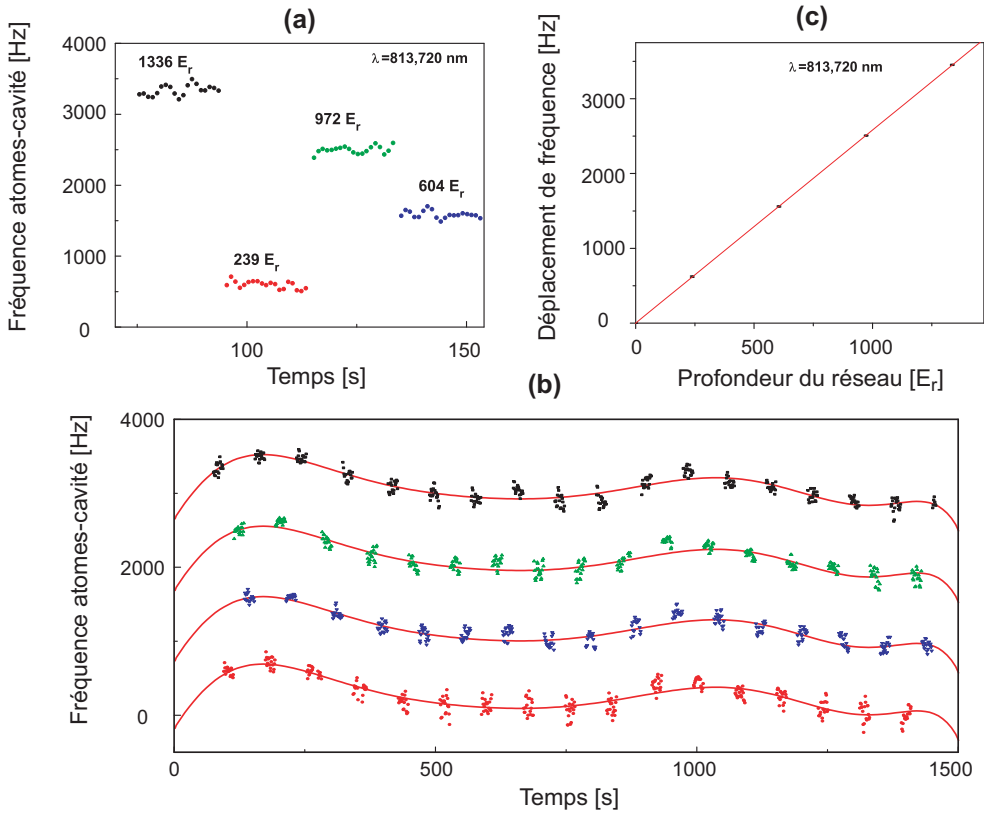

FIG. 5.4 – Traitement d'une mesure de déplacement lumineux pour une longueur d'onde du piège dipolaire $\lambda_l = 813.72$ nm. (a) Séries de points pour les quatre profondeurs différentes : on prend une vingtaine de points par série. (b) Mesure complète, les fluctuations correspondent aux fluctuations de fréquence de la cavité ultra-stable. La courbe rouge correspond à un polynôme d'ordre 10 utilisé pour modéliser les fluctuations. Il est déterminé à partir d'une des quatre séries, puis est utilisé pour retrancher les fluctuations de la cavité à toutes les séries. (c) Les quatre séries ont été moyennées séparément et la dépendance de la fréquence en fonction de la profondeur a été modélisée par une droite. Les mesures étant relatives, on a ajusté les valeurs de manière à ce que la droite passe par l'origine.

que 10^{-17} en valeur relative. Une évaluation du contrôle de cet effet lors de notre dernière campagne de mesure est donnée dans la section 5.3.

Déplacement lumineux du deuxième ordre

On a vu dans la section 5.1.2 que les effets du deuxième ordre provenaient en partie des transitions à deux photons $5s5p\,^3P_0 \rightarrow 5s7p\,^1P_1$ (a priori interdite) à $\lambda_1 = 813.36/2$ nm et $5s5p\,^3P_0 \rightarrow 5s4f\,^3F_2$ (autorisée) à $\lambda_2 = 818.57/2$ nm. Des

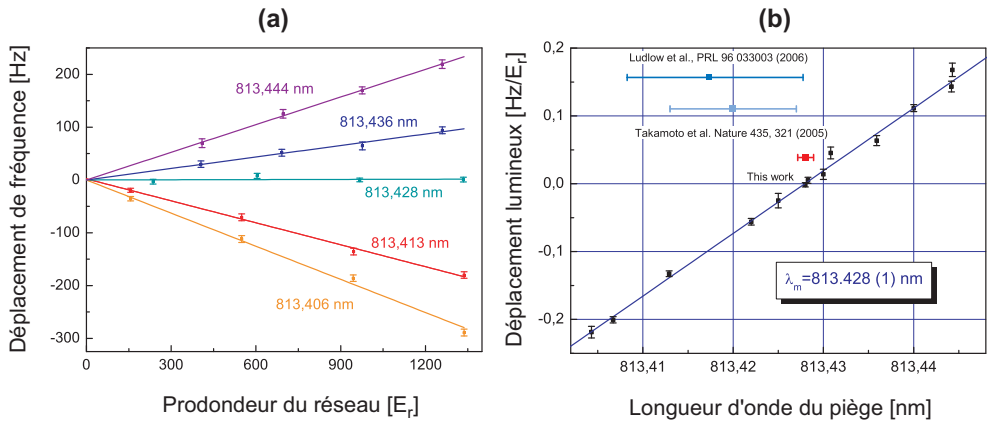

FIG. 5.5 – Mesure du déplacement lumineux et détermination de la longueur d'onde magique. (a) Evaluation du déplacement lumineux pour différentes longueurs d'onde. La pente de la droite qui vient ajuster les points caractérise le déplacement lumineux à la longueur d'onde considérée. (b) Déplacement lumineux en fonction de la longueur d'onde du piège. La longueur d'onde correspondant à un déplacement lumineux nul est la longueur d'onde magique. Les trois valeurs présentées avec leurs barres d'erreur (horizontales) correspondent aux références [95] en haut, [94] au milieu et [30] en bas.

mesures de fréquence en fonction de la profondeur du piège ont donc été réalisées à proximité de ces transitions. Afin de traduire la dépendance en U_0^2, les points ne sont plus ajustés par une droite mais par un polynôme d'ordre 2, et c'est le coefficient d'ordre 2 qui est tracé en fonction de la longueur d'onde. L'allure d'une série de points à une longueur d'onde proche de la transition autorisée est tracée en figure 5.6. On voit bien le changement de signe du déplacement lumineux de part et d'autre d'une des différentes résonances correspondant à la structure hyperfine de la transition.

La figure 5.7 montre les mesures qui ont été effectuées autour des différentes résonances et à la longueur d'onde magique. On remarque que les effets quadratiques autour de λ_1 sont très peu marqués, la plupart des points obtenus ayant des barres d'erreur qui ne permettent pas de mettre en évidence un quelconque effet. Les effets du deuxième ordre provoqués par la première transition peuvent être bornés en enveloppant les points expérimentaux dans une courbe en $1/(\omega_l - \omega_1)$ qui est le comportement attendu. En extrapolant cette courbe au niveau de λ_m, on peut donner une borne supérieure à l'effet de cette transition sur l'hyperpolarisabilité : $|\Delta\beta_1| < 2\,\mu\text{Hz}/E_r^2$.

Dans le cas de la transition à λ_2, la signature est beaucoup plus marquée puisque la transition est autorisée par couplage dipolaire. On arrive en particulier à résoudre la structure hyperfine de la transition ($F = 5/2, \ldots 11/2$) et la position de

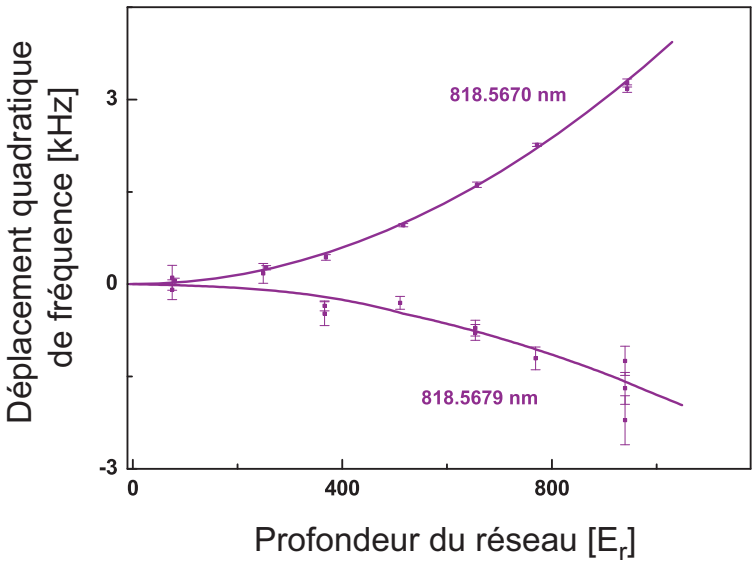

FIG. 5.6 – Mesure du déplacement lumineux du deuxième ordre à proximité de la longueur d'onde de la transition $5s5p\,^3P_0 \rightarrow 5s4f\,^3F_2$. Le terme linéaire a été enlevé pour bien mettre en évidence le terme quadratique. Les deux séries de points correspondent à des mesures de part et d'autre d'une résonance hyperfine.

chaque résonance hyperfine a pu être déterminée précisément (voir figure 5.7(b)). En effet, lorsque la longueur d'onde du piège est accordée sur une des transitions à deux photons, on observe un élargissement de la résonance à 698 nm ansi que des pertes significatives dans le piège. De la même manière que pour la résonance à λ_1, on a utilisé une enveloppe pour déterminer l'effet maximum de cette transition à la longueur d'onde magique. Pour cela, on a utilisé une loi en $1/(\omega_l - \omega_2)$, où ω_2 est le barycentre des fréquences des différentes transitions hyperfines. Après extrapolation, l'effet d'hyperpolarisabilité correspondant est lui aussi estimé à $|\Delta\beta_2| < 2\,\mu\text{Hz}/E_r^2$, la forte sensibilité étant compensée par le fait que la transition est située à 5 nm de la longueur d'onde magique.

Pour finir, des mesures du déplacement lumineux à la longueur d'onde magique ont été faites de manière répétitive depuis 2005 au cours de nos différentes campagnes d'évaluation. Les points obtenus sont tracés sur la figure 5.8 et ont été moyennés. Le terme résiduel d'hyperpolarisabilité vaut $-4(4)\,\mu\text{Hz}/E_r^2$, soit $-1(1)\times 10^{-18}$ pour un piège ayant une profondeur $U_0 = 10\,E_r$. On confirme donc expérimentalement que même avec la valeur trouvée pour la longueur d'onde magique, les effets d'ordre élevé ne devraient pas être limitants en ce qui concerne l'exactitude de l'horloge. Cette étude permet de répondre à l'inconnue principale concernant la faisabilité d'horloges à réseau optique de haute performance.

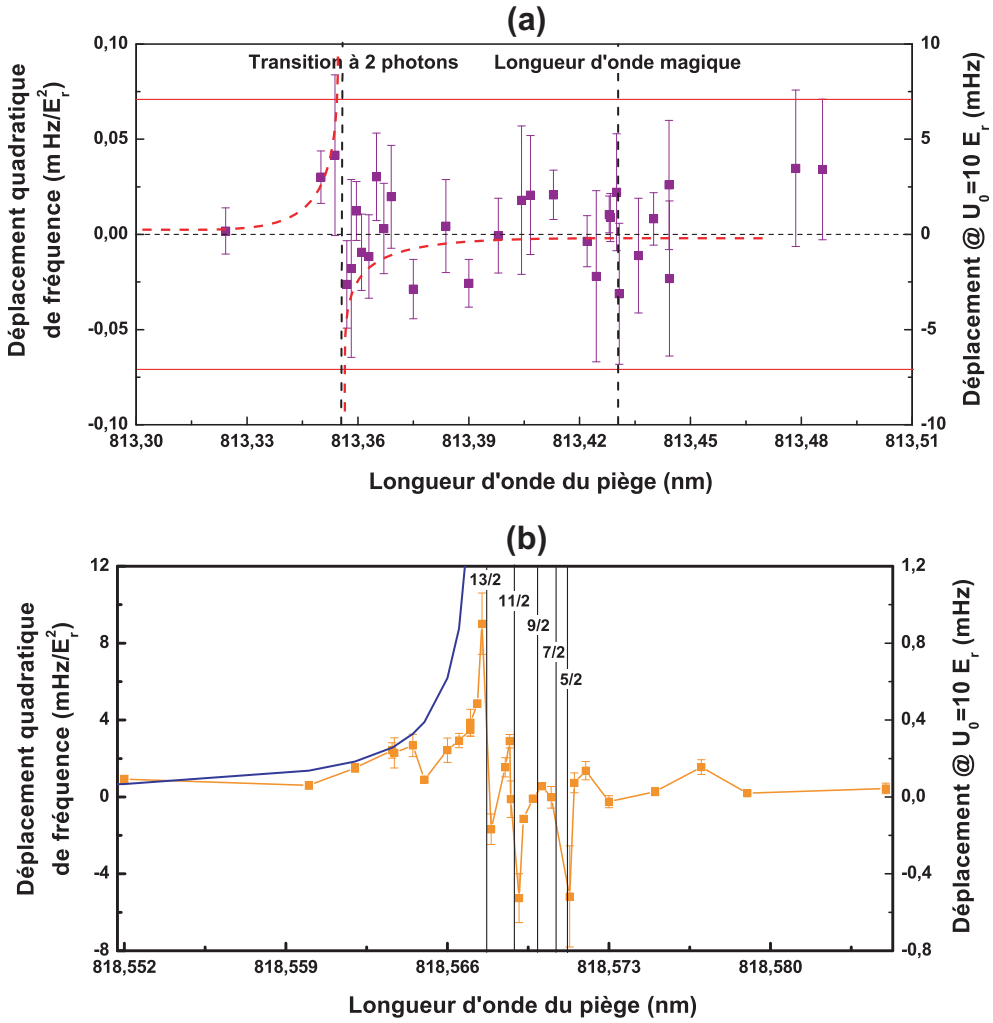

FIG. 5.7 – Mesure du terme d'hyperpolarisabilité autour de la longueur d'onde de la transition $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^1P_1$ (a) et de la transition $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s4f^3F_2$ (b). Aucun effet n'est visible compte tenu des barres d'erreur sur le premier graphe, mais la structure hyperfine est parfaitement visible dans le deuxième cas. Les hyperboles tracées correspondent à des enveloppes permettant d'évaluer une borne supérieure de l'hyperpolarisabilité associée en extrapolant leur valeur à la longueur d'onde magique.

5.1.3 Efficacité du pompage optique

La phase de pompage optique à la fin du cycle de préparation des atomes a été ajoutée courant 2006 entre les campagnes d'évaluation de mars et de novembre. On est capable actuellement de transférer environ 80% des atomes vers un sous-niveau Zeeman extrême $m_F = \pm 9/2$ sans que cette étape supplémentaire

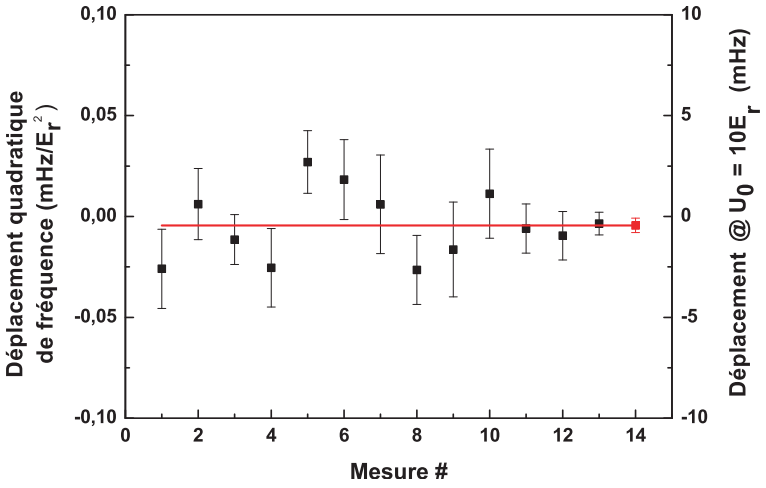

FIG. 5.8 – Evaluation du déplacement lumineux du deuxième ordre lorsque le piège est à la longueur d'onde magique. Les points correspondent à des mesures faites pendant la campagne d'évaluation du déplacement lumineux, mais également pendant les campagnes qui ont suivi. Le point rouge correspond à une moyenne pondérée et ne représente qu'un déplacement de 10^{-18} en valeur relative pour $U_0 = 10\,E_r$.

ne détériore l'efficacité du refroidissement.

Annulation du champ magnétique au centre du piège

Avant d'appliquer un champ magnétique tant pour le pompage optique que pour l'interrogation des atomes, il est important de s'assurer que ce champ ne va pas s'ajouter à un champ biais déjà présent. Afin de compenser le champ résiduel présent au niveau des atomes naturellement, issu du champ magnétique terrestre et des différentes perturbations magnétiques environnantes (notamment les bobines du ralentisseur Zeeman et les bobines du PMO), des bobines de compensation supplémentaires ont été installées autour de la chambre à vide. On utilise un paire de bobines carrées pour créer un champ magnétique vertical, et deux paires de bobines plus petite qui viennent créer des champs dans le plan transverse dans deux directions orthogonales. Ces bobines sont placées sur des supports prévus à cet effet qui font coïncider la direction du champ magnétique avec les axes de propagation des trois faisceau utilisés pour le refroidissement sur raie étroite. Le champ magnétique résiduel avant compensation a été estimé à environ 300 mG.

Le réglage de ces bobines, qui a été réalisé lorsque l'horloge fonctionnait sans pompage optique, s'est fait dans un premier temps en interrogeant les atomes en champ nul. On a montré dans le chapitre 2 que lorsque les atomes n'étaient pas polarisés, la population aléatoire des sous-niveaux magnétiques entraînait un

élargissement de la résonance. On a donc regardé l'effet sur la résonance d'une modification du champ magnétique en variant l'intensité du courant dans les différentes bobines. Avant cette étape, la largeur de la résonance a d'abord été réduite en optimisant le temps d'interaction et la puissance du laser à 698 nm de manière a produire approximativement une impulsion π. Cette situation est atteinte lorsqu'une diminution des deux paramètres conduit à un élargissement ou à une perte de contraste. Le courant dans les bobines est alors modifié de manière à observer une réduction de la largeur de raie. La modification de l'intensité de 10 mA correspond à une modification du champ magnétique de l'ordre de 30 mG. La figure 5.9 montre la largeur de la résonance en fonction de l'intensité appliquée dans une paire de bobines. La largeur minimum est dans ce cas limitée par la durée de l'interrogation et l'optimisation du champ magnétique dans les deux autres directions. Après itération des réglages dans les trois directions, on a pu atteindre des largeurs de raie de limitées uniquement par la largeur du laser.

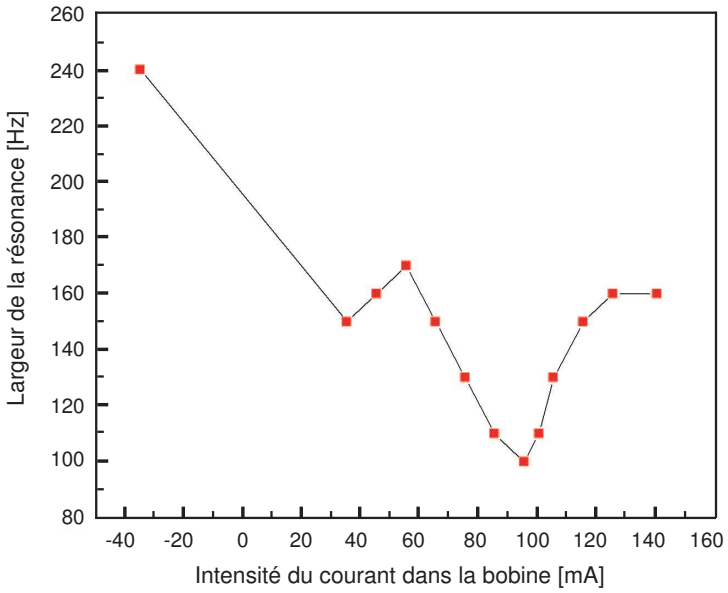

FIG. 5.9 – Largeur de la résonance observée en fonction de l'intensité parcourue dans une paire de bobines de compensation. Une intensité de 10 mA produit un champ magnétique d'environ 30 mG.

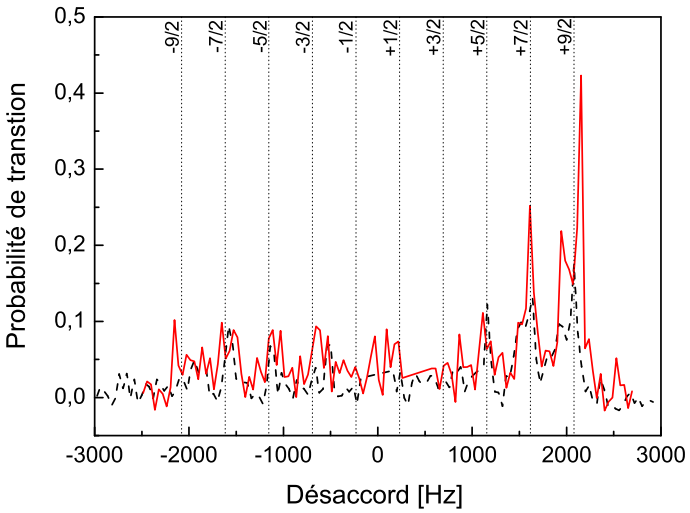

FIG. 5.10 – Spectre des différentes transitions π lorsque les atomes sont interrogés en présence d'un champ magnétique de 4.2 G et après une phase de pompage optique avec un laser polarisé σ^+. Courbe noire (tirets) : avant optimisation du pompage optique. Courbe rouge (traits pleins) : après optimisation. On voit que les atomes se trouvent essentiellement dans les deux derniers niveaux. Les traits pointillés verticaux représentent les fréquences théoriques des différentes résonances pour un champ magnétique de 4.2 G.

Réglage du pompage optique

L'optimisation du pompage optique se fait alors en ajoutant un champ magnétique supplémentaire uniquement dans l'une des directions du refroidissement transverse. La valeur de ce champ peut être ajustée, mais un champ $B_{pompage} =$ 300 mG permet d'effectuer un pompage optique efficace tout en restant dans une gamme de fréquences de transition couverte par l'élargissement par saturation. En interrogeant les atomes en présence d'un champ magnétique, on peut faire apparaître le spectre des différentes transitions magnétiques possibles. La polarisation du laser à 689 nm pour le pompage peut être réglée facilement à l'aide de la lame quart d'onde disposée en sortie de fibre et d'un analyseur. Compte tenu du dispositif expérimental, on peut faire tourner la polarisation du laser d'horloge à 698 nm entre une position où elle est parallèle au champ magnétique (polarisation π) et une position où elle est perpendiculaire (mélange de polarisations σ^+ et σ^-). Toute position intermédiaire mélange toutes ces polarisations et autorise a priori les 18 transitions existantes.

Pour faciliter l'optimisation, on choisit une polarisation π qui ne fait apparaître

que 10 transitions. La figure 5.10 montre l'allure du spectre entier avant et après une optimisation rapide des paramètres. Elle a été obtenue dans le cas d'un pompage optique en utilisant un faisceau polarisé σ^+, ce qui explique que les atomes soient essentiellement regroupés dans les deux sous-niveaux Zeeman $m_F = 7/2$ et $m_F = 9/2$. Pour cette raison, le pompage optique a par la suite été optimisé en ne considérant que la différence de hauteur entre les deux raies les plus éloignées. Les positions des différentes résonances correspondent à ce qu'on attend en interrogeant les atomes en présence d'un champ magnétique de 4.2 G.

Conséquence sur la température des atomes

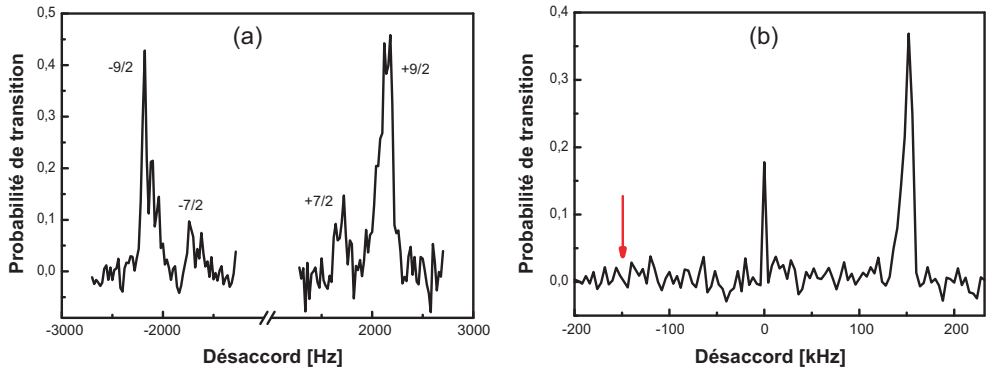

FIG. 5.11 – (a) Spectre de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ en présence d'un champ magnétique $B = 4.2$ G. Les deux moitiés ont été mesurées séparément en optimisant successivement le pompage optique dans un sens et dans l'autre. (b) Spectre de bandes latérales obtenu avec les mêmes réglages. La flèche rouge indique l'emplacement de la bande latérale rouge.

L'inconvénient majeur du dispositif tel qu'il est utilisé actuellement est qu'on utilise les mêmes lasers pour le refroidissement transverse et le pompage optique. Un dispositif annexe pourrait être utilisé pour contrôler indépendamment les puissances et les fréquences lors des deux phases, mais en pratique on remarque qu'il est possible d'obtenir des bons résultats conjointement. L'élargissement de la raie par saturation par exemple ($s = 10^4$, voir chapitre 4), est nécessaire à la fois pour jouer sur un maximum d'atomes lors du refroidissement (à cause de la largeur du profil Doppler) et pour pouvoir utiliser toutes les transitions Zeeman sans avoir à moduler la fréquence du laser. En ce qui concerne les puissances lasers, on remarque que proche de l'optimum, les deux processus sont assez peu sensibles à une variation de puissance, ce qui permet de trouver un compromis. La figure 5.11 (a) montre l'allure du spectre obtenu en pompant les atomes d'un côté ou de l'autre, après avoir optimisé les deux bras permettant d'avoir une polarisation σ^+

ou σ^-, en présence d'un champ magnétique $B = 4.2$ G. La figure (b) montre quant à elle le spectre des bandes latérales pris juste après dans les même conditions. On voit qu'on est capable d'avoir au moins 80% des atomes dans un sous-niveau Zeeman extrême tout en atteignant toujours les températures observées dans la section 5.1.1.

5.2 Principe de la mesure absolue de fréquence

La mesure absolue de fréquence est réalisée en mesurant en parallèle deux quantités. D'une part, le laser d'horloge, stabilisé sur la cavité Fabry-Pérot de haute finesse, est asservi sur les atomes. On peut donc mesurer à chaque cycle d'horloge l'écart de fréquence entre le mode résonant de la cavité et la fréquence de la transition atomique. D'autre part, une partie du faisceau du laser d'horloge est envoyé vers un laser femtoseconde pour permettre de mesurer la fréquence absolue du mode de la cavité.

5.2.1 Asservissement du laser d'horloge sur la résonance atomique

Principe de l'asservissement

Afin d'asservir le laser d'horloge sur la transition atomique, on vient sonder la résonance de part et d'autre d'un cycle sur l'autre. Ainsi, en moyennant les données, on peut retrouver la fréquence du sommet de la résonance. L'asservissement est réalisé en contrôlant la fréquence de fonctionnement du MAO en double passage situé en amont du laser esclave qui sert à interroger les atomes. La valeur de la fréquence est contrôlée par ordinateur suivant un asservissement numérique (intégrateur) ayant deux paramètres ajustables, la profondeur de modulation f_{mod} et le gain G. La profondeur de modulation détermine la fréquence séparant deux mesures successives, c'est à dire la hauteur à laquelle on s'asservit sur la résonance ; le gain détermine la manière dont on vient corriger la fréquence d'un cycle à l'autre.

Avant de lancer une mesure, on réalise un spectre de la transition pour déterminer la position de la résonance ν_0 ainsi que sa largeur $\Delta\nu$. Comme c'est à mi-hauteur que la sensibilité est la meilleure, on choisit généralement $f_{mod} = \Delta\nu$ de manière à s'asservir au milieu de la résonance. Le premier cycle est alors réalisé en imposant comme fréquence initiale du MAO $f_0 = \nu_0 + f_{mod}/2$, le cycle suivant étant réalisé à la fréquence $f_1 = \nu_0 - f_{mod}/2$. La suite est alors une procédure itérative : à partir des probabilités P_{n-1} et P_n mesurées à des fréquences f_{n-1} et f_n, on calcule un signal d'erreur $\varepsilon_n = P_n - P_{n-1}$. La mesure suivante est alors

réalisée à la fréquence $f_{n+1} = f_n + (-1)^{n+1} f_{mod} + (-1)^n G\varepsilon_n$, le terme correctif servant à se replacer en milieu de résonance.

Le choix du gain permet de régler la correction fournie par l'asservissement afin de maintenir toujours à la même hauteur de part et d'autre de la résonance. Le choix d'une profondeur de modulation différente de $\Delta\nu$ peut aussi se révéler intéressant. En effet, si la résonance est asymétrique, par exemple à cause d'un défaut de champ magnétique ou de la présence de résonances proches, on peut détecter cet effet en sondant la résonance avec différentes profondeurs de modulation. On trouve alors une valeur moyenne différente dans chaque cas.

Méthode d'interrogation

Afin d'évaluer les effets du piège pendant une mesure, on ne s'asservit pas sur une seule résonance. Pendant les campagnes d'octobre 2005 et de mars 2006, une mesure consistait en une alternance de quatre séquences correspondant à quatre profondeurs de piège différentes. On détermine alors la fréquence de la résonance pour chaque profondeur et ajuste les paramètres de l'asservissement pour chacune des quatre séquences. Ces séquences doivent être suffisamment longues pour que l'asservissement démarre (généralement au bout de quelques cycles), mais suffisamment courtes pour que les résonances ne se déplacent pas trop lorsque qu'on revient sur une résonance après avoir interrogé les trois autres. Pendant ces campagnes, la durée d'une séquence était de 20 à 30 cycles, chaque cycle ayant une durée typique de 800 ms à 1 s. Les résultats qui ont été présentés pour l'évaluation du déplacement lumineux ont été obtenus suivant cette méthode.

Pour la campagne de novembre 2006, le fonctionnement a été légèrement modifié car il s'agit maintenant de s'asservir sur deux résonances Zeeman symétriques. On utilise toujours quatre séquences : la première paire de séquences correspond à un asservissement sur chacune des deux résonances symétriques, la deuxième paire correspond à la même configuration en modifiant la profondeur du piège. Cela signifie qu'entre deux séquences, on doit modifier le sens du pompage optique, ce qui s'effectue en alternant l'utilisation des deux MAO permettant de produire une polarisation σ^+ ou σ^- pendant la phase de pompage. Chaque paire de séquence permet de donner deux informations : une valeur du champ magnétique pendant la mesure, et une valeur de la fréquence de la transition.

Informations issues d'une mesure

La méthode d'interrogation utilisée permet de remonter à un certain nombre d'informations après une intégration, d'une durée typique d'une heure. Dans le cas où on s'asservit sur deux transitions π symétriques impliquant les états $\pm m_F$, et en prenant en compte les effets systématiques liés au piège et au champ magnétique

qui ont été présentés dans la section 2.3, la fréquence moyenne de ces transition vaut

$$\nu(U_0,m_F) = \nu_0 + \underbrace{m_F\delta g\frac{\mu_B B}{h} + \alpha B^2}_{\text{Déplacement Zeeman}} - \underbrace{(\Delta\kappa^S + \Delta\kappa^V\xi m_F + \Delta\kappa^T(3m_F^2 - F(F+1)))\frac{U_0}{E_r}}_{\text{Déplacement lumineux}}, \tag{5.27}$$

où les différents termes on été définis précédemment, et où $\alpha = -0.233\,\text{Hz/G}^2$ est le coefficient du déplacement Zeeman du second ordre. On a négligé le déplacement lumineux du deuxième ordre dont on n'a observé expérimentalement aucune contribution lors de notre mesure (les effets sont présentés dans la section suivante). Si en plus on suppose que le terme scalaire du déplacement lumineux est nul (à la longueur d'onde magique) et que le terme vectoriel est négligeable, il ne reste que des termes en m_F et un terme en B^2.

Si on considère les deux fréquences correspondant à l'interrogation de deux résonances symétriques, la valeur moyenne de ces deux mesures donne

$$\frac{\nu(U_0,m_F) + \nu(U_0,-m_F)}{2} = \nu_0 + \alpha B^2. \tag{5.28}$$

Comme prévu, on arrive à s'affranchir de l'effet Zeeman du premier ordre ainsi que du déplacement lumineux vectoriel en interrogeant des transitions symétriques. En revanche, le fait d'utiliser un champ magnétique fait apparaître un déplacement du second ordre qui ne s'annule pas. Pour évaluer cet effet avec précision, on utilise alors la demi-différence des mesures :

$$\frac{\nu(U_0,m_F) - \nu(U_0,-m_F)}{2} = m_F\delta g\frac{\mu_B B}{h} - \Delta\kappa^V\xi m_F\frac{U_0}{E_r}. \tag{5.29}$$

Pour une ellipticité $\xi = 10^{-3}$, un champ magnétique $B = 1\,\text{G}$ et une profondeur $U_0 = 10\,E_r$, le déplacement vectoriel représente environ 3×10^{-4} du déplacement Zeeman et on peut le négliger sans perdre d'information. Grâce à des évaluations expérimentales de δg de grande précision [100, 32], la demi-différence permet donc d'obtenir une mesure précise du champ magnétique. Comme le coefficient α est également très bien connu, on peut corriger la demi-somme du déplacement Zeeman du second ordre en utilisant le champ magnétique mesuré et obtenir une mesure de la fréquence absolue.

Il est également possible d'interroger une transition σ plutôt qu'une transition π. En pratique, on ne peut pomper les atomes que dans un niveau $m_F = \pm 9/2$, ce qui laisse comme seconde possibilité de mesurer la transition $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 7/2$ et sa symétrique. On peut de même calculer la fréquence moyenne et le champ magnétique de cette manière, et on verra dans la section suivante que la comparaison des fréquences mesurées avec les deux types de transition permet d'évaluer le "pulling" dû au résonances voisines. On a également pu tirer de cette comparaison notre propre mesure du facteur de Landé différentiel.

5.2.2 Le peigne femtoseconde

La mesure de la fréquence du mode résonant de la cavité, située dans le domaine optique, nécessite un instrument capable de mesurer des fréquences optiques précisément et qui soit connecté à une référence de fréquence. Cette tâche est maintenant communément réalisée à l'aide de lasers femtoseconde [139] qui sont capables de générer des peignes de fréquence dans le domaine optique. Les premières mesures absolues de fréquence ont été réalisées à l'aide du laser femtoseconde du LNE-SYRTE développé par l'équipe de Giovanni D. Rovera à partir d'un laser Ti :Sa, tandis que la mesure la plus récente a été faite en utilisant un laser à fibre [140, 141] développé par l'équipe de Harald Schnatz à la PTB (Braunschweig, Allemagne) [142, 143]. Cette partie présente le fonctionnement général d'une mesure à l'aide d'un peigne femtoseconde sans se pencher sur les particularités de chaque type de laser.

Principe de fonctionnement

La génération d'un peigne de fréquence est obtenue à l'aide d'un laser femtoseconde à modes bloqués. Si on suppose qu'on a $N = 2p+1$ modes longitudinaux cohérents en phase, de même amplitude E_0 et de fréquence centrale f_c qui oscillent simultanément dans la cavité laser (dont l'intervalle spectral libre est f_r), on peut écrire le champ électrique total sous la forme

$$E(t) = E_0 \sum_{k=-p}^{p} \cos[2\pi(f_c + k f_r)t]. \tag{5.30}$$

Ces modes vont interférer constructivement tous les intervalles $\tau = 1/f_r$ et produire une impulsion de durée $T \simeq 1/(N f_r)$ (voir figure 5.12 (a)). Dans le domaine fréquentiel, le spectre d'une impulsion correspond à un peigne de fréquence (fig 5.12 (b)). Chaque mode du peigne a une fréquence f_n décrite par l'équation

$$f_n = n f_r + f_0, \tag{5.31}$$

où f_0 est le décalage de fréquence à l'origine. Il provient de la différence entre la vitesse de propagation de la porteuse et de l'enveloppe, qui introduit un déphasage $\Delta\phi$ entre deux impulsions successives. On a alors $f_0 = f_r \Delta\phi / 2\pi$.

Afin d'éviter la dispersion issue de la différence de vitesse de propagation entre tous les modes (l'indice de réfraction des différents milieux traversés dépend de la fréquence du mode), il faut introduire un mécanisme permettant de compenser cet effet. Le mécanisme choisi pour notre laser femtoseconde est d'introduire dans la cavité laser des miroirs à dispersion négative. Dans le cas du laser à fibre de la PTB, on utilise deux prismes dispersifs qui permettent de rattraper le retard de propagation au bout d'un tour dans la cavité.

La technique de verrouillage, qui permet de favoriser le mode impulsionnel par rapport au mode continu, dépend également du type de laser utilisé. Dans le cas du laser Ti :Sa du LNE-SYRTE, on tire partie de l'effet Kerr (l'indice de réfraction d'un milieu dépend de l'intensité du faisceau) qui s'écrit $n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2(\omega)I$. Ainsi, on peut créer un effet de lentille dans le cristal qui fait converger le faisceau au fur et à mesure de sa progression dans le cristal et améliore le recouvrement spatial du faisceau laser et du faisceau pompe, favorisant ainsi le régime impulsionnel. Dans le cas du laser à fibre, on utilise un mécanisme de rotation non linéaire de la polarisation.

Le spectre couvert par le laser impulsionnel est trop petit (quelques dizaines de nm alors qu'on a besoin de couvrir une octave pour référencer le peigne sur un étalon de fréquence) pour permettre une mesure de fréquence optique. On couple donc le laser dans une fibre à cristal photonique qui permet d'élargir le spectre en créant en son sein des processus non linéaires. En sortie de fibre, le spectre du laser couvre une octave, entre 500 nm et 1100 nm dans le cas de notre laser femtoseconde.

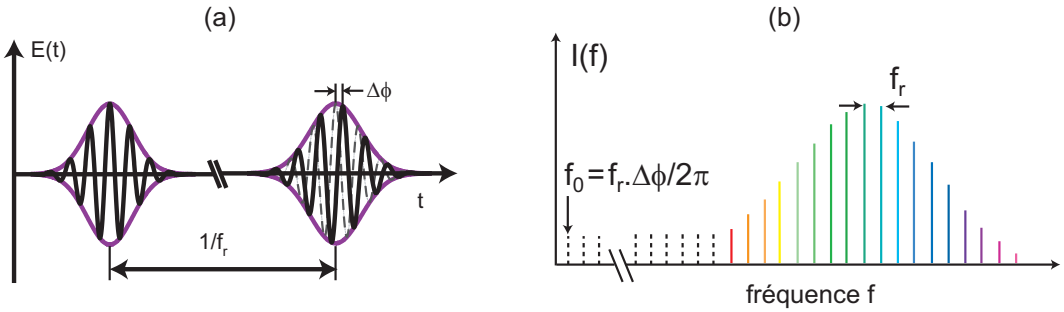

FIG. 5.12 – (a) Allure du champ électrique total $E(t)$ quand le laser fonctionne en mode impulsionnel. (b) Spectre d'une impulsion : on observe un peigne de fréquence, les dents sont séparées de la fréquence f_r et le décalage de fréquence à l'origine f_0 provient du déphasage $\Delta\phi$ entre deux impulsions consécutives.

Connexion à un étalon de fréquence

Pour effectuer une mesure absolue de fréquence, il reste à raccorder les deux fréquences qui servent à définir la fréquence d'un mode du peigne, f_0 et f_r, à une référence de fréquence, délivrée au LNE-SYRTE par l'ensemble des fontaines atomiques FO1, FO2 et FOM. Pour asservir la fréquence de répétition, on récupère une partie du faisceau que l'on filtre afin de récupérer une seule composante nf_r ($n = 11$ dans notre cas). Ce mode est mélangé avec un signal micro-onde produit

à partir du signal à 1 GHz délivré par un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (OCRS). Cet oscillateur, asservi sur les temps longs sur un maser à hydrogène, sert d'oscillateur ultra-stable pour les fontaines atomiques. Une fois les deux signaux mélangés, on génère un signal d'erreur qui permet d'asservir la longueur de la cavité du laser femtoseconde, et donc d'asservir f_r.

Une fois la valeur de f_r référencée, il faut mesurer la valeur de f_0. La technique couramment utilisée est une technique d'auto-référencement qui consiste à considérer un ensemble de modes (dans une bande de quelques nm) séparés d'une octave, de part et d'autre du spectre. Leurs fréquences sont respectivement $f_n = f_0 + nf_r$ et $f_{2n} = f_0 + 2nf_r$. Le mode f_n est séparé (par un miroir dichroïque par exemple) puis doublé à la fréquence $2f_n$ à l'aide d'un cristal non linéaire de BBO ou de KTP. On réalise ensuite le battement de ce faisceau doublé avec le mode f_{2n} qui est justement à la fréquence f_0.

Le taux de répétition du laser femtoseconde du SYRTE est de 840 MHz avec $N = 20000$ modes, ce qui permet d'obtenir des impulsions de l'ordre de 50 fs. Le laser à fibre de la PTB à lui un taux de répétition de 100 MHz et produit des impulsions d'environ 85 fs. La largeur des modes du peigne est généralement inférieure au Hz, et les stabilités affichées, de l'ordre de 3×10^{-14} à 1 s et qui varient en τ^{-1}, sont très rapidement en-dessous des stabilités de n'importe quelle horloge. C'est en particulier le cas de nos dernières mesures, où la stabilité à 1 s de l'horloge au ^{87}Sr était de l'ordre de 6×10^{-14}.

Différentes contributions à la mesure

La mesure absolue de fréquence correspond donc à la mise en commun de différentes mesures faites simultanément. D'une part, l'"horloge" à Sr mesure la différence de fréquence entre les atomes et la cavité. Cette différence fait intervenir deux MAO, l'un en simple passage, à fréquence fixe, et le second en double passage, dont la fréquence est contrôlée par l'asservissement numérique. On a donc

$$f_{at} - f_{cav} = 2f_{MAO} - 180\,\text{MHz}. \tag{5.32}$$

D'autre part, le peigne femtoseconde permet de mesurer la fréquence de la cavité par rapport à l'OCRS. Cette fréquence est modifiée par un MAO à fréquence fixe de -203 MHz suivi d'un deuxième MAO qui sert au dispositif d'annulation du bruit de la fibre, toujours ramené à -205 MHz. On fait alors battre le faisceau arrivant sur le dispositif du laser femtoseconde avec le mode le plus proche du peigne. Le battement est mesuré à la fréquence f_b, et la différence des fréquences s'écrit :

$$f_{cav} - f_{OCRS} = (f_0 + nf_r + f_b) - 408\,\text{MHz}. \tag{5.33}$$

Enfin, il faut tenir compte de la correction de la fréquence de l'OCRS par la

fontaine, qui correspond à une fraction de la fréquence d'horloge. Il faut également tenir compte du déplacement gravitationnel provenant du fait que la fontaine d'une part et le système {horloge optique + peigne femtoseconde} d'autre part sont situés à des altitudes différentes. La différence d'altitude entre les deux systèmes est de 4.2 m, ce qui correspond à un déplacement de fréquence de 4.58×10^{-16} en valeur relative.

5.3 Caractérisation de l'horloge au ^{87}Sr

Les résultats présentés dans cette section correspondent aux deux évaluations de notre horloge pendant l'année 2006. On insistera particulièrement sur l'horloge en fonctionnement avec des atomes polarisés, mais certains effets évalués en mars 2006 n'ont pas été réévalués en novembre et sont donc présentés aussi.

5.3.1 Résonances et stabilité

La dernière campagne de mesure est la première à inclure la phase de pompage optique et d'interrogation en présence d'un champ magnétique. Cette modification a pour but d'évaluer les effets magnétiques dans cette configuration, alors qu'ils représentaient la plus grande incertitude (5 Hz) lors de notre mesure précédente. Pour cette raison, de nombreuses mesures ont été prises dans trois configurations particulières du champ magnétique et des paramètres d'asservissement : $\{B = 0.87\,\mathrm{G},\ f_{mod} = 7\,\mathrm{Hz}\}$ pour la première, $\{B = 0.87\,\mathrm{G},\ f_{mod} = 10\,\mathrm{Hz}\}$ pour la seconde et $\{B = 1.4\,\mathrm{G},\ f_{mod} = 7\,\mathrm{Hz}\}$ pour la troisième.

Des résonances typiques utilisées lors de nos mesures sont tracées en figure 5.13 pour un champ magnétique $B = 0.87\,\mathrm{G}$ et un temps d'interrogation de 20 ms. La largeur de raie d'environ 30 Hz observée est limitée par la durée de l'interaction puisque la largeur naturelle du laser d'interrogation est d'environ 10 Hz. La raison de cet élargissement est de faciliter l'asservissement du laser sur la résonance atomique. On remarque aussi une différence de hauteur entre la raie $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 9/2$ et sa symétrique qui est la conséquence d'une efficacité différente du pompage optique dans les deux sens. Pour cette valeur du champ magnétique, les résonances π successives sont séparées de 96 Hz et sont donc largement résolues avec ces valeurs de largeur de raie. On peut s'assurer d'autre part que l'effet du déplacement de fréquence dû à la proximité des raies adjacentes est inférieur à 10^{-15} en valeur relative. Des mesures ont aussi été effectuées sur les transitions $\sigma^{\pm}$ $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 7/2$ et symétrique. Les résonances sont tracées sur la même figure et présentent des caractéristiques similaires.

Le facteur de qualité atomique correspondant est $Q = 1.4 \times 10^{13}$. Sachant que le nombre d'atomes piégés est environ $N = 10^4$ et la durée typique d'un

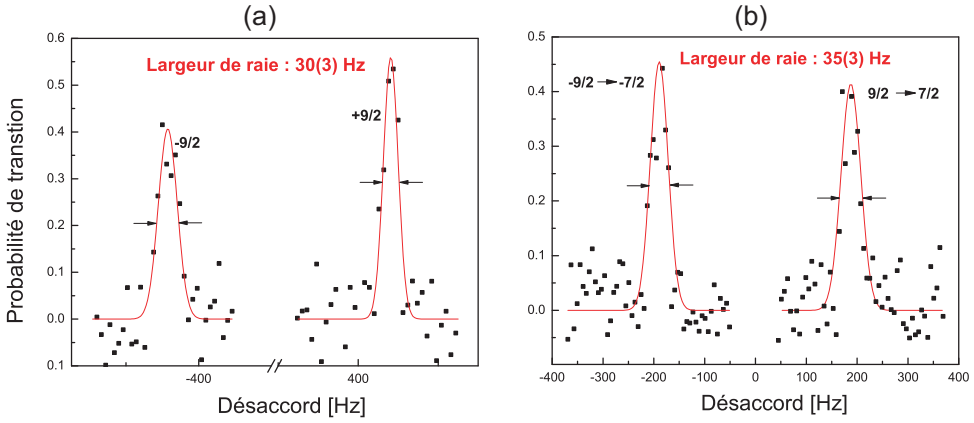

FIG. 5.13 – Résonances utilisées pour asservir le laser d'horloge sur la transition atomique. (a) Résonance $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 9/2$ et symétrique. (b) Résonance $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 7/2$ et symétrique. Dans les deux cas la largeur de raie est de l'ordre de 30 Hz. Les dissymétries proviennent d'une efficacité différente du pompage optique dans les deux sens.

cycle est $T_c = 400$ ms, la formule 2.68 prévoit qu'on peut atteindre une stabilité $\sigma_y(\tau) \simeq 10^{-15}\tau^{-1/2}$ à la limite où le bruit dominant est le bruit de projection quantique. Cependant certains effets, notamment l'effet Dick dont il a été question au chapitre 2, viennent dégrader cette limite ultime. La stabilité de notre horloge a été évaluée en calculant la variance d'Allan associée à nos mesures. Elle est tracée en figure 5.14, et représente une comparaison directe entre le système {horloge optique + peigne femtoseconde} et la fontaine atomique FO2. Les trois premiers points représentent le temps nécessaire à l'asservissement pour démarrer, puis la variance se comporte suivant une loi en $\tau^{-1/2}$ qui caractérise un bruit blanc de fréquence, avec une valeur correspondante à 1 s de 6×10^{-14}. Sachant que la stabilité de FO2 à 1 s est de 3.5×10^{-14}, la stabilité tracée correspond à une contribution à peu près équivalente de l'horloge au Sr et de la fontaine atomique. Après une intégration d'une heure, la stabilité descend jusqu'à une valeur d'environ 10^{-15}, soit 0.5 Hz en valeur absolue, qui est la résolution de la mesure.

5.3.2 Evaluation des effets du champ magnétique

Mesure du champ magnétique

Lorsqu'on utilise une horloge avec des atomes polarisés, on passe d'une situation où on essaye d'annuler le champ magnétique au niveau des atomes pour limiter un déplacement Zeeman difficilement contrôlable (on ne peut pas mesurer

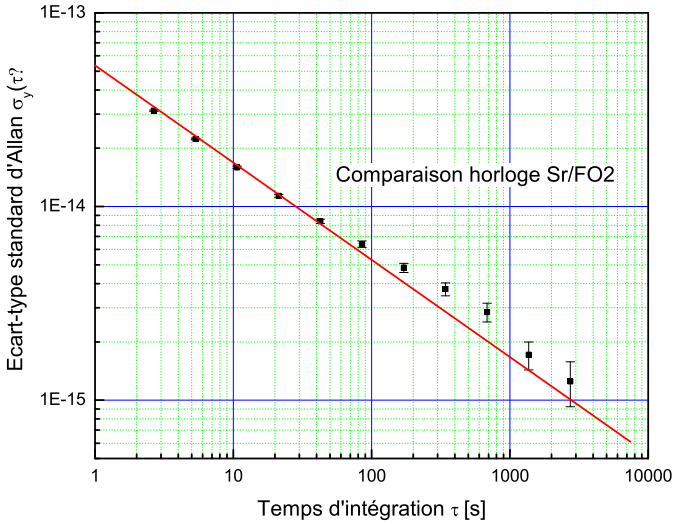

FIG. 5.14 – Écart-type d'Allan obtenu à partir de la mesure de la fréquence absolue de l'horloge au ^{87}Sr par rapport à la fontaine atomique FO2 avec un champ magnétique $B = 0.87\,\mathrm{G}$ et un temps d'interaction de 20 ms. La stabilité de l'horloge est $\sigma_y(\tau) = 6 \times 10^{-14}\tau^{-1/2}$ et comprend des contributions égales provenant de l'horloge optique et de la fontaine atomique. Après une heure d'intégration, les fluctuations de fréquence se moyennent au niveau de 10^{-15}, soit 0.5 Hz en valeur absolue.

directement le champ magnétique) à une situation où on introduit volontairement un déplacement Zeeman qui devient contrôlable grâce à notre méthode d'interrogation. En effet, connaissant la valeur du facteur de Landé différentiel δg entre les niveaux $^1S_0$ et $^3P_0$, et en négligeant le terme vectoriel du déplacement lumineux, on peut évaluer le champ magnétique à partir de la différence des deux fréquences symétriques :

$$B = \frac{h(\nu(m_f = 9/2) - \nu(m_F = -9/2))}{9\delta g \mu_B}. \tag{5.34}$$

Le champ magnétique étant produit par des bobines en configuration Helmoltz dont on contrôle le courant, cette formule donne une calibration précise et une mesure du champ magnétique. D'autre part, même si on attend toujours que le champ soit stabilisé avant de passer à l'étape d'interrogation (en ajoutant un délai de quelques ms dans la séquence temporelle), il est nécessaire d'évaluer la stabilité du champ magnétique au cours du temps pour déterminer les fluctuations éventuelles susceptibles de dégrader les performances de l'horloge.

Étant donné le mode opératoire, où le laser est asservi sur une même résonance

pendant 32 cycles avant de passer à la résonance symétrique, on n'est capable d'effectuer une mesure du champ magnétique que tous les 64 cycles. Pour cela on moyenne la fréquence mesurée sur 32 cycles pour chaque résonance et on calcule la différence. Cette méthode ne nous permet donc pas d'avoir une évaluation de la stabilité du champ sur les temps courts. Pour évaluer la stabilité à long terme, on a utilisé les mesures effectuées dans la configuration 2 $\{B = 0.87\,\mathrm{G},\ f_{mod} = 10\,\mathrm{Hz}\}$ et calculé le champ magnétique tous les 64 cycles. En concaténant les données correspondant à toute la série de mesure, on obtient une évaluation de la stabilité sur plusieurs milliers de secondes. L'écart-type d'Allan des fluctuations de champ magnétique est tracé sur la figure 5.15. Le bruit est d'environ 10^{-2} en valeur relative à 32 s puis se moyenne selon un loi en $\tau^{-1/2}$ pour atteindre des valeurs inférieures à 10^{-3} pour des temps longs. Ce type de comportement montre que la mesure est dominée par le bruit de fréquence de l'horloge elle-même, ce qui veut dire qu'on ne voit pas la contribution propre des fluctuations de champ magnétique, situées en-dessous du niveau de bruit observé. Après une mesure d'une heure, l'incertitude sur le champ magnétique est inférieure au mG.

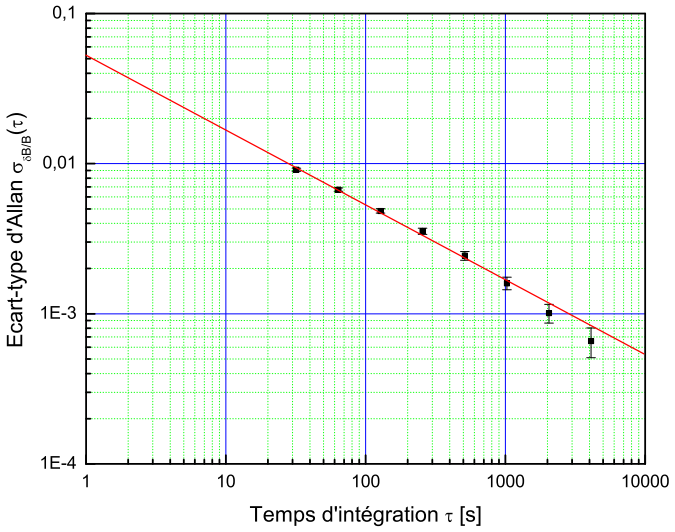

FIG. 5.15 – Écart-type d'Allan des fluctuations du champ magnétique évalué à partir de la différence entre les mesures de deux transitions π symétriques pour un champ magnétique $B = 0.87\,\mathrm{G}$. Plusieurs mesures ont été mises bout à bout pour obtenir les fluctuations à long terme. Le bruit en $\tau^{-1/2}$ montre que la variance est limitée par les fluctuations de fréquence de l'horloge. L'incertitude sur le champ magnétique après une intégration d'une heure est inférieure à 1 mG.

Evaluation du facteur de Landé différentiel

Le fait d'utiliser une interrogation en présence de champ magnétique nous a permis d'effectuer une mesure indépendante du facteur de Landé différentiel de la transition d'horloge. On peut déterminer sa valeur sans utiliser la valeur du champ magnétique durant l'interrogation, mais il faut dans ce cas utiliser des transitions ayant une sensibilité magnétique différente et s'assurer de la stabilité du champ magnétique au cours du temps. Pour cela, on a décidé de mesurer la fréquence d'horloge de deux manières différentes, en utilisant les transitions $m_F = \pm 9/2 \rightarrow m_F = \pm 9/2$ d'une part, et les transitions $m_F = \pm 9/2 \rightarrow m_F = \pm 7/2$ d'autre part. L'évaluation de δg a été faite à partir de ces deux mesures prises à la suite l'une de l'autre sans modifier le courant des bobines du champ magnétique. Ainsi, d'après la stabilité tracée en figure 5.15, on sait que le champ magnétique moyen pendant les deux mesures ne diffère pas à plus de 10^{-3} près.

Par rapport à la fréquence naturelle de la transition ν_0, on peut écrire les fréquences des transitions π et σ^- partant du sous-niveau Zeeman $m_F = 9/2$:

$$\nu_\pi(m_F = 9/2) = \nu_0 + \frac{9}{2}\delta g \frac{\mu_B B}{h} \tag{5.35}$$

$$\nu_{\sigma^-}(m_F = 9/2) = \nu_0 + \left(\frac{9}{2}\delta g - g(^3P_0)\right)\frac{\mu_B B}{h} \tag{5.36}$$

$$= \nu_0 + \left(\frac{7}{2}\delta g - g(^1S_0)\right)\frac{\mu_B B}{h}. \tag{5.37}$$

En supposant de plus que le champ magnétique a la même valeur pour les deux mesures, et que le facteur de Landé du niveau fondamental $g(^1S_0)$ est connu, on peut déterminer δg à partir des différences de fréquences entre les raies symétriques :

$$\frac{\Delta\nu_\pi(9/2)}{\Delta\nu_\sigma(9/2)} = R = \frac{9\delta g}{7\delta g - 2g(^1S_0)}, \tag{5.38}$$

$$\text{soit} \quad \delta g = \frac{2g(^1S_0)R}{7R - 9}. \tag{5.39}$$

La valeur issue de cette mesure est $\delta g = 7.90(7) \times 10^{-5}$ [32], ce qui prévoit un déplacement Zeeman dans le cas d'une transition π $\Delta_Z(\pi) = 110.6(9)$ Hz/(Gm_F). En comparaison, la valeur publiée dans la référence [100] est $\delta g = 7.77(3) \times 10^{-5}$, ce qui fait un écart d'environ deux fois la barre d'erreur combinée. On s'est assuré que notre méthode est bien fiable en vérifiant que la valeur de la fréquence d'horloge obtenue à partir du couple de transitions σ est en parfait accord avec la valeur moyenne obtenue en considérant les transitions π.

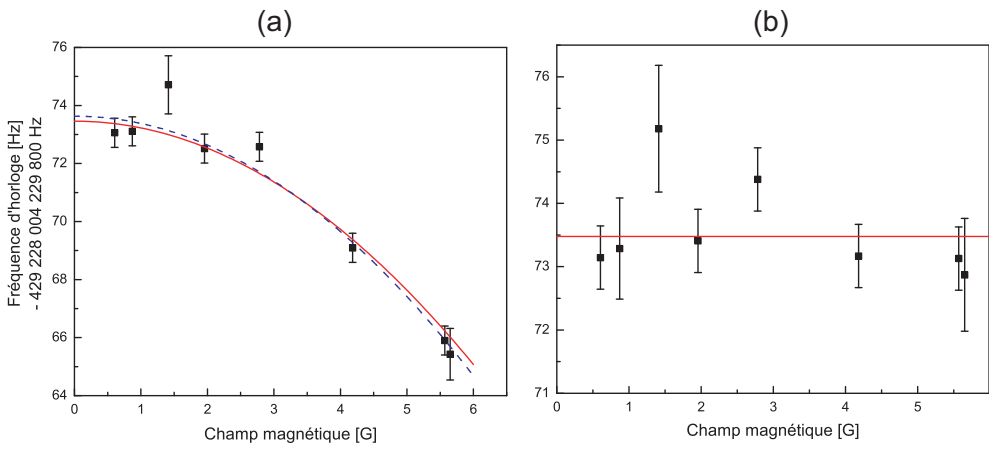

FIG. 5.16 – (a) Valeur de la fréquence d'horloge en fonction du champ magnétique. Les autres effets systématiques ont été corrigés. La courbe rouge en trait plein représente la dépendance attendue avec un coefficient $\alpha_{th} = -0.233\,\mathrm{Hz/G^2}$ où seule la valeur à $B = 0$ a été ajustée. La courbe en traits pointillés bleus représente un ajustement quadratique des points et donne une valeur $\alpha_{exp} = -0.249(17)\,\mathrm{Hz/G^2}$. (b) Valeur de la fréquence d'horloge après correction de l'effet Zeeman du second ordre théorique. Aucun résidu de dépendance linéaire n'est visible.

Effet Zeeman

Comme il a été montré en décrivant la méthode d'interrogation, interroger des raies symétriques a l'avantage de faire disparaître l'effet Zeeman du premier ordre mais la présence d'un champ magnétique rajoute un effet du second ordre qui ne s'annule pas. On gagne néanmoins beaucoup à effectuer l'interrogation avec un champ magnétique pour différentes raisons. Tout d'abord, sans champ biais, on est quand même sensible à l'effet Zeeman du premier ordre à cause de la présence d'un champ magnétique résiduel qui est difficilement évaluable. On a vu que cet effet était à l'origine d'une incertitude de 5 Hz pour notre horloge. Avec un petit champ biais ($B = 0.87\,\mathrm{G}$), il ne reste plus qu'une dépendance du deuxième ordre, plus faible et indépendante du sous-niveau Zeeman. Ensuite, la bonne connaissance théorique des différents coefficients Zeeman permet de tirer un avantage important de cette méthode puisqu'on obtient une mesure précise du champ magnétique. Enfin, l'incertitude sur l'effet quadratique est elle-même très faible puisqu'après une longue intégration, la stabilité du champ magnétique atteint 1 mG ce qui correspond à une incertitude au niveau du mHz pour cet effet.

Pour évaluer cet effet, des mesures ont été effectuées pour différentes valeurs du champ magnétique en plus des trois séries qui permettent de donner des valeurs pour $B = 0.87\,\mathrm{G}$ et $B = 1.4\,\mathrm{G}$. On couvre ainsi des valeurs allant d'environ 0.6 G

jusqu'à 5.5 G. Les points, moyennés en fonction du champ magnétique, sont tracés sur la figure 5.16 (a). Afin de simplifier la compréhension des différents graphes présentant les effets systématiques, les points sont déjà corrigés des autres effets. Deux ajustements on été effectués pour ces points. Le premier, en trait plein rouge sur la figure, représente un ajustement quadratique où la valeur du coefficient en B^2 a été forcée à la valeur $\alpha_{th} = -0.233\,\mathrm{Hz/G^2}$. Le seul paramètre ajustable est donc la fréquence à $B = 0$ qui correspond à la valeur de la fréquence d'horloge corrigée de tous les effets systématiques. Le deuxième ajustement, en traits pointillés bleus, correspond à une loi quadratique où la seule condition est un coefficient linéaire nul. Il permet de déterminer une mesure expérimentale du coefficient caractéristique de l'effet Zeeman du second ordre : $\alpha_{exp} = -0.249(17)\,\mathrm{Hz/G^2}$.

L'incertitude statistique sur le premier ajustement est de 0.2 Hz et garantit un bon accord entre la théorie et nos observations. La figure 5.16 (b) montre les mêmes points après correction de l'effet Zeeman du second ordre théorique. Cela permet de vérifier que l'effet du premier ordre est bien annulé par la méthode d'interrogation. Ici on voit que le comportement des points est compatible avec une dépendance linéaire nulle, avec une incertitude qui ne dépasse pas 0.1 Hz. Cette barre d'erreur correspond donc à la barre d'erreur totale sur l'effet Zeeman, qui était auparavant de 5 Hz sans champ magnétique. D'autre part, la correction de fréquence correspondante n'est que de 0.15 Hz. On voit donc bien tout l'intérêt de cette méthode par rapport à une interrogation en champ nul.

5.3.3 Autres effets systématiques

Effet du piège

Les effets du piège, déjà évalués lors de la campagne présentée en 5.1.2, sont maintenant contrôlés à un meilleur niveau. Pour les déterminer, on a intercalé des séquences à différentes profondeurs de piège, maintenu à la longueur d'onde magique par le biais d'un lambdamètre, puis tracé la dépendance de la fréquence d'horloge en fonction de la profondeur du piège (voir figure 5.17). La profondeur a été balayée entre $50\,E_r$ et $500\,E_r$, des valeurs plus faibles que celles explorées lors des campagnes précédentes [30, 31]. À la profondeur maximale, le déplacement lumineux correspondant des niveaux d'horloge est de 1.8 MHz. Étant donné le niveau mesuré précédemment des effets d'ordre élevé, la série de points expérimentaux a été ajustée avec un droite qui traduit uniquement le déplacement lumineux du premier ordre. La pente de cette droite correspond à un déplacement lumineux à la profondeur $U_0 = 500\,E_r$ qui vaut $0.5(5)$ Hz, ce qui veut dire que la série de points est compatible avec un déplacement nul. Ce déplacement correspond seulement à 3×10^{-7} par rapport au déplacement lumineux des niveaux.

On peut extrapoler ce résultat à la configuration optimale de l'horloge, à savoir

avec un piège ayant une profondeur $U_0 = 10\,E_r$. Dans ce cas, le déplacement individuel des niveaux est de 36 kHz soit 3×10^{-11} en valeur relative. Un niveau de contrôle équivalent à celui de cette évaluation conduirait alors à une incertitude sur le déplacement lumineux dû au piège au niveau de 2×10^{-17}. On contrôle donc désormais cet effet, qui était l'inconnue des horloges à réseau optique, à un meilleur niveau que la plupart des effets systématiques. Pour ramener cet effet au niveau de 10^{-18}, il faudrait rajouter un asservissement supplémentaire jouant sur l'actuateur piézoélectrique de la cavité du laser Ti :Sa afin de contrôler la fréquence du laser à 10 MHz près. Ce type d'asservissement peut être réalisé en utilisant une cavité Fabry-Pérot ou un transition atomique comme référence de fréquence.

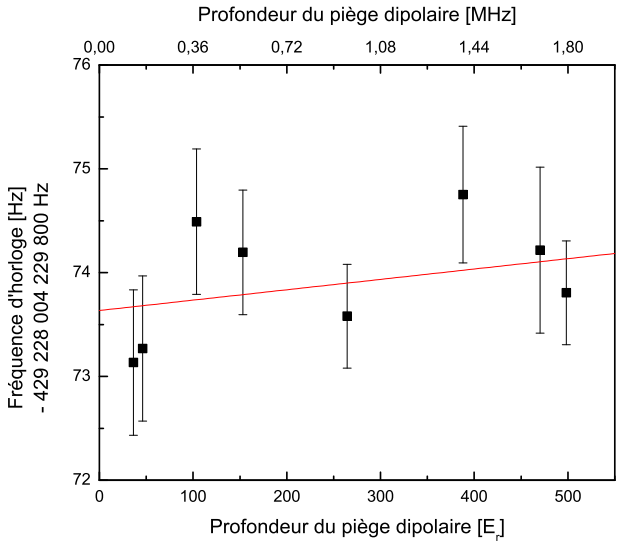

FIG. 5.17 – Fréquence de l'horloge en fonction de la profondeur du piège dipolaire. La droite est un ajustement des points par une loi linéaire, et prévoit un déplacement de fréquence de 0.5 Hz à la profondeur maximale, qui correspond à un déplacement lumineux des niveaux de 1.8 MHz.

Déplacement collisionnel

L'effet des collisions entre atomes froids n'a pas été évalué lors de la campagne de novembre 2006, mais en mars 2006. Le graphe 5.18, qui représente ces variations, correspond donc à la valeur de fréquence précédemment mesurée, qui était d'environ 4 Hz supérieure à notre évaluation la plus récente. Pour évaluer le déplacement collisionnel, des mesures ont été faites en variant la densité atomique

dans le piège, ce qui peut être fait très facilement en variant la durée du chargement dans le PMO bleu. La densité est alors évaluée grâce à la fluorescence : connaissant l'efficacité de la caméra CCD et l'angle de solide de détection, on peut évaluer le nombre d'atomes piégés, et on connaît en parallèle les dimensions du faisceau piège. La densité moyenne lors de cette évaluation était $n_0 \simeq 10^{11}$ atomes/cm^3.

La droite sert d'ajustement à la série de point. L'extrapolation de cet effet à densité nulle donne une correction de fréquence de 1(1) Hz. Cependant l'effet des collisions sur la mesure de novembre 2006 n'est pas au même niveau pour deux raisons. La première est que lors de notre dernière évaluation, les atomes étaient polarisés, contrairement à l'évaluation de mars 2006. Comme les collisions se font essentiellement dans l'onde s et sont interdites entre fermions de même état interne, dans le cas le plus défavorable on ne doit tenir compte que des collisions entre atomes ayant un sous-niveau Zeeman m_F différent. Lors de notre interrogation en champ nul, en supposant que les sous-niveaux Zeeman étaient equipeuplés, un atome peut entrer en collision avec 90% des atomes restants. Avec l'efficacité de pompage optique présentée ici, et comme seuls les atomes présents dans le sous-niveau $m_F = 9/2$ sont interrogés, il n'y a au maximum que 20% des atomes qui contribuent aux collisions. La deuxième raison est que la profondeur de piège utilisée en novembre 2006 était plus faible au moment du piégeage, et la densité atomique était plus faible d'un ordre de grandeur. Pour cette raison on a uniquement attribué une incertitude de 0.1 Hz à cet effet, sans modifier la valeur de la fréquence d'horloge.

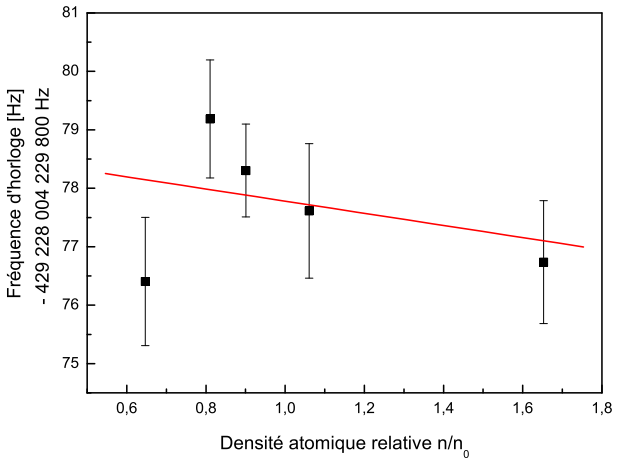

FIG. 5.18 – Fréquence d'horloge en fonction de la densité atomique lors de la campagne de mars 2006. La densité atomique moyenne est $n_0 = 10^{11}$ atomes/cm^3.

Déplacement dû aux résonances voisines

Deux types de résonances peuvent venir décaler la fréquence d'horloge. Les premières sont associées aux bandes latérales transverses du piège et sont induites par la présence d'une composante transverse du vecteur d'onde. Pour une profondeur $U_0 = 100\,E_r$, la fréquence d'oscillation transverse est de l'ordre de 150 Hz, et on sait que le défaut d'alignement est plus faible que 1 mrad. Le régime de Lamb-Dicke transverse est plus strict encore que dans la direction longitudinale car l'amplitude du vecteur d'onde transverse représente dans ce cas moins de 10^{-3} de l'amplitude totale. La hauteur des résonances associées à une excitation transverse est alors estimée à moins de 5×10^{-3} de la hauteur de la résonance centrale. Expérimentalement, elles sont d'ailleurs comprises dans le bruit de la mesure. On peut alors calculer l'effet de ces résonances comme $\delta\nu = \frac{\Delta^2}{\delta}\sqrt{r}$ où Δ, δ et r sont respectivement la largeur des résonances ($\Delta = 30$ Hz ici), l'écart entre les résonances et le rapport des hauteurs des résonances. On trouve alors une incertitude maximale de 0.4 Hz sur cet effet. Cette valeur est en plus confirmée par le fait qu'aucune dépendance anormale en fonction de la profondeur du piège n'apparaît sur la figure 5.17.

Les deuxièmes résonances qui entrent en jeu sont les autres transitions Zeeman possibles, qui pourraient intervenir à cause du pompage optique qui est imparfait, et également de la polarisation du laser d'interrogation qui est difficilement contrôlable. Après pompage optique, la population dans les sous-niveaux $m_F = \pm 7/2$ est par exemple encore conséquente, mais la transition π associée est à presque 100 Hz de celle qui nous intéresse pour un champ magnétique $B = 0.87$ G, et d'amplitude moitié. Comme on n'a pas accès au niveau de cohérence entre les différents sous-niveaux m_F ainsi qu'à la qualité de la polarisation du laser d'interrogation, il est difficile de donner une borne supérieure théorique à cet effet. Expérimentalement, par contre, on peut évaluer cet effet en jouant sur plusieurs paramètres. Tout d'abord la figure 5.16 ne montre pas d'écart par rapport au comportement attendu à 0.2 Hz près. Ensuite, les mesures effectuées pour différentes profondeurs de modulation de l'asservissement numérique ne présentent pas non plus de différence notable à 0.5 Hz près. Enfin, une mesure de la fréquence a été effectuée en utilisant les transitions $m_F = \pm 9/2 \rightarrow m_F = \pm 7/2$, et la valeur se situe à $0.2(5)$ Hz de la fréquence mesurée pour des transitions π. Tous ces tests prennent aussi en compte les éventuelles transitions comprenant un changement de sous-niveau Zeeman et de niveau vibrationnel transverse qui sont proches de résonance. On peut donc attribuer une incertitude globale de 0.5 Hz à ces effets de "pulling" des raies voisines.

Autres effets

Pour tenir compte de tous les effets présentés dans le chapitre 2, il faut encore évaluer les déplacements dus au rayonnement du corps noir et à l'intensité du laser d'horloge. Le premier à été évalué en utilisant le calcul théorique de la référence [120]. Pour suivre l'évolution de la température, des thermistances en platine ont été placées de part et d'autre de l'enceinte à vide et la température de l'enceinte à été relevée régulièrement. La température moyenne est $T = 301$ K et les fluctuations représentent moins de 1 K. En utilisant la loi en T^4 qui définit cet effet, et la valeur calculée à 300 K, on trouve une correction de $2.39(5)$ Hz.

Le dernier effet a été évalué grâce à une étude précise faite dans le cadre de l'horloge au ^{88}Sr [33] qui sera présentée dans le chapitre suivant. Le déplacement lumineux est sensiblement le même pour les deux isotopes, et a été mesuré à $-78(11)$ Hz pour une intensité de 6 W/cm^2 dans le cas du boson. L'horloge au fermion fonctionne avec une puissance qui est trois ordres de grandeur plus faible, et cet effet est donc ramené au niveau 0.1 Hz, avec une incertitude dans la gamme des 10^{-2} Hz.

5.3.4 Bilan - Conclusion

Bilan d'exactitude

Les effets détaillés précédemment ne représentent pas une liste exhaustive des perturbations qui viennent modifier la fréquence d'horloge, puisqu'il existe également des effets provoqués par des imperfections d'ordre technique. Ces effets peuvent par exemple être un déplacement lumineux dû à une mauvaise extinction des différents lasers, des défauts d'homogénéité du laser d'interrogation qui font que les atomes ne voient pas tous la même phase laser, etc... Néanmoins, au niveau d'incertitude actuel, ces effets ne sont pas encore susceptibles d'affecter l'exactitude de l'horloge. Pour parvenir à un bilan d'incertitude complet, il faut par contre tenir compte de l'incertitude statistique de la mesure. On a vu qu'une mesure d'une heure donnait lieu à une incertitude statistique de l'ordre de 0.5 Hz, ou 10^{-15} en valeur relative. Étant donné le nombre de mesures qui ont été effectuées lors de la campagne (plus de 100), l'incertitude statistique est ramenée en-dessous de 0.1 Hz. Sa contribution à l'incertitude de la mesure est donc dominée par les autres effets.

Un bilan complet des différents effets et de leurs incertitudes respectives est présenté dans le tableau 5.1. On peut remarquer deux effets qui ont été ajoutés à ceux présentés dans les sections précédentes. D'une part, le niveau de contrôle des effets systématiques atteint désormais un niveau comparable à l'exactitude de la référence de fréquence fournie par la fontaine FO2. Les différentes fréquences

Effet	Correction (Hz)	Incertitude (Hz)	Incertitude relative ($\times 10^{-15}$)
Déplacement Zeeman	0.15	0.1	0.2
Déplacement lumineux dû au laser d'horloge	0.1	< 0.1	< 0.1
Déplacement lumineux du premier ordre dû au piège	0	0.1	0.2
Déplacement lumineux du second ordre dû au piège	0	0.1	0.2
Déplacement dû aux autre raies	0	0.5	1.1
Déplacement collisionnel	0	0.1	0.2
Déplacement dû au rayonnement thermique	2.39	0.05	0.1
Effet non identifié	0	1	2.3
Exactitude de FO2	0	0.2	0.4
Total	2.64	1.1	2.6

TAB. 5.1 – Bilan d'exactitude de l'horloge dans les conditions $\{U_0 = 100\,E_r,\ B = 0.87\,\mathrm{G}\}$.

micro-onde nécessaires à l'utilisation du peigne de fréquence étant référencées sur cette fontaine, la mesure de fréquence pour l'horloge au Sr sera toujours limitée par l'incertitude de la référence de fréquence au niveau de 4×10^{-16}. Les trois fontaines atomiques FO1, FO2 et FOM ont fonctionné simultanément lors de notre évaluation et ont été en accord à mieux que 10^{-15} près pendant toute la durée de la campagne.

Le deuxième effet qui a été ajouté est lié à une observation expérimentale, qui n'a pas de cause clairement identifiée, illustrée sur la figure 5.19. Cette figure représente l'ensemble des points de mesure concernant les configurations 2 et 3 qui ont été répétées un grand nombre de fois. La série de gauche correspond à un champ magnétique $B = 0.87\,\mathrm{G}$ et une profondeur de modulation de $f_{mod} = 10\,\mathrm{Hz}$, celle de droite à $B = 1.4\,\mathrm{G}$ et $f_{mod} = 7\,\mathrm{Hz}$ de profondeur de modulation. Les points correspondent à la mesure de fréquence corrigée de tous les effets systématiques, et la barre d'erreur est uniquement une barre d'erreur statistique en supposant qu'on a du bruit blanc. On peut voir que la série de gauche se comporte normalement, c'est à dire que la dispersion des points autour de la valeur moyenne est compatible avec les barres d'erreurs individuelles (la dispersion des points est évaluée à partir du χ^2 réduit qui vaut dans ce cas 1.4). Le cas de la série de droite est plus problématique : la dispersion des points est beaucoup

plus grande ($\chi^2 = 4.3$) et n'est pas compatible avec les incertitudes statistiques individuelles. On ne peut donc pas attribuer un barre d'erreur équivalente à celle des autres séries pour la valeur moyenne obtenue, qui est de plus située 1.5 Hz au-dessus de la valeur moyenne globale. Afin de tenir compte de cet effet qui concerne un nombre de points non négligeable, on a d'une part augmenté à 1 Hz la barre d'erreur correspondant au point à $B = 1.4$ G de la figure 5.16 et attribué à l'ensemble de notre évaluation une incertitude supplémentaire de 1 Hz puisque qu'on ne peut pas savoir si cet effet est également présent dans les autres séries de points ou non. En revanche, on est sûr que l'effet, s'il est présent, est moindre, ce qui justifie d'attribuer une barre d'erreur conservative à l'ensemble de l'évaluation.

L'origine physique de cet effet pourrait être attribuée à un problème de mauvaise injection du laser esclave à 698 nm. Pour lever l'incertitude, il aurait fallu reprendre les mêmes mesures en contrôlant cette injection, mais ces points sont ceux pris à la fin de la campagne, et le laser femtoseconde a fibre n'était plus disponible au moment où l'effet à été identifié. Nous avons donc décidé de conserver ces points et de les mettre dans notre mesure finale. Après correction de tous les effets, la valeur de la fréquence d'horloge est

$$\boxed{\nu(^{87}\mathrm{Sr}) = 429\,228\,004\,229\,873.6(1.1)\,\mathrm{Hz}} \tag{5.40}$$

La mesure effectuée en utilisant la transition $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 7/2$ donne une valeur située à $0.2(5)$ Hz. L'incertitude associée est de 2.6×10^{-15}, au même niveau que celle de l'évaluation faite dans la référence [50] avec une valeur en accord à 10^{-15} près. La comparaison des différentes valeurs mesurées pour cette fréquence présentée au chapitre 1 montre la concordance des mesures faites par les différents groupes travaillant sur le ^{87}Sr et a permis de proposer la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ du ^{87}Sr comme représentation secondaire de la seconde par le Comité International des Poids et Mesures (CIPM). A ce niveau de performance, et étant donnée la large marge de progression possible pour cette horloge, c'est un premier pas vers une future redéfinition de la seconde à partir d'une transition optique.

Améliorations futures

Afin d'améliorer les performances de l'horloge (stabilité, exactitude), plusieurs axes de développement sont envisagés. L'amélioration de la stabilité passe par plusieurs points. Le premier, déjà en cours de réalisation, est l'amélioration du laser ultra-stable par le biais d'une nouvelle cavité de très haute finesse (présentée brièvement au chapitre 3) et mieux stabilisée que la cavité actuelle. Grâce à ce système, on espère diminuer la largeur de raie du laser d'horloge en-dessous de 1 Hz et diminuer le bruit de fréquence du laser. De cette manière on pourra

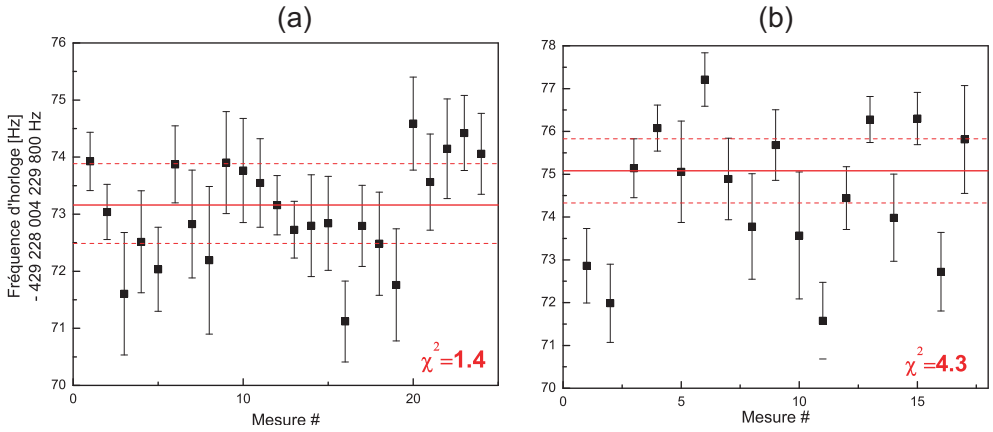

FIG. 5.19 – Séries de mesures répétées un grand nombre de fois dans la même configuration au cours de la campagne de mesure de novembre 2006. (a) $B = 0.87$ G, $f_{mod} = 10$ Hz. (b) $B = 1.4$ G, $f_{mod} = 7$ Hz. Le trait plein central représente la valeur moyenne, et les deux lignes pointillées la barre d'erreur statistique attribuée à chaque série. La valeur χ^2 indiquée en bas à droite de chaque mesure représente une évaluation de la cohérence statistique de chaque mesure.

augmenter la durée de l'interrogation et diminuer l'effet Dick comme on l'a vu au chapitre 2.

La diminution de l'effet Dick, qui nous empêche d'atteindre la limite quantique en terme de stabilité, passe également par deux autres améliorations possibles. D'une part, afin d'améliorer le rapport cyclique de l'horloge, il faut pouvoir diminuer la durée de préparation des atomes par rapport à l'interrogation. Cette amélioration passe par une modification de la séquence temporelle, en imaginant par exemple une méthode qui permet de conserver les atomes d'un cycle sur l'autre. Actuellement la phase de capture doit être reproduite à chaque cycle car notre méthode d'interrogation chasse les atomes du piège. En mettant en place une détection par absorption, on pourrait conserver une grande partie des atomes d'un cycle sur l'autre et donc limiter la phase de piégeage magnéto-optique. En effet, avec la technique de détection actuelle on ne peut collecter la fluorescence des atomes que dans un faible angle solide, ce qui est compensé par l'utilisation d'impulsions de longue durée et de puissance importante. Avec une détection par absorption, on détecte le signal d'absorption de tous les atomes et donc l'efficacité de détection est bien meilleure. On peut alors utiliser un laser moins puissant, et comme la détection se fait avec un piège très profond, les atomes ne sont pas chassés par ce processus. On peut imaginer également pouvoir piéger plus d'atomes ainsi, autre facteur de diminution de l'instabilité. La deuxième amélioration vient de la méthode d'interrogation : il a été montré que pour un rapport cyclique proche

de 1, une interrogation de type Ramsey apporte une contribution par effet Dick beaucoup plus faible qu'une interrogation de type Rabi [122].

L'objectif visé en terme de stabilité est dans la gamme des $10^{-16}\tau^{-1/2}$. Avec des résonances de 1 Hz, on dispose d'un facteur de qualité atomique $Q = 4 \times 10^{14}$ qui permet de gagner un facteur 20 par rapport à notre stabilité actuelle. En comparaison avec la stabilité mesurée ($6 \times 10^{-14}\tau^{-1/2}$), on devrait donc obtenir une stabilité de l'ordre de $3 \times 10^{-15}\tau^{-1/2}$. En pratique le rapport cyclique est aussi amélioré car on peut procéder à des interrogations plus longues et il semble réaliste d'atteindre la gamme des quelques 10^{-16} à 1 s en gagnant sur l'effet Dick. Une incertitude statistique de 10^{-17}-10^{-18} pourrait alors être atteinte après quelques heures d'intégration.

La mise en place du nouveau laser ultra-stable devrait également avoir des effets sur l'exactitude de l'horloge. Par exemple, en interrogeant les atomes sur un temps plus long, on diminue l'effet des résonances voisines sur la fréquence d'horloge. Une diminution d'un facteur 30 de la largeur de résonance fait donc gagner presque deux ordres de grandeur sur cet effet. En parallèle, on peut profiter de cette séparation pour faire la mesure à champ magnétique plus faible et diminuer l'incertitude sur cet effet. Si on améliore le pompage optique de manière à avoir $r = 0.1$, qu'on utilise des résonances de largeur $\Delta = 1$ Hz et qu'on diminue le champ magnétique d'un facteur 10 (ce qui se traduit par $\delta = 9.6$ Hz), on peut alors gagner deux ordres de grandeur sur l'incertitude liée à l'effet Zeeman du second ordre, tout en ramenant l'effet des résonances π voisines à 10^{-2} Hz.

En ce qui concerne l'effet des bandes latérales transverses, une solution efficace est d'utiliser un réseau optique tri-dimensionnel. On trouve alors des fréquences d'oscillation transverse similaires à la fréquence longitudinale, de l'ordre de 22 kHz pour un piège d'une profondeur $U_0 = 10\,E_r$. L'écart entre la porteuse et les premières bandes latérales est de ce fait 40 fois plus important ce qui diminue d'autant le "pulling". D'autre part, le paramètre de Lamb-Dicke est lui aussi plus faible, ce qui diminue l'amplitude des bandes latérales et permet au final de réduire cet effet d'au moins deux ordres de grandeur. Cette géométrie de piège permet également un refroidissement par bandes latérales dans les trois directions, et donc une température plus basse des atomes. On peut donc dans ce cas diminuer la profondeur du piège sans risquer de perdre des atomes, et le rapport signal à bruit de la détection est également amélioré à la limite quantique. De plus, les effets d'interférences qui créent un gradient de polarisation dans le piège peuvent être évités en désaccordant légèrement les faisceaux dans les trois direction. Avec un décalage de l'ordre de 10 MHz, on peut s'affranchir de ces effets de polarisation sans induire de déplacement lumineux du premier ordre de plus de 10^{-17}

en valeur relative. Enfin, le passage à un piège tri-dimensionnel augmente aussi énormément le nombre de puits, et devrait permettre d'atteindre un régime où le nombre moyen d'atomes par puits est inférieur à 1. Le déplacement collisionnel dans ce cas est alors essentiellement provoqué par la possibilité qu'ont les atomes de passer d'un puits à l'autre par effet tunnel. En raison de la structure du réseau qui interdit fortement l'effet tunnel, on peut penser que cet effet ne sera pas limitant.

Le déplacement lumineux dû au laser d'horloge est quant à lui directement lié à la largeur de la résonance. Une augmentation du temps d'interaction autorise une diminution de la puissance utilisée si on souhaite réaliser une impulsion π. Si on atteint un durée d'interrogation de 1 s, on peut diminuer la puissance d'un facteur 50 par rapport à notre situation actuelle, et donc ramener l'incertitude de cet effet au niveau de 2×10^{-4} Hz, soit moins de 10^{-18} en valeur relative.

Le dernier effet du bilan limitant pour atteindre l'objectif d'exactitude de 10^{-17}-10^{-18} est alors le déplacement de fréquence dû au rayonnement thermique. Comme il a été expliqué au chapitre 2, un contrôle de cet effet à ce niveau implique un contrôle de la température de l'enceinte au niveau de 0.02 K à température ambiante, ou bien le passage à un environnement cryogénique. Il faut également tenir compte des effets invisibles à notre niveau d'exactitude mais qui sont d'ores et déjà pris en compte dans les horloges à ion affichant les meilleures exactitudes à l'heure actuelle [28] : déplacement lumineux dû à une mauvaise extinction des faisceaux, défauts de planéité des fronts d'onde... En obtenant des stabilités dans la gamme des 10^{-17} au bout d'un temps d'intégration raisonnable, on ouvre la voie à des performances qui n'ont pour le moment jamais été réalisées. Il est donc difficile d'évaluer les difficultés techniques supplémentaires qui vont se poser pour atteindre l'objectif de 10^{-18} en exactitude. Il est donc encore prématuré d'affirmer que les axes de développement présentés ici seront suffisants, même s'il est maintenant clair que les horloges à réseau optique seront à terme plus performantes que les références de fréquence actuelles.

Chapitre 6

Horloge fonctionnant avec des atomes de ^{88}Sr

Suite au développement des horloges à réseau optique depuis 2001, notamment en utilisant des atomes fermioniques de ^{87}Sr et de ^{171}Yb, des propositions ont été faites pour utiliser également les isotopes bosoniques correspondants (^{88}Sr, ^{174}Yb) en ne modifiant que légèrement les expériences. La possibilité d'évaluer une horloge à l'aide de différents isotopes d'un même élément permet d'enrichir les résultats obtenus en permettant notamment de tester différents couplages. Une mesure de très haute précision de la transition d'horloge pour les différents isotopes donne accès au déplacement isotopique ainsi qu'aux forces d'oscillateurs associées à différentes transitions. On peut imaginer ainsi améliorer notre connaissance de différents effets systématiques apparaissant dans les horloges fermioniques, comme le déplacement lumineux provoqué par la sonde ou le déplacement dû au rayonnement thermique.

Outre le fait que ces isotopes sont plus abondants (dans le cas du Sr, l'abondance isotopique du ^{88}Sr est de 83% contre seulement 7% pour le ^{87}Sr) et qu'on peut ainsi obtenir un meilleur rapport signal à bruit lors de la détection, l'intérêt principal réside dans la structure atomique beaucoup plus simple en raison d'un spin nucléaire $I = 0$. La transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ est alors beaucoup moins sensible aux défauts de polarisation du piège, et il n'y a pas d'effet Zeeman du premier ordre. En contrepartie, cette transition devient alors interdite à tous les ordres multipolaires électriques et magnétiques pour une transition à un photon, et il faut toujours ajouter au moins un champ (électrique, magnétique, lumineux) supplémentaire afin de recréer artificiellement le mélange de niveaux qui s'effectue naturellement dans le cas du fermion. D'autre part, les collisions entre atomes froids sont potentiellement plus importantes dans le cas du boson, et l'absence de sensibilité au champ magnétique au premier ordre ne permet pas de mesurer ce champ en temps réel comme c'est le cas pour le fermion.

La première section de ce chapitre présente les conséquences sur l'horloge de la modification de structure atomique, ainsi que les différentes propositions faites pour tirer profit des isotopes bosoniques dans le cadre des horloges à réseau optique. La deuxième partie présente la manière dont nous avons modifié notre propre horloge dans le but de la faire fonctionner avec le boson ^{88}Sr, en appliquant un schéma simple qui ne nécessite que l'utilisation d'un champ magnétique statique. Enfin, la dernière section a pour but de comparer les performances entre horloge au fermion et horloge au boson.

6.1 Propositions pour une horloge utilisant un isotope bosonique

6.1.1 Modification de la structure atomique dans le cas du Sr

Il existe essentiellement deux différences entre les deux isotopes ^{87}Sr et ^{88}Sr qui vont déterminer les caractéristiques propres à chacun. La première est l'absence de spin nucléaire dans le cas du boson, qui vient simplifier sa structure atomique. Il n'existe donc plus de structure hyperfine ni de sous-niveaux Zeeman associés, la seule structure magnétique qui apparaisse étant pour des niveaux de moment angulaire $J > 0$. La deuxième est la différence de masse des deux noyaux, qui se traduit par un déplacement isotopique des fréquences des différentes transitions. Ces déplacements ont été présentés dans le chapitre 4 pour toutes les transitions utiles à l'horloge.

Transition d'horloge

Pour déterminer la structure électronique du ^{88}Sr, on peut utiliser la même méthode que celle présentée au chapitre 2. La structure fine est identique à celle du fermion, à savoir un couplage intermédiaire entre couplage L-S et couplage j-j. Les coefficients de mélange α et β qui permettent d'écrire les niveaux issus de ce couplage, notamment

$$|^3P_1\rangle = \alpha|^3P_1^0\rangle + \beta|^1P_1^0\rangle, \tag{6.1}$$

sont sensiblement les mêmes que dans le cas du fermion. Le fait que la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ soit autorisée par couplage dipolaire électrique est donc valable de la même façon. Par contre, le niveau $^3P_0$ reste inchangé par le couplage fin, et comme il n'y a pas de structure hyperfine, on a au final un niveau L-S pur. Cela signifie que la transition d'horloge est à la fois une raie d'intercombinaison et une transition $J = 0 \rightarrow J = 0$, donc interdite à tous les ordres pour une transition à un photon. Le déplacement isotopique, ainsi que cette absence de structure hyperfine

de manière moins importante, sont à l'origine d'un décalage des niveaux du ^{88}Sr par rapport au ^{87}Sr.

Au final, les fréquences des transitions sont donc déplacées du décalage isotopique et de la structure hyperfine. Dans le cas de la transition à 461 nm, ces déplacements sont de l'ordre de 50 MHz pour une transition optique a plusieurs centaines de THz, ce qui représente un déplacement de l'ordre de 10^{-7} en valeur relative. Les longueurs d'onde des transitions sont donc globalement inchangées, de même que les durées de vie des niveaux $^1P_1$ et $^3P_1$ qui ont une dépendance en λ^3 (cf équation 2.7). Le cas de la transition d'horloge est différent puisqu'il n'y a plus de couplage possible. La durée de vie du niveau $|^3P_0\rangle$ est de quelques milliers d'années, après quoi il se désexcite en émettant deux photons E1 et M1 [144]. Sa largeur est donc virtuellement nulle et ne peut pas être augmentée par simple saturation, d'où l'idée d'un couplage supplémentaire reproduisant une sorte de couplage hyperfin.

Longueur d'onde magique

Les calculs de longueur d'onde magique sont eux aussi affectés de deux manières différentes. La première vient du fait que l'absence de structure Zeeman des niveaux d'horloge réduit fortement les termes vectoriel et tensoriel de la polarisabilité. Il existe donc bien une unique longueur d'onde magique pour cette transition qui n'est plus sensible à la polarisation du faisceau servant à piéger les atomes. Le refroidissement par bandes latérales est également simplifié puisque le niveau $^3P_1$ possède moins de sous-niveaux Zeeman. Le deuxième changement vient à nouveau des décalages isotopique et hyperfin qui viennent légèrement modifier le poids des différents termes dans le calcul de la polarisabilité des niveaux. De manière générale, ces décalages peuvent atteindre au plus 2 ou 3 GHz, alors que les transitions considérées dans le calcul de la polarisabilité sont au moins à des fréquences optiques, donc quelques centaines de THz. La correction associée représente quelques 10^{-5} en valeur relative et s'applique au désaccord par rapport aux différentes résonances. Pour une longueur d'onde de 813 nm où la résonance la plus proche est à 679 nm, cette correction vient donc modifier d'au plus 10^{-3} nm la valeur de la longueur d'onde magique λ_m.

Sensibilité magnétique

L'absence de structure Zeeman pour les niveaux d'horloge vient également modifier la sensibilité au champ magnétique puisqu'il n'y a plus de sensibilité au premier ordre. La sensibilité au deuxième ordre, quant à elle, est toujours largement dominée par le couplage entre les niveaux $^3P_0$ et $^3P_1$, le niveau $^1P_1$ étant situé beaucoup plus loin en énergie. Le calcul perturbatif utilisé au chapitre 2 peut

être adapté au cas du boson :

$$h\Delta_Z^{(2)} = -\frac{|\langle {}^3P_0|\hat{H}_Z|{}^3P_1\rangle|^2}{h\nu({}^3P_0 \to {}^3P_1)} \tag{6.2}$$

$$\simeq -\alpha^2 \frac{|\langle {}^3P_0|\hat{H}_Z|{}^3P_1^0\rangle|^2}{h\nu({}^3P_0 \to {}^3P_1)}. \tag{6.3}$$

Dans le cas des isotopes bosoniques des alcalino-terreux, le calcul de l'élément de matrice est identique quel que soit l'élément et vaut $\langle {}^3P_0|\hat{H}_Z|{}^3P_1^0\rangle = \sqrt{2/3}\mu_B B$. On retrouve donc pour l'expression du déplacement Zeeman du second ordre exactement la même expression que dans le cas du fermion (équation 2.57). La différence vient donc du coefficient de mélange α et de la fréquence de la transition, mais cette fréquence avait été elle-même simplifiée dans le cas du ^{87}Sr en considérant que la structure hyperfine était négligeable devant l'écart de structure fine. Il n'est donc pas étonnant de retrouver la même dépendance qui vaut -0.233 Hz/G^2 et qui a été calculée [101] et mesurée expérimentalement [33] dans le cas du ^{88}Sr.

6.1.2 Horloge bosonique à réseau optique en utilisant des transitions à plusieurs photons

La transition d'horloge étant interdite à tous les ordres pour les processus à un photon, la première idée qui vient est d'utiliser des transitions à plusieurs photons. Une proposition a été faite pour un processus à deux photons [145, 146] en prenant le niveau ${}^1P_1$ comme niveau intermédiaire, tandis qu'une autre publication [147] envisage une transition à trois photons utilisant les niveaux ${}^3P_1$ et ${}^3S_1$ comme niveaux intermédiaires. Ces deux possibilités utilisent des processus de transparence électromagnétiquement induite.

Résonance à deux photons

L'idée d'une transition à deux photons pour la transition ${}^1S_0 \to {}^3P_0$ du ^{88}Sr repose sur une structure en lambda utilisant le niveau intermédiaire ${}^1P_1$. Les expériences de transparence électromagnétiquement induite utilisent généralement deux niveaux quasiment dégénérés et un niveau excité, de manière à pouvoir négliger l'émission spontanée entre les deux niveaux de basse énergie, mais ce schéma fonctionne bien ici aussi étant donnée la durée de vie de l'état ${}^3P_0$. La figure 6.1 présente les niveaux en jeu ainsi que les fréquences et les désaccords qui interviennent dans l'étude. Pour simplifier les notations, les niveaux ont été renommés $|{}^1S_0\rangle = |1\rangle$, $|{}^3P_0\rangle = |2\rangle$ et $|{}^1P_1\rangle = |3\rangle$. Leurs énergies en absence de perturbation sont données par les pulsations ω_i, $i = 1,2,3$.

Un laser sonde est accordé à proximité de la résonance $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ à 461 nm. Sa pulsation est ω_s, et le désaccord par rapport à la résonance est noté $\delta_s = \omega_{13} - \omega_s$. Cette transition étant autorisée par couplage dipolaire électrique (E1), on note la pulsation de Rabi associée $\Omega_s = \langle 3|d|1\rangle E_0/\hbar$, où d est le moment dipolaire électrique, et E_0 l'amplitude du champ électrique du laser. Le laser pompe est accordé a proximité de la résonance $^3P_0 \rightarrow {}^1P_1$ à 1354 nm. On note ω_p et $\delta_p = \omega_{23} - \omega_p$ sa pulsation et son désaccord. Cette transition est interdite par couplage dipolaire électrique, mais autorisée par couplage dipolaire magnétique (M1). La fréquence de Rabi du couplage Ω_p fait donc intervenir le moment dipolaire magnétique M et l'amplitude du champ magnétique de l'onde B_0. On note $\Omega_p = \langle 3|M|2\rangle B_0/\hbar$. Afin de simplifier le problème, on suppose les deux lasers polarisés linéairement, et que les champs E_0 et B_0 sont alignés, de manière à ne faire intervenir que le sous-niveau $m_J = 0$ du niveau $^1P_1$.

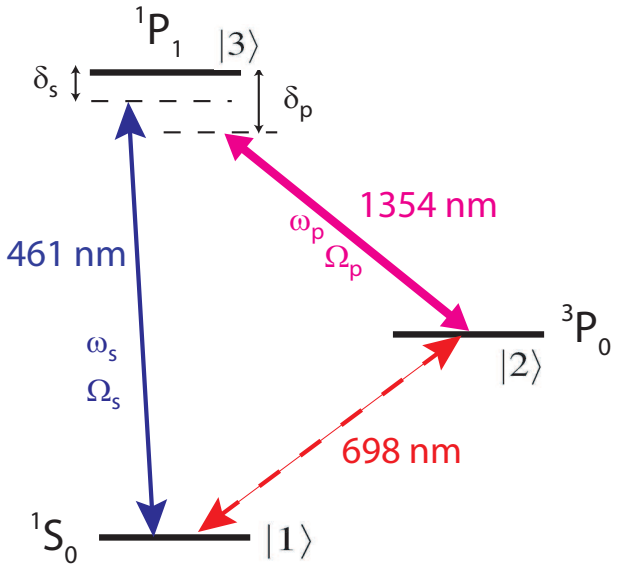

FIG. 6.1 – Schéma des niveaux intervenant dans l'excitation de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ du ^{88}Sr en utilisant deux lasers et le niveau $^1P_1$ comme intermédiaire.

Si on considère dans un premier temps le laser pompe seul et les niveaux $|2\rangle$ et $|3\rangle$, on retrouve un système simple à deux niveaux couplés par un laser résonant, le niveaux excité ayant un taux de perte par émission spontanée Γ ($\Gamma = 2\pi \times 32$ MHz pour le niveau $^1P_1$). Ce couplage revient à mélanger légèrement les niveaux, et si

on utilise le formalisme des états habillés, on crée ainsi un état $|2'\rangle$ qui s'écrit [145]

$$|2'\rangle = \left(|2\rangle e^{-i\omega_2 t} + \alpha|3\rangle e^{-i(\omega_3+\delta_d)t}\right) e^{-i\beta t}, \tag{6.4}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{\Omega_d}{\delta_d + i\Gamma/2}, \qquad \beta = \frac{1}{2}\omega_d \alpha. \tag{6.5}$$

Par l'action du faisceau pompe, on est capable de recréer artificiellement le mélange de niveaux qui se fait naturellement par couplage hyperfin dans le cas du ^{87}Sr, l'avantage étant qu'on peut "contrôler" le mélange en modifiant la puissance de la pompe. La largeur du niveau ainsi créé peut s'écrire $\Gamma' = \Omega_d^2/\Gamma$; si on veut reproduire le cas du fermion ($\Gamma' = 1$ mHz), il faut utiliser une intensité laser $I = 3.9$ mW/cm^2 et le coefficient de mélange $|\alpha|$ est alors de l'ordre de 10^{-5}.

L'ajout du laser sonde permet de créer une configuration propre à la transparence électromagnétiquement induite (TEI) : en accordant le laser sonde et le laser pompe ($\delta_s \simeq \delta_p$) on réalise un processus cohérent qui se traduit par une absence d'absorption des photons de la sonde à résonance exacte. Le profil d'absorption classique présente donc un creux à résonance, dont la largeur est de l'ordre de Γ', sur laquelle on peut venir s'asservir. Dans une configuration "classique", on a besoin d'asservir sur la résonance un laser ultra-stable ; dans cette configuration, c'est la différence de fréquence des deux lasers qui doit être ultra-stable, la fréquence individuelle des lasers n'étant responsable que d'un éventuel déplacement lumineux si on s'éloigne de résonance. On en revient donc à contrôler la fréquence exacte de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$.

Évaluation des performances possibles

Afin de reproduire les mêmes performances que les horloges fonctionnant avec l'isotope fermionique, une telle horloge doit également fonctionner avec un réseau optique de manière à piéger les atomes dans le régime de Lamb-Dicke. On supposera ici que le même niveau de contrôle du déplacement lumineux que dans les horloges à ^{87}Sr peut être atteint. Le contrôle de la différence de fréquence entre les deux lasers est réalisé à l'aide d'un laser à 698 nm stabilisé de manière à transmettre ses caractéristiques au signal de différence de fréquence. Pour cela, on envoie les deux lasers d'interrogation dans un cristal non-linéaire qui produit un signal à la fréquence $\omega_s - \omega_p$. Ce signal est asservi en phase sur le signal du laser de référence, de manière à imposer $\omega_s - \omega_p = \omega_{698}$. De cette manière, un laser ultra-stable ayant une largeur de raie de 1 Hz permet de contrôler les fluctuations de la différence à 1 Hz près.

Les principaux effets systématiques qui apparaissent avec ce schéma de fonctionnement par rapport à une excitation directe sont les déplacements lumineux des trois niveaux dus aux différents lasers. A la longueur d'onde magique, les

deux lasers d'interrogation viennent déplacer les niveaux d'horloge. Le déplacement de la fréquence de transition à cause du laser pompe utilisé avec une intensité de 3.9 mW/cm^2 est estimé à 21 mHz, alors que celui causé par le laser sonde, pouvant fonctionner à une intensité plus faible (de l'ordre de 10 μW/cm^2), ne dépasse pas 1 mHz. Un contrôle à 1% près de la puissance permet alors d'avoir une incertitude sur ces effets ramenée au niveau de 10^{-18}. D'autre part, le niveau intermédiaire $|3\rangle$ est également déplacé, mais principalement par le piège dipolaire. Pour une profondeur de piège de 150 kHz (soit environ 40 E_r), le niveau $^1P_1$ est déplacé de -250 kHz. Ce déplacement de fréquence peut être simplement vu comme un déplacement du désaccord des deux lasers utilisés pour l'interrogation. Pour une largeur de raie $\Gamma' = 1$ mHz, il a néanmoins été montré que le profil du creux de TEI était quasiment inchangé en balayant le désaccord entre 0 et quelques centaines de kHz, donc cet effet ne devrait pas modifier l'asservissement sur le profil.

Finalement, en tenant compte des effets systématiques "classiques", comme le déplacement Zeeman (ici réduit sous le niveau de 10^{-18} puisque seul l'effet du second ordre persiste) ou bien le déplacement dû au rayonnement de l'enceinte, on arrive à une estimation finale de l'exactitude possible à atteindre de l'ordre de 2×10^{-17}. Néanmoins, l'inconvénient principal de cette méthode est qu'elle nécessite l'utilisation de plusieurs lasers et de processus non linéaires pour générer la fréquence d'horloge. D'un point de vue technique, il est également plus difficile de traiter les différentes optiques pour toutes les longueurs d'onde utilisées.

Résonance à trois photons

Une technique similaire a été proposée en utilisant trois lasers et quatre niveaux [147]. Cette fois on utilise les transitions intermédiaires $^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ (associée au laser sonde à la fréquence ω_s), $^3P_1 \rightarrow {}^3S_1$ (laser pompe puissant à ω_p) et $^3P_0 \rightarrow {}^3S_1$ (laser pompe faible à ω_f). Les niveaux sont tracés sur la figure 6.2. Les pulsations de Rabi associées à ces transitions, qui sont toutes de type dipolaire électrique, sont notées Ω_s, Ω_p et Ω_f ; les désaccords par rapport aux résonances atomiques correspondantes sont δ_s, δ_p et δ_f.

Le phénomène quantique qui apparait dans cette configuration est appelé transparence et absorption électromagnétiquement induites (TAEI). Il est très similaire à la TEI utilisée dans le cas d'une résonance à deux photons, à la différence que le profil d'absorption du laser sonde présente dans ce cas un pic lorsque les lasers sont accordés sur la résonance atomique ($\delta_s + \delta_p = \delta_f$, où de manière équivalente $\omega_s + \omega_p - \omega_f = \omega_{698}$). On peut de la même manière contrôler la largeur du niveau $^3P_0$ en variant l'intensité des différents lasers, et on s'asservit sur le pic d'absorption. La même solution a été proposée pour asservir les trois lasers ensemble : grâce à des processus non linéaires, on peut générer à partir des trois fréquences la fréquence de la transition d'horloge. Grâce à un laser ultra-stable à 698 nm, on

vient corriger un des trois lasers de manière à maintenir constante la différence des fréquences.

Les calculs de [147] ont été réalisés pour des atomes de Yb, mais on peut les généraliser pour des atomes de Sr. Ils prédisent qu'un désaccord d'un des lasers de 2 kHz ne déplace la position de la résonance que d'une fréquence relative de 10^{-18}, alors que le déplacement lumineux de la transition d'horloge représente quelques dizaines de mHz, contrôlables également au niveau de 10^{-18}. Néanmoins, le fait que trois lasers soient utilisés rend cette méthode moins pratique qu'une méthode à deux photons et n'apporte pas d'avantages sur le contrôle des effets systématiques.

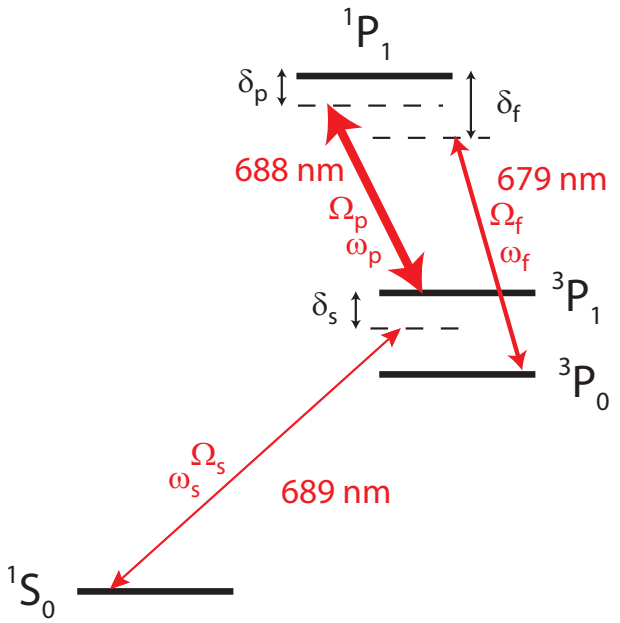

FIG. 6.2 – Schéma des niveaux intervenant dans l'excitation de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ du ^{88}Sr en utilisant trois lasers et les niveau $^3P_1$ et $^3S_1$ comme intermédiaires.

6.1.3 Horloge bosonique avec un champ magnétique statique

Une méthode plus simple à mettre en place a récemment été proposée pour réaliser une horloge à réseau optique bosonique. Elle consiste à mélanger légèrement le niveau $^3P_0$ avec le niveau $^3P_1$ à l'aide d'un champ magnétique statique [101]. Cette méthode, qui tire partie du couplage magnétique entre les deux niveaux responsable de l'effet Zeeman du second ordre sur la transition d'horloge, a l'avantage de ne nécessiter qu'un seul laser d'horloge directement accordé

sur la fréquence d'horloge. De fait, la mise en œuvre expérimentale est assez similaire à celle d'une horloge fermionique utilisant un champ magnétique lors de l'interrogation.

Modèle simple dans le cas d'un système à trois niveaux

On considère tout d'abord un système à trois niveaux $^1S_0$, $^3P_0$ et $^3P_1$. En présence d'un champ magnétique statique $\mathbf{B}$, le hamiltonien Zeeman qui en découle s'écrit sous la forme $\hat{H}_Z = -\mathbf{M}.\mathbf{B}$ où $\mathbf{M}$ est le moment magnétique atomique. En traitant ce terme supplémentaire de manière perturbative, on peut définir une fréquence de Rabi associée au couplage entre les niveaux $^3P_0$ et $^3P_1$: $\Omega_Z = -\langle {}^3P_0|\mathbf{M}.\mathbf{B}|{}^3P_1\rangle/\hbar$. Le déplacement d'énergie associé du niveau $^3P_0$ est du deuxième ordre et s'écrit (voir équation 6.2)

$$h\Delta_Z = -\hbar\frac{\Omega_Z^2}{\omega({}^3P_0 \to {}^3P_1)}, \tag{6.6}$$

où on a noté la différence d'énergie entre les deux niveau en fonction de la pulsation associée pour simplifier les notations. Au premier ordre de la théorie des perturbations, on peut écrire le nouvel état propre issu de $^3P_0$ en présence du couplage magnétique :

$$|{}^3P_0'\rangle = |{}^3P_0\rangle + \frac{\langle {}^3P_1|\hat{H}_Z|{}^3P_0\rangle}{E({}^3P_0) - E({}^3P_1)}|{}^3P_1\rangle, \tag{6.7}$$

$$= |{}^3P_0\rangle - \frac{\Omega_Z}{\omega({}^3P_0 \to {}^3P_1)}|{}^3P_1\rangle. \tag{6.8}$$

La transition $^1S_0 \to {}^3P_0'$ devient alors faiblement autorisée grâce à la présence du niveau $^3P_1$ qui est lui couplé au niveau fondamental par un couplage dipolaire électrique (avec une largeur $\Gamma_1 \simeq 2\pi \times 7.6\,\text{kHz}$).

On interroge alors la transition $^1S_0 \to {}^3P_0'$ avec un laser ayant d'amplitude $\mathbf{E}$ et de pulsation ω, et on note $\Omega_L = -\langle {}^3P_1|\mathbf{d}.\mathbf{E}|{}^1S_0\rangle/\hbar$ la pulsation de Rabi associée à la transition dipolaire électrique correspondante, $\mathbf{d}$ étant le moment dipolaire électrique. Lorsque la fréquence du laser est accordée proche de résonance ($\omega \simeq \omega_{698}$), on peut écrire la pulsation de Rabi de la transition d'horloge :

$$\Omega_R = -\frac{\langle {}^3P_0'|\mathbf{d}.\mathbf{E}|{}^1S_0\rangle}{\hbar} = \frac{\Omega_L\Omega_Z}{\omega({}^3P_0 \to {}^3P_1)}. \tag{6.9}$$

Le but est alors de trouver des valeurs de $\mathbf{E}$ et de $\mathbf{B}$ permettant d'obtenir une pulsation de Rabi compatible avec le laser d'interrogation (c'est à dire au moins de l'ordre de la largeur de raie du laser d'horloge).

On peut voir qu'il est possible d'exprimer de manière plus pratique la pulsation de Rabi de la transition en fonction des déplacements de fréquence induits par les champs appliqués. En plus du déplacement Zeeman Δ_Z, on peut écrire dans le cas d'un système à trois niveaux le déplacement lumineux de la fréquence de la transition d'horloge comme

$$h\Delta_L = \hbar \frac{\Omega_L^2}{4\omega(^3P_0 \rightarrow {}^3P_1)}. \tag{6.10}$$

Dans ce cas on voit directement que la pulsation de Rabi de la transition peut s'écrire $\Omega_R/2\pi = 2\sqrt{|\Delta_L \Delta_Z|}$. Il est donc possible de privilégier un déplacement plutôt qu'un autre (celui qu'on sait le mieux contrôler) pour obtenir la pulsation de Rabi désirée.

Cas du ^{88}Sr

En réalité la situation est un peu plus complexe en raison de la présence d'autres niveaux. En ce qui concerne l'effet Zeeman, il faudrait normalement considérer également le couplage du niveau $^3P_0$ avec le niveau $^1P_1$, mais il est négligeable à cause du dénominateur d'énergie intervenant dans le calcul du niveau $^3P_0'$. Il faut également tenir compte de la sous-structure magnétique du niveau $^3P_1$. Pour ce qui est du déplacement lumineux, il faut tenir compte des autres niveaux couplés aux niveaux d'horloge, comme cela a été montré au chapitre 2. En plus, l'orientation relative des deux champs entre aussi en compte dans l'efficacité du processus. Une fois tous ces paramètres pris en compte, on peut écrire la pulsation sous la forme relativement simple

$$\Omega_R/2\pi = \eta\sqrt{|\Delta_L \Delta_Z|}\cos\theta. \tag{6.11}$$

Dans cette expression, θ désigne l'angle formé par les vecteurs **E** et **B**, tandis que η est un facteur numérique qui prend en compte tous les coefficients qui permettent de relier les valeurs de E et B aux déplacements de fréquence associés. Dans le cas du ^{88}Sr, ce coefficient a été calculé numériquement et vaut $\eta = 0.30$ [101]. En réalité l'incertitude sur ce coefficient est importante puisqu'il englobe notamment l'estimation de la polarisabilité des niveaux qui, on l'a vu, coïncide assez mal avec les observations expérimentales (dans le calcul de la longueur magique par exemple).

En utilisant cette expression et en supposant qu'on est capable d'effectuer une interrogation de la transition en utilisant une fréquence de Rabi de 1 Hz, il faut par exemple utiliser des valeurs de B et de l'intensité lumineuse I induisant des déplacements de fréquence de 3 Hz chacun. En fait, le contrôle du champ magnétique peut se faire à un bien meilleur niveau que celui de l'intensité lumineuse, pour

laquelle il est difficile d'évaluer les effets à mieux que 1% au niveau des atomes. En prenant par exemple $B = 15\,\mathrm{G}$ et $I = 10\,\mathrm{mW/cm^2}$, on peut obtenir une fréquence de Rabi de l'ordre du Hz. Les déplacement associés sont alors $\Delta_Z \simeq 52\,\mathrm{Hz}$ et $\Delta_L = 180\,\mathrm{mHz}$. Les contrôler au niveau de quelques mHz (soit 10^{-17} en valeur relative) requiert une stabilisation de l'intensité laser au niveau du % ainsi qu'un contrôle du champ magnétique au niveau de 1 mG.

6.1.4 Horloge bosonique avec un laser à la longueur d'onde magique

Une dernière solution pour mélanger le niveau $^3P_0$ à un niveau de durée de vie finie et d'utiliser simplement un seul faisceau laser. Contrairement au cas où on utilise un champ magnétique statique et où la fréquence d'horloge est modifiée par ce couplage car seul le niveau excité est perturbé, l'utilisation d'un laser vient déplacer les deux niveaux d'énergie. Or on connaît justement la longueur d'onde pour laquelle la transition d'horloge n'est pas modifiée par ce déplacement lumineux : la longueur d'onde magique [102].

Mélange des niveaux

Le champ électrique du laser de couplage est noté $\mathbf{E}_c = E_c \mathbf{e} \cos(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega_m t)$ (ω_m est la pulsation associée à la longueur d'onde magique). Comme dans le cas du couplage à l'aide d'un champ magnétique statique, le traitement perturbatif de l'effet de ce laser montre qu'on va essentiellement contaminer le niveau $^3P_0$ avec le niveau $^3P_1$, le coefficient de mélange étant donné par

$$|^3P_0'\rangle = |^3P_0\rangle + \varepsilon |^3P_1\rangle \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon = \frac{\Omega_{01}}{\omega_{01}}, \tag{6.12}$$

où Ω_{01} est la fréquence de Rabi de la transition $^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$ induite par le couplage et ω_{01} est la fréquence de la transition. Dans le cas d'un couplage lumineux, un transition de type dipolaire électrique est interdite par la règle de sélection $\Delta L \neq 0$, donc il faut regarder les transitions d'ordre plus élevé. Une transition dipolaire magnétique est possible, mais la force de couplage associée est totalement négligeable par rapport à une transition à deux photons E1. Le processus de couplage principal est donc du deuxième ordre, et la pulsation de Rabi associée peut s'écrire [102]

$$\hbar\Omega_{01} = -\frac{E_c^2}{4\sqrt{6}} \xi\, \alpha^V_{^3P_0}(\omega_m), \tag{6.13}$$

où ξ est l'ellipticité du faisceau et $\alpha^V_{^3P_0}$ est la composante vectorielle de la polarisabilité dynamique du niveau $^3P_0$. Ces notations ont été introduites au chapitre 2 pour présenter les effets systématiques dus au laser de piégeage.

Cette expression montre que le couplage du deuxième ordre n'est effectif que dans le cas où la polarisation du laser de couplage n'est pas linéaire. L'idée est donc d'utilisation une polarisation circulaire ($\xi = 1$) pour maximiser la pulsation de Rabi. Comme de plus on travaille avec le ^{88}Sr, la polarisation du laser n'a aucune influence sur le déplacement lumineux de la transition d'horloge et on est toujours dans une situation où ce déplacement est nul au premier ordre.

Fonctionnement dans une telle configuration

Le mélange des niveaux a pour effet de donner une durée de vie ajustable au niveau $^3P_0'$ ainsi créé, qui s'écrit $\tau(^3P_0') = (1/|\varepsilon|^2)\tau(^3P_1)$. En utilisant un faisceau d'intensité $I_c = 0.5\,\mathrm{MW/cm^2}$, on peut avoir une fréquence de Rabi Ω_{01} de l'ordre de 10 MHz et une largeur du niveau de quelques mHz, soit un couplage équivalent à celui utilisant un champ magnétique de 10 G. Si on considère maintenant l'effet du faisceau sonde, de champ électrique $\mathbf{E}_s$, on va pouvoir, par couplage dipolaire électrique, induire la transition avec une fréquence de Rabi $\Omega_s = -\langle {}^3P_0'|\mathbf{d}.\mathbf{E}_s|{}^1S_0\rangle$. L'élément de matrice est non nul du fait du mélange de $^3P_0$ et $^3P_1$, lui même couplé au niveau $^1P_1$ en raison de la structure fine. Pour une intensité de la sonde $I_s = 10\,\mathrm{mW/cm^2}$, on peut alors obtenir une fréquence de Rabi $\Omega_s \simeq 0.3$ Hz.

Le principal inconvénient de cette méthode vient du fait que le processus de couplage est un processus du second ordre, qui nécessite donc une intensité laser importante pour induire une faible contamination du niveau $^3P_0$ par le niveau $^3P_1$. L'avantage de supprimer tout déplacement lumineux du premier ordre à la longueur d'onde magique est donc perdu en raison de l'apparition d'un déplacement lumineux du second ordre. Il est dû non seulement au laser de piégeage d'intensité I_p, mais également au laser de couplage ainsi qu'à des termes croisés faisant intervenir le produit I_cI_p, tous ces termes étant sensibles à la polarisation des différents faisceaux. Une évaluation du facteur de proportionnalité donnant le déplacement lumineux du second ordre a été faite dans la référence [102], et donne une estimation de ce déplacement $\Delta_L^{(2)} = -61.5 \times I^2$, où l'intensité I est donnée en $\mathrm{MW/cm^2}$ et Δ_L en Hz. Même si on a vu que les calculs d'hyperpolarisabilité étaient très imprécis, cette valeur donne un ordre de grandeur du déplacement dans le cas étudié ici, et qui vaut environ 15 Hz en valeur absolue. Cet effet rend donc cette méthode inappropriée en l'état pour la réalisation d'une horloge optique de haute performance.

6.2 Évaluation de l'horloge au ^{88}Sr

La première réalisation expérimentale d'une horloge à réseau optique utilisant un atome bosonique a été effectuée au NIST dans l'équipe de L. Hollberg

sur l'horloge à Yb et en utilisant un champ magnétique statique comme champ de couplage. Elle a donné lieu à l'observation de la transition d'horloge avec l'isotope ^{174}Yb [103]. Des résonances d'une largeur minimale de 20 Hz ont pu être observées en utilisant un champ magnétique $B = 12.9$ G et une intensité lumineuse du laser d'interrogation $I = 280$ mW/cm^2, qui correspondent à une fréquence de Rabi d'environ 4 Hz. De telles largeurs étaient a priori limitées par le laser d'interrogation.

Néanmoins, aucune évaluation de l'horloge n'a été effectuée dans ces conditions. Ce type de dispositif étant très simple à mettre en place à partir du système fonctionnant avec du ^{87}Sr, nous avons effectué la première évaluation d'une horloge à réseau optique avec des bosons en travaillant avec l'isotope ^{88}Sr [33].

6.2.1 Modifications du dispositif expérimental

Le passage du fermion au boson n'a nécessité que quelques modifications mineures du dispositif expérimental. Il est désormais possible de passer d'un isotope à l'autre de manière rapide et sans avoir à retoucher à la plupart des alignements. Comme la plupart des lasers sont asservis sur les transitions atomiques correspondantes de l'isotope bosonique, on a généralement ajouté dans le montage des MAO permettant de décaler la fréquence des différents lasers pour atteindre les résonances correspondantes pour le fermion. En jouant sur ces MAO, on est donc capable de retrouver les fréquences nécessaires pour utiliser l'horloge avec le ^{88}Sr.

D'autre part, la séquence temporelle de l'horloge dans son fonctionnement bosonique est identique à celle de l'horloge fermionique en supprimant la phase de pompage optique. La durée de l'étape de piégeage magnéto-optique est dans ce cas légèrement plus importante (environ 400 ms), et les autres étapes ont des durées identiques. La durée typique d'un cycle est alors de l'ordre de 600 ms. Enfin, il faut noter qu'aucune modification n'a été faite au niveau du laser à 813 nm, et les mesures ont été réalisée à la longueur d'onde magique mesurée pour le fermion : $\lambda_m = 813.428$ nm.

Laser à 461 nm

Le passage du fermion au boson est relativement simple pour ce qui concerne le laser à 461 nm puisque la largeur de raie du niveau $^1P_1$ ($\Gamma_{461}/2\pi = 32$ MHz) est du même ordre de grandeur que le décalage isotopique entre la fréquence de la transition $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ du boson et celles des différentes transitions hyperfines dans le cas du fermion (voir la figure 4.6). Le décalage de fréquence s'effectue directement sur le faisceau qui est envoyé vers le petit jet pour l'asservissement de fréquence du laser. Grâce au MAO utilisé en double passage (AO4 sur la figure 4.7 représentant le dispositif pour les différents faisceaux bleus), on peut asservir le

laser sur la résonance du boson ou du fermion en décalant simplement la fréquence de 191.5 MHz pour le fermion à 171 MHz pour le boson, et l'alignement reste inchangé. Sans aucune modification supplémentaire, on passe d'un PMO de ^{87}Sr à un PMO de ^{88}Sr.

En revanche, une modification est effectuée au niveau de la fréquence de la sonde bleue qui sert à mesurer la fluorescence des atomes après interrogation. Afin d'obtenir le maximum de fluorescence lors de la détection, la fréquence du MAO contrôlant la sonde bleue (AO5) est également modifiée lors du passage du fermion au boson, ce qui nécessite de retoucher l'alignement.

Lasers de manipulation des atomes

Dans le cas des lasers à 689 nm et 688 nm utilisés pour le drainage atomique et le refroidissement "rouge", on a choisi les transitions hyperfines les plus proches des résonances correspondantes pour le ^{88}Sr, mais le décalage isotopique est dans les deux cas de plus de 200 MHz (voir figure 4.11). Il n'est donc pas possible de passer de l'un à l'autre en modifiant simplement la fréquence d'un MAO (typiquement accordable sur plus ou moins 10% de sa fréquence nominale, voire 20% en ayant des pertes) en double passage. Pour cela on a donc ajouté un MAO supplémentaire sur chacun des faisceaux utilisés.

L'asservissement du laser à 689 nm est opéré en récupérant l'ordre 0 d'un MAO, l'ordre $+1$ servant à se décaler sur la fréquence du fermion (voir le schéma du dispositif sur la figure 6.3). On a alors rajouté un MAO supplémentaire (AO4 sur la figure), qui est éteint lorsque l'horloge fonctionne avec le fermion et dont on récupère l'ordre -1 (à -221.7 MHz) dans le cas d'un fonctionnement avec du ^{88}Sr de manière à se recaler sur la fréquence des atomes du petit jet. En réalité, le deuxième MAO crée un décalage d'environ 1.5 MHz entre la fréquence servant à asservir les atomes et celle utilisée pour manipuler les atomes, de manière à optimiser la phase de capture dans le piège dipolaire. Enfin, la partie du laser à 689 nm qui sert au refroidissement dans le plan transverse est également modifiée. En ajoutant AO7 (voir le schéma 4.17) sur le trajet du faisceau sur la table optique secondaire, on peut, en récupérant l'ordre -1, atteindre la fréquence de l'isotope bosonique.

Dans le cas du laser à 688 nm, la méthode est relativement similaire, mais la correction a lieu avant l'asservissement sur les atomes. Ainsi, dans le cas d'une horloge au ^{87}Sr, la fréquence du laser est asservie sur la résonance atomique du ^{88}Sr, et l'ordre $+1$ d'un MAO (AO5 sur la figure) permet d'atteindre la résonance du fermion. Dans le cas d'une horloge au ^{88}Sr, on utilise AO6 en double passage qui décale la fréquence du laser d'exactement l'opposé de la fréquence appliquée à AO5. Ainsi, la fréquence du laser est asservie à -265.5 MHz de la résonance atomique, puis est recalée sur cette résonance après passage dans AO5.

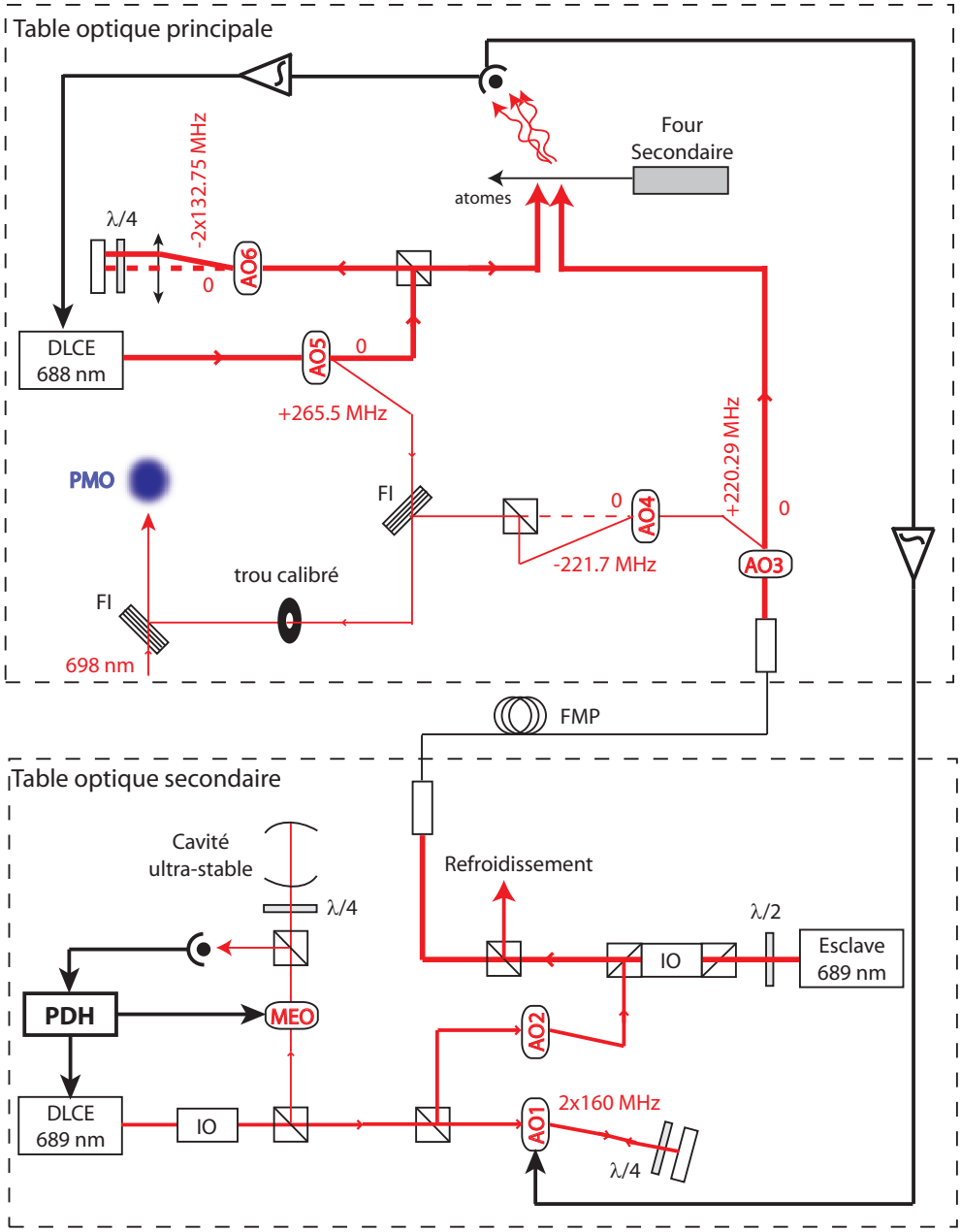

FIG. 6.3 – Schéma du dispositif de drainage atomique. Seuls les trajets en pointillés (AO4 et AO6) ont été inversés par rapport au fonctionnement avec le fermion présenté dans le chapitre 4.

En ce qui concerne les lasers utilisés pour le repompage à 679 nm et 707 nm, aucune modification n'est nécessaire. En effet, les fréquences de ces deux lasers sont modulées sur ± 4 GHz dans le cas de l'horloge fermionique pour pouvoir couvrir l'ensemble des résonances hyperfines qui entrent en jeu. Les résonances correspondantes dans le cas du boson sont situées à peu près au centre des différentes résonances hyperfines, comme le montre le schéma des décalages isotopiques 4.13, et sont donc systématiquement couvertes par la modulation.

Laser d'horloge

La modification de la fréquence du laser d'horloge se fait à nouveau en utilisant un MAO en double passage, comme dans le cas de la sonde à 461 nm. Le décalage isotopique de la transition d'horloge, qui a été mesuré [33] et qui est présenté par la suite, est d'environ 62 MHz. En changeant la fréquence de AO1 (sur la figure 4.19) de 196 MHz à 227 MHz, on peut donc rattraper la fréquence. Cette partie du montage étant un peu plus sensible, notamment en raison de la faible puissance disponible dans le laser maître et du décalage de fréquence, il est dans ce cas nécessaire de réaligner les faisceaux, notamment pour l'injection dans la fibre conduisant à la table optique principale et pour l'injection des différents lasers esclaves.

Lors de l'interrogation, le champ magnétique statique appliqué est produit de la même manière que pour l'horloge à ^{87}Sr en utilisant des atomes polarisés : on utilise la paire de bobines transverse associée à la direction de pompage optique. Le champ magnétique utilisé pour le ^{88}Sr est en revanche nettement supérieur : alors qu'un champ de l'ordre du G était suffisant pour résoudre les différentes raies Zeeman du ^{87}Sr, on utilise dans le cas du boson un champ magnétique de l'ordre de 17 G pour obtenir une fréquence de Rabi de l'ordre de la largeur de raie du laser (avec une puissance du laser d'interrogation maximale), ce qui correspond à un courant de 6 A dans les bobines. Étant donnée la durée de l'interrogation, le refroidissement appliqué à ces bobines est suffisant pour dissiper la chaleur. D'autre part, pour maximiser la fréquence de Rabi, il faut que le champ magnétique et le champ électrique du laser d'interrogation soient parallèles, ce qui est équivalent au cas où l'on utilise un faisceau de polarisation π dans le cas du fermion, et ne pose donc aucun problème.

6.2.2 Caractérisation de l'horloge

Résonance et mesure de fréquence

Afin de déterminer la position initiale de la résonance du boson par rapport à celle du fermion, connue initialement à quelques MHz près, on a tout d'abord

procédé à un élargissement de la transition. Pour cela, on a utilisé la puissance maximale disponible à 698 nm, soit environ 6 mW (correspondant environ à une intensité de 7 W/cm^2) ainsi qu'un temps d'interaction de 400 ms, bien au-delà du temps de cohérence du laser ultra-stable. Enfin, on balaye de manière adiabatique la fréquence appliquée sur le MAO contrôlant la fréquence du laser afin de détecter plus facilement la résonance. La résonance a ensuite été affinée en diminuant la puissance du laser et le temps d'interrogation. La figure 6.4 présente une résonance obtenue avec un champ magnétique d'environ 17 G, une puissance laser de 5 mW et une durée d'interrogation de 20 ms.

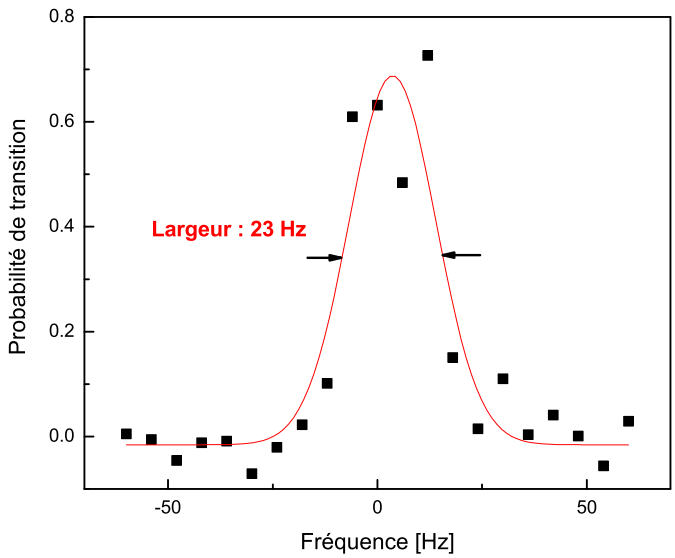

FIG. 6.4 – Résonance observée en utilisant un champ magnétique $B_0 = 16.8$ G, un intensité laser $I_0 \simeq 6$ W/cm^2 et une durée d'interrogation $t = 20$ ms.

Le principe de la mesure de fréquence reste le même. Dans le cas du ^{88}Sr, il n'y a pas de résonances symétriques à interroger, donc une mesure peut donner quatre fréquences prises pour quatre profondeurs de piège différentes. Le but de cette première évaluation a été d'effectuer une mesure absolue de la fréquence, à l'aide du peigne de fréquence femtoseconde du SYRTE, ainsi que l'évaluation des principaux effets systématiques induits par l'interrogation : le déplacement Zeeman du second ordre et le déplacement lumineux dû à la sonde. C'est essentiellement la largeur de raie du laser d'interrogation qui conditionne la valeur de ces déplacements. Dans notre cas, des intégrations de 20 mn sont suffisantes pour évaluer les effets systématiques, l'incertitude statistique au bout de cette durée

étant plus faible que l'incertitude sur les effets.

Déplacements de fréquence issus de la méthode d'interrogation

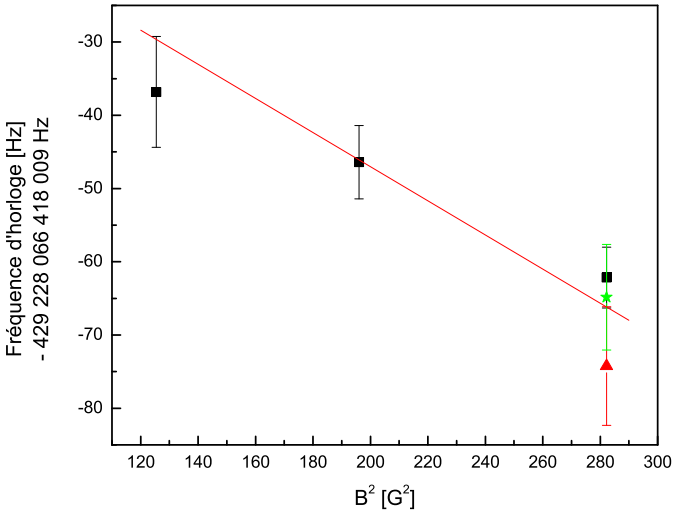

FIG. 6.5 – Fréquence d'horloge en fonction du champ magnétique appliqué pour le mélange des niveaux $^3P_0$ et $^3P_1$, après correction du déplacement lumineux. ■ : $I/I_0 = 1$; ▲ : $I/I_0 = 0.83$; ★ : $I/I_0 = 0.4$. La droite rouge représente la dépendance théorique de la fréquence en fonction du champ magnétique.

Pour un laser d'horloge ayant une largeur de raie de 10 Hz au mieux, l'interrogation doit se faire en utilisant des champs suffisamment importants. La situation de référence pour l'évaluation des différents effets correspond à un champ magnétique $B_0 = 16.8$ G et une intensité laser $I_0 \simeq 6$ W/cm^2 qui est difficile à mesurer précisément. En effet, on cherche à connaître l'intensité réellement vue par les atomes, qui dépend à la fois du bon alignement du faisceau sur le piège et de la qualité du mode laser, et ces deux paramètres sont difficilement accessibles. Le champ magnétique et l'intensité ont alors été variés de manière à mettre en évidence les déplacements et à les évaluer.

L'évaluation du déplacement Zeeman a pu être faite de manière précise. Même si dans le cas du boson on n'utilise pas de méthode permettant de mesurer le champ magnétique en temps réel comme avec des fermions polarisés, la mesure de l'horloge en "configuration fermion" qui a précédé l'évaluation de l'horloge en "configuration boson" a permis d'effectuer une bonne calibration du champ

magnétique en fonction de l'intensité dans les bobines. On estime que cette calibration est suffisante pour avoir une connaissance du champ magnétique à 1% près, l'intensité du courant dans les bobines étant ici 17 fois supérieure. La figure 6.5 présente les mesures de la fréquence absolue de la transition en fonction du carré du champ magnétique utilisé, pour différentes intensités laser. La dépendance théorique de cet effet étant bien connue et confirmée expérimentalement dans le cas du fermion [32], on a ajouté sur la figure une droite représentant le comportement attendu après ajustement de la valeur à l'origine. On peut voir que les mesures effectuées sont en bon accord avec ce comportement, ce qui permet d'évaluer le déplacement Zeeman en présence d'un champ de couplage B_0 : $\Delta_Z = -65.8(1.3)$ Hz.

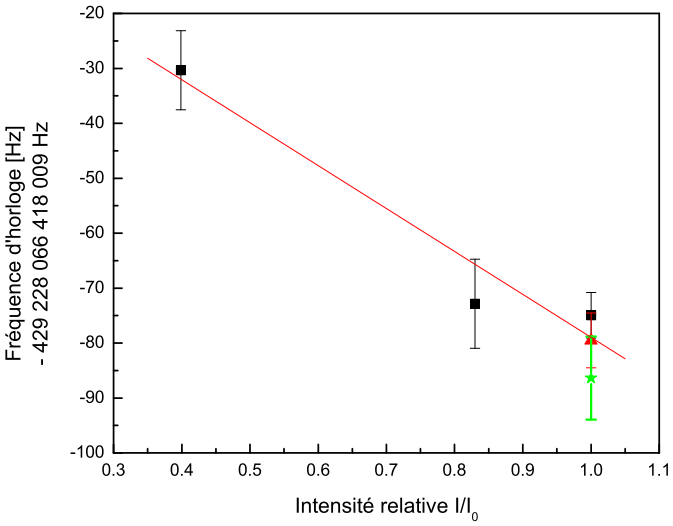

FIG. 6.6 – Fréquence d'horloge en fonction de l'intensité lumineuse relative, après correction du déplacement Zeeman. ■ : $B = 16.8\,\mathrm{G}$; ▲ : $B = 14\,\mathrm{G}$; ★ : $B = 11.2\,\mathrm{G}$. On estime que $I_0 \simeq 6\,\mathrm{W/cm^2}$. La droite rouge représente un ajustement des points par une droite.

La détermination a priori du déplacement lumineux ne peut pas être réalisée de manière précise, tout d'abord parce qu'il est difficile d'estimer l'intensité effectivement vue par les atomes dans le piège, et d'autre part parce que les calculs de polarisabilité permettant de donner une estimation théorique de cet effet ne sont pas suffisamment précis. Il n'est donc pas possible d'effectuer une calibration de l'intensité en fonction du déplacement et vice versa. On peut en revanche mesurer la puissance du faisceau laser en amont des atomes, et donc avoir une mesure

relative de l'intensité vue par les atomes. C'est donc ce paramètre qui a été utilisé pour l'évaluation du déplacement. L'intensité de référence I_0 a été évaluée à $6\,\mathrm{W/cm^2}$ environ, une valeur qui n'a d'utilité que dans l'évaluation du déplacement lumineux dû au laser d'interrogation qui a été faite dans le cas de l'horloge au fermion au chapitre 5. On a attribué une incertitude conservative de l'ordre de 15% sur l'intensité laser qui tient compte du fait qu'on ne contrôle pas la puissance ni le profil du faisceau au niveau des atomes. La mesure de la fréquence d'horloge en fonction de l'intensité relative est tracée sur la figure 6.6, pour différentes valeurs du champ magnétique de couplage. Pour une intensité laser I_0, sa valeur est $\Delta_L = -78(11)\,\mathrm{Hz}$.

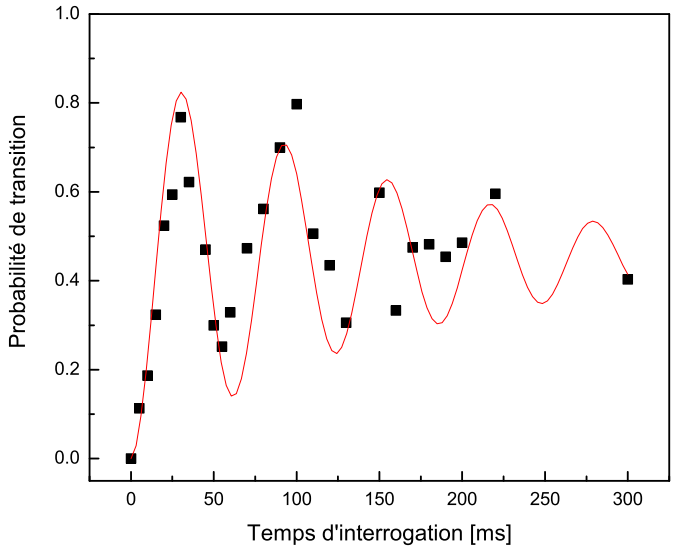

FIG. 6.7 – Oscillations de Rabi observées dans la configuration $\{B_0 = 16.8\,\mathrm{G},\ I_0 \simeq 6\,\mathrm{W/cm^2}\}$. Pour ajuster les points expérimentaux, on a utilisé une loi sinusoïdale atténuée par une décroissance exponentielle. La fréquence de la sinusoïde est de $16(1)\,\mathrm{Hz}$, tandis que la constante de temps de la partie exponentielle, qui correspond au temps de cohérence du laser d'horloge, est de l'ordre de 100 ms.

De la mesure de ces deux déplacements de fréquence, on peut en principe remonter à la fréquence de Rabi grâce à la formule $\Omega_R/2\pi = \eta\sqrt{|\Delta_L\Delta_Z|}$ dans le cas où les champs électrique et magnétique sont alignés. En utilisant les calculs théoriques donnés dans la référence [101] qui prédisent $\eta = 0.3$, on trouve une fréquence de Rabi théorique $\Omega_R/2\pi = 21.5(1.6)\,\mathrm{Hz}$. D'autre part, une mesure expérimentale de la fréquence de Rabi a été faite dans les conditions expé-

rimentales $\{B_0, I_0\}$. Elle est tracée en figure 6.7 et donne une fréquence de Rabi $\Omega_R/2\pi = 16(1)$ Hz. La différence entre les deux valeurs est compatible avec l'incertitude théorique sur les différents termes servant à calculer le déplacement lumineux. En revanche, à l'aide de mesures précise de Ω_R, de Δ_Z et de Δ_L, on peut remonter au facteur η et améliorer notre connaissance de la polarisabilité dynamique des niveaux d'horloge. Une telle information peut par exemple servir à améliorer l'évaluation du déplacement dû au rayonnement thermique qui pour le moment n'est fondé que sur des calculs théoriques.

Autres sources d'incertitude

Le principal effet systématique à prendre en compte en plus des deux effets présentés précédemment est le déplacement collisionnel, qui est potentiellement plus important que dans le cas de fermions. Ce déplacement vient du fait que nous n'utilisons pour le moment qu'un piège dipolaire vertical où plusieurs atomes sont piégés dans un même puits. On piège également plus d'atomes en utilisant le ^{88}Sr, et les collisions peuvent avoir lieu entre atomes ayant le même état interne. La densité moyenne d'atomes dans le piège lors de notre évaluation de la fréquence d'horloge du ^{88}Sr est estimée à $n_0 = 2.5 \times 10^{11}$ atomes/cm^3, soit une valeur 2.5 fois plus importante que lors de nos mesures de la fréquence du ^{87}Sr. La mesure du déplacement collisionnel a été effectué en moyennant nos différentes mesures, préalablement corrigées des déplacements Zeeman et lumineux, en fonction du nombre d'atomes contribuant au signal de fluorescence. De cette manière, la densité a pu être variée entre $0.8 \times n_0$ et $1.2 \times n_0$ environ. Les points sont tracés sur le graphe de la figure 6.8. En ajustant les données avec une loi linéaire, on peut, après extrapolation à densité nulle, avoir une évaluation du déplacement collisionnel. Ce déplacement vaut, pour une densité dans le piège n_0, $\Delta_C = -10.4(30)$ Hz et reste donc compatible avec un déplacement nul. La grande barre d'erreur vient du fait que les barres d'erreur individuelles sont grandes, et que les densités ne varient que sur un petit intervalle autour de n_0. On s'attend à ce que le passage à une transition optique permette de gagner sur cet effet comme sur les autres effets systématiques. La valeur trouvée ici correspond à une valeur relative de $1(3) \times 10^{-25}$ cm^3. Dans les fontaines atomiques, le déplacement collisionnel est de 10^{-21} cm^3 pour le Cs [148] et 10^{-23} cm^3 pour le Rb [149, 150] pour des fréquences de transition d'environ 4 ordres de grandeurs plus petites et des densités environ 10^4 à 10^5 fois plus faibles : on a donc un déplacement collisionnel au moins au niveau de celui du Cs, et même probablement encore plus faible.

Un effet à prendre également en compte, comme ça a été fait pour le ^{87}Sr, est le déplacement lumineux dû au piège. Malgré des interrogations à différentes profondeurs de piège, il n'a pas pu être mis en évidence de déplacement de fréquence visible lorsque le laser de piégeage est à la longueur d'onde magique

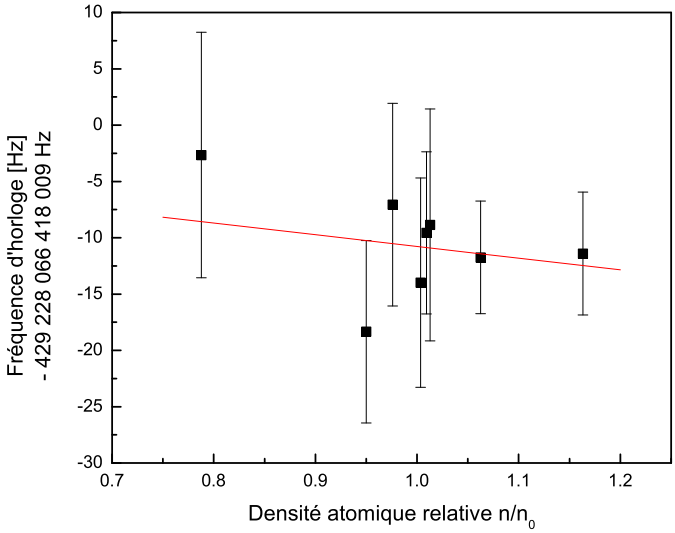

FIG. 6.8 – Fréquence d'horloge en fonction de la densité atomique relative, après correction des déplacements Zeeman et lumineux évalués auparavant. La densité de référence est $n_0 = 2.5 \times 10^{11}$ atomes/cm^3, et la droite représente un ajustement linéaire de ce déplacement.

$\lambda_m = 813.428$ nm. Cette observation provient notamment du fait que les barres d'erreurs individuelles englobent largement ce déplacement qui doit atteindre au maximum quelques Hz. En effet, on a utilisé la longueur d'onde magique du fermion pour nos mesures, située au plus à 10^{-3} nm de celle du boson. D'après les résultats présentés dans le chapitre précédent, le déplacement lumineux associé à cette erreur sur la longueur d'onde magique est de 10^{-2} Hz/E_r, soit environ 5 Hz pour une profondeur typique de 500 E_r. Enfin, l'incertitude statistique de l'ensemble des mesures s'élève à 2.6 Hz, une valeur négligeable en comparaison des incertitudes actuelles sur les différents effets, notamment le déplacement collisionnel et le contrôle de l'intensité du laser d'interrogation. Le récapitulatif des différents effets est présenté dans le tableau 6.1. La fréquence absolue de la transition d'horloge mesurée pour l'isotope ^{88}Sr est

$$\boxed{\nu(^{88}\mathrm{Sr}) = 429\,228\,066\,418\,009(32)\,\mathrm{Hz}} \tag{6.14}$$

L'incertitude relative de la mesure est 7×10^{-14}, ce qui en fait la mesure absolue la plus précise réalisée pour une horloge à atomes piégés bosoniques. On peut également tirer de cette valeur et de celle mesurée pour le fermion (5.40) une

Effet	Correction (Hz)	Incertitude (Hz)	Incertitude relative ($\times 10^{-14}$)
Déplacement Zeeman du second ordre	65.8	1.3	0.3
Déplacement lumineux dû au laser d'horloge	78.1	11.2	2.6
Déplacement collisionnel	10.4	30	7
Déplacement dû au rayonnement thermique	2.4	0.05	0.01
Incertitude statistique	-	2.6	0.6
Total	152.7	32	7.4

TAB. 6.1 – Bilan d'exactitude de l'horloge au ^{88}Sr dans les conditions $\{I_0 \simeq 6\,\mathrm{W/cm^2}$, $B_0 = 16.8\,\mathrm{G}$, $n_0 = 2.5 \times 10^{11}$ atomes/cm$^3\}$.

mesure du décalage isotopique pour cette transition avec une incertitude relative de 5×10^{-7} :

$$\boxed{\nu(^{88}\mathrm{Sr}) - \nu(^{87}\mathrm{Sr}) = 62\,188\,135(32)\,\mathrm{Hz}} \tag{6.15}$$

6.2.3 Limites du dispositif

Les mesures réalisées sur la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ du ^{88}Sr ont eu pour but de tester la faisabilité du dispositif mais également d'évaluer les performances ultimes qu'on peut atteindre avec un tel dispositif. L'exactitude atteinte ici montre d'ores et déjà qu'il est possible d'effectuer une mesure de haute précision en induisant la transition d'horloge par le biais d'un champ magnétique statique. La transition d'horloge a également été observée avec des atomes de ^{174}Yb [103], mais aucune évaluation de l'horloge dans cette configuration n'a été effectuée. Partant de notre configuration, on peut voir les performances possibles en améliorant le contrôle des deux effets systématiques propres au schéma utiliser, à supposer que les autres effets ne soient pas limitants.

L'intensité lumineuse est actuellement estimée à 15% près pour prendre en compte tout ce qui n'a pas été évalué avec précision, en particulier l'alignement du faisceau sur les atomes et le mode transverse du faisceau qui peut être modifié après le passage dans les différents MAO. Ces effets existent également dans le cas du fermion, mais avec des ordres de grandeur bien plus faibles. Il est cependant réaliste d'estimer un contrôle de cette intensité au niveau de 1% possible. Dans ce cas, l'incertitude sur le déplacement lumineux ne représenterait plus qu'une incertitude de 0.78 Hz sur la fréquence d'horloge, soit 2×10^{-15} en valeur relative.

Concernant le champ magnétique, une estimation au niveau de quelques dizaines de mG est aussi possible sans améliorations majeures du dispositif. Cela permettrait de ramener l'incertitude sur l'effet Zeeman du second ordre au niveau d'une centaine de mHz environ, soit 2.5×10^{-16}. On peut donc imaginer d'atteindre une exactitude au niveau de quelques 10^{-15} en gardant les mêmes valeurs pour le champ magnétique et l'intensité lumineuse. Néanmoins, étant donnée la largeur actuelle de notre laser d'horloge, il n'est pas possible de diminuer ces valeurs afin de réduire les déplacement associés. Au mieux, on peut modifier les deux valeurs de manière à équilibrer les incertitudes tout en gardant une fréquence de Rabi de l'ordre de 20 Hz, mais l'exactitude atteinte resterait toujours au niveau de 10^{-15} au mieux, soit un contrôle des effets systématiques moins bon que celui de l'horloge au fermion.

Si on souhaite obtenir une horloge optique compétitive en terme d'exactitude, c'est à dire au niveau de 10^{-17}, il faut alors diminuer les couplages et donc diminuer la fréquence de Rabi de l'interrogation. En prenant par exemple les meilleures largeurs de raies affichées actuellement pour des lasers stabilisés [82], on peut imaginer une interrogation avec un fréquence de Rabi de 0.3 Hz. D'après l'expression 6.11, une telle fréquence nécessite de réduire le produit des deux déplacements intervenant dans l'expression d'un facteur 10^4. Une manière de le faire est de réduire le déplacement lumineux d'un facteur 1000 et le déplacement Zeeman d'un facteur 10 ; on obtient alors des champs ayant le même ordre de grandeur que dans l'horloge à ^{87}Sr, à savoir un champ magnétique $B = 5\,\mathrm{G}$ et une intensité lumineuse $I = 6\,\mathrm{mW/cm^2}$. Malgré cela, il faut encore améliorer le contrôle du champ magnétique au moins au niveau de 5 mG pour atteindre une incertitude de 10 mHz, soit 2.5×10^{-17} en valeur relative. Un niveau de contrôle équivalent a été démontré pour le fermion (au niveau du mG pour un champ de 1 G), mais il faudrait s'assurer qu'un contrôle équivalent est possible pour un champ magnétique plus important. D'autre part, le champ magnétique n'étant pas mesuré en continu dans le cas du boson, on ne sait pas quels sont les effets à long terme qui peuvent dégrader ce niveau de contrôle.

6.3 Comparaison des deux types d'horloges

Le choix du ^{87}Sr pour réaliser une horloge atomique est motivé par deux principales raisons : d'une part l'existence d'un transition entre les deux niveaux de plus faible énergie qui est suffisamment étroite pour que le facteur de qualité ne soit pas une limite à la stabilité de fréquence, ouvrant la voie à des performances dans la gamme des $10^{-16}\tau^{-1/2}$; d'autre part l'existence pour cette transition d'une longueur d'onde magique pour le réseau optique qui permet, de par le caractère essentiellement scalaire de la polarisabilité des deux niveaux d'horloge, d'élimi-

ner l'effet du mouvement des atomes sans rajouter de déplacement de fréquence supplémentaire. Avec une incertitude ultime au niveau de 10^{-17}, qu'il est possible d'atteindre au bout d'un temps d'intégration de 100 s, on arrive donc à dépasser les inconvénients des horloges à ion piégé qui sont plus limitées en termes de stabilité.

L'utilisation d'un isotope bosonique (ici le ^{88}Sr) dans une horloge à réseau optique présente des différences essentiellement sur trois niveaux. D'une part, cet isotope possède un moment nucléaire nul et donc une structure atomique "simplifiée", sans niveaux hyperfins. C'est la raison pour laquelle la transition d'horloge, initialement interdite pour un couplage à un photon, ne peut être mesurée qu'à l'aide d'un couplage supplémentaire. C'est aussi en raison de cette structure que le déplacement lumineux tensoriel dû au piège est simplifié et n'apparaît plus qu'en présence d'un champ magnétique [151], et que la transition n'est pas sensible à l'effet Zeeman du premier ordre. D'autre part, cet isotope est naturellement plus abondant et augmente le nombre d'atomes piégeables. En considérant le rapport des abondances isotopiques, on peut gagner un ordre de grandeur sur le nombre d'atomes piégés, et donc un facteur 3.5 sur la limite quantique à la stabilité. Enfin, le dernier point est le caractère bosonique des atomes qui implique un comportement différent des atomes aux densités utilisées, et donc un déplacement collisionnel potentiellement plus important.

La structure complexe du ^{87}Sr a plusieurs conséquences sur l'horloge. D'un point de vue expérimental, on a réussi à effectuer les manipulations désirées malgré les problèmes qui ont été soulevés, notamment le fait qu'il existe un déplacement lumineux du niveau $^3P_1$ en présence du piège qui dépend du sous-niveau Zeeman. Le fait d'avoir piégé 95% des atomes dans le niveau fondamental du piège, ainsi que d'avoir réussi à pomper 80% des atomes dans un sous-niveau Zeeman extrême en est la preuve. En ce qui concerne le déplacement lumineux, la structure fait apparaître un terme tensoriel, mais sa contribution d'environ 0.1 Hz pour une profondeur $U_0 = 10\,E_r$ peut être compensée dans le cas où on ne sonde les atomes que d'un seul sous-niveau Zeeman. Aucun effet inattendu n'a d'ailleurs été observé lors de notre dernière campagne jusqu'à un niveau de 2.5×10^{-16}. Enfin la sensibilité magnétique issue du couplage hyperfin est également un avantage de l'isotope fermionique puisqu'elle permet de travailler sous champ faible et de mesurer précisément ce champ magnétique. L'effet résiduel du second ordre est alors faible et bien contrôlé.

L'absence de couplage hyperfin dans le cas du ^{88}Sr oblige à ajouter un champ supplémentaire pour pouvoir observer la transition d'horloge et donc une source d'incertitude supplémentaire. Dans la configuration que nous avons choisie, qui est très facile à mettre en place, on utilise un champ magnétique. Néanmoins, pour rendre la transition accessible, c'est à dire en ayant une fréquence de Rabi au moins de l'ordre de la largeur de notre laser d'interrogation, il faut utiliser des

champs plus intenses que dans le cas du fermion, et donc induire un déplacement de fréquence plus important. Ainsi, à puissance du laser d'interrogation égale, il est nécessaire d'utiliser un champ magnétique plus important pour accéder à une pulsation de Rabi plus faible. Malgré l'absence d'effet Zeeman du premier ordre, l'effet du second ordre est rapidement plus important que pour le fermion, d'autant plus que la même méthode n'est pas applicable pour avoir accès à une mesure en temps réel. Enfin, même si aucun effet dû aux collisions ne soit clairement identifié dans notre évaluation présentée ici, une évaluation à un meilleur niveau pourrait justifier le passage à un régime de piégeage avec un atome unique par puits pour s'affranchir de cet effet. Il semble donc que dans cette configuration, le contrôle des effets systématiques soit un peu plus délicat, même si l'exactitude qu'on peut atteindre est au même niveau. En effet, pour chacun des isotopes, c'est surtout le déplacement lumineux dû au rayonnement thermique qui risque de constituer une limite, et ce déplacement est sensiblement le même dans les deux cas.

Finalement, les différences entre les deux horloges en terme de performances ne sont pas fondamentales. Même si l'horloge à ^{88}Sr laisse envisager une meilleure stabilité, et l'horloge à ^{87}Sr un meilleur contrôle des effets systématiques, les performances ultimes sont assez similaires. En revanche, l'utilisation des deux isotopes permet d'accéder à des informations supplémentaires. La mesure précise du déplacement isotopique de la transition d'horloge en fait partie, ainsi que divers renseignements propres à la structure particulière des deux isotopes. Ainsi, les mesures de la longueur d'onde magique et du déplacement lumineux dû au laser d'interrogation dans une horloge à ^{88}Sr permettent de remonter à des mesures expérimentales des différentes forces d'oscillateurs qui entrent en jeu dans le calcul des déplacement lumineux. Cela pourrait par exemple nous permettre d'affiner la connaissance du déplacement lumineux dû au rayonnement thermique, dont l'incertitude théorique risque à terme d'être aussi handicapante que les problèmes de contrôle de la température. D'autre part, la mesure du déplacement lumineux du laser d'interrogation dans le cas du boson nous a permis de calibrer ce même déplacement dans le cas du fermion. En contrepartie, les mesures de champ magnétique avec l'horloge à fermion ont permis à la fois de calibrer le champ magnétique et d'évaluer sa stabilité au cours du temps, ce qui permet une meilleure évaluation de l'effet Zeeman du second ordre dans l'horloge à ^{88}Sr.

Conclusion

Ce manuscrit avait pour objet de présenter les dernières réalisations du LNE-SYRTE sur l'horloge à réseau optique utilisant des atomes de ^{87}Sr (ou ^{88}Sr). Le projet, qui a démarré en 2000 pour des atomes non piégés, a ensuite évolué de manière à tirer parti de la proposition de H. Katori [29] visant à utiliser un réseau optique pour ces atomes. Dès lors, les développements ont été très rapides, comme dans les autres équipes travaillant sur les horloges à réseau optique : la première mesure de la fréquence d'horloge, qui date de 2003, affichait une exactitude de 5×10^{-11} [91], alors que notre mesure la plus récente, effectuée en novembre 2006, atteint déjà une exactitude de 2.6×10^{-15}, une valeur au même niveau que la dernière mesure faite au JILA [50] et en accord avec cette dernière à 10^{-15} près. Les horloges à réseau optique ont d'ores et déjà rattrapé les performances des horloges à atomes neutres non piégés en terme d'exactitude, et les perspectives d'amélioration jusqu'au niveau de 10^{-17} en font des concurrentes des horloges à ion. D'autre part, avec une stabilité possible de $10^{-16}\tau^{-1/2}$, on se donne accès à des résolutions de mesure au niveau de 10^{-18} en des temps raisonnables (environ 3 heures), alors qu'une résolution équivalente nécessite plus d'une dizaine de jours d'intégration pour les meilleurs horloges à ion.

Les résultats expérimentaux ont été nombreux tout au long de cette thèse. Tout d'abord, le travail réalisé sur le laser d'interrogation a permis d'obtenir une largeur de raie d'environ 10 Hz. Grâce à une stabilisation sur une résonance d'une cavité de haute finesse et à un système d'isolation des perturbations extérieures, les fluctuations de fréquence atteignent un palier de bruit blanc au niveau de 10^{-1} Hz^2/Hz à partir de 100 Hz. La largeur de raie est limitée par la remontée du bruit aux fréquences inférieures à 100 Hz, ce qui est l'objet de l'amélioration du dispositif à l'aide d'un nouveau montage moins sensible aux vibrations. Un palier de bruit blanc de fréquence au niveau de 10^{-2} Hz^2/Hz et une largeur de moins de 1 Hz seraient compatibles avec une stabilité de $10^{-16}\tau^{-1/2}$, sous réserve de pouvoir réduire de façon notable l'effet Dick.

Ensuite, on a montré qu'on était capable de contrôler les différents effets systématiques à des niveaux dorénavant compétitifs avec les fontaines atomiques. En piégeant 95% des atomes dans le niveau fondamental du piège, on respecte

déjà dans la condition requise dans le chapitre 2 pour supprimer l'effet Doppler au niveau de 10^{-18} avec un piège d'une profondeur de $10\,E_r$. L'ajout du pompage optique et de l'interrogation en présence d'un champ magnétique, bien qu'améliorable puisqu'on ne pompe pour le moment que 80% des atomes dans les sous-niveaux Zeeman extrêmes, nous a permis d'obtenir une incertitude sur les effets du champ magnétique au niveau de 2×10^{-16}. L'effet du piège, qui jusqu'à récemment représentait la principale inconnue de ce nouveau type d'horloge, est contrôlé au même niveau et laisse déjà prévoir une incertitude inférieure à 10^{-17} lors d'une future utilisation à la profondeur $U_0 = 10\,E_r$. Enfin, les collisions entre atomes froids fermioniques n'ont pour le moment pas été mises en évidence et ne semblent pas devoir limiter l'exactitude de l'horloge jusqu'au niveau de 10^{-16} au moins.

Enfin, l'évaluation indépendante de l'isotope ^{88}Sr, la première pour un isotope bosonique dans une horloge à réseau optique, devrait permettre d'améliorer notre connaissance de différents effets. En particulier, chacune des deux horloges possède des avantages qu'il peut être intéressant d'exploiter. La structure plus simple du boson peut s'avérer utile pour déterminer de manière plus précise les différentes forces d'oscillateurs, ce qui est nécessaire si on veut améliorer par exemple la connaissance du déplacement lié au rayonnement thermique. En effet, même si cet effet est faible au niveau d'exactitude actuel, on devrait rapidement avoir à en tenir compte dans les futures évaluations. La structure hyperfine du fermion, quant à elle, est un outil extrêmement précis pour la mesure du champ magnétique au niveau des atomes, et c'est grâce à elle qu'on sait contrôler l'effet Zeeman au niveau de quelques 10^{-16} dans l'horloge à ^{87}Sr. En combinant les deux horloges, on pourrait donc améliorer l'évaluation de l'effet Zeeman dans une horloge à ^{88}Sr utilisant un champ magnétique comme couplage supplémentaire.

Avec l'exactitude de fréquence atteinte actuellement sur l'horloge à réseau optique au ^{87}Sr, tant dans notre laboratoire que dans les deux autres groupes (Université de Tokyo, JILA), il devient intéressant de l'utiliser pour différents tests de physique fondamentale. Un des tests qui attire le plus l'attention est celui de l'éventuelle dérive des constantes fondamentales. Il existe plusieurs manières, à partir de mesures par des horloges atomiques, d'effectuer ces tests, dont l'une est de relier la variation de la fréquence d'une horloge avec le temps aux grandeurs caractérisant les trois interactions fondamentales [152] : l'interaction électromagnétique, l'interaction faible et l'interaction forte. Néanmoins, afin de contraindre de manière indépendante les trois termes, il est indispensable d'effectuer des comparaisons avec différentes espèces ayant des sensibilités différentes. Des comparaisons entre les différentes horloges du SYRTE (Cs, Rb, Sr et bientôt Hg) pourraient donc servir à étudier cette possibilité. D'autre part, la comparaison

entre horloges optiques va devenir indispensable pour évaluer les horloges dès lors que leurs performances auront dépassé celles des fontaines. Le fait d'avoir trois groupes travaillant sur le ^{87}Sr a également permis une comparaison à plus grande échelle [153]. On dispose actuellement de mesures de la fréquence d'horloge du ^{87}Sr par rapport au ^{133}Cs prises sur une période d'environ deux ans et qui couvre toutes les époques de l'année. En plus des tests de variations des constantes fondamentales, c'est aussi un moyen d'observer les effets du déplacement gravitationnel, dont la valeur varie fortement entre le périhélie et l'aphélie, ainsi que de faire des tests sur l'invariance de Lorentz (de type invariance locale de position).

Ces mesures de potentiel gravitationnel sont également l'objet de plusieurs projets spatiaux, dont le projet PHARAO/ACES [24] qui devrait permettre de comparer une horloge embarquée et une horloge au sol pour effectuer ce genre de mesure. L'horloge embarquée, une horloge micro-onde au Cs, devrait en plus profiter de la micro-gravité pour augmenter le temps séparant les deux impulsions de l'interrogation Ramsey. Un projet de sonde gravitationnelle à grande distance, SAGAS, est également envisagé [154]. Constitué d'un accéléromètre et d'une horloge optique, cette sonde devrait être envoyée dans l'espace lointain (au-delà de Jupiter), pour obtenir des informations sur l'origine de l'anomalie Pioneer, qui s'est manifestée par une accélération anormale lors du passage des sondes au-delà de Jupiter. De plus, ce projet pourrait permettre d'effectuer des mesures de potentiel gravitationnel, ainsi que des tests sur l'éventuelle variation des constantes fondamentales ou l'existence d'ondes gravitationnelles.

Enfin une application des horloges à réseau optique a également été proposée récemment [155] afin de tester les interactions entre des atomes et une surface dans une gamme de distance 0.6-10 μm. Dans ce cas, on n'utilise pas les mesures des horloges mais le principe particulier des horloges à réseau optique, et la possibilité de faire varier la distance entre atomes et surface par effet tunnel induit par laser. Pour de telles distances, les interactions dominantes sont données par l'électrodynamique quantique (de type Casimir-Polder et van der Waals), et on peut réaliser des mesures interférométriques en jouant sur des atomes situés dans des puits adjacents, séparés d'une distance $\lambda/2$. Après avoir pris en compte les déplacements de fréquence associés aux interactions attendues, on peut tester une éventuelle déviation à courte distance par rapport à la loi de Newton qui mettrait en évidence l'existence d'un potentiel d'interaction supplémentaire de type Yukawa. Ce type de mesure, utilisant le savoir-faire et la précision des expériences de métrologie, devrait permettre d'améliorer d'au moins deux ordres de grandeurs la connaissance de ces interactions à courte distance.

Bibliographie

[1] Wolfgang Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531–540, 1990.

[2] Hans Dehmelt. Experiments with an isolated subatomic particle at rest. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 525–530, 1990.

[3] N. F. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.* **78**, 695–699, 1950.

[4] N. F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 541, 1990.

[5] R. H. Dicke. The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines. *Phys. Rev.* **89**, 472–473, 1953.

[6] C. Cohen-Tannoudji. Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707–719, 1998.

[7] S. Chu. The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685–706, 1998.

[8] W. Phillips. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721–742, 1998.

[9] Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, and Ch. Bréant. Optical ramsey fringes with traveling waves. *Phys. Rev. A* **30(4)**, 1836, 1984.

[10] W. Markowitz, R.G. Hall, L. Essen, and J. Parry. Frequency of cesium in terms of ephemeris time. *Phys. Rev. Lett.* **1**, 105, 1958.

[11] 13ème Conférence Générale des Poids et Mesures 1967-1968, “Résolution 1 ; CR, 103”, *Metrologia* **4**, 43 (1968).

[12] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W.D. Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Europhys. Lett.* **16**, 165–170, 1991.

[13] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. Pereira dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, and C. Salomon. Advances in atomic fountains. *C. R. Physique* **5**, 829, 2004.

[14] R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Decher, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teuber, and F. D. Wills. Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.* **45**, 2081, 1980.

[15] J.-P. Uzan. The fundamental constants and their variation : observational and theoretical status. *Rev. Mod. Phys.* **75**, 403–455, 2003.

[16] J. K. Webb, M.T. Murphy, V.V. Flambaum, V. A. Dzuba, J. D. Barrow, C.W. Churchill, J. X. Prochaska, and A. M. Wolfe. Further evidence for cosmological evolution of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 091301, 2001.

[17] R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil. Limits on the timevariation of the electromagnetic fine-structure constant in the low energy limit from absorption lines in the spectra of distant quasars. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 121302, 2004.

[18] M. T. Murphy, J. K. Webb, , and V. V. Flambaum. Comment on Şlimits on the time variation of the electromagnetic fine-structure constant in the low energy limit from absorption lines in the spectra of distant quasarsŤ. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 239001, 2007.

[19] R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil. Srianand et al. reply :. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 239002, 2007.

[20] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, and A. Clairon. Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 150801, 2003.

[21] E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, T. Schneider, Chr. Tamm, and S. G. Karshenboim. Limit on the present temporal variation of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.* **92(17)**, 170801, 2004.

[22] M. Fischer, N. Kolachevsky, M. Zimmermann, R. Holzwarth, Th. Udem, T.W. Hänsch, M. Abgrall, J. Grünert, I. Maksimovic, S. Bize, H. Marion, F. Pereira Dos Santos, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, M. Haas, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel. New limits on the drift of fundamental constants from laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 230802, 2004.

[23] T. M. Fortier, N. Ashby, J. C. Bergquist, M. J. Delaney, S. A. Diddams, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, K. Kim, F. Levi, L. Lorini, W. H. Oskay, T. E. Parker, J. Shirley, and J. E. Stalnaker. Precision atomic spectroscopy for improved limits on variation of the fine structure constant and local position invariance. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 070801, 2007.

[24] Ph. Laurent, M. Abgrall, Ch. Jentsch, P. Lemonde, G. Santarelli, A. Clairon, I. Maksimovic, S. Bize, Ch. Salomon, D. Blonde, J. F. Vega, O. Grosjean, F. Picard, M. Saccoccio, M. Chaubet, N. Ladiette, L. Guillet, I. Zenone, Ch. Delaroche, and Ch. Sirmain. Design of the cold atom PHARAO space clock and initial test results. *Appl. Phys. B* **84**, 683–690, 2006.

[25] G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619–4622, 1999.

[26] D. Wineland, J. Bollinger, W. Itano, and F. More. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A* **46**, R6797–R6800, 1992.

[27] W. H. Oskay, S. A. Diddams, E. A. Donley, T. M. Fortier, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, M. J. Delaney, K. Kim, F. Levi, T. E. Parker, and J. C. Bergquist. Single-atom optical clock with high accuracy. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 020801, 2006.

[28] T. Rosenband, P. O. Schmidt, D. B. Hume, W. M. Itano, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, K. Kim, S. A. Diddams, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. Observation of the $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ clock transition in $^{27}Al^+$. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 220801, 2007.

[29] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. In P. Gill, editor, *Sixth Symposium on frequency standards and metrology*, Singapore, 2002. World Scientific.

[30] A. Brusch, R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, and P. Lemonde. Hyperpolarizability effects in a Sr optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 103003, 2006.

[31] R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, A. Brusch, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera, and P. Lemonde. Accurate optical lattice clock with ^{87}Sr atoms. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 130801, 2006.

[32] X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapelet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. An optical lattice clock with spin-polarized ^{87}Sr atoms. *arXiv :0710.0086*, 2007.

[33] X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, Y. Lecoq, G. D. Rovera, S. Bize, and P. Lemonde. Accuracy evaluation of an optical lattice clock with bosonic atoms. *Opt. Lett.* **232**, 1812–1814, 2007.

[34] G. Wilpers, C.W. Oates, and L. Hollberg. Improved uncertainty budget for optical frequency measurements with microkelvin neutral atoms : Results

for a high-stability ^{40}Ca optical frequency standard. *Appl. Phys. B* **85(1)**, 31–44, 2006.

[35] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, New-York, 1999.

[36] L. Hollberg, C. W. Oates, G. Wilpers, C. W. Hoyt, Z. W. Barber, S. A. Diddams, W. H. Oskay, and J. C. Bergquist. Optical frequency/wavelength references. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **38**, S469, 2005.

[37] G. Wilpers, T. Binnewies, C. Degenhardt, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle. Optical clock with ultracold neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.* **859**, 230801, 2003.

[38] G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams, A. Bartels, T. M. Fortier, W. H. Oskay, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and L. Hollberg. Absolute frequency measurement of the neutral ^{40}Ca optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms. *Metrologia* **44**, 146–151, 2007.

[39] C. Degenhardt, H. Stoehr, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P.-E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms : Approaching 10^{-15} relative uncertainty. *Phys. Rev. A* **72**, 062111, 2005.

[40] J. Keupp, A. Douillet, T.E. Mehlstäubler, N. Rehbein, E.M. Rasel, and W. Ertmer. A high-resolution Ramsey-Bordé spectrometer for optical clocks based on cold Mg atoms. *Eur. Phys. J. D* **36**, 289–294, 2005.

[41] N. Malossi, S. Damkjaer, P. L. Hansen, L. B. Jacobsen, L. Kindt, S. Sauge, J.W. Thomsen, F.C. Cruz, M. Allegrini, and E. Arimondo. Two-photon cooling of magnesium atoms. *Phys. Rev. A* **72**, 051403, 2005.

[42] C. W. Oates, F. Bondu, R. W. Fox, and L. Hollberg. A diode-laser optical frequency standard based on laser-cooled ca atoms : Sub-kilohertz spectroscopy by optical shelving detection. *Eur. Phys. J. D.* **7**, 449–460, 1999.

[43] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, , J. Helmcke, T. E. Mehlstäubler, E. M. Rasel, and W. Ertmer. Doppler cooling and trapping on forbidden transitions. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 123002, 2001.

[44] E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Hollberg. Quenched narrow-line second- and third-stage laser cooling of ^{40}Ca. *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 977–984, 2003.

[45] C. W. Oates, G. Wilpers, and L. Hollberg. Observation of large atomic-recoil-induced asymmetries in cold atom spectroscopy. *Phys. Rev. A* **71**, 023404, 2005.

[46] B. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, F. Biraben, D. Touahri, L. Hilico, O. Acef, A. Clairon, and J.-J. Zondy. Absolute frequency measurement of the 2S-8S/D transitions in hydrogen and deuterium : New determination of the rydberg constant. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 440–443, 1997.

[47] J. Benhelm, G. Kirchmair, U. Rapol, T. Körber, C. F. Roos, and R. Blatt. Measurement of the hyperfine structure of the $S_{1/2}$-$D_{5/2}$ transition in $^{43}Ca^{+}$. *Phys. Rev. A* **75**, 032506, 2007.

[48] A. Huber, T. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi, K. Pachucki, M. Weitz, and T. W. Hänsch. Hydrogen-deuterium 1S-2S isotope shift and the structure of the deuteron. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 468–471, 1998.

[49] A. Huber, B. Gross, M. Weitz, and T. W. Hänsch. High-resolution spectroscopy of the $1S-2S$ transition in atomic hydrogen. *Phys. Rev. A* **59**, 1844–1851, 1999.

[50] M. M. Boyd, A. D. Ludlow, S. Blatt, S. M. Foreman, T. Ido, T. Zelevinsky, and J. Ye. ^{87}Sr lattice clock with inaccuracy below 10^{-15}. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 083002, 2007.

[51] C. Degenhardt, H. Stoehr, U. Sterr, F. Riehle, and C. Lisdat. Wavelength-dependent ac Stark shift of the $^1S_0$-$^3P_1$ transition at 657 nm in Ca. *Phys. Rev. A* **70**, 023414, 2004.

[52] A. J. F. Boyle and H. E. Hall. The Mössbauer effect. *Rep. Prog. Phys.* **25**, 441–524, 1962.

[53] E. A. Burt, W. A. Diener, and R. L. Tjoelker. Improvements to JPLŠs compensated multi-pole linear ion trap standard and long-term measurements at the 10^{-16} level. In *Proc. IEEE*, 2007.

[54] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Laser-cooled mercury ion frequency standard. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2089–2092, 1998.

[55] P. Fisk, M. Sellars, M. Lawn, and C. Coles. A microwave frequency standard based on trapped, buffer gas-cooled $^{171}Yb^{+}$ ions. In J. C. Bergquist, editor, *Proceedings of the fifth Symposium on frequency standards and metrology*, pages 27–32, 1995.

[56] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. *Rev. Mod. Phys.* **75**, 281, 2003.

[57] I. Lizuain, J. G. Muga, and J. Eschner. Motional frequency shifts of trapped ions in the lamb-dicke regime. *Phys. Rev. A* **76**, 033808, 2007.

[58] P. J. Blythe, S. A. Webster, H. S. Margolis, S. N. Lea, G. Huang, S.-K. Choi, W. R. C. Rowley, P. Gill, and R. S. Windeler. Subkilohertz

absolute-frequency measurement of the 467-nm electric octupole transition in $^{171}Yb^{+}$. *Phys. Rev. A* **67**, 020501(R), 2003.

[59] C. Lisowski, M. Knoop, C. Champenois, G. Hagel, M. Vedel, and F. Vedel. Dark resonances as a probe for the motional state of a single ion. *Appl. Phys. B* **81**, 5–12, 2005.

[60] M. Eichenseer, A. Yu Nevsky, Ch. Schwedes, J. von Zanthier, and H. Walther. Towards an indium single-ion optical frequency standard. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **36**, 553–559, 2003.

[61] E. Peik, G. Hollemann, and H. Walther. Laser cooling and quantum jumps of a single indium ion. *Phys. Rev. A* **49**, 402–408, 1994.

[62] J. von Zanthier, J. Abel, Th. Becker, M. Fries, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, T. W. Hänsch, A. Yu. Nevsky, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev. Absolute frequency measurement of the $^{115}In^{+}$ $5s^2\,{}^1S_0 - 5s5p\,{}^3P_0$ transition. *Opt. Comm.* **166**, 57–63, 1999.

[63] J. von Zanthier, Th. Becker, M. Eichenseer, A. Yu. Nevsky, Ch. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev. Absolute frequency measurement of the in^{+} clock transition with a mode-locked laser. *Opt. Lett.* **25**, 1729–1731, 2000.

[64] T. Rosenband, W. M. Itano, P. O. Schmidt, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. Blackbody radiation shift of the $^{27}Al^{+}$ ${}^1S_0 - {}^3P_0$ transition. *arXiv :physics/0611125*.

[65] G. Morigi and H. Walther. Two-species coulomb chains for quantum information. *Eur. Phys. J. D* **13**, 261–269, 2001.

[66] D. J. Larson, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Sympathetic cooling of trapped ions : A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 70, 1986.

[67] M. D. Barrett, B. DeMarco, T. Schaetz, V. Meyer, D. Leibfried, J. Britton, J. Chiaverini, W. M. Itano, B. Jelenkovic, J. D. Jost, C. Langer, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Sympathetic cooling of $^{9}Be^{+}$ and $^{24}Mg^{+}$ for quantum logic. *Phys. Rev. A* **68**, 042302, 2003.

[68] H. S. Margolis, G. P. Barwood, G. Huang, H. A. Klein, S. N. Lea, K. Szymaniec, and P. Gill. Hertz-level measurement of the optical clock frequency in a single $^{88}Sr^{+}$ ion. *Science* **306**, 1355, 2004.

[69] P. Dubé, A. A. Madej, J. E. Bernard, L. Marmet, J.-S. Boulanger, and S. Cundy. Electric quadrupole shift cancellation in single-ion optical frequency standards. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 033001, 2005.

[70] V. Letchumanan, G. Wilpers, M. Brownnutt, P. Gill, and A. G. Sinclair. Zero-point cooling and heating-rate measurements of a single $^{88}Sr^{+}$ ion. *Phys. Rev. A* **75**, 063425, 2007.

[71] T. Schneider, E. Peik, and Chr. Tamm. Sub-Hertz optical frequency comparisons between two trapped $^{171}Yb^{+}$ ions. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 230801, 2005.

[72] A. Kreuter, C. Becher, G. P. T. Lancaster, A. B. Mundt, C. Russo, H. Haffner, C. Roos, W. Hansel, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, and M. S. Safronova. Experimental and theoretical study of the $3d\,^2D$-level lifetimes of $^{40}Ca^{+}$. *Phys. Rev. A* **71**, 032504, 2005.

[73] C. Champenois, M. Houssin, C. Lisowski, M. Knoop, G. Hagel, M. Vedel, and F. Vedel. Evaluation of the ultimate performances of a Ca^{+} single-ion frequency standard. *Phys. Lett. A* **331**, 298–311, 2004.

[74] B. de Beauvoir, C. Schwob, O. Acef, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, and F. Biraben. Metrology of the hydrogen and deuterium atoms : Determination of the rydberg constant and lamb shifts. *Eur. Phys. J. D* **12**, 61–93, 2000.

[75] M. Roberts, P. Taylor, G. P. Barwood, P. Gill, H. A. Klein, and W. R. C. Rowley. Observation of an electric octupole transition in a single ion. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1876–1879, 1997.

[76] M. Roberts, P. Taylor, G. P. Barwood, W. R. C. Rowley, and P. Gill. Observation of the $^2S_{1/2}$-$^2F_{7/2}$ electric octupole transition in a single $^{171}Yb^{+}$ ion. *Phys. Rev. A* **62**, 020501(R), 2000.

[77] G. P. Barwood, H. S. Margolis, G. Huang, P. Gill, and H. A. Klein. Measurement of the electric quadrupole moment of the $4d\,^2D_{5/2}$ level in $^{88}Sr^{+}$. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 133001, 20034.

[78] W. M. Itano. External-field shifts of the $^{199}Hg^{+}$ optical frequency standard. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **105**, 829–837, 2000.

[79] W. H. Oskay, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Measurement of the $^{199}Hg^{+}$ $5d^9 6s^2\ ^2D_{5/2}$ electric quadrupole moment and a constraint on the quadrupole shift. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 163001, 2005.

[80] J. Stenger, Christian Tamm, Nils Haverkamp, Stefan Weyers, and Harald R. Telle. Absolute frequency measurement of the 435.5-nm $^{171}Yb^{+}$-clock transition with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser. *Opt. Lett.* **26**, 1589, 2001.

[81] E. Peik, T. Schneider, and C. Tamm. Laser frequency stabilization to a single ion. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **39**, 145–158, 2006.

[82] B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3799–3802, 1999.

[83] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631–2634, 1987.

[84] Steven Chu, J. E Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314–317, 1986.

[85] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. InterEditions/Editions du CNRS, 1988.

[86] G. Grynberg. Une matrice de lumière pour ranger les atomes. *La Recherche* **256**, 896, 1993.

[87] N. Davidson, H. J. Lee, C. S. Adams, M. Kasevich, and S. Chu. Long atomic coherence times in an optical dipole trap. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1311–1314, 1995.

[88] P. Lemonde and P. Wolf. Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap. *Phys. Rev. A* **72**, 033409, 2005.

[89] S. G. Porsev, M. G. Kozlov, and Yu. G. Rakhlina. Many-body calculations of electric-dipole amplitudes for transitions between low-lying levels of mg, ca, and sr. *Phys. Rev. A* **64**, 012508, 2001.

[90] S. G. Porsev and A. Derevianko. Hyperfine quenching of the metastable $^3P_{0,2}$ states in divalent atoms. *Phys. Rev. A* **69**, 042506, 2004.

[91] I. Courtillot, A. Quessada, R. P. Kovacich, A. Brusch, D. Kolker, J.-J. Zondy, G. D. Rovera, and P. Lemonde. Clock transition for a future frequency standard with trapped atoms. *Phys. Rev. A* **68**, 030501(R), 2003.

[92] H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal'chikov, and V. D. Ovsiannikov. Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 173005, 2003.

[93] M. Takamoto and H. Katori. Spectroscopy of the $^1S_0 - {}^3P_0$ clock transition of ^{87}Sr in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 223001, 2003.

[94] M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi, and H. Katori. An optical lattice clock. *Nature* **435**, 321, 2005.

[95] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, T. Zelevinsky, S. M. Foreman, S. Blatt, M. Notcutt, T. Ido, and J. Ye. Systematic study of the ^{87}Sr clock transition in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 033003, 2006.

[96] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. D. Ovsiannikov, and V. G. Pal'chikov. Optical lattice polarization effects on hyperpolarizability of atomic clock transitions. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 173601, 2006.

[97] V.D. Ovsiannikov, V.G. Pal'chikov, H. Katori, and M. Takamoto. Polarisation and dispersion properties of light shifts in highly stable optical frequency standards. *Quantum Electron.* **36**, 3–19, 2006.

[98] M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi, Y. Fujii, M. Imae, and H. Katori. Improved frequency measurement of a one-dimensional optical lattice clock with a spin-polarized fermionic ^{87}Sr isotope. *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 104302, 2006.

[99] M. M. Boyd, T. Zelevinsky, A. D. Ludlow, S. M. Foreman, S. Blatt, T. Ido, and J. Ye. Optical atomic coherence at the 1-second time scale. *Science* **314**, 1430–1433, 2006.

[100] M. M. Boyd, T. Zelevinsky, A. D. Ludlow, S. Blatt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, and J. Ye. Nuclear spin effects in optical lattice clocks. *Phys. Rev. A* **76**, 022510, 2007.

[101] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, C. W. Oates, C. W. Hoyt, Z. W. Barber, and L. Hollberg. Magnetic field-induced spectroscopy of forbidden optical transitions with application to lattice-based optical atomic clocks. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 083001, 2006.

[102] V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, H. Katori, and M. Takamoto. Magic-wave-induced $^1S_0 - {}^3P_0$ transition in even isotopes of alkaline-earth-metal-like atoms. *Phys. Rev. A* **75**, 020501, 2007.

[103] Z. W. Barber, C. W. Hoyt, C. W. Oates, L. Hollberg, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin. Direct excitation of the forbidden clock transition in neutral ^{174}Yb atoms confined to an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 083002, 2006.

[104] C. W. Hoyt, Z. W. Barber, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, and L. Hollberg. Observation and absolute frequency measurements of the $^1S_0$-$^3P_0$ optical clock transition in neutral ytterbium. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 083003, 2005.

[105] G. Breit and L. A. Wills. Hyperfine structure in intermediate coupling. *Phys. Rev.* **44**, 470–490, 1933.

[106] A. Lurio, M. Mandel, and R. Novick. Second-order hyperfine and zeeman corrections for an (*sl*) configuration. *Phys. Rev.* **126**, 1758, 1962.

[107] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Mécanique quantique*. Hermann, 1973.

[108] M. Yasuda, T. Kishimoto, M. Takamoto, and H. Katori. Photoassociation spectroscopy of ^{88}Sr : Reconstruction of the wave function near the last mode. *Phys. Rev. A* **73**, 011403(R), 2006.

[109] T. Zelevinsky, M. M. Boyd, A. D. Ludlow, T. Ido, J. Ye, R. Ciuryło, P. Naidon, and P. S. Julienne. Narrow line photoassociation in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 203201, 2006.

[110] L. Olschewski. Messung der magnetischen kerndipolmomente an freien ^{43}Ca-, ^{87}Sr-, ^{135}Ba-, ^{137}Ba-, ^{171}Yb- und ^{173}Yb-atomen mit optischen pumpen. *Z. Phys.* **249**, 205, 1972.

[111] N. Ashcroft and N. Mermin. *Solide State Physics*. Saunders, Philadelphia, 1976.

[112] M. Glück, A. Kolovsky, H. Korsch, and N. Moiseyev. Calculation of wannier-bloch and wannier-stark states. *Euro. Phys. J. D* **4**, 239, 1998.

[113] G. Nenciu. Dynamics of band electrons in electric and magnetic fields : rigorous justification of the effective hamiltonians. *Rev. Mod. Phys.* **63**, 91, 1991.

[114] G. H. Wannier. Wave functions and effective hamiltonian for bloch electrons in an electric field. *Phys. Rev.* **117**, 432, 1960.

[115] J. Callaway. Optical absorption in an electric field. *Phys. Rev.* **130**, 549, 1963.

[116] R. Le Targat, "Horloge à réseau optique au Strontium : une 2ème génération d'horloges optiques à atomes froids", *Thèse de doctorat de l'EDITE de Paris*, 2007, http ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00170038/fr/.

[117] G. Grynberg and B. Cagnac. Doppler-free multiphotonic spectroscopy. *Rep. Prog. Phys.* **40**, 791, 1977.

[118] W. M. Itano, L. L. Lewis, and D. J. Wineland. Shift of $^2S_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation. *Phys. Rev. A* **25**, 1233–1235, 1982.

[119] A. Bauch and R. Schröder. Experimental verification of the shift of the cesium hyperfine transition frequency due to blackbody radiation. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 622–625, 1997.

[120] S. G. Porsev and A. Derevianko. Multipolar theory of blackbody radiation shift of atomic energy levels and its implications for optical lattice clocks. *Phys. Rev. A* **74**, 020502, 2006.

[121] G. J. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. In *Proc. of Precise Time and Time Interval*, pages 133–147, 1987.

[122] A. Quessada, R. P. Kovacich, I. Courtillot, A. Clairon, G. Santarelli, and P. Lemonde. The dick effect for an optical frequency standard. *J. Opt. B : Quantum Semiclassical Opt.* **5**, S150, 2003.

[123] A. Quessada-Vial, "Développement d'une horloge optique à atomes de Strontium piégés : réalisation d'un laser ultra-stable et stabilité de fréquence", *Thèse de doctorat de l'Université de Paris VI*, 2005,.

[124] P. Zorabedian and jr W.R Trutna. Interference-filter-tuned, alignement-stabilized, semiconductor external-cavity laser. *Opt. Lett.* **13**, 826, 1988.

[125] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, Ph. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch. Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Opt. Comm.* **266**, 609–613, 2006.

[126] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator. *App. Phys. B* **31**, 97–105, 1983.

[127] D. Halford. Infrared microwave frequency synthesis design, some relevant conceptual noise aspects. In *Frequency Standrads Metrology Seminar*, pages 431–466, 1971.

[128] R. Le Targat, J.-J. Zondy, and P. Lemonde. 75%-efficiency blue generation from an intracavity ppktp frequency doubler. *Opt. Comm.* **247**, 471–481, 2005.

[129] W. D. Phillips and H. Metcalf. Laser deceleration of an atomic beam. *Phys. Rev. Lett.* **48**, 598, 1982.

[130] I. Courtillot, A. Quessada, R. P. Kovacich, J.-J. Zondy, A. Landragin, A. Clairon, and P. Lemonde. Efficient cooling and trapping of strontium atoms. *Opt. Lett.* **28**, 468, 2003.

[131] I. Courtillot, "Première observation de la transition fortement interdite $^1S_0$-$^3P_0$ du Strontium, pour une horloge optique à atomes piégés", *Thèse de doctorat de l'Université de Paris VI*, 2003.

[132] T. W. Hänsch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Comm.* **35**, 441–444, 1980.

[133] T. A. Savard, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Phys. Rev. A* **56**, R1095–R1098, 1997.

[134] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, and M. Kuwata-Gonokami. Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1116–1119, 1999.

[135] T. Mukaiyama, H. Katori, T. Ido, Y. Li, and M. Kuwata-Gonokami. Recoil-limited laser cooling of ^{87}Sr atoms near the Fermi temperature. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113002, 2003.

[136] S. E. Hamann, D. L. Haycock, G. Klose, P. H. Pax, I. H. Deutsch, and P. S. Jessen. Resolved-sideband raman cooling to the ground state of an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4149, 1998.

[137] H. Perrin, A. Kuhn, I. Bouchoule, and C. Salomon. Sideband cooling of neutral atoms in a far-detuned optical lattice. *Europhys. Lett.* **42**, 395–400, 1998.

[138] D. J. Berkeland and M. G. Boshier. Destabilization of dark states and optical spectroscopy in zeeman-degenerate atomic systems. *Phys. Rev. A* **65**, 033413, 2002.

[139] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Optical frequency metrology. *Nature* **416**, 233, 2002.

[140] W. C. Swann, J. J. McFerran, I. Coddington, N. R. Newbury, I. Hartl, M. E. Fermann, P. S. Westbrook, J. W. Nicholson, K. S. Feder, C. Langrock, and M. M. Fejer. Fiber-laser frequency combs with subhertz relative linewidths. *Opt. Lett.* **31**, 3046, 2006.

[141] J. J. McFerran, W. C. Swann, B. R. Washburn, and N. R. Newbury. Elimination of pump-induced frequency jitter on fiber-laser frequency combs. *Opt. Lett.* **31**, 1997, 2006.

[142] K. Tamura, J. Jacobson, E. P. Ippen, H. A. Haus, and J. G. Fujimoto. Unidirectional ring resonators for self-starting passively mode-locked lasers. *Opt. Lett.* **18**, 220, 1993.

[143] P. Kubina, P. Adel, F. Adler, G. Grosche, T. Hänsch, R. Holzwarth, A. Leitenstorfer, B. Lipphardt, and H. Schnatz. Long term comparison of two fiber based frequency comb systems. *Opt. Express* **13**, 904–909, 2005.

[144] R. Santra, K. V. Christ, and C. H. Greene. Properties of metastable alkaline-earth-metal atoms calculated using an accurate effective core potential. *Phys. Rev. A* **69**, 042510, 2004.

[145] R. Santra, E. Arimondo, T. Ido, C. H. Greene, and J. Ye. High-accuracy optical clock via three-level coherence in neutral bosonic ^{88}Sr. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 173002, 2005.

[146] T. Zanon-Willette, A. D. Ludlow, S. Blatt, M. M. Boyd, E. Arimondo, and J. Ye. Cancellation of stark shifts in optical lattice clocks by use of pulsed raman and electromagnetically induced transparency techniques. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 233001, 2006.

[147] Tao Hong, Claire Cramer, Warren Nagourney, and E. N. Fortson. Optical clocks based on ultranarrow three-photon resonances in alkaline earth atoms. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 050801, 2005.

[148] K. Gibble and S. Chu. A laser cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultra-cold collisions. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1771–1774, 1993.

[149] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon, and C. Williams. Cold collision frequency shifts in a ^{87}Rb fountain. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3117, 2000.

[150] C. Fertig and K. Gibble. Measurement and cancellation of the cold collision frequency shift in an ^{87}Rb fountain clock. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1622–1625, 2000.

[151] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, and C. W. Oates. Optical lattice polarization effects on magnetically induced optical atomic clock transitions. *Phys. Rev. A* **76**, 023806, 2007.

[152] V. V. Flambaum and A. F. Tedesco. Dependence of nuclear magnetic moments on quark masses and limits on temporal variation of fundamental constants from atomic clock experiments. *Phys. Rev. C* **73**, 055501, 2006.

[153] S. Blatt, A. D. Ludlow, G. K. Campbell, J. W. Thomsen, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, A. Brusch, P. Lemonde, M. Takamoto, F.-L. Hong, H. Katori, and V. V. Flambaum. New limits on coupling of fundamental constants to gravity using ^{87}Sr optical lattice clocks. *arXiv :0801.1874*, 2008.

[154] P. Wolf et al. Quantum physics exploring gravity in the outer solar system : the SAGAS project. *arXiv :0711.0304*, 2007.

[155] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin, and A. Clairon. From optical lattice clocks to the measurement of forces in the Casimir regime. *Phys. Rev. A* **75**, 063608, 2007.

Résumé

Ce mémoire présente les dernières avancées de l'horloge à réseau optique à atomes de Strontium du LNE-SYRTE. Après avoir passé en revue les différents types d'horloges optiques actuellement développées, l'accent est mis sur le concept d'horloge à réseau optique qui a d'abord été formulé dans le cadre d'une horloge à ^{87}Sr utilisant la transition $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$. Les particularités de cet atome sont présentées, notamment la notion de longueur d'onde magique de piégeage, ainsi que les performances qui sont envisageables pour une telle horloge. La deuxième partie présente les aspects expérimentaux, en insistant plus particulièrement sur le développement du laser ultra-stable qui est utilisé pour l'interrogation des atomes et qui représente un point central. Parmi les dernières améliorations, une phase de pompage optique et d'interrogation en présence d'un champ magnétique a été ajoutée au dispositif de manière à mieux déterminer l'effet Zeeman. Enfin, la dernière partie présente les résultats expérimentaux. La dernière évaluation de l'horloge à ^{87}Sr a permis d'atteindre une exactitude de 2.6×10^{-15} et une mesure en accord au niveau de 10^{-15} avec une évaluation indépendante faite au JILA. D'autre part, suite à de récentes propositions théoriques, une mesure a également été effectuée en utilisant l'isotope bosonique ^{88}Sr et en adaptant le dispositif expérimental, permettant d'obtenir la première évaluation pour ce type d'horloge, avec une exactitude de 7×10^{-14}.

Mots clefs : étalon de fréquence optique, atomes froids, mesure absolue de fréquence optique, laser ultra-stable, effet Dick, réseau optique.

Abstract

This thesis presents the latest achievements regarding the optical lattice clock with Strontium atoms developed at LNE-SYRTE. After a review of the different types of optical clocks that are currently under development, we stress on the concept of optical lattice clock which was first imagined for ^{87}Sr using the $^1S_0 \rightarrow {}^3P_0$ transition. We exhibit the features of this atom, in particular the concept of magic wavelength for the trap, and the achievable performances for this kind of clock. The second part presents the experimental aspects, insisting particularly on the ultra-stable laser used for the interrogation of the atoms which is a central part of the experiment. Among the latest improvements, an optical pumping phase and an interrogation phase using a magnetic field have been added in order to refine the evaluation of the Zeeman effect. Finally, the last part presents the experimental results. The last evaluation of the clock using ^{87}Sr atoms allowed us to reach a frequency accuracy of 2.6×10^{-15} and a measurement in agreement with the one made at JILA at the 10^{-15} level. On another hand, thanks to recent theoretical proposals, we made a measurement using the bosonic isotope ^{88}Sr by adapting the experimental setup. This measurement represents the first evaluation for this type of clock, with a frequency accuracy of 7×10^{-14}.

Key words : optical frequency standard, cold atoms, abolute measurement of an optical frequency, ultra-stable laser, Dick effect, optical lattice.