Instabilités de cisaillement dans l'écoulement concentrique de deux fluides miscibles

Marguerite d'Olce

▶ **To cite this version:**

Marguerite d'Olce. Instabilités de cisaillement dans l'écoulement concentrique de deux fluides miscibles. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00276589

HAL Id: tel-00276589

https://theses.hal.science/tel-00276589

Submitted on 30 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

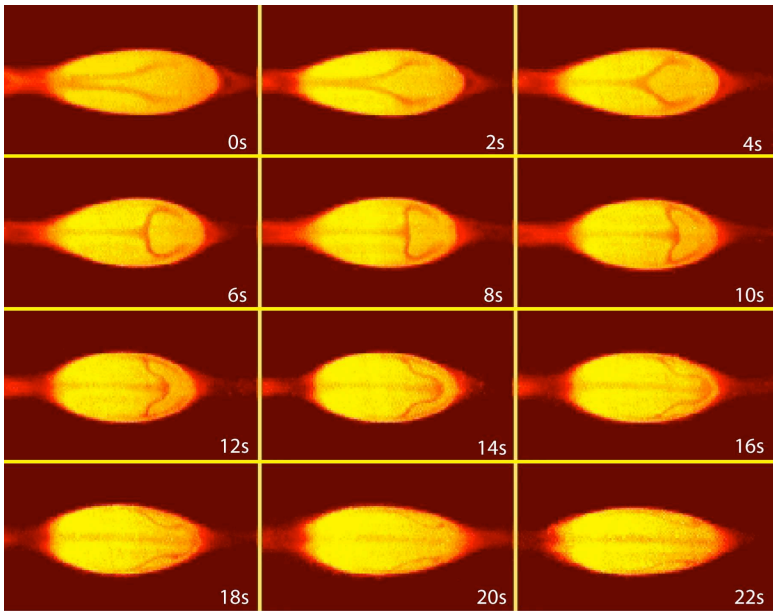
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité
Physique des liquides
(Ecole Doctorale de Physique de la Région Parisienne - ED 107)

Présentée par
Marguerite D'OLCE
Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Instabilités de cisaillement dans l'écoulement concentrique de deux fluides miscibles



Soutenue le 15 Avril 2008
devant le jury composé de :

Monsieur Dominique SALIN Directeur de thèse
Monsieur François CHARRU Rapporteur
Monsieur Jean-Marc CHOMAZ Rapporteur
Madame Martine BEN AMAR Examinatrice
Monsieur Philippe PETITJEANS Examinateur

Ce travail a été effectué sous la direction de Jérôme Martin, Nicole Rakatomalala, Dominique Salin et Laurent Talon. Je les remercie de leur encadrement et leur soutien tout au long de ma thèse. Je remercie également Christian Ruyer-Quil pour ses conseils avisés, Frédéric Moisy et Cyprien Morize pour le prêt du matériel de PIV et leurs conseils, l'équipe technique du FAST qui a construit les dispositifs expérimentaux, le personnel administratif et Léonor, l'ensemble des chercheurs, enseignants-chercheurs et doctorants du FAST.

Je remercie également François Charru, Jean-Marc Chomaz, Martine Ben Amar et Philippe Petitjeans pour leurs participations à mon jury et leurs remarques constructives.

Enfin je remercie ma famille et mes amis de leur soutien.

Dans ce document sont présentées des expériences sur les instabilités de cisaillement dans l'écoulement concentrique à co-courant de deux fluides miscibles. Les deux fluides sont de même masse volumique mais le fluide à la paroi a une viscosité supérieure à celle du fluide de coeur. Deux paramètres de contrôle sont utilisés, le nombre de Reynolds et le rayon du fluide de coeur. Nous avons toujours obtenu un écoulement instable et deux motifs d'instabilités ont été observés : perles et champignons. Nous avons établi le diagramme d'existence de ces motifs dans le plan des paramètres de contrôle.

Pour les motifs de la forme de champignons et pour certaines valeurs de paramètres de contrôle, les instabilités apparaissent très près de l'injection et montre une largeur de spectre fine. Ce comportement pourrait être la signature d'une transition entre des instabilités convectives et des instabilités absolues. Nous avons essayé de caractériser l'état absolu ou convectif du système par des mesures expérimentales, notamment par des expériences de forçage de la fréquence. Nous avons comparé nos résultats à des simulations numériques qui s'accordent en partie à nos résultats expérimentaux, et à une analyse de stabilité linéaire aux grandes longueurs d'onde.

Mots-clefs : instabilité, fluide miscible, instabilité convective, instabilité absolue, viscosité, tube.

Shear instabilities in a two miscible fluids core-annular flow

In this report, experiments of shear instabilities in a co-current and core-annular flow of two miscible fluids are presented. The two fluids have the same density but the annular fluid has a higher viscosity than the core fluid. Two control parameters have been used, the Reynolds number and the core fluid radius. We have always obtained an unstable flow and two instability patterns have been observed : pearls and mushrooms. We have built the diagram of occurrence of the patterns in the map of the two control parameters.

For mushroom patterns, and for some values of control parameters, instabilities appear near the inlet and exhibit a thin spectral width. This behavior might be a signature of a transition between convective and absolute instabilities. We have tried to characterize the convective or absolute nature of the system with experimental measurements, such as frequency forcing experiments. Our experimental results agree partly with numerical simulations, and reasonably well with a longwave linear stability analysis.

Keywords : hydrodynamics, instability, miscible fluids, convective instability, absolute instability, interface, viscosity, pipe flow.

Thèse préparée dans le laboratoire Fluides Automatique et Systèmes Thermiques

Bât 502 - Campus Universitaire

91405 Orsay cedex

Table des matières

1 Introduction **8**

2 Dispositifs et procédés expérimentaux **11**
2.1 Montage 11
2.2 Caractéristiques des deux fluides 13
2.2.1 Fluide annulaire 13
2.2.2 Fluide de coeur 15
2.2.3 Précision des paramètres 17
2.2.4 Diffusion entre les fluides 17
2.3 Contrôles et mesures des débits 18

3 Etat de base, notations **20**
3.1 Zone d'écoulement parallèle 22
3.1.1 Champ de vitesse 23
3.1.2 Taux de cisaillement 27
3.1.3 Fonctions de flux 30
3.2 Zone d'établissement 32

4 Fronts de déplacement **37**
4.1 Déplacement d'un volume fini 37
4.2 Fronts de déplacement à co-courant 42
4.3 Etude expérimentale des fronts de déplacements 45
4.3.1 Mesures expérimentales de rayons et de vitesses du doigt 45
4.3.2 Mesure du champ de vitesses du front par PIV 49
4.4 Instabilités à l'arrière du doigt 52

5 Etudes expérimentales, numériques et théoriques de l'instabilité interfaciale entre deux fluides de viscosités différentes. 54
5.1 Analyse de stabilité linéaire d'un écoulement concentrique de deux fluides miscibles . . . 57
5.1.1 Solutions pour les grandes longueurs d'ondes . . . 60
5.1.2 Solutions pour les petites longueurs d'ondes . . . 61
5.1.3 Illustration de l'analyse d'instabilité linéaire . . . 62

6 Motifs d'instabilités 66
6.1 Description des deux motifs . . . 66
6.2 Perles . . . 69
6.3 Dépendance des régimes en Re et $\tilde{R}_I$ . . . 71
6.4 Caractéristiques de la transition . . . 75
6.4.1 Méthodes de mesures . . . 75
6.4.2 Variation des caractéristiques des motifs . . . 79
6.5 PIV . . . 85
6.6 Effet de la viscosité . . . 88
6.7 Expérience de forçage . . . 89

7 Instabilités absolues et convectives 94
7.1 Théorie des instabilités convectives et absolues . . . 95
7.1.1 Approche linéaire . . . 95
7.1.2 Critères de transition entre instabilités convectives et absolues par des représentations graphiques . . . 99
7.1.3 Prises en compte des limites expérimentales . . . 103
7.1.4 Réponse à un forçage . . . 108
7.2 Détermination expérimentale de la transition entre les instabilités convectives et absolues . . . 109
7.3 Forçage . . . 123
7.4 Effet du rayon d'injection . . . 129
7.5 Effet de la viscosité . . . 133
7.6 Comparaison avec des simulations numériques et l'analyse d'instabilité aux grandes longueurs d'onde . . . 136

8 Ecoulements "triphasiques" 144
8.1 Aménagements expérimentaux . . . 148
8.2 Observations . . . 150

9 Conclusion et perspectives **159**

10 Annexe : Traitement des images et des données **164**
10.1 Acquisition des données et traitement des images 164
10.2 Mesure de champs de vitesses par la technique de Particle Image Velocity 167

11 Rappel des notations **169**

Chapitre 1

Introduction

L'interface entre deux fluides immiscibles et de viscosités différentes en cisaillement est une configuration qui peut être instable. C.S. Yih [1] a effectué une analyse de stabilité linéaire pour les grandes longueurs d'onde dans la configuration où les deux fluides sont superposés entre deux plaques. Il démontre que seule la viscosité est responsable de l'instabilité et que l'écoulement est toujours instable, même pour de faibles nombres de Reynolds.

C.E. Hickox [2], en utilisant la même méthode, a, lui, étudié la configuration où l'écoulement est concentrique. Il démontre notamment que c'est la différence de viscosité qui est la cause principale des instabilités et que toutes les combinaisons des paramètres étudiés ont donné un écoulement instable.

Enfin, D. Joseph et Y. Renardy [3] ont complété cette étude sur les fluides immiscibles avec une analyse de stabilité linéaire aux petites longueurs d'onde ainsi que des expériences où ils observent de nombreux motifs d'instabilités différents (dispersion d'un fluide dans l'autre, motifs en forme de bulles ou de cartouche). La plupart de ces motifs ont des caractéristiques qui s'accordent bien à l'analyse de stabilité linéaire aux grandes longueurs d'onde.

La configuration concentrique est notamment intéressante à étudier pour des raisons industrielles : en effet, la présence d'un liquide moins visqueux aux parois des pipelines diminue le coût du transport du pétrole.

Afin d'étudier uniquement l'effet de la différence de viscosité sur les instabilités, nous avons effectué des expériences entre deux fluides miscibles de même masse volumique mais de viscosités différentes, avec un fluide à la paroi de viscosité supérieure à celle du fluide au centre. L'écoulement était à un fort nombre de Péclet pour éviter la diffusion d'un fluide dans l'autre, ce qui nous a permis d'avoir une pseudo-interface entre les deux fluides. Dans cette

configuration expérimentale, l'écoulement a toujours été observé instable. Nous avons répertorié deux motifs axisymétriques dans nos expériences, que nous avons appelés perles et champignons (figs. 1.1 et 1.2). Ces motifs sont très différents dans leurs structures, nous le verrons en utilisant des coupes LASER. Nous tenterons de décrire le mécanisme de sélection entre ces deux motifs.

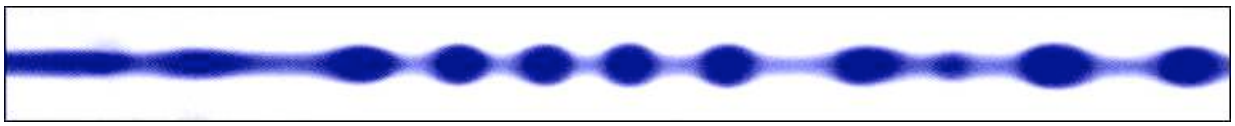


FIG. 1.1 – Photo de motifs de perles dus à une instabilité interfaciale entre le fluide bleu, moins visqueux que le fluide transparent. La hauteur de l'image est le diamètre du tube (2cm). L'injection est à la gauche de l'image.

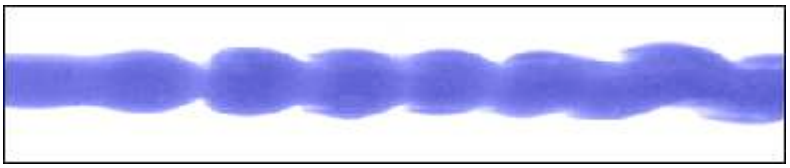


FIG. 1.2 – Photo de motifs de champignons dus à une instabilité interfaciale entre le fluide bleu, moins visqueux que le fluide transparent. La hauteur de l'image est le diamètre du tube (2cm). L'injection est à la gauche de l'image.

En général, ces motifs sont apparus loin de l'injection et leurs tailles caractéristiques étaient variables dans la même expérience. Dans le cas des champignons, cependant, pour certains paramètres de contrôle, les motifs ont été présents quasiment dès l'injection et nous avons constaté la même taille caractéristique pour tous les motifs dans la même expérience. Ce comportement pourrait être expliqué par la théorie des instabilités convectives ou absolues, qui a été établie dans la physique des plasmas [4] [5] avant d'être appliquée à l'hydrodynamique [6]. Nous avons tenté de définir des critères permettant

de distinguer ces deux comportements (convectifs ou absolus) expérimentalement. Une collaboration avec une équipe de l'USC (Santa Barbara) nous a permis de comparer nos résultats expérimentaux avec des simulations numériques.

Avant l'analyse de ces motifs d'instabilité, qui forme la majeure partie de ce document, nous allons brièvement présenter des expériences sur une autre configuration d'étude de l'interface entre deux fluides : le déplacement d'un fluide par un autre. Dans une cellule de Hele-Shaw, cela peut résulter en des doigts de Saffman-Taylor [7]. Dans un tube [8] [9], nous pouvons observer un front entre les deux fluides qui prend la forme d'un doigt de rayon R_d pour certains paramètres de contrôle (fig. 1.3) suivi par des motifs d'instabilité [10].

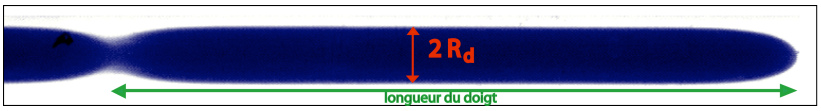


FIG. 1.3 – Photo d'un doigt se formant entre deux fluides miscibles de viscosités différentes en déplacement. Le liquide bleu a une viscosité moindre que le liquide transparent. La hauteur de l'image est égale au diamètre du tube, c'est-à-dire 2 cm. L'injection des deux fluides est à gauche de l'image.

Cette configuration correspond à un phénomène transitoire du début de nos expériences, quand le fluide le moins visqueux est injecté dans le tube rempli du fluide le plus visqueux. Nous allons ici brièvement exposer des expériences sur le doigt entre deux fluides miscibles et de même masse volumique mais ici, non pas dans le cas où un fluide pousse l'autre, mais dans celui où les deux fluides sont injectés simultanément. En variant le rapport de débits entre les deux fluides, nous pouvons alors changer le rayon R_d. Nous comparerons ces résultats expérimentaux avec les prédictions de la théorie des ondes cinématiques.

Chapitre 2

Dispositifs et procédés expérimentaux

Afin d'obtenir un écoulement concentrique de fluides miscibles en tube, nous avons dû particulièrement soigner l'injection des deux fluides qui devait permettre l'établissement rapide d'un écoulement parallèle pour une large gamme de rapports de débits entre les deux fluides. Enfin, les fluides utilisés devaient être miscibles mais de diffusion faible entre eux, afin d'obtenir une pseudo-interface entre eux sur une grande longueur et pour de faibles nombres de Reynolds. Un des fluides est injecté à la paroi du tube, nous l'appellerons $fluide\ annulaire$ et les variables s'y rapportant auront en indice a. L'autre fluide est injecté au coeur du tube, nous appellerons ce fluide $fluide\ de\ coeur$ et les variables s'y rapportant auront en indice c.

2.1 Montage

Les deux fluides sont injectés dans un tube cylindrique vertical en plexiglas de hauteur $L = \ 1m$ et de rayon intérieur $R = 1cm$. Il est plongé dans une cuve de verre carrée remplie d'eau, afin de pallier les distorsions optiques (fig. 2.1).

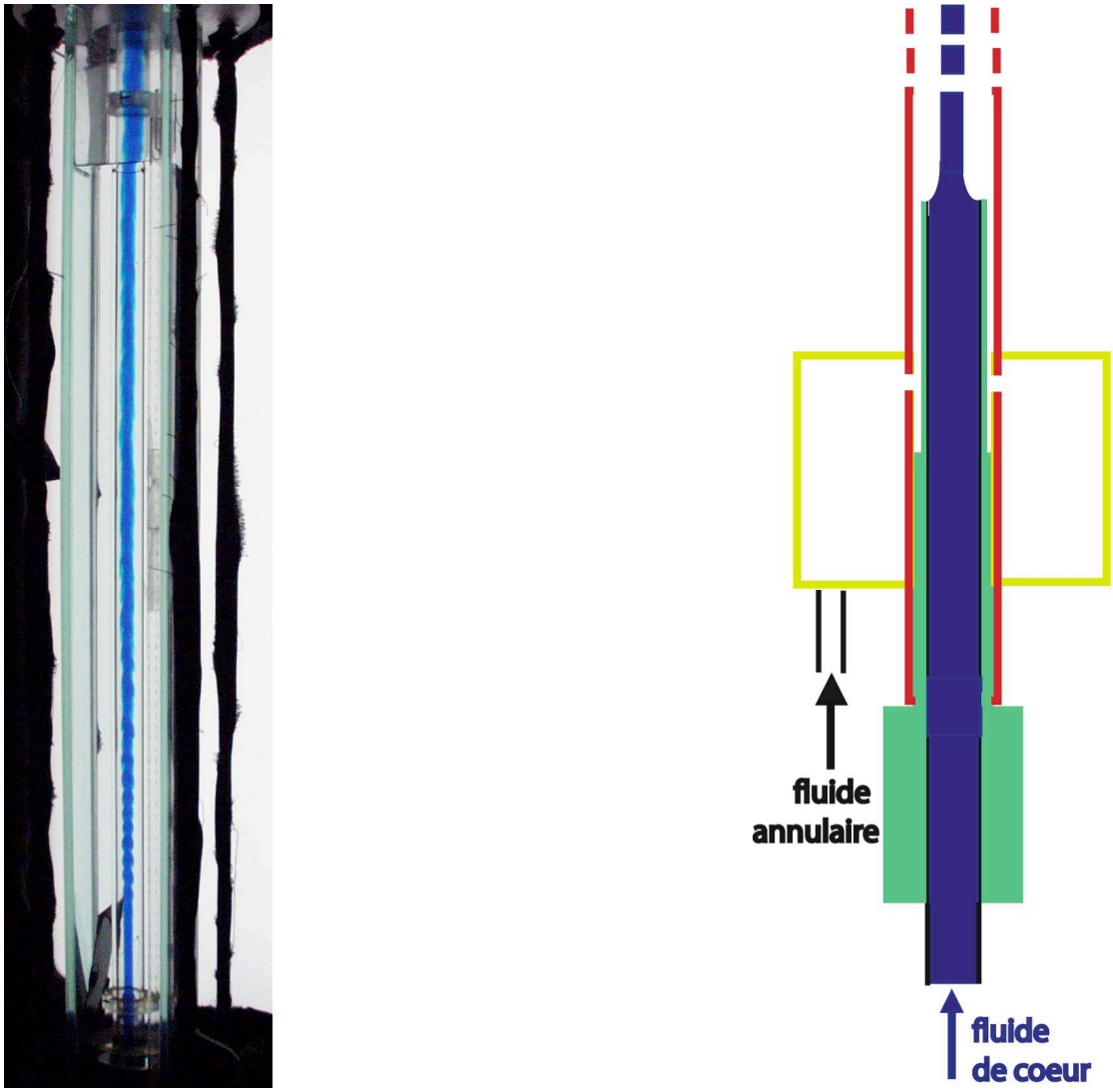


FIG. 2.1 – A gauche, photo du tube expérimental. A droite, schéma de l'injection : l'expérience est alimentée en fluide de coeur (en bleu) par un injecteur emmanché (en vert) dans le tube (en rouge), et en fluide annulaire par des petits trous circulaires percés entre un réservoir et le tube. Le contact entre les deux fluides a lieu au bout de l'injecteur (en vert). L'injecteur a une extrémité biseautée vers le haut. Le rayon intérieur de l'injection r_0 est de 0.75 cm, son rayon extérieur de 0.85 cm. Sur le schéma de droite, toutes les dimensions sont à l'échelle.

L'alimentation du système en fluides est concentrique. Le fluide de coeur est injecté par un tube de rayon intérieur $r_0 = 0,75\ cm$ et de rayon extérieur $0,85\ cm$ (fig. 2.1). Son extrémité est biseautée vers le haut afin d'éviter la présence de "zones mortes" dans l'écoulement. Le fluide annulaire est injecté dans l'espace annulaire entre les deux tubes. Un rayon de l'injecteur proche de celui du tube extérieur permet d'utiliser une gamme plus étendue de R_I (le rayon de l'interface entre les deux fluides dans l'état parallèle). En effet, si l'injecteur a un rayon plus petit que R_I, nous n'avons pas pu obtenir expérimentalement d'écoulement parallèle après l'injection.

2.2 Caractéristiques des deux fluides

Nous voulons utiliser deux fluides miscibles de viscosités différentes, de même masse volumique et de diffusion entre eux faible, afin de minimiser le mélange entre les deux. De plus, le fluide de coeur doit être coloré et le fluide extérieur transparent afin de pouvoir observer l'interface. Nous avons donc choisi une solution aqueuse de polymère pour le fluide annulaire et de l'eau salée et colorée pour le fluide de coeur.

2.2.1 Fluide annulaire

Le fluide annulaire est une solution de Natrosol diluée dans l'eau. Le Natrosol est le nom commercial d'un polymère, l'hydroxyéthyl cellulose qui a la particularité d'élever fortement la viscosité de l'eau en utilisant peu de produit, tout en gardant une masse volumique proche de celle de l'eau. Il a été utilisé notamment dans les expériences de convection thermique par A. Davaille [11] et M. Lebars [12]. La solution contenant l'eau et le Natrosol est mélangée pendant plusieurs heures afin d'assurer son homogénéité. Comme ce procédé a pour conséquence d'augmenter la température de la solution, on la laisse reposer une nuit afin que sa température soit celle de la température ambiante.

Le mélange Natrosol-eau est non-newtonien, même pour de petites concentrations en polymère comme cela a été montré par des mesures rhéologiques [11] [13]. Toutefois il existe un plateau newtonien quand le taux de cisaillement est inférieur à $1\ s^{-1}$ [13] dans la gamme de concentration que nous utilisons. Or le taux de cisaillement dans nos expériences étant de l'ordre de $10^{-2} - 10^{-1} s^{-1}$, le fluide peut être considéré comme newtonien. La dépen-

dance de la viscosité en fonction de la concentration est approximativement une loi exponentielle [11], comfirmée par nos mesures effectuées sur un viscosimètre de Couette (Brookfield DV II+Pro) (fig. 2.2)

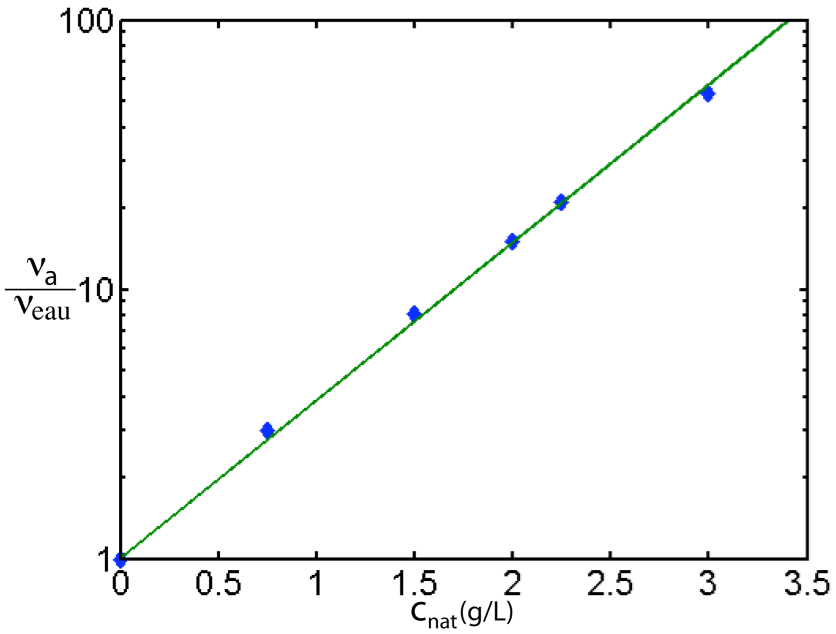


FIG. 2.2 – Rapport de viscosité d'une solution de Natrosol sur la viscosité de l'eau $\frac{\nu_a}{\nu_{eau}}$ en fonction de sa concentration c_{nat} à 23°C. Elle est de type exponentielle, Ici, elle est modélisée par $\frac{\nu_a}{\nu_{eau}} = e^{3,5c_{nat}}$

La viscosité de cette solution dépend fortement de la température. Nous avons l'avons mesurée pour deux concentrations différentes en polymère en faisant varier la température grâce à un viscosimètre de Couette (Contraves Lowshear 30)(fig. 2.3). La viscosité diminue de moitié en augmentant la température de $20^{\circ}C$.

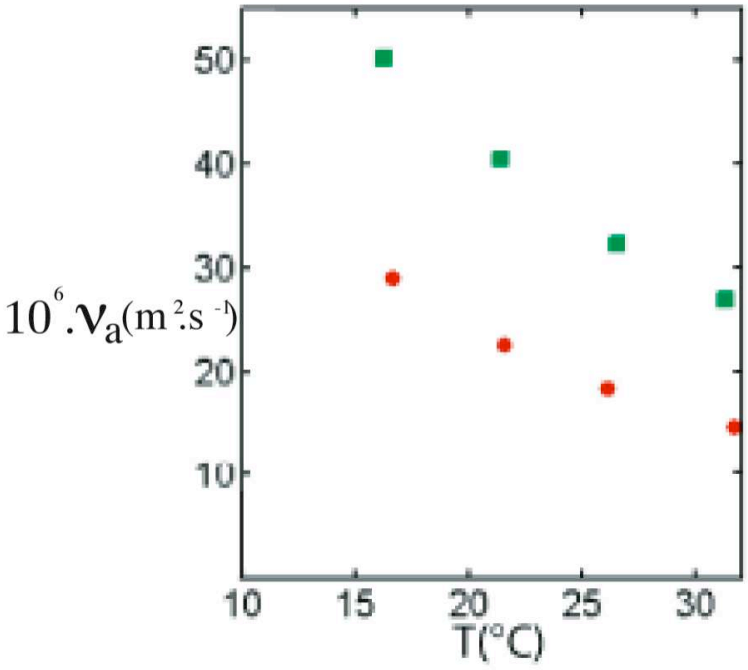


FIG. 2.3 – Viscosité ν_a de solutions de Natrosol en fonction de la température pour une concentration de $c_{nat} = 2,5\ g.L^{-1}$ (ronds rouges) et $c_{nat} = 3,05\ g.L^{-1}$ (carrés verts).

2.2.2 Fluide de coeur

Il s'agit d'une solution aqueuse de $CaCl_2$. Le sel permet de changer la masse volumique du fluide de coeur en variant la viscosité de manière négligeable. Les masses volumiques des fluides sont contrôlées par un densimètre (Anton Paar DMA 35N Density meter). Un colorant est ajouté : Waterblue ou Fluorescine. Pour un fluide annulaire ayant une concentration de $c_{nat} = 2,5\ g.L^{-1}$ en Natrosol, le fluide de coeur est une solution aqueuse de $c_{CaCl_2} = 1,075\ g.L^{-1}$ de $CaCl_2$ et de $c_{WB} = 0,25\ g.L^{-1}$ de Waterblue ou de $c_{CaCl_2} = 1,325\ g.L^{-1}$ et de $c_{fluo} = 40\ mg.L^{-1}$ de Fluorescine. Comme peu de

$CaCl_2$ est utilisé, la viscosité de ce fluide peut être considérée comme celle de l'eau. Cela a été vérifié par des mesures sur un viscosimètre de Couette (Contraves Lowshear 30)(figure 2.4). Pour certaines expériences où la viscosité du fluide de coeur devait être supérieure à celle de l'eau, nous avons aussi rajouté du Natrosol. La solution repose, elle aussi, une nuit afin d'avoir la même température que celle ambiante.

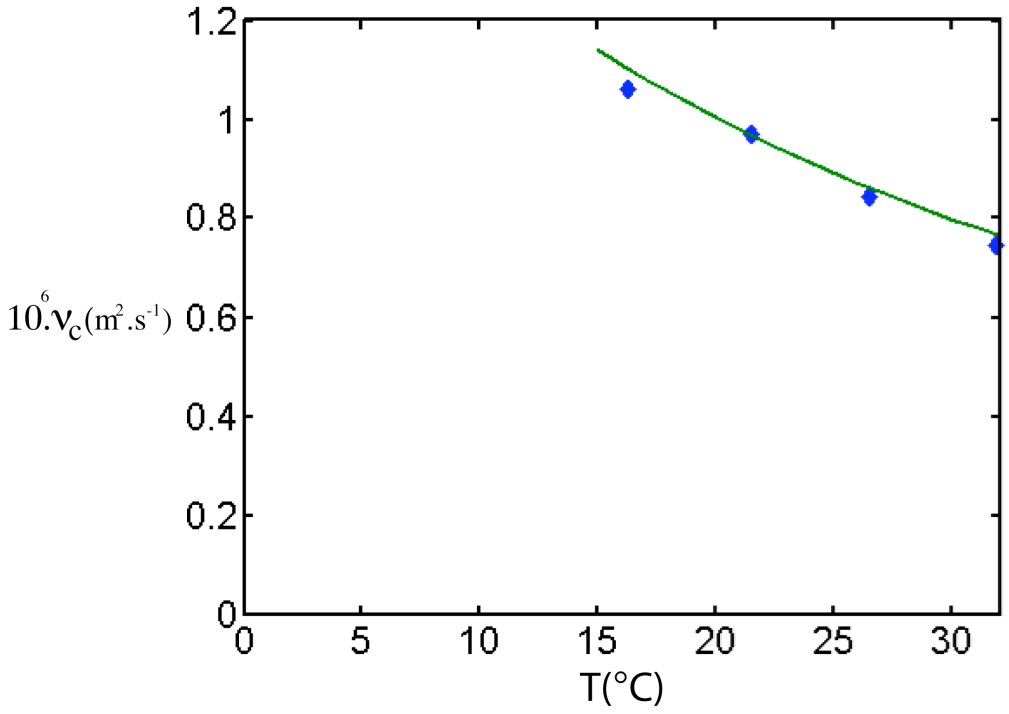


FIG. 2.4 – Viscosité cinématique ν_c de solutions de fluide de coeur en fonction de la température pour une concentration en $CaCl_2$ de $c_{CaCl_2} = 1,325\ g.L^{-1}$ et en fluorescine de $c_{fluo} = 40\ mg.L^{-1}$ (losanges bleus). Elle se place sur la même courbe que la viscosité de l'eau en fonction de la température (Handbook) (ligne verte).

2.2.3 Précision des paramètres

Afin d'estimer la précision des paramètres de nos fluides, nous allons considérer un fluide de coeur ayant la viscosité de l'eau et un rapport $M = \frac{\nu_a}{\nu_c} = 25$, ce sont les paramètres les plus utilisés dans nos expériences. Nous avons une masse volumique de $999,8 \pm 0,1\ kg.m^{-3}$ à $20^{\circ}C$ pour les deux fluides. La viscosité du fluide de coeur étant à peu près celle de l'eau et la viscosité de l'eau étant bien connue, l'imprécision dépendra majoritairement de la mesure de la température. On peut l'estimer à 2%. La précision de la viscosité du fluide annulaire est moins grande. En effet, les mesures de viscosité sont toujours très difficiles à effectuer et cela s'ajoute à l'imprécision due à la température. Nous pouvons estimer que la viscosité cinématique du fluide annulaire est $(25 \pm 1).10^{-6}m^2/s$ à $20^{\circ}C$. Nous avons donc un rapport de viscosité $M = 25 \pm 2$ pour une température de $20^{\circ}C$.

2.2.4 Diffusion entre les fluides

La diffusion du Natrosol dans l'eau est difficile à mesurer expérimentalement : en effet, la solution ayant un indice de réfraction très proche de l'eau, nous ne pouvons pas utiliser l'effet mirage, c'est-à-dire la mesure de la déviation d'un faisceau LASER à travers une interface, comme cela a déjà été utilisé dans les expériences de P. Petitjeans et T. Maxworthy [9]. Cependant, il s'est avéré que cette solution a une diffusion moindre dans l'eau que, par exemple, du glycérol. En effet, si l'on utilise un mélange glycérol-eau à la place de la solution de Natrosol avec la même viscosité, nous devons augmenter considérablement le débit des deux fluides afin d'éviter le mélange entre les deux liquides et pouvoir observer des motifs définis. L'utilisation du Natrosol permet donc des expériences à plus faible nombre de Reynolds. Le coefficient de diffusion du glycérol pur étant de $1,06.10^{-9}m^2.s^{-1}$, une solution de Natrosol a un coefficient de diffusion inférieur.

La diffusion d'une molécule dans un liquide est inversement proportionnelle au rayon de la molécule et à la viscosité du liquide selon la relation d'Einstein. Le composant qui diffusera le plus sera donc celui dont le rayon moléculaire est le plus petit. Ici, il s'agit de la molécule de $CaCl_2$. Son coefficient de diffusion dans l'eau à la concentration utilisée est $D = 1,19.10^{-9}m^2.s^{-1}$ à 25°C, donc pour une solution de Natrosol de viscosité $\nu = 25.10^{-6}m^2.s^{-1}$, elle est d'environ $\frac{D\nu_{eau}}{\nu} \simeq 5.10^{-11}m^2.s^{-1}$. La solution de Natrosol aura alors un effet limitant sur la diffusion du sel.

2.3 Contrôles et mesures des débits

Les deux fluides sont injectés par deux pompes à engrenages. Un générateur commande la somme des deux débits, un autre le débit du fluide de coeur. Le débit du fluide annulaire est commandé par la différence de tension entre les deux générateurs par le biais d'un amplificateur opérationnel soustracteur (fig. 2.5). Comme nous ne connaissons pas exactement les pertes de charges subies par les fluides dans nos expériences, les débits sont déduits de la variation de la masse des deux réservoirs de fluides et non des valeurs affichées sur les pompes. Les mesures, prises toutes les secondes, sont enregistrées dans un fichier par Labwiew. De là, nous pouvons en déduire le débit de chaque fluide en faisant une régression linéaire sur une centaine de mesures de masse. Un débit typique dans nos expériences est de l'ordre de 1.10^{-6} $m^3.s^{-1}$ mesuré avec une précision de 1.10^{-8} $m^3.s^{-1}$. La vitesse moyenne de l'écoulement dans le tube varie entre 1 $mm.s^{-1}$ et 1 $cm.s^{-1}$.

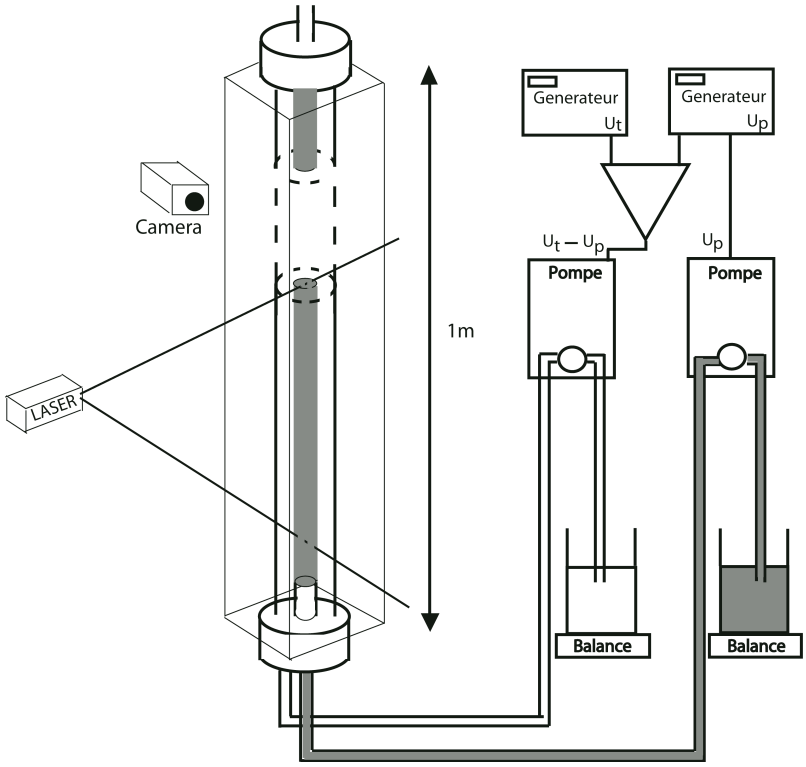


FIG. 2.5 – Schéma du montage

Nous avons précisé les paramètres de nos fluides, de là nous allons pouvoir définir les nombres sans dimension caractérisant les expériences. Nous avons une bonne précision concernant la masse volumique et le débit des fluides. Les mesures de viscosités étant toujours imprécises, nous avons un rapport M moins bien défini. Enfin, comme nous le verrons à de nombreuses reprises par la suite, nos résultats expérimentaux dépendent beaucoup des conditions d'injection. Nous allons donc vérifier expérimentalement si nous obtenons bien un écoulement parallèle et étudier l'établissement de ce profil.

Chapitre 3

Etat de base, notations

Nous allons étudier l'écoulement de base de nos expériences, c'est-à-dire l'écoulement parallèle et son établissement. Nos deux liquides ayant des viscosités différentes, il existe un saut du taux de cisaillement à l'interface entre les deux fluides. Ce saut étant responsable des instabilités, nous allons l'estimer. Nous allons aussi définir les paramètres permettant la meilleure caractérisation de nos expériences.

Une photo typique d'une de nos expériences est présentée sur la figure 3.1. Nous nous plaçons dans un repère cylindrique (r, θ, x). L'axe $r = 0$ est confondu avec l'axe du tube. Le plan $x = 0$ est situé à l'injection du fluide de coeur dans le tube, à l'endroit où les deux fluides sont mis en contact. Comme le système est symétrique par rapport à l'axe du tube et que nous n'étudierons que les motifs d'instabilité symétriques par rapport à cet axe, la dépendance en θ de l'écoulement sera négligé tout au long de ce document. Nous injectons les deux fluides concentriquement dans un tube de rayon intérieur R. Quand l'écoulement est établi, nous pouvons observer dans nos expériences une zone où le rayon de l'interface est constant. Comme nous allons le démontrer dans ce chapitre, l'écoulement des deux fluides y est parallèle. Nous appellerons cette zone, *zone d'écoulement parallèle* (fig.3.1). Dans celle-ci, le rayon où se situe l'interface est appelé R_I. Le rayon de l'injecteur étant généralement plus grand que R_I et le contact entre les deux fluides changeant les conditions limites du champ de vitesse, une distance L_ν (fig.3.1) à partir de l'injection est nécessaire afin que l'écoulement parallèle s'établisse. Cette zone est appelée *zone d'établissement*. Enfin, l'écoulement parallèle se déstabilise au-delà d'une distance L_p de l'injection (fig.3.1).

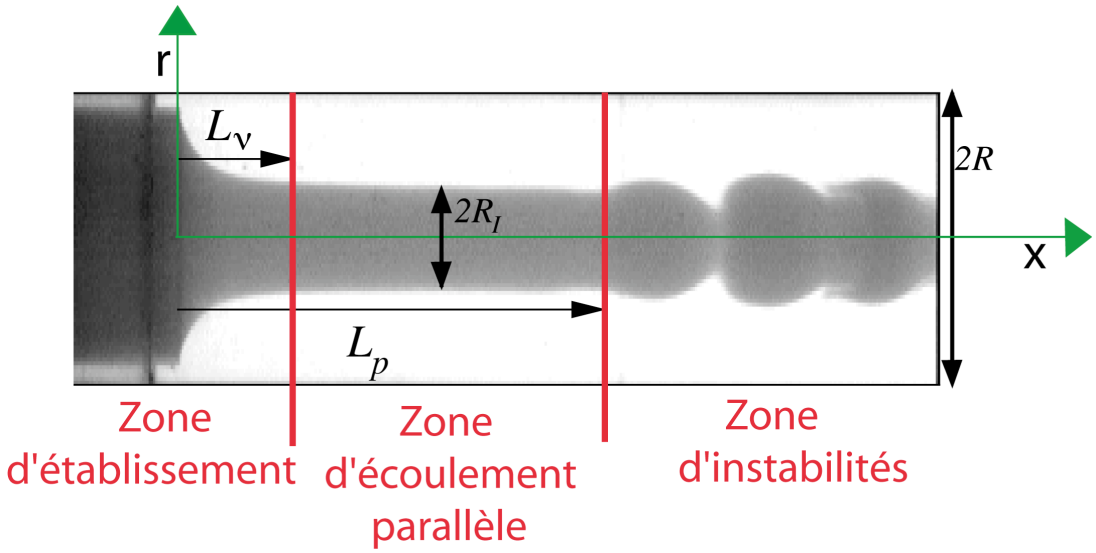


FIG. 3.1 – Expérience typique. L'écoulement devient parallèle après une longueur d'établissement L_ν. Enfin, il se déstabilise au-delà d'une distance à l'injection L_p.

Les débits d'injection des deux fluides seront appelés Q_c et Q_a respectivement pour le fluide de coeur et le fluide annulaire. Nous normaliserons désormais les longueurs par R et les vitesses par la vitesse moyenne de l'écoulement total des deux fluides $\bar{U} = \frac{Q_c+Q_a}{\pi R^2}$. Les temps seront donc normalisés par le temps caractéristique $\frac{\pi R^3}{Q_c+Q_a}$. Nous signalerons les variables normalisées par un tilde ($\tilde{}$) au dessus de la variable. On définit M le rapport des viscosités cinématiques $\frac{\nu_a}{\nu_c}$. Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension qui sera un des paramètres de nos expériences. L'écoulement étant constitué de deux fluides ayant des viscosités différentes et les rayons R_I et R pouvant être envisagés tous les deux comme longueurs caractéristiques, il

existe donc plusieurs définitions possibles de ce nombre. Nous avons choisi les variables donnant le nombre de Reynolds maximum $Re = \frac{\bar{U}R}{\nu_c}$. Ce nombre de Reynolds sera compris entre 3 et 60 dans nos expériences. Si M était égal à 1, nous aurions donc un écoulement laminaire . Les instabilités que nous observons sont donc dues à la différence de viscosité entre les deux fluides.

Le nombre de Péclet est défini par $Pe = \frac{\bar{U}R}{D}$. Comme nous cherchons à avoir un régime à haut Péclet, nous allons ici utiliser un nombre de Péclet minimum, en utilisant le coefficient de diffusion du $CaCl_2$ dans la solution de Natrosol. Nous avons le coefficient de diffusion établi au chapitre 2, $D = \frac{1{,}19.10^{-9}m^2.s^{-1}\nu_{eau}}{\nu_a} = \frac{1{,}19.10^{-9}m^2.s^{-1}}{M}$. Nous avons alors $Pe = Re * Sc$, avec le nombre de Schmidt : $Sc = \frac{\nu_c}{D}$. Pour une solution où $\nu_c = 1.10^{-6}m^2.s^{-1}$ et $M = 25$, $Pe \simeq 20000 * Re$. Avec les nombres de Reynolds utilisés dans nos expériences, on a $Pe \geqslant 6.10^4$.

Afin d'estimer la largeur de diffusion à l'interface, en l'absence de mélange convectif, l_D, on peut utiliser une loi du type $l_D = \sqrt{Dt}$. Si on compare l_D à R, nous avons $\tilde{l}_D = \frac{l_D}{R} = \sqrt{\frac{Dt}{R^2}}$ et si $t = \frac{L}{U}$, le temps que met le fluide à parcourir le tube, $\tilde{l}_D = \sqrt{\frac{L}{PeR}} < 0.04$. Nous avons une largeur de diffusion négligeable devant R. Elle ne pourra donc pas être observée. Pour fixer les idées, les molécules de $CaCl_2$ ont diffusé d'environ 0.4 mm au bout du tube (L=1m) à $Re = 3$ et de 0.03 mm à $Re = 60$. Nous allons maintenant étudier plus spécifiquement les zones d'établissement et d'écoulement parallèle.

3.1 Zone d'écoulement parallèle

Nous avons pu observer une zone où le rayon interfacial est constant. Nous allons ici vérifier que dans cette zone, l'écoulement y est parallèle. Pour cela, nous allons calculer le profil de vitesse correspondant à un écoulement concentrique parallèle de deux fluides de viscosités différentes et le comparer aux mesures expérimentales du champ de vitesse dans la zone correspondante par la technique de PIV (Particle Image Velocity : voir Chapitre 10).

Puis, comme la différence de viscosité entre les deux fluides est responsable des instabilités, nous allons calculer le saut du taux de cisaillement à l'interface entre les deux fluides.

3.1.1 Champ de vitesse

Dans la zone d'écoulement parallèle, le fluide de coeur et le fluide annulaire occupent respectivement les domaines $\tilde{r} = [0, \tilde{R}_I]$ et $r = [\tilde{R}_I, 1]$. Les deux fluides sont incompressibles, miscibles et ont la même masse volumique ρ mais des viscosités cinématiques différentes, respectivement ν_c et ν_a. Nous négligerons les effets de la diffusion entre les deux fluides.

Le champ de vitesse $\vec{U}$ est défini comme suit : $\vec{\tilde{U}}_i = (\tilde{U}_{ri}, \tilde{U}_{\theta i} = 0, \tilde{U}_{xi})$ avec $i = c$ ou a suivant que l'on se rapporte aux fluides de coeur ou annulaire. L' écoulement satisfait aux équations de Navier-Stokes et est stationnaire. Nous avons un écoulement invariant selon $\tilde{x}$, $\vec{\tilde{U}}_i = (0, 0, \tilde{U}_{xi}(r))$.

Les conditions aux limites à la paroi sont $\vec{\tilde{U}}_x = \vec{0}$ pour $\tilde{r} = 1$. A l'interface, $\vec{\tilde{U}}_c(\tilde{R}_I) = \vec{\tilde{U}}_a(\tilde{R}_I)$, pour continuité des vitesses, $P_c(\tilde{R}_I) = P_a(\tilde{R}_I)$ pour celle de la pression et $\nu_c \frac{\partial \tilde{U}_{xc}}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=\tilde{R}_I} = \nu_a \frac{\partial \tilde{U}_{xa}}{\partial \tilde{r}}|_{\tilde{r}=\tilde{R}_I}$ pour celle de la contrainte tangentielle. La vitesse maximale du profil se trouve sur l'axe $\tilde{r} = 0$.

En résolvant les équations de Stokes , on obtient :

$$\tilde{U}_{xc}(\tilde{r}) = \frac{2[1 - M\tilde{r}^2 + (M-1)\tilde{R}_I^2]}{1 + (M-1)\tilde{R}_I^4} \tag{3.1}$$

pour $0 < \tilde{r} < \tilde{R}_I$ et

$$\tilde{U}_{xa}(\tilde{r}) = \frac{2(1 - \tilde{r}^2)}{1 + (M-1)\tilde{R}_I^4} \tag{3.2}$$

pour $\tilde{R}_I < \tilde{r} < 1$.

L'écoulement parallèle est donc constitué de deux écoulements de Poiseuille raccordés, comme le montre le profil de vitesse en fonction de $\tilde{r}$ sur la figure 3.2 avec un maximum de vitesse égal à $\frac{2[1+(M-1)\tilde{R}_I^2]}{1+(M-1)\tilde{R}_I^4}$.

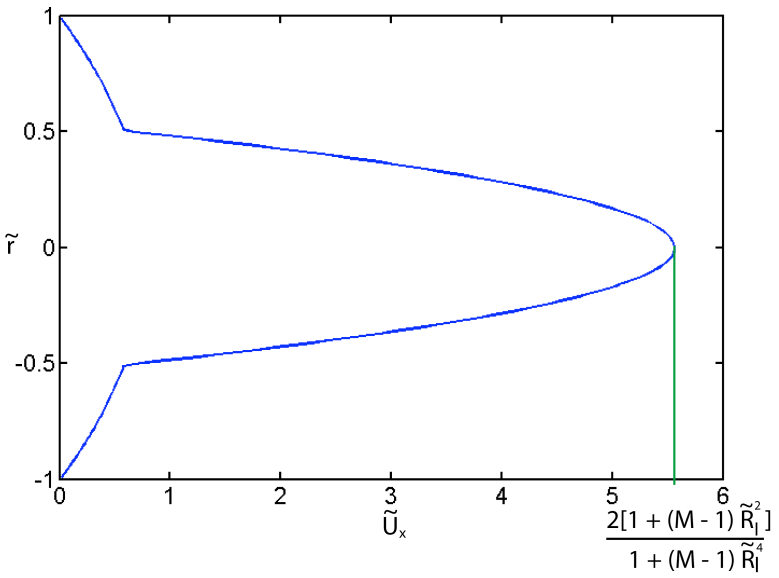


FIG. 3.2 – Profil de vitesse sur un diamètre du tube pour $\tilde{R}_I = 0.5$, $M = 25$.

Cet écoulement parallèle a été testé par des mesures de PIV (voir chapitre 10). Nous avons mesuré le champ de vitesse sur un plan passant par l'axe du tube (fig. 3.3), contenant la zone d'établissement et la zone d'écoulement parallèle. Dans cette image, les vecteurs vitesses ont été dessinés pour plusieurs points et leurs normes ont été codées en code couleur. Nous pouvons observer, à partir d'environ 2 cm de l'injection, que les vecteurs vitesse sont parallèles, et que le profil de vitesse est invariant selon x. Les zones d'écoulements des deux fluides peuvent être aisément distinguées puisque leurs vitesses n'ont pas le même ordre de grandeur. Si nous comparons le profil de vitesse sur un diamètre obtenu par PIV dans la zone d'écoulement parallèle aux prédictions théoriques, nous obtenons un bon accord entre les deux (voir figure 3.4).

Cependant, la précision de la technique de PIV dépend fortement du laps de temps entre les deux images. Elle est précise pour des champs de vitesse de valeurs du même ordre de grandeur. Ce n'est pas le cas ici puisque la vitesse varie beaucoup. Comme nous supposons que l'écoulement parallèle du fluide

de coeur a besoin d'une plus grande distance à l'injection pour s'établir et est plus prompt à se déstabiliser, à cause de sa faible viscosité, il est toujours plus judicieux d'avoir la plus grande précision sur le champ de vitesse du fluide de coeur. Ici, de plus, nous devons pouvoir comparer les maxima des profils de vitesse théoriques et expérimentaux. Nous avons donc utilisé une fréquence plus adaptée aux vitesses de l'écoulement du fluide de coeur, ce qui diminue la précision concernant le fluide annulaire.

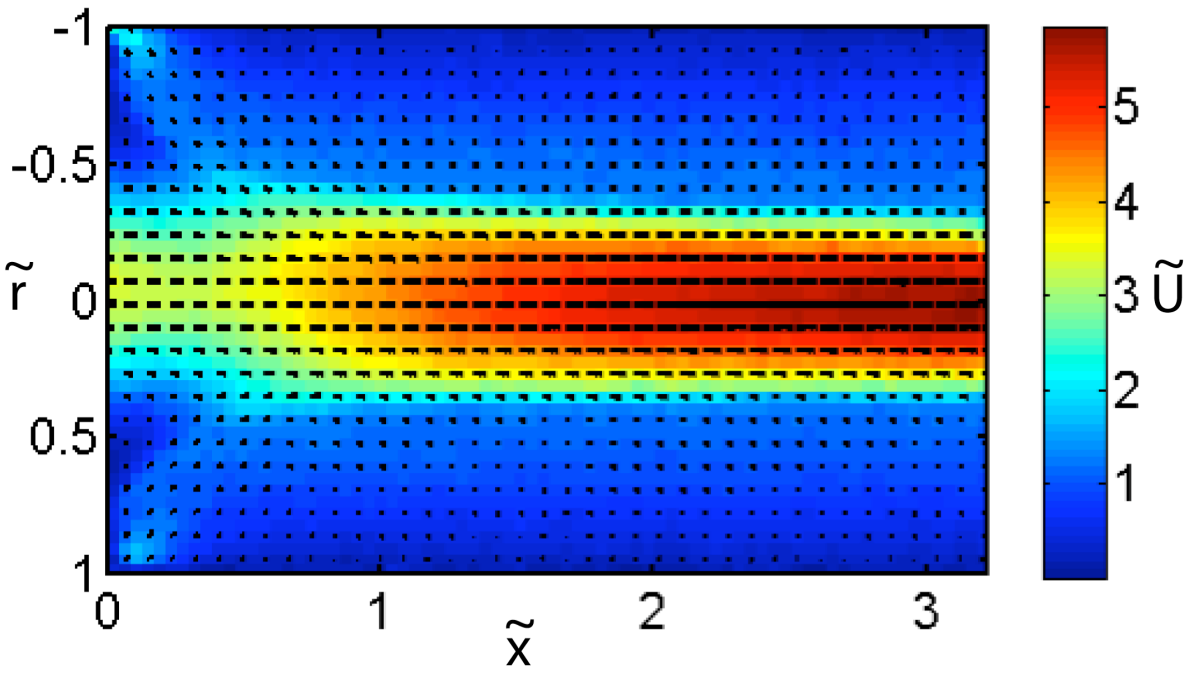


FIG. 3.3 – Champ de vitesse normalisée, mesurée par PIV, à l'entrée du tube sur un plan contenant l'axe du tube. La couleur indique la norme de la vitesse. Le profil de vitesse est parallèle au bout d'environ 2 *cm*. $\tilde{R}_I = 0.36$, $M = 25$, Re=14.

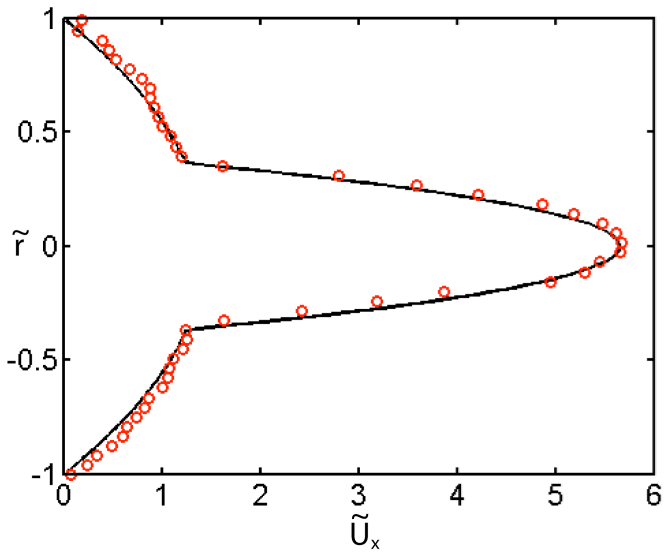


FIG. 3.4 – Profil de vitesse dans la zone d'écoulement parallèle expérimental (cercles rouges) et théorique (ligne noire). $\tilde{R}_I = 0.36$, $M = 25$, Re=14, $\tilde{x} = 2.6$.

3.1.2 Taux de cisaillement

Du champ de vitesse, nous pouvons déterminer le taux de cisaillement radial dans la zone d'écoulement parallèle (fig 3.5) :

$$\frac{d\tilde{U}_{xc}(\tilde{r})}{d\tilde{r}} = \frac{-4M\tilde{r}}{1+(M-1)\tilde{R}_I^4} \text{ pour } 0 < \tilde{r} < \tilde{R}_I \tag{3.3}$$

et

$$\frac{d\tilde{U}_{xa}(\tilde{r})}{d\tilde{r}} = \frac{-4\tilde{r}}{1+(M-1)\tilde{R}_I^4} \text{ pour } \tilde{R}_I < \tilde{r} < 1. \tag{3.4}$$

Le taux de cisaillement subit un saut à l'interface entre les deux fluides, c'est de là que proviennent les instabilités. Le rapport des deux taux de cisaillement à l'interface est égal à M et le saut $[\![\frac{d\tilde{U}_x}{d\tilde{r}}]\!]_{\tilde{R}_I} = \frac{d\tilde{U}_{xa}}{d\tilde{r}}|_{\tilde{R}_I} - \frac{d\tilde{U}_{xc}}{d\tilde{r}}|_{\tilde{R}_I}$ dans la zone d'écoulement parallèle est égal à :

$$[\![\frac{d\tilde{U}_x}{d\tilde{r}}]\!]_{\tilde{R}_I} = \frac{4(M-1)\tilde{R}_I}{1+(M-1)\tilde{R}_I^4} \tag{3.5}$$

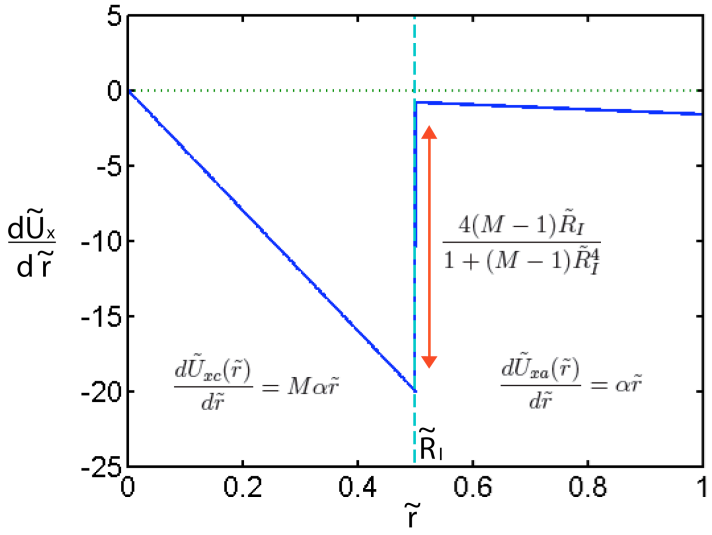


FIG. 3.5 – Taux de cisaillement radial dans la zone d'écoulement parallèle en fonction de $\tilde{r}$. Dans le fluide de coeur, le taux de cisaillement est $\frac{d\tilde{U}_{xc}(\tilde{r})}{d\tilde{r}} = M\alpha\tilde{r}$ et dans le fluide annulaire $\frac{d\tilde{U}_{xa}(\tilde{r})}{d\tilde{r}} = \alpha\tilde{r}$ avec $\alpha = \frac{-4\tilde{r}}{1+(M-1)\tilde{R}_I^4}$. L'interface entre les deux fluides est caractérisé par un saut du taux. $\tilde{R}_I = 0,5$, $M = 25$.

Ce saut de taux de cisaillement (fig. 3.5) dépend de M mais aussi de $\tilde{R}_I$. La figure 3.6 montre que le saut augmente à M constant avec $\tilde{R}_I$ jusqu'à un maximum pour $\tilde{R}_I = [3(M-1)]^{\frac{-1}{4}}$ et diminue au-delà. La croissance du saut peut être considérée comme linéaire avec $\tilde{R}_I$ ($[\![\frac{d\tilde{U}}{d\tilde{r}}]\!]_{\tilde{R}_I} \simeq 4\tilde{R}_I(M-1)$) pour des $\tilde{R}_I$ suffisamment petits (l'erreur entre la linéarisation et la valeur réelle est inférieure à 10 % jusqu'à $\tilde{R}_I = (\frac{0,1}{M-1})^{\frac{1}{4}}$, c'est-à-dire $\tilde{R}_I = 0,25$ pour $M = 25$).

Expérimentalement, nous pouvons donc utiliser l'une des deux variations M ou $\tilde{R}_I$ (fig. 3.6) afin d'observer l'effet de ce saut de cisaillement. Il est beaucoup plus aisé de faire varier $\tilde{R}_I$ que M puisqu'on peut le faire varier dans la même expérience. De plus, nous disposons d'une gamme de M utilisable réduite : pour de faibles M ($M < 15$), l'interface entre les deux fluides est mal définie et les motifs ne sont pas assez réguliers, tandis que pour des M trop élevés ($M > 100$), les motifs ont une longueur d'apparition trop grande et nous ne pouvons pas les voir dans le tube pour certaines valeurs de $\tilde{R}_I$. De plus, en variant $\tilde{R}_I$, seul le saut du taux de cisaillement est changé alors qu'en variant M, nous changeons en même temps le saut du taux de cisaillement et le rapport entre les taux de cisaillement à l'interface. Nous levons donc une ambiguïté sur la cause des phénomènes observés en utilisant la variation de $\tilde{R}_I$ plutôt que celle de M.

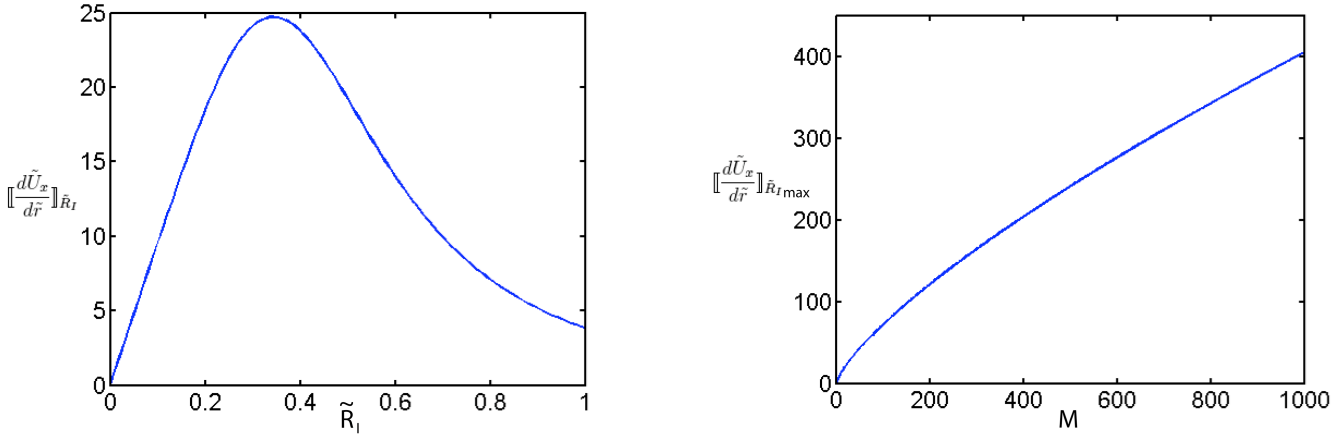


FIG. 3.6 – A gauche, saut du taux de cisaillement à l'interface en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$. Le taux de croissance augmente jusqu'à une certaine valeur maximum de $\tilde{R}_I$ avant de diminuer. Le saut varie linéairement avec $\tilde{R}_I$ pour $\tilde{R}_I < 0.25$. A droite, maximum du saut de cisaillement en fonction de M.

3.1.3 Fonctions de flux

Les paramètres de contrôle de notre système expérimental sont les débits des deux fluides. Afin de prédire le rayon de coeur dans la zone d'écoulement parallèle $\tilde{R}_I$, nous pouvons calculer le débit relatif de fluide de coeur pour un rayon d'interface $\tilde{R}_I$ fixé :

$$F(\tilde{R}_I) = \frac{Q_c}{Q_c + Q_a} = \frac{\int_0^{\tilde{R}_I} \tilde{U}_{xc}(\tilde{r})\tilde{r}d\tilde{r}}{\int_0^{\tilde{R}_I} \tilde{U}_{xc}(\tilde{r})\tilde{r}d\tilde{r} + \int_{\tilde{R}_I}^1 \tilde{U}_{xa}(\tilde{r})\tilde{r}d\tilde{r}} \tag{3.6}$$

F sera appelée fonction de flux. En utilisant les vitesses définies précédemment, nous obtenons la relation :

$$F(\tilde{R}_I) = \tilde{R}_I^2 \frac{(M-2)\tilde{R}_I^2 + 2}{1 + (M-1)\tilde{R}_I^4} \tag{3.7}$$

C'est une fonction bijective : à chaque rapport de débit correspond un seul rayon $\tilde{R}_I$. Cette relation peut être testée expérimentalement en mesurant le rayon $\tilde{R}_I$ sur nos films pour plusieurs valeurs de F (voir Chapitre 10). Sur la

figure 3.7, ont été dessinés la fonction de flux prédite en fonction de $\tilde{R}_I$ ainsi que les mesures sur film de $\tilde{R}_I$. Nous n'obtenons pas une grande précision de $\tilde{R}_I$ par cette méthode. Les mesures spatiales sont établies à 0.01 cm près. De plus, dans certaines expériences, les instabilités commencent trop près de l'entrée, l'écoulement parallèle n'a pas eu le temps de s'établir et les rayons mesurés sont surestimés. Nous utiliserons plutôt le rayon $\tilde{R}_I$ calculé à partir de la fonction de flux comme paramètre de contrôle puisque les débits sont mieux contrôlés.

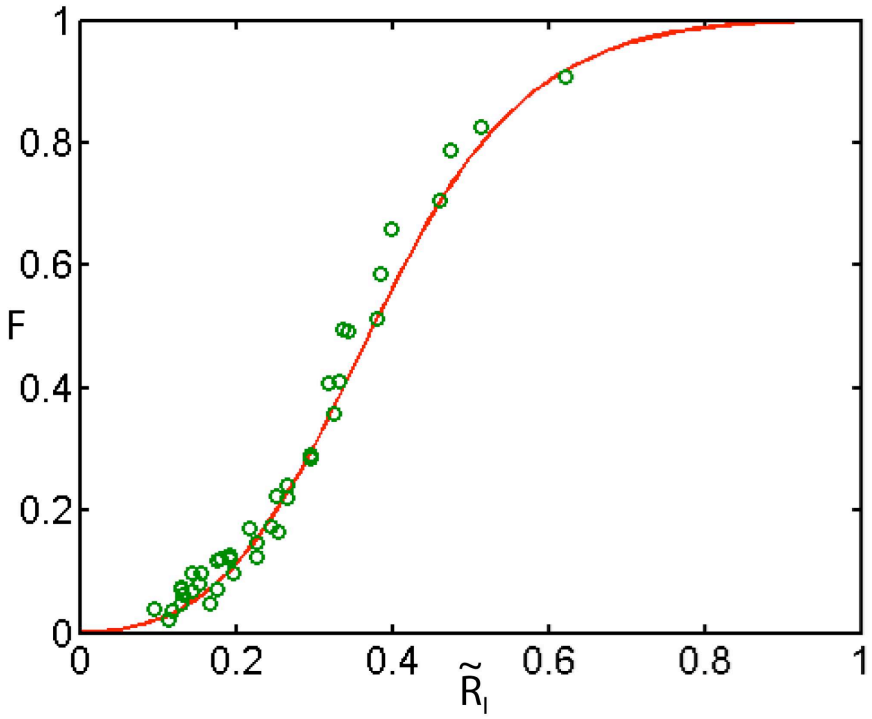


FIG. 3.7 – Valeur de la fonction de flux F en fonction du rayon $\tilde{R}_I$, prédite par la théorie (ligne verte) et testée par mesure spatiale (cercles verts).

Il est à noter ici que le rayon interfacial $\tilde{R}_I$ ne dépend pas du débit total mais du rapport entre le débit Q_c et le débit total. Les paramètres $\tilde{R}_I$ et Re

sont donc complètement indépendants. Ce seront les paramètres de contrôles utilisés pour caractériser le comportement de nos expériences.

Nous allons étudier expérimentalement la zone d'établissement. Nous appellerons le rayon de coeur dans les zones d'établissement et d'instabilité r_I, valeur qui est en général différente de $\tilde{R}_I$.

3.2 Zone d'établissement

Juste après l'injecteur, le profil parallèle décrit ci-dessus se forme dans la zone d'établissement. Nous allons estimer la longueur maximale de cette zone. Si nous considérons un fluide de viscosité cinématique ν qui s'écoule avec une vitesse moyenne $\bar{V}$, nous aurons la longueur de diffusion de la quantité de mouvement $\delta_\nu = \sqrt{\nu t}$ pendant le temps t. Le fluide étant advecté, pendant le temps t, de $\bar{V}t$, nous avons alors une zone d'établissement du profil de longueur $L_\nu \simeq \frac{\bar{V}\delta_\nu^2}{\nu}$. Comme il a été remarqué lors de la définition du nombre de Reynolds, plusieurs jeux de valeurs caractéristiques sont possibles. Nous allons utiliser celui qui maximise cette longueur, d'où $\delta_\nu = R$, $\bar{V} = \bar{U}$ et $\nu = \nu_c$. Nous avons donc $L_\nu \lesssim ReR$ et donc $\tilde{L}_\nu \lesssim Re$.

Il est clair toutefois que cette longueur est largement surestimée. La figure 3.8 montre différents profils diamétraux de vitesse mesurés par PIV pour plusieurs $\tilde{x}$ comparés aux profils de Poiseuille prédits par la théorie dans la zone d'écoulement parallèle. La longueur d'établissement devrait être théoriquement de l'ordre de $\tilde{L}_\nu \lesssim 14$, or nous avons un profil de vitesse déja établi vers $\tilde{x} \simeq 2.1$.

Nous pouvons observer sur cette figure à $\tilde{x} = 0.1$, à la sortie de l'injecteur, trois maxima locaux de vitesse, nous retrouvons encore la forme des profils d'écoulements de Poiseuille dans les injecteurs central et annulaire. Jusqu'à $\tilde{x} = 2.1$, le profil de vitesse s'établit. Nous pouvons observer que le profil du fluide de coeur met plus de temps à s'établir que le fluide annulaire. Le fluide de coeur a besoin d'une longueur plus grande pour atteindre sa vitesse finale que le fluide annulaire. En effet, sa vitesse étant plus grande et sa viscosité plus faible, la diffusion de sa quantité de mouvement requiert une distance parcourue plus grande.

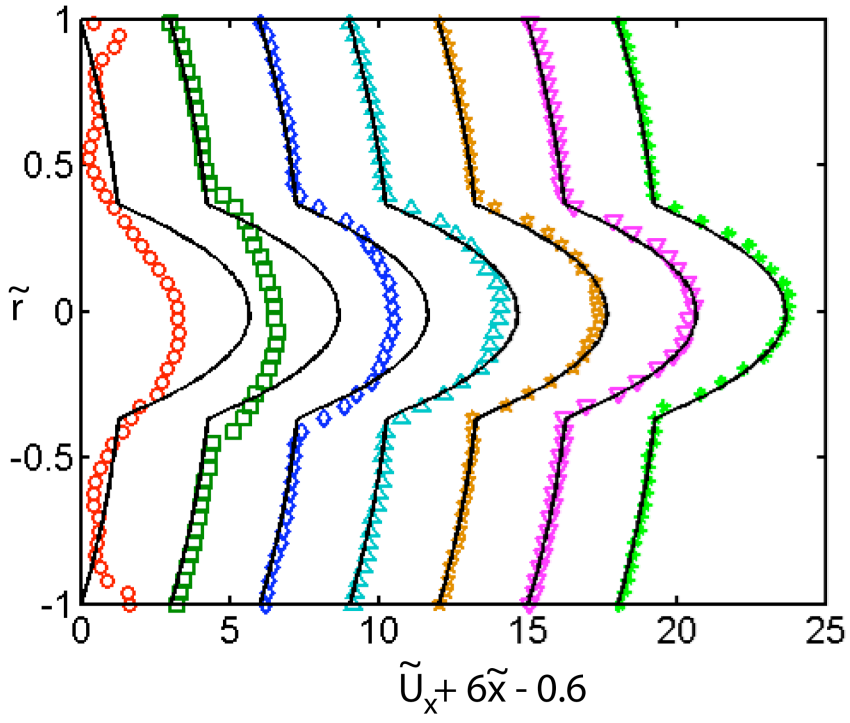


FIG. 3.8 – Profils de vitesse théoriques (traits noirs continus) et expérimentaux (symboles) sur un diamètre du tube mesurés à différents $\tilde{x}$ et décalés pour pouvoir les distinguer : $\tilde{x} = 0.1$: cercles rouges, $\tilde{x} = 0.6$: carrés verts, $\tilde{x} = 1.1$: losanges bleus, $\tilde{x} = 1.6$: triangles bleus, $\tilde{x} = 2.1$: étoiles oranges, $\tilde{x} = 2.6$: triangles violets, $\tilde{x} = 3.1$: croix vertes. $\tilde{R}_I = 0.36,\ Re = 14,\ M = 25$

Un autre exemple d'établissement du profil de Poiseuille pour un $\tilde{R}_I$ et un Re différents est représenté en champ de vitesse sur la figure 3.9 et en différents profils de vitesse sur la figure 3.10.

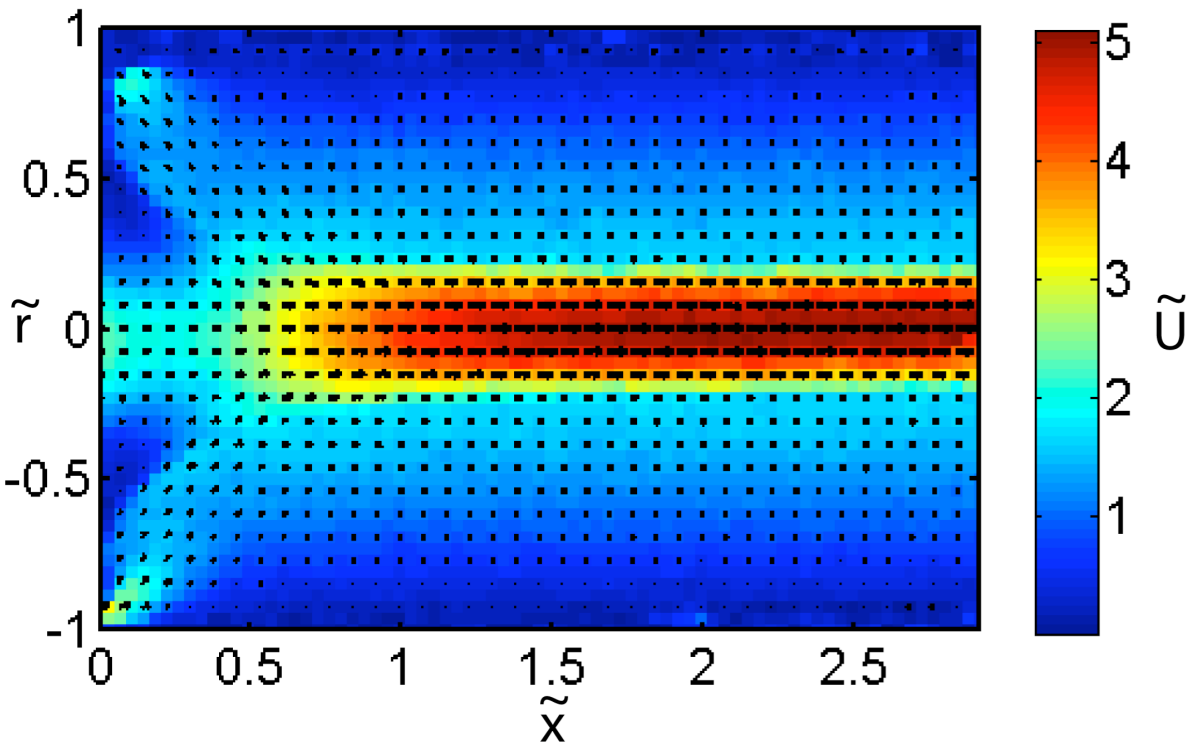


FIG. 3.9 – Champ de vitesse normalisée mesuré par PIV à l'entrée du tube sur un plan contenant un diamètre du tube, pour $\tilde{R}_I = 0.25$, $M = 25$, Re=18.

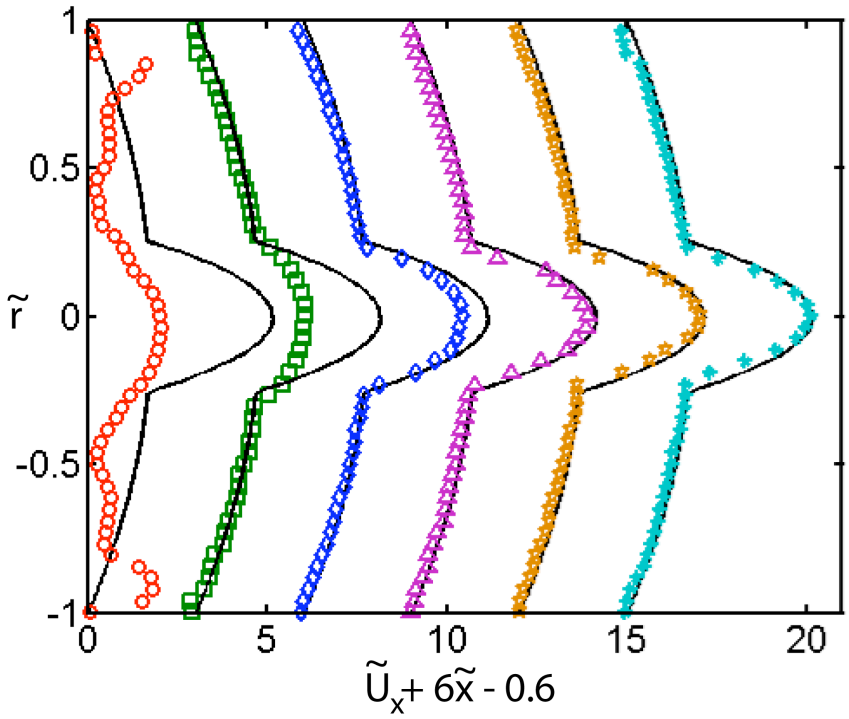


FIG. 3.10 – Profils de vitesse théoriques (traits noirs continus) et expérimentaux (symboles) sur un diamètre du tube mesurés par PIV à différents $\tilde{x}$ et décalés pour pouvoir les distinguer : $\tilde{x} = 0.1$: cercles rouges, $\tilde{x} = 0.6$: carrés verts, $\tilde{x} = 1.1$: losanges bleus, $\tilde{x} = 1.6$: triangles violets, $\tilde{x} = 2.1$: étoiles oranges, $\tilde{x} = 3.1$: croix bleues, pour $\tilde{R}_I = 0.25$, $M = 25$, Re=18.

Là aussi, nous pouvons observer que l'écoulement devient parallèle vers $\tilde{x} = 1.6$. $\tilde{L}_\nu$ est expérimentalement de l'ordre de 2 dans nos expériences et est donc très inférieur à Re. De plus, $\tilde{L}_\nu$ devrait dépendre de $\tilde{R}_I$.

Nous avons pu comparer le profil de vitesse expérimental dans l'écoulement parallèle aux prédictions théoriques et ainsi estimer le saut du taux de cisaillement à l'interface entre les deux fluides, qui est linéaire avec $\tilde{R}_I$ pour $\tilde{R}_I < 0.25$. Nous avons pu estimer la longueur de la zone d'établissement du profil à environ 2 cm de l'entrée.

Les deux paramètres de contrôle de nos expériences seront le nombre de Reynolds Re défini à partir du débit total des deux fluides, du rayon du tube et de la viscosité du fluide de coeur et le rayon interfacial dans la zone d'écoulement parallèle $\tilde{R}_I$ calculé à partir du rapport des débits des deux fluides.

Chapitre 4

Fronts de déplacement

Au début des expériences, le fluide annulaire remplit seul le tube. Quand on y injecte le fluide de coeur, un front de déplacement se forme entre les deux fluides qui prend la forme d'un doigt. Avant d'étudier plus particulièrement les instabilités en régime permanent d'injection, nous allons consacrer ce chapitre à l'étude de ce phénomène transitoire qui a été l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques.

Les fronts de déplacements entre deux fluides ont été étudiés dans les cas miscibles et immiscibles. Mais la majorité de ces études portent sur le cas où il n' y a pas d'injection du fluide déplacé dans le tube pendant l'expérience contrairement à nos expériences où les deux fluides sont injectés simultanément. Nous appellerons le cas où le débit d'injection du fluide déplacé est nul front de déplacement d'un volume fini et le cas où les deux débits sont non-nuls front de déplacement à co-courant. Après un rappel des études préexistantes, nous les comparerons à nos observations expérimentales.

4.1 Déplacement d'un volume fini

Depuis les études de P.G. Saffman et de G.I. Taylor [7] , de nombreuses études expérimentales et théoriques ont été menées sur le déplacement de fluides par d'autres, immiscibles ou non. Expérimentalement, P. Petitjeans et T. Maxworthy [9] ont étudié ces déplacements entre deux fluides miscibles dans des capillaires et C.Y. Chen et E. Meiburg [14] en ont donné le pendant numérique. Dans des tubes fins (de diamètres de l'ordre du millimètre) maintenus verticaux ou horizontaux, remplis de glycérine, des mé-

langes glycérine-eau ont été injectés. Un doigt du fluide déplaçant se formait alors. L'épaisseur du fluide annulaire e laissé à la paroi a été étudiée en fonction du nombre d'Atwood entre les deux fluides, du nombre de Péclet et un nombre comparant les effets de la gravité à ceux de la viscosité. P. Petitjeans et T. Maxworthy [9] ont démontré notamment qu'à fort nombre de Péclet, e tend vers une valeur constante qui dépend elle-même du nombre d'Atwood. Les simulations numériques de C.Y Chen et E. Meiburg [14] s'accordent bien aux résultats expérimentaux pour les grands nombres de Péclet.

E. Lajeunesse et al [8] ont utilisé la théorie des ondes cinématiques dans l'étude du doigt se formant lors du déplacement d'un fluide par un autre, tous deux miscibles. Ils ont étudié ce doigt en variant M mais aussi la différence de masse volumique entre les deux fluides. Nous allons adapter cette étude à notre situation expérimentale, c'est-à-dire que nos deux fluides sont de même masse volumique.

Un fluide est déplacé par un autre fluide de débit constant dans un tube de rayon R. Nous supposons la symétrie cylindrique conservée et nous nous intéressons au développement d'un doigt au centre d'un tube. L'écoulement est laminaire et le nombre de Péclet assez haut pour qu'il y ait une pseudo-interface entre les deux fluides. Le champ de concentration du fluide de coeur dans le tube est noté $S(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{t})$ avec $S(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{t}) = 1$ si le point $(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{t})$ est occupé par du fluide de coeur pur et $S(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{t}) = 0$ s'il est occupé par du fluide annulaire pur. Nous notons la concentration moyennée de fluide de coeur sur la section du tube par $\bar{S}(\tilde{x}, \tilde{t})$. $\bar{S}(\tilde{x}, \tilde{t})$ est défini par :

$$\bar{S}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 S(\tilde{r}, \tilde{x}, \tilde{t}) \tilde{r} d\tilde{r} \tag{4.1}$$

Comme nous avons une pseudo-interface entre les deux fluides, nous pouvons aisément relier le rayon $\tilde{r}_I$ à la concentration moyenne : $\bar{S}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \tilde{r}_I^2(\tilde{x}, \tilde{t})$. Les notations sont rappelées dans le schéma de la figure 4.1.

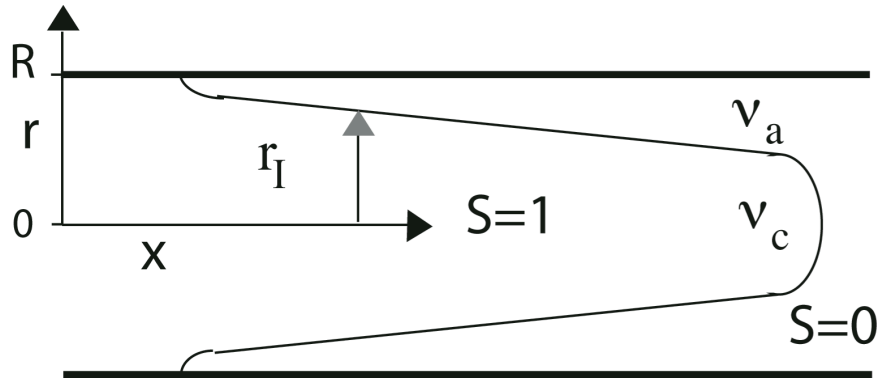


FIG. 4.1 – Schéma représentant un doigt de fluide de coeur poussant le fluide annulaire.

L'équation de conservation de la masse de fluide injecté moyennée sur la section du tube s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{S}(\tilde{x},\tilde{t})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial F(\tilde{x},\tilde{t})}{\partial \tilde{x}} = 0 \tag{4.2}$$

Nous faisons l'hypothèse que l'écoulement est localement parallèle. Nous pouvons alors utiliser la fonction de flux $F(\tilde{x},\tilde{t})$ (équation 3.7) et l'exprimer en fonction de $\bar{S}$:

$$F(\bar{S}) = \bar{S}\frac{(M-2)\bar{S}+2}{1+(M-1)\bar{S}^2} \tag{4.3}$$

On peut démontrer que la vitesse normalisée d'une concentration moyenne donnée $\tilde{V}_{\bar{S}} = (\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{t}})_{\bar{S}}$ est égale à la pente de la tangente de la courbe du flux en fonction de la concentration moyenne $\bar{S}$ en ce point. Un exemple de flux et de la vitesse des concentrations est donné sur la figure 4.2.

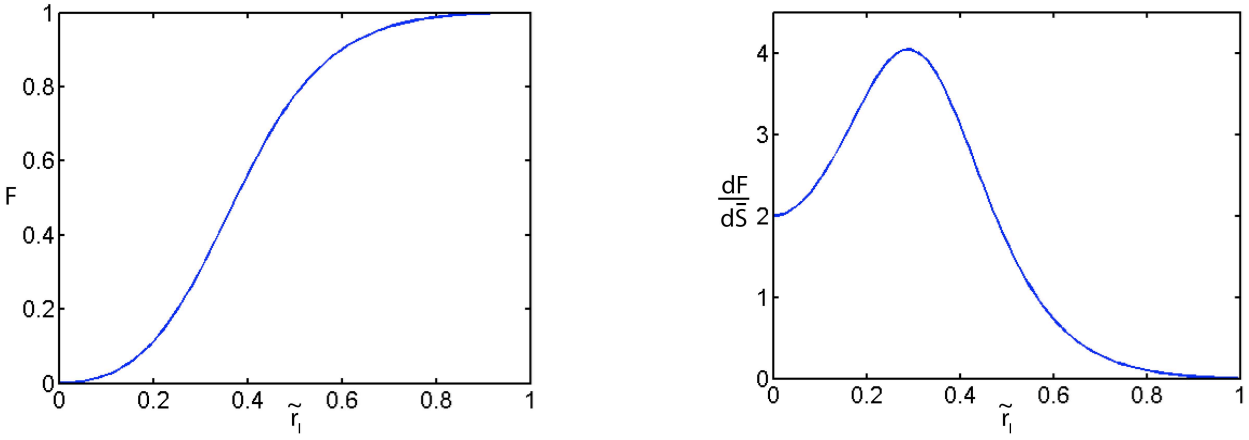


FIG. 4.2 – Courbe de flux en fonction de $\tilde{r}_I$, à gauche, et sa dérivée par rapport à $\bar{S}$, à droite, pour M=25. Elles sont tracées en fonction de $\tilde{r}_I$ et non de $\bar{S} = \tilde{r}_I^2$ afin de pouvoir les comparer aux résultats expérimentaux.

Deux cas peuvent se produire entre deux concentrations voisines $\bar{S}_0$ et $\bar{S}_0 + d\bar{S}$. Elles sont situées respectivement en $x + dx$ et x avec dx positif, car expérimentalement, la concentration moyenne $\bar{S}$ ne croît jamais avec x.

Dans le cas où la vitesse de $\bar{S}_0$ est supérieure à celle de $\bar{S}_0 + d\bar{S}$, on parle d'auto-étalement du front et :

$$\frac{d^2F}{d\bar{S}^2} < 0 \tag{4.4}$$

Dans le cas où la vitesse de $\bar{S}_0$ est inférieure à celle de $\bar{S}_0 + d\bar{S}$, on parle d'auto-raidissement du front et :

$$\frac{d^2F}{d\bar{S}^2} > 0 \tag{4.5}$$

Si on généralise maintenant à l'ensemble du profil de concentration et aux temps longs, de la même manière, deux cas peuvent se produire selon la forme de la courbe de flux.

Si $\frac{d^2F}{d\bar{S}^2} \leq 0$, le front s'auto-étale et le gradient de concentration est toujours dérivable, le profil est alors appelé auto-similaire.

Si $\frac{d^2F}{d\bar{S}^2} > 0$ pour un intervalle de concentration $[\bar{S}_1, \bar{S}_2]$, aux temps longs, le gradient de concentration devient infini entre ces bornes et le profil n'est

plus dérivable. Il se forme alors un choc de vitesse constante V_{choc} entre deux bornes $[\bar{S}_m, \bar{S}_M]$, (intervalle incluant $[\bar{S}_1, \bar{S}_2]$) qui doit faire vérifier à l'ensemble du profil $\frac{d^2F}{d\bar{S}^2} \leq 0$. Par conservation du volume de fluide injecté, on peut démontrer que cette vitesse est égale à

$$V_{choc} = \frac{F(\bar{S}_M) - F(\bar{S}_m)}{\bar{S}_M - \bar{S}_m} \tag{4.6}$$

La seule approche possible actuellement pour évaluer $\bar{S}_m$ et $\bar{S}_M$ consiste à trouver un choc qui assure la continuité du profil de vitesse à ses deux bornes, appelé choc de contact, d'où :

$$\frac{dF}{d\bar{S}}(\bar{S}_m) = \frac{F(\bar{S}_M) - F(\bar{S}_m)}{\bar{S}_M - \bar{S}_m} = \frac{dF}{d\bar{S}}(\bar{S}_M) \tag{4.7}$$

mais cette équation suppose que l'écoulement soit quasi-parallèle, ce qui n'est évidemment pas le cas près du choc. Elle est pourtant valable dans certains cas et donne l'intervalle minimum de concentration du choc.

Les études de E. Lajeunesse et al [8] ont mis en évidence deux domaines, si l'on considère notre configuration expérimentale, selon le rapport de viscosité M. Dans le premier domaine, les profils sont auto-similaires, la vitesse maximale du profil est égale à 2 pour $\tilde{r}_I = 0$, c'est-à-dire la vitesse maximale dans un profil de Poiseuille en tube. Cet état est obtenu pour des valeurs de $M < 2$.

Dans le deuxième domaine, $M > 2$, les profils comportent un choc entre $\tilde{r}_{Im} = 0$ et $\tilde{r}_{IM}$. En effet, si on trace la dérivée seconde de la fonction de flux de notre configuration par rapport à $\bar{S}$ en fonction de $\tilde{r}_I$, on observe qu'elle est positive entre 0 et une certaine valeur $\tilde{r}_{I0}$ de $\tilde{r}_I$ comme le montre la figure 4.3 et cela est valable pour toute la gamme du rapport M utilisée expérimentalement (8 à 30) (voir figure 4.3, droite). La vitesse du choc est alors supérieure à 2.

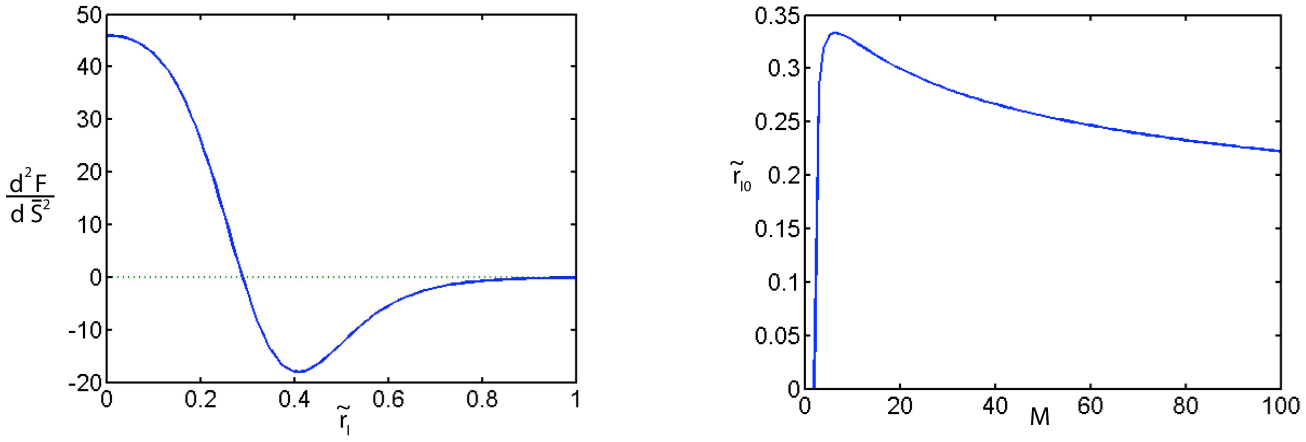


FIG. 4.3 – A gauche, courbe de la dérivée seconde du flux par rapport à $\bar{S}$ en fonction de $\tilde{r}_I$ pour M=25 et à droite, valeur de $\tilde{r}_{I0}$ en fonction de M.

Z. Yang et Y.C. Yortsos [15], ont prédit analytiquement que dans ce cas, se développe un coeur de rayon uniforme $\tilde{r}_{IM}$. Par contre, la valeur de ce rayon n'a pas encore pu être trouvé. Numériquement, les rayons obtenus par C.-Y Chen et E. Meiburg [14] sont toujours supérieurs à ceux obtenus analytiquement par Z. Yang et Y.C. Yortsos [15].

Comme $M > 2$ dans nos expériences, nous nous attendons à observer des doigts comme fronts de déplacement entre les deux liquides et c'est effectivement ce que nous observons.

4.2 Fronts de déplacement à co-courant

Les études précédentes sont valables pour un déplacement d'un volume fini de liquide par un autre. Dans nos expériences, peuvent être étudiés les cas du front entre liquides injectés à co-courant, avec des rapports entre les deux débits injectés variables. L.Talon, dans sa thèse, a simulé numériquement cette configuration en cellule de Hele-Shaw. Dans une coupe de cellule de largeur b s'écoule un liquide de viscosité ν_a, on y injecte un liquide de viscosité ν_c. Les deux fluides ont même masse volumique. La vitesse moyenne est appelée $\bar{U}$. Les nombre de Reynolds et de Peclet sont définis par $Re = \frac{\bar{U}b}{\nu_a}$ et $Pe = \frac{\bar{U}b}{D}$. D est le coefficient de diffusion entre les deux fluides. Les vitesses

sont normalisées par $\bar{U}$, les longueurs par $\frac{b}{2}$ et les temps par $\frac{b}{\bar{U}}$. Il a mis en évidence trois cas selon le rapport $\tilde{d}$ entre la largeur du fluide injecté à l'entrée d et la largeur de la cellule de Hele-Shaw b. Nous appellerons $\tilde{\beta}$ la distance normalisée de l'interface entre les deux fluides au plan situé au centre de la cellule de Hele-Shaw. Le rapport de viscosité M a été pris égal à 10.

La figure 4.4 représente $\tilde{\beta}$ en fonction de la variable $\frac{\tilde{x}}{\tilde{t}}$ pour plusieurs valeurs de $\tilde{d}$.

Quand l'injection est large, ($\tilde{d}$ proche de 1), à part un effet d'entrée, le profil est le même que celui pour $\tilde{d} = 1$. Comme les simulations se font dans une cellule de Hele-Shaw et non dans un tube, les vitesses de choc seront plus grandes que 1.5, la valeur maximale de la vitesse d'un écoulement de Poiseuille dans une cellule de Hele-Shaw (et non 2 comme dans notre configuration cylindrique).

Dans le cas des injections de largeur moyenne, ($\tilde{d}$ proche de 0.5), le choc a la même vitesse et le même rayon, mais des oscillations raccordent ce choc et une zone stable près de l'entrée.

Enfin pour les injections de largeur faible, ($\tilde{d}$ proche de 0), on retrouve aussi des oscillations mais le choc a une vitesse plus faible et le doigt n'a pas de rayon constant selon $\tilde{x}$ et le maximum du rayon de ce doigt est inférieur au rayon du doigt obtenu pour de grands rayons d'injection.

D'autres simulations montrent que le nombre de Reynolds fait varier le nombre d'oscillations et l'endroit de leur apparition mais non la vitesse du choc.

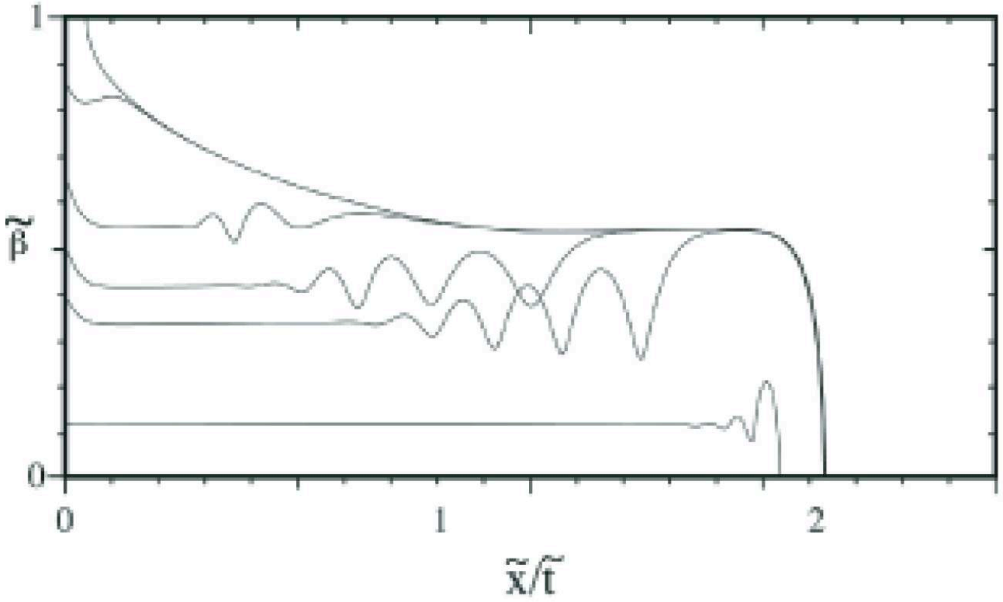


FIG. 4.4 – Position de l'interface $\tilde{\beta}$ en fonction de $\frac{\tilde{x}}{\tilde{t}}$ pour plusieurs largeurs d'injection $\tilde{d}$. $M = 10$, $Pe = 4096$, $Re = 10$. De haut en bas, la première courbe représente le profil de concentration pour $\tilde{d} = 1$, nous retrouvons un doigt tel que décrit précédemment. La deuxième courbe, pour $\tilde{d} = 0.85$, à part un effet d'entrée est identique à la première. Les trois courbes suivantes sont des simulations effectuées pour $\tilde{d} = 0.4, 0.5$ et 0.65 et montrent une zone où $\tilde{\beta}$ est constant suivi d'une zone d'oscillations, oscillations qui se terminent par un raccord au choc du cas précédent. La dernière courbe représente un profil de concentration pour $\tilde{d} = 0.12$, cette solution ne se termine pas par une onde constante mais par un choc de vitesse inférieure aux autres solutions. Simulations effectuées par L.Talon.

4.3 Etude expérimentale des fronts de déplacements

4.3.1 Mesures expérimentales de rayons et de vitesses du doigt

Des expériences ont été effectuées pour plusieurs valeurs de rapport de viscosité M et de rapport de débit des deux fluides. Nous allons utiliser comme paramètre, à la place du rapport des deux débits, le rayon R_I que l'on obtiendrait dans la zone d'écoulement parallèle en régime permanent (voir Chapitre 3).

La figure 4.5 représente une photo d'un doigt et le diagramme spatio-temporel d'un film de son déplacement dans le cas d'une expérience à $\tilde{R_I} = 0.44$. Sur la figure du haut, nous pouvons observer que le rayon de l'interface entre les deux fluides est constant le long de l'axe x. Nous appellerons le rayon de ce doigt R_d. Sur la deuxième figure, le niveau de gris correspond au rayon de l'interface. La partie sombre correspond à l'absence totale de fluide de coeur, les bandes gris clair à sa présence. Le front entre les deux zones est délimité par une droite soulignée par une ligne jaune, la vitesse $\tilde{V_d}$ du point le plus avancé du doigt calculée à partir de la pente de cette droite est bien constante. Nous pourrions bien être en présence d'un choc entre $\tilde{r} = 0$ et $\tilde{r} = \tilde{R_d}$, la théorie des ondes cinématiques prédisant en effet l'existence d'un choc pour les paramètres de contrôle utilisés.

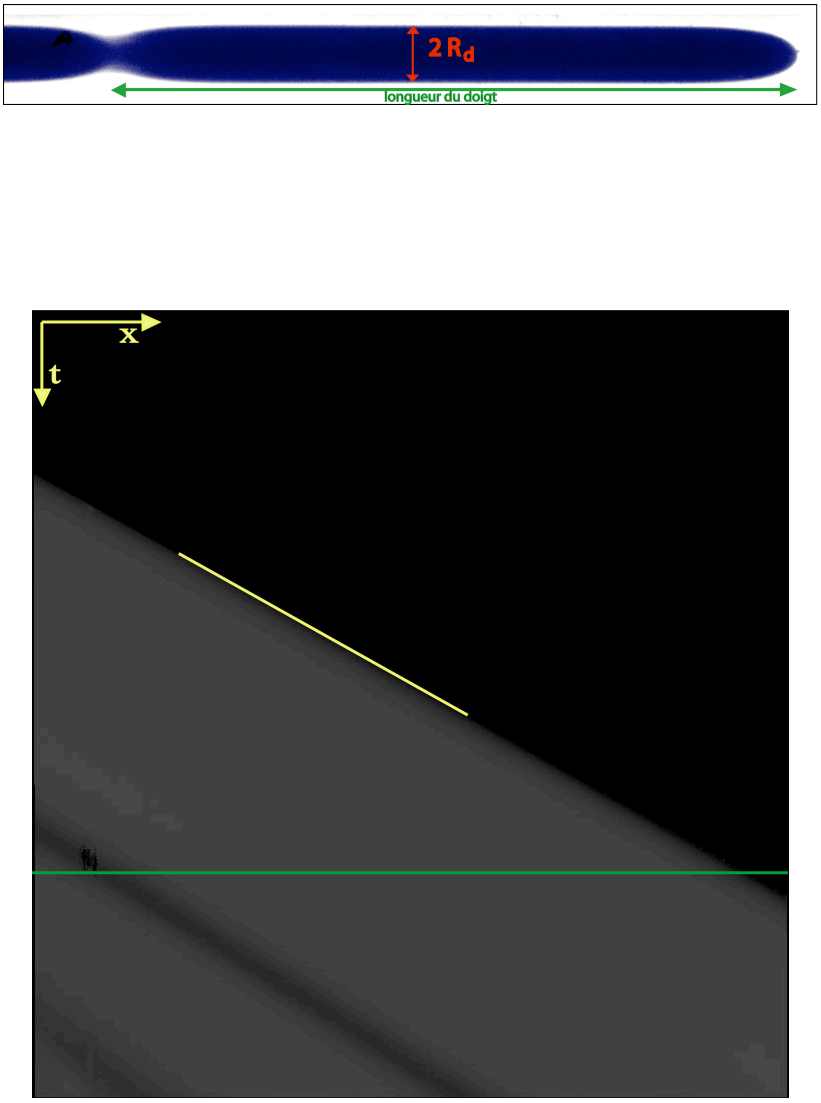


FIG. 4.5 – Photo du doigt et le diagramme spatio-temporel de son déplacement. Pour le diagramme, l'ordonnée de l'image correspond au temps, l'abscisse à l'axe du tube. Le niveau du pixel correspond à la largeur du rayon local r_I du fluide de coeur. La droite jaune marque le front entre le fluide déplacé et le fluide déplaçant. En mesurant sa pente, on estime la vitesse du point le plus avancé du doigt. La ligne verte correspond au temps où a été pris l'image du doigt. $M = 12.5; \tilde{R}_I = 0.44; Re = 23$.

Si nous diminuons R_I, la longueur du doigt diminue jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de rayon de doigt constant sur une grande longueur. Nous pouvons l'observer sur la série de photographies dans la figure 4.6 où le rayon d'injection $\tilde{r}_I$ diminue de l'image d'en haut à celle du bas. Les deux photographies du haut représentent deux doigts pour des R_I assez grands. Ils ont un rayon constant sur une grande longueur. Au contraire, dans les deux photographies du bas, le doigt est court et son rayon n'est pas constant selon x. Enfin il est suivi par des perturbations à l'arrière. Nous retrouvons donc les observations faites sur les simulations numériques de L.Talon.

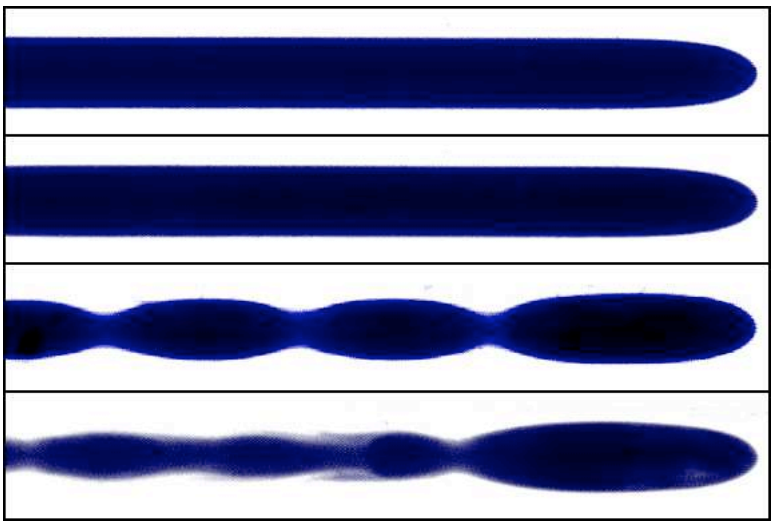


FIG. 4.6 – Fronts de déplacement entre deux fluides ($M = 12.5$) pour des rayons d'injection décroissants (de haut en bas $\tilde{R}_I = 0.65; 0.44; 0.36; 0.28$). La hauteur de chaque image est le diamètre du tube (2 cm). Re=23.

Nous avons mesuré le rayon et la vitesse $\tilde{V}_d$ des différents doigts expéri-

mentalement. Dans le cas où il n'existe pas de rayon de doigt constant selon x, nous avons mesuré le rayon maximum de l'interface. Ces résultats ainsi que les prédictions théoriques dans le cas d'un choc de contact sont reportés dans la figure 4.7.

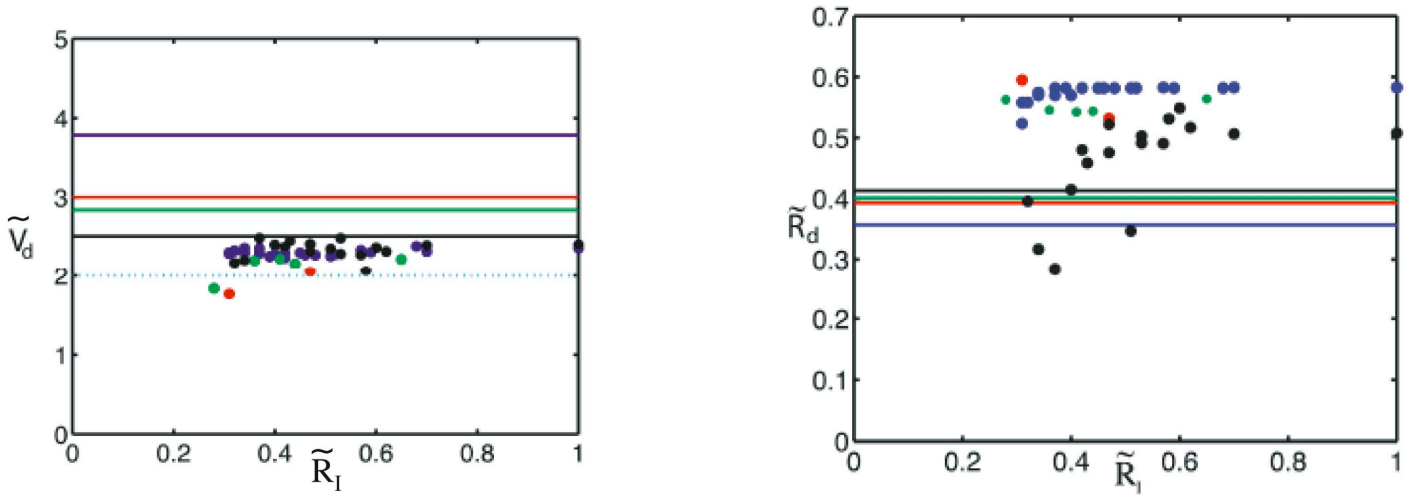


FIG. 4.7 – A gauche : mesure expérimentale de la vitesse du doigt $\tilde{V}_d$ pour $M = 25$: points violets ; $M = 15$: points rouges ; $M = 12.5$: points verts ; $M = 8$: points noirs. Les valeurs théoriques des chocs de contact calculées pour un déplacement d'un volume fini pour les différents M expérimentaux sont représentées par les droites de couleurs correspondant aux points. A droite : rayon du doigt avec les mêmes codes de couleurs.

Aux grands rayons $\tilde{R}_I$, les valeurs du rayon du choc et de sa vitesse atteignent un plateau égal aux valeurs mesurées pour $\tilde{R}_I = 1$, comme observé par L. Talon. Nous pouvons observer que les valeurs de la vitesse sont différentes de celles calculées pour un choc de contact : elles ne semblent pas dépendre de manière significative de M et se situent au-dessous des valeurs théoriques. Elles sont toutefois supérieures à 2. Les rayons du choc atteignent un plateau pour de grands $\tilde{R}_I$, qui varie avec M dans le sens inverse de celui prédit pour un choc de contact. De plus, la valeur de ce plateau est toujours supérieure aux prédictions théoriques. A faible rayon $\tilde{R}_I$, le rayon du doigt $\tilde{R}_d$ diminue. La dispersion des mesures à $M = 8$ est due à une interface moins stable.

Le choc de contact n'est donc pas une bonne approximation pour modéliser les doigts de cette expérience. Il faudrait tenir compte des composantes du champ de vitesses non parallèles à l'axe. Expérimentalement, nous avons mesuré ces champs de vitesses par Particle Image Velocity (PIV).

4.3.2 Mesure du champ de vitesses du front par PIV

Des mesures du champ de vitesses du doigt ont été effectuées dans un plan contenant l'axe du tube (voir Chapitre 10). Sur les figures 4.8 et 4.9, ont été représentés respectivement, dans le référentiel du doigt de vitesse $\tilde{V}_d$, les champs scalaires de vitesses $\tilde{u}_x$, vitesse selon l'axe du tube et $\tilde{u}_r$, vitesse radiale. Les vecteurs vitesses ont aussi été ajoutés. Sur les deux figures, nous pouvons observer sur la gauche des images, dans la zone où le rayon $\tilde{R}_d$ est constant, un écoulement quasi-parallèle, $\tilde{u}_r$ étant proche de 0. Puis, en allant sur la droite, en s'approchant du nez du front, nous pouvons observer une augmentation de $\tilde{u}_r$ et une diminution de $\tilde{u}_x$. Le fluide déplacé est alors évacué vers les bords du tube. Nous ne pouvons effectivement plus garder l'hypothèse d'un écoulement quasiparallèle et nous ne pouvons donc pas prédire le rayon $\tilde{R}_d$ et la vitesse $\tilde{V}_d$ par un choc de contact. Plus loin, à l'avant du doigt, le profil de vitesse tend vers un profil de Poiseuille, comme celui attendu pour un tube rempli uniquement de fluide annulaire.

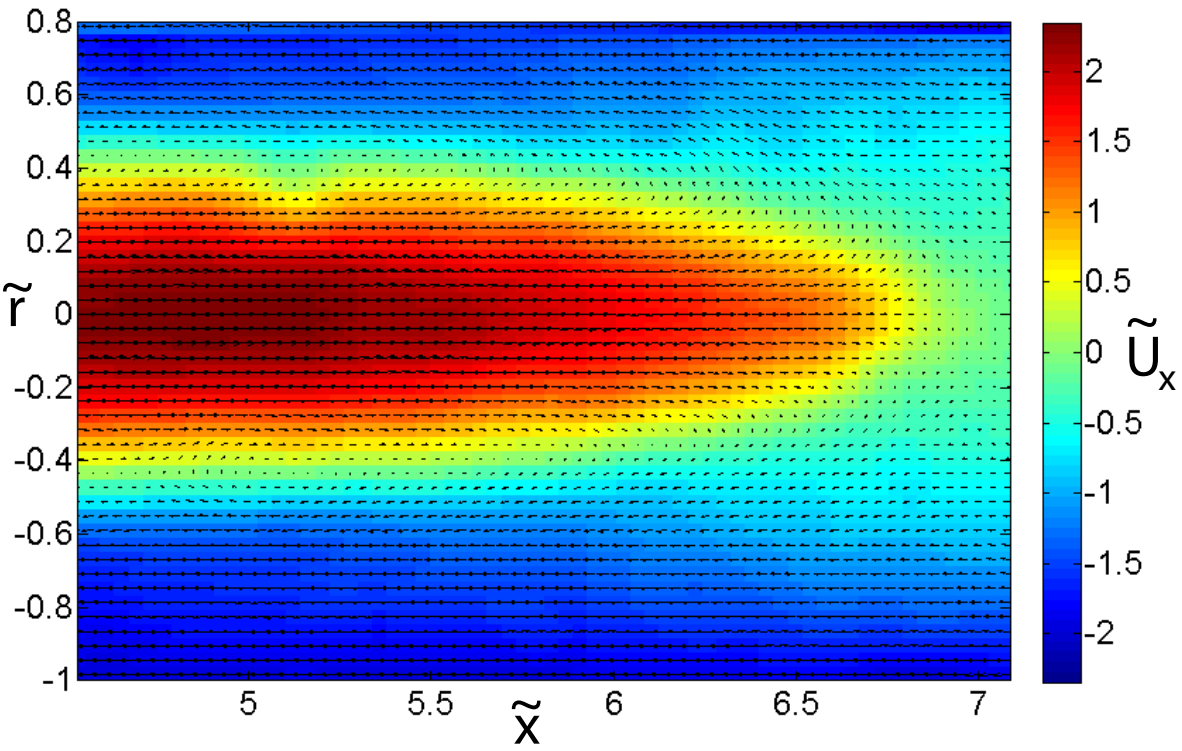


FIG. 4.8 – Champ de vitesse d'un doigt mesuré par la technique de PIV dans un référentiel allant à la vitesse $\tilde{V}_d$. Le niveau de couleur correspond à la vitesse $\tilde{U}_x$. $M = 25; Re = 43; R_I = 0.69$.

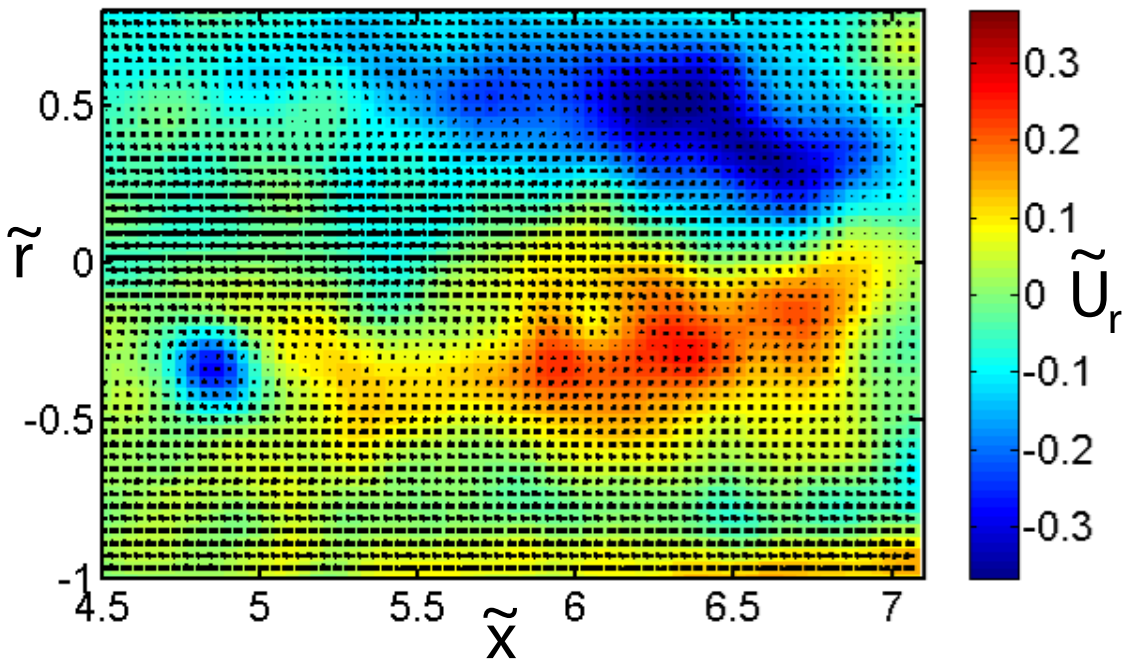


FIG. 4.9 – Champ de vitesse d'un doigt mesuré par la technique de PIV dans un référentiel allant à la vitesse $\tilde{V}_d$. Le niveau de couleur correspond à la vitesse $\tilde{U}_r$. $M = 25; Re = 43; \tilde{R}_I = 0.69$.

4.4 Instabilités à l'arrière du doigt

J. Scoffoni et al [10] ont étudié expérimentalement les instabilités se développant à l'arrière du doigt pour un déplacement d'un fluide par un autre dans un tube vertical, en utilisant des fluides de masses volumiques différentes. Ils en ont observé trois types selon le rapport de viscosité des deux fluides et le débit normalisé : un doigt stable, un doigt dont l'arrière est une zone de pertubations asymétriques en forme de tire-bouchon et un mode consistant en une série de doigts qui peut être suivie du mode asymétrique.

C. Gabard et J.P Hulin [16] ont étudié le front de déplacement d'un liquide non-newtonien par un liquide newtonien moins visqueux. Ils ont observé des instabilités à l'arrière du doigt dans le cas newtonien et aussi pour certains liquides non-newtoniens.

Dans nos expériences, à l'arrière du doigt, se forment pour les grands rayons d'entrée un ou deux doigts suivis de perturbations asymétriques, qui sont elle-même suivies par des perturbations axisymétriques (fig. 4.10). Ces doigts peuvent être parcourus par de petites perturbations. Aux petits rayons d'entrée, le front laisse place directement aux perturbations axisymétriques. En régime d'injection permanent, ces pertubations ne disparaissent pas et c'est ce que nous allons étudier plus spécifiquement dans les chapitres 5 à 7.

FIG. 4.10 – Phénomène transitoire lors de l'injection du fluide de coeur dans le tube où s'écoule le fluide annulaire. Le front de déplacement se caractérise par des doigts à l'arrière desquels se développent des perturbations asymétriques, eux-même suivis par les perturbations axisymétriques correspondant aux instabilités permanentes. $\tilde{R}_I = 0.37$, $Re = 15$, $M = 25$. La hauteur de l'image est le diamètre du tube ($2cm$).

Dans le cas du front de déplacement d'un volume fini, nous obtenons un front entre les deux fluides qui prend la forme d'un doigt et pourrait être le résultat d'un choc. Cependant les valeurs $\tilde{V}_d$ et $\tilde{R}_d$ ne peuvent pas encore être prédites puisque la théorie disponible, celle d'un choc de contact, n'est valable que pour un écoulement quasi-parallèle. Nous avons pu observer, pour le front de déplacement entre deux fluides à co-courant que, qualitativement

du moins, les expériences peuvent être comparées aux simulations numériques de L. Talon en cellule de Hele-Shaw. Des comparaisons plus quantitatives pourraient être intéressantes à faire avec des simulations en configuration cylindrique.

Chapitre 5

Etudes expérimentales, numériques et théoriques de l'instabilité interfaciale entre deux fluides de viscosités différentes.

La technique de lubrification est couramment utilisée dans les pipelines. La présence d'une fine couche d'un liquide moins visqueux (en général de l'eau) sur la paroi d'une canalisation transportant un liquide plus visqueux (le pétrole) est une configuration stable qui allège le coût du transport. Si on augmente l'épaisseur d'eau, on peut observer des instabilités. Plusieurs régimes d'instabilités entre deux fluides immiscibles ont ainsi été répertoriés par M.E. Charles et al [17] et D. Joseph et Y. Renardy [3], dans le cas de deux fluides s'écoulant concentriquement dans un tube. Dans leurs expériences, la viscosité du fluide de coeur est plus élevée que celle du fluide annulaire. Deux cas ont été étudiés, le cas où la gravité peut être négligée (tube horizontal), et un cas ou elle ne le peut pas (tube vertical). Dans le premier cas, pour des fluides de même masse volumique, différents motifs ont été observés tels que de la dispersion d'un fluide dans l'autre, des bulles ou des motifs de la forme de cartouches (fig. 5.1).

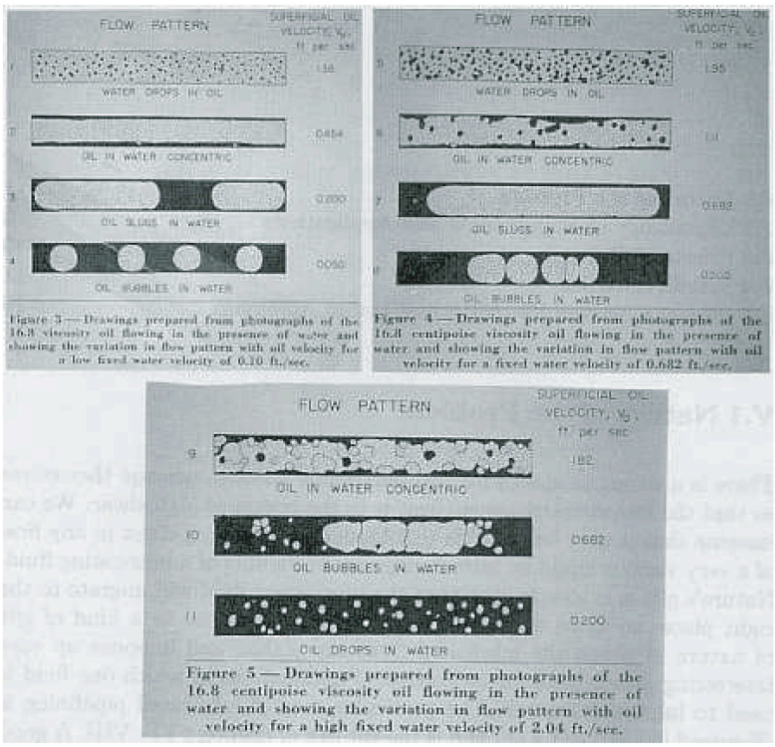


Figure 3 — Drawings prepared from photographs of the 16.8 viscosity oil flowing in the presence of water and showing the variation in flow pattern with oil velocity for a low fixed water velocity of 0.10 ft./sec.

Figure 4 — Drawings prepared from photographs of the 16.8 centipoise viscosity oil flowing in the presence of water and showing the variation in flow pattern with oil velocity for a fixed water velocity of 0.682 ft./sec.

Figure 5 — Drawings prepared from photographs of the 16.8 centipoise viscosity oil flowing in the presence of water and showing the variation in flow pattern with oil velocity for a high fixed water velocity of 2.04 ft./sec.

FIG. 5.1 – Schéma des instabilités observées entre deux fluides immiscibles (eau représentée en couleur noire et huile en couleur claire) de même masse volumique. Pour chaque série d'image, la vitesse de l'eau est constante. Elle croît entre les séries dans le sens de lecture. Dans chaque série, la vitesse de l'huile a une valeur décroissante de haut en bas. Nous pouvons observer, selon les deux vitesses, des motifs en forme de gouttes (dispersion), de cartouches ou de bulles. Schéma de M.E. Charles et al [17].

Dans le second cas, la masse volumique du fluide de coeur est légèrement plus faible que celle du fluide annulaire. Deux régimes ont été ajoutés à ceux précédemment : les bambous et les tire-bouchons. D. Joseph et Y. Renardy en ont établi le diagramme d'existence. Puis, numériquement, C. Kouris et J. Tsamopoulos ont étudié le régime "bambou" [18], et le cas où le fluide extérieur a une viscosité plus forte que celle du centre où des motifs en forme

de dents de scie ont été observés [19].

Cao et al [20] ont injecté deux fluides miscibles et non-newtoniens concentriquement et à co-courant dans un tube. Ils ont observé des motifs asymétriques qui peuvent se séparer pour certains paramètres de contrôle. Le but de leur étude est industrielle. En effet, quand on utilise un mélangeur statique, on peut y injecter les deux fluides à mélanger concentriquement. Or la présence d'instabilités peut nuire à l'efficacité du mélange.

On peut rapprocher les observations des motifs de perles aux motifs de l'instabilité de Rayleigh-Plateau [21](figure 5.2) bien que, dans notre cas, les motifs de type perles ne soient pas dus à la tension de surface mais uniquement à la différence de viscosité entre les deux fluides.

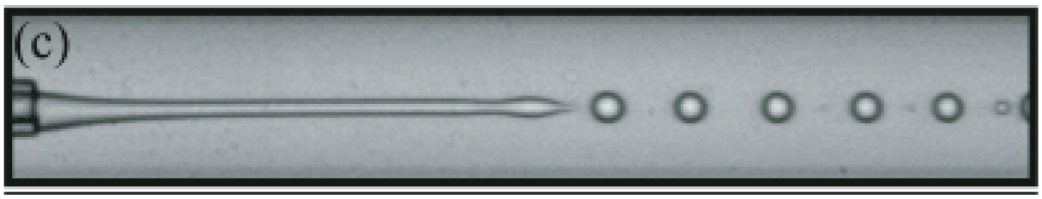


FIG. 5.2 – Instabilité de type Rayleigh-Plateau entre deux fluides immiscibles s'écoulant à co-courant dans un microcanal. M=10. Photo de Utada et al [21].

Enfin des simulations numériques d'écoulement concentrique entre deux fluides miscibles à co-courant ont été faites par Selvam et al [22], ils ont notamment démontré qu'à haut Schmidt (le nombre Schmidt $Sc = \frac{Pe}{Re}$), c'est à dire pour des liquides, le mode instable est axisymétrique et que les instabilités apparaissent même à bas Reynolds.

Afin d'étudier théoriquement ces instabilités, nous pouvons utiliser les analyses de stabilité linéaire effectuées pour un écoulement concentrique à co-courant de deux fluides dans les limites des petites ou grandes longueurs d'onde.

5.1 Analyse de stabilité linéaire d'un écoulement concentrique de deux fluides miscibles

En 1967, C.S. Yih [1] a étudié théoriquement la stabilité de deux couches de fluide immiscibles superposées entre deux plaques horizontales. Elles ont même masse volumique, mais des viscosités différentes. Il a traité le cas d'un écoulement de Couette (une paroi mobile) ainsi que d'un écoulement de Poiseuille (parois fixes). Il a démontré, grâce à une analyse de stabilité linéaire à grande longueur d'onde, que les interfaces, dans les deux cas, sont toujours instables, même pour les petits nombres de Reynolds et que seule la viscosité est responsable de l'instabilité.

En 2000, F. Charru et E. J. Hinch [23] ont décrit les mécanismes d'instabilités de cisaillement dans un écoulement de Couette-plan. Ces mécanismes sont aussi présentés dans le livre "Instabilités hydrodynamiques" de F. Charru [24]. Puis en 2003, Ern et al [25] étudie le cas d'un écoulement de cisaillement entre deux fluides miscibles de viscosités différentes ayant une couche de diffusion entre eux. Ils démontrent que la diffusion a un effet stabilisant sur l'écoulement. Il est nécessaire d'avoir un nombre de Peclet suffisamment grand et une largeur de diffusion suffisamment fine pour pouvoir observer des instabilités.

Quatre ans plus tard, en se basant sur la méthode de C.S. Yih, C.E. Hickox [2] a analysé le cas de deux fluides concentriques s'écoulant dans un tube vertical. La tension de surface et les rapports de masse volumique et de viscosité sont les paramètres du problème, et les deux fluides circulent à co-courant ou à contre-courant. Deux modes de perturbations ont été étudiés dans l'analyse de stabilité linéaire pour les grandes longueurs d'ondes : le

mode asymétrique et celui axisymétrique. L'analyse a démontré que toutes les combinaisons de paramètres étudiés ont donné un écoulement instable et que la différence de viscosité est la cause principale des instabilités.

Une quinzaine d'années plus tard, D. Joseph et Y. Renardy [3] ont repris l'analyse de C.E. Hickox et l'ont complétée avec une analyse à petite longueur d'onde. Nous rappelons ici la méthode d'analyse théorique utilisée chez D. Joseph et Y. Renardy, en l'adaptant à nos situations expérimentales. Ainsi nous omettrons les termes dus à la tension de surface et au rapport de masses volumiques. Enfin, la perturbation sera étudiée uniquement en mode axisymétrique pour un écoulement à co-courant. En effet, nos motifs d'instabilité sont axisymétriques. Nous nous baserons sur l'état de base correspondant à la zone d'écoulement parallèle définie dans le Chapitre 3.

Pour connaître la stabilité de l'écoulement, on ajoute aux variables de l'état de base de petites perturbations axisymétriques. L'étude du taux de croissance de ces perturbations permet ainsi de connaître la stabilité de l'écoulement. Notons le champ de vitesse $\overrightarrow{\tilde{U}}$ et le rayon interfacial $\tilde{r}_I$ avec :

$$\overrightarrow{\tilde{U}^*} = (\tilde{U}_r^* = \tilde{u}_r, \tilde{U}_\theta^* = 0, \tilde{U}_x^* = \tilde{U}_x + \tilde{u}_x),\ \tilde{r}_I = \tilde{R}_I + \delta(\tilde{x}, \tilde{t}) \qquad (5.1)$$

Comme l'écoulement est axisymétrique, nous pouvons utiliser des perturbations de vitesses qui dérivent d'une fonction de courant $\psi(\tilde{r}, \tilde{x}) = \phi(\tilde{r})e^{i(\tilde{k}\tilde{x}-\tilde{\omega}\tilde{t})}$:

$$\tilde{u}_x = \frac{1}{\tilde{r}}\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{\tilde{r}}} \ \ et \ \ \tilde{u}_r = -\frac{1}{\tilde{r}}\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{x}} \qquad (5.2)$$

Nous avons $\tilde{k} = \tilde{k}_r + i\tilde{k}_i$ avec $\tilde{k}_r$ le nombre d'onde et $-\tilde{k}_i$ le taux de croissance spatial ainsi que $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_r + i\tilde{\omega}_i$ avec $\tilde{\omega}_r$ la pulsation et $\tilde{\omega}_i$ le taux de croissance temporel. Nous pouvons aussi définir $\tilde{C} = \tilde{c} + i\tilde{c}_i$ ($\tilde{\omega} = \tilde{C}\ \tilde{k}$) avec $\tilde{c}$ la vitesse de phase. Nous injectons ces perturbations dans les équations de Navier-Stokes et nous obtenons l'équation d'Orr-Sommerfeld dans le cas axisymétrique, comme cela est présenté par P. G. Drazin et W. H. Reid dans "Hydrodynamic Stability" [26] :

$$(L - \tilde{k}^2)^2\phi = i\tilde{k}Re\{(\tilde{U}^*(\tilde{r}) - \tilde{C})(L - \tilde{k}^2)\phi - (L\tilde{U}^*(\tilde{r}))\phi)\} \qquad (5.3)$$

ou l'opérateur L est défini par $L = \frac{d^2}{d\tilde{r}^2} - \frac{1}{\tilde{r}}\frac{d}{d\tilde{r}} = \tilde{r}\frac{d}{d\tilde{r}}(\frac{1}{\tilde{r}}\frac{d\tilde{U}}{d\tilde{r}})$. Et nous avons, si nous considérons un écoulement sans perturbations, $L\tilde{U}(\tilde{r}) = 0$ puisque, dans l'état de base, $\tilde{U}_x(\tilde{r}) \propto \tilde{r}^2$.

A cela, nous ajoutons les quatre conditions limites à l'interface entre les deux fluides. Nous rappelons que l'indice a (respectivement c) indique une variable concernant le fluide annulaire (respectivement le fluide de coeur). A $\tilde{r} = \tilde{r}_I$, nous avons continuité de la vitesse tangentielle :

$$\tilde{u}_{rc}(\tilde{r}_I) = \tilde{u}_{ra}(\tilde{r}_I) \tag{5.4}$$

et de la vitesse normale :

$$\tilde{u}_{xc}(\tilde{r}_I) = \tilde{u}_{xa}(\tilde{r}_I) \tag{5.5}$$

d'où

$$\phi_c(\tilde{r}_I) = \phi_a(\tilde{r}_I) \tag{5.6}$$

La contrainte tangentielle est continue à l'interface :

$$\tilde{r}_I \frac{d^2\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^2} - \frac{d\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} + \tilde{k}^2 \tilde{r}_I \phi_c(\tilde{r}_I) = M(\tilde{r}_I \frac{d^2\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^2} - \frac{d\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} + \tilde{k}^2 \tilde{r}_I \phi_a(\tilde{r}_I)) \tag{5.7}$$

ainsi que la contrainte normale à l'interface :

$$\tilde{r}_I^2 \frac{d^3\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^3} - \tilde{r}_I \frac{d^2\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^2} + \frac{d\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} - 3\tilde{k}^2 \tilde{r}_I^2 \frac{d\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} + 2\tilde{k}^2 \tilde{r}_I \phi_c(\tilde{r}_I) =$$

$$M(\tilde{r}_I^2 \frac{d^3\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^3} - \tilde{r}_I \frac{d^2\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}^2} + \frac{d\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} - 3\tilde{k}^2 \tilde{r}_I^2 \frac{d\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} + 2\tilde{k}^2 \tilde{r}_I \phi_a(\tilde{r}_I)) \tag{5.8}$$

Une particule de fluide à l'interface ne peut pas s'en détacher : l'interface est une limite "matérielle". De cela, nous avons la condition cinématique :

$$(\frac{d\tilde{u}_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} - \frac{d\tilde{u}_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}})\phi_1(\tilde{r}_I) = (\tilde{u}_c(\tilde{r}_I) - \tilde{C})(\frac{d\phi_c(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}} - \frac{d\phi_a(\tilde{r}_I)}{d\tilde{r}}) \tag{5.9}$$

Nous allons faire une étude spatiale de l'instabilité, c'est-à-dire $\tilde{k} = \tilde{k}_r$. L'équation d'Orr-Sommerfeld et les conditions à l'interface entre les deux fluides et à la paroi forment un système d'équations dont on ne garde que les termes linéaires, que l'on résout numériquement et que l'on développe en série de puissances de $\tilde{k}_r$.

5.1.1 Solutions pour les grandes longueurs d'ondes

Ici, sont négligés les termes de grande puissance de $\tilde{k}_r$, c'est-à-dire que ce modèle est valable pour des instabilités ayant de grandes longueurs d'onde par rapport au rayon du tube. Pour les premiers ordres, nous posons la vitesse de phase des grandes longueurs d'onde (long waves) $\tilde{C}_{lw}$ telle que :

$$\tilde{C}_{lw}(\tilde{k}_r) = \tilde{C}_{lw}^{(0)} + \tilde{k}_r \tilde{C}_{lw}^{(1)} + O(\tilde{k}_r^2) \tag{5.10}$$

A l'ordre zéro, nous avons :

$$\tilde{C}_{lw}^{(0)} = \frac{2(1-\tilde{R}_I^2)[1+(M-1)\tilde{R}_I^2]}{[1+(M-1)\tilde{R}_I^4]^2} \tag{5.11}$$

$\tilde{C}_{lw}^{(0)}$ est réel, il ne permet donc pas de déterminer la stabilité de l'écoulement. Par contre, ce terme se trouve être la dérivée de la fonction de flux de l'écoulement parallèle présentée dans le chapitre 4 : $\tilde{C}_{lw}^{(0)} = \frac{dF}{d\tilde{S}}$ (voir par exemple la figure 4.2). Au premier ordre, $\tilde{C}_{lw}^{(1)}$ est proportionnel au nombre de Reynolds Re et à une fonction f_{lw} dépendante de M et de $\tilde{R}_I$:

$$\tilde{C}_{lw}^{(1)} = iRe f_{lw}(M, \tilde{R}_I) \tag{5.12}$$

avec

$$f_{lw}(M,\tilde{R}_I) = \frac{4\tilde{R}_I^5(1-M)(1+(M-1)\tilde{R}_I^2)((\tilde{R}_I^2-1)^2 G - H(1+(M-1)\tilde{R}_I^4))}{M(1+(M-1)\tilde{R}_I^4)^3} \tag{5.13}$$

où

$$G = \frac{1}{48\,\tilde{R}_I^6\,(1+\tilde{R}_I^2\,(-1+M))\,(1+\tilde{R}_I^4\,(-1+M))}$$

$$*\,(-1+\tilde{R}_I^2\,(8-4\,M-\tilde{R}_I^2\,(-1+M)\,(-7-8\,\tilde{R}_I^2\,(-2+M)$$

$$+20\,\tilde{R}_I^6\,(-2+M)\,(-1+M)+\tilde{R}_I^4\,(-47+(47-5\,M)\,M)+3\,\tilde{R}_I^8\,(-1+M)\,(3+(-3+M)\,M))))$$

(5.14)

et

$$H = \frac{1}{144\,\tilde{R}_I^6\,\left(1+\tilde{R}_I^2\,(-1+M)\right)\,\left(1+\tilde{R}_I^4\,(-1+M)\right)}$$

$$*(-1+\tilde{R}_I^2)\,(3+\tilde{R}_I^2\,(-25+\tilde{R}_I^2\,(32-27\,M)+12\,M+\tilde{R}_I^6\,(-1+M)\,(-61+72\,M)+$$

$$\tilde{R}_I^4\,(-48+(77-24\,M)\,M)+\tilde{R}_I^8\,(-1+M)\,(23+12\,(-3+M)\,M)))+$$

$$24\,\tilde{R}_I^8\,(4+\tilde{R}_I^2\,(6+\tilde{R}_I^2\,(-2+M))\,(-1+M)-2\,M)\,(-1+M)\,\log(\frac{1}{\tilde{R}_I}) \tag{5.15}$$

$C_{lw}^{(0)}$ étant purement réel et $\tilde{C}_{lw}^{(1)}$ purement imaginaire, la vitesse de phase vaut donc $\tilde{C}_{lw}^{(0)}$. Le taux de croissance temporel est alors $\sigma_{lw} = \Im(\tilde{\omega}_{lw}) = \Im(\tilde{C_{lw}}^{(1)}\tilde{k}_r^2)$. La vitesse de phase et le taux de croissance seront tracés conjointement aux résultats obtenus par l'analyse à petites longueurs d'onde.

5.1.2 Solutions pour les petites longueurs d'ondes

Les solutions aux petites longueurs d'onde par rapport au rayon du tube sont obtenues de manière similaire. L'équation est mise sous forme d'un développement de Taylor en $\frac{1}{\tilde{k}_r}$. Les termes d'ordres de $\tilde{k}_r$ élevés sont négligés. La vitesse de phase obtenue pour les petites longueurs d'onde (small waves) $\tilde{C_{sw}}$ peut être posée telle que :

$$\tilde{C_{sw}}(\tilde{k}) = \tilde{C_{sw}}^{(0)} + \frac{C_{sw}^{(1)}}{\tilde{k}_r} + \frac{C_{sw}^{(2)}}{\tilde{k}_r^2} + \frac{C_{sw}^{(3)}}{\tilde{k}_r^3} + O(\frac{1}{\tilde{k}_r^4}) \tag{5.16}$$

La vitesse de phase $\Re(C_{sw})$ est :

$$\Re(\tilde{C}_{sw}) = \frac{2-2\tilde{R_I}^2}{1+\tilde{R_I}^4(-1+M)} - \frac{1}{\tilde{k}_r^3}\frac{38(1-M)M}{\tilde{R}_I(1+M)^2[1+(M-1)\tilde{R_I}^4]} \tag{5.17}$$

Il est à remarquer ici que le premier terme de $\Re(\tilde{C})$, c'est-à-dire la vitesse des perturbations en première approximation, est égal à la vitesse du fluide

à l'interface dans l'écoulement parallèle. Le taux de croissance temporel σ_{sw} a pour expression : $\sigma_{sw} = \Im(\tilde{\omega}_{sw}) = \Im(\frac{\tilde{C}_{sw}^{(3)}}{\tilde{k}_r^2})$

$\Im(\tilde{C}_{sw}^{(3)})$ est proportionnel à Re et une fonction f_{sw} :

$$\Im(\tilde{C}_{sw}^{(3)}) = Re f_{sw} \tag{5.18}$$

avec

$$f_{sw} = \frac{8\tilde{R}_I^2(-1+M)^2}{(1+\tilde{R}_I^4(-1+M))^2(1+M)} \tag{5.19}$$

Nous avons donc aussi dans le cas des solutions aux petites longueurs d'onde un taux de croissance proportionnel au nombre de Reynolds.

5.1.3 Illustration de l'analyse d'instabilité linéaire

Nous allons désormais fixer le rapport de viscosité M à 25. Aux petites longueurs d'ondes, nous avons une courbe décroissante de σ avec $\tilde{k}_r$ et aux grandes longueurs d'onde une courbe croissante. Le maximum de taux de croissance se situe donc entre les deux limites et les longueurs d'onde des instabilités sont alors de l'ordre du rayon du tube. C'est en effet ce que l'on observera expérimentalement dans les chapitres suivants.

Sur la figure 5.3, sont tracées les fonctions f_{lw} et f_{sw} en fonction de $\tilde{R}_I$. Si f_{lw} (respectivement f_{sw}) est positive, alors $\tilde{\omega}_i > 0$ et l'écoulement est instable pour les grandes longueurs d'onde (respectivement les petites longueurs d'onde). La courbe de f_{lw} pour les grandes longueurs d'onde est négative jusqu'à un certain $\tilde{R}_I$ ($\tilde{R}_I$=0.43 pour $M = 25$) et positive au delà. L'écoulement est donc instable pour les grandes longueurs d'onde si le rayon interfacial $\tilde{R}_I$ est suffisamment grand. f_{sw} est toujours positif et donc l'écoulement est instable aux petites longueurs d'onde quel que soit $\tilde{R}_I$.

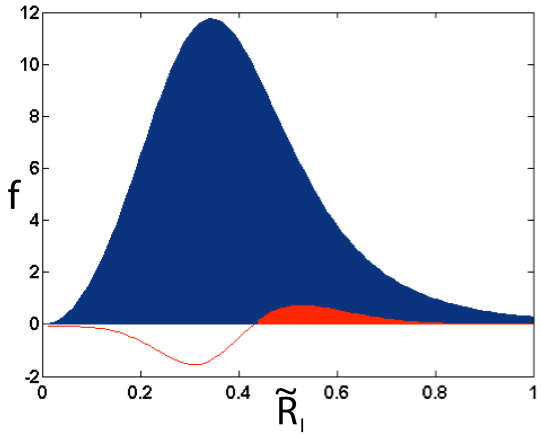


FIG. 5.3 – f_{sw}, en bleu et f_{lw}, en rouge en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$. La partie colorée en dessous des courbes représente la partie positive de la fonction, donc la partie où les l'écoulement est instable pour les petites ou grandes longueurs d'onde

.

Un exemple de courbe de vitesses de phase $\tilde{c}$ pour les grandes et petites longueurs d'onde en fonction de $\tilde{k}_r$ est tracé sur la figure 5.4. La vitesse de phase $\tilde{c}_{lw} = \Re(\tilde{C}_{lw})$ est constante avec $\tilde{k}_r$ pour un $\tilde{R}_I$ et un M donnés tandis que $\tilde{c}_{sw} = \Re(\tilde{C}_{sw})$ décroît avec $\tilde{k}_r$ et est pratiquement constante pour des grands $\tilde{k}$. Nous pouvons supposer qu'entre ces deux courbes asymptotes, la vitesse de phase décroît continûment. Comme nous nous attendons à des longueurs d'onde de l'ordre du rayon du tube, nous pouvons supposer que la vitesse de phase des instabilités se situent entre ces deux limites.

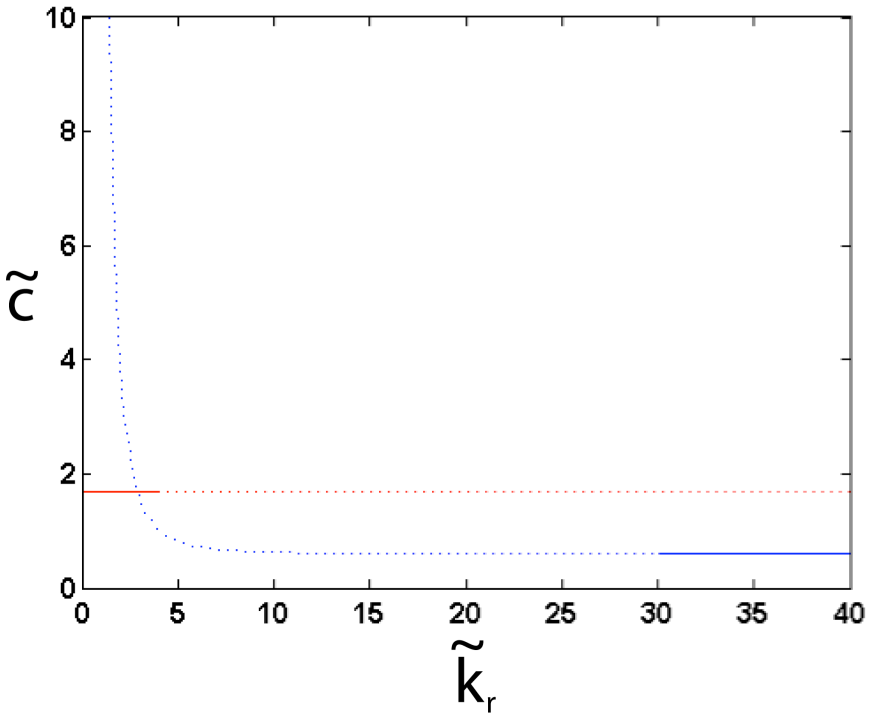


FIG. 5.4 – Vitesse de phase $\tilde{c}$ pour les grandes (courbe bleue) et petites longueurs d'ondes (courbe rouge) en fonction de $\tilde{k}_r$ pour $M = 25$ et $\tilde{R}_I = 0.5$.

Sur la figure 5.5, sont tracées les vitesses de phase $\tilde{c}_{lw}$ et $\tilde{c}_{sw}$ en fonction de $\tilde{R}_I$. Le terme en $\frac{1}{\tilde{k}_r^3}$ de la solution aux petites longueurs d'onde a été négligé. La courbe de $\tilde{c}_{sw}$ en fonction de $\tilde{R}_I$ est continûment décroissante tandis que $\tilde{c}_{lw}$ augmente jusqu'à un certain $\tilde{R}_I$ et décroît au-delà. Nous pouvons remarquer que la vitesse de phase des motifs d'instabilités à $\tilde{R}_I = 0$, c'est-à-dire pour un écoulement de Poiseuille simple, est la même pour les cas à petites et grandes longueurs d'onde et qu'elle est égale à la vitesse du fluide d'un écoulement de Poiseuille à $\tilde{R}_I = 0$. Pour $\tilde{R}_I = 1$, les deux vitesses de phase s'annulent puisque la vitesse du fluide est nulle à la paroi.

Là aussi, nous nous attendons à ce que la vitesse de phase des motifs d'instabilités se situe entre ces deux limites.

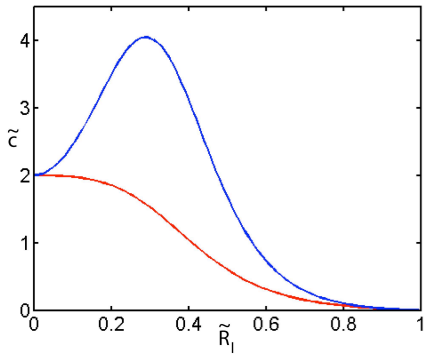


FIG. 5.5 – $\tilde{c}$ pour les petites longueurs d'onde (courbe rouge) et les grandes longueurs d'ondes (courbe bleue) en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$.

La théorie de Y.Renardy et D. Joseph pour les grandes longueurs d'onde [3] s'accorde bien à leurs expériences (à part le cas des émulsions plus proches des petites longueurs d'onde).

Les instabilités observées entre deux fluides immiscibles de viscosités différentes ont montré une large gamme de motifs différents. Si nous adaptons les études théoriques effectuées pour les fluides immiscibles à notre configuration expérimentale, l'analyse linéaire d'instabilité à petites et grandes longueurs d'onde montre que l'on s'attend à avoir des motifs dont la longueur d'onde ait un ordre de grandeur proche du rayon du tube R. Le chapitre prochain sera donc consacré à la description et aux caractéristiques des motifs que nous observons dans nos expériences.

Chapitre 6

Motifs d'instabilités

Nous avons observé deux motifs développés ayant des aspects très différents dans nos expériences, l'un que l'on a appelé perle et l'autre champignon. Afin de définir un critère de sélection entre ces deux motifs, il est nécessaire de décrire leurs développements et leurs caractéristiques. Nous pourrons alors construire leur diagramme d'existence dans le plan des paramètres ($\tilde{R}_I$, Re). Puis nous étudierons les tailles caractéristiques de ces motifs. Nous comparerons ces caractéristiques aux résultats théoriques établis dans le chapitre 5. Nous tenterons aussi d'étudier l'effet de la viscosité et du forçage de l'amplitude sur ces motifs.

Comme nous le verrons dans le chapitre 7, nous avons observé expérimentalement que la transition entre les instabilités convectives et absolues impliquait une variation des caractéristiques des motifs. Dans ce chapitre, nous n'étudierons donc que les motifs d'instabilité convective, loin de la transition entre les instabilités absolues et convectives.

6.1 Description des deux motifs

Dans nos expériences, nous avons répertorié deux motifs différents selon les paramètres ($\tilde{R}_I$, Re). Dans un cas (fig. 6.1), on peut observer après une longueur d'écoulement parallèle où l'instabilité n'est pas encore décelable, l'apparition de motifs axisymétriques qui se saturent en motifs ovoïdes ou sphériques connectés les uns aux autres par un mince filet de fluide de coeur. Nous avons appelé ces motifs "perles".

Dans l'autre, les motifs axisymétriques (fig. 6.2) se saturent en motifs ser-

rés les uns des autres. En se propageant dans le tube, des ailes se créent autour des motifs. Nous avons appelé ces motifs "champignons". Parfois, après quelques longueurs d'onde, ces motifs se déforment en motifs asymétriques. Nous ne considérerons que les motifs axisymétriques.

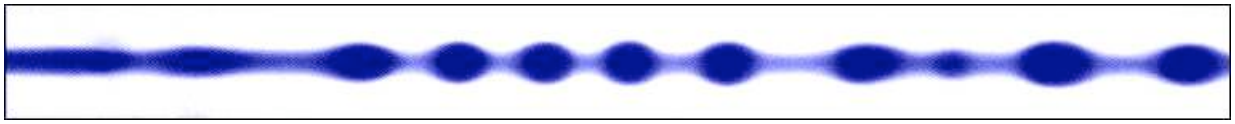


FIG. 6.1 – Photo de motifs de perles, $\tilde{R}_I$=0.21 ; Re=5 ; M=25. La hauteur de l'image est le diamètre du tube (2cm). L'injection est à la gauche de l'image. Le bord gauche de l'image est à $\tilde{x}$=22.3.

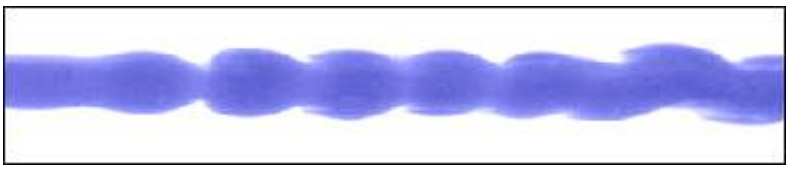


FIG. 6.2 – Photo de motifs de champignons, $\tilde{R}_I$=0.35 ; Re=20 ; M=25. La hauteur de l'image est le diamètre du tube (2cm). L'injection est à la gauche de l'image.

Il n'est pas toujours aussi aisé de distinguer ces deux motifs. Nous avons besoin de critères précis pour différencier les motifs de perles et de champignons. Enfin, les films en vision directe ne permettent pas d'observer le mécanisme intérieur des motifs. Pour ces raisons nous avons utilisé un LASER illuminant un plan contenant l'axe du tube. Le fluide de coeur est coloré par de la fluorescéine (voir les chapitres 2 et 10 pour les détails correspondants aux dispositifs). Deux photos présentant des coupes LASER de motifs de perles et champignons sont présentées sur la figure 6.3.

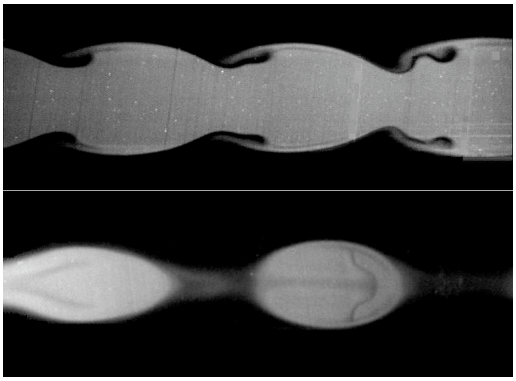


FIG. 6.3 – Photos de motifs de champignons et de perles en coupe LASER. L'injection est à la gauche de l'image et chaque image a 2 cm de hauteur. Pour les champignons :$\tilde{R}_I$=0.37 ; Re=12, pour les perles : $\tilde{R}_I$=0.28 ; Re=10. Le bord gauche est à $\tilde{x}$=35.1 pour les perles et 11.6 pour les champignons

Sur la coupe LASER des motifs champignons, nous pouvons observer plus précisément les ailes se développer autour des champignons (fig. 6.3). Nous remarquons aussi que le fluide annulaire emprisonné entre les ailes et le corps du fluide de coeur se déforme et prend progressivement, en coupe, la forme d'une ouïe de violon.

Dans le cas des perles, ce qui relie les motifs développés sont de minces filets de fluide diffusé, mélange de fluide annulaire et de fluide de coeur. A l'intérieur des motifs de perles, nous pouvons remarquer des bouffées de fluide annulaire dont on étudiera la dynamique plus loin.

Si on traçait la concentration en fluide de coeur sur l'axe du tube en fonction de $\tilde{x}$, dans le cas des champignons, nous aurions une concentration constante et égale à 1 tandis que pour les perles, nous aurions une baisse de la concentration entre les perles, voire à l'intérieur des perles, à cause de la présence de bouffées de fluide annulaire dans les motifs. C'est le critère qui sera retenu pour discriminer entre les deux motifs. En effet, ce critère permet de rendre compte de la plus ou moins grande indépendance d'un motif par rapport à ses voisins, ce qui pourrait caractériser la différence de mécanisme entre perles et champignons. Nous allons plus particulièrement nous consacrer à la dynamique complexe des perles .

6.2 Perles

Sur la série de photos de la figure 6.4, a été photographié le "détachement" des perles. Sur la première image à partir du haut, nous pouvons observer sur la gauche, un motif de perle non encore détaché de la colonne de fluide de coeur avec une légère diffusion du fluide de coeur sur la partie arrière du motif. Sur la droite, une perle est advectée. Sur les trois images d'après, tandis que la perle progresse dans le tube, des ailes de fluide diffusé se créent autour du motif et le filet de fluide de coeur pur qui la lie au motif la précédant devient de plus en plus fin. Sur la dernière image, la perle s'est "détachée" et les ailes se sont rejointes à son arrière, créant un motif en forme de fer à cheval à l'intérieur de la perle.

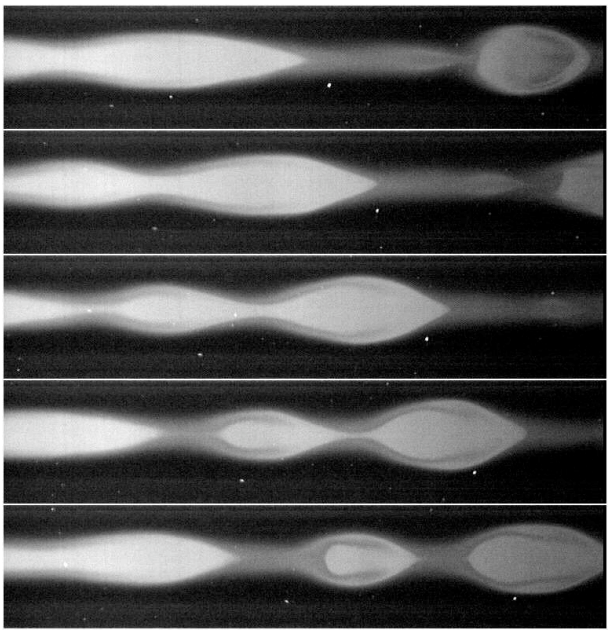


FIG. 6.4 – Photos de l'apparition de motifs de perles en coupe LASER. L'injection est à la gauche de l'image et chaque image fait 2 cm de hauteur. $\tilde{R}_I$=0,20 ; Re=3. Images prises toutes les 12s. Sur le bord gauche de chaque image $\tilde{x}$=17,4. $M = 25$.

Après ce détachement, le fluide annulaire emprisonné dans la perle subit des déformations. Sa partie arrière progresse vers l'avant de la perle et en est éjecté. Pour des Re suffisamment grands, ce mécanisme peut être très régulier. Sur la figure 6.5, nous pouvons en suivre la dynamique à l'intérieur d'une perle. Cette dynamique évoque l'inversion d'un parapluie.

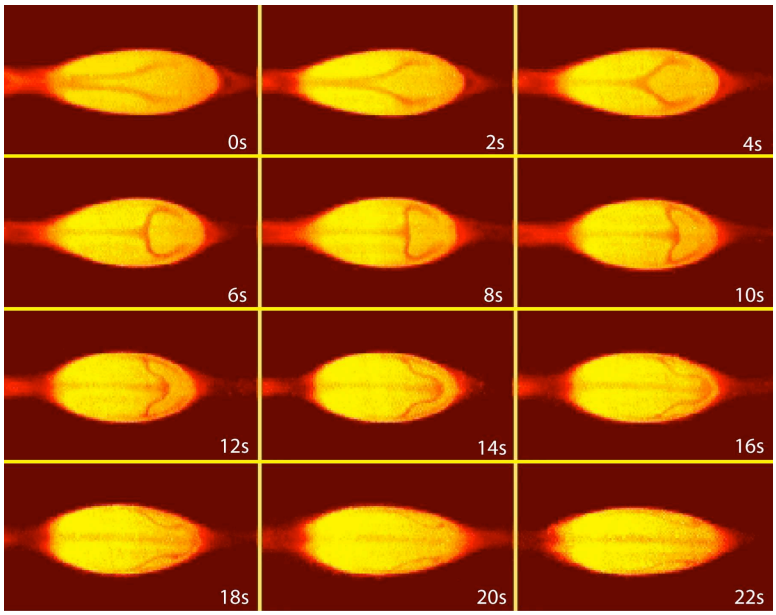


FIG. 6.5 – Photos de la dynamique des motifs internes d'une perle en coupe LASER. L'injection est à la gauche de l'image et chaque image fait 2 cm de hauteur. $\tilde{R}_I$=0,28 ; Re=10. Images prises toutes les 2s. La perle se propage à une vitesse normalisée de 1,9. $M = 25$.

Aprés l'éjection du fluide annulaire de la perle, d'autres bouffées suivent le même mécanisme à l'intérieur de la perle tandis que la perle progresse dans le tube. Mais ces motifs deviennent de moins en moins visibles car de plus en plus diffusés.

Nous avons donc deux motifs d'aspects très différents. La présence d'un de ces motifs ou de l'autre dépend du jeu de paramètres $(\tilde{R}_I, Re)$. Nous allons délimiter les deux zones dans le plan $(\tilde{R}_I, Re)$ correspondant à ces deux régimes.

6.3 Dépendance des régimes en Re et $\tilde{R}_I$

La nature du régime dépend des deux variables $\tilde{R}_I$ et Re à la fois. Si on fixe Re et que l'on fait varier $\tilde{R}_I$ (fig. 6.6), nous pouvons observer que les

perles apparaissent pour les rayons $\tilde{R}_I$ les plus faibles et les champignons pour les $\tilde{R}_I$ plus grands.

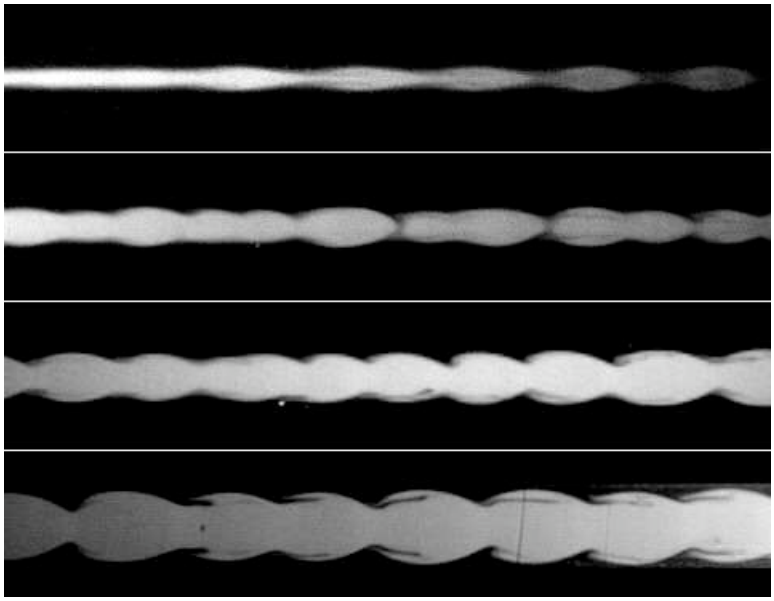


FIG. 6.6 – Motifs observés pour $Re = 18$ et $M = 25$ et pour différentes valeurs de $\tilde{R}_I$, croissantes de haut en bas ($\tilde{R}_I$=0.12, 0.19, 0.24, 0.25). La séquence montre l'évolution des motifs de perles à champignons.

Si maintenant nous fixons $\tilde{R}_I$ et faisons varier Re (fig. 6.7), les motifs à bas Re sont de type perles. En augmentant Re, les perles se resserrent. Enfin pour des valeurs de Re supérieures, nous avons des motifs de type

champignons.

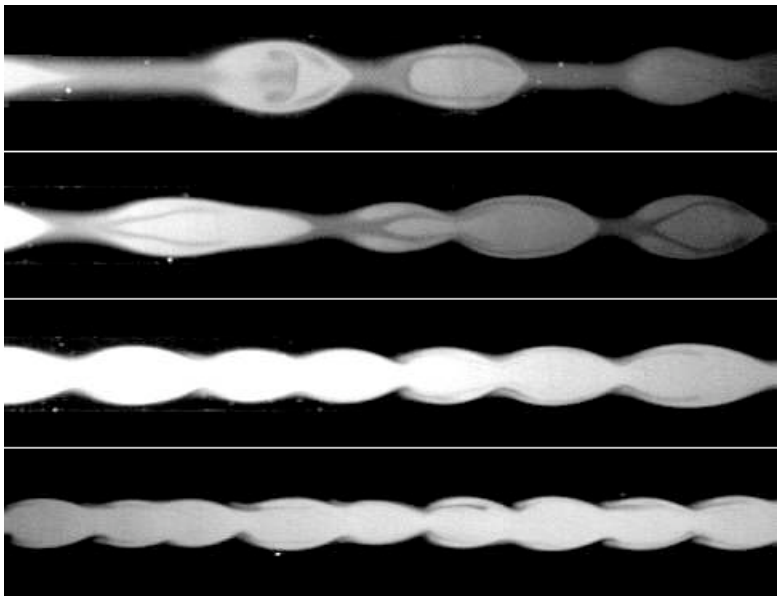


FIG. 6.7 – Motifs observés pour $\tilde{R}_I$=0.25, $M = 25$ et pour différentes valeurs de Re, croissantes de haut en bas (Re=5, 9,12,18). La séquence montre l'évolution des motifs de perles à champignons.

Nous avons déterminé le diagramme d'existence des perles et des champignons dans le plan ($\tilde{R}_I$,Re) (figure 6.8). A certains points proches de la frontière entre les motifs "perles" et "champignons", les deux motifs coexistaient dans la même expérience. Si la limite entre les régimes perles et cham-

pignons est plutôt nette jusqu'à $\tilde{R}_I = 0.3$, à partir de cette valeur, à bas Re, l'interface entre les deux fluides est trop diffuse pour distinguer des motifs. La courbe $Re = \frac{0.68}{\tilde{R}_I^2}$ a été dessinée sur le diagramme, elle semble séparer les deux régimes entre $\tilde{R}_I$=0.1 et $\tilde{R}_I$=0.3.

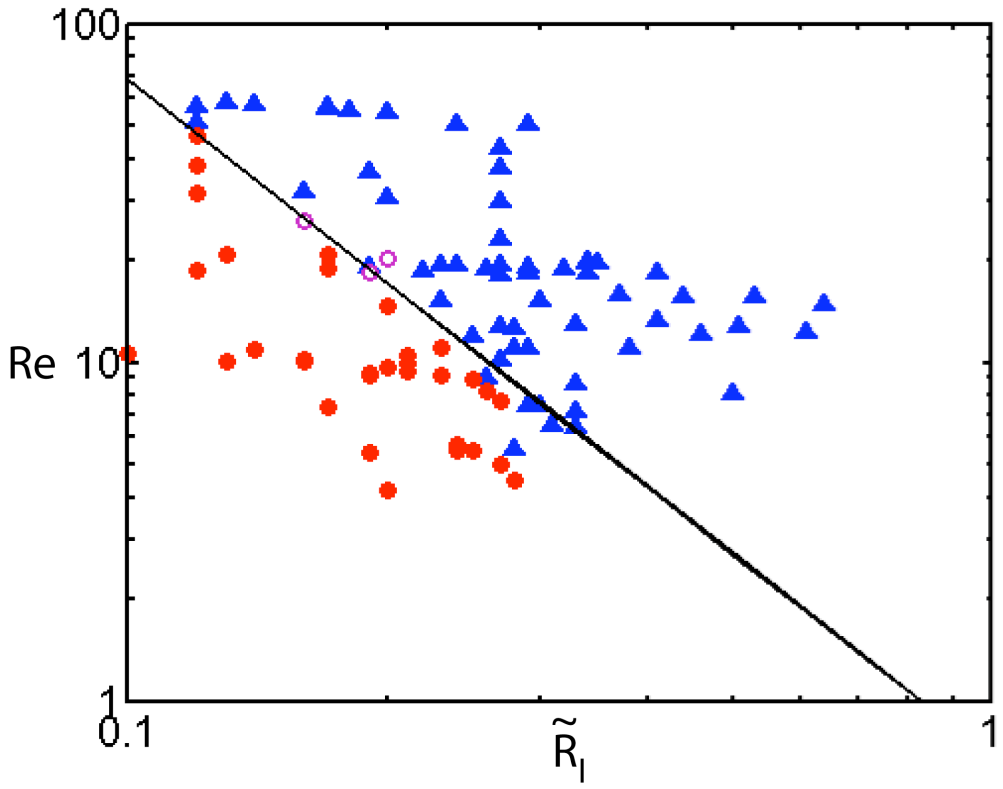


FIG. 6.8 – Diagramme d'existence des deux motifs dans le plan ($\tilde{R}_I$,Re) en échelle logarithmique. Les motifs de champignons (▲) se retrouvent pour des grands Re ou $\tilde{R}_I$ tandis que les motifs de perles (●) pour des Re ou $\tilde{R}_I$ plus petits. Le symbole (○) dénote la coexistence des deux motifs dans la même expérience. La droite de pente -2 semble séparer les deux domaines. $M = 25$.

Comme nous sommes en présence ici de motifs très non-linéaires, il nous

est difficile d'expliquer théoriquement cette transition ainsi que la courbe qui délimite ces deux domaines. De plus, aucune simulation numérique de nos expériences effectuées par B. Selvam et al, qu'elle soit linéaire ou non linéaire n'a donné lieu à des motifs de perles à ce jour, mais seulement à des motifs ressemblant à des champignons. La physique qui sous-tend cette présence des deux régimes est donc très complexe.

Toutefois, on pourrait expliquer cette courbe qui marque la frontière entre les deux régimes dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re) par le rapport des forces inertielles aux forces visqueuses à l'interface (estimées dans la zone d'écoulement parallèle). En effet, si on estime la force inertielle $(\rho\overrightarrow{U}.\overrightarrow{\nabla})\overrightarrow{U}$ comme $\frac{\rho U^2}{R}$ et la force visqueuse $|\rho\nu_c\triangle\overrightarrow{U}|$ comme $\frac{\rho\nu_c U}{R_I^2}$, dans le cas où ces deux forces sont du même ordre de grandeur, nous aurions $\frac{UR_I^2}{R\nu_c} = ReR_I^2 \simeq 1$. Dans le cas des motifs de champignons, à l'interface, les forces inertielles pourraient être plus importantes que les forces visqueuses, et les forces visqueuses plus grandes que les forces inertielles dans le cas des perles.

6.4 Caractéristiques de la transition

6.4.1 Méthodes de mesures

Afin de caractériser de manière quantitative la transition entre ces deux régimes, nous avons mesuré plusieurs caractéristiques des motifs : leurs fréquences, leurs longueurs d'ondes et leurs vitesses. Nous les avons déterminées à partir des diagrammes spatiotemporels (voir chapitre 10 pour plus de détails). Les films utilisés étaient en vision directe ou en coupe LASER. L'image de la figure 6.9 représente le diagramme spatiotemporel de motifs de perles. La longueur, la fréquence et la vitesse de ces motifs sont trés dispersées. Par contre, pour un motif donné, sa longueur et sa vitesse restent constantes, de son apparition à la fin du tube.

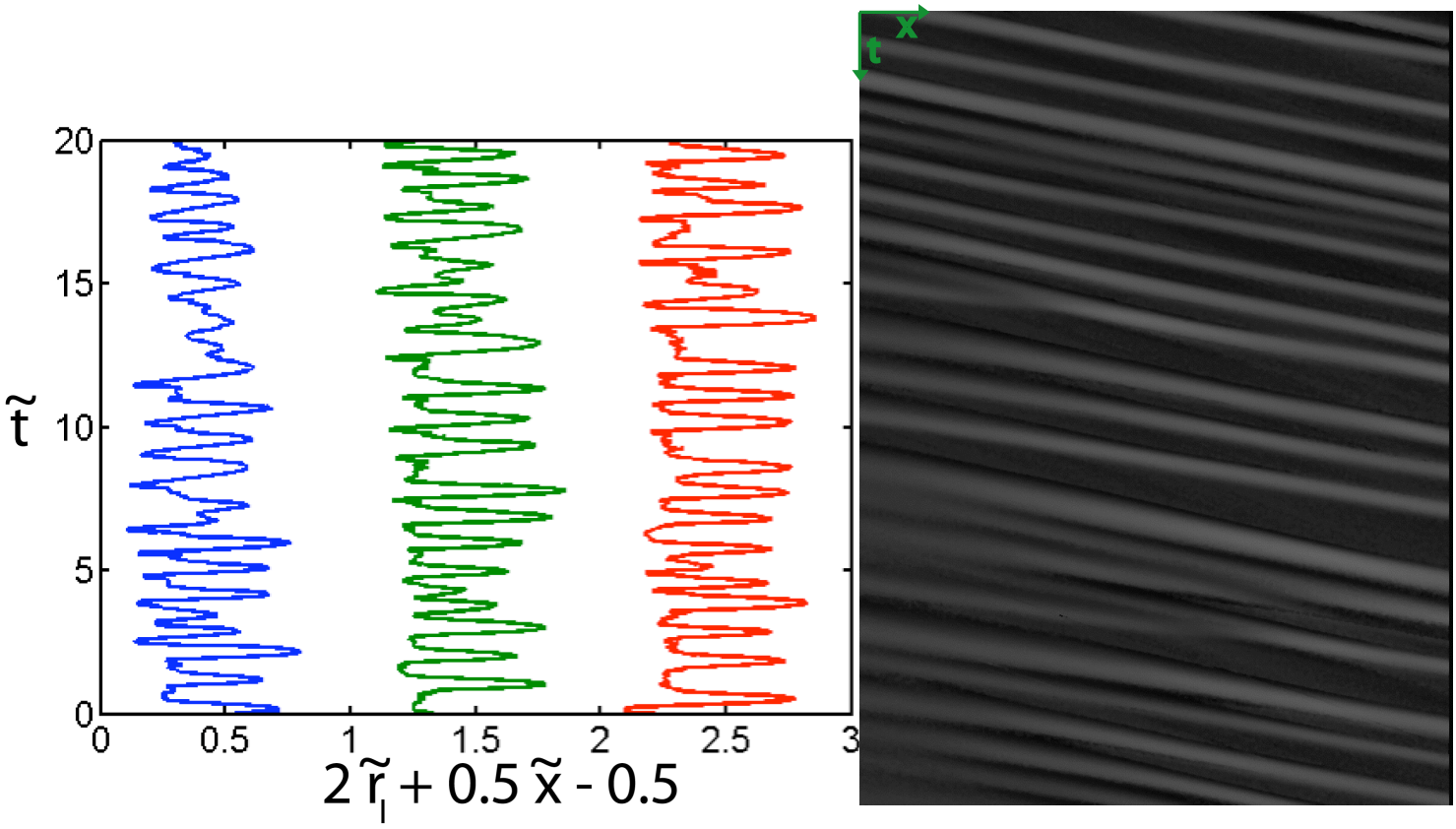


FIG. 6.9 – A gauche, rayon interfacial en fonction du temps pour plusieurs abscisses $\tilde{x} = 1, 3, 5$. A droite, diagramme spatiotemporel de motifs de perles correspondants (voir chapitre10). Les trainées obliques claires représentent le passage des perles dans le tube. Largeur de l'image : 6.92, hauteur : 57.9 en unités normalisées. Le bord gauche de l'image est à 23.6 cm de l'injection. $Re = 3$, $\tilde{R}_I = 0.20$, $M = 25$.

Afin d'extraire des caractéristiques typiques d'une expérience, à chaque abscisse $\tilde{x}$ du diagramme, nous calculons la distribution de Fourier du signal temporel (voir fig. 6.9 gauche) caractérisé par son amplitude $A(\tilde{x}, \tilde{f})$ et sa phase $\phi(\tilde{x}, \tilde{f})$, c'est-à-dire par $A(\tilde{x}, \tilde{f})e^{i(\phi(\tilde{x},\tilde{f})-2\pi\tilde{f}\tilde{t})}$. Un exemple de la distribution de fréquence (spectre de puissance) en fonction de $\tilde{f}$ pour un $\tilde{x}$ donné est représenté sur la figure 6.10 à gauche. De là nous en déduisons le

diagramme spatiofréquenciel de l'expérience (fig 6.10, droite).

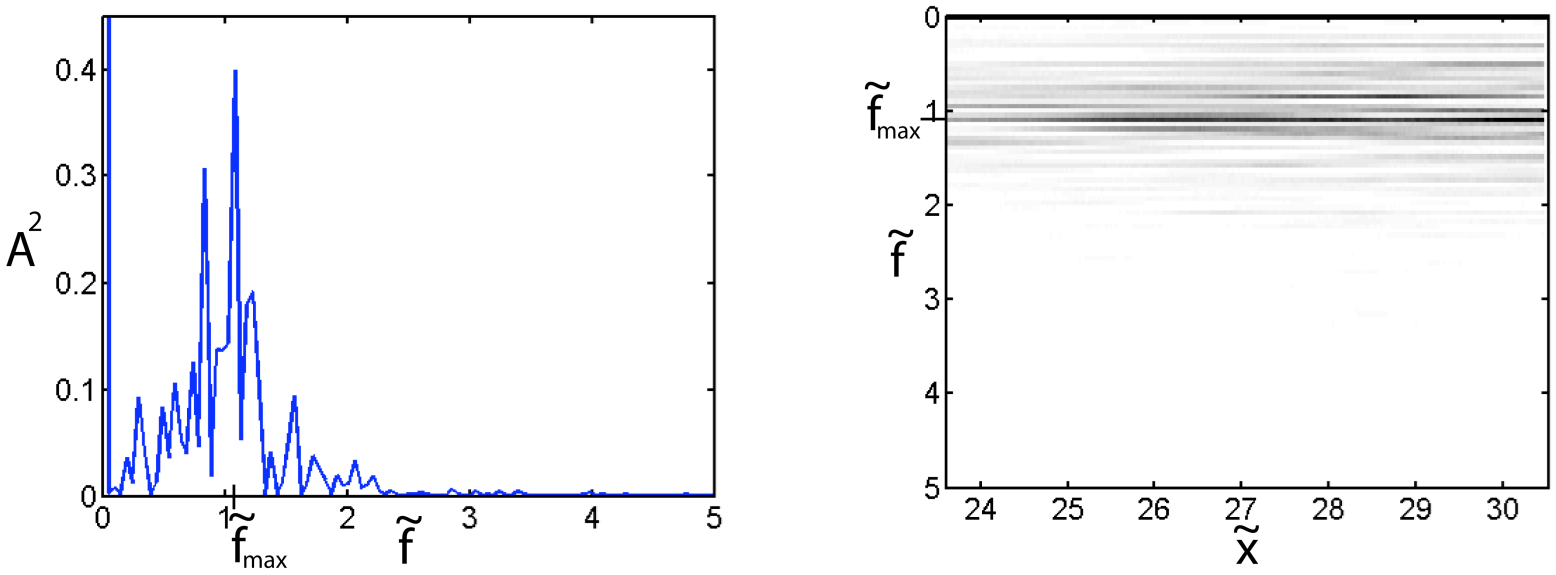


FIG. 6.10 – A gauche, spectre de puissance en fonction de la fréquence à $\tilde{x} = 4$ et à droite, diagramme spatiofréquenciel de motifs de perles dans le plan $(\tilde{x}, \tilde{f})$. La puissance est codée en niveau de gris. Les lignes noires correspondent aux fréquences les plus excitées. $Re = 3$, $\tilde{R}_I = 0.20$, $M = 25$.

La distribution de fréquence est assez large. Afin d'avoir une caractéristique typique de l'expérience, nous relevons la fréquence $\tilde{f}_{max}$ de la puissance la plus grande dans le diagramme spatio-fréquenciel. Nous mesurons le nombre d'onde : $\tilde{k}_r(\tilde{x}, \tilde{f}_{max}) = \frac{2\pi}{\tilde{\lambda}(\tilde{x}, \tilde{f}_{max})} = \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{x}}|_{\tilde{f}=\tilde{f}_{max}}$ et la vitesse de phase $\tilde{c}(\tilde{x}, \tilde{f}_{max}) = \frac{2\pi \tilde{f}_{max}}{\tilde{k}_r(\tilde{x}, \tilde{f}_{max})}$. Ces valeurs ne varient pas selon l'abscisse $\tilde{x}$. Un motif de perle a donc une longueur d'onde et une vitesse de phase constante tout au long de son trajet dans le tube. Ces caractéristiques ne sont pas affectés par le passage de la zone linéaire à la zone non-linéaire.

Nous utilisons le même procédé pour les motifs de type champignons. Mais les caractéristiques d'un motif n'étant pas toujours constants avec $\tilde{x}$, nous les relevons dans la zone linéaire, avant que les amplitudes des motifs soient saturées (figures 6.11, 6.12). Nous avons donc là une première différence entre les perles et les champignons.

Les instabilités, pour les paramètres étudiés, se développent sur une grande longueur, nous ne pouvons donc pas mesurer leurs taux de croissance.

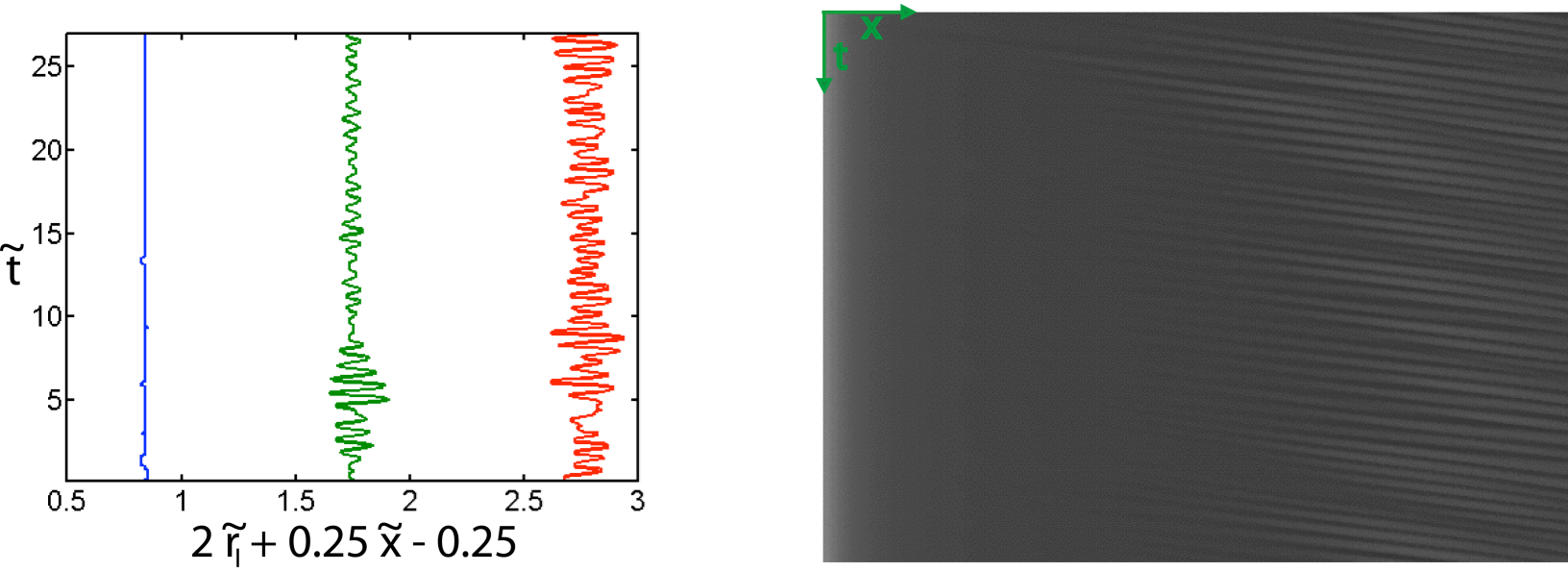


FIG. 6.11 – A gauche, rayon interfacial en fonction du temps pour plusieurs abscisses $\tilde{x} = 1, 5, 9$. A droite, diagramme spatiotemporel de motifs de champignons correspondants. Les traînées obliques claires représentent les champignons. Longueur de l'image : 10, hauteur : 27. Le bord gauche de l'image est à 0 cm de l'injection. $Re = 18$, $\tilde{R}_I = 0.25$, $M = 25$.

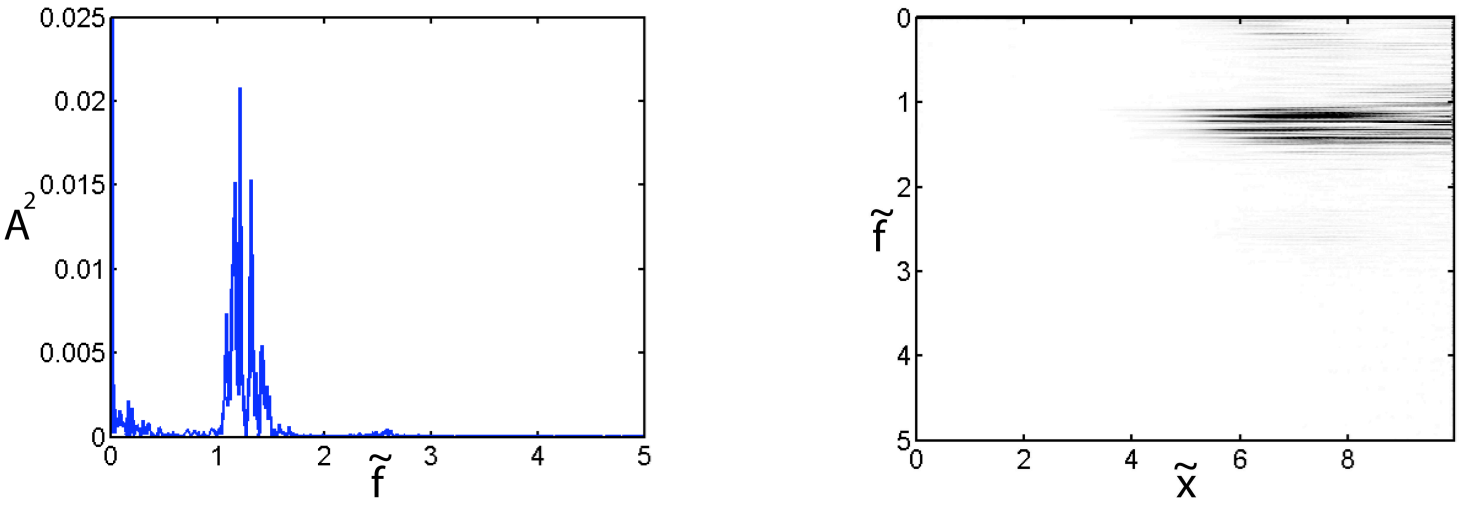


FIG. 6.12 – A gauche, spectre de puissance en fonction de la fréquence à $\tilde{x} = 4$ et à droite, diagramme spatiofréquenciel de motifs de champignons dans le plan $(\tilde{x}, \tilde{f})$. La puissance est codée en niveau de gris. Les lignes noires correspondent aux fréquences les plus excitées. $Re = 18$, $\tilde{R}_I = 0.25$, $M = 25$.

6.4.2 Variation des caractéristiques des motifs

Nous avons effectué des expériences à 3 $\tilde{R}_I$ fixés : 0.18, 0.27 et 0.36 et nous avons fait varier Re. Nous avons aussi fixé $Re = 12$ et fait varier $\tilde{R}_I$. Si l'on regarde le comportement de la fréquence et de la longueur d'onde lors de ces variations : à $\tilde{R}_I = 0.18$ constant et Re croissant, nous pouvons observer un saut de la fréquence (figure 6.13) et de la longueur d'onde (figure 6.14) lors du passage des motifs perles à ceux de champignons. A $\tilde{R}_I = 0.27$, il y a une augmentation de la fréquence avec Re (figure 6.13) et une diminution de la longueur d'onde (figure 6.14) mais celles-ci sont comparables à celles observées à $\tilde{R}_I = 0.36$ (figure 6.13 et 6.14), où il n'y a pas de motifs de perles. La fréquence à $Re = 12$ diminue avec $\tilde{R}_I$ (figure 6.13) mais nous ne pouvons pas observer précisément de saut. La longueur d'onde reste à peu près constante à $Re = 12$ et $\tilde{R}_I$ variable (figure 6.14). Elle se situe entre une et deux fois le rayon du tube, ce qui confirme ce que l'on avait prédit au chapitre 5.

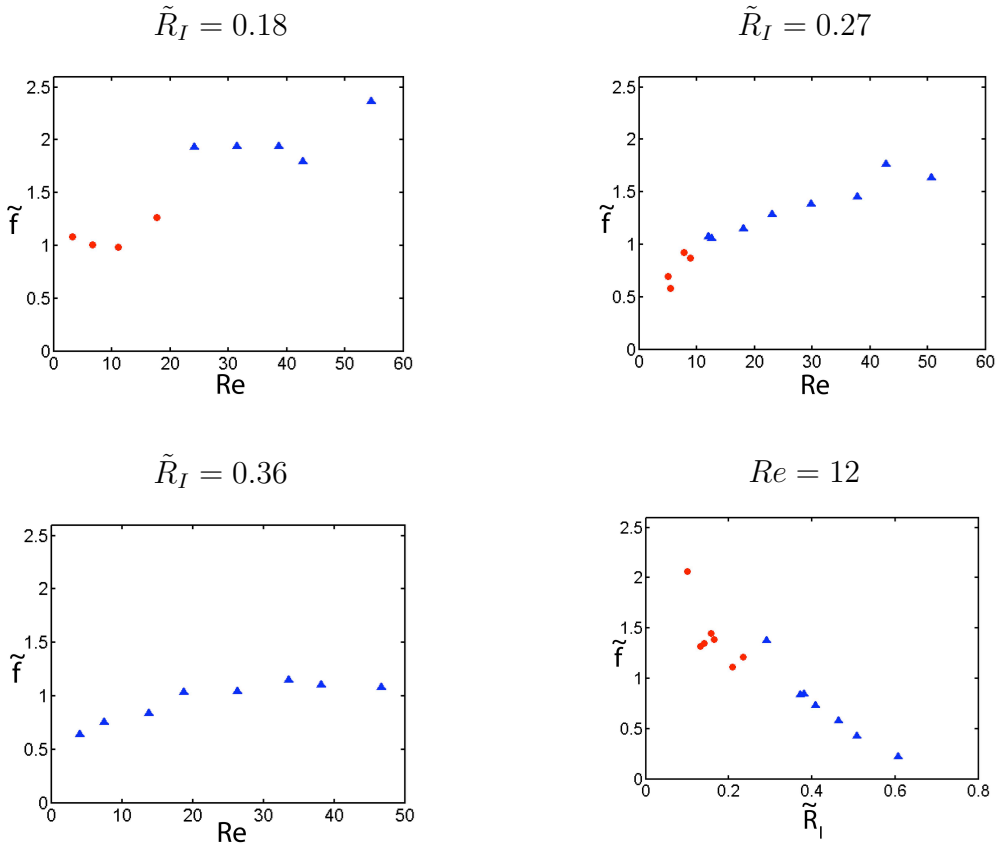


FIG. 6.13 – Fréquence $\tilde{f}$ des motifs en fonction de Re, pour différentes valeurs de $\tilde{R}_I$. La figure en bas, à droite, correspond à $Re = 12$ et $\tilde{R}_I$ variable. Les motifs de champignons sont signalés par (▲) et les perles par (•). $M = 25$.

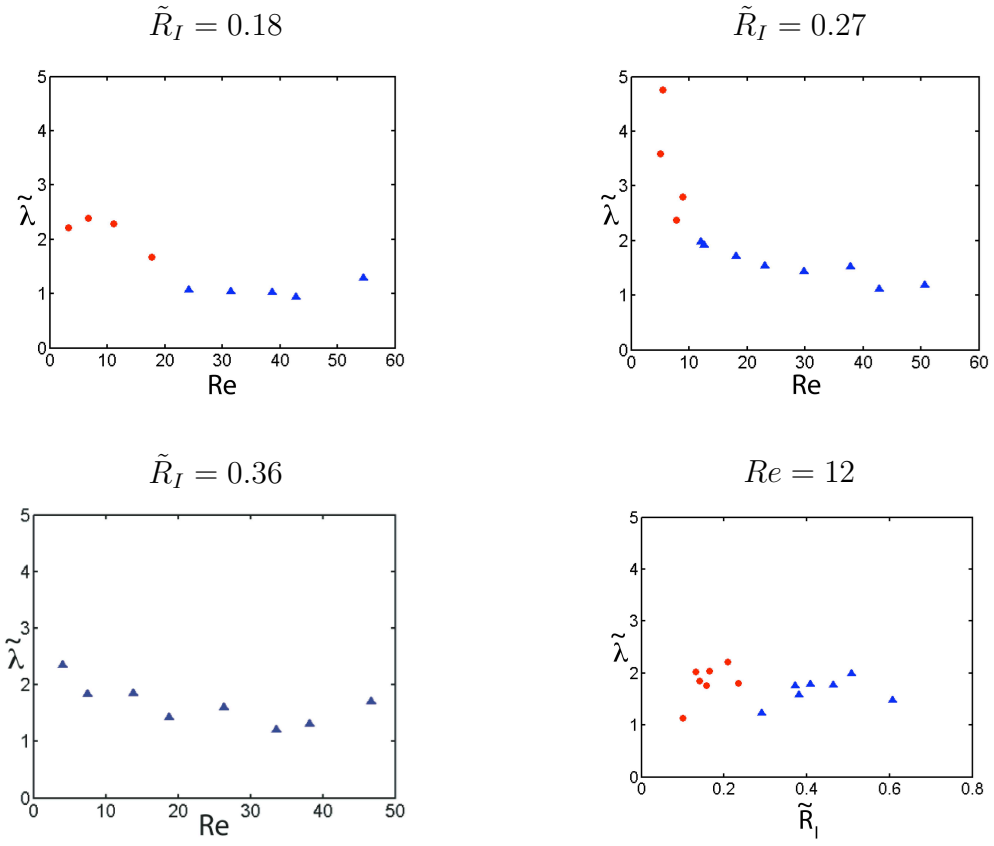


FIG. 6.14 – Longueur d'onde $\tilde{\lambda}$ des motifs en fonction de Re, pour différentes valeurs de $\tilde{R}_I$. La figure en bas, à droite, correspond à $Re = 12$ et $\tilde{R}_I$ variable. Les motifs de champignons sont signalés par (▲) et les perles par (●). $M = 25$.

La vitesse de phase peut être comparée aux prédictions théoriques aux petites et grandes longueurs d'onde (chapitre 5). Selon cette théorie, la vitesse de phase ne dépend que de $\tilde{R}_I$ et non de Re. C'est effectivement ce que nous observons dans le cas des champignons si l'on fait varier Re à $\tilde{R}_I$ constant (figures 6.15). Dans le cas des perles la vitesse de phase diminue avec Re. Nous pouvons remarquer que la vitesse de phase des motifs se trouve entre les deux prédictions (figure 6.15), comme peut le suggérer le fait que la longueur d'onde est de l'ordre du rayon du tube. La vitesse de phase des motifs de champignons est très proche de la théorie aux petites longueurs d'onde, qui est par ailleurs la vitesse de l'interface. La figure 6.16 compare la vitesse

de phase des champignons mesurées pour plusieurs nombres Re aux vitesses prédites par l'analyse de stabilité linéaire pour les petites et grandes longueurs d'onde. La vitesse de phase des perles s'approche plus de la limite aux grandes longueurs d'onde.

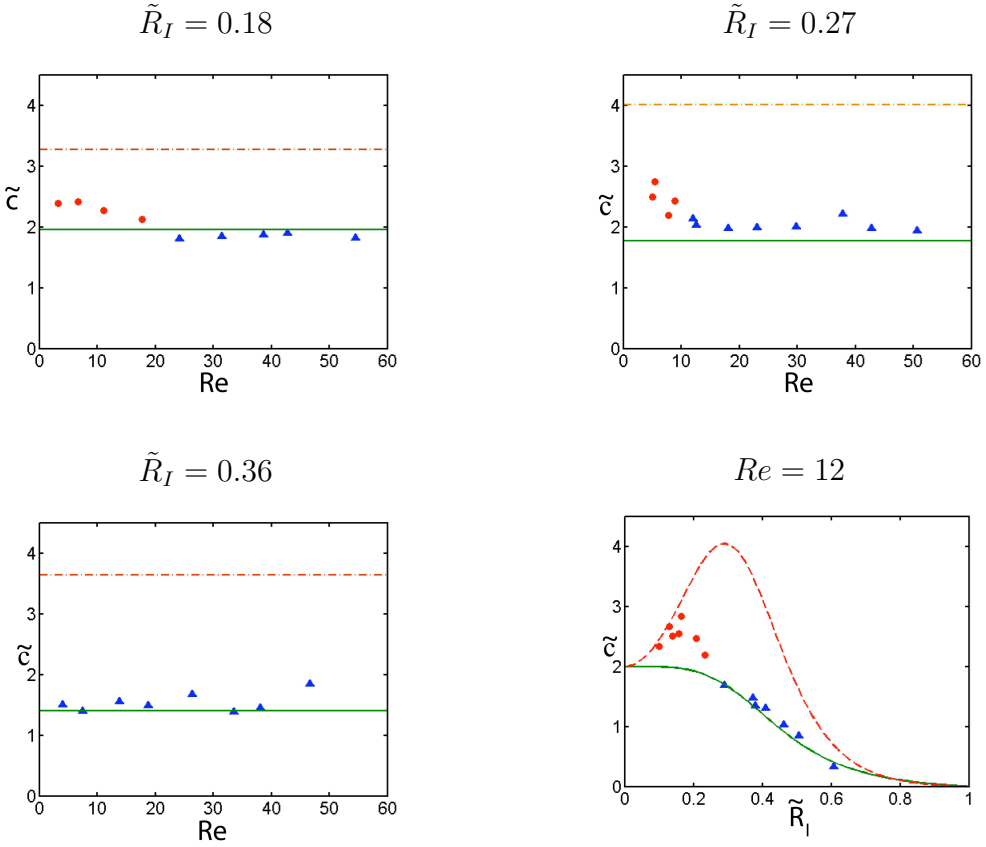


FIG. 6.15 – Vitesse de phase $\tilde{c}$ des motifs en fonction de Re, pour différentes valeurs de $\tilde{R}_I$. La figure en bas, à droite, correspond à $Re = 12$ et $\tilde{R}_I$ variable. Les motifs de champignons sont signalés par (▲) et les perles par (●). $M = 25$. Les prédictions de la théorie aux petites longueur d'onde (ligne verte) et aux grandes longueurs d'onde (ligne pointillée rouge) sont aussi présentées sur les figures.

S'il est difficile de pouvoir observer la transition entre les perles et les champignons en observant leurs longueurs d'onde et leurs fréquences puisque l'on ne peut pas distinguer un éventuel changement de comportement dû à la

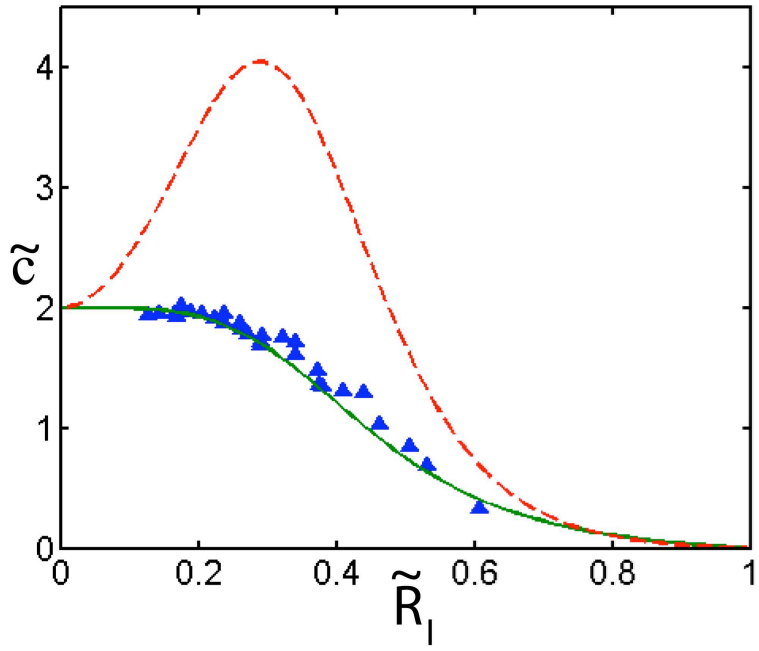


FIG. 6.16 – Vitesse de phase de motifs de type champignons pour différents Re en fonction de $\tilde{R}_I$ ainsi que les prédictions de la théorie aux petites longueur d'onde (ligne verte) et aux grandes longueurs d'onde (ligne pointillée rouge). $M = 25$.

transition entre perles et champignons avec la variation des caractéristiques due à $\tilde{R}_I$ et Re, la vitesse de phase est un bon témoin de la transition puisque pour les champignons, elle ne dépend pas de Re et est très proche de la prédiction aux petites longueurs d'onde.

Nous avons donc non seulement un changement d'aspect lors de la transition entre les motifs perles et champignons, mais aussi un changement dans la vitesse de phase puisque la vitesse des perles dépend de Re et s'éloigne de la vitesse de l'interface. Les champignons, bien qu'ayant une longueur de l'ordre du rayon du tube sont assez bien décrits par l'analyse d'instabilité aux petites longueurs d'onde. Les perles, par contre, ne peuvent être décrits par l'une ou l'autre de ces analyses et se situent entre les deux prédictions.

Nous avons mesuré aussi la distance à laquelle les motifs apparaissent. Pour cela, nous relevons sur le diagramme spatiotemporel la trajectoire du maximum d'amplitude d'un motif. De là nous pouvons déterminer à quelle distance $\tilde{x}$ ce maxima commence à différer de $\tilde{R}_I$. Nous effectuons la moyenne des distances trouvées pour plusieurs motifs et nous l'appelons $\tilde{L}_a$(fig. 6.17). Cette longueur ne dépend pas du nombre de Reynolds dans la zone étudiée. Nous verrons dans le chapitre 7 que pour certains paramètres ($\tilde{R}_I$,Re), cette longueur peut changer avec Re dans le cadre de la transition convectif-absolu. La longueur ne dépend pas non plus du type de motifs, bien que, dans le cas des perles, la longueur d'apparition varie beaucoup plus avec le temps que pour les champignons et est donc plus difficile à mesurer. Elle dépend par-contre de $\tilde{R}_I$ et semble suivre une loi du type $\frac{0.6}{\tilde{R}_I^2}$, du moins dans le cas des champignons. Les motifs peuvent donc apparaître de $\tilde{x} = 1$ à $\tilde{x} = 30$.

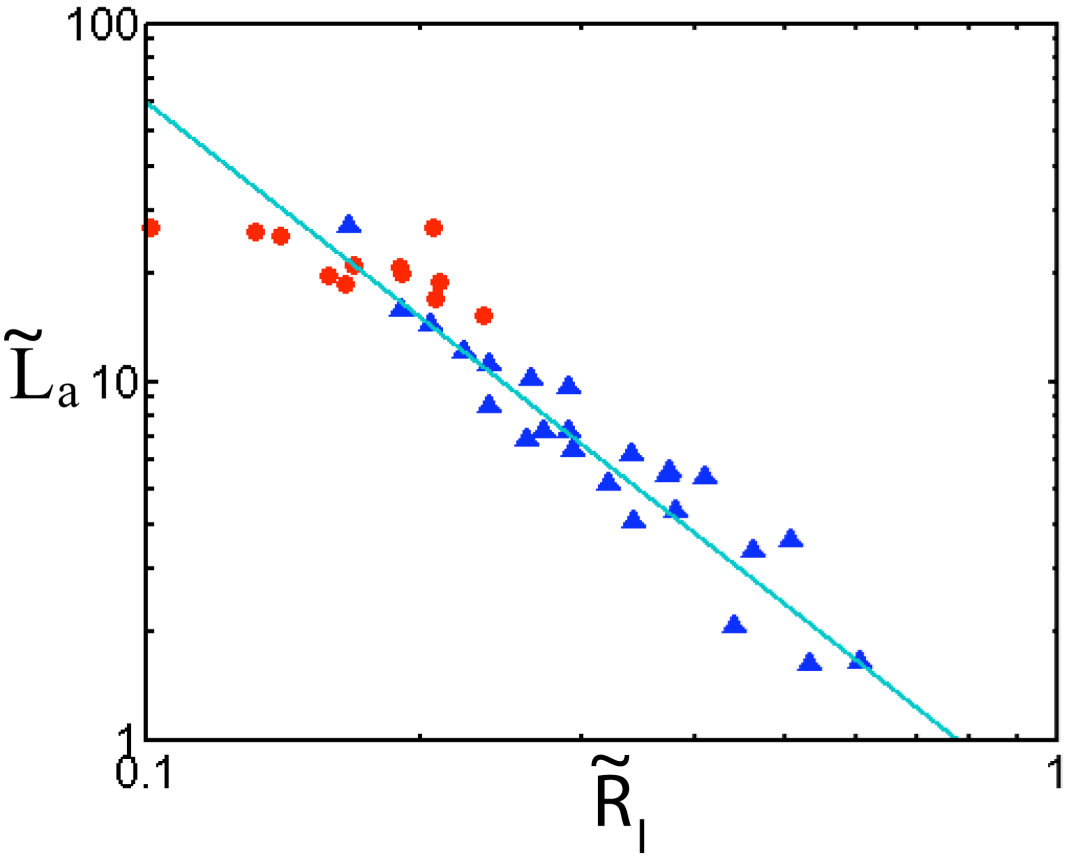


FIG. 6.17 – Longueur d'apparition des champignons (▲) et des perles (•) en fonction de $\tilde{R}_I$ pour plusieurs Re. $M = 25$. La longueur d'apparition des champignons semble suivre une loi en $\frac{0.6}{\tilde{R}_I^2}$.

6.5 PIV

Nous avons mesuré par PIV le champ de vitesse dans la zone où les motifs de champignons sont développés (fig 6.18). Nous pouvons observer que la vitesse du fluide de coeur est plus grande lorsque $\tilde{r}_I$ diminue et plus

faible au maximum d'amplitude du motif.

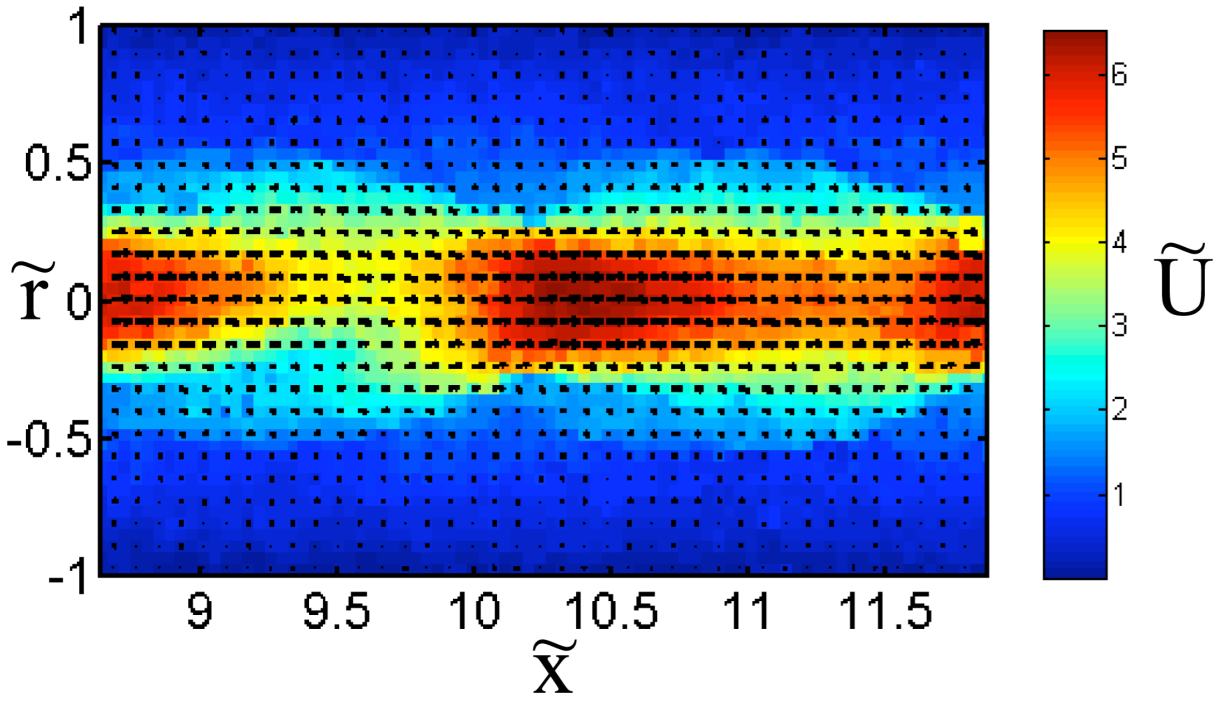


FIG. 6.18 – Champ de vitesse normalisée sur un plan contenant l'axe du tube dans la zone des motifs de champignons. La norme de la vitesse est codée en code couleur. $M = 25$. $Re = 16$. $\tilde{R}_I = 0.40$.

Si l'on représente maintenant la différence entre ce champ de vitesse expérimental et le champ de vitesse de l'état de base (6.19), nous pouvons voir que le champ de vitesse du fluide annulaire est peu perturbé par les instabilités, puisque cette différence est quasiment égale à zéro. Dans le fluide de

coeur, par contre, le champ de vitesse selon $\tilde{x}$ est inférieur à celui de l'état de base vers les maxima d'amplitude des motifs et supérieur vers les minima et dans les ailes. Le champ de vitesse selon $\tilde{r}$ présente aussi une alternance.

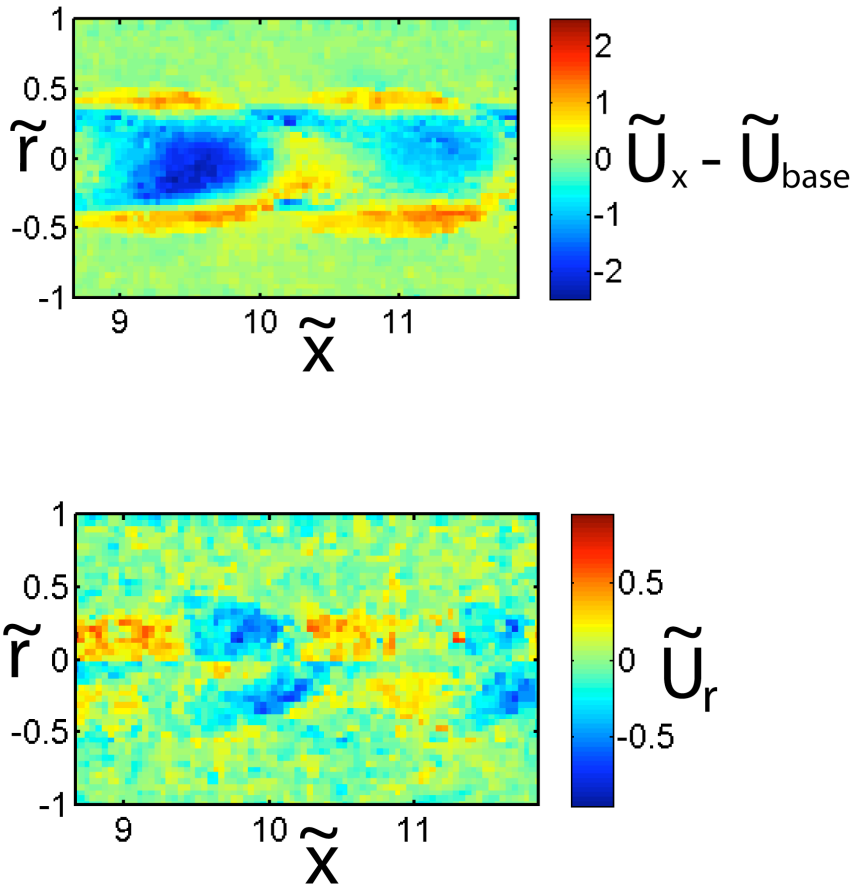


FIG. 6.19 – Différence entre le champ de vitesse normalisée et le champ de vitesse normalisée de l'état de base sur un plan contenant l'axe du tube dans la zone des motifs de champignons. L'image en haut représente en code couleur la différence entre la vitesse selon x et la vitesse de l'état de base $\tilde{U}_x - \tilde{U}_{base}$. L'image en bas représente la vitesse radiale $\tilde{U}_r$. $M = 25$. $Re = 16$. $\tilde{R}_I = 0.40$.

Par contre, nous n'avons pas pu observer le champ de vitesse dans les mo-

tifs de perles, les motifs de perles étant plus petits que ceux des champignons, les mesures du champ de vitesse n'ont pas assez de précision.

6.6 Effet de la viscosité

Nous avons fait varier la viscosité des deux fluides ainsi que M afin de pouvoir déterminer le rôle de la viscosité dans la transition entre les deux régimes. La gamme de viscosité que l'on peut utiliser est très restreinte. En effet, si M<15, les motifs d'instabilité deviennent très irréguliers et l'interface diffuse, il nous est difficile d'en mesurer des caractéristiques précises. Enfin, si nous utilisons des viscosités trop grandes, la longueur d'apparition des motifs aux petits rayons $\tilde{R}_I$ devient trop grande et on ne peut plus observer les motifs. Une expérience a été conduite pour $M = 20$ et $\nu_c = 1,5.10^{-6}m^2.s^{-1}$ et une autre pour $\nu_c = 0,8.10^{-6}m^2.s^{-1}$ et $M = 36$. Nous observons un changement dans le diagramme d'existence des régimes dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re) (figures 6.20). Si nous faisons l'hypothèse que la loi en $\tilde{R}_I^{-2}$ est toujours valable quelles que soient les viscosités des fluides, nous avons la courbe de transition égale à $\frac{0.5}{\tilde{R}_I^2}$ pour $M = 20$ et $\nu_c = 1.5.10^{-6}m^2.s^{-1}$ et $\frac{0.47}{\tilde{R}_I^2}$ pour $M = 36$ et $\nu_c = 0.8.10^{-6}m^2.s^{-1}$. Il nous est difficile de trouver une loi simple dépendant de M ou de ν_c, il semble que la courbe de transition dépendent des deux de manière complexe.

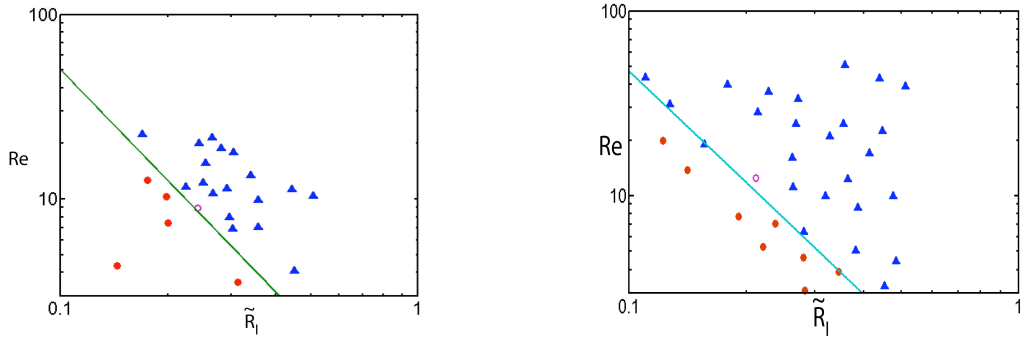


FIG. 6.20 – Diagrammes d'existence des deux motifs dans le plan ($\tilde{R}_I$,Re) en échelle logarithmique. Les motifs de champignons (▲) se retrouvent pour des grands Re ou $\tilde{R}_I$ tandis que les motifs de perles (●), pour des Re ou $\tilde{R}_I$ plus petits. Le symbol (○) dénote la coexistence des deux motifs dans la même expérience. La droite de pente -2 sépare les deux domaines. $\nu_c = 0,8.10^{-6}m^2.s^{-1}$ et M=36, à gauche et $\nu_c = 1,5.10^{-6}m^2.s^{-1}$, M=20 à droite.

6.7 Expérience de forçage

Nous avons étudié la réponse du système à une fréquence imposée f_f. Notamment, nous avons observé si les fréquences mesurées lors des expériences précédentes sont robustes. Pour cela nous avons modulé les deux débits avec une petite amplitude a : lors du forçage, $Q_c = \bar{Q}_c + asin(2\pi f_f t)$ et $Q_a = \bar{Q}_a - asin(2\pi f_f t)$. Ainsi le débit total reste constant au cours du temps. Cela est effectué en programmant les générateurs commandant les pompes. Si nous pouvons faire varier a avec l'amplitude de la tension appliquée par le générateur, il nous est difficile de l'évaluer, le passage des fluides dans les tuyaux amortissant un peu la variation d'amplitude.

Sur la première photo en haut de la figure 6.21 et les premières figures en haut à gauche des figures 6.22 et 6.23 sont représentés la photo et les diagrammes spatiotemporel et spatiofréquenciel d'une expérience dans le régime de perles, sans forçage. Après la longueur d'apparition, nous avons observé des motifs dont la fréquence naturelle $\tilde{f}_{max}$ est de 1.3.

Puis nous avons forcé les débits avec une fréquence de forçage $\tilde{f}_f = 0.75$

inférieure à $\tilde{f}_{max}$, mais en gardant le même nombre de Reynolds et le même $\tilde{R}_I$ moyen que l'expérience précédente. Nous pouvons observer sur la figure 6.21 que la modulation forcée est retrouvée dans ce qui était la longueur d'apparition de l'expérience naturelle. Par contre au delà, les motifs se scindent en deux. Cela est aussi visible dans le diagramme spatiotemporel de cette expérience où les pertubations initiales se séparent en deux pertubations de taille et vitesse différentes (figure 6.22)

Si l'on étudie le diagramme spatiofréquenciel de l'expérience, la fréquence imposée est présente tout au long de l'expérience mais elle se superpose à la fréquence naturelle que l'on aurait sans forçage (fig.6.23).

Si maintenant nous forçons l'écoulement à une fréquence égale à la fréquence naturelle : $\tilde{f}_f = 1.3$, nous n'avons plus que cette fréquence d'excitée et nous obtenons des motifs réguliers tout le long du tube. (figures 6.21, 6.22 et 6.23)

Enfin, si nous forçons à une fréquence supérieure de la fréquence naturelle ($\tilde{f}_f = 2.6$), nous retrouvons aussi la superposition des deux fréquences, naturelle et forcée (figures 6.21, 6.22 et 6.23).

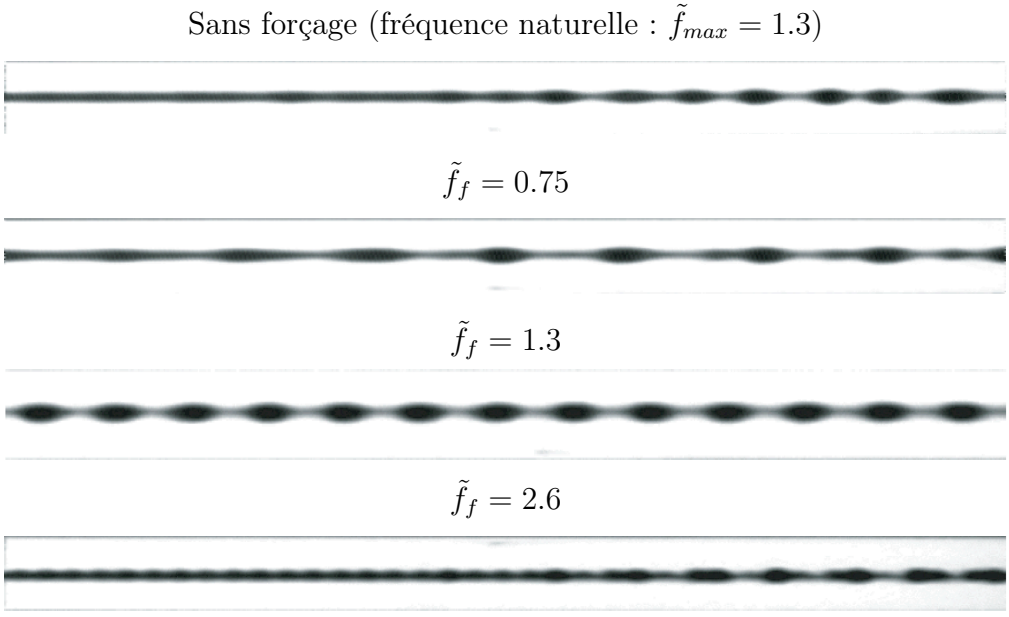
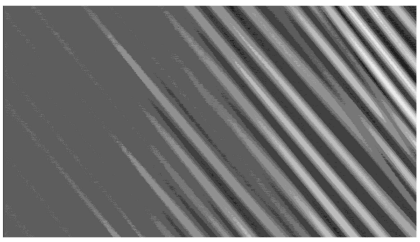
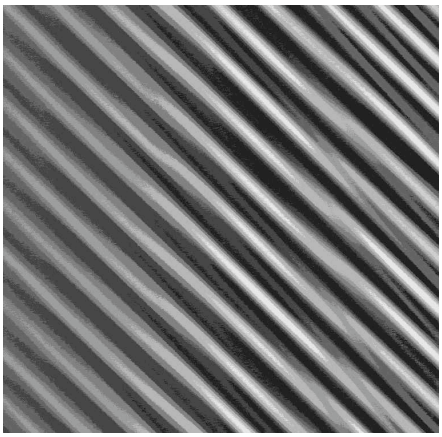


FIG. 6.21 – Image d'expériences de forçage à $\tilde{R}_I = 0.14$ et $Re = 19$, $M = 25$. La hauteur de chaque image est le diamètre du tube (2cm). Distance du bord gauche : $\tilde{x} = 25$.

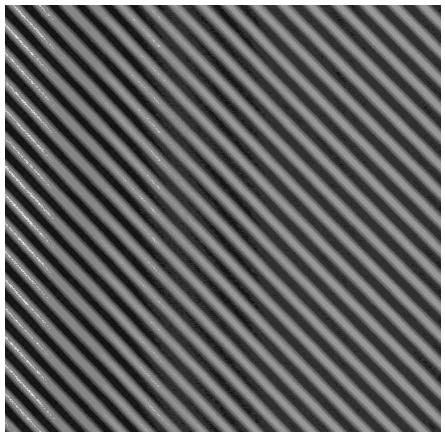
Sans forçage (fréquence naturelle : $\tilde{f}_{max} = 1.3$)



$\tilde{f}_f = 0.75$



$\tilde{f}_f = 1.3$



$\tilde{f}_f = 2.6$

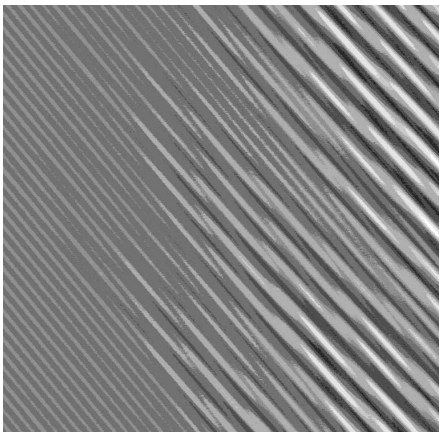


FIG. 6.22 – Diagrammes spatiotemporels d'expériences de forçage à $\tilde{R}_I = 0.14$ et $Re = 19$, $M = 25$. En unités normalisées, la hauteur de l'image en haut à gauche est de 5.7 et sa largeur 26, puis pour les autres, de 11.4 et 26. Distance du bord gauche : $\tilde{x} = 25$.

Sans forçage (fréquence naturelle : $\tilde{f}_{max} = 1.3$)

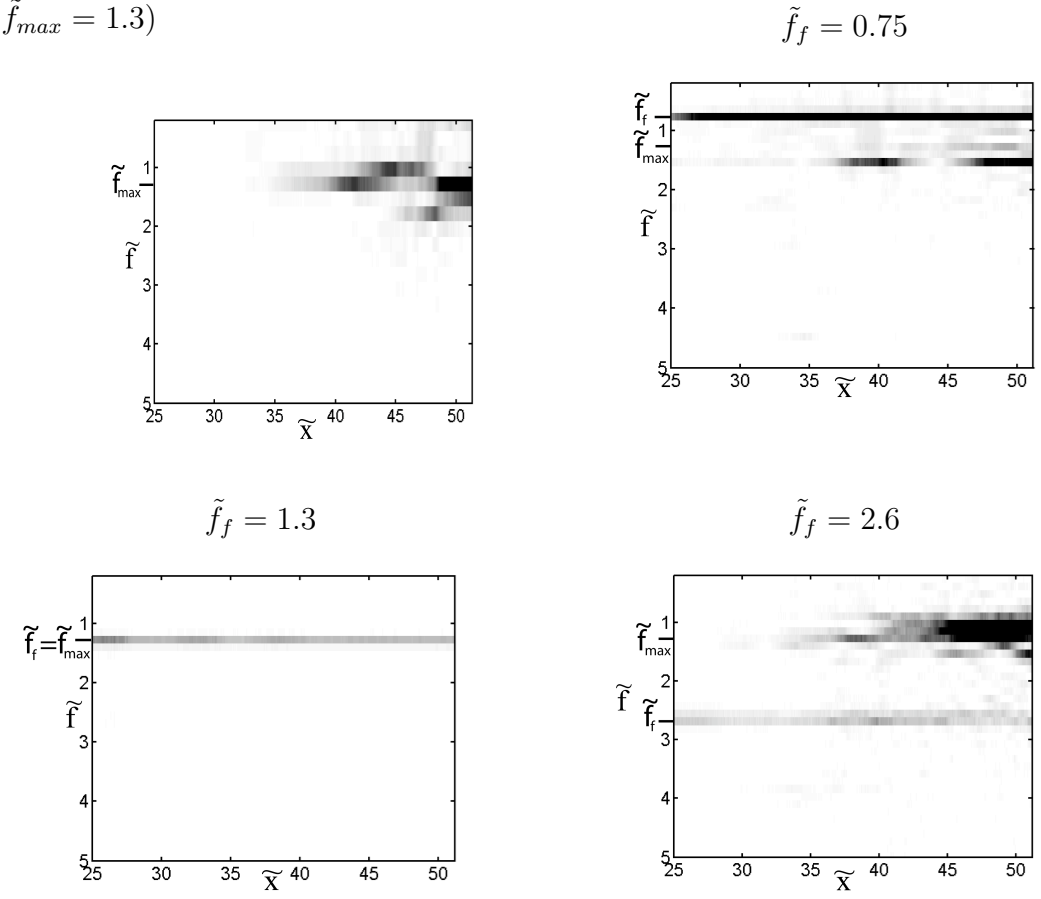


FIG. 6.23 – Diagrammes spatiofréquenciels d'expériences de forçage à $\tilde{R}_I = 0.14$ et $Re = 19$, $M = 25$.

Ce comportement se retrouve aussi pour les motifs de type champignons et pour des amplitudes a différentes. Nous avons donc une distribution de fréquences très robuste. Même si l'état de base est perturbé, nous retrouvons toujours l'instabilité naturelle.

Nous pouvons aussi, en forçant le système à une fréquence égale à la fréquence naturelle obtenir des motifs très réguliers.

Le forçage permet de mesurer la courbe de dispersion d'une instabilité en mesurant le taux de croissance spatial des perturbations imposées. Dans ce cas ci, toutefois, nous n'avons pas pu mesurer ce taux car il est trop faible.

Par contre, nous avons pu mesurer ces taux de croissance dans les cas où leurs valeurs sont plus élevées. Nous les présenterons dans le chapitre 7, puisque ces courbes de dispersion expérimentales servent à décrire la transition entre instabilités convectives et absolues.

Nous avons donc répertorié deux motifs différents dans le cas d'un écoulement concentrique de deux fluides miscibles, de même densité mais de viscosité différentes. Les motifs perles se retrouvent pour de faibles valeurs de rayons $\tilde{R}_I$ et nombres de Reynolds Re tandis que les champignons pour des grandes valeurs de $\tilde{R}_I$ et Re. Cette transition n'est pas encore comprise physiquement mais pourrait traduire une compétition entre forces visqueuses et inertielles. Les motifs de perles montrent une dynamique interne riche.

Ces deux motifs ont une longueur d'onde du même ordre de grandeur que le rayon du tube. Toutefois, les motifs de champignons peuvent être décrits par l'analyse de stabilité linéaire aux petites longueurs d'onde puisque leurs vitesses mesurées sont proches de cette prédiction théorique. Les perles ne peuvent pas être décrites par les analyses de stabilité linéaire aux petites ou grandes longueurs d'onde mais se situent entre les deux prédictions.

Nous n'avons pas pu étudier l'effet de la viscosité sur la transition entre les motifs puisque la gamme de viscosités accessible expérimentalement est réduite et que le système semble dépendre de manière complexe de la viscosité de fluide de coeur ν_c et de M.

Des expériences de forçage ont montré que les fréquences des motifs étaient robustes. En effet, les perturbations générées par le forçage se superposent aux fréquences naturelles sans les altérer.

Un article a été publié sur la transition entre ces deux motifs [27].

Chapitre 7

Instabilités absolues et convectives

Pour certaines valeurs de ($\tilde{R}_I$, Re), nous pouvons observer que l'endroit où les motifs d'instabilités de type champignon apparaissent peut se retrouver très proche ou au contraire loin de l'injection et que le spectre de fréquence de l'expérience peut être très piqué ou au contraire très large. Cette différence de comportement peut faire penser à la différence entre des instabilités convectives ou des instabilités absolues. En revanche, nous n'avons pas observé ceci pour les motifs de perles. En effet, quels que soient les paramètres utilisés, les perles ayant un spectre de fréquence très large et une longueur d'apparition très longue et fluctuante, nous verrons dans ce chapitre qu'elles sont nécessairement convectives. Aussi, tous les motifs étudiés dans ce chapitre seront de type champignons.

Une instabilité convective se comporte comme un amplificateur de bruits : les motifs observés proviennent des bruits extérieurs tandis que pour une instabilité absolue, les motifs observés proviennent d'un mécanisme interne. Des expériences hydrodynamiques ont montré la présence d'instabilités convectives et absolues. Par exemple, si deux écoulements uniformes de fluides ayant des vitesses différentes sont superposés, il se forme dans la couche de mélange entre les deux fluides des motifs d'instabilités dits de Kelvin-Helmholtz [28]. Ces instabilités se comportent comme des amplificateurs de bruits et sont convectives.

Par contre, les motifs d'instabilités se développant dans un écoulement à l'arrière d'un obstacle, les allées de Von-Karman, proviennent d'un mécanisme intrinsèque. Ces instabilités sont absolues.

D'autres exemples présentent un comportement d'instabilité absolue ou d'instabilité convective selon les paramètres de contrôle de l'expérience. Le jet de deux fluides immiscibles mais de tension de surface négligeable dans un réservoir contenant un troisième fluide au repos en est un exemple [29].

Un autre exemple de transition entre une instabilité convective et absolue est donné par le comportement d'un film visqueux tombant sur une fibre verticale [30].

Après une introduction à la théorie des instabilités convectives et absolues, nous apppliquerons différents critères à nos expériences afin de déterminer les paramètres de la transition, notamment à l'aide des expériences de forçage. Nous essaierons d'analyser les effets de l'injecteur et de la viscosité et comparerons nos résultats expérimentaux à des simulations numériques et à une analyse linéaire d'instabilités aux grandes longueurs d'onde.

7.1 Théorie des instabilités convectives et absolues

7.1.1 Approche linéaire

En écoulement ouvert, c'est-à-dire quand chaque particule de fluide disparaît définitivement du système considéré au bout d'un certain temps, deux comportements d'instabilités peuvent être distingués : instabilités convectives ou absolues. Cette distinction a été utilisée dans la physique des plasmas avant d'être appliquée à l'hydrodynamique. P. Huerre et M. Rossi [6] ont écrit la synthèse de la théorie pour des instabilités linéaires.

Si on applique une impulsion (une fonction de Dirac) à un écoulement hydrodynamique, trois réponses peuvent se produire, schématisés dans la figure 7.1.

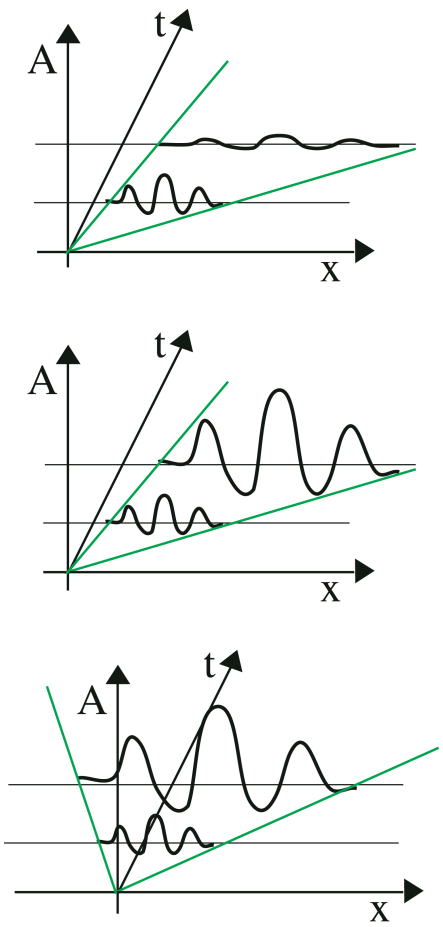


FIG. 7.1 – Schéma des trois réponses possibles à une impulsion dans un écoulement représenté dans un repère (x,t,A). Sur la figure du haut, l'amplitude du paquet d'onde tend vers zéro avec le temps : l'écoulement est stable. Sur les deux autres fiqures, l'amplitude du paquet d'onde augmente avec le temps, ces écoulements sont donc instables. Sur la figure du milieu, les deux "bords" du paquet d'onde sont advectés vers les x croissants. Si l'on attend assez longtemps, le paquet d'onde aura disparu du système considéré. Il faut donc une excitation permanente pour que les instabilités soient toujours présentes dans le système. L'écoulement est appelé instable convectif. Sur la figure du bas, les "bords" du paquet d'onde ont des vitesses opposées. Si l'on attend assez longtemps, le paquet d'onde aura envahi tout le système considéré et le système sera instable de façon permanente. L'écoulement est appelé alors instable absolu.

Si l'amplitude A de la perturbation diminue asymptotiquement vers zéro dans tout le domaine considéré avec le temps, l'écoulement est alors stable. C'est un écoulement linéairement instable si A tend vers l'infini avec le temps. On distingue alors deux cas : quand la perturbation est advectée en aval de l'écoulement avec le temps, on parle d'instabilité convective. Quand la perturbation se propage, non seulement en aval de la source, mais aussi en amont, on parle d'instabilité absolue.

Plus formellement, on considère une équation de propagation linéaire d'une onde dépendant du temps t, d'une variable spatiale x et d'un opérateur différentiel linéaire D :

$$D[-i\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}]\psi(x,t) = 0 \tag{7.1}$$

ayant comme modes propres $\psi(x,t) = Be^{i(kx-\omega t)}$, B étant l'amplitude du mode et k et ω reliés par l'équation de dispersion $D(k,\omega) = 0$ et $\Re(k) = k_r$, $\Im(k) = k_i$, $\Re(\omega) = \omega_r$, $\Im(\omega) = \omega_i$.

L'amplitude de l'onde est $Be^{-(k_i x-\omega_i t)}$ et la vitesse v_{env} de l'enveloppe est définie par $v_{env} = \frac{\omega_i}{k_i}$. Sa phase est $e^{i(k_r x-\omega_r t)}$ et la vitesse de phase c est définie par $c = \frac{\omega_r}{k_r}$. La vitesse de groupe est définie par $v_g = \frac{d\omega_r}{dk_r}$. Afin de connaître le type de stabilité d'un système, une méthode est d'injecter une impulsion à un temps $t = 0$ et à $x = 0$ et d'observer son évolution. Nous cherchons la fonction de Green causale G (la réponse à l'impulsion) :

$$DG(x,t) = \delta(x)\delta(t) \tag{7.2}$$

Le principe de causalité implique $G = 0$ pour $t < 0$ (toute réponse à l'impulsion est nécessairement postérieure à l'impulsion). G est calculée par une transformée de Fourier :

$$G(x,t) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{C_1} dk \int_{C_2} d\omega \frac{e^{i(kx-\omega t)}}{D(k,w)} \tag{7.3}$$

C_1 est l'axe réel $]-\infty,\infty[$et C_2 doit passer au-dessus de tous les zéros de $D(k,w)$ dans le plan complexe pour que le principe de causalité soit respecté. $G(x,t)$ est intégré sur ω :

$$G(x,t) = \frac{i}{2\pi}\sum_j \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{i((kx-\omega_j(k)t)}}{D'(k,\omega_j(k))} \tag{7.4}$$

où $\omega_j(k)$ sont les solutions de $D(k,\omega) = 0$. Soit ω_{max} le mode propre le plus instable. Ici, la méthode du col est utilisée pour intégrer selon k. Nous nous plaçons dans un référentiel qui avance à une vitesse v, soit $x = vt$, $\hat{\omega}_{max} = \omega_{max} - kv$ et $D'(k', \omega') = D(k', \omega' + k'v)$ soit,

$$G_v(t) = \frac{i}{2\pi} \sum_j \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{-i\hat{\omega}_{max}t}}{D'(k, \omega_j(k))} \tag{7.5}$$

et le comportement aux temps long est cherché, c'est-à-dire les points cols k^* où la phase et l'amplitude sont stationnaires : $\frac{d\hat{\omega}}{dk} = 0$. Nous avons alors :

$$\Im(\frac{d\omega}{dk}) = \frac{\partial \omega_i}{\partial k_r} = -\frac{\partial \omega_r}{\partial k_i} = 0 \tag{7.6}$$

$$\Re(\frac{d\omega}{dk}) = \frac{\partial \omega_r}{\partial k_r} = \frac{\partial \omega_i}{\partial k_i} = v \tag{7.7}$$

chaque k^* est le point bas d'une crête montagneuse. On intègre entre $]-\infty, \infty[$ selon la ligne de plus grande pente, d'où $G_v(t)$ est proportionnel à :

$$G_v(t) \propto e^{-i\hat{\omega}^* t} \tag{7.8}$$

avec $\hat{\omega}^* = \hat{\omega}(k^*)$. Le système aux temps longs subit une oscillation de fréquence $\hat{\omega}_r^*$ et de croissance $\hat{\omega}_i^* = \sigma$.

Si $\sigma > 0$, le signal est instable dans ce référentiel. σ dépend de v. Le signal aux temps long est donc un paquet d'onde qui croît en s'élargissant. Un schéma représentant le taux de croissance d'un paquet d'onde est dessiné sur la figure fig 7.2.

Si le taux maximum σ_M est positif, l'écoulement est alors instable. v_- et v_+ sont les vitesses correspondant aux points neutres où le taux de croissance est nul. Elles sont les vitesses des deux "bords" du paquet d'onde (Cf figure 7.1).

Si on se place dans le référentiel du laboratoire, i.e. $v = 0$ et $\sigma_0 = \sigma(v = 0)$, on peut parler d'instabilité convective ou absolue. Si σ_0 est négatif, les deux vitesses v_- et v_+ sont du même signe : le paquet d'onde est advecté et l'instabilité est convective.

Si σ_0 est positif, les signes de v_- et v_+ sont opposés. Le paquet d'onde se propage alors dans les deux sens. L'instabilité est absolue.

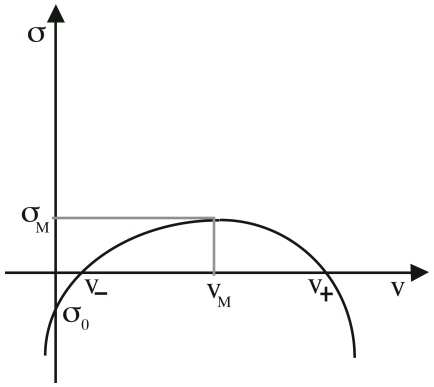


FIG. 7.2 – Taux de croissance d'un paquet d'onde σ en fonction de v la vitesse du réferentiel. $v = 0$ correspond au référentiel du laboratoire. Si $\sigma_0 = \sigma(v = 0)$ est négatif, comme c'est le cas sur ce schéma, les vitesses v_- et v_+ sont de même signe, l'instabilité est convective. Dans le cas contraire, si σ_0 est positif, v_- et v_+ sont de sens contraires et l'instabilité est absolue.

7.1.2 Critères de transition entre instabilités convectives et absolues par des représentations graphiques

Afin de déterminer les paramètres critiques de la transition entre instabilités convectives et absolues, il peut être pratique de représenter graphiquement la courbe de dispersion d'une instabilité. Ces représentations sont présentées par P. Huerre et M. Rossi dans "Hydrodynamics and non-linear instabilites" [6]. Comme illustration, nous allons prendre l'analyse d'instabilités aux grandes longueurs d'onde dont les premiers ordres ont été présentés dans le chapitre 5. Nous la poursuivons jusqu'à obtenir une équation de dispersion $\tilde{\omega} = f(\tilde{k})$ d'ordre $\tilde{k}^5$. Nous fixons $\tilde{R}_I = 0.5$.

Si nous utilisons une analyse temporelle de cette relation de dispersion, c'est-à-dire si nous fixons $\tilde{k}$ réel et $\tilde{\omega}$ complexe, nous pouvons chercher les valeurs de $\tilde{k}$ et de Re pour lesquelles l'écoulement est instable, c'est-à-dire $\tilde{\omega}_i > 0$. Ici, quel que soit Re, il existe des nombres d'ondes $\tilde{k}$ pour lesquels l'écoulement est instable (fig.7.3). De plus, les petits nombres d'onde sont toujours instables, ceci est donc compatible avec l'hypothèse des grandes longueurs d'onde.

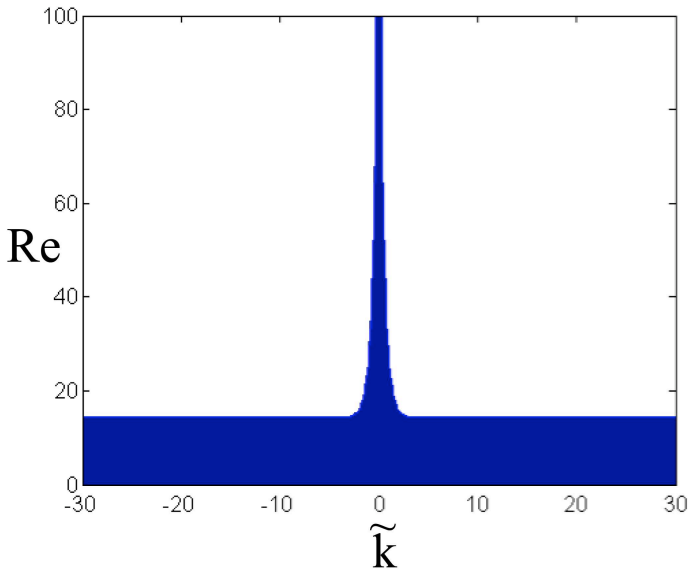


FIG. 7.3 – Courbe neutre de l'analyse d'instabilité aux grandes longueurs d'onde dans le plan $(\tilde{k}, Re)$. La zone en bleu correspond à un écoulement instable. $\tilde{R}_I = 0.5$.

Pour étudier la transition entre les instabilités absolues et convectives par rapport au paramètre Re, nous allons utiliser une analyse spatiale de l'instabilité, c'est-à-dire que nous allons fixer $\tilde{\omega}$ réel et $\tilde{k}$ complexe. Ce faisant, nous fixons le taux de croissance temporel des perturbations nul et nous allons alors chercher les paramètres Re délimitant les zones absolues et convectives.

Nous résolvons l'équation de dispersion et nous obtenons alors cinq branches dont trois présentent une transition entre instabilité convective et absolue. Nous allons donc ne pas présenter les deux autres branches. En fixant $Re = 10$, nous avons dans le plan $(\tilde{k}_r, -\tilde{k}_i)$ les trois branches dont deux pourraient être séparées de la troisième par une ligne horizontale (voir figure 7.4, en haut). Nous appellerons la branche au-dessous de cette ligne imaginaire $\tilde{k}^+$ (si nous avions représenté ces branches dans le plan $(\tilde{k}_r, \tilde{k}_i)$, elle serait au-dessus) et les deux autres branches $\tilde{k}^-$. Physiquement, ces trois branches correspondent à la réponse de l'écoulement si on le soumettait à un forçage localisé, les branches $\tilde{k}^-$ représentent les ondes se propageant en amont et

la branche $\tilde{k}^+$ celles se propageant en aval. Comme les instabilités se développent depuis l'entrée dans notre expérience, nous ne pouvons pas observer les branches $\tilde{k}^-$. Comme nous pouvons l'observer, la partie imaginaire de $\tilde{k}^+$ est négative pour la fenêtre de $\tilde{\omega}$ utilisée, donc l'écoulement est instable à $Re = 10$. Nous représentons aussi ces branches dans les plans $(\tilde{\omega}, \tilde{k}_r)$ et $(\tilde{\omega}, \tilde{k}_i)$.

Nous allons faire varier Re et observer les changements dans ces branches.

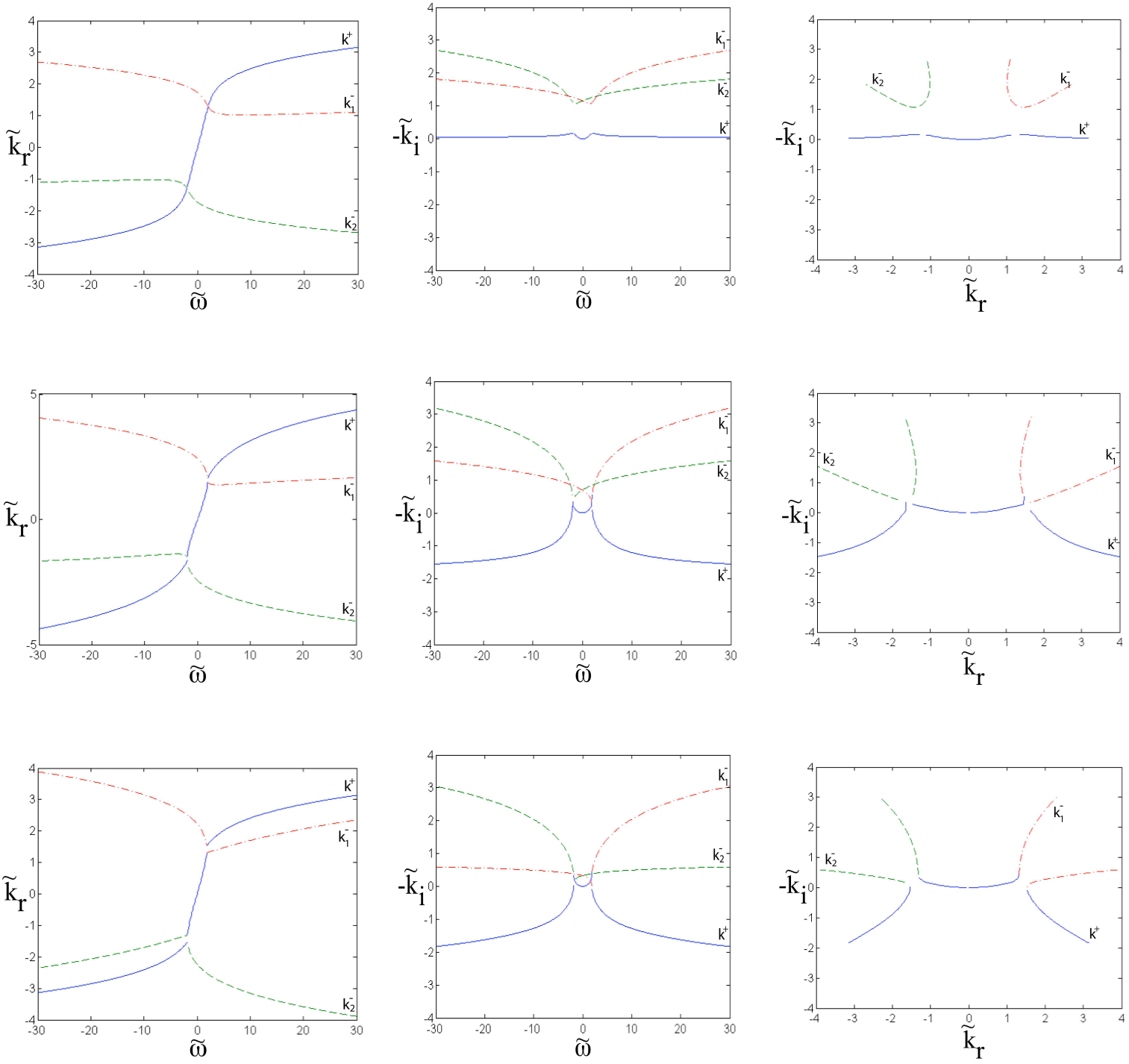


FIG. 7.4 – Courbes situées en haut : $Re = 10$ et de gauche à droite : $\tilde{k}_r$ en fonction de $\tilde{\omega}$ réel, $-\tilde{k}_i$ en fonction de $\tilde{w}$ et $-\tilde{k}_i$ en fonction de $\tilde{k}_r$. Au milieu, $Re = 14.3$ et en bas, $Re = 15$ avec les mêmes notations. $\tilde{R}_I = 0.50$. $M = 25$.

Si maintenant, nous augmentons progressivement le nombre de Reynolds jusqu'à $Re = 14.3$, nous observons que les branches subissent des changements de comportement dans les trois plans (fig. 7.4, série du milieu). Dans les plans $(\tilde{\omega}, -\tilde{k}_i)$ et $(\tilde{k}_r, -\tilde{k}_i)$, les trois branches se rejoignent et se recomposent entre elles. Les branches dans le plan $(\tilde{\omega}, \tilde{k}_r)$ se fractionnent et de nouvelles branches se recomposent entre les branches $\tilde{k}^+$ et $\tilde{k}^-$. Ceci est considéré comme le signe de la transition entre instabilité convective et absolue pour P. Huerre et M. Rossi [6].

Enfin, si nous augmentons de nouveau Re à $Re = 15$ (fig. 7.4, série du bas), nous pouvons observer que les branches recomposées dans le plan $(\tilde{\omega}, -\tilde{k}_r)$ et $(\tilde{k}_r, \tilde{k}_i)$ se séparent.

Dans le cas absolu, comme nous ne pouvons plus utiliser un contour d'intégration C_1 qui ne couperait pas les branches spatiales, le principe de causalité n'est plus respecté et les branches étudiées par une analyse spatiale n'ont plus de sens physique.

Nous avons donc une transition entre instabilités absolues et convectives au point ($\tilde{R}_I = 0.5$, $Re = 14.3$). Il est difficile d'interpréter ce comportement des branches lors de la transition d'un point de vue expérimental : d'une part, nous n'avons pas accès aux branches $\tilde{k}^-$ dans nos expériences, d'autre part, les branches spatiales dans le cas absolu n'ont plus de sens physique. Nous pourrions toutefois repérer expérimentalement cette transition par le pincement des branches observé dans les plans $(\tilde{\omega}, -\tilde{k}_i)$ et $(\tilde{k}_r, -\tilde{k}_i)$.

Des transitions à d'autres valeurs de $\tilde{R}_I$ ont aussi été relevées, elles seront représentées conjointement aux résultats expérimentaux. On peut donc trouver une transition entre instabilités absolues et convectives dans l'analyse d'instabilités pour de grandes longueurs d'onde. Comme nous avons montré que nos instabilités sont plus proches dans le cas des champignons de l'analyse d'instabilité pour les petites longueurs d'onde, il serait intéressant, de manière similaire, de continuer l'analyse d'instabilité linéaire aux petites longueurs d'onde à des ordres plus grands et de déterminer si la transition entre instabilité convective et instabilité absolue peut être observée dans ce cas.

7.1.3 Prises en compte des limites expérimentales

Cette étude, utile du point de vue théorique, n'a que peu d'applications concernant les expériences. En effet, nous n'avons pas accès à un état stable du système et nous pouvons difficilement exciter localement un écoulement.

De plus, nos motifs d'instabilités ne restent pas linéaires mais se saturent en motifs non-linéaires. Enfin, il faut pouvoir tenir compte des configurations expérimentales : notamment l'effet d'un obstacle (par exemple un injecteur) et le fait que l'écoulement n'est pas forcément parallèle. Des études théoriques ont été effectuées afin de prendre en compte ces effets.

Pour les instabilités non-linéaires, on parle aussi d'instabilités absolues et convectives. Un paquet d'onde aux temps longs aura deux points neutres ayant les vitesses v_- et v_+ [31]. Dû à la saturation, le paquet d'onde aura une amplitude constante en son centre.

Dans le cas le plus fréquemment étudié, selon W. van Saarloos [32], la vitesse v_- est égale à celle du cas linéaire, les non-linéarités sont confinées dans le paquet d'onde. Les valeurs de la fréquence et de la longueur d'onde sont alors les mêmes en ce point que dans le cas linéaire. Ce cas est appelé "pulled front". Dans l'autre cas, la vitesse des modes non-linéaires est plus grande que la vitesse du point neutre linéaire. A ce moment-là le front est déterminé par les non-linéarités. Ce cas n'a pas encore été mis en évidence expérimentalement et est appelé "pushed front". Nous allons faire un résumé de la théorie concernant les "pulled fronts".

Etats de base faiblement non-parallèles

L'état de base est faiblement non-parallèle, c'est-à-dire variable à l'échelle de l'expérience mais pouvant être considéré comme parallèle à l'échelle de la longueur d'onde des instabilités, a été étudié par B. Pier et al [33] [34]. Dans ce cas là, le couple (ω_0, k_0) qui signe la transition entre les instabilités convectives et absolues linéaires varie avec x. Il peut donc exister des systèmes où un domaine est convectif et un autre absolu. Un paquet d'ondes non-linéaires va donc se propager selon le comportement local linéaire où vont passer ses points neutres. Dans le cas où, pour une abscisse x_{ca} un domaine convectif se trouve en amont, et un domaine absolu en aval, le front se propage en amont après x_{ca} et en aval avant x_{ca}. Il se forme alors un front stationnaire au point x_{ca}. Ce comportement est résumé sur la figure 7.5.

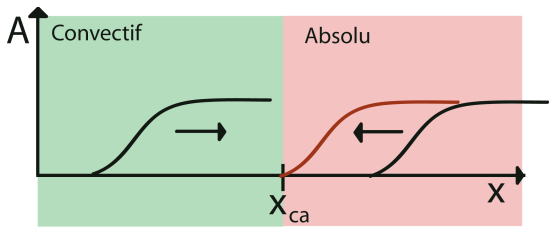


FIG. 7.5 – Schéma d'un front entre un domaine convectif en amont d'une abscisse x_{ca} et un domaine absolu en aval. Le front devant se propager vers les x positifs dans le domaine convectif et vers les x négatifs dans le domaine absolu, il se forme alors un front stationnaire fixé sur l'abscisse x_{ca}.

Les non-linéarités étant confinées à l'intérieur du paquet d'onde, nous aurons des oscillations correspondant au mode linéaire absolu de ce point à cet endroit. Le front suivra une croissance exponentielle suivant le taux spatial du mode linéaire à ce point. B. Pier et al ont démontré que dans le cas d'une équation de Ginzburg-Landau non-linéaire, ce front imposait sa fréquence à l'ensemble du domaine en aval, nous parlons alors ici de modes globaux non-linéaires. B. Pier et P. Huerre [35] ont aussi démontré que ce qui pouvait s'appliquer aux équations de Ginzburg-Landau s'appliquait aussi à des écoulements réels. Des fréquences obtenues par simulations numériques des allées de Von Karman ont été prédites avec une précision de 2% [35], celles d'un jet chaud, étudiées par Lesshafft et al, avec une précision de 10% [36].

Effet d'une injection

Une autre configuration expérimentale permettant d'observer des modes globaux est la présence d'un obstacle, par exemple l'injecteur qui rend le domaine semi-infini. Ici l'amplitude des oscillations doit être nulle à l'injection : $A = 0$ à $\tilde{x} = 0$. A. Couairon et J. M. Chomaz [37] [38] ont étudié les cas d'écoulements parallèles et faiblement non-parallèles. Dans le cas où le système est convectif sur tout son domaine ou près de l'injection, aux temps

longs, nous aurons alors une croissance spatiale des oscillations de type exponentiel.

Dans le cas où le système est absolu sur tout le domaine ou près de l'injection, nous avons alors un front stationnaire entre l'injection et les instabilités. Nous obtiendrons, comme précédemment, un mode global. Entre l'injection et la saturation non-linéaire des motifs d'instabilités, l'instabilité suit une croissance exponentielle. L'instabilité étant absolue, des ondes $\tilde{k}^-$ à la fréquence égale à la fréquence globale réelle et au taux de croissance temporel nul, se propagent vers l'injection et se réfléchissent sur la condition d'entrée, donnant naissance à des ondes $\tilde{k^+}$ se propageant vers la zone d'instabilités saturées. La superposition des deux ondes donnent donc cette croissance exponentielle spatiale. Le taux de croissance que l'on peut mesurer sera le maximum entre le maximum de taux de croissance $-\tilde{k}_i$ des ondes $\tilde{k^+}$, et le minimum de $-\tilde{k}_i$ des ondes $\tilde{k}^-$. Mais près de $\tilde{x} = 0$, cette croissance exponentielle n'est plus valable puisque, si, dans le cas de l'état de base faiblement non parallèle, le front peut se développer librement de façon exponentielle selon son taux de croissance, dans le cas de l'injection, l'amplitude est forcée à zéro à $\tilde{x} = 0$. Il en résulte une distorsion de l'amplitude et de la fréquence qui a été étudiée dans le cas de Ginzburg-Landau par A. Couairon et J.M Chomaz dans le cas parallèle [37] et généralisée aux configurations faiblement non-parallèles [38] par les même auteurs. Sur la figure 7.6, l'amplitude a été dessinée. Elle a, loin de $x = 0$ où est située la limite, une croissance exponentielle. Mais, proche de $\tilde{x} = 0$, l'amplitude est forcée à atteindre 0. La distance dans laquelle l'amplitude n'a plus de comportement exponentiel est appelée zone de raccord. Dans le cas de l'écoulement parallèle, la pente de cette zone de raccord ainsi que la distance où l'amplitude de l'instabilité arrive à la saturation (aussi appelée longueur de cicatrisation) est proportionnelle à $\epsilon^{\frac{-1}{2}}$, ϵ étant l'écart au seuil de la transition entre instabilités convectives et absolues du paramètre de contrôle.

Dans le cas parallèle, le mode global apparaît au même seuil que l'instabilité absolue. Dans le cas faiblement non-parallèle, il est nécessaire que l'amplitude soit arrivée à la saturation non-linéaire dans la zone instable absolue avant de voir apparaître les modes globaux. Dans les deux cas, la fréquence globale est égale à celle de la fréquence absolue à l'injection au seuil d'apparition des modes globaux. En s'éloignant du seuil, la fréquence globale diffère de la fréquence absolue à l'injection par un terme dépendant de ϵ, l'écart au seuil du mode global. Cela a été vérifié dans des écoulements réels par des simulations numériques dans les jets chauds par L. Lesshafft et

al [36].

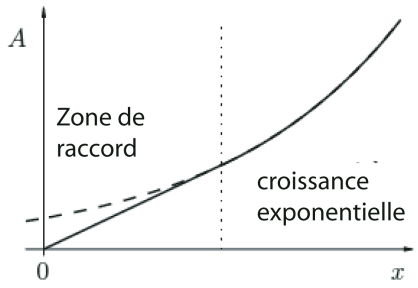


FIG. 7.6 – Schéma de l'amplitude (ligne continue) d'un front stationnaire dans un domaine semi-infini. A $x = 0$, l'amplitude doit être nulle et donc, proche de $x = 0$, dans la zone de raccord, l'amplitude ne peut plus avoir un comportement exponentiel (ligne pointillée) et subit une distorsion. Schéma de L. Lesshafft.

B. Selvam et al ont effectué des simulations numériques de nos expériences avec la présence d'un injecteur et des instabilités non-linéaires et ont trouvé des fréquences globales égales à celles trouvées pour une analyse d'instabilités linéaire. Nous pouvons donc supposer que le front entre l'injection et les instabilités est du type "pulled front".

De ces résultats théoriques, nous pouvons déduire plusieurs signatures des instabilités convectives et absolues qui peuvent être observées expérimentalement. Tout d'abord, dans le cas d'une instabilité convective, plusieurs fréquences sont susceptibles d'être excitées, conduisant à une certaine largeur de spectre. Par contre, dans le cas absolu, si l'on se base sur les résultats théoriques obtenus pour un écoulement faiblement non-parallèle et subissant l'effet d'une injection, nous n'aurons qu'une fréquence globale excitée. Le front entre l'injection et les instabilités détermine cette fréquence globale dans le cas de l'état de base parallèle et non-parallèle.

Enfin, la présence de l'injection implique une croissance de l'amplitude des perturbations dans les instabilités convectives et absolues de $\tilde{x} = 0$ à la saturation des motifs. Dans le cas où nous avons un écoulement parallèle

et instable convectif, les perturbations se développent à partir de l'entrée et nous aurons la longueur $\tilde{L}_p$ à partir de l'injection où une instabilité de fréquence donnée $\tilde{f}$ a une amplitude supérieure au seuil de détection telle que :

$$\tilde{L}_p \propto \frac{1}{-\tilde{k}_i(\tilde{f})} \tag{7.9}$$

Comme plusieurs fréquences $\tilde{f}$ contenues dans le bruit d'entrée peuvent être excitées et qu'elles n'ont pas le même taux de croissance spatial, la longueur $\tilde{L}_p$ sera variable.

En revanche, dans le cas d'une instabilité absolue, la longueur parallèle sera très courte puisque l'instabilité se propage non seulement en aval de l'écoulement mais aussi en amont et vient buter contre l'injection. Elle sera reliée à la forme du front entre l'injection et les instabilités et sera stable dans le temps. Dans notre cas, nous ne connaissons pas l'effet de la longueur L_ν sur le front. Par contre, cet effet devrait rester stable dans le temps. Nous nous attendons donc d'avoir une longueur $\tilde{L}_p$ constante au cours du temps dans le cas des instabilités absolues.

7.1.4 Réponse à un forçage

La réponse à un faible forçage à l'injection n'a été étudiée théoriquement que dans le cas où l'écoulement est forcé à la fréquence globale [37] dans le cadre d'une équation de Ginzburg-Landau. Toutefois, nous pouvons estimer l'effet d'un forçage à l'injection si l'écoulement est convectif dès lors que les taux de croissance des fréquences naturelles ne sont pas trop élevés. En effet, dans ce cas-là, les instabilités ayant besoin d'une certaine distance pour se développer, il existe alors une zone où l'écoulement est quasi-parallèle. Les perturbations forcées seront atténuées ou développées selon l'équation de dispersion du système. Cela est une manière de mesurer l'équation de dispersion de façon plus systématique et précise que si l'on mesurait le taux de croissance des motifs naturels. Si l'écoulement est instable absolu, la réponse du système est plus délicate, puisque l'état de base n'existe plus nulle part et le forçage va donc perturber un écoulement qui n'est plus parallèle mais déjà très instable. L'effet du forçage sur le front entre l'injection et les instabilités n'est pas non plus établi.

7.2 Détermination expérimentale de la transition entre les instabilités convectives et absolues

Comme on l'a vu, déterminer si un écoulement est convectif ou absolu est plus difficile expérimentalement que théoriquement ou numériquement : en effet, nous n'avons pas accès à un état stable du système. Nous pouvons toutefois exploiter certaines signatures visibles dans l'étude des instabilités. En effet, une instabilité convective a besoin d'une distance pour se développer depuis l'entrée tandis qu'une instabilité absolue vient buter contre l'entrée. De plus, dans le cas convectif, cette longueur varie. Enfin une instabilité absolue présentera une seule fréquence excitée tandis qu'une instabilité convective aura une distribution de fréquences plus large. Nous allons donc ajouter aux mesures de caractéristiques déjà présentées dans le chapitre 6, la longueur d'onde $\tilde{k}_r$, la fréquence $\tilde{f}_{max}$, la vitesse de phase $\tilde{c}$, plusieurs critères plus spécifiques afin de déterminer les zones convectives ou absolues dans notre diagramme ($\tilde{R}_I$, Re), la longueur où l'écoulement est parallèle, sa fluctuation et la largeur de spectre. Nous mesurerons aussi le taux de croissance des instabilités. Nous utiliserons des films en coupe LASER, ceux-ci permettant une meilleure résolution de l'interface. Si l'on prend l'exemple d'une expérience dont l'image et le diagramme spatiotemporel sont donnés par les figures 7.7 et 7.8, nous observons une longueur où l'écoulement est stable, puis l'apparition de perturbations dont la distribution en fréquence a une certaine largeur (figures 7.9 et 7.10).

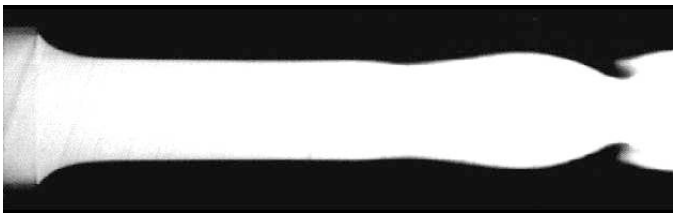


FIG. 7.7 – Image en coupe LASER d'un écoulement instable : $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 20$, $M = 25$. Hauteur de l'image : 2 cm.

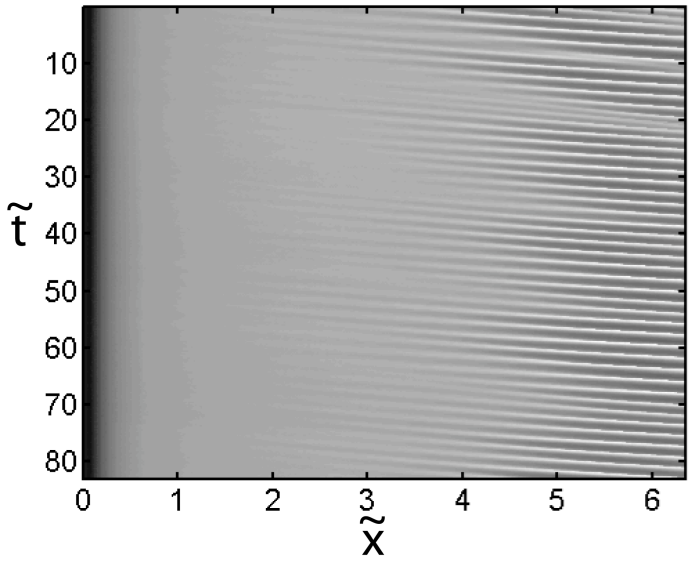


FIG. 7.8 – Diagramme spatiotemporel d'un écoulement instable : $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 20$, $M = 25$.

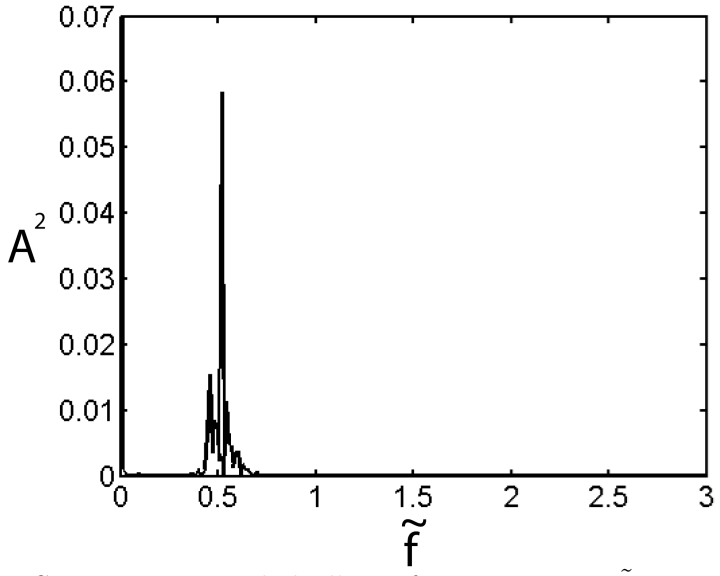


FIG. 7.9 – Spectre temporel de l'interface à $\tilde{x} = 4$. $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 20$, $M = 25$.

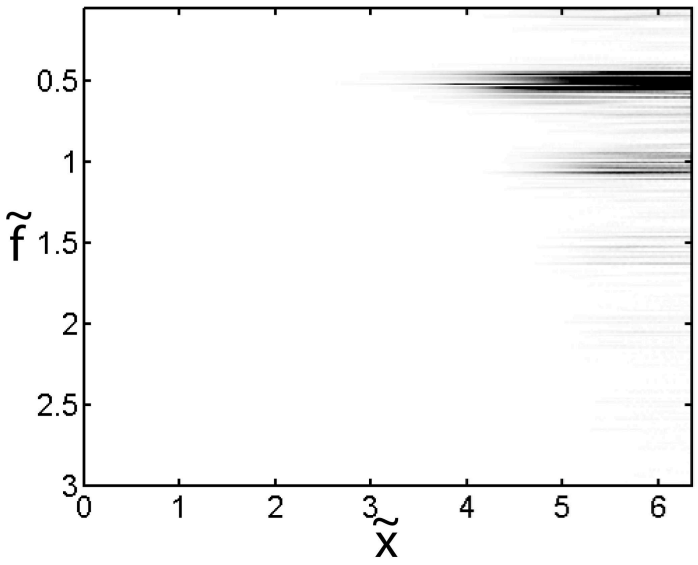


FIG. 7.10 – Diagramme spatiofréquenciel de l'interface. Les fréquences excitées sont en noir. $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 20$, $M = 25$.

Nous reprenons le même type d'étude des caractéristiques que dans le cas de la transition entre perles et champignons. Mais nous y ajoutons des mesures plus spécifiques de la caractérisation absolue ou convective du système. La première mesure est celle du taux de croissance spatial des motifs de fréquence $\tilde{f}_{max}$. Pour cela nous utilisons la courbe du spectre de puissance en fonction de $\tilde{x}$ pour $\tilde{f} = \tilde{f}_{max}$ (fig. 7.11), et nous mesurons le taux de croissance spatial $-\tilde{k}_i$ dans la zone de croissance exponentielle. C'est aussi dans cette zone que nous mesurons le nombre d'onde $\tilde{k}_r$ et la vitesse de phase $\tilde{c}$.

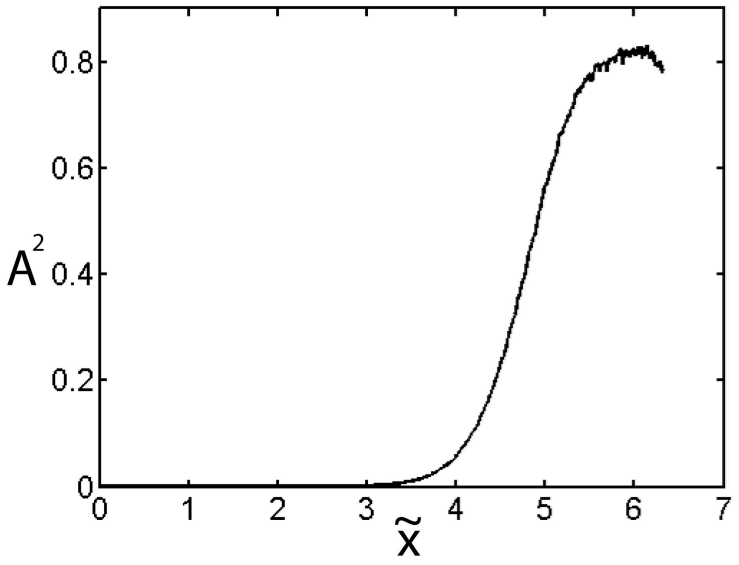


FIG. 7.11 – Puissance du spectre en fonction de $\tilde{x}$ pour $\tilde{f} = \tilde{f}_{max}$

Afin de caractériser la largeur de spectre en fonction de $\tilde{x}$, nous mesurons, pour chaque $\tilde{x}$, l'écart-type (le $rms(\tilde{x})$) de la puissance intégré entre 0.5 $\tilde{f}_{max}$ et 1.5 $\tilde{f}_{max}$, le $rms(\tilde{x})$ étant défini par :

$$\sqrt{\int p(\tilde{x},\tilde{f})\tilde{f}^2 d\tilde{f} - (\int p(\tilde{x},\tilde{f})\tilde{f} d\tilde{f})^2} \tag{7.10}$$

avec

$$p(\tilde{x}, \tilde{f}) = \frac{A^2(\tilde{x}, \tilde{f})}{\int A^2(\tilde{x}, \tilde{f}) d\tilde{f}} \tag{7.11}$$

Juste après l'injection, la courbe de $rms(\tilde{x})$ ainsi obtenue (figure 7.12) présente un plateau vers 0.3, l'instabilité n'y est pas encore développée. Ce plateau donne le $rms(\tilde{x})$ du bruit ambiant dans l'expérience. Cette valeur est la même quelles que soient les expériences. A l'endroit où l'instabilité apparaît, la courbe diminue vers un minimum rms_{min}. C'est cette valeur minimum que nous allons retenir pour caractériser la largeur de spectre de l'expérience. Nous effectuons deux autres mesures, dont la pente au point d'inflexion de la courbe $(-tan(\alpha))$. Cette pente représente "la rapidité" avec laquelle les instabilités s'installent. C'est une autre mesure du taux de croissance spatial. Nous mesurons aussi la longueur $\tilde{L}_p$, définie par l'intersection entre la tangente de la courbe au point d'inflexion et la droite horizontale correspondant à rms_{min}. Ceci caractérise la distance à l'injection à laquelle l'instabilité s'installe.

Nous pouvons aussi définir la longueur $\tilde{L}_{\|}$, distance $\tilde{x}$ où l'amplitude de l'instabilité (mesurée par la différence entre la moyenne temporelle des maxima et celle des minima d'amplitude) est égale à un seuil fixé. Le seuil choisi est 0.01 cm, c'est la précision spatiale des images et donc le seuil de détection des perturbations. Nous verrons que $\tilde{L}_p$ et $\tilde{L}_{\|}$ sont équivalentes. Nous avons aussi mesuré l'écart-type des maxima d'amplitude à la distance $\tilde{L}_{\|}$, rms$(\tilde{L}_{\|})$.

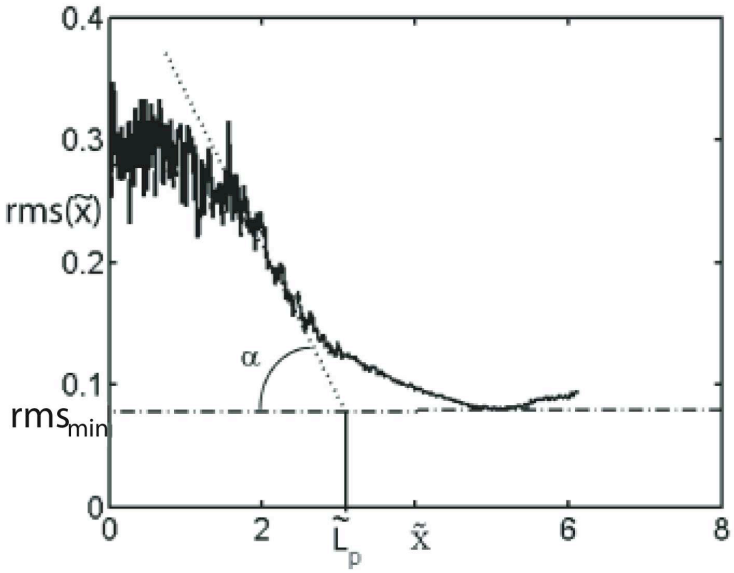


FIG. 7.12 – rms du spectre de puissance entre 0.5 $\tilde{f}_{max}$ et 1.5 $\tilde{f}_{max}$ en fonction de la position de mesure $\tilde{x}$. Nous pouvons relever la valeur minimum de la courbe : rms_{min}, la pente de la courbe au point d'inflexion $-tan(\alpha)$ et l'intersection de la tangente au point d'inflexion à la droite $rms(\tilde{x}) = rms_{min}$: $\tilde{L}_p$.

Comme dans le cas de la transition entre perles et champignons, nous allons fixer $\tilde{R}_I$ ($\tilde{R}_I = 0.48$) et faire varier Re puis fixer Re ($Re = 48$) et faire varier $\tilde{R}_I$ afin d'étudier l'effet des deux paramètres de contrôle sur la transition (figures 7.13-7.18).

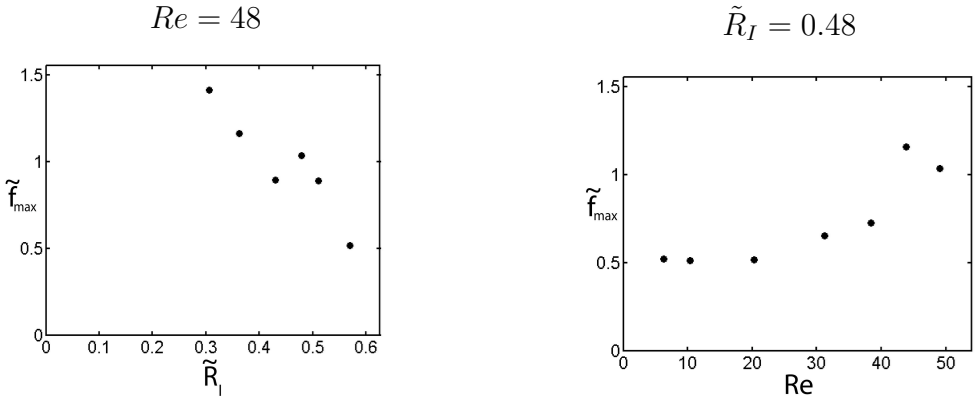


FIG. 7.13 – Fréquence $\tilde{f}_{max}$ des instabilités pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

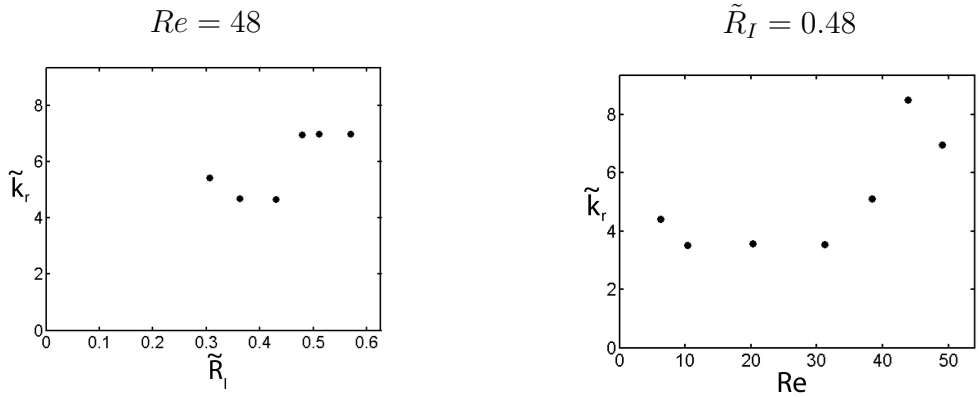


FIG. 7.14 – Nombre d'onde $\tilde{k}_r$ des instabilités pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

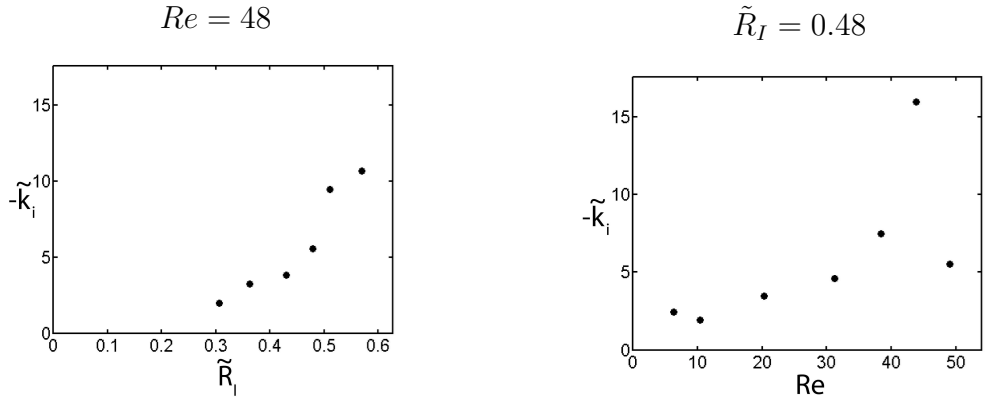


FIG. 7.15 – Taux de croissance $-\tilde{k}_i$ des instabilités pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

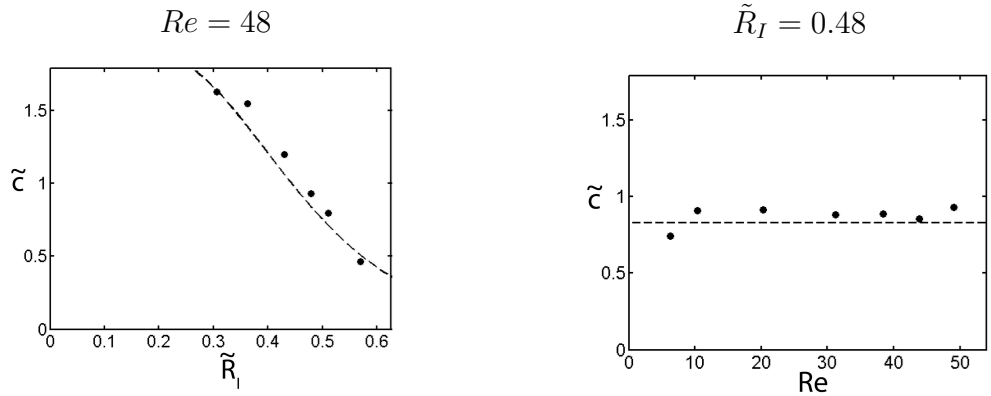


FIG. 7.16 – Vitesse de phase $\tilde{c}$ (•) des instabilités pour $Re = 48$et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. La vitesse de l'interface dans l'état parallèle est représentée par la ligne en pointillés. $M = 25$.

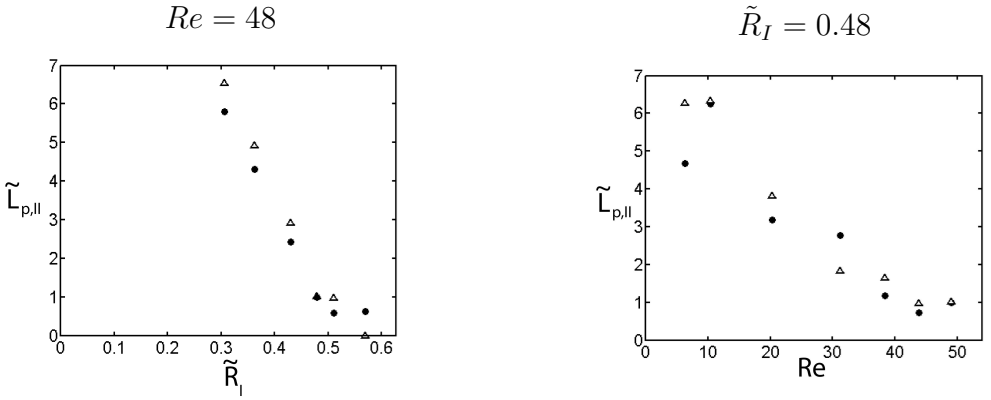


FIG. 7.17 – Longueurs $\tilde{L}_p$ ($\bullet$) et $\tilde{L}_{\|}$ ($\triangle$) pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

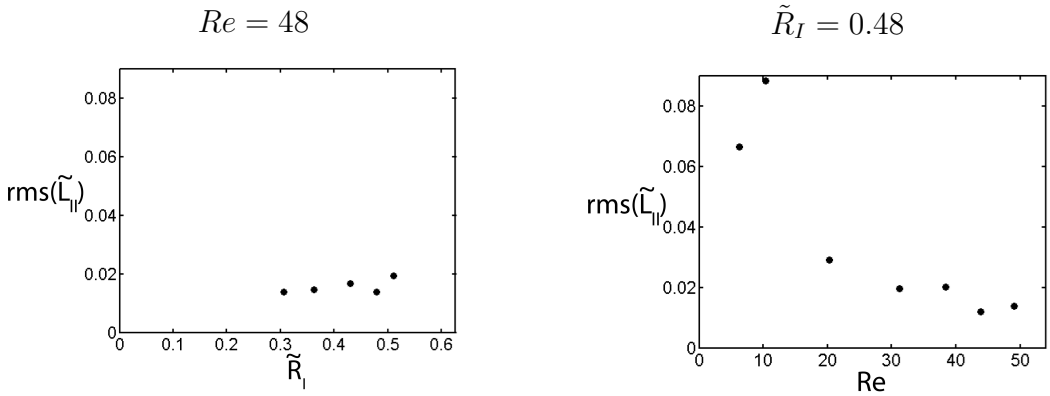


FIG. 7.18 – Ecart-type de la distance $\tilde{L}_{\|}$, $rms(\tilde{L}_{\|})$ pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

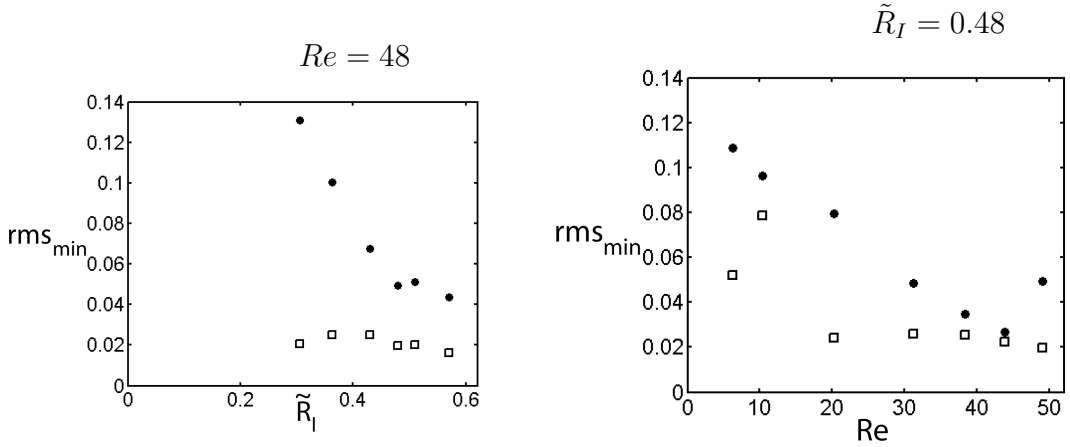


FIG. 7.19 – Minimum de l'écart-type rms_{min} (•) des instabilités pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. Le minimum de fréquence mesurable a aussi été représenté pour chaque expérience (□) (voir Chapitre 10). $M = 25$.

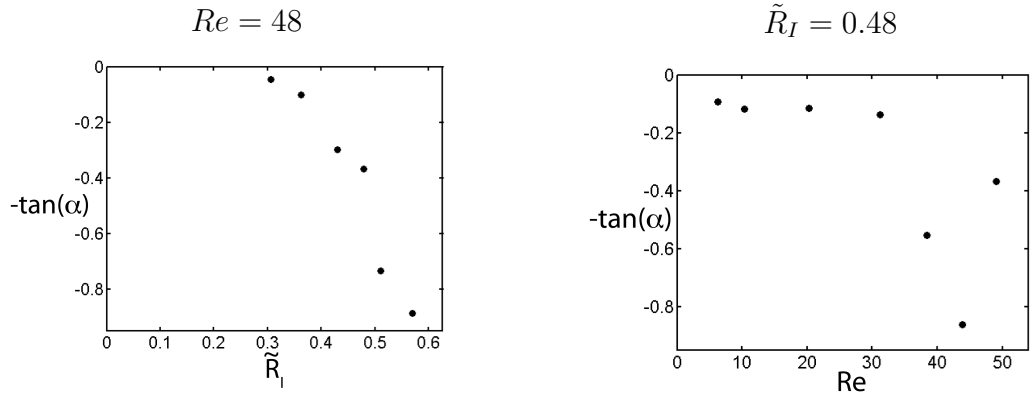


FIG. 7.20 – Pente au point d'inflexion de la courbe d'écart-type $-tan(\alpha)$ des instabilités pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, à gauche et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, à droite. $M = 25$.

Nous pouvons observer que la fréquence $\tilde{f}_{max}$ (fig. 7.13), le nombre d'onde $\tilde{k}_r$ (fig. 7.14) et le taux de croissance spatial $-\tilde{k}_i$ (fig. 7.15) subissent un léger saut vers $\tilde{R}_I = 0.45$ et $Re = 45$. Ceci peut être dû au fait que les instabilités apparaissent près de l'injection. En effet, nous pouvons observer que la

longueur stable $\tilde{L}_{\|}$ et la longueur parallèle $\tilde{L}_p$ (fig. 7.17) diminuent en augmentant $\tilde{R}_I$ et Re. Elles deviennent pour $Re > 40$ et $\tilde{R}_I > 0.45$ inférieures à 2cm, donc inférieure à la longueur d'établissement $\tilde{L}_\nu$. Les instabilités ne se développent donc plus sur un état de base parallèle. Nous discuterons plus en détail de l'effet de l'injection dans la section 7.4. Il est à remarquer que le taux de croissance spatial n'a pas le même sens dans le cas d'une instabilité convective ou absolue. Si, pour une instabilité convective, le taux de croissance spatial mesuré est le taux de croissance spatial de la fréquence la plus excitée, pour une instabilité absolue, le taux de croissance spatial mesuré est lié au front et à la fréquence globale. Or nous avons vu que nous ne pouvions pas connaître l'effet de la longueur L_ν sur ce front. Nous ne pouvons donc pas prédire ce taux de croissance spatial dans la zone d'instabilité absolue. Par contre, la vitesse de phase qui est toujours assimilable à la vitesse du fluide à l'interface, elle ne semble pas être modifiée par la longueur L_ν (fig. 7.16).

La largeur de spectre rms_{min} (fig.7.19) doit être comparée au minimum mesurable de fréquence (voir le chapitre 10). En effet, dans le cas où l'instabilité est absolue, la largeur de spectre doit être égale au minimum mesurable de fréquence, c'est-à-dire la précision en fréquence du spectre de puissance, puisque une seule fréquence doit être mesurée. Par contre, le fait de mesurer une largeur de spectre égale au minimum de fréquence mesurable ne signifie pas forcément que nous sommes en présence d'une instabilité absolue. C'est l'allure de la courbe générale qui va compter. Si, en variant un paramètre, une chute brusque de la valeur rms_{min} à la valeur du minimum mesurable de fréquence est observée, alors on peut être en présence d'une transition. Nous pouvons observer que rms_{min} (fig. 7.19) diminue de manière générale avec le nombre de Reynolds Re et le rayon $\tilde{R}_I$ croissants. Dans le cas du $\tilde{R}_I$ croissant, rms_{min} atteint une valeur double du minimum de largeur de fréquence mesurable. Dans le cas du Re croissant, vers $Re = 45$, la valeur de rms_{min} est à peu près égale à celle du minimum de fréquence mesurable. La valeur de rms_{min} augmente après $Re = 45$. Cela peut-être dû, soit à ce que les instabilités se retrouvent à nouveau convectives, soit à un effet de la longueur $\tilde{L}_\nu$. Dans les deux cas, la variation de rms_{min} est trop douce pour pouvoir repérer une transition entre instabilité convective et absolue.

Comme nous pouvons le voir, les valeurs de $\tilde{L}_{\|}$ sont à peu près équivalentes à celles de $\tilde{L}_p$ (fig. 7.17). Elles montrent chacune une diminution quand on augmente $\tilde{R}_I$ et Re. Là aussi, la longueur $\tilde{L}_\nu$ pourrait gêner ces mesures.

Nous pouvons observer une diminution de $rms(\tilde{L}_{\|})$ (fig. 7.18) quand on

augmente Re. Par contre, cela n'est plus vrai quand on augmente $\tilde{R}_I$, nous obtenons une valeur à peu près constante de $rms(\tilde{L}_{\|})$.

La pente $-tan(\alpha)$ (fig. 7.20) suit le même comportement général de diminution avec $\tilde{R}_I$ et Re. Nous pouvons aussi observer une remontée de la valeur de $-tan(\alpha)$ dans le cas de Re croissant après $Re = 45$. Il se peut que la mesure de cette pente soit gênée par la longueur $\tilde{L}_{\nu}$.

Nous avons donc une tendance des instabilités à passer d'un état convectif à absolu en augmentant $\tilde{R}_I$ et Re sans pour autant que des paramètres critiques de $\tilde{R}_I$ et Re de la transition soient clairement établis. Tout d'abord beaucoup de courbes ne présentent pas de variation brusque des valeurs en faisant varier Re et $\tilde{R}_I$. De plus, la mesure de rms_{min} est limitée expérimentalement par le minimum de fréquence mesurable et les estimations de $\tilde{L}_p$, $\tilde{L}_{\|}$ et $-tan(\alpha)$ sont gênées par la longueur $\tilde{L}_{\nu}$.

Nous pouvons élargir ces études, réalisées à Re et $\tilde{R}_I$ constants, à l'ensemble du plan ($\tilde{R}_I$, Re) (figures 7.21, 7.22, 7.23, 7.24). Dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re), chaque mesure est représentée par un rond noir dont le rayon est proportionnel à sa valeur et dont les coordonnées du centre correspondent aux valeurs de Re et $\tilde{R}_I$ de l'expérience. Les valeurs rms_{min} et $\tilde{L}_p$ ont été inversées afin de faire correspondre l'état absolu aux grands ronds et les petits ronds à l'état convectif.

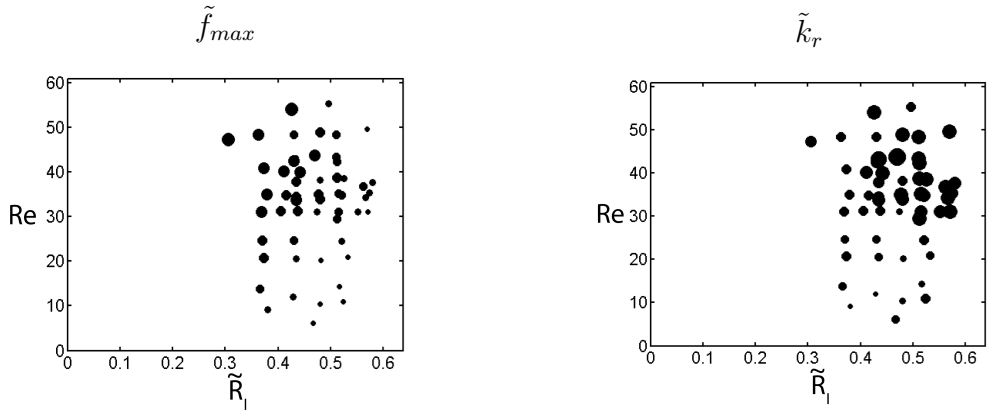


FIG. 7.21 – A gauche, diagramme de la fréquence $\tilde{f}_{max}$ dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Chaque rond a un rayon proportionnel à la fréquence $\tilde{f}_{max}$, qui est mesurée pour les paramètres ($\tilde{R}_I$, Re) correspondant aux coordonnées du rond. A droite, diagramme du nombre d'onde $\tilde{k}_r$ dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Chaque rond a un rayon proportionnel au nombre d'onde $\tilde{k}_r$, qui est mesuré pour les paramètres ($\tilde{R}_I$, Re) correspondant aux coordonnées du rond. $M = 25$.

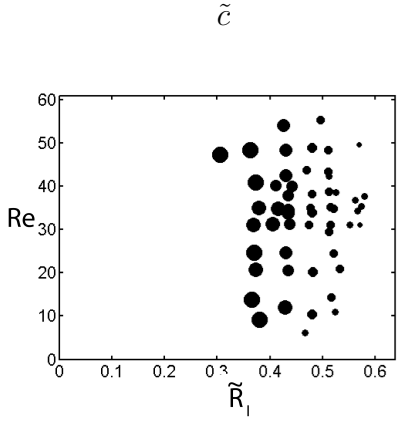


FIG. 7.22 – Diagramme de la vitesse de phase $\tilde{c}$ dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Chaque rond a un rayon proportionnel à la vitesse $\tilde{c}$, qui est mesurée pour les paramètres ($\tilde{R}_I$, Re) correspondant aux coordonnées du rond. $M = 25$.

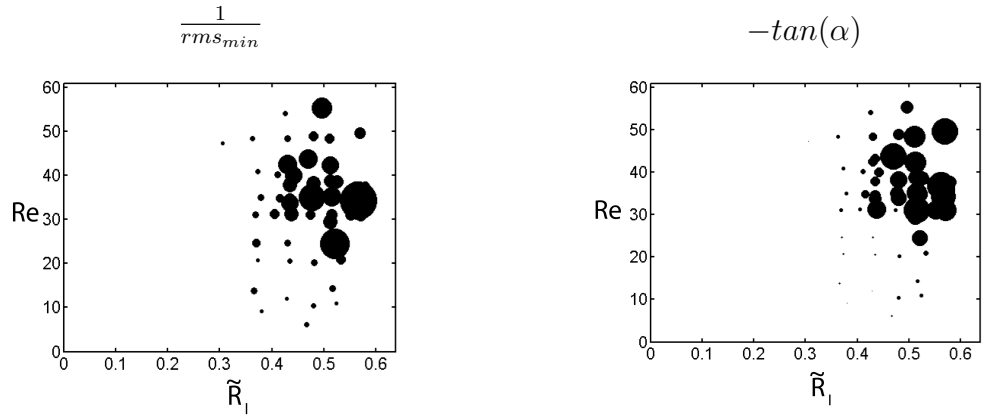


FIG. 7.23 – A gauche, diagramme de la largeur de spectre $rms(\tilde{x}_{min})$ dans le plan $(\tilde{R}_I,\ Re)$. Chaque rond a un rayon inversement proportionnel à $rms(\tilde{x}_{min})$, qui est mesuré pour les paramètres $(\tilde{R}_I,\ Re)$ correspondant aux coordonnées du rond. A droite, diagramme de la pente $-tan(\alpha)$ dans le plan $(\tilde{R}_I,\ Re)$. Chaque rond a un rayon proportionnel à $tan(\alpha)$, qui est mesuré pour les paramètres $(\tilde{R}_I,\ Re)$ correspondant aux coordonnées du rond $M = 25$.

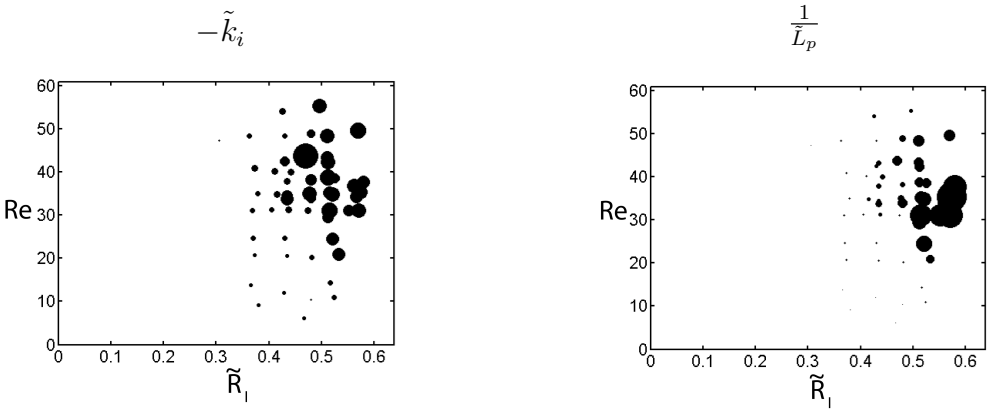


FIG. 7.24 – A gauche, diagramme du taux de croissance $-\tilde{k}_i$ dans le plan $(\tilde{R}_I,\ Re)$. Chaque rond a un rayon proportionnel à $-\tilde{k}_i$, qui est mesuré pour les paramètres $(\tilde{R}_I,\ Re)$ correspondant aux coordonnées du rond. A droite, diagramme de la longueur $\tilde{L}_p$ dans le plan $(\tilde{R}_I,\ Re)$. Chaque rond a un rayon inversement proportionnel à $\tilde{L}_p$, qui est mesuré pour les paramètres $(\tilde{R}_I,\ Re)$ correspondant aux coordonnées du rond. $M = 25$.

Nous observons aussi la même tendance, à savoir une transition entre instabilité convective et absolue pour Re et $\tilde{R}_I$ grands. Dans le diagramme représentant $\tilde{f}_{max}$ (fig. 7.21, gauche), nous pouvons observer que sous une ligne $Re = 30$, $\tilde{f}_{max}$ diminue avec $\tilde{R}_I$, alors qu'au-dessus, la valeur $\tilde{f}_{max}$ a une variation moins marquée.

Dans la figure 7.21, droite, représentant $\tilde{k}_r$, la surface ($Re > 30$, $\tilde{R}_I > 0.4$) contient des nombres d'onde plus grands que le reste du diagramme.

Ces changements de comportement peuvent traduire le fait que les instabilités se développent dans la longueur L_ν.

La vitesse de phase (fig.7.22), comme nous l'avions vu en faisant varier $\tilde{R}_I$ et Re, ne subit pas de variation dans la surface ($Re > 30$, $\tilde{R}_I > 0.4$) et ne semble dépendre que de $\tilde{R}_I$.

Dans les diagrammes représentant $rms(\tilde{x}_{min})$, $-tan(\alpha)$ (fig.7.23) et $-\tilde{k}_i$, $\tilde{L}_p$ (fig.7.24), on peut définir assez clairement un ilôt en haut à droite des image où les mesures présentent un changement d'ordre de grandeur important. On pourrait donc situer l'aire dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re) où les instabilités sont absolues dans cette zone.

7.3 Forçage

Une autre manière de déterminer la transition est de forcer le système à différentes fréquences autour de sa fréquence naturelle comme nous l'avions fait dans le cas des perles et des champignons (voir section 6.7). Ainsi, nous pouvons déterminer les courbes de dispersion des instabilités et observer comment elles évoluent avec Re et $\tilde{R}_I$. Si nous observons des courbes de dispersion larges, nous sommes en présence d'instabilités convectives et si ces courbes se pincent en variant Re ou $\tilde{R}_I$, cela peut être une indication que l'on se rapproche de la transition entre instabilités convectives et absolues.

Pour deux séries d'expériences, l'une à $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable, l'autre à $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable, nous avons donc forcé l'écoulement avec des fréquences différentes avec la même amplitude a. Par exemple, sur les figures 7.25 et 7.26 sont présentées deux expériences de forçage, l'une présentant une grande largeur de spectre (fig. 7.25), donc une instabilité convective, l'autre une largeur de spectre fine (fig. 7.26), donc susceptible d'être une instabilité absolue. Dans les expériences de forçage, la fréquence de forçage se superpose aux fréquences naturelles. Nous mesurons le taux de croissance spatial à $\tilde{f}_f$ dans le diagramme spatiofréquenciel et le nombre d'onde par la

phase de la distribution de Fourier à $\tilde{f}_f$. Pour des valeurs trop élevées de $\tilde{R}_I$ ou de Re, nous n'avons pas pu mesurer de taux de croissance, la zone linéaire étant trop courte. Cela pourrait signaler que l'instabilité est absolue ou proche de la transition. Enfin pour le jeu de paramètre ($\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 49$), aucune réponse aux fréquences de forçage n'a été observée, ce qui pourrait être le signe d'une instabilité intrinsèque très robuste et donc une instabilité nécessairement absolue.

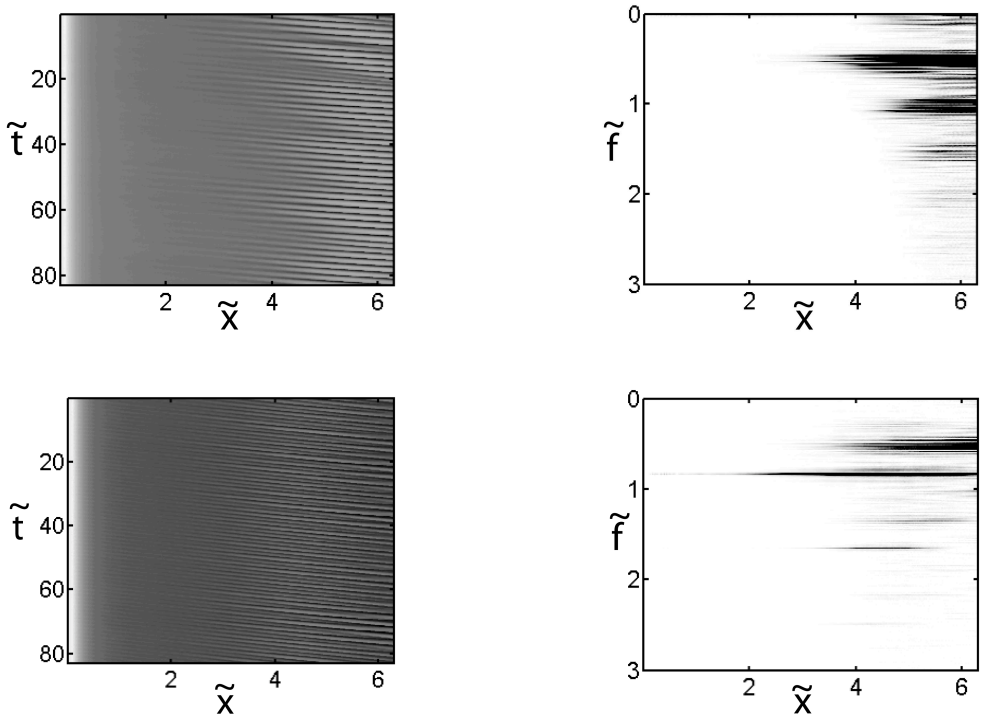


FIG. 7.25 – En haut : à gauche, diagramme spatiotemporel d'une expérience non forcée pour $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 20$ et $M = 25$. A droite, diagramme spatiofréquenciel correspondant. En bas : diagrammes spatiotemporel et spatiofréquenciel d'une expérience forcée à $\tilde{f}_f = 0.82$ pour les mêmes paramètres d'écoulement.

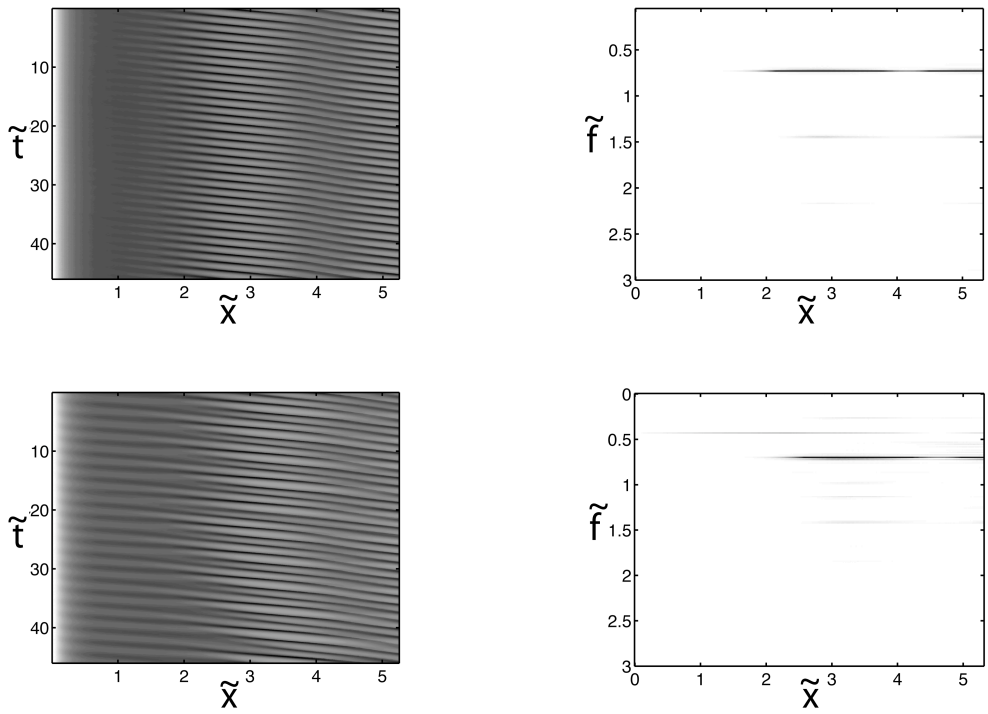


FIG. 7.26 – En haut : à gauche, diagramme spatiotemporel d'une expérience non forcée pour $\tilde{R}_I = 0.48$, $Re = 38$ et $M = 25$. A droite, diagramme spatiofréquenciel correspondant. En bas : diagrammes spatiotemporel et spatiofréquenciel d'une expérience forcée à $\tilde{f}_f = 0.43$ pour les mêmes paramètres d'écoulement.

Nous allons utiliser les mêmes représentations graphiques que celles du paragraphe 7.1.2.

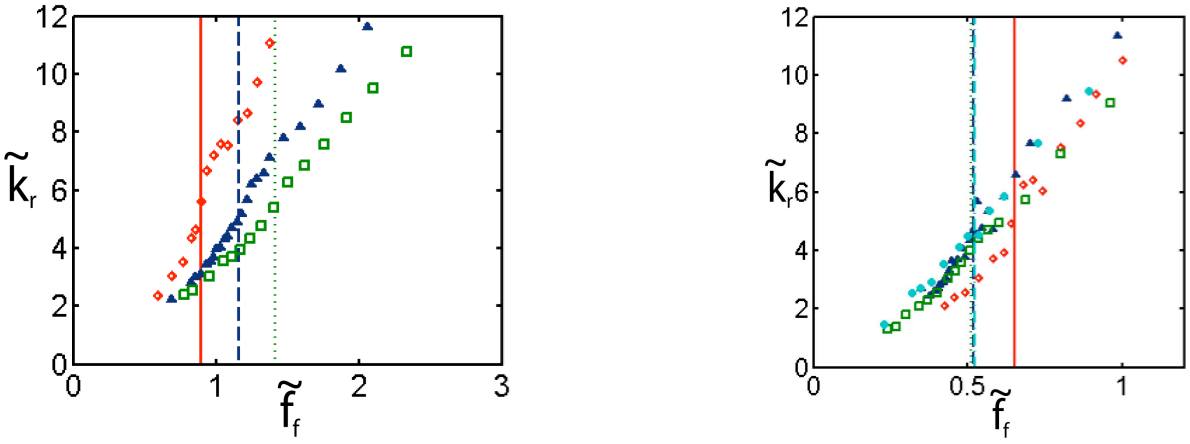


FIG. 7.27 – A gauche, nombre d'onde $\tilde{k}_r$ mesuré par la phase de la distribution de Fourier à $\tilde{f}_f$ en fonction de la fréquence de forçage $\tilde{f}_f$ pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I = 0.30$ (□), 0.36 (▲) et 0.43 (◇). Les droites $(\cdots)$, $(- - -)$, (——) sont les valeurs respectives de la fréquence $\tilde{f}_{max}$ obtenue sans forçage. A droite, nombre d'onde $\tilde{k}_r$ en fonction de $\tilde{f}_f$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et $Re = 6$ (●), 10 (□), 20 (▲) et 31 (◇). Les droites $(- \cdot - \cdot -)$, $(\cdots)$, $(- - -)$, (——) sont les valeurs respectives des fréquences $\tilde{f}_{max}$ obtenues sans forçage. Nous avons mesuré à peu prés les mêmes fréquences $\tilde{f}_{max}$ pour $Re = 6$, 10 et 20. $M = 25$.

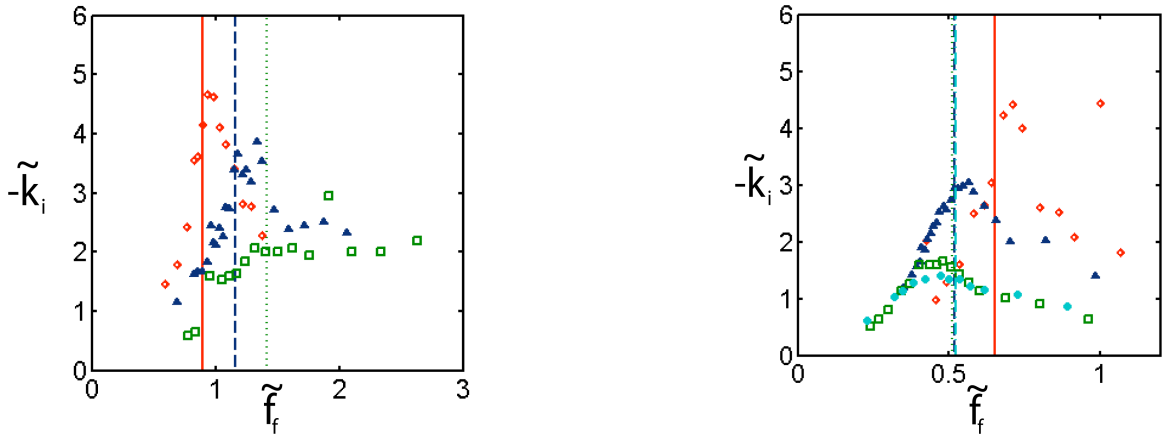


FIG. 7.28 – A gauche, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ mesuré dans le diagramme spatiofréquenciel à $\tilde{f}_f$ en fonction de la fréquence de forçage $\tilde{f}_f$ pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I = 0.30$ (□), 0.36 (▲) et 0.43 (◇). Les droites $(\cdots)$, $(---)$, (——) sont les valeurs respectives de la fréquence $\tilde{f}_{max}$ obtenue sans forçage. A droite, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ en fonction de $\tilde{f}_f$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et $Re = 6$ (●), 10 (□), 20 (▲) et 31 (◇). Les droites $(- \cdot - \cdot -)$, $(\cdots)$, $(- - -)$, (——) sont les valeurs respectives des fréquences $\tilde{f}_{max}$ obtenues sans forçage. Nous avons mesuré à peu prés les mêmes fréquences $\tilde{f}_{max}$ pour $Re = 6$, 10 et 20. $M = 25$.

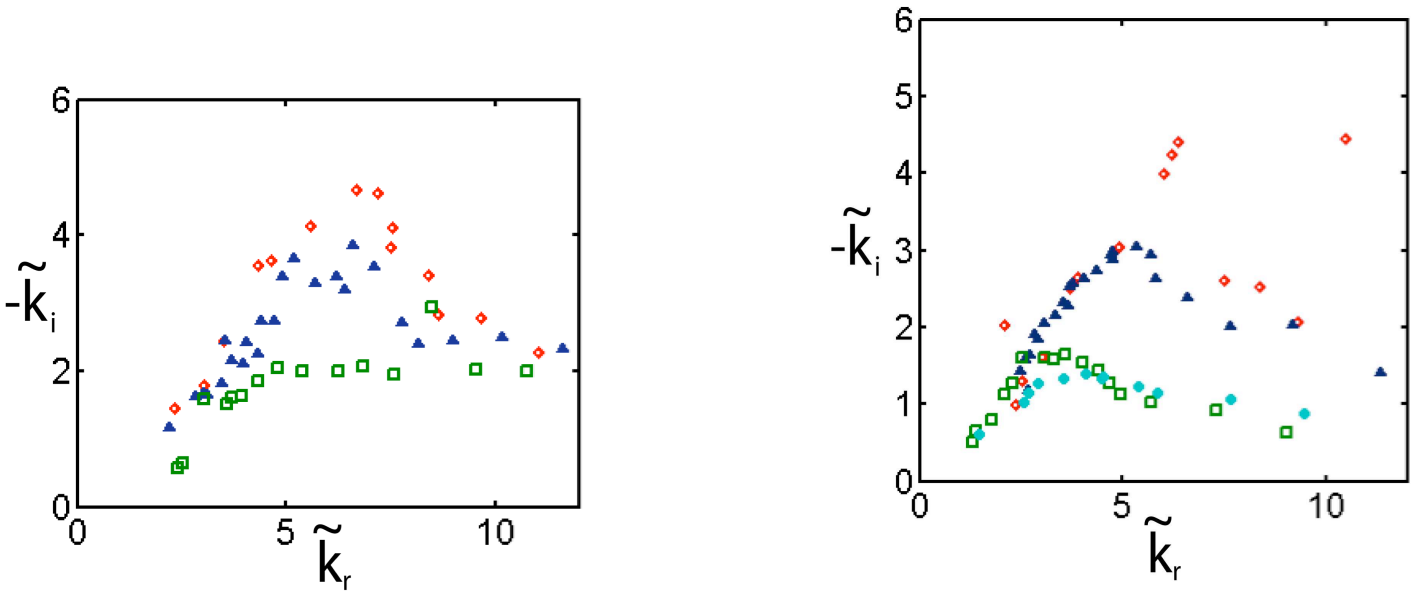


FIG. 7.29 – A gauche, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ à la fréquence de forçage en fonction du nombre d'onde $\tilde{k}_r$ pour $Re = 48$ constant et $\tilde{R}_I = 0.30$ (□), 0.36 (▲) et 0.43 (◇). A droite, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ en fonction du nombre d'onde $\tilde{k}_r$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ constant et $Re = 6$ (•), 10 (□), 20 (▲) et 31 (◇). $M = 25$.

Dans les courbes de la figure 7.27, $\tilde{k}_r$ croît avec la fréquence de forçage avec un léger changement de pente à une valeur proche de la fréquence $\tilde{f}_{max}$. Il existe un léger décalage entre la fréquence où l'on observe ce changement et la fréquence $\tilde{f}_{max}$. Les nombres d'onde $\tilde{k}_r$ obtenus par forçage $\tilde{k}_r$ augmentent avec $\tilde{R}_I$ (fig.7.27, gauche), leurs évolutions est moins claires avec Re (fig.7.27, droite).

La figure 7.28, représentant $-\tilde{k}_i$ en fonction de $\tilde{f}_f$, montre des courbes en cloche. En augmentant Re à $\tilde{R}_I$ constant (fig. 7.28, gauche) et $\tilde{R}_I$ à Re constant (fig. 7.28, droite), le taux de croissance spatial maximum, correspondant à une valeur de $\tilde{f}$ proche de la fréquence naturelle, augmente et la forme en cloche de la courbe devient de plus en plus pincée.

Nous observons ce même comportement dans la figure 7.29, où le taux de croissance $-\tilde{k}_i$ est représenté en fonction de $\tilde{k}_r$ pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ croissant (fig.7.29, gauche) et pour $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re croissant (fig.7.29, droite).

Si, comme nous l'avons dit dans l'introduction théorique, la réponse à un forçage peut être bien compris dans le cas d'une instabilité convective, elle l'est moins dans le cas d'une instabilité absolue. Nous ne pouvons donc pas dire précisément où se trouve la transition entre l'instabilité absolue et convective par ces courbes. Par contre, nous voyons une tendance très nette en variant $\tilde{R}_I$ et Re. Les courbes $-\tilde{k}_i(\tilde{f}_f)$ (fig. 7.28) et $-\tilde{k}_i(\tilde{k}_r)$ (fig. 7.29), pour de faibles valeurs de $\tilde{R}_I$ ou Re montre beaucoup de fréquences excitées, ce qui est plutôt le signe d'une instabilité convective. En augmentant $\tilde{R}_I$ ou Re, l'évolution des courbes peut faire penser à la formation d'un point de rebroussement, donc à une transition entre instabilité convective et absolue.

7.4 Effet du rayon d'injection

Comme il a été remarqué dans l'introduction théorique, l'injection a un effet essentiel dans la transition Convectif-Absolu. Des études ont été effectuées sur l'effet d'une injection avec un état de base parallèle ou faiblement parallèle. Mais la configuration expérimentale de notre injection implique un état très fortement non parallèle à la sortie de l'injecteur. Afin d'étudier l'effet de l'injecteur sur la transition entre instabilité convective et instabilité absolue, nous avons utilisé un injecteur de rayon inférieur, $\tilde{r}_0 = 0.5$. Nous abaissons ainsi la diminution du rayon $\tilde{r}_I$ à l'entrée du tube. Par contre, cela n'annule pas la zone d'établissement de l'écoulement de Poiseuille $\tilde{L}_\nu$. Nous n'observons aucune différence de mesures entre les deux injecteurs pour la vitesse de phase $\tilde{c}$ (fig.7.30), la largeur de spectre rms_{min} (fig.7.31), la longueur parallèle $\tilde{L}_p$ (fig.7.32) et la pente $-tan(\alpha)$ (fig.7.33). Il est d'ailleurs à remarquer que pour cette dernière mesure, nous observons le même saut pour $\tilde{r}_0 = 0.5$ et $\tilde{r}_0 = 0.75$. Par contre, nous n'observons plus de saut de fréquence $\tilde{f}_{max}$ (figure 7.34), de nombre d'onde $\tilde{k}_r$(fig.7.35) et de taux de croissance $-\tilde{k}_i$ (figure 7.36) quand les instabilités se développent dans la longueur $\tilde{L}_\nu$.

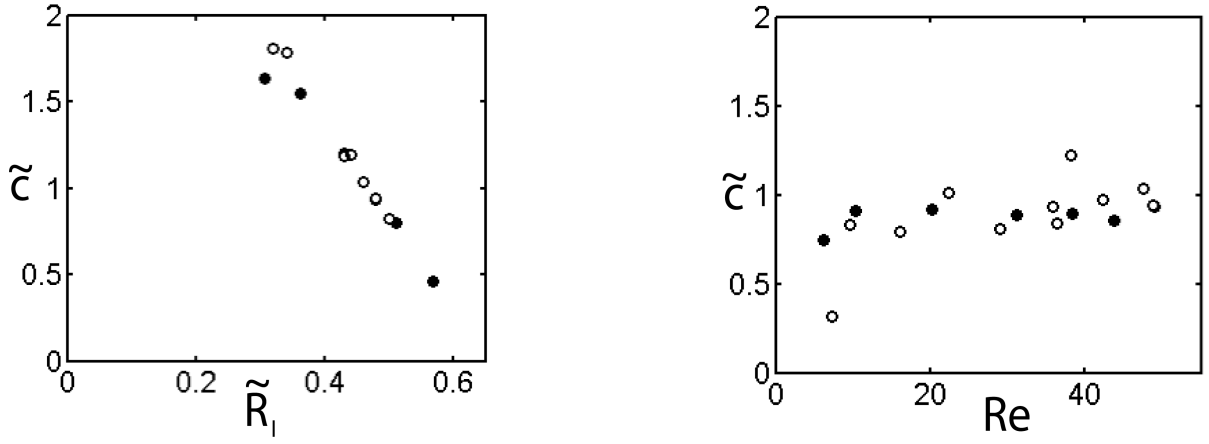


FIG. 7.30 – A gauche, vitesse de phase $\tilde{c}$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, vitesse de phase $\tilde{c}$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

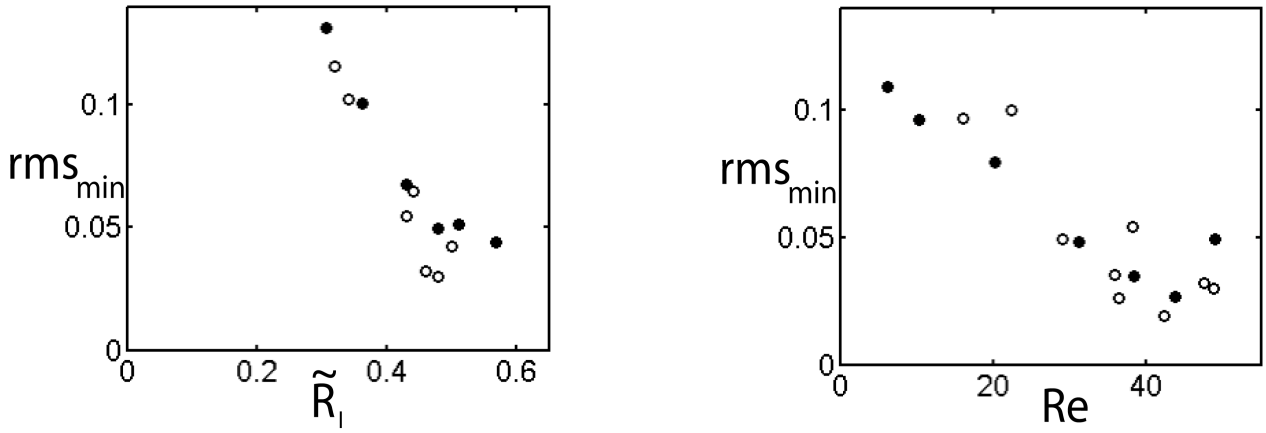


FIG. 7.31 – A gauche, largeur de spectre rms_{min} pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, largeur de spectre rms_{min} pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

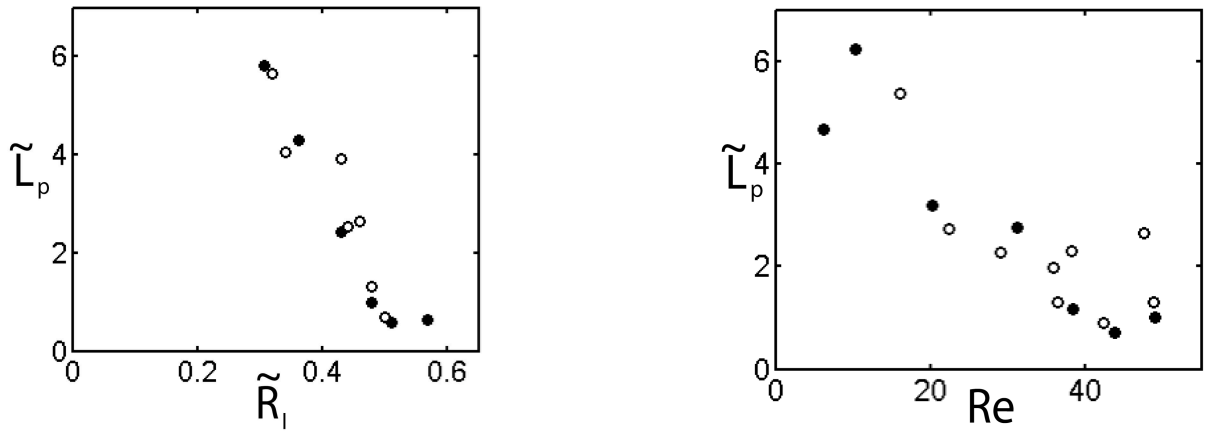


FIG. 7.32 – A gauche, longueur parallèle $\tilde{L}_p$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, longueur parallèle $\tilde{L}_p$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

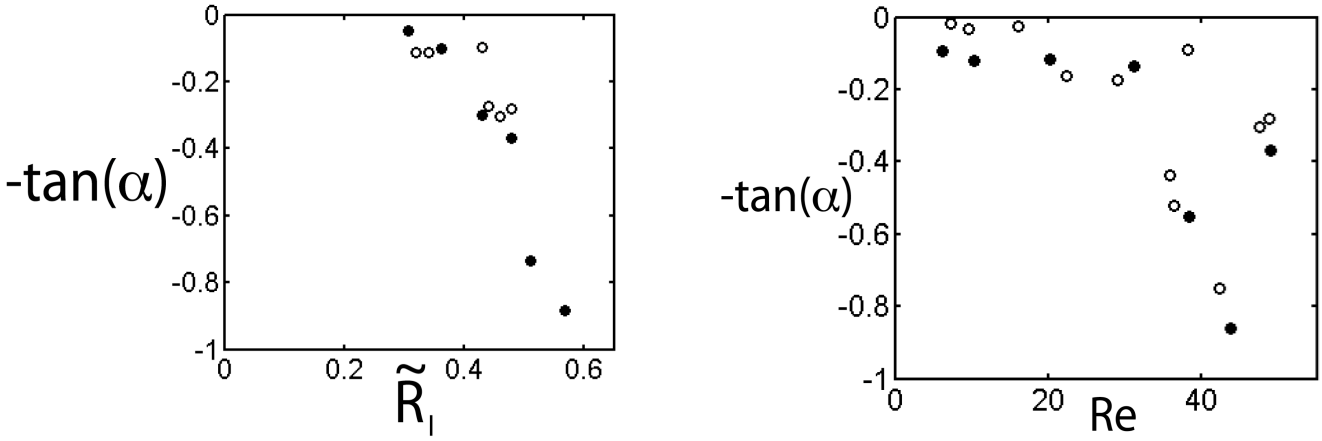


FIG. 7.33 – A gauche, pente $-tan(\alpha)$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, pente $-tan(\alpha)$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

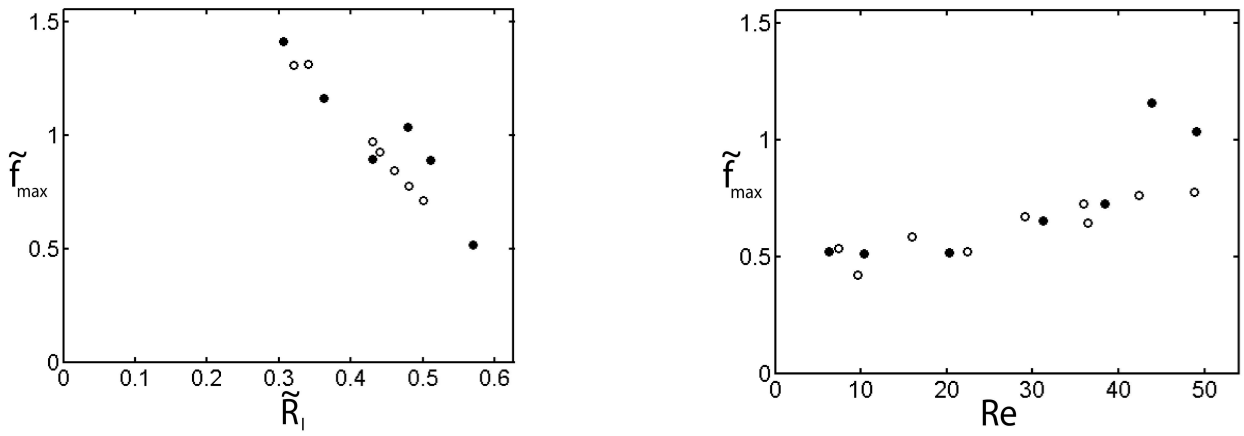


FIG. 7.34 – A gauche, fréquence $\tilde{f}_{max}$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, fréquence $\tilde{f}_{max}$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

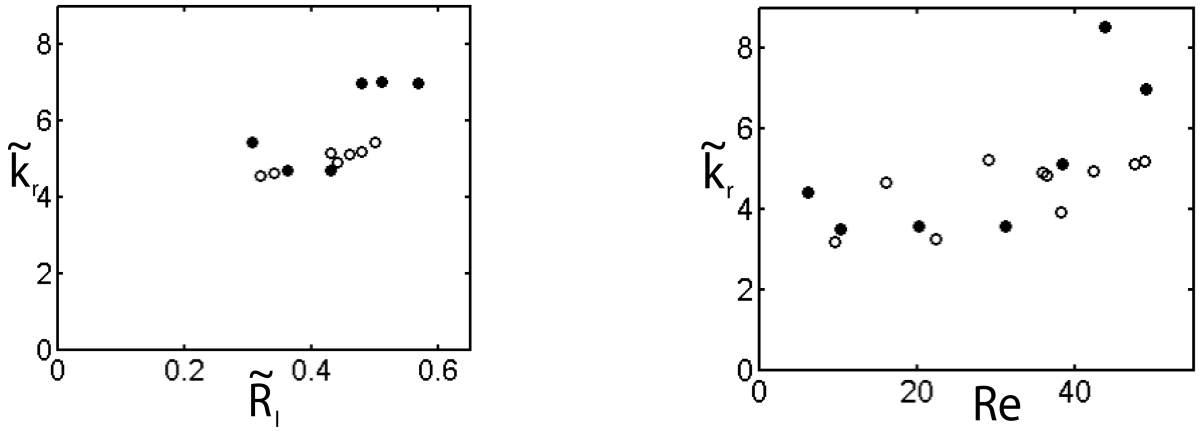


FIG. 7.35 – A gauche, nombre d'onde $\tilde{k}_r$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, nombre d'onde $\tilde{k}_r$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

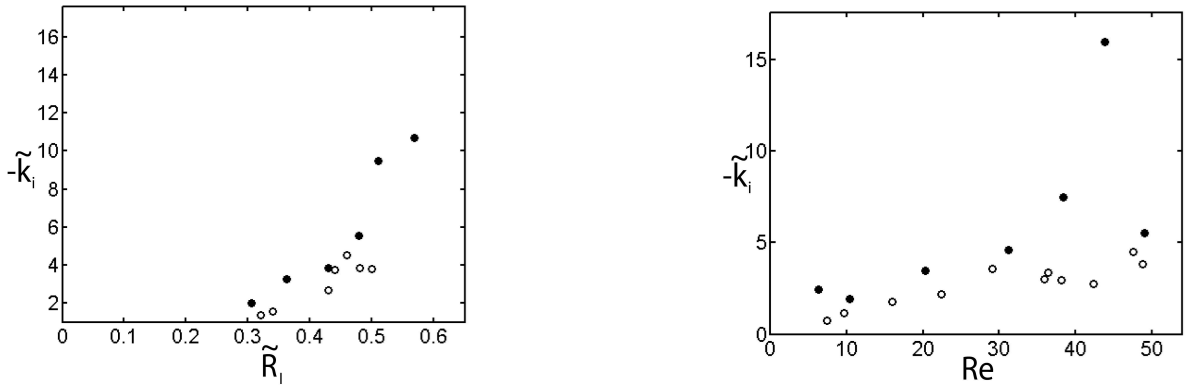


FIG. 7.36 – A gauche, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ pour $Re = 48$ et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (◦). A droite, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ pour les deux injecteurs avec les mêmes notations. $M = 25$.

Les sauts observés pour $\tilde{f}_{max}$, $\tilde{k}_r$ et $-\tilde{k}_i$ semblent donc dépendre en même temps de la longueur d'établissement $\tilde{L}_\nu$ et de la transition entre instabilité convective et instabilité absolue. La longueur $\tilde{L}_p$ et la pente $-tan(\alpha)$, qu'à priori on pourrait croire plus sensibles à la longueur L_ν que les autres mesures, ne semblent pas être affectés par le changement de rayon d'injection. Selon les prédictions théoriques présentées dans l'introduction de ce chapitre, dans le cas d'une instabilité absolue, la fréquence globale est déterminée par le front entre l'injection et la zone d'instabilité. Cela pourrait être compatible avec nos résultats expérimentaux puisque les fréquences mesurées diffèrent dans la zone du plan ($\tilde{R}_I$, Re) susceptible d'être absolue entre les deux injecteurs. Il semble, de plus, que les paramètres critiques de la transition ne soient pas affectés par le rayon d'injection, et donc par $\tilde{L}_\nu$.

7.5 Effet de la viscosité

Nous avons effectué une série d'expériences à Re fixé et à M=42, nous n'avons pas obtenu de différence significative entre les mesures de $\tilde{f}_{max}$ (fig 7.37, gauche), $\tilde{c}$ (fig 7.37, droite), $-\tilde{k}_i$ (fig 7.38, gauche), rms_{min} (fig 7.38, droite), et $\tilde{L}_p$ (fig 7.39, gauche) pour $M = 42$ et $M = 25$. Seule la pente $-tan(\alpha)$ semble subir un saut pour un $\tilde{R}_I$ plus petit dans le cas de $M = 42$ et d'une

manière plus prononcée. Il est possible que le rapport de viscosité dans ce cas ne soit pas assez différent pour pouvoir observer un décalage.

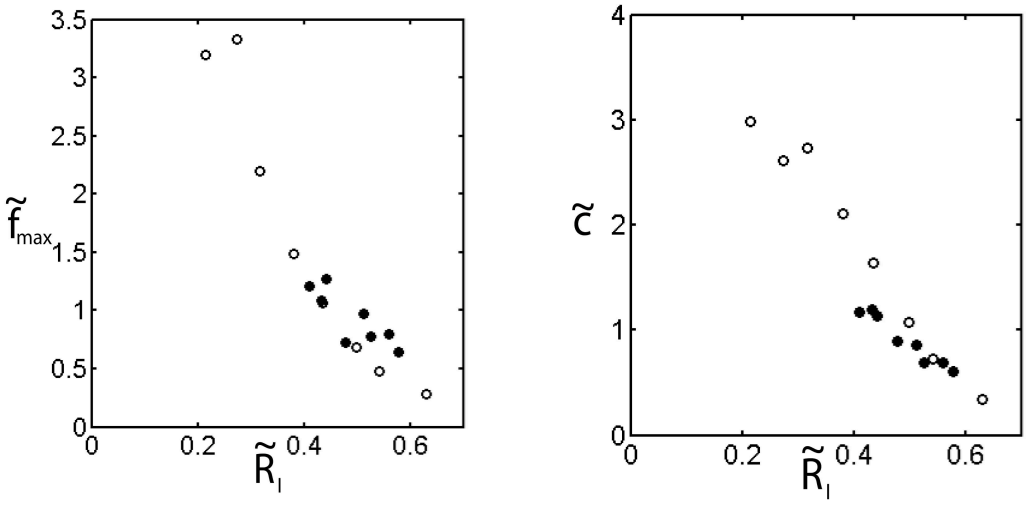


FIG. 7.37 – A gauche, fréquence $\tilde{f}_{max}$ à $Re = 38$ constant en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$ (•) et $M = 42$ (◦). A droite, vitesse de phase $\tilde{c}$ avec les mêmes notations.

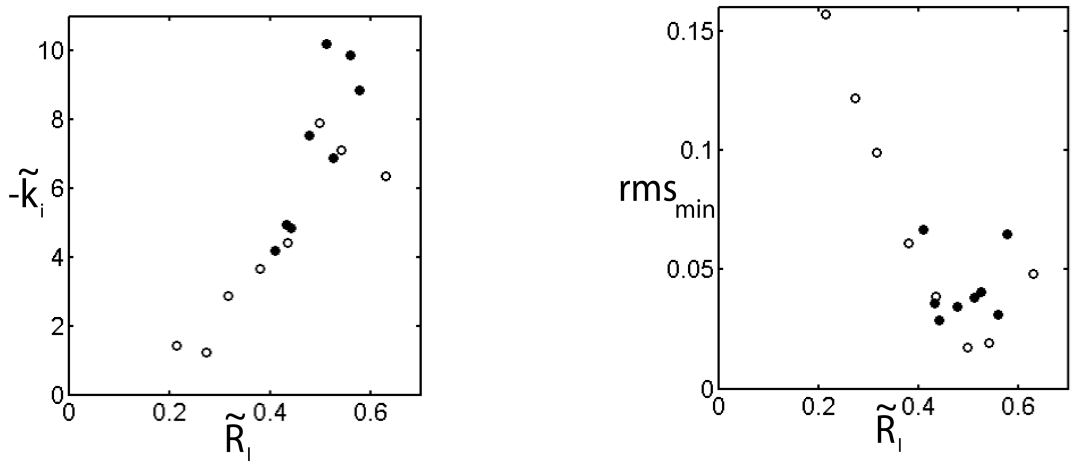


FIG. 7.38 – A gauche, taux de croissance $-\tilde{k}_i$ à $Re = 38$ constant en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$ (•) et $M = 42$ (◦). A droite, largeur de spectre rms_{min} avec les mêmes notations.

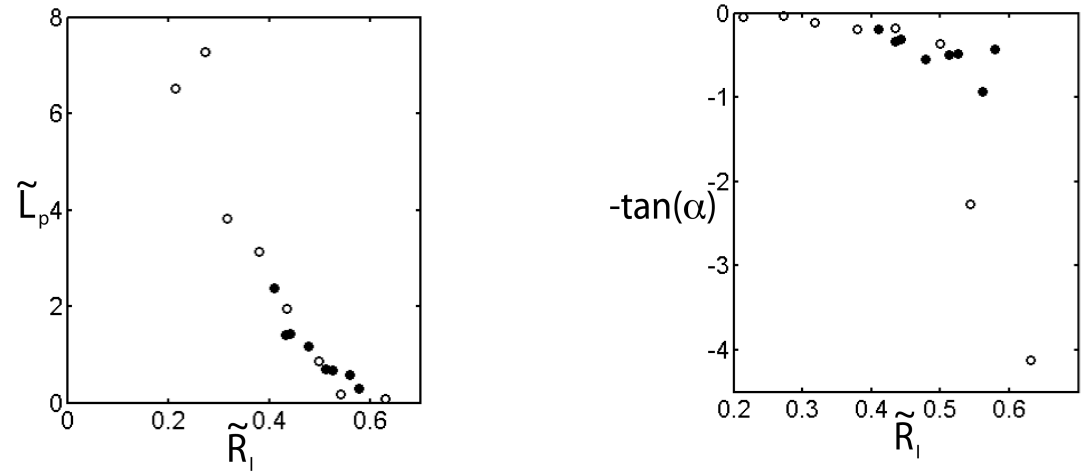


FIG. 7.39 – A gauche, longueur d'écoulement parallèle à $Re = 38$ constant en fonction de $\tilde{R}_I$ pour $M = 25$ (•) et $M = 42$ (◦). A droite, pente $-tan(\alpha)$ avec les mêmes notations.

Comme nous avons pu le voir, notre configuration expérimentale implique

des limitations sur nos mesures concernant la transition entre instabilités convectives et instabilités absolues : la longueur d'entrée $\tilde{L}_\nu$ gêne nos mesures et nous ne pouvons pas utiliser une gamme de M importante dans nos expériences. Une analyse de stabilité linéaire et une simulation numérique des instabilités dans le cas non-linéaire ont été effectuées par B. Selvam et al. Nous allons pouvoir comparer les résultats expérimentaux aux résultats numériques et étendre l'étude en variant d'autres paramètres de contrôle, notamment M.

7.6 Comparaison avec des simulations numériques et l'analyse d'instabilité aux grandes longueurs d'onde

Une analyse de stabilité linéaire de nos expériences a été effectuée par B. Selvam et al. Ils ont notamment étudié l'effet du nombre de Reynolds Re, du nombre de Schmidt Sc, du rapport de viscosité M, de la largeur de diffusion δ (Le profil de concentration S_a du fluide annulaire est de type : $S_a(r) = 0.5 + 0.5\ erf(\frac{\tilde{r}-\tilde{R}_I}{\delta})$ dans cette analyse) et du rayon interfacial $\tilde{R}_I$ sur le comportement absolu ou convectif des instabilités. L'effet du nombre de Schmidt, quand il est assez grand, c'est-à-dire dans notre cas où nous utilisons des liquides, est négligeable. Pour rappel, le nombre de Schmidt de notre expérience est estimé à environ 20000 (voir Chapitre 3). Par contre plus la largeur de diffusion δ est grande, plus la zone d'instabilité absolue et le taux de croissance temporel diminue. Nous avons estimé pour nos expériences une largeur de diffusion $\tilde{l}_D$ telle que $\tilde{l}_D < 0.04$ (voir Chapitre3). L'instabilité ne peut être absolue que si $M > 18$ dans notre gamme de paramètres (fig. 7.40). En augmentant M, on agrandit la zone où les instabilités sont absolues dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re).

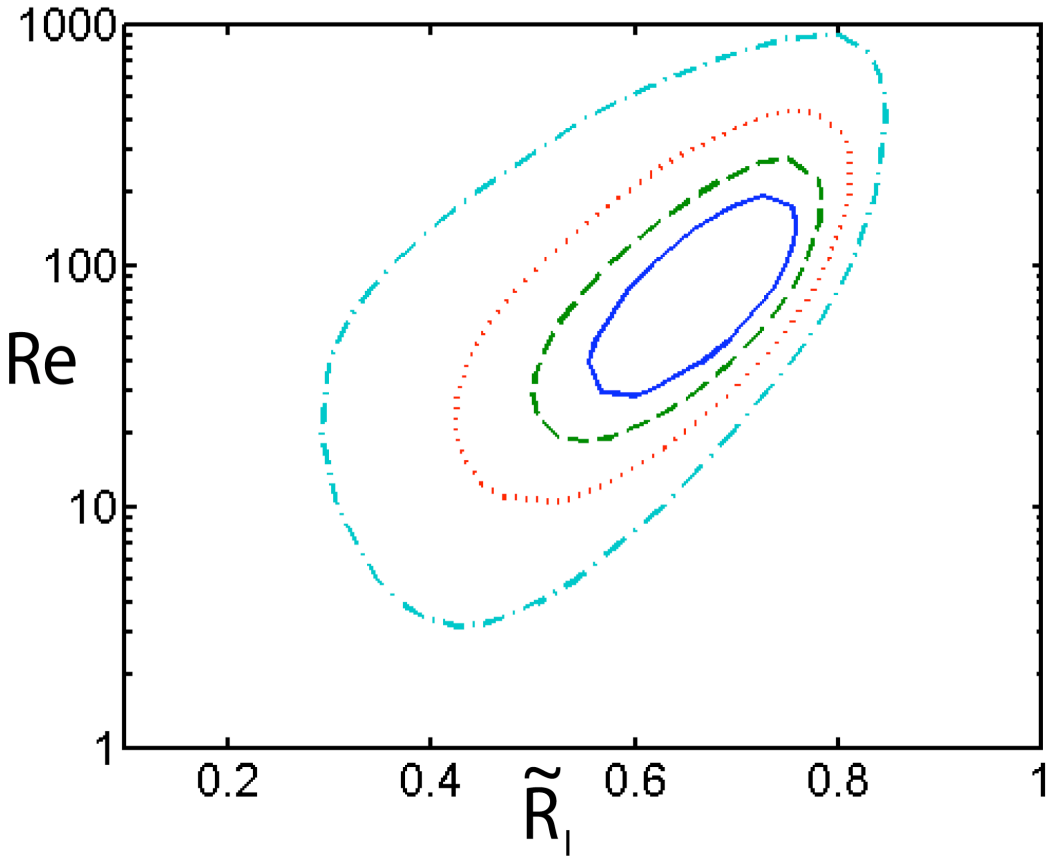


FIG. 7.40 – Délimitation entre les zones d'instabilité absolue et zones d'instabilité convective dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Les instabilités sont absolues à l'intérieur des îlots délimités par (——) pour $M = 18$, (− − −) pour $M = 20$, ($\cdots$) pour $M = 25$ et (− · − · −) pour $M = 50$. $Sc = 7500$; $\delta = 0.02$. Figure de B. Selvam et al.

La figure (7.41) représente les courbes de niveaux du taux de croissance temporel absolu dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Sur cette figure, dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re), sont représentés des courbes le long duquel le taux de croissance absolu a une même valeur (annotée à coté de chaque courbe). Le contour où le taux

de croissance absolu est nul est la frontière entre la zone où les instabilités sont absolues et celle où les instabilités sont convectives.

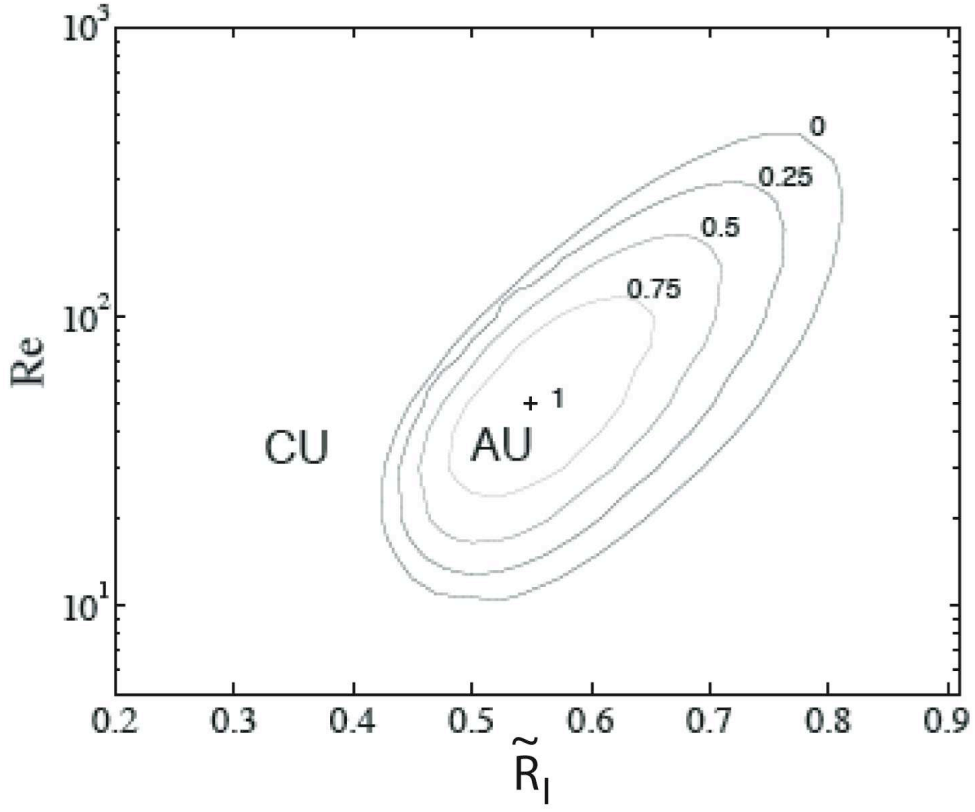


FIG. 7.41 – Courbes de niveaux du taux de croissance absolu (temporel) dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Sur chaque courbe, la valeur du taux de croissance absolu est la même. (Cette valeur est annotée à coté de chaque courbe). La courbe du taux absolu égal à zéro délimite les zones absolues (AU) et convectives (CU). $M = 25$; $Sc = 7500$; $\delta = 0.02$. Figure de B. Selvam et al.

La zone d'instabilité absolue est contenue dans un îlot dans le diagramme $(\tilde{R}_I, Re)$ que l'on peut comparer aux résultats expérimentaux. Nous avons

représenté dans la figure 7.42 les diagrammes de rms_{min} et $-tan(\alpha)$ et les limites déterminées par l'analyse de stabilité linéaire effectuée par B. Selvam et par l'analyse de stabilité linéaire aux grandes longueurs d'onde.

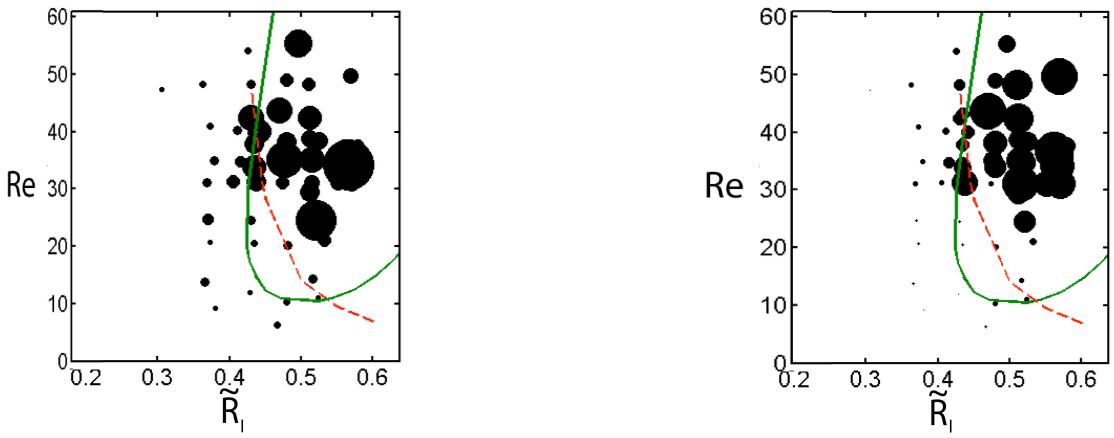


FIG. 7.42 – La zone d'instabilité absolue (contenue dans l'île délimitée par la ligne verte) selon l'analyse effectuée par Selvam et al et selon l'analyse d'instabilité aux grandes longueurs d'onde (au-dessus de la ligne pointillée rouge) dans le plan $(\tilde{R}_I, Re)$ sont comparées au diagramme de rms_{min}, à gauche et à celui de la pente $-tan(\alpha)$, à droite. $M = 25$. Pour la simulation, $Sc = 7500$ et $\delta = 0.02$.

Nous pouvons observer que la limite entre les zones convectives et absolues de l'analyse de B. Selvam et al est presque verticale pour $Re > 20$ environ. Cette limite correspond bien aux résultats expérimentaux et à la limite obtenue par l'analyse de stabilité aux grandes longueurs d'onde pour $Re > 30$. Par contre, la zone d'instabilité absolue théorique s'étend jusqu'à des nombres de Reynolds Re plus petits que pour nos mesures expérimentales. La courbe obtenue par l'analyse de stabilité aux grandes longueurs d'onde est plus proche de la limite expérimentale dans ce cas.

Selvam et al ont aussi simulé les instabilités non-linéaires de deux fluides miscibles, de même densité et en écoulement parallèle. L'amplitude des instabilités est forcée à être nulle à $x = 0$ pour tenir compte de l'injecteur. Par contre, ils n'ont pas de longueur d'établissement $\tilde{L}_\nu$. Qualitativement, les motifs numériques obtenus sont très proches de ceux observés expérimentalement (fig. 7.43).

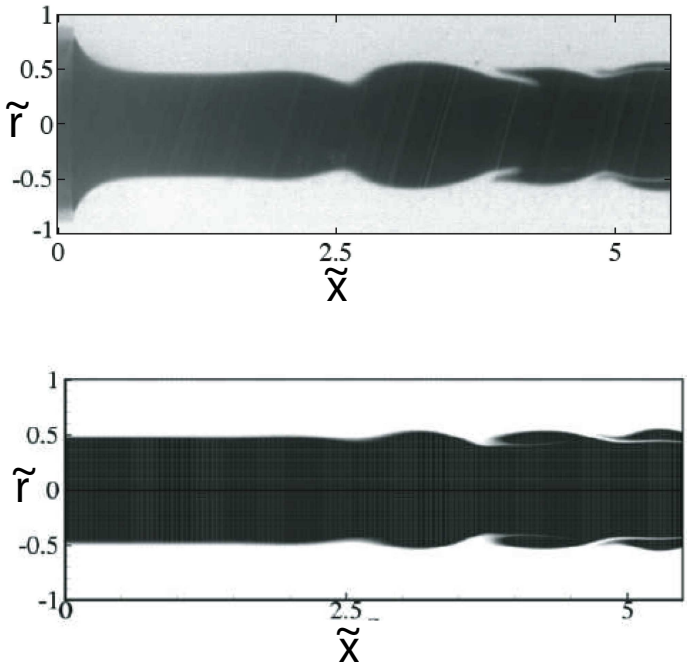


FIG. 7.43 – Comparaison entre la photo d'une expérience à $\tilde{R}_I = 0.49$ et $Re = 38$, $M = 25$ et la simulation numérique avec les mêmes paramètres et $Sc = 7500$, $\delta = 0.02$.

Ils obtiennent des fréquences $\tilde{f}_{max}$ non-linéaires égales à celles trouvées avec l'analyse de stabilité linéaire. Sur la figure 7.44, sont représentées les fréquences expérimentales pour $\tilde{r}_0 = 0.75$ et $\tilde{r}_0 = 0.5$ ainsi que celles calculées par B. Selvam pour $Re = 48$ et $\tilde{R}_I$ variable (fig. 7.44, gauche) et $\tilde{R}_I = 0.48$ et Re variable (fig. 7.44, droite). Nous pouvons observer un saut de la fréquence expérimentale dans le cas où $\tilde{r}_0 = 0.75$ vers $\tilde{R}_I = 0.5$ (fig. 7.44, gauche) et $Re = 45$ (fig. 7.44, droite). Les valeurs de $\tilde{f}_{max}$ pour $\tilde{r}_0 = 0.75$ après ce saut sont compatibles avec les valeurs numériques. Par contre, les valeurs de $\tilde{f}_{max}$ avant le saut et celles pour $\tilde{r}_0 = 0.5$ sont plus basses que celles obtenues par simulation numérique.

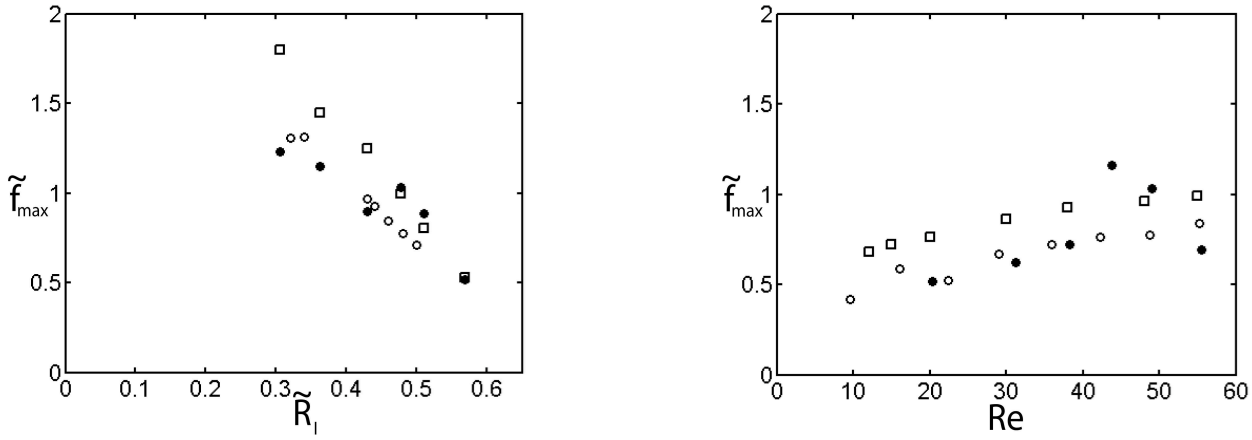


FIG. 7.44 – A gauche, fréquence $\tilde{f}_{max}$ pour $Re = 48$ constant et le rayon d'injecteur $\tilde{r}_0 = 0.75$ (•) et $\tilde{r}_0 = 0.5$ (○) ainsi que pour la simulation numérique (□). A droite, fréquence $\tilde{f}_{max}$ pour $\tilde{R}_I = 0.48$ constant pour les deux injecteurs et la simulation avec les mêmes notations. $M = 25$ et $Sc = 7500$, $\delta = 0.02$ pour la simulation numérique.

Nous nous attendrions plutôt à ce que le fait de diminuer le rayon de l'injecteur diminue l'écart entre les expériences et la simulation et donc que les mesures expérimentales de la fréquence se rapprochent des fréquences obtenues par simulation que ce soit avant ou après le saut. Paradoxalement, dans le cas où nous avons utilisé un rayon d'injection plus petit ($\tilde{r}_0 = 0.5$), les fréquences expérimentales sont les plus éloignées de celles calculées numériquement. Peut-être que dans le cas d'un état de base très fortement non parallèle, les instabilités ne "voient" pas le front et un autre mécanisme de sélection de la fréquence se met en place. Il serait donc intéressant de faire varier le rayon d'injection entre 0.5 et 0.75 afin d'étudier l'effet de l'injection sur les instabilités convectives et absolues plus précisément.

Cependant, bien que la valeur de la fréquence maximum ne soit pas comparable entre les expériences et les simulations numériques, nous pouvons observer une largeur de spectre à peu près équivalente dans les cas convectif ($\tilde{R}_I = 0.30$, $Re = 48$) et absolu (fig.7.45) dans la zone du plan (ici, $\tilde{R}_I = 0.57$, $Re = 48$) où les frontières entre instabilités convectives et instabilités absolues obtenues expérimentalement et numériquement s'accordent bien.

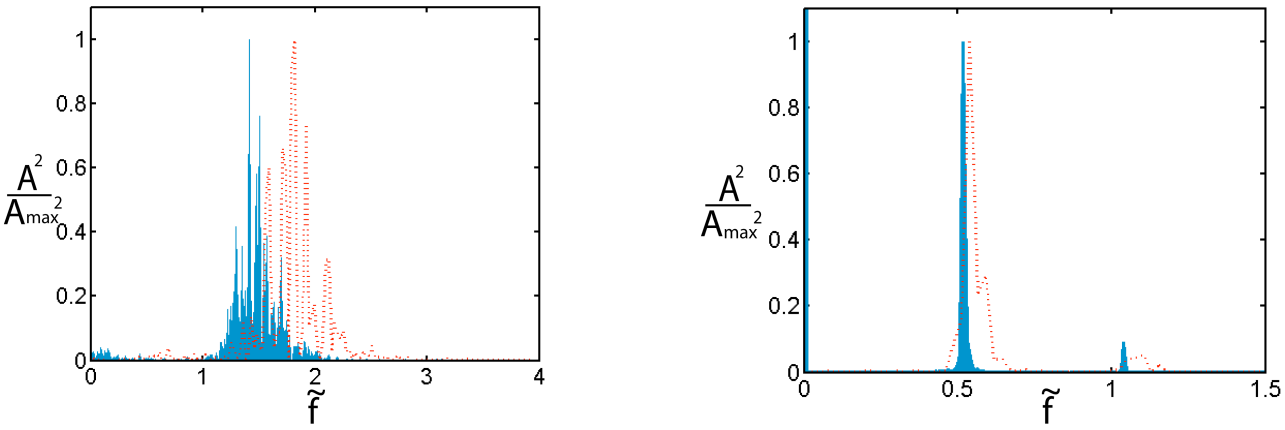


FIG. 7.45 – A gauche, puissance du spectre expérimental normalisé par la puissance maximum en fonction de la fréquence $\tilde{f}$ (courbe bleue pleine) et simulation numérique correspondante (courbe pointillée rouge) pour $\tilde{R}_I = 0.30$, $Re = 48$ (instabilité convective). Pour l'expérience, $\tilde{x} = 7$. Pour la simulation, $Sc = 7500$ et $\delta = 0.02$. A droite, puissance des spectres expérimental et numérique avec la même notation pour $\tilde{R}_I = 0.57$, $Re = 50$ (instabilité absolue). Pour l'expérience, $\tilde{x} = 2$. Pour la simulation, $Sc = 7500$ et $\delta = 0.02$.

Pour déterminer expérimentalement les zones d'instabilités absolues et des instabilités convectives dans le plan ($\tilde{R}_I$,Re), nous avons utilisé plusieurs critères spécifiques à la caractérisation convective ou absolue du système, le minimum, selon $\tilde{x}$ de la largeur de spectre rms_{min}, la pente correspondant à "la vitesse" à laquelle l'instabilité s'installe $-tan(\alpha)$ et la longueur d'écoulement parallèle $\tilde{L}_p$. Ces mesures montrent une tendance, en augmentant Re à $\tilde{R}_I$ constant ou $\tilde{R}_I$ à Re constant, des instabilités à passer d'un mécanisme convectif à un mécanisme absolu. La transition est plus claire quand on observe ces mesures dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re). Nous observons aussi dans la zone susceptible d'être absolue un saut de la fréquence $\tilde{f}_{max}$, du nombre d'onde $\tilde{k}_r$ et du taux de croissance spatial $-\tilde{k}_i$.

Les expériences de forçage montrent que la courbe de dispersion des instabilités convectives se pince quand on approche de la zone d'instabilité absolue, ce qui peut faire penser au pincement observé dans les branches spatiales lors de la transition entre instabilité absolue et convective.

En diminuant le rayon de l'injection, les sauts de $\tilde{f}_{max}$, $\tilde{k}_r$ et $-\tilde{k}_i$ n'existent

plus. Par contre, les valeurs des mesures spécifiques de la transition entre instabilité convectives et absolues restent inchangées. Cela pourrait montrer que ces mesures et les paramètres critiques de la transition ne dépendent pas de $\tilde{L}_\nu$. Par contre, la fréquence globale varie, ce qui est en accord avec les prédictions théoriques décrites dans ce chapitre.

L'analyse de stabilité linéaire aux grandes longueurs d'onde montre des paramètres critiques de transition entre instabilités convectives et absolues qui s'accordent assez bien aux données expérimentales.

Une analyse de stabilité linéaire ainsi que des simulations numériques des instabilités non-linéaires ont été effectuées par B. Selvam et al. La zone d'instabilité numérique absolue se recoupe à peu près avec la zone établie expérimentalement, mis à part les faibles nombres de Reynolds. B. Selvam et al trouvent la même fréquence globale absolue des instabilités que dans le cas où $\tilde{r}_0 = 0.75$ dans nos expériences. Par contre, les fréquences maximales des instabilités convectives diffèrent. Paradoxalement, le fait de diminuer le rayon d'injection ne fait pas se rapprocher les données expérimentales et numériques puisque dans le cas $\tilde{r}_0 = 0.5$, la fréquence globale absolue obtenue expérimentalement n'est plus celle obtenue numériquement. Il est possible que dans le cas d'un état de base très fortement non-parallèle, les instabilités ne "voient" plus le front à l'injection et que la fréquence globale provienne d'un autre mécanisme.

Chapitre 8

Ecoulements "triphasiques"

Nous allons maintenant étendre l'étude des instabilités entre deux fluides miscibles dans nos expériences en injectant au centre du fluide de coeur un fluide plus visqueux (dont la viscosité est égale à celle du fluide annulaire). L'écoulement de trois fluides concentriques est un problème intéressant puisqu'il peut modéliser par exemple le cas de l'écoulement de deux fluides concentriques avec une couche de diffusion entre elles. Industriellement, pour des tubes constitués de matériaux hydrophobes (du téflon par exemple), il est difficile de lubrifier l'écoulement en plaçant l'eau à la paroi. Il est possible toutefois de placer la couche d'eau entre deux couches de fluide hydrophobe sur la paroi du tube et au coeur du tube, nous avons donc alors un exemple d'écoulement triphasique dans le cas immiscible. Dans ce chapitre, nous allons étudier expérimentalement le cas d'un écoulement "triphasique" de fluides miscibles de même masse volumique.

La majorité des études sur les écoulements triphasiques ont porté sur le cas du front de déplacement initial entre les trois fluides. Notamment, L. Talon y a consacré une partie de sa thèse [39] [40]. Par contre, peu d'études ont été effectuées sur le régime permanent. Nous pouvons citer toutefois C.H. Li [41] qui a effectué l'analyse de stabilité aux grandes longueurs d'onde d'un écoulement de Couette plan dans le cas de trois couches de fluide immiscibles de viscosités différentes superposées entre deux plaques. D'après cette analyse, l'écoulement peut être très instable quand les instabilités des deux interfaces se trouvent en résonance. Joseph et Renardy [3] ont considéré un écoulement triphasique dans un tube comme une somme de deux écoulements diphasiques mais n'ont pas tenu compte du couplage entre les deux interfaces. Enfin une autre approche consiste à utiliser la théorie des ondes

cinématiques que nous avions déja utilisée dans les Chapitres 3 et 4. Nous n'allons pas décrire cette approche qui se trouve plus en détail dans la thèse de L. Talon mais nous allons l'utiliser pour la comparer à nos expériences.

Nous injectons cette fois-ci trois fluides concentriquement dans le tube. Ils sont miscibles et de même masse volumique. Nous nous placerons à haut Péclet, ce qui nous permettra de négliger la diffusion moléculaire. Comme cela a été utilisé dans la thèse de L. Talon, nous appellerons le fluide de coeur "gas", le fluide intermédiaire "oil" et le fluide à la paroi "water", de viscosités cinématiques respectivement de ν_g, ν_o, ν_w et de débits respectivement de Q_g, Q_o, Q_w. Nous noterons $M = \frac{\nu_w}{\nu_o} = \frac{\nu_g}{\nu_o}$. Nous utiliserons les même notations et la même normalisation que pour le cas à deux fluides (voir Chapitre 3). Les longueurs seront donc normalisées par le rayon du tube R et les vitesses normalisées par la vitesse moyenne d'écoulement $\bar{U}$. De manière analogue au cas diphasique, l'état stable du système est composé de trois couches concentriques de fluides en écoulement parallèle. Les rayons interfaciaux dans les zones d'écoulement parallèles seront appelés R_{go} pour celui de l'interface entre les fluides "gas" et "oil" et R_{wo} entre les fluides "oil" et "water". Nous définissons le nombre de Reynolds par $Re = \frac{\bar{U}R}{\nu_o}$.

Tout d'abord, nous allons définir les concentrations des trois fluides, S_g ("gas"), S_o ("oil"), S_w ("water") dans une section du tube.

$$S_g = \tilde{R}_{go}^2 \tag{8.1}$$

$$S_o = \tilde{R}_{wo}^2 - \tilde{R}_{go}^2 \tag{8.2}$$

$$S_w = 1 - \tilde{R}_{wo}^2 \tag{8.3}$$

Comme dans le cas diphasique, nous utilisons les équations de Stokes et d'incompressibilité pour obtenir le profil de vitesse, nous avons trois couches concentriques de fluides parallèles de vitesse $u_x(r)$ selon l'axe du tube :

$$\tilde{u}_x(\tilde{r}) = \frac{2[-\tilde{r}^2 + S_w + M(1 - S_w - S_g) + S_g]}{[1 + (M-1)((1-S_w)^2 - S_g^2)]}, 0 < \tilde{r} < \tilde{r}_{go} \tag{8.4}$$

$$\tilde{u}_x(\tilde{r}) = \frac{2[-M\tilde{r}^2 + S_w + M(1 - S_w)]}{[1 + (M-1)((1-S_w)^2 - S_g^2)]}, \tilde{r}_{go} < \tilde{r} < \tilde{r}_{wo} \tag{8.5}$$

$$\tilde{u}_x(\tilde{r}) = \frac{2[1 - \tilde{r}^2)]}{[1 + (M-1)((1-S_w)^2 - S_g^2)]}, \tilde{r}_{wo} < \tilde{r} < 1 \tag{8.6}$$

Nous pouvons calculer les fonctions de flux $F_w = \frac{Q_w}{Q_g+Q_o+Q_w}$ et $F_g = \frac{Q_g}{Q_g+Q_o+Q_w}$ ($F_o = 1 - F_w - F_g$), dans l'hypothèse quasi-parallèle :

$$F_g = \frac{S_g[2S_w(1-M) + S_g(1-2M) + 2M]}{[1 + (M-1)((1-S_w)^2 - S_g^2)]} \tag{8.7}$$

$$F_w = \frac{S_w}{[1 + (M-1)((1-S_w)^2 - S_g^2)]} \tag{8.8}$$

En utilisant la théorie des ondes cinématiques, nous avons à résoudre une équation matricielle. Trois cas peuvent se produire lors de la résolution de cette équation :

Système hyperbolique : Les valeurs propres de la matrice sont réelles et distinctes. La résolution est alors similaire à celle utilisée lors du chapitre 4.

Système parabolique : La matrice possède une valeur propre double. Il n'existe pas de solution générale à ce problème.

Système elliptique : La matrice possède deux valeurs propres complexes et conjuguées l'une de l'autre. Nous allons particulièrement nous intéresser à ce problème puisque cette configuration donne lieu à des instabilités.

G.K. Batchelor et R.W. Janse Van Rensburg [42] ont proposé une démarche d'analyse d'instabilité appliquée à la sédimentation bidisperse (sédimentation de particules de deux tailles différentes). Ils ont alors démontré que dans ce cas, un système d'équations elliptique donne un état instable. En appliquant ce principe à notre système, L. Talon a démontré dans sa thèse qu'un écoulement triphasique parallèle est alors toujours instable quand le système est elliptique.

L.Talon et al ont simulé un écoulement triphasique parallèle et ont observé des instabilités se former dans la zone elliptique.

Physiquement on peut comprendre l'instabilité elliptique comme un couplage entre les deux interfaces. Pour cela, il est nécessaire que la couche de fluide intermédiaire (oil) soit assez épaisse pour avoir un effet non négligeable mais assez fine pour qu'il y ait couplage entre les deux interfaces. C'est ce que l'on observe en calculant le taux de croissance temporel elliptique l_i pour différents $\tilde{R}_{go} < \tilde{R}_{wo}$. Sur la figure 8.1, est représenté en code couleur le taux de croissance elliptique en fonction de $\tilde{R}_{go}$ et $\tilde{R}_{wo}$. Seul le triangle défini par $\tilde{R}_{go} < \tilde{R}_{wo}$ a un sens physique, puisque le rayon interfacial entre les fluides "gas" et "oil" ne peut être supérieur à celui entre "oil" et "water". La zone en bleu foncé représente un écoulement où le taux de croissance elliptique est nul, il s'agit alors d'écoulements susceptibles d'être instables hyperboliques. Dans la zone d'instabilité elliptique, plus la couleur tire sur le rouge, plus le

taux de croissance elliptique est haut. Nous avons représenté aussi les trois séries d'expériences effectuées par des triangles blancs, des ronds noirs et des étoiles violettes. Nous détaillerons ces expériences dans le paragraphe 8.2.

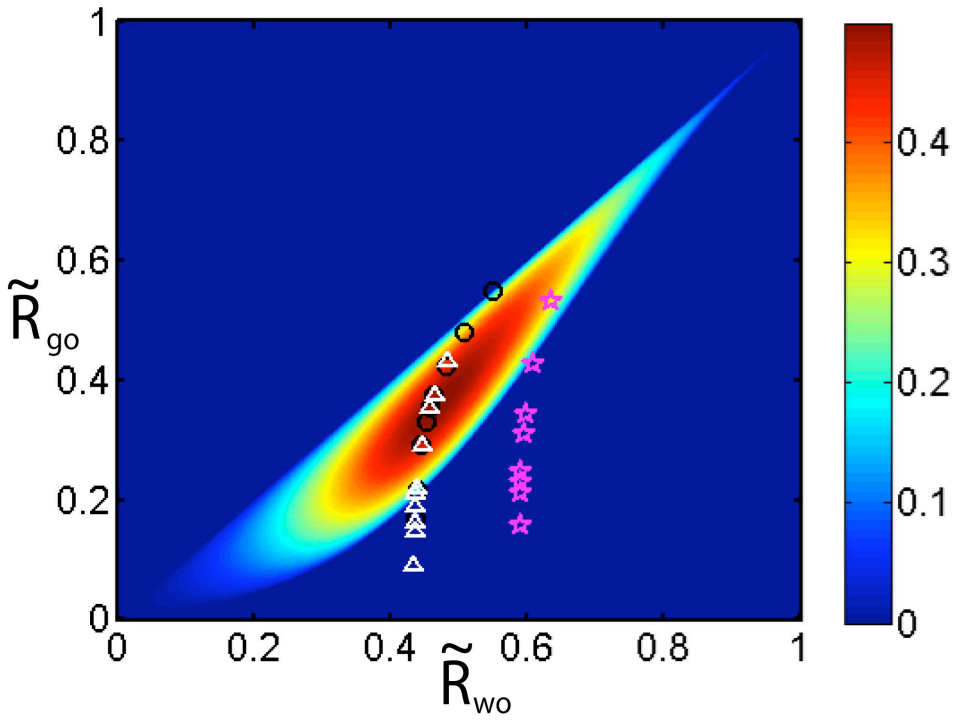


FIG. 8.1 – Taux de croissance codé en couleur dans la zone elliptique en fonction de $\tilde{R}_{go}$ en ordonnée et $\tilde{R}_{wo}$ en abscisse. Seul le triangle défini par $\tilde{R}_{wo} > \tilde{R}_{go}$ a un sens physique. Plus la couleur tire sur le rouge, plus le taux de croissance est fort. La couleur bleu foncé représente la zone hyperbolique où le taux de croissance elliptique est nul. Les points expérimentaux (triangles blancs, ronds noirs et étoiles violettes) correspondent aux trois séries d'expériences étudiées dans le paragraphe 8.2. M=10

Nous avons dans le cas elliptique le taux de croissance temporel proportionnel au nombre d'onde $\tilde{k}_r$ alors que dans le cas de Y. Renardy et D.

Joseph [3], les instabilités dans le cas diphasique, il est proportionnel à $\tilde{k}_r^2$. Nous nous attendons donc à ce que dans la zone elliptique, les instabilités elliptiques prédominent. Ces instabilités devront avoir une grande longueur d'onde et ne pas dépendre du nombre de Reynolds selon la théorie cinématique. Expérimentalement, nous avons effectué des expériences dans les zones elliptiques et hyperboliques. Nous avons observé les motifs d'instabilités se formant afin de discriminer entre les instabilités dues à l'ellipsité ou aux instabilités de cisaillement qui se produisent déja entre deux couches de fluide.

8.1 Aménagements expérimentaux

Nous avons utilisé trois fluides, de viscosités $\nu_g = 10.10^{-6} m^2.s^{-1}$, $\nu_o = 1.10^{-6} m^2.s^{-1}$ et $\nu_w = 10.10^{-6} m^2.s^{-1}$ et colorés respectivement pour "oil" et "gas" en rouge et bleu. Nous avons donc $M = 10$. Nous les avons injectés par un système dont les détails sont représentés sur le schéma de la figure 8.2.

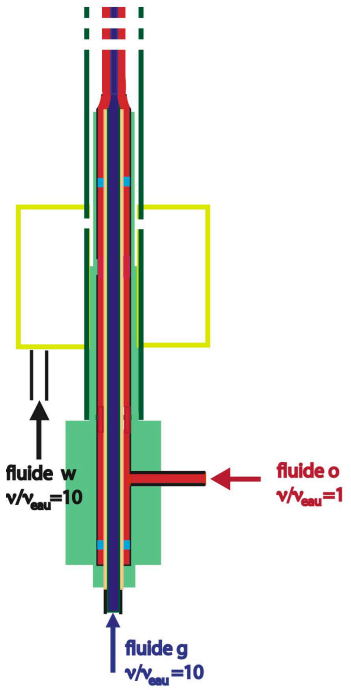


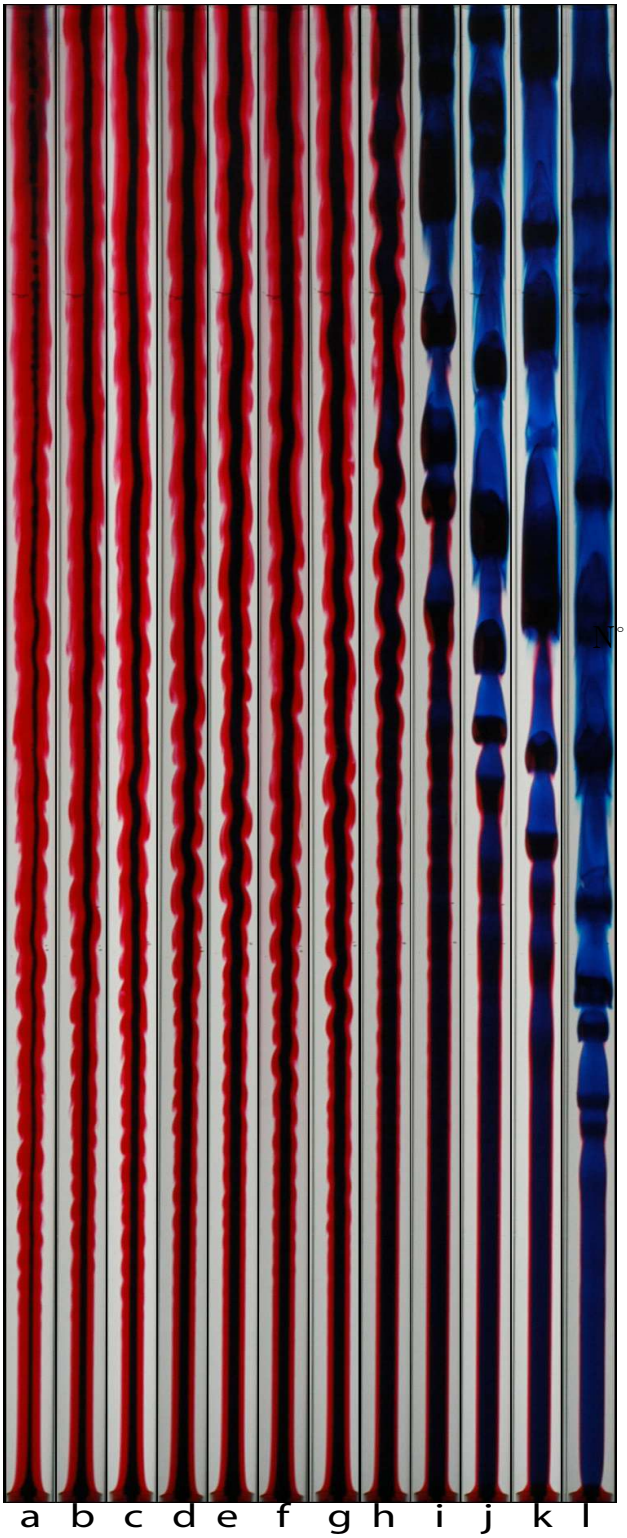
FIG. 8.2 – Schéma d'une coupe de l'injecteur cylindrique. L'injecteur (en vert clair) est emmanché dans le tube extérieur (en vert foncé). Le diamètre interne du haut de l'injecteur est de 16mm, son diamètre externe de 18mm. Un tube (orange clair) de 6mm de diamètre interne et de 8mm de diamètre externe est maintenu dans l'injecteur par deux plaques perforées circulaires (bleues claires). Le fluide "gas" (en bleu foncé) est injecté par ce tube. Le fluide "oil" (en rouge) est injecté dans l'espace annulaire entre ce tube et l'injecteur. Le fluide "water"(en blanc) est injecté d'un réservoir (en jaune) par l'intermédiaire de trous perforés dans le tube extérieur.

Le fluide "gas" est injecté à la base de l'expérience pour $\tilde{r} \in [0, 0.3]$, le fluide "oil" pour $\tilde{r} \in [0.4, 0.8]$ et le fluide "water" pour $\tilde{r} \in [0.9, 1]$.

8.2 Observations

Nous avons effectué trois séries d'expériences avec pour chacune le débit du fluide "water" fixé et les débits des fluides "gaz" et "oil" variables mais dont la somme est fixe. Le flux F_w est alors fixé et les flux F_o et F_g variables. Pour chacune, nous avons pris des photos du tube. Deux expériences suivent la même courbe dans le plan $(\tilde{R}_{wo}, \tilde{R}_{go})$ mais ont des nombres de Reynolds différents.

Pour la première série (fig. 8.1, triangles blancs), le nombre de Reynolds est fixé à 32 et $F_w = 0.50$. Nous passons donc ainsi près du maximum de taux de croissance théorique. Les photos des expériences de cette série ont été reportées sur la figure 8.3 avec les prédictions des taux de croissance l_i dans la zone elliptique des instabilités .

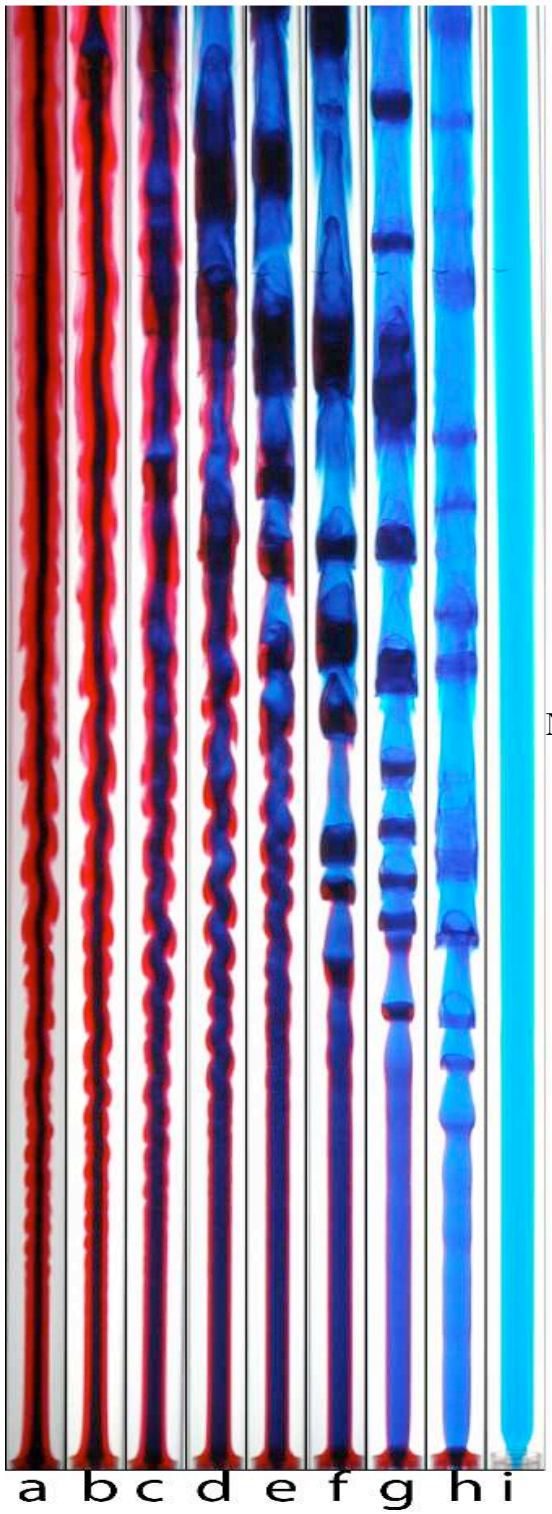


N° Photo	$\tilde{R}_{wo}$	$\tilde{R}_{go}$	l_i
a)	0.435	0.086	0
b)	0.436	0.146	0
c)	0.436	0.163	0
d)	0.437	0.191	0
e)	0.438	0.210	0.1120
f)	0.438	0.211	0.1273
g)	0.439	0.220	0.2111
h)	0.447	0.293	0.4611
i)	0.453	0.332	0.4951
j)	0.459	0.356	0.4968
k)	0.465	0.376	0.4898
l)	0.485	0.434	0.4284

FIG. 8.3 – Photo du tube pour plusieurs expériences à $Re = 32$ et $F_w = 0.50$, $\tilde{R}_{wo}$ et R_{go} croissants de gauche à droite. L'injection est en bas de chaque image. Les paramètres de chaque expérience sont résumés sur le tableau à droite de l'image.

Comme nous pouvons l'observer, l'écoulement est toujours instable pour tous les paramètres de contrôle utilisés pour cette expérience mais les motifs d'instabilité observés ne sont pas de même nature quand on augmente $\tilde{R}_{wo}$ et R_{go}. Pour de faibles valeurs de $\tilde{R}_{go}$ (figure 8.3, a)-h)), nous observons dans le bas du tube des instabilités semblables en forme et en ordre de grandeur aux motifs de champignons observés dans le cas de l'écoulement diphasique. A $\tilde{R}_{go} = 0.332$ (figure 8.3, i)), des motifs de la forme de flammes apparaissent en haut du tube. Ces motifs sont axisymétriques et leurs longueurs d'ondes sont irrégulières et plus grandes que celles observées pour les motifs de champignons. En augmentant encore $\tilde{R}_{go}$, les motifs en forme de flamme apparaissent de plus en plus bas dans le tube tandis que les motifs de champignons disparaissent. Ces motifs en forme de flamme peuvent être envisagés comme des motifs d'instabilité elliptique. En effet, ils montrent un fort couplage entre les deux interfaces. Ils apparaissent dans notre expérience pour $\tilde{R}_{go} \geqslant 0.300$. D'après les prédictions de L. Talon, ils devraient apparaître vers $\tilde{R}_{go} = 0.210$, cette différence pourrait être due au fait que les motifs apparaissant plus haut dans le tube en baissant $\tilde{R}_{go}$, la longueur du tube n'est peut-être pas suffisante pour les observer pour $\tilde{R}_{go} \simeq 0.210$. Enfin, la théorie de ces instabilités ne s'applique qu'aux grandes longueurs d'onde par rapport au tube or les motifs de flamme peuvent être assez grands par rapport au rayon du tube.

Selon la théorie cinématique, le nombre de Reynolds n'a pas d'effet sur le taux de croissance et l'apparition des instabilités elliptiques. Nous avons donc effectué des expériences pour le même flux F_w constant mais pour $Re = 46$ (fig.8.1, ronds noirs). Les photos de ces expériences sont reportées sur la figure 8.4. .



N° Photo	$\tilde{R}_{wo}$	$\tilde{R}_{go}$	l_i
a)	0.437	0.169	0
b)	0.439	0.216	0.1745
c)	0.446	0.292	0.4608
d)	0.453	0.330	0.4944
e)	0.459	0.355	0.4971
f)	0.464	0.375	0.4896
g)	0.481	0.424	0.4429
h)	0.507	0.481	0.3375
i)	0.550	0.550	0

FIG. 8.4 – Photo du tube pour plusieurs expériences à $Re = 46$ et $F_w = 0.50$, $\tilde{R}_{wo}$ et R_{go} croissants de gauche à droite. L'injection est en bas de chaque image. Les paramètres de chaque expérience sont résumés sur le tableau à droite de l'image.

Pour cette série d'expériences, la transition entre les motifs d'instabilité de type champignon et les motifs d'instabilité de type flamme semble être vers $\tilde{R}_{go} \simeq 0.300$ (fig. 8.4, d)), ce que nous avions deja pour $Re = 32$. Cela s'accorde donc avec la théorie. La photo i) de la figure 8.4 correspond à un débit du fluide "oil" nul, nous avons donc l'écoulement de deux fluides de même masse volumique et viscosité et donc un écoulement de Poiseuille stable.

Si nous comparons, dans les deux séries, des expériences de paramètres proches (fig. 8.5), nous pouvons observer le même comportement et les mêmes motifs dans le cas des instabilités de la forme de champignon ($\tilde{R}_{wo} = 0.436$, $\tilde{R}_{go} = 0.163$, $Re = 46$ et $\tilde{R}_{wo} = 0.436$, $\tilde{R}_{go} = 0.169$, $Re = 32$, fig. 8.5, gauche) ou de flamme ($\tilde{R}_{wo} = 0.465$, $\tilde{R}_{go} = 0.376$, $Re = 46$ et $\tilde{R}_{wo} = 0.464$, $\tilde{R}_{go} = 0.375$, $Re = 32$, fig. 8.5, droite).

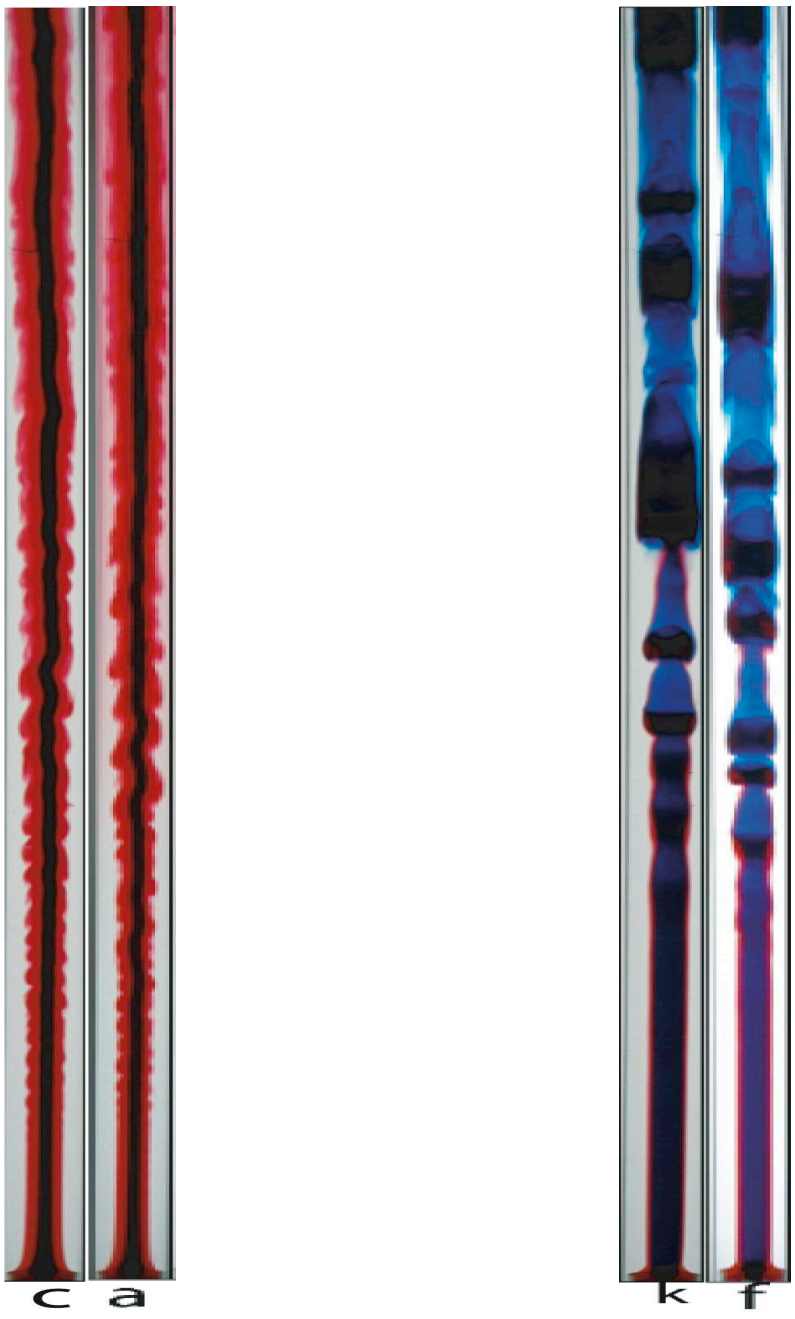
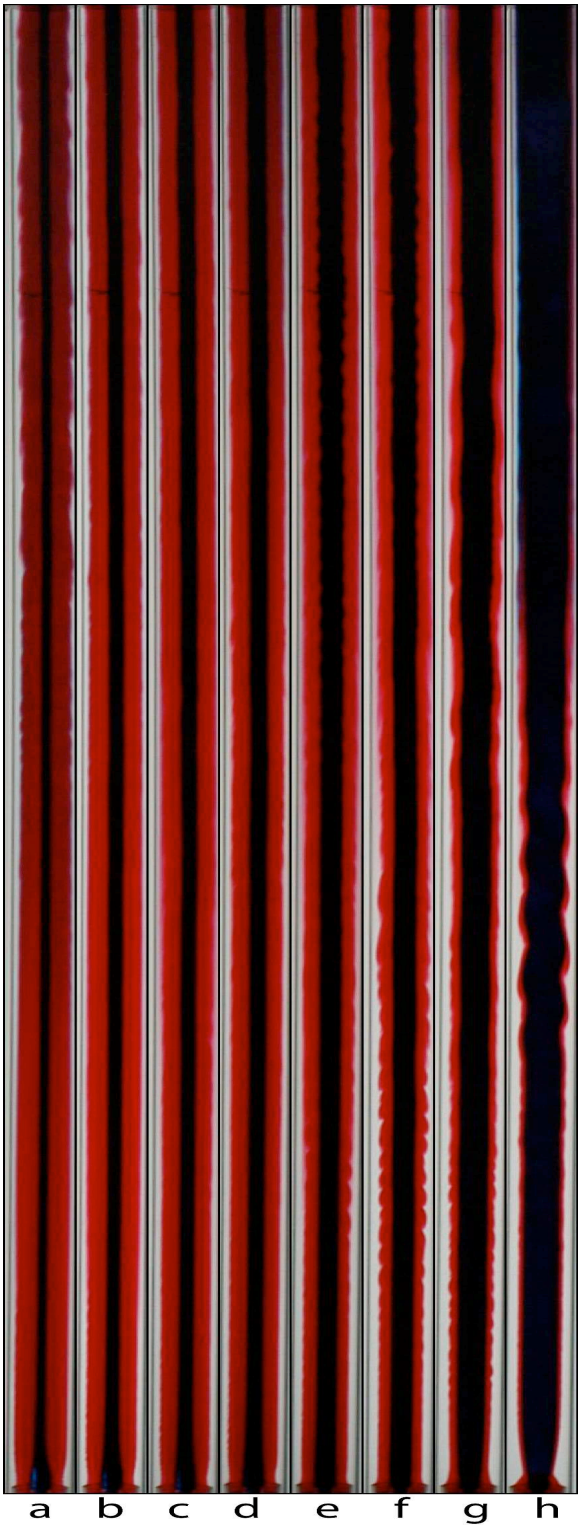


FIG. 8.5 – Image de gauche : à gauche, photo de motifs de champignons pour $\tilde{R}_{wo} = 0.436$, $\tilde{R}_{go} = 0.163$, $Re = 46$ et à droite, pour $\tilde{R}_{wo} = 0.436$, $\tilde{R}_{go} = 0.169$, $Re = 32$. Pour des valeurs très proches de $\tilde{R}_{go}$ et $\tilde{R}_{wo}$, mais pour deux Reynolds différents, nous pouvons observer les mêmes motifs. Image de droite : à gauche, photo de motifs de flammes pour $\tilde{R}_{wo} = 0.465$, $\tilde{R}_{go} = 0.376$, $Re = 46$ et à droite, pour $\tilde{R}_{wo} = 0.464$, $\tilde{R}_{go} = 0.375$, $Re = 32$. Là aussi, nous n'observons pas de différence.

Une autre série d'expérience a été menée, cette fois-ci pour $F_w = 0.20$ et $Re = 45$ (fig. 8.1, étoiles violettes). Dans cette configuration-là, selon l'étude théorique, la limite entre instabilités hyperboliques et elliptiques se situe pour un R_{go} plus élevé : $R_{go} = 0.425$ et les taux de croissance sont plus faibles que dans les cas précédents. Les photos des expériences sont reportées sur la figure 8.6.



N° Photo	$\tilde{R}_{wo}$	$\tilde{R}_{go}$	l_i
a)	0.591	0.158	0
b)	0.592	0.212	0
c)	0.593	0.230	0
d)	0.593	0.247	0
e)	0.596	0.31	0
f)	0.599	0.343	0
g)	0.610	0.427	0
h)	0.636	0.531	0.3122

FIG. 8.6 – Photo du tube pour plusieurs expériences à $Re = 45$ et $F_w = 0.20$, $\tilde{R}_{wo}$ et R_{go} croissants de gauche à droite. L'injection est en bas de chaque image. Les paramètres de chaque expérience sont résumés sur le tableau à droite de l'image.

Cette série ne montre pas de motifs de flamme. Nous pouvons conclure, que s'il existe des instabilités "elliptiques" pour $R_{wo} = 0.60$, elles apparaissent pour un rayon $\tilde{R}_{go}$ plus grand que dans les deux premières séries. Cela n'est donc pas en contradiction avec la théorie qui prédit un rayon $\tilde{R}_{go}$ de transition entre instabilités hyperboliques et elliptiques plus grand.

Cette étude qualitative montre que le motif de flamme pourrait être la signature d'une instabilité elliptique. En effet, ces instabilités montrent un fort couplage entre les interfaces et les zones dans le diagramme $(\tilde{R}_{wo}, \tilde{R}_{go})$ où elles apparaissent ne sont pas en contradiction avec les prédictions de L. Talon.

Chapitre 9

Conclusion et perspectives

L'interface entre deux fluides miscibles de viscosités différentes fait naître une grande variété de phénomènes. Quand le fluide de coeur est injecté dans le tube où s'écoule le fluide annulaire, nous obtenons comme fronts de déplacement un doigt aux grands rayons d'injection et des oscillations pour les petits rayons d'injection. Nous retrouvons donc des résultats analogues à ceux obtenus par L.Talon en simulation numérique dans une cellule de Hele-Shaw. Par contre, si l'existence du doigt a pu être prédite par la théorie des chocs, les valeurs du rayon et de la vitesse du doigt n'ont pas pu être estimées, cette théorie n'étant valable que pour un écoulement quasiparallèle. Or, comme l'a montré le champ de vitesse obtenu par PIV, l'écoulement n'est plus quasi-parallèle près du nez du doigt.

Nous avons pu observer des instabilités en régime permanent dans toute la gamme des paramètres de contrôle $\tilde{R}_I$ et Re étudiés. Dans la figure 9.1, nous résumons les résultats expérimentaux dans le plan des paramètres de contrôle ($\tilde{R}_I$, Re), obtenus dans le cadre de l'étude de la transition entre les motifs perles et champignons et de celle entre instabilités convectives et absolues.

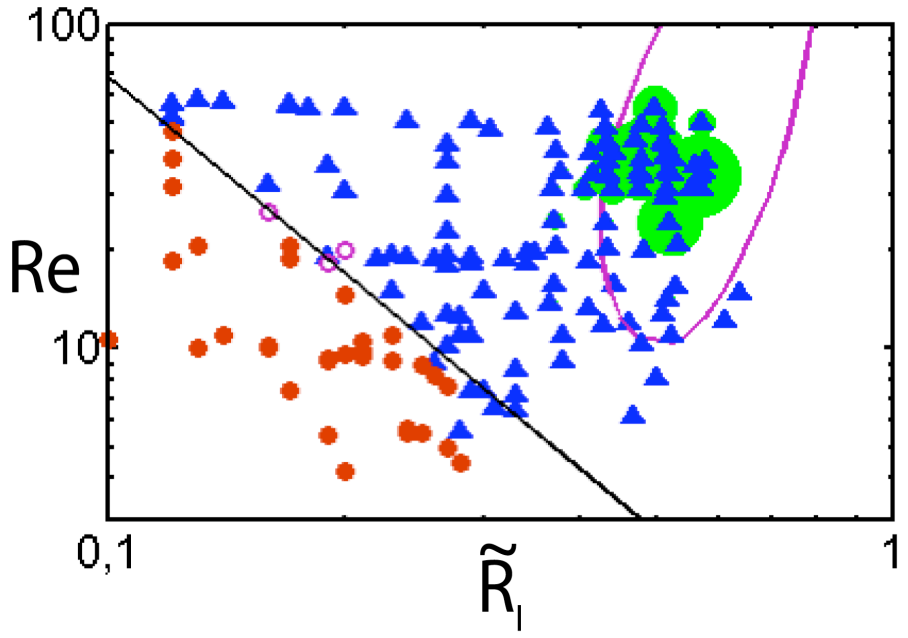


FIG. 9.1 – Diagramme $(\tilde{R}_I, Re)$ des instabilités. Les motifs de perles (•) se retrouvent pour de faibles rayons de coeur $\tilde{R}_I$ et de faibles nombres de Reynolds Re, les champignons (▲), au contraire, pour de grands $\tilde{R}_I$ et Re. Pour des jeux de paramètres de contrôle proches de la droite limite entre les deux, les deux motifs ont été observés dans la même expérience (○). Dans la zone occupée par les champignons, pour certains paramètres de contrôle, la fréquence de l'instabilité présente une largeur de spectre très fine. Ces instabilités-là sont entourées par les ronds verts. Le rayon des cercles est proportionnel à l'inverse de la largeur du spectre des instabilités pour les paramètres de contrôle correspondant aux coordonnées de son centre. La ligne violette délimite la zone absolue dans le diagramme calculée à partir d'une analyse de stabilité linéaire par B. Selvam et al.

Deux motifs différents ont été observés et le diagramme de leur existence a été établi (fig. 9.1). Les motifs de perles ont été répertoriés pour de faibles valeurs de $\tilde{R}_I$ et Re tandis que les champignons pour de grandes valeurs de $\tilde{R}_I$ et Re. La physique qui amène le système à préférer un régime à un autre n'est pas encore établie puisque ici on touche à des phénomènes très non-linéaires. Cette courbe délinéatrice entre les deux régimes pourrait être expliquée par le rapport de forces inertielles et de forces visqueuses à l'interface, mais cette loi n'est pas valable sur une assez grande gamme de paramètres pour être validée.

Les motifs de champignons, bien qu'ayant une longueur d'onde d'ordre de grandeur le rayon du tube, ont une vitesse proche de celle estimée par l'analyse de stabilité linéaire pour les petites longueurs d'onde, établie par D. Joseph et Y. Renardy [3], c'est-à-dire une vitesse proche de la vitesse de l'interface. Les perles, quant à elles, de longueurs d'onde plus grandes, ne peuvent être décrites ni par l'analyse de stabilité linéaire aux petites longueurs d'onde, ni par celle aux grandes longueurs d'onde. Elles se situent entre les deux. Les coupes LASER ont montré un mécanisme interne aux perles complexe.

Enfin, dans les motifs de champignons, pour certains paramètres de contrôle, nous avons pu observer des motifs se développant très près de l'entrée et ayant une largeur de spectre fine. Cela pourrait être expliqué par le fait que ces instabilités sont absolues pour ces paramètres de contrôle et convectives en dehors (fig. 9.1). Nous avons mesuré des grandeurs qui peuvent caractériser l'état convectif ou absolu de l'instabilité. Dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re), nous pouvons observer une zone où leurs valeurs montrent un changement d'ordre de grandeur, ce qui pourrait traduire une transition entre instabilités convectives et instabilités absolues. Nous avons aussi observé un saut de la fréquence, de la longueur d'onde et du taux de croissance dans cette zone. De plus, si on se place dans la zone où les instabilités sont convectives et que l'on s'approche de la zone où les instabilités sont absolues, nous pouvons voir que les courbes de dispersion, obtenues par forçage, se pincent de plus en plus, ce qui pourrait être un autre signe de la transition. Si on diminue le rayon d'injection, le saut de la fréquence, de la longueur d'onde et du taux de croissance n'existe plus. Cela pourrait traduire le fait que la fréquence globale absolue dépend du front entre l'injection et les instabilités, comme cela a été prédit théoriquement. De plus, les autres mesures, spécifiques à la transition entre instabilités convectives et absolues, ne changent pas. Il semble donc que ces mesures ne dépendent pas de l'injection et de la longueur d'établissement

$\tilde{L}_\nu$. Les paramètres critiques de la transition ne sont donc pas affectés par l'injection.

B. Selvam et al ont fait une analyse de stabilité linéaire de notre état de base et ont simulé numériquement les instabilités non-linéaires de cet état de base en forçant l'amplitude des instabilités à zéro en $\tilde{x} = 0$ afin de tenir compte de l'injection. La zone dans le plan ($\tilde{R}_I$, Re)(fig. 9.1, courbe violette) obtenue numériquement recoupe à peu près celle expérimentale à part pour les faibles Re. Les fréquences numériques et expérimentales diffèrent elles aussi. Cela peut être dû aux conditions d'injection de notre expérience. Une analyse de stabilité linéaire aux grandes longueurs d'onde montre aussi un passage des instabilités convectives aux instabilités absolues en changeant les paramètres de contrôle. La frontière s'accorde plutôt bien aux mesures expérimentales.

Enfin, en injectant non seulement le fluide le plus visqueux à la paroi du tube, mais aussi au centre du fluide de coeur, nous obtenons, pour certains paramètres de contrôle, des motifs d'instabilités de la forme de flamme. Ces instabilités pourraient provenir d'un mécanisme d'instabilité elliptique, c'est-à-dire un couplage entre les deux interfaces. Les observations expérimentales s'accordent assez bien à ces prédictions théoriques.

Des questions subsistent toutefois sur nos expériences. D'autres expériences et des interprétations physiques sont nécessaires.

La sélection du système en régime de perles ou de champignons n'est pas encore comprise physiquement. Un modèle reste donc à trouver. De plus, nous n'avons pas pu explorer d'autres valeurs de M. Il serait donc intéressant de refaire nos expériences avec d'autres valeurs de M, par exemple en diminuant le rayon du tube afin de pouvoir observer les motifs sur une plus grande longueur de tube. Il reste aussi à étudier le mécanisme interne aux perles.

Dans le cas de la transition entre instabilités convectives et absolues, l'étude de l'effet de l'injection semble primordiale. L'étude des instabilités pour différents rayons d'injecteurs et des mesures par PIV du champ de vitesse à leur sortie pourraient permettre de comprendre mieux son effet.

Dans le cas des instabilités "triphasiques", il serait intéressant de continuer ces expériences, puisque des motifs originaux sont apparus, qui s'accordent bien aux prédictions théoriques.

Le comportement du front de déplacement entre les deux fluides en variant $\tilde{R}_I$ montrant qualitativement un bon accord entre les simulations numériques en cellule de Hele-Shaw et les expériences, il serait intéressant de continuer cette comparaison de manière plus quantitative en simulant ces fronts de

déplacements en tube et en les comparant aux expériences.

D'une manière générale, nous pourrions aussi utiliser des fluides non-newtoniens dans notre système.

Chapitre 10

Annexe : Traitement des images et des données

10.1 Acquisition des données et traitement des images

Dans les expériences en film direct, le fluide intérieur est teinté en bleu (WaterBlue). Pour celles en coupe LASER, le fluide de coeur est teinté par de la fluorescine. Dans ce dernier cas, un plan LASER de 1mm d'épaisseur coupe le tube en passant par l'axe du tube. La visualisation en coupe LASER a l'avantage par rapport aux visions directes de ne montrer qu'un plan dans le tube de l'expérience. Elle permet donc d'étudier la structure interne des motifs et d'éviter d'éventuels effets d'ombre.

Deux caméras ccd filment simultanément les expériences, ce qui permet de filmer à deux endroits et à deux échelles différentes l'expérience. Un magnétoscope enregistre les deux films sur la même image sur cassette numérique. Puis les films sont transférés sur ordinateur (Mac G4) par une carte vidéo et traités par ImageJ. Nous filmons les expériences avec une échelle de 200 pixels pour 2 cm. La précision des images est donc d'environ $0,01$ cm. Dans une image, pour chaque position $\tilde{x}$ du tube, nous définissons l'interface et donc $\tilde{r}_I$ comme le point d'inflexion de la courbe d'intensité selon le diamètre du tube (fig. 10.1).

Afin d'étudier la dynamique de la pseudo-interface entre les deux fluides, nous en construisons le diagramme spatiotemporel à partir des films. Dans le diagramme spatiotemporel, chaque pixel de l'image a pour intensité le

rayon interfacial $\tilde{r}_I$ à $\tilde{x}$ (abscisse du diagramme) et au temps $\tilde{t}$ (ordonnée de l'image). Nous prenons en général 1024 images consécutives pour que l'algorithme effectuant la distribution de Fourier fonctionne correctement. Le temps entre deux images dépend de l'expérience. Il faut environ une trentaine de périodes dans le diagramme pour que l'on puisse bien définir la fréquence des motifs. Le temps entre deux images est d'ordre de grandeur 0.05 en unité normalisée. Un exemple de traitement d'image est donné sur la figure 10.1.

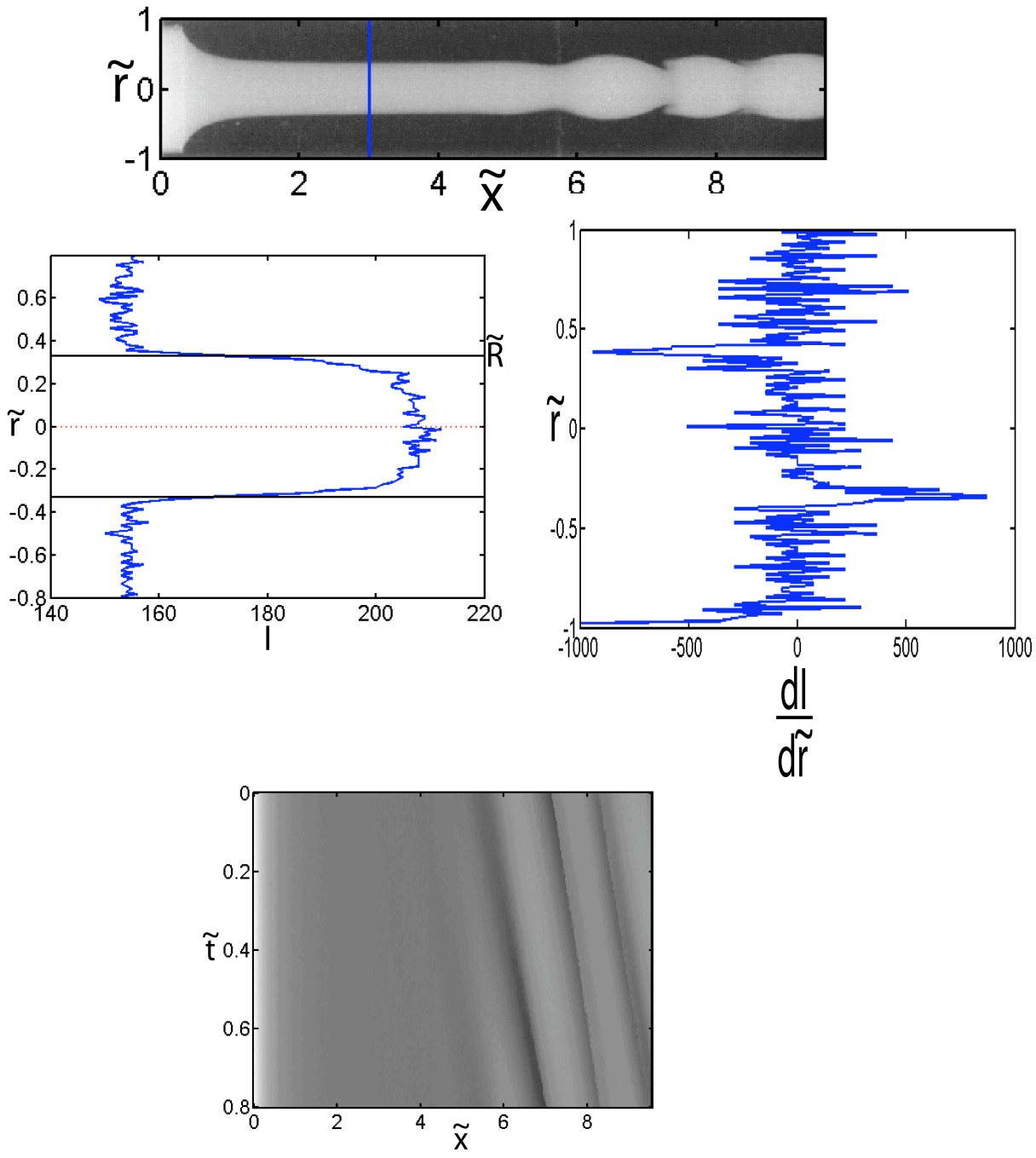


FIG. 10.1 – En haut, à gauche, photo d'une expérience pour $\tilde{R}_I = 0.33$, $Re = 20$, $M = 25$ et au milieu une coupe transversale de son intensité I (signalée par la droite bleue sur l'image à gauche). A droite, la dérivée selon $\tilde{r}$ de l'intensité $\frac{dI}{d\tilde{r}}$. En mesurant le rayon $\tilde{r}$ du point d'inflexion des deux interfaces (extremum de la dérivée), nous mesurons le rayon interfacial $\tilde{r}_I$ en chaque $\tilde{x}$ et $\tilde{t}$ de l'image. Nous pouvons ainsi construire le diagramme spatiotemporel de l'expérience, en bas. Chaque pixel de l'image a pour intensité le rayon interfacial $\tilde{r}_I$ à la distance $\tilde{x}$ (abscisse dans le diagramme) et au temps $\tilde{t}$ (ordonnée dans le diagramme). Plus le pixel est clair, plus le rayon $\tilde{r}_I$ est grand.

Nous pouvons aussi faire une analyse de Fourier temporelle pour chaque abscisse $\tilde{x}$ du diagramme spatiotemporel. La précision en fréquence de cette analyse de Fourier est d'ordre de grandeur 0.02 en unité normalisée.

10.2 Mesure de champs de vitesses par la technique de Particle Image Velocity

Afin de connaître le champ de vitesses dans nos écoulements, nous avons utilisé la technique de Particle Image Velocity ou PIV. Celle-ci consiste à suivre le déplacement de fines particules de masse volumique proche du liquide étudié transportées par l'écoulement. Dans nos expériences, nous avons utilisé des particules de 10 microns de diamètre et de densité 1,1. Un plan LASER illumine les particules situées sur un plan contenant l'axe du tube. Deux images consécutives sont prises de l'expérience. Un logiciel (Davis) étudie le déplacement des particules entre les deux images. L'image est décomposée en fenêtres (ici prises 32 x 32 pixels) contenant 5 ou 6 particules. De là, le logiciel Davis en déduit le champ de vitesses du fluide. (fig.10.2).

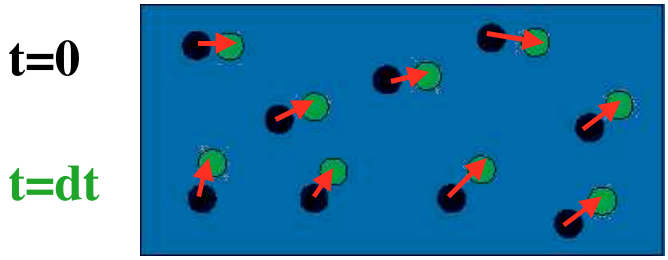


FIG. 10.2 – Principe de la PIV. La technique consiste à ensemencer un écoulement de particules. Un plan LASER illumine les particules situées sur un plan. Deux photos sont prises consécutivement aux temps $t = 0$ et $t = dt$. Entre les deux images, les particules, emportées par l'écoulement se sont déplacées (de l'emplacement des ronds noirs à celui des ronds verts). Ceci nous permet de calculer le champ de vitesse de l'écoulement (flèches rouges).

Chapitre 11

Rappel des notations

ν_a viscosité cinématique du fluide annulaire.
ν_c viscosité cinématique du fluide de coeur.
ρ masse volumique.
D diffusion moléculaire.
R rayon du tube expérimental.
r_0 rayon de l'injecteur.
L longueur du tube.
Q_a débit du fluide annulaire.
Q_c débit du fluide de coeur.
x coordonnée suivant l'axe du tube.
r coordonnée radiale, distance à l'axe du tube.
θ coordonnée orthoradiale.
t temps.
F fonction de flux $\frac{Q_c}{Q_c+Q_a}$.
$\bar{U}$ vitesse moyenne de l'écoulement.
U_{ra} vitesse selon r du fluide annulaire.
U_{rc} vitesse selon r du fluide de coeur.
U_{xa} vitesse selon x du fluide annulaire.
U_{xc} vitesse selon x du fluide de coeur.
P pression.
$[\![\frac{d\tilde{U}_x}{d\tilde{r}}]\!]_{\tilde{R}_I}$ saut du taux de cisaillement à l'interface.
M rapport de viscosité $\frac{\nu_a}{\nu_c}$.
Pe nombre de Peclet $\frac{\bar{U}R}{D}$.
Re nombre de Reynolds $\frac{\bar{U}R}{\nu_c}$.

Sc nombre de Schmidt $\frac{\nu_c}{D}$.

r_I rayon de l'interface.

R_I rayon de l'interface dans la zone d'écoulement parallèle.

δ_ν longueur de diffusion de la quantité de mouvement.

l_D largeur de diffusion à l'interface estimée par $\sqrt{Dt}$.

δ largeur de diffusion à l'interface (notation de B. Selvam et al).

L_p, $L_\parallel$, L_a longueur ou l'écoulement est parallèle mesurée de trois manières différentes.

b largeur de la tranche d'une cellule de Hele-Shaw

β distance normalisée de l'interface entre les deux fluides au plan situé au centre de la tranche de la cellule de Hele-Shaw.

R_d rayon du doigt.

S concentration en fluide de coeur.

$\bar{S}$ concentration en fluide de coeur moyennée sur la section du tube.

V_d vitesse du doigt.

$V_{\bar{S}}$ vitesse d'une concentration moyenne.

V_{choc} vitesse de choc.

L_ν longueur d'établissement.

f_{max} fréquence la plus excitée.

f_f fréquence de forçage.

c vitesse de phase.

k_r nombre d'onde.

$-k_i$ taux de croissance spatial.

ω_r pulsation.

ω_i taux de croissance temporel.

$rms(\tilde{x})$ écart type de la fréquence en fonction de $\tilde{x}$.

rms_{min} minimum de l'écart type de la fréquence.

$-tan(\alpha)$ pente au point d'inflexion de la fonction $rms(x)$.

R_{go} rayon interfacial dans la zone d'écoulement parallèle entre le fluide "gas" et le fluide "oil".

R_{wo} rayon interfacial dans la zone d'écoulement parallèle entre le fluide "water" et le fluide "oil".

S_g concentration en fluide "gas".

S_o concentration en fluide "oil".

S_w concentation en fluide "water".

F_g fonction de flux du fluide "gas".

F_o fonction de flux du fluide "oil".

F_w fonction de flux du fluide "water".

l_i taux de croissance temporel dans la zone elliptique.
$\tilde{}$ signale les variables normalisées.

Bibliographie

[1] C.S. Yih. Instability due to viscosity stratification. *J. Fluid Mech.*, 27, part 2 :337–352, 1967.

[2] C.E. Hickox. Instability due to viscosity and density stratification in axisymmetric pipe flow. *Phys. Fluids*, 14 :251, 1971.

[3] D. Joseph and Y. Renardy. *Fundamentals of Two-Fluid Dynamics. Part II : Lubrificated Transport, Drops and Miscible Liquids*. Springer-Verlag, New-York, 1992.

[4] R.J. Briggs. *Electron-stream interaction with plasmas*. M.I.T Press, Cambridge, Mass., 1964.

[5] A. Bers. *Handbook of plasma physics*. M.N. Rosenbluth and R.Z. Sagdeev, North-Holland, Amsterdam, 1983.

[6] C. Godrèche and P. Manneville. *Hydrodynamics and Nonlinear Instabilities*. Cambridge University Press, 1998.

[7] P.G. Saffman and G.I. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proc. R. Soc. London*, Ser. A 245 :312, 1958.

[8] E. Lajeunesse, J. Martin, N. Rakotomalala, D. Salin, and Y.C. Yortsos. Miscible displacement in a Hell-Shaw cell at high rates. *J. Fluid Mech.*, 398 :299–319, 1999.

[9] P. Petitjeans and T. Maxworthy. Miscible displacements in capillary tubes. Part 1. Experiments. *J. Fluid Mech.*, 326 :37, 1996.

[10] J. Scoffoni, E. Lajeunesse, and G.M. Homsy. Interface instabilities during displacement of two miscible fluids in a vertical pipe. *Phys. Fluids*, 13 :799–801, 2001.

[11] A. Davaille. Two-layer thermal convection in miscible viscous fluids. *J. Fluid Mech.*, 379 :223–253, 1999.

[12] M. Le Bars and A. Davaille. Large interface deformation in two-layer thermal convection of miscible viscous fluids. *J. Fluid Mech.*, 499 :075–110, 2004.

[13] R.S. Torrest. Rheological properties of aqueous solutions of the polymer natrosol 250hhr. *Journal of Rheology*, 26(2) :143–151, 1982.

[14] C.-Y. Chen and E. Meiburg. Miscible Displacement in Capillary Tubes. Part 2. Numerical Simulations. *J. Fluid Mech.*, 326 :57–67, 1996.

[15] Z. Yang and Y.C. Yortsos. Asymptotic Solutions of Miscible Displacements in Geometries of Large Aspect Ratio. *Phys. Fluids*, 9 :286–298, 1997.

[16] C. Gabard and J.-P. Hulin. Miscible displacement of non-newtonian fluids in a vertical tube. *Eur. Phys. J. E.*, 11 :231–241, 2003.

[17] M.E. Charles, G.W. Govier, and G.W. Hodgson. The horizontal pipeline flow of equal density oil-water mixtures. *Can. J. Chem.*, 39, 1961.

[18] C. Kouris and J. Tsamopoulos. Dynamics of axisymmetric core-annular flow in a straight tube. i. the more viscous fluid in the core, bamboo waves. *Physics of Fluids*, 13 :841–858, 2001.

[19] C. Kouris and J. Tsamopoulos. Dynamics of the axisymmetric core-annular flow. ii. the less viscous fluid in the core, saw tooth waves. *Physics of Fluids*, 14 :1011–1029, 2002.

[20] Q. Cao, A.L. Ventresca, K.R. Sreenivas, and A.K Prasa. Instability due to viscosity stratification downstream a centerline injector. *Can. J. Chem.*, 81 :913, 2003.

[21] A. S. Utada, A Fernandez-Nieves, H.A Stone, and D.W Weitz. Dripping to jetting transitions in coflowing liquid streams. *Physical Review Letter*, 99 :094502, 2007.

[22] B. Selvam, S. Merk, R Govindarajan, and E. Meiburg. Stability of miscible core-annular flows with viscosity stratification. *J. Fluid Mech.*, ? ? : ? ?, 2007.

[23] F. Charru and E.J. Hinch. 'Phase diagram' of interfacial instabilities in a two-layer Couette flow and mechanism for the long-wave instability. *J. Fluid Mech.*, 414, 2000.

[24] F. Charru. *Instabilités hydrodynamiques*. EDP Sciences, 2007.

[25] P. Ern, F. Charru, and P. Luchini. Stability analysis of a shear flow with strongly stratified viscosity. *J. Fluid. Mech.*, 2003.

[26] P.G Drazin and W. H Reid. *Hydrodynamic stability.* Cambridge University Press, Cambridge, 1981.

[27] M. d'Olce, J. Martin, N. Rakotomalala, D. Salin, and L. Talon. Pearl and mushroom instability patterns in two miscible fluids' core annular flows. *Physics of Fluids*, 20 :Issue 2, 2008.

[28] Lord W. T. Kelvin. Hydrokinetic solutions and observations. *Philosophical Magazine*, 42 :362–377, 1871.

[29] A. Sevilla, J.M. Gordillo, and C. Martinez-Bazan. The effect of the diameter ratio on the absolute and convective instability of free coflowing jets. *Physics of Fluids*, 14,9 :3028–3038, 2002.

[30] C. Duprat, C. Ruyer-Guil, and F Giorgiutti-dauphiné. Absolute and convective instabilities of a viscous film flowing down a vertiacal fiber. *Physical Review Letter*, 98 :244502, 2007.

[31] J.M. Chomaz. Fully nonlinear dynamics of parallel wakes. *J. Fluid Mech.*, 495 :57–75, 2003.

[32] W. van Saarloos. Front propagation into unstable states. ii. linear versus nonlinear marginal stability and rate of convergence. *Phys. Rev. A*, 39(12) :6367–6390, Jun 1989.

[33] B. Pier, P. Huerre, J-M. Chomaz, and A. Couairon. Steep nonlinear global modes in spatially developing media. *Physics of Fluids*, 10 :2433–2435, 1998.

[34] B. Pier and P. Huerre. Bifurcation to fully nonlinear synchronized structures in slowly varying media. *Physica D*, 148 :49–96, 2001.

[35] B. Pier and P. Huerre. Nonlinear self-sustained structures and fronts in spatially developing wake flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 435 :145–174, 2001.

[36] L. Lesshafft, P. Huerre, P. Sagaut, and Terracol M. Nonlinear global modes in hot jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 554 :393–409, 2006.

[37] A. Couairon and J-M. Chomaz. Pattern selection in the presence of a cross flow. *Physical Rewiew Letters*, 79 :2666–2669, 1997.

[38] A. Couairon and J-M. Chomaz. Fully nonlinear global modes in slowly varying flows. *Physics of Fluids*, 11 :3688–3703, 1999.

[39] M. Shariati, L. Talon, J. Martin, N. Rakotomalala, D. Salin, and Y.C. Yortsos. Physical origins of the change of type from hyperbolic to elliptic

equations : Fluid displacement between two parallel plates. *J. Fluid Mech.*, 519 :105–132, 2004.

[40] L. Talon, J. Martin, N. Rakotomalala, D. Salin, and Y.C. Yortsos. Crossing the elliptic region in a hyperbolic system with change-of-type behavior, arising in flow between two parallel plates. *Phys. Rev. E*, 69 :066318, 2004.

[41] C-H. Li. Instability of three-layer viscous stratified flow. *Physics of Fluids*, 12 :2473–2481, 1969.

[42] G.K. Batchelor and R.W. Janse Van Rensburg. Structure formation in bidisperse sedimentation. *J. Fluid Mech.*, 166 :379–407, 1985.