



HAL
open science

Stabilisation des transports d'énergie à longue distance

René Perret

► **To cite this version:**

René Perret. Stabilisation des transports d'énergie à longue distance. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1956. tel-00277396

HAL Id: tel-00277396

<https://theses.hal.science/tel-00277396>

Submitted on 6 May 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

RENÉ PERRET

1^{re} THÈSE

STABILISATION DES TRANSPORTS D'ÉNERGIE A LONGUE DISTANCE

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

TECHNOLOGIE DES CALCULATRICES ARITHMÉTIQUES

Soutenues, le 11 juillet 1956, devant la Commission d'Examen

<i>Jury</i> }	MM. L. NÉEL	<i>Président.</i>
	A. FOCH	} <i>Examineurs.</i>
	M. PAUTHENIER	
	J. KUNTZMANN	
	M. FALLOT	

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

RENÉ PERRET

1^{re} THÈSE

STABILISATION DES TRANSPORTS D'ÉNERGIE A LONGUE DISTANCE

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

TECHNOLOGIE DES CALCULATRICES ARITHMÉTIQUES

Soutenues, le 11 juillet 1956, devant la Commission d'Examen

	MM. L. NÉEL	<i>Président.</i>
<i>Jury</i> }	A. FOCH	}
	M. PAUTHENIER	
	J. KUNTZMANN	
	M. FALLOT	
		<i>Examineurs.</i>

STABILISATION
DES TRANSPORTS D'ÉNERGIE
A LONGUE DISTANCE

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Doyen : M. MORET, Correspondant de l'Institut

PROFESSEURS

FORTRAT.....	Physique générale, Correspondant de l'Institut.	CHÈNE.....	Chimie papetière.
MORET.....	Géologie, Minéralogie, Correspondant de l'Institut.	NOBÉCOURT....	Micrographie papetière.
ANDRIEUX.....	Chimie, Correspondant de l'Institut.	WEIL.....	Physique.
NÉEL.....	Physique expérimentale, Membre de l'Institut.	FÉLICI.....	Physique.
PARDE.....	Hydrologie fluviale.	KUNTZMANN....	Analyse appliquée.
DORIER.....	Zoologie.	DODERO.....	Électrochimie, Électrométallurgie.
HEILMANN.....	Chimie.	BARBIER.....	Géologie appliquée.
KRAVTCHENKO..	Mécanique rationnelle.	SANTON.....	Mécanique des Fluides.
BENOIT.....	Radio-électricité.	OZENDA.....	Botanique.
		CHABAUTY.....	Calcul différentiel et intégral.
		FALLOT.....	Physique.

PROFESSEURS SANS CHAIRE

REULOS.....	Physique.	GALVANI.....	Mathématiques.
TRAYNARD.....	Chimie.	REEB.....	Mathématiques.
SILBER.....	Mécanique des Fluides.		

MAITRES DE CONFÉRENCES

SOUTIF.....	Physique.	BOUCHEZ.....	Physique nucléaire.
CRAYA.....	Mécanique physique.	PILLET.....	Électrotechnique.
M ^{lle} LUTZ.....	Mathématiques.	LIBOUTRY.....	Physique.
AYANT.....	Physique.	BARBIER J.-Cl. .	Physique.
MICHEL.....	Géologie.	BLAMBERT.....	Calcul numérique.
GALLISSOT.....	Mécanique.	VAILLANT.....	Zoologie.
MOUSSEGT.....	Électrotechnique.	PAUTHENET....	Électrotechnique.
BONNIER.....	Chimie.		

Secrétaire principal M. GRENIER
Secrétaire M. BICHET

Nous tenons à assurer de notre respectueuse gratitude M. le Professeur L. NÉEL, Membre de l'Institut, qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Nous adressons nos vifs remerciements à M. le Professeur A. FOCH, qui a bien voulu se charger de l'examen de notre travail.

Nous adressons nos remerciements déferents à M. le Professeur M. PAUTHENIER, qui a parrainé ce travail avec une bienveillance de tous les instants.

Nous devons une grande reconnaissance à M. le Professeur J. KUNTZMANN, dont l'aide précieuse a seule pu nous permettre de mener à bonne fin les parties théorique et analogique.

Nous remercions M. le Professeur FALLOT de s'être joint au jury.

Quelques semaines avant notre soutenance de thèse, la disparition brutale de notre maître, le Professeur Félix ESCLANGON, nous surprit douloureusement.

Nous venions d'achever ensemble la mise au point du texte définitif de cette thèse. Ces semaines de travail, comme toutes celles passées en sa compagnie, avaient été l'occasion d'un dialogue chaleureux et passionné, où son esprit méditerranéen excellait. A une synthèse, intuitive pour lui, où il nous suggérait maints analogues, succédait une convergence progressive de l'étude vers le détail. L'acuité critique de sa pensée nous obligeait à un effort perpétuel vers la clarté de l'idée. Pour dissiper le malentendu, ses arguments s'étagaient, avec une aisance étonnante, de l'allusion discrète à la schématisation délibérée. Dans sa rigueur, il s'identifiait à son interlocuteur, et, si le concept gratuit lui faisait horreur, il savait aussi nous dégager de la timidité intellectuelle du débutant. C'est ainsi qu'à l'incompréhension initiale succédait toujours un accord progressif qui dépassait largement la forme, pour atteindre le fond des problèmes.

C'est avec la promesse de nous efforcer à suivre cette route d'obstinée rigueur, dont il sut si habilement nous inculquer le goût, que nous lui dédions ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
INTRODUCTION	1
PREMIÈRE PARTIE	
(I)	
Étude théorique	3
CHAPITRE PREMIER. — Propriétés des matrices de structure des systèmes polyphasés	5
CHAPITRE II. — Cas des machines tournantes	18
CHAPITRE III. — Équations des mailles	25
CHAPITRE IV. — Étude du réseau polyphasé dans les repères tournants...	30
CHAPITRE V. — Ligne de transmission	42
CHAPITRE VI. — Application aux transports d'énergie à longue distance...	48
DEUXIÈME PARTIE	
(II)	
Étude analogique	57
CHAPITRE PREMIER. — Affichage du problème	59
CHAPITRE II. — Utilisation du calculateur	71
CHAPITRE III. — Étude de la transmission	75
TROISIÈME PARTIE	
(III)	
Étude expérimentale	87
CHAPITRE PREMIER. — Couplage d'un alternateur au réseau par l'intermédiaire d'une ligne	89
CHAPITRE II. — Similitude	104
CHAPITRE III. — Étude expérimentale	118
CHAPITRE IV. — Description du servomécanisme	126
CHAPITRE V. — Étude de la stabilité	139
CHAPITRE VI. — Compléments	154
<i>Conclusions</i>	160
<i>Annexe I.</i> — Théorie des deux réactions	162
<i>Annexe II.</i> — Instabilités propres aux calculateurs analogiques électroniques...	164
<i>Annexe III.</i> — Phasemètre électronique	166
BIBLIOGRAPHIE	170

INTRODUCTION

Le transport de l'énergie électrique, sous forme de courants à 50 Hz par des lignes triphasées, conduit à choisir certains régimes privilégiés de fonctionnement. Ce choix est déterminé par une utilisation rationnelle des matériaux. Par exemple, le niveau de la tension doit être le même le long d'une ligne si l'on envisage une isolation uniforme. Lorsque la longueur du transport augmente, ces régimes sont incompatibles avec une stabilité de fonctionnement acceptable. Le problème posé consistait à rendre artificiellement stable un transport d'énergie à longue distance. Des solutions qui tendaient à modifier les superstructures du transport ont déjà été proposées. L'introduction de capacités en série dans les lignes à haute tension a même été pratiquement utilisée [1]. L'utilisation du courant continu a été préconisée également [2]. Nous nous sommes fixés comme but une stabilisation qui ne fasse pas appel à des modifications des organes de grande puissance des transports d'énergie, donc qui soit économiquement acceptable. Le problème a déjà été étudié sous cet angle par DARRIEUS [3], FREY [4] et LEBEDEV [5].

Nous avons tout d'abord effectué une étude expérimentale à l'aide d'un micro-réseau construit à cette fin. La contribution que nous nous sommes efforcés d'apporter a été d'explicitier la nature de l'instabilité dans la perspective de la théorie des servomécanismes [6].

Il nous est ensuite apparu qu'il était possible de mettre en équations le problème et, ce qui est fondamental, de pouvoir le résoudre grâce aux calculateurs analogiques récents. Nous avons ainsi été conduits à élaborer une méthode de mise en équations du comportement d'un réseau électrique polyphasé, qui nous paraît d'une portée assez générale et est susceptible de s'appliquer à d'autres problèmes que celui du transport de l'énergie à longue distance. C'est la raison pour laquelle nous l'avons exposée en détail. Il faut cependant souligner que si nous nous étions strictement limités à l'application de la stabilité des longs transports, la mise en équations aurait été naturellement beaucoup plus courte et un certain nombre de développements auraient pu être passés sous silence.

Il nous a paru préférable de consacrer la première partie de la rédaction à cette étude théorique. Une deuxième partie relate son application à l'étude analogique de la stabilité des transports d'énergie. Enfin, dans la troisième partie, l'étude expérimentale de ce problème est décrite.

PREMIÈRE PARTIE

(I)

ÉTUDE THÉORIQUE

PROPRIÉTÉS DES MATRICES DE STRUCTURE DES SYSTÈMES POLYPHASÉS

La structure des systèmes étudiés est représentée par la forme même des matrices qui les décrivent. L'objet de ce premier chapitre est d'étudier la constitution et les propriétés de ces matrices.

1. — CONSTITUTION

Par définition, un système polyphasé équilibré élémentaire d'ordre m , est doué de deux propriétés :

- a) une symétrie de constitution d'ordre m ;
- b) une variation périodique dans le temps, avec un déphasage angulaire constant, multiple de $\frac{2\pi}{m}$, entre deux éléments voisins, dans le cas des machines.

On peut associer l'ensemble de ces éléments en groupes d'éléments identiques, qui sont décrits par la partie réelle d'une somme de matrices de structure du type suivant :

$$(1) \quad \mathbf{Z}_n = e^{j2n\Omega} \begin{bmatrix} A_n & B_n a^{-n} & C_n a^{-2n} & \dots & C_n a^{-(m-2)n} & B_n a^{-(m-1)n} \\ B_n a^{-n} & A_n a^{-2n} & B_n a^{-3n} & \dots & & \\ C_n a^{-2n} & \dots & & & & \end{bmatrix}.$$

$$a = e^{j\frac{2\pi}{m}};$$

$A_n B_n C_n \dots$ sont des constantes réelles;

Ω est un angle de déphasage dans le temps ($\Omega = \omega t - \delta$);

n est l'indice de périodicité; c'est par rapport à lui que s'effectue la sommation pour un type d'élément polyphasé.

Nous allons nous rattacher au type mieux connu des matrices circulantes par un changement simple. Écrivons (1) sous la forme :

$$(2) \quad \mathbf{Z}_n = e^{j2n\Omega} \mathbf{Y}_n \cdot \mathbf{P}_n$$

$$= e^{j2n\Omega} \begin{bmatrix} A_n & B_n a^n & C_n a^{2n} & \dots & B_n a^{(m-1)n} \\ B_n a^{-n} & A_n & B_n a^n & \dots & \\ C_n a^{-2n} & B_n a^{-n} & A_n & \dots & \\ \dots & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & a^{-2n} & & & \\ & & a^{-4n} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & a^{-2(m-1)n} \end{bmatrix}$$

\mathbf{P}_n est diagonale; ses termes forment une progression géométrique de raison a^{-2n} . Le terme de la ligne k (la numérotation part de zéro) est conjugué de celui de la ligne $m - k$;

\mathbf{Y}_n est hermitique et circulante. Chaque ligne est déduite de la précédente par une permutation circulaire.

Ces propriétés sont également valables pour les parties réelles et imaginaires des matrices.

Nous examinerons tout d'abord les propriétés de \mathbf{Y}_n .

2. — PROPRIÉTÉS DES MATRICES CIRCULANTES

Les matrices circulantes ont deux propriétés importantes qui leur confèrent une structure d'anneau. Ces matrices ont une constitution telle que si a_{ij} est le terme de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne :

$$a_{ij} = a_{i+p, j+p} \quad (p \text{ entier}).$$

Si la matrice a m lignes et m colonnes, nous ferons la convention que :

$$(3) \quad a_{i+km, j+km} = a_{i, j} \quad (k \text{ et } p \text{ entiers}).$$

Propriété 1.

Si \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 sont circulantes, $\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2$ est circulante.

La propriété est évidemment additive.

Propriété 2.

Si \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 sont circulantes, $\mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{X}_2$ est circulante.

Supposons que \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 soient d'ordre m .

Le terme c_{ij} du produit peut s'écrire, si b_{ij} est le terme général de \mathbf{X}_2 :

$$(4) \quad c_{ij} = \sum_{k=0}^{k=m-1} a_{ik} \cdot b_{kj}.$$

Calculons :

$$c_{i+p, j+p} = \sum_{k=0}^{k=m-1} a_{i+p, k} \cdot b_{k, j+p} = \sum_{k=0}^{k=m-1} a_{i, k-p} \cdot b_{k-p, j}$$

par définition.

La propriété de périodicité (3) permet d'écrire cette expression :

$$\sum_{k=p}^{k=m-1+p} a_{i,k-p} \cdot b_{k-p,j} = \sum_{k-p=0}^{k-p=m-1} a_{i,k-p} \cdot b_{k-p,j}.$$

Cette expression est du même type que (4). On en déduit :

$$c_{i,j} = c_{i+p,j+p},$$

ce qui démontre la propriété.

Propriété 3.

Les vecteurs propres d'une matrice circulante ont leurs composantes indépendantes des termes de la matrice [11].

Ils constituent la matrice :

$$(5) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^{-1} & a^{-2} & \dots & a^{-k} & \dots & a^{-(m-1)} \\ 1 & a^{-2} & a^{-4} & \dots & a^{-2k} & \dots & a^{-2(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & a^{-(m-1)} & a^{-2(m-1)} & \dots & a^{-(m-1)k} & \dots & a^{-(m-1)^2} \end{bmatrix} \cdot \sqrt{\frac{1}{m}}.$$

Le coefficient $\sqrt{\frac{1}{m}}$ est destiné à normaliser la matrice (5).

La $k^{\text{ème}}$ colonne est conjuguée terme à terme avec la $m - k^{\text{ème}}$ colonne si l'on numérote les colonnes de 0 à $m - 1$. Cette matrice de transformation est identique à celle de FORTESCUE. Elle conduit aux coordonnées symétriques.

Les valeurs propres correspondantes pour \mathbf{Y}_n valent :

$$(6) \quad \begin{aligned} l_0^n &= A_n + B_n a^n + C_n a^{2n} + \dots + C_n a^{(m-2)n} + B_n a^{(m-1)n} \\ l_1^n &= A_n + B_n a^{n-1} + C_n a^{2(n-1)} + \dots + C_n a^{(m-2)(n-1)} + B_n a^{(m-1)(n-1)}, \\ &\vdots \\ l_k^n &= A_n + B_n a^{n-k} + C_n a^{2(n-k)} + \dots + C_n a^{(m-2)(n-k)} + B_n a^{(m-1)(n-k)}, \\ &\vdots \\ l_{m-1}^n &= A_n + B_n a^{n-(m-1)} + \dots \dots + B_n a^{(m-1)[n-(m-1)]}. \end{aligned}$$

Ces valeurs sont réelles, ce à quoi on pouvait s'attendre puisque \mathbf{Y}_n est hermitique.

Elles sont égales deux à deux pour les valeurs :

$$\begin{aligned} k' &= 2n - k & \text{si} & \quad k \leq 2n \\ k' &= 2n - k + m & \text{si} & \quad k > 2n \end{aligned} \quad 0 \leq k \quad \text{et} \quad k' \leq m - 1.$$

D'après les propriétés des valeurs propres :

$$l_0 = l_{2n}, \quad l_{m-i} = l_{2n+i}.$$

(8) est hermitique.

4. — TRANSFORMATION RÉELLE

Les coordonnées symétriques présentent un grand intérêt en régime permanent. Elles permettent de diagonaliser les matrices de structure des réseaux passifs, où seule \mathbf{Z}_0 existe. On peut leur faire correspondre des mesures physiques. Dans le cas des régimes transitoires, il est nécessaire de rendre \mathbf{C} réelle pour donner un sens physique à la transformation.

L'égalité des valeurs propres deux à deux dans (6) a pour conséquence qu'il existe une infinité de systèmes de vecteurs propres. A chaque paire de vecteurs propres conjugués $\{V_i^j\}$ et $\{V_i^k\}$ qui correspondent à une même valeur propre, on peut substituer une paire du type :

$$\begin{aligned} & \{ \alpha_1 V_i^j + \beta_1 V_i^k \}, \\ & \{ \alpha_2 V_i^j + \beta_2 V_i^k \}. \end{aligned}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, sont des coefficients qui peuvent être complexes, et sont tels que

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} \text{ soit différent de zéro.}$$

Il est, en particulier, possible de choisir ces coefficients de telle façon que les composantes des vecteurs propres soient réelles. Nous le réaliserons pour $n = 0$. Le résultat est réel si α_1 et β_1, α_2 et β_2 sont conjugués.

Les composantes quasi symétriques de RAYMOND [12] correspondent à :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1 + j, & \alpha_2 &= 1 - j, \\ \beta_1 &= 1 - j, & \beta_2 &= 1 + j. \end{aligned}$$

Nous choisirons une transformation qui, en triphasé, s'apparente à celle de CLARKE [13]. Elle est définie par :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \alpha_2 &= \frac{j}{\sqrt{2}}, \\ \beta_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \beta_2 &= -\frac{j}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Nous venons ainsi de définir une matrice de transformation \mathbf{J}_0 , orthogonale, telle que $\mathbf{C} \cdot \mathbf{J}_0$ soit réelle et diagonalise \mathbf{Y}_0 .

Effectuons la transformation. On obtient, pour $\mathcal{R} \mathbf{Z}_n$ ($n > 0$) :

$$\begin{array}{c} l_n \\ 2 \end{array} \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} & \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} \\ & \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} \\ & \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} \\ & j \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} & -j \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} \\ & & & \\ 0 & j \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} & & -j \frac{e^{+j0}}{\sqrt{2}} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} e^{j2n\Omega} \\ \\ \\ e^{-j2n\Omega} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} & -j \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} \\ & -j \frac{e^{j0}}{\sqrt{2}} \\ & j \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} \\ & & \\ 0 & \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} & & j \frac{e^{-j0}}{\sqrt{2}} \end{array} \right] =$$

$$\begin{array}{c} l_n \\ 2 \end{array} \left[\begin{array}{cc} n & m-n \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \dots j \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2} \\ \vdots & \vdots \\ \dots & j \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2} \dots \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \\ \vdots & \vdots \end{array} \right] = \begin{array}{c} l_n \\ 2 \end{array} \left[\begin{array}{cc} n & m-n \\ \vdots & \vdots \\ \dots \cos \alpha \dots \dots \sin \alpha \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots \sin \alpha \dots \dots \cos \alpha \dots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right]$$

en posant $\alpha = 2(n\Omega - 0)$.

Si $\theta = 2n\Omega$, $\alpha = 0$ et l'on vérifie la constance du résultat :

$$\begin{array}{c}
 n \\
 \vdots \\
 l_n^n \\
 \dots \quad \frac{1}{2} \\
 \vdots \\
 -\frac{l_n^n}{2} \dots m-n \\
 \vdots \\
 m-n
 \end{array}$$

6. — PROPRIÉTÉS DE LA TRANSFORMATION

La matrice \mathbf{J}_0 peut s'écrire :

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cc}
 1 & 0 \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} \\
 & \frac{j}{\sqrt{2}} \\
 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 & \frac{j}{\sqrt{2}} \\
 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}
 \end{array} \right] \mathbf{1} \left[\begin{array}{cc}
 1 & 0 \\
 \cos \theta & \sin \theta \\
 & \cos \theta \\
 -\sin \theta & \cos \theta \\
 0 & -\sin \theta \\
 & \cos \theta
 \end{array} \right] \\
 \mathbf{J}_0 \qquad \qquad \qquad \mathcal{C}_\theta^*
 \end{array}$$

Les matrices \mathcal{C}_θ^* forment un groupe par rapport à la multiplication. En effet, on vérifie que :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}_{\theta+\lambda}^* &= \mathcal{C}_\theta^* \cdot \mathcal{C}_\lambda^*, \\
 \mathbf{1} &= \mathcal{C}_\theta^* \cdot \mathcal{C}_{-\theta}^*, \\
 \mathcal{C}_{-\theta}^* &= \mathcal{C}_\theta^{*'}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

On en déduit, en particulier :

$$\mathbf{J}_{\theta+\lambda} = \mathbf{J}_0 \cdot \mathcal{C}_\theta^* \cdot \mathcal{C}_\lambda^* = \mathbf{J}_0 \cdot \mathcal{C}_\lambda^*$$

D'autre part, si l'on pose :

$$\mathcal{O}_\theta^* = \mathbf{C} \mathbf{J}_0,
 \tag{11}$$

on vérifie que \mathcal{O}_θ^* est normée.

Explicitons \mathcal{O}_0^* :

$$\mathcal{O}_0^* = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{m}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 0 & \dots & \cos 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{m} \right) & \dots & \cos \left(\theta - k \frac{2\pi}{m} \right) & \dots & \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left(\theta - i \frac{2\pi}{m} \right) & \dots & \cos \left(\theta - ik \frac{2\pi}{m} \right) & \dots & \frac{(-1)^i}{\sqrt{2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left[\theta - (m-1) \frac{2\pi}{m} \right] & \dots & \cos \left[\theta - (m-1) k \frac{2\pi}{m} \right] & \dots & \frac{(-1)^{m-1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \\ 0 & & k & & \frac{m}{2} \\ \dots & (-\sin 0) & & \dots & (-\sin 0) \\ \dots & \left[-\sin \left(\theta - k \frac{2\pi}{m} \right) \right] & & \dots & \left[-\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{m} \right) \right] \\ & \vdots & & & \vdots \\ \dots & \left[-\sin \left(\theta - ik \frac{2\pi}{m} \right) \right] & & \dots & \left[-\sin \left(\theta - i \frac{2\pi}{m} \right) \right] \\ & \vdots & & & \vdots \\ \dots & \left[-\sin \left(\theta - (m-1) k \frac{2\pi}{m} \right) \right] & & \dots & \left[-\sin \left(\theta - (m-1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \\ m-k & & & & \end{bmatrix}$$

Explicitons de même la transformée de $\sum_{n=0}^{n=\infty} \mathcal{R} \mathbf{Z}_n$:

$$(12) \quad \sum_{n=0}^{n=\infty} \mathcal{O}_0^{*'} \cdot \mathcal{R} \mathbf{Z}_n \cdot \mathcal{O}_0^* =$$

$$\begin{bmatrix} l_0^0 \\ l_1^0 \\ \vdots \\ l_k^0 \\ \vdots \\ l_k^0 \\ \vdots \\ l_1^0 \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{l_n^0}{2} \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots \cos \alpha \dots \sin \alpha \dots n \\ \vdots \\ \vdots \\ \dots \sin \alpha \dots \cos \alpha \dots m-n \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$0 \quad 1 \quad k \quad m-k \quad m-1 \quad n \quad m-n$

CHAPITRE II

CAS DES MACHINES TOURNANTES

Nous nous occuperons plus précisément, dans ce chapitre, des machines tournantes. Nous verrons comment leur structure permet de les représenter par les éléments mathématiques du chapitre précédent.

1. — MATRICE INDUCTANCE

Nous considérons un stator contenant un système polyphasé symétrique de m enroulements, numérotés de 0 à $m-1$. Un rotor bipolaire, à pôles saillants, tourne à une vitesse angulaire ω et fait varier périodiquement les inductances statoriques. Ce rotor contient aussi des enroulements dont les mutuelles, avec les enroulements statoriques varient également périodiquement :

a) STATOR.

La self-inductance de l'enroulement d'ordre k s'écrit :

$$x_{kk} = a_{0,0} + a_{0,2} \cos 2 \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta \right) + \dots \\ \dots + a_{0,2n} \cos 2n \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta_{2n} \right) + \dots$$

On utilise les propriétés :

- x_{kk} varie périodiquement avec une pulsation 2ω ;
- δ_{2n} représente le retard de phase de l'harmonique ($2n$) par rapport à une référence fixe ;
- entre deux enroulements consécutifs, l'harmonique ($2n$) subit un retard de phase de $2n \frac{2\pi}{m}$;
- les coefficients $a_{0,0}, a_{0,2}, \dots, a_{0,2n}$, sont les mêmes pour toutes les armatures.

La mutuelle inductance x_{ij} , entre les phases i et j , s'écrit :

$$x_{ij} = a_{i-j,0} + a_{i-j,2} \cos 2 \left(\omega t - \frac{i+j}{2} \frac{2\pi}{m} - \delta \right) + \dots$$

$$\dots + a_{i-j,2n} \cos 2n \left(\omega t - \frac{i+j}{2} \frac{2\pi}{m} - \delta_{2n} \right) + \dots$$

On utilise les propriétés :

— l'harmonique n de x_{ij} présente un retard de $2n \frac{i+j}{2} \frac{2\pi}{m}$ sur l'harmonique n de x_{00} ;

— les coefficients $a_{i-j,2n}$ ne dépendent que de la différence $i-j=p$. p peut varier de $-(m-1)$ à $m-1$;

— les a_{i-j} sont tels que :

$$a_{p,2n} = a_{-p,2n},$$

$$a_{p,2n} = a_{m-p,2n}.$$

b) ROTOR.

L'axe direct comprend un enroulement d'excitation et un enroulement amortisseur. Nous appellerons leurs self-inductances x_{ff} et x_{gg} . L'axe transversal comprend un enroulement de self x_{qq} . Il existe seulement une mutuelle inductance entre les enroulements f et g : x_{fg} .

c) MUTUELLES ROTOR-STATOR.

Les mutuelles inductances entre la phase k et les enroulements rotoriques s'écrivent :

$$x_{kf} = b_{f_1} \cos \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta \right) + \dots + b_{f_n} \cos n \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta_{2n} \right) + \dots,$$

$$x_{kg} = b_{g_1} \cos \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta \right) + \dots + b_{g_n} \cos n \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta_{2n} \right) + \dots,$$

$$x_{kq} = -b_{q_1} \sin \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta \right) - \dots - b_{q_n} \sin n \left(\omega t - k \frac{2\pi}{m} - \delta_{2n} \right) + \dots$$

On utilise les propriétés :

— l'harmonique n de x_{kf} ou x_{kg} est en phase avec l'harmonique n de x_{kk} ;

— l'harmonique n de x_{kq} est en quadrature avec l'harmonique n de x_{kf} ;

— les coefficients b_{f_n} , b_{g_n} , b_{q_n} sont les mêmes, quel que soit l'enroulement statorique considéré.

Remarquons enfin que dans le cas du triphasé, et en se limitant à $n=1$, on obtient des formes analogues à celles données par CONCORDIA [15].

La matrice inductance du système s'écrit :

$$(1) \quad \mathbf{X} = \begin{array}{|ccc|ccc|} \hline x_{ff} & x_{fg} & 0 & x_{0f} & \dots & x_{kf} & \dots & x_{m-1f} \\ \hline x_{fg} & x_{gg} & 0 & x_{0g} & \dots & x_{kg} & \dots & x_{m-1g} \\ \hline 0 & 0 & x_{qq} & x_{0q} & \dots & x_{kq} & \dots & x_{m-1q} \\ \hline x_{0f} & x_{0g} & x_{0q} & x_{00} & \dots & x_{0k} & \dots & x_{0m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{kf} & \vdots & \vdots & x_{0k} & \dots & x_{kk} & \dots & x_{km-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m-1f} & \vdots & \vdots & x_{0m-1} & \dots & x_{km-1} & \dots & x_{m-1m-1} \\ \hline \end{array}$$

Cette matrice est la somme de matrices du même type, chacune relative à un harmonique n donné :

$$(2) \quad \mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \mathbf{X}_n.$$

On peut, à leur tour, décomposer ces matrices selon (1) :

$$(3) \quad \mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_f & \\ & \mathbf{X}_{\alpha_0} \end{bmatrix};$$

$$(4) \quad \mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} 0 & [\mathbf{X}_{\alpha/n}] \\ [\mathbf{X}_{\alpha/n}]' & \mathbf{X}_{\alpha n} \end{bmatrix}.$$

Les matrices $\mathbf{X}_{\alpha n}$ sont du type de $\mathcal{R} \mathbf{Z}_n$ (1-1).

Nous voyons que les machines tournantes font apparaître une difficulté due aux matrices \mathbf{X}_f , $[\mathbf{X}_{\alpha/n}]$ qui sont relatives aux termes rotoriques. Nous maintiendrons ces derniers invariables dans les différentes transformations utilisées. D'autre part, à partir de maintenant, nous nous limiterons au cadre des hypothèses de la théorie des deux réactions.

2. — MATRICE DE TRANSFORMATION

Nous sommes amenés ainsi à utiliser la transformation :

$$(5) \quad \omega_{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \\ & \omega_{\theta}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \\ & \mathbf{C} \mathbf{J}_{\theta} \end{bmatrix}$$

La matrice unitaire comporte r termes qui correspondent aux r variables rotoriques.

En développant, on obtient :

$$\omega_{\theta} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} & & \\ & \sqrt{\frac{2}{m}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 0 & & \dots \cos 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}\right) & & \dots \cos\left(\theta - k \frac{2\pi}{m}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta - i \frac{2\pi}{m}\right) & & \dots \cos\left(\theta - ik \frac{2\pi}{m}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left[\theta - (m-1) \frac{2\pi}{m}\right] & \dots \cos\left[\theta - (m-1) k \frac{2\pi}{m}\right] \end{bmatrix} & \\ & & \begin{bmatrix} \dots \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots (-\sin \theta) & \dots (\sin \theta) \\ \dots \frac{-1}{\sqrt{2}} & \dots \left[-\sin\left(\theta - k \frac{2\pi}{m}\right)\right] & \dots \left[-\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{m}\right)\right] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots \frac{(-1)^i}{\sqrt{2}} & \dots \left[-\sin\left(\theta - ik \frac{2\pi}{m}\right)\right] & \dots \left[-\sin\left(\theta - i \frac{2\pi}{m}\right)\right] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots \frac{(-1)^{m-1}}{\sqrt{2}} & \dots \left[-\sin\left(\theta - (m-1) k \frac{2\pi}{m}\right)\right] & \dots \left[-\sin\left(\theta - (m-1) \frac{2\pi}{m}\right)\right] \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\theta = \rho t - \tau;$$

$$k = 1, 2 \dots \frac{m}{2} \text{ ou } \frac{m-1}{2} \text{ (selon la parité de } m).$$

La colonne centrale n'existe que si m est pair.

Nous sommes, de même, amenés à généraliser :

$$(6) \quad \mathcal{C}_\theta = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathcal{C}_\theta^* \end{bmatrix},$$

qui possède les propriétés (1-10) ;

$$(7) \quad \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma^* \end{bmatrix}.$$

Signalons enfin que l'invariance des termes rotoriques permet de n'introduire les termes qui concernent la chaîne d'excitation que sur la transformée définitive utilisée.

3. — CALCUL DE LA TRANSFORMÉE

L'expression à calculer s'écrit :

$$\mathcal{O}_{\theta'}' \cdot \mathbf{X} \cdot \mathcal{O}_\theta = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathcal{O}_\theta^{*'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_f & [\mathbf{X}_{af_1}] \\ [\mathbf{X}_{af_1}]' & \mathbf{X}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathcal{O}_\theta^* \end{bmatrix},$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_a = \mathbf{X}_{a_0} + \mathbf{X}_{a_1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_f & 0 \\ 0 & \mathcal{O}_\theta^{*'} \cdot \mathbf{X}_{a_0} \cdot \mathcal{O}_\theta^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{X}_{af_1} \mathcal{O}_\theta^* \\ \mathcal{O}_\theta^{*'} \mathbf{X}_{af_1}' & \mathcal{O}_\theta^{*'} \cdot \mathbf{X}_{a_1} \cdot \mathcal{O}_\theta^* \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_f & \mathbf{X}_{af_1} \cdot \mathcal{O}_\theta^* \\ \mathcal{O}_\theta^{*'} \cdot \mathbf{X}_{af_1}' & \mathcal{O}_\theta^{*'} \cdot \mathbf{X}_a \cdot \mathcal{O}_\theta^* \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Le calcul de $\mathcal{O}_\theta' \mathbf{X}_a \mathcal{O}_\theta$ a été effectué au chapitre premier. Nous calculons ci-dessous $\mathbf{X}_{af_1} \mathcal{O}_\theta^*$.

Les termes qui composent X_{af} sont limités au fondamental ($n = 1$), d'où l'on déduit l'écriture, pour un terme d'une ligne quelconque et de la colonne k :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{af, \Omega_b^*} &= \sqrt{\frac{2}{m}} \sum_{i=0}^{i=m-1} b_f \cos\left(\omega t - i \frac{2\pi}{m} - \delta\right) \cos\left(\rho t - ik \frac{2\pi}{m} - \tau\right) \\ &= \sqrt{\frac{2}{m}} \sum_{i=0}^{i=m-1} \frac{1}{2} b_f \left\{ \begin{array}{l} \cos\left[\omega + \rho)t - i(k+1) \frac{2\pi}{m} - \delta - \tau\right] \\ + \\ \cos\left[(\omega - \rho)t + i(k-1) \frac{2\pi}{m} - \delta + \tau\right] \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Cette somme ne diffère de zéro que si $k = 1$. Elle s'écrit alors :

$$\sqrt{\frac{m}{2}} b_f \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau].$$

Les autres termes se calculeraient aisément de la même façon. Les considérations précédentes montrent que dans la transformée, il n'existe de termes non diagonaux que pour les rangs 1 et $m - 1$ (voir également le § 5 du chap. premier).

On obtient, dans le cas de m phases :

(8)

x_{ff}	x_{fg}	0	$b_f \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_f \sin[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$
x_{fg}	x_{gg}	0	$b_g \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_g \sin[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$
0	0	x_{qq}	$-b_q \sin[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_q \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$
$\bar{b}_f \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_g \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$-b_q \sin[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$\frac{m}{2} a_{00} + \frac{m}{2} a_{02} \cos[2(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$\frac{m}{2} a_{02} \sin[2(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$
$\bar{b}_f \sin[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_g \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$b_q \cos[(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$\frac{m}{2} a_{02} \sin[2(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$	$\frac{m}{2} a_{00} - \frac{m}{2} a_{02} \cos[2(\omega - \rho)t - \delta + \tau]$

Les termes surlignés sont à multiplier par $\sqrt{\frac{m}{2}}$.

Nous n'avons pas indiqué les $m - 2$ lignes et colonnes dont les coefficients sont tous nuls.

Nous précisons ici le cas du triphasé, lorsque $\omega t - \delta = \rho t - \tau$:

(9)

x_{ff}	x_{fg}	0	\overline{b}_f	0
x_{fg}	x_{gg}	0	\overline{b}_g	0
0	0	x_{qq}	0	\overline{b}_q
\overline{b}_f	\overline{b}_g	0	$\frac{3}{2}(a_{00} + a_{02})$	0
0	0	\overline{b}_q	0	$\frac{3}{2}(a_{00} - a_{02})$

Tous les termes sont constants.

Les termes surlignés sont à multiplier par $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Nous n'avons pas indiqué la ligne et la colonne dont les coefficients sont identiquement nuls.

CHAPITRE III

ÉQUATIONS DES MAILLES

Nous considérerons, dans cette étude, les réseaux polyphasés équilibrés. Leur structure de branches est représentée par des matrices du type (1-1)

Une première conséquence est que le nombre de branches peut toujours être choisi égal à $k(m+r)$, k étant un entier, m l'ordre des symétries, r le nombre de composantes rotoriques. Dans ces conditions, l'une des matrices de structure du réseau peut s'écrire sous la forme :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & \dots & Z_{0,k-1} \\ Z_{01} & Z_{11} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{0,k-1} & \dots & Z_{k-1,k-1} \end{bmatrix}.$$

Lorsqu'il n'y a pas de variables rotoriques, les r variables sont en surnombre et correspondent à des termes nuls dans les matrices de structure.

Chacun des termes de (1) représente une matrice carrée, qui peut être du type le plus général \mathbf{X} (2-1).

L'équation de branches du réseau s'écrit :

$$(2) \quad \{e\} = \mathbf{r}\{i\} + \frac{d}{dt}(\mathbf{1}\{i\}) + \mathbf{s}\{q\},$$

avec :

$$(3) \quad \{i\} = \frac{d}{dt}\{q\}.$$

\mathbf{A}_{ij} est permutante d'ordre m :

$$\{ i \} = \{ \mathbf{C}_B \{ . \} i^a \} ;$$

$\{ i^a \}$ représente les intensités de mailles.

Il existe une relation du même type entre les forces électromotrices [16] :

$$\{ e_a \} = \{ \mathbf{C}_B \{ ' \} e \} .$$

à cause de l'invariance de la puissance instantanée :

$$\{ e \{ ' \} \{ i \} = \{ e_a \{ ' \} \{ i^a \} .$$

$\{ \mathbf{C}_B \{$ ne dépend pas du temps. On en déduit les transformées de (2-2) et (2-3) :

$$(4) \quad \{ e_a \} = \mathbf{r}_a \{ i^a \} + \frac{d}{dt} (\mathbf{l}_a \{ i^a \}) + \mathbf{s}_a \{ q^a \} ;$$

$$(5) \quad \{ i^a \} = \frac{d}{dt} \{ q^a \} .$$

Dans ces expressions :

$$(6) \quad \begin{aligned} \mathbf{r}_a &= \{ \mathbf{C}_B \{ ' \mathbf{r} \} \mathbf{C}_B \{ , \\ \mathbf{l}_a &= \{ \mathbf{C}_B \{ ' \mathbf{l} \} \mathbf{C}_B \{ , \\ \mathbf{s}_a &= \{ \mathbf{C}_B \{ ' \mathbf{s} \} \mathbf{C}_B \{ . \end{aligned}$$

Les matrices \mathbf{r}_a , \mathbf{l}_a , \mathbf{s}_a sont carrées et constituées de sous-matrices. Chacune de ces dernières est une somme de produits de la forme :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{i=k-1} \sum_{j=0}^{j=N-1} \mathbf{C}_{ia} \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{C}_{bj} \\ &= \sum_{i=0}^{i=k-1} \sum_{j=0}^{j=N-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_j & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{ia} \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{A}_{bj} \end{bmatrix} ; \end{aligned}$$

\mathbf{Z}_j correspond aux termes rotoriques.

D'après la propriété (2) du chapitre premier, que l'on applique à la transformée de \mathbf{Z}_{ij} , chaque terme de cette somme est une matrice du type de \mathbf{X} .

D'après la propriété (1), la somme est également une matrice de ce type.

Donc, les matrices \mathbf{r}_a , \mathbf{l}_a , \mathbf{s}_a sont constituées de sous-matrices du type \mathbf{X} .

Dans ces conditions, nous donnons maintenant les propriétés des termes de (4) et (5) :

$$\left. \begin{aligned}
 \{ e_a \} &= \left\{ \begin{array}{c} \{ e_{r_1} \} \\ \{ e_{a_1} \} \\ \vdots \\ \{ e_{a_{m-1}} \} \\ (e_{a_2}) \\ \vdots \\ e_{a(mN)} \end{array} \right\} && \text{N groupes de } m+r \\
 &&& \text{f.e.m. de mailles,} \\
 &&& \text{qui peuvent cor-} \\
 &&& \text{respondre à des} \\
 &&& \text{mesures de ten-} \\
 &&& \text{sion réelles;}
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \{ i^a \} &= \left\{ \begin{array}{c} \{ i_{r_1} \} \\ \{ i_{a_1} \} \\ \vdots \\ \{ i_{a_{m-1}} \} \\ (i_{a_2}) \\ \vdots \\ i_{a(mN)} \end{array} \right\} && \text{N groupes de } m+r \\
 &&& \text{intensités de} \\
 &&& \text{mailles;}
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \{ q^a \} &= \left\{ \begin{array}{c} \{ q_{r_1} \} \\ \{ q_{a_1} \} \\ \vdots \\ \{ q_{a_{m-1}} \} \\ (q_{a_2}) \\ \vdots \\ q_{a(mN)} \end{array} \right\} && \text{N groupes de} \\
 &&& m+r \text{ grandeurs,} \\
 &&& \text{homogènes à des} \\
 &&& \text{charges élec-} \\
 &&& \text{triques;}
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_a, & \text{ matrice des résistances propres et} \\
 & \text{mutuelles des mailles;} \\
 \mathbf{l}_a, & \text{ matrice des selfs et mutuelles induc-} \\
 & \text{tances des mailles;} \\
 \mathbf{s}_a, & \text{ matrice des élastances propres et} \\
 & \text{mutuelles des mailles.}
 \end{aligned}$$

Chacune de ces trois dernières matrices est composée d'un ensemble de N sous-matrices d'ordre $m+r$. Nous les écrivons :

$$(7) \quad \mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} x_{11a} & x_{12a} & \dots & x_{1Na} \\ x_{21a} & x_{22a} & & \\ & & \dots & \\ & & \dots & x_{ija} \dots \\ & & & \dots \\ x_{N1a} & \dots & & x_{NNa} \end{bmatrix}$$

Dans l'esprit de la théorie des deux réactions, nous limiterons les matrices \mathbf{x}_{ija} à une somme :

$$(8) \quad \mathbf{X}_{a_0} + \mathbf{X}_{a_1}.$$

Ainsi, \mathbf{x}_a se décompose :

$$(9) \quad \mathbf{x}_a = \mathbf{x}_{a_0} + \mathbf{x}_{a_1}.$$

Cette hypothèse restrictive revient à supposer certaines particularités constructives qui sont très généralement réalisées dans les machines de grande puissance.

2. — REPÈRE « 00 »

Nous allons relier les variables $\{e_a\}$, $\{i^a\}$, $\{q^a\}$ à de nouvelles variables $\{e_0\}$, $\{i^0\}$, $\{q^0\}$ à l'aide de la connexion :

$$(10) \quad \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathcal{D}_0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & \mathcal{D}_0 \end{bmatrix}.$$

Cette matrice est constituée de N matrices \mathcal{D}_0 , du type (2-5), carrées, d'ordre m :

$$(11) \quad \begin{aligned} \{e_a\} &= \mathbf{D}_0 \{e_0\}, \\ \{i^a\} &= \mathbf{D}_0 \{i^0\}, \\ \{q^a\} &= \mathbf{D}_0 \{q^0\}. \end{aligned}$$

Substituons dans (9) :

$$\mathbf{D}_0 \{e_0\} = \mathbf{r}_a \mathbf{D}_0 \{i^0\} + \frac{d}{dt} (\mathbf{l}_a \mathbf{D}_0 \{i^0\}) + \mathbf{s}_a \mathbf{D}_0 \{q^0\}.$$

Prémultiplions par \mathbf{D}_0' qui est formée de termes constants.

Nous obtenons :

$$(12) \quad \{e_0\} = \mathbf{r}_{00} \{i^0\} + \frac{d}{dt} (\mathbf{l}_{00} \{i^0\}) + \mathbf{s}_{00} \{q^0\};$$

nous avons posé :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{00} &= \mathbf{D}_0' \mathbf{r}_a \mathbf{D}_0, \\ \mathbf{l}_{00} &= \mathbf{D}_0' \mathbf{l}_a \mathbf{D}_0, \\ \mathbf{s}_{00} &= \mathbf{D}_0' \mathbf{s}_a \mathbf{D}_0. \end{aligned}$$

De la même façon, on obtiendrait, à partir de (10) :

$$(13) \quad \{i^0\} = \frac{d}{dt} \{q^0\}.$$

La transformée de \mathbf{x}_a est une somme $\mathbf{x}_{00} + \mathbf{x}_{01}$.

Le terme \mathbf{x}_{01} n'existe que dans le cas d'un réseau actif, où il existe des machines à pôles saillants. Dans les autres cas, \mathbf{x}_{01} est nulle, \mathbf{x}_{00} est composée de N^2 sous-matrices diagonales et constantes, ce qui signifie que les $2(m+r)N$ équations (12) et (13) se réduisent à $2(m+r)$ systèmes indépendants de N équations. La résolution du système est très simplifiée. Le repère « 00 » qui, en régime permanent, est du même type que celui des coordonnées symétriques de FORTESCUE, permet, de plus, les mêmes simplifications en régime transitoire.

**ÉTUDE DU RÉSEAU POLYPHASÉ
DANS LES REPÈRES TOURNANTS**

1. — REPÈRES TOURNANTS

Nous définissons le repère « ρ, τ » comme obtenu, à partir du repère « 0, 0 », par la matrice de transformation :

$$(1) \quad \mathbf{C}_0^0 = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_0 & & \\ & \mathcal{C}_\theta & \\ & & \mathcal{C}_\theta \end{bmatrix};$$

\mathcal{C}_θ a été défini en (2-6).

Nous nous imposons maintenant les relations :

$$(2) \quad \begin{aligned} \{ e_0 \} &= \mathbf{C}_0^0 \{ e_0 \}, \\ \{ i^0 \} &= \mathbf{C}_0^0 \{ i^0 \}, \\ \{ q^0 \} &= \mathbf{C}_0^0 \{ q^0 \}. \end{aligned}$$

(3-12) devient :

$$\mathbf{C}_0^0 \{ e_\theta \} = r_{00} \mathbf{C}_0^0 \{ i^0 \} + \frac{d}{dt} (l_{00} \mathbf{C}_0^0 \{ i^0 \}) + s_{00} \mathbf{C}_0^0 \{ q^0 \}.$$

En prémultipliant par $\mathbf{C}_0^{0'}$, nous obtenons, en tenant compte des propriétés (1-10), l'équation :

$$(3) \quad \{ e_\theta \} = r_{\rho\tau} \{ i^0 \} + \frac{d}{dt} (l_{\rho\tau} \{ i^0 \}) - \frac{d \mathbf{C}_0^0}{dt} \mathbf{C}_0^0 l_{\rho\tau} \{ i^0 \} + s_{\rho\tau} \{ q^0 \}.$$

Nous avons posé :

$$\begin{aligned} r_{\rho\tau} &= \mathbf{C}_0^{0'} r_{00} \mathbf{C}_0^0, \\ l_{\rho\tau} &= \mathbf{C}_0^{0'} l_{00} \mathbf{C}_0^0, \\ s_{\rho\tau} &= \mathbf{C}_0^{0'} s_{00} \mathbf{C}_0^0. \end{aligned}$$

On pose :

$$\Gamma_{\bar{z}i} = \frac{d \mathbf{C}_0^{0i}}{dt} \cdot \mathbf{C}_0^0 \cdot \frac{1}{\frac{d\theta}{dt}} = \left[\begin{array}{c} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{array} \right];$$

γ est donné par (2-7).

(3) s'écrit :

$$(4) \quad \{e_\theta\} = \mathbf{r}_{\rho\tau} \{i^\theta\} + \frac{d}{dt} (\mathbf{l}_{\rho\tau} \{i^\theta\}) - \Gamma_{\bar{z}i} \mathbf{l}_{\rho\tau} \{i^\theta\} \frac{d\theta}{dt} + \mathbf{s}_{\rho\tau} \{q^0\}.$$

De la même façon, on obtiendrait, à partir de (3-13) :

$$(5) \quad \{i^\theta\} = \frac{d \{q^0\}}{dt} + \mathbf{C}_0^{0i} \frac{d \mathbf{C}_0^0}{dt} \{q^0\} = \frac{d \{q^0\}}{dt} - \Gamma_{\bar{z}i} \{q^0\} \frac{d\theta}{dt}.$$

2. — STRUCTURE TENSORIELLE

La définition même des grandeurs relatives au repère « ρ, τ », met en évidence la structure tensorielle de (4) et (5). Le temps est considéré comme un paramètre :

$$\left. \begin{array}{l} \{e_\theta\} : \text{vecteur covariant} \\ \{i^\theta\} : \text{vecteur contravariant} \\ \{q^0\} : \text{vecteur contravariant} \end{array} \right\} \text{ (tenseur à un indice);}$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{r}_{\rho\tau} \\ \mathbf{l}_{\rho\tau} \\ \mathbf{s}_{\rho\tau} \end{array} \right\} \text{ tenseurs deux fois covariant (tenseur à deux indices);}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt} (\mathbf{l}_{\rho\tau} \{i^\theta\}) - \Gamma_{\bar{z}i} \mathbf{l}_{\rho\tau} \{i^\theta\} \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d}{dt} \{q^0\} - \Gamma_{\bar{z}i} \{q^0\} \frac{d\theta}{dt} \end{array} \right\} \text{ vecteur covariant (un indice).}$$

Les deux expressions précédentes représentent respectivement les dérivées, relatives au repère considéré, de $\mathbf{l}_{\rho\tau} \{i^\theta\}$ et de $\{q^0\}$. Nous définissons ainsi la dérivée intrinsèque et nous la représentons par le symbole $\frac{\delta}{\delta t}$.

Par exemple :

— pour un tenseur à un indice :

$$\frac{\delta}{\delta t} \{q^0\} = \frac{d}{dt} \{q^0\} - \Gamma_{\bar{z}i} \{q^0\} \frac{d\theta}{dt};$$

— pour un tenseur à deux indices :

$$\frac{\delta}{\delta t} \mathbf{l}_{\rho\tau} = \frac{d}{dt} \mathbf{l}_{\rho\tau} + (\mathbf{l}_{\rho\tau} \Gamma_{\dot{a}i}^{\bar{a}} - \Gamma_{\dot{a}i}^{\bar{a}} \mathbf{l}_{\rho\tau}) \frac{d\theta}{dt}.$$

Nous pouvons maintenant écrire (4) et (5) sous une forme générale :

(6)	$\{ e_0 \} = \mathbf{r}_{\rho\tau} \{ i^0 \} + \frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{l}_{\rho\tau} \{ i^0 \}) + \mathbf{s}_{\rho\tau} \{ q^0 \}$
(7)	$\{ i^0 \} = \frac{\delta}{\delta t} \{ q^0 \}$

3. — INVARIANTS

Dans l'ensemble des repères étudiés, l'énergie emmagasinée par le réseau et les différentes puissances échangées restent constantes et s'expriment par des invariants. Connaissant leur expression dans un repère « a », on la déduit immédiatement dans un repère quelconque.

Énergie électromagnétique.

$$W_{em}(a) = \frac{1}{2} \{ i^a \}' \mathbf{l}_a \{ i^a \},$$

$W_{em}(\theta) = \frac{1}{2} \{ i^0 \}' \mathbf{l}_{\rho\tau} \{ i^0 \}$

Énergie électrostatique.

$$W_{es}(a) = \frac{1}{2} \{ q^a \}' \mathbf{s}_a \{ q^a \},$$

$W_{es}(\theta) = \frac{1}{2} \{ q^0 \}' \mathbf{s}_{\rho\tau} \{ q^0 \}$

Puissance JOULE.

$$P_{re}(a) = \{ i^a \}' \mathbf{r}_a \{ i^a \},$$

$P_{re}(\theta) = \{ i^0 \}' \mathbf{r}_{\rho\tau} \{ i^0 \}$

Puissance mécanique mise en jeu dans les inductances variables.

(8)	$P_{mi}(a) = \frac{1}{2} \{ i^a \}' \frac{d\mathbf{l}_a}{dt} \{ i^a \},$
	$P_{mi}(\theta) = \frac{1}{2} \{ i^0 \}' \frac{\delta \mathbf{l}_{\rho\tau}}{\delta t} \{ i^0 \}.$

Puissance mécanique mise en jeu dans les capacités variables.

$$(9) \quad \begin{aligned} P_{mc}(a) &= -\frac{1}{2} \{ q^a \}' \frac{d \mathbf{s}_a}{dt} \{ q^a \}, \\ P_{mc}(0) &= -\frac{1}{2} \{ q^0 \}' \frac{\delta \mathbf{s}_{p\tau}}{\delta t} \{ q^0 \}. \end{aligned}$$

Puissance instantanée du réseau.

$$\begin{aligned} P_i(a) &= \{ e_a \}' \{ i^a \}, \\ P_i(0) &= \{ e_0 \}' \{ i^0 \}. \end{aligned}$$

Notons que les puissances étudiées sont fournies par le réseau.

Bilan de la puissance.

A titre de vérification nous allons faire le bilan de la puissance sur l'équation (6). Nous prémultiplions (6) par $\{ i^0 \}'$ et nous calculons tout d'abord séparément les deux derniers termes.

$$a) \quad \{ i^0 \}' \frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{l}_{p\tau} \{ i^0 \}) = \frac{1}{2} \{ i^0 \}' \frac{\delta \mathbf{l}_{p\tau}}{\delta t} \{ i^0 \} + \frac{1}{2} \{ i^0 \}' \frac{\delta \mathbf{l}_{p\tau}}{\delta t} \{ i^0 \} + \{ i^0 \}' \mathbf{l}_{p\tau} \frac{\delta \{ i^0 \}}{\delta t}.$$

La somme des deux derniers termes de l'équation précédente n'est autre que :

$$\frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta t} (\{ i^0 \}' \mathbf{l}_{p\tau} \{ i^0 \}),$$

puisque :

$$\{ i^0 \}' \mathbf{l}_{p\tau} \frac{\delta \{ i^0 \}}{\delta t} = \frac{\delta \{ i^0 \}}{\delta t} \{ i^0 \}' \mathbf{l}_{p\tau} \{ i^0 \}.$$

Nous avons ainsi fait apparaître les expressions de la variation de l'énergie électromagnétique et de la puissance mécanique mises en jeu dans les inductances ;

$$b) \quad \{ i^0 \}' \mathbf{s}_{p\tau} \{ q^0 \} = \frac{\delta \{ q^0 \}}{\delta t} \{ i^0 \}' \mathbf{s}_{p\tau} \{ q^0 \} \quad \text{d'après (7).}$$

Nous ajoutons et retranchons une même expression au terme précédent :

$$\{ i^0 \}' \mathbf{s}_{p\tau} \{ q^0 \} = -\frac{1}{2} \{ q^0 \}' \frac{\delta \mathbf{s}_{p\tau}}{\delta t} \{ q^0 \} + \frac{1}{2} \{ q^0 \}' \frac{\delta \mathbf{s}_{p\tau}}{\delta t} \{ q^0 \} + \frac{\delta \{ q^0 \}}{\delta t} \{ i^0 \}' \mathbf{s}_{p\tau} \{ q^0 \}.$$

Pour des raisons analogues à celles utilisées dans (a), la somme des deux derniers termes ci-dessus est égale à :

$$\frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta t} (\{ q^0 \}' \mathbf{s}_{p\tau} \{ q^0 \}).$$

Nous avons ainsi fait apparaître les expressions de la variation de l'énergie électrostatique et de la puissance mécanique mises en jeu dans les capacités.

Il est aisé maintenant d'écrire le bilan :

$$\begin{aligned}
 \{ i^0 \}' e_0 \{ = & \{ e_0 \}' i^0 \} && : \text{puissance échangée avec le réseau extérieur ;} \\
 & = \\
 & \{ i^0 \}' \{ \mathbf{r}_{\rho\tau} \} i^0 \} && : \text{puissance dissipée par effet JOULE ;} \\
 & + \\
 & \frac{1}{2} \{ i^0 \}' \left\{ \frac{\delta \mathbf{I}_{\rho\tau}}{\delta t} \right\} i^0 \} && : \text{puissance mécanique dans les inductances ;} \\
 & + \\
 & \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta t} (\{ i^0 \}' \{ \mathbf{I}_{\rho\tau} \} i^0 \{) && : \text{variation d'énergie électromagnétique ;} \\
 & + \\
 & - \frac{1}{2} \{ q^0 \}' \left\{ \frac{\delta \mathbf{s}_{\rho\tau}}{\delta t} \right\} q^0 \} && : \text{puissance mécanique dans les capacités ;} \\
 & + \\
 & \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta t} (\{ q^0 \}' \{ \mathbf{s}_{\rho\tau} \} q^0 \{) && : \text{variation d'énergie électrostatique.}
 \end{aligned}$$

4. — ÉQUATION MÉCANIQUE

Dans le cas des réseaux actifs, il est nécessaire d'ajouter aux équations (6) et (7) une équation décrivant le comportement mécanique du système. L'hypothèse faite au début du chapitre sur la forme de x_a , implique que toutes les parties variables du système varient synchroniquement, c'est-à-dire que le même angle Ω les définit toutes. Quand cette hypothèse n'est pas réalisée (plusieurs machines couplées électriquement, par exemple), il est toujours pratiquement possible de décomposer le réseau en plusieurs sous-réseaux correspondant à notre hypothèse.

L'équation qui décrit le comportement mécanique du système est composée uniquement de scalaires invariants :

$$(10) \quad -C_m + C_r + I \frac{d^2 \Omega}{dt^2} = 0.$$

C_m : couple mécanique fourni (positif) ou absorbé (négatif) par l'extérieur du système ;

C_r : couple électrique, résistant (positif pour un générateur d'énergie électrique) ou moteur (négatif) ;

I : inertie des parties tournantes.

L'équation (10) correspond à une vitesse angulaire égale à n fois la vitesse angulaire mécanique, si n est le nombre de paires de pôles du rotor considéré. Dans ces conditions, l'inertie à considérer dans (10) est n^2 fois plus petite que l'inertie réelle et le couple moteur est n fois plus petit que le couple réel.

Le couple électrique correspond aux puissances étudiées en (8) et (9) :

$$(11) \quad P_{mi}(\theta) + P_{mc}(\theta) = \frac{1}{2} \left[i^0 \left\{ \frac{\delta \mathbf{l}_{\rho\tau}}{\delta t} \right\} i^0 \left\{ - \right\} q^0 \left\{ \frac{\delta \mathbf{s}_{\rho\tau}}{\delta t} \right\} q^0 \left\{ \right. \right].$$

Explicitons cette relation. Remarquons tout d'abord que $\mathbf{l}_{\rho\tau}$, $\mathbf{s}_{\rho\tau}$ ($\mathbf{r}_{\rho\tau}$ aussi, d'ailleurs) sont constantes dans le repère $\omega - \delta$ ($\rho = \omega$, $\tau = \delta$), et seulement dans celui-ci. On en déduit que la dérivée intrinsèque se réduit à :

$$(12) \quad \frac{\delta \mathbf{l}_{\omega\delta}}{\delta t} = (\mathbf{l}_{\omega\delta} \Gamma_{\omega i}^{\delta} - \Gamma_{\omega i}^{\delta} \mathbf{l}_{\omega\delta}) \left(\frac{d\Omega}{dt} \right).$$

Nous posons :

$$\mathbf{L}_{\omega\delta} = \mathbf{l}_{\omega\delta} \Gamma_{\omega i}^{\delta} - \Gamma_{\omega i}^{\delta} \mathbf{l}_{\omega\delta};$$

$\frac{\delta \mathbf{l}_{\omega\delta}}{\delta t}$ est un tenseur deux fois covariant. On en déduit son expression dans un repère « $\rho - \tau$ » quelconque :

$$(13) \quad \frac{\delta \mathbf{l}_{\rho\tau}}{\delta t} = \mathbf{C}_{\Omega}^{\rho} \mathbf{L}_{\omega\delta} \mathbf{C}_{\Omega}^{\tau} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right).$$

Les propriétés de commutativité du groupe des $\mathbf{C}_{\Omega}^{\rho}$ (1-10) entraînent la même propriété pour $\mathbf{C}_{\Omega}^{\delta}$ et $\Gamma_{\omega i}^{\delta}$. D'autre part, $\Gamma_{\omega i}^{\delta}$ est une constante égale à $\Gamma_{\rho i}^{\tau}$. Dans ces conditions (13) s'écrit :

$$(14) \quad \frac{\delta \mathbf{l}_{\rho\tau}}{\delta t} = \mathbf{L}_{\rho\tau} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right).$$

De même :

$$(15) \quad \begin{aligned} \mathbf{L}_{\rho\tau} &= \mathbf{l}_{\rho\tau} \Gamma_{\rho i}^{\tau} - \Gamma_{\rho i}^{\tau} \mathbf{l}_{\rho\tau}, \\ \mathbf{S}_{\rho\tau} &= \mathbf{s}_{\rho\tau} \Gamma_{\rho i}^{\tau} - \Gamma_{\rho i}^{\tau} \mathbf{s}_{\rho\tau}, \\ \mathbf{R}_{\rho\tau} &= \mathbf{r}_{\rho\tau} \Gamma_{\rho i}^{\tau} - \Gamma_{\rho i}^{\tau} \mathbf{r}_{\rho\tau}; \end{aligned}$$

$\frac{d\Omega}{dt}$ est la vitesse angulaire des parties tournantes. De (11) on déduit la valeur du couple résistant :

$$(16) \quad C_r = -\frac{1}{2} \left[i^0 \left\{ \mathbf{L}_{\rho\tau} \right\} i^0 \left\{ - \right\} q^0 \left\{ \mathbf{S}_{\rho\tau} \right\} q^0 \left\{ \right. \right].$$

Cette équation, jointe à (6) et (7), décrit très généralement le comportement d'un réseau polyphasé qui comprend une machine tournante. Groupons ces équations :

$$(17) \quad \begin{aligned} e_0 \left\{ = \mathbf{r}_{\rho\tau} \right\} i^0 \left\{ + \frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{l}_{\rho\tau} \left\{ i^0 \left\{ + \mathbf{s}_{\rho\tau} \right\} q^0 \left\{ \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left\{ i^0 \left\{ = \frac{\delta}{\delta t} \right\} q^0 \left\{ \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - C_m - \frac{1}{2} \left[i^0 \left\{ \mathbf{L}_{\rho\tau} \right\} i^0 \left\{ - \right\} q^0 \left\{ \mathbf{S}_{\rho\tau} \right\} q^0 \left\{ \right. \right. \right. + I \frac{d^2 \Omega}{dt^2} = 0. \end{aligned}$$

5. — ÉCARTS ENTRE DEUX RÉGIMES VOISINS

Nous considérerons un premier régime dont les grandeurs représentatives sont rapportées à un repère (θ) . Un deuxième régime, voisin du premier, est défini par l'écart des grandeurs qui le concernent avec les grandeurs du premier régime. Ces écarts sont rapportés à un repère $(\theta - \Delta\theta)$ et s'écrivent :

— pour un tenseur à un indice :

$$\delta \{ e_\theta \} = \Delta e_\theta \{ - \Gamma_{\rho i} \} e_\theta \{ . \Delta \theta ;$$

— pour un tenseur à deux indices :

$$\delta I_{\rho\tau} = \Delta I_{\rho\tau} + (I_{\rho\tau} \Gamma_{\rho i} - \Gamma_{\rho i} I_{\rho\tau}) . \Delta \theta.$$

Les écarts $\{ \Delta e_\theta \} \dots$ représentent les écarts des grandeurs lorsqu'ils sont rapportés au même repère que les grandeurs elles-mêmes, c'est-à-dire si $\Delta\theta = 0$.

A partir de (17), on peut maintenant écrire l'équation des écarts :

$$\begin{aligned} (18) \quad \delta \{ e_\theta \} &= \delta \{ \mathbf{r}_{\rho\tau} \} i^\theta \{ \} + \delta \left[\frac{\delta}{\delta t} \{ I_{\rho\tau} \} i^\theta \{ \} \right] + \delta \{ \mathbf{s}_{\rho\tau} \} q^\theta \{ \}, \\ \delta \{ i^\theta \} &= \delta \left[\frac{\delta}{\delta t} \{ q^\theta \} \right] \\ \Delta C_m + \frac{1}{2} \left[\delta \{ i^\theta \} \{ \mathbf{L}_{\rho\tau} \} i^\theta \{ \} - \{ q^\theta \} \{ \mathbf{S}_{\rho\tau} \} q^\theta \{ \} \right] - I \frac{d^2}{dt^2} \Delta \Omega &= 0. \end{aligned}$$

Si la vitesse de rotation du rotor est constante, $\Delta \Omega = - \Delta \delta$.

Les résultats obtenus à partir de (18) pourront être appliqués en particulier à l'étude de la stabilité, sous la forme d'équations des petits écarts autour d'un point d'équilibre, qui ont le grand avantage de linéariser le système.

Deux propriétés vont nous permettre de simplifier (18) :

a) dans l'ensemble des repères considérés, les matrices de connexion dépendent d'un paramètre unique : le temps. Dans ces conditions, on peut intervertir les symboles δ et $\frac{\delta}{\delta t}$ et écrire :

$$\begin{aligned} (19) \quad \delta \{ e_\theta \} &= \delta \{ \mathbf{r}_{\rho\tau} \} i^\theta \{ \} + \frac{\delta}{\delta t} [\delta \{ I_{\rho\tau} \} i^\theta \{ \}] + \delta \{ \mathbf{s}_{\rho\tau} \} q^\theta \{ \}, \\ \delta \{ i^\theta \} &= \frac{\delta}{\delta t} [\delta \{ q^\theta \}], \end{aligned}$$

soit encore :

$$\begin{aligned} (20) \quad \delta \{ e_\theta \} &= \delta \mathbf{r}_{\rho\tau} . \{ \} i^\theta \{ \} + \mathbf{r}_{\rho\tau} . \delta \{ \} i^\theta \{ \} + \frac{\delta}{\delta t} [\delta I_{\rho\tau} . \{ \} i^\theta \{ \} + I_{\rho\tau} . \delta \{ \} i^\theta \{ \}] \\ &\quad + \delta \mathbf{s}_{\rho\tau} \{ \} q^\theta \{ \} + \mathbf{s}_{\rho\tau} \delta \{ \} q^\theta \{ \}; \end{aligned}$$

b) un raisonnement analogue à celui qui a conduit à l'équation (14) pour la dérivée intrinsèque permet d'écrire, pour les petits écarts :

$$(21) \quad \begin{aligned} \delta \mathbf{l}_{\rho\tau} &= -\mathbf{L}_{\rho\tau} \Delta \delta, \\ \delta \mathbf{r}_{\rho\tau} &= -\mathbf{R}_{\rho\tau} \Delta \delta, \\ \delta \mathbf{s}_{\rho\tau} &= -\mathbf{S}_{\rho\tau} \Delta \delta. \end{aligned}$$

Dans le cas d'un réseau passif, les matrices $\mathbf{r}_{\omega\delta}$, $\mathbf{l}_{\omega\delta}$, $\mathbf{s}_{\omega\delta}$ sont diagonales et commutables avec $\Gamma_{\omega\delta}$; on en déduit que $\mathbf{L}_{\rho\tau}$, $\mathbf{R}_{\rho\tau}$, $\mathbf{S}_{\rho\tau}$ sont alors nulles.

On a une propriété identique avec $\delta \mathbf{L}_{\rho\tau}$ et $\delta \mathbf{S}_{\rho\tau}$. En effet, $\mathbf{L}_{\rho\tau}$ et $\mathbf{S}_{\rho\tau}$ sont deux fois covariants et constants dans le repère « $\omega - \delta$ ». Ils possèdent donc la même propriété que $\mathbf{l}_{\rho\tau}$ et $\mathbf{s}_{\rho\tau}$:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{L}_{\rho\tau} &= -(\mathbf{L}_{\rho\tau} \Gamma_{\rho\tau}^{\bar{\rho}\bar{\tau}} - \Gamma_{\rho\tau}^{\bar{\rho}\bar{\tau}} \mathbf{L}_{\rho\tau}) \Delta \delta, \\ \delta \mathbf{S}_{\rho\tau} &= -(\mathbf{S}_{\rho\tau} \Gamma_{\rho\tau}^{\bar{\rho}\bar{\tau}} - \Gamma_{\rho\tau}^{\bar{\rho}\bar{\tau}} \mathbf{S}_{\rho\tau}) \Delta \delta. \end{aligned}$$

Nous posons :

$$(22) \quad \begin{aligned} \delta \mathbf{L}_{\rho\tau} &= -\mathcal{L}_{\rho\tau}^2 \Delta \delta, \\ \delta \mathbf{S}_{\rho\tau} &= -\mathcal{S}_{\rho\tau} \Delta \delta. \end{aligned}$$

En tenant compte de (21) et (22) l'équation des petites oscillations devient :

$$(23) \quad \begin{aligned} \delta \mathbf{e}_0 \{ &= -\mathbf{R}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} i^0 \{ \cdot \Delta \delta + \mathbf{r}_{\rho\tau} \cdot \delta \} i^0 \{ + \frac{\delta}{\delta t} [-\mathbf{L}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} i^0 \{ \cdot \Delta \delta + \mathbf{l}_{\rho\tau} \cdot \delta \} i^0 \{ \\ &\quad - \mathbf{S}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} q^0 \{ \cdot \Delta \delta + \mathbf{s}_{\rho\tau} \cdot \delta \} q^0 \{, \\ \delta \mathbf{i}^0 \{ &= \frac{\delta}{\delta t} [\delta \mathbf{q}^0 \{, \\ \Delta C_m + \delta \mathbf{i}^0 \{ \cdot \mathbf{L}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} i^0 \{ - \frac{1}{2} \} i^0 \{ \cdot \mathcal{L}_{\rho\tau}^2 \cdot \cdot \} i^0 \{ \Delta \delta - \delta \} q^0 \{ \cdot \mathbf{S}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} q^0 \{ \\ &\quad + \frac{1}{2} \} q^0 \{ \cdot \mathcal{S}_{\rho\tau} \cdot \cdot \} q^0 \{ \Delta \delta + \mathbf{I} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} = 0. \end{aligned}$$

Les équations (23) permettent d'étudier la stabilité d'un réseau polyphasé à l'aide d'équations différentielles linéaires.

6. — UTILISATION DES REPÈRES

On choisira le repère dans lequel on établira les équations d'un problème, selon la nature de ce dernier. Remarquons tout d'abord que les angles $\Delta \delta$, les couples mécaniques, les excitations sont des invariants. Si l'on utilise une machine à calculer, les grandeurs qui les représentent sont les homologues directs des grandeurs réelles. Il en résulte la possibilité d'expérimenter certains organes réels directement sur la machine à calculer. Les spectres des perturbations, qui proviennent précisément des couples mécaniques et des excitations, peuvent être introduits dans la machine à calculer, d'après les mesures sur les modèles réels.

Le repère « 00 » est intéressant pour l'étude des réseaux passifs. Un réseau passif de m phases se décompose en m réseaux indépendants. Un multipôle de m phases se décompose en m dipôles. Ces propriétés sont, bien entendu, valables pour tous les régimes. Elles peuvent être étendues au cas des machines à rotor lisse, pour les études où l'on peut considérer la vitesse constante.

Un repère tournant à une vitesse quelconque peut être utilisé pour l'étude des marches asynchrones. Lorsque le repère est lié au rotor, l'intérêt provient du fait que, quel que soit le régime, les matrices inductances sont des constantes.

Les repères tournant à des vitesses multiples de celles des rotors sont utiles pour l'étude des harmoniques.

Avant de passer à l'étude particulière des repères tournant à la vitesse ω , nous remarquerons que, grâce au théorème de THÉVENIN, les études de déséquilibre sont accessibles dans tous les repères.

7. — REPÈRES « ω »

Les repères « ω — » sont particulièrement intéressants dans les réseaux de pulsation ω . Il est aisé de voir qu'un vecteur composé de grandeurs sinusoïdales polyphasées se réduit à deux composantes constantes dans « ω — δ », tant que ω est constant. D'autre part, dans les mêmes conditions, les matrices inductance, élastance et résistance sont composées de termes constants. Il en résulte que c'est seulement dans « ω — », et lorsque ω est constant, que l'on peut appliquer le calcul opérationnel à (4) et (5).

En appelant :

$$\begin{aligned} \} E_{\Omega} \{ & \text{ la transformée de } \} e_{\Omega} \{, \\ \} I^{\Omega} \{ & \text{ la transformée de } \} i^{\Omega} \{, \\ \} Q^{\Omega} \{ & \text{ la transformée de } \} q^{\Omega} \{, \end{aligned}$$

il vient :

$$(25) \quad \} E_{\Omega} \{ = \mathbf{r}_{\omega\delta} \} I^{\Omega} \{ + [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega l}^{\delta} \omega] \mathbf{l}_{\omega\delta} \} I^{\Omega} \{ + \mathbf{s}_{\omega\delta} \} Q^{\Omega} \{;$$

$$(26) \quad \} I^{\Omega} \{ = [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega l}^{\delta} \omega] \} Q^{\Omega} \{.$$

On peut trouver aisément l'inverse de $p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega l}^{\delta} \omega$, ce qui revient à chercher :

$$\begin{bmatrix} p & \omega \\ -\omega & p \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{p^2 + \omega^2} \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix};$$

(25) et (26) peuvent s'écrire sous la forme d'une seule équation :

$$(27) \quad \} E_{\Omega} \{ = \left\{ \mathbf{r}_{\omega\delta} + [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega l}^{\delta} \omega] \mathbf{l}_{\omega\delta} + \mathbf{s}_{\omega\delta} [p \mathbf{1} + \Gamma_{\omega l}^{\delta} \omega] \frac{1}{p^2 + \omega^2} \right\} \} I^{\Omega} \{.$$

Remarquons que $\{E_{\Omega}\}$, $\{I^{\Omega}\}$, $\{Q^{\Omega}\}$ ne sont pas des tenseurs.

L'équation (27) est utilisable dans les études de régimes transitoires où l'on peut supposer la vitesse des parties tournantes constante.

Le régime permanent est caractérisé par des vecteurs constants. En faisant $p = 0$ dans (27) on l'obtient. Dans le cas d'une machine synchrone, on parvient ainsi aux équations de PARK [17].

En ce qui concerne les petites oscillations, on peut envisager deux façons de les étudier :

a) on fait osciller le repère avec le rotor. Les matrices inductance, élastance et résistance restent strictement constantes. Par contre, les variations de vecteurs sont de la forme :

$$(28) \quad \delta \{e_{\Omega}\} = \Delta e_{\Omega} + \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \{e_{\Omega}\} \Delta \delta.$$

Il s'introduit un terme supplémentaire en $\Delta \delta$, gênant dans les réseaux passifs. Cette méthode est utilisable lorsque l'on veut étudier les oscillations d'une machine directement reliée au réseau [18], en particulier ;

b) on maintient fixe la vitesse du repère. On peut écrire :

$$(29) \quad \delta \{e_0\} = \Delta e_0.$$

D'autre part, pour les réseaux passifs, il y a la même relation entre les petites variations des vecteurs, qu'entre les vecteurs eux-mêmes. (7) s'applique en remplaçant $\{E_{\Omega}\}$ et $\{I^{\Omega}\}$ par ΔE_{Ω} et ΔI^{Ω} . Plus généralement, pour les repères « $\omega -$ », on peut passer au calcul opérationnel dans (23) :

$$(30) \quad \delta \{E_{\Omega}\} = \left\{ \mathbf{r}_{\omega\delta} + [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \omega] \mathbf{L}_{\omega\delta} + \mathbf{s}_{\omega\delta} [p \mathbf{1} + \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \omega] \frac{1}{p^2 + \omega^2} \right\} \delta \{I^{\Omega}\} - \left\{ \mathbf{R}_{\omega\delta} + [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \omega] \mathbf{L}_{\omega\delta} - \mathbf{S}_{\omega\delta} [p \mathbf{1} + \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \omega] \frac{1}{p^2 + \omega^2} \right\} \{I^{\Omega}\} \Delta \delta$$

Dans cette formule, selon que l'on utilise la méthode a) ou la méthode b), vues plus haut :

$$a) \quad \begin{aligned} \delta \{E_{\Omega}\} &= \Delta E_{\Omega} + \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \{e_{\Omega}\} \Delta \delta, \\ \delta \{I^{\Omega}\} &= \Delta I^{\Omega} + \Gamma_{\omega_l^{\delta}} \{i^{\Omega}\} \Delta \delta; \end{aligned}$$

$$b) \quad \begin{aligned} \delta \{E_{\Omega}\} &= \Delta E_{\Omega}, \\ \delta \{I^{\Omega}\} &= \Delta I^{\Omega}. \end{aligned}$$

Seule, la première ligne de (30) subsiste dans les réseaux passifs. (ΔC_r) a pour transformée, en calcul opérationnel :

$$(31) \quad \Delta C_r = - \{ i^\Omega \{ \mathbf{L}_{\omega\delta} \} I^\Omega \} + \frac{1}{2} \{ i^\Omega \{ \mathbf{L}_{\omega\delta}^2 \} i^\Omega \} \Delta \delta \\ + \{ q^\Omega \{ \mathbf{S}_{\omega\delta} \} Q^\Omega \} - \frac{1}{2} \{ q^\Omega \{ \mathbf{S}_{\omega\delta} \} q^\Omega \} \Delta \delta$$

Dans cette formule, selon la méthode :

$$a) \quad \delta \{ Q^\Omega \} = \Delta Q^\Omega \{ + \Gamma_{\omega\delta} \} q^\Omega \{ \Delta \delta ; \\ b) \quad \delta \{ Q^\Omega \} = \Delta Q^\Omega \{ ;$$

$\{ Q^\Omega \}$ et $\{ I^\Omega \}$ sont reliées par (26).

Lorsque l'on veut étudier un réseau formé de machines tournantes interconnectées par un réseau passif (lignes-transformateurs), on a intérêt à utiliser pour le réseau passif le repère « $\omega - 0$ » et pour chaque machine le repère « $\omega - \delta$ » associé, tournant à vitesse constante. L'interconnexion se fera par des relations linéaires.

Les repères « $\omega - 0$ » sont intéressants aussi pour l'étude des courts-circuits. Ils mettent, par exemple, immédiatement en évidence qu'un défaut non triphasé est générateur d'énergie réactive et de composantes homopolaires.

8. — AUTRE ENSEMBLE DE REPÈRES

L'étude précédente a été basée sur les mailles du réseau. Une étude strictement identique pourrait être basée sur les paires de nœuds. Aux équations fondamentales (21) et (22) correspondraient :

$$(32) \quad \{ j^0 \} = \mathbf{g}^{\rho\tau} \{ v_0 \} + \frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{c}^{\rho\tau}) \{ v_0 \} + \gamma^{\rho\tau} \{ h_0 \} \\ (33) \quad \{ v_0 \} = \frac{\delta}{\delta t} \{ h_0 \}$$

$\{ j^0 \}$ transformée de $\{ j^a \}$: intensité appliquée aux paires de nœuds ;

$\{ v_0 \}$ transformée de $\{ v_a \}$: tension aux paires de nœuds ;

$\{ h_0 \}$ transformée de $\{ h_a \}$: percussion aux paires de nœuds ;

$\mathbf{g}^{\rho\tau}$ transformée de \mathbf{g}^{ab} : conductance propre ou mutuelle aux paires de nœuds ;

$\mathbf{c}^{\rho\tau}$ transformée de \mathbf{c}^{ab} : capacitance propre ou mutuelle aux paires de nœuds ;

$\gamma^{\rho\tau}$ transformée de γ^{ab} : inductance inverse propre ou mutuelle aux paires de nœuds.

Si, maintenant, nous effectuons une transformation dualistique en substituant aux selfs des capacités et, inversement, en transformant les structures séries en structures parallèles, nous obtenons un nouveau réseau dont les équations seront des formes (6) (7) ou (32) (33).

Nous le notons avec un astérisque. Les nouveaux coefficients seront liés aux anciens par les relations :

$$(34) \quad \begin{aligned} \mathbf{g}^{ab*} &= k \mathbf{r}_{ab} & \text{et} & & \mathbf{r}_{ab*} &= \frac{1}{k} \mathbf{g}^{ab}, \\ \mathbf{c}^{ab*} &= k \mathbf{l}_{ab} & \text{et} & & \mathbf{l}_{ab*} &= \frac{1}{k} \mathbf{c}^{ab}, \\ \gamma^{ab*} &= k \mathbf{s}_{ab} & \text{et} & & \mathbf{s}_{ab*} &= \frac{1}{k} \gamma^{ab}. \end{aligned}$$

Les relations (34) sont valables avec les indices $\rho - \tau$, car dans l'ensemble des repères utilisés, seul l'ordre de la variance intervient dans les transformations.

La transposition dualistique peut suggérer certains modèles réduits. Les modèles réels comportent le plus souvent des inductances variables (machines électromagnétiques). Il est malaisé de construire des modèles réduits de ces inductances, alors que l'on sait réaliser aisément des capacités variables.

LIGNE DE TRANSMISSION

Les considérations du chapitre précédent s'appliquent à des réseaux constitués d'éléments à constantes localisées. Nous pouvons les étendre à des éléments à constantes réparties telles que les lignes de transmission, en décomposant ces éléments en éléments simples à constantes localisées, et en faisant tendre le nombre de ces derniers vers l'infini. Nous allons essayer d'obtenir directement les résultats à partir de l'équation des télégraphistes.

Pour une ligne polyphasée de m phases, nous obtenons dans le repère « a » :

$$(1) \quad \begin{aligned} -\frac{\partial \{ e_a \}}{\partial x} &= r_{ab} \{ i^a \} + l_{ab} \frac{\partial \{ i^a \}}{\partial t}, \\ -\frac{\partial \{ i^a \}}{\partial x} &= g^{ab} \{ e_a \} + c^{ab} \frac{\partial \{ e_a \}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Les symboles $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}$ représentent des différentielles partielles.

$\{ e_a \}$: tensions en un point de la ligne;

$\{ i^a \}$: intensités en un point de la ligne;

x : abscisse;

r_{ab} : résistance linéique;

g^{ab} : perditance linéique;

l_{ab} : inductance linéique;

c^{ab} : capacité linéique.

Ces quatre dernières matrices sont du type (1) symétriques, et composées de termes constants.

Les matrices de transformation des repères considérés dans le chapitre précédent ne dépendent que du temps. Il n'y a donc aucune difficulté à écrire le système (1) dans le repère « $\rho - \tau$ » :

$$(2) \quad \begin{aligned} -\frac{\partial \{ e_0 \}}{\partial x} &= r^{\rho\tau} \{ i^0 \} + l^{\rho\tau} \frac{\partial \{ i^0 \}}{\partial t}, \\ -\frac{\partial \{ i^0 \}}{\partial x} &= g^{\rho\tau} \{ e_0 \} + c^{\rho\tau} \frac{\partial \{ e_0 \}}{\partial t}. \end{aligned}$$

L'avantage essentiel de (2) sur (1) tient dans le fait que les matrices résistance, perditance, inductance, capacitance sont diagonales. Dans ces conditions, (2) se réduit à :

$$\begin{aligned} & - m \text{ impair } \left\{ \begin{array}{l} \frac{m-1}{2} \text{ systèmes indépendants de deux équations,} \\ \text{plus une équation;} \end{array} \right. \\ & - m \text{ pair } \left\{ \begin{array}{l} \frac{m-2}{2} \text{ systèmes indépendants de deux équations,} \\ \text{plus deux équations.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Dans le repère « 0 — 0 », la dérivée intrinsèque est équivalente à la dérivée algébrique ordinaire, si bien que (2) se réduit alors à m équations indépendantes, qui décrivent la propagation sur m lignes monophasées indépendantes. Pour l'une d'entre elles, on obtient :

$$(3) \quad \begin{pmatrix} E_{ek} \\ E_{sk} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ck} \cdot \coth P_k l & - \frac{Z_{ck}}{\text{sh } P_k l} \\ \frac{Z_{ck}}{\text{sh } P_k l} & - Z_{ck} \cdot \coth P_k l \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{ek} \\ I_{sk} \end{pmatrix}$$

E_{ek} : transformée de la $k^{\text{ème}}$ composante de $\{e_0\}$ à l'entrée de la ligne. L'indice s se réfère à la sortie;

I_{ek} : transformée de la $k^{\text{ème}}$ composante de $\{i^0\}$;

$Z_{ck} = \sqrt{\frac{l_k p + r_k}{c_k p + g_k}}$: $l_k, r_k \dots$ sont les $k^{\text{èmes}}$ valeurs propres des matrices l_{ab}, r_{ab}, \dots ;

$P_k = \sqrt{(l_k p + r_k)(c_k p + g_k)}$;

l : longueur de la ligne.

Remarquons que dans le cas où l'on utilise la transformation (1-16), (2) se réduit à un système de deux équations et $m - 2$ équations indépendantes.

D'autre part, (3) est identique pour les indices k et $m - k$.

De même, un des systèmes (2) concerne les indices k et $m - k$. Il s'écrit, en calcul opérationnel :

$$(4) \quad \begin{aligned} - \frac{\partial \{E_0\}}{\partial x} &= r_k \{I^0\} + l_k \left[p \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \right] \{I^0\}, \\ - \frac{\partial \{I^0\}}{\partial x} &= g_k \{E_0\} + c_k \left[p \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \right] \{E_0\}. \end{aligned}$$

Pour résoudre le système, il faut trouver une matrice orthogonale qui diagonalise $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. On trouve aisément la transformation :

$$(5) \quad \begin{cases} \{E_{\theta}\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \begin{cases} E_{\theta}^+ \\ E_{\theta}^- \end{cases} \\ \{I^{\theta}\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \begin{cases} I^{\theta+} \\ I^{\theta-} \end{cases} \end{cases}$$

On tire de (4) :

$$(6) \quad \begin{aligned} -\frac{\partial E_{\theta}^+}{\partial x} &= r_k I^{\theta+} + l_k \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right) I^{\theta+}, \\ -\frac{\partial I^{\theta+}}{\partial x} &= g_k E_{\theta}^+ + c_k \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right) E_{\theta}^+. \end{aligned}$$

$$(7) \quad \begin{aligned} -\frac{\partial E_{\theta}^-}{\partial x} &= r_k I^{\theta-} + l_k \left(p - j \frac{d\theta}{dt} \right) I^{\theta-}, \\ -\frac{\partial I^{\theta-}}{\partial x} &= g_k E_{\theta}^- + c_k \left(p - j \frac{d\theta}{dt} \right) E_{\theta}^-. \end{aligned}$$

Les nouvelles variables E_{θ}^+ , E_{θ}^- , $I^{\theta+}$, $I^{\theta-}$ n'ont aucun sens physique, puisqu'on les a obtenues à l'aide d'une transformation hermitique. Elles ne sont qu'un intermédiaire de calcul.

Les solutions de (6) sont :

$$(8) \quad \begin{cases} E_{\theta e}^+ \\ E_{\theta s}^+ \end{cases} = \begin{bmatrix} Z_0^+ \coth P_0^+ l & -Z_0^+ \\ \frac{Z_0^+}{\text{sh } P_0^+ l} & -Z_0^+ \coth P_0^+ l \end{bmatrix} \begin{cases} I_c^{\theta+} \\ I_s^{\theta+} \end{cases}$$

Dans (8) :

$$Z_0^+ = \sqrt{\frac{r_1 + l_1 \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right)}{g_1 + c_1 \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right)}},$$

$$P_0^+ = \sqrt{\left[r_1 + l_1 \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right) \right] \left[g_1 + c_1 \left(p + j \frac{d\theta}{dt} \right) \right]}.$$

A partir de (7), on obtiendrait des solutions identiques avec l'indice moins, et $p - j \frac{d\theta}{dt}$ au lieu de $p + j \frac{d\theta}{dt}$. En revenant aux variables primitives et en posant :

$$A_0 = [Z_0^+ \coth P_0^+ l + Z_0^- \coth P_0^- l] \cdot \frac{1}{2}$$

$$B_0 = -j [Z_0^+ \coth P_0^+ l - Z_0^- \coth P_0^- l] \cdot \frac{1}{2}$$

$$C_0 = \left[\frac{Z_0^+}{\text{sh } P_0^+ l} + \frac{Z_0^-}{\text{sh } P_0^- l} \right] \cdot \frac{1}{2}$$

$$D_0 = -j \left[\frac{Z_0^+}{\text{sh } P_0^+ l} - \frac{Z_0^-}{\text{sh } P_0^- l} \right] \cdot \frac{1}{2}$$

On obtient, en appliquant (5), (8) et la relation conjuguée :

$$\begin{pmatrix} E_{e_1}^{(0)} \\ E_{e_2}^{(0)} \\ E_{s_1}^{(0)} \\ E_{s_2}^{(0)} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_0^+ \coth P_0^+ l & 0 & -\frac{Z_0^+}{\text{sh } P_0^+ l} & 0 \\ 0 & Z_0^- \coth P_0^- l & 0 & -\frac{Z_0^-}{\text{sh } P_0^- l} \\ \frac{Z_0^+}{\text{sh } P_0^+ l} & 0 & Z_0^+ \coth P_0^+ l & 0 \\ 0 & \frac{Z_0^-}{\text{sh } P_0^- l} & 0 & Z_0^- \coth P_0^- l \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_{e_1}^{(0)} \\ I_{e_2}^{(0)} \\ I_{s_1}^{(0)} \\ I_{s_2}^{(0)} \end{pmatrix},$$

d'où l'on tire :

$$(9) \quad \begin{pmatrix} E_{e_1}^{(0)} \\ E_{e_2}^{(0)} \\ E_{s_1}^{(0)} \\ E_{s_2}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 & -C_0 & -D_0 \\ -B_0 & A_0 & D_0 & -C_0 \\ C_0 & D_0 & -A_0 & -B_0 \\ -D_0 & C_0 & B_0 & -A_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_{e_1}^{(0)} \\ I_{e_2}^{(0)} \\ I_{s_1}^{(0)} \\ I_{s_2}^{(0)} \end{pmatrix}.$$

Nous obtiendrions une équation identique avec les petites variations des vecteurs $\{E^{(0)}\}$ et $\{I^{(0)}\}$.

L'affichage d'un système tel que (9) à une calculatrice analogique soulève des difficultés dues à la présence de fonctions transcendantes de la variable opérationnelle p . Nous pensons qu'il est possible, dans ce but, d'utiliser la décomposition dont s'est servie HEAVISIDE dans son théorème d'expansion [19] :

$$(10) \quad \frac{1}{H(p)} = \frac{1}{H(0)} + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{p}{(p-p_j) p_j H'(p_j)};$$

p_j est la $j^{\text{ème}}$ racine de $H(p) = 0$, et :

$$(11) \quad H'(p_j) = \left[\frac{d}{dp} H(p) \right]_{p=p_j}.$$

Nous examinerons, dans le chapitre suivant, une réalisation pratique dans un cas particulier.

Dans le repère $(\rho - \tau)$ le régime permanent correspond à des tensions et à des courants de pulsation $\omega - \frac{d\theta}{dt}$. On obtient ce régime dans (9) en remplaçant p par $j\left(\omega - \frac{d\theta}{dt}\right)$. Pour ce régime, les coefficients A, B, C, D, ont des formes simples dans les repères $(\omega - \frac{d\theta}{dt})$ et $(0 - \frac{d\theta}{dt})$.

Ces coefficients sont tels que :

$$A_\Omega(0) + jB_\Omega(0) = Z_0 \coth P_0 l \quad A_\Omega(0), B_\Omega(0), C_\Omega(0), D_\Omega(0) \text{ sont réels,}$$

$$C_\Omega(0) + jD_\Omega(0) = \frac{Z_0}{\text{sh } P_0 l}.$$

$$A_0(j\omega) = Z_0 \coth P_0 l \quad A_0(j\omega), C_0(j\omega) \text{ sont complexes,}$$

$$C_0(j\omega) = \frac{Z_0}{\text{sh } P_0 l},$$

$$B_0(j\omega) = 0,$$

$$D_0(j\omega) = 0.$$

Dans ces expressions :

Z_0 est l'impédance caractéristique en régime harmonique de pulsations ω , d'une ligne monophasée de caractéristiques linéiques l_1, c_1, r_1, g_1 , et de longueur l ;

P_0 est la constante de propagation en régime harmonique (ω) de cette même ligne.

Une dernière remarque concerne les repères (0—). La ligne polyphasée étant décomposée en m lignes monophasées dans ces repères, il est alors possible d'utiliser la méthode BERGERON pour étudier la propagation des ondes transitoires [20].

APPLICATION AUX TRANSPORTS D'ÉNERGIE A LONGUE DISTANCE

1. — POSITION DU PROBLÈME

Nous étudions un réseau triphasé qui comprend en série :

- un alternateur à pôles saillants, entraîné par une turbine hydraulique. Son excitation peut être asservie aux variables de sortie de l'alternateur ;
- un transformateur élévateur de tension ;
- une ligne de transmission d'énergie ;
- éventuellement, un transformateur d'interconnexion ;
- un réseau de grande puissance par rapport à l'alternateur, ce qui signifie que l'amplitude et la phase de la tension du réseau sont invariables.

Nous désirons étudier la stabilité d'un tel transport d'énergie. Dans ce but, nous poserons le problème sous la forme des équations aux petites variations. Nous utiliserons le repère « $\omega - \delta$ », correspondant à l'alternateur et tournant à la vitesse constante ω . Nous allons étudier successivement chacun des éléments considérés. Remarquons que cette étude pourra se limiter aux deux premières composantes. Nous les indiquerons par les indices « d » et « q » (directe et transverse). La composante homopolaire est absolument indépendante et, comme dans le cadre des hypothèses effectuées, il n'existe pas de source d'énergie homopolaire ; aucune instabilité n'est à craindre de ce côté.

2. — LIGNE DE TRANSMISSION

Les différentes composantes de la tension, du côté du réseau, sont des constantes. Leurs variations sont nulles. Dans (5-8) on peut écrire :

$$\Delta E_{\Omega s}^+ = 0;$$

on en déduit :

$$\frac{Z_{\Omega}^+}{\text{sh } P_{\Omega}^+ l} \Delta I_e^{\Omega+} = Z_{\Omega}^+ \coth P_{\Omega}^+ l \cdot \Delta I_s^{\Omega+},$$

$$\Delta I_s^{\Omega+} = \frac{1}{\text{ch } P_{\Omega}^+ l} \Delta I_e^{\Omega+},$$

$$\Delta E_{\Omega e}^+ = Z_{\Omega}^+ \left(\coth P_{\Omega}^+ l - \frac{1}{\text{sh } P_{\Omega}^+ l \text{ ch } P_{\Omega}^+ l} \right) \Delta I_e^{\Omega+},$$

$$\Delta E_{\Omega e}^+ = Z_{\Omega}^+ \cdot \text{th } P_{\Omega}^+ l \cdot \Delta I_e^{\Omega+}.$$

On obtiendrait de même :

$$\Delta E_{\Omega c} = Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l \cdot \Delta I_c^{\Omega}.$$

On passe aux composantes « $d-q$ » :

$$\begin{pmatrix} \Delta I^d \\ \Delta I^q \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{\Omega}^{+} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{+} l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \end{pmatrix};$$

en développant :

$$(1) \begin{pmatrix} \Delta I^d \\ \Delta I^q \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|c} \frac{1}{Z_{\Omega}^{+} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{+} l} + \frac{1}{Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l} & -j \left(\frac{1}{Z_{\Omega}^{+} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{+} l} - \frac{1}{Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l} \right) \\ \hline j \left(\frac{1}{Z_{\Omega}^{+} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{+} l} - \frac{1}{Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l} \right) & \frac{1}{Z_{\Omega}^{+} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{+} l} + \frac{1}{Z_{\Omega}^{-} \cdot \text{th} P_{\Omega}^{-} l} \end{array} \begin{pmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \end{pmatrix}.$$

Pour afficher au calculateur analogique les relations (1), nous appliquons le théorème d'HEAVISIDE (5-10) aux termes $\frac{\coth P_{\Omega}^{+} l}{Z_{\Omega}^{+}}$ et $\frac{\coth P_{\Omega}^{-} l}{Z_{\Omega}^{-}}$.

En supposant la perditance nulle ($g_1 = 0$), le résultat s'écrit :

$$(2) \frac{\coth P_{\Omega}^{+}(p) \cdot l}{Z_{\Omega}^{+}(p)} = \frac{\coth P_{\Omega}^{+}(0) \cdot l}{Z_{\Omega}^{+}(0)} + \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{c_1}{l P_{\Omega}^{+}(p_{m_1}) \left(\frac{dP_{\Omega}^{+}}{dp} \right)_{p=p_{m_1}}} \cdot \frac{p}{p - p_{m_1}}.$$

Une expression analogue est obtenue avec le signe moins :

$$(3) \frac{\coth P_{\Omega}^{-}(p) \cdot l}{Z_{\Omega}^{-}(p)} = \frac{\coth P_{\Omega}^{-}(0) \cdot l}{Z_{\Omega}^{-}(0)} + \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{c_1}{l P_{\Omega}^{-}(p_{m_2}) \left(\frac{dP_{\Omega}^{-}}{dp} \right)_{p=p_{m_2}}} \cdot \frac{p}{p - p_{m_2}};$$

p_{m_1} est une racine de l'équation :

$$\text{sh} P_{\Omega}^{+}(p) \cdot l = 0,$$

donc :

$$P_{\Omega}^{+}(p) = \pm j \frac{m \pi}{l},$$

soit :

$$(4) l_1 c_1 (p + j \omega)^2 + r_1 c_1 (p + j \omega) + \frac{m^2 \pi^2}{l^2} = 0.$$

On en déduit les deux racines :

$$p_{m_1}^{+} = -\frac{r_1}{2l_1} + j(\omega_m - \omega),$$

$$p_{m_1}^{-} = -\frac{r_1}{2l_1} - j(\omega_m + \omega);$$

on a posé :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{m^2 \pi^2}{l_1 c_1 l^2} - \left(\frac{r_1}{2l_1}\right)^2}.$$

En se plaçant dans un repère «0— », on se rendrait compte que ω_m est la $m^{\text{ième}}$ pulsation de résonance de la ligne court-circuitée. Pour p_{m_2} , on obtiendrait de même :

$$p_{m_2^+} = -\frac{r_1}{2l_1} + j(\omega_m + \omega),$$

$$p_{m_2^-} = -\frac{r_1}{2l_1} - j(\omega_m - \omega).$$

Comme il fallait s'y attendre, puisque (2) et (3) sont conjuguées, on obtient des racines conjuguées $p_{m_1^+}$ et $p_{m_2^-}$, $p_{m_1^-}$ et $p_{m_2^+}$, sauf pour $m = 0$, où ce sont $p_{m_1^+}$ et $p_{m_2^+}$ qui sont conjuguées.

Calculons maintenant :

$$P_{\Omega}^+(p_m) \left(\frac{dP_{\Omega}^+}{dp}\right)_{p=p_m} = \frac{1}{2} \left(\frac{dP_{\Omega}^{+2}}{dp}\right)_{p=p_m}.$$

Or :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dP_{\Omega}^{+2}}{dp}\right) = l_1 c_1 (p + j\omega) + \frac{1}{2} r_1 c_1,$$

et :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dP_{\Omega}^{+2}}{dp}\right)_{p=p_{m_1^{\pm}}} = \pm j\omega_m \cdot l_1 c_1;$$

de même :

$$(5) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{dP_{\Omega}^{-2}}{dp}\right)_{p=p_{m_1^{\pm}}} = \pm j\omega_m \cdot l_1 c_1.$$

En groupant les termes conjugués et en utilisant (5) il vient :

$$(6) \quad \frac{1}{2} \left[\frac{\coth P_{\Omega}^+(p) l}{Z_{\Omega}^+(p)} + \frac{\coth P_{\Omega}^-(p) l}{Z_{\Omega}^-(p)} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{\coth P_{\Omega}^+(0) l}{Z_{\Omega}^+(0)} + \frac{\coth P_{\Omega}^-(0) l}{Z_{\Omega}^-(0)} \right] \\ + \frac{1}{2} \left[-\frac{2p}{R_1} \left(\frac{1}{p + \frac{r}{l} - j\omega} + \frac{1}{p + \frac{r}{l} - j\omega} \right) \right] \\ + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{c_1 p}{l_1 c_1 j \omega_m} \left[\left(\frac{1}{p - p_{m_1^+}} - \frac{1}{p - p_{m_2^-}} \right) + \left(\frac{1}{p - p_{m_2^+}} - \frac{1}{p - p_{m_1^-}} \right) \right].$$

En négligeant $\left(\frac{r_1}{2l_1}\right)^2$ dans les termes en p_{m_1} , p_{m_2} qui s'introduisent au dénominateur, il vient pour (6) :

$$(7) \quad \frac{1}{2} \left[\frac{\coth P_{\Omega}^+(0) \cdot l}{Z_{\Omega}^+(0)} + \frac{\coth P_{\Omega}^-(0) \cdot l}{Z_{\Omega}^-(0)} \right] = \frac{2}{R_1} \frac{L_1 p + R_1}{L_1 p + R_1 + \frac{1}{C_1 p}} \\ + \sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{1}{L_m^{\pm} p + R_m^{\pm} + \frac{1}{C_m^{\pm} p}} + \frac{1}{L_m^{\pm} p + R_m^{\pm} + \frac{1}{C_m^{\pm} p}}.$$

Dans cette expression :

$$(8) \quad \begin{aligned} \mathcal{L}_m^\pm &= \frac{L_1}{1 \pm \frac{\omega}{\omega_m}}, & L_1 &= l_1 l, \\ \mathcal{R}_m^\pm &= \frac{R_1}{1 \pm \frac{\omega}{\omega_m}}, & R_1 &= r_1 l, \\ \mathcal{C}_m^\pm &= \frac{1}{L_1 (\omega_m \pm \omega) \omega_m} = \frac{C_1}{\pi^2 \left(1 \pm \frac{\omega}{\omega_m}\right)}, & C_1 &= c_1 l. \end{aligned}$$

La deuxième partie de la liaison (7) est formée de la somme $Y_m^- + Y_m^+$ des admittances de deux circuits oscillants, de fréquences de résonance $\omega_m \pm \omega$ et de sur-tension $\frac{L_1 (\omega_m \pm \omega)}{R_1}$. L_1, R_1, C_1 sont les self, résistance et capacité totales de la ligne. En se plaçant dans le repère « 0 — », $\omega = 0$ dans (8) et l'on retrouve l'expression du circuit oscillant équivalent à la ligne pour la fréquence $\frac{\omega_m}{2\pi}$ de résonance.

$Y_0^+ = \left[\frac{\coth P_\Omega^+(0) l}{Z_\Omega^+(0)} + \frac{\coth P_\Omega^-(0) l}{Z_\Omega^-(0)} \right]$ représente la partie réelle de $\frac{\coth P_\Omega(0) l}{Z_\Omega(0)}$, admittance d'entrée de la ligne de constantes $P_0 - Z_0$, en régime harmonique, lorsque l'extrémité est court-circuitée.

Dans une calculatrice analogique, on réalise les liaisons du type (7) à l'aide d'impédances ou d'admittances. Dans le cas de (7) nous pouvons représenter (7) :

$Y_0^+ + \sum_{m=1}^{m=\infty} Y_m^- + Y_m^+$ à l'aide d'admittances en série, ce qui, électriquement, revient à mettre en parallèle une résistance $\frac{1}{Y_0^+}$ et deux groupes de circuits oscillants $\frac{1}{Y_m^+}$ et $\frac{1}{Y_m^-}$. Pratiquement, la nature du problème limitera le nombre de circuits oscillants.

Ainsi, dans le problème de stabilité qui nous occupe, les petites oscillations qui peuvent prendre naissance ont une pulsation très faible, à cause de l'inertie des masses tournantes. On peut estimer cette pulsation nettement inférieure au cinquantième de la plus basse fréquence de résonance des circuits oscillants utilisés, Y_1^- . Pour ce dernier, $(\omega_m - \omega)$ est à peu près égal à 2ω , si l'on utilise une ligne sixième d'onde.

Dans ces conditions, il est suffisant de représenter la ligne par des relations linéaires simples :

$$(9) \quad \begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Delta I^d \\ \Delta I^q \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_0^+ & Y_0^- \\ -Y_0^- & Y_0^+ \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta E_{dt} \\ \Delta E_{qt} \end{Bmatrix}, \\ \text{ou :} \\ - \begin{Bmatrix} \Delta E_{dt} \\ \Delta E_{qt} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_0^+ & Z_0^- \\ -Z_0^- & Z_0^+ \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta I^d \\ \Delta I^q \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Le signe — provient de la convention de signe adoptée pour l'alternateur.

L'indice t dans ΔE se réfère au transformateur.

$Z_0^+ + jZ_0^-$ est l'impédance d'entrée de la ligne (Z_0, P_0) court-circuitée à son extrémité. Elle est liée à l'admittance :

$$Z_0^+ + jZ_0^- = \frac{1}{Y_0^+ + jY_0^-}.$$

3. — ALTERNATEUR A POLES SAILLANTS

Dans ce cas, (4-30) se réduit à :

$$(10) \quad \Delta E_{\Omega} = r_{\omega\delta} + [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega t}^{\delta} \omega] \mathbf{L}_{\omega\delta} \Delta \mathbf{I}^{\Omega} - [p \mathbf{1} - \Gamma_{\omega t}^{\delta} \omega] \mathbf{L}_{\omega\delta} \mathbf{I}^{\Omega} \Delta \delta.$$

D'après ce que nous avons indiqué au paragraphe (5) du chapitre IV, on peut inclure dans (10) les équations relatives aux excitations.

En négligeant les résistances des circuits statoriques, on obtient :

$$r_{\omega\delta} = \begin{bmatrix} r_f & & & & \\ & r_1 & & & \\ & & r_k & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}.$$

Les indices représentent :

f : excitation;

1 : amortisseur longitudinal;

k : amortisseur transversal.

$$\mathbf{L}_{\omega\delta} = \begin{bmatrix} L_f & L_{f_1} & 0 & L_{ad} & 0 \\ L_{f_1} & L_1 & 0 & L_{a_1} & 0 \\ 0 & 0 & L_k & 0 & L_{aq} \\ L_{ad} & L_{a_1} & 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_{aq} & 0 & L_q \end{bmatrix}.$$

Les termes surlignés sont égaux aux mêmes termes, non surlignés, multipliés par $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Cette matrice a été obtenue à partir de la matrice (2-9), dans laquelle on a posé :

$$x_{ff} = L_f, \quad x_{fg} = L_f, \quad x_{qq} = L_k, \quad b_f = L_{ad}, \quad b_g = L_{a_1}, \quad b_q = L_{aq},$$

$$\frac{3}{2}(a_{00} + a_{02}) = L_d, \quad \frac{3}{2}(a_{00} - a_{02}) = L_q,$$

pour se conformer aux notations habituelles des alternateurs.

Calculons maintenant $\mathbf{L}_{m\delta} = \mathbf{L}_{m\delta} \Gamma_{m\delta}^{\delta} - \Gamma_{m\delta}^{\delta} \mathbf{L}_{m\delta}$.

Dans ce cas :

$$\Gamma_{m\delta}^{\delta} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & -1 \\ & & & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{L}_{m\delta} \Gamma_{m\delta}^{\delta} - \Gamma_{m\delta}^{\delta} \mathbf{L}_{m\delta} = \mathbf{L}_{m\delta}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L_{ad}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L_{a_1}} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{L_{aq}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_d \\ 0 & 0 & 0 & L_q & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\overline{L_{aq}} & 0 & -L_q \\ \overline{L_{ad}} & \overline{L_{a_1}} & 0 & L_d & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L_{ad}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L_{a_1}} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{L_{aq}} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{L_{aq}} & 0 & L_q - L_d \\ -\overline{L_{ad}} & -\overline{L_{a_1}} & 0 & L_q - L_d & 0 \end{bmatrix}.$$

Nous avons encore besoin de :

$$\Gamma_{m\delta}^{\delta} \mathbf{L}_{m\delta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{L_{ad}} & \overline{L_{a_1}} & 0 & L_d - L_q & 0 \\ 0 & 0 & \overline{L_{aq}} & 0 & -(L_d - L_q) \end{bmatrix}.$$

Finalement, (10) s'écrit :

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} \Delta E_f \\ \Delta E_1 \\ \Delta E_k \\ \Delta E_d \\ \Delta E_q \end{array} \right. = \begin{bmatrix} \Delta U & \Delta I^1 & \Delta I^k & \Delta I^d & \Delta I^q & \Delta \delta \\ r_f + L_f p & L_f p & 0 & \overline{L}_{ad} p & 0 & \overline{L}_{ad} i_q p \\ L_f p & r_1 + L_1 p & 0 & \overline{L}_{a_1} p & 0 & \overline{L}_{a_1} i_q p \\ 0 & 0 & r_k + L_k p & 0 & \overline{L}_{aq} p & -\overline{L}_{aq} i_d p \\ \overline{L}_{ad} p & \overline{L}_{a_1} p & \overline{x}_{aq} & L_d p & x_q & (L_d - L_q) i_q p + \overline{x}_{ad} i_f \\ -\overline{x}_{ad} & -\overline{x}_{a_1} & \overline{L}_{aq} p & -x_d & L_q p & \overline{L}_{ad} i_f p + (L_d - L_q) i_d p \\ & & & & & -(x_d - x_q) i_p \end{bmatrix}$$

— Pour des amortisseurs court-circuités (cas général), $\Delta E_1 = \Delta E_k = 0$.

— On a posé :

$$\overline{x}_{ad} = \overline{L}_{ad} \omega, \quad \overline{x}_{aq} = \overline{L}_{aq} \omega, \quad \overline{x}_{a_1} = \overline{L}_{a_1} \omega, \quad x_d = L_d \omega, \quad x_q = L_q \omega.$$

— On a utilisé le fait que le courant permanent dans les amortisseurs est nul :

$$i_1 = 0, \quad i_k = 0.$$

Pour écrire (4-31), nous calculons $\mathcal{L}_{\omega\delta}$:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \overline{L}_{ad} \Gamma_{\omega_i}^\delta \\ \Gamma_{\omega_i}^\delta \overline{L}_{\omega\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{a_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{aq} \\ 0 & 0 & 0 & -(L_d - L_q) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_d - L_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Gamma_{\omega_i}^\delta \overline{L}_{\omega\delta} \\ \Gamma_{\omega_i}^\delta \overline{L}_{\omega\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{L}_{ad} & \overline{L}_{a_1} & 0 & L_d - L_q & 0 \\ 0 & 0 & \overline{L}_{aq} & 0 & -(L_d - L_q) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{a_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{L}_{aq} \\ -\overline{L}_{ad} & -\overline{L}_{a_1} & 0 & -2(L_d - L_q) & 0 \\ 0 & 0 & -\overline{L}_{aq} & 0 & 2(L_d - L_q) \end{bmatrix} ; \end{aligned}$$

$S_{\omega\delta}$ et $S_{\omega d}$ sont nuls; on en déduit enfin :

$$(12) \quad \begin{aligned} \Delta C_r = & - [\overline{L_{ad}} i_q, -\overline{L_a} i_q, + \overline{L_{aq}} i_d, - (L_d - L_q) i_q, \\ & - \overline{L_{ad}} i_f - (L_d - L_q) i_d] \Delta I + [-\overline{L_{ad}} i_f i_d + (L_d - L_q) (i_q^2 - i_d^2)] \Delta \delta, \\ \Delta C_m = & - A p \Delta \delta \quad (A, \text{coefficient constant}), \end{aligned}$$

pour une turbine hydraulique.

4. — TRANSFORMATEUR

Le transformateur considéré est de grande puissance. Du point de vue de la stabilité, on peut assimiler son influence à celle d'une inductance en série dans chaque phase. Un calcul immédiat nous conduit au résultat :

$$(13) \quad \begin{Bmatrix} \Delta E_{dt} - \Delta E_d \\ \Delta E_{qt} - \Delta E_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_t p & x_t \\ -x_t & L_t p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta I^d \\ \Delta I^q \end{Bmatrix}.$$

$L_t \omega = x_t$ est l'impédance en court-circuit du transformateur.

5. — LA VARIABLE PHASE

Nous donnons l'expression du déphasage tension-courant aux bornes de l'alternateur, dans le but d'utiliser cette grandeur pour asservir l'excitation. Ce déphasage correspond à l'angle des deux vecteurs $\begin{Bmatrix} e_d \\ e_q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_d \\ i_q \end{Bmatrix}$. D'où l'expression de sa tangente :

$$\text{tg } \varphi = \frac{\begin{Bmatrix} e \\ e' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ i \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} e \\ e' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ i' \end{Bmatrix}}.$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} & -1 \\ 1 & \end{bmatrix} \text{ est le symbole d'antisymétrie.}$$

On en déduit l'expression des petits écarts :

$$(14) \quad \Delta \varphi = -\cos^2 \varphi \cdot \frac{1}{P_a} \cdot [(e_q \Delta I^d - e_d \Delta I^q) + (-i_q \Delta E_d + i_d \Delta E_q)].$$

$u^2 = e_d^2 = e_q^2$ u : tension aux bornes de l'alternateur;

$i^2 = i_d^2 + i_q^2$ i : intensité aux bornes de l'alternateur;

$P_a =$ puissance active $= ui \cos \varphi$.

En utilisant (9) et (13) on peut écrire (14) :

$$(15) \quad \begin{aligned} \Delta \varphi = & -\cos^2 \varphi \cdot \frac{1}{P_a} \cdot [[e_q + (L_t p + Z_0^+) i_q + (x_t + Z_0^-) i_d] \Delta I^d \\ & + [-e_d + (x_t + Z_0^-) i_q + (L_t p + Z_0^+) i_d] \Delta I^q]. \end{aligned}$$

6. — EXCITATION DE L'ALTERNATEUR

Elle est composée essentiellement de deux étages :

a) un étage de faible puissance où l'on amplifie et corrige la variable détectée. Nous notons cette transférance $C(p)$. C'est sur cet étage que l'on agit pour obtenir des conditions correctes de stabilité;

b) un étage de forte puissance constitué par une machine à courant continu, qui constitue l'excitatrice principale de l'alternateur.

On obtient ainsi l'équation de fonctionnement :

$$(16) \quad \begin{Bmatrix} e_0 \\ e_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_c + L_c p & 0 & C(p) \\ -x_{cf} & r_f + L_f p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c & i_f & \varphi \end{bmatrix};$$

dans cette équation :

e_0 est une tension constante d'excitation de l'excitatrice principale; elle fixe le régime permanent;

$r_c - l_c$ sont les résistance et inductance du circuit exciteur de l'excitatrice principale;

x_{cf} est l'amplification de cette dernière.

Les petits écarts se déduisent de (16) :

$$(17) \quad \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta E_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_c + L_c p & 0 & C(p) \\ -x_{cf} & r_f + L_f p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_c & \Delta i_f & \Delta \varphi \end{bmatrix}.$$

DEUXIÈME PARTIE

(II)

ÉTUDE ANALOGIQUE

CHAPITRE PREMIER

AFFICHAGE DU PROBLÈME

Le chapitre (I-6) donne les différentes équations dont nous avons besoin pour afficher le problème sur le calculateur analogique.

Nous utilisons les équations suivantes du chapitre (I-6) :

- (9) pour la ligne;
- (11) pour l'alternateur;
- (12) pour le comportement mécanique;
- (13) pour le transformateur;
- (15) pour le détecteur de phase;
- (17) pour l'excitatrice.

La synthèse de ces équations fournit la matrice (1) qui représente le comportement du système pour de petites oscillations autour d'un point d'équilibre, défini par les coefficients $e_d e_q i_d i_q i_f$.

Les variables sont :

- φ : déphasage tension-intensité aux bornes de l'alternateur;
- $e_c i_c$: tension et intensité d'excitation de l'excitatrice;
- $e_f i_f$: tension et intensité d'excitation de l'alternateur;
- $e_1 i_1$: tension et intensité induites dans l'amortisseur longitudinal;
- $e_k i_k$: tension et intensité induites dans l'amortisseur transversal;
- $e_d i_d$: tension et intensité statoriques selon l'axe direct;
- $e_q i_q$: tension et intensité statoriques selon l'axe transverse;
- C : couple agissant sur l'alternateur;
- δ : angle de décalage de la roue polaire par rapport à la phase de la tension du réseau.

$\tilde{\gamma}(p)$

=

$\Delta I^c \quad \Delta I^f \quad \Delta I^1 \quad \Delta I^k \quad \Delta I^d \quad \Delta I^q \quad \Delta \delta \quad \Delta \varphi$

(φ)					$e_q + (Z_0^- + x_t) i_d$ $+ Z_0^+ i_q + L_t p i_q$	$-e_d + (Z_0^- + x_t) i_q$ $-Z_0^+ i_d - L_t p i_d$		1
(e_i)	$r_c + L_c p$							$C(p) \cdot A_0$
(e_f)	$-x_{cf}$	$r_f + I_f p$	$L_{ad} p$		$\overline{L_{ad}} p$		$\overline{L_{ad}} i_q p$	
(e_1)		$L_{ad} p$	$r_1 + L_1 p$		$\overline{L_{ad}} p$		$\overline{L_{ad}} i_q p$	
(e_k)				$r_k + L_k p$		$\overline{L_{aq}} p$	$-\overline{L_{aq}} i_d p$	
(e_d)		$\overline{L_{ad}} p$	$\overline{L_{ad}} p$	$\overline{x_{a_1}}$	$(L_d + L_t) p + Z_0^+$	$x_q + x_t + Z_0^-$	$(L_d - L_q) i_q p$ $+ (x_d - x_q) i_d$ $+ \overline{x_{ad}} i_f$	
(e_q)		$-\overline{x_{ad}}$	$-\overline{x_{ad}}$	$\overline{L_{aq}} p$	$-(x_d + x_t + Z_0^-)$	$(L_q + L_t) p + Z_0^+$	$(L_d - L_q) i_d p$ $+ \overline{L_{ad}} i_f p$ $-(x_d - x_q) i_q$	
(C)		$-\overline{L_{ad}} i_q$	$-\overline{L_{ad}} i_q$	$+\overline{L_{aq}} i_d$	$-(L_d - L_q) i_q$	$-(L_d - L_q) i_d$ $-\overline{L_{ad}} i_f$	$I p^2 + A p$ $+\overline{L_{ad}} i_f i_d$ $-(L_d - L_q)$ $\times (i_q^2 - i_d^2)$	

(1)

Du strict point de vue mathématique, le problème consiste à trouver les racines en p , à partie réelle positive, du déterminant du système (1), pour diverses valeurs de certains coefficients. Sur l'analogie, ces racines donnent naissance à des variables qui dérivent. Nous allons tout d'abord indiquer les valeurs choisies pour les coefficients.

1. — VALEUR DES COEFFICIENTS

Quelques remarques faciliteront l'affichage :

— nous utiliserons l'échelle de temps réelle;

— mis à part les coefficients des lignes (φ) et (C), de la colonne ($\Delta \delta$), on obtient aisément les valeurs numériques des divers coefficients. Ces valeurs sont commodément écrites en valeurs relatives par rapport au module de l'impédance caractéristique de la ligne, ce qui implique l'égalité des modules de la tension u (de composantes $e_d e_q$), et de l'intensité i (composantes $i_d i_q$) aux bornes de la machine, en régime permanent d'ondes progressives. Si l'on s'éloigne du régime caractéristique, i n'est plus égal à l'unité;

— le coefficient x_{ad} s'obtient à l'aide de la pente de la caractéristique de flux (fig. 43, chap. III-2) au point de fonctionnement en charge. Les coefficients Z_0^+ et Z_0^- s'obtiennent directement sur le diagramme de SMITH. La figure 1 montre le lieu des points représentatifs de l'impédance d'entrée d'une ligne court-circuitée à son extrémité lorsque sa longueur varie;

— pour les termes des lignes (φ) et (C) et de la colonne ($\Delta \delta$), il est nécessaire de préciser les signes de $e_d e_q i_d i_q i_f$. La considération des flux selon l'axe direct nous montre que i_d et i_f doivent être de signes différents. En régime permanent, pour un fonctionnement en générateur, le couple résistant $[L_{ad} i_q i_f + (L_d - L_q) i_d i_q]$ doit être positif. Enfin, le terme prépondérant de l'expression précédente est $L_{ad} i_q i_f$. Le deuxième terme est de signe contraire et correspond à l'effet de saillance des pôles. On en déduit que i_q et i_f sont de même signe. Les équations qui décrivent le régime permanent montrent que e_d et i_q sont de même signe, ainsi que e_q et i_d . En résumé, e_d, i_q, i_f sont de même signe; e_q et i_d sont du signe contraire au précédent.

La manière dont l'équation (C) a été écrite montre que δ est un angle électrique. Il correspond à l'angle mécanique α du rotor de l'alternateur, seulement dans le cas où il y a une paire de pôles. S'il y a n paires de pôles, $\delta = n \alpha$. Le coefficient I, qui représente l'inertie, est égal au moment d'inertie polaire J du rotor, divisé par n^2 . De même, le coefficient A, représentant la variation de couple moteur de la turbine avec la vitesse, est égal au coefficient réel divisé par n .

Le modèle réel choisi a pour caractéristiques :

A. — Alternateur.

Les valeurs sont données pour une fréquence de 50 Hz :

- impédance directe $x_d = 0,69$;
- impédance transverse $x_q = 0,43$;

- impédance de fuites $x_l = 0,10$;
- impédance mutuelle rotor-stator directe $x_{ad} = 0,59$;
- impédance mutuelle rotor-stator transverse $x_{aq} = 0,33$;
- impédance de fuites (rotor) $x_{ff} = 0,14$;
- impédance de l'amortisseur longitudinal $x_{11} = 0,045$;
- impédance de l'amortisseur transversal $x_{kk} = 0,036$.

Les valeurs des inductances qui nous intéressent sont :

$$L_d = 0,22 \cdot 10^{-2},$$

$$L_q = 0,14 \cdot 10^{-2},$$

$$L_{ad} = 0,19 \cdot 10^{-2},$$

$$L_{aq} = 0,10 \cdot 10^{-2},$$

$$L_f = \frac{x_{ad} + x_{ff}}{\omega} = 0,24 \cdot 10^{-2} \quad (\text{excitation}),$$

$$L_1 = \frac{x_{ad} + x_{11}}{\omega} = 0,20 \cdot 10^{-2} \quad (\text{amortisseur longitudinal}),$$

$$L_k = \frac{x_{aq} + x_{kk}}{\omega} = 0,13 \cdot 10^{-2} \quad (\text{amortisseur transversal}).$$

(ω est la pulsation = 314 rd/s.)

Valeurs des résistances des enroulements :

$$r_f = 0,46 \cdot 10^{-3} \quad (\text{constante de temps de l'excitation : 5 s}),$$

$$r_{11} = 0,043 \quad \left. \vphantom{r_{11}} \right\} (\text{constante de temps subtransitoire :}$$

$$r_{kk} = 0,043 \quad \left. \vphantom{r_{kk}} \right\} 0,01 \text{ s}).$$

Les résistances statoriques conduisent à l'affichage de coefficients trop petits pour que l'on puisse en tenir compte.

La constante d'inertie réelle est de 6 s, ce qui nous conduit à un coefficient I d'inertie, dans l'analogie, tel que :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{I \omega^2}{P_0} = 6.$$

D'après la convention faite au paragraphe 1, $u = 1$ et $i = 1$ au régime caractéristique. Ces valeurs représentent $\sqrt{3}$ fois la tension simple et l'intensité d'une phase. La puissance est donc égale à $ui = 1$.

On en déduit le coefficient :

$$I = \frac{12}{314^2} = 0,12 \cdot 10^{-3}.$$

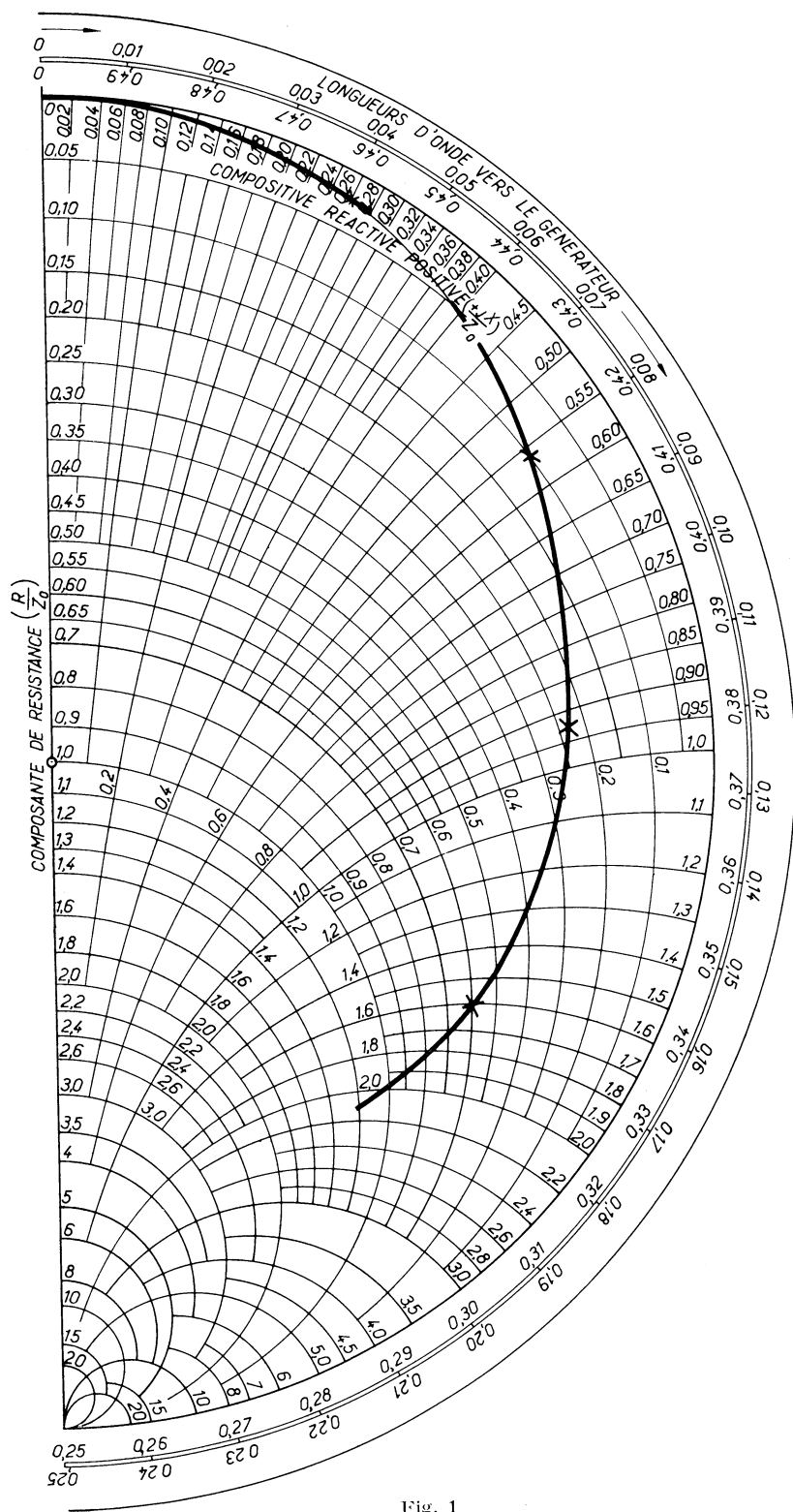


Fig. 1

B. — Couple moteur.

Le coefficient A du modèle réel vaut $7 \cdot 10^{-3}$, si la vitesse est exprimée en radians/seconde. On en déduit le coefficient de l'analogie pour un alternateur à vingt paires de pôles :

$$A = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{20} = 0,35 \cdot 10^{-3}.$$

C. — Transformateur.

Impédance série équivalente 0,1 = x_t .

Inductance correspondante $0,1 \cdot \frac{1}{314} = 0,03 \cdot 10^{-2} = L_t$.

D. — Ligne.

Les coefficients sont lus sur le diagramme de SMITH (*fig. 1*).

E. — Excitation.

La constante de temps de l'excitatrice vaut 0,2 s.

Compte tenu de cette valeur, l'affichage de ces termes permet de se les fixer arbitrairement.

Nous choisissons, par exemple :

$$x_{cf} = 0,25 \cdot 10^{-2},$$

$$L_c = 0,2,$$

$$r_c = 1.$$

F. — Régime caractéristique.

La *figure 43* du chapitre (III-2) donne le diagramme de ce régime. On en déduit, compte tenu des signes et des valeurs unitaires des modules des vecteurs tension et intensité :

$$e_d = 0,40,$$

$$e_q = -0,90,$$

$$i_d = -0,33,$$

$$i_q = 0,93,$$

$$E = x_{ad} i_f = 1,14 \quad (\text{f.e.m. du régime caractéristique}).$$

Pour la précision de l'affichage proprement dit, il est commode d'avoir des coefficients qui se rapprochent le plus possible de l'unité. On est ainsi amené à multiplier

des lignes par des facteurs constants, ce qui ne change en rien les racines du déterminant caractéristique :

} e_f {	par	$4 \cdot 10^2$,
} e_1 {	} par	$2 \cdot 10$,
} e_k {		
} e_d {	} par	$1,2$,
} e_q {		
} C {	par	$3 \cdot 10^2$.

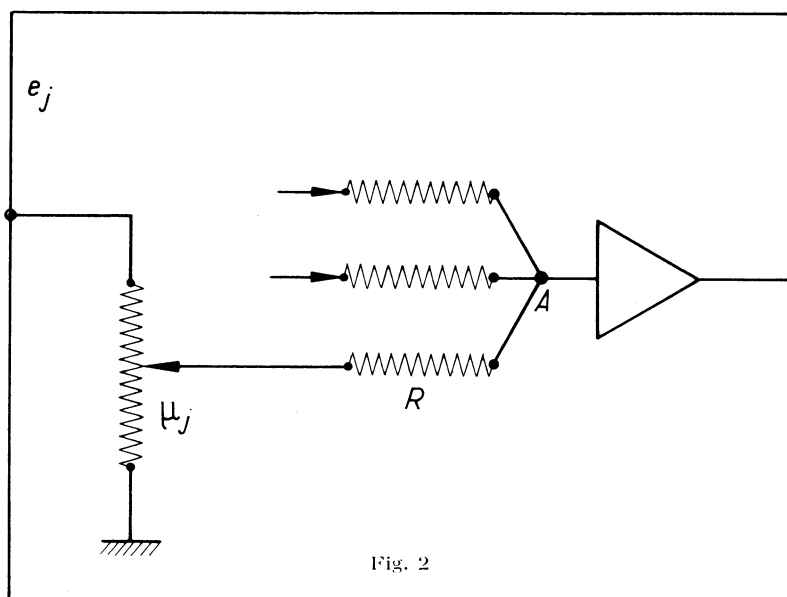


Fig. 2

2. — CABLAGE DU PROBLÈME

A. — Principe de l'analogie.

Le calculateur analogique dont nous disposons (OME de la S.E.A.) est essentiellement composé de vingt-quatre amplificateurs à courant continu et à grand gain (supérieur à 10^5). Ils sont utilisés à trois fins différentes :

a) ASSERVISSEMENT (fig. 2).

Dans la *figure 2*, le point A, qui est à haute impédance par rapport à la masse, est asservi à un potentiel voisin de zéro. L'écart de tension avec la valeur zéro est amplifiée et réinjectée dans le système sous la forme d'une variable e_j . Celle-ci est utilisée à son tour à l'entrée de l'amplificateur soit directement, soit par l'intermédiaire d'un intégrateur ou après un changement de signe. Il y a autant d'amplificateurs d'asservissement que d'équations dans le système. Le montage ainsi constitué est un système asservi à plusieurs boucles de réaction. L'étude de la stabilité du montage n'a encore

été qu'ébauchée [21]. On dispose cependant de suffisamment d'expérience pratique pour réaliser un fonctionnement convenable.

La somme des intensités au point A est nulle; on en déduit :

$$\sum_i \frac{e_i}{R} = 0, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sum e_i = 0.$$

Les termes d'une équation sont ainsi additionnés.

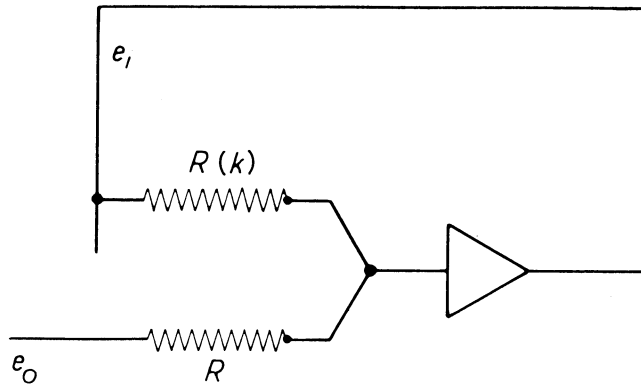


Fig. 3

b) DÉPHASEUR (fig. 3).

On utilise le montage précédent pour résoudre le système simple $e_0 + e_i = 0$, ce qui conduit à la figure 3.

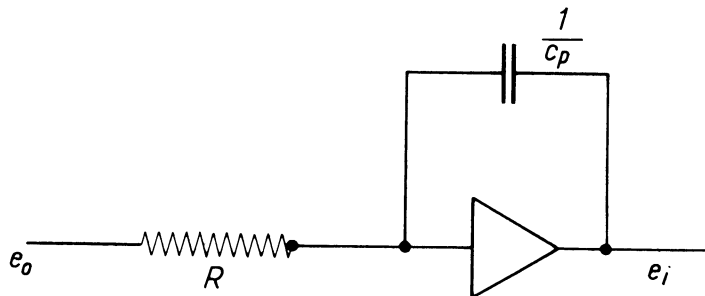


Fig. 4

Plus généralement, avec une résistance de réaction égale à kR , on obtiendrait $e_i = -ke_0$.

c) INTÉGRATEUR (fig. 4).

On substitue à la résistance de réaction une capacité. On obtient :

$$\frac{1}{R} e_0 + Cp e_i = 0.$$

Si la constante de temps CR est unitaire, on peut écrire :

$$e_i = -\frac{1}{p} e_0.$$

L'ensemble de ces considérations conduit au montage général de la *figure 5*. Nous examinerons maintenant quelques points particuliers de ce montage.

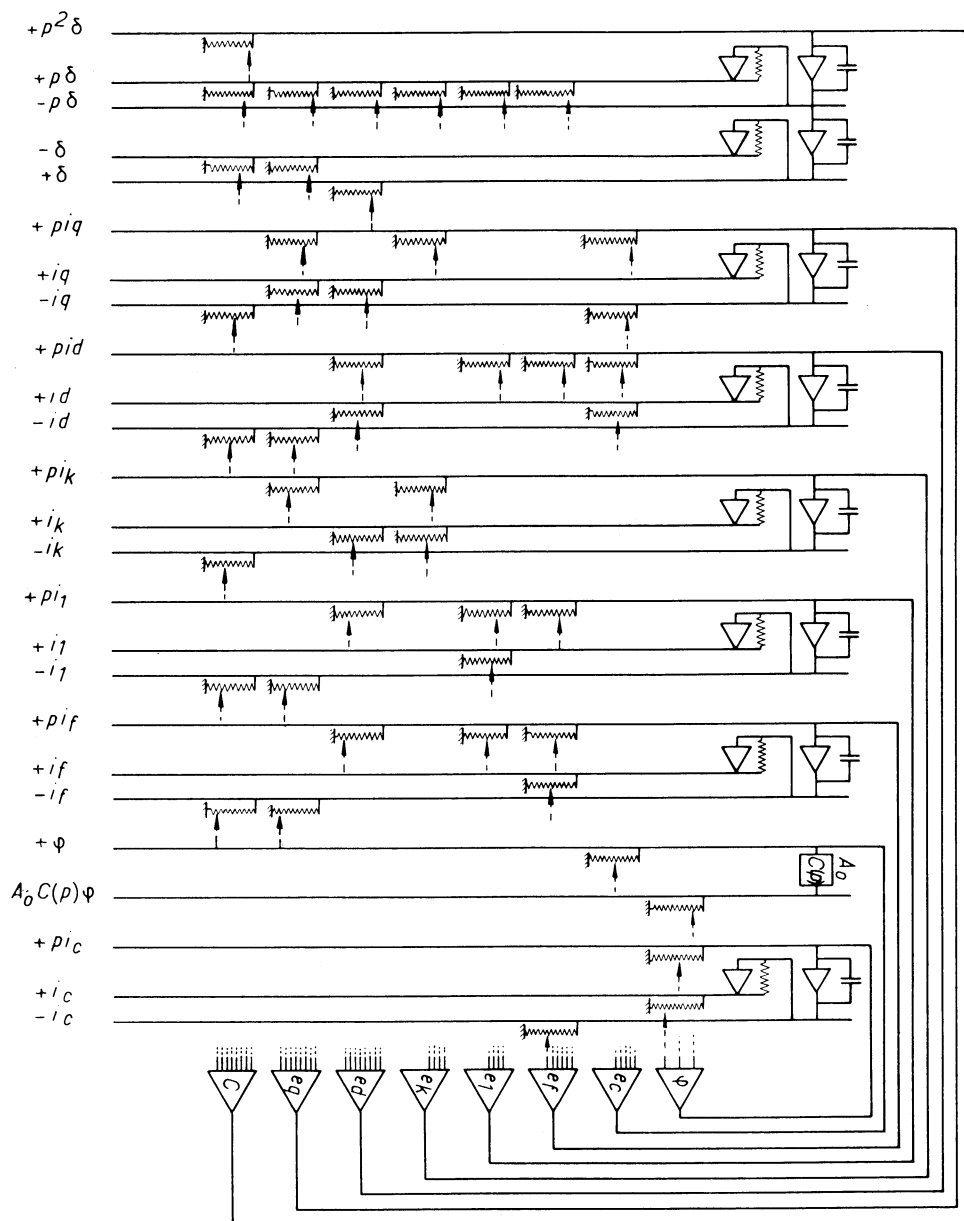


Fig. 5

B. — Application.

a) COEFFICIENTS SUPÉRIEURS A L'UNITÉ.

Nous aurons à les utiliser pour tenir compte des constantes de la ligne. On se sert, dans ce cas, de plusieurs potentiomètres sur une même colonne. La *figure 6* représente la réalisation du coefficient 2,8, par exemple.

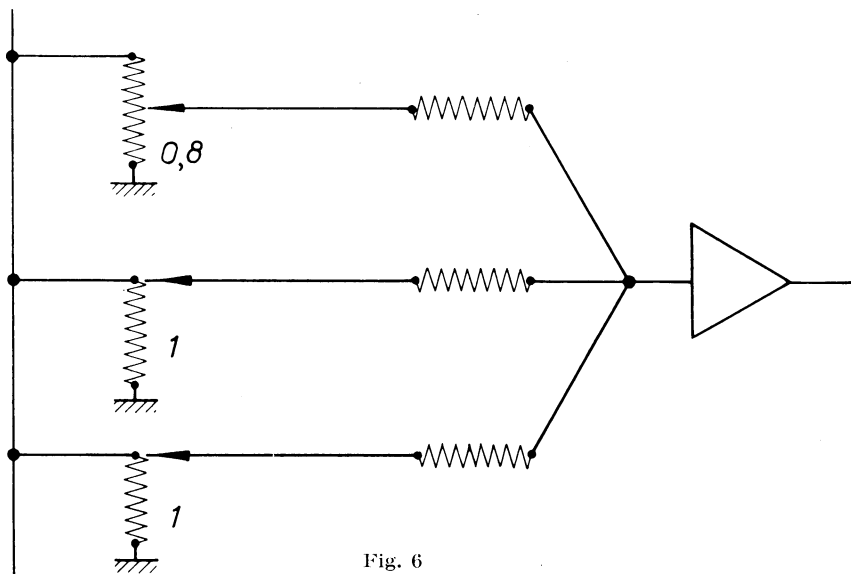


Fig. 6

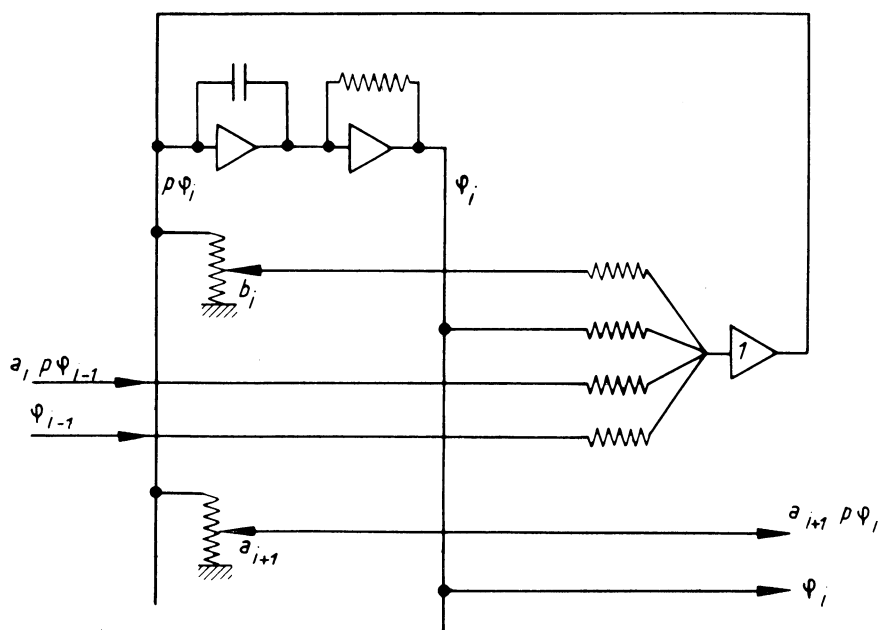


Fig. 7

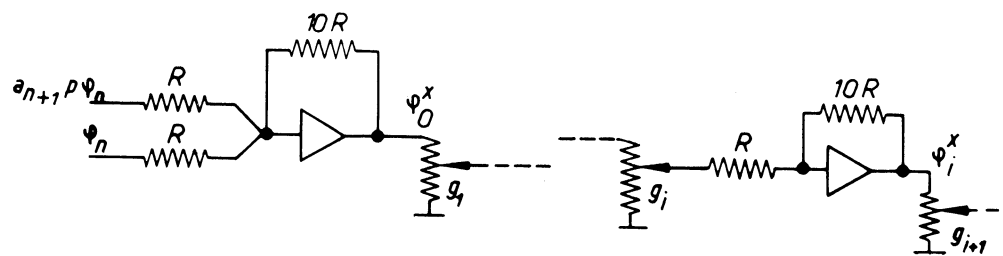


Fig. 8

b) CHAÎNE DE RÉGLAGE.

Dans la *figure 5* nous l'avons symbolisée par $A_0 \cdot C(p)$. Le rôle de la chaîne de réglage est double; il réalise :

- une amplification A_0 ;
- une correction $C(p)$.

La correction doit utiliser des éléments passifs linéaires, que l'on limite en général à des résistances et des capacités. Dans ces conditions, $C(p)$ est représentée par un produit de la forme :

$$\frac{(1 + a_1 p) \dots (1 + a_i p) \dots}{(1 + b_1 p) \dots (1 + b_j p)} = \prod_{i,j} \frac{a_i p + 1}{b_j p + 1}.$$

Les pôles de $C(p)$ sont représentés par les coefficients $-\frac{1}{b_j}$.

Les zéros par $-\frac{1}{a_i}$.

La *figure 7* représente un montage analogique qui permet de faire varier systématiquement ces coefficients.

Le sommateur (1) réalise l'égalité :

$$(b_i p + 1) \varphi_i + (a_i p + 1) \varphi_{i-1} = 0.$$

On en déduit :

$$\varphi_i = (-1) \frac{a_i p + 1}{b_i p + 1} \varphi_{i-1}.$$

Pour effectuer un produit de telles fonctions, il suffit de mettre plusieurs étages de ce type en série. Chacun d'eux nécessite trois amplificateurs. Les valeurs a_i et b_i peuvent être ajustées très rapidement sur les potentiomètres.

On fait suivre les étages correcteurs d'un ou plusieurs étages amplificateurs (*fig. 8*). Dans ces amplificateurs, la résistance dite de « bouclage » (réaction) est dix fois plus élevée que les autres. Il en résulte que :

$$\varphi_i^* = (-1) \cdot 10 \cdot \varphi_{i-1}^* \cdot g_i.$$

Au bout de la chaîne :

$$\varphi_m^* = g_i \dots g_m \cdot (-1)^m \cdot 10^m \cdot \varphi_i^*.$$

L'association correcteur-amplificateur donne :

$$\varphi^* = (-1)^{m+n} \left(\prod_{i=1 \dots n} \frac{a_i p + 1}{b_i p + 1} \right) \cdot \left(\prod_{i=1 \dots m} g_i \cdot 10 \right) \cdot \varphi_0.$$

Un grand intérêt du calculateur, lorsque le problème a été posé dans le temps réel, est de pouvoir substituer à $C(p)$ une partie de la chaîne réelle d'excitation. Dans un tel essai, le calculateur joue le rôle d'un simulateur.

c) INTRODUCTION D'UNE TENSION ADDITIVE.

Une impulsion, un échelon de tension, ou encore une oscillation sinusoïdale peuvent être superposés au système de la même façon dont on introduit un deuxième membre dans les systèmes différentiels. La tension u_0 (fig. 9) s'introduit comme un terme de l'équation dans l'amplificateur d'asservissement correspondant. Il en est de même dans la chaîne de réglage.

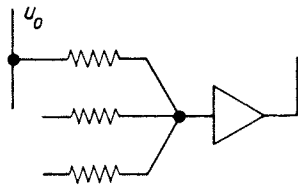


Fig. 9

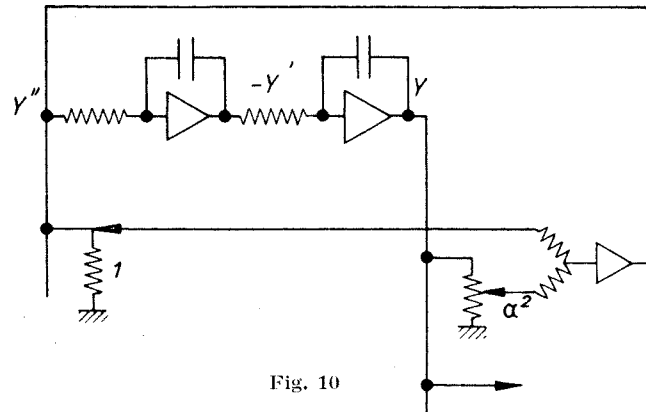


Fig. 10

C'est de cette façon que l'on apprécie la précision. On ajoute une petite tension continue à l'équation qui contient le couple moteur ou l'excitation, et l'on examine son influence sur les variables du système.

d) ÉTUDES HARMONIQUES.

Elles sont beaucoup facilitées par le fait que l'on peut construire aisément un générateur à très basse fréquence sur le calculateur lui-même. Il suffit de résoudre l'équation $y'' + \alpha^2 y = 0$, pour obtenir une tension de pulsation α . Le montage est celui de la figure 10. On peut atteindre ainsi des périodes très élevées (plusieurs minutes).

UTILISATION DU CALCULATEUR

Avant de donner les résultats obtenus à l'aide du calculateur analogique, nous consacrerons un chapitre à indiquer les difficultés rencontrées et le moyen de les surmonter.

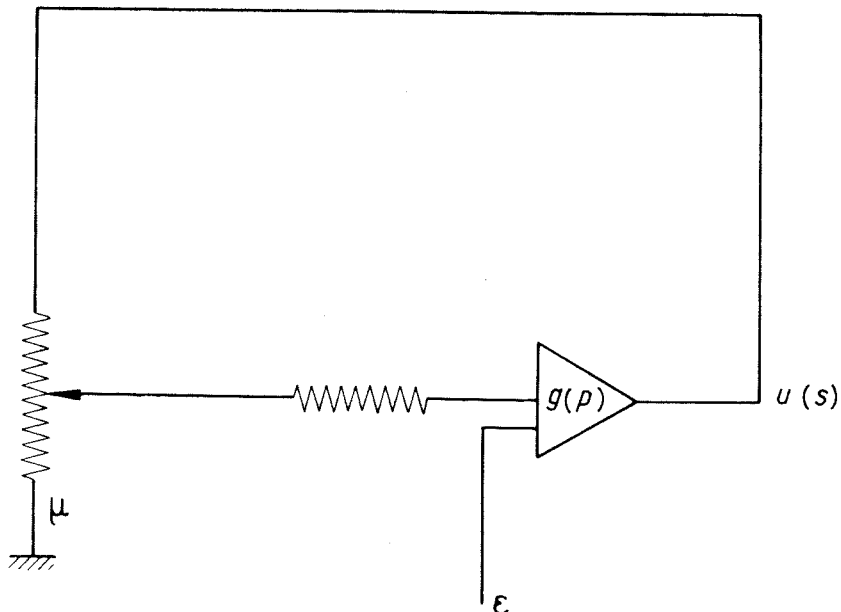


Fig. 11

1. — STABILITÉ PROPRE DU CALCULATEUR

Dans la *figure 2* du chapitre (II-1), le coefficient μ_j joue un rôle privilégié. Il détermine le gain de la boucle de réaction. On l'appelle un coefficient de « connexion directe ». Nous avons pu observer, ainsi que d'autres utilisateurs [22] l'ont fait par ailleurs, que de trop faibles coefficients de connexion directe entraînaient une instabilité de caractère erratique. Dans le cas simple de la *figure 11*, la petitesse du coefficient μ de connexion directe donne à la chaîne fermée réaction-amplificateur un gain très faible, si bien que le montage est très sensible aux dérives ϵ qui interviennent à l'entrée de l'amplificateur. On peut s'affranchir de cette difficulté de deux façons :

a) on choisit, pour l'amplificateur d'asservissement considéré, un amplificateur à très grand gain, ce que nous avons pu réaliser;

b) les coefficients de connexion directe sont relatifs à une dérivée de chaque variable. Un procédé pour les augmenter consiste à choisir une échelle de temps plus

grande. Une échelle de temps n fois supérieure à celle du temps réel, multiplie par n les coefficients des dérivées premières, par n^k les coefficients des dérivées $k^{\text{ème}}$.

Quelques difficultés proviennent de la forme même du système (1-1). Considérons le cas où l'alternateur est couplé directement au réseau. Les coefficients Z_0^+ , Z_0^- sont nuls. Si l'on cherche à développer le déterminant du système par rapport aux déterminants que l'on peut former avec les deux lignes (e_d) et (e_q) , on constate que ces déterminants sont tous d'un des trois types suivants, à un coefficient près :

$$\begin{vmatrix} p & \omega \\ -\omega & p \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} p & p - a\omega \\ -\omega & ap - \omega \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \omega & p + a\omega \\ p & ap - \omega \end{vmatrix}.$$

Dans tous les cas, on peut mettre en facteur $p^2 + \omega^2$, ce qui signifie que le déterminant du système admet une racine purement imaginaire en $j\omega$. Elle s'est introduite car nous avons négligé la résistance statorique r_a qui intervient dans le terme ΔI^d de la ligne (e_d) : $r_a + (L_d + L_t)p$, et le terme ΔI^q de la ligne (e_q) : $r_a + (L_q + L_t)p$. Ce terme résistif joue un rôle d'amortissement. Sa petitesse le rend inefficace dans le calculateur, à cause de la présence dans ce dernier d'éléments à caractéristiques non idéales : amplificateurs à gain et bande passante non infinies... Nous savons donc que cette solution est étrangère au problème traité et nous n'hésitons pas à nous en débarrasser à l'aide d'une correction convenable. Cette méthode est exposée dans l'annexe III. Cette correction n'affecte pas les solutions du problème dans le cas des petites oscillations, car celles-ci sont d'une très basse fréquence, essentiellement déterminée par l'inertie du rotor. Par contre, la même correction serait inutilisable dans les études de stabilité dynamique, par exemple, qui peuvent faire intervenir des fréquences plus élevées.

Une autre difficulté est rencontrée lorsque l'on affiche les seules équations (e_j) , (e_d) , (e_q) , (C), qui représentent le comportement d'un alternateur, sans enroulements amortisseurs. Les seuls termes susceptibles d'amortir les oscillations rotoriques sont $A p \delta$, relatif au couple moteur, et la résistance r_f de l'enroulement d'excitation. Dans le fonctionnement à flux constant, cette dernière valeur est nulle, et les oscillations rotoriques sont d'amplitude croissante. Ce phénomène provient de ce que l'on a supposé rigoureusement nul l'amortissement, ce qui n'est évidemment jamais réalisé dans la réalité, où les divers courants induits apportent toujours un certain amortissement. Dans ce cas particulier, on s'affranchit de cet ennui en majorant légèrement le coefficient A relatif au couple moteur. Signalons que lorsque l'on étudie le système avec un réglage de l'excitation, le phénomène ne se produit plus. Ce qui, entre parenthèses, montre bien le rôle amortisseur que peut jouer la chaîne d'asservissement.

Nous terminerons en indiquant que, une fois prises les précautions dont nous venons de parler, un seul mode stable de connexion des amplificateurs d'asservissement a pu être obtenu. Il correspond au montage privilégié déjà observé par des expérimentateurs [21]. Le schéma général de connexion a été donné dans la *figure 5* du chapitre (II-1).

Au sujet de la stabilité propre des calculateurs, il faut signaler une amélioration constante de la technique de ces appareils, ce qui ne peut que diminuer les ennuis mentionnés.

2. — ÉTUDE DU PROBLÈME

Nous aurons à chercher des limites de stabilité. Une de ces limites est atteinte lorsqu'une racine en p du système voit sa partie réelle devenir positive. Lorsque l'on se trouve un peu au delà de la limite on observe une dérive très lente des variables.

Il est intéressant d'observer le comportement des couples électriques au voisinage de la limite de stabilité. Ils interviennent dans l'équation (C). Un avantage de l'analogie est de permettre l'observation séparée des divers couples électriques. Ces derniers varient sinusoidalement à la suite d'une perturbation impulsionnelle. L'analyse de leur influence est déduite de leur amplitude et de leur phase par rapport à une référence fixe. On tiendra compte du fait que les couples accélérateurs présentent un déphasage avant par rapport au couple d'inertie, les couples amortisseurs un déphasage arrière et les couples synchronisants un déphasage de π .

Certains fonctionnements particuliers devront être réalisés :

a) SANS RÉGLAGE.

On fixera à zéro le gain de la chaîne amplificatrice d'asservissement de l'excitation (voir chap. précédent).

b) SANS AMORTISSEURS.

On supprimera les lignes (e_k) et (e_1) , les colonnes (ΔI_1) et (ΔI_k) .

c) À FLUX CONSTANT.

On fixera à zéro le coefficient r_f .

Lors de l'affichage du problème, il est utile de faire des vérifications. Nous en signalons quelques-unes ici, qui sont rendues possible par la structure même du problème traité :

a) considérons l'équation (I-4-27), qui représente le régime électrique du système. Lorsque l'on rend p égal à zéro, on obtient le régime permanent :

$$; E_{\Omega} \{ = \left\{ r_{\omega\delta} - \Gamma_{\omega l}^{\delta} l_{\omega\delta} \omega + s_{\omega\delta} \Gamma_{\omega l}^{\delta} \frac{1}{\omega} \right\} ; I^{\Omega} \{.$$

L'équation (I-6-10), dont est dérivé l'affichage au calculateur (en ce qui concerne l'alternateur), représente l'égalité précédente, si l'on fait $p = 0, \Delta \delta = 0$. Le régime permanent est connu. On peut donc faire une vérification lorsque l'on a affiché les lignes $(e_q), (e_d), (e_f)$. En introduisant au premier membre les grandeurs $; E \{$ du régime permanent, on doit trouver au second membre les valeurs $; I \{$ correspondantes, sur les colonnes $(\Delta I^f) (\Delta I^d) (\Delta I^q)$. Cette vérification peut se faire avec et sans ligne de transmission;

b) si l'on suppose la ligne sans pertes, l'alternateur sans amortisseurs, et doué d'une excitation constante, on connaît une expression simple dont on peut déduire la

limite de stabilité. Celle-ci correspond à un angle δ_M tel que la puissance synchronisante s'annule.

Avec les hypothèses faites, cette expression s'écrit :

$$\frac{EU_r}{X_d} \cos \delta_M + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) U_r^2 \cos 2 \delta_M = 0,$$

avec :

$$X_d = (x_d + x_t) \cos \Phi + Z \sin \Phi;$$

$$X_q = (x_q + x_t) \cos \Phi + Z \sin \Phi.$$

On doit vérifier que :

$$\delta_M = \delta_i + \delta_t + \Phi_0.$$

Z : impédance caractéristique de la ligne;

δ_i : décalage interne de l'alternateur pour le régime caractéristique (25°);

δ_t : déphasage dû aux transformateurs (10°);

Φ : angle électrique de la ligne.

C'est cette dernière grandeur que l'on fait varier, par l'intermédiaire de Z_0^- (coefficient relatif à la ligne), jusqu'à ce que l'on obtienne l'instabilité pour une valeur Φ_0 correspondante.

Dans cet essai, on utilise seulement les lignes (e_d) (e_q) et (C), les colonnes (ΔI^d) (ΔI^q) et ($\Delta \delta$);

c) avec ce même montage, mais sans ligne ($\Phi = 0$), on peut vérifier que la période des oscillations de δ , sous l'influence d'une perturbation impulsionnelle, est bien égale à :

$$T_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{I \cdot \omega}{P_s}}.$$

P_s est la puissance synchronisante et vaut :

$$P_s = \frac{E \cos \delta_i}{x_d} U_r + \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cos 2 \delta_i.$$

ÉTUDE DE LA TRANSMISSION

Nous étudierons d'abord les limites de stabilité fournies par le calcul analogique. Ensuite, nous procéderons à l'étude de l'asservissement. Dans ces études, nous avons cherché en particulier à examiner l'influence des paramètres qui étaient inaccessibles dans notre étude expérimentale : amortisseurs, type d'excitatrice....

On se souviendra aussi qu'un des avantages essentiels de l'analogie est de pouvoir nous placer d'emblée dans les conditions du régime caractéristique, alors que dans le modèle réduit, ce régime ne peut être atteint qu'à la suite d'une série de réglages successifs.

1. — LIMITES DE STABILITÉ

Le paramètre qu'il est commode de faire varier est la longueur de la ligne. On accroît cette longueur en agissant sur les coefficients Z_0^+ et Z_0^- , jusqu'au moment où les variables divergent. On remarque que des perturbations impulsionnelles de couple ou d'excitation produisent une oscillation sinusoïdale amortie de l'écart d'angle $\Delta \delta$ de la roue polaire, jusqu'à la limite de stabilité. Au fur et à mesure que l'on se rapproche de cette limite, la période s'accroît de plus en plus. Au delà, les variables dérivent exponentiellement. Tout se passe comme si dans l'équation caractéristique du système, une paire de racines conjuguées à partie réelle négative (zone B-0, *fig. 12*) donnait lieu, au delà de la limite de stabilité, à une racine réelle positive (zone 0-A) et à une racine réelle négative. L'observation sur le calculateur permet d'affirmer que le point D (*fig. 12*) se trouve sur l'axe réel très proche de l'origine.

Les limites obtenues valent :

a) SANS AMORTISSEUR (analogie du montage expérimental étudié dans la troisième partie).

$$\left. \begin{array}{l} Z_0^+ = 0,18 \\ Z_0^- = 0,78 \end{array} \right\} \text{ soit une ligne de } \left\{ \begin{array}{l} 0,106 \text{ longueur d'onde } (\lambda); \\ 38^\circ \text{ électriques}; \\ 636 \text{ km.} \end{array} \right.$$

Le décalage limite roue polaire-phase de la tension du réseau vaut :

— alternateur	25;
— transformateur	10;
— ligne	38;
	73°.

b) AVEC AMORTISSEUR.

$$\begin{array}{l} Z_0^+ = 0,21 \\ Z_0^- = 0,92 \end{array} \quad \text{soit une ligne de} \quad \left. \begin{array}{l} 0,118 \text{ longueur d'onde;} \\ 43^\circ \text{ électriques;} \\ 708 \text{ km.} \end{array} \right\}$$

Décalage limite roue polaire-phase de la tension du réseau :

$$25 + 10 + 43 = 78^\circ.$$

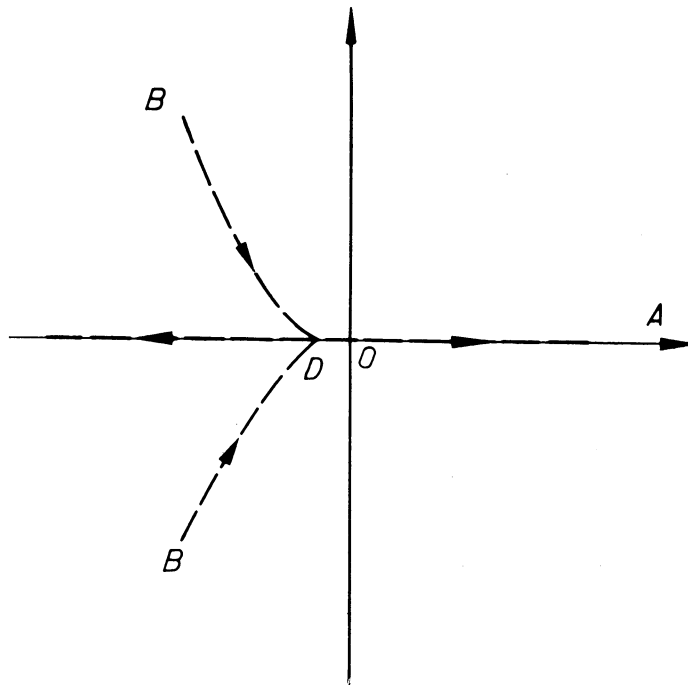


Fig. 12

c) A FLUX CONSTANT (EXCITATRICE SÉRIE).

$$\begin{array}{l} Z_0^+ = 0,35 \\ Z_0^- = 1,20 \end{array} \quad \text{soit une ligne de} \quad \left. \begin{array}{l} 0,144 \text{ longueur d'onde;} \\ 52^\circ \text{ électriques;} \\ 864 \text{ km.} \end{array} \right\}$$

Décalage limite roue polaire-phase de la tension du réseau :

$$25 + 10 + 52 = 87^\circ.$$

Lorsque la longueur de la ligne augmente, on remarque une diminution de l'influence des amortisseurs sur l'amortissement des oscillations rotoriques. Ils n'accroissent pas sensiblement la limite de stabilité. Par contre, une sérieuse amélioration est obtenue avec une excitatrice du type série qui permet de donner à la constante de temps de l'excitation une valeur très élevée.

Une autre remarque concerne la précision du fonctionnement. A une même perturbation (couple ou excitation) correspond un écart $\Delta \delta$ progressivement croissant lorsque la ligne devient plus longue.

2. — ASSERVISSEMENT

Nous considérons maintenant le système précédent muni, en outre, d'une chaîne d'asservissement à partir de la variable déphasage tension-intensité aux bornes de

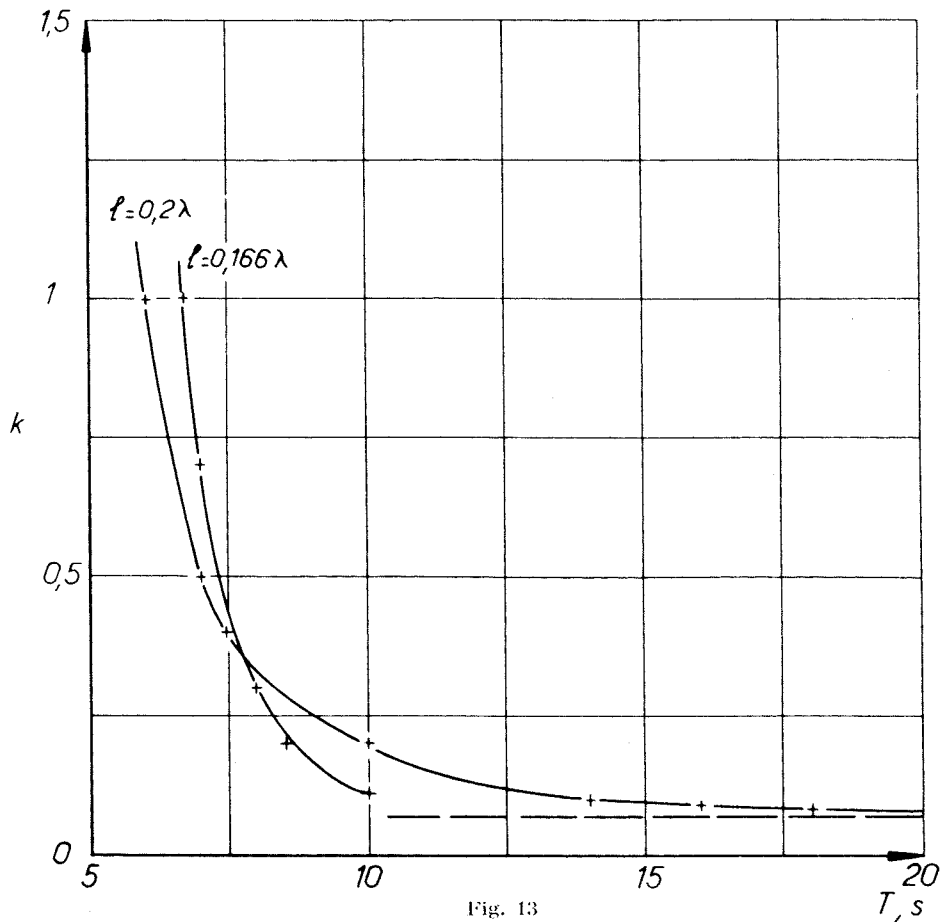


Fig. 13

l'alternateur. Nous étudierons des longueurs de ligne supérieures aux limites précédemment trouvées. Dans chaque cas nous ferons varier le coefficient d'amplification de la chaîne afin de nous rendre compte des limites de la zone stable qui peuvent être obtenues.

Lorsque cette amplification est trop faible, on observe une dérive semblable à celle signalée au premier paragraphe. Elle peut être décrite encore par la *figure 12*.

Si l'amplification devient suffisamment élevée, des oscillations d'amplitude croissante se produisent, il y a surrégulation. La fréquence croît avec l'amplification. Il arrive un moment où les oscillations s'amorcent trop brutalement pour pouvoir être observées dans le calculateur. Les amplificateurs de ce dernier sont immédiatement saturés.

La *figure 13* représente, pour $l = 0,166 \lambda$ (1 000 km) et $l = 0,2 \lambda$ (1 200 km), la variation de la période de ces oscillations en fonction de la valeur k de l'amplification. Le comportement des racines du déterminant caractéristique peut être schématisé par la *figure 14*. Tout se passe comme si une paire de racines conjuguées à parties réelles négatives (zone B-0) donnait une racine réelle positive et une racine réelle négative lorsque l'on diminue l'amplification (zone 0-A). Si l'on augmente l'amplification, on obtient deux racines conjuguées dont la partie imaginaire est de valeur élevée et la partie réelle positive (zone B-C).

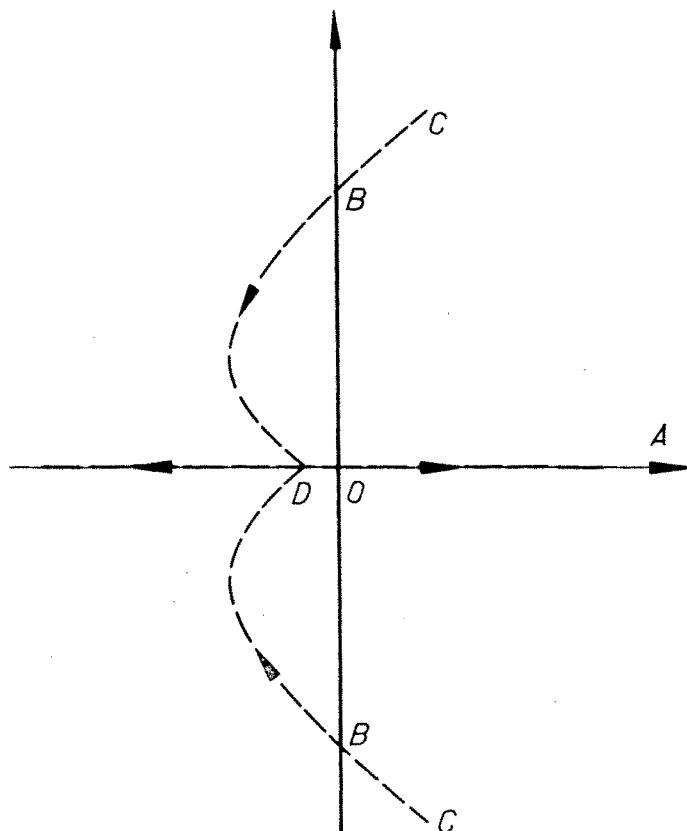


Fig. 14

Pour $l = 0,2 \lambda$, la zone stable B-0 n'existe pas. Les racines ont toujours leur partie réelle positive. Lorsque $k = 0,07$, la période devient infinie. La partie imaginaire d'une paire de racines conjuguées du déterminant caractéristique s'annule (*fig. 15*).

On peut se demander comment, dans ce dernier cas, les mesures sont possibles puisque l'on se trouve en plein dans une zone instable. La faiblesse des bruits dans l'analogie permet l'observation de nombreuses périodes des oscillations avant qu'il y ait saturation des amplificateurs. C'est là un des gros avantages de l'étude analogique sur l'étude à l'aide des micromachines, dans lesquelles les bruits sont d'amplitudes trop élevées pour que de telles mesures soient aisées.

La *figure 16* donne les valeurs relatives minimum et maximum du coefficient d'amplification k de la chaîne de réglage, en fonction de la longueur de la ligne (exprimée en fraction de la longueur d'onde λ).

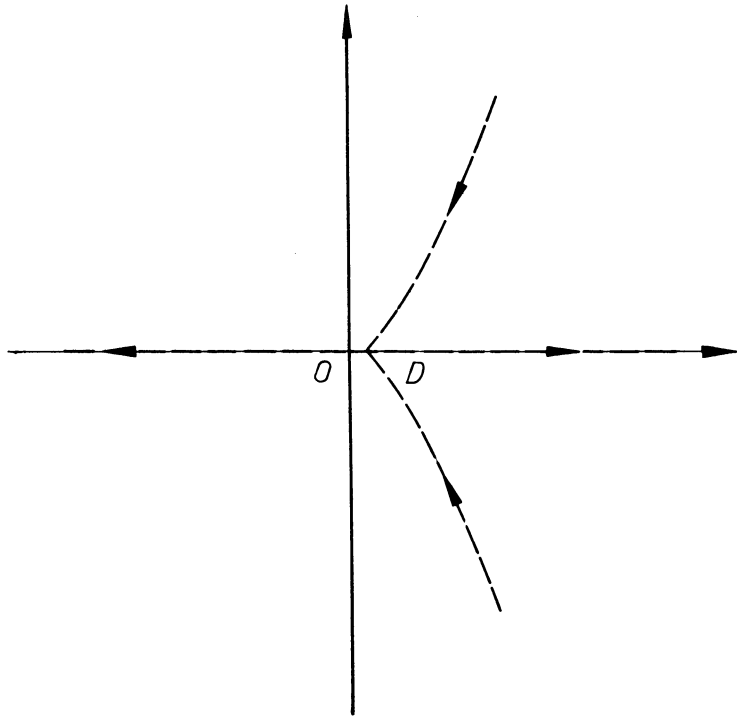


Fig. 15

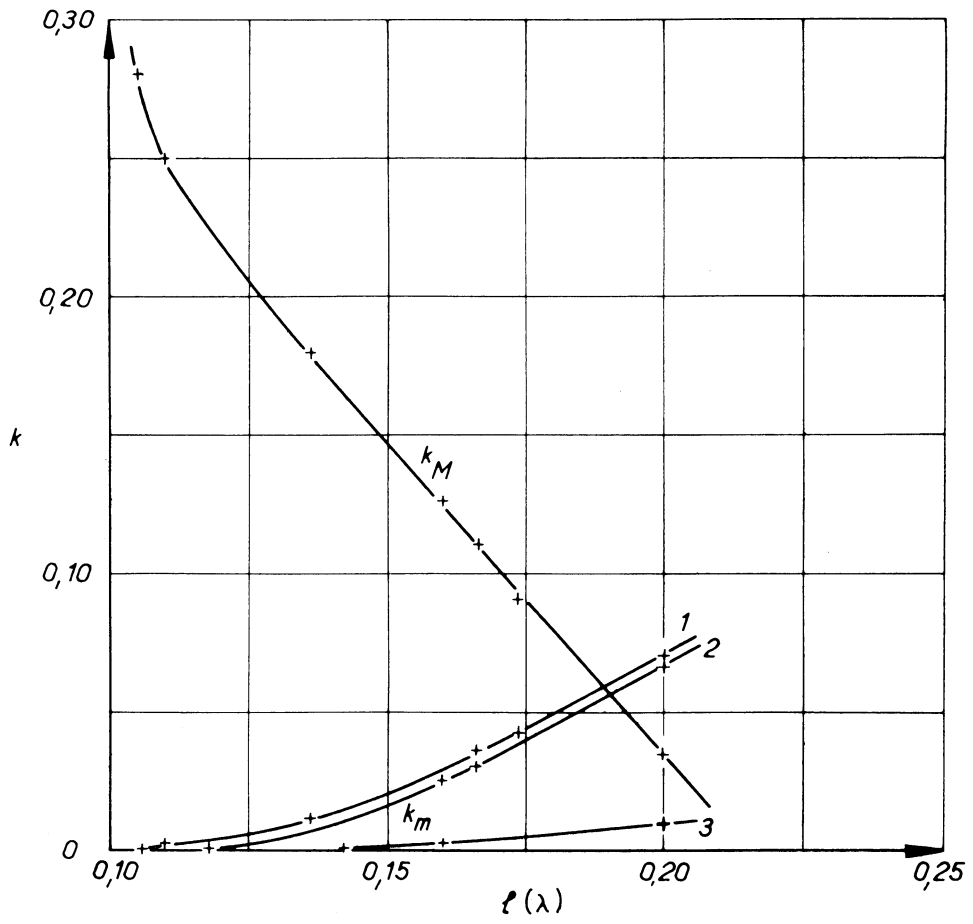


Fig. 16

Pour une longueur de ligne donnée :

— si :

$k < k_m$: il y a instabilité et dérive exponentielle;

$k_m < k < k_M$: le fonctionnement est stable;

$k > k_M$: il se produit des oscillations de surréglage d'amplitude croissante;

$k = k_M$: on obtient des oscillations entretenues, dont la période est donnée dans la *figure 17*.

Pour la valeur minimum k_m (*fig. 16*) :

— la courbe (1) est relative à la machine sans amortisseurs;

— la courbe (2) est relative à la machine avec amortisseurs;

— la courbe (3) est relative à la machine avec $r_f = 0$ (flux constant).

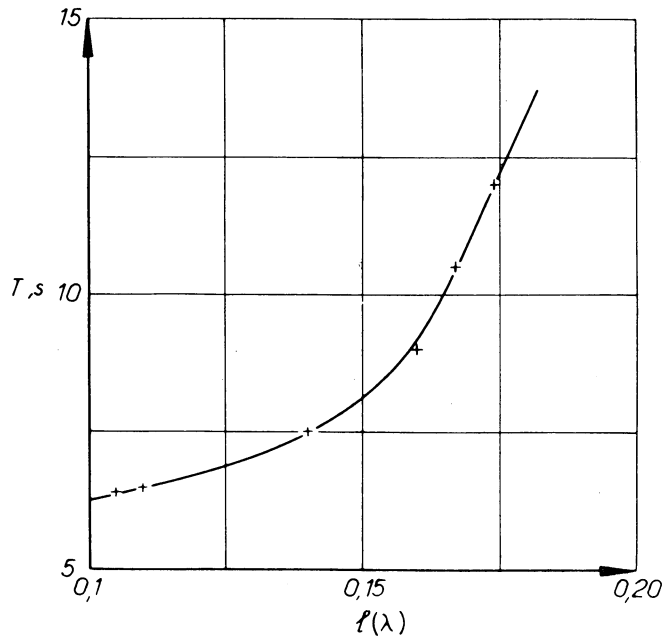


Fig. 17

Pour la valeur maximum k_M , les trois courbes sont confondues.

La *figure 16* montre tout d'abord qu'un réglage simple n'est possible que si la ligne considérée n'est pas trop longue. En effet, dans le cas d'une machine sans amortisseurs [courbe (1)], il est impossible de réaliser le réglage au delà de $l = 0,19 \lambda$. On obtient inévitablement des surréglages ou des dérives.

On rencontre une deuxième limitation beaucoup plus impérative lorsque l'on considère la précision. Pour une longueur de ligne de $0,166 \lambda$ (1 000 km), une précision identique à celle obtenue sans ligne pour le décalage de la roue polaire conduit à adopter un coefficient k supérieur à $k_M = 0,11$, ce qui nous place dans une zone de surréglage. Il faut donc éliminer artificiellement les oscillations qui en résultent. Nous nous sommes heurtés à la même difficulté dans l'étude sur modèle réduit (III, chap. III).

La courbe (2), relative à une machine munie d'amortisseurs, montre que ces derniers ne procurent qu'un très faible bénéfice vis-à-vis du premier fonctionnement.

Ce fait est confirmé par l'observation directe des variables qui les concernent. Pour de grands décalages angulaires, elles sont peu sensibles aux oscillations rotoriques.

Par contre, la courbe (3) montre l'intérêt du fonctionnement à flux inducteur constant. Cet intérêt ne tient pas tellement au fait que la limite de stabilité est repoussée, mais plutôt à ce que la limite inférieure k_m est très abaissée. Il en résulte une réalisation plus aisée de la chaîne de réglage.

3. — ASSERVISSEMENT CORRIGÉ

Nous venons de voir la nécessité d'une correction en vue d'amortir les oscillations de surréglage qui se produisent lorsque l'asservissement de l'excitation au déphasage φ est trop élevée.

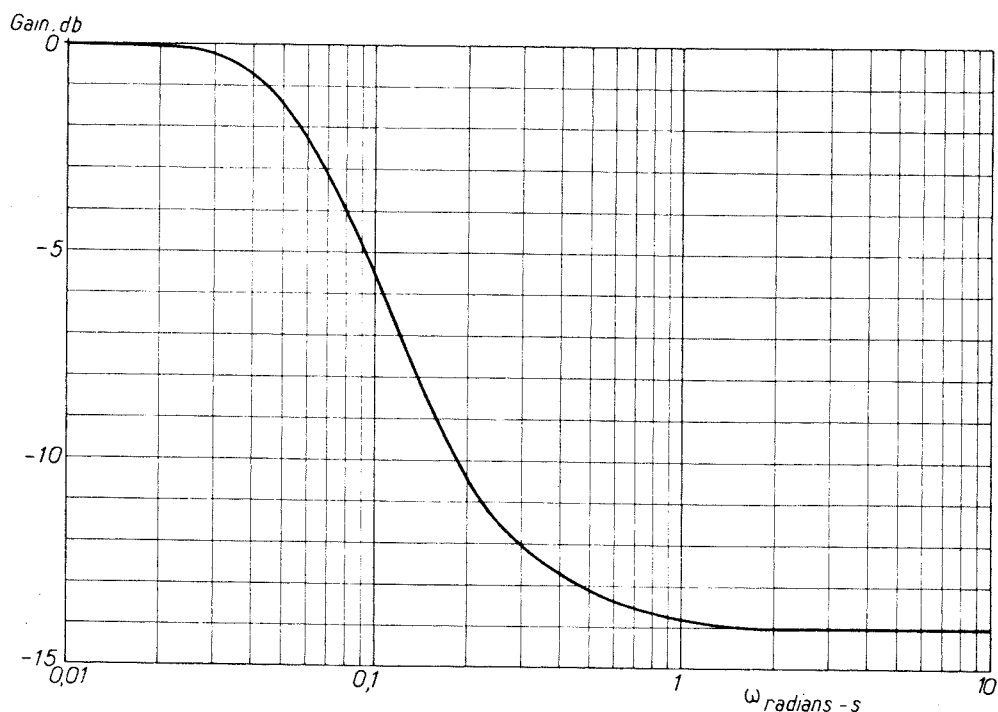


Fig. 18

La première idée qui vient à l'esprit est d'ajouter à la variable φ sa dérivée. De même que dans l'étude expérimentale, nous avons pu constater qu'en aucun cas une telle action était efficace. Il en va de même avec l'intégrale. Ce sont là des résultats très importants qui montrent qu'une correction limitée à une étroite bande de fréquences est nécessaire. Un avantage de l'analogie sur le modèle réduit est de permettre l'étude rapide du correcteur par le simple ajustage de coefficients (voir le chap. précédent).

L'étude préalable des zones où l'on veut situer le fonctionnement s'effectue à l'aide des courbes des figures 13 et 17. C'est ainsi que pour une longueur de ligne de 1 000 km la période maximum de l'oscillation à corriger est de 10 s (fig. 13). D'autre part, une mesure de la précision, effectuée avant que l'oscillation de surréglage atteigne une valeur appréciable, fixe k à une valeur voisine de 0,2. Il lui correspond une période

d'oscillation de 8,5 s. On se donnera une marge de sécurité en se fixant une correction dans une zone d'oscillations dont les pulsations sont situées entre 0,25 et 0,05 rd/s, ce qui nous conduit à la fonction de transfert $\frac{0,2 p + 0,05}{p + 0,05}$. La courbe de gain qui lui correspond est représentée *figure 18*. On peut la comparer avec celle du correcteur réalisé expérimentalement (*fig. 70*, III, chap. IV).

Ce correcteur permet de porter les limites supérieures de k aux valeurs suivantes :

- a) sans amortisseurs : 0,70;
- b) avec amortisseurs : 0,93;
- c) à flux constant : 0,60.

Nous remarquerons qu'un des rôles joués par le correcteur est identique à celui des amortisseurs. On peut se demander si dans beaucoup de cas, un correcteur placé dans la partie basse puissance de la chaîne d'excitation ne serait pas susceptible de remplacer avantageusement les amortisseurs qui sont des organes de puissance.

Nous limiterons maintenant l'étude au cas *a*) afin de pouvoir faire des comparaisons avec l'étude expérimentale.

4. — STABILITÉ D'UN TRANSPORT D'ÉNERGIE DE 1 000 km

Nous étudierons maintenant la stabilité du système corrigé avec $k = 0,2$ et $l = 0,166 \lambda$. Le système d'équations (1-1) soumis au calculateur s'écrit :

$$\tilde{\Sigma}(p) \{ \Delta I \} = 0.$$

Nous aurons une notion du comportement de la transmission devant une perturbation Δe_y en résolvant :

$$\left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta E_y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} = \tilde{\Sigma}(p) \{ \Delta I \},$$

soit, pour la variable ΔI^x :

$$(1) \quad \frac{\Delta I^x}{\Delta E_y} = \frac{Z_{xy}(p)}{Z(p)}.$$

$Z_{xy}(p)$ est le mineur du terme de rang (x, y) dans $\tilde{\Sigma}(p)$;

$Z(p)$ est le déterminant de $\tilde{\Sigma}(p)$.

L'étude d'une quelconque des fonctions de transfert (1) permet d'apprécier l'influence des perturbations sur les différentes parties de la transmission.

L'analogie présente pour cette étude deux intérêts :

a) il n'est pas nécessaire de calculer $Z_{xy}(p)$ et $Z(p)$. Il suffit d'appliquer une perturbation ΔE_y sinusoïdale, comme un deuxième membre, dans le système d'équations, et de lui comparer ΔI_x . On en déduit immédiatement la fonction de transfert cherchée, à un coefficient constant près, que l'on peut connaître aisément;

b) il est possible d'atteindre tous les points de la transmission, ce qui n'est pas le cas dans le modèle réduit. Nous pensons, par exemple, aux flux, à l'intensité dans les amortisseurs, etc.

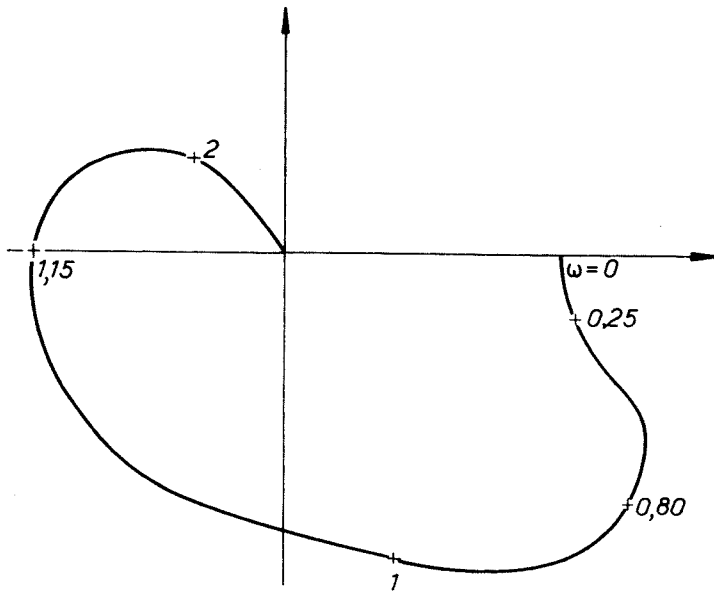


Fig. 19

A titre d'exemple, nous avons cherché l'influence d'une perturbation Δe_c à la sortie de l'amplificateur de la chaîne d'asservissement, sur le courant Δi_c d'excitation de l'excitatrice.

(1) s'écrit :

$$\frac{\Delta I_c}{\Delta E_c} = \frac{Z_{cc}(p)}{Z(p)}$$

L'étude harmonique fournit le diagramme (fig. 19) qui explicite $\frac{Z_{cc}(j\omega)}{Z(j\omega)}$ en coordonnées polaires.

$Z_{cc}(p)$ et $Z(p)$ se présentent sous la forme de polynômes fonction de p algébriquement. Ils ne peuvent donc avoir de pôles. La forme du diagramme (fig. 19) montre que $Z(p)$ n'a pas de zéro.

Le diagramme indique également un gain maximum pour la pulsation $\omega = 0,8$ rd/s. Il peut être utilisé pour parfaire la correction. En effet, des enregistrements réalisés sur des machines réelles peuvent nous donner le spectre des perturbations réelles. Sur l'analogie, on peut alors en étudier les conséquences et chercher à appliquer le critère de l'« erreur quadratique minimum ».

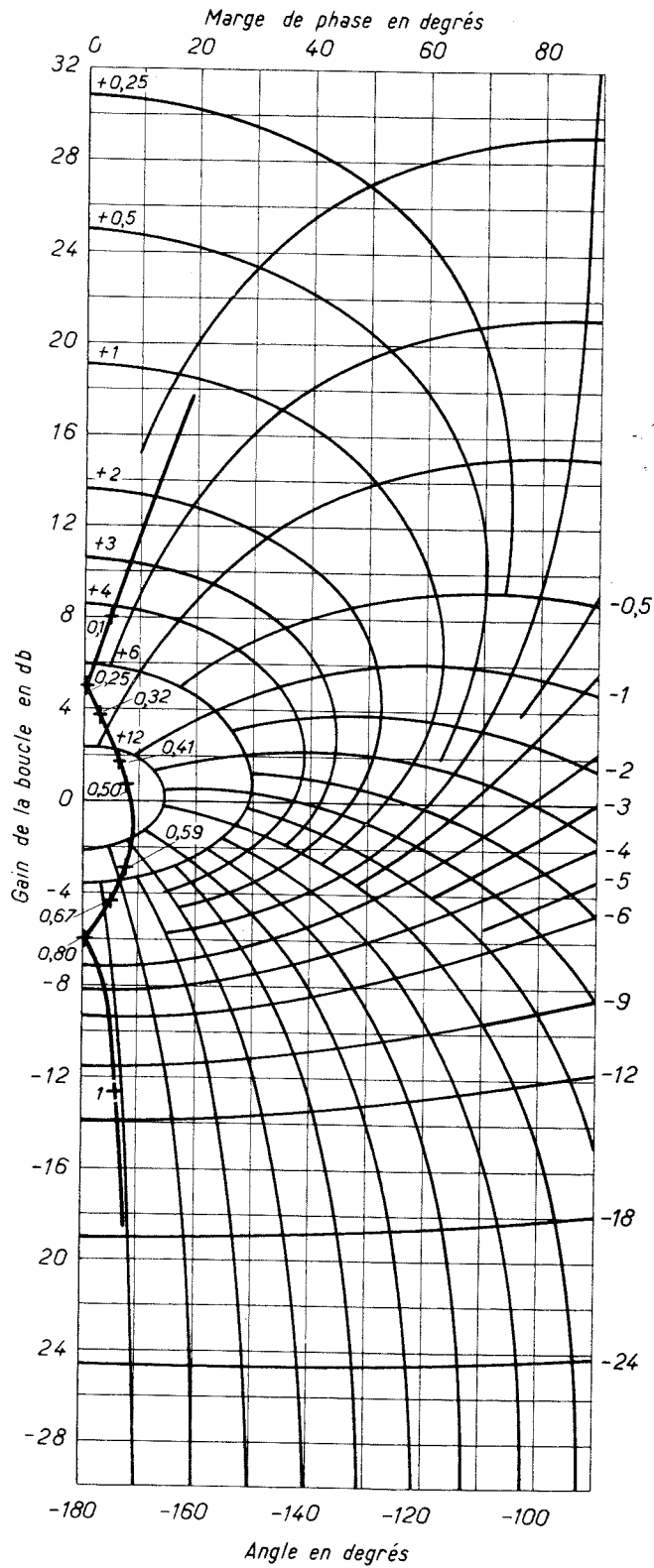


Fig. 20

Nous avons, d'autre part, effectué sur l'analogie le même essai de stabilité que sur le modèle réduit, dans le but de chercher la fonction de transfert de la boucle de réglage (III, chap. V).

De même que dans le modèle réduit, il est impossible d'ouvrir cette boucle sous peine de dérives. Nous avons donc superposé à $\varphi^*(t)$ (c'est-à-dire φ corrigé) une oscillation sinusoïdale, et observé le comportement de $\varphi^*(t)$. Nous avons ainsi obtenu la fonction de

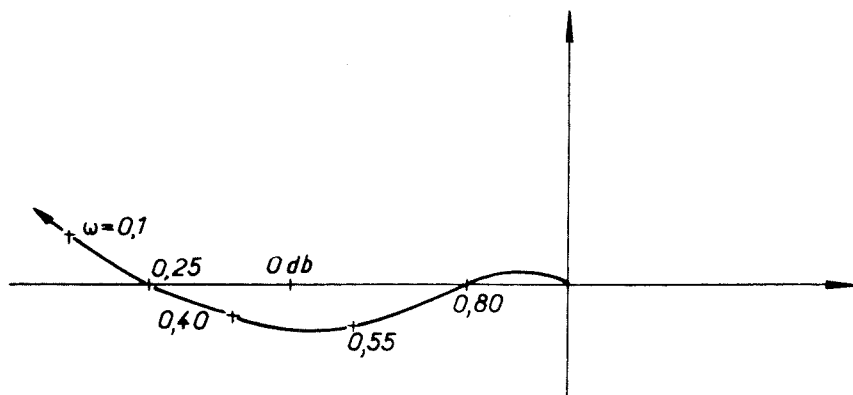


Fig. 21

transfert $Y(j\omega)$ que nous avons tracée sur le diagramme de BLACK (fig. 20). On observe fort bien en particulier l'avance de phase très légère (inférieure à 4°) de $\varphi^*(t)$ sur l'oscillation sinusoïdale injectée, aux basses fréquences.

On en déduit (fig. 21) la variation en coordonnées polaires de la fonction de transfert $B_1(j\omega)$ de la boucle. On notera la similitude de forme avec la courbe de la figure 83 (III, chap. V) obtenue à l'aide du modèle réduit. Deux différences sont cependant à signaler :

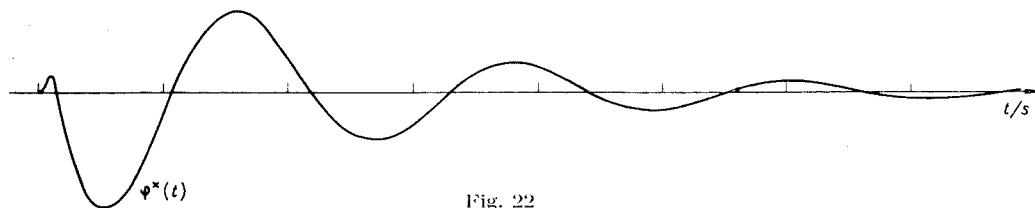


Fig. 22

a) les pulsations correspondantes sont plus faibles dans le cas de l'analogie. La cause provient du correcteur qui a, pour l'analogie, une action plus développée vers les très basses fréquences;

b) nous avons pu nous contenter d'une marge de phase plus faible dans l'analogie. Les perturbations inhérentes à ce dernier sont négligeables devant celles qui affectaient le modèle réduit. Ce dernier était constitué de matériel ancien dans lequel les liaisons entre machines étaient assurées par des courroies. Aussi, une marge de phase suffisamment élevée avait due être ménagée.

Enfin, à titre de vérification, nous avons superposé une impulsion à $\varphi^*(t)$ et enregistré $\varphi^*(t)$ (fig. 22). On peut comparer cet enregistrement à ceux effectués sur le

modèle réduit (III, chap. V, *fig. 77*). En particulier, on remarque, dans ce cas, la forme particulière de la première demi-période. Nous avons signalé ce phénomène dans la troisième partie (III, chap. V, *fig. 78*).

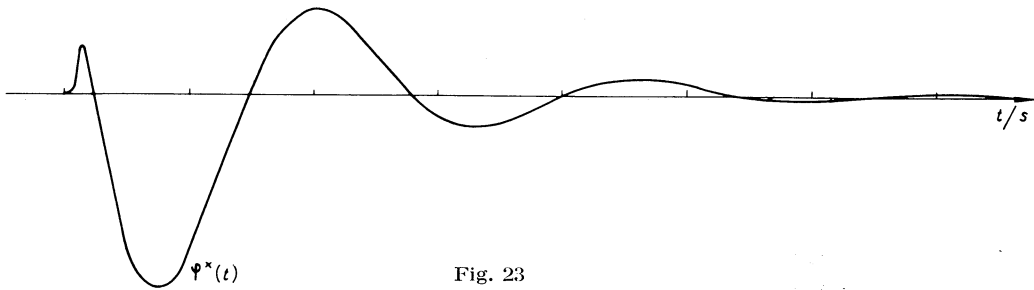


Fig. 23

La *figure 23* donne la réponse impulsionnelle $\varphi^*(t)$, dans le cas où le coefficient k est inférieur à 0,11, c'est-à-dire lorsqu'il ne s'agit plus d'une zone de surréglage. La modification de la réponse réside essentiellement dans la première demi-période.

TROISIÈME PARTIE

(III)

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

COUPLAGE D'UN ALTERNATEUR AU RÉSEAU PAR L'INTERMÉDIAIRE D'UNE LIGNE

Nous allons examiner le comportement d'une transmission d'énergie réduite à ses composantes essentielles :

- un alternateur à rotor lisse;
- une ligne de transmission sans pertes;
- un réseau de puissance infinie par rapport à celle de l'alternateur.

Les calculs très simples, fournis par ces hypothèses, donnent une idée schématique, valable qualitativement, des phénomènes qui entrent en jeu dans une telle transmission. Nous illustrerons ces considérations de quelques observations expérimentales effectuées à l'aide d'un modèle réduit constitué par un alternateur à pôles saillants et une ligne artificielle avec pertes de 1 500 km fictifs, soit quart d'onde à 50 Hz.

Dans cette étude, nous ne ferons intervenir que des données relatives aux régimes permanents. Elle se place sur un plan simplifié où l'on suppose négligeable l'influence des dérivées des variables.

1. — RÉGIME STATIQUE

Supposons tout d'abord l'alternateur relié directement à un réseau de grande puissance. Nous entendons par réseau de grande puissance, un réseau dont l'impédance interne est négligeable. On peut donc considérer que sa tension est constante en amplitude et en phase, quelle que soit la puissance apportée par l'alternateur qui lui est connecté. Il en résulte en particulier que la fréquence est une grandeur constante imposée par le réseau, ce qui implique que la vitesse de rotation de l'alternateur est constante.

La *figure 24* représente schématiquement le rotor de l'alternateur avec l'enroulement d'excitation, et les trois enroulements de ses trois phases statoriques.

Appelons :

- E, la force électromotrice composée, en valeur efficace, induite dans le stator par l'intensité rotorique;
- n , le nombre de spires statoriques d'une phase, ramené à l'unité de longueur du circuit magnétique;
- U, la valeur efficace de la tension composée du réseau;
- x , la réactance synchrone de l'alternateur. C'est l'impédance de ce dernier vue depuis le réseau (par phase);
- δ , l'angle de l'axe du rotor avec le champ tournant statorique.

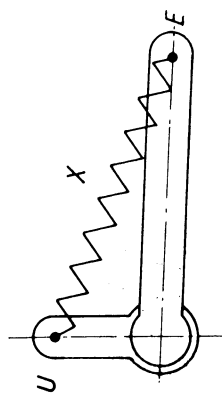
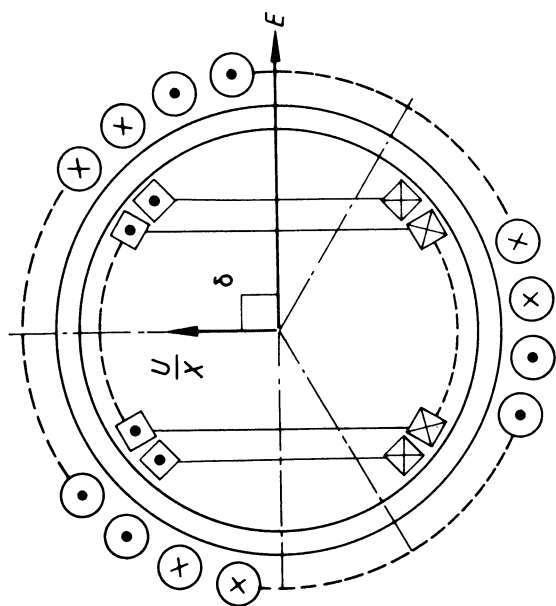


Fig. 25

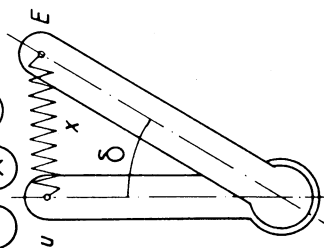
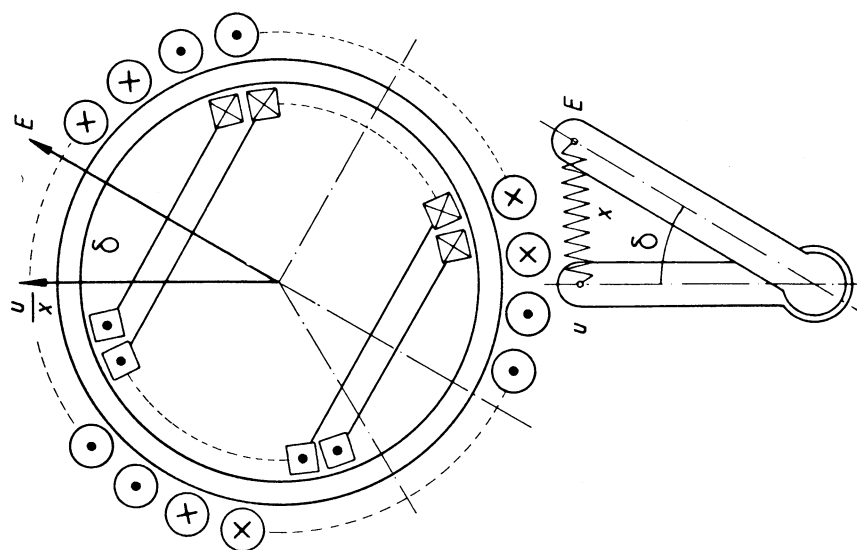


Fig. 24

On peut considérer le fonctionnement comme l'interaction d'un moment magnétique $E \cdot \frac{4\pi}{n}$, dû à l'intensité rotorique, avec un champ magnétique $\frac{U}{x} \cdot \frac{n}{4\pi}$, proportionnel à l'intensité produite par le réseau dans les enroulements statoriques. Dans le cas où le réseau est séparé de l'alternateur par une ligne de transmission d'énergie (*fig. 25*), l'impédance x est remplacée par une impédance de transfert :

$$X = x \cos \Phi + Z \sin \Phi,$$

dans laquelle :

Φ est la longueur électrique de la ligne;

Z est son impédance caractéristique.

Les considérations précédentes donnent l'expression de la puissance fournie par l'alternateur :

$$(1) \quad P = \frac{E \cdot U \cdot \sin \delta}{X}.$$

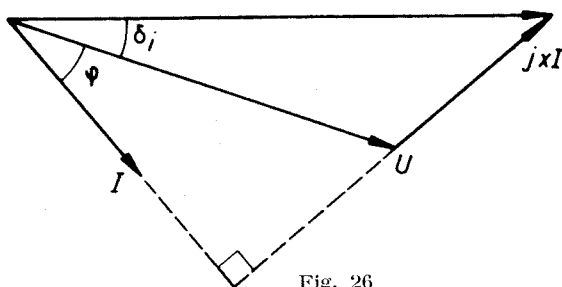


Fig. 26

Cette expression donne également la valeur du couple à un facteur constant près, puisque la vitesse est constante. A excitation constante, la puissance maximum transmissible vaut :

$$\frac{E \cdot U}{X}.$$

On peut augmenter cette puissance en diminuant X . Pour les alternateurs de grande puissance, il est difficile de diminuer x . Cette action, qui accroît le rapport de court-circuit, a des répercussions économiques défavorables. Pour les lignes aériennes, l'impédance caractéristique a une valeur pratiquement fixée; aussi, est-il très difficile de diminuer appréciablement X . Indiquons que l'on a songé, pour ce faire, à recourir aux câbles souterrains. Pour de grandes longueurs cette solution ne semble pas devoir être retenue. La seule possibilité est de se fixer un niveau de tension U très élevé. C'est une des raisons qui nécessitent les transports d'énergie à très haute tension.

Un point important tient à ce que pour une puissance débitée constante, une variation de l'excitation de la machine (donc, de E) provoque une variation du décalage angulaire δ .

Écrivons la relation vectorielle qui lie E , U et l'intensité efficace I (en valeur composée, égale à $\sqrt{3}$ fois l'intensité dans une phase) aux bornes de l'alternateur :

$$\vec{E} = \vec{U} + jx \vec{I} \quad (\text{fig. 26});$$

j , opérateur de rotation de $\frac{\pi}{2}$.

pour un angle $\delta = \frac{\pi}{2}$, avec une ligne très longue de 1 100 km. Ce diagramme suggère quelques remarques à propos des puissances active et réactive.

Un angle de décalage δ de la roue polaire inférieur à $\frac{\pi}{2}$ peut correspondre à une puissance active quelconque, dans la mesure où l'on dispose d'une f.e.m. E suffisante. On est, bien entendu, limité par la saturation de l'inducteur de la machine, d'une part. D'autre part, de tels fonctionnements conduisent à d'importantes surtensions U aux bornes de l'alternateur.

Les fonctionnements pour lesquels δ est voisin de $\frac{\pi}{2}$ correspondent à un déphasage avant de l'intensité sur la tension, lorsque la longueur électrique Φ est supérieure à $\frac{\pi}{4}$ (750 km). Lorsque E croît, δ décroît, ce qui est d'ailleurs évident d'après la relation (1), et le générateur absorbe de l'énergie réactive. Sans ligne, on observerait le phénomène contraire.

La puissance réactive n'est pas conservée le long de la ligne. Dans le cas où $\delta = \frac{\pi}{2}$, il est même possible de montrer que la ligne fournit de l'énergie réactive à la fois à l'alternateur et au réseau. La ligne constitue un quadripôle dont on peut représenter le fonctionnement par les deux égalités vectorielles :

$$\vec{U}_r = \vec{U} \cos \Phi - jZ \sin \Phi \vec{I},$$

$$\vec{U} = \vec{U}_r \cos \Phi + jZ \sin \Phi \vec{I}_r.$$

On en déduit une relation entre les puissances réactives P_{ra} à l'alternateur et au réseau, P_{rr} :

$$(2) \quad \frac{U^2}{Z} \cotg \Phi - P_{ra} = \frac{U_r^2}{Z} \cotg \Phi + P_{rr}.$$

Nous avons choisi sur le diagramme (*fig. 28*) une puissance active égale à la puissance caractéristique $\frac{U_r^2}{Z}$. Un mode de transport intéressant est celui qui correspond au régime caractéristique. Dans ce cas, $U = U_r$ et l'angle \vec{U} , $\vec{U}_r = \Phi$. Ce régime est représenté en traits mixtes sur la *figure 28*. La tension et l'intensité au générateur sont alors en phase et $P_{ra} = 0$. De (2) on déduit, compte tenu de ce que $U = U_r$, que la tension et l'intensité au réseau sont également en phase ($P_{rr} = 0$). L'angle δ est alors supérieur à $\frac{\pi}{2}$ et des phénomènes d'instabilité apparaissent alors. Nous allons maintenant étudier ces derniers.

2. — OSCILLATIONS

En régime permanent, le couple résistant électrique de l'alternateur équilibre le couple moteur. Supposons qu'un écart de ce dernier impose à δ un écart $\Delta \delta$ au voisinage du point de fonctionnement. Il va lui correspondre une variation de la puissance fournie égale à :

$$(3) \quad \Delta P = \frac{EU \cos \delta}{X} \Delta \delta.$$

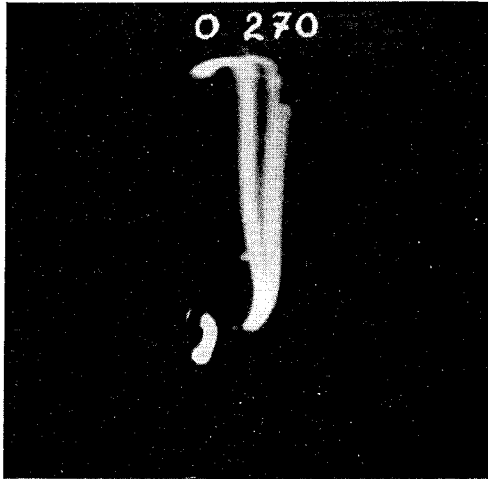


Fig. 29. — Décalages de la roue polaire pour un couplage direct au réseau

$P = 0 \text{ W}$ $\delta_i = 0^\circ$
 $P = 270 \text{ W}$ $\delta_i = 5^\circ$

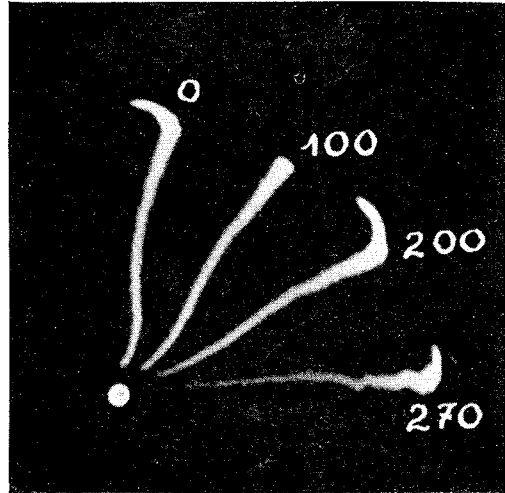


Fig. 30. — Décalages de la roue polaire pour un couplage au réseau par l'intermédiaire d'une ligne quart d'onde

$P = 0 \text{ W}$ $\delta = 0^\circ$ $P = 200 \text{ W}$ $\delta = 50^\circ$
 $P = 100 \text{ W}$ $\delta = 27^\circ$ $P = 270 \text{ W}$ $\delta = 78^\circ$

(Les puissances sont données par phase)

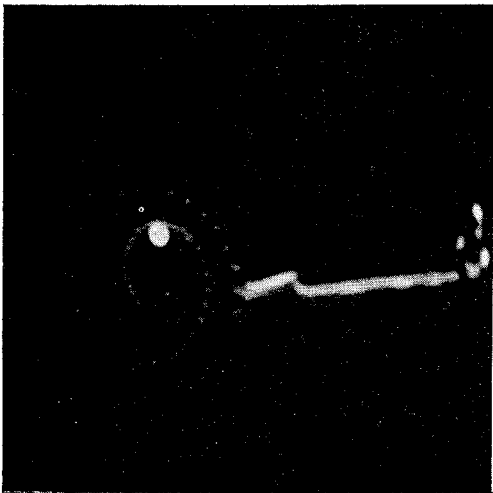


Fig. 31. — Variations de δ_i lors d'un couplage direct au réseau (ensuite brusque mise en charge)



Fig. 32. — Variations de δ lors d'un couplage au réseau par l'intermédiaire d'une ligne

Cette expression suggère l'analogie mécanique [23] formé par deux manivelles, l'une motrice, de longueur E, entraînant l'autre, de longueur U, à l'aide d'un ressort de flexibilité X. Rappelons que la flexibilité d'un ressort est le rapport de l'accroissement (dF) de la force qui lui est appliquée à l'accroissement de longueur (dl) qui en résulte :

$$\left(X = \frac{dF}{dl} \right).$$

Pour des longueurs électriques Φ comprises de zéro à $\arctg \frac{Z}{x}$, X croît, avec des valeurs supérieures à x . Cette augmentation se traduit dans le modèle mécanique par une flexibilité accrue du ressort. Les figures 29 et 30 illustrent ce fait en comparant les écarts de l'angle δ pour une même variation de puissance, avec et sans ligne de transmission. Dans la figure 29, l'angle δ varie peu avec la charge. Le couplage est bien plus lâche dans la figure 30, où l'angle δ subit des variations bien plus importantes avec les mêmes charges que précédemment.

Dans (3), l'écart de couple résistant qui correspond à l'écart de puissance ΔP , se comporte comme un couple de rappel dans la mesure où ΔP est positif, c'est-à-dire si δ est inférieur à $\frac{\pi}{2}$. Sinon, l'écart de couple résistant tend à accentuer le déséquilibre et le système est instable.

La figure 32 montre la nature approximativement pendulaire des oscillations que l'on peut observer. Pour un angle δ d'équilibre faible (fig. 31), le couple de rappel est élevé. Il en résulte une oscillation de faible amplitude et de courte période. Lorsque l'angle δ d'équilibre est élevé (fig. 32), l'oscillation a une forte amplitude et une longue période. Rappelons que dans l'oscillation pendulaire classique, l'amplitude de la première oscillation est inversement proportionnelle à la racine carrée du couple de rappel, de même que la période. Lorsque δ atteint $\frac{\pi}{2}$, ces deux grandeurs deviennent infinies, l'alternateur ne se maintient plus au synchronisme, il y a décrochage.

Ces résultats sont relatifs à l'application d'une perturbation impulsionnelle de couple moteur. Une perturbation du couple résistant, produite par l'intermédiaire de l'intensité d'excitation (donc, de E), donne des résultats identiques.

3. — RÉGIME CARACTÉRISTIQUE

Nous étudions maintenant le cas particulier très important du régime caractéristique. Les relations (1) et (3) montrent l'intérêt que présentent les tensions élevées. On est actuellement limité vers les hautes tensions par l'isolation, d'une part, mais surtout par l'effet couronne, d'autre part, ce qui nous conduit à étudier la répartition de la tension le long de la ligne.

La décomposition de la transmission en une somme de deux ondes progressives fournit un diagramme très simple (fig. 33). En un point quelconque de la ligne, à une distance électrique Φ du générateur, la tension U et l'intensité I sont reliées à la tension U_g et à l'intensité I_g au générateur par le diagramme (fig. 33).

Il est aisé de se rendre compte sur ce diagramme que la tension, en certains points de la ligne, sera toujours plus élevée qu'au générateur, si ce dernier absorbe de la puissance réactive ($\varphi < 0$). C'est malheureusement dans ce cas que le décalage angulaire δ

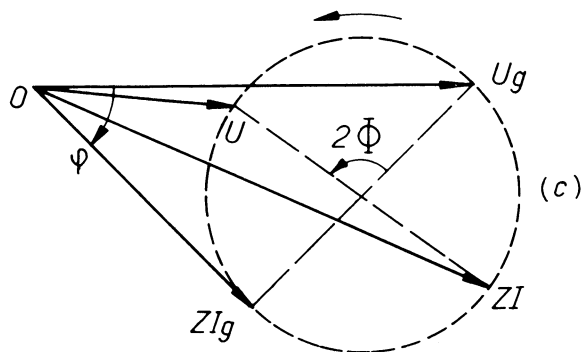


Fig. 33

est faible (fig. 28). Par ailleurs, il est évident que si les extrémités des vecteurs \vec{U}_g et $Z\vec{I}_g$ sont confondues, le cercle (c) (fig. 33) se réduit à un point, et l'amplitude de la tension reste la même le long de la ligne. C'est le régime caractéristique.

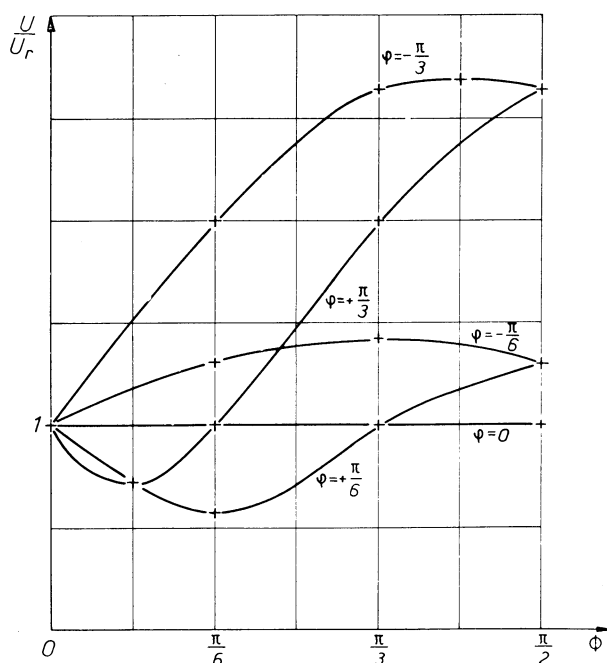


Fig. 34

Lorsque l'on se fixe une tension maximum de fonctionnement, ce régime est celui qui autorise le plus faible décalage angulaire δ possible pour transmettre la puissance caractéristique. Cette dernière vaut $\frac{U_r^2}{Z}$.

L'uniformité de la tension et l'absence d'échanges réactifs en tous les points de la ligne constituent déjà de gros avantages. Nous verrons que ce régime est également

privilegié du point de vue du rendement lorsque l'on considère les lignes réelles qui ont naturellement des pertes.

A titre d'indication, nous donnons (*fig. 34*) l'allure de la répartition de la tension le long de la ligne dans le cas où la puissance transportée est égale à la puissance caractéristique. Le paramètre est le déphasage φ tension-courant au générateur. La répartition est donnée par l'expression :

$$U = \frac{U_r}{\cos \varphi} \sqrt{\cos(\Phi_e + \varphi)^2 + \sin^2 \Phi_e};$$

Φ_e est la longueur électrique entre le réseau et le point considéré (Φ pour la ligne complète).

Au régime caractéristique :

$$\operatorname{tg} \delta_i = \frac{x}{Z} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \delta_i = \operatorname{tg} \Phi.$$

En appelant δ_i la valeur de δ pour ce régime, on obtient :

$$\delta = \Phi + \operatorname{arctg} \frac{x}{Z};$$

$\frac{x}{Z}$ est de l'ordre de l'unité. Il suffit d'un angle Φ voisin de 45° (750 km), pour atteindre la limite de stabilité à 50 Hz, c'est-à-dire un angle δ égal à $\frac{\pi}{2}$. En diminuant la fréquence de fonctionnement, on diminue également l'angle électrique Φ proportionnellement. A la limite, on a proposé le courant continu pour les longues transmissions.

Si l'on veut fonctionner au régime caractéristique et qu'un angle δ_i supérieur à 90° soit alors nécessaire, il faut songer à recourir à la stabilité artificielle. On cherche à obtenir un couple de rappel $\frac{\partial P}{\partial \delta}$ positif. Au régime choisi, la tension U est partout égale à U_r . Le seul facteur susceptible d'être modifié de façon continue dans (1) est la f.e.m. E . Si l'on rend E artificiellement fonction de δ , l'expression de la puissance synchronisante (3) devient :

$$P_s = \frac{\partial P}{\partial \delta} \Delta \delta = \left(\frac{EU}{X} \cos \delta + \frac{\partial E U}{\partial \delta} \frac{1}{X} \sin \delta \right) \Delta \delta.$$

On imagine qu'il soit alors possible de reporter à une limite supérieure à $\frac{\pi}{2}$ la valeur de δ qui donne l'instabilité. Les considérations classiques au sujet de la stabilité transitoire suggèrent ce remède.

4. — RÉGIME TRANSITOIRE

La constante de temps de l'enroulement d'excitation d'un alternateur est, pour les machines de grande puissance, très élevée (plusieurs secondes), vis-à-vis des autres constantes de temps. Dans ces conditions, lors d'une perturbation brutale, on peut considérer le flux constant dans le pôle inducteur. En supposant nuls les flux de fuites, le flux, selon l'axe direct, est proportionnel à $U \cos \delta$. Si l'alternateur est relié directement à un réseau de grande puissance, la constance du flux implique la constance de δ . La stabilité est totale et assurée pour tous les régimes.

Dans la réalité, l'existence de fuites provoque une nouvelle limite de stabilité, qualifiée de transitoire. Cet angle limite est, de toute façon, supérieur à l'angle limite envisagé précédemment. La *figure 35* montre qu'il est possible d'obtenir un angle de décalage angulaire instantané bien supérieur à la limite statique. Dans les limites de ce nouvel angle extrême, l'alternateur réagit spontanément d'une façon favorable à la stabilité, dans la mesure où la perturbation est brutale. Le phénomène s'explique aisément par l'action de l'excitatrice dont le débit tend continuellement à compenser les variations de flux dues aux courants induits dans le stator. Cette action est possible à cause de la faible constante de temps de l'excitatrice devant celle de l'enroulement rotorique de l'alternateur. Ce fait tient à ce que l'excitatrice a une puissance faible (de l'ordre

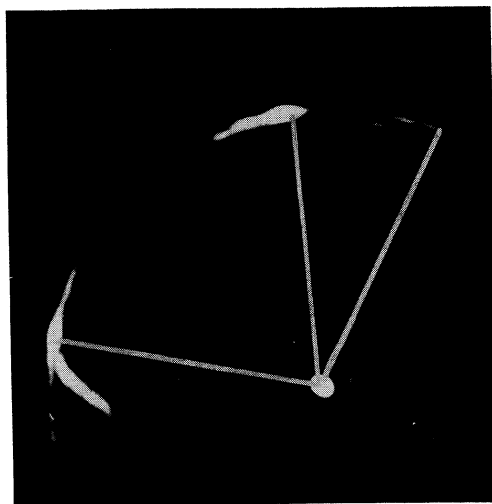


Fig. 35. — Angle δ maximum obtenu en chargeant brutalement la machine par l'intermédiaire de la ligne (La limite statique est au point blanc sur la trace)

de 1 %) par rapport à celle de l'alternateur. On peut donc déjà espérer pouvoir neutraliser des perturbations de plus en plus lentes, en aidant l'excitatrice par un dispositif convenable.

On aurait pu songer à agir sur le couple moteur plutôt que sur l'excitation. Deux remarques nous en dissuadent. Tout d'abord, l'instabilité est d'origine électrique; elle tient au changement de signe du couple synchronisant. Aussi, on peut penser que le réglage à l'aide d'organes mécaniques manquerait de promptitude, d'autant plus que dans le cas des transports d'énergie à longue distance, il s'agit de groupes hydrauliques. Ensuite, le couple moteur est déjà muni de régulateurs pour tenir constante la vitesse. L'équipement deviendrait très complexe et il semble préférable de séparer les fonctions de réglage.

5. — RÉGLAGE

Nous allons tout d'abord envisager la variation des différentes grandeurs intéressantes du système, pour de petits écarts du fonctionnement au voisinage du régime caractéristique. Ces écarts peuvent provenir de l'excitation, le couple moteur étant supposé constant; ou du couple moteur, l'excitation restant constante. Il est aisé

de faire apparaître ces variations en fonction de l'écart $\Delta \delta$ de la roue polaire. Dans les deux cas, elles s'explicitent :

— tension aux bornes de l'alternateur :

$$\frac{\Delta U}{U} = -\frac{x \sin \Phi}{X} \Delta \delta;$$

— intensité aux bornes de l'alternateur :

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{Z \cos \Phi}{X} \Delta \delta;$$

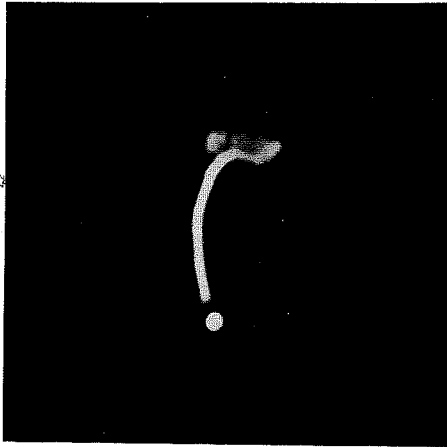


Fig. 36. — Phase de l'intensité au générateur relié au réseau par une ligne quart d'onde lorsque la charge varie et finalement lorsque la machine décroche

— déphasage entre la tension U et la roue polaire (décalage interne) :

$$\Delta \delta_i = \frac{x \cos \Phi}{X} \Delta \delta;$$

— déphasage entre l'intensité I et la roue polaire :

$$\Delta \theta_i = \frac{Z \sin \Phi}{X} \Delta \delta;$$

— déphasage tension-intensité (U - I) aux bornes de l'alternateur :

$$\Delta \varphi = \frac{-x \cos \Phi + Z \sin \Phi}{X} \Delta \delta;$$

— déphasage de la tension aux deux extrémités de la ligne :

$$\Delta \delta_l = \frac{Z \sin \Phi}{X} \Delta \delta.$$

Lorsque la longueur électrique Φ croît, les deux variables I et δ_i sont de moins en moins sensibles aux variations de δ . La *figure* 36 souligne l'invariance de la phase

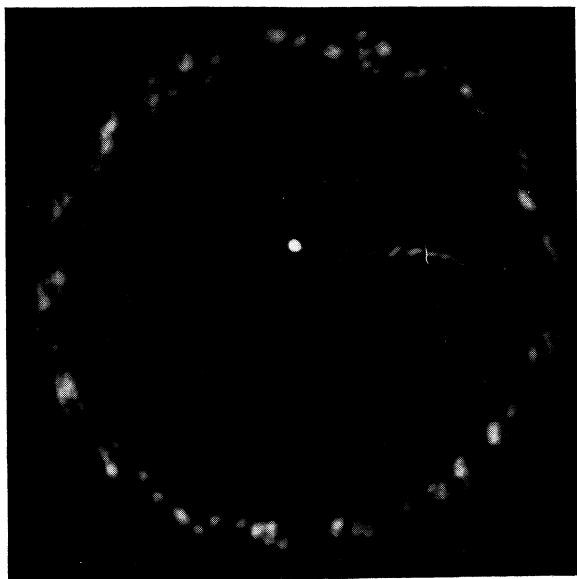


Fig. 37. — Angle δ



Fig. 38. — Angle φ

lors d'un décrochage de l'alternateur
relié au réseau par l'intermédiaire de la ligne

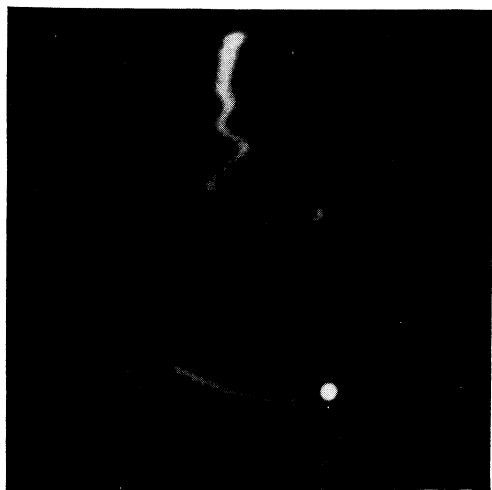


Fig. 39. — Angle δ

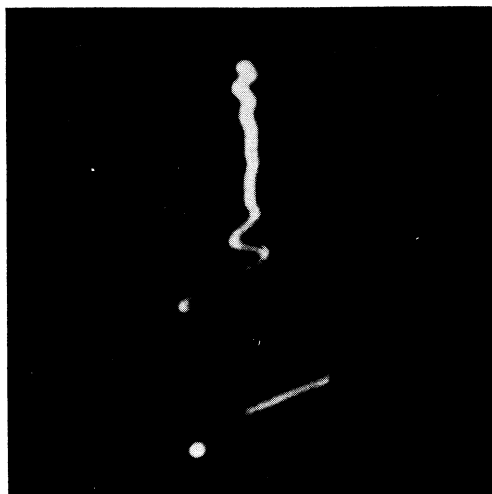


Fig. 40. — Angle φ

Oscillations observées
lorsqu'on applique brutalement la pleine charge par l'intermédiaire de la ligne

de l'intensité I lorsque $\Phi = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire dans le cas d'une ligne quart d'onde. Dans ce cas, à une tension constante à une extrémité correspond une intensité constante à l'autre. De même, le décalage interne δ_i , pour $\Phi = \frac{\pi}{2}$, reste invariable, ce qui signifie que la tension aux bornes de l'alternateur est synchronisée avec la position du rotor. C'est là une différence essentielle avec le fonctionnement direct sur un réseau. Les variables en $\sin \Phi$, par contre, sont de plus en plus sensibles lorsque Φ croît. La tension est une variable que l'on utilise couramment pour asservir l'excitation. L'angle θ_i est difficile à atteindre car il faut repérer la position de la roue polaire. Les angles δ et δ_i sont difficilement utilisables, tout d'abord parce qu'ils font intervenir la position de la roue polaire, et surtout parce que leur connaissance nécessite une télémessure à l'autre extrémité de la ligne.

La variable φ présente les avantages suivants :

- a) cette variable est un angle. Sa détection n'altère pas sa valeur absolue; aussi, le seuil utilisable est-il bien meilleur que le seuil de tension, par exemple;
- b) elle est très sensible aux discontinuités que l'on considère dans la stabilité dynamique.

Cette dernière concerne les perturbations de structure du système de transmission (coupure, mise en court-circuit...). Ces perturbations sont génératrices d'énergie réactive à laquelle la variable φ est naturellement très sensible. Elles interviennent vis-à-vis de la stabilité, par les oscillations de grande amplitude qu'elles peuvent provoquer. Au cours de ces dernières, une zone de fonctionnement instable peut être atteinte et le décrochage se produire.

Par contre, il est commode de se servir de la phase seulement lorsque la ligne a une longueur suffisante. En effet, si Φ est voisin de $\arctg \frac{x}{Z}$, φ varie très peu. x étant de l'ordre de grandeur de Z , cette zone de fonctionnement est voisine de la limite statique de stabilité ($\delta = \frac{\pi}{2}$). Dans ce cas, l'utilisation d'un régulateur de tension partiellement corrigé résout le problème. KRON [24] a réalisé de tels fonctionnements à la limite de stabilité de l'alternateur utilisé. Les figures 37, 38, 39 et 40 montrent l'analogie des variables δ et φ , dans le cas d'une ligne quart d'onde, en régime permanent ou oscillant. On se servira de φ pour asservir l'excitation (donc, E). Cette action sera d'autant plus efficace que $\sin \delta$ sera plus voisin de l'unité. Pour des angles δ très grands, on peut envisager une action supplémentaire selon l'axe transversal, ce qui reviendrait à déplacer transitoirement l'axe du pôle, pour maintenir la stabilité.

Lorsque δ dépasse la valeur π , on retombe dans une zone stabilité. Mais pratiquement, les valeurs très élevées de δ (approchant π), ne présentent guère d'intérêt, une exploitation économique dans de telles conditions s'avérant pratiquement impossible à cause des pertes le long de la ligne.

6. — INFLUENCE DES PERTES

La perdittance des lignes réelles est très faible. Par contre, la résistance des lignes ne peut être négligée lorsque la longueur devient appréciable. On en déduit immédiatement l'intérêt du fonctionnement à la tension la plus élevée possible. Nous allons

montrer que le régime caractéristique est optimum au point de vue du rendement de la transmission.

Appelons u_1 et u_2 l'amplitude des deux ondes progressives de tension composant la transmission, à l'extrémité de la ligne reliée au réseau. A l'extrémité connectée au générateur, ces amplitudes deviennent :

$$u_{G_1} = u_1 e^{\rho l},$$

$$u_{G_2} = u_2 e^{-\rho l}.$$

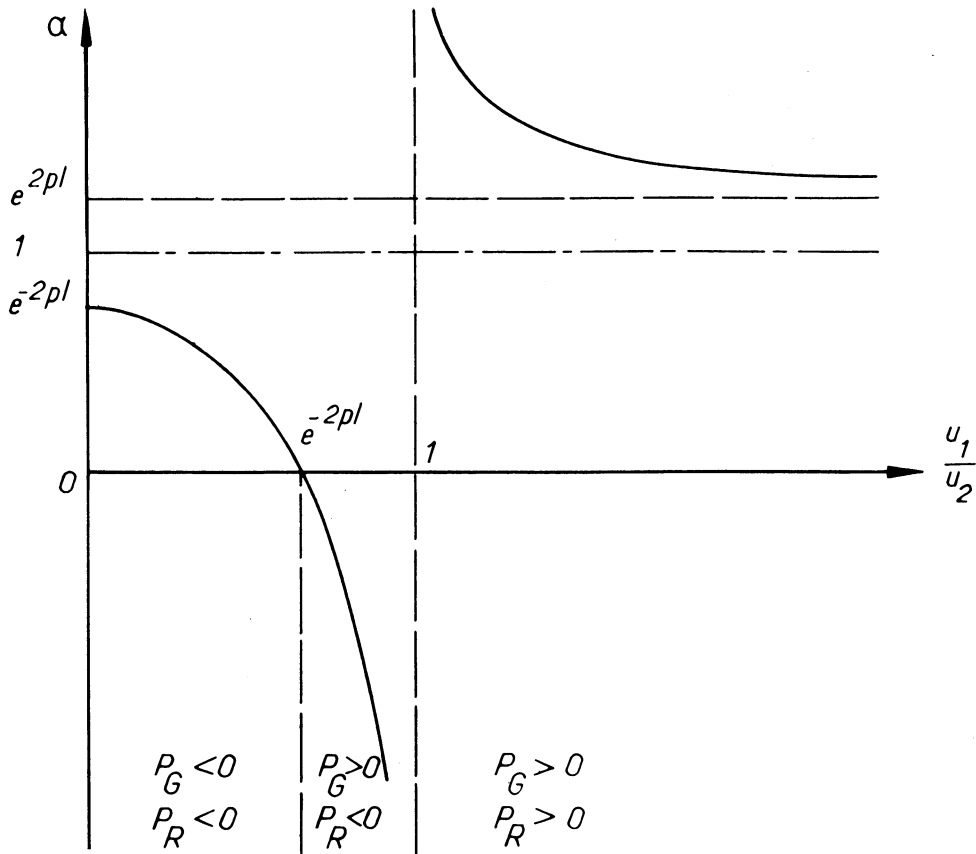


Fig. 41

p est une constante réelle, qui représente l'affaiblissement des ondes, à cause des pertes par effet JOULE, le long de la ligne;

l est la longueur de la ligne.

Écrivons le rapport α de la puissance donnée par le générateur à la puissance reçue par le réseau :

$$\alpha = \frac{u_1^2 e^{2\rho l} - u_2^2 e^{-2\rho l}}{u_1^2 - u_2^2} = \frac{\left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 e^{2\rho l} - e^{-2\rho l}}{\left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 - 1}.$$

Traçons la courbe qui représente la variation de α en fonction de $\frac{u_1}{u_2}$ (fig. 41). Le rapport α est optimum pour $\frac{u_1}{u_2} = 0$ ou égal à l'infini, c'est-à-dire pour $u_1 = 0$ ou

$u_2 = 0$. Dans les deux cas, on obtient un régime à ondes progressives. Pour le premier ($u_1 = 0$), l'onde progressive est dirigée vers le générateur. Celui-ci fonctionne alors en moteur. La puissance P_G qu'il fournit est négative, de même que la puissance P_r absorbée par le réseau.

L'autre régime ($u_2 = 0$) est celui qui nous intéresse. Il correspond au régime caractéristique déjà envisagé. Le générateur fournit une puissance P_G , le réseau reçoit la puissance $P_G \cdot e^{-2pt}$.

Lorsque $e^{-2pt} < \frac{u_1}{u_2} < 1$, le réseau et le générateur fournissent de l'énergie que la ligne dépense par effet JOULE.

Dans le cas limite d'une ligne sans pertes, la courbe se réduit à une droite d'ordonnée unité.

7. — INFLUENCE DES POLES SAILLANTS

Lorsque le générateur contient un rotor à pôles saillants, un terme supplémentaire s'introduit dans les expressions que nous avons considérées. En particulier, la formule (1) devient :

$$P = \frac{EU \sin \delta}{X_d} + (x_d - x_q) \frac{U_r^2 \sin \delta \cos \delta}{X_d X_q},$$

avec :

$$X_d = x_d \cos \Phi + Z \sin \Phi,$$

$$X_q = x_q \cos \Phi + Z \sin \Phi;$$

x_d et x_q sont les impédances internes de la machine selon l'axe des pôles (direct) et l'axe interpolaire (transverse).

Lorsque $x_d = x_q$, on obtient le cas des rotors lisses.

L'influence la plus marquante des pôles saillants dans les problèmes de stabilité est de diminuer très appréciablement la limite de stabilité. Il est courant que cette dernière soit ramenée à des valeurs de l'ordre de 70° (voir la courbe P_1 , fig. 54, chap. III-3).

Il serait donc avantageux, du point de vue de la stabilité, de concevoir des alternateurs hydrauliques (donc, à faible vitesse) qui se rapprocheraient de la structure à rotor lisse. De telles réalisations ne sont pas économiquement prohibées *a priori*.

Cependant, dans le cadre de cette étude, nous nous sommes fixés comme condition d'utiliser le seul matériel existant. La seule action que nous nous permettions concerne la partie basse puissance de la chaîne de réglage des excitations. Nous nous proposons de montrer qu'une telle stabilisation est possible.

CHAPITRE II

SIMILITUDE

Une transmission d'énergie à longue distance est composée :

- d'un générateur, qui comprend un moteur mécanique accouplé à un alternateur triphasé;
- d'un transformateur élévateur de tension;
- d'une ligne de transmission;
- d'un réseau récepteur de grande puissance par rapport au générateur.

Nous avons établi un modèle réduit d'un tel système. Nous décrivons dans ce chapitre les différents éléments du modèle en fixant particulièrement notre attention sur le respect de la similitude.

Le problème étudié étant relatif à une question de stabilité, c'est seulement dans cette perspective que nous envisagerons la similitude. Cette dernière est difficile à réaliser pour des raisons pratiques. Nous devons utiliser des machines existantes, qui n'ont pas été conçues pour cette utilisation.

La similitude idéale serait telle que le déterminant caractéristique du système représentatif du modèle ait les mêmes racines que le déterminant relatif au réseau réel. Ce qui entraîne tout d'abord l'égalité des impédances relatives et des constantes de temps des deux systèmes, si l'on adopte la même unité de temps. C'est notre cas, à cause de l'alternateur qui nous est imposé, et du réseau de grande puissance, qui est constitué par le secteur (120 V-50 Hz).

En ce qui concerne l'échelle de temps, il faut d'ailleurs remarquer que si l'on choisit une échelle de temps plus courte, la construction des transformateurs et des lignes artificielles est simplifiée. Par contre, l'observation des oscillations rotoriques est moins précise parce que leur période est diminuée. Nous pensons que même dans le cas où l'on ne dispose d'emblée d'aucun matériel, on ne doit pas obligatoirement s'orienter vers les courtes échelles de temps lorsque l'on se propose d'étudier les régimes transitoires des machines tournantes. Le microréseau de l'Électricité de France [9] a été établi avec l'échelle de temps réel. Par contre, une table à calcul [25], destinée à l'étude des régimes permanents, est avantageusement construite pour fonctionner à des fréquences plus élevées (500 Hz, par exemple).

Le facteur déterminant de la similitude est la caractéristique à vide de l'alternateur. Les caractéristiques à vide du modèle réduit et du modèle réel sont essentiellement de formes différentes. La seule possibilité est d'amener les deux caractéristiques réduites à être tangentes au voisinage du point de fonctionnement. L'échelle du modèle réduit sera ainsi fixée. Cette limitation très grande est cependant valable puisqu'une

étude de stabilité dépend essentiellement des petites oscillations que peut effectuer le système, une fois stabilisé, autour de son point d'équilibre. Par contre, lorsque les variables subiront de grands écarts autour du point d'équilibre, l'étude ne pourra être qu'approximative.

A. — **Alternateur.**

1. — **COUPLE MOTEUR**

Nous avons cherché à donner au groupe générateur une caractéristique couple vitesse [C (N)] qui se rapproche de celle d'une turbine FRANCIS. Le moteur à courant

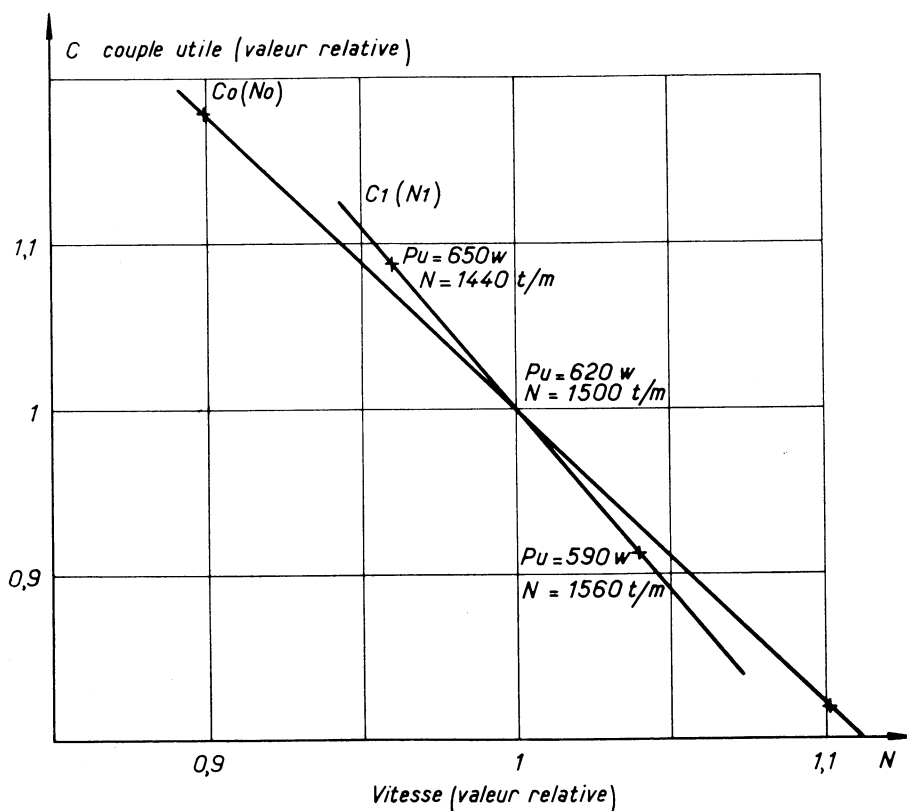


Fig. 42

continu dont nous disposons est à excitation indépendante. Sa caractéristique C (N) est plus inclinée que celle d'une turbine. Nous pouvons nous rapprocher de cette dernière en intercalant en série avec l'induit une résistance. C'est possible, car nous verrons que le groupe doit fonctionner à faible puissance.

Sur la *figure 42*, $C_0(N_0)$ représente la caractéristique réduite d'un groupe de Génissiat [9]. Compte tenu du fait que nous disposons du courant continu sous une tension de 120 V, la caractéristique réduite optimum que nous avons pu obtenir pour le modèle est $C_1(N_1)$ (*fig. 42*). Elle a été tracée à partir d'un essai sur résistance pure, reproduisant les conditions normales de charge.

Dans ces conditions, le couple C_1 correspond à la puissance utile de l'alternateur. En toute rigueur, il n'est pas correct de le comparer avec le couple utile de la turbine

réelle. Cependant, étant donné le rendement très élevé d'un alternateur de grande puissance (98 %), l'allure de la courbe n'est guère modifiée suivant que l'on considère la puissance utile de l'alternateur ou celle de la turbine. D'ailleurs, des variations fortuites de la tension d'alimentation du moteur nous ont permis de constater que le couple moteur intervenait peu dans l'étude de la stabilité.

2. — INERTIE

La similitude mécanique implique que les constantes d'inertie des modèles réel et réduit soient égales. Pour le modèle réel, nous choisissons un groupe d'une puissance de 70 MVA, d'une inertie de $3,375 \cdot 10^6$ kg/m², et qui tourne à une vitesse de 150 tr/mn, soit $\frac{150 \cdot 2 \pi}{60}$ rd/s (groupe de Génissiat).

La constante d'inertie correspondante vaut :

$$H_g = \frac{I \omega^2}{2P_a} = 6 \text{ s}$$

(I : inertie, ω : vitesse, P_a : puissance).

Les trois machines qui constituent le groupe que nous utilisons donnent une constante d'inertie globale de 3 s. Il importe donc de doubler l'énergie cinétique de notre modèle réduit. Nous disposons d'un volant dont l'inertie est de 0,75 kg/m². Nous le relierons à l'aide de courroies au groupe par l'intermédiaire de poulies, dont les diamètres sont dans un rapport tel que sa vitesse N_v vérifie l'égalité :

$$\frac{I_v \cdot \omega_v^2}{2 \cdot P_m} = 3 \text{ s} \quad \left(N_v = \frac{60 \cdot \omega_v}{2 \pi} \right).$$

La puissance du modèle réduit vaut 620 VA (P_m). La vitesse de rotation du volant doit être de $N_v = 670$ tr/mn.

3. — CARACTÉRISTIQUE A VIDE

La caractéristique non linéaire $E(i)$, qui relie la force électromotrice E à vide de l'alternateur au courant inducteur (elle représente l'induction mutuelle rotor-stator à une constante près), peut être assimilée, pour de petites oscillations du système autour d'un point, à la tangente en ce point. Pour que les deux systèmes, réel et réduit, se comportent de la même façon, il faut donc que leurs caractéristiques réduites $E(i)$ soient tangentes dans la zone de fonctionnement. C'est ce que nous avons réalisé (*fig. 43*). Nous avons indiqué le diagramme de fonctionnement en charge pour le régime caractéristique, de l'alternateur réel. Une fois la similitude réalisée, ce diagramme, utilisé avec des valeurs réduites, est valable pour le modèle réduit.

L'échelle ainsi fixée nous oblige à fonctionner avec une basse tension de 85 V au lieu de 127 V, tension normale par phase de l'alternateur. Aussi, la puissance normale de 1,9 kVA a-t-elle été ramenée à 620 VA. Ces considérations fixent :

- la tension de référence : 85 V;
- l'intensité de référence : $\frac{620}{3 \cdot 85} = 2,45$ A;
- l'impédance de référence : $\frac{85}{2,45} = 35 \Omega$.

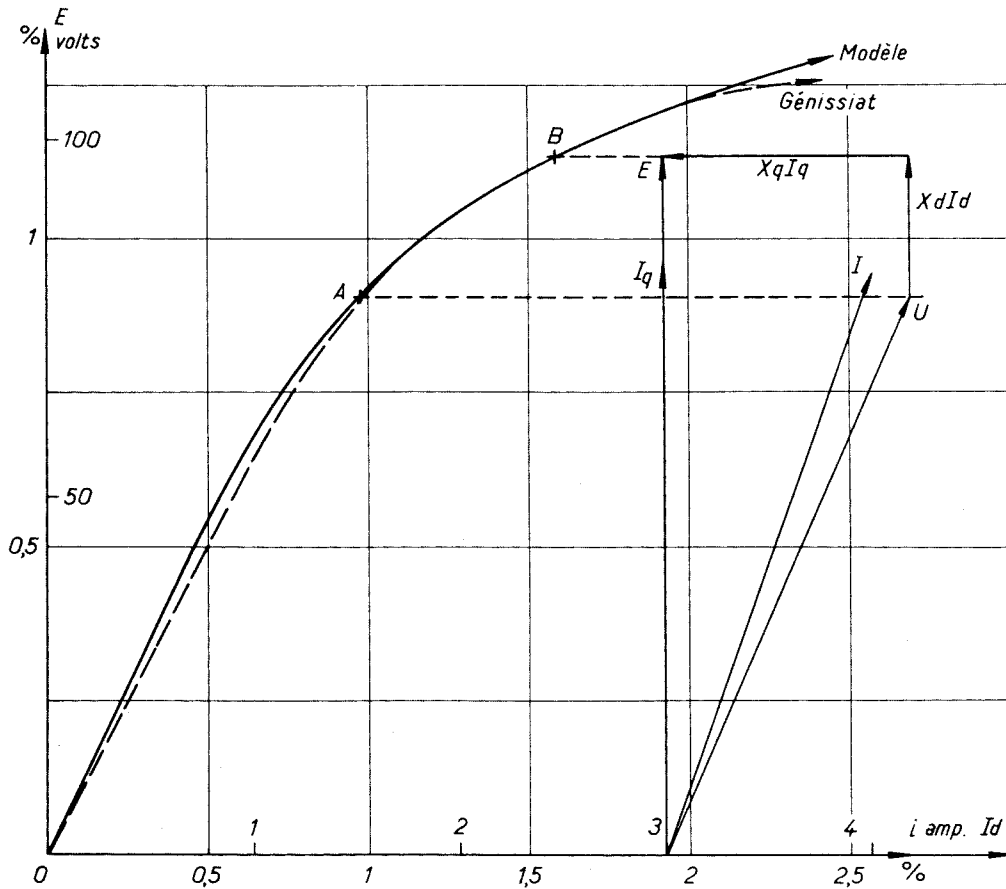


Fig. 43

4. — IMPÉDANCES

Nous devons réaliser l'égalité de cinq variables réduites :

- les mutuelles inductances stator-rotor ... $\left\{ \begin{array}{l} \text{longitudinale : } x_{ad}, \\ \text{transversale : } x_{aq}; \end{array} \right.$
- les impédances de fuites $\left\{ \begin{array}{l} \text{statorique : } x_b, \\ \text{rotorique : } x_{ff}; \end{array} \right.$
- la constante de temps de l'enroulement rotorique : T_{d_0} .

Nous nous occuperons tout d'abord des quatre premières variables.

Pour le modèle réduit, un essai de glissement a donné la réactance longitudinale et la réactance transversale :

$$x_{d_m} = 21 \Omega,$$

$$x_{q_m} = 11 \Omega.$$

Deux essais, un à vide et un en court-circuit, dans lesquels on a court-circuité brusquement l'inducteur, nous ont donné les constantes de temps transitoires longitudinales $T'_{d_{0m}}$ à circuit ouvert et T'_{d_m} en court-circuit :

$$T'_{d_{0m}} = 0,54 \text{ s},$$

$$T'_{d_m} = 0,10 \text{ s}.$$

On déduit de ces valeurs la réactance transitoire longitudinale :

$$x'_{d_m} = \frac{T'_{d_m}}{T'_{d_{0m}}} \cdot x_d = 3,9 \Omega.$$

Pour le modèle réel :

$$\left. \begin{array}{l} x_d = 0,694 \\ x_q = 0,434 \\ x'_d = 0,213 \end{array} \right\} \text{ en valeurs relatives.}$$

Ramenées à l'impédance de référence choisie (35 Ω), ces valeurs deviennent :

$$x_{d_G} = 24,3 \Omega,$$

$$x_{q_G} = 15,2 \Omega,$$

$$x'_{d_G} = 7,5 \Omega.$$

Lors du choix de l'échelle de la caractéristique à vide, nous disposons d'une certaine marge pour rendre tangentes les deux caractéristiques. Nous nous sommes efforcés alors de rendre $x_{d_G} - x_{d_m}$ et $x_{q_G} - x_{q_m}$ aussi voisins que possible, en choisissant convenablement l'impédance de référence. Il se trouve également un fait très favorable, c'est que $x'_{d_G} - x'_{d_m}$ est du même ordre que les différences précédentes, si bien que l'on peut réaliser la similitude d'une façon très simple.

En effet, les diverses impédances considérées sont liées par les relations :

$$x_d = x_l + x_{ad},$$

$$x_q = x_l + x_{ad},$$

$$x'_d = x_l + \frac{x_{ad} x_{ff}}{x_{ad} + x_{ff}}.$$

Pour annuler les différences $x_{d_G} - x_{d_m}$, ..., il suffit d'augmenter de cette différence l'impédance de fuites x_l , ce qui revient tout simplement à mettre en série avec chaque

phase une impédance d'une valeur égale à la différence $x_{dG} - x_{dM}$. Cette valeur est fixée à $3,5 \Omega$, ce qui correspond à une self-inductance de 11 mH à 50 Hz .

En remarquant que l'échelle adoptée pour la caractéristique à vide implique l'égalité des inductances mutuelles réduites x_{ad} , nous pouvons conclure que la similitude est assurée également pour x_l , x_{aq} et x_f .

La correction effectuée est nécessitée par la nature même des constructions électriques, qui est telle que dans les petites machines la réactance de fuites statorique est relativement plus petite que dans les machines de grande puissance.

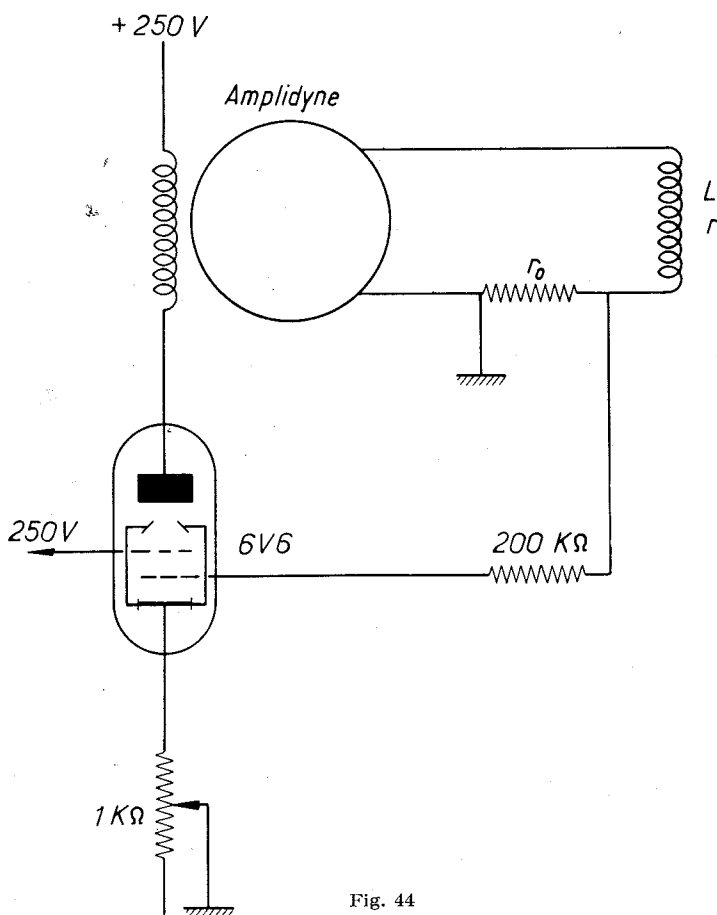


Fig. 44

Nous avons délibérément négligé la résistance statorique. Celle-ci, inférieure à 1Ω , est petite devant les réactances considérées. Aussi, bien qu'elle soit bien plus élevée relativement dans le modèle réduit, nous n'essayons pas de la compenser. Une telle compensation nécessiterait des générateurs alternatifs spéciaux qu'il faudrait placer en série avec les phases.

La plus grande difficulté consiste à réaliser l'équivalence des constantes de temps rotoriques. Notre machine a une constante de temps $T_{d0} = 0,54 \text{ s}$. Il faut porter cette valeur à 5 s . Nous avons établi une réaction sur l'amplidyne excitatrice, selon la figure 44.

Un amplificateur à un seul étage a pu suffire. Il a un gain de 6. L'amplidyne a un gain en tension de 1. L'enroulement rotorique de l'alternateur a une résistance de $2,7 \Omega$ (r_f). On utilise un shunt de résistance $r_0 = 0,48 \Omega$.

Si u_0 est la tension normale de l'amplidyne, le fonctionnement s'écrit :

$$u_0 + 6 r_0 I_f = (L_f p + r_f + r_0) I_f,$$

$$u_0 = [L_f p + (r_f - 5 r_0)] I_f.$$

La constante de temps $\frac{L_f}{r_f}$ est devenue $\frac{L_f}{r_f - 5 r_0}$.

On vérifie que :

$$\frac{r_f}{r_f - 5 r_0} = \frac{2,70}{0,30} = 9 \quad \text{et} \quad 9 \cdot 0,54 = 4,9 \text{ s.}$$

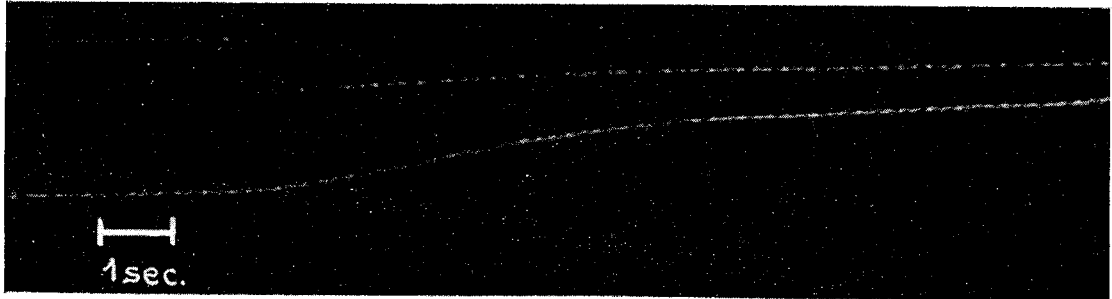


Fig. 45

On aperçoit ici la difficulté de la correction. La faiblesse de la résistance résultante ($r_f - 5 r_0$) rend la constante de temps très sensible aux résistances parasites (aux balais, par exemple). L'oscillogramme (*fig. 45*) montre la croissance du courant inducteur lors de l'application d'une tension constante à l'excitation de l'amplidyne.

	MODÈLE RÉEL		MODÈLE RÉDUIT	
	VALEURS RÉDUITES	VALEURS RÉELLES	VALEURS CORRIGÉES	VALEURS RÉDUITES
Puissance	3 . 1	1,9 kW	618 W	3 . 1
Tension aux bornes d'une phase	1	127 V	85 V	1
Intensité d'une phase..	1	5 A	2,45 A	1
Réactance directe	0,694	21 Ω	24,5 Ω	0,70
Réactance transverse ..	0,434	11 Ω	14,5 Ω	0,41
Réactance transitoire ..	0,213	3,9 Ω	7,4 Ω	0,21
Constante de temps rotorique.....	5	0,54 s	4,9 s	4,9
Constante d'inertie	6	3 s	6 s	6

Si le dispositif excitateur fonctionne isolément, la réaction que nous avons constituée accentue l'influence de l'hystérésis. Il en résulte un certain manque de précision. Cet ennui disparaît lorsque le système excitateur est entièrement asservi. Nous le verrons dans le prochain chapitre.

Enfin, nous n'avons pas tenu compte, dans ce qui précède, des constantes de temps de l'amplidyne. Celles-ci, de l'ordre de 0,1 s, sont négligeables devant celle de l'alternateur.

Nous donnons ci-contre un tableau résumant les caractéristiques que nous avons obtenues pour l'alternateur.

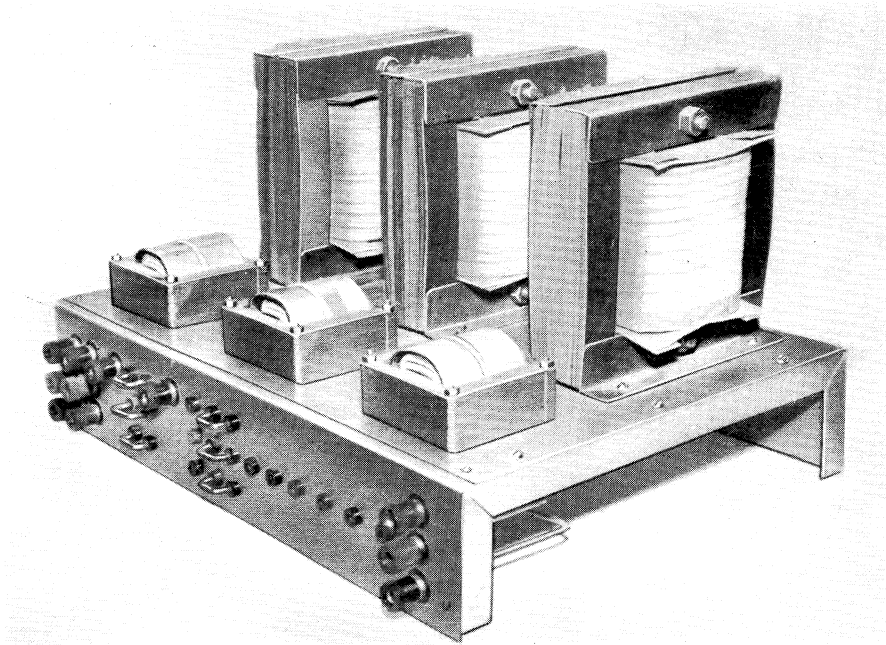


Fig. 46

B. — Transformateurs.

Remarquons tout d'abord que partout où il existe une liaison par inductance mutuelle, nous sommes libres du choix du rapport de transformation. Cette possibilité provient du fait que, dans le déterminant caractéristique, on peut multiplier une ligne par une constante sans modifier les racines.

Pour des raisons pratiques de construction, nous avons été amenés à choisir pour la ligne une impédance caractéristique de 54Ω , ce qui nécessite un rapport de transformation de $\sqrt{\frac{54}{35}} = 1,24$. Au régime caractéristique, l'extrémité de la ligne vers l'alternateur aura une tension de $1,24 \cdot 85 = 105 \text{ V}$. Dans le paragraphe suivant, nous verrons que l'affaiblissement d'une ligne de 1 000 km est de 15 %. La tension de la ligne côté réseau est donc de 90 V. A cette extrémité, il est nécessaire d'élever la tension à 120 V.

Nous avons réalisé ces liaisons à l'aide d'autotransformateurs disposés en série avec des self-inductances (fig. 46). En surdimensionnant les autotransformateurs on

obtient, d'une part, une intensité à vide de 2,5 % de l'intensité nominale, d'autre part, et c'est là le plus important, une tension de court-circuit de 0,1. Les résistances étant faibles, la réactance série équivalente est donc de 0,1 approximativement. Au régime caractéristique, les tensions d'entrée et de sortie sont déphasées de 5°.

Un premier groupe de trois autotransformateurs simule les transformateurs élévateurs de tension branchés au générateur. Un deuxième groupe d'autotransformateurs simule les transformateurs d'interconnexion.

C. — Ligne.

Dans les cas étudiés précédemment, les modèles réel et réduit étaient tous deux des éléments à constantes localisées. Ils étaient représentés par des systèmes d'équations de même forme. La similitude pouvait s'obtenir en assurant l'égalité des coefficients réduits des deux systèmes. Pour la ligne, nous voulons représenter un élément à constantes réparties par un élément à constantes localisées, la ligne artificielle. Dans ces conditions, l'obtention de la similitude du fonctionnement pour le régime permanent n'est pas un critère suffisant de similitude. Il faut, de plus, vérifier que cette similitude s'étend aux fréquences voisines de la fréquence nominale. Une fois cette propriété réalisée, la similitude est valable pour les phénomènes de petites oscillations, durant lesquels la fréquence varie peu. L'étude des phénomènes qui font intervenir de grands écarts de fréquence ne peut être que très approximative avec un tel modèle. Nous pensons, en particulier, à l'étude des courts-circuits.

La limitation que nous venons de nous fixer permet de ne considérer que des régimes équilibrés, pour lesquels la somme des intensités des trois phases est constamment nulle. En effet, un déséquilibre ne peut provenir que d'une modification de la structure du système, qui fait intervenir de grands écarts des variables. Il en résulte une grande simplification du point de vue de la construction de la ligne artificielle. Elle permet de considérer la ligne de transmission comme un ensemble de trois lignes monophasées indépendantes dont on connaît l'inductance et la capacité « industrielles » ainsi que l'amortissement.

Nous avons donc construit pour chaque phase une ligne artificielle qui, au régime caractéristique, retarde la phase de la tension du même angle que dans la ligne réelle et donne un amortissement identique. L'égalité des retards de phase est nécessitée par l'identité des échelles de temps. La dernière condition est que le module de l'impédance caractéristique ramené dans le circuit de l'alternateur vaille 35 Ω . Étant maîtres du rapport de transformation, nous avons une certaine liberté dans le choix des éléments de la ligne. Nous l'avons utilisée pour réaliser des caractéristiques réduites gain-fréquence et phase-fréquence tangentes au voisinage de 50 Hz, pour les deux systèmes, dans les conditions normales de marche. Nous préciserons ce point ultérieurement. Par ailleurs, les éléments devaient être aisément réalisables.

Nous prenons pour modèle réel un tronçon de ligne d'une longueur électrique de 20° (soit 333 km environ) et qui amortit une onde progressive de 5 %. L'impédance caractéristique Z a un argument de -6° à cause des pertes. Ces constantes correspondent

à des constantes kilométriques réduites (par rapport au module de l'impédance caractéristique) :

- résistance : $r = 0,26 \cdot 10^{-3}$;
- inductance : $l \omega_0 = 1,03 \cdot 10^{-3}$ } ($\omega_0 = 100 \pi$);
- capacitance : $c \omega_0 = 1,05 \cdot 10^{-3}$ }
- perditance : g est négligeable.

La constante de propagation correspondante est :

$$n = p + jq = 0,05 + j \frac{\pi}{9}.$$

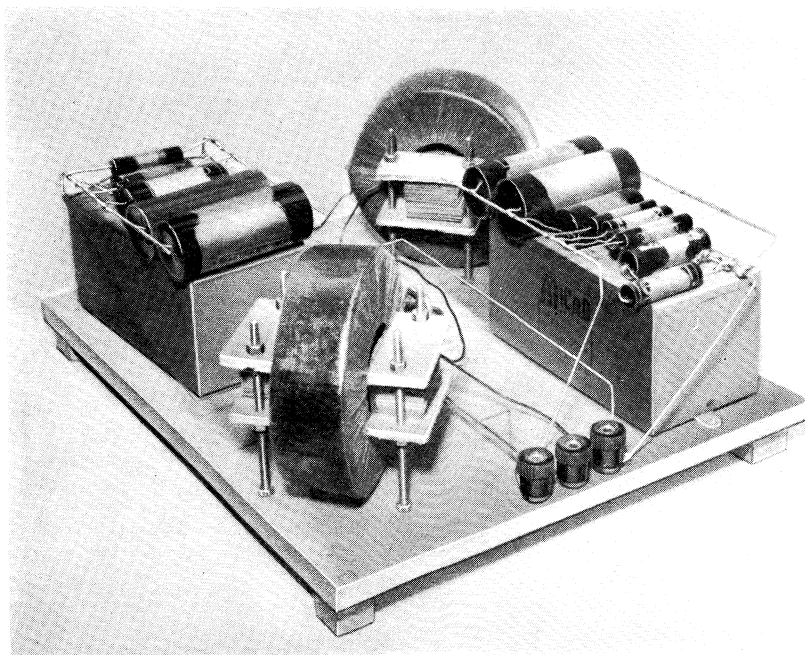


Fig. 47

L'élément de la ligne artificielle est un quadripôle en π . Appelons A l'impédance série du quadripôle et B une des admittances en dérivation. L'équivalence à 50 Hz nécessite l'égalité des coefficients des matrices transférence :

$$\begin{aligned} \operatorname{ch} n &= 1 + AB, \\ Z \operatorname{sh} n &= A, \\ \frac{1}{Z} \operatorname{sh} n &= AB^2 + 2B. \end{aligned}$$

Dans ces trois relations, deux seulement sont indépendantes. Nous choisissons :

$$\begin{aligned} A &= Z \operatorname{sh} n, \\ B &= \frac{1 \operatorname{ch} n - 1}{Z \operatorname{sh} n}. \end{aligned}$$

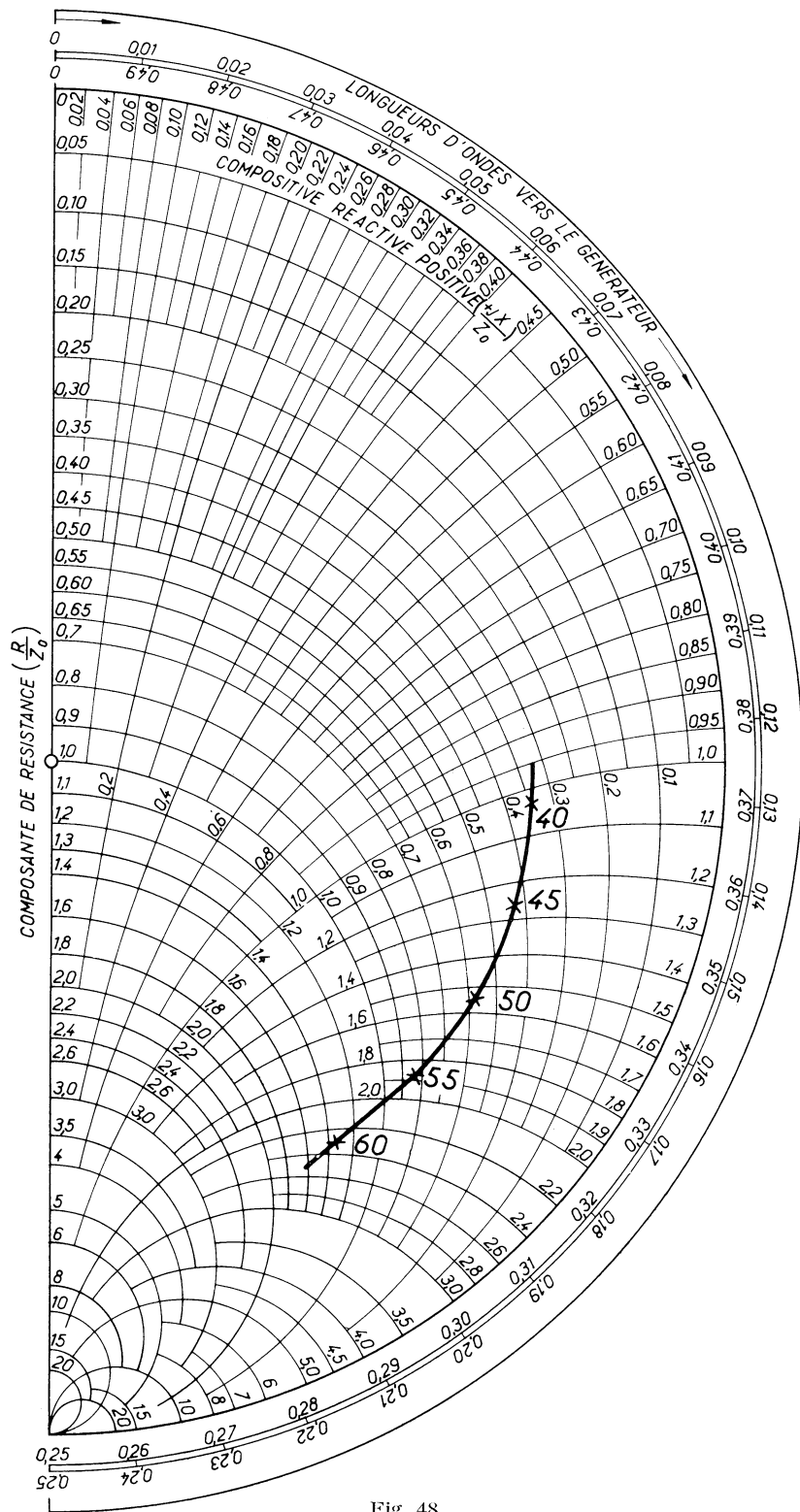


Fig. 48

Une impédance caractéristique de module égal à 54 Ω (argument de -6°) nous a permis de satisfaire les conditions posées plus haut. Nous en déduisons :

$$\left. \begin{aligned} A &= R + jL \omega = 3,32 + j 18,3 \\ B &= jC \omega = j 33 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \right\} \Omega,$$

d'où :

$$L = 58 \text{ mH},$$

$$C = 10,5 \text{ } \mu\text{F}.$$

Nous avons divisé l'inductance A en deux bobines de 29 mH et de 1,16 Ω de résistance. Elles comportent un noyau réglable qui a permis de les ajuster très précisément au pont de MAXWELL. Les capacités ont été ajustées à l'aide de petits éléments capacitifs disposés en parallèle, au pont de SAUTY.

La *figure 47* représente un élément.

Le réseau auquel une extrémité de la ligne est reliée est de très grande puissance par rapport à la puissance transmise, ce qui signifie que son impédance interne est pratiquement nulle et que sa tension est constante en amplitude et en phase. La superposition des états d'équilibre implique que tout écart de la tension de la ligne par le rapport à la tension du réseau soit réfléchi comme s'il rencontrait une impédance nulle au réseau. Les écarts possibles sont constitués par des oscillations de période lente (de l'ordre de la seconde). Ils se répartissent selon un spectre dont les fréquences sont très voisines de 50 Hz.

Aussi, nous avons cherché à rendre identiques les caractéristiques impédance-fréquence, au voisinage de 50 Hz, de la ligne réelle et de la ligne artificielle (trois éléments en série), lorsque l'extrémité est court-circuitée. Pour la ligne réelle, nous avons calculé, pour des fréquences voisines de 50 Hz, les constantes de propagation :

$$n = \sqrt{-1,08 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j 0,27 \frac{\omega}{\omega_0}}.$$

Le diagramme de SMITH (*fig. 48*) donne ensuite le résultat.

Pour la ligne artificielle nous avons comparé tension et intensité à une extrémité à l'aide d'un oscilloscope, l'autre extrémité étant court-circuitée. Un générateur basse fréquence délivrait la tension. Les diagrammes (*fig. 49* et *50*) donnent les courbes obtenues. Elles sont tangentes au voisinage de 50 Hz.

Pour trois tronçons de ligne nous avons également cherché expérimentalement les courbes de gain et de phase, en fonction de la fréquence, des tensions aux deux extrémités, lorsque la ligne est fermée sur son impédance caractéristique. Le résultat est le diagramme (*fig. 51*). La ligne artificielle voit son gain devenir très petit lorsque la fréquence atteint 300 Hz. C'est un facteur intéressant dans notre montage car il permet d'atténuer l'influence malencontreuse d'un important harmonique 7 dans l'alternateur.

Nous ajouterons encore une remarque : *figure 51*, la courbe en traits interrompus est relative à une ligne idéale de même déphasage et sans pertes. Lorsque la fréquence augmente, nous constatons un écart considérable entre les courbes relatives aux lignes

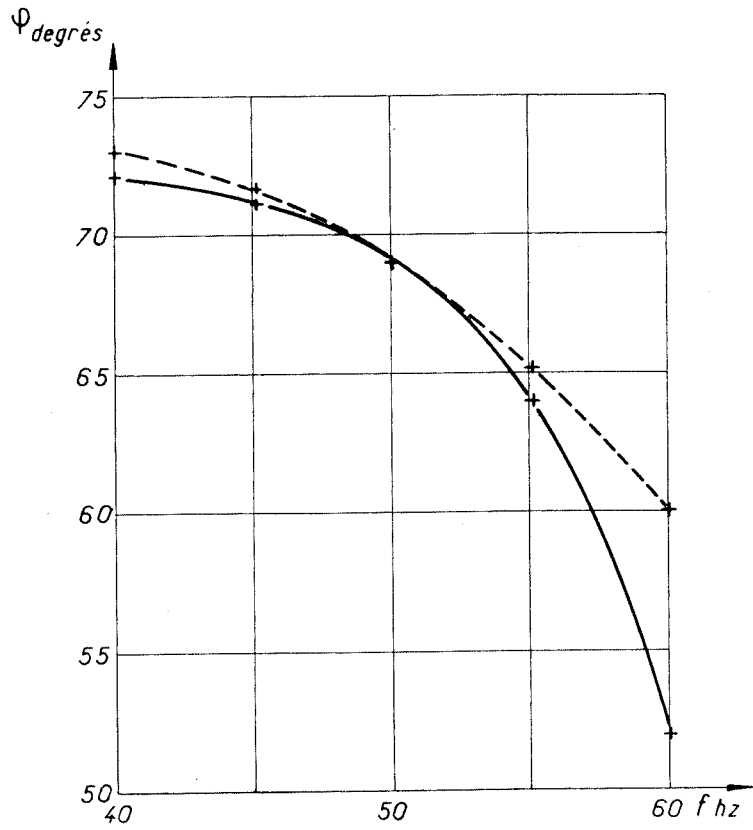


Fig. 49

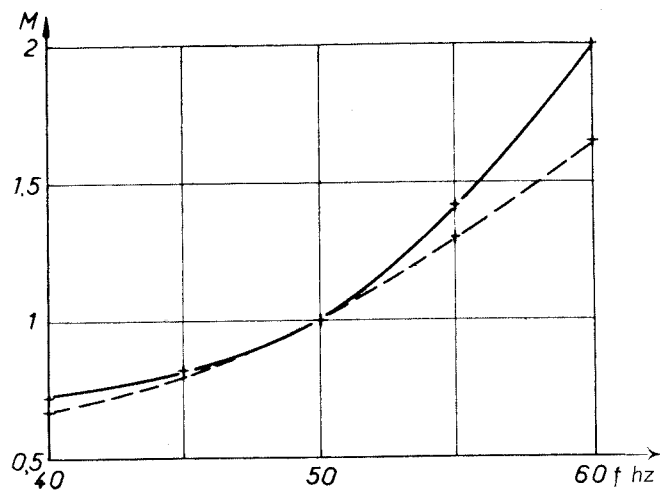


Fig. 50

idéale et artificielle. Ce phénomène tient à une différence considérable de nature entre ligne sans pertes et avec pertes (ou artificielle). La première, physiquement irréalisable, n'est pas à « minimum de phase » [26]; la seconde, au contraire, est à « minimum de phase ».

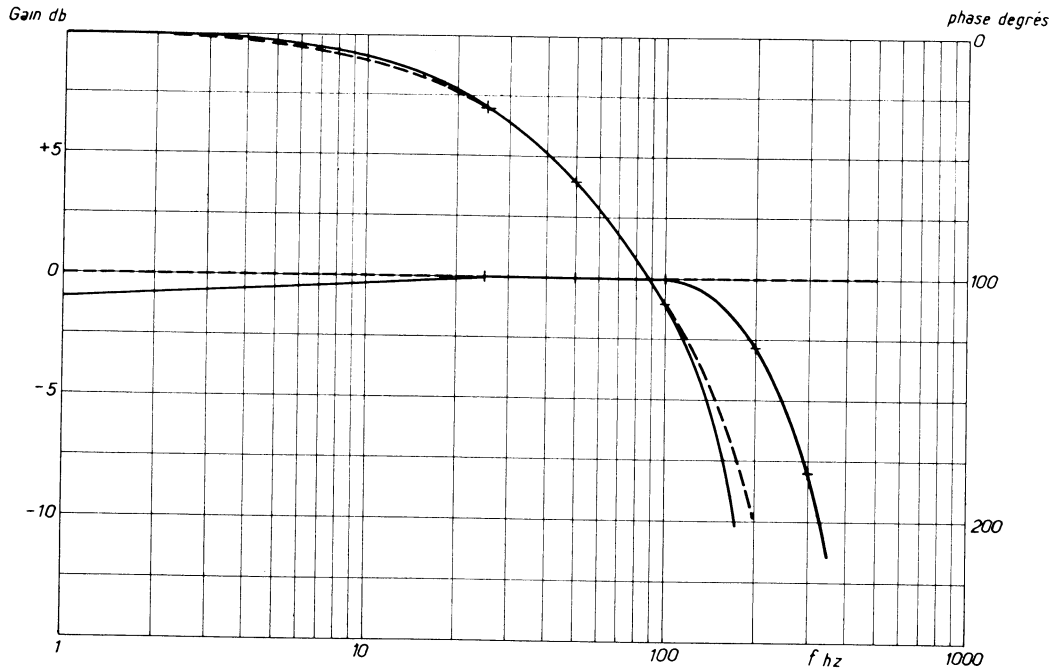


Fig. 51

On peut s'en rendre compte sur l'expression de son impédance de transfert, ou en la considérant comme la limite d'une série de quadripôles à constantes localisées. Il y a donc un danger à simplifier les problèmes à l'aide d'une ligne sans pertes, lorsque les phénomènes considérés mettent en jeu des fréquences qui s'écartent notablement de la fréquence nominale (dans les phénomènes transitoires, par exemple : ondes à front raide...).

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Nous considérons la transmission décrite dans le chapitre précédent :

- un alternateur;
- une ligne triphasée de 1 000 km fictifs;
- les transformateurs d'extrémité.

Précisons que l'alternateur est excité par une génératrice amplidyne, dont on peut contrôler aisément l'excitation.

L'étude comportera trois stades distincts de fonctionnement :

- 1° sans asservissement de l'excitation;
- 2° avec asservissement;
- 3° avec asservissement corrigé.

Dans les trois cas, on cherche à atteindre le fonctionnement caractéristique. Il lui correspond une tension de 105 V (U) au début de la ligne, du côté de l'alternateur. Ce régime est représenté, pour l'alternateur, par le diagramme de la *figure 43* du chapitre (III-2). L'angle total de déphasage entre la phase de la tension du réseau et la f.e.m. de l'alternateur est la somme des termes suivants :

— transformateurs d'extrémité	2.5 = 10°	(chap. III-2);
— ligne	= 60°;	
— alternateur	= 25°;	
	= 95°.	
Soit	95°.	

La puissance débitée par l'alternateur vaut 618 W.

Le déphasage tension-intensité aux bornes de l'alternateur est de 6° avant, à cause des pertes dans la ligne.

L'intensité d'excitation est de 2,5 A.

1. — FONCTIONNEMENT SANS ASSERVISSEMENT (*fig. 52*)

Dans cet essai, nous maintiendrons la tension à l'extrémité de la ligne, côté alternateur, à 105 V, en agissant convenablement sur l'excitation. Nous commençons par fonctionner sans débit de puissance, et augmentons progressivement le couple moteur. La *figure 53* (courbe P_1) représente la variation de la puissance débitée en fonction du

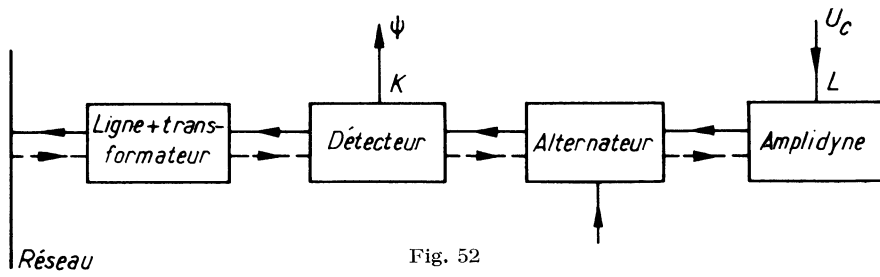


Fig. 52

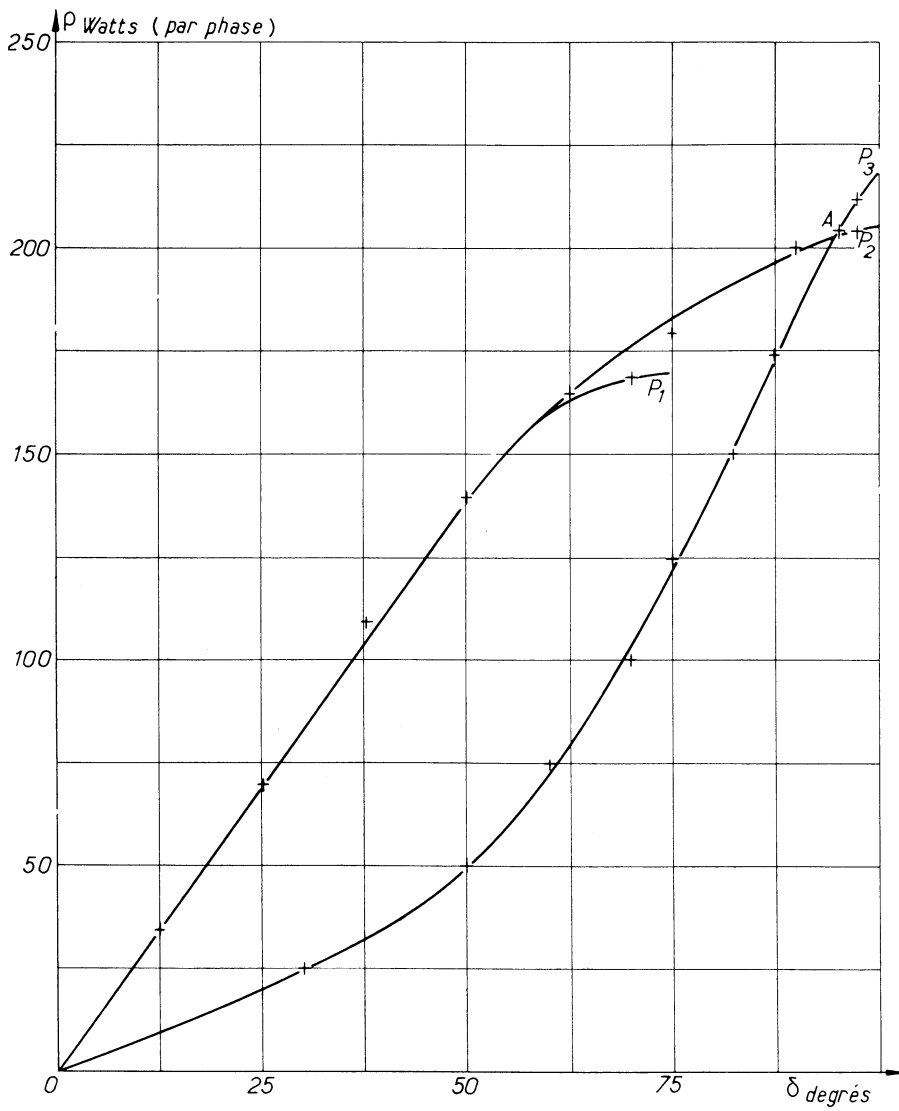


Fig. 53

décalage δ de la roue polaire. Ce dernier est mesuré par un appareil que nous décrivons en annexe (annexe III).

Jusqu'à un angle d'une soixantaine de degrés, la précision du fonctionnement est bonne. Nous prenons comme critère d'une précision acceptable, que les variations du déphasage tension-intensité aux bornes de l'alternateur soient inférieures au degré en régime statique, c'est-à-dire lorsque seules des perturbations des grandeurs d'entrée (excitation, couple moteur...) interviennent.

Au delà d'une soixantaine de degrés de décalage angulaire, ce dernier subit de lentes fluctuations de caractère aléatoire ainsi que les autres variables. Lorsque le couple moteur est encore augmenté, la vitesse de l'alternateur s'accroît brusquement en quelques secondes. L'angle δ , qui avait atteint environ 70° , dérive rapidement ainsi que la phase

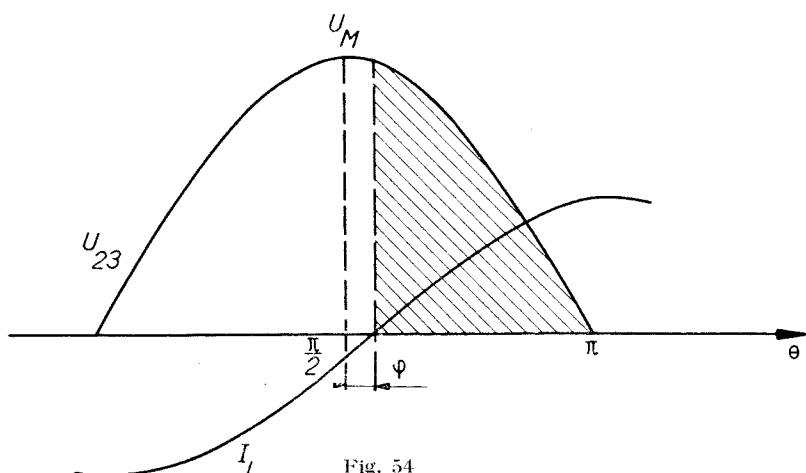


Fig. 54

et les autres variables. Le synchronisme est perdu parce qu'à une légère augmentation du couple moteur n'a pas correspondu un accroissement du couple résistant. La courbe P_1 (fig. 53) passe par un maximum pour ce point de fonctionnement. Il est évidemment difficile de préciser la valeur de δ qui lui correspond. On peut admettre que cette valeur est légèrement supérieure à 70° .

Pour remédier à cette instabilité, on peut se souvenir et observer que pour un même couple moteur, on peut diminuer δ en augmentant l'excitation, c'est-à-dire que la variation du couple résistant en fonction du décalage de la roue polaire peut dépendre de la variation de l'excitation. Il vient alors naturellement à l'esprit d'asservir cette dernière à une grandeur qui, elle-même, dépend étroitement de δ . Nous avons déjà indiqué que δ était difficile à obtenir.

En cherchant à détecter le déphasage tension-intensité φ , nous avons défini une nouvelle variable ψ . Celle-ci est fournie par un thyatron dont la plaque est alimentée par la tension composée de deux phases (2) et (3) et la grille par l'intensité de l'autre phase (1). Le thyatron débite une tension périodique, représentée par la zone hachurée de la figure 54. Sa valeur moyenne dépend étroitement du déphasage entre les tensions U_{23} et I_1 . La seule différence avec la variable φ est que ψ dépend également de l'amplitude de la tension U_{23} . Nous décrirons en détail, au chapitre suivant, le détecteur de ψ .

Nous pouvons définir maintenant les points K et L de la *figure 52* :

- K est le point où apparaît ψ à la sortie du détecteur;
- L est le point où l'on applique à l'amplidyne la tension d'excitation u_c .

Pour un régime permanent donné, nous considérons l'ensemble du système comme un dipôle situé entre les points K et L. Ce dipôle est représenté par une fonction de transfert $T(p)$ (*fig. 55*) avec les limitations suivantes :

a) le dipôle est physiquement irréversible à cause du détecteur de ψ . Par la nature même de ce dernier, la variable de sortie ne peut réagir sur la variable d'entrée. L'entrée du dipôle est au point L et sa sortie au point K;

b) on considère seulement des variables d'entrée qui produisent des petits écarts des grandeurs du système. En effet, le premier essai a montré que la stabilité dépendait des variables couple moteur et décalage de la roue polaire. Le comportement du système n'est donc pas globalement linéaire, mais il peut être linéarisé au voisinage d'un point d'équilibre grâce à la restriction énoncée ci-dessus.

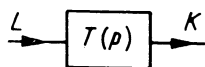


Fig. 55

On peut encore exprimer ce fait en indiquant que si l'on superpose à un régime permanent un écart de couple moteur, l'écart d'angle de la roue polaire qui en résulte dépend non seulement de l'écart de couple mais aussi du régime d'équilibre initial.

Il est impossible de décomposer la fonction de transfert $T(p)$ en un produit de plusieurs fonctions à cause des liaisons bilatérales entre les éléments de la *figure 52*. Le réseau de grande puissance, la ligne, et l'alternateur réagissent mutuellement les uns sur les autres par les échanges de puissance active ou réactive. Entre l'alternateur et le dispositif d'excitation, le double sens de la liaison provient de la mutuelle inductance entre le stator et le rotor de l'alternateur.

Le premier essai montre que la fonction de transfert $T(p)$ a un pôle pour les valeurs du couple moteur et du décalage de la roue polaire supérieures aux limites observées. Cette propriété est, en particulier, vraie pour le régime caractéristique.

2. — ASSERVISSEMENT (*fig. 56 et 58*)

Il consiste à réunir directement la sortie du détecteur à un enroulement de contrôle de l'amplidyne. La liaison ainsi établie est à sens unique à cause de l'organe détecteur. Pour assurer la stabilité la liaison est faite avec des polarités telles que lorsque δ croît, la tension de sortie de l'amplidyne croît.

On effectue le même essai que dans le paragraphe 1. En augmentant le couple moteur, on constate à nouveau le phénomène de décrochage. Mais maintenant, il se produit bien plus lentement (une minute, par exemple, au lieu de quelques secondes). On songe alors à asservir plus étroitement l'excitation de l'amplidyne. On intercale

un amplificateur à gain réglable (A_0) dans la boucle que nous avons constituée. Notons que l'emploi de cet amplificateur peut ne pas être nécessaire dans les cas où l'excitatrice a elle-même un gain suffisamment élevé.

Pour un gain très faible le fonctionnement est le même que dans le paragraphe 1. Pour un gain suffisant, par contre, on observe des oscillations périodiques, dont l'amplitude croît jusqu'à la mise hors synchronisme de l'alternateur. On peut mesurer

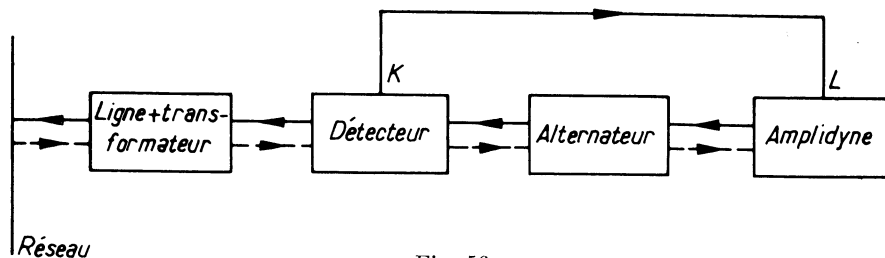


Fig. 56

leur période car le décrochage ne se produit qu'après plusieurs oscillations. Si l'on augmente trop le gain de l'amplificateur, le décrochage se produit dès la première

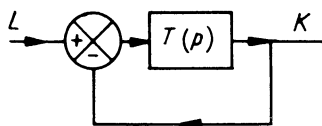


Fig. 57

oscillation. La conclusion que l'on peut tirer de cet essai est très intéressante. Le phénomène observé révèle un pompage caractérisé et mesurable.

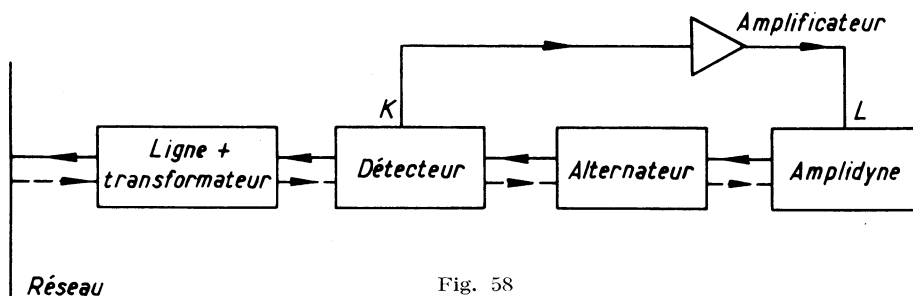


Fig. 58

Interprétons ces essais à l'aide des fonctions de transfert (fig. 57). Dans le dernier essai (fig. 59), nous avons substitué la fonction $\frac{T(p)}{1 + A_0 T(p)}$ à la fonction $T(p)$ que nous considérons précédemment.

a) A_0 TRÈS FAIBLE.

On observe toujours l'instabilité naturelle. $\frac{T(p)}{1 + A_0 T(p)}$ se comporte comme $T(p)$.

b) A_0 MOYEN (de l'ordre de l'unité).

Nous pensons pouvoir interpréter le phénomène de décrochage, observé avant que nous introduisions l'amplificateur (fig. 57, $A_0 = 1$), comme étant la conséquence

d'un manque de précision du fonctionnement. Les petites perturbations inhérentes au fonctionnement sont susceptibles de donner de tels écarts des variables que l'on ne reste plus dans les limites de l'hypothèse *b*) du paragraphe 1, c'est-à-dire que dans ces conditions, il est possible d'atteindre une paire de valeurs couple moteur-décalage de la roue polaire, à laquelle correspond une fonction de transfert $T(p)$ telle que $1 + A_0 T(p)$

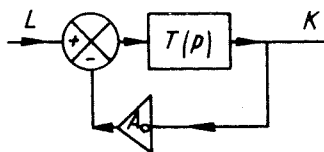


Fig. 59

ait une racine à partie réelle positive. L'évolution du fonctionnement vers cette zone instable est lente et ne se reproduit pas toujours identiquement à elle-même, car elle dépend essentiellement des perturbations à caractère aléatoire qui affectent le système.

Il faut remarquer que cette influence existe également dans le cas *a*) (A_0 très faible), mais ne constitue pas la cause essentielle de la dérive. Le passage du cas *a*) au cas *b*) est d'ailleurs très flou et il est impossible d'apprécier les valeurs limites qui les distinguent.

c) A_0 ÉLEVÉ.

$\frac{T(p)}{1 + A_0 T(p)}$ a un pôle à partie réelle positive, mais il a également une partie imaginaire non nulle que l'on peut apprécier expérimentalement. Elle correspond à la pulsation de l'oscillation de surréglage.

La méthode utilisée habituellement dans l'étude des servomécanismes, lorsque l'on se trouve en présence d'un tel phénomène, consiste à couper la liaison KL et à étudier la fonction de transfert $A_0 \cdot T(p)$. Ce serait reprendre le montage du premier essai. Il est impossible de le réaliser dans la zone qui nous intéresse, à cause de l'instabilité naturelle.

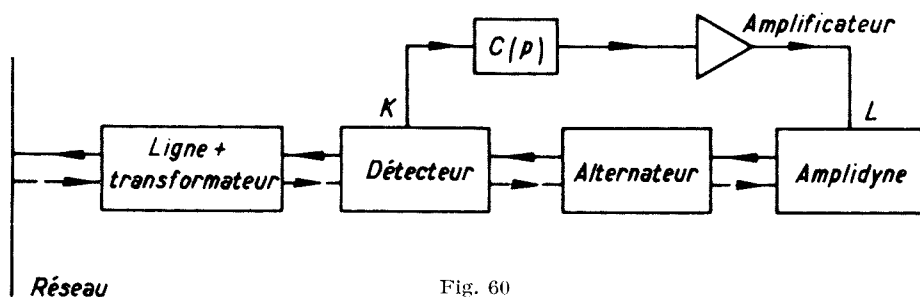


Fig. 60

3. — RÉGLAGE CORRIGÉ (fig. 60)

La dernière remarque du paragraphe précédent nous oblige à procéder systématiquement à l'essai de filtres correcteurs. Ceux-ci ne doivent pas atténuer la composante continue, sous peine de voir diminuer l'asservissement et de retrouver un fonctionnement à faible gain. D'autre part, leur atténuation doit être efficace dans la

gamme des fréquences d'oscillations observées. Trois difficultés ont été rencontrées dans leur réalisation :

a) ils doivent agir dans une gamme de fréquences très faibles (0,1 à 1 Hz). Aussi, ne sont-ils pas toujours aisés à construire;

b) cette gamme de fréquence est très resserrée. Elle est de l'ordre d'une décade;

c) le filtre convenable obtenu retarde la phase, alors que ces corrections font généralement appel à des avanceurs de phase. C'est ainsi que l'addition d'un réglage proportionnel à la dérivée de ψ ne donne aucun résultat. Ce phénomène est explicable par le fait que le réglage agit en dérivation par rapport à la chaîne principale.

Le réglage ainsi réalisé permet de gagner quelques degrés pour l'angle δ et d'atteindre un couple moteur plus élevé. Mais la correction cesse bientôt d'être efficace. En effet, par suite de l'augmentation du couple moteur et du décalage de la roue polaire, une nouvelle fonction $T(p)$ représente le système et il faut reprendre le processus de

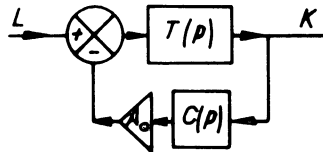


Fig. 61

correction, car de nouvelles oscillations se produisent. Par approximations successives, on suit ainsi la courbe P_2 (fig. 53) jusqu'à ce que l'on obtienne le régime caractéristique représenté par le point A, avec la précision désirée (le degré pour le déphasage φ).

Il faut signaler un facteur très favorable dans cette étude. C'est que lorsque l'on a obtenu la stabilité pour un angle δ , elle est également assurée pour tout angle δ inférieur.

La fonction de transfert obtenue (fig. 61) s'écrit maintenant :

$$\frac{T(p)}{1 + A_0 \cdot C(p) \cdot T(p)},$$

si l'on appelle $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur. L'influence de $C(p)$ est de supprimer la racine à partie réelle positive de $1 + A_0 \cdot T(p) = 0$.

Nous avons également relevé la courbe P_3 (fig. 53). Elle est obtenue en faisant varier le couple moteur à partir du régime caractéristique (point A), sans toucher aux réglages. C'est le long de cette caractéristique que se déplace le point de fonctionnement, sous l'effet des perturbations naturelles. En particulier, on remarque la pente élevée de la courbe $\left(\frac{\partial P}{\partial \delta}\right)_A$ du point A, ce qui signifie que la puissance synchronisante a encore une valeur appréciable en ce point. Le couplage possède donc pour ce régime une bonne rigidité.

La comparaison de P_1 et P_2 , tracées dans les mêmes conditions (ligne de 1 000 km, 105 V au générateur, 90 V au réseau), souligne l'amélioration des performances apportée par le réglage. On obtient un fonctionnement stable et précis pour le régime

caractéristique, une trentaine de degrés au delà de la limite naturelle. La puissance correspondante est de 20 % supérieure à la puissance limite normale.

On peut obtenir des fonctionnements stables pour des angles δ supérieurs à 100° . Mais entre 100 et 115° , la précision du déphasage obtenu est inférieure au degré. Au delà, la stabilité ne peut être maintenue.

Dans le chapitre V, nous analyserons la stabilité. Auparavant, nous consacrerons un chapitre à la description détaillée des organes que nous avons été amenés à introduire pour constituer le servomécanisme.

CHAPITRE IV

DESCRIPTION DU SERVOMÉCANISME

Nous décrirons seulement les organes qui constituent le servomécanisme définitif. Leur conception et leur nature sont l'aboutissement d'une suite d'études expérimentales. Pour obtenir une présentation plus claire, ce chapitre analyse le fonctionnement séparé de chaque organe. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude de leur fonctionnement global. Il est bien entendu que ces deux aspects de la question ont continuellement interféré et se sont conditionnés mutuellement au cours de l'étude expérimentale. Nous avons choisi le cas d'une transmission d'énergie à un millier de kilomètres. Pour une longue distance différente, les mêmes organes seraient utilisables, à l'exception du correcteur qui devrait être adapté.

Les organes décrits sont ceux qui sont utilisés pour fermer la boucle de réglage. Ils sont à puissance faible et s'insèrent au début de la chaîne d'excitation. Dans un modèle réel ces organes pourraient être strictement les mêmes. C'est la puissance de l'amplidyne excitatrice qui serait accrue. Cette machine pourrait, soit être utilisée comme survoltrice-dévoltrice avec l'excitation principale, soit, si la puissance excitatrice est très élevée, être mise en cascade avec une survoltrice-dévoltrice. La modification introduite dans le fonctionnement par rapport à notre cas consisterait essentiellement en un accroissement de la constante de temps. Ce dernier ne serait pas gênant puisque le correcteur que nous avons établi introduit lui-même une forte constante de temps. Dans ces conditions, il suffirait de modifier en conséquence le correcteur, pour obtenir un fonctionnement convenable.

1. — DÉTECTEUR

Nous avons choisi la variable ψ qui dépend à la fois de la tension et du déphasage tension-intensité (φ) aux bornes de la machine. C'est en cherchant à détecter ce déphasage que nous avons été amenés à considérer la variable ψ . Celle-ci permet de combiner l'intérêt des variables tension et phase (voir chap. III-1).

Pour détecter ψ , nous utilisons un thyatron dont la plaque est alimentée par une tension composée entre deux phases et la grille par l'intensité de la troisième phase. Au régime caractéristique, ces deux tensions sont sensiblement en quadrature, si bien que le thyatron est amorcé pendant un quart de période. La valeur moyenne de l'intensité qui traverse le thyatron varie à peu près linéairement avec la phase et la tension au voisinage du point de fonctionnement. La variable ψ se présente sous la

forme d'impulsions qui valent $U \sin \theta$ pour θ compris entre $\frac{\pi}{2} + \varphi$ et π , zéro hors de cet intervalle (fig. 54, chap. III-3). La valeur moyenne est :

$$\psi = U_M \int_{\frac{\pi}{2} + \varphi}^{\pi} \sin \theta d\theta = U_M (1 - \sin \varphi);$$

U_M est l'amplitude de la tension.

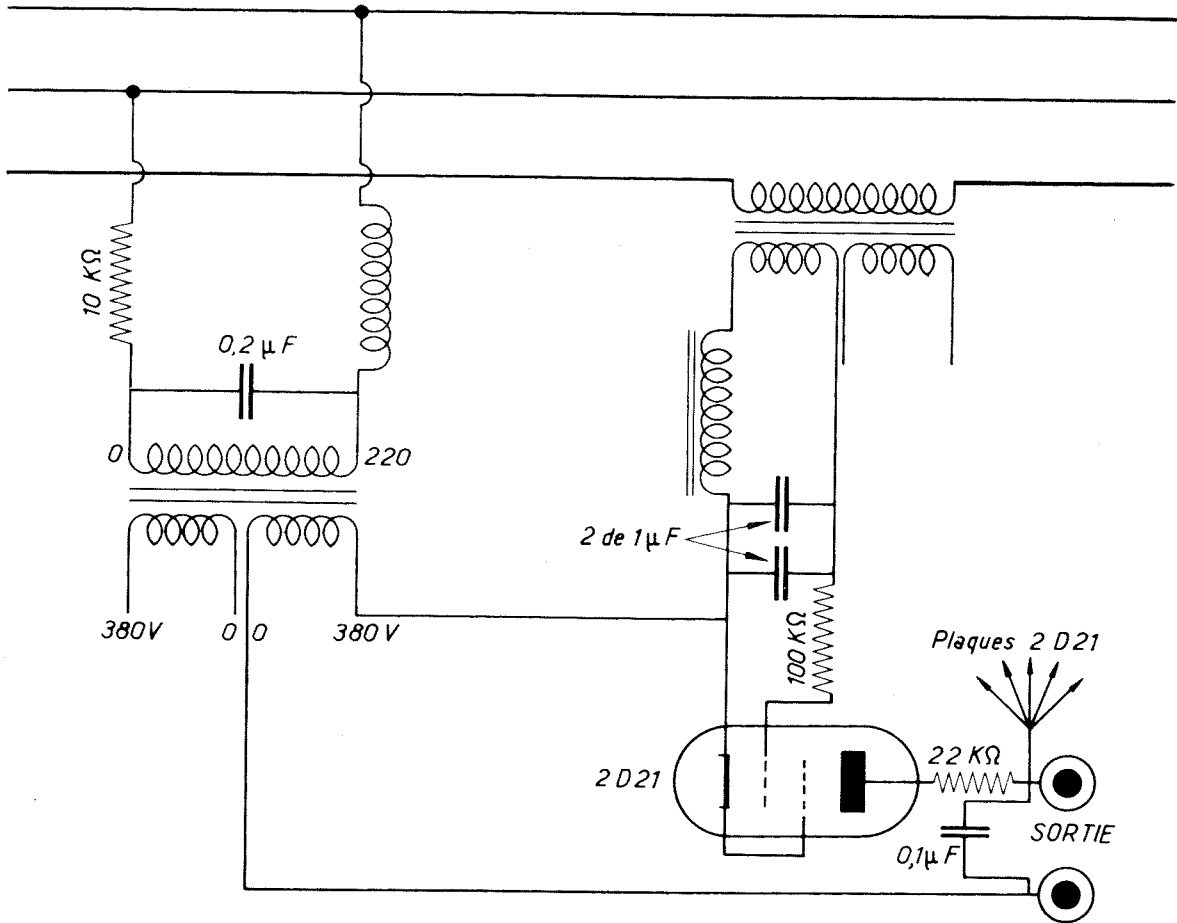


Fig. 62. — Détecteur

Au voisinage du régime caractéristique :

$$\Delta \psi = \Delta U - U_M \Delta \varphi.$$

Une augmentation de l'amplitude de la tension ou une diminution de la valeur algébrique de φ provoquent un accroissement de ψ . ψ doit donc être utilisée en contre-excitation dans la chaîne d'excitation.

La structure du détecteur est telle que U est définie, d'une part, si les grandeurs de sortie de l'alternateur sont périodiques, d'autre part, d'une façon discontinue, une fois par période de ces grandeurs. La première limitation n'intervient pas car les grandeurs considérées sont toujours périodiques. La deuxième limitation ne présente pas

non plus d'inconvénients. En effet, la théorie des servomécanismes impulsionnels indique que leur variable d'entrée se comporte comme une variable continue dans la mesure où sa fréquence de découpage est supérieure aux fréquences susceptibles d'influencer la stabilité du servomécanisme considéré. Dans notre cas, nous verrons que ces dernières sont au maximum de l'ordre du hertz. Il n'y a donc pas de difficultés à utiliser une entrée impulsionnelle à 50 Hz.

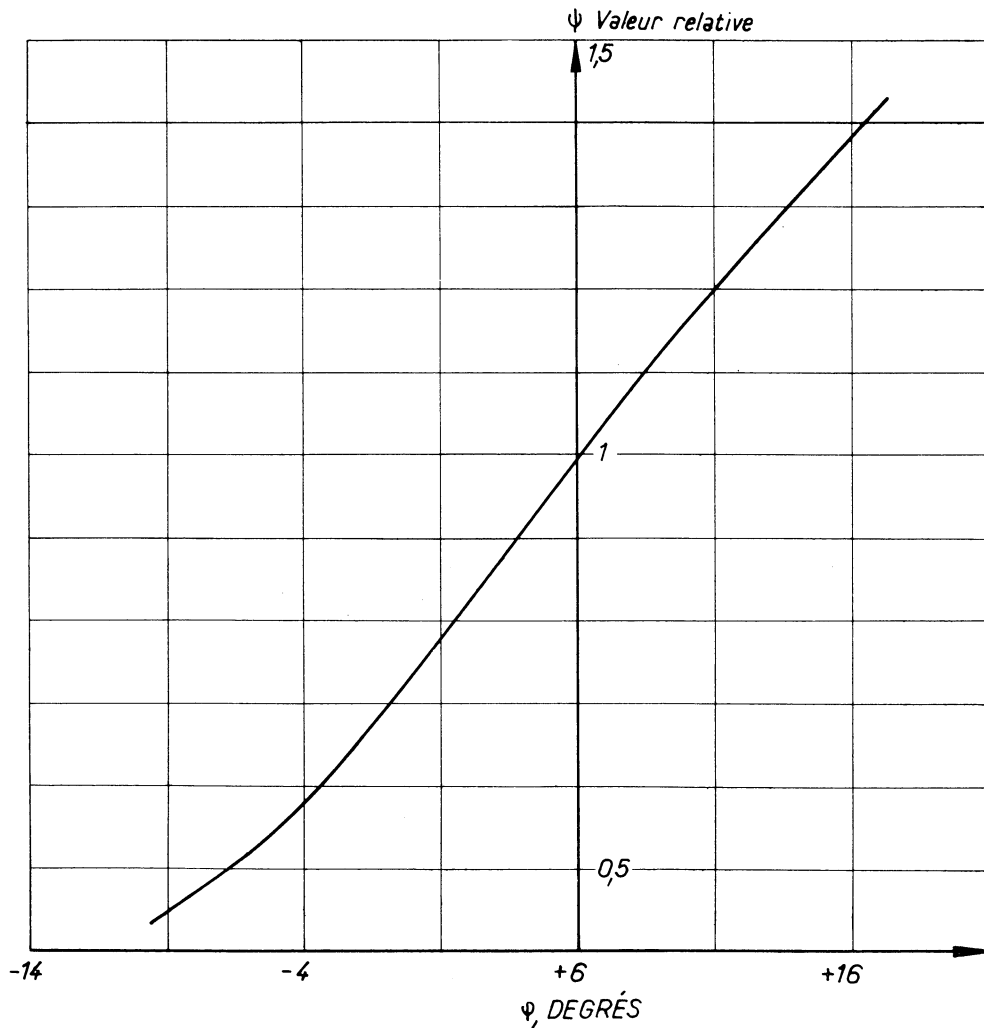


Fig. 63

Pratiquement, nous avons utilisé six thyratrons alimentés par des tensions et des intensités décalées de 60° (fig. 62). Sur cette figure nous avons représenté un seul thyatron. Le montage des autres s'en déduit aisément par permutation circulaire. Ces thyratrons débitent tous en parallèle sur la sortie. On obtient ainsi une tension ondulée, qu'il est aisé de débarrasser des composantes alternatives. Une capacité de $0,1 \mu\text{F}$ suffit pratiquement. Le réseau correcteur, que nous étudierons plus tard, parfait le filtrage.

Les thyratrons sont alimentés par l'intermédiaire de transformateurs de tension et d'intensité. Dans chacun des circuits, un filtre sélectif à 50 Hz élimine les composantes

parasites dues aux harmoniques de l'alternateur. Les capacités du filtre ont été ajustées à cette fin.

A une aussi basse fréquence, les surtensions des circuits sont faibles; nous avons profité de ce facteur arbitraire pour obtenir précisément la quadrature entre la tension d'attaque de la plaque d'un thyatron et la tension d'attaque de la grille, pour le régime caractéristique de l'alternateur. Au voisinage de ce régime, la caractéristique de détection est linéaire (*fig. 63*).

Un tel détecteur n'introduit aucun retard pour les fréquences très basses d'oscillation qui peuvent affecter les composantes détectées. Lorsque la fréquence de ces composantes varie au voisinage de 50 Hz, le détecteur conserve un même comportement. Enfin, la fréquence fondamentale de 300 Hz, introduite par le découpage de la tension dans les six thyatrons, peut être filtrée sans nuire aux basses fréquences (de pulsation inférieure à 10). En résumé, nous pouvons assimiler la fonction de transfert du détecteur à l'unité pour les études de stabilité.

Nous avons choisi un dispositif électronique de détection, pour avoir le retard minimum. Après les essais de l'ensemble du système, nous nous sommes aperçus qu'une grande rapidité de réponse n'est pas nécessaire. Aussi, il est possible d'utiliser un élément mécanique pour la détection. Un phasemètre triphasé, dont le rotor commanderait un rhéostat, permettrait de détecter la phase.

2. — AMPLIFICATEUR A COURANT CONTINU

L'attaque de l'amplificateur est telle que la tension d'entrée soit nulle pour le régime caractéristique. Pour atteindre ce résultat, on place en opposition avec la tension fournie par le détecteur, une tension u_0 (*fig. 68*) de référence, égale et de signe contraire.

Le rôle de l'amplificateur est de maintenir le point B d'entrée (*fig. 64*) à un potentiel très voisin de zéro. La résistance R est très grande, de l'ordre du mégohm; c'est l'impédance d'entrée de l'amplificateur. Dans ces conditions, les courants passant dans l'impédance Z et dans la résistance r sont égaux, si bien que la tension de sortie u_s et la tension d'entrée u_e sont liées par le rapport $\frac{u_s}{u_e} = -\frac{Z}{r}$. L'intérêt de ce montage est de nous rendre maître de cette fonction de transfert, sans oublier que nous effectuons simultanément une importante amplification de puissance. Ce fonctionnement sera d'autant plus précis que la tension ε résiduelle en B sera petite. Cette tension est liée à la tension de sortie par la relation $u_s = A \cdot \varepsilon$, si A est le coefficient d'amplification de l'amplificateur, ε sera petit si A est élevé. La difficulté consiste à réaliser un amplificateur à courant continu et à grand gain, sans dérives.

Nous avons adapté à notre problème un type de schéma utilisé dans les calculateurs analogiques [27]. Nous avons pu limiter les alimentations à deux sources de tension continue de plus et moins 250 V. L'amplificateur comprend tout d'abord une chaîne principale de trois étages d'amplification directe (*fig. 65*). Elle donne un gain de l'ordre de 10^4 . Les dérives proviennent essentiellement des sources de tension et des variations des conditions de chauffage de la première lampe. Nous verrons plus bas comment nous avons réalisé des alimentations stabilisées. Quant aux perturbations qui affectent

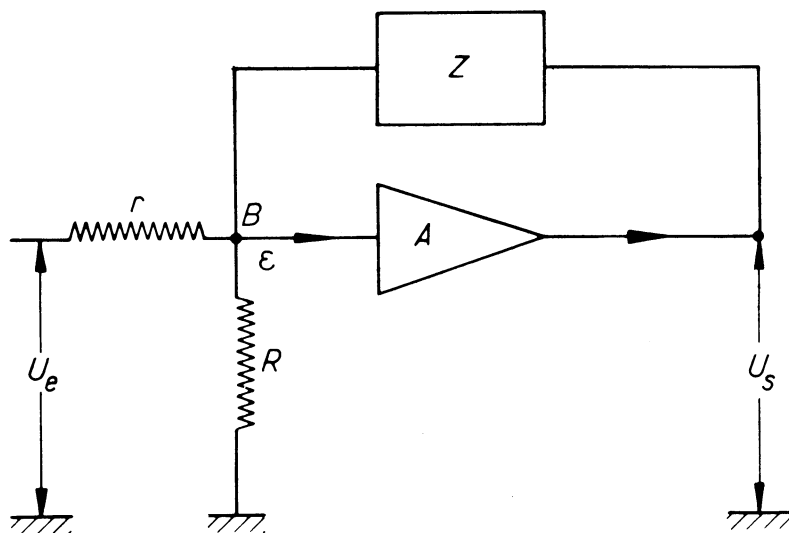


Fig. 64

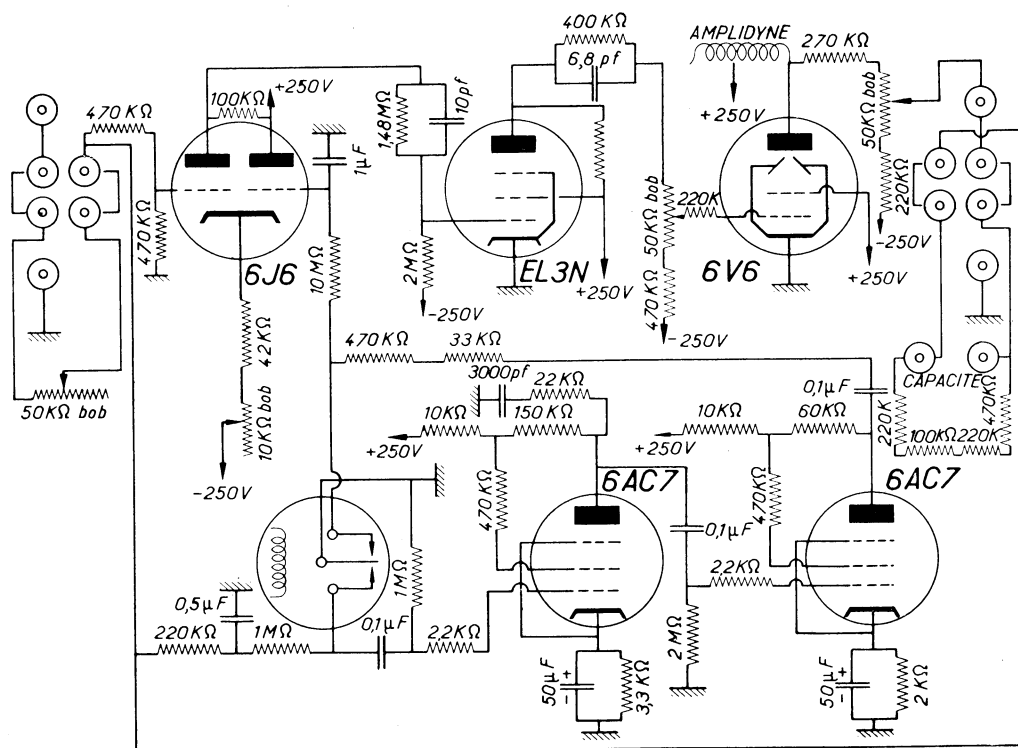


Fig. 65. — Amplificateur à courant continu

la première lampe, aussi bien que les suivantes, d'ailleurs, elles font apparaître à la sortie de l'amplificateur une tension d'erreur qui est renvoyée à l'entrée par la réaction. Un vibreur synchrone découpe les écarts ε qui sont amplifiés en alternatif, redressés par le même vibreur, intégrés à l'aide d'un réseau RC à grande constante de temps et réappliqués finalement à la chaîne principale.

Dans ces conditions, pour une tension d'entrée nulle ($u_e = 0$), nous avons observé que la sortie u_s variait entre les limites $\pm 0,1$ V, pour un gain de 150 ($\frac{Z}{r} = 150$), pendant plusieurs heures de fonctionnement. Avec $\frac{Z}{r} = 1$, les variations de u_s sont inférieures au millivolt.

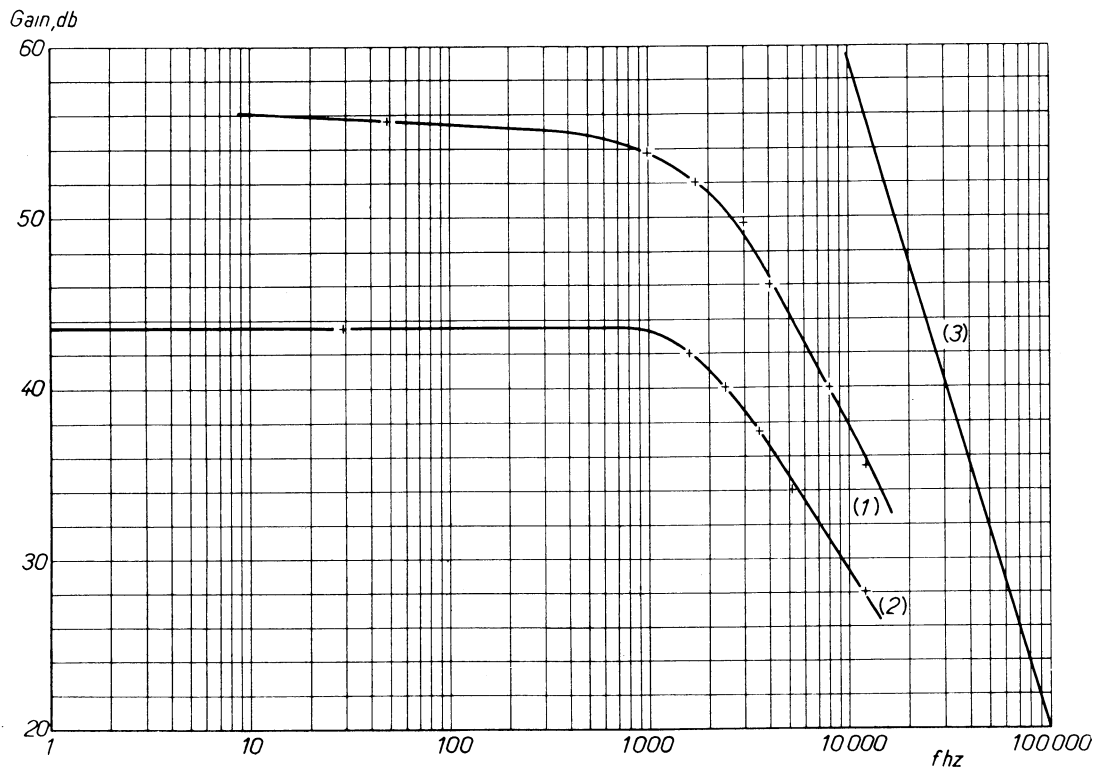


Fig. 66

La courbe (1) de la *figure 66* représente le gain de l'amplificateur sans réaction. Il est difficile d'obtenir le gain pour les très basses fréquences. En continu il est très élevé et d'importantes fluctuations se produisent à la sortie. La zone critique est celle où le gain décroît rapidement. C'est de la pente de la courbe gain-fréquence dans cette région que dépend la stabilité de l'amplificateur avec la réaction. La courbe (2) a été tracée avec réaction, et après correction par des réseaux RC entre les étages de l'amplificateur. Ces réseaux diminuent la pente de la courbe de 20 db par décade dans la zone qui s'étend de 10 à 40 kHz. On détermine ces réseaux à l'aide des tableaux de CHESTNUT [28]. Entre les deux premiers étages la correction s'applique à la bande 10-20 kHz. Entre les deux derniers elle concerne la bande 20-40 kHz. La droite (3) représente la pente critique de 40 db/décade, qu'il ne faut pas dépasser sous peine d'instabilité. Cette méthode est applicable car le système est à « minimum de phase » et l'on peut se servir de la relation de BODE [26]. Cette dernière permet même une expérimentation plus exacte. En effet,

tant que l'on observe, à l'oscillographe, un déphasage constant entre les tensions de sortie et d'entrée, on est sûr que le gain ne varie pas. Ce déphasage est très petit jusqu'à une fréquence de 300 Hz environ. Une brusque variation de la phase correspond alors au coude de la courbe de gain et enfin, un déphasage voisin de $\frac{\pi}{2}$ s'établit, donne à la courbe de gain une pente constante de 20 db/décade. Sans les correcteurs, la pente dépassait 40 db/décade, le déphasage était supérieur à π , et en chaîne fermée des oscillations à la fréquence de 30 kHz prenaient naissance.

Avec la réaction, le gain, qui a été fixé à 150 en continu, se maintient constant jusqu'à 600 Hz [courbe (2)]. Dans notre étude, où seules de très basses fréquences entrent

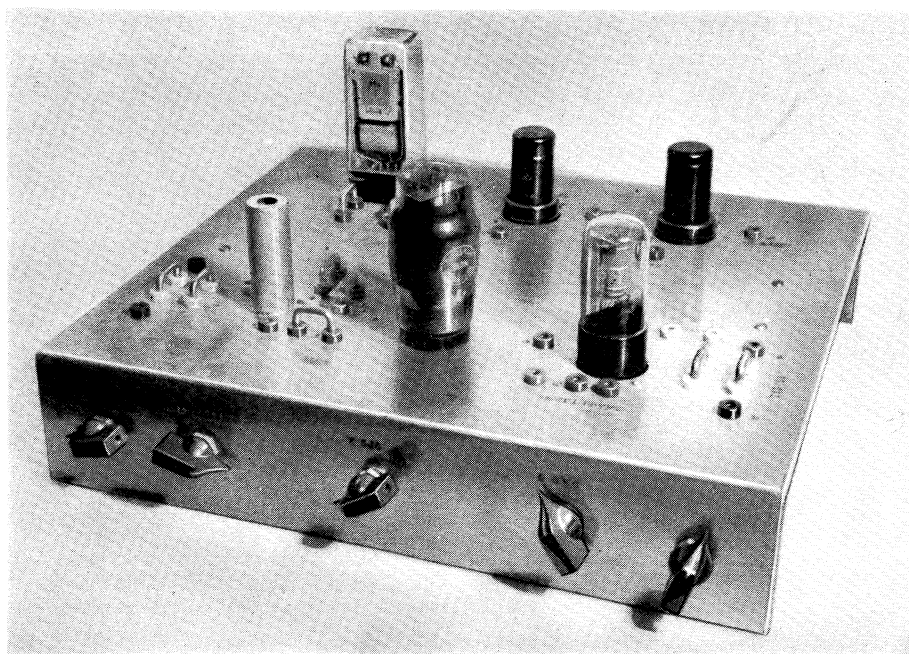


Fig. 67

en jeu, nous pouvons considérer l'amplificateur comme ayant un gain constant de $A(0) = 150$. La figure 67 donne une vue de l'amplificateur.

Il est sans doute possible d'améliorer ce dernier. Nous signalons que l'organe le plus délicat à régler est le relais vibreur. Il faut cependant indiquer que les variations inévitables de caractéristiques ne se répercutent que sur la précision, tant qu'elles ne sont pas trop brutales. Il suffit que l'amplification A soit supérieure à 150, pour que $A(0) = 150$. Dans ces conditions, on n'a pas à redouter une stabilité seulement conditionnelle de l'ensemble du servomécanisme.

3. — CORRECTEUR

Le correcteur a été établi par approximations successives. Nous décrivons ici le schéma définitif que nous avons réalisé. Il est peu commode de calculer deux correcteurs disposés en cascade; aussi, nous avons séparé la correction en deux parties.

La première, représentée dans la *figure 68*, s'intercale entre le détecteur et l'amplificateur: Au point A (*fig. 68*), l'impédance de l'amplificateur est supérieure à $1\text{ M}\Omega$, celle du correcteur inférieure à $0,3\text{ M}\Omega$. On peut considérer la charge du détecteur sensiblement constante. La fonction de transfert d'un tel quadripôle s'écrit [6] :

$$C(p) = G(0) \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_{24} p)}{(1 + T_a p)(1 + T_b p)}$$

$G(0)$ est l'atténuation en courant continu :

$$G(0) = 0,15.$$

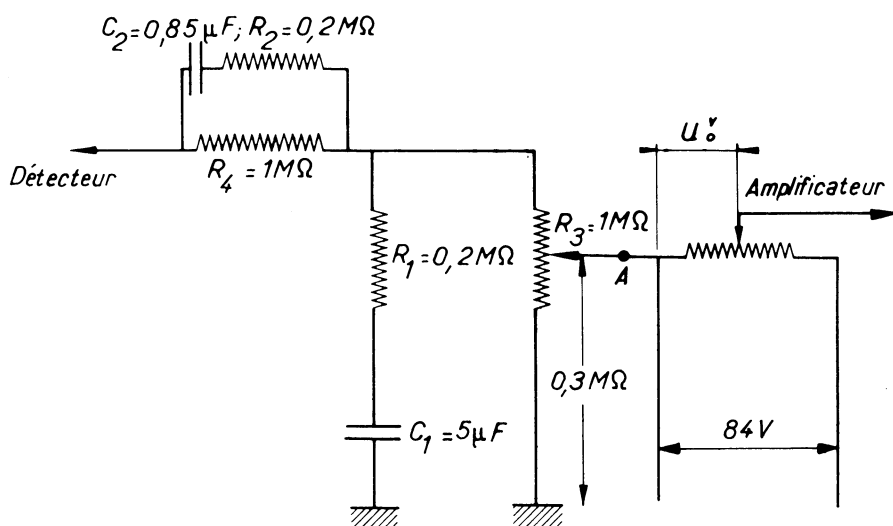


Fig. 68

Les constantes de temps sont telles que :

$$T_1 = R_1 C_1 = 0,2 \cdot 5 = 1\ \text{s},$$

$$T_{24} = (R_2 + R_4) C_2 = (1 + 0,2) \cdot 0,85 = 1\ \text{s},$$

$$(1 + T_a p)(1 + T_b p) = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \left[1 + \frac{R_4}{R_3} + \left[T_1 + T_{24} + \frac{R_4}{R_3} (T_{13} + T_2) \right] p + \left[T_1 T_{24} + \frac{R_4}{R_3} T_{13} T_2 \right] p^2 \right],$$

$$T_{13} = (R_1 + R_3) C_1 = 6\ \text{s},$$

$$T_2 = R_2 C_2 = 0,17\ \text{s}.$$

On déduit :

$$T_a = 3,8\ \text{s},$$

$$T_b = 0,26\ \text{s}.$$

En première approximation, lors de l'établissement du correcteur, on peut estimer que sa fonction de transfert a les pentes suivantes en fonction de la pulsation :

$$0 < \omega < \frac{1}{T_a} : 0,$$

$$\frac{1}{T_a} < \omega < \frac{1}{T_1} : -20 \text{ db/décade},$$

$$\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{T_{24}} : 0,$$

$$\frac{1}{T_{24}} < \omega < \frac{1}{T_b} : +20 \text{ db/décade},$$

$$\frac{1}{T_b} < \omega < \infty : 0.$$

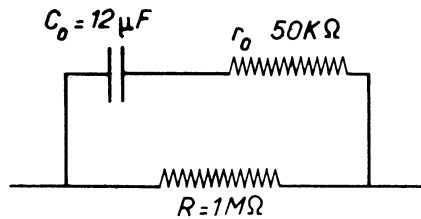


Fig. 69

La deuxième partie de la correction utilise l'impédance Z que l'on peut disposer dans la réaction de l'amplificateur. L'impédance Z a été constituée comme il est indiqué dans la *figure 69*.

La fonction de transfert s'écrit :

$$A(p) = \frac{R}{r} \cdot \frac{1 + T_0 p}{1 + T_R p},$$

avec :

$$T_0 = C_0 R_0 = 0,6 \text{ s},$$

$$T_R = C_0 (R + R_0) = 12 \text{ s}.$$

En première approximation, on obtient pour la courbe de gain :

$$0 < \omega < \frac{1}{T_R} : 0,$$

$$\frac{1}{T_R} < \omega < \frac{1}{T_0} : -20 \text{ db/décade},$$

$$\frac{1}{T_0} < \omega < \infty : 0.$$

La résistance R_0 est destinée à éviter une oscillation parasite de l'amplificateur à réaction.

Le gain $\frac{R}{r}$ vaut 150.

La fonction de transfert globale du correcteur et de l'amplificateur s'écrit :

$$22,5 \cdot \frac{(1 + p)(1 + p)(1 + 0,6 p)}{(1 + 3,8 p)(1 + 0,26 p)(1 + 12 p)}$$

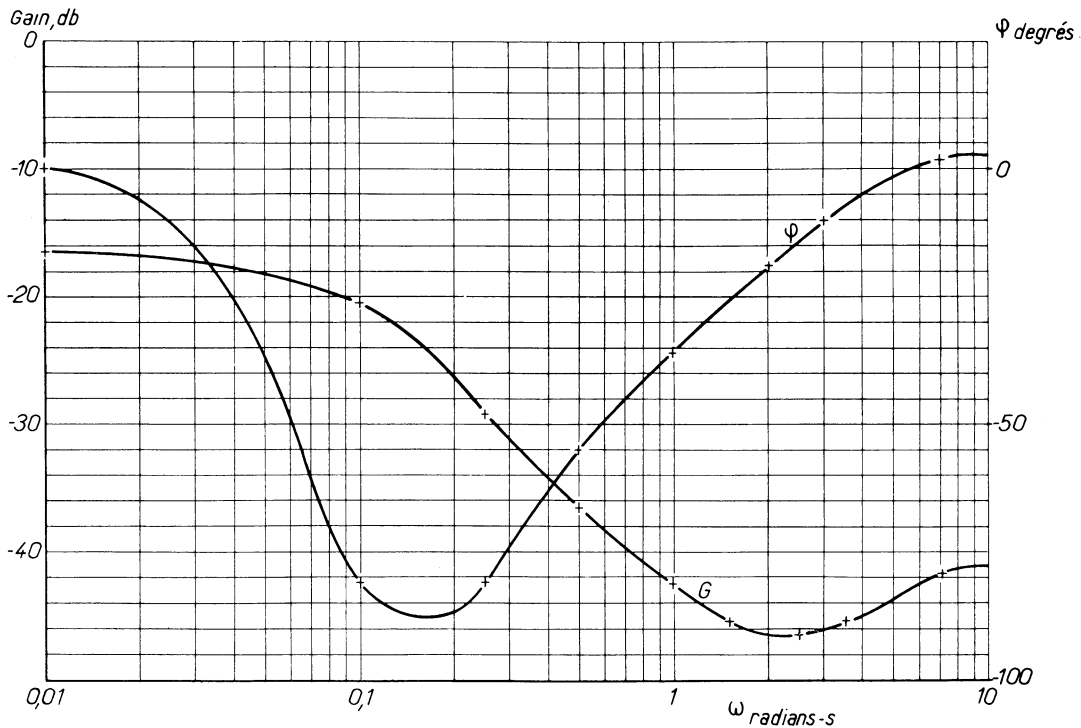


Fig. 70

Il est aisé d'en déduire les courbes de gain et de phase (*fig. 70*) en fonction de la pulsation correspondante. La *figure 70* ne tient pas compte du gain de l'amplificateur, c'est-à-dire qu'elle représente la fonction :

$$0,15 \cdot \frac{(1 + p)(1 + p)(1 + 0,6 p)}{(1 + 3,8 p)(1 + 0,26 p)(1 + 12 p)}$$

Pour tracer ces courbes, chaque terme de la forme $1 + ap$ s'écrit, pour la pulsation ω :

$$1 + ja\omega = \sqrt{1 + a^2\omega^2} \left| \text{arctg} a\omega \right.$$

Cette méthode de correction a l'avantage d'être simple et souple. Les correcteurs comprennent uniquement des résistances et des capacités. Ces éléments sont très stables et varient peu dans la gamme des fréquences utilisées. On peut déduire le comportement du correcteur d'après de simples mesures au pont de WHEATSTONE et au pont de SAUTY.

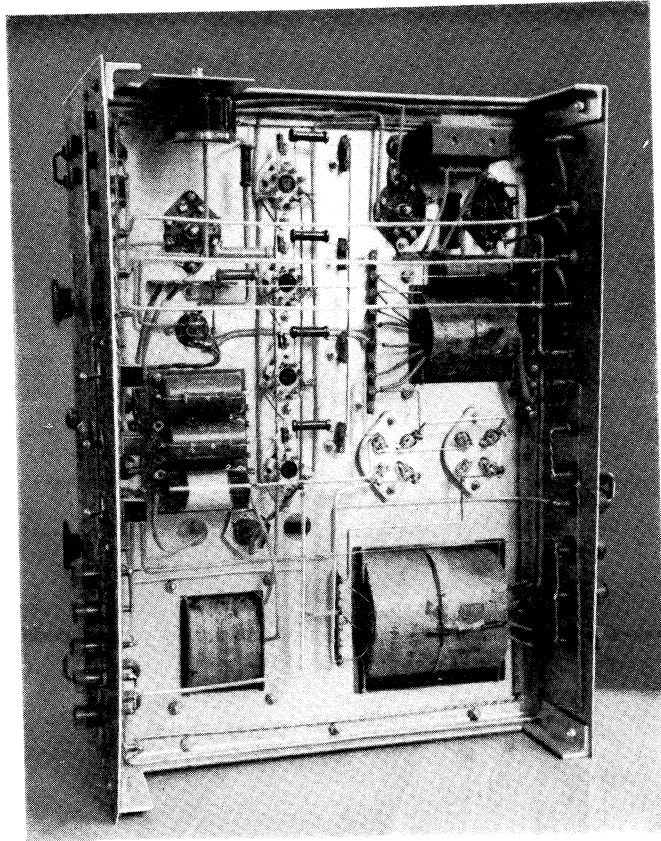


Fig. 73 a

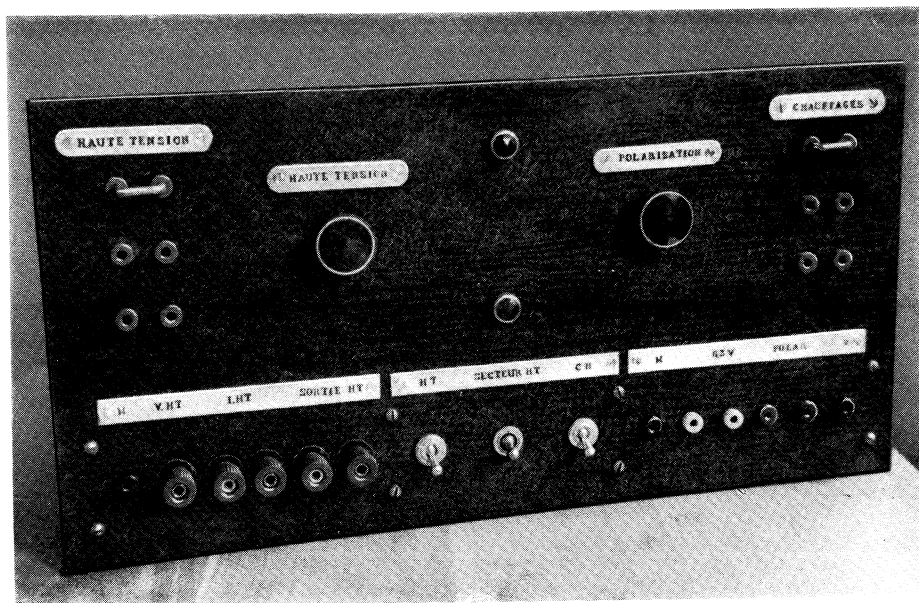


Fig. 73 b

4. — ALIMENTATION STABILISÉE

La *figure 71* représente le schéma pratique d'une alimentation, la *figure 72* le schéma de principe.

Dans la *figure 72*, u_0 est une tension de référence donnée par un tube régulateur (85A1). a_1 est le coefficient d'amplification de la pentode (EF42) vis-à-vis de sa première grille. De même, a_2 est le coefficient d'amplification de la tétrode (6L6) vis-à-vis de sa première grille. Par rapport à la tension u d'entrée les coefficients d'amplification respectifs des tubes précédents sont A_1 et A_2 . Cette amplification s'effectue à la fois par la tension plaque et par la deuxième grille. Dans ces conditions, à une perturbation Δu de l'entrée correspond une variation Δu_s de la tension de sortie :

$$\Delta u_s = \frac{1 + A_2 - A_1 a_2}{1 + a_1 a_2} \cdot \Delta u.$$

Le réglage consiste à rendre très petite la quantité $1 + A_2 - A_1 a_2$. Le dénominateur $1 + a_1 a_2$ étant supérieur à 10^3 , on obtient ainsi une excellente stabilité de u_s . L'ajustage se fait grâce à un potentiomètre qui agit sur l'entrée de la deuxième grille de la pentode (EF42). Comme les tubes ont des caractéristiques variables dans le temps et de l'un à l'autre et qu'en outre, nous avons prévu la mise en parallèle de plusieurs 6L6, nous nous sommes réservés une large zone de réglage à l'aide d'un potentiomètre de 50 k Ω .

Une variation de u peut provenir soit d'une variation de la tension du secteur sur lequel nous sommes branchés, soit d'une variation du débit de l'alimentation. Avec un débit de 250 mA, sous 250 V (que l'on peut régler grâce au potentiomètre qui alimente la première grille de l'EF42), on a obtenu, pour une coupure brutale du courant, une variation de la tension de sortie inférieure à 250 mV, ce qui correspond à une impédance interne de l'ordre de l'ohm. De même, la tension de sortie s'est maintenue constante à ± 1 % près, pour des variations de la tension d'entrée inférieures ou égales à ± 25 %.

Signalons enfin une remarque sur le réglage de A_1 . Lorsque ce coefficient est optimum, une perturbation d'entrée donne une perturbation de sortie minimum. Pour bien observer ce minimum, on augmente le niveau de la perturbation d'entrée en court-circuitant l'inductance d'entrée, et l'on règle aisément.

Un intérêt de ce montage est que la tension u peut être fournie par un appareil quelconque, une dynamo, par exemple. Il suffit que le niveau de la tension u d'entrée soit suffisant.

Les *figures 73 a* et *73 b* donnent deux vues de l'alimentation.

ÉTUDE DE LA STABILITÉ

Dans le chapitre (III-3), nous nous sommes référés à la fonction de transfert $T(p)$ du système, considéré comme un dipôle. Le chapitre (III-4) nous a permis de préciser les fonctions $A(p)$, relative à l'amplificateur, et $C(p)$, relative au réseau passif correcteur. Nous voudrions examiner maintenant de plus près la représentation analytique de ces fonctions. Cette étude concerne la stabilité statique dans laquelle interviennent seulement des petites perturbations des variables. Nous considérerons ensuite la stabilité dynamique qui fait entrer en ligne de compte des modifications de structure. Enfin, nous décrirons un essai complémentaire, destiné à montrer que la méthode d'étude peut conduire à la stabilisation de très longues lignes.

1. — STABILITÉ STATIQUE

La *figure 74* reprend la *figure 60* du chapitre (III-3), en montrant avec plus de détails les éléments de la chaîne de réglage. Nous rappelons que la nature du détecteur (chap. III-4) est telle que sa sortie ne réagit pas sur son entrée. Cette propriété légitime le schéma symbolique de la *figure 75*, où seules les liaisons à sens unique existent à l'extérieur de l'élément représenté par $T(p)$. Ce qu'il est intéressant de connaître, c'est la fonction de transfert $A(p) \cdot C(p) \cdot T(p)$ de la boucle ainsi réalisée. En effet, c'est à partir de cette fonction que l'on peut discuter l'influence d'un accroissement de l'asservissement ou d'un perfectionnement du correcteur, par exemple. En outre, si l'on peut connaître cette fonction pour diverses valeurs du couple moteur et du décalage de la roue polaire, on sera guidé dans la recherche de fonctionnements qui correspondent à des valeurs encore plus élevées de cette paire de variables.

A. — Méthode d'étude.

On effectue habituellement une étude harmonique, qui consiste à ouvrir la chaîne en un point quelconque et à chercher son gain et son déphasage pour diverses fréquences. L'application du critérium de NYQUIST donne ensuite les conclusions relatives à la chaîne fermée. Cet essai est impossible à cause de l'instabilité naturelle qui se traduit analytiquement par le fait que $T(p)$ a un pôle à partie réelle positive.

Il faut donc procéder à un essai en chaîne fermée. Nous choisissons l'entrée de l'amplificateur comme point d'attaque. Il nous faut alors étudier les variations de la tension $u(t)$ à la sortie du détecteur en fonction de la tension $u_0(t)$ de référence (*fig. 68*, chap. III-4).

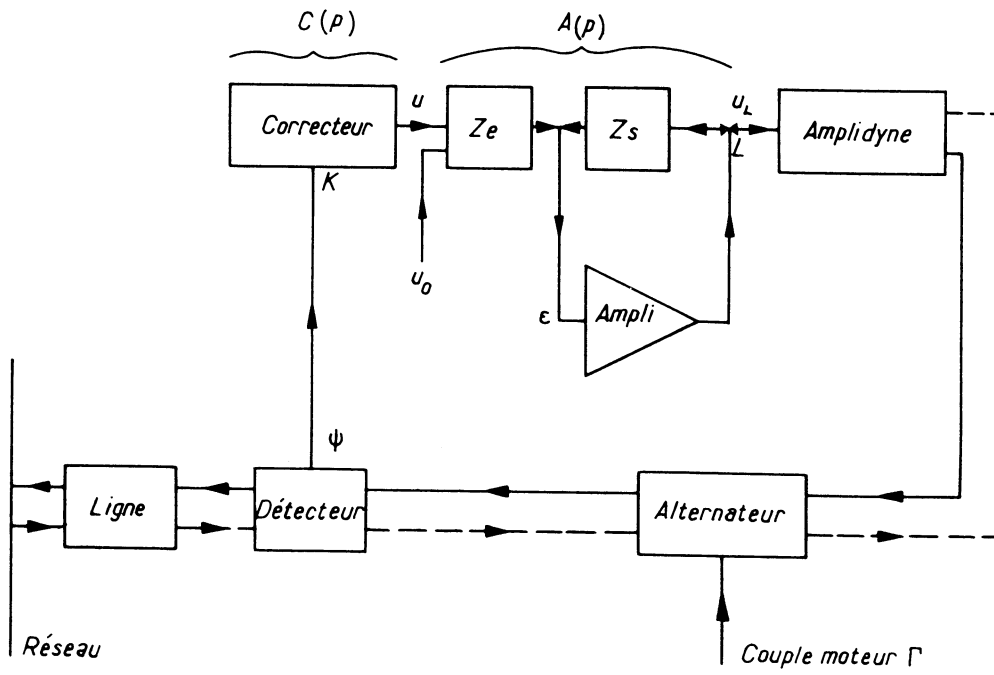


Fig. 74

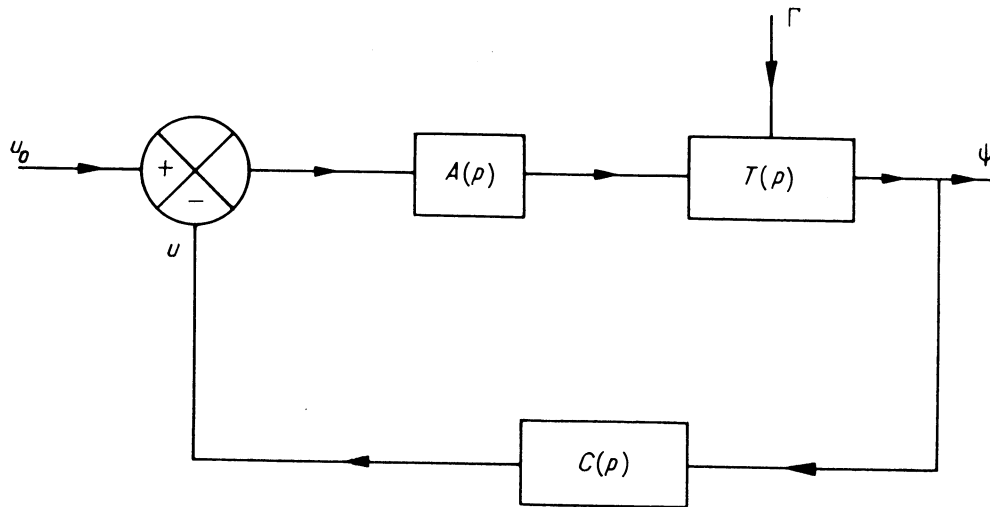


Fig. 75

Nous obtenons ainsi :

$$U(p) = [U_0(p) - U(p)] \cdot A(p) \cdot C(p) \cdot T(p) \quad (\text{fig. 75}),$$

soit :

$$\frac{U(p)}{U_0(p)} = Y(p) = \frac{A(p) \cdot C(p) \cdot T(p)}{1 + A(p) \cdot C(p) \cdot T(p)};$$

$U(p)$ et $U_0(p)$ sont les transformées de $u(t)$ et $u_0(t)$.

Les propriétés de $Y(p)$ sont entièrement décrites par une étude harmonique, c'est-à-dire lorsque l'on réalise une fonction $u_0(t)$ purement sinusoïdale d'amplitude unité. Pour une pulsation ω donnée :

$$Y(j\omega) = \frac{A(j\omega) \cdot C(j\omega) \cdot T(j\omega)}{1 + A(j\omega) \cdot C(j\omega) \cdot T(j\omega)}.$$

De $Y(j\omega)$ on peut déduire $B(j\omega) = A(j\omega) \cdot C(j\omega) \cdot T(j\omega)$, c'est-à-dire la fonction de transfert qui nous intéresse, à l'aide de l'abaque de BLACK. Une telle étude n'est valable que si la chaîne se comporte comme un filtre linéaire dont la structure est indépendante du temps. Cette condition est remplie par l'amplificateur et le correcteur lorsqu'ils ne comportent pas de réaction, c'est-à-dire lorsque la fonction de transfert qui les représente est $A(p) \cdot C(p)$. Le seul terme qu'il convient d'examiner est $T(p)$.

On peut considérer le système comme linéaire à coefficients constants s'il répond aux conditions suivantes :

a) le principe de superposition lui est applicable. C'est le cas dans la mesure où l'on ne s'écarte pas trop du point d'équilibre. Il est donc nécessaire durant l'essai d'utiliser des tensions dont l'amplitude est la plus petite possible, mais compatibles avec les mesures;

b) la réponse normale ne dépend pas des perturbations qui affectent le système. C'est le cas dans la mesure où la précision du fonctionnement est suffisante et où l'on exclut les perturbations de structure. Ces dernières seront l'objet de l'étude de la stabilité dynamique;

c) la réponse est indépendante de l'origine des temps. Ce point mérite d'être analysé de plus près, car l'alternateur comporte des inductances variables dans le temps. L'étude théorique (chap. I-4) nous a cependant montré que l'on pouvait considérer le système linéaire et à coefficients constants s'il était équilibré et si l'on se limitait à de petites perturbations. C'est le cas actuel. Par ailleurs, on vérifie expérimentalement que ψ moyen reste constant pour une valeur donnée de u_0 et que, quel que soit l'instant où l'on superpose à u_0 une tension d'entrée, on obtient la même réponse $u(t)$.

L'étude est donc possible. Mais il est difficile de réaliser un oscillateur pour les très basses fréquences nécessaires. Il est, par contre, aisé de produire une impulsion manuellement, d'une durée de $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{10}$ de seconde. Ce temps est petit devant les périodes des phénomènes envisagés. Nous verrons ultérieurement que les pulsations à considérer ne dépassent pas 7 rd/s environ, ce qui correspond à des périodes minima de l'ordre de

la seconde. La théorie indique que la réponse impulsionnelle $W(t)$ est la transformée de FOURIER de la fonction de transfert harmonique $Y(j\omega)$. Ce qui s'écrit :

$$(1) \quad Y(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Pour interpréter les courbes de réponse relevées expérimentalement, un calcul sera nécessaire. Suivant un procédé courant, on en cherche une approximation à l'aide d'exponentielles réelles ou imaginaires. Ce procédé est valable dans la mesure où la réponse $W(t)$ a elle-même une décroissance exponentielle lorsque le temps devient très grand. Ce qui revient à savoir si l'on peut appliquer le développement de HEAVISIDE [19] à la fonction $Y(p)$. Lorsque le système est à constantes localisées, $Y(p)$ ne fait intervenir que des polynômes de la variable opérationnelle p et il n'y a pas de difficultés. Mais nous devons considérer le cas de la ligne. Nous avons réalisé celle-ci à l'aide d'une ligne artificielle à constantes localisées. Sur le modèle réduit on peut donc appliquer la relation (1). Pour l'appliquer au modèle réel il faudrait supposer que l'on peut approcher les fonctions transcendantes de p , qui interviennent alors, par des polynômes. C'est ce que nous avons fait au chapitre (I-6).

L'intégrale (1) est alors aisée à calculer. Ensuite, un calcul un peu long, mais élémentaire, donne $Y(j\omega)$, en fonction de ω , à une constante près. Celle-ci est donnée par le régime continu ($\omega = 0$). Dans ce cas :

$$(2) \quad u = A(0) \cdot C(0) \cdot T(0) \cdot (u_0 - u).$$

Il est difficile de mesurer la tension d'erreur $u_0 - u$, qui vaut quelques millivolts en courant continu. Par contre, il est aisé de mesurer la tension de sortie u_L de l'amplificateur, qui vaut :

$$u_L = A(0) \cdot (u_0 - u).$$

(2) peut s'écrire :

$$u = C(0) \cdot T(0) \cdot u_L.$$

D'autre part, u est très voisin de u_0 , donc :

$$A(0) \cdot C(0) \cdot T(0) = \frac{u}{u_0 - u} = \frac{u}{u_L} \cdot A(0) = \frac{u_0}{u_L} \cdot A(0).$$

B. — Résultats.

Nous avons fait trois essais, en trois points de la caractéristique P_3 de la figure 53 du chapitre (III-3), pour des angles :

$$\delta_1 = 95^\circ,$$

$$\delta_2 = 75^\circ,$$

$$\delta_3 = 50^\circ.$$

Nous avons tout d'abord cherché la variation de $u_L(0)$ en fonction de δ pour le régime continu. Cette mesure doit se faire par rapport à un niveau de référence qui

correspond à une tension d'entrée nulle à l'amplificateur. $u_r(\delta)$ est représentée sur la *figure 76*. A titre indicatif, nous avons tracé également $T(0)$ sur ces figures, ce qui montre bien la variation de $T(0)$ avec δ .

On obtient :

$$\delta_1 = 95^\circ \quad A(0) \cdot C(0) \cdot T_1(0) = 46,5 \text{ db,}$$

$$\delta_2 = 75^\circ \quad A(0) \cdot C(0) \cdot T_2(0) = 48 \text{ db,}$$

$$\delta_3 = 50^\circ \quad A(0) \cdot C(0) \cdot T_3(0) = 49 \text{ db.}$$

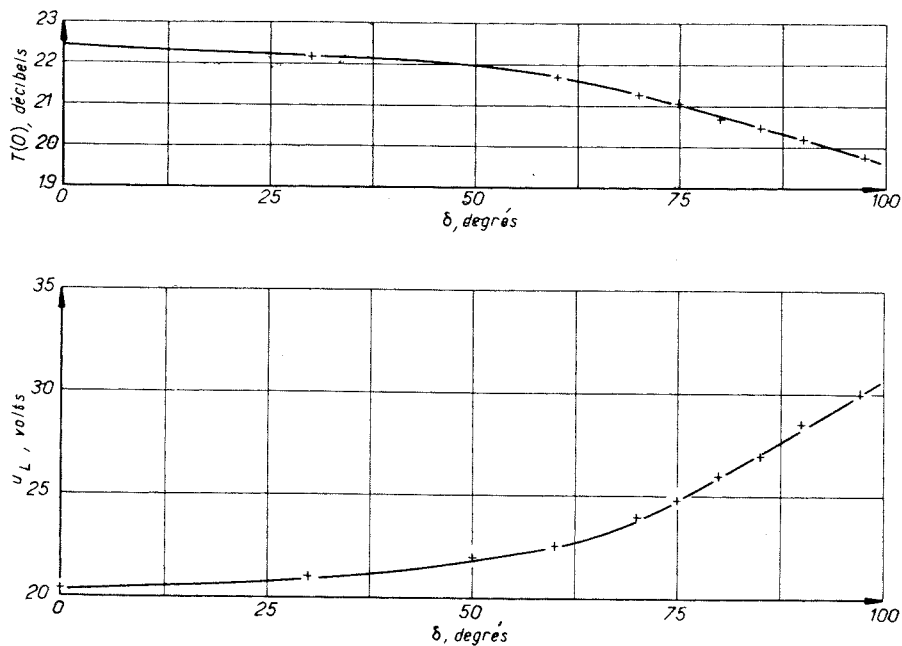
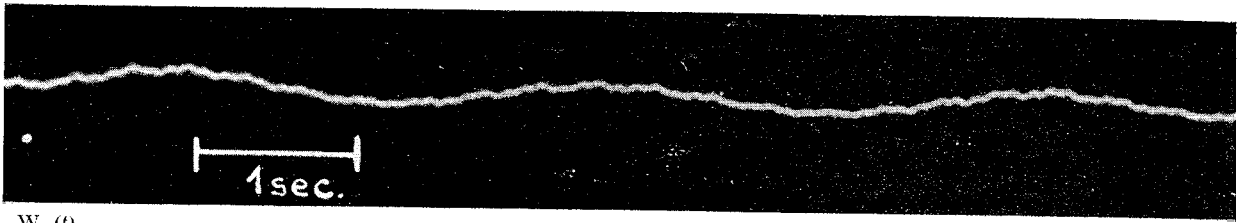


Fig. 76

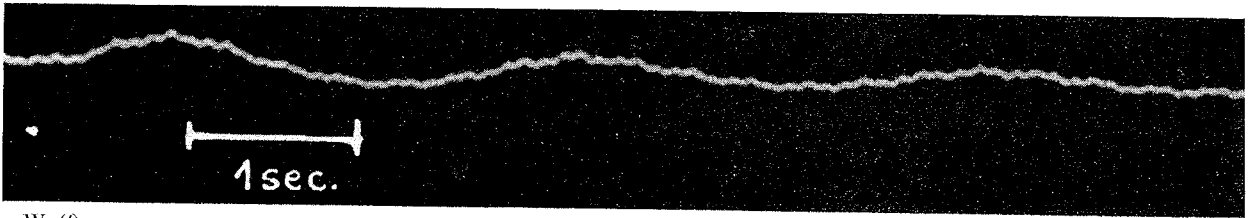
Les trois essais principaux ont consisté à donner une discontinuité impulsionnelle à u_0 . Nous avons enregistré ainsi $W_1(t)$ pour δ_1 , $W_2(t)$ pour δ_2 et $W_3(t)$ pour δ_3 . Les *figures 77, 78 et 79* montrent ces enregistrements à faible vitesse. Afin d'avoir la forme précise de ces courbes, nous les avons enregistrées également à plus grande vitesse. Nous avons aussi appliqué, au lieu d'une impulsion, un faible échelon de tension continu et observé la réponse. La dérivée de cette dernière doit être identique à $W(t)$. Les réponses impulsionnelles $W(t)$ se présentent sous la forme d'une sinusoïde amortie dont la première période serait tronquée. Cette dernière particularité est soulignée dans la *figure 80*, qui montre la première demi-période de $W(t)$ pour un angle δ d'une centaine de degrés et une impulsion de plus grande amplitude que précédemment. L'évolution de la forme de $W(t)$ avec δ constitue le phénomène important. Lorsque δ décroît :

- a) la période de l'oscillation décroît;
- b) l'amortissement croît.



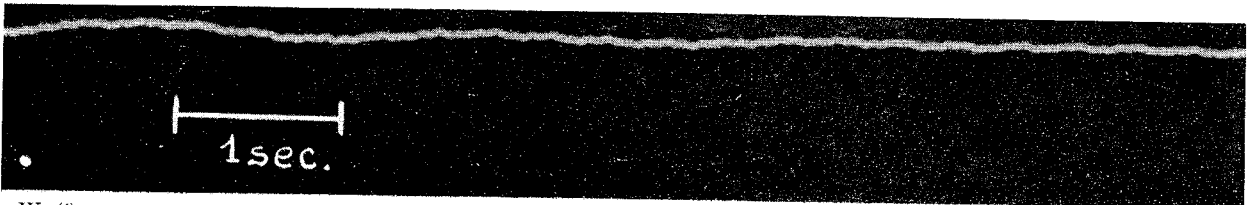
$W_1(t)$

Fig. 77



$W_2(t)$

Fig. 78



$W_3(t)$

Fig. 79

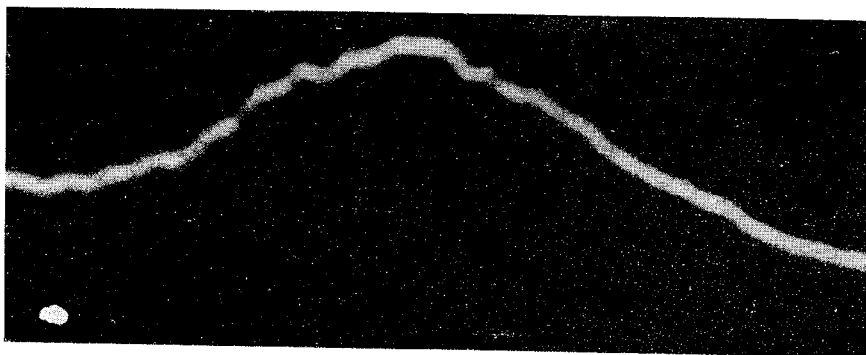


Fig. 80

A partir de ces données, nous avons pu obtenir une forme très approchée de l'équation de $W(t)$ (fig. 81) :

$$(3) \quad \begin{cases} W_1(t) = e^{-0,34t} \sin 2,4 t + e^{-5,5t} - e^{-3,1t}, \\ W_2(t) = e^{-0,44t} \sin 3 t + e^{-7,3t} - e^{-4,3t}, \\ W_3(t) = e^{-0,75t} \sin 3,5 t + e^{-10,5t} - e^{-7t}. \end{cases}$$

Les deux dernières exponentielles interprètent la forme de la première demi-période. Les transformées de FOURIER s'écrivent :

$$Y_1(j\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{2,4 + \omega}{0,34^2 + (2,4 + \omega)^2} + \frac{2,4 - \omega}{0,34^2 + (2,4 - \omega)^2} \right] \\ + \frac{j}{2} \left[\frac{0,34}{0,34^2 + (2,4 + \omega)^2} - \frac{0,34}{0,34^2 + (2,4 - \omega)^2} \right] \\ + \left[\frac{5,5}{5,5^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{5,5^2 + \omega^2} \right] - \left[\frac{3,1}{3,1^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{3,1^2 + \omega^2} \right],$$

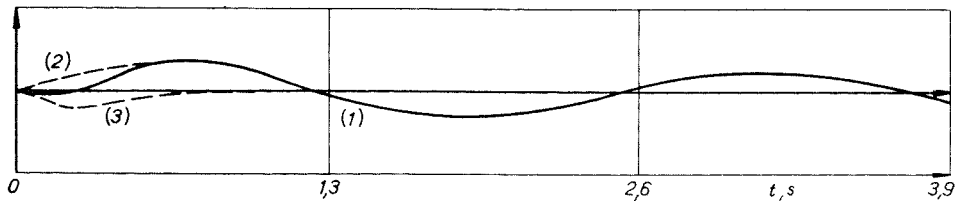


Fig. 81

$$W_1(t) = e^{-0,34t} \sin 2,4 t + e^{-5,5t} - e^{-3,1t} \\ (1) = \underbrace{\phantom{e^{-0,34t} \sin 2,4 t}}_{(2)} + \underbrace{\phantom{e^{-5,5t} - e^{-3,1t}}}_{(3)}$$

$$Y_2(j\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{3 + \omega}{0,44^2 + (3 + \omega)^2} + \frac{3 - \omega}{0,44^2 + (3 - \omega)^2} \right] \\ + \frac{j}{2} \left[\frac{0,44}{0,44^2 + (3 + \omega)^2} - \frac{0,44}{0,44^2 + (3 - \omega)^2} \right] \\ + \left[\frac{7,3}{7,3^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{7,3^2 + \omega^2} \right] - \left[\frac{4,3}{4,3^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{4,3^2 + \omega^2} \right],$$

$$Y_3(j\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{3,5 + \omega}{0,75^2 + (3,5 + \omega)^2} + \frac{3,5 - \omega}{0,75^2 + (3,5 - \omega)^2} \right] \\ + \frac{j}{2} \left[\frac{0,75}{0,75^2 + (3,5 + \omega)^2} - \frac{0,75}{0,75^2 + (3,5 - \omega)^2} \right] \\ + \left[\frac{10,5}{10,5^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{10,5^2 + \omega^2} \right] - \left[\frac{7}{7^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{7^2 + \omega^2} \right].$$

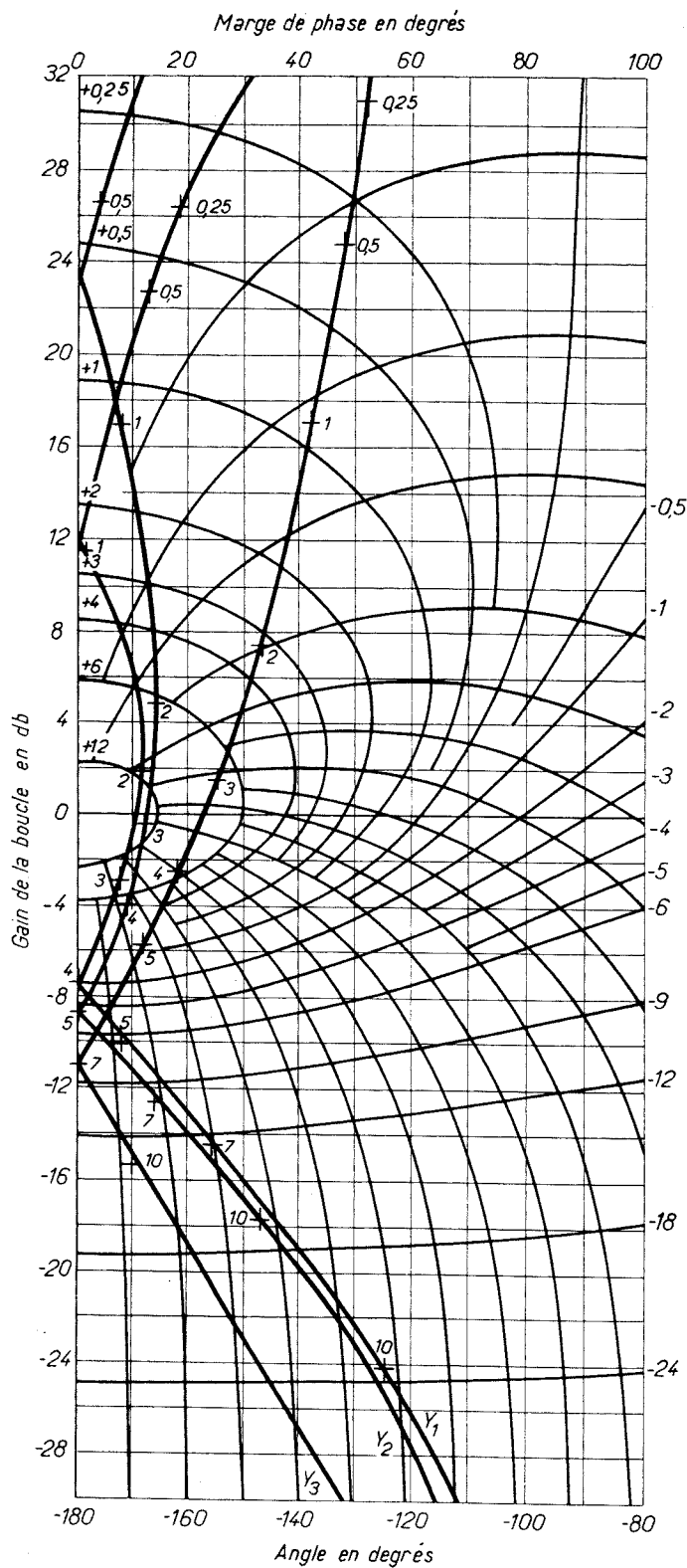


Fig. 82

Nous avons tracé directement sur l'abaque de BLACK (fig. 82) les transformées $Y_1(j\omega)$, $Y_2(j\omega)$, $Y_3(j\omega)$. Elles sont relatives aux coordonnées curvilignes. Dans les coordonnées cartésiennes de l'abaque, on lit les fonctions de transfert correspondantes $B_1(j\omega)$, $B_2(j\omega)$, $B_3(j\omega)$ de la boucle. Nous les traçons en coordonnées polaires sur la figure 83.

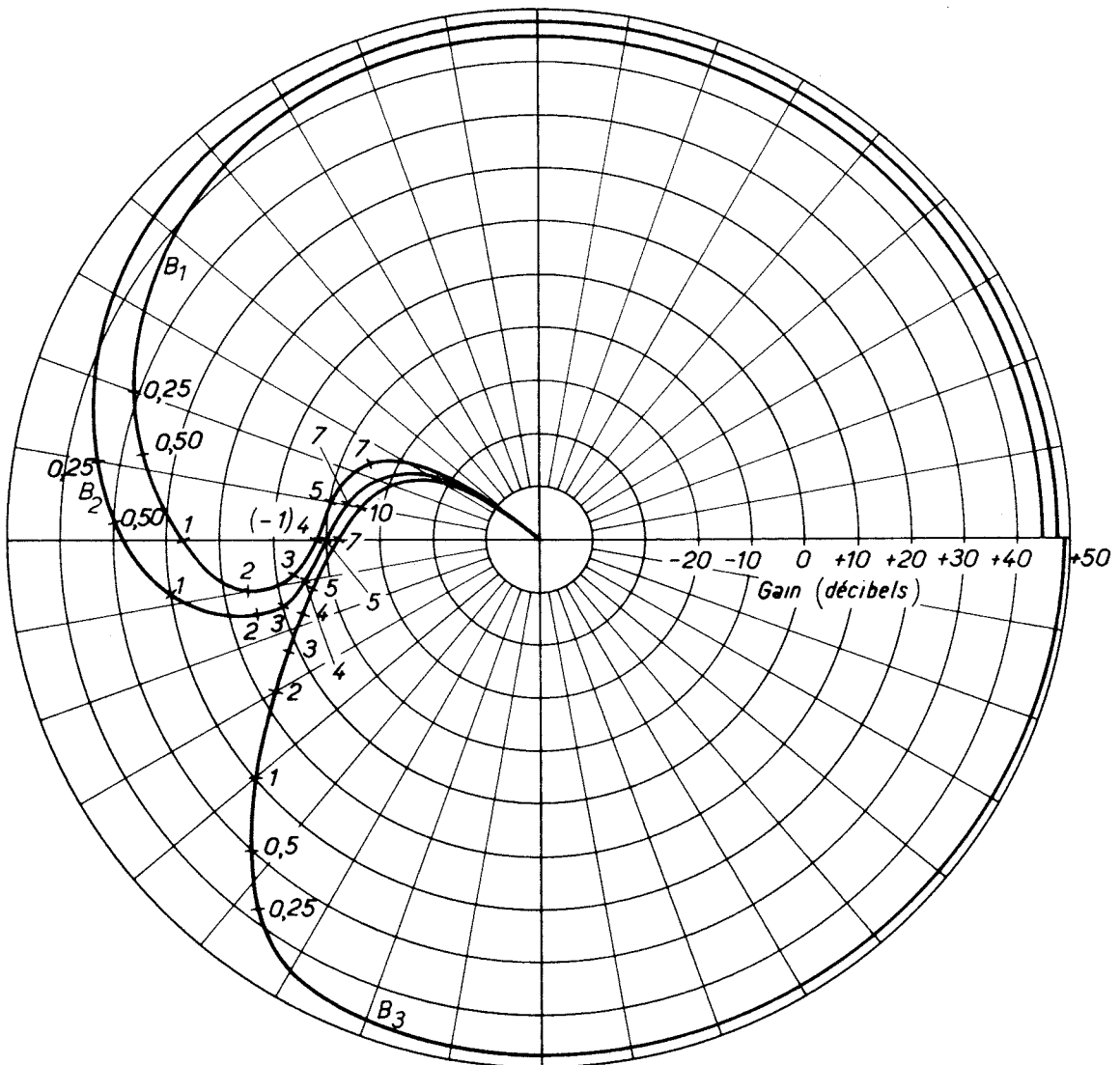


Fig. 83

C. — Conclusions.

Les deux courbes $B_1(j\omega)$ et $B_2(j\omega)$ encerclent le point $(-1,0)$ (fig. 83), une fois dans le sens négatif (sens inverse de celui des aiguilles d'une montre lorsque l'on part de $\omega = 0$). L'application du théorème de CAUCHY à $1 + B_1(j\omega)$ et à $1 + B_2(j\omega)$ montre que ces deux fonctions ont chacune un pôle à partie réelle positive. Elles en ont un seul puisque, le système étant stable, elles ne peuvent avoir de zéro. Le pôle en question ne peut exister que dans $B(j\omega) = A(j\omega) \cdot C(j\omega) \cdot T(j\omega)$. $A(p)$ et $C(p)$ représentent des éléments à minimum de phase. Seule, $T(p)$ peut avoir un pôle à partie

réelle positive. Pour $\delta_1 = 95^\circ$ et $\delta_2 = 75^\circ$, $T_1(p)$ et $T_2(p)$ représentent un filtre instable vis-à-vis de leur entrée, c'est-à-dire que leur réponse $\psi(t)$ est telle que $\int_0^\infty |\psi(t)| dt$ soit infinie. La variable ψ de sortie dérive indéfiniment, l'alternateur n'est plus synchronisé au réseau. Un raisonnement identique montre que $1 + B_3(p)$ a ni zéro, ni pôle. Pour $\delta = 50^\circ$, l'alternateur est naturellement stable.

Le fait que les courbes $B(j\omega)$, relatives à des valeurs de δ inférieures à la valeur caractéristique, se situent à l'extérieur de $B_1(j\omega)$ par rapport au point $(-1,0)$, explique que lorsque la stabilité est obtenue pour un angle δ_M maximum, elle l'est pour toutes les valeurs de δ inférieures à δ_M . La forme de $B_1(j\omega)$ permet d'expliquer deux phénomènes observés expérimentalement.

Lorsque l'on augmente le gain de l'amplificateur, $B_1(j\omega)$ subit une homothétie par rapport au centre du diagramme. On peut atteindre ainsi une valeur du gain pour laquelle la courbe n'entoure plus le point $(-1,0)$. Comme le pôle n'a pas disparu, l'application du théorème de CAUCHY permet de conclure que l'on a introduit un zéro dans $1 + B_1(p)$. Pratiquement, on observe une oscillation d'amplitude croissante, dont la période, de l'ordre de 2 s, correspond aux points de pulsation 3 à 4 rd/s, qui se rapprochent du point $(-1,0)$. Cette période, étant donné sa longueur, est aisément observée.

Si, au contraire, nous diminuons le gain, bien que $B_1(j\omega)$ encercle toujours le point $(-1,0)$, une dérive lente se produit, qui conduit au décrochage. Le gain est diminué, donc la précision l'est aussi et les perturbations prennent une importance accrue. On ne se situe plus dans les hypothèses de la linéarité et $T_1(p)$ ne représente plus le système. L'angle δ de la roue polaire subit des fluctuations de plusieurs degrés jusqu'à ce que la courbe $B(p)$ correspondante n'englobe plus le point $(-1,0)$. Il est à noter que ce type de décrochage peut se produire seulement après un temps assez long (1 mn, par exemple). Il diffère essentiellement de celui obtenu sans réglage, qui se produit en quelques secondes. Sans réglage, la dérive est due à un pôle de $T(p)$. Avec réglage, elle provient d'un manque de précision, ce qui nous amène à considérer plus étroitement les perturbations auxquelles est soumis le système.

2. — PETITES PERTURBATIONS

Elles ont une triple origine : le réseau récepteur, le couple moteur et l'excitation. On peut déjà indiquer que dans le modèle réduit les perturbations font intervenir des amplitudes et des fréquences supérieures à celles du modèle réel.

En effet, les variations de couple moteur d'une turbine hydraulique de grande puissance sont d'amplitude inférieure et moins rapides que celles du moteur à courant continu de faible puissance du modèle réduit.

De même, le réseau basse tension que nous utilisons comme récepteur, subit des fluctuations plus importantes que celles d'un réseau à très haute tension dont il est supposé être le modèle.

Quant aux perturbations dues à l'excitation, elles sont essentiellement représentées par l'hystérésis de l'excitatrice. Dans les deux cas, modèles réel et réduit, l'hystérésis se

traduit par une tension continue qui se superpose à l'excitation. Son influence est donc directement déterminée par la précision du réglage, que nous allons examiner maintenant.

Les perturbations mentionnées s'introduisent en des points du système représenté par $T(p)$ (*fig. 75*). Nous appelons $\mu(p)$ la fonction de transfert d'une grandeur perturbatrice $\gamma(p)$, par rapport à la variable ψ . On en déduit, pour le régime permanent :

$$\psi(p) = \frac{\Lambda(0) \cdot T(0)}{1 + \Lambda(0) \cdot C(0) \cdot T(0)} u_0 + \frac{\mu(p)}{1 + \Lambda(p) \cdot C(p) \cdot T(p)} \gamma(p).$$

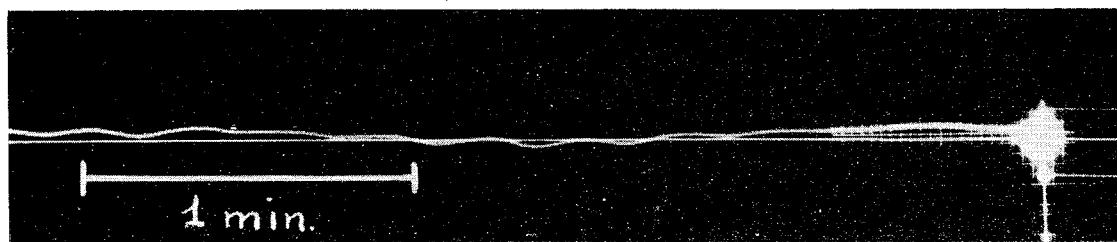


Fig. 84. — Cette figure représente un extrait de l'enregistrement de ψ (la fin)
Les deux segments blancs à l'extrémité droite représentent les écarts $\pm 1^\circ$
L'ensemble de l'enregistrement est de cette forme

L'erreur qui affecte ψ est représentée par le deuxième terme. Celui-ci a une importance d'autant plus grande devant le premier terme que l'amplification $\Lambda(0)$ est plus petite. Nous avons fait un enregistrement de longue durée (1 h) de l'erreur sur ψ (*fig. 84*). Nous avons ainsi pu constater que pour une amplification $\Lambda(0)$ de 150,

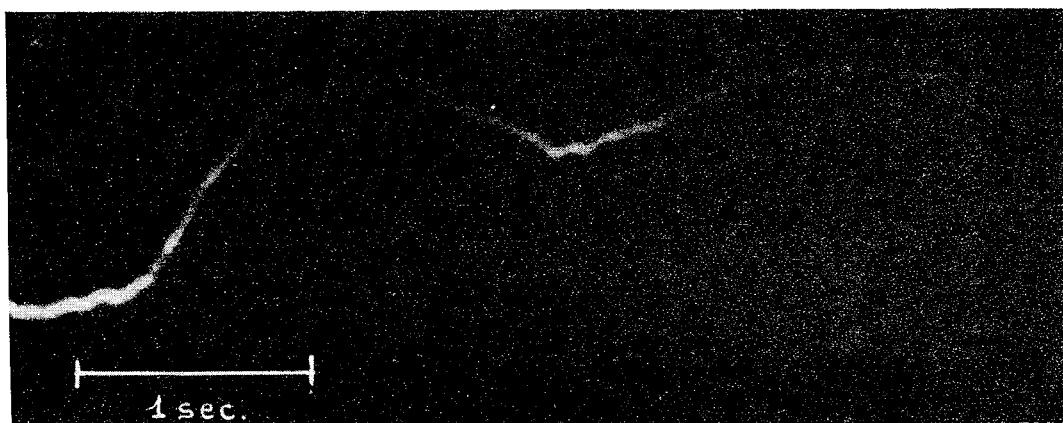


Fig. 85

au régime caractéristique, les variations observées de ψ correspondaient à des écarts de déphasage inférieurs à $\pm 1^\circ$ (la valeur permanente est de -6°).

Si l'on diminue l'amplification $\Lambda(0)$, tout en conservant un fonctionnement qui, analytiquement, est stable, les erreurs prennent une importance accrue. Il en résulte deux conséquences graves :

a) des variations des déphasages de plusieurs degrés sont inacceptables en régime permanent;

b) ces variations modifient la fonction $T(p)$. On peut ainsi atteindre une zone instable, à la suite de lentes dérives. Nous en avons parlé au paragraphe précédent.

Ces observations suggèrent une remarque qui concerne l'appréciation de la stabilité d'un servomécanisme à l'aide des notions de marges de phase. Nous disposons ici d'un réglage précis pour une marge de phase à peine supérieure à 10° , ce qui semblerait faible vis-à-vis des marges habituellement admises. La précision nous paraît un critère plus rationnel de stabilité. En effet, les marges de phase nécessaires dépendent essentiellement de l'importance des perturbations et de leur influence sur la structure du système. Dans le cas idéal où aucune non-linéarité ne serait à craindre, la notion de marge de phase perdrait totalement son intérêt.

Figure 85, nous donnons encore la réponse unitaire de $u(t)$ lorsque l'on superpose une tension constante à u_0 . Le temps τ (fig. 86), appelé parfois « délai de retour », que

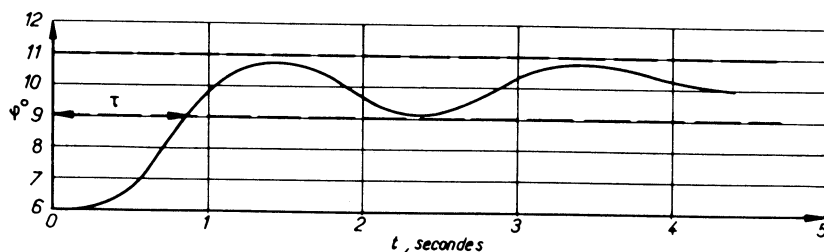


Fig. 86

met la tension u pour atteindre la valeur finale avec la tolérance qui correspond à la précision de 1° pour le déphasage, vaut 0,8 s. Ces grandeurs donnent une idée des durées des régimes transitoires dus aux perturbations. Ces dernières seront d'autant plus nuisibles que leur fréquence sera voisine de 0,5 Hz.

Le stade suivant de l'étude consisterait à déterminer le servomécanisme optimum à l'aide du critère de l'« erreur quadratique minimum ». Il faudrait faire intervenir les spectres des perturbations qui affectent le modèle réel. Cette étude ne présente pas d'intérêt sur le seul modèle, où l'analogie statistique des perturbations avec celles des modèles réels n'est évidemment pas réalisée.

3. — STABILITÉ DYNAMIQUE

Elle concerne les perturbations de grande amplitude du système, auxquelles l'étude analytique ne peut plus s'appliquer.

Une première série d'essais a consisté à introduire brutalement une impédance dans chaque phase entre le réseau et la ligne. Nous avons cherché l'impédance maximum qui permette de rester dans les limites du degré pour la précision du décalage de la roue polaire. L'impédance défavorable du point de vue de la stabilité est l'inductance, dont la mise en série dans la ligne accroît le décalage de la roue polaire. Au cours du fonctionnement au régime caractéristique, nous avons introduit, entre l'extrémité de chacune des phases de la ligne de 1 000 km et le réseau, une inductance résistive de $3,2 + j 6,1 \Omega$ ($0,06 + j 0,12$ en valeur relative). Il en est résulté un décalage de 5° de la roue polaire



Fig. 87
 $t_{cc} \neq 0,3 \text{ s}$



Fig. 88
 $t_{cc} \neq 0,5 \text{ s}$



Fig. 89
 $t_{cc} \neq 0,7 - \varepsilon \text{ s}$

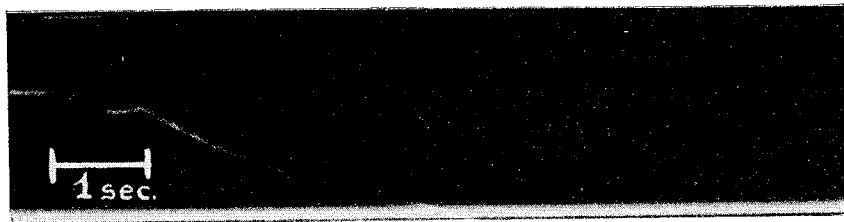


Fig. 90
 $t_{cc} \neq 0,7 + \varepsilon \text{ s}$

Fig. 87, 88, 89 et 90. — Variations de ψ pour des courts-circuits monophasés de durée t_{cc} à 333 km du générateur

de l'alternateur. Le décalage s'est établi à 100° et a conservé la précision du degré. La perturbation occasionnée est équivalente à une variation de la tension du réseau récepteur de 10 % en amplitude et de 8° en phase.

Dans une deuxième série d'essais, des courts-circuits monophasés ont été effectués le long de la ligne. Les durées de court-circuit qui provoquent le décrochage de l'alternateur décroissent lorsque le point de court-circuit se rapproche du générateur. Les figures 87 à 90 montrent les oscillogrammes de ψ , pour différentes durées d'un court-circuit monophasé à une distance de 333 km de l'alternateur. On constate que jusqu'à une durée de 0,5 s, la stabilité est maintenue. Ces oscillogrammes soulignent la grande sensibilité de ψ devant les perturbations. Le court-circuit provoque un affaiblissement momentané du couple résistant de l'alternateur, qui subit alors une forte accélération. Il en résulte une surexcitation, due à l'action du réglage, qui ramène le rotor à sa position d'équilibre de façon quasi apériodique. Il ne faut, d'ailleurs, pas oublier que l'ensemble du phénomène se déroule dans une zone située bien au delà de la limite de stabilité statique.

Les résultats précédents montrent que les problèmes posés par la stabilité dynamique ne sont pas plus restrictifs pour un transport d'énergie à longue distance, corrigé comme il a été décrit, que pour les habituels transports à courte distance.

Il faut cependant remarquer que ces essais n'ont qu'une valeur approchée, la similitude étant de moins en moins bonne entre le modèle et la réalité, lorsque l'on considère des fréquences qui s'éloignent de la fréquence nominale de 50 Hz. Ces fréquences élevées interviennent dans les ondes à front raide, provoquées, en particulier, par les courts-circuits.

4. — ESSAI COMPLÉMENTAIRE

En utilisant les principes énoncés dans ce chapitre, nous avons pu réaliser dans les mêmes conditions de stabilité et de précision (1° pour la phase), le transport de la puissance caractéristique à une distance de 1 333 km. Ce fonctionnement correspond à un décalage angulaire de 115° . La limite de 120° , avec la même précision, a été atteinte. Il est difficile d'apprécier l'angle limite de stabilité, qui se situe à une valeur nettement supérieure aux précédentes, car le passage à l'instabilité ne se fait pas avec netteté lorsque l'on utilise le réglage. Rappelons que, sans asservissement, la précision du degré permet à l'alternateur un angle limite de l'ordre de 60° , ce qui correspond à des transports à une distance maximum de 500 km. D'autre part, l'alternateur utilisé n'est pas muni d'amortisseurs.

Le servomécanisme utilisé est du même type que celui qui nous a donné la stabilité pour une distance de 1 000 km. Seul, un correcteur beaucoup plus élaboré a été nécessaire (fig. 91). Les impédances relatives à l'amplificateur n'ont pas été modifiées. On a ajouté au correcteur placé entre le détecteur et l'amplificateur un élément de retard de 12 μF placé en dérivation, un élément d'avance de 6 μF , placé en série. Ces deux éléments ont pour effet de fournir un filtrage très énergique et sélectif pour des oscillations de période très lente, voisine de 2,5 s. D'autre part, comme la longueur électrique

de la ligne se rapproche de 90° , on peut conserver à l'amplificateur un gain sensiblement égal au précédent, car la variable ψ est plus sensible aux variations de δ .

Il faut encore signaler que ce dernier essai montre qu'il est possible de dépasser largement la limite de stabilité transitoire (elle se situe au voisinage de 105°) à l'aide de la méthode proposée.

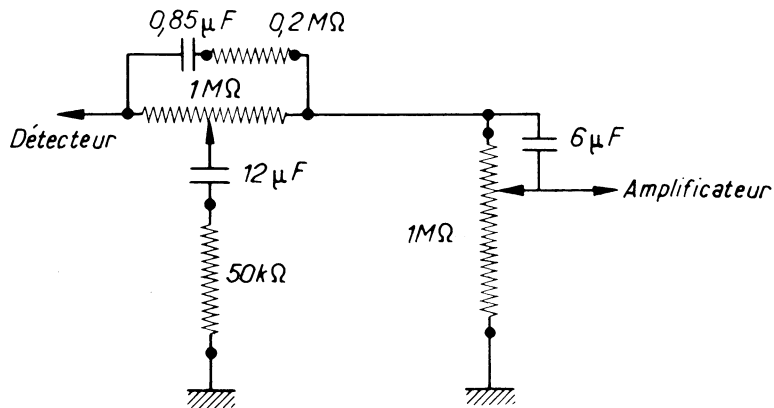


Fig. 91

En conclusion, nous pensons que la méthode exposée peut être utilisée tant que l'écart angulaire n'atteint pas des valeurs telles que l'action, selon l'axe direct du pôle, devienne inefficace. Dans ce cas, il serait nécessaire de recourir à une action selon un enroulement placé dans l'axe transversal. Il est peu probable, cependant, que des transmissions d'une longueur supérieure au quart d'onde soient économiquement viables.

CHAPITRE VI

COMPLÉMENTS

Dans ce chapitre, nous analyserons brièvement le contenu des travaux antérieurs, que nous avons pu utiliser. Ensuite, nous étudierons trois points particuliers qui concernent le transport d'énergie à l'aide de longues lignes : le couplage au réseau, la mesure à une extrémité de la ligne des grandeurs qui se réfèrent à l'autre extrémité, le cas où la puissance du réseau ne peut être considérée comme très élevée. Nous terminerons en indiquant quelques sujets, susceptibles d'être développés, que la présente étude a suggéré.

1. — BIBLIOGRAPHIE

Depuis longtemps, les exploitants se sont rendus compte que les alternateurs munis d'un régulateur de tension sensible voyaient leur stabilité augmenter, en particulier durant les régimes transitoires. Le régulateur a tendance à maintenir le flux constant dans l'axe direct du stator. Aux fuites près, ce flux est celui qui traverse le pôle inducteur. L'action du régulateur repousse donc la limite de stabilité statique vers la limite dynamique. De même, il est connu que l'excitatrice série, qui tend à conserver une valeur constante en flux même du pôle inducteur, repousse la limite de stabilité à sa valeur dynamique (ou transitoire).

Nous allons donner une idée succincte des publications qui ont déjà envisagé la possibilité de fonctionnement des alternateurs avec de très grands décalages de la roue polaire.

a) DARRIEUS [3].

DARRIEUS a fourni une somme de considérations théoriques qui précisent le problème. La stabilité est assurée si l'on parvient à imposer au flux polaire une loi de variation croissante avec le déphasage δ de la force électromotrice de l'alternateur avec la tension de référence.

L'intérêt de cette publication est de poser le problème dans la perspective des asservissements. Le réglage par la chaîne excitatrice ne fait intervenir que des puissances faibles. Il est inutile d'augmenter le rapport de court-circuit ou le moment d'inertie des générateurs, au détriment d'une construction économique. Enfin, il est possible d'utiliser d'autres variables que δ , difficilement accessible, pour le réglage. La puissance réactive est, en particulier, citée. Nous avons tiré parti de cette remarque.

b) FREY [4].

Cette publication prouve, théoriquement et expérimentalement, qu'il est possible de fonctionner avec un décalage angulaire quelconque, si l'on utilise un asservissement de l'excitation à l'angle δ . Pour les angles δ très grands, il faut utiliser en plus un enroulement transversal d'excitation. Jusqu'à la limite transitoire de stabilité, il suffit d'asservir avec δ . Au delà, il faut utiliser en plus la dérivée. Enfin, la stabilité est conditionnelle et des surréglages peuvent intervenir.

Pratiquement, des fonctionnements avec des décalages de la roue polaire de valeurs supérieures à la limite statique et inférieures à la limite transitoire, ont été obtenus. Ces fonctionnements ont conduit à une bonne stabilité en régime transitoire.

c) LEBEDEV [5].

Il est possible de repousser la limite de stabilité à sa valeur transitoire à l'aide d'une excitation asservie au décalage de la roue polaire, ou à la tension, ou à l'intensité aux bornes de la machine. La stabilité est conditionnelle et il n'est pas possible d'améliorer sa limite en utilisant la dérivée de la variable d'entrée. Cette conclusion est contradictoire avec celle de FREY.

Cette publication décrit des essais en vraie grandeur d'un alternateur à rotor lisse. Des décalages d'une centaine de degrés ont été atteints. Depuis ces expériences, un transport d'énergie sur une longueur de 925 km (Kouibychev-Moscou) a été mis en service. Bien que les alternateurs aient été compoundés, on leur a associé une correction sur les éléments à courant fort, constituée par des éléments passifs répartis le long de la ligne (capacités série-inductances shunt).

d) KRON [29].

Cet auteur a fait de nombreux travaux sur le calcul des réseaux. Il a, en particulier, cherché à annuler l'influence de la réactance interne des alternateurs, afin d'obtenir un synchronisme très rigide du fonctionnement même dans des conditions très défavorables. L'utilisation d'un régulateur de tension a conduit KRON à intercaler dans la chaîne des correcteurs d'un type voisin de ceux que nous avons utilisés. Il semblerait donc que le problème traité soit en partie analogue au nôtre. Il est d'ailleurs curieux de constater que les résultats de KRON ont été obtenus sans avoir recours à la théorie des servomécanismes. Mais la méthode suivie est difficilement appréciable car seules les grandes lignes ont été publiées.

2. — COUPLAGE AU RÉSEAU

Il n'est pas possible de mettre sous tension une ligne longue de transmission, ouverte à son extrémité. Le problème se pose donc de savoir de quelle manière il faut procéder pour coupler un alternateur au réseau par l'intermédiaire d'une ligne d'un millier de kilomètres, non compensée. Nous recourons à l'autosynchronisation, déjà utilisée dans certains pays [30] pour le couplage au réseau de générateurs de grande puissance.

Le rotor de l'alternateur, non excité, est amené à une vitesse voisine de celle du synchronisme. La charge réactive, constituée alors par l'alternateur, est couplée au réseau. Ensuite, on excite progressivement la machine jusqu'au régime normal. La synchronisation est aisée. Dans notre cas, nous procédons de la même façon, la ligne étant d'emblée reliée à l'alternateur. Nous n'avons ainsi jamais constaté ni surtension, ni appel de courant excessif au réseau. Le couplage effectué revient à brancher sur le réseau l'impédance :

$$jZ \frac{x \cos \Phi + Z \sin \Phi}{Z \cos \Phi - x \sin \Phi}.$$

Cette expression simplifiée concerne le cas d'un alternateur à rotor lisse et d'une ligne sans perte. Au voisinage de $\operatorname{tg} \Phi = \frac{Z}{x}$, l'impédance est très grande et son branchement influe peu sur le réseau. On se trouve dans un tel cas favorable pour des lignes d'un millier de kilomètres. Les considérations de la première partie de ce travail permettent l'étude précise du couplage. D'autre part, les amplitudes de tension mises en jeu durant le couplage peuvent être appréciées grâce à la méthode BERGERON, si l'on utilise les coordonnées du repère « 0 — » étudiées au chapitre (I-3). Dans ce système de coordonnées, la ligne triphasée est décomposée en trois lignes monophasées distinctes. Dans deux d'entre elles, la vitesse de propagation est identique. Dans la troisième, qui correspond aux composantes homopolaires, la vitesse est différente. Il importe de tenir compte de ce fait lors de la traduction des résultats, du repère « 0 — » au repère réel.

Une remarque intéressante peut encore être faite. Avant l'établissement du régulateur, nous observions, lorsque l'alternateur était couplé à la ligne, ouverte à son extrémité, un phénomène très net d'autoexcitation. Il n'y a là rien d'étonnant puisque l'impédance d'entrée de la ligne ouverte vaut par phase $-jZ \operatorname{cotg} \Phi$, avec les hypothèses simplificatrices envisagées plus haut. La présence du régulateur a supprimé ces effets. L'autoamorçage provoque un fort débit capacitif; aussi, le régulateur réagit vivement en fournissant à l'alternateur une excitation négative.

3. — DÉTECTION DE L'ÉCART ANGULAIRE δ

Nous avons dit qu'une grosse difficulté rencontrée lorsque l'on veut détecter l'angle δ est la télémessure de la tension instantanée u_r du réseau d'une extrémité à l'autre de la ligne. Il est cependant possible d'obtenir u_r sans recourir à une télémessure. Lorsque la structure de la ligne reste inchangée (absence de défauts), on peut la considérer comme trois quadripôles de phases, reliés mutuellement. Il est donc possible, en se plaçant à une extrémité, de connaître ce qui se passe à l'autre. Le problème revient à construire un détecteur susceptible de réaliser des fonctions de transfert qui, analytiquement, s'exprime par des fonctions hyperboliques de la variable opérationnelle p . Nous avons indiqué dans le chapitre (I-6), comment il est possible d'effectuer une telle synthèse.

Un cas très simple est celui où l'on se place dans des conditions telles que la composante homopolaire est nulle (neutre isolé, en particulier). La relation entre la

tension d'une phase côté réseau, avec la tension et l'intensité côté générateur, s'exprime par l'égalité :

$$U_r = U_g \operatorname{ch} P_a l + Z_{ca} \operatorname{sh} P_a l I_g,$$

avec :

$$P_a = \sqrt{(l_a p + r_a)(c_a p + g_a)};$$

$$Z_{ca} = \sqrt{\frac{l_a p + r_a}{c_a p + g_a}};$$

l_a, c_a, r_a, g_a : inductance, capacitance, résistance et perditance de la ligne;

l : longueur de la ligne;

U_r, U, I : transformées des tensions au réseau et au générateur, de l'intensité au générateur.

Le problème pratique consiste à faire la synthèse des fonctions de transfert $\operatorname{ch} P_a l$ et $\operatorname{sh} P_a l$.

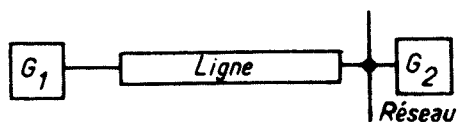


Fig. 92

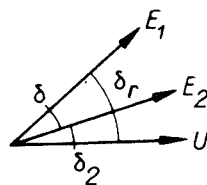


Fig. 93

4. — RÉSEAU DE PUISSANCE LIMITÉE

Nous avons supposé que l'alternateur considéré fournissait une puissance très petite par rapport à celle du réseau auquel il était relié. Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, il importe de savoir ce que devient le degré de stabilité.

On peut alors assimiler l'ensemble des générateurs, à l'exception de l'alternateur G_1 situé à l'extrémité de la ligne, à un seul générateur G_2 (fig. 92), d'impédance interne x_2 , non négligeable.

La puissance synchronisante circule entre les deux générateurs (fig. 93). Sa valeur devient :

$$P_{s_1} = \frac{E_1 E_2 \cos \delta}{X + x_2}$$

(dans le cadre des hypothèses faites au chap. III-1, rotor lisse, ligne sans pertes). E_1 et E_2 sont les f.e.m. respectives des deux machines, δ leur angle de déphasage et $X + x_2$ l'impédance qui les sépare. Si le générateur G_2 est de très grande puissance devant G_1 , δ tend à devenir égal à δ_r , qui est le déphasage entre E_1 et la tension U du réseau. La puissance synchronisante devient :

$$P_{s_r} = \frac{E_1 U \cos \delta_r}{X}$$

Les limites de stabilité des fonctionnements envisagés sont obtenues respectivement pour $\delta = \frac{\pi}{2}$ et $\delta_r = \frac{\pi}{2}$. Dans le premier cas, le déphasage limite de E_1 par rapport à U devient :

$$\delta + \delta_2 = \frac{\pi}{2} + \delta_2.$$

Lorsque la puissance de G_2 devient très grande, x_2 est petit et E_2 se confond avec U , donc $\delta_2 = 0$. La limite pour δ est $\frac{\pi}{2}$.

Nous avons donc bien étudié le cas le plus défavorable en utilisant un réseau de très grande puissance comme référence.

5. — POSSIBILITÉS D'ÉTUDES

a) AUTOAMORÇAGE.

Nous avons signalé les possibilités d'action vis-à-vis de l'autoamorçage que le régulateur étudié semblait susceptible de fournir. Son étude détaillée, dans le cadre de la théorie des servomécanismes et par rapport à l'autoamorçage, aurait sans doute un certain intérêt. L'étude se présente relativement simplement à une calculatrice analogique, puisque ce phénomène ne fait pas intervenir de variations de la vitesse de rotation du rotor considéré, les puissances actives mises en jeu étant très faibles.

b) OBSERVATEUR ÉLECTRONIQUE.

Un observateur constitué d'un tube cathodique dont la déviation magnétique est commandée par un stator triphasé est susceptible de permettre l'observation, non seulement des variations d'amplitude et de phase d'un système de tensions triphasées, mais encore des composantes symétriques réelles que nous avons définies dans la première partie de ce travail. Ces composantes peuvent se déduire de mesures par des transformations qui ne font intervenir que des grandeurs réelles. Elles ont donc un sens même en régime transitoire.

c) MÉTHODE BERGERON.

Nous avons indiqué la possibilité d'application de cette méthode aux systèmes triphasés. Nous pensons qu'il serait possible de développer cette application. D'autre part, il doit être possible de tirer parti du fait que la composante homopolaire se propage plus rapidement que les autres pour établir peut-être certaines protections.

d) MESURES.

Il y aurait un intérêt certain à étudier dans quelle mesure il est aisé de réaliser la synthèse des fonctions de transfert signalées au paragraphe 3 du présent chapitre. Mis à part la détection d'angles tels que δ ou δ_i , ces mesures permettraient, depuis une extrémité, de connaître toutes les composantes des vecteurs tension et intensité à l'autre extrémité.

e) SIMULATEUR.

La méthode exposée dans la première partie permet de réaliser un simulateur de réseau. L'utilisation de ce dernier est avantageuse lorsque, à un titre quelconque, il existe des asservissements dans le réseau, ou lorsque l'on veut faire varier dans d'assez larges limites des paramètres. A propos des alternateurs, nous signalons les sujets suivants :

- amortisseur optimum;
- comparaison des différentes excitations possibles;
- études des divers couples électriques.

CONCLUSIONS

Nous indiquerons les points au sujet desquels notre contribution est susceptible d'avoir quelque intérêt. Ils se rattachent à deux ordres d'idées principaux : le réglage des alternateurs et les méthodes d'étude des réseaux polyphasés.

1. — RÉGLAGE DES ALTERNATEURS

Tant dans l'étude analogique que dans l'étude sur micromachines, nous avons été frappés par le fait que des réglages, effectués dans la partie basse puissance des chaînes d'excitation, pouvaient conditionner le fonctionnement de l'ensemble d'une transmission d'énergie. Ce fait, bien connu des servomécaniciens, ne semble pas avoir encore été beaucoup exploité dans les réseaux électriques, où de nombreux réglages font encore intervenir des composantes susceptibles d'affecter directement le rendement (inertie, impédances en série ou en dérivation dans les lignes, prises sur les transformateurs...).

La remarque précédente s'applique en premier lieu au problème qui nous était posé : le transport de l'énergie aux longues distances. Plus précisément, il s'agissait de faire fonctionner des alternateurs au delà de leur limite naturelle de stabilité. La modification complète du système de transmission a même été préconisée par certains. Nous pensons pouvoir dire que le problème de la stabilité se réduit à une question d'asservissement. Nous avons proposé un réglage à partir du déphasage tension-intensité de sortie de l'alternateur. La chaîne d'asservissement comprendrait en particulier un correcteur. L'amplification pourrait s'effectuer par des moyens classiques (machines tournantes, amplificateurs magnétiques...). L'utilisation d'une excitatrice série semblerait particulièrement indiquée. Les parties à haute puissance de la transmission seraient du type habituel.

2. — MÉTHODES D'ÉTUDE DES RÉSEAUX

Nous nous proposons de fixer quelques points essentiels de comparaison entre l'étude à l'aide d'un microréseau, et l'étude à l'aide d'un calculateur analogique.

Dans les deux cas, on part de certaines grandeurs numériques qui définissent avec une certaine approximation le système réel pour un certain nombre de régimes.

Le gros avantage des micromachines est, lorsque l'on s'écarte de ces régimes, de se comporter encore d'une façon semblable à celle du modèle réel. Ce fait est dû à ce que l'on réalise, dans ce cas, une véritable similitude physique.

Un autre avantage tient à ce que les observations faites avec elles peuvent être directement interprétées.

Le calculateur analogique est de manipulation plus aisée, car ses éléments sont tous identiques. Cette constatation est spécialement utile pour une étude d'asservissement, d'autant plus que le bruit de fond propre au calculateur est très petit.

Ce dernier point est très intéressant pour les études de stabilité, car il permet de bien séparer l'influence des perturbations, qui peuvent être introduites, si on le désire, comme des variables mesurables.

Il est possible d'utiliser dans le calculateur des éléments non linéaires. Ces derniers risquent d'apporter certaines limitations aux possibilités de calcul. Aussi, serait-il fructueux d'étudier dans quelle mesure la stabilité dynamique peut être analysée par un tel calculateur.

Notre expérience se limite à un problème de petites variations autour d'un point d'équilibre. Il est possible, dans ce cas, de linéariser le système. Nous pensons que le calculateur analogique constitue, dans ce cas, un moyen d'étude de choix.

Il faut signaler aussi la possibilité, avec le calculateur, de décomposer une partie du système en plus petits éléments. Nous l'avons fait pour le correcteur de la chaîne d'asservissement, ce qui confère une grande souplesse à l'étude.

Enfin, on ne doit pas perdre de vue qu'un calculateur analogique tel que celui utilisé est, par sa nature, adapté à la résolution de problèmes très variés. Son exploitation est donc plus rentable que celle d'un microréseau.

Le problème traité a nécessité une théorie assez longue qui visait strictement à cette utilisation. Nous avons, en particulier, étudié de près deux questions qui ne sont pas habituellement considérées : les oscillations de la roue polaire des alternateurs et les régimes transitoires des lignes de transmission.

ANNEXE I

THÉORIE DES DEUX RÉACTIONS

Nous considérons un système polyphasé de m enroulements, numérotés de 0 à $m-1$. Ils sont identiques et disposés symétriquement sur une armature. Un rotor bipolaire tourne à une vitesse angulaire ω et fait varier les diverses inductances périodiquement.

Les enroulements sont parcourus par des courants $i_0 \dots i_k \dots i_{m-1}$. Nous cherchons la mutuelle inductance entre les enroulements i et k . Nous ferons une première supposition en admettant que la force magnétomotrice due à l'enroulement k est répartie sinusoidalement le long de la périphérie du stator. C'est-à-dire que l'on peut écrire :

$$\mathcal{F}_{k0} = K \cdot i_k \cdot \cos\left(\theta_0 - k \frac{2\pi}{m}\right).$$

K est un coefficient de proportionnalité;

θ_0 représente l'angle d'écart du point considéré avec l'axe de la phase 0.

L'application de la théorie des deux réactions conduit à considérer le flux créé par l'induit comme la somme vectorielle de deux flux :

- un flux longitudinal, selon l'axe des pôles rotoriques;
- un flux transversal, selon une perpendiculaire à l'axe précédent.

En appelant θ l'angle de l'axe des pôles rotoriques avec l'axe de la phase 0, on est amené à décomposer \mathcal{F}_{k0} selon :

$$\mathcal{F}_{k0} = K \cdot i_k \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos(\theta - \theta_0) \cos\left(\theta - k \frac{2\pi}{m}\right) \\ + \\ \sin(\theta - \theta_0) \sin\left(\theta - k \frac{2\pi}{m}\right) \end{array} \right\},$$

soit :

- une f.m.m. longitudinale :

$$\mathcal{F}_{k0(d)} = K i_k \cos\left(\theta - k \frac{2\pi}{m}\right);$$

— une f.m.m. transversale :

$$\bar{\Psi}_{k0(q)} = K i_k \sin \left(\theta - k \frac{2\pi}{m} \right).$$

L'hypothèse faite sur la décomposition du flux implique que la f.m.m. longitudinale rencontre une réluctance \mathcal{R}_d , la f.m.m. transversale une réluctance \mathcal{R}_q .

On en déduit les deux flux correspondants :

$$\Phi_{(d)k0} = \frac{\bar{\Psi}_{k0(d)}}{\mathcal{R}_d},$$

$$\Phi_{(q)k0} = \frac{\bar{\Psi}_{k0(q)}}{\mathcal{R}_q}.$$

Le flux au point θ_0 résulte de la composition de ces deux flux :

$$\Phi_{k0} = K \cdot i_k \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mathcal{R}_d} \cos(\theta - \theta_0) \cdot \cos \left(\theta - k \frac{2\pi}{m} \right) \\ \frac{1}{\mathcal{R}_q} \sin(\theta - \theta_0) \cdot \sin \left(\theta - k \frac{2\pi}{m} \right) \end{array} \right\}.$$

Si $\theta_0 = i \frac{2\pi}{m}$, Φ_{k0} représente le flux qui traverse la phase i , dû à la phase k .

La mutuelle inductance entre i et k peut s'écrire :

$$x_{ik} = \frac{K}{2} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_d} - \frac{1}{\mathcal{R}_q} \right) \cdot \cos \left[2\theta - (i+k) \frac{2\pi}{m} \right] \\ \left(\frac{1}{\mathcal{R}_d} + \frac{1}{\mathcal{R}_q} \right) \cdot \cos \left(i-k \right) \frac{2\pi}{m} \end{array} \right\}.$$

On pose :

$$a_{i-k,0} = \frac{K}{2} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_d} + \frac{1}{\mathcal{R}_q} \right) \cos \left(i-k \right) \frac{2\pi}{m},$$

$$a_{i-k,2} = \frac{K}{2} \left(\frac{1}{\mathcal{R}_d} - \frac{1}{\mathcal{R}_q} \right).$$

On peut encore écrire :

$$a_{i-k,0} = a_{0,0} \cdot \cos \left(i-k \right) \frac{2\pi}{m},$$

$$a_{i-k,2} = a_{0,2}.$$

ANNEXE II

INSTABILITÉS PROPRES AUX CALCULATEURS ANALOGIQUES ÉLECTRONIQUES

Supposons que nous ayons à résoudre un système différentiel de n équations du $m^{\text{ème}}$ ordre. Chacune de ces équations est de la forme opérationnelle suivante :

$$(1) \quad \sum_{j=0}^{j=n} \sum_{k=0}^{k=m} a_{ji}^{(k)} \cdot u_j^{(k)} = 0,$$

avec :

$$u_j^{(k)} = p^k \cdot u_j.$$

Les $a_{ji}^{(k)}$ sont des coefficients constants.

L'équation (1) se présente à la machine à calculer selon la *figure 94*. En réalité, la machine résout un système :

$$(2) \quad \frac{1}{R} \left[\sum_{j=0}^{j=n} \sum_{k=0}^{k=m} a_{ji}^{(k)}(p) \cdot u_j^{(k)} + r \cdot \alpha_i(p) \cdot u_i^{(0)} \right] = 0.$$

Ce nouveau système tient compte des fonctions de transfert des amplificateurs intégrateurs, déphaseurs et sommateurs utilisés dans la machine à calculer, ce qui se traduit de la façon suivante :

1° les coefficients $a_{ji}^{(k)}$ ne sont plus constants, ils dépendent maintenant de la variable opérationnelle p et deviennent des $a_{ji}^{(k)}(p)$;

2° la présence de la fonction de transfert inverse $\alpha_i(p)$ du sommateur de bouclage.

Supposons que nous observions une oscillation d'amplitude croissante et de pulsation ω_f , incompatible avec la nature physique du problème, ce qui signifie que le déterminant caractéristique $D_2(p)$ de (2) admet une racine à partie imaginaire $j\omega_f$ et à partie réelle positive. Le déterminant $D_1(p)$ de (1) n'admet pas cette racine.

Le système ne comprenant que des amplificateurs et des éléments passifs est à minimum de phase, donc justiciable de la loi de BODE. La courbe $|D_2(j\omega)|$, en fonction de ω , aura, au voisinage de $\omega = \omega_f$, une pente supérieure à la pente critique de 20 db/décade. Nous chercherons à rendre le système stable en multipliant le déterminant $|D_2(j\omega)|$ par une fonction $|Y_i(j\omega)|$, de façon que la courbe

$[D_2(j\omega)] \cdot [Y_i(j\omega)]$ satisfasse aux conditions de stabilité. C'est un problème de correction classique. Nous placerons pratiquement des admittances $Y_i(p)$ aux bornes des $a_{ij} u_i$ à la place des résistances R , pour l'équation i , par exemple. (2) devient :

$$(3) \quad Y_i(p) \left[\sum_{j=0}^{j=n} \sum_{k=0}^{k=m} a_{ji}^{(k)}(p) \cdot u_j^{(k)} + r \cdot \alpha_i(p) \cdot u_i^{(0)} \right] = 0.$$

Le déterminant caractéristique de (3) diffère de celui de (2) par la ligne i qui est multipliée par $R \cdot Y_i(p)$. On a donc bien :

$$(4) \quad D_3(p) = R \cdot Y_i(p) \cdot D_2(p).$$

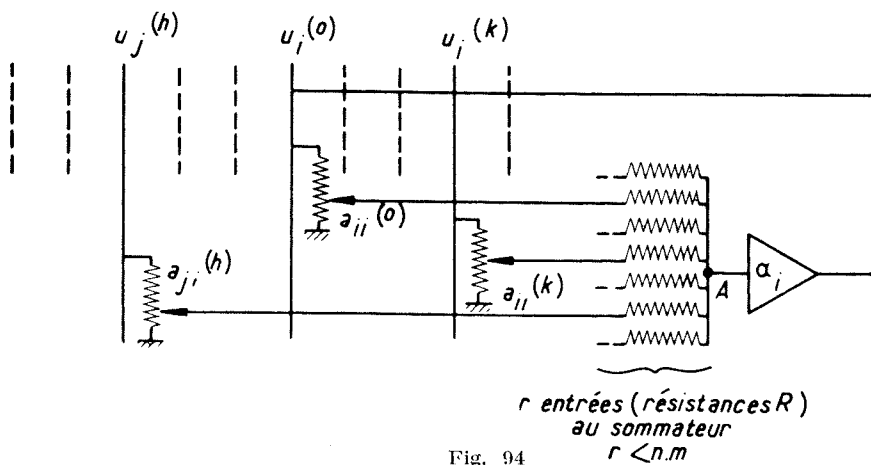


Fig. 94

Dans le cas où une correction ne suffit pas, il est possible de multiplier d'autres lignes par des fonctions $Y(p)$. On obtient :

$$(5) \quad D_3(p) = R \cdot \dots \cdot Y_i(p) \cdot \dots \cdot Y_g(p) \cdot \dots \cdot D_2(p).$$

De plus, si le système réel peut avoir des solutions à partie imaginaire comprise entre ω_a et ω_b , par exemple (ω_f est hors de l'intervalle $\omega_a - \omega_b$), il est nécessaire que dans cet intervalle, (3) et (2) aient des déterminants caractéristiques de même forme, c'est-à-dire que l'on s'impose comme condition :

$$R \cdot \dots \cdot Y_i(p) \cdot \dots \cdot Y_g(p) \neq 1$$

dans l'intervalle $\omega_a - \omega_b$.

Cette méthode présente un intérêt dans les cas d'instabilité où l'on possède *a priori* une idée sur la nature des solutions du système, ce qui permet de fixer l'intervalle $\omega_a - \omega_b$. Dans le problème, des petites oscillations du rotor d'un alternateur, qui, bien entendu, sont de très basse fréquence, nous avons pu éliminer une fréquence parasite d'oscillation de plusieurs dizaines de hertz, en plaçant en parallèle, avec chaque résistance R , de deux sommateurs, une capacité de $0,1 \mu F$ [$R = 2 M\Omega$].

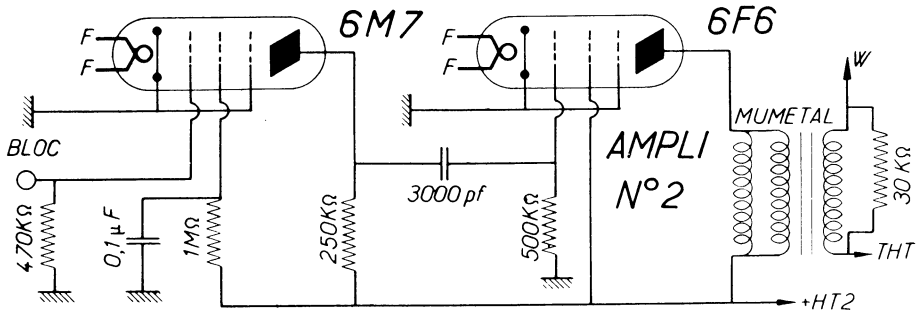


Fig. 96

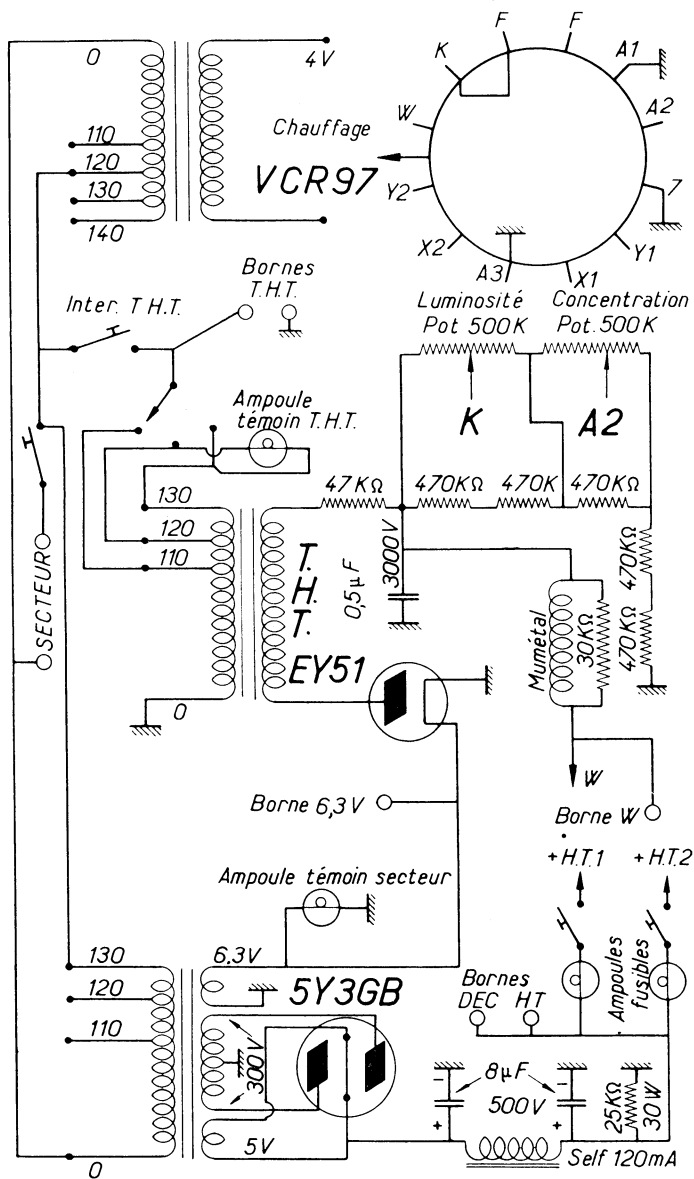


Fig. 97

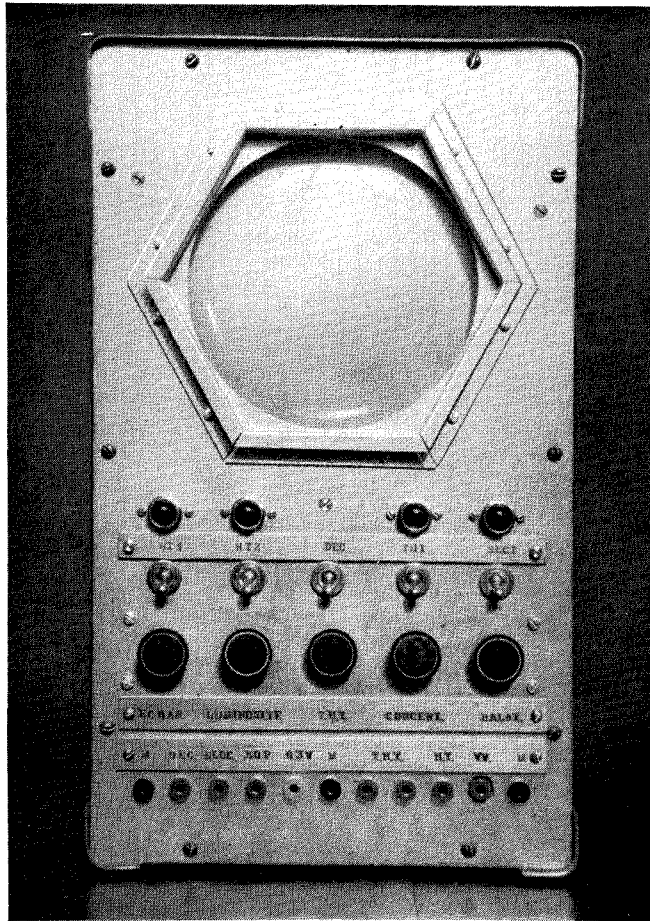


Fig. 98

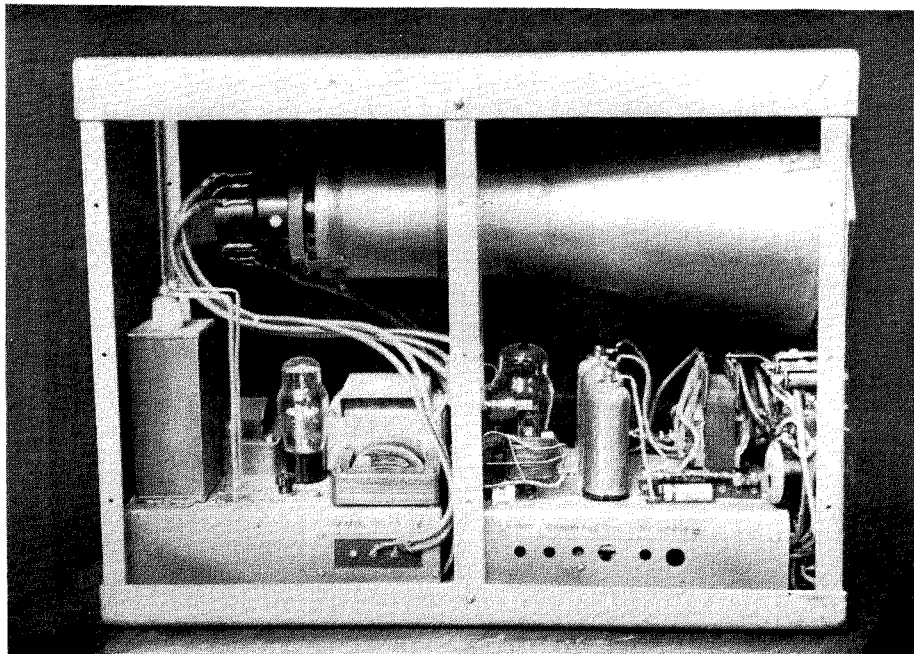


Fig. 99

Le phasemètre comprend essentiellement trois parties (*fig. 95, 96 et 97*) :

— l'amplificateur (1) alimente le balayage. Il est constitué par un montage push-pull qui alimente un pont résistance-capacité. On applique ainsi aux plaques deux tensions en quadrature et l'on obtient un balayage circulaire. Une réaction à l'aide d'un quadripôle en double T, sélective pour la fréquence de 50 Hz, élimine l'effet parasite d'harmoniques éventuels. Une constante de temps, introduite dans les circuits d'écran, permet d'en modifier progressivement la tension et d'obtenir un gain progressif de l'amplificateur, donc un balayage spiral sur l'écran de l'oscillographe;

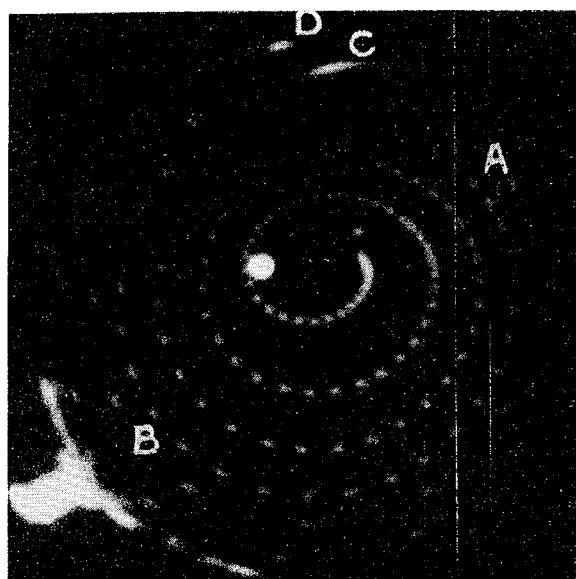


Fig. 100

— l'amplificateur (2) amplifie et écrête les signaux dont on veut repérer la phase. Le signal crénelé de sortie est appliqué à un transformateur en mumétal très aisément saturable. Le secondaire, en série dans le wehnelt du tube oscillographique, reçoit donc des impulsions qui correspondent aux brusques variations de flux, synchrones avec la phase de la tension d'entrée. Remarquons qu'il suffit que cette dernière soit périodique pour que l'on obtienne un résultat;

— enfin, l'appareil possède une alimentation haute tension et une alimentation basse tension de types classiques.

Les *figures 98 et 99* donnent une vue de l'appareil. A titre documentaire, nous montrons la *figure 100* qui représente la variation du décalage de la roue polaire lors du couplage de l'alternateur au réseau par l'intermédiaire d'une longue ligne de transmission. Le couplage a été effectué au point A (*fig. 100*). De A à B, la machine accélère, puis le pôle ayant dépassé le champ tournant statorique, ralentit jusqu'en C, où elle est sur le point de se synchroniser. Cependant, le couple synchronisant n'est pas suffisant, elle glisse encore d'une paire de pôles pour s'accrocher définitivement en B. Après quelques oscillations, la roue polaire prend un décalage fixe.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. JANCKE et K. AKERSTROM. — *Le condensateur série, et plus spécialement son emploi sur le réseau suédois*. Conférence Internationale des Grands Réseaux Électriques (C.I.G.R.E.), 1950, n° 332.
- [2] U. LAMM. — *Progrès réalisés en Suède dans le transport de l'énergie en courant continu à haute tension*. C.I.G.R.E., 1948, n° 411.
- [3] G. DARRIEUS. — *La transmission d'énergie à très grande distance et la stabilisation artificielle des réseaux*. C.I.G.R.E., 1946, n° 110; 1948, n° 127.
- [4] W. FREY. — *La stabilisation, par réglage rapide de l'excitation, des alternateurs synchrones destinés à la transmission de l'énergie à grande distance*. Revue Brown Boveri, novembre 1946.
- [5] S. A. LEBEDEV. — *La stabilité artificielle des machines synchrones*. C.I.G.R.E., 1948, n° 334.
- [6] H. JAMES, N. NICHOLS and R. PHILLIPS. — *Theory of servomechanisms*. Radiation Laboratory Series, M.I.T., 1947, Mac Graw Hill.
- [7] FORTESCUE. — *Symmetrical coordinates*. Vol. 37 (2), 1918, A.I.E.E. Transactions (p. 1027).
- [8] A. BLONDEL. — *Sur une équation vectorielle, en notation complexe, de l'alternateur à deux réactions et ses applications*. Comptes Rendus à l'Académie des Sciences, octobre 1921.
- [9] R. ROBERT. — *Micromachines et microréseaux*. C.I.G.R.E., 1950, n° 338.
- [10] V. A. VENIKOV. — *Modèles physiques des phénomènes électriques*. C.I.G.R.E., 1952, n° 339.
- [11] F. RAYMOND. — *Sur certains déterminants intervenant dans la théorie des oscillations de systèmes synchrones*. Revue Scientifique, mars 1942.
- [12] F. RAYMOND. — *Contribution à l'étude des réseaux polyphasés symétriques*. Thèse, Paris, 1945.
- [13] E. CLARKE. — *Circuit analysis of A.C. power systems*. J. Wiley, 1943.
- [14] YU-KU. — *Extension of two reactions theory of multiphase synchronous machines*. Electrical Engineering, janvier 1937.
- [15] C. CONCORDIA. — *Synchronous machines*. J. Wiley, 1951.
- [16] A. KAUFMANN. — *Mise en équations et résolution des réseaux électriques en régime transitoire par la méthode tensorielle*. Thèse, Grenoble, 1954.
- [17] R. H. PARK. — *Two-reaction theory of synchronous machines*. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers (A.I.E.E.), 1929, vol. 48 (p. 716).
- [18] W. J. GIBBS. — *The modern approach to electrical machine analysis*. The Engineer, octobre-novembre 1951.

- [19] J. R. CARSON. — *Electric circuit and operational calculus*. Mac Graw Hill, 1926.
 - [20] SATCHE-GROSSE. — *Le calcul des tensions de rétablissement et des surtensions internes par la méthode BERGERON*. C.I.G.R.E., 1950, n° 128.
 - [21] F. RAYMOND. — *Le calcul analogique — Principes et contribution à une théorie générale*. Société d'Électronique et d'Automatisme.
 - [22] C. MOUNIER. — *Généralités sur les principes de fonctionnement des machines mathématiques électriques analogiques*. Revue Générale de l'Électricité, novembre 1953.
 - [23] G. DARRIEUS. — *Les modèles mécaniques en électrotechnique — Leur application aux problèmes de stabilité*. Bulletin de la Société Française des Électriciens, octobre 1929.
 - [24] G. KRON. — *A super-regulator*. The Matrix and Tensor Quaterly, vol. V, n° 3, mars 1955.
 - [25] F. CAHEN. — *Une nouvelle table à calcul à courant alternatif*. Revue Générale de l'Électricité, février 1949.
 - [26] M. W. BODE. — *Network analysis and feedback amplifier design*. Van Nostrand, 1946.
 - [27] G. KORN and T. KORN. — *Electronic analog computers*. Mac Graw Hill, 1952.
 - [28] CHESTNUT. — *Obtaining attenuation-frequency characteristics for servomechanisms*, General Electric Review, décembre 1947.
 - [29] G. KRON. — *Regulating system for dynamoelectric machines*. U.S. Patent, n° 2692967. novembre 1954.
 - [30] L. G. MAMIKONIANTS. — *Couplage en parallèle des machines synchrones par la méthode de l'auto-synchronisation*. C.I.G.R.E., 1954, n° 152.
-

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

TECHNOLOGIE
DES CALCULATRICES ARITHMÉTIQUES

Vu :

Grenoble, le 6 juillet 1956

Le Président de la Thèse :

L. NÉEL.

Vu :

Grenoble, le 6 juillet 1956

Pour le Doyen de la Faculté des Sciences,

L'Assesseur,

L. NÉEL.

Vu et permis d'imprimer :

Grenoble, le 7 juillet 1956

Le Recteur de l'Académie de Grenoble,

H. PARISELLE.



IMPRIMERIE

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : PERRET.

Prénom : René.

Date de la soutenance : 11 juillet 1956.

Numéro d'ordre : 75.

PERRET (René). — Stabilisation des transports d'énergie à longue distance. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1958. In-8°, 171 p., 100 fig.

(Th. Sc. Phys. Grenoble, 1956. N° 75)

PERRET (René). — Stabilisation des transports d'énergie à longue distance. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1958. In-8°, 171 p., 100 fig.

(Th. Sc. Phys. Grenoble, 1956. N° 75)

PERRET (René). — Stabilisation des transports d'énergie à longue distance. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1958. In-8°, 171 p., 100 fig.

(Th. Sc. Phys. Grenoble, 1956. N° 75)

PERRET (René). — Stabilisation des transports d'énergie à longue distance. — *Paris*, Imp. du Ministère de l'Air, 1958. In-8°, 171 p., 100 fig.

(Th. Sc. Phys. Grenoble, 1956. N° 75)
