



Détermination de la fonction de transfert d'un servomécanisme par la méthode des boucles

Bernard Faury

► To cite this version:

Bernard Faury. Détermination de la fonction de transfert d'un servomécanisme par la méthode des boucles. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1960. Français. NNT : . tel-00277658

HAL Id: tel-00277658

<https://theses.hal.science/tel-00277658>

Submitted on 7 May 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

d'ordre :

THÈSE

présentée à

LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR EN SERVOMÉCANISMES

3^e Cycle

par

Bernard FAURY

Licencié ès Sciences

DÉTERMINATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT D'UN SERVOMÉCANISME PAR LA MÉTHODE DES BOUCLES

soutenue le 20 décembre 1960 devant la Commission d'examen :

MM. M. FALLOT, *Président*

J. KUNTZMANN
R. PERRET } *Examineurs*

N° d'ordre :

T H E S E

présentée à

LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR EN SERVOMECHANISMES

3ème Cycle

par

BERNARD FAURY

Licencié ès Sciences

DETERMINATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT
D'UN SERVOMECHANISME PAR LA METHODE DES BOUCLES

Thèse soutenue devant la Commission d'examen :

MM. M. FALLOT - Président

J. KUNTZMANN - Examineurs

R. PERRET

Le présent travail a été préparé aux Laboratoires de Servomécanismes et de Mathématiques Appliquées de l'Université de Grenoble. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur KUNTZMANN, Directeur de ce dernier laboratoire. Ses précieux conseils et les enseignements que j'ai recueillis dans ses ouvrages et dans ses cours m'ont grandement aidé dans l'élaboration de ce mémoire.

J'adresse mes remerciements les plus vifs à Monsieur le Professeur FALLOT, Directeur du Laboratoire de Servomécanismes, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider mon Jury de Thèse.

Que Monsieur PERRET veuille bien trouver ici l'expression de ma vive gratitude pour son enseignement, ses conseils et tout l'intérêt qu'il a porté à mon travail. Je lui adresse mes remerciements pour la bienveillance avec laquelle il a accepté d'examiner ma Thèse.

Je voudrais également exprimer toute ma reconnaissance au personnel du Laboratoire de Mathématiques Appliquées, en particulier à MM. BOLLIET et GASTINEL, dont les conseils en technique de programmation m'ont été d'un précieux secours.

S O M M A I R E

Chapitre 1 : Méthode des Boucles pour le calcul des Fonctions de Transfert

- 1 - 1 : Matrice de connexion d'un servomécanisme
 - 1 - 1 - 1 : Généralités
 - 1 - 1 - 2 : Matrice de connexion
- 1 - 2 : Etude des différents termes de la matrice de connexion
 - 1 - 2 - 1 : Permutation
 - 1 - 2 - 2 : Application à l'écriture d'un terme
 - 1 - 2 - 3 : Représentation graphique d'un terme cyclique
 - 1 - 2 - 4 : Représentation complète d'un terme de déterminant
- 1 - 3 : Calcul d'une Fonction de Transfert
 - 1 - 3 - 1 : Règle pratique
 - 1 - 3 - 2 : Exemples
 - 1 - 3 - 3 : Comparaison aux méthodes classiques
- 1 - 4 : Parties mortes - Parties indifférentes
 - 1 - 4 - 1 : Définitions
 - 1 - 4 - 2 : Distinction entre parties mortes et parties indifférentes

Chapitre II : Calcul d'une Fonction de Transfert à l'aide du
calculateur Gamma E.T.

II - 1 : Première méthode de calcul formel d'un dé-
terminant

II - 1 - 1 : Exposé de la méthode

II - 1 - 2 : Capacité

II - 1 - 3 : Présentation du calcul - Organigramme

II - 1 - 4 : Présentation des données - Résultats

II - 2 : Méthode des Boucles adaptée au calculateur
Gamma

II - 2 - 1 : Notations et description de l'Orga-
nigramme

II - 2 - 2 : Résultats

A_V_A_N_T - P_R_O_P_O_S

Nous présentons dans ce mémoire la méthode des Boucles pour la détermination de la fonction de transfert d'un asservissement à partir de son schéma fonctionnel (1).

Nous nous sommes aperçus qu'il existait une relation entre chacun des termes de la fonction de transfert et chacune des boucles orientées de l'asservissement. Une étude approfondie de cette relation nous a amenés à la rédaction de la première partie de ce mémoire qui est l'étude théorique de la méthode des boucles. Nous avons tiré, en conclusion, une règle pratique qui permet d'écrire directement la fonction de transfert du servomécanisme étudié, par la simple inspection des boucles fermées et orientées.

En seconde partie, nous avons exposé deux méthodes utilisant un calculateur électronique Gamma E.T. pour déterminer la structure de la fonction de transfert en partant de la matrice de connexion du servomécanisme. La première méthode permet de déterminer par une suite d'opérations logiques, la valeur formelle de chacun des termes d'un déterminant. La deuxième est une traduction de la méthode des boucles adaptée au calculateur.

N.B. Les chiffres entre parenthèses renvoient à la bibliographie.

CHAPITRE I

Méthode des Boucles pour le calcul des Fonctions de Transfert

1 - 1 Matrice de connexion d'un servomécanisme

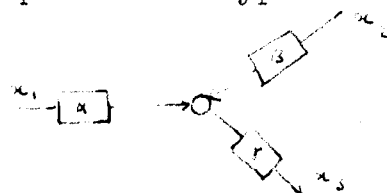
1 - 1 - 1 Généralités sur les équations algébriques régissant le fonctionnement d'un servomécanisme (2)

En considérant comme indéterminées les inconnues origines des différents dipôles, un système asservi peut être représenté par un système d'équations linéaires : en chaque noeud il existe une ou deux équations reliant les variables des branches partant de ce noeud, aux variables des branches y arrivant.

Rappelons que les noeuds rencontrés sont de deux genres :

a) Genre noeud mélangeur ou additionneur : en ce noeud il arrive une branche et il en part deux. Les trois variables arrivant à ce noeud sont assujetties à une équation du type :

$$\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 = 0$$



où α, β, γ sont des coefficients dont un au moins est égal à ± 1 , les autres étant égaux à des transmittances de branches.

b) Genre noeud bifurcation : une branche arrive à ce noeud, deux en partent. Les équations reliant les diverses inconnues sont

du type :



Le système d'équations obtenu, écrit sous forme matricielle, nous donne la matrice de connexion du réseau.

Pour obtenir une écriture générale de cette matrice, nous nous imposerons les conditions suivantes :

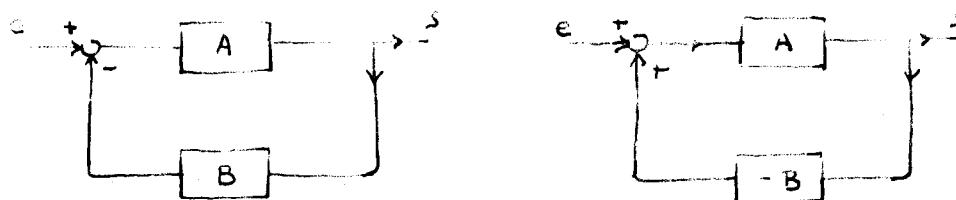
- 1° - Pour un dipôle donné, l'inconnue choisie sera la variable origine, la variable extrémité se déduisant de celle-ci par la relation :

$$x_2 = A \cdot x_1$$

où A est la transmittance du dipôle considéré.

- 2° - Les différents noeuds seront numérotés à raison d'un d'un numéro par noeud mélangeur et deux numéros pour un noeud bifurcation. Ce numéro sera l'indice de la branche partant de ce noeud, et de la variable de cette branche.

- 3° - Tous les noeuds soustracteurs seront transformés en noeuds additionneurs par introduction du signe "moins" devant la transmittance de la branche intéressée.



Avec de telles conventions, pour tous les schémas, nous aurons une matrice de connexion d'allure générale semblable :

- les termes diagonaux seront égaux à + 1
- Un terme au moins, deux au plus par colonnes, seront égaux à "plus" ou "moins" la transmittance de branche, si celle-ci est issue respectivement d'un noeud mélangeur ou d'un noeud bifurcation.

La forme générale du système sera : $A.X = E$

A : matrice de connexion d'ordre $n = N_1 + 2 N_2$

N_1 : nombre de noeuds mélangeurs

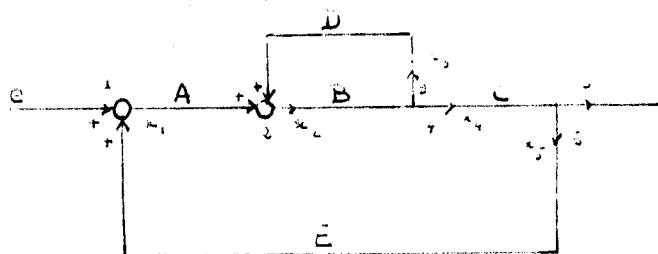
N_2 : " " bifurcation

Les lignes de cette matrice correspondent aux équations des noeuds, les colonnes aux transmittances de branches.

La matrice X est une matrice colonne correspondant aux indéterminées des différents dipôles.

La matrice E sera une matrice à n lignes et p colonnes si dans le réseau donné il y a p entrées.

1 - 1 - 2 Exemple de matrice de connexion



$$x_1 = e + E x_5$$

$$x_2 = A x_1 + D x_3$$

$$x_3 = B x_2$$

$$x_4 = B x_2$$

$$x_5 = C x_4$$

$$s = C x_4$$

d'où l'écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -B & 0 \\ -A & 1 & -D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La Fonction de Transfert du servomécanisme est donné par la résolution de ce système d'équations par rapport à s :

$$\frac{S}{e} = \frac{|A_s|}{A}$$

$|A_s|$ étant le déterminant $|A|$ dans lequel on a remplacé la colonne correspondant à la branche de sortie par la colonne entrée.

Le calcul de la fonction de transfert est ainsi ramené à la résolution de deux déterminants qui ont pour caractéristiques essentielles d'être très creux, c'est-à-dire que la majorité des coefficients est égale à 0. Cette particularité nous permettra d'élaborer des méthodes rapides de résolutions :

- Résolution par méthode graphique
- Résolutions automatiques basées sur la recherche formelle des éléments constitutifs d'un terme du déterminant.

1 - 2 Etude des différents termes de la matrice de connexion

Pour résoudre ce système d'équations linéaires dont chacune ne contient que peu d'inconnues, nous reprenons une idée de Monsieur GOUARNE (3) utilisée pour la résolution rapide des déterminants très creux. Avec cette méthode nous utilisons, pour écrire la fonction de transfert, uniquement la topologie du schéma synoptique du servomécanisme. Nous allons donner quelques définitions nécessaires à l'exposé et à la démonstration de la méthode.

1 - 2 - 1 Permutation

Soit une permutation P s'appliquant sur les n objets d'un ensemble fini. L'application de P sur un objet de l'ensemble lui fait correspondre un autre objet de l'ensemble. Une façon de définir une telle permutation est d'écrire sur une ligne les objets de l'ensemble, et en dessous de chacun d'eux leurs transformés par P :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

La permutation P étant définie sur un ensemble fini, si nous partons d'un objet donné, et que nous lui appliquions plusieurs fois la permutation P , au bout de $p \leq n$ itérations, nous retrouvons l'objet de départ :

$$a = P^p(a)$$

Cela nous permet une autre forme d'écriture de la permutation P : nous allons écrire entre parenthèses chacune des séquences définies comme suit : après chaque objet, on écrit son transformé,

le dernier objet de la séquence aura le premier pour transformé, la permutation ci-dessus s'écrit alors :

$$P = (1\ 5\ 4\ 2) \ (3) \ (6)$$

Cette permutation est formée de trois cycles :

- un cycle d'ordre 4
- deux cycles d'ordre 1.

On remarque que toute permutation circulaire à l'intérieur d'un cycle, n'altère pas ce cycle :

$$(1\ 5\ 4\ 2) = (5\ 4\ 2\ 1) = (4\ 2\ 1\ 5) = (2\ 1\ 5\ 4)$$

1 - 2 - 2 Application à l'écriture d'un terme de déterminant

La valeur d'un déterminant est la somme de plusieurs termes ; chacun de ces termes est formé du produit d'éléments choisis dans ce déterminant à raison d'un par lignes et par colonnes.

Pour chacun des termes du déterminant, nous pourrions définir une permutation P qui transforme l'indice de ligne des éléments facteurs en leur indice colonne.

Exemple : soit le terme : $a_{15} a_{21} a_{33} a_{42} a_{54} a_{66}$

La permutation P qui définit un tel terme est :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (1\ 5\ 4\ 2) \ (3) \ (6)$$

On symbolisera ce terme par $a(P)$, le signe de $a(P)$ dépendra de la parité de la permutation P qui est égale à la somme des parités des cycles constitutifs. La parité d'un cycle est égale au nombre des objets figurant dans ce cycle plus un.

Pour l'exemple donné ci-dessus la parité de P est :

$$5 + 2 + 2 = 9$$

Le signe de $a(P)$ sera donc le signe de $(-1)^9 = -1$

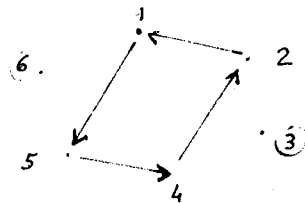
La valeur d'un déterminant est complètement définie lorsque l'on connaît les différentes permutations P qui peuvent être définies sur l'ensemble des éléments non nuls de ce déterminant.

1 - 2 - 3 Représentation graphique d'un terme cyclique

Nous pouvons rattacher à cette écriture cyclique une représentation graphique dans laquelle tous les objets de l'ensemble seront représentés par un point. Chaque objet sera relié à son transformé par une flèche orientée vers celui-ci. Avec ces conventions un cycle de la permutation aura pour image un polygone fermé et orienté. Ce polygone peut dégénérer en une droite orientée dans les deux sens pour un cycle d'ordre 2, ou en un point pour un cycle d'ordre 1 ; dans ce dernier cas, ce point sera affecté d'une marque spéciale : cercle par exemple. Une permutation P sera complètement définie lorsque tous les objets de l'ensemble seront contenus une fois et une fois seulement dans un choix d'un ou plusieurs polygones.

La représentation graphique de la permutation P :

$P = (1\ 5\ 4\ 2) (3) (6)$ est la suivante :



Nous allons démontrer que les différentes permutations qui définissent la valeur du déterminant de la matrice de connexion ont pour représentation les boucles fermées et orientées du schéma synoptique.

Soit trois noeuds i, j, k formant les sommets d'un triangle orienté :



α est la transmittance de la branche reliant i à j
 β " " " " " " " j à k
 γ " " " " " " " k à i

Avec les conventions d'écriture données plus haut, la variable de la branche reliant le noeud i au noeud j sera x_i , x_j et x_k pour les autres branches.

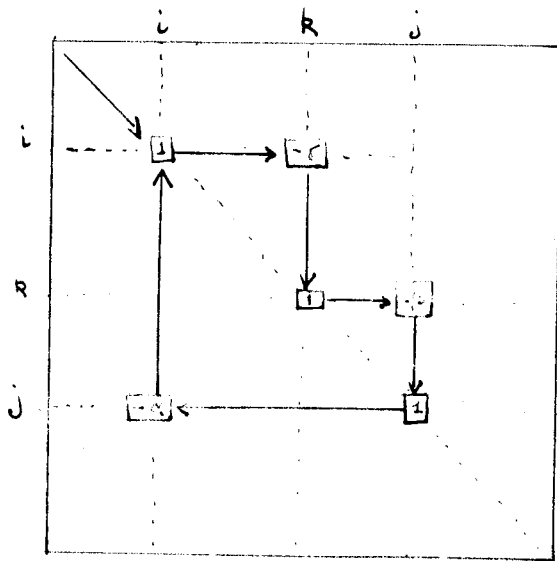
Au noeud j les indéterminées arrivant à ce noeud sont reliées à l'indéterminée qui en part, par l'équation :

$x_j = \alpha x_i + K$ si j est un noeud du genre 1
 ou bien $x_j = \alpha x_i$ si j est un noeud du genre 2
 ce qui s'écrit :

$$x_j - \alpha x_i - K = 0$$

$$\text{ou } x_j - \alpha x_i = 0$$

Voyons comment s'insèrent les équations de ce réseau dans la matrice de connexion du réseau complet :



- α identifie au coefficient a_{ji}

- β " " " a_{kj}

- γ " " " a_{ik}

Le produit $-\alpha\beta\gamma$ est égal au terme cyclique $a(i, k, j)$, en effet :

$$\begin{aligned} -\alpha\beta\gamma &= a_{ji} \cdot a_{kj} \cdot a_{ik} \\ &= a_{ik} \cdot a_{kj} \cdot a_{ji} = a(i, k, j) \end{aligned}$$

Le fait de passer à l'indice ligne à l'indice colonne, pour obtenir un terme cyclique, revient à descendre la diagonale principale jusqu'à la ligne i ; en ligne i on s'écarte horizontalement du terme diagonal jusqu'à ce qu'on trouve un élément différent de zéro : a_{ik} par exemple. A ce moment, on revient, en suivant la colonne k , à la diagonale principale pour s'en écarter ensuite sur la ligne k jusqu'à a_{kj} , etc... Ce cycle sera fermé lorsque nous serons revenu sur la diagonale principale à la ligne de départ.

Réciproquement un terme cyclique pris dans la matrice A a pour image une boucle fermée du schéma.

Chaque élément de la matrice représente la transmittance de la branche partant du noeud "indice de colonne" vers le noeud "indice de ligne". La suite de ces indices étant définie par une permutation circulaire, nous reviendrons au noeud de départ après avoir traversé un certain nombre de transmittances ; cela implique que nous suivons une boucle fermée et orientée.

1 - 2 - 4 Représentation complète d'un terme de déterminant

Le produit des transmittances rencontrées lors du parcours d'une boucle fermée ne donne qu'une partie de la valeur d'un terme complet du déterminant $|A|$. Il faudra compléter ce terme en choisissant un élément et un seul dans les lignes et les colonnes non encore sélectionnées. Pour cela, on dispose de deux choix :

- 1° - On peut compléter le terme cyclique avec des éléments diagonaux. Comme tous les termes de la diagonale principale sont égaux à UN, le produit des transmittances de la boucle orientée donnera la valeur du terme.
- 2° - On peut aussi compléter ce terme par un ou plusieurs autres termes cycliques qui ont pour images des boucles indépendantes de la première. Deux boucles sont indépendantes si elles n'ont aucune branche commune entre elles ce qui revient à dire que les transmittances de toutes les branches de ces boucles se trouvent dans des colonnes différentes, ce qui est conforme à la construction d'un terme de déterminant.

Remarque : Les éléments diagonaux de la matrice de connexion forment n cycles d'ordre 1 (n étant l'ordre de la matrice). Ces cycles n'ont pas de représentation graphique ; ils signifient que la branche i part du noeud i . Il faudra ajouter aux différents termes du déterminant trouvés par la méthode des boucles, un terme UN provenant du produit des n cycles d'ordre 1.

Considérations sur le signe à attribuer à un terme :

Nous supposons que nous avons un schéma de servomécanisme ne contenant que des noeuds additionneurs, et que toutes les transmittances de branches sont positives. Dans ce cas, tous les éléments de la matrice de connexion, différents des éléments diagonaux, seront négatifs. Cela se vérifie sur la matrice de connexion du schéma théorique donné en 1 - 1 - 2.

Nous avons vu que le signe d'une permutation P dépend de la parité des cycles constituant la permutation. Les cycles d'ordre 1 ont une parité 2, ce qui entraîne pour chacun de ces cycles un signe plus. Il suffira de considérer le signe des cycles d'ordre supérieur à 1 ; si α est l'ordre d'un cycle, le signe associé à ce cycle sera le signe de $(-1)^{\alpha+1}$; comme les éléments de ce cycle ne se trouvent pas dans la diagonale principale de la matrice, chacun d'eux aura le signe moins, ce qui donnera en faisant le produit, un signe égal au signe de $(-1)^{\alpha}$. Le signe final sera donc le signe de :

$$(-1)^{\alpha+1} \cdot (-1)^{\alpha} = -1.$$

On en conclut que chaque cycle aura un signe moins, et connaissant le nombre de cycles d'ordre supérieur à un entrant dans la composition d'un terme, on en déduira le signe de ce terme.

1 - 3 Calcul d'une fonction de transfert

1 - 3 - 1 Règle pratique

Le dénominateur de la fonction de transfert sera égal à la valeur du déterminant de la matrice de connexion. Ce déterminant sera égal à la somme des termes suivants :

- 1° - Terme UN
- 2° - Termes associés à des boucles fermées et orientées. Pour chaque boucle, le terme associé sera égal au produit des transmittances rencontrées, produit que l'on affecte du signe moins.
- 3° - Termes égaux au produit de plusieurs termes qui ont pour image des boucles indépendantes.

Le numérateur de la fonction de transfert sera égal au déterminant $|A|$ dans lequel on a remplacé la colonne correspondant à la branche de sortie, par la colonne entrée. Ce changement de colonne revient à faire un bouclage fictif sortie - entrée ayant pour transmittance -1, et à supprimer l'élément diagonal correspondant à la branche de sortie. Le calcul de ce déterminant s'effectuera par la méthode précédente à condition de supprimer le terme UN et de s'imposer pour chaque terme une boucle comprenant la branche sortie - entrée.

Nous pouvons donner pour cette règle la formulation mathématique suivante :

$$\frac{s}{e} = \frac{\sum_{j=1}^n A_j \prod_{i=1}^m (1 - P_i)}{\prod_{i=1}^m (1 - P_i)}$$

Dans cette formule :

- les A_j représentent les boucles contenant la liaison fictive sortie-entrée. Un A_k quelconque sera égal au produit des transmittances de la boucle, exclue la transmittance de la liaison fictive.
- Les P_i représentent les boucles simples du schéma, ou permutations du déterminant $|A|$.

Il faut convenir de plus que lorsque dans un produit un terme de ce produit est en K^n , avec $n > 1$ et K une transmittance quelconque, ce produit est nul. Cette clause est nécessaire pour supprimer les termes provenant du produit de boucles qui ne sont pas indépendantes.

Cette formule est conforme à la règle que nous venons de donner ; si nous développons :

$$\frac{S}{C} = \frac{\sum_j A_j \prod_i (1 - P_i)}{\prod_i (1 - P_i)}$$

cela nous donne :

$$\frac{S}{C} = \frac{(A_1 + A_2 + \dots + A_m) (1 - P_1) (1 - P_2) \dots (1 - P_m)}{(1 - P_1) (1 - P_2) \dots (1 - P_m)}$$

$$\frac{S}{C} = \frac{\sum_j A_j + \sum_j A_j \left(\sum_i P_i \right) + \sum_j A_j \sum_i P_i P_k + \dots + (-1)^m \sum_j A_j (P_1 P_2 \dots P_m)}{1 - \sum_i P_i + \sum_i P_i P_k + \dots + (-1)^m P_1 P_2 \dots P_m}$$

Lorsque dans un terme quelconque de ce développement, deux facteurs au moins ont une partie commune, le terme est nul.

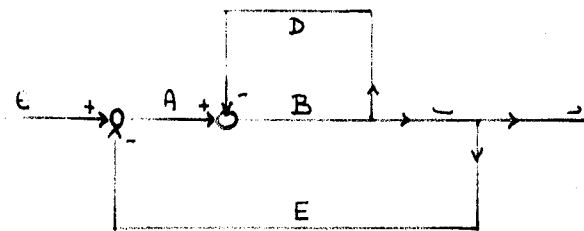
Nous retrouvons bien la règle donnée plus haut :

Le dénominateur est égal à la somme des termes suivants :

- terme UN
- termes associés à des boucles fermées et orientées :
- termes égaux au produit de plusieurs termes dont les boucles images sont indépendantes :

La valeur du numérateur est aussi conforme à la précédente règle.

1 - 3 - 2 Exemples d'application :

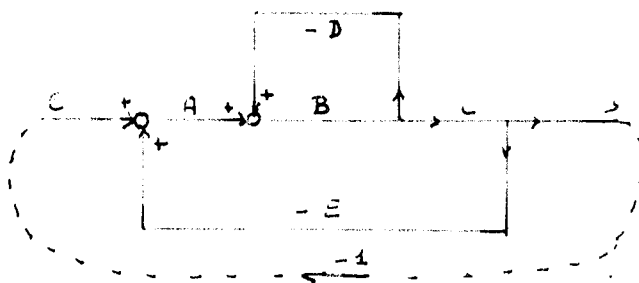


- Nous remplaçons tout d'abord les noeuds soustracteurs par des noeuds additionneurs.
- L'inventaire des boucles fermées et orientées nous donne :

$$A = A.B.C.$$

$$P_1 = -A.B.C.E$$

$$P_2 = -B.D$$

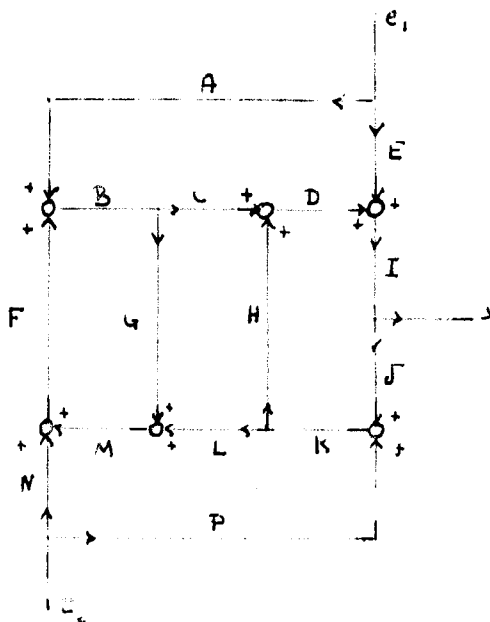


$$\frac{Z}{C} = \frac{ABC \left[(1 + ABCE) \cdot (1 + BD) \right]}{(1 + ABCE)(1 + BD)}$$

$$\frac{Z}{C} = \frac{ABC + [A'B'C'E + AB'CD + A'B'C'DE]}{1 + ABCE + BD + [AB'CD E]}$$

$$\frac{Z}{C} = \frac{ABC}{1 + ABCE + BD}$$

Prenons un schéma de régulation emprunté au livre de W. OPPELT⁽⁴⁾; il s'agit de deux régulateurs couplés dont nous avons symbolisé la transmittance de branche par une lettre.



Pour l'entrée e_1 :

$$A_1 = E.I$$

$$A_2 = A.B.C.D.I$$

Pour l'entrée e_2 :

$$A_1 = P.K.H.D.I$$

$$A_2 = P.K.L.M.F.B.C.D.I$$

$$A_3 = N.F.B.C.D.I$$

Les boucles simples nous donnent :

$$P_1 = B.C.D.I.J.K.L.M.F$$

$$P_2 = B.G.M.F$$

$$P_3 = D.I.J.K$$

$$\frac{S}{E_1} = \frac{(E.I + A.B.C.D.I). (1 - B.G.M.F). (1 - D.I.J.K) (1 - B.C.D.I.J.K.L.M.F)}{(1 - B.G.M.F) (1 - D.I.J.K) (1 - B.C.D.I.J.K.L.M.F)}$$

Après avoir effectué les multiplications et supprimé les termes dans lesquels se trouvent des transmittances intervenant avec une puissance supérieure à 1, nous obtenons :

$$\frac{S}{E_1} = \frac{A.B.C.D.I + E.I - E.I.B.G.M.F}{1 - F.B.G.M - H.D.I.J.K - B.C.D.I.J.K.L.M.F + F.B.G.M.H.D.I.J.K}$$

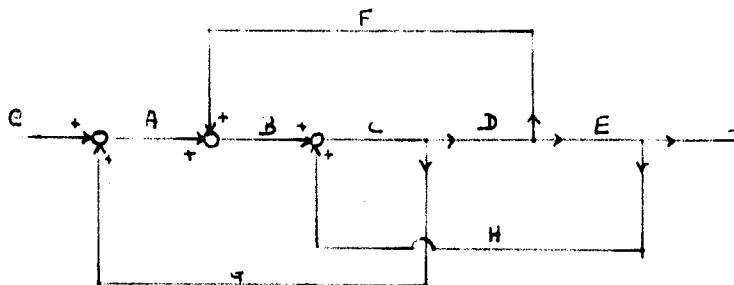
de même pour l'autre entrée :

$$\frac{S}{E_2} = \frac{N.F.B.C.D.I + P.K.L.M.F.B.C.D.I + P.K.H.D.I - P.K.H.D.I.B.G.M.F}{1 - F.B.G.M - H.D.I.J.K - B.C.D.I.J.K.L.M.F + F.B.G.M.H.D.I.J.K}$$

1 - 3 - 3 Comparaison aux méthodes classiques

Si nous comparons la règle que nous venons de donner aux règles utilisées jusqu'à présent, nous constatons que celle-ci est d'une plus grande simplicité et présente moins de causes d'erreurs. Il est en effet plus simple et plus rapide de faire l'inventaire des boucles fermées et orientées, que d'intervertir l'ordre des différents noeuds "bifurcation" en prenant soin que ces transpositions n'altèrent pas la valeur finale de la fonction de transfert ; plus simple aussi que d'écrire toutes les équations du système et d'explicitier la valeur des inconnues de chaque dipôle, travail superflu étant donné que nous nous intéressons qu'à une seule inconnue.

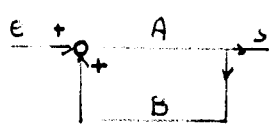
A titre de comparaison, prenons un exemple purement théorique et traitons le par les deux méthodes :



Nous supposons que tous les noeuds mélangeurs sont des noeuds additionneurs, le signe de chaque transmittance de branche est inclu dans la lettre symbole.

1° - Méthode classique :

Rappelons l'expression de la fonction de transfert d'une boucle élémentaire :

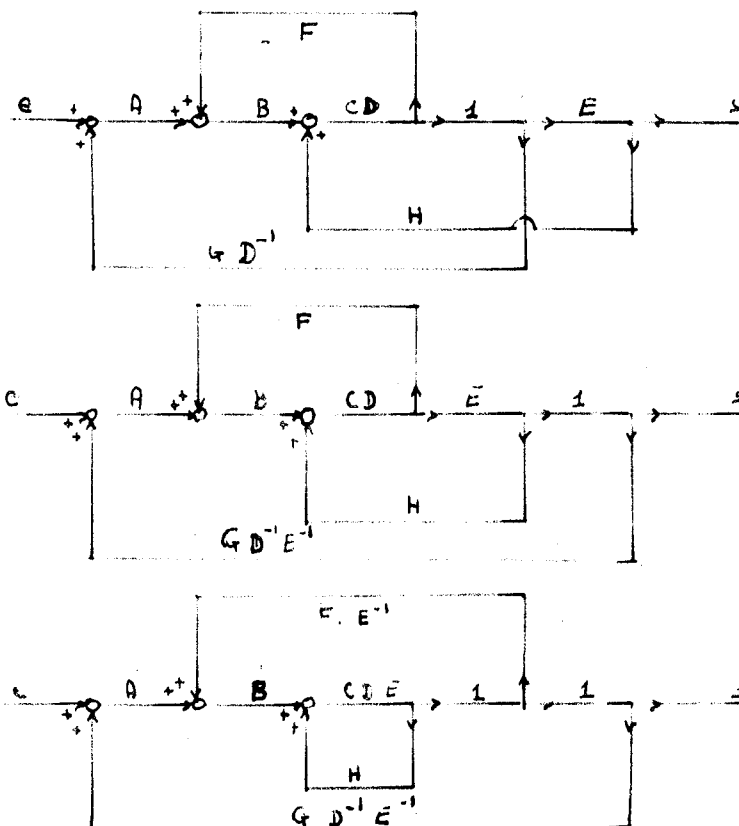


$$\frac{E}{S} = \frac{1}{A} - B = \frac{1 - AB}{A}$$

$$\frac{S}{E} = \frac{A}{1 - AB}$$

Pour ramener notre schéma à une superposition de boucles élémentaires, il faut intervertir les différents noeuds bifurcations, en changeant certaines transmittances de façon à ce que les inconnues aboutissant à un noeud mélangeur conservent la même valeur.

Les transformations successives à faire subir au schéma sont les suivantes :



En calculant la fonction de transfert de chacune des boucles élémentaires, nous pouvons écrire :

$$\frac{CDE}{1 - HCDE} \quad \text{pour la boucle centrale}$$

$$\frac{\frac{BCDE}{1 - HCDE}}{1 - \frac{BCDE}{1 - HCDE} \times \frac{F}{E}} = \frac{BCDE}{1 - HCDE - BCDF} \quad \text{pour les deux boucles centrales}$$

La fonction de transfert de l'ensemble :

$$\frac{\frac{ABCDE}{1 - HCDE - BCDF}}{1 - \frac{ABCDE}{1 - HCDE - BCDF} \times \frac{G}{DE}} = \frac{ABCDE}{1 - HCDE - BCDF - ABCG}$$

La méthode que nous avons exposée nous donne directement ce résultat. Explicitons les A_j et les P_i :

$$\begin{aligned} A_1 &= ABCDE \\ (P_1 &= BCDF \\ (P_2 &= ABCG \\ (P_3 &= CDEH \end{aligned}$$

$$\frac{s}{E} = \frac{ABCDE}{1 - BCDF - ABCG - CDEH}$$

1 - 4 Parties mortes parties indifférentes

1 - 4 - 1 Définitions

INSTITUT POLYTECHNIQUE
LABORATOIRE DE CALCUL

44, Avenue F.-Viallet
Tél. : 44.84.80

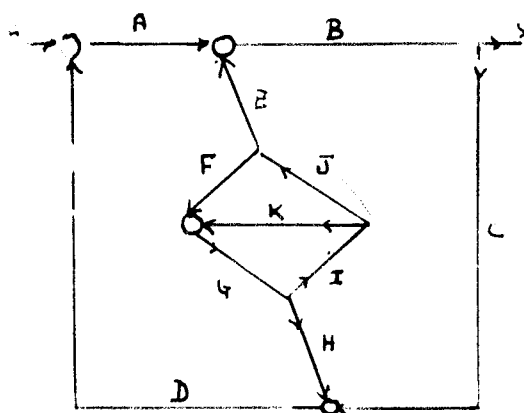
En appliquant la règle que nous venons d'énoncer, nous constatons que dans certains cas, après multiplication et simplification, il existe des termes semblables qui se trouvent en facteurs au numérateur et au dénominateur. Ces termes correspondent à des P_i qui n'ont aucune transmittance commune avec les transmittances des A_i . Cela se traduit schématiquement par des boucles qui n'ont aucun dipôle commun avec une boucle contenant la liaison fictive sortie - entrée. Ces boucles correspondent à des parties mortes ou à des parties indifférentes.

Nous donnons les définitions suivantes :

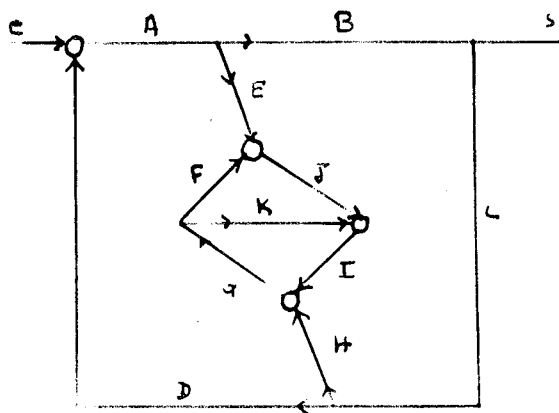
- a) Une partie morte est un ensemble de dipôles dont toutes les variables sont nulles.
- b) Une partie indifférente est un ensemble de dipôles dont les variables sont différentes de zéro, mais qui n'a aucune influence sur le reste du réseau. En particulier, une partie indifférente ne peut pas introduire d'instabilité ou de résonance.

Prenons un exemple pour illustrer ce que nous venons de dire :

Soit les deux réseaux suivants, ils sont tous les deux déterminés, mais l'un possède une partie morte, l'autre une partie indifférente



Réseau 1



Réseau 2

Pour ces deux réseaux, les boucles A_j et P_i sont les mêmes ; ils auront donc la même fonction de transfert que nous allons calculer :

$$\begin{aligned} A_1 &= AB \\ P_1 &= ABCD \\ P_2 &= FGIH \\ P_3 &= GIK \end{aligned}$$

$$\frac{S}{E} = \frac{AB \cdot [(1 - ABCD) \cdot (1 - FGIH) \cdot (1 - GIK)]}{(1 - ABCD) (1 - FGIH) (1 - GIK)}$$

En respectant la convention que nous avons donnée : toute transmittance à un degré supérieur à 1 entraîne la nullité du terme dans lequel elle se trouve. La valeur de la fonction de transfert est donc :

$$\frac{S}{E} = \frac{AB (1 - GIK - FGIH)}{(1 - ABCD) (1 - GIK - FGIH)} = \frac{AB}{1 - ABCD}$$

La simplification par 1 - GIK - FGIJ, nous indique que les boucles GIK et FGIJ sont inutiles.

Toutefois la partie centrale du réseau 1 est morte, tandis que celle du réseau 2 est indifférente comme nous allons le montrer.

1 - 4 - 2 Distinction entre partie morte et partie indifférente.

Partie morte (1)

Nous remarquons tout d'abord que la jonction entre une partie morte et le reste du réseau ne peut se faire que par des noeuds mélangeurs, car si par un noeud bifurcation passe une branche morte, les deux autres branches sont aussi mortes.

D'autre part, une partie morte ne peut être reliée au reste du réseau que par des dipôles orientés vers l'extérieur de la partie morte :

Si nous avons un dipôle orienté vers la partie morte, la variable de ce dipôle serait nulle, et nous aurions un noeud mélangeur auquel aboutirait deux branches dont les inconnues seraient différentes de zéro, et dont la branche issue de noeud aurait une variable constamment nulle. Cela est incompatible avec la valeur aléatoire des transmittances des dipôles arrivant à ce noeud.

(1) La démonstration sur la caractérisation d'une partie morte est empruntée au cours de servomécanismes de M. Kuntzmann. [5]

Réciproquement, toute partie qui n'est reliée avec l'extérieur que par des dipôles orientés vers l'extérieur est une partie morte.

Si nous considérons une telle partie, elle forme un réseau ne possédant que des sorties. La mise en équations nous conduit à un système linéaire et homogène. Il n'y a aucune raison pour que le déterminant général soit nul du fait des valeurs arbitraires des transmittances. Le système ne possède que la solution triviale : toutes les inconnues nulles, nous avons donc une partie morte.

Une partie morte ne présente aucun intérêt et doit être supprimée. On n'en rencontre d'ailleurs pas dans les systèmes réels.

Partie indifférente

Nous avons défini une partie indifférente comme une partie sans influence sur le reste du réseau. Pour que cela soit vérifié, il faut que les dipôles reliant la partie indifférente au reste du réseau soient tous orientés vers la partie indifférente.

Nous avons vu que s'ils étaient tous orientés vers l'extérieur nous aurions affaire à une partie morte.

S'il y avait quelques dipôles orientés vers l'extérieur, les variables de ces dipôles constitueraient des entrées pour le réseau extérieur et comme ces variables ne peuvent être considérées comme constantes, il y aurait influence du réseau passif sur le reste.

Il peut être intéressant d'avoir de tels réseaux pour introduire par exemple un appareil de mesure dans un asservissement sans perturber son fonctionnement.

CHAPITRE II

Calcul des Fonctions de Transfert à l'aide d'un calculateur GAMMA E.T

La matrice de connexion du servomécanisme étant établie, le calcul des déterminants $|A|$ et $|A_j|$ doit nous donner la fonction de transfert recherchée. Mais nous sommes en présence d'une matrice ayant des coefficients qui sont des fractions rationnelles, et le calculateur Gamma est peu fait pour des calculs comportant des fractions rationnelles. Pour mener à bien ce problème, nous allons le diviser en deux :

1° - Connaissant la structure de la matrice, c'est-à-dire les coordonnées des coefficients différents de zéro, nous recherchons pour chaque terme du déterminant les coordonnées des coefficients entrant dans ce terme.

2° - En possession de tous les termes formels, une algèbre de fractions rationnelles nous donnera la fonction de transfert en p. .

Les deux méthodes employées pour mettre en évidence les termes formels d'un déterminant, présentent comme originalité de ne pas utiliser le calculateur Gamma E.T de façon classique : aucune opération sur des nombres algébriques n'entre en jeu. Nous avons mécanisé, et par le fait rendu plus rapide, une suite d'opérations logiques. Le calculateur Gamma E.T n'étant pas conçu pour de tels problèmes, nous nous sommes limités à l'étude de déterminants ayant une ordre inférieur ou égal à 12.

II - 1 Première méthode de détermination de la valeur formelle d'un déterminant

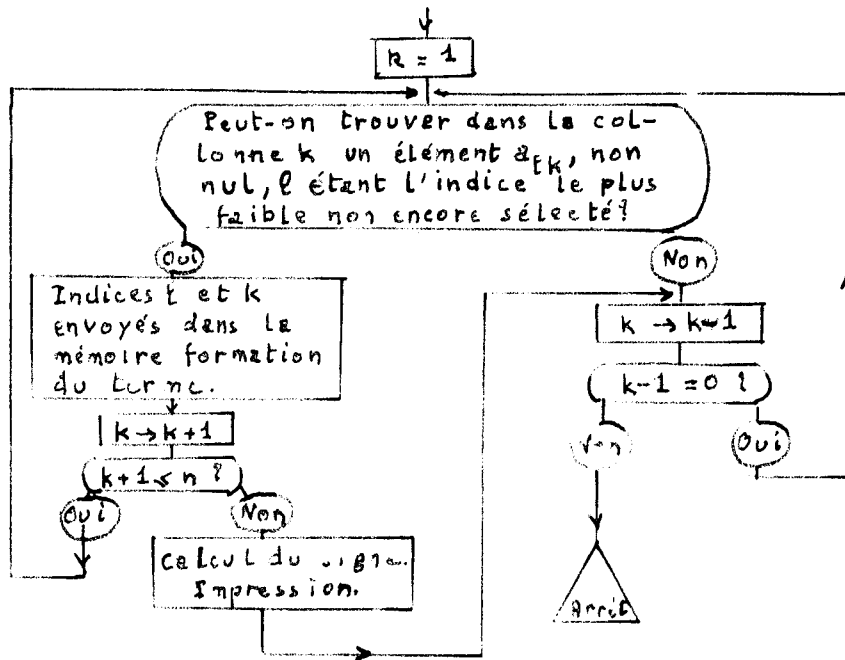
II - 1 - 1 Exposé de la méthode

L'idée directrice est la suivante : chaque colonne sera représentée par une mémoire. A l'intérieur d'une mémoire un chiffre décimal, égal à un, placé dans une position décimale donnée, correspondra à un coefficient non nul dans la colonne représentée, il y aura égalité entre l'indice de ligne du coefficient non nul et la position du chiffre dans la mémoire.

Dans chaque colonne, en partant de la première, on choisira le coefficient ayant l'indice de ligne le plus faible et appartenant à une ligne qui n'a pas encore été choisi. Après le choix de ce coefficient, le chiffre lui correspondant dans la mémoire associée à la colonne choisie, sera supprimé et cette mémoire sera mise en réserve. Un terme sera complet lorsque dans la dernière colonne, il sera possible de trouver un coefficient. Après impression du terme, on remontera à la mémoire de réserve de l'avant dernière colonne pour rechercher un coefficient possible différent de celui qui a été choisi dans cette colonne. Le calcul sera terminé lorsque l'on sera revenu en première colonne, et qu'il n'y aura aucun coefficient à choisir dans cette colonne.

Le principe est représenté par l'organigramme général suivant :

- l étant l'indice de ligne
- k " " de colonne
- n " l'ordre de la matrice.



II - 1 - 2 Capacités

Avec la méthode exposée, nous sommes obligés de prendre comme mémoire élémentaire pour représenter une colonne, une mémoire ayant autant de positions décimales que de lignes dans la matrice. Du fait de la capacité de la mémoire du calculateur Gamma, nous sommes limités à l'étude de matrices d'ordre maximum égal à 12.

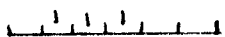
Cette condition entraîne que les schémas étudiés ne peuvent comporter que 8 noeuds pour des asservissements à une entrée et une sortie. Toutefois, dans certains cas lorsque la matrice de connexion est facilement réductible à une matrice d'ordre 12, il est possible d'étudier des schémas plus complexes. C'est ainsi que nous avons pu étudier automatiquement le schéma de régulation donné en page 16.

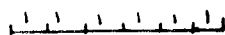
II - 1 - 3 Présentation du calcul, Organigramme

Pour la compréhension de l'organigramme détaillé que nous donnons en page 29, nous allons expliciter les symboles utilisés et donner un exemple de chaque mémoire employée. Ces exemples se rapportent au calcul de la matrice A donné en page 5.

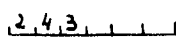
Nous appellerons :

1° - M_k : les mémoires dans lesquelles sont affichées les éléments non nuls de chaque colonne du déterminant ; il y aura une mémoire par colonne.

Exemple pour la colonne 2 : M_2  $a_{22}, a_{32}, a_{42} \neq 0$

2° - M_c : mémoire comparaison, toutes les positions sont occupées. M_c : 

3° - Mémoires de formation du terme :

M_T : terme formel 

M'_T : image des lignes sélectionnées :



4° - Mémoires réserves :

M'_k : mémoire M_k dans laquelle on a supprimé le digit correspondant à l'indice de ligne déjà choisi.

M_{kT} : état de la mémoire M_T avant la sélection d'un élément de la colonne k .

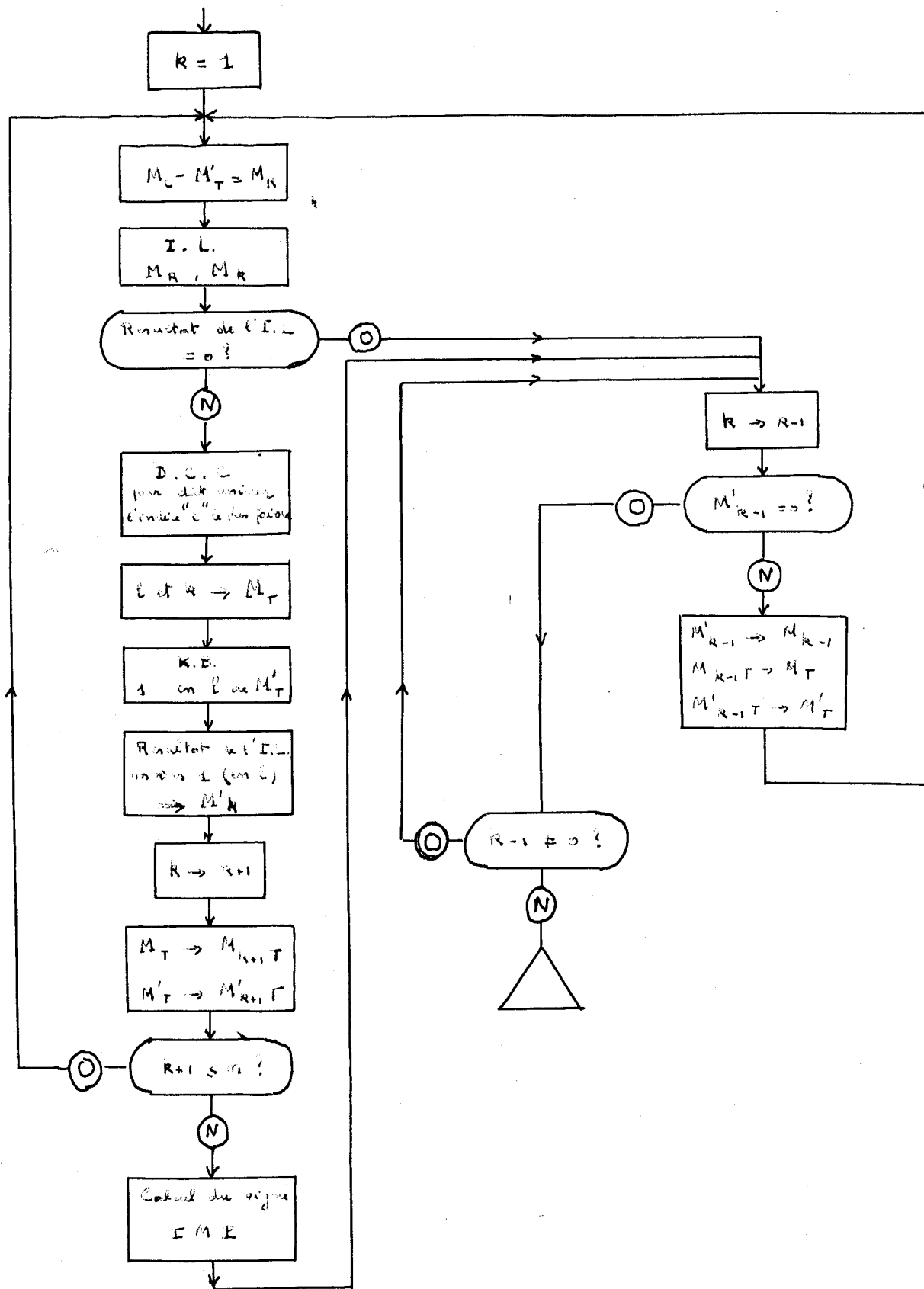
M'_{kT} : état de la mémoire M'_T avant la sélection d'un élément de la colonne k .

Les résultats seront donnés sous la forme d'une suite de nombre : - 2 4 3 5 1 6

Ce résultat s'interprète de la façon suivante : les chiffres écrits donnent l'indice de ligne de l'élément choisi, la position dans la mémoire donne l'indice de colonne. Le terme symbolisé ci-dessus est :

$$- a_{21} a_{42} a_{33} a_{54} a_{15} a_{66}$$

Le détail des calculs est exposé dans l'organigramme de la page suivante.



DÉVELOPPEMENT E.T.

Problème: Fonction de Transfert

Seizaine: 0 Piste: 10 Bloc: 1 Série: 1

Sélection lignes	NL	Codes				Calcul instructions	Opération	CD CB	MD	M 1										M 2										M 3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
		TO	AD	OD	OF					0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452	1453

DÉVELOPPEMENT E.T. Problème: Fonction de Transfert

Seizaine: 0 Piste: 10 Bloc: 2 Série: 1

[illegible]

Probleme: Fonction de Transfert

Seizaine: 0 Piste: 10 Bloc: 3 Série: 2

Sélection lignes		Codes				Calcul instructions		Opération		M 1		M 2		M 3	
		NL	TO	AD	OD	OF		CD	CB	MD	0 1 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 0 8 6 4 2 0				
		Octade: 4													
		0	6	4	3	4	8								
		1	11		3	2									
		2	8	4	3	4									
N	→	4	1	12		4									
		5	6	4	3	4	9								
		6	10		3	1									
		8	8	11		1									
		9	4	4		7	10								
		10	4	4	1	8									
		12	2	6	11										
		13	1		8	10	11								
D	→	14	6	4	2	3									
		16	10		2	1	12								
		17	8	4	2	3									
		18	9		2	13									
		20		2	15	4									
		21	6	4	1	2	13								
		22	9		1	12									
		24		2	7	1									
		25	4	4	1	8	14								
		26			8	9									
		28	6	4		1									
		29	9			6	15								
		30		2											
		Octade 5													
		32	4	4		6	8								
		33	4	4	1	12									
		34	1	12		5									
		36	6	4		1									
		37	8	12		1	9								
		38	6	4	1	2									
		40	10		1	1									
		41	8	12	6	7	10								
		42	10		6	1									
		44	8	13	10	11									
		45	10		10	1	11								
		46	8	14	6	7									
		48	1	12											
		49	6				12			</					

DÉVELOPPEMENT E.T.

Problème: Fonction de Transfert

Seizaine: 0 Poste: 10 Bloc: 6 Série: 2

Sélection lignes		NL	Codes				Calcul instructions	Opération	CD CB	MD	M 1											M 2											M 3											
			TO	AD	OD	OF					0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0																																	
			Octade: 4																																									
		0					8																																					
		1																																										
		2																																										
		4																																										
		5					9																																					
J	→	6	2	6	11	1																																						
	↓	8	1		2	6																																						
		9	1	12		6		10																																				
		10	3	9																																								
		12	3	10																																								
		13	3	11			11																																					
		14	3	13																																								
		16	3	14																																								
		17	3	15				12																																				
		18	1	12		7																																						
		20	3	9																																								
		21	3	10			13																																					
		22	3	11																																								
		24	2	6	11																																							
		25						14																																				
		26																																										
		28	1	12		4																																						
		29	6	9	8	9	15																																					
		30	10		8	2																																						
		Octade 5																																										
		32	8	9	8	9		8																																				
		33	11		8	1																																						
		34	8	14		1																																						
		36	9			8	9																																					
		37		2	1	9																																						
		38	2	6	11	7																																						
		40	1		10	6		10																																				
	↓	41	1	12		7																																						
		42	3	12																																								
		44	3	13			11																																					
		45		14	11	11																																						
		46	4																																									
		48		11	12	5		12																																				
		49		11	12	8																																						
		50																																										
		52	2	4	10	9	13																																					
L	←	53	1	1		6																																						
		54																																										
		56						14																																				
		57																																										
		58																																										
		60					15																																					
		61																																										
		62																																										
												0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0																																
												M 1											M 2											M 3										

Problème: Fonction de Transfert

Seizaine: 0 Poste: 10 Bloc: 7 Série: 1

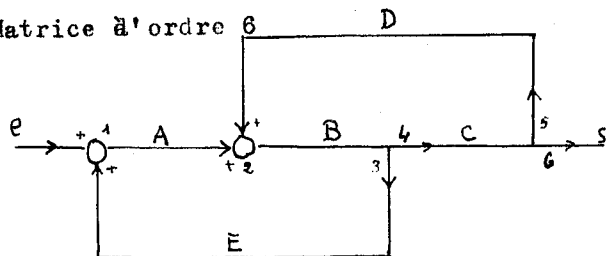
[illegible]

II - 1 - 4 Implantation des données pour la matrice donnée en
page 37. Ces données sont en Piste 11, Seizaine 0

[illegible]

Résultats obtenus :

Matrice d'ordre 6



1		-E			
-A	1		-D		
	-B	1			
	-B		1		
		-C	1		
		-C		1	

 $\times$

x_1
x_2
x_3
x_4
x_5
s

 $=$

e

Déterminant A :

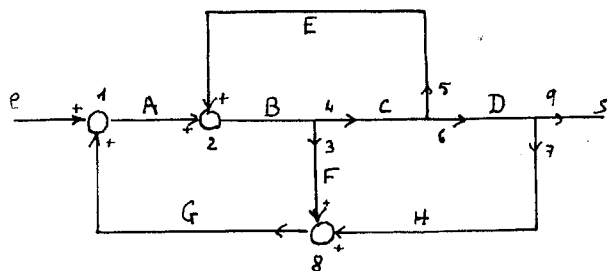
1 2 3 4 5 6 qui représentent : $a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}a_{55}a_{66}$
 1 4 3 5 2 6 " " : $a_{11}a_{42}a_{33}a_{54}a_{25}a_{66}$
 2 3 1 4 5 6 " " : $a_{21}a_{32}a_{13}a_{44}a_{55}a_{66}$

Déterminant A_1

-244 3 6 5 1 qui représentent : $-a_{21}a_{42}a_{33}a_{64}a_{55}a_{16}$

Le temps de calcul de ces déterminants est de 15 secondes.

Matrice d'ordre 9 :



1								-G
-A	1			-E				
	-B	1						
	-B		1					
		-C	1					
		-C		1				
				-D	1			
	-F			-H	1			
				-D				1

 $\times$

x_1
x_2
x_3
x_4
x_5
x_6
x_7
x_8
s

 $=$

e

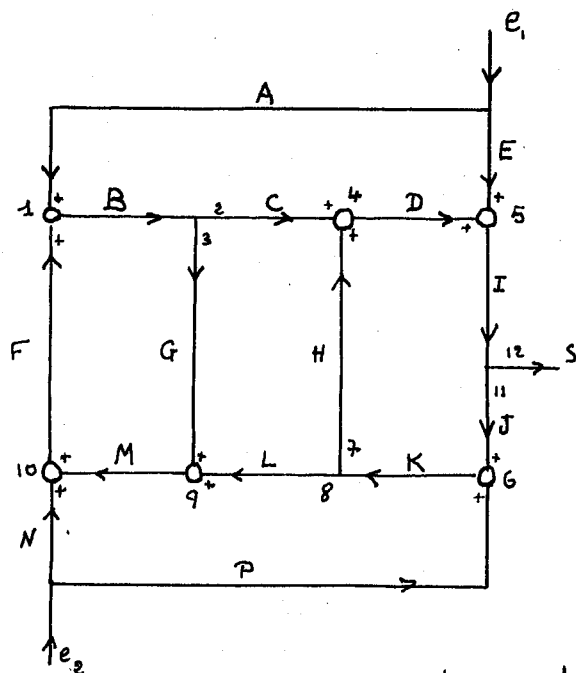
1 2 3 4 5 6 7 8 9 égal à : $a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}a_{55}a_{66}a_{77}a_{88}a_{99}$
 1 4 3 5 2 6 7 8 9 " : $a_{11}a_{42}a_{33}a_{54}a_{25}a_{66}a_{77}a_{88}a_{99}$
 -2 3 8 4 5 6 7 1 9 " : $-a_{21}a_{32}a_{83}a_{44}a_{55}a_{66}a_{77}a_{18}a_{99}$
 -2 4 3 6 5 7 8 1 9 " : $-a_{21}a_{42}a_{33}a_{64}a_{55}a_{76}a_{87}a_{18}a_{99}$

Déterminant A_1

2 4 3 6 5 9 7 8 1 égal à : $a_{21}a_{42}a_{33}a_{64}a_{55}a_{96}a_{77}a_{88}a_{19}$

Le temps de calcul de ces déterminants est de 45 secondes.

Matrice d'ordre 12 :



1									-F	
-B	1									
-B		1								
	-C		1			-H				
			-D	1						
					1					-J
					-K	1				
					-K		1			
		-G					-L	1		
								-M	1	
				-I						1
				-I						1

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & E & & \\ & & & P & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & N \\ & & & & \end{bmatrix} =$$

En un temps de 2 minutes 15 secondes,

Nous avons obtenu les termes suivants :

Pour le déterminant A :

$$a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} a_{55} a_{66} a_{77} a_{88} a_{99} a_{10,10} a_{11,11} a_{12,12}$$

$$^a_{11}{}^a_{22}{}^a_{33}{}^a_{54}{}^a_{11}, {}^a_{576}{}^a_{47}{}^a_{88}{}^a_{99}{}^a_{10}, {}^a_{10}{}^a_{6}, {}^a_{11}{}^a_{12}, {}^a_{12}$$

$$^a21, ^a42, ^a33, ^a54, ^a11, ^a5, ^a86, ^a77, ^a98, ^a10, ^a9, ^a1, ^a10, ^a6, ^a11, ^a12, ^a12$$

$$-^a_3 1^a 2^a 2^a 9^a 3^a 4^a 4^a 5^a 5^a 6^a 6^a 7^a 7^a 8^a 8^a 10, 9^a 1, 10^a 11, 11^a 12, 12$$

$$^{-a_{31}a_{22}a_{93}a_{54}a_{11},5a_{76}a_{47}a_{88}a_{10},9a_{1,10}a_{6,11}a_{12,12}}$$

Pour le déterminant A_1 :

$$^{-a}11^a22^a33^a44^a12,5^a66^a77^a88^a99^a10,10^a11,11^a5,12$$

$$a_{21}^a a_{42}^a a_{33}^a a_{54}^a a_{12,5}^a a_{66}^a a_{77}^a a_{88}^a a_{99}^a a_{10,10}^a a_{11,11}^a a_{1,12}$$

$$^a31^a22^a93^a44^a12,5^a66^a77^a88^a10,9^a1,10^a11,11^a5,12$$

Pour le déterminant A_2 :

$$^a_{11}{}^a_{22}{}^a_{33}{}^a_{54}{}^a_{12,5}{}^a_{76}{}^a_{47}{}^a_{88}{}^a_{99}{}^a_{10,10}{}^a_{11,11}{}^a_{6,12}$$

$$- {}^a_{21} {}^a_{42} {}^a_{33} {}^a_{54} {}^a_{12,5} {}^a_{66} {}^a_{77} {}^a_{83} {}^a_{99} {}^a_{1,10} {}^a_{11,11} {}^a_{10,12}$$

^a21^a42^a33^a54^a12,5^a36^a77^a98^a10,9^a1,10^a11,11^a6,12

$$- a_{31} a_{22} a_{93} a_{54} a_{125} a_{76} a_{27} a_{88} a_{109} a_{110} a_{11} a_{612}$$

II - 2 Méthode des boucles adaptée au calculateur Gamma E.T

Cette méthode est une traduction adaptée au calculateur de la méthode des cycles précédemment exposée.

Pour accélérer le calcul, nous profitons au maximum de la forme particulière de la matrice de connexion : termes diagonaux égaux à UN, 3 termes au plus dans chaque ligne et chaque colonne. En particulier, nous ne rechercherons que les cycles d'ordre supérieur à UN.

C'est - à - dire que nous mettrons successivement en évidence :

- les P_i possibles, ainsi que les P_j qui peuvent s'associer par multiplication, et qui ont donc pour image des boucles indépendantes.
- les A_j des bouclages virtuels.
- les A_j et P_i qui peuvent s'associer.

II - 2 - 1 Notation et description de l'Organigramme

Les mémoires élémentaires des données sont à 4 positions : 3 positions pour les éléments de la ligne représentée, 1 position vide.

La mémoire de manoeuvre sera une mémoire à 12 positions :

- positions 0 et 1 respectivement attribuées à i_0 et ℓ .
- positions 2 à 8 attribuées à des constantes représentant l'évolution du calcul.
- positions 8 à 12 réservées à la colonne en traitement.

Comme pour le précédent organigramme, il y aura deux mémoires : l'une attribuée à la formation du cycle C et qui sera appelée M_c ; l'autre, M'_c étant une mémoire image de la première.

L'organigramme se lira de la façon suivante :

On part de $i_0 = 1$ qui est le premier indice du cycle à former. On appelle ensuite le premier élément $[l]$ qui se trouve en position l de la colonne $k = i_0$. Il vient alors le test $[l] = 0$, la branche négative de ce test passe par deux autres tests : $[l]$ est-il égal au terme diagonal, appartient-il à C ? Une réponse positive à un de ces deux tests recycle le calcul après avoir remplacé l par $l+1$. Une réponse négative à ces tests nous amène à nous poser la même question pour le terme $[l+1]$, si la réponse est négative, l'élément $[l+1]$ peut faire partie du cycle au même titre que $[l]$, c'est pour cela que l'on met $[l+1]$ et M_c dans une mémoire réserve M_R faisant partie d'un ensemble de mémoires réserves R. Le test $[l] = i_0$ signale si le cycle est terminé ou non. Suivant le cas, nous aboutissons à l'impression du terme ou bien nous rebouclons le calcul en envoyant $[l]$ en M_c et en faisant $k = [l]$.

Après l'impression, on recherche, s'il existe un $i'_0 \neq i_0$ qui puisse être l'indice de départ d'un cycle indépendant de celui que nous venons de mettre en évidence. S'il en existe un, i_0 est envoyé dans une mémoire réserve i_R .

Revenons à la branche affirmative du test $[l] = 0$, si nous sommes en train de rechercher une boucle pouvant s'associer à la dernière boucle mise en évidence, la réponse au test $i_R \neq 0$ est positive ; dans ce cas, l'indice i'_0 choisi ne convient pas ; il faut rechercher un autre indice i'_0 . La branche négative du test $i_R \neq 0$ aboutit à l'appel des mémoires réserves R. Si R n'est pas

vide, on reprend le calcul avec les nouvelles bases données par la dernière mémoire M_g non nulle ; dans le cas contraire, l'indice i_0 est augmenté de 1 ; et le calcul se reboucle si $i_0 + 1$ est inférieur à l'ordre de la matrice.

L'organigramme de la page 45 est l'exposé général du principe de calcul des termes cycliques pour un déterminant ayant tous les termes de la première diagonale différents de zéro. Ce principe est bon pour le déterminant $|A|$; pour le déterminant $|A_j|$, cette méthode est encore applicable mais il faudra prévoir un test supplémentaire pour éliminer les cycles qui ne comportent pas un coefficient choisi dans la colonne correspondant à la branche de sortie.

Le programme que nous présentons dans les pages 45 et suivantes, contient le calcul des cycles déterminant $|A|$, le passage du déterminant $|A|$ au déterminant $|A_j|$, et, en outre les différentes conditions qui doivent être satisfaites pour que le déterminant $|A_j|$ puisse être calculé par la méthode générale exposée.

L'avantage de cette méthode sur la précédente est que nous ne sommes pas liés à la capacité des mémoires du calculateur. Dans notre étude, nous avons tout de même utilisé le fait qu'une mémoire avait 12 positions décimales pour simplifier la programmation du problème. Un programme plus élaboré, basé sur le même principe, mais en réservant deux ou trois positions décimales pour repérer une ligne ou une colonne, permettrait de traiter des problèmes d'ordres supérieurs.

Toutefois une telle extension de la méthode rendrait fastidieuse l'élaboration et l'écriture du programme de calcul.

[illegible]

DEVELOPMENT E.T.

Probleme F.T. Methode des Boucles

Page 10 Bloc 7 Série 2

Selection Lines	NL	Codes				Calcul Instructions	Operation	CD CB	MD	M 1										M 2										M B										
		TO	AD	OD	OF					0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
		Octade 4																																						
	0					8																																		
	1																																							
	2																																							
Q →	3	1	12		1	9																																		
	4	4	11		8																																			
	5	4	11		9																																			
	6	2	2	10	3																																			
	7	1		2	10																																			
	8	6	5		1																																			
	9	9																																						
	10		2	6																																				
	11	1	12		4																																			
	12	6	10	8	9																																			
	13	8	10	9	10																																			
	14	10		9	1																																			
	15	8	10	8	9																																			
	16			2	9																																			
	17																																							
	18	6	10	9	10																																			
	19	8	15	4	5																																			
	20	11		4	1																																			
	21	8	15	5	6																																			
	22	6	5																																					
	23	8	3	1	2																																			
		Octade 5																																						
	24	6	10	8	9																																			
	25	1	12		3	8																																		
	26	8	11	4	5																																			
	27	11		4	1																																			
	28	8	11	5	6	9																																		
	29	2	2	10	2																																			
D ←	30	1		11																																				
	31																																							
	32																																							
	33																																							
	34																																							
	35																																							
	36																																							
	37																																							
	38																																							
	39																																							
	40																																							
	41																																							
	42																																							
	43																																							
	44																																							
	45																																							
	46																																							
	47																																							
	48																																							
	49																																							
	50																																							
	51																																							
	52																																							
	53																																							
	54																																							
	55																																							
	56																																							
	57																																							
	58																																							
	59																																							
	60																																							
	61																																							
	62																																							
										0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 8 6 4 2 0										0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 10 8 6 4 2 0																				
										M 1										M 2										M B										

II - 2 - 2 Données-Résultats

Les données se trouvent en piste 11 Bloc 0 Octade 7.

Chaque mémoire comprend trois colonnes de la matrice :

1ère colonne	dans les positions 0 à 4		
2ème colonne	"	"	" 4 à 8
3ème colonne	"	"	" 8 à 12

.....

L'Octade 6 de la piste 11 Bloc 0 est destinée à recevoir les mémoires réserves : M_R . Deux mémoires sont accouplées pour former une mémoire réserve.

En mémoire 12 de l'Octade 7, P 11, B 0, nous avons réservé les positions 0 à 4 et 4 à 8 pour les différentes colonnes "entrées". La position 8 à 9 est réservée à l'ordre de la matrice.

Ces différentes positions sont exposées en page 60, l'exemple choisi est celui de la page 41.

Résultats

Les résultats sont donnés par une suite de nombres formant un cycle, conformément au paragraphe 1 - 2 - 2, sur l'écriture d'un terme de déterminant. Seuls les cycles d'ordre supérieur à 1 sont représentés. Lorsqu'il y a plusieurs cycles d'ordre supérieur à 1, ces différents cycles sont nettement séparés.

Nous obtenons pour les exemples précédemment exposés les résultats suivants :

Matrice d'ordre 6 - Page 40

Déterminant A

(1 321) qui représentent : $a_{13} \times a_{32} \times a_{21}$

(2 542) " " : $a_{25} \times a_{54} \times a_{42}$

Déterminant A_1

(16421) " " : $a_{16} \times a_{64} \times a_{42} \times a_{21}$

Le temps de calcul de ces déterminants est de 10 secondes.

Matrice d'ordre 9 - Page 40

Déterminant A

(1 8 3 2 1)

(1 8 7 6 4 2 1)

(2 5 4 2)

Déterminant A_1

(1 9 6 4 2 1)

Le temps de calcul de ces déterminants est de 35 secondes.

Matrice d'ordre 12 - Page 41

Déterminant A

(1 10 9 8 6 11 5 4 2 1)

(1 10 9 3 1)

(1 10 9 3 1)

(4 7 6 11 5 4)

(4 7 6 11 5 4)

Déterminant A ₁

(1 12 5 4 2 1)

(1 10 9 3 1)

(5 12 5)

(5 12 5)

Déterminant A ₂

(1 10 9 8 6 12 5 4 2 1)

(1 10 12 5 4 2 1)

(1 10 9 3 1)

(4 7 6 12 5 4)

(4 7 6 12 5 4)

Le temps de calcul de ces trois déterminants est de
1 minute 30 secondes.

IMPLANTATION BLOC

Données

OCTADE : 6 SEIZAINE 0 PISTE 11 BLOC 0

[illegible]

A horizontal number line with arrows at both ends. The line is marked with integers from 0 to 11. The numbers are placed at regular intervals along the line.

[illegible]

C O N C L U S I O N

La méthode des boucles que nous avons exposé dans le premier chapitre de notre travail, n'apporte pas uniquement une contribution à l'étude des servomécanismes. Le schéma fonctionnel d'un servomécanisme donne à la fois une représentation des phénomènes physiques et une représentation graphique des équations algébriques qui régissent son fonctionnement. Réciproquement, un système d'équations linéaires quelconque pourra être représenté par un diagramme, semblable à un schéma fonctionnel, sur lequel l'application de la méthode des boucles donnera la valeur des inconnues désirées.

Ainsi cette méthode est susceptible de généralisations à tous les problèmes physiques régis par des lois qui peuvent être représentées par des équations algébriques linéaires ou des systèmes d'équations de ce type auxquels peuvent se ramener, par la transformation de LAPLACE, les équations différentielles linéaires.

L'extension des méthodes utilisant le calculateur Gamma E.T, exposées dans le deuxième chapitre, permettra de résoudre automatiquement tous les problèmes physiques lorsque ceux-ci peuvent être mis sous forme de diagramme ou schéma fonctionnel.

B I B L I O G R A P H I E

- (1) B. FAURY C.R. Acad. Sc. Fr. 1960 t. 251, p. 196 - 197.

- (2) J. KUNTZMANN Théorie algébrique des réseaux de dipôles intervenant dans les systèmes asservis -
"Automatisme" Tome V, page 295 - 299,
Septembre 1960.

- (3) R. GOUARNE Thèse, Faculté des Sciences - PARIS 1956.

- (4) W. OPPELT Manuel technique des procédés de régulation.

- (5) J. KUNTZMANN Cours de théorie mathématique des systèmes asservis - Cours professé à la Faculté des Sciences de GRENOBLE.

INSTITUT POLYTECHNIQUE
LABORATOIRE DE CALCUL
44, Avenue F. Viallet
Tél. : 44-84-80



VU :

Grenoble, le

Le Président de la Thèse

VU :

Grenoble, le

Le Doyen de la Faculté des Sciences

VU et permis d'imprimer

Grenoble, le

Le Recteur de l'Académie de Grenoble