



**HAL**  
open science

# Réalisation d'un dispositif à 3 SQUIDs pour la mesure de corrélations de bruit de grenaille

Olivier Coupiac

► **To cite this version:**

Olivier Coupiac. Réalisation d'un dispositif à 3 SQUIDs pour la mesure de corrélations de bruit de grenaille. Physique [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007. Français. NNT : . tel-00290007

**HAL Id: tel-00290007**

**<https://theses.hal.science/tel-00290007v1>**

Submitted on 24 Jun 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

soutenue publiquement le 15 octobre 2007 par

Olivier COUPIAC

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Joseph Fourier Grenoble I

Discipline : Physique

## RÉALISATION D'UN DISPOSITIF À TROIS SQUIDS POUR LA MESURE DE CORRÉLATIONS DE BRUIT DE GRENAILLE

Composition du jury :

|                   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| Dominique MAILLY  | (rapporteur)            |
| Stefan OBERHOLZER | (rapporteur)            |
| Thierry MARTIN    | (examineur)             |
| Marc SANQUER      | (directeur de thèse)    |
| François LEFLOCH  | (co-directeur de thèse) |
| Hervé COURTOIS    | (président)             |

Thèse préparée au  
Service de Physique Statistique, Magnétisme et Supraconductivité,  
Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée,  
CEA-Grenoble



# Table des matières

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| <b>I</b>  | <b>Contexte du projet</b>   | <b>5</b>  |
| <b>1</b>  | <b>Les expériences H-B&amp;T</b>                                  | <b>7</b>  |
| 1.1       | L'expérience pionnière de Hanbury-Brown et Twiss . . . . .        | 8         |
| 1.2       | Les successeurs . . . . .   | 12        |
| 1.3       | Un modèle simple . . . . .  | 16        |
| <b>2</b>  | <b>Le bruit en courant</b>  | <b>25</b> |
| 2.1       | Le bruit thermique . . . . .                                      | 26        |
| 2.2       | Le bruit de grenaille . . . . .                                   | 26        |
| 2.3       | Bruit dans un conducteur mésoscopique . . . . .                   | 28        |
| <b>3</b>  | <b>Les jonctions hybrides : rôle de la supraconductivité</b>      | <b>39</b> |
| 3.1       | La réflexion d'Andreev . . . . .                                  | 40        |
| 3.2       | Les jonctions à trois terminaux : des équivalents H-B&T . . . . . | 44        |
| <b>II</b> | <b>Travail expérimental</b>                                       | <b>55</b> |
| <b>4</b>  | <b>Dispositif Expérimental</b>                                    | <b>57</b> |
| 4.1       | Cryogénie . . . . .   | 59        |
| 4.2       | Principe de fonctionnement d'un picoampèremètre à SQUID . . . . . | 61        |
| 4.3       | Trucs et astuces . . . . .  | 63        |
| <b>5</b>  | <b>Mesure</b>   | <b>65</b> |
| 5.1       | Principe de la mesure . . . . .                                   | 66        |
| 5.2       | Étalonnage . . . . .  | 73        |
| <b>6</b>  | <b>Résultats préliminaires</b>                                    | <b>79</b> |
| 6.1       | Fabrication d'échantillons . . . . .                              | 80        |
| 6.2       | Première série de mesures : Nb-Au . . . . .                       | 82        |
| 6.3       | Deuxième série de mesures : Al-Cu . . . . .                       | 83        |
|           | <b>Conclusion et perspectives</b>                                 | <b>91</b> |
|           | <b>Bibliographie</b>  | <b>92</b> |



# Mercis

`\newcommand{\m}{merci}`

Commençons par le principal protagoniste de cette aventure : François Lefloch. Merci, François, pour ta constante disponibilité, ton investissement dans le projet, tes grandes qualités d'écoute. Merci pour cet optimisme inébranlable qui nous a sorti plus d'une fois de l'impasse ("ça ne marche pas ? On va trouver un moyen !") en pondérant mon incurable pessimisme ("ça marche ? On a dû se tromper quelque part !"). Outre cette expérience et cette intuition très sûre d'expérimentateur, j'ai aussi beaucoup apprécié ton humour décalé, dont la mascotte en peau d'orange sur le tableau de vanes, le partage intranet de la musique... ou la boîte à meuh ! Merci pour tout ce que j'ai appris à tes côtés.

Je tiens ensuite à remercier mon directeur de thèse, Marc Sanquer, pour son soutien tout au long du projet et ses conseils avisés. Sa vision très large et ses réelles aptitudes pédagogiques m'ont été très profitables, notamment lors de la rédaction de ce manuscrit. Merci de m'avoir expliqué la théorie des matrices aléatoires !

Je remercie les membres de mon jury pour leurs remarques et suggestions qui ont permis la finalisation de ce manuscrit : Merci à Stefan Oberholzer et Dominique Mailly pour le temps consacré à la réalisation du rapport de thèse. Merci à Hervé Courtois pour avoir accepté de présider mon jury et à Thierry Martin pour son regard extérieur d'examineur.

Je souhaite mentionner également des personnes indispensables, dont le nom n'est pas présent sur la page de garde :

- Merci à Jean Luc, l'homme-qui-sait-où-se-cachent-les-choses. Maillon incontournable du laboratoire dès qu'il s'agit de passer à une activité concrète, il m'en a fait découvrir tous les recoins secrets et m'a initié au fonctionnement d'instruments de torture redoutables, tels que le meb, le poste de brasure ou la soudeuse à ultrasons. Je n'oublierai pas son soutien dans les moments d'abattement... où il me tendait immanquablement une corde.
- Merci à Jean-Michel, l'homme-qui-parle-à-l'oreille-des-dilutions. Merci tout d'abord d'avoir construit "ma" dilution -en un temps et une efficacité record : elle atteignait 27 mK six mois après le dessin des premiers plans !- et de m'en avoir expliqué les innombrables composants et détails de fonctionnement. J'ai été durablement impressionné par son expertise infallible permettant d'interpréter les signes inaccessibles aux simples mortels, comme déduire sans étalonnage les températures à partir d'une lecture de résistance ("C'est une RuO ? 50k $\Omega$ , pom pom pom ça doit faire dans les 2K."), ou à évaluer la température du bouilleur en lisant la pression d'aspiration...

- Merci Michel pour les pièces les plus farfelues que je lui ai demandé d'usiner, pour son efficacité et sa gentillesse. Merci de m'avoir aidé à re-souder le cadre alu de mon vélo! Merci à Marie-Jo pour son aide discrète mais précieuse lors de tous mes bricolages divers et variés. Merci Jean Thomasson pour sa bonne humeur et Jacques Blanchard pour avoir tenté de m'apprendre les techniques d'atelier(oui, j'étais déjà là à leur époque!).
- Merci à Pierre d'avoir apporté la présence rassurante et primordiale d'un électronicien à bord, de m'avoir tiré d'affaire dans les situations les plus critiques (Pierre, ton générateur de courant ne marche plus! -Tu as pensé à l'alimenter?). Merci aussi pour le coaching montagnard et ta bibliothèque très complète de cartes IGN. Merci à Frédéric P. entre autres pour le montage de mon multiplexeur.
- Merci Manuel pour la patience avec laquelle tu as accueilli et apaisé mes angoisses existentielles, qu'il s'agisse de l'intrication non locale des paires d'Andreev, du signe des corrélations en l'absence de cohérence, ou de l'emplacement des filtres à café. Merci Frédéric G. pour ton humour et nos fréquentes discussions parvenant à restaurer une vraie pause entre midi et deux! Merci Xavier pour ton fair play dans les redoutables antagonismes qui nous ont opposé : le partage d'une même caisse à outils (d'ailleurs, maintenant je peux te l'avouer, Xa, c'est moi qui ai pris tous les outils qui te manquent), le combat jazz/musique classique ou celui pour la palme du plus mauvais calembour ...
- Merci à tous mes autres collègues de travail : Claude pour sa disponibilité et sa réelle implication humaine dans le laboratoire, Bernard chef débonnaire du LCP pour ses terribles poignées de main, Daniel pour ses talents de barreur, Georg pour sa vision très personnelle de l'enthousiasme et son adhésion au fan club d'Edouard Balladur.

Enfin, puisqu'on est jeune chercheur jusqu'à 40 ans, je vais maintenant passer aux enfants :

En particulier merci Benjamin, mon jumeau de thèse, pour ton accompagnement humain, scientifique, psychologique, sportif... tu comprendras que j'interrompe la liste pour ne pas sombrer dans cette fameuse logorrhée! Malgré nos recherches, nous n'avons cependant pas répondu à cette question essentielle, à savoir qui de l'hippopotame ou de l'éléphant est le plus fort.

Merci à mon autre jumeau, Romano ainsi qu'à Emanuele, le gang des italiens pour nos sorties musicales ou leurs mémorables soirées. Merci aux "vieux" pour leur expérience : Max (dit "Maxipédia" ou la réponse à toute question) pour toutes les voies qu'il a ouvertes et la légende qu'il a forgée en codant ses propres packages latex, Marie-Aude, Florence, Fred, Corentin, Elsa, Rodolphe, Christian,... Merci aux "jeunes" pour leurs (multiples) expériences : Roch pour son humour désabusé, Laurent pour sa barbe et son enthousiasme d'animateur radio, Vrat pour la bière tchèque, Estelle pour la Chartreuse. Bonne chance aux nouveaux, dont Matthieu, Thomas et Sylvie...

Merci aux protagonistes de la vie hors du labo (oui, elle existe!), notamment la FLS de m'avoir laissé sortir à des heures non réglementaires, le club de judo de la Tronche, Yannick pour les soirées jeu, Marion et Ivan pour l'atelier jazz, Romane pour tout ce qu'il m'a appris, Ahmed et Jérémy pour les concerts des babouches sauvages, Julien et Vent de Swing, le groupe de Lyon pour les nombreux week end et sa présence inattendue

à la soutenance...

Enfin merci La Coloc du 3 rue Lesdiguières pour cette expérience unique et le côté farfelu indispensable à mon équilibre psychologique. Merci Julien, Yann, Jérémy, Cécile, Kristin, Lucas, Julia, Seb et Marie Laure. Merci à Marlène de m'avoir supporté tout ce temps... et d'avoir relu ce manuscrit en entier ! Merci à mes parents et à ma soeur.

Merci à tous ceux que j'ai inévitablement dû oublier de ne pas s'en formaliser...





# Résumé

Ce projet de thèse est consacré à la construction et l'optimisation d'un dispositif de mesure de corrélations de bruit en courant à très basse température. Au cours des deux dernières décennies, le bruit de grenaille s'est révélé être un outil puissant d'investigation des propriétés de transport électronique des conducteurs mésoscopiques. En particulier, dans le cas de nanostructures à trois terminaux, la mesure des corrélations du bruit de grenaille entre deux terminaux permet de sonder la statistique des porteurs et leurs interactions.

Dans le cas où les interactions peuvent être négligées, des particules obéissant à une statistique bosonique conduisent à des corrélations positives. Pour une statistique fermionique, les corrélations seront au contraire négatives. Ces résultats ont été confirmés expérimentalement à plusieurs reprises pour les deux familles de particules, notamment grâce aux expériences fondatrices menées au cours des années 1950 par Hanbury-Brown et Twiss sur des photons provenant d'une étoile.

En revanche, lorsqu'un supraconducteur est connecté à deux bras de métal normal (N/S/N), l'interaction BCS peut induire des corrélations positives dans ce système fermionique par le biais de la réflexion d'Andreev qui transforme une paire de Cooper en deux électrons dans les bras normaux. La mesure de ces corrélations doit permettre la mise en évidence expérimentale du caractère non local de la réflexion d'Andreev, ainsi que de l'existence d'états intriqués à deux particules.

L'objectif du dispositif construit est de mesurer de telles corrélations. Le présent manuscrit décrit les étapes du projet, du travail de mise au point de l'instrument et de fabrication des échantillons jusqu'aux mesures préliminaires.



# Summary

In this Ph-D Thesis we have developped a set-up to measure current noise correlations at very low temperature. Over the past two decades, shot noise has been widely used to investigate electronic properties of mesoscopic devices. Especially in the case of three-terminal nanostructures, shot noise correlations between two terminals are sensitive to the statistics of particles and their interactions. When interactions can be neglected, correlations are positive for bosons and negative for fermions. This has been confirmed experimentaly for different kind of particles and for both statistics, namely with historical experiment by Hanbury-Brown and Twiss on photons.

Yet, in hybrid normal-superconductor device, things can be different. For a superconductor connected to two normal metal terminals, Andreev reflection transforms a Cooper pair in two electrons in normal metal terminals, and BCS interaction can induce positive correlations. Measuring correlations can be used to probe non local properties such as crossed Andreev reflection, or entanglement of the Andreev pair.

The set-up described here aims at measuring such correlations. The thesis manuscript describes the different steps of the project, from instrumentation and sample production to preliminary measurements.

*A mes grands parents*

# Introduction

La physique mésoscopique étudie des systèmes dans lesquels les effets d'interférences quantiques jouent un rôle essentiel. Ces effets subsistent tant que les fonctions d'ondes décrivant les particules étudiées conservent leur cohérence de phase. On peut définir une longueur  $L_\phi$  au delà de laquelle la phase initiale est perdue. On connaît quelques exemples où la cohérence quantique s'étend à l'échelle macroscopique (supraconductivité, suprafluidité, etc...). Mais pour le gaz d'électrons à température finie, la cohérence disparaît au niveau macroscopique. Cependant, grâce aux progrès de la microélectronique en terme de miniaturisation des dispositifs, la physique mésoscopique a connu un formidable essor au cours des dernières décennies [1]. Des dispositifs de dimensions inférieures à la longueur de cohérence de phase électronique  $L_\phi$  sont devenus accessibles à la mesure. Dans de tels systèmes, le transport de charges peut être décrit en terme de transmission de paquets d'ondes électroniques, suivant l'approche initiée par Landauer à la fin des années 1950 [2]. Le traitement quantique du transport électronique fournit des prévisions remarquables comme la quantification de la conductance avec la largeur du conducteur, observée dans les années 1980 [3], ou encore l'effet Aharonov-Bohm, mesuré à la même époque [4].

Les mesures de conductance s'intéressent à l'aspect moyen du transport, négligeant les fluctuations temporelles du courant (ou de la tension) autour de cette moyenne. L'étude des fluctuations révèle une quantité d'autres informations sur le système auxquelles la mesure de conductance ne donne pas accès. La quantité principalement étudiée est la densité spectrale des fluctuations, ou bruit, notée  $S_I$ . Dans un conducteur à l'équilibre, le courant moyen est nul et les fluctuations proviennent de l'agitation thermique des porteurs. Le bruit en courant est alors lié à la résistance électrique du conducteur à travers le théorème de fluctuation-dissipation et sa mesure est redondante avec celle de la conductance. Au contraire, si l'on fait circuler un courant, le bruit est augmenté du fait du transfert aléatoire de charges discrètes. Ce bruit hors équilibre, ou bruit de grenaille, a été analysé pour la première fois en 1918 par Schottky lors de l'étude des fluctuations de courant dans un tube à vide [5]. A basse fréquence, il est proportionnel au courant moyen et à la charge électronique :  $S_I = 2eI$ . Dans un conducteur mésoscopique, le bruit de grenaille a une origine quantique : il provient de la diffusion de la fonction d'onde électronique par les défauts du milieu, résultant en une onde transmise et une onde réfléchie fluctuantes. Voyons quelles informations ont pu être extraites expérimentalement à partir du bruit de grenaille.

Le premier point important est la proportionnalité de  $S_I$  avec la charge des porteurs. Des résultats expérimentaux ont prouvé l'existence de porteurs de charge différente de la charge électronique. Cette charge effective  $e^*$  peut être inférieure à  $e$  [6, 7, 8] dans le régime d'effet Hall quantique fractionnaire ( $e^* = 1/3e$ ,  $e^* = 1/5e$ ). Elle peut aussi être

supérieure à  $e$  dans des jonctions SN<sup>1</sup> [9, 10] ( $e^* = 2e$ ), SNS ou SIS [11, 12, 13, 14] ( $e^* = n.e$ ). Le bruit de grenaille, comme la conductance, est sensible à la transmission du conducteur. Pour une faible transmission, son expression est identique au bruit de Schottky. Cette valeur sert de référence, et le bruit mesuré peut être normalisé à cette référence, sous forme du facteur de Fano :  $F = S_I / 2eI$ . En outre, s'il s'agit d'un conducteur multicanal, il est sensible à la répartition des transmissions sur les différents canaux : ainsi, par exemple, un conducteur diffusif montre un facteur de Fano  $F = 1/3$  [15], alors qu'il sera de  $1/4$  pour une cavité chaotique [16], du fait des distributions différentes des transmissions de leurs canaux de conduction. Enfin, le bruit de grenaille peut être utilisé pour sonder les interactions électroniques : les interactions électron-électron entraînent une transition du facteur de Fano dans un métal diffusif de  $F = 1/3$  à  $F = (\sqrt{3}/4)$  [17, 18], tandis que les interactions électron-phonon causent sa disparition complète.

La mesure du bruit est donc un formidable moyen d'investigation des propriétés d'un conducteur. Nous n'avons considéré jusqu'ici que les fluctuations dans des échantillons à deux terminaux. Si l'on considère un échantillon à plus de deux terminaux, on peut également mesurer les corrélations entre les fluctuations de différents terminaux. Le premier exemple fut l'expérience historique menée par Hanbury-Brown et Twiss (H-B&T en abrégé). Ces derniers mesurèrent les corrélations d'intensité entre deux faisceaux issus d'une même source lumineuse : une lampe à mercure dans la version de laboratoire [19], puis une étoile [20]. Les corrélations mesurées étaient positives : la probabilité de détecter un photon en même temps dans chaque détecteur est augmentée par rapport au cas classique. Cette propriété provient de la tendance des photons (et, plus généralement, des bosons) à se regrouper dans le même état, appelée *bunching*. Ces résultats ont été confirmés avec d'autres types de particules suivant une statistique de Bose-Einstein [21]. Pour les fermions, la tendance inverse a été observée par la suite à travers la mesure de corrélations négatives [22, 23, 24, 25, 26, 21]. Cet *antibunching* s'explique par le principe de Pauli qui empêche deux fermions d'être dans le même état. La mesure des corrélations permet donc de sonder la statistique à laquelle obéissent les particules [27].

Dans le cas d'un échantillon à trois terminaux composés d'un supraconducteur connecté à deux bras en métal normal, des études théoriques ont montré la possibilité de corrélations positives causées par la présence du supraconducteur. Selon les propriétés de l'interface, ces corrélations peuvent devenir négatives (voir sections 3.2.2 et 3.2.3). Jusqu'à présent aucune réalisation expérimentale n'a pu vérifier ces prédictions. L'objectif de cette thèse est la mise au point d'un dispositif de mesure de corrélations de bruit en courant pour étudier ce type d'échantillons. L'expérience acquise au cours des dernières années dans le laboratoire nous a fait choisir une mesure des fluctuations de courant à l'aide de picoampèremètres à Squids sur des échantillons de basse impédance. Le travail réalisé comprend une partie dominante d'instrumentation et d'étalonnage du dispositif, ainsi que la réalisation d'échantillons. Des mesures préliminaires ont permis en outre de caractériser ces échantillons. Ce manuscrit s'articule comme suit :

- la première partie présente le contexte expérimental et théorique du projet. Après quelques rappels historiques de l'expérience de Hanbury-Brown et Twiss, et la présentation des différents équivalents réalisés par la suite, le chapitre 1 tente de montrer par des modèles simples le rôle que joue la statistique des particules dans

---

<sup>1</sup>Dans ce qui suit, le S désigne un supraconducteur, I un isolant et N un métal normal.

les corrélations et le bruit. Le chapitre 2 introduit quelques résultats théoriques et expérimentaux dans l'étude du bruit électronique dans les conducteurs normaux. L'effet de la supraconductivité sur le bruit et les corrélations est analysé dans le chapitre 3. Les différentes propositions théoriques d'équivalents H-B&T utilisant un supraconducteur y sont passées en revue.

- la deuxième partie concerne le travail que j'ai réalisé durant ces trois ans : les chapitres 4 et 5 décrivent le dispositif et les techniques de mesure, ainsi que les performances déduites des étalonnages. Différents échantillons ont été examinés, leur description et les premiers tests sont consignés dans le dernier chapitre.





Première partie  
Contexte du projet



# Chapitre 1

## Les expériences H-B&T

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>L'expérience pionnière de Hanbury-Brown et Twiss . . . . .</b>    | <b>8</b>  |
| 1.1.1      | Interprétation ondulatoire . . . . .                                 | 8         |
| 1.1.2      | Interprétation quantique . . . . .                                   | 10        |
| <b>1.2</b> | <b>Les successeurs . . . . .</b>                                     | <b>12</b> |
| 1.2.1      | Anticorrélations pour un faisceau d'électrons libres . . . . .       | 12        |
| 1.2.2      | Anticorrélations dans un gaz d'électrons à deux dimensions . . . . . | 12        |
| 1.2.3      | Corrélations dans les gaz ultra froids . . . . .                     | 15        |
| <b>1.3</b> | <b>Un modèle simple . . . . .</b>                                    | <b>16</b> |
| 1.3.1      | Modèle général . . . . .   | 16        |
| 1.3.2      | L'approche de la seconde quantification . . . . .                    | 18        |
| 1.3.3      | Le rôle des fluctuations . . . . .                                   | 21        |

---

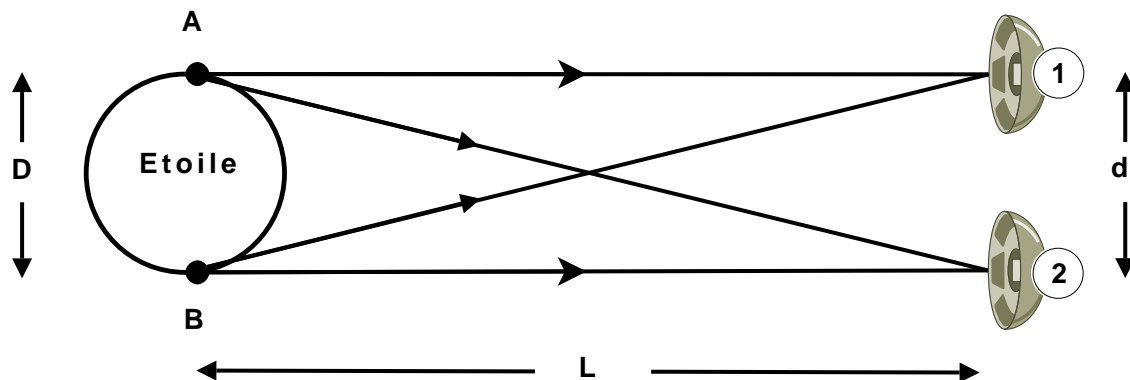


FIG. 1.1: Schéma de l'expérience de Hanbury-Brown et Twiss [29] : Les faisceaux lumineux issus de deux sources aléatoires distantes sont interceptés par deux détecteurs puis corrélés

## 1.1 L'expérience pionnière de Hanbury-Brown et Twiss

La première mesure du diamètre angulaire d'une étoile fut réalisée en 1920 par Michelson et ses collaborateurs sur le Mont Wilson [28]. La méthode de l'interférométrie Michelson consiste à mesurer les corrélations des amplitudes -ou interférences- reçues par deux miroirs séparés spatialement. Le nombre d'étoiles mesurables était limité par la distance maximale entre les deux miroirs, ce qui bornait les mesures à des étoiles d'un diamètre angulaire supérieur à 2 secondes d'arc, soient six au total. Cette méthode présentait l'inconvénient d'être très sensible aux perturbations atmosphériques, ce qui limitait également la résolution, et le programme de mesure des diamètres d'étoiles par interférométrie amorcé en 1920 fut abandonné en 1937. Dans les années 1950, Hanbury-Brown et Richard Twiss prouvèrent qu'il était possible de mesurer le diamètre angulaire d'une étoile en corrélant les fluctuations d'intensité des faisceaux lumineux reçus par deux détecteurs indépendants. Nous allons voir que cette seconde méthode est beaucoup moins sensible aux perturbations atmosphériques.

### 1.1.1 Interprétation ondulatoire

L'idée de Robert Hanbury-Brown, schématisée sur la figure 1.1 est de recueillir la lumière issue de deux sources ponctuelles A et B, de même fréquence et distantes de D à l'aide de deux détecteurs séparés par une distance d. La mesure des corrélations d'intensité lumineuse entre les deux détecteurs dépend de d et permet d'accéder au diamètre angulaire  $\Theta$ . Pour une étoile, il faudra considérer une distribution spatiale de sources aléatoires, mais cela ne change pas qualitativement le résultat.

L'amplitude du rayon lumineux de longueur d'onde  $\lambda$  produit en  $\vec{r}_1$  par la source A située en  $\vec{r}_a$  peut être décrite par une onde sphérique de la forme  $\alpha e^{i\vec{k}_{1a} \cdot \vec{r}_{1a} + i\omega t + i\Phi_a}$ , où la phase  $\Phi_a$  est aléatoire,  $r_{1a} = |\vec{r}_a - \vec{r}_1|$  et  $\vec{k}_{1a}$  désigne le vecteur d'onde de norme  $k = 2\pi/\lambda$  et de direction celle de  $\vec{r}_{1a}$ . De même, le rayon issu de la source B s'écrit  $\beta e^{i\vec{k}_{1b} \cdot \vec{r}_{1b} + i\omega t + i\Phi_b}$ , de sorte que l'amplitude totale reçue par le détecteur 1 prend la forme :

$$A_1 = \alpha e^{i(\vec{k}_{1a} \cdot \vec{r}_{1a} + \omega t + \Phi_a)} + \beta e^{i(\vec{k}_{1b} \cdot \vec{r}_{1b} + \omega t + \Phi_b)} \quad (1.1)$$

où  $r_{1x}$  est la distance entre le détecteur 1 et la source x. L'intensité est obtenue en

multipliant par le conjugué :

$$I_1 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{i(k_{1b} \cdot r_{1b} - k_{1a} \cdot r_{1a} + \Phi_b - \Phi_a)} + \alpha \beta^* e^{i(k_{1a} \cdot r_{1a} - k_{1b} \cdot r_{1b} + \Phi_a - \Phi_b)} \quad (1.2)$$

On obtient une expression du même type pour le deuxième détecteur. L'intercorrélacion d'intensité s'écrit <sup>1</sup> :

$$\langle I_1 I_2 \rangle = |\alpha|^4 + |\beta|^4 + 2|\alpha|^2 |\beta|^2 [1 + \cos(\vec{k}_1(\underbrace{r_{1b} - r_{1a}}_{\vec{D}}) - \vec{k}_2(\underbrace{r_{2b} - r_{2a}}_{\vec{D}}))]$$

d'où le corrélacion

$$\begin{aligned} C(\vec{d}) &= \frac{\langle I_1 I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \\ &= 1 + 2 \frac{\langle |\alpha|^2 \rangle \langle |\beta|^2 \rangle}{(\langle |\alpha|^2 \rangle + \langle |\beta|^2 \rangle)^2} \cos[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{D}] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dans la limite où  $L \gg d$ , on peut écrire  $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{D} \approx k \frac{d}{L} D = 2\pi \theta d / \lambda$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde des faisceaux incidents et  $\theta = D/L$  est l'angle apparent entre les deux sources. Si l'on prend, au lieu de deux sources ponctuelles, une distribution spatiale de sources  $\rho(r)$ , on obtient pour le corrélacion la transformée de Fourier de la distribution [29] :

$$C(d) - 1 \propto \left| \int \rho(\vec{r}) \exp i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} d^3 r \right|^2$$

Le corrélacion varie sur une distance de l'ordre de  $l_c = \lambda / \theta$ <sup>2</sup>. Quand les deux récepteurs sont éloignés, la corrélation diminue jusqu'à disparaître. La mesure de la distance à partir de laquelle la corrélation disparaît, ou longueur de cohérence transverse, permet de remonter au diamètre angulaire de l'étoile. Contrairement à la corrélation d'amplitude réalisée par un interféromètre de Michelson, le corrélacion obtenu ici ne dépend pas de la différence de phase  $\Phi_a - \Phi_b$  accumulée par les deux faisceaux sur leurs trajets respectifs. Cette mesure permet donc de s'extraire de l'effet des perturbations atmosphériques.

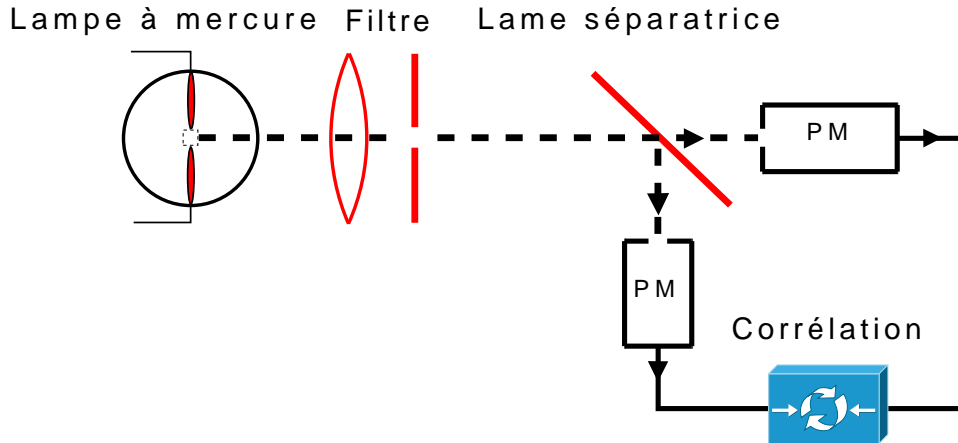
La méthode fut démontrée par Hanbury-Brown avec succès dans le domaine des ondes radios en 1951 avec la mesure de la taille de la nébuleuse d'Andromède M31 [30], mais sa validité dans le domaine visible était controversée.

"It was at this point that we ran into trouble. So far the principle of our new instrument has been accepted without question, in those days radio-engineers didn't worry about photons; but when we decided to apply it to light, physicists became interested and did worry about photons. Indeed, they were very unhappy about what we proposed to do" [31]

Pour prouver que l'interférométrie d'amplitude fonctionnait également dans le visible, il réalisa en collaboration avec Richard Twiss une expérience de laboratoire [19], dont la figure 1.2 illustre le principe. Cette expérience conduit aux résultats attendus par le modèle ondulatoire explicité plus haut : pour des distances entre les deux récepteurs inférieures à la longueur de cohérence, les fluctuations lumineuses présentent des corrélacions

<sup>1</sup>on fait l'approximation  $L \gg D$ , de sorte que  $k_{1a} \approx k_{1b} \approx k_1$ , idem pour  $k_2$

<sup>2</sup>Par exemple, à une dimension et en considérant que la distribution de sources est une constante pour  $-D/2 < r < D/2$  et nulle au delà, le corrélacion est la transformée de Fourier d'une fonction créneau. On obtient donc un sinus cardinal :  $C(d) - 1 \propto |\text{sinc}(kd\theta/2)|^2$  qui s'annule effectivement pour une distance  $d = \lambda/\theta$



**FIG. 1.2:** *Schéma de l'expérience de laboratoire de Hanbury-Brown et Twiss :Le faisceau lumineux créé par la lampe à mercure est filtré en fréquence, et traverse une ouverture rectangulaire. Ce traitement permet d'augmenter les cohérences longitudinales (temporelle) et transverses (fréquentielle). Le faisceau est divisé en deux par une lame semi-réfléchissante et un photo-multiplicateur enregistre chaque signal. Les deux courants issus des photo-multiplicateurs sont multipliés par le corrélateur, puis moyennés. Un des deux photo multiplicateurs peut être déplacé longitudinalement de manière à augmenter le trajet du faisceau. Lorsque les images dans le miroir des deux cathodes vues depuis la source coïncident, les fluctuations des deux courants sont corrélées. Les corrélations disparaissent quand la distance entre les deux faisceaux est de l'ordre de la longueur de cohérence.*

positives<sup>3</sup>. Une réalisation grandeur nature fut ensuite développée par les auteurs, qui permit de déterminer le rayon de l'étoile Sirius avec une précision jusqu'alors inégalée [20], puis d'une trentaines d'autres étoiles entre 1962 et 1972 [35].

### 1.1.2 Interprétation quantique

Si les résultats des expériences de H-B&T peuvent être expliqués de manière classique, cette interprétation ne peut rendre compte par exemple des résultats obtenus plus tard avec des fermions. Voyons comment nous pouvons interpréter les corrélations positives de manière quantique. Considérons le modèle de la figure 1.1, mais cette fois en terme de photons. Les sources A et B émettent chacune un photon qui peut atteindre un des deux récepteur. Les quatre processus à considérer sont représentés sur la figure 1.3 :

- i- les deux sources  $a$  et  $b$  émettent un photon en 1
- ii- les deux sources  $a$  et  $b$  émettent un photon en 2
- iii- la source  $a$  émet un photon en 1 et la source  $b$  émet un photon en 2
- iv- la source  $a$  émet un photon en 2 et la source  $b$  émet un photon en 1

<sup>3</sup>La controverse ne s'éteint pas pour autant : Deux expériences du même type [32] [33] aboutirent à une absence de corrélation. Les derniers auteurs, Brannen et Ferguson remirent en cause le résultat de Hanbury-Brown et Twiss (H-B&T), objectant que de telles corrélations bouleverseraient les bases de la mécanique quantique. Dans un article ultérieur, Purcell [27] proposa une démonstration semi classique de l'effet, et H-B&T [34] démontrèrent que l'absence de corrélation dans les deux expériences citées ci-dessus ne provenait que d'un manque de sensibilité. Ce qui, conclut Purcell, ne fait qu'accréditer l'exploit expérimental de H-B&T ...

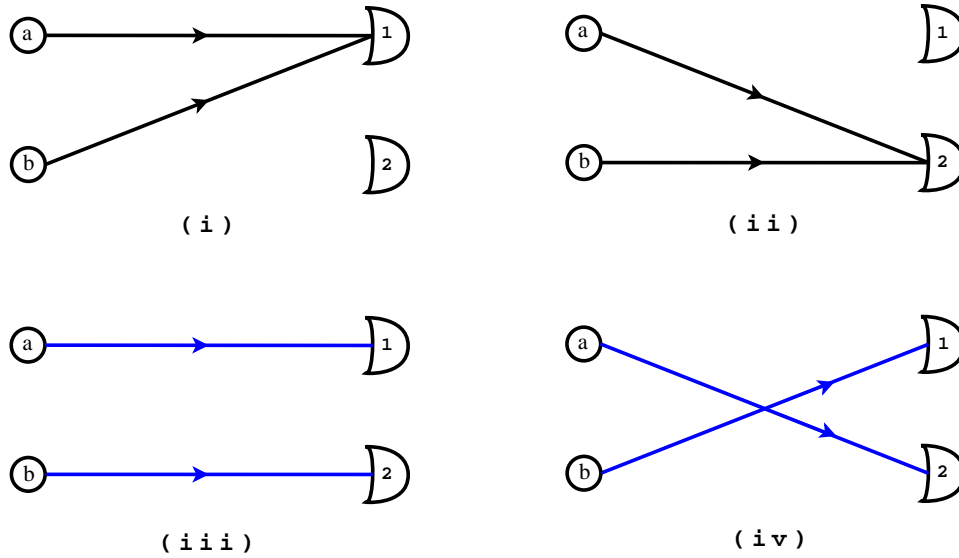


FIG. 1.3: *Processus possibles lors de l'émission de deux photons sur deux détecteurs*

L'indiscernabilité des particules quantiques impose que la fonction d'onde décrivant un ensemble de particules doit rester inchangée après permutation de deux d'entre elles. Deux types de comportements apparaissent alors face à la permutation de deux particules : la fonction d'onde peut être ou symétrique  $\Psi(part1, part2) = \Psi(part2, part1)$  (bosons) ou antisymétrique  $\Psi(part1, part2) = -\Psi(part2, part1) = 0$  (fermions). Cet argument fondamental conduit au principe d'exclusion de Pauli, et aux différentes statistiques que respectent les particules : Bose-Einstein pour les bosons et Fermi-Dirac pour les fermions. Les deux premiers processus (i et ii) sont discernables, ils ne donnent donc lieu à aucune interférence. Ils correspondent à la détection indépendante de chaque détecteur, représentée par les termes  $|\alpha|^4$  et  $|\beta|^4$  dans l'équation 1.3. La fonction d'onde à deux bosons étant symétrique, les deux processus suivants (iii et iv) donnent lieu à des interférences constructives. La probabilité de trouver un photon dans chaque détecteur est donc supérieure au cas classique, ce qui donne lieu à des corrélations positives<sup>4</sup>. Cette tendance des bosons à se regrouper dans un même état porte le nom de "bunching" [36] (ou "clumping" [27]). Au contraire, dans le cas de fermions, la fonction d'onde à deux particules est antisymétrique : la probabilité pour deux fermions d'arriver en même temps dans chaque détecteur est nulle : le principe d'exclusion de Pauli interdit à deux fermions d'être dans le même état quantique, on parlera alors d'"antibunching". Chaque événement de détection d'un fermion dans un détecteur doit être simultanément avec une absence de détection de fermion dans l'autre détecteur, on attendra donc des corrélations négatives [27].

Ces prédictions furent confirmées par des expériences similaires menées ultérieurement pour d'autres types de particules, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

<sup>4</sup>Nous démontrons plus rigoureusement cette propriété dans le chapitre 1.3.2.



## 1.2 Les successeurs

### 1.2.1 Anticorrélations pour un faisceau d'électrons libres

L'équivalent de l'expérience de H-B&T le plus semblable en terme de géométrie a été réalisé en 2002 par le groupe de Franz Hasselbach [24]. Dans cette expérience, un faisceau d'électrons émis par une cathode en Tungstène est accéléré dans le vide jusqu'à deux détecteurs placés côte à côte. Il existe une distance entre détecteurs au delà de laquelle le signal de corrélation disparaît. Comme dans l'expérience de H-B&T, on parle de longueur de cohérence  $L_c$ . La sortie des détecteurs est reliée à un corrélateur de grande résolution temporelle (26 ps) qui compte les coïncidences. Dans ce dispositif, le temps de cohérence électronique est de l'ordre de  $T_c = 10^{-14}$  secondes. Pour des distances entre détecteurs inférieures à la longueur de cohérence, cela signifie que lors de la détection d'un électron à  $t = 0$  le principe de Pauli interdit l'arrivée d'un autre électron durant ce temps de cohérence. Aucune coïncidence ne doit donc être observée pour  $t < T_c$ . Cependant, la résolution temporelle du corrélateur est trois ordres de grandeur trop faible pour observer une véritable absence de coïncidence, ce qui signifie que le corrélateur moyenne les évènements sur 26 ps. Comme dans le cas de l'expérience de H-B&T, pour des distances entre détecteurs supérieures à la longueur de cohérence  $L_c$ , les particules ont un comportement classique. Un taux non nul de coïncidences aléatoires est enregistré. La mesure consiste alors à observer non pas une absence de coïncidence pour  $t < 26ps$  et  $L < L_c$ , mais une diminution de leur nombre par rapport au cas incohérent  $L > L_c$ . Petite subtilité expérimentale : ici, la distance entre les détecteurs est fixe, c'est la défocalisation du faisceau en fin de parcours par des aimants quadrupolaires qui permet d'ajuster la longueur de cohérence de manière à obtenir  $L > L_c$  ou  $L < L_c$ . Les résultats obtenus sont reproduits en figure 1.4. Mentionnons aussi qu'une expérience du même type a été réalisée près d'ici avec des neutrons en 2006 (Institut Laue-Langevin, Grenoble) par Iannuzzi et ses collaborateurs [25].

### 1.2.2 Anticorrélations dans un gaz d'électrons à deux dimensions

Le défaut du type de dispositif que nous venons de décrire repose dans la faible occupation électronique du faisceau. En effet, un plus faible taux d'occupation par mode signifie un temps entre chaque émission d'électron plus grand (faible courant) : l'amplitude de recouvrement entre les fonctions d'ondes de chaque électron est faible, ce qui limite fortement l'amplitude des corrélations. Les électrons se "voient" peu, et tendent à se comporter comme des particules classiques. Pour pallier à ce problème, ce type d'expérience a d'abord été effectué dans des gaz électroniques à deux dimensions (gaz 2D) qui présentent de plus grands taux d'occupation par mode<sup>5</sup>. L'intérêt du gaz 2D, outre les exceptionnelles longueurs de cohérence de phase qu'il offre<sup>6</sup>, est que l'on peut dépeupler en électrons des zones du conducteur par l'application d'un potentiel de grille. On peut ainsi dessiner le profil du conducteur et réaliser différentes fonctions, comme un contact ponctuel quantique (quantum point contact, QPC) pour sélectionner des modes de transmission, ou pour réaliser un séparateur de faisceau de transmission réglable [37].

---

<sup>5</sup>Pour un faisceau d'électrons dans le vide, le taux d'occupation par mode atteint  $10^{-4}$  dans le meilleur cas, tandis qu'il est donné par la fonction de Fermi-Dirac dans un solide, on peut donc atteindre 1 en dessous de l'énergie de Fermi à température nulle

<sup>6</sup>de l'ordre plusieurs dizaines de microns à 1K.

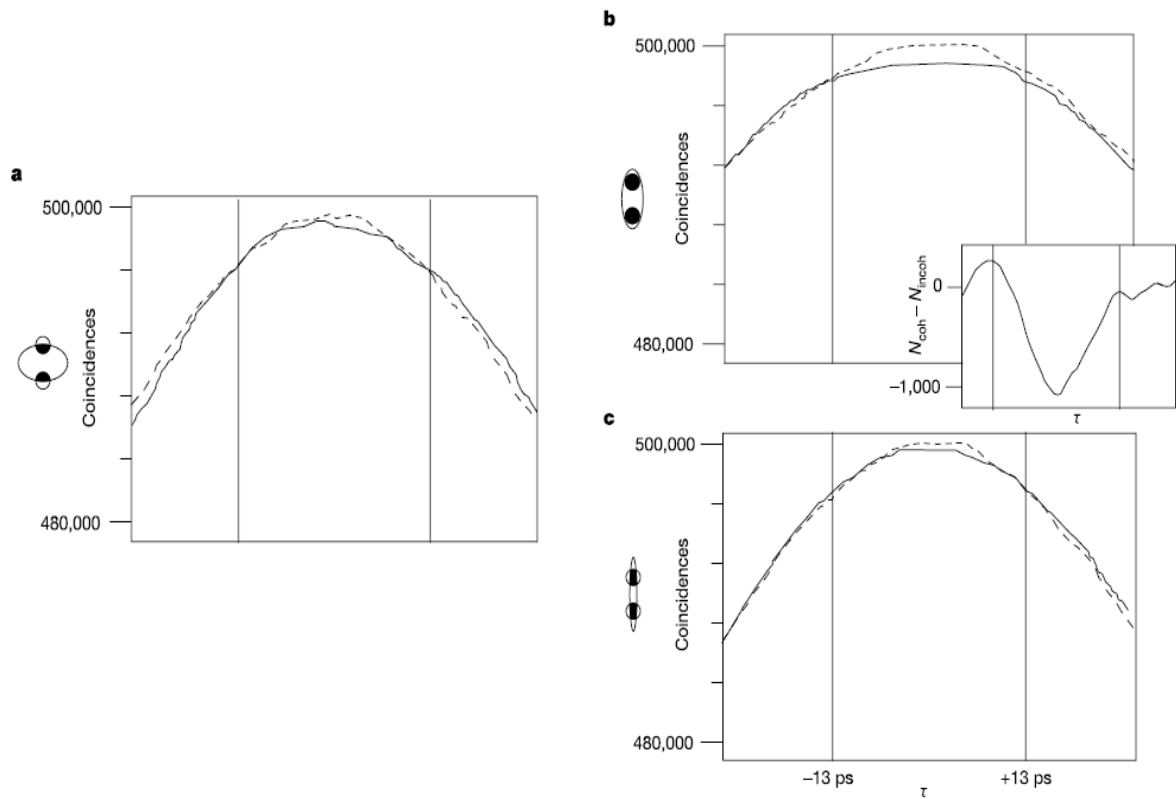
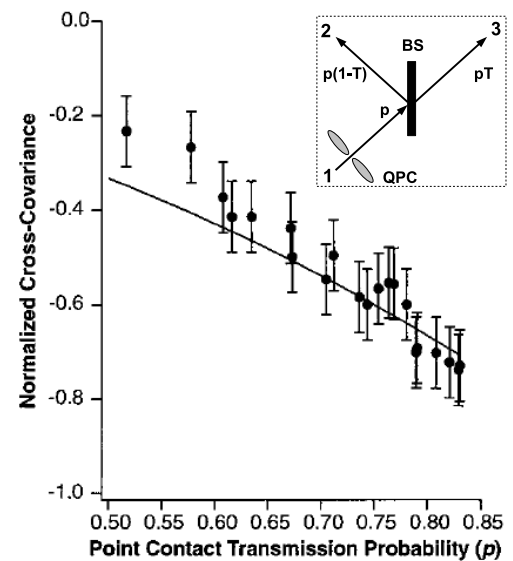


FIG. 1.4: *Visualisation du dégroupement (antibunching) des électrons pour trois régimes d'illumination : en haut et en bas (a) et (c), les détecteurs sont illuminés de manière partiellement incohérente, tandis que sur la courbe du milieu (b) l'illumination est cohérente. Dans les trois cas, le nombre de coïncidences dans un régime totalement incohérent ( $L_c < L$ ) est tracé en comparaison. En insert de la courbe (b) est tracée la différence entre le nombre de coïncidences dans le régime cohérent et le régime incohérent. Un déficit évident de coïncidences apparaît pour les temps les plus faibles.*

FIG. 1.5: *Équivalent H-B&T fermionique dans les gaz 2D : Résultats expérimentaux obtenus par Oliver et al. La covariance normalisée montre des corrélations négatives pour un délai nul, qui diminuent avec la transmission  $p$  du QPC. En médaillon, le schéma de l'échantillon comprenant le contact ponctuel quantique QPC et le séparateur de faisceau BS. Le faisceau est émis depuis le terminal 1 vers les terminaux 2 et 3.*



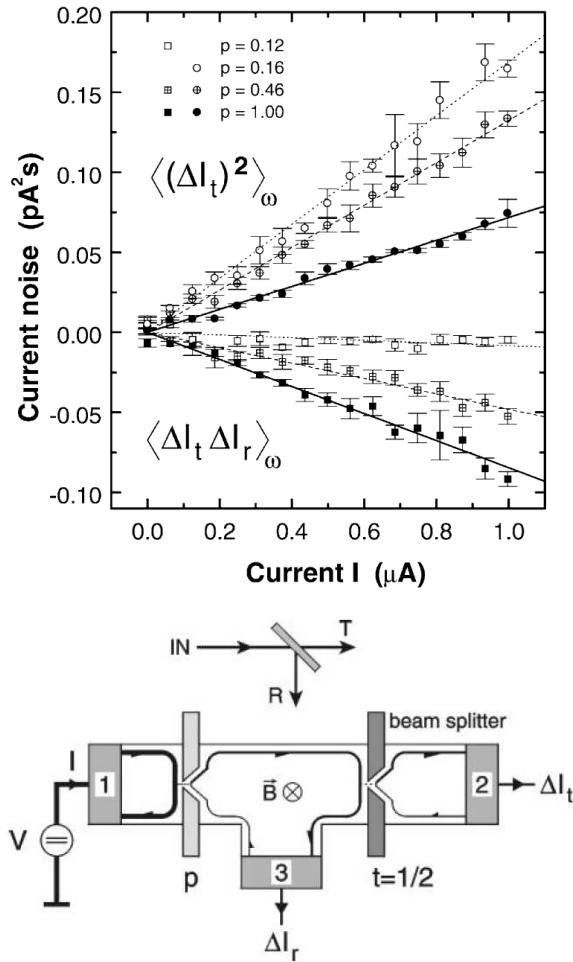
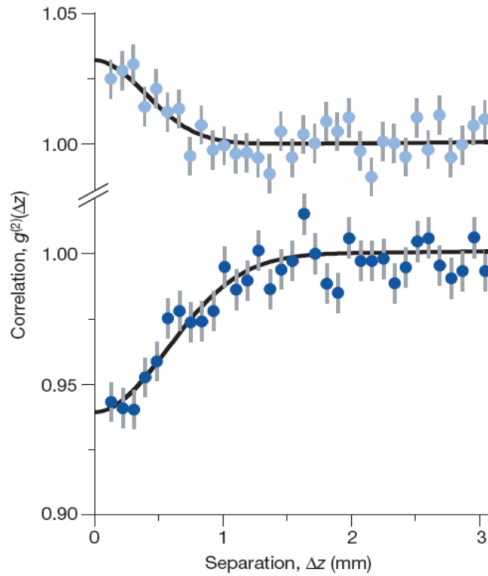


FIG. 1.6: *Équivalent H-B&T fermionique dans les gaz 2D* : Résultats expérimentaux obtenus par Oberholzer *et al.* Les fluctuations de courant entre les faisceaux transmis et réfléchis présentent une intercorrélacion négative, qui est proportionnelle à l'intensité du faisceau incident. On retrouve en outre dans l'autocorrélation la proportionnalité du bruit de grenaille au courant. Un deuxième contact ponctuel quantique permet de contrôler l'occupation du faisceau incident : l'amplitude des intercorrélacions diminue jusqu'à zéro quand l'occupation du faisceau incident (proportionnelle à  $p$ ) est réduite. La réduction de  $p$  a aussi pour effet d'augmenter le bruit du faisceau incident, ce qui se répercute sur le bruit du faisceau transmis. En dessous, le schéma de l'échantillon. Les corrélacions sont obtenues en réalisant le produit  $\langle \Delta I_t \Delta I_r \rangle$ .

L'application d'un fort champ magnétique permet en outre de créer des états de bord constitués chacun d'un seul mode. On parle alors de régime d'effet Hall quantique.

Deux expériences du type H-B&T ont été réalisées simultanément dans les gaz d'électrons à deux dimensions en 1999. Dans la première expérience par Oliver *et al* [22], un QPC sert à émettre des électrons dans un seul mode. Le faisceau monomode rencontre une barrière tunnel qui le divise en un faisceau transmis et un faisceau réfléchi suivant une probabilité déterminée par la transmission  $T$  de la barrière. Cette transmission est fixée à  $T=0.5$  durant toute l'expérience afin de favoriser l'amplitude des corrélacions. La corrélacion entre les fluctuations des deux faisceaux  $\langle V_2(t)V_3(t+\tau) \rangle$  est négative et minimale pour une transmission maximale du contact ponctuel quantique.

Dans la deuxième expérience par Henny *et al* [23], un faisceau monomode est obtenu en régime d'effet Hall quantique, dans une géométrie à quatre terminaux proposée par M.Büttiker [37]. Un des terminaux est désactivé, les trois autres constituant les faisceaux émis (1), transmis (2) et réfléchi (3). La séparation du faisceau émis est réalisée par une barrière tunnel, dont la transmission est ajustée à  $T=0.5$  comme dans l'expérience précédente. Autre point commun, les fluctuations de courant sont enregistrées par l'intermédiaire de résistances de charge qui effectuent la conversion en tension. Ici encore, il s'agit donc d'une mesure de bruit en tension. En lien avec une idée évoquée au début de cette section, des mesures ultérieures [38] ont permis de mettre en évidence la dépendance des corrélacions avec la dilution du faisceau : les corrélacions négatives



**FIG. 1.7: Équivalent H-B&T dans les gaz d'atomes ultra froids :** La fonction de corrélation normalisée montre un écart à l'unité pour des faibles distances, indication d'un comportement non classique des atomes mesurés. Les atomes d' ${}^4\text{He}$  (bosons) montrent un effet de regroupement et les atomes d' ${}^3\text{He}$  (fermions) montrent au contraire un effet de dégroupement. La longueur caractéristique de disparition de l'effet, ou longueur de cohérence, est supérieure pour l' ${}^3\text{He}$  à cause de sa plus faible masse.

disparaissent à mesure que l'on diminue l'occupation du faisceau, *ie* que l'on passe d'une statistique dégénérée type Fermi-Dirac à une statistique diluée type Maxwell-Boltzmann (voir figure 1.6).

Pendant la rédaction de ce manuscrit, Neder *et al* [39] ont publié une expérience type H-B&T à deux électrons [40]. Dans leur dispositif, deux sources indépendantes émettent des électrons vers deux détecteurs. Les chemins suivis par les électrons issus des deux sources sont symétriques, de manière à rendre indistinguables les électrons détectés, exactement comme dans le schéma 1.3. La principale différence avec les expériences précédentes, outre la séparation physique des sources, est la possibilité d'appliquer un flux de manière à dissymétriser les deux chemins. Il en résulte une oscillation périodique des corrélations (négatives) avec le flux, comme pour la conductance dans une expérience Aharonov-Bohm à une seule particule [41](interféromètre de Mach-Zehnder).

### 1.2.3 Corrélations dans les gaz ultra froids

Nous terminerons cette présentation des différentes expériences du type H-B&T par une récente publication de T. Jelte et ses collaborateurs dans le domaine des ultra basses températures [21], qui résume de manière élégante l'ensemble des résultats décrits précédemment. Dans cette expérience, un nuage d'atomes d' ${}^3\text{He}$  ou d' ${}^4\text{He}$  refroidi à une température de  $0.5 \mu\text{K}$  est maintenu dans un piège magnétique. A un temps  $t$ , le piège magnétique est coupé, le nuage s'élargit et les atomes tombent par gravité sur un détecteur bidimensionnel d'atomes individuels. Il est alors possible après enregistrement des zones et des temps d'impacts des atomes détectés, de remonter à la fonction de corrélation spatiale, *ie* la probabilité moyenne de mesurer deux impacts simultanés en fonction de la distance entre les impacts. Cette fonction de corrélation est normalisée par rapport au produit des probabilités de mesurer un seul impact  $\frac{\langle P(r)P(r+\Delta r) \rangle}{\langle P(r) \rangle \cdot \langle P(r+\Delta r) \rangle}$ . Cette fonction vaut 1 pour des particules indépendantes (classiques), mais est inférieure à 1 pour des fermions (antibunching) et supérieure à 1 pour des bosons (bunching). Les courbes obtenues montrent un clair écart à la valeur classique de la fonction de corrélation pour les faibles séparations. La différence entre les deux statistiques est également clairement

mise en évidence. Dans le cas des atomes d'  $^4\text{He}$  (bosons), la fonction de corrélation affiche un excédent d'environ 2,5% par rapport à l'unité, indiquant un regroupement des atomes, tandis que pour les atomes d'  $^3\text{He}$  (fermions), la fonction de corrélation affiche un déficit d'environ 5% par rapport à l'unité, indiquant au contraire une tendance des atomes à se dégroupier.

Nous avons présenté dans cette partie différentes expériences s'inspirant du principe de l'expérience pionnière H-B&T. Bien entendu, cet aperçu n'est pas exhaustif, d'autres expériences du même type existent notamment pour les photons dans les fréquences GHz [42] ou encore avec des atomes de potassium optiquement piégés dans un potentiel périodique [26]. L'effet H-B&T a donc été observé dans des géométries très diverses conduisant à des corrélations positives pour des bosons ou négatives pour des fermions, différence dont ne peut rendre compte le modèle ondulatoire que nous avons présenté en début de chapitre. Dans la partie qui suit, nous allons tenter d'apporter une interprétation théorique de l'effet H-B&T prenant en compte la statistique des particules.

## 1.3 Un modèle simple

### 1.3.1 Modèle général

Considérons une expérience de pensée dans laquelle des particules arrivent sur une barrière. Les particules ont une probabilité soit de passer par effet tunnel de l'autre côté et donner naissance à un faisceau transmis, soit d'être réfléchies par la barrière et donner naissance à un faisceau réfléchi. L'état quantique de chaque particule après son interaction avec la barrière est une superposition des deux états transmis et réfléchis, avec des probabilités respectives T et R. La conservation du nombre de particules impose  $T+R=1$ . A partir d'un flux régulier de particules incidentes, on obtient donc un flux transmis bruyant de par la présence d'une barrière. Ce phénomène est appelé bruit de partition, ou bruit de grenaille, nous y reviendrons dans le paragraphe 2.2 traitant du bruit en courant.

Soit  $N_i$  le nombre de particules incidentes durant un temps  $t$ ,  $N_T$  et  $N_R$  les nombres respectifs de particules transmises et réfléchies (voir figure 1.8) pendant cette même durée. On souhaite étudier les fluctuations des faisceaux transmis et réfléchis, et leurs corrélations. Commençons par calculer les moyennes temporelles (ou les moyennes sur différentes expériences identiques, en supposant le système ergodique) :

$$\langle N_T \rangle = \sum_{N_T=0}^{\infty} N_T P(N_T) = \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) \sum_{N_T=0}^{N_i} N_T P(N_T|N_i) \quad (1.4)$$

avec  $P(N_x)$  la probabilité d'avoir  $N_x$  particules et  $P(N_x|N_i)$  la probabilité conditionnelle d'avoir  $N_x$  particules sachant que  $N_i$  particules sont incidentes. La probabilité conditionnelle de passer  $N_T$  particules sachant  $N_i$  est donnée par la loi binomiale [43]. La deuxième somme (sur  $N_T$ ) est donc par définition la moyenne d'une variable aléatoire  $N_T$  suivant

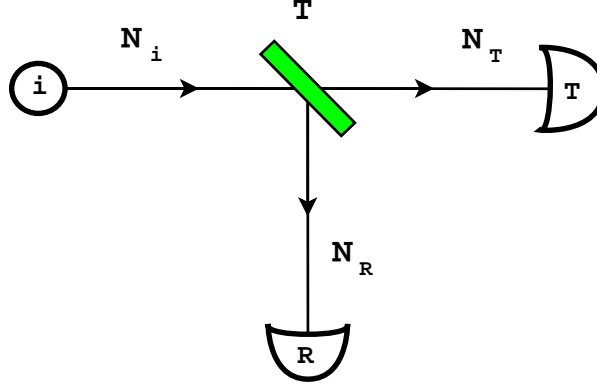


FIG. 1.8: *Schéma d'une expérience de pensée à trois terminaux* : On considère  $N_i$  particules incidentes sur une barrière semi-réfléchissante. Un nombre  $N_T$  de ces particules est transmis, et un nombre  $N_R = N_i - N_T$  est réfléchi.

une loi binomiale, soit  $TN_i$ .

$$\begin{aligned} \langle N_T \rangle &= \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) \underbrace{\sum_{N_T=0}^{N_i} N_T C_{N_i}^{N_T} T^{N_T} (1-T)^{N_i-N_T}}_{TN_i} \\ &= T \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) N_i = T \langle N_i \rangle \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\langle N_R \rangle = (1-T) \langle N_i \rangle \quad \text{de la même manière.} \quad (1.6)$$

Le bruit du nombre de particules transmises est définie par :

$$\langle \Delta N_T^2 \rangle = \langle (N_T - \langle N_T \rangle)^2 \rangle = \langle N_T^2 \rangle - \langle N_T \rangle^2 \quad (1.7)$$

Suivant le même principe que pour le calcul de  $\langle N_T \rangle$ , on utilise les propriétés de la loi binomiale :

$$\begin{aligned} \langle \Delta N_T^2 \rangle &= \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) \underbrace{\sum_{N_T=0}^{N_i} N_T^2 C_{N_i}^{N_T} T^{N_T} (1-T)^{N_i-N_T}}_{TN_i(TN_i-T+1)} - \langle N_T \rangle^2 \\ &= T^2 \langle \Delta N_i^2 \rangle + T(1-T) \langle N_i \rangle \quad \text{avec } \langle \Delta N_i^2 \rangle = \langle N_i^2 \rangle - \langle N_i \rangle^2 \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\langle \Delta N_R^2 \rangle = (1-T)^2 \langle \Delta N_i^2 \rangle + T(1-T) \langle N_i \rangle \quad \text{de la même manière.} \quad (1.9)$$

Enfin, on peut calculer les corrélations entre les fluctuations des deux faisceaux :

$$\begin{aligned} \langle \Delta N_T \Delta N_R \rangle &= \langle N_T N_R \rangle - \langle N_T \rangle \langle N_R \rangle \\ &= \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) \sum_{N_T=0}^{N_i} N_T N_R P(N_T|N_i) - \langle N_T \rangle \langle N_R \rangle \\ &= \sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) N_i \underbrace{\sum_{N_T=0}^{N_i} N_T P(N_T|N_i)}_{TN_i} - \underbrace{\sum_{N_i=0}^{\infty} P(N_i) \sum_{N_T=0}^{N_i} N_T^2 P(N_T|N_i)}_{\langle N_T^2 \rangle} - \langle N_T \rangle \langle N_R \rangle \\ &= T(1-T) (\langle \Delta N_i^2 \rangle - \langle N_i \rangle) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Plusieurs commentaires peuvent être faits sur ces résultats :

1. les bruits des faisceaux transmis et réfléchis (équations 1.8 et 1.9) contiennent deux composantes. La première est liée au bruit du faisceau incident qui se retrouve naturellement dans les faisceaux qui en sont issus. La deuxième est le bruit de partition introduit par la barrière. On constate que ce bruit de partition disparaît pour une transmission parfaite ( $T=1$ ) ou nulle.
2. les corrélations entre les deux fluctuations sont intégralement nulles pour  $T=1$  ou  $T=0$ , ce qui est naturel puisque le nombre de particules d'un des deux faisceaux est égal à 0 dans les deux cas. Là encore, deux composantes apparaissent. La première dépend de la forme du bruit du faisceau incident. Nous verrons par la suite que ce terme joue un rôle essentiel dans le signe des corrélations, puisqu'il dépend de la statistique des porteurs. La seconde composante conduit à des corrélations toujours négatives. Il s'agit de la conservation du courant au niveau des fluctuations.
3. dans le cas où le faisceau considéré est un laser,  $\langle \Delta N_i^2 \rangle = \langle N_i \rangle$  [44][45]. Il en résulte que les corrélations sont nulles [36]. Cette règle est valable pour tous les faisceaux ayant une statistique poissonnienne (voir section 1.3.3).

Le modèle précédent a permis de mettre en évidence le rôle des fluctuations du faisceau incident dans les corrélations. Ce modèle est très général, et pour le moment aucune propriété concernant la nature des particules n'a été invoquée. Pourtant, comme nous l'avons vu plus haut (figure 1.3), la symétrie de la fonction d'onde à deux particules peut avoir des conséquences importantes sur les corrélations. Dans le cas d'un faisceau non bruyant, on obtient toujours des corrélations négatives, quelle que soit la nature fermionique, bosonique ou classique des particules incidentes. Nous allons maintenant considérer le problème sous l'angle de la seconde quantification, afin de prendre en compte dès le début la nature des particules. Nous conservons pour le moment un faisceau incident non bruyant. Cependant, pour faire apparaître les effets de statistique, nous avons besoin d'envoyer deux particules en même temps sur la barrière. Le principe de Pauli interdit cette configuration avec des Fermions. Le seul moyen de le contourner est de considérer *deux* faisceaux incidents distincts.

### 1.3.2 L'approche de la seconde quantification

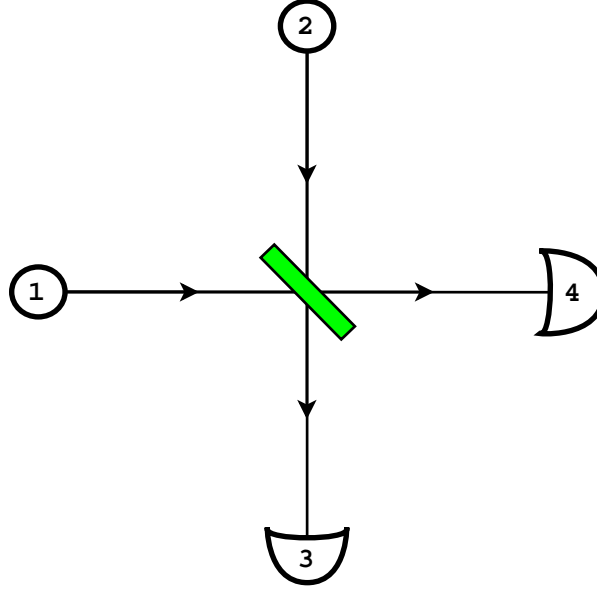
Considérons une deuxième expérience de pensée à quatre terminaux dans laquelle deux particules arrivent en même temps sur une barrière semi-réfléchissante<sup>7</sup> par deux terminaux différents, notés 1 et 2 sur la figure 1.9.

L'amplitude de probabilité d'être transmis de 1 vers 4 est notée  $t$  et celle de 2 vers 3 est notée  $t'$ . L'amplitude de probabilité d'être réfléchi de 1 vers 3 est notée  $r$ , et celle de 2 vers 4 est notée  $r'$ . Le formalisme de Landauer-Büttiker (voir par exemple [37]) permet de décrire ce problème de manière matricielle, au travers de la matrice de transmission qui contient toutes les amplitudes de probabilité :

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}$$

---

<sup>7</sup>voir [45] pour le calcul détaillé avec des bosons, et [37][46] pour la comparaison entre bosons et fermions



**FIG. 1.9:** Schéma d'une expérience de pensée à quatre terminaux : Deux particules identiques sont émises par les terminaux 1 et 2 sur une barrière semi-réfléchissante, et peuvent être transmises ou réfléchies dans les terminaux 3 et 4.

La matrice de transmission est symétrique et unitaire, ce qui implique que  $t=t'$ ,  $|r|^2 + |t|^2 = 1$  et  $rt^* + tr'^* = 0$ . On retrouve donc que la somme des probabilités de transmission et de réflexion  $T+R$  est égale à 1. De plus on peut choisir la phase de  $S$  de manière à avoir  $t$  réel. Dans ce cas, la dernière égalité implique que  $r^* = -r'$ . Soient  $a_i$  et  $a_i^\dagger$  les opérateurs d'annihilation et de création dans le bras  $i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Les opérateurs d'annihilation dans les bras 3 et 4 sont reliés aux opérateurs d'annihilation dans les bras 1 et 2 par le biais de la matrice de transfert :

$$\begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \mathcal{S} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Notons  $|0\rangle$  l'état vide du système. L'état à deux particules incidentes en 1 et 2 est construit à partir de l'état vide à l'aide des opérateurs de création :  $|\Psi\rangle = a_1^\dagger a_2^\dagger |0\rangle$ . D'après l'équation 1.11 on peut extraire l'expression de  $a_1^\dagger$  et  $a_2^\dagger$  en fonction de  $a_3^\dagger$  et  $a_4^\dagger$ , ce qui nous donne la nouvelle expression de l'état  $|\Psi\rangle$  :

$$|\Psi\rangle = a_1^\dagger a_2^\dagger |0\rangle = (rta_3^\dagger a_3^\dagger + r'ta_4^\dagger a_4^\dagger + rr'a_3^\dagger a_4^\dagger + t^2 a_4^\dagger a_3^\dagger) |0\rangle$$

L'état  $|\Psi\rangle$  est une superposition de tous les états propres sortants possibles, illustrés sur la figure 1.3<sup>8</sup> pondérés par les amplitudes de probabilités nécessaires à l'obtention de ces états.

Notre objectif est ici de déterminer l'expression des fluctuations du nombre de particules en 3 et 4, leurs bruits et leurs corrélations. Nous commençons donc par calculer les probabilités  $P(i,j)$  d'obtenir  $i$  particules en 3 et  $j$  en 4, avec  $i, j \in \{0, 1, 2\}$ . Ces probabilités s'obtiennent par projection de l'état  $|\Psi\rangle$  sur les états propres correspondants :

$$P(i, j) = |\langle 0 | a_k a_l | \Psi \rangle|^2 \text{ avec } \begin{cases} i = 2 & j = 0 & \Rightarrow & a_k = a_l = a_3 \\ i = 0 & j = 2 & \Rightarrow & a_k = a_l = a_4 \\ i = 1 & j = 1 & \Rightarrow & a_k = a_4, a_l = a_3 \end{cases}$$

<sup>8</sup>en prenant a et b pour les états entrant et 1 et 3 pour les états sortants



Le principe du calcul est de réaliser des commutations entre les opérateurs de création, de manière à utiliser l'orthogonalité et la normalisation des états :  $\langle 0|a_i^\dagger|0\rangle = 0$  et  $\langle 0|0\rangle = 1$ . C'est à cet endroit qu'intervient la statistique des particules, puisque les opérateurs bosoniques obéissent aux relations de commutation,

$$[a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}$$

et les opérateurs fermioniques obéissent aux relations d'anticommutation :

$$\{a_i, a_j^\dagger\} = \delta_{ij}$$

Moyennant quelques (anti)commutations, on obtient les résultats suivants :

$$\begin{cases} P(1, 1) & = |t^2 \pm rr'|^2 & = (T \mp R)^2 \\ P(2, 0) = P(0, 2) & = |rt|^2(1 \pm 1) & = (RT)^2(1 \pm 1) \end{cases} \quad (1.12)$$

Le signe du haut s'applique pour les bosons et celui du bas pour les fermions. On peut alors comparer les résultats au cas classique <sup>9</sup> :

| Probabilité     | Classique   | Bosons            | Fermions              |
|-----------------|-------------|-------------------|-----------------------|
| $P(0,2)=P(2,0)$ | RT          | 2RT               | 0                     |
| $P(1,1)$        | $R^2 + T^2$ | $R^2 + T^2 - 2RT$ | $R^2 + T^2 + 2RT = 1$ |

On observe que les probabilités diffèrent du cas classique : les bosons ont une probabilité augmentée de se retrouver dans le même bras par rapport au cas classique, comme cela avait été obtenu plus haut pour les photons (1.1.2) par des arguments de symétrie. Quant aux fermions, leur probabilité d'être dans le même bras est nulle conformément au principe de Pauli. On en déduit par l'équation 1.4 et le même type de raisonnement qu'en 1.3.1 (page 16 et suivantes) les quantités qui nous intéressent :

$$\begin{aligned} \langle N_3 \rangle &= 1P(1, 1) + 2P(2, 0) \\ \langle \Delta N_3^2 \rangle &= \langle N_3^2 \rangle - \langle N_3 \rangle^2 = 1^2P(1, 1) + 2^2P(2, 0) - (P(1, 1) + 2P(2, 0))^2 \\ \langle \Delta N_3 \Delta N_4 \rangle &= \langle N_3 N_4 \rangle - \langle N_3 \rangle \langle N_4 \rangle = P(1, 1) - (P(1, 1) + 2P(2, 0))^2 \end{aligned}$$

Les résultats sont consignés dans le tableau ci dessous :

| Grandeur  | Classique | Bosons | Fermions |
|---|-----------|--------|----------|
| $\langle N_3 \rangle = \langle N_4 \rangle$                   | 1         | 1      | 1        |
| $\langle \Delta N_3^2 \rangle = \langle \Delta N_4^2 \rangle$ | 2RT       | 4RT    | 0        |
| $\langle \Delta N_3 \Delta N_4 \rangle$                       | -2RT      | -4RT   | 0        |

En valeur absolue, les corrélations sont augmentées pour les bosons, et diminuées pour les fermions par rapport au cas classique. Dans ce cas particulier, on obtient des corrélations négatives dans le cas bosonique, à cause de la forte probabilité pour deux bosons de finir dans le même terminal.

<sup>9</sup>Une généralisation de ces résultats à des particules arrivant à des instants légèrement différents, en fonction des intégrales de recouvrement des fonctions d'ondes est réalisée dans [46], page 18.

En conclusion, cette simple expérience de pensée nous a permis de voir apparaître le rôle de la symétrie de la fonction d'onde dans le bruit et les corrélations. Cependant, ces résultats ne tiennent pas compte des fluctuations du nombre de particules dans le (les) faisceau(x) incident(s). Dans le paragraphe suivant, nous allons reprendre les résultats obtenus plus haut par le traitement statistique d'une barrière (équation 1.10). Nous avons alors vu apparaître dans les corrélations un terme caractérisant le bruit du faisceau incident. Voyons comment se décline ce terme selon que l'on traite des fermions ou des bosons.

### 1.3.3 Le rôle des fluctuations

Les équations 1.8 et 1.10 dépendent du nombre moyen de particules incidentes  $\langle N_i \rangle$  et du bruit du faisceau incident  $\langle \Delta N_i^2 \rangle$ . Nous considérons un faisceau incident de particules ayant une énergie  $E$ . Ces particules sont émises à l'équilibre avec une température  $T$  qui a pour effet de faire fluctuer l'occupation du faisceau incident. Puisque le nombre de particule varie, nous traitons ce problème dans le formalisme grand-canonique [47]. Commençons par calculer le premier terme. Dans un modèle statistique, la probabilité d'existence d'un état à une température  $T$ , une énergie  $\epsilon$  et un nombre de particules  $N_i$  donnés, est déterminée par la fonction de grand-partition  $\Xi$  :

$$P(N_i) = \frac{e^{-N_i \epsilon / k_B T}}{\Xi}$$

avec  $\epsilon = E - \mu$ , où  $\mu$  désigne le potentiel chimique. Suivant la statistique des particules, cette fonction prendra différentes valeurs, consignées dans le tableau ci-dessous. Pour des bosons, le nombre de particules dans un état peut varier de 0 à l'infini, tandis que pour des fermions la somme se borne à  $N=0$  et  $N=1$ . Pour le cas classique, on réalise l'approximation de Maxwell-Boltzmann en considérant un nombre de particules variant de 0 à l'infini mais en tenant compte de l'indiscernabilité avec un facteur  $N!$ .

|       | Classique   | Bosons                                     | Fermions                            |
|-------|---|--|-------------------------------------|
| $\Xi$ | $\sum_{N=0}^{\infty} \frac{e^{-N\epsilon/k_B T}}{N!}$ | $\sum_{N=0}^{\infty} e^{-N\epsilon/k_B T}$ | $\sum_{N=0}^1 e^{-N\epsilon/k_B T}$ |

On peut alors calculer la moyenne du nombre de particules incidentes, et leur bruit<sup>10</sup> :

$$\langle N_i \rangle = \sum_{N_i=0}^{\infty} N_i P(N_i)$$

$$\langle \Delta N_i^2 \rangle = \sum_{N_i=0}^{\infty} N_i^2 P(N_i) - \left\{ \sum_{N_i=0}^{\infty} N_i P(N_i) \right\}^2$$

<sup>10</sup> dans le cas classique, il faudra diviser ces deux sommes par  $N!$

Ce qui nous donne les résultats suivants :

|                                | Classique   | Bosons  | Fermions  |
|--------------------------------|---|---|---|
| $\langle N_i \rangle$          | $\sum_{N=0}^{\infty} N \frac{e^{-N\epsilon/k_B T}}{N! \exp(e^{-\epsilon/k_B T})}$ | $\sum_{N=0}^{\infty} N e^{-N\epsilon/k_B T} (1 - e^{\epsilon/k_B T})$ | $\sum_{N=0}^{\infty} N e^{-N\epsilon/k_B T} (1 + e^{\epsilon/k_B T})$ |
| $\langle N_i \rangle$          | $e^{-\epsilon/k_B T} = f_{MB}$  | $\frac{1}{e^{\epsilon/k_B T} - 1} = f_{BE}$                           | $\frac{1}{e^{\epsilon/k_B T} + 1} = f_{FD}$                           |
| $\langle \Delta N_i^2 \rangle$ | $f_{MB}$  | $f_{BE}(1 + f_{BE})$  | $f_{FD}(1 - f_{FD})$  |

Fort de ces résultats, nous pouvons maintenant calculer quantitativement les bruits et corrélations des faisceaux transmis et réfléchis de l'expérience de pensée du 1.3.1. D'après les équations 1.8, 1.9 et 1.10, on déduit le contenu du tableau 1.1. On remarque que les

**TAB. 1.1:** *Résultats obtenus pour les auto et intercorrélations prenant en compte la statistique des particules. Les intercorrélations sont nulles pour des particules classiques, négatives pour des fermions et positives pour des bosons.*

|   | Classique  | Bosons                   | Fermions                 |
|---|------------|--------------------------|--------------------------|
| $\langle \Delta N_T^2 \rangle$          | $T f_{MB}$ | $T f_{BE}(1 + T f_{BE})$ | $T f_{FD}(1 - T f_{FD})$ |
| $\langle \Delta N_R^2 \rangle$          | $R f_{MB}$ | $R f_{BE}(1 + R f_{BE})$ | $R f_{FD}(1 - R f_{FD})$ |
| $\langle \Delta N_T \Delta N_R \rangle$ | 0          | $T(1 - T) f_{BE}^2$      | $-T(1 - T) f_{FD}^2$     |

bruits comprennent un terme supplémentaire pour les résultats issus d'un traitement quantique : les bosons présentent des fluctuations en excès et les fermions en défaut par rapport au cas classique. Expérimentalement, le cas classique (particules indépendantes) est obtenu pour un faisceau incident très faiblement peuplé, typiquement pour un faisceau issu d'un processus d'émission suivant une loi de Poisson, dit *processus poissonnien*. En effet, si l'on reprend l'équation 1.8 et que l'on pose  $\langle \Delta N_i^2 \rangle = \langle N_i \rangle$ , qui est une propriété de la loi de Poisson, on obtient pour le faisceau transmis  $\langle \Delta N_T^2 \rangle = T \langle N_i \rangle$ . On retrouve bien le résultat de la première colonne du tableau 1.1. Si l'on compare les résultats des deux dernières colonnes au cas classique, on peut d'ores et déjà parler d'un bruit sur-poissonnien pour les bosons et sous-poissonnien pour les fermions, nous y reviendrons dans la section 2.2. Enfin, concernant les corrélations, nous retrouvons un résultat déjà évoqué illustrant la différence fondamentale entre bosons et fermions : des fermions donnent lieu à des corrélations négatives et des bosons à des corrélations positives<sup>11</sup>. Les bruits sont eux aussi quantitativement différents selon la statistique des particules,

<sup>11</sup>à partir de l'équation générale 1.8  $\langle \Delta N_T \Delta N_R \rangle = T(1 - T)(\langle \Delta N_i^2 \rangle - \langle N_i \rangle)$ , on pouvait déjà remarquer que des particules avec une statistique sur-poissonnienne, ie telle que  $\langle \Delta N_i^2 \rangle > \langle N_i \rangle$ , donnent lieu à des corrélations positives et inversement pour une statistique sous-poissonnienne, la limite poissonnienne ne donnant lieu à aucune corrélation comme c'est le cas pour des particules classiques.

---

mais la différence de signe dans la mesure des corrélations apporte une différenciation qualitative permettant de comparer entre différentes expériences indépendamment des valeurs numériques.



# Chapitre 2

## Le bruit en courant

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Le bruit thermique . . . . .</b>                    | <b>26</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Le bruit de grenaille . . . . .</b>                 | <b>26</b> |
| <b>2.3</b> | <b>Bruit dans un conducteur mésoscopique . . . . .</b> | <b>28</b> |
| 2.3.1      | Régime tunnel . . . . .                                | 30        |
| 2.3.2      | Régime balistique . . . . .                            | 31        |
| 2.3.3      | Régime diffusif . . . . .                              | 31        |
| 2.3.4      | Régime chaotique . . . . .                             | 33        |
| 2.3.5      | L'approche semi-classique . . . . .                    | 33        |
| 2.3.6      | Résultats expérimentaux . . . . .                      | 35        |

---

## Introduction

On appelle fluctuations de courant les fluctuations dynamiques  $\delta I(t) = I(t) - \langle I(t) \rangle$  qui apparaissent dans un courant électrique d'intensité  $I(t)$  autour de sa valeur moyenne  $\langle I(t) \rangle$ . Par définition, leur moyenne  $\langle \delta I(t) \rangle$ , ou premier moment<sup>1</sup>, est nulle. La caractérisation de ces fluctuations passe donc par l'étude des moments d'ordre supérieur, en premier lieu l'ordre 2, appelé variance  $\langle \delta I^2(t) \rangle$ . D'un point de vue expérimental, le bruit en courant  $S_I$  est la variance du courant par unité de bande passante, en  $[A^2/Hz]$ . Cette quantité est appelée densité spectrale de puissance moyenne de fluctuations et est égale au double de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation (voir section 5.1.3, page 67 et suivantes) :

$$S_I(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} \langle \delta I(t) \delta I(t + \tau) \rangle d\tau \quad (2.1)$$

Les bruit dont nous extrairons des informations sont le bruit thermique et le bruit de grenaille.

Il existe dans la plupart des systèmes physiques un temps de relaxation  $\tau_R$  au delà duquel les corrélations temporelles sont perdues. Dans ce cas, la fonction d'autocorrélation s'annule pour  $\tau \gg \tau_R$ , le bruit devient indépendant de la fréquence pour  $\omega \ll 1/\tau_R$ . On parle alors de *bruit blanc*. Dans le cas du bruit thermique et du bruit de grenaille, les mesures que nous effectuons sont à des fréquences<sup>2</sup> qui correspondent à des temps très inférieurs aux temps de relaxation caractéristiques. Ce n'est pas le cas du bruit en  $1/f$ , dont le temps caractéristique est lié à des probabilités de transition tunnel, qui peut être beaucoup plus long, et pour lequel l'approximation du temps de relaxation court ne s'applique plus. Comme son nom l'indique, ce bruit ne sera donc pas blanc mais avec une puissance inversement proportionnelle à la fréquence. Cependant, nous verrons dans la partie mesure que sa contribution en ce qui concerne les échantillons de basse impédance que nous étudions devient négligeable au dessus de quelques Hz.

## 2.1 Le bruit thermique

A température finie, l'agitation thermique des porteurs de charge se traduit par des fluctuations de courant. Ces fluctuations existent indépendamment de toute polarisation du système, sont universelles et par conséquent inévitables. Ce bruit à l'équilibre est aussi appelé bruit de Johnson-Nyquist [48] [49]. En courant, le bruit thermique est inversement proportionnel à la résistance. Son expression à basse fréquence est :

$$S_I = \frac{4k_B T}{R}$$

## 2.2 Le bruit de grenaille

Si l'on polarise le circuit, les porteurs de charges se mettent en mouvement et diffusent à travers l'échantillon. La nature discrète de la charge électrique permet d'appliquer au

---

<sup>1</sup>Le moment d'ordre  $n$  d'une quantité  $I(t)$  est défini comme la moyenne à la puissance  $n$  de la fluctuation de cette quantité  $\langle \delta I^n(t) \rangle$ .

<sup>2</sup>Dans nos mesures, nous ne dépassons jamais 10kHz

### Thermal Agitation of Electricity in Conductors.

ORDINARY electric conductors are sources of spontaneous fluctuations of voltage which can be measured with sufficiently sensitive instruments. This property of conductors appears to be the result of thermal agitation of the electric charges in the material of the conductor.

FIG. 2.1: *Extrait d'une communication de Johnson dans Nature en 1927 (119, p.50-51)*

courant le modèle développé dans l'expérience de pensée à trois terminaux : un flux non bruyant de charges arrivant sur une barrière<sup>3</sup> est transmis avec une probabilité  $T$  et réfléchi avec une probabilité  $1-T$ . Le courant créé par  $N$  particules de charge  $q$  circulant en un temps  $t$  s'écrit  $I = \frac{Nq}{t}$ . Grâce à l'équation 1.8 donnant l'expression du bruit du nombre de particules transmises en fonction de la transmission de la barrière et du nombre de particules incidentes, on déduit une expression équivalente pour un courant transmis  $I$  durant un temps  $t$  :

$$\langle \delta I^2 \rangle = \frac{q}{t} \langle I \rangle (1 - T)$$

où le courant incident a été pris non fluctuant. D'après l'équation 2.1, on peut écrire, en supposant  $S_I$  constant sur la bande passante  $\Delta f$  :

$$2\langle \delta I^2 \rangle = S_I(0) = \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} S_I df = S_I \Delta f$$

La bande passante  $\Delta f$  est de l'ordre de l'inverse du temps d'échantillonnage  $t$ . D'où l'expression du bruit en courant après transmission :

$$S_I = 2q\langle I \rangle (1 - T) \quad (2.2)$$

Le bruit est donc nul pour un transport balistique ( $T=1$ ). Pour une barrière de faible transmission  $T \ll 1$ , on obtient l'expression de Schottky [5], appelée bruit Poissonien  $S_I = 2q\langle I \rangle$ . Ce bruit indique un transfert de charge complètement décorrélé. Il est la valeur de référence pour toutes les mesures de bruit en physique mésoscopique. On caractérise l'écart d'une puissance de bruit  $S_I$  au bruit poissonien par le facteur de Fano :

$$F = \frac{S_I}{2q\langle I \rangle}$$

Reprenons les expressions de l'autocorrélation du faisceau transmis obtenues dans le tableau 1.1 à partir de l'équation 1.8 en tenant compte cette fois des fluctuations du faisceau incident et de la statistique des porteurs. Par le même raisonnement on peut transposer ces expressions aux courants. On obtient donc :

---

<sup>3</sup>barrière est employé ici au sens large : tant que sa longueur est inférieure à la longueur de cohérence de phase  $L_\Phi$ , un échantillon est considéré comme une barrière dont la transmission est égale au rapport du courant moyen transmis et du courant moyen incident



$$S_I = 2q\langle I \rangle (1 \pm fT) \quad (2.3)$$

où le signe est - pour les fermions et f est la fonction de Fermi-Dirac, et le signe est + pour les bosons et f est la fonction de Bose-Einstein. On obtiendra donc un bruit de grenaille sur-poissonnien et un facteur de Fano supérieur à 1 pour des bosons, tandis que les fermions révéleront un bruit de grenaille sous-poissonnien et un facteur de Fano inférieur à 1. Notons que cette expression plus générale du bruit en courant nous permet de voir que, dans le cas d'un conducteur balistique, le bruit n'est rigoureusement nul qu'à température nulle. Dans ce paragraphe, nous avons obtenu les cas limites du bruit (thermique et grenaille seuls) par des modèles simples et intuitifs. Nous allons présenter dans ce qui suit des résultats plus généraux concernant l'expression du bruit dans un conducteur réel. Ces résultats sont obtenus par un traitement quantique dans le cadre de la théorie de la matrice de diffusion et du formalisme de Landauer-Büttiker, déjà utilisé plus haut (1.3.2). Nous verrons ensuite que certains de ces résultats peuvent être retrouvés par un modèle semi-classique.

## 2.3 Bruit dans un conducteur mésoscopique

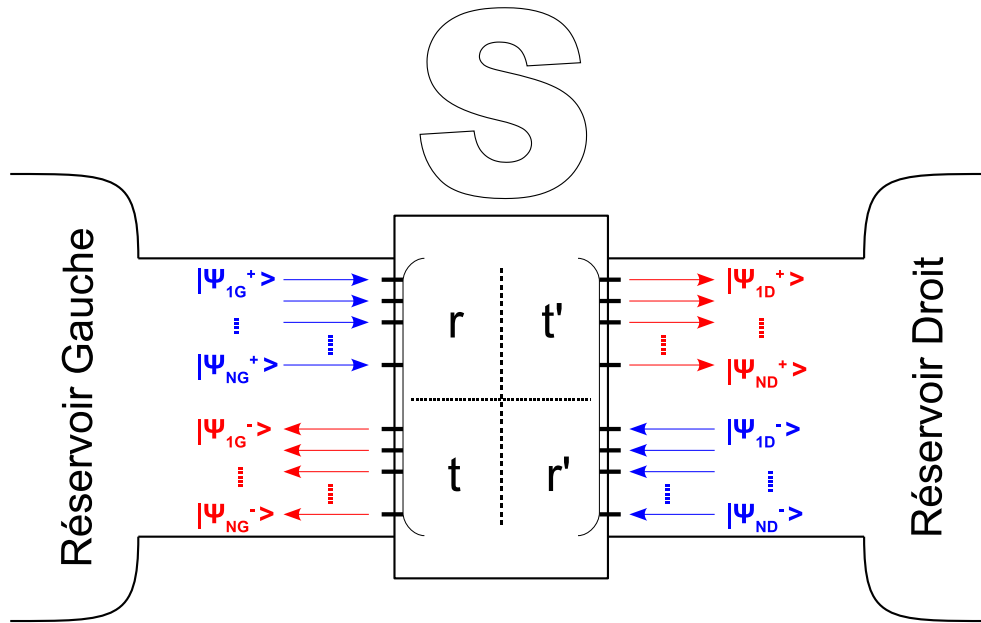
Un conducteur mésoscopique est un système de taille L telle que les électrons conservent leur cohérence de phase sur une distance  $L_\phi$  de même ordre de grandeur que (ou supérieure à) L. Considérons un tel conducteur bidimensionnel, de longueur L et de largeur W. A l'échelle macroscopique, la conductance est donnée par  $G = \sigma W/L$ ; elle décroît continûment avec la largeur du conducteur. Cependant, quand la largeur atteint des dimensions de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi, les électrons commencent à sentir les bords et la conductance ne varie plus linéairement avec la largeur. Le vecteur d'onde est quantifié en multiples de  $2W/\lambda_F$ , on voit alors apparaître des marches dans la conductance, à raison d'une marche pour chaque nouveau mode transmis. Des résultats expérimentaux confirmant ce comportement ont été obtenus par Van Wees *et al*[3] et Wharam *et al*[50] en 1988.

Dans le formalisme de Landauer, le conducteur est modélisé par une portion de conducteur idéal, cohérente ( $L_\phi \gg L, W$ ), comprise entre deux réservoirs dans lesquels la cohérence est perdue (voir figure 2.2). La transmission des électrons d'un réservoir à l'autre, ou leur réflexion dans le réservoir d'origine, s'effectue par des modes de conduction. Chaque mode présente une probabilité de transmission  $T_i$  et de réflexion  $R_i = 1 - T_i$ . La matrice de transmission, partie de la matrice de diffusion qui lie les états sortants aux états entrants, contient toutes les amplitudes de transmission. La conductance G est alors décrite par la formule de Landauer [2] généralisée au cas multicanal à température nulle [51] :

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{i=1}^N T_i \quad (2.4)$$

avec N le nombre total de canaux, et  $\frac{2e^2}{h} = G_0$  le quantum de conductance, et  $T_i$  les valeurs propres de la matrice  $tt^\dagger$  -cf figure 2.2. L'expression du bruit pour un nombre N de canaux à température nulle s'écrit [52][53] :

$$S_I = 2\frac{2e^2}{h}e|V| \sum_{i=1}^N T_i(1 - T_i) \quad (2.5)$$



**FIG. 2.2: Principe de la matrice de diffusion :** La matrice de diffusion  $S$  établit le lien entre les états sortants (à gauche et à droite) et les états entrants (idem). Pour un nombre de canaux  $N$  quelconque, cette matrice  $2N \times 2N$  se décompose en quatre sous-matrices de taille  $N \times N$ , notées  $t$ ,  $t'$ ,  $r$  et  $r'$ . Les sous-matrices  $t$  et  $t'$  (respectivement  $r$  et  $r'$ ) contiennent les amplitudes de probabilité de transmission  $t_{ij}$  du canal  $j$  vers le canal  $i$  (respectivement de réflexion  $r_{ij}$ ). La norme au carré de ces amplitudes donne la probabilité de transmission ou de réflexion :  $|t_{ij}|^2 = T_{ij}$  et  $|r_{ij}|^2 = R_{ij}$ . Ainsi, un état incident depuis la gauche dans le canal  $j$  a une probabilité  $T_{ij}$  d'être transmis vers la droite dans le canal  $i$  et une probabilité  $R_{ij}$  d'être réfléchi vers la gauche dans le canal  $j$ . La conservation du courant impose  $SS^\dagger = 1$  et  ${}^tS = S$

Notons dès maintenant que le bruit de grenaille est nul pour des canaux totalement ouverts (pas de barrière) ou fermés (pas de courant). Seuls les canaux de *transmission intermédiaire* contribuent au bruit de grenaille, avec un bruit maximal pour une transmission  $T=1/2$ .

Dans le cas où les coefficients de transmission sont constants sur les gammes d'énergies considérées, l'expression générale du bruit pour un conducteur à deux terminaux et à température non nulle s'écrit (initialement calculé par Khlus [54], puis par Martin et Landauer [55] et enfin Büttiker [37]) :

$$S_I = \frac{2e^2}{h} \sum_{i=1}^N T_i(1 - T_i) \left[ (eV + h\nu) \coth\left(\frac{eV + h\nu}{2k_B T}\right) + (eV - h\nu) \coth\left(\frac{eV - h\nu}{2k_B T}\right) \right] \\ + \frac{2e^2}{h} \sum_{i=1}^N T_i^2 2h\nu \coth\left(\frac{h\nu}{2k_B T}\right) \quad (2.6)$$

Dans la limite des basses fréquences ( $h\nu \ll eV, k_B T$ ), l'expression se simplifie en :

$$S_I = 2\frac{2e^2}{h} \sum_{i=1}^N [2k_B T T_i^2 + T_i(1 - T_i)eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right)] \quad (2.7)$$

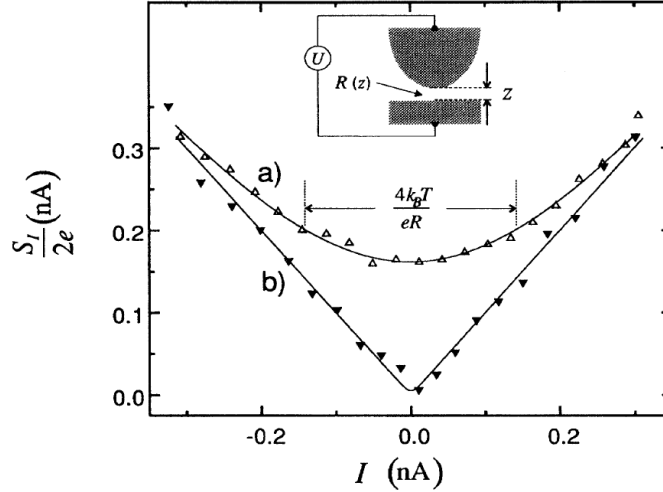
La première caractéristique est que le bruit est proportionnel à la charge des particules qui véhiculent le courant. Des mesures de bruit de grenaille ont prouvé l'existence de particules de charge fractionnaire ( $1/3e$  puis  $1/5e$ ) dans le régime de l'effet Hall quantique fractionnaire [6, 7, 8]. Nous verrons plus bas (chapitre 3, page 39) d'autres exemples dans le cas des jonctions hybrides supraconducteur-métal normal, où apparaissent des charges  $2e$ . L'équation 2.7 donne l'expression du bruit en courant à température et tension quelconques, pour un conducteur mésoscopique à deux terminaux quelconque. Suivant les valeurs que prennent les  $T_i$  des canaux de transmission, des régimes très différents apparaissent. Nous allons considérer quelques cas limites. Ces cas sont traités dans la revue de Blanter et Büttiker [46].

### 2.3.1 Régime tunnel

Voyons ce que donne cette expression dans ses limites. A basse tension,  $k_B T \gg eV$ ,  $\coth x$  donne  $1/x$  au premier ordre et on obtient :

$$S_I(eV \ll k_B T) = 4k_B T G_0 \sum T_i = \frac{4k_B T}{R}$$

On retrouve bien l'expression du bruit de Johnson-Nyquist. A basse température,  $k_B T \ll eV$ ,  $\coth x$  tend vers 1, on vérifie qu'on obtient l'équation 2.5. Soit pour le cas monocanal traité plus haut  $S_I = 2eI(1 - T)$ , ce qui correspond à l'équation 2.2. Dans la limite d'un processus poissonnien  $T \ll 1$ , on retombe évidemment sur le bruit de Schottky  $S_I = 2eI$ . La transition entre le régime dominé par le bruit thermique  $S_I = 4k_B T/R$  et le régime dominé par le bruit de grenaille  $S_I = 2eI$  a été observée par Birk *et al* [56] dans le régime tunnel. Le point de croisement se situe à une tension telle que  $eV \sim 4k_B T$ . La variation de la tension ou de la température permet donc d'atteindre l'un ou l'autre des régimes.



**FIG. 2.3:** Résultats expérimentaux obtenus par Birk et al : Transition entre le régime dominé par le bruit thermique  $S_I = 4k_B T/R$  et le régime dominé par le bruit de grenaille  $S_I = 2eI$  : La barrière tunnel est réalisée entre la pointe d'un STM et une surface d'or épitaxié. Les mesures de fluctuation de courant sont effectuées à température ambiante et à température de l'azote liquide (77K). Dans les deux cas, le bruit tend vers la valeur poissonnienne à fort courant. La transition d'un régime à l'autre apparaît pour une tension telle que  $eV \sim 4k_B T$

### 2.3.2 Régime balistique

Dans le cas balistique, nous avons vu que  $T_i = 1$  ou  $0 \forall i$ . Le bruit de grenaille est alors nul et la conductance est quantifiée en unités de  $G_0$ . Expérimentalement, cette mesure a été d'abord réalisée dans des contacts ponctuels quantiques (quantum point contact). De tels contacts sont réalisés en dépeuplant localement un gaz d'électrons bidimensionnel à l'aide d'une grille, de façon à réaliser une constriction entre deux réservoirs, d'une largeur du même ordre que  $\lambda_F$ . En ajustant le potentiel de grille, on fait varier le nombre de canaux de conduction disponibles. La longueur de la constriction étant inférieure au libre parcours moyen, le transport est balistique. Le point remarquable est que le bruit n'est pas toujours nul. Chaque fois qu'un nouveau canal s'ouvre, il apparaît un régime transitoire où sa transmission est comprise entre 0 et 1, donnant alors naissance à du bruit de grenaille. Ce comportement, prédit par Lesovik [52], a été observé par Reznikov *et al* [57] et Kumar *et al* [58].

### 2.3.3 Régime diffusif

Pour des longueurs d'échantillon  $L$  supérieures au libre parcours moyen élastique  $l_e$ , mais inférieures à la longueur de collision inélastique  $l_i$ , les électrons sont diffusés élastiquement par les impuretés. Dès lors, la conduction n'est plus parfaite, une partie des canaux de conduction présente une transmission intermédiaire et génère donc du bruit de grenaille. Plus précisément, des canaux presque ouverts coexistent avec des canaux presque fermés, la distribution des canaux a une forme bimodale (distribution de Dorokhov [59]) illustrée sur la figure 2.5. Connaissant la forme de la distribution des coefficients de transmission  $T_i$ , on peut en déduire de l'équation 2.7 l'expression du bruit

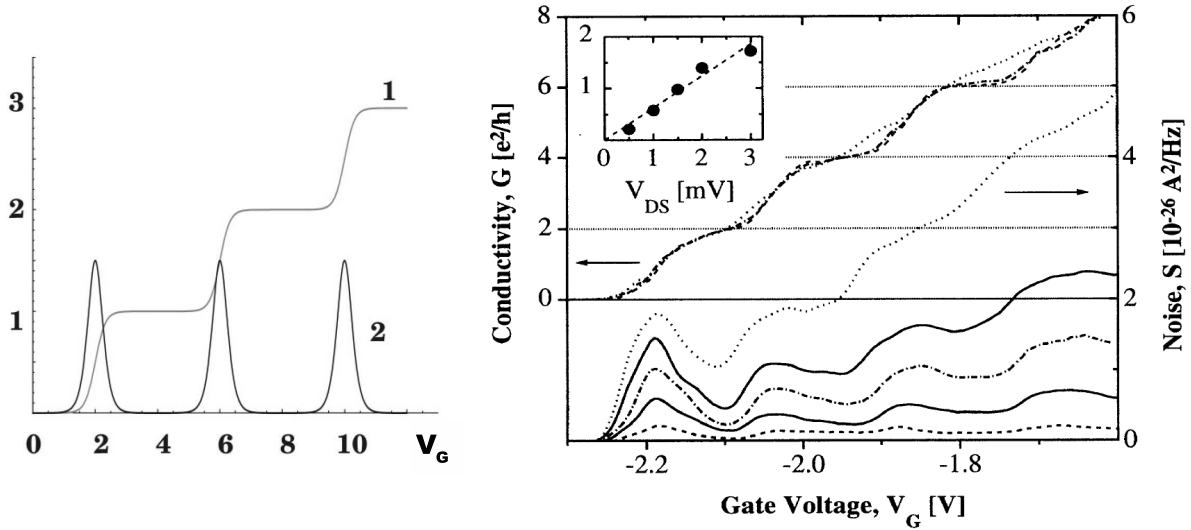


FIG. 2.4: *Conductance et Bruit de grenaille dans un contact ponctuel quantique balistique* : La courbe de gauche représente les prédictions théoriques. La conductance (1) est quantifiée en multiples de  $G_0$  en fonction du nombre de canaux de transmission. Le bruit (2) est nul dans tous les plateaux de conductance, où  $T_i = 1$  ou  $0 \forall i$ , mais apparaît à chaque fois qu'un nouveau canal  $T_N$  s'ouvre, alors  $0 < T_N < 1$ . La courbe de droite est le résultat expérimental obtenu par Reznikov et al

de grenaille à température nulle [60] :

$$S_I = \frac{1}{3} \frac{N l_e}{L} 2G_0 |V| = \frac{1}{3} 2eI$$

avec  $N$  le nombre total de canaux,  $N \gg 1$ . On obtient donc un facteur de Fano  $F = 1/3$ . Nagaev a abouti au même résultat avec un calcul semi-classique, ce dont nous parlerons plus bas. Ce résultat est valable quel que soit le nombre de canaux de conduction et le degré de désordre. De plus, bien que ce résultat soit issu d'un modèle unidimensionnel, Nazarov a montré qu'il restait valable quelle que soit la dimension [61].

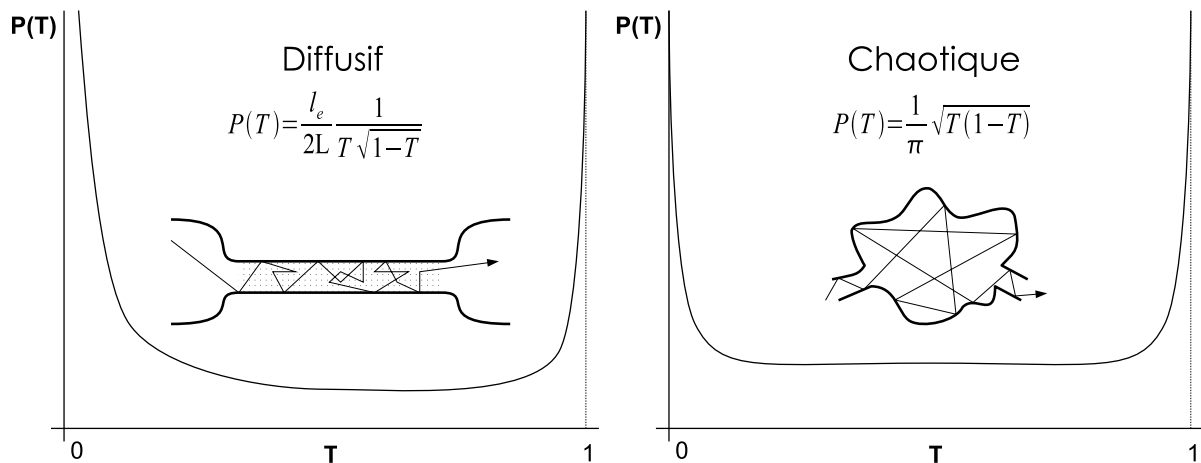


FIG. 2.5: *Différentes distributions des transmissions des canaux* : A gauche pour un fil diffusif de longueur  $L$  telle que  $l_e < L < l_e n$ . A droite pour une cavité chaotique balistique, donc de longueur  $L < l_e$

### 2.3.4 Régime chaotique

Un résultat du même type est obtenu pour les cavités chaotiques. Ces cavités ont une longueur (distance entre réservoirs) inférieure à la longueur de collision élastique, de sorte que la trajectoire (chaotique) des électrons à l'intérieur est purement balistique. La distribution des canaux de conduction favorise également les canaux presque ouverts et presque fermés (bimodale), mais cette fois de manière symétrique. L'équation 2.7 appliquée à cette distribution se simplifie en  $S_I = \frac{1}{4}2eI$ . Le facteur de Fano pour une cavité chaotique est donc  $F=1/4$ . Comme pour le fil diffusif, ce résultat est universel, *ie* indépendant des propriétés intrinsèques de l'échantillon [61]. Par ailleurs, il a été obtenu aussi bien par la théorie des matrices aléatoires [62] que par une approche semi-classique [63]. Nous allons détailler cette dernière approche dans la section suivante pour le cas diffusif.

Ce résultat a été vérifié expérimentalement par Oberholzer *et al*, qui ont mesuré un facteur de Fano égal à 1/4 dans des cavités chaotiques balistiques symétriques réalisées dans un gaz d'électrons bidimensionnel [16]. En diminuant progressivement le temps de séjour dans la cavité, on passe d'un régime de chaos quantique à des trajectoires déterministes balistiques ne produisant aucun bruit. Un écart progressif au facteur 1/4 est alors observé à la transition chaos quantique / diffusion classique [64].

### 2.3.5 L'approche semi-classique

Le cas du bruit dans un conducteur désordonné (régime diffusif) a été traité de manière semi-classique par Nagaev [65] suite à l'obtention du résultat général de l'équation 2.7 par Lesovik et Büttiker, puis généralisé par Sukhorukov et Loss à un nombre de terminaux quelconque [66]. Comme précédemment, on considère un fil diffusif ( $L \gg l_e$ ) compris entre deux réservoirs. Le principe est de partir d'une fonction de distribution type Fermi-Dirac  $f$  dans les réservoirs et de décrire l'évolution de cette fonction par une équation de diffusion classique. Cette équation est l'équation de Boltzmann. A cause de diffusions élastiques, la direction du vecteur d'onde des électrons fluctue, ce qui entraîne une fluctuation de la fonction de distribution. Cette fluctuation est prise en compte en ajoutant à l'équation de Boltzmann un terme aléatoire  $\xi(r, p, t)$  appelé source de Langevin. On obtient alors une équation de Boltzmann-Langevin décrivant la diffusion d'une fonction distribution fluctuante entre deux réservoirs :

$$(\partial_t + v\nabla + eE\partial_p)f(r, p, t) = I_{el}(f) + I_{in}(f) + \xi(r, p, t) \quad (2.8)$$

où  $I_{el}$  et  $I_{in}$  sont respectivement les intégrales de collision élastiques et inélastiques. L'intérêt de cette approche est de permettre de traiter le cas des collisions inélastiques, à la différence de l'approche cohérente –qui se limite, comme on peut s'en douter, au cas où la cohérence est conservée<sup>4</sup>. La puissance de bruit s'écrit comme une fonction de la fluctuation du nombre d'occupation  $f(1-f)$  (cf  $\langle \delta N_i^2 \rangle$ , section 1.3.3) :

$$S_I = \frac{4}{RL} \int_{-L/2}^{L/2} dx \int d\epsilon f(\epsilon, x)(1 - f(\epsilon, x)) \quad (2.9)$$

---

<sup>4</sup>Dans ce qui suit nous considérerons les interactions électron-électron et électron-phonon comme seule source de décohérence.

On considère que le réservoir de gauche est à un potentiel nul et le réservoir de droite au potentiel  $V$ . De sorte que les fonctions de distributions à droite et à gauche s'écrivent :

$$f_G = f(\epsilon, 0) = \frac{1}{1 + e^{\epsilon/k_B T}}$$

et

$$f_D = f(\epsilon, L) = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon - eV)/k_B T}}$$

Il suffit alors de déterminer la forme de la fonction de distribution  $f(x, \epsilon)$  entre les deux réservoirs pour l'injecter dans l'équation 2.9 et en déduire l'expression du bruit.

Nous allons d'abord faire le calcul dans le cas le plus simple : on se place à une dimension, et on considère que les collisions sont exclusivement élastiques. L'équation 2.8 prend alors une forme simplifiée :

$$D \frac{\partial^2 f(\epsilon, x)}{\partial x^2} = I_{ee} + I_{ep} = 0 \quad (2.10)$$

où on a noté  $I_{ee}$  et  $I_{ep}$  les processus inélastiques d'interaction électron-électron et électron-phonon. Connaissant les conditions aux limites énoncées plus haut, cette équation admet la solution intuitive suivante :

$$f(\epsilon, x) = \frac{x}{L} f_G + \frac{L-x}{L} f_D \quad (2.11)$$

La fonction de distribution entre les deux réservoirs est une combinaison linéaire des fonctions des réservoirs, avec une forme de double marche (cf figure 2.6). Pour une énergie inférieure à 0, cette fonction vaut 1 et vaut 0 pour une énergie supérieure à  $eV$ . Dans ces deux cas les fluctuations sont nulles, la seule gamme d'énergie créant du bruit est comprise entre 0 et  $eV$ . Après calcul, l'équation 2.10 conduit à :

$$S_I = \frac{2}{3} \left( \frac{4k_B T}{R} + eI \coth \frac{eV}{2k_B T} \right) \quad (2.12)$$

Cette équation prévoit une transition entre le bruit thermique et le bruit de grenaille autour de  $eV = 2k_B T$ . Quand  $eV \ll k_B T$ , on retrouve le bruit de Johnson-Nyquist  $S_I = \frac{4k_B T}{R}$  et dans le cas contraire  $eV \gg k_B T$ , on retrouve le facteur 1/3 comme dans le modèle quantique, avec  $S_I = \frac{1}{3} 2eI$ .

Introduisons maintenant des collisions inélastiques, en choisissant une longueur d'échantillon supérieure à la longueur d'interaction électron-électron  $l_{ee}$  mais inférieure à la longueur d'interaction électron-phonon  $l_{eph}$  :  $l_{ee} < L < l_{eph}$ . Les électrons échangent de l'énergie et un équilibre thermodynamique s'instaure localement, avec une température effective  $T_e(x)$  et un potentiel chimique  $\mu(x)$ . On parle d'un régime d'électrons chauds. La fonction de distribution entre les réservoirs devient alors [67] :

$$f(\epsilon, x) = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon - \mu(x))/k_B T_e(x)}}$$

La forme de double marche disparaît, remplacée par une simple marche très arrondie passant de 1 à  $\epsilon = 0$  à 0 à  $\epsilon = eV$ . Ce changement de forme de la fonction de distribution tend à augmenter le nombre d'états partiellement peuplés, le bruit est donc augmenté par rapport au cas sans interaction inélastique. A température nulle, il s'écrit :

$$S_I = \frac{\sqrt{3}}{4} . 2eI \quad (2.13)$$

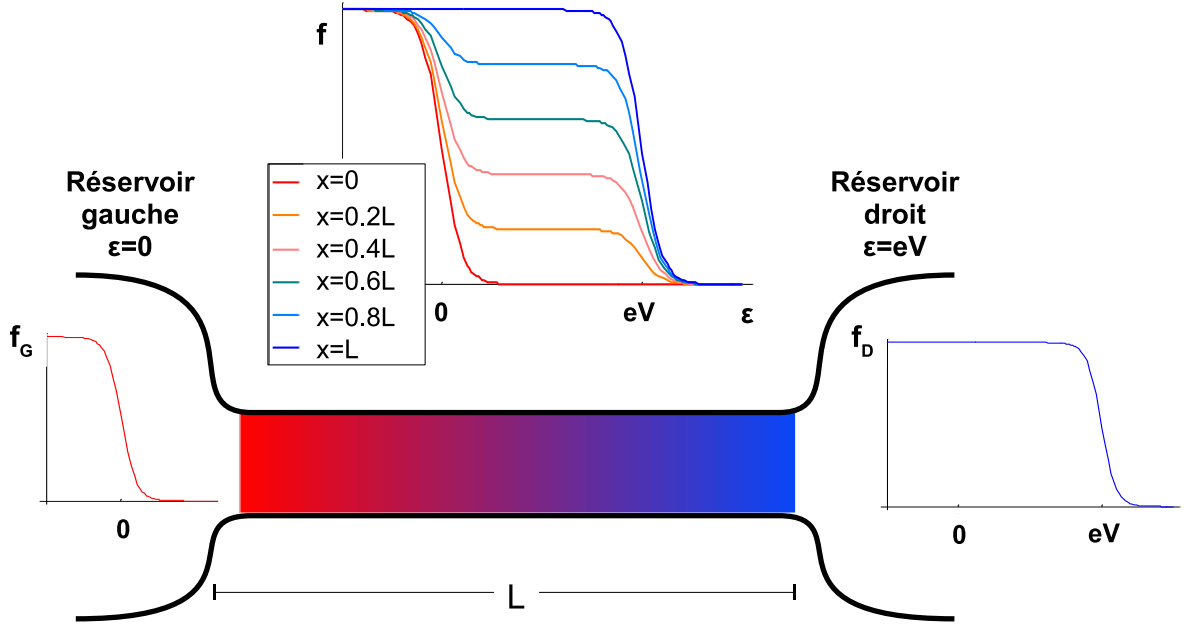


FIG. 2.6: *Diffusion de la fonction de distribution dans le modèle semi-classique sans interaction inélastique* : La fonction de distribution entre les deux réservoirs est une combinaison linéaire des fonctions Fermi-Dirac respectivement à énergie nulle et à  $eV$  des réservoirs gauche et droit.

Le facteur de Fano  $\frac{\sqrt{3}}{4} \sim 0.43$  est en effet supérieur au facteur  $\frac{1}{3} \sim 0.33$ .

Enfin, si l'on ajoute également des interactions électron-phonon, les électrons tendent à refroidir en se thermalisant avec les réservoirs. Leur distribution devient égale la distribution de Fermi à la température  $T$ . Le bruit devient exclusivement thermique et le facteur de Fano diminue jusqu'à 0 avec l'augmentation de la longueur du fil. Pour cette raison, un conducteur macroscopique ne produit aucun bruit de grenaille. La figure 2.8 résume les résultats exposés jusqu'ici.

### 2.3.6 Résultats expérimentaux

Les premières mesures de bruit de grenaille dans les fils diffusifs ont été réalisées dans le régime inélastique par Liefrink *et al* [68] pour des longueurs supérieures à la longueur de cohérence de phase, dans des gaz d'électrons bidimensionnels. Mais la précision des mesures ne permet pas de distinguer entre  $1/3$  et  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ . Dans une mesure ultérieure sur des films d'argent, Steinbach *et al* [17] ont obtenu une nette correspondance avec le facteur  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  pour  $l_{ee} < L < l_{eph}$ , ainsi que la disparition de bruit de grenaille pour  $L > l_{eph}$ . Cependant, même pour une longueur  $L > l_{ee}$  ( $L=1\mu m$ ), le facteur de Fano reste supérieur à la valeur théorique de  $1/3$ . La raison de cette déviation au modèle a été démontrée dans des fils d'or de 900nm par Henny *et al* [15] qui ont mis en lumière le rôle des réservoirs. Des réservoirs de largeur et d'épaisseur insuffisante conduisent à une mauvaise thermalisation des électrons en sortie de fil et à l'apparition d'un gradient de température dans le fil, qui augmente artificiellement le bruit. Le facteur  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  peut alors être mesuré même pour  $L < l_{ee}$ . Les échantillons avec les meilleurs réservoirs montrent une bonne adéquation avec le facteur  $1/3$ . Citons aussi les mesures de bruit à haute fréquence ( $\sim 10GHz$ ) menées à bien par Schoelkopf *et al* dans un conducteur diffusif,



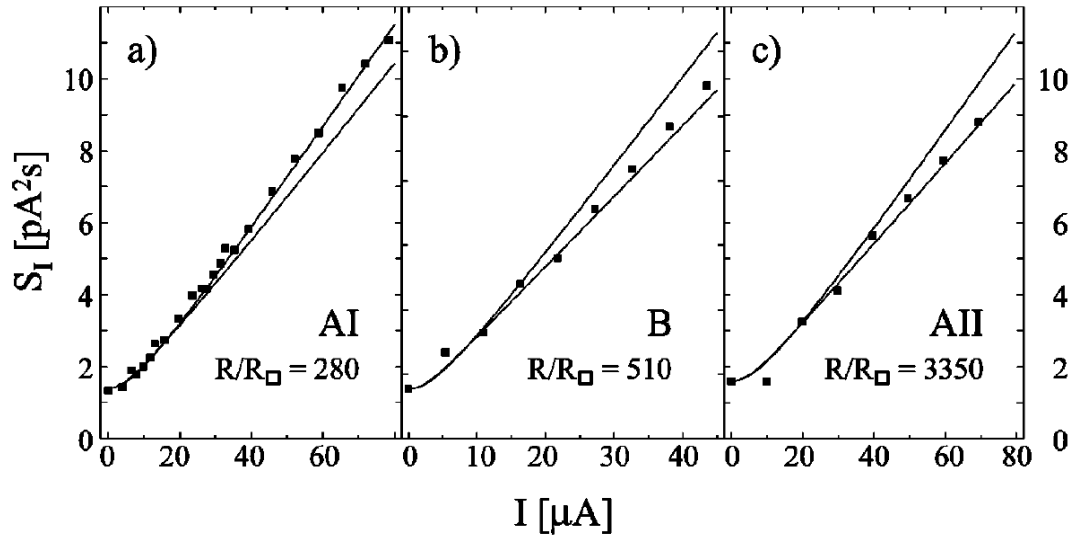
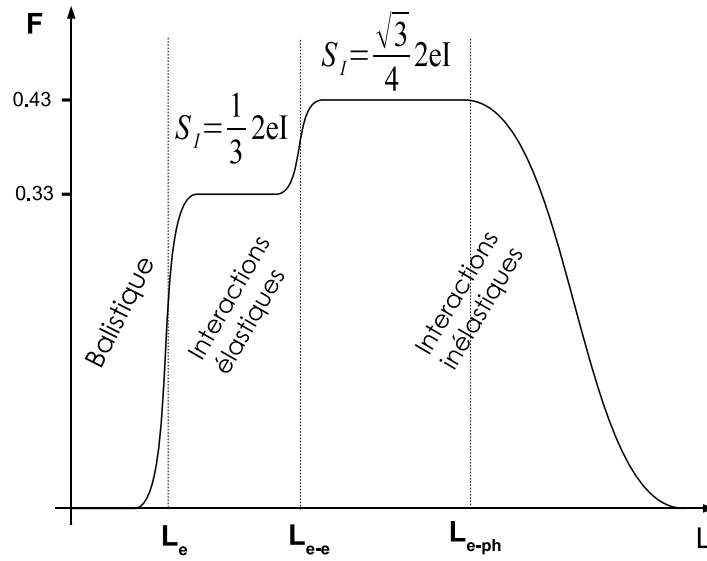


FIG. 2.7: *Résultats obtenus par Henny et al* : L'échantillon (a), bien que de longueur  $L = 900\text{nm} < l_{ee}$ , révèle un facteur de Fano  $F = \frac{\sqrt{3}}{4}$  caractéristique d'une mauvaise thermalisation des électrons dans les réservoirs. Cet effet de chauffage disparaît à mesure que la résistance planaire  $R_{\square}$  des réservoirs diminue par rapport à la résistance totale  $R$  de l'échantillon. L'augmentation du rapport  $\frac{R}{R_{\square}}$  est obtenue en diminuant la largeur du fil (b), ou en augmentant l'épaisseur des réservoirs (c).

qui mettent en évidence le point de croisement à  $eV = \hbar\nu$  entre deux régimes de bruit [18]. En dessous de ce point ( $\hbar\nu < eV$ ), le bruit est proportionnel au courant avec un facteur de Fano  $1/3$ . Au delà, l'effet des fluctuations de point zéro se fait sentir et conduit à un bruit indépendant de la tension.



**FIG. 2.8:** *Vue schématique du facteur de Fano  $F = \frac{S_L}{2eI}$  en fonction de la longueur d'échantillon  $L$  [17] : En dessous de la longueur de libre parcours moyen  $L_e$ , le bruit est nul. Au delà de  $L_e$  mais en dessous de la longueur d'interaction électron-électron  $L_{e-e}$ , on passe en régime diffusif élastique avec l'apparition du facteur de Fano universel  $F=1/3$ . Au delà, mais en dessous de la longueur d'interaction électron-phonon  $L_{e-ph}$ , des chocs inélastiques entre électrons apparaissent et provoquent la perte de cohérence. Le bruit n'est cependant pas perdu, et le facteur  $\sqrt{3}/4$  émerge. Au delà, les phonons instaurent l'équilibre thermique dans le fil, on passe en régime macroscopique et le bruit disparaît.*



# Chapitre 3

## Les jonctions hybrides : rôle de la supraconductivité

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>3.1</b> | <b>La réflexion d'Andreev</b>                                      | <b>40</b> |
| 3.1.1      | Le modèle BTK  | 40        |
| 3.1.2      | Le modèle de la matrice de diffusion                               | 41        |
|            | Effets d'interférences   | 43        |
| 3.1.3      | Effet sur le bruit   | 43        |
| <b>3.2</b> | <b>Les jonctions à trois terminaux : des équivalents H-B&amp;T</b> | <b>44</b> |
| 3.2.1      | Le cas normal  | 45        |
| 3.2.2      | Le cas hybride métal normal-supraconducteur NS                     | 46        |
| 3.2.3      | Processus croisés  | 48        |
| 3.2.4      | Corrélations et intrication  | 51        |
|            | Quelle proposition choisir ?                                       | 52        |

---

### 3.1 La réflexion d'Andreev

Dans un supraconducteur, deux mécanismes de conduction coexistent : pour des énergies inférieures au gap, le transport est assuré par les paires de Cooper, tandis qu'au dessus du gap ce sont les quasiparticules qui prennent le relais. Dans un métal normal, à température nulle, les électrons de conduction ont l'énergie du potentiel chimique du métal  $\mu_N$ <sup>1</sup>. Si l'on met un supraconducteur en contact avec un métal normal, deux cas de figure se présentent : si le potentiel chimique du métal  $\mu_N$  est supérieur au gap du supraconducteur, les électrons du métal normal continuent leur trajet dans le supraconducteur sous forme de quasiparticule. Dans le cas contraire un électron de conduction ne peut pénétrer seul dans le condensat de paires mais doit s'apparier à un autre électron pour former une paire de Cooper dans le supraconducteur. Cela est possible par un mécanisme au cours duquel l'électron est rétro-réfléchi en trou de même moment et de vitesse opposée dans le métal normal, tandis qu'une paire de Cooper est créée côté supraconducteur. On parle de *réflexion d'Andreev*. D'un autre point de vue, on peut considérer que le mécanisme consiste à transformer deux électrons incidents dans le métal normal en une paire de Cooper dans le supraconducteur. Ces états à deux particules apparaissant à proximité de l'interface d'un supraconducteur et d'un métal normal, appelés états d'Andreev, modifient localement les propriétés des deux matériaux. Côté métal normal, l'existence de ces états à deux particules modifie sensiblement la conductance. Le métal tend vers un comportement supraconducteur à proximité de l'interface, on parle d'effet de proximité. La distance sur laquelle s'étend cet effet est limitée par la longueur de cohérence de la paire d'Andreev. Dans un métal diffusif, cette longueur  $L_\epsilon$  dépend de l'énergie initiale  $\epsilon$  de l'électron (dans l'image électron-trou, le trou aura donc une énergie  $-\epsilon$ ), suivant la relation

$$L_\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar D}{\epsilon}}$$

avec  $D$  la constante de diffusion du métal. A tension appliquée et/ou température non nulle, la longueur pertinente à considérer sera alors :

$$L_\epsilon = \min(\sqrt{\hbar D/eV}, \sqrt{\hbar D/kT}) = \min(L_V, L_T)$$

Côté supraconducteur, le passage de paires dans le métal normal dépeuple le condensat au voisinage de l'interface, et affaiblit la supraconductivité. Il en résulte une diminution du gap sur une longueur égale à la longueur de cohérence des paires de Cooper  $\xi_S = \sqrt{\hbar D_S/\Delta}$ , avec  $\Delta$  le gap du supraconducteur et  $D_S$  sa constante de diffusion. Symétriquement, cet affaiblissement du supraconducteur dû à la présence du métal normal est appelé effet de proximité inverse.

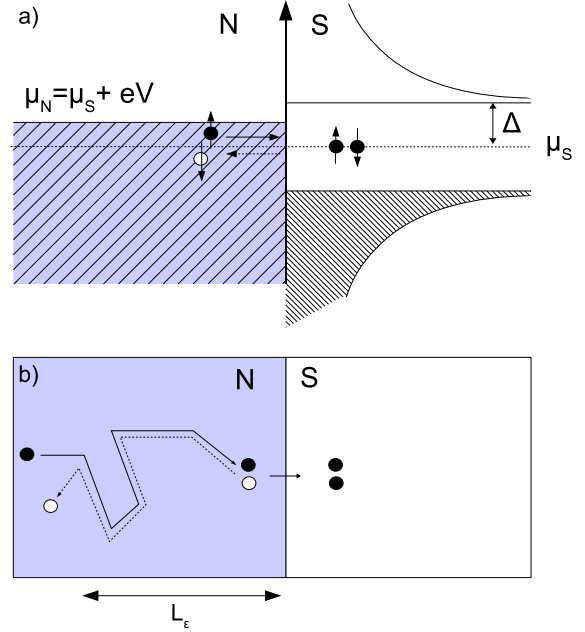
#### 3.1.1 Le modèle BTK

Si l'on introduit une barrière à l'interface, un deuxième mécanisme apparaît au détriment de la réflexion d'Andreev : les électrons incidents sur la barrière peuvent être réfléchis de manière ordinaire<sup>2</sup>, on parle alors de réflexion spéculaire. La proportion des ces deux mécanismes dépend donc de la transmission de la jonction. Le cas d'une jonction SN avec une barrière en forme de Dirac de transmission  $T$  quelconque à l'interface a

<sup>1</sup> $\mu_N = \epsilon_F + eV$ ,  $\epsilon_F$  étant l'énergie de Fermi et  $V$  la tension

<sup>2</sup>inversion du moment orthogonal à la barrière :  $k_\perp \rightarrow -k_\perp$

**FIG. 3.1: Représentation schématique de la réflexion d'Andreev :** a) En énergie : un électron du métal normal d'énergie  $E_e = \mu_N + \epsilon_e$  ( $\mu_N$  étant le potentiel chimique du métal) est réfléchi sous forme de trou d'énergie  $E_h = \mu_N + \epsilon_h$  à l'interface, et une paire de Cooper apparaît dans le condensat supraconducteur avec l'énergie  $2\mu_S$ . Le processus étant élastique, l'énergie est conservée, d'où  $\epsilon_e + \epsilon_h = 2(\mu_S - \mu_N) = -2eV$ . b) Dans l'espace réel : L'électron et le trou forment une paire d'Andreev cohérente sur une distance  $L_\epsilon$  qui dépend de l'énergie de l'électron. Dans le cas d'une tension négative, le processus inverse permet le passage de paires de Cooper dans le métal normal.



d'abord été traité théoriquement par Blonder, Tinkham et Klapwijk (modèle BTK [69]). Ce modèle se limite à une jonction unidimensionnelle, monocanal et à un métal balistique. Les résultats sont obtenus en fonction d'un paramètre  $Z$  caractérisant la hauteur de barrière et relié à la transmission par  $T = 1/(1 + Z^2)$ , et des probabilités respectives  $A(E, Z)$  et  $B(E, Z)$  des réflexions d'Andreev et spéculaire. La conductance de la jonction s'écrit :

$$G_{NS} = G_{NN}(1 + Z^2) \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{\partial f}{\partial V}(E - eV)(1 + A(E, Z) - B(E, Z))dE \quad (3.1)$$

avec  $G_{NN}$  la conductance dans le cas normal, et  $f$  la fonction de Fermi-Dirac. La figure 3.2 illustre la forme de la conductance différentielle pour différentes transmissions de la barrière. Dans le cas d'une transmission parfaite ( $T=1$ ), le transport en dessous du gap est assuré uniquement par réflexion d'Andreev. Les charges passent alors par paires, et l'on obtient une conductance double. A l'extrême inverse, pour une barrière tunnel ( $T \ll 1$ ), la réflexion spéculaire devient le processus majoritaire et la conductance tombe à zéro.

### 3.1.2 Le modèle de la matrice de diffusion

Le cas plus général d'une jonction entre un supraconducteur et un métal quelconque, pour un nombre de canaux quelconque est décrit dans le formalisme de la matrice de diffusion. Cette matrice prend en compte les deux mécanismes de réflexion, vus depuis le métal normal :

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} s_{ee} & s_{eh} \\ s_{he} & s_{hh} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

où  $s_{ee}$  (resp.  $s_{hh}$ ) est l'amplitude de réflexion spéculaire d'un électron (resp. d'un trou), et  $s_{eh}$  l'amplitude pour un trou d'être réfléchi en électron. A température nulle, la conduc-

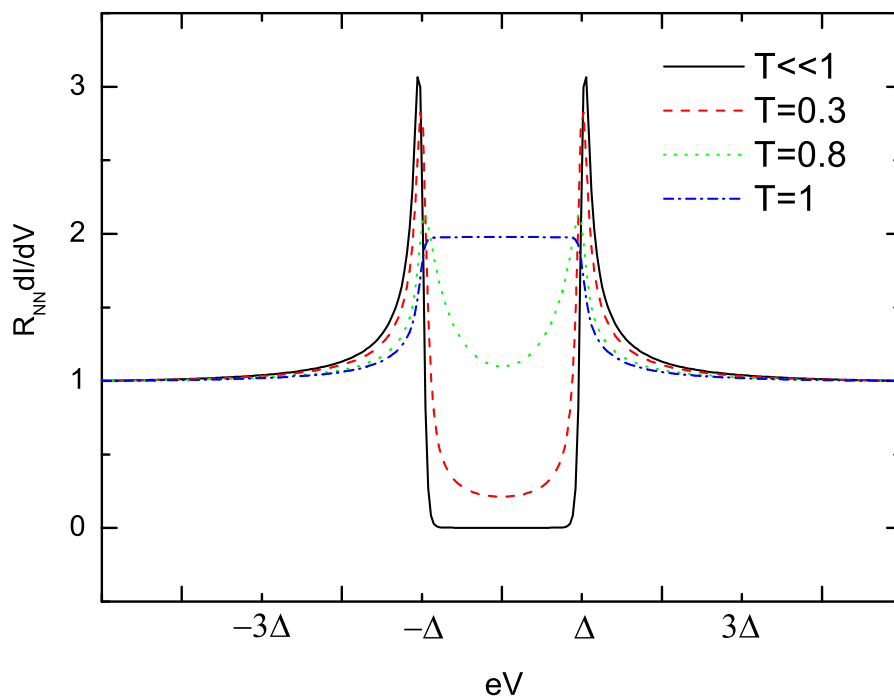


FIG. 3.2: *Conductance différentielle d'une jonction SN en fonction de la transmission de barrière  $T$  dans le modèle BTK : La transmission évolue du cas d'un contact idéal ( $T=1$ ) au cas de la barrière tunnel  $T \ll 1$ ). Les courbes sont tracées pour une température intermédiaire de  $0.4 T_C$ .*

tance s'écrit [70] :

$$G_{NS} = \frac{2e^2}{h} \sum_{i=1}^N \frac{2T_i^2}{(2 - T_i)^2} \quad (3.3)$$

avec comme pour l'équation 2.4  $N$  le nombre total de canaux, et  $\frac{2e^2}{h} = G_0$  le quantum de conductance, et  $T_i$  les valeurs propres de la matrice  $tt^\dagger$  -cf figure 2.2. On retrouve bien une conductance double de la conductance dans le cas normal  $2NG_0$  pour  $T_i = 1 \forall i$ , et une conductance très inférieure à la conductance normale dans le cas tunnel ( $T_i \ll 1 \forall i$ ).

### Effets d'interférences

Le modèle BTK ne rend compte que du passage du courant à travers l'interface entre le supraconducteur et le métal normal. Beenakker (entre autres, voir [71]) a étudié le cas plus général en tenant compte de l'effet de proximité et des effets d'interférence qui peuvent apparaître lorsqu'un conducteur diffusif est placé en contact avec un supraconducteur [70, 72, 73]. Ces calculs ont montré que, à énergie nulle, contrairement au résultat de BTK qui prédit le doublement de la conductance quand  $T=1$ , la conductance est diminuée à cause d'interférences destructives d'états d'Andreev à proximité de l'interface : ce phénomène est appelé *réentrance*. Au contraire, quand  $T \ll 1$ , la conductance est augmentée par rapport au cas BTK à cause du confinement par le désordre des quasiparticules près de l'interface qui donne lieu à des interférences positives : on parle de *reflectionless tunneling*. Ces phénomènes ont été observés expérimentalement pour la première fois par Charlat *et al* [74] en ce qui concerne la réentrance et par Kastalsky *et al* [75] pour le reflectionless tunneling. Pour une revue détaillée à ce sujet, nous renvoyons le lecteur à [71].

#### 3.1.3 Effet sur le bruit

Cette méthode permet également de calculer le bruit de grenaille dans le cas multicanal, pour obtenir l'analogie de l'équation 2.7 pour une jonction SN à température nulle [76] :

$$S_{NS} = 2 \frac{2e^2}{h} e|V| \sum_{i=1}^N \frac{16T_i^2(1 - T_i)}{(2 - T_i)^4} \quad (3.4)$$

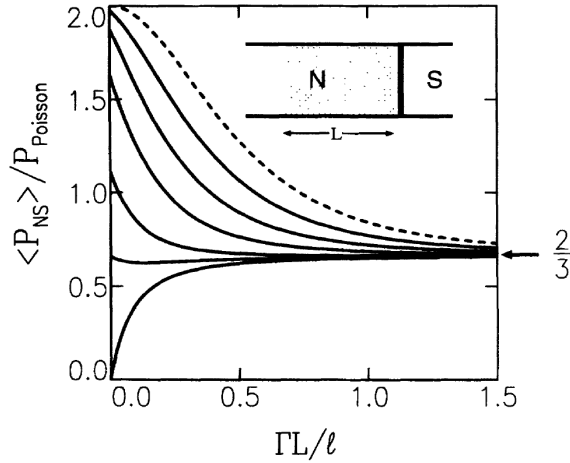
Comme dans le cas normal, on retrouve que les canaux totalement ouverts ou fermés ( $T_i = 0$  ou  $T_i = 1$ ) ne contribuent pas au bruit de grenaille. Dans le cas tunnel, l'équation 3.4 se simplifie en :

$$S_{NS}^{tunnel} = 4e|I| = 2S_{Poisson}$$

On obtient donc un bruit sur-poissonien avec un facteur de Fano égal à 2. Cet excès de bruit provient de la fluctuation décorrélée de particules de charge  $2e$  liées à la réflexion d'Andreev. Le doublement de la charge se manifeste également dans la transition entre le bruit thermique et le bruit de grenaille. Le point de transition apparaît à une tension et une température telles que  $2e|V| = k_B T$  [77], au lieu de  $e|V| = k_B T$  dans le cas normal.

Enfin, dans le cas d'un métal désordonné, le même travail que pour un métal normal doit être réalisé : l'équation 3.4 est moyennée sur toutes les configurations d'impuretés et on utilise pour la transmission des canaux la distribution binomiale exposée dans le cas diffusif (figure 2.5, à gauche). De Jong et Beenakker ont calculé le cas général d'un





**FIG. 3.3:** Résultats théoriques obtenus par de Jong et Beenakker [76] : Le bruit  $\langle P_{NS} \rangle$  est normalisé par rapport au bruit poissonnien (facteur de Fano). Le paramètre  $\Gamma L / \ell$  (avec  $\ell$  libre parcours moyen,  $L$  la longueur du métal et  $\Gamma$  la transparence de la barrière) rend compte du caractère diffusif du métal. Le facteur de Fano évolue continûment de 2 à 0 dans le cas d'un métal balistique quand la transparence de la barrière passe de  $\Gamma \ll 1$  à  $\Gamma = 1$ . Il converge vers le facteur  $2/3$  pour un métal suffisamment diffusif, quelle que soit  $\Gamma$ .

supraconducteur relié par une barrière de transparence quelconque à un métal normal diffusif de longueur quelconque [76]. Leur modèle décrit la transition du cas diffusif au cas balistique, ou au cas tunnel suivant que l'on choisit la longueur du fil ou la transparence de la barrière comme paramètre. Pour un métal de longueur égale à plusieurs fois le libre parcours moyen, ils obtiennent :

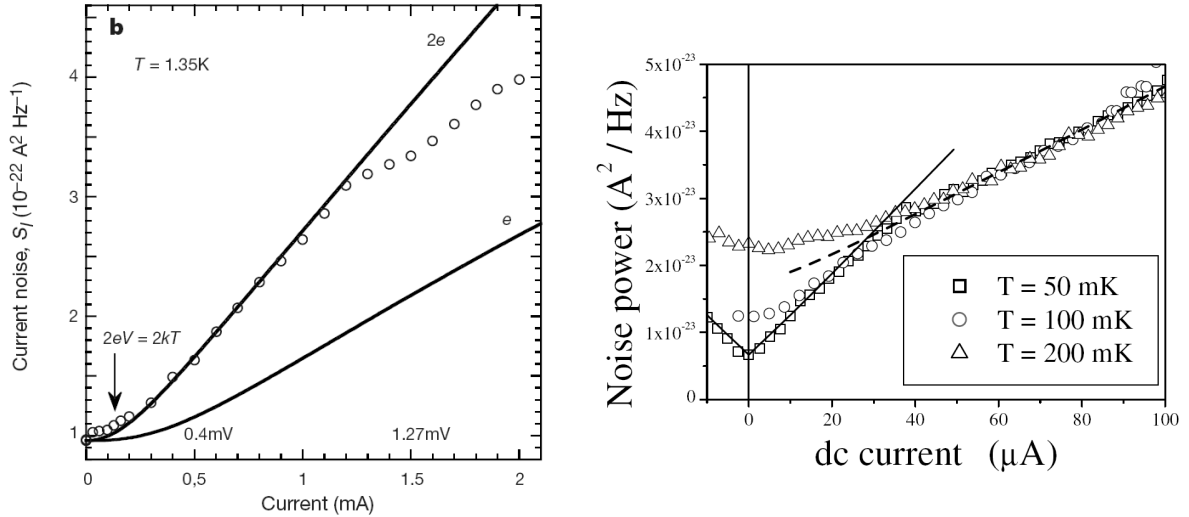
$$S_{NS}^{diff} = \frac{2}{3} 2e|I|$$

Le facteur  $1/3$  refait surface mais avec un facteur 2, caractéristique encore une fois du transfert de charges  $2e$ .

Au niveau expérimental, des résultats ont été obtenus dans notre laboratoire dans le cas d'un métal diffusif [9] puis dans le cas d'une barrière tunnel [10] qui confirment les résultats théoriques présentés ci-dessus. Kozhevnikov *et al* ont obtenu également le doublement du bruit de grenaille dans le cas diffusif par une mesure à haute fréquence [78]. Choi *et al* ont mesuré le bruit de grenaille dans un gaz électronique à deux dimensions connecté à un supraconducteur [79]. Bien que les facteurs de Fano mesurés dans le cas normal ( $F=0.27$ ) et dans le cas supraconducteur ( $F=0.58$ ) ne permettent pas de trancher entre un modèle de cavité ouverte ou un modèle quasi-balistique, on observe une nette augmentation du facteur de Fano avec l'apparition de la supraconductivité. Enfin, une modulation de la charge effective avec le flux magnétique a été observée dans une structure hybride supraconducteur-métal normal (SN) en forme de boucle (voir figure 3.5) [80]. A des énergies de l'ordre de l'énergie de Thouless  $E_c = \hbar D / L^2$ ,  $D$  étant la constante de diffusion dans le métal normal et  $L$  la longueur caractéristique d'un bras normal, des interférences destructives entre les deux bras limitent le transfert de paires d'Andreev dans le métal normal. Cela a pour effet la diminution de la charge effective transférée du supraconducteur vers le réservoir normal. La forme de boucle du supraconducteur permet d'appliquer une différence de phase entre les deux bras à l'aide d'un champ magnétique, ce qui détruit les interférences et restaure une charge effective  $2e$ .

## 3.2 Les jonctions à trois terminaux : des équivalents H-B&T

Nous n'avons considéré jusqu'à présent que les mesures de puissance de fluctuation (autocorrélations ou bruit) dans des géométries à deux terminaux. Si l'on rajoute un



**FIG. 3.4:** *Résultats expérimentaux obtenus dans le laboratoire pour des jonctions hybrides métal normal-supraconducteur* : A gauche, les résultats obtenus par Jehl et al en 2000 pour une jonction Cu-Nb à 1.35K. A droite, les résultats obtenus par Lefloch et al en 2003 pour une jonction TiN/Si dopé, dans un cryostat à dilution. Dans les deux cas, la pente du bruit de grenaille est multipliée par deux en dessous d'une énergie caractéristique. Sur la première courbe (à gauche), cette énergie est de l'ordre du gap. Sur la deuxième (à droite), cette énergie coïncide avec l'apparition du reflectionless tunneling. Dans le cas SN diffusif, le facteur de Fano passe ainsi de  $F=1/3$  à  $F=2/3$  et dans le cas tunnel il passe de  $F=1$  à  $F=2$ , mettant en évidence la transition vers un régime de transport par des particules de charge double.

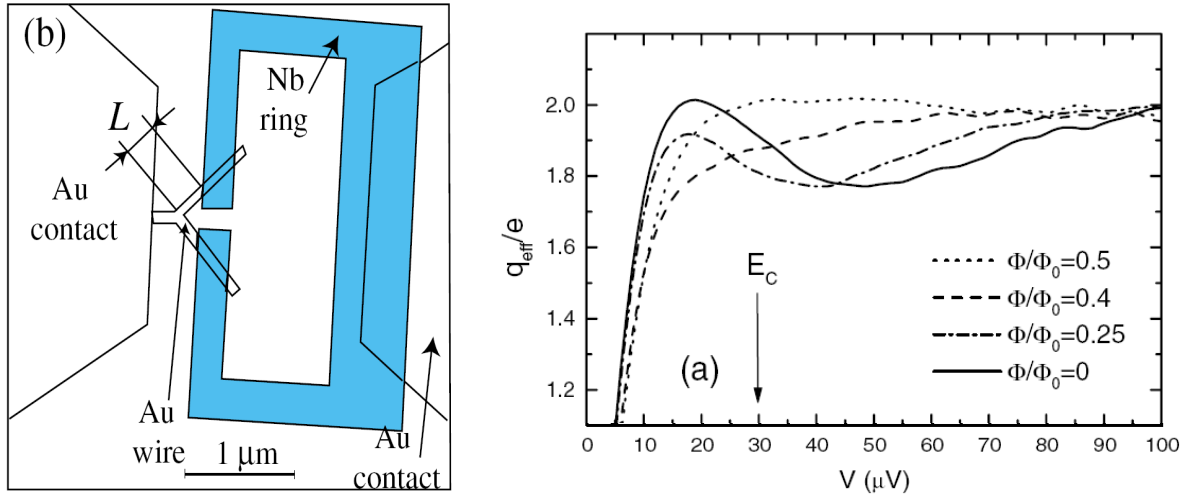
troisième terminal, il devient alors possible de mesurer, outre les autocorrélations des fluctuations dans chaque bras, les intercorrélations des fluctuations entre deux bras différents. Des nouvelles possibilités d'expériences apparaissent alors <sup>3</sup>. On parle d'expériences du type H-B&T, par allusion aux premières expériences de corrélations de fluctuations d'intensité (à trois terminaux) réalisées Hanbury-Brown et Twiss.

### 3.2.1 Le cas normal

Les calculs de corrélation de fluctuation de courant dans un conducteur mésoscopique à N terminaux et M canaux ont été initiés par M.Büttiker [53]. Ce dernier [37] ainsi que Martin et Landauer [55] ont montré que ces corrélations à basse fréquence dans un tel conducteur de géométrie quelconque sont négatives pour des fermions et positives pour des bosons, quelles que soient sa température et les tensions appliquées à ses bornes. Ce résultat est donc conforme aux conclusions de Purcell à propos de l'expérience H-B&T originale [27] (cf. chapitre 1.1.2, page 10 et suivantes). Les résultats expérimentaux réalisés dans les gaz 2D confirmant ces prédictions ont été présentés dans le chapitre 1.2.2.

Cependant, ces résultats sont valables sous certaines conditions, notamment dans la limite où les terminaux sont maintenus à potentiels constants (impédance nulle), à basse fréquence, et sans interaction entre les particules [53]. Au contraire, si par exemple l'un des terminaux est connecté à un voltmètre (impédance infinie), les fluctuations de tensions et la diffusion inélastique induites par ce terminal peuvent induire des corréla-

<sup>3</sup>pour une revue sur ce sujet, voir [81]



**FIG. 3.5:** *Expérience de l'interféromètre d'Andreev réalisée par Reulet et al[80]* : A gauche, schéma de l'interféromètre d'Andreev. Le métal normal, en forme de Y, est connecté à un anneau supraconducteur (en bleu) dans lequel un flux magnétique peut être appliqué. A droite : Pour un flux nul, une nette diminution de la charge effective est observée autour de l'énergie de Thouless. Cette diminution est attribuée à des interférences négatives entre les états d'Andreev issus des deux bras de l'anneau supraconducteur. L'effet est supprimé par l'application d'un champ magnétique.

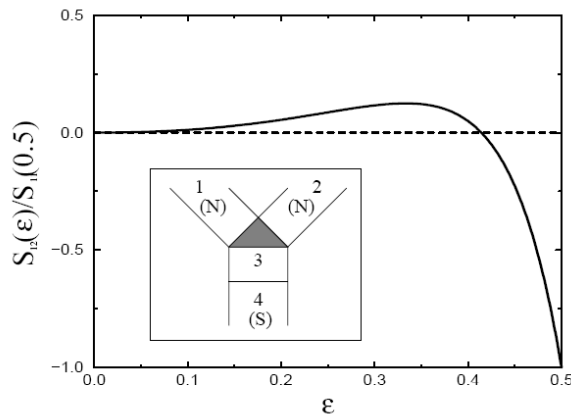
tions positives. Ce phénomène a récemment pu être démontré expérimentalement dans un gaz 2D [82]. D'une manière générale, l'apparition de corrélations positives dans des systèmes de fermions est le signe d'une interaction, qu'elle soit magnétique, électrostatique ou de type BCS [81]. Par exemple dans le cas de terminaux ferromagnétiques, des travaux théoriques ont montré que les effets de spin pouvaient induire des corrélations positives [83] [84]. Chen et Webb ont mesuré des corrélations positives dans un bruit sur-poissonien créé par une barrière tunnel contenant des états localisés [85]<sup>4</sup>. Il y a quelques mois, McClure *et al* ont pu obtenir des corrélations positives entre deux boîtes quantiques couplées électrostatiquement [88]. Mais le cas qui nous intéresse est celui où l'un des terminaux est un supraconducteur.

### 3.2.2 Le cas hybride métal normal-supraconducteur NS

Nous nous intéresserons en particulier aux conducteurs à trois terminaux, dont un est un supraconducteur et les deux autres sont en métal normal. La réflexion d'Andreev a pour effet de créer dans le métal normal des paires constituées d'un électron et d'un trou. Ces paires d'Andreev sont corrélées sur une certaine distance, et peuvent donner lieu à des corrélations positives [89, 77, 90]. D'un autre point de vue, on peut considérer la réflexion d'Andreev comme l'émission d'une paire de Cooper dans le métal normal. La rupture de cette paire peut conduire à l'acheminement simultané d'un électron dans chaque bras, et créer ainsi une corrélation positive. Voyons quelles sont les conditions théoriques nécessaires à l'obtention de telles corrélations.

<sup>4</sup>Il a été montré théoriquement qu'un bruit sur-poissonien pouvait apparaître dans des barrières tunnels contenant des états localisés dus à des impuretés. Il faut pour cela prendre en compte l'interaction des états localisés entre eux[86]. Une vérification expérimentale a été fournie dans les gaz 2D [87]

Torrès et Martin [90] et Torrès *et al* [91] ont étudié un dispositif hybride monocanal en Y, composé d'un supraconducteur, d'une zone normale commune liée à deux bras normaux par l'intermédiaire d'un séparateur de faisceau (en insert dans la figure 3.6). L'intérêt du séparateur de faisceau est de constituer l'équivalent d'une cavité résonnante (Fabry-Pérot) qui permet l'apparition d'états d'Andreev et favorise l'effet de proximité. Pour des tensions inférieures au gap, des corrélations positives apparaissent pour des transmissions intermédiaires du séparateur. De plus, l'effet est renforcé si l'on rajoute au niveau du supraconducteur une barrière (également de transparence intermédiaire). Enfin, le signe de ces corrélations peut être inversé en augmentant la transmission du séparateur. En étudiant un dispositif dont l'un des bras normaux est formé par la pointe

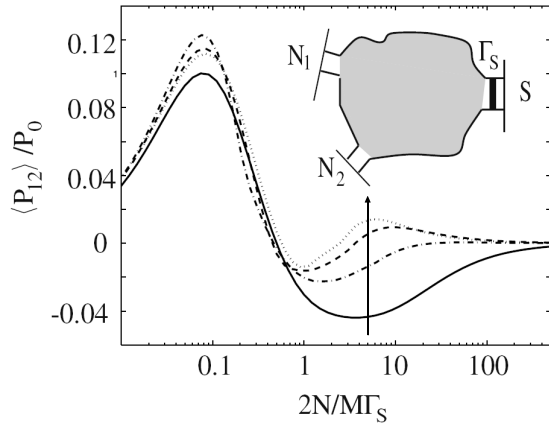


**FIG. 3.6: Prédictions théoriques dans un dispositif proposé par Torrès et al :** En ordonnée, les corrélations normalisées des fluctuations de courant entre les deux bras normaux. En abscisse, le paramètre  $\epsilon$  caractérise la transmission du séparateur de faisceau.  $\epsilon = 1/2$  ( $\epsilon = 0$ ) correspond à une transmission maximale (minimale) vers les bras normaux. L'effet de proximité apparaît pour des transmissions faibles, et donne le jour à des corrélations positives. En insert : schéma du dispositif étudié, comprenant une zone supraconductrice (4), une zone normale (3) reliée aux bras normaux (1) et (2) par le séparateur de faisceau (en grisé).

d'un microscope à effet tunnel, Gramespacher et Büttiker ont montré que les corrélations positives disparaissent quand le nombre de canaux augmente [92]. De plus, par un traitement semi-classique d'une jonction diffusive NS multiterminal, Nagaev et Büttiker ont abouti à des corrélations négatives en l'absence d'effet de proximité [93]. Ces deux études posent la question de la possibilité d'existence de corrélations positives pour un grand nombre de canaux d'une part, et d'autre part du rôle de l'effet de proximité sur ces corrélations.

Une réponse à ces deux questions a été apportée au cours d'une étude plus générale menée par Samuelsson et Büttiker [94]. Les auteurs considèrent une cavité chaotique normale connectée à deux terminaux normaux et à un terminal supraconducteur (cf. schéma en insert dans la courbe 3.7). Un paramètre  $\gamma = N/(M\Gamma_S)$  décrit la proportion du couplage de la cavité avec les réservoirs normaux ou le supraconducteur (plus  $\gamma$  augmente, plus la cavité est couplée au bras normaux et moins elle l'est au supraconducteur). Une barrière au niveau du contact supraconducteur génère de la rétro-diffusion vers les bras normaux. Plusieurs processus contribuent aux corrélations entre les deux bras normaux : l'émission d'un trou (électron) depuis un bras et réfléchi en électron (trou) dans l'autre bras par réflexion d'Andreev conduit à des corrélations positives. Au contraire, la réflexion normale d'un trou (électron) d'un bras dans un autre conduit à des corrélations négatives. Les calculs aboutissent à deux situations dans lesquelles les corrélations sont positives :

- Pour un couplage faible mais non nul avec les bras normaux (et donc fort avec le supraconducteur). Les corrélations proviennent de l'effet de proximité : l'application



**FIG. 3.7:** Résultats théoriques obtenus par Samuelsson et Büttiker [94] : Corrélations normalisées  $\langle P_{12} \rangle / P_0$  dans une cavité chaotique à trois terminaux en fonction du paramètre de couplage  $\gamma = N/(M\Gamma)$  et en présence de rétro-diffusion du supraconducteur vers la cavité. La flèche indique le sens d'augmentation de la rétro-diffusion. Les corrélations sont positives pour un fort couplage avec le supraconducteur  $\gamma < 1$ , quelle que soit la rétro-diffusion. On retrouve des corrélations positives pour un faible couplage avec le supraconducteur dans la limite d'une forte rétro-diffusion.

d'un champ magnétique détruit l'effet.

- Pour un couplage faible avec le supraconducteur (et donc fort avec les bras normaux), ET pour une forte rétro-diffusion vers les bras normaux. Dans ce cas, les corrélations proviennent de la rétro-diffusion et la partition dans la cavité des paires d'Andreev.

Ces résultats ont été confirmés par une approche semi-classique [95]. Cette approche ne prenant pas en compte l'effet de proximité, seules les corrélations positives du deuxième cas ci-dessus subsistent.

Par ailleurs, Börlin *et al* ont calculé la statistique complète de transfert de charges <sup>5</sup> pour un grand nombre de canaux dans un dispositif à trois terminaux (deux N et un S) dans lequel chaque terminal est connecté par une barrière tunnel à un îlot normal [96]. Leurs calculs conduisent à l'expression du deuxième ( $\langle \delta I_i^2 \rangle$ ,  $i = \{1, 2\}$ ) et du troisième moment du bruit. Les corrélations obtenues sont positives pour des couplages forts de l'îlot avec le supraconducteur ou avec les bras normaux, en accord avec [95].

### 3.2.3 Processus croisés

Nous n'avons considéré jusque là que des dispositifs hybrides à trois terminaux avec des géométries en Y. Ces géométries présentent une partie commune aux trois terminaux où s'exerce l'effet de proximité. Il existe une autre possibilité dans laquelle les deux terminaux normaux sont reliés indépendamment au supraconducteur, formant un  $\Pi$  plutôt qu'un Y. Dans un tel type de géométrie, si les bras sont suffisamment proches, d'autres phénomènes participent au transport et au bruit pour des énergies inférieures au gap du supraconducteur :

- la réflexion d'Andreev directe continue d'exister dans chaque bras (notée AR),
- les particules (électrons ou trous) peuvent circuler par effet tunnel d'un bras à l'autre en passant par un état virtuel dans le supraconducteur. On parle de cotunneling élastique (EC),
- la réflexion d'Andreev peut se produire dans un espace englobant les deux bras, conduisant à l'émission d'un électron dans chaque bras. On parle de réflexion d'An-

<sup>5</sup>ou *full counting statistics* : probabilité  $P(N,t)$  d'obtenir un nombre  $N$  quelconque de charges à l'issue d'une mesure de courant d'une durée  $t$ . Cette probabilité permet d'obtenir les moments du courant  $\langle \delta I^n \rangle$  d'ordre  $n$  quelconque

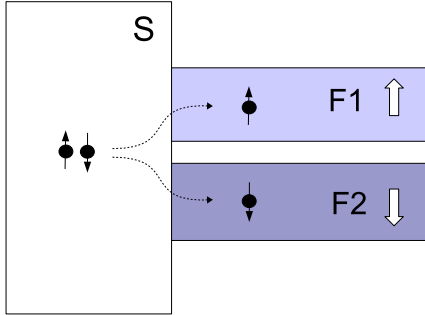


FIG. 3.8: *Vue schématique de la réflexion d'Andreev croisée dans une jonction supraconducteur-ferromagnétique* : Lorsque les bras sont proches (distance  $D < \xi$ ) et que les ferromagnétiques ont une polarisation en spin opposée, la paire de Cooper peut se dissocier et émettre deux électrons de spins opposés dans les deux bras ferromagnétiques.

dreev non locale (ou croisée, notée CAR).

Le processus de réflexion d'Andreev non locale a été considéré théoriquement pour la première fois dans une géométrie à trois terminaux, dont un formé par la pointe d'un microscope à effet tunnel [97], puis dans une jonction en  $\Pi$  avec deux ferromagnétiques à la place des métaux normaux [98]. Dans cette dernière géométrie, l'interaction d'échange dans chaque bras tend à supprimer la réflexion d'Andreev directe. La raison est que la réflexion d'Andreev exige l'existence d'états avec deux spins opposés, ce qui n'est pas possible dans un mono-domaine ferromagnétique. Cependant, si les deux bras ferromagnétiques ont une polarisation magnétique opposée, un état d'Andreev peut exister sur les deux bras en même temps. Autrement dit, une paire de Cooper peut se dissocier en émettant un électron de spin  $\uparrow$  dans le bras de polarisation  $\uparrow$  et un électron de spin  $\downarrow$  dans le bras de polarisation  $\downarrow$  (cf. figure 3.8). Ce dispositif a été testé expérimentalement par Beckmann *et al* [99] dans un échantillon d'Al/Fe. Le principe de cette mesure est de faire circuler un courant entre un bras et le supraconducteur, et de mesurer la résistance non locale entre le deuxième bras et le supraconducteur. La polarisation magnétique peut être choisie indépendamment pour chaque bras, de manière à obtenir une configuration où les deux bras sont polarisés dans la même direction (parallèle) ou dans une direction opposée (antiparallèle). La légère différence de résistance non locale observée entre les deux configurations est attribuée à la contribution de la réflexion d'Andreev croisée dans la configuration antiparallèle.

Dans le cas où l'on remplace les deux ferromagnétiques par des métaux non magnétiques, le cotunneling élastique contribue également à la conductance non locale, mais de manière opposée [100] [101], de sorte que les deux contributions tendent à s'annuler mutuellement. Russo *et al* ont mesuré la conductance non locale dans une tricouche métal normal/supraconducteur/métal normal [102]. Le principe de la mesure est identique à [99]. Curieusement, la conductance non locale est non nulle et montre un changement de signe contrôlé par la tension de polarisation. Ce changement de signe traduit la transition d'un régime dominé par le cotunneling élastique à un régime dominé par la réflexion d'Andreev croisée. La différence de dépendance en tension des deux phénomènes a été expliquée par un modèle publié très récemment prenant en compte les interactions entre électrons [103].

D'autre part, le cotunneling élastique et la réflexion d'Andreev croisée décroissent exponentiellement avec la distance  $R$  entre les deux bras normaux ( $\propto \exp(-R/\xi)$  avec  $\xi$  la longueur de cohérence supraconductrice) [100]. Dans une expérience publiée l'année dernière, Cadden-Zimansky et Chandrasekhar mesurent la conductance non locale dans un échantillon multiterminal d'Al/Au (cf. figure 3.9) [104]. Dans un tel échantillon, la présence de plusieurs paires de bras normaux disposés en parallèle sur le supraconducteur permet de varier la distance  $R$  entre les deux bras mesurés. Les résultats montrent

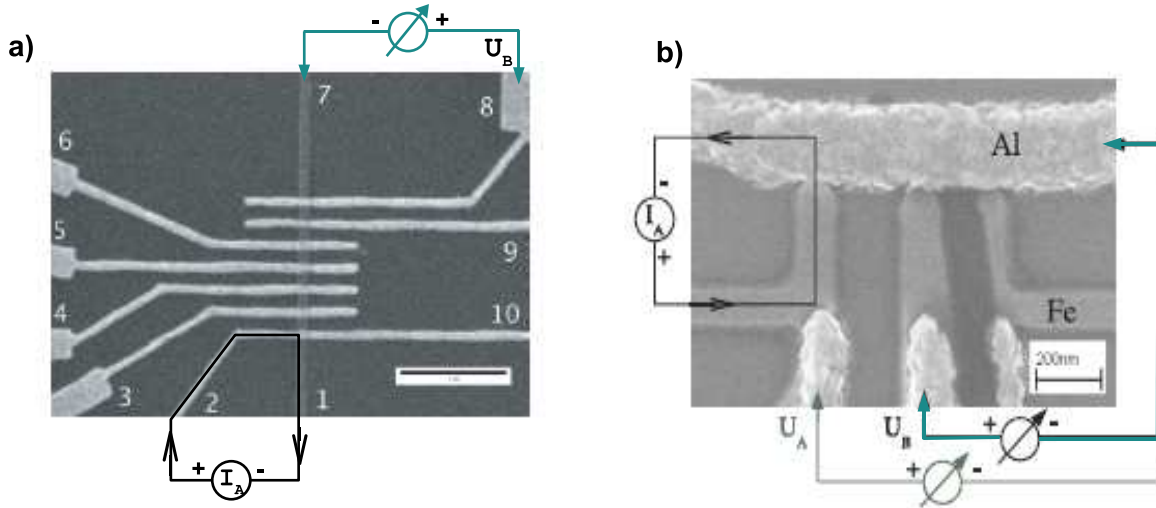


FIG. 3.9: Échantillons utilisés pour les mesures de a) Cadden-Zimansky [105] et b) Beckmann [99] : a) Une barre d'Al est contactée par des bras normaux d'Al. Les bras normaux sont séparés de 210 nm. La barre blanche donne l'échelle et mesure 1 micron. La tension non locale est mesurée sur les bras (3 à 6, 8 et 9). b) Dans cet échantillon, la barre d'Al est contactée par des bras ferromagnétiques de Fe séparés d'environ 200 nm. Dans les deux cas, la longueur de cohérence de l'aluminium est d'environ 200 nm. Le principe de la mesure est identique en a) et b) : un courant  $I_A$  circule entre un bras et le supraconducteur, tandis que la tension non locale  $U_B$  est mesurée entre un autre bras et un point éloigné du supraconducteur.

une décroissance exponentielle de la conductance non locale avec l'augmentation de  $R$ , conformément au comportement prédit pour les deux processus. La mesure ne permet cependant pas d'isoler l'une ou l'autre des contributions.

Si une mesure de conductance dans de tels échantillons ne permet pas de distinguer entre le cotunneling élastique et la réflexion d'Andreev croisée, la distinction est possible avec une mesure de bruit. Bignon *et al* ont étudié un modèle d'échantillon en II avec deux bras normaux A et B séparés du supraconducteur par une barrière tunnel [106]. Des potentiels différents  $V_A$  et  $V_B$  peuvent être appliqués aux deux bras. De la même manière que pour le transport, les deux processus contribuent aux corrélations entre les deux bras de manière opposée : les CAR créent des corrélations positives, tandis que l'EC crée des corrélations négatives. Leurs calculs conduisent à une expression pour les corrélations suffisamment simple pour être reproduite dans cette thèse expérimentale (!) :

$$\mathcal{S}_{12} = 2e \frac{2e^2}{h} \left[ (V_A + V_B) \coth\left(\frac{eV_A + eV_B}{2k_B T}\right) A^{CAR} - (V_A - V_B) \coth\left(\frac{eV_A - eV_B}{2k_B T}\right) A^{EC} \right] \quad (3.5)$$

où  $A^{CAR}$  et  $A^{EC}$  représentent les amplitudes des deux processus. Ces deux amplitudes sont du même ordre de grandeur dans les deux régimes considérés (ballistique et diffusif). Le point crucial de cette expression est que la dépendance en tension des CAR et de l'EC est différente. Il est donc possible de favoriser l'un ou l'autre des processus, donc d'inverser le signe des corrélations en faisant varier les tensions dans les deux bras. Le cas qui nous intéresse se produit lorsque  $V_A = V_B$ , pour lequel le cotunneling élastique disparaît et les corrélations sont positives. Notons enfin que ces corrélations diminuent suivant une exponentielle fonction du rapport de la distance entre les bras normaux par  $\xi_S$ , de la même manière que l'effet qui leur donne naissance.

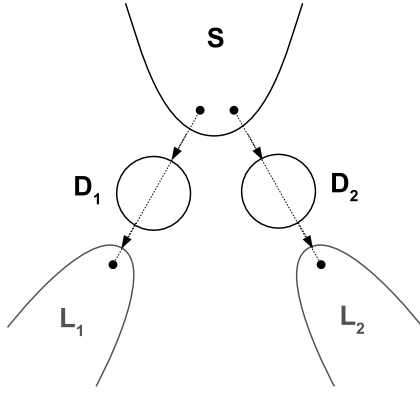


FIG. 3.10: *Dispositif proposé par Recher et al permettant de tester l'intrication entre deux électrons issus de la même paire de Cooper* : Les deux électrons issus d'une paire de Cooper peuvent passer par réflexion d'Andreev croisée du supraconducteur ( $S$ ) vers les îlots ( $D1$  et  $D2$ ), puis passer par effet tunnel des îlots vers les réservoirs normaux ( $L1$  et  $L2$ ).

En conclusion, nous avons présenté jusqu'ici plusieurs modèles de jonctions hybrides à trois bras, en Y ou en  $\Pi$ , prédisant des corrélations positives. Nous allons essayer de comprendre très qualitativement le lien entre ces résultats. Remarquons tout d'abord que les corrélations positives obtenues par Torrès *et al* [90, 91] apparaissent pour un bon effet de proximité et un faible couplage vers les réservoirs normaux (figure 3.6). Ce résultat est à rapprocher de celui obtenu pour la cavité chaotique [94] pour un bon couplage de la cavité avec le supraconducteur, et faible avec les réservoirs normaux (figure 3.7). Les deux prédictions vont donc dans le même sens. Comparons maintenant la cavité chaotique avec la jonction tunnel en  $\Pi$  traitée par Bignon *et al* [106], pour laquelle les corrélations sont toujours positives (en posant  $V_A = V_B$ ). Quand la cavité est supraconductrice par effet de proximité et le couplage avec les bras normaux est minimum ( $2N/(M\Gamma_S) \sim 0.1$ ), on s'approche qualitativement du cas de la jonction en  $\Pi$  tunnel, et les corrélations sont effectivement positives. De même, si l'on considère une barrière de transmission faible ( $\Gamma_S \ll 1$ ) et un couplage optimal avec les bras normaux ( $2N/(M\Gamma_S) \sim 10$ ), le dispositif s'apparente à la jonction en  $\Pi$  avec une distance nulle entre les deux bras et les corrélations sont effectivement positives. De la même manière, l'ajout d'une barrière à l'interface du supraconducteur dans le Y considéré par Torrès *et al* permet de se rapprocher du cas tunnel et renforce de fait les corrélations positives.

### 3.2.4 Corrélations et intrication

Nous terminons cette partie en mentionnant un autre aspect important dans ce type de mesures. L'analyse d'états quantiques intriqués délocalisés a pris de l'importance au cours des dernières années. La production et la manipulation de ces états sont à la base de domaines nouveaux en matière condensée comme la logique quantique, la téléportation quantique, ou la violation des inégalités de Bell. Les deux dernières mesures ont été réalisées avec des photons [107, 108, 109] mais pas encore pour des particules massives comme les électrons, qui posent plus de difficultés. Les fonctions d'ondes des électrons d'une paire de Cooper étant intriquées, la supraconductivité peut être utilisée pour produire de l'intrication. Recher *et al* proposent un dispositif hybride à trois terminaux suivant le même principe que les dispositifs précédents [110] : un supraconducteur est relié à deux îlots normaux eux même reliés à deux réservoirs normaux. Les liaisons supraconducteur-îlot et îlot-réservoir sont des barrières tunnel. Dans ce dispositif, les électrons provenant du supraconducteur par réflexion d'Andreev croisée sont intriqués et une mesure de bruit permet de tester leur intrication [111].

Lesovik *et al* proposent une géométrie en Y schématisée sur la figure 3.11 dans laquelle



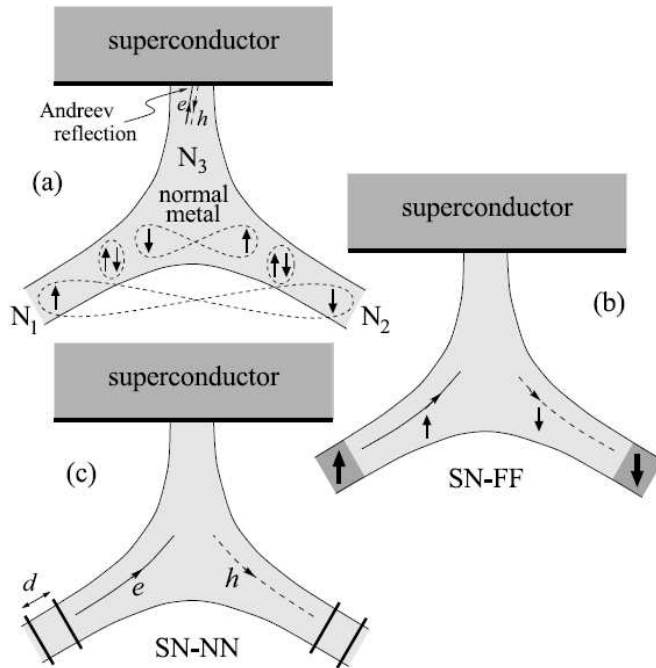


FIG. 3.11: *Dispositif en Y proposé par Lesovik et al* : (a) Y sans filtre : les deux électrons issus de la paire de Cooper restent dans un état intriqué tout en se propageant chacun dans un bras différent. (b) Le même dispositif muni de filtres à spin ou (c) en énergie.

les bras normaux comprennent des filtres à spin (ferromagnétiques) ou en énergie (îlots quantiques) [112] dans le but d'éviter les processus de réflexion d'Andreev directe et le cotunneling élastique. Dans ce type de dispositif, Chtchelkatchev *et al* ont montré que la mesure des corrélations croisées permettait de vérifier l'existence d'états électroniques intriqués et de tester les inégalités de Bell [113][114]. Un résultat similaire a été récemment obtenu dans un dispositif du même type que celui de la figure 3.10 [115].

En conclusion, nous avons présenté dans ce chapitre les effets causés par la présence d'un supraconducteur en contact avec un métal. La réflexion d'Andreev engendre des paires intriquées dans le métal. La présence de ces paires d'Andreev est mise en évidence par le doublement (SN diffusif, SIN) ou, plus généralement, l'augmentation du bruit par rapport au cas normal. Les jonctions hybrides à trois terminaux permettent en outre de mesurer l'effet de ces paires à travers les corrélations de bruit de deux terminaux. La manifestation essentielle est l'apparition de corrélations positives, comme dans le cas d'une expérience H-B&T avec des bosons. L'étape ultérieure consiste à vérifier l'intrication entre les particules de la paire d'Andreev en testant les inégalités de Bell.

### Quelle proposition choisir ?

Plusieurs propositions théoriques de dispositifs à trois terminaux supraconducteur-métal normal permettant d'observer des corrélations positives ont été présentées. Le dispositif en  $\Pi$  de Bignon *et al* nous intéresse particulièrement à cause de la dépendance des corrélations en fonction de la distance entre les bras. En effet, expérimentalement on s'attend à mesurer un taux de corrélations parasites non nul, comme dans le cas de l'expérience initiale de H-B&T, taux qui fausse les valeurs absolues mesurées. De plus, les modèles théoriques présentés prévoient une dépendance non triviale en tension des corrélations. Nous avons donc besoin d'un étalon dans lequel les corrélations doivent être nulles. Cette référence est donnée par un échantillon dans lequel la distance entre les bras est supérieure à  $\xi_s$ . Le résultat attendu est alors une *dévi*ation des corrélations

par rapport à cette référence, comme par exemple dans les résultats de H-B&T [19], Kiesel *et al* [24], Iannuzzi *et al* [25] ou Jeltens *et al* [21] présentés au premier chapitre. Cependant, notre dispositif à trois Squids de mesure de bruit en courant est adapté aux échantillons de faible impédance, ce qui proscrit l'utilisation de jonctions tunnel dans la géométrie choisie. La solution retenue pour les premiers échantillons est donc un mélange des différentes propositions, à savoir un échantillon supraconducteur-métal normal à trois terminaux en  $\Pi$  avec une bonne interface entre les parties normales et supraconductrices. Si l'on veut un métal normal balistique, il faut faire appel aux gaz électroniques à deux dimensions, pour lesquels il est difficile d'obtenir une bonne interface gaz 2D/supraconducteur. Notre métal normal sera donc diffusif. Enfin, nous prévoyons de réaliser plusieurs échantillons avec des distances de séparation différentes entre les bras. Cela devrait permettre d'observer la décroissance de l'effet avec la distance comme cela a été mesuré pour les réflexions d'Andreev croisées dans [105].



Deuxième partie  
Travail expérimental



# Chapitre 4

## Dispositif Expérimental

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>4.1</b> | <b>Cryogénie</b>   | <b>59</b> |
|            | Chauffage par les fils   | 59        |
|            | Rayonnement  | 59        |
| <b>4.2</b> | <b>Principe de fonctionnement d'un picoampèremètre à SQUID</b> | <b>61</b> |
| <b>4.3</b> | <b>Trucs et astuces</b>  | <b>63</b> |
|            | Rayonnement électromagnétique                                  | 63        |
|            | Vibrations mécaniques  | 64        |

---

## Introduction

Pour la mesure de bruit, deux solutions existent suivant l'impédance des échantillons à mesurer. Une première méthode consiste à mesurer le bruit en tension à l'aide de deux amplificateurs indépendants. Le spectre de bruit est obtenu par corrélation croisée des deux signaux, ce qui permet de diminuer le bruit parasite dû aux amplificateurs [116]. On peut ainsi obtenir, après moyennage suffisant, des résolutions de l'ordre de  $(10 \text{ pV})^2/\text{Hz}$  [15]. Une deuxième méthode consiste à mesurer le bruit en courant à l'aide d'un picoampèremètre à SQUID. Dans ce cas, des résolutions de l'ordre de quelques  $(\text{pA})^2/\text{Hz}$  sont atteignables. Si l'on se fixe comme critère de pouvoir mesurer le bruit thermique d'une résistance à 100mK, on peut déterminer les domaines d'application distincts des deux méthodes. Le bruit thermique en tension s'écrit  $S_V = 4k_B T R$ , la résolution de  $(10 \text{ pV})^2/\text{Hz}$  fixe donc la valeur minimale de la résistance à une vingtaine d'ohms. Le bruit thermique en courant étant inversement proportionnel à la valeur de la résistance,  $S_I = \frac{4k_B T}{R}$ , la limite de la résolution de  $(1 \text{ pA})^2/\text{Hz}$  interdit la mesure de résistances supérieures à quelques Ohms. Nos échantillons ayant des impédances de l'ordre de  $1\Omega$ , nous nous sommes tournés vers la mesure de bruit en courant.

Le bruit de grenaille est un phénomène hors équilibre qui nécessite la circulation d'un courant. Pour mesurer des fluctuations de courant, il faut polariser l'échantillon en tension. Cela est difficile à réaliser avec une source de tension à chaud sur un échantillon de faible impédance. La résistance en série des descentes de fils et des filtres étant grande devant celle de l'échantillon, il faut employer une source de courant. La méthode que nous employons est la même que sur les précédents montages de mesure de bruit réalisés dans le laboratoire : une résistance dite de référence, de valeur nettement inférieure à celle de l'échantillon est mise en parallèle avec celui-ci, de telle sorte que la tension aux bornes de l'échantillon soit indépendante des variations de résistances de ce dernier. On réalise ainsi une polarisation en tension à froid. Comme nous le verrons par la suite, la présence de cette résistance de référence est en outre indispensable à la mesure des corrélations croisées de bruit.

L'objectif de notre mesure est dans un premier temps de mesurer du bruit de grenaille dont la densité spectrale de puissance moyenne (voir 5.1.3), dans un fil diffusif, s'écrit :

$$S_I = \frac{2}{3} \left[ \frac{4k_B T}{R} + eI \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \right] \quad (4.1)$$

Dans la limite où  $eV \gg k_B T$ , l'expression se simplifie en

$$S_I = \frac{2}{3} eI \quad (4.2)$$

Supposons que nous souhaitions mesurer un bruit de grenaille supérieur à  $10(\text{pA})^2/\text{Hz}$ , il faut appliquer un courant supérieur à  $I = \frac{3S_I}{2e} = 50\mu\text{A}$ . Pour un échantillon de  $R = 1\Omega$ , cela correspond à une tension minimale de  $V = 50\mu\text{V}$ . Puisque nous utilisons de l'aluminium comme supraconducteur, nous ne souhaitons pas dépasser en tension la valeur de son gap, soit  $200\mu\text{V}$ . Pour être dans la limite au delà de laquelle le bruit de grenaille prend le pas sur le bruit thermique, il faut avoir au moins  $\frac{eV}{k_B T} = 10$ , ce qui nous conduit à des températures comprises entre 60 et 250mK. Pour cette raison, l'échantillon sera inséré dans un cryostat à dilution  ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$ .

## 4.1 Cryogénie

L'insert de cryostat à dilution que nous utilisons a été réalisé au laboratoire durant la fin de première année de thèse. Sa température de base est 27mK, avec une puissance frigorifique de  $50\mu W$  à 100mK.

Le premier travail a été de réaliser la thermométrie de l'insert. Les trois étages basse température sont chacun équipés d'un thermomètre, à savoir des résistances commerciales de  $100\Omega$ <sup>1</sup> pour la boîte à 1,2K et de  $10\Omega$  pour le bouilleur et une oxyde de ruthénium  $RuO_2$  de  $3.2k\Omega$  pour la boîte de mélange. L'étalonnage de la résistance du bouilleur a été réalisé de 600mK jusqu'à 300K afin de pouvoir suivre la descente en température de l'ensemble. La  $RuO_2$  de la boîte de mélange est étalonnée de 30mK à 1.2K. Par la suite les échantillons ayant demandé de travailler à des températures supérieures, nous avons équipé la boîte de mélange d'un autre thermomètre  $RuO_2$  de résistance supérieure ( $6.410k\Omega$ ) offrant une plage de variation à plus haute température permettant son étalonnage de 800mK à 4K. Le bouilleur et la boîte de mélange sont équipés de jauges de contrainte servant de chauffage. On peut ainsi contrôler la température du bouilleur pour obtenir une puissance frigorifique optimale et réguler la température sur la boîte de mélange. Travailler à des températures de l'ordre de quelques dizaines de millikelvins requiert de porter une attention particulière à toutes les sources parasites susceptibles d'apporter de la puissance calorifique.

### Chauffage par les fils

Ainsi en premier lieu la lecture de température doit être réalisée dans des gammes de tension et de courant suffisamment faibles pour ne pas transformer la résistance thermométrique en chauffage...Nous utilisons un lecteur-régulateur LakeShore, qui offre des puissances de lecture (Tension \* courant appliqués) de quelques pico Watts. La circulation de courants haute fréquence peut également être une source de chauffage. Les fils de lecture des thermomètres et de chauffage sont donc filtrés en tête de cryostat. Enfin la conduction thermique par les fils doit être limitée entre les différents étages de l'insert à dilution. Tous les fils connectant les parties à température ambiante à la bride à 4K sont en constantan<sup>2</sup>. La partie thermométrie et chauffage est constituée de fils Manganin jusqu'à la boîte de mélange, avec une thermalisation à chaque étage. Enfin les fils de mesure des Squids, d'amenée de courant et de mesure de tension sont constitués par des multibrins en matériau supraconducteur entourés d'une gaine de cuivre-nickel, dont la conduction thermique est négligeable. De ce fait, la thermalisation à chaque étage est inutile, ces fils sont en continu de l'étage à 4K jusqu'à la boîte de mélange. Cependant ces mêmes fils sont insérés à l'intérieur de capillaires métalliques de la bride 4K jusqu'à la boîte de mélange (voir paragraphe 4.3). Le matériau retenu pour ces écrans est le Cu-Ni, un alliage plus ductile que l'inox, mais plus faiblement conducteur que le cuivre. Ces capillaires sont également thermalisés à chaque étage de la dilution.

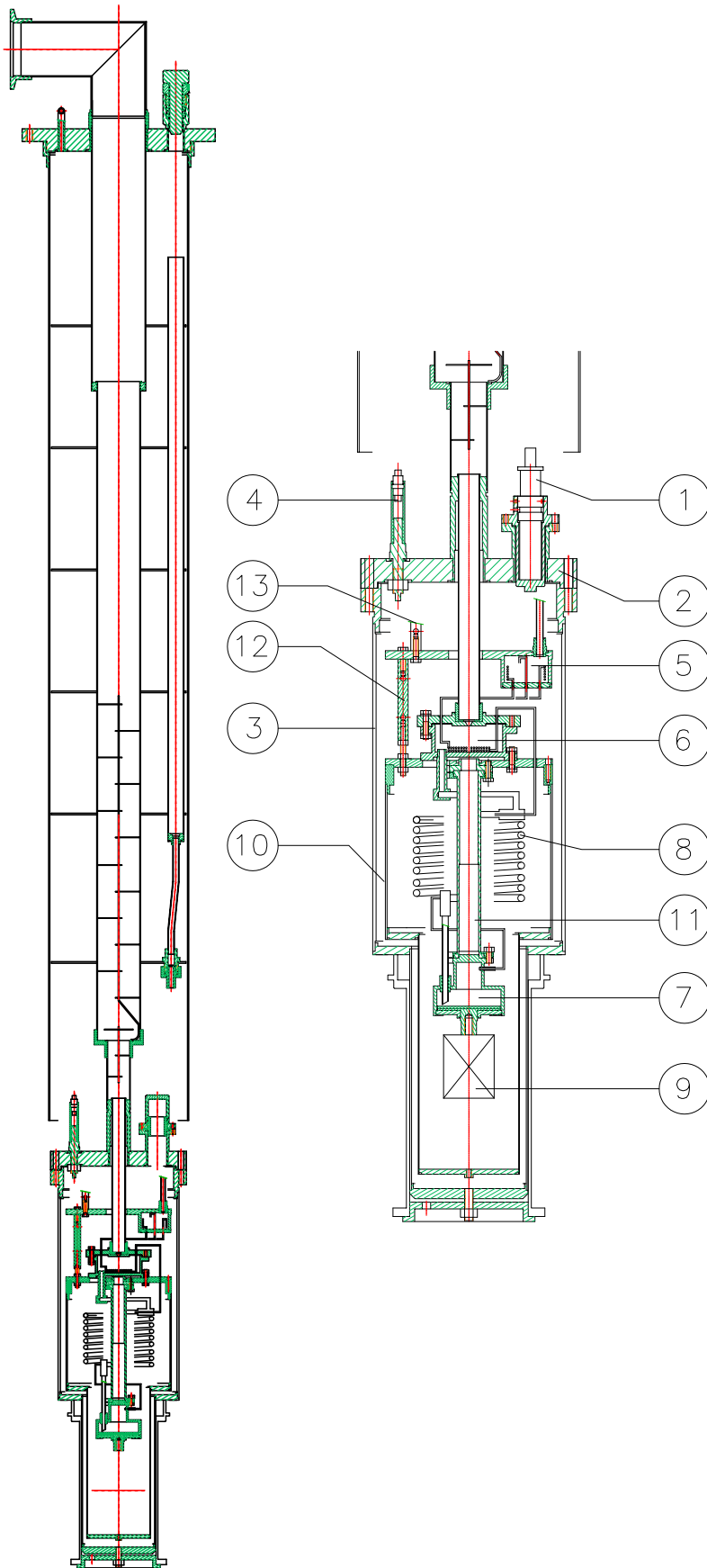
### Rayonnement

Tous les tubes de pompage et d'amenée des fils sont susceptibles de guider le rayonnement 300K jusqu'aux étages froids. Pour cela des écrans de cuivre thermalisés sur la

<sup>1</sup>les valeurs des résistances sont données à 300K

<sup>2</sup>alliage résistif de cuivre et de nickel,  $R \approx 40\Omega$  par mètre de fil.





**FIG. 4.1:** *Vue d'ensemble de l'insert à dilution. Les trois Squids sont situés dans un logement (1) sur la bride à 4K (2) à l'extérieur du calorimètre (3). Les fils de mesure supraconducteurs blindés par des capillaires étamés issus des Squids entrent à l'intérieur du calorimètre en traversant des passages étanches (4). Les capillaires sont thermalisés aux différents étages de la dilution : sur le plateau de la boîte à 1.2K (5), sur le bouilleur à 0.8K (6) et enfin sur la boîte de mélange (7). La partie (échangeur (8) + boîte de mélange (9)) est protégée du rayonnement 4K du calorimètre par un écran de cuivre (10). Les étages sont découplés thermiquement les uns des autres par des tubes en matière isolante (11), (12) et (13)*

bride à 4K sont disposés en sortie de chaque tube à l'intérieur du calorimètre. Le calorimètre, baignant dans l'hélium liquide, émet un rayonnement à 4K sur tous les étages. Un écran de cuivre thermalisé sur le bouilleur isole les deux étages les plus froids de ce rayonnement. Lequel écran de cuivre émet à son tour un rayonnement 0.8K dont le porte échantillon est protégé par l'ajout d'un écran thermalisé sur la boîte de mélange.

## 4.2 Principe de fonctionnement d'un picoampèremètre à SQUID

Les mesures de courant continu ou de fluctuations de courant sont réalisées à l'aide de trois Squids. Le coeur d'un Squid (SuperConducting QUantum Interference Device) est constitué d'une boucle en matériau supraconducteur interrompu par une ou plusieurs jonctions Josephson. Pour une revue récente, voir [117]. Il en existe deux familles : les Squids à radio-fréquence (RF) qui sont constitués d'une seule jonction Josephson et les Squids à courant continu (DC) qui comprennent deux jonctions Josephson. Nous avons choisi la deuxième catégorie car elle offre des niveaux de bruit inférieurs. Nous nous limitons dans la suite au principe de fonctionnement du Squid DC, pour le Squid RF voir par exemple [118].

Le Squid exploite la dépendance très sensible du courant critique de la boucle supraconductrice interrompue par les deux jonctions Josephson en fonction du flux qui la traverse. Pour cette raison le Squid est d'abord un magnétomètre d'une sensibilité exceptionnelle, permettant de détecter des variations de champ magnétique jusqu'à  $10^{-17}T$  dans les meilleures configurations. Si on couple à cette boucle une bobine, on peut alors transformer une variation de courant dans la bobine en variation de flux dans la boucle dont le rapport est donné par la mutuelle inductance, et changer ainsi le Squid en ampèremètre.

Voyons maintenant comment le flux est transformé en tension. Une jonction Josephson est formée par un supraconducteur interrompu par un lien faible. Ce lien faible peut être un contact ponctuel, une jonction tunnel (Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur ou Supraconducteur-Métal Normal-Supraconducteur) ou encore un micro-pont dont le courant critique est inférieur au courant de polarisation. La caractéristique  $V(I)$  d'une telle jonction présente une partie supraconductrice et une partie résistive séparées par une transition au niveau du courant critique de la jonction -voir figure 4.2. Toute variation de flux au niveau de la boucle induit un courant dans celle-ci. Si l'on polarise la jonction à un courant légèrement inférieur au courant critique, les variations de flux induisent une augmentation ou une diminution du courant critique (selon le sens du flux) et donc des variations périodiques de tension (de période le quantum de flux  $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2 \cdot 10^{-15} Tm^2$ , comme on peut le voir sur la courbe  $V(\Phi)$ ) aux bornes de la jonction. L'amplitude de la réponse en tension dépend évidemment du point de fonctionnement, on procède donc à un réglage du courant de polarisation à chaque nouvelle mise à froid du Squid. Un asservissement de la tension est réalisé en agissant sur le flux à l'aide d'une deuxième bobine, dite de rétroaction (en vert sur le schéma), de manière à fixer la tension dans un point particulier de la courbe  $V(\Phi)$ , typiquement dans un minimum de la caractéristique :  $\Phi = n\Phi_0/2$ . On parle de boucle à flux bloqué (Flux Locked Loop). Le courant de rétroaction donne ainsi accès au courant circulant dans la bobine de mesure.

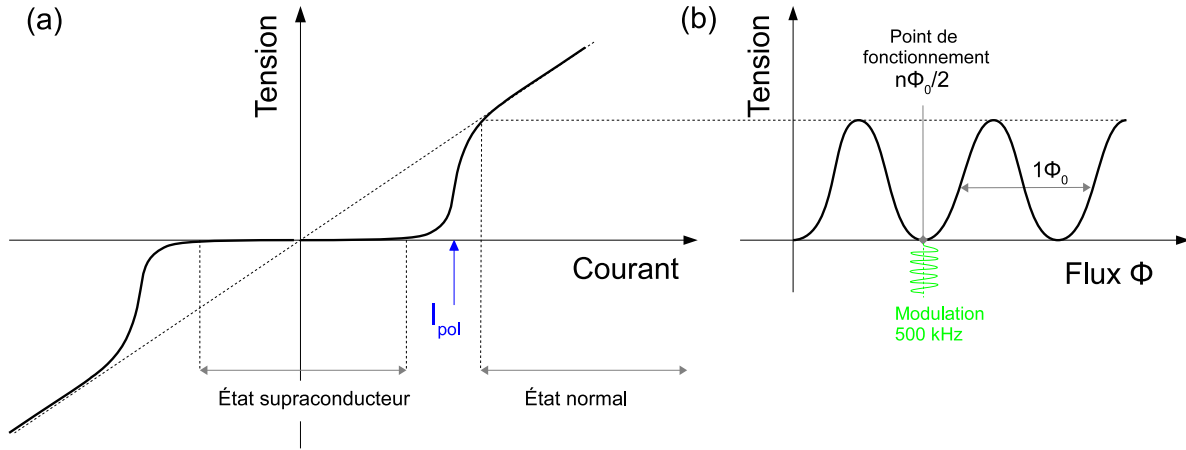


FIG. 4.2: (a) *Caractéristique Tension-Courant de la double jonction Josephson du Squid.* Le courant de polarisation est de l'ordre de grandeur du double du courant critique de chaque jonction. (b) *Caractéristique Tension-Flux du Squid.* Le point de fonctionnement est bloqué par la rétroaction dans un minimum de tension. Le flux de modulation fait osciller la tension autour de ce point d'équilibre.

Voyons enfin comment est réalisé l'asservissement. Un signal de modulation à  $f_m = 500kHz$  est appliqué sur la bobine de rétroaction, provoquant une oscillation de la réponse en tension du Squid à une fréquence qui dépend de la position dans la caractéristique  $V(\Phi)$  : Pour  $\Phi = n\Phi_0/2$ , la réponse en tension sera un signal de fréquence double  $2f_m$ . Pour toute variation du flux autour de cette position, la réponse en tension fera apparaître un signal de fréquence  $f_m$ . La réponse en tension est amplifiée d'abord à froid d'un facteur 5, puis par une chaîne d'amplificateurs à chaud. Le signal est appliqué ensuite à l'entrée d'une détection synchrone à la fréquence de modulation. La sortie de cette détection synchrone est non nulle pour une entrée à  $f_m$  et nulle pour une entrée à  $f_m/2$ . Ce signal constitue ainsi la rétroaction, qui après intégration et transformation en courant est réinjectée dans la bobine de rétroaction, de manière à compenser toute variation de flux et ramener le point de fonctionnement à  $\Phi_0/2$ .

Pour des variations de flux supérieures à  $\Phi_0/4$ , la rétroaction doit être suffisamment rapide pour ramener la tension au point de fonctionnement. Il peut arriver que de brusques variations de flux provoquent le décalage du point de fonctionnement de un ou plusieurs  $\Phi_0$ , créant alors des sauts de tension dans le signal enregistré par le Squid. Pour cette raison, une attention particulière doit être portée à protéger le Squid des perturbations magnétiques extérieures, comme nous allons voir ensuite. Malgré toutes les précautions prises, des rares sauts peuvent apparaître, mais comme il s'agit de multiples exacts de  $\Phi_0$ , il est facile de les corriger dans les courbes finales.

Les Squids que nous utilisons sont des Squids DC commerciaux de marque Quantum Design, pilotés par une électronique Tristan. L'électronique affiche une tension proportionnelle au courant qui parcourt la bobine de mesure via la mutuelle de la bobine M (en  $nA/\Phi_0$ ) et le gain G de l'électronique (en  $V/\Phi_0$ ).

$$I_{mes} = \frac{M}{G} \cdot V_{lue}$$

La mutuelle de chaque Squid est de l'ordre de  $200nA/\Phi_0$ , tandis que le gain peut varier de  $4V/\Phi_0$  à  $8mV/\Phi_0$  suivant le calibre de mesure sélectionné. Au maximum, le facteur

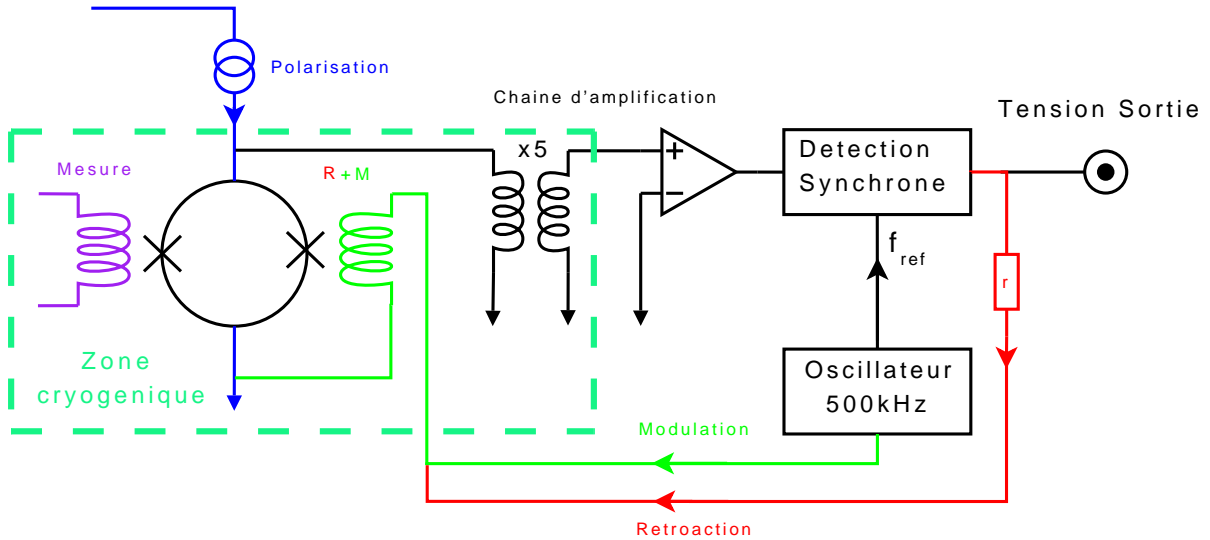


FIG. 4.3: Schéma de principe de la boucle de rétroaction du dispositif à Squid. La tension de la bobine est amplifiée à froid (\*5) puis à chaud, avant d'être lue par une détection synchrone à la fréquence de référence  $f_{ref} = 500kHz$ . La rétroaction (en rouge) est obtenue en transformant la tension de sortie en courant avec un rapport  $r = \frac{V}{I}$  et en l'injectant dans le circuit de modulation (en vert) jusqu'à la bobine B+M

de transformation G/M est donc d'environ  $50nA/V$  pour chaque Squid. La détection d'une tension de  $100\mu V$  étant facilement réalisable, on peut atteindre une sensibilité de quelques pico Ampères...d'où le titre de ce chapitre !

### 4.3 Trucs et astuces

Le Squid est un instrument de mesure extrêmement sensible aux signaux que l'on souhaite mesurer, mais en contrepartie aussi à tous les signaux parasites présents dans son environnement : ces parasites peuvent être de diverses origines, comme des fluctuations de flux magnétique, de courant, des vibrations mécaniques, etc... Un environnement insuffisamment protégé peut diminuer la réponse du Squid jusqu'à rendre le fonctionnement de la boucle de rétroaction impossible, et par là même le fonctionnement complet du Squid. Cette section décrit l'important travail expérimental qui a été nécessaire pour limiter au maximum ces influences et permettre un fonctionnement stable et reproductible de l'ensemble du dispositif de mesure.

#### Rayonnement électromagnétique

Pour des problèmes de puissance thermique, les trois Squids ont été installés sur la bride supérieure à l'extérieur du calorimètre, baignant dans l'hélium liquide (cf figure 4.1, les numérotations qui suivent s'y rapportent). Chaque Squid (1) est protégé par un capot supraconducteur en niobium. Cette configuration avec des Squids déportés pose le problème d'acheminer le signal depuis l'échantillon sans capter par effet d'antenne -favorisé par la longueur des fils- les parasites électromagnétiques qui baignent les fils de mesure. Les fils de mesure de chaque Squid sont constitués par une paire torsadée en matériau supraconducteur afin de ne rajouter aucune résistance parasite, la technique

du filtrage par ajout d'un filtre RC en série n'est pas possible. Ces fils doivent donc être protégés tout le long de leur trajet, de l'échantillon (9) sur la boîte de mélange du cryostat jusqu'à la bobine d'entrée du Squid. La paroi métallique du calorimètre (3), comme celle de l'écran de cuivre du bouilleur (10), ou encore celle de l'écran en laiton du porte-échantillon (9), protège des champs électriques et magnétiques extérieurs. Cette protection est cependant insuffisante. D'une part, un écran dans un de ces matériaux d'une épaisseur typique de 2mm n'est efficace que pour des rayonnements de fréquence supérieure au kHz. D'autre part, malgré les précautions prises à cet égard, les fils descendant depuis la tête de l'insert rayonnent des champs électromagnétiques à l'intérieur du calorimètre. Un tube de Cu-Ni étamé avec un mélange Pb-Sn constitue autour de chaque paire un écran métallique et supraconducteur ininterrompu du Squid jusqu'au porte-échantillon. D'autre part, pour éviter qu'ils n'apportent trop de bruit au circuit de mesure, tous les fils d'injection de courant ou mesure de tension sont torsadés et filtrés par des filtres RC en tête de cryostat, de la même manière que les fils de thermométrie.

### Vibrations mécaniques

Les vibrations mécaniques des fils induisent des courants parasites de même fréquence dans ces fils. Par exemple, on observe clairement l'apparition réversible d'un pic à 3kHz dans les spectres enregistrés par les Squids lors de la mise en route du pompage de la boîte à 1,2K. Pour limiter cette source de parasites deux solutions sont mises en oeuvre.

- Il faut d'une part découpler mécaniquement le cryostat de son environnement. Le vase est isolé des vibrations du sol par des coussins absorbants. Les pompes sont également une source importante de vibrations. Elles sont placées dans une autre salle et les tuyaux traversent plusieurs absorbants, dont un bac à sable. Enfin, on protège le vase des vibrations sonores en recouvrant toute sa périphérie d'un absorbeur acoustique. Ces précautions permettent de diminuer voire de supprimer bon nombre de pics sur les spectres, cependant une partie des vibrations est inévitable, comme celles provenant du fonctionnement de la boîte à 1,2K.
- On peut également limiter l'amplitude de vibration des fils. Les fils de mesure des Squids sont à l'intérieur des capillaires métalliques remplis de graisse qui fige leur position à froid. Les capillaires eux mêmes sont solidement fixés au bâti par les relais de thermalisation. La même méthode est employée pour les fils d'amenée de courant et de mesure de tension dans des gaines plastique.

# Chapitre 5

## Mesure

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>5.1</b> | <b>Principe de la mesure</b>                                | <b>66</b> |
| 5.1.1      | Le circuit  | 66        |
| 5.1.2      | Mesure de conductance                                       | 66        |
| 5.1.3      | Mesure de bruit   | 67        |
|            | Principe de fonctionnement d'un analyseur de spectre        | 67        |
|            | Acquisition des spectres                                    | 68        |
| 5.1.4      | Modélisation du circuit : comment extraire S12 des mesures? | 70        |
| <b>5.2</b> | <b>Étalonnage</b>   | <b>73</b> |
| 5.2.1      | Cas symétrique  | 74        |
| 5.2.2      | Cas Dissymétrique   | 76        |

---

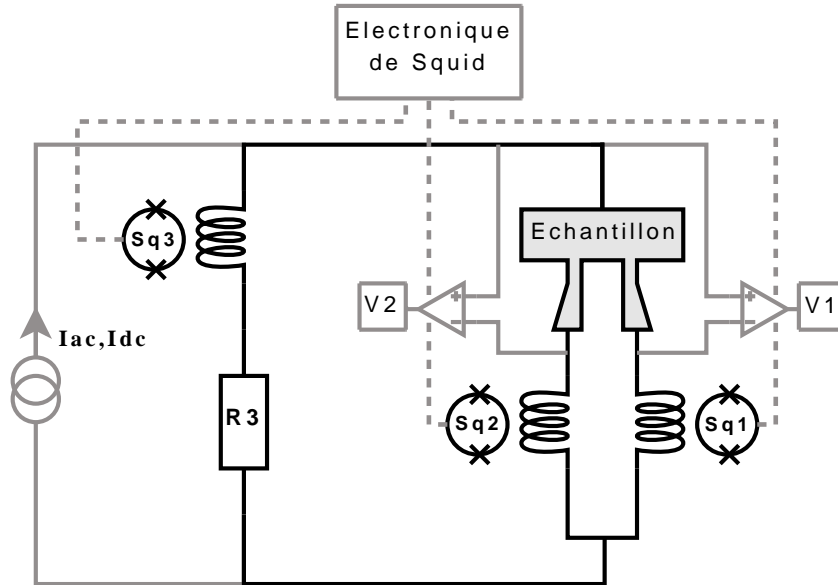


FIG. 5.1: *Vue schématique du circuit de mesure : L'ensemble formé par l'échantillon et la résistance constitue un circuit à trois branches. Un Squid mesure le courant circulant dans chaque branche. Des prises de tensions (V1 et V2) permettent de mesurer la résistance de chaque bras de l'échantillon. L'ensemble est déconnecté de la masse (mesure flottante) afin d'éviter les boucles de masse impliquant le bâti du cryostat.*

## 5.1 Principe de la mesure

### 5.1.1 Le circuit

Le circuit de mesure est un pont de résistances comprenant une résistance de référence  $R_3$  et l'échantillon à trois terminaux, formant trois branches en parallèle (cf fig. 5.1). Le courant dans chacune de ces branches est mesuré par un Squid. Un courant continu et/ou alternatif peut être appliqué. Afin d'éviter toute oscillation de mode commun par couplage avec la masse, les mesures sont réalisées en flottant. Tous les fils de connexion entre les différents éléments du montage sont supraconducteurs et n'ajoutent donc pas de résistance.

### 5.1.2 Mesure de conductance

Pour fonctionner, les Squids doivent être dans un état supraconducteur, qui est atteint en dessous d'une température de 4K. Pour une température supérieure à 4K, les Squids sont inutilisables et leur bobine d'entrée est résistive, ajoutant une résistance en série de l'ordre de  $22k\Omega$  dans chaque bras. Nous avons cependant besoin de mesurer l'impédance de chaque bras de l'échantillon au cours de la descente en température. Cette mesure est réalisée en polarisant avec un courant AC le circuit, par deux amplificateurs de tension (\*100 ou \*1000) dont la sortie est lue par une détection synchrone<sup>1</sup> à la même fréquence de référence. La polarisation est assurée par une source de courant faible bruit développée au laboratoire, pilotée en tension par la sortie de la même détection synchrone.

<sup>1</sup>Lock-in Stanford Research SR830

En dessous de 4K, on utilise les Squids pour la mesure de conductance. Appelons  $R_1, R_2$  et  $R_3$  les résistances respectives des bras 1, 2, et 3 (les bras 1 et 2 correspondant à l'échantillon et le bras 3 à la référence). Le courant de polarisation  $I_{total}$  se répartit dans les trois bras suivant les impédances de chacun des bras, de sorte que le courant dans le bras  $i$  s'écrit :

$$I_i = \frac{R_{jk}}{R_i + R_{jk}} \cdot I_{total}$$

Où  $R_{jk}$  désigne la résistance équivalente de  $R_j$  en parallèle avec  $R_k$ . On peut alors en déduire l'expression des résistances  $R_1$  et  $R_2$  en fonction des courants mesurés par les Squids (la valeur de  $R_3$  est connue et supposée constante en température et courant)

$$R_1 = \frac{V}{I_1} = R_3 \frac{I_3}{I_1} \quad \text{et} \quad R_2 = R_3 \frac{I_3}{I_2}$$

On bénéficie donc de la sensibilité des Squids pour la mesure de conductance, ce qui permet d'atteindre une précision de l'ordre du  $m\Omega$ .

### 5.1.3 Mesure de bruit

#### Principe de fonctionnement d'un analyseur de spectre

Les fluctuations de courant enregistrées par les trois Squids sont affichées sous forme de tension par l'électronique de Squid, puis envoyées sur l'entrée d'un analyseur de spectre (Stanford Research modèle SR830). La trace temporelle des fluctuations de tension  $\delta V(t)$  est échantillonnée à une fréquence de 262kHz, la fréquence maximale est donc limitée à 100 kHz pour respecter le critère d'échantillonnage de Shannon <sup>2</sup>. Cette trace est ensuite transformée en trace fréquentielle par transformée de Fourier. Parmi les modes d'affichages disponibles, ceux que nous utilisons sont le spectre de puissance (Power Spectrum) et le spectre de corrélations (Cross-Spectrum). Il est possible d'afficher les amplitudes en  $V^2/Hz$ , c'est à dire que les amplitudes sont normalisées par rapport à la fréquence en divisant par la bande passante du système.

$$\text{Spectre de puissance : } TF(\delta V_1(t)).TF^*(\delta V_1(t))$$

$$\text{Spectre de corrélations : } TF(\delta V_1(t)).TF^*(\delta V_2(t))$$

où  $TF(f(t))$  la transformée de Fourier appliquée à la fonction  $f(t)$ . Voyons à quoi correspondent ces quantités. Pour une fonction  $\delta V(t)$  nulle en dehors de l'intervalle  $[-T, T]$ , la puissance moyenne s'écrit :

$$\text{Puissance moyenne} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |\delta V(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |\delta V(t)|^2 dt$$

Le théorème de Parseval permet d'écrire :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |\delta V(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |TF(\delta V(t))|^2}_{\text{D.S.P.M.}} dw$$

---

<sup>2</sup>le théorème de Nyquist-Shannon stipule que l'on ne peut reconstituer un signal sans perte d'information qu'en l'échantillonnant au minimum à une fréquence double de la fréquence maximale contenue dans ce signal



On en déduit alors que pour un intervalle de temps suffisamment grand (ie pour un intervalle de fréquence suffisamment court) le spectre de puissance normalisé en fréquence affiché par l'analyseur de spectre n'est rien d'autre que la densité spectrale de puissance moyenne (DSPM), ou *bruit*, notée  $S_V(f)$  qui s'exprime par conséquent en  $V^2/Hz$ . De la même manière, on peut définir une quantité appelée densité spectrale de puissance de corrélation moyenne, ou *corrélations*, qui correspond au spectre de corrélations, notée  $S_V^{12}$ . Reste à établir le lien entre ces quantités et les quantités physiques que l'expérimentateur souhaite mesurer, à savoir :

$$\overline{|\delta V(t)|^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} |\delta V(t)|^2 dt$$

et

$$\overline{\delta V_1(t)\delta V_2^*(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} \delta V_1(t).\delta V_2^*(t) dt$$

Ces quantités sont la fonction d'autocorrélation  $AC(t, \tau) = \overline{\delta V(t)\delta V(t + \tau)}$  et la fonction d'intercorrélation  $XC(t, \tau) = \overline{\delta V_1(t)\delta V_2(t + \tau)}$  à  $\tau = 0$ . Ce lien est obtenu grâce au théorème de Wiener-Khintchine [119] : la fonction d'autocorrélation est égale, à un facteur 2 près, à la transformée de Fourier de la densité spectrale de puissance moyenne.

$$AC(t, \tau) = \frac{1}{2}.TF(S_V(f))$$

donc à  $\tau = 0$  :

$$AC(t, 0) = \overline{|\delta V(t)|^2} = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} S_V(f)df = \int_0^{+\infty} S_V(f)df = \int_0^{\Delta f} S_V(f)df$$

Avec  $\Delta f$  la bande passante du système. Pour une bande passante suffisamment courte telle que  $S_V(f)$  soit constant, on obtient alors :

$$S_V = \frac{\overline{|\delta V(t)|^2}}{\Delta f}$$

Le même type de relation est valable pour la fonction d'intercorrélation à  $\tau = 0$  et la transformée de Fourier de la densité spectrale de corrélation moyenne.

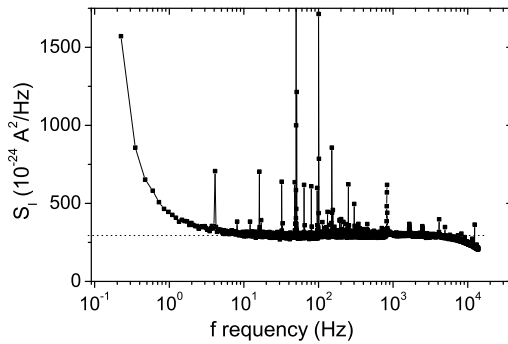
$$S_V^{12}(f) = \frac{\overline{\delta V_1(t)\delta V_2(t)}}{\Delta f}$$

Pour résumer avons montré que l'analyseur de spectre affichait les quantités que nous souhaitons mesurer, à savoir les fonctions d'auto et d'intercorrélation à  $\tau = 0$  et ramenées à la bande passante, autrement dit le bruit et les corrélations des courants circulant dans les Squids.

### Acquisition des spectres

Un spectre contient typiquement deux types d'informations : des pics parasites à des fréquences données qui nous renseignent sur l'origine de ces parasites, et un niveau moyen associé à la puissance de bruit blanc. Les bruits thermiques et de grenaille pouvant

être considérés comme blancs sur la plage de fréquence qui nous intéresse, notre mesure consiste à extraire ce niveau moyen. Afin de diminuer les contributions dues à toutes les perturbations aléatoires, un moyennage est réalisé par l'analyseur de spectre. Le temps de ce moyennage dépend évidemment du temps d'acquisition de chaque spectre, qui est lié, pour un nombre de points donné, à la largeur en fréquence du spectre - ou empan fréquentiel. Or, comme on peut le voir sur la figure 5.2, l'empan fréquentiel est limité au dessus de 10Hz par la remontée due au bruit en  $1/f$ , et en dessous de 10kHz par la coupure due au circuit : les bobines de mesure des Squids constituent des inductances de  $2 \mu\text{H}$ , que l'on met en série avec des résistances de l'ordre de  $0.1 \Omega$ . On en déduit une fréquence de coupure  $\frac{R}{2\pi L}$  de l'ordre de 10kHz. On choisira donc un empan fréquentiel de  $\Delta f_{span} = 3.2\text{kHz}$ . Calculons quantitativement le nombre de moyenne qu'il est possible



**FIG. 5.2:** *Aperçu d'un spectre typique enregistré par l'analyseur. On reconnaît un pic important à 50 Hz ainsi que ses harmoniques : 100Hz, 250Hz et 300Hz. On distingue une remontée à basse fréquence due au bruit en  $1/f$ , et une coupure vers 5kHz due à l'impédance du circuit.*

de réaliser : Le temps d'acquisition est égal au nombre de points mesurés fois le temps entre chaque point.

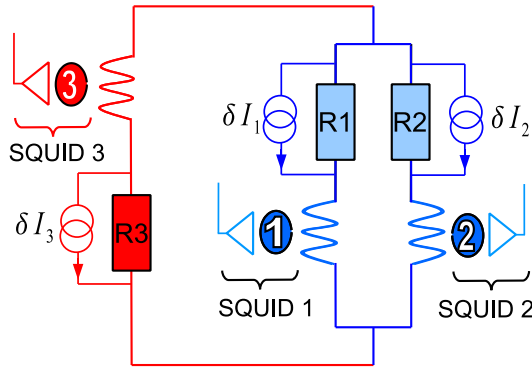
$$T_{acquis} = N_t \cdot \delta t$$

Or,  $\delta t$  est égal à l'inverse de la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ . De plus, d'après le critère de Nyquist-Shannon,  $N_t$  est égal au double du nombre de points contenus dans le spectre  $N_f$ , et la fréquence d'échantillonnage est le double de la fréquence maximale du spectre  $f_{max}$ . D'où

$$T_{acquis} = \frac{N_f}{f_{max}} \approx \frac{N_f}{\Delta f_{span}}$$

Par conséquent, pour un empan fréquentiel de 3.2kHz, un spectre de 800 points (de manière à avoir une résolution en fréquence de 4Hz) prendra 250ms. Dans ce cas, un nombre de 512 moyennes est raisonnable, l'acquisition prenant un peu plus de 2 minutes. La moyenne de ces 512 spectres est téléchargée via le port GPIB d'un ordinateur, le niveau moyen du spectre est extrait automatiquement par un programme qui élimine les principaux pics et réalise la moyenne sur toutes les fréquences.

En conclusion, nous avons vérifié jusqu'ici que notre matériel est effectivement capable de mesurer le bruit en courant qui traverse la bobine du Squid, et les corrélations en courant entre deux Squids, ce qui est rassurant pour la suite...



**FIG. 5.3:** Modélisation du circuit en terme de fluctuations. L'échantillon est simplifié en deux résistances en parallèle, la partie de résistance commune est intégrée dans la résistance de référence. A chaque résistance est associée une sources aléatoire de courant en parallèle.

### 5.1.4 Modélisation du circuit : comment extraire $S_{12}$ des mesures ?

Notre système, schématisé sur la figure 5.1, peut être décrit par un circuit dans lequel l'échantillon est modélisé par deux résistances en parallèle  $R_1$  et  $R_2$  (cf figure 5.3). Chaque résistance  $R_i$  génère des fluctuations de courant dans le circuit. Ces fluctuations peuvent être modélisées selon la représentation de Nyquist par une source de courant débitant en parallèle de la résistance  $R_i$  un courant  $\delta I_i$ , comme l'illustre la figure 5.3. Ces sources sont caractérisées par leur densité spectrale de bruit (ou bruit)  $S_i = \langle \delta I_i^2 \rangle / \Delta f$ . Par exemple, dans le cas d'un bruit purement thermique, cette densité s'écrit  $S_i = 4k_B T / R_i$ . On peut alors écrire le courant  $\delta I_{Sq}^i$  circulant dans le Squid  $i$  en fonction des trois sources  $\delta I_i$ ,  $\delta I_j$  et  $\delta I_k$ , pour  $\{i, j, k\} \in \{1, 2, 3\}$

$$\delta I_{Sq}^i = \frac{R_i}{R_i + R_{jk}} \delta I_i - \frac{R_{jk}}{R_i + R_{jk}} (\delta I_j + \delta I_k) \quad (5.1)$$

Avec  $R_{jk}$  la résistance équivalente de  $R_j$  en parallèle avec  $R_k$ . Notre objectif est de calculer les corrélations entre les deux bras de l'échantillon  $S_{12} = \langle \delta I_1 \delta I_2 \rangle / \Delta f$ . Voyons ce que donnent les corrélations mesurées par les Squids 1 et 2  $XC_{12}$  :

$$\begin{aligned} XC_{12} &= \frac{\langle \delta I_{Sq}^1 \delta I_{Sq}^2 \rangle}{\Delta f} \\ &= \alpha \mathbf{S}_1 + \beta \mathbf{S}_2 + \gamma \mathbf{S}_3 + \zeta \mathbf{S}_{12} + \eta \mathbf{S}_{13} + \theta \mathbf{S}_{23} \end{aligned}$$

Avec  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$  et  $\theta$  des constantes ne dépendant que des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ . On constate donc que les corrélations entre les Squids 1 et 2 *ne sont pas égales* aux corrélations entre les bras 1 et 2 de l'échantillon. A cause de la superposition des courants, les corrélations entre les deux Squids sont une superposition de tous les bruits et corrélations des résistances du circuit. De même pour les autres mesures réalisées par les Squids. Aussi, afin d'éviter toute confusion, nous insistons ci-dessous sur les notations choisies.

---

Dans toute la suite,  $S_k$  ( $S_{kl}$ ) désignera le bruit (les corrélations) de la résistance  $k$  (des résistances  $k$  et  $l$ ), tandis que le bruit *mesuré* sera désigné par des majuscules :  $AC_i$  pour le bruit mesuré par le Squid  $i$ , et  $XC_{ij}$  pour les corrélations mesurées par les Squids  $i$  et  $j$ . Par abus de langage, on parlera d'autocorrélation pour  $AC$  et d'intercorrélations pour  $XC$ .

---

Ces précisions étant faites, voyons comment nous pouvons extraire la grandeur qui nous intéresse, à savoir  $S_{12}$ , à partir des mesures des Squids. Commençons par écrire l'expression générale des bruits et corrélations mesurés par les Squids :

$$AC_i = \frac{\overline{\delta I_{Sqi}^2}}{\Delta f} = \frac{1}{(R_i + R_{jk})^2} [R_i^2 S_i + R_{jk}^2 (S_j + S_k + 2S_{jk}) - 2R_i R_{jk} (S_{ij} + S_{ik})] \quad (5.2a)$$

$$XC_{ij} = \frac{\overline{\delta I_i \delta I_j}}{\Delta f} = \frac{1}{(R_i + R_{jk})(R_j + R_{ik})} \left( (-R_i R_{ik} S_i - R_j R_{jk} S_j + R_{jk} R_{ik} S_k \right. \\ \left. + [R_i R_j + R_{jk} R_{ik}] S_{ij} + [R_{jk} R_{ik} - R_j R_{jk}] S_{jk} + [R_{jk} R_{ik} - R_i R_{ik}] S_{ik} \right) \quad (5.2b)$$

Avec  $S_i = \overline{\delta I_i^2}$  le bruit créé par la source  $i$ , et  $S_{ij}$  les corrélations entre les sources  $i$  et  $j$ . Ces équations se simplifient si l'on suppose que les fluctuations de la résistance  $R_3$  sont totalement décorrélées de celles des bras de l'échantillon, ie que  $S_{13} = S_{23} = 0$ <sup>3</sup>. Les trois équations donnant  $AC$  et  $XC$  s'écrivent alors, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} AC_1 \\ AC_2 \\ AC_3 \\ XC_{12} \\ XC_{13} \\ XC_{23} \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} [M] \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{23} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

avec  $M =$

$$\begin{bmatrix} R_1^2 (R_2 + R_3)^2 & (R_2 R_3)^2 & (R_2 R_3)^2 & -2R_1 R_2 R_3 (R_2 + R_3) & 0 & 0 \\ (R_1 R_3)^2 & R_2^2 (R_1 + R_3)^2 & (R_1 R_3)^2 & -2R_1 R_2 R_3 (R_1 + R_3) & 0 & 0 \\ (R_1 R_2)^2 & (R_1 R_2)^2 & R_3^2 (R_1 + R_2)^2 & 2(R_1 R_2)^2 & 0 & 0 \\ -R_1^2 R_3 (R_2 + R_3) & -R_2^2 R_3 (R_1 + R_3) & R_1 R_2 R_3^2 & R_1 R_2 (R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2 + 2R_3)) & 0 & 0 \\ -R_1^2 R_2 (R_2 + R_3) & R_1 R_2^2 R_3 & -R_3^2 R_2 (R_1 + R_2) & -R_1 R_2 (R_1 R_2 + R_1 R_3 - R_2 R_3) & 0 & 0 \\ R_1^2 R_2 R_3 & -R_1 R_2^2 (R_1 + R_3) & -R_3^2 R_1 (R_1 + R_2) & -R_1 R_2 (R_1 R_2 - R_1 R_3 + R_2 R_3) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice  $M$  permet d'obtenir les grandeurs (bruit et corrélations) mesurées par les Squids à partir des quantités que nous souhaitons connaître : les six inconnues que constituent les bruits des résistances et les corrélations des résistances entre elles. C'est donc l'inverse de cette matrice qui nous intéresse expérimentalement. Cependant, le déterminant de cette matrice est nul jusqu'à l'ordre 3 non inclus, ce qui signifie que nous

---

<sup>3</sup>Dans la configuration que nous avons adoptée, cette approximation se justifie pleinement,  $R_3$  étant une résistance macroscopique séparée spatialement de plusieurs centimètres de l'échantillon

n'avons que trois équations indépendantes. Ce résultat s'explique par la loi des noeuds qui impose que la somme des fluctuations circulant dans les trois branches soit nulle :

$$\delta I_{Sq1} + \delta I_{Sq2} + \delta I_{Sq3} = 0 \quad (5.4)$$

Les trois équations de courant 5.1 sont alors réductibles en deux équations indépendantes, à partir desquelles on ne peut obtenir que trois équations de AC ou XC indépendantes. Ce résultat signifie que seulement trois mesures sont nécessaires, et que l'on ne peut extraire que trois des six inconnues du système, en fonction des trois autres...Il faut donc *ajouter de l'information* à notre système.

Pour les raisons d'indépendance évoquées plus haut, deux des six inconnues- $S_{23}$  et  $S_{13}$  sont nulles. Ensuite la puissance de bruit générée par la résistance  $R_3$  est exclusivement d'origine thermique, on peut donc remplacer  $S_3$  par son expression  $\frac{4k_B T}{R_3}$ . Nous pouvons alors construire à partir de 5.3 un système simplifié de trois équations à trois inconnues, dans lequel les inconnues sont  $S_1, S_2$  et  $S_{12}$ . Nous choisirons les Squids 1 et 2 pour réaliser les trois mesures nécessaires, à savoir  $AC_1, AC_2$  et  $XC_{12}$ .

$$\begin{bmatrix} AC_1 \\ AC_2 \\ XC_{12} \end{bmatrix} = [M_{red}] \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{12} \end{bmatrix} + [V_3] \frac{4k_B T}{R_3} \quad (5.5)$$

On obtient les quantités qui nous intéressent en inversant le système :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_{12} \end{bmatrix} = [M_{red}]^{-1} \left( \begin{bmatrix} AC_1 \\ AC_2 \\ XC_{12} \end{bmatrix} - [V_3] \frac{4k_B T}{R_3} \right) \quad (5.6)$$

avec

$$[M_{red}]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(R_1+R_3)^2}{R_1^2} & \frac{R_3^2}{R_1^2} & \frac{2R_3(R_1+R_3)}{R_1^2} \\ \frac{R_3^2}{R_2^2} & \frac{(R_2+R_3)^2}{R_2^2} & \frac{2R_3(R_2+R_3)}{R_2^2} \\ \frac{R_3(R_1+R_3)}{R_1 R_2} & \frac{R_3(R_2+R_3)}{R_1 R_2} & \frac{R_1(R_2+R_3)+R_3(R_2+2R_3)}{R_1 R_2} \end{bmatrix}$$

et

$$V_3 = \frac{1}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} \begin{bmatrix} (R_2 R_3)^2 \\ (R_1 R_3)^2 \\ R_3^2 (R_1 + R_2)^2 \end{bmatrix}$$

### Utilité du troisième bras

Nous n'utilisons pour extraire les corrélations  $S_{12}$  que les mesures des Squids 1 et 2. Pourtant la troisième partie du système composé de  $R_3$  et du Squid 3 est indispensable à ce calcul. En effet, si nous nous passions du troisième bras, les équations 5.1 s'écriraient alors :

$$\delta I_{Sq1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \delta I_1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \delta I_2 = -\delta I_{Sq2}$$

La loi des noeuds relie directement les deux courants mesurés par les Squids. Le système n'est donc décrit que par une seule équation de courant et une seule équation de bruit :

$$\begin{aligned} AC_1 &= AC_2 = -XC_{12} \\ &= \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)^2 S_1 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 S_2 - 2\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 S_{12} \end{aligned}$$

Nous nous trouvons alors devant le même problème que précédemment : 3 inconnues  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_{12}$  avec une seule équation, avec cette fois impossibilité d'ajouter de l'information au système. Le troisième bras apporte une dimension supplémentaire au système sans ajouter d'inconnue : la puissance de bruit  $S_3$  est connue et les corrélations  $S_{13}$  et  $S_{23}$  sont nulles. Rajouter une résistance de référence permet donc d'ajouter un degré de liberté maîtrisé au système. Le troisième Squid permet de fournir une vérification du bon déroulement des mesures, comme on le verra dans la section suivante 5.2.

En réalité, lors de la mesure d'un niveau de bruit, il faut également prendre en compte les contributions de toutes les sources de bruit parasite (Squids, électronique, etc..) qu'on désigne par le terme générique de bruit intrinsèque de la manip, noté  $S^{manip}$ . Les calculs ci-dessus sont valables pour des niveaux de bruit intrinsèque nuls. En pratique, il faut donc remplacer dans l'équation 5.6 les  $AC_i$  et  $XC_{ij}$  par les niveaux normalisés à un bruit intrinsèque nul, soit  $AC_i - S_i^{manip}$  et  $XC_{ij} - S_{ij}^{manip}$ .

*Remarque :* Dans le cas d'un bruit purement thermique, les bruits mesurés par les Squids à une température  $T$  prennent une forme simplifiée, qui nous sera utile dans le chapitre Résultats :

$$AC_i = \frac{4k_B T}{R_i + R_{jk}} \quad (5.7)$$

où  $i, j, k \in 1, 2, 3$  et  $R_{jk}$  désigne la résistance équivalente formée par  $R_j$  en parallèle avec  $R_k$ .

En conclusion, pour extraire les bruits ( $S_1$  et  $S_2$ ) et les corrélations ( $S_{12}$ ) de l'échantillon, il faut obtenir les bruits et corrélations mesurés par les Squids 1 et 2 par une mesure de fluctuations. Il faut ensuite estimer puis soustraire de ces mesures le niveau de bruit intrinsèque, obtenir les résistances différentielles  $R_1$  et  $R_2$  par une mesure de conductance et enfin effectuer le produit matriciel 5.6.

Nous avons montré dans cette partie que la mesure réalisée par les Squids et l'analyseur de spectre ne donne pas accès directement aux bruits et corrélations des bras de l'échantillon. Ces dernières données sont obtenues à partir d'une combinaison des résultats de plusieurs mesures. On peut craindre que cette série d'opérations n'affecte la précision de la mesure. Nous allons voir dans la partie qui suit, au travers des premiers étalonnages, que la méthode est fiable.

## 5.2 Étalonnage

Les expériences d'étalonnage décrites dans cette section ont été pratiquées sur des résistances macroscopiques commerciales. La géométrie du circuit suit le modèle exposé sur la figure 5.3.

### 5.2.1 Cas symétrique

Dans la première série de mesures, nous avons choisi trois résistances identiques, telles que  $R_1 = R_2 = R_3 = R = 190m\Omega$  à température ambiante. Notre système est alors parfaitement symétrique, les trois bras se comportent de la même manière :

- du point de vue du bruit, celui-ci est purement thermique

$$S_1 = S_2 = S_3 = S = \frac{4k_B T}{R}$$

- du point de vue des corrélations, les résistances sont indépendantes

$$S_{12} = S_{13} = S_{23} = 0$$

Les équations 5.2 prennent alors une forme simplifiée :

$$AC_1 - S_1^{exp} = AC_2 - S_2^{exp} = AC_3 - S_3^{exp} = \frac{2}{3}S \quad (5.8a)$$

$$XC_{12} - S_{12}^{exp} = XC_{13} - S_{13}^{exp} = XC_{23} - S_{23}^{exp} = -\frac{1}{3}S \quad (5.8b)$$

Les mesures de bruit AC et de corrélations XC reproduisent parfaitement le comportement attendu (cf. figure 5.4). La déviation standard <sup>4</sup> est de  $5 * 10^{-25}A^2/Hz$ , ce qui conduit à une erreur de l'ordre de  $1m\Omega$  sur la résistance. Les six pentes donnent  $R=194.7m\Omega \pm 1m\Omega$ , ce qui est conforme à ce que l'on obtient par les mesures de conductance à 4K. De plus, par extrapolation à température nulle, on obtient les bruits intrinsèques des différentes mesures  $S_1^{exp}$ ,  $S_2^{exp}$ ,  $S_3^{exp}$ ,  $S_{12}^{exp}$ ,  $S_{13}^{exp}$ , et  $S_{23}^{exp}$ . Ceux-ci sont tous inférieurs à  $2.10^{-24}A^2/Hz$ , soit  $7\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$ , c'est à dire de l'ordre de grandeur du bruit intrinsèque du Squid non connecté et de son électronique <sup>5</sup>. Nous sommes donc dans des conditions de mesures optimales, où le niveau de bruit résiduel atteint sa limite inférieure. Bien que seules trois mesures soient nécessaires pour résoudre l'équation 5.6, nous réalisons systématiquement les six mesures  $AC_i$  et  $XC_{ij}$  afin de tester la conservation du courant pour le deuxième moment des fluctuations. Celle-ci découle immédiatement de l'équation 5.4 et s'écrit :

$$AC_1 + AC_2 + AC_3 + 2(XC_{12} + XC_{13} + XC_{23}) = 0 \quad (5.9)$$

Le calcul de cette quantité n'est pas indispensable, mais permet de vérifier le bon déroulement de la mesure <sup>6</sup>. Ce test est réalisé après soustraction des bruits intrinsèques, il est représenté sur la figure 5.4 par les étoiles noires centrées autour de l'ordonnée 0. Là encore, la correspondance avec les prédictions est correcte, avec un écart type autour de 0 de  $0.5 * 10^{-24}A^2/Hz$ .

<sup>4</sup>la déviation standard de N points expérimentaux  $y_i^{exp}$  par rapport au modèle  $y_i^{th}$  est définie par  $SD = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i^{exp} - y_i^{th})^2}$

<sup>5</sup>qui est de  $1.5.10^{-24}A^2/Hz$  soit  $6.5\mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$

<sup>6</sup>par exemple un "saut" de Squid dû à une perturbation extérieure occasionnera un décalage dans la mesure des fluctuations qui sera immédiatement détecté lors du test de conservation 5.9

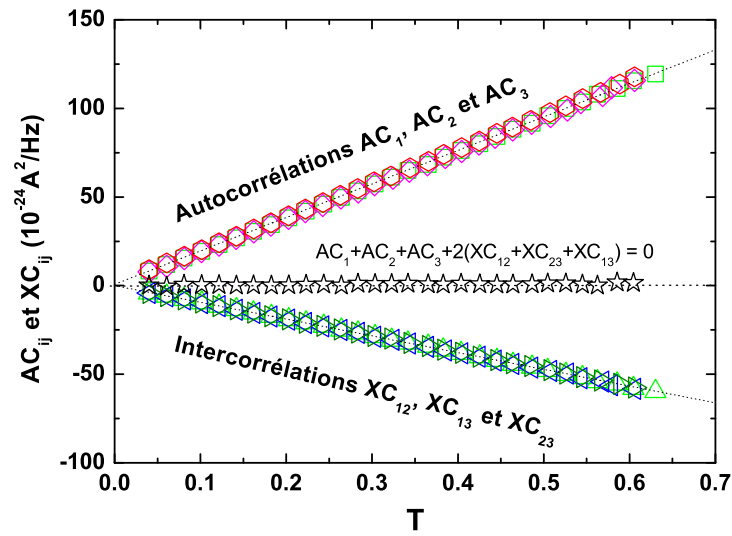


FIG. 5.4: *Bruits et corrélations mesurés par les Squids et tracés en fonction de la température. Les données expérimentales sont en excellent accord avec les équations 5.8 représentées par les deux droites en pointillés. On trouve par extrapolation @ $T=0K$ ,  $S_{manip} < 2.10^{-24} A^2/Hz$  pour les six droites, ce qui est du même ordre que le bruit intrinsèque d'un Squid et de l'électronique. La conservation du courant est bien respectée pour les fluctuations (étoiles noires), avec un écart type autour de 0 de  $0.5 * 10^{-24} A^2/Hz$*



### 5.2.2 Cas Dissymétrique

Nous avons réalisé une deuxième mesure d'étalonnage dans les conditions que nous voulons atteindre avec un échantillon, à savoir  $R_3 \ll R_1, R_2$ . Pour cela, nous choisissons des résistances macroscopiques telles que  $R_1 = R_2 = 0.80\Omega$  et  $R_3 = 0.10\Omega$  à 300K. Cette fois nous attendons un comportement symétrique des deux bras de l'échantillon. D'autre part, dans la limite où  $R_3 \ll R_1, R_2$ , l'équation 5.3 se simplifie et devient :

$$\begin{aligned} AC_1 &= S_1 & AC_2 &= S_2 & AC_3 &= S_1 + S_2 + 2S_{12} \\ XC_{12} &= S_{12} & XC_{13} &= -S_2 - S_{12} & XC_{23} &= -S_1 - S_{12} \end{aligned}$$

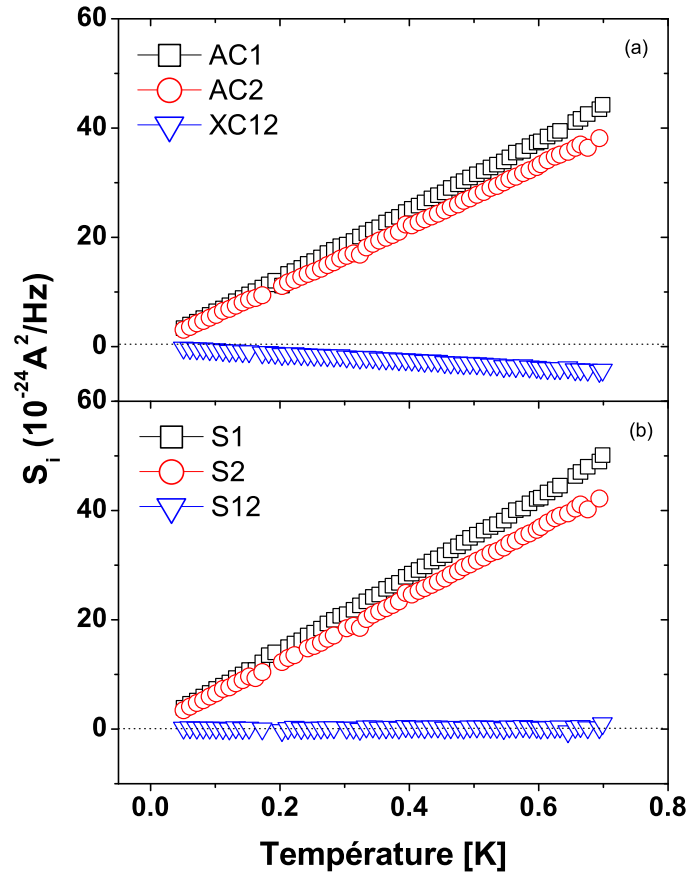
Dans ce cas, les mesures de bruit  $AC_i$  et de corrélations  $XC_{ij}$  donnent directement accès aux quantités recherchées ( $S_k$  et  $S_{kl}$ ). Nous allons voir cependant que les rapports de résistance choisis sont insuffisants pour justifier ce passage à la limite.

Comme dans la première série de mesures, nous avons enregistré les bruits  $AC_i$  et corrélations  $XC_{ij}$  en fonction de la température. On obtient six droites desquelles on peut extraire les valeurs des résistances  $R_1 = 0.78\Omega$ ,  $R_2 = 0.87\Omega$ ,  $R_3 = 0.13\Omega$ . La différence de 10% entre les valeurs de  $R_1$  et  $R_2$ , de même que les 30 mΩ excédentaires de  $R_3$ , provient de résistances parasites apparaissant au niveau des soudures. La valeur de ces résistances parasites est confirmée par les mesures de conductance. Sur la figure 5.5 sont tracées les bruits ( $AC_1$  et  $AC_2$ ) et les corrélations  $X_{12}$  des Squids 1 et 2. On constate au premier coup d'oeil que les corrélations  $XC_{12}$  sont non nulles. Cela signifie que  $XC_{12}$  n'est pas tout à fait égal à  $S_{12}$ , donc l'approximation  $R_3 \ll R_1, R_2$  n'est pas valable dans ce cas <sup>7</sup>. Il faut donc passer par l'équation 5.6 pour extraire les bruits  $S_1$  et  $S_2$  et les corrélations  $S_{12}$ . Le résultat du calcul est représenté sur la partie (b) du graphe 5.5. On constate que les corrélations entre les deux résistances indépendantes  $R_1$  et  $R_2$  sont bien nulles. Les bruits obtenus  $S_1$  et  $S_2$  sont conformes à la loi thermique  $\frac{4k_B T}{R_1}$  et  $\frac{4k_B T}{R_2}$ , avec un écart type à la loi de  $1.10^{-24} A^2/Hz$ .

En conclusion, les deux séries d'étalonnages que nous avons menés ont permis de quantifier les performances du dispositif pour la mesure de bruit et de corrélations. Le travail expérimental réalisé a permis d'atteindre des niveaux de bruit parasite très faibles, proches de la limite imposée par les électroniques. L'utilisation des Squids offre une sensibilité élevée en détection de bruit ou de corrélations, de l'ordre du  $(pA)^2/Hz$ .

---

<sup>7</sup>Un simple calcul permet de se rendre compte que dans notre cas, il faudrait que  $R_3$  soit au moins dix fois plus faible pour que la pente de  $XC_{12}$  soit noyée dans l'incertitude, qui est ici encore de  $10^{-24} A^2/(HzK)$ .



**FIG. 5.5:** Résultats de la deuxième série de mesures d'étalonnage (a) Auto et intercorrélations des Squids 1 et 2 en fonction de la température après soustraction des bruits intrinsèques  $S^{manip}$ . Comme dans la première série de mesure, l'évolution est linéaire conformément à la loi thermique. La différence de pente entre  $AC_1$  et  $AC_2$  est imputable à des résistances parasites qui s'ajoutent aux résistances d'étalonnage et dissymétrisent les deux bras. A partir des pentes, on obtient  $R_1 = 0.78\Omega$ ,  $R_2 = 0.87\Omega$ ,  $R_3 = 0.13\Omega$ . (b) Puissances de bruit et de corrélation des résistances 1 et 2, extraites de la courbe (a) à l'aide de l'équation 5.6. La puissance de corrélation  $S_{12}$  entre les deux résistance 1 et 2 est bien nulle.



# Chapitre 6

## Résultats préliminaires

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>6.1</b> | <b>Fabrication d'échantillons . . . . .</b>        | <b>80</b> |
| 6.1.1      | Échantillons de Niobium . . . . .                  | 80        |
| 6.1.2      | Échantillons d'aluminium . . . . .                 | 81        |
| <b>6.2</b> | <b>Première série de mesures : Nb-Au . . . . .</b> | <b>82</b> |
| <b>6.3</b> | <b>Deuxième série de mesures : Al-Cu . . . . .</b> | <b>83</b> |

---

## 6.1 Fabrication d'échantillons

<sup>1</sup> Comme nous l'avons discuté dans la section 3.2.4, nous avons choisi de commencer par fabriquer des échantillons supraconducteur-métal normal à trois terminaux en  $\Pi$ . Le cahier des charges de ces échantillons est le suivant :

- faible impédance (inférieure à quelques Ohms), donc bonne interface métal normal/supraconducteur.
- distance entre les bras de l'ordre de la longueur de cohérence du supraconducteur  $\xi_S$ .
- longueur des bras inférieure à la longueur de cohérence de phase : nous devons donc utiliser des bons conducteurs comme Ag, Cu ou Au. Cette longueur est de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$  dans les métaux que nous utilisons.

La difficulté pour obtenir une bonne interface entre deux métaux est d'éviter la présence d'oxyde créant une barrière. Plusieurs solutions sont possibles : cet oxyde apparaissant au contact avec l'air, on peut réaliser une bicouche par dépôt *in situ*. Il faut ensuite définir la forme de l'échantillon par une série d'opération comprenant gravures sélectives et lithographies. Ces multiples opérations peuvent avoir pour effet de dégrader l'interface par diffusion atomique, comme nous avons pu le constater sur une première série d'échantillons Nb/Cu. Il est également possible de déposer la première couche, réaliser les opérations nécessaires pour définir sa forme puis décaper la surface dans le bâti de dépôt avant de déposer la deuxième couche pour éliminer l'oxyde. Cette méthode permet de limiter le nombre d'étapes après dépôt de la deuxième couche, mais demande de pouvoir décaper dans un bâti de dépôt, moyen dont nous ne disposons pas nécessairement au laboratoire. Enfin, une dernière méthode consiste à définir la forme de l'échantillon lors d'une évaporation sous angle. Cette technique évite toute opération après le dépôt et offre l'avantage un dépôt *in situ* de la bicouche, ce qui doit garantir une interface optimale. C'est cette méthode que nous avons retenu pour notre deuxième série d'échantillons.

### 6.1.1 Échantillons de Niobium

Afin de tester la mesure de corrélations dans une jonction S-N, nous avons réalisé une première série d'échantillons en utilisant le Nb comme supraconducteur. L'intérêt du Nb est la possibilité de le graver sélectivement sans endommager la couche de métal dessous (le cuivre ou l'or), ce qui facilite grandement les étapes de fabrication. La longueur de cohérence du Nb est au mieux de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres, ce qui est bien plus faible que la résolution que nous pouvons atteindre. Nous ne nous attendons donc pas à une mesure de corrélation positive, ces échantillons s'inscrivent plutôt dans la suite de l'étalonnage, et dans un but d'étudier l'interface entre le supraconducteur et le métal. Le métal normal choisi est de l'or épitaxié<sup>2</sup> pour lequel nous espérons une meilleure longueur de cohérence de phase que dans le cuivre dont nous disposons. L'intérêt de l'or est l'absence théorique d'oxyde de surface, qui dispense de l'étape de décapage avant dépôt du supraconducteur. Le point de départ est une couche d'or épitaxié de  $1000 \text{ \AA}$  sur

---

<sup>1</sup>pour plus de détails sur les techniques utilisées, voir par exemple la thèse de mon prédécesseur, Christian Hoffmann [120]

<sup>2</sup>échantillon réalisé au LPN à Marcoussis pour une collaboration avec Claude Chapelier sur un projet de mesure de l'effet de proximité dans des structures balistiques avec un microscope à effet tunnel

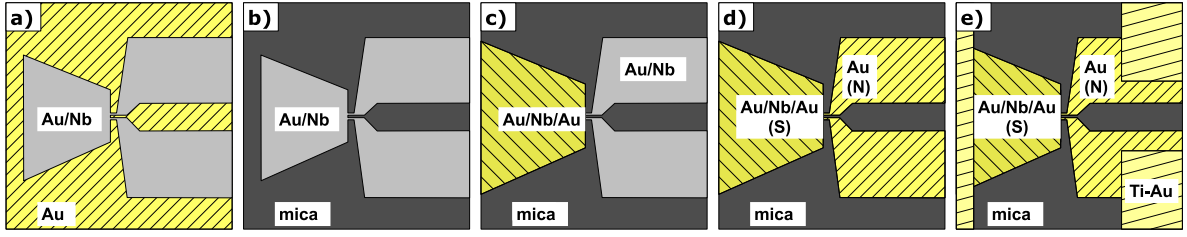


FIG. 6.1: *Étapes de fabrication des échantillons Nb sur Au épitaxié*

un substrat de mica (voir image STM sur la figure 6.2). Les étapes de fabrication, sont les suivantes (voir figure 6.1) :

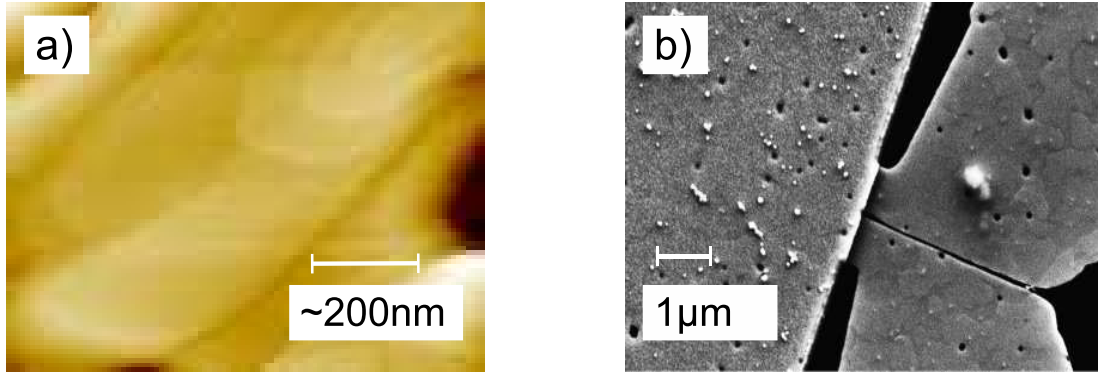
1. Définition de la forme générale (S+N) de l'échantillon par lithographie électronique sur PMMA (résine électro-sensible).
2. Dépôt par pulvérisation cathodique de 1000 Å de Nb et lift-off : on obtient l'échantillon en bicouche Nb sur Au (a).
3. Gravure de l'or à l'usineur ionique. Le Nb, qui présente une vitesse de gravure plus faible, sert de masque (b).
4. Dépôt d'une fine couche (flash) de Nb pour faciliter l'observation au microscope électronique à balayage (MEB).
5. Deuxième lithographie électronique sur PMMA sur la partie S de l'échantillon <sup>3</sup>
6. Dépôt de 500 Å d'or par évaporation au canon à électrons, puis lift-off (c).
7. Gravure ionique réactive du Nb sur les bras. Le Nb de la partie S est protégé par l'or (d). La réflectivité de l'or est assez différente de celle du Nb, ce qui permet une détection précise de la fin de gravure par une mesure optique.
8. Enfin, lithographie optique des plots de contact, dépôt de Ti/Au et lift-off (e).

Au final, notre échantillon se compose d'une partie supraconductrice formée par une bicouche Au/Nb 1000Å/ 1000Å en dessous d'une couche d'Or de 500Å, et d'une partie normale constituée par la couche d'or épitaxié de 1000Å. Le système d'insolation électronique dont nous disposons permet d'atteindre une séparation entre les bras de 200nm, mais en jouant sur l'insolation de la résine, on peut obtenir une séparation plus faible (sur-insolation), entre 50 et 100 nm (voir figure 6.2).

### 6.1.2 Échantillons d'aluminium

Le deuxième type d'échantillons utilise l'aluminium comme supraconducteur et le cuivre comme métal. La géométrie est identique aux précédents échantillons. Cette fois, la distance entre les bras en métal normal  $d$  est de l'ordre de la longueur de cohérence supraconductrice ( $\xi_S^{Al} \approx 200$  nm et  $d=130$ nm). Ces échantillons ont été fabriqués par Hervé Courtois au CNRS/Institut Néel. La technique de fabrication est l'évaporation sous angle : une première lithographie électronique sert à définir un masque de résine suspendu. L'étape d'évaporation avec un canon à électrons permet de définir les deux parties de l'échantillon (S et N) en jouant sur l'angle sous lequel le substrat reçoit l'évaporation. La difficulté d'une telle méthode est que tous les motifs sont créés en double, une fois en supraconducteur, une fois en métal normal, par un effet d'ombrage (voir figure

<sup>3</sup>Pour la deuxième lithographie, un repositionnement est opéré avec une précision d'environ 500nm



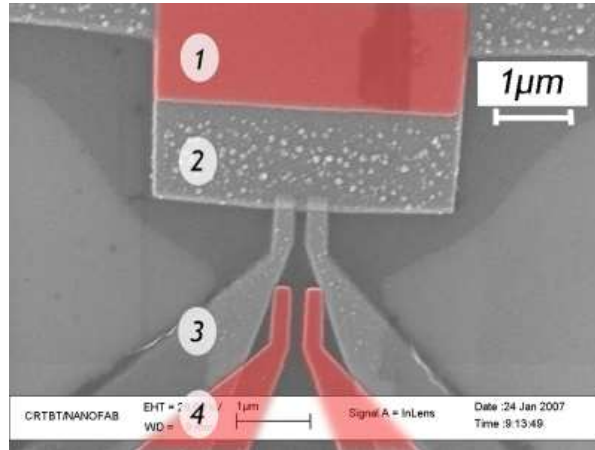
**FIG. 6.2:** (a) Image par microscopie tunnel (STM) de l'or épitaxié [121] : On aperçoit en haut à droite des terrasses atomiques d'une centaine de nm de large, signe de la qualité de la surface. (b) Image par microscopie électronique à balayage (MEB) de l'échantillon Nb(1000 Å) /Au(1000 Å) : La largeur des bras normaux est de 750 nm, tandis que la séparation entre les bras est de l'ordre de 100nm.

6.3). La conséquence est qu'une couche de supraconducteur est déposée sur les réservoirs normaux, créant au final une jonction supraconducteur-métal normal-supraconducteur (SNS) plutôt que SN. Si la longueur  $L$  du métal normal est suffisamment faible ( $L < L_{\Phi}$ ), un courant supraconducteur peut s'établir entre les deux portions d'aluminium par effet Josephson [120]. En pratique, les deux dépôts ont été réalisés avec un décalage  $L$  maximum afin de limiter le plus possible les effets de couplage entre les deux supraconducteurs.

## 6.2 Première série de mesures : Nb-Au

Une première caractérisation de l'échantillon passe par la mesure de sa résistance  $R$  en fonction de la température. Cette résistance est mesurée en appliquant une petite excitation alternative  $\delta I$  de l'ordre de la centaine de nA et en mesurant les courants dans les trois Squids. La résistance de chaque bras est de l'ordre 0.5 K au dessus de 8K. Les conditions de mesures sont donc favorables ( $R_1$  et  $R_2 <$  quelques Ohms). La transition supraconductrice du Nb est visible autour de 8K, ce qui garantit que le courant passe par le supraconducteur. En dessous de cette température, on s'attend à voir la résistance diminuer à cause de l'effet de proximité qui s'étend dans l'or quand la température descend. Cependant, la résistance des bras n'évolue plus en dessous de 8K, sauf une très faible remontée de 0.2 % en dessous de 1K.

Dans un deuxième temps, nous avons mesuré l'évolution de la résistance différentielle  $R_{diff}$  d'un des bras (bras 1 sur les courbes 6.5) avec la tension aux bornes de l'échantillon. A basse tension, une remontée de  $R_{diff}$  apparaît, qui peut être attribuée à de la réentrance. Cependant, ne pouvant appliquer de champ magnétique dans ce dispositif, nous ne pouvons tester s'il s'agit d'un effet cohérent type réentrance. Quoi qu'il en soit, l'absence d'effet de proximité dans la mesure  $R(T)$  rend cette hypothèse peu probable. Il est tentant de rapprocher cette remontée de résistance à basse tension ( $V < 5\mu V$ ) de la remontée enregistrée à basse température ( $T < 1K$ ). Néanmoins, une température de 1K correspond à une tension  $V = k_B T / e = 86\mu V$ , ce qui est beaucoup trop grand. Si la chute de tension s'effectue en partie en amont ou en aval de l'échantillon, on peut



**FIG. 6.3:** Image par microscopie électronique à balayage (MEB) de l'échantillon  $S/N$   $Al(1000\text{\AA}) / Cu(500\text{\AA})$  : Les bras mesurent environ  $350\text{nm}$  de large sur  $500$  de long, la distance entre les bras est de  $130\text{nm}$ . Par effet d'ombrage (en rouge), le supraconducteur est en partie recouvert par son ombre en métal normal (1). De même côté métal normal, le cuivre recouvre en partie son ombre en aluminium. L'échantillon se compose donc d'un supraconducteur formé par une bicouche  $Cu/Al$  (1) puis une couche d' $Al$  (2), et d'un métal normal en  $Cu$  (3), recouvrant au niveau des réservoirs une couche d' $Al$  (4). La distance entre les deux zones supraconductrices (2) et (4) est supérieure à  $2$  microns, de manière à réduire au maximum le courant Josephson apparaissant dans les jonctions SNS.

alors comprendre pourquoi la température donne une tension trop grande. Mais dans le cas présent, il faudrait que la tension aux bornes de l'échantillon soit plus grande que la tension totale mesurée... Il n'existe donc apparemment aucun lien entre ces deux comportements.

En conclusion, l'absence d'effet de proximité indique une mauvaise interface entre le supraconducteur et le métal normal. Seuls de très faibles effets ont été observés. Ces effets attestent toutefois de la sensibilité de la mesure : la résolution en résistance est meilleure que le  $m\Omega$ . Nous sommes donc passés à l'étude des jonction  $Al/Cu$ , dont nous connaissons par expérience la qualité de l'interface<sup>4</sup>.

### 6.3 Deuxième série de mesures : Al-Cu

Comme pour la première série, nous commençons par mesurer la résistance totale de l'échantillon en fonction de la température. La figure 6.6 montre un  $R(T)$  réalisé sur un autre échantillon du même type, étudié plus tard ( $AlCu \# 2$ ). Comme le montre l'image MEB 6.3, l'échantillon comprend des zones supraconductrices différentes. La résistance montre une première variation autour de  $1K$  suivie d'une deuxième vers  $600mK$ . Nous attribuons le premier saut à la transition supraconductrice de la couche d'aluminium lorsqu'elle n'est pas en contact avec le cuivre. La deuxième transition apparaît à plus basse température à cause de l'effet de proximité inverse qui diminue la température de transition de la bicouche  $Cu/Al$  [122]. En dessous de  $T \sim 250mK$ , la résistance diminue à cause de l'effet de proximité qui se propage dans les bras normaux. L'affaiblissement

<sup>4</sup>des mesures antérieures à cette thèse ont été réalisées dans le laboratoire sur des échantillons  $Al/Cu/Al$  produits de la même manière [120]



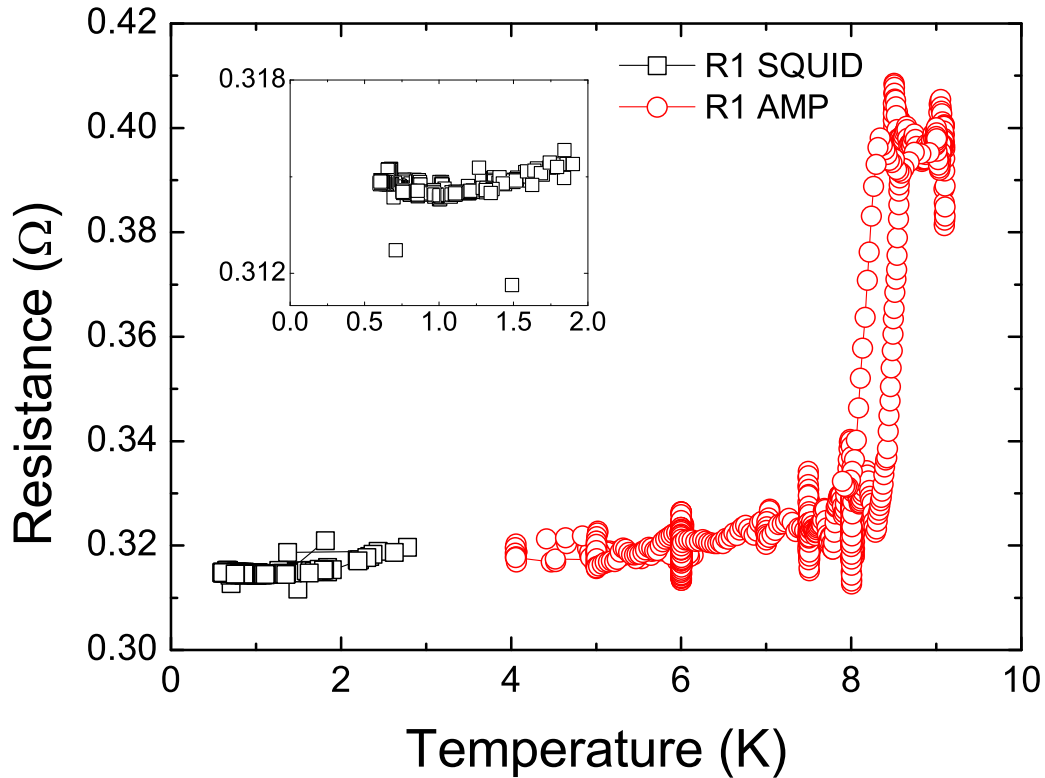


FIG. 6.4: *Résistance du bras 1 en fonction de la température* : Au dessus de 4K (en rouge), la mesure est faite à l'aide d'amplificateurs de tension, tandis qu'en dessous (en noir) on utilise les Squids. La transition autour de 8K correspond à celle du Nb massif. Pour  $T < 8K$ , la résistance reste sensiblement constante, même en dessous de 2K comme le montre l'insert.

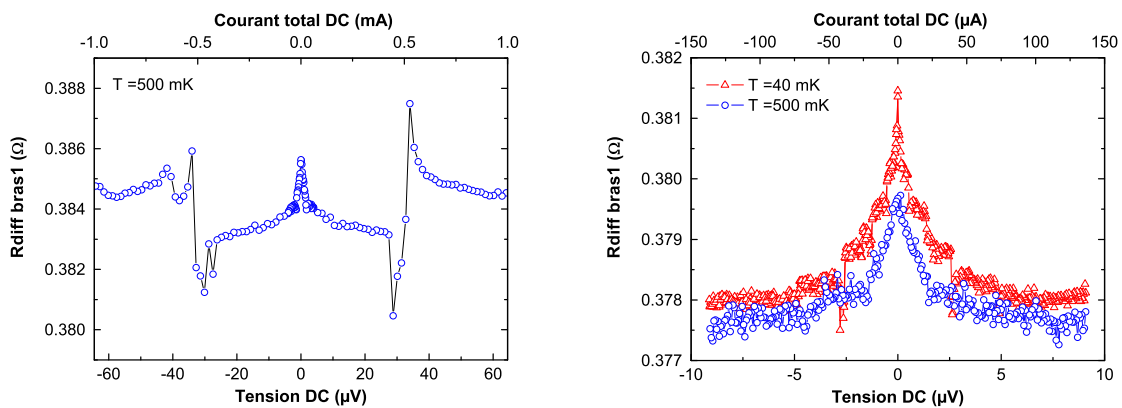


FIG. 6.5: *Résistance différentielle en fonction de la tension* : A gauche, pour de fortes tensions : Le saut autour de  $V = \pm 30\mu V$  est dû à une transition supraconductrice. Une remontée de  $R_{diff}$  apparaît à basse tension. A droite, même courbe centrée autour de la remontée à basse tension pour deux températures : la remontée se renforce quand la température baisse, mais reste un effet de très faible amplitude, inférieur au % :  $\Delta R_{diff} = 3m\Omega$

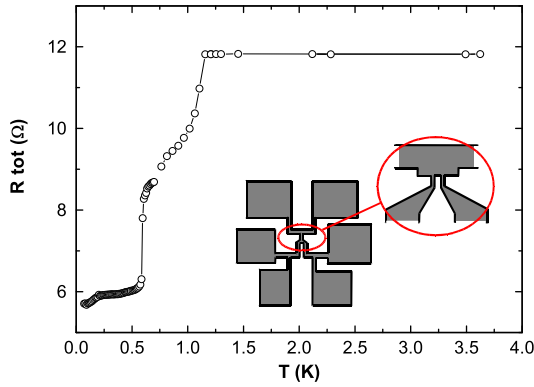


FIG. 6.6: *Résistance totale en fonction de la température* : La première transition à 1.1K provient de la monocouche d'Al. La deuxième, à 0.6K, est celle de la bicouche Al/Cu. L'effet de proximité se fait sentir en dessous de 250mK. En insert : circuit de connexion de la jonction. Les pistes de connexion sont responsables de résistances parasites en amont et en aval de la jonction.

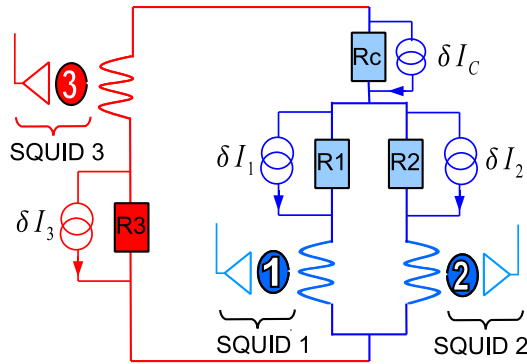
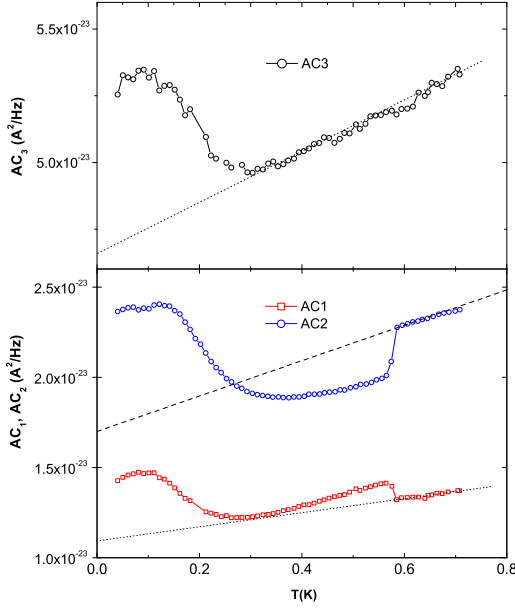


FIG. 6.7: *Modèle du circuit avec un échantillon comportant une résistance commune  $R_C$*  : Du point de vue des fluctuations, ce modèle est équivalent au précédent (figure 5.3) en remplaçant  $R_3$  par  $R_3 + R_C$ . Mais cette équivalence ne fonctionne pas dans les mesures de transport, où  $R_C$  doit être intégrée dans la résistance totale de l'échantillon.

de la supraconductivité ainsi que la manifestation de l'effet de proximité attestent de la bonne qualité de l'interface Al/Cu.

La connexion de l'échantillon sur le substrat est réalisée grâce à des pistes lithographiées en aluminium (voir insert figure 6.6). Au dessus de la température de transition supraconductrice  $T_C$  de l'aluminium, ces pistes sont à l'origine de résistances non nulles en amont et en aval des bras de l'échantillon. Ces résistances d'accès doivent s'annuler en dessous de  $T_C$ . Cependant, une partie non nulle peut subsister en raison de contacts imparfaits. En conséquence, l'échantillon ne peut pas être modélisé par deux résistances en parallèle (schéma 5.3). Une troisième résistance, appelée résistance commune  $R_c$ , doit être ajoutée au niveau de la partie supraconductrice (schéma 6.7). La présence de cette résistance supplémentaire pose une difficulté : les mesures de courant dans les trois SQUIDs  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  en fonction du courant total appliqué  $I_{tot}$  ne permettent plus d'extraire les valeurs de ces résistances. La seule donnée que nous apportent pour le moment ces mesures est la résistance totale de l'échantillon  $R_{tot} = R_c + R_{12} = R_3 I_3 / (I_1 + I_2)$ , avec  $R_{12}$  la résistance équivalente formée par  $R_1$  en parallèle avec  $R_2$ . C'est cette quantité qui est tracée sur le graphe 6.6.

Une mesure indirecte des résistances de l'ensemble du circuit est fournie par la mesure du bruit à l'équilibre (courbe 6.8). Comme dans les mesures d'étalonnage, le bruit  $AC_i$  mesuré par le Squid  $i$  est une superposition du bruit thermique et d'un niveau de bruit parasite  $S_{manip}^i$  que l'on doit évaluer et soustraire à la mesure. Mais, cette fois, ce bruit n'est plus une fonction linéaire de la température (comme c'était le cas sur la figure 5.5) à cause de la variation thermique des résistances. Il devient donc plus difficile d'extrapoler à température nulle pour obtenir le niveau de bruit parasite  $S_{manip}$ . L'estimation faite à



**FIG. 6.8:** *Bruits thermiques mesurés par les trois Squids en fonction de la température* : Les lignes en pointillés servent à évaluer le niveau de bruit parasite  $S_{manip}$  en extrapolant à température nulle. On obtient :  $S_{manip}^1 \approx 10.10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}$ ,  $S_{manip}^2 \approx 17.10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}$  et  $S_{manip}^3 \approx 46.10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}$ .

partir de la courte portion linéaire au dessus de la transition de la bicouche ( $T > 0.6K$ ), symbolisée par les droites en pointillés sur les courbes de la figure 6.8, permet d'obtenir un ordre de grandeur pour  $S_{manip}^1$ ,  $S_{manip}^2$  et  $S_{manip}^3$ . Les bruits à excitation nulle  $AC_1$  et  $AC_2$  ramenés à leur niveau sans parasite dépendent uniquement des résistances du circuit (cf équation 5.7) :

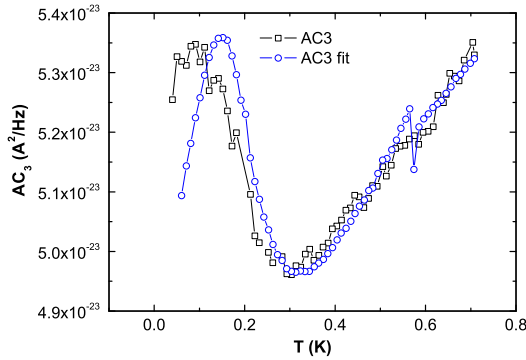
$$AC_1^n = AC_1 - S_{manip}^1 = \frac{4k_B T}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_C)} \quad (6.1)$$

$$AC_2^n = AC_2 - S_{manip}^2 = \frac{4k_B T}{R_2 + R_1 \parallel (R_3 + R_C)} \quad (6.2)$$

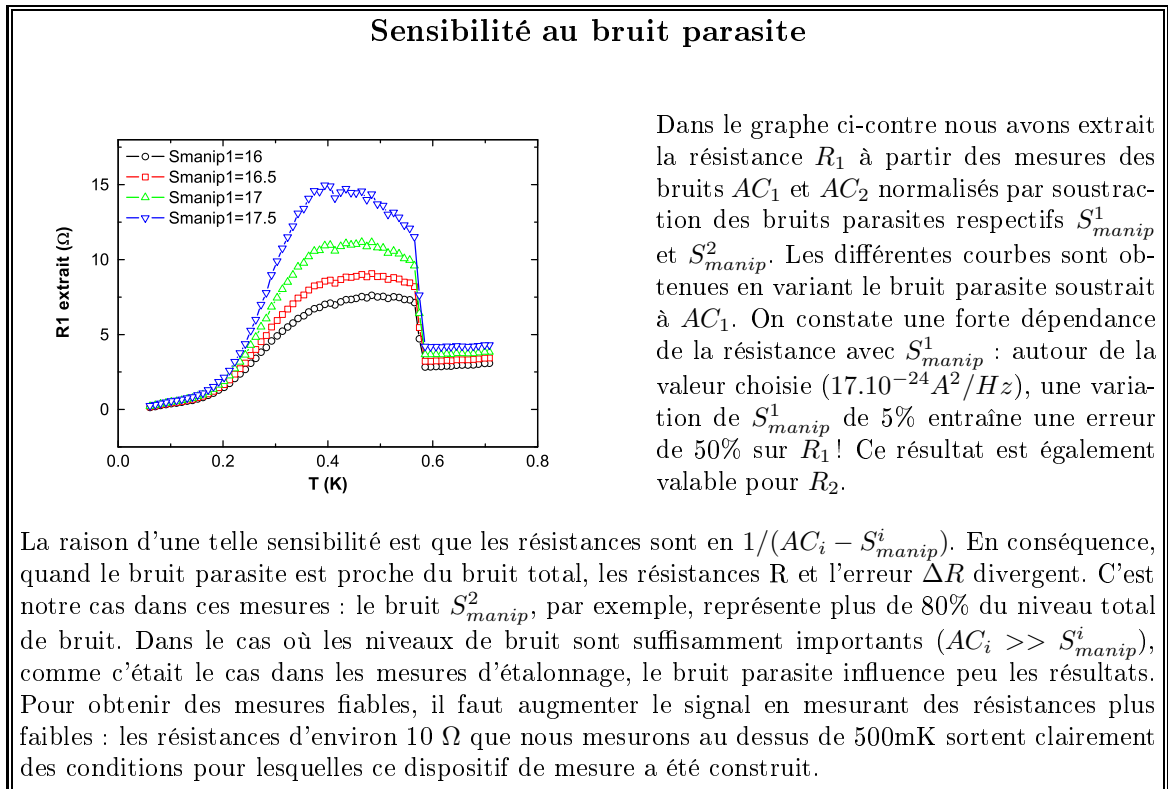
$$AC_3^n = AC_3 - S_{manip}^3 = \frac{4k_B T}{R_3 + R_C + R_1 \parallel R_2} \quad (6.3)$$

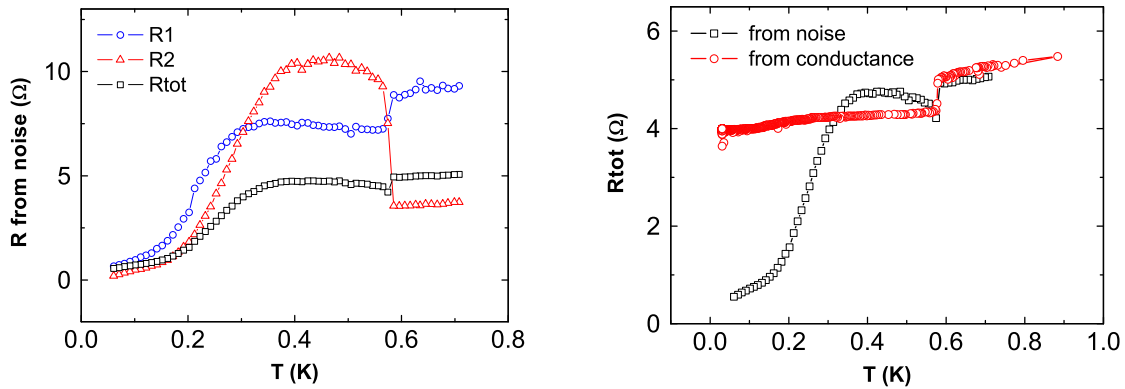
où  $R_i \parallel R_j$  désigne la résistance équivalente formée par  $R_i$  en parallèle avec  $R_j$ . A partir de ces équations, il devient possible d'écrire l'expression de  $AC_3^n$  en fonction de  $AC_1^n$ ,  $AC_2^n$  et  $R_C$ . Il suffit ensuite de déterminer  $R_C$  pour faire correspondre la courbe de bruit mesuré  $AC_3$  avec le bruit calculé à partir de  $AC_1$  et  $AC_2$  (voir figure 6.9). Pour simplifier le problème, nous considérons que  $R_C$  ne varie qu'à la transition à  $T=0.6K$  ( $R_C(T < 0.6K) = ct e_1$  et  $R_C(T > 0.6K) = ct e_2$ ). Au final, la correspondance entre les deux courbes de  $AC_3$  donne  $R_C^{T>0.6K} = 2.5\Omega$  et  $R_C^{T<0.6K} = 0.5\Omega$ . Il subsiste donc une résistance non nulle en amont de l'échantillon, qui peut provenir d'une mauvaise soudure.

Connaissant la valeur de  $R_C$ , on peut extraire  $R_1(T)$  et  $R_2(T)$  à partir des mesures de bruit  $AC_1(T)$  et  $AC_2(T)$  (figure 6.10, à gauche). Il faut remarquer dans un premier temps que les valeurs obtenues pour les résistances dépendent sensiblement des niveaux de bruit parasite  $S_{manip}$  choisis (voir encadré "Sensibilité au bruit parasite"). Les deux résistances subissent bien une transition à  $0.6K$  mais, de manière surprenante, il s'agit pour la résistance  $R_2$  d'une transition de signe opposé à une transition supraconductrice.



**FIG. 6.9:** *Bruit thermique mesuré par le Squid 3 comparé au bruit calculé à partir des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_C$ , en fonction de la température : Les résistances obtenues par les mesures de bruit  $AC_1$  et  $AC_2$  des Squids 1 et 2 permettent de reproduire convenablement la mesure de bruit du Squid 3. Le décalage en température de la partie basse température peut provenir d'un problème de thermalisation dû à une rampe trop rapide en température lors de la mesure de  $AC_1$  et  $AC_2$  (notre analyseur de spectre n'ayant que deux voies en entrée, les mesures des trois bruits sont réalisées en deux fois).*



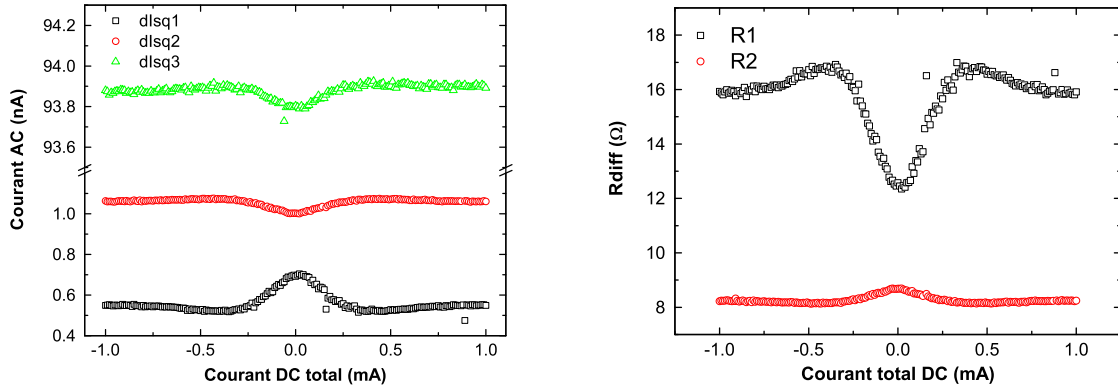


**FIG. 6.10: Résistances en fonction de la température :** A gauche : les résistances extraites des mesures de bruit  $AC_1(T)$  et  $AC_2(T)$ . La partie comprise entre 300mK et 600mK dépend fortement des  $S_{manip}$ . En dessous de 300mK, les résistances des deux bras diminuent fortement. Au dessus de 600mK, la valeur de  $R_1$  est confirmée par la mesure de transport. Pour  $R_2$ , la mesure de transport donne 15  $\Omega$ . A droite : Comparaison entre la résistance totale de l'échantillon  $R_{tot}$  issue des mesures de courant et celle issue des mesures de bruit. Les deux valeurs concordent au dessus de la transition. L'importante baisse de la résistance montrée par les mesures de bruit à basse température est attribuée à un effet Josephson de courant critique suffisamment faible pour être détruit par le simple branchement d'une source de tension, donc invisible à la mesure de conductance.

Cette asymétrie entre les deux résistances est déjà visible dans les courbes de bruit<sup>5</sup> :  $AC_1$  et  $AC_2$  présentent un saut opposé au niveau de  $T=0.6K$ . D'après les équations 6.1, pour expliquer le saut vers le bas de  $AC_2$  quand la température diminue autour de 0.6K, il faut nécessairement que la quantité  $R_2 + R_1 \parallel (R_3 + R_C)$  augmente. Malgré la dépendance forte des valeurs de résistances vis à vis des niveaux de  $S_{manip}$ , il n'est pas possible de trouver un jeu de  $S_{manip}$  qui inverse la transition. Aussi étrange que ce comportement paraisse, l'augmentation du bruit thermique ne peut s'expliquer que par le saut vers le haut d'une des résistances. Par ailleurs, le même comportement a été observé sur un deuxième échantillon issu de la même plaque.

Il est également possible de comparer l'évolution de  $R_{tot}(T)$  ( $R_{tot} = R_C + R_{12}$ ) obtenue d'une part à partir des mesures de bruit  $AC_1(T)$  et  $AC_2(T)$  et d'autre part à partir des mesures de courants  $I_{1,2 \text{ et } 3}(T)$ . La figure 6.10 montre un accord qualitatif des valeurs de résistance au dessus de 0.6K et de la hauteur de transition. En dessous de 0.6K, la forme de  $R_{12}$  extrait des mesures de bruit dépend beaucoup du jeu de  $S_{manip}$  choisi, et l'incertitude est forte (voir encadré). En dessous de 200mK en revanche, les niveaux de bruit sont assez importants pour que les résistances extraites soient peu sensibles à  $S_{manip}$ , les valeurs obtenues sont donc plus fiables. On observe une différence manifeste entre les deux courbes : la diminution de résistance est très supérieure en mesure de bruit ( $\Delta R_{12} = -90\%$  contre  $\Delta R_{12} > -10\%$  en mesure de conductance). La raison de ce désaccord peut résider dans la méthode de mesure : Dans le cas de la mesure de conductance, un faible courant est injecté dans le circuit. Ce courant peut détruire des effets sensibles comme l'effet de proximité ou un courant Josephson. Au contraire, la

<sup>5</sup>Vu les résistances à cette température,  $AC_1$  ( $AC_2$ ) dépend surtout de  $R_1$  ( $R_2$ )



**FIG. 6.11:** *Mesure de la résistance différentielle en fonction du courant continu  $I_{DC}$  appliqué : A gauche, réponse en courant différentielle dans les trois Squids. A droite, résistances différentielles extraites de la courbe de gauche. Le courant maximal de 1mA représente une tension de  $90\mu V$ . Le creux de résistance disparaît pour une tension de  $\pm 27\mu V$ , ce qui équivaut à une température d'environ  $300mK$ .*

mesure de bruit à l'équilibre permet de sonder les propriétés du système à *excitation nulle*, ce qui rend possible l'observation d'effets sensibles à de faibles courants. Cette importante diminution de résistance peut s'expliquer (voir figure 6.3) par l'existence d'un contact entre le cuivre des bras (partie 3) et l'aluminium de l'extrémité supérieure de la partie 4. Comme évoqué en 6.1.2, la jonction supraconducteur/métal normal/supraconducteur SNS ainsi créée peut entraîner l'apparition d'un courant Josephson et d'une diminution avec la température de la résistance de la partie normale jusqu'à zéro. L'impossibilité d'observer cet effet Josephson en conductance implique un courant critique inférieur au nA, atteint par le simple branchement de la source de tension.

Nous avons enfin effectué une mesure de résistance différentielle en fonction du courant (figure 6.11). Comme précédemment, la mesure brute est la réponse différentielle des courants mesurés par les Squids à une petite excitation en courant en fonction d'un courant continu  $I_{tot}$  (à gauche sur la figure 6.11). Connaissant  $R_C$ , on peut extraire les résistances différentielles des deux bras  $R_{diff_1}$  et  $R_{diff_2}$ . Encore une fois, les deux résistances montrent un comportement opposé. Les courbes de  $R_{diff_1}$  et  $R_{diff_2}$  montrent une anomalie à basse tension sur une plage d'environ  $\pm 27\mu V$ . Cette tension est équivalente en énergie à la température à laquelle apparaît l'effet de proximité ( $T \sim 300mK$ ).

En conclusion l'effet de proximité observé dans cet échantillon atteste d'une bonne interface entre le supraconducteur et les bras normaux. Les résistances de chaque bras sont trop importantes pour être adaptées à notre dispositif de mesure, ce qui conduit à des niveaux de bruit faibles et à une forte sensibilité de la mesure aux bruits parasites  $S_{manip}$ . En outre, l'épaisseur de supraconducteur est trop faible, ce qui entraîne un fort affaiblissement de la supraconductivité dans les parties en bicouche. Il devient alors difficile de mesurer du bruit de grenaille en appliquant un courant, le courant critique de la bicouche étant rapidement atteint. Enfin il reste à comprendre cette brusque diminution du bruit  $AC_2$  en dessous de  $600mK$ , observée sur les deux échantillons mesurés, qui engendre un saut vers le haut dans la résistance  $R_2$  qui en est extraite.



# Conclusion et perspectives

Au cours de cette thèse j'ai construit et mis au point un dispositif original permettant de mesurer des corrélations de bruit en courant à très basse température sur des échantillons de faible impédance. Ce travail s'inscrit dans la suite logique de la thèse de mon prédécesseur qui avait réalisé un équivalent pour mesurer le bruit en courant. Les mesures d'étalonnage ont démontré un niveau de bruit intrinsèque particulièrement faible ainsi qu'une excellente sensibilité, tant dans les mesures de bruit que dans les mesures de corrélation. Ces résultats sont le fruit d'un important travail d'instrumentation qui représente en durée la majeure partie de ce projet, et feront l'objet d'un article qui sera soumis à *Review of Scientific Instruments*. Cependant, ce travail est encore insuffisant : les dernières mesures ont révélé des niveaux de bruit parasites anormalement élevés. Des efforts de mise au point instrumentale seront donc encore nécessaires pour comprendre, ou tout au moins stabiliser ces niveaux. Une partie de cette thèse a été consacrée à la réalisation d'échantillons en salle blanche (PROMES, DRFMC). Les mesures ont montré que les échantillons produits ne présentent pas les caractéristiques requises pour mesurer des corrélations. Une autre série d'échantillons a été réalisée par Hervé Courtois à NanoFab (CNRS). Ces derniers ont montré des caractéristiques prometteuses, notamment une bonne interface. Mais il reste encore beaucoup de travail pour maîtriser les impédances afin de les adapter aux valeurs requises par notre dispositif ( $0.2$  à  $2\Omega$ ). Ce travail est indispensable pour ensuite pouvoir espérer produire des échantillons d'impédances constantes avec une distance croissante entre les bras. Enfin, les résultats préliminaires ont mis l'accent sur la complexité de la mesure d'un échantillon à trois terminaux. Il est indispensable, pour caractériser convenablement un tel échantillon, de pouvoir mesurer un bras après l'autre. Cela sera possible en appliquant une puissance de chauffage pour faire transiter la bobine de mesure de chaque Squid, ce qui permettra de connecter ou déconnecter à loisir chacune des branches du circuit. Cette amélioration est facilement réalisable dans les mois qui viennent. Ce dispositif peut être utilisé pour mesurer des corrélations croisées dans un échantillon à trois terminaux exclusivement constitués de métal normal. Les corrélations négatives attendues n'ont encore jamais été mesurées dans un métal diffusif. En outre, la fabrication d'un tel type d'échantillon est beaucoup plus abordable. Enfin, un autre type d'échantillons à trois terminaux est à l'étude. Il s'agit d'échantillons en  $\Pi$  dont les réservoirs des bras normaux sont recouverts d'un supraconducteur, formant ainsi deux jonctions SNS en parallèle (l'idée est de s'affranchir des réservoirs normaux). Des mesures exploratoires ont déjà été réalisées, mais les résultats sont encore trop préliminaires pour tirer des conclusions. L'objectif est de mesurer également des corrélations, dont le signe reste encore une question ouverte...





# Bibliographie

- [1] E. Akkermans and G. Montambaux. *Physique mésoscopique des électrons et des photons*. EDPSciences, 2004.
- [2] R. Landauer. Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction. *IBM J. Res. Dev.*, 1 :223, 1957.
- [3] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60(9) :848, 1988.
- [4] R. A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach, and R. B. Laibowitz. Observation of  $h/e$  Aharonov-Bohm oscillations in normal-metal rings. *Phys. Rev. Lett.*, 54(25) :2696, 1985.
- [5] W. Schottky. Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 57 :541, 1918.
- [6] R. De Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, and D. Mahalu. Direct observation of fractional charge. *Nature*, 389 :162, 1997.
- [7] L. Saminadayar, D. C. Clattli, Y. Jin, and B. Etienne. Observation of  $e/3$  fractionally charge Laughlin quasiparticles. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2526, 1997.
- [8] M. Reznikov, R. de Picciotto, T. G. Griffiths, M. Heiblum, and V. Umansky. Observation of quasiparticles with one-fifth of an electron's charge. *Nature*, 399 :238, 1999.
- [9] X. Jehl, M. Sanquer, R. Calemczuk, and D. Mailly. Detection of doubled shot noise in short normal-metal/superconductor junctions. *Nature*, 405 :50, 2000.
- [10] F. Lefloch, C. Hoffmann, M. Sanquer, and D. Quirion. Doubled full shot noise in quantum coherent superconductor-semiconductor junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 90(6) :067002, 2003.
- [11] P. Dieleman, H. G. Bukkems, T. M. Klapwijk, M. Schicke, and K. H. Gundlach. Observation of Andreev reflection enhanced shot noise. *Phys. Rev. Lett.*, 79(18) :3486, 1997.
- [12] T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufer, and C. Schonenberger. Multiple Andreev reflection and giant excess noise in diffusive superconductor/normal-metal/superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 62(6) :4079, 2000.
- [13] R. Cron, M. F. Goffmann, D. Esteve, and C. Urbina. Multiple-charge-quanta shot noise in superconducting atomic contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 86(18) :4104, 2001.

- [14] C. Hoffmann, F. Lefloch, M. Sanquer, and B. Pannetier. Mesoscopic transition in the shot noise of diffusive S/N/S junctions. *Phys. Rev. B*, 70 :180503(R), 2004.
- [15] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, and C. Schönberger. 1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires. *Phys. Rev. B*, 59(4) :2871, 1999.
- [16] S. Oberholzer, E. V. Sukhorukov, C. Strunk, C. Schönberger, T. Heinzel, and M. Holland. Shot noise by quantum scattering in chaotic cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 86(10) :2114–2117, Mar 2001.
- [17] A. H. Steinbach, J. M. Martinis, and M. H. Devoret. Observation of hot-electron shot noise in a metallic resistor. *Phys. Rev. Lett.*, 76(20) :3806, 1996.
- [18] R. J. Schoelkopf, P. J. Burke, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, and M. J. Rooks. Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 78(17) :3370, 1997.
- [19] R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177 :27–29, 1956.
- [20] R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss. A test of a new type of stellar interferometer on sirius. *Nature*, 178 :1046–1048, Nov 1956.
- [21] T. Jelts, J.M. Mc Namara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnikoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, and C.I. Westbrook. Comparison of the hanbury brown-twiss effect for bosons and fermions. *Nature*, 445(05513) :402–405, Jan 2007.
- [22] W.D. Oliver, J. Kim, R.C. Liu, and Yamamoto Y. Hanbury brown and twiss-type experiment with electrons. *Science*, 283(5412) :299–301, Apr 1999.
- [23] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, and C. Schönberger. The fermionic hanbury brown and twiss experiment. *Science*, 283(5412) :296–298, Apr 1999.
- [24] H. Kiesel, A. Renz, and F. Hasselbach. Observation of hanbury brown-twiss anticorrelations for free electrons. *Nature*, 418 :392–394, 2002.
- [25] M. Iannuzzi, A. Orecchini, F. Sacchetti, P. Facchi, and S. Pascazio. Direct experimental evidence of free-fermion antibunching. *Physical Review Letters*, 96(8) :080402, 2006.
- [26] T. Rom, Th. Best, D. Van Oosten, U. Schneider, S. Fölling, B. Paredes, and I. Bloch. Comparison of the hanbury brown-twiss effect for bosons and fermions. *Nature*, 444(05319) :733–736, Dec 2006.
- [27] E.M. Purcell. The question of correlation between photons in coherent light rays. *Nature*, 178 :1449–1450, 1956.
- [28] A. A. Michelson and F.G. Pease. Measurement of the diameter of alpha orionis with the interferometer. *Astrophys. J.*, 53 :249, 1921.
- [29] Gordon Baym. The physics of hanbury brown-twiss intensity interferometry : from stars to nuclear collisions. *Acta Phys.Polon.B*, 29 :1839, 1998.
- [30] R. Hanbury-Brown and C. Hazard. Radio emission from the andromeda nebula. *Mo.Not.of the Roy.Ast.Soc.*, 111(4) :357, 1951.
- [31] R. Hanbury-Brown. Bose statistics and the stars. *J.Astrophys.Astr.*, 15 :39–45, 1994.

- [32] A. Ádám, L. Jánossy, and P. Varga. *Acta Phys. Hung.*, 4 :301, 1955.
- [33] E. Brannen and H. Ferguson. The question of correlation between photons in coherent light beams. *Nature*, 178 :481, 1956.
- [34] R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss. The question of correlation between photons in coherent light rays. *Nature*, 178 :1447–1448, 1956.
- [35] R. Hanbury-Brown. Measuring the sizes of stars. *J. Astrophys. Astr.*, 1 :19–30, 1984.
- [36] Roy J. Glauber. Photon correlations. *Phys. Rev. Lett.*, 10(3) :84–86, Feb 1963.
- [37] M. Büttiker. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides. *Phys. Rev. B*, 46(19) :12485, 1992.
- [38] S. Oberholzer, M. Henny, C. Strunk, C. Schönenberger, T. Heinzel, K. Ensslin, and M. Holland. The hanbury brown and twiss experiment with fermions. *Phys. E*, 6 :314–317, 2000.
- [39] I. Neder, N. Ofek, Y. Chung, M. Heiblum, D. Mahalu, and V. Umansky. Interference between two indistinguishable electrons from independent sources. *Nature*, 448 :333–337, 2007.
- [40] P. Samuelsson, E. V. Sukhorukov, and M. Büttiker. Two-particle aharonov-bohm effect and entanglement in the electronic hanbury brown–twiss setup. *Physical Review Letters*, 92(2) :026805, 2004.
- [41] Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu, and Hadas Shtrikman. An electronic mach–Zehnder interferometer. *Nature*, 422 :415–418, 2003.
- [42] J. Gabelli, L.-H. Reydellet, G. Fève, J.-M. Berroir, B. Plaçais, P. Roche, and D. C. Glattli. Hanbury brown–twiss correlations to probe the population statistics of ghz photons emitted by conductors. *Physical Review Letters*, 93(5) :056801, 2004.
- [43] L. S. Levitov and G. B. Lesovik. Charge distribution in quantum shot noise. *JETP Lett.*, 58(3) :230, 1993.
- [44] F. T. Arecchi. Measurement of the statistical distribution of gaussian and laser sources. *Phys. Rev. Lett.*, 15(24) :912–916, Dec 1965.
- [45] R. Loudon. *Single- and two-particle interference*, pages 441–455. Clarendon Press, Oxford, 1991. Edited by J. A. Blackman and J. Tagüeña.
- [46] Ya. M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 336(1-2) :1, 2000.
- [47] L.-H. Bize-Reydellet. *Bruit quantique électronique et photons micro-ondes*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2003.
- [48] J. B. Johnson. Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :97, 1928.
- [49] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :110–113, Jul 1928.
- [50] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, and G. A. C. Jones. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 21 :L209, 1988.
- [51] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, and S. Pinhas. Generalized many-channel conductance formula with application to small rings. *Phys. Rev. B*, 31(10) :6207–6215, May 1985.

- [52] G. B. Lesovik. Excess quantum noise in 2d ballistic point contacts. *JETP Lett.*, 49(9) :592, 1989.
- [53] M. Büttiker. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 65(23) :2901, 1990.
- [54] V. A. Khlus. Current and voltage fluctuations in microjunctions between normal metals and superconductors. *Sov. Phys. JETP*, 66(6) :1243, 1987.
- [55] Th. Martin and R. Landauer. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B*, 45(4) :1742–1755, Jan 1992.
- [56] H. Birk, M. J. M. de Jong, and C. Schönberger. Shot-noise suppression in the single-electron tunneling regime. *Phys. Rev. Lett.*, 75(8) :1610, 1995.
- [57] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman, and D. Mahalu. Temporal correlation of electrons : Suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 75(18) :3340, 1995.
- [58] A. Kumar, L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.*, 76(15) :2778–2781, Apr 1996.
- [59] O. N. Dorokhov. On the coexistence of localised and extended electronic states in the metallic phase. *Solid State Comm.*, 51(6) :381, 1984.
- [60] C. W. J. Beenakker and M. Büttiker. Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors. *Phys. Rev. B*, 43(3) :1889, 1992.
- [61] Yu. V. Nazarov. Limits of universality in disordered conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 73(1) :134, 1994.
- [62] R. A. Jalabert, J.-L. Pichard, and C. W. J. Beenakker. Universal quantum signature of chaos in ballistic transport. *Europhys. Lett.*, 27 :255, 1994.
- [63] Ya. M. Blanter and E. V. Sukhorukov. Semiclassical theory of conductance and noise in open chaotic cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 84(6) :1280–1283, Feb 2000.
- [64] S. Oberholzer, E. V. Sukhorukov, and C. Schönberger. Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature*, 415 :765, February 2002.
- [65] K. E. Nagaev. On the shot noise in dirty metal contacts. *Phys. Lett. A*, 169 :103, 1992.
- [66] Eugene V. Sukhorukov and Daniel Loss. Universality of shot noise in multiterminal diffusive conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 80(22) :4959–4962, Jun 1998.
- [67] K. E. Nagaev. Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts. *Phys. Rev. B*, 52(7) :4740, 1995.
- [68] F. Liefink, J. I. Dijkhuis, M. J. M. de Jong, L. W. Molenkamp, and H. van Houten. Experimental study of reduced shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. B*, 49(19) :14066–14069, May 1994.
- [69] G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions : excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. *Phys. Rev. B*, 25(7) :4515, 1982.
- [70] C. W. J. Beenakker. Quantum transport in semiconductor-superconductor microjunctions. *Phys. Rev. B*, 46(19) :12841, 1992.

- [71] C. W. J. Beenakker. Random-matrix theory of quantum transport. *Rev. Mod. Phys.*, 69(3) :731, 1997.
- [72] C. W. J. Beenakker, B. Rejaei, and J. A. Melsen. Scaling theory of conduction through a normal-superconductor microbridge. *Phys. Rev. Lett.*, 72(15) :2470, 1994.
- [73] F. W. J. Hekking and Yu. V. Nazarov. Interference of two electrons entering a superconductor. *Phys. Rev. Lett.*, 71(10) :1625, 1993.
- [74] P. Charlat, H. Courtois, Ph. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov, and B. Pannetier. Reentrance of the metallic conductance in a mesoscopic proximity superconductor. *Phys. Rev. Lett.*, 77(24) :4950, 1996.
- [75] A. Kastalsky, A. W. Kleinsasser, L. H. Greene, R. Bhat, F. P. Milliken, and J. P. Harbison. Observation of pair currents in superconductor-semiconductor contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 67(21) :3026, 1991.
- [76] M. J. M. de Jong and C. W. J. Beenakker. Doubled shot noise in disordered normal-metal-superconductor junctions. *Phys. Rev. B*, 49(22) :16070, 1994.
- [77] Th. Martin. Wave packet approach to noise in n-s junctions. *Phys. Lett. A*, 220(1-3) :137–142, Sep 1996.
- [78] A. A. Kozhevnikov, R. J. Schoelkopf, and D. E. Prober. Observation of photon-assisted noise in a diffusive normal metal-superconductor junction. *Phys. Rev. Lett.*, 84(15) :3398, 2000.
- [79] B.-R. Choi, A. E. Hansen, T. Kontos, C. Hoffmann, S. Oberholzer, W. Belzig, C. Schonenberger, T. Akazaki, and H. Takayanagi. Shot-noise and conductance measurements of transparent superconductor/two-dimensional electron gas junctions. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 72(2) :024501, 2005.
- [80] B. Reulet, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, W. Belzig, and Yu.V. Nazarov. Phase sensitive shot noise in an Andreev interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 90(6) :066601, 2003.
- [81] M. Büttiker. Reversing the sign of current-current correlations. volume 97 of *NATO Science Series II : Mathematics, Physics and Chemistry*, pages 3–32, 2003.
- [82] S. Oberholzer, E. Bieri, C. Schönenberger, M. Giovannini, and J. Faist. Positive cross correlations in a normal-conducting fermionic beam splitter. *Physical Review Letters*, 96(4) :046804, 2006.
- [83] A. Cottet, W. Belzig, and C. Bruder. Positive cross correlations in a three-terminal quantum dot with ferromagnetic contacts. *Physical Review Letters*, 92(20) :206801, 2004.
- [84] O. Sauret and D. Feinberg. Spin-current shot noise as a probe of interactions in mesoscopic systems. *Physical Review Letters*, 92(10) :106601, 2004.
- [85] Yuanzhen Chen and Richard A. Webb. Positive current correlations associated with super-poissonian shot noise. *Physical Review Letters*, 97(6) :066604, 2006.
- [86] S. S. Safonov, A. K. Savchenko, D. A. Bagrets, O. N. Jouravlev, Y. V. Nazarov, E. H. Linfield, and D. A. Ritchie. Enhanced shot noise in resonant tunneling via interacting localized states. *Phys. Rev. Lett.*, 91(13) :136801, Sep 2003.

- [87] Yuanzhen Chen and Richard A. Webb. Full shot noise in mesoscopic tunnel barriers. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 73(3) :035424, 2006.
- [88] D. T. McClure, L. DiCarlo, Y. Zhang, H.-A. Engel, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard. Tunable noise cross correlations in a double quantum dot. *Physical Review Letters*, 98(5) :056801, 2007.
- [89] M. P. Anantram and S. Datta. Current fluctuations in mesoscopic systems with andreev scattering. *Phys. Rev. B*, 53(24) :16390–16402, Jun 1996.
- [90] J. Torres and Th. Martin. Positive and negative hanbury-brown and twiss correlations in normal metal-superconducting devices. *Eur. Phys. J. B*, 12 :319–322, Jun 1999.
- [91] Julien Torrès, Thierry Martin, and Gordey B. Lesovik. Effective charges and statistical signatures in the noise of normal metal–superconductor junctions at arbitrary bias. *Phys. Rev. B*, 63(13) :134517, Mar 2001.
- [92] Thomas Gramspacher and Markus Büttiker. Distribution functions and current-current correlations in normal-metal–superconductor heterostructures. *Phys. Rev. B*, 61(12) :8125–8132, Mar 2000.
- [93] K. E. Nagaev and M. Büttiker. Semiclassical theory of shot noise in disordered superconductor-normal-metal contacts. *Phys. Rev. B*, 63 :081301, 2001.
- [94] P. Samuelsson and M. Büttiker. Chaotic dot-superconductor analog of the hanbury brown–twiss effect. *Phys. Rev. Lett.*, 89(4) :046601, Jul 2002.
- [95] P. Samuelsson and M. Büttiker. Semiclassical theory of current correlations in chaotic dot-superconductor systems. *Phys. Rev. B*, 66(20) :201306, Nov 2002.
- [96] J. Börlin, W. Belzig, and C. Bruder. Full counting statistics of a superconducting beam splitter. *Phys. Rev. Lett.*, 88(19) :197001, Apr 2002.
- [97] Jeff M. Byers and Michael E. Flatté. Probing spatial correlations with nanoscale two-contact tunneling. *Phys. Rev. Lett.*, 74(2) :306–309, Jan 1995.
- [98] Guy Deutscher and Denis Feinberg. Coupling superconducting-ferromagnetic point contacts by andreev reflections. *Applied Physics Letters*, 76(4) :487–489, 2000.
- [99] D. Beckmann, H. B. Weber, and H. v. Löhneysen. Evidence for crossed andreev reflection in superconductor-ferromagnet hybrid structures. *Physical Review Letters*, 93(19) :197003, 2004.
- [100] G. Falci, D. Feinberg, and F. W. J. Hekking. Correlated tunneling into a superconductor in a multiprobe hybrid structure. *Eur. Phys. Lett.*, 54 :255–261, 2001.
- [101] D. Feinberg. Andreev scattering and cotunneling between two superconductor-normal metal interfaces : the dirty limit. *Eur. Phys. J. B*, 36 :419–422, 2003.
- [102] S. Russo, M. Kroug, T. M. Klapwijk, and A. F. Morpurgo. Experimental observation of bias-dependent nonlocal andreev reflection. *Physical Review Letters*, 95(2) :027002, 2005.
- [103] A. Levy Yeyati, F. S. Bergeret, A. Martin-Rodero, and T. M. Klapwijk. Entangled andreev pairs and collective excitations in nanoscale superconductors. *Nature Physics*, 3 :455–459, 2007.
- [104] P. Cadden-Zimansky and V. Chandrasekhar. Nonlocal correlations in normal-metal superconducting systems. *Physical Review Letters*, 97(23) :237003, 2006.

- [105] P. Cadden-Zimansky, Z. Jiang, and V. Chandrasekhar. Charge imbalance, crossed andreev reflection and elastic co-tunnelling in ferromagnet/superconductor/normal-metal structures. *New Journal of Phys.*, (9) :116, 2007.
- [106] G. Bignon, M. Houzet, F. Pistolesi, and F.W.J. Hekking. Current-current correlations in hybrid superconducting and normal-metal multiterminal structures. *EuroPhys. Lett.*, 67 :110–116, Jul 2004.
- [107] Alain Aspect, Jean Dalibard, and Gérard Roger. Experimental test of bell’s inequalities using time- varying analyzers. *Phys. Rev. Lett.*, 49(25) :1804–1807, Dec 1982.
- [108] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and Anton Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 390 :575–579, 1997.
- [109] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin. Violation of bell inequalities by photons more than 10 km apart. *Phys. Rev. Lett.*, 81(17) :3563–3566, Oct 1998.
- [110] Patrik Recher, Eugene V. Sukhorukov, and Daniel Loss. Andreev tunneling, coulomb blockade, and resonant transport of nonlocal spin-entangled electrons. *Phys. Rev. B*, 63(16) :165314, Apr 2001.
- [111] Guido Burkard, Daniel Loss, and Eugene V. Sukhorukov. Noise of entangled electrons : Bunching and antibunching. *Phys. Rev. B*, 61(24) :R16303–R16306, Jun 2000.
- [112] G.B. Lesovik, Th. Martin, and G. Blatter. Electronic entanglement in the vicinity of a superconductor. *Eur. Phys. J. B*, 24 :287–290, 2001.
- [113] Nikolai M. Chtchelkatchev, Gianni Blatter, Gordey B. Lesovik, and Thierry Martin. Bell inequalities and entanglement in solid-state devices. *Phys. Rev. B*, 66(16) :161320, Oct 2002.
- [114] K. V. Bayandin, G. B. Lesovik, and T. Martin. Energy entanglement in normal metal–superconducting forks. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 74(8) :085326, 2006.
- [115] Olivier Sauret, Thierry Martin, and Denis Feinberg. Spin-current noise and bell inequalities in a realistic superconductor-quantum dot entangler. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 72(2) :024544, 2005.
- [116] D. C. Glattli, P. Jacques, A. Kumar, P. Pari, and L. Saminadayar. A noise detection scheme with 10 mK noise temperature resolution for semiconductor single electron tunneling devices. *J. Appl. Phys.*, 81(11) :7350, 1996.
- [117] R.L. Fagaly. Superconducting quantum interference device instruments and applications. *Rev. Sci. Instr.*, 77(101101), Oct 2006.
- [118] J.C. Gallop and B.W. Petley. Squids and their applications. *Journal of Physics E*, 9 :417–429, Jul 1976.
- [119] Sh. Kogan. *Electric noise and fluctuations in solids*. Cambridge University Press, 1996.
- [120] Ch. Hoffmann. *Etude du transport électronique dans des jonctions hybrides supraconducteur-métal normal par des mesures de bruit en courant*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2003.



- [121] B. Sacépé. *Etude de la transition supraconducteur-isolant dans les films minces supraconducteurs par spectroscopie tunnel*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2007.
- [122] S. Guéron. *Quasiparticle in a diffusive conductor : Interaction and pairing*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1997.