



HAL
open science

Caractérisation, Analyse et Modélisation statistiques de fragments osseux crâniens pour la prédiction de paramètres mécaniques lésionnels.

Fabienne Rambaud

► **To cite this version:**

Fabienne Rambaud. Caractérisation, Analyse et Modélisation statistiques de fragments osseux crâniens pour la prédiction de paramètres mécaniques lésionnels.. Autre. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2007. Français. NNT : . tel-00290942

HAL Id: tel-00290942

<https://theses.hal.science/tel-00290942>

Submitted on 26 Jun 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre : 07-46

Université de Valenciennes

et du Hainaut Cambrésis

Doctorat d'Université

Automatique et Informatique des Systèmes Industriels et Humains

Fabienne RAMBAUD

Caractérisation, analyse et modélisation statistiques
de fragments osseux crâniens
pour la prédiction de paramètres mécaniques lésionnels.

Vendredi 14 Décembre 2007

Jury :

Pr. Régis LENGELLE	Rapporteur	Université de Technologie de Troyes
Pr. David MITTON	Rapporteur	Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Paris
Pr. François-Xavier LEPOUTRE	Examineur	Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis
Pr. Pascal DRAZETIC	Examineur	Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis
M. Antonio PINTI	Examineur	Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis
Pr. Georges POUMARAT	Examineur	Université de Clermont-Ferrand

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du LAMIH, Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines, dans le cadre d'une collaboration entre les équipes Biomécanique et Dynamique Rapide et Collision, dirigées respectivement par les professeurs François-Xavier Lepoutre et Pascal Drazétic, directeurs de cette thèse.

Pour la confiance qu'ils m'ont accordée, le soutien et l'encadrement qu'ils m'ont apportés tout au long de ce travail, pour leur grande disponibilité, qu'ils trouvent ici ma profonde reconnaissance.

A Monsieur Antonio Pinti, Maître de conférence et codirecteur, pour son encadrement, ses idées, son soutien et sa grande disponibilité à toute heure, un grand merci.

A Messieurs les membres du jury,

Monsieur Régis Lengellé, professeur à l'Université de technologie de Troyes, et Monsieur David Mitton, professeur à l'École Supérieure Nationale des Arts et Métiers de Paris, pour l'honneur qu'ils me font d'avoir accepté de juger mon travail en tant que rapporteurs,

Monsieur Georges Poumarat, professeur à l'Université Blaise Pascal de Clermont Ferrand, de m'avoir fait l'honneur de juger ce travail,

Je les remercie vivement.

A Monsieur Pierre Loslever, professeur à l'université de Valenciennes, pour ses excellents conseils et son aide, les discussions que j'ai eu plaisir à partager, et pour le prêt d'un grand nombre de ses livres, j'adresse mes plus vifs remerciements.

Messieurs Rémi Delille, ingénieur d'étude, et Denis Lesueur, assistant ingénieur au LAMIH, pour l'apport des données expérimentales et leurs idées, je les remercie.

A Monsieur Vincent Bonin, docteur, pour ses conseils, son aide précieuse, et son soutien, un grand merci.

A Monsieur Jean-Louis Griffon, pour l'aide qu'il m'a apportée pendant les quelques mois de son stage.

Monsieur Patrick Hédoux, docteur, pour ses idées et son soutien, je le remercie.

Aux membres du laboratoire, merci pour leur bonne humeur.

A ma famille, mes amis, tous ceux que je ne peux citer ici, merci de m'avoir soutenue et supportée toutes ces années, par leurs mots, leurs gestes, et leur simple présence.

A toutes ces personnes, un grand merci.

Enfin, je ne veux terminer ces quelques lignes sans une pensée particulière pour toutes ces personnes qui ont fait, font ou feront don de leur corps à la science. Par ce dernier acte de générosité, elles permettent l'avancée de la recherche.

*A mes chers parents,
à qui je dois tout,*

*A Christelle, William,
et leurs « p'tits bouts »,*

A celles et ceux que j'aime...

Sommaire

Introduction générale.....	8
Chapitre 1 :	
Etude bibliographique.....	12
1. Introduction.....	14
2. Description de la boîte crânienne.....	14
3. Bilan lésionnel de la boîte crânienne.....	19
3.1. Lésions de la boîte crânienne.....	19
3.2. Population impliquée dans les Accidents de la Voie Publique (AVP).....	21
3.3. Critères de gravité des lésions.....	22
3.4. Sources de blessures à la tête lors des AVP.....	23
4. Essais expérimentaux et résultats.....	25
4.1. Les conditions d'essais.....	25
4.2. Essais expérimentaux et études statistiques pour la caractérisation mécanique osseuse.....	26
4.2.1. Caractérisation mécanique des os crâniens.....	26
4.2.2. Modélisation statistique pour la caractérisation mécanique des os longs et des vertèbres.....	30
4.2.3. Conclusions sur les essais expérimentaux.....	34
5. Analyses statistiques.....	34
5.1. Le choix des méthodes.....	34
5.2. Analyses de données et prévision : méthodes utilisées pour notre étude.....	36
5.2.1. Principe général de l'analyse multidimensionnelle.....	37
5.2.2. Principe de la régression linéaire multiple.....	40
6. Conclusion.....	48

Chapitre 2 :

Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures morphométriques	50
1. Introduction.....	52
2. Descriptif du protocole expérimental.....	52
2.1. Préparation des éprouvettes osseuses.....	52
2.2. Tests mécaniques de flexion 3 points quasi-statiques.....	56
2.3. Densitométrie et minéralisation.....	57
3. Extraction de mesures géométriques.....	59
3.1. Mesure des épaisseurs.....	59
3.2. Mesures des courbures.....	60
4. Description des données expérimentales.....	61
4.1. Caractéristiques générales des sujets.....	62
4.2. Densitométrie.....	63
4.2.1. Masse de l'éprouvette.....	63
4.2.2. Densité des éprouvettes.....	64
4.2.3. Contenu minéral de l'os.....	66
4.3. Données morphométriques.....	68
4.3.1. Epaisseur à la rupture.....	68
4.3.2. Indice de courbure à la rupture.....	70
4.4. Paramètres mécaniques.....	74
4.4.1. Types de rupture des fragments osseux.....	74
4.4.2. Courbes effort / déplacement.....	75
4.4.3. Effort à la rupture.....	76
4.5. Discussion sur les résultats expérimentaux.....	78
5. Etude de la liaison entre la densité osseuse et le pourcentage minéral.....	78
6. Conclusion.....	82

Chapitre 3 :

Analyse des données expérimentales et modélisation statistique	84
1. Introduction.....	86
2. Exploration des données.....	87

2.1. Les données	87
2.2. Etude des corrélations	89
2.3. Analyse exploratoire multidimensionnelle	95
2.3.1. Analyse en Composantes Principales VS Analyse Factorielle des Correspondances Multiples.....	95
2.3.2. L'Analyse des Correspondances Multiples sur données floues.....	96
2.3.3. Application au tableau de données expérimentales	101
2.4. Discussion	107
3. Modélisation statistique	108
3.1. Méthode	108
3.2. Résultats	110
3.2.1. Modélisation des fragments osseux prélevés sur les os pariétaux.....	110
3.2.2. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur l'os frontal et la suture coronale.....	114
3.2.3. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur les os temporaux	117
3.3. Discussion	121
4. Conclusion.....	123
Conclusions et perspectives	125
Références Bibliographiques.....	130
A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales.....	136
A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique	146
A3. Histogrammes et test de Kolmogorov Smirnov pour les données expérimentales	156

Introduction générale

Les blessures de la tête dans les accidents de la route sont une importante cause de mortalité dans les pays industrialisés. Environ deux millions de personnes dans le monde sont tuées chaque année sur la route. En France au cours de l'année 2006, 105 980 usagers de la route ont été blessés, et 4 942 tués [ONISR]. Les accidents de la route représentent un sérieux problème de santé entraînant des coûts socio-économiques très élevés.

Les segments corporels sont plus ou moins touchés en fonction du type d'AVP (Accident de la Voie Publique). Les piétons par exemple, sont plus touchés au niveau du bassin, tandis que les conducteurs automobiles sont principalement atteints au niveau des segments corporels tronc et tête. La tête est l'un des segments corporels les plus vulnérables. Le crâne, "boîte" osseuse qui comprend le cerveau, protège les tissus mous des déformations et endommagements dus aux forces externes. Les blessures à la tête, et plus particulièrement les fractures du crâne représentent quelques 61% des usagers non protégés (sans port de casque par exemple), et 46% des usagers protégés [TÖR 05]. Parce que le crâne se déforme et se brise lors de chocs, il devient nécessaire de comprendre sa biomécanique, son rôle et sa tolérance.

Depuis les dernières décennies, par l'attention croissante du public pour la sécurité, les chocs de la tête sont analysés par les épidémiologistes, biomécaniciens, médecins, etc. La détermination de la tolérance aux impacts mécaniques et le développement d'indices prédictifs de fracture retiennent, en particulier, l'attention des chercheurs biomécaniciens.

Nombre d'études sur la biomécanique de la tête ont amené à diverses approches et techniques de modélisation de la tête humaine. Des outils ont été créés et développés en vue de prédire les risques lésionnels pour un usager impliqué dans un accident de la route, et de concevoir les cabines de conduite ainsi que les systèmes de protection, comme par exemple les casques ou les airbags.

Les mannequins physiques anthropomorphiques tels que ceux de la série Hybrid ont été pendant longtemps les seuls utilisés dans ce but. Une gamme complète de mannequins physiques représentatifs de catégories différentes d'individus a été élaborée : homme, femme, femme enceinte, enfant, de tailles et de corpulence différentes, qui suivent un modèle statistique de la population au 50^{ème} percentile. Toutefois, un nombre restreint de ces modèles est utilisé pour l'étude des crachs-tests, et la diversité de la population n'est de ce fait pas représentée.

L'émergence des outils informatiques a par la suite permis de créer des modèles numériques, en particulier ceux qui utilisent la méthode des éléments finis. La modélisation par les éléments finis est un outil numérique important et largement utilisé dans la recherche sur les blessures de la tête humaine soumise à des situations d'impact. Ce type de modèles fournit les moyens d'obtenir une réponse biomécanique de la tête en utilisant une géométrie et des propriétés mécaniques plus sophistiqués, et permet une plus grande souplesse de paramétrage de ces propriétés [WIL 02 ; ZON 06]. Ils ont de ce fait connu une popularité grandissante, et sont essentiellement utilisés de nos jours.

La méthode des éléments finis permet d'obtenir des modèles plus biofidèles, mais qui correspondent le plus souvent à une population ciblée, en général à un sujet masculin de taille moyenne. En effet, même si les moyens et méthodes informatiques sont de plus en plus performants, les simulations numériques faillent par la pauvreté des données biomécaniques. On trouve ainsi dans la littérature, par exemple, des résultats très

hétérogènes quant au module d'Young qui peut varier entre 313 MPa et 9700 MPa, pour une modélisation mono couche du crâne humain. De même, les caractéristiques géométriques des crânes sont très diverses en dimensions, épaisseurs, courbures, etc. C'est également le cas pour les caractéristiques physico-chimiques.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du PREDIT III, programme national de recherche d'expérimentation et d'innovation dans les transports terrestres (<http://www.predit.prd.fr>). Dans ce programme, le projet PROTEUS, pour Protection de la Tête des Usagers Vulnérables (2003-2006), a eu pour objectif de mettre au point un outil numérique de prédiction des lésions crâno-encéphaliques nécessaire à l'évaluation et à l'élaboration des systèmes de protection de la tête en cas de chocs. Quatre thèses sont effectuées en parallèle dans le cadre de ce projet. La phase expérimentale de ce projet, menée par le CEESAR (Centre Européen d'Etudes de Sécurité et d'Analyses des Risques) et le LAMIH (Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines de l'Université de Valenciennes) a pour but d'étudier la dispersion des propriétés mécaniques de la boîte crânienne.

Dans ce cadre, notre travail a pour objectif d'améliorer la biofidélité des modèles de tête, ceux obtenus jusque là ne prenant pas en compte les caractéristiques mécaniques des os propres à chaque individu. Nous nous proposons de contribuer à l'amélioration de la connaissance des mécanismes de fractures du crâne par la construction de modèles statistiques reliant la force à la rupture d'éprouvettes osseuses crâniennes à des paramètres pertinents géométriques et physico chimiques. Ceci permettra de simuler la réponse mécanique aux chocs des os crâniens humains de manière personnalisable. Ce type de modèle statistique a pour but de paramétrer les modèles éléments finis à partir d'un nombre réduit de mesures expérimentales. Ces mesures sont les paramètres d'entrée de tels modèles et doivent pouvoir être mesurées in vivo à partir d'images médicales, comme par exemple le scanner X, qui permet d'obtenir de manière non invasive la densité et la forme de l'os observé.

Le premier chapitre de ce mémoire fournit dans un premier temps une brève description de la boîte crânienne, ses lésions et les sources de ces lésions.

Une synthèse de la recherche sur les mécanismes de fracture des os, tant pour leur caractérisation structurale que pour leur caractérisation mécanique et leur modélisation mathématique, est également présentée.

Une section de ce chapitre est dédiée à un état de l'art sur les méthodes statistiques multidimensionnelles et de régression utilisées pour réaliser ce travail.

Le chapitre deux est consacré à la caractérisation mécanique, densitométrique et morphométrique d'éprouvettes osseuses crâniennes.

Les différentes étapes du protocole expérimental qui permet d'obtenir les paramètres mécaniques et densitométriques des fragments osseux sont données.

Les paramètres morphométriques sont quant à eux obtenus par traitement d'images en deux dimensions.

La description statistique de chaque paramètre est présentée en dernier lieu dans ce chapitre.

L'analyse des données expérimentales est exposée dans le dernier chapitre. Les modèles statistiques considérés sont basés sur un apprentissage de la variabilité d'une classe d'intérêt, et sur l'emploi de méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles. Le choix de la méthode multidimensionnelle amène à coder préalablement les variables en données floues.

Dans un deuxième temps, les paramètres géométriques et physico chimiques sont utilisés afin d'ajuster un modèle d'inférence sur les essais expérimentaux. Le caractère prédictif du modèle approché est directement lié à la forme du modèle choisi, à savoir ici linéaire ou curvilinéaire. Une attention particulière est ainsi portée sur la nature de nos données expérimentales et les relations qui les lient entre elles. L'évaluation par la méthode des moindres carrés, et la validation par l'utilisation de critères d'estimation et de prédiction des modèles statistiques d'inférence sont présentées.

Enfin, nous synthétisons dans la conclusion générale les principaux résultats obtenus au cours de ce travail, tout en précisant les limites et défauts des méthodes utilisées. Les axes de recherche restant à développer, et les perspectives de travail sont finalement présentés.

1

Etude bibliographique

Sommaire

1. Introduction	14
2. Description de la boîte crânienne	14
3. Bilan lésionnel de la boîte crânienne	19
3.1. Lésions de la boîte crânienne	19
3.2. Population impliquée dans les Accidents de la Voie Publique (AVP)	21
3.3. Critères de gravité des lésions	22
3.4. Sources de blessures à la tête lors des AVP	23
4. Essais expérimentaux et résultats	25
4.1. Les conditions d'essais	25
4.2. Essais expérimentaux et études statistiques pour la caractérisation mécanique osseuse	26
4.2.1. Caractérisation mécanique des os crâniens	26
4.2.2. Modélisation statistique pour la caractérisation mécanique des os longs et des vertèbres	30
4.2.3. Conclusions sur les essais expérimentaux	34
5. Analyses statistiques	34
5.1. Le choix des méthodes	34
5.2. Analyses de données et prévision : méthodes utilisées pour notre étude	36
5.2.1. Principe général de l'analyse multidimensionnelle	37
5.2.2. Principe de la régression linéaire multiple	40
6. Conclusion	48

1. Introduction

Les blessures crânio-encéphaliques forment une part importante des lésions consécutives aux accidents du travail ou de la circulation, ces derniers étant en constante progression. D'où la nécessité d'optimiser la protection de la tête vis-à-vis des chocs, ce qui implique notamment une bonne connaissance de la structure à protéger.

La connaissance des caractéristiques mécaniques de l'os est indispensable pour la compréhension du mécanisme des fractures.

Les mécanismes de fractures du crâne ont été, depuis plus d'une centaine d'années, étudiés par un grand nombre de chercheurs. De nombreuses techniques ont été utilisées, grâce à la grande diversité de combinaisons alliant les différents moyens de conservation et les types de charge ; de plus les essais sur sujets d'anatomie sont réalisés sur sujets entiers, sur crâne ou sur éprouvettes osseuses.

Les études sur la biomécanique de la tête ont amené à diverses approches et techniques de modélisation de la tête humaine. Certains auteurs ont fait l'état des lieux d'expérimentations menées sur têtes et crânes humains, parmi lesquels Yoganandan et al. en 2004 [YOG 04].

Ce chapitre présente la synthèse de la revue bibliographique effectuée afin de délimiter le travail à réaliser pour atteindre l'objectif global de cette étude.

Dans un premier temps, nous présentons brièvement la description osseuse du crâne humain. Les lésions de la tête, leurs sources puis les critères pour définir leur gravité sont rapidement exposés.

Une deuxième partie consiste en l'état des lieux des recherches effectuées pour la caractérisation des os. Après avoir présenté les diverses méthodes de conservation des sujets anatomiques, les essais expérimentaux et leurs résultats suivent. Nous nous intéressons plus particulièrement aux analyses statistiques développées. Ainsi, non seulement les os crâniens sont évoqués, mais aussi les résultats découlant des études sur les os longs et les vertèbres nous permettent de formuler des hypothèses a priori sur nos futurs modèles.

Enfin, un état de l'art succinct sur les analyses de données que nous employons pour cette étude est présenté. La procédure pour la sélection des meilleurs modèles statistiques l'est également.

2. Description de la boîte crânienne

Les os du squelette ont des formes variables qui dépendent de leur fonction et de leur situation dans le corps. Les os crâniens font partie de la famille des os plats, de faible épaisseur. Ils sont destinés à protéger le cerveau, et de ce fait représentent la partie la plus solide du corps [DOC].

La tête humaine est composée de 22 os, répartis en deux parties : le crâne, qui comprend huit os, et la face, qui en possède quatorze. La partie inférieure du crâne s'articule avec les os de la face et de la colonne vertébrale.

1. Etude bibliographique

Le crâne humain peut être assimilé à une sorte de boîte osseuse de forme ovoïde, contenant les masses centrales les plus volumineuses du système nerveux cérébro-spinal. On distingue deux parties constitutives du crâne :

- La partie supérieure : la calvaria, ou voûte, résistante, qui a un rôle protecteur.
- La partie inférieure : la base du crâne, ou plancher, percée d'orifices qui laissent passer les vaisseaux de l'encéphale, la moelle, les nerfs crâniens.

Les os qui forment le crâne sont articulés entre eux d'une manière fixe. Ces os structuraux sont au nombre de huit, à savoir : quatre os pairs, latéraux et symétriques – les temporaux et pariétaux – et quatre os impairs et médians – le frontal (ou coronal), l'occipital, le sphénoïde et l'éthmoïde. Les figures 1-1 et 1-2 illustrent respectivement les vues latérale et de face du squelette de la tête humaine.

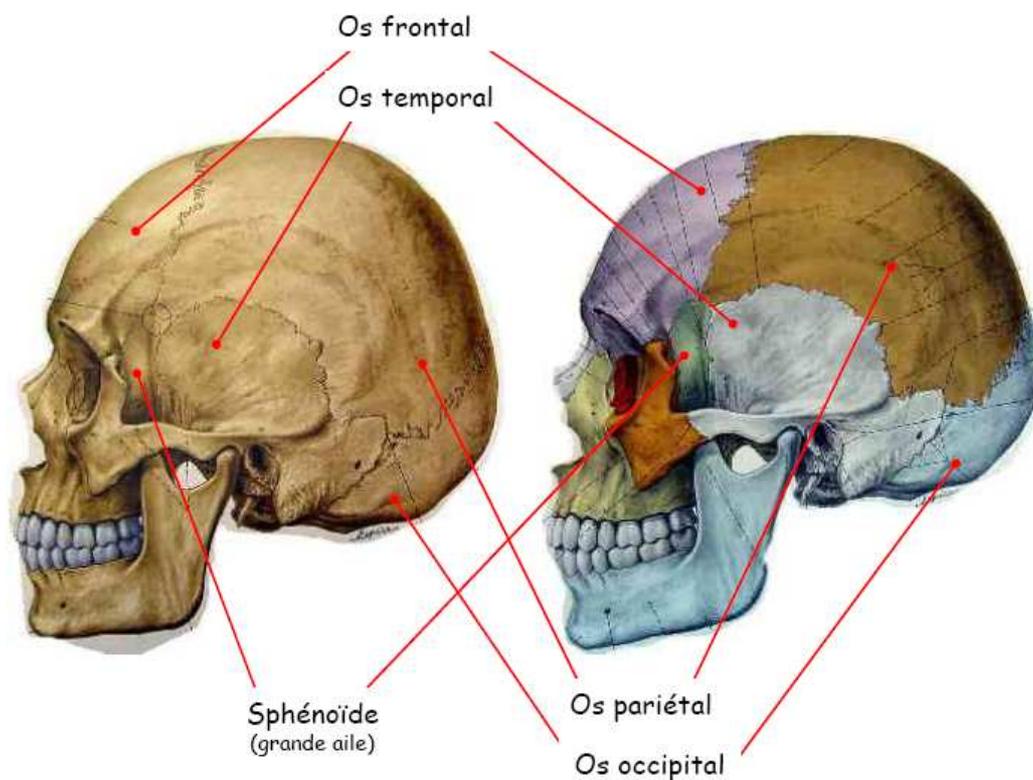


Figure 1-1 : Vue latérale gauche de la tête humaine

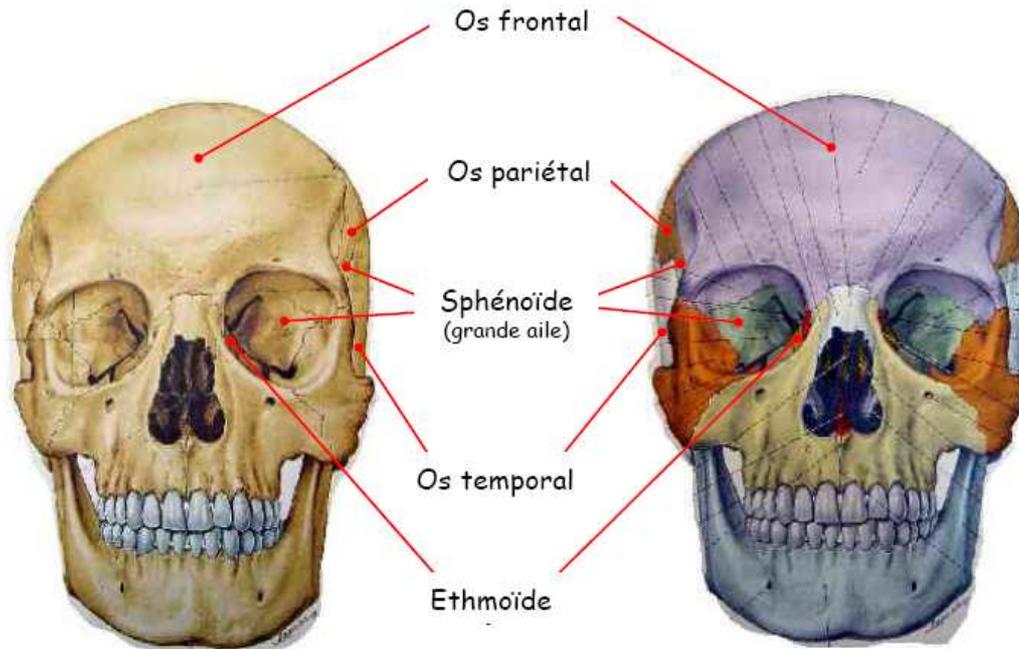


Figure 1-2 : Vue de face de la tête humaine

- L'os occipital possède le trou vertébral par lequel la cavité crânienne communique avec le canal vertébral. Il appartient à la calvaria et à la base du crâne.
- Le sphénoïde, placé à la base du crâne, se trouve en avant du trou vertébral ; ses extrémités ou grandes ailes se voient dans la fosse temporale. Il appartient également à la voûte par les grandes ailes.
- L'ethmoïde forme le plancher supérieur des fosses nasales. Il appartient à la base du crâne.
- Les os pariétaux forment par leur forme rectangulaire légèrement incurvée, les parois latérales de la voûte crânienne. Ils sont reliés entre eux par la suture sagittale qui traverse longitudinalement la calotte crânienne. Les quatre bords et angles des os pariétaux permettent, par le biais de sutures aux aspects géométrique particuliers, une articulation avec les autres os d crâne.
- L'os frontal est l'un des os crâniens qui forment le front et les voûtes orbitaires. Il appartient à la base du crâne et à la voûte. Il forme également la partie supérieure de la cavité nasale ainsi que la partie antérieure du crâne. Il existe dans le frontal deux cavités, les sinus frontaux, situés juste au-dessus de chaque orbite.
- Les deux temporaux sont situés dans la région de la tempe, sur la partie latérale de la tête. Ils participent aussi bien à la formation de la voûte que la base du crâne.

Ces os sont unis entre eux au moyen d'articulations nommées sutures, ou synarthroses. Ces sutures s'ossifient progressivement et disparaissent au fur et à mesure de la croissance. Les figures 1-3 et 1-4 montrent les sutures crâniennes pour les vues respectives latérale et exocrânienne.

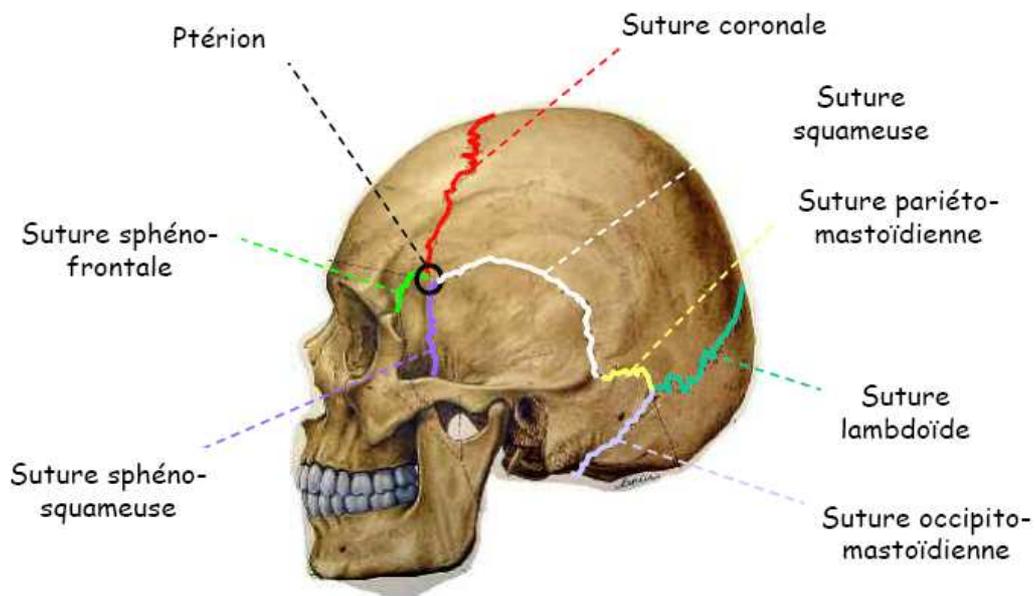


Figure 1-3 : Sutures crâniennes, vue latérale gauche

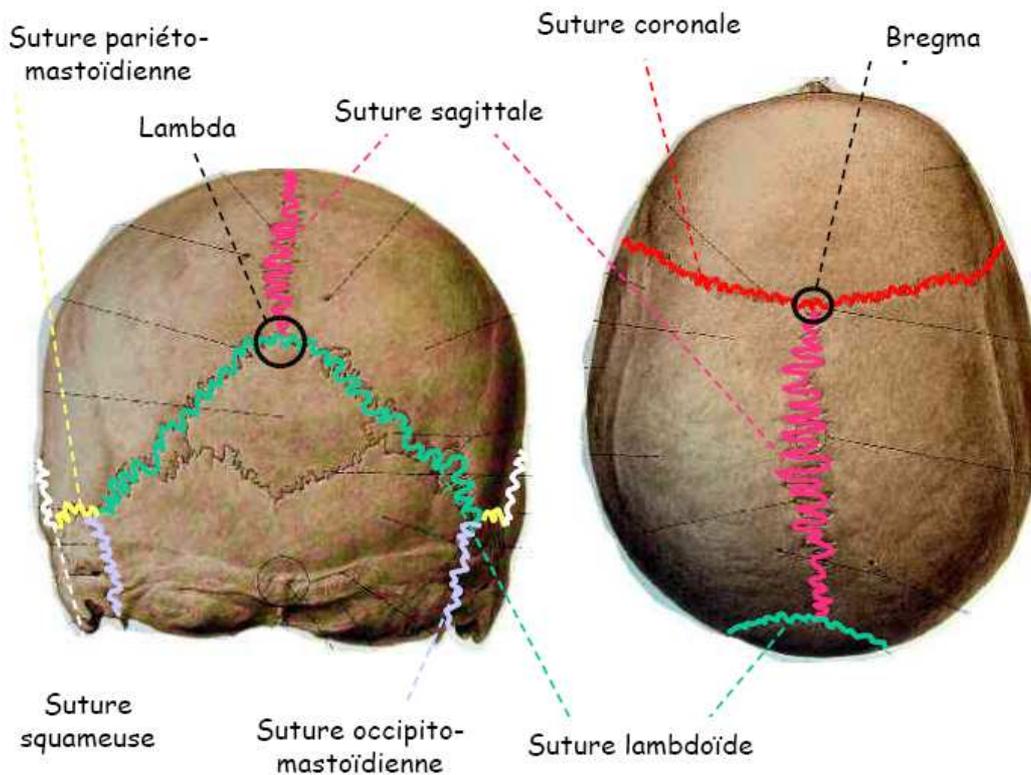


Figure 1-4 : Sutures crâniennes, vue exocrânienne

➤ La suture coronale (ou fronto-pariétale) part de chaque côté du crâne et rejoint son sommet au bregma ; elle relie le frontal aux deux pariétaux.

1. Etude bibliographique

➤ La suture lambdoïde relie les deux pariétaux à l'occipital à l'arrière du crâne. Le point de rencontre entre la suture sagittale, qui lie les deux pariétaux, et la suture lambdoïde forme un motif bipartite, le lambda. Les extrémités inférieures de la suture lambdoïde vont jusqu'aux apophyses mastoïdes des temporaux, et les relient à l'occipital.

➤ L'union du bregma et du lambda entre les deux pariétaux constitue la suture sagittale.

On décrit à ces os trois couches (Figure 1-5) :

➤ Une table interne ou endocrânienne, limitée par une corticale d'os compact appelée lame interne, recouverte à l'intérieur par un périoste endocrânien appelé endocrâne. L'endocrâne donne insertion aux enveloppes du cerveau, les méninges.

➤ Une table externe, appelée face exocrânienne, limitée par une corticale d'os compact appelée lame externe, recouverte à l'extérieur par un périoste exocrânien appelé péricrâne. La rigidité de ces deux tables osseuses est comparable à celle de l'os cortical des os longs.

➤ Entre ces deux lames se place le tissu spongieux, le diploë, parcouru par des éléments veineux, les veines diploïques. Le diploë est un tissu mou, possédant les mêmes propriétés que l'os trabéculaire présent dans la colonne vertébrale.

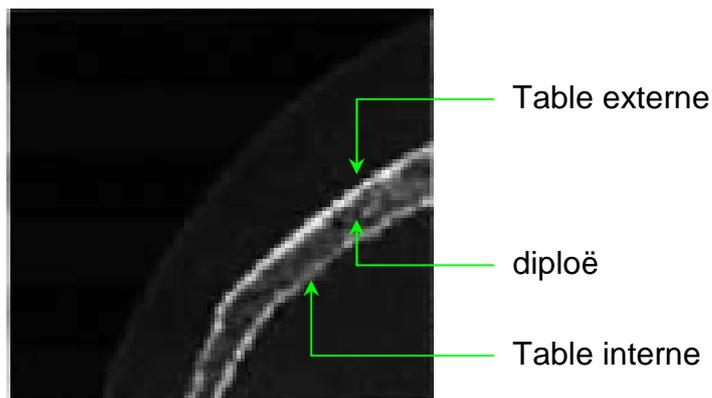


Figure 1-5 : Composition dite "sandwich" du crâne humain (scanner) [YOG 04].

Enfin, la calvaria est renforcée par des arcs longitudinaux et transversaux, illustrés en figure 1-6.

Les arcs longitudinaux sont :

- l'arc fronto-occipital impair et médian.
- l'arc latéral supérieur, pair et symétrique, qui unit le processus frontal de l'os zygomatique au processus mastoïde.
- l'arc latéral inférieur (concentrique au précédent), pair et symétrique, joignant le tubercule sphénoïdal de la grande aile à la racine du processus zygomatique du temporal.

Les arcs transversaux sont :

- dans la région de la nuque, deux arcs semi-circulaires qui suivent les lignes occipitales externes.
- en avant, un arc qui emprunte les arcades supra orbitaires.

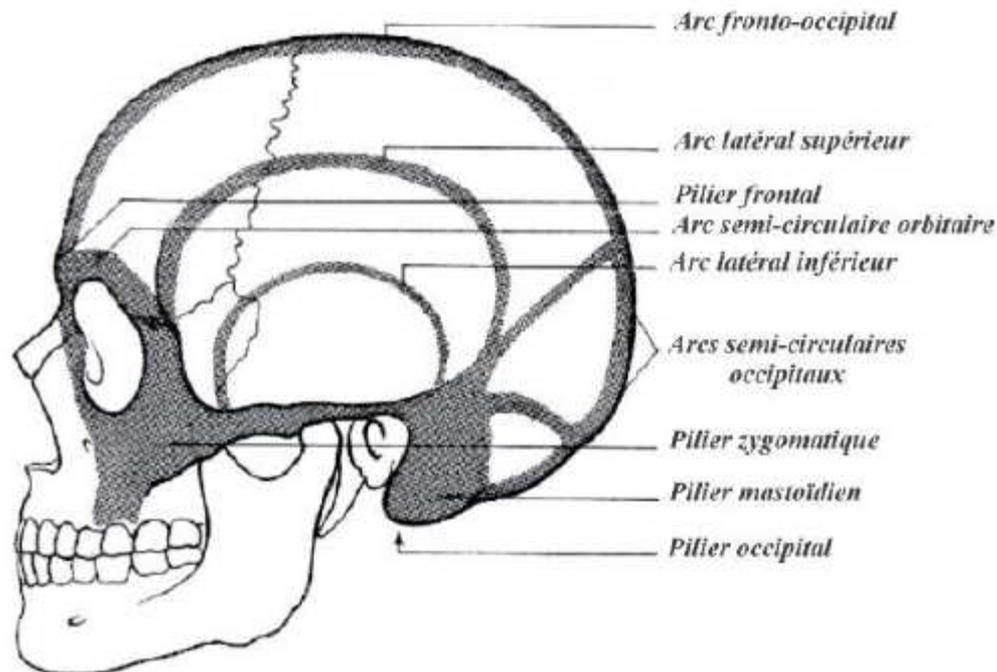


Figure 1-6 : Arcs de renforcements de la voûte crânienne [ROU 91].

3. Bilan lésionnel de la boîte crânienne

L'objectif ici est de présenter de manière succincte les lésions du crâne humain observées en accidentologie, ainsi que les sources de ces lésions.

Deux sources d'information sont couramment utilisées pour l'étude des lésions :

- Les études cliniques se basent sur les dossiers médicaux de patients sélectionnés par rapport aux lésions qu'ils ont eues, aux conditions de survenue de ces lésions ou à d'autres critères jugés pertinents ; ces informations sont alors mises en relations pour déterminer quelles configurations de chocs mènent à quels types de lésions.
- Les études expérimentales quant à elles consistent à reproduire des chocs types dont les paramètres jugés pertinents sont contrôlés (vitesse d'impact, direction...). Les sujets peuvent être soit des mannequins de crash tests (prototypes physiques) ou des sujets d'anatomie.

3.1. Lésions de la boîte crânienne

Les lésions de la boîte crânienne peuvent être réparties en deux catégories :

- Les lésions du cuir chevelu consistent en une plaie du cuir chevelu, saignant abondamment, du fait de l'abondance des vaisseaux. Cependant, elle est bénigne si elle est isolée (sans hémorragie intracrânienne, ni lésion cérébrale), et se traite par simple suture.

➤ Les fractures du crâne, soit ouvertes (ou compliquées) s'il y a déchirure de l'épicrâne, soit fermées (ou simples) si l'épicrâne est intact. Dans le premier cas, une opération chirurgicale est, la plupart du temps, nécessaire [DON 05].

Un trait de fracture isolé de la voûte, la partie visible du crâne, est bénigne et se ressoude spontanément.

Lorsque la fracture prend la forme d'une embarrure, c'est-à-dire lorsqu'un fragment osseux entre deux traits de fracture devient mobile, celui-ci peut s'enfoncer et comprimer le cerveau ; une réparation chirurgicale s'impose alors. Les lésions nerveuses par compression dépendent du territoire et de l'importance de l'embarrure. Si la fracture siège sur la base, la partie interne et horizontale du crâne, en particulier au niveau du rocher, avec une atteinte de l'oreille interne, une intervention chirurgicale peut être nécessaire.

Les fractures multiples peuvent montrer des petits bouts d'os, ou esquilles, projetés dans la boîte crânienne. Les lésions nerveuses sont toujours présentes dans ce cas, parfois graves.

La figure 1-7 illustre les trois types de fractures du crâne : la fracture simple sans déplacement, la fracture avec embarrure, les fractures multiples avec esquilles [AKO 71].

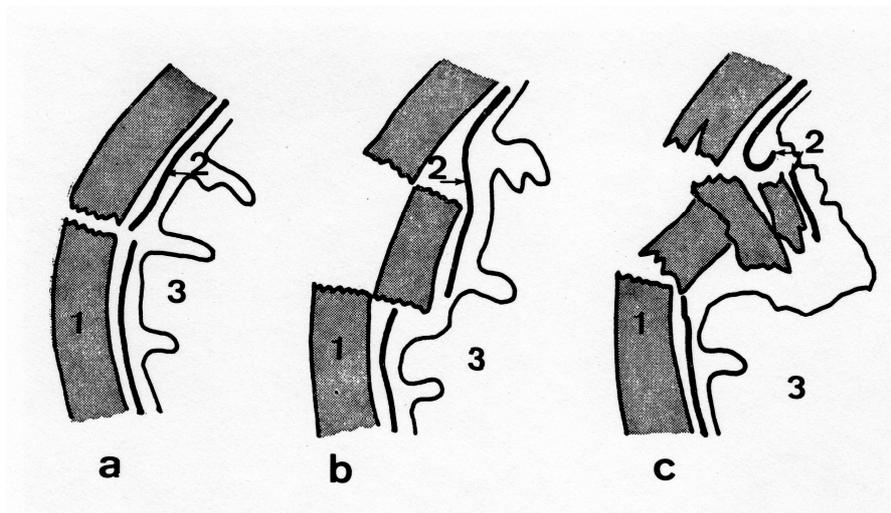


Figure 1-7 : Fractures du crâne. Sont figurés en 1, l'os formant la voûte crânienne, en 2, les méninges, en 3, la substance nerveuse cérébrale.

- a. Fracture simple sans déplacement.**
- b. Fracture avec embarrure (enfoncement d'un fragment osseux).**
- c. Fractures multiples avec esquilles.**

[AKO 71].

A long terme, les séquelles neurologiques sont possibles et plus ou moins graves : vertiges, amnésie, épilepsie, etc. il existe aussi un syndrome subjectif des traumatismes crâniens, comportant des troubles psychiques et neuropsychiques, tels que maux de tête, troubles de la mémoire, ou encore dépression. Les traitements sont alors symptomatiques [DOC].

3.2. Population impliquée dans les Accidents de la Voie Publique (AVP)

En 2002, Lyman et al. ont montré que les conducteurs de 65 ans et plus comptent pour plus de la moitié des accidents mortels ; ils sont impliqués à 40% dans les Accidents de la Voie Publique [LYM 02].

Lafont et Laumon [LAF 03] ont réalisé une étude sur 47 503 victimes adultes de la circulation routière dans le département du Rhône. 29 571 sont des automobilistes, 3 763 des piétons. L'étude est menée selon deux caractéristiques : le sexe de la victime et la classe d'âge ; trois classes d'âge sont préalablement définies : les 18-49 ans, les 50-69 ans, et les 70 ans et plus. Les analyses statistiques mettent en évidence un risque croissant avec l'âge d'être gravement blessé ou de décéder des suites de ses blessures. Les lésions graves à la tête constituent la première cause de mortalité des piétons ou des automobilistes.

D'après une étude menée par Yoganandan et al., la population représentée par les 65 ans et plus est la plus impliquée dans les AVP. Chez les conducteurs masculins, le taux des accidents mortels a augmenté de 27% pour les 70-74 ans, et de 41% chez les 85 ans et plus. Les zones latérales du crâne sont les plus touchées [YOG 07].

Les statistiques présentées lors du bilan de la sécurité routière de 2006 sur la population française [ONISR] montrent que les populations plus jeunes sont les plus touchées mais celles plus âgées sont atteintes plus gravement. Le tableau 1-1 présente ces résultats :

France entière Année 2006	Tués	Blessés hospitalisés	Blessés légers	Total des victimes	Gravité (tués / 100 victimes)
0-14 ans	137	3 153	4 889	8 042	1,68
15-17 ans	238	3 874	4 838	8 712	2,66
18-24 ans	1 091	9 180	14 482	23 662	4,41
25-44 ans	1 488	13 218	24 184	37 402	3,83
45-64 ans	1 005	7 631	11 494	19 125	4,99
65 ans et plus	916	4 392	4 022	8 414	9,82
âge indéterminé	67	421	202	623	9,71
Ensemble	4 942	41 869	64 111	105 980	4,46

Tableau 1-1 : Classement des victimes en France en 2006 par classes d'âge. [ONISR]

La tranche d'âge la plus touchée est celle des 25-44 ans, avec 35,29% du total des victimes. En ce qui concerne la gravité des accidents, c'est la tranche d'âge des 65 ans et plus qui présente un plus grand pourcentage, avec près de 10 tués pour 100 victimes. La répartition de la gravité des AVP par classes d'âge est illustrée en figure 1-8 :

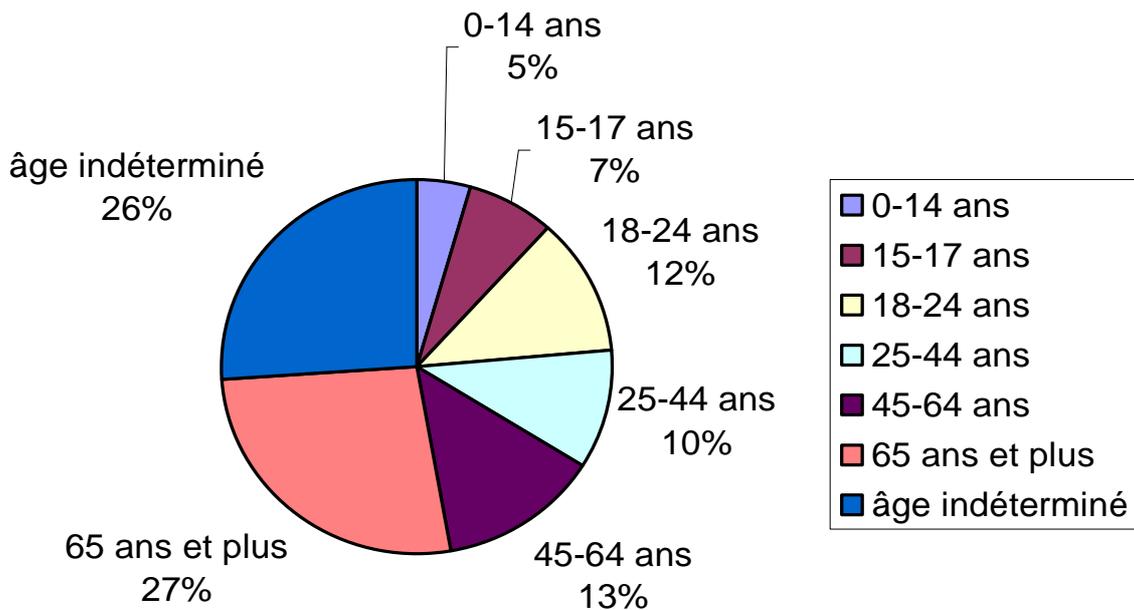


Figure 1-8 : Répartition de la gravité des AVP en fonction des différentes classes d'âge [ONISR].

3.3. Critères de gravité des lésions

Les lésions, multiples pour certaines victimes, peuvent être décrites sous des formes très diverses, puisqu'on peut s'intéresser à la fois à la gravité d'une lésion isolée, à sa localisation, ou encore à l'ensemble des lésions. Plusieurs critères de gravité sont utilisés. Parmi eux, on peut citer [LAF 03] :

➤ Le AIS90 (Abbreviated Injury Scale), développée par des accidentologues, est acceptée universellement comme base des échelles de sévérité des blessures. Sa construction repose sur le principe suivant : un code est affecté à chaque blessure, quantifiant la gravité immédiate de cette blessure, et non sa conséquence directe. Certains facteurs, tels que le risque fatal, la certitude du diagnostic, la durée, la complexité et l'efficacité attendue de la récupération avec ou sans thérapie, sont pris en compte. Le niveau de sévérité varie de 1 pour une blessure mineure, à 6, au-delà de toute ressource thérapeutique (tableau 1-2) :

Gravité AIS	Niveau de gravité des lésions
0	Pas de lésion
1	Lésion mineure
2	Lésion modérée
3	Lésion sérieuse ne mettant pas la vie en danger
4	Lésion sévère mettant la vie en danger
5	Lésion critique à survie incertaine
6	Lésion fatale

Tableau 1-2 : Niveau de gravité d'une blessure dans l'Abbreviate Injury Scale (AIS)

L'ensemble des blessures étant réparti sur neuf territoires corporels.

Des exemples de lésions crânio-faciales et leur code AIS90 associé sont présentés dans le tableau 1-3 :

Gravité AIS	Lésions
1 (mineure)	Fracture de la mandibule, du nez, des dents
2 (modérée)	Fractures linéaires de la voûte crânienne Fractures du maxillaire, de l'orbite, de l'os zygomatique
3 (sévère)	Fractures de la base du crâne Fractures pénétrantes de la voûte crânienne
4 (sérieuse)	Fractures de la base du crâne avec exposition des tissus cérébraux Fractures pénétrantes de la voûte crânienne avec exposition des tissus cérébraux

Tableau 1-3 : Exemples de lésions de la face et du crâne et le code AIS90 associé [AUT 04].

➤ Si le sujet est polytraumatisé, le NISS (New Injury Severity Score) peut être utilisé. Il est égal à la somme des carrés des trois lésions d'AIS le plus élevé. Ce score varie de 1 à 75 (si une lésion est codée AIS6, c'est-à-dire fatale, le score est arbitrairement fixé à 75). Les blessés graves, définis par un score de gravité NISS supérieur ou égal à 9, présentent au minimum une lésion AIS3, ou la combinaison de deux lésions AIS2 et une AIS1.

3.4. Sources de blessures à la tête lors des AVP

Dans le cadre des Accidents de la Voie Publique (AVP), plusieurs types de chocs sont définis : le choc véhicule – piéton, le choc véhicule – deux roues, et le cas des occupants d'un véhicule. Pour chacun de ces types, il existe plusieurs configurations de choc, mais deux en particulier sont bien définies : le choc frontal ou de face et le choc latéral ou de profil.

Thomas et Bradford [THO 95] ont réalisé une étude sur les sources des blessures à la tête survenues après choc frontal. Les données décrivent des situations réelles d'Accidents de la Voie Publique. Le choc frontal correspond à une force et direction comprises entre 11 et 1 heure sur une horloge, et présentant un contact direct avec l'avant du véhicule.

La tête comprend ici le crâne, le cerveau, la face, ainsi que les tissus. Les données recueillies sont issues des hôpitaux, des rapports légistes, ainsi que de questionnaires. La population étudiée est ici composée de 2 985 cas.

Les sources de chocs frontaux sont :

- Le volant du véhicule, représentant 45,6% des blessures lors de chocs frontaux.
- Le pare-brise, avec 10,8% des cas.
- Le montant du véhicule, pour 7% de la population étudiée.
- Le tableau de bord, expliquant 5,3% des cas.
- Les objets extérieurs, pour 2,5%.

1. Etude bibliographique

Sur un total de 2 985 cas, 80 (2,7%) sont décédés à la suite de leurs blessures. Parmi les survivants, 2 838 (95,1%) présentent un score AIS1 ou AIS2, et 67 (2,2%) présentent un score AIS3. Le tableau 1-4 présente ces résultats pour les différentes sources d'impacts :

	Survivants				Décédés	
	AIS 1-2	(%)	AIS 3+	(%)	AIS 3+	(%)
pare-brise	316	11	1	2	7	9
montant et toit	190	7	1	2	17	21
tableau de bord	149	5	7	10	2	2
volant	1302	46	34	51	25	32
objets extérieurs	44	2	9	13	22	27
autre	162	6	9	13	4	6
inconnu	675	23	6	9	3	3
total	2838	100	67	100	80	100

Tableau 1-4 : Effectifs des blessures pour les différentes sources d'impacts frontaux. La population est répartie en trois groupes : les survivants présentant un score de gravité lésionnelle AIS 1-2, les survivants présentant un score de gravité lésionnelle AIS 3+, et les décédés avec un score de gravité lésionnelle AIS 3+ [THO 95].

En ce qui concerne les cas de fractures du crâne, ils sont répartis de façon égale entre les survivants et les décédés. Les tableaux 1-5 et 1-6 présentent la répartition des fractures du crâne et de la face survenues après impact pour respectivement les survivants et les décédés :

	Face	%	Crâne	%	Face et Crâne	%
pare-brise	20	4			1	0,4
montant et toit	11	2	1	0,4		
tableau de bord	10	2	1	0,4	2	0,4
volant	310	64	12	2	11	0,2
objets extérieurs	17	4	1	0,3	1	0,3
autre	40	8	3	0,6		
inconnu	40	8	2	0,3	1	0,3
total	448	92	20	4	16	4

Tableau 1-5 : Effectifs des fractures du crâne et de la face parmi les survivants, pour les différentes sources d'impact frontal [THO 95].

	Face	%	Crâne	%	Face et Crâne	%
pare-brise	3	5			1	2
montant et toit	6	10	5	8	3	4
tableau de bord			2	3		
volant	7	11	12	19	6	9
objets extérieurs	7	12	8	13	1	2
autre	2	3				
inconnu						
total	25	40	27	43	11	17

Tableau 1-6 : Effectifs des fractures du crâne et de la face parmi les décédés, pour les différentes sources d'impact frontal [THO 95].

4. Essais expérimentaux et résultats

4.1. Les conditions d'essais

Il existe de nombreuses combinaisons pour effectuer une étude mécanique. Meyrueis et al. [MEY 03] montrent que les caractéristiques mécaniques de l'os révélées par les tests varient en fonction de nombreux paramètres tels que le mode de conservation, l'humidité, l'orientation du prélèvement, etc., ou encore le type de charge à laquelle l'os est sollicité.

La conservation des corps est une étape importante en vue de leur utilisation optimale, le but étant d'avoir des matériaux biologiques les plus proches possibles du vivant. Il est impératif que l'intégrité des sujets soit conservée afin que les études effectuées pour la caractérisation osseuse puissent être de la meilleure qualité possible. Différentes techniques de conservation sont utilisées, parmi lesquelles :

➤ L'embaumement.

Le but de l'embaumement est de ralentir la décomposition organique des corps. Il permet alors une conservation maximale du sujet jusqu'à plusieurs mois, voire plusieurs années après son décès. Pour des raisons pratiques et pour obtenir un embaumement de bonne qualité, il doit être réalisé dans les 24 heures. La condition sine qua non pour embaumer un sujet est son intégrité physique.

L'une des techniques les plus employées est l'injection vasculaire d'une solution appelée solution de Winckler. Cette technique a l'avantage de rendre le cadavre relativement souple pour la dissection grâce à la glycérine. De plus, le formol assure une bonne fixation des tissus et l'acide phénique arrête la décomposition des matières organiques, est astringent et antiseptique car toxique pour les organismes inférieurs et les larves d'insectes.

➤ La chambre froide.

Le stockage en chambre froide dans les laboratoires d'anatomie et de pathologie entre -20°C et -30°C permet de conserver le cadavre en bon état et de ralentir l'autolyse. Une préparation minutieuse avant la congélation, qui consiste à vider le cadavre de son sang, à le refroidir immédiatement par dépeçage, et à le mettre au congélateur dans les plus brefs délais, pourra contribuer à une bonne conservation des tissus et permettra de garantir une décongélation uniforme avant utilisation.

Des liquides de préservation, contenant du formol, qui est toxique et polluant, sont très souvent utilisés pour fixer le cadavre. On peut utiliser des associations de produits chimiques pour différents tissus en fonction du résultat recherché, à savoir la diversité des textures de tissus ou bien la longévité.

➤ Le sujet anatomique frais.

Cette technique consiste à conserver le corps au réfrigérateur, ce qui permet d'avoir un comportement mécanique le plus proche possible des matériaux biologiques d'un être vivant. Cette méthode impose cependant des règles temporelles très strictes, et n'est pas autorisée dans tous les laboratoires d'anatomie.

Une étude sur les différentes techniques de conservation a été effectuée par Crandall en 1994 (cité dans [DEL 02]). L'objectif de ce travail est de tester la biofidélité des sujets anatomiques, en comparant les réponses aux essais mécaniques du sujet par rapport à l'être humain vivant. Des tests mécaniques sont réalisés sur 150 côtes prélevées sur 13 vaches, conservées selon six moyens de conservation. Les paramètres mécaniques de référence sont ceux des os frais. Les résultats montrent que le module d'Young est inférieur de 28% à celui de la méthode de référence, et celui pour la méthode de Winckler est inférieur de 7%. Cette dernière méthode est donc considérée comme affectant le moins les caractéristiques mécaniques par rapport au sujet d'anatomie frais.

Dans l'objectif d'éliminer le plus possible les disparités individuelles, et de développer un modèle statistique le plus personnalisé possible de l'être humain vivant, le moyen de conservation le plus représentatif de la population est la conservation des matériaux biologiques au réfrigérateur.

4.2. Essais expérimentaux et études statistiques pour la caractérisation mécanique osseuse

L'évaluation du comportement mécanique de l'os paraît essentielle pour améliorer la connaissance de ses propriétés dans plusieurs domaines, tels la médecine, ou encore pour notre cas, la sécurité routière. De plus le développement de diverses méthodes, vues en introduction, servant à modéliser et à simuler le comportement de pièces anatomiques nécessite de bien connaître les propriétés mécaniques des matériaux mis en jeu.

Dans les méthodes expérimentales de caractérisation, de nombreux paramètres influencent les propriétés mécaniques obtenues : les dimensions, les modes de conservation et de tests des échantillons, les conditions aux limites de l'échantillon, les modes de chargement (statique ou dynamique) dans le cas de la caractérisation mécanique et les moyens de mesure.

Ce paragraphe a pour but de présenter les études menées sur la caractérisation statistique des os. Nous verrons que dans la recherche sur les os crâniens, des études essentiellement exploratoires ont été menées pour déterminer quels paramètres mécaniques sont les plus prédictifs du risque fracturaire. Nous présenterons par la suite quelques études pour lesquelles des modèles statistiques ont été élaborés pour les os non crâniens, et plus particulièrement pour les os longs ou vertèbres.

4.2.1. Caractérisation mécanique des os crâniens

Les recherches sur la réponse biomécanique du crâne humain ont commencé au milieu du dix-neuvième siècle, en 1854, avec les travaux de Bruns qui réalise des essais de compression sur des têtes humaines (cité dans [YOG 04]).

1. Etude bibliographique

Messerer (cité dans [YOG 04]), en 1880, sollicite en tests de compression quasi-statique 13 têtes humaines non embaumées, provenant de 7 sujets masculins, âgés de 18 à 83 ans, et de 6 sujets féminins, âgés de 22 à 82 ans.

Les résultats montrent que la force à la rupture est plus élevée chez les femmes que chez les hommes pour les impacts latéraux ; a contrario, pour les chocs frontaux, la force à la rupture est moindre pour les sujets féminins. La figure 1-9 illustre ces résultats :

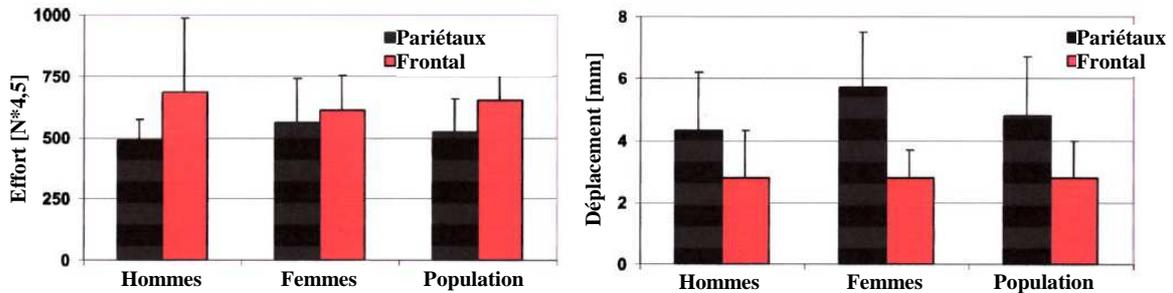


Figure 1-9 : Histogrammes des force (à gauche) et déplacement (à droite) à la rupture comparant les diversités homme – femme, ainsi que les sites du crâne sollicités. En noir, impacts sur les pariétaux, en rouge, impact sur le frontal [YOG 04].

McElhaney et al. (cités dans [YOG 04]) réalisent des essais de compression quasi-statique sur sujets anatomiques non embaumés. Les 3 sujets féminins et les 20 sujets masculins sont âgés de 48 à 99 ans. La tête et le cerveau sont pesés (entre 3,8 et 5,5 kg pour la tête, et de 1,2 à 1,4 kg pour le cerveau). Les courbes effort / déplacement des charges exercées sur les zones frontale et latérales du crâne sont tracées. Douze tests sont réalisés pour chaque région.

La raideur quasi statique est comparée selon la région du crâne sollicitée : pour les zones latérales, la raideur quasi statique varie entre 700 et 1750 N/mm, et pour le frontal, elle varie entre 1400 et 3500 N/mm. La figure 1-10 illustre le recouvrement significatif des valeurs de la raideur quasi statique pour chacun des sites sollicités :

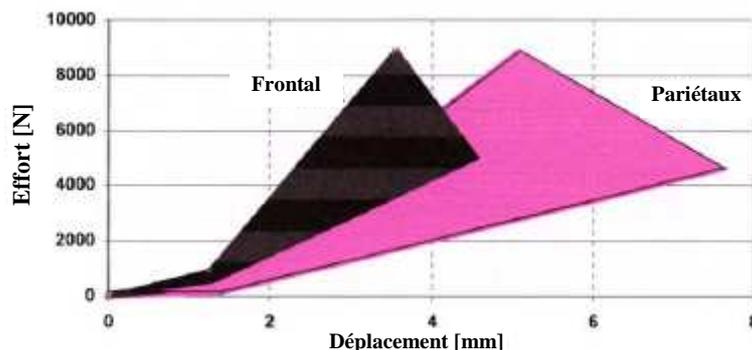


Figure 1-10 : Réponses force / déplacement des tests réalisés sur les régions latérales et frontale de 23 crânes non embaumés [YOG 04].

Got et al. [GOT 83] étudient la morphologie et la réponse biomécanique de 146 crânes humains. Les sujets, âgés de 24 à 82 ans, sont non embaumés, et conservés à une

1. Etude bibliographique

température de 4°C moins de 4 jours. Les dimensions de chaque crâne sont relevées, puis des échantillons sont prélevés sur les zones frontale et pariétales.

Des essais dynamiques sur puits de chute sont réalisés sur crânes entiers, et sur éprouvettes osseuses. Ces dernières font l'objet de tests de flexion et de cisaillement quasi-statique également.

Les éprouvettes sont ensuite calcinées à 700°C.

L'analyse des résultats obtenus permet aux auteurs de déterminer une relation entre les caractéristiques morphologiques du crâne et la minéralisation ; le coefficient de corrélation évalué entre le poids du crâne et la minéralisation est $R = 0,74$.

De très faibles corrélations, avec un coefficient de corrélation inférieur à 0,2, sont trouvées pour les relations entre âge, dimensions de la voûte crânienne et force de rupture. Ces résultats démontrent que l'âge est un mauvais indicateur de minéralisation d'os.

Enfin, les données montrent que l'épaisseur du crâne, son diamètre, la masse de la tête, et la minéralisation du crâne sont bien corrélées aux tests mécaniques réalisés sur les éprouvettes osseuses.

Ono [ONO 98] a étudié la tolérance des zones frontale, occipitale et latérales de vingt-cinq crânes humains. Dans le but de se trouver dans des conditions de tests sur tête entière, chaque crâne est alourdi en le remplissant de gélatine ; la face exocrânienne est recouverte d'une peau en caoutchouc développée pour le modèle physique Hybrid II ; le poids est ainsi augmenté de 5 Kg.

Les crânes sont testés sur puits de chute, d'une hauteur de 2 mètres ; l'accélération est mesurée par trois accéléromètres. 42 chocs frontaux, 36 occipitaux, et 58 temporaux sont appliqués aux crânes.

Les fractures, détectées par examen visuel, sont classées en trois catégories : simple, avec embarrure, et multiple. Les résultats confirment une distinction nette entre les groupes de crânes présentant ou non une fracture.

Les conditions aux limites de fractures du crâne paraissent identiques pour les zones frontales et occipitales. En revanche, la tolérance des zones latérales du crâne est de moitié moindre à celle des zones frontale et occipitale.

Fujita et al. [FUJ 99] ont étudié la distribution du pourcentage minéral contenu dans les os de la tête, du tronc, des bras et des jambes de 814 sujets, 609 femmes et 205 hommes. Le pourcentage minéral contenu dans chaque segment considéré a été évalué par absorptiométrie. Les résultats pour le segment tête sont présentés sur la figure 1-11. L'âge des sujets variant de 20 ans à 90 ans et plus, la répartition est effectuée par tranche de décennies. Le pourcentage représenté sur le graphe correspond au pourcentage de minéral contenu dans le segment tête par rapport à celui contenu dans le corps entier.

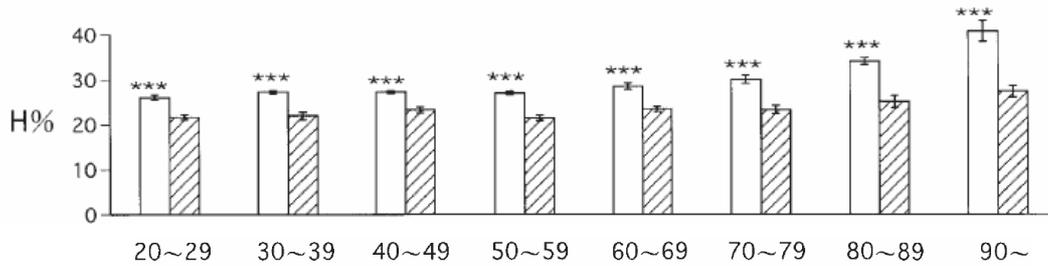


Figure 1-11 : Distribution relative du minéral présent dans le segment tête exprimé en pourcentage par rapport à la contenance de minéral dans le corps entier. Les barres hachurées correspondent aux sujets masculins. Le seuil de signification pour la différence entre les hommes et les femmes est fixé à $p < 0.01$ [FUJ 99].

Il est à noter que quel que soit l'âge du sujet, les valeurs du pourcentage minéral de l'os du segment tête sont plus élevées chez les sujets féminins que chez les sujets masculins.

En comparant le contenu minéral selon les tranches d'âge, on peut remarquer qu'il augmente considérablement à partir de la soixantaine, avec une augmentation de 150% pour les 90 ans et plus par rapport au sujet de la classe 20-29 ans.

Ruan et Prasad [RUA 94] étudient, sur une base de sept crânes humains, l'effet de la variation de l'épaisseur du frontal lors de sollicitations dynamiques. Les os crâniens sont modélisés selon quatre épaisseurs différentes (4,6 mm, 5,98 mm, 7,68 mm, 9,61 mm) puis soumis à des tests de compression à 6,33 m/s.

Lorsque l'épaisseur du crâne est plus importante, sa déformation diminue. Il n'est cependant pas possible de linéariser cette relation.

Yoganandan et Pintar [YOG 04] réalisent une étude bibliographique sur les recherches effectuées dans le domaine de la biomécanique du crâne et de la tête.

Ils établissent un état des lieux des essais réalisés sur crânes entiers ou éprouvettes osseuses, quel que soit le type de charge, ou le mode de conservation des sujets d'anatomie. La figure 1-12 résume la dispersion de la force nécessaire à la fracture pour les zones latérales et frontale de la tête, pour différentes études réalisées. La tolérance à la rupture diffère en fonction de la zone de contact, ainsi que de la préparation du sujet d'anatomie, avec quelques recouvrements.

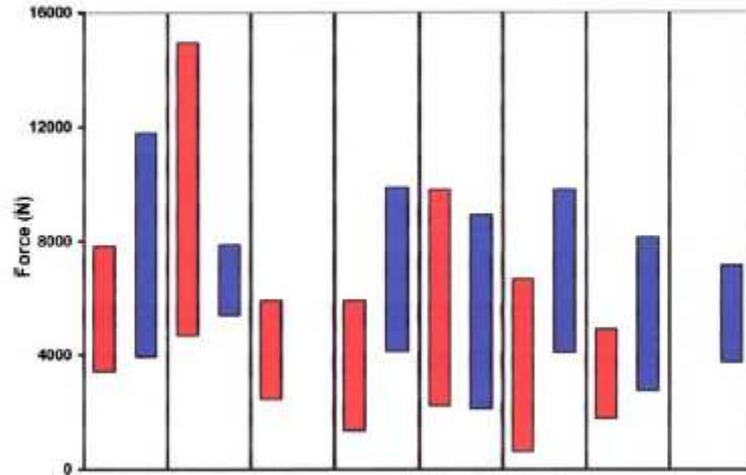


Figure 1-12 : Tolérance pour les régions latérales (en rouge) et frontale (en bleu), pour différents tests. Chaque colonne représente une étude de caractérisation particulière. De gauche à droite : Messerer (sujets frais, impacteur plat), Hodgson (sujets embaumés, impacteur plat) , Schneider (sujets frais, impacteur de diamètre 2.9cm), Schneider (sujets embaumés, impacteur de diamètre 2.9 cm), Melvin (sujets embaumés, impacteur de diamètres 1.1 cm), Melvin (sujets embaumés, impacteur de diamètre 1.5 cm), Messerer (sujets non embaumés, impacteur de diamètre 1.7 cm), et Nahum (sujets embaumés, impacteur de diamètre 2.9 cm) [YOG 04].

4.2.2. Modélisation statistique pour la caractérisation mécanique des os longs et des vertèbres

Keller [KEL 94] a élaboré un modèle statistique permettant de prédire le module d'Young en fonction de la densité seule des os. Les études ont été menées sur une base de 496 échantillons, prélevés sur des vertèbres et fémurs humains. Les sujets sont des hommes, âgés de 46 à 84 ans. Les fragments osseux sont soumis à des tests de compression.

Les analyses statistiques montrent qu'une dépendance mathématique entre les propriétés mécaniques osseuses issues des essais de compression et le contenu minéral des os est significative.

Cette dépendance se traduit par l'expression :

$$E(GPa) = 10,5\rho_{\alpha}^{2,57\pm 0,04}$$

$$S(MPa) = 117\rho_{\alpha}^{1,93\pm 0,04}$$

avec E , le module d'Young, exprimé en GPa,
 S , la contrainte mécanique, exprimée en MPa,
 ρ_{α} , la densité, exprimée en $g.cm^{-3}$.

Les coefficients de détermination calculés pour chacune des lois sont respectivement $R^2 = 0,965$ avec un coefficient de variation de 46,7%,
 et $R^2 = 0,969$ avec un coefficient de variation de 29,9%.

1. Etude bibliographique

Ding et al. [DIN 97] ont étudié les effets de l'âge sur les propriétés mécaniques, et les relations pouvant exister entre ces mêmes propriétés et le contenu minéral des os de tibia humains.

Les donneurs, 5 femmes et 26 hommes, sont âgés de 16 à 83 ans. Treize échantillons cylindriques sont prélevés sur chaque tibia, et conservés à -20°C dans une solution physiologique.

Des tests de compression sont réalisés sur 403 échantillons.

Des analyses statistiques sont effectuées sur les échantillons pour lesquels des résultats à la fois sur les propriétés mécaniques et physiques ont pu être obtenus. Dans un premier temps, trois classes d'âge sont créés : 16-39 ans, 40-59 ans, et 60-83 ans.

Le module d'Young subit une diminution de sa valeur pour les échantillons de la classe des plus âgés ($p > 0,001$).

Il n'y a pas de différence significative linéaire entre les deux premières classes d'âge pour la contrainte maximale, mais cette dernière est moindre pour la classe de la population plus âgée ($p < 0,001$).

Le phénomène se reproduit pour la densité.

Le pourcentage minéral ne varie pas en fonction de l'âge ($p = 0,87$).

L'analyse par régression linéaire multiple pas à pas est utilisée pour décrire ces liaisons. La figure 1-13 illustre les ajustements non linéaires du module d'Young, de la contrainte maximale, de la densité et du pourcentage minéral sur l'âge.

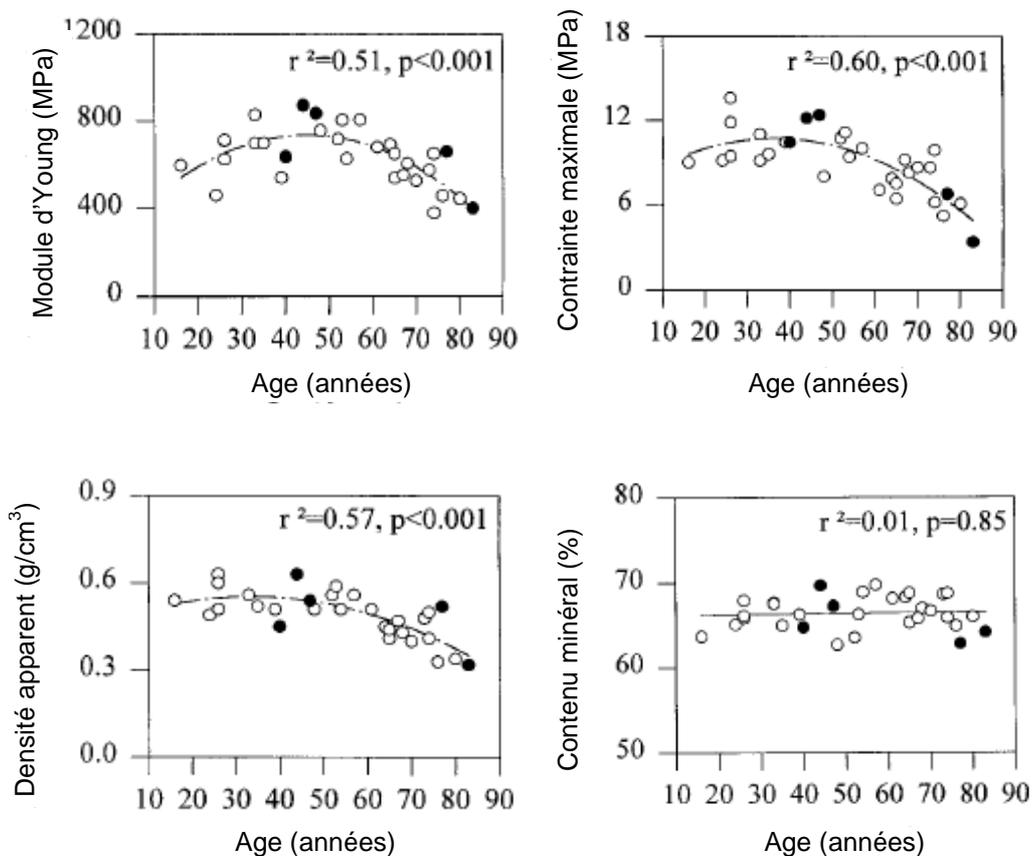


Figure 1-13 : Ajustements de paramètres mécaniques et densitométriques de tibias sur l'âge. Dans l'ordre de gauche à droite et de haut en bas, les paramètres sont : module d'Young en MPa, contrainte maximale en MPa, densité apparente en g/cm^3 , et contenu minéral en % [DIN 97].

Moselkilde et al. [MOS 87] prélèvent des éprouvettes osseuses cylindriques sur la première vertèbre lombaire (L1) de 42 individus. Les sujets, 27 femmes et 15 hommes, sont âgés de 15 à 87 ans. Des tests de compression sont réalisés sur chaque fragment osseux. La liaison existant entre la force de rupture en tests de compression et la densité ou le pourcentage minéral contenu dans les vertèbres est connue depuis la fin des années 60, avec les travaux de Weaver et Chalmers en 1966, puis Bell et al. en 1967 (cités dans [EBE 99]).

Moselkilde et al. trouvent une forte corrélation positive entre les propriétés biomécanique et le pourcentage minéral contenu dans les vertèbres.

Après normalisation du pourcentage minéral, la rigidité et la capacité d'absorption de l'énergie décroissent significativement avec l'âge du sujet.

Ebessen et al. [EBE 99] réalisent des essais de compression à 5mm/mn sur 101 vertèbres lombaires (L3) humaines. La population est composée de 51 femmes âgées de 18 à 96 ans, et de 50 hommes âgés de 22 à 95 ans. Les fragments osseux sont conservés en chambre froide à -20°C . Les tests permettent d'obtenir des courbes effort/déplacement à partir desquelles la force maximale à la rupture est obtenue. Les fragments osseux sont ensuite calcinés pour obtenir leur qualité minérale.

Des analyses statistiques sont effectuées pour évaluer la relation entre la densité calculée et la résistance des éprouvettes osseuses. Les résultats obtenus montrent que la densité est fortement corrélée à la force maximale de rupture des vertèbres.

Des régressions linéaires et polynomiales sont effectuées : les deux types de modélisation permettent de prédire le risque fracturaire, cependant la relation densité / force à la rupture est mieux décrite par la régression polynomiale d'ordre 2, avec un coefficient de détermination $r^2 = 0,86$, contre la régression linéaire pour laquelle le coefficient de détermination est $r^2 = 0,82$. La figure 1-14 illustre l'ajustement de la modélisation statistique sur les données.

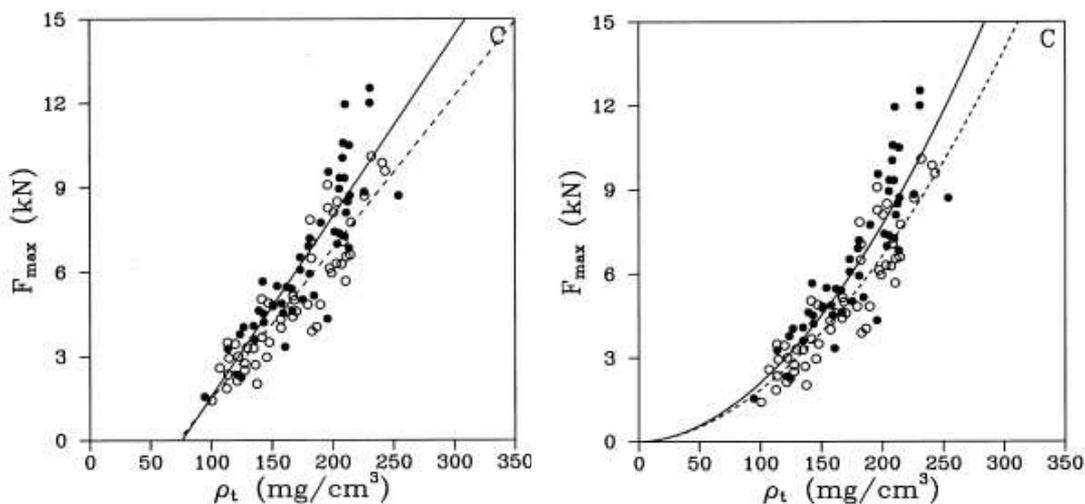


Figure 1-14 : Relations force / densité évaluée sur des vertèbres humaines, selon Ebessen et al.

A gauche : ajustement linéaire ; A droite : ajustement polynomial.

Les cercles pleins représentent les sujets féminins, les cercles vides les sujets masculins [EBE 99].

1. Etude bibliographique

Les résultats issus de ces études montrent également que les éprouvettes osseuses prélevées sur les sujets féminins ont tendance à nécessiter une force de compression plus élevée que celles prélevées sur les sujets masculins.

Pithioux et al. [PIT 04] ont testé des fragments osseux bovins en sollicitations dynamique et quasi-statique, et ont modélisé le risque fracturaire pour chacun des tests, dans le but de les implémenter dans un logiciel éléments finis pour la prédiction des lésions survenues après impact. Les éprouvettes sont prélevées sur vingt fémurs bovins congelés, puis testées mécaniquement.

Des modèles statistiques sont construits pour évaluer la probabilité de fracture de l'os en fonction de la contrainte maximale. La contrainte maximale est calculée par le rapport entre la force maximale et la surface impactée de la vertèbre. Ces modèles, basés sur la théorie de Weibull, ont montré qu'en sollicitation quasi-statique la fracture se produit au deçà d'une contrainte de 220 MPa ; pour une contrainte entre 50 MPa et 150MPa, le risque fracturaire s'élève à 46% ; en dessous du seuil de 50 MPa, il ne se produira aucune fracture. En ce qui concerne les tests en sollicitation dynamique, une contrainte de 55 MPa est nécessaire pour que l'os casse, et en dessous de 15 MPa, l'os ne se fracturera pas. La figure 1-15 montre les probabilités du risque fracturaire en fonction des valeurs de la contrainte à la rupture.

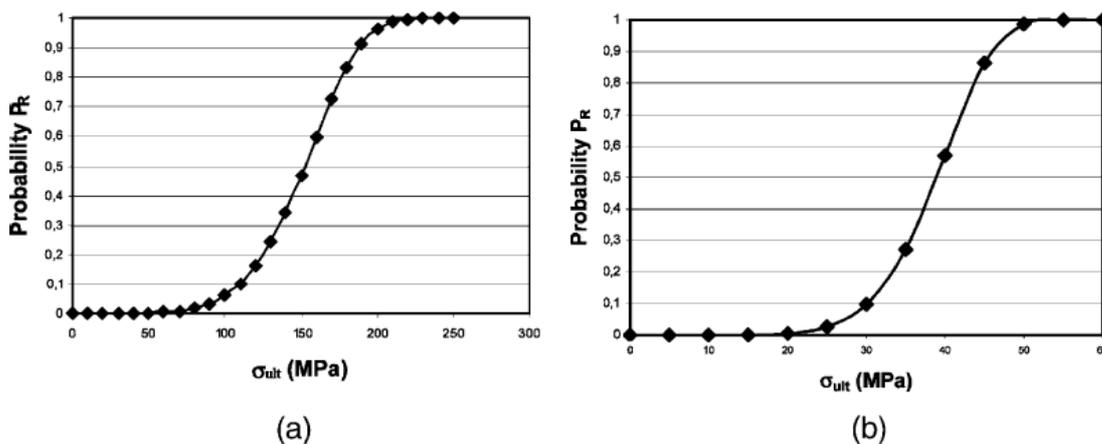


Figure 1-15 : Probabilités de fracture des os bovins en fonction de la contrainte exercée sur ces mêmes os.

(a) essais en quasi-statique

(b) essais en dynamique

[PIT 04].

Les lois de probabilités obtenues sont les suivantes :

pour les sollicitations quasi-statiques ($R^2 = 0,94$) $P_R(\sigma_{ult}) = 1 - e^{-(\sigma_{ult}/163,3)^{5,77}}$

pour les sollicitations dynamiques ($R^2 = 0,98$) $P_R(\sigma_{ult}) = 1 - e^{-(\sigma_{ult}/41)^{7,31}}$

avec σ_{ult} , la contrainte maximale, exprimée en MPa.

4.2.3. Conclusions sur les essais expérimentaux

Les études présentées dans cette section nous amènent à considérer certaines données comme importantes pour la caractérisation des paramètres lésionnels des os. Ces données ont un rapport avec le sujet même – sexe, âge – ou avec les pièces anatomiques testées – moyens de conservation, morphométrie de la pièce testée, emplacement de l'éprouvette, etc.

Les conclusions tirées par les auteurs peuvent être contradictoires. Par exemple, pour Got et al [GOT 83], l'âge n'est pas un facteur influant pour la caractérisation mécanique des crânes ; a contrario, pour Fujita et al [FUJ 99], l'âge du sujet a un rapport direct avec le contenu minéral des os crâniens.

Le sexe du sujet étudié, en revanche, apparaît comme une donnée importante.

L'étude réalisée par Yoganandan et al [YOG 04] a montré qu'il existe une très grande disparité dans les résultats obtenus. Ces dispersions sont dues au fait que les études ne sont pas réalisées de manière personnalisable.

Enfin, la comparaison des résultats des études menées jusqu'alors est rendue difficile de par la diversité des protocoles expérimentaux utilisés. Les moyens de conservation, les pièces anatomiques, et l'évolution des techniques de mesure sont des facteurs représentatifs de cette difficulté.

Il est à noter que les méthodes statistiques inférentielles ne sont pas utilisées lors des études menées sur les os crâniens ; seules quelques notions d'analyse de données exploratoire, comme l'étude de dispersion des données sont décrites. En revanche, il est possible de trouver des modèles statistiques pour la caractérisation des os longs et vertèbres.

Pour pallier à ce manque, nous développons et utilisons des méthodes et outils statistiques exploratoires et prédictifs en vue d'une étude personnalisable des os crâniens.

5. Analyses statistiques

5.1. Le choix des méthodes

Nous distinguerons tout au long de ce travail deux ensembles :

- Un individu représente l'entité de base sur laquelle l'observateur réalise un certain nombre de mesures. L'ensemble des individus observés ici provient d'un échantillon de la population humaine.
- Sur les individus on relève un certain nombre de variables. Ces variables peuvent être d'ordres différents (catégoriels ou numériques par exemple), nous traiterons celles d'ordre quantitatif.

Pour caractériser statistiquement les données de notre échantillon, nous devons les résumer de façon pertinente et les rendre compatibles avec une méthode d'analyse choisie.

1. Etude bibliographique

Selon le type de problème et la nature des données on détermine la méthode appropriée. Les techniques d'analyses statistiques peuvent être classées en trois dimensions taxinomiques dichotomiques [LOS 01 ; LOS 04a] :

➤ Monovariée vs multivariée.

Lorsque la méthode est multivariée, c'est-à-dire lorsque nous sommes en présence de n variables, une seule méthode sera exécutée plutôt que n fois la méthode monovariée.

➤ Déductive vs inductive.

Dans le cas d'une méthode déductive, ou descriptive, les données sont présentées sous forme de graphiques ou de valeurs numériques.

Dans le cas d'une méthode inductive, ou inférentielle, les données font l'objet d'hypothèses.

➤ Temporelle vs non temporelle.

Dans le premier cas, l'aspect chronologique est conservé.

La combinaison de ces trois dimensions aboutit donc à 2^3 , soit 8 catégories de méthodes statistiques. Pour notre étude nous nous situons dans quatre de ces catégories :

- La *méthode non temporelle déductive monovariée* contient les différentes analyses visuelles – histogrammes, boîtes de dispersion, etc. – pour chacune des variables du tableau de données.

- La *méthode non temporelle déductive multivariée* correspond aux techniques d'analyses de données multidimensionnelles – analyse en composantes principales, analyse factorielle des correspondances, analyse canonique, etc. – aussi bien qu'aux techniques de classification ou clustering.

- La *méthode non temporelle inductive monovariée* se réfère aux tests d'hypothèses, paramétriques – test de Student, test de Fisher, etc. – ou non paramétriques – test de Spearman, test de Kruskal-Wallis, etc.

- La *méthode non temporelle inductive multivariée* sera la généralisation de la méthode précitée. Nous nous trouvons également dans le cas de modèles mathématiques.

La figure 1-16 présente les méthodes disponibles et celles que nous utilisons dans notre travail :

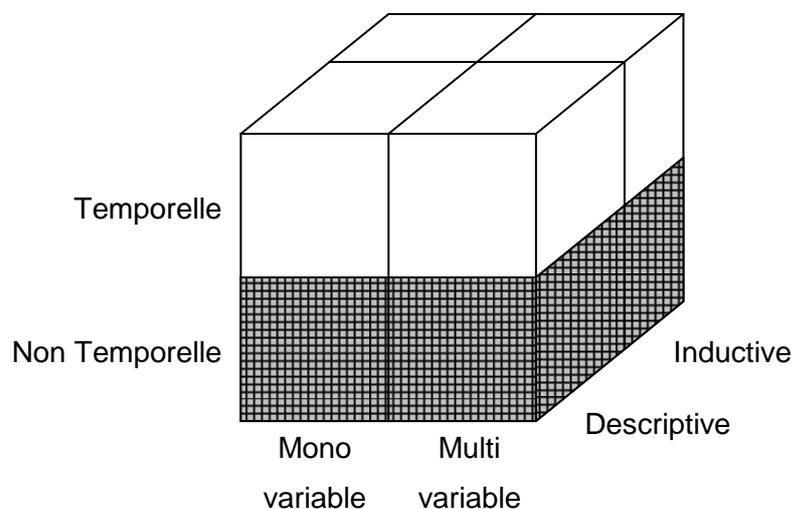


Figure 1-16 : Classement taxinomique dichotomique des trois dimensions des méthodes d'analyses statistiques. Les cellules grisées et hachurées correspondent aux techniques utilisées dans notre travail.

5.2. Analyses de données et prévision : méthodes utilisées pour notre étude

Nous venons de déterminer les techniques et méthodes qui seront à utiliser et développer tout au long de notre étude.

Dans un premier temps, une analyse de données descriptive, ou exploratoire sera effectuée. Les étapes à suivre pour ce type d'analyse sont les suivantes [LOS 02] :

- Caractérisation des données.
- Codage des données dans le but de les homogénéiser et les rendre compatibles avec la méthode choisie.
- Mise en forme des données, qui consiste à spécifier les lignes et colonnes du tableau à analyser.
- Développement et application de la méthode d'analyse statistique.
- Présentation des résultats sous une forme "facilement" exploitable.

Cette phase nous permettra de déterminer les liaisons existant entre les différentes variables disponibles pour la méthode d'inférence.

La deuxième phase du travail sera, à partir des résultats obtenus lors de la première étape, de déterminer le "meilleur" modèle statistique caractérisant les paramètres mécaniques lésionnels. La démarche à suivre est la suivante (figure 1-17) [BOU 98b] :

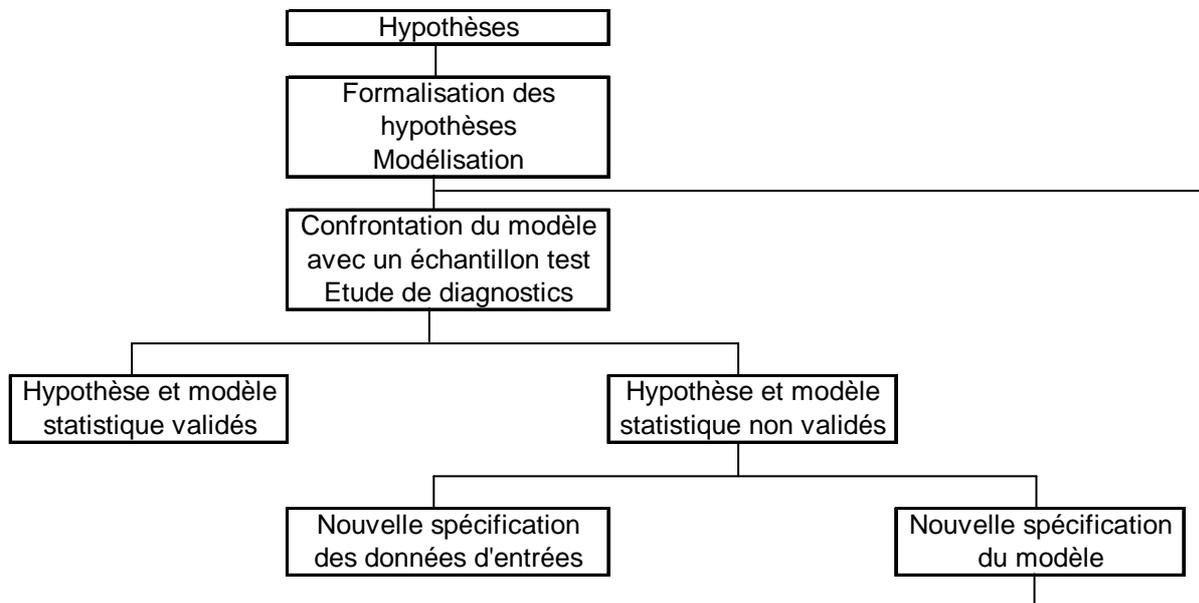


Figure 1-17 : Généralité de la démarche pour la modélisation statistique.

Les deux sections qui suivent présentent les principes des méthodes utilisées dans notre étude, dans un premier temps l'analyse multidimensionnelle, puis la régression multiple [FOU 97 ; GUY 01 ; JOB 92 ; LEB 82 ; LEB 06].

5.2.1. Principe général de l'analyse multidimensionnelle

Les données et leur représentation géométrique

Nous disposons d'un tableau rectangulaire de mesures $\mathbf{X} (x_{ij}; i=1..n, j=1..p)$ à n lignes et p colonnes, chaque ligne caractérisant un individu et chaque colonne, une variable. Ce tableau s'écrit sous forme matricielle, comme suit :

$$\mathbf{X}_{(n,p)} = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & x_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}$$

On souhaite, quelle que soit la méthode utilisée, pouvoir représenter le plus fidèlement possible les nuages de points formés par les lignes et les colonnes dans leurs espaces respectifs, afin de relever des structures dans l'information à partir de la forme de ces nuages. La figure 1-18 illustre le principe de représentation géométrique des x_{ij} valeurs de \mathbf{X} :

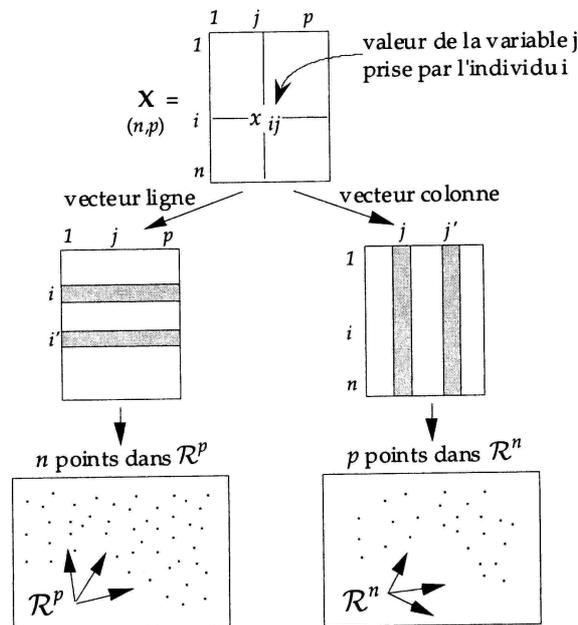


Figure 1-18 : Principe de représentation géométrique. Le nuage des n individus est situé dans l'espace à p dimensions \mathcal{R}^p des variables ; de même, le nuage des p variables est situé dans l'espace à n dimensions \mathcal{R}^n des individus [LEB 06].

Il est relativement aisé de représenter un nuage de point lorsque celui-ci est inclus dans un espace à 2 voire 3 dimensions, il l'est beaucoup moins lorsque celui-ci s'étend sur des espaces à plusieurs dizaines de dimensions.

L'inertie

L'idée principale de l'analyse de données multidimensionnelle est de rendre compte visuellement de la forme d'un nuage en le projetant sur des droites ou des plans, tout en minimisant les déformations que la projection implique. On cherche donc un sous-espace vectoriel qui sera utilisé pour projeter ce nuage de points dans une dimension aussi faible que possible; ce sous-espace est celui qui offre le maximum d'inertie expliquée.

L'inertie totale du nuage de points correspond à la moyenne pondérée des carrés des distances des points au centre de gravité :

$$I_G = \sum_{i=1}^n p_i d^2(x_i, G)$$

Avec : p_i le poids du point x_i

G le centre de gravité du nuage (barycentre), $G = (\bar{x}^1, \dots, \bar{x}^p)'$

I_G caractérise la « quantité d'information » contenue dans le nuage de point, en mesurant la dispersion du nuage autour de son centre de gravité.

Principe d'ajustement

Soit Δ une droite quelconque passant par G , on a :

$$I_G = I_{//\Delta} + I_{\perp\Delta}$$

En faisant pivoter Δ autour de G , il existe une position Δ_1 pour laquelle $I_{//\Delta_1}$ est maximale, Δ_1 est le premier axe principal d'inertie du nuage, il maximise la somme des carrés des distances entre les projections des points sur Δ_1 et G . Il dirige la droite d'allongement maximale du nuage de points.

$$Max_{(\Delta_1)} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i d^2(x_i, G) \right\}$$

Par la suite, on procède de manière semblable dans un espace supplémentaire à Δ_1 pour trouver les autres axes.

La métrique

La métrique et le critère d'ajustement seront différents selon le problème posé et la nature des variables disponibles. Nous nous plaçons ici dans le cas général, et sommes donc confrontés à une métrique et un critère quelconques.

On définit donc \mathbf{M} , la matrice symétrique positive d'ordre (p,p) caractérisant la métrique dans l'espace considéré ; la matrice \mathbf{N} correspond à la matrice diagonale d'ordre (n,n) dont les éléments diagonaux sont les masses des points.

Soient \mathbf{u} un vecteur unitaire dans l'espace des individus ou des variables, et M_i un point du nuage. La longueur de la projection OH_i d'un vecteur OM_i sur ce sous-espace porté par \mathbf{u} est représentée par le produit scalaire de OM_i par \mathbf{u} :

$$OH_i = \mathbf{x}_i' \mathbf{M} \mathbf{u}$$

Moyennant un changement d'origine, et compte tenu du critère d'ajustement, il nous faut maximiser la somme pondérée des carrés des projections :

$$\sum_i m_i \mathbf{OH}_i^2 = (\mathbf{XM}\mathbf{u})' \mathbf{NXM}\mathbf{u} = \mathbf{u}' \mathbf{MX}' \mathbf{NXM}\mathbf{u}$$

$$\text{Soit : } \begin{cases} \text{Max}_{(\mathbf{u})} \{ \mathbf{u}' \mathbf{MX}' \mathbf{NXM}\mathbf{u} \} \\ \mathbf{u}' \mathbf{M}\mathbf{u} = 1 \end{cases}$$

Axes principaux et coordonnées factorielles

On montre, en dérivant $\mathbf{u}' \mathbf{MX}' \mathbf{NXM}\mathbf{u}$ par rapport à \mathbf{u} , que les axes principaux sont les vecteurs propres de $\mathbf{X}' \mathbf{NXM}$ rangés dans l'ordre des valeurs propres décroissantes. L'équation de l'axe factoriel \mathbf{u} dans le sous-espace considéré s'écrit :

$$\mathbf{X}' \mathbf{NXM}\mathbf{u} = \lambda \mathbf{u}$$

On appelle alors coordonnées factorielles $\boldsymbol{\psi}$ les projections des points sur les axes principaux, et données par la relation :

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{XM}\mathbf{u}$$

Il est ainsi possible, en projetant sur un plan formé par deux axes principaux, de représenter un nuage de points inclus dans un espace de grande dimension dans un espace à deux dimensions en minimisant la perte d'information.

Relations entre les espaces \mathfrak{R}^n et \mathfrak{R}^p

Il existe des relations entre les ajustements dans les deux espaces (individus et variables). Ce sont des relations dites de transition.

Soit \mathbf{v}_α le vecteur propre unitaire correspondant à la valeur propre λ_α dans l'espace des individus \mathfrak{R}^p , il existe \mathbf{u}_α dans l'espace des variables \mathfrak{R}^n correspondant à la même valeur propre, et :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{XM}_p \mathbf{u}_\alpha \\ \mathbf{u}_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{X}' \mathbf{M}_n \mathbf{v}_\alpha \end{cases}$$

Les analyses statistiques linéaires consistent à transformer les données originales par une transformation linéaire optimisant un critère géométrique ou statistique. Il s'agira de trouver un changement de base optimal selon notre critère choisi. Les méthodes les plus répandues sont celles utilisant des statistiques de second ordre, comme l'Analyse en Composantes Principales (ACP), pour les données quantitatives, ou encore l'Analyse Factorielle des Correspondances (AFC), pour l'étude des données qualitatives.

5.2.2. Principe de la régression linéaire multiple

L'objectif d'un modèle statistique est d'approcher au mieux les caractéristiques du modèle réel. L'approche inférentielle et confirmatoire permet de valider ou infirmer les hypothèses formulées a priori ou après la phase exploratoire, et d'extrapoler certaines propriétés de l'échantillon à une population plus large. Les hypothèses sont validées par l'utilisation de tests statistiques ou de modèles probabilistes. Ce type d'analyse fait appel aux méthodes explicatives et prévisionnelles (régressions multiples et logistiques, analyse de la variance, analyse discriminante, segmentation...).

Parmi les techniques prédictives, on distingue deux grandes catégories : le classement et la prédiction. Toutes deux ont pour but d'estimer la valeur d'une variable d'un individu en fonction de la valeur d'un certain nombre d'autres variables de ce même individu. La distinction qui sépare ces deux opérations est la nature de la variable cible considérée : qu'elle soit catégorielle, et dans ce cas c'est le classement qui est utilisé, ou qu'elle soit continue, auquel cas un modèle de régression est développé. Dans notre cas, la nature des variables étant quantitative, on ne présentera que la régression statistique.

La technique de prédiction peut encore être scindée en deux types :

- les techniques transductives comportent une seule étape ; chaque individu est classé par référence aux autres individus déjà classés. C'est le cas par exemple de la méthode des k-plus proches voisins.
- En ce qui concerne les techniques inductives, une première phase d'apprentissage (phase inductive) a pour but d'élaborer un modèle qui résume les liaisons entre variables, ensuite appliqué à de nouvelles données (phase déductive).

La construction du modèle statistique peut se décomposer en quatre ou cinq étapes :

1. Apprentissage.
2. Tests pour vérifier les modèles obtenus en apprentissage sur un autre échantillon d'individus.
3. Etude des diagnostics pour justifier de la pertinence et de la robustesse des modèles, et choix du "meilleur" modèle.
4. Validation facultative sur un troisième échantillon pour mesurer les performances du "meilleur" modèle.
5. Application.

Cette méthode consiste à inférer les caractéristiques d'une population à partir d'un échantillon d'apprentissage. Elle permet de déterminer des intervalles de confiance pour des paramètres du modèle ou de tester si un paramètre est significativement – au sens statistique – inférieur, supérieur ou simplement différent d'une valeur fixée [BOU 98].

La modélisation dans un but prédictif d'une variable quantitative par plusieurs autres variables quantitatives peut se faire par l'utilisation de régression multiple, outil le plus habituellement mis en œuvre pour l'étude des données multidimensionnelles. La régression multiple est la généralisation naturelle de la régression simple.

5.2.2.1. Ajustement par la méthode des moindres carrés ordinaires

Le principe des méthodes basées sur le concept de redondance de l'information repose généralement sur un test de cohérence entre un comportement observé et un comportement prévu fourni par une représentation mathématique du processus.

Le modèle comprend un certain nombre de paramètres dont les valeurs sont supposées connues.

Nous présentons ici succinctement le modèle statistique linéaire [AZA 05 ; DOD 99 ; JOB 91 ; RAW 98].

5.2.2.1.1. Le modèle linéaire

On dispose d'un ensemble de n individus statistiques sur lesquelles ont été effectuées $p+1$ mesures des variables y, x_1, \dots, x_p . La variable quantitative y à expliquer (appelée également réponse, dépendante ou encore exogène) est mise en relation avec p variables quantitatives x_1, x_2, \dots, x_p explicatives (ou contrôles, indépendantes, endogènes, régresseurs). Ces p variables sont supposées connues sans erreur.

On cherche, à l'aide d'une combinaison linéaire des variables endogènes, à approcher y (figure 1-19).

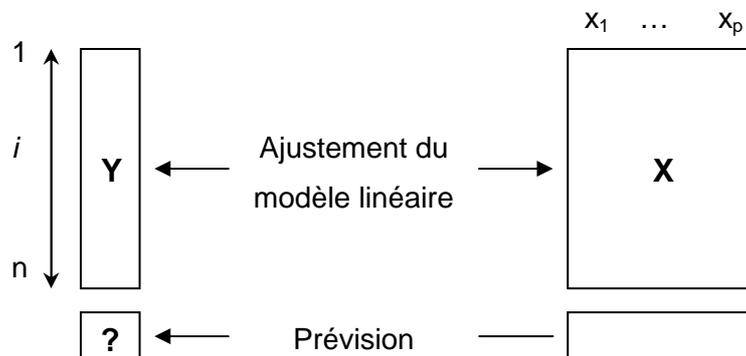


Figure 1-19 : Prédiction linéaire.

Les $p+1$ variables vérifient l'équation :

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 x_{i2} + \dots + \alpha_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad \text{avec } i = 1, \dots, n$$

où $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ sont les coefficients inconnus du modèle, et ε_i le résidu représentant l'écart entre la valeur observée y_i et la partie expliquée de l'observation $(\alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \dots + \alpha_p x_{ip})$.

Sous forme matricielle, l'équation peut s'écrire sous la forme (figure 1-20):

$$\underset{(n,1)}{\mathbf{Y}} = \underset{(n,p+1)}{\mathbf{X}} \underset{(p+1,1)}{\boldsymbol{\alpha}} + \underset{(n,1)}{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

où \mathbf{Y} est le vecteur $(y_1, \dots, y_n)^t$ des n valeurs observées de la variable expliquée

\mathbf{X} est la matrice des données à n lignes et p colonnes

$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \dots, \alpha_p)^t$ est le vecteur des coefficients de régression

ε est le vecteur résiduel $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^t$, dont les valeurs restent toujours inconnues

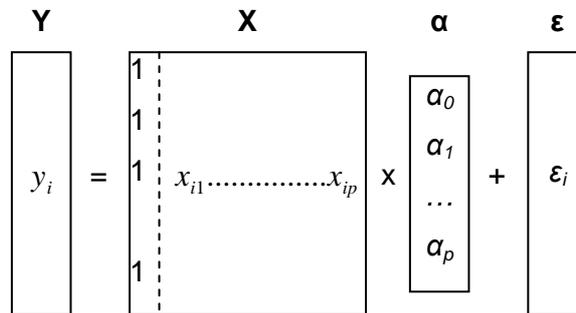


Figure 1-20 : Schématisation du modèle linéaire

On recherche des estimateurs a_0, \dots, a_p de $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ qui minimisent l'erreur $e_i = y_i - (a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_p x_{ip})$.

Les résidus doivent vérifier un certain nombre d'hypothèses, dites stochastiques, liées à l'erreur :

- La variance des résidus est la même pour toutes les valeurs de \mathbf{X} (homoscédasticité) : $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.
- Les résidus sont normalement distribués : $\varepsilon_i \approx N(0, \sigma^2)$.
- Les résidus sont linéairement indépendants : $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall i \neq j$.
- Les x_i sont linéairement indépendants.

Parmi les critères de minimisation possibles, celui des moindres carrés sera retenu pour l'estimation de ces paramètres.

5.2.2.1.2. Ajustement par la méthode des Moindres Carrés

L'ajustement du modèle correspond à toute solution du système d'équation

$$y_i = a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_p x_{ip} + e_i, \quad i = 1, \dots, n$$

ce qui correspond sous forme matricielle à :

$$\underset{(n,1)}{\mathbf{Y}} = \underset{(n,p+1)}{\mathbf{X}} \underset{(p+1,1)}{\mathbf{a}} + \underset{(n,1)}{\mathbf{e}}$$

La valeur prédite pour la $i^{\text{ème}}$ observation sera notée

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_p x_{ip}$$

avec l'erreur du modèle

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

La figure 1-21 illustre ces notions :

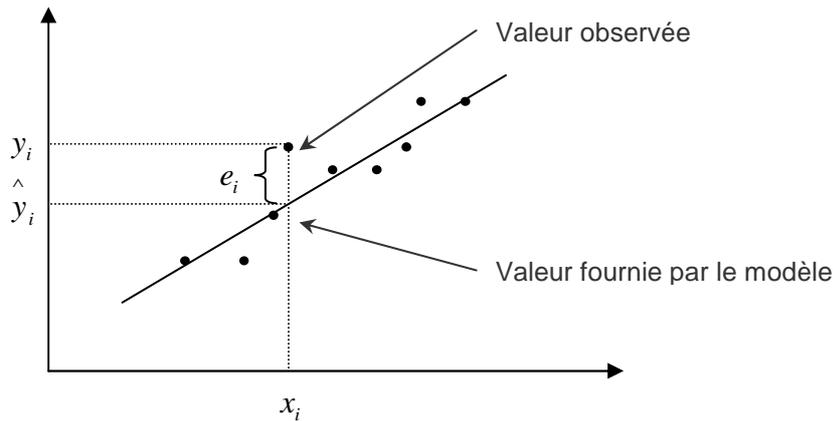


Figure 1-21 : Représentation du résidu.

On cherchera donc à trouver \hat{y} le plus proche possible de y .

Estimation par les Moindres Carrés

L'ajustement par la méthode des moindres carrés fournit les coefficients a_0, \dots, a_p conduisant au minimum de la somme des carrés des écarts.

$$\min\{\sum e_i^2\} \text{ avec } \sum e_i^2 = e'e = \|y - \hat{y}\|^2$$

L'expression à minimiser sur $a \in \mathfrak{R}^{p+1}$ s'écrit alors

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_{i1} - \dots - a_p x_{ip})^2 = \|y - \mathbf{Xa}\|^2 = (y - \mathbf{Xa})'(y - \mathbf{Xa}) = y'y - 2a'X'y + a'X'Xa$$

Le vecteur des coefficients a_0, \dots, a_p doit vérifier la condition d'extremum, qui est l'annulation

des dérivées partielles premières, soit $\frac{\partial}{\partial a} (e'e) = -2X'y + 2X'Xa$.

La condition d'extremum est : $X'y - X'Xa = 0$.

Vérifions que l'extremum atteint par $e'e$ est bien un minimum.

Soit \hat{a} une autre solution et \hat{e} le vecteur des écarts correspondant ;

$$\hat{e} = y - \mathbf{X}\hat{a} = (y - \mathbf{Xa}) + (\mathbf{Xa} - \mathbf{X}\hat{a}) = e + \mathbf{X}(a - \hat{a}) \text{ et}$$

$$\hat{e}'\hat{e} = e'e + 2(a - \hat{a})'X'(y - \mathbf{Xa}) + (a - \hat{a})'X'X(a - \hat{a})$$

Le terme $2(a - \hat{a})'X'(y - \mathbf{Xa})$ est nul puisque $X'y - X'Xa = 0$.

$$\text{Il reste donc : } \hat{e}'\hat{e} = e'e + (X(a - \hat{a}))'(X(a - \hat{a})) = e'e + \|X(a - \hat{a})\|^2$$

Le dernier terme étant une somme des carrés, il ne peut être que positif ou nul. Par conséquent $e'e$ est bien la plus petite somme des écarts.

1. Etude bibliographique

Une hypothèse supplémentaire dit que la matrice $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ est inversible, c'est-à-dire que \mathbf{X} est de rang $p + 1$ et donc qu'il n'existe pas de colinéarité entre ses colonnes. Si cette hypothèse n'était pas vérifiée, une solution serait de supprimer des colonnes de \mathbf{X} et par conséquent des variables explicatives.

L'estimation des paramètres est donnée par $\mathbf{a} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$. Ce vecteur étant le vecteur des coefficients de régression multiples.

Approche géométrique dans \mathfrak{R}^n

Les valeurs ajustées de y ont pour expression

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\mathbf{a} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{P}_x\mathbf{y} \text{ avec } \mathbf{P}_x = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$$

Géométriquement, la matrice \mathbf{P}_x est la matrice de projection orthogonale dans \mathfrak{R}^n sur le sous-espace V_x engendré par les vecteurs colonnes de \mathbf{X} (figure 1-22).

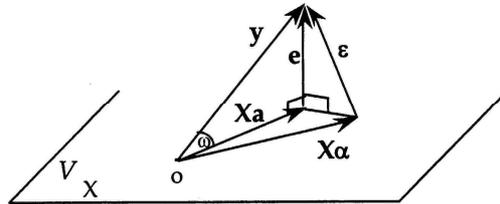


Figure 1-22 : Projection de y sur le sous-espace explicatif V_x

Le vecteur des résidus a pour expression

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{a} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_x)\mathbf{y}$$

C'est la projection de y sur le sous-espace orthogonal de V_x dans \mathfrak{R}^n .

Coefficient de corrélation multiple

Géométriquement, le coefficient de corrélation R entre les valeurs initiales et les valeurs ajustées est le cosinus de l'angle entre y et sa projection \hat{y} sur V_x .

$$R = \text{cor}(y, \hat{y}) = \text{cor}(y, Xa)$$

Son carré, le coefficient de corrélation multiple, peut s'exprimer de plusieurs manières :

$$R^2 = \frac{\text{cov}^2(y, \hat{y})}{\text{var}(y)\text{var}(\hat{y})} = \frac{\text{var}(\hat{y})}{\text{var}(y)} = \frac{\sum (\hat{y}_i)^2}{\sum (y_i)^2} = \frac{\text{variance_expliquée}}{\text{variance_totale}} = \frac{SSR}{SST}$$

En fonction des données initiales X et y , R^2 s'écrit sous la forme

$$R^2 = \frac{\mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{y}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}}$$

R^2 décrit le partage de la variance totale en variance expliquée et variance résiduelle.

$$\text{var}(y) = \text{var}(\hat{y}) + \text{var}(e)$$

$$SST = SSR + SSE$$

De ce fait, en minimisant $\sum e_i^2$, on maximise R^2 . L'ajustement des moindres carrés détermine la combinaison linéaire des X_i ayant une corrélation maximale avec y .

5.2.2.2. Critères de sélection du meilleur modèle

La performance du modèle développé sera évaluée par sa capacité de prédiction ou de généralisation. L'objectif a priori est de trouver le modèle qui ajusterait au mieux les données réelles. Cependant, le meilleur modèle n'est pas nécessairement celui qui possède cette caractéristique. Notre choix sera ainsi basé sur des critères de qualité d'ajustement et de prédiction, tout en recherchant la parcimonie. On désignera donc le meilleur modèle par un compromis entre précision et qualité du modèle [BES 05].

5.2.2.2.1. Critères de choix

Le nombre de modèles statistiques possibles dépend du nombre de variables exogènes ; pour p variables explicatives dans le modèle, nous disposons de 2^p modèles. Le choix du meilleur modèle pour notre étude passe par l'exploration de ces 2^p possibilités ; cependant cette méthode peut être rapidement fastidieuse avec l'ajout de variables explicatives. Il existe des algorithmes permettant de sélectionner de manière optimisée le modèle de notre choix, parmi lesquels :

- La méthode pas à pas descendante ("Backward Elimination") consiste à éliminer les exogènes dont les t de Student sont en dessous du seuil critique. Lorsque le modèle comporte un nombre important de variables explicatives, le risque de multicollinéarité est élevé.
- La méthode pas à pas ascendante ("Forward Regression") consiste à sélectionner la variable explicative pour laquelle le coefficient de corrélation est le plus élevé. L'algorithme calcule ensuite les corrélations partielles et retient la variable présentant le coefficient de corrélation le plus élevé, et ainsi de suite. La sélection s'arrête lorsque les t de Student des exogènes sont inférieurs au seuil critique.
- La régression mixte.
- L'algorithme de Furnival et Watson.
- Etc.

Les liaisons entre les variables explicatives exercent une influence très importante sur l'efficacité de la méthode. Les conséquences de la multicollinéarité sont multiples : une augmentation de la variance estimée de certains coefficients, l'instabilité des estimateurs des coefficients des moindres carrés ; en cas de multicollinéarité parfaite, la matrice $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ est singulière, et l'estimation des coefficients est alors impossible et leur variance infinie [BOU 98 ; FOU 05].

Nous procéderons donc, pour remédier à ce problème, au choix des variables explicatives par l'analyse exploratoire, puis par l'exécution d'un des critères de sélection susmentionnés.

5.2.2.2.2. Qualité de l'ajustement

La qualité de l'ajustement sera évaluée selon plusieurs critères.

Coefficient de corrélation multiple ajusté

Le coefficient de corrélation multiple R^2 représente la part expliquée par la régression de la somme des carrés des écarts à la moyenne. L'ajustement sera d'autant meilleur que R^2 sera proche de 1. En régression classique, l'ajout de variables explicatives ne peut que réduire l'erreur d'ajustement, et augmenter le R^2 . Cependant ajouter des variables fait également croître la variance des estimateurs et celle des prédictions, lesquelles se dégraderont rapidement avec la multicolinéarité des endogènes. En d'autres termes, plus un modèle est complexe, plus il intègre de paramètres, et plus il est capable de s'ajuster aux données et donc engendrer une erreur d'ajustement faible ; mais un tel modèle peut s'avérer défaillant lorsqu'il s'agira de prévoir ou généraliser, c'est-à-dire de s'appliquer à des données qui n'ont pas participé à la construction de l'équation de régression. C'est pourquoi le choix des variables indépendantes est une étape importante lors de l'élaboration du modèle de prédiction.

Lors de la vérification de la qualité de l'ajustement, il faudra se fier au coefficient de corrélation multiple ajusté, lequel peut s'écrire :

$$R^2_{\text{ajusté}} = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - 1)}{n - p - 1}$$

Le coefficient ajusté sera toujours de valeur inférieure à celle du coefficient de corrélation multiple, et pourra également être négatif.

La statistique de Student.

L'apport de chaque variable explicative dans l'équation de régression est évalué par l'utilisation d'un test d'hypothèse sur le coefficient de régression α_k .

L'hypothèse nulle H_0 selon laquelle la variable x_k n'a pas d'influence réelle sur la prédiction se traduit par : $\alpha_k = 0$.

La statistique de Student est alors appliquée :

$$t = \frac{a_k}{s_k}, \text{ avec } s_k \text{ l'estimation de l'écart-type de } a_k.$$

Le seuil de confiance pour ce test, pour lequel on rejettera l'hypothèse nulle, sera $p < 0,05$; le coefficient de régression sera alors significativement (à 95%) différent de 0.

5.2.2.2.3. Qualité de prédiction du modèle

L'étude des diagnostics

La comparaison entre le comportement réel et le comportement attendu donné par le modèle fournit une quantité appelée résidu. L'étude des résidus, également appelée étude des diagnostics, associée à la régression linéaire multiple nous permet de détecter les violations d'hypothèses ou encore les points influents dans le contexte multidimensionnel. En

1. Etude bibliographique

effet si les résidus se répartissent de façon aléatoire on peut supposer que le modèle est pertinent, sinon il est biaisé.

➤ L'homoscédasticité des résidus sera évaluée par le nuage de points des résidus, ou encore par le test de White.

➤ Pour tester la normalité des résidus ($\varepsilon_i \approx N(0, \sigma^2)$), des méthodes graphiques sont utilisées, comme par exemple les histogrammes. Une autre méthode graphique consiste à reporter les fréquences cumulées sur un graphe avec une échelle semi-logarithmique, la courbe obtenue étant alors une droite (droite de Henry), si la distribution suit une loi normale.

➤ La non autocorrélation des résidus empêchera les valeurs moyennes d'être surestimées, et les valeurs extrêmes sous-estimées. Elle peut être détectée grâce au nuage de points des résidus, ou à la statistique de Durbin-Watson, qui correspond à la quantité :

$$DW = \frac{\sum_i (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_i e_i^2}$$

La statistique de Durbin-Watson vaut entre 0 et 4 ; elle a une valeur supérieure à 2 pour des corrélations négatives, et une valeur inférieure à 2 pour des corrélations positives. Pour que l'auto-corrélation des résidus soit acceptable, la statistique de Durbin-Watson doit être proche de la valeur 2.

➤ Comme toute méthode quadratique, l'estimation des paramètres est sensible à la présence de points extrêmes dont la présence peut perturber les résultats. Des mesures permettent de diagnostiquer la présence de ces points influents. La distance de Cook D_i quantifie l'influence de la $i^{\text{ème}}$ observation sur l'écart entre les prédicteurs \hat{y} et le prédicteur \hat{y}_i calculé sans cette observation :

$$D_i = \frac{1}{s^2(p+1)} (\hat{y} - \hat{y}_i)' (\hat{y} - \hat{y}_i)$$

On conclut à une influence de l'observation lorsque D_i dépasse 1.

Le graphe des résidus en fonction des résidus supprimés permet de valider visuellement cette notion : le résidu supprimé est la valeur du résidu de l'observation respective si elle n'avait pas été introduite dans l'analyse. Si les résidus ont des valeurs largement différentes des résidus supprimés, l'observation est un point aberrant, et son exclusion peut modifier de façon conséquente l'équation de régression.

➤ L'influence de l'apport d'une variable explicative peut être évaluée selon le test de Student, énoncé précédemment. Une autre méthode est l'étude des corrélations partielles ; le modèle multiple ici étudié étant une technique linéaire, nous nous posons la question sur la pertinence du caractère linéaire de la contribution d'une variable explicative à l'ajustement du modèle. On calcule alors deux régressions :

- la régression de y sur les variables $x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_p$ dans laquelle la $j^{\text{ème}}$ variable est omise. Le vecteur des résidus obtenu est $r_y(j)$.

- la régression de x_j sur $x_1, x_{j-1}, x_{j+1}, x_p$. Le vecteur obtenu est $r_x(j)$.

La comparaison des résidus par un nuage de points ($r_y(j)$ x $r_x(j)$) permet alors de représenter la nature de la liaison entre x_j et y conditionnellement aux autres variables explicatives.

5.2.2.3. Si le modèle linéaire n'est pas validé

De manière générale, dans toute approche de modélisation statistique, on commence par la régression linéaire dont on vérifie la légitimité par les techniques susmentionnées. Il arrive cependant que les hypothèses de linéarité du modèle ne soient pas vérifiées.

En cas d'invalidité des hypothèses de linéarité, la modélisation non linéaire peut être mise en jeu. La technique dépendra d'une part de la nature des données à modéliser, d'autre part de la forme de dispersion de ces mêmes données. Parmi les méthodes de modélisation non linéaires disponibles, nous pouvons citer :

- La régression logarithmique. Elle permet de modéliser des relations en termes de pourcentages, comme les élasticités par exemple.
- La régression par la transformation exponentielle.
- La méthode curvilinéaire, ou polynomiale. Cette méthode est souvent utilisée pour décrire des modèles physiques.

6. Conclusion

Un état de l'art sur les résultats statistiques obtenus après essais mécaniques sur les os humains a été effectué.

Pour les os longs ou les vertèbres, le risque fracturaire peut être prédit en fonction de la densité de l'os. Certains modèles statistiques ont été créés à ce propos [EBE 99 ; MOS 87]. L'effet de l'âge a également été mis en jeu lors des analyses et les conclusions en sont que ce facteur peut être prédictif du contenu minéral des os longs [DIN 97].

Cortet et Marchandise montrent que la densité minérale osseuse est le principal déterminant de la résistance mécanique osseuse et rend compte de 60 à 80% de celle-ci. A contrario 20 à 40% de la variabilité de la résistance mécanique osseuse n'est pas expliquée par la seule densité minérale osseuse [COR 01].

Les études menées sur les mécanismes de fracture du crâne ont débuté au milieu du dix-neuvième siècle. Dès lors, les chercheurs ont travaillé sur la diversité des paramètres mécaniques, et ont voulu modéliser ces dispersions. Les modèles ont évolué au cours des années, et les techniques de modélisation permettent d'établir des valeurs types, avec une variance définie pour certains paramètres, comme le module d'Young pour les paramètres mécaniques, le contenu minéral des os, ou encore les dimensions de tête pour les données morphométriques. Des analyses des données recueillies lors des tests expérimentaux ont également permis de déterminer quels facteurs peuvent être prédictifs de la tolérance à la rupture des os crâniens. Cependant, la modélisation statistique appliquée aux os crâniens n'a pas, selon nos sources, encore émergé. Bien que la comparaison des résultats est

1. Etude bibliographique

rendue difficile de par la diversité des protocoles expérimentaux, ainsi que par l'évolution des moyens mis en œuvre, l'étude bibliographique présentée dans ce chapitre nous a permis de formuler des hypothèses a priori sur les facteurs prédictifs du risque fracturaire des os crâniens. Les données importantes pour la caractérisation des os crâniens et leur modélisation pour la prédiction du risque fracturaire sont :

- Le sexe.
- La localisation du prélèvement.
- La préparation des sujets d'anatomie.
- Certaines caractéristiques individuelles des sujets (âge, morphologie, etc.).
- La structure osseuse à l'échelle macroscopique.

Les méthodes statistiques présentées dans ce chapitre sont le fondement de notre étude de prédiction des paramètres lésionnels des os crâniens. Un protocole expérimental proposé dans le chapitre suivant nous permettra de construire le tableau de données jugées pertinentes et nécessaires à l'élaboration de modèles statistiques.

Le modèle à étudier et créer, résultant d'une analyse statistique exploratoire de la population d'apprentissage, apportera alors une connaissance statistique d'une certaine classe d'individus d'intérêt.

Les propriétés d'un tel modèle seront :

- La compacité. Un nombre restreint de paramètres devra suffire à décrire les propriétés mécaniques des os crâniens.
- La capacité de généralisation. Le modèle devra être apte à décrire les propriétés non testées mais appartenant à la classe étudiée.
- La spécificité. Le modèle devra décrire uniquement des instances valides de l'objet.

2

Expérimentations quasi-statiques sur éprouvettes osseuses et Extraction de mesures géométriques

Sommaire

1. Introduction.....	52
2. Descriptif du protocole expérimental.....	52
2.1. Préparation des éprouvettes osseuses.....	52
2.2. Tests mécaniques de flexion 3 points quasi-statiques.....	56
2.3. Densitométrie et minéralisation.....	57
3. Extraction de mesures géométriques.....	59
3.1. Mesure des épaisseurs.....	59
3.2. Mesures des courbures.....	60
4. Description des données expérimentales.....	61
4.1. Caractéristiques générales des sujets.....	62
4.2. Densitométrie.....	63
4.2.1. Masse de l'éprouvette.....	63
4.2.2. Densité des éprouvettes.....	64
4.2.3. Contenu minéral de l'os.....	66
4.3. Données morphométriques.....	68
4.3.1. Epaisseur à la rupture.....	68
4.3.2. Indice de courbure à la rupture.....	70
4.4. Paramètres mécaniques.....	74
4.4.1. Types de rupture des fragments osseux.....	74
4.4.2. Courbes effort / déplacement.....	75
4.4.3. Effort à la rupture.....	76
4.5. Discussion sur les résultats expérimentaux.....	78
5. Etude de la liaison entre la densité osseuse et le pourcentage minéral.....	78
6. Conclusion.....	82

1. Introduction

Nombre d'auteurs ont montré qu'il existe de grandes disparités inter individuelles et intra individuelles propres aux êtres humains. Une telle divergence s'explique par un grand nombre de paramètres. Le sexe, l'âge, la morphologie du sujet étudié, le mode de conservation des sujets d'anatomie sont des paramètres d'une grande importance.

Les essais expérimentaux peuvent aussi être de natures diverses. La vitesse de sollicitation, ou encore le type de l'essai influencent les résultats des données mécaniques.

L'impossibilité de pouvoir confronter les différents essais existants a fait apparaître la nécessité de recueillir des données expérimentales afin de comprendre et prévoir les phénomènes de fracture des os crâniens.

Une campagne d'essais expérimentaux sur sujets cadavériques a été menée par le L.A.M.I.H (Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industriels et Humaines) et le C.E.E.S.A.R (Centre Européen d'Etudes de Sécurité et d'Analyse des Risques).

Les essais expérimentaux sont effectués sur sujets anatomiques non embaumés. Les corps proviennent de l'association des dons du corps de Paris (Université René Descartes). Le sexe du sujet étudié influant de manière significative sur les essais expérimentaux, seuls les sujets masculins ont été intégrés à l'étude. Les expérimentations ont été réalisées dans les locaux de la faculté René Descartes à Paris, et du CEESAR à Nanterre.

Ce chapitre présente dans un premier temps le protocole expérimental élaboré pour cette campagne. Les manipulations sur sujets anatomiques ont été réalisées par un médecin légiste, les essais expérimentaux par deux ingénieurs d'étude du LAMIH. Une thèse de mécanique réalisée au sein du LAMIH de Valenciennes explicite plus en détail le protocole et les expérimentations [DEL 07].

L'extraction de mesures morphométriques est ensuite réalisée.

Les données expérimentales recueillies sont ensuite présentées et décrites par l'utilisation de statistiques univariées de dispersion et de représentations visuelles, comme les boîtes de dispersion de Tukey.

2. Descriptif du protocole expérimental

Le protocole expérimental se décompose en trois grandes étapes : les éprouvettes sont d'abord préparées, ensuite testées mécaniquement, puis minéralisées.

2.1. Préparation des éprouvettes osseuses

Biométrie de la tête

Avant tout prélèvement, une biométrie de la tête (valeurs a, b et c de la figure 2-1) est réalisée suivant plusieurs axes.

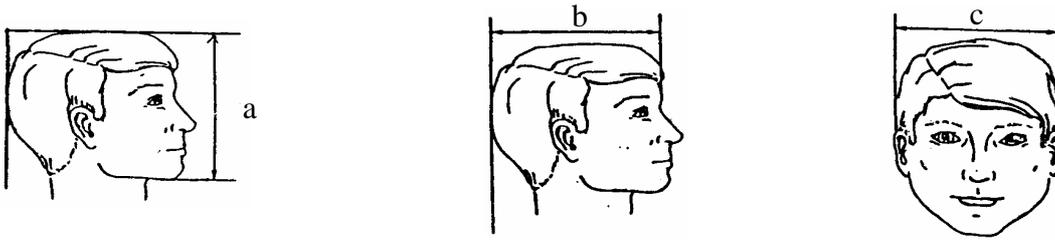


Figure 2-1 : Biométrie de la tête

Les dimensions b et c obtenues servent à calculer l'Indice Céphalique Horizontal (I_{CH}), qui permet de classer les crânes suivant leur forme en trois catégories : dolichocéphale, mésocéphale, et brachycéphale.

Il est calculé par la formule suivante : $I_{ch} = \frac{c}{b} * 100$

Préparation de la calotte crânienne

La tête est ensuite préparée en quatre étapes :

1. La peau et le cuir chevelu sont enlevés à l'aide d'un scalpel.
2. La faux, la tente, le cervelet et le cerveau sont retirés.
3. La calotte crânienne est prélevée à l'aide d'une scie oscillante orthopédique.
4. Les surfaces osseuses sont nettoyées.

La figure 2-2 présente des photographies de la calotte crânienne préparée et nettoyée ; les différentes zones osseuses, séparées par les sutures, sont bien visibles.



Figure 2-2 : calotte crânienne nettoyée

Repérage des fragments osseux à prélever

✓ Un repère est ensuite établi pour chaque crâne préparé, illustré en figure 2-3. Les deux axes de ce repère sont définis suivant la suture sagittale et la suture coronale, son origine représentée par l'intersection de ces deux axes, le bregma.

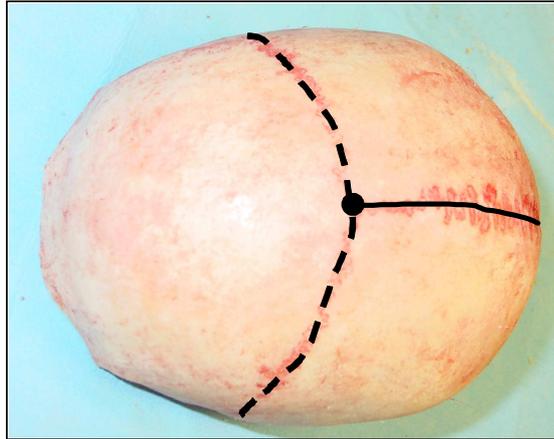


Figure 2-3 : Définition du repère de découpe des éprouvettes.

Le point représente l'origine du repère, le trait plein représente la suture sagittale, et le trait en pointillés représente la suture coronale.

✓ Dix-sept éprouvettes sont repérées sur chacun des crânes selon une même cartographie.

La longueur des échantillons est fixée à 60 mm, leur largeur à 13 mm. Ces échantillons sont marqués à l'aide d'un réglelet sur différentes parties de la calotte crânienne. Ils sont également repérés suivant trois angles par rapport au repère prédéfini : 0°, 45° et 90°. La répartition est la suivante :

- Quatre éprouvettes sont prélevées sur l'os pariétal gauche.
- Quatre éprouvettes sont prélevées sur l'os pariétal droit.
- Cinq éprouvettes sont prélevées sur l'os frontal.
- Deux éprouvettes sont prélevées sur la suture coronale.
- Une éprouvette est prélevée sur l'os temporal gauche.
- Une éprouvette est prélevée sur l'os temporal droit.

La figure 2-4 illustre cette répartition :

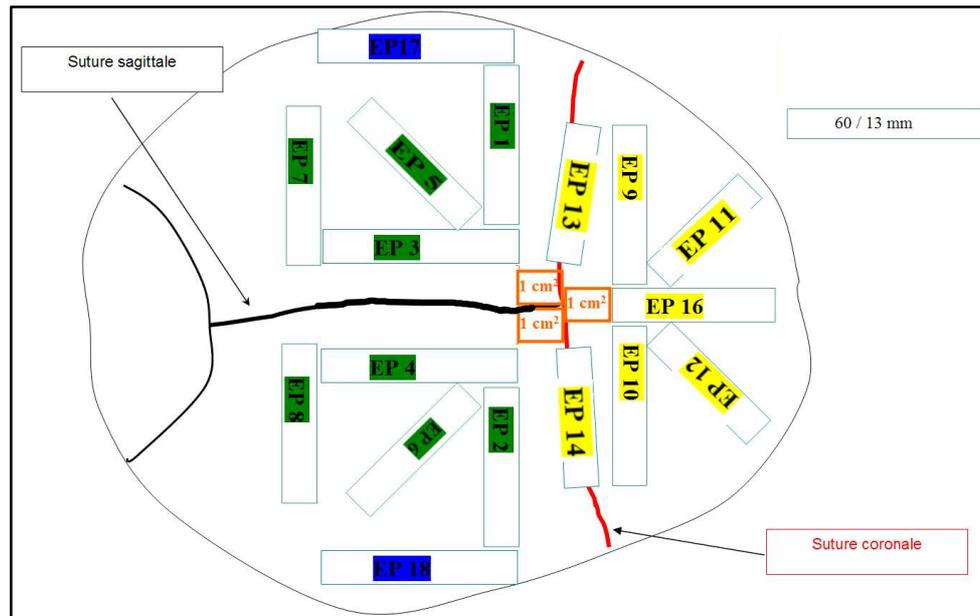


Figure 2-4 : Cartographie des 17 éprouvettes prélevées sur chaque crâne (en vert, les éprouvettes issues des zones pariétales ; en jaune, les éprouvettes issues de la suture coronale et de la zone frontale ; en bleu, les éprouvettes issues des zones temporales). Chaque éprouvette est repérée par l'appellation "EPindice".

Le marquage des éprouvettes sur la face externe de la calotte est réalisé selon un ordre bien précis :

- Le traçage des échantillons des os pariétaux est réalisé dans cet ordre : EP3, EP4, EP1, EP2, EP5, EP6, EP7 et EP8.
- Les éprouvettes EP13 et EP14 sont tracées à 10mm de l'intersection de la suture sagittale et de la suture coronale. Elles sont colinéaires à la suture coronale.
- L'éprouvette EP16 est tracée à 10mm de l'intersection de la suture sagittale et de la suture coronale. Elle est colinéaire à la suture sagittale.
- Le traçage des éprouvettes de l'os frontal est réalisé dans cet ordre : EP9, EP10, EP11 et EP12.
- Les échantillons EP17 et EP18 sont colinéaires à la suture sagittale.

Prélèvement et stockage des éprouvettes

✓ Le prélèvement des éprouvettes est réalisé à l'aide d'une scie oscillante orthopédique (figure 2-5).

La tolérance à la découpe est de +/- 2mm.



Figure 2-5 : Prélèvement des éprouvettes à l'aide d'une scie orthopédique.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

✓ Chaque échantillon est ensuite conservé dans des tubes hermétiques contenant du sérum physiologique afin d'éviter leur déshydratation (figure 2-6).



Figure 2-6 : Stockage des éprouvettes dans des tubes hermétiques contenant du sérum physiologique.

2.2. Tests mécaniques de flexion 3 points quasi-statiques

✓ La machine utilisée pour les essais est une Hounsfield H5KT. Un dispositif de flexion 3 points, illustré en figure 2-7, a été conçu pour la réalisation des essais expérimentaux. Les poinçons sont des demi cylindres de diamètre 5 mm et de longueur 30 mm. L'écartement entre les deux points d'appui du bas est fixé à 40 mm. Le pointeur du dispositif expérimental est piloté en vitesse par un servomoteur ; la vitesse est fixée à 10 mm/min. La mesure de force s'effectue au moyen d'une cellule de charge de 5kN.

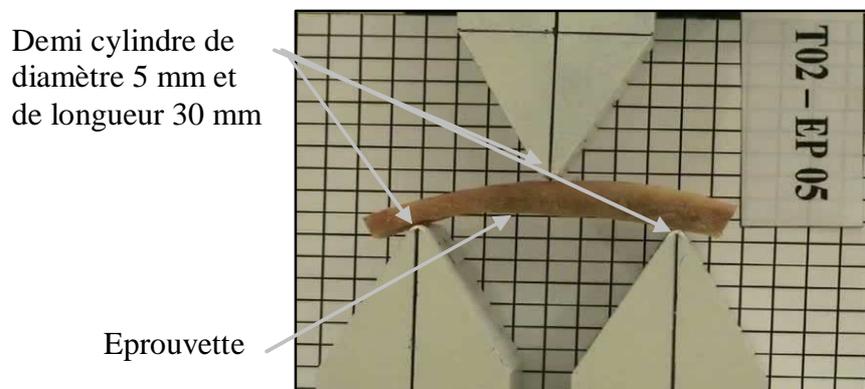


Figure 2-7 : Eprouvette placée sur le dispositif expérimental de flexion 3 points.

✓ Chaque essai est enregistré par une caméra à 25 images /seconde. L'enregistrement vidéo de chaque éprouvette testée permet de visualiser l'allure de la déformée, et, plus globalement, d'observer le comportement de l'éprouvette sous la charge. Cela permet de savoir si l'échantillon était initialement en équilibre instable, ce qui se répercute sur le diagramme expérimental par un décalage brusque de la courbe dû à la modification soudaine de la configuration d'équilibre.

La figure 2-8 montre le dispositif expérimental complet.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

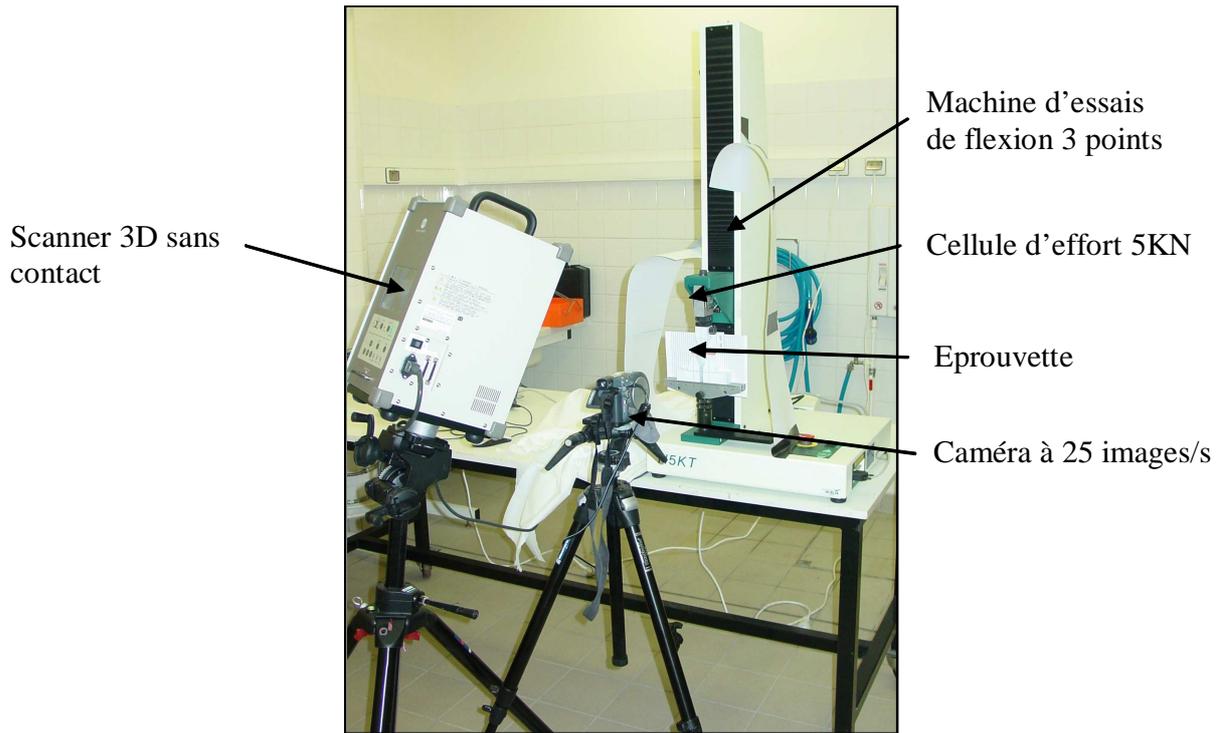


Figure 2-8 : Ensemble du dispositif expérimental.

2.3. Densitométrie et minéralisation

Le moyen expérimental choisi pour déterminer la densité des échantillons biologiques est de peser l'éprouvette dans l'air et dans l'eau (figure 2-9).

La balance utilisée est précise au milligramme.

Pour la pesée dans l'eau, un fil de longueur 400 mm a été utilisé, sa masse étant considérée comme négligeable ; le poids du point de colle rajouté a été calibré et caractérisé.

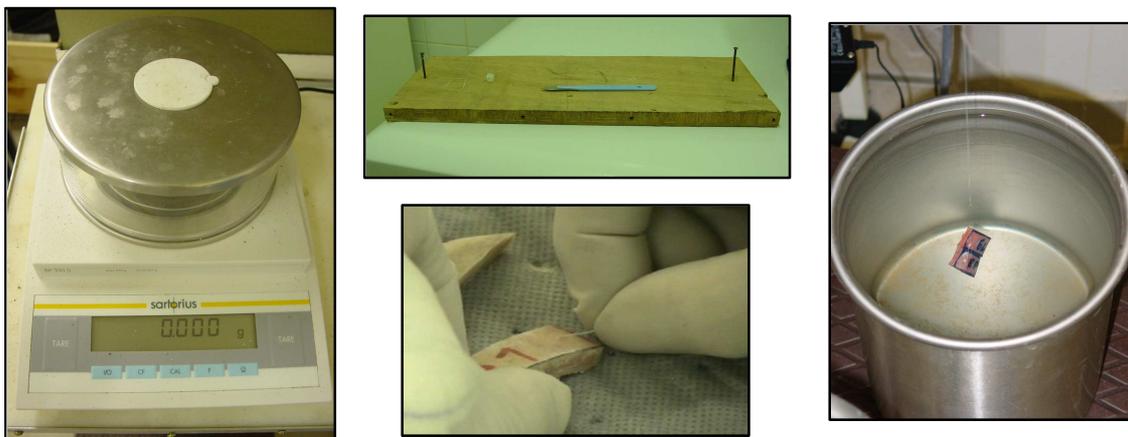


Figure 2-9 : Densitométrie de l'éprouvette. A gauche, pesée "dans l'air", sur balance électronique précise au milligramme, à droite, pesée "dans l'eau".

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

Densité

La détermination de la densité ρ d'un solide se fait de la manière suivante (figure 2-10) :

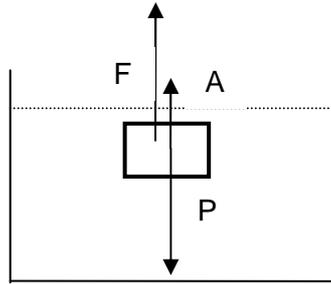


Figure 2-10 : Principe de la détermination de la densité.

Avec :

A = Poussée d'Archimède

M = Masse de l'éprouvette (en Kg)

F = Réaction du fil (en N)

g = Gravité (en m/s^2)

M_{air} = Pesée de l'éprouvette dans l'air (en Kg)

M_{eau} = Pesée de l'éprouvette dans l'eau (en Kg)

ρ_{eau} = Densité de l'eau $\approx 1000 \text{ Kg/m}^3$

V = Volume de l'éprouvette (en m^3)

Le bilan des forces appliqué à l'éprouvette donne :

$$F + A = M$$

Or :

$$A = V * g * \rho_{eau} = (M_{air} / \rho_{éprouvette}) * g * \rho_{eau} = M_{air} * g * (\rho_{eau} / \rho_{éprouvette})$$

$$P = M_{air} * g$$

$$F = \rho_{eau} * g$$

D'où :

$$\rho_{éprouvette} = \frac{1}{1 - \frac{F}{M_{air} * g}} * \rho_{eau} = \frac{M_{air}}{M_{air} - M_{eau}} * \rho_{eau}$$

Minéralisation

Chaque spécimen est calciné pendant 40 minutes à 600°C. Les cendres sont ensuite pesées dès leur sortie du four pour éviter leur réhydratation (figure 2-11).



Figure 2-11 : Minéralisation des éprouvettes

Le pourcentage minéral est calculé par :

$$\% \text{ Minéral} = \frac{M_{\text{calciné}}}{M_{\text{air}}} * 100$$

La masse de cendres correspond à la qualité minérale de l'os propre à chaque individu.

3. Extraction de mesures géométriques

La morphométrie est un facteur important pour la caractérisation de fragments osseux crâniens [GOT 83 ; YOG 04]. En vue d'une caractérisation et d'une modélisation personnalisée des os crâniens, l'extraction de facteurs morphométriques est réalisée pour les intégrer par la suite aux modèles statistiques de prédiction.

Pour ce faire, un programme d'extraction de mesures géométriques des éprouvettes a été développé sous Optimas. La méthode est réalisée à partir des photographies des fragments osseux placés sur le dispositif expérimental (figure 2-7).

Nous avons choisi, pour caractériser la géométrie des éprouvettes, de mesurer les épaisseurs et les courbures de chacune d'elles.

3.1. Mesure des épaisseurs

Cinq valeurs d'épaisseurs sont extraites sur chaque éprouvette osseuse :

- L'épaisseur aux deux points d'appui : deux valeurs E1 et E5.
- L'épaisseur au point d'impact : une valeur E3.
- L'épaisseur à équidistance de l'appui et de l'impacteur, de chaque côté de ce dernier : deux valeurs E2 et E4.

La figure 2-12 indique les cinq épaisseurs E1 à E5 mesurées sur l'éprouvette osseuse T02-EP03 :

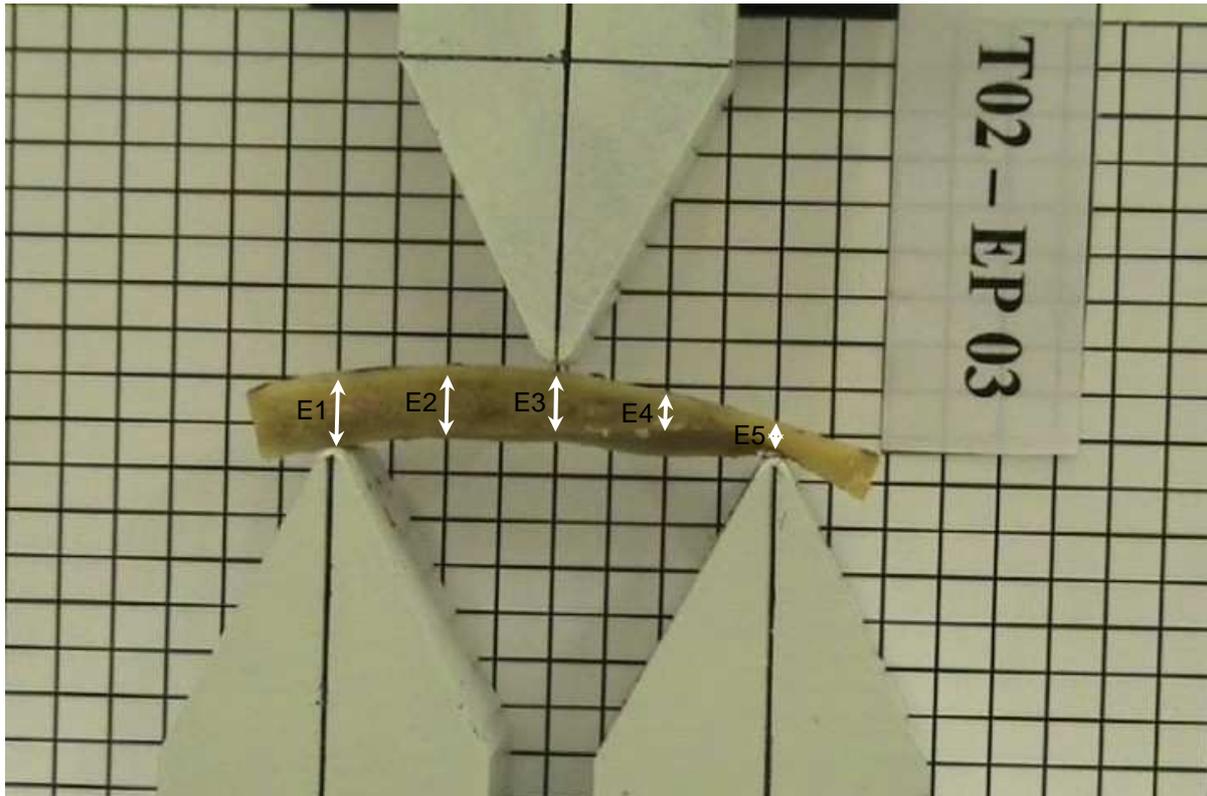


Figure 2-12 : Epaisseurs E1 à E5 extraites sur l'éprouvette T02-EP03

3.2. Mesures des indices de courbures

La courbure des éprouvettes n'étant pas homogène sur toute leur longueur, nous créons un indice de courbure. L'arc de courbure peut être mesuré selon la méthode de Olivier (cité dans [VOI 01]). Elle consiste à mesurer la longueur de la corde et sa hauteur maximale, puis d'en calculer le rapport.

La figure 2-13 illustre cette technique :

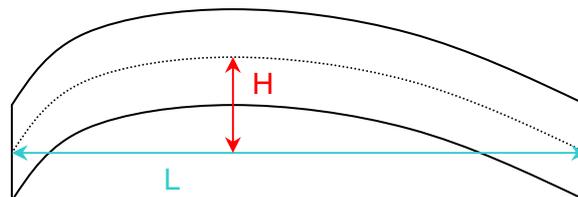


Figure 2-13 : Estimation de l'arc de courbure selon Olivier, 1951.

L'indice de courbure C est calculé de la manière suivante :

$$C = \frac{H}{L} \cdot 100$$

avec L, la longueur de la corde (en mm).

H, la hauteur maximale entre le repère horizontal fixé par la corde et la fibre neutre de l'éprouvette (en mm).

Cette grandeur est adimensionnelle.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

Nous nous sommes basés sur cette méthode pour estimer et calculer nos indices de courbure, à quelques différences près :

➤ La corde précitée correspond dans notre cas à la distance qui sépare les deux couteaux d'appui du dispositif expérimental, soit 40 mm.

➤ Nous désirons obtenir plusieurs indices de courbures, nous ne mesurons pas la hauteur maximale, mais la hauteur entre cette longueur et un point précis sur l'éprouvette.

Les indices de courbure sont mesurés à partir de six endroits précis de chaque éprouvette, comme illustré sur la figure 2-14 :

- Au niveau du point d'impact, sur la face interne et la face externe de l'os.
- A équidistance entre le point d'appui et l'impacteur, de chaque côté de ce dernier, comme pour la mesure des épaisseurs, sur les deux faces du fragment osseux également.

Nous obtenons ainsi trois indices de courbure de la face exocrânienne, correspondant aux points C2 à C4 sur la figure 2-13, et trois de la face endocrânienne, correspondant aux points C6 à C8.



Figure 2-14 : Estimation des indices de courbure pour l'éprouvette T02-EP03. Ces indices correspondent au calcul du rapport entre la distance inter appuis, représentée par la ligne blanche, et la hauteur entre cette longueur et chaque point marqué par une croix.

4. Description des données expérimentales

Les résultats des tests expérimentaux sont présentés dans cette section. Une analyse descriptive univariée est effectuée sur chaque variable étudiée, dans le but de mettre en exergue les possibles dispersions inter et intra individuelles.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

Pour ce faire, nous utilisons, en plus des statistiques descriptives, les boîtes de dispersion de Tukey, ou plus communément appelées boîtes à moustaches (ou box and whiskers plot). Ces représentations graphiques nous permettent d'effectuer une première observation visuelle des données et variables.

Inventée par J.-W. Tukey en 1972, la boîte de dispersion est une représentation graphique populaire, simple et synthétique de la dispersion des variables. Elle consiste à placer la valeur de certains quantiles (ici le premier et le troisième quartile) sur une échelle et à visualiser instantanément certaines caractéristiques de tendance centrale, de dispersion et de forme de la variable considérée [DES 99]. Ainsi sur chaque graphe nous pouvons observer la médiane, la distance inter-quartile et l'étendue non atypique. Les points extrêmes et atypiques, observations se situant à 1,5 fois l'écart type autour de la moyenne du groupe, apparaissent également ; ils ne sont pas traités ici, le but dans cette section étant uniquement de présenter et décrire les données.

4.1. Caractéristiques générales des sujets

Le tableau 2-1 résume les informations relevées pour chaque sujet. Apparaissent dans ce tableau la référence de la tête prélevée, le sexe, l'âge, et le nombre de jours qui séparent le décès des essais de flexion.

N° Tête	Sexe	Age (année)	Durée décès- essais (jours)
T02	H	65	14
T03	H	70	13
T04	H	75	11
T05	H	68	10
T06	H	64	8
T07	H	52	22
T08	H	72	15
T09	H	76	15
T10	H	73	18
T12	H	70	10
T14	H	82	8
T16	H	73	11
T17	H	72	20
T18	H	83	23
T19	H	70	9
T20	H	78	9
T21	H	78	8
Minimum		52	8
Maximum		83	23
Moyenne		71	13
Ecart type		7	5

Tableau 2-1 : Informations générales sur les 17 sujets (référence de tête prélevée, sexe du sujet, âge au moment du décès, délai séparant le décès des tests expérimentaux)

La population est composée de 17 sujets masculins, âgés de 52 à 83 ans. Un seul sujet a moins de 60 ans lors du décès, 3 sont dans la tranche d'âge 60-70 ans, 11 appartiennent à la classe des 70-80 ans, et 2 sujets ont plus de 80 ans au décès.

Le délai entre le décès et les essais mécaniques est compris entre 8 et 23 jours.

Chaque sujet est désignée par la référence de la tête prélevée "Tindice". Les sujets portant les indices 01, 11, 13, 15 ont été retirés de l'étude car ne correspondant pas aux critères d'inclusion.

4.2. Densitométrie

4.2.1. Masse de l'éprouvette

Lors du protocole expérimental, les éprouvettes sont pesées de deux manières, sur balance électronique et par volumétrie. Ce sont les valeurs issues de la première technique que nous conservons.

Le tableau 2-2 présente les caractéristiques de dispersion de la masse mesurée en grammes. L'étude bibliographique a mis en évidence l'importance de la localisation de prélèvement des éprouvettes. Les valeurs moyennes pour les différentes zones osseuses sont également présentées.

MASSE		[g]
POPULATION	Minimum	4,860
	Maximum	11,825
	Moyenne	7,769
	Ecart type	1,231
PARIETAL	Minimum	5,456
	Maximum	11,825
	Moyenne	7,623
FRONTAL	Minimum	6,384
	Maximum	10,423
	Moyenne	8,380
TEMPORAL	Minimum	4,860
	Maximum	9,333
	Moyenne	6,522
SUTURE	Minimum	6,741
	Maximum	9,708
	Moyenne	8,067

Tableau 2-2 : Statistiques descriptives pour la variable masse. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

La masse varie de 4,860 g à 11,825 g pour la totalité des effectifs. La figure 2-15 illustre la dispersion des moyennes pour la population totale des individus, et pour ceux des différents os crâniens :

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

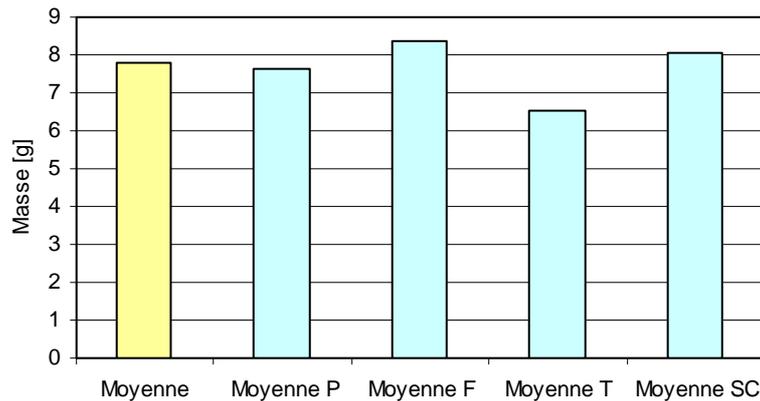


Figure 2-15 : Moyennes de la masse des éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

La masse est répartie de façon homogène dans les quatre zones osseuses crâniennes étudiées. Elle est un peu moindre pour la zone temporale, et plus importante pour l'os frontal et la suture.

La dispersion inter individuelle est évaluée pour les 17 sujets par l'observation des boîtes à moustaches de Tukey (figure 2-16).

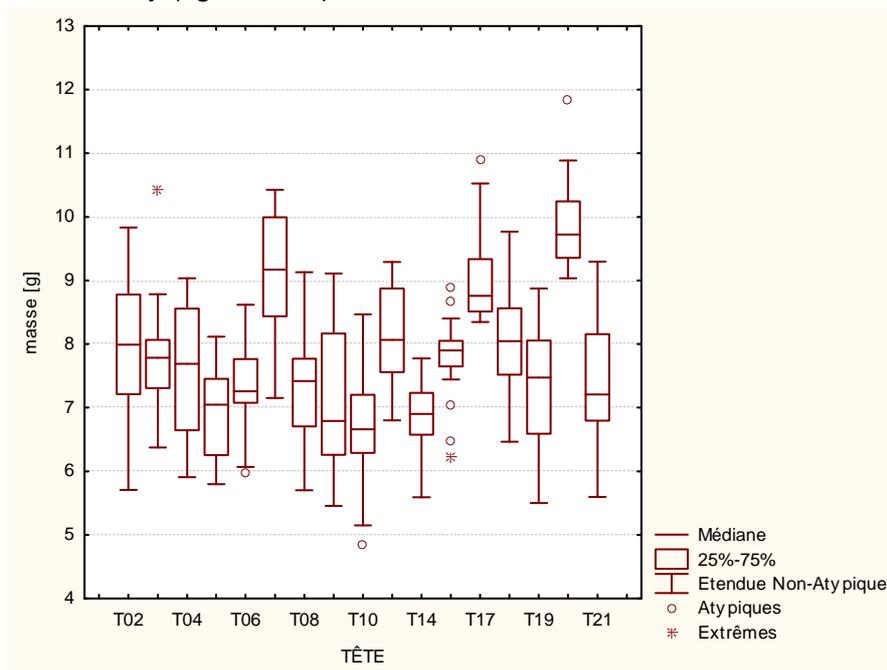


Figure 2-16 : Dispersion inter individuelle pour la masse par l'observation de boîtes de dispersion.

Il y a une disparité de la masse des éprouvettes entre les différents sujets. Trois sujets présentent des valeurs plus élevées que la moyenne, en particulier le sujet T20.

4.2.2. Densité des éprouvettes

Le tableau 2-3 présente les statistiques de base univariées pour la densité :

DENSITE		[g/cm ³]
POPULATION	Minimum	1,42
	Maximum	2,15
	Moyenne	1,71
	Ecart type	0,12
PARIETAL	Minimum	1,42
	Maximum	2,15
	Moyenne	1,69
FRONTAL	Minimum	1,42
	Maximum	1,89
	Moyenne	1,69
TEMPORAL	Minimum	1,48
	Maximum	1,89
	Moyenne	1,78
SUTURE	Minimum	1,52
	Maximum	1,89
	Moyenne	1,75

Tableau 2-3 : Statistiques descriptives pour la densité. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

La figure 2-17 présente la disparité intra individuelle :

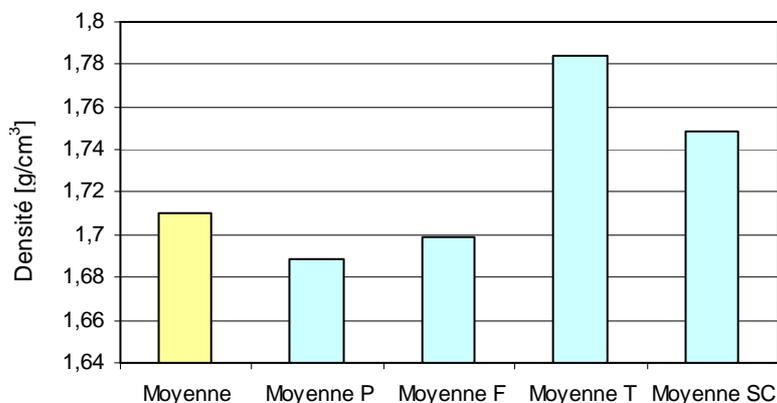


Figure 2-17 : Moyennes de la densité des éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

Il apparaît nettement que la densité présente des valeurs importantes pour les éprouvettes de la zone temporale ; a contrario, les éprouvettes des os pariétaux présentent des valeurs de densité plus faibles. Il y a ici une grande dispersion intra individuelle de la densité.

Les boîtes de dispersion pour la densité sont présentées en figure 2-18 :

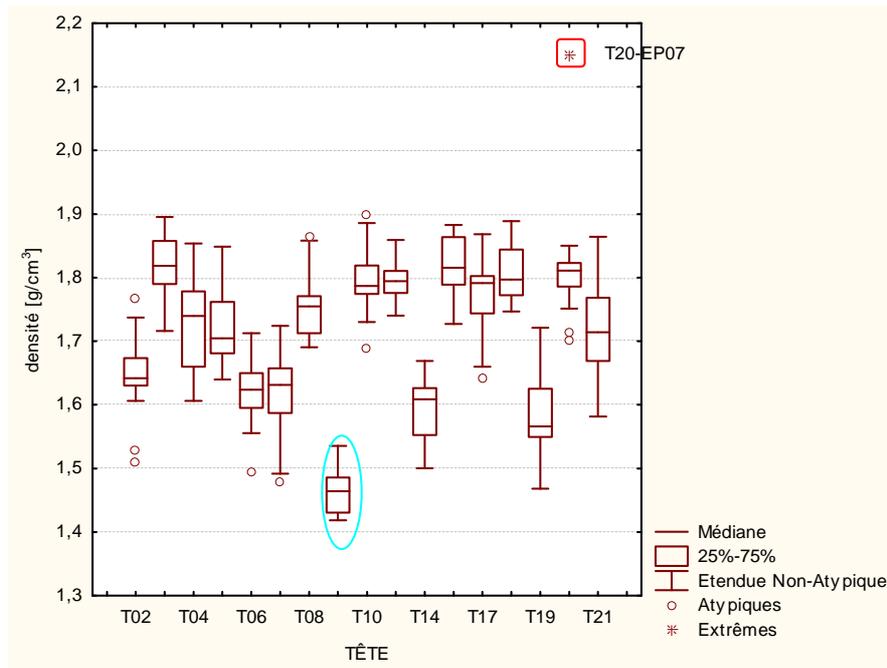


Figure 2-18 : Dispersion inter individuelle pour la densité par l'observation de boîtes de dispersion.

La dispersion inter individuelle est présente également pour la densité. La tête T09, cerclée en bleu sur la figure 2-18 se démarque nettement des autres. Un point extrême correspondant à l'EP07 du sujet T20 sera à étudier lors de la phase exploratoire, à savoir s'il faut le conserver ou non dans la population d'apprentissage.

4.2.3. Contenu minéral de l'os

Le tableau 2-4 présente les caractéristiques de dispersion pour le contenu minéral des fragments osseux testés :

% MINERAL		[%]
POPULATION	Minimum	39,2
	Maximum	60,3
	Moyenne	52,7
	Ecart type	4,9
PARIETAL	Minimum	39,2
	Maximum	57,9
	Moyenne	51,7
FRONTAL	Minimum	39,2
	Maximum	60,3
	Moyenne	52,6
TEMPORAL	Minimum	41,7
	Maximum	59,7
	Moyenne	55,7
SUTURE	Minimum	44,3
	Maximum	59,9
	Moyenne	54,4

Tableau 2-4 : Statistiques descriptives pour le pourcentage minéral. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

La figure 2-19 montre les moyennes pour la population totale, et pour les os crâniens étudiés :

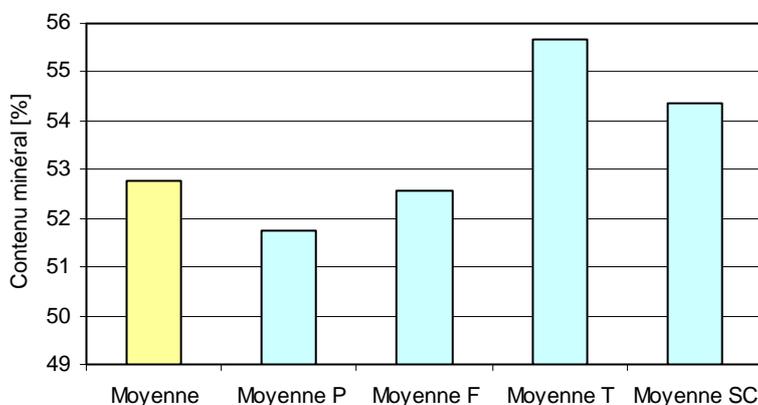


Figure 2-19 : Moyennes du pourcentage minéral des éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

Les résultats sont similaires à ceux pour la densité. Les valeurs les plus faibles sont celles pour les os pariétaux, suivis de la zone frontale, puis les sutures coronales, et enfin les os temporaux, pour lesquels le pourcentage minéral est assez élevé.

La figure 2-20 montre les boîtes à moustaches de Tukey pour le pourcentage minéral :

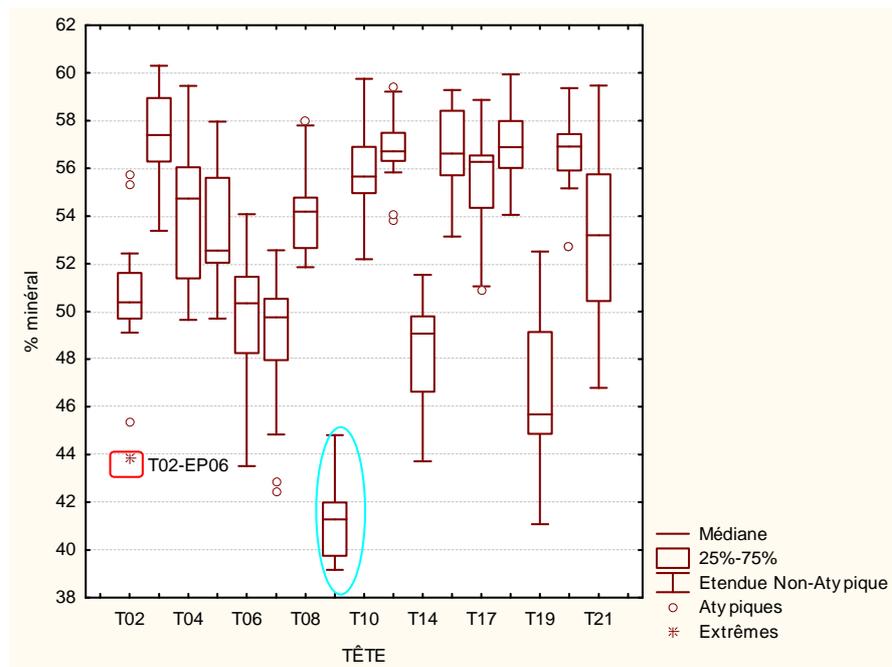


Figure 2-20 : Dispersion inter individuelle pour le pourcentage minéral par l'observation de boîtes de dispersion.

La dispersion est similaire à celle pour la densité. Le sujet T09 présente des valeurs très faibles par rapport aux autres sujets. Les valeurs extrêmes ne sont en revanche pas les mêmes. Ici l'éprouvette T02-EP06 se démarque des autres par sa valeur peu élevée.

4.3. Données morphométriques

Afin de ne pas surcharger le corps du texte, seules les données mesurées au point d'impact du pointeur, sont ici présentées. Les statistiques descriptives et boîtes de dispersion des indices de courbure et épaisseurs sont présentées en annexe A1.

4.3.1. Epaisseur à la rupture

L'épaisseur à la rupture correspond à la variable E3 de notre tableau de données (figure 2-12). Les valeurs de tendance centrale et celles de dispersions sont données dans le tableau 2-5 :

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

EPAISSEUR E3		[mm]
POPULATION	Minimum	2,671
	Maximum	12,257
	Moyenne	6,525
	Ecart type	1,378
PARIETAL	Minimum	4,406
	Maximum	12,257
	Moyenne	6,643
FRONTAL	Minimum	4,735
	Maximum	9,464
	Moyenne	7,047
TEMPORAL	Minimum	2,671
	Maximum	8,089
	Moyenne	4,784
SUTURE	Minimum	4,088
	Maximum	8,162
	Moyenne	6,495

Tableau 2-5 : Statistiques descriptives pour l'épaisseur à la rupture. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

L'épaisseur à la rupture varie de 2,671 mm à 12,257 mm. La dispersion pour les différents os est illustrée figure 2-21 :

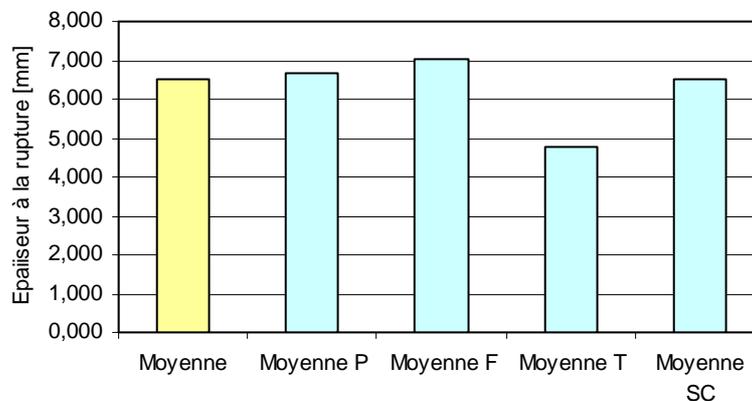


Figure 2-21 : Moyennes de l'épaisseur à la rupture des éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

Les fragments osseux issus des os temporaux sont les moins épais ; contrairement à ceux de l'os frontal, qui présentent des valeurs d'épaisseur plus élevées.

La figure 2-22 illustre la répartition des valeurs d'épaisseur à la rupture pour les différents sujets anatomiques :

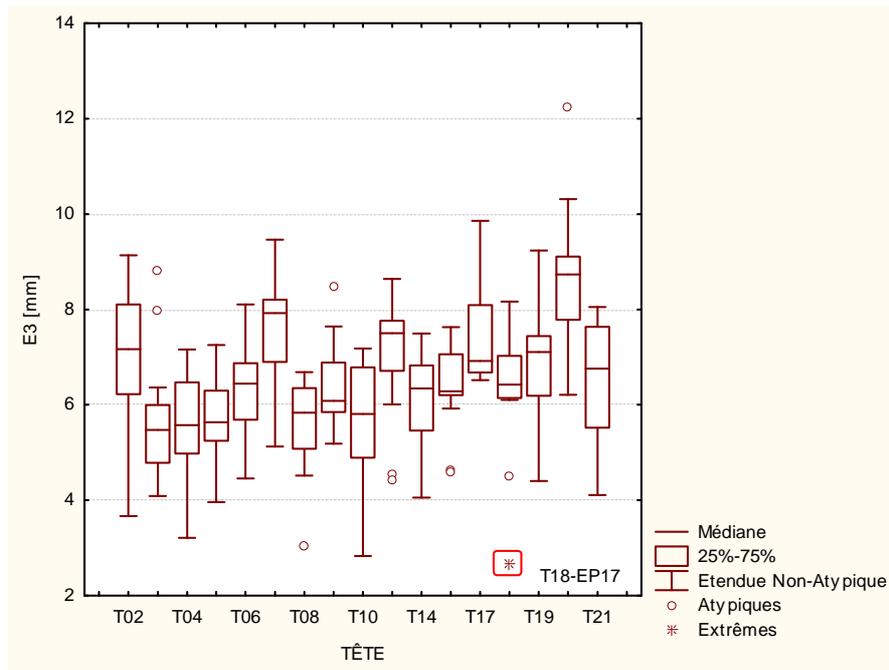


Figure 2-22 : Dispersion inter individuelle pour l'épaisseur à la rupture E3 par l'observation de boîtes de dispersion.

Les os de la tête T20 sont de manière générale plus épais que ceux du reste de la population étudiée.

4.3.2. Indice de courbure à la rupture

De même que pour l'épaisseur, les indices de courbure présentés ici sont ceux à la rupture, c'est-à-dire au point d'impact. Deux indices de courbure sont décrits : la courbure de la face externe, et celle de la face interne de l'os. Les caractéristiques de dispersion et les moyennes de chaque os étudié sont présentées dans le tableau 2-6 :

		INDICE DE COURBURE C3	INDICE DE COURBURE C7
POPULATION	Minimum	4,719	-0,509
	Maximum	16,403	13,571
	Moyenne	9,427	2,902
	Ecart type	1,531	1,200
PARIETAL	Minimum	4,719	-0,509
	Maximum	13,922	5,504
	Moyenne	9,756	3,113
FRONTAL	Minimum	7,829	1,023
	Maximum	12,695	6,485
	Moyenne	9,813	2,766
TEMPORAL	Minimum	5,802	0,415
	Maximum	16,403	13,571
	Moyenne	7,470	2,686
SUTURE	Minimum	7,273	0,915
	Maximum	11,237	4,960
	Moyenne	9,119	2,624

Tableau 2-6 : Statistiques descriptives pour les courbures de la face externe et de la face interne à la rupture. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

La courbure externe varie de 4,719 à 16,403 et la courbure interne de -0,509 à 13,571. La valeur négative correspond à un fragment osseux issu de la tête T03. L'écart type de la courbure interne est assez élevé, d'une valeur 1,200 pour une moyenne de 2,902.

La figure 2-23 présente les dispersions intra individuelles pour les deux types de courbures :

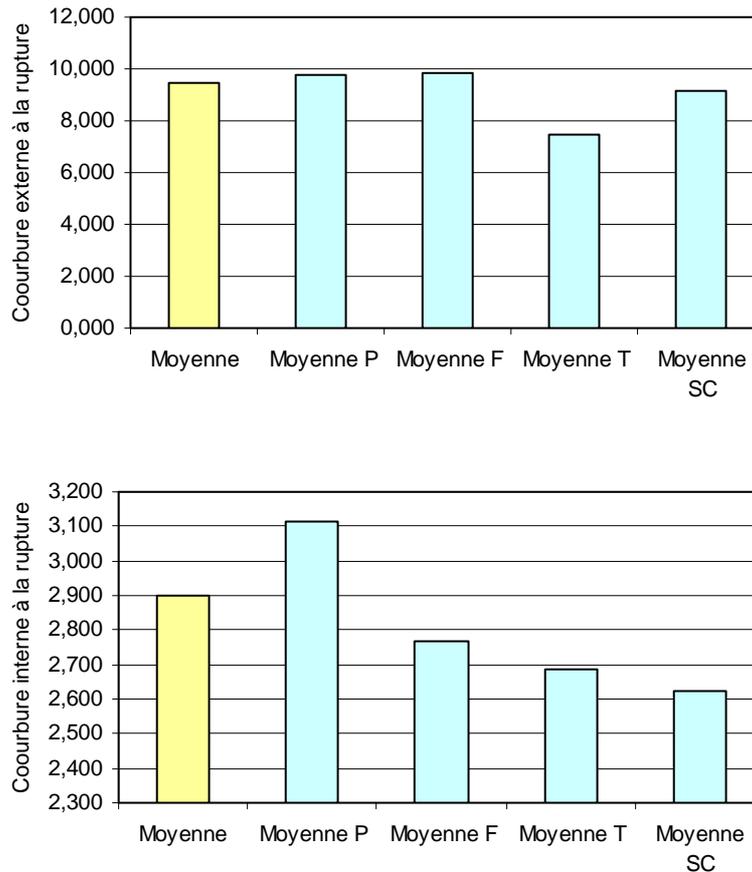


Figure 2-23 : Moyennes de la courbure de la face externe C3, en haut, et de la face interne C7, en bas, mesurées au point d'impact sur les éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

La dispersion intra individuelle est moins importante pour la courbure exocrânienne. Les fragments osseux des os temporaux présentent les plus faibles valeurs.

En ce qui concerne la courbure endocrânienne, ce sont les éprouvettes extraites des os pariétaux qui présentent des courbures de la face interne plus grandes.

La disparité inter individuelle de la face exocrânienne est illustrée en figure 2-24, celle de la face endocrânienne est présentée en figure 2-25 :

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

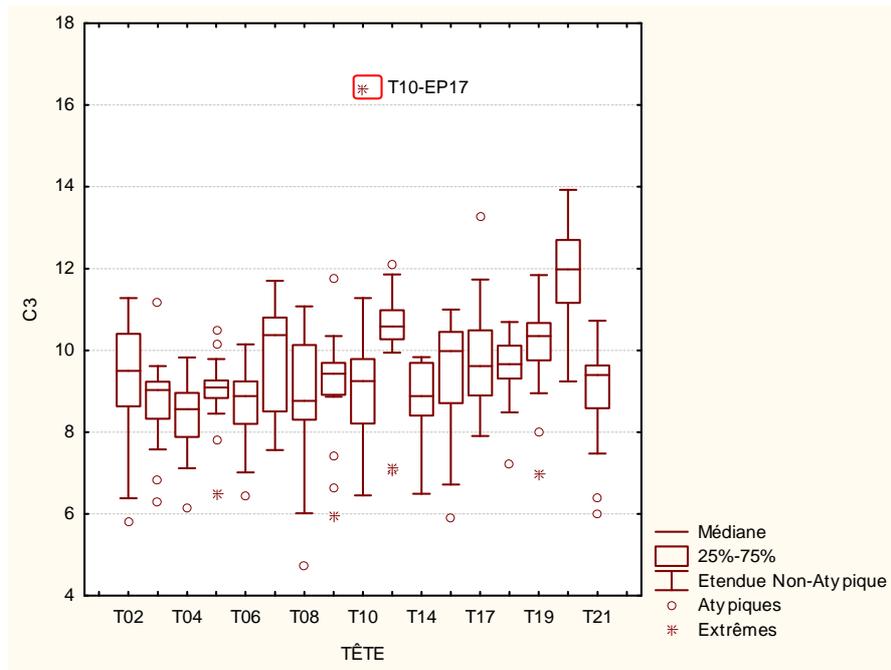


Figure 2-24 : Dispersion inter individuelle pour la courbure de la face externe C3 à la rupture par l'observation de boîtes de dispersion.

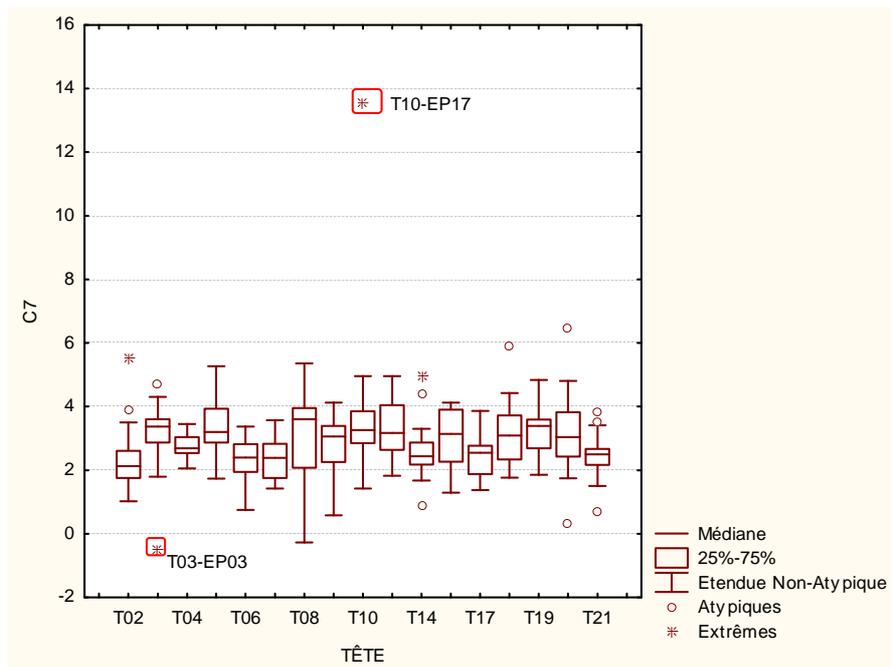


Figure 2-25 : Dispersion inter individuelle pour la courbure de la face interne C7 à la rupture par l'observation de boîtes de dispersion.

4.4. Paramètres mécaniques

4.4.1. Types de rupture des fragments osseux

Trois types de rupture sont identifiés :

- Rupture « fragile » au centre de l'éprouvette (figure 2-26) :

Cette rupture a été constatée dans plus de 80% des cas. Elle est positionnée au centre de l'éprouvette (correspondant à la partie impacté).



Figure 2-26 : Rupture fragile au centre de l'éprouvette

- Rupture « fragile » décalée (figure 2-27) :

Cette rupture est provoquée par des porosités ou nervures au niveau de la table interne de l'éprouvette.

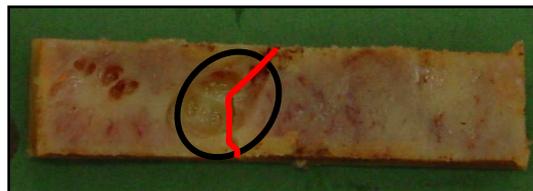


Figure 2-27 : Rupture fragile décalée

- Rupture « diffuse » (figure 2-28) :

Celle-ci commence par la table interne, se propage en diagonale dans la diapoë et débouche par la table externe.

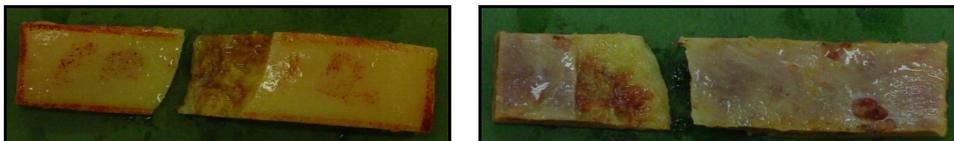


Figure 2-28 : Rupture diffuse de l'éprouvette

La figure 2-29 illustre les courbes effort / déplacement des ruptures fragile et décalée :

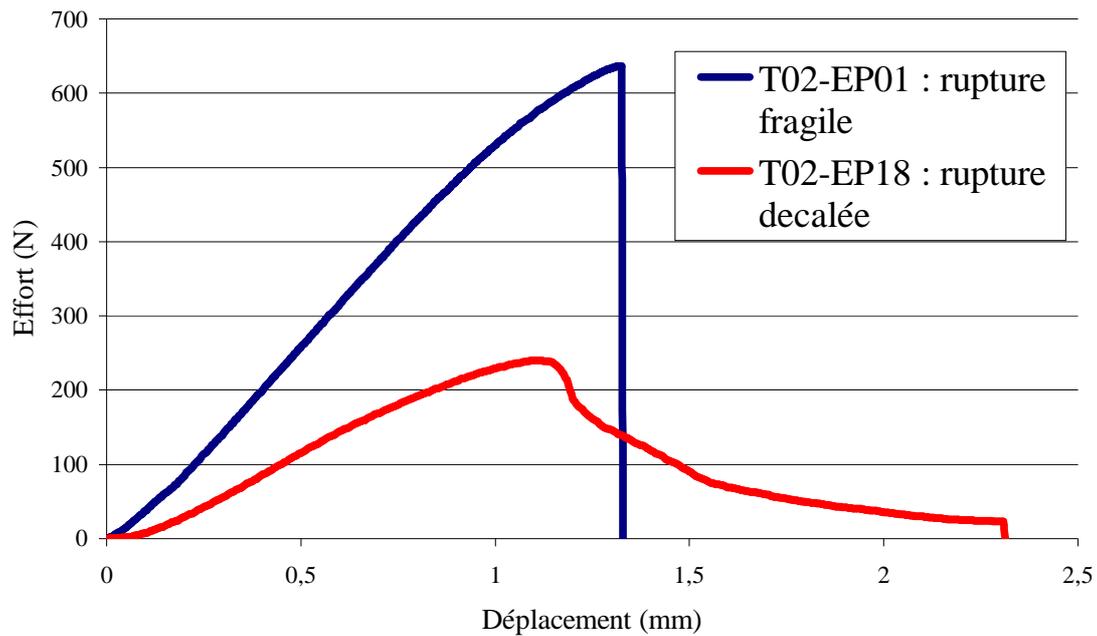


Figure 2-29 : Courbes effort / déplacement pour les ruptures fragile et décalée

4.4.2. Courbes effort / déplacement

Pour ne pas surcharger le corps du texte, les courbes effort / déplacement se trouvent en annexe A2. La figure 2-30 montre les résultats obtenus pour la tête T02 :

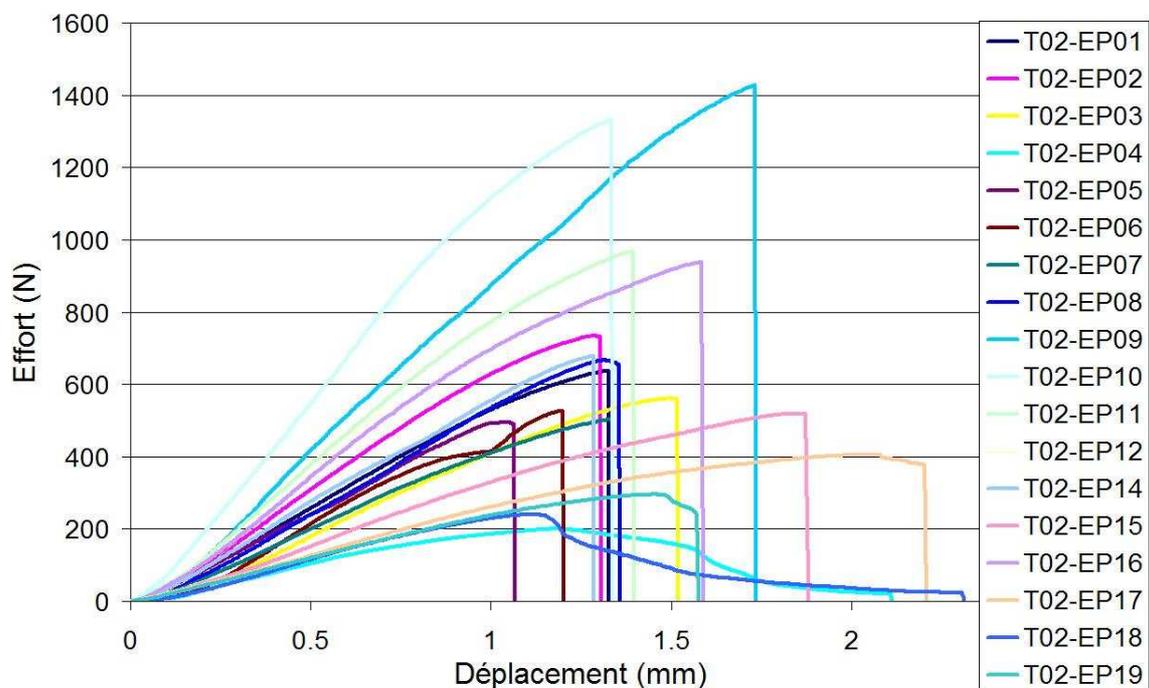


Figure 2-30 : Courbes effort / déplacement pour la tête T02

Sur les courbes obtenues, on distingue trois zones :

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

- La première zone est une zone d'élasticité assimilable à un segment de droite, pour laquelle la force exercée sur l'éprouvette est proportionnelle au déplacement. On a ainsi le rapport effort / déplacement qui correspond à la raideur statique K. En termes de contrainte et de déformation, ce rapport correspond au module d'Young E.
- Une deuxième zone correspond à la zone dite de déformation plastique, pendant laquelle la pente diminue jusqu'à s'annuler. Une faible augmentation de la force appliquée correspond ainsi à une forte augmentation du déplacement.
- Enfin une zone de rupture correspond au déplacement maximal pour lequel la rupture du matériau a lieu.

4.4.3. Effort à la rupture

Le paramètre mécanique à prédire dans notre modèle statistique est l'effort maximal, nécessaire à la rupture des fragments osseux. Les résultats des expérimentations sont donnés dans le tableau 2-7 :

EFFORT MAX		[N]
POPULATION	Minimum	148,6
	Maximum	1720,0
	Moyenne	637,8
	Ecart type	303,2
PARIETAL	Minimum	148,6
	Maximum	1720,0
	Moyenne	588,2
FRONTAL	Minimum	332,4
	Maximum	1552,0
	Moyenne	796,4
TEMPORAL	Minimum	203,8
	Maximum	1440,0
	Moyenne	457,9
SUTURE	Minimum	378,4
	Maximum	1311,0
	Moyenne	615,5

Tableau 2-7 : Statistiques descriptives pour l'effort maximal. La première partie du tableau correspond à la dispersion des données pour la population entière ; la deuxième partie, à la dispersion pour chaque zone osseuse.

L'effort à la rupture varie de 148,6 N à 1720 N. La figure 2-31 présente la dispersion des valeurs moyennes en fonction des différentes zones osseuses crâniennes :

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

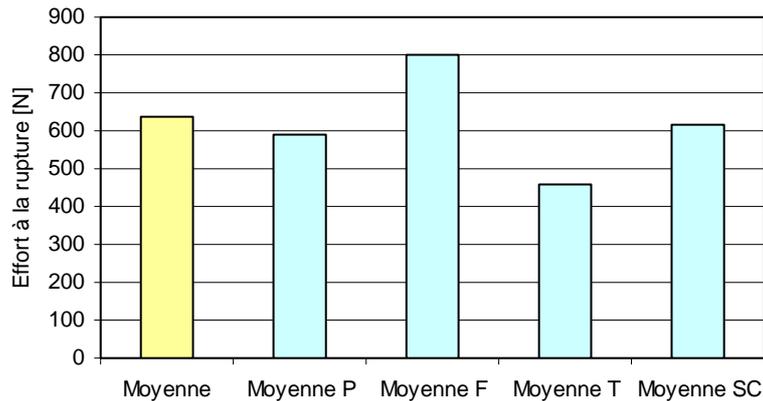


Figure 2-31 : Moyennes de l'effort à la rupture des éprouvettes osseuses pour la totalité de la population étudiée, en jaune, et pour les différentes zones osseuses (P pour Pariétal, F pour Frontal, T pour Temporal, SC pour Suture Coronale).

L'observation du graphique met en exergue une solidité plus importante pour les éprouvettes extraites de la zone frontale. Les fragments des os temporaux, quant à eux, présentent les valeurs les plus faibles.

La figure 2-32 montre la dispersion inter individuelle pour les 17 sujets :

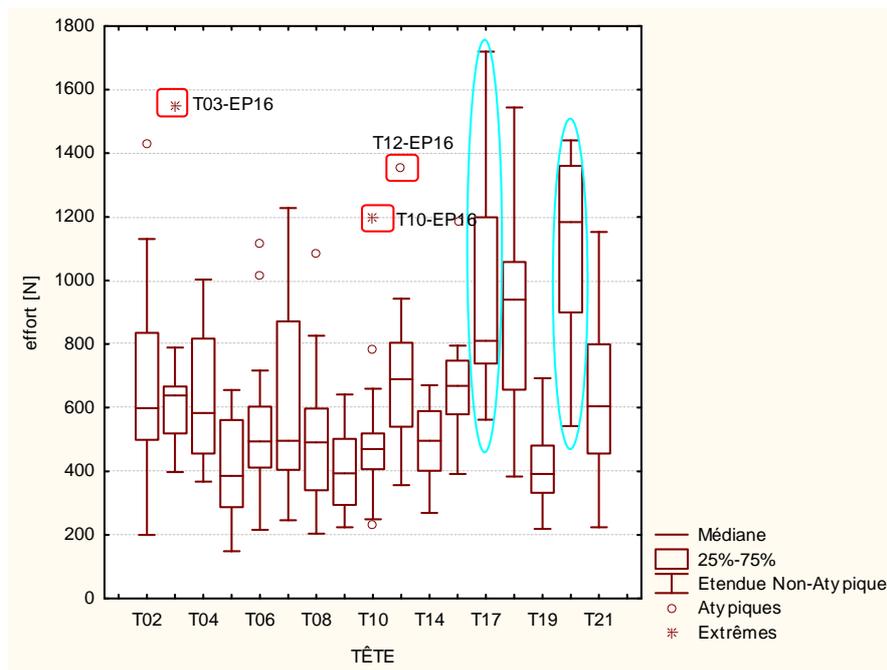


Figure 2-32 : Dispersion inter individuelle pour l'effort à la rupture par l'observation de boîtes de dispersion.

L'effort à la rupture est important pour deux têtes, T17 et T20. Quelques points extrêmes feront l'objet d'une attention plus particulière lors de l'analyse des données, à savoir s'ils interviendront ou non dans les échantillons d'apprentissage et de validation.

4.5. Discussion sur les résultats expérimentaux

Les résultats des données expérimentales sont présentés et décrits dans cette section. Pour chaque variable expérimentale, les statistiques descriptives sont données. Des représentations visuelles sont utilisées pour évaluer les dispersions inter et intra individuelles. Les histogrammes montrent les disparités intra individuelles, et les boîtes à moustaches de Tukey montrent les dispersions inter individuelles.

Certaines caractéristiques sont mises en évidence :

- Les fragments osseux de la zone frontale sont plus épais et plus solides, mais ont une densité osseuse moins importante que les os pariétaux et temporaux.
- Les os temporaux présentent des valeurs faibles pour toutes les données expérimentales, sauf pour la densité et le pourcentage minéral. Ainsi ils sont plus fragiles, et montrent des indices de courbures peu importantes.

Ces observations à partir de graphiques sont corroborées par l'examen des photographies des éprouvettes sur le dispositif expérimental. La figure 2-33 illustre les différences de géométrie entre l'éprouvette T10-EP08, issue de l'os pariétal droit de la tête T10, et l'éprouvette T10-EP17, issue de l'os temporal gauche de la même tête :

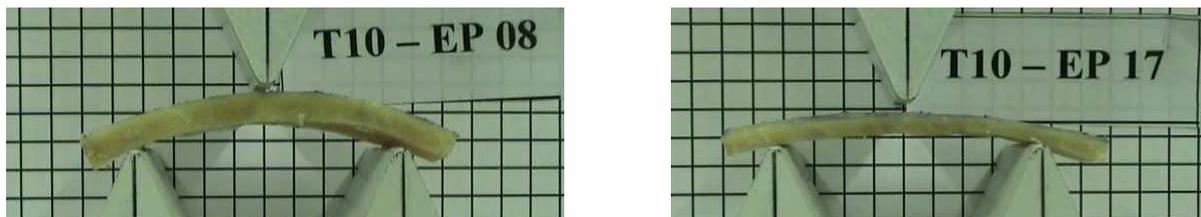


Figure 2-33 : Photographies des éprouvettes T10-EP08 et T10-EP17. La différence de géométrie entre les deux fragments osseux est réelle.

Les similitudes entre la densité et le pourcentage minéral des fragments osseux nous ont amenés à étudier la relation qui lie ces deux grandeurs. Une régression linéaire simple peut être mise en œuvre pour quantifier cette relation. La partie suivante présente cette régression.

5. Etude de la liaison entre la densité osseuse et le pourcentage minéral

La densité pouvant être facilement mesurable par l'utilisation de techniques et appareils spécifiques non invasifs [ROU 03], nous la modélisons statistiquement pour la prédiction du pourcentage minéral.

Le pourcentage minéral est notre variable dépendante, et la densité notre variable indépendante.

L'algorithme utilisé pour la régression linéaire simple est un algorithme standard des moindres carrés ordinaires.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

➤ L'effectif total de la population est, dans un premier temps, scindé en deux échantillons ; le premier servira d'apprentissage pour l'élaboration du modèle statistique, le second de validation. L'objectif est de choisir ces deux échantillons de manière à ce que leurs répartitions soient homogènes. La figure 2-34 montre les deux échantillons d'apprentissage et de validation :

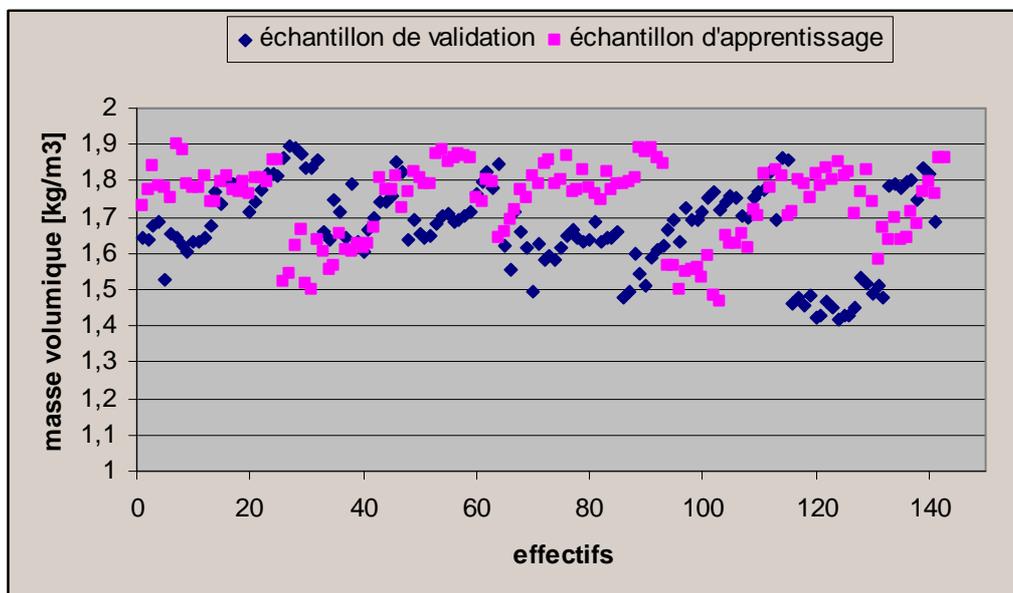


Figure 2-34 : Echantillons d'apprentissage et de validation pour la régression linéaire simple.

➤ L'équation de la régression linéaire simple est la suivante :

$$\% \text{minéral} = c_0 + c_1 \cdot \text{densité}$$

L'objectif est de déterminer les deux coefficients c_0 et c_1 . La méthode des moindres carrés, exposée dans la section 5.2.2.1. de l'état de l'art, est ici utilisée.

➤ Les résultats de la régression sont donnés dans le tableau 2-8. Dans ce tableau figurent, par colonne :

- Les valeurs de l'ordonnée à l'origine c_0 , et du coefficient de régression c_1 pour le modèle statistique.
- Les erreurs types de l'ordonnée à l'origine et de l'estimation.
- Le test de Student pour le nombre d'individus de l'échantillon ($n=139$), qui justifie l'apport de la variable explicative au modèle, et son niveau de significativité p .

	coefficients	Err-Type	t(139)	niveau p
C_0	-21,272	0,928	-22,919	0,000
C_1	43,385	0,552	78,546	0,000

Tableau 2-8 : Résultats de la régression linéaire simple par l'ajustement de la densité pour la prédiction du pourcentage minéral de l'os crânien. Le coefficient c_0 représente l'ordonnée à l'origine, le coefficient c_1 représente l'estimation ; l'erreur type de chaque coefficient est calculée, ainsi que le test de Student t .

- Le coefficient de corrélation multiple ajusté a pour valeur $R^2_{aj} = 0,977$.
- La qualité de l'ajustement est également évaluée par l'écart entre les valeurs observées et les valeurs prévues (tableau 2-9).

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

Les résidus et résidus supprimés, ainsi que la distance de Cook, permettent de vérifier la présence ou non de points influents. Pour un modèle bien ajusté, la moyenne des résidus doit être nulle.

	Valeur Observée	Valeur Prévues	Résidus	Résidus Supprim.	distance de Cook
Minimum	39,1653	40,2750	-1,5722	-1,6131	0,0000
Maximum	60,2943	60,9626	2,4634	2,4828	0,0806
Moyenne	51,4550	51,4550	0,0000	-0,0042	0,0085
Médiane	52,0397	51,8701	-0,0263	-0,0265	0,0025

Tableau 2-9 : Synthèse des résidus de la régression linéaire simple. Les statistiques de dispersion des valeurs observées et des valeurs prévues sont présentées ; suivent les résidus et résidus supprimés, puis la distance de Cook.

Les différences de dispersion entre les valeurs observées et les valeurs prévues par le modèle statistique sont minimales. La figure 2-35 illustre cette observation. D'une manière générale, l'ajustement est d'autant meilleur que les points se rapprochent de la première bissectrice.

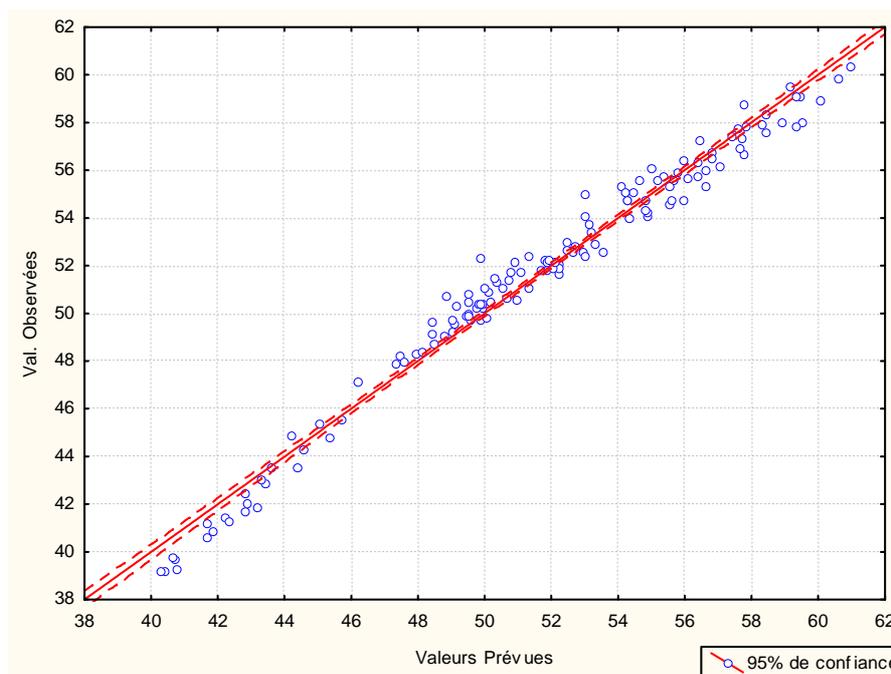


Figure 2-35 : Valeurs observées en fonction des valeurs prévues du pourcentage minéral. L'ajustement est d'autant meilleur que les valeurs se rapprochent de la première bissectrice.

En ce qui concerne la présence de points influents, la distance de Cook ne dépasse jamais la valeur 1. Il n'y a donc pas de points qui influent sur la qualité de l'ajustement. La figure 2-36, qui représente les résidus supprimés en fonction des résidus, corrobore cette conclusion.

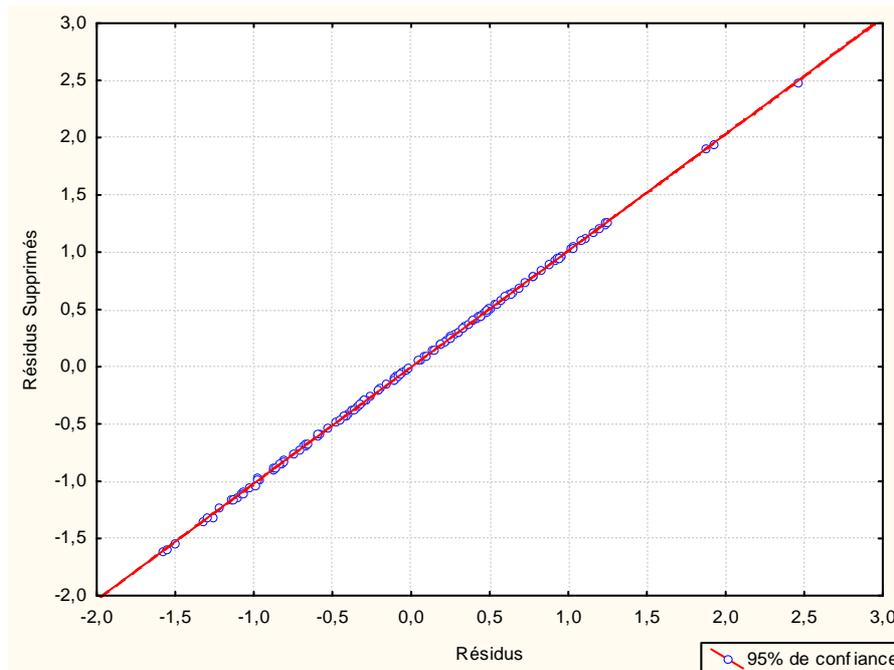


Figure 2-36 : Résidus supprimés en fonction des résidu. Ce graphe permet de détecter la présence de points influents, inexistant ici.

➤ La normalité des résidus est, quant à elle, évaluée à l'aide d'un histogramme (figure 2-37) :

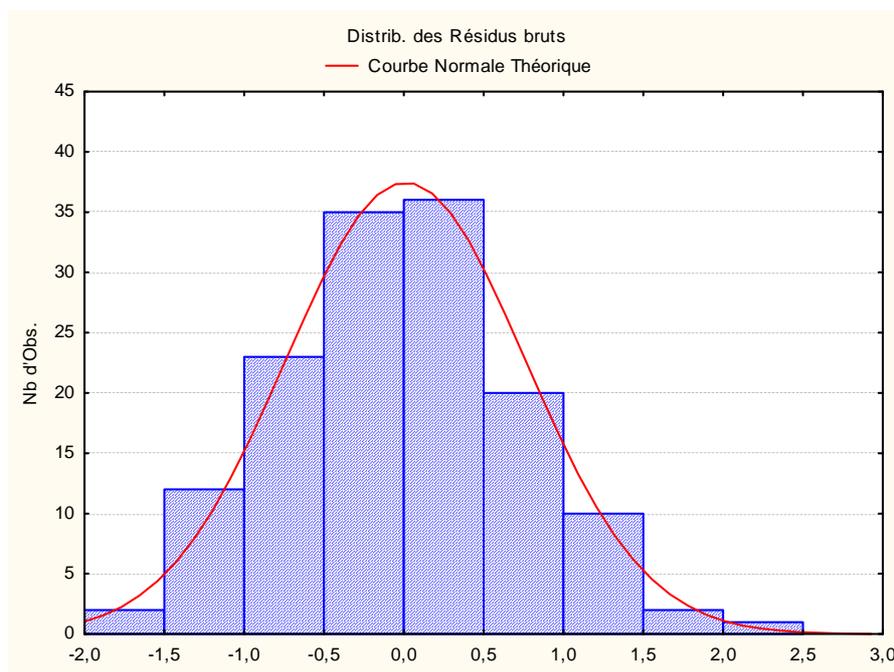


Figure 2-37 : Histogramme des résidus

La distribution des résidus suit correctement la courbe normale théorique ; on en conclut la normalité.

➤ La validation du modèle statistique développé est réalisée sur le deuxième échantillon. L'équation de la régression linéaire est appliquée sur les données expérimentales de la densité de cet échantillon ; des valeurs du pourcentage minéral sont

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

ainsi obtenues, et comparées avec celles expérimentales. Les résidus, ainsi que l'erreur relative sont calculés, et présentés dans le tableau 2-10 :

	Résidus	Erreur relative [%]
Minimum	-1,611	-0,018
Maximum	0,931	0,038
Moyenne	-0,261	0,005
Ecart-type	0,623	0,012

Tableau 2-10 : Statistiques descriptives des résidus et de l'erreur relative calculés sur les données de l'échantillon de validation.

L'erreur relative est calculée de la manière suivante :

$$\% \text{ erreur relative} = \frac{\text{valeur prédite}}{\text{valeur observée}} - 1$$

La moyenne des résidus avoisine la valeur nulle, ainsi que la moyenne et l'écart type de l'erreur relative, on note que la qualité de l'ajustement est estimée correctement. Enfin, la figure 2-38 montre les données expérimentales réelles de l'échantillon de validation et les bornes du modèle statistique développé :

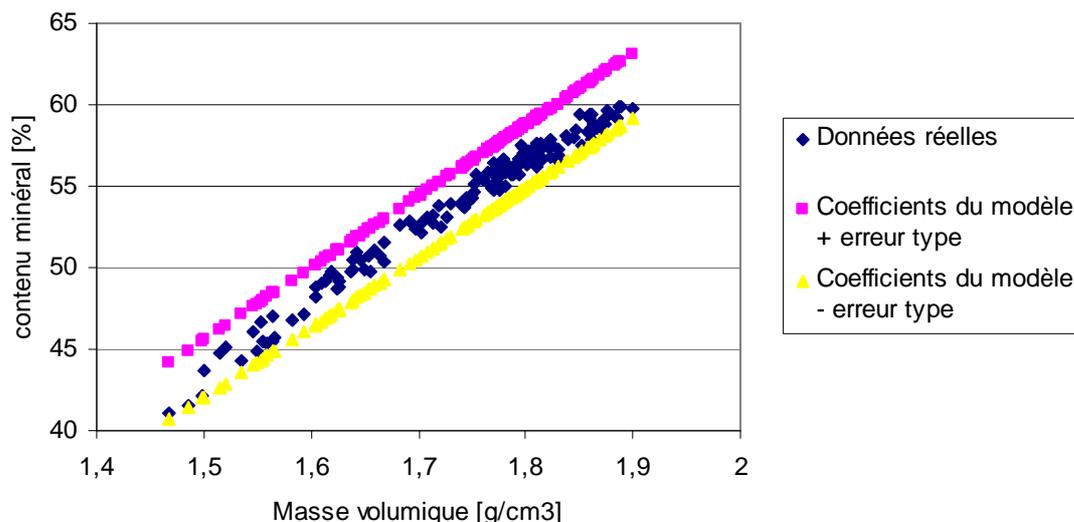


Figure 2-38 : "Corridor" des données estimées par la régression linéaire simple, et nuage de points des données expérimentales réelles.

6. Conclusion

Un protocole expérimental a été mis en œuvre pour l'obtention de paramètres densitométriques et mécaniques d'os crâniens.

Un total de 289 fragments osseux issus de trois zones osseuses, pariétale, frontale, temporale et de la suture coronale, a été testé en flexion trois points quasi-statique.

2. Expérimentations sur éprouvettes osseuses et extraction de mesures géométriques

Des données expérimentales ont été extraites pour chaque éprouvette : la masse, la densité, la densité osseuse, le pourcentage minéral, et l'effort à la rupture.

Un programme développé sous Optimas traitant les images en 2D des éprouvettes placées sur le protocole expérimental a permis d'extraire des données d'ordre morphométrique sur chaque fragment osseux : en tout cinq épaisseurs et six indices de courbure sont ajoutés au tableau de données expérimentales.

Ces données expérimentales ont été présentées et décrites, par le biais de représentations visuelles, pour mettre en exergue la présence de variabilités inter et intra individuelles. L'effort à la rupture pour les éprouvettes prélevées varie de 48,6 Newton à 1720 Newton. Les valeurs des moyennes pour les différentes zones osseuses testées ont été comparées. Les résultats ont montré que les zones temporales présentent des valeurs élevées pour la densité ; elles sont plus fines et plus fragiles que les autres os. L'effort à la rupture pour les os temporaux est en moyenne de 457,8 Newton. A contrario, l'os frontal est plus épais et plus solide, avec une valeur moyenne pour l'effort à la rupture de 798,8 Newton.

Une forte liaison entre deux des données expérimentales recueillies ayant été remarquée, la relation les liant a été quantifiée, par le développement d'une régression linéaire simple. Ainsi le pourcentage minéral des fragments osseux crâniens peut être prédit à partir de la densité osseuse. La qualité de l'ajustement a été testée, et nous obtenons pour le modèle statistique une erreur relative de 5.10^{-3} .

3

Analyse des données expérimentales et Modélisation statistique

Sommaire

1. Introduction	86
2. Exploration des données	87
2.1. Les données	87
2.2. Etude des corrélations	89
2.3. Analyse exploratoire multidimensionnelle	95
2.3.1. Analyse en Composantes Principales VS Analyse Factorielle des Correspondances Multiples.....	95
2.3.2. L'Analyse des Correspondances Multiples sur données floues.....	96
2.3.3. Application au tableau de données expérimentales	101
2.4. Discussion	107
3. Modélisation statistique	108
3.1. Méthode	108
3.2. Résultats	110
3.2.1. Modélisation des fragments osseux prélevés sur les os pariétaux.....	110
3.2.2. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur l'os frontal et la suture coronale.....	114
3.2.3. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur les os temporaux	117
3.3. Discussion	121
4. Conclusion.....	123

1. Introduction

La phase de tests sur éprouvettes osseuses prélevées sur calottes crâniennes humaines, puis l'extraction de données complémentaires d'ordre morphométrique présentés dans le chapitre précédent nous ont permis de construire un tableau de données expérimentales. Les données brutes de chaque paramètre ont été décrites à l'aide de représentations visuelles. Elles n'ont pas été traitées dans ce travail préliminaire de description. Des dispersions intra individuelles ont été observées : les fragments osseux présentent des caractéristiques différentes en fonction de leur site de prélèvement sur la calotte crânienne. La variabilité inter individuelle est également fortement présente.

L'objectif dans ce chapitre est de déterminer quels indicateurs vont permettre de prédire et modéliser statistiquement les propriétés mécaniques des fragments osseux crâniens. Le modèle mathématique produit aura pour but de décrire et caractériser le risque fracturaire des os crâniens humains dans toute sa variabilité afin justement d'appréhender les disparités morphologiques inter et intra individuelles.

Pour ce faire, deux approches statistiques sont ici développées.

La première est une analyse descriptive et exploratoire des données étudiées ; elle consiste en la description des ensembles de nos données statistiques, et en l'établissement de relations entre les variables sans mettre en exergue une variable particulière. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur des résumés, des représentations graphiques ainsi que sur une méthode d'analyse multidimensionnelle. Le choix de la méthode d'analyse exploratoire multidimensionnelle est fonction du type de données à étudier ; nous sommes confrontés ici à des données d'ordre quantitatif, non temporelles. Parmi les analyses statistiques multidimensionnelles existantes pour traiter ce type de données, nous pouvons citer l'Analyse en Composante Principale Linéaire, ou encore L'analyse des Correspondances Multiples avec un codage préalable des données quantitatives en données qualitatives. Ces méthodes consistent à chercher un sous-espace de dimension plus petite que l'espace de départ et à y projeter les données étudiées, en perdant un minimum d'informations. Le résultat ainsi obtenu est une représentation simultanée des données avec réduction de dimension. Une étude comparative de ces deux méthodes nous amènera à porter notre choix sur l'Analyse des Correspondances Multiples, les données préalablement codées en valeurs d'appartenance de classes floues.

La deuxième approche statistique va permettre de valider ou infirmer les hypothèses formulées a priori sur les variables prédictives du risque fracturaire des éprouvettes osseuses, et d'extrapoler certaines propriétés de nos échantillons à une population plus large. Dans ce but, une méthode explicative et prévisionnelle est utilisée, la régression multiple avec ajustement par la méthode des moindres carrés. La nature de la dispersion des données en fonction de la variable de sortie de notre modèle, ainsi que les résultats issus de l'Analyse Factorielle des Correspondances Multiples sur données fuzzifiées nous informera sur le degré de liaison, à savoir si le modèle mathématique suivra une loi linéaire ou polynomiale. Les meilleurs modèles d'inférence seront choisis en fonction des critères de qualité d'ajustement et de prédiction.

Ce chapitre présente les résultats issus de ces analyses. Dans un premier temps, après avoir rappelé la provenance des données expérimentales et leur signification, nous procédons à l'analyse exploratoire des données statistiques, qui s'articule en trois points : la description des données et le traitement des points influents, la détection de liaisons linéaires entre variables, puis l'analyse multivariable.

La deuxième partie expose la modélisation statistique par régressions hyperplans linéaires et curvilinéaires ; dans cette section nous fournissons les résultats et nous les comparons, puis nous expliquons les différents indicateurs mis en place pour déterminer la qualité des prédictions.

Enfin une discussion sur les modèles obtenus, leur pertinence ainsi que leurs inconvénients suivra.

2. Exploration des données

En vue d'identifier les problèmes liés à la distribution de chacune des variables destinées à intégrer les équations de régression, ainsi que la présence ou non de liaisons entre ces mêmes variables, nous procédons à une première phase d'analyse statistique. Cette phase est constituée de trois étapes :

- ✓ Dans un premier temps, la préparation et l'exploration des données pour la modélisation statistique consiste à nettoyer et mettre en forme ces dernières : les données incorrectes, telles les valeurs manquantes, aberrantes ou extrêmes sont ainsi remplacées ou même supprimées, dans le but d'avoir le moins d'influence "parasite" possible.

- ✓ Dans un deuxième temps, l'étude des corrélations par les coefficients de Bravais-Pearson et par l'observation des nuages de points permet d'étudier les liaisons entre les variables prises deux à deux. Nous montrerons les limites du coefficient de corrélation, qui ne détecte pas les liaisons non linéaires. Bien qu'indispensables à la bonne constitution de la population d'apprentissage pour la phase d'inférence, ces méthodes ne sont pas suffisantes pour la détection de liaisons éventuelles entre les variables considérées simultanément.

- ✓ Enfin nous procédons pour pallier à ce manque à une étude multivariée des données expérimentales ; l'analyse multivariable utilisée est une version modifiée de l'Analyse des Correspondances Multiples.

2.1. Les données

La mesure et la caractérisation des éprouvettes ont conduit à une certaine quantité de données que l'on résume, pour les rendre directement exploitables. Parmi ces variables nous désirons identifier celles pertinentes à l'élaboration d'une équation de prédiction de rupture.

Chacune des éprouvettes - ou unités statistiques - a fait l'objet de mesures dont les résultats sont répertoriés dans un tableau de données à n individus (lignes) et p variables (colonnes). A chaque ligne de ce tableau est affectée une éprouvette ; les colonnes, qui représentent les paramètres obtenus lors du protocole expérimental, sont scindées en deux

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

groupes : les variables d'entrée et de sortie possibles de notre futur modèle. Ces variables, ainsi que leur description, sont listées dans le tableau 3-1 :

NOM	DESCRIPTION
largeur	Largeur de l'éprouvette mesurée au point de rupture [mm]
masse	Masse de l'éprouvette [g]
densité	Densité de l'éprouvette [kg/m ³]
E1, E2, E3, E4, E5	Les 5 épaisseurs [mm]
C2, C3, C4	Les 3 indices de courbures pris sur la face externe de l'éprouvette
C6, C7, C8	Les 3 indices de courbures pris sur la face interne de l'éprouvette
<i>effort</i>	<i>Effort à la rupture de l'éprouvette [N]</i>
<i>déplacement</i>	<i>Déplacement à la rupture de l'éprouvette [mm]</i>
<i>K</i>	<i>Raideur statique [N/mm]</i>

Tableau 3-1 : Noms et description des variables disponibles pour l'analyse statistique. Les quatorze premières variables correspondent aux variables d'entrée possibles du futur modèle statistique ; les trois dernières, en italique, correspondant aux paramètres mécaniques.

Toutes les données du tableau 3-1 sont de type quantitatif.

Afin de s'assurer que la distribution des données ne comporte aucune anomalie, et de se rendre compte de l'ordre de grandeur de ces mêmes données, nous procédons à l'examen des statistiques univariées. Les principales informations fournies par les statistiques univariées peuvent être réparties en trois grandes familles : les caractéristiques de la tendance centrale, de la forme et de la dispersion. Pour ce faire, nous utilisons essentiellement des représentations synthétiques des données.

✓ Les boîtes de dispersion sont utilisées pour décrire la dispersion des données, mais aussi pour détecter les outliers, valeurs extrêmes et valeurs aberrantes pouvant être considérées comme un biais lors de la construction de la population d'apprentissage. Ces valeurs, ne suivant pas la distribution caractéristique du reste des données, peuvent correspondre soit à un erreur de calcul, soit à une mauvaise mesure. Dans le cas d'études sur des sujets humains, ces étendues atypiques sont également souvent dues à la variabilité intra individuelle, et dans ce cas les éliminer de la population d'apprentissage appauvrirait le modèle ; dans une autre mesure, les conserver amènerait à considérer une certaine marge d'erreur. Le seul examen des boîtes de dispersion ne nous suffit pas pour décider si une donnée doit être retirée ou non de l'étude, d'autant que le choix de l'élimination se fait de manière empirique, et est de ce fait laissé en tout ou partie à l'appréciation de l'observateur. L'étude multidimensionnelle nous permettra d'observer de plus près les valeurs détectées lors de l'analyse univariée, et de décider si nous souhaitons les conserver ou les retirer de la population d'apprentissage.

✓ La normalité des distributions des variables quant à elle, est évaluée de deux façons : graphiquement d'une part, à l'aide d'histogrammes, et numériquement d'autre part, par le biais du test de Kolmogorov-Smirnov [TUF 05], basé sur la différence maximale entre la distribution des fréquences relatives cumulées observées (donc de l'échantillon) et celle d'une distribution cumulée théorique. Pour valider l'ajustement à la valeur théorique, on le compare à une valeur théorique dans une table de distribution selon un seuil prédéfini. Le seuil choisi ici est $p < 0,05$. L'étude de normalité des données est effectuée après traitement des valeurs extrêmes.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

Les histogrammes ainsi que les résultats du test de Kolmogorov-Smirnov se trouvent en annexe A3.

✓ Enfin, le tableau 3-2 résume les statistiques de dispersion des variables disponibles ; les informations présentées ci-dessous concernent la tendance centrale (moyenne et médiane), l'amplitude (minimum et maximum), ainsi que la dispersion autour de la tendance centrale (écart-type).

	N Actifs	Moyenne	Médiane	Minimum	Maximum	Ecart-type
largeur	285	13,948	14,000	12,000	16,000	0,829
C2	285	8,987	8,995	4,349	13,537	1,443
C3	285	9,412	9,454	4,719	13,922	1,479
C4	285	8,707	8,745	3,571	13,176	1,427
C6	285	2,334	2,249	0,218	6,866	0,920
C7	285	2,868	2,818	-0,509	6,485	1,025
C8	285	2,139	2,101	-1,111	5,905	0,933
E1	285	7,102	7,020	2,777	12,093	1,470
E2	285	6,653	6,640	2,053	11,469	1,410
E3	285	6,543	6,491	2,671	12,257	1,366
E4	285	6,569	6,559	2,844	11,346	1,355
E5	285	6,722	6,618	2,282	11,656	1,373
masse	285	7,782	7,720	5,152	11,825	1,224
densité	285	1,7	1,7	1,4	2,1	0,1
âge	285	72	72	52	83	7
déplacement	285	1,278	1,256	0,620	2,200	0,283
effort	285	639,1	568,5	148,6	1720,0	302,9
K	285	505,310	483,952	127,375	1260,073	210,983

Tableau 3-2 : Statistiques descriptives des variables continues disponibles.

2.2. Etude des corrélations

Les statistiques bivariées sont utilisées dans le but de détecter tout d'abord les incohérences entre les variables, mais aussi les liaisons entre elles, prises deux à deux. Les liaisons linéaires, si elles existent, sont obtenues par une étude numérique, le coefficient de corrélation linéaire de Bravais Pearson, lequel donne une idée sur le réseau d'interrelations et de dépendances linéaires existant entre les différentes variables du tableau de données brut. Nous définissons le coefficient de Bravais-Pearson comme suit :

Si X et Y sont deux séries statistiques de n données x_i et y_i , de variances respectives $V(X)$ et $V(Y)$, de covariance $Cov(X,Y)$, il est défini par :

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} \quad \text{avec} \quad Cov(X,Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Compris entre -1 et 1, il indique une présomption de liaison linéaire entre les deux séries d'autant qu'il sera proche de 1 en valeur absolue. Les coefficients de corrélations entre les différentes variables d'entrée et de sortie figurent dans le tableau 3-3. Les corrélations sont calculées ici pour l'échantillon complet, à savoir toutes les éprouvettes des quatre zones osseuses confondues.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

	largeur	C2	C3	C4	C6	C7	C8	E1	E2	E3	E4	E5	masse	densité	déplacement	effort	K
largeur	1,00	-0,33	-0,28	-0,18	-0,06	-0,01	0,10	-0,38	-0,29	-0,29	-0,27	-0,08	-0,13	-0,20	0,17	-0,25	-0,35
C2	-0,33	1,00	0,95	0,84	0,35	0,37	0,26	0,88	0,79	0,74	0,71	0,63	0,66	-0,12	-0,04	0,48	0,53
C3	-0,28	0,95	1,00	0,94	0,36	0,45	0,38	0,74	0,73	0,74	0,73	0,72	0,67	-0,11	-0,03	0,51	0,56
C4	-0,18	0,84	0,94	1,00	0,28	0,42	0,40	0,61	0,67	0,71	0,78	0,87	0,67	-0,13	-0,01	0,50	0,54
C6	-0,06	0,35	0,36	0,28	1,00	0,78	0,48	0,15	-0,29	-0,20	-0,03	0,16	-0,09	0,14	0,01	-0,13	-0,14
C7	-0,01	0,37	0,45	0,42	0,78	1,00	0,78	0,11	-0,13	-0,26	-0,10	0,22	-0,07	0,09	-0,01	-0,12	-0,12
C8	0,10	0,26	0,38	0,40	0,48	0,78	1,00	0,03	-0,05	-0,18	-0,27	0,20	-0,07	0,04	0,10	-0,07	-0,12
E1	-0,38	0,88	0,74	0,61	0,15	0,11	0,03	1,00	0,80	0,72	0,63	0,45	0,62	-0,10	-0,05	0,44	0,49
E2	-0,29	0,79	0,73	0,67	-0,29	-0,13	-0,05	0,80	1,00	0,89	0,74	0,54	0,73	-0,21	-0,06	0,58	0,64
E3	-0,29	0,74	0,74	0,71	-0,20	-0,26	-0,18	0,72	0,89	1,00	0,87	0,62	0,78	-0,19	-0,02	0,64	0,70
E4	-0,27	0,71	0,73	0,78	-0,03	-0,10	-0,27	0,63	0,74	0,87	1,00	0,77	0,76	-0,16	-0,08	0,58	0,65
E5	-0,08	0,63	0,72	0,87	0,16	0,22	0,20	0,45	0,54	0,62	0,77	1,00	0,62	-0,18	-0,01	0,42	0,46
masse	-0,13	0,66	0,67	0,67	-0,09	-0,07	-0,07	0,62	0,73	0,78	0,76	0,62	1,00	0,07	0,09	0,77	0,78
densité	-0,20	-0,12	-0,11	-0,13	0,14	0,09	0,04	-0,10	-0,21	-0,19	-0,16	-0,18	0,07	1,00	0,15	0,27	0,23
déplacement	0,17	-0,04	-0,03	-0,01	0,01	-0,01	0,10	-0,05	-0,06	-0,02	-0,08	-0,01	0,09	0,15	1,00	0,37	-0,11
effort	-0,25	0,48	0,51	0,50	-0,13	-0,12	-0,07	0,44	0,58	0,64	0,58	0,42	0,77	0,27	0,37	1,00	0,87
K	-0,35	0,53	0,56	0,54	-0,14	-0,12	-0,12	0,49	0,64	0,70	0,65	0,46	0,78	0,23	-0,11	0,87	1,00

Tableau 3-3 : Coefficients de Bravais Pearson pour les variables disponibles de l'analyse statistique. Les valeurs en rouge et en gras correspondent aux corrélations significatives pour un seuil de significativité de $p < 0,05$.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

Des corrélations significatives en gras dans le tableau 3-3 sont observées entre certaines variables, notamment entre les paramètres mécaniques K et *effort* et toutes les variables d'entrée. Ces coefficients varient en valeur absolue entre 0,12 (pour la variable $C8$) et 0,78 (pour la variable *masse*).

Il est à noter également que les variables concernant les indices de courbure pour la face externe de l'éprouvette ($C2$, $C3$, $C4$) sont fortement corrélées entre elles avec un coefficient de 0,95 pour la relation $C2$ - $C3$.

Ce phénomène est également observable pour les variables concernant les indices de courbure de la face interne de l'éprouvette ($C6$, $C7$, $C8$), ainsi que pour les épaisseurs ; ces dernières étant elles-mêmes fortement corrélées à la variable *masse*.

La variable *masse* est fortement corrélée aux paramètres mécaniques lésionnels, avec un coefficient de corrélation de Bravais-Pearson de 0,78.

En ce qui concerne la *densité*, celle-ci est faiblement corrélée avec l'effort ($r = 0,27$) et la raideur statique ($r = 0,23$).

Cette étude bivariée nous donne un aperçu du réseau d'interrelations existant entre les variables prises deux à deux. Cependant, le seul calcul du coefficient de Bravais-Pearson ne nous suffit pas à expliciter les liaisons entre les variables. De fait, il ne permet de déterminer que des corrélations linéaires. Deux variables en totale dépendance non linéaire peuvent avoir un coefficient de corrélation nul. C'est le cas par exemple pour l'équation d'un cercle, donnée par $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = R^2$. Les variables x et y sont liées entre elles fonctionnellement, alors que leur covariance, et donc leur coefficient de corrélation, sont nuls [BOU 98b].

De la même manière, un coefficient de corrélation élevé ne signifie pas qu'il existe une relation linéaire réelle entre les variables. Le statisticien F.J. Anscombe montre que le seul calcul du coefficient de corrélation est insuffisant, et qu'il faut impérativement explorer les nuages de points des variables, pour déterminer la nature de la relation [ANS 73]. Il propose quatre jeux de données ; pour chacun d'eux le calcul du coefficient de corrélation donne la même valeur, $r = 0,84$. Cette valeur porte à croire qu'il existe une relation linéaire pour les quatre jeux de données. Les nuages de points sont donnés en figure 3-1 :

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

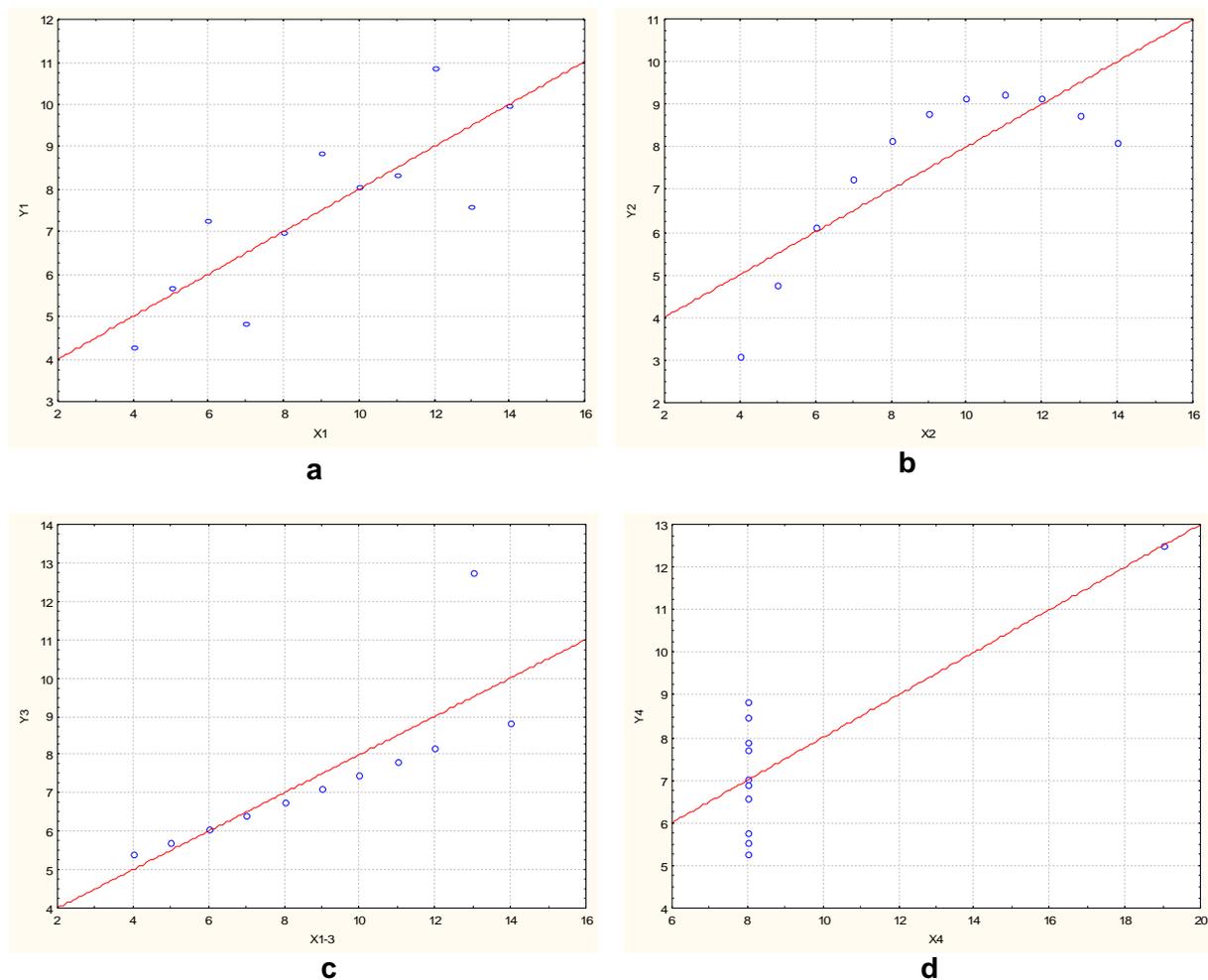
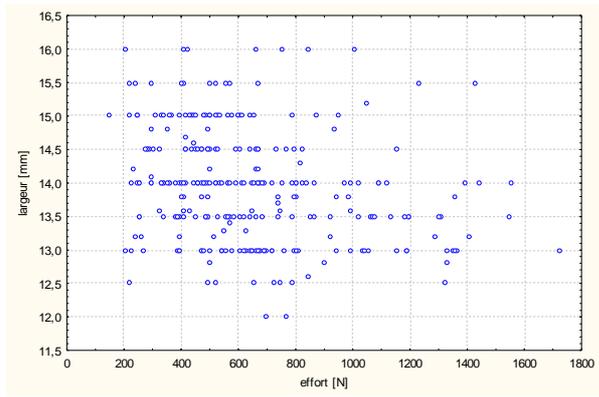


Figure 3-1 : Jeux de données d'Anscombe. La répartition des points et l'ajustement linéaire sont représentés sur chaque graphe [ANS 73].

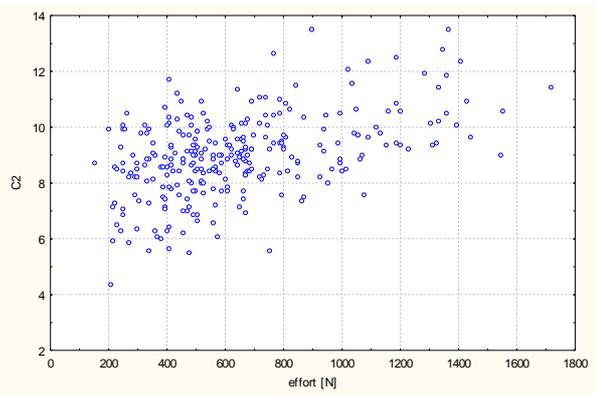
Par l'observation des nuages de points, force est de constater qu'il n'y a de relation linéaire que pour le premier jeu de données (graphe a de la figure 3-1). Dans la seconde régression (graphe b de la figure 3-1), les points sont liés par une relation "parabolique". Pour le troisième jeu de données (graphe c), la relation serait parfaitement linéaire s'il n'y avait pas de point influent. Enfin, sur le quatrième exemple (graphe d) l'ajustement est influencé par un point parasite ; sans ce point, le coefficient de corrélation serait nul.

En vue de déterminer la vraie nature des relations entre les variables prises deux à deux, les nuages de points sont construits. Les graphes qui suivent représentent chaque paramètre d'entrée possible du modèle statistique à développer en fonction de l'effort à la rupture (figure 3-2). Les nuages de points représentent là aussi tous les individus du tableau de données.

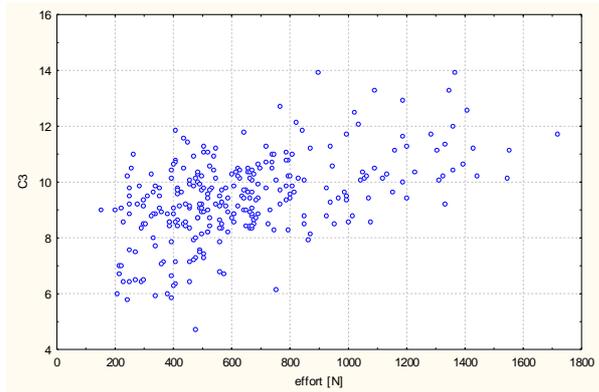
3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique



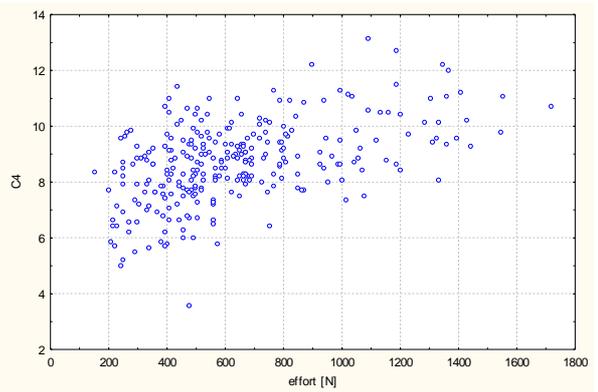
(a)



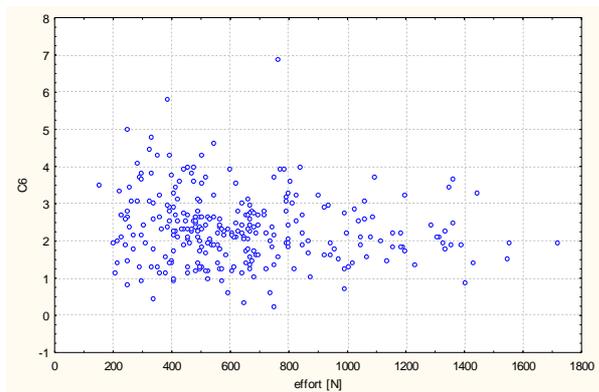
(b)



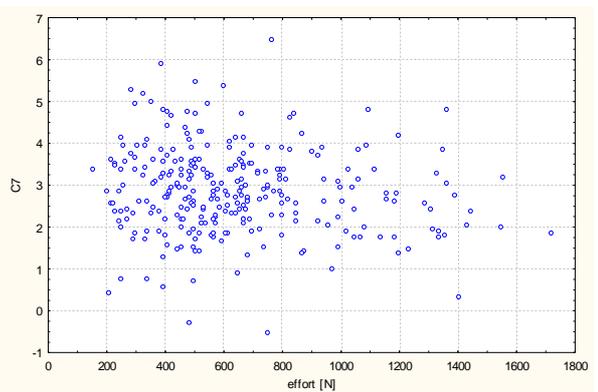
(c)



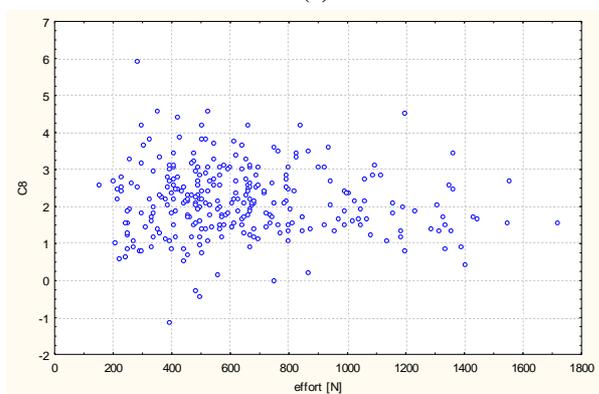
(d)



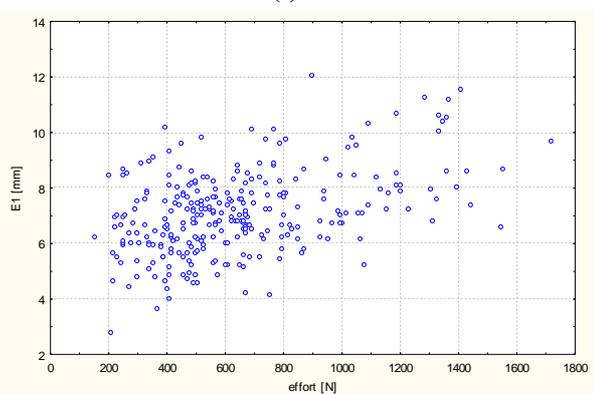
(e)



(f)



(g)



(h)

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

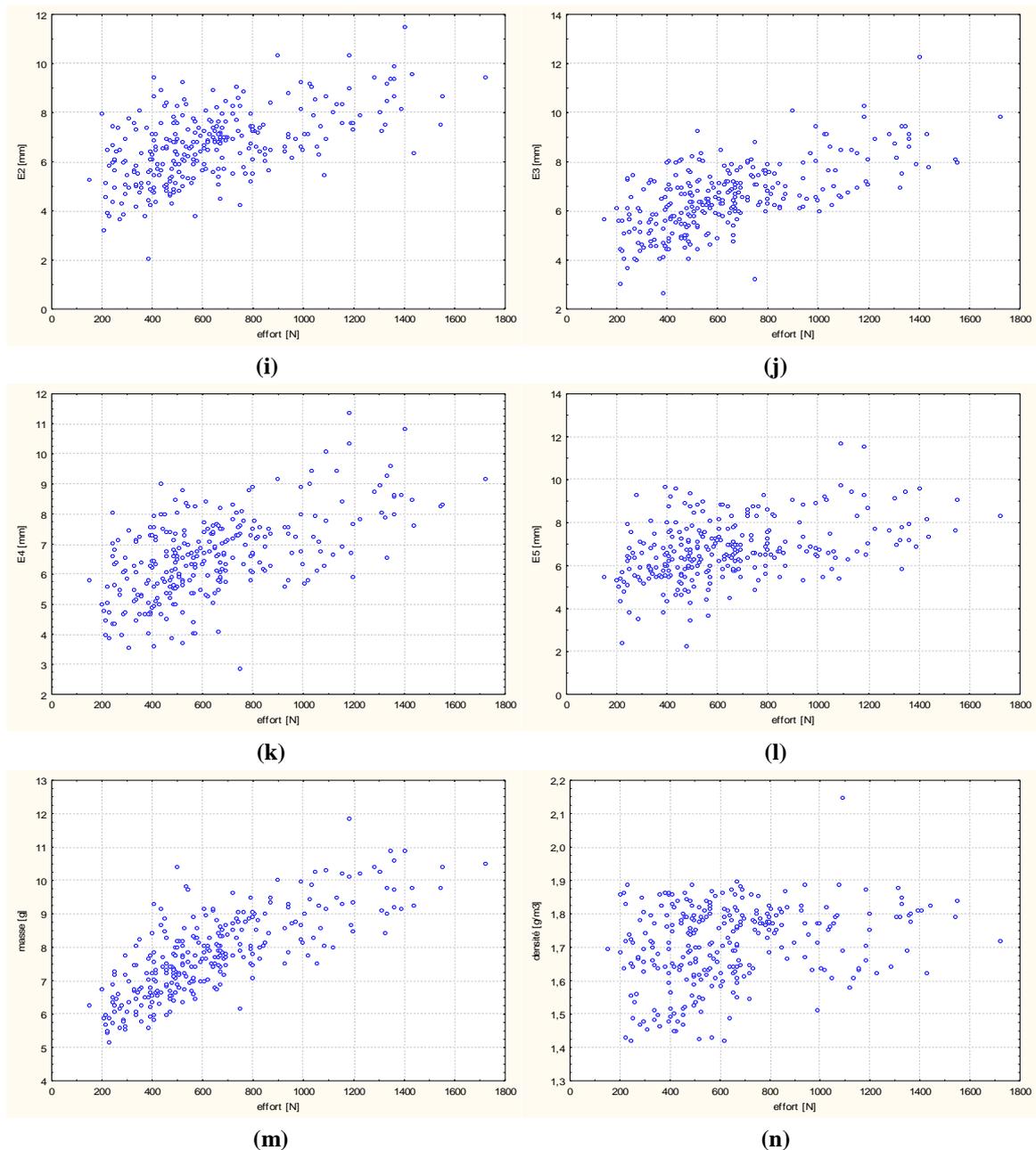


Figure 3-2 : Nuages de points pour l'étude des corrélations. De gauche à droite et de haut en bas : (a) largeur, (b) C2, (c) C3, (d) C4, (e) C6, (f) C7, (g) C8, (h) E1, (i) E2, (j) E3, (k) E4, (l) E5, (m) masse, (n) densité, en fonction de l'effort à la rupture.

L'observation des nuages de points nous permet de constater qu'il existe des liaisons entre les paramètres morphologiques et densitométriques et l'effort à la rupture.

Certaines paraissent linéaires, c'est le cas pour la liaison « *masse / effort* » (graphe (m) de la figure 3-2), d'autres moins linéaires, comme pour la liaison « *densité / effort* » (graphe (n) de la figure 3-2).

Il ne semble pas y avoir de liaison, linéaire ou autre, entre les indices de courbure de la face endocrânienne et l'effort à la rupture (graphes (e), (f) et (g) de la figure 3-2).

La multicollinéarité concerne également les liaisons qui peuvent exister entre les variables explicatives pas seulement prises deux à deux ; il peut exister une relation entre

trois variables sans qu'existe de relation entre deux quelconques de ces trois variables. Or, les éléments de statistique descriptive univariée et bivariée ne donnent aucune information lorsque les variables sont considérées simultanément. L'étude simultanée des variables est précisément le but de l'analyse multidimensionnelle. Cette méthode nous permet ainsi d'étudier l'apport de plusieurs variables sur une autre variable.

2.3. Analyse exploratoire multidimensionnelle

Il existe différentes techniques d'analyse multidimensionnelle, qui découlent d'un même problème d'analyse générale et de décomposition en valeurs singulières, comme il a été présenté dans la section 5.2.1 du chapitre 1. En effet, les analyses statistiques exploratoires consistent à transformer les données originales par une transformation optimisant un critère géométrique ou statistique. Il s'agit de trouver un changement de base optimal selon un critère choisi. Les méthodes les plus utilisées sont celles utilisant des statistiques de second ordre, comme l'Analyse en Composantes Principales (ACP) pour les variables d'ordre quantitatif, ou l'Analyse Factorielle des Correspondances Multiples (AFCM) pour des données d'ordre qualitatif ou des données quantitatives préalablement codées. La section qui suit va expliciter notre choix quant à la méthode exploratoire utilisée pour notre problème.

2.3.1. Analyse en Composantes Principales VS Analyse Factorielle des Correspondances Multiples

L'Analyse en Composantes Principales (ACP) et l'Analyse Factorielle des Correspondances Multiples (AFCM) sont des méthodes factorielles, en ce sens qu'elles conduisent toutes deux à des représentations graphiques et ont de ce fait des traits en communs. La réduction du nombre de caractères ne se fait pas par une simple sélection de certains d'entre eux, mais par la construction de nouveaux caractères synthétiques obtenus en combinant les caractères initiaux au moyen de facteurs [BOU 02].

✓ L'Analyse en Composantes Principales (ACP), intégrée à la statistique mathématique en 1933, est, du point de vue des analystes de données, une technique de représentation des données quantitatives, ayant un caractère optimal selon certains critères algébriques et géométriques, et sans tenir compte, a priori, d'une quelconque structure. Cette méthode peut être considérée comme la méthode de base de l'analyse des données. Sa spécificité première est qu'elle traite exclusivement de caractères numériques jouant tous le même rôle. La métrique utilisée pour l'ACP est la distance euclidienne. L'idée de base de l'ACP est de réduire la dimension de la matrice des données, en retenant le plus possible les variations présentes dans le jeu de données de départ. Cette réduction n'est possible que si les variables initiales ne sont pas indépendantes et ont des coefficients de corrélation non nuls. Ces variables initiales sont transformées en de nouvelles variables, appelées composantes principales. Elles sont obtenues par combinaisons linéaires des précédentes et sont ordonnées et non corrélées entre elles. L'ACP cherche à identifier les vecteurs propres orthonormaux et les valeurs propres de la matrice de dispersion des variables originelles. Les vecteurs propres orthonormaux sont utilisés pour construire les composantes

principales, et les valeurs propres sont les variances des composantes principales correspondantes [SAP 03].

✓ L'analyse Factorielles des Correspondances (AFC) a été proposée par J.-P. Benzécri pour l'étude des tableaux de contingence (croisement de deux caractères nominaux) [BEN 84] ; l'Analyse des Correspondances Multiples (ACM) a été généralisée par la suite, pour décrire de vastes tableaux binaires, appelés tableaux disjonctifs complets, faisant intervenir un nombre quelconque de variables nominales.

Les données étudiées lors d'une ACM sont d'ordre qualitatif, décrivant des modalités. L'ACM vise à mettre en évidence :

- Les relations entre les modalités des différentes variables.
- Les éventuelles relations entre les individus statistiques.
- Les relations entre les variables, telles qu'elles apparaissent à partir des relations entre modalités.

De par ses propriétés mathématiques et la richesse de ses interprétations, l'Analyse des Correspondances Multiples est devenue la méthode privilégiée de description des données qualitatives, devenant ainsi un des outils les plus puissants pour le dépouillement des enquêtes socio-économiques, entre autres [PAG 03].

L'analyse en composantes principales étant une opération de projection linéaire, seules les dépendances linéaires ou quasi-linéaires entre les variables peuvent être révélées. Si les données à traiter présentent des comportements non linéaires, l'ACP est incapable de trouver la représentation compacte décrivant ces données. En d'autres termes, tandis que l'ACP cherchera à identifier les relations linéaires entre les variables du système, l'objectif de l'ACM est d'extraire à la fois les relations linéaires et non linéaires.

Loslever et al. ont comparé les deux méthodes sur un même jeu de données, illustrant un signal multidimensionnel [LOS 02]. De cette étude comparative les conclusions sont que l'analyse des correspondances multiples permet de mieux rendre compte des relations complexes et de la présence de classes. De plus cette méthode présente la particularité de rapidement montrer les données aberrantes du jeu de données étudié.

La transformation des données brutes a également été étudiée, à savoir le découpage en fenêtres classiques ou floues pour l'analyse des correspondances multiples, et l'utilisation de variables centrées réduites pour l'analyse en composantes principales. L'utilisation du codage flou pour les données quantitatives permet de minimiser la perte d'information due au passage d'une échelle quantitative à une échelle qualitative [LOS 02 ; LOS 04a].

2.3.2. L'Analyse des Correspondances Multiples sur données floues

L'objectif principal de cette méthode est de mettre en évidence des ressemblances, des différences ainsi que des correspondances, des tendances ou des regroupements entre les lignes et les colonnes d'un tableau [THE 06].

2.3.2.1. Codage des données quantitatives en valeurs d'appartenance

Formalisée par L.A. Zadeh en 1965, la théorie des ensembles flous est un principe utilisé en intelligence artificielle, et adapté au traitement de données ou d'informations incertaines et /ou imprécises [TON 95]. Elle possède des applications dans des domaines aussi variés que l'automatisme, l'informatique, la gestion et la prise de décision, l'environnement, la médecine, les mathématiques appliquées, la reconnaissance des formes, les sciences de la vie, etc.

Le concept de la logique floue vient de la constatation que la variable booléenne, ne prenant que deux valeurs en compte, est mal adaptée à la représentation de la plupart des phénomènes courants. De fait, alors que dans le domaine des ensembles classiques la valeur d'appartenance d'un élément à un ensemble peut être caractérisée par une variable binaire (0 pour « n'appartient pas à l'ensemble », 1 pour « appartient à l'ensemble »), l'appartenance d'un élément à un ensemble flou aura une valeur réelle et sera comprise entre 0 et 1 [GAC 97]. Les sous-ensembles classique et flou sont définis comme suit :

Soit X un ensemble de référence et E un sous-ensemble de X .

✓ E est un sous-ensemble classique de X si sa fonction caractéristique f_{CE} ne prend que des valeurs 0 ou 1 suivant que les éléments de X appartiennent ou n'appartiennent pas à E :

$$f_{CE} : X \rightarrow \{0,1\}$$

✓ E est un sous-ensemble flou de X si sa fonction caractéristique associe à chaque élément x de X une valeur d'appartenance $f_{FE}(x)$ comprise entre 0 et 1 :

$$f_{FE} : X \rightarrow [0,1]$$

Un sous-ensemble classique est un cas particulier de sous-ensemble flou où les valeurs prises par la fonction caractéristique ne sont égales qu'à 0 ou 1.

Schématiquement, la frontière d'un ensemble classique sera représentée par une marche alors que celle d'un ensemble flou sera, par exemple, représentée par une rampe plus ou moins inclinée selon la représentation choisie (figure 3-3) :

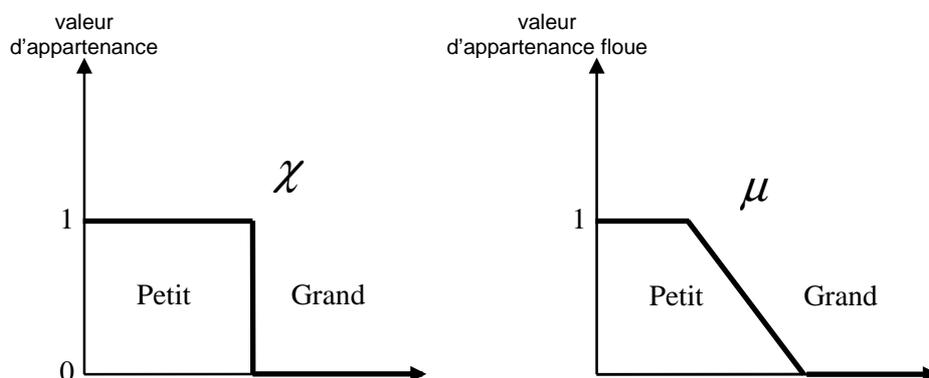


Figure 3-3 : Valeurs d'appartenance dans le cas des ensembles classique, à gauche, et flou, à droite.

Le traitement d'un problème par logique floue consiste dans un premier temps à modéliser chacune des entrées du système par des courbes donnant les degrés d'appartenance à différents états identifiés par ces entrées.

Les règles floues (ou graduelles) expriment le fait que plus nous nous trouvons proches d'une situation donnée, plus le poids à accorder à l'action recommandée dans cette situation est grand. Ces règles sont représentées par des fonctions d'appartenance, pouvant prendre diverses formes possibles, en fonction de la nature de la grandeur à modéliser (triangle, rectangle, etc.)

On utilise les variables linguistiques pour caractériser les sous-ensembles flous. Une variable linguistique est représentée par un triplet (V, X, S_l) , où V est une variable, X est un ensemble de référence et S_l est un sous-ensemble flou de X . Par exemple, on peut avoir :

V : densité,

X : ensemble des valeurs prises par X ,

$S_l = \{\text{petit, moyen, grand}\}$

Les valeurs d'appartenance sont calculées de la manière suivante :

Soit une modalité floue M_i de forme triangulaire, définie par les paramètres a, b, c .

La valeur d'appartenance $\mu_{M_i}(P)$ du point P de coordonnées x , à la modalité M_i est :

$$\mu_{M_i}(P) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$$

La figure 3-4 montre un découpage flou en trois fenêtres spatiales. La modalité « moyen » est prise pour l'exemple susmentionné :

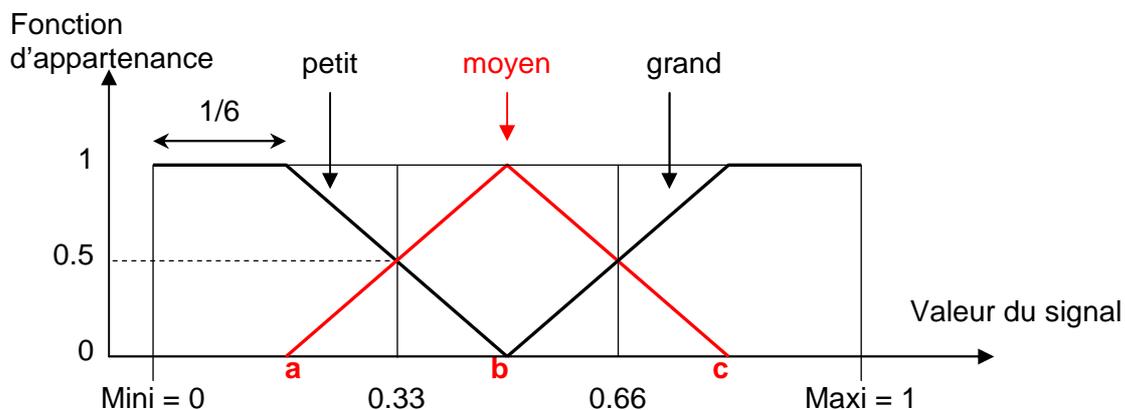


Figure 3-4 : Principe du découpage flou. Ici trois fenêtres spatiales sont considérées, avec pour modalités {petit ; moyen ; grand}

La fonction d'appartenance effectue une fuzzification d'un vecteur de données d'entrée pour fournir en sortie un vecteur de valeurs d'appartenances. Pour une unité statistique donnée, la somme des valeurs d'appartenance des modalités d'une variable doit être égale à 1.

2.3.2.2. L'Analyse des Correspondances Multiples sur données floues

L'analyse des correspondances floues de données quantitatives est une analyse factorielle appliquée à un tableau de données fuzzifiées, afin de réduire la perte d'information inhérente au passage d'une échelle continue en une échelle ordinaire [LOS 04a]. L'objectif est de faciliter l'analyse en traitant des données désignées par des propriétés linguistiques :

une variable quantitative est, par exemple, représentée par trois modalités désignant les valeurs « petite », « moyenne » et « grande ».

La distance d utilisée est celle du χ^2 , mais en affectant les points-lignes et points-colonnes de masses inversement proportionnelles aux degrés d'appartenances μ .

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{\mu_j} \left(\frac{\mu_{ij}}{\mu_i} - \frac{\mu_{i'j}}{\mu_{i'}} \right)^2 \quad \text{pour les individus } i$$

$$d^2(j, j') = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \left(\frac{\mu_{ij}}{\mu_j} - \frac{\mu_{i'j'}}{\mu_{j'}} \right)^2 \quad \text{pour les variables } j$$

μ_{ij} désignant une valeur d'appartenance entre 0 et 1.

L'ACM floue s'effectue globalement de la même manière qu'une ACM classique à la différence qu'à la place d'une transformation du tableau de base en tableau disjonctif complet, on effectue ici un découpage en modalités floues du tableau.

Le découpage du tableau, ou fenêtrage flou, s'effectue à l'aide de fonctions d'appartenance qui s'apparentent à des filtres numériques. Pour chaque variable (c'est-à-dire pour chaque colonne du tableau), nous définissons un nombre fixé de fonctions d'appartenance qui vont nous permettre de créer les colonnes qui correspondent aux valeurs d'appartenances pour chaque modalité de la variable. Le tableau final sera la concaténation de l'ensemble des modalités de chaque variable.

Il est possible de distinguer deux types de fenêtrage [LOS 04b] :

✓ Avec utilisation de fonctions d'appartenance ne prenant pas en compte la distribution des valeurs, comme illustré en figure 3-5.

✓ Avec utilisation de fonctions d'appartenance adaptées aux variables, comme le montre la figure 3-6.

Il n'existe pas de critère précis permettant de dire si l'une ou l'autre des méthodes est meilleure, et seul l'expert peut efficacement juger du type de fonction à utiliser en regardant, par exemple, un histogramme.

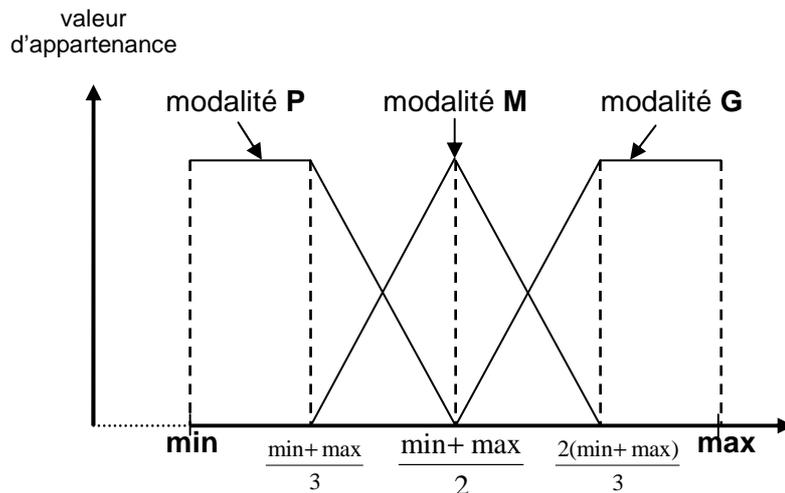


Figure 3-5 : Découpage flou ne prenant pas en compte la distribution de la variable.

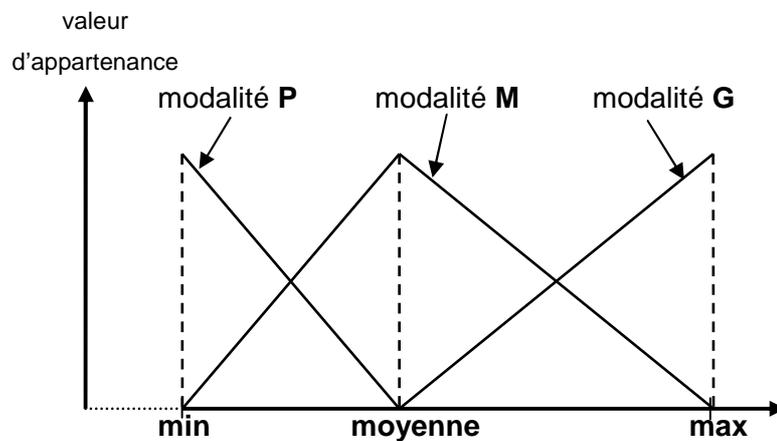


Figure 3-6 : Découpage flou tenant compte de la distribution. Ici, la modalité intermédiaire correspond à la moyenne arithmétique.

L'observation de l'histogramme permet de souligner quelques indices qui peuvent aider au fenêtrage [BOU 98a] :

- Un histogramme non symétrique avec 2 modes indique qu'il ne faut pas utiliser la moyenne comme indicateur pour caractériser les données.
- Si l'histogramme nous montre une distribution proche d'une loi normale, il est préférable d'effectuer un découpage en catégories de taille identique.

Un algorithme traitant l'analyse de correspondances multiples de données floues est implémenté sous Matlab dans un programme qui automatise une grande partie de l'analyse des données mais dont seule l'expérience de l'utilisateur décide des choix à effectuer et des conclusions à dégager (à la différence d'un système expert).

Nous disposons d'un algorithme procédural d'analyse des correspondances multiples, dont les étapes sont [BEN 84 ; LEB 06 ; LOS 99 ; LOS 04b ; LOS 03] :

0. Initialisation du tableau de données brutes.

1. Construction du tableau de données fuzzifiées \mathbf{Z}_f

2. Calcul du tableau des fréquences relatives \mathbf{F}

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{Z}_f}{\mathbf{k}}, \text{ avec } \mathbf{k}, \text{ la somme des éléments de } \mathbf{Z}_f$$

3. Calcul des marges-lignes

\mathbf{D}_n , la matrice diagonale des μ_i , et marges-colonnes

\mathbf{D}_p , la matrice diagonale des μ_j

Le produit matriciel $\mathbf{D}_n^{-1}\mathbf{F}$ correspond au profil-lignes

Le produit matriciel $\mathbf{D}_p^{-1}\mathbf{F}$ correspond au profil-colonnes

4. Construction de la matrice à diagonaliser

$$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{F}'\mathbf{D}_n^{-1}\mathbf{F}\mathbf{D}_p^{-1}$$

5. Diagonalisation de la matrice \mathbf{S} , récupération des valeurs propres λ et vecteurs propres \mathbf{u}_λ

6. Pour chaque \mathbf{u}_λ , calcul des axes factoriels dans l'espace des variables

$$\mathbf{v}_\alpha \leftarrow \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\lambda_\alpha}} \mathbf{F}\mathbf{D}_p^{-1}\mathbf{u}_\alpha$$

\mathbf{u}_α et \mathbf{v}_α doivent vérifier les relations de normalisation $\mathbf{u}'_\alpha \mathbf{D}_p^{-1} \mathbf{u}_\alpha = 1$ et $\mathbf{v}'_\alpha \mathbf{D}_n^{-1} \mathbf{v}_\alpha = 1$

7. Projection des points lignes et des points colonnes sur les axes choisis par l'utilisateur pour obtenir les composantes factorielles

$$\psi_\alpha \leftarrow \mathbf{D}_n^{-1}\mathbf{F}\mathbf{D}_p^{-1}\mathbf{u}_\alpha \quad \text{et}$$

$$\varphi_\alpha \leftarrow \mathbf{D}_p^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{D}_n^{-1}\mathbf{v}_\alpha$$

8. Fin

Le découpage flou multiplie le nombre de variables par le nombre de fenêtres utilisé, ce qui rend rapidement le graphe des points-variables illisible. Afin de mieux percevoir les trajectoires, les modalités d'une même variable sont reliées.

Le résultat final comprend ainsi les axes factoriels et composantes factorielles dans les deux espaces, des représentations graphiques « lisibles » dans les plans voulus et des informations supplémentaires nécessaires à l'interprétation de la représentation (contributions et cosinus carrés).

2.3.3. Application au tableau de données expérimentales

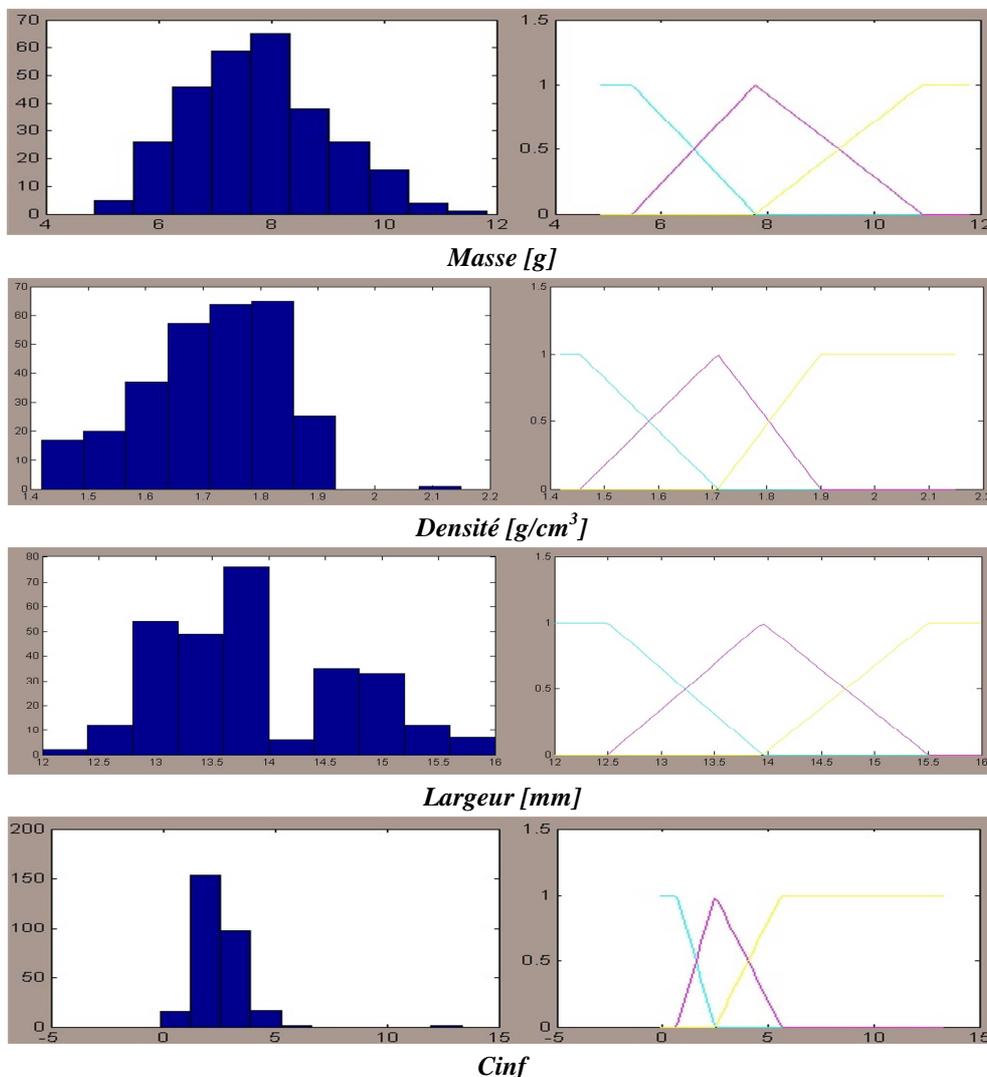
Une analyse des correspondances multiples est réalisée sur le tableau de données expérimentales. Toutes les éprouvettes prélevées sont considérées pour l'instant. Seules les lignes du tableau pour lesquelles certaines valeurs sont manquantes sont supprimées. L'analyse exploratoire uni et bivariée a montré que les épaisseurs présentent la même distribution, et sont colinéaires entre elles. Il en est de même pour les indices de courbure de la face interne, et pour les indices de courbure de la face externe. Or, la multicollinéarité

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

entre les variables explicatives d'un modèle de régression statistique influence fortement l'efficacité de la méthode [FOU 05]. De ce fait, pour ces trois caractéristiques, une moyenne a été calculée ; on obtient trois nouvelles variables :

- C_{inf} , la moyenne des variables $C6, C7, C8$.
- C_{sup} , la moyenne des variables $C2, C3, C4$.
- E , la moyenne des variables $E1, E2, E3, E4, E5$.

Les colonnes du tableau d'entrée pour l'ACM sont au nombre de 6, correspondant aux variables *masse*, *densité*, *largeur*, E , C_{sup} , C_{inf} , et la variable supplémentaire qui ne contribue pas à la construction des axes factoriels, mais qui y est illustrée, la variable *effort*. Les données sont dans un premier temps fuzzifiées. L'observation des histogrammes des variables amène à considérer un découpage flou en trois fenêtres spatiales, tenant compte de la distribution de la variable. La modalité intermédiaire correspond à la moyenne arithmétique. La figure 3-7 illustre l'historgramme de chaque variable active et de la variable supplémentaire, l'effort à la rupture, et le découpage flou correspondant.



3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

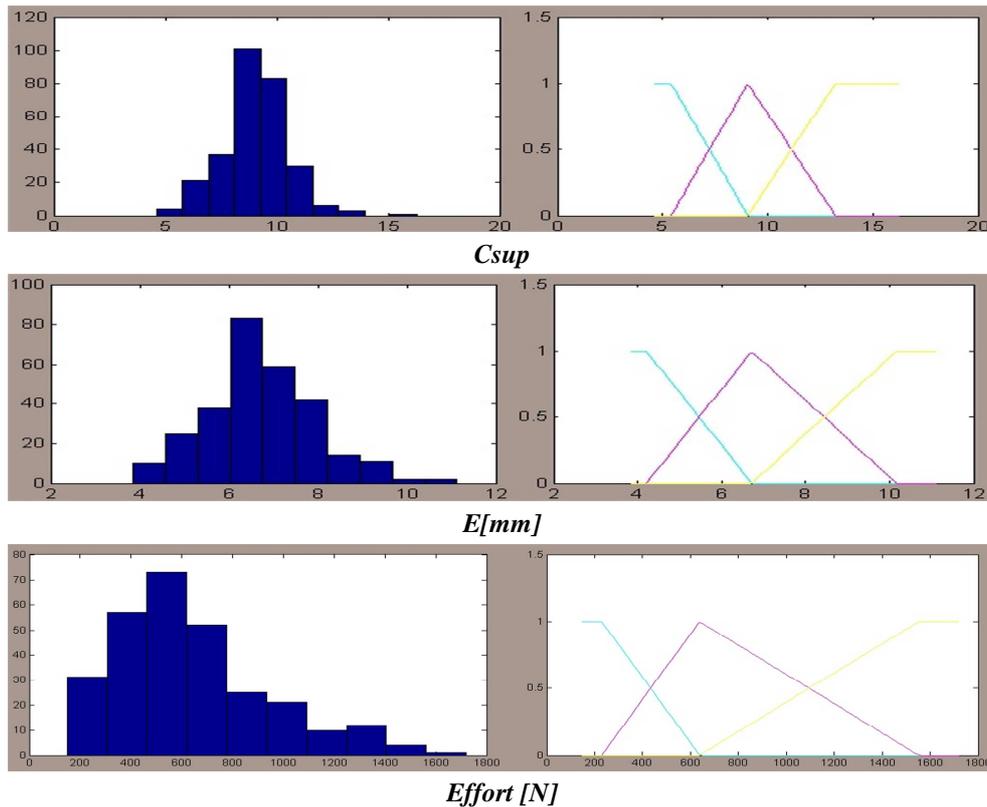


Figure 3-7 : Histogrammes des variables actives et de la variable supplémentaire pour l'analyse des correspondances multiples (à gauche), et le découpage flou en trois fenêtres spatiales (à droite).

L'ACM est lancée sur le tableau de données expérimentales fuzzifiées. Les quatre premiers axes factoriels représentent 68,6% de l'inertie totale (figure 3-8), l'exploration des données se fait sur ces quatre axes.

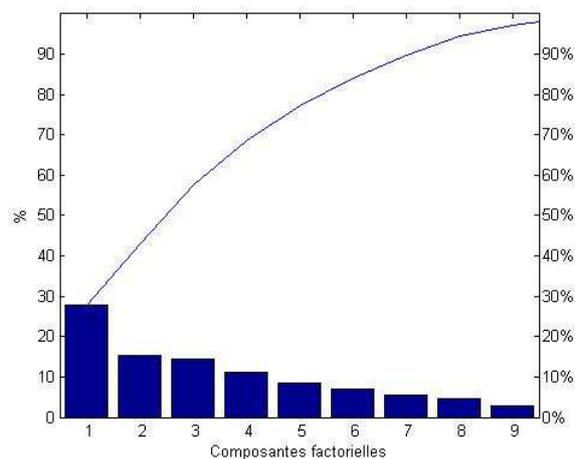


Figure 3-8 : Valeurs propres pour l'ACM

L'étude des contributions des variables aux axes montre que :

- ✓ L'axe 1 oppose les valeurs extrêmes entre elles (modalités « petit » et « grand ») des variables *Csup*, *E*, et *masse*.
- ✓ L'axe 2 oppose les petites valeurs et les grandes valeurs des variables *densité* et *largeur*.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

- ✓ L'axe 3 oppose les valeurs moyennes aux valeurs extrêmes des variables *largeur*, *Csup*, *E*, et *masse*.
- ✓ L'axe 4 quant à lui oppose les modalités « petit » et « grand » de la variable *Cinf*.

L'exploitation des résultats est essentiellement graphique lors d'une analyse factorielle. De fait, la visualisation des distances entre les individus d'une part et les variables d'autre part est donnée par les axes factoriels.

Les figures 3-9 et 3-10 présentent les projections respectivement des points-variables et points-individus sur les axes 1 en abscisse, et 3 en ordonnée.

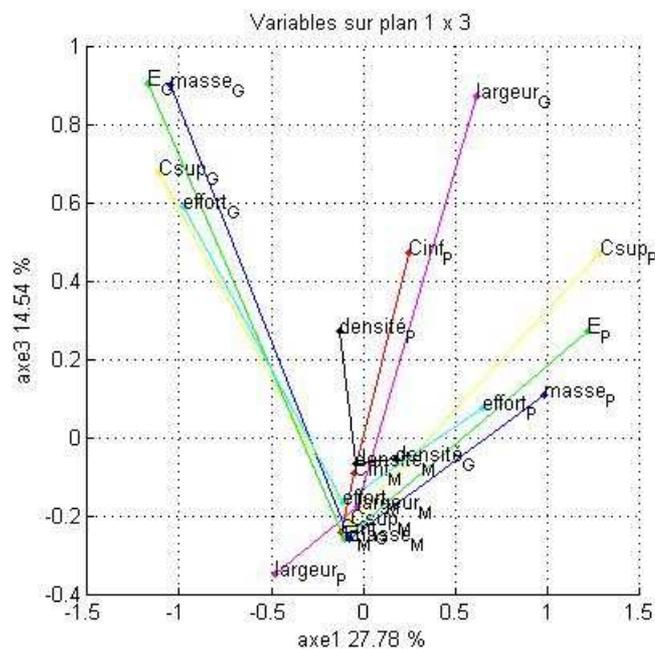


Figure 3-9 : Projections des points-variables sur les axes 1 (abscisses) et 3 (ordonnées).

L'axe 1 oppose les petites valeurs aux grandes valeurs des variables *Csup*, *E*, *masse*. L'axe 3 oppose les valeurs moyennes aux valeurs extrêmes (petites et grandes) de ces mêmes variables. La variable supplémentaire *effort* est représentée sur ces axes de la même manière que les variables susmentionnées. Ce phénomène a pour nom "effet Guttman" [LEB 06], et met en évidence des phénomènes triviaux. Il est aussi remarquable par le fait que l'axe 3 est une fonction du second degré de l'axe 1.

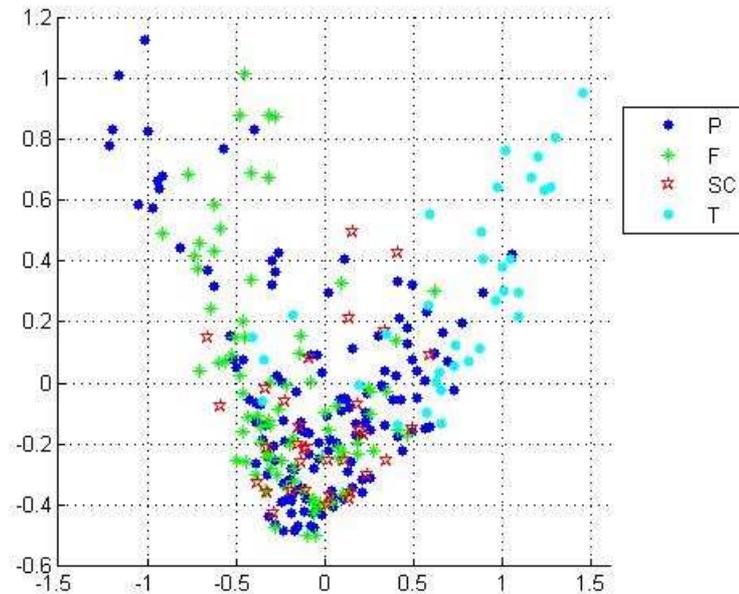


Figure 3-10 : Projections des points-individus sur les axes 1 (abscisses) et 3(ordonnées).

En ce qui concerne le graphique représentant les points-individus, une stratification en fonction des quatre zones osseuses de prélèvement est effectuée. Des classes peuvent être mises en évidence.

- La zone temporale en particulier, dont les points-individus se situent au niveau des petites valeurs des variables.
- Les éprouvettes prélevées au niveau de la suture coronale présentent des valeurs moyennes essentiellement.
- Pour les zones frontales et pariétales, les points-individus correspondant sont assez dispersés sur le graphe, certains montrant des valeurs élevées.

Les figures 3-11 et 3-12 montrent les projections respectivement des points-variables et points-individus sur les axes 2 en abscisse, et 3 en ordonnée :

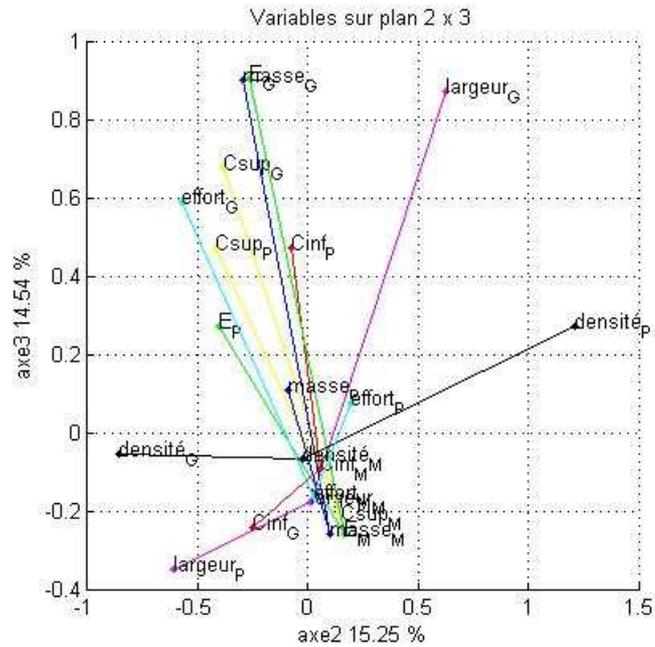


Figure 3-11 : Projections des points-variables sur les axes 2 (abscisses) et 3 (ordonnées).

L'axe 2 représente essentiellement les valeurs extrêmes de la variable *densité*. La modalité « petit » de la variable *largeur* est aussi représentée par ce facteur. L'axe 3 est expliqué ci-dessus. Une nouvelle caractéristique à cet axe est qu'il oppose les modalités « moyen » et « grand » à la modalité « petit » de la variable *largeur*. Ce qui présente une dissymétrie des valeurs de cette variable.

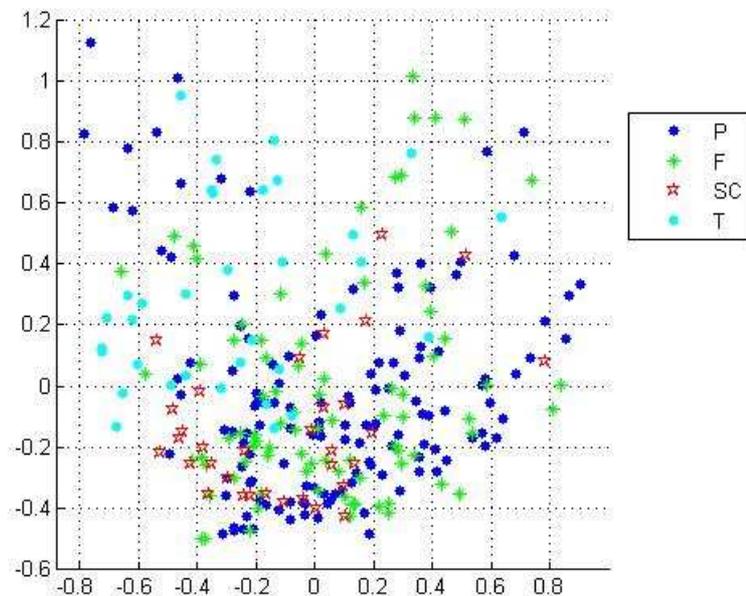


Figure 3-12 : Projections des points-individus sur les axes 2 (abscisses) et 3 (ordonnées).

Le graphique montre des valeurs plus importantes de densité pour les éprouvettes issues de la zone temporelle. Les classes sont cependant moins bien définies ici.

2.4. Discussion

Une analyse exploratoire a été réalisée sur le tableau de données expérimentales. Les variables traitées sont :

- La masse, en [g].
- La densité, en [g/cm³].
- Les indices de courbure de la face exocrânienne.
- Les indices de courbure de la face endocrânienne.
- Les épaisseurs, en [mm].
- La largeur à la rupture, en [mm].
- L'effort à la rupture, en [N].

Dans un premier temps, une analyse univariée a permis d'étudier la normalité, la dispersion et la tendance centrale de chaque variable, essentiellement par méthodes graphiques.

Une étude des coefficients de corrélation linéaire de Bravais-Pearson a mis en évidence des liaisons linéaires entre certaines variables prises deux à deux, notamment pour les indices de courbure et les épaisseurs. La limite de cette étude, se résumant aux relations de type linéaire uniquement, a été montrée par l'exemple des données d'Anscombe.

En vue d'étudier tous types de relations possibles entre les variables prises simultanément, une analyse multidimensionnelle est envisagée. Le choix de l'analyse a été guidé par l'étude comparative menée par Loslever et al. [LOS 04a] entre une analyse en composantes principales, et une analyse factorielle des correspondances multiples sur un même jeu de données. La deuxième solution a été choisie.

Pour ce faire, un codage des données expérimentales par fuzzification est réalisé dans un premier temps, puis un algorithme conçu spécialement pour cette étude est appliqué aux données floues.

L'étude des contributions des variables et individus, ainsi que l'observation de graphiques a permis de mettre en évidence quelques propriétés quant aux relations liant les données. Les variables *Csup* (la moyenne des indices de courbure de la face externe), *masse*, *E* (moyenne des épaisseurs), et *effort* sont corrélées entre elles. Il apparaît une liaison d'ordre quadratique. La *densité* quant à elle est représentée par un axe factoriel, lui-même expliquant la variable *largeur* à la rupture, qui présente une dissymétrie dans sa dispersion.

Les fragments prélevés sur les os temporaux présentent des valeurs de densité élevées, et des valeurs d'effort à la rupture, de masse, d'épaisseurs et d'indices de courbure faibles.

Les zones frontales présentent des caractéristiques inverses, ainsi que les éprouvettes issues de la suture coronale.

Les valeurs pour les éprouvettes prélevées sur les os pariétaux sont assez dispersées sur les graphes.

Cette analyse des correspondances multiples a permis également un élagage des données aberrantes ou extrêmes décelées lors de la phase univariée. Les individus qui participent le plus à la détermination d'un axe sont les plus excentrés de la moyenne. Par conséquent, un

individu prédominant un axe de façon disproportionnée peut être considéré comme un intrus. De deux choses l'une, soit la segmentation de la population a échoué et l'individu statistique n'est pas conforme, soit il est conforme mais atypique au sein de la base de données. Ce cas peut notamment se produire si l'apprentissage est réalisé sur une population de trop faible cardinal et/ou non représentative.

Si un individu apporte une contribution excessive, particulièrement aux premiers axes, il introduit un facteur d'instabilité : son retrait de la base peut modifier profondément le résultat de l'analyse. Il est alors préférable de l'éliminer. La quantification du terme excessif a été réalisée de manière empirique.

Enfin une telle analyse multidimensionnelle a été réalisée pour chaque zone osseuse. Pour ne pas surcharger le corps du texte, les graphes et résultats ne sont pas présentés ici. Cette étude a permis de corroborer les conclusions susmentionnées, et de procéder à l'élagage de données aberrantes pouvant influencer fortement sur la qualité d'ajustement des modèles d'inférence.

En vue de prédire le paramètre mécanique lésionnel caractérisé par la variable *effort* en fonction des données densitométriques et morphométriques, une méthode de modélisation statistique est maintenant appliquée sur les données expérimentales.

3. Modélisation statistique

3.1. Méthode

La démarche utilisée pour la phase d'inférence a été donnée en chapitre 2. Nous la rappelons ici, en figure 3-13 :

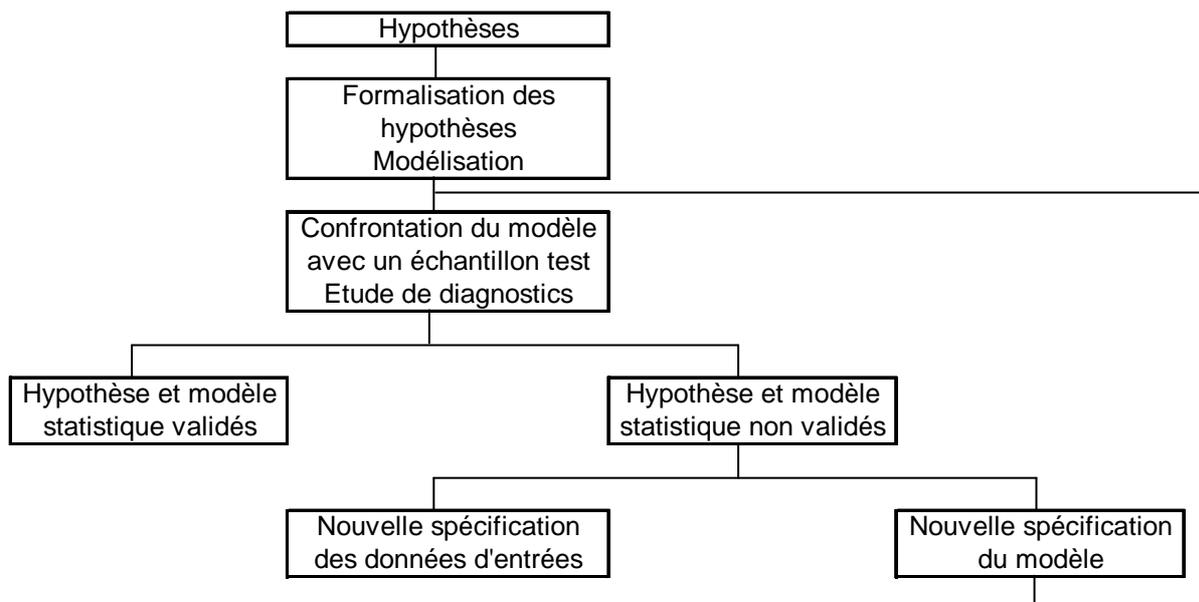


Figure 3-13 : Généralités sur la démarche pour la modélisation statistique.

Cette section présente les meilleurs modèles obtenus en termes de qualité d'estimation. Les modèles de régression peuvent être d'ordre différents, à savoir linéaire, quadratique ou encore cubique.

L'objectif est d'allier précision de l'estimation et parcimonie. Plus l'ordre du polynôme sera élevé, plus l'ajustement sera précis ; cependant le nombre de coefficients à estimer augmentera également. Pour ne pas avoir trop de coefficients dans l'équation par rapport au faible nombre d'unités statistiques de notre tableau de données expérimentales, on se propose d'élaborer dans un premier temps des modèles d'ordre 1, c'est-à-dire linéaires. Si la linéarité n'est pas validée, on réalise un ajustement d'ordre polynomial, ou mixte.

Il en va de même pour les paramètres du modèle. Le but est d'identifier les variables réellement influentes sur la réponse et de construire un modèle représentant au mieux cette réponse réelle en fonction des variables influentes. Le choix des paramètres est une étape importante dans l'élaboration de nos modèles statistiques.

La régression polynomiale est une variante de la régression multiple linéaire ; sur le plan technique, les calculs d'une telle régression sont identiques à ceux d'une régression multiple traditionnelle (pour laquelle l'ordre du polynôme est de 1). La différence entre ces deux méthodes réside dans la nature des variables exogènes.

L'ajustement du modèle correspond à toute solution du système d'équation qui suit, pour un polynôme du *k*ème ordre, et *p* variables explicatives :

$$y_i = c_0 + c_{11}x_{i1}^1 + c_{12}x_{i1}^2 + \dots + c_{1k}x_{i1}^k + c_{21}x_{i2}^1 + c_{22}x_{i2}^2 + \dots + c_{2k}x_{i2}^k + \dots + c_{jk}x_{ij}^k + e_i$$

avec $i = 1 \dots n$, le nombre d'unités statistiques.

$j = 1 \dots p$, le nombre de variables.

$k = 1 \dots d$, le degré du polynôme.

e_i , l'erreur.

c_{jk} , les coefficients du modèle.

Un programme a été implémenté en Visual Basic pour la construction des modèles polynomiaux. Les coefficients sont calculés par la méthode d'ajustement des moindres carrés, par minimisation de la somme des carrés des écarts, explicitée en détails dans la section 5.2.2.1 du chapitre 1.

Le choix du degré du polynôme est guidé par l'observation des nuages de points entre la variable explicative et la variable endogène.

Il est également possible de combiner régression multiple classique et régression polynomiale. Par exemple, si dans un modèle à deux variables explicatives pour une variable à expliquer, les relations qui lient les grandeurs sont de troisième ordre pour la première exogène, et de premier ordre pour la seconde, l'équation estimée sera :

$$\hat{y}_i = c_0 + c_{11}x_{i1}^1 + c_{12}x_{i1}^2 + c_{13}x_{i1}^3 + c_{21}x_{i2}$$

avec $i = 1 \dots n$, le nombre d'unités statistiques,

c_0 , le terme constant,

c_{11}, c_{12}, c_{13} , les coefficients estimés de la première variable exogène,

c_{21} , le coefficient estimé de la seconde variable exogène.

La validation croisée est ici utilisée. C'est un critère très populaire pour le choix du nombre de paramètres et du degré de polynôme dans la construction d'un modèle d'inférence. La base de cette méthode est d'estimer les mesures d'un jeu de données de validation à partir d'un modèle qui a été calculé à partir d'un jeu de données d'identification et de comparer ces estimations avec les valeurs mesurées.

Plusieurs étapes sont nécessaires à l'élaboration de ces modèles statistiques :

1. Division du tableau de données expérimentales en deux échantillons d'apprentissage et de validation.
2. Choix des variables explicatives du modèle, et du degré du polynôme.
3. Inférence sur l'échantillon d'apprentissage par la méthode des moindres carrés.
4. Etude des diagnostics sur l'échantillon d'apprentissage.
5. Application du modèle statistique sur l'échantillon de validation.
6. Evaluation de la qualité de l'ajustement sur l'échantillon de validation par méthodes numériques et graphiques.

3.2. Résultats

L'analyse des correspondances multiples a montré que les éprouvettes osseuses présentent différentes caractéristiques selon leur lieu de prélèvement. C'est le cas principalement pour les éprouvettes issues des os temporaux.

Trois modèles sont définis :

- Un modèle de régression pour les éprouvettes prélevées au niveau des os pariétaux.
- Un modèle de régression pour les éprouvettes prélevées au niveau de l'os frontal et de la suture coronale.
- Un modèle de régression pour les éprouvettes prélevées au niveau des os temporaux.

3.2.1. Modélisation des fragments osseux prélevés sur les os pariétaux

➤ Les éprouvettes étudiées dans cette section sont celles prélevées sur les deux os pariétaux de la calotte crânienne. Elles sont au nombre de 8 par crâne. La figure 3-14 montre leur disposition sur la calotte :

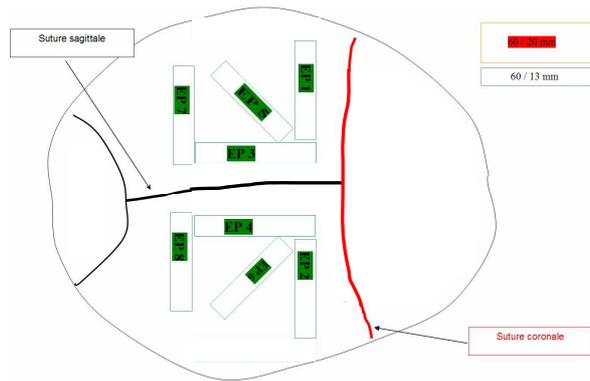


Figure 3-14 : Localisation des 8 éprouvettes prélevées sur les os pariétaux.

➤ La population composée de 132 individus statistiques est d'abord scindée en deux échantillons pour l'identification des coefficients et pour leur validation. La répartition des unités statistiques est effectuée de telle sorte qu'elles soient réparties uniformément dans les deux échantillons. Les éprouvettes sont réparties pour les deux échantillons comme suit (figure 3-15) :

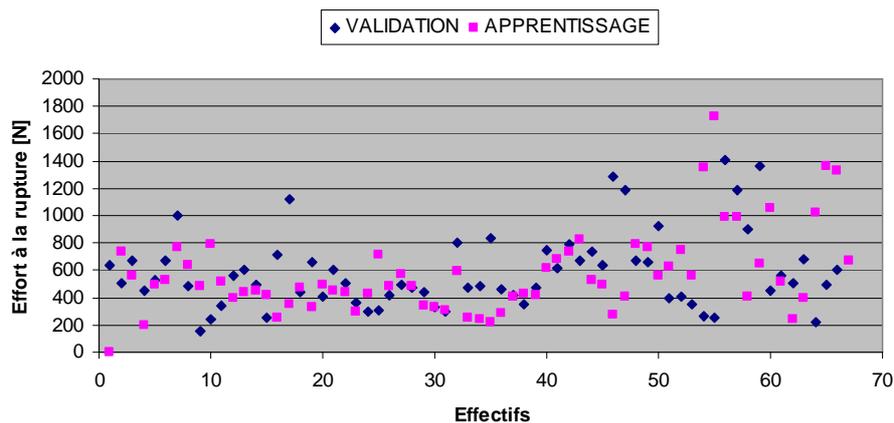


Figure 3-15 : Répartition des éprouvettes dans les deux échantillons d'apprentissage et de validation du modèle statistique.

➤ Le choix des variables explicatives est guidé par la phase d'analyse exploratoire et par un test de Student, qui définit l'apport de chaque variable considérée au modèle pour un seuil donné. L'étude des multicolinéarités entre les variables explicatives potentielles nous a amené à élaguer certaines variables de l'apprentissage. Les variables exogènes retenues pour le modèle statistique sont :

- La variable *largeur*.
- La variable *Csup*.
- La variable *masse*.
- La variable *densité*.

➤ Le meilleur ajustement pour ce tableau est linéaire. L'équation du modèle est la suivante :

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

$$\hat{y}_i = c_0 + c_{11} \cdot \text{largeur} + c_{21} \cdot C \text{ sup} + c_{31} \cdot \text{masse} + c_{41} \cdot \text{densité}$$

Les coefficients estimés de la régression linéaire multiple sont donnés dans le tableau 3-4 :

	c0	c11	c21	c31	c41
coefficient	-1310,47	-38,39	25,35	146,48	639,11
erreur-type	608,11	28,17	22,46	24,35	188,77

Tableau 3-4 : Coefficients estimés pour la régression linéaire multiple pour les os pariétaux.

- Le coefficient de corrélation multiple ajusté est $R^2_{aj} = 0,677$.
- La comparaison entre le comportement réel et le comportement attendu donné par le modèle fournit une quantité appelée résidu. Le tableau 3-5 donne la synthèse de la régression : les valeurs observées, les valeurs prédites, les résidus et résidus supprimés, la distance de Cook pour déterminer la présence ou non de points influents dans le modèle :

	Valeur Observée	Valeur Prévüe	Résidus	Résidus Supprimés	Distance de Cook
Minimum	200,500	85,093	-294,626	-323,442	0,000015
Maximum	1362,000	1193,035	389,484	410,821	0,200092
Moyenne	564,242	564,242	0,000	0,660	0,020923
Médiane	495,500	521,716	-5,225	-5,628	0,006739

Tableau 3-5 : Synthèse de la régression linéaire multiple pour les os pariétaux.

Les valeurs obtenues pour la distance de Cook montrent qu'il n'y a pas de point qui influe considérablement l'ajustement.

Le graphe des résidus supprimés en fonction des résidus corrobore graphiquement cette observation (figure 3-16) :

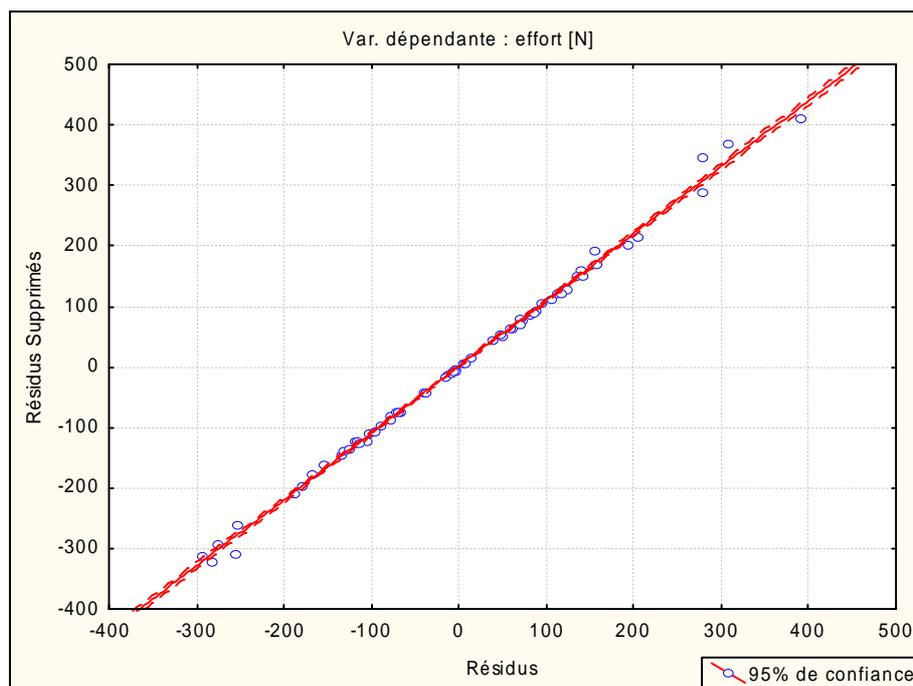


Figure 3-16 : Résidus supprimés en fonction des résidus pour la détection de points influents pour le modèle statistique.

L'ajustement des valeurs prédites sur les valeurs observées est illustré en figure 3-17 :

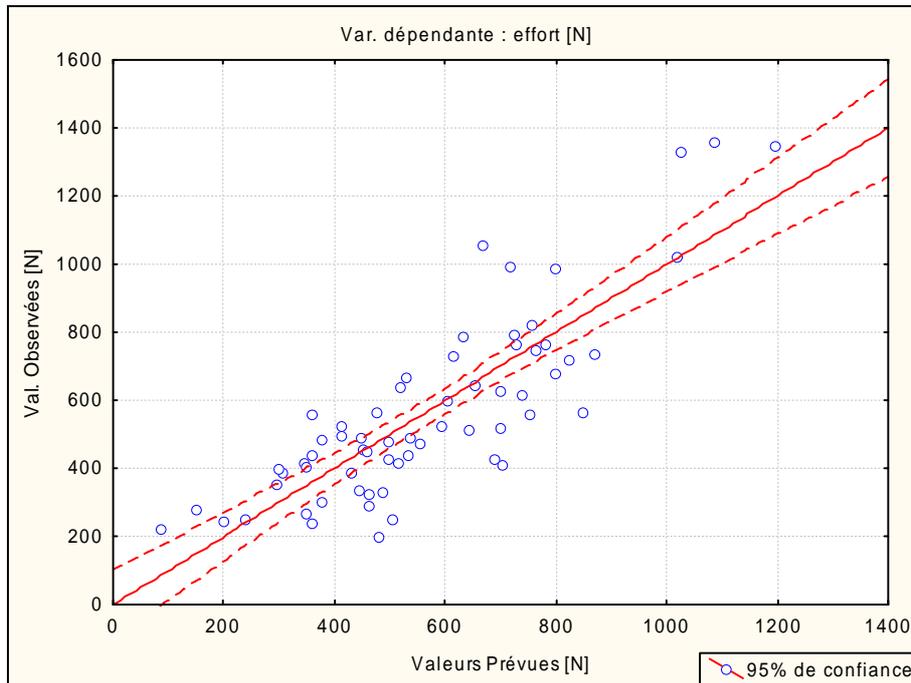


Figure 3-17 : Valeurs observées en fonction des valeurs prévues par le modèle de régression pour les os pariétaux.

➤ L'homoscédasticité est vérifiée par le nuage de points des résidus calculés sur l'échantillon de validation, illustré en figure 3-18 :

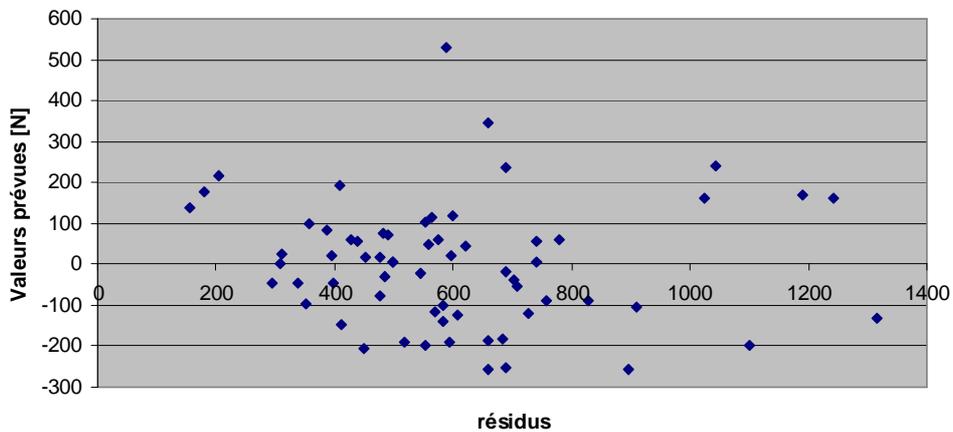


Figure 3-18 : Vérification de l'homoscédasticité par le nuage de points des résidus.

➤ Enfin la qualité de l'ajustement est vérifiée par le calcul de l'erreur relative et des résidus sur les données de l'échantillon de validation. Le tableau 3-6 montre les résultats obtenus :

	erreur relative	résidus
minimum	-0,514	-257,163
maximum	0,832	528,321
moyenne	0,049	-0,108
écart type	0,288	151,300

Tableau 3-6 : Critères de qualité d'ajustement du modèle pour les os pariétaux.

3.2.2. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur l'os frontal et la suture coronale

➤ La zone frontale comprend les éprouvettes de l'os frontal, au nombre de 5, et de la suture coronale, au nombre de 2. La figure 3-19 montre leur localisation sur la calotte crânienne :

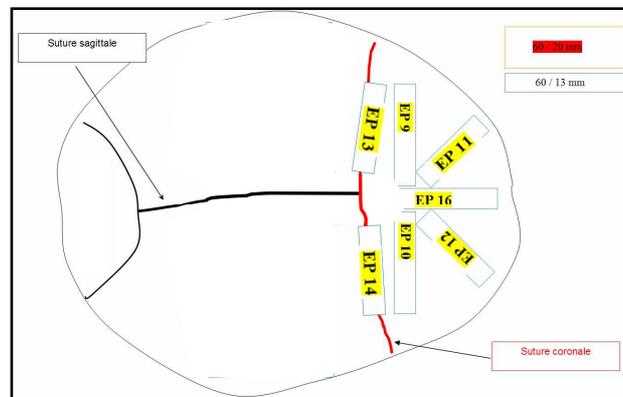


Figure 3-19 : Localisation des éprouvettes prélevées sur la zone frontale (2 sur la suture coronale, 5 sur l'os frontal).

➤ La répartition des éprouvettes dans les deux échantillons d'identification et de validation est illustrée figure 3-20 :

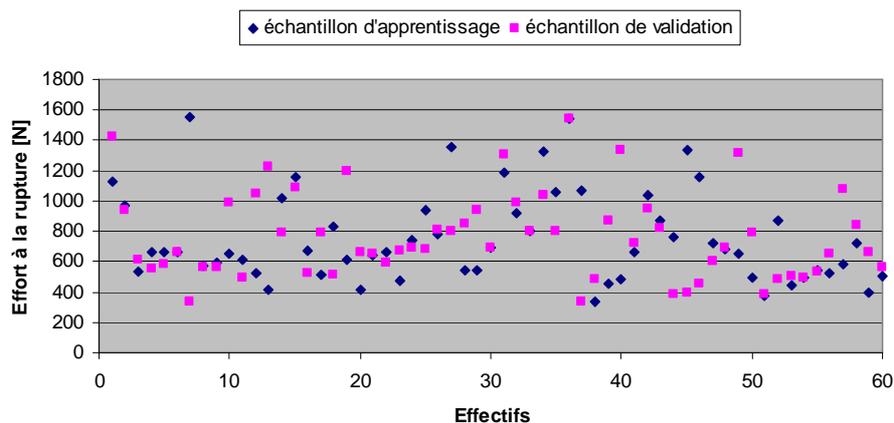


Figure 3-20 : Répartition des éprouvettes dans les échantillons d'identification et de validation.

- Les variables exogènes retenues pour le modèle statistique sont :
- La variable *largeur*.
 - La variable *Csup*.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

- La variable *masse*.
- La variable *densité*.

➤ L'équation du modèle est la suivante :

$$\hat{y}_i = c_0 + c_{11} \cdot \text{largeur} + c_{21} \cdot C \text{ sup} + c_{31} \cdot \text{masse} + c_{41} \cdot \text{densité}$$

Les coefficients estimés de la régression linéaire multiple sont donnés dans le tableau 3-7 :

	c0	c11	c21	c31	c41
coefficients	-101,39	-118,49	-64,85	218,72	762,85
erreur-type	870,05	39,09	42,66	44,06	243,31

Tableau 3-7 : Coefficients estimés pour la régression linéaire multiple pour l'os frontal et la suture coronale.

- Le coefficient de corrélation multiple ajusté est $R^2_{aj} = 0,565$.
- Le tableau 3-8 donne la synthèse de la régression : les valeurs observées, les valeurs prédites, les résidus et résidus supprimés, la distance de Cook pour déterminer de la présence ou non de points influents dans le modèle :

	Valeur Observée	Valeur Prévüe	Résidus	Résidus Supprimés	Distance de Cook
Minimum	335,600	219,988	-322,052	-383,032	0,000
Maximum	1356,000	1100,923	364,204	400,001	0,145
Moyenne	772,346	772,346	0,000	2,400	0,025
Médiane	667,900	778,824	-29,311	-31,757	0,011

Tableau 3-8 : Synthèse de la régression linéaire multiple pour l'os frontal et la suture coronale.

Aucune valeur de la distance de Cook ne dépasse 1, ceci montre qu'il n'y a pas de point qui influe sur l'ajustement.

Le graphe des résidus supprimés en fonction des résidus corrobore graphiquement cette observation (figure 3-21) :

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

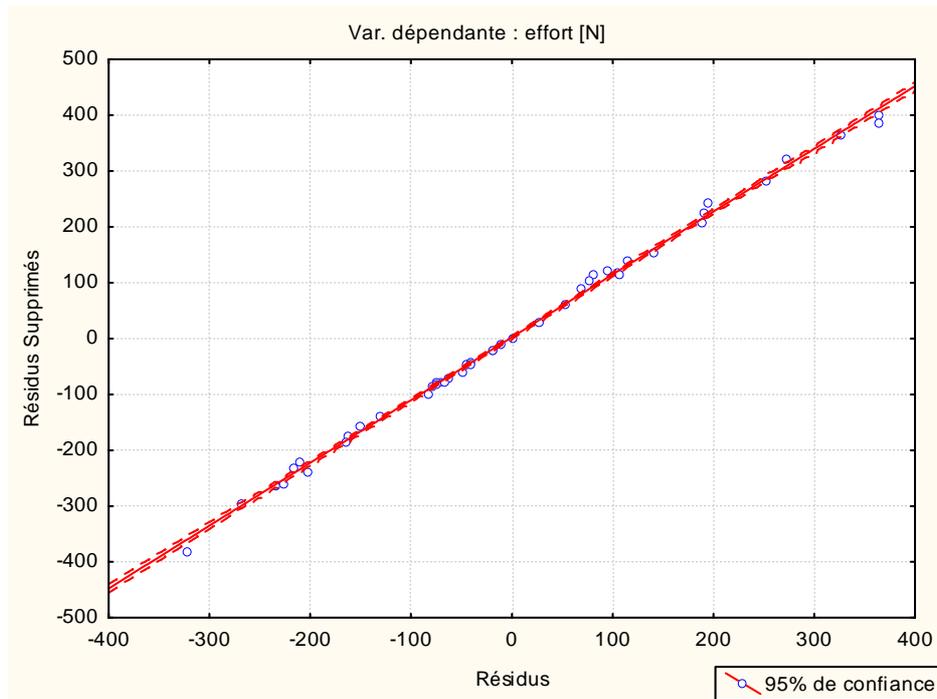


Figure 3-21 : Résidus supprimés en fonction des résidus pour la détection de points influents pour le modèle statistique.

L'ajustement des valeurs prédites sur les valeurs observées est illustré en figure 3-22 :

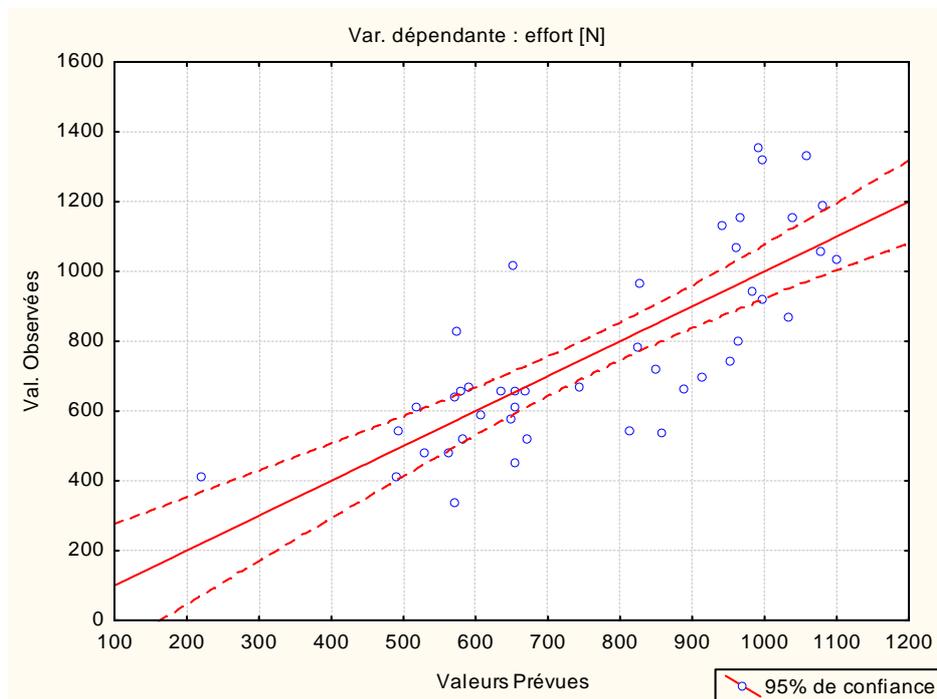


Figure 3-22 : Valeurs observées en fonction des valeurs prévues par le modèle de régression pour l'os frontal et la suture coronale.

➤ L'homoscédasticité est vérifiée par le nuage de points des résidus calculés sur l'échantillon de validation, illustré en figure 3-23 :

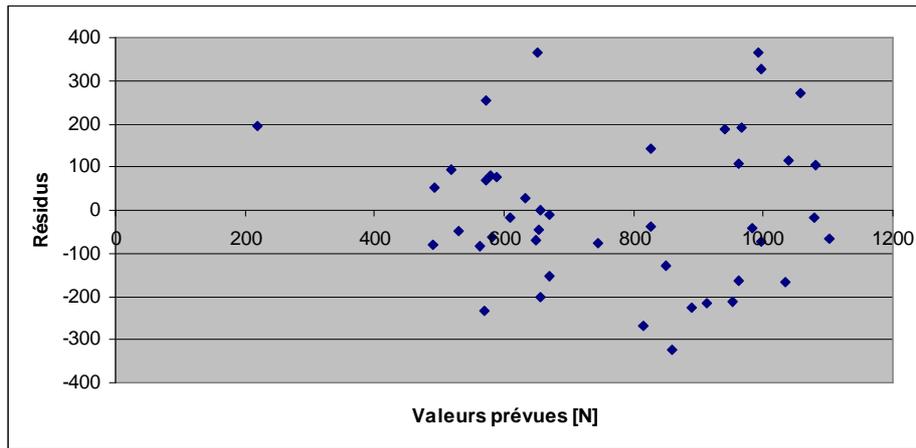


Figure 3-23 : Vérification de l'homoscédasticité par le nuage de points des résidus.

➤ Les statistiques descriptives de l'erreur relative et des résidus sur les données de l'échantillon de validation sont données dans le tableau 3-9 :

	erreur relative	résidus
minimum	-0,300	-250,248
maximum	0,701	367,629
moyenne	0,023	16,754
écart type	0,243	164,409

Tableau 3-9 : Critères de qualité d'ajustement du modèle pour l'os frontal et la suture coronale.

3.2.3. Modélisation statistique des fragments osseux prélevés sur les os temporaux

➤ Une éprouvette est prélevée sur chaque os temporal. Elles sont donc au nombre de 2 pour chaque calotte crânienne (figure 3-24) :

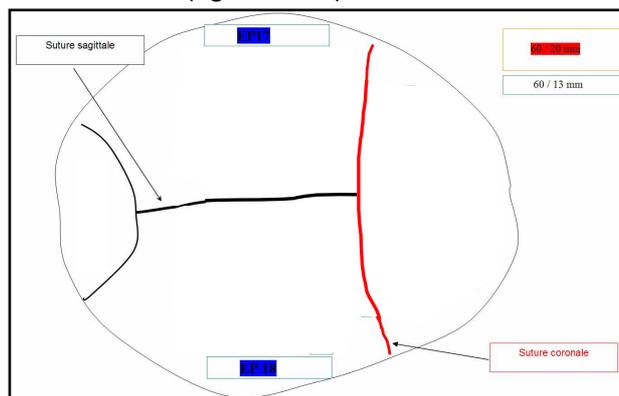


Figure 3-24 : Localisation des éprouvettes prélevées sur les os temporaux.

➤ La répartition des éprouvettes dans les deux échantillons d'identification et de validation est illustrée figure 3-25 :

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

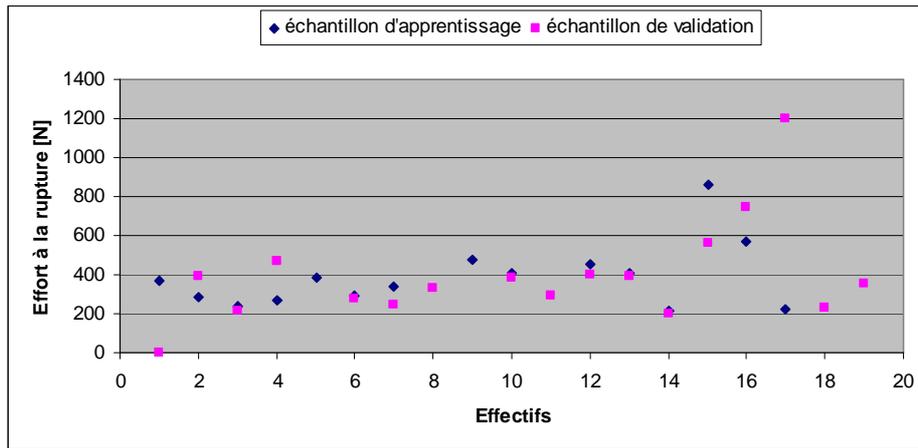


Figure 3-25 : Répartition des éprouvettes dans les échantillons d'identification et de validation.

- Les variables exogènes retenues pour le modèle statistique sont :
 - La variable *largeur*.
 - La variable *Csup*.
 - La variable *masse*.
 - La variable *densité*.

- Le meilleur modèle pour les éprouvettes issues des os temporaux est polynomial. L'ordre du polynôme est choisi en fonction de la forme des nuages de points, illustrés en figure 3-26 :

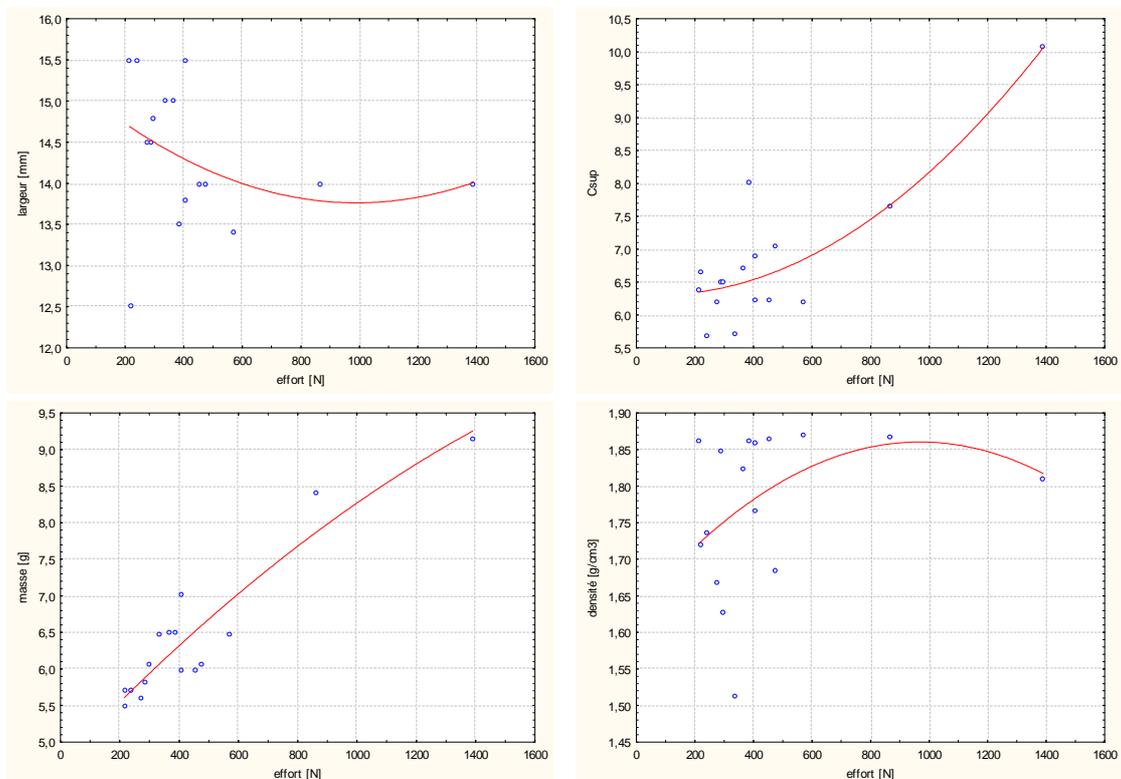


Figure 3-26 : Nuages de points de chaque paramètre du modèle en fonction de la variable *effort*.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

On remarque que les relations liant les paramètres d'entrée du modèle à celui de sortie sont, excepté pour la variable *masse*, de second ordre. Un modèle mixte est de ce fait élaboré. L'équation du modèle est la suivante :

$$\hat{y}_i = c_0 + c_{11} \cdot largeur + c_{12} \cdot largeur^2 + c_{21} \cdot Csup + c_{22} \cdot Csup^2 + c_{31} \cdot masse + c_{41} \cdot densité + c_{42} \cdot densité^2$$

Les coefficients estimés de la régression linéaire multiple sont donnés dans le tableau 3-10 :

	c0	c11	c12	c21	c22	c31	c41	c42
coefficients	-17809,58	1111,84	-40,62	-785,84	52,53	215,06	13950,11	-3983,17
erreur type	11418,24	986,32	34,90	307,02	19,38	51,93	9064,18	2629,10

Tableau 3-10 : Coefficients estimés pour le modèle de régression mixte pour les os temporaux.

- Le coefficient de corrélation multiple ajusté a pour valeur $R^2_{aj} = 0.945$.
- L'ajustement des valeurs prédites sur les valeurs observées est illustré en figure 3-27 :

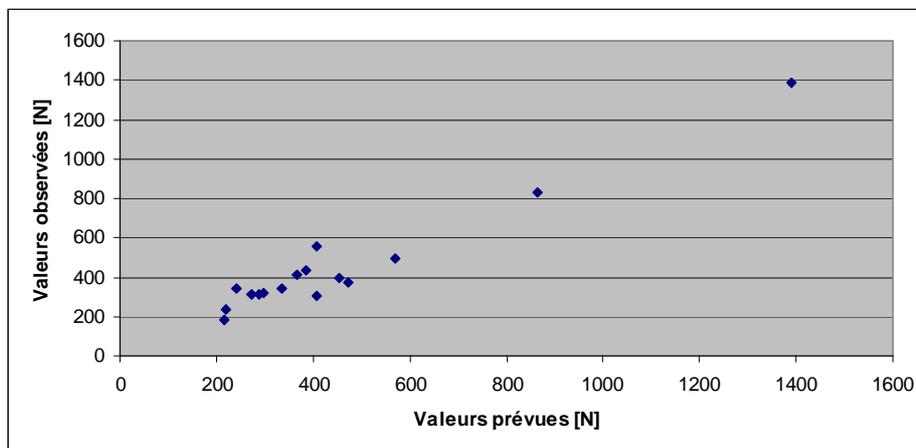


Figure 3-27 : Valeurs observées en fonction des valeurs prévues par le modèle de régression pour les os temporaux.

- Les statistiques descriptives de l'erreur relative et des résidus sur les données de l'échantillon de validation sont données dans le tableau 3-11 :

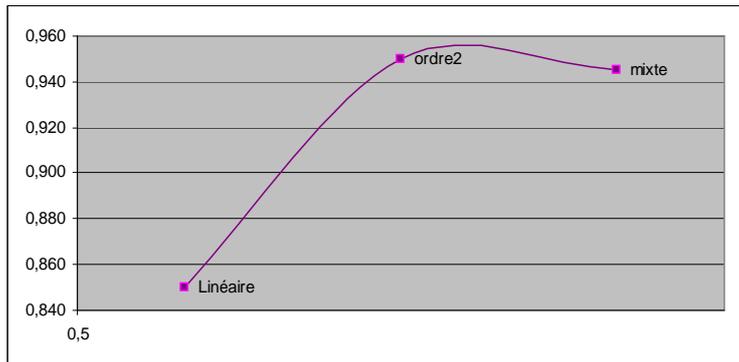
	erreur relative	résidus
minimum	-0,005	-150,285
maximum	0,418	102,564
moyenne	0,034	-3,417
écart type	0,188	69,357

Tableau 3-11 : Critères de qualité d'ajustement du modèle pour l'os frontal et la suture coronale.

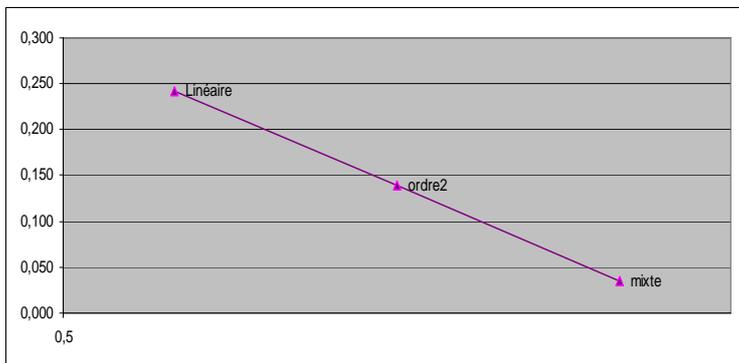
- Une brève étude comparative par méthode graphique sur les critères de qualité d'ajustement a été réalisée pour les modèles linéaire, polynomial d'ordre 2, et polynomial mixte. L'objectif étant de montrer l'apport considérable de la régression mixte pour les éprouvettes issues des os temporaux. La figure 3-28 montre les résultats obtenus, respectivement pour le coefficient de corrélation multiple ajusté, la moyenne de l'erreur relative, la moyenne des résidus, et la somme des résidus. Le meilleur modèle étant celui qui

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

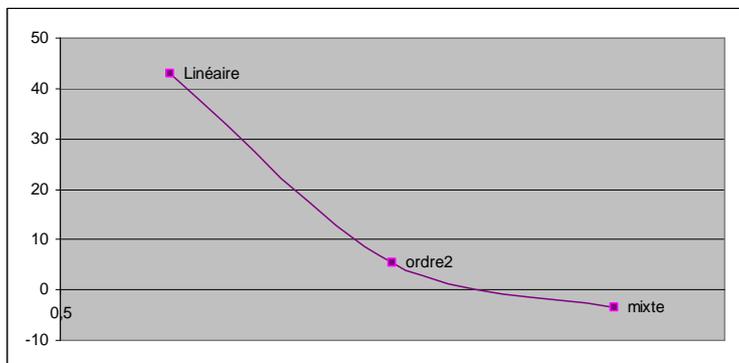
présente la valeur la plus élevée du coefficient de corrélation, et des valeurs nulles pour les autres données :



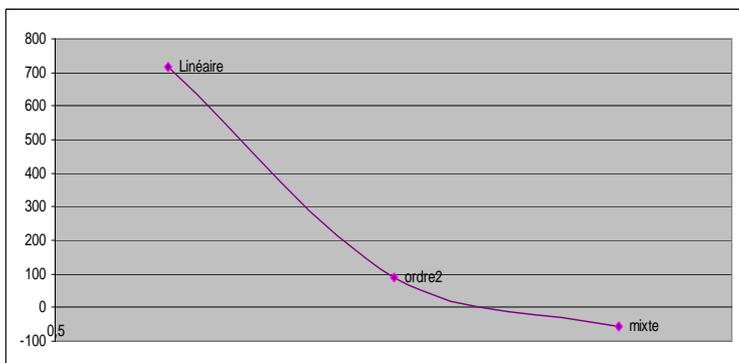
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3-28 : Evolution des valeurs, selon que la régression est linéaire, polynomiale d'ordre 2, ou mixte. De haut en bas sont illustrés : le coefficient de corrélation multiple ajusté, la moyenne de l'erreur relative, la moyenne des résidus, et la somme des résidus.

3.3. Discussion

Trois modèles de régression statistique ont été élaborés pour les éprouvettes osseuses du crâne humain :

- Un modèle linéaire pour les fragments prélevés sur les os pariétaux.
- Un modèle linéaire pour les fragments prélevés sur l'os frontal et la suture coronale.
- Un modèle mixte, combinant linéarité et ordre2, pour les fragments prélevés sur les os temporaux.

Les paramètres d'entrée des modèles statistiques ont été choisis par méthodes numérique et graphique. Le coefficient de corrélation linéaire de Bravais-Pearson a permis de détecter dans un premier temps les linéarités entre les variables prises deux à deux. L'analyse des correspondances multiples a montré les colinéarités entre les variables prises simultanément. Enfin, les nuages de points ont permis de déceler le type de relation entre le paramètre lésionnel et chaque variable d'entrée potentielle.

Les paramètres jugés pertinents sont :

- *C_{sup}*.
- *largeur* [mm].
- *masse* [g].
- *densité* [g/cm³].

La méthode d'ajustement des paramètres du modèle est celle des moindres carrés, quelle que soit la nature des variables explicatives.

Pour chaque modèle d'inférence élaboré sur les données d'un échantillon d'identification, une étude de diagnostics des résidus ainsi que des critères de qualité d'ajustement est réalisée sur un échantillon de validation, pour déterminer la pertinence de l'estimation.

Le tableau 3-12 résume les résultats obtenus pour chacun des trois modèles. Le coefficient de corrélation multiple, la moyenne et l'écart type de l'erreur relative, et la moyenne et l'écart type des résidus calculés sur l'échantillon de validation y sont présentés :

	Os pariétaux			Os frontal + Suture coronale			Os temporaux		
	R ² ajusté	erreur relative	résidus	R ² ajusté	erreur relative	résidus	R ² ajusté	erreur relative	résidus
R ² ajusté	0,677			0,565			0,945		
moyenne		0,049	-0,108		0,023	16,754		0,034	-3,417
écart type		0,288	151,300		0,243	164,409		0,188	69,357

Tableau 3-12 : Synthèse des critères de qualité pour les trois modèles statistiques.

Influence des paramètres sur les équations des modèles linéaires multiples.

Nous avons voulu déterminer l'influence de chacun des paramètres sur les équations des modèles linéaires multiples.

La méthode consiste à pondérer chacun des coefficients c_{11} , c_{21} , c_{31} , c_{41} par la valeur moyenne associée du paramètre pour la zone considérée. Nous obtenons ainsi quatre coefficients pondérés comme suit :

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

$$cp_j = c_{jl} \cdot \overline{x_{ij}}$$

avec $i = 1 \dots n$, le nombre d'unités statistiques.

$j = 1 \dots 4$, les paramètres de modèle, dans l'ordre *largeur*, *Csup*, *masse* et *densité*.

c_{jl} , les coefficients du modèle.

$\overline{x_{ij}}$, la moyenne du paramètre j pour la zone considérée.

L'influence Ix_{ij} en pourcentage de chaque paramètre de l'équation est ensuite calculée de la manière suivante :

$$Ix_{ij}(\%) = \frac{cp_j}{\sum_{j=1}^4 cp_j} \cdot 100$$

✓ Les résultats pour la zone pariétale sont donnés dans le tableau 3-13, et représentés sur la figure 3-29 :

	Ix_{ij} [%]
<i>largeur</i>	17,97
<i>Csup</i>	8,30
<i>masse</i>	37,48
<i>densité</i>	36,25

Tableau 3-13 : Influence en pourcentage des quatre paramètres sur l'équation du modèle linéaire multiple pour la zone pariétale.

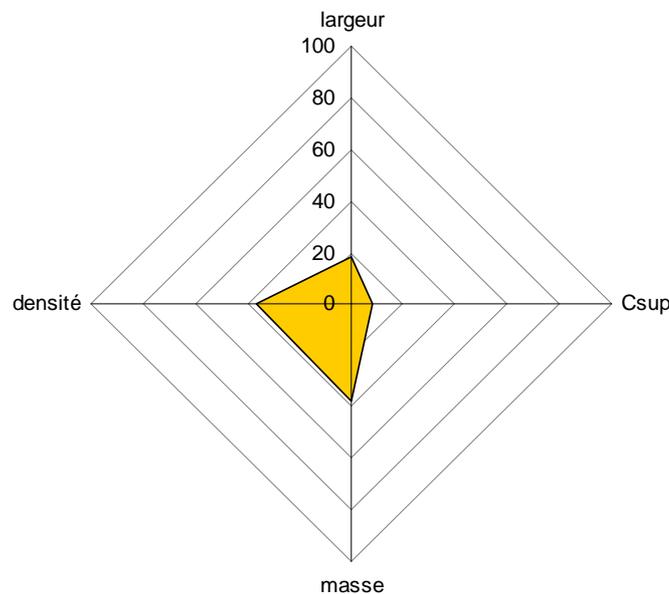


Figure 3-29 : Influence en pourcentage des quatre paramètres sur l'équation du modèle linéaire multiple pour la zone pariétale.

Les masse et densité des éprouvettes osseuses prélevées sur les os pariétaux influent respectivement de 37,48% et 36,25% pour la prédiction du risque fracturaire.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

Les notions de géométrie ont moins d'influence, avec près de 18% pour la largeur à la rupture de l'éprouvette, et 8,3% pour l'indice de courbure externe. La courbure n'est pas, pour les os pariétaux, un facteur prédictif très important du risque fracturaire.

✓ En ce qui concerne la zone frontale les résultats du calcul de l'influence des paramètres sont données dans le tableau 3-14 et la figure 3-30 :

	Ix_{ij} [%]
<i>largeur</i>	30,48
<i>Csup</i>	11,46
<i>masse</i>	33,57
<i>densité</i>	24,49

Tableau 3-14 : Influence en pourcentage des quatre paramètres sur l'équation du modèle linéaire multiple pour la zone frontale (os frontal + suture coronale).

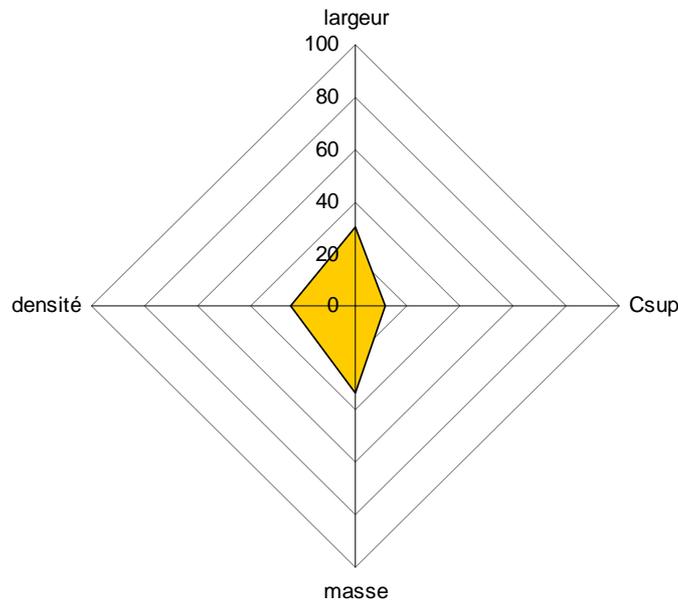


Figure 3-30 : Influence en pourcentage des quatre paramètres sur l'équation du modèle linéaire multiple pour la zone frontale (os frontal + suture coronale).

Les paramètres géométriques ont plus d'influence sur le risque fracturaire des os de la zone frontale que sur le risque fracturaire des os pariétaux.

La largeur influe à 30,48%, ce qui avoisine la valeur obtenue pour la masse, qui elle influe à 33,57%. La densité apporte moins que pour les os pariétaux, avec 24,49%. La courbure interne quant à elle, influe à 11,46% sur le risque de fracture.

4. Conclusion

Une analyse complète des données expérimentales a été réalisée dans ce chapitre. Deux phases distinctes mais complémentaires ont permis de poser des hypothèses sur notre jeu de données, et de les vérifier.

3. Analyse de données expérimentales et modélisation statistique

La phase exploratoire de notre analyse statistique nous a permis dans un premier temps de conserver ou d'éliminer les individus de notre population d'apprentissage, par l'examen de leurs distributions.

Par la suite l'analyse bivariée a mis en évidence les liaisons existant entre les variables prises deux à deux ; le type des relations liant les variables pouvant être d'ordre linéaire ou quadratique.

Une analyse des données multidimensionnelles a permis d'étudier les relations qui existent entre les variables prises simultanément et d'identifier les dépendances entre les observations multivariées afin d'obtenir une représentation compacte de ces dernières. Notre choix s'est porté sur une analyse des correspondances multiples. Les données expérimentales étant de type quantitatif, elles ont été codées pour pouvoir être traitées par la méthode multidimensionnelle choisie. Le codage des données est un codage flou en trois fenêtres spatiales. Un logiciel semi automatisé a été élaboré sous Matlab pour la construction de l'analyse des correspondances multiples sur données floues et ses représentations.

La méthode a démontré l'existence de multicolinéarité, ainsi que la différence de dispersion des caractéristiques des éprouvettes en fonction de leur localisation sur le crâne.

Du fait de nos objectifs, une segmentation topologique de la population pour la phase d'inférence de l'analyse des données nous a paru judicieuse. Trois modèles statistiques ont été développés. Les éprouvettes modélisées statistiquement sont issues pour le premier modèle des os pariétaux, pour le second de l'os frontal et de la suture coronale, et pour le dernier des os temporaux. Un programme de régression polynomiale a été développé pour estimer les coefficients d'un modèle polynomial.

Les résultats obtenus lors de la première phase nous ont amenés à faire un choix sur les variables explicatives les plus discriminantes pour la construction de nos équations de régression. Quatre paramètres ont été utilisés pour l'élaboration des modèles statistiques :

- La moyenne des indices de courbure de la face externe du crâne.
- La largeur à la rupture.
- La masse de l'éprouvette.
- La densité de l'éprouvette.

Pour chacun de ces paramètres, des coefficients de régression ont été estimés par la méthode des moindres carrés.

L'estimation pour les éprouvettes issues des os pariétaux est linéaire. Un coefficient pour chaque variable explicative a été calculé. L'erreur relative de l'estimation du modèle sur l'échantillon de validation est de 4,9 +/- 28,8%.

Le deuxième modèle statistique, pour les éprouvettes issues de l'os frontal et de la suture coronale, est lui aussi linéaire. L'erreur relative a pour valeur 2,3 +/- 24,3%.

Enfin, le troisième modèle pour l'estimation de l'effort nécessaire à la rupture des éprouvettes temporales est, quant à lui, mixte. Il allie la linéarité pour la variable masse, et le deuxième ordre pour les trois autres paramètres. L'erreur relative pour ce modèle est de 3,4 +/- 18,8%.

Conclusion générale et Perspectives

Bien que la portée et la sévérité des blessures à la tête aient été considérablement réduites avec l'avancement de la technologie de conception des automobiles, la problématique du traumatisme crânien en situation de chocs continue à être une cause majeure de mortalité dans les accidents de la circulation. Il subsiste malgré les progrès technologiques un constant besoin d'études biomécaniques des mécanismes de blessures à la tête et de sa tolérance aux chocs.

Dans un premier chapitre, une synthèse des études expérimentales menées sur les comportements mécaniques des os a été réalisée. Dans l'optique de créer des modèles d'inférence statistiques, la recherche a été ciblée sur les résultats statistiques de dispersion des paramètres. Il existe de grandes disparités inter et intra individuelles des caractéristiques mécaniques des os, comme pour la plupart des matériaux biologiques, dues à un certain nombre de données jugées importantes. Parmi elles, on peut citer :

- Le sexe du sujet étudié.
- La morphologie du sujet.
- La géométrie de l'os.
- La localisation de prélèvement de l'os.
- La structure osseuse à l'échelle macroscopique.
- Les conditions d'essais.
- Les types de sollicitations.
- Etc.

Pour certaines familles d'os, tels les os longs ou les vertèbres, la densité à elle seule peut être représentative du risque de fracture. L'étude bibliographique a montré qu'il existe une corrélation significative entre la minéralisation et les tests mécaniques sur fragments osseux crâniens, mais cette corrélation n'est pas suffisamment importante pour établir une équation de prédiction robuste ; elle a montré également que la notion de géométrie de l'os est un facteur prédictif du risque fracturaire.

Le risque fracturaire dépend d'une diversité de paramètres. Dans l'optique de caractériser et modéliser de façon personnalisée les propriétés mécaniques d'os crâniens humain, nous nous sommes proposés de déterminer quels sont ces paramètres. Une condition pour leur construction était que ces indicateurs prédictifs de fracture des os crâniens doivent pouvoir être mesurés in vivo à partir d'imagerie médicale. De plus, à partir d'un tableau de données expérimentales, notre travail a également consisté à utiliser ces paramètres comme entrées d'un modèle d'inférence, dont la sortie est un paramètre mécanique de fracture.

En vue de construire une population d'apprentissage pour nos modèles d'inférence, une campagne d'essais a été présentée dans le deuxième chapitre. Un protocole, réalisé par des experts, a été décrit ; 17 fragments osseux crâniens ont été prélevés sur 17 sujets masculins non embaumés selon une même cartographie. Quatre zones osseuses ont été étudiées :

- Les os pariétaux, sur lesquels 8 éprouvettes osseuses ont été prélevées.
- L'os frontal, sur lequel 5 éprouvettes osseuses ont été prélevées.
- Les os temporaux, sur lesquels 2 éprouvettes osseuses ont été prélevées.
- La suture coronale, sur laquelle 2 éprouvettes osseuses ont été prélevées.

Pour chaque éprouvette, la masse (en [g]) et la densité (en [g/cm³]) ont été mesurées. Les tests mécaniques ont consisté en des essais de flexion trois points quasi statiques. L'effort à la rupture (en [N]), paramètre à estimer, a été déterminé pour chaque fragment osseux. Il en résulte les observations suivantes :

- Pour toutes les éprouvettes, l'effort à la rupture est compris entre 148,6 N et 1720 N.
- Pour les éprouvettes prélevées sur les os pariétaux, l'effort à la rupture est compris entre 148,6 N et 1720 N.
- Pour les éprouvettes prélevées sur les os temporaux, l'effort à la rupture est compris entre 203,8 N et 1440 N.
- Pour les éprouvettes prélevées sur l'os frontal, l'effort à la rupture est compris entre 332,4 N et 1552 N.
- Pour les éprouvettes prélevées sur la suture coronale, l'effort à la rupture est compris entre 378,4 N et 1311 N.

Toutes les données exploitables n'ont pas été fournies directement lors des essais. C'est dans ce but que les éprouvettes ont été photographiées sur le dispositif expérimental ; un programme de traitement d'image sous Optimas a été développé pour extraire des paramètres pertinents de morphométrie à partir de ces photographies couleurs : l'épaisseur mesurée à différents endroits précis de l'éprouvette, et les indices de courbure mesurés sur la face externe et la face interne de l'os.

Les données expérimentales recueillies directement et indirectement ont ensuite été placées dans un tableau de données. Deux phases d'analyse statistique complémentaires ont été mises en œuvre.

Une première phase exploratoire d'analyse des données a permis de procéder à un "nettoyage" du tableau de données, par l'élimination des données aberrantes, par l'utilisation de méthodes essentiellement graphiques. La nature des relations liant les différentes variables disponibles a été étudiée par le biais du coefficient de Bravais Pearson. Cette méthode étant limitée aux relations linéaires prise deux à deux, une analyse multidimensionnelle a été envisagée. Le choix de l'analyse a été porté sur la méthode d'Analyse des Correspondances Multiples (ACM). La méthode d'ACM ne traitant que des données d'ordre qualitatif, un codage de nos données quantitatives a tout d'abord été réalisé. Chaque variable a fait l'objet d'un découpage en trois fenêtres floues {Petite ; Moyenne ; Grande}. Le nouveau tableau de données fuzzifiées a ensuite fait l'objet d'une ACM. Afin d'automatiser ces calculs et représentations suivant les différents axes, un logiciel a été développé sous Matlab pour l'élaboration du codage flou et du calcul de l'ACM sur données fuzzifiées.

Il a résulté de l'observation des contributions aux axes et des représentations graphiques un découpage topographique possible des données. Trois classes ont été définies :

- La zone pariétale, composée des éprouvettes prélevées sur les deux pariétaux.
- La zone frontale, composée des éprouvettes prélevées sur l'os frontal et la suture coronale.
- La zone temporale, composée des éprouvettes prélevées sur les deux temporaux.

Pour chacune de ces trois zones, nous avons ensuite procédé à la phase d'inférence de notre étude statistique. La population a été scindée en deux échantillons, d'apprentissage

et de validation, pour une validation croisée. Trois modèles statistiques, basés sur la méthode des moindres carrés, ont été élaborés. Le choix des paramètres d'entrée a été guidé par l'observation des nuages de points, et par l'utilisation du test de Student. Il en résulte que les quatre paramètres influant sur le risque fracturaire des os crâniens sont :

- La largeur de l'éprouvette, pour s'affranchir de la notion de fragment, ou géométrie, mesurée en [mm].
- L'indice de courbure de la face externe du crâne, sans unité.
- La masse du fragment osseux, mesurée en [g].
- La densité, exprimée en [g/cm³].

Un programme a été implémenté en Visual Basic pour calculer les différents coefficients du modèle de régression polynomiale, d'ordre quelconque.

Pour chaque zone osseuse, plusieurs modèles d'inférence ont été définis. Les trois meilleurs équations (une pour chaque zone osseuse) ont été sélectionnées par des critères d'ajustement et de prédiction. L'étude complète des résidus a constitué leur validation. Nous avons ainsi défini :

- Un modèle d'inférence linéaire multiple pour la zone pariétale. Le coefficient de corrélation multiple ajusté est $R^2_{aj} = 0,67$, et l'erreur relative des données estimées sur les données expérimentales est de 4,9 +/- 28,8%.
- Un modèle d'inférence linéaire multiple pour la zone frontale. Le coefficient de corrélation multiple ajusté est $R^2_{aj} = 0,56$, et l'erreur relative des données estimées sur les données expérimentales est de 2,3 +/- 24,3%.
- Un modèle d'inférence polynomial mixte pour la zone temporale. Les coefficients, hormis celui de la variable masse, sont d'ordre 2. Le coefficient de corrélation multiple ajusté est $R^2_{aj} = 0,95$, et l'erreur relative des données estimées sur les données expérimentales est de 3,4 +/- 18,8%.

L'influence de chaque paramètre d'entrée sur les équations linéaires a été définie. Il en résulte pour l'indice de courbure, une influence prédictive de 8,30% pour la zone pariétale, et de 11,5% pour la zone frontale. De même la largeur du fragment osseux est influente à 18% pour la zone pariétale et à 30% pour la zone frontale.

Certaines améliorations et perspectives sont à prévoir pour cette étude.

- Les critères d'inclusion du protocole expérimental ne sont pas ancrés. En effet, le sexe du sujet, la tranche d'âge sont des données qu'il serait intéressant de modifier. Pour chaque critère modifié, une nouvelle population d'apprentissage pourrait être construite. De même, une thèse en cours, réalisée par A. Auperrin sur le thème mécanique au sein du LAMIH, traite de l'influence du mode de conservation des sujets anatomiques.
- La caractérisation du comportement mécanique de l'os a été dans ce travail effectuée sans aucune hypothèse sur la structure osseuse des éprouvettes. Ni l'architecture, ni l'hétérogénéité de la dispersion de la minéralisation, ni encore la texture et la qualité de l'os trabéculaire ne sont prises en compte lors de la phase de caractérisation. Bien que les os crâniens soient constitués de couches successives de trabéculaire et de cortical, les échantillons prélevés sont considérés dans leur ensemble. La structure en trois couches a pourtant, selon la littérature, un rôle important dans le mécanisme

de fractures des os. Ainsi, une caractérisation pour les tables osseuses et la diploë est à prévoir.

- L'extraction des mesures géométriques a été réalisée en deux dimensions. Or, les éprouvettes osseuses présentent une géométrie hétérogène. La morphométrie pourrait être extraite à partir de reconstruction 3D des éprouvettes.
- Compte tenu du faible nombre d'échantillons disponibles pour les expérimentations, les qualités du modèle ne peuvent être définitivement entérinées. Une validation des modèles, mettant en jeu des bases de données expérimentales beaucoup plus larges, est nécessaire.
- Enfin, dans une thèse traitée par H. Lamara de l'équipe Modélisation et Commande des Systèmes du LAMIH [LAM 07], une classification et une modélisation des données expérimentales fuzzifiées ont été tentées. Selon l'auteur, afin de juger de la pertinence des résultats expérimentaux, il serait judicieux d'ajouter l'opinion d'un expert sur la validité des acquisitions au cours du processus expérimental, soit sous forme linguistique (« mauvaise », « moyenne », « bonne », « très bonne », etc.), soit sous forme d'une pondération de chaque donnée (qui pourra d'ailleurs être floue sous forme d'un intervalle de confiance par exemple).

Ce travail de thèse contribue dans le contexte accidentologique à l'amélioration de la connaissance des mécanismes de fractures du crâne humain causées par des chocs.

Un premier apport de cette thèse se trouve dans la détermination et la création de facteurs de risques de fracture pour les os crâniens. Ainsi l'influence de la géométrie du crâne par la création d'un indice de courbure par exemple a été mise en évidence. Des ordres de grandeur ainsi que la dispersion de ces paramètres caractéristiques de densité, de géométrie et de rupture ont été fournis. Il est ainsi possible de les intégrer à des modèles éléments finis pour la simulation numérique de chocs.

Les données expérimentales ont été traitées par une méthode d'analyse des correspondances sur données floues, développée à cet effet.

Des modèles statistiques ont été réalisés à partir des données expérimentales recueillies. Sans être parfaits ni définitifs, ces modèles apportent un net progrès par rapport aux modèles existants dans la littérature, notamment dans la personnalisation des paramètres.

Une étude des disparités inter et intra individuelles pour les différentes caractéristiques du crâne humain a fait apparaître la nécessité d'étudier séparément les différentes zones osseuses du crâne humain. En effet, les propriétés mécaniques, physico chimiques et morphométriques sont propres aux différents os formant la calotte crânienne. Enfin, cette étude a permis de montrer les directions à prendre pour l'avancement de la caractérisation des os du crâne humain.

Références bibliographiques

- [AKO 71]** AKOKA A., AKOKA G. *Le Médical du XXème siècle – encyclopédie médicale en huit volumes. Tome VI.* Argenteuil : EDILEC, 1971, 3100 pages.
- [ANS 73]** ANSCOMBE F.-J. *Graphs in statistical analysis.* The American Statistician, 1973, vol.27, pp. 17-21.
- [AUT 04]** AUTUORI B. *Modélisation par éléments fins de la face humaine en vue de la simulation de sa réponse au choc* [en ligne]. Thèse Mécanique. Lyon : INSA de Lyon, 2004, 270p., disponible sur <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/04/76/24/PDF/tel-00008231.pdf>
- [AZA 05]** AZAÏS J.M., BARDET J.M. *Le modèle linéaire par l'exemple. Régression, analyse de la variance et plans d'expériences illustrés avec R, SAS et SPlus.* Paris : Dunod, 2005, 326 pages.
- [BES 05]** BESSE P. *Data Mining. II. Modélisation statistique et apprentissage. Publications du laboratoire de statistique est probabilités.* [en ligne] Toulouse III : Université Paul Sabatier, 2005, 103 pages. Disponible sur <http://www.lsp.ups-tlse.fr/Besse>
- [BEN 84]** BENZECRI J.-P. *L'analyse des données. Analyse des correspondances et classification.* Paris : Bordas, 1984, 453 pages.
- [BOU 98a]** BOUILLAND S., LOSLEVER P. *Multiple correspondence analysis of biomechanical signals characterized through fuzzy histograms.* Journal of biomechanics, 1998, vol.31, pp. 663-666.
- [BOU 98b]** BOURBONNAIS R. *Econométrie.* 2^{ème} édition. Paris : Dunod, 1998, 306 pages
- [BOU 02]** BOUROCHE J.-M., SAPORTA G. *L'analyse des données.* 8^{ème} édition mise à jour. Paris : Presses Universitaires de France, 2002, 127 pages.
- [COR 01]** CORTET B., MARCHANDISE X. *Bone microarchitecture and mechanical resistance.* Joint Bone Spine, 2001, vol.68, pp.297-305.
- [DEL 07]** DELILLE R. *Contribution à la compréhension du comportement mécanique de l'os du crâne humain sous différents moyens de conservation et de sollicitation.* Thèse Mécanique. Valenciennes : Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2007.
- [DEL 02]** DELILLE C. *Contribution à l'identification de lois matérielles de l'os du crâne humain en quasi-statique à partir d'expérimentations et de simulations numériques.* Thèse Mécanique. Valenciennes : Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2002, 194 pages.

- [DES 99] DESTANDEAU, S., LADIRAY, D., LE GUEN M. *Analyse exploratoire des données*. Courrier des statistiques, 1999, 90, INSEE, Paris.
- [DIN 97] DING M., DALSTRA M., DANIELSEN C.C., KABEL J., HVID I., LINDE F. *Age variations in the properties of human tibial trabecular bone*. Journal of Bone and Joint Surgery, 1997, vol.79-B, pp. 995-1002.
- [DOC] DOCTISSIMO. *Atlas médical – le crâne*. [en ligne]. Disponible sur <http://www.doctissimo.fr/html/sante/atlas/fiches-corps-humain/crane.htm> (consulté le 23.09.2007)
- [DOD 99] DODGE Y. *Analyse de régression appliquée*. Paris : Dunod, 1999, 278 pages.
- [DON 05] DONOVAN D.J. *Simple depressed skull fracture causing sagittal sinus stenosis and increased intracranial pressure: case report and review of the literature*. Surgical Neurology, 2005, vol.63, pp.380-384.
- [EBE 99] EBESSEN E.N., THOMSON J.S., BECK-NIELSEN H., Nepper-Rasmussen H.J., Moselkilde Li. *Lumbar vertebral body compressive strength evaluated by dual energy X-Ray absorptiometry, quantitative computed tomography, and ashing*. Bone, 1999, vol.25, pp.713-724.
- [FOU 97] FOUCART T. *L'analyse des données mode d'emploi*. Presses universitaires de Rennes 2, 1997, 192 pages
- [FOU 05] FOUCART T. *Colinéarité et régression linéaire*. Mathématiques et sciences humaines, 2005, vol.4, pp.5-25.
- [FUJ 99] FUJITA T., FUJII Y., MORISHITA T., INOUE T. *Changes of regional distribution of bone mineral according to age, gender and activity*. Journal of bone and mineral metabolism, 1999, vol.17, pp.217-223.
- [GAC 97] GACOGNE L. *Éléments de logique floue*. Paris : Hermès, 1997, 253 pages.
- [GOT 83] GOT C., GUILLON F., PATEL A., MACK P., BRUN-CASSAN F., FAYON A., TARRIERE C., HUREAU J. *Morphological and biomechanical study of 146 human skulls used in experimental impacts in relation with the observed injuries*. Proceeding of the 27th Stapp Car Crash Conference, 1983, pp. 241-259.
- [GUY 01] GUYON X. *Statistique et économétrie. Du modèle linéaire ... aux modèles non linéaires*. Paris : Ellipses, 2001, 205 pages.
- [JOB 91] JOBSON J.D. *Applied multivariate data analysis. Vol I. Regression and experimental design*. New-York : Springer-Verlag, 1991, 621 pages.

- [JOB 92]** JOBSON J.D. *Applied multivariate data analysis. Vol II. Categorical and multivariate methods.* New-York : Springer-Verlag, 1992, 732 pages.
- [KEL 94]** KELLER T.S. *Predicting the compressive mechanical behaviour of bone.* Journal of biomechanics, 1994, vol.27, pp.1159-1168
- [LAF 03]** LAFONT S., LAUMON B. *Vieillesse et gravité des atteintes lésionnelles des victimes d'accident de la circulation routière.* Recherche Transport et Sécurité, 2003, vol.79, pp.121-133.
- [LAM 07]** LAMARA H. Arithmétique floue phi-calcul : application à la commande de processus. Thèse Automatique, Modélisation et Commande des Systèmes. Valenciennes : Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2007.
- [LEB 82]** LEBART L., MORINEAU A., FENELON J.P. *Traitement des données statistiques. Méthodes et programmes.* Paris : Bordas, 1982, 518 pages.
- [LEB 06]** LEBART L., PIRON M., MORINEAU. *Statistique exploratoire multidimensionnelle. Visualisation et inférence en fouilles de données.* 4^{ème} édition. Paris : Dunod, 2006, 464 pages.
- [LOS 99]** LOSLEVER P., BOUILLAND S. *Marriage of fuzzy sets and multiple correspondence analysis: examples with subjective interval data and biomedical signals.* Fuzzy sets and systems, 1999, vol.107, pp.255-275.
- [LOS 01]** LOSLEVER P. *Obtaining information from time data statistical analysis in human component system studies. (I). Methods and performances.* Information Sciences, vol.132, 2001, pp. 133-156.
- [LOS 02]** LOSLEVER P. *Organisation, caractérisation et analyse multidimensionnelle des données de la marche. Aspects méthodologiques.* ITBM-RBM, vol.23, 2002, pp. 137-148.
- [LOS 03]** LOSLEVE P., POPIEUL J.C., SIMON P. *From classical characterization to fuzzy windowing based characterization for the exploratory analysis of miscellaneous times variables: example in the field of car driving studies.* Fuzzy sets and systems, 2003, vol.137, pp.271-296.
- [LOS 04a]** LOSLEVER P., CLOUP P., DELACROIX J. *Mariage d'un système vidéo-informatique-SAGA3- et d'une méthode statistique exploratoire multidimensionnelle –ACM- pour l'étude de données gestuelles. I. Méthodologie.* ITBM-RBM, 2004, vol.25, pp.75-94
- [LOS 04b]** LOSLEVER P., CLOUP P., DELACROIX J. *Mariage d'un système vidéo-informatique-SAGA3- et d'une méthode statistique exploratoire*

- multidimensionnelle –ACM- pour l'étude de données gestuelles. II. Exemples.* ITBM-RBM, 2004, vol.25, pp.75-94
- [LYM 02]** LYMAN, S., FERGUSON, S., BRAVER, E., WILLIAMS, A. *Older driver involvements in police reported crashes and fatal crashes: trends and projections.* Injury Prevention, 2002, vol.8, pp.116–120.
- [MEY 03]** MEYRUEIS P., CAZENAVE A., ZIMMERMANN R. *Biomécanique de l'os – Application au traitement des fractures.* EMC – Rhumatologie-orthopédie, 2004, vol.1, pp.64-93.
- [MOS 87]** MOSELKILDE Li., MOSELKILDE Le., DANIELSEN C.C. *Biomechanical competence of vertebral trabecular bone in relation to ash density and age in normal individuals.* Bone, 1987, vol.8, pp. 79-85.
- [ONISR]** Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière. *Evolution du nombre de victimes par classes d'âges, 2007* [en ligne] disponible sur http://www.securiteroutiere.equipement.gouv.fr/IMG/Synthese/CA_VICT.pdf
- [ONO 98]** ONO K. *Current status on human head impact tolerance.* In : YOGANANDAN N. et al. (Eds). *Frontiers in head and neck trauma.* IOS Press, 1998, pp. 183-199.
- [PAG 03]** PAGES J. *Analyse factorielle des correspondances. Extensions et applications au traitement statistique de données sensorielles.* In : GOVAERT G. *Analyse des données.* Paris : Lavoisier, 2003, pp.43-82.
- [PIT 04]** PITHIOUX M., SUBIT D., CHABRAND P. *Comparison of compact bone failure under two different loading rates : experimental and modelling approaches.* Medical Engineering and Physics, 2004, vol.26, pp.647-653.
- [RAW 98]** RAWLINGS J.O., PANTULA S.G., DICKEY D.A. *Applied regression analysis. A research tool.* 2^{ème} édition, New-York : Springer-Verlag, 1998, 657 pages
- [ROU 91]** ROUVIERE H., DELMAS A. *Anatomie humaine. Tête et cou.* Tome 1. 13^{ème} édition. Paris:Masson, 1991, 608 p.
- [ROU 03]** ROUX C. *Méthodes non invasives de mesure de la densité minérale osseuse.* Médecine / Sciences, 2003, vol.29, pp. 231-238
- [RUA 94]** RUAN J.S., KHALIL T.B., KING A.I. *Dynamic response of the human head to impact by three-dimensional finite element analysis.* Journal of Biomedical Engineering, 1994, vol.116, pp.44-50.

- [SAP 03]** SAPORTA G., NIANG N. *Analyse en composantes principales. application à la maîtrise statistique des procédés*. In : GOVAERT G. *Analyse des données*. Paris : Lavoisier, 2003, pp.19-42.
- [THE 06]** THEODOROU Y., DROSSOS C., ALEVIZOS P. *Correspondence analysis with fuzzy data. The fuzzy eigenvalue problem*. *Fuzzy sets and systems*, 2007, vol.158, pp. 704-721.
- [THO 95]** THOMAS P., BRADFORD M. *The nature and source of the head injuries sustained by restrained front-seat car occupants in frontal collisions*. *Accid. Anal. And Prev.*, 1995, vol.27, pp. 561-570.
- [TON 95]** TONG TONG J.R. *La logique floue*. Paris : Hermès, 1995, 160 pages.
- [TÖR 05]** TÖRÖ K., HUBAY M., SÓTONYI P., KELLER E. *Fatal traffic injuries among pedestrians, bicycles and motor vehicle occupants*. *Forensic Science International*, 2005, vol.151, pp. 151-156.
- [TUF 05]** TUFFERY S. *Data Mining et statistique décisionnelle : l'intelligence dans les bases de données*. Paris : Technip, 2005, 400p.
- [VOI 01]** VOISIN J.-L. *Evolution de la morphologie claviculaire au sein du genre Homo. Conséquences architecturales et fonctionnelle sur la ceinture scapulaire*. *L'Anthropologie*, 2001, vol.105, pp.449-468.
- [WIL 02]** WILLINGER R., KANG H.S., DIAW B. *Three-dimensional human head finite element model validation against two experimental impacts*. *Annals of Biomedical Engineering*, 2002, vol.27, pp.403-410.
- [YOG 04]** YOGANANDAN N., PINTAR F.A. *Biomechanics of temporo-parietal skull fracture*. *Clinical Biomechanics*, 2004, vol.19, pp.225-239.
- [YOG 07]** YOGANANDAN N., PINTAR F.A., STEMPER B.D., GONNARELLI T.A., WEIELT J.A. *Biomechanics of side impacts : injury criteria, aging occupants, and airbag technology*. *Journal of biomechanics*, 2007, vol.40, pp.227-243.
- [ZON 06]** ZONG Z., LEE H.P., LU C. *A three-dimensional human head finite element model and power flow in a human head subject to impact loading*. *Journal of biomechanics*, 2006, vol.39, pp.284-292.

A1

Boîtes de dispersion des données expérimentales

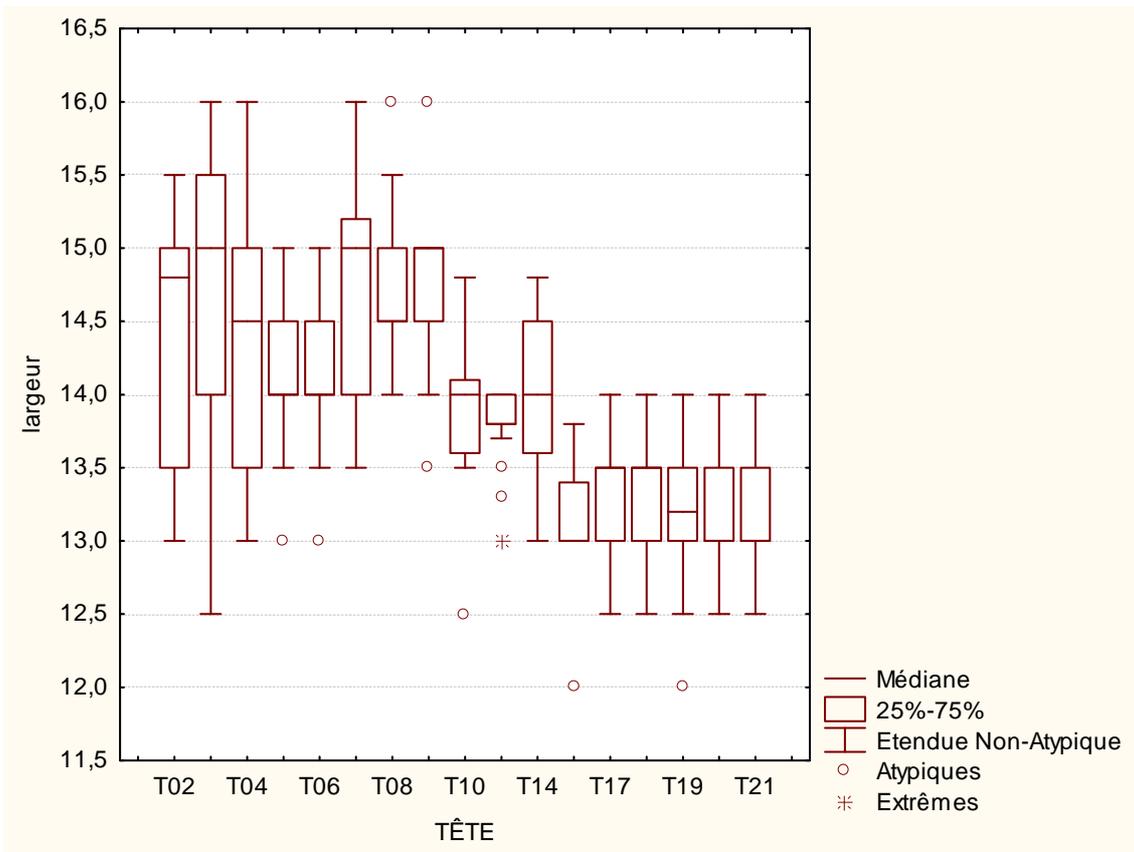


Figure A1-1 : Boîte de dispersion de la variable *largeur* pour chacune des 17 têtes

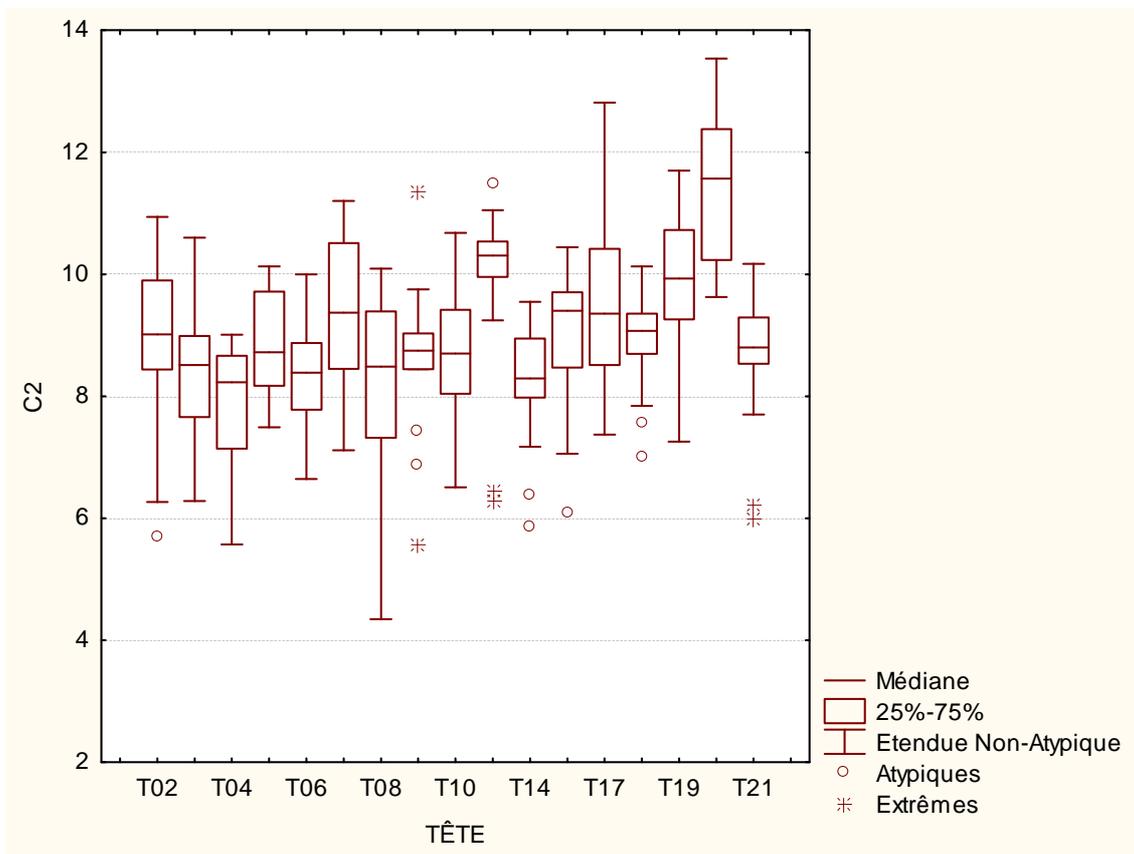


Figure A1-2 : Boîte de dispersion de la variable *C2* pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

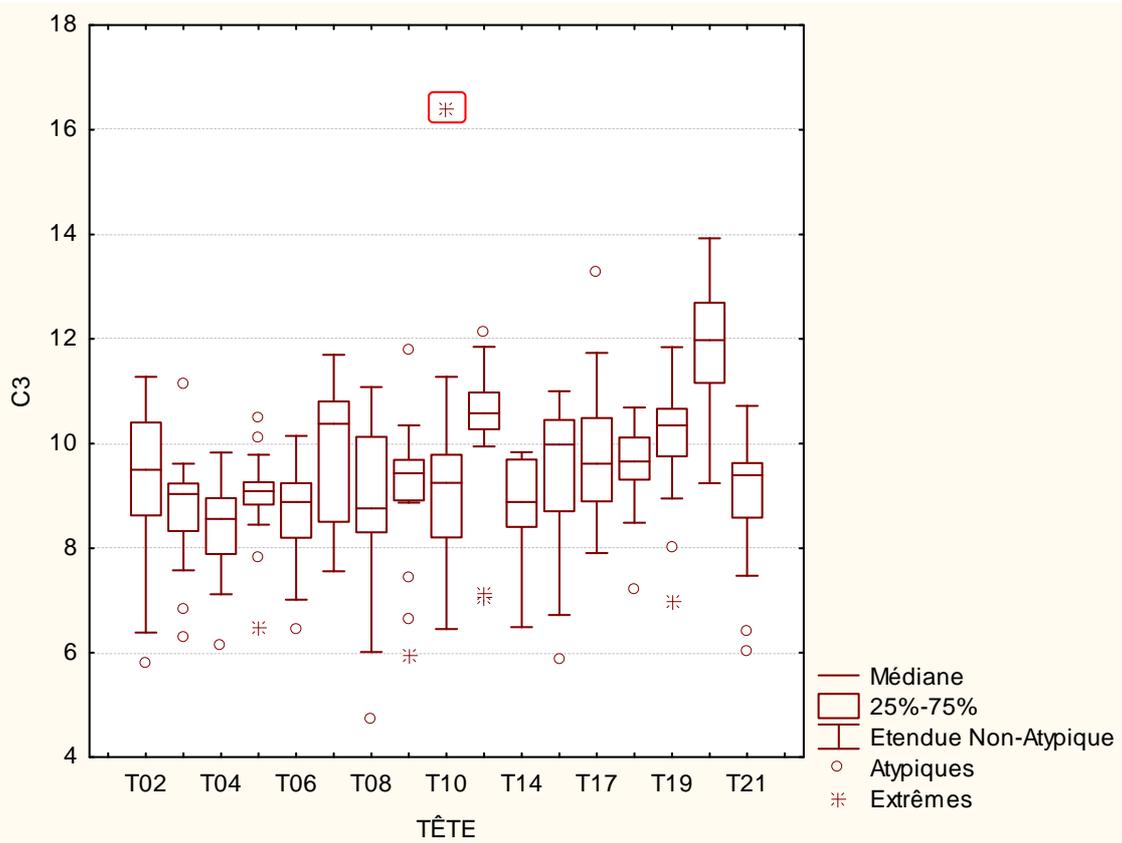


Figure A1-3 : Boîte de dispersion de la variable C3 pour chacune des 17 têtes

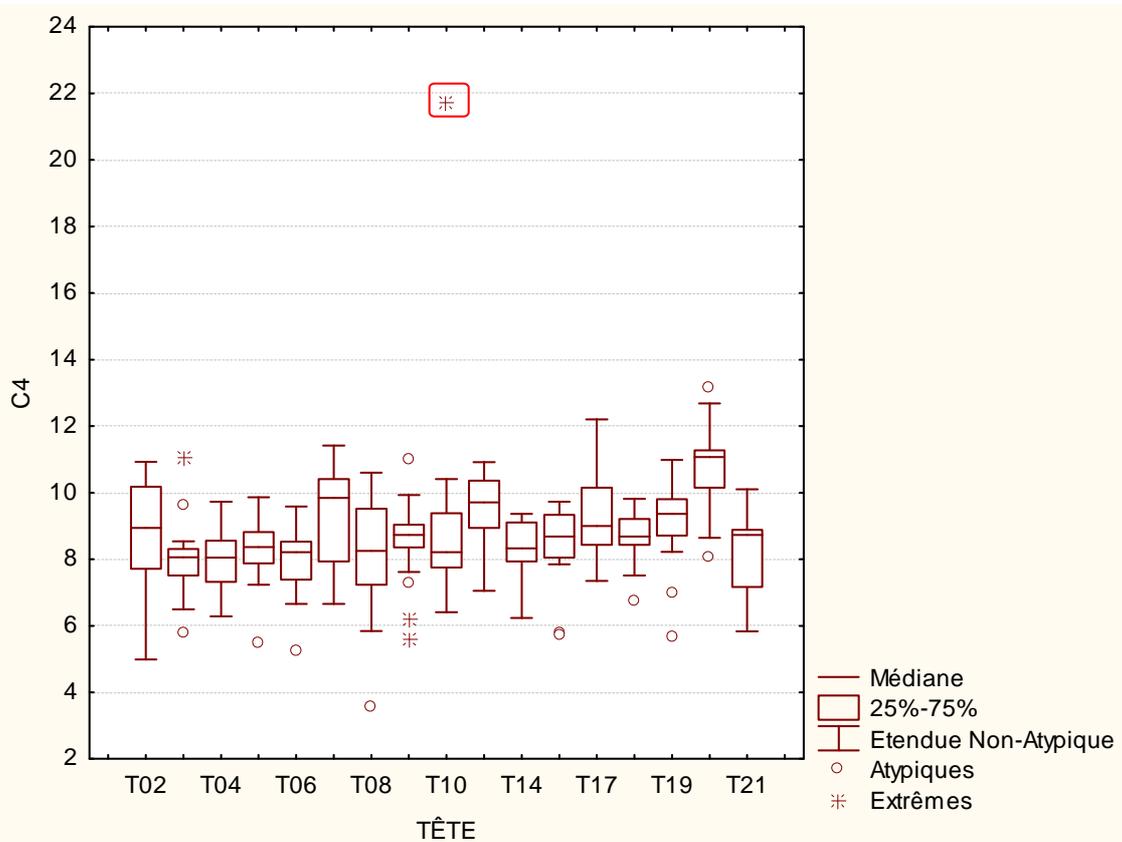


Figure A1-4 : Boîte de dispersion de la variable C4 pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

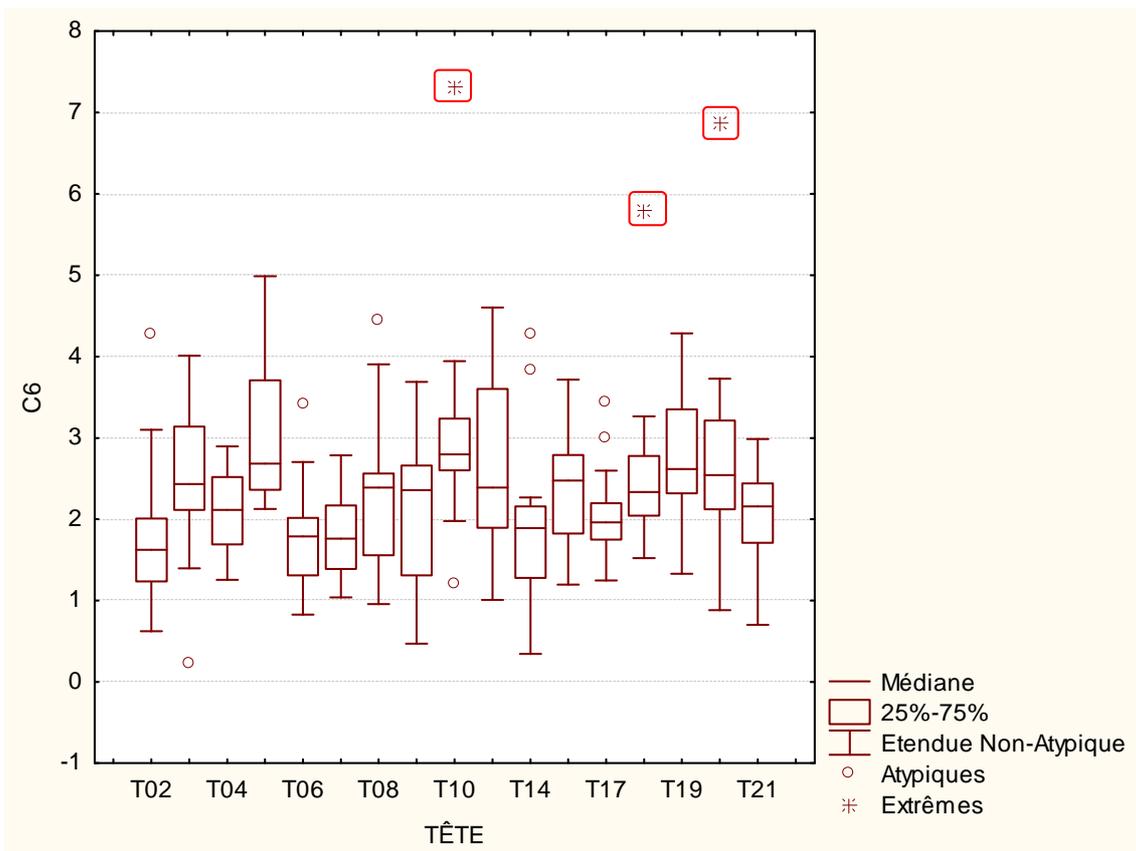


Figure A1-5 : Boîte de dispersion de la variable C6 pour chacune des 17 têtes

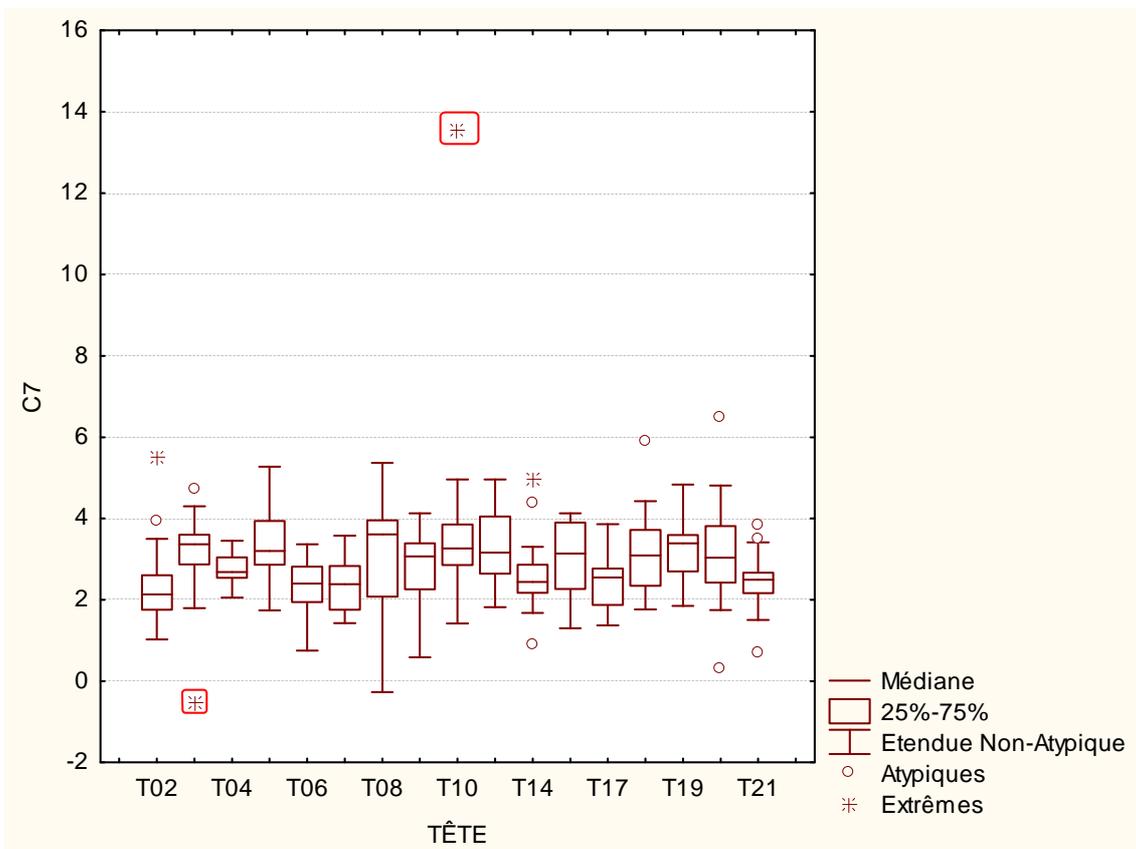


Figure A1-6 : Boîte de dispersion de la variable C7 pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

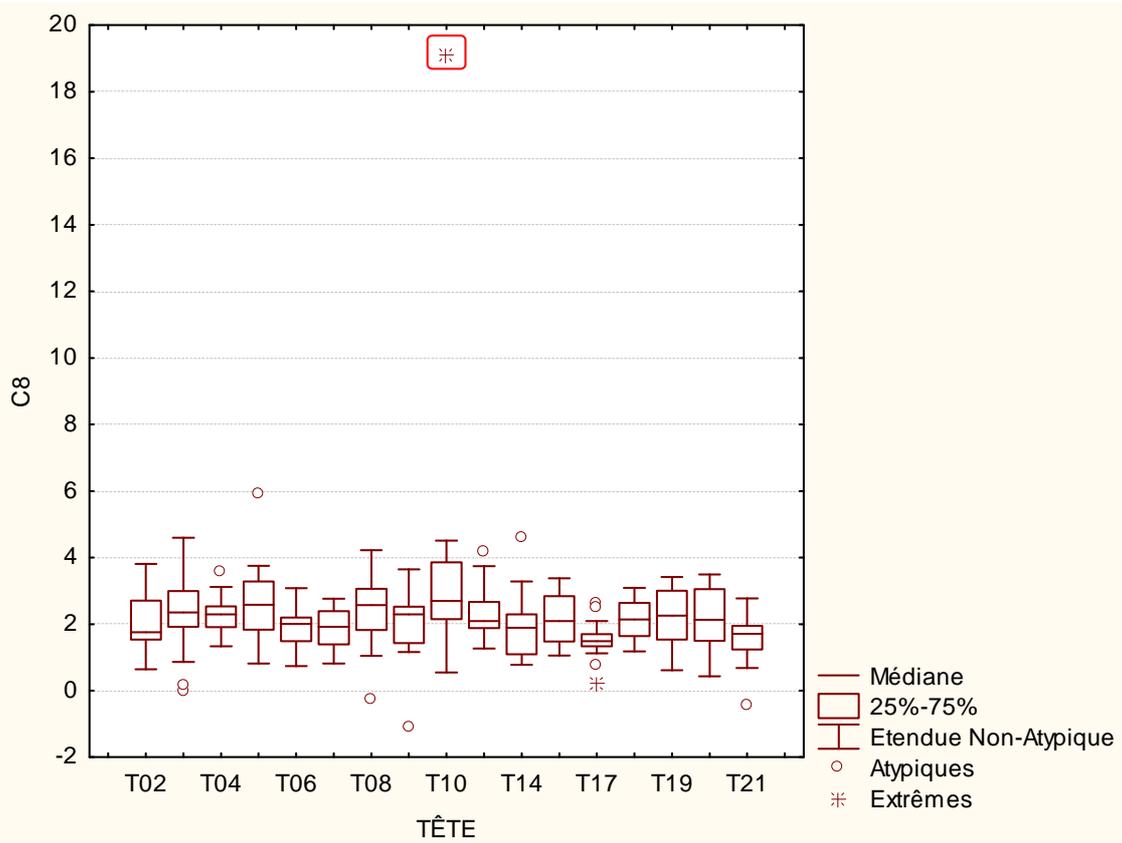


Figure A1-7 : Boîte de dispersion de la variable $C8$ pour chacune des 17 têtes

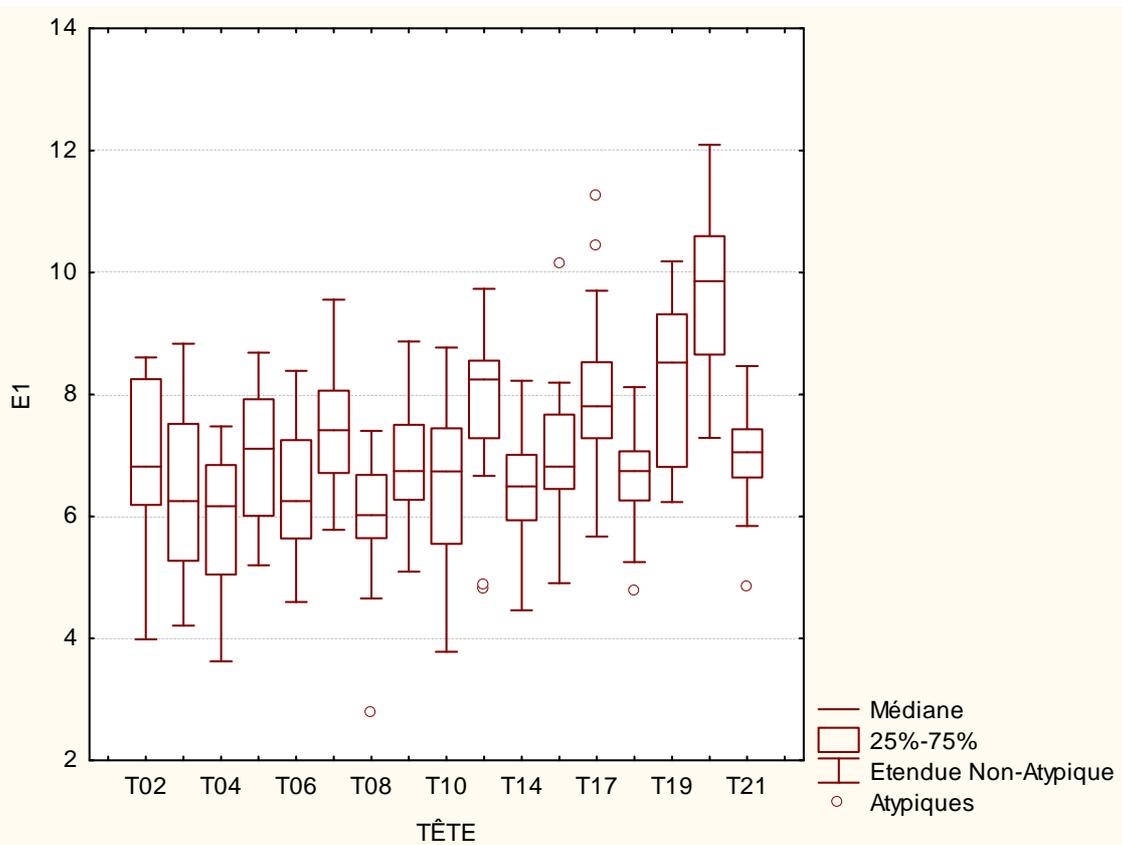


Figure A1-8 : Boîte de dispersion de la variable $E1$ pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

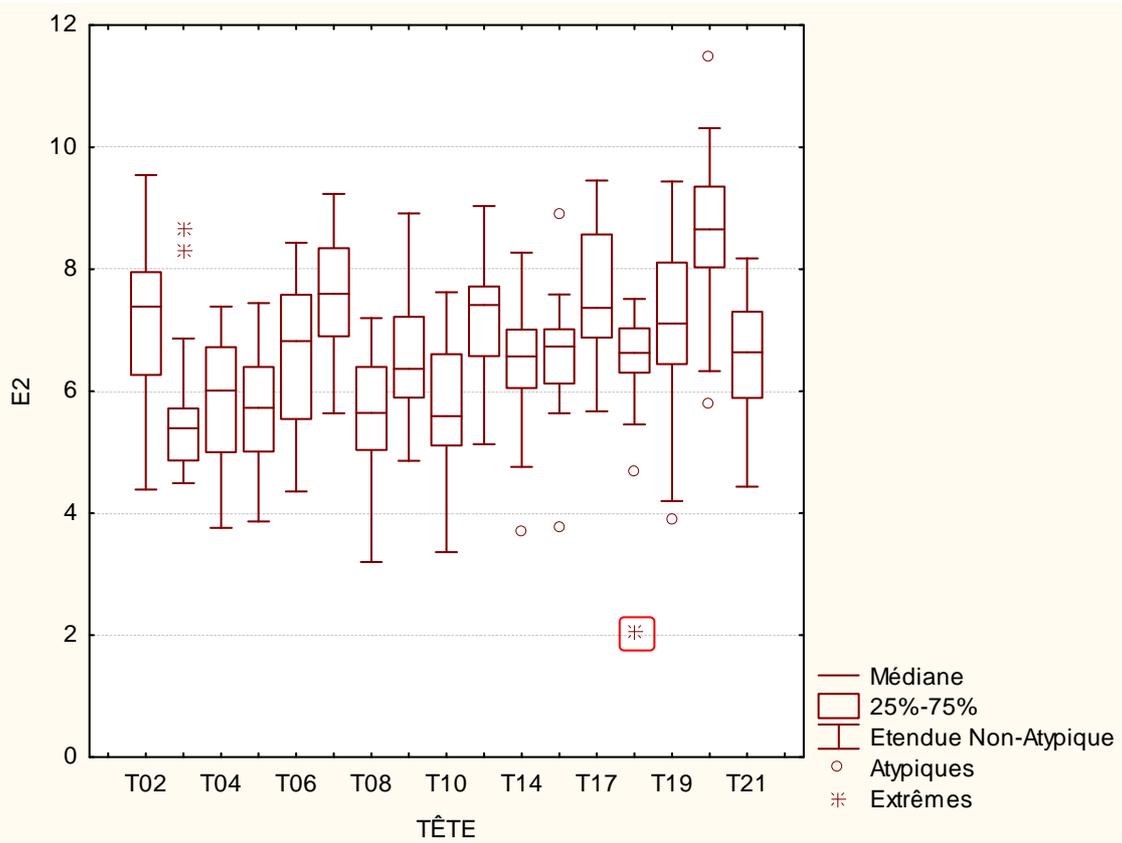


Figure A1-9 : Boîte de dispersion de la variable E2 pour chacune des 17 têtes

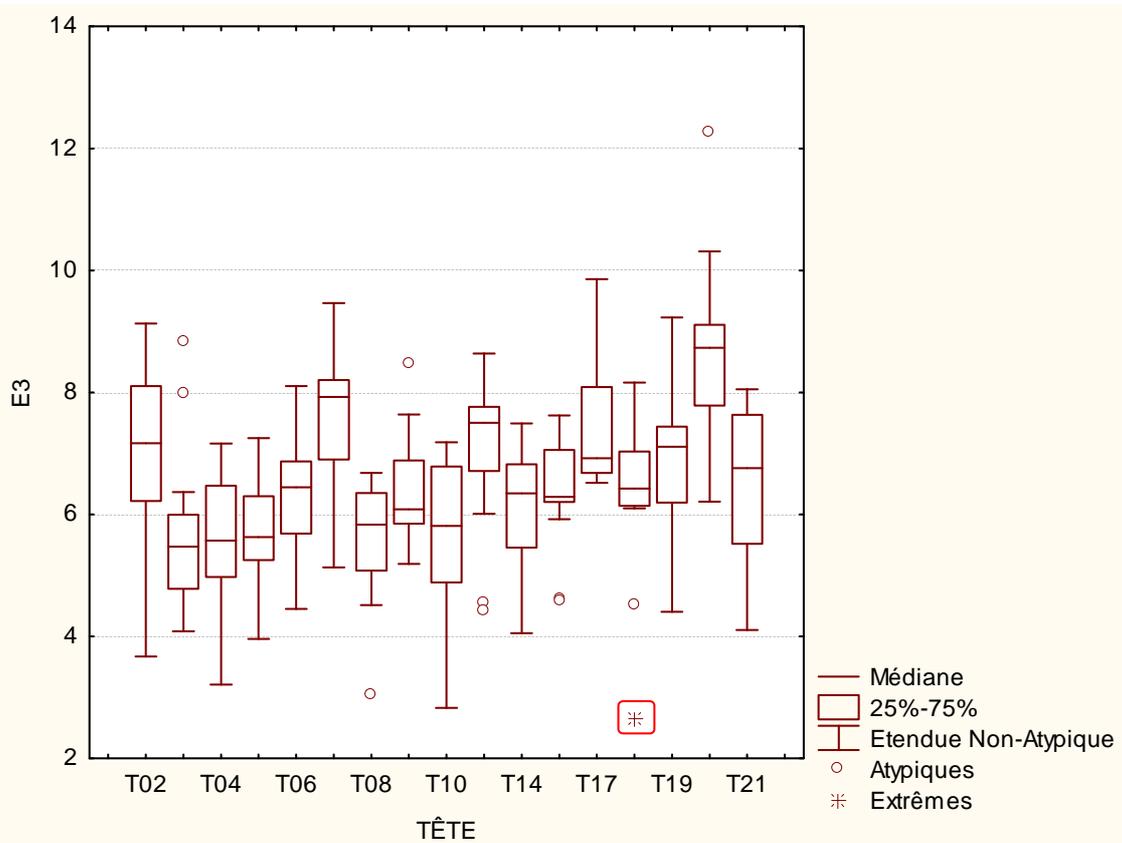


Figure A1-10 : Boîte de dispersion de la variable E3 pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

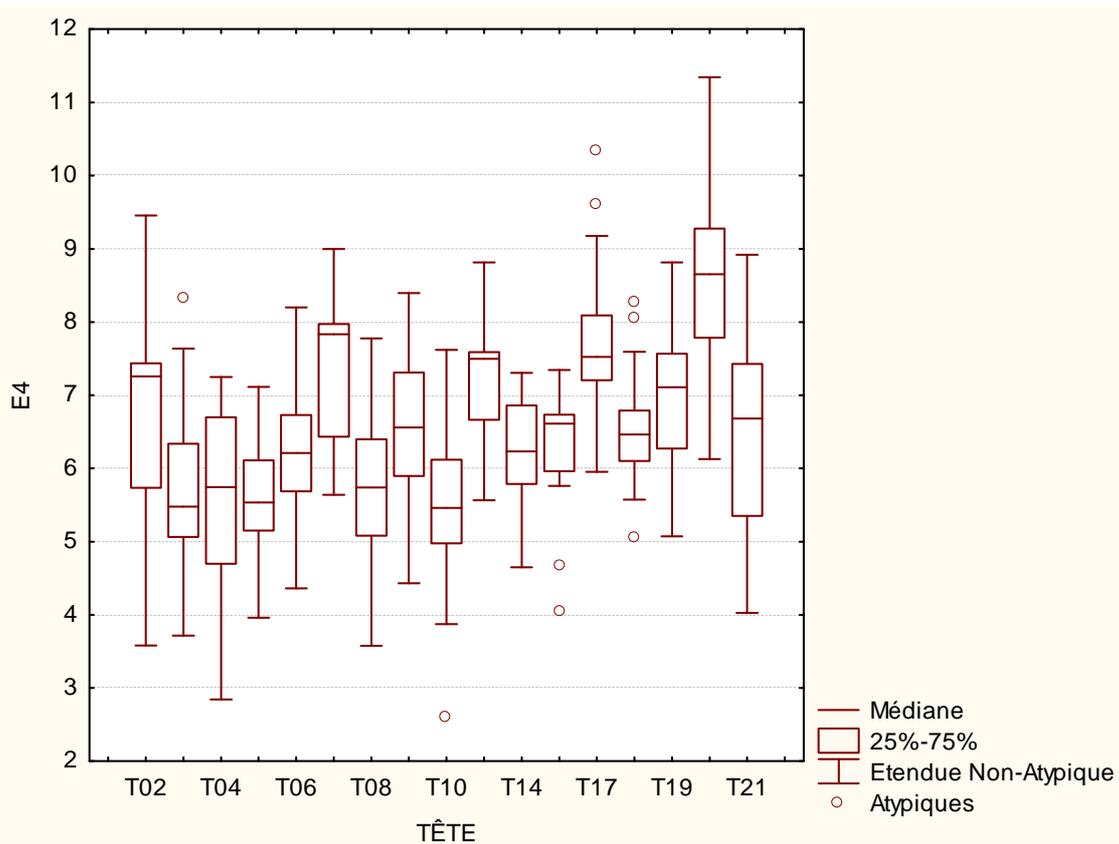


Figure A1-11 : Boîte de dispersion de la variable $E4$ pour chacune des 17 têtes

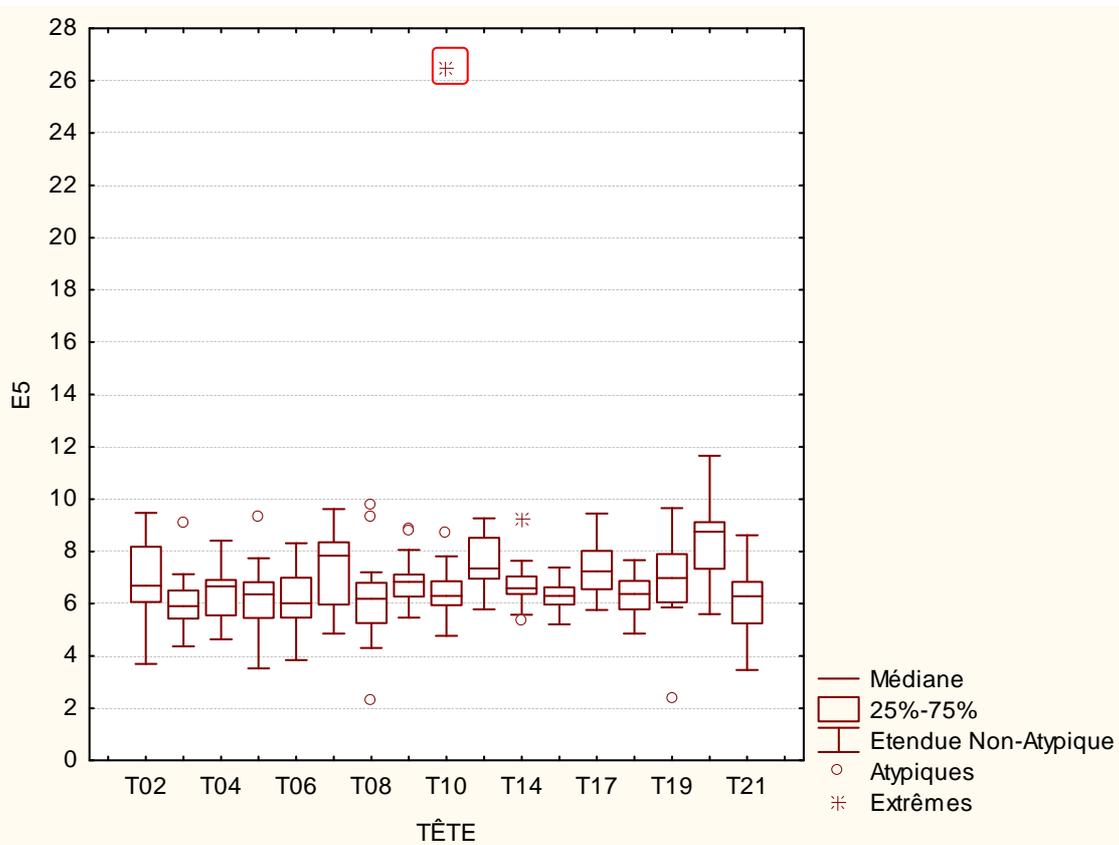


Figure A1-12 : Boîte de dispersion de la variable $E5$ pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

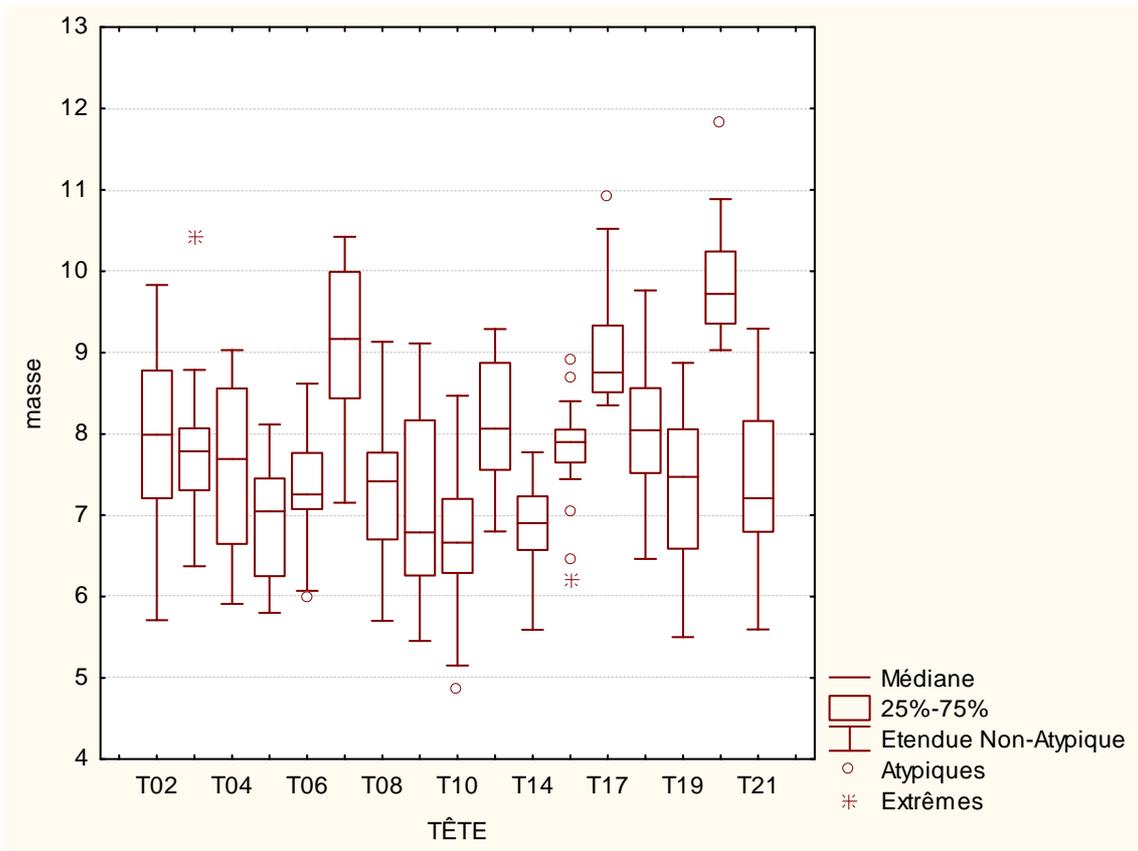


Figure A1-13 : Boîte de dispersion de la variable *masse* pour chacune des 17 têtes

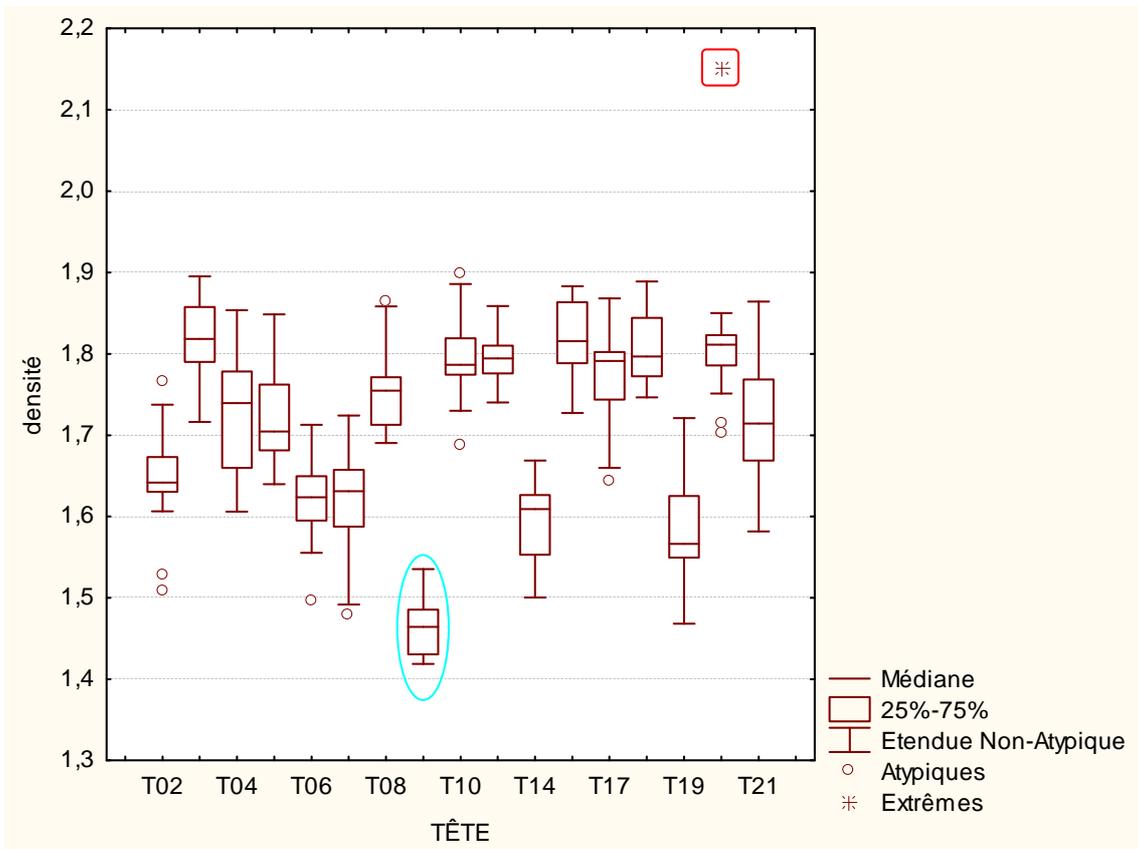


Figure A1-14 : Boîte de dispersion de la variable *densité* pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

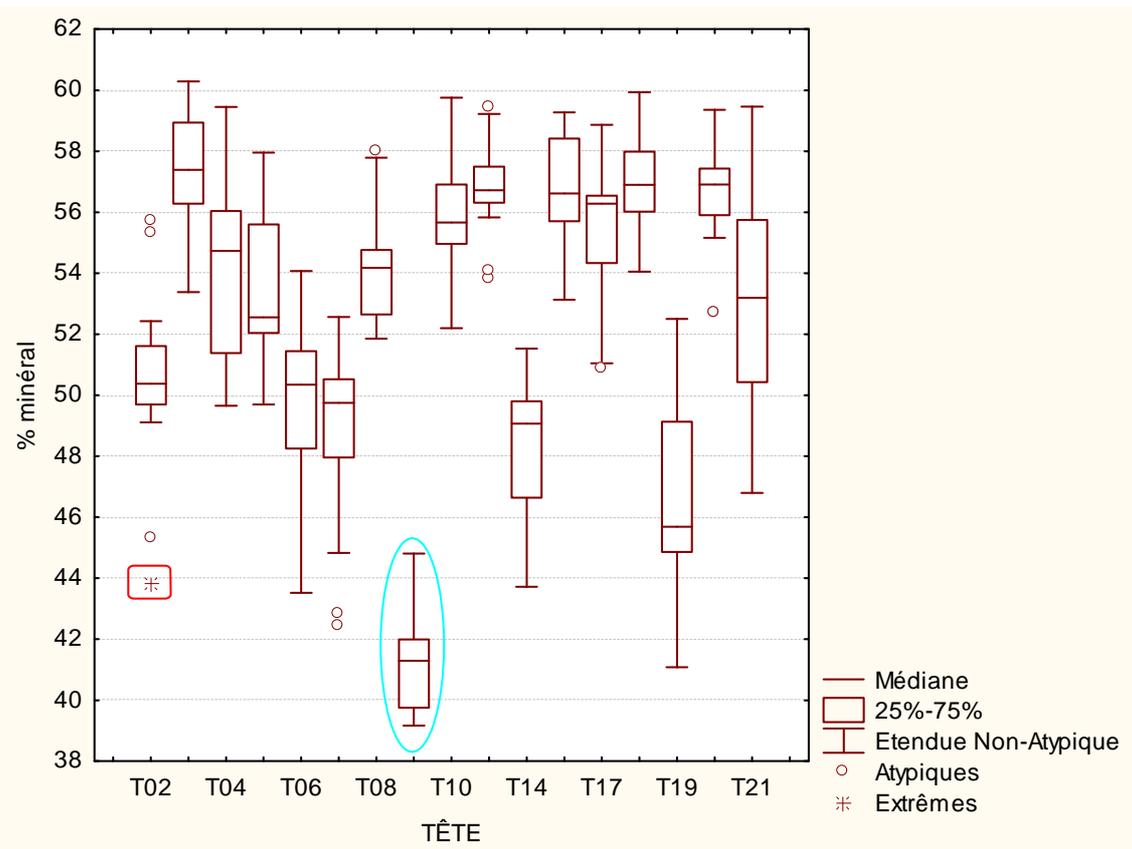


Figure A1-15 : Boîte de dispersion de la variable *%minéral* pour chacune des 17 têtes

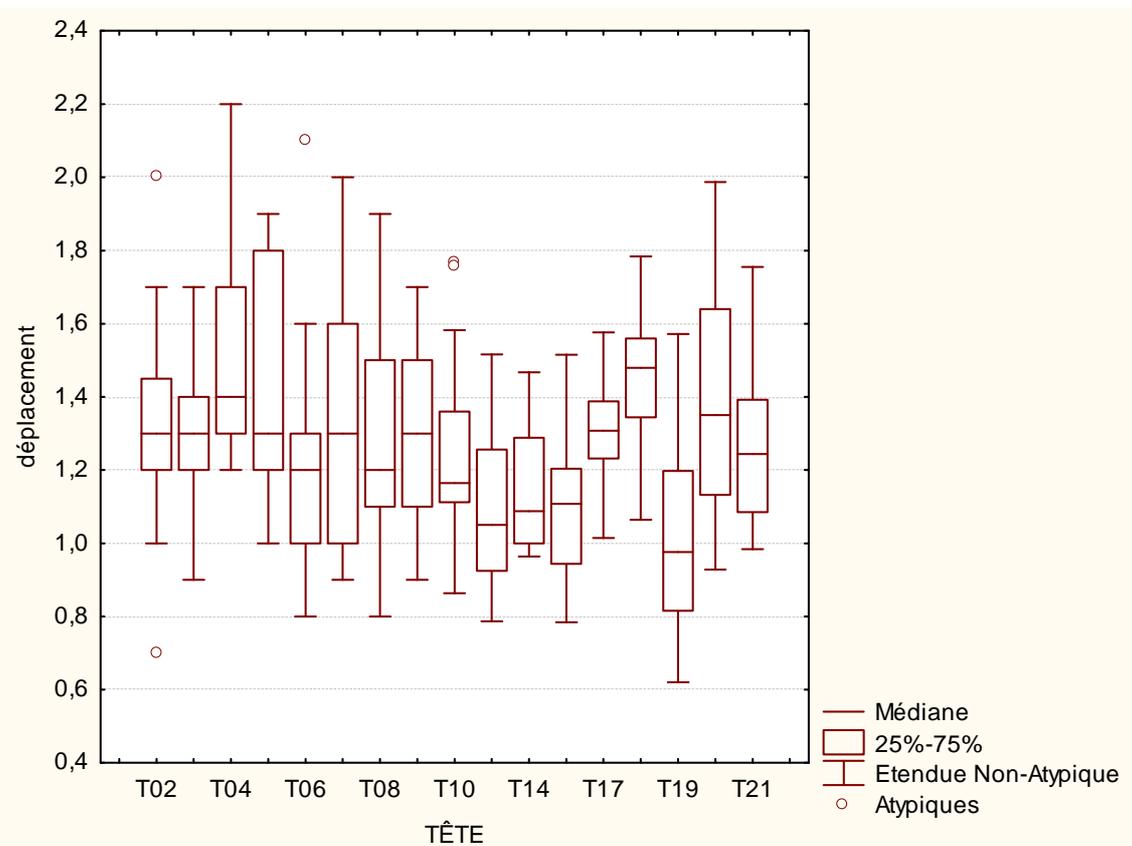


Figure A1-16 : Boîte de dispersion de la variable *déplacement* pour chacune des 17 têtes

A1. Boîtes de dispersion des données expérimentales

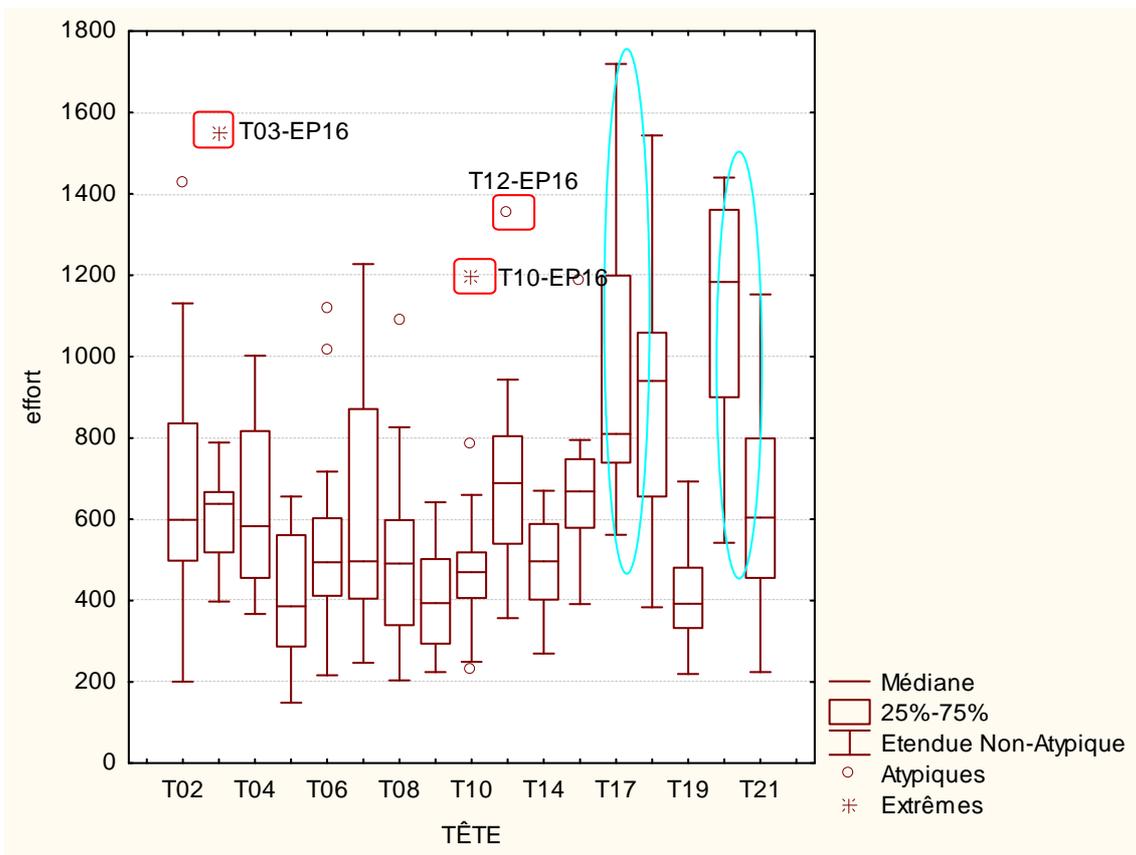


Figure A1-17 : Boîte de dispersion de la variable *effort* pour chacune des 17 têtes

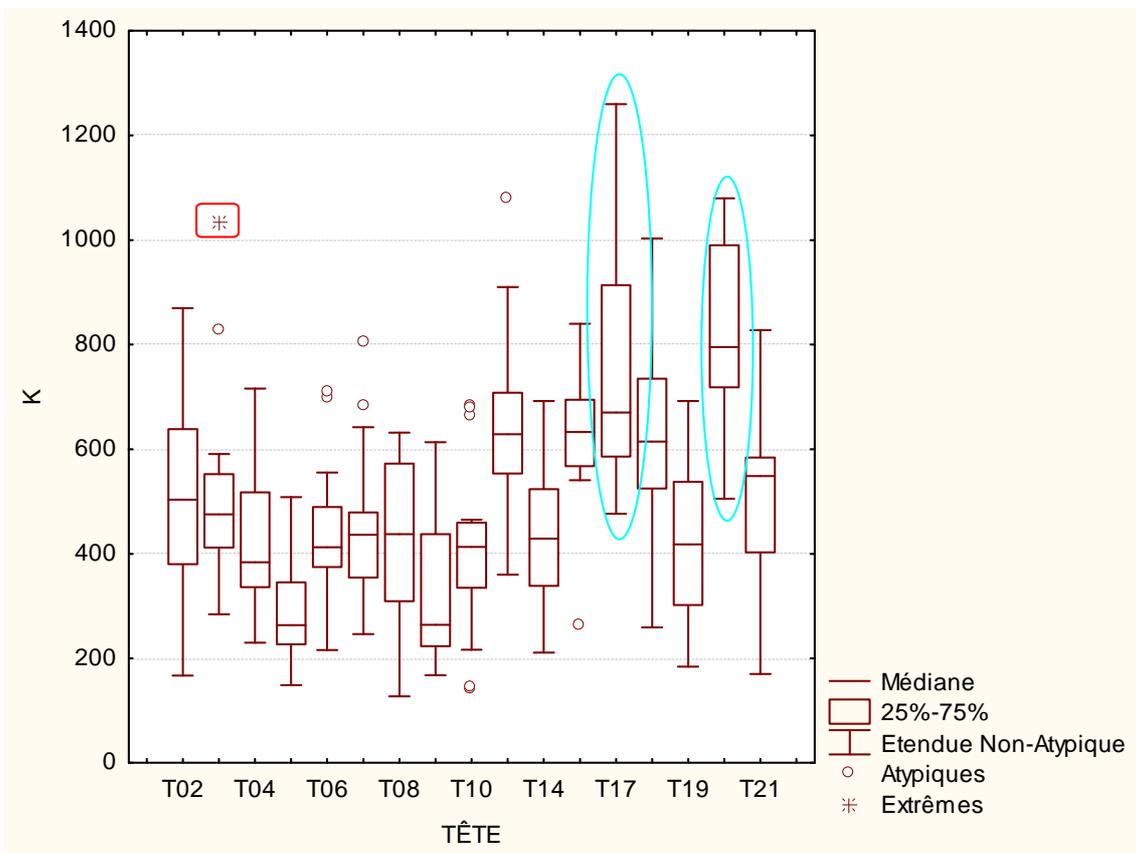


Figure A1-18 : Boîte de dispersion de la variable *K* pour chacune des 17 têtes

A2

Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

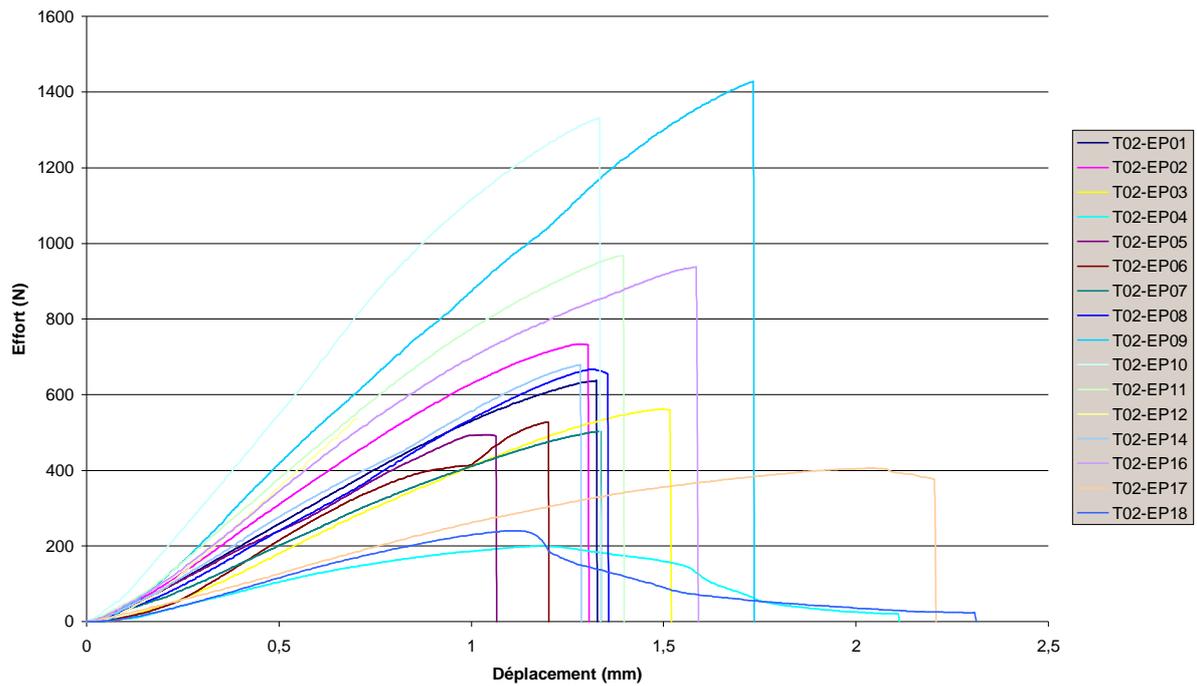


Figure A2-1 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T02.

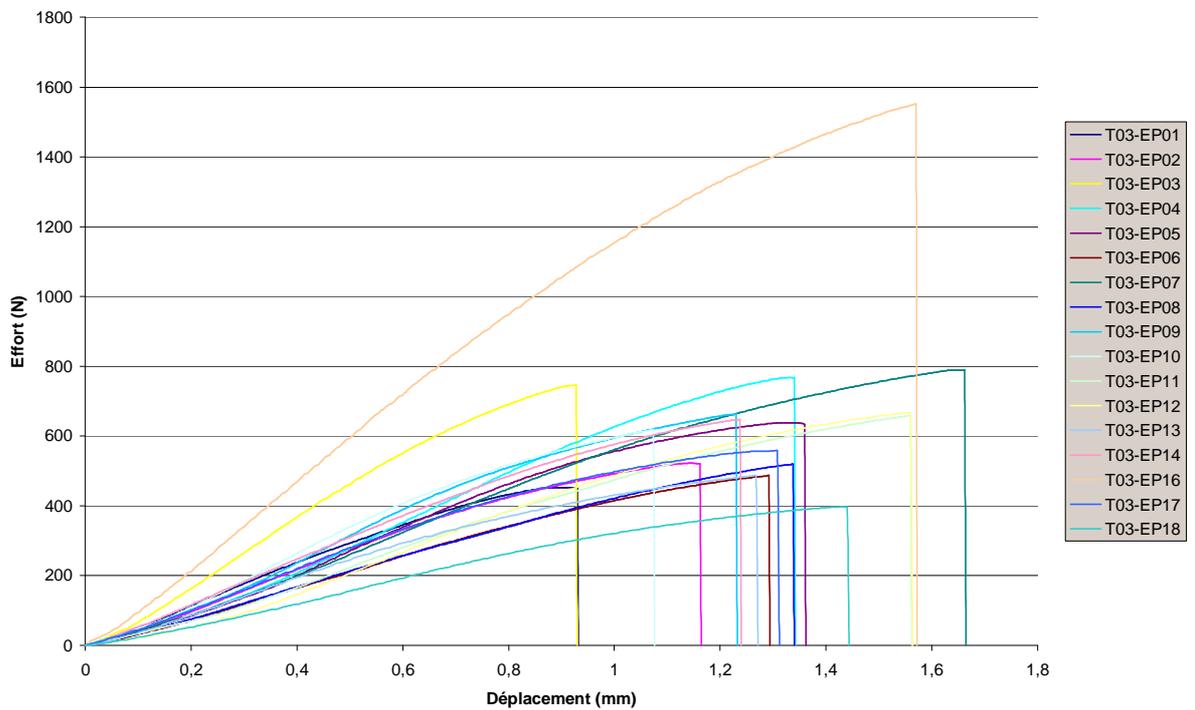


Figure A2-2 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T03.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

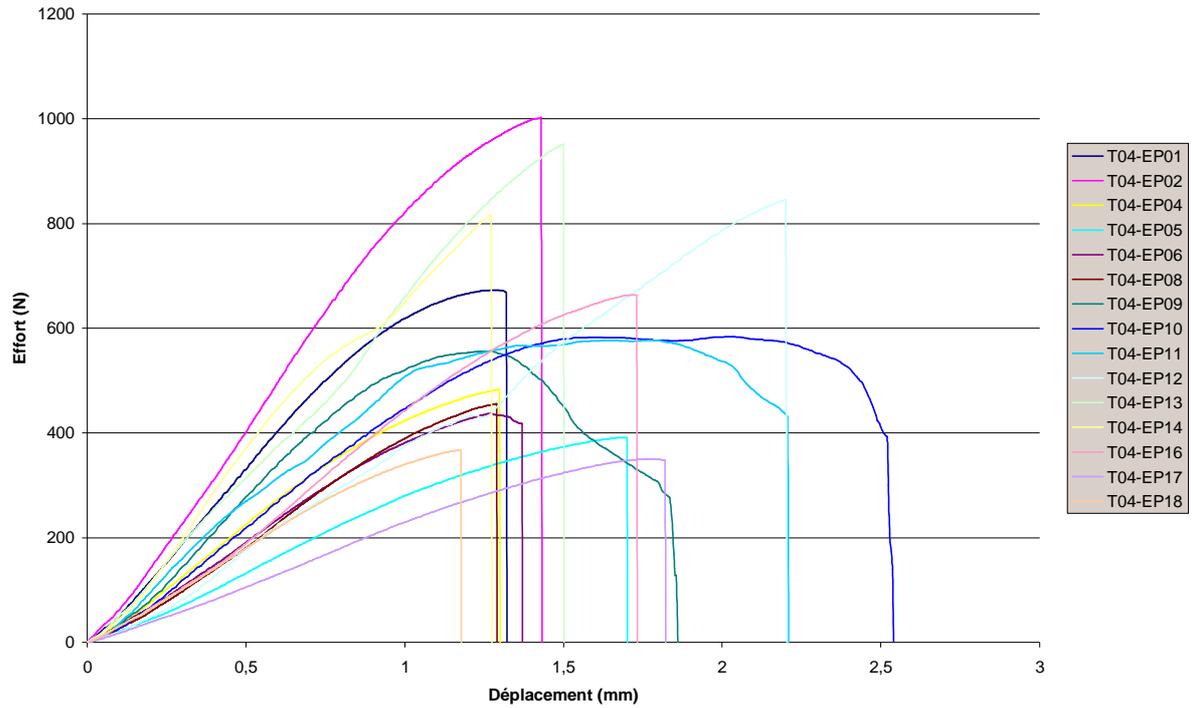


Figure A2-3 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T04.

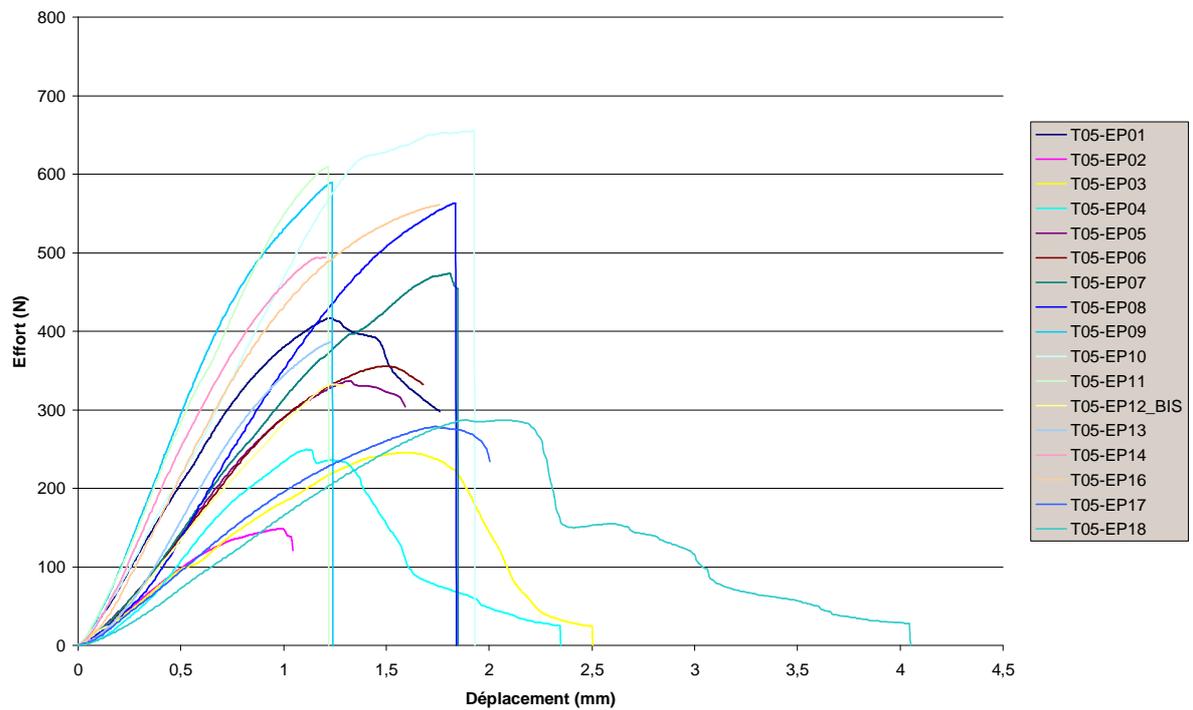


Figure A2-4 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T05.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

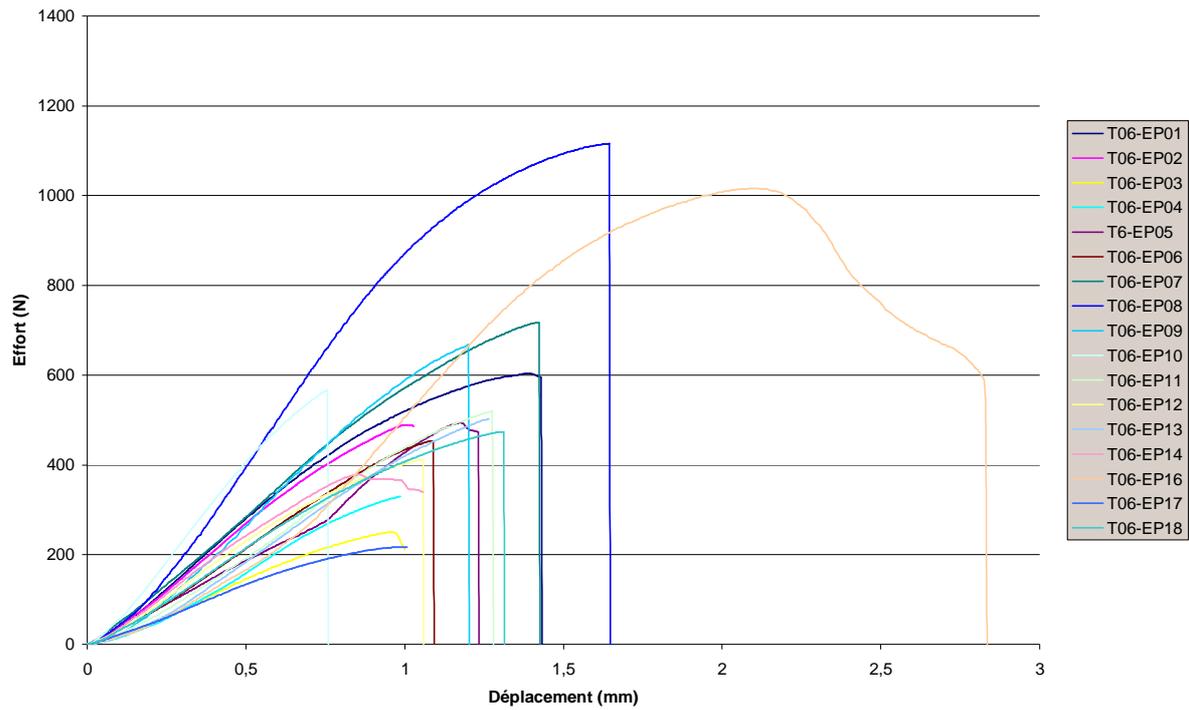


Figure A2-5 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T06.

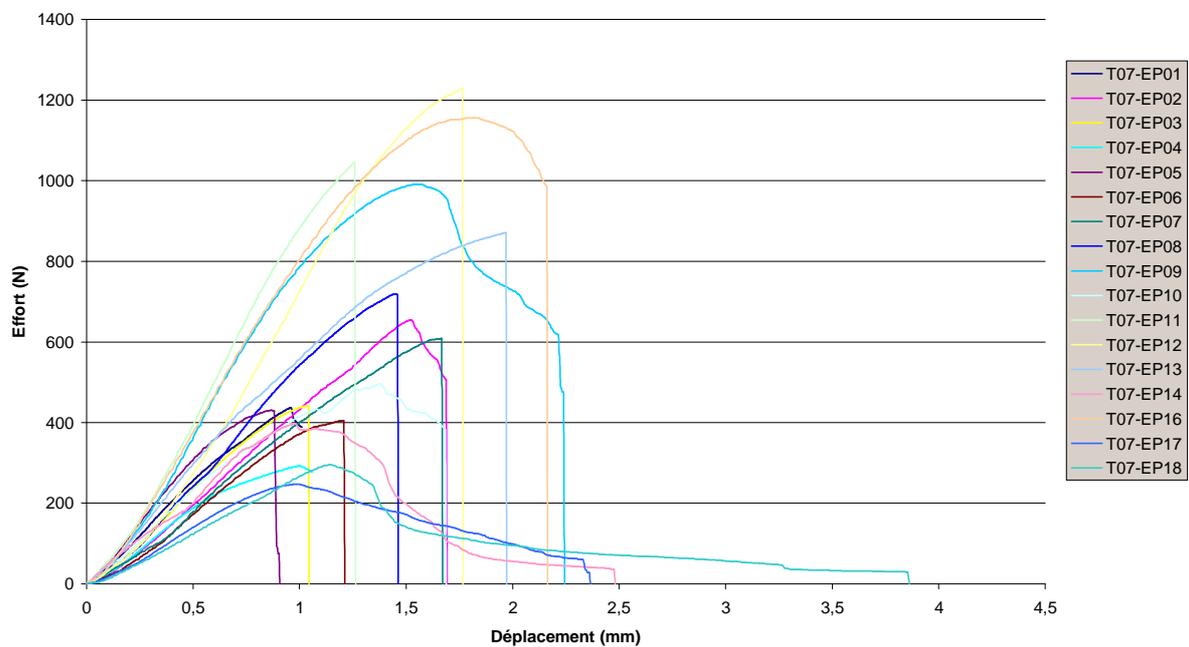


Figure A2-6 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T07.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

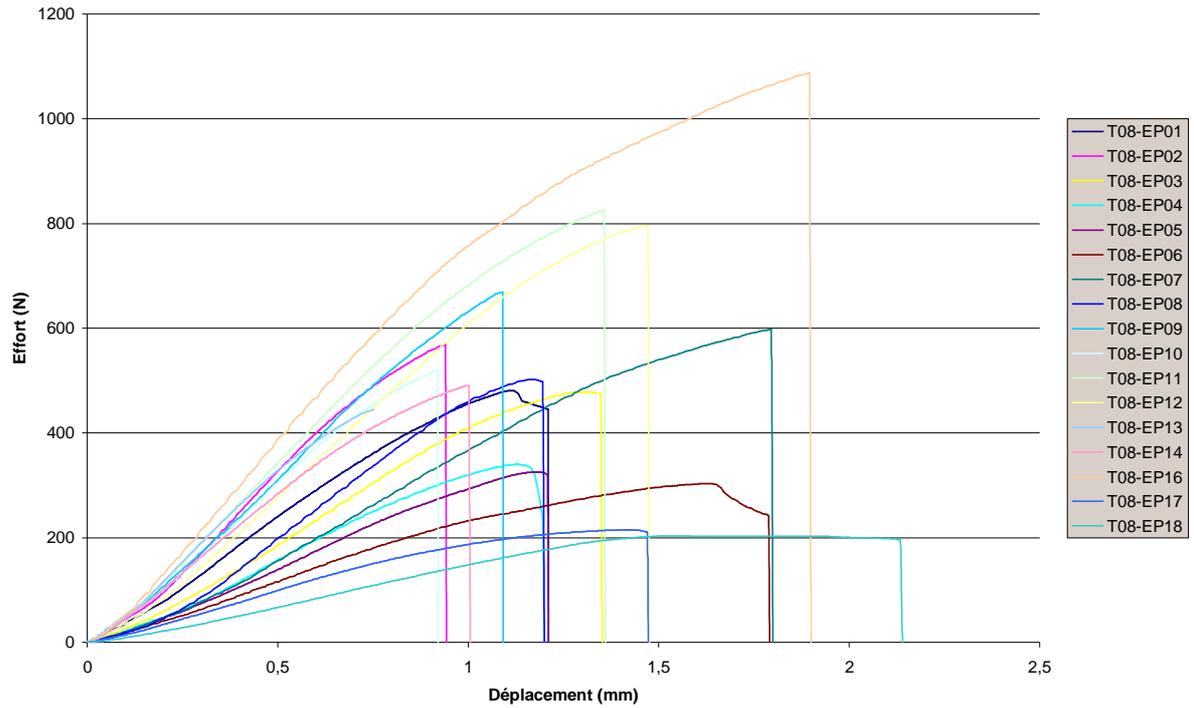


Figure A2-7 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T08.

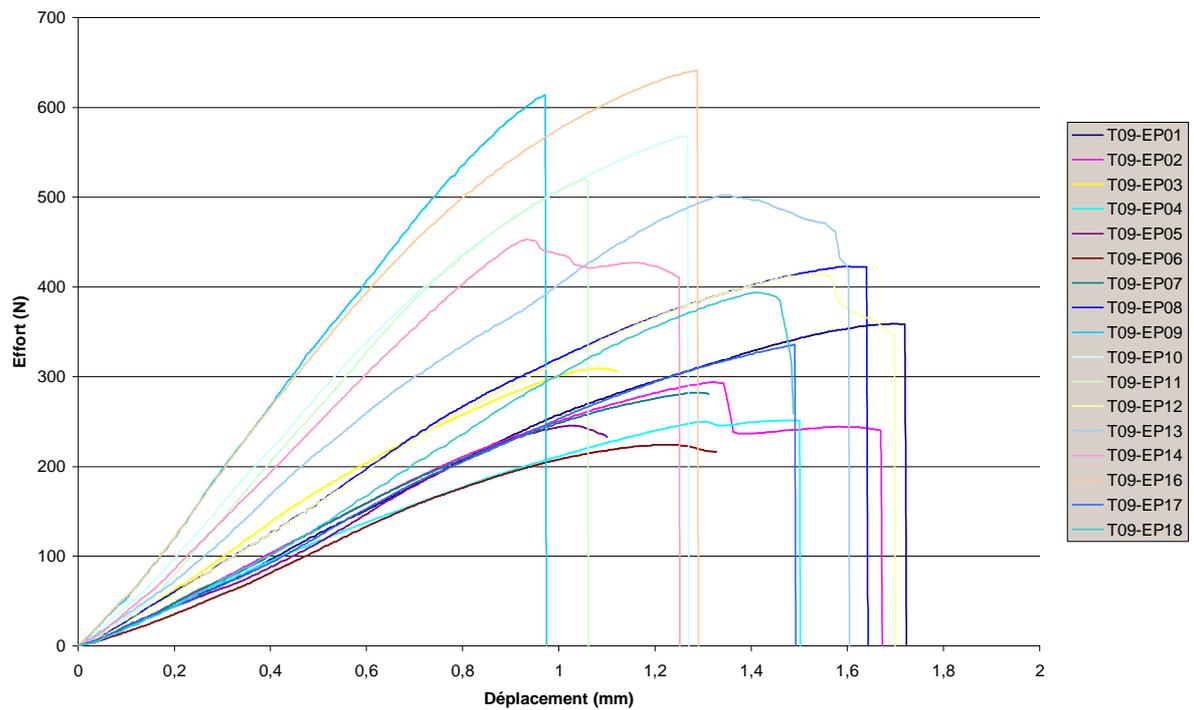


Figure A2-8 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T09.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

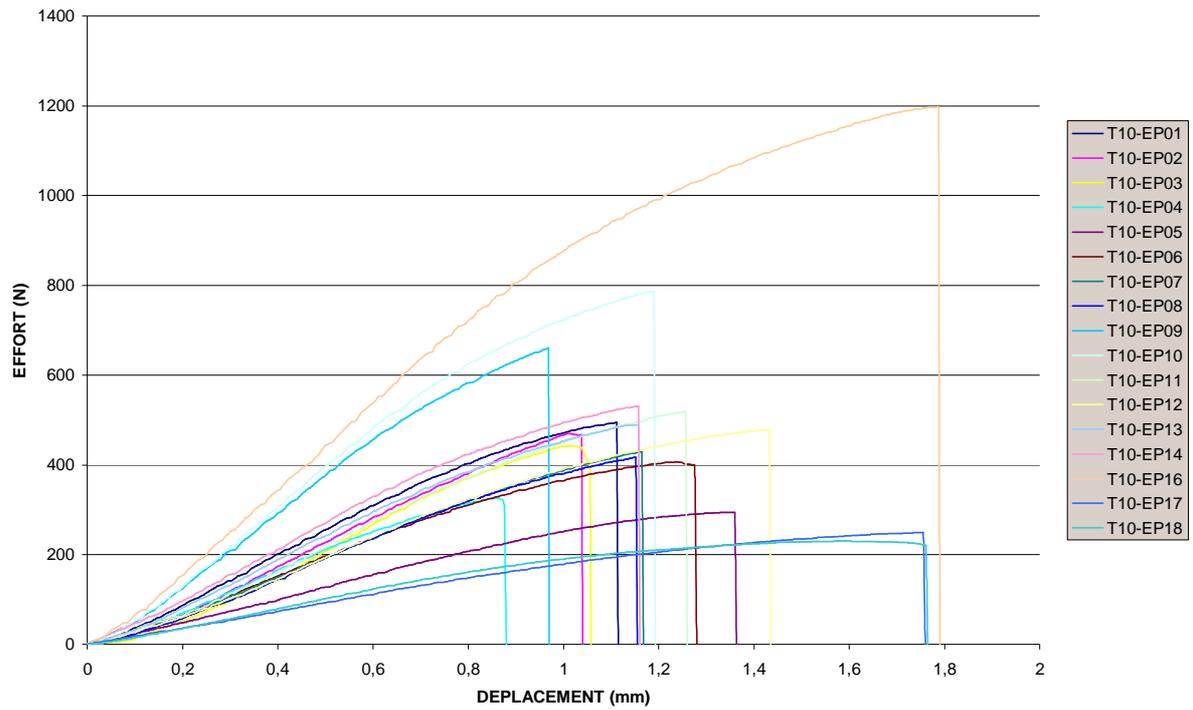


Figure A2-9 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T10.

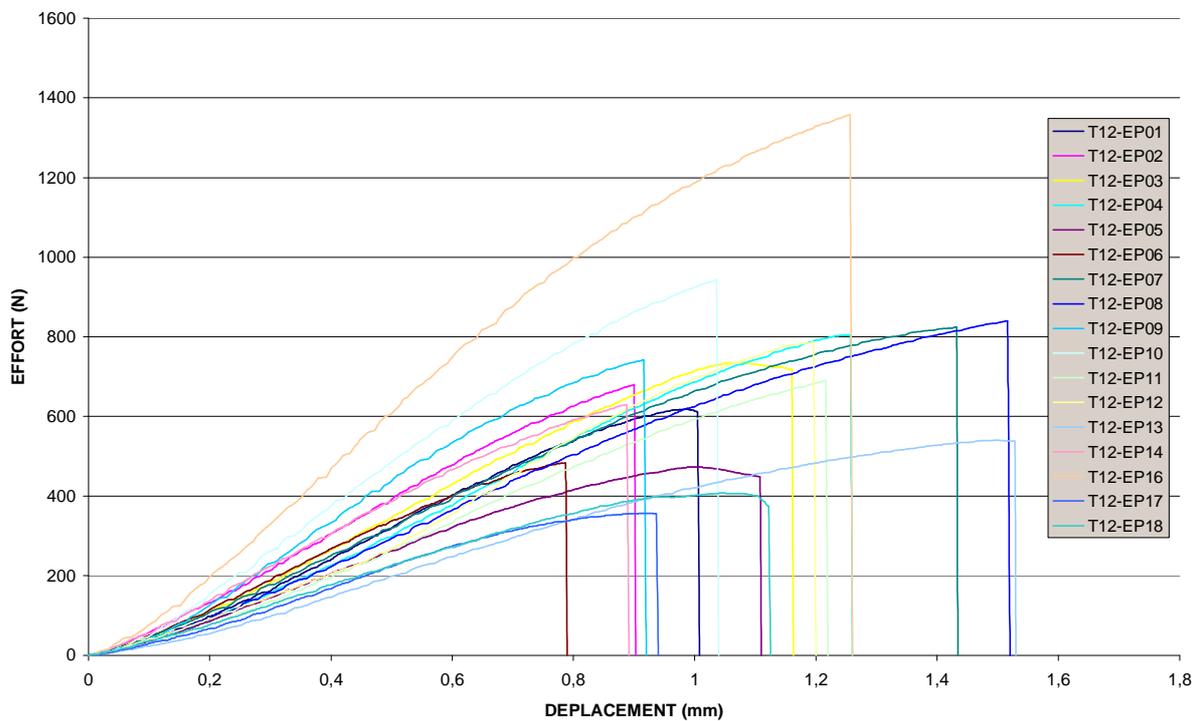


Figure A2-10 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T12.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

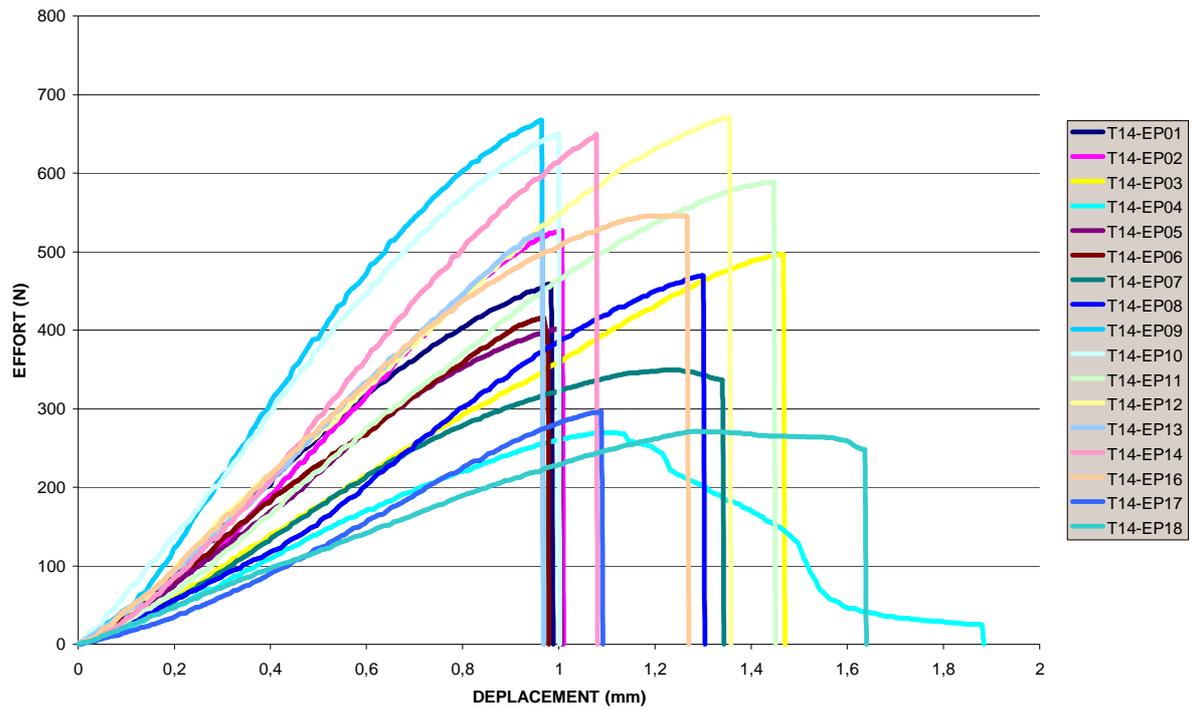


Figure A2-11 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T14.

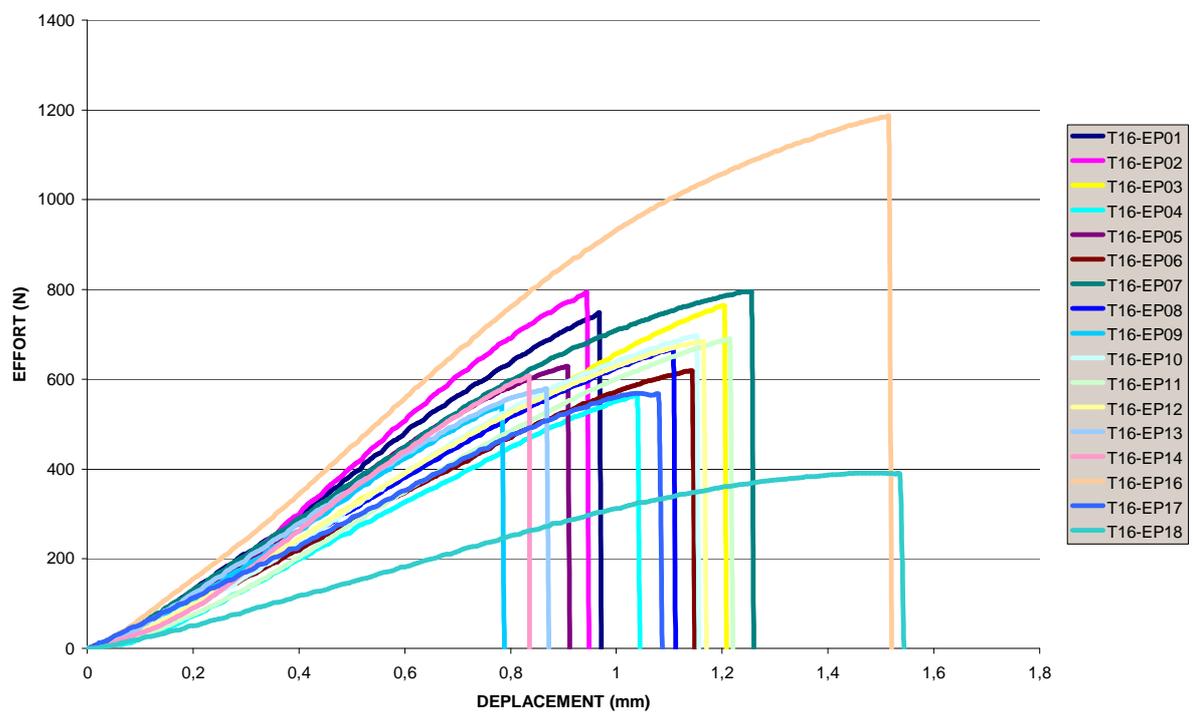


Figure A2-12 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T16.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

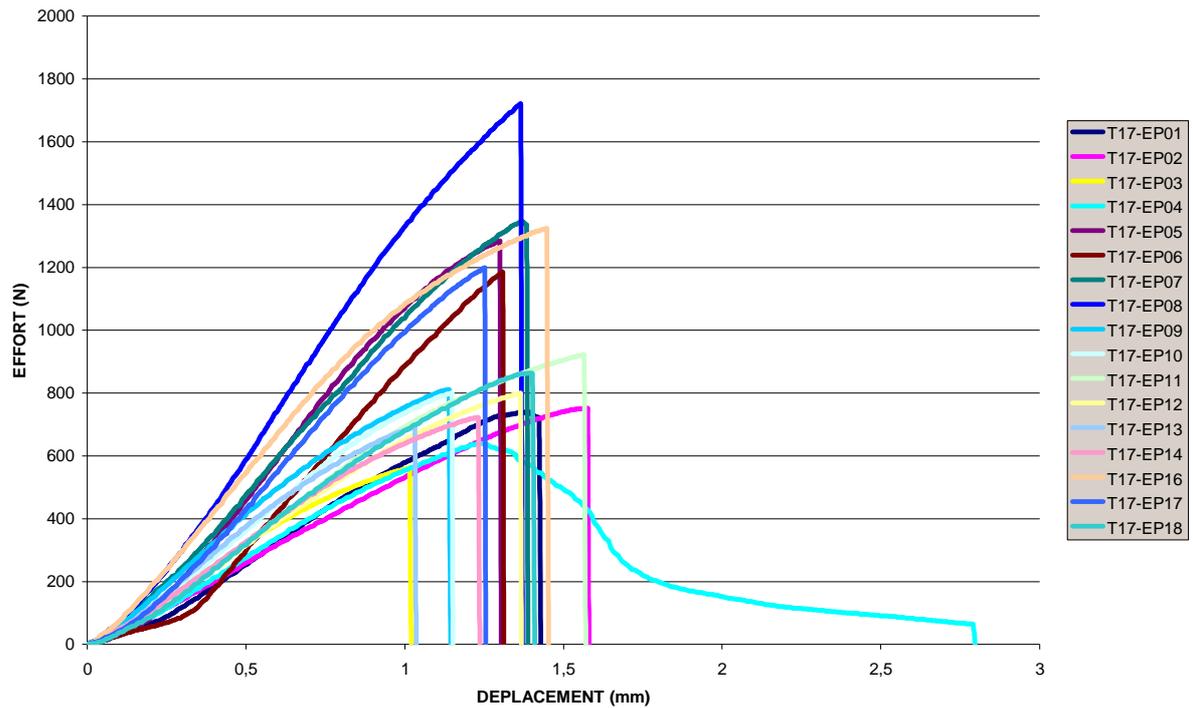


Figure A2-13 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T17.

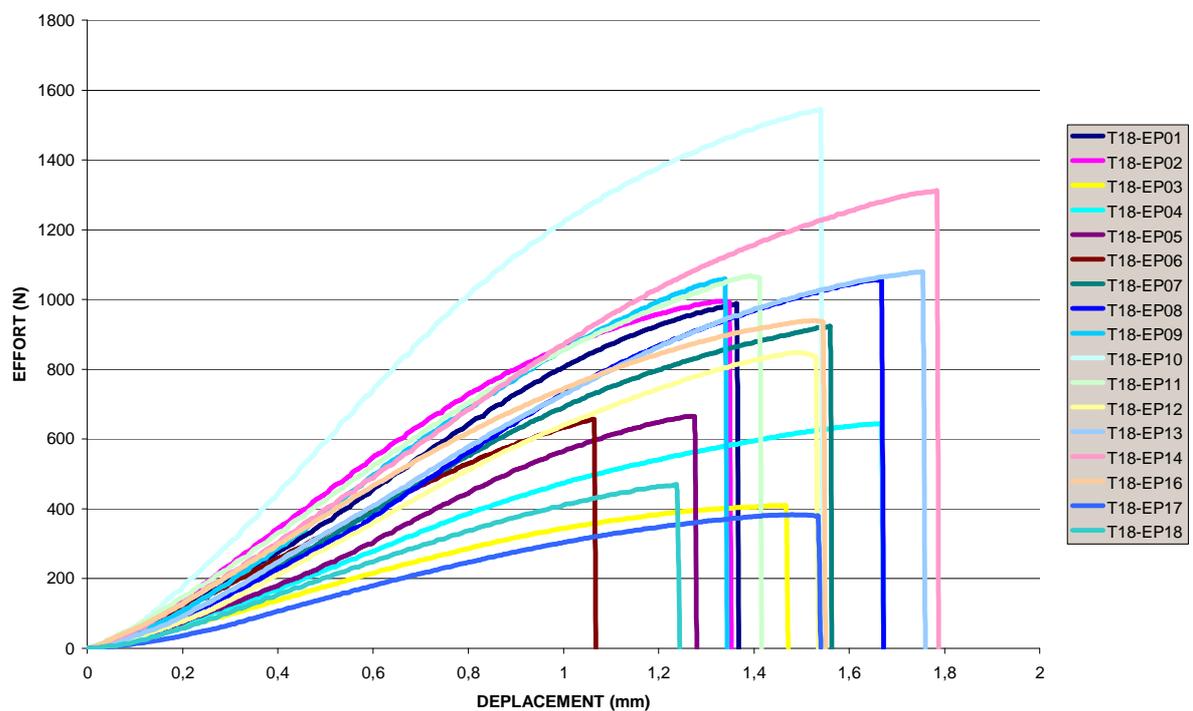


Figure A2-14 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T18.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

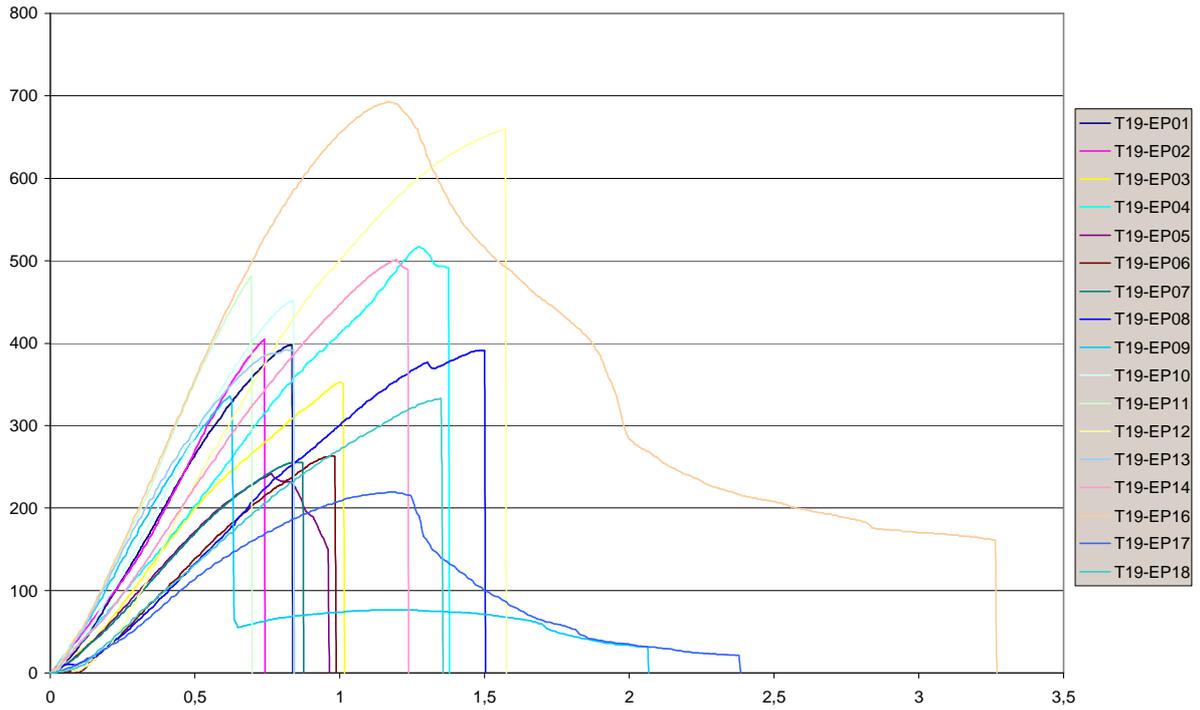


Figure A2-15 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T19.

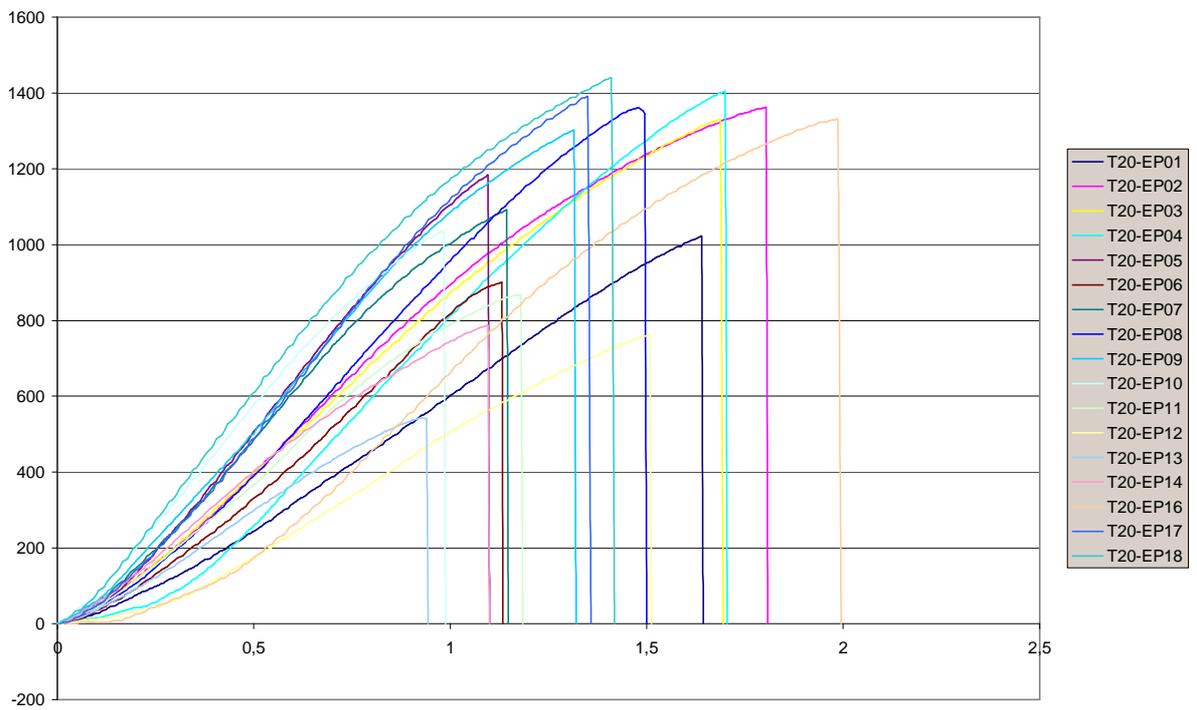


Figure A2-16 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T20.

A2. Courbes Effort / Déplacement pour les essais de flexion 3 points quasi-statique

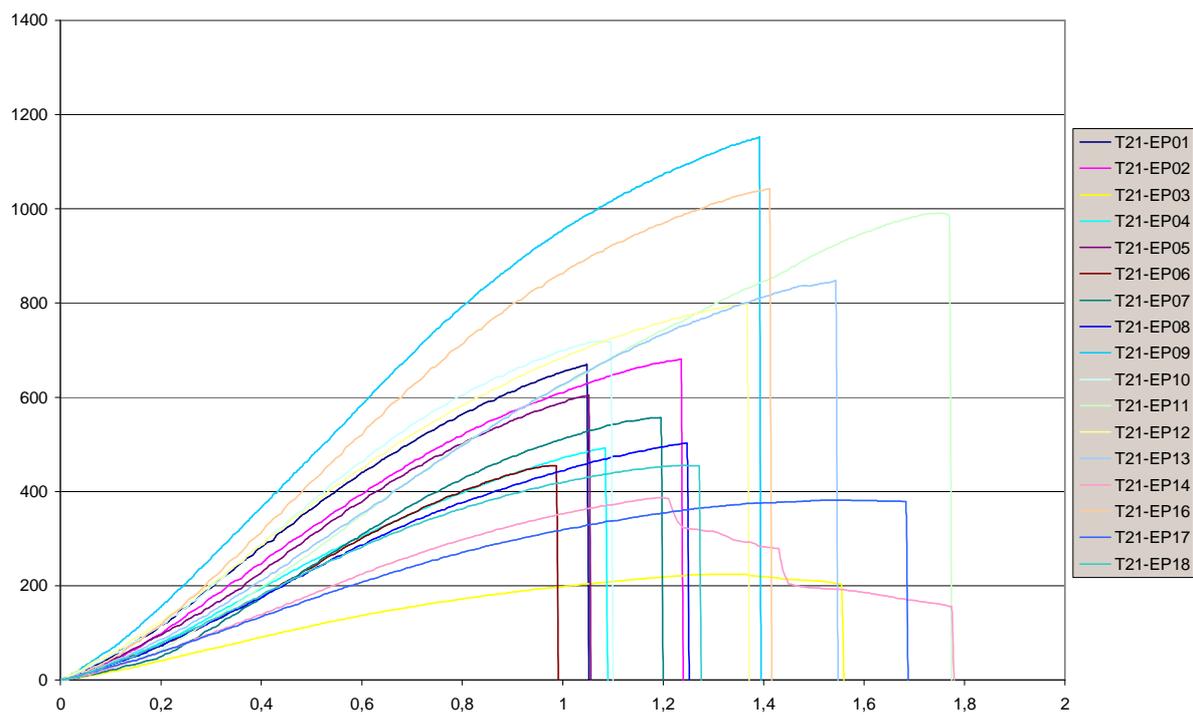


Figure A2-17 : Courbes Effort / Déplacement pour les éprouvettes de la calotte crânienne T21.

A3

Histogrammes et test de Kolmogorov Smirnov des données expérimentales

Le test de Kolmogorov-Smirnov est basé sur la différence maximale notée D entre la distribution des fréquences relatives cumulées observées (donc de l'échantillon) et celle d'une distribution cumulée théorique. Cette distribution théorique étant représentée ici par la loi normale N .

On souhaite tester l'hypothèse

H_0 : « la distribution suit une loi normale » contre l'hypothèse

H_1 : « la distribution ne suit pas une loi normale ».

Si H_0 est correcte pour un échantillon $X_i, i=1..n$, alors la fonction empirique doit approcher la loi normale. Pour tester cette hypothèse, il nous faut d'abord calculer la distance D comme suit :

$$D = \max_{i=1..n} \left\{ \left| N(x_i) - \frac{i}{n} \right|, \left| N(x_i) - \frac{i-1}{n} \right| \right\}$$

les valeurs de l'échantillon ayant été au préalable rangées dans l'ordre croissant.

Pour valider l'ajustement à la valeur théorique, on le compare à une valeur théorique dans une table de distribution selon un seuil prédéfini. Le seuil choisi ici est $p < 0.05$.

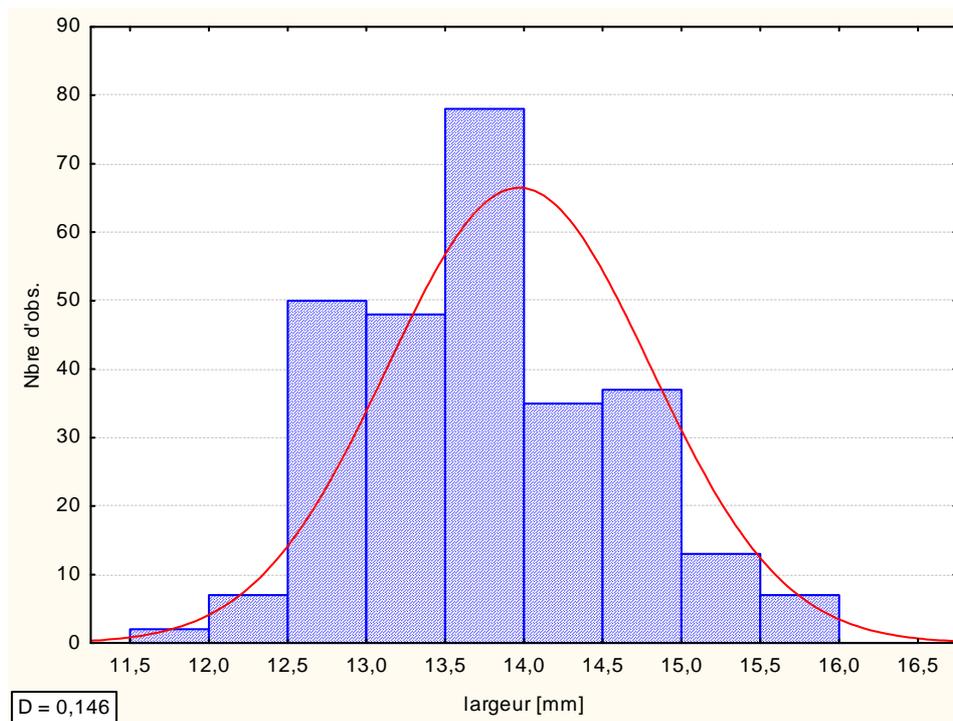


Figure A3-1 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable *largeur*.

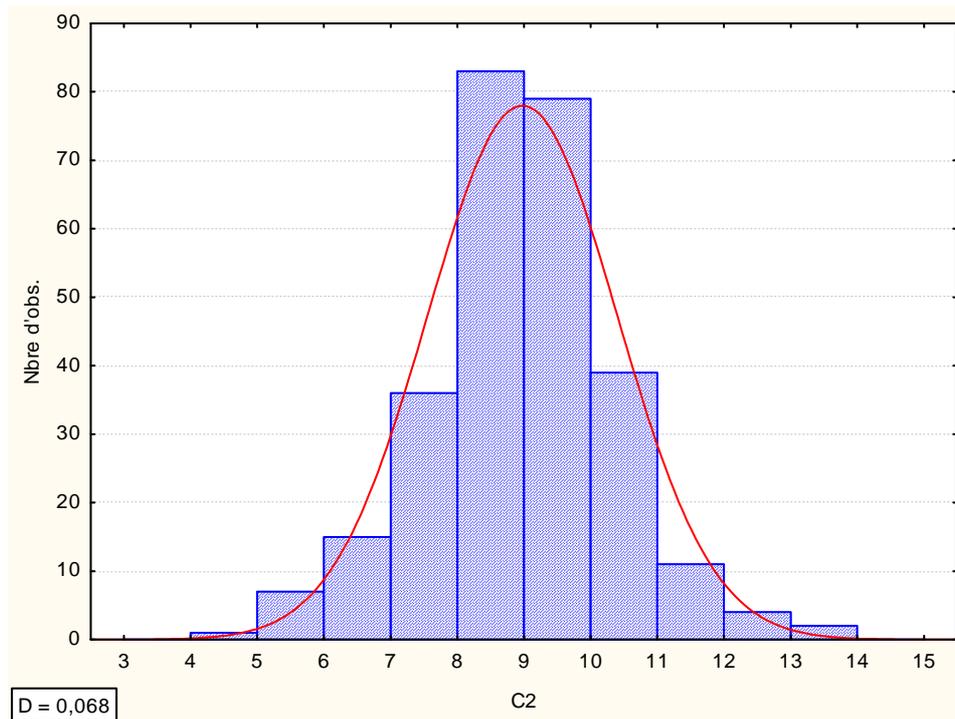


Figure A3-2 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C2.

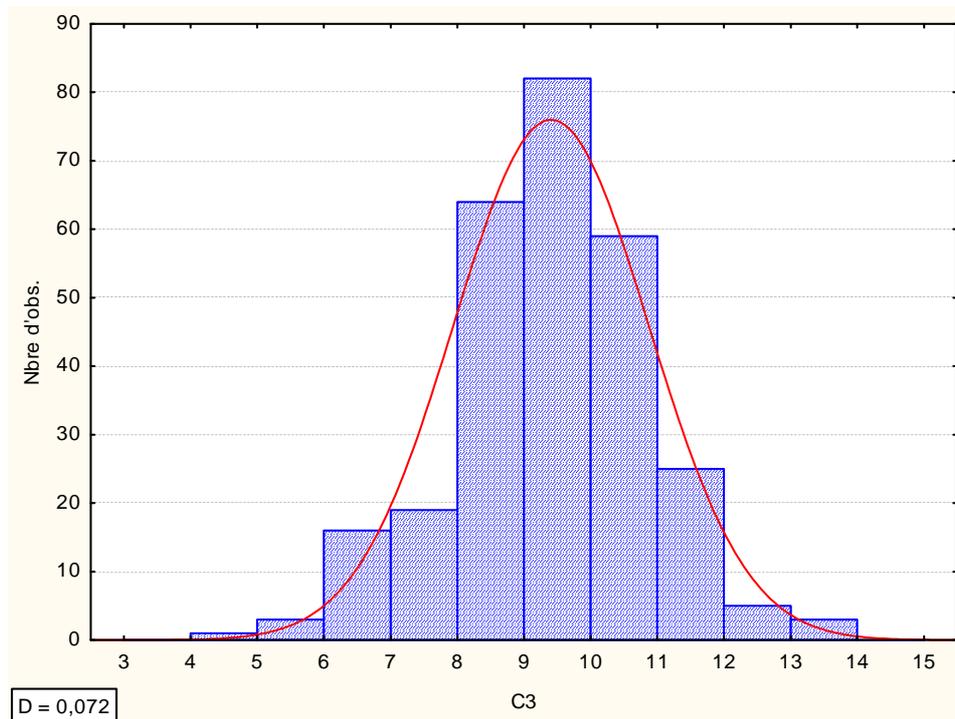


Figure A3-3 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C3.

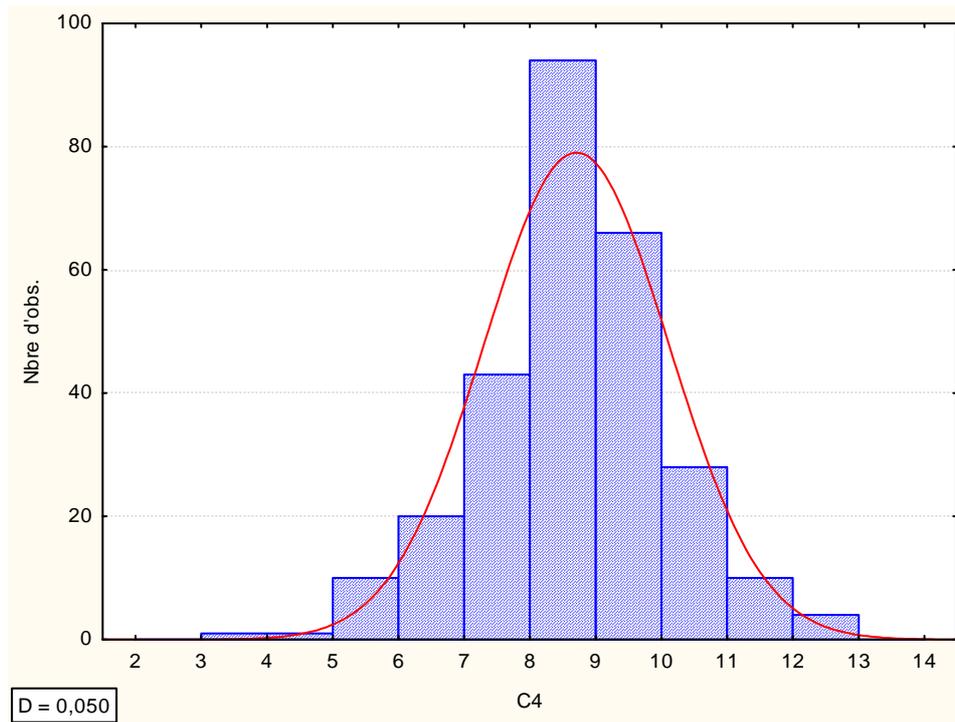


Figure A3-4 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C4.

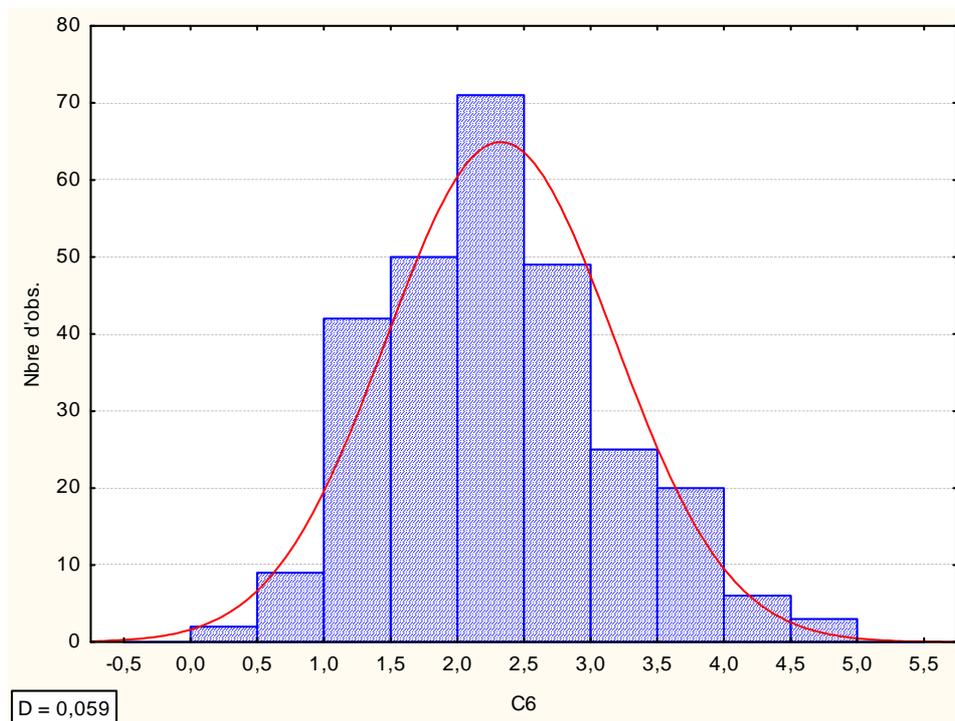


Figure A3-5 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C6.

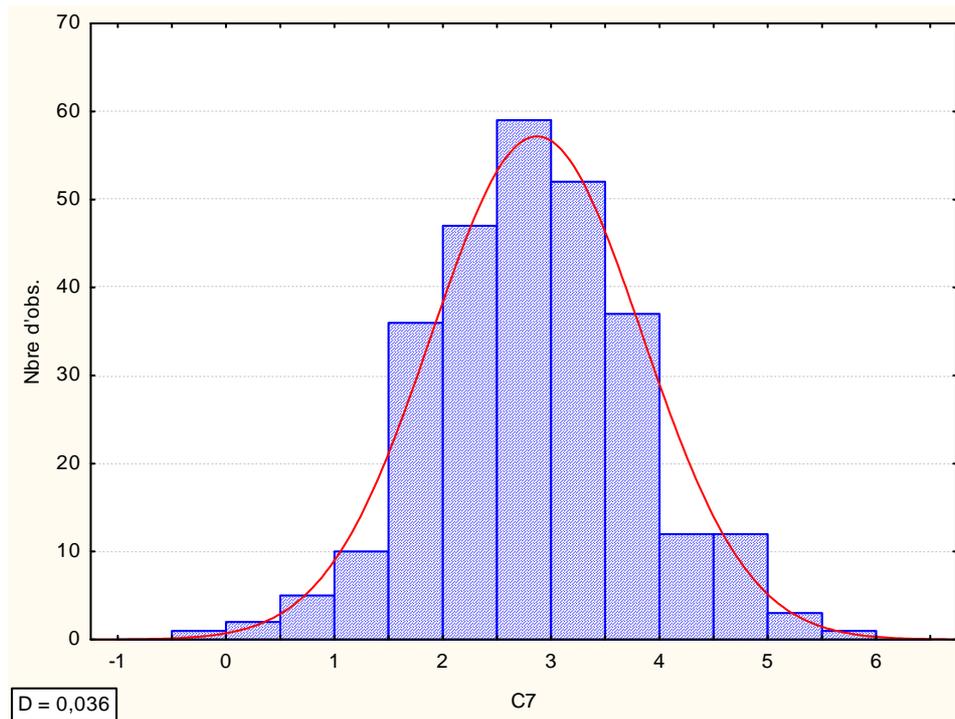


Figure A3-6 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C7.

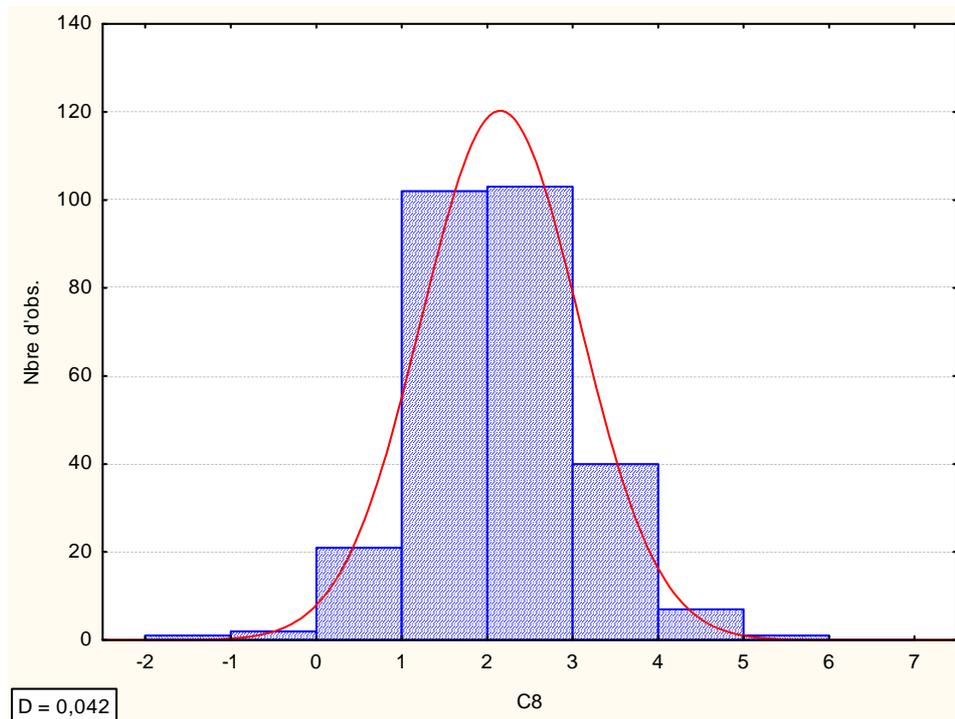


Figure A3-7 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable C8.

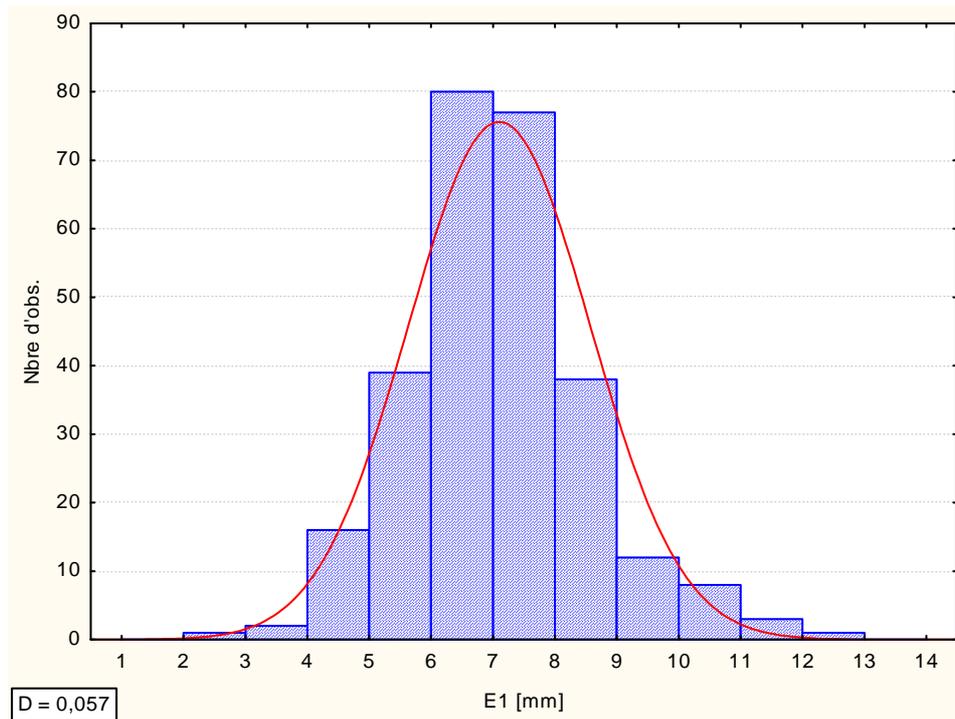


Figure A3-8 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable $E1$.

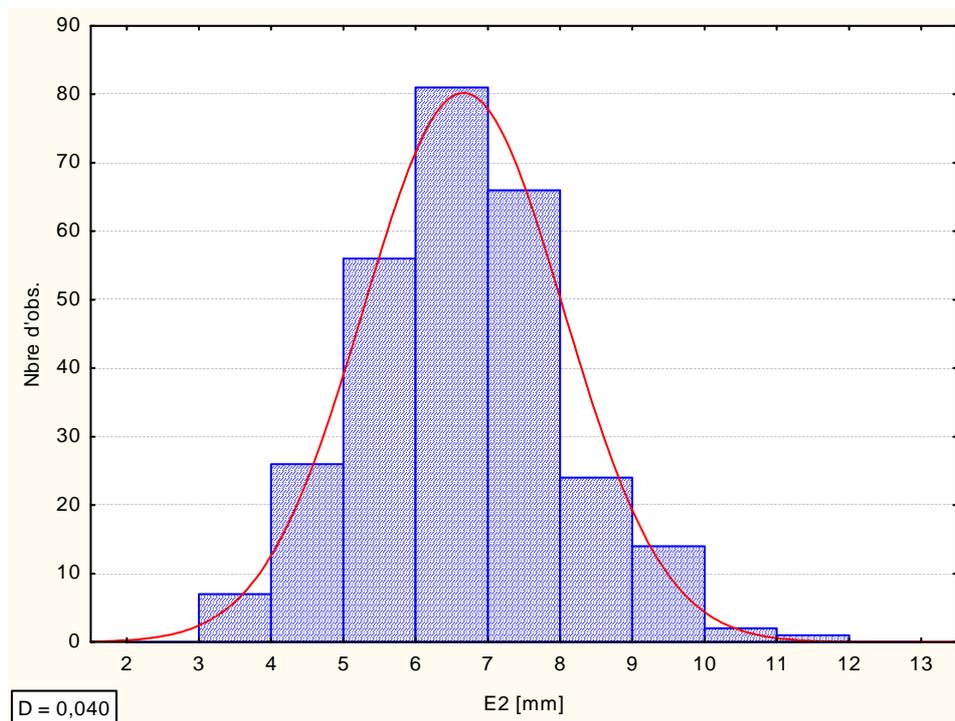


Figure A3-9 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable $E2$.

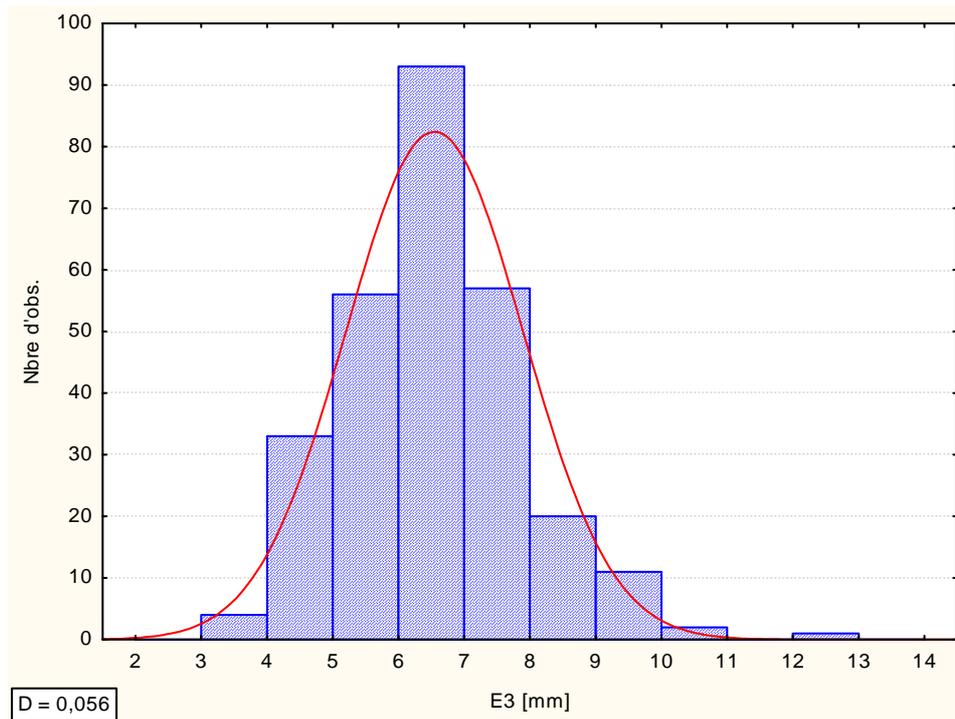


Figure A3-10 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable E3.

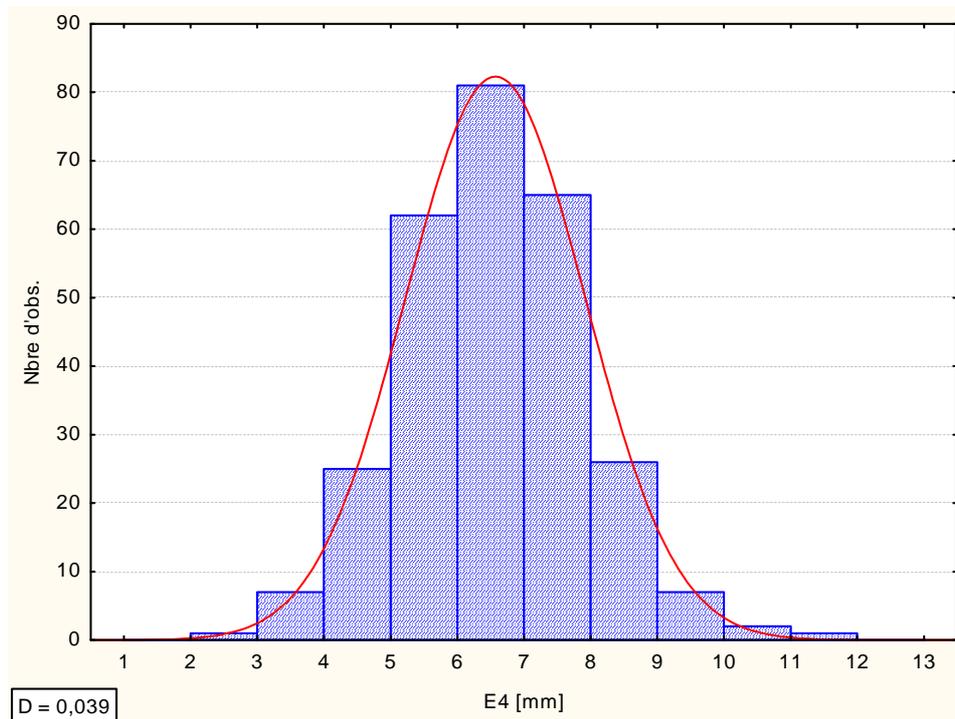


Figure A3-11 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable E4.

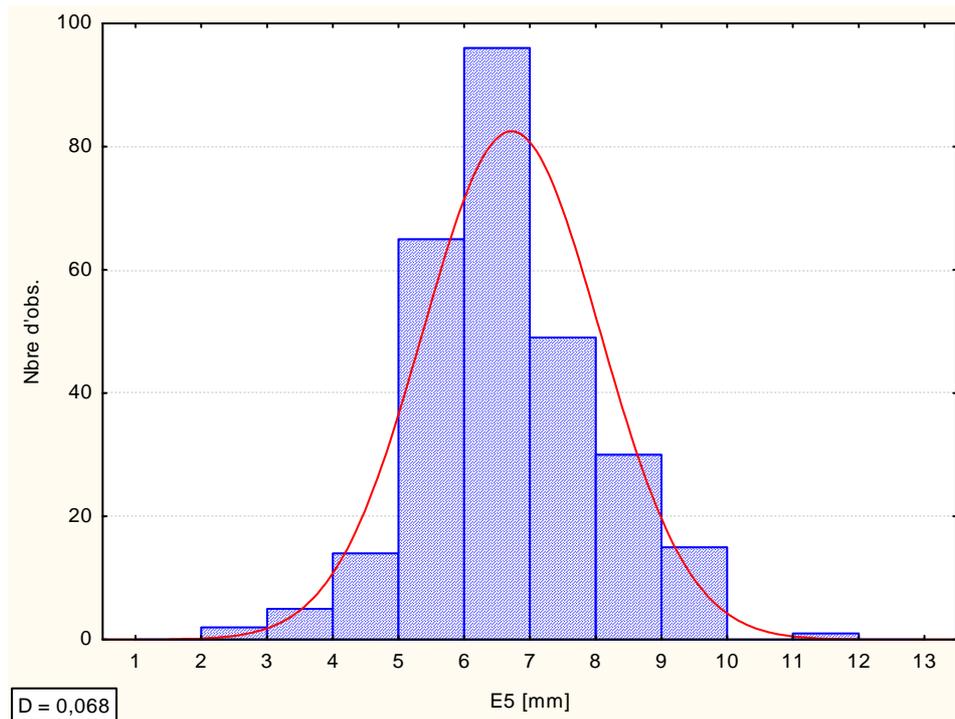


Figure A3-12 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable $E5$.

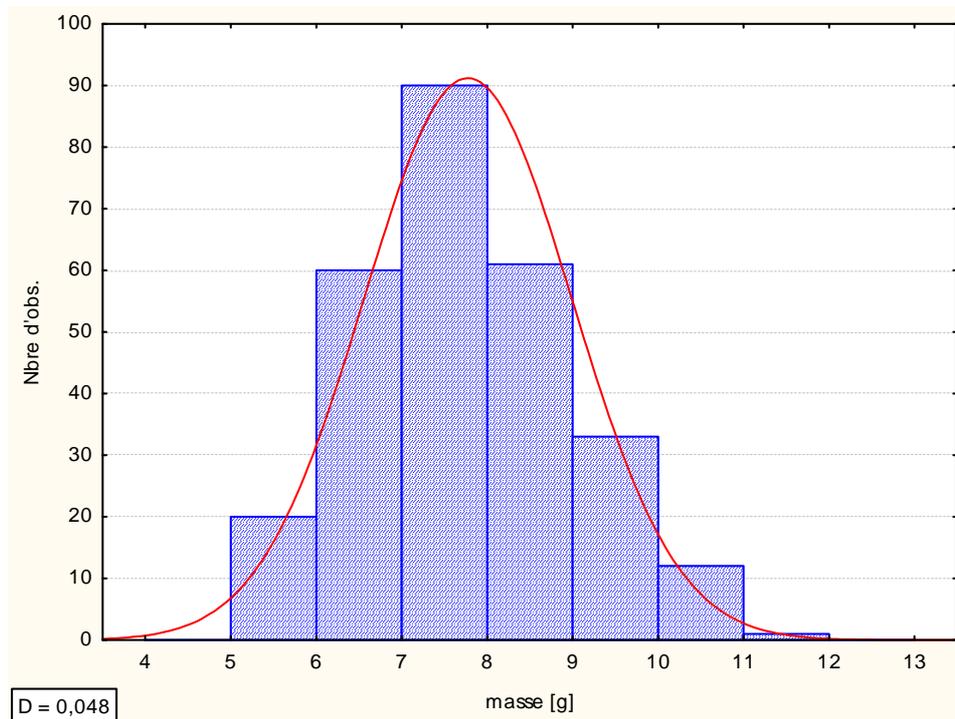


Figure A3-13 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable $masse$.

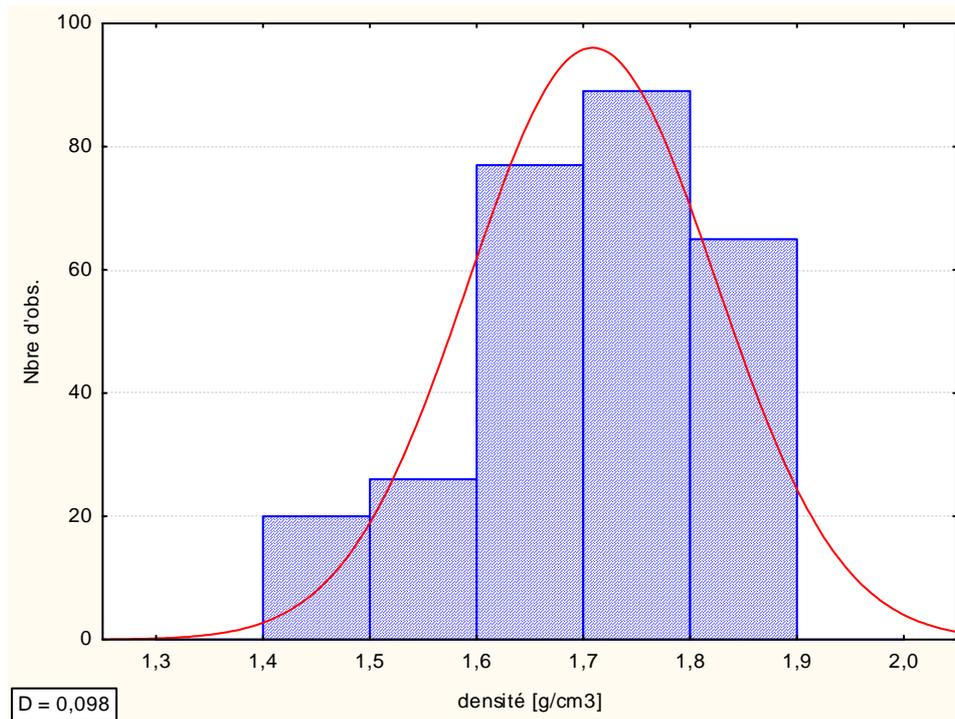


Figure A3-14 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable *densité*.

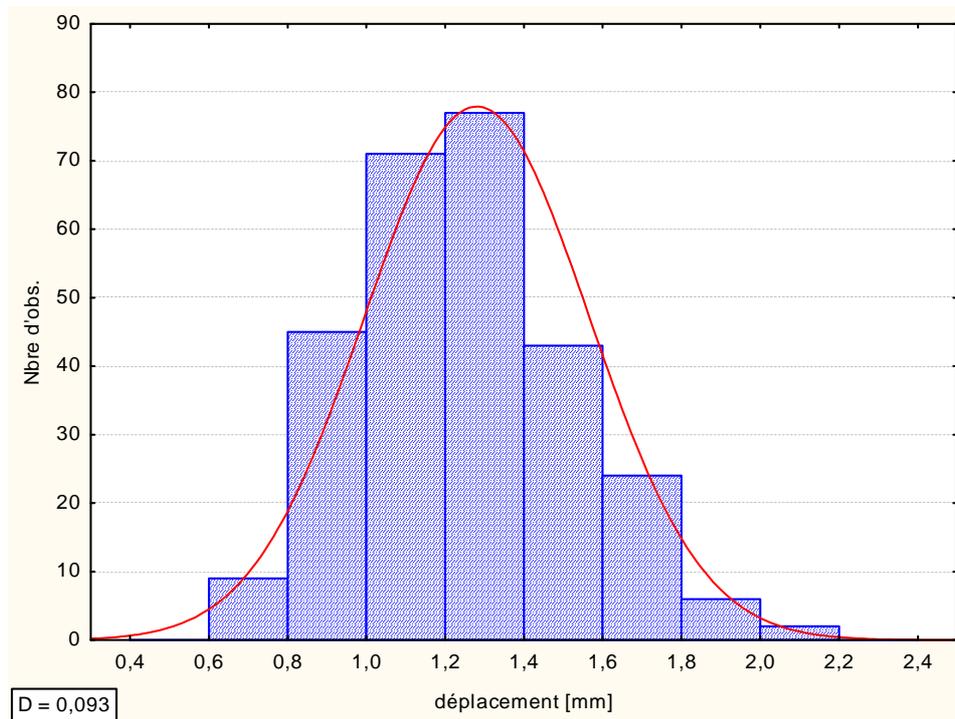


Figure A3-15 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable *déplacement*.

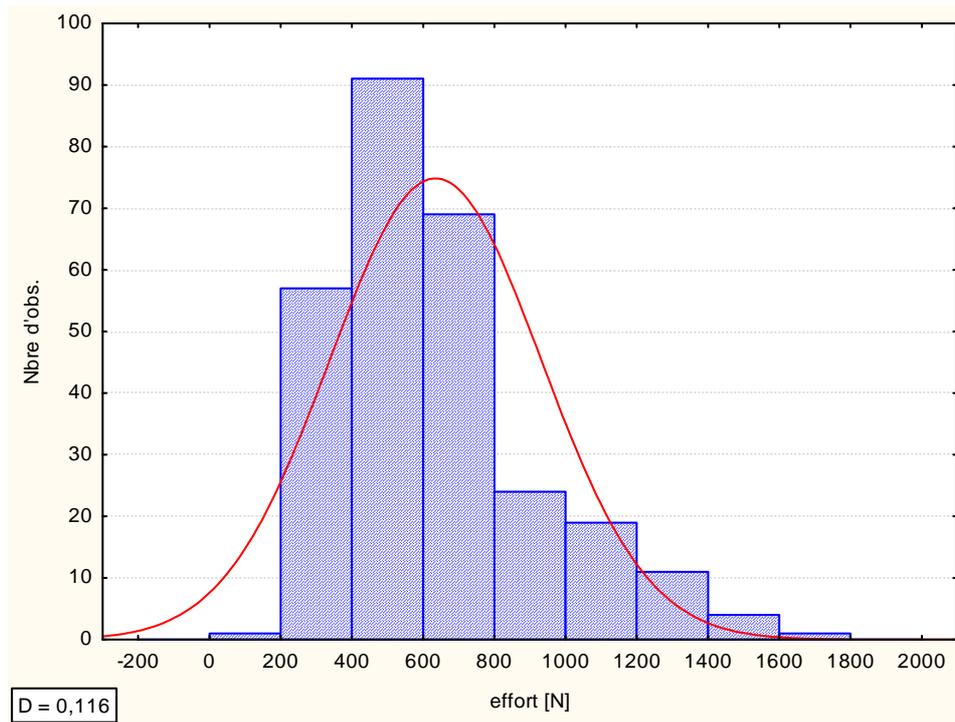


Figure A3-16 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable *effort*.

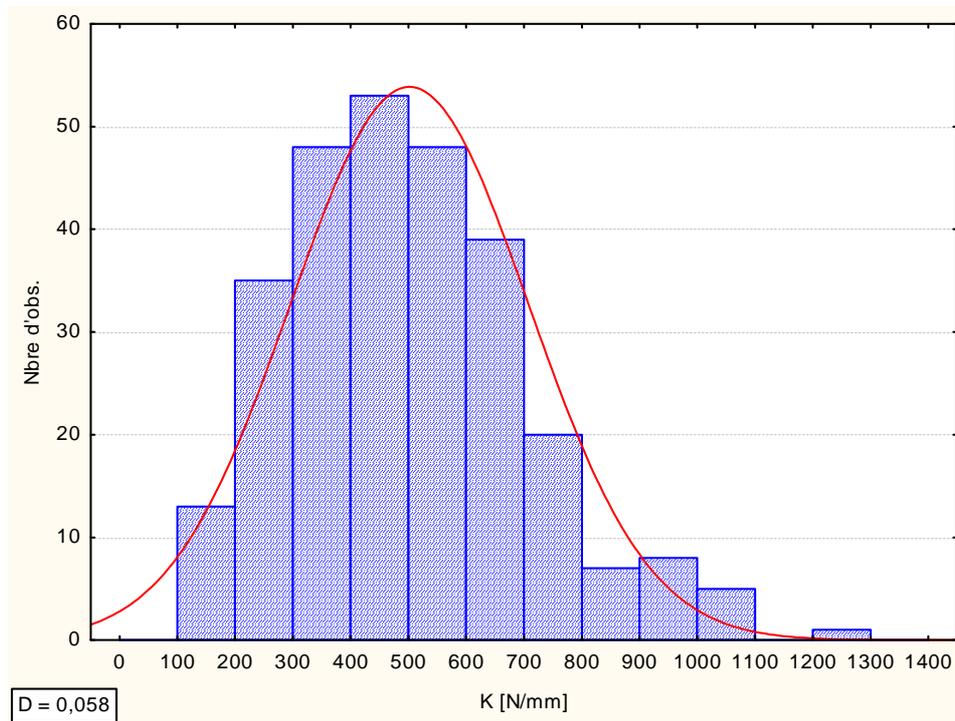


Figure A3-17 : Histogramme de dispersion et distance D pour le test de Kolmogorov-Smirnov pour la variable *K*.