



HAL
open science

Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S

Ruth Rodriguez

► **To cite this version:**

Ruth Rodriguez. Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S. Mathématiques [math]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007. Français. NNT: . tel-00292286

HAL Id: tel-00292286

<https://theses.hal.science/tel-00292286>

Submitted on 1 Jul 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER GRENOBLE I
Ecole doctorale des Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information et
Informatique

Thèse pour l'obtention du diplôme de
Docteur de l'université JOSEPH FOURIER
Spécialité : Mathématiques et Informatique

Dirigée par : Colette LABORDE

Soutenue le 26 Octobre 2007

Par Ruth RODRIGUEZ GALLEGOS

**Les équations différentielles comme outil de modélisation
mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques
au lycée : une étude de manuels et de processus de
modélisation d'élèves en Terminale S**

Jury :

Hamid CHAACHOUA Maître de Conférence à l'IUFM de Grenoble (Examineur)

Colette LABORDE Professeur des universités émérite à l' IUFM de Grenoble (Directrice)

Mogens NISS Professeur des universités à l'Université de Roskilde, Danemark (Rapporteur)

Bernard PARZYSZ Professeur des universités à l'IUFM d'Orléans-Tours (Rapporteur)

Andrée THIBERGHIEEN Directrice de recherche au CNRS (Examineur)

Claire WAJEMAN Maître de Conférence à l'Université Joseph Fourier, Grenoble I
(Examineur)

Thèse préparé au sein de l'équipe **Didactique, Informatique et Apprentissage des Mathématiques**
(**DIAM**) au Laboratoire Informatique de Grenoble (**LIG**).

Remerciements

Cette thèse n'aurait pu voir le jour sans la confiance, la générosité et... l'infinie patience de ma Directrice de thèse, Madame Colette Laborde, que je voudrais vivement remercier. La confiance qu'elle m'a montrée dès mon admission au programme de recherche, m'a permis d'élaborer un plan de thèse personnel et propre à mes aspirations. Je tiens à la remercier aussi pour tout le temps et le dévouement précieux qu'elle m'a accordés tout au long de ces années de travail, et d'avoir cru en mes capacités. De plus, les conseils qu'elle m'a prodigués pendant toute la phase de rédaction ont toujours été clairs, en me facilitant grandement la tâche pour aboutir à la production de cette étude. Elle n'a cessé de m'encourager jusqu'à la fin de ma thèse, et je tiens vivement à l'en remercier car elle m'a soutenue (dans tous les sens du mot) dans toutes les situations auxquelles j'ai dû faire face pendant ces dernières années. Merci aussi de m'avoir montré les beautés de la Didactique des Mathématiques, tout en m'initiant au monde de la recherche.

Mes plus sincères remerciements vont également à Mogens Niss et Bernard Parzysz, qui ont accepté d'être rapporteurs pour cette thèse, ainsi qu'à Claire Wajeman, Hamid Chaachoua et Andrée Thiberghien qui ont gentiment accepté, eux aussi, de participer au jury.

Je tiens à remercier également tous mes collègues et mes amis, avec qui j'ai partagé de bons moments pendant mon séjour à Grenoble, et j'évoque en particulier les très bons souvenirs avec Angela, Armando, Sylvia, Zilora, Tristan, Christophe, Martin, Julio, Bernardo, Jérôme, Seden, Sophie, Bernard et Rossana (de l'équipe IAM). Merci aussi à Ariane Jamet, qui m'a aidée pour la correction linguistique de la thèse. Cette étude n'aurait pas été possible sans la participation concrète des nombreux élèves des trois lycées qui ont participé à mon expérimentation ; mais mes remerciements s'expriment aussi envers les professeurs, accueillants et dévoués, qui ont accepté de travailler avec moi pour la partie des observations, des entretiens et de la mise en place de l'expérimentation. Merci donc à Gianna Bassi, Hervé Pajot, Brigitte Lacaze, Françoise Bellemain, Marie-Claire Remillieux, André Laur, Jean Bizouard, Christine Dequier, et à d'autres personnes à qui va ma reconnaissance également et que j'ai oublié de mentionner ici.

Je tiens à remercier aussi toute ma famille au Mexique, *et spécialement ma mère, à qui je dédie cette thèse.* Merci d'avoir été une exceptionnelle grand-mère, merci d'être toujours là pour moi !

Et enfin, je remercie le Conseil National de la Science et de la Technologie du Mexique, qui m'a fourni les moyens matériels de réaliser cette thèse.

*

Résumé

Titre: Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S

Résumé : Cette recherche porte sur l'apprentissage et l'enseignement de l'objet d'enseignement « démarche de modélisation » en classes de Physique et de Mathématiques en Terminale S au lycée, en France. Les nouveaux programmes mis en place en 2002 pour ces deux classes mettent en relief le rôle des objets mathématiques en tant qu'outil de modélisation pour d'autres sciences. L'analyse des manuels habituellement utilisés en classes de Physique et de Mathématiques, a permis de caractériser la démarche de modélisation censée être enseignée à ce niveau scolaire. Ces analyses permettent de mettre en évidence la transposition de l'objet « démarche de modélisation » *de référence* vers une démarche plus scolaire (celle des élèves). La mise en place d'une situation expérimentale conçue avec des tâches inhabituelles (hors contrat) pour les élèves de la classe de Terminale S a permis d'identifier l'influence exercées par les praxéologies existantes dans ces classes sur les démarches des élèves. Mais cette situation a mis également en évidence les rôles du modèle « pseudo-concret » de la situation réelle de départ et du modèle physique construits par les élèves sur leurs démarches de modélisation. L'influence d'interventions externes pour aider l'élève à surmonter ses difficultés, et le rôle des rétroactions d'une tâche sur une autre, figurent aussi parmi les résultats que nous discutons dans cette étude. Le type de modélisation qui est enseigné en classe de Physique et de Mathématiques présente un écart important par rapport à la démarche de modélisation pratiquée par les experts (savoir savant). Des difficultés liées à la mise en place de cette démarche transposée sont mises en relief dans le présent travail.

Mots-clés : *modélisation, équation différentielle, circuits électriques, praxéologie, didactique des mathématiques, enseignement de la physique.*

Abstract

Title : Differential Equations as a tool for mathematical modelling in Physics and Mathematics classes: a study of textbooks and modelling processes of high-school senior students .

Abstract : This study deals with the learning and teaching of modelling in classes of Physics and Mathematics at the last year of high-school, in France. The new syllabi that started out in 2002 for these two classes, emphasize the role of mathematics as a tool for modelling in other sciences. The analysis of textbooks that are usually used in Physics and Mathematics classes allowed us to characterize the proposed modelling process to be taught at this school level. These analyses revealed the transposition process of the « modelling process » as achieved by experts into a different process adapted for school. The setting up of an experimental situation including some unusual tasks (out of the scope of the usual didactic contract) for students at the last year of high-school, allows us to identify the influence of the *praxeologies* existing at these classes onto students solving processes. But this situation also gave evidence of the role of the « pseudo concrete » model of the initial real situation and of the physical model constructed by the students upon the modelling approach. The influence of external interventions to help students overcome their difficulties, or the role of some feedback of one task onto another one, are also addressed and discussed. The type of modelling that is finally taught (“taught” knowledge) in classes of Physics and Mathematics presents an important gap with respect to the modelling process as practiced by experts (“wise” knowledge). Some of the difficulties linked to the setting up of this transposition process are analyzed in the present study.

Keywords: *modelling, differential equation, electrical circuit, praxeology, didactic of mathematics, physics teaching.*

Table de matières

REMERCIEMENTS	3
RESUME	5
TABLE DE MATIERES	7
LISTE DES FIGURES	15
INTRODUCTION.....	17
CHAPITRE I: PROBLEMATIQUE.....	19
1 JUSTIFICATION DE L'ETUDE.....	19
<i>A Les Mathématiques comme discipline de service.....</i>	<i>19</i>
<i>B L'étude PISA.....</i>	<i>19</i>
<i>i La « culture mathématique »</i>	<i>20</i>
<i>C Raisons justifiant l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation mathématique</i>	<i>21</i>
2 ETUDES INTERNATIONALES SUR LA DEMARCHE DE MODELISATION.....	22
<i>A Première référence : Blum et Niss (1991).....</i>	<i>23</i>
<i>i La notion de problème et de résolution de problèmes</i>	<i>23</i>
<i>ii Le congrès ICME</i>	<i>23</i>
<i>B Deuxième référence : ICMI 14.....</i>	<i>24</i>
<i>i Document de discussion (Blum, 2002).....</i>	<i>24</i>
<i>ii Pré-étude ICMI 14 (2004).....</i>	<i>26</i>
<i>C La modélisation en tant qu'objet et outil</i>	<i>28</i>
3 OBJET GÉNÉRAL DE LA THÈSE	28
4 MODELE ET MODELISATION	29
<i>A La notion de modèle.....</i>	<i>29</i>
<i>B Schémas de modélisation</i>	<i>30</i>
<i>i Classification des cycles de modélisation</i>	<i>31</i>
<i>ii Conclusion de la présentation des quatre groupes de schémas de modélisation.....</i>	<i>41</i>
<i>C Autres travaux de Borromeo (2003 et 2006).....</i>	<i>42</i>
<i>i Les styles de pensée mathématique (« mathematical thinking styles »).....</i>	<i>42</i>
<i>ii La modélisation mathématique dans une perspective cognitive</i>	<i>43</i>

<i>D</i>	<i>Schéma et description du processus de modélisation de référence.....</i>	<i>44</i>
<i>i</i>	<i>Description de la démarche de modélisation experte – du chercheur – pour notre travail de thèse.....</i>	<i>46</i>
5	OBJECTIF DE NOTRE ETUDE.....	50
<i>A</i>	<i>Premier objectif : du côté des tâches de modélisation.....</i>	<i>51</i>
<i>B</i>	<i>Deuxième objectif : du côté des élèves.....</i>	<i>51</i>
6	METHODOLOGIE.....	52
<i>A</i>	<i>Sur le premier objectif : du côté des tâches de modélisation.....</i>	<i>52</i>
<i>i</i>	<i>Des éléments théoriques pour aborder le premier objectif.....</i>	<i>53</i>
<i>ii</i>	<i>Questions de recherche par rapport au premier objectif.....</i>	<i>54</i>
<i>B</i>	<i>Sur le deuxième objectif : du côté des élèves.....</i>	<i>55</i>
<i>i</i>	<i>Des éléments théoriques pour aborder le deuxième objectif.....</i>	<i>55</i>
<i>ii</i>	<i>Questions de recherche par rapport au deuxième objectif.....</i>	<i>57</i>
7	CONCLUSION DU CHAPITRE I.....	58
CHAPITRE II: ANALYSE DES PROGRAMMES ET DES MANUELS DE MATHEMATIQUES.....		59
1	ANALYSE ECOLOGIQUE DES PROGRAMMES OFFICIELS DE LYCEE.....	59
<i>A</i>	<i>Analyse des programmes des classes de Seconde et Première, en filière Scientifique.....</i>	<i>59</i>
<i>B</i>	<i>Brève analyse écologique des programmes de la classe de Terminale S.....</i>	<i>60</i>
<i>C</i>	<i>L'Analyse.....</i>	<i>61</i>
<i>D</i>	<i>Les équations différentielles.....</i>	<i>61</i>
<i>E</i>	<i>Conclusion de la brève analyse écologique de programmes de Lycée.....</i>	<i>63</i>
2	ANALYSE DU DOCUMENT D'ACCOMPAGNEMENT DU PROGRAMME DE MATHEMATIQUES TERMINALE S.....	63
<i>A</i>	<i>Modélisation et Mathématiques.....</i>	<i>64</i>
<i>B</i>	<i>Les équations différentielles.....</i>	<i>67</i>
<i>C</i>	<i>Conclusion de l'analyse du document d'accompagnement du programme de Mathématiques.....</i>	<i>70</i>
3	ANALYSE DES MANUELS DE MATHEMATIQUES.....	71
<i>A</i>	<i>Identification des tâches à réaliser par rapport à la démarche de modélisation : les équations différentielles en tant qu'outil de modélisation.....</i>	<i>71</i>
<i>B</i>	<i>Une première analyse du manuel Bordas.....</i>	<i>74</i>
<i>i</i>	<i>Conclusion de la première analyse du manuel Bordas.....</i>	<i>76</i>
<i>C</i>	<i>Une première analyse du manuel Hachette.....</i>	<i>76</i>

i	Conclusion de la première analyse du manuel Hachette.....	79
D	Une première analyse du manuel Nathan.....	80
i	Conclusion de la première analyse du manuel Nathan.....	82
E	Conclusion de la première analyse des manuels de Mathématiques.....	82
4	ANALYSE PRAXEOLOGIQUE DES MANUELS DE MATHEMATIQUES.....	84
A	L'analyse praxéologique de Saglam (2004).....	84
i	Modélisation passive vs modélisation active.....	85
B	Type de tâche T_{ME} : Etablissement de l'équation différentielle qui modélise une situation réelle.....	86
i	Mise en équation par la démarche « passage à la limite ».....	86
ii	Mise en équation par la démarche « traduction ».....	90
iii	Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{ME} dans les manuels analysés.....	93
C	Type de tâches T_{SG} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle.....	94
i	Sous-type de tâches T_{SG1} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay$	95
ii	Sous-type de tâches T_{SG2} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$	97
iii	Sous-type de tâches T_{SG3} : Trouver une solution générale à une équation différentielle différente de $y' = ay + b$ mais qui se ramène à celle-ci.....	98
iv	Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{SG} dans les manuels analysés.....	105
D	Type de tâches T_{SP} : Trouver une solution particulière qui satisfait une condition initiale donnée.....	106
E	T_{ESP} : Etude de la fonction solution particulière d'une équation différentielle.....	110
F	Type de tâches T_{RO} : Répondre à une question initiale de la situation réelle en utilisant une solution particulière d'une équation différentielle.....	111
G	Conclusion de l'analyse praxéologique des manuels.....	114
5	LA TRANSPOSITION DE LA DEMARCHE DE MODELISATION EN CLASSE DE MATHEMATIQUES.....	116
6	CONCLUSION DU CHAPITRE II.....	118
	CHAPITRE III: EXTENSION DU DOMAINE D'ETUDE : LA CLASSE DE PHYSIQUE.....	121
1	L'OBJET « EQUATION DIFFERENTIELLE » EN TANT QU'OUTIL DE MODELISATION DANS D'AUTRES DISCIPLINES.....	122
2	SUR LES DEMARCHES DE CONSTRUCTION D'UN MODELE EN PHYSIQUE.....	124
A	La modélisation en Didactique de la Physique.....	125
i	Le travail de Larcher (1996).....	125
ii	La synthèse de Laborde, Coquidé et Thiberghien (2002).....	128

3	LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES ET DE PHYSIQUE	
	132	
<i>A</i>	<i>Choix du domaine des circuits électriques.....</i>	<i>134</i>
<i>B</i>	<i>Sur l'enseignement de la modélisation en classe de Physique.....</i>	<i>134</i>
<i>C</i>	<i>Un premier schéma de la démarche de modélisation en classe de Physique.....</i>	<i>135</i>
4	REFORMULATION DE QUESTIONS DE RECHERCHE.....	136
5	CONCLUSION DU CHAPITRE III.....	138
CHAPITRE IV: ANALYSE DES PROGRAMMES ET DES MANUELS DE PHYSIQUE		139
1	ANALYSE DU PROGRAMME DE PHYSIQUE EN CLASSE DE TERMINALE S.....	139
<i>A</i>	<i>A propos du chapitre d'introduction au cours « Introduction à l'évolution temporelle des systèmes ».</i>	<i>144</i>
<i>B</i>	<i>Partie C « Systèmes électriques »</i>	<i>146</i>
<i>C</i>	<i>Le dipôle RC</i>	<i>148</i>
<i>D</i>	<i>Conclusion de l'analyse du programme officiel de Physique</i>	<i>149</i>
2	ANALYSE DE MANUELS DE PHYSIQUE	150
<i>A</i>	<i>Détermination de types de tâches</i>	<i>151</i>
<i>B</i>	<i>T_{MON}: Représenter un schéma de montage.....</i>	<i>154</i>
<i>i</i>	<i>Le manuel Nathan</i>	<i>155</i>
<i>ii</i>	<i>Le manuel Bréal.....</i>	<i>158</i>
<i>iii</i>	<i>Conclusion pour l'apparition du type de tâche T_{MON} dans les manuels analysés.....</i>	<i>160</i>
<i>iv</i>	<i>Praxéologie associée au type de tâche T_{MON}.....</i>	<i>161</i>
<i>C</i>	<i>T_{CIR}: Représenter un schéma du circuit.....</i>	<i>163</i>
<i>i</i>	<i>Le manuel Nathan</i>	<i>164</i>
<i>ii</i>	<i>Le manuel Bordas</i>	<i>166</i>
<i>iii</i>	<i>Le manuel Bréal.....</i>	<i>168</i>
<i>iv</i>	<i>Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{CIR} dans les manuels analysés.....</i>	<i>169</i>
<i>v</i>	<i>Praxéologie associée au type de tâche T_{CIR}.....</i>	<i>170</i>
<i>D</i>	<i>Type de tâche T_{ME} « Etablissement de l'équation différentielle dont la tension u_C est solution »</i>	<i>177</i>
<i>i</i>	<i>Analyse du manuel Nathan</i>	<i>178</i>
<i>ii</i>	<i>Analyse du manuel Bordas.....</i>	<i>180</i>
<i>iii</i>	<i>Analyse du manuel Bréal</i>	<i>182</i>
<i>iv</i>	<i>Conclusion sur le type de tâche T_{ME} d'après l'analyse des manuels</i>	<i>184</i>
<i>v</i>	<i>Praxéologie associée au type de tâche T_{ME}.....</i>	<i>185</i>
<i>E</i>	<i>Type de tâche T_{RED} « Résolution de l'équation différentielle, détermination des constantes ».....</i>	<i>194</i>
<i>i</i>	<i>Analyse du manuel Nathan</i>	<i>195</i>

ii	<i>Analyse du manuel Bordas</i>	198
iii	<i>Analyse du manuel Bréal</i>	201
iv	<i>Conclusion sur le type de tâche T_{RED} d'après l'analyse des manuels</i>	204
v	<i>Praxéologie associée au type de tâche T_{RED}</i>	204
F	<i>Type de tâche T_1 « Obtention de la fonction intensité $i(t)$, calcul de l'intensité I maximale et/ou minimale »</i>	210
i	<i>Analyse du manuel Nathan</i>	211
ii	<i>Le manuel Bordas</i>	212
iii	<i>Le manuel Bréal</i>	213
iv	<i>Conclusion sur le type de tâche T_1 d'après l'analyse des manuels</i>	217
v	<i>Praxéologie associée à T_1</i>	218
3	CONCLUSION DE L'ANALYSE DES MANUELS DE PHYSIQUE	224
4	CONCLUSION DU CHAPITRE IV	228
 CHAPITRE V: ANALYSE A PRIORI DE LA SITUATION EXPERIMENTALE		229
1	PRESENTATION GLOBALE DE LA SITUATION	230
2	PRESENTATION DES DIFFERENTES TACHES DEMANDEES AUX ELEVES DANS LA SITUATION EXPERIMENTALE	232
A	<i>Enoncé présentant la situation</i>	232
i	<i>Présentation de la Situation Réelle</i>	232
ii	<i>Présentation de la situation en termes pseudo- concrets</i>	233
3	TACHE A	236
A	<i>Tâche A dans la démarche de modélisation</i>	236
B	<i>Stratégies de résolution possibles de la tâche A</i>	237
i	<i>Configurations de réponse pour la tâche A</i>	238
4	TACHE B	242
A	<i>Tâche B dans la démarche de modélisation</i>	242
B	<i>Stratégies de résolution possibles de la tâche B</i>	244
5	TACHE C	251
A	<i>Tâche C dans la démarche de modélisation</i>	251
B	<i>Stratégies de résolutions possibles de la tâche C</i>	252
6	TACHE D	254
A	<i>Tâche D dans la démarche de modélisation</i>	254

<i>B</i>	<i>Résolutions possibles de la tâche D</i>	254
7	TACHE E	257
<i>A</i>	<i>Tâche E dans la démarche de modélisation</i>	257
<i>B</i>	<i>Résolutions possibles de la tâche E</i>	257
8	CONCLUSION DU CHAPITRE V	258
CHAPITRE VI: EXPERIMENTATION		259
1	DESCRIPTION DE LA MISE EN PLACE DE LA SITUATION EXPERIMENTALE	259
<i>A</i>	<i>Sur la préparation avant l'expérimentation</i>	261
<i>B</i>	<i>Sur l'intervention de l'enseignant</i>	262
<i>C</i>	<i>Sur la séance</i>	262
<i>D</i>	<i>Sur l'engagement des élèves vis-à-vis de la situation</i>	262
<i>E</i>	<i>Sur le sujet du BAC</i>	263
2	ANALYSE A POSTERIORI	263
<i>A</i>	<i>Tâche A</i>	263
<i>i</i>	<i>Première type de réponse A1</i>	266
<i>ii</i>	<i>Deuxième type de réponse A2</i>	272
<i>iii</i>	<i>Type de réponse A3</i>	290
<i>iv</i>	<i>Réponse du type A4</i>	292
<i>v</i>	<i>Type de réponse A5 « le circuit hybride »</i>	294
<i>vi</i>	<i>Conclusion de l'analyse de réponses pour la tâche A</i>	308
<i>B</i>	<i>Analyse de la tâche B</i>	310
<i>i</i>	<i>L'équation différentielle non recevable</i>	315
<i>ii</i>	<i>Les binômes qui ont établi une ED pour la charge q du condensateur</i>	322
<i>iii</i>	<i>Les élèves qui ont établi l'ED attendue mais laissent la valeur de E indéfinie</i>	328
<i>iv</i>	<i>Les élèves qui fournissent l'ED attendue</i>	333
<i>v</i>	<i>Conclusion de l'analyse de la tâche B</i>	361
<i>C</i>	<i>Analyse de la tâche C</i>	364
<i>i</i>	<i>Groupe I : rétroaction de la tâche C-phase 1 → B</i>	365
<i>ii</i>	<i>Analyse de binômes du groupe II (rétroaction B ← phase 2 de C)</i>	378
<i>iii</i>	<i>Groupe III (pas de rétroactions observées)</i>	386
<i>iv</i>	<i>Conclusion sur l'analyse de la tâche C</i>	411
<i>D</i>	<i>Analyse de la tâche D</i>	413
<i>i</i>	<i>Les binômes qui ont répondu la tâche D avec une réponse non recevable</i>	416
<i>ii</i>	<i>Les binômes qui ont répondu la tâche D avec la stratégie 1</i>	425

iii	<i>Le binôme qui a répondu la tâche D avec la stratégie 2</i>	431
iv	<i>Conclusion de l'analyse de la tâche D</i>	435
E	<i>Analyse de la tâche E</i>	436
i	<i>Conclusion de l'analyse de la tâche E</i>	439
3	CONCLUSION DU CHAPITRE VI	439
	CHAPITRE VII: DISCUSSION DES RESULTATS	441
1	SUR L'ANALYSE DES CATEGORIES PRECEDEMMENT DECRITES (ROUTES DE MODELISATION SUIVIES D'APRES LES REPNSES DONNEES AUX TACHES A, B ET C)	453
2	SUR LES STRATEGIES DE RESOLUTION POUR LA TACHE D	454
3	SUR LES DIFFICULTES PLUS FREQUENTES REPEREES	455
4	LE ROLE DE LA RMS/MPC POUR LA REUSSITE DE L'ACTIVITE DE MODELISATION CHEZ LES ELEVES ET L'INFLUENCE DES INTERVENTIONS DE P LORS DE LA MODELISATION	458
5	CONCLUSION DU CHAPITRE VII	460
A	<i>Sur la représentation mentale de la situation des élèves</i>	460
B	<i>Sur l'importance de l'établissement du modèle physique par les élèves</i>	461
C	<i>Sur la liaison Physique–Mathématiques</i>	462
D	<i>Sur la transposition de la démarche de modélisation</i>	462
	CHAPITRE VIII	465
	CONCLUSION ET PERSPECTIVES	465
1	LA TRANSPOSITION DE LA DEMARCHE DE MODELISATION DANS L'ENSEIGNEMENT	465
2	LA PRISE EN COMPTE DES PROCESSUS COGNITIFS DES ELEVES PAR RAPPORT A L'ACTIVITE DE MODELISATION	469
3	PERSPECTIVES DE NOTRE ETUDE	475
	REFERENCES	477
	ANNEXE 1	483
	ANNEXE 2	487
	ANNEXE 3	491
	ANNEXE 4	497

Liste des figures

Chapitre I :

Figure 1:	Schéma type du groupe I.....	32
Figure 2:	Schéma type du groupe II.....	32
Figure 3:	Schéma de Kaiser-Messmer, 1995, cité par Kaiser (2005).....	33
Figure 4:	Schémas de modélisation de Galbraith (1990) et de Blum et Niss (1991).	34
Figure 5:	Schéma du processus de modélisation d'après Rodríguez (2003).....	37
Figure 6:	Schéma du processus de modélisation d'après Galbraith et Stillman (2006).	37
Figure 7:	Schéma type du groupe III	39
Figure 8:	Schéma type du groupe IV	40
Figure 9:	Schéma de Blum et Leiss (2005).....	41
Figure 10:	Cycle de modélisation dans une perspective cognitive montré par Borromeo (2006, page 92).....	44
Figure 11:	Cycle de modélisation de référence.	45

Chapitre II :

Figure 12:	Démarche de modélisation – classe de Mathématiques	83
Figure 13:	Cycle de modélisation «des élèves».....	117
Figure 14:	Cycle de modélisation–classe de Mathématiques	118

Chapitre III :

Figure 15:	Démarches de modélisation (Saglam, 2004, page 9)	125
Figure 16:	Distinction entre deux mondes, fondée sur la modélisation en physique (Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003).....	129
Figure 17:	Les types de savoirs à partir de l'analyse en termes de modélisation; les flèches représentent les diverses mises en relation qu'un apprenant peut construire (Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003).....	130
Figure 18:	Schéma de modélisation en Physique	135
Figure 19:	Schéma de modélisation pour la classe de Physique.....	153

Chapitre IV :

Figure 20:	Organisation de T_{CIR} par rapport à T_{MON}	162
Figure 21:	Schéma du circuit, configuration A1.....	238

Chapitre V :

Figure 22:	Décharge du condensateur	239
Figure 23:	Configuration de type A4 (non recevable).....	241

Chapitre VI :

Figure 24:	Schéma de modélisation de la situation expérimentale.....	442
Figure 25:	Route de modélisation suivie par TIII.4.....	444
Figure 26:	Route de modélisation suivie par le binôme BII.2.....	445
Figure 27:	Route de modélisation suivie par le binôme BIII.2.....	446
Figure 28:	Route de modélisation suivie par le binôme BIV.2.	447
Figure 29:	Route de modélisation suivie par le binôme BI.1.	449
Figure 30:	Route de modélisation suivie par le binôme BIII.3.....	451
Figure 31:	Route de modélisation suivie par le binôme BIII.1.....	452

Introduction

Les tendances actuelles de l'enseignement et de l'apprentissage des Mathématiques mettent en valeur l'aspect « outil » de cette discipline ; et en particulier, les nouveaux programmes mis en place en 2002 en France au niveau de l'enseignement secondaire, soulignent le rôle des Mathématiques pour modéliser des phénomènes issus d'autres disciplines, telles que la Physique, la Chimie et les Sciences de la Vie et de la Terre.

Cette thèse part de l'idée que les Mathématiques sont une science qui permet entre autres, de fournir aux élèves des notions aptes à devenir potentiellement des outils de modélisation. Parmi toutes ces notions, l'équation différentielle a toujours été considérée comme un des outils les plus puissants, car elle permet d'étudier des phénomènes évolutifs de nature très diverse : croissance de population, décroissance radioactive, chute des corps (Mécanique) et circuits électriques (Electricité), à travers le processus de modélisation.

C'est donc la démarche de modélisation qui est censée être enseignée au niveau secondaire, pour montrer aux élèves cet aspect utilitaire des Mathématiques que nous nous sommes attachés à caractériser dans cette étude. L'identification des phénomènes de transposition liés à l'objet « démarche de modélisation » est aussi un des centres d'intérêt de notre recherche.

Une fois identifié le type de processus de modélisation mis en place dans l'enseignement secondaire, nous cherchons à préciser les processus suivis par les élèves et leurs difficultés dans cette démarche de modélisation, ainsi que les contraintes relatives à l'enseignement de la modélisation au Lycée.

Chapitre I

Problématique

1 Justification de l'étude

Dans cette première partie, nous essayons d'apporter des éléments pour mettre en évidence l'importance qu'a pris l'enseignement de la modélisation mathématique à tous les niveaux scolaires, du moins dans les intentions déclarées de la noosphère et des curricula.

A Les Mathématiques comme discipline de service

Dans la période actuelle (...) la tendance à mettre en valeur le caractère instrumental des mathématiques s'est renforcée. Dans certaines études internationales, les mathématiques trouvent leur légitimité comme discipline de service, par le transfert de leurs concepts et méthodes pour résoudre des problèmes externes posés par le développement des connaissances dans d'autres secteurs de l'activité humaine.

(Henry, 2001, page 149).

C'est justement cette utilisation des Mathématiques en tant que discipline de service pour d'autres sciences expérimentales, qui est l'objet d'étude dans notre travail. Cet usage des mathématiques, très répandu et socialement très utile, exige de considérer l'enseignement et l'apprentissage de plusieurs disciplines, ce qui paraît plus raisonnable si l'on s'intéresse à la formation de l'individu.

Nous montrerons par la suite, qu'en privilégiant l'aspect outil des Mathématiques pour d'autres sciences, nous discuterons de la pertinence de parler d'une approche interdisciplinaire.

B L'étude PISA

L'étude PISA menée depuis 1997 par les gouvernements des pays de l'OCDE porte sur les résultats des systèmes éducatifs, en termes d'acquis des élèves. Le premier cycle d'évaluation de PISA a été réalisé en 2000 et les résultats de cette étude ont montré que certains pays réussissaient moins bien que d'autres à inculquer aux jeunes adultes de 15 ans des savoirs et des savoir-faire en lecture, en mathématiques et en sciences. Un deuxième cycle a été réalisé en 2003 et c'est celui qui est considéré ici, car le domaine majeur de PISA 2003 est la culture mathématique (plus de la moitié du temps a été consacrée à cette science).

Au siècle dernier, l'objectif principal des programmes d'enseignement des mathématiques et des sciences était de former des mathématiciens, des ingénieurs, etc. mais les progrès de la

technologie dans la vie moderne ont changé cette situation. La culture mathématique est devenue un objectif de formation du citoyen du XXI^{ème} siècle.

Aujourd'hui, tout un chacun doit avoir un solide bagage en mathématiques pour atteindre ces objectifs. (...) Pour tous les adultes, (...) l'épanouissement personnel, l'emploi et la participation active à la vie de la société passent de plus en plus par une « culture » mathématique, scientifique et technologique.

(OCDE, 2003, page 39).

i La « culture mathématique »

Une définition de la culture mathématique a été choisie par PISA, définition qui renvoie à la capacité des élèves d'analyser, de raisonner et de communiquer efficacement des idées lorsqu'ils posent, formulent et résolvent des problèmes mathématiques :

(...) la culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

(OCDE, 2003, page 39).

L'enquête PISA 2003, prétend mettre en relief les connaissances et savoir-faire des élèves ainsi que leur capacité à mettre en œuvre ces connaissances pour la résolution des problèmes de la vie courante. Cette enquête propose donc de soumettre aux élèves des problèmes qui s'inscrivent dans des situations du monde réel.

(...) l'enquête PISA soumet essentiellement aux élèves des problèmes qui s'inscrivent dans des situations s'inspirant du monde réel. Ces situations sont conçues pour que des aspects mathématiques soient véritablement utiles à la résolution des problèmes. L'objectif de l'enquête PISA est de déterminer dans quelle mesure les élèves sont capables d'exploiter leurs savoirs et savoir-faire mathématiques pour résoudre les problèmes qui leur sont soumis.

(OCDE, 2003, page 40).

L'étude PISA rappelle la vision des mathématiques traditionnelles scolaires: le professeur inculque des techniques aux élèves, puis il leur soumet des exercices, il montre la démarche à suivre, puis il passe à la pratique. A la fin, ils doivent résoudre des problèmes artificiels qui demandent d'appliquer les connaissances acquises. Par contre, la réalité (en dehors du cadre scolaire) ne fonctionne pas de cette manière, les problèmes de tous les jours n'étant pas présentés sous une forme familière.

C'est pourquoi l'enquête PISA privilégie à l'égard de l'évaluation des élèves une approche qui place l'usage fonctionnel des savoirs et savoir-faire mathématiques dans des situations tirées de la vie réelle, au cœur d'un concept de l'apprentissage des mathématiques.

(OCDE, 2003, page 40).

Dans l'enseignement des mathématiques, ce type d'étude encourage une approche par des processus qui permettent d'aborder des problèmes s'inscrivant dans des situations réelles, de les amener vers un traitement mathématique et d'utiliser les connaissances mathématiques pour les résoudre, et finalement d'évaluer les solutions par rapport au contexte initial du problème. Nous verrons plus tard que ce processus est effectivement une démarche de modélisation. Si le système d'enseignement apprend aux élèves à mettre en place ce type de démarche, « ils seront mieux armés pour utiliser leurs savoirs et savoir-faire mathématiques tout au long de leur vie. Ils posséderont ce qu'il convient d'appeler une *culture mathématique* » (OCDE, 2003, page 40).

L'étude PISA montre finalement l'importance de l'enseignement et de l'apprentissage de la démarche de modélisation comme une voie à suivre pour faire acquérir aux élèves cette *culture mathématique*, indispensable pour les former en tant que citoyens critiques et participatifs.

C Raisons justifiant l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation mathématique

Nous avons vu plus haut que si l'on s'intéresse aux Mathématiques comme discipline de service et à l'usage fonctionnel que nous pouvons faire des connaissances et des savoir-faire mathématiques, l'on doit centrer son attention sur l'enseignement et l'apprentissage du processus de modélisation.

L'introduction de ce processus dans le système scolaire pourrait se justifier par plusieurs raisons. Par exemple, García (2005) à partir de deux articles de Niss (datés 1989 et 1996), dégage les arguments principaux pour l'introduction des Mathématiques (en général) dans les systèmes d'enseignement : d'une part, la présence des Mathématiques dans le système d'enseignement est justifiée par les valeurs apportées par cette discipline à la formation de l'individu (comme déjà évoqué par l'étude PISA) et d'autre part, la puissance de la contribution des mathématiques au développement des compétences et des capacités mentales chez les individus.

Dans la liste d'objectifs généraux relatifs à l'introduction des Mathématiques dans le système scolaire, Niss met en relief la relation entre les Mathématiques et le monde réel, et donc les modèles et la modélisation dans l'enseignement. Cette relation est encore plus importante vers la fin des années 70 (après l'ère des « mathématiques modernes ») et a été plus développée au cours des années 80 et 90.

Blum et Niss (1991, pages 42-44) proposent cinq arguments actuellement acceptés dans la communauté des chercheurs en didactique des mathématiques, en faveur de l'introduction de la modélisation dans le système scolaire :

L'argument « **formatif** » met en valeur l'application des mathématiques et de la modélisation mathématique comme un moyen pour développer des compétences générales et des attitudes orientées chez les élèves orientées pour maintenir des capacités exploratoires générales, créatives et de résolution de problèmes.

L'argument « **compétence critique** » est centré sur la préparation des étudiants pour vivre comme des citoyens possédant une compétence critique, dans une société qui se développe sous l'influence de l'utilisation des mathématiques au travers de la modélisation et des applications.

L'argument « **utilité** » souligne que l'enseignement des Mathématiques devrait préparer les élèves à utiliser cette science pour la résolution de problèmes et pour décrire des situations en contexte extra-mathématique pour l'actuel ou futur quotidien des élèves.

L'argument « **image des mathématiques** » dit qu'une tâche importante de l'enseignement des mathématiques est d'établir chez les élèves une image riche des mathématiques en tant que science, et en tant que champ d'activités de la société et de la culture.

L'argument de « **promotion de l'apprentissage des mathématiques** » souligne l'incorporation de résolution de problèmes et d'aspects de modélisation et des applications, pour que les sujets apprennent concepts, notions et méthodes mathématiques. La démarche de modélisation motive les élèves, en montrant la pertinence des mathématiques dans des contextes externes.

Kaiser–Messmer (1991, page 88) propose aussi des arguments pour l'introduction des exemples du monde réel dans l'enseignement des Mathématiques. L'introduction de tels exemples/exercices réels répond à plusieurs finalités :

Pragmatique – développer les habiletés pour contrôler et interagir avec des situations de la vie quotidienne.

Pédagogique – développer les capacités créatives ou de résolution de problèmes.

Scientifique - montrer une image réaliste du développement des mathématiques comme science.

Méthodologique – l'enseignement des mathématiques se doit de développer non seulement des habiletés chez les élèves pour appliquer les mathématiques aux situations du monde réel, mais aussi des compétences sur la modélisation et sur des modèles standard déjà appris.

Mathématique – augmenter la motivation et l'intérêt pour les Mathématiques, ainsi que la compréhension de cette discipline.

Nous voyons que ces finalités correspondent bien aux arguments proposés par Blum et Niss. Jusqu'ici nous avons rendu compte de l'importance de l'enseignement de la démarche de modélisation grâce à la présentation d'idées de certains courants de la noosphère. Le développement qui suit est consacré à la recherche existante sur l'enseignement et l'apprentissage de cette démarche sur le plan international.

2 Etudes internationales sur la démarche de modélisation

Comme déjà dit, l'objet de notre travail de recherche relève des Mathématiques en tant que discipline de service. Nous avons remarqué comment des études internationales comme PISA

(2003) centraient leur objectif sur la formation d'un citoyen critique, et aussi sur l'importance de la « culture mathématique » chez les individus en formation.

Le processus de modélisation est une partie importante de cette culture, et nous avons donné plusieurs raisons pour l'introduction de cette démarche dans l'enseignement. Plusieurs types de recherche se sont focalisés sur l'analyse des processus de modélisation en tant qu'objet d'enseignement et en vue d'en améliorer l'enseignement et l'apprentissage. Nous en présentons quelques uns ci-après.

A Première référence : Blum et Niss (1991)

L'article de Blum et Niss (1991) représente d'une certaine façon un premier point de référence sur le type de recherche qui s'est réalisé autour de l'enseignement de la résolution de problèmes et de la modélisation au début des années 90, mais ces articles contiennent aussi un panorama du type de recherches réalisées auparavant (fin des années 70 et 80). Un des intérêts de cet article est de montrer les tendances de l'époque sur l'enseignement de la modélisation.

Dans une première partie, Blum et Niss établissent les termes de base dans une série de définitions reprises ci-dessous.

i La notion de problème et de résolution de problèmes

Un *problème* est une situation qui conduit à poser des questions ouvertes sur une situation pour laquelle on ne dispose pas de méthodes directes, d'algorithmes ou de procédures suffisantes pour répondre à celles-ci. Le problème conduit donc à un changement d'ordre intellectuel. Cette notion de problème est relative car pour une personne donnée, une situation peut représenter un problème tandis que pour une autre, ce ne sera qu'un exercice. Ces auteurs font la différence entre deux types de problème mathématique : pur et appliqué. Le premier se place toujours à l'intérieur d'un cadre mathématique, alors que la situation de départ du deuxième se situe dans le *monde réel* (« *le reste du monde en dehors des Mathématiques* »).

A cette époque-là, les auteurs parlent plus de résolution de problèmes que de modélisation. Les auteurs appellent modélisation (ou construction du modèle) le passage d'une situation réelle à la construction du modèle mathématique. La signification de modélisation évolue, dans les études postérieures sur le sujet.

Un autre résultat intéressant, c'est la discussion qu'ont les auteurs autour de l'importance de la recherche sur l'enseignement, de la résolution de problèmes et de la modélisation. L'accroissement des travaux sur ce sujet dans des congrès internationaux, par exemple au Congrès International sur l'Enseignement des Mathématiques (International Congress on Mathematics Education, ICME), témoigne de cette importance.

ii Le congrès ICME

Le Congrès International sur l'Enseignement des Mathématiques est une réunion entre chercheurs de la discipline du monde entier. Le nombre en augmentation, dans cette conférence,

des thèmes relatifs à la résolution de problèmes, à la modélisation et aux applications et à la relation entre les Mathématiques et d'autres disciplines, montre l'intérêt de la communauté de Didactique des Mathématiques sur ces thèmes.

A propos des articles présentés lors des congrès ICME (3 au 6), Blum et Niss soulignent le phénomène de l'unification des sujets, tels que la modélisation et la résolution de problèmes avec d'autres disciplines, et affirment que cela permet d'identifier des intérêts par région ou par pays. Par exemple, une unification intéressante à citer ici est celle relative à la psychologie.

The psychological, in particular the cognitive and metacognitive aspects of problem solving have been widely investigated in empirical and (to lesser extent) theoretical studies conducted in USA, where links to fields such as general cognitive psychology and artificial intelligence have been cultivated.

(Blum et Niss, 1991, page 49)

Nous voudrions souligner que la composante psychologique semble être déjà prise en compte par certains travaux de recherche autour de l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation, au moins, pour certains pays à cette époque. Nous reprendrons plus tard ce point.

Au dernier congrès ICME 10 (2004), s'est tenu un groupe de travail sur la modélisation où ont été présentés 16 travaux accompagnés de discussions. Dans cette évolution, nous ne pouvons pas faire abstraction de l'influence de la technologie (ordinateurs et calculatrices) dans les progrès de ce champ d'étude (car la technologie permet l'incorporation de la simulation comme une part importante du processus de modélisation).

L'enseignement de la modélisation est devenu un objet d'étude grâce à l'insertion croissante de la démarche de modélisation dans le système scolaire, à tous les niveaux. L'augmentation du nombre de recherches montre bien l'intérêt de la communauté de chercheurs en Didactique des Mathématiques pour la résolution de problèmes et la modélisation, mais nous retiendrons aussi qu'à cette époque déjà, il y avait des articulations entre les théories relatives à la didactique des mathématiques et d'autres sciences psychologiques et/ou du comportement humain. L'étude de la modélisation sort d'une certaine manière du strict domaine des mathématiques et doit faire appel aux résultats de recherches issues d'autres domaines.

Pour contraster et montrer l'évolution de l'enseignement de la modélisation, nous allons maintenant présenter l'étude ICMI 14 ci-après.

B Deuxième référence : ICMI 14

i Document de discussion (Blum, 2002)

En 2002, la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (International Commission on Mathematical Instruction, ICMI par la suite) a lancé une étude intitulée « Etude ICMI 14 : Applications et Modélisation en Didactique des Mathématiques ». Cette étude a commencé par la publication d'un document de discussion écrit par Blum, qui est le porte-parole d'un groupe important de chercheurs issus du monde entier dans ce domaine (pour plus

d'informations sur ce groupe de personnes, voir la liste des membres à la fin du document). Ce document établit que l'objectif central est de réfléchir sur l'état de l'art concernant le thème des applications et de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques, et de proposer des directions possibles pour la pratique et la recherche sur ce sujet.

Commentons quelques aspects intéressants de cette étude. D'abord, Blum (2002) souligne que les relations entre les mathématiques et la réalité ont été un thème central pour l'éducation depuis une trentaine d'années ; il précise que l'expression « modélisation et applications » (*applications and modelling*) s'utilisera pour désigner les relations entre les Mathématiques et le monde réel. Ce sujet est devenu progressivement important pour l'enseignement des mathématiques, comme on peut l'observer grâce aux articles d'ICME mais aussi à l'existence d'un congrès spécifique à cette problématique, comme le congrès international de l'enseignement de la modélisation et des applications (International Congress of Teaching in Mathematics and Applications, ICTMA). Ce congrès a lieu tous les deux ans depuis 1983 et les actes du congrès fournissent une série d'exemples, d'études, de ressources et de contributions sur le sujet, à tous les niveaux scolaires. Depuis une dizaine ou vingtaine d'années, l'apparition de manuels et de programmes montre aussi l'intérêt de souligner les liens entre mathématiques et réalité mais parfois cette réflexion ne s'applique pas de manière satisfaisante à la réalité scolaire comme prévu dans les programmes ou les manuels.

While applications and modelling also play a more important role in most countries' classrooms than in the past, there still exists a substantial gap between the ideals of educational debate and innovative curricula, on the one hand, and everyday teaching practice on the other hand. In particular, genuine modelling activities are still rather in mathematics lessons.

(Blum, 2002, page 2)

Pratique et théorie

Il y a eu un grand nombre de travaux sur la modélisation mathématique dans l'enseignement, dans les dernières décennies. Ces travaux sont en grande partie tournés vers la pratique, c'est à dire vers l'enseignement d'exemples de modélisation, vers l'écriture des manuels et vers le développement de curricula innovateurs incluant la modélisation. Mais quelques-uns de ces travaux comportent une dimension de recherche, c'est à dire une réflexion systématique dans le but d'obtenir des réponses à certaines questions.

Quelques-unes de ces recherches portent sur la clarification de concepts et de notions importants (comme les modèles, les cycles de modélisation, etc), sur les compétences et l'identification de difficultés et les stratégies mises en place par les élèves lorsqu'ils modélisent, sur l'observation et l'analyse de l'enseignement et les processus de communication lors de séances de modélisation, etc. Ces types de travaux sont en augmentation, d'après Blum (2002). « *In particular during the last few years the number of genuine research contributions has increased as can be seen in recent ICTMA proceeding* » (Blum, 2002, page 3).

Une deuxième partie de l'étude ICMI 14 porte sur l'établissement d'un cadre théorique et de certaines définitions. Une partie de ces définitions a déjà été commentée dans l'article de Blum et Niss (1991), voir paragraphe I.2.a. Cette étude reprend la description du processus de

modélisation donné par ces auteurs. A l'époque, les auteurs avaient qualifié de « modélisation mathématique » le passage d'une situation de départ au modèle mathématique. Cette fois-ci, Blum indique qu'« il est commun d'utiliser le terme de modélisation mathématique au sens du processus entier qui consiste à structurer, mathématiser, travailler mathématiquement et interpréter/valider (parfois plusieurs fois).»

Notons que le thème de la modélisation et des applications reste totalement séparé de la résolution de problème, sujet auquel il avait été associé auparavant (comme Blum et Niss le démontraient dans leur article de 1991).

Un autre élément important, c'est l'existence de ce que Blum appelle « modèle réel » (real model) dans la description du processus de modélisation. Cette étape intermédiaire entre une situation réelle et le modèle mathématique sera observée et développée par d'autres auteurs. A propos de celle-ci, Blum écrit :

Sometimes the given problem situation is already pre-structured or is nothing more than a « dressing up » of a purely mathematical problem in the words of a segment of the real world. This is often the case with classical school word problems. In this case mathematising means merely “undressing” the problem, and the modelling process only consist of this undressing, the use of mathematics and a simple interpretation”

(Blum, 2002, page 5)

Cette réalité observée en situation scolaire et décrite ici par Blum est à garder en tête, car elle rejoint un constat déjà fait par d'autres auteurs. Il est donc intéressant de préciser davantage ces problèmes ou situations de modélisation « habillés ». Cela sera traité plus loin (Paragraphe I.4.a).

Pour conclure ce document de discussion, Blum fait appel aux communications des chercheurs qui travaillent sur ce sujet, et il annonce qu'une conférence préliminaire aura lieu en 2004 en Allemagne pour préparer (avec des contributions choisies et discutées lors de cette pré-conférence) un livre, comme produit final de cette étude sur l'état de l'art de la modélisation dans l'enseignement des Mathématiques¹.

ii Pré-étude ICMI 14 (2004)

Un document préliminaire de l'étude ICMI 14, issu de la conférence qui a eu lieu en février 2004 à Dortmund (Allemagne), a été accessible lors du dernier ICME (10). Cette étude avait comme finalité la discussion et la mise en commun de différentes recherches autour de la modélisation.

Introduisons d'abord une distinction faite par García (2005) dans l'évolution de la problématique didactique de la « modélisation et des applications », deux étapes : la première,

¹ Disponible chez Springer depuis 2007.

nommée « pré-scientifique » dans laquelle les travaux sur le sujet proposent et mettent en place des cas différents de modélisation ; dans plusieurs niveaux éducatifs ; la deuxième étape, qu'il nomme « cognitive », considère les travaux où sont problématisés les processus de modélisation, synthétisés dans le cycle de modélisation (la plupart de temps, celui du Blum et Niss, ou du moins inspiré de celui-ci). A l'intérieur de cette deuxième étape, García place les travaux où la problématique est centrée sur les processus de résolution de problèmes appliqués ou sur le cycle de modélisation et ses différentes étapes. Il propose que les recherches dans cette direction, soient :

celles qui sont centrées sur l'analyse des processus cognitifs des élèves lors de la réalisation de situations de modélisation

celles qui déterminent et analysent les conceptions et croyances des élèves sur les processus de modélisation

celles qui déterminent et analysent les conceptions et croyances des professeurs sur les processus de modélisation

Ce travail se range dans la première classe de travaux. Justement, dans le document préliminaire de l'étude ICMI 14, García (2005) identifie quatre travaux de ce type :

- Celui de Garfunkel (2004), qui propose les outils et les habitudes mentales mobilisés par les élèves dans les tâches de modélisation
- Celui de Engel et Vogel (2004), qui porte sur les processus des élèves lorsqu'ils construisent et évaluent leurs propres modèles
- Celui de Berry et Houston (2004), qui analysent les différents styles de travail mobilisés par les élèves lorsqu'ils modélisent
- Et le travail de Borromeo (2004), qui analyse l'influence de différents styles de pensée mathématique dans le processus de transition entre la réalité et les mathématiques. Elle considère nécessaire d'analyser de manière plus approfondie dans les processus cognitifs engagés dans le développement des modèles, pour mieux comprendre la pensée des élèves dans ces processus.

Nous nous sommes intéressés à approfondir aussi ce sujet, en particulier l'étude des processus de modélisation dans une perspective cognitive. C'est justement le travail développé par Borromeo dans sa contribution à l'étude ICMI 14 (2004), mais aussi dans ses recherches postérieures sur le sujet (2005, 2006), qui constituent la base théorique d'une partie de la problématique de notre thèse consacrée à l'étude de processus cognitifs mis en place par les élèves lors de la modélisation d'une situation « réelle » : quelles difficultés ? quels processus ?

Nous développerons davantage les travaux de Borromeo (paragraphe I.4.b et I.4.c), mais auparavant, il nous semble nécessaire de préciser ce que nous entendons par modèle et par démarche de modélisation. Avant de conclure ce paragraphe, nous voudrions expliciter un choix de recherche qui est central dans notre thèse : nous travaillons sur la démarche de modélisation en tant qu'objet d'enseignement.

C La modélisation en tant qu'objet et outil

Dans la littérature, on distingue entre enseigner par la modélisation, et enseigner la modélisation. Cela correspond à la dialectique outil–objet introduite par Douady (1986) qui permet de considérer la notion de « processus de modélisation » en tant qu'outil d'enseignement ou en tant qu'objet d'enseignement.

D'un autre côté, García (2005) distingue deux types de travaux de recherche : ceux qui proposent la modélisation comme outil à enseigner et ceux qui considèrent ce processus comme un objet d'enseignement. Cette dernière acception suppose que le processus de modélisation sert à l'introduction d'objets mathématiques nouveaux, et aide à renforcer la motivation de l'élève et à contribuer à modifier son attitude envers les mathématiques.

Cette distinction était déjà évoquée dans les travaux de Coulange (1997, 1998). Elle distingue deux tendances : enseigner par la modélisation et enseigner la modélisation. Il est important de préciser dans cette partie que nous allons nous placer dans cette deuxième perspective, car dans notre thèse nous serons intéressés par la manière dont la démarche de modélisation apparaît comme objet d'enseignement dans le système scolaire français et en particulier au niveau du Secondaire.

Comme notre étude se place donc dans le deuxième approche, nous privilégierons la démarche de modélisation plus que la notion de modèle.

3 *Objet général de la thèse*

Avant de continuer, nous explicitons l'objet général de notre thèse. Nous avons vu que l'importance de l'enseignement d'une démarche de modélisation dans plusieurs niveaux scolaires pouvait être reflétée par le nombre croissant de recherches autour de ce sujet, dans les Actes de congrès internationaux tels que l'ICME et l'ICTMA.

Notre travail de thèse présente deux objectifs principaux :

- le premier objectif consiste à étudier comment l'objet dit « démarche de modélisation » vit dans le système scolaire français (dans une institution particulière, comme nous le précisons plus loin)
- le deuxième objectif est vu du côté des élèves, car nous sommes intéressés à étudier leurs processus cognitifs lorsqu'ils sont face à une tâche de modélisation. Nous voudrions repérer leurs difficultés lorsqu'ils résolvent un problème particulier.

Par la suite, nous précisons notre cadre théorique, et plus particulièrement les définitions de modèle et démarche de modélisation dans notre thèse.

4 *Modèle et Modélisation*

Introduisons d'abord des définitions de modèles et de démarche de modélisation existantes dans l'activité scientifique. Ces définitions serviront ensuite de référence pour analyser la transposition de la démarche de modélisation dans l'enseignement.

A La notion de modèle

Le terme « modèle » est un terme utilisé avec des sens assez variés. Par exemple d'après la définition du Larousse (citée par Coulange, 1997), un modèle est ce que l'on reproduit par imitation : le modèle du peintre ou l'élève modèle. On trouve dans la littérature existante de nombreuses significations données à ce terme. Pour notre travail, nous retenons d'abord la définition donnée par Henry (2001) : « Un modèle est une interprétation abstraite, simplifiée et idéalisée d'un objet du monde réel, ou d'un système de relations, ou d'un processus évolutif issus d'une description de la réalité » (page 151).

Il nous semble nécessaire de faire deux commentaires à propos de cette première définition de « modèle ». D'abord, il faut souligner « la nécessité de mieux préciser la distinction entre le monde réel que l'on étudie et son idéalisation ». Il ne faut « retenir que certains des aspects caractéristiques de la réalité, qui semblent être pertinents pour le problème posé et qu'on simplifie en une abstraction de cette réalité » (Henry, 2001). Il faut aussi établir que le « modèle peut être représenté dans différents systèmes de signes : images, schémas, langages ou symbolismes, s'inscrivant dans différents registres de représentations, (...) » (Henry, 2001, page 151).

Une autre définition de modèle est la suivante :

(...) un modèle est une représentation symbolique de certains aspects d'un objet ou d'un phénomène du monde réel, c'est à dire une expression ou une formule écrite suivant les règles du système symbolique d'où est issue cette représentation.

Pavé (cité par Henry 2001, page 151)

Pour notre étude, nous allons préférentiellement parler de modèles en tant que représentation symbolique et donc par la suite, à chaque fois que nous utiliserons le terme « modèle » dans ce document, nous ferons référence à un modèle mathématique dans le registre algébrique.

A ce sujet, Henry établit que :

*Parmi les différents registres de représentations, le langage et le symbolisme mathématique permettent des descriptions puissantes sur lesquelles peuvent opérer des propriétés et des algorithmes généraux. Nous les appellerons « **modèles mathématiques** ». Souvent, ils nous sont tellement familiers que nous n'en voyons pas d'autres, et nous avons tendance à confondre ces représentations avec les objets idéaux en jeu, lesquels sont souvent confondus avec la réalité qu'ils modélisent.*

(Henry, 2001, page 152)

Dans ces définitions données par Henry par rapport aux modèles existants, nous voyons qu'il privilégie aussi le modèle mathématique symbolique parmi les différents registres existants, et qu'il souligne encore une fois la confusion possible entre la réalité que l'on veut modéliser et le modèle mathématique.

B Schémas de modélisation

Dans ce paragraphe, nous présenterons différents schémas de processus de modélisation publiés dans différents travaux de recherche. Nous voudrions ici signaler l'utilisation de deux mots trouvés dans la littérature pour faire référence à la démarche de modélisation : *cycle* et *processus*. Dans la plupart des travaux en anglais, on trouve le mot « cycle » pour faire référence à la transition entre les différentes étapes d'une démarche de modélisation. D'après le Petit Robert, un cycle est une suite de phénomènes se renouvelant sans arrêt. Nous faisons l'hypothèse que cela est fait dans le but de souligner le caractère non linéaire de cette démarche, car il est parfois nécessaire de recommencer les étapes à nouveau. D'une autre côté, les travaux en français privilégient l'utilisation du mot « processus », qui d'après le dictionnaire signifie « un ensemble de phénomènes convergents et successifs, qui correspondent à un changement, [et qui] ont un but ».

Finalement, on ne trouve pas une différence particulière pour l'utilisation de ces mots et donc dans notre thèse, nous allons utiliser ces deux termes en tant que synonymes, même si l'on utilisera plus souvent le mot « processus » ou « démarche ».

Pour la thèse, nous allons reprendre la classification des cycles de modélisation donnée par Borromeo (2006), pour présenter certains cycles que nous trouvons intéressants et pertinents pour la formation de notre propre schéma de modélisation. L'article publié par Borromeo dans la revue internationale *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM, revue allemande en anglais et en allemand aussi) sera fondamental pour nous. Il s'intitule « Différentiations théoriques et pragmatiques des phases du processus de modélisation »². Avant de continuer, Borromeo établit que dans son article, elle parlera principalement des travaux de l'école allemande et des pays anglophones.

Pour notre travail de mémoire du DEA (Rodríguez, 2003), nous avons déjà fait le travail de recueillir, dans un ensemble de travaux français sur la modélisation, différents schémas possibles pour le processus de modélisation. Sur cet ensemble de travaux, nous avons cité les plus représentatifs et ceux que nous avons considérés comme importants pour la construction d'un outil d'analyse pour notre travail de DEA. Dans cette partie, nous allons reprendre ces cycles de modélisation « français » pour les incorporer à la thèse, et aussi les classer suivant les assertions de Borromeo.

² Titre original en anglais: Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process.

La plupart de ces cycles de modélisation sont cités dans la littérature existante en didactique des mathématiques. Une grande partie de ceux-ci font allusion à une démarche de modélisation des experts, car ils la considèrent à partir d'une réalité ouverte et complexe comme c'est le cas chez Pollak (cité par Borromeo, 2006), Blum et Leiss (2005), Chevallard (1989) et Henry (2001) entre autres. Même si les auteurs ne le disent pas de manière explicite, nous avons fait cette hypothèse d'après ce qui est dit dans leurs articles. De même, ces auteurs soulignent les phases de validation comme importantes et comme Henry l'établit, cette étape relève plus du domaine des experts. D'autre part, les cycles de modélisation présentés par Galbraith et Stillman (2006) ainsi que par Coulange (1997), peuvent être considérés plus du côté des élèves, car ces auteurs prennent en compte la réalité scolaire et ce qui est vraiment fait dans la salle de classe. Par exemple, Galbraith et Stillman passent d'une réalité complexe à l'énoncé du problème ; Coulange considère de manière analogue que le modèle pseudo-concret est l'énoncé des problèmes concrets en algèbre. La plupart de ces auteurs dirigent leurs études vers la situation scolaire, mais quelques-uns prennent plus en compte que d'autres ce qui s'est passé dans la classe. García (2005) cite Chevallard à ce sujet, il établit que, même s'il existe d'autres formulations plus ou moins sophistiqués du cycle de modélisation, il s'agit d'une description prise des Mathématiques pour être utilisée en Didactique. Il est donc supposé une vision unique de la démarche de modélisation pour tous, cette démarche serait la même pour un biologiste, un élève de secondaire et un chercheur en Didactique. Chevallard souligne sur ce point que c'est ignore la relativité institutionnelle de tout savoir mathématique et processus de transposition didactique.

Ce phénomène sera également signalé d'une certaine manière par Borromeo (2006). C'est un aspect intéressant pour nous et que nous reprendrons plus loin, car nous sommes intéressés à préciser la définition d'une démarche de modélisation idéale (des experts) mais surtout d'une description de ce processus pour les élèves, qui sera finalement notre outil d'analyse pour la thèse. Nous préciserons cette démarche dans un paragraphe ultérieur (I.4.d).

i Classification des cycles de modélisation

Un des objectifs principaux de Borromeo (2006) est de faire une distinction entre plusieurs schémas de modélisation (proposés dans divers travaux de recherche) comme base des premières étapes du processus de modélisation. Elle va donc se centrer dans les premières étapes entre la situation de départ (réelle) et le modèle mathématique.

Une autre différence trouvée entre les différents cycles de modélisation utilisés dans la littérature en Allemagne est le fait que les étapes de validation et d'interprétation puissent être considérées comme séparées ou mixtes. Cette différence est citée par Borromeo (2006) dans son article, mais n'y sera pas centrale.

En prenant en compte les premières étapes du processus de modélisation (situation réelle vers le modèle mathématique), Borromeo divise en quatre groupes les cycles de modélisation, de la manière suivante :

Groupe I des schémas de modélisation

Dans ce premier groupe, elle considère les cycles de modélisation qui passent directement d'une situation réelle (étape de la situation réelle) au modèle mathématique (MM) sans faire référence à aucune étape intermédiaire.

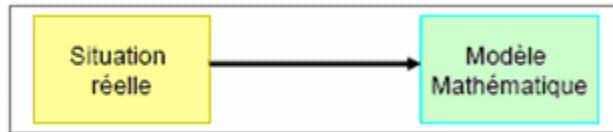


Figure 1: Schéma type du groupe I

Un exemple pour le groupe I est le travail réalisé par Pollak (cité par Borromeo, 2006, page 89) dans le champ de la modélisation ; son cycle de modélisation utilisé est un cycle simple, où il y a deux domaines : celui des mathématiques et celui du monde réel, et pour cet auteur, modéliser signifie passer de la réalité aux mathématiques (pour la construction du modèle) sans prendre en compte des étapes intermédiaires entre ces deux domaines. Nous verrons que lorsque l'on parle de l'enseignement de la modélisation en classe, l'existence de ces étapes intermédiaires sera importante pour guider le travail de l'élève.

Groupe II des schémas de modélisation

Dans ce groupe, nous trouvons les cycles de modélisation qui considèrent déjà une étape intermédiaire entre la situation réelle (SR) et le modèle mathématique (MM). Normalement, cette étape est appelée par les travaux anglophones étape du « modèle réel » (MR, *real model*).

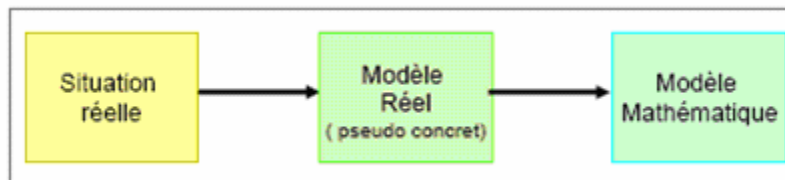


Figure 2: Schéma type du groupe II

Le schéma de Kaiser-Messmer (1995), Kaiser (2005)

Dans cette catégorie, nous pouvons classer le cycle de modélisation développé et travaillé par Kaiser-Messmer (cité par Kaiser, 2005) et qui est représenté par la figure suivante :

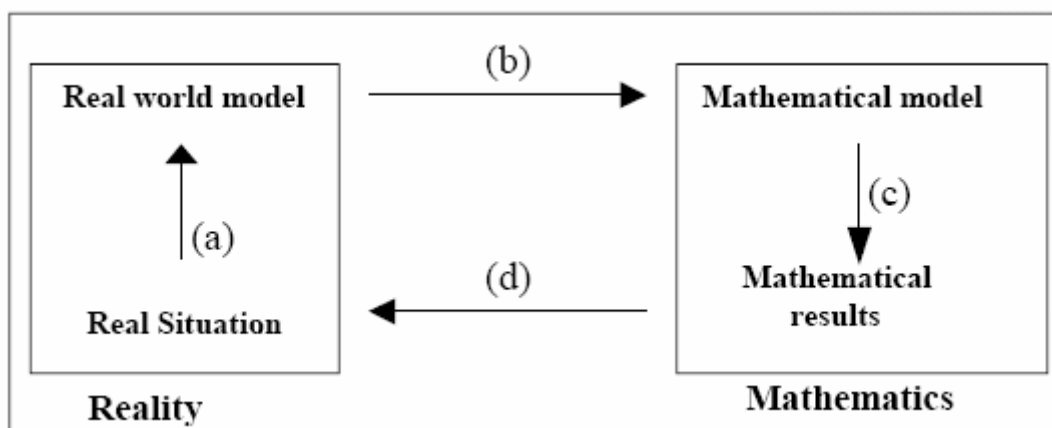


Figure 3: Schéma de Kaiser-Messmer, 1995, cité par Kaiser (2005)

Notons ici que Kaiser, dans son article, appelle « real world model » au lieu de « real model » cette étape intermédiaire, mais il faut signaler que ces deux termes sont synonymes. Borromeo classe aussi les travaux sur la modélisation (et les cycles de modélisation associés) menés par Blum dans les années 80 et 90 ainsi que le travail de Maab (2004, cité par Borromeo, 2006).

Les schémas de Galbraith et Clatworthy (1990) et celui de Blum et Niss (1991)

Dans ce même groupe, nous classifions les cycles de modélisation proposés par Galbraith et Clatworthy (1990), et celui de Blum et Niss (1991, article pris comme référence importante dans les paragraphes antérieurs).

Dans leur article, Blum et Niss s'intéressent au processus de résolution de problèmes appliqués et décrivent le processus de modélisation en six étapes. Cette description peut être schématisée grâce au schéma de Galbraith et Clatworthy (1990) figurant dans l'article. Il est important de noter l'existence de l'étape intermédiaire, entre le monde réel et le monde mathématique. L'étape 2 de Galbraith et Clatworthy (« *assumptions made in model* ») est l'étape du modèle réel (*real model*) dans l'article de Blum et Niss.

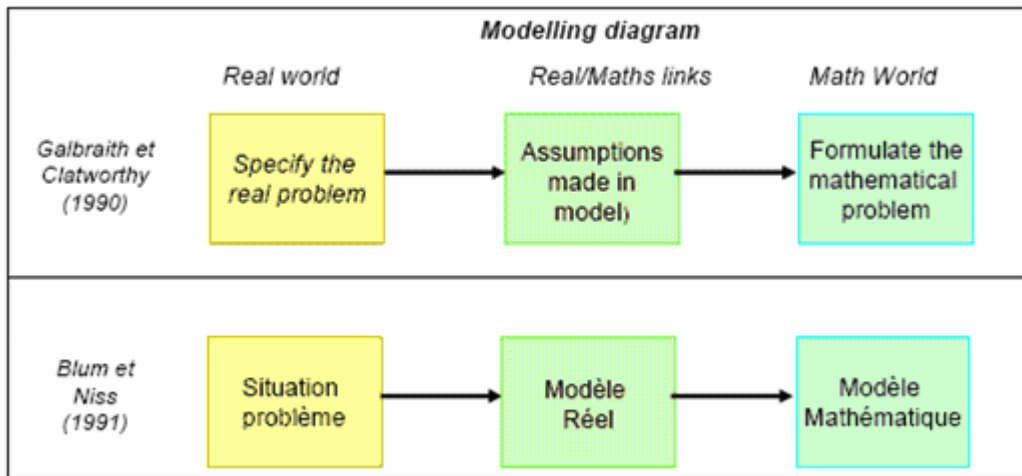


Figure 4: Schémas de modélisation de Galbraith (1990) et de Blum et Niss (1991).

Dans ce même groupe, nous pouvons aussi classifier les travaux de Chevallard (1989), Coulange (1997) et Henry (2001) (travaux français) mais ils appellent cette étape intermédiaire « modèle pseudo-concret ».

Le schéma de Chevallard (1989)

Dans cette même catégorie, nous pouvons classifier la définition de Chevallard (1989).

Cette définition est représentée par un schéma simplifié du processus de modélisation qui suppose deux registres d'entités : un système (mathématique ou non mathématique) et un modèle (mathématique) de ce système. Ce processus comporte trois étapes :

- 1) La définition du système qu'on entend étudier, en précisant les aspects pertinents de l'étude qu'on veut faire de ce système, comme l'ensemble des variables par lesquelles on le découpe dans le domaine de réalité où il nous apparaît.
- 2) La construction du modèle en établissant un certain nombre de relations entre les variables prises en compte dans la première étape, le modèle du système étant l'ensemble de ces relations.
- 3) Le travail sur le modèle obtenu dans le but de produire des connaissances relatives au système étudié, connaissances qui prennent la forme de nouvelles relations entre les variables du système.

C'est l'étape 3 qui est une phase proprement mathématique, tandis que les autres étapes sont du ressort du domaine de la réalité dont est censé relever le système. Par rapport au schéma auparavant présenté (cf. figure 4), l'étape 1 (définition du système) correspond au passage de la Situation Réelle au Modèle Réel ; l'étape 2 (construction du modèle) correspond au passage entre le Modèle Réel au Modèle Mathématique et finalement l'étape 3 correspond à l'étape Modèle Mathématique.

Dans ce schéma proposé par Chevallard, il faut noter qu'il n'aborde pas en profondeur, dans une étape postérieure à l'étape 3, la question de la validité des modèles construits. C'est une étape qui mérite pourtant une importante attention pour compléter tout le cycle de modélisation, comme nous le verrons plus tard.

Nous devons signaler que ce schéma a été utilisé comme la définition de référence de modélisation par certains travaux, notamment dans la thèse de Saglam (2004) où elle utilise cette définition pour analyser et classifier le type de problèmes posés en classes de mathématiques et de physique de Terminale S, et en première année d'Université dans le cadre de l'enseignement des équation différentielles et de l'électrodynamique.

Le schéma d'Henry (2001)

Le travail d'Henry (2001) introduit aussi l'étape de « Modèle pseudo-concret » à l'intérieur de la démarche de modélisation. Il place cette étape entre celle de la « Réalité » et celle de l'établissement du « Modèle mathématique » du système à étudier.

Henry (2001) explique ainsi le passage de l'observation d'une situation réelle à sa description en termes courants :

Cette description est déjà une sorte d'abstraction et de simplification de la réalité, dans la mesure où certains choix sont faits, pour ne retenir que ce qui semble pertinent de cette situation vis-à-vis du problème étudié. Cette description est d'ailleurs pilotée par ce que j'appellerai un regard théorique, c'est-à-dire, une connaissance de type scientifique s'appuyant sur des modèles généraux préconstruits, pour apprécier justement ce qui se révélera pertinent.

*Puis il s'agit de traduire cette description en un système simplifié et structuré : c'est le niveau du **modèle pseudo-concret**. (...)...il faut dégager les hypothèses pertinentes...cette construction est guidée par un premier niveau de connaissances du phénomène étudié...et par les outils mathématiques disponibles, déjà maîtrisés (...)*

(Henry, 2001, page 154).

L'introduction de cette étape intermédiaire semble répondre à des questions déjà posées dans d'autres travaux, par exemple celui de Dantal (2001): « Effectivement, en choisissant cette démarche, la difficulté importante est de construire des étapes intermédiaires entre l'observation de la réalité et la construction du modèle mathématique » (page 138).

Le schéma proposé par Henry semble considérer que par ce type de problématique, on identifie et caractérise ces étapes, intermédiaires entre la réalité et la construction du modèle mathématique. Nous verrons que dans notre travail, cette distinction des étapes sera fondamentale pour notre analyse didactique. Cet aspect sera développé plus loin plus en détail.

Pour conclure son article, Henry remarque que dans une modélisation, il y a deux étapes délicates qui relèvent d'une connaissance spécialisée des phénomènes étudiés :

L'identification.- Le choix entre plusieurs modèles possibles et la détermination expérimentale des paramètres qui interviennent comme hypothèses du modèle.

La validation.- L'évaluation du degré d'approximation des résultats théoriques, obtenus avec les valeurs expérimentales correspondantes, et la décision que le modèle est, ou n'est pas, bien adapté à la situation étudiée.

Sur le premier aspect (celui de l'identification, en fait la première étape du processus de modélisation), Henry (2001, page 154) remarque l'importance de cette tâche « si l'on veut introduire en mathématiques une véritable démarche expérimentale, il convient de ne pas négliger la première étape de la modélisation au niveau de la situation concrète : l'observation de la situation réelle ».

Le travail d'Henry porte sur l'enseignement des probabilités au Lycée et il constate que celui-ci est délicat, en raison de plusieurs difficultés cumulées comme l'introduction d'un nouveau concept, de vocabulaire et surtout la démarche de modélisation. Il suppose qu'une familiarisation plus précoce des élèves avec des situations réelles, avec leur description et avec l'expérimentation, pourrait être une manière de réduire ces difficultés.

Comme Henry le montre dans son travail, les étapes d'avant et d'après le travail mathématique sur le modèle construit, sont très importantes pour l'apprentissage d'une démarche de la modélisation dans l'enseignement.

Le schéma de Coulange (1997)

Nous citons le mémoire de Coulange (1997) à ce propos, car la présence du terme « modèle pseudo-concret » joue un rôle important dans son travail et qu'elle définit le modèle pseudo-concret comme « une interprétation du système étudié en termes de langage naturel, mais où la structure mathématique qui va être utilisée dans le modèle mathématique associé est plus ou moins sous-jacente » (page 6). Donc, le passage de l'étape du Modèle pseudo-concret à celle du modèle mathématique devient une traduction en langage mathématique relativement à un cadre mathématique choisi.

Une autre raison pour laquelle le travail développé par Coulange dans son mémoire de DEA nous a fortement inspirés est l'utilisation qu'elle fait de son schéma de modélisation, comme outil d'analyse qui lui permet de décrire et établir le contrat didactique existant en classe de troisième, à l'occasion de l'enseignement de problèmes concrets qui seront modélisés grâce à un système d'équations linéaires.

Nous devons dire aussi que c'est à l'occasion du travail de Coulange qu'apparaît par la première fois de manière explicite une classification des étapes du processus de modélisation donnée par Henry à l'intérieur des trois domaines différents : le domaine réel, le domaine pseudo-concret et le domaine mathématique. Pour la suite de notre travail, nous allons mettre en valeur l'existence de ces domaines pour la distribution des étapes de modélisation.

Finalement, pour notre mémoire de DEA, nous avons établi un schéma de processus de modélisation, comme savoir de référence. Nous le reproduisons ici car nous ferons référence à ce premier outil d'analyse déjà utilisé dans nos travaux antérieurs.

Notre premier schéma (Rodríguez, 2003)

Pour notre DEA, nous avons articulé le schéma d'Henry avec celui utilisé aussi par Coulange (1997) dans son mémoire (en le complétant par d'autres auteurs ; cf. Rodriguez, 2003) pour former notre outil d'analyse.

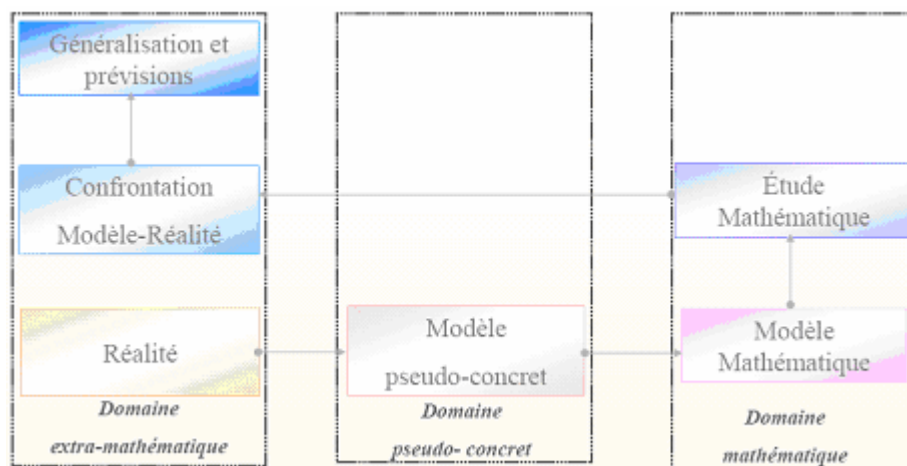


Figure 5: Schéma du processus de modélisation d'après Rodríguez (2003)

Galbraith et Stillman (2006)

Une autre schéma, que nous allons classer dans ce même groupe, est celui proposé et travaillé par Galbraith et Stillmann (2006) et présenté ci-dessous :

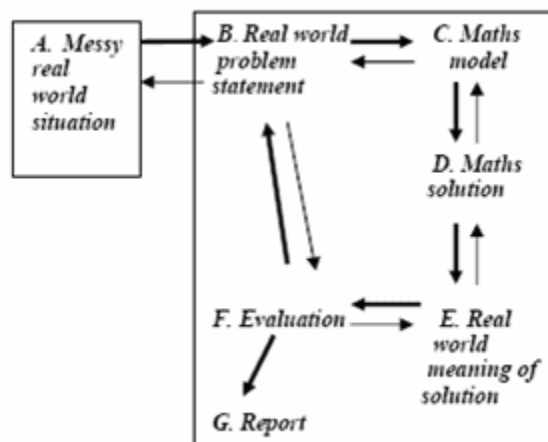


Figure 6: Schéma du processus de modélisation d'après Galbraith et Stillman (2006).

Notons pour ce cycle en particulier que les auteurs appellent « *real world problem statement* » (énoncé du problème du monde réel) l'étape intermédiaire entre une situation de départ de la vie réelle et la construction du modèle mathématique associé. Cette étape correspond en réalité à ce que Kaiser (1995) appelle « modèle réel » ou à ce que Coulange (1997) et Henry (2001) nomment « modèle pseudo-concret ». Nous verrons ultérieurement que l'identification de l'énoncé (texte) d'un problème avec le modèle dit réel est aussi utilisé par d'autres auteurs,

comme Borromeo. Dans les sections qui suivent, nous reprendrons de nouveau le cycle de modélisation proposé par Galbraith et Stillman (2006), et plus particulièrement leurs travaux de recherche développés à propos de la construction d'un cadre théorique, pour l'identification de blocages des étudiants pendant les transitions entre les étapes du processus de modélisation.

L'introduction de cette étape intermédiaire entre le monde réel et le modèle mathématique a pris de l'importance dans notre travail antérieur (Rodriguez, 2003) lorsque nous nous sommes intéressés à l'étude du contrat didactique existant en classe de mathématiques à propos de l'introduction des équations différentielles comme outils de modélisation. Les nouveaux objectifs de notre travail, en particulier l'étude des processus cognitifs mis en œuvre par les élèves lorsqu'ils modélisent une situation particulière, nous amènent à décrire de manière encore plus détaillée cette étape intermédiaire, suivant les travaux de chercheurs qui se trouvent dans le groupe III mais surtout dans le groupe IV, des schémas de modélisation.

Avant de présenter les deux derniers groupes (III et IV) de schémas de modélisation, introduisons les définitions données par Borromeo pour ces deux nouvelles étapes qui apparaissent : celle de « Modèle de la Situation » (MS) et celle de « Représentation Mentale de la Situation » (RMS).

Borromeo établit d'abord, que pour son article (et donc son travail), les termes « modèle de la situation » (SM) et « représentation mentale de la situation » (RMS) seront utilisés en tant que synonymes.

Le modèle de la situation (MS) et la représentation mentale de la situation (RMS)

Par rapport à l'étape du « modèle de la situation », Borromeo écrit que cette phase est incluse dans le processus de modélisation par les chercheurs intéressés par l'étude des processus cognitifs des sujets pendant le processus de modélisation. C'est la raison pour laquelle le modèle de la situation est pris en compte dans le cycle, car les chercheurs ont fait l'hypothèse que cette étape sera réalisée par les sujets lorsqu'ils modéliseront une situation. Le terme de « modèle de la situation » (*situation model* en anglais) est utilisé par rapport à des problèmes de modélisation non complexes, ou plus précisément à des problèmes dits concrets (*word problems*).

Kintsch et Greeno (cités par Borromeo 2006) développent un modèle où les principaux éléments sont un ensemble de structures de connaissances et un ensemble de stratégies, pour utiliser ces connaissances en vue de construire une représentation et résoudre le problème. Dans ces recherches, nous pouvons trouver une définition de *situation model* (également appelée modèle du problème, *problem model*) :

The situation model includes inferences that are made using knowledge about the domain of the text information. It's a representation of the content of a text, independent of how the text was formulated and integrated with other relevant experiences. Its structure is adapted to the demands of whatever tasks the reader expects to perform.

Kintsch et Greeno cité par Borromeo (2006, page 88)

Il est important de commenter dans cette partie que lorsqu'on considère l'étape du modèle de la situation (MS) dans la résolution des problèmes concrets, cela conduit à un cycle de modélisation où l'étape du modèle de la situation coïncide avec la construction du modèle réel. Par exemple, Blum et Niss (1991) établissent que les problèmes concrets représentent déjà un modèle réel (ou pseudo-concret), cela amène à mettre en place un processus très réduit pour la construction du modèle mathématique. Ils remarquent aussi que la situation réelle dans ce type de problèmes est souvent simplifiée et que les représentations mentales de la situation ou le modèle de la situation peuvent être dégagés de manière directe du modèle réel.

Mais pour Borromeo, le modèle de la situation peut être décrit comme une représentation mentale de la situation (RMS) donnée par le texte du problème.

A situation model can be described, without going into great detail here, as a mental representation of the situation, which is given in the word problem.

Borromeo (2006, p. 87)

Borromeo (2006) établit donc une autre approche similaire (Borromeo (2005³), projet COM²⁴) en prenant en compte cette phase mais elle préfère l'appeler « représentation mentale de la situation » (RMS).

Les travaux publiés par Borromeo Ferri utilisent le terme de représentation mentale de la situation (RMS) au lieu de modèle de la situation, parce que ce terme décrit mieux pour elle le type de processus internes en relation avec l'image mentale de l'individu, pendant et après la lecture d'une tâche (complexe) de modélisation.

Groupe III des schémas de modélisation

Dans cette catégorie, Borromeo classe les cycles de modélisation présentant aussi une étape intermédiaire entre la « Situation Réelle » et le « Modèle Mathématique », mais cette étape est un mélange entre l'étape du « modèle réel » (ou « modèle pseudo-concret ») et celle de la « représentation mentale de la situation » (ou « modèle de la situation »). L'auteur qualifie cette étape intermédiaire comme « mixte ».

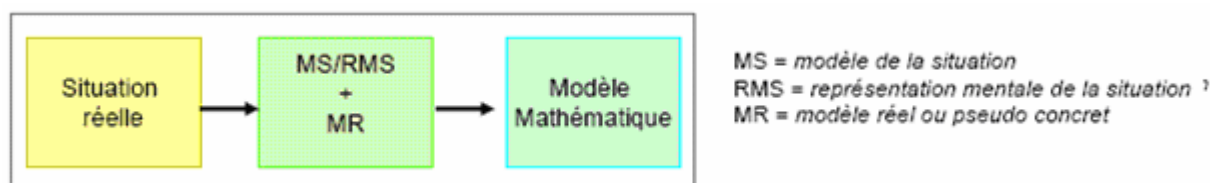


Figure 7: Schéma type du groupe III

³ Actes de l'ICTMA 12.

⁴ Cognitive psychological analysis of modelling process in mathematical lessons.

Comme exemples de cycles de modélisation de ce groupe, Borromeo cite ici plusieurs recherches qui ont été faites dans le champ des problèmes concrets (*word problems*) sur la manière de laquelle ces problèmes pouvaient être résolus. Les schémas de modélisation associées à ce type de recherches proposent une démarche où une des étapes peut être vue comme un mélange entre le « modèle pseudo-concret » et le « modèle de la situation ».

Une question qui est posée par les recherches sur le schéma de modélisation appartenant au groupe II, d'après Borromeo, est: « *Is a situation model⁵ really built before the real model is understood as a structured aspect in the word problem ?* » (page 88).

C'est une question intéressante à répondre mais Borromeo précise qu'elle ne prétend pas y répondre dans son article, mais que les recherches autour de ce sujet le tenteront.

Groupe IV des schémas de modélisation

Pour conclure dans la classification donnée par Borromeo, nous parlerons des cycles de modélisation qui font une distinction entre le modèle situation ou la représentation mentale de la situation (MS/RMS), et le modèle réel (MR). C'est-à-dire qu'à ce groupe appartiennent les cycles de modélisation qui modélisent le passage de la situation réelle au modèle mathématique, grâce à deux étapes intermédiaires : modèle de la situation ou représentation mentale de la situation (MS/RMS), et modèle réel (MR).

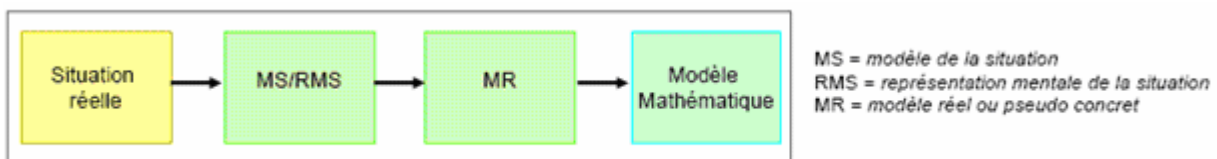


Figure 8: Schéma type du groupe IV

Les chercheurs « travaillent » avec ce nouveau type de cycle de modélisation, car ce schéma permet d'étudier les processus cognitifs mis à l'œuvre chez les individus.

Blum et Leiss (2005) utilisent la notion de modèle de la situation pour l'intégrer à un cycle déjà existant (celui proposé par Reusser) de la façon suivante :

⁵ L'étape du modèle de la situation est synonyme de l'étape de représentation mentale de la situation ici.

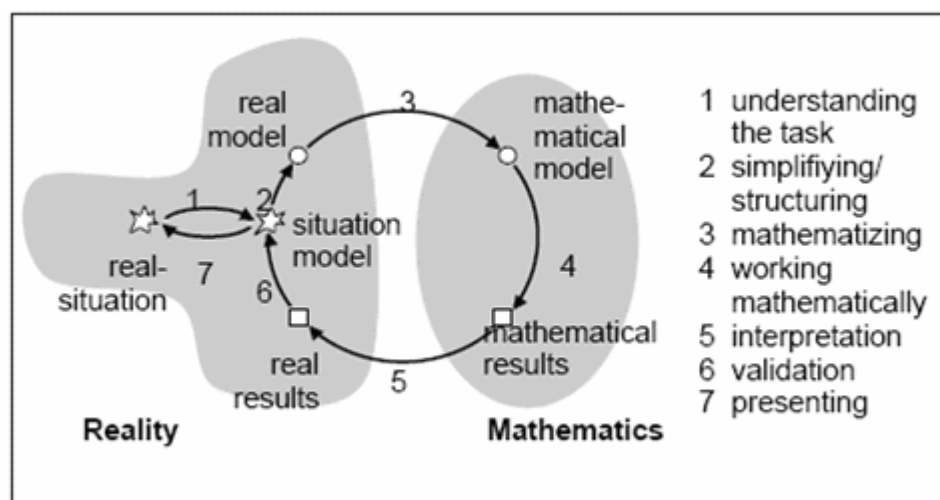


Figure 9: Schéma de Blum et Leiss (2005)

Borromeo (2006) souligne que l'aspect nouveau introduit par Blum et Leiss (2005), c'est l'idée de considérer des tâches de modélisation complexes, au lieu de problèmes concrets. Cela constitue un aspect original par rapport à cette notion de modèle de situation. Pour ces auteurs, l'étape du modèle de la situation est une phase très importante pendant le processus de modélisation, et même la plus importante. Pour eux, le passage entre la situation réelle et le modèle de la situation permet de comprendre la tâche.

Un modèle de la situation peut être décrit comme une représentation mentale de la situation, laquelle est construite à partir de l'énoncé du problème par le sujet.

Borromeo prend le schéma antérieur (figure 9) comme base pour ces travaux mais elle favorise l'utilisation du terme « représentation mentale de la situation » (RMS) au terme de « modèle de la situation » (MS). L'objectif des travaux de Borromeo est donc d'étudier le processus de modélisation dans une perspective cognitive

ii Conclusion de la présentation des quatre groupes de schémas de modélisation

Parmi les aspects les plus importants cités par Borromeo comme intéressants à prendre en compte, figurent les suivants:

Les cycles de modélisation et la description de ces étapes, envisagés comme la description d'une démarche « idéale » de modélisation.

Plusieurs études empiriques ont démontré que le processus de modélisation n'était pas un processus linéaire.

Il manque davantage de recherches sur la manière dont ces étapes (ou phases) peuvent être décrites à un micro-niveau (de manière plus détaillée) ; et il manque aussi une comparaison par rapport à ses « phases idéales ». On considère ici l'idée de García (2005), qui établit qu'on ignore la relativité institutionnelle de la connaissance mathématique ainsi que les processus de transposition didactique (au sens de Chevallard), lorsqu'on ne considère qu'un seul processus de

modélisation « idéal » (celui mis en place par les experts) à enseigner à l'école. Borromeo remarque et souligne l'importance de distinguer la démarche de modélisation utilisée en recherche de celle utilisée au sein de l'école (de manière pédagogique). A l'école, une réduction des phases de modélisation semble parfois nécessaire.

Borromeo souligne l'importance et la difficulté de distinguer les étapes de « modèle réel » et « modèle mathématique » (et en plus « modèle de la situation »). Cette différenciation a été faite de manière théorique, mais elle n'a pas été faite de manière empirique. C'est un autre objectif dans le projet COM² mené par Borromeo.

C Autres travaux de Borromeo (2003 et 2006)

Pour notre travail, nous allons utiliser un cycle de modélisation du type groupe IV, en prenant comme base le schéma proposé par Borromeo « dans une perspective cognitive » où elle établit dans sa recherche une différenciation empirique de chaque phase. Nous partons de l'idée que les étapes RMS et MR peuvent être considérées en tant que des étapes différentes du processus de modélisation.

Nous choisissons de travailler avec la description du processus de modélisation (et le schéma) de Borromeo, car il va nous permettre de mieux étudier les processus cognitifs mis en œuvre par les sujets qui modélisent.

Le travail de reprise des éléments de plusieurs travaux français sera aussi utilisé et en particulier le schéma final utilisé comme outil d'analyse pour le mémoire de DEA. Nous ferons en réalité une re-construction à partir des éléments de notre schéma de modélisation antérieur et du schéma de modélisation de Borromeo, pour établir ce qui sera « le schéma de modélisation de référence » pour notre travail de thèse.

i Les styles de pensée mathématique (« mathematical thinking styles »)

Une notion centrale dans les travaux développés par Borromeo est la notion de style de pensée mathématique que cet auteur développe comme cadre théorique dans sa thèse.

Borromeo (2005) précise qu'elle utilisera l'approche des styles de pensée mathématique d'un point de vue didactique et psychologico-cognitif, pour analyser ces données recueillies. « Using cognitive psychology for analysis, with mathematical thinking styles as theoretical “glasses”, is a new approach in the field of mathematical modelling. » (page 2).

Borromeo part de la définition de *style* suivante:

(...) reference to habitual patterns or preferred ways of doing something (...) that are consisted over longs periods oft time and across many areas of activity.

(Stenberg et Grigorenko, cité par Borromeo, 2003, page 2)

Suite à cette première définition, l'auteur précise la signification du « style de pensée » (thinking style) :

(...) preferred way of thinking » or « preference in the use of abilities we have.

(Stenberg, cité par Borromeo, 2003, page 2)

L'étude de Borromeo vise à construire une définition pour l'expression "style de pensée mathématique" en Didactique des Mathématiques. Dans sa thèse, Borromeo propose la définition suivante de style de pensée mathématique :

Mathematical Thinking style is the term I use to denote « the way in which an individual prefers to present, to understand and to think through mathematical facts and connections using certain internal imaginations and/or externalized representations. Hence, mathematical style is based on two components: 1) internal imagination and externalized representations, 2) the holistic respectively the dissecting way of proceeding »

De la thèse de Borromeo, cité par Borromeo (2005).

A partir de cette notion, Borromeo (2005, page 9) conclut finalement que:

The analysis shows that an individual's mathematical thinking style influences the way in which the modelling process is carried out.

(...)

The different phases of modelling cycle can be distinguished empirically

Nous centrerons notre attention sur la différenciation des phases du processus de modélisation dans le paragraphe suivant (cf. Annexe 1).

ii La modélisation mathématique dans une perspective cognitive

Dans un de ces articles, Borromeo (2005) souligne aussi le nombre restreint de travaux existants autour de la modélisation mathématique dans une perspective cognitive. Elle souligne entre autres, les travaux de recherche développés par Lesh et qui abordent deux aspects :

Firstly, on a micro process level, the focus lies on the individual as a part of a group. Secondly, the question of how and why actual individual modelling occurs, and what kind of constructions of meaning takes place while working on reality – based tasks are also aspects which are goals of this study.

Lesh (cité par Borromeo, 2005)

Nous présenterons le cycle de modélisation de Borromeo, pour considérer les descriptions de ces phases de manière empirique (cf. Annexe 1), où elle décrit en six parties les transitions d'une étape à une autre).

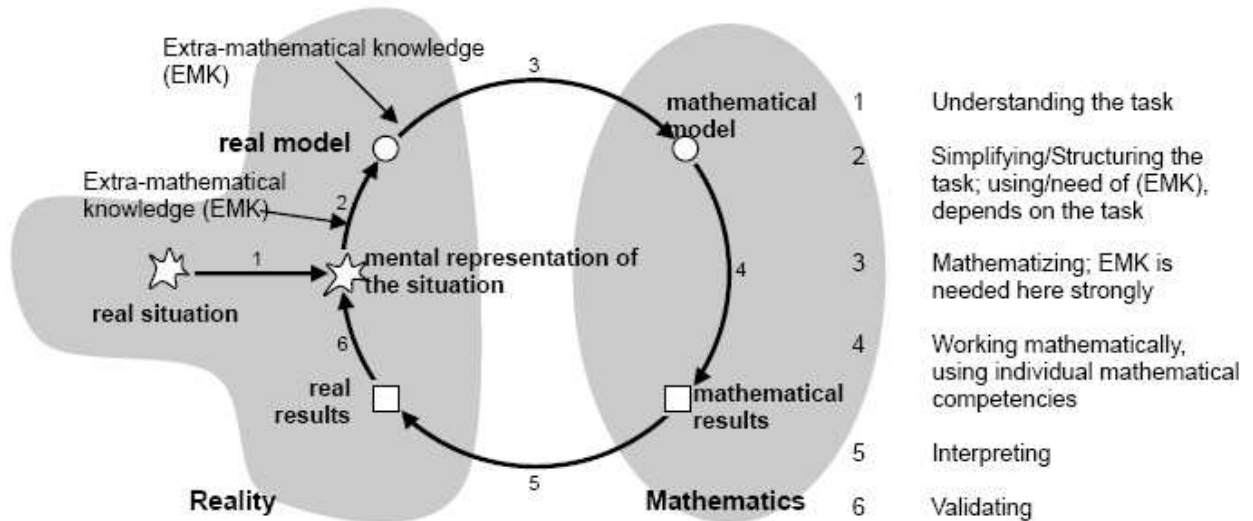


Figure 10: Cycle de modélisation dans une perspective cognitive montré par Borromeo (2006, page 92).

Il est important de souligner que cette auteure prend en compte les processus cognitifs mis en œuvre par les sujets lorsqu'ils modélisent. Elle essaie en même temps de relier les styles de pensée mathématique à l'activité de modélisation du point de vue des processus cognitifs mis en œuvre par les sujets.

Une notion qu'elle introduit et que nous trouvons très intéressante, est celle relative aux routes individuelles de modélisation (*individuals modelling routes*). Cette notion est importante et nous souhaitons l'incorporer dans notre travail de thèse. Nous développerons cette notion dans le paragraphe I.6.b.

D Schéma et description du processus de modélisation de référence

Jusqu'ici nous avons présenté la description empirique que Borromeo fait de chaque étape du cycle de modélisation (figure 10) telle qu'elle le présente dans son article (2006, page 92). Par la suite, nous allons finalement articuler cette description avec notre schéma de modélisation de référence, pour présenter ce qui sera le schéma en jeu dans notre travail :

Notre schéma de modélisation comporte 8 étapes, que nous allons commenter ci-dessous. Il faut noter que ce cycle est plus proche de la démarche de modélisation réalisée par les chercheurs car il part d'une réalité ouverte et complexe, et qu'à l'intérieur de cette réalité on choisit de travailler sur une situation réelle.

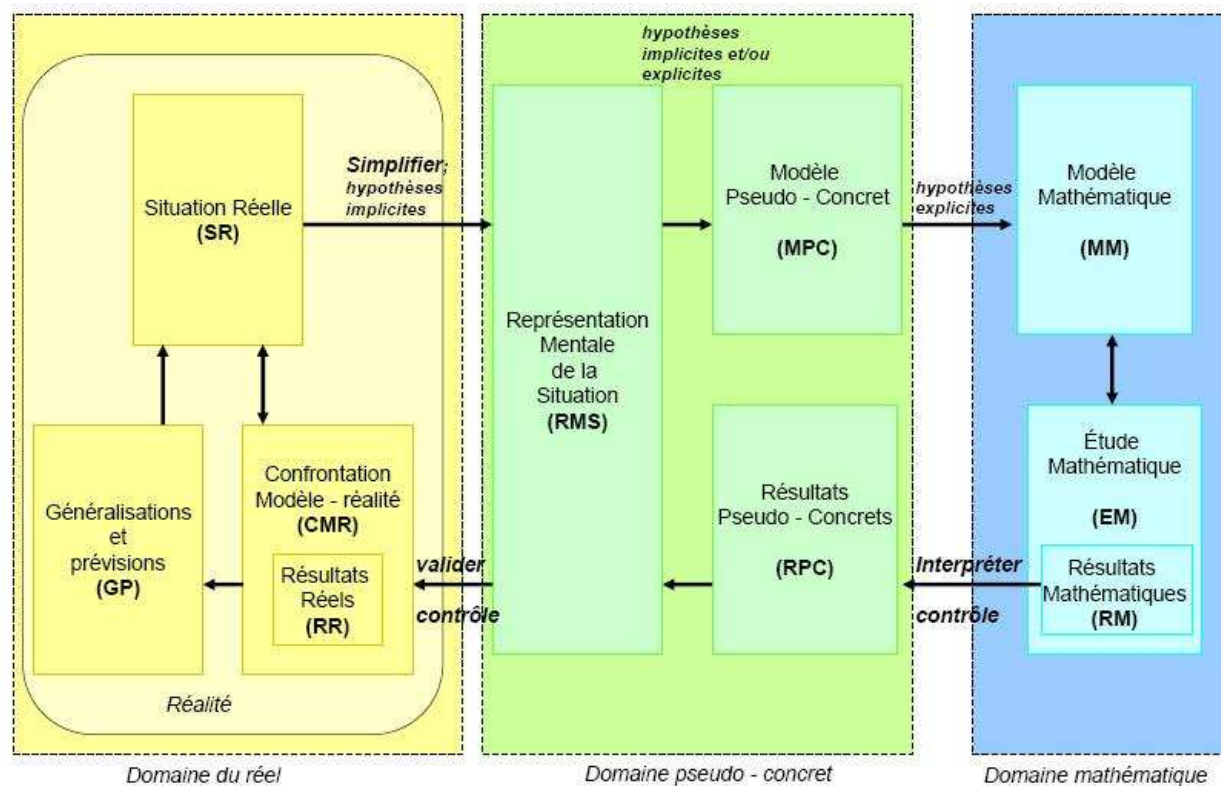


Figure 11: Cycle de modélisation de référence.

i Description de la démarche de modélisation experte – du chercheur – pour notre travail de thèse

<i>Étapes/transitions</i>	<i>Description</i>	<i>Activités attendues</i>
<p>Étape 1</p> <p>SR \subset R</p>	<p>Situation réelle (SR) \subset Réalité (R)</p> <p>On part d'une situation réelle qui se place à l'intérieur d'un phénomène réel qui lui-même appartient à une réalité complexe et ouverte. La SR peut être présentée à travers une description verbale mais souvent écrite sous forme de texte (énoncé d'activité ou problème), d'une figure ou des deux. Les données de la SR peuvent être issues d'un processus expérimental.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Faire une description simplifiée et précise du phénomène - Comprendre le contexte - Application d'un protocole expérimental pour l'obtention de données
<p>Transition 1-2</p> <p>SR \rightarrow RMS</p>	<p>Le sujet comprend plus ou moins le problème. Une reconstruction mentale de la situation donnée dans le problème aura lieu, qui est faite à un niveau implicite et la plupart de temps de manière inconsciente par l'individu. Même si le sujet n'a pas compris totalement le problème, il peut travailler sur cette tâche.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Clarifier restructurer, simplifier, interpréter le contexte du problème. - Faire des hypothèses pour simplifier le problème. - Choix des éléments pertinents pour le problème posé
<p>Étape 2</p> <p>RMS</p>	<p>Représentation Mentale de la Situation (RMS)</p> <p>Dans cette étape, le sujet a déjà une certaine compréhension de la situation donnée dans le problème. L'attention est donnée aux nombres et chiffres donnés dans le problème que le sujet devra combiner ou mettre en relation. On observe dans cette partie du travail de modélisation des simplifications inconscientes de la tâche, desquelles on pourra dégager certaines hypothèses (implicites) réalisées par le sujet, la plupart du temps de manière inconsciente. On observe aussi une préférence individuelle sur la manière de négocier le problème.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Faire des hypothèses implicites de manière verbale ou à travers des représentations externes, telles qu'un dessin ; un schéma, etc.
<p>Transition 2-3</p> <p>RMS \rightarrow MPC</p>	<p>Une idéalisation et simplification a lieu, mais un peu plus consciemment par le sujet. Le sujet prend des décisions ; ces décisions influencent la manière de filtrer l'information dans le problème. Cela dépend du type de problème qui est posé ; la question de la demande de connaissances extra-mathématiques intervient.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identifier entités clés ou stratégiques - Identifier des éléments corrects des entités clés - Etablir des hypothèses explicites et/ou (la plupart de temps) implicites

<p><i>Étape 3</i></p> <p>MPC</p>	<p>Modèle Pseudo – concret (MPC)</p> <p>On travaille avec une situation générique, décontextualisée, abstraitement porteuse des propriétés et des objets d'étude. Cette phase est fortement connectée avec la RMS. Ce modèle est la plupart du temps construit de manière interne par l'individu. Cela signifie que les niveaux de représentations externes (allure des graphes, formules) peuvent aussi représenter un modèle. Cela est pris en compte dans les énoncés verbaux des individus lorsqu'ils réalisent leurs représentations externes.</p> <p>A ce stade, les hypothèses du modèle sont implicites (en général) ou explicites (pour le contexte particulier).</p>	<p>Présentation du modèle en termes courants.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Énoncer précisément les lois régissant le phénomène. Les lois doivent être énoncées en langage naturel; elles doivent décrire le comportement général du problème - Il faut préciser quelles sont les inconnues et les variables du problème. Une inconnue a une signification concrète qu'il faut savoir interpréter - Confrontation des hypothèses de modèle avec les éléments correspondants de la description
<p><i>Transition 3–4</i></p> <p>MPC → MM</p>	<p>Le sujet mathématise, et dans cette transition les connaissances mathématiques sont fortement exigées des individus pour construire le modèle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identifier variables dépendantes et indépendantes pour les inclure dans le modèle algébrique. - Se rendre compte que la variable indépendante devra être uniquement définie comme telle - Représenter les éléments de manière mathématique où par des formules qui pourront être appliquées - Faire des hypothèses explicites
<p><i>Étape 4</i></p> <p>MM</p>	<p>Modèle Mathématique (MM)</p> <p>Dans cette étape, on établit un ensemble d'équations ou des formalismes mathématiques qui représentent les propriétés du modèle et les hypothèses retenues. Dans cette phase, les sujets font principalement des représentations externes, comme formules ou graphes. Les énoncés verbaux des sujets appartiennent à un niveau mathématique et ils font moins référence à la réalité.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Écriture mathématique des relations repérées entre variables dans un cadre théorique déterminé - Formulation mathématique de la question posée - Mise en équation à partir des lois du phénomène étudié et des connaissances théoriques du modèle pseudo-concret. - Adaptation du modèle à la situation précise
<p><i>Transition 5</i></p> <p>MM → EM</p>	<p>Pour cette transition, les sujets utilisent leurs compétences mathématiques.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Appliquer les formules ou méthodes de résolution appropriées - Appliquer processus de simplification

		algébrique pour des formules symboliques
Étape 5 RM \subset EM	Résultats Mathématiques (RM) \subset Etude Mathématique (EM) Dans cette étape, le travail purement mathématique est réalisé. On travaille avec et sur les propriétés du modèle mathématique qui découlent des hypothèses et des théories mathématiques utilisées. Les sujets écrivent leurs résultats mathématiquement .	<ul style="list-style-type: none"> - Ecrire les résultats théoriques internes au modèle mathématique - Rédiger un énoncé formel d'une réponse au problème mathématique posé - Obtenir résultats supplémentaires qui permettent d'interpréter les solutions obtenues
Transition 5–6 RM \rightarrow RPC	Une première interprétation des résultats a lieu dans cette transition, qui est importante mais souvent réalisée de manière non consciente par les individus. Dans cette transition, le sujet devra identifier les résultats mathématiques obtenus avec sa partie du domaine pseudo-concret. Dans cette transition, on peut valider le travail réalisé mathématiquement, c'est une sorte de contrôle .	<ul style="list-style-type: none"> - Réaliser le nécessaire pour entraîner les mathématiques avant d'avoir recours à une question interprétative - Identification des résultats mathématiques avec sa partie du domaine pseudo-concret - Contextualiser les résultats mathématiques intermédiaires et finaux au domaine pseudo-concret
Étape 6 RPC	Résultats Pseudo-Concrets (RPC) Dans cette étape, le sujet devra interpréter les résultats mathématiques obtenus en termes de la situation pseudo-concrète. Cela est réalisé la plupart du temps de manière presque inconsciente.	<ul style="list-style-type: none"> - Intégrer les arguments pour justifier les interprétations - Réaliser des corrections (si nécessaire) dans le domaine mathématique, avant de recourir à une question interprétative finale - Assouplir/modifier les contraintes principales pour produire les résultats nécessaires pour soutenir une nouvelle interprétation
Transition 6 – 7 RPC \rightarrow RMS \rightarrow CMR	Dans cette transition, le sujet devra réaliser une deuxième interprétation des résultats pseudo-concrets par rapport à la situation réelle de départ. Il faudra donc valider ce qui est obtenu grâce au modèle par rapport à ce qui est établi en réalité (par exemple de manière expérimentale). Notons ici que cette deuxième interprétation est plus consciente et que cette transition est influencée par la représentation mentale, construite par l'individu, de la situation réelle de départ. Dans cette transition, on peut valider le travail d'interprétation réalisé, c'est une sorte de deuxième contrôle .	<ul style="list-style-type: none"> - Contextualiser les résultats pseudo-concrets en termes de la situation réelle. - Interpréter les résultats obtenus et une formulation de ceux-ci en termes concrets - Argumenter et justifier les interprétations produites - Réconcilier les résultats intermédiaires inattendus avec la situation réelle - Réconcilier les aspects mathématiques et

		réels du problème
<p><i>Étape 7</i></p> <p>RR \subset CMR</p>	<p>Résultats réels (RR) \subset Confrontation Modèle–Réalité (CMR)</p> <p>Une recontextualisation du modèle à la situation de départ est faite ; on trouve aussi dans cette étape une confrontation des résultats issus du modèle avec les informations accessibles de la réalité (par exemple les données expérimentales et/ou tableau de données, graphes, etc.)</p> <p>Nous disons dans cette partie qu'on valide le modèle construit : si le modèle est acceptable (la question d'adéquation du modèle s'impose ici), le sujet devra conclure et communiquer les résultats ; si le modèle est non acceptable, il faudra se poser les questions (où se trouve le problème) et recommencer le cycle de nouveau. L'appréciation de la validité du modèle suppose une connaissance spécialisée de la situation A ce stade du processus de modélisation, on observe deux types de validation: intuitive (non consciente la plupart du temps) ou basée sur les connaissances (de manière plus consciente).</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comparer des résultats numériques ou qualitatifs avec les données réellement observées (mesures expérimentales correspondantes) pour vérifier la validité et la pertinence du modèle - Considérer les implications du monde réel avec les résultats mathématiques - Considérer l'adéquation des données de sortie du modèle, au monde réel - évaluer la marge d'erreur et l'acceptabilité du modèle. - Le cas échéant, expliquer les divergences entre la réalité et les prévisions du modèle
<p><i>Transition 7–8</i></p> <p>CMR \rightarrow GP</p>	<p>Une fois que le modèle est accepté comme adéquat à la situation de départ, la question de l'extension du modèle validé pour d'autres situations analogues pourrait être considérées.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Se rendre compte des limites pour l'ouverture des contraintes acceptables pour une solution ou un modèle valide
<p><i>Étape 8</i></p> <p>GP</p>	<p>Généralisations et prévisions (GP)</p> <p>L'extension du modèle validé pour d'autres situations analogues, ainsi que leurs conditions de généralisation, sera considérée. Les prévisions des résultats attendus dans ces nouvelles situations pourraient être étudiées. L'appréciation de la généralisation du modèle suppose aussi une connaissance spécialisée de la situation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Considérer des paramètres non considérés ou négligés avant
<p><i>Transition 8–1</i></p> <p>GP \rightarrow SR \subset R</p>	<p>Si nécessaire, le sujet devra recommencer le cycle de modélisation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Recommencer le cycle de modélisation si le modèle n'est pas adéquat, ou s'il faut considérer d'autres paramètres auparavant négligés

La construction de ce nouveau schéma a été faite d'après des schémas et des descriptions du processus de modélisation donnés par Henry (2001) et Borromeo (2006) entre autres.

Nous avons qualifié la démarche de modélisation décrite antérieurement comme le cycle de modélisation de référence utilisé par les experts, car c'est plus adapté au type de modélisation mis en œuvre par les chercheurs plutôt que par les étudiants. Nous devons donc proposer un deuxième schéma de modélisation pour la situation scolaire – et donc pour les élèves. La plupart du temps, le type des situations « réelles » présentées en classe procède déjà de ce que les auteurs appellent un modèle réel ou pseudo-concret. Nous avons déjà énoncé ce constat (dans nos résultats de mémoire de DEA) quand nous avons établi qu'en classe de Mathématiques, la plupart des exercices portaient d'une situations « pseudo-réelle » et nous avons donc observé un écart important entre ce qui est un vrai processus de modélisation (celui mis en œuvre par les chercheurs) et la démarche existante en classe. Cela, on le verra plus tard, est une transposition de cet objet dans les contextes d'enseignement. C'est un aspect dont on parlera dans les sections à venir.

Ci-après, nous expliciterons les objectifs d'étude pour la thèse.

5 Objectif de notre étude

Etant donné l'importance actuelle de l'enseignement de la modélisation, nous avons mené une étude préliminaire en faisant la révision des travaux sur la modélisation en France et à l'échelle mondiale, pour repérer les différents types de notions mais surtout de cycles de modélisation existants pour établir finalement celui qui sera notre cycle de modélisation de référence dans notre thèse (il deviendra un outil d'analyse pour les chapitres postérieurs). La description d'une démarche de modélisation a été établie dans la section I.4.d du présent chapitre I, grâce aux travaux de Coulange (1997), Henry (2001) et Borromeo (2006).

Nous avons identifié deux types possibles :

- la démarche mise en œuvre par les chercheurs
- la démarche mise en en place dans l'enseignement. Il faut noter ici l'influence des résultats issus de notre mémoire de DEA pour la considération de deux types de démarche possibles, et donc la prise en compte de phénomènes de transposition.

Le deuxième type correspond à une remarque faite par Borromeo sur l'importance de distinguer entre la démarche de modélisation utilisée en recherche (savoir savant) et celle utilisée à l'intérieur de l'école (savoir à enseigner et/ou enseigné). La réduction des phases de modélisation semble être nécessaire à l'école.

Dans notre thèse, il devra être précisé comment la transposition de cette démarche de modélisation « expert » réduit (ou pas) la démarche de modélisation véritablement à enseigner.

Le choix de recherche pour notre thèse est :

L'étude de la démarche (transposée) de modélisation dans l'institution globale Classe de Terminale S – lycée – et dans la sous - institution Classe de Mathématiques.

A Premier objectif : du côté des tâches de modélisation

Un premier objectif est d'analyser le travail des élèves et des professeurs dans les séances en classe de Mathématiques lors de l'enseignement du processus de modélisation en tant qu'objet d'enseignement (Chapitre II). Nous retenons le choix déjà fait de travailler en classe de terminale S (filière scientifique, lycée) et en particulier par rapport à l'introduction de l'outil équation différentielle en tant qu'outil de modélisation.

Les questions initiales par rapport à ce premier objectif, sont :

Quel enseignement est-il mis en place d'après les programmes et dans les manuels de Mathématiques ?

Quelles activités y sont proposées ?

B Deuxième objectif : du côté des élèves

Comme deuxième objectif il y a la prise en compte des processus cognitifs mis en oeuvre par les élèves lorsqu'ils modélisent des situations réelles en classe.

Questions initiales par rapport au deuxième objectif :

Quelles stratégies mettent-ils en place ?

Quel processus suivent-ils pour aboutir à la construction d'un modèle ?

Et surtout, quelles sont les difficultés rencontrées par les élèves pour modéliser des situations réelles ?

Dans le paragraphe suivant, nous expliciterons la méthodologie à suivre pour aborder ces objectifs de recherche, et nous introduirons les éléments théoriques pertinents pour apporter des réponses à nos questions de recherche.

6 *Méthodologie*

Tout d'abord, il faut signaler que le cadre théorique de la transposition didactique va nous permettre de définir une méthodologie, pour analyser la démarche de modélisation dans l'enseignement.

Le thème central de la théorie de la transposition didactique telle qu'elle a été développée par Chevallard (1991), est celui des savoirs et des institutions. Cette théorie met en évidence le problème de la légitimation des objets de savoir enseignés, et l'apparition systématique d'un écart entre un savoir enseigné et les références qui le légitiment, écart dû à des contraintes pesant sur le fonctionnement du système d'enseignement.

C'est justement à cet écart entre la démarche de modélisation de référence et la démarche activée au sein de la classe de Mathématiques que nous nous sommes intéressés ici. Pour ce faire, nous allons analyser la transposition de cette démarche relative à l'introduction de la notion d'équation différentielle comme outil de modélisation. Nous étudierons cette transposition en trois étapes :

- 1) La définition des programmes officiels de la classe de Mathématiques en Terminale S.
- 2) Comment cette définition des programmes conduit à des praxéologies exprimées dans les manuels.
- 3) Comment le professeur l'adapte à ses élèves.

Précisons comment nous mènerons l'étude de ces trois points.

A Sur le premier objectif : du côté des tâches de modélisation

Au préalable, il faudra se questionner sur le type d'activités et de problèmes existants en classe de Mathématiques à l'occasion de l'introduction de l'outil de modélisation : l'équation différentielle en classe de Mathématiques en Terminale S.

D'après les trois étapes décrites ci-dessus, nous réaliserons (cf. Chapitre II) :

- 1) une analyse de ce qui est établi par les programmes officiels
- 2) une analyse de trois manuels utilisés habituellement dans cette classe (savoir à enseigner)
- 3) une analyse de ce qui est fait par le professeur en classe grâce aux observations et à certains enregistrements audio dans la classe, et aussi par le biais de notes prises par les élèves et/ou par un observateur (savoir enseigné)

Pour réaliser les analyses 2 et 3, nous utiliserons la Théorie Anthropologique de Chevallard (1999) et en particulier la notion de **praxéologie**.

i Des éléments théoriques pour aborder le premier objectif

La Théorie Anthropologique Didactique (TAD) a été développée par Chevallard (1999), mais récemment, un groupe de chercheurs espagnols, dont en particulier Artaud et Sahraoui-Kaidi (2004) et García, Gascón, Ruiz et Bosch (2006) ont développé cette théorie en rapport avec l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation et des applications.

La TAD est une manière de modéliser l'activité mathématique et leur enseignement/apprentissage à travers la notion de praxéologie. Nous citons Artaud et Sahraoui-Kaidi (2004) à propos de la définition de cette notion :

Une praxéologie est une réponse à une question du type comment faire ? (...)... le point d'où l'on part, c'est une tâche que l'on à accomplir...

(...)

*En fait en général, ce n'est pas une tâche toute seule qui apparaît, mais un type de tâches et ce à quoi il va falloir s'affronter, c'est donc un type de tâches **T**.*

(...)

*On se trouve alors face à une question **Q** : comment accomplir les tâches **t** du type **T** ? et il s'agit d'obtenir une réponse **R** à cette question.*

(...)

*Trouver une réponse à **Q** va d'abord prendre la forme de trouver une manière de faire, c'est ce que nous appellerons une technique τ .*

(pages 3 et 4).

En réalité ce bloc $[T/\tau]$ constitue le savoir-faire ou la praxis, car le type de tâches **T** doit être adapté à τ pour pouvoir fonctionner. Mais comme Artaud (2004) l'établit, la technique est un élément essentiel pour donner une réponse à la question **Q**, et devra être complétée par deux autres éléments : la technologie et la théorie. Nous citons à nouveau Artaud et Sahraoui-Kaidi au sujet de la notion de technologie :

*Quand on observe l'activité humaine dans différentes institutions, il apparaît presque toujours un discours autour de la technique pour accomplir **T**, même si ce discours est naturalisé, évanouissant, discours dont le but est de légitimer, de justifier la manière de faire τ , c'est la troisième composante du modèle que nous appellerons la technologie θ . Ce mot de technologie est à prendre dans son sens étymologique, discours (logos) sur la technique (techne). C'est une nécessité qui surgit dès qu'on demande une description du faire. Une technologie peut différer suivant l'institution dans laquelle la praxéologie est observée, et il n'y a pas de norme : une technologie relative à une technique peut être sans rapport avec la théorie scientifique. Notons que cette remarque vaut aussi pour les techniques : une technique peut être maladroite, ne pas bien marcher.*

Ajoutons qu'il n'y a pas qu'une seule forme de justification possible.

Artaud et Sahraoui-Kaidi (2004, page 4)

Artaud et Sahraoui-Kaidi (2004) soulignent aussi que même si la première fonction de la technologie est la justification, elle permet aussi de rendre la technique intelligible, compréhensible (« voir pourquoi ça marche ») et également de produire des techniques.

Et Artaud et Sahraoui-Kaidi introduisent finalement le dernier élément du modèle praxéologique : la théorie Θ .

Le dernier élément du modèle est la théorie Θ . C'est la justification de la technologie, donc en quelque sorte la technologie de la technologie. C'est un niveau un peu spéculatif, qui est très souvent évanouissant, et pour lequel on observe fréquemment un renvoi vers d'autres institutions, comme par exemple le fameux « on démontre en mathématiques » des physiciens, qui fait référence à une théorie mathématique dont relève le résultat technologique dont on va faire usage.

Comme la technologie, la théorie diffère suivant les institutions et peut être éloignée des théories scientifiques existantes.

Artaud et Sahraoui-Kaidi (2004, page 5).

De manière analogue à la praxis, il y a un bloc théorico-technologique [θ/Θ] qui constitue l'environnement technologique théorique (logos) ou savoir.

On arrive à l'établissement d'un modèle praxéologique ponctuel de la forme [$T/\tau/\theta/\Theta$]. Ce modèle constitue la brique élémentaire de l'activité humaine. Nous nous sommes intéressés à en déterminer la praxéologie associée à l'enseignement de la démarche de modélisation mise en place au lycée, en classe de Terminale S.

ii Questions de recherche par rapport au premier objectif

Les questions auxquelles on répondra grâce à ces analyses, sont :

Par rapport à la notion de praxéologie...

Quels types de tâches sont-ils demandés aux élèves, et quel genre de techniques est-il attendu de leur part, lorsqu'ils modélisent des situations au moyen d'équations différentielles ?

Sur quelles technologies et quelle théorie associées ces savoir-faire sont-ils fondés ?

Par rapport aux étapes du processus de modélisation...

Quelles étapes du processus de modélisation de référence sont-elles finalement abordées dans cette classe ?

Par rapport à la transposition de la démarche de modélisation...

Quelle transposition (si elle existe) de la démarche de modélisation a-t-elle lieu ?

A la fin du chapitre 2, nous caractériserons le type d'activités mises en place dans l'enseignement, les attentes sur ce qui est à enseigner (programmes mais aussi manuels) et ce qui est finalement enseigné aux élèves (matériel du cours, notes des élèves, etc.). Nous préciserons

également les techniques enseignées pour que l'élève puisse faire face à ces tâches de modélisation précises. Cela nous permettra d'étudier de manière plus précise comment la démarche de modélisation est mise en place et quelle est la distance entre la démarche de modélisation experte (à enseigner) et la démarche de modélisation enseignée. Nous voudrions enfin préciser le type de démarche de modélisation mise en place en classe de Mathématiques.

B Sur le deuxième objectif : du côté des élèves

Pour prendre en compte les processus cognitifs mis en oeuvre par les élèves lorsqu'ils modélisent des situations réelles en classe et pour préciser les techniques mises en place par les élèves, et surtout les difficultés qu'ils rencontrent pour modéliser des situations réelles, nous mettrons en place une expérimentation.

Cette expérimentation consistera à réaliser une activité de modélisation à un degré de liberté plus large que celui rencontré dans l'enseignement, pour analyser la manière dont les élèves font face à une situation inhabituelle.

Sur la base de données recueillies (productions écrites et échanges verbaux entre binômes des élèves), nous identifierons les techniques mises en place par ces élèves et les justifications données pour celles-ci (technologies et théorie) et vérifier si cela correspond ou non à ce qui a été observé dans les manuels ou les programmes.

Nous repèrerons les difficultés rencontrées lors de sa résolution : quels blocages apparaissent ? comment l'élève surmonte (ou pas) ces difficultés ? Cela peut nous amener à nous rendre compte qu'une technique enseignée en classe n'a pas été retenue par l'élève, mais aussi qu'il utilisera (peut-être) des techniques ou des technologies qui ne seront pas forcément enseignées en classe, des composantes de la praxéologie qui sembleront *vivre* ailleurs.

Il sera nécessaire d'identifier les blocages des élèves lors du processus de modélisation sera nécessaire en nous appuyant sur les travaux de Borromeo. Nous analyserons ce que font les élèves lorsqu'une situation en particulier (voir Chapitre V pour sa mise en conception, présentation et analyse a priori) sera mise en place au niveau Terminale S (enseignement secondaire). Cette analyse sera développée au Chapitre VI et VII, où la notion de « **routes de modélisation individuelles** » (de Borromeo) sera importante.

i Des éléments théoriques pour aborder le deuxième objectif

Borromeo (2006) a établi que l'étude de la modélisation du point de vue cognitif est souvent négligée dans la discussion sur la modélisation. Ce projet sera analysé d'un point de vue psychologico-cognitif, la base étant la notion de styles de pensée mathématique (*mathematical thinking styles*) développée dans la thèse doctorale⁶ de Borromeo (citée par Borromeo, 2003). Nous avons développé brièvement (cf. paragraphe I.3.c.i) cette notion de styles de pensée

⁶ Année de la thèse : 2004.

mathématique pour comprendre les travaux de Borromeo, même si la notion ne sera utilisée directement dans nos recherches, elle nous aidera à mieux comprendre l'approche proposée par cette auteure.

Quatre aspects sont analysés dans une perspective cognitive de ce projet, que nous voudrions incorporer dans notre thèse :

- Analyse des apprenants et des professeurs, en séances de mathématiques (observation du cours)
- Analyser les micro-processus à un niveau individuel (expérimentation).
- Analyser les groupes d'élèves (binômes, dans notre cas) pendant le processus (expérimentation).
- Considérer le rôle du professeur (types d'interventions de l'enseignant) en même temps (expérimentation).

Borromeo (2006a) essaie de répondre à la question de recherche suivante dans cette article:

Can the differences between situation model⁷, real model and mathematical model (as described in didactic literature on modelling) be reconstructed from the learners' ways of proceeding and what role do they play with regard to understanding the relationship between mathematics and "the rest of the world"?

Borromeo (2006, page 90)

Borromeo (2006) définit une démarche de modélisation « idéale » (une sorte de démarche de modélisation de référence, voir Figure 11) pour le prendre comme base. Elle propose l'utilisation de « routes individuelles de modélisation » (*individual modelling routes*) pour les apprenants, lorsqu'ils modélisent en groupes.

Pour Borromeo, les routes individuelles de modélisation montrent le processus de modélisation individuel à un niveau externe et interne. « Pour mieux préciser d'un point de vue cognitif, il faut parler de routes de modélisation visibles ou de représentations externes pour reconstruire le point de départ et la route de modélisation » (Borromeo, 2006, page 91, traduit de l'anglais)

Elle précise donc dans ses travaux une définition du terme de « routes de modélisation » (*modelling routes*) comme base de ses analyses car « cette définition n'est pas établie, du fait que cette notion n'est pas courante en littérature de didactique des mathématiques concernant la modélisation.

⁷ Pour Borromeo, le « modèle de la situation » (MS) dans notre travail est synonyme de représentation mentale de la situation (RMS).

Modelling route » is the term I use to denote the individual modelling process on an internal and external level. The individual starts this process during a certain phase, according to their preferences, and then goes through different phases several times or only once, focussing on a certain phase or ignoring others.

To be precise from a cognitive point of view, one has to speak of visible modelling routes, as one can only refer to verbal utterances or external representations for the reconstruction of the start-point and the modelling route.

Borromeo (2006, page 91).

Par rapport à cette notion, Borromeo (2006b) propose deux hypothèses de recherche dans un de ses articles:

Different mathematical thinking styles of the learners result in different observable modelling routes.

The learners' different mathematical thinking styles manifest themselves during the modelling process, in such a way that the starting-point of the modelling route seems to occur during different phases.

Les résultats obtenus par elle à partir de son expérimentation, ont été reformulés dans les hypothèses suivantes (Borromeo, 2005, pages 5 et 9) :

Les routes de modélisation des apprenants ayant différents styles de pensée mathématique, sont différents.

Les différentes phases du processus de modélisation dans une perspective cognitive, peuvent être différenciées empiriquement. Ces différences peuvent être signalées grâce aux routes individuelles de modélisation.

L'analyse de données a montré que la différenciation entre l'étape du modèle réel (ou pseudo-concret) et le modèle mathématique, est difficile pour les élèves.

Il y a une influence de la structure du problème de départ dans la distinction des étapes du processus de modélisation.

Nous voulons donc expliciter ces routes de modélisation des élèves (avec comme référence la démarche de modélisation précédemment décrite paragraphe I.4.d), en prenant comme observables les représentation externes des élèves, ainsi que les échange verbaux entre eux. Nous développerons plus en détail cette partie dans le chapitre VII, où une discussion des résultats issus de la mise en place de notre expérimentation sera développée.

ii Questions de recherche par rapport au deuxième objectif

Les questions auxquelles on répondra grâce à ces analyses, sont exposées ci-dessous.

En classe de Mathématiques :

Par rapport au type de tâches...

Quelle praxis les élèves mettent-ils en place?

Quels types de tâches et de techniques associées présentent-ils le plus de difficultés ?

Par rapport aux étapes du processus de modélisation...

Quelles étapes du processus de modélisation présentent-elles le plus de difficultés auprès des élèves ?

Par rapport aux routes de modélisation...

Que peut-on déduire des différentes routes de modélisation suivies par les élèves ?

Par rapport au rôle de l'étape de RMS....

La différenciation entre les étapes RMS et MPC peut-elle être utile pour mieux comprendre les processus cognitifs des élèves lorsqu'ils modélisent une situation particulière ?

Quel est le rôle de la RMS sur l'activité de modélisation des élèves ?

Et finalement, la dernière question sera :

Que retiennent finalement les élèves de la démarche de modélisation supposée être enseignée en Terminale S ?

7 Conclusion du chapitre I

Pour conclure ce chapitre, nous dirons que notre travail de thèse comportera deux volets :

Un volet centré sur la modélisation telle qu'elle est pratiquée dans l'enseignement, et sur les praxéologies qui y sont associées.

Un volet cognitif, où nous analyserons les difficultés qui apparaissent chez les élèves lorsqu'ils modélisent une situation réelle en classe de Mathématiques.

Nous essayerons d'apporter des éléments de réponse pour ces deux aspects, par rapport aux questions de recherche posées ci-dessus pour un cas très particulier qu'on précisera par la suite.

Chapitre II

Analyse des programmes et des manuels de Mathématiques

Dans ce chapitre, nous réalisons une analyse de programmes officiels français de Lycée, en raison des changements de programmes qui ont eu lieu en France en 2002, ces programmes soulignent l'importance de l'enseignement de la démarche de modélisation en classe de Mathématiques.

Nous choisirons ensuite l'une des trois classes de Lycée (Terminale) dans la filière scientifique (S), puis nous mènerons une analyse praxéologique de trois manuels de mathématiques, pour caractériser les praxéologies associées à l'enseignement de la démarche de modélisation, en considérant un objet mathématique en tant qu'outil de modélisation.

1 Analyse écologique des programmes officiels de Lycée

Il faut préciser que nous prenons comme base une analyse de programmes déjà réalisée dans notre mémoire de DEA (Rodríguez, 2003), et nous tirons parti de certains résultats issus de cette étude. Pour notre mémoire de DEA, nous avons choisi de travailler sur la problématique dans deux perspectives théoriques : l'écologie des savoirs et le contrat didactique. Remarquons que le point de départ avait été une analyse écologique globale des programmes officiels des classes de Lycée (en 2000/2001, avec mise en place en 2002), à partir de laquelle nous reprendrons certains résultats par la suite. Cette analyse avait comme finalité d'étudier le rôle joué par la démarche de modélisation dans les trois classes, en vue de choisir l'une d'entre elles pour situer notre étude.

A Analyse des programmes des classes de Seconde et Première, en filière Scientifique

Pour les programmes de la classe de Seconde, nous avons conclu que malgré la présence d'une démarche de simulation dans le domaine de la probabilité et de la statistique, à ce niveau la démarche de modélisation n'existe pas. Cette classe n'est donc pas une institution adéquate pour situer notre étude.

Le programme de Première S explicite qu'à partir de cette classe et de la suivante, (Terminale S) une partie des Mathématiques est dédiée à l'étude qui « concerne la *modélisation d'expériences de référence*⁸, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en

⁸ En statistique descriptive, qui occupe une part modeste dans la série S d'après le programme officiel.

prévoir d'autres ». En continuation du travail déjà effectué dans la classe précédente, le programme fait remarquer qu'en Première on approfondira « la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ».

Nous avons conclu que même si la démarche de modélisation commençait à avoir une « vie » dans le contexte de l'aléatoire, les traces de cette vie étaient trop faibles pour servir de référence dans notre étude.

C'est la raison pour laquelle nous avons focalisé notre attention sur la classe de Terminale S, car la présence des équations différentielles dans cette classe « bien que modeste, est fondamentale pour amener les élèves à la compréhension de la puissance des mathématiques pour la modélisation » (Ministère de l'Education Nationale, 2001a, p. 64). Nous conduisons l'analyse de cette classe au paragraphe suivant.

B Brève analyse écologique des programmes de la classe de Terminale S

Le programme de Terminale S est constitué comme une continuation de celui de Première S et il en reprend certains éléments, mais étant la classe de fin d'études secondaires, il doit aussi répondre à deux exigences : s'inscrire dans la cohérence des connaissances transmises aux élèves dans leur cursus scolaire et s'ouvrir à des horizons nouveaux et variés. C'est la diversité des filières ouvertes après la classe de Terminale S qui rattache ces exigences au programme, car s'il est possible que dans certaines de ces filières les Mathématiques jouent effectivement un rôle central, il est certain que pour toutes les filières elles demeureront « *un outil de modélisation et de calcul* ». Un des propos de ce nouveau programme, c'est de prendre en compte les demandes et les besoins de la société ainsi que l'évolution de la discipline comme conséquence de ces demandes.

Nous avons repéré que le programme de cette classe donnait une place importante à la démarche de modélisation et de plus une première niche que nous pouvons identifier est que la modélisation est un moyen qui permet d'assurer le rôle des Mathématiques comme une science qui permette (entre autres aspects) de satisfaire les besoins exigés par la société. La préoccupation de transmettre aux élèves une distinction entre l'utile et l'utilitaire est formulée explicitement, car il est important de faire comprendre aux élèves que les Mathématiques elles-mêmes gardent un équilibre entre l'entraînement au calcul et la réflexion.

Le programme signale l'importance d'utiliser des outils informatiques et des calculatrices pour accompagner les phases d'observation et de découverte des élèves. Le programme affirme que « *certaines éléments (par exemple les équations différentielles ou la statistique) apparaissent immédiatement utiles aux autres disciplines scientifiques* ».

Il faut donc remarquer que l'introduction des équations différentielles et l'approfondissement de la statistique jouent un rôle important dans la démarche de modélisation. En reprenant les termes de Chevallard (1992), nous dirons que les deux habitats dans lesquels la démarche de modélisation « vit » dans la classe de Terminale S est d'une part, la partie de l'Analyse qui correspond à l'étude des équations différentielles et d'autre part, la partie dédiée à l'étude de la Probabilité et de la Statistique.

Nous reprendrons notre choix, fait dans le mémoire de DEA, de prendre comme domaine d'étude la partie d'Analyse où nous trouverons un outil puissant pour modéliser divers phénomènes physiques, biologiques et chimiques : les équations différentielles.

C L'Analyse

Les directives officielles accordent une place importante laissée à la démarche de modélisation dans la classe de Terminale S, reprise ici dans ce chapitre d'Analyse. Nous repérons qu'un des deux objectifs majeurs qui fédèrent les éléments de l'analyse est :

*L'initiation au calcul intégral et à la problématique **des équations différentielles** : la présence de ces dernières, bien que modeste dans le libellé du programme, est **fondamentale** pour amener à la compréhension de la puissance des mathématiques pour la modélisation; un **travail conjoint avec les autres disciplines favorisera cet objectif.**⁹*

(Ministère de l'Education Nationale, 2001a, p. 26).

Il faut remarquer le travail interdisciplinaire observé dans cette classe avec d'autres disciplines. Le programme exprime aussi que « l'étude des suites et des fonctions ne sera pas une fin en soi, elle sera motivé par la résolution des problèmes ». Ceux-ci pourraient être de nature diverse : mathématique, physique, économique et biologique.

Une autre intention du programme est de privilégier « *les problèmes mettant en jeu des liens entre une fonction et sa dérivée première ou seconde* ». Le programme fait remarquer que certains phénomènes seront étudiés soit en temps discret (par une suite), soit en temps continu à l'aide d'une fonction (exemple : l'évolution de capital).

La notion mathématique équation différentielle (ED par la suite) semble revêtue d'une richesse importante par rapport à une démarche de modélisation, et nous étudions ci-dessous plus en détail le contenu du programme à ce sujet, pour confirmer cette impression.

D Les équations différentielles

L'objet *équation différentielle* (ED), rattaché au domaine de l'Analyse, est un objet de savoir qui vit en rapport avec la démarche de modélisation mathématique. Nous avons dégagé deux niches de cette notion : l'équation différentielle sert à introduire la notion de fonction exponentielle et c'est un outil pour modéliser des situations extra mathématiques.

⁹ Le soulignage par des caractères gras est de notre fait.

C'est à ce deuxième aspect que nous sommes intéressés : la manière dont cette notion est introduite en tant qu'outil de modélisation. Avant de continuer, voici un extrait du programme par rapport à cette notion (pages 28 et 30):

CONTENUS	MODALITES DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Etude de la fonction exponentielle		
$f' = k f$	<p>L'étude de ce problème pourra être motivée par un ou deux exemples, dont celui de la radioactivité traitée en Physique.</p> <p>On construira avec la méthode d'Euler introduite en Première des représentations graphiques approchées dans le cas $k=1$.</p>	<p>Ce travail se fera très tôt dans l'année car il est central dans le programme de Mathématiques et de Physique. Il fournit un premier contact avec la notion d'équation différentielle et montre comment étudier une fonction dont on ne connaît pas une formule explicite.</p> <p>La méthode d'Euler fait apparaître une suite géométrique et donne l'idée que l'exponentielle est l'analogie continue de la notion suite géométrique.</p>
Équations différentielles $y' = ay + b$		
	<p>On étudiera quelques problèmes où interviennent des équations différentielles se ramenant à $y' = ay + b$.</p>	<p>Ce paragraphe, déjà abordé lors de l'introduction de la fonction exponentielle, pourra être réparti sur l'ensemble de l'année.</p> <p>On fera le lien avec l'étude de ces équations en physique.</p> <p>Les indications utiles pour se ramener à $y' = ay + b$ doivent être données.</p> <p>Des solutions de l'équation $y'' + \omega^2 y = 0$ seront introduites en cours de physique.</p>

(Ministère de l'Education Nationale, 2001a, p. 28 et 30).

Les équations différentielles représentent un objet de savoir qui semble vivre de manière proche à la démarche de modélisation en classe de Terminale S dans l'habitat de l'Analyse. Il sera intéressant d'étudier de plus près cette notion en tant qu'outil de modélisation.

E Conclusion de la brève analyse écologique de programmes de Lycée

L'analyse des programmes officiels qui a été brièvement développée ci-dessus, nous permet de mettre en relief que la notion d'équation différentielle est introduite par le programme de Mathématiques (Terminale S) comme un outil pour étudier quelques problèmes. Il restera à établir la nature et les caractéristiques de tels problèmes.

Nous nous sommes rendu compte que dans l'habitat d'Analyse en classe de Terminale S, est introduit un outil très puissant pour modéliser de manière continue certains phénomènes : la notion d'équation différentielle. Ces phénomènes peuvent être propres aux Mathématiques mais surtout ils sont issus d'autres sciences comme la Physique, la Biologie, la Chimie, etc. Pourtant, nous avons remarqué l'importance accordée au lien existant entre Physique et Mathématique dans le domaine des équations différentielles.

Grâce à cette analyse, nous avons choisi de prendre l'objet équation différentielle (ED) dans l'institution classe de Terminale S (Lycée) comme un premier objet à étudier. On s'intéresse à préciser le type de démarche de modélisation existant qui est demandé aux élèves de Terminale S, à propos de la notion d'équation différentielle comme outil de modélisation. Pour cela, une analyse de manuels de classe sera nécessaire mais auparavant, nous avons décidé d'analyser le document d'accompagnement du programme de Mathématiques Terminale S, car celui-ci explicite certaines intentions et propose des pistes pour la mise en œuvre de certains sujets. Bref, nous nous sommes intéressés au rôle des équations différentielles en tant qu'outils de modélisation.

2 Analyse du document d'accompagnement du programme de Mathématiques Terminale S

Nous analysons le Document d'accompagnement de Mathématique Classe Terminale, qui a été rédigé pour la série Scientifique (S) et la série Economique et Sociale (ES).

Tout d'abord, le préambule du document affirme que les Mathématiques sont un langage universel « le seul capable de décrire le monde physique à des échelles d'espace ou de temps étrangères à notre vie quotidienne », et en plus, elles « permettent de formaliser, modéliser, prédire mais encore de prononcer leur propres limites dans tous ces usages ». Il nous semble qu'il sera tout aussi important de reconnaître les limites de cette démarche, car un des objectifs principaux est que les élèves « peuvent encore expérimenter la capacité de modélisation des

Mathématiques, tout en comprenant que le modèle, le sondage, l'équation ne sont pas la réalité et doivent sans cesse y être confrontées.»

Les auteurs¹⁰ soulignent deux particularités de la classe de Terminale S :

- d'une part, cette classe et la classe précédente (Première) sont difficilement séparables, car dans ces deux classes sont introduites, construites et développées la plupart des notions mathématiques. Les auteurs expliquent que pendant ces deux années, on revient sur une même notion déjà étudiée pour la compléter, l'appliquer dans un nouveau contexte, etc. Ils qualifient cette démarche de démarche « *en spirale* ».
- d'autre part, cette classe est la dernière de l'enseignement secondaire et ouvre la voie aux études supérieures : Les auteurs affirment que « *la plupart des élèves issus de la série S complèteront leur formation en mathématiques, et certains d'entre eux les utiliseront, notamment dans le cadre de la modélisation ou en interaction avec d'autres disciplines.* »

Une demande qui a été faite c'est de lier la résolution de problèmes avec l'apprentissage des notions mathématiques. N'importe lequel de ces deux aspects peut être le dominant, l'important étant de maintenir les deux présents dans l'enseignement. A ce sujet, la démarche de modélisation occupe un rôle central dans les programmes. Une section est dédiée à la modélisation, que nous étudierons ci-après.

A Modélisation et Mathématiques

Le document d'accompagnement, partie « Modélisation et Mathématiques » (Ministère de l'Education Nationale, 2002, pages 25-26) définit la modélisation comme « *une pratique scientifique majeure, qui concerne un nombre croissant de domaines* » et aussi comme « *une des principales modalités de l'interaction entre les mathématiques et les autres sciences* ».

Les auteurs soulignent aussi les difficultés attachées à la modélisation de situations réelles car il faut « observer, simplifier, penser une situation à l'aide de concepts théoriques, représenter une évolution temporelle par une équation différentielle », et cela exige « au minimum de connaître les concepts, de savoir quelles propriétés ont certaines classes d'équations ... Aussi est-il nécessaire d'étudier les concepts en jeu et d'acquérir des savoirs ». Les auteurs soulignent aussi les difficultés liées à la pratique de modélisation de situations réelles, mais ils affirment leur intention de traiter quelques cas, bien que ceux-ci « amènent à poser des questions auxquelles on ne sait pas répondre à ce niveau d'études, mais dont la pertinence est accessible aux élèves ».

Nous commentons les deux exemples exposés dans cette section du document d'accompagnement de Mathématiques.

¹⁰ On se réfère aux auteurs du document d'accompagnement qui sont un groupe d'experts sur les programmes scolaires de Mathématiques (cf. page 2 du document d'accompagnement, disponible sur l'Internet).

Un premier exemple est celui de l'estimation du rayon de la Terre (page 26). Cet exemple se trouve également dans « le document d'accompagnement de Physique de la classe de Seconde. Cet exemple ne fait appel qu'à des notions élémentaires, mais permet à un élève de Terminale de *comprendre l'enjeu de la modélisation*¹¹ et en quoi une observation est tributaire du cadre conceptuel qui permet de l'interpréter ».

Le deuxième exemple, « plus simple », est celui de la pile du pont (page 25) où il faut établir comme modèle une équation différentielle du type $y' = ay + b$ (notion étudiée en classe de Terminale S) ainsi que trouver la solution de la fonction qui satisfait cette équation. L'obtention de l'équation ne semble pas être un travail simple pour les élèves, mais les auteurs indiquent qu'« *au niveau du lycée, on initiera les élèves à la modélisation grâce à l'étude de certaines situations, réelles, qu'on simplifiera volontairement à l'extrême et pour lesquelles le modèle grossier ainsi établi devient éclairant ou permet une prévision : la difficulté est alors de garder sens et consistance au problème simplifié* » (Ministère de l'Education Nationale, 2002, page 25).

L'exercice affiché ci-dessous, permet de montrer un exemple du type de tâches à mettre en place en classe de Mathématiques pour que l'élève modélise des situations réelles au moyen des équations différentielles. Les auteurs indiquent qu'on simplifiera volontairement à l'extrême, c'est-à-dire, que les contextes des situations à traiter seront déjà simplifiés pour l'élève. Il faudra mettre en question si ces simplifications permettront faire passer aux élèves des aspects clés de une démarche de modélisation.

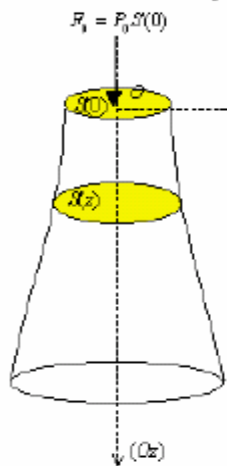
On pourra traiter deux cas en classe : premièrement laisser certaines situations complexes à faire par les élèves, deuxièmement simplifier à l'extrême ces mêmes situations et dans ce cas les élèves n'auront pas beaucoup de choses à faire. Voici l'énoncé de l'exemple cité au document d'accompagnement :

¹¹ Expression mise en italiques par nos soins.

Solide d'égalité contrainte : l'exemple d'une pile de pont

On recherche le profil (supposé régulier, *i.e.* défini par une fonction continue) d'un solide homogène de révolution pour lequel on souhaite que la pression (appelée dans ce cas contrainte) soit identique en chaque coupe par des plans perpendiculaires à l'axe de révolution. La pression à une hauteur donnée est la somme de la pression atmosphérique qui s'exerce au sommet du solide, de la pression exercée par le pont et de la pression exercée par le poids de la partie du solide située au dessus du plan de coupe. Si on veut que cette pression soit constante, on peut avoir l'intuition que le solide doit s'évaser vers le bas. Par contre, l'intuition ne permet pas de savoir quantitativement comment il s'évase : il convient de mettre le problème en équation. $S(z)$ définit l'aire du disque à la cote z . S est une fonction continue. L'axe des z est orienté vers le bas.

Sur la surface supérieure s'exerce une pression P_0 . La force qui en résulte est donnée par : $F_0 = P_0 S(0)$.



La force qui s'exerce à la cote z est égale à F_0 augmentée du poids du volume $V(z)$ de solide compris entre le plan supérieur et le plan de coupe, soit $F_0 + \rho g V(z)$, où ρ désigne la masse volumique du solide.

La pression qui en résulte est donnée par :

$$[F_0 + \rho g V(z)]/S(z).$$

La condition d'égalité contrainte s'écrit :

$$[F_0 + \rho g V(z)]/S(z) = F_0/S(0) = P_0.$$

$$\text{Or } V(z) = \int_0^z S(t)dt, \text{ soit : } S(z) = V'(z).$$

Ainsi la fonction V vérifie l'équation différentielle :

$$V'(z) = (\rho g/P_0) V(z) + S(0) \text{ avec comme condition initiale : } V(0) = 0.$$

La fonction V est ainsi obtenue en résolvant une équation différentielle du type $y' = ay + b$. On en déduit ensuite la fonction S puis le profil de la pile (avec $S(z) = \pi(R(z))^2$).

Exemple de la pile de pont (Ministère de l'Education Nationale, 2002, page 25).

Nous pouvons conclure que pour les auteurs le problème de modéliser semble se réduire à traiter certaines situations *simplifiées* « et pour lesquelles le modèle grossier ainsi établi devient éclairant ou permet une prévision : la difficulté est alors de garder sens et consistance au problème simplifié ».

L'analyse de quelques manuels nous permettra de mieux comprendre cet aspect dans la pratique (analyse réalisée aux paragraphes II.3 et II.4).

Les auteurs remarquent, à propos de la modélisation de situations plus complexes, que « les chapitres du programme qui fournissent les **outils** les plus susceptibles d'être utilisés pour de telles modélisations, par exemple à l'occasion des TPE¹², sont les **équations différentielles** et les probabilités ».

¹²Travaux Personnels Encadrés (TPE). Travaux qui donnent l'occasion d'approfondir d'autres types de démarches qui ne peuvent être traitées pendant l'année scolaire, en particulier la modélisation des situations en utilisant des

Deux faits, déjà observés dans l'analyse des programmes, se vérifient dans cette partie : la présence des équations différentielles comme outils pour des modélisations de situations complexes¹³ (continues), ainsi que le rôle de la probabilité pour un autre type de modélisation (discret). Ces deux manières de modéliser sont exposées dans l'Annexe de ce document d'accompagnement (pages 74-88) où la durée de vie du noyau d'une substance (un exemple non trivial) est étudiée. Cet exemple est commun aux classes de Physique, Mathématiques et Sciences de la Vie et de la Terre.

Avant de clore l'analyse du document d'accompagnement, il nous semble pertinent d'analyser la partie où apparaît notre outil de modélisation : les équations différentielles.

B Les équations différentielles

Dans le document d'accompagnement, la section consacrée à l'Analyse débute avec le thème « *Un concept important : celui d'équation différentielle* » (pages 31-34) dans lequel est développé un discours en rapport avec l'introduction de cette équation en classe de Terminale, mais on évoque aussi la liaison entre cette notion et la modélisation des pratiques scientifiques.

Il existe de nombreuses situations où la traduction mathématique de ces situations va mettre en jeu des fonctions et des relations entre ces fonctions et/ou leurs dérivées. Il importe donc que les élèves se familiarisent avec ce type de relations et ce, dès le début de l'année scolaire.

(Ministère de l'Éducation Nationale, 2002, page 31).

En rapport avec ce point, le paragraphe introductif du chapitre II.1 du programme est très explicite : « On privilégiera les problèmes mettant en jeu des liens entre une fonction et sa dérivée première ou seconde. »

On peut caractériser une première catégorie des problèmes présents dans la classe de Terminale, comme les problèmes qui portent sur l'étude des variations d'une fonction à l'aide de sa dérivée. Ces types de problèmes ont été abordés en Première et leur étude sera poursuivie systématiquement en Terminale. Ceci constitue un premier contact avec le concept d'équation différentielle, que l'on réinvestira dès le début de la classe de Terminale et à l'occasion de recherches de primitives.

équations différentielles. Il est demandé à l'élève de croiser au moins deux disciplines, et le temps de réalisation de ce travail de groupe est de plusieurs mois.

¹³ Les auteurs parlent aussi de modélisation des situations élémentaires, cf. « Enseigner les Mathématiques - Résoudre les problèmes », page 12.

Des caractéristiques relatives à l'introduction des équations différentielles en Terminale sont citées par les auteurs (page 31):

- **Absence de formalisme.**- La consigne est d'éviter tout formalisme et toute définition générale à propos des équations différentielles pendant le cours ; par exemple la notation $y' = ay + b$ est introduite seulement par l'usage.
- **Importance des idées sous-jacentes aux ED ne figurant pas dans les méthodes de résolution enseignées.**- L'importance de ce chapitre ne réside pas dans la multiplicité des types d'équations qu'on peut envisager de résoudre, mais dans les idées qui sous-tendent cette notion.
- **Présence d'une vision croisée entre diverses disciplines.**- Par exemple, on pourra reprendre une ou deux équations du cours de Physique¹⁴. Le professeur de Mathématiques peut s'inspirer d'une situation de cinématique pour présenter la dérivée, et le professeur de Physique peut introduire un concept mathématique pour modéliser un problème.

Les auteurs du document précisent que « le travail des élèves sur l'année de Terminale peut être décomposé en plusieurs parties » par rapport aux équations différentielles (page 31) :

- Un travail sur la fonction exponentielle en début d'année : introduction de cette fonction comme solution de l'équation différentielle $y' = ky$ avec $y(0) = 1$.
- Au cours de l'année on étudiera l'équation $y' = ay + b$: les élèves doivent savoir que par un point quelconque, il passe une solution unique.
- Des exemples divers d'équations différentielles : il importe de donner des exercices où apparaissent des équations différentielles autres que $y' = ay + b$, mais comme aucune connaissance spécifique à ce sujet ne figure pas au programme, **on donnera toutes les indications utiles.**
- On choisira avec soin une ou deux situations menant à une équation différentielle simple. Les élèves **seront guidés dans le travail de traduction mathématique**. Cette étape est délicate : s'y confronter au moins une fois est indispensable, mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet pour l'examen du baccalauréat¹⁵. Dans cette problématique nous distinguons deux cas possibles :
 - a. Une équation étant posée ou donnée, les élèves pourront vérifier si telle ou telle fonction déjà connue en est la solution
 - b. Les élèves pourront être amenés à approcher une solution de l'équation à l'aide de la méthode d'Euler.

Il est important de souligner que conduire un processus de modélisation n'est pas une compétence requise en mathématiques. De plus, le terme utilisé est « traduction » qui est très réducteur car il implique qu'il n'y a pas de choix possible. Il faut se rappeler notre modèle théorique (chapitre I), où le passage de l'étape de Situation réelle à l'étape du Modèle Pseudo-

¹⁴ Voir dans colonne « Commentaires » de la page 7, section II.1.3, le cas de l'Analyse ci-dessus.

¹⁵ Contrainte de type institutionnel.

Concret (grâce à une représentation mentale de la situation) est caractérisé par le choix des aspects pertinents d'une certaine question posée. Sur la base de ce qui est établi dans le document d'accompagnement de Mathématiques en Terminale S, nous pouvons constater que la démarche susceptible d'apparaître en classe de Mathématiques est différente de celle décrite dans notre modèle de processus de modélisation.

En fin de section (pages 32 et 33) sont présentés deux exemples de situations, traitées en rapport avec les équations différentielles comme outils de modélisation de phénomènes, tels que la chute d'un corps et la radioactivité.

- **Radioactivité.**- Document commun aux trois matières scientifiques (Mathématiques, Physique et Sciences de la Vie et de la Terre). Le travail proposé en plusieurs étapes montre que la modélisation et le traitement mathématique peuvent être menés conjointement, et aussi que la fonction exponentielle peut être introduite très tôt dans l'année ; la démonstration de l'existence de cette fonction est montrée dans le document.
- **La chute d'un corps.**- L'importance de reprendre des situations issues de la Physique (principalement celles abordées dans le cours de Physique en Terminale S) pour l'enseignement des Mathématiques, est soulignée.
- **L'équation logistique.**- Une modélisation possible de l'évolution de certaines populations qui prend en compte des facteurs qui limitent l'accroissement des populations réelles (taille de territoire et quantité de nourriture), est proposée dans le document.

Discutons brièvement l'exemple de la chute d'un corps (qui est l'exemple plus développé), par rapport à notre modèle de démarche de modélisation décrit dans le Chapitre I (cf. I.4.D).

Comme il est importante de reprendre en classe de Mathématiques une ou deux équations traitées en Physique, les auteurs font une description rapide de la problématique générale de l'utilisation des équations différentielles en physique, qui doit être montrée aussi en classe de Mathématiques.

<i>Citation</i> ¹⁶	<i>Etapes ou passages entre des étapes du modèle de processus de modélisation</i>
<i>« D'abord, le physicien considère la catégorie de phénomènes qui se déroulent sur un certaine durée ...</i>	Passage du domaine réel (DR) vers le domaine pseudo-concret (DPC).
<i>et il obtient ainsi des mesures les valeurs prises en fonction du temps par les variables qui décrivent le phénomène</i>	Etape du Modèle Pseudo Concret (MPC).

¹⁶ (Ministère de l'Education Nationale, 2002, page 32).

<i>Et ensuite, il cherche à déduire ces fonctions d'une loi « instantanée ».</i>	Passage de l'étape du Modèle Pseudo-Concret (MPC) à l'étape de Modèle Mathématique (MM).
<i>De telles lois instantanées permettent d'écrire l'équation différentielle du phénomène.</i>	Etape de Modèle Mathématique (MM).
<i>Les solutions de cette équation correspondant aux diverses conditions initiales, ...</i>	Passage de l'étape Modèle Mathématique (MM) à l'étape d'Etude Mathématique (EM). On reste à l'intérieur du domaine mathématique.
<i>redonnent si tu vas bien les évolutions temporelles observées ».</i>	Passage du domaine Mathématique au domaine Pseudo-concret (DPC) Etape de Confrontation Modèle-Situation Réelle (CM-SR).

Voilà la démarche de modélisation du physicien qui est censée être enseignée au cours de Mathématiques, au moins pour que l'élève ait une idée du processus à mettre en œuvre lorsqu'on modélise des phénomènes réels. On observe déjà le passage entre certaines des étapes de notre schéma de modélisation qui sont donc prises en compte par la démarche de modélisation visée à être mise en place en classe de Mathématiques.

C Conclusion de l'analyse du document d'accompagnement du programme de Mathématiques

La première rencontre avec l'objet Equation Différentielle (ED) s'est faite à l'occasion de l'introduction de la fonction exponentielle en classe de Mathématiques. Notons que cela correspond à des exercices concernant l'introduction de l'ED pour étudier la fonction exponentielle et donc, que ceux-ci ne présentent pas d'intérêt pour notre étude.

Nous confirmons ainsi donc notre première impression sur la pertinence de choisir l'objet mathématique Equation Différentielle (ED) comme outil de modélisation, car comme nous le voyons dans la partie Analyse, ces équations sont une notion qui permet de modéliser plusieurs situations extra-mathématiques issues de domaines très divers tels que la Physique, la Chimie, les Sciences de la Vie et de la Terre, et autres. Et nous observons l'importance donnée à la liaison entre les Mathématiques et la Physique, d'après l'analyse du programme de Terminale S ainsi que du document d'accompagnement.

Nous expliciterons ci-après (cf. II.3.a) les différents types de tâches relatives aux équations différentielles, essentiellement cette notion est introduite en classe de Mathématiques en tant qu'outil de modélisation.

3 Analyse des manuels de Mathématiques

A Identification des tâches à réaliser par rapport à la démarche de modélisation : les équations différentielles en tant qu'outil de modélisation

Un type de tâches général que nous avons identifié (lors des analyses du programmes et du document d'accompagnement pour la classe de Mathématiques) est celui rattaché à la modélisation par des équations différentielles de situations réelles, ce type de tâches étant celui qui nous intéresse ici. Le document d'accompagnement précise que les élèves seront guidés dans le travail de traduction mathématique. Selon notre schéma de modélisation de référence, le passage entre l'étape de situation réelle et celle du modèle mathématique (du moins dans les documents officiels pour cette classe) doit être facilité pour l'élève. Dans les manuels demandés, il faudra donc regarder de près les exercices pour confirmer cette première observation.

En outre, le document précise deux cas différents possibles pour ce type de tâches :

- Une équation étant posée ou donnée, les élèves pourront vérifier si telle ou telle fonction déjà connue en est la solution. Cela veut dire que le modèle sera toujours donné. Dans ce cas, le processus de modélisation à effectuer par l'élève sera très réduit. Il faudra aussi vérifier cela par l'analyse de manuels.
- Les élèves pourront être amenés à approcher une solution de l'équation à l'aide de la méthode d'Euler. La méthode d'Euler pour l'obtention d'une solution approchée d'une équation différentielle est au programme de Mathématiques lorsqu'on étudie l'ED en tant qu'objet. Nous sommes intéressés à préciser si ce type de résolution est envisagé aussi lors de l'usage de l'ED en tant qu'outil de modélisation.

D'après l'analyse des programmes nous avons vu dans la démarche de modélisation en classe de mathématiques, que trois types d'équations différentielles étaient susceptibles d'apparaître en tant que modèles mathématiques :

- Cas 1 : ED du type $y' = ay + b$
- Cas 2 : ED se ramenant à $y' = ay + b$
- Cas 3 : ED autres que $y' = ay + b$ (remarque : on donnera toutes les indications utiles) où une solution approchée pourrait être demandée (d'après le document d'accompagnement).

Un deuxième type de tâches est celui relatif à l'étude de ces trois types d'équations différentielles. Les documents analysés soulignent l'importance de déterminer la fonction solution générale et particulière, pour chacun de ces cas. Ce type de tâche est situé à l'intérieur de l'étape d'Etude Mathématique.

Nous remarquons ici l'importance au stade actuel de l'analyse de quelques manuels de Mathématiques pour essayer d'éclaircir ces points, mais auparavant il faudra définir en particulier les tâches à observer plus en détail lors de cette analyse.

Grâce à une analyse rapide des exercices non résolus dans des manuels de Mathématiques, nous identifierons et caractériserons, dans un premier temps, les types de tâches présentées (entre autres, celles décrites ci-dessus). Nous identifierons ce qui est demandé aux élèves dans les exercices non résolus à la fin de chaque chapitre, en essayant d'organiser les questions(ou tâches) de manière plus claire en analysant surtout celles à réaliser par l'élève autour de la notion de modélisation (c'est à dire, toutes ces tâches où l'objectif est la détermination d'un modèle symbolique ou graphique d'une situation ou qui gardent un rapport avec la démarche de modélisation existante en classe de Mathématiques).

Dans un deuxième temps, nous vérifierons l'adéquation de cette première catégorisation de type de tâches grâce au contenu de la partie Cours du manuel (ce qui est supposé su par l'élève à la fin du chapitre) et aussi grâce au contenu de l'Exercice Résolu qui apparaît habituellement avant de la partie Exercices du chapitre (ce qui est supposé que l'élève saura faire et à quoi il saura répondre). Si on constate que dans la partie Cours il y a une référence au type de tâche observé, on la garde ; sinon, on ne le prend pas en compte par la suite car elle n'est pas représentative de ce que l'élève doit réaliser.

Après ce travail, nous donnons une dénomination de ces types de tâches pour ensuite chercher l'existence de techniques et de technologies associées à chacune d'entre elles.

Nous chercherons dans la partie Cours et Exercice Résolu des éléments théoriques qui permettent de justifier les savoir-faire associés à chaque type de tâche.

Dans notre travail de thèse, nous nous sommes intéressés à étudier les tâches relatives concernant la modélisation des situations réelles grâce aux notions mathématiques, et nous dénommons ce type de tâche $T_{DM.M}$. A l'intérieur de ces tâches, nous avons défini un type de tâche spécifique lorsque l'outil de modélisation est la notion d'équation différentielle, ici $T_{M.ED}$.

A l'intérieur du type de tâche de modélisation par des équations différentielles $T_{M.ED}$, nous pouvons dans un premier temps distinguer, les sous-types de tâches suivants, en base de l'analyses effectuées auparavant:

<i>Etape du processus de modélisation associée</i>	<i>Sous – type de tâches de $T_{M.ED}$:</i>	<i>Définition des sous-types de tâches :</i>
Modèle Mathématique (MM \subset DM)	T_{ME}	Etablissement de l'équation différentielle qui modélise une situation réelle (la plupart du temps donnée d'après les documents analysés, à mieux préciser par la suite).
Etude Mathématique (EM \subset DM)	T_{SG}	Trouver une solution générale pour une équation différentielle (trois cas possibles, selon le type d'équation différentielle).

Etude Mathématique (EM \subset DM)	T_{SP}	Trouver une solution particulière qui satisfasse une condition initiale donnée.
Passage DPC \rightarrow DM \rightarrow DPC	T_{RQ}	Répondre à une question initiale en utilisant une solution particulière d'une équation différentielle.

Dans le tableau antérieur, nous avons mis en relation les sous-types de tâches susceptibles d'apparaître en classe de Mathématiques (par rapport à la démarche de modélisation) avec des étapes de notre processus de modélisation de référence. Rappelons nous que cette identification des sous-type de tâches est faite grâce à la description des programmes et du document d'accompagnement de la présence de l'ED comme outil de modélisation en classe de Terminale.

D'après le tableau, on observe que trois des quatre sous-types de tâches appartiennent au domaine mathématique et que la plupart du temps l'élève reste dans le domaine mathématique en utilisant des registres symboliques (par exemple, le modèle au moyen d'une ED est donné, d'après les documents analysés, par l'énoncé).

Pour mieux comprendre ce qui est à la charge de l'élève par rapport au dernier type de tâche (T_{RQ} : répondre à une question formulée en termes pseudo-concrets) il faut réaliser l'analyse des manuels habituellement utilisés en classe de Mathématiques. Nous supposons que si l'élève doit établir la condition initiale à utiliser pour préciser une solution particulière, ce type de tâche peut représenter plus de difficultés que celles qui demandent un travail purement mathématique. Nous précisons cela plus en détail grâce à l'analyse de manuels.

Par la suite, nous réaliserons une analyse des manuels pour repérer les exercices qui proposent des situations réelles à être modélisées par des équations différentielles. Ensuite, nous chercherons à identifier les techniques associées ainsi que la détermination des technologies et théories associées auxquelles nous nous sommes intéressés ici, et c'est une des raisons pour laquelle nous réaliserons une analyse praxéologique de trois manuels de Mathématiques afin de préciser les praxéologies associées à chacun de ces types de tâches.

Les manuels à analyser ont été choisis car ils sont ceux de la classe de Mathématiques de lycée où nous avons envisagé de mettre en place notre expérimentation. Nous avons voulu mener une étude plus détaillée sur les manuels qui constituent la référence pour les élèves, et dans lesquels l'ordre de présentation des notions et de certains types d'exercices sont plus ou moins respectés par le professeur de la classe.

Les manuels de Mathématiques que nous avons choisi d'analyser sont les suivants:

- Manuel de Mathématiques Terminale S, Bordas, Collection Indice (Mison et al., 2002)
- Manuel de Mathématiques Terminale S, Hachette, Collection Terracher (Terracher et Ferachoglou, 2002)
- Manuel de Mathématiques Terminale S, Nathan, Collection Tomasino (Demetz et al., 2002)

Par souci de simplicité, nous les appellerons par la suite Bordas, Hachette et Nathan.

Le manuel Bordas est utilisé au lycée Pablo Neruda de Saint-Martin-d'Hères, le manuel Hachette au lycée International de Grenoble et le manuel Nathan au lycée de Saint-Marcellin.

Nous réaliserons une analyse de ces manuels pour repérer les exercices proposés qui mettent en place de la démarche de modélisation pour les résoudre. Nous voudrions aussi préciser le type de tâches proposés par rapport à la démarche de modélisation. Nous ferons si possible la mise en relation de ces types de tâches proposés des exercices avec les étapes du processus de modélisation.

B Une première analyse du manuel Bordas

Dans ce manuel, l'habitat de l'objet ED se trouve au chapitre 3 « La fonction exponentielle ». C'est donc ce chapitre que nous analyserons ici.

Voici la structure générale dudit chapitre dans le manuel Bordas :

- Une page d'ouverture, avec une introduction transdisciplinaire et des notions abordées dans le chapitre
- Deux pages de découvertes, avec des activités d'introduction et l'utilisation de logiciels
- Des pages du cours et de méthodes
- La partie « exercices » contient plusieurs pages d'exercices et de problèmes gradués selon la difficulté. Ces exercices sont distribués dans les sections suivantes : avant d'aborder le chapitre, pour s'entraîner, pour approfondir et pour aller plus loin. Nous examinons aussi quelques exercices corrigés
- Une page d'histoire
- Des pages spéciales pour préparer le BAC

A la fin de l'ouvrage, nous repérons aussi des corrigés d'exercices et des problèmes supplémentaires. Aucun de ces exercices n'est en lien avec des problèmes concrets donnant lieu à modélisation par des équations différentielles.

Il faut souligner que l'introduction de ce chapitre met bien en valeur l'aspect modélisation, car il exprime dès la première page que :

Modéliser consiste à proposer une description mathématique du monde réel à partir de données observées, par exemple au moyen d'une fonction...La modélisation permet de comprendre le phénomène étudié et aussi de prévoir son évolution future,...

(Mison et al., 2002, page 71)

A la fin de cette introduction, les auteurs affirment que «la fonction exponentielle va permettre de modéliser ces situations» et de plus, cette fonction permet de modéliser tous les phénomènes de croissance pour lesquels la vitesse de croissance est proportionnelle à la mesure

du phénomène, et justement «cette propriété se traduit au moyen de ce que l'on nomme **équation différentielle**».

Nous voyons bien là l'existence de cette notion mathématique en tant qu'outil de modélisation. Dans la partie Exercices, nous sélectionnons 10 exercices (sur 110) car ils sont les seuls à proposer une situation réelle pouvant être modélisée par une équation différentielle. Neuf de ces exercices appartiennent à la catégorie intitulée « Pour aller plus loin », et cela donne une idée du haut degré de difficulté par rapport aux autres exercices. Le dernier exercice appartient à la section « Pour préparer le BAC » (exercice C, page 100) et il présente une modélisation grâce à un modèle continu (l'ED) et à un modèle discret (suites).

Sur l'ensemble de ces exercices, nous repérons que :

- les variables sont toujours déterminées à l'avance
- l'ED est toujours donnée (soit dans l'énoncé de l'exercice, soit dans une des sous-tâches demandées), par exemple, l'exercice 92 sur la loi de Newton propose dans une première tâche d'« expliquer pourquoi $\theta'(t) = -2,08(\theta(t) - 20)$ ».
- La plupart du temps (dans 7 sur 10 exercices), après la résolution de l'ED avec une condition initiale donnée, il est demandé de faire une étude complète de la fonction solution, c'est-à-dire le tableau de variation de la fonction, de dessiner une représentation graphique et de calculer les limites à l'infini, etc.

Par rapport au type de tâches précédemment définies, nous devons dire que huit exercices portent sur des situations réelles modélisées par une équation différentielle du type $y' = ay + b$ (cas 1) et que 3 d'entre elles sont modélisées par une équation différentielle se ramenant à $y' = ay + b$ (cas 2). Il faut dire que l'exercice 100 est modélisé par deux équations différentielles différentes.

<i>Type d'ED traitée</i>	<i>Catégorie</i>	<i>Exercices</i>	<i>Nombre total d'exercices</i>
Cas 1 ED du type $y' = ay + b$	Exercices		
	Pour aller plus loin	91, 92, 93, 94, 97, 99, 100	7
	Pour préparer le BAC	Exercice C	1
Cas 2 ED se ramenant à $y' = ay + b$	Exercices		
	Pour aller plus loin	95, 100, 101	3

Tableau 1: Distribution d'exercices non résolus, analysés par type d'ED traitée

i Conclusion de la première analyse du manuel Bordas

Il est important de souligner le faible nombre d'exercices proposés par ce manuel de problèmes concrets à modéliser par une équation différentielle.

On repère aussi la présence des quatre types de tâches auparavant décrits mais le fait que le type de tâche T_{ME} soit presque absent attire notre attention car le modèle est la plupart du temps proposé par l'énoncé. L'étape d'Etude Mathématique (placée dans le domaine mathématique) semble être la plus traitée par les exercices de ce manuel.

C Une première analyse du manuel Hachette

Dans ce manuel, l'objet équation différentielle apparaît dans deux des quatorze chapitres du livre : le chapitre 3 « Exponentielle, logarithme et fonctions associées » et le chapitre 5 « Equations différentielles et modèles d'évolution ». Chaque chapitre est organisé de la façon suivante :

- *Objectifs*
- *Avant-première*, avec quelques activités introduisant le thème à traiter, pour la préparation et la mise en place du cours
- *Cours*, avec les notions essentielles et les résultats théoriques, avec des exercices courts et corrigés
- *Méthode*, où les notions essentielles sont mises en évidence
- *Au cœur des problèmes* : problèmes pour l'étude, avec un point Méthode et un exercice corrigé détaillé
- Exercices, avec une progression d'exercices tels qu'*Applications*, *Exercices* et *Problèmes*
- Une Rubrique Bac
- Et les sections *Premiers secours* et *Toujours en panne ?* comme une aide graduée à la résolution des exercices

Par rapport au chapitre 3, l'introduction d'une première équation différentielle du type $f' = f$ (avec $f(0) = 1$) a comme objectif d'introduire la fonction exponentielle. En regardant la partie *Exercices* de ce chapitre, nous avons observé que sur 110 exercices (des trois catégories existantes) six seulement sont en rapport avec le thème « L'équation $f' = k f$ » dont deux (le 87, loi de Kirchhoff et le 88, de la croissance végétale) sont des problèmes concrets qui utilisent cette équation comme outil de modélisation.

Au début de cette section, il est indiqué que cette équation $f' = kf$ s'appelle *équation différentielle* mais que son étude sera poursuivie au chapitre 5 (qu'on analysera par la suite), et que les 6 exercices proposés sont résolus par l'emploi du Théorème 9 (c'est-à-dire en identifiant la forme, les paramètres et en donnant les solutions) :

Théorème 9

Il existe une solution unique f dérivable sur \mathcal{R} et vérifiant :
 $f' = kf$ et $f(0)=A$ (A fixé). Il s'agit de la fonction $x \rightarrow A e^{kx}$.

On remarque qu'aucun exercice relatif à une situation concrète n'a été résolu dans la partie *Cours*, et que le résultat théorique n'est valide que dans le cas où la condition initiale est $x_0 = 0$.

Pour le chapitre 5 « *Équations différentielles et modèles d'évolution* », nous avons remarqué rapidement l'importance de cette notion comme outil de modélisation, en observant les *objectifs* du chapitre. D'une part, il s'agit d'étudier l'ED $y' = ay + b$; et d'autre part, de décrire l'évolution de certains phénomènes intervenant dans les Sciences appliquées, à l'aide de modèles mathématiques. « Les Sciences dites « appliquées » fournissent des situations conduisant à une équation différentielle que nous pouvons présenter *grosso modo* comme étant une relation entre une fonction et ses dérivées successives ».

Le chapitre a comme autres objectifs de présenter des situations qui conduisent à une ED du type $y' = ay + b$ (a et b constantes), et de construire de manière approchée une courbe solution donnée grâce à la méthode d'Euler.

L'aspect le plus intéressant de ce manuel se situe dans la section « *Au cœur des problèmes* » dans laquelle des méthodes sont développées et expliquées autour de trois sujets :

- **Équation qui se ramènent à $y' = ay+b$** (a et b réels, et en conformité avec le programme toutes les indications seront données) : un problème avec deux ED (deux exemples) est vraiment détaillé et une partie Méthode explique en général la manière de procéder pour ces cas-là. Dans une section ultérieure « *Dans la foulée* », deux exercices sont proposés pour s'entraîner.
- **Situations menant à une équation différentielle** : dans les objectifs, il est déclaré que des exemples simples seront traités (car le problème général ne l'est pas), issus de la Physique ou d'autres sciences appliquées, que de plus, l'ED sera facilement obtenue et qu'elle sera du type $y' = ay$ ou $y' = ay+b$. Deux problèmes sont traités et résolus : la désintégration des noyaux (avec utilisation de la méthode pour trouver l'ED à l'aide du « passage à la limite »), et les circuits électriques (loi d'Ohm). Les exercices de chute libre et une application de la désintégration dans un cas particulier sont proposés dans la section « *Dans la foulée* ».
- **Quelques modèles d'évolution** : l'objectif de cette section est clair ; par rapport à la recherche actuelle, l'objectif des auteurs est modeste : montrer quelques modélisations simples de phénomènes complexes à l'aide des outils continus (fonctions et équations différentielles) et discrets (suites). L'un des deux problèmes posés est étudié avec la notion d'ED, le modèle de Verhulst (loi logistique continue, un modèle plus réaliste de croissance des populations). Pour ramener l'ED donnée à une équation du type $y'=ay+b$, un changement de variable est proposé. La section « *Dans la foulée* » montre un autre exemple de la loi logistique.

C'est en réalité aux deux dernières sections (2 et 3) que nous allons nous intéresser le plus, car la démarche de modélisation est mise en place surtout en ce qui concerne la construction d'un modèle, grâce à cette démarche que nous appelons « passage à la limite » et que nous décrirons par la suite.

Analysons la partie *Exercices*, où 17 exercices sur 45 dans le chapitre sont des situations modélisées par une équation différentielle.

La distribution de ces exercices selon le type d'ED à traiter est la suivante :

<i>Type d'ED</i>	<i>Catégorie</i>	<i>Exercices</i>	<i>Nombre total d'exercices</i>
Cas 1 ED du type $y' = ay + b$	<i>Exercices :</i> <u>Situations menant à une équation différentielle</u>	26,27,28,29	4
	<u>Quelques modèles d'évolution</u> Thème 1 : évolution sans frein Thème 2 : évolution freinée	30, 31, 33, 35, 36, 37, 38	7
Cas 2. ED se ramenant à $y' = ay + b$	<u>Quelques modèles d'évolution</u> Thème 1 : évolution sans frein	32, 34	2
Cas 3. Différent de deux précédentes	<u>Quelques modèles d'évolution</u> Thème 3 : interaction entre deux milieux	41 (modèle proie-prédateur)	1
	<i>Problèmes</i>	42 ($y'' = -\omega^2 y$) 44, 45 (système de trois ED)	3

17 exercices

Tableau 2: Distribution d'exercices du manuel Hachette

Pour 13 exercices sur 17, l'équation différentielle pour modéliser la situation de départ est donnée. Nous observons aussi qu'une grande partie des exercices (11 sur 17) sont des situations qui se modélisent grâce à une ED $y' = ay + b$ (cas 1). Les quatre exercices qui ne donnent pas

l'équation différentielle correspondent à des situations modélisées par des équations différentielles de type $y' = ay + b$.

Pour les deux exercices où l'ED modélise la situation réelle est une ED se ramenant à $y' = ay + b$ (cas 2), toutes les indications pour la résoudre sont données, comme le programme le demande.

Finalement, pour les exercices où les situations réelles étudiées sont modélisées par un autre type d'ED différent des deux citées plus haut (cas 3), deux exercices sont modélisés par un système d'équations différentielles (l'exercice 41, système proie-prédateur ; l'exercice 45, système de trois équations). Dans l'exercice 44, deux modèles de croissance d'organismes sont proposés et dans l'exercice 42 est étudiée l'équation $y'' = -\omega^2 y$. Ces types d'exercices, même s'ils figurent dans les manuels, ne peuvent être considérés comme habituels à traiter en classe, car la manipulation de ces types d'équations différentielles (ou de systèmes d'équations) fait partie d'un savoir non exigible d'après les programmes officiels. La mise en équation est absente dans ce cas car pour les deux exercices, le système est donné.

De manière similaire à nos observations dans le manuel Bordas, au niveau des exercices nous repérons les caractéristiques suivantes :

- Les variables qui sont employées dans le problème sont explicitement mentionnées et dénommées par des lettres. Il n'y en a aucune d'inutile dans le texte de l'énoncé.
- Dans la plupart des problèmes proposés, l'équation différentielle est toujours donnée, sauf exceptions (cf. II.4.B)
- La condition initiale est toujours donnée explicitement, ou de manière implicite grâce à une description dans l'énoncé du problème.
- Une modélisation discrète (suites) et une autre continue (ED) est parfois demandée dans certains exercices (cf. exercices 31, 36 et 37).

Une étude sur la fonction solution de l'équation différentielle est demandée dans 2 des 17 exercices : beaucoup moins que dans le manuel Bordas, mais cette tâche est quand même présente.

i Conclusion de la première analyse du manuel Hachette

L'analyse des exercices de ce manuel permet de mettre en relief l'existence d'un type de tâches non identifié auparavant : la justification d'un modèle mathématique proposé par l'énoncé de l'exercice qui correspond au passage de l'étape « Modèle Pseudo-Concret » vers l'étape de « Modèle Mathématique ». Il est aussi important de souligner que finalement l'élève ne travaillera pas beaucoup pour mettre en équation. Il nous semble que l'élève est placé d'emblée dans l'étape de « Modèle Pseudo-Concret » et que le passage au « Modèle Mathématique » est guidé étape par étape dans les exercices. Il n'y a aucune écriture symbolique à construire par les élèves. La démarche de modélisation existante dans ce manuel semble être réduite à l'étape d'Etude Mathématique et la transposition de l'objet processus de modélisation en classe de Mathématiques peut être illustré grâce aux exercices cités ci-dessus.

D Une première analyse du manuel Nathan

Dans ce manuel, la notion d'équation différentielle apparaît dans 2 chapitres (sur 16) : le chapitre 4 « La fonction exponentielle » et le chapitre 10 « Equations différentielles $y' = ay + b$ ».

La structure générale de chaque chapitre est la suivante:

- Une page d'ouverture, avec une page de test de remise en mémoire des connaissances antérieures utiles dans le chapitre (*Pour démarrer*), et une page d'ouverture sur le monde pour situer la place des notions mathématiques étudiées (*Hier, aujourd'hui et demain*).
- La partie *Cours*, qui introduit par approche ouverte les notions étudiées pour leur donner du sens, avec des exercices résolus et commentés pour mettre en place les méthodes essentielles.
- Une partie *Activités*, qui présente de courtes applications pouvant être résolues à divers moments de l'horaire des mathématiques.
- La partie *Exercices*, avec la rubrique *Faire le point* et des exercices d'application, d'approfondissement et de synthèse.
- Une rubrique *Le jour du BAC* pour s'entraîner à l'épreuve, avec un sujet d'examen entièrement traité et accompagné des conseils.

Nous analyserons d'abord la présence de l'objet mathématique Equation Différentielle (ED), dans le chapitre 4 du manuel. Une première apparition de cet objet a lieu dès la première page du chapitre, quand le problème de la radioactivité est introduit, qu'il est établi que « le nombre d'atomes de radium qui se désintègrent en un temps donné est proportionnel à leur nombre à chaque instant, c'est à dire : $N'(t) = -aN(t)$ où $N(t)$ est le nombre d'atomes à l'instant t et a une constante positive ». Nous soulignons donc l'aspect modèle de cette notion, du moins dans cette partie introductive du chapitre.

A l'intérieur du chapitre 4, l'équation $f' = kf$ est étudiée pour le cas $k = 1$ pour introduire la fonction qui satisfait à cette équation, et qui est appelée fonction exponentielle. Tout au long de ce chapitre, les propriétés de la fonction exponentielle sont introduites et à la fin, une étude de cette fonction est réalisée : limites à l'infini, tableau de variation et représentation graphique. Une situation réelle est travaillée, dans la partie *Activités* où on étudie la désintégration des corps radioactifs ; il est affirmé qu'il faut « utiliser les mathématiques pour résoudre un problème issu de la physique ». Dans tout ce chapitre, un seul exercice en rapport avec l'utilisation de l'ED en tant qu'outil de modélisation est présent. Dans la section *Exercices d'approfondissement*, l'exercice 103 (page 113, noté BAC) montre le processus d'élimination d'un médicament dans le sang. En réalité, cet exercice issu du BAC est une partie de l'exercice qui apparaît dans le manuel Bordas, mais celui-ci propose deux modélisations à faire : grâce à un modèle discret et un modèle continu alors que dans Nathan ne figure que le modèle continu. Nous ne repérons pas d'utilisation de la notion ED dans ce chapitre 4 en tant qu'outil de modélisation. Nous devons donc étudier le chapitre 10, pour analyser la place de cet outil.

Le chapitre 10 « Equations différentielles $y' = ay + b$ » est consacré à la résolution des équations différentielles $y' = ay$ et $y' = ay + b$. Il faut souligner que dans la partie *Activités* trois

situations réelles (page 252 et 253 du manuel) sont présentées et modélisées par une équation différentielle, et que toutes ces équations sont du type $y' = ay + b$ (cas 1).

La première activité, la croissance d'une population, prétend que l'élève envisage les modèles discret et continu pour étudier une situation issue des sciences humaines ; la modélisation est effectuée de deux manières différentes. La première modélisation se fait avec une ED au travers du processus de « passage à la limite », et la deuxième modélisation grâce à une suite récurrente.

La deuxième activité est du domaine de la médecine et à travers l'étude du taux de glucose dans le sang, elle se veut être représentative du rôle des mathématiques dans d'autres disciplines. Dans cet exemple il n'y a pas de modélisation à faire, car l'ED est donnée dans l'énoncé de l'activité.

En fin, la troisième activité est celle de la charge du condensateur d'un dipôle RC et propose de faire le lien avec le programme de physique. Dans ce cas, il est demandé d'expliquer les raisons pour lesquelles l'évolution de la charge du condensateur dans le circuit RC obéit à l'ED de la forme $Rq' + \frac{1}{C}q = E$. Il faut souligner que toutes les relations pour expliquer cette relation sont données dans l'énoncé de l'activité.

Pour la partie *Exercices* comprenant 53 exercices, 5 seulement sont des problèmes concrets devant être modélisés par une ED. Tous les 5 sont aussi modélisés par des équations différentielles linéaires de premier ordre avec coefficients constants.

Dans trois de ces exercices, l'ED est donnée, mais pour les deux autres il faut mettre en équation le problème à l'aide de la démarche nommée « *passage à la limite* ». L'exercice 45 (page 258) est en réalité un exercice guidé où la démarche à suivre est indiquée et où il est attendu que de l'élève qu'il la reproduise pour « mettre en équation » l'exercice 46. Nous allons voir cette procédure plus en détail, grâce à l'analyse praxéologique des manuels.

Avant de conclure, voici un récapitulatif des cinq exercices du manuel analysés selon le type de tâches décrites ci-dessus :

<i>Type d'ED traitée</i>	<i>Catégorie</i>	<i>Exercices</i>	<i>Nombre total d'exercices</i>
Cas 1 ED du type $y'=ay + b$	<i>Exercice d'approfondissement</i>		3
	Exercice Guidé	45	
	Pour s'entraîner	46,47	
	Problèmes de synthèse	51, 52	2

5

Tableau 3: Distribution d'exercices du manuel Nathan

i Conclusion de la première analyse du manuel Nathan

En conclusion, ce manuel est plus proche du manuel Hachette que du manuel Bordas, par rapport au type d'exercices observés. Finalement, on trouve très peu d'exercices concernés par l'ED en tant qu'outil de modélisation. La mise en équation d'un type particulier d'exercice est repérée (comme dans Hachette), mais les exemples travaillés y sont moins nombreux que dans Hachette et ils appartiennent tous au cas 1 : ED $y' = ay + b$. Dans deux des cinq exercices (51 et 52), une étude de la fonction solution de l'équation différentielle est demandée.

E Conclusion de la première analyse des manuels de Mathématiques

Par rapport à notre démarche de modélisation proposée à la mise en place dans l'enseignement (cf. I.4.D), nous confirmons nos premières impressions : en situation scolaire, on part toujours d'un énoncé du problème donc on se place directement au modèle pseudo-concret (MPC au domaine pseudo-concret) car les variables y sont toujours explicites ainsi que la condition initiale. Les hypothèses à prendre en compte pour la modélisation sont également explicites.

Il faut souligner qu'il y a très peu d'exercices de modélisation observés posés aux élèves dans les trois manuels analysés. Cela est contraire à ce qui est établi par les programmes officiels pour cette classe. La place accordée à la démarche de modélisation en classe de Mathématiques semble être restreinte d'après ce que nous avons observé ci-dessus.

La seule étape du processus de modélisation de référence qui semble être prise en compte par les tâches (ou sous-tâches) des exercices analysés est celle d'Etude Mathématique.

En ce qui concerne le passage du modèle pseudo-concret (MPC) au modèle mathématique (MM), il n'a pas été souvent observé car nous avons vu que dans 23 exercices sur 27, l'énoncé proposait une équation différentielle (modèle mathématique fourni par le texte). Sur les 4 exercices qui restent, nous voudrions préciser ci-dessous, grâce à l'analyse praxéologique des manuels, le type de techniques d'une possible « mise en équation » à être prise en charge par l'élève.

Dans l'étape d'Etude Mathématique (EM), la résolution de l'équation différentielle aura lieu. Mais nous avons trois cas éventuels à résoudre :

- Une équation différentielle $y' = ay + b$
- Une équation différentielle se ramenant à $y' = ay + b$, toutes les indications étant données.
- Une équation différentielle différente de $y' = ay + b$, ou de celles qui se ramènent à $y' = ay + b$, toutes les indications étant données.

Dans la résolution de l'équation différentielle une solution générale, puis une solution particulière sont demandées. Il est également demandé de préciser les paramètres à l'aide d'une condition initiale donnée.

Dans cette partie la résolution analytique semble être privilégiée, car même si une étude qualitative est faite sur l'objet équation différentielle (champ tangent dans le manuel Hachette), ou une solution approchée (méthode d'Euler sur les deux manuels), dans aucun des exercices analysés une résolution par ces moyens n'est demandée. Dans cette étape d'Etude mathématique, nous pouvons placer aussi l'étude sur la fonction solution, que nous avons vue davantage présente dans le manuel Bordas, même si Hachette le présente aussi. Cette étude correspond à celle du tableau de variation de la fonction, la courbe représentative et les limites à l'infini, entre autres.

Finalement, concernant le passage entre le domaine Pseudo-Concret → l'étape d'Etude Mathématique → l'étape Résultats Pseudo-Concrets, la réponse à une question posée en termes pseudo-concrets dans les exercices semble être la seule activité attendue des élèves. Dans aucun des exercices analysés, on n'observe de confrontation avec des données réelles.

D'après cette première analyse de manuels, notre schéma de modélisation est le suivant :

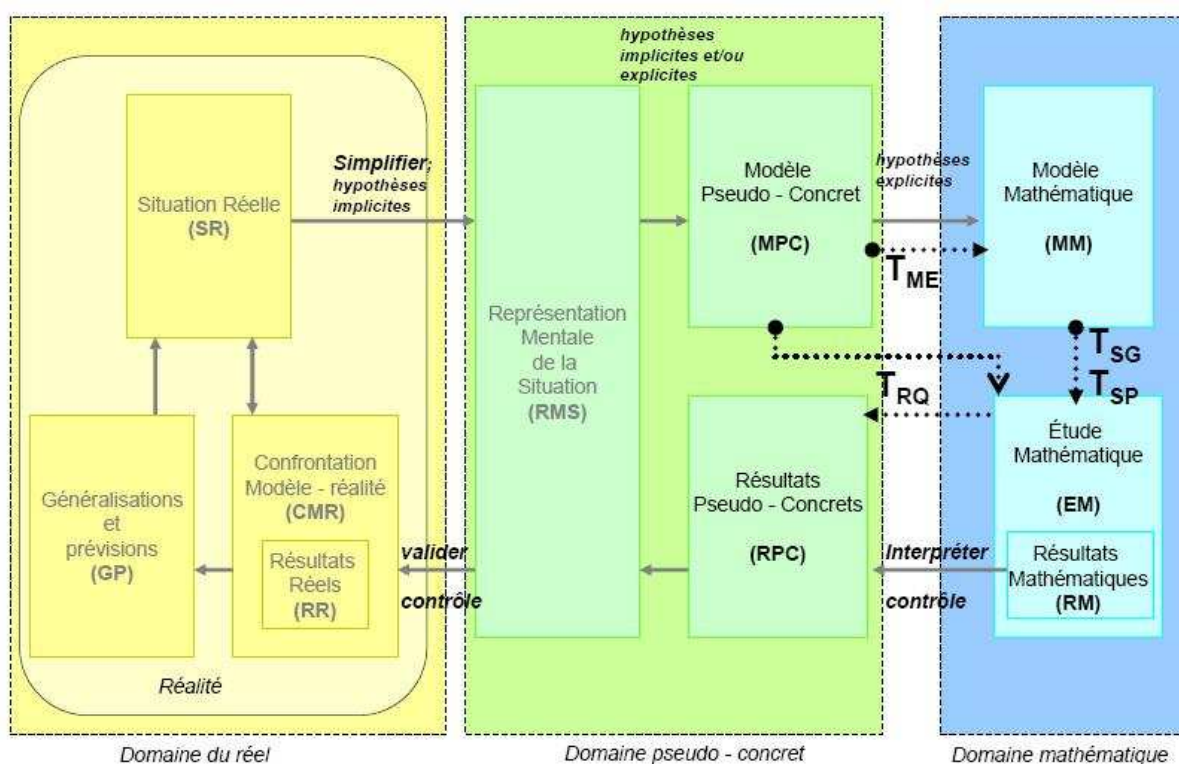


Figure 12: Démarche de modélisation – classe de Mathématiques

Identifions dans ce schéma les activités finalement laissées à la charge des élèves lorsqu'ils modélisent une situation issue d'une autre discipline. Cela nous permet de vérifier que les étapes Modèle Mathématique et Etude Mathématiques sont celles que l'élève devra réaliser, ces deux étapes correspondant au domaine purement mathématique. L'élève devra seulement revenir au domaine pseudo-concret pour reformuler les résultats mathématiques trouvés, en termes pseudo-concrets.

Nous pouvons dégager une manière générale de modéliser les situations présentées aux élèves en classe Terminale S, et cela va nous permettre de découper le type de tâches $T_{M.ED}$ (modélisation des situations réelles à l'aide d'une équation différentielle) en sous-types de tâches définis auparavant (cf. II.3.A).

Par la suite, nous réaliserons une deuxième analyse de manuels, mais cette fois-ci dans le but d'identifier la fréquence d'apparition pour chacun des types de tâches identifiés. L'outil praxéologie va nous servir pour dégager des techniques dans la partie Cours de chaque chapitre et à mettre en place ces types de tâches ainsi que les justifications fournies pour ces techniques (éléments pour la technologie et pour la théorie) si elles existent.

Nous voudrions donc préciser les praxéologies associées à chaque type de tâche liées à la démarche de modélisation mise en place en classe de Mathématiques en Terminale S, lorsque l'objet équation différentielle est introduit en tant qu'outil de modélisation.

4 Analyse praxéologique des manuels de Mathématiques

A L'analyse praxéologique de Saglam (2004)

Avant de commencer l'analyse praxéologique par sous-type de tâche, nous voudrions préciser l'existence d'une étude similaire, menée par Saglam en 2004 dans sa thèse. Elle s'intéressait aux conditions de l'enseignement des équations différentielles en première année de DEUG, et elle a caractérisé les rapports personnels des étudiants à l'objet équation différentielle. Pour ce faire, elle était amenée à réaliser une étude praxéologique des manuels de Mathématiques en classe de Terminale, car c'est le premier contact des élèves avec la notion d'équation différentielle.

Pour l'analyse des manuels, Saglam analyse ceux de Nathan et de Hachette, mais une première différence avec notre analyse est le fait qu'elle utilise des manuels datés de 1997 (ancien programme).

Dans sa thèse (page 49) elle identifie huit types de tâches, dont les cinq premières sont relatives à l'équation différentielle en tant qu'objet mathématique, la sixième au changement de représentation et les deux dernières (nommées par elle T_7 et T_8) concernent des types de tâches relatifs au travail de modélisation. Il faut souligner qu'une autre différence avec notre travail est qu'elle s'intéresse à toutes les types de tâches, tandis que notre étude se focalise sur celles relatives à la modélisation.

Les types de tâches 7 et 8 présentées par Saglam (2004) dans sa thèse sont les suivants :

T₇ : Etudier un problème conduisant à une équation différentielle (taux d'apparition : 1,1%)

T₈ Résoudre un problème décrit par une équation différentielle (taux d'apparition : 12,6%)

i Modélisation passive vs modélisation active

Une distinction intéressante à mentionner sur ces derniers types de tâches est la distinction qu'elle fait entre problèmes « conduisant à » et « décrits par » une ED. Elle explique dans le chapitre A1 de sa thèse (page 12, paragraphe 4.2), qu'il y a deux utilisations générales des équations différentielles dans le domaine de la physique : la modélisation active et la modélisation passive.

La modélisation passive masque presque toutes les caractéristiques du processus de modélisation. Ce sont des exercices où la modélisation a été effectuée en amont de l'énoncé. Pour un tel exercice, à première vue, on s'aperçoit que le contexte physique n'a aucune importance.

La modélisation active ne propose plus d'exercices de mathématiques "déguisés", mais des exercices de physique requérant une interprétation de l'énoncé et nécessitant de comprendre le vocabulaire employé. Il faut préciser d'abord les phénomènes étudiés par des variables qui se rapportent aux grandeurs considérées, puis chercher à établir des relations entre ces variables.

Même si cette distinction faite par Saglam (2004) entre les deux types possibles de modélisation concerne la Physique, nous pouvons dire que dans la modélisation active, il faut laisser l'élève construire le modèle et que pour la modélisation passive, le modèle est donné. Ces problèmes qui conduisent à une ED proposent une modélisation active, alors que la modélisation des exercices qui sont déjà décrits par une ED peut être considérée comme passive.

Nous avons voulu présenter de manière brève le travail de Saglam (2004) car à première vue, il semble que notre analyse praxéologique des manuels sera très proche de celle présentée par cet auteur, mais il faut bien souligner les différences entre les deux études. Notre intérêt se porte exclusivement sur les tâches de modélisation, alors que Saglam, elle s'intéresse à toutes les tâches présentes dans le chapitre. Par rapport à la distinction qu'elle fait entre modélisation active et passive, nous avons voulu la mentionner, car il est intéressant de la garder en tête et d'essayer de voir son utilité pour l'analyse des exercices proposés en classe de Mathématiques.

Par la suite, nous discuterons la présence des praxéologies associées aux quatre types de tâches proposées ci-dessus (voir tableau récapitulatif II.3.d).

B Type de tâche T_{ME} : Etablissement de l'équation différentielle qui modélise une situation réelle.

Nous devons commencer cette partie, en soulignant que ce type de tâche est celui qui apparaît le moins dans les manuels. En réalité, le manuel Hachette demande aux élèves d'établir l'ED qui modélise le phénomène, dans 4 exercices sur 17 (cf. page 166, exercices 26, 27, 28, 29), et le manuel Nathan dans 2 exercices sur 5 (cf. page 258, exercices 45 et 46). Au total, seulement 6 exercices sur 32 proposent à l'élève d'établir une équation différentielle.

<i>Nom du manuel</i>	<i>Nombre d'exercices où est apparu T_{ME}</i>	<i>Nombre total d'exercices¹⁷</i>	<i>Exercices</i>
Bordas	0	10	
Hachette	5	17	26,27,28,29, 30
Nathan	2	5	45,46
	7	2	

Le programme officiel de Mathématiques n'établit pas de demande relative aux connaissances exigibles de l'élève à ce sujet. Le programme signale simplement qu'« on étudiera quelques problèmes où interviennent des équations différentielles se ramenant à $y' = ay + b$ ». L'élève n'est pas obligé de construire une équation différentielle en tant que modèle mathématique par lui-même.

i Mise en équation par la démarche « passage à la limite »

Nous avons repéré dans les exercices de Hachette, que lorsque l'ED n'était pas fournie par l'énoncé, deux types de questions demandaient l'établissement d'une équation différentielle par l'élève.

La première consiste dans l'existence d'une « démarche particulière » pour arriver à l'écriture d'une ED grâce à un processus qu'on nommera par la suite « *passage à la limite* », pour quelques problèmes concrets où l'ED n'est pas donnée. Cette démarche est présentée par l'énoncé et guide pas à pas la résolution à faire par l'élève.

Par exemple dans l'exercice 28 « Élimination d'une substance » (page 166), ce processus est montré pas à pas (on s'intéresse à la masse de sel qui existe à un instant t , ensuite en $t + h$ et puis on prend h suffisamment petit), et il est demandé de l'utiliser dans l'exercice suivant (no. 29,

¹⁷ Exercices qui proposent une démarche de modélisation.

« Alerte de fumées toxiques ») pour démontrer l'existence d'une ED qui modélise le phénomène à étudier.

28 Élimination d'une substance

Un réservoir de contenance 100 L est rempli d'eau dans laquelle 10 kg de sel sont dissous. Ce réservoir est alimenté par un robinet d'eau douce de débit $20 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$; en même temps, de l'eau salée s'échappe par une surverse au même rythme, de sorte que la contenance reste égale à 100 L.

On note $y(t)$ la concentration (en $\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$) en sel au bout de t minutes.

1) Que vaut $y(0)$?

2) Expliquer pourquoi la masse de sel (en kg) présente est :

- à l'instant t : $100y(t)$;
- à l'instant $t + h$: $100y(t) - 20hy(t)$, si h est suffisamment petit ($h > 0$).

3) En déduire que y est dérivable sur $[0, +\infty[$ et vérifier l'équation différentielle :

$$y' = -0,2y.$$

Extrait de l'exercice 28, page 166 du manuel Hachette.

Quelles techniques sont-elles finalement proposées par les manuels pour réaliser ce type de démarche par l'élève?

Le première type de tâches T_{ME1} que nous voyons apparaître est l'établissement de l'équation différentielle qui modélise un phénomène, grâce à la technique du « passage à la limite », nommée τ_{ME1} .

Une technique τ_{ME1} bien explicite est montrée par Nathan, dans un exercice guidé:

45 Mettre un problème en équation

Une solution aqueuse dont la salinité est de $0,3 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ se déverse à la vitesse de $2 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ dans un réservoir contenant initialement 10 L d'eau pure. On suppose que le mélange est homogène à chaque instant. Le mélange s'écoule du réservoir à la même vitesse.

Déterminer la quantité de sel présente dans le réservoir en fonction du temps t .

(D'après Gauthier, Royer, Thiercé, Éd. Hachette)

GUIDE DE RÉOLUTION

- Noter $y(t)$ la quantité de sel en kg, contenue dans le réservoir au bout de t minutes.
- Pourquoi $y(0) = 0$?
- On note h une durée assez petite, pour que l'on puisse considérer que la concentration en sel ne varie pas entre les instants t et $t + h$.
- Expliquer pourquoi entre les instants t et $t + h$, il s'écoule du réservoir, $2h$ litres de solution qui contiennent :

$$2h \times \frac{y(t)}{10} \text{ kg de sel.}$$

- Exprimer $y(t + h) - y(t)$ en fonction de $y(t)$ et en déduire que $y'(t) = -0,2y(t) + 0,6$.
- Déterminer alors la fonction y .

Exercice 45, page 258, manuel Nathan

Il faut souligner que le « guide de résolution » contient l'équation différentielle à laquelle on doit arriver ainsi que tous les pas à faire par l'élève sont indiqués pour l'écriture de l'ED.

La notion de « passage à la limite » est encore plus présente dans le manuel Hachette parce que ce manuel propose la technique τ_{ME1} suivante :

Problème 1. Désintégration des noyaux radioactifs

Énoncé :

Rappel : si $N(t)$ est le nombre de noyaux d'un corps radioactif présents à l'instant t (t en années), la variation $\Delta N(t)$ de ce nombre pendant la durée Δt (par désintégration) est proportionnelle à $N(t)$ et à Δt :

$$\Delta N(t) = -\lambda \Delta t N(t) \quad (\lambda > 0).$$

1) On suppose que $t \mapsto N(t)$ est dérivable. Écrire une équation différentielle vérifiée par N et la résoudre.

Solution proposée :

1) Si N est dérivable, on peut « passer à la limite » dans l'égalité :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -\lambda N(t), \text{ lorsque } t \text{ tend vers } t_0.$$

On en tire $N'(t_0) = -\lambda N(t_0)$.

Nous connaissons les solutions (chapitre 3) : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Page 157, dans Hachette

On reprend à nouveau l'exemple fourni par l'exercice 28 pour observer la présence de cette technique à l'intérieur de l'exercice du manuel Hachette:

28 Élimination d'une substance

Un réservoir de contenance 100 L est rempli d'eau dans laquelle 10 kg de sel sont dissous. Ce réservoir est alimenté par un robinet d'eau douce de débit $20 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$; en même temps, de l'eau salée s'échappe par une surverse au même rythme, de sorte que la contenance reste égale à 100 L.

On note $y(t)$ la concentration (en $\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$) en sel au bout de t minutes.

1) Que vaut $y(0)$?

2) Expliquer pourquoi la masse de sel (en kg) présente est :

- à l'instant t : $100y(t)$;
- à l'instant $t + h$: $100y(t) - 20hy(t)$, si h est suffisamment petit ($h > 0$).

3) En déduire que y est dérivable sur $[0, +\infty[$ et vérifier l'équation différentielle :

$$y' = -0,2y.$$

Exercice 28, page 166 (Hachette)

La justification de cette technique τ_{ME1} est qu'étant la fonction N dérivable, il est possible de passer « à la limite » de t tend vers t_0 , car dès la classe de Première S (dans le chapitre relatif à l'étude de la dérivée) les élèves savent que :

(...) f est dérivable en a si l'une des conditions suivantes est réalisée :

- le rapport $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ admet une limite finie quand h tend vers 0.
- le rapport $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ admet une limite finie quand x tend vers a .

Cette limite est appelée nombre dérivé de f en a , et notée $f'(a)$. Ainsi :

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ ou } f'(a) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Rappel en classe de Première du manuel Nathan, Chapitre 2 « Dérivée », page 42.

Cette justification (traces de la technologie θ_{ME1}) va nous permettre de dire que :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -\lambda N(t)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -\lambda N(t)$$

$$N'(t) = -\lambda N(t)$$

Nous pouvons donc considérer cette technologie θ_{ME1} comme existante d'une certaine façon en classe de Terminale S car un rappel de ces connaissances devra être fait dans un chapitre antérieur à la fonction exponentielle et aux équations différentielles. Il faut quand même souligner que ce savoir appartient à la classe de Première et c'est donc dans cette classe que des éléments de la théorie Θ_{ME1} associée pour cette technologie peuvent être trouvés ; pour le chapitre qui nous intéresse, nous ne trouvons pas d'éléments de la θ_{ME1} ni de la Θ_{ME1} de manière explicite.

ii Mise en équation par la démarche « traduction »

La deuxième démarche s'appelle « par traduction » car dans l'énoncé de la situation se trouve une description détaillée de la forme selon laquelle le phénomène évolue et il est donc attendu de l'élève qu'il fasse une « reformulation » ou traduction de ce phénomène en langage algébrique (cf. exercices 26, 27). Il faut souligner que l'élève n'a pas à sa charge la dénomination en lettres des variables, mais il faut qu'il écrive l'ED attendue.

En général, on observe deux sous-types de tâches susceptibles d'apparaître pour la mise en équation en classe de mathématiques par rapport à la mise en équation à travers d'une « traduction »:

T_{ME2} : L'établissement de l'équation grâce à une reformulation ou « traduction » d'une loi physique exprimée en langue naturelle (qui est citée dans l'énoncé) dans le registre symbolique (cf. exercice 26, ci-dessus) :

26 L'équation de Newton

La loi du refroidissement s'énonce ainsi en général (voir la séquence 1 pour un cas particulier) : « La vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant. »

1) Traduire cette loi par une équation différentielle vérifiée par la température T du corps.

2) Dans une pièce où la température est de 20°C , une personne verse du café (80°C) dans une tasse. Deux minutes plus tard, le café est à 60°C .

Au bout de combien de temps la personne pourra-t-elle déguster son café, qu'elle aime consommer à 40°C ?

Exercice 26, page 166, manuel Hachette

T_{ME2} : L'établissement de l'équation à partir d'une description verbale du phénomène (en langue naturelle, cf. exercice 27 et peut être l'exercice 30 si on élimine la « piste »). Il faut passer ces termes scientifiques dans un langage symbolique.

27 Dissolution d'une substance

Lorsqu'on place une substance solide (comme le sel) dans l'eau, la vitesse de dissolution est proportionnelle à la quantité non encore dissoute, à tout instant.

On place 10 kg de sel dans un grand récipient d'eau à l'instant $t = 0$ et on note $f(t)$ la quantité dissoute (en kg) à l'instant t (en min).

- 1) Écrire une équation différentielle satisfaite par f .
- 2) Sachant que le premier kilo est dissous en 5 min, exprimer $f(t)$ en fonction de t et représenter graphiquement la fonction f .
- 3) Au bout de combien de temps la moitié du sel est-il dissous ?

Exercice 27, p. 166 manuel Hachette

30 La ville fantôme

Une ville de l'ouest des États-Unis avait une population de 512 habitants en 1834 et de 256 habitants en 1840. On admet que la vitesse de diminution de cette population est, à chaque instant, proportionnelle à cette population.

En quelle année cette ville est-elle devenue une « ville fantôme » ?

Piste La population $p(t)$ à l'instant t vérifie, pour tout réel t , une équation différentielle de la forme :
 $p'(t) = ap(t)$, où a est un réel à déterminer.

Exercice 30, p. 167 manuel Hachette

Il faut souligner qu'en réalité la première démarche (celle de « passage à la limite ») peut être découpée en deux parties : d'abord, elle demande une sorte de « traduction » qui est finalement faite par l'énoncé (une sorte de T_{ME2}) et puis, la mise en place d'une technique qui permet de justifier l'ED résultante (par exemple, pour l'exercice 28 : $h \rightarrow 0$).

Quelles techniques sont finalement proposées par les manuels pour réaliser ce type de démarche par l'élève ?

La première référence que nous pouvons citer est à l'intérieur du chapitre 5 dans Hachette, dans la partie *Au coeur des problèmes* ; thème 2 *Situations menant à une équation différentielle*.

Tout d'abord, l'objectif de cette partie (page 156) établit que :

Nous nous contenterons d'envisager des exemples simples (le problème général ne l'est pas) issus de la Physique ou d'autres sciences appliquées au sens suivant :

- nous saurons obtenir facilement l'équation différentielle¹⁸
- cette équation est du type $y' = ay$ ou $y' = ay + b$

Deux exemples sont proposés par le manuel Hachette: la désintégration des noyaux radioactifs et le problème du régime stationnaire dans un circuit. C'est le dernier problème celui qui propose une « mise en équation » grâce à une traduction des lois physiques énoncées (exprimées en langue naturelle) dans le registre algébrique (type de tâches T_{ME2}). Mais en regardant attentivement la résolution de ce problème, on observe que la technique τ_{ME2} proposée est très particulière à l'étude du circuit RL. C'est l'application de la loi d'Ohm (connue dans la classe de Physique) qui permet d'écrire $i(t)$ –intensité du courant qui circule– en fonction du temps t .

PROBLÈME 2

Régime stationnaire dans un circuit

Lorsqu'on met en marche un générateur de force électromotrice E aux bornes A et B d'un circuit contenant une résistance R et une bobine d'induction L (Fig. 4), on note $i(t)$ l'intensité du courant qui circule en fonction du temps (on suppose $i(0) = 0$).

En appliquant la loi d'Ohm, exprimer $i(t)$ en fonction de t , et représenter graphiquement la fonction i .

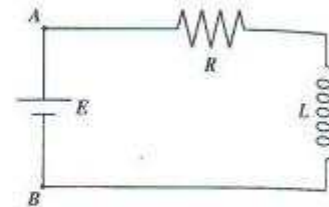


Fig. 4

- ① La tension aux bornes A et B est égale d'une part à E , d'autre part à $R i(t) + L \frac{di}{dt}$, d'après la loi d'Ohm.
Donc i est solution de l'équation différentielle $Ly' + Ry = E$.

Problème 2, page 158 dans Hachette.

La technologie θ_{ME2} qui justifie cette trace de technique est la justification par la loi d'Ohm mais il faut accepter que cette technologie ne soit pas présente dans le manuel. Probablement nous pourrions trouver une justification de cette loi à l'intérieur du cours de physique où cette loi devait être introduite pour la première fois (classe de Première S). Aucune référence à la signification physique n'est faite. Nous ne trouvons pas de trace d'éléments théoriques pour la tâche T_{ME2} .

En ce qui concerne la variation de ce type de tâches T_{ME2} , quand la reformulation doit être par rapport à une description verbale dans le problème, nous ne repérons ni dans Hachette ni dans Nathan aucune trace possible de technique, de technologie ou de théorie associée. Ce savoir

¹⁸ C'est nous qui soulignons.

« traduire » d'une description verbale en symboles mathématiques semble être un savoir acquis ailleurs (possiblement dans les classes précédentes).

Avant de conclure, nous voudrions souligner l'existence d'un type de tâche que l'on a repérée dans l'exercice 92 du manuel Bordas (page 96, cf. « a »). On demande la justification d'une équation différentielle qui est fournie par l'énoncé. Le type de tâche qui apparaît est en réalité une variation de T_{ME2} , pour que l'élève justifie l'ED déjà établie par l'énoncé de l'exercice.

92 ★ ★ Loi de Newton

À l'instant $t = 0$ (exprimé en heure), un corps dont la température est de 100° (en degré Celsius) est placé dans une salle à 20° .

On désigne par $\theta(t)$ la température du corps à l'instant t .

D'après la loi de refroidissement de Newton, la vitesse de refroidissement $\theta'(t)$ est proportionnelle à la différence entre la température du corps et celle de la salle.

Le coefficient de refroidissement est supposé égal ici à $-2,08$.

a. Expliquer pourquoi : $\theta'(t) = -2,08 (\theta(t) - 20)$.

b. En déduire l'expression de $\theta(t)$.

c. Étudier le sens de variation de θ sur $[0 ; +\infty[$.

Déterminer la limite en $+\infty$ de θ .

Tracer la courbe représentative de θ .

d. Déterminer la température du corps, arrondie au degré au bout de 20 minutes, puis au bout de 30 minutes.

e. Déterminer une valeur approchée du temps au bout duquel la température tombera à 30° :

– graphiquement ;

– en utilisant une calculatrice.

Exercice 92 (page 96, Bordas)

iii Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{ME} dans les manuels analysés

La plupart des exercices ont comme point de départ un modèle pseudo-concret car l'énoncé propose déjà une simplification de la situation réelle à modéliser. Les variables sont toujours désignées par avance. On observe d'après l'analyse des manuels que la mise en équation est rarement laissée à la charge des élèves. Pour la grande partie des exercices, on donne aux élèves le modèle mathématique (MM).

Pour un nombre très réduit d'exercices une « mise en équation » est demandée aux élèves. On a repéré un seul cas où il était demandé de justifier un modèle mathématique qui était déjà donné par l'exercice. Il est attendu aussi que l'élève mette en place deux démarches qui ont été repérées dans les manuels pour certains exercices:

- Démarche 1 « passage à la limite » : une démarche « stéréotypée » donnée pas à pas est attendue pour arriver à l'écriture de l'ED qui modélise le phénomène à étudier
- Démarche 2 « par traduction » : Cette démarche présente deux variations : soit la loi qui régit le phénomène est donnée et une traduction par une équation différentielle est demandée ; soit la description verbale du phénomène est donnée et une « *reformulation* » en termes mathématiques est demandée

Etant donné le nombre très réduit d'exercices qui proposent l'établissement d'une équation différentielle par l'élève, nous pouvons conclure que ce type de tâche est presque absent en classe de Mathématiques et que l'étape de « Modèle Mathématique » est très peu voire jamais abordée par l'élève en éliminant ainsi une des étapes centrale du processus de modélisation.

C Type de tâches T_{SG} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle

Pour ce type de tâches, en classe de Mathématiques, nous avons distingué trois cas possibles d'équations différentielles à résoudre :

- ED du type $y' = ay$
- ED du type $y' = ay + b$
- ED se ramenant à $y' = ay + b$

Il faut souligner que l'ED $y' = ay$ (1) est un cas particulier de (2). Nous décidons quand même de l'analyser séparément étant donnée l'organisation du contenu proposée par la plupart des manuels.

Pour mieux étudier les praxéologies associées à chacun de ces trois types d'équations différentielles, nous partagerons donc T_{SG} en trois sous-types de tâches :

T_{SG1} : *Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay$*

T_{SG2} : *Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$*

T_{SG3} : *Trouver une solution générale de une équation différentielle différente de $y' = ay + b$ mais qui se ramène à celle-ci.*

i Sous-type de tâches T_{SG1} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay$

Par rapport au type de tâches T_{SG1} la plupart des exercices analysés dans les trois manuels appartiennent à cette catégorie. Voici un tableau récapitulatif de l'apparition de ce type de tâches dans les exercices non résolus des manuels :

<i>Nom du manuel</i>	<i>Nombre d'exercices où est apparu T_{SG1}</i>	<i>Nombre total d'exercices¹⁹</i>	<i>Exercices</i>
Bordas	4	10	94, 97, 100 Exercice C (BAC)
Hachette	5	17	28, 30, 31, 33, 37
Nathan	1	5	52
	<i>10</i>	<i>32</i>	

C'est le type de tâche la plus souvent observée dans les trois manuels. Nous voudrions préciser la technique τ_{SG1} associée à ce sous-type de tâches.

Des exemples de consignes des tâches les plus représentatives que nous avons observées dans les manuels (par rapport à ce sous-type de tâches) sont les suivantes :

$t_{SG1.a}$: Résoudre l'équation différentielle (exemple : exercices 91 dans Bordas et 47 dans Nathan)

$t_{SG1.b}$: Exprimer $f(t)$ en fonction de t (exemple : exercice 31 dans Hachette ; l'équation différentielle est donnée $f'(t) = 0,06f(t)$)

$t_{SG1.c}$: Montrer qu'on a $Q(t) = -\lambda Q'(t)$ (exemple : exercice 37 dans Hachette ; la forme d'une fonction solution de l'ED est donnée par l'énoncé)

¹⁹ Exercices qui proposent une démarche de modélisation.

Finalement, ce qui est vraiment demandé aux élèves pour résoudre ces tâches dans les exercices est la technique τ_{SG1} qui se réduit à l'application d'un théorème (ci-dessous, établi en cours par le professeur) et qui permet aux élèves de trouver que pour une équation différentielle $f' = kf$, l'ensemble des fonctions est de la forme $x \rightarrow Ce^{kx}$ où C est une constante réelle.

THÉORÈME

Soit k un réel donné non nul.
 L'ensemble des solutions, dans \mathbb{R} , de l'équation différentielle $f' = kf$ est l'ensemble des fonctions $x \mapsto Ce^{kx}$ où C est une constante réelle quelconque.
 Quels que soient les réels x_0 et y_0 , l'équation $f' = kf$ admet une solution unique telle que $f(x_0) = y_0$.

Page 84 dans Bordas.

Une trace de technologie θ_{SG1} observée pour justifier cette technique (l'existence du théorème lui-même) et qui permet d'une certaine manière de justifier l'application de ce théorème -en tant que technique pour obtenir la famille de solutions pour ce type d'équations différentielles- est la démonstration du théorème montrée par le manuel.

DÉMONSTRATION

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = Ce^{kx}$.

$$f'(x) = k \times Ce^{kx}.$$
 Par suite, $f'(x) = kf(x)$ et la fonction f est bien solution de l'équation différentielle $f' = kf$.
 Réciproquement, soit f une solution de $y' = ky$ et soit g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = e^{-kx} f(x).$$
 g est dérivable sur \mathbb{R} et :

$$g'(x) = -ke^{-kx} f(x) + e^{-kx} f'(x) = -ke^{-kx} f(x) + e^{-kx} k f(x) = 0;$$
 g est donc une fonction constante sur \mathbb{R} , c'est-à-dire que :

$$e^{-kx} f(x) = C.$$

Or, e^{-kx} est différent de 0 pour tout réel x ;
 donc, si f est une solution de $y' = ky$, alors
 il existe une constante C telle que :

$$f(x) = Ce^{kx}.$$

La constante C s'obtient en écrivant que :

$$f(x_0) = y_0.$$

Page 84 dans Bordas.

D'autres éléments théoriques liés à ce sous-type de tâche n'apparaissent pas de manière explicite à l'intérieur de ce chapitre.

ii Sous-type de tâches T_{SG2} : Trouver une solution générale d'une équation différentielle du type $y' = ay + b$

Par rapport au sous-type de tâches T_{SG2} , cinq des exercices analysés dans les trois manuels appartiennent à cette catégorie. Voici un tableau récapitulatif de l'apparition de ce sous-type de tâches dans les exercices non résolus des manuels :

Nom du manuel	Nombre d'exercices où est apparu T_{SG2}	Nombre total d'exercices ²⁰	Exercices
Bordas	6	10	91, 92, 93, 94, 99, 100
Hachette	6	17	26, 27, 29, 35, 36, 38
Nathan	5	5	45, 46, 47, 51, 52
	17	32	

Tout d'abord, il faut préciser que le manuel Nathan ne présente aucun exercice qui propose ce type de tâches aux élèves.

La technique τ_{SG2} pour résoudre une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ paraît reposer sur l'utilisation des résultats du cours. La partie *Méthodes* du manuel Bordas établit que pour la tâche t_{SG1} (notée « a » dans le manuel) la méthode proposée « Résoudre l'équation différentielle $y' = 3y - 6$ (E) » est la suivante :

Méthode

Si α est une fonction constante solution de l'équation, la fonction $f - \alpha$ est solution de $y' = ay$.

Solution

a. On remarque que la fonction constante égale à 2 est solution de (E). En effet, $0 = 3 \times 2 - 6$. De plus, les solutions de l'équation $y' = ay$ sont les fonctions $x \mapsto Ce^{3x}$ avec C réel quelconque. En utilisant un résultat du cours, on peut donc conclure que les solutions de (E) sont les fonctions $x \mapsto 2 + Ce^{3x}$.

b. Si $f(2) = -1$, alors $-1 = 2 + Ce^6$, c'est-à-dire $C = -3e^{-6}$. Par suite, la fonction f cherchée est définie par $f(x) = 2 - 3e^{3(x-2)}$.

Page 87 en Bordas.

²⁰ Exercices qui proposent une démarche de modélisation.

Cette technique est équivalente aussi à l'application de la propriété suivante pour trouver les solutions de l'équation différentielle.

PROPRIÉTÉ

Les solutions de l'équation $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme $f - \frac{b}{a}$
 où f est une solution de l'équation $y' = ay$.
 Toutes les solutions de (E) s'obtiennent en ajoutant à une solution quelconque de $y' = ay$, la constante solution particulière de (E).

Page 86 en Bordas.

Nous ne trouvons pas de traces d'éléments théoriques pour ce sous-type de tâche.

iii Sous-type de tâches T_{SG3} : Trouver une solution générale à une équation différentielle différente de $y' = ay + b$ mais qui se ramène à celle-ci

Nous avons identifié quatre exercices du manuel Hachette comme les seuls qui appartiennent au type de tâches T_{SG3} , et nous faisons l'hypothèse qu'il doit exister (à confirmer) un sous-type de tâche dans les manuels de la classe Terminale, qui aide les élèves à la résolution des équations différentielles autres que $y' = ay + b$ ou autres que celles se ramenant à $y' = ay + b$.

Ces exercices sont :

Nom du manuel	Nombre d'exercices où est apparu T_{SG3}	Nombre total d'exercices ²¹	Exercices
Bordas	2	10	95, 101
Hachette	6	17	32, 34, 41 42 44, 45
Nathan	0	5	
	8	32	

En analysant de plus près les exercices du manuel Hachette, on se rend compte que l'exercice n°41 présente un système de deux équations (proie-prédateur) et que l'exercice 45 présente un système de trois équations. La suite des tâches à l'intérieur de chaque exercice guide le travail de l'élève, qui ne doit pas nécessairement aboutir à une solution analytique, mais de préférence à une étude qualitative.

²¹ Exercices qui proposent une démarche de modélisation.

Il faut juste souligner que dans l'exercice n°41 où deux équations différentielles sont proposées, il faut considérer dans un premier temps l'absence de prédateurs et dans un deuxième temps l'absence de proies. Voici un extrait de l'exercice :

41 Le modèle proie-prédateur



Lorsque deux populations animales interagissent, il est fréquent que leurs taux d'accroissement respectifs soient imbriqués. C'est le cas notamment avec les lynx (prédateurs) et les petits rongeurs (proies) sur un territoire clos du Canada.

2) Le modèle continu

Ce modèle a été proposé par Volterra en 1926. Si l'on note $L(t)$ et $r(t)$ les effectifs des lynx et des rongeurs au temps t , on suppose que les fonctions L et r vérifient le « système différentiel » :

$$\begin{cases} L' = L(-0,04 + 0,000\,05r) \\ r' = r(0,05 - 0,002L) \end{cases}$$

- a) En l'absence de prédateurs, exprimer $r(t)$ en fonction de t et de $r(0)$.
- b) En l'absence de proies, exprimer $L(t)$ en fonction de t et de $L(0)$.

Exercice 41, page 170, manuel Hachette.

Soulignons que les équations différentielles se réduisent à une équation de la forme $y' = ay$, et que nous connaissons donc les solutions pour ce type d'équations différentielles (cf. T_{SG1} et τ_{SG1}).

Dans ce même exercice il est demandé de commenter l'évolution de la population de « a) » et « b) » et de la comparer au modèle discret (travaillé dans une tâche antérieure 1). Une remarque est faite à ce propos :

Remarque : l'étude mathématique du système est délicate et on ne sait pas exprimer $L(t)$ et $r(t)$ en fonction de t ; dans la suite, nous proposons de simuler l'évolution de ce système écologique sur tableur, avec le modèle discret.

Nous devons donc dire que l'exercice 41, malgré la présence d'un système d'ED, est un exercice où le sous-type de tâche T_{SG1} apparaît.

Cela confirme la difficulté de traiter ce type de situations modélisées en classe par un système d'équations différentielles, c'est la raison pour laquelle nous devons considérer ces problèmes comme inhabituels dans l'enseignement.

L'exercice n°44 traite de la croissance d'organismes, et deux modèles sont proposés. Le premier est celui de Von Bertalanffy et le deuxième, celui de Richard. Toutes les indications sont données pour l'étude de l'équation différentielle et par exemple dans le cas du deuxième modèle proposé, il est demandé de démontrer que celui-ci se réduit à une équation différentielle logistique quand le paramètre alpha prend la valeur 2 (précisé dans l'énoncé).

Finalement, l'exercice n°42 étudie l'équation différentielle du second ordre $y'' = -\omega^2 y$ issue de la Physique, pour modéliser le mouvement d'un oscillateur libre non amorti. Une fonction solution de la forme $x \rightarrow A \cos \omega x + B \sin \omega x$ est proposée (sous-tâche 3.b de 5), et il est demandé de montrer qu'effectivement celle-ci est une solution. La tâche de résolution n'est pas demandée car les fonctions solutions sont déjà données.

Le manuel Hachette montre aussi dans la rubrique « Quelques problèmes d'évolution » (*Au cœur des problèmes*) le problème de Verhulst où la loi logistique continue modélise la croissance de populations de bactéries. Nous pouvons repérer aussi une technique pour le cas d'une équation différentielle de la forme $y' = ky(1-y)$ en se ramenant à $y' = ay + b$ grâce au changement de variable $z = 1/y$.

Voici la technique τ_{SG3} de « changement de variable » affichée par le manuel pour résoudre cette équation différentielle:

Problème 1 :

Le modèle de Verhulst : loi logistique continue

Pour certaines populations vivant dans un milieu clos (comme des bactéries dans une culture), on constate que la croissance est quasiment exponentielle au début, mais elle est freinée dès que la surpopulation se fait sentir (manque de nourriture ou d'oxygène, interactions dues à la promiscuité...).

Le mathématicien belge Pierre Verhulst propose, vers 1840, le modèle suivant : on suppose que la taille de la population ne peut pas dépasser une valeur maximale, et on note $f(t)$ la fraction de ce maximum à l'instant t , alors la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$y' = \lambda y(1 - y) \quad (1).$$

1) Résoudre l'équation (1) en posant $z = \frac{1}{y}$.

Solution proposée :

1) $f(t)$ représente une proportion ; nous pouvons supposer que $0 < f(t) < 1$ et donc nous limiter à chercher des solutions de (1) dérivables, qui ne s'annulent pas sur $[0, +\infty[$.

Si y est une telle solution de (1), alors la fonction $z = \frac{1}{y}$ est dérivable sur $[0, +\infty[$ et :

$$z' = -\frac{y'}{y^2} = -\frac{\lambda y(1-y)}{y^2} = -\lambda\left(\frac{1}{y} - 1\right) = -\lambda(z - 1).$$

Ainsi, z est solution de l'équation différentielle $z' = -\lambda z + \lambda$.
 Cette équation se résout sans problème :

$$z(t) = 1 + Ce^{-\lambda t} \quad (C \text{ réel}).$$

Nous en déduisons la solution générale de (1) :

$$y(t) = \frac{1}{1 + Ce^{-\lambda t}}.$$

Quelques détails

L'équation est du type $z' = az + b$

$$\text{et } -\frac{b}{a} = \frac{-\lambda}{-\lambda} = 1.$$

Extrait pages 159-160 dans Hachette.

Un autre exemple, issu du manuel Bordas, qui propose une variation de la technique τ_{SG3} grâce au changement de variable est le suivant :

Énoncé

Un biologiste observe la croissance d'une population de bactéries en milieu fermé. La population initiale est 100 bactéries. La capacité maximale du milieu est 1000 bactéries. Soit $N(t)$ le nombre de bactéries à l'instant t (exprimé en heures). Les observations faites conduisent à modéliser la situation par l'équation différentielle :

$$N'(t) = 0,07N(1 - 10^{-3}N) \text{ appelée équation logistique.}$$

a. On pose $P(t) = \frac{1}{N(t)}$, ($N \neq 0$). Démontrer que la fonction P vérifie l'équation différentielle $P' = -0,07P + 7 \times 10^{-5}$.

Méthode

Calculer N' en fonction de P' et de P et se ramener ainsi à une équation du type :
 $y' = ay + b$.

Solution

$$\text{a. } P = \frac{1}{N} \text{ donc } P' = -\frac{N'}{N^2} = -\frac{0,07}{N} \left(1 - \frac{N}{1000}\right) = -\frac{0,07}{N} + 7 \times 10^{-5},$$

$$P' = -0,07P + 7 \times 10^{-5}.$$

Exercice résolu, extrait de la partie « Méthodes » du manuel Bordas, page 87.

Des trois exercices figurant dans le manuel Bordas, le n°95 sur la propagation d'une rumeur est modélisé aussi par la loi logistique et le changement de variable $z = 1/y$ est proposé.

Dans le manuel Hachette, l'exercice non résolu n°34 propose dans son énoncé le changement de variable $z = \ln y$ pour ramener l'équation différentielle originale à une équation du type $y' = ay + b$.

Extinction rapide d'une population

Pour décrire l'évolution d'une population en extinction en vue de calculs d'assurance-vie, B. Gompertz a proposé en 1925 le modèle suivant :

si $N(t)$ est le nombre d'individus en vie à l'instant t , alors :

$$N'(t) = -kN(t)[H - \ln N(t)],$$

où H et k sont des constantes positives.

1) Expression de $N(t)$

a) Soit y une solution strictement positive de l'équation différentielle $y' = -ky(H - \ln y)$ sur $[0, +\infty[$.

On pose $z = \ln y$.

Montrer que z est dérivable sur $[0, +\infty[$, et exprimer z' en fonction de z .

b) En déduire une expression de $z(t)$.

c) Montrer qu'il existe deux constantes positives M et c telles que l'on ait $N(t) = M \exp(-ce^{kt})$.

Piste Pour le signe de c , considérer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} N(t)$ doit être égale à 0.

Exercice 34, page 168, Hachette.

Une fois que la mise en équation permet d'écrire une équation du type $y' = ay + b$, il reste à appliquer le théorème comme nous l'avons vu pour le sous-type de tâches T_{SG1} .

Pour l'exercices figurant dans le manuel Bordas (n°101) et celui du manuel Hachette (n°32), une équation différentielle de la forme $y'(t) - ay'(t) = f(x)$ est proposée ($f(x)$ est une fonction donnée). Une solution particulière est donc proposée aussi dans l'énoncé. Voici deux exemples :

Le taux d'alcoolémie

Lorsqu'une personne absorbe à jeun une certaine quantité d'alcool, on note $f(t)$ le taux d'alcoolémie (en gramme par litre de sang) à l'instant t (t en heure) de son organisme. On considère que f est définie par l'équation différentielle :

$$f'(t) = ae^{-t} - f(t) ; f(0) = 0$$

(a est une constante positive dépendant de la personne elle-même et de la quantité absorbée).

1) On pose $g(t) = e^t f(t)$.

Calculer $g'(t)$ et en déduire que g est une fonction affine.

2) Exprimer $f(t)$ en fonction de a et de t .

Exercice 32, page 167, Hachette.

101 Circuit électrique

Un circuit est constitué d'un condensateur de capacité $C = 75 \cdot 10^{-6}$ farads, d'une résistance $R = 2 \cdot 10^4$ ohms, d'un générateur g et d'un interrupteur.

On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$ et le générateur délivre alors une tension V .

La tension U aux bornes du condensateur est alors solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle (1) :

$$U(t) + RC U'(t) = V(t) ;$$

On suppose que $V(t) = 6 e^{-\frac{2}{3}t}$, où t est exprimé en secondes. De plus la charge initiale du condensateur impose la condition :

$$(2) : U(0) = \frac{1}{3} V(0) .$$

a. Démontrer que la fonction U définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$U(t) = (4t + 2) e^{-\frac{2}{3}t} \text{ vérifie la condition (2).}$$

b. Montrer que la fonction U est solution de l'équation différentielle (1).

Exercice 101, page 98, Bordas.

Concernant la technique τ_{SG3} pour aborder ce type de tâches, nous avons repéré dans le manuel Hachette « un brin de technique quand il s'agit d'étudier certaines équations différentielles se ramenant à la forme $y' = ay + b$ (a et b réels). Conformément au programme, toute indication sera donnée²² » (citation de l'Objectif de la rubrique « Equations se ramenant à $y' = ay + b$ », page 156 dans Hachette). Il faut donc souligner que l'élève a donc très peu à faire pour traiter ce type d'équations différentielles car le problème le pas à pas pour la résoudre.

Cette technique τ_{SG3} est montré aussi dans un point méthode à côté de la page :

²² Partie soulignée par nous.

MÉTHODE

L'équation $y' - ay = f(x)$
(f fonction donnée)

1) On détermine une solution particulière g (la forme est indiquée par l'énoncé).

2) On montre que $y - g$ est solution de l'équation « sans second membre » :

$$Y' - aY = 0.$$

3) $y(x) = g(x) + Ce^{ax}$.

Extrait du manuel Hachette, page 156.

Cette technique, nous ne l'avons vue apparaître de manière explicite que dans le manuel Hachette. Dans le manuel Bordas, aucune explicitation de cette démarche n'a été retrouvée, sauf celle que nous pouvons tirer des exercices non résolus cités ci-dessus.

Dans le manuel Nathan, à la rubrique « *Le jour du Bac* » est traité le problème de ramener une équation telle que $y' - 2y = e^{2x}$. D'abord, une résolution de $y' - 2y = 0$ est demandée en appliquant « le théorème du cours qui donne les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ ». Puis, il faut (sous-tâche 3) démontrer qu'une fonction v définie sur \mathbb{R} est une solution de $y' - 2y = e^{2x}$ (E) si, et seulement si $v - u$ est solution de $y' - 2y = 0$ (E₀).

On trouve des traces de justification (technologie θ_{SG3}) pour la technique auparavant décrite pour un cas particulier d'équation différentielle : $y' - 2y = e^{2x}$ ici nommée E, $y' - 2y = 0$ nommée E₀:

3 v est une fonction dérivable sur \mathbb{R} .

$v - u$ est solution de (E₀) si et seulement si successivement :

$$(v - u)' - 2(v - u) = 0$$

$$v' - u' - 2v + 2u = 0$$

$$v' - 2v - (u' - 2u) = 0$$

Or d'après la question 1, pour tout réel x , $u'(x) - 2u(x) = e^{2x}$.

Ainsi $v - u$ est solution de (E₀) si et seulement si pour tout réel x ,

$$v'(x) - 2v(x) - e^{2x} = 0 \text{ c'est-à-dire } v'(x) - 2v(x) = e^{2x}.$$

En conclusion, $v - u$ est solution de (E₀) si et seulement si v est solution de (E).

← Il est possible ici, de procéder par équivalences successives tout au long de la rédaction.

On peut aussi procéder par implications successives, mais il faut alors envisager la réciproque.

Page 157 en Nathan.

Etant donné qu'un seul des trois manuels présente ce type de tâches, nous devons conclure que celles-ci sortent des tâches habituelles à traiter en classe. De plus, toutes les indications sont données dans chaque énoncé pour les résoudre et la démarche à suivre semble être très spécifique pour chaque cas. La complexité de traiter un système d'équations différentielles proposée par l'exercice 41 (système proie-prédateur) est réduite rapidement (grâce à des indications dans l'exercice) à l'étude de deux équations différentielles de type $y' = ay$ (T_{SG1}).

Finalement, nous n'avons pas trouvé de manière explicite de trace d'éléments théoriques pour justifier la résolution proposée pour ce sous-type de tâche.

iv Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{SG} dans les manuels analysés

Pour conclure cette partie, nous voudrions présenter les fréquences d'apparition de ce type de tâche T_{SG} dans les manuels analysés. On prend en compte le type d'ED à résoudre :

<i>Sous-type de tâche</i>	<i>Fréquence d'apparition</i>
T_{SG1}	10/32
T_{SG2}	17/32
T_{SG3}	8/32

Il faut souligner que trois exercices (94 et 100 de Bordas et 52 de Nathan) demandent la solution générale de deux types d'ED pour le même exercice.

En général, tous les exercices qui proposent une modélisation par des ED, demandent la mise en place de ce type de tâche. En particulier, on observe que le cas de $y' = ay + b$ est le plus demandé alors que la résolution des équations différentielles différentes de $y' = ay + b$ mais qui se ramènent à celle-ci est le sous-type de tâche le moins demandé. Il faut souligner que pour résoudre ce sous-type de tâche, toutes les indications sont données par l'énoncé de l'exercice.

Ce type de tâche appartient à l'étape d'Etude Mathématique (placée à l'intérieur du domaine mathématique) et on repère une importance attachée à ce type de tâche pour la classe de Mathématiques. On observe que parfois l'étude mathématique réalisée par l'élève est très guidée par les consignes des exercices (cf. T_{SG3}).

Finalement, on veut mettre en relief l'apparition du même exercice qui apparaît dans les trois manuels analysés (médicament dans le sang, exercice issu du BAC) qui propose la consigne suivante (en rapport à T_{SG}):

37 Injections à intervalles réguliers

À l'instant $t = 0$ (t est exprimé en heure), on injecte dans le sang, par piqûre intraveineuse, une dose de 1,8 unité d'une substance médicamenteuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée. On note $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t , exprimée en unités adaptées.

On admet que le processus d'élimination peut se présenter mathématiquement par l'équation différentielle :

$$Q'(t) = -\lambda Q(t),$$

où λ est un nombre qui sera déterminé expérimentalement.

1) Montrer qu'on a $Q(t) = 1,8e^{-\lambda t}$.

Exercices 37, page 169 de Hachette.

Il faut souligner que la tâche à réaliser est de montrer qu'une fonction donnée est solution de l'équation différentielle (qui est donnée aussi par l'énoncé, cf. (1)). C'est la seule apparition de cette consigne pour le type de tâches T_{SG} où $y' = ay$ modélise une situation mais nous croyons important de le mentionner car cet exercice est issu des annales du BAC et cela peut nous donner une idée des types de tâches proposés aux élèves dans cet examen. On n'observe aucune technique explicite à l'intérieur des trois manuels pour résoudre cette tâche (37.1).

D Type de tâches T_{SP} : Trouver une solution particulière qui satisfait une condition initiale donnée.

Dans ce type de tâches, une fois obtenue la famille de solutions d'une équation différentielle, il reste à préciser une fonction solution particulière avec une condition initiale qui est toujours donnée dans l'énoncé de l'exercice, parfois de manière implicite (description verbale de cette condition) mais aussi de manière explicite.

Les exercices où ce type de tâche T_{SP} apparaît sont plus ou moins les mêmes que là où le type de tâches T_{SG} a été demandé.

<i>Nom du manuel</i>	<i>Nombre d'exercices où est apparu T_{SP}</i>	<i>Nombre total d'exercices²³</i>	<i>Exercices</i>
Bordas	10	10	E : 91, 93, 99, 94, 95 I : 92, 97, 100, 101, C.BAC

²³ Exercices qui proposent une démarche de modélisation.

Hachette	14	17	E: 31,32, 33, 35, 36, 38, 41 I : 26, 27, 28, 29, 30, 34, 37
Nathan	5	5	E : 45, 46, 47, 52 I : 51
	29	32	

Dans la colonne « Exercices », la lettre E signifie que la condition initiale à utiliser dans ces exercices est établie de manière explicite alors que la lettre I indique que cette condition est établie de manière implicite.

Pour faire cette distinction, nous considérons qu'une condition initiale explicite est celle qui est établie directement en langage mathématique à l'intérieur d'une des sous-tâches de l'exercice.

Par exemple, l'exercice 93 de Bordas (page 96)

« b) Déterminer la solution particulière vérifiant la condition initiale $x(0) = 0$ (cette solution dépend du paramètre k) ». On note que la condition initiale à utiliser est directement énoncée par l'exercice en langage mathématique.

Pour illustrer une condition initiale qui est donnée de manière implicite, citons deux consignes différentes observées dans les manuels :

Premier exemple : exercice 26 de Hachette (page 166)

« Dans une pièce où la température est de $20^{\circ}C$, une personne verse du café (à $80^{\circ}C$) dans une tasse. Deux minutes plus tard, le café à $60^{\circ}C$. »

La condition initiale à établir est $T(2) = 60$, l'information fournie permet de l'établir mais un travail de « traduction » devra être fait par l'élève. Cette « traduction » est de la même nature que celle mise en place lors de la mise en équation.

Second exemple : exercice 52 de Nathan (page 259)

« On suppose qu'à la mise sous tension, à l'instant $t = 0$, la température du conducteur est égale) $0^{\circ}C$. »

Le second exemple propose aussi une traduction à faire mais la condition initiale fournie de manière implicite est plus proche au domaine mathématique que celle fournie par le premier exemple.

Sur les 32 exercices qui demandent l'établissement de la famille de l'équation différentielle (type de tâche T_{SG}), 29 proposent l'établissement d'une fonction solution particulière.

Dans 16 cas, la condition initiale est donnée de manière explicite dans le problème ; et dans 13 cas, celle-ci est donnée de manière implicite.

Par exemple, dans l'exercice 30 de Hachette, (page 167) nous avons :

30 La ville fantôme

Une ville de l'ouest des États-Unis avait une population de 512 habitants en 1834 et de 256 habitants en 1840. On admet que la vitesse de diminution de cette population est, à chaque instant, proportionnelle à cette population.

En quelle année cette ville est-elle devenue une « ville fantôme » ?

Piste La population $p(t)$ à l'instant t vérifie, pour tout réel t , une équation différentielle de la forme :
 $p'(t) = ap(t)$, où a est un réel à déterminer.

Exercice 30, manuel Hachette.

On passe directement à la question sur le problème de prévoir la population en telle année déterminée, et dans cet exercice on laisse l'élève préciser lui-même le type de condition initiale à prendre en compte : par exemple, que l'année 1834 sera notre référence ($t = 0$) pour une population de 512 habitants ($P(0) = 512$).

Il faut dire que nous trouvons que les manuels Hachette et Bordas proposent plus d'exercices avec la condition initiale donnée de manière implicite, alors que la plupart du temps le manuel Nathan donne explicitement cette condition dans l'énoncé des exercices.

Par rapport à notre modèle du cycle de modélisation, ce type de tâches est placé dans le domaine pseudo-concret et elle demande à l'élève de reformuler (si nécessaire) l'information fournie par le texte en termes mathématiques (étape d'Etude Mathématique au domaine mathématique) pour continuer le traitement mathématique du modèle, dans notre cas, l'établissement d'une solution particulière de l'ED.

Une fois la condition initiale précisée, il reste à l'utiliser pour trouver la valeur du paramètre qui intervient dans l'ED à l'aide de cette condition.

Une technique τ_{sp} repérée pour trouver une solution particulière est celle montrée par le manuel Bordas où un point « Méthode » (page 85) est introduit pour trouver une solution particulière pour une équation différentielle $y' = ky$:

Énoncé

a. Déterminer la fonction f , solution de l'équation $y' + 2y = 0$ telle que la courbe représentative de f passe par le point $A(-3 ; 2)$.

Méthode

Pour trouver la constante, on écrit $y_0 = f(x_0)$ et on résout l'équation obtenue.

Solution

a. Les solutions sont de la forme $x \mapsto Ce^{-2x}$.

La courbe représentative de la fonction f cherchée passe par le point $A(-3; 2)$, donc $f(-3) = 2$.

Donc $Ce^6 = 2$ d'où $C = 2e^{-6}$.

La solution est définie par $f(x) = 2e^{-2(3+x)}$.

On observe l'application de cette technique τ_{SP} pour déterminer la solution de $y' = 3y - 6$ (une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$) telle que $f(2) = -1$ (Bordas, page 87):

b. Si $f(2) = -1$, alors $-1 = 2 + Ce^6$, c'est-à-dire $C = -3e^{-6}$.
Par suite, la fonction f cherchée est définie par $f(x) = 2 - 3e^{3(x-2)}$.

La justification θ_{SP} de cette technique pour le cas de $y' = ky$ est donnée d'une certaine manière par le corollaire suivant qui admet l'existence d'une fonction unique qui satisfait l'égalité $f(x_0) = y_0$.

COROLLAIRE

L'ensemble des solutions, dans \mathbb{R} , de l'équation différentielle $f' = f$ est l'ensemble des fonctions $x \mapsto Ce^x$ où C est une constante réelle quelconque. Quels que soient les réels x_0 et y_0 , l'équation $f' = f$ admet une solution unique telle que :

$$f(x_0) = y_0.$$

Page 84 de Bordas.

Pour le cas de $y' = ay + b$, nous trouvons des traces de technologie θ_{SG} dans la propriété suivante, qui justifie d'une certaine façon la technique précédemment décrite, mais qui n'est pas vraiment exigible des élèves pendant la résolution de problèmes en classe.

PROPRIÉTÉ

Soient deux réels a et b (a non nul) et un point $A(x_0; y_0)$. L'équation $y' = ay + b$ admet, dans \mathbb{R} , une solution unique f dont la courbe représentative passe par le point $A(x_0; y_0)$; $f: x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$.
On calcule la constante C en exprimant que $f(x_0) = y_0$.

DÉMONSTRATION

En utilisant le théorème du paragraphe 7 et le résultat précédent, on peut dire qu'il existe une constante C telle que $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$.

Comme $f(x_0) = y_0$, alors $y_0 = Ce^{ax_0} - \frac{b}{a}$.

Il existe donc un réel C unique et $C = \left(y_0 + \frac{b}{a}\right) e^{-ax_0}$.

On obtient ainsi la propriété énoncée.

Page 86, Bordas.

Sur des éléments de la théorie qui justifient cette technologie, nous ne trouvons pas de trace à l'intérieur du chapitre.

Dans les deux autres manuels, nous trouvons des éléments praxéologiques similaires.

Nous remarquons l'existence de techniques (parfois de traces de technologies) pour le type de tâche T_{SG} (obtention d'une fonction solution générale) et T_{SG} (obtention d'une fonction solution particulière d'une équation différentielle $y' = ay + b$).

Cela répond à une logique, car dans le programme, l'un des savoir-faire exigibles dans le contenu des équations différentielles est justement l'obtention de ces solutions pour les types d'ED décrites ici. Cela montre l'importance de bien expliquer la technique pour l'obtention de cette fonction solution.

E T_{ESP} : Etude de la fonction solution particulière d'une équation différentielle.

Dans l'étape de modélisation d'Etude Mathématique, il a été observé dans certains exercices une étude sur la fonction solution particulière (qui modélise une situation réelle déterminée). Cette étude sur la fonction nous amène à décrire un autre sous-type de tâches pour la modélisation des situations grâce à une équation différentielle, car d'une certaine façon c'est une étude sur le modèle.

Les sous-types de tâches proposés sont principalement de dresser le tableau de variations, de dessiner la courbe représentative de la fonction et de calculer les limites à l'infini de la fonction solution.

Près de la moitié des exercices (14 sur 29) qui relèvent de la solution particulière demandent l'un ou l'ensemble de ces sous-types de tâches. Nous notons que le manuel Bordas est celui qui privilégie le plus ce type d'étude, une fois obtenue l'expression de la fonction solution de l'équation différentielle. Le manuel Nathan réalise cette tâche pour 2 des 5 exercices alors que dans le manuel Hachette cette tâche est quasi absente.

Par rapport à la démarche de modélisation elle-même, l'étude de la fonction solution en tant qu'objet mathématique ne constitue pas un sous-type de tâches devant être étudié de plus près. Il faudra juste souligner que cette étude sur la fonction rentre bien dans la partie de contenu mathématique à traiter à l'intérieur du chapitre, mais qu'il n'y a pas de lien puissant avec la démarche de modélisation elle-même. C'est la raison pour laquelle nous n'allons pas approfondir davantage ce sujet ici.

Pour finaliser, nous devons traiter le dernier type de tâche T_{RQ} qui consiste à répondre à une question posée par l'exercice et formulée en termes pseudo-concrets en utilisant la fonction de la solution particulière obtenue.

F Type de tâches T_{RQ} : Répondre à une question initiale de la situation réelle en utilisant une solution particulière d'une équation différentielle.

Sur les 29 exercices qui requièrent une solution générale puis particulière de l'équation différentielle, 27 d'entre eux proposent ce sous-type de tâche. Cela veut dire que sur l'ensemble de 35 exercices qui proposent une situation réelle à être modélisée par une équation différentielle, 27 exercices proposent ce type de tâches.

Les deux exercices (sur les 29) qui ne proposent pas ce type de tâche sont le 41 de Hachette et le 51 de Nathan. L'exercice 41 dans Hachette (système proie-prédateur) demande seulement de « commenter l'évolution de la population » en prenant comme hypothèse l'absence de proies et après l'absence de prédateurs (étude qualitative). Le problème 51 dans Nathan propose l'étude d'un circuit RL, mais apparemment elle ne sert qu'à introduire l'équation différentielle étudiée, car la solution particulière une fois obtenue, il reste à réaliser une étude complète sur cette fonction.

Il est important aussi de mentionner dans cette partie les deux fonctions principales des modèles : la prédiction et l'explication. Le modèle est explicatif, car il permet de mettre en relation des phénomènes complexes, mais il est également prédictif car il permet de fournir des valeurs proches de celles mesurées expérimentalement. Saglam (2004, p. 7) dans sa thèse mentionne aussi trois autres caractéristiques des modèles : calculable car des inférences maîtrisées peuvent être produites à partir des relations de base du modèle ; le modèle doit être pertinent envers son objet, et le modèle doit être cohérent avec les autres modèles qui représentent le même système et avec ce qu'on sait par ailleurs (Dupin, cité par Saglam 2004).

Par rapport aux deux fonctions principales du modèle : prévision et explication, nous remarquons que c'est avec dans une finalité de prévision que la question est normalement posée par les exercices. On distingue deux cas possibles :

- Soit on veut connaître le temps t pour lequel la fonction $f(t) = a$ une valeur précise.

Quel est le temps nécessaire pour que la température du conducteur atteigne-elle $20^\circ C$?

Manuel Nathan, exercice 51, page 259.

On s'intéresse à préciser à préciser t si $T(t) = 20$.

- Soit on veut connaître la valeur de $f(t)$ pour une valeur de t déterminée (c'est un cas moins fréquent que le premier)

Propagation d'une rumeur

(...) On choisit 8 heures comme instant initial $t = 0$ (...)

Combien de personnes connaissent la nouvelle à midi ?

Exercice 95, page 97 dans Bordas.

Ici, on s'intéresse à préciser la valeur de la fonction pour un temps t spécifique, $T(4) = ?$.

Il est important de souligner le rôle que joue la formulation de la question posée en termes pseudo-concrets car il faut la « traduire » en termes mathématiques pour la résoudre. La difficulté pour interpréter et répondre à la question est dépend du fait que la question est déjà formulée en termes proches du domaine mathématique ou que la formulation de la question soit plus proche du domaine pseudo-concret.

Par exemple, l'exercice 92 de Bordas propose « d. Déterminer la température du corps, arrondie au degré au bout de 20 minutes, puis au bout de 30 minutes. » La formulation de cette question est proche du domaine mathématique car il suffit d'écrire qu'on veut calculer la valeur de $T(20)$ et $T(30)$. Cette « traduction » est plus directe à faire à partir de la formulation de la question que la « traduction » à faire par l'exercice 95 de Bordas (voir plus bas).

Dans le deuxième cas (propagation d'une rumeur, Bordas, exercice 95), la question est plus proche de la description verbale de la situation réelle (la manière dont une rumeur se répand à travers une ville de 10000 habitants), et cela amène l'élève à reformuler cette question tout en revenant à l'énoncé de départ. *Combien de personnes connaissent la nouvelle à midi ? Cette question* revient à dire si on prend le temps d'origine, 8 heures du matin, nous serons intéressés à trouver la valeur de $y(4)$, si $y(t)$ représente le nombre de personnes connaissant la rumeur à l'instant t (t exprimé en heures).

Cette reformulation de la question en termes mathématiques est une activité qui propose de partir du domaine pseudo-concret, passer au domaine mathématique et après revenir au domaine pseudo-concret. Ce passage semble être réalisé de manière implicite par les manuels et apparemment il est réalisé par l'élève au moment de vouloir répondre à la question posée soit en termes pseudo concrets. Nous ne trouvons aucune technique ni aucun élément du bloc technologique–théorique pour réaliser cette tâche.

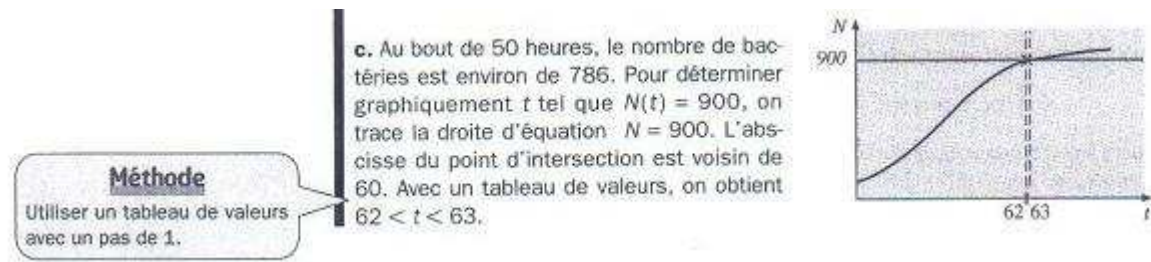
Tout se passe comme si cette activité, importante dans cette étape du processus de modélisation, était un savoir-faire acquis probablement dans des cours hors-Mathématiques et hors de cette classe de Terminale S ; ou bien au minimum, ce savoir-faire n'a pas été enseigné de manière précise lors de la résolution de ce type d'exercices. Voici un extrait d'un exercice résolu dans le manuel Bordas, pour montrer comment ce type de tâche paraît vivre sans aucune technique explicite sur la manière de l'aborder.

Énoncé

Un biologiste observe la croissance d'une population de bactéries en milieu fermé. La population initiale est 100 bactéries. La capacité maximale du milieu est 1000 bactéries. Soit $N(t)$ le nombre de bactéries à l'instant t (exprimé en heures). Les observations faites conduisent à modéliser la situation par l'équation différentielle :

$$N'(t) = 0,07N(1 - 10^{-3}N) \text{ appelée équation logistique.}$$

c. Tracer la représentation graphique de N . Quel est le nombre de bactéries au bout de 50 heures ? Au bout de combien de temps le nombre de bactéries sera-t-il égal à 90 % de la capacité maximale du milieu ?



Une fois de plus, sur ce qui relève purement du domaine mathématique, il nous semble repérer des techniques proposées par les manuels pour répondre aux questions posées.

Par exemple, pour répondre à la question « quel est le nombre de bactéries au bout de 50 heures ? » il faut traduire celle-ci d'abord en termes mathématiques, pour trouver la valeur de $N(50)$. Comme par la sous-tâche b) nous savons que la fonction qui modélise cette population de bactéries est $N(t) = \frac{1000}{1+9e^{-0,07t}}$, il est possible de calculer que $N(50) = 786$, puis que le nombre de bactéries est égal à 786.

En ce qui concerne la deuxième question « au bout de combien de temps le nombre de bactéries sera-t-il égal à 90% de la capacité maximale du milieu ? », il faut d'abord repérer dans l'énoncé que cette capacité maximale est de 1000 bactéries, donc 90% égalent 900 bactéries. La question en termes mathématiques serait reformulée comme « quelle est la valeur de t telle que $N(t) = 900$? ».

Soit on résout à partir de l'égalité $900 = \frac{1000}{1+9e^{-0,07t}}$ la valeur de t (ce qui ne sera pas toujours possible pour les élèves de cette classe), soit on recourt à des méthodes numériques (grâce à un tableau de valeurs) ou soit on fait recours à l'aide de la représentation graphique de la fonction (l'abscisse du point d'intersection de la courbe $N(t)$ avec la droite $N = 900$).

Etant donnée la complexité de cette sous-tâche pour l'élève, l'appel à des méthodes numériques voire graphiques semble nécessaire. On observe donc des techniques plus ou moins montrées par les manuels pour résoudre $N(?) = 900$ ou $N(5) = ?$ mais on n'observe pas de méthodes pour la reformulation de questions posées en termes purement mathématiques.

Pour conclure l'analyse de ce type de tâche T_{RQ} consistant à répondre à une question posée en termes de la situation réelle ou en termes pseudo-concrets (proches du domaine mathématique), nous avons observé la présence de ce type de tâche, mais nous n'avons pas repéré de technique explicite pour la formulation de cette question en termes mathématiques (c'est, la plupart du temps, facile à faire) ni pour la reformulation de la réponse mathématique en termes pseudo-concrets.

Une distinction intéressante à faire entre les manuels Bordas et Hachette, est que dans ce dernier, nous avons observé des questions plus ouvertes, c'est à dire davantage dans l'étape de la situation réelle ; alors que dans le manuel Bordas, la plupart du temps la question posée est formulée en termes pseudo-concrets.

G Conclusion de l'analyse praxéologique des manuels

Nous étions intéressés par l'étude du processus de modélisation existant en classe de Mathématiques (Terminale S) L'analyse praxéologique des manuels de cette classe nous a permis d'identifier le type de tâches existant par rapport à la modélisation d'une situation réelle grâce à une équation différentielle. Une analyse des exercices non résolus de chaque manuel, nous a permis de confirmer l'existence de ces types de tâches et nous a permis aussi de repérer la fréquence d'apparition pour chacun d'eux.

Les cinq types de tâches repérés sont :

<i>Types de tâches repérées par rapport à la démarche de modélisation</i>	<i>Description des types de tâches :</i>
T_{ME}	Etablissement de l'équation différentielle qui modélise une situation réelle (deux démarches ont été observées: « traduction » et « passage à la limite »).
T_{SG}	Trouver une solution générale d'une équation différentielle (trois cas possibles)
T_{SP}	Trouver une solution particulière qui satisfasse à une condition initiale donnée.
T_{ESP}	Etudier une solution particulière qui satisfasse à une condition initiale donnée : limites à l'infini, tableau de variations et représentation graphique.
T_{RQ}	Répondre à une question initiale en utilisant une solution particulière d'une équation différentielle.

Il faut rappeler que nous avons finalement décidé ne pas prendre en compte le type de tâche (T_{ESP}), nous avons décidé finalement ne le prend pas en compte pour notre étude car il propose l'étude mathématique de la fonction solution à partir de son tableau de variation, des limites à l'infini et sa représentation graphique. Le lien de ce type de tâche avec la démarche de modélisation est faible et nous avons décidé de ne pas le prendre en compte par la suite de nos recherches.

Grâce au schéma montré ci-dessus, on observe que les types de tâches identifiés dans les manuels de mathématiques appartiennent pour la plupart au domaine mathématique. Cela n'aurait rien d'extraordinaire si c'était ce que le programme demandait mais ce n'est pas le cas. Ce qui est dit est de montrer aux élèves comment passer d'une situation réelle à un modèle mathématique. Nous avons vu que la plupart du temps, cette situation était déjà beaucoup simplifiée dans l'énoncé d'exercice où toutes les variables sont déjà assignées et la situation simplifiée au maximum.

Lors du passage au modèle mathématique nous avons vu dans les manuels qu'un nombre très réduit d'exercices demandait à l'élève d'établir le modèle (T_{ME}) et nous avons identifié deux techniques pour le faire : celle « par traduction » à partir d'une description de la loi physique en termes mathématiques et celle que nous avons nommée ici « passage à la limite ».

Une fois l'ED établie, il reste à obtenir une solution générale T_{SG} puis une particulière T_{SP} grâce à l'aide des praxéologies bien définie car cette fois-ci nous avons identifié des éléments du bloc pratique $[T, \tau]$ ainsi que du bloc technologique $[\theta, \Theta]$ pour ces deux praxéologies. Grosso modo, c'est l'utilisation de théorèmes ou de propriétés vus en classe qui fait que la « résolution » des équations différentielles de la forme $y' = ay + b$ ou celles qui se ramènent à celles-ci a lieu. Pour tout autre cas (pas très nombreux non plus) toute indication est donnée dans l'énoncé de l'exercice pour guider le travail de l'élève.

Finalement, nous avons montré comment une tâche qui apparaît souvent comme répondre à une question posée grâce à la fonction solution obtenue (T_{RQ}) ne paraît pas avoir aucune technique ni aucun savoir pour la réaliser. Nous avons montré comment cette tâche proposait un aller-retour entre deux domaines différents : le domaine pseudo-concret et le domaine mathématique.

La fréquence d'apparition des type de tâches est :

T_{ME}	T_{SG}	T_{SP}	T_{RQ}
6/35	35/35	29/35	27/35

35 exercices sur les trois manuels analysés est le nombre d'exercices qui proposent une modélisation par une équation différentielle.

La mise en équation (T_{ME}), même si elle est proposée par quelques exercices des manuels, est presque absente.

Trouver une solution particulière (T_{SP}) et une solution générale (T_{SG}) d'une équation différentielle sont les types de tâches les plus demandés et on a trouvé des éléments de technologie pour les justifier.

A l'intérieur des types de tâches T_{ME} , T_{SP} et T_{RQ} , on repère une sorte de « traduction » à faire par l'élève qui n'est explicitement établie par aucun des manuels analysés. Pour la mise en équation (T_{ME}), il faut parfois traduire une loi physique ou une description formulées en termes scientifiques en termes purement mathématiques ; de même pour l'établissement de la condition initiale (T_{SP}) lorsqu'elle est formulée de manière implicite dans l'énoncé et finalement pour reformuler la tâche formulée aussi en termes pseudo-concrets en termes mathématiques (T_{RQ}). Il sera intéressant de mieux étudier comment les élèves font face à ce type de tâches proposés car on n'observe pas de techniques établies par les manuels à ce sujet.

5 La transposition de la démarche de modélisation en classe de Mathématiques

Nous devons rappeler l'importance d'une étude importante en préalable de cette thèse, notre mémoire de DEA (Rodriguez, 2003), où nous avons étudié le contrat didactique existant en classe de Mathématiques.

Nous avons remarqué la transposition de cette démarche « expert » à l'intérieur de la classe de Mathématiques comme une démarche plus « scolaire ». Notre analyse praxéologique de la démarche de modélisation nous permet de le confirmer. Le schéma suivant résume toutes ces observations. Nous montrons ici le processus de modélisation « scolaire » qu'il est plus probable de voir apparaître dans l'enseignement des Mathématiques lors des activités de modélisation. Ce schéma représente la démarche de modélisation que l'on voit le plus régulièrement apparaître dans la classe de Mathématiques

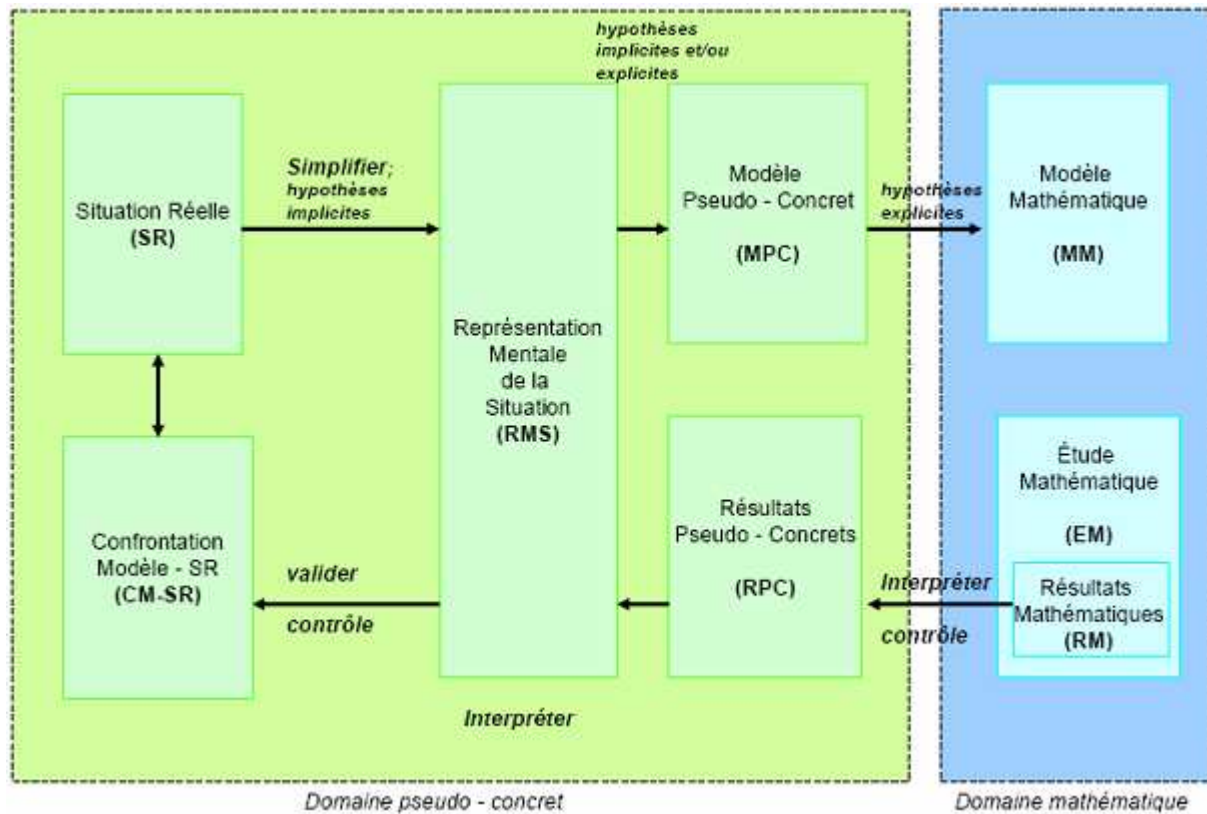


Figure 13: Cycle de modélisation «des élèves»

Les principales différences entre notre démarche de modélisation de référence (cf. I.4.d) sont :

- La première étape, celle de Situation Réelle (SR) se situe à l'intérieur du domaine déjà pseudo-concret, car la plupart du temps en classe de Mathématiques, on part de l'énoncé d'un problème bien précis, au lieu de situations largement ouvertes et complexes.
- La transition de l'étape de Situation Réelle vers la Représentation Mentale de la Situation est à l'intérieur aussi du domaine pseudo-concret. Avant que cette transition se fasse entre le domaine réel et le domaine pseudo-concret.
- La transition de l'étape de Résultats Pseudo-Concrets (RPC) vers la confrontation modèle – situation réelle (CM-SR) reste, elle aussi, à l'intérieur du domaine pseudo-concret.
- Finalement, la dernière étape du processus de modélisation, celle des Généralisations et Prévisions, disparaît en situation scolaire (d'après ce qui a été observé dans l'étude DEA) car ce type d'activités est très peu présent, voire absent des activités scolaires en classe de Mathématiques.

Nous voudrions situer les types de tâches, laissées à la charge de l'élève (*en noir et italiques*), repérées en classe de Mathématiques dans ce schéma de processus de modélisation « des élèves » :

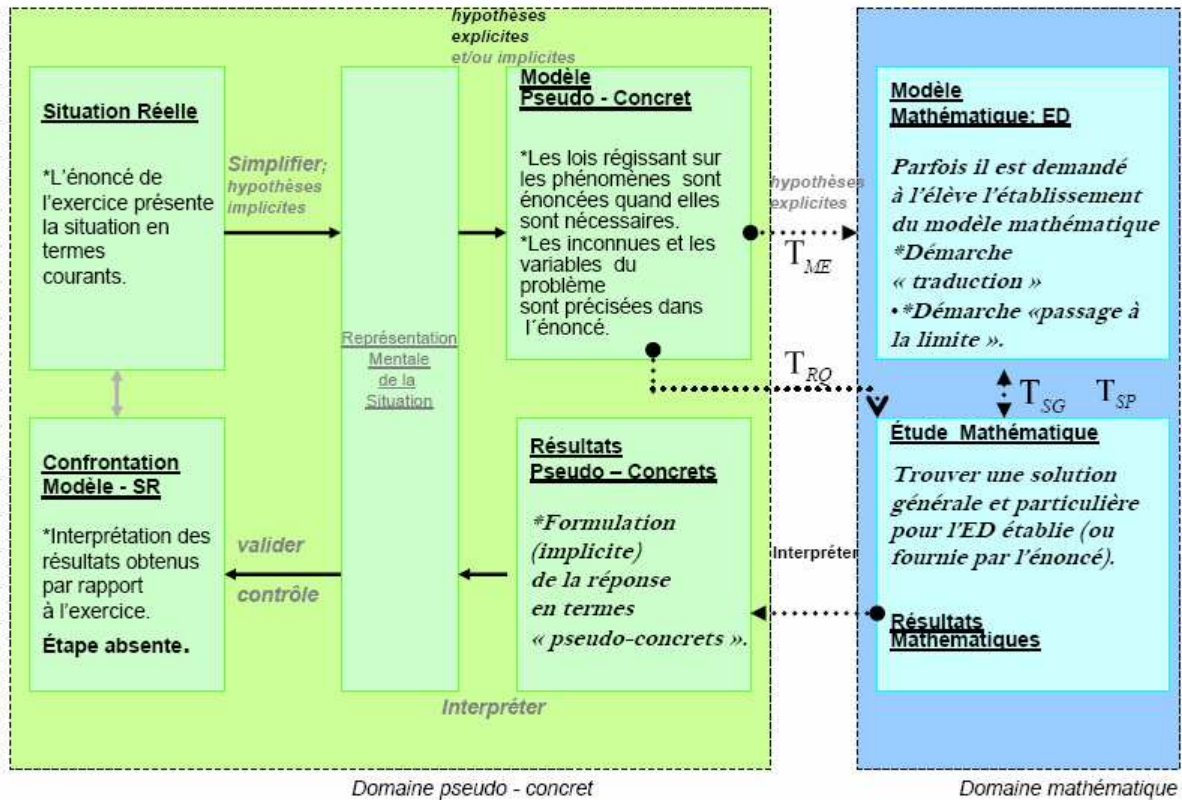


Figure 14: Cycle de modélisation – classe de Mathématiques

6 Conclusion du chapitre II

Nous étions intéressés par l'étude du processus de modélisation existant en classe de Mathématiques (Terminale S), et par l'analyse du programme de Mathématiques et du document d'accompagnement de cette classe nous a permis d'identifier le rôle de la notion équation différentielle en tant qu'outil de modélisation pour d'autres sciences, par exemple, pour la Physique.

Grâce à une première analyse des exercices non résolus de trois manuels de cette classe, nous avons proposé quatre types de tâches existants dans les manuels par rapport à la démarche de modélisation. Une analyse praxéologique plus détaillée, nous a permis de mettre en relief que la

démarche de modélisation existante en classe de Mathématiques était réduite à des types de tâches placés plutôt dans le domaine mathématique comme l'obtention de la solution générale et particulière des équations différentielles de deux types : $y' = ay + b$ ou celles qui s'y ramènent. Parfois une étude de la fonction est demandée mais elle n'est pas centrale. La mise en équation, une des tâches centrales du processus de modélisation, est presque absente dans cette classe. Cela nous amène à nous poser la question : la classe de Mathématiques est-elle l'endroit approprié pour étudier cette démarche ? Car le point central paraît se limiter aux tâches purement mathématiques (qui ont des techniques et même des éléments de la technologie bien précis) alors que toutes les autres étapes de la démarche de modélisation sont moins présentes, voire absentes.

La démarche de modélisation existante en classe de Mathématiques semble être une démarche transposée car elle diffère de notre schéma du processus de modélisation proposée dans le chapitre I. On ne part pas du domaine réel, l'étape de situation réelle est donc toujours placée dans le domaine pseudo-concret car l'énoncé de l'exercice est déjà un modèle pseudo-concret. L'étape de Généralisation et Prévision est absente dans les exercices analysés et donc ce nouveau schéma fait référence à une démarche de modélisation plus scolaire, celle « des élèves ».

Cela nous motive à aller chercher dans une autre discipline de la classe de Terminale S dans laquelle cette démarche peut exister de manière plus fidèle à notre démarche scolaire de référence.

Chapitre III

Extension du domaine d'étude : la classe de Physique

Dans ce chapitre, nous présentons les raisons qui nous ont conduits à choisir un autre domaine que celui des Mathématiques, pour étudier la mise en place de l'enseignement du processus de modélisation.

Nous avons montré dans le chapitre précédent (chapitre II) que d'après une analyse écologique des programmes officiels de Mathématiques en classe de Terminale S, mais surtout d'après une analyse praxéologique des manuels de cette classe, la démarche de modélisation enseignée à propos de l'introduction des équations différentielles en tant qu'outil de modélisation était très réduite, par rapport à notre démarche de modélisation dite de référence (cf. chapitre I). Dans toutes les étapes du processus de modélisation, les types de tâches existantes à l'intérieur de la classe de Mathématiques demandaient aux élèves de travailler très peu dans l'étape « Modèle Mathématique » (c'est à dire dans la construction du modèle) et la plupart du temps, le travail de l'élève était limité à l'étape d'« Etude Mathématique ».

Dans notre cas particulier, l'étude mathématique est limitée à la « résolution » des équations différentielles de deux types : une ED linéaire $y' = ay + b$, ou une ED qui se ramène à cette forme (avec toutes les indications données). La technique que nous avons repérée est une technique que nous décidons de nommer « *identification* », car les élèves doivent seulement savoir obtenir la forme générale des solutions d'une équation différentielle à partir des théorèmes donnés et démontrés en cours ; cette technique peut se simplifier au maximum à l'aide d'un formulaire.

Ce constat effectué du type d'enseignement de l'objet équation différentielle en tant qu'outil de modélisation, et la démarche de modélisation associée, nous a conduit à chercher dans un autre domaine de la classe Terminale S, pour mieux étudier comment était mis en place l'enseignement de la démarche de modélisation auprès des élèves. Nous garderons donc notre choix initial d'étudier toujours l'outil *équation différentielle* en tant qu'outil de modélisation.

1 L'objet « Equation Différentielle » en tant qu'outil de modélisation dans d'autres disciplines

Dans les programmes officiels de Mathématiques, nous avons déjà observé l'intérêt des autres disciplines telles que les Sciences de la Vie et de la Terre (SVT) et la Physique-Chimie, pour offrir des situations réelles à modéliser à l'aide d'équations différentielles.

En particulier, nous observons l'importance attachée à l'utilisation d'équations différentielles pour modéliser plusieurs situations physiques, par exemple la décroissance radioactive, des phénomènes de la Mécanique et aussi des phénomènes électriques.

Nous commenterons le rôle des équations différentielles en classe Terminale S, et en particulier leur présence dans les classes de Physique et de Mathématiques. Nous nous appuyerons sur l'article écrit par Jean Winther²⁴ et Rémy Coste²⁵ (2004) intitulé « Les équations différentielles en terminale scientifique : un thème d'étude commun aux sciences physiques et mathématiques, favorisant un travail interdisciplinaire ».

Sur les différents phénomènes de Physique rencontrés en terminale S où apparaissent des équations différentielles, ces auteurs citent trois thèmes principaux :

- Radioactivité : décroissance radioactive.
- Mécanique : chute verticale et mouvements avec vitesse initiale.
- Electricité : la charge et la décharge d'un condensateur, l'établissement d'un courant à travers un circuit RL (R résistance et L dipôle inducteur) et la disparition du courant dans un circuit RL.

En particulier, Winther et Coste (2004) soulignent le lien étroit qui existe entre les Mathématiques et la Physique, en soulignant dans leur article des points forts du programme de ces deux classes par rapport à ces sujets ; voici un extrait de l'article :

En mathématiques : les points forts du programme

(...)

Initiation au calcul intégral et à la problématique des équations différentielles.

- *Travail conjoint avec les autres disciplines.*

(...)

²⁴ Professeur de Physique et Chimie.

²⁵ Professeur de Mathématiques.

En physique : les points forts du programme

- **L'évolution temporelle des systèmes**

*En terminale (...) on introduit le paramètre temps et le taux de variation de certaines grandeurs physiques. Un taux de variation instantané est représenté par une dérivée, notion introduite dans le cours de mathématiques en classe de Première S. S'interroger sur les paramètres qui influent sur la dérivée d'une grandeurs physique, c'est chercher à établir une **équation différentielle**.*

- **L'idée du déterminisme et de la causalité**

L'état d'un système à un instant donné dépend de son état aux instants antérieurs et des actions qui s'exercent sur lui. L'équation différentielle est l'objet mathématique qui va permettre de formaliser cette idée de déterminisme.

- **Confronter les prédictions d'un modèle théorique à des résultats expérimentaux**

On va initier les élèves au double mouvement qui caractérise l'activité scientifique : confronter les prédictions d'un modèle théorique à des résultats expérimentaux, utiliser des résultats expérimentaux pour affiner un modèle théorique.

- **L'interaction mathématique-physique**

*Les mathématiques ne sont pas un outil pour la physique, elles en sont constitutives. L'objet mathématique qui décrit la façon dont les actions déterminent l'évolution d'un système est une **équation différentielle**. (...) C'est un concept nouveau pour les élèves. Dans les équations qu'ils ont vues précédemment, il s'agit de trouver un **nombre**. En terminale S, l'inconnue est une **fonction**.*

(Winther et Coste, 2004, pages 44-45)

Nous pouvons donc constater l'importance de présenter l'équation différentielle en classe de Physique en tant qu'outil permettant de modéliser des phénomènes divers. Winther et Coste (2004) soulignent que la démarche de modélisation est au coeur même de la démarche habituelle du physicien et est celle qu'on vise à enseigner aux élèves.

Ces auteurs affirment que lorsqu'on va :

étudier un phénomène physique, la plupart du temps on obtient un ensemble de données expérimentales recueillies manuellement ou de façon automatique. Le physicien veut déterminer un modèle mathématique qui puisse lui permettre ensuite de faire des prévisions sur le phénomène. Différentes méthodes s'offrent à lui. L'établissement d'une équation différentielle en utilisant des lois de la physique en est une parmi d'autres (page 44).

Voici donc que pour nous le domaine de la physique se révèle intéressant du point de vue de l'enseignement de la modélisation. D'après ce que présentent ces auteurs sur l'enseignement des équations différentielles en classe de Mathématiques et en classe de Physique, celui-ci est différent dans chacune de ces classes en Terminale S et on observe en particulier une importance

attachée à cette notion mathématique en tant qu'outil de modélisation, en classe de Physique, mais aussi des techniques différentes de celles enseignées en Mathématiques « pour résoudre » ces équations. Nous pensons qu'il est intéressant d'observer et d'analyser plus en profondeur le rôle des équations différentielles en tant que modèles en classe de Physique.

2 Sur les démarches de construction d'un modèle en Physique

Notons ici l'apparition du rôle de l'expérimentation dans la modélisation des phénomènes physiques. A ce propos, nous voudrions bien souligner une distinction importante dans notre travail concernant l'apparition de deux démarches pour la construction d'un modèle (Guillon cité par Saglam, 2004).

A la lumière de recherches faites en sciences physiques sur la modélisation des systèmes réels, il est intéressant de distinguer deux démarches de construction d'un modèle mathématique.

Une première démarche appelée démarche expérimentale, implique l'acquisition des données à partir d'une expérimentation, alors qu'une deuxième, appelée démarche théorique, nécessite de mettre en équation le système dans une théorie existante en se basant sur les connaissances théoriques.

(page 9)

Saglam (2004) propose une figure en s'inspirant du travail de Guillon (1995) que nous reprenons pour notre thèse :

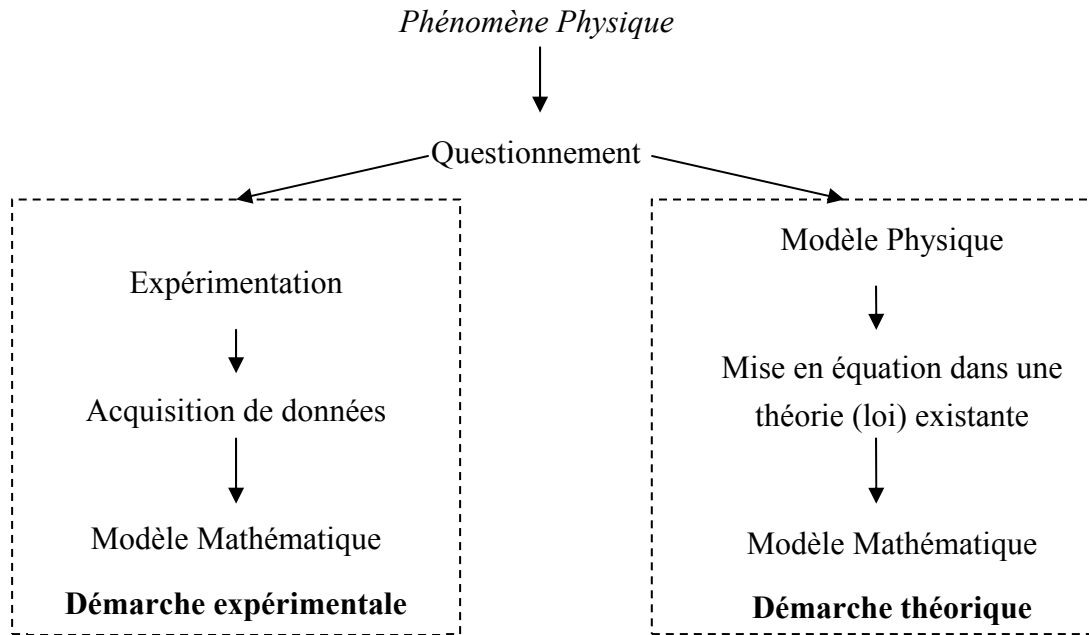


Figure 15: Démarches de modélisation (Saglam, 2004, page 9)

Un choix de recherche dans notre thèse sera de centrer notre attention sur la façon dont les élèves construisent un modèle mathématique en classe de Physique, grâce à une démarche théorique. Il faut dire que la démarche expérimentale de construction est mise en place lors de séances de travaux dirigés (TP), et parfois dans certaines des activités introductives du chapitre où une manipulation du phénomène physique dans le laboratoire est envisagée et dirigée par le professeur responsable de la classe.

Notre intérêt est d'étudier les élèves en dehors des TP, mais plutôt pendant les séances de classe ordinaire. Nous centrons notre attention sur la démarche théorique de construction d'un modèle, c'est-à-dire sur la façon de faire modéliser théoriquement un phénomène physique par les élèves de la classe de Physique en Terminale S.

A La modélisation en Didactique de la Physique

i Le travail de Larcher (1996)

Dans ce paragraphe, nous citons un travail intéressant du point de vue de la modélisation qui est celui développé par Larcher (1996) en Didactique de la Physique, où cette discipline est étudiée en tant que science de modèles.

Larcher (1996) affirme que « l'apprentissage des démarches de modélisation et de mesurage, fondamentales dans l'activité scientifique et transversales aux apprentissages visés explicitement par les programmes, doit trouver sa place dans l'enseignement ». Avant tout, elle précise que « parler de modélisation et non pas de modèle est un choix qui met l'accent sur une démarche et non pas sur un produit fini, un modèle ». Ce choix, nous le partageons aussi et c'est donc sur la démarche elle-même et sur sa mise en place dans l'enseignement que nous focaliserons notre attention.

Larcher affirme que l'enseignement de la modélisation en classe de physique...

(...) permet de rompre avec des pratiques habituelles de l'enseignement qui proposent (ou imposent ?) des modèles aux élèves, mais sans que le statut de modèle comme constructions hypothétiques en réponse à un questionnement soit réellement pris en compte ou même évoqué (page 162).

Cette idée confirme ce que nous avons observé en classe de Mathématiques : les modèles au moyen des équations différentielles étaient imposés aux élèves le plus souvent dans des problèmes dits « de modélisation ». Ce qui nous intéresse dans notre travail, c'est d'établir de plus près la construction du modèle par l'élève et dans notre cas, l'établissement de l'équation différentielle qui modélise un certain phénomène par lui-même.

Larcher rappelle dans son texte les deux fonctions principales de la modélisation : expliquer et prévoir, mais elle affirme que c'est la fonction de représentation d'un modèle qui est apparue comme essentielle (Martinand, cité par Larcher 1996) : « une explication, une prévision s'appuient sur la représentation qu'on se fait du réel auquel on se réfère » (page 163).

L'auteur distingue deux cas différents susceptibles d'apparaître : « le cas où l'on dispose de connaissances qu'on se propose d'utiliser dans une situations particulière, ou le cas où une élaboration de lois, de concepts, de modèles nouveaux sera nécessaire pour pouvoir expliquer, prévoir » (page 163).

Elle ajoute que « pour faire une prévision sur une situation particulière en appliquant des concepts, des lois générales, il faut à la fois identifier cette situation comme relevant de ces connaissances et modéliser cette situation, c'est-à-dire en élaborant une description particulière » (page 164).

C'est cette description particulière qui sera centrale dans notre analyse de productions des élèves. Larcher affirme que « toute description du réel nécessite un choix de point de vue et une sélection des informations. La **description** est déjà une interprétation qui utilise des termes relevant d'une certaine conceptualisation du réel. Le réel est en fait remplacé par une construction mentale orientée par le point de vue emprunté par la question qu'on se pose sur ce réel » (page 164).

Cette description est compatible avec la première description d'Henry concernant une démarche de modélisation, passage que nous avons pris en compte dans notre modèle de référence de la démarche de modélisation (cf. I.4.D) et que nous avons placé dans l'étape du Modèle Pseudo-Concret, passage obligé pour passer de la Situation Réelle à l'écriture d'un Modèle Mathématique.

Notre intérêt sera donc de mettre les élèves face à une situation où l'on dispose déjà des connaissances pour la modéliser, mais dans une situation toutefois différente de celles vues en classe. Nous détaillerons ce point dans le chapitre V, où nous montrerons l'analyse a priori d'une situation expérimentale conçue pour être mise en place auprès des élèves.

Les supports de la modélisation

Par rapport à la fonction de représentation de la démarche de modélisation, Larcher (1996) affirme qu'« une caractéristique fondamentale de toute démarche de modélisation est le recours à des images, des symboles, des schémas, des graphiques, des maquettes qui permettent à la fois la manipulation personnelle et la communication » (page 170). Pour elle, toutes ces représentations sont des supports, car une même modélisation peut utiliser différentes représentations. Et elle affirme également l'envers (qu'une même représentation peut être utilisée dans différentes modélisations). Il est donc intéressant d'analyser les liens entre une représentation utilisant des images et des symboles, et le modèle pour lequel ces outils servent de support ; mais il ne faudra pas oublier que toute représentation comporte des aspects qui n'ont pas forcément de signification par rapport au modèle. D'autre part, tous les aspects du modèle ne sont pas représentables avec un même type de représentations.

Dans notre travail de thèse, nous allons nous intéresser au rôle de ces registres (en particulier les schémas et les images) lors de la modélisation d'un phénomène physique par les élèves.

Pour conclure, la « modélisation est une démarche qui consiste à élaborer, en référence à un réel complexe, une construction mentale nouvelle et manipulable en vue d'assurer une fonction explicite » (Larcher, 1996, page 162). Il y a dans cette citation un rapport entre ce que nous avons dit sur l'étape de représentation mentale de la situation (reprise de Borromeo, 2006, cf. I.4.B.i). Cette étape intermédiaire entre la situation réelle et la construction du modèle « pseudo-concret » (au sens d'Henry) s'avère nécessaire. C'est à travers une représentation mentale de la situation de départ que nous pourrons nous faire une idée du type de modélisation à mettre en place.

Avant de conclure sur la modélisation en Didactique de la Physique, nous devons souligner que notre démarche de modélisation de référence présentée dans chapitre I, s'applique pour n'importe quel problème (issu de n'importe quel domaine) et que cette démarche est centrée sur l'établissement du modèle mathématique. Lorsque les physiciens parlent de modélisation, nous retrouvons à nouveau des étapes et des descriptions pour chacune, très proches de celles données dans le paragraphe I.4.d, et nous continuerons à utiliser ce schéma pour modéliser aussi la démarche de modélisation utilisée en Physique. Il faudra seulement inclure un domaine de la Physique qui sera intermédiaire entre le domaine de la réalité et celui des Mathématiques. Nous précisons plus en détail ces modifications dans le chapitre suivant (cf. Chapitre IV).

ii La synthèse de Laborde, Coquidé et Thiberghien (2002)

Laborde, Coquidé et Thiberghien (2002) ont établi qu'«en sciences expérimentales, on trouve deux orientations aussi bien au niveau international qu'en France. L'une reprend l'hypothèse faite en mathématiques que les savoirs sont indissociables des problèmes qui leur ont donné naissance et qu'ils permettent de résoudre tout en ajoutant un aspect spécifique. L'autre orientation est celle de la modélisation dans la mesure où les sciences expérimentales construisent des théories et des modèles tout en les utilisant. Ce processus essentiel dans le fonctionnement des sciences expérimentales est alors choisi pour élaborer le dispositif didactique » (page 88).

Dans leur travail, elles utilisent le terme « dispositif didactique » pour se référer aussi bien à tout une séquence d'enseignement qu'à une situation donnée, organisée à des fins d'apprentissage. Ces auteurs soulignent qu'en sciences expérimentales des recherches sur les dispositifs didactiques se sont fondées sur l'activité de modélisation comme essentielle en sciences.

Laborde, Coquidé et Thiberghien identifient donc deux courants de recherche que nous citons ici :

- les recherches qui analysent les relations entre registre empirique et registre des modèles et considèrent les démarches de modélisation que les élèves sont capables de développer dans l'apprentissage des sciences. L'enjeu de l'apprentissage n'est pas l'acquisition d'un modèle lui-même (modèle savant ou “ modèle didactique”), mais l'appropriation d'outils cognitifs qui permettent des démarches de modélisation.

- les recherches où des hypothèses mettent en jeu le fonctionnement du savoir enseigné et celui des élèves. Le savoir à enseigner en physique y est décomposé en théories et/ou modèles d'une part, en une description du champ expérimental en termes d'objets et événements d'autre part ; les connaissances des élèves (naïves et scientifiques) sont décomposées en des cadres théoriques et des descriptions en termes d'objets et d'événements. L'apprentissage est vu en termes de construction du sens en situation plutôt que comme une modification de la performance à résoudre des problèmes.

Une hypothèse essentielle pour le deuxième courant de recherche est que la construction du sens se fait à partir de l'établissement des relations entre éléments de connaissances, en particulier entre les descriptions d'objets et événements et les concepts.

Nous voudrions citer à ce propos les travaux développés par Thiberghien, Buty et Le Maréchal (2003). Dans ces recherches, développées au sein de l'équipe COAST, le processus de modélisation est un aspect important de leurs travaux de recherche. Ils établissent que «s'appuyer sur la modélisation pour analyser les savoirs conduit à un choix méthodologique essentiel. La modélisation est une base commune pour analyser le savoir à enseigner, le savoir effectivement enseigné et la compréhension par l'élève de ce savoir » (Thiberghien et Vince, 2004, p. 4).

Dans ces recherches, ils s'intéressent à l'étude de la mise en relation entre différents types de savoir²⁶ et ils supposent que l'on a des critères pour décomposer ces savoirs. Pour cela, ils distinguent deux mondes : « le monde des objets et événements qui se réfère à tous les aspects observables et le monde des théories et modèles qui se réfère aux aspects théoriques et aux modèles des situations matérielles²⁷ étudiées » (Thiberghien et Vince, 2004, page 3).

Voici une figure qui illustre ce qui précède:

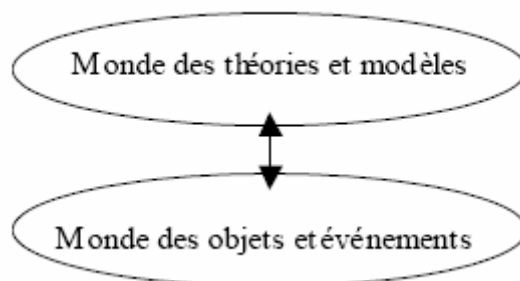


Figure 16: Distinction entre deux mondes, fondée sur la modélisation en physique (Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003)

Ces auteurs soulignent qu'une telle distinction pourrait faire croire que l'on passe directement de la matière aux théories et aux modèles. Mais en réalité le physicien décrit la situation matérielle en termes d'objets ou d'événements ou encore en termes de faits expérimentaux.

Thiberghien, Buty et Le Maréchal (2003) ajoutent que :

La validation expérimentale s'appuie sur cette distinction ; de manière un peu caricaturale on peut dire qu'il y a confrontation entre les fait expérimentaux et leurs prévisions issues des théories et des modèles. Pour étudier l'apprentissage de la physique, nous considérons qu'il est essentiel d'explicitier cette description du monde des objets et d'événements. Cette description va bien sûr dépendre des questions de recherches qui, elles-mêmes, sont liées aux théories (page 2).

Buty (2000) avait déjà signalé auparavant que « dans la mesure où la physique, comme théorie, se fixe pour objectif d'interpréter la réalité, le sens des concepts de physique doit être cherché dans les relations qui peuvent être établies entre le niveau d'objets d'événements, et le niveau de la théorie/modèle » (page 13). Dans sa thèse, Buty souligne que les problèmes rencontrés par les élèves en physique peuvent être interprétés comme une difficulté à établir ces relations entre les deux mondes.

²⁶ Le terme savoir est utilisé par Thiberghien et Vince (2004) dans un sens large, il recouvre savoir et savoir-faire.

²⁷ Quintana-Robles (cité par Buty, 2000) définit le modèle matérialisé comme « un groupement de correspondances entre un objet théorique et un objet fabriqué...Le modèle matérialisé est plus facilement manipulable que l'objet étudié, (...) il conduit à l'obtention de résultats applicables à l'objet [théorique] étudié ».

Jusqu'ici, il nous semble que ces travaux de recherche soulignent finalement l'importance d'explicitier aux élèves le passage entre une situation réelle (le monde des objets) vers le modèle mathématique à construire (le monde des théories).

Mais ils proposent aussi une double distinction: celle entre savoir quotidien et savoir de la physique, et pour chacun des savoirs, celle entre théories et description en termes d'objets et d'événements d'une situation matérielle. Ils introduisent cette décomposition car elle va permettre de prendre en compte les difficultés et les évolutions des apprenants. Il est bien important de mettre en relief que Thiberghien et al. tiennent «compte du fait que la description en termes d'objets et d'événements demandée dans l'enseignement de la physique n'est pas celle de la vie quotidienne même pour une situation familière. Il est nécessaire souvent d'introduire explicitement dans l'enseignement la description adéquate qui fait l'objet d'un apprentissage » (p. 3). Voici une figure qui permet de l'illustrer :

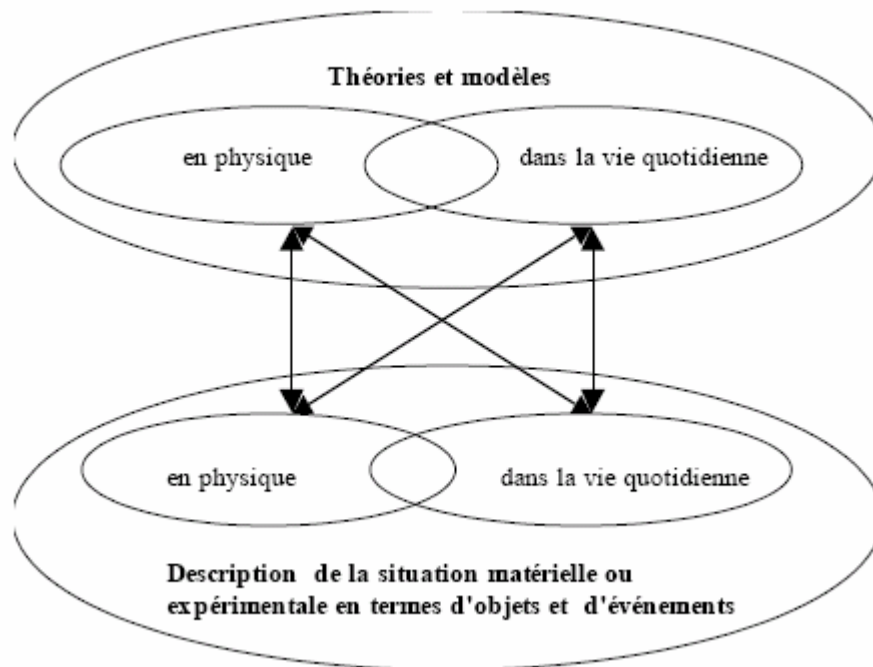


Figure 17: Les types de savoirs à partir de l'analyse en termes de modélisation; les flèches représentent les diverses mises en relation qu'un apprenant peut construire (Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003)

Cette décomposition proposée du savoir va donc permettre à ces chercheurs d'interpréter les caractéristiques essentielles de difficultés des élèves quand ils apprennent la physique.

Cette décomposition proposée du savoir va donc permettre à ces chercheurs d'interpréter les caractéristiques essentielles de difficultés des élèves quand ils apprennent la physique.

Par exemple, Gaidioz et Thiberghien (2003) soulignent l'importance de faire la distinction entre les connaissances de Physique et les connaissances quotidiennes.

L'interprétation ou l'explication qui fonctionne au quotidien n'est pas toujours en accord avec la physique et se trouve parfois en contradiction (...). Pour apprendre de façon satisfaisante la physique et la chimie, nous considérons que l'élève doit apprendre à se référer en priorité au modèle et/ou à des observations pertinentes pour le modèle quand il veut valider ses affirmations. Cette pratique scientifique est éloignée de la pratique quotidienne où l'on se contente souvent d'une affirmation partagée comme explication.

Gaidioz et Thiberghien (2003, page 78)

Ces auteurs proposent donc que si l'on veut motiver l'élève en l'aidant à mieux comprendre la physique, les éléments suivants doivent être pris en compte :

- *enseigner des aspects essentiels du fonctionnement de la physique (...) du point de vue de la modélisation*
- *distinguer bien les connaissances de la physique (...) des connaissances du quotidien*
- *prendre en compte les connaissances préalables des élèves*

Gaidioz et Thiberghien (2003, page 80)

Parmi les résultats les plus importants issus de leurs recherches, nous pouvons aussi citer « qu'après l'enseignement les élèves sont souvent capables de résoudre des problèmes de physique avec des formules et des calculs. En revanche, ils ne sont pas capables de donner du sens physique à ces formules c'est-à-dire à les situer dans la théorie associée qui conduit aux relations entre grandeurs physiques et qui permet de prédire et interpréter des expériences » (Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003, page 4).

Thiberghien, Buty et Le Maréchal (2003) établissent donc que leur approche de la modélisation permet l'interprétation de ces difficultés, qui portent majoritairement sur l'établissement des liens entre le monde des objets et d'événements et le monde de la théorie et de modèle.

Finalement, on peut retenir des travaux de Thiberghien, Buty et Le Maréchal l'idée selon laquelle la difficulté de l'apprentissage de la modélisation des sciences physiques réside dans la mise en relation de ces deux mondes. Cette idée renvoie à la fois à la construction de séquences d'enseignement et au discours de l'enseignant. La mise en place de « modèles matérialisés »²⁸, informatisés ou non, a été tentée pour faciliter cette mise en relation.

Nous retiendrons cette distinction pour repérer si elle peut nous servir à interpréter les difficultés que rencontrent les élèves dans la démarche de modélisation en classe de Physique. Nous y reviendrons plus tard.

3 Les équations différentielles en classe de Mathématiques et de Physique

Nous voudrions ici montrer un témoignage des échanges entamés depuis deux ans entre des professeurs de Mathématiques et de Sciences Physiques du lycée Bertrand d'Argentré, de Vitré (Lycée Bertrand d'Argentré, 2004). Leur article établit que le fil conducteur du travail conjoint entre Mathématiques et Physique est la méthode d'Euler (thème commun aux deux disciplines), mais nous voudrions attirer l'attention sur ce qu'ils disent à propos de l'enseignement des équations différentielles $y'=ay+b$:

Au niveau du cours de mathématiques, les élèves doivent savoir démontrer que les solutions sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y'=ay+b$ ($a \neq 0$) sont les fonctions f telles que pour tout x réel $f(x) = Ke^{-ax} - \frac{b}{a}$ où K est une constante réelle.

Lycée Bertrand d'Argentré (2004), page 437.

Nous avons constaté, grâce aux observations réalisées en classe, que plutôt que de démontrer que les solutions générales de l'équation différentielle sont d'une telle forme, ce qui est demandé aux élèves dans la classe de Mathématiques est d'admettre la forme générale de ces solutions et de l'appliquer si nécessaire. Les auteurs s'interrogent donc sur « quelle démarche est adoptée par les professeurs de physique ». Pour illustrer cette démarche mise en œuvre par les physiciens, ils montrent un exemple de la partie « Evolution des systèmes électriques ». Nous citons des extraits de leur article :

(...) il est établi que la tension U_C entre les bornes d'un condensateur initialement déchargé d'un dipôle (R,C) soumis à un échelon de tension E est solution de l'équation différentielle $E = U_C + RC \frac{dU_C}{dt}$ avec la condition initiale $U_C(0) = 0$.

(page 437)

Ces professeurs envisagent deux façons de déterminer l'expression analytique de $U_C(t)$:

La première (méthode) prend en compte l'étude faite dans le cours de mathématiques :

- Transformation de l'équation différentielle $\frac{dU_C}{dt} = -\frac{1}{RC}U_C + \frac{E}{RC}$ pour l'identification des coefficients a et b ;

- Application du théorème (établi en cours par le professeur), $U_C(t) = Ke^{-\frac{t}{RC}} + E$, où K est une constante réelle
- Utilisation de la condition initiale $U_C(0) = 0$ pour aboutir à $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.

La deuxième (méthode) est la suivante (issue de la classe de physique) :

- [L'énoncé du problème indique] que les solutions sont de la forme $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$, où A , B et α ($\alpha > 0$) sont des constantes fixées ;
- Utilisation de la condition initiale $U_C(0) = 0$ et de la condition « à la limite », $\lim_{t \rightarrow +\infty} U_C(t) = E$ pour obtenir $A = -E$ et $B = E$;
- En « injectant » $U_C(t)$ dans l'équation différentielle qu'elle vérifie, on montre que $\alpha = \frac{1}{RC}$.

Les auteurs précisent que la deuxième méthode, « (...) paraît incongrue aux professeurs de mathématiques » (page 438), car l'élève connaît les solutions de l'équation différentielle d'après le cours de mathématiques. Ils précisent aussi que « pour le physicien, il s'agit d'abord de réunir le plus de données liées à la réalité physique du système étudié, de donner du sens aux constantes et de développer une méthodologie dans le cas d'équations différentielles plus complexes ».

Il nous semble que l'intérêt principal des physiciens, encore plus que le travail à l'intérieur du domaine mathématique, est le passage entre la situation réelle de départ vers l'établissement de l'ED (en passant par les étapes de Représentation Mentale de la Situation et le Modèle Pseudo-Concret), plutôt que la résolution de l'ED. Peut-être est-ce une raison pour laquelle la solution de l'ED est donnée aux élèves pour qu'ils puissent la vérifier au lieu de la proposer eux-mêmes (d'après ce qu'ils ont appris dans le cours de Mathématiques).

Voici donc que pour nous le domaine de la physique se révèle intéressant du point de vue de l'enseignement de la modélisation. D'après ce que présentent ces auteurs sur l'enseignement des équations différentielles en classe de Mathématiques et en classe de Physique, celui-ci est différent dans chacune des classes de Terminale S et en particulier on observe une importance attachée à cette notion mathématique en tant qu'outil de modélisation en classe de Physique mais aussi des techniques différentes à celles enseignées en Mathématiques « pour résoudre » ces équations. Nous pensons qu'il est intéressant d'observer et d'analyser plus en profondeur le rôle des équations différentielles en tant que modèles en classe de physique.

Notre attention est attirée en particulier par le domaine des circuits électriques car les deux articles discutés ci-dessus (celui de Winther et Coste et celui du Lycée Bertrand d'Argentré) traitent des situations de ce domaine par rapport à la modélisation, de l'évolution de la tension aux bornes du condensateur (cas de la charge ou de la décharge de celui-ci) par rapport au temps. Etant donnée l'importance de ce domaine dans les deux articles, nous nous sommes proposés d'aller observer de plus près l'enseignement de la démarche de modélisation à propos des circuits électriques en classe de Physique.

A Choix du domaine des circuits électriques

Jusqu'à présent, nous avons dit que les équations différentielles apparaissent en tant que modèle pour étudier l'évolution des grandeurs par rapport au temps, dans trois domaines différents en Physique. Nous avons souligné antérieurement l'importance et l'apparition des travaux interdisciplinaires entre les professeurs de Physique et de Mathématiques à propos de l'étude de l'évolution des circuits électriques, et nous voudrions donc situer notre travail de thèse en analysant de plus près le rôle des équations différentielles en tant qu'outils de modélisation dans ce sujet de Physique.

En classe de Terminale S, nous observons que la partie « Evolution des systèmes électriques » est divisée en trois chapitres : le circuit RC (Résistance–Condensateur), le chapitre RL (Résistance–Bobine) et le chapitre circuit RLC. Dans ce dernier chapitre, une étude qualitative de l'évolution du courant dans un circuit RLC est demandée, et par conséquent l'établissement de l'équation différentielle associée à cette évolution n'est pas exigible des élèves. Par contre, dans les deux premiers chapitres, un modèle est demandé et l'écriture de celui-ci est un savoir exigible en classe de Physique. Etant donné que la partie Circuit RC est le premier point de rencontre des élèves avec ce domaine en classe de Terminale, et comme nous avons observé deux applications de la vie réelle de ce type de circuit dans quelques manuels de Physique (le flash de l'appareil photo et le défibrillateur cardiaque), nous avons choisi d'approfondir notre étude sur le rôle de la démarche de modélisation dans cette partie du cours de Physique.

B Sur l'enseignement de la modélisation en classe de Physique

Sur les objectifs possibles à se fixer en classe, Astolfi et Develay (1989) font le constat que : « (...) les modèles scientifiques sont en général présentés aux élèves comme la réalité directement observable, beaucoup plus que comme des représentations construites, consciemment réduites » (page 96).

D'un autre côté, Joshua et Dupin (1993) ont décrit les transpositions didactiques que subissent les démarches scientifiques dans le cadre de l'enseignement. Larcher (1996) affirme qu'il est possible de faire pratiquer par les élèves des activités qui s'inscrivent dans une démarche de modélisation. Parmi ces suggestions, elle propose entre autres, de :

- faire percevoir les choix de description du réel
- travailler sur les codages

Nous allons nous intéresser à ces deux aspects. Le premier correspond au passage entre la « situation réelle » de départ que l'on étudie et le « modèle pseudo-concret ». Le deuxième aspect consiste en un travail intéressant à faire entre la situation réelle et le modèle mathématique à construire. Nous pouvons situer au niveau du modèle pseudo-concret ce codage sous forme d'un schéma de circuit électrique, par exemple. Il faut noter que lorsqu'on modélise en Physique, il

faut situer cette étape du modèle pseudo-concret à l'intérieur du domaine de la Physique, et le langage et les règles d'écriture du codage à utiliser appartiennent donc à ce domaine.

Notons, dans cette partie, l'importance que peuvent avoir les codages en Physique par rapport à la démarche de modélisation mise en place. Le codage nous permet de travailler la partie de la description du réel, description qui n'était pas présente en cours de Mathématiques.

Nous sommes aussi intéressés par l'analyse de plus près du rôle des schémas des circuits électriques dans la pratique de modélisation des élèves.

C Un premier schéma de la démarche de modélisation en classe de Physique

D'après la description que nous avons trouvée dans diverses travaux de recherches et de différents articles ici cités, et en centrant notre attention sur la démarche de modélisation susceptible de voir apparaître en cours de physique (hors TP), nous avons modifié notre schéma de départ (cf. Figure 11, I.4.D.i, page 45) pour le schéma suivant :

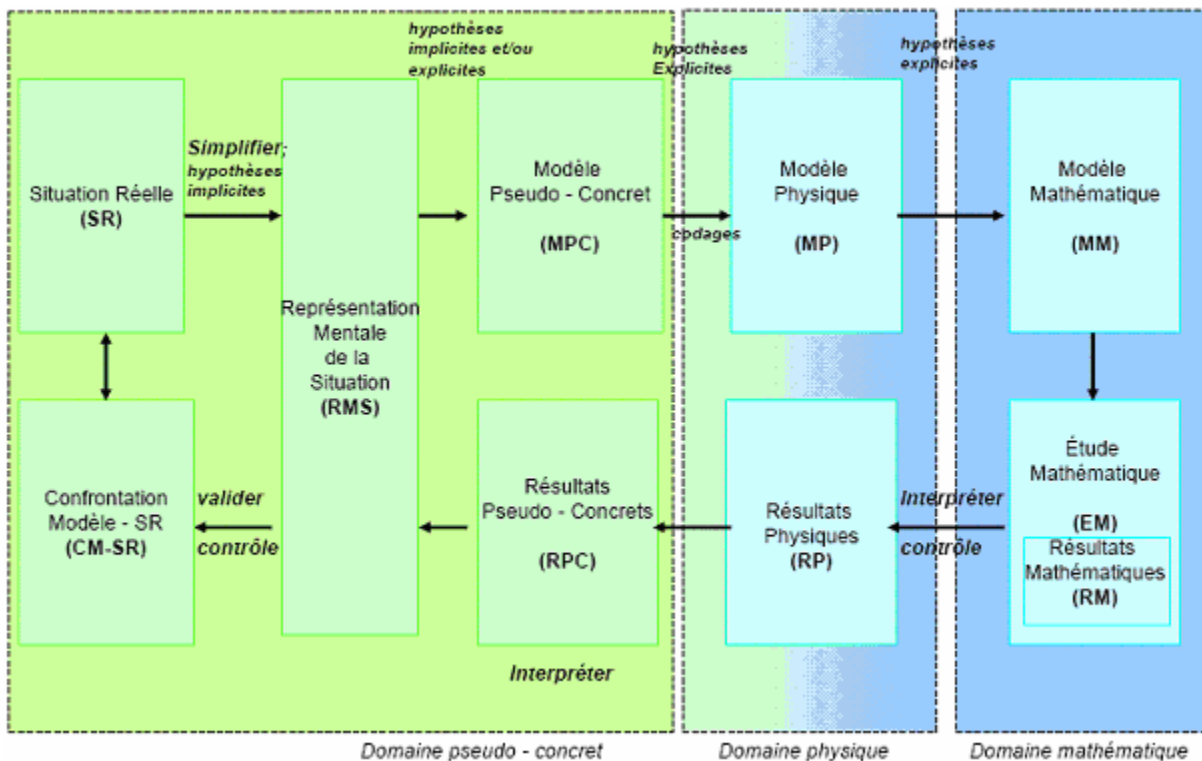


Figure 18: Schéma de modélisation en Physique

Voici que nous avons introduit un nouveau domaine dans notre schéma : celui de la physique qui est intermédiaire entre le domaine pseudo-concret et le domaine mathématique. Notons que des étapes intermédiaires apparaissent :

- l'étape de « Modèle Physique » qui peut être pour le cas de l'étude des circuits électriques le montage (dispositif physique) ou le dessin sur papier d'un circuit électrique (RC, RL ou RLC). Notons dans cette étape l'importance des connaissances sur l'utilisation des conventions et/ou des codages propres au domaine de l'Electricité. Nous parlerons plus sur ce sujet dans les chapitres postérieurs
- l'étape de « Résultats Physiques » semble nécessaire car il est possible que l'élève soit amené à traduire les résultats mathématiques obtenus avant en termes de la Physique pour après « *retraduire* » encore une fois ceux-ci en termes pseudo-concrets, c'est-à-dire, en termes des objets qui interviennent lors de la description de la situation réelle de départ.

Les schémas proposés par les travaux de recherches développés par Thiberghien et al (2003, cf. figures 16 et 17) correspondent dans notre schéma de modélisation de référence au passage de l'étape de la Situation Réelle (placée dans le domaine pseudo-concret) vers les étapes de Modèle Physique (domaine physique) et/ou Modèle Mathématique (domaine mathématique). Les difficultés mentionnées par ces auteurs et décrites ci-dessus peuvent donc être situées dans notre modèle de référence lors du passage du domaine pseudo-concret (monde des objets) vers le domaine mathématique ou physique (monde des modèles et des théories)

Il restera à confirmer ou modifier ce premier schéma de modélisation à la fin de notre chapitre suivant une fois que l'analyse de programmes et des manuels de la classe de Physique (Terminale S) nous permettra mieux connaître le type de démarche qui sera finalement demandée aux élèves de cette classe.

4 Reformulation de questions de recherche

Nous nous intéresserons dans notre travail aux trois aspects de la démarche de modélisation : l'interprétation et la description de la situation, l'établissement du modèle et le retour vers le domaine pseudo-concret. Comme nous avons vu que ces étapes n'étaient pas traitées en classe de Mathématiques et que nous considérons que ces deux aspects sont très importants lors de l'apprentissage de la démarche de modélisation, nous observerons ce qui s'est passé en classe de Physique.

Reprenons nos questions de recherche originales formulées dans le chapitre I (cf. I.5), pour la classe de Mathématique et nous les reformulerons dans les termes du nouveau domaine d'étude choisi : la classe de Physique autour de l'enseignement des circuits électriques.

Le choix de recherche pour notre thèse, est :

L'étude de la démarche (transposée) de modélisation dans l'institution globale Classe de Terminale S –lycée– et dans les sous-institutions Classe de Mathématiques et Classe de Physique.

Une hypothèse de travail importante à souligner ici, est que :

Les sous-institutions de l'institution Classe de Terminale S (lycée) : Classe de Mathématiques et Classe de Physique sont différentes.

La prise en compte de cette hypothèse de travail pourrait nous amener à envisager que la démarche de modélisation peut vivre de manière différente dans chacune de ces sous-institutions. Cela devra être vérifié à la fin de notre chapitre IV.

Voici nos nouvelles questions de recherche :

Sur le premier objectif : du côté des tâches de modélisation

Les questions auxquelles on répondra sont :

Pour la classe de Physique :

Par rapport à la notion de praxéologie...

Quels types de tâches sont-ils demandés aux élèves, et quel genre de techniques est-il attendu de leur part, lorsqu'ils modélisent des situations au moyen d'équations différentielles ?

Sur quelles technologies et quelle théorie associées ces savoir-faire sont-ils fondés ?

Il sera intéressant de bien préciser les différentes techniques mises en place dans l'enseignement pour résoudre des types de tâches similaires (par exemple, la résolution d'une ED) et d'étudier lesquelles sont les plus utilisées par les élèves lorsqu'ils sont confrontés à une situation de modélisation particulière.

Par rapport aux étapes du processus de modélisation...

Quelles étapes du processus de modélisation de référence sont-elles finalement abordées dans cette classe ?

Par rapport à la transposition de la démarche de modélisation...

Quelle transposition (si elle existe) de la démarche de modélisation a-t-elle lieu ?

Pour étudier le rôle des équations différentielles et la démarche de modélisation mise en place dans la classe de Physique, nous réaliserons une étude écologique des programmes officiels, puis une étude praxéologique des manuels, pour préciser le type de tâches mis en place lors de l'enseignement de la modélisation, et les techniques envisagées à enseigner aux élèves pour mettre en œuvre une démarche de modélisation. Cette étude sera présentée dans le chapitre suivant (cf. chapitre IV).

Sur le deuxième objectif : du côté des élèves

Un deuxième objectif est la prise en compte des processus cognitifs mis en oeuvre par les élèves lorsqu'ils modélisent des situations réelles en classe (après la mise en place de notre expérimentation).

Les questions auxquelles nous voudrions répondre sont :

Par rapport au type de tâches...

Quelle praxis les élèves mettent-ils en place?

Quels types de tâches et de techniques associées présentent-ils le plus de difficultés ?

Par rapport aux étapes du processus de modélisation...

Quelles étapes du processus de modélisation présentent-elles le plus de difficultés auprès des élèves ?

Par rapport aux routes de modélisation...

Que peut-on déduire des différentes routes de modélisation suivies par les élèves ?

Dans le prochain chapitre, nous essayerons d'apporter des éléments de réponses à ces questions.

5 Conclusion du chapitre III

D'après les résultats de l'analyse praxéologique des manuels de Mathématiques, nous avons choisi d'élargir notre domaine d'étude à la classe de Physique. Comme nous avons observé que la démarche de modélisation enseignée en classe de Mathématiques se réduisait à travailler sur certaines étapes du processus, nous voudrions analyser de plus près la démarche de modélisation présente en classe de Physique, car nous avons constaté que cette démarche est fondamentale pour les physiciens et pour les élèves qui veulent apprendre la Physique. Des articles écrits par un professeur des deux disciplines ont mis en relief l'existence de techniques différentes pour résoudre certaines tâches, et ces articles suggèrent que les premières étapes du processus de modélisation (celles relatives au passage entre la Situation Réelle et le Modèle Pseudo-Concret) sont davantage traitées en classe de Physique. Dans le chapitre suivant, l'analyse des programmes officiels et des manuels de Physique (Classe de Terminale S) par rapport à l'enseignement des circuits électriques, nous permettra de connaître la démarche de modélisation qui est vraiment mise en place dans l'enseignement, et une analyse praxéologique nous conduira à mieux préciser les types de tâches et les techniques associées enseignées à ce sujet.

Chapitre IV

Analyse des programmes et des manuels de Physique

L'extension de notre domaine d'étude à la classe de Physique en Terminale S, nous a conduits à réaliser une analyse des programmes et des manuels de physique pour l'enseignement secondaire. Nous analyserons particulièrement les documents de la classe de Terminale S, afin d'identifier la place de l'enseignement et de l'apprentissage de la modélisation dans cette classe.

Il faut bien prendre en compte que l'objet d'étude est relatif au processus de modélisation par l'élève en classe de Physique (Terminale S), de certains phénomènes physiques à l'aide d'outils mathématiques précis.

Nous centrerons tout notre intérêt sur la partie relative aux systèmes électriques (électrodynamique), et nous examinerons les propositions du programme par rapport à l'étude et la modélisation de divers phénomènes dans les circuits électriques. Tout d'abord, nous présenterons l'analyse du programme de Physique.

1 Analyse du programme de Physique en classe de Terminale S

Il faut signaler que le programme de sciences physiques en Terminale S a pour trame l'évolution temporelle des systèmes. Les situations traitées sont prises dans différents domaines de la Physique, et elles sont, à chaque fois que possible, introduites par des situations expérimentales.

Dans les programmes, on remarque qu'en classe de Seconde, les élèves sont sensibilisés aux ordres de grandeur de distances et de temps du monde observable, ainsi qu'au double regard microscopique-macroscopique, tandis qu'en classe de Première S, l'interrogation sur la nature des forces liant la matière se prolonge par l'introduction de l'interaction entre charges électriques et la mention de l'interaction entre nucléons. La mise en place de la dynamique se poursuit par une écriture plus formelle de la relation entre le changement de la vitesse d'un objet et la résultante des forces s'exerçant sur lui.

Il faut souligner qu'en classe de Terminale est mise en place, pour une compréhension plus fine de l'évolution des systèmes, une étude qualitative tant sur le plan expérimental que théorique. C'est justement à cette étude quantitative théorique que nous nous sommes intéressés de manière plus précise.

Sur le plan expérimental, observer une évolution c'est mesurer le taux de variation de certaines grandeurs physiques. Qu'il s'agisse de la propagation d'une perturbation dans un milieu, du taux de désintégration d'un noyau radioactif, de l'établissement du courant dans un circuit électrique, du mouvement d'un mobile ou d'un satellite,

c'est à des taux de variation que l'on s'intéresse. On s'interrogera sur les paramètres²⁹ qui pilotent ces évolutions.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 75).

L'antérieure description correspond au passage de l'étape de l'étape « Situation Réelle » vers l'étape « Modèle Pseudo-Concret » d'après notre schéma de modélisation de référence défini dans le chapitre I.

Le programme signale aussi que :

(...) du point de vue théorique, un taux de variation instantané est représenté par une dérivée, notion introduite dans le cours de mathématiques en classe de première S. Etudier les variations temporelles nécessite d'introduire la variable temps dans le formalisme. S'interroger sur les paramètres qui influent sur la dérivée d'une grandeur physique, c'est chercher à établir une équation différentielle. La résoudre permet d'anticiper l'évolution d'un système.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 75).

D'après cet extrait, il faut faire le lien entre la modélisation établie en Physique et l'introduction d'un objet mathématique comme l'équation différentielle, pour étudier des évolutions de grandeurs de différente nature. Nous voyons bien l'importance attachée à l'outil équation différentielle, car elle permet de modéliser et donc d'étudier l'évolution de divers systèmes, qui est le fil conducteur du cours de Physique en Terminale S. L'importance de l'établissement d'une équation différentielle attachée à une situation particulière constitue donc une étape centrale pour comprendre et anticiper l'évolution d'un système en particulier.

Il faudra souligner aussi l'importance que donne le programme à la résolution d'une équation différentielle préalablement établie ; le travail mathématique à faire sur un outil de modélisation reste important, même en classe de Physique.

Ces extraits du programme de Terminale permettent d'identifier la grande place occupée par le processus de modélisation auprès des élèves de cette discipline. D'une manière très générale, il est déjà établi que l'élève de ce niveau doit décider des paramètres qui interviennent dans l'évolution d'un système (passage d'une « Situation Réelle » à un « Modèle Pseudo-Concret »), chercher à établir une équation différentielle (passage du « Modèle Pseudo-Concret » au « Modèle Mathématique ») ; et puis résoudre cette équation pour pouvoir anticiper l'évolution du système (étape d' « Etude Mathématique » sur le modèle et une sorte de retour à la « Situation Réelle » de départ).

²⁹ Définition de paramètre : Variable susceptible de recevoir une valeur constante pour un cas déterminé et qui désigne certains coefficients ou certaines quantités en fonction desquels on peut exprimer une proposition ou les solutions d'un système d'équations. Elément de base variable (selon le cas: caractéristique ou donnée variable) entrant dans l'élaboration d'un ensemble qui constitue un tout.

Par ailleurs, le programme signale que :

Au cours de leur dernière année de lycée, les élèves ont pour la première fois la possibilité de toucher du doigt le double mouvement de l'activité scientifique dans le domaine de la physique : confronter les prédictions d'un modèle théorique à des résultats expérimentaux, utiliser des résultats expérimentaux pour affiner un modèle théorique.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 75).

Cela signifie que grâce à cette dernière attente concernant le travail de l'élève à la fin de leur apprentissage en Terminale, l'élève devra rencontrer au moins une fois la question de la confrontation entre modèle et réalité (la cinquième des étapes de modélisation, d'après Henry), mais aussi une modification possible du modèle théorique proposé grâce à des résultats expérimentaux obtenus (étape de « Généralisations et de Prévisions »).

Sur les thèmes abordés dans l'enseignement obligatoire, certains relèvent de ce qu'il est convenu d'appeler la matière, d'autres relèvent de la catégorie des ondes. Le thème "Ondes" traite des ondes mécaniques et introduit le modèle ondulatoire de la lumière (partie A). Le thème "Matière" explore des systèmes très variés : noyaux atomiques (partie B), systèmes électriques (partie C), systèmes mécaniques (partie D).

Par la suite, nous porterons notre attention sur la section Matière.

Le programme souligne que « dans l'étude de l'évolution des systèmes matériels - nucléaires, électriques et mécaniques - il s'agit, à travers l'exploitation et la formalisation d'expériences diverses, de donner un sens précis au déterminisme classique ». Pour cette raison, le programme insiste notamment sur l'importance des conditions initiales : une loi d'évolution ne détermine l'avenir d'un système que si les conditions initiales sont précisées, mais la loi d'évolution ne dit rien des conditions initiales. Nous pouvons remarquer que la compréhension de l'évolution des systèmes (lois d'évolution + conditions initiales) est à la base de la Physique moderne depuis trois siècles et qu'elle a conditionné tous ses progrès.

Pour entrer davantage dans le sujet qui nous intéresse, le programme remarque que « du point de vue formel, l'objet mathématique qui décrit la façon dont les actions déterminent l'évolution d'un système, est une équation différentielle ». L'introduction de cet objet en classe de Terminale S correspond à un concept nouveau pour les élèves. Dans les équations que les élèves ont vues précédemment, il s'agit de trouver un nombre. Cette fois-ci, l'inconnue est une fonction. A ce propos, le programme signale que « la notion d'équation différentielle est détaillée dans le cours de mathématiques, mais l'interaction physique-mathématique est ici cruciale pour les deux disciplines. Les mathématiques ne sont pas un outil pour la physique, elles en sont constitutives ».

Ici, la pertinence des Mathématiques pour la description du monde physique est bien remarquée, et cela peut être l'objet d'une interrogation permanente : comment la manipulation de symboles sur une feuille de papier permet-elle de mettre en place un monde abstrait qui se comporte de façon analogue au monde réel, processus-clef de notre compréhension de la nature et

d'une action aux effets prévisibles ? Voici la force du processus de modélisation d'une situation physique grâce aux outils mathématiques.

Avant d'entrer en détail au chapitre d'introduction au cours de Physique (chapitre 0 du manuel), nous citerons certaines compétences scientifiques générales exigibles en fin de classe Terminale S (cf. programme officiel), surtout celles en rapport avec le processus de modélisation dit de référence :

<i>Étapes ou passage entre les étapes du processus de modélisation auquel ces compétences sont liées³⁰:</i>	
SR → MPC	<p><u>Compétences manipulatoires</u></p> <ul style="list-style-type: none"> *Suivre un protocole et utiliser le matériel prescrit. *Faire le schéma d'un montage expérimental. *Réaliser un montage à partir d'un schéma ou d'un protocole.
SR → MPC	<p><u>Compétences expérimentales</u></p> <ul style="list-style-type: none"> *Formuler une hypothèse sur un événement susceptible de se produire, ou sur un paramètre pouvant influencer un phénomène. *Proposer une expérience susceptible de valider ou invalider une hypothèse ou répondant à un objectif précis. *Décrire une expérience, un phénomène. *Analyser les résultats expérimentaux et les confronter aux prévisions du modèle.
RM → CM-SR	<ul style="list-style-type: none"> *Analyser les résultats expérimentaux et les confronter aux prévisions du modèle.
	<p><u>Compétences scientifiques</u></p> <ul style="list-style-type: none"> *Analyser en termes scientifiques une situation, une expérience, un document.

³⁰ C'est nous qui ajoutons cette colonne pour mettre en relation les compétences et les étapes de modélisation de notre schéma de référence.

SR → MPC	*Identifier les paramètres jouant un rôle dans un phénomène physique ou chimique.
MPC → MM	*Associer un modèle à un phénomène.
	*Utiliser des unités adaptées et un vocabulaire scientifique adapté. *Construire une courbe à partir d'un ensemble de mesures et l'exploiter.
Etape GP	*Elaborer une argumentation, une démarche scientifique. *Discuter la pertinence, la cohérence et la logique d'une argumentation scientifique.
	<u>Compétences transversales</u> *Effectuer une recherche et savoir trier les informations selon des critères pertinents.
MM → EM	*Utiliser les fonctions du programme de mathématiques. *Conduire un calcul de dérivée, de primitive, d'intégrale. *Utiliser la notion d'équation différentielle. *Exploiter un tableau de valeurs. *Utiliser l'ordinateur pour acquérir et/ou traiter des données expérimentales.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, pages 76-77).

Nous avons cité le paragraphe des compétences qui sont directement liées à la démarche de modélisation établie dans les manuels, et qui est présentée dans le paragraphe suivant. Ces compétences montrent les attentes institutionnelles de cette classe pour la fin de l'année. Et ces compétences seront exigibles de l'élève ; nous voyons en outre qu'il est attendu de l'élève qu'il développe certaines compétences qui le seront développées grâce à la démarche de modélisation.

A A propos du chapitre d'introduction au cours « Introduction à l'évolution temporelle des systèmes ».

Ci-après, nous voudrions analyser de manière plus détaillée certains aspects du programme de Physique en Terminale S (Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 77), en particulier le premier sujet « Introduction à l'évolution temporelle des systèmes ». Un seul TP est consacré à ce premier chapitre d'introduction pour le cours de Physique.

Les objectifs de ce chapitre sont :

Il s'agit de présenter, à travers les documents les plus divers, des situations réelles où l'évolution temporelle est d'une importance particulière. Un questionnement adapté aux exemples choisis doit faire comprendre progressivement comment se développe l'approche du (de la) physicien(ne) sur la réalité. Parmi les questions possibles, citons par exemple :

- *Quelles sont les grandeurs pertinentes dont les variations témoignent de l'évolution du système ?*
- *Quels sont les paramètres extérieurs qui pilotent cette évolution ?*
- *L'évolution peut-elle être caractérisée par un ou plusieurs temps caractéristiques ?*
- *Quel est le rôle des conditions initiales dans l'évolution du système ?*
- *L'évolution est-elle lente, rapide, monotone, variée, oscillante, oscillante amortie ?*

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 77).

Il faut bien préciser que l'objectif de ce chapitre d'introduction semble être de présenter à l'élève une démarche de modélisation pratiquée par les physiciens et susceptible d'être enseignée aux élèves.

Par rapport à notre modèle de la démarche de modélisation (cf. I.4.d), nous pouvons vérifier que toutes les étapes sont plus ou moins représentées par les questions citées ci-dessus, car il faut bien repérer les grandeurs pertinentes à étudier, ainsi que les paramètres qui pilotent l'évolution d'un système (passage Situation Réelle → Modèle Pseudo-Concret) ainsi que la prise en compte du rôle joué par les conditions initiales de la situation (étape de Modèle Mathématique et d'Etude Mathématique). La prévision qualitative sur le type d'évolution étudiée (lente, rapide, monotone, etc.) correspondrait à l'étape de Confrontation Modèle-Réalité.

Il est affirmé dans le manuel que le questionnement proposé a comme but d'orienter la réflexion sur l'élaboration de modèles simplifiés, qui capturent l'essentiel d'un phénomène et qui pourront donner lieu à quelques expériences. On entend ainsi illustrer une activité essentielle de la physique : « l'élaboration de systèmes suffisamment simples pour pouvoir être étudiés de façon quantitative (sur le plan expérimental ou théorique), et suffisamment riches pour faire comprendre le comportement de systèmes complexes » (page 77). Dans la mesure où il apparaît que des systèmes différents peuvent suivre des évolutions analogues, s'introduit la démarche qui, dans la diversité du monde, s'efforce de reconnaître les comportements génériques de la matière.

Il est indiqué dans le programme qu'aucune compétence n'est exigible en ce début d'année scolaire (mais par contre, cette compétence sera exigible à la fin de l'année).

Voici un exemple d'activité proposée dans ce chapitre par le manuel Bordas (Coup et al., 2002, page 12 ; cf. Annexe 2 pour voir plus d'exemples) :

3. Évolution de la température

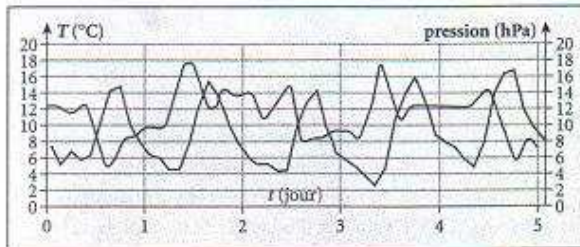


Fig. 11 Évolution de la température et de la pression atmosphérique à Tours, du 7 mars au 12 mars 1997.

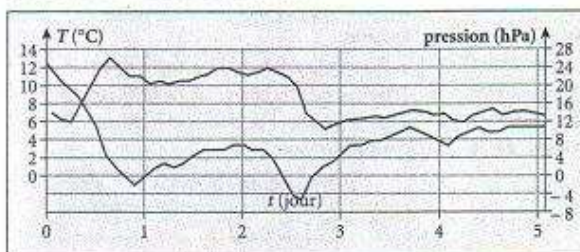


Fig. 12 Évolution de la température et de la pression atmosphérique à Tours, entre le 20 octobre et le 25 octobre 1998.

Lorsque la situation est anticyclonique et le ciel dégagé, on peut observer assez peu de différence climatique d'un jour à l'autre en un point donné de la surface du globe. Le graphique de la **figure 11** montre l'évolution de la température et de la pression à Tours.

À l'inverse, lorsque la situation est dépressionnaire, on peut observer de brusques évolutions d'un jour à l'autre ou, au contraire, ne pas observer d'évolution du tout. Le graphique de la **figure 12** montre l'évolution de la température et de la pression à Tours lors d'un épisode dépressionnaire.

1. Pourquoi peut-on dire que le système « atmosphère » évolue ?
2. L'évolution peut-elle être caractérisée par un ou plusieurs temps caractéristiques ? Si oui, lesquels ?
3. Les conditions initiales (pression initiale, température initiale...) jouent-elles un rôle dans l'évolution du système ?
4. Caractériser les évolutions précédentes (monotone, variée, périodique, oscillante, oscillante amortie, etc.).
5. Quel paramètre détermine en grande partie l'évolution de la température au cours du temps ?

Extrait du manuel Bordas (page 12)

Dans les commentaires sur ce chapitre, il est mentionné que le but est de faire réfléchir aux élèves sur des situations réelles, donc complexes. Les phénomènes cités dans le TP d'introduction n'ont aucun caractère obligatoire. Pour faciliter le travail de l'élève face à ces expériences réalisées, celles-ci devront être simples, afin que la complexité expérimentale et instrumentale ne soit pas un obstacle à l'émergence des questions ni à un début de problématisation.

Il est important aussi de souligner que selon toute attente, « tout au long de l'année, l'élève réinvestira cette démarche initiale en physique à l'occasion de chaque expérimentation » (page 77).

Nous voyons bien que le but est d'initier l'élève à cette démarche de modélisation des diverses situations, grâce aux outils mathématiques et aux connaissances physiques qui seront introduites tout au long de l'année, en cours. Il reste à savoir combien de tâches à réaliser seront vraiment à leur charge. Il reste à chercher comment ces questions seront reprises lors de l'étude des systèmes électriques.

Comme ce qui nous intéresse le plus est l'équation différentielle comme outil de modélisation, une revue des programmes nous indique qu'elle est un modèle pour des problèmes de datation (Partie A radioactivité, sujet commun pour Sciences de la Vie et de la Terre, SVT ; et pour les problèmes de chute des corps, libre et verticale, partie C). Elle a aussi sa place à l'intérieur du domaine de l'Electrodynamique (partie C, sur laquelle nous approfondirons notre étude).

B Partie C « Systèmes électriques »

Nous centrerons notre intérêt sur la partie C, « Systèmes électriques », et essayer de regarder quelle est la place pour le processus de modélisation dans ce domaine en particulier.

Il faut rappeler que les élèves se sont intéressés en classe de Première à certains effets propres au courant continu. Il s'agit, en classe de Terminale S, d'aborder des phénomènes liés à la variation du courant électrique. On signale l'intérêt de pouvoir réaliser des signaux électriques dont la variation temporelle peut être réglée en fonction de besoins spécifiques.

Par rapport à cette réflexion, le programme indique que :

La formalisation de ces systèmes fait apparaître des analogies avec les systèmes mécaniques, puisqu'on y trouve les notions de régime asymptotique, de temps caractéristique d'évolution, de période propre et de résonance. C'est une première approche de l'idée profonde selon laquelle les mathématiques sont un outil idéal pour fabriquer des métaphores : si deux systèmes différents sont régis par des équations formellement identiques, chaque caractéristique du comportement de l'un se retrouve dans l'autre, et les deux systèmes s'éclairent mutuellement.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 81).

Pour l'étude de cette partie nommée « Evolution des systèmes électriques » sont prévues dix heures de cours et 3 séances de TP, pour l'étude de trois cas différents : dipôle RC, dipôle RL et dipôle RLC. A chacun des cas correspond un chapitre.

Les élèves ont abordé au cours de Physique de la classe de Première, quelques propriétés des circuits électriques en courant continu ; dans cette partie, on s'intéresse à des phénomènes associés à des courants variables, et plus spécifiquement aux éléments qui permettent de contrôler l'évolution temporelle d'un courant électrique : condensateur (C) et bobines (L). Dans cette partie, il est important de souligner que « *les lois fondamentales utilisées en courant continu (loi des tensions, loi des intensités) seront dans les applications toujours valables pour les valeurs instantanées des tensions et des intensités variables. Condensateurs et bobines sont caractérisés empiriquement par l'expression de la tension que l'on mesure à leurs bornes* » (page 81). Donc, l'enjeu de l'étude est relatif à l'évolution de la tension aux bornes du condensateur ou d'une bobine, quand un dipôle RC ou RL est soumis à un échelon de tension.

Dans chaque cas considéré (circuit RC, RL et LC), ce qui est appelé « **résolution analytique** » dans la colonne des compétences exigibles du programme, comprend : l'établissement de l'équation différentielle, la vérification qu'une solution proposée y satisfait, et la détermination des constantes à partir des paramètres du circuit et des conditions initiales. Le programme rappelle que ces compétences sont des compétences scientifiques transversales. Ici, il est très important de signaler que cette résolution analytique correspond à des étapes centrales du processus de modélisation : établissement du modèle mathématique et étude mathématique de ce modèle. La « résolution analytique » est donc un point central de notre étude : on cherchera à caractériser comment les élèves prennent à leur charge ces tâches.

On voudrais préciser que le travail à réaliser dans cette classe propose de passer du domaine physique vers l'établissement du modèle mathématique. On voudrais préciser par la suite s'il est proposé aux élèves de passer d'une situation réelle au modèle mathématique. A préciser après l'analyse des manuels. Il nous semble que cela n'est un savoir exigible qui sera demandé aux élèves dans cette classe.

Nous analyserons les programmes afin d'y repérer les éléments relatifs à cette résolution analytique, et donc à l'établissement du modèle par une équation différentielle pour chacun de ces circuits :

<i>Exemples d'activités</i>	<i>Contenus</i>	<i>Connaissances et savoir-faire exigibles</i>
<p>(...)</p> <p>Exemples d'application du stockage de l'énergie par des condensateurs (principe du flash).</p>	<p>1-Cas d'un dipôle RC</p> <p>1.1. Le condensateur</p> <p>1.2. Dipôle RC</p>	<p>(...)</p> <p>Effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur, ou la charge de celui-ci lorsque le dipôle est soumis à un échelon de tension.</p> <p>En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.</p> <p>(...)</p>

<p>Exemples d'application du stockage de l'énergie dans une bobine (production d'une étincelle).</p>	<p>2. Cas du dipôle RL 2.1. La bobine 2.2. Dipôle RL</p>	<p>(...)</p> <p>Effectuer la résolution analytique pour l'intensité du courant dans un dipôle RL soumis à un échelon de tension.</p> <p>En déduire la tension aux bornes de la bobine.</p> <p>(...)</p>
	<p>3. Oscillations libres dans un circuit RLC série. Résolution analytique dans le cas d'un amortissement négligeable.</p>	<p>(...)</p> <p>Dans le cas d'un amortissement négligeable : effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou de la charge de celui – ci.</p> <p>En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.</p> <p>(...)</p>

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 82-83).

C Le dipôle RC

D'après les programmes, la résolution analytique (étude quantitative et qualitative de l'équation différentielle) est demandée. Une particularité de la première configuration –dipôle RC– est que celle-ci permet de modéliser des appareils qu'on utilise dans la vie réelle, et c'est parfois traité en cours par le cas du fonctionnement du flash des appareils-photos ou le cas d'un pacemaker. L'étude de ce premier chapitre de la partie des Systèmes Electriques sera donc privilégiée dans la suite de notre travail.

En effet, notre objet d'étude est la modélisation des situations de la vie réelle (à la fois intéressantes et connues de tous les élèves), grâce aux connaissances sur les circuits électriques

acquises en Physique et au moyen d'une équation différentielle (La notion d'ED est une notion mathématique acquise en cours de Mathématiques, classe de Terminale S).

Citons quelques commentaires dans le programme officiel par rapport à l'enseignement du chapitre « Dipôle RC » (Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 84) :

- *L'orientation d'un circuit sera indiquée par une flèche sur un fil de jonction, surmontée de i . On insistera auprès des élèves sur le fait que si le courant passe dans le sens de la flèche, alors i est positif, et que si le courant passe en sens opposé, alors i est négatif.*
- *Après avoir rappelé que l'intensité est un débit de charges électriques, on introduira $i = dq/dt$ uniquement pour le condensateur, q étant la charge du condensateur. L'expression $q = C u$ pourra être introduite à partir de l'expérience de la charge d'un condensateur à courant constant.*
- *Les associations du condensateur sont hors-programme.*
- *On étudiera aussi bien la charge que la décharge du condensateur, en utilisant un oscilloscope à mémoire ou un système d'acquisition de données.*

D Conclusion de l'analyse du programme officiel de Physique

Pour conclure l'analyse du programme de Physique, nous allons faire le point sur les consignes par rapport à l'enseignement de la démarche de modélisation dans le programme de Physique. Nous avons repéré l'importance de l'enseignement d'une démarche de modélisation auprès des élèves, car la modélisation est une démarche de physicien importante à faire passer aux élèves, ainsi que chacune des questions à se poser devant une situation issue de la vie réelle.

Le TP du chapitre d'introduction « Introduction à l'évolution temporelle des systèmes » est intéressant, car on trouve des éléments de modélisation et surtout un questionnement, qu'il faudra refaire à chaque fois qu'on mène une expérimentation en Physique. Il reste à vérifier si ce processus est vraiment réalisé par les manuels.

Finalement, d'après le programme de Physique, nous pouvons dégager que l'apprentissage du processus de modélisation est une démarche longue à apprendre et qu'il sera nécessaire de la mettre en place (grâce à une série de questions) chaque fois qu'on étudie des phénomènes de nature différente.

D'après les consignes du programme officiel de la classe de Physique, il nous semble que celui fait appel à toutes les étapes du processus de modélisation. Dans la section qui suit, nous ferons l'analyse des manuels de Physique pour regarder si cette hypothèse est valide aussi pour chaque manuel.

Pour l'analyse des manuels de physique, nous sommes intéressés (de manière analogue aux manuels de Mathématiques) à préciser les types de tâches établies dans les manuels par rapport à la modélisation des systèmes électriques.

La modélisation par des équations différentielles de divers phénomènes physiques est aussi mise en relief dans plusieurs contextes ; nous centrons donc notre intérêt sur les systèmes électriques et en particulier le chapitre dipôle RC. Le processus d'établissement de l'équation différentielle qui est au cœur du processus de modélisation pour ce chapitre, semble être présent dans ce document, lorsque le programme fait référence à ce qu'il appelle « résolution analytique ». Nous nous servons de l'analyse de manuels pour mieux préciser comment cette tâche (d'établir une équation différentielle comme modèle d'une situation) est mise en place.

2 *Analyse de manuels de Physique*

Dans cette partie, nous analysons trois manuels de Physique pour la classe de Terminale S, dans le but de caractériser les différentes tâches demandées aux élèves dans les manuels, mais aussi de déterminer des praxéologies associées pour chacune des tâches identifiées.

Pour respecter le choix des manuels pour la classe de Mathématiques, nous avons choisi d'en analyser deux (sur les trois) qui appartiennent aux mêmes maisons d'édition que les manuels de Mathématiques analysés : Nathan et Bordas ; tout en sachant que le manuel Nathan est celui utilisé au Lycée Pablo Neruda de Saint-Martin d'Hères et au Lycée International de Grenoble où nous avons mené notre expérimentation. Nous analysons aussi le manuel Bréal, car nous l'avons trouvé très original par rapport aux deux autres manuels. En effet, il présente un contenu différent de celui des autres manuels grâce au contenu théorique, et les exercices y sont plus ouverts et donc parfois plus difficiles.

Les manuels de Physique que nous avons choisi d'analyser sont :

- Manuel de Physique Terminale S, Editions Nathan (Richoux et al., 2002).
- Manuel de Physique Terminale S, Editions Bordas (Coup, J. et al., 2002).
- Manuel de Physique Terminale S, Editions Bréal (Tordeaux, M.-F. et al., 2002).

Par souci de simplicité, nous allons les appeler Nathan, Bordas et Bréal.

Le structure générale commune aux trois manuels est :

- une page d'introduction au chapitre
- une ou deux pages d'activités introductives au contenu du chapitre
- une section Cours
- une section « L'essentiel » où les savoirs et savoir-faire les plus importants du chapitre sont présentés de façon synthétique.
- une section « TP » comportant des activités expérimentales à mettre en œuvre

- un exercice résolu avec un problème typique, traité et accompagné de sa résolution et de conseils pour réaliser les différentes tâches demandées
- une section d'exercices parfois divisée en plusieurs catégories d'exercices, par exemple d'application, de synthèse, pour réussir le BAC.

Le chapitre sur lequel nous avons centré notre intérêt est intitulé « Dipôle RC ». C'est le premier des trois chapitres qui constituent la partie « Evolution des systèmes électriques ». Il faut signaler que la classe Terminale S est le lieu de la première rencontre de l'élève avec le domaine de l'électrodynamique dans tout l'enseignement secondaire, car dans les classes précédentes (Seconde et Première S) l'élève avait étudié l'électrocinétique.

Une des nouveautés de ce chapitre est justement l'introduction d'un élément nouveau du circuit : le condensateur. C'est aussi la première fois que l'élève étudie l'évolution de l'intensité i dans le circuit par rapport au temps (régime transitoire).

A Détermination de types de tâches

Dans un premier temps, nous identifions et caractérisons les types de tâches présentées dans des manuels de Physique. Nous identifierons ce qui est demandé aux élèves dans les exercices non résolus à la fin du chapitre, en essayant d'organiser ces tâches de manière plus claire, en analysant surtout les tâches à réaliser par l'élève autour de la notion de modélisation (c'est-à-dire toutes ces tâches où l'objectif est de déterminer un modèle symbolique ou graphique d'une situation).

Pour certains de ces types de tâches nous distinguons des sous-types de tâches, surtout lorsque la tâche en question peut être partagée en plusieurs types de tâches.

Dans un deuxième temps, nous vérifions l'adéquation de cette première catégorisation du contenu grâce au contenu de la partie Cours du manuel (ce que l'élève est supposé savoir à la fin du chapitre), et aussi grâce au contenu de l'Exercice Résolu qui apparaît habituellement avant la partie Exercices du chapitre (ce que l'élève est supposé savoir faire et ce qu'il doit savoir répondre). Si l'on constate que dans la partie Cours il y a une référence au type de tâches observé, on la garde ; sinon, on ne le prend pas en compte par la suite car elle n'est pas représentative de ce que l'élève doit réaliser.

A l'issue de ce travail, nous donnons une dénomination de ces types de tâches, pour ensuite chercher l'existence de techniques et de technologies associées à chacune d'entre elles.

Nous cherchons dans la partie Cours et Exercice Résolu, des éléments théoriques qui permettent de justifier les savoirs-faire associés à chaque type de tâche.

Nous avons analysé les exercices des trois manuels cités, plus haut et cela nous a permis d'identifier huit grands types de tâches demandées aux élèves. Ces huit types de tâches sont :

<i>Symbole pour le type de tâche</i>	<i>Description de la tâche</i>
T_{MON}	Représenter un schéma du montage.
T_{CIR}	Représenter un schéma du circuit.
T_{ME}	Etablir l'équation différentielle dont la tension u_C est solution.
T_{RED}	Résolution de l'équation différentielle, détermination des constantes.
T_I	Obtention de la fonction intensité $i(t)$, calcul de l'intensité i maximale et/ou minimale.
T_{EC}	Etude du condensateur : calcul de la charge q , de la capacité C et/ou de la tension u_C du condensateur.
T_{τ}	Détermination graphique et analytique de la constante de temps τ , analyse dimensionnelle de τ .
T_{EE}	Calcul de l'énergie emmagasinée et stockée par le condensateur.
T_{EQC}	Tâches relatives à l'étude qualitative des courbes.

Notons que le terme « montage » et « circuit » ne sont pas ici définis. Nous le ferons dans la page suivant.

Il faut rappeler que l'objet de notre étude est relatif au processus de modélisation par l'élève en classe de Physique (Terminale S) de certains phénomènes physiques, à l'aide d'outils mathématiques précis. Plus précisément, notre question est la suivante : comment l'élève de Terminale S modélise-t-il la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension, au moyen d'une équation différentielle de premier ordre à coefficients constants ? Comment la démarche de modélisation est-elle présente dans les manuels ? Quelles sont les tâches à la charge des élèves ? Quelles tâches ne sont-elles jamais à leur charge, même si elles sont importantes pour l'apprentissage du processus de modélisation ?

Par rapport à notre modèle de la démarche de modélisation (cf. III.3.c), les cinq premiers types de tâches identifiés peuvent se placer de la façon suivante :

- T_{MON} et T_{CIR} sont les types de tâches qui permettent de passer d'un domaine pseudo-concret à un domaine physique, car il faut établir le modèle physique (dans ce cas, le circuit) qui modélise une situation déterminée.
- Le type de tâche T_{ME} permet de passer du domaine de la physique (étape Modèle Physique) au domaine mathématique (étape du Modèle Mathématique) car elle permet l'établissement de l'ED qui modélise le circuit électrique.
- T_{RED} appartient à l'étape d'Etude Mathématique (au domaine mathématique) car elle permet de résoudre l'ED.
- T_I permet d'obtenir la fonction $i(t)$ qui permettra éventuellement de répondre à une question précise. Cette tâche est celle qui permet le passage entre le domaine physique et le domaine mathématique (aller-retour entre ces deux domaines). Eventuellement, elle peut permettre le passage jusqu'à la situation réelle.

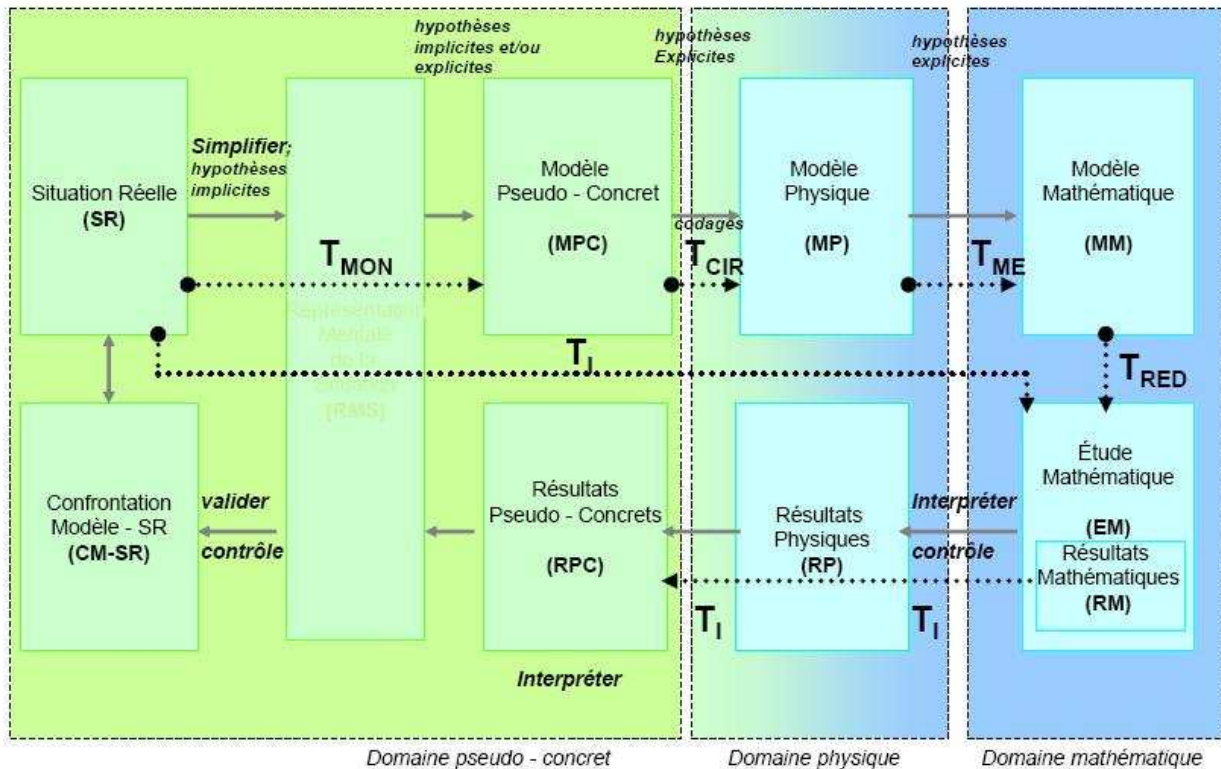


Figure 19: Schéma de modélisation pour la classe de Physique

Les quatre autres types de tâches qui restent (T_{EC} , T_{τ} , T_{EE} et T_{EQC}) sont ceux que nous avons observés moins fréquemment d'apparaître. En plus, ces types de tâches ne semblent pas être directement liés à la problématique de modéliser l'évolution de l'intensité $i(t)$ dans un circuit RC.

C'est la raison pour laquelle nous décidons de ne pas les prendre en compte dans l'analyse qui suit.

Nous présentons les cinq premières tâches de manière détaillée (en décrivant chacun des sous-types de tâches associés), en montrant le nombre d'apparitions de chacune de ces tâches pour chaque manuel. Enfin, nous proposons des praxéologies associées à chacun des types de tâches, dans l'objectif de mieux caractériser le type d'enseignement proposé par rapport à l'apprentissage de la démarche de modélisation pour un cas en particulier : la modélisation d'un circuit RC à l'aide d'équations différentielles.

B T_{MON} : Représenter un schéma de montage.

Avant de présenter en détail ce type de tâche, nous expliquons la différence que nous faisons entre montage et circuit, et plus précisément entre schéma du montage et schéma du circuit.

Le schéma du montage est plus général qu'un schéma de circuit, car le schéma du circuit est un schéma de montage particulier (celui-ci est compris dans le premier). Le montage est associé à un environnement expérimental, comme par exemple le schéma d'un appareil. Le circuit relève plus particulièrement du domaine de l'électricité.

Lors de l'activité de la schématisation en Physique³¹, des professeurs déclarent que les dessins faits par les élèves ne sont pas identiques car cette activité implique que les élèves aient choisi (ou non) certains aspects des objets du montage, que les élèves aient fait une sélection, qu'ils aient fait un choix. Le dessin est donc une modélisation intuitive des objets manipulés par l'élève (une sorte de MPC). Le schéma du circuit électrique n'est pas une modélisation intuitive. C'est la modélisation conventionnelle du point de vue de la physique. Quand on ne connaît pas le symbolisme d'un appareil, on a le droit d'introduire un symbole nouveau dans le montage mais pas dans un circuit, car il existe un code précis qui doit être respecté. Nous observerons aussi qu'il existe une série de conventions (explicites dans les manuels et précisées après) à utiliser dans un circuit, qui n'existent pas forcément pour le schéma du montage.

En raison de l'importance de la tâche de représentation d'un circuit, nous distinguons dans notre étude la représentation du montage qui ne concerne pas des circuits, de la représentation des circuits proprement dits. Ce paragraphe est consacré au type de tâche T_{MON} « Représenter un schéma du montage ».

Suite à cette précision, nous distinguons deux sous-types de tâches associés à ce type de tâche :

³¹ Source : TP de Physique en classe de cinquième. Projet SESAME. Juin 2006.

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
T_{MONa}	Etant donné une description verbale des éléments du montage et/ou des informations graphiques ou numériques, faire le schéma du montage en précisant les connexions réalisées avec un appareil de mesure.
T_{MONb}	Etant donné un schéma du circuit et une information graphique (allure des courbes), faire le schéma du montage en précisant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope.

Nous avons considéré que l'introduction et l'explicitation des branchements à des appareils de mesure précis (comme l'oscilloscope) permet donc de parler plutôt d'un montage que d'un circuit. C'est la raison pour laquelle nous avons considéré le type de tâche T_{MONb} associé à la tâche T_{MON}.

Dans l'analyse des trois manuels choisis, nous cherchons à repérer la fréquence de ce type de tâche T_{MON} dans chacun des exercices (non résolus) du chapitre « Dipôle RC ».

D'après une première analyse rapide des manuels, nous pouvons constater que seuls deux d'entre eux (Nathan et Bréal) demandent aux élèves de réaliser un schéma du montage dans leurs exercices (non résolus).

Détaillons l'analyse des manuels Nathan et Bréal, qui nous permettra de mieux exemplifier les sous-types de tâches décrits ci-dessus.

i Le manuel Nathan

Voici une liste d'exercices du manuel Nathan où l'un des sous-types de tâches relatifs au type de tâche T_{MON} (Réaliser le schéma du montage) est présent au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où T_{MON} est apparu au moins une fois</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	1		0
Exercice : Contrôle de	5	E.CC.5	1

Connaissances (E.CC)			
Exercice : Application de Connaissances (E.AC.)	10	E.AC.11	1
Exercices : Problèmes de Synthèse (E.PS.)	4	E.PS.18	1
TOTAL :	20		3

Trois sur vingt des exercices du manuel Nathan demandent à l'élève de représenter un montage donné par une description verbale de ses éléments, et parfois par des informations supplémentaires telles que des oscillogrammes.

Analysons le sous-type de tâche T_{MONa} qui est la seule demandée dans chacun de ces trois exercices:

T_{MONa} : *Etant donnée une description verbale des éléments du montage et/ou des informations graphiques ou numériques, faire le schéma du montage en précisant les connexions réalisées avec un appareil de mesure.*

Pour l'exercice 5 (page 150) nommé « Savoir faire expérimental », la tâche associée est :

$t_{MONa.1}$: Proposer un montage³² dans lequel seront placés en série un condensateur, un conducteur ohmique et un générateur délivrant un échelon de tension. Indiquer les branchements d'un oscilloscope permettant de visualiser : sur la voie A, la tension délivrée par le générateur ; sur la voie B, l'intensité du courant circulant dans le circuit.

Dans ce cas, une description verbale est donnée, ainsi que l'indication de faire apparaître sur le montage des branchements à un oscilloscope permettant de mesurer deux grandeurs du montage : l'intensité et la tension dispensée par le générateur. Notons aussi que cela correspond à un savoir-faire expérimental.

³² Proposer un montage signifie proposer un schéma de montage.

La tâche de l'exercice 11 (page 151) est similaire, mais cette fois il n'est pas indiqué de faire apparaître les branchements à un appareil de mesure. Il nous semble que l'usage du terme montage, dans cet exercice, est synonyme de circuit au sens où nous l'avons défini ici et que nous traiterons lors de l'analyse du type de tâche T_{CIR} (paragraphe suivant).

La tâche demandée est :

$t_{MONa.2}$: (étant donnée une description verbale des éléments dans le montage) Représenter le schéma du montage.

Finalement, dans l'exercice 18 (page 153, exercice issu des annales du BAC), nous avons identifié la présence du type de tâche T_{MONa} deux fois, une fois pour le cas de la décharge et une deuxième fois pour le cas de la charge. L'oscillogramme est fourni dans l'énoncé, il est demandé de manière préalable une étude des courbes affichées par l'oscillogramme pour préciser le phénomène qui est représenté par la courbe de la voie A. Une description verbale du circuit est fournie.

La tâche pour cet exercice est :

$t_{MONa.3}$: Faire le schéma du montage qui permet d'obtenir les courbes A et B. Indiquer clairement les connexions vers les entrées A et B de l'oscilloscope ainsi que celles vers la masse M.

L'autre tâche demandée dans ce même exercice est très similaire à celle-ci, sauf qu'il s'agit d'un cas de branchement et d'un oscillogramme différents.

Conclusion pour le manuel Nathan

De l'analyse des trois exercices qui présentent une tâche associée au type de tâche T_{MONa} , nous pouvons conclure que la description verbale semble être une composante essentielle dans chacun des énoncés. Il est possible de voir apparaître des informations de type graphique (comme les oscillogrammes) pour que l'élève interprète les courbes et puisse proposer un montage en vue de ces résultats à l'aide d'un oscilloscope.

Nous pouvons conclure que deux sur trois des exercices analysés (5 et 18) relèvent plutôt de ce qui est appelé dans les programmes officiels « compétences manipulatoires », telles que réaliser un montage à partir d'un protocole (l'énoncé de l'exercice est très proche de celui du protocole car il détaille plusieurs éléments à prendre en compte) et faire le schéma du montage expérimental. Pour le troisième exercice (n° 11) il semble que le manuel évoque plutôt un circuit (qui est en réalité un cas particulier du montage), cas que l'on étudiera plus en détail ultérieurement (cf. T_{MON}).

ii Le manuel Bréal

Nous avons repéré dans le manuel Bréal quatre exercices qui comportent soit le sous-type de tâche T_{MONa} soit le sous-type de tâche T_{MONb} .

Ces exercices sont :

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où T_{MON} est apparu au moins une fois</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	2		0
Exercice : Tester Ses Connaissances (E.TSC.)	7		0
Exercice : Appliquer Le Cours (E.ALC.)	16	E.ALC.15 E.ALC.19	2
Exercice : Réussir au Bac (E.RAB.)	4	E.RAB.24 E.RAB.25	2
TOTAL :	29		4

Quatre exercices sur vingt-neuf du manuel Bréal demandent un sous-type de tâche relatif au type de tâche T_{MON} . Les exercices n°15 et 19 appartiennent davantage au sous-type de tâche T_{MONa} , alors que les exercices n°24 et 25 appartiennent au sous-type de tâche T_{MONb} .

Par exemple, l'exercice 15 (page167) fournit dans l'énoncé une description verbale du circuit ainsi qu' un tableau de données, où la tension aux bornes du condensateur à été relevée à différentes dates. La tâche demandée est :

$t_{MONa.4}$: Faire un schéma du montage permettant de mesurer la tension u_C aux bornes du condensateur.

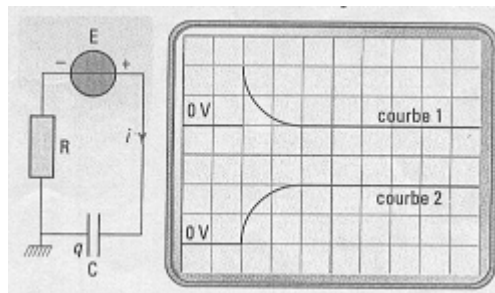
Par ailleurs, l'exercice 19 (page 168) montre deux courbes obtenues grâce à un dispositif. Sur la voie 1 on observe la tension u_1 correspondant à l'intensité i du courant dans le circuit, sur la voie 2 on observe la tension u_2 correspondant à la tension u_C aux bornes du condensateur. La consigne de l'exercice est :

$t_{MONa.5}$: Sur un schéma du montage, faire apparaître les branchements de l'interface, les tensions u_1 et u_2 , la tension u_R aux bornes de la résistance.

Le sous-type de tâche T_{MONb} « Compléter un circuit donné en indiquant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope, le schéma du montage et un oscillogramme (2 courbes) étant donnés », n'apparaît que dans les exercices n°24 et 25 du manuel Bréal. La consigne observée est la suivante :

$t_{MONb.1}$: Compléter le circuit en indiquant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope (cf. exercice n°24).

Il est important de dire que le type de tâche T_{MONb} réduit le travail de représentation à faire, car il suffit d'indiquer les branchements à l'oscilloscope dans une configuration du circuit déjà donnée dans l'énoncé. Cela représente aussi un travail à réaliser, car il faut interpréter ce qui est observé dans les courbes affichées par l'oscillogramme pour bien indiquer les branchements corrects en vue d'obtenir les courbes observées. Citons par exemple, l'exercice n°24 (page 169) pour illustrer la tâche à remplir par l'élève :



L'élève devra indiquer sur le schéma du circuit qui fourni, les branchements pour que l'oscillogramme résultant soit celui donné aussi dans l'énoncé de l'exercice (à droite).

Conclusion du manuel Bréal

Dans ce manuel, nous observons une variation du type de tâche T_{MONa} intéressante, car un tableau de données, des allures des courbes ainsi que des oscillogrammes sont fournis par

l'énoncé des exercices. Nous voyons bien que le manuel Bréal propose plusieurs informations supplémentaires à la description verbale du circuit, pour aider l'élève à faire un schéma du montage qui permette d'obtenir ce type de données. Il faut dire aussi que ce type de tâche est en quelque sorte inverse de celui d'une modélisation, car il faut interpréter un modèle donné par une courbe, pour identifier les branchements à faire sur le montage réel, c'est-à-dire qu'il faut partir d'un modèle pour revenir à une situation réelle.

D'un autre côté, deux exercices issus du Bac font travailler l'élève sur des circuits déjà fournis dans l'énoncé. Le type de tâche T_{MON} est donc très peu présent, et on ne peut pas le considérer comme habituel pour la classe de Physique. Il faut préciser que les deux derniers exercices (cf. exercices n°24 et 25 du manuel Bréal), proposent une étude interprétative de courbes montrées dans l'énoncé et non la mise en équation comme un but final.

iii Conclusion pour l'apparition du type de tâche T_{MON} dans les manuels analysés

Dans les pages précédentes, nous avons pu constater que le type de tâche T_{MON} (Représenter un schéma du montage) était peu présent dans les exercices des manuels analysés. En réalité, cette tâche apparaît seulement dans deux des trois manuels analysés, et à faible fréquence.

Nous avons distingué deux sous-types de tâches associés à T_{MON} , et nous avons vu que sur sept exercices (trois chez Nathan et quatre chez Bréal) qui prennent en compte T_{MON} , les proportions d'apparition pour chaque sous-type de tâche associé à T_{MON} , sont :

<i>Manuels</i>	T_{MONa}	T_{MONb}
<i>Nathan</i>	3/3	
<i>Bréal</i>	2/4	2/4

5 exercices sur les 7 relatifs à T_{MON} demandent un travail à l'élève pour réaliser le schéma du montage. Mais une description verbale explicitant clairement chacun des éléments du circuit guide le travail de l'élève. Celui-ci n'a donc pas à la charge de choisir les éléments dans le montage. 4 sur ces 5 exercices guident l'élève dans son travail, en explicitant qu'il faut indiquer les branchements permettant d'obtenir la courbe intensité $i(t)$ ou tension aux bornes d'un des éléments du montage. Parfois, dans l'énoncé des informations complémentaires sont données telles que des oscillogrammes, des allures de courbes $i(t)$ ou $u(t)$ ou de données numériques.

Bréal est le seul manuel qui propose des exercices très variés autour de cette tâche, car il propose des information graphiques et numériques pour aider l'élève à se construire une représentation du montage. C'est manuel est également le seul qui présente le type de tâche T_{MONb} , qui consiste à compléter un circuit pour représenter un montage particulier.

Finalement, on n'a pas pu trouver de techniques par rapport au type de tâche T_{MON} dans les trois manuels analysés.

Avant de passer à la section suivante, nous voudrions signaler que le type de tâche T_{MON} , et les deux sous-types de tâches T_{MONa} et T_{MONb} , appartiennent à ce qui est appelé dans les programmes Savoir-faire expérimentaux, et correspondent à des tâches qui appartiennent à une institution différente de la classe de Physique. Ce type de tâches fait partie des activités qui sont mises en place lors des Travaux Pratiques (TP). Cependant, notre travail est plutôt focalisé sur ce qui se passe dans une classe ordinaire (hors TP) de Terminale S. Il faut rappeler que nous avons décidé de centrer notre attention sur la démarche de construction du modèle du point de vue théorique, en laissant de côté la construction expérimentale du modèle (cf. Chapitre II, choix de notre recherche). C'est la raison pour laquelle nous étudions la démarche de modélisation enseignée en classe de Physique, ne contenant pas les Travaux Pratiques (TP).

iv Praxéologie associée au type de tâche T_{MON}

Mise en relation avec les programmes officiels

Les programmes de la Classe de Terminale S de Physique, mettent en relation certains savoirs-faire expérimentaux (savoirs-faire que l'élève acquiert plutôt lors des séances de TP) avec T_{MON} et quelques uns de ces sous-types de tâches :

<i>Nom de la sous – tâche</i>	<i>Description de la sous - tâche</i>	<i>Connaissances et Savoir – faire expérimentaux exigibles (cf. Programme de Physique)</i>
T_{MONa}	Faire le schéma du montage, une description verbale des éléments du montage et d'information de type numérique ou graphique étant donnés. Préciser les connexions réalisées pour obtenir un grandeur en particulier.	Réaliser les branchements pour visualiser les tensions aux bornes
T_{MONb}	Etant donné un circuit, indiquer les connexions à réaliser avec l'oscilloscope afin d'obtenir un oscillogramme précis (2 courbes).	du générateur, du condensateur et du conducteur ohmique.

Les exemples d'activités établies par le programme sur ce savoir-faire expérimental sont :

Charge et décharge du condensateur à travers une résistance :

- utilisation d'un oscilloscope et/ou d'un système d'acquisition informatisé
- visualisation des tensions aux bornes du condensateur et du conducteur ohmique

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 82).

Sur la partie Cours et Exercice Résolu

On ne trouve pas dans la Partie « Cours » ou « Exercice Résolu » des deux manuels analysés, d'éléments théoriques explicites qui permettent à l'élève de réaliser cette tâche.

Comme dit plus haut, les savoirs liés à cette tâche T_{MON} sont plutôt des savoir – faire de type expérimental, et l'on ne trouve donc pas de traces théoriques (technologie ou théorie) dans les manuels pour expliquer ou justifier les techniques relatives à cette tâche.

La plupart des savoir–faire correspondants ont été acquis dans les classes antérieures à la Terminale, et c'est peut être l'une des raisons de l'absence d'éléments théoriques.

Un cas particulier de montage est fourni par un circuit. Pour bien distinguer le premier du deuxième, nous avons scindé en deux tâches différentes la représentation de chacun des deux montages. Le type de tâche T_{CIR} « Représenter un schéma du circuit » est un type de tâche sur lequel on trouve davantage d'éléments théoriques dans les manuels et d'une certaine façon, la praxéologie associée à T_{CIR} est une praxéologie liée au type de tâche T_{MON} .

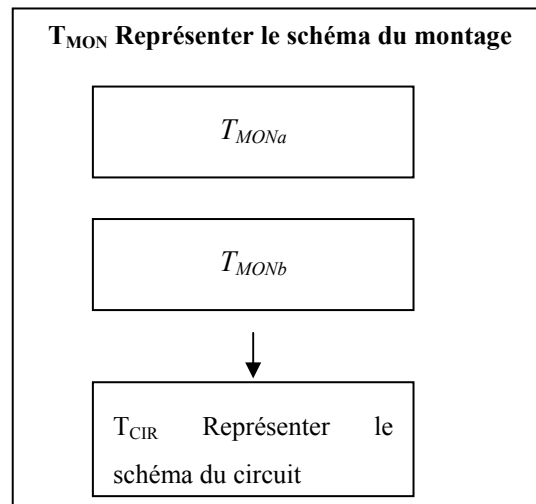


Figure 20: Organisation de T_{CIR} par rapport à T_{MON} .

Dans la section suivante, nous allons présenter le type de tâche T_{CIR} (qui est à l'intérieur de T_{MON}), dans lequel nous trouvons plus d'éléments théoriques pour la réaliser, comme nous l'illustrerons ci-après.

C T_{CIR} : Représenter un schéma du circuit.

Cinq sous-types de tâches sont associés au type de tâche T_{CIR} :

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
T_{CIRa}	Etant donné une description verbale du circuit et/ou des informations graphiques, faire le schéma d'un circuit.
T_{CIRb}	Préciser les conventions (ou orientations choisies) pour les grandeurs qui interviennent dans le circuit.
T_{CIRc}	Représenter sur le schéma, par une flèche, le sens de circulation du courant dans le circuit.
$T_{CIRc'}$	Dans un circuit déjà représenté, préciser le signe de l'intensité du courant.
T_{CIRd}	Partant d'un circuit, représenter les polarités des armatures du condensateur.
T_{CIRe}	En respectant la convention récepteur, représenter par une flèche la tension aux bornes des différents éléments du circuit.

L'identification de sous-types de tâches de T_{CIR} a été faite sur un examen des exercices de la section d'Exercices (non résolus) à la fin du chapitre des trois manuels. Observons que T_{CIR} est en réalité une macro-tâche nommée de manière très générale comme « représenter un schéma du circuit » (étiquette). Le type de tâche T_{CIRa} (la représentation d'un circuit) est habituellement demandé de manière plus précise dans les exercices. « Représenter un circuit » signifie associer à chaque élément donné par une description verbale, un symbole et une configuration particulière (par exemple : en série). Il pourra aussi être attendu de l'élève qu'il réalise une série d'actions pour « compléter » un circuit donné. C'est la raison pour laquelle nous avons ajouté quatre sous-types de tâches à T_{CIR} qui sont en même temps des sous-types de tâches pour T_{CIRa} (T_{CIRa} est le type de sous-tâche le plus général des cinq types de tâches considérés).

Il faut noter aussi que le type de tâche T_{CIRb} requiert la représentation du sens du courant par des flèches pour l'intensité i et pour les tensions, et cela signifie que T_{CIRc} et T_{CIRe} sont d'une certaine manière prises en compte en T_{CIRb} .

Pour avoir une idée de la répartition de ces sous-types de tâches dans les exercices des manuels, nous allons analyser les trois manuels concernés pour repérer l'existence d'au moins un de ces types de tâches.

i Le manuel Nathan

Voici une liste d'exercices du manuel Nathan, où l'une des sous-tâches relatives au type de tâche T_{CIR} a été citée au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où T_{CIR} est apparu au moins une fois</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	1		0
Exercice : Contrôle de Connaissances (E.CC)	5		0
Exercice : Application des Connaissances (E.AC.)	10	E.AC.6 E.AC.7 E.AC.9 E.AC.11 E.AC.12	5
Exercices : Problèmes de Synthèse (E.PS.)	4	E.PS.18	1
TOTAL :	20		6

6 exercices sur les 20 du manuel Nathan abordent la tâche T_{CIR} . Il faut bien signaler que même si le taux d'apparition de cette tâche dans les exercices de ce manuel semble significatif, le sous-type de tâche T_{CIRa} (« représenter un circuit ») n'est présent qu'une seule fois (exercice n°18) ; et pour le reste, quelques-uns seulement des quatre sous-types de tâches relatifs à T_{CIR} sont demandés, comme on peut le voir dans le tableau suivant :

T_{CIRa}	T_{CIRb}	T_{CIRc}	$T_{CIRc'}$	T_{CIRd}	T_{CIRe}
1/6	1/6	4/6	1/6	3/6	5/6

Une étude par sous-type de tâche (en prenant en compte seulement le nombre d'exercices qui abordent T_{CIR}) – Manuel Nathan -

Nous voyons bien, dans les pourcentages affichés sur le tableau, que le sous-type de tâche T_{CIRa} relatif à la réalisation d'un schéma de circuit par l'élève lui-même est un des sous-types de tâches le moins demandé dans cette catégorie. De manière analogue, on observe que le sous-type de tâche T_{CIRb} demande que l'élève précise les conventions choisies pour les tensions u_C , u_R et/ou u_G , et qu'il est aussi un sous-type de tâche moins demandé, car les programmes officiels ont établi que c'est la convention récepteur qui est privilégiée pour l'étude des tensions dans le circuit.

Le type de sous- tâche le plus demandé à l'élève, est la représentation par une flèche de la direction pour l'intensité i (T_{CIRc}) (66% des exercices). Nous avons identifié une variation pour cette tâche ($T_{CIRc'}$), car parfois il est demandé de préciser le signe de l'intensité i du courant dans le circuit. Nous observerons plus tard que la détermination de ce signe dépend de la convention choisie pour le circuit.

t_{CIRc} : (extrait exercice n°6, page 150) **b.** Indiquer sur le schéma le sens de circulation du courant.

$t_{CIRc'}$: (extrait exercice n°6, page 150) **c.** Préciser le signe de l'intensité de courant.

Exemples des sous-types de tâches T_{CIRc} et $T_{CIRc'}$ – manuel Nathan

Ensuite, la désignation des plaques du condensateur (T_{CIRd}) est le sous-type de tâche qui suit dans l'ordre de fréquence, avec 50% d'apparition dans le manuel Nathan.

Le sous-type de tâche le plus demandé dans le manuel Nathan est celui qui consiste à représenter par une flèche la tension aux bornes des différents éléments du circuit. Les éléments du circuit normalement présents sont le condensateur, un conducteur ohmique et le générateur. Nous avons voulu distinguer trois variations pour cette tâche, de la manière suivante :

$t_{CIRe.1}$: En respectant la convention récepteur, représenter par une flèche la tension u_C aux bornes du condensateur.

$t_{CIRe.2}$: En respectant la convention récepteur, représenter par une flèche la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique.

$t_{CIRe.3}$: En respectant la convention récepteur, représenter par une flèche la tension u_G aux bornes du générateur.

Nous avons remarqué que 5 exercices sur 6 demandent ces tâches. Dans ces cinq exercices, tous demandent la tâche $t_{CIRe.1}$, trois demandent aussi $t_{CIRe.2}$ et un exercice seulement (le n°11) demande $t_{CIRe.3}$.

Conclusion pour le manuel Nathan

Nathan présente six exercices où au moins l'un des types de tâches relatives à T_{CIR} est demandé. Un seul exercice (le n°18, issu des annales du BAC) demande la représentation totale du schéma du circuit et laisse aussi à l'élève la liberté de choisir les conventions à utiliser. Les cinq autres exercices sont davantage guidés pas à pas, par rapport à ce que l'élève doit faire.

ii Le manuel Bordas

Voici une liste d'exercices du manuel Bordas où l'un des sous-type de tâches relatifs au type de tâche T_{CIR} , a été cité au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où T_{CIR} est apparu au moins une fois</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	1		0

Exercices : Exercices (E.E.)	22	E.E.14	1
Exercices : Bac (E.BAC.)	1	E.BAC.32	1
TOTAL :	24		2

Seuls 2 exercices sur 24 des dans le manuel Bordas, abordent la tâche T_{CIR} . Il faut signaler que le taux d'apparition de cette tâche dans les exercices de ce manuel est très faible. Sur les deux exercices qui abordent cette tâche, nous avons cherché à identifier quels sous-types de tâches sont en jeu (cf. tableau suivant) :

T_{CIRa}	T_{CIRb}	T_{CIRc}	$T_{CIRc'}$	T_{CIRd}	T_{CIRE}
	1/2			1/2	

Sous –types de tâches (en prenant en compte seulement le nombre d'exercices qui abordent T_{CIR})

–Manuel Bordas–

Nous pouvons constater, grâce à l'information fournie par le tableau, qu'il n'existe dans ce manuel aucun exercice où l'élève soit amené à réaliser lui-même un schéma de circuit. Par contre, un exercice (cf. n°32, issu des annales du BAC, page 144) demande de :

$t_{CIRb.1}$: préciser avec soin les conventions et orientations choisies.

Pour un circuit donné, cela signifie qu'il est attendu de l'élève qu'il réalise aussi T_{CIRc} (« représentation par une flèche du sens du courant ») et T_{P1e} (« représentation par une flèche de u_C , u_R et u_G »).

Conclusion pour le manuel Bordas

Les seules tâches demandées dans ce manuel sont la représentation par une flèche, du sens de l'intensité i (T_{CIRc} , la tâche plus demandée) ; de la tension aux bornes du condensateur ; de la résistance et du générateur (T_{CIRE}) ; selon la convention récepteur pour les trois tensions. Il est demandé aussi, dans un sur deux des exercices, de désigner les armatures dans le condensateur (T_{CIRd}). Une seule fois, l'élève doit décider de la convention à prendre en compte pour les

éléments dans le circuit (tâche T_{CIRb} , avec un pourcentage plus bas dans ce manuel). Il n'existe aucun exercice où il soit demandé à l'élève de réaliser lui-même le schéma d'un circuit, à la différence de ce que nous avons observé dans le manuel Nathan.

iii Le manuel Bréal

Voici une liste d'exercices cités dans le manuel Bréal, où l'un des sous-types de tâches relatifs au type de tâche T_{CIR} a été cité au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où T_{CIR} est apparu au moins une fois</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	2		0
Exercice : Tester Ses Connaissances (E.TSC.)	7	E.TSC.3	1
Exercice : Appliquer Le Cours (E.ALC.)	16	E.ALC.12 E.ALC.13	2
Exercice: Réussir au Bac (E.RAB.)	4	E.RAB.27	1
TOTAL :	29		4

4 exercices sur 29 dans le manuel Bréal abordent la tâche T_{CIR} . Par la suite, nous avons cherché à identifier les types de sous-tâches présents (cf. tableau suivant) :

T_{CIRa}	T_{CIRb}	T_{CIRc}	$T_{CIRc'}$	T_{CIRd}	T_{CIRE}
1/4		1/4		3/4	2/4

Sous-types de tâches (en prenant en compte seulement le nombre d'exercices qui abordent T_{CIR})

Le sous-type de tâche le moins demandé est celui relatif à la réalisation d'un schéma du circuit (cf. exo n°12, T_{CIRa}). Il faut noter que cet exercice demande de représenter le circuit sous forme implicite, car il n'est donné aucune configuration dans l'énoncé, mais il est signalé que :

$t_{CIRd.1}$: sur un schéma, représenter les polarités des armatures, (...)

Donc, il faut tout d'abord réaliser le schéma du circuit, puis représenter les polarités des armatures du condensateur.

Nous voudrions noter que dans le manuel Bréal, le sous-type de tâche T_{CIRd} (« représenter les polarités des armatures du condensateur ») est le sous-type de tâche le plus présent dans les exercices du manuel. A la différence des autres manuels, le sous-type de tâche T_{CIRc} (« représenter le sens du courant dans le circuit ») est peu demandé.

Le sous-type de tâche « représentation de la tension aux bornes du condensateur » (T_{CIRe}), est un des sous-types de tâches les plus demandés aux élèves.

Conclusion sur le manuel Bréal

A la différence des deux autres manuels analysés, Bréal est un manuel qui met l'accent sur le sous-type de tâche T_{CIRd} , la représentation de polarités dans les armatures du condensateur. Nous observons une seule fois la tâche de représenter par une flèche le sens du courant dans le circuit, mais nous croyons que ces deux types de tâches (T_{CIRd} et T_{CIRc}) sont directement liés, comme nous le verrons plus bas.

iv Conclusion pour l'apparition de type de tâche T_{CIR} dans les manuels analysés

Voici le tableau donnant les fréquences relatives d'apparition de chaque sous-type de tâche associé à T_{CIR} :

Manuel	T_{CIRa}	T_{CIRb}	T_{CIRc}	$T_{CIRc'}$	T_{CIRd}	T_{CIRe}
<i>Nathan</i>	1/6	1/6	4/6	1/6	3/6	5/6
<i>Bordas</i>		1/2			1/2	
<i>Bréal</i>	1/4		1/4		3/4	2/4

Précédemment, nous avons pu constater que le type de tâche T_{CIR} n'était pas très présent dans les exercices des manuels analysés. Nous pouvons conclure que ce type de tâche est inhabituel d'après notre analyse.

Le premier type de tâche (T_{CIRa}), qui est le type de tâche le plus général où il est demandé de réaliser un schéma de circuit, est absent du manuel Bordas. Les manuels Bréal et Nathan y travaillent, mais il s'agit du sous-type de tâche le moins demandé parmi tous les sous-types de tâches qui relèvent de T_{CIR} . Les fréquences relatives d'apparition de ce sous-type de tâche sont très basses voire nulles. Un autre type de tâche qui présente des pourcentages très bas, est T_{CIRb} , où il est laissé à la charge de l'élève de choisir les conventions et les orientations à utiliser dans le circuit.

Un autre sous-type de tâche peu demandé est celui qui correspond à la représentation de la flèche tension pour la résistance (une des variation de T_{CIRe}). On peut l'expliquer, car nous savons que l'intérêt de la modélisation porte non pas sur les résistances, mais sur la tension aux bornes du condensateur ; et le condensateur est donc l'élément du circuit pour lequel il sera le plus demandé de représenter sa tension, grâce à une flèche selon la convention récepteur. Il faut se rappeler que la nouveauté par rapport au dipôle RC dans ce chapitre, est justement l'introduction pour la première fois du condensateur et l'on s'intéresse donc à étudier sa définition, son principe de fonctionnement, son symbole et surtout l'évolution de la tension à ses bornes, lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension.

v Praxéologie associée au type de tâche T_{CIR}

D'après l'analyse des manuels présentée au paragraphe précédent, nous pouvons conclure que les sous-types de tâches les plus demandés (fait commun aux trois manuels analysés), sont :

T_{CIRc}	Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit (sur le schéma).
T_{CIRd}	Représenter les polarités des armatures du condensateur.
T_{CIRe}	Représenter par une flèche la tension U_C aux bornes du condensateur, en respectant la convention récepteur.

Nous pouvons dire que ces trois sous-types de tâches donnent une idée du travail attendu de l'élève confronté à un problème de circuits électriques : si le circuit n'est pas donné complètement, le maximum qu'on puisse demander à un élève (la plupart du temps) est

d'identifier les polarités des armatures du condensateur, de représenter par une flèche le sens de circulation, du courant puis de représenter la tension aux bornes du condensateur.

Mise en relation avec les programmes officiels

Pour comprendre pourquoi certains des sous-types de tâches associés au type de tâche T_{CIR} sont plus demandés que d'autres, il suffit de regarder les connaissances et le savoir-faire exigibles demandés par le programme officiel de Physique :

<i>Nom du sous – type de tâche</i>	<i>Description du sous – type de tâche</i>	<i>Connaissances et Savoir – faire exigibles (cf. Programme de Physique)</i>
T_{CIRd}	Représenter les polarités des armatures.	Connaître la représentation symbolique d'un condensateur. Noter les charges des armatures du condensateur.
T_{CIRc}	Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit (sur le schéma).	En utilisant la convention récepteur, savoir orienter un circuit sur un schéma, et
T_{CIRe}	Représenter par une flèche la tension u_C aux bornes du condensateur, en respectant la convention récepteur.	représenter les différentes flèches tensions ³³

Une fois qu'on met en relation ce qui a été observé dans les manuels (en particulier ce qui est demandé dans les exercices des manuels) par rapport au type de tâche 1, on comprend bien les raisons pour lesquelles la tâche de construction d'un schéma du circuit pour une situation particulière est très peu présente dans le manuel. Le programme établit que l'exigence maximum est que l'élève apprenne à orienter le circuit en représentant les différentes flèches tensions (principalement le condensateur, mais aussi la résistance et parfois le générateur) ; représenter la flèche pour l'intensité et noter les charges des armatures du condensateur. Même si ce parcours à réaliser n'est pas explicitement décrit quelque part dans la partie Cours, on trouve des éléments théoriques pour le faire dans la section Cours des manuels. Mais on trouve aussi des éléments apprenant à l'élève à orienter un circuit, dans les conseils ou commentaires présents dans la solution montrée dans les exercices résolus (nommés ici ER) des trois manuels. Nous allons

³³ « Représenter les différentes flèches tension » signifie « mettre sur le dessin les flèches qui donnent le sens de la tension ».

approfondir ce sujet dans la section suivante, dans le but d'expliciter une praxéologie associée au type de tâche 1.

Sur la partie Cours et Exercices Résolus

Sur l'existence possible d'une technique associée au type de tâche T_{CIR} et en particulier aux trois types de tâches les plus demandées, nous n'avons pas vraiment repéré de technique explicitement décrite dans le contenu du cours.

Par contre, nous avons identifié que le seul contenu théorique du chapitre relatif au type de tâche T_{CIR} portait sur les signes (sens) du courant et des tensions. Ce contenu est donc en relation avec les trois sous-types de tâches T_{CIRc} , T_{CIRd} et T_{CIRe} , comme nous le pouvons vérifier dans le tableau suivant :

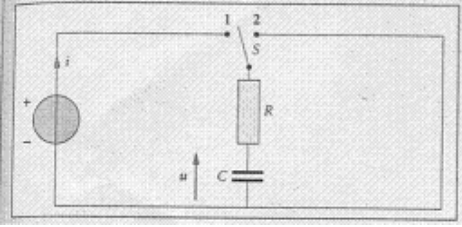
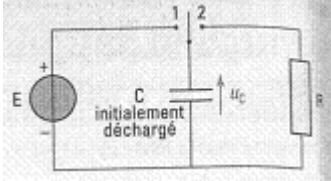
<i>Symbole</i>	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Terracher</i>
T_{CIRa}			
T_{CIRb}			
T_{CIRc}	C.2.3 C.3.2 ER.1/1- <i>commentaire</i>		
T_{CIRc}'			C.1.3 ER.1/2- <i>commentaire</i>
T_{CIRd}	C.2.3 C.3.2 ER.1/1- <i>commentaire</i>	C.I.3 C.II.3	C.1.1 C.1.3 C.1.5 ER.1/2 - <i>commentaire</i>
T_{CIRe}	C.3.2 ER.1/1- <i>commentaire</i>	C.I.3 – <i>remarque</i> C.II.3 ER.1/1 - <i>conseils</i>	C.1.5 ER.1/2- <i>commentaire</i>

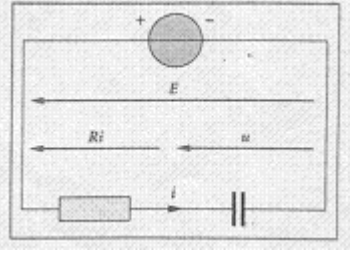
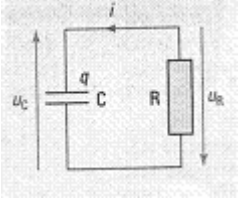
C = partie « Cours », ER = « exercice résolu ».

Il faut mentionner que certaines sections de la partie Cours signalées dans le tableau montrent (grâce à une figure) comment l'on représente le sens de l'intensité et de la tension sur le circuit, mais cette démarche n'est ni vraiment expliquée, ni mentionnée de manière plus détaillée. Seul le manuel Bordas, qui est le plus détaillé des trois, indique dans un paragraphe voisin (cf. section 1.5, page 153) la convention récepteur ; les figures présentes chez Bordas sont beaucoup plus complètes que les figures observées dans le manuel Nathan, celui qui approfondit le moins cette manière de travailler la représentation sur un circuit.

Nous avons voulu montrer, dans le tableau suivant, l'exercice résolu (nommé ici ER) qui apparaît dans les manuels ; nous portons spécialement notre attention sur les commentaires relatifs au type de tâche T_{CIR} . En réalité, aucun des trois exercices résolus ne demandent de mettre en œuvre T_{CIRa} de manière explicite. Par contre, l'ER des manuels Bordas et Bréal réalise ce type de tâche à l'intérieur d'une autre tâche (exemple : écriture de l'équation différentielle pour la tension u_C). Cela nous donne une idée de ce que ce type de tâche, même s'il n'est la plupart du temps pas demandé explicitement, existe de fait à l'intérieur d'autres types de tâches. Une série de conseils ou de commentaires dans la résolution montrée par ces exercices, nous permet de considérer une sorte de « cheminement » à suivre, pour aborder un type de tâche comme T_{CIR} .

Le tableau suivant présente simultanément les trois problèmes résolus lorsqu'ils abordent un type de tâche comme T_{CIR} . Nous voudrions mettre l'accent sur la place du circuit, dans l'énoncé et dans la solution du problème.

<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<u>Bréal</u>
Circuit fourni dans l'énoncé :		
Aucun.		
Tâche à laquelle T_{CIR} est liée :		
Montrer que l'ED du circuit de décharge est de la forme : $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$	On ferme S dans la position 1 à la date $t = 0$. a. Etablir l'ED traduisant les variations de la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps.	Donner, en fonction de R , C et u_C l'expression de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique.

Circuit fourni dans la Solution :		
Aucun.		
Texte en Solution :		
Le circuit de décharge comprend un condensateur et un conducteur ohmique.	Les flèches représentent les tensions aux bornes du générateur (E), du conducteur ohmique (Ri) et du condensateur (C).	Aucun.
Conseil/Commentaire :		
Indiquer l'armature + de C. Noter le sens de circulation du courant et respecter la convention récepteur.	Il faut faire un schéma avec les flèches représentant les tensions aux bornes du G, de la R et du C.	Orienter le circuit en choisissant pour i un sens positif (celui de la flèche). On définit ainsi la plaque de C portant la charge q telle que $i = dq/dt$. On étudie un C et une R en convention récepteur.

Nous pouvons vérifier qu'effectivement, le manuel Nathan (qui privilégie très peu cette tâche de représentation d'un montage ou d'un circuit à l'intérieur du chapitre), ne montre le circuit ni dans l'énoncé du problème, ni dans la résolution fournie, mais par contre c'est l'un des manuels qui établit la technique la plus complète pour le faire. Cette technique décrite comprend les *traces* de techniques présentes aussi dans l'ER des manuels Bordas et Bréal.

Pour la technique τ_{CIR} (décrite ci-dessus par le tableau) associée à certains des sous-types de tâches de T_{CIR} , nous avons trouvé des éléments théoriques dans la partie Cours du chapitre et d'autres éléments à l'intérieur des exercices résolus du chapitre, mais seulement pour certains sous-type de tâches, à savoir celles qui correspondent aux connaissances et savoirs-faire exigibles par le programme officiel de Physique pour la classe de Terminale S. Ces sous - types de tâches sont :

<i>Nom du sous – type de tâche</i>	<i>Description du sous – type de tâche</i>	<i>Technique associée τ_1 (cf. exercice résolu)</i>
		Il faut faire un schéma et prendre en compte qu'il faut :
T_{CIRd}	Représenter les polarités des armatures du condensateur.	Indiquer l'armature positive du condensateur.
T_{CIRc}	Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit (sur le schéma).	Noter le sens de circulation du courant.
T_{CIRe}	Représenter par une flèche la tension u_C aux bornes du condensateur, en respectant la convention récepteur.	Noter les flèches représentant les tensions aux bornes du générateur, de la résistance et du condensateur, en respectant la convention récepteur.
$T_{CIRe'}$	Représenter par une flèche la tension u_R aux bornes de la résistance, en respectant la convention récepteur.	
$T_{CIRe''}$	Représenter par une flèche la tension u_G aux bornes du générateur, en respectant la convention récepteur.	

Ce qui correspond à une **technologie** θ_1 associée à cette technique, figure dans la partie Cours où l'on explique qu'en réalité, cette forme de représentation correspond à une prise en compte de conventions dans le domaine de l'électricité pour désigner les éléments dans le circuit (symboles à utiliser), et pour désigner aussi le signe de l'intensité (polarité dans les armatures du condensateur, sens pour la flèche intensité, convention récepteur pour les tensions, etc).

Comme exemple, nous allons analyser chacun des sous-types de tâches précédemment décrits (c, d et e).

Par rapport au type de tâche T_{CIRc} (représenter sur le schéma, par une flèche, le sens de circulation du courant dans le circuit) et au type de tâche T_{CIRd} (représenter les polarités des armatures du condensateur), nous voyons qu'elles sont deux types de tâches étroitement liés car nous trouvons trace de ce qui pourrait s'appeler une technique associée, dans le texte suivant :

Le sens positif du circuit étant celui indiqué sur la figure (11, ci – dessous), par convention, la charge du condensateur est la charge de l'armature vers laquelle ce sens positif pointe.

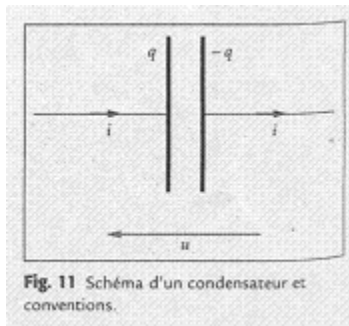


Figure 11, page 130 dans Bordas.

A ce propos, le manuel Bréal indique qu'on choisit arbitrairement un sens positif pour le courant et qu'on note q (positive) la charge de l'armature vers laquelle se dirige la flèche intensité (cf. page 152). Il faut souligner que ce manuel détaille mieux la technique sur le type de tâche T_{CIR} alors que dans le manuel Bordas c'est difficile à comprendre.

Une justification (technologie θ_{CIR}) pour cette convention est donnée par le manuel Bréal :

θ_{CIRc} : Un courant électrique dans un circuit est dû à un déplacement ordonné de porteurs de charge. Dans un métal, ce sont des électrons.

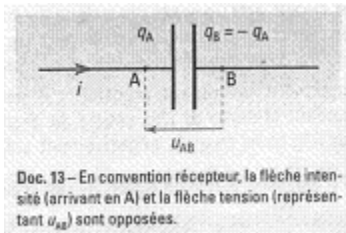
Et en bas d'une figure illustrant cette dernière affirmation (cf. doc. 8, page 152) nous pouvons lire :

θ_{CIRc} : Le sens conventionnel du courant a été choisi en sens contraire du sens du mouvement des électrons. Tout se passe alors comme si une charge q positive traversait la surface S dans le sens du courant, pendant la durée Δt .

Pour le type de tâche T_{CIRc} , nous avons trouvé la technique suivante :

La flèche représentant la tension aux bornes du condensateur sera systématiquement orientée de telle sorte que son sens soit opposé au sens positif choisi pour le courant. Il en était de même pour les récepteurs.

Sur ce point, Bréal présente une section nommée « Convention Récepteur » où grâce à une figure, il est établi que la flèche intensité et la flèche tension sont opposées, en convention récepteur. On ne trouve pas d'autre justification que l'utilisation de cette convention.



Doc. 13, page 153 dans Bréal.

Il faut juste signaler que ces savoirs sur la convention récepteur et sur l'algébrisation de la tension semblent être des savoirs préalables à l'étude de ce chapitre, qui correspondent plutôt à des connaissances acquises en classe de Seconde ou Première S.

La nouveauté par rapport au dipôle RC dans ce chapitre, est justement l'introduction pour la première fois du condensateur (définition, principe de fonctionnement, symbole, flèche tension pour cet élément), et il semble qu'il faille appliquer les connaissances déjà acquises à ce nouvel élément du circuit.

Nous n'avons pu repérer aucune trace de théorie associée à ce type de tâche, à l'intérieur du chapitre.

D Type de tâche T_{ME} « Etablissement de l'équation différentielle dont la tension u_C est solution »

Ce type de tâche correspond à l'établissement d'une équation différentielle à laquelle la tension obéit aux bornes du condensateur u_C , lors de la charge ou de la décharge du condensateur dans un circuit RC. La mise en équation se fait grâce à l'utilisation de lois de Physique, qui sont fournies en classe de Physique par le professeur et que l'élève est censé réutiliser.

Pour le type de tâche T_{ME} , il est attendu de l'élève qu'il fasse appel à des relations entre grandeurs données dans le cours. De manière similaire au type de tâche précédemment décrit, T_{ME} est aussi une macro tâche et elle est aussi une étiquette qui regroupe six sous-types de tâches. T_{MEf} est donc le sous-type de tâche qui est plus général que les autres.

Dans le tableau suivant, nous nous intéressons aux sous-types de tâches relatifs à T_{ME} et que nous subdivisons en six sous-types de tâches :

<i>Symbole</i>	<i>Description</i> (* différentes formulations)
T_{MEa}	*Etablir une relation entre u_R et u_C (grâce à l'utilisation de lois physiques données en cours) *En appliquant la loi d'additivité de tensions, établir une relation entre E , u_R et u_C

T_{MEb}	Exprimer la tension u_R aux bornes de la résistance R en fonction de l'intensité i . (Loi d'Ohm $u_R = Ri$) –loi apprise dès la Première S-
T_{MEb'}	Exprimer la tension u_R aux bornes de la résistance R en fonction de R, C et u_C . ($u_R = RC \frac{du_C}{dt}$)
T_{MEc}	Exprimer l'intensité i en fonction de la charge q du condensateur. ($i = +\frac{dq}{dt}$)
T_{MEd}	Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur ($q = Cu_C$)
T_{MEe}	(à partir des résultats de T_{MEc} et T_{MEd}) *En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de la capacité C et de la tension u_C . *En déduire la relation courant – tension pour un condensateur
T_{MEe'}	Utilisation de la relation constitutive pour le condensateur courant – tension ($i = C \frac{du_C}{dt}$)
T_{MEf}	Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C lors de la charge ou la décharge d'un condensateur dans un circuit RC

Il faut noter aussi l'existence d'un autre type de tâche associé à T_{ME} , celle d'établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q de l'armature A du condensateur (appelée par la suite t_{MEq}). Nous en parlerons plus loin, mais notons déjà que sa fréquence est très basse voire nulle.

Nous ferons ci-dessous une analyse des manuels pour repérer la fréquence d'apparition de ces sous-types de tâches de T_{ME} dans la partie des exercices (non résolus) et de l'Exercice résolu du chapitre.

i Analyse du manuel Nathan

Voici une liste d'exercices du manuel Nathan, où l'un des sous-types de tâches relatifs au type de tâche T_{ME} a été cité au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices comportant au moins un sous-type de tâche de T_{ME}</i>	<i>Nombre d'exercices comportant au moins un sous-type de tâche de T_{ME}</i>
----------------------------	--	---	--

Exercice Résolu (ER)	1	ER.1	1
Exercice : Contrôle de Connaissances (E.CC)	5		0
Exercice : Application de Connaissances (E.AC.)	10	E.AC.7 E.AC.9 E.AC.11 E.AC.12	4
Exercices : Problèmes de Synthèse (E.PS.)	4	E.PS.18	1
TOTAL :	20		6

Seulement 6 exercices sur 20 du manuel Nathan abordent au moins un des sous-type de tâches relatives à cette tâche T_{ME} d'établissement de l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u_C . Nous pouvons constater que le pourcentage d'exercices qui demandent l'établissement d'une équation différentielle par les élèves, n'est pas élevé. Le taux d'apparition est, de façon étonnante, plutôt faible si l'on considère que cette tâche est centrale pour la modélisation du phénomène de charge ou de décharge sur le circuit. Il faudra ensuite repérer lesquels des six sous-types de tâches qui appartiennent à T_{ME} sont présents dans les exercices des trois manuels :

T_{MEa}	T_{MEb}	$T_{MEb'}$	T_{MEc}	T_{MEd}	T_{MEe}	$T_{MEe'}$	T_{MEf}
3/6	2/6	1/6	2/6	2/6	4/6		4/6

Une étude par sous-tâche (en prenant en compte seulement le nombre d'exercices qui abordent T_{ME}) – Manuel Nathan

Pour Nathan, il faut noter que parmi les six exercices qui demandent un des sous-types de tâches de T_{ME} , quatre demandent la totalité des sous-types de tâches de T_{ME} . Les deux autres exercices ne demandent pas l'établissement de l'équation différentielle. Les exercices n°7 et 11 ont pour objectif que l'élève travaille certains des sous-types de tâches associés à T_{ME} , mais le but principal de ces exercices n'est pas l'écriture de l'équation différentielle.

Seuls 4 exercices sur 6 dans Nathan, demandent véritablement l'établissement d'une équation différentielle (T_{MEf}), ce qui représente 20% de l'ensemble des exercices du chapitre.

Nous pouvons constater que les sous-types de tâche les plus demandés sont T_{MEe} « en déduire la relation courant-tension », T_{MEf} « établir l'ED » et ensuite T_{Mea} , qui traitent de l'utilisation de la loi des tensions dans le circuit (une tâche liée aussi à la mise en équation). Dans les sous-type de tâches moins demandés, on trouve l'application de la loi d'Ohm de manière explicite (T_{MEb} , -cette loi est apprise dès la Seconde).

Il faut noter que pour le manuel Nathan, on trouve deux variations par rapport au sous-type de tâche T_{MEf} (« établir l'équation différentielle »). Les exercices 9 et 12 (page 151) précisent qu'il faut s'appuyer sur la loi d'additivité des tensions pour arriver à l'écriture de l'équation différentielle. Il faut dire aussi que dans l'exercice résolu (page 149), la consigne est formulée de façon particulière :

t_{MEf1} : « Montrer que l'équation différentielle du circuit de décharge est de la forme $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$ ».

L'ED est donnée, et l'élève sait qu'il faut arriver à donner une réponse sous une certaine forme.

Conclusion du manuel Nathan

Nous trouvons que ce manuel propose des exercices qui guident l'activité de l'élève pour l'établissement de l'équation différentielle relative à la tension aux bornes du condensateur u_C . Certaines des sous-tâches préalables à la mise en équation sont demandées de manière explicite, par exemple, il est explicitement indiqué de s'aider de la loi d'additivité des tensions pour la mise en équation.

ii Analyse du manuel Bordas

Voici une liste d'exercices du manuel Bordas où l'un des sous-type de tâches relatifs au type de tâche T_{ME} est présent au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices comportant au moins un sous-type de tâche de T_{ME}</i>	<i>Nombre d'exercices comportant au moins un sous – type de tâche de T_{ME}</i>
Exercice Résolu (ER)	1	ER.1	1
Exercices : Exercices (E.E.)	22	E.E.23 E.E.27	3
Exercices : Bac (E.BAC.)	1	E.BAC.32	1
TOTAL :	24		4

Seulement quatre sur vingt-quatre des exercices présents dans le manuel Bordas demandent l'établissement d'une équation différentielle. Parmi ces quatre exercices figurent l'exercice résolu du chapitre et un exercice issu des annales du BAC (cf. exercice n°32), tous les deux intitulés « Charge et décharge du condensateur ».

Sur les 4 exercices où cette tâche est travaillée, la seule tâche demandée dans ces exercices du manuel est littéralement « l'établissement de l'équation différentielle » (T_{MEf}), sans tâche préalablement demandée pour aboutir à l'écriture de cette équation différentielle. On sous-entend que cette écriture de l'ED demande de manière implicite de mettre en œuvre les autres sous-types de tâches, dans ce manuel, mais toute liberté dans la résolution est laissée à l'élève. Voici deux exemples :

27 Charge d'un condensateur déjà un peu chargé ★★
 La f.é.m. du générateur (Fig. 10) est $E = 12,0 \text{ V}$. La capacité du condensateur est $C = 245 \text{ nF}$ et la résistance R vaut $5,10 \text{ k}\Omega$. Au moment où on ferme l'interrupteur S , la tension aux bornes du condensateur est $u = 3,25 \text{ V}$.

1. Écrire l'équation différentielle à laquelle obéit la tension aux bornes du condensateur au cours de la charge.
2. Résoudre cette équation en tenant compte des conditions initiales inhabituelles.
3. Montrer qu'en appelant u_C la tension initiale aux bornes du condensateur et E la f.é.m. du générateur, la tension u aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = u_C e^{-\frac{t}{\tau}} + E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Exercice 27, page 144 dans Bordas

32 Charge et décharge d'un condensateur
 On considère le circuit ci-dessous.

Fig. 33 $E = 5 \text{ V}$; $R = 10 \text{ k}\Omega$; $C = 100 \text{ nF}$.

1. On s'intéresse à ce qui se passe quand l'interrupteur est en position 1.
 - a. Appliquer les relations existant entre les grandeurs électriques (intensité et tensions) dans le circuit pour trouver l'équation liant la tension u_{BD} , sa dérivée par rapport au temps et les caractéristiques des composants du circuit (équation différentielle de charge). On précisera avec soin les conventions et orientations choisies.

Extrait de l'exercice 32, page 144 dans Bordas.

Un exercice (cf. exercice n°24, page 143) demande le sous-type de tâche T_{MEq} (« établir l'équation différentielle de la charge »). Voici un extrait de l'énoncé de l'exercice :

$t_{MEq,1}$: Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q de l'armature A du condensateur.

Conclusion du manuel Bordas

C'est le manuel qui présente le type de tâche T_{ME} (« établir l'équation différentielle de la tension u_C ») la plus ouverte, sans guider l'élève pour le faire. Nous pensons trouver plus d'éléments pour réaliser cette mise en équation, à l'intérieur de la partie Cours du chapitre. Il faut souligner aussi l'apparition d'un type de tâche inhabituel : T_{MEq} .

iii Analyse du manuel Bréal

Voici une liste d'exercices du manuel Bréal où l'un des sous-types de tâches relatifs à T_{ME} est présent au moins une fois.

Nom de la catégorie	Nombre d'exercices dans cette catégorie	Exercices comportant au moins un sous-type de tâche T_{ME}	Nombre d'exercices comportant au moins un sous-type de tâche de T_{ME}
Exercice Résolu (ER)	2	ER.1	1

Exercice: Tester Ses Connaissances (E.TSC.)	7		0
Exercice : Appliquer Le Cours (E.ALC.)	16	E.ALC.18	1
Exercice : Réussir au Bac (E.RAB.)	4	E.RAB.26 E.RAB.27	2
TOTAL :	29		4

Quatre exercices sur vingt-quatre du chapitre demandent l'établissement de l'équation différentielle pour la tension aux bornes du condensateur u_C , ou pour la charge q du condensateur.

Liste d'apparition des sous-types de tâches pour T_{ME} :

T_{MEa}	T_{MEb}	$T_{MEb'}$	T_{MEc}	T_{MEd}	T_{MEe}	$T_{MEe'}$	T_{MEf}
1/4	2/4	3/4	3/4	3/4	2/4		3/4

Une étude par sous-tâche (en prenant en compte seulement le nombre d'exercices qui abordent T_{ME}) –Manuel Bréal-

Trois exercices sur quatre demandent l'établissement de l'équation différentielle pour la tension u_C . Les exercices 18 et 27 montrent qu'une suite d'étapes antérieures à l'établissement de l'équation différentielle, peut guider le travail de l'élève. Par exemple, dans l'exercice n°18 on trouve :

$t_{MEb'.1}$: Exprimer la tension u_{BD} (u_R) aux bornes de la résistance R en fonction de R , C et u_{AB} (u_C)

et immédiatement après :

t_{MEf} : En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t)$.

Nous observons un guidage des actions de l'élève pour arriver à l'écriture de l'équation différentielle recherchée, similaire au guidage montré dans le manuel Nathan mais cette fois, la tâche est légèrement différente : il faut réécrire u_R en fonction de u_C , et cette demande est explicite.

Le quatrième exercice (n°26, page 170) demande l'établissement de l'équation différentielle, mais pour la charge du condensateur (T_{MEq}).

Conclusion sur le manuel Bréal

Ce manuel propose une série d'exercices où des tâches précédentes à la mise en équation guident l'élève dans son travail (mise en relation des grandeurs pour tout écrire en fonction de u_C ou de sa dérivée), de manière similaire à Nathan. Nous observons aussi une apparition de la tâche t_{MEq} , tâche inhabituelle dans un des exercices du chapitre.

iv Conclusion sur le type de tâche T_{ME} d'après l'analyse des manuels

Voici un tableau qui donne les fréquences d'apparition pour les trois manuels analysés pour chaque sous-type de tâche :

<i>Manuel</i>	T_{MEa}	T_{MEb}	$T_{MEb'}$	T_{MEc}	T_{MEd}	T_{MEe}	$T_{MEe'}$	T_{MEf}
<i>Nathan</i>	3/6	2/6	1/6	2/6	2/6	4/6		4/6
<i>Bréal</i>	1/4	2/4	3/4	3/4	3/4	2/4		3/4

Nous pouvons dire qu'en général la fréquence d'apparition de ce type de tâche T_{ME} dans les manuels n'est pas importante (20% pour Nathan et Bordas, et seulement 14% pour Bréal). Le manuel Bordas ne procède pas au découpage de cette tâche en petites sous-tâches intermédiaires, et les manuels Bréal et Bordas sont ceux qui demandent l'établissement de l'équation différentielle pour la charge $q(t)$ dans le condensateur (voir exercice n°24 du manuel Bordas et n°26 du manuel Bréal).

Le sous-type de tâche T_{MEc} est le seul qui apparaisse avec plus de fréquence dans deux des manuels (Nathan et Bréal), et cette sous-tâche correspond à un savoir-faire qui doit être appris par

l'élève en classe de Terminale S : « savoir exploiter la relation $q = Cu$ ». Cette tâche est primordiale pour arriver à l'écriture de l'équation différentielle demandée.

Ce qui est frappant aussi, c'est la diversité des manuels concernant à cette tâche. Evidemment, cela joue sur un petit nombre d'exercices, donc les pourcentages ne sont pas très significatifs.

v Praxéologie associée au type de tâche T_{ME}

Mise en relation avec les programmes

Nous voyons bien qu'il est important, dans les connaissances et savoirs exigibles envisagés dans les programmes, que l'élève soit capable d'« effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur, ou la charge de celui-ci lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension ».

Il faut signaler que lorsque le programme parle de résolution analytique, il fait référence à l'établissement de l'équation différentielle et à la vérification de ce qu'une solution analytique proposée y satisfait, ainsi qu'à la détermination des constantes à partir des paramètres du circuit et des conditions initiales.

Il faut signaler aussi que l'accent mis par Nathan et Bréal sur les tâches T_{MEc} et T_{MEd} correspond bien à ce qui est considéré comme devant être acquis en classe par les programmes officiels:

<i>Nom du sous – type de tâche</i>	<i>Description du sous – type de tâche</i>	<i>Connaissances et Savoir – faire exigibles (cf. Programme de Physique)</i>
T_{MEc}	Exprimer l'intensité i en fonction de la charge q du condensateur.	Connaître la relation charge–intensité ... et charge–tension pour un condensateur en convention récepteur ; connaître la signification de chacun des termes et leur unité.
T_{MEd}	Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur.	

Et aussi :

$T_{MEb'}$	Exprimer la tension aux bornes de la résistance u_R en fonction de R , C et u_C	Savoir exploiter la relation $q = C u_C$.
------------	---	--

T_{MEe}	En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de la capacité C et de la tension u_C .	Savoir exploiter la relation $q = C u_C$.
-----------	--	--

Nous considérons aussi ces deux derniers sous-types de tâches (T_{MEb} , y T_{MEe}) comme des tâches habituellement demandées aux élèves, et nous le vérifions grâce aux pourcentages obtenus lors de notre analyse des manuels.

Par rapport au sous-type de tâche T_{MEb} , « Exprimer la tension aux bornes de la résistance u_R en fonction de R , C et u_C . ($u_R = RC \frac{du_C}{dt}$) », signalons que pour les manuels Nathan et Bréal cette tâche est très importante pour la réécriture de la tension u_R en termes de u_C , car la relation obtenue $u_R = RC \frac{du_C}{dt}$ est primordiale pour convertir l'expression issue de la loi d'addition de tensions

$$u_C + u_R = 0$$

en une expression en termes de u_C et de la dérivée de u_C , qui est justement l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur :

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$$

Une autre façon de trouver cette expression passe par la loi d'Ohm (T_{MEb}), car il est possible d'exprimer u_R en fonction de u_C en utilisant la loi $u_R = Ri$, et en utilisant aussi la relation $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ (sous-type de tâche T_{MEc} et T_{MEd}). On arrive donc à l'expression $u_R = Ri = RC \frac{du_C}{dt}$.

Par un raisonnement analogue pour le sous-type de tâche T_{MEe} il est important aussi d'obtenir la relation de l'intensité en fonction de la tension $i = C \frac{du_C}{dt}$. On reprend la loi d'addition de tensions $u_C + u_R = 0$, et on utilise la loi d'Ohm pour obtenir $u_R = Ri$, puis on utilise la relation intensité-tension pour aboutir à l'équation différentielle $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$.

Finalement, on n'a pas deux techniques différentes pour réaliser le sous-type de tâche T_{MEb} , car la seule différence que l'on trouve c'est l'ordre d'utilisation des lois.

Sur la partie Cours et Exercices Résolus

Ces quatre sous-types de tâches ($T_{MEb'}$, T_{MEc} , T_{MEd} et T_{MEe}) montrent bien le type de travail qui est laissé à la charge de l'élève, dans l'établissement d'une équation différentielle pour modéliser une tension dans le circuit. Il faut remarquer qu'à cette étape de notre travail, la démarche de modélisation (telle qu'elle est établie par les programmes officiels) n'est pas très présente dans le travail à la charge de l'élève, on trouve qu'une partie de la démarche de modélisation décrite au Chapitre I étant données les actions qui devait réaliser l'élève.

La démarche d'établissement d'une ED suit une certaine forme établie dans la partie Cours du manuel, où il est expliqué de manière plus ou moins détaillée comment arriver à établir une expression de ce type. Dans le tableau suivant, les sections du Cours sont indiquées. Il y est expliqué comment réaliser la mise en équation pour la charge ou décharge d'un condensateur, et certains éléments théoriques y sont données pour réaliser d'autres sous-types de tâches :

<i>Symbole</i>	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Bréal</i>
T_{MEa}	ER.1/1 - <i>commentaire</i> (1) ER.1/1 - <i>solution</i>		ER.1/2 - <i>commentaire</i> (6) ER.1/2 - <i>solution</i>
T_{MEb}	(2) ER.1/1 - <i>solution</i>		(1) RE.1/2 - <i>solution</i>
$T_{MEb'}$	ER.1/1 - <i>commentaire</i>		(5) ER.1/2 - <i>solution</i>
T_{MEc}	C.2.3 (3) ER.1/1 - <i>solution</i>	C.I.3	C.1.3 (2) ER.1/2 - <i>solution</i>
T_{MEd}	C.3.2 ER.1/1 - <i>commentaire</i> (4) ER.1/1 - <i>solution</i>	C.II.2	C.1.4 (3) ER.1/2 - <i>solution</i>
T_{MEe}	ER.1/1 - <i>commentaire</i>		(4) ER.1/2 - <i>solution</i>
$T_{MEe'}$		C.II.3	
T_{MEc}	C.4.2.A - <i>charge</i>	C.III.3 - <i>charge</i> C.IV.2 - <i>décharge</i> ER.1/1 - <i>conseil voir</i>	C.2.2 - <i>charge</i> C.2.3 - <i>décharge</i>

	ER - <i>décharge</i>	<i>C.III.3</i>	(7) ER.1/2 - <i>solution</i>
	(5) ER.1/1 - <i>solution</i>	(2 fois)	

C = partie Cours, ER = exercice résolu.

Tableau 4: Sur la partie Cours et l'Exercice Résolu

Nous voyons bien ici que seuls les sous-types de tâches T_{MEC} , T_{MEd} et T_{MEf} qui sont en relation avec des savoir-faire à acquérir font appel à des éléments théoriques du Cours pour être réalisées.

Le manuel Bordas est le seul où le sous-type de tâche T_{MEe} soit présent (« établissement d'une relation *constitutive* pour le condensateur, en réalité la relation $i = C \frac{du_C}{dt}$ »), alors que dans les deux autres manuels, il faut la déduire chaque fois que nécessaire). Pour le manuel Bordas, une fois que cette relation est établie dans la section Cours, elle peut être utilisée sans être déduite à chaque fois.

Pour le sous-type de tâche T_{MEf} qui correspond à l'établissement de l'équation différentielle pour la tension (cette tâche comprend les cinq autres sous - types de tâches), il est montré comment obtenir une équation différentielle pour la charge et décharge du condensateur. Nathan est le seul manuel qui travaille, seulement dans la partie théorique, sur l'étude de la charge du condensateur. Ci-après, nous présentons une étude plus détaillée de cette démarche montrée dans les manuels, à propos de la mise en équation pour la charge/décharge d'un condensateur.

Nous avons ajouté dans le tableau 5 l'information comme quoi l'exercice résolu (ER) de chaque manuel travaille, ou non, une des tâches relatives à T_{ME} . Nous avons aussi indiqué s'il y a un commentaire ou un conseil à propos de cette tâche, dans la solution affichée de l'exercice. Nous interprétons un tel commentaire comme une sorte de méthode à suivre, quand l'élève se trouve en face d'une situation similaire. Le manuel Nathan étudie la décharge, du condensateur et la mise en équation pour cette décharge au moyen d'un exercice résolu. Dans la partie suivante, nous analysons quelques aspects des conseils ou commentaires à propos de cette tâche :

<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Bréal</i>
Tâche à laquelle t_{ME} est liée :		
Montrer que l'ED du circuit de décharge est de la forme : $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$	1.On ferme S dans la position 1 à la date $t = 0$. Etablir l'ED traduisant les variations de la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps. 3.L'interrupteur est fermé dans la position	En utilisant la loi d'addition de tensions, établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par la tension u_C .

	2. Ecrire l'ED à laquelle obéit u au cours de cette phase de l'expérience.	
Conseil/Commentaire :		
Exprimer la loi d'additivité de tensions (établie en Première S). Exprimer tous les termes en fonction de u_c .	Reprendre la méthode du cours pour mettre en équation la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension. (même conseil pour 1 et 3).	La loi d'additivité de tensions dans un circuit série a été établie en Première S.

Tableau 5: Sur l'Exercice Résolu (ER)

Voici un tableau qui permet de repérer les différences, et surtout les similitudes, entre les méthodes proposées par les trois manuels. D'abord, on étudie la charge du condensateur :

	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Bréal</i>
Charge	<p>Choisir comme origine des dates ($t=0$) la date à laquelle on ferme l'interrupteur.</p> <p>Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$.</p> $u_c + Ri = E$ <p>Des relations $q = Cu_c$ et</p> $i = \frac{dq}{dt}, \text{ nous tirons}$ $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}.$ <p>En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons :</p> $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$	<p>Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$.</p> $u_c + Ri = E$ <p>En dérivant $q = Cu_c$, on obtient $i = C \frac{du_c}{dt}$.</p> <p>En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons :</p> $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$	<p>Fermer l'interrupteur. Orienter le circuit en convention récepteur.</p> <p>Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$.</p> $u_c + u_R = E$ $u_R = Ri = R \frac{dq}{dt}$ $q = Cu_c \Rightarrow u_R = RC \frac{du_c}{dt}$ <p>En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons :</p> $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$

Tableau 6: La charge du condensateur

La seule différence entre les manuels est que Nathan et Bréal travaillent sur un raisonnement analogue mais légèrement différent : alors que Bréal propose d'exprimer directement la tension aux bornes de la résistance u_R en termes de R , C et u_c , Nathan reformule l'intensité en termes de tension u_c , puis l'introduit dans la loi d'Ohm, et on obtient le même résultat.

D'un autre côté, Bordas a la même démarche que Nathan, et en dérivant la relation $q = Cu_c$ on obtient $i = C \frac{du_c}{dt}$, « cette relation est *constitutive* du condensateur, comme la relation $i = \frac{u}{R}$ est constitutive d'un conducteur ohmique (Bordas, page 132). En ce qui concerne l'établissement de l'équation différentielle dont u_c est solution, cette dernière relation $q = Cu_c$, appelée aussi relation courant-tension, est directement utilisée pour arriver rapidement à l'équation différentielle souhaitée.

Il faut noter aussi que Bréal est le seul manuel qui explicite l'utilisation de la loi d'Ohm, les deux autres utilisant directement Ri au lieu de u_R (tension aux bornes de la résistance). Il nous semble qu'une raison à cela pourrait être que cette loi ait été apprise dès la classe de Seconde, et il est donc attendu de l'élève qu'il connaisse bien, ce qui explique son absence d'explicitation dans la méthode proposée.

La démarche pour étudier et modéliser la décharge du condensateur par une équation différentielle est très semblable, sauf que dans ce cas, la valeur de la tension aux bornes du générateur (normalement nommée E) est nulle (donc $E=0$).

	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Bréal</i>
Décharge	Non, dans la partie Cours. Décharge du condensateur étudié dans l'Exercice Résolu.	Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$. $u_c + Ri = 0$ En dérivant $q = Cu_c$, on obtient $i = C \frac{du_c}{dt}$. En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons : $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = 0$	Fermer l'interrupteur. Orienter le circuit en convention récepteur. Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$. $u_c + u_R = 0$ $u_R = Ri = R \frac{dq}{dt}$ $q = Cu_c \Rightarrow u_R = RC \frac{du_c}{dt}$ En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenons : $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = 0$

Tableau 7: La décharge du condensateur

Les méthodes de la partie Cours, et les conseils ou commentaires dans la partie Exercice Résolu, nous permettent de proposer une technique associée à la tâche T_{ME} « Etablissement de l'équation différentielle dont la tension u_c est solution », comme l'illustre le tableau suivant, en

ajoutant le sous-type de tâche associé ainsi que la mise en équation qui correspond à la réalisation de chaque sous-tâche.

Technique τ_{ME} associée à T_{ME}	Nom du sous – type de tâche associé	Description du sous – type de tâche	Mise en équation
Choisir comme origine de dates ($t=0$) la date à laquelle on ferme l'interrupteur.			
Orienter le circuit en convention récepteur.	T_{CIR}		
Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$. (acquise en Première S)	T_{MEa}	En appliquant la loi d'additivité de tensions, établir une relation entre u_R et u_C	$u_C + u_R = 0$
Appliquer la loi d'Ohm (implicite, acquise en Seconde)	T_{MEb}	Exprimer la tension aux bornes de la résistance u_R en fonction de l'intensité i .	$u_R = Ri$
Appliquer la relation intensité–charge.	T_{MEc}	Exprimer l'intensité i en fonction de la charge q du condensateur.	$i = \frac{dq}{dt}$
Appliquer la relation charge – tension.	T_{MEd}	Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur	$q = Cu_C$
En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de la capacité C et de la tension u_C à partir des relations charge – intensité et charge – tension.	T_{MEe}	En déduire l'expression de l'intensité i en fonction de la capacité C et de la tension u_C .	$i = C \frac{du_C}{dt}$
En dérivant $q = Cu_C$, on obtient la relation courant – tension.	$T_{MEe'}$	En déduire la relation constitutive du condensateur..	$i = C \frac{du_C}{dt}$
En substituant, on obtient l'ED pour $u_C(t)$.	T_{MEf}	Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C	$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$

L'information ci-dessus nous permet de vérifier qu'il y a des tâches, comme choisir une origine de dates, importantes pour l'établissement d'une équation, mais qui semblent exister de

manière implicite dans ce qu'on a observé dans le manuel. Cette tâche semble exister car elle est prise en compte dans les méthodes du cours, mais nulle part n'est établie l'importance de fixer dès le départ un temps t_0 à partir duquel on va étudier un phénomène (dans notre cas, la charge ou la décharge du condensateur). L'importance de cette précision peut se révéler plus tard, lorsque l'élève, face à une démarche de modélisation d'un phénomène, doit reformuler certains résultats mathématiques dans les termes de ce qui s'est passé dans le circuit (interprétation physique).

Notre première impression sur l'insertion du type de tâche T_{CIR} (relative à la réalisation du schéma du circuit) semble être vérifiée : il est nécessaire de réaliser cette tâche (qui est en elle-même une grande tâche), même si elle n'est pas requise de manière implicite à chaque fois que la mise en équation est demandée, car les schémas affichés servent à considérer entre autres les signes des tensions ainsi que les signes des relations à utiliser. Quand on travaille dans la convention récepteur, on sait qu'on choisit de travailler dans les signes positifs de l'intensité.

Finalement, nous voyons aussi que ce sous-type de tâche t_{MEf} suppose de manière implicite la réalisation de chacun des sous-types de tâches précédents (T_{MEa} à T_{MEe}). L'énoncé d'un problème dans un manuel comme Bordas, qui demande directement l'établissement d'une équation différentielle pour la tension u_C , exige donc de l'élève qu'il mette en place tous les autres sous-types de tâches pour pouvoir réussir la mise en équation.

Un dernier commentaire par rapport à la tâche T_{MEq} (établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q de l'armature A du condensateur) : il n'existe pas de technique explicite associée à cette sous-tâche, qui en réalité est très peu demandée (seuls 2 exercices sur un total de 73, la demandent) ; mais il est possible de dégager de la méthode proposée pour l'établissement de l'équation différentielle relative à u_C , une variation pour arriver à une réponse à cette tâche.

Ci-dessous, voici une solution possible pour cette tâche (étude pour la décharge du condensateur) :

Fermer l'interrupteur. Orienter le circuit en convention récepteur.

Appliquer la loi d'additivité de tensions à une date $t > 0$.

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} \quad (\text{utilisation de } i = \frac{dq}{dt})$$

$$q = Cu_C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C}$$

En introduisant cette expression dans l'équation précédente, nous obtenions :

$$\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = 0$$

$$RC \frac{dq}{dt} + q = 0$$

On trouve une technique associée au type de tâche T_{MEe} sur la déduction de la relation de la tension u_C à partir de la capacité C et de la charge q .

Les trois manuels montrent la technique τ_{MEe} suivante :

$$\text{Des relations } q = Cu \text{ et } i = \frac{dq}{dt}, \text{ nous tirons : } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt}.$$

Manuel Nathan, page 143.

Nous pouvons dégager des éléments de technologie pour certains des sous-types de tâches de T_{ME} . Par exemple, pour le sous-type de tâche T_{Mea} , une justification de la technique pour établir soit $u_c + u_R = E$, soit $u_c + u_R = 0$, est l'application de la loi d'additivité de tensions (apprise en Première S). De manière analogue, c'est la loi d'Ohm (apprise en Seconde) qui justifie l'écriture de $u_R = Ri$.

Un autre exemple : pour le sous-type de tâche T_{MEc} (exprimer l'intensité i en fonction de la charge q du condensateur), nous pouvons trouver l'explication suivante :

Technologie θ_{MEc} :

Pendant la charge du condensateur, l'intensité i est positive ($i > 0$, fig. 5). La charge qui traverse une section de conducteur pendant une durée dt est positive ; elle est égale aussi à la variation dq de la charge portée par l'armature positive A . L'intensité est donc définie par la relation $i = dq/dt$.

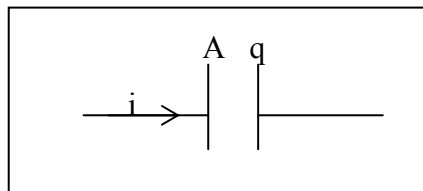


Figure 5

Nathan, page 140.

De plus, il est signalé que « cette formule s'applique à condition que le sens positif choisi pour l'intensité i arrive sur l'armature portant la charge q ».

On trouve aussi une technologie θ_{MEd} associée au type de tâche T_{MEd} (exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur), car la relation charge-

tension se déduit de l'étude de la charge d'un condensateur à courant constant, de la façon suivante :

Expérience

Nous utilisons la convention récepteur. Le générateur idéal de courant débite un courant d'intensité constante dans le sens positif (...).

Interprétation

La courbe (cf. figure 7, écran d'ordinateur, ligne droite) montre que la tension aux bornes du condensateur est positive et que c'est une fonction linéaire du temps. Nous pouvons donc écrire $u = kt$, k étant une constante positive. L'intensité i est constante au cours de l'enregistrement. La relation entre la charge q portée par l'armature A (du condensateur) et l'intensité i à la date t s'écrit donc $i = q/t$ ou encore $q = it$. Nous déduisons $q/u = i/k = \text{constante}$. La charge est donc proportionnelle à la tension ; le coefficient de proportionnalité définit la capacité C du condensateur.

Nathan, pages 141 et 142.

C'est grâce à cette justification théorique qu'est introduite la relation $q = Cu$, nommée aussi relation charge-tension.

Nous n'avons pas trouvé, dans les documents analysés, de trace d'éléments permettant de dégager une théorie Θ associée au type de tâche T_{ME} .

La mise en équation de la tension aux bornes du condensateur u_C semble être un savoir-faire (une technique) où l'élève doit apprendre la même suite d'étapes à réaliser (presque toujours dans le même ordre), pour réussir la modélisation de la charge (ou décharge) d'un condensateur dans un dipôle RC.

E Type de tâche T_{RED} « Résolution de l'équation différentielle, détermination des constantes »

Ce type de tâche porte sur la résolution d'une équation différentielle de premier ordre, à coefficients constants de la forme $y + A \frac{dy}{dt} = B$. La détermination des constantes correspond à la tâche de trouver les valeurs des constantes A et B grâce à des conditions initiales.

Par la suite, nous nous intéresserons à la résolution des équations différentielles de la tension aux bornes du condensateur u_C , qui a été discutée antérieurement (type de tâche T_{ME}) et nous avons deux possibilités à traiter :

- $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$ (cas de la charge du condensateur).
- $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$ (cas de la décharge du condensateur).

Nous appellerons ce type de tâche en particulier « résolution de l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur u_C », notée T_{RED} dans le texte.

Nous associons le type de tâche T_{REDq} à la résolution de l'équation différentielle pour la charge q du condensateur, apparue dans deux des manuels analysés.

Nous allons diviser le type de tâche T_{RED} (« résolution de l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur u_C ») en cinq sous-types de tâches, de la façon suivante :

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
T_{REDa}	Résoudre l'équation différentielle établie, vérifiée par u_C .
$T_{REDa'}$	Vérifier qu'une fonction donnée (u_C) est une solution d'une équation différentielle.
T_{REDb}	Préciser la condition initiale pour $u_C(t)$.
T_{REDc}	<i>(étant donné une solution générale $u_C(t) = a x e^{bt}$ pour l'équation différentielle)</i> Déterminer les constantes a et b à partir des paramètres du circuit et/ou des conditions initiales.
T_{REDd}	Déterminer complètement l'expression de $u_C(t)$ en fonction du temps et des caractéristiques du circuit.
T_{REDe}	Donner l'allure de la courbe $u_C(t)$ observée lors de la charge ou de la décharge.

i Analyse du manuel Nathan

Voici une liste d'exercices du manuel Nathan où l'un des sous-types de tâches relatifs au type de tâche T_{RED} est présent au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où est apparu au moins une fois un des sous – types de tâches de T_{RED}</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	1	ER.1	1
Exercice : Contrôle de	5		0

Connaissances (E.CC)			
Exercice : Application de Connaissances (E.AC.)	10	E.AC.9 E.AC.12	2
Exercices : Problèmes de Synthèse (E.PS.)	4	E.PS.18	1
TOTAL :	20		4

Quatre exercices sur vingt du manuel Nathan demandent d'établir l'équation différentielle pour la tension aux bornes du condensateur, et donc de la résoudre.

Les sous-types de tâches associés à T_{RED} sont :

T_{REDA}	$T_{REDA'}$	T_{REDB}	T_{REDC}	T_{REDD}	T_{REDE}
	4/4	2/4	3/4	2/4	

Sur ces quatre exercices du manuel, la « résolution » de l'équation différentielle (qui a été établie préalablement) revient en fait à vérifier qu'une fonction solution (qui est toujours donnée dans l'énoncé) est une solution générale de l'équation ($T_{REDA'}$).

Parmi ces 4 exercices, la moitié (exercice n°9 et exercice résolu) demande à l'élève d'établir eux-mêmes la condition initiale nécessaire pour trouver une solution particulière (T_{REDB}). Dans le cas de la décharge du condensateur, cette condition initiale est en fait la valeur de la tension aux bornes du condensateur à l'instant zéro. En $t = 0$ la tension lors de la décharge est maximale. Prenons un exemple :

$t_{REDB,1}$: Vérifier que $u_C = U_m e^{-\frac{t}{RC}}$ est solution de l'équation différentielle précédente. En déduire la valeur de U_m en admettant que la charge initiale du condensateur est maximale.

Exercice résolu, page 149.

Il faut bien noter que le travail d'interprétation physique que l'élève doit effectuer pour déterminer la condition initiale pour $u_C(t)$ est important car il faut dans ce cas utiliser la courbe de

$u_C(t)$ fournie dans l'énoncé, pour lire des informations ainsi qu'une interprétation du phénomène de décharge du condensateur dans le circuit pour établir la « bonne » condition initiale.

Nous pouvons lire, dans la partie Solution, le texte suivant :

D'après l'expression de la tension u_C : à $t = 0$, $u_C = U_m$.

Or, à $t = 0$, le condensateur avait été complètement chargé sous une tension $E = 5,0$ V. Donc, à $t = 0$, $u_C = 5,0$ V.

Donc $U_m = 5,0$ V. Cela est confirmé par la courbe $u_C(t)$ qui indique 5 V à l'intersection avec l'axe d'ordonnée.

Par rapport au type de tâche T_{REDc} « Déterminer les constantes a et b à partir des paramètres du circuit et/ou des conditions initiales », nous pouvons constater que 3 exercices sur 4 montrent dans leurs questions comment faire pour obtenir ces valeurs. Un exemple en est fourni dans l'exercice n°9 :

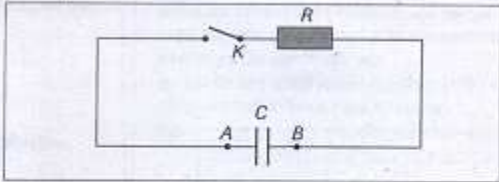
$T_{REDc.1}$: En reportant cette expression (solution $u_C = c + a \times e^{bt}$) dans la relation 1 (équation différentielle), déterminer la valeur des constantes b et c. A $t = 0$, que vaut la tension u_C ? En déduire la valeur du coefficient a.

2 exercices seulement du manuel demandent de déterminer complètement la solution $u_C(t)$ pour l'équation différentielle, c'est-à-dire de réécrire la fonction solution sans paramètres indéfinis.

Le sous-type de tâche demandé à l'élève, à savoir : préciser la condition initiale pour un problème en particulier (T_{REDb}) est parfois demandé, mais nous avons vu que si la condition initiale n'est pas toujours donnée dans l'énoncé, une série de questions guide l'élève pour trouver cette condition. En voici un exemple (exercice n°12, page 151):

12 Décharge d'un condensateur.
Résolution analytique

Un condensateur initialement chargé est inséré dans le montage suivant :



À la date $t = 0$, la charge du condensateur a pour valeur : $q_A = 0,6 \times 10^{-6} \text{ C}$ et on ferme l'interrupteur K .

- Représenter par une flèche le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit.
Représenter par des flèches les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique, en respectant la convention récepteur.
- Établir une relation (1) entre u_R et u_C .
- À l'aide de la relation (1), établir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C .
- Une solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_C = a \times e^{bt}$. Déterminer les constantes a et b . En déduire l'expression de u_C en fonction du temps.

Données
• $R = 15 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$.

Exercice 12 du manuel Nathan, page 151.

Conclusion du manuel Nathan

Ce manuel propose un faible nombre d'exercices (quatre dont l'un est résolu dans le chapitre), où la tâche de résolution de l'équation différentielle se limite à vérifier si une solution donnée est solution. Dans deux des exercices, on observe une liberté laissée à l'élève pour qu'il détermine la condition initiale, même si dans trois cas sur quatre, l'énoncé guide l'élève pour déterminer les valeurs des paramètres dans la solution.

ii Analyse du manuel Bordas

Voici une liste d'exercices cités du manuel Bordas, où l'un des sous-types de tâches relatifs à T_{RED} est présent au moins une fois.

Nom de la catégorie	Nombre d'exercices dans cette catégorie	Exercices où est apparu au moins une fois un des sous-types de tâches de T_{RED}	Nombre d'exercices
Exercice Résolu (ER)	1	ER.1	1

Exercices : Exercices (E.E.)	22	E.E.27	2
Exercices : Bac (E.BAC.)	1	E.BAC.32	1
TOTAL :	24		3

3 exercices sur 22 demandent la résolution de l'équation différentielle.

Sur les 4 exercices qui demandaient l'établissement d'une équation différentielle pour modéliser une situation particulière, un exercice (exercice n°23) ne demande pas de la résoudre mais de travailler sur une courbe donnée. Dans ce cas, une courbe de $i(t)$ est donnée au moyen d'un graphe et il est demandé à l'élève de trouver la constante de temps τ grâce à l'application d'une méthode graphique. Il faut bien signaler que l'exercice n°24 avait demandé l'établissement de l'ED pour la charge $q(t)$ du condensateur (t_{MEq}) mais non sa résolution. C'est la raison pour laquelle ces deux exercices ne demandent pas le sous-type de tâche T_{RED} .

Sur les 3 exercices où est apparu au moins une fois T_{RED} , voici les sous-types de tâches demandés dans leur résolution :

T_{REDA}	$T_{REDA'}$	T_{REDB}	T_{REDC}	T_{REDD}	T_{REDE}
2/3	1/3	2/3		1/3	1/3

Dans ce manuel, on observe que 2 exercices (ER et exercice n°27) sur 3 qui prennent en compte cette tâche, demandent une résolution de l'ED sans proposer de solution.

Signalons qu'un exercice (27) se place dans des conditions inhabituelles : le condensateur est déjà légèrement chargé. Il est demandé dans une première question d'établir l'équation différentielle, de la résoudre pour le cas des conditions données dans une seconde question et ce n'est qu'en troisième question que l'expression de la tension est donnée à vérifier.

27 Charge d'un condensateur déjà un peu chargé ★★
 La f.é.m. du générateur (Fig. 10) est $E = 12,0 \text{ V}$. La capacité du condensateur est $C = 245 \text{ nF}$ et la résistance R vaut $5,10 \text{ k}\Omega$. Au moment où on ferme l'interrupteur S , la tension aux bornes du condensateur est $u = 3,25 \text{ V}$.

1. Écrire l'équation différentielle à laquelle obéit la tension aux bornes du condensateur au cours de la charge.
2. Résoudre cette équation en tenant compte des conditions initiales inhabituelles.
3. Montrer qu'en appelant u_C la tension initiale aux bornes du condensateur et E la f.é.m. du générateur, la tension u aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = u_C e^{-\frac{t}{\tau}} + E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Exercice 27, page 144 du manuel Bordas

Sur le sous-type de tâche T_{REDb} « fixer la condition initiale », on observe que 2 exercices sur 3 laissent ce sous-type de tâche à la charge de l'élève : l'exercice résolu et l'exercice n°32.

Par exemple, dans l'exercice résolu nous voyons apparaître deux fois ce sous-type de tâche, une fois pour le cas de la décharge et une deuxième fois pour la charge :

$t_{\text{REDb},2}$: Charge du condensateur

Résoudre complètement cette équation différentielle en supposant le condensateur non chargé à la date $t = 0$.

$t_{\text{REDb},2}'$: Décharge du condensateur

Résoudre complètement cette équation différentielle, en supposant que S (interrupteur) avait été fermé suffisamment longtemps dans la position 1 pour que la charge du condensateur soit terminée.

Exercice résolu, manuel Bordas, page 139.

Une formulation analogue apparaît dans l'exercice n°32 (qui est d'ailleurs un exercice de type Bac).

$t_{\text{REDb},3}$:

Le condensateur est préalablement déchargé, on ferme le circuit à l'instant $t = 0$ en basculant l'interrupteur en position 1. Quelle est la valeur à l'instant $t = 0$ de la tension u_{BD} (u_C) ?

Exercice n°32, manuel Bordas, page 144.

On observe qu'un seul exercice (n°32) demande la réécriture de la fonction solution particulière à une situation donnée (T_{REdd}), après avoir demandé l'expression générale de la fonction solution.

$t_{RED,1}$: Déterminer complètement l'expression de $u_{BD}(t)$, en fonction du temps et des caractéristiques du circuit.

Exercice n°32, manuel Bordas, page 144.

Il faut dire aussi que l'exercice résolu fait, entre autres, appel au sous-type de tâche T_{REDe} « donner l'allure de la courbe de u_C en fonction du temps ».

Pour finaliser l'analyse de ce manuel, il faut mentionner l'existence de l'exercice n°24 par rapport au type de tâche T_{MEq} (« résolution de l'équation différentielle de la charge q »). La consigne de cet exercice propose à l'élève de « trouver l'expression de $q(t)$ en résolvant l'équation différentielle », et nous pouvons voir dans ce cas la liberté laissée à l'élève pour ce type de question.

Conclusion du manuel Bordas

Nous pouvons dire que le manuel Bordas, à la différence de Nathan, ne propose presque pas de solution dans les exercices. On y trouve plus de liberté, pour l'élève car ce manuel n'indique pas, étape après étape, ce que l'élève doit faire pour déterminer les valeurs des constantes de la solution. Il reste à chercher sous quel type de technique ce type de tâche de résolution a lieu. Il faut souligner aussi le faible nombre d'exercices dans ce manuel où T_{RED} est apparu.

iii Analyse du manuel Bréal

Voici une liste d'exercices du manuel Bréal où l'un des sous-types de tâches relatifs à T_{RED} est présent au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où est apparu au moins l'un des sous – types de tâches de T_{RED}</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	2	ER.1	1
Exercice : Tester Ses Connaissances	7		0

(E.TSC.)			
Exercice : Appliquer Le Cours (E.ALC.)	16	E.ALC.17 E.ALC.18 E.ALC.20	3
Exercice : Réussir au Bac (E.RAB.)	4	E.RAB.26 E.RAB.27	2
TOTAL :	29		6

Alors que 4 exercices sur 24 du chapitre demandent l'établissement de l'équation différentielle, il y a légèrement plus d'exercices (6 sur 29, soit 20%) qui demandent un des sous-types de tâches associés à T_{RED} « résolution d'une équation différentielle ».

Il s'agit de l'introduction de deux exercices atypiques dans cette catégorie : d'une part, l'exercice n°17 qui propose une fonction solution (donc l'équation différentielle n'est plus nécessaire), et demande l'obtention de $q(t)$ et $i(t)$ à partir de cette fonction $u(t)$ et d'autre part, l'exercice n°20 où une équation différentielle est donnée et où une résolution par la méthode d'Euler est demandée. Cette dernière demande est totalement inhabituelle dans les manuels analysés jusqu'ici.

Etudions de plus près la liste d'apparition des sous-types de tâches dont le type de tâche T_{RED} , pour avoir une idée plus détaillée sur ce point dans quatre de ces exercices (n°1, 18, 26, 27) :

T_{REDA}	$T_{REDA'}$	T_{REDB}	T_{REDC}	T_{REDD}	T_{REDE}
	4/4	4/4	4/4		1/4

A partir des résultats observés, nous pouvons conclure que la tâche de résoudre une équation différentielle en prenant en compte une solution donnée avec la consigne de déterminer les paramètres indéfinis dans la solution grâce à une condition initiale ($T_{REDA'}$), est une tâche habituelle dans ce manuel.

Pour mieux illustrer le type d'exercices qui apparaît dans ce manuel, nous allons montrer un extrait de l'énoncé de l'exercice résolu dans Bréal :

$t_{\text{REDc.2}}$:

La solution de cette équation différentielle est du type :

$$u_C(t) = Ae^{kt} + B, \text{ où } A, B \text{ et } k \text{ sont des constantes}$$

a. Déterminer l'expression des constantes B et k à partir des paramètres du circuit.

b. Déterminer l'expression de la constante A à partir de la condition initiale.

Exercice Résolu, manuel Bréal, page 164.

Conclusion du manuel Bréal

Le sous-type de tâche T_{REDa} (« vérifier qu'une fonction donnée est solution de l'équation différentielle ») et le sous-type de tâche T_{REDc} (« détermination des constantes à partir des conditions initiales ») sont les sous-types de tâches les plus habituels apparus dans ce manuel. C'est un faible nombre mais un peu plus que dans les autres manuels.

Par contre, la résolution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler est la seule occurrence de ce type d'exercice dans l'ensemble des trois manuels.

Le sous-type de tâche demandé à l'élève, c'est-à-dire préciser la condition initiale pour un problème en particulier (T_{REDb}), est fréquent, mais nous avons vu que si la condition initiale n'était pas toujours donnée dans l'énoncé, une série de questions guidait l'élève pour trouver cette condition, par exemple :

Quelle est la valeur de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur à $t = 0$? lorsqu'il est chargé ?

Manuel Bréal, exo 18, page 167.

On ferme l'interrupteur K à $t = 0$.

Que se passe-t-il pour le condensateur ?

Manuel Bréal, exo 26, page 170.

« Donner l'allure de la courbe $u(t)$ » (sous-type de tâche T_{REDe}) ou « obtenir la fonction $q(t)$ à partir de $u(t)$ » sont aussi des tâches inhabituelles trouvées dans ce manuel (cette tâche est aussi moins présente dans les deux autres), d'après nos observations issues de l'analyse de ce manuel.

iv Conclusion sur le type de tâche T_{RED} d'après l'analyse des manuels

Le tableau suivant récapitule la répartition dans les trois manuels des sous-types de tâches relatifs à T_{RED} :

Manuels	T_{REDA}	$T_{REDA'}$	T_{REDB}	T_{REDC}	T_{REDD}	T_{REDE}
Nathan		4/4	2/4	3/4	2/4	
Bordas	2/3	1/3	2/3		1/3	1/3
Bréal		4/4	4/4	4/4		1/4

Dans la plupart des exercices des manuels, la résolution de l'équation différentielle se réduit en fait à la vérification qu'une fonction solution donnée satisfait à l'équation différentielle ($T_{REDA'}$), surtout pour les manuels Nathan et Bréal. La formulation de l'énoncé varie, mais le plus souvent elle est « Vérifier que u_C est une solution de l'équation différentielle et respecte la condition initiale donnée ».

Le sous-type de tâche T_{REDB} demandé à l'élève, c'est-à-dire préciser la condition initiale pour un problème en particulier, est fréquent mais nous avons vu que si la condition initiale n'était pas toujours donnée dans l'énoncé, une série de questions guidait l'élève pour trouver cette condition.

« Donner l'allure de la courbe solution $u(t)$ » (T_{REDE}) ou « résoudre l'équation différentielle par des méthodes numériques » (méthode d'Euler), sont aussi des tâches très inhabituelles par rapport à ce qui est normalement demandé dans les manuels.

L'étude ou l'obtention de la fonction $q(t)$ (T_{REDq}) pour le condensateur est aussi rarement demandée, sauf dans deux cas, et l'équation différentielle pour la charge (T_{MEq}) n'est demandée que dans un seul exercice.

v Praxéologie associée au type de tâche T_{RED}

Mise en relation avec les programmes

Le type de tâche T_{RED} se réduit donc à la vérification qu'une fonction donnée est une solution d'une équation différentielle établie. La condition initiale nécessaire pour trouver une solution particulière, est la plupart du temps, donnée grâce à des informations sur le contexte physique, présentes dans le texte de l'énoncé, et l'élève doit reformuler en termes mathématiques ces informations. Cela fait partie du processus de modélisation.

Les sous-types de tâches les plus observés dans les manuels, T_{REDA} et T_{REDC} , peuvent être mis en relation avec l'unique connaissance ou savoir exigibles qu'on trouve dans le programme officiel de Terminale S, à savoir « la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou la charge de celui-ci, lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension ». Citons un extrait du programme officiel à ce sujet :

Dans chaque cas considéré, ce qui est appelé "résolution analytique" dans la colonne des compétences exigibles, comprend : l'établissement de l'équation différentielle, la vérification qu'une solution analytique proposée y satisfait, et la détermination des constantes à partir des paramètres du circuit et des conditions initiales.

(Ministère de l'Education Nationale, 2001b, page 81).

Sur la partie Cours et Exercices Résolus

Pour trouver plus d'éléments sur cette vérification à faire, analysons de plus près la Partie Cours (C) et Exercices Résolus (ER) du manuel pour savoir comment cette vérification est travaillée dans le manuel :

<i>Sous –type de tâche</i>	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Bréal</i>
T_{REDA} et T_{REDA}'	C.4.2.	C.III.3 – charge C.IV.2 – décharge ER.1/1 – conseil voir <i>C.III.3</i> (fréquence 2 fois)	C.2.2 – charge C.2.3 – cf. voir 2.2
T_{REDB}	ER.1/1		ER.1/1
T_{REDC}	ER.1/1		ER.1/1 – commentaire
T_{REDD}			ER.1/1
T_{REDE}			ER.1/1 - commentaire

Des éléments théoriques sur la résolution de l'équation différentielle sont établis dans la partie Cours de chacun des trois manuels. Regardons dans un tableau ci-dessous le récapitulatif de chaque méthode . Nous partons de l'équation différentielle

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E$$

	Nathan	Bordas	Bréal
	<i>De la partie relative à</i>	<i>l'établissement de l'équation</i>	<i>différentielle (cf. tâche 2):</i>
Déf. de t_0	Choisir comme origine des dates ($t=0$) la date à laquelle on ferme l'interrupteur.	...à une date $t > 0$à une date $t > 0$.
Charge	<p>Vérifions que la tension</p> $u(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ <p>où A, B et τ sont constantes à déterminer, est solution de cette équation différentielle. En dérivant l'expression proposée et en reportant dans l'ED, on obtient :</p> $A + Be^{-\frac{t}{\tau}} - RC \frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E$ <p>L'équation doit être vérifiée à chaque instant, on identifie les termes :</p> $\tau = RC \quad A = E$ <p>D'où</p> $u(t) = E + Be^{-\frac{t}{RC}}$ <p>On admet que toutes les solutions sont de cette forme. Comme $u(0) = 0$, on a $B = -E$</p> $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	<p>La tension $u(t)$ doit vérifier cette ED mais l'équation ne détermine pas complètement $u(t)$. Il faut aussi tenir compte des conditions initiales.</p> <p>On cherche $u(t)$ sous la forme :</p> $u(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ <p>En remplaçant la solution dans l'ED, on obtient</p> $A + Be^{-\frac{t}{\tau}} - RC \frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E$ <p>L'équation doit être vérifiée à chaque instant, on identifie les termes :</p> $\tau = RC \quad A = E$ <p>D'où</p> $u(t) = E + Be^{-\frac{t}{RC}}$ <p>On admet que toutes les solutions sont de cette forme. Comme $u(0) = 0$, on a $B = -E$</p> $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$	<p>On reconnaît une ED du premier ordre en u_c dont la solution est du type :</p> $u_c(t) = Ae^{kt} + B$ <p>où A, B et k sont constantes</p> <p>En reportant la solution dans l'ED, on obtient</p> $A(RCk + 1)e^{kt} + B = E$ <p>Comme e^{kt} varie avec le temps, on a</p> $A(RCk + 1) = 0 \quad B = E$ <p>Comme $A = 0$ n'a pas de signification physique, on a</p> $k = \frac{-1}{RC}$ <p>$A t = 0, u_c = 0$ donc</p> $A + B = 0 \text{ et } A = -E$ $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

Il y a une référence à la signification physique dans Bréal, mais juste pour la détermination d'une constante. Pour le cas de la décharge du condensateur, nous n'analysons que le manuel Bordas, car Nathan ne le travaille pas dans le Cours et que Bréal fait référence à ce qui est déjà fait pour la charge (cf. remarque : « il suffit d'appliquer pas à pas la méthode du paragraphe antérieur »). Il faut signaler que le manuel Bréal ne donne pas les mêmes raisons que Nathan et

Bordas pour expliquer pourquoi $\tau = RC$ $A = E$. Le manuel Bréal fournit une raison plus explicite.

Dans Bordas, nous pouvons lire :

On part de l'ED $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = 0$.

Cette ED ne diffère de celle de la charge que par la valeur de la constante présente au second membre.

On vérifie que $Be^{-\frac{t}{RC}}$ est solution.

Pour déterminer B, on prend à nouveau les conditions initiales.

L'origine du temps est le début de la décharge, on écrit : $u(0) = E$, car la tension vaut E à la fin de l'opération de charge.

L'expression de $u(t)$ est donc :

$$u(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

Extrait de Bordas, page 135.

Les résolutions des Exercices Résolus (ER dans le tableau) suivent bien la méthode décrite antérieurement. Comme une fonction solution est donnée, le seul travail qui reste est de reporter la solution proposée dans l'ED, et de trouver la condition initiale à utiliser pour déterminer complètement une solution particulière à l'ED.

L'établissement de la condition initiale par l'élève (T_{REdb}) est associé à une interprétation physique dans l'exercice résolu du manuel Nathan (cf. IV.2.e.i *Analyse du manuel Nathan*). Dans le manuel Bréal, nous pouvons lire dans la partie Solution l'explication suivante :

La condition initiale à $t = 0$ impose $u_c(0) = E$

Commentaires (en marge) : La tension aux bornes du condensateur chargé est égale à la f.e.m.³⁴ E du générateur.

Manuel Bréal, page 164.

Il y a moins de discussion par rapport à l'établissement de la condition initiale d'après le contexte physique, à la différence du manuel Nathan. Par contre, la solution proposée par le manuel Bordas, on se reporte à la Partie Cours pour effectuer la « résolution » de l'équation différentielle.

³⁴ Force électromotrice.

Nous présentons une technique associée au type de tâche T_{RED} « résolution de l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur ». Nous avons vu que cette résolution s'apparentait plutôt à la vérification qu'une fonction solution donnée satisfait à l'équation différentielle établie et à la détermination des valeurs des paramètres grâce à une condition initiale donnée, la plupart du temps, de manière explicite ; mais parfois cette condition initiale est donnée en termes physiques (et une reformulation en termes mathématiques est nécessaire).

Nous tirons de l'analyse de la partie Cours des trois manuels la technique suivante, associée à cette résolution :

Technique $\tau_{RED/C}$ associée à T_{RED} - charge -	Technique $\tau_{RED/D}$ associée à T_{RED} - décharge -	Description du sous-type de tâche
<i>La tension $u(t)$ doit vérifier cette ED mais l'équation ne détermine pas complètement $u(t)$. Il faut aussi tenir compte des conditions initiales.</i>		
ED : $u + RC \frac{du}{dt} = E$	ED : $u + RC \frac{du}{dt} = 0$	T_{ME}
<i>On cherche $u(t)$ sous la forme :</i> $u(t) = A + Be^{\frac{-t}{\tau}}$	<i>On cherche $u(t)$ sous la forme :</i> $u(t) = Be^{\frac{-t}{\tau}}$	T_{REDA}
<i>En dérivant la fonction $u(t)$ et en remplaçant la solution dans l'ED, on obtient</i> $A + Be^{\frac{-t}{\tau}} - RC \frac{B}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}} = E$	<i>En dérivant la fonction $u(t)$ et en remplaçant la solution dans l'ED, on obtient :</i> $Be^{\frac{-t}{\tau}} - RC \frac{B}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}} = 0$ <i>On vérifie que $Be^{\frac{-t}{\tau}}$ est solution.</i>	T_{REDA'}
<i>L'équation doit être vérifiée à chaque instant, on identifie les termes :</i> $\tau = RC \quad A = E$ <i>D'où</i> $u(t) = E + Be^{\frac{-t}{RC}}$		
<i>On admet que toutes les solutions sont de cette forme. Comme $u(0) = 0$, on a $B = -E$</i>	<i>Pour déterminer B, on prend à nouveau les conditions initiales.</i>	T_{REDB} T_{REDC}

$u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$	<p><i>L'origine du temps est le début de la décharge, on écrit : $u(0) = E$, car la tension vaut E à la fin de l'opération de charge.</i></p> <p><i>L'expression de $u(t)$ est donc :</i></p> $u(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$	T_{REDD}
-----------------------------------	--	-------------------------

Une technologie associée à cette technique correspond justement à la détermination d'une fonction solution, soit pour l'ED $u + RC \frac{du}{dt} = E$ soit pour l'ED $u + RC \frac{du}{dt} = 0$.

Cette résolution nous renvoie plutôt au Cours de Mathématiques, comme le manuel Bréal l'indique à propos de la partie Cours sur cette résolution :

Mathématiques

La fonction exponentielle est telle que son taux de variation (sa dérivée) est proportionnelle à elle-même. L'équation différentielle du premier ordre (mettant en jeu une dérivée première) précédemment établie, admet donc une solution de type exponentiel.

Bréal, page 155.

La justification de cette technique (technologie θ_{RED}) en cours de Physique correspond à une justification purement mathématique : elle ne concerne que le domaine mathématique. Nous voyons que le cours de Physique laisse de côté des justifications théoriques pour la résolution de l'équation différentielle, en mettant l'accent sur l'usage de cette manière automatique d'aborder les problèmes de résolution d'une équation différentielle. Cette résolution relève de :

- l'application de la technique $\tau_{RED/C}$ pour le cas de la charge du condensateur.
- l'application de la technique $\tau_{RED/D}$ pour le cas de la décharge du condensateur.

Pour le type de tâche T_{REDDb} « établir une condition initiale en termes mathématiques à partir d'un contexte physique », on ne trouve ni technique, ni technologie associées de manière explicite dans le chapitre, mais nous pouvons en dégager des traces pour le faire dans la partie Cours, car deux cas possibles seulement sont envisagés.

Pour le cas de la charge :

$\theta_{REDDb/C}$: à $t = 0$, la tension $u_C(0) = 0$ (car le condensateur n'est pas chargé au début, cela donne aussi $q(0) = 0$).

Pour le cas de la décharge :

$\theta_{REDb/D}$: à $t = 0$, $u_C(0) = E$, où E est la valeur de la tension aux bornes du générateur.

Pour ce qui concerne la théorie Θ associée au type de tâche T_{RED} , nous n'avons pas trouvé de trace d'une telle théorie dans les manuels et programmes analysés.

F Type de tâche T_I « Obtention de la fonction intensité $i(t)$, calcul de l'intensité I maximale et/ou minimale »

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à un type de tâche bien particulier, celui de l'obtention de la fonction intensité $i(t)$ à partir de la fonction de $u_C(t)$ (nommée ici T_I). Dans un seul cas, nous nous intéressons à l'obtention de la fonction intensité $i(t)$ à partir de la fonction de $q(t)$ (T_{Iq}).

Le tableau suivant présente les trois sous-types de tâches relatifs à T_I :

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
T_{Ia}	(étant donné une fonction solution pour l'équation différentielle $u_C(t)$), en déduire l'expression de l'intensité i en fonction du temps t .
T_{Ib}	Calculer la valeur maximale ou minimale de l'intensité dans le circuit.
T_{Ic}	Donner l'allure de la courbe $i(t)$ lors de la charge ou de la décharge.

Le sous-type de tâche T_{Ia} fait appel à d'autres sous-types de tâches relatifs à T_{ME} (« établissement de l'équation différentielle »), comme il est expliqué plus en détail dans les sections suivantes.

Le sous-type de tâche T_{Ic} appartient au même type que T_{REDe} , car les deux tâches demandent l'allure d'une courbe dont on connaît l'expression de la fonction associée ($i(t)$ pour le premier cas, $u_C(t)$ pour le second).

Par la suite, nous donnons la fréquence d'apparition de ce type de tâche T_1 dans un chapitre en particulier, celui du « Dipôle RC » des trois manuels analysés.

i Analyse du manuel Nathan

Seul l'exercice n°11 (sur 20 exercices, section Application de Connaissances) de Nathan demande la réalisation de T_1 par l'élève.

Voici l'exercice en question :

Charge d'un condensateur.
Variations de l'intensité du courant

Un condensateur de capacité C , initialement déchargé, est placé dans un montage série comprenant : un générateur de tension continue E , un interrupteur K , un conducteur ohmique de résistance R . À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur obéissent alors à la relation :

$$u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

a. Représenter le schéma du montage. Indiquer par des flèches le sens de circulation du courant et les tensions aux bornes des différents dipôles. On appellera A l'armature positive du condensateur.

b. Exprimer l'intensité i du courant en fonction de la tension u_C .

c. En déduire l'expression de i en fonction de t .

d. À $t = 0$, cette intensité est-elle maximale ou minimale ? Donner alors son expression en fonction des paramètres du circuit.

Exercice 11, page 151 dans Nathan.

Dans cet exercice, il est demandé d'obtenir la courbe $i(t)$ à partir d'une fonction $u(t)$ fournie dans l'énoncé. Le passage par l'établissement de l'ED ne paraît pas nécessaire pour ce cas. Il faut souligner que le sous-type de tâche T_{1a} « exprimer i en fonction de t à partir de $u_C(t)$ » peut être résolu par les deux techniques différentes. Pour la première technique, il faut utiliser des connaissances de Physique (utilisation de convention) et pour la seconde, c'est une loi ou un principe. Nous précisons ces deux techniques plus bas.

Les sous-types de tâches en jeu dans l'exercice sont T_{1a} (cf. question b) et T_{1b} (cf. question d). Il faut souligner la formulation du sous-type de tâche T_{1b} dans l'exercice 11 :

$t_{1b.1}$:

A $t = 0$, cette intensité est-elle maximale ou minimale ?

Donner alors son expression en fonction des paramètres du circuit.

Manuel Nathan, exercice 11, page 151.

Nous pouvons voir qu'il est demandé d'obtenir la fonction $i(t)$, puis de préciser si à l'instant $t = 0$, l'intensité est maximale ou minimale. Cela signifie qu'il faut préciser si l'on étudie la charge ou la décharge du condensateur dans un circuit. Une interprétation mathématique de la formule obtenue suffit pour répondre. Il y a donc deux façons de répondre : l'une selon la Physique, l'autre selon les Mathématiques.

La dernière question met en jeu une tâche très liée au sous-type de tâche T_{REDd} « Déterminer complètement l'expression de $u_C(t)$ en fonction du temps et des caractéristiques du circuit ». Mais cette fois-ci, on doit déterminer l'expression d'une autre grandeur : celle de l'intensité $i(t)$.

Conclusion du manuel Nathan

Un seul exercice montre l'existence de deux sur trois des sous-types de tâches de T_I dans le manuel. Il faut souligner l'existence de deux stratégies possibles pour répondre à ces tâches : une selon la Physique, une autre selon les Mathématiques, comme expliqué plus bas.

ii Le manuel Bordas

Le seul exercice (sur 24) du manuel Bordas où l'un des sous-types de tâches relatifs à T_I est sollicité deux fois est l'exercice résolu. L'exercice n°24 (qui demandait l'établissement de l'équation différentielle pour la charge $q(t)$) fait appel au type de tâche T_{Iq} .

Le seul sous-type de tâche demandé pour cet exercices est T_{Ia} (« ...en déduire l'expression de $i(t)$ en fonction du temps »).

Voici les deux formulations apparues dans l'exercice résolu :

$t_{Ia.1}$: Etablir l'expression de la relation $i(t)$ traduisant les variations de l'intensité du courant qui traverse le circuit au cours de l'expérience (charge du condensateur).

$t_{Ia.2}$: Etablir l'expression de la relation $i(t)$ traduisant les variations de l'intensité du courant qui traverse le circuit au cours de la décharge.

Manuel Bordas, exercice résolu, page 139.

Dans l'exercice n°24, il est demandé d'obtenir l'ED pour la charge, une expression de $q(t)$ est demandée comme solution. Enfin, une fonction $i(t)$ doit être obtenue à partir de la fonction $q(t)$ antérieurement obtenue. Cela correspond à une tâche très inhabituelle, d'après ce que nous avons observé dans les manuels.

Conclusion du manuel Bordas

Très peu d'exercices du manuel abordent le type de tâche T_{1a} . Le seul sous-type de tâche demandé dans deux des exercices du manuel est T_1 , et il reste à dire ce sous-type de tâche a été repéré trois fois dans ce manuel : deux fois pour l'ER, et une troisième fois dans l'exercice n°24. L'obtention de l'intensité i à partir de la fonction $q(t)$ est une tâche présente dans ce manuel, mais c'est une tâche très inhabituelle.

iii Le manuel Bréal

Voici une liste d'exercices cités du manuel Bréal, où l'un des sous-types de tâches relatifs à T_1 est présent au moins une fois.

<i>Nom de la catégorie (Symbole associé)</i>	<i>Nombre d'exercices dans cette catégorie</i>	<i>Exercices où est apparu au moins une fois un des sous-types de tâches de T_1</i>	<i>Nombre d'exercices</i>
Exercice Résolu (ER)	2		
Exercice : Tester Ses Connaissances (E.TSC.)	7		
Exercice : Appliquer Le Cours (E.ALC.)	16	E.ALC.16 E.ALC.17 E.ALC.18 E.ALC.19	4
Exercice : Réussir au Bac (E.RAB.)	4	E.RAB.24 E.RAB.25 E.RAB.26	3
TOTAL :	29		7

7 sur 29 (24%) des exercices du manuel traitent au moins l'un des sous-types de tâches relatives à T_I . On observe que c'est le manuel comportant le plus grand nombre d'exercices qui travaille sur ce type de tâche relatif à l'obtention de la fonction $i(t)$ à partir de la fonction $u(t)$, fonction qui est habituellement fournie dans l'énoncé.

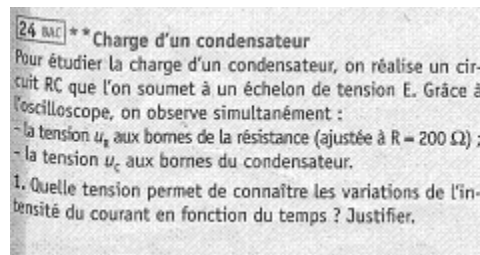
Nous observons aussi qu'un grand large pourcentage d'exercices issus des annales de Physique du Bac (3 sur 4) demandent à l'élève d'obtenir la fonction $i(t)$ et/ou de la manipuler, pour obtenir une intensité maximale ou minimale selon le cas à traiter : charge ou décharge du condensateur.

Sur ces 7 exercices analysés dans manuel Bréal, les sous-types de tâches demandés sont :

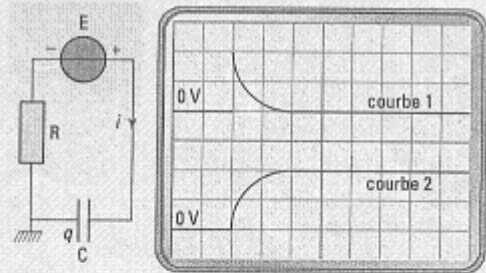
T_{Ia}	T_{Ib}	T_{Ic}
3/7	4/7	2/7

Dans l'exercice n°24 de la section « Réussir au Bac », le sous-type de tâche T_{Ib} a été demandé trois fois.

Voici l'exercice n°24 intégralement (cf. 2.c., 4.a. et 5):



2. La masse du générateur est isolée de la Terre. Il est ainsi possible de brancher la masse de l'oscilloscope comme indiquée sur la figure. On obtient l'oscillogramme ci-dessous.



Afin de mieux distinguer les deux courbes, l'une est décalée vers le haut et l'autre vers le bas, avec les réglages :

- base de temps : 0,5 ms/div ;
- sensibilité verticale de la voie A et de la voie B : 2 V/div ;
- entrée B inversée.

- a) Identifier les deux courbes.
- b) Compléter le circuit en indiquant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope.
- c) Déterminer à l'aide de l'oscillogramme :
 - la tension E entre les bornes du générateur ;
 - la valeur maximale I_{\max} de l'intensité du courant qu'il débite.

3. La constante de temps τ est définie comme la durée au bout de laquelle le condensateur initialement déchargé atteint 63 % de sa charge maximale.

- a) Déterminer la valeur de τ .
- b) Déterminer par analyse dimensionnelle l'expression correcte de cette constante parmi les relations suivantes :

$$\tau = \frac{C}{R} ; \tau = \frac{1}{RC} ; \tau = RC ; \tau = \frac{R}{C}$$

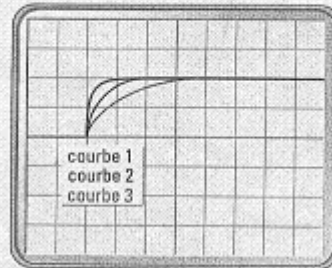
- c) En déduire une valeur approchée de la capacité C du condensateur.

4. Pour les mêmes réglages du générateur et de l'oscilloscope, on augmente la valeur de la résistance R .

a) Les grandeurs E , I_{\max} et τ sont-elles modifiées ? Si oui, dans quel sens ?

b) L'oscillogramme ci-dessous représente l'allure de la tension aux bornes du condensateur pour R , pour une augmentation de R et pour une diminution de R .

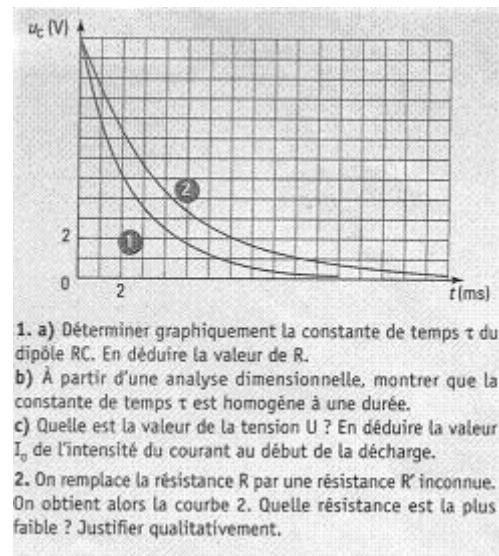
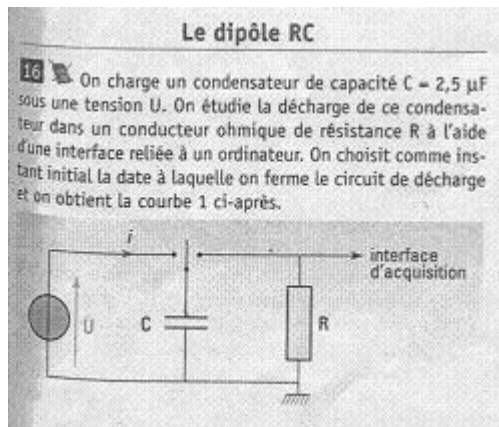
À quel cas correspond chacune de ces courbes ?



5. On augmente la valeur de l'échelon de tension E . Les grandeurs I_{\max} et τ sont-elles modifiées ? Si oui, dans quel sens ?

Exercice 24, page 169.

Il faut se rendre compte que cette variation du sous-type de tâche T_{1b} n'a été observée que dans le manuel Bréal. Une autre variation du sous-type de tâche T_{1b} apparu dans ce manuel est la suivante (cf. 1.c.) :



Exercice 16, page 167.

Une autre nouveauté de ce manuel est une variation du sous-type de tâche T_{1a} , qui correspond à la seule demande de ce type repérée dans les énoncés d'exercices des trois manuels.

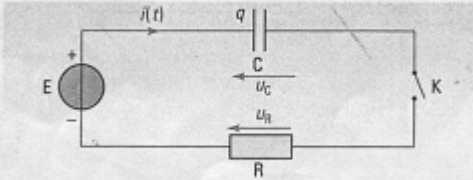
Voici la formulation de l'exercice n°26 (section « Réussir le Bac ») correspondant à cette variation:

$t_{1a.4}$: Montrer que l'intensité $i(t)$ peut s'écrire comme $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

On donne une idée de la réponse à laquelle l'élève doit arriver.

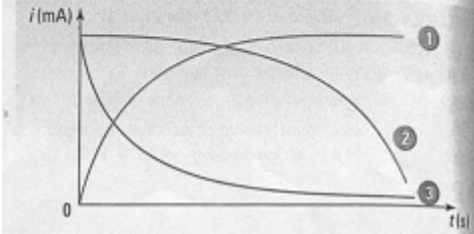
Une dernière variation présentée par ce manuel, mais cette fois-ci pour le sous-type de tâche T_{1c} , est la suivante (cf. exercice n°26, voir question 8) :

26 ** Dans le circuit schématisé ci-dessous, on note, à un instant t quelconque, $q(t)$ la charge de l'armature du condensateur et $i(t)$ l'intensité du courant. On ferme l'interrupteur K à $t = 0$.



1. Que se passe-t-il pour le condensateur ?
 2. Lorsque le condensateur est totalement chargé, donner les expressions de u_C , Q et E_{cond} .

3. Donner l'expression de la tension $u_C(t)$ en fonction de C et $q(t)$, puis celle de la tension $u_R(t)$ en fonction de R et $q(t)$.
 4. En utilisant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$.
 5. Cette équation différentielle admet une solution du type $q(t) = A e^{-kt} + B$. Exprimer B et k en fonction de R , C et Q .
 6. À partir de la condition initiale, déterminer l'expression de A . En déduire celle de $q(t)$ en fonction de Q et $\tau = RC$.
 7. Montrer alors que l'intensité peut s'écrire : $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$.
 8. Quelle courbe représente l'allure de $i(t)$? Justifier.



Exercice 26, page 170.

Conclusion du manuel Bréal

Ce manuel présente le plus grand nombre d'exercices qui comportent au moins un des sous-types de tâches relatifs à T_1 . Nous avons montré des variations intéressantes par rapport à ces sous-types de tâches, et particulièrement celle relative aux sous-types de tâche destinés à préciser l'intensité maximale ou minimale dans le circuit grâce à l'allure de $i(t)$ ou d'un oscillogramme, c'est-à-dire la détermination d'une valeur maximale ou minimale de l'intensité à l'aide de l'allure de la courbe $i(t)$ fournie dans l'énoncé.

iv Conclusion sur le type de tâche T_1 d'après l'analyse des manuels

Voici le tableau récapitulatif du nombre d'occurrences de sous-types de tâches de T_1 dans les trois manuels analysés :

Manuels	T_{1a}	T_{1b}	T_{1c}
Nathan	1	1	
Bordas	1		
Bréal	3	4	2

Nous pouvons voir dans ce tableau que le sous-type de tâche le plus demandé est T_{1a} , qui correspond en général à « En déduire l'expression de l'intensité i en fonction du temps t », à partir d'une fonction $u(t)$ ou $q(t)$ qui a été obtenue ou fournie antérieurement.

Le sous-type de tâche T_{1b} (en prenant en compte ses variations) relatif à l'étude de l'intensité maximale ou minimale est présent aussi (5 sur 9), mais seulement dans deux manuels. Finalement, nous observons que T_{1c} (*donner l'allure de la courbe $i(t)$*) n'apparaît que dans le manuel Bréal.

Un seul exercice, du manuel Bordas, demande l'expression de l'intensité $i(t)$ à partir de l'expression de $q(t)$ (T_{1q}).

v Praxéologie associée à T_1

Mise en relation avec les programmes

Les programmes officiels de Physique (classe de Terminale S) indiquent un savoir exigible concernant ce type de tâche T_1 :

<i>Nom du sous-type de tâche</i>	<i>Description du sous-type de tâche</i>	<i>Connaissances et Savoir-faire exigibles (cf. Programme de Physique)</i>
T_{1a}	(Etant donné une solution pour l'équation différentielle) en déduire l'expression de l'intensité i en fonction du temps t .	En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.

Le sous-type de tâche le plus demandé observé dans les trois manuels correspond donc bien à la seule connaissance (ou savoir-faire) exigible par le programme officiel.

Sur la partie Cours et Exercices Résolus

Le sous-type de tâche le plus fréquemment apparu trouve sa place dans la partie Cours des manuels, car des éléments de la théorie y sont donnés, concernant sa réalisation comme résumé dans le tableau ci-dessous :

<i>Symbole</i>	<i>Nathan</i>	<i>Bordas</i>	<i>Terracher</i>
T_{1a}	C.4.3 – charge	ER.1/1 – 2 fois: charge et décharge	C.3.2 – charge

			C.3.3 – décharge
T_{Ib}	C.4.3 - charge		C.3.2 – charge C.3.3 – décharge
T_{Ic}			

C = partie Cours, ER = Exercice Résolu.

On trouve des explicitations sur la manière de réaliser les sous-types de tâches **T_{Ia}** et **T_{Ib}** dans la partie Cours pour les manuels Nathan et Bréal, mais le manuel Bordas semble ne pas donner de justification théorique. Il nous semble que c'est à partir de l'exercice résolu (qui étudie à la fois la charge et la décharge du condensateur) que des conseils sur **T_{Ia}** y sont explicités.

Étudions de plus près les techniques proposées par les différents manuels. Pour le type de tâche **T_{Ia}**, dans le cas de la charge du condensateur, nous trouvons l'information suivante :

Nathan	Bordas	Terracher
Fonction solution $u(t)$: $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	Fonction solution $u(t)$: $u(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$	Fonction solution $u_C(t)$: $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
Expression de l'intensité i à partir de la loi des tensions		
La loi des tensions $u + Ri = E$ permet d'écrire $i = \frac{E - u}{R}$ soit : $i = \frac{1}{R} \left[E - E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]$ $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$		

Expression de l'intensité i à partir des relations $q = Cu$ et $i = dq/dt$		
$i =$		
$i = \frac{dq}{dt}$ $= C \frac{du}{dt}$ $= CE \left[0 - \left(-\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]$ $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$	<p>(Etant donnée $u_C(t)$)</p> <p style="text-align: center;">On a :</p> $q(t) = Cu_C(t) = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ <p>Par définition, l'intensité du courant électrique vaut donc :</p> $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$	
Expression de l'intensité i à partir de $i = C du/dt$		
	<p>Cf. Exercice résolu.</p> <p>Conseil : Il est nécessaire de relier $i(t)$ et $u(t)$.</p> $i = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$	

Pour la décharge du condensateur, le manuel Bréal propose un processus analogue :

<p><i>(Etant donné $u_C(t)$)</i></p> <p><i>Après fermeture de l'interrupteur en position 2, la tension u_C aux bornes du condensateur lors de sa décharge s'exprime par :</i></p> $u_C(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} \text{ d'où } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}.$

Manuel Bréal, page 157.

Le manuel Bordas a recours à un raisonnement semblable à celui du tableau précédent pour étudier la décharge du condensateur (cf. exercice résolu).

Dans les manuels Nathan et Bréal, la résolution du sous-type de tâche T_{1b} (le cas de la charge du condensateur) est traitée de deux façons (Bordas ne prend pas en compte la décharge du condensateur dans l'exercice résolu) :

Nathan	Bréal
Fonction $i(t)$: $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$	Fonction solution $i(t)$: $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$
<i>L'intensité décroît de manière exponentielle depuis la valeur $\frac{E}{R}$ car à la date $t = 0$, $i(0) = \frac{E}{R}$</i>	Interprétation physique : <i>A l'instant $t = 0$, $i(0) = \frac{E}{R}$</i>
REMARQUES : <i>*L'intensité est initialement maximale, puis elle s'annule progressivement.</i> <i>*L'expérience étudiée lors de l'activité 1 de ce chapitre illustre ce phénomène ; la lampe en série avec le condensateur brille, tant que l'intensité du courant qui la traverse est suffisante.</i>	<i>En effet, juste après la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est déchargé : $q(0) = 0$ et $u_C(0) = 0$</i> <i>Or $u_C(0) + u_R(0) = E$</i> <i>D'où $u_R(0) = Ri(0) = E \Rightarrow i(0) = \frac{E}{R}$</i> <i>Lorsque $t \rightarrow \infty$, $i(t) \rightarrow 0$. Au bout d'un temps suffisamment long, l'intensité du courant électrique tend à s'annuler. Le dipôle RC n'est plus traversé par aucun courant électrique (cf. Activités introductives n°2 et 3).</i> <i>Lorsqu'on ferme un circuit comprenant un dipôle RC soumis à un échelon de tension, le courant traverse le circuit pendant la charge du condensateur, puis l'intensité s'annule : le condensateur chargé ne laisse plus passer le courant électrique.</i>

Il faut remarquer que ces deux manuels font référence à des expériences conduites, au début du chapitre pour introduire le sujet de l'étude du dipôle RC à un échelon de tension. D'une certaine façon, nous pouvons dire que ces deux manuels reviennent à une problématique de départ qui avait été traitée de manière très générale. Plus loin dans le chapitre, avec tous les éléments théoriques développés tout au long du chapitre (grâce à la modélisation par équation

différentielle de la tension du dipôle RC), les manuels peuvent expliquer ce qui s'est passé lors de ces premières expériences (fonction explicative du modèle).

Dans la partie Cours relative au traitement de la sous-tâche T_{1b} dans le manuel Bréal, nous avons trouvé une interprétation intéressante du phénomène observé. Voici un extrait pour le cas de la décharge du condensateur :

Interprétation physique

A l'instant $t = 0$, $i(0) = -\frac{E}{R}$.

En effet, juste après la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est chargé : $u_C(0) = E$.

Or $u_C(0) + u_R(0) = 0$ d'où $u_R(0) = Ri(0) = -E \Rightarrow i(0) = -\frac{E}{R}$.

L'intensité du courant électrique est négative. Le courant circule donc en sens contraire du sens positif choisi lors de la charge.

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $i(t) \rightarrow 0$. Au bout d'un temps suffisamment long, l'intensité du courant électrique tend à s'annuler. Le dipôle RC n'est plus traversé par aucun courant électrique.

Lorsqu'on ouvre un circuit comprenant un dipôle RC soumis à un échelon de tension, le courant traverse le circuit pendant la décharge du condensateur, puis l'intensité s'annule. Au cours de la décharge du condensateur, le courant passe dans le sens opposé à celui qu'il avait au cours de la charge.

Remarque : Pendant sa décharge, le condensateur joue alors le rôle d'un générateur.

Manuel Bréal, page 157

Le manuel Bréal est celui qui développe le plus l'interprétation physique des expressions mathématiques trouvées pour l'intensité. Nous ne pouvons qualifier cette interprétation de justification. Néanmoins, l'aller-retour entre le modèle mathématique et le modèle physique est présent de façon plus importante que dans les autres manuels.

Il faut souligner que ce manuel est le seul qui établisse que lors de la décharge du condensateur, le rôle du condensateur n'est plus celui d'un récepteur (comme lors de la charge, qui est le cas le plus considéré dans le chapitre), sauf que le condensateur a un rôle de générateur.

Grâce aux méthodes observées dans la partie Cours et dans la partie Exercice Résolu, deux techniques différentes ont pu être identifiées pour traiter le sous-type de tâche T_{1a}.

Etant donné une fonction solution $u(t)$, on obtient l'expression pour la fonction $i(t)$ à partir :

... de la loi des tensions (Technique τ_{1a})

La loi des tensions $u + Ri = E$ permet d'écrire $i = \frac{E - u}{R}$ soit : $i = \frac{1}{R} \left[E - E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]$ et donc

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

... des relations $q = C u$ et $i = dq/dt$ (Technique $\tau_{1a'}$)Variation 1

$q(t) = C u_C(t) = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ Par définition : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$.

Variation 2

$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$ et donc $i = CE \left[0 - \left(-\frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]$. On conclut que $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Variation 3

$$i = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Par rapport au sous-type de tâche T_{1b} (« trouver la valeur maximale (décharge) ou minimale (charge) de l'intensité i dans le condensateur »), nous avons aussi identifié deux techniques associées à ce sous-type de tâche :

Une première technique associée à la loi des tensions (Technique τ_{1b})

Juste après la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est déchargé : $q(0)=0$ et $u_C(0)=0$

Or $u_C(0) + u_R(0) = E$. D'où $u_R(0) = Ri(0) = E \Rightarrow i(0) = \frac{E}{R}$

Une deuxième technique associée à la substitution d'une valeur dans une formule (Technique $\tau_{1b'}$)

Si $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$, à l'instant $t=0$, $i(0) = \frac{E}{R}$.

La première technique pour les sous-types de tâches a et b relève plutôt de connaissances physiques à mettre en œuvre, tandis que les deuxièmes techniques nécessaires pour ces deux tâches appartiennent plutôt au domaine mathématique. Ce sont donc les connaissances mathématiques qui doivent être mobilisées pour accomplir ces tâches.

Il faut préciser que pour réaliser les techniques τ_{Ia} et τ_{Ib} , il faut mettre en œuvre le sous-type de tâche T_{MEa} (« établir une relation entre u_R et u_C , en appliquant la loi d'additivité des tensions »), donc la technique et la technologie associées à ce sous-type de tâche sont aussi liées à T_{Ia} .

De manière analogue, les sous-types de tâches T_{ME} , T_{MEe} et $T_{MEe'}$ sont en relation avec les techniques $\tau_{Ia'}$ et $\tau_{Ib'}$, et ses techniques et technologies associées permettent d'expliquer aussi T_{Ia} .

Nous n'avons pas trouvé de traces de théories qui puissent justifier l'existence des technologies proposées pour les sous-types de tâches T_{Ia} et T_{Ib} .

3 Conclusion de l'analyse des manuels de Physique

Dans cette dernière partie, nous tirerons quelques éléments de conclusion de notre analyse de manuels menée en vue d'identifier des praxéologies associées aux types de tâches repérés dans les manuels (en particulier, pour les types de tâches T_{MON} à T_I).

Nous avons identifié huit types de tâches demandés dans la section Exercices de chaque manuel, ainsi que dans la section Exercice Résolu du chapitre. Nous avons aussi repéré certains éléments théoriques dans la partie Cours, et nous avons mis en relation les tâches les plus demandées avec ce qui était établi par le programme officiel de Physique pour la classe de Terminale S. Sur les huit types de tâches trouvés dans les manuels, nous n'avons retenu que ceux directement liés à l'établissement de l'équation différentielle comme modèle, et retenu aussi les types de tâches qui permettaient de manipuler ce modèle avec des objectifs précis. Nous avons retenu les types de tâches en lien avec l'étude de l'évolution de la tension aux bornes du condensateur, décrite par une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Nous avons réalisé une analyse détaillée pour les cinq premiers types de tâches (T_{MON} à T_I). Voici leur répartition, par fréquence dans chaque manuel.

Manuel : <i>Nomb. total d'exercices par manuel</i> ³⁵ :	Nathan <i>(20 exercices)</i> <i>Total d'exercices :</i>	Bordas <i>(24 exercices)</i>	Bréal <i>(29 exercices)</i>
Type de tâche	Nombre d'exercices	Nombre d'exercices	Nombre d'exercices
T_{MON}	3	0	4
T_{CIR}	6	2	4
T_{ME}	6	4	4
T_{RED}	4	3	6
T_I	1	1	7

Tableau récapitulatif pour l'apparition de types de tâches T_{MON} à T_I dans chacun des trois manuels analysés.

Le nombre total d'exercices analysés dans l'ensemble des trois manuels est 73. Il s'agit des exercices qui prennent en compte au moins un des sous-types de tâches associés au type de tâche T_{Pn} .

Type de tâche	A	B
T_{MON}	7/73	10%
T_{CIR}	12/73	16%
T_{ME}	14/73	19%
T_{RED}	13/73	18%
T_I	9/73	12%

Tableau récapitulatif pour l'apparition de type de tâches T_{MON} à T_I dans les trois manuels analysés (total des exercices analysés : 73)

³⁵ Nombre total d'exercices par manuel sur l'ensemble d'exercices qui portent les huit types de tâches.

Dans le tableau précédent :

La colonne A indique la proportion d'exercices des trois manuels analysés qui comportent au moins un type de tâche (ou des sous-types de tâches) relatifs à T_{MON} , T_{CIR} , T_{ME} , T_{RED} et T_I sur les 73 exercices analysés.

La colonne B indique le pourcentage d'apparition des types de tâches pour T_{MON} , T_{CIR} , T_{ME} , T_{RED} et T_I , pour les trois manuels analysés.

Grâce à ces données, nous constatons que le nombre d'exercices où il faut par une équation différentielle modéliser l'évolution de la tension aux bornes du condensateur u_C , est le type de tâche le plus représenté (19% au plus pour T_{ME}), tandis que la tâche de représenter un montage T_{MON} est le type le moins fréquent. Il faut souligner que jamais, dans un seul exercice l'ensemble de tâches relatif au processus de modélisation n'est demandé. Cela signifie que les exercices n'abordent que certains aspects de la modélisation.

Ce résultat est très étonnant, si l'on prend en compte que la modélisation est une activité très importante pour les physiciens (« experts »), et que de manière officielle l'importance de l'enseignement de cette démarche semble primordial ; l'analyse des manuels montre que ce n'est pas une tâche fortement demandée en classe et qu'il existe un écart considérable entre ce que nous avons observé dans les programmes (savoir à enseigner) et ce qui est censé à être enseigné aux élève (savoir enseigné).

Il faut aussi remarquer que la démarche de modélisation mise en place dans la classe de Physique (d'après les manuels) présente un écart important avec la démarche de modélisation de référence décrite dans la section antérieure.

En ce qui concerne la modélisation de la charge q du condensateur au moyen d'une équation différentielle, nous avons vu grâce à l'analyse des manuels que 2 exercices sur 73 demandaient ce type de tâche (nommée ici T_{MEq}) et donc nous voulons faire noter l'absence d'une technique et d'une technologie pour réaliser ce type de tâche, d'après notre analyse des manuels. Nous pouvons conclure que cela est donc un type de tâche très inhabituel.

Bref, il faut préciser que nous trouvons des types de tâches inhabituels, et que nous considérons à la fois le type de tâche le plus général et à l'intérieur de ceux-ci, des sous-types de tâches. Nous trouvons aussi d'autres types de tâches (ou sous-types de tâches) plus ou moins représentés.

Pour conclure, nous avons trouvé que...

- *Sur la représentation du schéma du montage ...* A propos du sous-type de tâche T_{MONa} (« faire le schéma du montage »), il faut remarquer que seuls 5 exercices sur les 73 analysés, demandent ce sous-type de tâche, mais 4 exercices sur les 5 guident l'élève dans son travail. Il n'est donc pas très habituel de demander à l'élève de faire le schéma du montage sans donner aucune indication. On ne trouve pas de technique ou

de technologie pour accomplir ce type de tâche, et c'est peut-être la raison de la faible fréquence d'apparition de T_{MONa} dans les exercices.

- *Sur la représentation du schéma du circuit ...* Le sous-type de tâche T_{CIRa} (« réalisation d'un schéma du circuit ») a la fréquence d'apparition la plus basse (seulement 2 exercices sur 73 demandent à l'élève de réaliser le schéma à partir d'une description verbale fournie dans l'énoncé). La liberté de choisir les conventions à utiliser (générateur ou récepteur) n'a été observée que trois fois, et il faut se rappeler que l'utilisation de la convention récepteur est la seule exigible par le programme.
- *Sur l'établissement de l'équation différentielle ...* Le type de tâche T_{ME} (« établir l'équation différentielle pour la tension u_C ») est trouvé avec un pourcentage d'apparition de 19% (14 exercices sur 73 le demandent), mais seulement 5 exercices sur 14 demandent l'établissement de l'équation différentielle sans offrir aucun type de piste pour le faire.
- *Sur la résolution de l'équation différentielle ...* Dans la plupart des exercices des manuels, la résolution de l'équation différentielle se réduit en fait à la vérification qu'une fonction solution donnée satisfait à l'équation différentielle. Le sous-type de tâche T_{REDB} (« établir la condition initiale à utiliser ») apparaît dans 8 exercices (sur 11 de cette catégorie). Nous avons remarqué que bien que la condition initiale ne soit pas toujours donnée de manière explicite dans l'énoncé, une série de questions guide l'élève pour trouver cette condition.
- *Sur l'obtention de $i(t)$ et le calcul de l'intensité maximale ou minimale ...* Sur les 9 exercices qui prennent en compte le type de tâche T_I , 5 d'entre eux demandent l'obtention de la fonction $i(t)$. 4 exercices sur 5 qui demandent de trouver la valeur maximale ou minimale pour l'intensité i dans le circuit, appartiennent au manuel Bréal ; pour Nathan et Bordas, cette tâche demandée aux élèves n'est pas très habituelle.

Par rapport à notre schéma de modélisation de référence, nous nous sommes aperçus que la plupart des exercices propose aux élèves de travailler sur les étapes entre le modèle Physique (circuit) vers l'étape de modèle mathématique (MM) ou d'étude Mathématique (EM). On ne trouve pas d'exercices qui proposent de passer d'un domaine réel (ou pseudo-concret) vers la physique même si on a repéré dans les manuels deux exemples (défibrillateur, appareil-photo) pour montrer aux élèves ce passage. Finalement ce qui est mis en place dans l'enseignement pour la classe de Physique est aussi une partie de la démarche de modélisation car il y a des étapes qui ne sont pas proposées aux élèves pour travailler. Il faut ici souligner l'écart entre ce qui avait été établi par le premier chapitre (d'introduction) du cours de Physique où il était prétendu que l'élève puisse passer des situations réelles au domaine physique voire mathématique et où même l'étape Confrontation Modèle-Réalité était envisagée d'être comme prise en charge par les élèves.

De manière similaire à la classe de Mathématiques, on observe un écart entre la démarche de modélisation dite de référence (cf. chapitre III pour le cas de la Physique) et celle enseignée en classe de Physique.

4 Conclusion du chapitre IV

Ces tâches dites « inhabituelles », qui donnent un certain degré de liberté au travail de l'élève quand il modélise une situation particulière, seront prises comme base pour construire une situation expérimentale dans laquelle l'élève sera conduit à se poser la question de modéliser (dans un sens plus proche d'une vraie démarche de modélisation, avec un peu plus de liberté pour l'élève).

Nous mettrons en place cette situation auprès des élèves de Terminale S, pour essayer d'identifier leurs difficultés face à une situation inhabituelle de modélisation.

Dans le chapitre suivant, notre objectif est de placer les élèves face à une situation expérimentale de modélisation peu habituelle. Nous présenterons les choix pour la construction de cette situation expérimentale, où la modélisation d'un circuit RC par une équation différentielle est demandée. Notre intérêt est de mieux identifier les processus que les élèves mettent en jeu dans la résolution d'une telle tâche. Nous voudrions aussi dégager le type des techniques mises en place par les élèves pour résoudre cette situation, et déterminer dans quelle mesure ces techniques relèvent des Mathématiques ou de la Physique. Enfin, nous obtiendrons peut-être aussi des éléments de justification (technologie) de la part des élèves, relatifs aux techniques utilisées.

Chapitre V

Analyse a priori de la situation expérimentale

Dans ce chapitre, nous présenterons l'activité qui a été mise en place auprès d'élèves de la classe de Physique en Terminale S, au lycée.

D'après les analyses des programmes officiels des classes de Mathématiques et Physique, mais surtout d'après l'analyse praxéologique des manuels de ces deux classes, nous avons identifié les types de tâches et de techniques que l'enseignement de la démarche de modélisation associée à l'outil équations différentielles à propos de l'étude du circuit RC (classe de Physique), demande aux élèves de mettre en œuvre.

Présentons brièvement cette analyse grâce au tableau³⁶ suivant :

<i>Domaine</i>	<i>Etape (PM)</i>	<i>CM</i>	<i>CP</i>	<i>Description</i>
DPC	MPC		T_{MON}	Etablir un schéma du montage.
DPC → DP	MPC → MP		T_{CIR}	Etablir un schéma du circuit.
DP → DM	MP → MM		$(T_{P.ME}, \tau_{P.ME})$	Etablir une ED comme MM.
DPC → DM	MPC → MM	$(T_{M.ME}, \tau_{M.ME})$		Etablir une ED comme MM.
DM	MM → EM	(T_{SG}, τ_{SG})	$(T_{RED}, \tau_{RED/C})$ $(T_{RED}, \tau_{RED/D})$	Trouver une solution générale (CM). Vérifier une solution (CP).
DM	EM	(T_{SP}, τ_{SP})		Trouver une solution particulière d'ED.
DM	EM	(T_{ESP}, τ_{ESP})		Etude mathématique de la Solution Particulière.

³⁶ Etape (PM) signifie étape du processus de modélisation ; CM signifie classe de Mathématiques et CP signifie Classe de Physique.

DP → DM → DP	EM → RP		(T_I, τ_I)	Trouver une intensité maximale.
DM → DPC	EM → RPC	T_{RQ}		Répondre à une question posée sur la situation réelle.

Cette étude a aussi montré qu'en classe de Physique, certaines tâches relatives au processus de modélisation davantage traitées que d'autres, et que cela permettait aux élèves de ne se confronter qu'à une partie de la démarche de modélisation, car certaines étapes étaient peu, voire nullement traitées. Par exemple, du tableau ci-dessus, on observe que le passage de SR → MPC est absent des deux classes analysées et que le passage MPC → MP est absent de la classe de mathématiques et peu présent en classe de physique. Même s'il n'est pas possible de l'apprécier dans le tableau, les passages des étapes MPC → MM sont peu présents en classe de Mathématiques. Des passages importants du processus de modélisation comme MPC → MP ont été aussi rarement observés en classe de Physique. La mise en place de ces passages met en jeu des difficultés propres à la démarche de modélisation, comme l'interprétation et la réduction de la réalité que l'on modélise en termes propres au domaine de la physique. Finalement, des étapes comme la Confrontation Modèle-Réalité (CMR) est totalement absente des exercices analysés des deux classes.

C'est à partir de ces conclusions que nous avons construit une situation expérimentale visant à confronter les élèves à une activité de modélisation hors du contrat habituel.

Nous présenterons la construction de la situation expérimentale, en explicitant les choix de conception et les choix globaux de la situation.

1 Présentation globale de la situation

Un choix global dans la situation expérimentale conçue, est donc de placer les élèves face à une situation de modélisation hors du contrat habituel. Nous avons choisi de partir d'une situation réelle et non d'une situation physique, c'est-à-dire d'une description de la situation en termes physiques. Nous voudrions en quelque sorte créer une situation qui se rapproche d'une situation adidactique avec des rétroactions possibles du milieu.

Nous faisons l'hypothèse que la situation possède une dimension adidactique relativement à l'apprentissage de la démarche de modélisation. Les élèves savent qu'ils sont dans un contrat de modélisation, mais sont confrontés à des étapes du processus habituellement non demandées dans les tâches scolaires, en particulier dans les manuels.

L'observation des élèves dans une telle situation, hors contrat habituel, nous permettra d'avoir accès à leurs difficultés et leurs démarches de modélisation mises en œuvre pour traiter la problématique proposée par la situation réelle décrite.

Présentons ci-dessous les choix globaux de conception de la situation :

Premier choix global

Confronter les élèves à la transition de l'étape de la Situation réelle (SR) vers l'étape du Modèle Physique (MP) en passant par la construction du Modèle Pseudo Concret (MPC) de la situation de départ. Ce passage est habituellement peu présent. L'objectif pour notre recherche est d'obtenir des éléments sur la représentation mentale de la situation (RMS). Cf. tâche A.

Deuxième choix global

Absence d'explicitation des sous tâches pour passer de l'étape du Modèle Physique (MP) à l'étape du Modèle Mathématique (MM). L'objectif pour notre recherche est d'étudier les difficultés et démarches des élèves lorsqu'ils doivent établir une équation différentielle pour modéliser un phénomène réel en autonomie complète. Cf. tâche B.

Troisième choix global

Le passage des Résultats Pseudo- Concrets (RPC) à l'étape de Confrontation Modèle– Situation Réelle (CM-SR), donne une place plus importante à l'interprétation celle faite par les manuels, grâce aux questions posées et grâce aux données réelles (tableau). Cf. tâche E.

Nous avons décidé de proposer aux élèves de modéliser le fonctionnement d'un appareil qui intervenait dans une situation réelle : le défibrillateur cardiaque.

Nous allons maintenant présenter l'activité à l'aide des étapes de la démarche de modélisation définies dans le chapitre I, pour faciliter l'introduction de chacune des parties qui la composent (cf. Annexe 3).

2 Présentation des différentes tâches demandées aux élèves dans la situation expérimentale

A Énoncé présentant la situation

La présentation de la situation dans l'énoncé peut être découpée en deux parties :

- une partie présentant la situation réelle
- une partie présentant la situation en termes pseudo-concrets, avec une terminologie de Physique

Cela signifie que l'énoncé de l'activité peut être relié à deux des étapes de la démarche de modélisation, la première partie à l'étape de « Situation Réelle » et la deuxième partie à l'étape du « Modèle Pseudo-Concret ».

Nous indiquerons les choix faits, dans le texte, pour obtenir des observables de la représentation mentale de la situation (RMS). Ces représentations permettent aux élèves d'aboutir au modèle pseudo-concret qu'ils se font de la situation à modéliser.

i Présentation de la Situation Réelle

Tout d'abord, nous nous plaçons dans la première étape, celle de la situation réelle, où est introduite une description simplifiée des éléments pertinents pour la question posée (titre de l'activité). Voici le texte :

Quelles sont nos possibilités de survivre après un trouble cardiaque ?

Chaque année, environ 550 000 personnes décèdent de mort subite en Europe, dont environ 70 000 à 100 000 morts en France. Un arrêt cardiaque explique dans bien des cas la survenue de la mort subite de l'adulte.

Le mécanisme le plus fréquent de l'arrêt cardiaque soudain de l'adulte, est la fibrillation ventriculaire³⁷ (FV). La défibrillation est le seul traitement indispensable pour une FV. Une grande partie de ces personnes pourrait être sauvée, grâce à l'utilisation rapide d'un défibrillateur externe.

La défibrillation externe est une technique qui consiste à appliquer un choc électrique au cœur, à l'aide de palettes dures placées sur le thorax afin de rétablir un rythme cardiaque normal.

Nous partons d'un problème dans la réalité, mettant en jeu à la fois le nombre de décès par arrêt cardiaque en Europe et puis en France, le mécanisme de fibrillation, et l'introduction d'une technique appelée « défibrillation » comme moyen de sauver des vies.

L'énoncé donne une description plus détaillée qu'habituellement du phénomène réel à modéliser. Des données inutiles pour la modélisation mathématique sont fournies (550 000 personnes, 70 000 à 100 000 morts), et on contribue ainsi à placer les élèves hors du contrat habituel.

Dans cette première étape est introduit le dispositif défibrillateur qui sera l'objet d'étude de cette activité. Son fonctionnement sera le système qu'on s'intéresse à étudier et à modéliser.

Etant donné que le vocabulaire peut représenter une difficulté pour la compréhension de la situation de départ par certains élèves, la fibrillation est définie comme un rythme anormal du cœur.

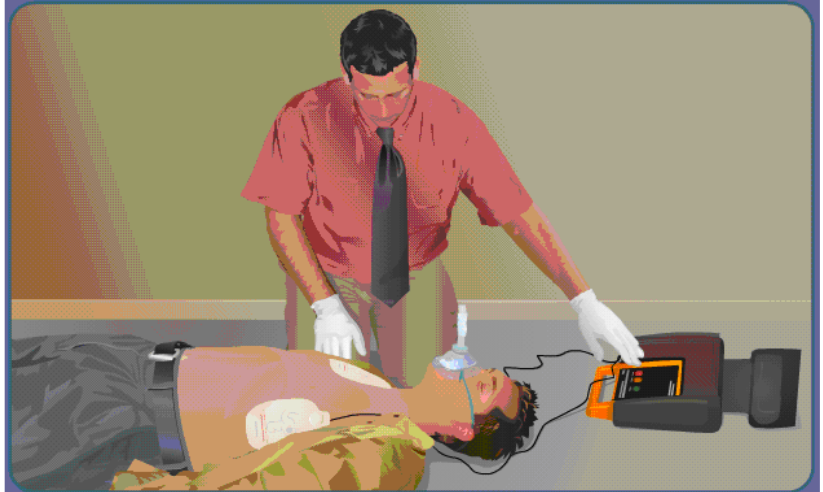
ii Présentation de la situation en termes pseudo- concrets

Dans cette partie du texte, la situation est présentée d'une manière plus proche de la Physique.

³⁷ *Fibrillation Ventriculaire* : Trouble du rythme cardiaque trouvant son origine dans les ventricules qui se traduit par un rythme cardiaque anormalement rapide, mais également très instable et irrégulier. En cas de fibrillation ventriculaire, le cœur ne peut battre correctement et il y a souvent une perte de connaissance. Si cet état n'est pas traité, il peut provoquer un arrêt cardiaque.

Cette partie présente un mélange entre les termes décrivant la réalité et les termes de la Physique, et un lien est établi entre la réalité et une interprétation physique, en particulier électrique.

Le défibrillateur est un appareil qui stocke de l'énergie et qui est capable de délivrer au travers du thorax une quantité d'énergie électrique, par l'intermédiaire de deux électrodes, afin de tenter de re-synchroniser l'activité électrique cardiaque.



Pour qu'une défibrillation puisse réussir, il faut administrer une quantité suffisante de courant électrique au muscle cardiaque pendant un instant bref. Il peut être nécessaire, pour arriver à un bon résultat, de délivrer plusieurs chocs. L'efficacité du choc électrique diminue avec le temps. Par exemple, pour un adulte le 1^{er} choc correspond à 200 J, le 2^{ème} à 300 J et un 3^{ème} choc à 360 J.

Le courant de défibrillation est déterminé par l'énergie sélectionnée et par l'impédance transthoracique, c'est-à-dire, la résistance du corps humain au flux du courant. L'impédance transthoracique chez l'adulte varie entre 15 et 150 ohms.

Il s'agit d'une description sur le fonctionnement de la défibrillation et du défibrillateur. Cette description contient déjà des hypothèses (explicites dans le texte, mais implicites pour l'élève) qui serviront à établir la représentation du dispositif (tâche A).

Notre objectif est de confronter les élèves à une situation où ils ont à émettre des hypothèses simplificatrices.

Certaines grandeurs et des informations susceptibles d'intervenir dans la modélisation peuvent être repérées : « appliquer un choc électrique » peut évoquer le recours à des connaissances en électricité pour aborder l'activité. La phrase «le défibrillateur est un appareil qui stocke de l'énergie» peut se traduire par certains éléments (en électricité) qui interviendront dans la modélisation ; dans ce cas, on s'attend à ce que l'élève introduise un condensateur pour représenter le défibrillateur en termes physiques. Nous reviendrons plus bas sur ce point.

Il faut noter la présence de l'image choisie pour illustrer le texte, qui correspond au choix d'une valeur de la variable didactique illustration. La nature et le contenu de l'illustration fournie dans le texte peut conduire les élèves à se faire une représentation différente du circuit qui représente le défibrillateur. Si l'on avait choisi une autre illustration (par exemple, ne montrant pas l'utilisation du dispositif en présence d'humains, mais une photo du défibrillateur seul), la démarche de modélisation éliminant des éléments liés au corps humain comme les électrodes ne serait pas à faire.

La dernière partie du texte d'introduction appartient aussi au domaine pseudo-concret. Grâce à cette partie-là, une présentation du modèle en termes physiques est faite, car y est introduite l'une des grandeurs qui pourraient être utiles pour modéliser le problème : l'impédance transthoracique (ou résistance du corps du patient).

Dans ce texte, les grandeurs introduites ne sont pas toutes nécessaires, au contraire de tous les types d'exercices relevés dans les manuels et traités en classe, où toutes les grandeurs mentionnées dans les énoncés sont à utiliser par les élèves (choix global d'une situation hors-contrat). On introduit de plus plusieurs informations pas nécessairement pertinentes pour la suite (intervalle de résistance chez les adultes, âge du patient). Il faut souligner que jusqu'à ce stade, aucune notation et aucune inconnue n'ont été introduites dans l'énoncé.

Le texte décrit le fonctionnement du dispositif défibrillateur, en mettant en relief les principales caractéristiques, de l'appareil, pour donner des pistes à l'élève pour réaliser ensuite une interprétation du fonctionnement de l'appareil (MPC) pour la configuration d'un circuit électrique (MP). Nous observons ici qu'il est attendu de la part de l'élève qu'il réalise le passage du domaine pseudo concret au domaine physique grâce à la réalisation de la tâche A décrite dans le paragraphe suivant.

Nous avons fait le choix de présenter un texte qui se situe dans le domaine pseudo-concret et relève d'une description en termes d'objets et d'événements au sens de Thiberghien et al.(2003).

Apportons de précision sur la situation particulière qui sera centrale dans le problème : le cas d'un homme adulte qui présente une fibrillation.

Supposons le cas d'un homme adulte de 38 ans, qui présente une impédance de 50 ohms et qui vient de souffrir d'une fibrillation ventriculaire en pleine rue. Les secouristes essaient de le ranimer deux fois sans succès. Pendant le troisième choc, le patient est soumis à une tension de 2000 volts.

Nous sommes intéressés de prévoir si notre patient survivra ou pas, après cet accident.

La dernière phrase de cette partie correspond à la question centrale, à laquelle les élèves ont à répondre par la suite, correspondant au fait que la modélisation a toujours un objectif précis : expliquer, prévoir.

3 Tâche A

A Tâche A dans la démarche de modélisation

La première tâche se situe encore dans le domaine pseudo-concret. Dans l'ensemble des exercices non résolus et de ceux traités en classe, cette tâche n'est guère à la charge des élèves. Dans cette activité, l'élève doit proposer lui-même une configuration possible du circuit pour modéliser le défibrillateur, en s'appuyant sur la description donnée dans le texte (présenté précédemment).

Voici le texte de l'activité :

Enoncé de la tâche A

D'abord, nous devons modéliser à l'aide d'un circuit électrique, comme ceux étudiés dans le cours, le fonctionnement du défibrillateur. Il faut pour cela choisir une représentation du circuit.

A) Dessiner la représentation du circuit électrique choisi, en justifiant tous les choix faits.

Une première modélisation est donc demandée aux élèves sous forme d'un schéma. Nous faisons l'hypothèse que les productions des élèves nous donneront des informations sur leur représentation mentale de la situation (RMS).

En termes de notre modèle de base du processus modélisation (cf. Chapitre I, reformulé lors du chapitre III pour inclure le domaine de la physique), les élèves doivent établir un modèle physique d'une situation réelle. Nous pouvons observer qu'une de finalités de cette tâche est l'établissement d'un modèle pseudo-concret de la situation réelle en question qui puisse être représenté dans le domaine de la physique (MP, schéma du circuit électrique). Ce modèle physique devra être travaillé postérieurement dans un domaine purement mathématique (la mise en équation par une équation différentielle, tâche B).

La situation de départ doit être sortie du contexte réel, pour être interprétée dans le contexte des circuits électriques. Il faut pour cela se servir des conventions et des représentations introduites et utilisées en Physique (connaissances particulières acquises dans le cadre scolaire). Nous devons ici souligner qu'il est prévu de faire appel aux élèves

volontaires pour la mise en place de notre situation expérimentale et nous envisageons d'informer les élèves qu'en général l'activité relève du domaine de l'électricité, raison pour laquelle il est possible de la modéliser grâce à un des trois types de circuits étudiés en classe. Il faut souligner aussi la présence des mots « circuits électriques » dans la consigne de la tâche A, les élèves seront donc amenés à penser surtout à l'une des configurations préalablement étudiées en classe de Physique. L'observation de la résolution de cette tâche par les élèves devrait nous permettre d'obtenir des observables sur les représentations mentales de la situation.

D'une part, cela nous permet de connaître le fonctionnement cognitif des élèves et d'autre part, cette tâche est aussi susceptible de contribuer à un apprentissage du point de vue du processus de modélisation. En effet, cette tâche requiert d'éliminer certaines informations sur la situation réelle (fournies dans l'énoncé) et d'interpréter d'autres informations en termes de la théorie physique.

Ce n'est pas une tâche facile pour l'élève car elle demande une simplification de certains objets introduits lors de la description de la situation (comme la technique de défibrillation, l'appareil défibrillateur, le patient, etc.), pour ne prendre en compte que les objets pertinents pour résoudre la question finale (objets pertinents par rapport à un objectif, passage des étapes de modélisation MPC → MP). Il est pour cela nécessaire que l'élève puisse « penser » le problème, présenté en termes d'objets propres au domaine de l'électricité (Physique), et qu'il soit capable de le présenter à travers une représentation propre à ce domaine, à savoir un circuit électrique.

B Stratégies de résolution possibles de la tâche A

En résumé, il est attendu de l'élève, dans cette tâche, qu'il envisage le fonctionnement du défibrillateur grâce à un circuit électrique. Comme nous l'avons déjà signalé auparavant, l'appel à des élèves volontaires avait prévu d'informer aux élèves que la situation devait être travaillée avec les connaissances des circuits électriques (partie Electricité) vus pendant le cours. On envisage donc deux cas susceptibles d'apparaître à ce propos :

- les élèves qui ont des difficultés pour représenter la situation réelle en termes d'un schéma du circuit (avec des éléments propres à la Physique).
- les élèves qui n'ont pas les difficultés antérieurement décrites et nous supposons que, comme l'élève ne connaît que trois sortes de circuits, la tâche se ramène pour lui par un phénomène de contrat à choisir entre les circuits RC, RL et RLC, déjà vus en cours,.

Comme la présentation, pendant le cours, des circuits RLC a été très rapide et une étude qualitative a été mise en valeur pour ce type de circuit, on peut supposer que l'élève hésitera plutôt entre un circuit RC et un circuit RL. La mention de « stockage d'énergie » dans

l'énoncé devrait inciter les élèves à choisir la configuration du circuit RC (résistance-condensateur). Une fois ce choix établi, il reste à l'élève à réaliser la correspondance entre les objets d'étude et les dipôles du circuit choisi : le défibrillateur correspond à un condensateur grâce à la mention, dans le texte, du stockage de l'énergie (« Le défibrillateur est un appareil qui stocke de l'énergie »), et le patient sera remplacé par une résistance, cette configuration du circuit RC étant choisie grâce à la description et la présence de certaines données dans l'énoncé (« Le courant de défibrillation est déterminé par l'énergie sélectionnée et par l'impédance transthoracique, c'est-à-dire la résistance du corps humain au flux du courant »). Le mot « résistance » employé dans l'énoncé peut être un indicateur fort pour les élèves.

On s'attend à un circuit sans orientation, ni polarité, parce que la tâche proposée ne nécessite pas une telle orientation. De même, il est fort probable que l'élève n'introduira aucune variable de la forme u_C , u_R ou $i(t)$. La consigne de la tâche A ne demande ni utilisation des inconnues, ni fléchage. Il reste à vérifier si l'élève modifiera ou non son travail au cours de la résolution de la situation qui suivra.

En bref, une difficulté envisageable lors de la résolution de cette tâche est le choix du circuit RC pour modéliser la situation. La mention de certains éléments cités plus hauts peut inciter les élèves à choisir ce type de circuit (RC) mais certains élèves peuvent ne pas retenir cette information et ne pas donner une schématisation de type circuit.

i Configurations de réponse pour la tâche A

Envisageons ci-après des résolutions possibles de la tâche A par les élèves:

Configuration A1 : recevable et attendue.



Figure 21: Schéma du circuit, configuration A1

Configuration A2 : recevable, et la plus susceptible d'apparaître (contrat habituel)

Il est possible de voir apparaître une configuration d'un circuit constitué d'interrupteurs K1 et K2, qui permettent dans un premier temps de charger le condensateur (K1 fermé, K2 ouvert) et dans un deuxième temps de le décharger (K1 ouvert, K2 fermé).

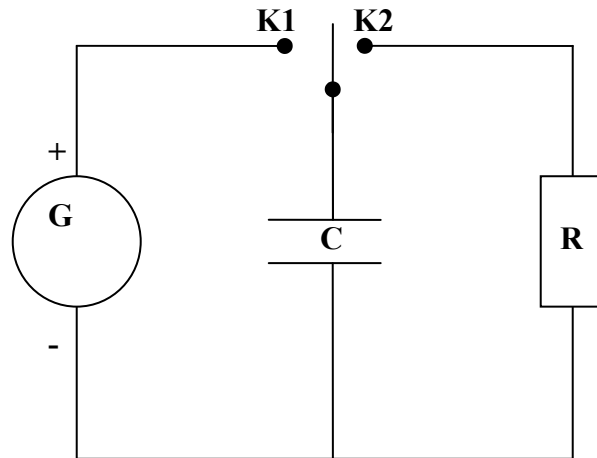


Figure 22: Décharge du condensateur

Cette réponse est plus élaborée que la précédente, mais on peut s'attendre à ce qu'elle soit donnée par la plupart des élèves, car ce type de représentation (avec le générateur qui charge le condensateur dans un premier temps, et la décharge dans un second temps) apparaît plus souvent dans les exercices du manuel, qu'une configuration simple comme la configuration du circuit A1. Pour ce circuit en deux temps, nous observons que la deuxième phase (K1 ouvert, K2 fermé, cf. figure 20) se réduit en fait à l'étude d'un circuit « simple » comme celui de la configuration A1.

Nous pouvons inférer que les élèves qui proposent des configurations A1 et A2 (toutes les deux placées dans le domaine de la physique), qualifiées par nous de recevables et attendues, ont bien compris le fonctionnement du défibrillateur et ils ont bien réalisé des simplifications au moment de laisser de côté certaines informations (par exemple, négliger les « palettes dures » ou les électrodes) et de prendre en compte d'autres informations (inclure un condensateur et une résistance, parfois un générateur et un interrupteur) pour les deux types de dessins décrits ci-dessus.

Configuration A3 : réponse non recevable, schéma du circuit erroné du point de vue de la Physique.

Dans cette catégorie de réponses, nous voudrions placer les configurations des circuits électriques où tous les éléments du circuit appartiennent au domaine de la physique (comme les configurations A1 et A2) mais où le schéma lui-même présente une réponse non attendue et non recevable pour différentes raisons :

- le dessin réalisé présente des inconsistances en termes physiques

- ou les éléments qui sont introduits ne modélisent pas les éléments pertinents à prendre en compte dans la modélisation attendue, comme par exemple les électrodes du défibrillateur.

Pour ce type de réponse, nous pouvons inférer que la construction du modèle pseudo-concret construit par l'élève ne rend pas bien compte des simplifications à faire pour passer d'une situation réelle décrite par l'énoncé à un modèle physique. L'élève devra réfléchir si possible en revenant à l'énoncé qui accompagne l'activité (relecture, repérage de grandeurs ignorées jusque là, élimination de grandeurs non pertinentes) pour reformuler sa première réponse à cette tâche. Si des élèves fournissent ce type de schéma, nous pouvons inférer qu'ils n'ont pas établi de liens entre le domaine pseudo-concret et le domaine de la physique (schéma du circuit électrique). Il faut signaler que l'enseignement ne semble pas favoriser tels liens.

Configuration A4: réponse non recevable, schéma contenant des éléments issus du domaine réel ou domaine pseudo concret (non propres au domaine de la Physique)

En prenant comme référence l'image fournie dans l'énoncé de la situation expérimentale, on peut prévoir de la présence sur la photo de fils électriques, que l'activité des élèves pourrait ne pas consister à modéliser par un des circuits connus, mais à retenir une partie de la photo et à représenter schématiquement le corps humain et l'appareil défibrillateur. Ces élèves ne passeraient pas à une étape Modèle Physique.

Il est possible que certains élèves puissent dessiner, par exemple, « un circuit » corps humain-défibrillateur (variation en termes pseudo-concrets de la configuration A1).

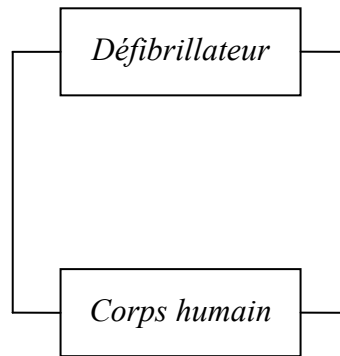


Figure 23: Configuration de type A4 (non recevable)

Si des élèves fournissent ce type de dessin comme réponse à la tâche, nous pouvons inférer que leur représentation mentale de la situation (RMS) est inadéquate et qu'elle ne leur permet pas d'établir une schématisation plus proche du domaine de la physique (avec les symboles à utiliser propres à ce domaine). Le modèle pseudo-concret (MPC) construit par ces élèves est loin d'être celui que nous attendions que les élèves construisent.

Il se peut aussi que des élèves, ne sachant pas par quel type de circuit se représenter la situation, proposent des variations de cette configuration de type A4.

Configuration A5 : configuration de type « hybride », non recevable

Nous pouvons supposer qu'une partie des élèves pourrait proposer une configuration intermédiaire entre la configuration de type A1, A2 et A3 (celles qui relèvent du domaine de la physique) et celle de type A4 (à l'intérieur du domaine pseudo concret ou réel).

Dans cette catégorie de réponses, nous envisageons de classer les schémas du circuit où il est possible d'observer un mélange d'éléments issus du domaine physique avec des éléments du domaine réel (ou pseudo-concret).

Si des élèves donnent comme réponse un circuit de type « hybride », nous inférons que leur représentation mentale de la situation (RMS) est inadéquate et que le modèle pseudo-concret construit par eux n'est pas correct : par exemple, le fait de pouvoir représenter des objets pseudo-concrets en termes physiques ou de ne pas pouvoir prendre en compte des éléments pertinents pour la modélisation dans le circuit en introduisant d'autres qui ne le sont pas. Le retour à l'énoncé de la situation (domaine pseudo-concret) pourrait favoriser des évolutions possibles pour leur RMS et donc des modifications positives au modèle pseudo-concret en permettant une meilleure compréhension de la situation par les élèves.

En résumé, comme l'énoncé n'apporte pas volontairement beaucoup d'éléments d'interprétation en termes d'objets de la Physique, nous attendons des blocages possibles et des difficultés d'élèves sur cette question, car la tâche n'est pas usuelle. Même si l'une de réponses attendues (A1) est que le circuit à réaliser peut se limiter à la présence d'un condensateur et d'une résistance sans orientation, une série d'informations sur d'autres éléments possibles du circuit à introduire peut compliquer la tâche aux élèves. Citons, par exemple, le fait de parler dans l'énoncé du « flux du courant » au lieu de l'« intensité » ou l'absence d'introduction des grandeurs physiques comme « la tension aux bornes de la résistance » qui est une des grandeurs à évoquer lors de la mise en équation. L'énoncé du texte fourni est conçu d'une manière telle qu'on attend que l'élève introduise ce type de grandeurs par lui-même. Ce n'est probablement pas si évident pour certains élèves, comme par exemple, lors de l'introduction d'une résistance dans le circuit électrique.

L'apparition de difficultés pour la réalisation de cette tâche peut être attendue grâce aux résultats de recherches développées par Thiberghien et son équipe. L'approche de la modélisation proposée par Thiberghien, Buty et Le Maréchal (2003) où il est établi que les difficultés chez les élèves portent majoritairement sur l'établissement des liens entre le monde des objets et d'événements et le monde de la théorie et de modèle. Cela peut se traduire dans ce cas particulier par des difficultés que les élèves peuvent rencontrer pour passer de la description en termes pseudo-concrets (fournie par le texte) à l'établissement d'un modèle physique (schéma d'un circuit électrique).

4 Tâche B

A Tâche B dans la démarche de modélisation

Cette tâche est l'une des tâches centrales à observer : elle demande la mise en équation de la tension (du défibrillateur) aux bornes du condensateur par une équation différentielle, grâce aux lois de l'électricité (Physique). Cette tâche permet le passage entre l'étape du modèle physique (MP) et l'étape du modèle mathématique (MM), elle permet la transition entre les domaines de la Physique et des Mathématiques. A la fin de cette tâche, une fois établie l'équation différentielle, on se situe dans le domaine purement mathématique, mais pour y arriver, on travaille à partir de connaissances théoriques de la Physique.

Voici l'énoncé de la tâche B :

B) On cherche à établir un modèle (à l'aide d'une équation différentielle) de la tension dans le défibrillateur. Justifier les lois et les principes utilisés pour l'établissement de ce modèle.

La formulation de la tâche est très différente de celle des exercices habituels (cf. Chapitre IV). On indique cependant dans l'énoncé que l'outil de modélisation est une équation différentielle car nous avons voulu aider l'élève en lui donnant cette information, afin de pouvoir centrer notre attention sur les stratégies mises en œuvre par les élèves pour la mise en équation et non sur le choix des élèves d'un outil de modélisation. D'emblée, le modèle est demandé aux élèves, sans guidage par des sous-tâches. De plus, on demande une justification explicite des lois et des principes permettant d'interpréter la situation donnée en termes de relations entre objets de la Physique. Soulignons que le contrat habituel ne prévoit pas, ou très rarement, de telles demandes de justification.

Cette demande nous permettra de :

- savoir si les élèves relient l'écriture des relations à des connaissances physiques
- identifier les connaissances physiques disponibles chez les élèves pour une telle démarche de modélisation

La finalité de cette tâche est laisser à la charge des élèves le passage de l'étape de « Modèle Physique » (MP) à celle du « Modèle Mathématique » (MM) grâce à la mise en équation, en partant des lois physiques qui interviennent dans le phénomène étudié ainsi que de connaissances théoriques (acquises auparavant par le sujet) du modèle physique dans un cadre théorique précis : ici, l'électricité. Sont aussi nécessaires des connaissances mathématiques pour l'écriture de relations entre variables et leur traitement.

L'objectif de l'expérimentation est de préciser les endroits, dans les étapes (ou dans les passages entre ces étapes) du processus de modélisation, où se situent les difficultés des élèves, et d'identifier si possible de quels domaines elles relèvent : domaine de la Physique ou des Mathématiques.

Nous chercherons à repérer l'existence de retours vers la situation réelle (SR) de départ, car ceux-ci sont susceptibles de faire évoluer la représentation mentale de la situation (RMS) chez les élèves.

Nous étudierons comment et pourquoi ces retours se produisent. En effet, pour que ces retours se produisent, il faut que les élèves aient suffisamment de connaissances, car il faut qu'ils prennent conscience d'une incompatibilité entre les résultats fournis par leur modèle et la situation réelle. Grâce à ces rétroactions et aux connaissances des élèves, les élèves peuvent valider leur réponse à une certaine tâche, ce qui nous conduit à dire que la situation a un caractère adidactique, puisqu'on peut y repérer quand même un milieu qui fonctionne.

En conclusion, la situation est certes d'abord une situation diagnostique des connaissances des élèves mais elle permet aussi des apprentissages, car les élèves peuvent évoluer grâce à certaines questions posées, par exemple, dans cette tâche B.

B Stratégies de résolution possibles de la tâche B

La résolution de la tâche repose sur les étapes suivantes :

1) **L'établissement du MPC puis du MP de la situation.** Une première interprétation préalable pour cette tâche consiste à considérer le défibrillateur en tant que condensateur. Une deuxième interprétation, importante à réaliser, est de considérer le corps humain en tant que résistance et finalement de négliger des objets cités dans l'énoncé tels que les électrodes et la quantité d'énergie qui ne sont pas nécessaires pour la modélisation visée.

Il est aussi attendu de l'élève qu'il soit capable de reformuler des termes tels que « flux du courant » et « quantité du courant » en grandeur intensité, à introduire dans la mise en équation attendue.

Ce modèle PC peut être aussi inféré grâce au MP établi par les élèves dans la tâche A : des observables sur leur RMS de la situation peuvent être obtenus grâce au schéma du circuit produit ainsi que par les échanges verbaux au sein de chaque binôme lors de la tâche A.

2) **Il y a d'abord à choisir ce qu'on va calculer.** L'élève doit expliciter le choix de grandeurs qu'il retient. On demande une tension aux bornes du défibrillateur. L'élève doit donc inclure à ce stade au moins la variable U_C pour désigner la grandeur « tension aux bornes du condensateur ». Il doit donc en particulier repérer que c'est une équation différentielle en termes de U_C qui doit être établie.

3) **Introduction de flèches et des variables sur le circuit.** L'élève peut éprouver le besoin d'aller modifier le schéma du circuit dessiné dans la tâche précédente (A), en introduisant une flèche pour représenter le sens de la tension U_C aux bornes du condensateur. Il doit alors choisir entre la convention générateur et la convention récepteur pour ce dipôle. La convention récepteur est la seule exigible au programme (réponse plus susceptible d'apparaître) mais la convention générateur peut émerger en raison de la nature du phénomène : décharge du condensateur C dans la résistance R, donc C se comporte comme un générateur (réponse recevable, non attendue).

L'introduction de la grandeur intensité ($i(t)$) sur le schéma est essentielle ainsi que l'indication du sens de l'intensité du circuit (liée au choix de convention) pour l'écriture des relations menant à l'équation différentielle. Finalement, il est attendu que l'élève introduise une variable et des flèches (choix de convention) pour la résistance, si celle-ci est présente dans son schéma (réponses de type A1 et A2).

On désigne par $i(t)$ l'intensité du courant dans le circuit, u_C la tension aux bornes du condensateur et u_R la tension aux bornes de la résistance.

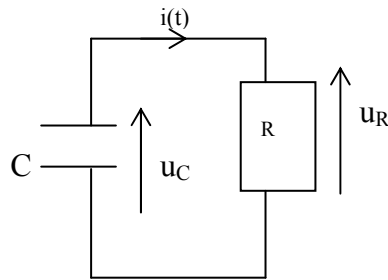
Voici les deux configurations d'orientation du circuit susceptibles d'apparaître chez les élèves qui ont donné comme réponse une configuration de type A1:

i) Premier choix : Utilisation de la convention générateur pour le condensateur C

La flèche tension u_C du condensateur et la flèche intensité $i(t)$ ont la même direction.

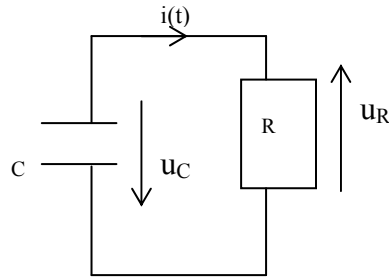
Cela signifie que le condensateur n'est plus en convention récepteur mais en *convention générateur*, car il prend la place de générateur dans le problème. On oriente la tension aux bornes de la résistance d'après la convention récepteur (car elle a la place d'un récepteur dans le circuit). Les flèches de la tension u_R et de i sont opposées.

Cette réponse est classée comme recevable mais elle n'est pas attendue d'après le programme de la Classe de Physique. Comme nous le verrons par la suite, ce premier choix entraîne une mise en équation légèrement différente. Notons aussi qu'en classe de Physique (et dans les manuels), le condensateur prend la place du récepteur dans la plupart des cas.



ii) Deuxième choix : Utilisation de la convention récepteur pour le condensateur C

La flèche tension $u_C(t)$ du condensateur et la flèche intensité $i(t)$ ont des directions opposées. On utilise la *convention récepteur* pour le condensateur, c'est-à-dire, avec la flèche tension $u_C(t)$ en sens inverse de la flèche qui représente l'intensité $i(t)$ dans le circuit. On oriente la tension aux bornes de la résistance ($u_R(t)$) d'après la convention récepteur (car elle a la place d'un récepteur dans notre circuit). Les flèches de la tension U_R et de i sont opposées. Ce type de réponse est classé comme recevable et il est plus attendu, en raison des configurations présentes en classe et dans les manuels (contrat habituel).



Pour les élèves qui ont donné comme réponse une configuration de type A2 (circuit de charge et décharge du condensateur), ils doivent d'abord centrer leur attention sur la seule étude du circuit de décharge et faire ensuite apparaître les configurations décrites plus haut (i et ii). Lorsqu'on étudie la deuxième phase (interrupteur K2 fermé) de la configuration A2, cela se réduit en fait à l'étude d'un circuit « simple » de type A1. Il reste aussi aux élèves à fixer dans la suite du problème l'introduction des variables et des conventions de fléchage pour chaque dipôle, comme décrit précédemment.

Pour les élèves qui ont donné comme réponse une configuration de type A3, A4 ou A5 (non recevables), il est possible que l'étape suivante offre des rétroactions pour modifier leur configuration en une configuration recevable.

4) **Mise en équation.** On étudiera la mise en équation pour la configuration du circuit (ii), car il correspond à celle qui est la plus attendue, d'après le contrat habituel de la classe. En effet, la convention récepteur pour le condensateur comme pour la résistance, est la seule connaissance exigible au programme officiel à ce niveau.

Le schéma de résolution présenté en cours par l'enseignant prévoit les sous-étapes suivantes de la part des élèves. On peut s'attendre à ce que les élèves ne suivent pas le schéma proposé de façon linéaire, mais à ce qu'ils soient confrontés aux différents points de ce schéma, à des moments variables suivant les binômes.

Dans cette configuration, le condensateur ne joue pas le rôle de générateur mais de récepteur en convention récepteur (orientation de la tension aux bornes du condensateur et orientation de l'intensité en directions opposées) ; la résistance joue le rôle de récepteur en convention récepteur (orientation de tensions et d'intensité en directions opposées).

L'origine des dates correspond au moment où le condensateur commence à se décharger dans la résistance.

4A) Appliquer la loi de mailles ou la loi d'additivité des tensions

Par la loi d'additivité des tensions dans le circuit RC, à une date $t > 0$, on a :

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

car il n'y a aucun générateur dans le circuit qui puisse donner une tension supplémentaire.

Il faut souligner ici l'utilisation de la loi d'additivité des tensions présente dans les manuels pour établir la relation précédente.

Il faut citer ici la possibilité d'appliquer la loi des mailles pour établir aussi cette relation. La "loi des mailles" (une des lois de Kirchhoff) exprime le principe de conservation de l'énergie pour faire un bilan d'énergie dans un circuit. L'application de la loi des mailles nécessite de bien prendre en compte le sens des flèches tensions dans le dessin.

La réalisation de cette étape peut donner des informations aux élèves sur d'autres grandeurs à introduire pour la mise en équation, et le besoin d'inclure des variables pour les désigner sur le circuit (des flèches tensions associées). Cette rétroaction peut questionner les élèves sur les constituant du circuit (introduction ou non prise en compte d'éléments). Cette partie de la mise en équation peut servir de rétroaction sur le MP établi en A auparavant, avec des possibilités de modifier aussi le MPC construit par les élèves.

4B) Utiliser la loi d'Ohm

Pour mettre en relation la résistance et l'intensité, on applique la loi d'Ohm. On sait que $u_R(t) = Ri(t)$ (car le courant et la tension sont orientés en convention récepteur) et donc

$$u_C(t) + Ri(t) = 0 \quad (*)$$

4C) Mettre en relation l'intensité $i(t)$ avec les données que l'on connaît (rappel des relations de charge $q(t)$ -tension $u_C(t)$ et l'intensité $i(t)$ -charge $q(t)$ que sont des relations vues pendant le cours de Physique)

Une fois écrites les trois relations issues de la Physique, on est placé dans un domaine de travail purement mathématique mais il est très important de garder en tête les significations physiques des variables avec lesquelles on travaille.

On sait que l'intensité $i(t)$ dans un circuit est liée à la charge du condensateur grâce à l'expression $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ (en convention récepteur) et que $q(t) = Cu_C(t)$. On peut en déduire que :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(Cu_c(t))}{dt} = \frac{Cd(u_c(t))}{dt} = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

Donc, on substitue cette dernière expression dans (*) et on obtient :

$$u_c + R \left[C \frac{du_c}{dt} \right] = 0$$

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} = 0$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = 0$$

On arrive ainsi à l'écriture d'une équation différentielle (de premier ordre, à coefficients constants), qui modélise l'évolution de la tension aux bornes du condensateur u_c en fonction du temps t qui est la réponse attendue pour la tâche B.

La mise en équation pour une configuration de type A2 correspond donc à celle décrite ci-dessus car la configuration de ce circuit revient finalement à étudier l'une des configurations montrées antérieurement (i ou ii).

Noter que les sous-étapes 4A et 4C sont à adapter pour la mise en équation correspondant à la configuration montrée en 3.i. La différence porte sur la direction des flèches dans le circuit de départ et aussi sur l'établissement de $u_c = u_R$ pour la sous-étape 4A. Une changement de signe pour certaines relations est nécessaire si on prend en compte le changement de convention utilisée.

Une tâche optionnelle et non attendue, mais susceptible d'apparaître dans les productions des élèves, est le fait de prendre en compte que la constante de temps du circuit (τ : grandeur très utilisée dans le cours et le manuel) est égale à RC , on pourrait réécrire cette dernière équation (en divisant tout par τ) de la façon suivante (démarche optionnelle, non attendue) :

$$u_c(t) + \tau \frac{du_c(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c(t) = 0$$

Pendant ou à la fin de cette étape de mise en équation, il est possible d'envisager que l'élève qui a donné comme réponse à la tâche A une configuration de type A3, A4 ou A5 (celles non recevables) modifie sa réponse en A grâce à l'insertion d'un élément pertinent ou l'élimination d'autres éléments non pertinents.

Si l'élève a donné comme réponse une configuration de type A1 ou A2 (celles recevables), son travail se limite lors de l'étape 3 de la stratégie de résolution à l'insertion des flèches et aux choix de conventions pour les dipôles au circuit.

Difficultés susceptibles d'apparaître lors de la résolution de la tâche B

Lors de l'étape 1 de la stratégie de résolution pour cette tâche, nous pouvons penser qu'une des premières difficultés sera liée au fait que les élèves auront du mal à identifier les grandeurs en jeu pour répondre à cette tâche car les grandeurs $u_C(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$ et $q(t)$ ne sont pas mentionnées explicitement dans l'énoncé (volontairement conçu ainsi). Démarrer la mise en équation avec un MP non recevable peut rendre l'établissement de l'ED difficile pour les élèves. Un MP recevable peut aider les élèves dans l'établissement de l'ED pour, par exemple, contrôler le signe des grandeurs intensité et tension et donner une valeur à E susceptible d'apparaître dans l'application de la loi d'additivité des tensions.

Pour l'étape 2 (déterminer ce qu'on va calculer), si l'élève n'a pas fait l'équivalence entre le défibrillateur et un condensateur, il aura aussi des problèmes pour préciser que l'ED demandée doit être en fonction de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$. Des difficultés liées à la notion d'équation différentielle peuvent apparaître.

Pour l'introduction des flèches et des variables sur le circuit (étape 3), une première difficulté envisageable chez les élèves est l'écriture respectant les signes en accord avec le fléchage. Un choix de convention s'impose. Si l'élève choisit de mettre la convention récepteur pour le condensateur, on s'attend à ce que l'élève puisse avoir de difficultés pour dessiner les flèches de tension sur le dessin d'après ce qu'il a appris en classe, car il ne s'agit ni d'une tâche habituellement traitée en classe, ni d'une tâche laissée à la charge de l'élève.

Si l'élève décide de choisir la convention générateur pour le condensateur, les difficultés peuvent être augmentées car cette utilisation de cette convention est hors programme en classe de Terminale S.

D'autres difficultés qu'on peut envisager sont celles liées au rappel des relations apprises en classe (sous-étapes 4A et 4B : loi d'Ohm, loi d'additivité de tensions, relation charge-tension, etc) et à leur mise en relation (sous-étape 4C) pour arriver à l'écriture du modèle mathématique demandé. Dans cette partie, nous pourrions mettre en évidence un manque de connaissances physiques des élèves. Une autre difficulté envisageable par rapport à la mise en relation est le fait qu'à partir de la relation $u_C + Ri = 0$ les élèves doivent penser à introduire une nouvelle quantité q absente de l'énoncé (hors contrat habituel).

Une dernière difficulté susceptible d'apparaître est qu'il faut écrire deux relations contenant q et les coordonner pour éliminer la quantité introduite q . Il faut garder en tête le sous-objectif local pour la tâche B d'exprimer i en fonction de u_C , l'objectif global de la tâche étant l'écriture de l'équation différentielle en termes de u_C . Dans cette partie, nous pouvons obtenir des informations sur les connaissances mathématiques des élèves. Ce sont des compétences qui ne sont plus spécifiques à des objets mathématiques mais au maniement des relations tel que l'élimination de variables.

Avant de conclure l'analyse de cette tâche, nous voudrions souligner le fait que cette tâche correspond à des connaissances et savoirs exigibles qui semblent être centraux (d'après le programme officiel de cette classe) dans l'étude des systèmes évolutifs électriques :

- *Connaître la relation charge-intensité et charge-tension, pour un condensateur en convention récepteur.*
- *Connaître la signification de chacun des termes et leur unité.*
- *Savoir exploiter la relation $q = C u_C$.*
- *Effectuer la résolution analytique³⁸ pour la tension aux bornes du condensateur, ou la charge de celui-ci lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension.*

De ce qui précède, on peut conclure que ces connaissances sont toutes relatives à la mise en équation (sous-étape 4) et l'absence des connaissances exigibles pour la classe de Physique par rapport aux autres sous-étapes de la modélisation, semble mettre encore plus en évidence la rencontre possible de difficultés par les élèves lors de la résolution de la tâche B.

³⁸ Ce qui est appelé « résolution analytique » comprend : l'établissement de l'équation différentielle, la vérification qu'une solution analytique proposée y satisfait, et la détermination des constantes à partir des paramètres du circuit et des conditions initiales (extrait du programme officiel de Terminale S).

5 Tâche C

A Tâche C dans la démarche de modélisation

Dans cette tâche, il faut montrer qu'une solution particulière (proposée dans l'énoncé) est une solution de l'ED établie dans la tâche B, qui vérifie des conditions initiales précises. Voici l'énoncé de la tâche C :

C) Montrer que la solution de cette équation différentielle est de la forme $Ae^{\frac{-t}{RC}}$ et déterminer la valeur de la constante A , en établissant d'abord les conditions qui permettent de trouver cette valeur.

La réalisation de cette tâche nécessite que l'élève se place dans l'étape d'Etude Mathématique du modèle préalablement établi, (ED donnée comme réponse en B) qui comporte les phases suivantes :

- Phase 1 : vérification qu'une fonction dépendant d'un paramètre est solution de l'ED
- Phase 2 : établissement de conditions initiales d'après un contexte particulier
- Phase 3 : recherche de la valeur du paramètre grâce à ces conditions (une fois trouvée cette valeur, certains élèves écrivent la fonction solution avec cette valeur du paramètre A parce que c'est pratiqué habituellement en classe de Mathématiques mais cela n'est pas demandé de manière explicite pour cette tâche C).

Il est attendu que l'élève travaille dans le domaine mathématique pour démontrer que la solution particulière donnée par l'énoncé est une solution de l'ED établie. Cette équation différentielle doit aussi vérifier les conditions initiales précises qui doivent être établies par l'élève à partir de l'énoncé de la situation. Cette tâche est habituellement peu traitée en classe de Mathématiques ou en classe de Physique.

En général, la tâche C correspond aux objectifs du cours de Physique. Il n'est pas question que l'élève puisse employer la méthode de séparation des variables (au programme en première année d'université, en filière scientifique). Mais il peut faire appel aux techniques apprises en classe de Mathématiques pour résoudre l'ED. Nous reviendrons plus tard sur ce point.

Il faut souligner que le regard de la situation physique de départ est encore présent car c'est grâce au contexte qu'on peut établir les conditions initiales nécessaires pour trouver la valeur du paramètre A. Un retour possible du domaine mathématique au domaine pseudo-concret doit apparaître.

B Stratégies de résolutions possibles de la tâche C

Nous présenterons les stratégies de résolution possibles en prenant en compte les trois phases que comporte cette tâche :

Phase 1 : Vérifier qu'une fonction donnée est solution de l'équation différentielle.

Pour cette tâche C, il y a deux stratégies de résolution possibles à mettre en place, ces stratégies correspondent à deux techniques différentes qui ont été repérées, l'une en classe de Mathématiques (τ_{SG}) et l'autre en classe de Physique (τ_{RED}).

Par rapport à la technique τ_{RED} enseignée en classe de Physique, il suffira de remplacer la fonction u_C par la fonction solution $Ae^{\frac{-t}{RC}}$ (donnée dans l'énoncé) et $\frac{du_C}{dt}$ par la fonction dérivée de la fonction $u_C(t)$ dans l'ED $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$ pour arriver à démontrer que cette fonction satisfait l'ED et donc est bien une solution de celle-ci.

Par rapport à la technique τ_{SG} enseignée en classe de Mathématiques, au lieu de vérifier qu'une fonction donnée est solution de l'équation différentielle, il faut « se rappeler » que la forme générale des solutions de la forme $y' = Ay$ est de la forme $y = Ce^{Ax}$ (correspondant au type de tâches T_{SG}) grâce au théorème introduit en cours.

Nous croyons qu'une telle tâche habituelle ne devrait pas poser de difficultés particulières. Des difficultés possibles par rapport au calcul de dérivées (pour la technique τ_{RED}) pourraient être rencontrées par certains élèves.

Phase 2. Préciser les conditions initiales (d'après l'information connue par l'énoncé).

Il est attendu pour cette phase que l'élève établisse la condition initiale, en interprétant certaines informations fournies dans le texte qui accompagne l'activité.

On sait que la tension initiale aux bornes du condensateur vaut 2000 volts au départ, c'est-à-dire que $u_{C_0} = 2000$ à l'instant $t = 0$. La réponse attendue est donc $u_C(0) = 2000$. Des difficultés peuvent apparaître ici car ce type de tâches est très peu, voire jamais traité en classe

de Mathématiques et de Physique. Par exemple, il faut se souvenir qu'en classe de Mathématiques, les conditions initiales nécessaires pour établir une solution particulière de l'ED sont la plupart de temps données dans l'énoncé de l'exercice et il n'est pas nécessaire que ce soit l'élève qui les précise.

Phase 3. Trouver la valeur du paramètre A grâce aux conditions initiales préalablement établies.

Il est attendu pour cette tâche que l'élève trouve la valeur du paramètre A, en s'appuyant sur une condition initiale. On reprend donc l'expression de la fonction solution $u_c(t) = Ae^{\frac{-t}{RC}}$ pour la condition $u_{Co}(0) = 2000$.

$$\begin{aligned}u_{Co}(0) &= Ae^{\frac{-(0)}{\tau}} \\2000 &= A[1] \\ \Rightarrow A &= 2000\end{aligned}$$

La fonction solution particulière de l'ED $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$ avec $u_{Co}(0) = 2000$, est :

$$u_c(t) = 2000e^{\frac{-t}{RC}}$$

Ce type de tâches a aussi été repérée en classe de Mathématiques où l'enseignement de cette technique τ_{SP} correspond à un savoir faire exigible au programme de cette classe.

Dans les observations des élèves, on cherchera donc à repérer le type de praxéologie employée, en essayant de déterminer (si possible) si les élèves travaillent plus avec des techniques du domaine mathématique ou du domaine physique. On peut s'attendre à une prédominance de la praxéologie de la classe de physique, car les élèves seront observés en cours de Physique.

On cherchera aussi l'identification des difficultés susceptibles d'apparaître, lors de la résolution de cette tâche car certaines relèvent exclusivement du domaine mathématique (vérifier une solution, calculer une dérivée ou trouver la valeur de A) mais la phase 2 ne correspond pas à une technique apprise en classe et elle oblige à l'élève à faire des passages entre différentes étapes du processus de modélisation grâce aux transitions entre les domaines pseudo-concret, physique et mathématique.

On attend que des rétroactions de la tâche C sur d'autres tâches puissent apparaître car elle est une des tâches que les élèves ont le plus l'habitude de réaliser dans les deux sous-institutions analysées. Par exemple, si l'équation différentielle est erronée, la vérification de la

solution proposée pourrait montrer à l'élève le caractère erroné de l'équation différentielle trouvée, en lui permettant d'aller modifier sa réponse à la tâche B ou même à la tâche A.

6 Tâche D

A Tâche D dans la démarche de modélisation

Cette tâche est celle qui propose un passage entre l'étape d'« Etude Mathématique » et l'étape de « Confrontation Modèle–Situation Réelle ».

Enoncé de la tâche D

D) Grâce à diverses études, on sait que 4% du courant administré lors de la défibrillation traverse le cœur du patient. Préciser pour ce cas particulier, l'intensité maximale électrique reçue par le cœur du patient

Suggestion : déduire l'expression de l'intensité, en fonction du temps, qui traverse le cœur du patient et préciser quand l'intensité mentionnée est maximale (en valeur absolue).

La question demande aux élèves de revenir à la situation réelle de départ et au domaine pseudo-concret (connaître l'intensité maximale reçue par le cœur du patient). Pour y répondre, on est obligé de travailler dans le domaine mathématique (cf. *suggestion* : recherche d'une fonction $i(t)$ si on connaît la fonction $u(t)$) sans perdre de vue les significations physiques des variables).

Cette tâche formulée en termes pseudo-concrets demande aux élèves de la reformuler en termes physiques, voire mathématiques (*suggestion*), pour finalement revenir au domaine pseudo-concret et répondre à la tâche en termes pseudo-concrets.

Il faut trouver la valeur de l'intensité maximale, puis reformuler les résultats mathématiques obtenus dans le contexte de départ.

B Résolutions possibles de la tâche D

La résolution de cette tâche doit se faire en deux parties : d'abord, il faut obtenir l'expression de l'intensité i en fonction du temps t (fonction $i(t)$) puis préciser la valeur maximale de l'intensité.

Pour la première partie, nous avons identifié deux stratégies possibles qui correspondent, chacune, à deux techniques légèrement différentes enseignées en classe de Physique.

Ces résolutions possibles de la tâche D, sont :

1) Grâce à l'expression de l'intensité i à partir de la loi des tensions (technique τ_{1a})

Par exemple, en partant de la configuration du circuit (3.ii). on sait que :

$$\begin{aligned} u_C + u_R &= 0 \\ u_C + Ri &= 0 \\ u_C = -Ri &\Rightarrow i = -\frac{u_C}{R} \end{aligned}$$

Donc, si

$$\begin{aligned} u_C(t) &= 2000e^{\frac{-t}{RC}} \\ i &= -\frac{u_C}{R} \end{aligned}$$

On obtient :

$$i(t) = -\frac{2000}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Cette démarche reprend des expressions mises en place lors de la mise en équation réalisée en C. Elle relève plutôt du domaine physique de la situation (lois qui interviennent : d'additivité des tensions, d'Ohm, etc).

2) Grâce à l'expression de l'intensité i à partir des relations $q = Cu$ et $i = \frac{dq}{dt}$ (technique $\tau_{1a'}$)

On sait que $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$. Comme $\frac{du_C}{dt} = \frac{-A}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$

donc,

$$\begin{aligned} i &= C \frac{du_C}{dt} = \frac{-C \cdot A}{RC}e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{-C \cdot A}{R \cdot C}e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{-A}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \\ i(t) &= \frac{-2000}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \end{aligned}$$

Il faut juste souligner que la première technique met en jeu la mise en équation établie lors de la tâche B : nous pouvons la classer comme une technique plus du côté du domaine de la Physique alors que la deuxième technique peut être plus envisagée comme la mise en relation des expressions (même si ces expressions ont une signification physique) ; nous pouvons placer donc cette technique plus du côté mathématique.

Des difficultés déjà évoquées pour la mise en équation peuvent être rencontrées dans cette partie.

On peut s'attendre aussi lors de la résolution de cette première partie à ce que les élèves ne considèrent pas les grandeurs $i(t)$ et $u_C(t)$ en fonction du temps par l'habitude qu'ils ont d'après les classes précédentes d'étudier ces grandeurs en tant que constantes (régime permanent) et non en fonction du temps. Ce résultat serait encore plus frappant compte tenu de la suggestion explicite de l'énoncé de considérer $i(t)$ en fonction du temps.

Dans la deuxième partie pour la détermination de l'intensité maximale, puisqu'on étudie le circuit de décharge, l'intensité est initialement maximale puis s'annule progressivement.

On part de la fonction $i(t)$ obtenue ci-dessus.

$$\text{Si } i(t) = \frac{-A}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \text{ ou } i(t) = \frac{-2000}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \text{ à l'instant } t=0, i(0) = \frac{-2000}{R}$$

On sait que le terme $\left| \frac{-A}{R} \right| = \left| \frac{-2000}{R} \right|$ donne la valeur de l'intensité maximale en valeur absolue qui traverse le circuit RC, et par conséquent ce nombre en valeur absolue serait $\left| \frac{-2000V}{50\Omega} \right| = 40A$.

L'élève doit revenir au domaine pseudo-concret et en particulier à la situation originale, sachant seulement qu'un pourcentage des 40 ampères du courant qui sort du défibrillateur (condensateur) vers le patient (résistance) est reçu par le cœur du patient. On en conclut que l'intensité maximale reçue par le cœur du patient correspond à 4% de 40 A (intensité maximale dans le circuit) ce qui équivaut à 1,6 ampères qui parviennent finalement au cœur du patient.

Nous pouvons retrouver, pour les stratégies 1 et 2, des difficultés déjà susceptibles d'apparition dans la tâche B, relative à l'utilisation des relations et leur mise en place. On pourra à cette occasion repérer si les élèves réussissent cette tâche alors qu'ils ont connu des difficultés dans la tâche B. On s'attend aussi à des difficultés à considérer les grandeurs $i(t)$ et $u_C(t)$ en tant que fonctions du temps.

7 Tâche E

A Tâche E dans la démarche de modélisation

Cette tâche conduit l'élève à répondre à la question de départ.

Voici l'énoncé de cette tâche :

Enoncé de la tâche E

Notre intérêt est de savoir si notre patient a des possibilités de survivre après cet accident.

E) Vérifier si le résultat obtenu à la sous-tâche précédente (D) correspond à l'information donnée par le tableau « Réponses du corps humain à l'intensité du courant » (tableau I, page 3). Discuter les résultats issus du modèle établi, et indiquer en particulier s'ils correspondent à l'information que l'on connaît grâce à d'autres sources.

A partir de notre modélisation réalisée à l'aide d'un circuit électrique, qu'est-ce qu'on peut dire sur la réussite de la réanimation de notre patient ?

Cette tâche se situe au sein de l'étape « Confrontation Modèle–Résultats Pseudo–Concrets ». Dans cette étape a lieu la confrontation des résultats du modèle avec l'information accessible sur le réel (exemple : mesures expérimentales et dans ce cas, le tableau donné).

La tâche requise se limite au seul cas du patient. La question de la généralisation du modèle à d'autres cas, n'est pas posée.

B Résolutions possibles de la tâche E

Dans cette tâche, il faut comparer la valeur maximale de l'intensité reçue par le cœur du patient (d'après le modèle établi par les élèves), avec les réponses du corps cette intensité électrique (voir tableau I), pour valider si les choix du secouriste amèneront ou non le patient à surmonter son trouble cardiaque (réanimation réussie). L'élève devra conclure l'activité.

Finalement, le modèle de la situation de départ, à savoir le circuit RC et l'obtention des courbes $u_c(t)$ et $i(t)$ (leur expression et leur graphe), permet d'arriver à connaître une quantité approchée de courant que reçoit le cœur d'un patient particulier, lorsqu'il bénéficie d'une réanimation cardiaque par un défibrillateur. Il reste à l'élève à valider ou à essayer de confronter ces résultats, avec ce qu'il connaît par d'autres sources ou moyens.

Le tableau I « *Réponses du corps humain à l'intensité du courant* » (cf. annexe 3) donne la résistance du corps humain à un choc électrique (à l'intensité du courant), et il est demandé à l'élève de valider le résultat obtenu par l'élève par rapport à ces données.

On voit que la valeur de 1,6 A qui correspond à l'intensité reçue par le cœur du patient, est bien située dans l'un des intervalles du tableau ($[300mA, 6A]$, dernière ligne) et qu'elle correspond bien au moment où la fibrillation cesse et où le patient retrouve le rythme cardiaque normal.

L'intensité transmise au patient est en-dessous de 6 A, et l'on peut donc conclure sur le succès de la réanimation cardiaque de notre sujet.

Nous avons bien constaté que même si le fonctionnement réel (la configuration) d'un vrai défibrillateur est beaucoup plus complexe que le circuit RC choisi pour cet exercice, il permet quand même d'établir un modèle qui fournit certaines données (exemple : l'intensité reçue), pour savoir si la réanimation peut, ou non, être réussie (côté prévision de notre modèle).

La seule difficulté envisageable est l'incapacité de l'élève à comparer les résultats issus du calcul du modèle avec les données du tableau. Cette difficulté paraît a priori peu probable.

En revanche, il se peut que l'élève conclut de façon erronée, dans le cas où la valeur numérique trouvée est erronée. La tâche E est susceptible d'apporter une validation aux résultats trouvés dans les tâches précédentes, si la valeur numérique se situe complètement en dehors des valeurs du tableau. On cherchera éventuellement ce type de retour de la tâche E.

8 Conclusion du chapitre V

Dans ce chapitre, nous avons présenté la situation expérimentale conçue pour être mise en place auprès d'élèves de lycée, en classe de Terminale S. Nous avons montré les choix globaux de conception qui permettraient dans la réalisation de cette tâche, que l'élève ait l'opportunité de traiter des étapes de la démarche de modélisation habituellement non traitées en classe de Mathématiques ni en classe de Physique (hors-contrat). De plus, nous avons présenté en détail les objectifs, les stratégies de résolution, ainsi que les difficultés envisageables pour chacune des sous-tâches de la situation expérimentale. Il reste à mettre en œuvre cette situation, pour analyser les productions des élèves à l'aide de l'analyse a priori qui vient d'être présentée. Cette analyse sera développée dans le chapitre suivant (Cf. Chapitre VI).

Chapitre VI

Expérimentation

Dans ce chapitre, nous analysons les observations issues de la réalisation de la situation expérimentale auprès d'élèves de classes Terminales S. Dans un premier temps, nous présenterons les choix faits pour la réalisation: choix des classes pour l'expérimentation, des élèves, etc. et dans un deuxième temps, nous ferons l'analyse a posteriori des productions des élèves.

1 Description de la mise en place de la situation expérimentale

Nous avons réalisé une grande partie des observations des classes de Physique et Mathématiques au Lycée Pablo Neruda (PN, lycée de banlieue dans l'agglomération grenobloise) et quelques-unes au Lycée International (LI, Grenoble-centre). Nous avons fait appel aux élèves volontaires dans le cadre de la classe de Physique et nous avons maintenu le contact avec les professeurs responsables de ces classes, principalement avec le professeur GB (au lycée Neruda) et sporadiquement avec le professeur FB (lycée International). Comme la situation expérimentale appartient au domaine de l'Electricité et plus particulièrement aux connaissances du chapitre « Circuit RC », nous avons décidé de la mettre en place auprès d'élèves, après enseignement du sujet. C'est un choix important, car les élèves avaient déjà étudié ce chapitre et nous cherchions à étudier la manière dont ils s'étaient approprié les connaissances et les savoir-faire exigibles d'après les programmes.

En essayant d'élargir notre appel à des élèves volontaires pour participer à notre expérimentation, nous sommes allées au Lycée La Saulaie à St-Marcellin et grâce à l'aide du professeur de Mathématiques, nous avons aussi réalisé la situation expérimentale dans ce lycée.

Au total, 25 élèves ont participé à notre expérimentation. Nous avons décidé de proposer le travail par binômes car nous voulions enregistrer les interactions verbales des élèves résolvant l'activité, pour mieux comprendre les productions écrites ainsi que pour en inférer les représentations mentales des élèves (tâche A). Nous leur avons demandé de rédiger une copie par binôme, et de ne rien effacer sur cette copie en cas d'erreur.

La réalisation a eu lieu en mars-avril 2005, juste à l'issue de l'enseignement des trois chapitres relatifs au domaine de l'électricité en Terminale S (circuits RC, RL et RLC) et du retour des vacances de Pâques. L'enseignement de la partie des circuits électriques a eu lieu en janvier-février 2005 pour les élèves du lycée Pablo Neruda alors que pour les deux autres

lycées, cet enseignement était encore en cours ou proche de la fin (chapitre sur les circuits RLC).

La répartition des binômes par lycée est la suivante :

<i>Bloc I</i>	<i>Bloc II</i>
<p>Partie I</p> <p>Lycée Pablo Neruda à St-Martin d'Hères. Lundi 21 Mars 2005 à 15 heures. Professeur responsable : GB. Manuel de Physique : Nathan.</p> <p>BI.1 BI.2 BI.3</p> <p>Partie II</p> <p>Lycée Pablo Neruda à St-Martin d'Hères. Mardi 29 Mars 2005 à 8 heures. Professeur responsable : HL. Manuel de Physique : Nathan.</p> <p>BII.1 BII.2</p>	<p>Partie III</p> <p>Lycée La Saulaie à St-Marcellin. Mardi 29 Mars 2005 à 15 heures. Contact : CD (professeur de Mathématiques Terminale S de cette classe). Manuel de Physique : Durandea.</p> <p>BIII.1 BIII.2 BIII.3 TIII.4</p> <p>Partie IV</p> <p>Lycée International à Grenoble. Mardi 12 Avril 2005 à 15 heures. Professeur responsable : FB. Manuel de Physique : Nathan.</p> <p>BIV.1 BIV.2 BIV.3</p>

La séparation par blocs (I et II) correspond au fait que nous distinguons les élèves qui avant l'expérimentation avaient déjà traité un exercice issu des annales du BAC (cf. annexe 4), proche de la modélisation demandée dans notre situation expérimentale (cf. VI.1.e pour plus de détails) Parties III et IV- et ceux qui ne l'avaient pas traité -Parties I et II.

La durée de la mise en place de la situation expérimentale a été prévu pour une heure de travail des élèves (durée d'une séance ordinaire de classe).

Nous avons dû proposer un travail en trinôme au lycée de St-Marcellin, en raison du nombre impair d'élèves volontaires.

A Sur la préparation avant l'expérimentation

De manière préalable, nous avons présenté la situation et expliqué aux professeurs GB et FB (Partie I et IV) notre intention et nos attentes pour la mise en place. Il faut dire que GB connaissait mieux le sujet de l'activité que FB, car nous avons eu des nombreuses discussions avec elle sur le sujet, tandis que nous n'avons rencontré FB que pour une séance avant la situation expérimentale. En revanche, ce travail n'a pas été réalisé avec HL (du lycée Neruda aussi, Partie II). Ce dernier connaissait au moins l'énoncé de l'activité ainsi qu'un corrigé proposé pour cette activité avant la séance avec des élèves. On trouve trois niveaux différents de connaissances chez les enseignants par rapport à la mise en place attendue de la situation expérimentale:

- **Forte.** Relation étroite de GB avec la situation elle-même et l'objectif de l'expérimentation, connaissance (Partie I)
- **Moyen.** Connaissance de l'énoncé de l'activité et de l'objectif de la mise en place de l'expérimentation, même si celle-ci a eu lieu dans une seule séance préalable à la mise en place de l'activité (Partie IV, par FB)
- « **Faible** », car la connaissance de P avec l'énoncé de la situation et la consigne pour la mettre en place ont été réalisées par l'intermédiaire de GB (Partie I) et par nous-mêmes le jour de la mise en place (quelques minutes avant le début de la séance, Partie II par HL).

Il sera intéressant de regarder l'effet qu'a eu le degré de connaissance des professeurs de Physique sur ce que nous attendions des élèves. Lors de cette réunion préalable à l'expérimentation, nous avons fortement demandé à ces professeurs de ne pas trop guider le travail de résolution des binômes et leur avons plutôt conseillé de répondre aux élèves si besoin était, par des questions ou des incitations pour faire sortir le binôme de son impasse, mais tout en laissant la plus grande autonomie possible aux élèves et en ne leur donnant pas d'indication relative aux savoirs en jeu.

Lors de l'appel aux élèves volontaires pour participer à l'expérimentation, les élèves étaient prévenus que la situation aborderait des connaissances du domaine de l'électricité, et en particulier sur trois types de configurations de circuits étudiés : circuits RC, RL et RLC.

B Sur l'intervention de l'enseignant

La présentation des binômes est organisée par parties en deux blocs. Chaque partie correspond en réalité à des classes différentes de Physique, c'est à dire à des professeurs différents. Dans la mise en place des parties I, II et IV les professeurs responsables de chaque classe ont été présents et ont participé fortement à l'organisation de la séance et éventuellement ils ont répondu à des questions si nécessaire. La partie III a été mise en place sans que le professeur de physique soit présent. En tant observateur de l'expérimentation, nous avons dû intervenir une seule fois pour une question relative à l'activité même, intervention demandée par TIII.4.

Il est intéressant de repérer si, et comment la présence du professeur pendant la résolution de l'activité a pu exercer une influence sur la résolution des élèves.

C Sur la séance

La situation expérimentale a duré une heure. Elle s'est déroulée en dehors des horaires de la classe de Physique pour la partie I,II et III avec des élèves volontaires. La professeure FB (du lycée LI) a décidé de la mettre en place avec quatre binômes d'élèves qui n'étaient pas partis en voyage d'études, et l'expérimentation a eu lieu à l'intérieur des horaires d'un cours de physique. Nous préciserons plus bas les effets du traitement de cette tâche de modélisation à l'intérieur (ou non) du cours de physique.

D Sur l'engagement des élèves vis-à-vis de la situation

Comme nous l'avons déjà indiqué auparavant, la plus grande partie des élèves ont été volontaires pour l'expérimentation (Parties I, II et III) mais pour la partie IV les élèves ont été plutôt obligés de participer, car ils n'étaient pas partis en voyage d'étude et que la professeure était celle qui avait suggéré de la résoudre comme une activité à l'intérieur de l'horaire du cours de Physique. Cela peut avoir un effet sur l'investissement des élèves pour entrer vraiment, ou non, dans la modélisation de la situation proposée dans la situation expérimentale.

E Sur le sujet du BAC

Un exercice issu des annales du BAC, traite aussi de l'utilisation du défibrillateur cardiaque pour être modélisé à l'aide d'un circuit RC. Cet exercice est quelquefois traité en classe de Physique par l'enseignant, en tant qu'exercice à résoudre en classe ou devoir à la maison, à propos de l'étude des circuits électriques.

Comme nous l'avons déjà indiqué ci-dessus, la séparation par blocs (I et II) correspond au fait que nous distinguons les élèves qui avaient déjà traité cet exercice avant l'expérimentation du BAC (Parties III et IV), et ceux qui ne l'avaient pas traité (Partie I et II). On s'attend à trouver une différence dans ce qu'ils ont fait pendant la résolution. Nous envisageons moins de difficulté chez les élèves qui avaient traité l'exercice auparavant (bloc II) et plus de difficulté pour le bloc I.

Dans le paragraphe suivant, nous analyserons a posteriori les productions des élèves recueillies (12 au total). Nous présenterons une catégorisation des réponses des élèves à chacune des cinq tâches de notre situation expérimentale, en prenant comme base la production écrite fournie par les élèves et dans un deuxième temps, nous compléterons cette catégorisation grâce aux extraits des échanges verbaux entre les binômes qui nous serviront, entre autres, à clarifier certains passages d'une étape à une autre et à faire ressortir des représentations mentales construites par les élèves. Il faut bien souligner que cette analyse (a posteriori) de réponses est effectuée en fonction de la catégorie de réponses susceptibles d'apparaître, qui a été présentée dans l'analyse a priori de la situation (cf. Chapitre V).

2 Analyse a posteriori

A Tâche A

Rappelons l'énoncé de la tâche A :

D'abord, nous devons modéliser à l'aide d'un circuit électrique, comme ceux étudiés dans le cours, le fonctionnement du défibrillateur. Il faut pour cela choisir une représentation du circuit.

A) Dessiner la représentation du circuit électrique choisi, en justifiant tous les choix faits.

La tâche A permet à l'élève de passer de l'étape de la situation réelle (située dans le domaine pseudo-concret) à l'établissement d'un modèle physique (configuration du circuit,

dans le domaine de la Physique) en passant par l'étape de la RMS et du modèle pseudo-concret MPC.

Nous nous attendions à ce que l'élève, par un effet de contrat réduise le choix du circuit à l'un des trois types enseignés en classe (RC, RL et RLC) et choisisse la configuration d'un circuit RC en faisant l'équivalence entre condensateur = défibrillateur et résistance = corps humain, grâce à la description fournie dans l'énoncé de la situation expérimentale et que celui-ci néglige d'autres éléments tels que les électrodes, la quantité d'énergie, etc.

Dans l'analyse a priori de cette tâche (cf. V.3.b) nous avons envisagé des configurations possibles de réponses pour cette tâche.

Dans le tableau suivant :

- Le (*) signifie que ces élèves ont modifié leur circuit après l'intervention du professeur (dénommée **IP**).
- La flèche indique la manière dont laquelle les dessins du circuit des binômes ont été modifiés.
- La partie **soulignée** correspond à la configuration finale du circuit, finalement donné comme réponse pour la tâche A par le(s) binôme(s).

Voici la distribution des réponses pour la tâche A :

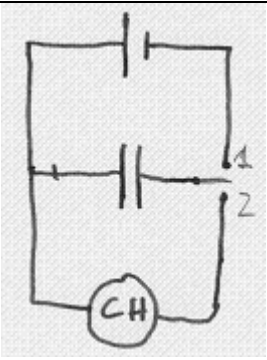
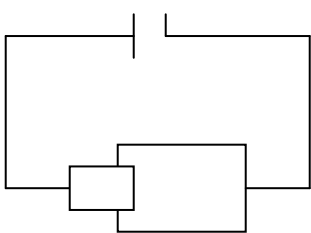
<i>Type de réponses</i>	<i>Partie I</i>	<i>Partie II</i>	<i>Partie III</i>	<i>Partie IV</i>
A1 Recevable et attendue Circuit simple	<u>BI.3(3)*</u> ↑	BII.2(1) ↓		
A2 Recevable et attendue Circuit composé		<u>BII.1</u> circuit simple <u>BII.2(2)</u> composé	<u>TIIL.4</u> BIII.2(1) ↓	<u>BIV.2(3)*</u> ↑ <u>BIV.3(2)*</u> ↑
A3 Non recevable car circuit non correct en termes de Physique	BI.2(1) (non R) ↓		<u>BIII.1</u> - circuit composé ↓	BIV.2(1) (non R) ↓ BIV.3(1)
A4 Non recevable (des éléments du circuit en termes de la Situation Réelle)			<u>BIII.3</u> (non Thorax) ↓	↓
A5 Circuit hybride 1) Non résistance 2) Corps humain ≠ Résistance (les deux apparaissent au circuit)	<u>BI.1(2)</u> ↑ ↓ BI.3(2) ↑			BIV.2(2) (palettes dures) <u>BIV.1(2)</u> ↑
3) Thorax au lieu de la résistance R	BI.1(1) <u>BI.2(2)*</u> BI.3(1)		<u>BIII.2(2)</u>	BIV.1(1)

i Premier type de réponse A1

La **première configuration** (nommée ici **A1**), celle recevable et attendue où les élèves avaient à mettre un circuit simple avec le composant condensateur (C) puis la résistance (R), est apparue dans un seul des binômes (BI.3) telle qu'elle a été décrite dans l'analyse a priori. Cependant, ce circuit n'apparaît que dans la production écrite finalement fournie par ce binôme. En écoutant l'enregistrement audio de leurs interactions lors de la résolution de l'activité, nous constatons en effet que le dessin du circuit vient après toute une série de circuits proposés et que cette dernière production est le résultat final après deux interventions (sur cinq) de l'enseignant qui par ses commentaires, conduit les élèves à modifier le circuit de départ.

Le cas du binôme BI.3

Voici donc les changements produits par le circuit de BI.3 (élèves E5 et E6) :

 <p>Dessin #1 (BI.3)</p>	<p>Première configuration apparue dans l'un des deux brouillons fournis par ce binôme. C'est la configuration du circuit de départ proposée par E6. Notons que l'insertion de deux positions pour l'interrupteur (1 et 2) a été faite aussi de manière postérieure (ils utilisent un crayon et non le stylo) suite à la discussion entre ces élèves.</p> <p>Notons que cet élève interprète donc le défibrillateur en tant qu'un condensateur (deux barres du milieu) qui est chargé par un générateur lorsque l'interrupteur est en position 1.</p>
 <p>Dessin #2 (B3)</p> <p><i>(inféré par nous d'après le dialogue de BI.3)</i></p>	<p>La deuxième configuration sous-jacente à la configuration de la feuille de réponse de BI.3 (dessin 3) est le dessin 2 apparemment proposé par E5, car il a voulu inclure une pile pour représenter le défibrillateur (symbole de deux rectangles sur le dessin).</p> <p>Lui aussi introduit dans leur dessin un générateur qui le permet de charger la(les) pile(s) dans le circuit.</p> <p>Nous pouvons faire l'hypothèse de la réalisation d'un schéma comme celui montré ici (à gauche), car on observe des traces qui ont été effacées sur le dessin 3. A première vue, il s'agirait aussi d'une configuration de type A1 toutefois les enregistrements audio permettent de conclure que E5 avait plutôt pensé représenter une pile, mais que les discussions avec E6 l'avaient fait changer d'opinion.</p>

Notons dans ce dialogue d'élèves des hésitations entre deux productions différentes fournies par ce binôme. La première fournie par E6 (dessin #1) et la deuxième production de E5 (dessin #2).

Pour arriver à la configuration du circuit donné comme une première réponse à la tâche A (dessin #1) du binôme BI.3, une discussion de E6 pour convaincre E5 de représenter la situation par le dessin #1 a eu lieu, puis l'insertion d'un interrupteur en deux positions est introduite dans leur schéma grâce à la discussion entre ces élèves.

Voici le dialogue du binôme BI.3 relatif à la discussion sur le choix entre les dessins 1 et 2:

E6 : Le défibrillateur...--(pas clair)---, c'est pas marqué ...ouais, on a un condensateur et une résistance et hum...oui, de toutes façons on a besoin d'une batterie pour délivrer 2000 volts

E6 tire la résistance de l'énoncé (qui est explicite) et le condensateur, probablement en raison de l'expression stockage de l'énergie

E5 : tout d'un coup...

E6 : Je pense...(il relit l'énoncé) ah oui, ...bon, il y a le générateur, le condensateur, le corps...(dessin #1)

E6 pense qu'il y a un générateur dans le circuit possiblement par ses connaissances scolaires de Physique (dans tout circuit il y a un générateur ? – effets du contrat)

Le corps humain n'est toujours pas interprété en tant que résistance (domaine de la Physique)

E5 : Ouais, ouais, mais il doit y avoir plusieurs circuits, donc un circuit batterie, je pense...non, attend, ouais, ouais, un circuit avec --- un générateur, je pense... (réminiscence scolaire)

E6 : Le condensateur... (il efface quelque chose) Ouais mais non...non, il faut un truc avec un interrupteur avec...plusieurs...

E5 : En deux positions, non ? (insertion de l'interrupteur en dessin #1)

E6 : En deux positions, ouais...donc c'est sérieux.. ; comment on y arrive ?, si, voilà, si, voilà...

(il dessine apparemment l'interrupteur dans le dessin #1)

E6 : eh...si, voilà, si, voilà...c'est là, la barre au milieu, c'est le condensateur (il efface la barre au milieu la pile introduite par B5 est remplacé par le symbole du condensateur, passage du dessin 1 vers le 3)

E5 :Voilà, je pensais, cela doit être une pile...(référence à son dessin #2, dessiné dans une autre feuille à côté)

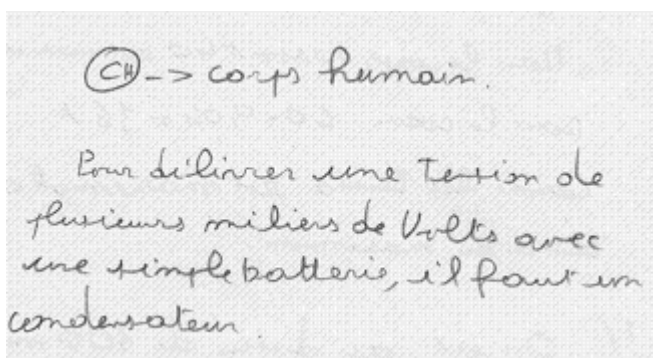
E6 :Non, non, c'est...le générateur, ça va, c'est comme une batterie...

E5 :Je pense...

E6 :Voilà et nous, là, le corps humain, le corps humain il faut dessiner...(---), apparemment ils dessinent le rond sur le dessin 1, puis sur le 3) ...mais non...eh...

E5 : (l'interrupteur ?) est en a position deux ...

E6 :Donc, on a la charge et la décharge...et donc...ah...justifier votre choix...(relecture de la consigne en A) « Pour délivrer ... » (écriture de la justification donnée en A, voir texte complet ci-dessous).



CH -> corps humain.
Pour délivrer une tension de plusieurs milliers de volts avec une simple batterie, il faut un condensateur.

Transcription :

CH -> corps humain

Pour délivrer une tension de plusieurs milliers de volts avec une simple batterie, il faut un condensateur.

Justification donnée par BI.3 pour le dessin #1 – tâche A

Noter la différence de traitement pour le défibrillateur et le corps humain. Il a été plus facile pour eux d'interpréter le défibrillateur que le corps humain. Peut-être la nature technique du défibrillateur le rend-il plus proche d'un condensateur, perçu par les élèves aussi comme un appareil ; En revanche, le corps humain avec tout ce qui lui est attaché, est plus éloigné de la résistance.

Assimiler le corps humain à une résistance est très réducteur, donc moins spontané chez les élèves. Le corps humain est pleinement dans la situation réelle. On mesure la difficulté pour les élèves de modéliser en supprimant de façon drastique la richesse et la complexité d'un objet comme le corps humain. Pour E5, la représentation du défibrillateur en tant que condensateur n'était pas claire et il demande à E6 une explication à ce sujet ; voici les dialogues avec E6 pour l'introduction du condensateur dans leur dessin et donc pour finalement substituer le condensateur à la « pile » (sur les dessins 2, dessin 1 et 3, réponse finalement attendue) :

E6 : (pendant l'écriture de la justification pour la tâche A) J'essaie de justifier un peu...pour délivrer 2000 volts avec une simple batterie il faut un condensateur, et voilà !

E5 : Je ne sais pas pourquoi un condensateur

E6 : Parce que le condensateur emmagasine l'énergie...(validation par rapport à ce qui était dit par l'énoncé)

E5 : Et si tu ne connais pas...

E6 : Ouais, mais si tu as besoin d'une batterie qui délivre 2000 volts d'un coup, si tu as un appareil photo jetable tu n'as pas (-----)

E5 : Non, bon, ça va !

E6 : Tu as besoin d'un truc capable de délivrer une puissance...de toute façon en A...exponentielle...--
- (il valide son raisonnement avec l'expression qui apparaît en C)

E5 : Mais, ça, il va marcher ?

E5 :Le condensateur ? ouais...

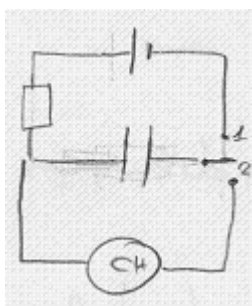
Pour commencer à résoudre la tâche B de la mise en équation, on introduit une résistance sur leur dessin (changement du dessin 1 au dessin 3) :

E5 : (retour à l'énoncé comme une technique pour repérer les grandeurs à utiliser dans la mise en équation)...à un moment ils parlent de joules, et à un moment ils parlent de...

E6 : La résistance, la résistance est le corps humain...(l'élève E6 semble être consciente de ce que le corps humain peut être représenté par une résistance)

E5 : eh ? oui, ah oui...tu as raison pour la charge (--) ...c'est pas grave...(insertion de la résistance dans le dessin 1 pour aboutir à leur réponse finale pour la tâche A, configuration observée dans la feuille de ce binôme – dessin 3).

Finalement, la réponse donnée par BI.3 à la tâche A est la suivante :



Dessin #3 (BI.3)

Il faut souligner bien que malgré que le dialogue semble montrer que E6 avait compris que le corps humain était la résistance, ils décident d'introduire une résistance en plus du corps humain dans le circuit. Nous pouvons inférer que B5 avait plutôt compris que l'introduction de cette résistance était pour charger le condensateur (« tu as raison pour la charge (--) ...c'est pas grave ») et cela peut être la raison pour laquelle cette résistance a été introduite dans le circuit de charge du condensateur (interrupteur en position 1). Etant donné que l'attention de ce binôme était censé en établir la mise en équation, ils n'ont pas vraiment réfléchi à la place de la résistance et ils n'ont pas vraiment fait l'effort de revenir à la situation réelle pour établir donc le rôle de la résistance dans leur circuit.

Postérieurement, ce dessin 3 (réponse finale pour la tâche A) est modifié, pour aboutir à un dessin apparu lors de la mise en équation (dessin #4) qu'il est effectivement possible de classer comme réponse attendue du type A1 (recevable et attendue). Mais malheureusement, les enregistrements audio laissent entendre que cette simplification du circuit est finalement proposée par le professeur, sans trop laisser réfléchir les élèves sur les raisons de réaliser cette simplification. Voici un extrait des deux interventions de P (1 et 2 de 5) pour ce changement.

Ces deux interventions ont eu lieu à propos de la mise en équation (analysée au paragraphe de la tâche B) :

Intervention de P 1/5 lors de la réalisation de la tâche A : BI.3 demande de l'aide pour se rappeler certaines relations à utiliser et qui mettent en relation des grandeurs.

P : ouais, ça c'est le générateur, ça c'est un condensateur et ça c'est le corps (apparemment, P fait un retour vers le circuit dessiné en A – dessin #3), et pourquoi tu as besoin d'un truc résistance en plus ?

E5 : Hum...pour la charge ? (il semble le demander à E6)

E6 : Ouais, ouais (E6 confirme la proposition)

E5 : La charge, il faut charger...

P : D'accord...c'est pour accumuler de l'énergie, car l'énergie elle la donne au corps (P ne revient pas ici sur ce point, mais le fait ensuite lors de la deuxième intervention)

Il faut noter que lors de cette intervention de P, les élèves de BI.3 n'arrivent pas à se rendre compte que la résistance qu'ils ont récemment introduite n'est pas située au bon endroit dans leur dessin, mais nous supposons qu'un retour vers la situation de départ avec un changement possible du modèle pseudo-concret de la situation, aurait permis à ces élèves de se rendre compte de la non pertinence d'introduire cette résistance dans le circuit de charge du condensateur (interrupteur en position 1).

Intervention de P 2/5 lors de la réalisation de la tâche A Les élèves ont demandé l'aide de P pour savoir la démarche à suivre pour établir la mise en équation.

P : ah, d'accord ! déjà si tu veux établir l'équation il faut simplifier un peu le circuit, c'est-à-dire que ...déjà en cours on a travaillé sur la charge ou bien sur la décharge... vous voulez travailler sur la charge ou la décharge ?

E5 : sur la charge...

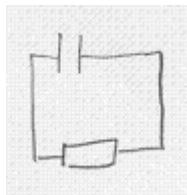
E6 : bah, non, c'est sur la décharge...

*P : voilà, l'idée c'est de faire passer un courant sur une intensité qui (---?) pour qu'il s'arrête...son coeur recommence à battre...voilà, donc c'est bien ça que tu vas pouvoir répondre à la question, ça va bien marcher, il faut bien que tu étudies quel courant tu vas faire passer pendant la décharge, déjà ton circuit tu peux le simplifier, je reviens sur cette résistance...(retour sur le dessin 3 en A) à la limite tu la mets ici (P semble indiquer de mettre la résistance dans le circuit de décharge ; **modification du dessin 3 à une réponse finalement attendue, proche d'une configuration A1, cf. dessin #4**)*

(rappel par l'observateur de la consigne de ne pas effacer les traces de dessin en A, BI.3 dessine donc le dessin #4 lors de la réalisation de la tâche B, réponse de type A1, attendue)

P : tu peux refaire dans ta mise en équation la partie du circuit qui t'intéresse pour qu'après...déjà, c'est important de comprendre qu'on ne peut pas trouver une ED pour l'ensemble charge et décharge, car ce sont deux problèmes différents

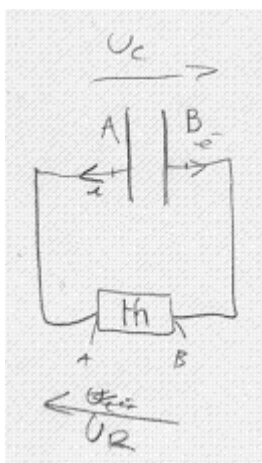
E5 : D'accord.



Dessin #4 (BI.3)

En bref, cette configuration du circuit (type de réponse A1) est le résultat des échanges verbaux entre P et B3 (intervention 2 sur 5) lors de la mise en équation (tâche B). Pour arriver à ce schéma du circuit, il faut bien souligner que BI.3 ne conçoit pas le corps humain en tant qu'une identité de la Physique, et que c'est le professeur qui finalement remplace le corps humain (rond, dessin 3) par un rectangle (symbole de la résistance en termes physiques, dessin 4).

Finalement, lors de cette deuxième intervention de P pour les guider sur la démarche à suivre lors de la mise en équation (à revoir dans l'analyse de la tâche B) ces élèves modifient une fois de plus ce dernier dessin pour faire place au dessin 5.



Dessin #5 (BI.3)

Cette configuration du circuit est observée dans le deuxième des deux brouillons recueillis auprès de ce binôme, mais ce dessin n'est pas présent dans la feuille de réponse définitive de BI.3.

L'introduction des inconnues et l'utilisation de conventions de fléchage sur le dessin a été importante pour la mise en équation correspondante, et c'est le retour du domaine mathématique (où la mise en équation a lieu) vers le domaine physique (circuit électrique) qui produit comme résultat cette configuration.

Conclusion sur la réponse du binôme BI.3 pour la tâche A

Le cas de ce binôme est très intéressant par la différence de traitement que fait E6 entre le défibrillateur et le corps humain. On peut repérer que E5 n'a pas vraiment compris la modélisation du défibrillateur. Il refuse de penser que l'on puisse obtenir un courant de 2000 volts avec un condensateur (conception de Physique plus connaissances quotidiennes faisant référence à un appareil photo). On peut en inférer que la RMS de E5 n'est pas celle de E6.

E6 semblait avoir compris que le corps humain pouvait être représenté par une résistance (« ...la résistance est le corps humain »), mais finalement avec E5 ils décident d'introduire dans leur schéma (dessin # 3) de (première) réponse à la tâche A, une résistance en plus du corps humain. Tous les deux en revanche partagent la même représentation du corps humain en tant que telle, et non en tant qu'entité de la Physique.

Il faut indiquer que ces élèves ont du mal à concevoir le corps humain en tant qu'une résistance, en arrivant même à proposer un schéma du circuit qui prenne en compte ces deux entités. C'est finalement l'intervention de P qui met en relief le fait que ces deux entités soient la même mais avec cette intervention, le passage de l'étape de la situation réelle vers le modèle physique, passage très importante à réaliser dans le processus de modélisation, n'est pas réalisé par les élèves–eux mêmes.

Nous reprendrons ce point lors de la discussion des résultats au Chapitre VII.

Le cas du binôme BII.2

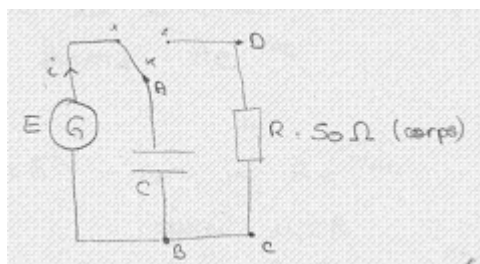
Une autre dessin du circuit qui appartient à cette catégorie de réponse recevable et attendue du type A1, est une configuration d'un circuit qui éventuellement aurait pu être esquissée tout au début de la résolution par BII.2 pour cette tâche (dessin que nous supposons avoir été dessiné par eux, d'après leurs échanges verbaux) mais qui a finalement été effacée par le dessin de B5 donné dans leur production écrite et que nous analyserons dans un autre paragraphe (cf. une variation du type de réponse A2).

ii Deuxième type de réponse A2

Par rapport au **deuxième type de réponse (A2)** où un circuit composé avec un interrupteur était la réponse attendue, nous observons que trois sur quatre des binômes qui avaient envisagé ce type de réponse ont finalement rendu un dessin final du circuit qui appartient à cette catégorie. Analysons donc les productions de ces binômes (TIII.4, BIV.3 et BIV.2).

Le cas du trinôme TIII.4

Par exemple, le trinôme TIII.4 a donné comme premier et seul dessin du circuit, la configuration suivante :



Réponse donnée par TIII.4 pour la tâche A

Les justifications données par ce trinôme nous permettent de supposer que ces élèves ont bien effectué le passage entre la situation réelle décrite par l'énoncé et l'établissement de certaines équivalences (au niveau du modèle pseudo-concret) entre la résistance et le corps du patient et entre le défibrillateur et le condensateur. Soulignons aussi l'explicitation de la manière dont le circuit fonctionnerait : d'abord (interrupteur en position 1), le générateur chargera le condensateur, et ensuite (interrupteur en position 2) ce dernier se déchargera vers la résistance qui représente le corps du patient. Voici la justification écrite qui nous révèle le passage entre la SR décrite dans l'énoncé fourni aux élèves et le modèle physique (ou dessin du circuit) :

interrupteur car le condensateur doit se charger (position 1) puis se décharger vers le corps du patient (position 2)
condensateur : pour pouvoir emmagasiner de l'énergie et pouvoir la restituer instantanément
résistance : corps du patient

Justification du circuit en A donnée par TIII.4

Le passage de la situation réelle au modèle pseudo-concret est celui que nous attendions, parce qu'une élève en particulier précise bien comment la situation doit être modélisée par le circuit électrique, et elle décrit correctement et à l'aide d'un vocabulaire propre à la physique le fonctionnement du défibrillateur. Une première discussion entre eux leur permet d'identifier rapidement à quoi correspondent en situation réelle le condensateur et la résistance qui devaient être inclus dans le modèle physique à dessiner en A.

Extrait du protocole de TIII.4 lors de la réalisation de la tâche A :

E18 : Le condensateur (est) pour faire la décharge (vers la résistance), il faut se charger et la résistance (est) le corps humain...et...(...)

E19 : Instantanément...

E18 : Le générateur charge en énergie le condensateur...

La réponse fournie par ce binôme nous permet de considérer qu'ils détiennent le fonctionnement de l'appareil à modéliser, en passant d'une description en termes réels (défibrillateur, électrodes, etc.) à une description simplifiée avec des éléments pertinents et en en négligeant d'autres (comme le cas des électrodes). Notons comme cet élève (E18) fait interagir d'un côté les données fournies dans l'énoncé de l'activité, et d'un autre côté ses connaissances de Physique, en donnant comme résultat le modèle physique finalement attendu par nous dans notre analyse a priori (type de réponse A2).

Conclusion sur la réponse du binôme TIII.4 pour la tâche A

E18 est l'élève de ce trinôme qui la plupart du temps dirige la résolution de la situation, et donc le travail réalisé autour de cette activité. Les autres élèves du trinôme (E17 et E19) semblent donc suivre le raisonnement de cet élève, par exemple la configuration donnée par lui comme réponse pour cette première tâche A.

On voit dans les verbalisations de E18 une RMS tirant parti à la fois de connaissances en Physique (le générateur charge en énergie le condensateur) et des données tirées du texte (la résistance (est) le corps humain).

D'après ce que nous avons observé chez cet élève, nous pouvons dire que le processus de modélisation et en particulier le passage de la Situation Réelle vers le Modèle Physique, va fonctionner s'il y a une interaction entre une bonne connaissance en Physique et la manipulation des données fournies par le texte, et pas seulement une simple juxtaposition des deux.

Le cas des binômes BIV.2 et BIV.3

Les réponses des deux prochains binômes ne présentent pas la même construction du modèle pseudo-concret que TIII.4, car c'est l'intervention de P qui permet finalement à ces élèves de réaliser la configuration du circuit attendue et classée comme du type A2.

Production de BIV.2 par rapport à la tâche A

Le dessin du circuit donné par le binôme BIV.2 est proche de la configuration du circuit attendue, classée de type A2, sauf pour l'intervention de certains « symboles » sur leur dessin (des traits) qui correspondent en fait aux « palettes dures » du défibrillateur.

A première vue, ce binôme n'a pas complètement construit de modèle pseudo-concret de la situation, où ces éléments doivent être négligés, car ils ne sont pas vraiment pertinents pour la modélisation électrique du fonctionnement de l'appareil.

En examinant plus en détail leur travail lors de la réalisation de cette tâche et en s'appuyant sur les enregistrements audio de leurs interactions, il est possible d'esquisser des schémas intermédiaires avant la production du dessin final. Voici les schémas intermédiaires produits par le binôme BIV.2, avec des extraits du protocole pour mieux comprendre la transition produite :

(...)

P : Alors, vous allez faire un circuit électrique avec quoi ?

E22 : Un condensateur...---(elle parle donc à G)

(...)

E22 (de BIV.2) : un condensateur, (?) et...---(murmures) et une prise dans le coin...

P : comment on dit ?

E23 : décharge (rires)

E22 : décharge...

P : (à toute la classe) tout le monde a entendu ce que dit Sandrine ? alors...(il demande de répéter à F)

E22 : un condensateur qui après se décharge dans le coin ...(rires)

P : là, c'est d'avoir un système effectivement, et de penser à un condensateur, quelque chose qui est capable de...oui ? de

Un élève (de BIV.1?) : de stocker de l'énergie...

P : de stocker l'énergie...le condensateur stocke de l'énergie, c'est ce qui nous intéresse là c'est

E22 (de BIV.2): décharge

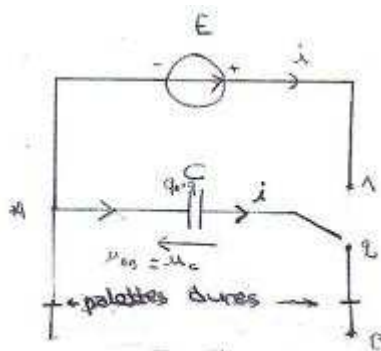
P : décharge

Il faut rappeler que le professeur ayant la responsabilité de mettre en place l'activité dans la partie IV est le professeur qui a le plus dirigé ses élèves et fait des remarques collectives (binômes BIV.1, BIV.2 et BIV.3), comme on peut l'observer ici à propos de l'établissement de deux faits importants pour la modélisation :

- le défibrillateur en tant que condensateur (car il stocke de l'énergie) – retour à l'énoncé
- le circuit à modéliser est celui de la décharge, mais P dit aux élèves (par une question de BIV.1 à ce sujet) qu'il est possible de modéliser avec un circuit composé (charge et décharge), mais qu'à la fin on ne s'intéressera qu'à un seul circuit : celui de la décharge.

Observons dans le travail de BIV.2 que c'est E22 qui donne à P cette réponse et nous pouvons considérer que finalement cet élève paraît avoir construit par lui-même un modèle pseudo-concret qui intègre ces deux faits.

Malgré cette intervention de P devant la classe et bien que ces binômes (ceux qui appartiennent à la partie IV : BIV.1, BIV.2 et BIV.3) aient déjà traité l'exercice du BAC similaire à la situation expérimentale, le premier dessin fourni par ce binôme BIV.2 est le suivant :



Dessin #1 de BIV.2 comme première réponse pour A

Après l'intervention de P à toute la classe, BIV.2 continue d'introduire un générateur dans le circuit puis d'introduire les flèches pour l'intensité sur le circuit (pendant la résolution de A), puis ce binôme décharge le condensateur vers les électrodes d'après leurs échanges verbaux –petits traits sur le dessin):

E22 : *on s'en fout, hein? le condensateur va ...égale sur le machin décharge, sur les électrodes...quoi? (pas encore dessinés sur le schéma – étape du modèle pseudo – concret encore)*

E23 : *il va parallèle*

E22 : *quoi?*

E23 : *c'est i? (rires) non, mais tu veux faire passer les électrodes...du défibrillateur...*

E22 : *d'accord, d'accord...le machin mais...comment tu les ...? (elle demande à propos de la représentation sur le schéma des électrodes)*

E23 : *Comment tu les symbolises, tu mets deux flèches? je sais pas...(il cherche un symbole en termes de la physique pour représenter les électrodes dans le schéma)*

E22 : *J'ai marqué l'intérieur comme ça! – des électrodes...(elle dessine les deux traits dans le circuit de décharge parce qu'elle n'a pas d'un autre symbole pour les représenter dans le schéma)*

E23 : *--- machin, là, c'est des chocs! (il semble relire à haute voix l'énoncé sur le fonctionnement du défibrillateur) non, c'est des palettes machin, de palettes dures! c'est ça.... « les chocs à l'aide de palettes dures..(lecture de l'énoncé) » alors...question deux (tâche B)*

Les élèves voulaient d'abord intégrer des électrodes dans leur dessin, et finalement ils décident d'introduire plutôt des palettes dures en validant d'après ce qui est dit dans l'énoncé.

Voici l'extrait de l'énoncé auquel ils font référence :

La défibrillation externe est une technique qui consiste à appliquer un choc électrique au cœur à l'aide de palettes dures placées sur le thorax afin de rétablir le rythme cardiaque normal.

Le défibrillateur est un appareil qui stocke de l'énergie et qui est capable de délivrer au travers du thorax une quantité d'énergie électrique par l'intermédiaire de deux électrodes, afin de tenter de resynchroniser l'activité électrique cardiaque.

Énoncé au domaine pseudo-concret



Énoncé proche du domaine de la Physique

Nous voudrions supposer que ces élèves finalement ont assimilé le fait que les électrodes soient équivalentes aux palettes dures et comme nous le montrons ci-contre la seule différence est que les électrodes sont plus proches d'un domaine de la Physique, tandis que les palettes dures correspondent davantage au terme que nous utilisons dans un domaine pseudo-concret. A la fin, ces élèves mélangent dans ce premier dessin (1) des éléments du réel (possible influence de l'image du texte) avec des éléments de la Physique (générateur, condensateur). Le résultat est donc un circuit hybride non recevable qui, en plus, est ouvert (configuration A5).

Lors de la réalisation de la tâche B pour la mise en équation, en particulier grâce à l'utilisation de la loi d'additivité de tensions, E22 semble se rendre compte de l'importance d'inclure une résistance dans leur dessin, et il semble valider d'abord cette première impression par l'énoncé de la situation qui cite une résistance ; la validation finale est donnée par une intervention de P:

E22 : tu fais chier ! (à G) ça c'est u_c ? eh on n'a pas mis une résistance ? (besoin d'inclure une résistance, problème avec ce qui est établi dans le circuit A) je sais pas....

E23 : je crois...

E22 : on a besoin d'une résistance, là, pour faire ça et ça égale à ça, (loi d'additivité de tensions $E = u_c + u_R$) ah oui, tu vois ? (possible relecture de l'énoncé) Madame ! pour faire la question B, pour l'équation différentielle, eh on utilise mettre une résistance ?

P : Hum ?

E22 : on doit mettre une résistance ?

P : vous avez quoi sur votre circuit, vous ?

E22 : il n'y a pas grand chose...bah (voir leur dessin 1 plus haut)

P : bah oui, là, ça va où ça ?, encore, bah, vous faites un circuit de décharge avec une résistance grand R pour le corps et fait un circuit de décharge pour que (---), prenez vos habitudes habituelles, mettez des lettres, ce qu'on appelle q, ce qu'on appelle loi de tensions

E23 : tiens !

P : ce qu'on appelle q, ce qu'on appelle loi de tensions...(P répète)

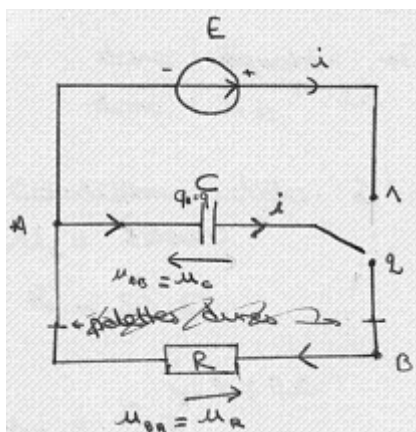
E22 : ça c'est ...

E23 : tu avais raison (E22 avait déjà dit qu'il manquait une résistance dans le circuit)

Nous voyons donc ici un exemple de retour à l'énoncé dans la phase d'écriture de l'équation différentielle, dû au besoin éprouvé par le binôme du recours à l'additivité des tensions.

P valide le constat déjà fait par E22, mais guide aussi les élèves sur le cheminement à suivre: introduction des variables (« mettez des lettres ») et indication de l'armature positive q du condensateur (« ce qu'on appelle q ») entre autres.

C'est cette intervention de P sur le travail selon des conventions à suivre pour le fléchage dans le dessin de ce binôme, qui les oblige à reformuler leur réponse à cette tâche A, en donnant comme résultat le dessin 2 ci-dessous :



Dessin #2 comme réponse finale de BIV.2 à la tâche A

On ne trouve pas dans les enregistrements audio beaucoup de traces qui permettent de comprendre les raisons pour lesquelles BIV.2 a décidé d'éliminer la présence des « palettes dures » sur le dessin.

Finalement, les élèves de ce binôme ne semblent pas avoir compris par eux-mêmes qu'il n'était pas intéressant d'intégrer les palettes dures dans leur modèle physique, car c'était plus intéressant de centrer l'attention sur le circuit RC et d'étudier la décharge du condensateur vers la résistance. Apparemment, ce fut lors d'une intervention de P à propos encore de la mise en équation, qu'il a induit l'élimination des éléments dans le dessin :

(après l'intervention pour l'introduction de R dans leur dessin, intervention lors de la réalisation de la tâche B par BIV.2)

(...)

P (intervient) : il faut pas mettre de U_C , U_R , il faut mettre le sens positif pour le courant, on s'en fout de la barre, Sandrine ! (P parle à E22 à propos du fait d'éliminer les deux traits qui représentent les électrodes ou palettes dures) on charge et on étudie la décharge, oui ? c'est ça ! (P souligne une fois de plus que le circuit de décharge est celui qui l'on s'intéresse à étudier) (...)

Conclusion sur la réponse du binôme BIV.2 pour la tâche A

Finalement, nous devons conclure que la tâche A n'a pas été réussie par ce binôme, car c'est l'intervention du professeur qui oblige ces élèves à modifier le modèle physique donné au départ, principalement en introduisant l'élément physique « résistance » en tant que corps humain du patient.

Nous observons le travail de ce binôme et en particulier la démarche de E22 pour nous se rendre compte de la nécessité d'introduire une résistance dans le circuit en suivant la loi d'additivité des tensions, car en fin de compte la mise en cause de leur modèle physique de départ n'a pas eu lieu par évolution de la RMS de cette jeune fille, mais plutôt par elle n'a pas pu mettre en pratique une technique apprise en classe (praxéologies) pour la mise en équation. E22 semble résoudre le problème d'introduction de la résistance dans la modélisation au moyen d'une technique apprise en classe.

D'un autre côté, nous observons que l'élimination d'un élément non pertinent pour la modélisation (présence des électrodes ou palettes dures dans leur dessin) est réalisé mais nous ne savons pas exactement quelles sont les raisons d'un tel changement. Ces « traits » ne devraient donc pas apparaître sur le dessin, et l'élimination de ces palettes dures aurait pu être un signe de l'évolution du modèle pseudo-concret de BIV.2 et de la représentation mentale qu'ils avaient de la situation réelle à modéliser. Nous supposons qu'il y a eu une intervention de P de manière directe à ce sujet, intervention qui finalement amène les élèves à enlever complètement les électrodes de leur dessin, ce qui montrerait une fois de plus comment des interventions constantes et directes de l'enseignant peuvent casser le sens même d'une démarche de modélisation pour les élèves. Ce serait donc un exemple d'intervention occultant le sens du passage de l'étape Situation Réelle vers l'étape Modèle Physique. En effet, cela aurait créé une opportunité de faire revenir ces élèves à la situation de départ, et une réflexion aurait eu lieu pour modifier leur représentation mentale de la situation puis le modèle pseudo-concret construit par eux.

Production de BIV.3 par rapport à la tâche A

Les changements du dessin du circuit de ce binôme pour une configuration du type de réponse A2, sont similaires aux changements subis par le circuit de BIV.2, sauf que dans ce cas là c'est l'intervention de P qui fait changer la place de la résistance dans le circuit et aussi le fait de fermer le circuit.

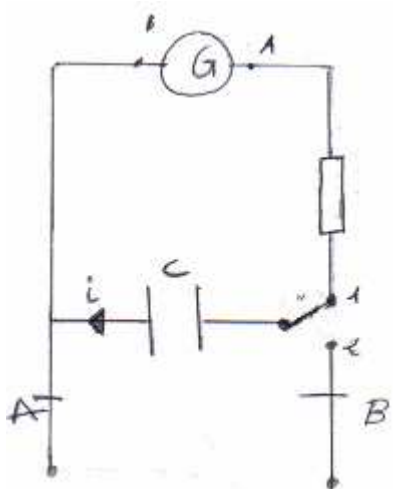
Tout de suite ce binôme a considéré de voir modéliser la situation décrite dans l'énoncé, à l'aide d'un circuit RC :

E24 : *c'est quoi, déjà ? (après la première lecture de l'activité)*

E25 : *un dipôle RC, non ? d'accord ?*

E24 : *d'accord...*

(on écoute la voix de P au fond, il parle avec la classe du fait que le condensateur prenne le rôle du défibrillateur dans le circuit)



Ces élèves avaient proposé un circuit en deux temps où la résistance était dans une première partie du circuit (interrupteur en position 1), et dans une deuxième partie du circuit une paire de traits représente les électrodes ou des palettes dures mais qui se déchargent dans le vide (le corps humain/résistance n'était pas représenté dans ce premier dessin).

La résistance est située dans le circuit de charge (interrupteur K en position 1) et au moment d'écrire la justification des choix pour cette tâche A, ils décident de ne pas justifier le rôle de R dans le circuit. Cela nous signale qu'ils n'avaient pas encore pris conscience du fait que cette résistance peut représenter le corps humain :

(...)

E24 : *Justifie nos choix...(il lit la consigne de la tâche A)*

E25 : *il faut hum un condensateur permet d'accumuler (écriture de la justification en A)*

E24 : *une énergie...*

E25 : *Une énergie...(il écrit cette justification à côté du circuit: « un condensateur permet d'accumuler une énergie donnée (K en 1) et de la restituer dans le corps (K en 2) »)*

E24 : *une énergie ou une tension ?*

E25 : *C'est pareil, c'est l'énergie, et la résistance on l'a mise parce quepour...*

E24 : *pour...*

E25 : Pour charger le condensateur

E24 : l'interrupteur est placé(?) sur la position 1

E25 : Ouais, si tu veux !

(...)

E24 : (---) un (---), dans ce cas-là, un ----(il essaie de justifier la présence de la résistance R dans leur circuit de charge)

E25 : On n'explique pas pourquoi on met une résistance, on n'a pas besoin (il efface quelque chose sur la feuille), c'est bon, ok !

BIV.3 demande l'aide de P au moment où il cherche à se rappeler les relations à utiliser pour la mise en équation (plus détaillée dans l'analyse de la tâche B ci-dessous), et à ce sujet P observe dans la production écrite de BIV.3 l'expression « $U = R \times i$ » pour ensuite faire le retour vers le schéma de circuit donné comme réponse en A :

P : est-ce que tu connais des valeurs numériques qu'est que c'est...moi, là ; par rapport à..., indépendamment de ça...quand tu exprimes une tension u égale à Ri, c'est quoi, ça? (sur leur production écrite $U = R \times i$)

E25 : C'est aux bornes...

P : c'est aux bornes d'une résistance, ce n'est pas n'importe quel u, le i correspond au sens positif de (--), ton u égale Ri tout seul, comme ça ne représente absolument rien

E25 : C'est la tension, le courant qui circule dans le cœur à ce moment

P : oui, mais non, par rapport à la question qui est posée ça va, posez comme d'habitude, prenez quelque chose et là, votre circuit il faudrait le fermer hein ? là parce que là c'est le corps, mettez ici une résistance parce que, hein pour moi votre circuit est tout ouvert, pour moi...(P montre sur le dessin qu'il faut inclure la résistance dans le circuit de décharge et non dans le circuit de charge)

E25 : Là, la résistance ... (il semble encore douter de la place de R dans le circuit, on suppose qu'il signale le circuit de décharge)

P : si tu fais ça, tu as un circuit ouvert...d'accord ? (P revient sur le fait qu'un circuit ouvert est non recevable)

E25 : D'accord, ouais (il semble comprendre)

P : un conducteur ohmique, on le représente comme ? oui ? (P oriente l'attention de BIV.2)

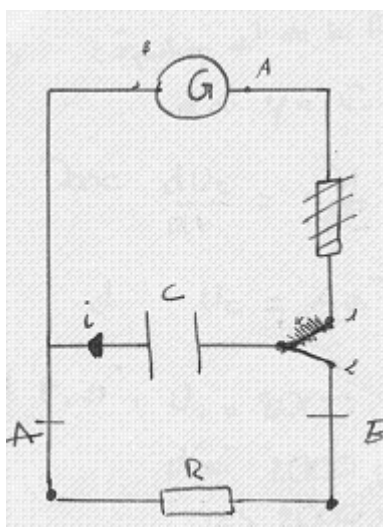
E25: carré

E24 : Oui, c'est comme ça, non ? (il dessine le symbole de la résistance comme un rectangle)

E25 : D'accord

C'est donc l'intervention de P qui provoque la fermeture du circuit de la part de BIV.3 et l'insertion de la résistance « au bon endroit » (circuit de décharge), au contraire de ce que nous avons vu chez le binôme BIV.2 où l'un des élèves (E22) avait introduit ce nouvel élément dans le circuit grâce à un retour à l'énoncé et donc à la situation réelle motivé en grande partie au moment d'établir la loi d'additivité de tensions pour le premier circuit fourni comme réponse de A.

Voici donc la version finale de la feuille de réponse de BIV.3, schéma du circuit que nous classons finalement dans la catégorie de réponse A2. Il est toutefois important de dire que c'est grâce à l'intervention de P que ces élèves arrivent à fournir ce schéma en réponse finale.



Réponse finale de BIV.3 à la tâche A

Précisons aussi que le binôme BII.2 avait fourni un dessin du circuit de la même catégorie de réponse mais que celui-ci a été ensuite modifié et leur production de réponse finale classée comme un circuit hybride (A5). Nous analyserons plus en détail leur production ultérieurement.

Conclusion de la réponse du binôme BIV.3 à la tâche A

Ces élèves semblent prendre en compte dès le début que le circuit à utiliser est une configuration RC (Résistance Condensateur), donc le fait que le défibrillateur soit représenté par le condensateur n'est pas en question ici, d'autant plus que c'est le professeur qui l'affirme devant la classe.

Par contre, la prise en compte de la place de la résistance dans le circuit n'est pas si évidente pour ce binôme pas plus que le fait que le défibrillateur doive se décharger vers le corps humain. D'abord ce binôme, dans sa première réponse, ne représente pas le circuit de décharge (car celui-ci est ouvert) et c'est l'intervention de P qui les oblige donc à identifier le

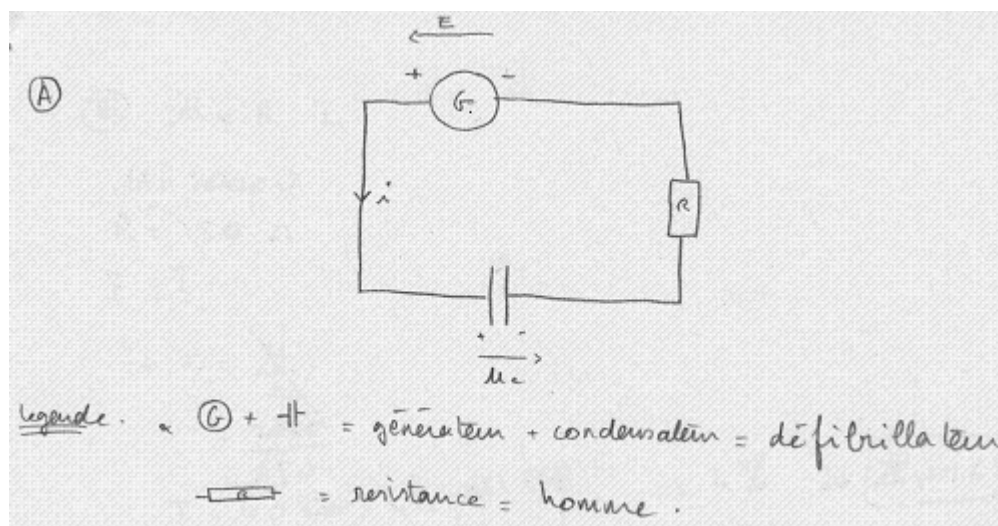
corps humain en tant que résistance et c'est finalement sur cette résistance que le condensateur doit être déchargé.

Nous observons, dans le schéma fourni par ce binôme, que leur RMS n'est pas celle qui leur permet de passer de l'étape de la Situation Réelle vers le modèle physique ; car les modifications réalisées par P dans leur circuit ne permettent pas de remettre en question le modèle pseudo-concret (construit par ces élèves) de la situation de départ en vue d'une meilleure compréhension du fonctionnement de l'appareil à modéliser. L'intervention prématurée de P à ce sujet, que appauvrit considérablement l'apport de ce passage aux élèves sur la démarche de modélisation.

Entre les configurations fournies par les élèves, on retrouve une variation de la configuration de type A2 donnée comme réponse à cette tâche par les binômes BII.1 et BII.2. Analysons leurs productions ci-dessous.

Le cas de BII.1

La seule configuration donnée (sans modifications réalisées sur le dessin) par le binôme BII.1 comme réponse à la tâche A, est la suivante :



Réponse de BII.1 à la tâche A.

Notons ici, dans cette réponse écrite, l'introduction du défibrillateur comme constitué d'un condensateur et d'un générateur, la résistance prenant la place du corps humain (« homme ») d'après la justification donnée par ce binôme.

Les échanges verbaux entre les élèves pendant la formulation de cette réponse permettent de comprendre la configuration présentée, et en particulier la présence du générateur dans le circuit simple.

Voici un extrait du dialogue qui permet de construire le modèle pseudo-concret de la situation qui donnera place au modèle physique représenté plus haut :

E7: Un élève relit la partie "délivrer l'énergie capable de..."

E8: Déjà, il doit y avoir un condensateur

E7: Ouais

E8: C'est puissant---

E7: Tu es d'accord ou tu n'es pas d'accord?

E8: D'accord?

E7: Déjà...un générateur?

E8: Oui, on dirait une résistance aussi...

E7: Et la résistance n'est pas directe (**nous supposons qu'il veut dire que le courant ne passe pas directement sur la résistance, sinon qu'il passe d'abord par le condensateur, d'après le sens de i dans leur dessin**)

E8: D'accord, on voit un truc!

E7: ---dans l'appareil?

E8: Tu vois --- patient...

E7: Ah oui !

E8: Tu as raison, le truc électronique et la résistance ça doit être le patient

E7: Hum

E8: le condensateur, c'est le défibrillateur

E7: ouais

E8: et le générateur est dans le défibrillateur...(donc nous inférons que E8 dit « le générateur est dans le condensateur » en non cohérence avec des connaissances de Physique)

(...)

E8 : mais si non, attend, ouais ça doit être ça ouais... non mais ça doit être ça, circuit condensateur, défibrillateur à la résistance (M mec) vas-y, t'en as d'autres ?

E7 : mais générateur, on met générateur comme ça?

E8 : mais ouais, de toute façon tu dis le (générateur?) dans le défibrillateur

E7 : non mais je veux dire, il faut un générateur ?

(...)

Voilà une réponse qui nous fait penser que la représentation mentale de la situation par ces élèves, qui leur permettent de passer à un modèle pseudo-concret du fonctionnement du défibrillateur, est peut être influencée par la présence de l'image fournie dans l'énoncé (cf. binôme BIV.2). Car ils observent d'une part l'appareil électronique (« le truc électronique = défibrillateur + condensateur ») et d'autre part, un élément du réel (« le patient »). Nous

pouvons interpréter le schéma fourni par ce binôme comme une sorte de « traduction » de cette interprétation de la réalité en termes physiques à l'aide de symboles propres à l'électricité, mais il semble que ce binôme ne se pose pas de questions sur la signification d'une telle configuration sur le plan physique. L'absence de différenciation explicite entre les deux types différents de circuits (charge et décharge à l'aide d'un interrupteur) manque dans la réponse donnée par BII.1.

On voit là encore, apparaître la nécessité d'avoir un générateur dans un circuit qui semble être un élément du contrat émergent pour plusieurs binômes dans cette expérimentation et qui semble avoir une incidence sur la RMS. Par rapport au fait que E8 semble établir que « le générateur est dans le condensateur » (voir protocole ci-dessus), il est possible d'interpréter l'antérieur comme une RMS probablement liée à une connaissance incomplète de la notion de condensateur. Nous reviendrons plus bas sur ce point.

Avant de passer à la question B, l'un des élèves de ce binôme (E8) semble se poser la question de la présence possible du condensateur dans un circuit de décharge vers la résistance, et il commence une discussion par rapport au fonctionnement même de l'appareil avec E7, qui en même temps suggère d'introduire un interrupteur qui leur permette d'avoir les deux types de circuits dans le schéma proposé en A :

E8 : non mais attend, on n'entend pas ce qu'ils disent (ils semblent essayer d'écouter BII.2) le principe du défibrillateur... c'est sa charge de condensateur..(d'abord, ils savent qu'il faut charger le condensateur)

E7 : ouais et après, pour...(décharger)

E8 : ils envoient de courtes décharges, quoi...

E7 : après (...?)

E8 : (... ?) par exemple, tu peux avoir 5 décharges, par exemple avec une charge (E8 essaie d'attirer l'attention sur le circuit de décharge dans le défibrillateur)

E7 : ah, je ne sais pas.

E8 : non mais c'est un exemple, tu sais... mais alors tu charges et ensuite tu peux envoyer un nombre de décharges courtes, non mais plusieurs, quoi... c'est le principe, tu sais...

E7 : ouais...(...?) t'aurais dû mettre un interrupteur, non?

E8 : c'est pas bête, ça.

*E7 : parce que quand ils font comme ça (**ils = les personnes qui utilisent le défibrillateur**)*

E8 : c'est le pire.

E7 : ouais, mais ça doit être ça, tu crois qu'on met un interrupteur?

E8 : ben ouais.

E7 : non...

E8 : ben si... sinon, ben ouais, ah quoique non sinon ils (allument) ... eux ils (allument) le générateur en fait, c'est bon...

Malgré le retour de ces élèves vers la situation de départ pour mieux comprendre le fonctionnement du défibrillateur, nous observons grâce à ce dialogue (ci-dessous) que leur représentation de la situation est en train d'évoluer pour comprendre le fonctionnement du défibrillateur (il se charge, puis se décharge même plusieurs fois), mais malheureusement à la fin, cette discussion entre E7 et E8 n'a pas tout compte fait été suffisante pour inciter à revenir au circuit fait en A et à le modifier avec l'introduction d'un interrupteur (avec la possibilité de donner une réponse du type A2). Finalement, ce dernier dialogue semble faire abandonner l'idée d'inclure un interrupteur dans le dessin pour réaliser deux types de circuits, en décidant de garder à la fin l'idée que le défibrillateur possède un générateur interne de telle sorte que qu'il se charge instantanément. L'antérieur nous fait prendre un autre point de vue concernant l'affirmation « le générateur est dans le défibrillateur » (dite par E8), car ce qui change vraiment c'est la RMS : penser le défibrillateur en termes de condensateur au fait que l'appareil est en réalité une combinaison entre le « condensateur + générateur = défibrillateur » (cf. voir justification donnée pour la tâche A). Voici un extrait de dialogue qui permet d'inférer le modèle pseudo-concret construit par ce binôme par rapport au fonctionnement du dispositif à modéliser :

E7 : ouais, mais avant (d'essayer de réanimer un patient quelconque), il n'est pas chargé.

E8 : non, mais je suis d'accord, mais a ce moment-là il est éteint, tu sais (...?)

E7 : oui, mais dans le texte ils disent pas, ils disent pas en général euh...

E8 : oui, je suis d'accord mais logiquement prêt à utiliser, tu le considères prêt à utiliser, quoi (**nous pouvons donc inférer qu'ils considèrent le condensateur initialement chargé**)

E7 : ben non, mais c'est toujours déchargé, tu le charges que quand tu l'utilises...

E8 : ben trop pas, enfin (... ?) de le charger deux secondes avant de l'utiliser tu perds du temps sinon.

E7 : non, non, mais il le charge euh ... il (médecin) le charge instantanément.

E8 : ouais, d'accord, on va mettre instantanément

Etant donné qu'ils prennent en compte que le condensateur est initialement chargé (d'après leurs échanges verbaux) dans leur circuit, nous pouvons en conclure que leur circuit fourni est recevable, et qu'il correspond à une variation entre le type de réponse A1 (circuit simple) et le type de réponse A2 (circuit composé) auquel nous ne nous attendions pas.

Conclusion de la réponse de BII.1 pour la tâche A

Prenons l'exemple de ce binôme pour montrer que finalement le dessin proposé par eux est le produit d'une réflexion qui les fait revenir à la situation réelle de départ et prendre des hypothèses sur le fonctionnement de l'appareil à modéliser, en permettant ainsi l'évolution de la RMS ainsi que du modèle pseudo-concret des élèves même si cette évolution de leur RMS ne leur permet pas d'arriver à formuler la réponse attendue.

Nous pouvons voir, grâce au dialogue de ce binôme, qu'ils essaient de comprendre le fonctionnement du défibrillateur pour le modéliser, et malgré plusieurs essais pour introduire

un interrupteur (et donc un circuit de décharge dans leur dessin), ces efforts n'aboutissent à aucune modification sur la réponse donnée en A pour répondre à celle attendue, mais nous pouvons aussi accepter la configuration de leur circuit.

Nous pouvons constater que la présentation de charge et décharge du condensateur en classe a représenté des difficultés pour ces élèves et qu'elle a donc été difficile à mettre en place lors de notre situation expérimentale.

Le cas de BII.2

La réponse donnée par BII.2 relève du même cas que la production fournie par BII.1, car une fois l'interrupteur en position 1, la configuration résultante est un circuit de la même forme que celui donné par BII.1. Les enregistrements nous permettent de préciser si la représentation mentale de la situation construite par ces deux binômes est proche, ou non. Il faut dire aussi que le dessin fourni par ce binôme (dessin 3 ci-dessous) est le résultat de la modification d'un schéma fait de manière préalable et modifié par l'intervention de P (intervention de P par rapport à un doute dans la tâche C, qui provoque finalement une modification du circuit dans la tâche A).

E10 : *il n'y a pas de générateur ... parce que ...*

(...)

E9 : *Hum on est obligé d'avoir un générateur (encore une fois cette nécessité de la présence d'un générateur)*

E10 : *Il n'y a pas de générateur sur l'exercice*

E9 : *Bon, ça fait rien, c'est un condensateur...OK*

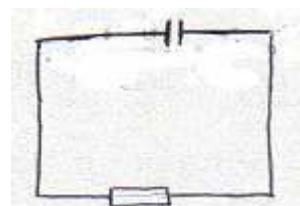
E10 : *On va admettre qu'il y a un condensateur...pas de problème*

E9 : *Comment on représente (le condensateur ?), d'accord ? (il dessine les deux barres)*

E10 : *D'accord*

E9 : *La résistance....*

E10 : *Forcément il doit y avoir une résistance (il lit) « la résistance du corps humain », il doit y avoir une résistance, voilà ! (validation par les élèves pour mettre une résistance R dans leur circuit, d'abord par le contrat habituel de la classe mais ensuite par l'énoncé, voir justification de A)*



Dessin #1

*Réponse initiale de BII.2
à la tâche A : configuration A1*

L'utilisation du mot « forcément » utilisé par E10, donne à penser que dans un circuit il doit toujours y avoir une résistance (contrat didactique de la Classe de Physique confirmé par ce que nous avons vu dans les manuels, cf. Chapitre IV), mais après, ces élèves semblent relier la résistance au corps humain par ce qui est dit dans l'énoncé.

E9 : Et – les valeurs, -- 50 ohms, dans le cas qu'ils disent c'est 50....il y a un interrupteur...

E10 : bah ouais

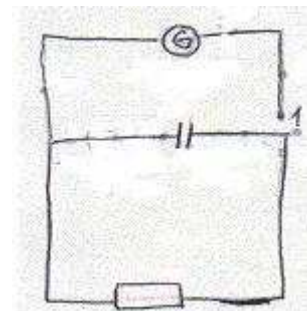
E9 :Et des électrodes....(insertion des électrodes, à éliminer plus tard)

(---)

E9 :C'est bizarre qu'il n'y ait pas de charge...dans l'interrupteur il y a combien de positions ? (E9 insiste sur la présence d'un générateur dans le circuit) ...En fait, je crois que c'est comme ça, je pense...(dessin 2)

(...)

E10 : Ah, ouais...on (a) un générateur, pour charger le (condensateur)...on est obligé d'avoir un générateur (insertion d'un générateur pour charger le condensateur, finalement E10 change d'opinion)



Dessin #2

Réponse initiale de BII.2 à la tâche A : configuration A2

Voici donc la production finale ainsi que la justification donnée par ce binôme pour cette tâche, en notant que on n'a pas beaucoup d'éléments pour mieux saisir les raisons qui les ont amenés à modifier le circuit du dessin 2 vers le dessin 3, et donc à passer d'une réponse recevable A2 à une variation de la réponse de type A2 (comme BII.1, recevable mais inattendue). Nous montrons donc un extrait de leur dialogue afin de comprendre le passage d'un dessin 2 vers le dessin 3 :

E9 :Comment tu vois ? il n'y a pas de charge ?!

E10 : Ça charge pour les chocs

E9 :--un générateur comme ça ! (éventuellement ici la modification du dessin 2 vers le 3 – réponse finale pour A)

(bref silence)

E9 : --des électrodes, de métal – en quoi ?

E10 : Non...(ici, nous supposons qu'ils négligent la présence des électrodes dans le circuit)

E9 :Il n'y a pas de générateur ! tu l'a mise comment, la charge ?! il faut qu'il y ait un générateur....

E10 : (---) donc, le générateur, c'est quoi le générateur ?... (il essaie de comprendre pour écrire la justification)

E9 : C'est la ---, comment ils s'appellent ça ? le défibrillateur... non, non, non... (il semble dire que le générateur est le défibrillateur, inféré de la trace effacée sur la justification donnée)

E10 : C'est le défibrillateur qui --- ah oui, oui... - dé-fi-brillateur externe... (il écrit la réponse de A où il est établi que le « condensateur est le défibrillateur externe car il »)

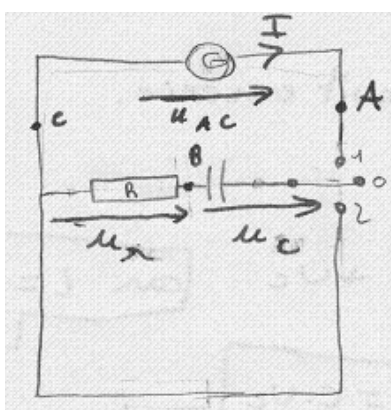
(bruits au fond de la classe, bref silence)

E10 : Et le générateur, ça va charger le machin (le condensateur)?

E9 : Ouais, eh bah... (ils supposent que le générateur sert pour charger initialement le condensateur)

E10 : Et l'interrupteur... 1 ---, bon, on n'explique pas l'interrupteur (il a des difficultés pour expliquer le rôle de l'interrupteur dans leur dessin)

Voici la production finale de BII.2 ainsi que la justification écrite fournie par ce dessin :



Dessin #3

Réponse finale de BII.2 à la
tâche A : configuration A3

le condensateur est le défibrillateur externe car on nous dit qu'il stocke de l'énergie.
La résistance est le corps humain car le texte parle de la "résistance du corps humain".
Le générateur sert à recharger le défibrillateur externe entre deux chocs.

Justification pour la tâche A de BII.2

Conclusion de l'analyse de la réponse de BII.2 à la tâche A

Il est important de préciser que si ces élèves avaient fait l'effort de revenir à la situation réelle pour comprendre le fonctionnement du défibrillateur (comme le cas de BII.1), peut-être

cela leur aurait-il permis de vraiment bien identifier le rôle de l'interrupteur dans le circuit et donc de modifier leur modèle physique de la situation en introduisant la résistance R sur le circuit de décharge (interrupteur en position 2, configuration de la réponse attendue A2).

Il faut vivement souligner aussi la présence du contrat didactique de la classe de Physique dans le travail de ce binôme en particulier concernant l'introduction d'un générateur dans leur circuit. Aucun retour vers la tâche A ni a été repéré au cours du travail de ce binôme sur la situation expérimentale.

Conclusion relative au type de réponse A2

On retrouve la plus grande difficulté liée à l'introduction d'une résistance dans le circuit en tant que corps humain. Il semble que le défibrillateur soit bien interprété comme un condensateur. En revanche, ici, le corps humain n'est pas vu au début comme une résistance, mais comme un élément à mettre dans le circuit, un peu comme par contrat. Une autre difficulté repérée est de préciser le rôle du générateur pour la charge et décharge du condensateur (liée à la présence ou non d'un interrupteur sur le dessin). La RMS qui est construite s'inspire donc de l'interprétation de l'énoncé, mais aussi beaucoup du le contrat habituel sur les circuits. Le processus d'interprétation de la situation décrite dans l'énoncé en référence à un modèle physique, est donc assez réduit.

iii Type de réponse A3

Sur les types de réponses que nous avons qualifiées de ***réponses attendues mais non recevables (du type A3)***, nous pouvons classer les dessins des circuits dont les éléments appartiennent au domaine de la Physique (condensateur, résistance, etc.), mais présentant des inconsistances au niveau de la Physique par rapport à la situation réelle à modéliser. Dans cette catégorie, nous pouvons citer la production des élèves du binômes BII.1.

Le cas de BIII.1

La réponse de BIII.1 pour cette tâche est aussi classée comme une réponse A3, car les élèves du binôme proposent d'utiliser, pour charger le condensateur, un générateur GBF (générateur de basses fréquences). Le générateur GBF utilisé par ces élèves dans leur circuit ne garantit pas que lorsqu'on charge le condensateur avec ce type de générateur, le condensateur sera initialement chargé à sa charge maximale. C'est la raison pour laquelle nous classons cette réponse en type A3.

Il faut noter que ces élèves n'ont pas eu de difficultés pour identifier le condensateur et représenter le défibrillateur et la résistance en tant que corps humain. Ils ont tout aussi facilement, choisi d'introduire un interrupteur à deux positions pour charger et puis décharger

le condensateur, et ces élèves ont même introduit déjà, dans cette étape, le sens du courant dans leur circuit. Voici un extrait du dialogue de ce binôme :

E11 : Un condensateur (*commence à énoncer les éléments à introduire dans le circuit*)

E12 : Oui, un condensateur, et un générateur...et une résistance...

E11 : un condensateur, -(l'interrupteur ?)- en position deux...

E12 : Un interrupteur en deux positions ...

E11 : générateur, résistance

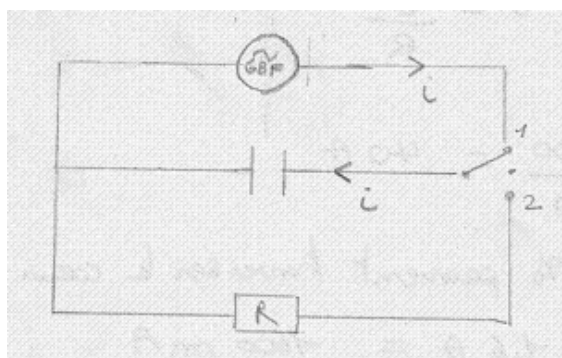
(...) (*discussion sur la configuration finale pour le circuit*)

E11 : je pense que c'est ça, plutôt...

E12 : Ouais, ouais ...le générateur et le condensateur, et l'interrupteur à deux positions charge le (condensateur), comme ça ?

E11 : : position 1, comme ça ?

Le schéma du circuit donné comme seule réponse rédigée par BIII.1 pour cette tâche, est donc:



Réponse de BIII.1 à la tâche A

Toute suite après, il y a introduction du symbole du générateur GBF dans leur circuit :

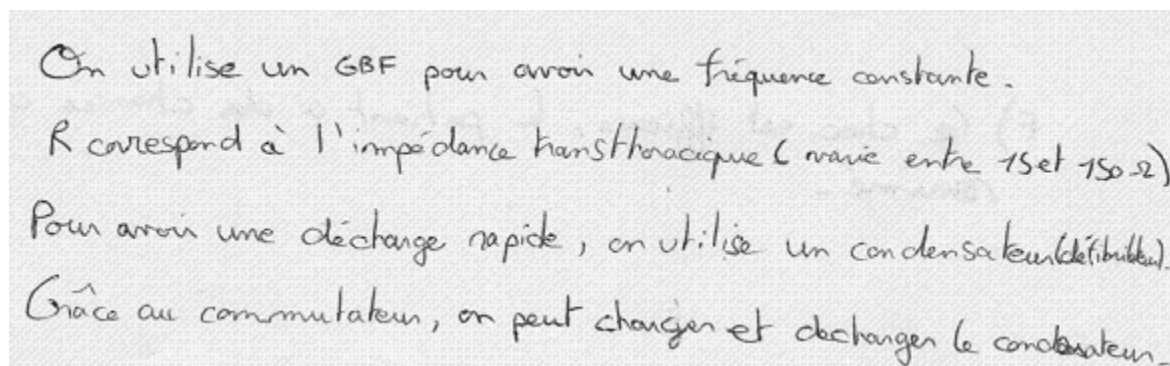
E11 : le générateur, on fait comme ça ?, comme un cercle ?

E12 : Oui

Nous observons d'abord l'introduction du symbole pour le générateur GBF (un cercle). Le problème d'utiliser un tel type de générateur est qu'on charge et décharge le condensateur à de très basses fréquences. Cela n'a pas vraiment d'intérêt pour la situation réelle à modéliser et l'utilisation du symbole GBF par ces élèves, au lieu d'impliquer un générateur de tension

continue, peut donc signifier que pour eux il y a confusion entre les symboles, ou encore qu'ils ne perçoivent pas l'inadéquation de ce type de générateur à la situation traitée dans la situation expérimentale. Ce type de générateur est normalement utilisé au moment d'étudier les circuits RLC oscillants.

Puis E11 rédige la justification pour le circuit en A, mais surtout par rapport à l'introduction du générateur GBF dans le circuit :



On utilise un GBF pour avoir une fréquence constante.
R correspond à l'impédance transitorique (varie entre 15 et 150 Ω)
Pour avoir une décharge rapide, on utilise un condensateur (défibrillateur).
Grâce au commutateur, on peut charger et décharger le condensateur.

Conclusion de l'analyse de la réponse de BIII.1 à la tâche A

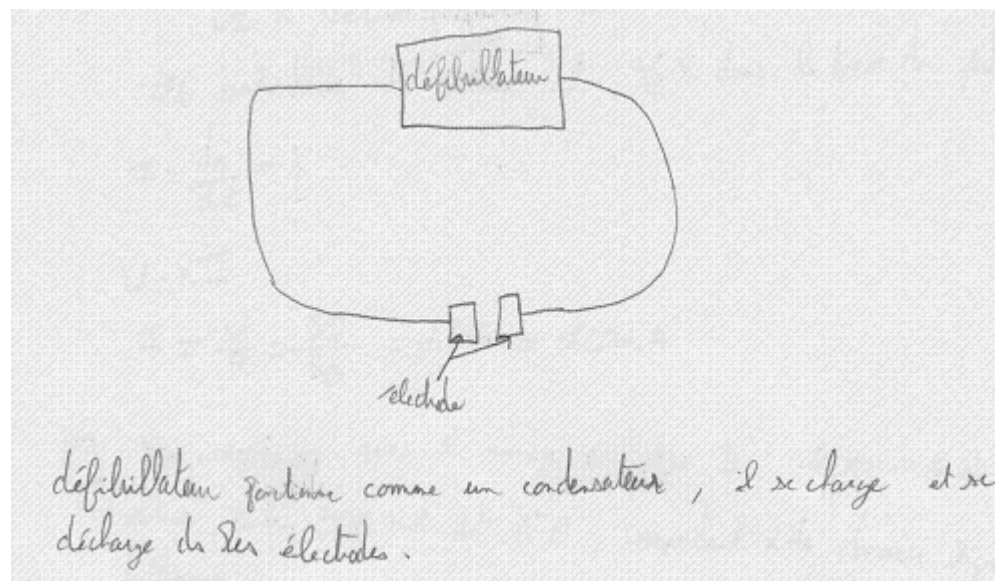
Un autre exemple similaire à celui-ci est le schéma du circuit de BIV.1 car ces élèves utilisent un générateur de courant alternatif. Etant donné le reste du schéma du circuit, nous avons classé leur réponse en type A5 (hybride) pour des raisons décrites plus bas.

Conclusion de l'analyse de la réponse de BIII.1 à la tâche A

Il faut souligner que nous ne nous attendions pas à ce que ces élèves introduisent le symbole du générateur de courant alternatif car on peut inférer d'après leur dialogue, que ce choix peut correspondre à une certaine compréhension du fonctionnement du défibrillateur différente de celle que nous avons envisagée mais les enregistrements audio ne nous apportent pas beaucoup d'informations à ce sujet.

iv Réponse du type A4

La réponse donnée par BIII.3 est la seule classée comme **réponse du type A4** (qualifiée de non recevable, car les éléments du circuit appartiennent au domaine pseudo-concret et non au domaine de la Physique). Voici le schéma du circuit et les justifications fournies par ce binôme :



Réponse de BIII.3 à la tâche A

Il faut noter ici que ces élèves sont restés entièrement dans le domaine pseudo-concret et qu'ils ne sont pas passés dans le domaine de la Physique, en proposant un schéma du circuit avec des éléments et des symboles propres à la Physique. De plus, il est remarquable que le corps humain soit absent (du patient en jeu) et donc la résistance. Les élèves indiquent qu'« il (le défibrillateur) se décharge dans les électrodes ». Une fois encore, ces élèves semblent ne pas avoir effectué de retour vers l'énoncé de l'activité pour essayer d'introduire d'autres éléments pertinents pour la modélisation, à savoir la place de la résistance (ou corps humain), et pour éliminer d'autres éléments non pertinents tels que les électrodes. Le modèle pseudo-concret qui est représenté dans leur dessin n'est pas celui qui modélise en fait la situation réelle décrite par l'énoncé, et cela a bloqué ce binôme dans l'accès à un modèle du domaine de la Physique, à savoir un schéma de circuit électrique. De manière surprenante, la réponse donnée à la tâche A ne les bloque pas pour continuer la mise en équation, réponse que nous analyserons dans le paragraphe dédié à la résolution de la tâche B.

Il faut préciser que ce binôme appartient au bloc I, dont les élèves avaient déjà étudié le problème (du BAC) du défibrillateur cardiaque. C'est le binôme qui a réalisé la modélisation de la situation expérimentale en un minimum de temps (30 minutes au lieu d'une heure). Au moment de la remise de leur copie, l'observateur a remis en question le dessin fourni pour la tâche A, mais les élèves n'ont pas cherché à revenir à cette tâche pour le modifier.

Conclusion de l'analyse de la réponse de BIII.3 à la tâche A

La réponse donnée par ce binôme est la seule qui appartienne à cette catégorie de réponses. Nous observons donc que le passage de ce binôme de l'étape de la situation réelle vers l'étape du modèle pseudo-concret n'est pas beaucoup moins réussi vers l'établissement du modèle

physique qui était demandé par la tâche A. Le travail postérieur de ce binôme sera important à analyser (plus bas) car ces élèves ne semblent avoir aucune difficulté pour la mise en équation : fait qui révèle la non connexion entre la construction d'une représentation mentale de la situation pour comprendre le fonctionnement de l'appareil à modéliser, et la mise en équation postérieure qui semble réalisée de manière automatique, sans réfléchir vraiment à la signification des variables introduites. La réponse à la tâche B sera analysée dans un paragraphe ultérieur.

v Type de réponse A5 « le circuit hybride »

Pour finaliser l'analyse des réponses, étudions donc les réponses apparues dans la tâche A et qui sont qualifiées de circuits hybrides.

Ils sont qualifiés de non recevables, car les élèves y mélangent d'une part, des composantes relevant du strict domaine de la Physique (le condensateur et la résistance) et d'autre part, des éléments qui appartiennent encore au domaine pseudo-concret (exemple : le thorax du patient); nous avons classé les réponses de BI.1, BI.2, BIII.2 et BIV.1 comme relevant du type A5. Parmi ces quatre productions, nous avons identifié deux types de réponses des élèves :

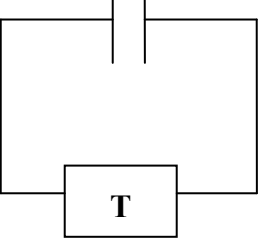
- celles qui conçoivent le corps humain comme différent de la résistance, car les deux éléments apparaissent dans le schéma du circuit
- celles qui n'arrivent pas à remplacer le thorax (élément du domaine pseudo-concret) par une résistance (domaine de la Physique).

Les configurations fournies par BI.1 et BIV.1 présentent une évolution des circuits de la deuxième catégorie vers la première en restant toujours dans le type de réponse hybride. Etudions de près les réponses données par ces binômes.

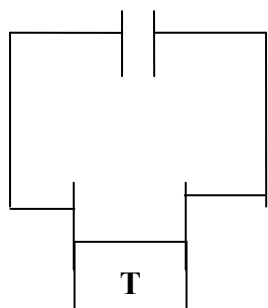
Le cas du binôme BI.1

Par exemple, le dessin donné par BI.1 subit des modifications tout au long de l'activité. Voici le cheminement suivi par ce binôme, d'après leurs échanges verbaux :

<i>Dessin #1 (inféré de leurs conversations)</i>	Réponse hybride de BI.1 par la présence du thorax (T) dans le dessin, mais configuration proche du type de réponse A1. Le thorax prend la place de la résistance. <i>E1 : il faut expliquer pourquoi on met un condensateur – E1 répète</i> <i>E2 : ah....</i>
--	--

	<p>E1 : si on charge le condensateur, il faut mettre une lame ou quoi ?</p> <p>E2 : il y a des circuits, et des électrodes</p> <p>E1 : ouais, il y a des électrodes pour que ça passe, il faut mettre le cœur alors ...</p> <p>E2 : comment on va voir ? on s'est trompés...</p> <p>E1 : voilà, tu as le condensateur, tu as les deux électrodes, et c'est là en fait, parce que les électrodes ne sont pas collés</p> <p>E2 : ah...</p> <p>E1 : il faut pas mettre le corps, c'est le thorax, on a le thorax , on a le cœur...</p> <p>E2 : oui</p>
---	---

BI.1 commence la résolution de l'activité en donnant comme toute première configuration de réponse le dessin #1, mais tout de suite une modification de celui-ci est réalisé. Un des élèves de ce binôme propose donc d'introduire dans le dessin les électrodes sous la forme de deux traits, car ils sont posés sur le thorax du patient, d'après l'énoncé de la situation. Le binôme n'arrive pas à éliminer les électrodes du circuit, ce qui est cohérent avec leur souci de garder l'élément thorax comme tel dans le circuit.



Dessin #2

Première réponse finale donnée pour la tâche A par BI.1. Réponse classée de type hybride : le Thorax prend la place de la résistance.

<p>E1 : le condensateur c'est une barre avec ---... ? – (il semble dire le symbole du générateur)</p> <p>E2 : ouais, ah, non, c'est des barres ...de même longueur ...</p> <p>E1 : Le problème est que parfois il y a le condensateur, et parfois on a des électrodes, et le problème est qu'il faut les relier...</p> <p>E2 : comment on peut l'enlever, il faut mettre quelque chose, ...en général ? --- --- en partant du thorax, on les met quelque part par là...</p>

E2 : ou alors, ...--- tu as des barres qui vont vers le bas et que --- le truc, quoi, je sais pas...

E1 : les mettre carrément ?

E2 : je sais pas, deux barres comme ça et ...

E1 : les mettre carrément ?

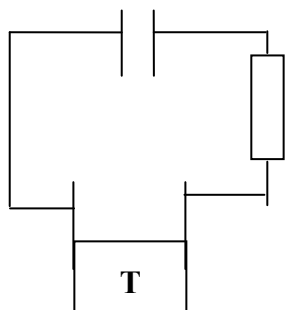
E2 : je sais pas, ---, moi, ...---(rire)

E1 : (E1 efface une partie du dessin 1) tu dis comme ça ; les deux pairs comme ça, non ?

E2 : ouais, les deux, deux fils, je sais pas si ça change quelque chose

Nous observons dans cette dernière partie qu'après discussion ces élèves décident d'inclure les électrodes dans leur dessin. C'est une représentation mentale, construite par ces élèves, du fonctionnement du dispositif qui les pousse à introduire celui-ci dans leur dessin.

Après la lecture de la tâche B (la mise en équation) et dans le but de se rappeler les relations utiles pour la mise en équation, un élève de BI.1 propose d'aller regarder les grandeurs introduites par l'énoncé, en soulignant la présence d'unités dans l'énoncé et en repérant l'existence des ohms dans l'énoncé. A partir de là ils infèrent le besoin d'introduire une résistance dans leur dessin.



Dessin #3

Dans cette partie, nous considérons la rétroaction de la tâche B sur la tâche A, mais en même temps on observe que ces élèves n'ont pas réalisé le retour vers leur modèle pseudo-concret car ils n'ont pas remis en question l'élément « thorax » (T) de leur dessin. Peut-être le retour vers la situation de départ les aurait-il amenés à se rendre compte que finalement T et R devaient être équivalents.

Réponse de type hybride mais avec le thorax et la résistance considérés comme distincts.

E2 : des point, là ---, il faut mettre ...des...

E1 : des électrodes...

E2 : oui

E1 : ils ne mettent pas tension aux bornes ? ...j'arrive pas à voir, les bornes sont dans les électrodes ?

---l'autre fille dit quelque chose à voix très basse et très rapide---

E2 : du coup on n'a rien, quoi...

E1 :c'est pour ça que ...que la résistance soit là, ça me gêne...., parce que...si elle est là et de coup il y a que deux par ...--(BI.1 décide de changer la place de la résistance)

E2 :mais là c'est pareil ...il y a deux ... (« deux » semble faire référence à deux éléments sur le circuit : C et R)

E1 :ouais ... ça, c'est mettre i à un endroit qui force tous les ...

E2 :ouais

E1 :on met comme ça ?

E2 :de ---- ?

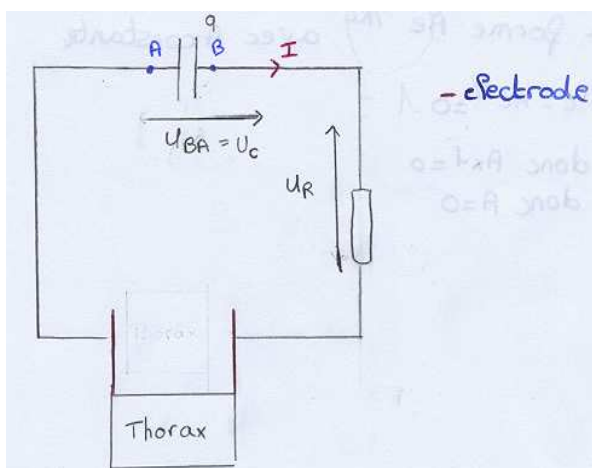
E1 :ouais...

(ils décident de mettre la résistance entre le thorax et C)

E2 :Hum...ouais..

Dans cette partie, nous observons que ces élèves ont décidé de changer la place de la résistance entre le condensateur et le thorax. Donc, il est clair que pour ce binôme, le thorax ne peut pas être remplacé par une résistance, même si l'utilisation du symbole rectangle (utilisé pour représenter la résistance en Physique) est dessinée. On suppose que c'est à cause du fait de ne pas avoir plusieurs éléments dans le circuit (« que la résistance soit là, ça me gêne...., parce que...si elle est là et du coup il y a que deux ... ») semble être la raison principale pour ne pas remplacer le thorax par la nouvelle résistance à introduire.

Une première intervention du professeur P conduit au binôme BI.1 à introduire des variables et des conventions sur leur dessin pour la mise en équation en B. La configuration finale du circuit est le dessin 4 (seulement le sens de la tension U_{BA}/U_C sera modifié postérieurement). Cette dernière modification a lieu grâce à une autre intervention de P, cette fois-ci à propos de la réalisation de la tâche C (on note sur le dessin que la flèche tension aux bornes du condensateur était dirigée vers la gauche et qu'elle est finalement dirigée vers la droite).



Il faut noter que les deux interventions de P à propos de cette tâche portent sur le type de convention à utiliser, et non sur la configuration du circuit (à analyser en détail, après). Ce binôme appartient au bloc I–Partie IV, où le professeur responsable de la classe connaissait l'importance de ne pas corriger le travail des élèves.

Dessin #4 : Dessin final de BI.1 comme réponse à la tâche A.

Conclusion de l'analyse de la réponse de BI.1 à la tâche A

Le travail de ce binôme montre plusieurs retours vers la situation réelle (l'énoncé de l'activité), même si ces retours n'amènent pas ces élèves à formuler la réponse attendue. Nous observons donc dans leur travail l'insertion des électrodes en tant que partie importante pour eux pour la modélisation (discussion autour du symbole à utiliser pour ces électrodes), et puis l'on observe l'insertion d'une résistance en plus du thorax, ce qui démontre que le modèle pseudo-concret construit par ce binôme n'a pas pu évoluer pour prendre en compte cette équivalence, essentielle pour bien modéliser la situation réelle.

Il faut souligner aussi que le professeur n'est pas intervenu à ce sujet pour modifier leur réponse, car il connaissait bien l'objectif visé pour la mise en place de notre activité et qu'il connaissait également l'importance d'analyser ce type de réponse pour notre étude.

Le cas du binôme BIV.1

Le cas du binôme BIV.1 entre aussi dans cette catégorie, car ces élèves dessinent un circuit hybride où la résistance est représentée plutôt par le corps humain du patient (HUMAIN dans leur dessin).

D'abord, ces élèves semblent hésiter entre le condensateur et une bobine ; et même E21 cite la possibilité d'introduire une résistance dans le circuit :

E20 : pour stocker de l'énergie, tu as le condensateur...

E21 : Ouais, le condensateur, non...tu as aussi la bobine et une résistance...(il ne peut pas continuer dans cette idée, car P leur pose une question à tous)

P : des questions...par rapport à la première question...(au fond)

Malheureusement, P intervient et il ne permettra pas à E21 de continuer son idée. L'intervention permet à P de dire que c'est le condensateur qui remplace le défibrillateur mais ce binôme pose une question par rapport au système de charge et décharge à utiliser pour charger le condensateur :

P : vous avez entendu ce qu'a dit Sandrine ? (Sandrine = E22 de BIV.2)

E22(de BII.2) : le condensateur stocke de l'énergie...

P : oui, Sandrine dit que le condensateur est capable de ...

E20 (de BII.1) : d'accumuler...

P (vers E20/BII.2) : oui...(en affirmant)...de stocker ...

E20 : de stocker l'énergie

P : de stocker l'énergie, il va falloir charger le condensateur qui stocke de l'énergie et qui ...

(un autre élève) : se décharge...

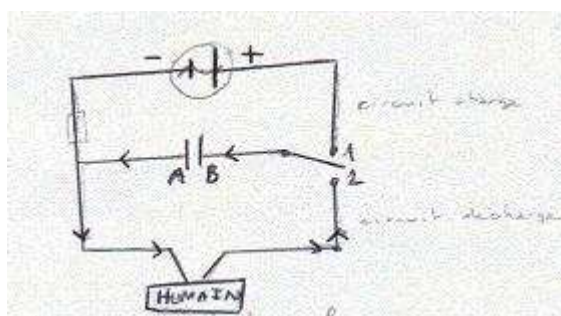
P : oui, se décharge sur le corps humain... (P ne fait donc pas l'équivalence entre la résistance et le corps humain)

E20/BII.2 : est-ce qu'on s'intéresse uniquement à la décharge ? ou on peut faire un circuit avec un interrupteur en deux positions? (comme habituellement étudié en classe)

P : vous pouvez faire comme vous voulez, mais on s'intéresse uniquement à la décharge... on peut faire un interrupteur en position et on met deux, ah eh ? vous pouvez faire la --- avec ça, vous pouvez ---- on s'intéresse à la décharge --- (il continue à parler, mais on n'entend pas très bien ce qu'il dit)

C'est P qui souligne donc l'importance d'étudier seulement le circuit de décharge même s'il est recevable au départ de dessiner un circuit avec un interrupteur en deux positions.

Notons ici que ces élèves utilisent le symbole de la résistance (rectangle) et il est même noté à côté « ac (?) résistance R », ils n'ont pas remplacé jusqu'ici le corps humain en tant que résistance en termes physiques. Il faut bien dire que cette première configuration intermédiaire entre dans la catégorie 2 de la réponse A5.



Dessin 1—réponse de BIV.1 à la tâche A

La justification fournie par ce binôme pour leur réponse en A est la suivante :

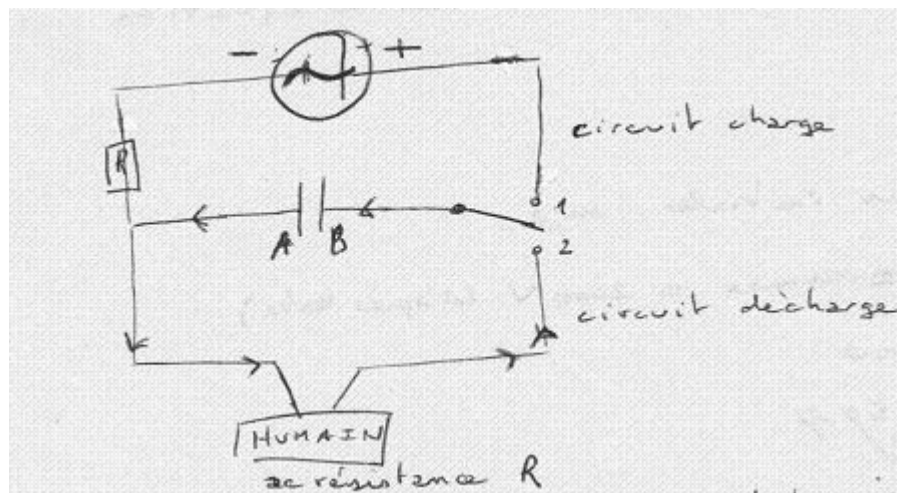
Un condensateur emmagasine de l'énergie.
Lors de la décharge, le corps humain va recevoir un choc électrique, issu du condensateur chargé.

Transcription :

Un condensateur emmagasine de l'énergie.

Lors de la décharge, le corps humain va recevoir un choc électrique, issu du condensateur chargé.

Puis, nous pouvons observer que dans un deuxième temps, une deuxième résistance R est introduite dans le circuit de charge du condensateur (interrupteur en position 1) et cette modification est réalisée par ce binôme lors de la réalisation de la mise en équation, car la tension u_R est introduite pour la mise en équation et que cela oblige donc les élèves à introduire, sans trop réfléchir, une résistance R dans leur circuit.



Réponse finale de BIV.1 à la tâche A

C'est à propos de la résolution de la tâche B (mise en équation) que ce binôme semble se rendre compte de la nécessité d'introduire une résistance dans le circuit, même si le mot « résistance » avait déjà été énoncé par eux auparavant.

L'introduction sur le dessin de R sur le circuit de charge du condensateur, nous conduit à penser qu'ils l'ont introduite sans faire le retour au texte de l'énoncé, car ils se seraient rendu compte qu'en réalité, c'était le corps humain qui était remplacé par cette résistance.

Il faut souligner que de manière semblable à BI.1, si ces élèves avaient procédé à un retour à la situation réelle et modifié le modèle pseudo-concret de la situation, ils auraient pu se rendre compte de l'équivalence à faire entre le corps humain du patient (HUMAIN) et la résistance R sur le circuit. Une autre modification réalisée par ce binôme est le type de générateur à utiliser pour charger le condensateur (voir traces sur le dessin).

Conclusion de l'analyse de la réponse donnée par BIV.1 à la tâche A

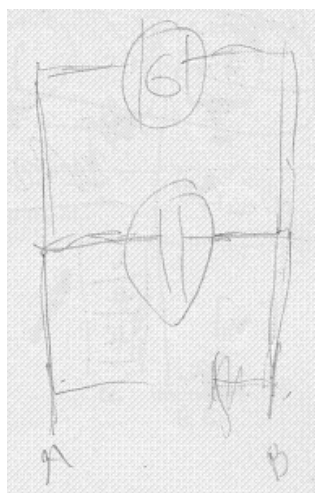
Nous n'avons pas anticipé dans l'analyse a priori que serait introduite une résistance supplémentaire en plus du corps humain, même si nous avons envisagé la difficulté de remplacer le corps humain par une résistance. L'apparition de ce type de configuration n'était pas du tout attendue. Elle révèle l'insertion d'une résistance dans le circuit non comme

provenant d'une interprétation de la situation réelle décrite dans l'énoncé, mais comme une nécessité introduite par une technique apprise en classe et qui du même coup confirme la grande difficulté à interpréter le corps humain comme une résistance

Finalement, ce sont les configurations finales des binômes BI.2 et BIII.3 qui rentrent dans la deuxième catégorie de circuit hybride. Les deux binômes ont modifié une première réponse pour la tâche A. Analysons les raisons du changement du dessin fourni par chaque binôme.

Le cas du binôme BI.2

Le schéma initial fourni par BI.2 est classé comme une réponse du type A3, non recevable car elle ne prend pas en compte la résistance. Voici cette première configuration apparue dans un brouillon de ce binôme :



Dessin #1

Ce brouillon donne quelques éléments sur la première représentation mentale de la situation de ces élèves. De la même façon que le premier dessin de BIV.2, BI.2 dessine un condensateur qui se charge puis qui se décharge vers les électrodes (éléments devant être négligés). Le besoin d'introduire les électrodes dans la configuration de départ a aussi été établi par BI.1.

Finalement, ces élèves ont laissé de côté certains éléments de la situation réelle, et ils ont effacé les « terres » dessinées sur le circuit qui jouaient le rôle d'électrodes décrites par l'énoncé. L'utilisation du symbole de terres au lieu d'électrodes est dû à l'absence de symbole pour représenter les électrodes en termes physiques.

L'intervention de P a guidé le travail de ces élèves car il a donné plusieurs informations importantes pour la modélisation, (par exemple le fait que le condensateur, s'est déchargé vers une résistance qui prend la place du corps humain), des informations qui permettent à ces élèves de passer du dessin 1 vers le 2 (voir plus bas). Voici un extrait du dialogue lors de l'intervention de P pour réaliser cette modification sur le dessin du circuit en A :

P : alors, est-ce que ...déjà vous avez fait un dessin...on peut revenir un peu dessus, vous pouvez m'expliquer votre dessin

E3 : D'accord

(retour à A à la demande de P)

E3 : Donc, on a fait un circuit avec un interrupteur qui va nous permettre de ...

P : Oui ?

E3 : (continue) donc la première position décharge le condensateur...

P : oui...

E3 : logiquement, si on les relie le courant doit passer et décharger le condensateur ...

P : d'accord...c'est vraiment la terre qui va être là entre les deux électrodes ? parce que ...

E3 : On a mis la terre, en fait, parce qu'on n'a pas le symbole des électrodes ...la terre peut être considérée comme des électrodes

P : Oui, mais les électrodesce condensateur tu vas le décharge sur quoi, dans cet appareil ?

E3 : sur les électrodes ...

E4 : donc sur les terres ...

P : non, sur le corps humain qui est la résistance (P dit la réponse)

E3 : pour ça il faut qu'il passe, le courant ...

P : oui ?

E3 : et pour qu'il puisse passer, le courant, il faut que --- le circuit au niveau du corps et à ce moment-là il faut passer -au niveau du corps

E4 : **(qui semble mieux comprendre les commentaires de P)** mais là, c'est une résistance, il faut fermer le circuit sur une résistance...

P : mais...

E3 : Hum

P : il faut faire intervenir le corps humain avec sa résistance qui a une valeur de 50 ohms pour la résistance du corps humain, d'accord ? et elle n'est pas intervenue avant dans ton modèle **(P souligne l'existence de 50 comme grandeur pertinente à prendre en compte pour la modélisation)**

E3 : ah, d'accord...

P :comme veux- tu que si tu veux....que ...ça va être forcément un élément de la réflexion

E3 : oui mais

P : **(continue son explication)** de savoir sur quoi...le courant va passer

E3 : je commence par représenter le corps ...ou ?

E4 : oui c'est la résistance ...qui fait contrôler...

P : c'est simplement une résistance, tu vois ? tu vas arriver à deux fils sur le corps humain ouais ? et entre les deux ... le corps humain et le fil électrique a simplement une résistance

E3 : ---- sur le corps ça marcherait logiquement

P : d'accord mais la terre ----sur le corps humain, c'est pas pareil quand tu parles de la terre, tu ne sais pas quelle est la résistance de la terre et tu ne vas pas mettre ton défibrillateur concrètement sur la terre

et ton défibrillateur comme un traitement dans la terre, quand tu vas faire ---ce qui t'intéresse n'est pas la charge du condensateur mais---

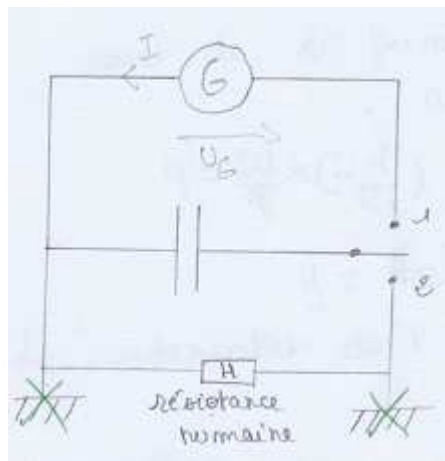
E3 : Les deux...on voit les deux dans l'énoncé..

P : Oui, mais au moment où tu vas essayer de réanimer le patient qu'est-ce que tu fais ?

E3 : une décharge...

P : Une décharge...en fait, tu vas soit t'intéresser à la modélisation de la décharge, donc il faut que tu -- le circuit de décharge et la décharge a lieu à travers le corps humain et non pas ---

Grâce à l'intervention de P dans le travail de ces élèves alors qu'ils avaient demandé de l'aide pour la tâche B, ces élèves modifient leur dessin pour faire place au dessin suivant :



Dessin #2

La justification donnée en A par ce binôme est :

Générateur : pour charger le condensateur
 Condensateur : pour emmagasiner l'énergie puis la délivrer pendant un bref intervalle de temps
 Interrupteur à deux positions : pour alterner la charge et la décharge du condensateur
 Les puces tenes : une fois reliées au corps, elles ferment le circuit de décharge.

On observe en outre dans leur dialogue que P souligne aussi l'importance d'étudier le circuit de décharge du condensateur vers la résistance, et il faut noter que c'est P qui a dit au binôme BI.2 que c'est une résistance qui remplace le corps humain devant être introduit dans leur circuit.

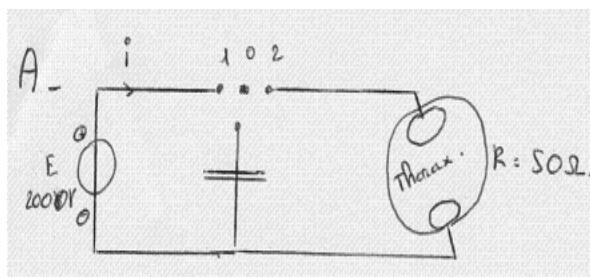
Conclusion de la réponse du binôme BI.2 à la tâche A

Concernant le travail de ce binôme, il faut bien souligner l'absence de résistance et de corps humain dans leur premier dessin fourni (en tant que brouillon). La RMS qu'ils avaient sur la modélisation du défibrillateur grâce à un circuit électrique n'est modifiée qu'après l'intervention de P, qui leur fait voir que le corps humain (ou une résistance) devra être inclus car le condensateur doit être déchargé vers cette résistance. En plus, P profite de son intervention pour souligner que finalement c'est le circuit de décharge qu'il nous intéresse de modéliser.

Il faut dire aussi que ce binôme (ainsi que plusieurs autres binômes) attache de l'importance à l'introduction des électrodes dans sa modélisation. Nous supposons que le fait de voir figurer les électrodes dans l'énoncé puis dans l'image fournie dans le texte, permet à ces élèves de penser que c'est un élément important à prendre en compte pour la modélisation, et que finalement c'est le passage de la description de la situation réelle (décrite dans l'énoncé) vers la construction d'un modèle pseudo-concret qui ne leur permet pas de négliger ces éléments non pertinents dans la modélisation visée.

Le cas du binôme BIII.2

Pour conclure, il faut citer la configuration du circuit de type hybride proposée par le binôme BIII.2, car ces élèves n'ont pas réussi à remplacer le corps humain par une résistance (domaine de la Physique).



Réponse de BIII.2 à la tâche A

Circuit hybride composé : l'objet réel thorax à remplacer par le symbole R en Physique

De plus, BIII.2 dessine un circuit en deux parties : une partie où le condensateur se charge, et puis une deuxième partie où le condensateur se décharge vers le corps humain et dans ce cas, le thorax. Ce binôme a même dessiné les électrodes sur le thorax et il établit la correspondance « thorax/R=50 Ω » ; mais la configuration demandée en A n'évolue plus au cours de la résolution de l'activité. Nous voyons que l'image illustrée par la situation expérimentale (cf. V.2.a.ii) peut avoir une influence sur la production fournie par BIII.2, car nous supposons que ces élèves modélisent d'une part l'appareil défibrillateur à l'aide d'un circuit électrique ; et pour le reste de l'image, ils utilisent des éléments du réel comme des fils, les électrodes (« petits ovales ») et le corps (« grand ovale »).



Voici le dialogue par rapport à la première partie pour écrire le circuit fourni en A :

E13 : Tu écris ? tu écris ou quoi ? alors...(ils décident qui rédige la réponse)

E14 : Un générateur ...

E13 :Oui

E14 :avec un condensateur...

E13 :Oui ?

E14 : (murmures) Avec un interrupteur....(ouais)...

E13 : (Un générateur) avec un interrupteur...(il répète)

E14 :Ouais...

E13 :Un générateur...

E14 :Oui

E13 :Avec un interrupteur

E14 :D'accord !

(murmures)

E13 : Charge et décharge... (ils décident donc de travailler avec deux types de circuit : celui de la charge et celui de la décharge du condensateur)

La première partie de leur dialogue montre qu'ils avaient l'air d'introduire le condensateur en tant que défibrillateur, puis un générateur pour le charger, et finalement l'insertion d'un interrupteur pour étudier tant la charge que la décharge du condensateur.

La résistance (ou le corps humain) n'a pas encore été considérée jusqu'ici.

E13 : --un condensateur...l'interrupteur là là...(il signale l'endroit pour introduire l'interrupteur)
(soupire)

E14 : 50 ohms la résistance (**il relit l'énoncé**), la résistance 50 ohms parce qu'ils disent là

E13 : où ça ?

E14 : 50 ohms

(...)

Grâce à ce que E14 repère dans la l'énoncé le grandeur 50 ohms, il décide d'introduire une résistance dans le circuit, mais E13 n'est pas totalement d'accord et il fait donc changer E14 de point de vue sur la résistance dans le circuit. Voici le dialogue :

E14 : --- une décharge...on doit avoir un circuit comme ça (**il montre une configuration du circuit non précisée ici**)

E13 : Ah, voilà, je ne suis pas trop sûr de ce que tu as fait en fait
(rires)

E14 : Un générateur...(l'autre élève essaie d'expliquer le circuit)

E13 : Oui, le circuit d'accord mais c'est la résistance...

E14 : 50 ohms c'est la résistance mais u_C , un condensateur...(E14 semble être dans le domaine purement physique-réponse A2)

E13 : le quoi tu veux dire ? c'est pas le thorax la résistance ?...(il revient au domaine pseudo-concret)

E14 : mais si ! ... si, si, si, si tu as raison c'est le thorax la résistance mais tu (---)...(finalement, E14 change d'opinion et n'insiste plus sur le fait que le thorax doive être une résistance avec le symbole de physique – un rectangle)

E13 : non, non, on laisse comme ça ! (ils décident donc de réaliser le circuit finalement fourni en A)

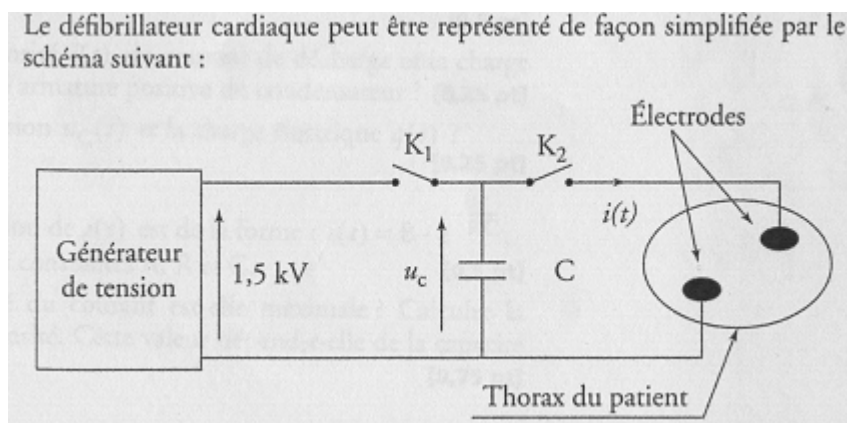
E14 : Tu choisis que ça, ce sont les électrodes ?...(il semble interroger à E13 sur cette affirmation)

E13 : Non, non, je n'ai pas de soucis...hein ? (il décide aussi d'introduire des électrodes dans le circuit)

Il est important de dire que E14 avait envisagé de mettre une résistance au lieu du thorax, mais c'est E13 qui fait remarquer que c'est en réalité le thorax qui doit être inclus. Ce

changement de domaine (physique vers le pseudo-concret) semble faire percevoir à ces élèves l'importance d'introduire d'autres éléments issus du domaine pseudo-concret : les électrodes.

Ce binôme appartient au bloc II qui avait déjà effectué un exercice BAC très voisin, dans lequel une situation réelle décrivant le fonctionnement du dispositif défibrillateur était traitée et un schéma du dispositif était fourni (il faut noter que ce texte fait référence à un schéma en général, et non à un schéma de circuit).



Extrait des annales Nathan du BAC en Physique (2005).

Dans ce dessin, le défibrillateur en tant qu'appareil électrique est symbolisé par un condensateur, tandis que la partie du patient avec les électrodes collés au corps est représentée par des symboles non propres au domaine de la Physique (des ovales) et indiqué comme thorax du patient. Il s'agit donc d'un schéma qui pourrait être classé en tant que de type A5 (hybride).

Conclusion de la réponse du binôme BIII.2 pour la tâche A

Nous supposons que le binôme BII.2 a fait appel à ses souvenirs relatifs à ce type de schéma apparu dans les annales du BAC, où effectivement des éléments du réel et de la Physique étaient mélangés, mais un schéma qui n'est pas un circuit électrique en termes purement physiques

Même si on trouve des traces, dans le dialogue entre E13 et E14, de la volonté d'introduire donc une résistance en tant que thorax du patient, finalement ils décident d'introduire un élément pseudo-concret au lieu d'un élément physique (symbole du rectangle). Mais il est clair pour nous qu'ils avaient bien compris cette équivalence. D'un autre côté, ces élèves décident donc d'introduire dans leur schéma du circuit des ovales pour représenter les électrodes, éléments qui devraient être négligés mais ce binôme n'a pas réussi à faire ce schéma.

vi Conclusion de l'analyse des réponses pour la tâche A

La tâche A de notre situation expérimentale est celle qui permet aux élèves de réaliser le passage entre la situation réelle (étape SR) et l'établissement du modèle physique (étape MP). Grâce à cette tâche, nous avons pu obtenir des observables sur la RMS des élèves et aussi sur le MPC construit par eux.

On observe, d'après nos analyses, une faible réussite à cette tâche que nous avons volontairement choisie inhabituelle (d'après nos observations dans les manuels de Physique). L'absence des techniques liées au type de tâche T_{CIR} « représenter un schéma du circuit » dans les manuels, semble expliquer l'étrangeté que cette tâche représente pour les élèves. L'intervention de P à ce sujet devient essentielle pour certains binômes, et en particulier elle met en relief les éléments de la situation à prendre en compte pour les élèves qui n'ont pas commencé la modélisation de la situation avec un MPC adéquat, et permet des modifications possibles pour leur modèle. L'établissement d'un MPC de la situation suppose que les élèves doivent négliger des éléments non pertinents pour la modélisation et doivent en prendre en compte d'autres, qui sont pertinents. A ce sujet, on a repéré trois grandes difficultés importantes :

* Difficulté pour introduire le corps humain comme une résistance dans le schéma du circuit électrique. Plusieurs binômes proposent des circuits « ouverts » avec la prise en compte des électrodes (« palettes dures ») au circuit de décharge. Il nous semble que l'influence de l'image fournie dans l'activité peut être observée dans cette partie, car les élèves semblent ne modéliser que la partie « électrique » du défibrillateur grâce à un circuit électrique, sans prendre en compte de manière globale l'ensemble de la situation à modéliser : la réanimation du patient avec l'appareil électrique. Ils ignorent que le corps humain (élément du réel ou pseudo-concret) doit aussi intervenir dans la configuration du circuit demandé.

*Difficulté de ne pas retenir les électrodes qui relèvent de l'appareillage de la Physique et qui sont éloignées de la vie quotidienne. De manière similaire à ce qui est dit plus haut, on observe que la plupart des élèves ont du mal à se débarrasser des électrodes pour le circuit car d'une part, on observe les électrodes dans l'image fournie et d'autre part, elles sont énoncées aussi par le texte qui introduit l'activité. Le fait qu'elles appartiennent déjà au domaine physique rend plus difficile pour les élèves leur non prise en compte. On attend que l'élève prenne conscience que ces éléments peuvent être finalement négligés, mais parfois c'est l'intervention de P qui les aide à le faire.

*Difficulté à interpréter le corps humain comme une résistance, alors que le défibrillateur est reconnu par tous comme un condensateur. Lors de notre analyse a priori, nous avons envisagé une difficulté possible des élèves à remplacer le défibrillateur par un condensateur, mais cette difficulté est très peu apparue et elle a été facilement surmontée par les élèves. En

effet, la mention de stockage de l'énergie qui relève du modèle physique a facilement induit chez les élèves l'interprétation du défibrillateur comme un condensateur.

Au contraire, le fait de prendre en compte le thorax ou corps humain du patient dans le circuit et de le remplacer par une résistance R (objet physique) a été difficilement traité par les élèves, et parfois on a pu observer des demandes d'aide à P. Le fait que le corps humain fasse partie pour ces élèves du domaine réel (ou pseudo-concret) ne facilite pas son introduction au domaine de la Physique (en termes physiques et avec le symbole associé) malgré la référence explicite dans l'énoncé.

Il est également important de souligner des difficultés d'élèves à l'intérieur du domaine de la physique par rapport à la modélisation visée, telles que la place du générateur dans le circuit et le fonctionnement des circuits de charge et décharge du condensateur. Le type de générateur à utiliser est aussi important à souligner, car deux binômes ont proposé des générateurs (GBF et courant alternatif) qui ne sont pas adéquats pour charger le condensateur dans ce cas particulier.

L'observation des élèves montre qu'une interaction entre les connaissances de physique et l'interprétation de l'énoncé se produit lors de la démarche de modélisation. Le manque de connaissances propres au domaine de la Physique gêne la modélisation, par exemple au moment de placer le générateur par rapport au condensateur dans le circuit, ainsi que sur le choix de type de générateur adéquat pour charger le condensateur.

Une fois de plus, on observe des effets du contrat par le fait que les élèves essaient d'introduire la plupart du temps un générateur dans leur circuit, comme c'est l'habitude en classe de Physique, même si un circuit simple RC aurait suffi pour modéliser le fonctionnement du défibrillateur.

Finalement, on peut conclure que le contrat didactique et les techniques apprises en classe de Physique influent sur la composition du circuit dans lequel peuvent donc coexister des éléments physiques simplement juxtaposés à la représentation d'éléments de la situation réelle. Les connaissances de la Physique ne semblent pas toujours être appliquées à l'interprétation de l'énoncé comme nous l'avons envisagé.

L'introduction des variables et de conventions de flèches pour les tensions aux bornes de différents dipôles qui interviennent dans le circuit, sera étudiée lors de l'analyse de réponses de la mise en équation (tâche B) dans le prochain paragraphe. Nous reviendrons si nécessaire au schéma du circuit proposé pour cette tâche, en soulignant des modifications réalisées grâce à la mise en équation demandée.

La faible réussite des élèves répondant à cette tâche peut être expliquée d'une part, car celle-ci n'est pas une tâche habituellement traitée en classe de Physique ; d'autre part, parce qu'on retrouve ici les difficultés déjà repérées par d'autres travaux de recherche (cf. Thiberghien, Buty et Le Maréchal, 2003) pour établir des liens entre le monde des objets et celui des modèles. Il est important de souligner ici certaines difficultés des élèves apparues, relatives au langage utilisé dans le texte qui accompagne la situation expérimentale, difficultés déjà mises en relief par les travaux de Thiberghien et son équipe. Par exemple, l'utilisation du

mot « impédance » au lieu de « résistance » n'a pas permis à certains élèves de penser à introduire une résistance dans leur circuit. Le vocabulaire utilisé lors de la description de la situation (comme les mots « défibrillateur » ou « fibrillation ventriculaire »), inscrit dans un langage éloigné du langage quotidien des élèves, suscite parfois une première difficulté chez les élèves pour aborder cette tâche.

B Analyse de la tâche B

Nous reconnaissons les stratégies de résolution envisagées dans notre analyse a priori (cf.V.4.b) dans les observations faites.

Dans un premier temps, pour l'analyse a posteriori de cette tâche, les enregistrements audio des binômes nous permettront de repérer les élèves qui sont revenus à la configuration de départ pour reformuler leur réponse donnée pour la tâche A.

Puis, nous signalerons s'ils ont suivi ou non le schéma de la mise en équation décrite dans notre analyse a priori, en s'appuyant aussi sur ces enregistrements, car l'observation de leurs productions écrites ne nous permet pas de bien connaître la résolution mise en place. Il est indispensable pour l'analyse de cette tâche de prendre en compte ce qui est dit par les élèves lorsqu'ils résolvent cette activité.

Tout d'abord, rappelons la consigne de la tâche B :

B) On cherche à établir un modèle (à l'aide d'une équation différentielle) de la tension dans le défibrillateur. Justifier les lois et les principes utilisés pour l'établissement de ce modèle.

La formulation de la tâche est très différente de celle des exercices habituels (cf. Chapitre IV et V). D'emblée, le modèle est demandé aux élèves sans guidage par des sous-tâches. De plus, on demande une justification explicite des lois et principes permettant d'interpréter la situation donnée en termes de relations entre objets de la Physique.

Il faut dire que cette tâche est celle qui permet le passage entre le modèle physique (schéma du circuit électrique fourni en A) vers le modèle mathématique (équation différentielle demandée), c'est à dire qu'elle permet aux élèves de passer du domaine de la Physique vers le domaine mathématique.

Voici donc la catégorisation des réponses données par les binômes d'après la catégorisation des réponses possibles, décrite dans le chapitre V. Il faut noter que la tâche B suppose la réalisation de plusieurs étapes à réaliser, dont la modification du circuit réalisé lors de la tâche en A (si nécessaire), puis l'introduction sur ce dernier de variables et de flèches pour représenter l'intensité et les tensions aux bornes du condensateur (qui sont les éléments à modéliser). La discussion de la mise en équation qui suit se fera en prenant comme base les

différentes réponses données par ces binômes à propos du type de l'ED finalement fournie par eux (voir cadre rouge) mais nous voudrions mettre en relation les modifications de la tâche A produites lors de la résolution de la tâche B (établissement d'une ED).

Il faut bien souligner que la tâche B amène à modifier la configuration du circuit donnée dans la tâche A, et à cause de ces changements (par exemple, insertion d'un élément du circuit non introduit dès le début), on retrouve des modifications pour la mise en équation développée en B.

L'analyse des réponses données par les binômes de la tâche B suppose parfois des modifications sur le schéma du circuit, et nous analysons donc cette tâche (A) avant (paragraphe antérieur) et pendant/après la résolution de la tâche B (dans ce paragraphe).

Voici le tableau des réponses des élèves tirées de leurs productions écrites, mais auparavant nous voudrions apporter des précisions sur l'utilisation des lettres dans celui-ci qui permettront de mieux comprendre l'information fournie, par exemple :

CG signifie convention générateur.

CR signifie convention récepteur.

R représente la résistance.

G représente le générateur.

C représente le condensateur.

<i>Tâche</i>		<i>Réponse donnée</i>	<i>Partie I</i>	<i>Partie II</i>	<i>Partie III</i>	<i>Partie IV</i>	
A	I	Catégories de schéma du circuit non recevable	A3 A4 A5	BI.1 BI.2 BI.3	BII.1 BII.2	III.1 III.3 III.2	BIV.3 BIV.1
A	II	Catégories de schéma du circuit recevable	A2 A1 (pas de générateur)	<u>BI.3*</u>		III.4	BIV.2 BIV.3
A	III	Variables incluses dans le schéma pour U_C	Oui ----- Non	BI.1 BI.3 ----- BI.2	BII.1 BII.2	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.2 BIV.3
A	III	Variables incluses dans le schéma pour U_R	Oui ----- Non	BI.1 BI.3 ----- BI.2	BII.1 BII.2	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.2 BIV.3
A	IV	Flèches incluses dans le schéma pour l'intensité $i(t)$.	Oui ----- Non	BI.1 BI.2 BI.3	BII.1 BII.2	III.1 III.4 III.2 III.3	BIV.2 BIV.3 BIV.1
A	IV	Flèches incluses dans le schéma pour U_R	Oui : CG pour R Oui : CR pour R	BI.1(1) <u>BI.1(2) BI.3</u>	BII.2		BIV.2

			Non	BI.2	BII.1	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.3
A	IV	Flèches incluses dans le schéma pour U_C	Oui : CR pour C	BI.1(1) <u>BI.3</u>	BII.2		BIV.2
			Oui : CG pour C	<u>BI.1(2)</u>	BII.1		
			Non	BI.2		III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.3
A	IV	Flèches incluses dans le schéma pour U_G	Oui : CG pour G	BI.2	BII.1 BII.2		BIV.2
			Non			III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.3
B	I	Rappel de la relation :	U=Ri : non				
			U=Ri : oui	BI.1 BI.2 BI.3**	BII.1 BII.2	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 BIV.2 BIV.3
B	I	Rappel de la relation :	$i = dq/dt$: non	BI.2			BIV.2
			$i = dq/dt$: oui	BI.1 <u>BI.2*</u> BI.3**	BII.1 BII.2	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 <u>BIV.2</u> BIV.3
B	I	Rappel de la relation :	$q = C u_C$: non	BI.2	BII.2	III.2	BIV.3
			$q = C u_C$: oui	BI.1 <u>BI.2*</u> BI.3**	BII.1 <u>BII.2</u>	III.1 <u>III.2</u> III.3 III.4	BIV.1 BIV.2 <u>BIV.3</u>
B	II	Mise en place de la loi d'additivité des tensions/loi des mailles	Oui	BI.1 BI.3	BII.1 BII.2	III.1 III.2 III.3 III.4	BIV.1 <u>BIV.3</u>
B	II		Non (non attendue)	BI.2			BIV.3

Autre (erreur signes) BI.1

B

III Mise en relation de B.I et B.II pour arriver à l'ED

ED non recevable

BI.2

ED de la charge

BI.1

BI.3

ED attendue mais

E indéfinie

BII.1

BII.2

III.2'

III.3

ED attendue (U_C)

BI.2

BI.3*

BII.2*

III.1

III.2

III.4

BIV.1

BIV.3*

BIV.2'

BIV.3*

BIV.2*

III.2

(2)

BIV.3

(2)

(1)

Ce qui est souligné signifie la réponse finale de ce binôme prise en compte et qui est classée d'après notre catégorie de réponses possibles.* signifie aide de P (IP).

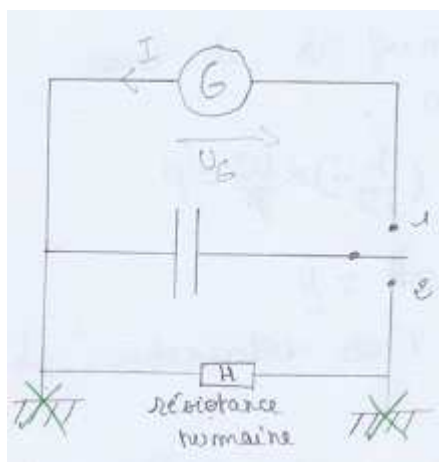
i L'équation différentielle non recevable

Pour commencer, nous allons analyser de près la réponse de BI.2 à cette tâche. Il s'agit de la seule ED que nous ayons considérée comme non recevable.

Le cas de BI.2

Ce binôme est le seul binôme qui n'ait pas réussi à établir une ED pour la tension u_C aux bornes du condensateur. La réponse de ce binôme n'était pas prévue dans notre analyse a priori.

Tout d'abord, il faut se rappeler la configuration que le binôme a donnée comme réponse à la tâche A :



Réponse de BI.2 à la tâche A

Après relecture de la consigne de la tâche B, une première question s'impose à ces élèves : la signification du terme « modèle ». Une première demande d'aide est faite à P pour éclaircir ce terme, puis les élèves se lancent dans la tâche :

(Lecture de la tâche B par BI.2)

E3 : Mmmm

E4 : Qu'est-ce qu'un modèle ? à l'aide de l'ED pour établir un modèle ? qu'est que c'est, un modèle ?

E3 : Je pense que je n'ai pas bien compris la question

E4 : Ah, ouais ?

E3 : (à P) Notre question est qu'est ce qu'un modèle ? ---ED, construire un modèle, qu'est-ce que ça peut être ?

P : si vous voulez notre modèle vous l'avez déjà construit, notre modèle c'est de dire que cette situation est équivalente à celle-ci, au moment où vous avez décidé que c'est équivalent à ce circuit tout le reste, la mise en forme et la mise en équation, elles découlent de ça. C'est ça, un modèle, c'est là qu'il est le modèle

E3 : Ah, d'accord...bon, on va définir sens de courant plus – introduction de variables – et on va faire une ED de tension

On note donc que ces élèves semblent voir clairement les « étapes à suivre » pour une mise en équation : définir le sens du courant et l'introduction des variables, même si l'on observe dans leur dessin que la seule flèche de tension introduite concerne le générateur G (en convention récepteur) et non la résistance ni le condensateur, qui sont en réalité des éléments plus importants à prendre en compte pour la mise en équation. Ils semblent percevoir clairement que le but est donc l'établissement d'un modèle pour la tension u_C aux bornes du condensateur, but qui ne semble pas si évident aux autres binômes.

Rapidement, ils font appel à la loi d'Ohm vite énoncée ($u = Ri$), mais le reste n'est pas si facile pour eux.

E3 : La définition de l'ED c'est ça..donc, si c'est ça c'est une solution...on va calculer la tension du condensateur, ce qu'on veut, la tension du condensateur

E4 : donc, si ceci est une solution on va le calculer (ils semblent penser à une valeur numérique)

E3 : la tension du condensateur ?

E4 : Hum

E3 : nous, ce qu'on veut, c'est la tension dans le condensateur...

E4 : la tension dans le condensateur, à mon avis dépend de la capacité,

E3 : Hum

E4 : la capacité c'est en quoi ? est ----

E3 : Non

E4 : Bon, c'est(ils sont confus)

Ces élèves semblent vouloir calculer une valeur numérique pour la « tension dans le condensateur » (E3), mais comme une telle tension est liée à la capacité, ils préfèrent interroger P sur les relations à utiliser :

E3 : Un problème au niveau de formules ?

E4 : On voudrait corriger les relations

P : Qu'est-ce qui vous paraît.. ?

E3 : q/U je crois

P : q/U ? $q = C U_C$

E3 : $q = C \dots$

P : (répète) $q = C$ fois la tension U_c

E3 : Hum, donc c'est q/U_c qui est égal à C

P : tout à fait, oui

E3 : il y a une autre ? (relation) c'est quoi ?

P : vous êtes en train de chercher ...?

E4 : l'équation de la tension

P : ahh ! (P intervient sur leur premier dessin en A pour éliminer les terres, voir traces dans le dessin montré plus haut)

(...)

P : il y a d'autres relations que vous aviez besoin de

E3 : il y a une autre relation mais je ne me souviens pas du tout

E4 : Sur le condensateur il y a une (relation) sur l'énergie mais il y en a une autre et une avec un delta t et une delta i ...

P : $i = dq/dt$

Finalement, grâce à cette intervention, les deux autres relations nécessaires pour la mise en équation sont données par P à ce binôme, car ils n'ont que de vagues souvenirs à ce propos.. Une étape importante pour la modélisation a donc été réalisée avec l'aide du professeur, qui ne laisse pas ces élèves continuer à chercher les relations correctes.

Même en connaissance des relations nécessaires, les élèves ne parviennent pas à les mettre en relation. En effet, la mise en relation entre elles n'est pas réussie par ces élèves, car il leur manque l'utilisation de la loi d'additivité de tensions pour commencer la mise en équation. Par contre, ils essaient de commencer la mise en équation en établissant une comparaison avec une équation différentielle vue en Mathématiques, pour donner forme à l'ED demandée :

E3 : Bon, tu as vu la (tâche) C qu'est-ce que c'est ? cela peut nous aider ? (noter le rôle d'aide de la consigne de C pour la tâche B)

E4 : Je n'ai pas vu rien du tout !

(ils lisent la consigne de la tâche C) « Déterminer la valeur de ...la constante »

E3 : Donc, la tension U_c (il souligne la grandeur à modéliser)...la tension dans le défibrillateur...

Bon, d'accord en Maths l'ED c'est ça... [$y' = ay$] et les solutions sont de la forme Ce^{ax} , cela veut dire en fait il n'y pas de constante, donc ici, en fait il n'y a pas B (constante). On a bien ce truc, un truc comme ça, donc la solution serait A égale (e puissance), moins t, et moinsmoins, voilà, sur RC

$\left[Ae^{\frac{-t}{RC}} \right]$, d'accord ? petit « a »...

E4 : eux ils calculent C, donc y c'est quoi ? u égale q fois un sur C ?

E3 : non, non, il doit y avoir une résistance, regarde dans la solution (en C) (il invalide ainsi la réponse donnée par E4)

Ils reprennent donc l'analogie entre la notion d'équation différentielle vue en Mathématiques et celle vue en Physique :

E3 : regarde, comment ça marche ? une équation différentielle, tu as la dérivée...est égale à constante fois une fonction, toutes les solutions sont Ce^{ax} ... (il semble lire ce qui est écrit sur la réponse de B, voir production de BI.2 plus bas)

E4 : On te dit que les solutions de cette équation sont de la forme Ae^{at}

E3 : A serait moins $1/RC$ parce que t c'est la variable (ici, ils font l'analogie que pour l'ED $y'=ay$ les solutions sont de la forme Ce^{ax} donc pour une solution de la forme $Ae^{(-t/RC)}$ l'ED doit être $y'=(-1/RC)y$)

E4 : Donc, d'accord, ah voilà...

E3 : à quoi ça correspond alors...

E4 : R fois C c'est quoi ? (E3 ne répond pas à cette question)³⁹

E3 : Ici, il manque un truc (...) en fonction de « x », en fonction de « t » je voulais dire...

E4 écrit sur la feuille

E3 : Attend, on a l'intensité, l'intensité va nous servir pour calculerpour...de toutes façons, ça ressemble à une dérivée...Attend, on a la charge, l'intensité c'est la dérivée...d'accord...

(E4 murmure des relations pas faciles à entendre)

E3 : A ton avis c'est quoi la dérivée de U ? parce que nous devons mettre....

Jusqu'ici, nous pouvons voir que ces élèves n'avaient pas fait appel à la loi d'additivité des tensions pour la mise en équation. Ils ont donc fait appel à des connaissances mathématiques puis à des analogies avec des données qu'ils avaient, pour finalement « établir » l'équation différentielle $y' = \frac{-y}{RC}$ qui malgré le processus d'obtention suivi si particulier, peut être considérée comme correcte et est celle attendue. Il faut noter que malgré l'utilisation de la variable « y », ces élèves semblent faire l'équivalence de cette variable (utilisée en Mathématiques) avec la variable « U » qui est celle utilisée en Physique pour la tension aux bornes d'un condensateur.

³⁹ Cette question sur la signification de RC amène ces élèves à parler de la constante du temps tau utilisée dans les manuels à propos de la mise en équation. Plus tard, dans leur conversation, ils reviennent sur ce paramètre tau et l'un des élèves répond à l'autre que cela «... correspond à 63% de l'établissement de la tension ».

Malheureusement, les efforts de ces élèves ne s'arrêtent pas là et comme E3 avait déjà observé les relations entre l'intensité i et la charge q au moyen d'une dérivée, ils continuent à manipuler des expressions pour essayer de représenter U en d'autres termes.

A cette étape, P essaie d'intervenir pour les aider mais ils refusent l'aide proposée :

P : est-ce que je peux vous aider ?

E3 : Non, non...

P : je peux vous dépanner pour certaines relations, en tous cas

E3 : En fait, on sait ce qu'est une équation différentielle en Maths, mais on ne la retrouve pas en Physique (il semble que l'ED vive dans les deux classes de manière différente)

E4 : c'est bon, on va trouver ... (ils refusent donc l'aide de P)

Ces élèves ont des difficultés pour comprendre la place de U dans leur ED : c'est la primitive ou la dérivée ? Voici un extrait du dialogue qui évoque cette difficulté :

E3 : Non, non justement c'est la primitive qui est la tension

E4 : Non, non, non, c'est y' qui est égale à U

E3 : Si, regarde ! (il relit l'énoncé de la tâche B)

E4 : Tu es d'accord qu'on a le « a » de af , le $y'=ay$ on a le « a » de ay

(quelques minutes après...)

E3 : De toute façon, on doit avoir l'une (l'ED) pour avoir l'autre (la solution), si on a l'une, on peut avoir l'autre, on est d'accord ? et tu penses que ...

E4 : En tous les cas, si on a l'une, ce serait gagné... (ils ne considèrent pas encore avoir trouvé l'ED demandée en B)

E3 : Je pense que U c'est quoi ? c'est la fonction ou c'est la dérivée ?

E4 : C'est la dérivée

E3 : Non, à mon avis c'est la primitive

E4 : Non, pas d'accord !

On voit à ce point de leur travail qu'ils considèrent que celui-ci n'a pas abouti dans cette tâche, et ils vont essayer de réécrire l'ED donnée auparavant comme réponse $y' = \frac{-y}{RC}$.

Par la suite, ils continuent à réaliser une démarche très singulière d'analyse dimensionnelle pour essayer de trouver un équivalent de « $-y$ » en termes de grandeurs connues (dans l'énoncé). Voici la réponse de BI.2 à la tâche B et puis leur raisonnement suivi par l'un des élèves du binôme :

$c = \frac{q}{u}$ $i = \frac{dq}{dt}$ $U = RI$ $y' = ay$ On s'attend à une solution de la forme e^{at} ou e^{-at}
 $R = \frac{[V]}{[A]}$ $i = \frac{d(C \times U)}{dt}$ $i = \frac{dC(U) + dU \times C}{dt}$ on s'attend à une solution de la forme $e^{-\frac{t}{RC}}$
 $C = \frac{[C][D]}{[V]}$ $U = \frac{dC(U) + dU \times C}{dt} (R)$ donc $y' = -\frac{y}{RC}$
 $RC = \frac{[C][D]}{[A]}$ $-y = \frac{[A][V]}{[C][D]}$ $-y = \frac{|IU|}{q}$ $y' = \frac{|IU|}{q} \times \frac{1}{RC}$

Réponse à la tâche B du binôme BI.2

E4 semble s'orienter vers une autre forme pour arriver à trouver une expression équivalente à « -y ». D'abord, il utilise les relations introduites tout au début :

- $U = RI \Rightarrow R = \frac{U}{I}$ par analyse dimensionnelle $R = \frac{[V]}{[A]}$.

- $C = \frac{q}{U}$ par analyse dimensionnelle $R = \frac{[C][s]}{[V]}$ ⁴⁰.

Comme $RC = \frac{[C][s]}{[A]}$ il cherche donc une expression équivalente mais inverse pour représenter une tension (en volts) pour « -y » (en utilisant $y' = -y / RC$). Cela donne comme résultat $-y = \frac{[A][V]}{[C][s]}$. E4 passe donc ces unités en termes de grandeurs, en donnant comme résultat $y = \left| \frac{IU}{q} \right|$ et donc l'équation différentielle $y' = \frac{-y}{RC}$ est donc remplacée par l'expression $y' = \frac{IU}{q} \times \frac{-1}{RC}$ c'est-à-dire une « équation différentielle » non recevable.

L'autre élève du binôme n'est pas aussi convaincu que E4 :

⁴⁰ E4 : Parce qu'une charge, c'est le courant dans un instant de temps.

E4 : (...) oh regarde !!!! tu as vu ? $y = IU/q$

E3 : Une tension égale à une tension... (il doute de l'expression obtenue)

On note ici un problème important sur ce que signifie en fait une équation différentielle. Il est censé laisser notre fonction u dans l'équation en tant qu'une inconnue qu'il faut chercher à trouver, et non en tant que variable qu'il faut exprimer en fonction des autres grandeurs qui apparaissent aussi dans l'énoncé.

A la fin, cet élève semble se rendre compte de leur erreur, car cette expression ne leur permet pas d'avancer dans la tâche suivante (C) qui les laisse donc percevoir l'absence de logique dans le raisonnement suivi auparavant :

E4 : Je me suis trompé, je me suis trompé complètement...

E3 : Par analyse dimensionnelle(ironique)

E4 : Je me suis complètement planté (rires)

Conclusion sur la réponse de BI.2 à la tâche B

Ce binôme ne réussit pas à réaliser la mise en équation, car il ne parvient pas à faire appel à la loi d'additivité des tensions pour démarrer le processus d'écriture comme ils l'avaient vu en classe de Mathématiques. On observe plusieurs déficiences dans leur travail ; d'une part, ils prennent comme base une configuration du circuit en A non recevable (hybride), puis ils n'arrivent pas à introduire des variables, ni des flèches sur ce dessin. De plus, BI.2 fait appel à l'aide de P pour se rappeler des relations à utiliser, et malgré l'aide fournie par P, ils ne sont pas capables de s'en sortir. Il est important de souligner la présence d'une technique pour l'obtention de l'ED issue de la classe de Mathématiques, qui semble donner comme résultat une ED recevable et même attendue ; mais un élève de ce binôme met de côté cette réponse pour laisser place à une technique basée sur une « analyse dimensionnelle » qui aboutit à l'écriture d'une ED non recevable, démontrant ainsi les faibles connaissances de ces élèves en Physique et même en Mathématiques, mais surtout par rapport à la mise en relation des connaissances de ces deux domaines. Malgré le fait qu'ils semblent avoir assimilé la notion d'équation différentielle, ils ne sont pas capables d'établir une ED comme modèle pour la tension aux bornes du condensateur, comme il était demandé dans la consigne de la tâche B.

Conclusion sur l'ED non recevable

Un seul binôme relève de cette catégorie, mais il est possible de souligner le manque de connaissances de ce dernier dans les deux domaines qui interviennent dans la situation : les Mathématiques et la Physique.

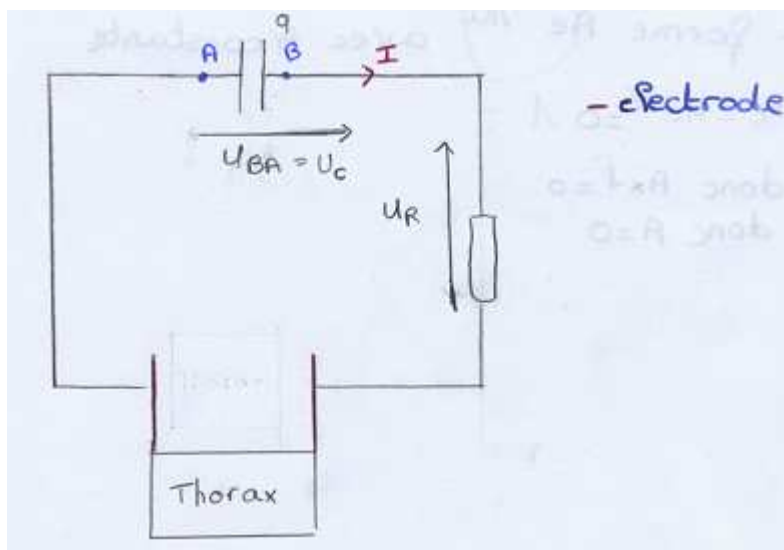
ii Les binômes qui ont établi une ED pour la charge q du condensateur

Dans cette catégorie entrent les productions de quatre binômes, mais la réponse de BI.1 est la seule qui reste dans cette catégorie à l'issue de leur travail car ils n'ont pas obtenu de rétroactions d'autres tâches (de C en particulier) comme les binômes BI.3, BIII.2 et BIV.2, qui finalement se rendent compte qu'il faut établir un modèle pour la tension et non pour la charge et modifient l'ED établie (les trois binômes arrivent donc à établir l'ED attendue). Il est important de souligner que la plupart du temps, ce repérage d'erreur et le cheminement suivi pour passer d'une ED à l'autre est guidé par le professeur P, même si au début certains binômes semblent se rendre compte d'eux-mêmes de leur erreur (relecture de la consigne de B, lecture de la consigne de C avec la fonction solution fournie, contradiction au moment de vérifier la fonction solution, etc).

Analysons donc ci-après, la réponse de BI.1 à la tâche B.

Le cas de BI.1

Il faut commenter le cas du binôme BI.1 qui finalement donne comme réponse une équation différentielle pour la charge q du condensateur, et non une équation différentielle pour la tension u_C dans le condensateur. Cependant leur réponse peut être considérée comme correcte (du moins recevable), car on sait que ces deux grandeurs (charge q et tension u_C) sont proportionnelles. D'abord, rappelons-nous le schéma du circuit sur lequel ce binôme travaille à la mise en équation :



Réponse de BI.1 à la tâche A

Nous devons dire que ce binôme modifie apparemment le sens des flèches pour les tension u_C et U_R sur leur dessin (où l'on voit des traces), et nous croyons que l'application de la loi d'additivité des tensions les oblige à changer d'opinion même si cela ne les amène pas à modifier leur dessin :

E1 : D'abord, c'est la loi d'additivité des tensions ...

(...)

E2 : là, il faut qu'on part de charger le condensateur alors parce que sinon on n'a pas de générateur, on a un condensateur qui se comporte comme générateur...

E1 : ouais, parce que sinon...on n'a pas ...

E2 : le problème est qu'il (le condensateur) se décharge, en fait (il y a peut-être problème parce qu'il n'est pas habituel de traiter ce cas en classe)

E1 : voilà, il faut dire que cela en décharge est égale à plus cela en charge ...

(...) (jusqu'ici ils commentent en établissant la loi des mailles pour le circuit, et cela leur indique apparemment que la seule résistance R doit être l'élément physique résistance et non le thorax)

E1 : U_{ab} égal à U_r , dans l'autre sens...(il modifie le sens des flèches) et U_{ab} ...là

E2 : Eh !!! – il se dit étonné de se rendre en compte de l'absence du générateur dans le circuit---non, il y a absence de i et celle de ...parce qu'il n'y a toujours pas de générateur, là...

E1 : Oui, c'est ce carré (nous supposons qu'ils parlent du thorax), c'est la chose qui n'était pas dans l'endroit, et donc la place de R elle était ...

E2 : Ouais...

E1 : Ouais...et donc ça c'est U_r , ...non...si on laisse comme ça on a ...on a U_r ...égal à ...- U_{ba} (ici ils semblent se rendre compte de l'erreur commise dans le dessin où ils ont introduit deux résistances, mais ils décident de ne pas le modifier)

E2 : Non, si si---

E1 : Ouais...

- rires au fond –

E1 : non, c'est pas grave – il rit aussi - Si on laisse comme ça, ça veut dire que U_r est égale à U_{ba}
 $[U_{BA} = U_R]$

E1 : ouais...(il confirme la dernière action faite)

E2 : Parce que sinon ...là justement ...on va avoir une équation différentielle, non ?

E1 : Bah oui, oui – il rit – (il n'est pas très convaincu)

Jusqu'ici le début de la mise en équation semble bien s'effectuer, mais il faut noter que dans cette première partie, les élèves suivent une convention inhabituelle en classe de Physique : le fait de prendre le condensateur en convention générateur, et nous verrons plus tard les difficultés engendrées par ce choix.

Il est important de noter qu'au moment de justifier l'application de la loi des mailles, ces élèves ont des difficultés pour savoir comment la justifier, et qu'ils mentionnent même que cette application correspond plutôt à un automatisme appris en classe :

E2 : dis donc, on va dire qu'on utilise la loi d'additivité des tensions

E1 : ouais

E2 : et des variables

E1 : voilà, déjà --- il faut dire qu'on va utiliser ça

E2 : et dans le moment idéal ...le --- et après on verra

E1 : déjà on peut dire qu'on utilise

E2 : Il faut justifier qu'on a dit ça ?

E1 : Bah ouais, c'est marqué...eh... - il lit - justifier les lois

E2 : On y arrive comment ?

E1 : Attend...juste, quel est le nom ?

E2 : Je sais pas

E1 : La loi ...d'additivité des tensions – il énonce à voix très lente, pendant qu'il écrit, l'autre élève parle en même temps que lui –

E2 : Ou alors , Automatisation...C'est nul

E1 : Des tensions – il écrit sur la feuille cette phrase

E2 : On ne sait pas pourquoi

(rires)

E2 : A la limite c'est ça...mais...(pas très convaincu de la réponse donnée)

E1 : disons, on a $U_B \dots = U_R$

E2 : Ouais, alors...il nous manque une tension (il se pose ici un problème pour eux car ils n'arrivent pas à établir cette loi pour le cas où il n'y a pas de générateur alors qu'habituellement en classe le circuit comporte un générateur)

E1 : on fait quoi ?

E2 : je sais pas...Madame (première demande –sur deux- d'aide à P)

L'intervention de P semble valider le travail jusqu'ici accompli, mais elle ne semble pas avoir effet sur la configuration donnée comme réponse à la tâche A (modification due au fait d'avoir deux résistances sur le dessin). Par contre, très rapidement P signale l'utilisation d'une convention inhabituellement traitée en classe. Voici un extrait de cette intervention :

P : Ceci dit, je me permets un peu de signaler... est-ce que vous avez passé un choix, ici, de conventions qui est un petit peu inhabituel par rapport à ... (interruption de E1) ?

E1 : ---au début ; on n'a pas regardé par rapport à...

P : D'accord, écoute ; tu peux très bien ; ça en fait, tu est parti en prenant le condensateur en convention générateur et donc la tension et i ont le même sens, c'est pas exclu ...simplement il faut faire attention quand on écrit les différentes relations du condensateur et puis qu'on signe ces

relations..(signale à cet instant les modifications à faire lorsqu'on prend cette convention pour le condensateur)

E1 :oui

P :Ceci dit que ...on peut partir comme ça,

E1 :Oui

P :on peut partir comme ça ...et puisà ce moment il faut exprimer les différentes...

E1 :ah, d'accord (L'élève interrompt, il semble comprendre les commentaires de P)

(fin de la première intervention du professeur)

Nous verrons plus tard que cette intervention de P n'est pas complètement comprise par ces élèves, car il y aura besoin d'une deuxième intervention sur le même sujet pour revenir au signe négatif à introduire pour l'une des trois relations à utiliser.

Le rappel des trois relations à prendre en compte ($i = dq/dt$, $U_R = RI$, $q = CU_{BA}$) n'a pas constitué une source de difficultés pour ces élèves, même si la dernière relation ($q = CU_{BA}$) était mise en doute. Finalement, un élève se rappelle l'expression correcte.

Voici donc la mise en équation de BI.1 comme réponse à la tâche B :

On utilise la loi d'additivité des tensions car on cherche une tension.

$$U_{BA} = U_R$$

$$-q/C = RI$$

$$-q/C = R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{CR}$$

$$\frac{dq}{dt} = q \times \left(\frac{-1}{CR} \right)$$

$$Ae^{ax} = Ae^{\frac{1}{CR} t}$$

Réponse de BI.1 à la tâche B

Le signe moins qui apparaît sur la production écrite fournie ci-dessus, est introduit plus tard comme nous le décrirons plus bas. L'équation différentielle établie par eux comme première réponse à la tâche B est donc $\frac{dq}{dt} = q \times \left(\frac{-1}{CR} \right)$.

Il est important aussi de signaler que lors du processus pour la mise en équation, ces élèves ne semblent pas avoir compris le type d'équation (ou la forme de l'équation) à laquelle on veut arriver. Cela dénote un manque de connaissances mathématiques sur la notion même d'équation différentielle de la part de E2.

E2 :il faut mettre quoi, déjà ? de la forme...(il semble déjà lire la tâche C) on va passer à l'exponentielle, comment on va passer à l'exponentielle avec ça ? ---...attends, on n'a pas...(il veut dire qu'on n'a pas encore l'ED)

E1 :On a l'équation...(il semble se rendre compte du fait que l'expression $\frac{dq}{dt} = q \times \left(\frac{1}{CR} \right)$ est en réalité une ED)

E2 :Tu dis quoi ?

E1 :On a l'équation ! (surprise même par E1)

E2 :Ah oui ?

E1 : (rires)Attends, tu arrêtes !

Finalement, ces élèves font appel à la notion d'ED vue en classe de mathématiques, ils rappellent qu'une ED est de la forme $y' = ay$ et ils essaient de donner cette forme à leur ED. On observe à ce moment-là l'usage de la notion d'ED vue en Mathématiques, pour valider le travail fait en Physique.

Ce binôme semble lire la tâche C lorsqu'ils essaient d'établir l'ED demandée, ils vérifient de manière rapide (nous n'avons pas de traces écrites mais nous avons obtenu dans l'enregistrement audio des traces de cette vérification rapide). Cela permet donc à BI.1 de se rendre compte qu'il « manque » un moins dans l'ED donnée comme réponse en A pour que cela colle bien. Ils décident de revenir à la tâche B et font appel à l'aide de P.

Voici l'intervention de P (2/2) qui permet à ces élèves d'introduire un moins dans l'expression de $i = dq/dt$, et où l'explication de P semble justifier l'introduction de ce signe moins grâce à des justifications physiques de ce qui se passe dans le circuit :

E2 :on a un petit problème, je pense c'est un gros, c'est pas énorme mais ...

E1 :juste un moins quoi..

E1 :on peut demander, sinon...on finira jamais

E2 :ouais

E1 :Madame, ...on a un petit problème – rires-

P : alors, vous êtes partis de ...de la...

E1 :Le problème est que ...il nous manque le moins, on a la bonne formule ...

E1/E2 : On a la bonne formule ...mais pas le moins ...on sait pas où on l'a perdu en fait–rires-...

P : oui, alors...en fait ...ça vient du fait que ...

E1 :C'est moins Uba, alors...(il semble rapidement corriger l'erreur sans réfléchir à des raisons physiques pour le faire)

P : HumOui...alors...bon...C'est vrai que si tu prends ...le i est dans ce sens-là, ton Ur est choisi effectivement logiquement en convention récepteur, pour te dire, effectivement dans une décharge de condensateur il est ...il (le condensateur) joue un rôle de générateur, vous avez choisi de le mettre en position générateur maisdu coup la relation ...

E1 :Ur ?

P : Uba, Uba donc, ce qu'en fait on appelle, ce que nous avons appelé justement Uc, la tension dans le condensateur eh...

E1 :C'est moins q sur C, voilà

E2 :Oui, c'est moins Uba

P : En tout cas, il y a ...

E1 :Ouais, c'est moins Uc là, ouais

P : ...hein U la tension est positive égale, on peut dire égale à q sur C, alors à ce moment-là i (l'intensité) ça va être moins dq/dt parce qu'effectivement ...et donc, si Uc c'est ça, ça veut dire que la charge plus, plus elle est de ce côté ci

E1 :Hum

P :et cette charge, qu'est-ce qu'elle fait au cours du temps ?

(les élèves veulent répondre, mais P ne leur en laisse pas la chance donc il continue à parler)

P : elle va diminuer donc dq/dt est ...

E1/E2 :négative (ils le disent en même temps)

P : négative, donc ce i ...

E1 :Voilà

P : il va être de l'autre côté, en réalité tu sais bien que l'idée est que-- temps

E1 :Ouais, ouais

P : il y a un moins ...

E1 :oh là là ...

P : c'est là, c'est pour ça qu'il est conseillé de ...vous étiez dans la rédaction d'une situation à peu près expérimentale mais ...au bac il conviendra de vous mettre toujours en convention récepteur ...pour que le i que vous aurez après ... --ça veut dire que, c'est que les formules que vous avez apprises, les relations, vous n'avez pas à vous poser ces questions-là, vous arriverez aussi mais vous devez vous poser une question sur la cohérence de ces relations...ah ?

Les élèves reviennent à leur mise en équation et modifient donc l'expression finale, en introduisant un moins. C'est finalement le professeur qui a mis l'accent sur le changement d'une convention récepteur par ses élèves (habituellement travaillée en classe, même pour l'étude de la décharge du condensateur) pour une convention générateur. Le fait de mettre le condensateur dans cette convention amène au changement de la relation $i = dq/dt$ avec le

signe négatif. Il faut aussi noter que le repérage du problème de signe semble s'effectuer quand ces élèves réalisent la tâche C (vérification d'une fonction solution). Cette tâche leur permet de se rendre compte qu'il manque un signe moins. Nous parlerons plus bas de cette rétroaction de la tâche C sur la mise en équation (tâche B). Cependant, le binôme n'arrive pas à s'apercevoir qu'ils établissent l'ED pour la charge q du condensateur, au lieu de l'ED de la tension comme demandé dans l'activité.

Conclusion pour BI.1

L'autonomie manifestée par ce binôme lors de la résolution de l'activité est très importante à souligner, mais à la différence des autres binômes qui avaient proposé une ED pour la charge et qui ont changé de réponse pour l'ED attendue, ce binôme ne semble recevoir aucune rétroaction qui lui permette de s'en rendre compte. Il faut dire que le manque de temps pour achever l'activité peut être un facteur important, car ils n'arrivent pas à conclure dans sa totalité la tâche suivante (C). Le signe moins introduit la relation $i = dq/dt$ pour la mise en équation, correspondant en fait à l'utilisation par ces élèves de la convention générateur pour le condensateur, une convention qui n'est pas une connaissances exigible en Terminale. L'intervention de P est fondamentale pour que ces élèves finissent par écrire l'équation différentielle correcte, même si elle est en termes de la charge $q(t)$ et non pas de la tension $u_C(t)$.

Les élèves qui ont envisagé l'établissement d'une ED pour la charge

Rappelons que l'analyse praxéologique de manuels, a montré l'absence de technique dans ceux-ci (cf. Chapitre IV) pour l'établissement de l'ED de la charge. La mise en équation était centrée dans les manuels sur l'établissement de l'ED pour la tension aux bornes du condensateur. Du coup, il est surprenant de voir apparaître une telle réponse de la part de ces élèves de manière si naturelle. Cela pourrait être s'expliquer par le maniement des relations qui semble les conduire plutôt à laisser toutes les relations en fonction de q de façon plus directe qu'en fonction de UC (difficulté envisagée lors de notre analyse a priori, cf. Chapitre V).

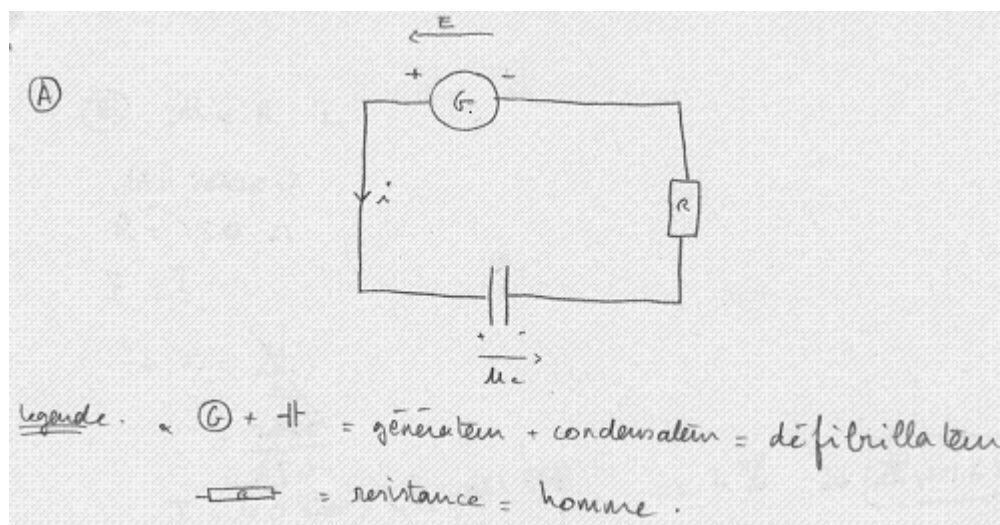
iii Les élèves qui ont établi l'ED attendue mais laissent la valeur de E indéfinie

Dans cette catégorie, on trouve les productions de quatre binômes (BII.1, BII.2, BIII.3 et BIV.3) mais la moitié de ces binômes (BII.2 et BIV.3) arrivent à revenir à la configuration en A et à remettre en question la valeur prise par la tension aux bornes du générateur (E ou U_G), grâce à l'intervention de P qui souligne que lorsqu'on étudie la décharge de C vers la résistance R, on n'a aucun générateur à prendre en compte. Donc $E = 0$.

Les autres deux binômes (BII.1 et BIII.3) n'arrivent pas à comprendre ce choix de modèle physique, car le modèle pseudo-concret construit par eux auparavant et la représentation mentale qu'ils ont de la situation ne leur permet pas de prendre en compte ce fait, parce que d'une part ces élèves ne semblent pas concevoir le fonctionnement du circuit en tant que circuit de décharge (et donc – tension aux bornes du générateur – vaut zéro, cf. BII.1), ou parce qu'ils ne conçoivent pas du tout la configuration d'un circuit pour modéliser l'appareil en question (cf. BIII.3). Voici en détail l'analyse de la réponse des deux binômes qui appartient à cette catégorie, mais le fait de ne pas poser $E = 0$ engendre des problèmes pour la tâche suivante (tâche C, voir paragraphe de l'analyse pour cette tâche).

Le cas de BII.1

Le seul circuit fourni par ce binôme est celui montré ci-dessous et classé par nous comme non recevable (type de réponse A3). La mise en équation est faite sur ce circuit :



Réponse de BII.1 à la tâche A

Notons ici l'utilisation de la convention générateur pour la tension aux bornes du générateur G (E) et aussi pour le condensateur (u_c). Par contre, aucune tension n'a été introduite dans le dessin pour la résistance R , et aucune attention particulière n'est portée au circuit de décharge qui est finalement celui étudié. Nous verrons plus tard qu'il s'ensuivra des problèmes dans des tâches ultérieures.

Voici des extraits des dialogues pour la mise en équation :

E7 : d'accord, on commence par la loi des tensions?

E8 : ouais.

(...)

E8 : ... mais tu t'en souviens du cheminement de l'équation différentielle?

E7 : ouais je m'en souviens, je m'en souviens, t' inquiète

E8 : non mais on cherche à établir quoi là? L'équation différentielle de euh...

E7 : de la charge.

E8 : de la charge, d'accord, donc là ok... et euh...on a, on sait que 'i' ça vaut dq sur dt, que 'r' ça...

ils écrivent donc la mise en équation montrée ici :

loi des tensions :

$$u_c + u_R = E$$

loi d'ohm : $u_R = R \cdot i$

puis $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C \cdot u_c$

donc ~~la~~ $u_R = R \cdot \frac{dC \cdot u_c}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{d u_c}{dt}$

$\Rightarrow u_c + R \cdot C \frac{d u_c}{dt} = E \quad \rightarrow$ équation différentielle de la charge

E7 : je remplace, je remets l'ordre, je remets dans l'équation là.

E8 : ouais, d'accord.

E7 : égale 'e' voilà ... et là t'as bien l'équation différentielle parce que t'as 'uc'...

E8 : Hum (il affirme)

E7 : t'as 'uc' égale...

E8 : ouais

E7 : égale quelque chose mais c'est pas important... donc ça c'est... .. voilà, la question suivante...

Conclusion de BII.1

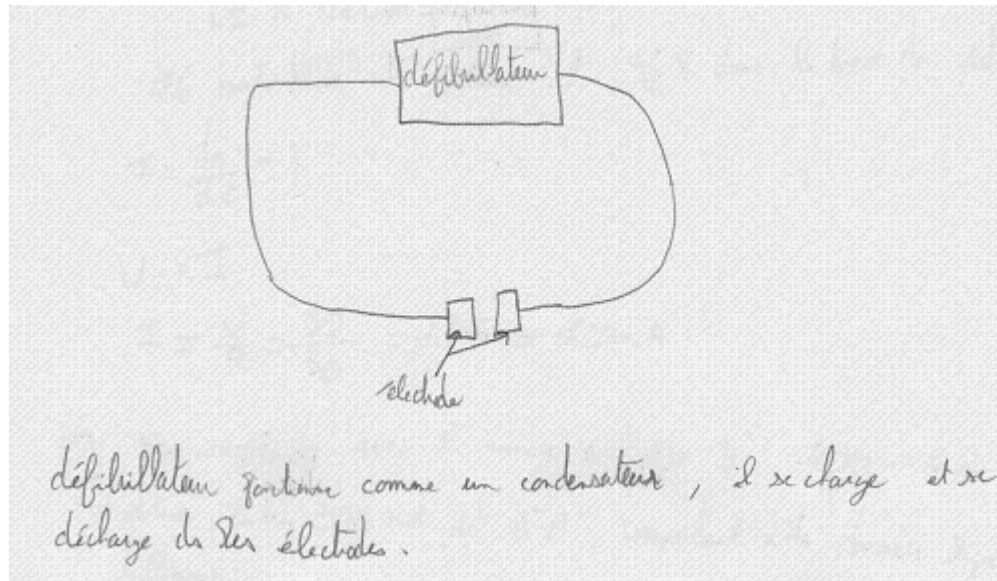
Notons comment ces élèves écrivent une notation pour la tension aux bornes de la résistance (U_R), alors qu'ils ne l'ont même pas dans leur circuit. La formule $U_C + U_R = 0$ n'est donc pas obtenue à partir de leur circuit, mais par un automatisme sans tenir compte des signes. Des commentaires similaires peuvent être formulés pour ce qui concerne l'utilisation de la loi d'Ohm ($U = Ri$) par ces élèves.

Trois fait importants sont à retenir du travail de ce binôme sur la mise en équation :

- Les élèves semblent ne pas vraiment mettre en équation le circuit (qui au départ, est non recevable), parce qu'ils ont dessiné des flèches pour la tension E et U_C sans chercher à avoir une cohérence entre les signes (loi des mailles) ni dans les relations utilisées.
- Cette absence de prise en compte du circuit dessiné est confirmée par leur formulation « se rappeler du cheminement » à faire. Ces élèves ne semblent pas être entrés dans un processus de mise en équation d'un phénomène. Il cherchent plutôt à reproduire les étapes à suivre pour arriver à une équation différentielle (par effet de contrat) qu'ils qualifient même d'équation différentielle de la charge (voir aussi production écrite).
- Relativement au manque de lien entre ce qui s'est passé dans le circuit et la mise en équation, on observe une absence d'interprétation physique de la tension aux bornes du générateur E , qui doit être nulle pour la mise en équation puisqu'on étudie la décharge de C (il n'y a donc pas de générateur à prendre en compte). Les élèves ne reviennent pas à l'énoncé et ne cherchent pas à modifier le modèle pseudo-concret construit par eux. Nous chercherons à repérer si la tâche C peut permettre une rétroaction, mais ces élèves, probablement en raison de l'absence d'un modèle pseudo-concret assez solide de la situation, ne réussissent pas à remettre en question la présence de ce paramètre dans l'ED.

Le cas de BIII.3

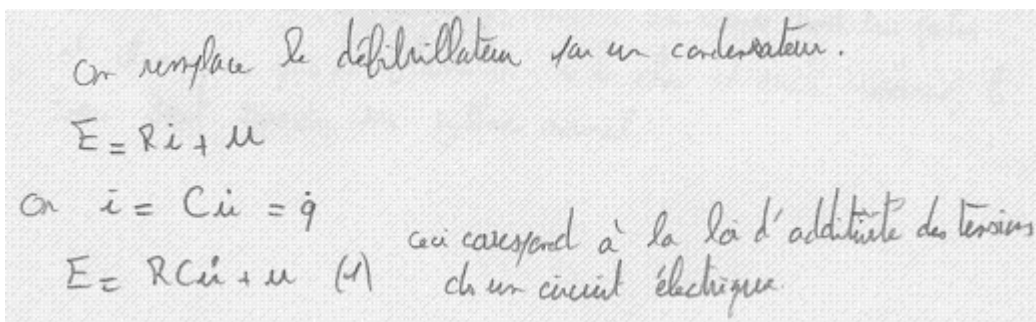
Le dessin fourni par BIII.3 ne correspond pas à un schéma du circuit comme la tâche A le demandait, mais plutôt à une première représentation simplifiée du fonctionnement du défibrillateur, classée comme non recevable par nous (type de réponse $A4$), parce qu'entre autres, il ne prenait pas en compte des éléments importants pour la modélisation, tel que le corps humain. Voici le dessin :



Réponse de BIII.3 à la tâche A

Aucune introduction de variables, ni de flèches tension, ne figure sur le dessin. Malgré la pauvreté de la représentation, ce binôme réalise la mise en équation de manière très rapide, en laissant une fois de plus le paramètre E (la tension aux bornes du générateur) indéfini. Ce qui semble très particulier ici réside dans le fait que les variables utilisées pour la mise en équation (E , i , R , u , q) n'ont aucun lien avec ce qui est montré par le dessin. C'est la raison pour laquelle nous supposons que ces élèves travaillent selon un automatisme appris en classe, sans se poser de questions sur les raisons pour lesquelles on établit de telles relations.

Voici donc la mise en équation proposée par ce binôme :



Réponse de BIII.3 à la tâche B

Dans la production fournie par ce binôme, on ne voit non plus aucun souci de l'orientation ni des signes.

Nous verrons dans la tâche suivante comment ces élèves réalisent la tâche C en prenant comme base cette ED, mais dans la réponse donnée pour cette tâche on n'observe aucune prise

en compte de la signification de E , ni de l'objet de modélisation décharge de C . La conséquence de la valeur de E nulle, ne peut donc être tirée.

Conclusion de BIII.3

Nous constatons donc que le modèle pseudo-concret de la situation construit par ces élèves ne leur permet pas de comprendre le fonctionnement du défibrillateur en termes d'électricité comme le modèle physique fourni par eux le confirme. Pourtant, étant donné la mise en équation proposée (presque celle attendue), on observe comment certains élèves semblent plutôt jouer le jeu de la modélisation en répétant une démarche proposée par l'enseignement, sans trop se poser de questions sur la démarche mise en place pour obtenir une équation ou un modèle physique d'une situation spécifique. L'indétermination de la valeur du paramètre E (qui n'apparaît même pas dans la configuration du circuit fourni) montre comment, finalement, le fait de ne pas avoir construit de modèle pseudo-concret correct de la situation, ne permet pas à ces élèves de préciser une telle valeur ni sa signification en termes physiques.

Conclusion relative aux élèves qui ne précisent pas la valeur de E dans l'ED établie

Les deux binômes travaillent avec des configurations de circuit non recevables. L'introduction de variables, d'orientations des tensions paraît être un pas infranchissable par ces élèves. Il semble que la compréhension qu'ils ont de la situation à modéliser n'est pas du tout celle que nous attendions. En effet, dans les deux configurations, aucun circuit de décharge n'apparaît. De plus, la configuration de BIII.3 reste dans le domaine pseudo-concret, elle est loin d'être un modèle physique. L'écriture des relations pour la mise en équation et la démarche à mettre en place pour aboutir à une ED semblent être bien « apprises » par ces élèves, qui les reproduisent sans problème, mais sans faire le lien entre les symboles utilisés et les grandeurs physiques qui les représentent, ni le lien avec la situation qu'il essaient de modéliser (fonctionnement du défibrillateur = étude de la décharge d'un condensateur vers une résistance, absence de générateur et donc E doit être égale à zéro). Nous étudierons ci-après, l'influence de cette absence de lien sur la réalisation de la tâche C .

iv Les élèves qui fournissent l'ED attendue

Nous analysons les productions des élèves qui arrivent finalement à établir l'ED attendue. Ce sont 8 binômes (sur 12) qui arrivent à établir l'ED attendue, mais il faut bien faire la différence entre ceux qui ont modifié l'ED et ceux qui écrivent directement l'ED attendue.

Distinguons donc trois types de réponses à cette tâche :

					<i>Total</i>
Groupe I De l'ED de la charge à l'ED de U_C	BI.3		BIII.2	BIV.2	3
Groupe II De l'ED avec E indéfinie à l'ED de U_C attendue		BII.2		BIV.3	2
Groupe III ED attendue			BIII.1, TIII.4	BIV.1	3

Analyse des binômes du groupe I

Le cas de BI.3

Signalons les nombreuses interventions de P tout au long de la résolution de l'activité, et en particulier pour la modification et puis la simplification de leur schéma du circuit.

D'abord, dans la première intervention (sur un total de 5) de P sur le travail de ce binôme, P incite ces élèves à se rappeler la relation charge-tension tout au début de la mise en équation, sans laisser les élèves essayer par eux-mêmes de faire appel à cette relation:

P : tu connais la tension au condensateur, la capacité... Il n'y a pas un lien entre la tension, la charge et la capacité ?

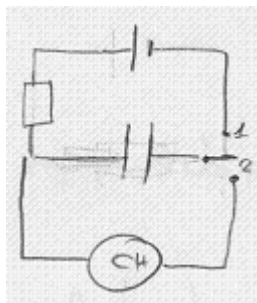
E : la tension, la charge et la capacité ?

P : q égale ...

E : $q = C U_C$

P : voilà (...)

Au départ, les élèves travaillent sur une partie de la mise en équation concernant la première configuration du circuit donnée en A :



$$q = C U_C$$

$$U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \rightarrow \text{charge}$$

$$U_C = E e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow \text{décharge}$$

$$E = U_C + U_R$$

$$E = U_C + (E - U_C)$$

Première réponse de BI.3 à la tâche B Des traces pour la mise en équation de BI.3 par rapport au circuit montré à gauche.

Le dialogue de ce binôme est le suivant :

E5 : Ouais, d'abord il y a $q = C U_C$, ouais, regarde, regarde $q = C U_C$ (en brouillon), E du générateur, ... $q = C U_C$

E6 : Il y a ...

E5 : Il faut prendre la loi d'additivité des tensions...

E6 : Il faut trouver une ED de la tension dans le défibrillateur (deuxième lecture de B)

(...)

E5 : U_C est égale à quoi?

E6 : exponentielle de ...si, il faut... attend...ça c'est la charge $\left[U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right]$, ça c'est la

décharge... $\left[U_C = E e^{-\frac{t}{RC}} \right]$ charge et décharge...

E5 : tout ça, c'est ?

E6 : ce sont les solutions (cet élève se rappelle la forme des solutions)

E5 : ce sont les solutions ouais, de l'équation, E est la tension aux bornes du générateur...**(Il se rappelle aussi les formes des solutions, comme l'indiquent des traces dans la feuille de brouillon recueilli)**

E6 : il faut partir de la loi d'additivité...

E5 : bien sûr

E6 : E du générateur...est égal à U_C plus le ...

E5 : ehhh

E6 : U_C on sait qu'est que c'est égal à ...ouais mais...l'ED ? (on suppose un blocage de chez ces élèves car ils arrivent à une relation de la forme $[E = U_C + (E - U_C)]$ très éloignée d'une équation différentielle à laquelle on veut arriver)

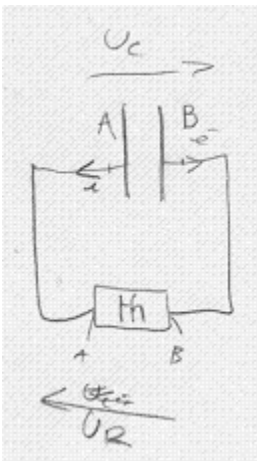
(silence des élèves, probablement dû à un blocage)

Notons à quel point E6 semble bien se rappeler la forme des fonctions de charge et décharge, mais il n'arrive pas à refaire le parcours nécessaire en vue de la mise en équation d'un modèle pour la tension aux bornes du défibrillateur. On perçoit comment les formules complexes retenues n'ont aucune relation avec la partie du processus de modélisation qui consiste en fait à mettre en équation un phénomène particulier : dans notre cas, la décharge du condensateur. Il faut aussi noter l'absence jusqu'ici de lien entre le dessin et ce qui est écrit par ces élèves : absence de variables, de choix de convention pour des éléments du circuit.

Une deuxième intervention de P a lieu, où il indique aux élèves de modifier leur dessin en mettant la résistance à la place du thorax, et puis en simplifiant le circuit original par un circuit de décharge du condensateur.

En prenant ce schéma simplifié comme base, les élèves commencent à introduire des variables et des flèches pour les tensions U_C et U_R . Il faut préciser ici que c'est lors d'une deuxième intervention de P que ces élèves modifient le dessin initialement fourni (cf. voir analyse de la tâche A).

Voici la configuration finale selon laquelle la mise en équation sera faite :



Notons le choix de mettre le condensateur et la résistance en convention récepteur comme en classe, même en cas de décharge du condensateur.

Etant donné que c'est l'intervention de P qui oblige les élèves à remplacer le thorax (encore sur ce schéma) par la résistance, on note des difficultés pour remplacer la notation U_{CH} par U_R (effacé ici sur le dessin). Voir aussi des traces de ce changement dans un brouillon

recueilli de ce binôme : $U_C = -U_R$

Les élèves reprennent leur travail après l'intervention de P :

E5 : On fait comment ?

E6 : On s'intéresse à la décharge, donc (sur suggestion de P)

E5 : On a $U_C = U$ corps humain

E6 : Ouais... $U_C = U_{ch}$ hein (erreur de signe)

(...) un minute après...

E6 : Eh $U_C = U_{ch}$ oui...eh (souple) q égale à ...

E5 : Attend (rires) je sais pas

E6 : Ah non...la résistance ouais...(rires) **(finalement ils remplacent la notation ch par R)**

Notons qu'ils continuent à parler encore du corps humain et non d'une résistance mais finalement ils prennent conscience de l'équivalence entre ces deux éléments. Même avec cette avancée, ces élèves n'arrivent pas à mettre en équation le circuit de décharge. Une fois de plus ils demandent de l'aide à P à ce sujet :

E5 : Madame, pour l'ED, on fait comment ? on n'arrive pas à la poser parce que...---

P : alors, comment...d'accord, bon, justement, on va simplement reprendre le circuit simplifié ...

E5 : --- (inaudible)

P : ouais...voilà, je vois un problème comme ça...tu vois, il faut trouver une équation, qu'est-ce que tu commences par faire ?

E5 : l'additivité, c'est $U_C = U_R$ (ici il n'y a pas encore de flèches pour les tensions sur le circuit)

P : il faut se représenter, un peu des formes comme des réductions du circuit, il y a l'intensité et il y a les différentes tensions, il faut un certain nombre d'orientations, on dessine des flèches...et après comment tu dis ? la loi d'additivité des tensions, franchement, tu n'as rien d'autre à faire (**P décrit rapidement les étapes à suivre**)

E5 : -- par exemple des choses, par exemple l'intensité va comme ça ? (sur le dessin, i est dirigée à gauche)

P : l'intensité va comme ça, des flèches tu les prends (comment ?) ..

E5 : ça c'est ... ---- $u_C = ---U_{ba}$ ou U_{ab} , c'est ab ou ba ?

P : déjà bon...bon, avant de partir sur les potentiels plutôt, si tu veux représenter la tension U_C dans le condensateur par une flèche, tu la dessines comment ? si tu mets i ...

E5 : ouais là dans ce sens-là ---- (il dessine U_C en convention récepteur)

P : ça c'est U_C , voilà et U_R tu la prends comment ? comme ça c'est i positive, ça changera ?

E5 : --- (il dessine U_R dirigée à gauche et donc en convention récepteur, voir dessin)

P : voilà, comme ça, Avec tout ce que tu as défini, là, est-ce que tu as vraiment U_C égale à ... U_R ?

E5 : moins U_R

P : non, tu as U_R ... égale 0 [$U_C + U_R = 0 \Rightarrow U_C = -U_R$] (**BI.3 introduit un signe moins qui manquait grâce à l'aide de P**), voilà, maintenant, qu'est-ce qu'on fait d'habitude ? on essaie d'écrire ces deux tensions en fonction des paramètres - U_C pour avoir une équation différentielle, voilà

E5 : --est-ce que U_C est vraiment la dérivée de ...

P : vous avez déjà utilisé des relations avec U_C ...regardez ce qui pourrait être utile ; et U_R ? vous ne l'avez pas encore utilisée, je pense

E6 : $U_R = Ri$

P : voilà, $U_R = RI$ et puis la dernière relation dont vous avez besoin celle-là que vous aviez aussi et le dernier élément est ---il en reste un --

E : ---

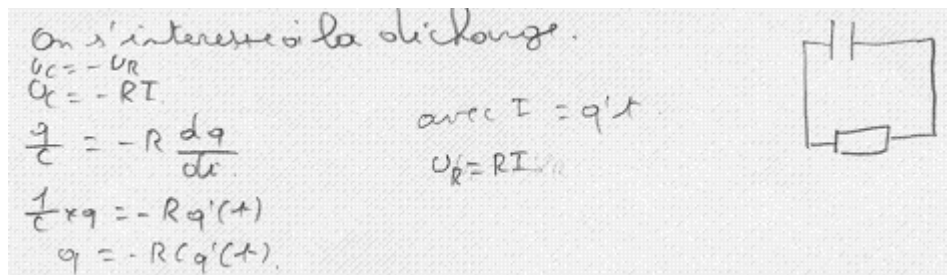
P : le lien entre i et q ?

E : $I = q'$ de t

P : c'est ça, $I = q'$ de t et nous avons noté $dq/dt = i$, tout à fait... vous avez trouvé le moyen ...

Dans l'extrait de ce dialogue entre P et les élèves de BI.3, on n'observe pas que le professeur justifie le signe $i = dq/dt$, ni de commentaire sur le signe de C $U_C = q$ (relation énoncée par l'élève E5, grâce à l'intervention de P tout au début de la mise en équation).

Nous constatons, lors de cette intervention, que P fait la plus grande partie du travail en induisant des relations chez les élèves, et en indiquant les étapes à suivre pour la mise en équation que finalement ils établissent comme une première réponse à la tâche B :



Réponse pour la tâche B observée dans la feuille de réponse définitive fournie par BI.3

Notons la présence d'un circuit simplifié sans variables ni flèches de tensions pour C et R. En effet, le dessin montré ci-dessus apparaît dans un des brouillons de ce binôme, et non dans la production finale. Il faut noter que la mise en relation donnée par les élèves les amène à établir une équation différentielle pour la charge de C et non pour la tension U_C . Une fois de plus, on observe la difficulté (aussi observée en BI.1) d'écrire l'ED en termes de U_C (prévu par nous dans notre analyse a priori), et non de la charge. Mais ce binôme fait appel à l'aide de P (intervention 5/5) à ce sujet et dû à la consigne de la tâche C (plus de détails dans l'analyse de cette tâche), les élèves se rendent compte que l'ED obtenue n'est pas celle attendue :

P : votre ED, elle est en q ou en ...ah, oui ! elle est en q ...attention quand...hum...la solution proposée elle est proposée pour U_C parce qu'on vous dit qu'on cherchait à établir un modèle de la tension et quand on vous proposait le $Ae(-t/RC)$ c'est pour la tension, on doit avoir une...

(sonnerie - fin de la séance)

P : en fait...c'est pas dramatique, hein ? parce que la charge et la tension ne diffèrent que par une constante...donc, vous pouvez très bien ...eh ? $-q$ et U_C sont données par une courbe du même type, c'est juste effectivement la constante A qui ne va pas être la même...

(...)

E6 : ---Ce que j'aimerais comprendre là, comment on fait pour passer de ça à une forme en termes de U_C (E6 parle de l'ED en B) ?

P : au niveau de l'ED, tu veux dire ?

E6 : --là, là

P : là, tu remplaces par ...partout où tu as q, tu remplaces par U_C , donc tu vas avoir $CU_C=RC$...

E6 :- RCU_C'

P : voilà et tu vois bien que le C qui est apparu tu le barres des deux côtés et que tu as la même ED

E6 semble accepter et il écrit sur la feuille la « nouvelle » équation différentielle mais cette fois-ci en termes de U_C (ED attendue)

Finalement, ces élèves ne réussissent pas à passer par d'eux-mêmes, de l'ED de la charge vers celle de la tension aux bornes du condensateur (U_C) et c'est le professeur qui les fait passer à une autre ED, et non la tâche C en soi.

Voici donc la réponse finalement donnée par BI.3 à cette tâche :

$$\begin{aligned} q &= -RCq'(t) \\ CU_C &= -RC CU_C' \\ U_C &= -RCU_C' \end{aligned}$$

Réponse finale de BI.3

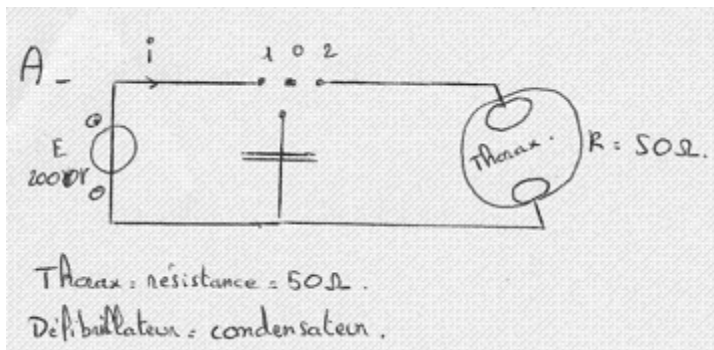
Finalement ils arrivent donc à effectuer le passage de l'ED de la charge à celle de U_C , et ils écrivent $U_C = -RCU_C'$.

Conclusion sur BI.3

Ce binôme arrive à donner la réponse attendue mais malheureusement, sous la très forte influence de P exercée dans presque tous les étapes importantes de la mise en équation. On ne peut donc pas parler de réussite de chez ce binôme, car c'est finalement P qui a tout fait pour qu'ils arrivent à l'ED attendue. Le cas de BI.3 est très intéressant, car il permet d'identifier toutes les difficultés possibles de cette tâche, depuis le rappel des relations, de l'introduction de conventions de fléchage sur le circuit jusqu'à la mise en relation de plusieurs relations pour arriver à l'établissement d'un modèle mathématique particulier.

Le cas de BIII.2

Tout d'abord, rappelons la configuration donnée par ce binôme comme réponse à la tâche A :

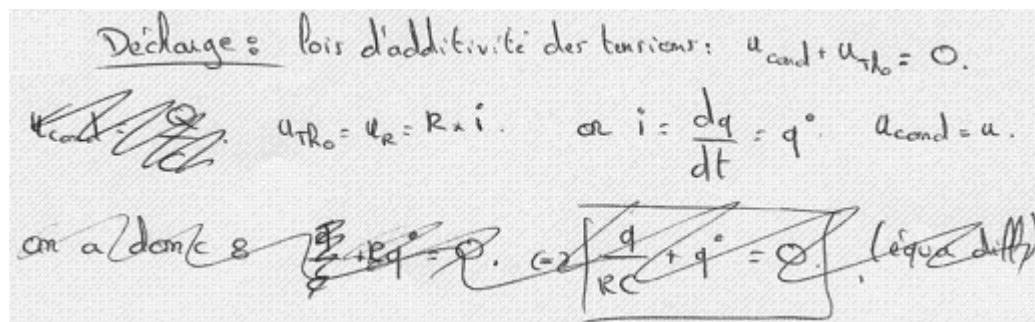


Ce circuit classé de type A5 (hybride) ne présente d'introduction de flèches ni pour les tensions aux bornes du générateur, ni pour celles aux bornes du condensateur ou de la résistance (ici nommée thorax aussi).

Aucune variable n'est introduite sur le schéma du circuit.

Une première mise en équation est rapidement réalisée par ces élèves, malgré l'absence de variables et de flèches de tensions sur le circuit.

Voici leur première production, où l'on observe déjà l'introduction des variables (u_{cond} et u_{tho}) ainsi que l'écriture de plusieurs relations importantes à utiliser ($u_R = Ri$, $i = dq/dt$, loi des mailles). Il est à noter que ces élèves savent bien qu'on étudie le circuit de décharge (interrupteur en position 2) et donc que $E = 0$. Malgré tout cela, ils arrivent à proposer une équation différentielle pour la charge q du condensateur.



Extrait de la réponse de BIII.2 à la tâche B

On voit que cette première équation différentielle $\frac{q}{RC} + \dot{q} = 0$ (recevable mais non attendue) est barrée, dans cette production. Cela peut s'expliquer car de manière similaire à BI.3, ces élèves prennent conscience de l'inadéquation de leur ED avec la consigne de la tâche B, grâce à la lecture de la consigne de la tâche C.

Voici des extraits du dialogue (après lecture de la consigne de C par BIII.2) :

E13 : Donc, on va remplacer...

E14 : C'est quoi la solution, c'est u ? ça c'est u ? (*rétroaction par la lecture de la consigne de C à la réponse donnée en B*)

E13 : Hum

E14 : Ça c'est u égale à exponentielle de moins t sur RC (la solution donnée en C)

E13 : ouais

E14 : Mais nous on a la charge...(l'ED de la charge)

E13 : Non, c'est pas grave, on s'en fout !

E14: nous, c'est pas avec « u » (*ils veulent dire que l'ED écrite par eux n'est pas formulée en termes de tension u comme il est demandé*), non, attends, on s'est plantés, non ?

E13 : C'est pas grave si après on fait $q = CU_C$...

E14 : $q = C$ ---quoi ?

E13 : Donc...q point sur RC mais non ! attends ! (*élimine*) la charge, ce doit être la tension que tu dois avoir, la tension (il se demande à lui-même) ouais...mais q point c'est quoi ? c'est...q point , q point et q sur C c'est le ---

E14 : Oui, u égale à q point, sinon ---- il faut juste modifier ça

E13 : il faut, il faut, donc...j'enlève ça...(efface) et après il faut ----

E14 : Attends, on va refaire...

E13 : ouais

E14 : on a donc u + q point égalent à zérodonc, q point c'est quoi ? c'est u...C u point égal à zéro.... $[u + q' = 0 \Leftrightarrow u + Cu' = 0]$ donc ça va ! c'est bon, ça te va ? EQUATION

DIFFERENTIELLE NON CORRECTE !

E13 : Ouais

E14 : comment tu préfères ? le C ...après on peut passer ...

E13 : Non, c'est bon, c'est bon, c'est mieux comme ça

E14: donc...

Il faut noter que c'est E13 qui propose de passer l'ED en q à une ED en U_C en remplaçant q par CU_C , mais cette modification n'est pas réalisée correctement car ils remplacent le terme « $\frac{q}{RC}$ » par « U » au lieu de « $\frac{U}{R}$ », en donnant comme résultat l'ED $u + \dot{q} = 0$ puis $u + C\dot{u} = 0$ qui est une ED incorrecte.

Le repérage de cette erreur ($u + C\dot{u} = 0$ au lieu de $u + RC\dot{u} = 0$) se fait cette fois-ci grâce à la vérification de la fonction donnée en C comme solution de cette équation différentielle.

L'analyse de cette tâche est reprise dans la section suivante et c'est la rétroaction de la tâche C qui permet au binôme BIII.2 de revenir à l'ED établie en B, et d'introduire le symbole R à côté de la dérivée de U, en donnant finalement comme résultat l'équation différentielle attendue:

on a donc : $u + q'' = 0$ (E) $\left\{ \begin{array}{l} u = CU_C \\ \text{(équa. diff.)} \end{array} \right.$

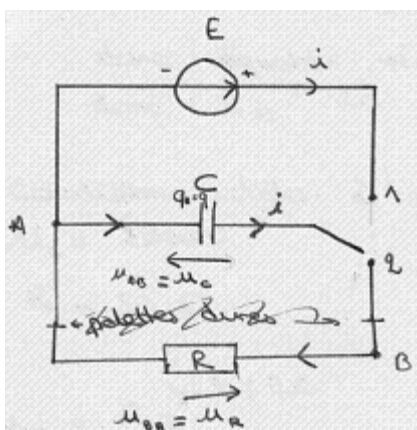
Réponse finale donnée à la tâche B par BIII.2

Conclusion de l'analyse de la réponse à B par BIII.2

Finalement, on peut dire que ces élèves arrivent par eux-mêmes à l'établissement de l'ED attendue, grâce aux rétroactions de la tâche C. Tout d'abord, l'ED établie au départ était celle de la charge mais grâce à la consigne de la tâche C, les élèves se rendent compte qu'il faut établir celle de la tension U_C . Lors du changement de la première ED en celle attendue, on observe que suite à des erreurs au plan mathématique (erreurs au moment de substituer CU_C à q), ce binôme propose de manière temporaire une ED non recevable (incorrecte) mais lors de la réalisation de la tâche D (vérification d'une solution pour l'ED) ils repèrent leur erreur en s'appuyant sur les connaissances apprises en classe de Physique (ils se rappellent donc la forme que l'ED doit avoir). La résolution de la tâche B par ce binôme, montre les différentes rétroactions des autres tâches conduisant les élèves à modifier une mise en équation différente de celle attendue.

Le cas de BIV.2

Le circuit dessiné en A comme réponse finale par ce binôme est le suivant :



L'influence de P s'est exercée fortement pour que le binôme arrive à cette configuration. Notons aussi l'intervention de P même pour l'introduction de variables sur le dessin, et le choix de la convention récepteur pour le condensateur et pour la résistance (comme habituellement fait en classe)

Voici l'intervention de P par rapport au retour à la tâche A pour l'insertion des variables et des flèches, mais surtout de façon cohérente avec la mise en équation (cohérence entre le dessin et la mise en équation). P fait appel ici au fait de choisir le sens récepteur, car il est plus facile de choisir les relations apprises en classe avec le signe positif, mais avec ces élèves, P revient aussi à la justification (technologie au sens de l'approche praxéologique) pour l'application de telles techniques :

P (intervient) : il ne faut pas mettre U_C , U_R , il faut mettre des (points A et B) on s'en fout de la barre, Sandrine ! (P dit à ce propos de négliger les électrodes/palettes dures dans le dessin) on charge et on étudie la décharge, oui ? c'est ça ! mais si tu choisis ça, c'est à dire, comme ça ! si tu choisis ce sens-là, il faut être cohérente, le sens du circuit (apparemment elle veut dire le sens de l'intensité dans le circuit) électrique est arbitraire...pourquoi tu... ? tu aurais pu choisir un sens cohérent pour l'un ou l'autre, peu importe, mais si tu choisis ce sens-là qu'est-ce que tu vas ---(d'après les traces sur le dessin, ce binôme avait choisi la convention générateur pour le condensateur)

E22 : non, on choisit

P : il faut une notation cohérente avec le circuit électrique et la ---- , tu aurais bien pu choisir un sens cohérent car il semble très naturel de choisir, tu dois être capable de mettre avant de...

E22 : si, mais...

P : avant de mettre les flèches partout comme tu le fait, tu devrais...choisir

E22 : bien

P : celui-ci d'abord et mettez des lettres, c'est pas ab et là et puis ... bon ...et on va exprimer la tension – au sens du courant, là c'est moins, mettez le sens du courant comme ça ...la petite flèche a b ...a tu mets u_{ba} égale en sens positif comme tu as choisi et après tu l'appelleras u_R et après c'est ...le courant arrive dans ce sens-là, qu'est-ce que je vais appeler charge du condensateur ...qu'est-ce qu'on va appeler ? on a une armature A et une armature BB une des armatures, on prend sa charge q, des relations qu' on va utiliser, voici quelles relations on a ? entre l'intensité ...

E22 : $i = dq$ sur ...dt

P : c'est plus, ou moins ? on avait dit plus ...dq sur dt à condition que...

E23 : sens positif ...c'est doit (être) la bonne armature...

P : rappelez-vous le moyen mnémotechnique que nous avons noté, on aura plus dq sur dt au sens positif ah...ça correspond à quoi ?

E22 : Un sens hein

E23 : c'est la première armature qui se charge ...

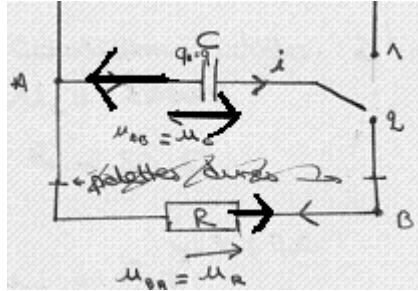
P : c'est la première armature qui se charge ...la première armature, c'est le sens positif choisi, vous déplacez là et ...d'accord ?

E22 : ouais...

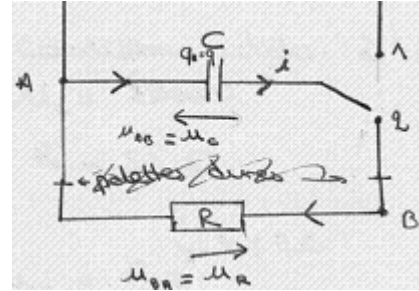
P : mettez des flèches aussi, il faut en mettre plusieurs ...elle arrive comme ça donc qu'est-ce qu'on met pour q... q_A ou q_B ? pour avoir égal à plus dq sur dt

E22 : q_B ? non, q_A ?

P : posez ici q égale à... si elle est positive, elle est dans ce sens-là ...si elle est positive, on a des électrodes qui partent en sens contraire, effectivement on a dq positive et qui augmente...ça veut dire que cette armature est chargée positivement...ça correspond bien au plus, tandis que si tu prends cette armature-là, comme ça, comme ça tu as les électrodes qui arrivent....s'il est positif, il charge négativement donc il faudrait un moins dq sur dt , donc, il faut se souvenir que q est la charge de la première armature rencontrée dans le sens positif choisi, dans ce cas- là on a plus dq sur dt ...et puis je prends la tension u_{AB} je prends $u_{AB} = U_C$ justement pour avoir q égale C et il faut que u_C soit dans ce sens là pour avoir u_{AB} et je pose $u = q$?--- d'accord ?



Premier dessin de BIV.2



Dessin final de BIV.2 (après intervention de P)

E22 : ouais...(--)

P : et après, qu'est-ce qu'on fait pour établir l'équation différentielle ? le circuit de décharge et après quelle loi ? (P guide le cheminement à faire pour la mise en équation)

E22 : des tensions ?

P : d'additivité ou ... ? ils déplacent en sens positif, pour être sûr que u_{ab} et u_{ba} égalent zéro...ils remplacent ; d'accord ?

E22 : Hum

P : profitez-en pour poser des questions, parce que cela est tout à fait ce que vous devriez savoir ...

E23 : ouais

Finalement, on observe à quel point P guide le travail de ces élèves sur cette tâche et cela peut donc expliquer les différentes modifications subies par leur réponse à la tâche B d'après les traces dans la feuille de réponse. Il faut souligner aussi comment le professeur P propose aux élèves d'introduire des lettres A et B dans le dessin pour parler des tensions U_{AB} et U_{BA} , et pour ensuite passer à la notation U_C et U_R habituellement utilisée.

Il faut noter que la possibilité comme quoi les commentaires de P à propos de l'importance de souligner la charge q dans les armatures du condensateur, suscitent comme la première réponse donnée que la tâche B soit l'ED de la charge q du condensateur, et que la mise en équation soit :

Lois d'additivité des tensions :

$$0 = u_C + u_R \quad \text{or} \quad u_C = \frac{q}{C} \quad i = + \frac{dq}{dt}$$
~~$$0 = \frac{q}{C} + Ri$$

$$0 = \frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt}$$~~

Première réponse de BIV.2 à B

L'ED donnée comme réponse à B est donc $0 = \frac{q}{C} + RC \cdot \frac{dq}{dt}$. C'est une relecture de la consigne de la tâche B par E22 qui met en question cette première réponse. L'intervention de P confirme la remise en question :

E22: (relecture de B) on cherche à établir un modèle de la tension ...attends, attends, si on veut faire la tension, la tension est faite ! c'est fait la tension !

(...)

E23 : on veut l'équation différentielle

E22 : mais l'équation différentielle est en fonction de u (on suppose qu'il veut dire que l'ED doit être plutôt en fonction de u)

L'intervention de P à ce sujet est la suivante :

E22 : ils demandent un truc eh un modèle de la tension, c'est en fonction de u ?

P : alors ces formules, un modèle, l'équation différentielle de la tension dans le défibrillateur ...ça veut dire qu'on établit l'équation différentielle pour la tension ...donc

E23 : la charge....

P : ce qu'on va ...écrire donc, avant, pourquoi tu as écrit ça ? on fait pas(rires) mais ce que je vais faire c'est pour la tension et c'est pas pour la charge...(validation du fait qu'il faut établir l'ED pour la tension u_C et non pour la charge q)

E22 : ouais

P : mais on veut modéliser la tension aux bornes du condensateur au cours du temps

E22 : ouais...

P : mon équation c'est en fonction de u_C , donc ...et si tu veux l'appeler grand R, appeler grand R, d'accord ? et après il faudra établir ça en fonction de u_C

E22 : ah, oui, oui !

P : mais oui ! ----- (à un autre binôme) le savoir-faire, c'est --- ?

E22 : -- essayé, je ne sais pas...donc c'est égale à ... $[0 = u_C + Ri]$ et voilà

$\left[0 = u_C + R \frac{dq}{dt}, 0 = u_C + RC \frac{du_C}{dt}\right]$ c'est tout ?

P : tu peux le mettre dans la forme dans laquelle on a l'habitude de le faire ...ok, voilà !

E23 : oui, c'est sûr ...

E22 : u_C (l'élève parle à voix haute pendant qu'il écrit : $\left[\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{RC}\right]$)...je n'aime pas comme

ça

P : $\left[\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{RC}\right]$ c'est plus facile cette forme là, non ? mais en maths, vous l'avez écrit sous cette forme là, non ?

E23 : non !

Finalement, BIV.2 propose la mise en équation suivante :

$$\begin{aligned}
 0 &= u_C + Ri \\
 0 &= u_C + R \frac{dq}{dt} \\
 0 &= u_C + RC \frac{du_C}{dt} \\
 \frac{du_C}{dt} &= -\frac{u_C}{RC}
 \end{aligned}$$

Réponse de BIV.2 à la tâche B

Donc, la réponse finalement donnée est l'ED attendue.

Conclusion de BIV.2

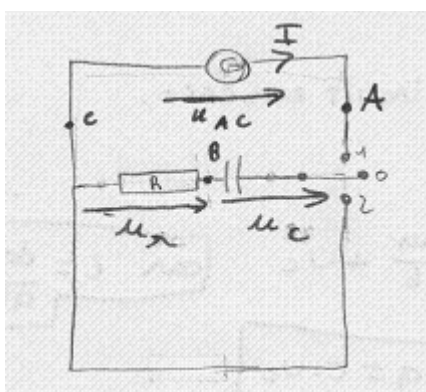
Il faut souligner l'intervention constante de P au cours de la réalisation de cette tâche. C'est finalement P qui modifie la configuration du circuit donnée en A (en modifiant possiblement le modèle pseudo-concret construit par les élèves). C'est aussi P qui indique aux élèves qu'il faut utiliser la convention récepteur pour pouvoir travailler avec les relations apprises en classe (signées positives) ainsi que l'introduction des variables. A partir de cette aide, les élèves arrivent donc à établir une première ED pour la tâche B, mais pour la charge q du condensateur. Grâce à la consigne de la tâche C, un élève repère que celle-ci n'est pas l'ED

attendue, mais les élèves demandent une fois de plus la validation de P pour poursuivre dans cette voie. Toute cette série d'interventions et de guidage de la part de P dans le travail de ce binôme à propos de la tâche B, leur permet de proposer la mise en équation attendue. Cependant, cette forte intervention de P remet en question la démarche de modélisation mise en place par les élèves, car elle nous amène à nous demander si la démarche provient vraiment des élèves, comme nous l'avions visé par notre expérimentation.

Analyse des binômes du groupe II

Le cas de BII.2

Le cas de ce binôme est très proche de BII.1 car le circuit de départ fourni comme réponse en A est similaire et classé aussi comme réponse de type A3 (non recevable) :



Notons que le générateur est mis en convention générateur et la résistance et le condensateur en convention récepteur, comme habituellement en classe de Physique.

Il faut remarquer aussi que dans le circuit de décharge (interrupteur en position 2) qui est celui à modéliser le générateur n'est pas présent, et donc que la tension u_{AC} doit être nulle.

D'abord, ces élèves se rappellent sans problème les relations telles que $u=RI$ et $i = dq/dt$. Par contre, pour la relation charge-tension, ils ont des problèmes, et font appel à l'aide de P :

(...)

E9 : on cherche les formules... $q= i/u$ ou u/i ?

P : ah ! (il lit) c'est quoi votre problème là ? ---c'est ça ?

E9 : non, c'est $q = u/i$ ou u/i ?

P : aucun des deux !

E9 : ah bon ?!

P : on reprend, votre i , dq c'est quoi ?

E10 : dq/dt

P : ah, voilà! Donc, il n'y a pas de lien...vous voulez tout manipuler pour faire ressortir q en fonction de i et (u ?), je ne crois pas !

(...)

P : écrivez de ...cherche une relation sur ...relié par les données de l'énoncé...(P donne une aide non directe)

On note que P ne donne pas une aide directe à ce moment-là, il se contente d'invalider une relation et conseille de considérer les données de l'énoncé pour se donner une idée des relations à utiliser. P donne une suggestion à ces élèves lorsqu'il voit qu'ils n'arrivent pas à avancer dans le travail :

P : quand vous n'arrivez pas à résoudre un problème par rapport aux formules que vous connaissez, ça veut dire, en classe quand vous séchez sur un problème en fait souvent pour une question où vous voulez répondre à la question donc vous sortez les formules que vous connaissez et vous essayez de trouver laquelle est la bonne pour répondre mais c'est une méthode qui bloque si vous ne l'avez pas conservée dans vos cerveaux, si vous l'avez oubliée, une autre méthode c'est de reprendre l'énoncé et de faire l'inventaire de toutes les données qu'on vous donne et c'est à partir de ces données-là, --- question : prenez des données et laquelle des formules tourne autour de ces données...-- peut être qu'une autre formule à laquelle vous n'avez pas pensé va émerger, pensez toujours à ces deux points d'attaque quand vous avez un problème

E10 : d'accord

P : le premier point d'attaque c'est vos connaissances et le deuxième point c'est de repartir sur l'énoncé et de voir où se rejoignent les deux...

E10 : merci !

Finalement, lors de la mise en équation ces élèves se rappellent la relation $q = C u_c$.

Voici la mise en équation proposée par ces élèves :

Loi des tensions dans un circuit en série.

$$0 = U_r + U_c$$

$$0 = R.i + U_c \Rightarrow E = R. \frac{dq}{dt} + U_c \quad \text{car } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow 0 = R. \frac{d(C.u_c)}{dt} + U_c \quad \text{car } q = C.u_c$$

$$\Rightarrow 0 = R.C. \frac{du_c}{dt} + U_c$$

Réponse de BII.2 à la tâche A

Notons dans cette production que dans la partie gauche de l'égalité, E est modifiée en zéro. De manière similaire à BII.1, ce binôme laisse dans un premier temps la tension aux bornes du générateur E indéterminée dans l'ED proposée : en premier lieu, $E = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + U_C$ puis ils modifient la réponse. Cette modification se produit lors de la réalisation de la tâche C qui permet donc de mettre en question la valeur de ce paramètre (car ils arrivent à une égalité de la forme $E = 0$), mais cette décision est en grande partie guidée par P qui intervient à la demande de BII.2 :

(après avoir trouvé des erreurs mathématiques dans le calcul de dérivées en C sans succès, P revient au circuit de la tâche A)

P : ça c'est bon, ah ! il y a peut-être un petit défaut, là...il y a un tout petit défaut

E9 : ah bon ?

P : on est dans quelle étape ? au niveau électrique, on va faire quoi là ?

E9 : décharge

P : on en est à la décharge

E9 : oui

P : pour faire une décharge, qu'est-ce qu'il y a dans le circuit ? le circuit c'est quoi ? vous déchargez le condensateur dans quoi ?

E10 : une résistance

P : d'accord, qu'est-ce qu'il y a dans votre circuit ?

E10 : une résistance

P : ouais, si, alors qu'est-ce que c'est ce « E » ? (il attire l'attention sur E dans le circuit)

E9 : une résistance

E10 : Non

E9 : c'est le condensateur

P : tu es sûr ?

(ils regardent à nouveau leur schéma de la tâche A)

E10 : c'est la E du générateur

P : si, la E du générateur...et par hasard il décharge...

E10 : oui, là, il est égal à zéro...

P : oui, il est égale zéro et donc on n'a pas de E, dans une décharge on a $E = 0$ et quand on charge on a toujours égale E, donc vous trouvez zéro = zéro (c'est P qui dit finalement que $E = 0$)

E9 : c'est normal

P : c'est qui est normal, donc votre égalité ...

E9 : bah, $0=0$ (rires)

P : donc $0=0$ c'est une vérité donc c'est juste

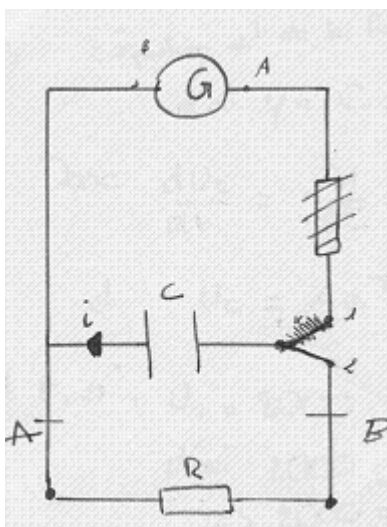
Grâce au guidage de P sur le travail de ce binôme, on observe un retour à la tâche A puis à l'énoncé, pour mieux comprendre la signification des variables introduites dans le circuit en A de manière presque mécanique sans réfléchir vraiment à ce que signifie leur présence dans la mise en équation. Il est important de noter l'importance du retour à la mise en équation grâce à la réalisation de tâches comme C où la vérification d'une fonction comme solution de l'ED proposée peut aider à remettre en question certains fait proposés auparavant.

Conclusion de BII.2

Grâce au guidage par P du travail de ce binôme, on observe un retour à la tâche A puis à l'énoncé, pour mieux comprendre la signification des variables introduites dans le circuit en A, de manière presque mécanique sans réfléchir vraiment à ce que signifie leur présence dans la mise en équation. Il est important de noter l'importance du retour de la mise en équation grâce à la réalisation de tâches comme C, où la vérification d'une fonction comme solution de l'ED proposée peut aider à remettre en question certaines propositions antérieures.

Le cas de BIV.3

Le travail de BIV.3 a été lui aussi très dirigé par P, en particulier concernant des modifications faites au circuit originalement donné par ce binôme, en donnant comme résultat final le schéma du circuit montré ici :



Le circuit de décharge lorsque l'interrupteur est en position 2, est donc celui attendu (type de réponse A1).

Il faut juste souligner que le changement de place pour la résistance du circuit de charge vers le circuit de décharge correspond à une intervention directe de P.

Aucune variable n'a été introduite par ces élèves pour la mise en équation, ils introduisent des flèches pour montrer le sens de l'intensité, mais non pour indiquer le sens pour les tensions aux bornes du condensateur et de la résistance.

Etudions donc en détail la mise en équation proposée par ces élèves.

(après la lecture de la consigne de la tâche B)

E24 : modèle----.....quoi ? c'est la loi d'additivité des tensions ?

(...)

E24 : je sais pas, c'est E (effacé sur la feuille, on voit des traces) est égale à u_C plus ... u_R

E25: ouais

E24 :...les lois et les principes (il relit B)

E25: ----on pourrait peut être dire que u_R c'est R fois i

E24 :non, ça c'est un principe ça ? (difficulté pour reconnaître la loi d'Ohm comme un principe)

E25: j'en sais rien...

E24 :j'en sais rien....je ne comprends pas...

E25: laisse moi voir

E24 :Donc on a établi l'équation différentielle ?

E25: ouais...

E24 :mais non, attends ! ça va pas ça ! ça s'applique pas au premier circuit, ça s'applique au deuxième...s'applique à la résistance et au condensateur...bon, je ne sais pas...(il se rend compte qu'il ne faut étudier que le circuit de décharge)

E25 : pourquoi la tension.... ?

E24 :non, on ne connaît pas la tension aux bornes du générateur...(il explicite le fait qu'on ne connaît pas la tension aux bornes du générateur)

E25 : (---)

E24 :eh bah (la tension aux bornes) du défibrillateur ? (il explicite donc la grandeur sur laquelle l'ED sera établie)

E25: ah ouais hum

E24 : c'est bon...maintenant...

(P parle avec BIV.2 sur la loi des mailles et à propos de la tâche C, ces élèves écoutent ce qu'ils disent)

E25 : ah oui ! (il semble écouter) la loi des mailles, comme ça ?

E24 :non...c'est quoi, la loi des mailles ? (cet élève ne reconnaît pas le nom même si plus haut ils avaient décidé de commencer la mise en équation par l'utilisation de la loi d'additivité des tensions)

(...)

Une intervention de P a lieu à ce moment-là et il intervient, mécontent de constater que ces élèves essaient de modéliser le circuit de charge en voulant faire apparaître le condensateur (E

ou U_G) ; il revient pour leur faire remarquer qu'il faut étudier le circuit de décharge et donc que le générateur n'apparaît pas (contradictoire avec le fait que E24 semble avoir compris que c'est le circuit à étudier). De plus, P comment le fait qu'il n'est pas pertinent de commencer l'étude du circuit en utilisant la loi d'additivité des tensions (par rapport à U_C et U_R) mais qu'il vaut mieux plutôt appliquer d'abord la loi des mailles (étude par différence de potentiel entre deux points) pour bien établir le fait que $U_{AB} + U_{BA} = 0$, pour écrire après que $U_C + U_R = 0$.

Voici l'intervention de P lors du travail de la mise en équation par ce binôme :

P : pourquoi vous mettez loi des tensions ?, ne faites pas des choses intemporelles...là (dans ce qu'ils écrivent sur la mise en équation, (effacé de la feuille), P fait ce commentaire par rapport au fait qu'on ne peut pas étudier en même temps le circuit de charge et celui de décharge) on a u_G on n'a pas u_G (dans le circuit de décharge) enfin...là encore tu veux faire des calculs tu as mis loi d'additivité...des tensions, tu ne t'occupes pas du problème réel...on s'intéresse à quel circuit ?

E25 : -- donc

P : et ça sert à quoi celui là ? (P semble indiquer le générateur car BIV.3 a écrit E sur la feuille)

E24 : A charger le condensateur

P : c'est ça qu'on étudie ? le problème qui était posé, c'est quoi votre problème, là ?

E24 : On s'intéresse à ce circuit là...(il désigne le circuit de décharge)

P : on s'intéresse à la décharge du condensateur à travers le corps humain...donc je m'intéresse à ce circuit...donc prenez l'habitude, vous avez un circuit- avoir u - intemporelle sans des tensions, mettez toujours des tensions entre deux points comme ça ! là, il a quelque chose de faux parce que le générateur il n'est pas...est ce que tu vois ... ?

(E25 répond quelque chose, inaudible)

P : mais oui, mais...(elle est fâchée) déjà sans traiter le problème à étudier...j'ai parlé de...prenez l'habitude pour l'exercice du bac là, je m'intéresse ici au circuit de décharge ...ici (les élèves effacent) mettez-y des lettres (O interrompt, ne pas effacer) pour prendre l'habitude de travailler...mmm (les élèves semblent murmurer quelque chose entre eux et O possiblement par là, consigne ne rien effacer sur la feuille ?) voyez la photo ici, là ! c'est pas l'effort de rédiger, mais on s'intéresse à la décharge du condensateur, (il faut pas) considérer le générateur...

E24 : Oui

P : mettez des lettres, plutôt que la loi d'additivité de tensions qui revient au même pour une décharge, qu'est-ce que vous allez écrire.... ? la loi d'additivité... ?

E25 : loi des mailles

P : la loi des mailles, donc on va partir d'un point A à un point B donc on va écrire sens positif pour le courant, prenez l'habitude de faire circuler votre circuit dans un sens positif...dans un sens ou dans l'autre mais bon, il faut qu'il soit cohérent après à partir de ça, et tu mets petit i ?

E24 : oui

P : donc alors si tu fais ça, on va partir dans ce sens-là, je parcours dans ce sens-là...je vais écrire que...

E24 : Hum

P : u_{AB} ... plus u_{BA} égale zéro, loi des mailles

E24 : C'est pas l'additivité des tensions ou la loi des mailles?

P : c'est la loi des mailles, c'est pas ... parce que ... ça dans ce contexte c'est la loi des mailles, quand on a utilisé l'additivité on a ...

E24 : ah oui

P : Entre deux points, on peut écrire loi de u_{BA} plus CD ... on utilise la loi d'additivité... là, on n'a pas intérêt, on a intérêt à prendre la loi des mailles... faite --- c'est à dire, mettez des tensions, vous faites apparaître des tensions ... vous indiquez si c'est u_{BA} ou u_{AB} que vous indiquez R, pour le condensateur pareil, cherchez ce que vous avez appelé charge du condensateur... mettez en œuvre les... ce que vous avez à faire, hein ? (continue à parler presque seule)

C'est cette intervention de P qui permet donc à ces élèves de réaliser la mise en équation demandée.

Loi des mailles tensions :

$$U_{AB} + U_{BA} = 0$$

$$\stackrel{+A}{\Rightarrow} U_R + U_C = 0$$

$$\Rightarrow R \times i + U_C = 0$$

$$\Rightarrow R \times \frac{dq}{dt} + U_C = 0$$

$$\Rightarrow R \times \frac{dU_C}{dt} \times C + U_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = -U_C \times \frac{1}{RC}$$

Réponse de BIV.3 à la tâche B

L'intervention de P est intéressante, car elle distingue bien la loi des mailles de celle de l'additivité des tensions ; la loi des mailles oblige les élèves à tenir compte de l'orientation, mais pourtant on observe dans la production de ce binôme qu'aucune flèche n'a été introduite pour indiquer le sens de ces tensions.

Même si cette production ne le révèle pas, le passage de l'expression $R \times \frac{dq}{dt} + U_C = 0$ à $R \times \frac{dU_C}{dt} \times C + U_C = 0$, n'a pas été facile pour ces élèves.

D'abord, une fois établie l'expression $R \times \frac{dq}{dt} + U_C = 0$, il semble qu'ils vont arriver à établir l'ED pour la charge, mais l'un des élèves s'en rend compte et il établit l'ED en fonction de U_C .

E25 : écris u_C comme ça (il demande de remplacer $U_C = \frac{q}{C}$ dans $R \times \frac{dq}{dt} + U_C = 0$)

E24 : ouais, mais on aurait pu faire comme ça, on aurait dû laisser u_C plutôt comme ça, non ? (il relit la consigne de la tâche B) Un modèle de la tension, non de la charge, il faut laisser la tension au lieu de la charge

E25 : du_C sur dt

E24 : divisé par C , ça c'est... q est égale à u sur C (ici l'erreur de prendre $q = \frac{u}{C}$ au lieu de $U_C = \frac{q}{C}$)

donc C ça c'est ... comme ça $\left[\frac{R}{C} \times \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \right]$, tu es d'accord ?

E25 : comment tu es passé--- ? comment tu fais ? (E25 essaie de mettre en doute la dernière partie mais il n'arrive pas à le faire ici sinon après)

E24 : tu divises par...(C ?)

E25 : ouais, c'est bon !

On voit donc déjà une erreur commise car ils établissent que l'ED est de la forme $\left[\frac{R}{C} \times \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \right]$ mais cela est vite remis en question par E25 :

E25 : Là attends...on a un problème...pourquoi on a R sur C , là ?

E24 : divisé par...

E25 : Non, là...non, mais là, u_C mais non, là on a...là, C sur R (il passe donc à la dernière expression $\frac{dU_C}{dt} = -U_C \times \frac{C}{R}$) mais ...ça me paraît ----

E24 : Hum

E25 : -- comme ça (encore sur $\frac{dU_C}{dt} = -U_C \times \frac{C}{R}$)

E24 : Non, hum, (bruits de feuilles car il lit la consigne de C)...hum....la solution de l'équation différentielle est de la forme $A e t$ sur RC

E25 : oui, c'est bon...c'est comme ça ! ($\frac{dU_C}{dt} = -U_C \times \frac{C}{R}$)

E24 : Mais c'est la solution là...

E25 : c'est une équation différentielle quoi ! D'habitude, on fait comment ? comme ça, non ? sinon, il faut multiplier par C en fait, pas diviser par C (finalement cet élève repère l'erreur)

E24 : : dérivée de q...c'était ...dérivée de q ...

E25 : Remplace q par u_C , q égale à C fois u_C (**maintenant il utilise la relation correcte**)...Non, tu multipliais par C, voilà qu'est ce qu'on va faire (**il efface et il réécrit les deux dernières expressions**

$$\left[R \times \frac{dU_C}{dt} \times C + U_C = 0 \Leftrightarrow \frac{dU_C}{dt} = -U_C \times \frac{1}{RC} \right]$$

Conclusion de BIV.3

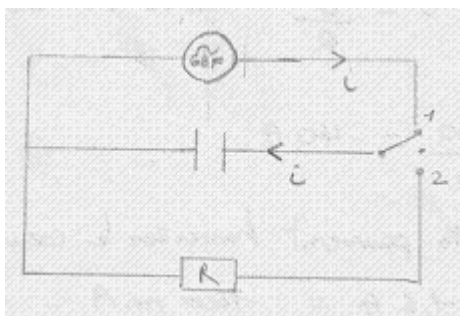
Ce binôme nous permet de regarder l'influence donc du guidage de P à propos de cette tâche : modifications du dessin en A, introduction de formules ; mais même avec ce type d'aide cela ne peut pas aboutir sans connaissance des relations correctes à utiliser. Dans ce cas, BIV.3 a fait une erreur dans l'utilisation d'une relation importante et ils ont dû l'invalidier une fois de plus en s'appuyant sur la forme de la solution générale de l'ED donnée dans la consigne de la tâche C. Il est bien intéressant aussi de signaler comme P essaie d'amener les élèves (on observe une situation similaire pour BIV.2) à établir d'abord la loi des mailles qui tient compte de l'orientation des flèches tensions dans le circuit, puis la loi d'additivité des tensions, mais sans succès pour ce binôme car ces élèves le font dans la mise en équation sans mettre en relation ce qu'ils écrivent avec leur dessin.

Enfin analysons le travail des binômes du groupe III.

Groupe III : les binômes qui ont établi directement l'ED pour la tension aux bornes du condensateur (réponse attendue)

Le cas de BIII.1

Le circuit fourni par ce binôme était classé comme réponse de type A3, due à l'introduction d'un générateur GBF pour charger le condensateur dans le circuit de charge (interrupteur en position 1).



Il faut noter l'absence de flèches de tension pour les trois éléments du circuit, et de variables pour les représenter. Ces variables sont introduites lors de la mise en équation (voir réponse plus bas).

La seule flèche indique, en réalité, le sens de l'intensité dans le circuit.

La mise en équation ne présente pour ces élèves aucun problème. Il faut noter l'utilisation de différences de potentiels pour établir les tensions pour la résistance (U_{BC}) et pour le condensateur (U_{AB}), malgré l'absence de tels points sur le circuit (absence de lien entre le modèle physique et le modèle mathématique). Il nous semble que l'écriture du modèle est réalisé de manière presque automatique par ces élèves.

Voici donc la mise en équation observée comme réponse de BIII.1 à la tâche B :

Il s'agit d'une décharge, donc $E = 0$.
 U_{AB} correspond à la tension aux bornes du condensateur -
 U_{BC} est la tension aux bornes de la résistance -
Donc $U_{AB} + U_{BC} = 0$ avec $U_{AB} = U$
 $U_{BC} = Ri = RCu'$
 $U + RCu' = 0$

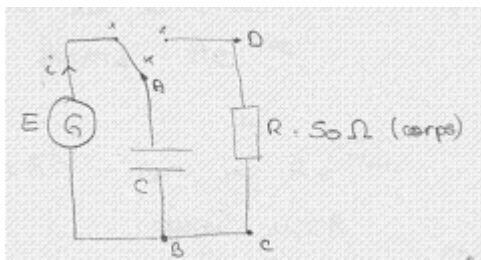
Il faut souligner l'autonomie du travail de ce binôme, car aucune intervention extérieure n'a été repérée.

Conclusion sur le binôme BIII.1

Notons, dans la production de ces élèves, l'écriture de l'ED en relation avec le circuit dessiné en A. C'est l'exemple d'une certaine relation entre un modèle pseudo-concret, qui semble bien avoir pris en compte tous les paramètres dans la modélisation, puis un modèle physique proche de celui attendu (type de réponse A2, sauf l'introduction du générateur de basses fréquences, ou GBF).

Le cas de TIII.4

Le schéma du circuit fourni par ce binôme était classé de type A2, comme une réponse recevable et attendue.



Dans le circuit, ce trinôme a représenté le sens pour l'intensité, mais il n'y a aucune flèche pour C, ni pour R.

En revanche, la mise en équation proposée est en accord avec la notation introduite sur le dessin (A, B, C, D).

L'introduction des variables sur le dessin s'avère nécessaire pour commencer la mise en équation :

E17 : le modèle de la tension u ...loi d'additivité des tensions (lecture de la consigne en A)

E19 : Et si on mettait des lettres ? (insertion de lettres au circuit, retour à la tâche A puis écriture des relations en B)

E18 : le courant va comme ça ?...la loi d'additivité des tensions...(écriture de justifications de lois)

E17 : c'est la loi d'additivité des tensions

E19 C'est mieux un truc comme ça (l'introduction de lettres sur le circuit semble faciliter une meilleure mise en équation)

E17 : ouais !

Voici donc la mise en équation réalisée par ce binôme :

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$E = u_{BA} + u_{CO} \quad \text{or} \quad u_{CO} = Ri$$

$$u_{BA} = u$$

donc $E = Ri + u$

donc $E = RCi + u$

or $i = \frac{dq}{dt} = q' = Ci'$

Il faut noter une fois de plus que ces élèves laissent la réponse donnée en B en fonction de E (tension aux bornes du générateur), mais dans la première partie de la réponse donnée en C, ils établissent que :

or on est en décharge
donc $RCi + u = 0$ @

Cette modification a lieu au moment où ils cherchent à vérifier si la fonction donnée en C est solution de l'ED, ils trouvent que E doit être nulle :

(lorsqu'ils essaient de vérifier la solution donnée en C)

E17 : ah merde, ça décharge...un défibrillateur qui décharge...

E19 : Hum

E17 : oui, bah...on a ---

E19 : Dans une décharge on a $E = 0$, non ?

E17 : merde !

E18 : --- (rires)

E17 : ouais, décharge c'est...

E19 : Zéro ($E = 0$)

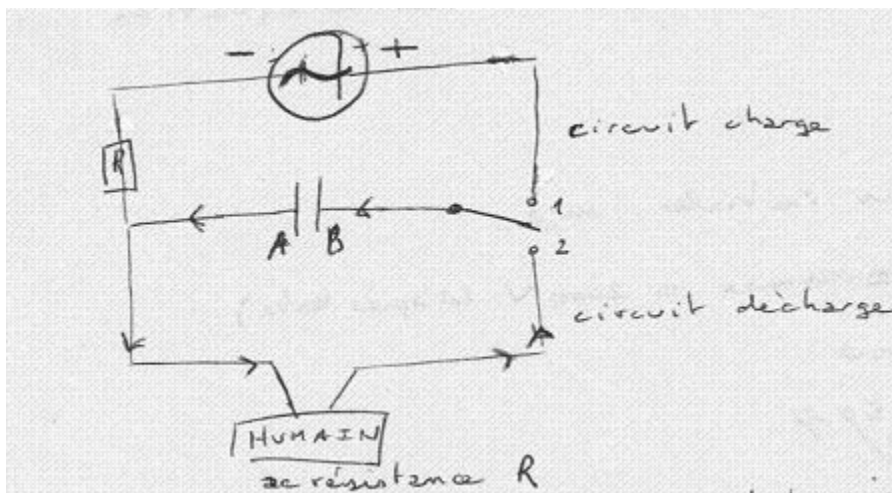
Conclusion de TIII.4

Les élèves prennent bien en compte le fait qu'on est en train d'étudier la décharge du condensateur, donc l'interrupteur étant placé en position 2, la tension aux bornes du générateur est nulle. Finalement, la réponse donnée par ce trinôme est celle que nous attendions.

Le cas de BIV.1

Ce binôme appartient à la partie IV ou une partie du travail à faire a été constamment modifiée et commentée par P devant la classe (binôme BIV.1, BIV.2 et BIV.3). La présence d'un observateur (nous) dans la mise en place de la situation expérimentale est également importante à souligner, car pour ce binôme l'interaction est importante.

Le schéma final fourni par ce binôme est celui-ci :



Notons ici l'absence de variables et de flèches pour indiquer le sens des tensions aux bornes de différents dipôles : condensateur, résistance, etc., même si ces élèves indiquent le sens du courant dans le circuit.

La présence de deux résistances peut s'expliquer, car la résistance qui est placée dans le circuit de charge a été introduit après (cf. analyse de la tâche A pour ce binôme).

Pour la mise en équation, ce binôme avait bien démarré avec l'application de la loi d'additivité des tensions, mais P parle à plusieurs reprises avec d'autres binômes en mettant un peu le doute sur la démarche suivie par ce binôme. Une intervention de l'observateur O a été nécessaire pour éviter que ces élèves révisent les notes du cours pour cette tâche de mise en équation, ils demandent donc à O si l'établissement de $u_C + u_R = 0$ est correcte, O valide cette relation. Notons qu'en écrivant leur réponse à la tâche B, ils introduisent les variables à utiliser :

selon la loi d'additivité des tensions dans le dipôle RC lors de la décharge :

$$u_C + u_R = 0$$

avec u_C la tension aux bornes du condensateur
 u_R du corps humain

$$u_C + u_R = 0 \Leftrightarrow u_C + R \cdot i = 0$$

$$\Leftrightarrow u_C + R \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_C + R \cdot C \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} = - \frac{u_C}{RC}$$

avec C la capacité du condensateur

Réponse de BIV.1 à la tâche B

A première vue, la mise en équation ne paraît pas représenter une source de difficulté pour ce binôme. Des questions posées à O révèlent que ces élèves n'arrivent pas du tout à comprendre ce qu'ils font :

<p>(une fois de plus E20 interroge O sur l'égalité $U_C + U_R = 0$)</p> <p>E20 : dans ce cas, cette tension là (apparemment celle du générateur) est égale à zéro ?</p> <p>O : Hum (en affirmant)</p>	<p>Lors de la réalisation de la tâche B, ils ne semblent pas très sûrs de la valeur $E=0$ malgré plusieurs commentaires de P sur le fait que c'est la décharge qui est en jeu.</p> <p>Manque de lien avec la situation de départ, modèle pseudo-concret faible.</p>
<p>E21 : Excusez-moi (à O), u_C c'est quoi u_C ?</p> <p>O : la tension aux bornes du condensateur...</p>	<p>Lors de la lecture de la consigne de la tâche C, ils semblent remettre en question la</p>

	signification de u_C , bien qu'ils l'aient établie en B.
<p>E20 : Mais $q = Cu_C$, non ?</p> <p>E21 : La charge....</p> <p>E20 : Ça change l'intensité ?</p> <p>O : Hum (en affirmant)</p> <p>E20 : Le problème c'est ça, hein ?</p> <p>E21 : On fait comment ?</p> <p>O : en fait, qu'est-ce que vous voulez faire ?</p> <p>E20 : Etablir l'équation différentielle...</p> <p>O : on sait que l'intensité elle est liée à quoi?</p> <p>E19 : A une résistance...à la tension...(ils semblent deviner)</p>	<p>Sur la mise en équation encore, ces élèves ne semblent pas percevoir clairement la relation entre l'intensité et la charge ($i=dq/dt$), et même le caractère temporel de i semble leur poser question. Ils doutent aussi de la relation $q = Cu_C$.</p>

Finalement, ces élèves arrivent à l'écriture de l'ED attendue, mais il faut noter les multiples questions qu'ils se posent tout au long du processus d'écriture de l'ED.

Conclusion sur le binôme BIV.1

Ces élèves semblent ne pas être sûrs du cheminement suivi et présentent donc un exemple de représentation mentale faible de la situation doutant constamment de considérations importantes à prendre lors de la mise en équation. La validation constante d'expressions de la part d'O permet cependant à ce binôme d'arriver à la réponse attendue, mais nous ne sommes pas certaines que ces élèves aient vraiment compris la situation à modéliser.

Conclusion sur la catégorie des binômes ayant établi l'ED attendue

Même si une grande partie des élèves (8 binômes sur 12) arrivent à établir l'ED attendue, les enregistrements audio permettent d'observer qu'il n'est pas si facile pour ces élèves d'arriver à l'écriture correcte de l'ED, malgré une présence relativement forte de cette tâche dans les manuels (cf. analyse des manuels). Finalement, la consigne inhabituelle pour cette tâche B (non guidage par sous-tâches) pose aussi un problème aux élèves qui n'ont pas toujours suivi les étapes nécessaires pour chaque mise en équation (rappelées ici par P, surtout dans la partie IV) dont l'enseignant attend la reproduction à chaque fois qu'une mise en équation est demandée.

v Conclusion de l'analyse de la tâche B

Le processus de mise en équation par les élèves dans la tâche B suppose donc le passage du modèle physique préalablement établi dans la tâche A, au modèle mathématique visé : dans notre cas, l'équation différentielle de la tension U_C aux bornes du condensateur.

Comme cette tâche peut donner lieu à des modifications de la réponse à la tâche A qui peuvent provoquer des reformulations dans la mise en équation, nous avons dû aussi réaliser une analyse des changements de la configuration du circuit en A pendant et/ou après la résolution de B.

Parmi les résultats observés lors de l'analyse de la tâche B, nous pouvons dégager les résultats suivants :

* Le lien entre le schéma du circuit fourni en A et la mise en équation en B. – En général, nous avons pu repérer que le fait d'avoir présenté une configuration qualifiée de recevable (A1 ou A2) semble assurer que les élèves arrivent à l'ED attendue (comme dans les cas de BI.3, TIII.4, BIV.2 et BIV.3). A ce sujet, il est intéressant de souligner la compréhension que les élèves se construisent du fonctionnement de l'appareil à modéliser (le défibrillateur), cette compréhension permettant une représentation mentale de la situation correcte qui est observable grâce à la configuration du schéma du circuit fournie en A. Le cas du trinôme TIII.4 en est un bon exemple.

Pour les autres binômes cités ci-dessus, l'aide fournie par P au sujet des modifications pour le circuit en A ainsi que pour la mise en équation, permet de voir qu'une intervention très rapide ou très directe lors d'un blocage peut casser le sens de l'activité même (comme BI.3) et ne permet pas aux élèves de bien comprendre la modélisation visée, même si leurs productions écrites donnent la réponse attendue (cas de binômes qui appartient au lycée International, partie IV et en particulier ici pour BIV.2 et BIV.3).

*le rôle des relations à mettre en relation lors de la mise en équation. – Il importe de souligner le rôle des connaissances des relations à utiliser pour arriver à établir l'ED de la tensions aux bornes du condensateur, comme attendu. Le travail du binôme BI.2 a montré l'importance de l'application de la loi des mailles sur le circuit de A pour bien démarrer la mise en équation, car même si ces élèves connaissaient les trois relations correctement, ils n'arrivaient pas à partir dans la bonne direction pour la mise en équation car ils n'appliquaient pas la loi de mailles. Par contre, ces élèves ont fait appel à une technique issue plutôt des Mathématiques qui leur permit d'établir une ED très proche de celle attendue, mais finalement ils abandonnent tomber cette idée pour partir dans une autre direction, totalement erronée. Les stratégies des élèves permettent de souligner l'importance de mettre en relation les

connaissances de la Physique et des Mathématiques pour réussir l'établissement du modèle mathématique.

Un autre difficulté a été repérée à ce sujet, et l'on rappellera de certaines relations chez certains élèves. La loi d'Ohm est aisément énoncée par la plupart des élèves, alors que la relation charge-tension ($q = CU_C$) est celle qui provoque le plus de difficultés à être énoncée correctement. Nous supposons que la cause en est qu'en Terminale S, c'est la première fois qu'ils rencontrent cette relation. De plus, le fait que la relation $q = CU_C$ propose une relation inverse de celle de $U_R = Ri$ (loi d'Ohm) peut ne pas faciliter les choses aux élèves (c'est lorsqu'ils obtiennent $U_C = q/U$ que l'établissement de l'ED de q semble la plus naturelle à établir).

*Sur l'établissement de l'ED de la charge.- Justement, comme dit auparavant, certains binômes (quatre) au moment d'établir la relation $U_C = \frac{q}{C}$ sont conduits de manière presque naturelle à l'établissement de l'équation différentielle pour la charge $q(t)$ dans le condensateur, et non pour celle de la tension U_C aux bornes du condensateur comme demandé dans la consigne de la tâche B. La moitié de ces binômes reçoivent de l'aide de P pour passer d'une ED vers celle attendue, et les autres binômes ont réalisé ce changement mais la plupart d'entre eux ont pu se rendre compte de leur erreur grâce à la consigne de la tâche C.

L'analyse des manuels de Physique a permis de repérer qu'une telle technique pour établir un modèle de la charge $q(t)$ du condensateur n'était formulée de manière explicite ni dans la partie Cours, ni dans les exercices proposés. Cela nous amène à remettre en question le choix de ces manuels à cause d'une telle lacune, alors que $q(t)$ apparaît dans les réponses des élèves de manière très naturelle. Nous supposons que ce choix peut correspondre aux appareils de mesure disponibles dans les TP de Physique, car dans les travaux expérimentaux il est toujours demandé aux élèves de mesurer la tension aux bornes du condensateur, et non sa charge. Il semble qu'il y ait un choix de transposition didactique en Physique lié aux instruments disponibles, et non à des concepts du domaine. Ce choix peut être questionné après avoir vu les réponses de ce type apparues chez les élèves.

* Sur la valeur indéterminée de la tension aux bornes du générateur (E ou U_G). Un autre résultat intéressant est celui qui permet d'établir les réponses des élèves qui ont laissé la valeur de E (supposée être la tension aux bornes du générateur) indéfinie dans l'ED établie. Ces réponses ont aussi mis en relief que certains élèves semblaient apprendre par coeur la démarche de mettre en œuvre la mise en équation, sans faire aucun lien avec la situation de départ, ni avec le modèle physique établi auparavant (cf. BIII.3 avec un dessin comme réponse en A non recevable car il appartient au domaine pseudo-concret). Il y a aussi des élèves qui répondent en A avec une configuration non recevable (de type A3, A4 ou A5) et qui finissent par laisser E indéfinie, car la représentation mentale construite par eux de la situation de départ ne leur permet pas de faire le lien entre la variable E et sa signification en termes physiques (cf. BII.1, BII.2 et BIV.3). Deux de ces binômes arrivent à mettre en question la valeur à

prendre par E grâce à la rétroaction de la tâche C, mais ils sont parfois aussi aidés par l'intervention de P.

*Sur l'utilisation des conventions pour les flèches tension U_C et U_R . Pour conclure, il faut signaler que bien que les étapes à suivre envisagés en classe de Physique pour la mise en équation, contiennent l'insertion de flèches tensions pour U_R et U_C (parfois U_G aussi) pour l'intensité $i(t)$ et l'insertion de variables dans le schéma de circuit, et que cela a été peu observé dans les réponses de ces binômes. Les élèves n'ont, souvent, prêté aucune attention aux signes ni aux conventions à introduire, et donc aucune attention à la signification physique des variables utilisées lors de la mise en équation.

En particulier, ils ne se posent pas de questions sur les signes à utiliser lors de la mise en équation, et il faut rappeler que l'analyse praxéologique des manuels de Physique nous a montré qu'il n'y avait qu'un faible usage des signes. La consigne est simple : il faut étudier toujours la convention récepteur pour les éléments du circuit (dans notre cas, le condensateur et la résistance) pour assurer l'utilisation des relation apprises avec signe positif.

L'utilisation de la convention générateur pour le condensateur qui se décharge (qui semblait être plus logique dans ce cas) est hors de question à être mise en place, comme le montre la réponse de BI.1. Les élèves essaient de manière inconsciente d'utiliser cette convention, mais une erreur de signe (il manque un signe moins) s'impose et ce n'est qu'après l'intervention de P donnant une explication un peu physique mais surtout mathématique, que les élèves introduisent ce signe, mais cela semble difficilement compris par eux.

Soulignons ici un choix de transposition didactique qui semble être fait pour éviter des difficultés et à propos duquel les élèves ne se questionnent pas, car ils n'ont aucun moyen pour comprendre. L'usage des vecteurs (où du calcul vectoriel) semble être difficilement compris par les élèves.

En conséquence, la démarche de modélisation se trouve est réduite, car les élèves ne connaissent pas les raisons mais seulement une partie de l'explication. Comme l'usage de la convention générateur pour le condensateur est hors programme, les élèves n'ont aucun moyen de surmonter en autonomie cette difficulté pour la classe Terminale.

Finalement, cette difficulté (insertion de flèches tensions dans le schéma du circuit) apparue lors de la mise en équation semble être évitée par d'autres binômes (qui préfèrent ne pas indiquer le sens des flèches dans leurs dessin). Ils réalisent des mises en équation reproduites d'après leur souvenir, car les réponses fournies n'ont aucune relation avec le schéma proposé. De telles démarches révèlent le problème d'établir l'interaction entre les Mathématiques et la Physique lors du processus de modélisation.

L'analyse des productions d'élèves présentée plus haut converge avec les résultats issus d'autres recherches, sur le fait que les élèves sont souvent capables de résoudre des problèmes de Physique à l'aide de formules et de calculs mais qu'ils ne sont pas aptes à donner du sens physique à ces formules (cf. Thibergien, Buty et Le Maréchal, 2003).

Pour finaliser, il faut souligner les interventions de P pour les binômes de la partie IV. Le professeur souligne la différence entre la loi des mailles et la loi d'additivité de tensions, pour obliger les élèves à prendre en compte les orientations des flèches tensions dans les éléments du circuit.

C Analyse de la tâche C

Ce paragraphe est consacré à l'analyse des réponses des élèves pour la tâche C. Dans cette tâche, il faut montrer qu'une solution particulière (proposée dans l'énoncé) est une solution de l'ED établie dans la tâche B, qui vérifie des conditions initiales précises. La consigne de cette tâche est :

C) Montrer que la solution de cette équation différentielle est de la forme $Ae^{-t/RC}$ et déterminer la valeur de la constante A , en établissant d'abord les conditions qui permettent de trouver cette valeur.

La réalisation de cette tâche nécessite que l'élève se place dans l'étape d'Etude Mathématique du modèle préalablement établi (ED donnée comme réponse en B) qui comporte les phases suivantes :

- Phase 1 : vérification qu'une fonction dépendant d'un paramètre est solution de l'ED
- Phase 2 : établissement de conditions initiales d'après un contexte particulier
- Phase 3 : recherche de la valeur du paramètre grâce à ces conditions (certains élèves écrivent la fonction solution avec cette valeur du paramètre A parce que c'est pratique habituellement en classe de Mathématiques, mais cela n'est pas demandé de manière explicite pour cette tâche D).

Dans l'analyse a priori, on place cette tâche dans l'étape d'étude du modèle mathématique. Nous avons établi qu'il était attendu que l'élève démontre que la solution particulière donnée par l'énoncé était une solution de l'ED établie. Les élèves peuvent suivre deux techniques différentes : l'une, apprise en classe de Physique (et donc plus susceptible d'apparaître par effets du contrat) et l'autre apprise en classe de Mathématiques (recevable, mais non vraiment attendue).

Lors de la deuxième phase ; il faut que l'élève établisse par lui-même des conditions initiales précises, d'après le texte de la situation (hors contrat).

Nous voyons bien que le regard de la situation physique de départ, même si l'on est placé dans un domaine mathématique, est encore présent, car c'est grâce au contexte qu'on peut

établir les conditions initiales nécessaires pour trouver la valeur du paramètre A. Un retour à l'énoncé (situation réelle) est nécessaire, mais aussi aux autres tâches (schéma du circuit en A, ou repérage des erreurs de l'ED établie en B).

Nous catégorisons ci-dessous les binômes d'après le type de rétroaction de la tâche C (ou d'une de ses phases) par rapport à l'équation différentielle qu'ils ont proposée dans la tâche B.

Tout d'abord, nous considérons les binômes pour lesquels la phase 1 de la tâche C a fourni une rétroaction (groupe I). Trois binômes relèvent de cette catégorie (BI.1, BII.2 et TIII.4), et lors de notre analyse seront précisées les modifications de la mise en équation de la tâche B, grâce à la vérification que la fonction $Ae^{\frac{-t}{RC}}$ (fournie dans la consigne de C) est bien une solution de l'ED. Trois sur quatre des binômes ont établi une équation différentielle recevable grâce à cette rétroaction mais il reste à préciser le rôle de l'enseignant lorsque les élèves travaillent ces modifications.

Dans une deuxième catégorie (groupe II), nous considérons les binômes pour lesquels la phase 3 a offert une rétroaction relative à l'équation différentielle en B. Deux binômes appartiennent à cette catégorie (BI.3 et BIII.2) et tous les deux arrivent à établir finalement l'équation différentielle. Dans l'analyse de ces binômes, nous préciserons la démarche suivie et le cas échéant, le type d'intervention du professeur.

Finalement, la troisième catégorie (groupe III) regroupe les sept binômes restants (BI.2, BII.1, BIII.1, BIII.3, BIV.1, BIV.2 et BIV.3). Quatre de ces binômes partent d'une ED recevable (BIII.1 et ceux de la partie IV) et cela peut expliquer le fait que la phase 1 n'ait pas produit de rétroactions 1 pour la tâche B. Dans ce groupe, il faut prendre en compte les nombreuses interventions de P tout au long de l'activité pour les élèves de la partie IV, en particulier l'aide fournie par P aux binômes BIV.1 et BIV.2 pour la réalisation de la phase 2 et 3, phases qui comme nous le verrons, n'ont pas été facilement résolues par les élèves (en particulier la phase 2).

i Groupe I : rétroaction de la tâche C-phase 1 → B

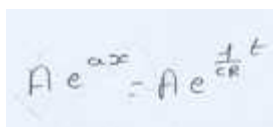
Nous analyserons les trois binômes qui relèvent de cette catégorie (BI.1, BII.2 et TIII.4).

Le cas de BI.1

Tout d'abord, ce binôme part de l'utilisation d'une équation différentielle de la charge $q(t)$ du condensateur $U_C(t)$, au lieu de la tension aux bornes du condensateur. L'équation

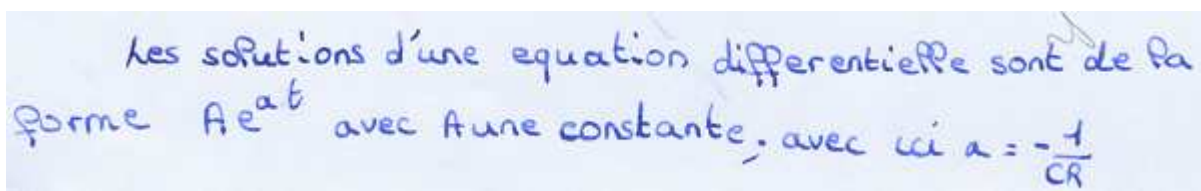
différentielle établie par ce binôme était d'abord une ED classée comme non correcte, car il manquait le signe moins : $\frac{dq}{dt} = q \times \left(\frac{1}{CR} \right)$.

Ce binôme, au lieu de vérifier si la fonction donnée dans la consigne de la tâche C est solution, propose la forme des solutions pour une équation différentielle de la forme $y' = ay$: Ae^{ax} (technique pour établir les solutions d'après la classe de Mathématiques, repérée grâce à l'analyse praxéologique des manuels de cette classe, cf. II.4.b.i). Puis, ces élèves font la comparaison entre ces deux formes pour identifier la valeur du paramètre « a » :



Extrait de la réponse de BI.1 à la tâche C

BI.1 détermine finalement que :



Première partie de la réponse de BI.1 à la tâche C

Ce binôme semble bien comprendre la démarche à suivre pour vérifier le fait qu'une fonction est solution d'une ED.

C'est grâce au fait d'établir que le paramètre « a » est négatif, que ces élèves s'aperçoivent qu'il faut que l'équation différentielle aie un signe moins, et cette rétroaction de la tâche C sur l'ED établie en B permet à ces élèves de se rendre compte de leur erreur.

Voici un extrait de dialogue sur ce point :

<p>E1 : c'est comme ça quoi ! comme en Maths, (--)...déjà on peut dire que la solution de l'équation---</p> <p>E2 : c'est des maths ça ! ----</p> <p>E1 : ah si ! tu n'aimes pas --- des Maths ? --, non ?</p> <p>E2 : non, non, ---- pas de problème, ah ! ça y est ! ça y est !</p> <p>E1 : d'abord, c'estcomment s'appelle, il faut trouver ça non ? parce que la condition initiale est de trouver A</p> <p>E2 : Ouais, et après, les autres ...comment on a trouvé ça</p> <p>E1 : il faut trouver la solution de l'équation, pour avoir ça</p>

E2 :quoi ?

E1 :pour avoir... , trouver ça, on résout l'équation

E2 :non ; je crois pas...c'est ça et après...

E1 :non, c'est là, c'est montrer que c'est ça ; d'abord c'est montrer que c'est ça la solution

E2 :ouais

E1 :est égal à ça la solution, donc – il rit - donc on va admettre, la solution est A exponentielle a at

E2 :sur quoi ?

E1 :a t

E2 :sur quoi ?

E1 :a t

E2 :Hum ouaisil faut vérifier ...- elle est interrompue --

E1 :le problème surtout est qu'il y a un moins t en haut...

E2 :Hum... (--) moins t ...

E1 :Hein...

E2 :parce que là(ED établie en B) on n'a pas (le signe de moins)...on écrivait comme ça en math (solution donnée en C) ou ...on écrivait comme ça (Ae^{ax} écrit sur la feuille) ?

E1 :les deux...parce que sinon ...c'est le même

(...ce binôme continue à remettre en question l'ED établie en B car il manque le signe moins)

E1 : si on fait A e de ax ...ça fait A e de ... le « a » c'est quoi ?

E2 :le ?

E1 :je sais pas ...un sur CR

E2 :un sur CR...c'est normal

E1 :un sur CR le x était le moins qui manque

E1 :non, c'est le moins qui manque oui

E2 :donc, c'est posé le moins...

E1 :Attends...

E2 :et pourtant ...il n'est pas signé, hein il sortait d'où ?

E1 :mais attend

E2 :non, je vois pas

E2 :je vois pas comme ...le moins, mais là ...

E1 :parce que c'est bien Ce de ax, c'est pas Ce de moins ax

E2 :non

Pourtant, ils n'arrivent pas par eux-mêmes à voir d'où provient le signe moins et ils font appel à l'aide de P (cf. analyse de la tâche B), qui finalement leur permet d'établir l'ED correcte et attendue $\frac{dq}{dt} = q \times \left(\frac{-1}{CR} \right)$.

Après la modification de l'ED en B, ils reviennent à la réalisation de la tâche C pour conclure :

donc la solution de cette équation différentielle est de la forme $Ae^{-t/RC}$ avec A constante

Deuxième partie de la réponse de BI.1 à la tâche C

Une fois bien assimilé que la réponse de l'ED est fonction de t, ces élèves reviennent à l'expression donnée dans la première partie (Ae^{ax} en termes de « x ») pour l'exprimer en fonction de « t ». Il est important de signaler la confusion provoquée chez ces élèves par l'utilisation des variables « x » et « y » concernant ce qu'ils ont appris en Mathématiques, et celle de la variable « t » concernant ce qu'ils ont appris en classe de Physique. Voici un commentaire de E2 lors de la résolution de cette tâche, qui montre une hésitation dans la l'utilisation des variables « t » et « x » :

E2 : dans l'autre x (première partie de la réponse), on mettra t parce que si non ... ça va pas marcher je pense (Correction, ils introduisent « t » au lieu de « x »)

Phase 2

BI.1 travaille sur l'établissement de la condition initiale pour trouver la valeur du paramètre.

(sonnerie, fin de la séance)

E1 : l'important est que tu mets A et pas C, il faut trouver A... (en effet le paramètre C intervient dans les expressions utilisées en classe de Mathématiques)

E2 : oui, ils mettent la valeur à t égale à zéro ... (pour établir la condition initiale, il est clair pour ces élèves qu'il faut établir la valeur de t = 0)

E1 : bah non !

E2 : tu le mets ?

E1 : oui (rires)

E1 : t égal à zéro... le problème est qu'on n'a pas q (initiale), je ne sais pas si c'est ça qui nous intéresse, je ne vois pas le rapport (ils s'aperçoivent qu'on ne connaît pas directement la charge initiale, mais le temps ne permet pas d'approfondir dans cette direction)

E2 : (ils relisent la consigne de C et repèrent la grandeur U_C) U_C ...donc...c'est quoi égal à zéro ? la tension est égale à zéro à $t = 0$? là ? (les élèves n'identifient pas bien quelle tension est nulle : celle aux bornes du générateur ou celle aux bornes du condensateur ? Cette grandeur n'est pas intervenue jusqu'ici dans l'ED)

Les élèves établissent comme condition initiale à $t = 0$, $U = 0$, ils justifient en disant que la charge autant que la tension vont augmenter au fil du temps et donc que la valeur initiale doit être égale à zéro :

E1 : On veut savoir si $U = 0$ ou pas...forcément ça

E2 : La charge...

E2 : la tension va monter ...parce que ---

E1 : ouais

E2 : parce que les deux – charge et tension – ils vont augmenter au fil du temps ?

E1 : ouais

E2 : c'est égal à zéro ...---la capacité, elle sera jamais zéro...

E1 : ouais...

Finalement, la dernière partie de leur production écrite est la suivante :

$$A \ t=0, \ u_c = Ae^0 = 0 \ | =$$

$$\text{donc } A \times 1 = 0$$

$$\text{donc } A = 0$$

Etablissement de la condition initiale, puis réponse de BI.1 à la phase 2 et 3.

On observe même des erreurs sur le plan mathématique : $A \times 1 = 0$ (!). La résolution n'est pas conclue et est interrompue par la fin de la séance.

Conclusion sur le binôme BI.1

Ces élèves semblent avoir perdu de vue la configuration du circuit à modéliser, car cela leur aurait permis de se rendre compte que le condensateur se déchargeait, et donc que la tension initiale ne pouvait pas être zéro. Aucun retour vers l'énoncé qui présentait la situation de départ n'est observé, alors que cela aurait été d'une grande aide pour ces élèves. L'établissement de la solution particulière leur aurait aussi permis de voir que si $A = 0$ la solution serait zéro, et cela leur aurait permis de remettre en question leur démarche.

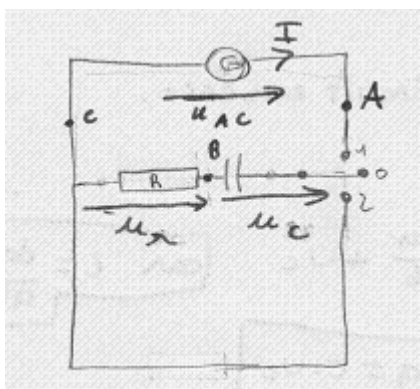
C'est la dernière sous-tâche traitée par ce binôme pour la situation expérimentale.

Le cas de BII.2

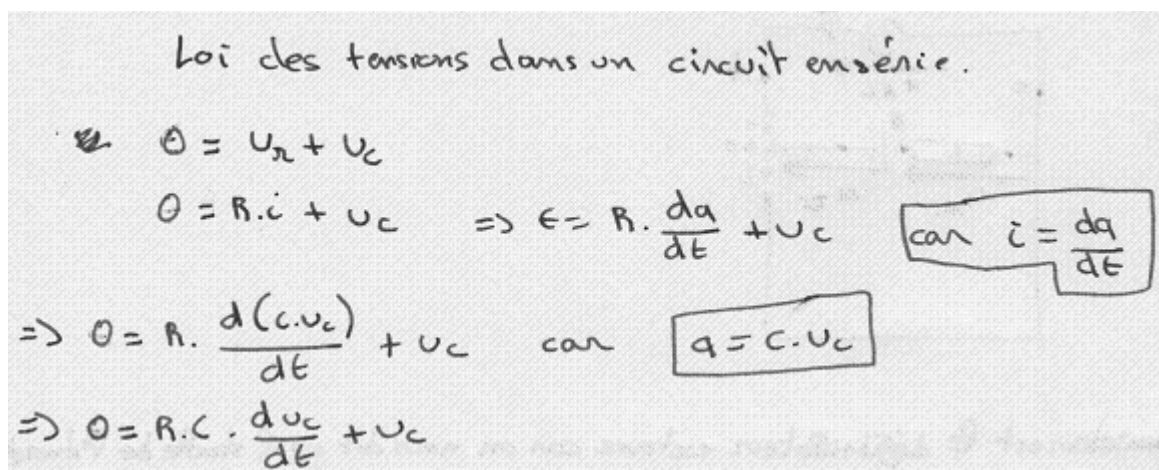
La situation de BII.2 est très proche de celle de BII.1 (voir plus bas), mais on observe une différence importante par rapport au retour et à la modification de l'ED établie en B.

Ce binôme part aussi d'une ED attendue, mais avec la tension aux bornes du générateur E non définie $E = R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} + U_c$.

Rappelons les réponses données par ce binôme aux tâches A et B :



Réponse de BII.2 à la tâche A



Réponse de BII.2 à la tâche B

Notons qu'ils ont remplacé « E » dans cette réponse par « 0 » (zéro), mais que ce changement a été fait grâce à la rétroaction de la tâche C, que nous décrirons plus bas.

Grâce à l'application de la technique apprise en classe de Physique pour vérifier qu'une fonction est solution d'une ED, ces élèves arrivent donc au fait que $A = E$ puis $A = 0$, les deux résultats provoquant une confusion chez ces élèves :

(Point de départ pour ce dialogue : l'expression $E = -A \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + A e^{\frac{-t}{RC}}$)

E10 : Oui, c'est pour dire que A est égal à

E9 : A égale

E10 : Mais oui...

E9 : Mais non !

E10 : Si, $A = E$...comme ça, ça nous donne ça ! (il reformule l'expression ci-dessus $E = A(-e^{\frac{-t}{RC}} + e^{\frac{-t}{RC}})$, et nous supposons qu'il pense au départ que la différence entre les exponentielles prend la valeur de 1)

E9 : Ouais, il y a un problème parce que cela doit être zéro (cet élève souligne donc que $(-e^{\frac{-t}{RC}} + e^{\frac{-t}{RC}}) = 0$)

E10 : Ah, oui ! on s'est trompés dans les dérivées (efface $E = A(-e^{\frac{-t}{RC}} + e^{\frac{-t}{RC}})$ sur la feuille, il pense que l'erreur est mathématique)

E9 : De toutes façon, ça va être simplifié...

E10 : Non, attend, attend, barre pas, barre pas

(...)

E9 : Et la dérivée c'est ça ? c'est lui qui a un zéro ?

E10 : Oui, c'est ça (il confirme la dérivée qui est juste)

E9 : $A=E$ en fait !

E10 : Non, c'est ça, ouais c'est bon

E9 : Non, mais

E10 : Si, si....

E9 : Comment tu vas prouver ça ? (ça = que la fonction est solution de l'ED)

E10 : Ecoute, ça c'est égal à zéro donc $E = \text{zéro}$... C'est vachement intéressant ! (ironique)

Ces élèves essaient de réaliser deux sous-tâches en même temps : vérifier qu'une fonction est solution d'une ED, et trouver la valeur de A. Comme ils ont indiqué dans leur ED que E était une valeur indéfinie, ils arrivent au résultat $A = E$ (cela ne signifie rien pour ces élèves) et finalement à $A = 0$. Ils décident de faire appel à P, car ils mettent en question la validité de leurs résultats mathématiques (tâche C) ; il ne mettent pas en question le modèle physique, ni

même leur situation mentale de la situation. C'est P finalement qui les conduit à modifier ou à prendre conscience de certains faits importants pour ne pas perdre de vue la modélisation :

P : elle est où votre dérivée ?

E10 : elle est là

P : elle est bonne votre dérivée...(validation de tâche C – phase 1)

E9 : $A = 0$ donc (il répète ce qu'ils ont trouvé)

(Sonnerie, fin de la séance)

P : ça c'est...

E9 : l'opposé

P : oui mais A peut être égal à n'importe quoi

E9 : oui...

P : pourquoi $A = 0$?

E9 : c'est ---, mais non, mais non...(il doute)

E10 : c'est E qui doit être égal à zéro dans ce cas-là...(finalement cet élève semble comprendre que c'est la valeur de E qui doit être nulle mais...)

E9 : non, c'est $E = A$

E10 : je sais pas (il en doute)

E9 : c'est $E = A$ parce qu'on a trouvé une constante...

E10 : oui, c'est une constante...

E9 : si, ça va vite...

P : regarde ce que tu as fait, ça ! (P attire l'attention sur le fait qu'ils travaillent la phase 1 – vérification - et non la phase 3 – trouver la valeur de A)

E9 : ça fait zéro

P : ça fait zéro, donc on va pas conclure ça à la valeur de A

E9 : et donc...

P : ça c'est faux !

E9 : la dérivée ?

P : non, la dérivée est juste

E9 : et donc, nos calculs avant ?

P : ça c'est bon, ah ! il y a peut être un petit défaut là...il y a un tout petit défaut

E9 : ah bon ?

P : on est dans quelle étape ? au niveau électrique, on va faire quoi là ? (remise en question du modèle physique mais surtout de la représentation mentale de ces élèves sur la situation à modéliser)

E9 : décharge

P : on en est à la décharge

E9 : oui

P : pour faire une décharge, qu'est-ce qu'il y a dans le circuit ? le circuit c'est quoi ? vous déchargez le condensateur en quoi ?

E10 : une résistance

P : d'accord, qu'es-cet qu'il y a dans votre circuit ?

E10 : une résistance (il répète)

P : ouais, si, alors qu'est-ce c'est ce « E » ? (retour à la configuration de A, P attire l'attention sur le symbole E qui apparaît dans le schéma)

E10 : une résistance

E9 : Non

E10 : c'est le condensateur

P : tu es sûr ? (P oblige les élèves à regarder à nouveau leur schéma de la question A)

E9 : c'est la E du générateur

P : si, la E du générateur...et par hasard il décharge...

E10 : oui, là, il est égal à zéro...

P : oui, il est zéro et donc on n'a pas de E, dans une décharge on a $E = 0$ et quand on charge on a toujours égale E, donc vous trouvez zéro = zéro

E10 : c'est normal

P : ce qui est normal, donc votre ---

E10 : bah, $0 = 0$ (rires) (finalement ils comprennent les raisons pour lesquelles on obtient $0=0$)

P : donc $0 = 0$ c'est une vérité donc c'est juste

E9 : c'est juste

P : c'est quoi qui est juste ? (il souligne le but de la vérification)

E9 : la vérité sur RC bah....(cet élève ne semble pas avoir bien compris qu'on veut démontrer que la fonction donnée est bien une solution de l'ED)

P : et donc la solution de l'ED (c'est P qui le dit finalement)

E10 : ça donne pas la valeur de A ? (il veut encore trouver la valeur de A grâce à la mise en place de cette technique, et à la fin il n'a presque pas compris ce qu'ils ont fait)

P : vous avez donc vérifié que cela est bien une solution de l'ED...(P indique qu'ils viennent de vérifier la solution, il manque donc d'autres sous-tâches à réaliser)

Finalement ce binôme répond à cette première question de la tâche C de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 0 &= R.C. \frac{d(Ae^{-\frac{t}{RC}})}{dt} + Ae^{-\frac{t}{RC}} \\
 &= R.C. \cdot A \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + Ae^{-\frac{t}{RC}} \\
 &= -A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + Ae^{-\frac{t}{RC}} \\
 \Rightarrow 0 &= 0 \quad A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \text{ est bien solution de l'équation}
 \end{aligned}$$

Réponse de BII.2 à la tâche C (phase 1)

Ils aboutissent donc la vérification de la solution comme nous l'attendions mais le dialogue montré ci-dessus met en relief une confusion entre vérifier une solution et trouver A.. Ils témoignent aussi d'une représentation mentale inadéquate de la situation et d'une difficulté à comprendre le circuit fourni par eux-mêmes en A.

Soulignons que ces élèves introduisent le symbole « E » lors de la résolution de la phase 1 mais au moment où P leur demande la signification, ils ne répondent pas. Il faut repérer l'absence de « E » dans le schéma du circuit fourni mais ce symbole est introduit dans la mise en équation possiblement à cause de la technique apprise en classe de physique. Ces élèves ne semblent pas réfléchir sur la signification physique de ce symbole.

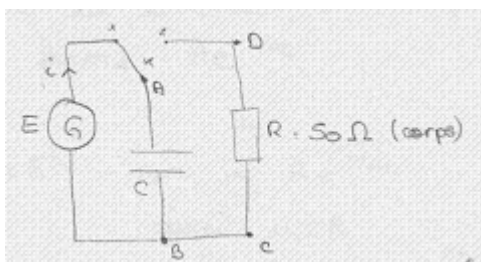
Conclusion de BII.2

La représentation mentale construite par ce binôme semble très proche de celle de BII.1 car il faut prendre en compte que les configurations du circuit en A sont proches et l'ED est la même. Au moment d'arriver à repérer un « problème » pour arriver au fait que $A = 0$ ou $E = 0$ la première stratégie envisagée est de repérer des erreurs au plan mathématique surtout sur le calcul de dérivés et aucun des deux binôme n'a mis en question, ni l'ED établie, ni leur RMS (ou circuit en A). C'est finalement l'intervention de P qui les pousse à regarder dans les autres tâches. La réussite de la modification de la valeur de E ($E=0$) par ce binôme réside dans le guidage de P sur la signification de E et l'absence de générateur dans le circuit de décharge.

Dû au manque de temps, ces élèves n'abordent pas les phases 2 et 3 pour cette tâche, ni les deux autres tâches restantes.

Le cas de TIII.4

La résolution de la situation par le binôme TIII.4 est très importante à souligner car ces élèves formulent la réponse correcte et celle attendue pour la tâche C, ainsi d'ailleurs que pour la configuration du circuit demandée en A, puis pour l'établissement de l'équation différentielle. Rappelons d'abord ces deux dernières réponses :



D'après la loi d'additivité des tensions :

$$E = U_{BA} + U_{CO} \quad \text{or} \quad U_{CO} = R \cdot i$$

$$U_{BA} = u$$

donc $E = R \cdot i + u$ or $i = \frac{dq}{dt} = q' = C \cdot i'$

donc $E = R C i' + u$

Réponse de TIII.4 aux tâches A (circuit électrique) et B (équation différentielle)

Malgré la mise en relation entre les variables introduites dans le circuit électrique avec l'équation différentielle, il subsiste une indétermination de la tension aux bornes du générateur, (E) même si le condensateur se place dans le circuit de décharge (interrupteur en position 1) et non dans celui de charge (interrupteur en position 2), celui sur lequel on établit l'ED en B.

La représentation mentale de la situation de ces élèves (observable ici grâce au circuit en A) permet donc facilement de mettre en question la valeur de E lors de la réalisation de la vérification de la solution en C, puis de réfléchir sur cette valeur lorsqu'on étudie la décharge du condensateur vers la résistance.

Voici donc une toute première précision faite lors de la résolution de la première partie de la tâche C :

Or on est en décharge

$$\text{donc } R C i' + u = 0 \text{ (1)}$$

Extrait de la réponse en C par TIII.4

On observe une rétroaction de la consigne de la tâche C vers la tâche B, qui amène ce trinôme à modifier l'ED fournie et classée comme non recevable (car E indéfini) vers l'ED attendue dans l'analyse a priori.

Ces élèves arrivent donc à mettre en œuvre la technique apprise en classe de Physique comme nous l'attendions, et voici la réponse pour cette partie :

D'après l'énoncé $u = Ae^{-t/RC}$
 donc $u' = -\frac{A}{RC} e^{-t/RC}$
 dans l'équation ① :
 $RC \left(-\frac{A}{RC} e^{-t/RC} \right) + A e^{-t/RC} = 0$ vrai

Réponse de TIII.4 à la tâche C

Cette production montre les connaissances de ces élèves par rapport à la technique apprise en Physique pour vérifier si une fonction donnée (en C) est solution ou non d'une ED. Notamment, c'est un des élèves qui précise à ses camarades la démarche à mettre en œuvre pour vérifier que la fonction fournie est une solution de l'ED établie :

E19 : La solution c'est A exponentielle moins t sur RC

E18 : mais nous on a une solution

E17 : si on prend ça comme solution on va avoir zéro, attends ! on va montrer que si on prend ça , ça va marcher et c'est correct !

E18 : Ah, oui ?!

Cette application ne semble pas poser de problèmes à cet élève et les deux autres élèves semblent bien comprendre la logique de la vérification (l'égalité est vraie, donc la fonction proposée est bien une solution de l'ED établie).

Pour la résolution de la tâche C à propos de l'établissement de la condition initiale, la valeur du paramètre A est aussi calculée correctement par ces élèves mais c'est l'élève (E19) qui ne semble pas bien comprendre, tout au début, les raisons pour lesquelles il faut consacrer un temps particulier à trouver la valeur de A. Les deux autres élèves essaient d'expliquer ce point :

E19 : Et pourquoi on ...on pouvait prendre un temps particulier ?

E18 : à $t = 0$ on a donc u égale à E et u égale A exponentielle de moins t sur RC (**réponse écrite**)

E19 : On prends un temps particulier ?

E17 : ouais

E18: on n'a pas le temps non plus, on est obligés d'avoir un temps particulier pour avoir la valeur de A

E17 : ouais, deuxième étape c'est ça ! (**deuxième étape semble faire référence à un processus à faire : d'abord, on établit la condition initiale après il faut trouver A**)

Soulignons comment la compréhension par E17 et E18 de la démarche à suivre aide beaucoup au déroulement de la résolution de l'activité. On observe dans la réponse à C que la valeur de E est donnée presque à la fin, et que la valeur à prendre par ce paramètre n'était pas claire pour certains élèves :

E17 : *il faut (la valeur de) E quand il est déchargé*

E18 : *Hum (en doutant)*

E19: *Hum*

(...)

E17 : *$u = E = A$ à $t = 0$ $u = E = A$ (connaissance de la technique mathématique pour trouver la valeur de A sans problème)*

E19 : *Pourquoi c'est égal à A? (cet élève ne comprend pas bien la mise en place de cette technique)*

E17 : *parce que u égale à ça [$u = E$] égale à ça... [$u = Ae^{-t/RC}$] au moins que cela doit être égal à ça [$u = Ae^{-0/RC} = A$] parce qu'on a mis à $t = 0$... » donc $u = A$ donc $A = E$ donc... (réponse écrite sur la feuille), on avait dit au départ que « u » ça valait combien ? (par l'énoncé)*

E19 : 2000

E18 : non

E17 : non

E18 : non, on n'a pas de E...

E17 : *si...--- c'est ça, non ? (il change d'idée, il indique une chose sur leur feuille, difficile de préciser quoi)*

E19 : *Parce que nous, on met une tension...(c'est cet élève qui indique la valeur de 2000 donc une tension qui apparaît sur l'énoncé)*

Finalement, leur réponse est :

Donc la solution de l'équation est bien de la forme $Ae^{-t/RC}$

à $t=0$: $u = E$ or $u = Ae^{-t/RC}$

donc $u = A$

donc $A = E$ or $E = 2000V$

donc $A = 2000V$

Réponse de TIII.4 à la tâche C (phase 2 et 3)

Conclusion de TIII.4

La discussion au sein de ce binôme laisse voir l'importance d'une part, de connaître la démarche à suivre pour résoudre une tâche (savoir comment vérifier une solution d'une ED, comment trouver la valeur du paramètre A) (cf. E17). Et d'autre part, une manipulation correcte des formules mathématiques permet aussi de trouver par exemple des valeurs correctes pour A (E17 aussi). C'est qui est intéressant, surtout, c'est la représentation que les élèves de ce trinôme ont de la situation de départ à modéliser, et comment certains élèves ne perdent pas de vue la signification physique de certains symboles (par exemple C) qui permettent donc d'assurer la réussite à cette tâche (mais aussi aux deux tâches antérieures). Il faut quand même souligner le rôle de E17 dans le déroulement de cette activité et pour la réussite à chacune des tâches.

Conclusion sur les binômes du groupe I (rétroaction B ← phase 1 de C)

La réalisation de la tâche C a permis de mettre en évidence pour les élèves qu'il y avait des erreurs ou des variables à préciser dans la réponse donnée en B. Par exemple, la réalisation de la phase 1 de C, grâce à la technique apprise en classe de Mathématiques, a permis à BI.1 de se rendre compte qu'il manquait un signe « moins » dans l'ED fournie. Pour les binômes BII.2 et TIII.4, la réalisation de la phase 1 grâce à la technique apprise en classe de Physique leur a permis d'arriver à l'égalité $E = 0$. Celle-ci a permis à certains élèves de se rendre compte qu'effectivement, lors de la décharge du condensateur cette valeur était nulle (cf. TIII.4) mais pour d'autres élèves, cette égalité a été comprise grâce à l'intervention de P à ce sujet.

ii Analyse des binômes du groupe II (rétroaction B ← phase 2 de C)

Le cas de BI.3

L'équation différentielle avec laquelle ce binôme commence la tâche C est une ED de la charge $q(t)$ de la forme :

$$q = -RCq'(t)$$

Une intervention du professeur (4 sur 5) permet à ses élèves de confirmer la démarche à mettre en œuvre pour la résolution de la première partie (phase 1) de la tâche C, car au début ils doutent un peu du cheminement à suivre :

E5 : Il (l'énoncé/la consigne de C) montre la fonction et il faut vérifier la solution...

E6 : Tu as dit quoi ?

E5 : C'est à prouver...juste la solution

E6 : (il lit l'énoncé) Comment on fait ça, déjà ?

E5 : Bon, bah...- une solution de l'ED (relecture de C)

E6 : ---pour notre truc, la solution de l'ED c'est $Ae^{(-t/RC)}$, il faut la dériver et il faut (la solution de l'ED dans la consigne de C) pour trouver une constante, non ?

E5 : Non, non, en fait je pense que c'est à prouver...

E6 : Il dit « montrer » (précision sur le vocabulaire utilisé dans la tâche, mot repéré aussi dans l'analyse des manuels)

E5 : C'est juste montrer que ...

E6 : Bon...

E5 : Qu'est-ce que tu en penses ?

(...) **appel à P**

E6 : Madame,...hum là quand c'est montrer c'est juste montrer que A

E5 : La démonstration c'est juste montrer qu'il a ...--RC

E6 : ça change mais...

P : (P relit l'énoncé de la consigne) Montrer que $Ae^{(-t/RC)}$, est bien une solution...

E5 : C'est montrer que c'est la solution, il faut juste ---

P : qu'elle est une solution qui convient, oui

E5 : On essaie...

E6 : D'accord mais on peut pas essayer sans (inaudible) quand même parce que a priori il faut montrer que ça marche

P : il a raison, il faut simplement...tu vas montrer que si tu prends cette expression-là, et que tu l'introduis dans l'ED, elle convient, hein ? on n'a pas besoin de ---, il faut juste une fonction ...en Mathématiques, quand tu résous une ED tu trouves une fonction, tu trouves pas un nombre, hein ?

Il est important de dire que cette hésitation des élèves correspond à une faible compréhension de la notion d'équation différentielle, et au fait qu'une solution (« pas un nombre ») est une fonction et qu'il faut donc vérifier si une fonction donnée satisfait ou non l'ED préalablement établie en B.

Grâce à l'intervention de P, on n'observe aucun problème pour la mise en place de la technique apprise en classe de Physique pour vérifier qu'effectivement, la fonction fournie satisfait l'ED en q(t) (réponse non attendue mais recevable). Voici leur réponse :

$$A e^{-\frac{t}{RC}} = + \frac{RC A}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$A e^{-\frac{t}{RC}} = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

Donc $A e^{-\frac{t}{RC}}$ est une solution de l'équation différentielle.

Réponse de BI.3 à la phase 1 de la tâche C

Jusqu'à cette étape, les élèves n'ont pas remis en question l'ED trouvée, jusqu'à ce qu'ils essaient de trouver la valeur du paramètre A. Au départ, ils n'établissent pas de condition initiale précise (non explicite dans leur production) « à l'instant t_0 » mais nous inférons qu'ils établissent la condition initiale qu' à $t = 0$ la charge $q = q_i$.

Pour trouver la valeur de q_i ils font appel à l'aide de P (qui les guide dans toute la démarche suivie) pour finalement calculer que $q_i = 0,36$ C. Voici le processus suivi par ces élèves pour trouver cette valeur :

Handwritten student work showing the calculation of capacitance C and initial charge q_i :

$$E = \frac{1}{2} C U_c^2 \qquad q = C U_c$$

$$360 = \frac{1}{2} C 2000^2$$

$$C = \frac{360}{2000000} = 1,8 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$$q = 0,36 \text{ C.}$$

Calcul de la charge initiale du condensateur (BI.3)

Il faut bien souligner que P guide les élèves dans cette démarche, en leur laissant très peu d'autonomie. Le calcul de la capacité C est une tâche intermédiaire pour le calcul de la charge initiale, valeur qui sera utilisée ultérieurement par le binôme. Il faut noter l'utilisation de l'information de l'énergie emmagasinée par le condensateur ($E = 360$ J) qui apparaît dans l'énoncé.

Ces élèves sont les seuls qui substituent la valeur de RC dans la solution de l'ED ($RC = 50$ Ω , $C = 1,8 \times 10^{-4}$ farads), donc :

Handwritten student work showing the calculation of RC :

$$RC = 50 \times 1,8 \times 10^{-4} = 0,009 = 9,0 \times 10^{-3}$$

Calculs fait par BI.3 à propos de la tâche (stratégie non attendue)

Lors de l'établissement de la valeur du paramètre A, ces élèves trouvent que A est égale à 0,36 C, c'est la charge initiale (ici q_i). La première réponse donnée semble être :

On a à l'instant t_0

$$q = A e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$q_i = A e^{\frac{-t}{9,0 \times 10^{-3}}}$$

$$0,36 = A$$

Donc $A = q_i$

Dans cette production, il est signalé « à l'instant t_0 ». On suppose donc que ces élèves prennent la valeur $t = 0$, même si cela n'est pas explicite dans ce qu'ils écrivent. On voit que l'exponentielle « disparaît » en trouvant la valeur de $A = 0,36$ (coulombs) ce qui représente aussi la charge initiale (q_i) trouvée auparavant.

Le fait de trouver que le paramètre A est égal à la charge initiale provoque la confusion chez ces élèves, qui demandent donc l'aide de P (intervention 5 sur 5). Voici un dialogue à ce sujet :

E5 : Madame...on a trouvé l'ED... [$q = -RCq'(t)$]

P : oui

*E5 : on a la solution... [$q = Ae^{\frac{-t}{RC}}$] (**q effacé dans la réponse finale et remplacé par U_C ci-dessus**)*

P : d'accord

*E5: avec la condition initiale on a trouvé la valeur de A et on a trouvé $A = q_i$ (**charge initiale**) qui est trop embêtant parce que d'un coup ça fait $A = q_i$,(donc) $q = q_i$ exponentielle $(-t/RC)$... (**validation de leur réponse**)*

*P : votre ED, elle est en q ou en ...ah, oui ! elle est en q ...attention quand...hum...la solution proposée elle est proposée pour U_C parce qu'on vous dit qu'on cherchait à établir un modèle de la tension et quand on vous proposait le $Ae^{(-t/RC)}$ c'est pour la tension, on doit avoir une...(**sonnerie - fin de la séance**) en fait...c'est pas dramatique, hein ? parce que la charge et la tension ne diffèrent que par une constante...(-)-*

Le fait de trouver que la valeur de A est égale à la charge initiale remet en question la démarche suivie par ce binôme. L'intervention de P met en relief que l'ED différentielle proposée par le binôme est en fonction de q , et non de U_C comme demandé. P dit aux élèves comment transformer l'une en l'autre :

P : Si tu veux, cela n'a pas vraiment d'importance si tu veux...si cette fonction est solution de ton ED en q , à ce moment-là, cette fonction avec un autre...appelle le B par exemple, --- elle est aussi solution de ton ED avec U_C -- parce que U_C et q ne diffèrent pas que par une constante, tu peux bien dire « oui, j'ai montré, un peu (inaudible, on pense qu'il veut dire « indirectement »), j'établis une ED entre q' et q et j'ai montré que les solutions de l'ED sont du type $Ae^{(-t/RC)}$ donc je --- pour revenir à --- que -- est de par rapport à ---- la forme $Be^{(-t/RC)}$ » et là tu détermines B

*E6 : Par contre, là (**la tâche A**) il est pour déterminer A (**l'élève n'arrive pas à voir la relation entre A et B, il faut donc suivre la même démarche**)*

P : Oui

E6 : Pour déterminer A, on trouve comment ?

P : Justement, ---si tu as les tensions, ... tu vas avoir moins de problème parce que ...

E : ---

P : à $t = 0$, au moment où tu vas appliquer ...la...(P sollicite l'expression de la condition initiale pour U_C)

E5 : -simplifie, on a 2000 volts

P : voilà, tu vois ? si tu justifies le ...

E5 : Ouais, ouais

P : Tu n'a pas besoin de déterminer...le...

E5 : ---ce que j'aimerais comprendre là, comment on fait pour passer de ça à une forme en termes de U_C (E5 parle de l'ED en B)...P dit comment faire le changement de variable dans l'ED

P : au niveau de l'ED, tu veux dire ?

E5 : --là, là

P : là, tu remplaces par ...pour tout ce que tu as en q tu remplaces par U_C , donc tu vas avoir $C U_C = -RC (C U_C')$

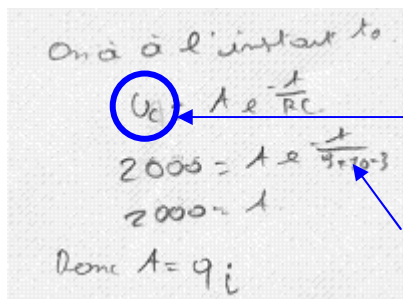
Nous voyons que lors de cette intervention, P explique à ces élèves comment passer de l'ED $q = -RCq'(t)$ à $U_C = -RCU_C'$ (ED attendue) finalement donnée comme réponse à la tâche B. On voit aussi dans cette intervention de P qu'il guide les élèves dans l'établissement de la nouvelle condition initiale mais cette fois pour la tension aux bornes du condensateur.

P : en fait Mathieu (E5) a vu que à $t = 0$

E5 : 2000 volts... OK ...donc $2000 = A$, (ils semblent substituer rapidement dans ce qu'ils avaient déjà écrit)

E6 : A $t = 0$...ah donc, voilà (il écrit la réponse sur la feuille)

La réponse donnée est :



D'abord, ils ont écrit « q », ils modifient en « U_C » (cf raisons plus haut)

Ici « t » n'est pas remplacé par zéro mais ils font disparaître l'exponentielle (égale à 1 ?)

On observe que les deux réponses semblent exister ($A = 2000$ et $A = q_i$), et que BI.3 n'établit pas la fonction solution particulière à l'ED proposée. Il nous semble que les traces écrites étaient modifiées de manière si rapide que ces élèves n'ont pas regardé la cohérence entre la réponse et ce qui était demandé dans la consigne de la tâche C.

Conclusion sur le binôme BI.3

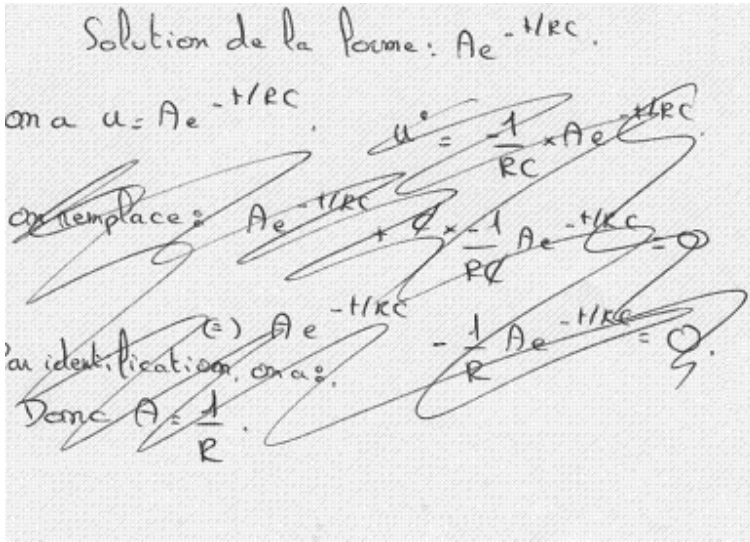
Le travail de ce binôme a toujours été très dirigé par P dans presque toutes les tâches à effectuer. Une validation constante pour chaque étape réalisée est très importante pour ce binôme, ce qui démontre la faible connaissance de ces élèves à propos de ce qui était demandé. Par rapport en particulier à cette tâche, on observe que BI.3 modifie l'ED grâce à un retour obtenu de cette tâche, mais aidés par P. P explique aussi plus ou moins le cheminement à faire pour la phase 1 (vérification d'une fonction solution) et finalement, bien que leur première réponse soit correcte dans l'établissement d'une ED en $q(t)$, les élèves demandent une fois de plus l'aide de P qui les dirige donc vers la réponse attendue ($A = 2000$). Nous constatons l'incohérence de la réponse écrite à cette tâche. Cela peut se comprendre, car ces élèves travaillent sous le guidage constant de P pour les étapes à réaliser.

Le cas de BIII.2

La réponse fournie par ce binôme à la tâche A doit être analysée en plusieurs étapes. Au départ de cette tâche, l'ED est établie pour la charge q du condensateur, elle est de la forme $\frac{q}{RC} + \dot{q} = 0$. En lisant la consigne de la tâche C, ces élèves s'aperçoivent qu'il faut établir l'ED de la tension aux bornes du condensateur et ils décident de modifier cette première ED, mais une erreur au moment de passer le terme q/RC en termes de U se produit, l'ED finale est donc de la forme $U + C\dot{U} = 0$ (non correcte) au lieu de $U + RC\dot{U} = 0$.

Avec une ED non recevable démarre donc la résolution de la tâche C, et en particulier la vérification qu'une fonction est solution de cette ED ($U + C\dot{U} = 0$).

Cette vérification permet aux élèves de se rendre compte qu'il y a une erreur car pour que l'égalité se confirme, il faudrait que $A = 1/R$. Voici donc la production de ce binôme à ce propos :



Solution de la forme : $Ae^{\frac{-t}{RC}}$

On a $u = Ae^{\frac{-t}{RC}}$ $\dot{u} = \frac{-1}{RC} \times Ae^{\frac{-t}{RC}}$

On remplace :

$$Ae^{\frac{-t}{RC}} + C \times \frac{-1}{RC} Ae^{\frac{-t}{RC}} = 0$$

$$\Leftrightarrow Ae^{\frac{-t}{RC}} - \frac{1}{R} Ae^{\frac{-t}{RC}} = 0$$

Par identification on a :

$$\text{Donc } A = \frac{1}{R}$$

Voici le dialogue entre ces élèves par rapport à cette résolution, qui finalement est effacée :

E13 : plus --- RC ---- c'est zéro ? moins (murmures) donc il va...A égale quoi ?

E14 : Un sur R

E13 : Tu es sûr ?

E14 : Un sur R, si, un sur R (confirmation)

E13 : (il doute) normalement, on trouve...(par effets du contrat il ne reconnaît pas cette expression)

E14 : Ouais mais, si on regarde bien...l'équation différentielle...(il indique qu'il a suivi la forme de l'ED proposée)

E13 : comme ça ? un sur R ?...(il hésite encore sur cette valeur pour A, inhabituelle d'après ce qu'ils ont vu en classe de Physique)

E14 : Ouais

Finalement, cela aurait pu être l'occasion de repérer une fois de plus une rétroaction de la tâche C sur une ED non recevable en B (erreur de manipulation de relations) mais pourtant les élèves (en particulier E14) semblent plutôt se rappeler ce qu'ils avaient vu en classe (copie de notes du cours ?)

E14 : Ah, oui ! je me souviens ? à $t = 0$, $u = E$ donc $A = E$ ouais, merde, je suis planté !

(il efface toute la réponse donnée en C, montrée ci-dessus)

E14 : (il écrit) pour une décharge on a $t = 0$ $u = E$... ouais, donc $A = E$ l'exponentielle de $t = 0$ est égale à A ...donc... $A = E$ c'est bon ! A exponentielle moins t sur RC égale A , égale E , voilà (deuxième réponse de BIII.2 à cette tâche, voir plus bas)

E13 : Non, c'est bon, c'est bon...-cet élève au début est étonnée de ce qu'il dit, puis il accepte)

E14 : comment ça c'est sorti ? (la valeur de $A = E$) quand tu mets u point ça fait RC alors...(modification de l'ED de la forme $U + C\dot{U} = 0$ à $U + RC\dot{U} = 0$).

E13 : Ouais, on passe à la suite ?

La réponse finalement fournie par ce binôme est donc :

Solution de la forme: $Ae^{-t/RC}$. on a donc: $u + RC\dot{u} = 0$ (équ. d. l'ED).

on a $u = Ae^{-t/RC}$.

on remplace: $Ae^{-t/RC} + RC \times \frac{-1}{RC} \times Ae^{-t/RC} = 0$

au identification, on a: $Ae^{-t/RC} - \frac{1}{R} Ae^{-t/RC} = 0$

Donc $A = \frac{1}{R}$.

Donc $A = E$ car $e^{0/RC} = 1 (e^0)$.

On a donc $u = Ee^{-t/RC}$.

Il est important de signaler que ce binôme montre comment l'application correcte d'une technique de la Physique sur la vérification de la solution d'une ED aurait été une bonne opportunité pour repérer l'erreur commise en B. Par contre, l'élève E14 fait plutôt appel à leur mémoire des connaissances physiques apprises, ou plutôt à des techniques enseignées pour résoudre ce type de sous-tâche. Finalement, car ils effacent la vérification montrée ici, ils ne reviennent pas à cette tâche pour vérifier la fonction solution de l'ED modifiée. L'établissement de la condition initiale n'a plus aucun rapport avec la situation, et cela nous amène donc à ne pas considérer cette réponse comme recevable.

Conclusion sur le binôme BIII.2

Aucun commentaire n'a été repéré sur ce que signifie la valeur de E dans la condition initiale ni sur des valeurs possibles qu'elle peut prendre. Il n'y a pas non plus de détails sur la manière dont l'égalité $A = E$ a été obtenue. Nous croyons que ce binôme travaille plus ou moins bien la partie mathématique de ce type de tâche, mais qu'il ne garde presque aucune relation ni avec le domaine physique ni avec la situation à modéliser.

Conclusion sur les binômes du groupe II (rétroaction B ← phase 3 de C)

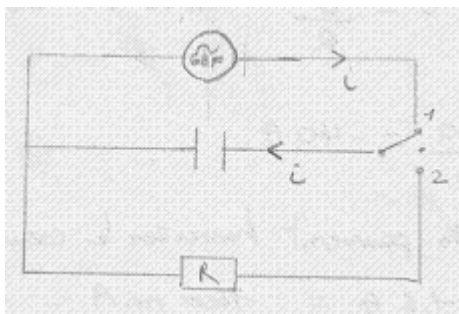
La réalisation de la phase 3 (trouver la valeur de A) permet aux deux binômes qui appartiennent à ce groupe, de se rendre compte que l'ED établie et donnée comme réponse en B n'était pas celle attendue. Le binôme BI.3 s'aperçoit qu'il faut écrire une ED pour la tension aux bornes du condensateur au lieu de la charge du condensateur. Le binôme BIII.2 se rend compte que l'ED était incorrecte, car ils trouvent $A = 1/R$, or cela n'est pas le type de réponse habituellement obtenu en classe (contrat didactique). Finalement, cette phase 3 permet à ces élèves de revenir à leur ED établie et de la modifier sous la forme de l'ED que nous attendons.

iii Groupe III (pas de rétroactions observées)

Les binômes qui partent d'une ED recevable (BIII.1, BIV.1, BIV.2 et BIV.3)

Le cas de BIII.1

Prenons comme point de départ les réponses de ce binôme aux tâches A et B :



Le circuit électrique (classé A3–non recevable) proposé par ce binôme à cause de la présence du générateur GBF.

Lors de l'établissement de l'ED ce binôme établit qu'« il s'agit d'une décharge, donc $E = 0$ ».

L'équation différentielle établie dans la tâche B est :

$$U + RC\dot{U} = 0$$

(ED attendue d'après notre analyse a priori)

La sous-tâche de vérifier si la solution donnée dans la consigne de la tâche est ou non solution de l'ED $U + RC\dot{U} = 0$ n'est pas réalisée par ce binôme, du moins dans leurs traces écrites mais en écoutant leur conversation, il nous semble que ces élèves ont considéré devoir mettre en place la technique de Physique mais qu'ils ne sont pas sûrs de la démarche. Ils décident donc de passer à la phase 2.

E11 : « montrer que la solution de cette équation différentielle est de la forme $Ae^{-t/RC}$ » (lecture de la tâche C)

E12 : Une solution, merde !, toujours il y a des contrôles partout ..

E11 : --attends, c'est pas U ? (la fonction donnée est U ? ou il faut trouver la valeur de U... ?)

E12 : Hum

E11 : C'est pas U du condensateur égale à (?) à $t = 0$... ? (il précise donc pour U du condensateur égale au temps $t = 0$)

E12 : U à $t = 0$? (il hésite)

E11 : Il faut montrer un truc ? (il repère qu'il fallait vérifier si la fonction était une solution ou pas)

E12 : Quoi ?

E11 : Parce que A exponentielle de moins t sur RC (écriture de réponse), qu'est-ce que tu veux ? il faut passer de là à là toute de suite non ?

E12 : Ah, ouais ...

E11 : Il faut que ...à $t = 0$ il faut un truc là ...et le U c'est...(il essaie de se rappeler l'établissement de la condition initiale)

(entre cette phrase et la suivante, on entend des murmures entre ces élèves pour la résolution de la phase 1, pas de traces écrites, pendant que E12 essaie de partir sur cette voie, E11 souligne qu'il faut établir une condition initiale et il essaie de se rappeler comment faire)

E12 : Et le point ? le point il doit sortir non ? (la dérivée ne doit plus apparaître, mais il ne savent pas comment) une simple forme ? c'est pas ça ?

E11 : Attends, U c'est égal à quoi ? c'est pas ...

E12 : Si on s'arrête à ça, on peut faire le D (la tâche suivante)

Dans cette étape, ils décident donc d'abandonner la vérification de la solution et décident de se centrer sur cette sous-tâche (phase 2).

E11 : Attends, attends, on décharge et plus on est sur t sur RC, -u égale à exponentielle de moins t sur RC mais A c'est l'exponentielle qui diminue avec le temps et donc ça fait $A = E$, c'est bon, c'est bon...(étude qualitative de la fonction solution donnée, technique apprise en classe de Mathématiques)

E12 : On peut pas dire comme ça...

E11 : je crois que c'est la solution- de l'équation différentielle

E12 : Attends, il faut que je me souviens d'un truc ...est-ce qu'il y avait un truc où c'était égal...(ils continuent à faire des efforts pour se rappeler la relation)

(ils murmurent mais on observe ici un blocage par rapport à cette tâche)

E12 : --- la fibrillation ventriculaire c'est quand --- et ---, c'est n'importe quoi ! (rires) (retour à l'énoncé mais pour mettre en question leur RMS de la situation, ils retournent très rapidement à ce qu'ils faisaient)

E11 : Laisse ! (rires)

E12 : Ça fait zéro (rires) (comme établi en B, $E = 0$ mais si $A = E$ donc $A = 0$)

E11 : (ils renoncent à l'idée que $A = 0$) c'est logique ! (rires) bon, tout ça pour te dire que ce truc égale exponentielle de moins t sur RC (finalement ils décident de laisser la valeur de E indéterminée car ils n'arrivent à préciser la signification dans le modèle ni la valeur prise pour le cas étudié)

E12 : Ouais, laisse tomber..

E11 : Eh, attends, ..à $t = 0$ et exponentielle de zéro ça fait combien ? (voir réponse écrite)

E12 : 1 (un)

E11 : A $t = 0$, ça fait $U = E$ et ... (par l'étude qualitative de la fonction esquissée plus haut)

E12 : Ouais...

E11 : (rires) plus ce truc (la solution donnée) U égale exponentielle moins t ...exponentielle (écriture de la réponse en C, ils semblent écrire sans vraiment comprendre ce qu'ils font ni pourquoi)

E12 : Avec ---

E11 : On va rester tous seuls (car les autres binômes de cette partie ont fini) on va finir --- (rires)

E12 : Réfléchissons, c'est pas là qu'on bloque...putain ! la D...(la tâche suivante)

Finalement, ces élèves n'arrivent à comprendre aucune des trois phases pour réaliser la tâche C. Sur la réponse observée dans la production écrite, il faut juste dire qu'elle cherche à ressembler à une réponse que E12 essaie tout le temps de se rappeler mais qu'évidemment ils ne comprennent pas du tout. Le recours à leur mémoire, à ce qu'ils ont appris en classe, et aussi aux techniques de la classe de Mathématiques pour étudier le comportement de la fonction solution quand $t = 0$, montre l'indétermination du paramètre E . Celui-ci correspond au fait que ces élèves n'associent pas pour cette tâche le symbole E à une tension aux bornes du condensateur (qui devrait être totalement chargé à $t = 0$ dans le circuit de décharge), et que cette tension est égale à 2000 volts.

Pour l'établissement de la condition initiale, le binôme propose la réponse :

On a $U = A e^{-\frac{t}{RC}}$, à $t=0$ $U = A e^{-\frac{0}{RC}} = A$
 or à $t=0$ $U = E$
 donc $A = E$
 on a donc $U = E e^{-\frac{t}{RC}}$

Extrait de la réponse de BIII.1 à la tâche C (phase 2 et phase 3)

Finalement, même si cette réponse est proche de celle attendue, les enregistrements audio nous permettent de constater qu'il n'y a pas de compréhension de symboles en termes

physiques, puis de la situation réelle, qui permettent à ces élèves de mieux préciser leur réponse, raison pour laquelle nous considérons cette réponse comme non recevable.

Conclusion sur le binôme BIII.1

Ces élèves montrent comment une configuration qui semble très proche de celle attendue et une équation différentielle recevable et attendue ne garantissent pas la réussite de la tâche C. Un modèle pseudo-concret faible de la situation ne leur permet pas de mettre en question la RMS, ce qui éventuellement leur aurait permis de s'interroger sur le rôle de ce paramètre E dans leur modélisation. Une fois de plus, une RMS adéquate aurait permis à ces élèves de ne pas perdre de vue l'objectif de cette activité, ce qui n'est pas le cas de ce binôme.

Le cas de BIV.1

Ces élèves partent d'une ED attendue de la forme $\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{RC}$.

Pour la résolution de la phase 1 de C, ces élèves ne semblent pas avoir de problèmes pour réaliser la tâche. D'abord, ils repèrent le cheminement à suivre pour aborder la tâche, mais ils ont besoin de la validation de O dans cette étape. L'observateur O intervient dans cette partie, mais indirectement :

E20 : Il faut démontrer, on remplace...oh là, là, là

O : Tout ça c'est la solution (il parle de $Ae^{-t/RC}$)

E21 : La solution est de la forme $Ae^{-t/RC}$...il faut remplacer ?

O : Hum (il affirme)

E20 : On remplace u_C par ça ? (ça = $Ae^{-t/RC}$)

O : oui, en fait cette fonction est ..(O est interrompu)

E21 : On dérive et on remplace par u_C

E20 : Voilà, et on va voir que ça marchera...

Après avoir clarifié ce qu'il faut faire, les élèves répondent de la façon suivante :

on a $u_c = A e^{-\frac{t}{RC}}$ on dérive $A e^{-\frac{t}{RC}}$

$$\left(A e^{-\frac{t}{RC}}\right)' = -\frac{1}{RC} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

dans l'expression $u_c + R \cdot i_c$, $\frac{du_c}{dt} = 0$

$$\Leftrightarrow A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + R \cdot i_c \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

$$\Leftrightarrow A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

Réponse de BIV.1 à la tâche C (phase 1)

Ils concluent finalement que :

Donc $A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ est bien solution de l'équation différentielle.

Pour la phase 2, établir la condition initiale et trouver la valeur de A ne se révèlent pas faciles à réaliser.

D'abord, les élèves proposent que :

D'après les conditions initiales, on a.

- $u_c = u_{\max} = 2000 \text{ V}$ (d'après texte)
- à $t=0$
- $R = 50 \text{ } \Omega$
- $C = ?$

$$u_{c0} = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{u_c}{e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Première réponse de BIV.1 à la tâche C (phase 2)

On observe que ces élèves ont modifié la première réponse, suite à l'aide de P qui intervient sans être appelée par ces élèves (qui ne considèrent donc pas qu'ils rencontraient des difficultés pour le faire). Voici la conversation entre eux :

(à propos de la détermination de la valeur de A)

E20 : ...patient... 2000 volts (il semble lire), voilà ! (ils établissent la condition initiale attendue mais ils ne s'en aperçoivent même pas)

E21 : Qu'est-ce qu'il fait d'autre ? il faut u_R ...

E20 : La résistance c'est ...hum 50 ohms (ils font une liste de grandeurs qui apparaissent dans l'énoncé plutôt que de réfléchir à une condition initiale pertinente pour leur problème : trouver A)

E21 : D'accord

(...)

E20 : C'est marqué toutes les conditions initiales ? (ils n'ont pas conscience du fait qu'il suffit d'une seule pour préciser A)

E21 : La résistance...

E20 : Elle monte encore...

E21 : La capacité, c'est quoi déjà...la capacité avec ça....(on n' a pas la capacité directement dans l'énoncé, il note $C = !$)

E20 : $q = u$ fois C (rappel de la relation où C intervient)

(P intervient sans être appelée par les élèves)

P : qu'est-ce que vous cherchez ?

E20 : On a déjà la tension à $t = 0$, la tension maximale...

E21 : La résistance...

E20 : Le condensateur qui fait 2000 volts sur la ---, la résistance...

E21 : Dans l'équation différentielle il y a t pour ...

P : Ah, oui ? et en fait, qu'es-ce que vous cherchez ? (P essaie de les aider)

E20 : La A

E21 : La constante

P : comment vous trouvez A ?

(toux)

E20 : En remplaçant, hein en mettant le ---

P : non, mais...vous cherchez quoi je répète ?

E21 : La constante A

P : la constante A? et qu'est-ce que vous avez écrit là?

E20 : u_C de 2000 volts égale zéro...(condition initiale nécessaire, P essaie de souligner que c'est la condition initiale à établir)

P : donc, regardez !

E20 : attends...

E21 : ah oui, on est bêtes (finalement, ils se rendent compte)

P : vous avez des conditions..

E20 : Est-ce qu'on t'a demandé pour ça ? (il s'interroge sur la pertinence de connaître les autres valeurs de R ou C, il se tourne vers E21)

P : là, on a u_C à $t = 0$! (les élèves murmurent entre eux) il n'y a pas besoin de le faire sous cette forme-là (sur la feuille ils écrivent $A = \frac{u_C}{e^{-t/RC}}$, barré)

E20 : non, mais c'est sympa (sarcastique)

P : Disons qu'en classe on l'a fait un certain nombre de fois, hein ? (mécontente, car par contrat, ils auraient bien dû l'apprendre)

P : (qui leur explique la démarche de remplacer par $t = 0$) il ne faut pas effacer ($u_{C_0} = Ae^{-t/RC}$, il demande juste de substituer t par zéro), tu écris $\left[u_{C_0} = Ae^{-0/RC} \right]$ u_C de zéro égale ...

E20 : Mais ça se fait à $t = 0$ du coup

P : non, non ...laisse ton ...laisse ton expression

E21 : Tu marques entre parenthèses zéro...

P : u_C zéro à $t = 0$ égale...

E21 : égale A...

P : à puissance e à 0 égale ... (il leur demande)

E20 : 1

Finalement, ils écrivent la réponse finale ($A = 2000$) attendue, mais après avoir été « guidés » par P:

D'après les conditions initiales, on a.

$$u_C = u_{\max} = 2000 \text{ V (d'après l'exercice)}$$

$$\text{à } t=0$$

$$u_C = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\text{à } t=0 \quad u_C(0) = A$$

$$\Rightarrow A = u_{C \max} = 2000 \text{ V}$$

A est en Volts.

Réponse complète de C (phase 2) par BIV.1

Conclusion sur le binôme BIV.1

Pour la résolution de la tâche C, nous pouvons faire deux constats :

- vérification de la solution : ces élèves connaissent bien la technique apprise en Physique, mais ils ont eu besoin d'une validation par l'observateur (O) pour la mettre en œuvre.
- la résolution de la phase 2 de cette tâche présente des difficultés pour ces élèves, car la reconnaissance de la condition initiale à utiliser n'a pas été si évidente pour eux malgré l'établissement de celle-ci tout au début. C'est P qui doit intervenir pour les aider, mais étant donné que les élèves n'avaient pas clairement en vue la démarche à suivre pour trouver la valeur de A, c'est P qui finit par tout leur dire pour finalement leur permettre d'arriver à la réponse attendue.

Le cas de BIV.2

Ce binôme prend comme départ une ED recevable et attendue de la forme $0 = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$ ou $\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{RC}$ (les deux expressions ont été proposées par eux en B).

Pour la vérification de la solution, ils semblent partir plutôt de l'ED $0 = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$ pour dire que :

$$\begin{aligned} u_C &= Ae^{-t/RC} \\ \frac{du_C}{dt} &= \frac{A}{RC} e^{-t/RC} \\ Ae^{-t/RC} + RC \cdot \frac{A}{RC} e^{-t/RC} &= 0 \end{aligned}$$

Première réponse à la phase 1 de la tâche C par BIV.2

Il faut noter leur erreur au moment de calculer la dérivée de u_C , erreur qui est repérée par E22 mais corrigée grâce à l'élève E23 :

E23 : non, c'est pas possible qu'il soit égal à moins ...(ils ont vu comme possible que $Ae^{-t/RC} = -Ae^{-t/RC}$ de leur dernière expression)

E22 : si, si, parce que l'exponentielle est égale à zéro...(erreur car la fonction exponentielle n'est pas jamais égale à zéro)

E23 : non, non ...(pas très convaincue)

E22 : si, si, parce que quand tu vas à dériver tu auras un moins...ah, non ! (il essaie d'expliquer la présence du signe moins et il repère donc l'erreur commise lors du calcul de la dérivée) la dérivée c'est ça !

E23 : ça fait un sur RC la dérivée...

E22: on trouve pas (l'erreur exacte dans la dérivée)

E23 : moins ...(il introduit le signe moins qui manquait)

E22 : c'est ça, c'est ça, là, là, (erreur dans le signe + qui apparaît dans la dernière expression) Pierre, la dérivée c'est ça ! s'est ça que j'ai fait, tu enlèves ça (le signe plus) et la dérivée est moins (ils introduisent le moins dans la dérivée mais aussi dans la dernière expression écrite)

La réponse finale pour cette tâche est donc :

$$u_c = A e^{-t/RC}$$

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{A}{RC} e^{-t/RC}$$

$$A e^{-t/RC} - RC \cdot \frac{A}{RC} e^{-t/RC} = 0$$

Avant de conclure cette tâche, ils demandent l'intervention de P pour confirmer finalement ou non la vérification demandée :

P: ton équation (différentielle), elle est vérifiée ou pas ?

E23 : disons que quand tu passes de l'autre côté, tu as la même chose de l'autre côté...

P : il faut la vérifier, qu'elle soit t

E22 : ah oui ! OK donc, bah oui ! « t » donc on a bien...

Donc, la conclusion est :

$$A e^{-t/RC} - A e^{-t/RC} = 0$$

donc équation vérifiée $\forall t$
 donc $A e^{-t/RC}$ solution de l'équation différentielle

Conclusion de BIV.2 à C (phase 1)

Dans la deuxième partie, les élèves rencontrent des difficultés similaires à BIV.1 pour reconnaître la condition initiale entre les données fournies par l'énoncé ainsi que pour mettre en place la technique pour trouver la valeur de A.

Tout d'abord, P indique qu'il faut préciser la valeur de A en établissant d'abord une condition initiale, elle suggère même la notation à utiliser :

P : il faut déterminer la constante A...A ? attends....

E22 : on prends u zéro, non ? alors pour avoir des conditions initiales..., des conditions initiales, initiales pour ce troisième choc, des conditions initiales au ... (il relit l'énoncé en cherchant des données

à utiliser pour la mise en équation) alors, j'ai eu ...nous, on a vérifié ...u c'est quoi ? 2000 volts ? (**il demande à E23**)

E23 : ouais, deux mille (2000 volts)

P : mettez u_c à $t = 0$ appelez grand U zéro (U_0) et, donc ...(**notation introduite par P**)

E23 : c'est « u » majuscule ou minuscule ? (**E23 demande le type de variables à introduire**)

P : « u » minuscule c'est pour des valeurs à chaque instant, grand U c'est une constante...il faut bien comprendre pour poser des questions, peut être pour la méthode que vous allez avoir hein ? (**P indique l'importance de bien connaître la démarche à mettre en œuvre pour faciliter la résolution de cette tâche**)

Voici leur réponse écrite jusque là:

conditions initiales: à $t=0$
 $U_0 = 2000V$
 $R = 50 \Omega$
 $u_c = A e^{-t/RC}$

Il est intéressant de remarquer la convention introduite par P dans cette classe, car on prend des lettres minuscules pour représenter les variables et des majuscules pour représenter des constantes. Cette convention n'est pas suivie par tous mais au moins on sait que P attend des élèves de cette partie IV (BIV.1, BIV.2 et BIV.3) qu'ils la suivent. On suppose que cela avait été établi auparavant en classe.

Ces élèves introduisent aussi des données telles que la résistance, et lorsqu'ils essaient d'introduire la capacité C (qui n'est pas donnée dans l'énoncé, et R et C sont effacés de leur réponse). P intervient pour les guider (comme pour BIV.1) :

P : je vous dis...vous utilisiez quoi ?

E22 : l'équation différentielle

P : il faudra peut-être écrire quelque part, à t égale quelque chose ...voilà, donc...(**il induit la réponse attendue, l'écriture de la condition initiale**)

E23 : à $t = 0$...

P : voilà, donc...portez sur l'équation...

E22 : (rires) ah si ...(...) ça (U_0) c'est A égale à « 2000 »

E23: « 2000 »

E22 : 2000

E23 : c'est quoi comme unité ? (du paramètre A, ici l'importance des unités en classe de Physique)

E22 : j'en sais rien...on s'en fout

E23 : c'est quoi comme unité ?c'est la question D...(il semble demander à d' autres élèves, peut-être à BIV.3)

P : tu dis quoi, Pierre ?

E23 : de A...(il répond à BIV.3 -ou à P ?)

E22: de A...(il répète)

P : si tu l'as identifié, tu sais quelle est l'unité...Pierre

E22 : c'est de... hum (rires)

E23 : c'est des volts ...

E22: de volts, ---un temps ? allez volts ...(sans réfléchir beaucoup à ce sujet)

P : la valeur numérique est vraiment fausse. Ça,on l'appelle U zéro (U_0) à $t = 0$, u zéro à t égale à

E22 : deux mille ou ...(elle doute)

P : peu importe, portez grand A dans l'équation, on met pas « 2000 », on met U zéro (U_0)! (P demande de ne pas travailler avec des valeurs numériques mais plutôt avec des symboles même pour les constantes)

E22: ça c'est un truc --, je vais réécrire ...(rires) voilà, bon, hein .. (il écrit finalement la réponse fournie pour cette tâche)

Voici la réponse finale:

Handwritten mathematical derivation showing the determination of constant A from initial conditions:

$$\begin{aligned} \text{conditions initiales: à } t=0 \\ U_0 &= 2000 \text{ V} \\ R &= 50 \Omega \\ u_c &= A e^{-t/RC} \\ \text{à } t=0 \quad \cancel{2000} &= A e^{0/RC} \\ \boxed{A = 2000 \text{ V}} \quad A &= U_0 \end{aligned}$$

Réponse de BIV.2 à la tâche C

Conclusion sur le binôme BIV.2

Ce binôme rencontre des problèmes pour la vérification de la solution dans le domaine mathématique (calcul de la dérivée) mais on observe une certaine influence du contrat didactique car ils savent que la vérification les amènera à une égalité « correcte » (du type $A = A$). Et ils cherchent donc effectivement une erreur dans leur démarche. Il est important de souligner comment ces élèves repèrent et modifient leur travail en complète autonomie, même si à la fin l'intervention de P les aide à conclure pour cette première partie.

Quant à l'établissement de la condition initiale puis de la valeur de A, ces élèves ne font pas grand chose par eux-mêmes. C'est en réalité P qui intervient, en décidant même la notation à utiliser pour la condition initiale et en suivant une « convention » introduite dans cette classe de Physique. P invalide la résolution de ce binôme, qui utilise des valeurs numériques précises pour passer à l'utilisation de la notation suggérée par P dès le début. Malgré la réussite par les élèves à cette tâche, on ne sait pas vraiment si les élèves ont compris la logique de la démarche entreprise.

Le cas de BIV.3

Ce binôme prend comme point de départ l'ED $\frac{dU_c}{dt} = -U_c \times \frac{1}{RC}$ pour la tâche C. Il faut souligner comment ce binôme met en place la technique apprise en classe de mathématiques (comme BI.1 le fait aussi) pour établir (et non vérifier) la forme générale des solutions pour une ED de la forme $y' = ay$.

Voici la rédaction de leur réponse :

L'équation est de la forme $y' = ay$.
 d'où $y = C e^{at}$
 Donc $\frac{dU_c}{dt} = -\frac{1}{RC} \times U_c$.
 et $U_c = A e^{-\frac{t}{RC}}$.

Réponse de BIV.3 à la tâche C (phase 1)

Le binôme ne rencontre pas non plus de difficultés particulières dans l'établissement de la condition initiale, et arrive donc à la réponse attendue.

$$\begin{aligned}
 A \quad t=0 : U_c &= 2000 \\
 \text{d'où} \quad 2000 &= A e^{-\frac{0}{\tau}} \\
 \Leftrightarrow 2000 &= A .
 \end{aligned}$$

Réponse de BIV.3 à la tâche C (phase 2)

Conclusion sur le binôme BIV.3

On ne voit pas de difficulté particulière dans la résolution de ce binôme. On n'observe pas non plus d'intervention de P dans cette partie, même si c'est celle où P intervient beaucoup dans le travail des élèves. Une modification de l'ED vers celle attendue ainsi qu'une configuration du circuit classée comme recevable et attendue (modifications du circuit vers cette catégorie grâce à P, par conséquent des modifications à leur RMS), peuvent être les raisons pour lesquelles l'établissement de la condition initiale n'a posé aucun problème. Il nous semble aussi que ces élèves privilégient la technique apprise en Mathématiques, car ils n'ont pas de difficultés pour travailler dans ce domaine (du moins dans la tâche C).

Les binômes restants du groupe III (BI.2, BII.1 et BIII.3)

Le cas de BI.2

Ces élèves prennent comme point de départ une ED non recevable (la seule de ce type, d'après l'analyse de la tâche B) :

$$y' = \frac{I_0}{a} \times \left(-\frac{1}{RC}\right)$$

Ce binôme essaie de faire appel comme BI.1 à la technique apprise en classe de Mathématiques pour « résoudre » l'ED préalablement établie (en établissant la forme générale des solutions), mais à la différence de BI.1, ces élèves n'arrivent ni à mettre en relation le paramètre « a » avec « -1/CR », ni à mettre en relation cette fonction solution avec l'ED établie. C'est la raison pour laquelle nous considérons qu'ils essaient d'appliquer la technique mathématique pour résoudre une ED, mais sans succès.

Voici la réponse écrite fournie par BI.2 sur la phase 1 de la tâche C :

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ sont de la forme Ae avec A une constante

$$y' = \frac{IU}{q} \times \left(-\frac{1}{RC}\right)$$

$$y = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

Pour l'établissement de la condition initiale, ces élèves proposent la réponse suivante :

Le condensateur doit être chargé
2000 =

Nous interprétons cette réponse comme indice de ce qu'ils avaient compris : le condensateur doit être chargé (vrai) possiblement avec une tension de 2000 volts car « 2000 » est une grandeur souvent associée aux volts et donc cela doit être une tension (d'après l'énoncé). Malheureusement, ces traces écrites constituent notre seul élément pour classer cette réponse, et nous avons donc décidé de la classer comme une condition initiale non établie car ils ne l'ont pas fait de manière explicite « à $t = 0$, $U_0 = 2000$ volts ».

Une partie du dialogue entre ces élèves révèle la confusion pour comprendre la démarche et résoudre cette tâche C, et en particulier pour l'établissement de la condition initiale :

(après lecture de la consigne de la tâche C)

E3 : Qu'est-ce qu'on veut de la situation, on veut cette fonction pourquoi? (retour à l'objectif de la situation peu clair pour ce binôme, retour non réussi)

(...)

E3 : Déterminer la valeur de la constante...(relecture de C)

E4 : Il (le condensateur) doit être chargé..

E3 : Ah, oui ?

E4 : Ce sont des ohms..

E3 : Attends !

E4 : Oh, merde, ce sont des ohms (il repère dans l'énoncé l'indication de 50 ohms)

E3 : Ah, ouais ?

E4 : J'ai dit qu'ils sont des ohms... $U=RI$ une charge...

E3 : (inaudible)

E4 : q est des ohms par seconde je dis pas de bêtises, « le condensateur doit être chargé » (il écrit la réponse en C)

Conclusion sur le binôme BI.2

Ce binôme n'a pas continué la résolution des autres tâches de cette activité en raison du manque du temps, dû au fait qu'ils ont passé beaucoup de temps dans l'établissement de l'équation différentielle même si finalement ils n'ont pas réussi cette tâche.

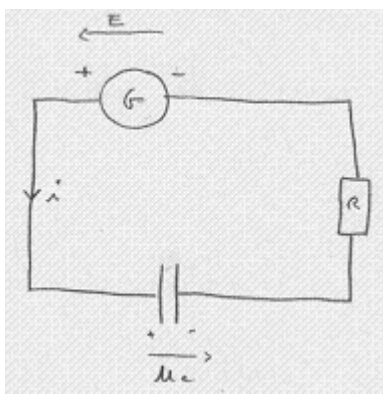
Nous considérons aussi la résolution de la tâche C comme non réussie, car les élèves n'arrivent à terminer aucune des phases de la manière attendue.

On observe de faibles connaissances de ces élèves relatives aux connaissances mathématiques et physiques, mais aussi dans la démarche de modélisation même.

Le cas de BII.1

Le circuit de départ de BII.1 est classé comme non recevable (A3), car il ne correspond pas au modèle physique de la situation à modéliser (on n'observe pas la décharge de C vers la résistance R). Dans la mise en équation de ce binôme, l'ED est presque celle attendue, mais la valeur de la tension aux bornes du générateur n'est pas zéro (dans le circuit de décharge G n'apparaît pas, donc $E = 0$). Ce fait n'est pas pris en compte par ce binôme comme la réalisation de la tâche C permet de l'observer.

D'abord, rappelons la réponse aux tâches A et B de BII.1 :



$$\Rightarrow u_c + R.C \frac{du_c}{dt} = E$$

→ équation différentielle de la charge

Ils ont noté « de la charge » au lieu de :

« de la tension aux bornes du condensateur (U_C) »

Pour la résolution de la phase 1 de la tâche C, à propos de la vérification d'une fonction solution (donnée en C) dans l'ED, ils mettent en pratique la technique apprise en classe de

Physique, mais en raison de la valeur indéterminée du paramètre A, ils arrivent à une contradiction. Voici leur réponse :

solution: $u_c = A e^{-\frac{t}{RC}} ?$

$$\frac{du_c}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{A}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

\Rightarrow on remplace :

$$A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + RC \cdot \frac{-A}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = E$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - RC \cdot \frac{A}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = E$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = E \dots \dots \dots ?$$

problème

$\rightarrow E=0 ?$

Réponse de BII.1 à la tâche C

Voici comment l'application de la technique apprise en Physique amène ces élèves à conclure (d'après leur réponse écrite) que E doit être égale à zéro, mais ils hésitent à confirmer cette affirmation et cela les conduit donc à essayer d'abord de trouver une erreur au plan mathématique dans le calcul de dérivées. Voici le dialogue entre ces élèves :

E8 : donc il reste que moins 'A'...

E7 : donc ça fait 'A'...

E8 : fois l'exponentiel de '-t'...

E7 : oui, ça va tout simplifier ... puisque là t'as 'A' moins 'A' ... $\left[A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = E \right]$

E8 : donc ça donnerait 'E=0', y a un problème...

E7 : donc (rien a voir)... ouais...

E8 : il faut dire qu'on cherche pas assez..

E7 : je sais pas s'il simplifie encore... mais je suis pas sûr qu'il...

E8 : mais on va pas trouver 'A' de toute façon...(ils semblent essayer de trouver A en même temps qu'ils vérifient la solution)

E7 : c'est pas sûr qu'il reste le 'A' là.

E8 : ben attends, quand tu dérives, euh... quand tu dérives de euh... de '2x' , ça fait bien 2? **(confirmation d'une règle de dérivation, ils pensent que l'erreur est mathématique)**

E7 : ouais

E8 : deux fois la (valeur) de x

E7 : ouais

E8 : c'est quand tu (dérives) une constante qui est multipliée euh...

E7 : et ben si c'est bon,

E8 : pourquoi?

E7 : attends... on dit que la solution de l'équation différentielle...

E8 : comment tu trouves la valeur de 'A' si ton 'E' est égal '0'?...**(cet élève au moins voulait trouver la valeur de A grâce à la technique mise en place)**

E7 : mais non, mais c'est pas un problème ça... c'est pas un problème... c'est juste que euh... c'est bon qu'on trouve ça parce que euh... il faut que euh... c'est la solution de l'équation différentielle de la forme...ça... Ouais... .. là tu réfléchis pas là, hein?

E8 : mais si je réfléchis mais euh... je vois pas... enfin, je vois pas où on s'est plantés... ..

E7 : tu crois que ça simplifie là? Tu crois que (ça va formuler) ?

E8: ben, (...?) ça deux (t'as)... c'est la même chose... t'as un moins (...?)... donc, si ouais, mais non.... (oui ça doit être) simplifié..... Donc tu reprends tout depuis le début, on va voir où est ce que t'as fait une erreur...**(il essaie de repérer l'erreur)**

E7 : donc d'abord il y avait la dérivé de (d'ohm)...

E8 : c'est 'A' fois '-1 RC'... (...?) '-T' 'RC'... ok... ok, puisque là c'est sur c'est nickel... ...

E7 : après on remplace, on a bien remplacé...

E8 : ça a dû remplacer par quoi la formule ?

E7 : ben, le RC qui (conduit à ceux) du début de la formule là.

E8 : ah ouais.

E7 : j'ai pas touché, et la dérivée je l'ai remplacé là ...

E8 : d'accord, ouais, normal... attends, ouais ouais ouais.

E7 : là t'es sûr...

E8 : si, mais ouais, je lis, attend... ça en fait... non... non parce que là ça simplifie, c'est sûr.

E7 : parce que normalement après on doit pouvoir mettre en facteur.

E8 : ben attends, posé comme cela c'est obligé que ça simplifie, mais... on a du faire une connerie

E7 : hum...

E8 : ben attends, on a remplacé, on a remplacé 'uc'... dérivée de 'uc' sur 'dt' solution...

E7 : c'est ce moins-là, qui nous embête ...

E8 : ouais...

E7 : non, attends, déjà je vais réécrire comme ça... ..

E8 : ce craquage, oh! ...

E7 : c'est un craquage... ouais, est- ce qu'on demande de...

E8 : il faut demander l'aide du prof si on passe pas, on va pas rester toute l'heure ici non plus !

E7 : ben demande-lui, dis- lui qu'on comprend pas pourquoi on en arrive là

Il faut souligner comment E8 veut réaliser la tâche C sans la diviser en sous-tâches car, lors de la vérification de la solution dans l'ED, il veut trouver la valeur de A en même temps.

L'échec de ces élèves pour trouver une erreur dans le calcul des dérivées ou autre maniement des relations dans cette tâche, finalement, les amène à faire appel à P pour essayer de repérer leur « erreur » :

E8 : monsieur, on a un problème, on est bloqué là... sur l'établissement de A euh...(E8 veut toujours établir A grâce à ce processus)

E7 : sur la résolution de l'équation différentielle.

E8 : ouais

E7 : on sait pas pourquoi on arrive à, à un truc " $E = 0$ "... regarde, regarde, parce qu'après on demande de déterminer la constante A et c'est pas possible si on a ça

P : (...?) une après.

E7 : ouais

P : est-ce que vous ne vous êtes pas trompés dans le calcul de la dérivée?

E8 : euh justement...

P : ça doit bien être là... la dérivée de ça, c'est bien ça... c'est correct.

E7 : après, après on a remplacé dans ça

P : oui... ah, (est- ce que c'est) '-t' sur 'RC' ? plus 'RC' ...

E7 : fois la dérivée qu'on a trouvé là... après le 'RC' il se simplifie... ..

P : alors, votre équation différentielle elle est correcte ici (l'ED en B semble être validée par P)

E7 : ouais.

P : il faut remonter plus haut hein, si on est, si on est absolument certain que c'est une (étape) là, il faut aller voir plus haut... ..

On observe que P se limite donc à dire que si l'erreur n'est pas dans cette tâche (et donc du domaine mathématique), qu'il faudrait aller chercher dans les autres tâches, c'est-à-dire, la mise en équation proposée en B (passage du domaine de la Physique au domaine mathématique) qui semble ici être validée par P. Cela oblige ses élèves à réfléchir surtout sur le schéma du circuit fourni en A (domaine de la Physique).

Même si la suggestion est bonne à suivre et aurait permis de remettre en question le modèle pseudo-concret de ces élèves (et donc leur représentation mentale de la situation), cela ne les amène pas à réfléchir.

Il faut dire qu'il nous semble que ces élèves partagent l'idée de vouloir trouver la valeur de A dans ce processus, sans vraiment prendre en compte qu'il fallait aborder la résolution de cette tâche en trois étapes (phases) décrites lors de l'analyse a priori.

E8 : ouais donc, c'est clair que ça doit être là-dedans...*(il assure que l'erreur doit être au plan mathématique, il ne met pas en question leur représentation mentale de la situation)*

E7 : t'as vu c'est plus 'R' (fois) plus 'C'...

E8 : on va reprendre d'ici carrément...*(il reprend dès le début de la mise en équation) loi des tensions 'U_C + U_R = E' ... normalement c'est ça... (...?) U_R = R . i' ...ok (il lit à voix basse)*

E7 : et ben c'est bon.

E8 : attends, est-ce que là c'est bon? En fait t'as fait quoi là?

E7 : (...?), la loi des tensions du début, 'U_C' il bouge pas...

E8 : ouais d'accord

E7 : ... et 'UR' c'est ce qu'on avait trouvé là.

E8 : hum ... pourtant on sait qu'il y a un problème là (tâche C)... parce que là on s'est pas plantés dans les calculs (ici ils savent qu'il n'y a pas d'erreur mathématique)

E7 : ben ouais... mais... en même temps...

E8 : attends (...?)

E7 : mais pourtant c'est ça... je ne sais pas...

(ils lisent la consigne de la tâche D et décident donc d'avancer pour y revenir plus tard, mais à la fin ils ne le feront pas)

E8 : alors c'est quoi la question suivante au pire? *(lecture de D)* " 4 % du courant administré dans le... ..." donc on va faire ça déjà...on reviendra, on reviendra à ça tout à l'heure.

L'absence de prise de conscience chez ces élèves de la nécessité de réaliser deux autres sous-tâches pour la tâche C (établissement d'une condition initiale pour trouver la valeur de A) ne leur permet pas d'accomplir de manière correcte la tâche. N'arrivant pas à repérer d'où provient le problème, et ayant perdu de vue la consigne originale de la tâche, ils décident d'avancer dans l'activité car ils sont pressés par le temps.

Conclusion de BII.1

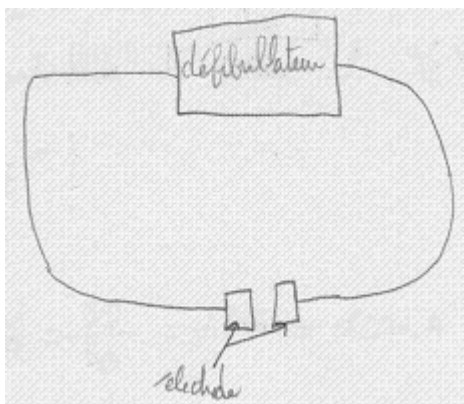
Le travail de ce binôme par rapport à la tâche C met en relief deux points importants. D'une part, il est important que les élèves aient clairement en tête la démarche à suivre pour

aborder la tâche C. La prise en compte du découpage de la tâche en trois sous-tâches est importante, car finalement ces élèves finissent par ne pas aborder les phases 2 et 3 qui semblent être des tâches indépendantes de la vérification de la solution (phase 1). D'autre part, le modèle pseudo-concret faible, construit dès le début de l'activité (observable grâce au circuit fourni en A) et qui démontre une représentation mentale de la situation éloignée de celle que nous avons envisagée comme attendue, ne permet pas à ces élèves de repérer leur erreur, malgré les rétroactions de la tâche C, et malgré les suggestions données par P à propos de la « justesse » en termes mathématiques de la résolution de B et C.

Le cas de BIII.3

Tout d'abord, il faut bien souligner que ce binôme propose une configuration « du circuit » placée totalement dans le domaine pseudo-concret, car on observe que le défibrillateur et les électrodes apparaissent mais sans aucune représentation en termes de Physique (symboles). De plus, il est important de faire remarquer l'absence d'un générateur, puis du corps humain, dans la représentation par ces élèves du fonctionnement du défibrillateur (fonctionnement de l'appareil à modéliser).

Voici le dessin fourni par ce binôme en A, puis l'ED établie en B :



$$E = Ri + u$$

$$\text{or } i = Ci = \dot{q}$$

$$E = RC\dot{u} + u \quad (1)$$

Etant donné l'absence de résistance dans le dessin et d'un générateur (donc de la tension aux bornes de celui-ci nommée E), la mise en équation met déjà en relief le manque de relation entre les symboles utilisés (R, E) et leur signification dans le domaine de la Physique. Le fait de ne pas l'avoir établi que $E = 0$ lors de la décharge du condensateur, posera problème dans la résolution de la tâche C.

Par exemple, lors de la première phase pour cette tâche -vérification d'une solution pour l'ED ici (1)- ces élèves n'arrivent pas à la mettre en œuvre de façon correcte. Voici leur réponse :

$$u = Ae^{-t/RC}$$

$$\dot{i} = -\frac{A}{RC} e^{-t/RC}$$

on remplace \dot{i} dans (1)

$$E = RC\left(-\frac{A}{RC} e^{-t/RC}\right) + u$$

$$u = Ae^{-t/RC} + E$$

Notons ici que lorsqu'ils remplacent la dérivée pour réaliser la vérification, ils ne remplacent pas la fonction u dans (1) par la solution donnée en C. C'est justement cette variable u qui sera établie en fonction de E , puis de A et t .

Ces élèves ne semblent pas assimiler que la variable u est une fonction par rapport au temps et que celle-ci doit être remplacée par la fonction fournie en C.

Pour l'expression finale à laquelle ils arrivent, $u = Ae^{\frac{-t}{RC}} + E$ et étant donné que E devait être égale à zéro, cette dernière expression à laquelle ils arrivent est équivalente à l'expression « u » de départ. Le raisonnement suivi les amène à ne rien à vérifier du tout.

BIII.1 n'aboutit pas à la mise en œuvre de la technique apprise en Physique pour la vérification de la solution. Nous avons considéré leur réponse comme incorrecte.

Pour la deuxième phase, ces élèves semblent établir la condition initiale en fonction de E et puis de la valeur de A égale à E (moins E en réalité, d'après leur réponse écrite). Ici, on observe que pour l'obtention de la valeur de A , ce binôme suppose que la variable « u » est égale à zéro ; et cela confirme donc le fait observé auparavant (lors de la résolution – phase 1) selon lequel la signification du symbole « u » n'était pas claire pour ces élèves, qui semblent traiter ce symbole en tant que fonction du temps, puis comme une valeur fixe plutôt qu'une variable, alors qu'elle justement est la fonction à préciser ($u(t)$) (la tension aux bornes du condensateur).

Voici la réponse fournie pour la tâche C (phase 2) :

$$u = Ae^{-t/RC} + E$$

$A =$ valeur de la tension max à l'instant $t=0$

à $t=0$, $u = A + E$ donc $A = -E$

ou $u=0$

Réponse de BIII.3 à la tâche C

Voici un extrait du dialogue qui accompagne cette résolution :

E15 : A est la valeur de la tension maximale à $t = 0$... (il l'écrit sur la feuille)

E16 : La charge maximale

E15 : Quoi ? Tu es sûr ?

E16 : A égale à ...attends! la valeur de la tension...(relecture de C) c'est la tension maximale...(tension au lieu de la charge d'après la consigne de C)

E15 : Voilà

E16 : A $t = 0$ égale $U=A+E$ donc $A = - E$ parce que $u = 0$, voilà...(il finit d'écrire leur réponse à la tâche C)

Ces élèves ne semblent pas remettre en question la signification de certaines variables introduites lors de la mise en équation, mais ils donnent plutôt l'impression de la réaliser grâce à ce qu'ils ont appris en classe mais et pas par une compréhension de la démarche faite. La démarche de modélisation elle-même ne semble ni suivie ni comprise par ces élèves, car les trois dernières réponses aux tâches A, B et C n'ont pas de logique interne, ni de cohérence entre elles.

Conclusion de BIII.3

BIII.3 montre comment une totale incompréhension du phénomène de départ – configuration en A non recevable - ne permet pas aux élèves d'approfondir et réaliser correctement les autres tâches, bien qu'ils semblent bien connaître la démarche à suivre au plan mathématique mais sans aucun lien avec des interprétations physiques de ce qu'ils font.

On observe aussi des erreurs au plan mathématique pour la vérification de la solution dans l'ED. On observe que le binôme ne reconnaît pas la fonction « u » comme la fonction inconnue qu'on essaie de trouver (« u » n'est pas remplacée dans la phase 1 en tant que fonction en termes de temps, et dans cette réponse ces élèves disent que $u = 0$).

Conclusion sur les binômes du groupe III

Les binômes qui appartiennent à cette catégorie rencontrent plusieurs difficultés. Il faut souligner que certains élèves (cf. BII.1) repèrent une rétroaction de la tâche C pour la réponse donnée en B, mais qu'ils n'arrivent pas à modifier la réponse initialement fournie. On a aussi des élèves qui ne s'aperçoivent même pas d'une telle rétroaction (cf. BIII.3), étant donné le modèle pseudo-concret construit par eux de la situation puis d'une configuration du circuit classée non recevable. L'importance de mettre en relation le domaine de la Physique et celui des Mathématiques prend ici de l'importance pour la prise en compte des rétroactions possibles de la tâche à d'autres tâches.

Pour conclure ce paragraphe, voici un récapitulatif des productions des élèves dans un tableau :

Analyse de réponses pour les Parties I et II.

<i>Phase/Nom</i>	<i>Description</i>	<i>Réponse</i>	<i>Partie I</i>	<i>Partie II</i>
<i>Tâche B :</i> <i>Equation différentielle (rappel)</i>	ED de U_C	<i>Recevable</i>		<u>BI.3*</u> <u>BII.2*</u>
	ED de UC (E indéfini)	<i>Non recevable</i>		<u>BII.1</u> <u>BII.2</u>
	ED de q	<i>Recevable</i>	<u>BI.1*</u> ● <u>BI.3</u>	↑ ↑
	ED incorrecte	<i>Non recevable</i>	↑ <u>BI.1</u> <u>BI.2</u>	↑ ↑
<i>1^{ère} phase</i> <i>Vérification de la solution donnée par l'ED établie</i>	Application de la technique Physique	<i>Recevable</i>		<u>BII.1</u> <u>BII.2*</u>
		<i>Non recevable</i>		
	Application de la technique Maths	<i>Recevable</i>	● <u>BI.1</u>	
		<i>Non recevable</i>	<u>BI.2</u>	
<i>2^{ème} phase</i> <i>Etablissement de la condition initiale</i>	Condition initiale :	<i>Recevable</i>		<u>BI.3*</u>
		<i>Non recevable</i>	<u>BI.1</u>	
	CI non établie		<u>BI.2</u>	<u>BII.1</u> <u>BII.2</u>
<i>3^{ème} phase</i> <i>Trouver la valeur du paramètre A</i>	Valeur de A :	<i>Recevable</i>		<u>BI.3</u>
		<i>Non recevable</i>	<u>BI.1</u>	
	Non réponse		<u>BI.2</u>	<u>BII.1</u> <u>BII.2</u>

* signifie intervention de P. Les flèches indiquent des rétroactions de cette tâche vers la tâche B.

Analyse de réponses pour les Parties III et IV.

<i>Phase/Nom</i>	<i>Description</i>	<i>Réponse</i>	<i>Partie III</i>	<i>Partie IV</i>
<i>Tâche B :</i> <i>Equation différentielle (rappel)</i>	ED de U_c	Recevable	<u>BIII.1</u> <u>BIII.2</u> <u>TIII.4</u>	<u>BIV.1</u> <u>BIV.2</u> <u>BIV.3</u>
	ED de UC (E indéfini)	No recevable	<u>BIII.3</u> ● <u>TIII.4</u>	
	ED de q	Recevable	● <u>BIII.2</u>	
	ED incorrecte	Non recevable	<u>BIII.2</u>	
<i>1^{ère} phase</i> <i>Vérification de la solution donnée par l'ED établie</i>	Application de la technique Physique	Recevable ----- Non recevable	<u>BIII.2</u> <u>TIII.4</u>	<u>BIV.1</u> <u>BIV.2</u>
	Application de la technique Maths	Recevable ----- Non recevable		<u>BIV.2</u> <u>BIV.3</u>
	Non réponse phase 1		<u>BIII.1</u> <u>BIII.2</u>	
	Condition initiale :	Recevable ----- Non recevable	<u>BIII.1</u> <u>BIII.2</u> <u>BIII.3</u>	<u>TIII.4</u> <u>BIV.1*</u> <u>BIV.2*</u> <u>BIV.3</u>
<i>2^{ème} phase</i> <i>Etablissement de la condition initiale</i>	CI non établie			<u>BIV.1</u>
	Valeur de A :	Recevable ----- Non recevable	<u>BIII.1</u> <u>BIII.2</u> <u>BIII.3</u>	<u>TIII.4</u> <u>BIV.1*</u> <u>BIV.2*</u> <u>BIV.3</u>
<i>3^{ème} phase</i> <i>Trouver la valeur du paramètre A</i>	Non réponse			<u>BIV.1</u>

* signifie intervention de P. Les flèches indiquent des rétroactions de cette tâche vers la tâche B.

iv Conclusion sur l'analyse de la tâche C

Vérification d'une fonction comme solution de l'équation différentielle (phase 1) :

- Dix binômes sur douze ont abordé cette phase :
- Sept de ces dix binômes l'ont fait grâce à l'application de la technique apprise en classe de Physique, comme nous l'attendions.
- Les trois binômes restants (sur les dix) ont décidé d'appliquer la technique apprise en Mathématiques pour proposer la forme générale des solutions, dont deux l'ont fait de manière satisfaisante. Un de ces trois binômes (BI.2) ne conclut pas correctement, et sa réponse est donc classée comme non recevable. Les deux autres ont répondu comme attendu grâce à la technique de Mathématiques.

Cette tâche a été habituellement traitée en classe de Physique et elle a été repérée dans les manuels analysés : elle est dans le contrat habituel de la classe. Parmi les difficultés rencontrées par les élèves lors de la réalisation de cette tâche, on peut citer le calcul de la dérivée d' U_C (surtout en ce qui concerne les signes), mais aussi une certaine incompréhension de la logique suivie pour déterminer si une fonction est, ou non, solution d'une ED (comme on arrive à une égalité, cela signifie que la fonction est bien une solution de l'ED).

Un résultat important à souligner par rapport à la réalisation de la phase 1 est la rétroaction observée dans cette phase sur la « justesse » de l'ED établie en B. Cinq binômes se sont aperçus de l'existence d'une erreur dans l'ED établie, dont quatre ont finalement modifié celle-ci vers l'ED attendue. La moitié de ces binômes (2 sur 5 de ces binômes appartiennent au lycée Neruda, bloc I) l'ont fait grâce à l'aide de P, qui les a guidés dans le retour au circuit de départ et même à la situation réelle. L'évolution de la RMS pour certains élèves grâce aux rétroactions de la tâche est aussi importante à faire remarquer, car cela leur a permis de mieux comprendre le phénomène à modéliser, par exemple la signification de la valeur de E comme tension aux bornes du générateur. Par ailleurs cette tâche a aussi permis de repérer des automatismes suivis par certains élèves (exemple, BIII.1) qui semblent bien appliquer des techniques apprises en classe (comme la mise en équation), mais sans vraiment se poser de questions sur la signification de la démarche mise en place, ni sur les significations des symboles utilisés.

Etablissement de la condition initiale (phase 2) :

- Neuf binômes sur douze ont essayé de traiter cette sous-tâche, dont cinq l'ont fait comme attendu.
- Parmi cinq réponses recevables et attendues, trois d'entre elles sont obtenues grâce à l'intervention directe de P. En particulier, l'intervention de P a été constante et

dirigiste pour deux binômes du bloc II - partie IV (BIV.1 et BIV.2 dans ce cas). En prenant en compte les phases antérieures, nous pouvons donc dire que seuls deux binômes (TIII.4 et BIV.3) ont donné la réponse attendue en complète autonomie.

La difficulté dans l'établissement de la condition initiale semble résider dans le fait qu'on travaille dans le domaine mathématique (mise en équation – tâche B, et vérification d'une solution d'ED – tâche C), et qu'établir cette condition requiert un retour au domaine physique (quelle est la valeur de U_C à $t = 0$?) puis au domaine pseudo-concret (quelle est la tension aux bornes du défibrillateur lorsqu'on décharge l'appareil ?). Dans les faits, on observe une sorte d'aller-retour entre le domaine des Mathématiques et le pseudo-concret en passant par la RMS construite par les élèves. Cette difficulté a été rencontrée chez les binômes dont les réponses à d'autres tâches n'étaient pas correctes ou étaient non recevables (par exemple, une configuration du circuit non recevable ou une ED erronée, ou les deux). Voici donc comme exemple le travail du trinôme TIII.4, qui en complètement autonomie propose des réponses correctes pour les trois premières tâches, mais ces réponses, plus les échanges verbaux entre les élèves permettent de valider que la RMS puis la compréhension du fonctionnement du défibrillateur, sont celles que nous avons envisagées dans notre analyse a priori, et nous pouvons donc dire que la mise en place de la démarche de modélisation est bien comprise par ces élèves.

Enfin, nous avons décidé de qualifier les réponses à cette sous-tâche où la réponse pour la valeur de A était aussi une inconnue indéterminée, et donc une valeur non connue. Par exemple, certains élèves (par exemple le binôme BIII.1) finissent par établir que $A = E$, mais puisque dans les enregistrements audio le lien n'est fait à aucun moment entre le symbole E et la tension aux bornes du générateur, et qu'il n'a pas été trouvé explicitement qu'il s'agissait de la tension initiale aux bornes du condensateur au moment de la décharge, nous avons qualifié ces réponses comme non recevables. En effet, ces élèves n'ont donc pas fait le lien avec leur modèle physique et leur réponse révèle une compréhension partielle de la situation.

Valeur du paramètre A qui apparaît dans la solution générale de l'ED (phase 3) :

- On retrouve les mêmes résultats que pour la tâche antérieure. Les élèves qui ont essayé d'établir la condition initiale sont ceux qui ont aussi essayé de trouver la valeur de A. Et les cinq binômes qui ont établi correctement la condition initiale sont arrivés à la réponse attendue ($A = 2000$).
- Les cinq binômes qui ont donné une réponse non recevable (E indéfinie, ou valeur de A incorrecte par utilisation d'une condition initiale incorrecte, par exemple $A = 0$) savent, en fait, mettre en œuvre la technique mathématique pour trouver cette valeur. Ce sont peut-être les binômes de la partie IV qui ont eu le plus de problèmes à ce sujet, mais P les a « aidés » à chercher cette valeur. La suggestion de P à ces

élèves de ne pas utiliser de valeurs numériques mais plutôt des lettres (majuscules pour indiquer des constantes), pourrait expliquer que les binômes de la partie III aient laissé E indéfini. Cependant même dans cette sous-tâche, ils ne semblent pas faire d'effort pour réfléchir sur la signification de E dans ces réponses.

On observe, grâce à l'analyse de cette tâche une convergence avec les résultats issus des recherches développées par Thibergghien et al. (2003), convergence qui avait déjà été repérée lors de l'analyse de la tâche A. Cette difficulté apparaît une fois de plus par le retour que les élèves doivent réaliser au texte de la situation (monde des objets et des événements) pour établir la condition initiale (phase 2) nécessaire pour trouver la valeur du paramètre A (phase 3). C'est la transition du monde des modèles et des théories vers celui des objets, où nous avons repéré de nombreuses difficultés chez les élèves lors de la réalisation de la tâche C.

Enfin, c'est l'établissement de la condition initiale (phase 1) qui a posé le plus de problèmes aux élèves, alors que la vérification d'une solution a été d'une grande aide pour certains élèves pour révéler des erreurs dans leur mise en équation. Parfois cela leur a même permis même de modifier la configuration du circuit (en A), grâce à l'évolution de leur RMS due à cette sous-tâche (et donc à la tâche C).

D Analyse de la tâche D

La tâche D est celle qui permet de réaliser un aller-retour entre le domaine pseudo-concret et le domaine mathématiques, car la question est formulée en termes pseudo-concrets. La consigne de la tâche est :

D) Grâce à diverses études, on sait que 4% du courant administré lors de la défibrillation traverse le cœur du patient. Préciser pour ce cas particulier, l'intensité maximale électrique reçue par le cœur du patient.

Suggestion : déduire l'expression de l'intensité, en fonction du temps, qui traverse le patient et préciser quand l'intensité mentionnée est maximale (en valeur absolue).

La consigne part du domaine pseudo-concret, car elle a recours à des termes tels que « défibrillation » et « cœur du patient » mais grâce à la suggestion, on voit bien qu'un travail mathématique (étape d'Etude Mathématique) doit être réalisé. Dans notre analyse a priori (Chapitre V), nous avons envisagé deux techniques différentes pour aborder cette tâche. Reprenons ici cette distinction. L'obtention de la fonction de l'intensité $i(t)$ grâce à :

- l'expression de l'intensité à partir de la loi des tensions : nous avons considéré que cette démarche serait un indicateur comme quoi les élèves traitent la démarche de modélisation du point de vue de la Physique.

- l'expression de l'intensité i à partir de relations $q = Cu$ et $i = dq/dt$: nous avons décidé que dans ce cas, les élèves traitent la démarche de modélisation du point de vue des Mathématiques.

Notre but est d'identifier laquelle de ces deux stratégies sera utilisée par les élèves, mais aussi de repérer si les élèves peuvent surmonter les difficultés de l'utilisation et du maniement des relations qu'ils ont pu connaître lors de la résolution de la tâche B (mise en équation).

Tout d'abord, il faut souligner que seulement neuf des douze binômes ont traité cette tâche, les trois autres s'étant arrêtés à la tâche D par manque de temps.

Nous pouvons catégoriser les réponses des élèves à la tâche D de la façon suivante :

	<i>Lycée PN Partie I</i>	<i>Lycée PN Partie II</i>	<i>Lycée SM Partie III</i>	<i>Lycée I Partie IV</i>
Stratégie 1 (Mathématiques) Réponse attendue		BII.1 ↑	BIII.3 ●	<u>BIV.1*</u> <u>BIV.2*</u> ↑ ↑
Stratégie 2 (Physique) Réponse attendue			↓	<u>BIV.3*</u> ↑
<u>Réponse non attendue #1</u> <i>Non recevable</i>	<u>BI.3</u> (I)	● ↓ <u>BII.1</u> (i)	<u>BIII.1</u> <u>BIII.2</u> , <u>BIII.3</u> <u>TIII.4</u> (i) (i) (I) (i)	<u>BIV.1</u> <u>BIV.2</u> <u>BIV.3</u> (i) (i) (i)
Pas de réponse	BI.1, BI.2	BII.2		

(*) Réponse donnée après l'intervention du professeur.

Les lettres indiquées entre parenthèses en-dessous des binômes indiquent la variable choisie pour représenter l'intensité dans leurs productions.

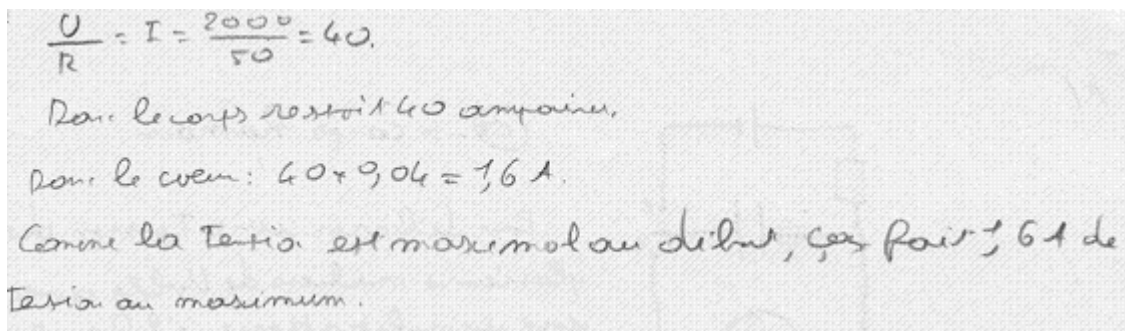
Les flèches signifient le passage entre les différentes stratégies des réponses des élèves (changement de la réponse fournie initialement).

i Les binômes qui ont répondu à la tâche D avec une réponse non recevable

Nous allons commencer l'analyse par un type de réponse non attendue, apparu chez les neuf binômes qui ont répondu à cette question et que nous ne nous attendions pas du tout à voir apparaître.

Le cas de BI.3

Le binôme BI.3 a fourni une réponse non attendue classée comme non recevable. Voici sa production écrite :



Réponse de BI.3 à la tâche D

Il semble que ce binôme utilise la loi d'Ohm ($\frac{U}{R} = I$) pour obtenir la réponse de 40 A, mais en laissant de côté que la fonction intensité change au cours du temps et n'a pas une valeur constante (ici $I=40$). D'après l'information fournie par l'énoncé, le cœur du patient en question ne reçoit que 4% de cette quantité, et les élèves calculent bien que 1,6 A est l'intensité finalement reçue. Nous voyons que la réponse est celle que nous attendions mais le processus pour y arriver n'est pas correct, on peut qualifier ce type de réponse comme non recevable.

Le caractère erroné d'une telle stratégie réside dans le fait que l'intensité n'est pas constante, et qu'elle dépend du temps. A $t = 0$ (à un temps précis) l'intensité aura une valeur déterminée, donc l'intensité maximale peut être calculée grâce à un raisonnement du type suivant :

A $t = 0$ $U_{R0} = RI_{MAX}$ car nous étudions une décharge du condensateur

Donc $\frac{U_{R0}}{R} = I_{MAX}$ mais par la loi d'additivité dans le circuit de décharge, nous savons que

$$U_C = U_R \text{ et donc } I_{MAX} = \frac{U_{C0}}{R} = \frac{2000}{50} = 40.$$

Mais nous n'avons pu repérer un tel raisonnement chez les élèves qui ont donné cette réponse, ni dans leurs productions écrites ni dans les échanges verbaux, raisons pour lesquelles nous avons décidé de qualifier leurs réponses de non recevables.

Nous avons un peu repéré une partie du dialogue de BI.3 qui fait référence à ce que l'intensité à ce point est maximale, mais on n'observe pas de réflexion sur le fait d'utiliser dans ce cas une relation telle que la loi d'Ohm. Ces commentaires portent plutôt sur le fait que le cœur du patient ne peut pas recevoir d'intensité plus forte que 1,6 mA.

Voici un extrait de leur dialogue :

(après avoir écrit les calculs de $i(t)$ pour la tâche D, ils retournent à la lecture de la suggestion)

E5 : *L'expression de l'intensité en fonction du temps, l'expression de l'intensité en fonction du temps ?!*

E6 : *Quoi ? qu'est-ce que cela voulait dire ?*

E5 : *Hum c'est une suggestion...*

E6 : *on veut savoir si l'intensité elle est plus forte au début, ou a---* *(interprétation du fait que l'intensité est en fonction du temps)*

E5 : *attends, il faut donner une réponse*

E6 : *pourquoi tu reprends la suggestion ? (la suggestion aura pu montrer aux élèves qu'il y avait une stratégie à mettre en place différente de celle utilisée par eux mais cet élève ne voit pas le besoin de refaire cette tâche)*

E5 : *parce que – l'intensité maximale et...comment ? là*

E6 : *Hum*

E5 : *comment l'intensité...*

E6 : *« l'intensité en fonction du temps (lecture) »...elle est maximum au début, et alors ?*

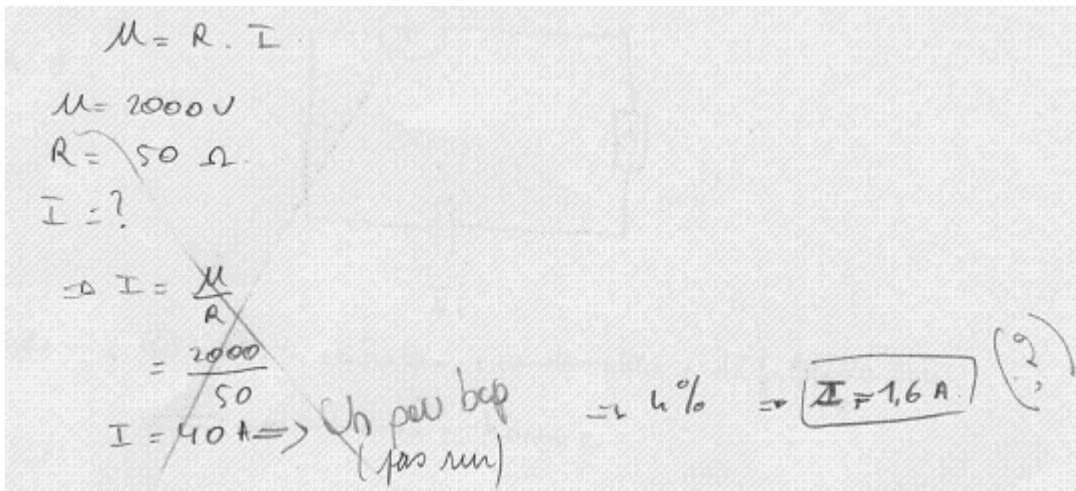
E5 : *Elle est maximale au début...*

Conclusion sur le binôme BI.3

Ce binôme paraît prendre en compte la suggestion de l'énoncé de la tâche C, mais ne pas comprendre le fait que l'intensité dépend du temps. Ces élèves semblent comprendre que celle-ci évolue et qu'elle prend une valeur maximale au début, mais rien dans la lecture de la suggestion ne les amène à penser qu'il y a d'autres stratégies à mettre en place qui sont, en fait, celles que nous attendions pour cette tâche.

Le cas de BII.1

La réponse donnée par le binôme BII.1 semble suivre la même technique de résolution que dans la production de BI.3, mais cette fois-ci nous repérons que la tâche remet en question le travail de ces élèves car elle impose des doutes sur la pertinence des valeurs trouvées, comme les phrases « un peu bcp » et « pas sûr » en témoignent. Voici la réponse de BII.1 pour cette tâche :



Réponse de BII.1 à la tâche D

Tout de suite, ces élèves utilisent la loi d'Ohm pour répondre à la question mais quand ils arrivent à la valeur de 40 A, ils disent que c'est une valeur très élevée difficile à accepter comme réponse recevable.

E7 : c'est beaucoup 40 ampères.

E8 : (il rit) ouais c'est clair! Il grille le type...

E7: attend, attend, attend, "déduire l'expression de l'intensité en fonction du temps... qui traverse le patient et préciser quand l'intensité mentionnée est maximale (en valeur absolue) " (lecture de la suggestion de la tâche D par ces élèves)

E8 : l'expression de l'intensité en fonction du temps, ben on n'a encore normalement rien, on n'a rien compris, c'est 'i = dq/dt' ça fait (...?) en fonction du temps ...

E7 :ah ouais?

E8 : ben tu fais (...?) en fonction du temps

E7 : je traverse le patient...

E8 : donc... un peu beaucoup

E7 : mais qu'est- ce que tu marques?

E8 : un peu beaucoup... donc c'est pas bon...vas-y... quoi? ... mais si c'est bon, c'est comme ça qu'il faut faire... il y a là 'dq/dt', c'est tout ce que ... c'est tout ce qu'on pense, est-ce qu'il y en a

d'autres?...(**rappel des relation qui met en relation l'intensité avec la charge grâce à la suggestion, possibilité de mettre en pratique la stratégie 1 issue des Mathématiques**)

E7 : 'q= Cu' (**rappel de la relation $q = Cu$ qui les aurait pu leur permettre d'établir $i(t)$ grâce à la relation de $u(t)$ obtenue en C, non réussi par ces élèves**)

E8 : non

E7 : si

E8 : hum... la charge du condensateur... oh puff

E7 : on la connaît même pas, la valeur de la charge.(ces élèves pensent en calculer des valeurs fixes pour la charge et non en tant que fonction du temps).

E8 : mais normalement on te la donne (**par contrat, la valeur de la charge q est donnée dans les exercices**)

E7 : ben oui

E8 : et ben c'est pas grave, on est dans le euh.. on est dans un exemple, avec un condensateur bien spécifique, quoi.

E7 : mais ils nous le donnent pas le 'C'

E8 : ben il faut que... peut-être que c'est ça non?

E7 : non, ça ne se calcule pas, normalement ils te le donnent aussi (**par contrat, la valeur de la capacité C est donnée dans les exercices**)

E8 : ah ouais?

E7 : ouais... on connaît pas la charge... ' $q = c.u$ '

E8 : partie exercice type Bac, on attend déjà ça au Bac euh... c'est moi qui le fait la (...?) (il rit)

E7 : "en déduire l'expression de l'intensité en fonction du temps ... qui traverse le patient... et préciser quand l'intensité mentionnée..." (**relecture de la suggestion**)

Autre élève (de BII.2): (l'intensité) est maximale (...?)

E8 : (il rit) tout à fait, merci, ça nous aide beaucoup (ironique) hum hum.. non mais ça ne doit pas être ça, on s'est plantés, c'est sûr...

E7 : déjà là... pour être bien, il faut rappeler l'unité...

E8 : hum...

E7 : faisons les choses bien.

E8 : tout à fait !

E7 : ben si c'est bon, moins 4 % de 40A, ça fait trop...(il relit la consigne de D)

E8 : ouais d'accord, mais c'est les 4% qui passent à travers le cœur, les 40A ils passent dans le corps, sinon... le type c'est bon, c'est (la fiesta)

E7 : ah bon? T'es sûr?

E8 : regarde, "effet du choc électrique à 60 hertz sur les êtres humains, quand il passe dans le... à travers le torse", regarde, regarde " 300mA : les contractions des muscles et du cœur sont très fortes" ... si jamais tu prends 4% de 40A, ça fait euh... (E8 valide donc le raisonnement des 4% de 40, car

cela l'amène à la partie du tableau où il précise que le cœur reprend son rythme normal, il décide donc de relire la consigne de la tâche D)

E7 : attends...

E8 : si tu prends 4% ça fait euh...

E7 : "grâce à diverses études, on sait que 4% du courant administré lors de la défibrillation, traversent les cœur des patients"

E8 : ah ouais !

E7 : "préciser pour ce cas particulier l'intensité maximale électrique reçue par le cœur du patient"

E8 : attends, peut-être, peut-être pas tort, mais je dis bien peut-être (...?), attends, 4% de 40, ça fait 0,4, ça fait 0,16...

Conclusion sur le binôme BII.1

On observe dans la réponse de ce binôme à la tâche C qu'une première réponse considérée comme une valeur trop grande, et donc une intensité dangereuse pour le corps, amène ces élèves à la lecture de la suggestion de l'énoncé. Les élèves entament alors la stratégie issue des Mathématiques mais malgré le rappel des relations à utiliser, ils n'arrivent pas à les mettre en équation où plutôt ils invalident leur démarche car ils n'ont de valeurs précises ni pour la charge, ni pour la capacité. Une deuxième lecture de la tâche D leur permet d'établir que c'est en réalité 4% du courant qui arrivent au cœur du patient. Les élèves valident leur réponse, en consultant le tableau fourni avec l'activité qui leur sert pour répondre à la question E. Ils concluent finalement selon la réponse attendue, mais suivent une stratégie non recevable pour nous.

Le cas de BIII.1

La réponse de BIII.1 appartient aussi à la catégorie des réponses non attendues. La réponse écrite par ces élèves est la suivante :

$$U = Ri \text{ d'où } i = \frac{U}{R} \text{ avec } U = 2000V \text{ et } R = 50 \Omega$$
$$i = \frac{2000}{50} = 40 A$$

On sait que 4% peuvent traverser le cœur -

$$0,4 \times 40 = 1,6 A = 1600 mA$$

Réponse de BIII.1 à la tâche D

Grâce aux enregistrements audio, nous pouvons constater que ces élèves avaient envisagé de mettre en place une des stratégies attendues, mais que finalement ils n'arrivent pas à se rappeler la technique pour établir la fonction $i(t)$ et décident de résoudre la tâche grâce à la loi d'Ohm comme nous l'observons ci-dessus. Voici un extrait du dialogue entre ces élèves qui nous permet d'établir leur démarche antérieure :

E9 : (il faut) commencer à résoudre, il n'y a pas un truc que c'est di sur dt ? ah ! la tension ...
« l'intensité maximale...due à l'expression de l'intensité au cours du temps » (**lecture de la consigne de la tâche D et de la suggestion**), l'expression de l'intensité au cours du temps ! putain, il y a un truc !

E10 : En fonction du temps

E9 : Si, si, je me souviens, il y a l'ED pour l'intensité...i égale ...

E10 : i zéro (rires)

(rires entre les élèves, ils sont les derniers qui restent présentent à ce moment là pour résoudre l'activité – partie III - et ils veulent vite finir)

E9 : Non, attends, simplement u est égal à Ri

Ah !

E9 : Et cette R va (doit) nous servir, u égale Ri, tout simplement...on a du mal ! c'est sur u ou c'est sur --- ?

Conclusion de BIII.1

Il nous semble que ces élèves essaient de se rappeler une démarche autre que celle finalement utilisée pour établir la fonction de i en fonction du temps (d'après ce que dit la suggestion), mais rapidement ils y renoncent pour appliquer la loi d'Ohm directement, même si E9 doute de la signification de R dans l'expression (quelle valeur de R prendre ?).

Le cas de BIII.2

Le binôme fournit la réponse :

Handwritten mathematical derivation:

$$u = R i \Rightarrow i = \frac{u}{R} = 40A$$

$$4\% 40A = 1,6A$$

Réponse de BIII.2 à la tâche D

Nous n'avons que peu d'éléments, dans les enregistrements audio, qui nous permettent de mieux comprendre les raisons d'une telle réponse, mais nous croyons que celle-ci a été induite par un élève de BIII.3 qui semble aider ces élèves pour la question D.

Nous avons voulu distinguer les deux dernières réponses des binômes, qui appartiennent à la catégorie des réponses non attendues/non recevables. En particulier, les réponses données par BIII.3 et TIII.4 suivent une démarche similaire aux binômes précédents, mais à la seule différence que ces binômes ont décidé de calculer d'abord les 4% sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur (2000 volts), et puis qu'ils ont fait le calcul encore grâce à l'application de la loi d'Ohm. Analysons donc leurs réponses.

Le cas de BIII.3

La dernière réponse donnée par BIII.3 (qualifiée de « finale » par nous) à cette tâche se situe dans la catégorie des réponses non attendues/non recevables, mais la production écrite fournit plusieurs réponses non valides. Considérons d'abord ce que ces élèves ont écrit:

$q = I t$

4% de 2000V = 80 V et

4% vont dans le cœur et 96% dans le bove du patient

$I = \frac{dq}{dt} = i$

$U = R I$

$I = \frac{U}{R} = \frac{80}{50} = 1,6 A = 1600 mA$

Réponse « finale »
Non recevable

Traces d'une possible stratégie 2 :

- *utilisation d'une relation incorrecte
- *relation correcte, pas de suite pour ce raisonnement
- Calcul des 4% de la tension initiale du condensateur .

En analysant en détail la résolution à l'aide des enregistrements audio, nous pouvons constater que les 80 volts calculés tout au début correspondaient en fait à une toute première réponse de ces élèves pour cette tâche :

(après la première lecture de la consigne de la tâche D)

E16 : Intensité maximale, 2000 volts

E15 : Tu es sûr qu'il n'est pas...(relecture de D) intensité en fonction du temps... $i = dq/dt$ (grâce à la suggestion, cet élève énonce la définition de l'intensité en fonction du temps qui aurait pu

permettre la mise en place de la technique 1 issue des Mathématiques pour répondre à cette question)

E16 : Tu sais que tu es bête !

E15: Hum (affirmant)

(Voix d'autres personnes au fond, il nous semble que ces élèves discutent avec BIII.2)

E16 : $Q = I \text{ fois } t$ (cet élève énonce donc de façon erronée la relation qui ne permet plus à ces élèves d'avancer sur cette voie)

(après une deuxième lecture de la consigne de la tâche D)

E15 : Bon, 2000 volts...milliampères c'est la dose maximale...

E16 : Egale donc 80 volts donc 4% dans le cœur et un 96% dans le corps (réponse écrite)

E15 : Ça se perd (à propos de la relation $I = qt$?)

E16 : Ça se perd, c'est bon, ne cherchez pas...pas de question à se poser

(rires)

E15 : Je crois hein ? le temps c'est --- (rires) (toujours à propos de la relation $I = qt$?)

E16 : Attends, je m'en fiche de ça...(ils rient par rapport à la réponse donnée en D)

Grâce à la suggestion de la consigne, E15 essaie de partir dans la stratégie 1 attendue, mais rapidement ces élèves partent dans la stratégie de calculer 4% de 2000 volts, t le rappel d'une relation incorrecte ($q=It$) ne les aidant pas beaucoup. Il faut souligner qu'ils semblent écrire ampères dans la feuille de réponse (on voit des traces effacées), mais ces élèves semblent s'apercevoir d'une erreur à cause des unités :

E16 : Pourquoi j'ai mis 80 volts ? c'est en ampères ... attends, attends ! (il efface quelque chose sur la feuille) $I = dq/dt$...il a un trou là (ils repèrent une erreur avec sa première réponse donnée en D de 80 ampères/volts ?)

E15 : Est égal à R fois i...(il semble relire l'énoncé pour la troisième fois) mmmm , on cherche --- ampères n'est pas sympa... $U=RI$...50 ohms...

E16 : Ah, ouais ?

E15 : Pourquoi on cherche plus loin ? 50 ohms...(c'est à dire que la résolution en utilisant $U=RI$ est facile à faire, ils ne se posent pas de questions là-dessus)

E16 : Allez, 80 volts, $U = RI$ et $I=U/R$

E15 : Egal à 80 sur la résistance

E16 : $80/50=1,6$ ampères...= 1600 mA...Nickel !

E16 semble s'apercevoir que 2000 volts ne correspondent pas à une intensité, et grâce à une troisième lecture de la consigne de D, ces élèves répondent finalement à la tâche D selon la stratégie classée comme non attendue.

Conclusion sur le binôme BIII.3

Ce binôme présente un raisonnement particulier, car d'abord il semble partir dans la direction de la stratégie 1 (mathématique), avec le rappel d'une relation énoncée de manière incorrecte qui peut être la raison pour laquelle ces élèves partent ensuite dans une autre direction. Ils semblent confondre le concept de tension avec celui de courant, mais grâce aux unités (ils savent qu'on a besoin d'une réponse en ampères, non en volts), ces élèves modifient leur démarche de résolution pour finalement proposer la même que les autres binômes analysés jusqu'ici.

Le cas de TIII.4

La réponse de TIII.4 présente une légère variation des réponses fournies auparavant : d'abord, les 4% de 2000 volts (comme BIII.1) sont calculés, et puis le calcul de l'intensité grâce à la relation u/R est effectué. Voici la réponse de ce trinôme :

Handwritten solution for TIII.4:

$$4\% \text{ de } 2000V$$

$$\frac{4}{100} \times 2000 = 80V$$

Or $u = Ri \Rightarrow i = \frac{u}{R}$

$$\Rightarrow i = \frac{80}{50} = 1,6 A$$

$$= 1600 \text{ mA}$$

Réponse de TIII.4

Il faut signaler que cette démarche a été observé aussi dans la production du binôme BIII.3.

Conclusion sur le trinôme TIII.4

Rien de particulier à signaler sur la réponse de ce trinôme à cette tâche. La réponse non attendue de ces élèves met en relief que la résolution de cette tâche est difficile, car elle requiert des connaissances mathématiques, mais surtout physiques. Ce trinôme avait jusqu'à cette tâche, proposé des réponses attendues (donc on sait que ces élèves ont construit une représentation mentale correcte de la situation) mais ce type de réponse révèle que lors du processus de modélisation, une RMS correcte n'est pas suffisante pour bien réussir la démarche car d'autres connaissances importantes sont en jeu.

Conclusion de l'analyse des binômes qui ont donné une réponse non recevable pour la tâche D

Les binômes de cette catégorie constituent un exemple de l'importance d'avoir des connaissances de Physique pour bien réussir une des étapes de la démarche de modélisation. Nous attendions deux stratégies possibles à cette tâche mais ces binômes en ont suivi une autre à laquelle nous n'avions pas pensé auparavant : le calcul direct de I grâce à la loi d'Ohm pour trouver l'intensité maximale. Comme nous l'avions énoncé plus haut, une réponse de ce type pouvait être considérée comme recevable si une suite d'hypothèses était faite (voir cadre plus haut), mais aucun de ces binômes n'en a pris conscience de manière explicite (même si BI.3 fait mention que l'intensité est maximale au début). Nous retrouvons dans cette réponse une erreur déjà repérée par plusieurs recherches sur différents domaines, en particulier celui de la Physique. Des relations valides en un temps donné sont utilisées de façon arbitraire dans n'importe quelle situation, sans remettre en question la validité de ces relations (comme ici l'usage de $I = U/R$ sans déterminer le domaine de validité de cette relation).

Une des raisons qui peut expliquer ce fait est que les élèves étudient pour la première fois en Electricité le régime transitoire (mettant en jeu des grandeurs évoluant avec le temps) et dans les classes antérieures, ils avaient étudié des régimes permanents où les relations servaient pour calculer d'autres grandeurs à un moment donné.

Finalement, nous avons voulu indiquer dans le tableau une distinction pour l'utilisation des lettres « i » et « I », afin de repérer s'ils faisaient allusion à une conception de l'intensité variable ou non (rappel de convention exprimé par P pour les élèves de la partie IV ; $I =$ constante, $i =$ variable), mais nous n'avons pas trouvé que les autres élèves (des parties I, II et III) prenaient en compte une telle convention (qui semble plutôt locale et spécifique à la classe du lycée International).

ii Les binômes qui ont répondu à la tâche D avec la stratégie 1

Deux binômes appartiennent à cette catégorie : BIV.1 et BIV.2. Analysons tout d'abord la réponse fournie par le binôme BIV.1.

Le cas du binôme BIV.1

Même si BIV.2 propose d'abord une réponse du type non recevable, sa production présente une évolution vers la réponse attendue 1 (« grâce aux relations $q=Cu$ et $i=dq/dt$ »).

Voici la réponse de BIV.2 pour la tâche D :

, on sait $R = 50 \Omega$
 $U = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R}$
 à l'instant initial = $i_0 = \frac{2000}{50} = 40 \text{ A}$

$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i(t) = C \cdot \frac{d u_e}{dt} \quad q = u_e \times C$
 $\Rightarrow i(t) = C \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$
 $\Rightarrow i(t) = -\frac{A}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

L'intensité est maximale à $t=0$.
 $I_{\max} = \frac{A}{R} = 40 \text{ A}$
 $4\% \times 40 = 1,6 \text{ A}$

Partie relative au type de réponse non recevable
 Partie relative au type de réponse recevable et attendue.
 Mis en œuvre de la stratégie 1.
 Réponse finale attendue et correcte.

Réponse de BIV.1 à la tâche D

La première réponse de ces élèves est formulée en utilisant la relation $U = Ri$. L'apparition de la deuxième partie de la réponse (celle recevable et attendue) est réalisée grâce à l'intervention du professeur qui au moment de voir apparaître la première solution chez les trois binômes de leur classe (partie IV), commence à intervenir en donnant des instructions pour arriver à la « bonne » réponse. Voici des extraits de cette intervention de P :

P explique à tous les binômes (BIV.1, BIV.2 et BIV.3) comment réaliser la tâche D

P : ...la quantité maximale, cherchez d'abord, on met la valeur de l'intensité ...comment on --- en fonction du temps on cherche la valeur maximale, qui va effectivement...

E20 : à l'instant initial...(noté i_0 ans la feuille) ça fait 2000 sur 50 ça fait 40 A (ils sont encore en train de rédiger la dernière partie de leur réponse mais ils ne calculent pas le 4%)

E21 : Et de ça tu prends les 4%

E20 : Non !

E21 : Mais pourquoi pas ?

E20 : Parce que...le premier choc (relecture de l'énoncé)

(P parle au fond encore sur comment résoudre la tâche : « Prenez d'abord l'expression littérale (de i) et ensuite ...si, si, (vers un autre binôme) en fonction du temps », cela ne laisse

pas les élèves continuer dans leur discussion car P intervient directement sur la réponse donnée dans leur feuille)

P : (vers BIV.1) : on peut pas faire U sur R

E20 : D'accord...

(sonnerie, fin de la séance)

P (au fond vers un autre binôme (BIV.2 ou BIV.3 ?) mais BIV.1 écoute) $i = du/dt$ et après l'expression...(P énonce la stratégie 1)

E20 : oh là, là

E21 : Les 4% de la ...

E20 : Je n'ai pas...je sais pas...

E21 : C'est le 4%, c'est...

P : pardon ?

E21 : ça c'est l'expression de ...

P : oui, avec grand A = u zéro...

E21 : ça c'est u alors (A = u)

P : donc, l'intensité est...aux bornes --- elle est maximale en valeur absolue, parce qu'en fait si vous regardez l'expression de l'intensité de moins quelque chose et ça tend vers zéro...maximal...ça c'est une valeur algébrique, hein !

E20 : Hum

P : Au temps zéro vous avez moins 1 sur R...et vous avez le temps positif, simplement vous savez que dans le circuit vous avez le temps positif et la valeur maximale de la tension ça veut dire que la valeur absolue est moins U sur R

E20 : Donc à $t = 0$

E21 : c'est ça qu'on avait (cet élève repère que la valeur à laquelle on arrive est la même que celle trouvée auparavant)

E20 : 2000 sur 50 ...2000 sur 50 c'est égal à 40 A

Il faut souligner que ces élèves n'utilisent pas l'expression de $u_C(t)$ pour $t = 0$ (fonction solution particulière établie en C), ils utilisent l'expression de la fonction solution donnée dans la consigne de C avec le paramètre indéfini A. C'est le professeur P qui doit les aider à voir l'équivalence entre u (en réalité, u_C initial) et A, équivalence démontrée auparavant par ce binôme dans la tâche C (lui aussi guidé par P, raison pour laquelle nous pensons que ces élèves n'avaient pas pris conscience de l'égalité $A = U_{C0}$).

Conclusion sur le binôme BIV.1

Finalement, c'est l'intervention de P qui permet à ces élèves d'appliquer la stratégie 1 attendue par nous, car l'intervention de P en direction des autres élèves est très directe, et guide toute la classe sur les étapes à suivre pour mettre en place la bonne technique. Bien que P invalide l'utilisation de l'expression $U = Ri$ pour répondre à cette question, on n'observe pas pour ce binôme d'autres raisons données par P pour justifier ce fait. De plus, la coïncidence relevée par un des élèves, des deux valeurs trouvées n'est pas non plus relevée par P, et reste inexpliquée.

La réponse de BIV.2

La réponse de B13 appartient aussi à la catégorie de réponse non recevable 1, et de manière similaire à BIV.1. C'est le professeur qui amène ce binôme à écrire la réponse attendue par nous. Voici la production écrite de ce binôme pour cette tâche :

$$i = \frac{u_c}{R}$$

$$= \frac{2000}{50} = 40 \text{ A}$$

4% de i : $40 \times \frac{4}{100} = 1,6 \text{ A}$

$i(t) = C \frac{du_c}{dt}$ or u_c diminue
 donc $i(t)$ diminue donc
 la valeur maximale de i
 est pour $t=0$

Réponse de BIV.2

Ce binôme part tout suite dans la stratégie de résolution 1 (mathématique) car les élèves se rappellent les relations telles que $i = dq/dt$, mais malheureusement ils se bloquent, profitant de ce que P discute avec un autre binôme (probablement BIV.1) pour effacer cette première relation dans la feuille de réponse et la remplacer par $i = \frac{u_c}{R}$.

E23 : i égale à q sur t (relation non correcte)

E22 : dq sur dt ,

E23 : c'est pareil !

E22 : non...

E23 : c'est pareil, c'est pareil ; c'est pareil ...OK, fait la D...

E22 : (rires) $i = dq$ sur dt , donc ...**(silence des élèves, P discute avec un autre binôme BIV.1 ou BIV.3, ils écoutent ?)** bon, c'est une bonne suggestion, u sur R , oui ! et après tu prends les 4% de i , non ? – sur combien, combien, combien ?

E23 : R 50

E22 : *c'est pas 40 ?*

E23 : *ça fait 40*

E22 : *ok, 40*

E23 : *ohms*

E22 : *ohms (rires), non, non, ----*

A ce moment de la résolution de BIV.2, lors du calcul des 4% du courant reçus par le coeur du patient, commence l'intervention de P devant la classe, car il a pu observer les réponses des binômes (toutes, non recevables):

E22 : *et après tu prends les 4% de ça ?*

E23 : *4% de ça, eh bah ! zéro quatre...*

P discute avec la classe sur la résolution de cette tâche

E22: *1 virgule 6 (il répond à P)*

P : voilà ...

E23 : *il prend 1,6 ampères, tu veux dire ? (à E22)*

E22 : *ah oui ! (rires)*

P : il peut ouais !

E22 : *c'est fou, c'est quoi ça ? ah, si, si ! regarde : ----*

E23 : *tu dis n'importe quoi, c'est pas possible ça!*

E22 : *(lecture du tableau fourni pour répondre a E) ah ! c'est des milliampères....*

P intervient devant la classe pour établir que la technique mise en place par tous les élèves n'est pas recevable.

E22 donne comme réponse à P la valeur finale trouvée par eux (intensité reçue = 1,6 ampères), mais la pertinence d'une telle valeur pour ces élèves n'est pas acceptée au début. E23 hésite sur la valeur trouvée. P valide cette réponse (la valeur numérique) en disant aux élèves que c'est une valeur recevable, mais les élèves (en particulier E23) ne l'acceptent pas si facilement. C'est grâce à l'élève E22 que finalement ils vont valider sa réponse grâce à l'information fournie dans le tableau en E (tâche suivante).

Lors de la rédaction de leur réponse pour la tâche E, P intervient à propos de la tâche D et indique aux élèves la démarche à suivre (celle attendue) pour établir la fonction de $i(t)$:

P : c'est comme vous, c'est uniquement la valeur maximale qu'on vous demande, on vous dit bien que grâce à différentes études, on sait que 4% du courant administré sont reçus par le coeur du patient, précisez l'intensité maximale mais la valeur de l'intensité qu'on cherchait...on met la valeur de l'intensitéqu'on a eue en fonction du temps, et on cherche la valeur maximale, ...qui correspond à ça car l'intensité maximale correspond à ça

E23: au départ !

P : Qui effectivement correspond à ça parce qu'on sait que la tension maximale correspond à $t = 0$ parce qu'après elle diminue et l'intensité aussi, ...- comment vous feriez pour avoir $i(t)$ et en fonction de l'expression de i en fonction du t ? vous cherchiez la valeur maximale de l'intensité ... trouvée --- si, vous l'avez fait dans le cours

E22 : ok, donc, alors

P : je vous signale que vous avez u_C et vous voyez en fait $i(t)$, car vous l'avez déjà utilisé, vous avez l'expression de ... (ici P signale comment réaliser la stratégie 1)

E22 : dq sur dt

P : oui, comme on a eu u_C , comment on la ramène là ? comment vous avez u_C en fonction du temps vous calculez ...

E22 : je mets or $-u_C$ diminue- et donc la valeur maximale c'est ---...diminue (écriture de la réponse écrite en D, partie droite)

P parle au fond à toute la classe: « trouvez d'abord l'expression littérale... », P répète l'observations à tous « on n'utilise pas u sur R » (au fond)

(Sonnerie, fin de la séance)

Conclusion sur le binôme BIV.2

Finalement, nous repérons comme pour le cas de BIV.1, que c'est P qui invalide la réponse donnée par ce binôme. Les élèves avaient accepté la valeur numérique comme correcte (après des hésitations à ce sujet), car le tableau en E leur avait permis de valider cette réponse, mais ils n'avaient pas remis en question le processus de résolution.

Conclusion sur les binômes qui ont résolu la tâche D grâce à la stratégie 1

L'intervention de P, si directe à ce sujet, est importante pour le changement des réponses classées comme non attendues vers une réponse recevable et attendue. Il est intéressant de souligner que le professeur de Physique a plutôt induit les élèves à mettre en place une technique que nous avons placée du côté des Mathématiques, mais où les relations portent sur des grandeurs relevant de la physique. On repère des difficultés dans la manipulation des relations pour arriver à une relation déterminée (ici nous voulions i en fonction de la tension u_C mais les élèves ne savent pas comment passer de la définition de l'intensité vers cette relation en utilisant d'autres relations). Cette difficulté a déjà été repérée lors de la résolution de la tâche B, c'est à dire lors de la mise en équation.

iii Le binôme qui a répondu à la tâche D avec la stratégie 2

Finalement, nous analyserons la réponse donnée par BIV.3. Ce binôme appartient à la classe où le professeur a aidé tous les élèves à laisser de côté la réponse non attendue et à choisir une des techniques attendues. La production de ce binôme propose l'utilisation de la stratégie 2 issue de la Physique car on part de la loi d'additivité des tensions (établie lors de la mise en équation) pour répondre à D :

$$U_R = R \times i$$

$$i = \frac{U_R}{R}$$

$$i = \frac{2000}{50}$$

$$i = 40 \text{ A} . \text{ donc } 4\% \text{ de } 60 : 1,6 \text{ A}$$

Première réponse de BIV.3 à la tâche D (avant intervention de P)

Cette première réponse de BIV.3 se situe aussi dans la catégorie des réponses non recevables, mais ce binôme ne considère pas comme un problème d'établir que la tension aux bornes de la résistance U_R a la valeur 2000, ce qui est en réalité la valeur de la tension aux bornes du condensateur.

Une fois cette première réponse écrite, un élève met en relief la suggestion dans la consigne de la tâche D :

E24 : ouais, la suggestion c'est faire l'intensité au cours du temps...ouais mais...

(P parle au fond avec le reste de la classe)

E25 : Nous on a pris $u = Ri$ (à P ou à un autre binôme ?) non je crois pas, c'est dans la suggestion, non ?

E24 : C'est marqué, c'est marqué (dans la suggestion)

E25 : Non, mais...(P continue à parler au fond) il faut déjà l'expression de l'intensité en fonction du temps ? il faut étudier u_C en fonction de...

E24 : Il faut utiliser u_C égale à ...

E25 : il faut finir...

E24 : eh...

E25 : c'est une suggestion...je sais pas

E24 : mais pourquoi ils nous filent ça ? hum ? il faut peut-être te servir de ça, non ? (par contrat !)

E25 : en fait, je n'en sais rien...

E24 : non ? parce que je pense que ...

E25 : à mon avis il faut avoir la valeur ...ouais à mon avis c'est bon, c'est quelque chose (cet élève souligne qu'il faut juste obtenir la valeur de l'intensité maximale)

La suggestion dans la consigne de D remet en question cette première réponse de BIV.3 à la tâche, et aussi l'utilisation de l'expression de $U = Ri$ pour l'obtention de 1,6 Ampères comme intensité maximale reçue par le coeur du patient.

Cela les amène à poser une question à O, mais immédiatement P intervient :

E25 : on peut utiliser ça comme relation pour la E ? (à O)

E24 : Mais la suggestion c'est ...ça y est...

O : mais pourquoi tu pars de cette expression ?

E25 : C'est le courant qui traverse le corps àc'est le...c'est le ...c'est la tension aux bornes du corps et ensuite c'est deux mille volts au maximum, on connaît la résistance du corps et on a l'intensité de ---, non ?

(P au fond)

E24 : la tension aux bornes du condensateur... ..

E25 Ça doit être la même ! (que celle de la résistance) mais oui !

E24 : mais oui ! c'est moins, la tension aux bornes de la résistance c'est moins...

E25 : Ça fait rien, la tension aux bornes du condensateur et de la résistance ça doit être la même, non ? je ne sais pas...

O (à P qui intervient) : ils demandent s'ils peuvent utiliser cette expression pour trouver l'intensité maximale? ils demandent pourquoi ?

E25 : la tension aux bornes de la résistance c'est la même que la tension aux bornes du condensateur

P : oui, à chaque instant, à chaque instant

E25 : Oui, tant mieux ! bah !

P : oui, David, s'il te plaît, hein ?

E25 : Quoi ?

P : si je te dis ça, il y a peut être une raison, quand tu dis « tant mieux », ---?

E25 : Non, c'est bon, mais à chaque instant bah...

P : ah oui ! qu'est-ce que tu as pris pour u_R ?

E25 : Disons, on a pris deux mille ...

P : Oui ?

E25 : parce que c'est la tension maximale aux bornes du condensateur

P : oui ?

E25 : ...et avec la décharge on aura deux mille volts aux bornes de la résistance à l'instant zéro, enfin, à l'instant initial

P : hum (affirme) à l'instant zéro, je pense que c'est que...voilà, hein, on veut ...4% du courant administré lors de la défibrillation traversent le coeur du patient, précisez pour ce cas particulier l'intensité maximale alors l'intensité maximale si tu penses que c'est ça qui est maximal il faut justifier c'est là, ce que nous voudrions connaître aussi est la valeur à chaque instant, c'est à dire i en fonction du temps

E24 : Ah ! et on utilise l'équation...

P : ah, en utilisant ce qui est connu pour avoir i à chaque instant et après en suite cherchez la valeur maximale de cette intensité

E24 : Ah d'accord !

P : là vous n'avez que la valeur...maximale

E25 : Initiale

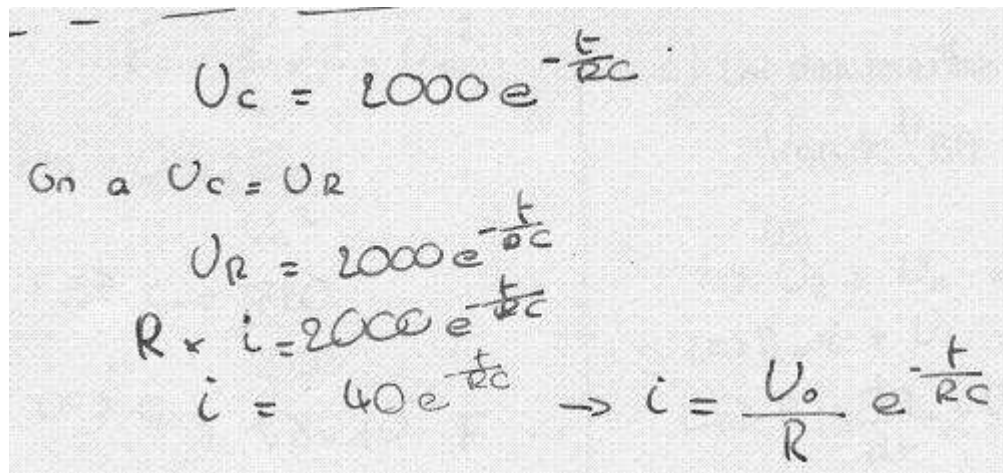
P : ...maximale qui correspond justement à la valeur de l'intensité dans l'instant initial mais il faudrait aussi voir si elle correspond à la valeur de i à chaque instant, il faut voir aussi si là ça correspond après

E24 : Ben ! on utilise l'ED, non ? (à E25) – **ici ils semblent plutôt utiliser la mise en équation en B pour répondre à la tâche D -**

E25 : ouais, pourquoi?

Jusqu'ici la discussion entre ces élèves permettait donc de penser que la résolution utilisant l'expression $u_R = Ri$ par ces élèves renvoyait à une compréhension de ce que représente chaque grandeur, et on aurait donc (presque) pu la qualifier de recevable. Une fois de plus, l'intervention de P amenait les élèves à chercher l'expression de l'intensité i en fonction du temps. Ces élèves parlaient donc d'une sorte de loi des mailles pour le circuit, même si le circuit fourni comme réponse en A ne comportait de flèches ni pour la tension aux bornes du condensateur, ni pour la tension aux bornes de la résistance.

La réponse finale de ce binôme est la suivante :



$$U_c = 2000 e^{-\frac{t}{RC}}$$

On a $U_c = U_R$

$$U_R = 2000 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$R \times i = 2000 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = 40 e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow i = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Réponse finale de BIV.3 à la tâche D

Notons comment ces élèves semblent établir la fonction $i(t)$ sans calculer à nouveau la valeur calculée auparavant. Ils l'ont fait car P a dit qu'il fallait prendre l'expression de i en fonction de t . De plus, le changement de 40 en l'expression U_0/R répond aussi à une demande de P :

E25 : Bon, allez, on remplace par...! u_c est égale à deux mille ...bon u_c est égale à u_R ... u_R égale deux mille moins t sur RC fois – égale deux mille sur RC ...non... i égale deux mille, égale deux mille ça fait deux mille divisés par cinquante...ça fait quarante...(il semble répéter la production dans la feuille)

E24 : et après tu fais quoi...tu fais ...

E25 : Tu fais...à l'instant ...

P : mettez pas des valeurs particulières, mettez u_0 qui correspond à la tension initiale peu importe si c'est mille ou deux mille c'est un grand u zéro, qui correspond à la tension au temps zéro,

E24 : D'accord !

P : donnez d'abord une expression littérale et ensuite application numérique...

E24 : Non, on n'a pas fait d'application numérique, ...ah si...bah...

P : non, je veux i en fonction du temps...mais je veux...la question qui est posée est i en fonction du temps

E24 : C'est le cas, non ? Ce n'est pas ça qu'on a ? bah...

P : ...je ne veux pas de...de, de deux mille quarante, je ne sais pas qu'est-ce que c'est ça ! des lettres ! (P précise qu'il veut la réponse en lettres)

E25 : Ça fait...donc u_c ...

P : tu t'en sers pas de u_R là David, on a chargé le condensateur qui est une tension zéro, peut-être c'est grand U zéro, vous l'avez déterminé qui est grand U zéro...et puis l'intensité vous devriez l'utiliser,

voilà, ici vous l'aviez fait...i égale dq sur dt hein ? i égale dq sur dt et après vous la remplacez par Cu_C et i c'est du_C sur dt, et vous avez votre expression en fonction du temps...

Même si la réponse fournie par ce binôme semble correcte, la dernière intervention de P semble montrer que ce n'est pas ce qu'il attendait, il semble suggérer plutôt l'utilisation de la stratégie utilisée en Mathématiques (stratégie 1) qui peut être un peu contradictoire, car nous avons mis en place la situation expérimentale dans une classe de Physique.

Conclusion sur le binôme BIV.3 (le seul binôme qui répond grâce à la stratégie 2, issue de la Physique)

La suggestion paraît jouer un rôle sur la résolution de la tâche D. Même si E25 part tout de suite dans une résolution en utilisant $U_R = Ri$, E24 a des doutes sur cette résolution dus à la présence de la suggestion (établir i en fonction de t). L'intervention de P permet de montrer que malgré la réponse affichée, E25 semble bien comprendre le phénomène à modéliser, mais de toutes façons P souligne qu'il faut trouver une expression de l'intensité en fonction du temps. Ce binôme affiche donc une réponse que nous pouvions classer comme attendue (stratégie 2), mais il nous semble que P semble attendre plutôt une réponse attendue en suivant la stratégie 2 (comme pour les binômes BIV.1 et BIV.2).

iv Conclusion de l'analyse de la tâche D

Cette tâche est celle qui permet donc de passer de l'étape d'Etude Mathématique (au domaine Mathématique) vers le domaine pseudo-concret (étape des résultats pseudo-concrets). En réalité, comme nous l'avons dit tout au début de ce paragraphe, c'est plutôt un aller-retour entre ces deux domaines, car la question était située dans le domaine pseudo-concret. Il fallait la reformuler en termes mathématiques (ou physiques), puis une fois trouvée la valeur maximale de l'intensité, il fallait reformuler le résultat en termes pseudo-concrets.

L'analyse des productions des élèves a mis en évidence l'apparition d'une stratégie de résolution totalement inattendue dans notre analyse a priori. Comme nous l'avons analysé en détail ci-dessus, cette stratégie ne paraît mettre en question ni la signification des symboles utilisés dans l'expression souvent utilisée $U_R = Ri$ (loi d'Ohm), ni la pertinence de l'utilisation de cette expression pour répondre à une question particulière.

Une validation a été fournie par la présence d'une suggestion à l'intérieur de la consigne de la tâche D, où il était établi explicitement que pour obtenir la valeur de l'intensité maximale reçue par le coeur du patient, les élèves devaient établir d'abord l'expression de l'intensité en fonction du temps.

Ce qui est apparu très visiblement aussi chez les élèves, c'est que la plupart d'entre eux ne conçoivent pas l'intensité comme une grandeur qui dépend du temps, mais (et l'utilisation de la loi d'Ohm le met plus en évidence) ils semblent plutôt concevoir les grandeurs intensité et

tension (U_C et U_R) en tant que constantes. Nous avons observé que certains binômes (par exemple BIV.3) repèrent que leur réponse fournie dans un premier temps, ne correspond pas complètement à celle qui est attendue, car ils reconnaissent d'après la suggestion, qu'il faut établir la fonction de l'intensité i en fonction du temps. L'intervention de P à ce sujet, auprès des binômes qui appartiennent à la partie IV, montre que bien que les élèves écrivent une réponse attendue, certains d'entre eux n'ont pas vraiment compris les raisons d'une telle démarche. Il faut souligner qu'un de nos objectifs pour la mise en place de cette tâche lors de notre expérimentation, était de repérer comment les élèves résoudre une tâche (habituelle en classe de Physique) lorsque les élèves étudient les circuits électriques, mais nous sommes surpris de constater qu'aucun des neuf binômes (sur les douze) n'a abordé cette tâche comme nous l'attendions. Ce que nous repérons en fait, c'est comment l'intervention du professeur auprès des binômes de la partie IV a conduit les élèves à finalement répondre, grâce à la stratégie pour résoudre cette tâche d'un point de vue mathématique (BIV.1 et BIV.2), mais aussi du point de vue de la Physique (BIV.3). D'après ce que nous avons observé pendant notre analyse, le professeur semble privilégier l'usage par les élèves de la technique mathématique (à l'aide des relations qui ont été utilisées aussi pour la mise en équation) pour résoudre cette tâche.

Une des explications qu'on peut donner au blocage dans la résolution de cette tâche, au-delà de la stratégie qualifiée de non recevable et non attendue, tient à ce que les élèves de la classe de Terminale S n'avaient étudié jusqu'ici que le régime permanent pour l'étude des circuits électriques. Il s'agit de la première année où ils étudient les circuits électriques grâce à un régime transitoire. Les grandeurs considérées auparavant comme des constantes sont maintenant des variables, un changement peu facile à assimiler par ces élèves, comme les réponses données par cette tâche le montrent.

Nous analyserons ci-après la dernière des cinq tâches de notre situation expérimentale : la tâche E.

E Analyse de la tâche E

Celle-ci est la tâche qui permet de conclure le processus de modélisation. La consigne en est :

E) Vérifier si le résultat obtenu à la sous - tâche précédente (D) correspond à l'information donnée par le tableau « Réponses du corps humain à l'intensité du courant » (tableau I, page 3). Discuter les résultats issus du modèle établi et indiquer en particulier s'ils correspondent à l'information que l'on connaît grâce à d'autres sources.

A partir de notre modélisation réalisée à l'aide d'un circuit électrique, qu'est-ce qu'on peut dire sur la réussite de la réanimation de notre patient ?

Cette tâche se situe au sein de l'étape « Confrontation Modèle–Résultats Pseudo–Concrets ». Dans cette étape a lieu la confrontation des résultats du modèle avec l'information accessible par la réalité (exemple : mesures expérimentales et dans ce cas, tableau donné). Comme nous l'avons déjà un peu vu lors de l'analyse de la tâche précédente, la comparaison de la valeur de l'intensité maximale obtenue dans la tâche D comme celle reçue finalement par le coeur du patient, avec le tableau fourni, a servi à plusieurs élèves comme moyen de validation de la réponse donnée en D (et aussi d'une certaine manière, dans les tâches qui les précèdent).

Aucune difficulté en particulier n'a été repérée dans les réponses à cette tâche, chez les neuf binômes qui finalement ont abordé les cinq sous-tâches de notre situation expérimentale.

Voici un tableau qui donne les réponses des binômes à cette tâche :

<i>Réponse...</i>	<i>LPN (Partie I)</i>	<i>LPN (Partie II)</i>	<i>LSM (Partie III)</i>	<i>LI (Partie IV)</i>
Attendue	BI.3	BII.1	BIII.1, BIII.2, BIII.3, TIII.4	BIV.1, BIV.2, BIV.3
Pas de réponse	BI.1, BI.2	BII.2		

La réponse attendue était d'affirmer qu'étant donné que l'intensité reçue par le coeur du patient est de 1,6 mA et à l'aide du tableau fourni en annexe de la situation expérimentale, cette valeur se place entre 300 mA et 6A, et le rythme du coeur du patient reprend donc son rythme normal : le patient survivra.

Les rédactions fournies comme réponse à cette tâche sont très diverses, citons-en quelques-unes :

Réponse

du binôme :

BI.3

F/ On est au dessus de 300 mA et donc le coeur repose normalement.

BII.1

le résultat correspond à la dernière fourchette "300mA - 6A
→ têtes forte contraction des muscles du coeur.
⇒ il a des chances sur survivre.

BIII.1

Le choc est efficace, le patient a des chances d'être réanimé.

BIV.2

$300\text{mA} \leq 1,6\text{A} \leq 6\text{A}$ donc le cœur peut reprendre son rythme normal.

BIV.3

Le patient reprend un rythme cardiaque normal.

Certains binômes ont fourni des réponses très courtes, comme BIII.2 qui a seulement écrit « Revit » et BIV.1 qui a rapidement résumé sa conclusion par « $1,6\text{A} < 6\text{A}$; donc il survit ».

Sur les réponses les plus complètes observées, on peut citer celles fournies par les binômes BIII.3 et TIII.4 :

En comparant avec l'anneau en page 3, 1600mA se situe entre 300mA et 6A , correspondant à la dernière ligne du tableau.
On a des chances de réanimer le patient avec une intensité de 1600mA . Les contractions des muscles du cœur sont très fortes et il n'y a pas de fibrillation. Si le choc est évité rapidement, le cœur peut reprendre son rythme normal.

Réponse de BIII.3 à la tâche E

Il y a une forte probabilité que la réanimation réussisse car on trouve $1,6\text{A}$, qui est entre 300mA et 6A .

Réponse du trinôme TIII.4 à la tâche E

Il faut juste souligner que les binômes BII.1 et BIV.2, qui hésitent un peu sur la valeur trouvée dans la tâche D ($1,6\text{mA}$), ont finalement validé cette valeur comme correcte grâce à la rétroaction rapide fournie par une lecture rapide de la consigne de la tâche E, ainsi que par le tableau fourni comme appui pour répondre à cette tâche.

i Conclusion de l'analyse de la tâche E

Nous voudrions dire que cette tâche sert finalement à placer les élèves dans l'étape de Confrontation Modèle - Résultats Pseudo-Concrets où il est attendu de l'élève qu'il puisse confronter un résultat issu d'un modèle (équation différentielle) préalablement établi par lui, avec des données issues de la réalité (ici, l'information du tableau fourni en annexe). Même si cette tâche est presque absente des exercices dits de modélisation en classe de Mathématiques, ainsi que des exercices de la classe de Physique (au sujet des circuits électriques RC), la tâche elle-même ne semble pas créer de difficulté particulière à ces élèves. Elle semble, au contraire, servir aux élèves à repérer des erreurs commises antérieurement. Mais dans cette séquence, la rétroaction de la tâche E ne fonctionne que pour la tâche D (c'est-à-dire, qu'on n'observe pas de modifications vers d'autres tâches).

La réponse à cette tâche permet donc d'arriver au but de modélisation que visait l'expérimentation : prévoir si un patient en particulier survivra, ou non, à un trouble cardiaque, en modélisant à l'aide d'un circuit électrique (modèle physique), et au moyen d'une équation différentielle (modèle mathématique).

3 Conclusion du Chapitre VI

L'analyse des réponses données aux cinq tâches proposées lors de la situation expérimentale nous a permis de repérer les difficultés rencontrées par les élèves lorsqu'ils essaient de modéliser une situation réelle.

Le fait d'avoir introduit des tâches inhabituelles dans les classes de Physique et de Mathématiques dans notre expérimentation a produit comme résultat que certaines de ces difficultés ont été encore plus flagrantes. Par exemple, l'introduction de la tâche A, qui correspond au passage de la Situation Réelle au Modèle Physique, est rarement demandée en classe de Physique ; mais nous observons dans cette expérimentation une richesse considérable à prendre en compte si l'on veut vraiment confronter les élèves à la démarche de modélisation en Terminale S. Le passage de la SR au MP permet aux élèves de faire évoluer leurs RMS en améliorant considérablement la compréhension du phénomène à modéliser, et contribue donc à l'apprentissage du processus de modélisation.

Les rétroactions du Modèle Mathématique (MM) sur le Modèle Physique (MP) sont très importantes aussi à souligner. Les relations entretenues entre ces deux domaines et entre les connaissances spécifiques à chacun d'eux permettent aux élèves d'avancer ou non, dans la mesure où ils arrivent à donner une signification physique aux éléments qui interviennent.

La rétroaction de la tâche C (phase 1) vers le MM, parfois même vers le MP, a été une partie essentielle qui a permis aux élèves de valider les réponses données aux tâches précédentes, en leur permettant parfois de remettre en question leurs réponses (et la RMS associée) et en mettant en évidence des erreurs ignorées auparavant de manière inconsciente.

L'analyse des réponses a montré que les trois premières tâches (A, B et C) sont étroitement liées, mais que les autres tâches apportent aussi des résultats intéressants. Par exemple, la tâche D nous permet de souligner la difficulté chez les élèves de concevoir les grandeurs qui interviennent dans la modélisation (U_C , U_R , q , i) en tant que fonctions du temps ; difficultés dues en partie au type d'enseignement auquel ils ont été confrontés dans les classes précédentes (Première, Seconde, etc.), tout cela malgré l'insistance du programme sur l'étude des systèmes évolutifs en Classe de Terminale. Dans le chapitre VII, nous reprendrons ces analyses pour les mettre en relation de manière plus évidente avec la démarche de modélisation et en tirant des conclusions sur les difficultés observées chez les élèves.

Chapitre VII

Discussion des résultats

Le chapitre précédent était consacré à l'analyse a posteriori des réponses des élèves participant à l'expérimentation et nous avons déjà repéré leurs procédés de résolution, et en particulier leurs difficultés, dans les différentes tâches (ou sous – tâches) qui composent le problème qui leur était donné.

Dans ce chapitre, nous mettons en évidence les routes individuelles de modélisation (cf. Chapitre I) suivies par ces élèves, en analysant dans les démarches des élèves le rôle d'éventuelles validations et rétroactions de certaines tâches par rapport à celles sources de difficulté.

A cette fin, nous reprenons le schéma de modélisation de base, décrit d'abord dans le Chapitre I, adapté au domaine de la Physique lors du chapitre III et finalement redéfini pour la situation expérimentale dans le Chapitre V. Nous mettons aussi en relation (si possible) avec les difficultés rencontrées le type de techniques mises en place par les élèves (avec ou sans succès) et nous cherchons à déterminer si les techniques utilisées ont été repérées en Classe de Mathématiques (cf. Chapitre II) ou en Classe de Physique (cf. IV).

Reprenons d'abord le schéma de modélisation sur lequel nous discuterons les réponses des élèves pour l'ensemble de l'activité.

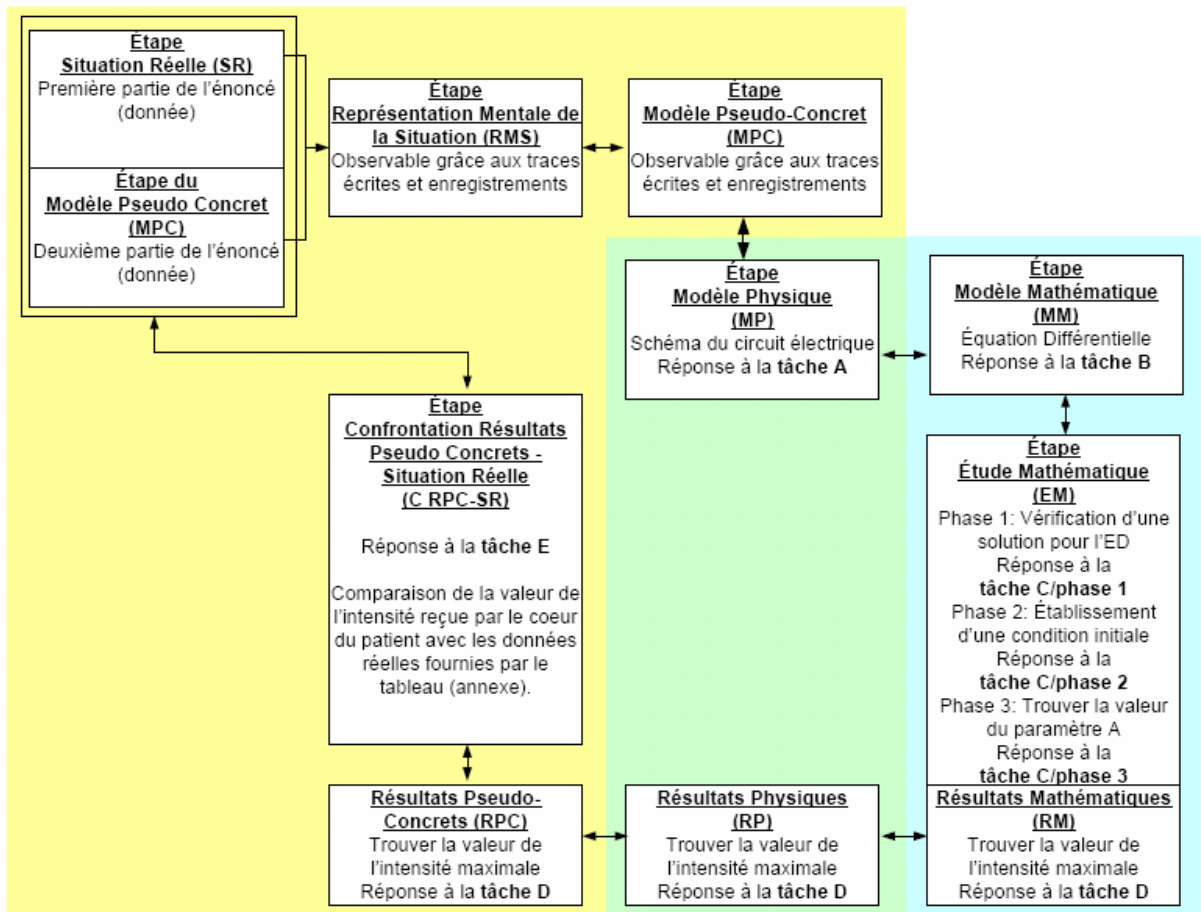



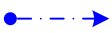


Figure 24: Schéma de modélisation de la situation expérimentale

Même si au cours du travail, notre intérêt s'est porté sur toutes les étapes de la démarche de modélisation, et en particulier sur les passages entre ces étapes, nous centrons la discussion présente sur le passage entre l'étape Situation Réelle et l'établissement du Modèle Mathématique, en prenant en compte les validations ou les modifications induites par les autres tâches sur une tâche précise ou inversement l'influence d'une tâche sur les autres tâches.

Nous allons étudier ce processus en termes de routes de modélisation des élèves plutôt que considérer les démarches individuelles particulières à chaque binôme.

D'après les routes de modélisation suivies par les élèves, nous pouvons repérer l'influence du fait que le professeur intervienne ou non dans la démarche de modélisation mise en place par les élèves ainsi que les liaisons établies entre les domaines physique et mathématique par les élèves lorsqu'ils résolvent l'activité expérimentale. Nous classerons finalement les démarches des élèves à l'aide de la mise en équation proposée et des rétroactions des autres tâches conduisant à d'éventuelles modifications de leur mise en équation.

Avant de montrer l'analyse des démarches des élèves, présentons le code des flèches utilisées dans les schémas pour mieux mettre en évidence les routes de modélisation suivies par les binômes dans le tableau suivant :

<i>Type de flèche</i>	<i>Description</i>
	Route suivie par les élèves en autonomie.
	Retour grâce à la rétroaction d'une tâche sur une autre.
	Retour ou passage dû à l'intervention de P.
	Intervention du professeur P (IP) suite à la demande d'aide des élèves.

Grâce à l'analyse des productions des élèves et de leurs échanges verbaux développée au chapitre précédent (cf. Chapitre VI), nous classons les démarches des binômes en quatre grandes catégories :

Catégorie I : les élèves qui dès le départ ont une bonne compréhension de la situation réelle (RMS adéquate), le professeur n'intervient pas lors de la résolution des tâches et grâce aux rétroactions d'une tâche sur une autre, leur RMS évolue vers une meilleure compréhension de la situation à modéliser.

Seul le trinôme TIII.4 relève de cette catégorie. Commentons de manière rapide la rétroaction suivie par ce trinôme qui a permis l'évolution de sa RMS.

La lecture de la consigne de la tâche C pendant la résolution de la tâche B a permis au trinôme de prendre conscience que, dans la mise en équation, la valeur de E (tension aux bornes du générateur) devait être nulle : en effet, dans le retour au domaine physique (retour à la tâche A), les élèves ont davantage prêté attention au phénomène de décharge du condensateur et en ont déduit que dans cette phase E devait être égal à zéro. Il faut bien souligner que leur RMS était adéquate dès le départ et donc dans le retour à la tâche A il ne s'agissait que de préciser des aspects du modèle physique laissés dans l'ombre et non de rejeter le modèle pour un autre.

Voici la route de modélisation suivie par ce trinôme :

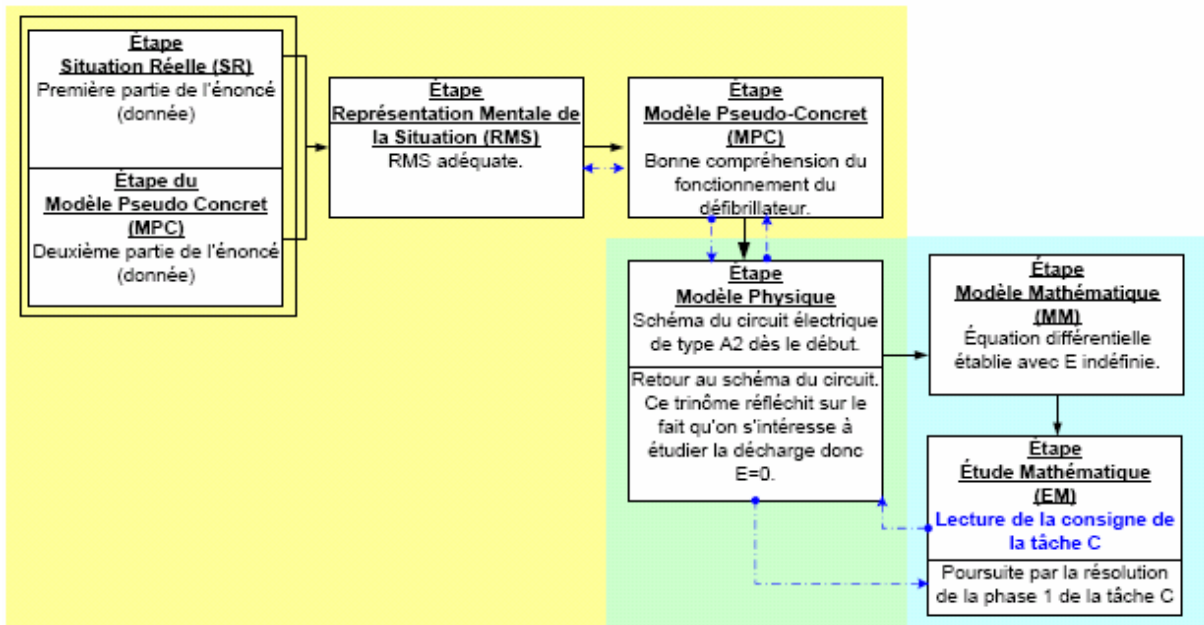


Figure 25: Route de modélisation suivie par TIII.4

Catégorie II : Elle regroupe les élèves qui partent la résolution de l'activité avec une compréhension adaptée de la situation réelle (RMS plus ou moins adéquate) mais le professeur intervient, suite à une demande des élèves, lors de la résolution des tâches pour les guider à des degrés divers dans l'interprétation d'une rétroaction d'une tâche sur une autre. Le binôme arrive à faire évoluer ou non sa RMS, selon le degré de guidage de la part du professeur.

Nous classons dans cette catégorie les binômes BII.1 (peu guidé par P) et BII.2 (guidé par P).

La rétroaction de la phase 1 de la tâche C sur l'ED établie en B se produit pour les deux binômes qui relèvent de cette catégorie. En effet, le paramètre E reste indéfini dans l'ED différentielle établie en B, rendant ainsi possible l'interrogation des élèves sur leur représentation de la situation. Une demande d'aide à ce sujet a lieu pour les deux binômes lors de l'application de la technique physique $\tau_{RED/D}$: en cherchant à vérifier qu'une solution est solution de l'ED, les élèves trouvent l'égalité $E = 0$. Cela leur pose problème car ils ne s'étaient pas encore interrogé sur la valeur de ce paramètre.

Le professeur guide les élèves du binôme BII.2 dans le retour à la tâche A et attire leur attention sur le fait que lors de la décharge (qu'on s'intéresse à étudier) la valeur de E doit être nulle. Voici la route suivie par ce binôme qui modifie l'ED établie en B, puis finalement répond que la fonction est bien solution de l'ED.

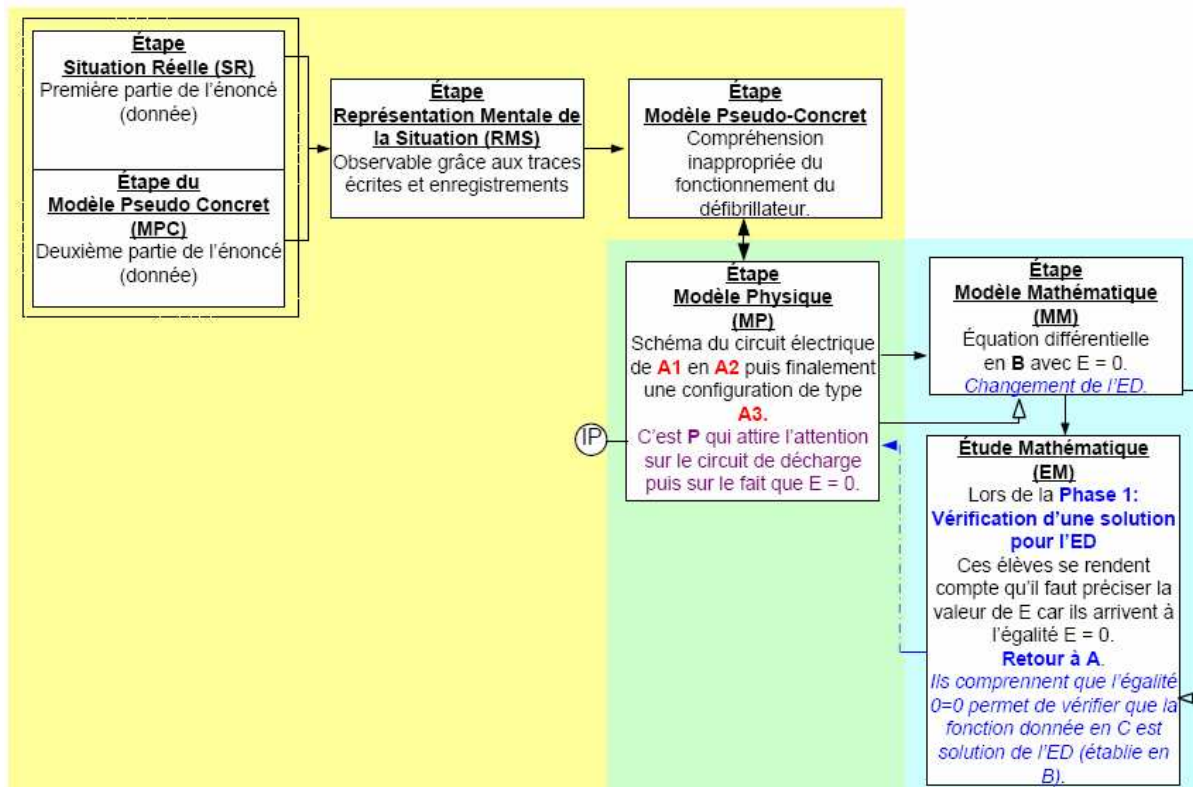


Figure 26: Route de modélisation suivie par le binôme BII.2.

Dans le cas du binôme BII.1, l'évolution de la RMS n'a pas eu lieu. En effet, même si les élèves de ce binôme ont demandé l'aide de P, ce dernier a simplement suggéré de chercher une erreur possible dans des tâches antérieures. Malheureusement, cette seule indication n'a pas suffi pour que ces élèves arrivent à faire le retour au domaine de la physique ou au domaine pseudo-concret pour trouver la valeur de E. Ce binôme proposait une configuration du circuit réalisée en autonomie et non attendue, qui peut toutefois être qualifiée de recevable.

Il faut souligner que la réponse fournie à la tâche A par BII.2 n'a pas été guidée par P et faite de manière autonome et satisfaisante, tandis que pour BII.1, la place du générateur a représenté une difficulté dans la conception du schéma du circuit. Cela peut expliquer l'impossibilité pour le binôme BII.1 de déterminer la valeur de E lors de la décharge du condensateur.

Nous pouvons conclure que, finalement, le guidage de P lors de la résolution de la phase 1-tâche C et lors de la rétroaction « phase 1 de C sur la tâche B » a permis à BII.2 de mieux comprendre la situation et leur RMS a pu évoluer. D'un autre côté, le guidage de P très réduit sur la résolution de BII.1 à la tâche C ne permet pas l'évolution de la RMS de ce binôme.

Cette rétroaction sur l'ED établie en B par la tâche C se produit aussi lors de la réalisation même de la phase 1 de cette tâche C pour le binôme BIII.2. Ces élèves travaillent de manière autonome, notamment dans le domaine mathématique à propos du changement de l'ED en q en une ED en termes de U_c , grâce à une erreur repérée lors de l'application de la technique

physique pour vérifier qu'une fonction est solution d'une ED. A la fin, les élèves modifient la réponse en B pour établir l'ED qu'ils attendent.

Dans le cas de ce binôme, deux validations ont lieu. La première grâce à la consigne de la tâche C (ED en termes de « U_C » et non de « q »), et la deuxième lors du changement de l'ED en q en ED en U_C . Ces élèves ont commis une erreur et lors de la phase 1, ils se rendent compte de cette erreur.

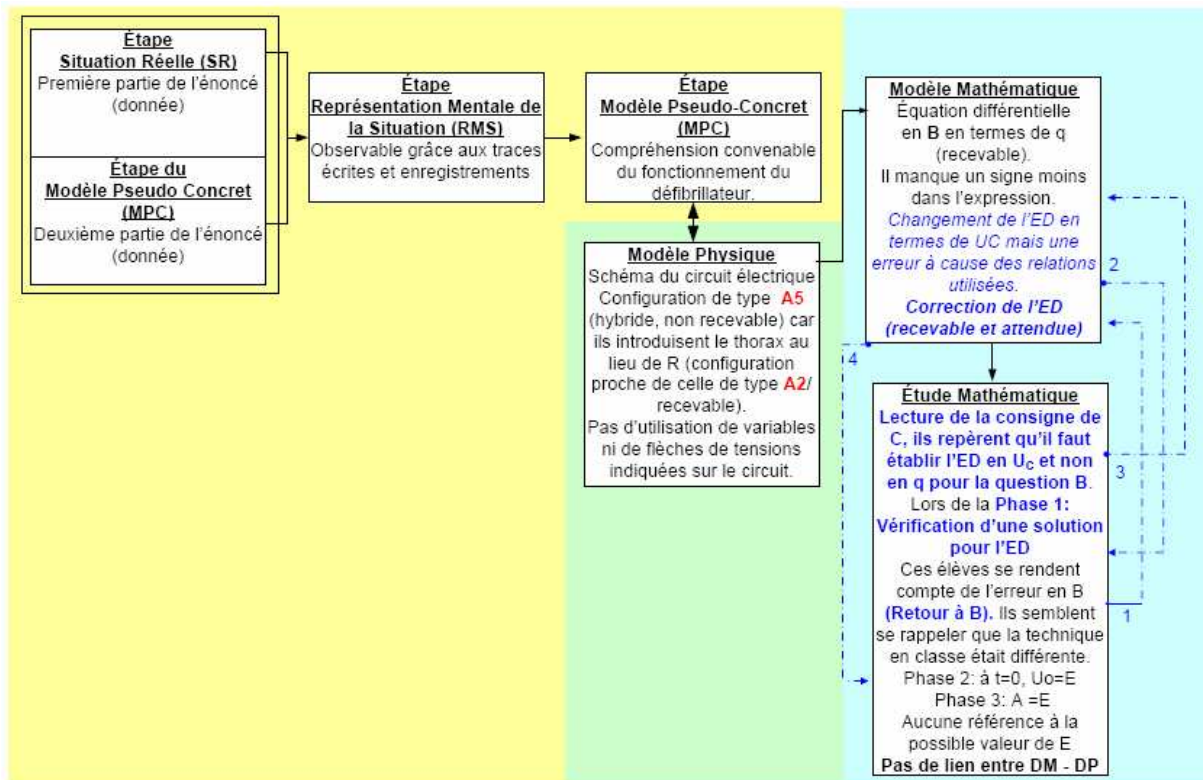


Figure 27: Route de modélisation suivie par le binôme BIII.2.

Par exemple, le binôme BIII.2 propose un circuit proche de celui attendu (configuration A2) comme réponse en A, même s'ils n'utilisent pas le symbole de résistance R pour représenter le corps humain (schéma finalement classé hybride). Cela déjà permet de spécifier que sa RMS et/ou son MPC construits ne sont pas exactement ce que nous attendions, mais qu'en général ces l'élèves comprennent bien le fonctionnement du défibrillateur. L'absence de variables et de flèches pour indiquer les sens des tensions dans le circuit, nous permet donc de supposer que la mise en équation semble être une activité qui prend place purement dans le domaine mathématique. Elle est réalisée par la mise en œuvre la technique apprise en classe de physique. On n'observe pas de liens forts avec le domaine de la physique, même si ceux-ci existent. Il est important de souligner que ces élèves modifient par eux-mêmes l'ED en termes de q en celle en termes de U_C , grâce au repérage d'une erreur lors de la réalisation de la phase 1 de la tâche C. Le repérage de cette erreur est dû au fait qu'ils semblent se rappeler que la démarche mise en place par eux diffère de celle mise en place par le professeur en classe. Le

travail relatif au changement d'une ED en une autre a lieu dans le domaine mathématique. Dans la résolution de la phase 2 de la tâche C, ces élèves semblent plutôt faire appel à une technique apprise en classe de physique : ils se rappellent simplement qu'au temps $t = 0$, la tension U_c initiale est E , et donc que $A = E$, sans rien établir sur la valeur de E . Aucune référence à la valeur de E dans leurs dialogues n'a pu être identifiée.

Catégorie III : Cette catégorie regroupe les élèves qui débutent la résolution de l'activité avec une compréhension inadéquate de la situation réelle (RMS non convenable) et pour lesquels l'intervention de P ne débouche pas sur une évolution de leur RMS car le guidage du professeur ne leur permet pas de remettre en question leur RMS.

Nous classons dans cette catégorie les binômes BI.1, BI.3, BIV.1, BIV.2, BIV.3. L'intervention constante de P tout au long de l'activité ne leur laisse aucune possibilité de remettre en question leur RMS et donc de permettre son évolution.

Il faut souligner que la présence de P a été particulièrement forte pour les binômes de la partie IV. Il intervenait même sans être appelé par les élèves, en procédant à des interventions collectives sur les tâches pour toute la classe (et donc pour les trois binômes de cette partie).

Dans le cas des binômes BIV.1 et BIV.2, il apparaît une première rétroaction de la tâche B sur la configuration du circuit fourni en A. Par exemple, les élèves du binôme BIV.2 s'aperçoivent qu'il manque une résistance lors de la mise en équation (car u_R devrait apparaître de par la loi d'additivité de tensions, technique τ_2 apprise en classe de Physique) mais c'est finalement suite à l'intervention de P, que ces élèves introduisent une résistance et éliminent les « palettes dures » dans le circuit, et non en revenant au domaine pseudo-concret. Ce retour aurait pourtant probablement permis une évolution de leur RMS que n'a pas produite l'intervention de P. La route de modélisation suivie par ce binôme est :

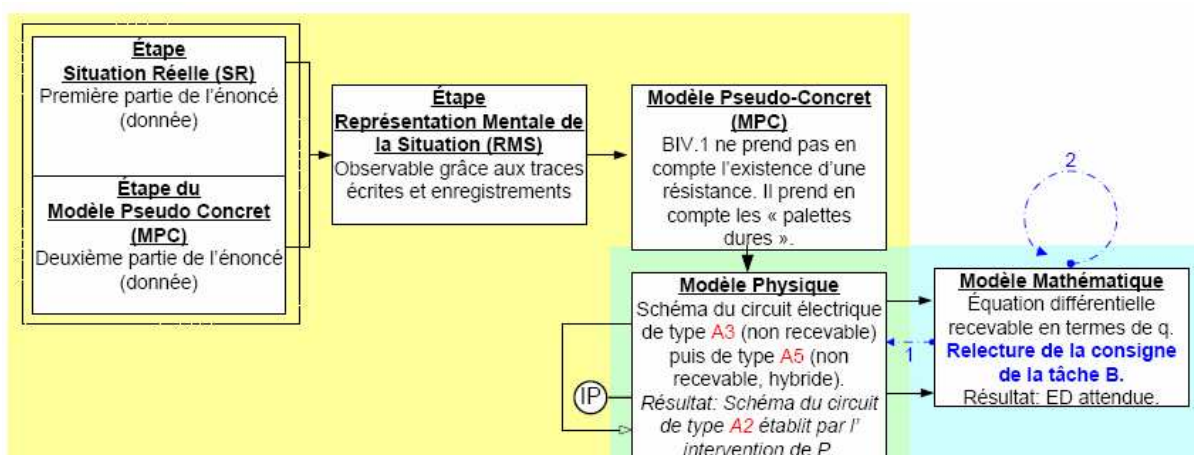


Figure 28: Route de modélisation suivie par le binôme BIV.2.

Une autre rétroaction intéressante pour le binôme BIV.2 est la remise en question de l'ED donnée en B, suite au retour à la consigne de la tâche B après l'avoir résolue. La réponse donnée au départ à la tâche A témoigne de ce que la RMS de ces élèves est loin d'être celle qui permet de bien comprendre le fonctionnement du défibrillateur. Lors de la tâche B, puisqu'il fallait modifier l'ED proposée (établie en termes de q), ces élèves font appel à P pour valider qu'effectivement il faut établir l'ED pour la tension aux bornes du condensateur et non pour la charge q . Ces élèves réalisent le changement à l'intérieur du domaine mathématique, sans établir de lien entre les symboles et leur signification dans le domaine de la physique. Le travail de ce binôme pour établir l'ED attendue reste donc dans le domaine mathématique. Lors de la résolution de la tâche C (phase 2), ces élèves n'arrivent pas à établir la condition initiale par eux-mêmes. C'est donc l'intervention de P à ce sujet qui leur permet d'établir qu'à $t = 0$, $U_C = 2000$ volts. Puisque ce binôme part d'une RMS/MPC différente de celle qui leur permettrait d'établir cette condition par eux-mêmes, nous pouvons conclure que les interventions de P lors des tâches A et C ne permettent pas une évolution de la RMS des élèves ni donc une meilleure compréhension de la situation à modéliser en termes physiques.

Par exemple, le changement de l'équation différentielle $RC \frac{dq}{dt} + q = 0$ en $RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$ peut être réalisé à l'intérieur du cadre purement mathématique, grâce à l'utilisation de la relation $q = CU_C$ (issue du domaine de la physique mais qui peut être vue simplement en tant que relation entre deux grandeurs). On observe évidemment l'influence du domaine de la physique chez ces élèves car il existe une signification physique des grandeurs représentées par les variables U_C , q , etc., mais la relation entre les étapes MP (qui relève du domaine physique) et l'étape MM (domaine mathématique) n'est pas très forte chez ces élèves.

De manière voisine, le binôme BIV.1 modifie aussi le circuit en A lors de la mise en équation (tâche B) mais le guidage de P ainsi que celui de l'« observateur » à ce sujet doivent être soulignés. L'absence d'autonomie lors de la réalisation des tâches ne laisse aucune chance à une évolution possible de la RMS de ce binôme.

Commentons la résolution de l'activité par les binômes BI.1 et BI.3. Ce dernier binôme a bénéficié d'un guidage très fort de P, fermant l'activité et empêchant ainsi toute évolution de la RMS. Le binôme BI.1 utilise la convention générateur pour le condensateur de manière presque inconsciente puisqu'il leur semble naturel de considérer le condensateur en tant que générateur car il se décharge vers la résistance. Lors de l'application de la technique mathématique τ_{SG1} pour établir les solutions d'une équation différentielle, ces élèves se rendent compte qu'il manque « un signe moins ». L'intervention de P met en évidence pour les élèves qu'il manque le signe moins dans la relation $i = dq/dt$, puisque c'est le phénomène de la décharge du condensateur qui est étudié. Il faut souligner que l'utilisation de la convention générateur n'est habituellement pas demandée en classe de Terminale et qu'il était donc prévisible que surgisse une difficulté lors de l'utilisation d'une telle convention.

Voici la route de modélisation suivie par ce binôme :

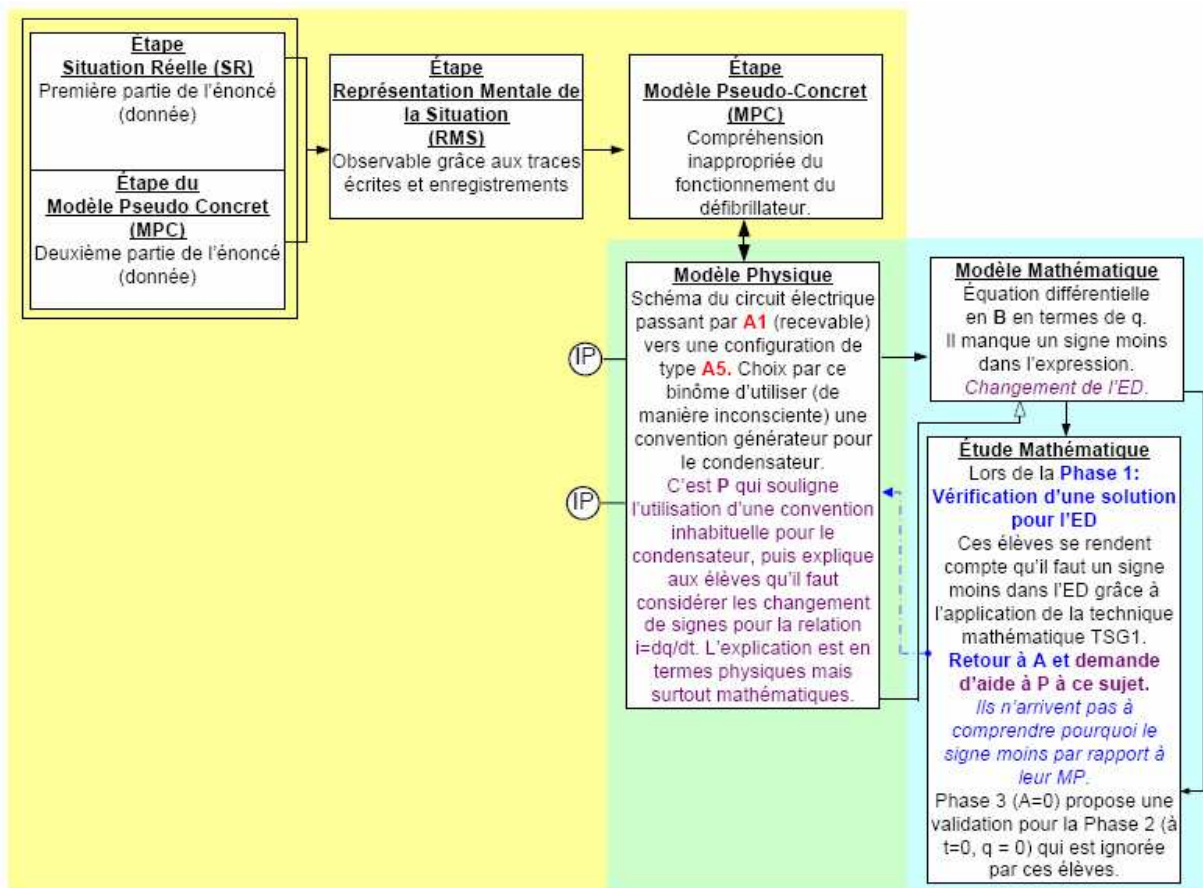


Figure 29: Route de modélisation suivie par le binôme BI.1.

Catégorie IV : les élèves démarrent la résolution de l'activité avec une compréhension inadéquate de la situation réelle (RMS non convenable) mais ils ne font pas appel à l'aide de P lors de la résolution de l'activité. Il s'ensuit que ces binômes n'arrivent pas à s'en sortir de manière autonome et donc on n'observe aucune évolution de leur RMS. Parfois les élèves ne se rendent pas compte qu'il faudrait revenir à une tâche précédente ou mieux préciser les valeurs des variables qu'ils ont introduites lors de la mise en équation.

Nous classons dans cette catégorie les binômes BI.2, BIII.1 et BIII.3.

Discutons tout d'abord la production du binôme BI.2. Une rétroaction de la tâche B sur la tâche A se produit car le binôme pense au début de la mise en équation introduire une résistance dans leur circuit mais ils doutent. Ils font appel à P à ce sujet. A la fin, ils introduisent une résistance en plus du thorax déjà introduit dans leur circuit.

Nous devons aussi préciser qu'une partie du travail fourni par le binôme se situe dans le domaine mathématique car ces élèves ignorent la démarche apprise en classe de Physique pour la mise en équation. Même s'ils connaissent les relations à utiliser, ils n'arrivent pas à démarrer la mise en équation grâce à l'établissement de la loi d'additivité de tensions. Ils appliquent la

technique mathématique pour l'établissement d'une ED (en réalité, celle attendue) mais ils essaient de faire un retour au domaine physique en appliquant une « technique » s'inspirant de l'analyse dimensionnelle (non réussie). Ces élèves proposent un circuit non recevable car ils ne prennent pas en compte l'insertion d'une résistance. Leur RMS n'envisage pas de résistance dans le circuit. L'intervention de P, qui les amène à finalement proposer un tel élément dans leur schéma, ne leur permet pas non plus de se rendre compte que la résistance introduite remplace le corps humain/thorax (qui finalement reste sur le dessin). De ces observations, on peut inférer que ces élèves ont construit un modèle pseudo-concret inadéquat : non seulement ils ne remplacent pas le corps humain par une résistance dans leur réponse à la tâche A mais aussi ils font preuve de faibles connaissances dans les domaines mathématique et surtout physique dans la phase de mise en équation au moyen de techniques apprises en classe de Physique.

Mentionnons aussi une rétroaction qui aurait pu se produire sur l'ED établie en B pour le binôme BIII.3 lors de la réalisation de la phase 3/phase 2 de la tâche C. Ces élèves n'ont pas conscience de l'existence d'une erreur malgré la validation qu'offrent les phases 2 et 3 de la tâche C. Finalement, il n'y a pas de modification de l'ED établie en B. L'ED est non recevable mais aucune intervention de P n'a été demandée.

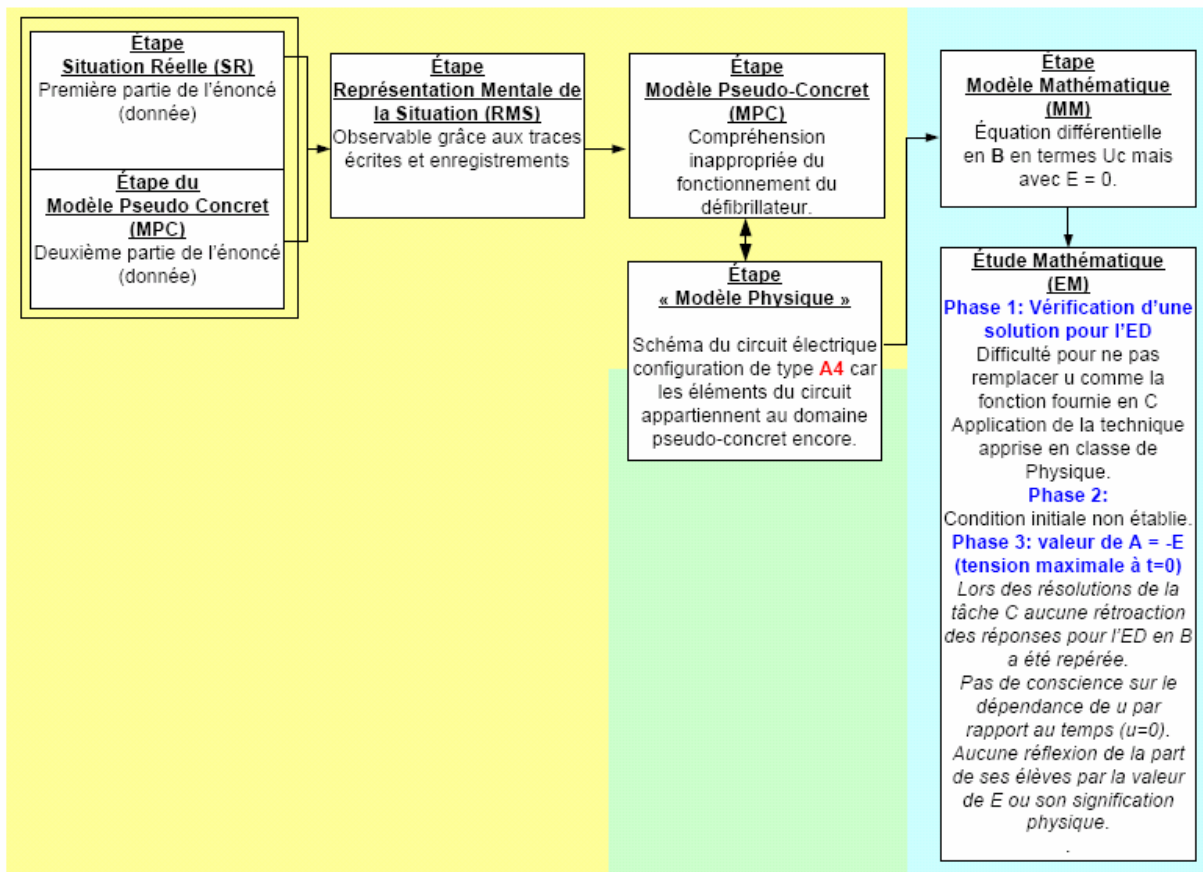


Figure 30: Route de modélisation suivie par le binôme BIII.3.

Le binôme BIII.3 propose un dessin comme réponse à la tâche A avec des éléments tels que les électrodes (qui doivent être négligées) et le défibrillateur. Soulignons l'absence du corps humain de leur dessin. De plus, tous les éléments du dessin sont issus du domaine pseudo-concret. La réponse est qualifiée de non recevable car ce dessin ne représente pas un modèle physique. Il est intéressant de remarquer que ce dessin permet d'établir que ces élèves n'ont pas effectué le passage de la situation réelle (SR) au domaine mathématique puis au domaine de la physique. Cela témoigne d'une RMS inadéquate qui ne leur permettra pas de réussir les tâches suivantes. Par exemple, lors de la mise en équation en B, ces élèves utilisent la technique de mise en équation enseignée en classe de Physique de manière presque correcte mise à part l'indétermination de la valeur du paramètre E. A ce moment-là, ces élèves ne se posent pas de questions à ce sujet. Lors de la réalisation de la phase 1-tâche C une erreur dans l'application de la technique apprise en classe de physique pour démontrer qu'une fonction est solution (ou non) d'une ED ne leur permet pas de mettre en question la valeur de E (difficile à décider, étant donné le dessin en E et l'automatisme pour la mise en équations sans interrogation sur la signification des variables qui interviennent dans l'ED). On n'observe aucun lien dans leur travail entre le domaine MM et le domaine de la physique. Il nous semble que ces élèves passent directement de l'étape SR au MM car le schéma fourni à la tâche A relève d'un modèle pseudo concret très proche de la situation réelle (présence du

défibrillateur, des électrodes et absence de résistance) et aucun élément du modèle physique n'a pu être repéré. La réponse donnée par ces élèves pour l'établissement de la valeur de A donne à voir des erreurs au plan physique, on peut supposer qu'ils ne donnent aucune signification physique aux variables en jeu.

Il semble donc que le fait d'établir un lien entre ce que les élèves écrivent dans le domaine mathématique (variables, formules, équations) et la signification physique qu'ils se font de la situation à la lumière de leur RMS est important pour la réussite à l'activité de modélisation. Le modèle pseudo-concret très peu élaboré construit par les élèves du binôme BIII.3 et l'absence de modèle physique ne leur permettent pas de répondre de manière satisfaisante aux questions, même si, en général, ils connaissent les techniques mathématiques à mettre en œuvre pour résoudre les tâches. Mais ils les appliquent incomplètement et pour arriver à une valeur numérique, ils affectent des valeurs à des grandeurs physiques sans contrôle sur la signification physique de ces valeurs (par exemple, pour trouver la valeur de A, phase 3-tâche C, ils écrivent « $u = 0$ » sans que l'on puisse déterminer pourquoi).

La résolution de l'activité par le binôme BIII.1 est proche de celle du binôme précédent. Voici la route de modélisation suivie par ce binôme :

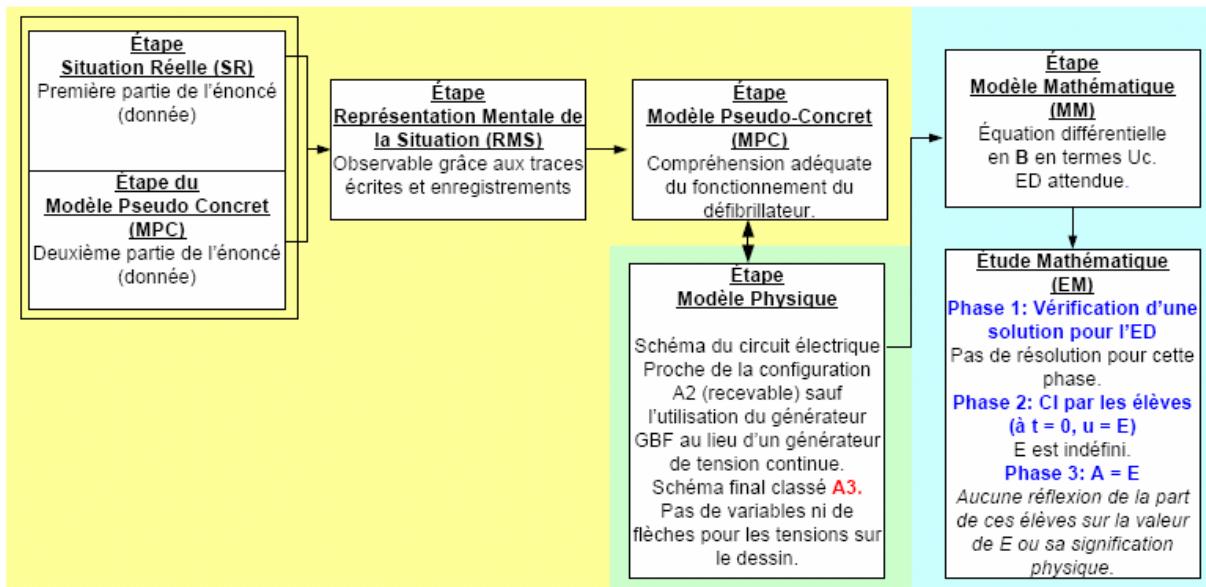


Figure 31: Route de modélisation suivie par le binôme BIII.1.

Ce binôme propose d'abord un schéma du circuit très proche de la configuration attendue (de type A2) excepté le fait que ces élèves utilisent un générateur de basses fréquences (GBF) au lieu d'un générateur de tension continue. Nous avons donc décidé de classer cette réponse comme non recevable (de type A3) car nous avons supposé que la présence d'un tel générateur dans leur circuit correspond à une RMS non attendue. La présence du générateur de basses fréquences (GBF) dans leur dessin, habituellement utilisée au moment d'étudier les circuits RLC, était pour nous une trace d'une compréhension partielle de la situation car ce type de

générateur n'est pas le plus adéquat pour charger le défibrillateur (condensateur). Les résolutions des tâches suivantes par ce binôme semblent confirmer cette impression.

Par exemple, lors de la mise en équation, ces élèves établissent bien qu'« il s'agit d'une décharge, donc $E = 0$ ». Cela les conduit à l'établissement d'une ED en termes de U_C , réponse attendue. Mais au moment de l'application de la technique apprise en classe de Physique pour résoudre la phase 1 de la tâche C, ces élèves établissent la condition initiale attendue (« à $t = 0$ $U = E$ donc $A = E$ ») mais en fonction du paramètre E sans préciser aucune valeur pour ce paramètre dans leur production écrite. Par ailleurs nous ne repérons pas de traces de discussion à ce sujet lors des échanges verbaux entre ces élèves. La réalisation de la phase 2 (tâche C) suppose que l'élève fasse un retour au domaine pseudo-concret (en passant par le domaine physique). Ces élèves ne l'ont pas fait et ils n'ont pas cherché à réfléchir sur la signification (en termes physiques) de E et à préciser la valeur de « E » grâce au passage de l'étape EM vers l'étape SR/MPC (l'énoncé). Pour le cas de ce binôme, une évolution de leur RMS avec les modifications au MPC aurait eu lieu s'ils s'étaient aperçus qu'il fallait préciser la valeur de ce paramètre.

1 Sur l'analyse des catégories précédemment décrites (routes de modélisation suivies d'après les réponses données aux tâches A, B et C)

De manière globale, nous avons indiqué que la résolution de la tâche C se place dans le domaine mathématique et/ou domaine de la physique et dépend des types de techniques utilisées. Nous avons vu ci-dessus comment le travail des élèves leur a permis de modifier des réponses à des tâches antérieures (B et A) avec ou sans l'aide de P, en s'appuyant toujours sur la RMS qu'ils avaient de la situation et donc sur le MPC qu'ils ont construit préalablement.

Des routes de modélisation dégagées précédemment, nous devons conclure le rôle fondamental de l'établissement d'un modèle pseudo concret correct par les élèves pour l'établissement d'un modèle physique recevable en termes de la Physique.

Rappelons que nous avons décidé de découper la tâche (C) en trois phases et c'est en particulier lors de la réalisation de la phase 2 (établissement par les élèves d'une condition initiale) que les plus grandes difficultés sont apparues. Seuls deux (TIII.4 et BIV.3) des douze binômes ont pu répondre correctement à cette phase de manière autonome car les trois autres réponses recevables obtenues (BI.3, BIV.1 et BIV.3) ont été proposées grâce à l'intervention de P. Soulignons que la réponse de BIV.3 doit être considérée de manière différente de celle de TIII.4 car le premier binôme a été constamment aidé par P dans les autres tâches accomplies auparavant (tâche A et B). Seul le trinôme TIII.4 a finalement répondu de façon autonome et satisfaisante aux trois premières tâches de l'activité.

Une des raisons possibles justifiant cette difficulté est d'une part, le caractère inhabituel de la tâche C (phase 2) pour les élèves, tant en classe de Mathématiques qu'en classe de

Physique. La condition initiale est la plupart du temps donnée aux élèves et l'on ne demande pas de l'établir même s'il s'agit d'une tâche intéressante du point de vue de la modélisation.

Par exemple, d'après le schéma de modélisation, l'établissement d'une telle condition suppose que l'élève doit revenir du domaine mathématique dans lequel il a développé la réponse à la phase 1 au domaine pseudo-concret (à travers la RMS et le MPC construits auparavant) pour définir la valeur de la tension aux bornes du condensateur à $t = 0$. Cela n'est pas évident pour les élèves comme l'expérimentation le montre, mais cela nous permet d'établir que si les élèves avaient une bonne compréhension de la situation de départ, ce pas ne poserait pas de problèmes, mais s'ils ont une compréhension partielle ou peu claire de ce qui est à modéliser, il devient difficile voire impossible de répondre correctement à la tâche.

2 *Sur les stratégies de résolution pour la tâche D*

Nous n'avons pas pris en compte dans la discussion antérieure la tâche D qui permet le passage du domaine mathématique ou physique au domaine pseudo-concret pour finalement répondre à la question posée (titre de la situation expérimentale et objectif de l'expérimentation) : préciser si le patient en question a des chances de survivre à un arrêt cardiaque ou non.

Les réponses données à la question D ont été classées comme non recevables à l'exception des réponses finales des binômes de la partie IV de l'expérimentation (lycée International). En effet, le professeur guide les élèves à propos de deux techniques à mettre en œuvre qui ont été montrées en classe de Physique.

La première réponse donnée à cette tâche par tous les élèves repose sur deux caractéristiques des connaissances des élèves :

- d'une part, ces élèves ne conçoivent pas la tension aux bornes du condensateur U_C en tant que variable dépendant du temps (en réalité $U_C(t)$). Toutes les réponses des élèves à toutes les autres questions montrent l'absence d'une telle écriture (en fonction du temps). Cette remarque est valide aussi pour d'autres variables, telles que la charge $q(t)$ du condensateur et le courant $i(t)$ du circuit. Les échanges verbaux entre les élèves ne nous permettent pas de supposer qu'ils ont conscience d'une telle dépendance. Nous pensons que la nouveauté de l'étude du régime transitoire en classe de Physique - Terminale S au lieu du régime permanent étudié auparavant au lycée, peut expliquer cette difficulté.
- d'autre part, les élèves proposent l'utilisation de relations entre grandeurs physiques, souvent déjà utilisées par eux dans les classes précédentes, (par exemple : la loi d'Ohm) sans se poser de question sur la validité d'utilisation de ces relations (lois), ni sur la pertinence de ces relations pour résoudre la tâche D. Eventuellement, une telle démarche aurait pu être admise si les élèves explicitaient que l'expression $i = U/R$ est

valide lorsque l'intensité prend sa valeur maximale (au début lorsque $t = 0$). Dans ce cas particulier, nous pourrions prendre cette réponse comme valide mais cette explication n'a été trouvée dans aucune des productions écrites des élèves (de même, nous ne disposons pas de traces verbales).

Il semble intéressant de souligner que les élèves n'appliquent aucune des deux techniques différentes apprises en classe de Physique pour résoudre la tâche D (cf. V.6.b). Le non rappel de ces techniques est surprenant, si l'on prend en compte que celles-ci peuvent être déduites des relations utilisées pour la mise en équation pendant la résolution de la tâche B, par exemple de la loi d'additivité de tensions

La présence d'une suggestion (« déduire $i(t)$, préciser l'intensité maximale») accompagnant la tâche D (suggestion formulée plutôt en termes mathématiques) permet à certains binômes (BII.1 et BIII.3) de penser la résolution grâce à l'application de la technique suggérée dans la question (que nous considérons comme relevant davantage du domaine mathématique) mais finalement les élèves n'en tiennent pas compte et donnent une réponse grâce à la méthode non recevable faisant appel à $U=RI$.

Finalement, les neuf binômes qui ont abordé la tâche E concluent correctement (d'après ce que nous attendions dans l'analyse a priori) car la valeur trouvée est celle attendue même si elle a été obtenue par une démarche de résolution non recevable. Rappelons que c'est la tâche E qui permet de confronter les résultats obtenus en termes pseudo-concrets (issus du modèle mathématique établi) aux données du domaine réel (fournies par le tableau en annexe).

3 Sur les difficultés plus fréquentes repérées

En prenant comme base notre schéma de modélisation défini dans le chapitre I (redéfini dans le chapitre III pour intégrer le domaine de la physique) et les routes de modélisation suivies par les binômes (schémas présentés ci-dessus), l'expérimentation mise en place a permis de repérer les difficultés que les tâches de notre activité soulevaient pour les élèves à deux niveaux :

- Macro-niveau : en termes des étapes du processus de modélisation défini dans notre démarche de modélisation (cf. Chapitre I et éventuellement Chapitre III pour la Physique), des étapes qui interviennent en particulier lors de la résolution de la situation expérimentale (cf. Chapitre V)
- Micro-niveau : en termes des praxéologies identifiées grâce à l'analyse des manuels des Mathématiques (cf. Chapitre II) et de Physique (cf. Chapitre IV)

Nous sommes partis du fait qu'il était important que la démarche de modélisation soit enseignée aux élèves de la classe de Terminale (en classe de Mathématiques ainsi qu'en classe de Physique). Nos observations ont permis de confirmer que le passage de l'étape de la Situation Réelle au domaine mathématique est centrale lors du processus de modélisation. Ce passage suppose, dans notre cas, le passage par des étapes intermédiaires comme la représentation mentale de la situation « étape RMS », l'établissement (implicite la plupart du temps) du modèle pseudo-concret « étape MPC » et le passage au domaine de la physique grâce à l'étape de modèle physique « MP ».

Le tableau ci-dessous permet de montrer les difficultés les plus fréquentes lors de la résolution de la situation par les élèves et de les situer par rapport aux étapes de la démarche de modélisation (et parfois par rapport aux passages entre étapes).

<i>Macro-niveau (étape de la démarche de modélisation)</i>	<i>Tâche de la situation expérimentale</i>	<i>Micro-niveau (praxéologie observées dans les manuels)</i>	<i>Description de la difficulté repérée</i>
<i>Passage SR → MPC → MP</i>	<i>Tâche A : configuration du circuit</i>	<i>Pas de technique associée à T_{CIR}</i>	<i>1. Les élèves n'ont pas ressenti le besoin d'inclure une résistance dans leur circuit pour représenter le thorax du patient.</i>
<i>MM</i>	<i>Tâche B</i>	<i>*Praxis (T_{ME}, τ_{ME}) <i>*technique non enseignée en classe *pas de lien entre le domaine physique et celui des mathématiques.</i></i>	<i>2. Les élèves oublient des relations et des lois de la physique et/ou leur mise en relation pour établir l'ED demandée. Des relations incorrectes sont parfois utilisées. 2'. Les élèves établissent l'ED en termes de q et non de U_C. 2''. Les élèves n'établissent pas la valeur $E = 0$, indice d'une RMS inadéquate.</i>
<i>MM → EM</i>	<i>Tâche C – phase 1 → B</i>	<i>*Praxis ($T_{RED}, \tau_{RED/D}$)</i>	<i>3. Le caractère indéfini de E met en question auprès des élèves leur MM établi en B et parfois leur MP établi en A.</i>

$EM \rightarrow SR \rightarrow EM$	Tâche C – phase 2	Pas de technique associée	4. Difficulté pour établir la condition initiale.
$RM \rightarrow RP \rightarrow RPC$	Tâche D	Praxis ($T_{Ia}, \tau_{Ia} / \tau_{Ia'}$) ($T_{Ib}, \tau_{Ib} / \tau_{Ib'}$)	5. Les élèves ne conçoivent pas l'intensité en fonction du temps.

Tableau 8: Les difficultés les plus fréquentes repérées

- Les difficultés liées à la tâche A (configuration du circuit et insertion de R en tant que thorax) et à la tâche C/phase 2 (établissement de la condition initiale) sont des difficultés qui sont conformes au fait qu'il n'y pas de praxis associée comme vu dans l'analyse des manuels. Ces types de tâches sont donc très peu, voire nullement pratiqués en classe de Physique. Ces deux types de tâches supposent un lien (parfois un aller-retour) entre le domaine mathématique ou physique avec le domaine pseudo-concret et nous supposons que c'est pour cette raison qu'ils soulèvent le plus de difficultés pour les élèves car le retour au domaine pseudo-concret puis au domaine sur lequel on travaille, n'est pas une tâche facile pour un élève travaillant seul sans aide du professeur.
- L'établissement de l'équation différentielle (tâche B) a été aussi une source de difficultés pour une partie des élèves car ils semblent ne pas se rappeler certaines relations (manque de connaissances propres au Physique) ou ils ont des difficultés pour les mettre en relation (connaissances mathématiques), malgré l'existence d'une praxis identifiée grâce à l'analyse des manuels. Cette tâche centrale pour le processus de modélisation n'a pas été une tâche facile à résoudre par les élèves en autonomie malgré la praxis habituellement enseignée en classe. Il faut se rappeler que la plupart de temps en classe c'est l'ED de la charge du condensateur qui est établie et cela peut expliquer les difficultés pour l'écriture du modèle pour la décharge. L'apparition de l'ED de la charge nous a surpris, alors qu'elle n'est jamais traitée en classe, mais elle semble ressortir de manière naturelle chez les élèves.
- Une autre difficulté est apparue chez tous les binômes dans la résolution de la tâche D grâce aux deux techniques enseignées en classe de Physique. Aucun binôme n'a répondu comme attendu et une réponse non recevable ($i = U/R$) est proposée par les élèves. Cette réponse peut s'expliquer car auparavant les élèves avaient travaillé avec des circuits électriques en régime permanent où cette relation était valable.
- Enfin nous observons que la tâche C (phase 1) a permis aux élèves d'invalider des erreurs possibles dans l'ED établie en B et, en particulier, relativement à l'indétermination du paramètre E. L'application réussie de la technique $\tau_{RED/D}$ permet de considérer que le paramètre E doit prendre une valeur et les élèves arrivent à établir l'égalité $E = 0$ (parfois guidés par P ou en complète autonomie). Cette difficulté (n°3, cf. Tableau 8) est liée à la difficulté 2'' (cf. Tableau 8) repérée en B. Elle provoque un

retour presque obligé à la tâche A pour donner une signification au paramètre E (sans ou avec le guidage de P).

4 Le rôle de la RMS/MPC pour la réussite de l'activité de modélisation chez les élèves et l'influence des interventions de P lors de la modélisation

Dans la discussion qui précède, nous avons constaté qu'un élément essentiel pour la réussite de la modélisation de la situation expérimentale est d'abord l'établissement du modèle pseudo-concret adapté au phénomène à modéliser ainsi qu'une RMS adéquate pour bien démarrer la modélisation visée. Le trinôme TIII.4 (catégorie I) est le meilleur exemple de l'importance d'un modèle pseudo-concret juste (construit grâce à une représentation mentale de la situation, étape RMS) qui ensuite permet aux élèves d'établir un modèle physique correct.

Il faut commenter dans cette partie la difficulté méthodologique que constituent les étapes de la RMS et du MPC pour une étude du type de la nôtre. Etant donné le caractère subjectif et la plupart du temps implicite de ces étapes, le seul élément pour obtenir des traces du passage de ces élèves à ces étapes est constitué par les enregistrements verbaux obtenus lors de la résolution de l'activité et par la réponse donnée à la tâche A (ainsi que toutes les modifications postérieures à cette réponse).

Surmonter certaines des difficultés décrites ci-dessus permet quelquefois à certains élèves de faire évoluer leur RMS sous certaines conditions ; en particulier on observe l'influence des interventions de P mais il faut prendre en compte aussi le contenu de ces interventions.

L'analyse des routes de modélisation de binômes autres que TIII.4 montrent qu'une intervention de P sur plusieurs tâches de la situation expérimentale, de manière très directe, en induisant la réponse attendue ne laisse pas la place à une évolution possible de la RMS (**catégorie III**).

Par exemple, certains élèves répondent correctement aux questions posées mais à la fois la RMS et le MPC inadéquats construits dès le départ n'évoluent pas en raison des interventions de P. Il n'y a donc pas de véritable démarche de modélisation pour ces élèves qui n'entrent pas par eux-mêmes dans l'enjeu de la modélisation. Les nombreuses interventions de P lors de la plupart des tâches pendant la résolution de l'activité expérimentale rendent ainsi difficile le simple changement d'une ED en termes de q à son équivalent en termes de U_C dans le domaine mathématique (cf. BI.3).

On trouve aussi que lorsque le professeur s'est livré à des interventions répétées tout au long de l'activité de modélisation, les binômes peuvent difficilement se rendre compte de l'insuffisance de leur compréhension au départ du fonctionnement de l'appareil à modéliser

pour réussir sans problème la modélisation (cf. BIV.3) et en particulier l'établissement du modèle mathématique (ED de Uc avec le paramètre $E = 0$).

Lors du passage du domaine physique (étape MP) au domaine mathématique (étape MM), il est possible d'avoir besoin de préciser des signes si la mise en équation ne se fait pas d'après les conventions utilisées en classe de Physique (cf. BI.1). L'aide de P à ce sujet devient essentielle puisque la convention générateur n'a pas été présentée en classe. Les justifications en termes de Physique pour l'utilisation de ces conventions sont difficiles à voir apparaître car l'enseignement mis en place ne le permet pas : la convention récepteur est celle qui est privilégiée dans l'enseignement de la Physique au lycée.

On constate aussi que parfois le non appel à P, pour fournir des pistes et donc aider à répondre à une question spécifique, ne permet non plus qu'une évolution de la RMS ait lieu (**catégorie IV**). En effet, les binômes relevant de la catégorie IV, ne demandent aucun type d'aide extérieure.

Certes des validations dues aux autres tâches (en particulier à la tâche C) vers la mise en équation proposée en B peuvent apparaître mais en raison d'absence de mise en relation entre les domaines de la physique (MP) et le domaine mathématique (MM), les élèves n'arrivent pas à prendre en compte une telle validation dans leur travail (BIII.1, BIII.3). Ils semblent ignorer complètement la rétroaction produite : à titre d'exemple, nous pouvons citer BI.1 lors de la résolution de la tâche C, non conclue dans leur production. L'absence d'interrelations entre le MM et le MP contribuent à bloquer l'évolution de la RMS et du MPC (cf. BIII.3).

Il faut souligner que l'absence de connaissances propres au domaine de la physique pour la mise en équation du modèle mathématique peut représenter un blocage important chez les élèves (cf. BI.2) car l'établissement de l'équation différentielle suppose la mise en relation des connaissances physiques et des connaissances mathématiques. L'absence d'une demande d'aide de P à ce sujet semble bloquer totalement toute possibilité de la RMS de ses élèves sur ce sujet.

Finalement, on trouve que les élèves qui avaient au départ une RMS plus ou moins adéquate (**catégorie II**) ont présenté des évolutions selon le type d'intervention de P au sujet toujours de la même rétroaction : de la tâche C vers la tâche B (ED) pour la détermination de la valeur de E dans le modèle établi.

Il est possible que les élèves travaillent en autonomie et ce n'est que la validation due à une tâche postérieure qui leur permet de se rendre compte d'une erreur. Si la RMS et le MPC sont plus ou moins adéquats (reposant donc sur une compréhension appropriée du phénomène de départ), une évolution de RMS/MPC due à l'invalidation par une autre tâche permet donc de corriger une erreur produite au plan purement mathématique, et finalement d'établir l'équation différentielle attendue (cf. BIII.2).

Une invalidation d'une réponse erronée à la tâche B par la phase 1 de la tâche C semble être évidente (E indéfini). La mise en relation entre les domaines de la physique (MP) et le domaine mathématique (MM) n'est pas facile à faire par ces élèves, sans le guidage de P qui permet de faire le lien entre ces deux domaines et donc revenir au plan mathématique en précisant $E = 0$ (cf.BII.2). On observe que la force d'une telle intervention est importante car dans le cas de BII.1, une simple suggestion ne semble avoir été suffisante pour aider ces élèves à faire évoluer leur RMS.

5 Conclusion du chapitre VII

A Sur la représentation mentale de la situation des élèves

La mise en relation du domaine mathématique et du domaine physique semble être une condition essentielle pour permettre une évolution possible de la RMS des élèves. En général, les différents passages possibles entre les trois domaines (pseudo-concret, physique et mathématique) qui interviennent dans la modélisation de la situation expérimentale mise en place auprès des élèves semblent permettre que cette évolution puisse potentiellement apparaître chez les élèves lors ils sont en train de modéliser une situation particulière.

Dans le chapitre I, nous avons présenté différents schémas du processus de modélisation existant dans la littérature et nous les avons organisés d'après les travaux de Borromeo (2006). Borromeo fait une distinction importante entre la RMS et le MPC. Deux possibilités se sont présentées à ce sujet : on peut partir du fait que ces deux étapes sont les mêmes (cf. I.4.B.i, Groupe III de type mixte) ou que ces étapes sont différentes (Groupe IV). Nous nous étions placée dans le dernier groupe. D'après l'analyse des données recueillies, nous nous sommes rendu compte de la difficulté surtout au niveau méthodologique de faire la différence entre ces deux étapes. Lors de la présentation des routes de modélisation suivies par les élèves, nous avons considéré ces étapes comme une seule entité car la réponse donnée à la tâche A ne nous a permis d'obtenir des observables que pour ces deux étapes à la fois.

Une question formulée par Borromeo dans ses recherches avait déjà mis en question l'importance de différencier (ou non) ces deux étapes et d'après nos résultats nous croyons qu'une telle différenciation pourrait apporter encore plus d'éléments pour mieux comprendre les processus cognitifs mis en œuvre par les sujets. Un cadre théorique plus solide pourrait permettre d'approfondir plus l'étude sur ce point.

Dans son schéma de modélisation, Borromeo (2006, cf. I.4.c.ii) place la représentation mentale de la situation comme une des étapes du processus de modélisation qui permet le passage entre la situation réelle (étape SR) et le modèle réel (étape MR de Borromeo, MPC d'après nous). Compte tenu de la nature de la modélisation dans notre travail, l'insertion de

l'étape Modèle Physique (MP) est devenue nécessaire et donc dans la situation expérimentée, la RMS permettait le passage du domaine pseudo-concret au domaine physique.

Notre travail a permis de mettre en évidence que la RMS est présente dans toutes les étapes du processus de modélisation et que celle-ci peut évoluer à n'importe quelle étape de la démarche de modélisation. Notre étude a aussi permis de repérer l'importance des passages entre les différentes étapes (et donc parfois entre les différents domaines) qui interviennent lorsqu'on modélise une situation.

Un résultat issu de notre recherche doit être souligné : il convient de considérer la RMS comme sous-jacente à toutes les étapes du processus de modélisation et non comme une étape en soi. Elle peut évoluer à n'importe quel moment mais cette évolution peut être favorisée grâce aux passages entre étapes (aller ou retour).

Par exemple, d'après l'analyse des routes de modélisation de binômes (ci-dessus), nous avons observé que des évolutions de la RMS ont eu lieu grâce au passage de la tâche B vers la tâche A (passage donc du domaine mathématique vers le physique).

La rétroaction qui s'est produite pour certains binômes de la tâche C (phase 1) sur la tâche B (passage entre deux étapes à l'intérieur du domaine mathématique) obligeait les élèves à revenir au modèle physique (domaine physique) voire même à la situation réelle (domaine pseudo-concret). Pour certains de ces retours, l'intervention de P a été quelquefois nécessaire. Certaines suggestions ont permis l'évolution de la RMS des élèves tandis que d'autres interventions trop directives ont pu empêcher des évolutions possibles.

L'importance des rétroactions d'une tâche sur une autre a aussi été essentielle pour l'évolution de la RMS des élèves. En particulier, la question C semble avoir eu beaucoup d'influence sur la RMS des élèves et l'étude de cette rétroaction permet de mettre en relief l'intérêt didactique de ces rétroactions pour les professeurs : en effet par des questions adéquates (« les bonnes questions »), on peut faire évoluer la RMS des élèves, ce qui peut être très utile pour les enseignants si l'on vise l'enseignement de la modélisation au lycée. Nous avons vu qu'une intervention très directe (ou fréquente) sur des tâches essentielles lors du processus de modélisation peut, en revanche, casser le sens de l'activité modélisatrice. Il faudrait arriver à préciser le type de guidage nécessaire pour que les élèves puissent surmonter des blocages, faire évoluer leur RMS, et entrer ainsi dans une démarche de modélisation proche de la démarche de référence,

B Sur l'importance de l'établissement du modèle physique par les élèves

Lors de notre étude, nous avons repéré que l'établissement du modèle physique (au moyen d'un circuit électrique dans la tâche A) a été central pour la démarche de modélisation proposée. En général, l'établissement du modèle physique par les élèves semble jouer lors du

processus de modélisation un rôle clé auquel nous ne nous attendions pas. Malheureusement ce type de tâche est une tâche inhabituelle en classe de Physique d'après notre analyse des manuels. L'établissement du circuit électrique par l'élève est un type de tâche pratiquement inexistant dans les manuels analysés. Ce type de tâches devrait être davantage développé si l'on souhaite placer les élèves face à une démarche de modélisation au lycée plus proche de celle de référence).

C Sur la liaison Physique–Mathématiques

Dans ce qui précède, nous avons aussi repéré des difficultés liées au manque de relations entre ces deux domaines, mais toujours en raison de connaissances insuffisantes ou incomplètes internes à chaque domaine. Il a été difficile pour nous de faire la différence entre ce qui relève exclusivement du domaine mathématique et ce qui relève du domaine physique en raison des liens étroits entre ces deux champs de connaissances pendant la modélisation de la situation et en particulier lors de la mise en équation. Dans la plupart des relations utilisées dans le domaine mathématique interviennent des grandeurs qui ont une signification physique.

Pour la classe de Mathématiques, les activités de modélisation mises en place doivent faire appel aux connaissances extra-mathématiques et dans notre cas, aux connaissances physiques car la mise en relation entre ces deux domaines est importante pour que l'activité de modélisation soit réussie par les élèves.

Notre étude permet de montrer que l'interaction entre le professeur de la classe de Physique et celui de la classe de Mathématiques est recommandable si l'on souhaite mettre en place des activités plus ouvertes que celles normalement observées dans les manuels où les élèves peuvent utiliser en même temps leurs connaissances des deux domaines pour la modélisation de certaines problématiques.

Il est difficile d'envisager la mise en place d'activités de modélisation au lycée sans que cette interaction entre les professeurs de divers domaines extra-mathématiques (en plus des Mathématiques) ait lieu.

Nous observons d'après les productions des élèves analysées que si les élèves restent au domaine purement mathématique, jamais ils pourront mettre en question leur RMS et donc il n'y aura pas d'évolution possible à la RMS construite.

D Sur la transposition de la démarche de modélisation

Avant de conclure ce chapitre, il faut souligner le rôle que l'outil « route de modélisation » (de Borromeo 2006) a joué dans notre étude. Les nombreuses routes de modélisation observées dans l'analyse de réponses de binômes (nous en avons repris quelques unes ci-

dessus) permettent de se faire une idée de la diversité possible de routes possibles utilisées par les élèves.

Dans une perspective cognitive, cet outil met en relief la diversité des routes possibles. Une conséquence en est la difficulté d'une analyse qui chercherait à établir une description générale sur la manière dont les élèves font face à l'activité de modélisation proposée. Comme affirmé par Borromeo, ces routes de modélisation prennent du sens lorsqu'on les associe à la modélisation d'une situation particulière, en d'autres mots les routes de modélisation des élèves dépendent des caractéristiques de la situation expérimentale posée

Comme dans cet étude, nous n'avons pris qu'un seul cas, un objectif pour le futur est d'essayer d'établir les différences entre ces routes (ainsi qu'entre les passages entre des étapes et des évolutions possibles de la RMS des élèves) quand la situation à modéliser varie au sein d'un ensemble de divers contextes de la Physique (par exemple, Mécanique et Radioactivité) mais aussi entre diverses disciplines (telles que la Biologie ou Chimie).

Blum (2002) et Borromeo (2006) avaient déjà questionné la pertinence de considérer une transposition de la démarche de modélisation pratiquée habituellement par les experts (« idéale ») au contexte scolaire. Effectivement, une transposition de cette démarche doit avoir lieu pour rendre le processus de modélisation plus accessible aux élèves, mais elle devrait éviter d'éliminer les phases (ou passages entre ces étapes) critiques, comme par exemple le passage d'une situation réelle à l'établissement du modèle mathématique en passant par des étapes intermédiaires (RMS/MPC et MP)

Si l'on évite confronter les élèves de manière habituelle à ce type de tâches nécessaires pour passer de une situation réelle (SR) au modèle mathématique (MM) en classe de mathématiques ou en classe de physique, une partie essentielle de la démarche de modélisation continuera malheureusement d'être négligée par l'enseignement au lycée et donc non transmise aux élèves, contrairement aux ambitions déclarées des programmes actuels.

Le regret exprimé par Borromeo (2006) de l'absence de recherches sur l'enseignement et l'apprentissage de modélisation d'un point de vue cognitif prend aujourd'hui une grande importance : dans la mesure où des recherches visent à mieux comprendre les processus cognitifs mis en œuvre par les élèves lorsqu'ils modélisent, et en particulier les difficultés liées à la modélisation en situation scolaire de divers phénomènes, l'enseignement disposerait d'éléments pour proposer des activités scolaires visant l'apprentissage d'une démarche de modélisation.

Chapitre VIII

Conclusion et Perspectives

Nous avons indiqué dans le Chapitre I que notre travail de thèse comporterait deux volets :

- un premier volet, centré sur la démarche de modélisation telle qu'elle est mise en place dans l'enseignement notamment en classe de Physique et de Mathématiques en Terminale S ;
- un deuxième volet cognitif, où nous analysons les démarches, et en particulier les difficultés des élèves lorsqu'ils modélisent une situation réelle en classe de Physique qui met en jeu un circuit électrique en établissant un modèle mathématique sous forme d'équation différentielle.

Nous synthétisons ci-dessous les principaux éléments résultant de l'étude menée dans chacun de ces volets.

1 La transposition de la démarche de modélisation dans l'enseignement

Un des objectifs du premier volet relatif à la démarche de modélisation consistait à préciser le type de démarche de modélisation mis en place dans l'enseignement pour la classe de Mathématiques (Chapitre II), et pour la classe de Physique (Chapitre III). Nous cherchions à préciser le type d'activités proposées autour de l'enseignement de la modélisation dans cette classe, à la fois dans l'enseignement de mathématiques et dans celui de physique.

Nous avons choisi de faire porter l'étude de la démarche de modélisation sur l'institution globale Classe de Terminale S et les sous-institutions Classe de Mathématiques et Classe de Physique. Selon une hypothèse de travail, ces deux sous-institutions sont en effet considérées comme différentes dans le présent travail.

Nous avons également défini dans le Chapitre I un schéma du processus de modélisation qui comportait 8 étapes, mais qui était proche de la démarche de modélisation « des experts » (d'après notre analyse des recherches sur le sujet).

Pour caractériser la démarche dont la mise en place est l'objectif visé dans ces classes, nous avons décidé d'utiliser le cadre théorique de la transposition didactique de Chevallard (1991); théorie qui nous a permis d'établir une méthodologie d'analyse de la transposition de cette démarche dans l'enseignement, en trois étapes :

- une analyse des programmes officiels
- une analyse des manuels utilisés habituellement dans ces classes, en nous appuyant sur la notion de praxéologie (Chevallard, 1991 ; Artaud et Sahraoui-Kaidi, 2004)
- une analyse de l'adaptation à ces élèves de la démarche de modélisation par le professeur

Reprenons les questions posées dans le Chapitre I pour la classe de Mathématiques :

Quels types de tâches sont-ils demandés aux élèves, et quel genre de techniques est-il attendu de leur part, lorsqu'ils modélisent des situations au moyen d'équations différentielles ?

L'analyse de la transposition de la démarche de modélisation pour la classe de Mathématiques a montré que la démarche existante en classe de Mathématiques était, la plupart du temps, réduite à des tâches relevant seulement du domaine mathématique, telles que :

T_{SG} : la résolution d'équations différentielles de la forme $y'=ay+b$, ou celles qui s'y ramènent

T_{SP} : l'établissement d'une solution particulière qui satisfait à une condition initiale (habituellement donnée par l'énoncé de l'exercice)

T_{ESP} : parfois l'étude de la fonction solution (limites à l'infini, représentation graphique, tableau de variations), mais cette étude reste au plan mathématique presque sans aucune relation avec la problématique de modélisation

T_{RQ} : la réponse à une question posée en termes pseudo-concrets grâce aux résultats obtenus à partir du modèle mathématique. Aucune technique n'a été repérée pour réaliser ce type de tâches.

La mise en équation (T_{ME}), l'une des tâches centrales du processus de modélisation, est presque absente des problèmes « de modélisation » dans les manuels de mathématiques. Ces problèmes proposent aux élèves un énoncé déjà situé dans le domaine pseudo-concret, avec toutes les données nécessaires et suffisantes formulées mathématiquement dans l'énoncé pour leur résolution et l'équation différentielle (modèle) fournie aussi. Dans seulement deux cas bien précis, l'ED est demandée, mais il existe alors deux techniques développées dans les manuels et guidées par des consignes (sous-tâches) à l'intérieur des exercices. La mise en équation par l'élève seul est très peu demandée.

Sur quelles technologies et quelle théorie associées ces savoir-faire sont-ils fondés ?

Les technologies que nous avons repérées dans les manuels de mathématiques, correspondent plutôt aux trois premiers types de tâches décrites, celles qui relèvent du plan purement mathématique. Aucun élément du bloc -techno-théorique $[\theta, \Theta]$ n'a été repéré pour les types de tâches T_{ME} et T_{RQ} .

Quelles étapes du processus de modélisation de référence sont-elles finalement abordées dans cette classe ?

Comme la grande partie des exercices analysés sont placés en réalité dans le domaine pseudo-concret (le modèle pseudo-concret est déjà donné et non construit par les élèves), les seules étapes du processus de modélisation traitées en classe de Mathématiques sont l'Etude Mathématique (EM) et quelquefois le Modèle Mathématique (MM, mise en équation). Répondre à une question (T_{RQ}) posée en termes pseudo-concrets permet le passage entre l'étape EM et celle des Résultats Réels (RR, ou plutôt Résultats Pseudo-Concrets).

Quelle transposition (si elle existe) de la démarche de modélisation a-t-elle lieu ?

Cela nous a permis de préciser une première transposition de la démarche dite « des experts » à celle mise en place en classe de Mathématiques : démarche de modélisation « des élèves ». Nous avons donc décidé de prendre comme schéma de base, à partir du chapitre II, la démarche de modélisation « des élèves » (cf. II.5), en éliminant l'une des étapes (Généralisations et Prévisions) du premier schéma. Cette étape était rarement, voire nullement présente en classe de Mathématiques (résultat issu du chapitre II et confirmé aussi par les résultats issus de notre mémoire de DEA, Rodriguez 2003). Cette nouvelle démarche « transposée » comporte donc sept phases.

Etant donné que le point central de la démarche de modélisation était limité à la résolution des tâches mathématiques, cela nous a motivés pour nous déplacer dans une discipline autre que les Mathématiques, afin de pouvoir mieux étudier cette démarche. Nous avons décidé d'élargir notre domaine d'études à la Physique (cf. Chapitre III), car ce domaine extra-mathématique est malgré tout étroitement lié aux Mathématiques.

Nous avons répondu aux questions de recherche initialement posées pour la classe de Physique, dans le Chapitre IV. Voici les questions posées et les réponses qu'apporte notre étude :

Quels types de tâches sont-ils demandés aux élèves, et quel genre de techniques est-il attendu de leur part, lorsqu'ils modélisent des situations au moyen d'équations différentielles ?

Pour mieux cerner le type de démarche de modélisation existant en classe de Physique, nous avons réalisé l'analyse des programmes de cette classe; et cela nous a permis de repérer

que la démarche de modélisation semblait vivre de manière plus large dans ce domaine, en particulier à l'occasion de l'étude des circuits électriques (cf. Chapitre IV). L'analyse praxéologique des manuels nous a permis de repérer que la démarche de modélisation était cependant limitée à la résolution de certains types de tâches, plus ou moins guidés dans les énoncés d'exercices analysés. Nous avons dégagé les types de tâches représentatifs, existants dans les manuels en lien avec la modélisation des circuits électriques au moyen d'une équation différentielle (linéaire à coefficients constants). Ces types de tâches sont :

T_{MON} : ce type de tâches demande la représentation du schéma de montage aux élèves, c'est-à-dire l'établissement d'un modèle pseudo-concret, mais il apparaît en très faible nombre

T_{CIR} : ce type de tâches demande la représentation du schéma de circuit aux élèves, c'est-à-dire impliquant l'établissement d'un modèle physique, et il apparaît avec la fréquence la plus basse de l'ensemble des types de tâches

T_{ME} : ce type de tâches demande l'établissement de l'équation différentielle, c'est-à-dire l'établissement d'un modèle mathématique; il apparaît avec une fréquence importante, mais seule une proportion très faible de ces exercices n'offre aucun type de guidage pour cette mise en équation

T_{RED} : ce type de tâches demande la résolution de l'équation différentielle aux élèves, mais en classe de Physique cette résolution se réduit à la vérification qu'une fonction est solution de l'ED; cette fonction est habituellement donnée dans l'énoncé

T_I : ce type de tâche demande le calcul de l'intensité maximale ou minimale, en obtenant d'abord une fonction pour l'intensité $i(t)$. Nous trouvons deux sortes de techniques montrées en classe pour résoudre T_I . Ce type de tâche est très peu présent dans les manuels, et la détermination de l'intensité maximale est encore moins fréquente que l'obtention de la fonction intensité.

Quelles technologies et quelle théorie associées fondent-elles ces savoir-faire ?

Nous avons trouvé des éléments du bloc techno-théorique $[\theta, \Theta]$ pour les types de tâches T_{ME} et T_{RED} . D'une certaine façon, le bloc identifié pour T_{ME} justifie aussi le type de tâche T_I . On observe que pour les représentations des schémas de montage (T_{MON}) et de circuit (T_{CIR}), il n'y a pas d'éléments de ce bloc dans les manuels de cette classe, mais il nous semble que ce sujet a été amplement présenté auparavant, notamment en classe de Première. On suppose que les manuels partent de l'idée que l'élève doit faire appel à ses connaissances préliminaires pour aborder ce type de tâches en Terminale S.

Quelles étapes du processus de modélisation de référence sont-elles finalement abordées dans cette classe ?

Le schéma du processus de modélisation présenté au chapitre I et modifié pour la classe de Mathématiques à la fin du chapitre II, a été, une fois de plus, modifié au chapitre III pour la classe de Physique. On insère dans ce nouveau schéma le domaine de la Physique auquel appartiennent l'étape Modèle Physique (qui correspond à l'établissement du schéma du circuit électrique) et l'étape Résultats Physiques (RP, reformulation des résultats mathématiques en termes physiques). Les types de tâches identifiés dans les exercices analysés (habituellement traités en classe de Physique) correspondent à des étapes du processus de modélisation qui permettent l'aller-retour du domaine physique au domaine mathématique, et inversement. On n'a repéré dans les manuels qu'un ou deux exemples où intervient un domaine extérieur aux Mathématiques et à la Physique.

Quelle transposition (si elle existe) de la démarche de modélisation a-t-elle lieu ?

Le repérage de ce type de tâches dans les manuels nous a permis de souligner l'écart existant entre la démarche de modélisation « des experts » et celle existante en classe de Physique. De plus, un type de tâche tel que T_{ME} (établissement du modèle mathématique) existe, mais il est réduit à l'application d'une technique apprise en classe et ne fait pas appel aux liens construits par l'élève entre les domaines de la Physique et celui des Mathématiques. L'établissement du modèle physique (établissement du schéma du circuit par l'élève) est la tâche la moins pratiquée en classe, laissant ainsi de côté une partie importante de la modélisation (passage de SR au MPC puis MP). Comme les contextes des situations réelles à modéliser par des circuits électriques étaient quasi-absents des manuels examinés et des classes observées, nous avons envisagé la construction d'une situation expérimentale où l'élève, pour modéliser, devait réaliser par lui-même les passages entre les domaines réel (ou pseudo-concret), physique et mathématique.

Nous commenterons plus en détail cette partie lors de la discussion de notre deuxième objectif.

2 La prise en compte des processus cognitifs des élèves par rapport à l'activité de modélisation

Le deuxième objectif de notre travail porte sur l'analyse des processus cognitifs des élèves lorsqu'ils modélisent des situations réelles en Terminale S.

Compte tenu de l'inexistence de problèmes où un domaine réel intervient en classe de Physique, nous avons conçu une situation expérimentale où une situation problématique, présentée au moyen d'un énoncé, devait être modélisée : d'abord, par un circuit électrique de

type RC (modèle physique), puis au moyen d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants (modèle mathématique). Les choix globaux de conception (cf. chapitre V) de la situation expérimentale, constituée de cinq tâches, sont relatifs à la confrontation des élèves à :

- la transition de l'étape Situation Réelle (SR) à l'étape Modèle Physique (MP) habituellement très peu présente (grâce à la tâche A). Ce passage devait nous aider à obtenir des observables (enregistrement verbaux et traces écrites) de la RMS des élèves ;
- la transition de l'étape Modèle Physique (MP) à l'étape Modèle Mathématique (MM). Nous nous étions intéressés lors de ce passage aux démarches et difficultés des élèves pour établir l'ED modélisant la situation présentée (grâce à la tâche B) ;
- la transition de l'étape Résultats Pseudo-Concrets (RPC) à l'étape Confrontation Modèle-Situation Réelle (CM-SR), qui permet de donner une place importante aux phénomènes d'interprétation et de confrontation aux données réelles (fournis par un tableau), habituellement peu traités dans les exercices analysés des manuels.

Nous avons décidé de proposer la situation expérimentale à 25 élèves de 3 lycées différents de l'agglomération grenobloise. La situation demande de modéliser le fonctionnement d'un défibrillateur cardiaque (appareil qui intervient dans une situation décrite par l'énoncé) au moyen d'une équation différentielle. Les résultats recueillis grâce à l'enregistrement audio des échanges verbaux entre des binômes d'élèves et grâce aux productions écrites (chapitre VI et VII), nous ont permis de répondre aux questions de recherche formulées au Chapitre I à propos du deuxième objectif.

Nos questions initiales par rapport à ce deuxième objectif portaient sur les difficultés possibles et les démarches (et techniques) suivies par les élèves lors de la mise en place de la situation expérimentale. Rappelons les questions de recherche du volet cognitif de notre travail.

Quelle praxis les élèves mettent-ils en place?

L'analyse praxéologique des manuels de Physique permet de répondre à ces questions en termes de praxéologies. Comme la mise en place de l'activité a eu lieu en classe de Physique, nous avons trouvé de manière naturelle que la plupart des élèves favorisaient les techniques apprises dans cette classe pour résoudre les tâches proposées.

Nous avons trouvé aussi que les élèves appliquaient les techniques apparaissant dans les manuels (si elles existent); mais pour certaines de ces techniques, les élèves ont des difficultés à les reproduire car certains d'entre eux semblent les mémoriser pour pouvoir modéliser, en ignorant parfois tout lien entre la Physique et les Mathématiques. Cela est visible de façon plus

évidente lorsque les étapes du processus de modélisation obligent à réaliser un lien entre ces deux domaines.

Contrairement à la volonté des programmes sur l'interaction Physique-Mathématiques, les élèves ont du mal à utiliser des techniques apprises en classe de Mathématiques lors de la mise en place de la situation expérimentale en classe de Physique, même s'ils sont en face du même objet de savoir : la démarche de modélisation. Il paraît que le contrat didactique lié à la modélisation en classe de Mathématiques est différent de celui pratiqué en classe de Physique (car les techniques enseignées sont différentes). Cette démarche ne devait pas être différente à l'intérieur de ces deux sous-institutions, car on s'intéresse à l'enseignement et à l'apprentissage du même objet de savoir. Il semble donc nécessaire de développer plus d'harmonisation entre les enseignants de ces deux disciplines. Il faudrait pouvoir organiser des séances communes avec les professeurs de Mathématiques et de Physique, pour réduire les effets du contrat chez les élèves grâce à la présence des deux enseignants face à la classe. La mise en conception des séances interdisciplinaires pour que les professeurs travaillent ensemble, devient primordiale.

Dans le Chapitre VII, nous avons montré les difficultés des élèves à deux niveaux : micro, en termes de praxéologies (techniques mises en place) et macro, en termes de passages entre les étapes du processus de modélisation. L'information montrée dans le tableau 8 (cf. VII.3) résume d'une certaine manière les réponses aux questions de recherche sur ce deuxième objectif. Nous reprenons donc ci-dessous les résultats les plus importants relatifs aux questions restantes.

Quels types de tâches et de techniques associées présentent-ils le plus de difficultés ?

La réalisation de la tâche B (établissement d'une ED) a présenté pour certains binômes d'élèves, des difficultés. Comme signalé ci-dessus, cette mise en équation semble répondre à l'application de la praxis (T_{ME}, τ_{ME}) , mais l'élève ne semble pas faire de lien entre les domaines mathématique et physique.

La vérification d'une solution de l'équation différentielle (tâche C, phase 1) peut être abordée en mettant en œuvre la praxis $(T_{RED}, \tau_{RED/D})$ issue de la classe de Physique (fréquence d'apparition la plus haute dans l'expérimentation), ou la praxis (T_{SG}, τ_{SG}) issue de la classe de Mathématiques. Comme cette tâche peut être résolue par deux techniques différentes et qu'elle est également souvent demandée dans les exercices de ces deux sous-institutions, la réalisation de cette phase (tâche C) a permis le plus grand nombre de rétroactions pour les élèves, et elle a fourni l'occasion de corriger des erreurs lors de l'exécution de la tâche B (modèle mathématique = ED) ou même de la tâche A (modèle physique = circuit électrique).

Les réponses inattendues à la tâche D (trouver l'intensité maximale dans le circuit) peuvent être expliquées par deux raisons. La première est le très faible nombre d'exercices en classe de Physique qui demandent l'application de la praxis $(T_{Ia}, \tau_{Ia} / \tau_{Ia'})$ ou $(T_{Ib}, \tau_{Ib} / \tau_{Ib'})$. La

deuxième raison est la difficulté des élèves à concevoir la grandeur intensité i en fonction du temps t , car auparavant (en classe de Première) les élèves étaient limités à l'étude du régime permanent des circuits (i constante) et n'étaient pas confrontés au régime transitoire.

Lors de l'expérimentation, les élèves traitent les grandeurs U_C , q et i en tant que constantes, jamais en tant que fonctions du temps t (ce phénomène a été observé grâce aux réponses données à la tâche D). Ce résultat est d'autant plus important que les programmes officiels de Physique soulignent l'étude des phénomènes évolutifs, mais les élèves n'arrivent pas à concevoir ces grandeurs en fonction du temps.

Quelles étapes du processus de modélisation présentent-elles le plus de difficultés auprès des élèves ?

La mise en équation du modèle mathématique, étape importante du processus de modélisation, soulève (pour certains élèves) des difficultés. L'absence de liens construits par ces élèves entre les domaines mathématique et physique semble expliquer certaines de ces difficultés.

Par rapport au rôle de l'ED en tant qu'outil de modélisation dans notre expérimentation, on constate que la nouveauté de cette notion mathématique en Terminale S est liée aux difficultés des élèves pour concevoir (lors de la mise en équation) ce qu'est une équation différentielle. On trouve aussi des difficultés pour l'établissement d'une condition initiale liée à l'ED, et aussi pour comprendre que les solutions de l'ED sont des fonctions, et non pas des constantes.

L'étape de l'Etude Mathématique (domaine mathématique) est celle qui cause le moins de difficultés aux élèves et celle qui permet d'effectuer le retour (grâce aux rétroactions de la tâche C) de cette étape vers une autre, et parfois vers le domaine de la Physique.

Nous pouvons citer encore deux difficultés repérées dans la réalisation de la situation expérimentale :

- L'établissement du modèle physique : en réalité, cette difficulté concerne les passages $SR \rightarrow MPC \rightarrow MP$, et c'est donc ici qu'on retrouve l'étape de la RMS proposée par Borromeo (2006) et retenue dans notre schéma. Des limitations de notre étude au niveau méthodologique nous ont empêchés de mieux saisir les représentations des élèves, et nous nous sommes limités à l'étude des échanges verbaux entre les élèves ainsi que de leurs productions écrites. Deux raisons semblent justifier les difficultés des élèves sur ce point : d'une part, le type de tâche T_{CIR} n'est associé à aucune technique, d'après les manuels. D'autre part, les élèves ont eu des difficultés pour interpréter le corps humain comme une résistance (élément du domaine physique).

- Finalement, une difficulté similaire à celle-ci a affecté l'établissement de la condition initiale par les élèves. En effet, ce n'est pas une tâche habituellement demandée, ni en classe de Physique, ni en classe de Mathématiques, tâche qui oblige les élèves à revenir au domaine

pseudo-concret pour déduire une information du contexte de départ, retour qui n'est pas facile pour la plupart d'entre eux.

Finalement, on peut reprendre des travaux de Thiberghien, Buty et Le Maréchal (2003) l'idée selon laquelle la difficulté de l'apprentissage de la modélisation des sciences physiques réside dans la mise en relation de deux mondes : celui des objets et d'événements (domaine du réel) et celui des théories et des modèles (domaine physique ou domaine mathématique). A la fois la construction de séquences d'enseignement et le discours de l'enseignant doivent tenir compte de cette distinction : il importe que le passage entre le monde réel et celui de la Physique ou des Mathématiques soit à la charge des élèves si on vise à enseigner la démarche de modélisation aux élèves.

Que peut-on déduire des différentes routes de modélisation suivies par les élèves ?

Grâce à l'outil « routes de modélisation » emprunté des travaux de Borromeo, on a pu montrer les parcours des élèves lorsqu'ils modélisent la situation. Cela nous a aussi aidés à mettre en relief le rôle joué dans le déroulement de la situation par leur RMS, ainsi que les interventions du professeur tout au long de la réalisation des tâches. Ces routes ont permis de repérer que les difficultés des élèves portaient en grande partie sur le passage de la situation réelle (SR) au modèle mathématique (MM). Grâce à nos analyses, nous avons conclu que le passage par l'étape « RMS/MPC » pour mieux réussir la modélisation des situations réelles au moyen des outils mathématiques, était un passage central à prendre en compte lors de la modélisation d'une situation réelle.

Nos observations sur les routes de modélisation ont permis également de répondre aux questions relatives à la RMS.

La différenciation entre les étapes RMS et MPC peut-elle être utile pour mieux comprendre les processus cognitifs des élèves lorsqu'ils modélisent une situation particulière ?

Nous sommes partis du fait que les étapes RMS et MPC étaient différentes (Groupe IV de Borromeo) et étant donné les difficultés méthodologiques rencontrées pendant l'analyse des données, nous les avons finalement considérées pratiquement comme une seule étape (qui correspond au type mixte d'après Borromeo). Nous croyons que cette différenciation théorique et empirique devrait être affinée par des études à venir, car le passage par ces étapes semble poser des problèmes aux élèves. Dans la mesure où l'on comprend mieux les processus cognitifs qui ont lieu, on pourrait proposer des activités aux élèves pour les aider à surmonter leurs difficultés.

Quel est le rôle de la RMS sur l'activité de modélisation des élèves ?

L'analyse de nos résultats a permis de souligner que des évolutions de la RMS permet aux élèves d'établir un MPC adapté qui leur ouvre plus de possibilités de mieux réussir la modélisation des situations réelles, au moyen des outils mathématiques; mais aussi de mieux comprendre la problématique posée en modélisant. Nous avons déjà repéré que la RMS des élèves jouait un rôle important lors de l'activité de modélisation, et que ce rôle s'exerçait surtout des passages à effectuer entre domaines différents. Les évolutions de la RMS pendant l'activité de modélisation peuvent être favorisées par deux facteurs :

- les « bonnes questions » posées lors de l'activité grâce aux consignes des tâches (ou des suggestions) qui puissent permettre, par la résolution de celle-ci, de retourner aux réponses données auparavant, et donc de valider (ou invalider) ces réponses.
- des interventions du professeur (ou d'une autre personne externe), mais nous avons observé que ces interventions n'étaient pas toujours positives, car le professeur ne doit pas intervenir trop directement par rapport à la réalisation d'une tâche. Une intervention trop directe peut casser le sens même de l'activité de modélisation, agissant en quelque sorte comme un effet Topaze qui change le problème à résoudre par les élèves.

L'étude de telles rétroactions écrites (par les tâches dans l'activité) ou verbales (par le professeur) a un intérêt didactique qui devra être développé, dans le but de pouvoir réaliser la conception d'autres types de situations qui favorisent l'apprentissage de la démarche de modélisation en Terminale S.

Au sujet encore du rôle de la RMS, nous avons repéré que les éléments les plus susceptibles de faire évoluer la RMS des élèves ont été des tâches qui faisaient réfléchir aux élèves sur :

- la prise en compte du fait qu'on s'intéresse à modéliser la décharge du condensateur et que la valeur de la tension E aux bornes du générateur devait donc être nulle (rétroaction de $C \rightarrow B \rightarrow A$) pendant la mise en équation.
- la prise en compte de la nécessité d'inclure le thorax/corps humain pour la modélisation visée, et que celui-ci devait être inclus dans leur circuit en tant que résistance R (rétroaction $B \rightarrow A$).

Que retiennent finalement les élèves de la démarche de modélisation supposée être enseignée en Terminale S ?

D'après nos observations, compte tenu de la transposition existante de la démarche de modélisation dans les deux sous-institutions (Classe de Mathématiques et Classe de Mathématiques) analysées de Terminale S, les élèves ne sont confrontés qu'à une partie

réduite du processus de modélisation, et même le travail sur les étapes qui semblent présentes est parfois guidé par le professeur ou par les techniques apprises en classe pour résoudre certaines tâches. Des étapes centrales du processus de modélisation sont à peine, voire nullement traitées en classe, et la démarche de modélisation à laquelle l'élève est confronté présente donc un écart considérable avec celle des experts, contredisant ainsi les indications figurant dans les programmes et les tendances actuelles dans l'enseignement des Mathématiques.

3 Perspectives de notre étude

La conclusion des résultats, affichée ci-dessous, nous permet de mettre en évidence aussi les limitations de notre étude, car certains aspects n'ont pas été abordés complètement par nous comme prévu. Nous souhaitons les aborder lors de travaux futurs.

Par exemple, nous avons observé des difficultés liées à la notion d'équation différentielle en tant qu'outil de modélisation. Nous voudrions observer, dans les travaux de recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des équations différentielles (en dehors des contextes de modélisation) si ces difficultés apparaissent, où s'il y en a de nouvelles qui émergent. Par exemple, à l'occasion de la résolution d'un exercice en classe de Mathématiques, on s'intéressera à repérer si les élèves rencontrent les mêmes problèmes par rapport à cette notion, ou pas.

Par rapport à l'analyse du rôle de la RMS pendant l'activité de modélisation des élèves, nous voudrions également approfondir nos analyses en vue de fournir davantage d'éléments pour caractériser le type d'intervention du professeur qui permettent des évolutions positives de la RMS, et donc contribuer à une meilleure compréhension de la situation modélisée par les élèves. Cela présenterait un intérêt didactique important et profitable dans l'enseignement secondaire.

Une question à laquelle on n'a pas pu répondre lors de notre étude, a été :

Comment pourrait-on expliquer les difficultés rencontrées par les élèves pendant une activité de modélisation, à la lumière des représentations mentales de la situation qu'ils se faisaient ?

Etablir les liens existants entre les RMS des élèves et leurs difficultés est une tâche importante devant être développée aussi dans le futur, mais à laquelle on n'a pas pu fournir suffisamment d'éléments, étant données les limitations au niveau méthodologique, mais aussi de par la nature même de la situation expérimentale mise en place (restreinte au domaine de l'électricité). Dans la mesure où l'on arriverait à disposer d'un modèle théorique plus approfondi de la RMS des élèves, nous pourrions obtenir davantage d'éléments pour établir ces liens.

Un objectif du point de vue méthodologique viserait à mettre en place de nouvelles situations qui appartiennent aux divers domaines de la Physique, et aussi aux autres disciplines comme la Biologie, la Chimie, etc.

Toujours par rapport à cette notion de RMS, nos résultats nous conduisent à poser la question suivante : devrait-on considérer cette notion en tant qu'une des étapes du processus de modélisation, ou en tant qu'objet d'une autre nature mais sous-jacent à chacune des étapes du processus? Cela serait en contradiction avec des travaux qui se développent actuellement au niveau international à ce sujet, mais étant donné l'actualité d'une telle discussion, on n'a pas jusqu'à présent de résultats pour répondre même de manière partielle à cette question. Nous voudrions approfondir ce point plus amplement.

Nous croyons que dans la mesure où l'enseignement secondaire (et en particulier en classe de Terminale S) favoriserait davantage les interactions entre professeurs de divers domaines, l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation en bénéficierait, car la conception de situations mettant en jeu des domaines extra-mathématiques est une tâche importante à développer dans le futur. Les choix de conception de telles situations devraient prendre en compte l'intérêt de confronter les élèves au passage d'une situation réelle (du domaine de la réalité) à l'établissement du modèle mathématique. La diversité des contextes possibles à traiter en classe de Terminale devrait aussi être mise en jeu. Pour des recherches futures, la mise en place de situations où d'autres contextes interviennent (biologiques, chimiques, etc.) mais aussi différents sujets (mécanique, radioactivité, etc.) permettrait d'observer si les résultats issus de cette étude peuvent être reproduits dans d'autres situations expérimentales.

Proposer de nouvelles méthodologies pour l'obtention des observables en vue de la représentation mentale des sujets et de l'étude de l'évolution de ces représentations, devrait aussi devenir un aspect important à développer dans les recherches sur l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation. Comme l'affirment d'autres auteurs, les recherches sur le plan cognitif manquent singulièrement dans la littérature internationale. De ce point de vue, notre travail essaie d'apporter des éléments de réponse à la problématique actuelle autour de l'enseignement et de l'apprentissage de la modélisation.

Références

- Artaud, M. & Sahraoui-Kaidi, L. (2004). *La modélisation comme moyen d'enseigner les mathématiques à des non mathématiciens. Une problématisation didactique*. Travail présenté au « Séminaire sur les méthodes d'enseignement des Mathématiques » à l'Université de Tebessa, Tebessa, Algérie.
- Astolfi, J.P. & Develay, M. (1989). *La didactique des sciences*. Paris, France : Presses universitaires de France.
- Berry, J. & Houston, K. (2004). Investigating student working styles in mathematical modelling. In Henn, H-W. et Blum, W. (Eds.), *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education. Pre-conference volume* (pp.35-40). Dortmund: Universität Dortmund.
- Blum, W. & Leiss, D. (2005). « *Filling up* » - *The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks*. Article présenté à CERME 4 2005, WG 13 Modelling Applications.
- Blum, W. & Leiss, D. (2005). How the students and teacher deal with mathematical modelling problems ? The example “Filling up”. In Haines et al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22(1), 37-68.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics* 51(1-2), 149-171.
- Borromeo Ferri, R. (2003). *Mathematical Thinking Styles - an Empirical Study* [Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education]. Bellaria, Italie: CERME 3. Tiré, le 10 juillet 2007, de http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_Borromeo_Ferri_cerme3.pdf

- Borromeo Ferri, R. (2004). Mathematical thinking styles and word problems. In Henn, H-W. et Blum, W. (Eds.), *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education. Pre-conference volume* (pp.47-52). Dortmund: Universität Dortmund.
- Borromeo Ferri, Rita (2005). Individual modelling routes of pupils - Analysis of modelling problems in mathematical lessons from a cognitive perspective. In Haines, C. et al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38(2), 86-95.
- Buty, C. (2000). *Étude d'un apprentissage dans une séquence d'enseignement en optique géométrique à l'aide d'une modélisation informatique*. Thèse de doctorat de Sciences de l'Éducation, Université Lumière Lyon 2. Lyon, France.
- Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie - Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* 19, 45-75.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*, deuxième édition. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse de pratiques d'enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 19(2), 221-266.
- Coulange, L. (1997). *Une étude sur la modélisation dans la classe de mathématiques en Seconde. Un double point de vue à partir de l'écologie et du contrat didactique*. Mémoire de DEA de Didactique des disciplines Scientifiques. Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Coulange, L. (1998). Les problèmes "concrets à mettre en équation" dans l'enseignement. *Petit x* 47, 33-58.
- Coup, J. et al. (2002). *Physique Terminale S Enseignement Obligatoire*. France : Bordas.

-
- Dantal, B. (2001). Les enjeux de la modélisation en probabilités. In Henry, M. (Ed.), *Autour de la modélisation en probabilités* (pp.137-140). Besançon : Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités.
- Demetz, C. et al. (2002). *Mathématiques Terminale S Obligatoire*. France : Nathan. (Collection Hyperbole)
- Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 7(2), 5-31.
- Engel, J. & Vogel, M. (2004). Mathematical problem solving as modelling process. In Henn, H-W. et Blum, W. (Eds.), *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education. Pre-conference volume* (pp.83-88). Dortmund: Universität Dortmund.
- Galbraith, P.L. & Clatworthy, N.J. (1990). Beyond Standard Models – Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics* 21(2), 137-163.
- Galbraith, P.L. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying students blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38(2), 143-162.
- García, J. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Thèse non publiée, Departamento de Didáctica de las Ciencias (Experimentales, Matemáticas y Sociales), Université de Jaén, Jaén, España.
- García, F-J., Gascón, J., Ruiz-Higueras, L. & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 38(3), 226-246.
- Garfunkel, S. (2004). Research on the teaching and learning of mathematical modelling. In Henn, H-W. et Blum, W. (Eds.), *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education. Pre-conference volume* (pp.89-96). Dortmund: Universität Dortmund.

- Gaidioz, P. & Thiberghien, A. (2003). Un outil d'enseignement privilégiant la modélisation. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 850(97). 71-83.
- Guillon, A. (1995). Démarches scientifiques en travaux pratiques de physique DEUG à l'université de Cergy-Pontoise, *Didaskalia*, 6. 113-127.
- Henry, M. (2001). Notion de modèle et modélisation dans l'enseignement. In Henry, M. (Ed.), *Autour de la modélisation en probabilités* (149-159). Besançon : Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités.
- Joshua, S. et Dupin, J.J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, France : Presses universitaires de France.
- Kaiser, G. (2005). *Mathematical Modelling in school – Examples and Experiences*. (Article inspiré des séminaires du Département d'Education, Université d'Hambourg, Hambourg, Allemagne)
- Kaiser-Messmer, G. (1991). Application-orientated Mathematics Teaching: A Survey of the Theoretical Debate. In Niss, M.; Blum, W. et Huntley, I. (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp.83-92). Chichester: Ellis Horwood.
- Laborde, C., Coquidé, M. & Thiberghien, A. (2002). *Les situations de formation dans l'enseignement en vue de l'apprentissage du savoir scientifique et mathématique* [Synthèse « Des connaissances naïves au savoir scientifique » commandée par le programme de Ecole de Sciences Cognitives]. Lyon, France : Université Lumière Lyon 2. Tiré, le 21 juillet 2007, de <http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/00/17/89/PDF/Tiberghien.pdf>
- Larcher, C. (1996). La physique et la chimie, sciences de modèles. Du monde réel aux connaissances scientifiques, en passant par la modélisation. En Toussaint, J. (Ed.), *Didactique appliquée de la physique -chimie. Eléments de formation pour l'enseignement* (pp.160-178). Paris : Nathan Pédagogie.
- Lycée Bertrand d'Argentré. (2004). Interdisciplinarité sur le thème des équations différentielles en terminale scientifique. *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, 453. 483-492.

- Ministère de l'Éducation Nationale. (2001a). Programme de l'enseignement des Mathématiques en classe Terminale de la série Scientifique. [Version électronique]. *Bulletin Officiel du ministère de l'Éducation Nationale et du ministère de la Recherche (9)*, hors-série N°4 du 30 août.
- Ministère de l'Éducation Nationale. (2001b). Programme de l'enseignement de Physique-Chimie en classe Terminale de la série Scientifique. [Version électronique]. *Bulletin Officiel du ministère de l'Éducation Nationale et du ministère de la Recherche (9)*, hors-série N°4 du 30 août.
- Ministère de l'Éducation Nationale. (2002a). *Document d'accompagnement du programme de Mathématiques Classe Terminale Scientifique*. Paris : CNDP. Tiré, le 14 juillet, 2007, de http://www.cndp.fr/doc_administrative/programmes/secondaire/mathematiques/lycee.htm
- Mison, G. et al. (2002). *Mathématiques Terminale S Obligatoire*. Paris, France : Bordas. (Collection Indice Maths)
- Organisation de Développement et de Développement Economiques [OCDE] (2003). *Apprendre Aujourd'hui, réussir demain – Premiers résultats de PISA 2003*, [en ligne]. Paris, France. Tiré, le 14 juillet 2007, de http://www.pisa.oecd.org/document/0/0,3343,en_32252351_32235731_38378880_1_1_1_1,00.html
- Richoux, B. et al. (2002). *Physique Terminale S Enseignement Obligatoire*. Paris, France : Nathan.
- Rodriguez, R. (2003). *Le contrat didactique relatif aux équations différentielles comme outils de modélisation en classe de Terminale S*. Mémoire de DEA Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain et Didactique. Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Saglam, A. (2004). *Les équations différentielles en Mathématiques et en Physique. Etude des conditions de leur enseignement et caractérisation des rapports personnels des étudiants de première année d'université à cet objet de savoir*. Ecole Doctorale de Mathématiques et Informatique-Sciences de Technologies de l'Information, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.

- Terracher, P-H & Ferachoglou, R. *Mathématiques Terminale S Obligatoire*. Paris, France : Hachette. (Collection Terracher).
- Tiberghien, A., Buty, C. & Le Maréchal, J.-F. (2003, Octobre 2003). *La modélisation, axe prioritaire d'une approche théorique sur les relations entre enseignement et apprentissage*. Intervention dans une table ronde. Communication présentée aux Troisièmes Rencontres scientifiques de l'ARDIST, Toulouse, France. Tiré, le 10 juillet 2007, de <http://gric.univ-lyon2.fr/membres/lemarech/Publications/ArdModel.pdf>
- Tiberghien, A., & Vince, J. (2004). Études de l'activité des élèves de lycée en situation d'enseignement de la physique. In Pugibet, V. et Gettliffe-Grant, N. (Eds.), *Cahiers du Français Contemporain* (10). ENS Editions.
- Tordeaux, M.-F. et al. (2002). *Manuel de Physique Terminale S*. Rosny-sous-Bois, France : Bréal.
- Winther, J. & Coste, R. (2004). Les équations différentielles en Terminale. *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, 450. 44-59.

Annexe 1

Extrait de l'article de Rita Borromeo Ferri (2006, pages 92 et 93).

Descriptions des étapes du processus de modélisation d'une perspective cognitive.

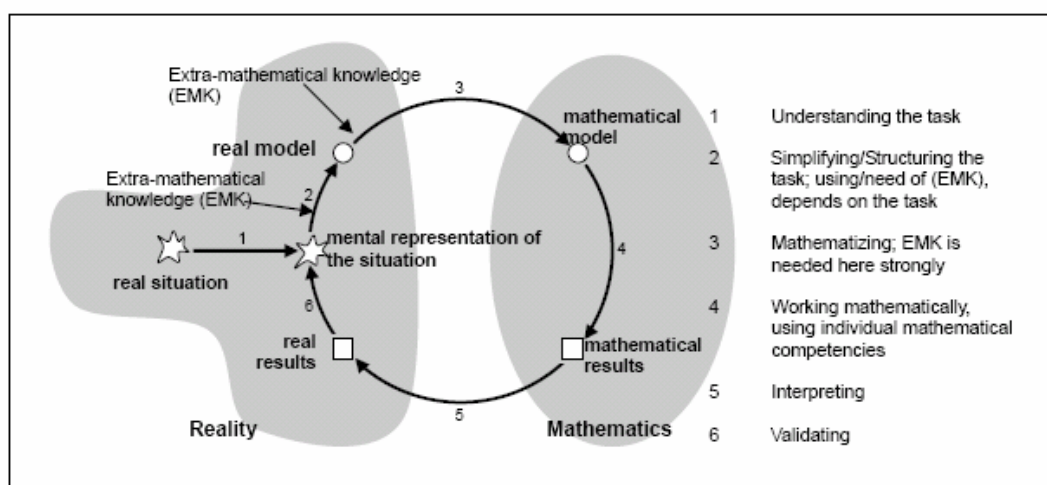


fig. 9: "Modelling cycle under a cognitive perspective"

Real Situation²

The real situation presents the situation, which is given in the problem. That can be a picture or only a text or both.

Within the *transition* from real situation to mental representation of the situation (MRS) the individual understands the problem more or less. A mental reconstruction of the situation given in the problem takes place, which is rather on an implicit level and mostly unaware for the individual. Even if the individual does not understand the problem, it can go on working on the task.

Mental representation of the situation (MRS)

The individual has a mental representation of the situation, which is given in the problem. This MRS can be very different, for example depending on the mathematical thinking style of the individual: visual imaginations in connection with strong associations to own experiences; or the focus lies more in the numbers and facts given in the problem, which the individual wants to combine or relate.

The difference between real Situation and MRS has two main aspects: 1) unaware simplifications of the task and in connecting with that, 2) the individual preference, how to deal with the problem in the upcoming modelling process.

Within the *transition* process from MRS to real model an idealisation and simplification of the problem takes place, which is more aware for the individual. This is because during the MRS the individual makes decisions, which influences the way of "filtering" the information in the problem. Depending what kind of problem is given, the question or the demand for extra-mathematical knowledge comes up.

Real Model

This phase has a strong connection to the MRS. That is why the real model is mostly built on an internal level of the individual. This also means that the level of external representations (sketches or formulae) can represent a real model as well. But this really depends on the verbal statements of the individuals while making an external representation.

The *transition* from real model to mathematical model is characterized as follows: the individual progress in mathematizing; moreover the extra-mathematical knowledge (depends on the task) is strongly demanded by the individuals and used to build a mathematical model.

Mathematical model

In this phase the individuals mainly make external representations in the sense of sketches or formulae. Now, verbal statements of the individuals are more on a mathematical level, less on a level referring to the reality. The transition into mathematics is completed here.

Within the *transition* from mathematical model to

² This phase is of course difficult to describe really in an empirical sense, because here the situation is given in a frame of a problem.

ZDM 2006 Vol. 38 (2)

mathematical results the individuals use their mathematical competencies.

Mathematical results

The individuals mostly write down their results, which they get on the basis of the model.

The *interpretation* of the results takes place in the *transition* from mathematical results to real results. Also this phase, which is an important one, is often not done with awareness by the individuals.

Real results

The mathematical results are discussed by the individuals concerning their correspondence, if they can be real results.

While *validating* the individuals think about the correspondence of their real results and their MRS. This can be correct for them or not. On the basis of the data two different ways of validating of the learners could be generated:

"Intuitive Validation" (more unconscious):

The individual finds out for himself, that the results can be wrong for reasons that he can not really explain. Or he "feels" that the results are wrong, because they do not fit in the own frame of experiences and associations. So it is an intuitive decision, which is more unaware and not really ratio.

"Knowledge-based Validation" (more conscious)

Depending on how extra-mathematical knowledge is needed in the problem the different individuals deal with that. So "knowledge-based validation" means, that individuals either agree with their results on the basis of their extra-mathematical knowledge or not. There can be distinguished between two kinds of consciousness: 1) aware, but not knowledge-based and 2) aware, but knowledge-based.

Both "intuitive" and "knowledge-based" validation are connected with the previous reflections of the individual. The reason, why individuals mostly do not validate is the fact, that they make mostly an "inner-mathematical validation". Validating means for them "calculating" the mathematical model. They do not connect the results to the situation respectively to the reality, which is given in the situation.

Compared with a normative description of the phases, this gives more insights empirically from the perspective of the individual on what is happening from a cognitive perspective.

Annexe 2

Exemples des activités proposées par le chapitre 0 du cours de Physique de deux manuels différents.

* « *Evolution de la température* », extrait du manuel Bordas (Coup et al., 2002, pages 12).

* « *Le vase de Tantale* », extrait du manuel Nathan (Richoux et al., 2002, pages 16).

ACTIVITÉS

3. Évolution de la température

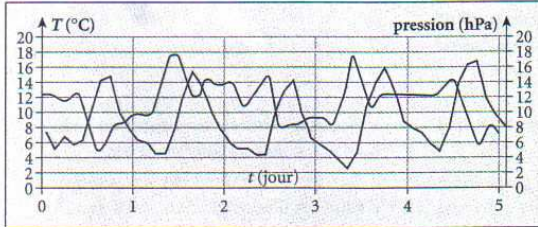


Fig. 11 Évolution de la température et de la pression atmosphérique à Tours, du 7 mars au 12 mars 1997.

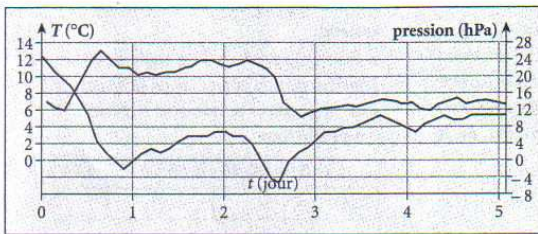


Fig. 12 Évolution de la température et de la pression atmosphérique à Tours, entre le 20 octobre et le 25 octobre 1998.

Lorsque la situation est anticyclonique et le ciel dégagé, on peut observer assez peu de différence climatique d'un jour à l'autre en un point donné de la surface du globe. Le graphique de la **figure 11** montre l'évolution de la température et de la pression à Tours.

À l'inverse, lorsque la situation est dépressionnaire, on peut observer de brusques évolutions d'un jour à l'autre ou, au contraire, ne pas observer d'évolution du tout. Le graphique de la **figure 12** montre l'évolution de la température et de la pression à Tours lors d'un épisode dépressionnaire.

1. Pourquoi peut-on dire que le système « atmosphère » évolue ?
2. L'évolution peut-elle être caractérisée par un ou plusieurs temps caractéristiques ? Si oui, lesquels ?
3. Les conditions initiales (pression initiale, température initiale...) jouent-elles un rôle dans l'évolution du système ?
4. Caractériser les évolutions précédentes (monotone, variée, périodique, oscillante, oscillante amortie, etc.).
5. Quel paramètre détermine en grande partie l'évolution de la température au cours du temps ?

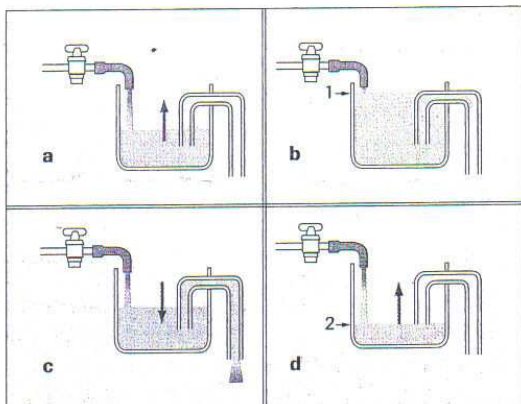
Évolution des systèmes				
	Tectoniques des plaques	Évolution d'une tempête	Évolution de la température	...
Grandeurs dépendant du temps (grandeurs caractéristiques)				...
Paramètres intervenant dans l'évolution du phénomène				...
Importance des conditions initiales				...
Temps caractéristiques				...
Qualificatifs du régime d'évolution (monotone, varié, ...)				...

Recopier le tableau ci-dessus. Compléter les trois premières colonnes. Les cases ne sont pas toutes utilisables. Au cours de l'année, ce tableau peut-être complété pour les divers phénomènes ou systèmes étudiés.

ÉNONCÉ

Le vase de Tantale

Le vase de Tantale est un vase dont la paroi est traversée par un tube en U renversé qui fait office de siphon.



Le vase et le siphon se remplissent (figure a) et le siphon s'amorce lorsque le niveau atteint le col du siphon (figure b). Le vase se vide alors par le tube (figure c) à condition que le débit du tube soit supérieur à celui du robinet. Quand le niveau arrive au bas du tube intérieur, le siphon se désamorce (figure d) et l'ensemble des opérations se reproduit.

Le nom provient de la mythologie grecque : Tantale, condamné par Jupiter, est plongé jusqu'à la bouche dans l'eau du fleuve Tartare, le niveau s'abaissait dès qu'il voulait boire.

Le vase de Tantale modélise assez bien le principe de certaines sources naturelles appelées fontaines intermittentes.

1. Quelles grandeurs caractéristiques peut-on utiliser pour décrire l'évolution du vase de Tantale ?
2. Quels paramètres influent sur l'évolution de ce système ?
3. Dans quel type d'évolution peut-on classer le phénomène décrit ?
4. Définir un temps caractéristique ; discuter l'influence des paramètres.

SOLUTION

1. On peut choisir la hauteur de l'eau contenue dans le vase ainsi que le débit du siphon.
2. On peut modifier le débit du robinet d'alimentation ; on peut agir sur les caractéristiques du vase : diamètre du vase ; diamètre du siphon.
3. Il s'agit d'une évolution oscillante puisque le même phénomène se reproduit identiquement à lui-même.
4. Le temps caractéristique est la période des oscillations c'est-à-dire la durée séparant, par exemple, deux déclenchements successifs de l'écoulement du siphon.
Une augmentation du débit d'alimentation raccourcit la durée du remplissage mais rallonge la durée de l'écoulement par le siphon. Si le débit d'alimentation est supérieur au débit du siphon, le niveau de l'eau s'élève jusqu'au débordement.
Une augmentation du diamètre du vase augmente la durée du remplissage et de l'écoulement : la période augmente.
L'augmentation du diamètre du siphon a l'effet inverse : la période diminue.

COMMENTAIRES

Les grandeurs caractéristiques sont les grandeurs qui permettent de décrire le système.

Les paramètres sont les grandeurs dont les variations modifient l'évolution du système.

Les prévisions, aussi certaines soient-elles, doivent être confirmées par l'expérience.

Annexe 3

Texte intégral de la situation expérimentale mise en place auprès des élèves.

Quelles sont nos possibilités de survivre après un trouble cardiaque ?

Chaque année, environ 550 000 personnes décèdent de mort subite en Europe, dont environ 70 000 à 100 000 morts en France. Un arrêt cardiaque explique dans bien des cas la survenue de la mort subite de l'adulte.

Le mécanisme le plus fréquent de l'arrêt cardiaque soudain de l'adulte, est la fibrillation ventriculaire⁴¹ (FV). La défibrillation est le seul traitement efficace d'une FV. Une grande partie de ces personnes pourrait être sauvée, grâce à l'utilisation rapide d'un défibrillateur externe.

La défibrillation externe est une technique qui consiste à appliquer un choc électrique au cœur, à l'aide de palettes dures placées sur le thorax afin de rétablir un rythme cardiaque normal.

Le défibrillateur est un appareil qui stocke de l'énergie et qui est capable de délivrer au travers du thorax une quantité d'énergie électrique par l'intermédiaire de deux électrodes, afin de tenter de re-synchroniser l'activité électrique cardiaque.



Pour qu'une défibrillation puisse réussir, il faut administrer une quantité suffisante de courant électrique au muscle cardiaque pendant un instant bref. Il peut être nécessaire, pour arriver à un bon résultat, de délivrer plusieurs chocs d'énergie croissante car l'efficacité du choc électrique diminue avec le temps. Par exemple, pour un adulte le 1^{er} choc correspond à 200 J, le 2^{ème} à 300 J et un 3^{ème} choc à 360 J.

⁴¹ *Fibrillation Ventriculaire* : Trouble du rythme cardiaque trouvant son origine dans les ventricules qui se traduit par un rythme cardiaque anormalement rapide, mais également très instable et irrégulier. En cas de fibrillation ventriculaire, il existe un empêchement pour le cœur de battre correctement et il y a souvent une perte de connaissance. Si cette condition n'est pas traitée, elle peut provoquer un arrêt cardiaque.

Le courant de défibrillation est déterminé par l'énergie sélectionnée et par l'impédance transthoracique, c'est-à-dire, la résistance du corps humain au flux du courant. L'impédance transthoracique chez l'adulte varie entre 15 et 150 ohms.

Supposons le cas d'un homme adulte de 38 ans, qui présente une impédance de 50 ohms et qui vient de souffrir d'une fibrillation ventriculaire en pleine rue. Les secouristes essaient de le ranimer deux fois sans succès. Pendant le troisième choc, le patient est soumis à une tension de 2000 volts.

Nous sommes intéressés de prévoir si notre patient survivra ou pas, après cet accident.

D'abord, nous devons modéliser à l'aide d'un circuit électrique, comme ceux étudiés dans le cours, le fonctionnement du défibrillateur. Il faut pour cela choisir une représentation du circuit.

A) Dessiner la représentation du circuit électrique choisi, en justifiant tous les choix faits.

B) On cherche à établir un modèle (à l'aide d'une équation différentielle) de la tension dans le défibrillateur. Justifier les lois et les principes utilisés pour l'établissement de ce modèle.

C) Montrer que la solution de cette équation différentielle est de la forme $Ae^{\frac{-t}{RC}}$ et déterminer la valeur de la constante A , en établissant d'abord les conditions qui permettent de trouver cette valeur.

D) Grâce à diverses études, on sait que 4% du courant administré lors de la défibrillation traverse le cœur du patient. Préciser pour ce cas particulier, l'intensité maximale électrique reçue par le cœur du patient

Suggestion : déduire l'expression de l'intensité en fonction du temps, qui traverse le cœur du patient et préciser quand l'intensité mentionnée est maximale (en valeur absolue).

Notre intérêt est de savoir si notre patient a des possibilités de survivre après cet accident.

E) Vérifier si le résultat obtenu à la sous-tâche précédente (D) correspond à l'information donnée par le tableau « Réponses du corps humain à l'intensité du courant » (tableau I, page 3). Discuter les résultats issus du modèle établi, et indiquer en particulier s'ils correspondent à l'information que l'on connaît grâce à d'autres sources.

A partir de notre modélisation réalisée à l'aide d'un circuit électrique, qu'est-ce qu'on peut dire sur la réussite de la réanimation de notre patient ?

Sources :

- http://www.medtronic.com/france/health/sca/dea_dsa.html
- Manuel « Formation à l'utilisation du défibrillateur semi-automatique Filière professionnelle » Juin 2004. Ministère de l'Intérieur, de la Sécurité Intérieure et des Libertés Locales.
- TP d'éléments de physique « Résistance du corps humain ». Document en espagnol.

ANNEXE - Tableau I

Réponses du corps humain à l'intensité du courant

Intervalle d'intensité du courant pour 1 seconde de contact	Effets du choc électrique à 60 Hz sur les êtres humains quand il passe à travers le torse :	Remarques
1 mA – 5mA	La sensation à ces niveaux est de chaleur ou de fourmillement sans douleur.	<i>1 mA : seuil de perception. 5 mA : acceptée comme intensité maximale du courant inoffensif (valeur maximale du courant de fuite permis par les appareils électroménagers).</i>
10 mA – 20 mA	Il y a une perte dans l'habileté à contrôler les muscles.	<i>20 mA : limite du courant avant que se produise une contraction musculaire maintenue.</i>
20 mA - 50 mA	La douleur est forte. Si ce niveau est maintenu, il peut s'ensuivre une fatigue, un effondrement et peut être la mort.	<i>Douleur. Blessures possibles. Les fonctions respiratoires et du cœur se maintiennent.</i>
50 mA – 100 mA	Début de la fibrillation.	<i>50 mA : seuil de fibrillation.</i>
100 – 300 mA	Interférence avec la coordination des mouvements du cœur (<i>fibrillation</i>). La mort peut arriver en quelques minutes si la fibrillation n'est pas arrêtée.	<i>La fibrillation commence mais les centres respiratoires restent intacts.</i>

300 mA - 6 A	Au dessus de 300 mA, les contractions des muscles du cœur sont très fortes et il n'y a pas de fibrillation. Si le choc est arrêté rapidement, le cœur peut reprendre son rythme normal.	<i>Contractions soutenues du myocarde, puis un rythme cardiaque normal.</i>
---------------------	---	---

Source : TP d'éléments de physique « Résistance du corps humain ». Traduit de l' espagnol.

Annexe 4

Exemple d'exercice du BAC « Défibrillateur cardiaque »

(cf. Annales Nathan 2005, pages 87-90)

ÉVOLUTION DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

Antilles-Guyane, septembre 2003 / 5,5 points [1h05 min]

16 **DEFIBRILLATEUR CARDIAQUE**

- Circuit RC
- Énergie stockée par un condensateur
- Constante de temps d'un circuit RC
- Décharge d'un condensateur
- Intensité dans un circuit RC

Calculatrice autorisée

> DOCUMENT

Le défibrillateur cardiaque est un appareil utilisé en médecine d'urgence. Il permet d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée (fibrillation).

Le défibrillateur cardiaque peut être représenté de façon simplifiée par le schéma suivant :

La capacité du condensateur C est de $470 \mu\text{F}$.
Le thorax du patient sera assimilé à un conducteur ohmique de résistance $R = 50 \Omega$.

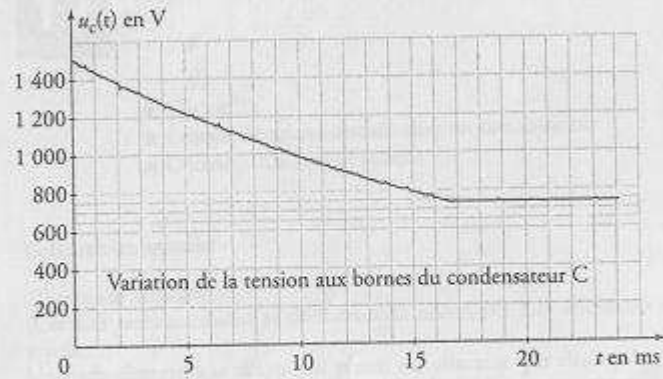
87

> QUESTIONS**I - Phase A**

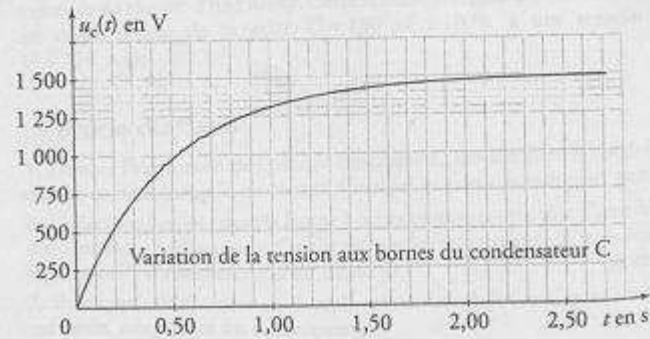
Lors de la mise en fonction du défibrillateur, le manipulateur obtient la charge du condensateur C (initialement déchargé) en fermant l'interrupteur K_1 (K_2 étant ouvert).

1. Quel est, parmi les documents présentés ci-après, celui qui correspond à cette phase du processus ? (justifier votre réponse). **[0,25 pt]**

Document n° 1



Document n° 2



2. En utilisant ce document, déterminer par la méthode de votre choix, la constante de temps τ du circuit lors de cette même phase (le document choisi sera rendu avec la copie). **[0,5 pt]**
3. Quelle est la valeur maximale W_{\max} de l'énergie que peut stocker le condensateur C ? Faire une application numérique. **[0,5 pt]**
4. Si l'on considère qu'un condensateur est chargé lorsque la tension entre ses bornes atteint 97 % de la tension maximale, au bout de quelle durée Δt le condensateur sera-t-il chargé ? **[0,5 pt]**
5. Comparer cette durée à la valeur habituellement admise de 5τ . **[0,25 pt]**

II – Phase B

Dès que le condensateur C est chargé le manipulateur peut envoyer le choc électrique en connectant le condensateur aux électrodes posées sur le thorax du patient. Il choisit alors le niveau d'énergie du choc électrique qui sera administré au patient, par exemple $W_p = 400 \text{ J}$.

À la date initiale t_0 le manipulateur ferme l'interrupteur K_2 (K_1 ouvert) ce qui provoque la décharge partielle du condensateur ; la décharge est automatiquement arrêtée dès que l'énergie choisie a été délivrée.

Au cours de l'application du choc électrique la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur varie selon l'expression suivante :

$$u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

1. Déterminer les valeurs numériques de A et de RC. Préciser les unités. **[0,5 pt]**
2. Quelle relation lie l'intensité $i(t)$ du courant de décharge et la charge électrique $q(t)$ portée par l'armature positive du condensateur ? **[0,25 pt]**
3. Quelle relation lie la tension $u_C(t)$ et la charge électrique $q(t)$? **[0,25 pt]**
4. En déduire que l'expression de $i(t)$ est de la forme : $i(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$. Exprimer B en fonction des constantes A, R et C. **[0,5 pt]**
5. À quelle date l'intensité du courant est-elle maximale ? Calculer la valeur absolue de cette intensité. Cette valeur dépend-elle de la capacité du condensateur ? **[0,75 pt]**

III – Phase C

La décharge s'arrête dès que l'énergie électrique W_p de 400 J, initialement choisie, a été délivrée.

1. Déterminer graphiquement, en utilisant l'un des documents ci-avant, la date t_1 à laquelle la décharge partielle du condensateur est arrêtée. Calculer la valeur de la tension $u_C(t_1)$ à cette date. Vérifier graphiquement cette valeur. **[0,75 pt]**
2. En s'appuyant sur la variation de l'énergie du condensateur entre les dates t_0 et t_1 retrouver la valeur de la tension $u_C(t_1)$. **[0,5 pt]**

