



HAL
open science

Ajustement statistique d'un tableau sur des marges : application au tableau des entrées intermédiaires

Michel Mercier

► **To cite this version:**

Michel Mercier. Ajustement statistique d'un tableau sur des marges : application au tableau des entrées intermédiaires. Modélisation et simulation. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG; Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1981. Français. NNT : . tel-00294933

HAL Id: tel-00294933

<https://theses.hal.science/tel-00294933>

Submitted on 10 Jul 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble

et à

l'Institut National Polytechnique de Grenoble

pour obtenir le grade de

DOCTEUR INGENIEUR

Mathématiques Appliquées

par

Michel MERCIER



**AJUSTEMENT STATISTIQUE
D'UN TABLEAU SUR DES MARGES;
APPLICATION AU TABLEAU
DES ENTRES INTERMEDIAIRES.**



Thèse soutenue le 24 septembre 1981 devant la Commission d'Examen :

Monsieur	J.R. BARRA	Président
Madame	F. CHATELIN	} Examineurs
Messieurs	J. LAGANIER	
	B. VAN CUTSEM	

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

Monsieur Gabriel CAU : Président

Monsieur Joseph KLEIN : Vice-Président

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	AMBLARD Pierre	Clinique de dermatologie
	ARNAUD Paul	Chimie
	ARVIEU Robert	I.S.N.
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale A
	BEAUDOING André	Clinique de pédiatrie et puériculture
	BELORIZKY Elie	Physique
	BARNARD Alain	Mathématiques pures
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques pures
	BEZES Henri	Clinique chirurgicale et traumatologie
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques pures
	BOLLIET Louis	Informatique (I.U.T. B)
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologie
	BONNET-EYMARD Joseph	Clinique hépato-gastro-entérologie
Mme	BONNIER Marie-Jeanne	Chimie générale
MM.	BOUCHERLE André	Chimie et toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques appliquées
	BOUTET DE MONVEL Louis	Mathématiques pures
	BRAVARD Yves	Géographie
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologique
	CALAS François	Anatomie
	CARLIER Georges	Biologie végétale
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie

MM.	CAU Gabriel	Médecine légale et toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques pures
	CHARACHON Robert	Clinique ot-rhino-laryngologique
	CHATEAU Robert	Clinique de neurologie
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COEUR André	Pharmacie chimique et chimie analytique
	COUDERC Pierre	Anatomie pathologique
	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DELORMAS Pierre	Pneumophtisiologie
	DEPORTES Charles	Chimie minérale
	DESRE Pierre	Métallurgie
	DODU Jacques	Mécanique appliquée (I.U.T. I)
	DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques pures
	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALVANI Octave	Mathématiques pures
	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GEINDRE Michel	Electroradiologie
	GERBER Robert	Mathématiques pures
	GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
	GIRAUD Pierre	Géologie
	JANIN Bernard	Géographie
	KAHANE André	Physique générale
	KLEIN Joseph	Mathématiques pures
	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques pures
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
Mme	LAJZEROWICZ Janine	Physique
MM.	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre	Mathématiques appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LE ROY Philippe	Mécanique (I.U.T. I)

MM.	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOISEAUX Jean-Marie	Sciences nucléaires
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique nucléaire
	LOUP Jean	Géographie
Mlle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques pures
MM.	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Clinique cardiologique
	MAYNARD Roger	Physique du solide
	MAZARE Yves	Clinique Médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et pétrographie
	MICOUD Max	Clinique maladies infectieuses
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NEGRE Robert	Mécanique
	NOZIERES Philippe	Spectrométrie physique
	OZENDA Paul	Botanique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET Jean	Séméiologie médicale (neurologie)
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REVOL Michel	Urologie
	RINALDI Renaud	Physique
	DE ROUGEMONT Jacques	Neuro-Chirurgie
	SARRAZIN Roger	Clinique chirurgicale B
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SIBILLE Robert	Construction mécanique (I.U.T. I)
	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	VAILLANT François	Zoologie
	VALENTIN Jacques	Physique nucléaire
Mme	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
MM.	VERAIN André	Physique biophysique
	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale

PROFESSEURS ASSOCIES

MM. CRABBE Pierre
SUNIER Jules

CERMO
Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mlle	AGNIUS-DELORS Claudine	Physique pharmaceutique
	ALARY Josette	Chimie analytique
MM.	AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
	ARMAND Gilbert	Géographie
	BENZAKEN Claude	Mathématiques appliquées
	BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
	BILLET Jean	Géographie
	BOUCHET Yves	Anatomie
	BRUGEL Lucien	Energétique (I.U.T. I)
	BUISSON René	Physique (I.U.T. I)
	BUTEL Jean	Orthopédie
	COHEN-ADDAD Jean-Pierre	Spectrométrie physique
	COLOMB Maurice	Biochimie médicale
	CONTE René	Physique (I.U.T. I)
	DELOBEL Claude	M.I.A.G.
	DEPASSEL Roger	Mécanique des fluides
	GAUTRON René	Chimie
	GIDON Paul	Géologie et minéralogie
	GLENAT René	Chimie organique
	GROULADE Joseph	Biochimie médicale
	HACQUES Gérard	Calcul numérique
	HOLLARD Daniel	Hématologie
	HUGONOT Robert	Hygiène et médecine préventive
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	JOLY Jean-René	Mathématiques pures
	JULLIEN Pierre	Mathématiques appliquées
Mme	KAHANE Josette	Physique
MM.	KRAKOWIACK Sacha	Mathématiques appliquées
	KUHN Gérard	Physique (I.U.T. I)
	LUU DUC Cuong	Chimie organique - pharmacie
	MICHOULIER Jean	Physique (I.U.T. I)
Mme	MINIER Colette	Physique (I.U.T. I)

MM.	PELMONT Jean	Biochimie
	PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
	PFISTER Jean-Claude	Physique du solide
Mlle	PIERY Yvette	Physiologie animale
MM.	RAYNAUD Hervé	M.I.A.G.
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	RICHARD Lucien	Biologie végétale
Mme	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF Jeanne	Physique générale
MM.	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	VIALON Pierre	Géologie
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques appliquées

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

MM.	ARMAND Yves	Chimie (I.U.T. I)
	BACHELOT Yvan	Endocrinologie
	BARGE Michel	Neuro-chirurgie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
Mme	BERIEL Héléne	Pharmacodynamie
MM.	BOST Michel	Pédiatrie
	BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie adultes
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BRODEAU François	Mathématiques (I.U.T. B) (Personne étrangère habilitée à être directeur de thèse)
	BERNARD Pierre	Gynécologie
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHARDON Michel	Géographie
	CHERADAME Hervé	Chimie papetière
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	COLIN DE VERDIERE Yves	Mathématiques pures
	CONTAMIN Charles	Chirurgie thoracique et cardio-vasculaire
	CORDONNER Daniel	Néphrologie
	COULOMB Max	Radiologie
	CROUZET Guy	Radiologie

MM.	CYROT Michel	Physique du solide
	DENIS Bernard	Cardiologie
	DOUCE Roland	Physiologie végétale
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme	ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	FAURE Gilbert	Urologie
	GAUTIER Robert	Chirurgie générale
	GIDON Maurice	Géologie
	GROS Yves	Physique (I.U.T. I)
	GUIGNIER Michel	Thérapeutique
	GUITTON Jacques	Chimie
	HICTER Pierre	Chimie
	JALBERT Pierre	Histologie
	JUNIEN-LAVILLAVROY Claude	O.R.L.
	KOLODIE Lucien	Hématologie
	LE NOC Pierre	Bactériologie-virologie
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et médecine préventive
	MALLION Jean-Michel	Médecine du travail
	MARECHAL Jean	Mécanique (I.U.T. I)
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
	MASSOT Christian	Médecine interne
	NEMOZ Alain	Thermodynamique
	NOUGARET Marcel	Automatique (I.U.T. I)
	PARAMELLE Bernard	Pneumologie
	PECCOUD François	Analyse (I.U.T. B) (Personnalité étrangère habilitée à être directeur de thèse)
	PEFFEN René	Métallurgie (I.U.T. I)
	PERRIER Guy	Géophysique-glaciologie
	PHELIP Xavier	Rhumatologie
	RACHALL Michel	Médecine interne
	RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
	RAMBAUD Pierre	Pédiatrie
	RAPHAEL Bernard	Stomatologie
Mme	RENAUDET Jacqueline	Bactériologie (pharmacie)
MM.	ROBERT Jean-Bernard	Chimie-physique
	ROMIER Guy	Mathématiques (I.U.T. B) (Personnalité étrangère habilitée à être directeur de thèse)
	SAKAROVITCH Michel	Mathématiques appliquées

MM. SCHAEGER René	Cancérologie
Mme SEIGLE-MURANDI Françoise	Cryptogamie
MM. STOEUBNER Pierre	Anatomie pathologie
STUTZ Pierre	Mécanique
VROUSOS Constantin	Radiologie

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM. DEVINE Roderick	Spectro Physique
KANEKO Akira	Mathématiques pures
JOHNSON Thomas	Mathématiques appliquées
RAY Tuhina	Physique

MAITRE DE CONFERENCES DELEGUE

M. ROCHAT Jacques	Hygiène et hydrologie (pharmacie)
-------------------	-----------------------------------

Fait à Saint Martin d'Hères, novembre 1977

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Année universitaire 1979-1980

Président : M. Philippe TRAYNARD

Vice-Présidents : M. Georges LESPINARD
M. René PAUTHENET

PROFESSEURS DES UNIVERSITES

MM.	ANCEAU François	Informatique fondamentale et appliquée
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BESSION Jean	Chimie Minérale
	BLIMAN Samuel	Electronique
	BLOCH Daniel	Physique du Solide - Cristallographie
	BOIS Philippe	Mécanique
	BONNETAIN Lucien	Génie Chimique
	BONNIER Etienne	Métallurgie
	BOUVARD Maurice	Génie Mécanique
	BRISSONNEAU Pierre	Physique des Matériaux
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	CHARTIER Germain	Electronique
	CHERADAME Hervé	Chimie Physique Macromoléculaires
Mme	CHERUY Arlette	Automatique
MM.	CHIAVERINA Jean	Biologie, Biochimie, Agronomie
	COHEN Joseph	Electronique
	COUMES André	Electronique
	DURAND Francis	Métallurgie
	DURAND Jean-Louis	Physique Nucléaire et Corpusculaire
	FELICI Noël	Electrotechnique
	FOULARD Claude	Automatique
	GUYOT Pierre	Métallurgie Physique
	IVANES Marcel	Electrotechnique
	JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide - Cristallographie
	LACOUME Jean-Louis	Géographie - Traitement du Signal
	LANCIA Roland	Electronique - Automatique
	LESIEUR Marcel	Mécanique
	LESPINARD Georges	Mécanique
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire Corpusculaire
	MOREAU René	Mécanique
	MORET Roger	Physique Nucléaire Corpusculaire
	PARIAUD Jean-Charles	Chimie - Physique
	PAUTHENET René	Physique du Solide - Cristallographie
	PERRET René	Automatique

.../...

MM.	PERRET Robert	Electrotechnique
	PIAU Jean-Michel	Mécanique
	PIERRARD Jean-Marie	Mécanique
	POLOUJADOFF Michel	Electrotechnique
	POUPOT Christian	Electronique - Automatique
	RAMEAU Jean-Jacques	Chimie
	ROBERT André	Chimie Appliquée et des matériaux
	ROBERT François	Analyse numérique
	SABONNADIÈRE Jean-Claude	Electrotechnique
Mme	SAUCIER Gabrielle	Informatique fondamentale et appliquée
M.	SOHM Jean-Claude	Chimie - Physique
Mme	SCHLENKER Claire	Physique du Solide - Cristallographie
MM.	TRAYNARD Philippe	Chimie - Physique
	VEILLON Gérard	Informatique fondamentale et appliquée
	ZADWORNÝ François	Electronique

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maître de Recherche)

M.	FRUCHART Robert	Directeur de Recherche
MM.	ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
	BRONOEL Guy	Maître de Recherche
	CARRE René	Maître de Recherche
	DAVID René	Maître de Recherche
	DRIOLE Jean	Maître de Recherche
	KAMARINOS Georges	Maître de Recherche
	KLEITZ Michel	Maître de Recherche
	LANDAU Ioan-Doré	Maître de Recherche
	MERMET Jean	Maître de Recherche
	MUNIER Jacques	Maître de Recherche

Personnalités habilitées à diriger des travaux de recherche (décision du Conseil Scientifique)

E.N.S.E.E.G.

MM.	ALLIBERT Michel
	BERNARD Claude
	CAILLET Marcel
Mme	CHATILLON Catherine
MM.	COULON Michel
	HAMMOU Abdelkader
	JOUD Jean-Charles
	RAVAINE Denis
	SAINFORT

C.E.N.G.

MM. SARRAZIN Pierre
 SOUQUET Jean-Louis
 TOUZAIN Philippe
 URBAIN Georges

Laboratoire des Ultra-Réfractaires ODEILLO

E.N.S.M.E.E.

MM. BISCONDI Michel
 BOOS Jean-Yves
 GUILHOT Bernard
 KOBILANSKI André
 LALAUZE René
 LANCELOT François
 LE COZE Jean
 LESBATS Pierre
 SOUSTELLE Michel
 THEVENOT François
 THOMAS Gérard
 TRAN MINH Canh
 DRIVER Julian
 RIEU Jean

E.N.S.E.R.G.

MM. BOREL Joseph
 CHEHIKIAN Alain
 VIKTOROVITCH Pierre

E.N.S.I.E.G.

MM. BORNARD Guy
 DESCHIZEAUX Pierre
 GLANGEAUD François
 JAUSSAUD Pierre
 Mme JOURDAIN Geneviève
 MM. LEJEUNE Gérard
 PERARD Jacques

E.N.S.H.G.

M. DELHAYE Jean-Marc

E.N.S.I.M.A.G.

MM. COURTIN Jacques
 LATOMBE Jean-Claude
 LUCAS Michel
 VERDILLON André

J'exprime toute ma reconnaissance à Madame F. CHATELIN qui a dirigé cette thèse, pour la sympathie, les critiques et les encouragements prodigués au cours de mon travail.

Monsieur J.R. BARRA a constamment suivi la progression de ce travail, en particulier dans son aspect statistique.

Je le remercie d'avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie Monsieur J. LAGANIER, qui a supervisé ce travail dans son aspect économique,

et Monsieur B. VAN CUTSEM d'avoir bien voulu faire partie de ce jury.

Je tiens à remercier les membres des Equipes de Statistique et d'Analyse Numérique, en particulier Monsieur F. CACHARD, pour les fructueux échanges de vues que nous avons eus à toutes les phases de ce travail.

Enfin, je remercie Mademoiselle G. ASSADAS et Madame Cl. MEYRIEUX qui ont assuré la dactylographie du manuscrit, ainsi qu'à toute l'équipe du service de Reprographie qui a contribué à son impression.

TABLE DES MATIERES

	page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I : LE TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES, SOUS TABLEAU DU TABLEAU DES ENTREES SORTIES, PRODUIT DE LA COMPTABILITE NATIONALE...	7
I La Comptabilité Nationale.....	9
II Le Tableau des Entrées Sorties (T.E.S.)....	9
1) Présentation.....	9
2) Architecture du TES.....	12
III Le Tableau des Entrées Intermédiaires (T.E.I)	13
ANNEXE CHAPITRE I : Le Tableau des Entrées Sorties..	15
I Quelques aspects particuliers du TES.....	17
1) Production des services non marchands....	17
2) Production des services organismes financiers.....	17
3) Production du commerce.....	18
4) Les transferts.....	18
II Exemple fictif de TES.....	19
1) Description de l'économie.....	19
2) Analyse en ligne.....	21
3) Analyse en colonne.....	21
TES fictif	
TES réel de 1972 en 36 branches, 35 produits.....	23 à 25

CHAPITRE II	: ELABORATION DU TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES.....	27
I	Elaboration du TEI pour l'année de base....	29
II	Elaboration du TEI pour une année courante.	31
III	La méthode RAS.....	33
	1) Remarques préliminaires.....	33
	2) Formulation du problème.....	34
	3) Calcul du tableau ajusté sur les marges.	35
CHAPITRE III	: AJUSTEMENT D'UN TABLEAU SUR DES MARGES	37
I	Ajustement d'un tableau sur des marges connues sans erreur.....	39
	1) Notations et hypothèses.....	39
	2) Calcul de l'estimation du tableau ajustée sur les marges.....	40
	a) Calcul du projecteur orthogonal.....	41
	b) Lois de probabilité des projections..	41
	c) Estimation du tableau.....	42
II	Ajustement d'un tableau sur des marges estimées	42
CHAPITRE IV	: MISE EN OEUVRE INFORMATIQUE.....	47
I	Présentation générale.....	49
	1) Les deux algorithmes de base.....	49
	a) Marges connues de façon certaine.....	49
	b) Marges estimées.....	49
	2) Stockage de la matrice des contraintes..	50
	3) Calcul de la projection sur $(\text{Ker } F)^\perp$	51
	4) Calcul de l'estimation ajustée sur les marges.....	52
	a) Calcul du nouvel estimateur des marges \hat{y}	52
	b) Calcul de l'estimation.....	53

II	Algorithme de descente pour la résolution d'un système linéaire rectangulaire par la méthode des moindres carrés.....	54
ANNEXE CHAPITRE IV : Description des sous programmes		57
1)	La structure de données.....	59
2)	Procédures de travail.....	63
	a) MULTF.....	63
	b) MULTLFT.....	63
	c) cov.....	63
3)	Sous-programme initFT.....	63
4)	Sous-programme initF.....	64
5)	Sous-programme est.....	66
6)	Sous-programme proj.....	67
7)	Sous-programme resolu.....	70
CHAPITRE V : CALCUL D'UNE ESTIMATION DU TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES.....		73
I	Rappel de la méthode utilisée pour une année courante.....	74
II	Constitution du fichier de données nécessaire à l'estimation du TEI.....	75
III	Résultats.....	76
ANNEXE CHAPITRE V : Tableaux résultats.....		79
CHAPITRE VI : PREVISION DU TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES.....		91
I	Méthode économétrique.....	93
II	Analyse de données.....	94
III	Prévision par l'ajustement d'un tableau sur des marges.....	96

CHAPITRE VII : DEUX EXEMPLES D'AJUSTEMENT DE	
TABLEAUX.....	99
I Modèle de transports collectifs.....	101
II Prévision d'un tableau démographique.....	102
1) Définition du tableau.....	102
2) Les variances.....	104
3) Résultats.....	105
CONCLUSION.....	117
BIBLIOGRAPHIE.....	121

INTRODUCTION

La "crise" des années soixante dix interpelle l'économiste. Elle remet en cause ses analyses et ses méthodes. Il n'avait pas prévu la récession et il a été surpris par les secousses de 1973. Quelle est son utilité s'il ne peut qu'extrapoler le passé et s'il est incapable de prévoir les retournements ou les ruptures ?

Il ne peut expliquer les anomalies et les dysfonctionnements actuels qu'en utilisant les outils disponibles, en les améliorant dans l'attente d'une nouvelle "révolution" théorique de l'ampleur de celle de Keynes.

Dans cette optique, le recours à la modélisation s'impose pour différentes raisons :

Au comportement linéaire, dans lequel l'effet est directement proportionnel à la cause, se substitue le couplage, par définition non linéaire, entre phénomènes qui, s'entraînant les uns les autres de façon conjointe, ne cessent d'amplifier tour à tour leurs effets, parfois jusqu'à la divergence.

La multiplication et l'interaction des variables, la nécessité de la réflexion sur de longues périodes demandent donc le recours en profondeur à la modélisation.

Mais pour faire, de ces modèles, de véritables instruments d'aide à la compréhension de l'économie et à la décision politique, il faut encore surmonter une difficulté fondamentale :

Un modèle est par définition la représentation simplifiée d'une situation et de ses possibilités d'évolution. Les relations retenues par cette description seront celles que l'on observe en général, qui sont donc relativement permanentes. Cela signifie que par définition les situations de crise ne peuvent être intégrées au modèle de base. La prise en charge de crises ou d'autres facteurs d'incertitude (régimes politiques,...) exige donc une possibilité d'intervention extérieure par rapport au modèle. L'utilité d'un modèle dépend alors étroitement, d'une part de son niveau de complexité, d'autre part des possibilités d'effectuer les diverses interventions extérieures que l'on vient d'énumérer.

Il devient alors possible d'étudier des scénarios intégrant les attitudes et les réactions des divers acteurs et de voir ce que donne le modèle. Un tel modèle permet alors la construction, la compréhension et le déroulement de tout scénario du futur.

La modélisation économique nécessite la compréhension du phénomène par l'intermédiaire de données chiffrées. La collecte sans délais de l'information, sa mise en forme dans un souci de cohérence entre les différentes sources d'information nécessitent un cadre global.

La comptabilité nationale tente de répondre à cette attente de données chiffrées. D'après la définition de Chapron et Seruzier [7] c'est une technique statistique qui cherche à donner de l'économie nationale une représentation chiffrée complète mais suffisamment simplifiée pour qu'on puisse y discerner facilement les principaux aspects de la vie économique nationale, en reconnaître les mécanismes essentiels, tenter enfin d'en prévoir l'évolution.

Les éléments de la vie économique sont réunis au sein de tableaux qui résument de façon très abrégée les structures de l'économie nationale. Ces tableaux peuvent alors être utilisés dans l'élaboration de modèles qui tentent de prévoir l'évolution des principaux indicateurs économiques.

Un de ces tableaux est particulièrement utile, le tableau des entrées intermédiaires (TEI) ; si $A = (a_{ij})$ est ce tableau, a_{ij} est la valeur de la quantité totale du produit i consommé par la branche j . Chaque ligne du tableau décrit les utilisations par les différentes branches d'un produit déterminé ; chaque colonne du tableau décrit les ressources utilisées par une branche au cours de la production.

La matrice des coefficients techniques, dérivée du tableau des entrées intermédiaires montre la structure interne de l'économie ; elle donne la combinaison des différents produits permettant à une branche donnée d'accomplir sa production. Ces coefficients engendrent le système d'équations à la base du modèle entrées-sorties d'une économie ; ils permettent une prévision quantitative d'un état futur de l'économie en envisageant différents scénarios.

De nombreux modèles économiques utilisent ce tableau des entrées intermédiaires et il est donc très intéressant de déterminer ce tableau et de prévoir son évolution.

Le travail envisagé ne devait initialement étudier que ces deux aspects. En fait, on verra que la méthode utilisée pour le calcul du tableau des entrées intermédiaires peut s'appliquer à un ensemble de tableaux possédant certaines propriétés.

On commence par décrire le tableau des entrées intermédiaires au chapitre I. Le chapitre II indique comment est évalué ce tableau chaque année, une fois les informations chiffrées disponibles. Lors de cette première évaluation, la cohérence comptable n'est pas respectée et il reste à l'assurer en ajustant le tableau sur les marges.

Ce problème d'ajustement de tableau sur des marges est un problème général. On propose au chapitre III une méthode qui procède d'une part de l'idée de minimum sous contraintes et d'autre part d'une optimisation statistique (recherche d'une variance minimale).

Le chapitre IV précise la mise en oeuvre informatique de cette méthode et le chapitre V donne les résultats que fournit cette méthode appliquée au calcul du tableau des entrées intermédiaires.

Il reste à prévoir l'évolution de ce tableau ; le chapitre VI dresse un bilan des différentes tentatives de prévision de ce TEI et montre que la méthode proposée permet une bonne prévision.

Comme on peut le constater, cette méthode s'applique à tout tableau à partir du moment où on dispose d'une estimation du tableau et d'une estimation des marges sur lesquelles il faut ajuster. Le chapitre VII donne des exemples d'ajustement de tableau sur des marges, en particulier un tableau démographique par tranche d'âge et par région de France. Les résultats obtenus assurent l'efficacité de la méthode.

On essaiera enfin de tirer un bilan critique d'ensemble.

CHAPITRE 1

LE TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES,
SOUS TABLEAU DU TABLEAU DES ENTREES SORTIES,
PRODUIT DE LA COMPTABILITE NATIONALE

I - LA COMPTABILITE NATIONALE

La comptabilité nationale est un cadre comptable qui regroupe toutes les informations économiques chiffrées disponibles. Elle est une présentation synthétique de l'activité économique de la Nation, fournissant une description des phénomènes fondamentaux de la production, de la distribution, de la répartition et de l'accumulation des richesses par l'intermédiaire de tableaux. Leur nécessaire équilibre (emplois = ressources) permet de contrôler la cohérence de toutes les données dont on dispose.

Les transactions effectuées par les différents groupes d'unités économiques sont partagées en trois catégories principales : les opérations sur biens et services, qui regroupent toutes les transactions ayant porté sur ce qui est créé par l'activité de production, les opérations de répartition, qui regroupent toutes les transactions ayant eu pour objet la distribution et la redistribution du revenu entre unités, enfin les opérations financières, qui regroupent toutes les transactions ayant modifié le patrimoine financier des unités. Le Tableau des Entrées-Sorties (TES) traite de la première catégorie.

II - LE TABLEAU DES ENTREES SORTIES (TES) [7]

1) Présentation

Le TES présente une analyse spécifique du processus de production nationale et de l'ensemble des biens et services ayant circulé dans l'économie, ou entre l'économie nationale et le reste du monde. Par l'intermédiaire d'une nomenclature, la comptabilité nationale dresse la liste de l'ensemble des biens et services pouvant être disponibles dans un pays. Cette disponibilité peut résulter soit d'une production intérieure, soit d'une importation en provenance du reste du monde. Ces biens et ces services peuvent être utilisés de plusieurs façons. Ils peuvent d'abord faire l'objet de consommations intermédiaires, c'est-à-dire être réintroduits dans le circuit de production afin de concourir à la production d'autres biens et

d'autres services ; ils peuvent également être utilisés pour la satisfaction directe des besoins collectifs ou individuels : consommations finales ; ils peuvent aussi être acquis pour la formation brute de capital fixe (les investissements). L'exportation est encore un autre emploi de la production ; à l'inverse, pour calculer l'ensemble des produits disponibles, il faut ajouter à la production totale les biens importés ; enfin il faut tenir compte des stocks pour écrire l'équilibre. Pour chaque produit l'équilibre ressources-emplois s'écrit donc :

$$\text{Production} + \text{Importations} = \text{Consommations intermédiaires} + \text{Consommations finales} \\ \text{Formation Brute de Capital Fixe} + \text{Exportations} + \text{Variation de Stocks.}$$

Ces équilibres ne peuvent être écrits qu'en utilisant un équivalent général de type monétaire puisque les opérations sont directement enregistrées en valeur au jour de la transaction, au prix du marché.

Le choix des nomenclatures est délicat : il faut répartir la "population" étudiée (c'est-à-dire l'ensemble des entreprises ou l'ensemble des produits) en groupes homogènes pour lesquels la sommation des informations chiffrées a un sens et une utilité, mais tels que leur nombre ne soit pas excessif. La première nomenclature est celle des produits, c'est-à-dire des regroupements des biens et services produits. Plusieurs niveaux de regroupement existent (environ 600, 91, 35 et 15 divisions) ; toute nomenclature est obtenue par décomposition de chaque poste de celle qui est plus agrégée.

Voici la nomenclature de produits en 16 postes :

- 01 Produits de l'agriculture, de la sylviculture et de la pêche
- 02 Produits des industries agricoles et alimentaires
- 03 Produits énergétiques
- 04 Biens intermédiaires
- 05A Biens d'équipements professionnels
- 05B Biens d'équipements ménagers
- 05C Véhicules automobiles et autres matériels de transport terrestre
- 06 Biens de consommation courante
- 07 Produits du bâtiment et du génie civil et agricole
- 09 Transports et services de télécommunications
- 10 Services marchands
- 11 Location et crédit bail immobiliers
- 12 Services d'assurances
- 13 Services des organismes financiers
- 14 Services non marchands .

La nomenclature en 91 produits est donnée p. 81 .

Les producteurs sont répartis suivant les biens et services qu'ils produisent, c'est-à-dire à chacun des postes de la nomenclature des produits correspond une branche définie comme l'ensemble des activités qui produisent un groupe donné de biens ou de services à partir des autres biens et services de la nomenclature (par exemple la branche automobile ne va, en amont, que jusqu'aux produits sidérurgiques, tout ce qui se passe avant relevant de la branche sidérurgie). Une entreprise est donc éclatée entre diverses branches. Seule la branche commerce ne correspond à aucun produit.

2) Architecture du TES

Un exemple fictif de TES est donné en annexe. Le tableau des entrées intermédiaires est expliqué en détail §III . Certains aspects particuliers du TES sont étudiés en annexe.

L'architecture générale de ce tableau est alors :

A Tableau des entrées intermédiaires	D Emplois finals des produits
B Comptes de production et d'exploitation des branches	
C Ressources en produits	

On trouve, en ligne, dans les cadres A et D, l'ensemble des emplois de chaque produit, consommations intermédiaires dans le cadre A, utilisations finales dans le cadre D. Dans le cadre A, on trouve en colonnes les consommations intermédiaires des branches, dans le cadre B les comptes de production avec la valeur ajoutée par branche (différence entre la valeur des biens et services qu'une branche a produits et la valeur des biens et services qu'elle a utilisés dans le processus de production) ; la répartition de la valeur ajoutée entre rémunération des salariés, impôts liés à la production et excédent brut d'exploitation fournit les éléments des comptes d'exploitation des branches. Les colonnes du cadre C fournissent les ressources en produits.

Un sous tableau du TES est particulièrement important comme outil de prévision : le tableau des entrées intermédiaires.

III - LE TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIARES (TEI)

L'équilibre "ressources-emplois" du paragraphe précédent fait apparaître la notion de consommation intermédiaire. Elle représente la valeur qui a été consommée à l'intérieur de l'appareil de production au cours de l'élaboration d'autres produits. Les consommations intermédiaires peuvent être ventilées selon les branches qui les utilisent ; en procédant à cette opération pour chaque produit, et en plaçant les résultats en lignes successives, on obtient un tableau (non carré puisque la branche commerce ne correspond à aucun produit) dont chaque colonne fournit la totalité des produits nécessaires à une branche pour assurer sa production.

branches produits	r+1 branches	automobiles	consommation intermédiaires des produits
r produits			
acier		x_{ij}	$\sum_j x_{ij}$
	consommation intermé- diaire des branches	$\sum_i x_{ij}$	

en ligne ce qui est consommé en acier par les différentes branches

en colonne ce que la branche automobile consomme en différents produits

Le tableau $X = (x_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq r \\ 1 \leq j \leq r+1}}$ est exprimé en millions de francs, x_{ij} est le

prix de la quantité totale du produit i consommé par la branche j . Les sommes en ligne et les sommes en colonne de ce tableau constituent les "marges". La consommation intermédiaire totale du produit i est $\sum_j x_{ij}$ "marge" en ligne, la consommation intermédiaire totale de la branche j est $\sum_i x_{ij}$ "marge" en colonne.

Bien entendu $\sum_i (\sum_j x_{ij}) = \sum_j (\sum_i x_{ij}) = \sum_{i,j} x_{ij} .$

Il existe une relation technique entre le niveau de production d'une branche et ses consommations intermédiaires. On appelle coefficient technique cette relation, définie comme le rapport $\frac{\text{consommation intermédiaire}}{\text{production}} .$

Le tableau ainsi transformé en matrice de coefficients techniques est souvent appelé matrice de LEONTIEV. A chaque case du tableau correspond un coefficient technique. Sous certains hypothèses (linéarité de l'économie), une variation du niveau de production d'une branche entraîne une variation proportionnelle de ses différentes consommations intermédiaires.

Il s'agit alors de déterminer le tableau des entrées intermédiaires à partir de l'information disponible une fois l'année écoulée. Les techniques d'élaboration du TES ont fourni toutes les cases sauf celles du TEI, elles ont permis d'estimer les consommations intermédiaires totales des produits et des branches. Il reste donc à estimer chaque case du TEI. Le chapitre suivant décrit la démarche suivie par les comptes nationaux de l'INSEE.

ANNEXE CHAPITRE I

LE TABLEAU DES ENTREES SORTIES

Ce tableau réunit :

- l'ensemble des équilibres ressources-emplois
- une analyse de l'appareil de production par la connaissance des flux de biens et services intervenant dans le processus de production.
- l'évaluation de la valeur ajoutée des branches, qui représente les revenus créés dans le processus de production.

Avant d'étudier un exemple fictif de TES, il faut préciser quelques points pour la bonne compréhension du tableau :

I - QUELQUES ASPECTS PARTICULIERS DU TES [6], [7], [12]

1) Production des services non marchands

Les biens sont marchands ; les services peuvent être marchands ou non marchands : ils sont marchands si, par convention, leur coût est supérieur au prix de production divisé par 2. Pour les services non marchands, il n'existe aucun prix de référence ; on mesure leur valeur par leur coût de production : consommations intermédiaires, rémunérations de salariés, amortissements et impôts liés à la production. Les ventes de biens et services que ces branches pourraient faire sont appelées ventes résiduelles. Elles sont déduites de la production des branches non marchandes pour obtenir la production des services non marchands. Ces services ne peuvent faire l'objet de consommation intermédiaire : ils sont une consommation finale des administrations par convention.

2) Production des services organismes financiers

Cette production est mesurée conventionnellement par l'excédent des revenus de la propriété des institutions de crédit (autres que ceux provenant du placement de leurs fonds propres) sur le montant des intérêts qu'elles versent à leurs créanciers. Ne pouvant analyser par branche la consommation de cette production, on convient de l'ajouter globalement aux consommations intermédiaires, en la faisant consommer par une branche fictive ayant une production nulle et donc une valeur ajoutée négative.

3) Production du commerce

Une branche regroupe les activités commerciales. La production des commerces est mesurée par les marges qu'ils prélèvent en commercialisant les autres produits. Ces marges sont évaluées par produit mais ne sont pas incluses dans la valeur de la production. Il n'y a donc pas consommation de service "commerce" : à la branche ne correspond aucun produit. Pour décrire ce phénomène, on ajoute aux ressources totales de chaque produit (tableau C du paragraphe précédent) le total des marges prélevées sur ce produit, de manière à obtenir sa vraie valeur d'acquisition. Tout se passe comme si la production des commerces était transférée dans la valeur des produits qu'ils commercialisent. Une ligne spéciale du tableau des entrées-sorties permet d'opérer ce transfert.

4) Les transferts

L'addition des consommations intermédiaires et de la valeur ajoutée de chaque branche donne la production effective de la branche. Mais la production d'une branche n'est pas rigoureusement égale à la production du produit correspondant. Trois corrections doivent être faites :

- produits fatals : un produit fatal est un bien qui est "fatalement" produit dans le processus de production d'un autre bien et qu'on ne peut pratiquement pas séparer de la production correspondante (par exemple, le gaz de Lacq contient du soufre si bien que la production de gaz entraîne "fatalement" la production de soufre). Lorsqu'on veut ensuite faire coïncider les ressources et les emplois de chaque produit, il faut transférer ce produit de sa branche de production à la branche qui devrait être la sienne.

- l'ensemble des contrats de recherche (exceptés ceux effectués par les branches de recherche marchande) dont bénéficient les diverses branches sont regroupés dans une seule branche ; une ligne du tableau des ressources en produits permet de les répartir à nouveau.

- la troisième correction répartit entre les différentes catégories de produits le montant des ventes qui ont été réalisées à titre résiduel par les administrations mais qui ont été incluses dans leur production globale de "services non marchands".

Ces corrections permettent de passer à la "production distribuée des produits". Reste à y ajouter les importations pour obtenir le total des ressources disponibles. Mais pour faire coïncider ces ressources avec le total des emplois, il faut encore ajouter le montant de la TVA et des droits de douane qui ont grevé les produits : la production est en effet hors TVA, les importations sont hors TVA et droits de douane, alors que les utilisations intermédiaires et finales sont exprimées aux prix réels d'acquisition.

La dernière convention porte sur les marges commerciales, qu'il faut ajouter à la valeur de production des produits pour obtenir leur valeur finale. Le total de la ligne "marges commerciales" est nul, puisque, en même temps qu'on ajoute à la production de chaque produit la marge correspondante, on la retranche de la colonne "commerce".

II - EXEMPLE FICTIF DE TES (extrait de Chapron et Seruzier [7])

1) Description de l'économie

Dans le cadre de cet exemple, la production du pays comprend des biens et services marchands et des services non marchands, assurée par des unités institutionnelles comprenant des entreprises, financières ou non, des ménages et des administrations.

Les opérations sur biens et services sont : la production, la consommation intermédiaire, la formation brute de capital fixe, la variation de stocks, l'importation et l'exportation, la consommation finale des ménages et la consommation finale collective des administrations.

Les unités de production homogène sont réparties en 5 branches, correspondant aux produits suivants :

- Branche 1 Produits agricoles et des industries agro-alimentaires
- Branche 2 Produits industriels
- Branche 3 Services marchands non financiers
- Branche 4 Services marchands des institutions financières
- Branche 5 Services non marchands des administrations

Tableau des Entrées-Sorties

Branches	1	2	3	4	5	Com- merce	Branche fictive Σ CI pour IP	(2)	Consommation finale		Δ S	Expor- tations	TOTAL Emplois
									Ménages	Admis- tration			
Produits													
I Agriculture et I A A ⁽¹⁾	70	10	15	0	5	0	-	100	154	-	+2	30	286
II Industrie	30	150	55	5	10	15	-	265	270	-	+18	110	913
III Transports et services	10	100	20	5	15	25	-	175	200	-	0	30	405
IV Institutions de crédit	-	-	-	-	-	-	60	60	-	-	-	-	60
V Services non marchands	-	-	-	-	-	-	-	-	15	135	-	-	150
Σ C I ⁽²⁾	110	260	90	10	30	40	60	600	639	135	+20	170	1814
Valeur ajoutée	90	400	260	50	130	83	-60	953					
Production effective	200	660	350	60	160	123	0	1553					
Transferts	-1 +1	+1 +1	+5	-	-10	-	-	0					
Production distribuée	200	665	355	60	150	123	-	1553					
Importations	26	120	20	-	-	-	-	166					
Droits de douane	2	8	-	-	-	-	-	10					
Marges	48	75	-	-	-	-123	-	0					
T.V.A. grevant les produits	10	45	30	-	-	-	-	85					
TOTAL Ressources	286	913	405	60	150	0	-	1814					

Σ Valeurs ajoutées :	953
+ T.V.A grevant les produits :	85
+ Droits de douane :	10
= Produit Intérieur Brut :	1048

(1) Produits de l'Agriculture et des Industries Agricoles et Alimentaires
 (2) Somme des Consommations Intermédiaires.

A quoi il faut ajouter la branche commerce et une unité spéciale consommatrice de la production imputée de services bancaires. Les unités commerciales ne prélèvent des marges que sur les produits servant à la consommation des ménages. Par convention, aucune marge n'est prélevée sur les services.

Le TES descriptif de cette économie est donnée ci-contre
L'unité de mesure est le milliard de francs.

2) Analyse en ligne

Comment par exemple ont été utilisés les produits agricoles et des industries agroalimentaires (produit I) mis à la disposition de l'économie au cours de l'année ? L'agriculture et les industries agro-alimentaires ont consommé elles-mêmes 70 de I (par exemple semences, nourriture du bétail...). L'industrie en a consommé 10 (peaux utilisées par la tannerie...). Les transports et services en ont consommé 15 (achats des hôtels, restaurants...). Les institutions de crédit n'ont pas consommé de produit I et le commerce en a consommé 5. Ces produits sont consommés directement par les ménages pour 154 mais pas par les administrations. Ils n'ont pas servi dans les investissements. Ces produits sont exportés : 30 . Enfin en tenant compte de l'accroissement des stocks de 2, on obtient que 286 milliards de F de produit I ont été utilisés au cours de l'année étudiée. Mais d'où viennent ces produits ?

3) Analyse en colonne

La production effective de la branche 1 est de 200. Pour produire ces 200, cette branche a dû consommer 70 de produit I, 30 de II et 10 de III soit au total 110 . Sa valeur ajoutée est donc $200 - 110 = 90$. Les administrations ont une production résiduelle de biens et services qui s'élève à 10 dont 1 en produit I . La branche 1 a certes une production de 200 mais en fait elle produit "fatalement" 1 de produit II à transférer à la branche 2 . La production distribuée est donc $200 + 1 - 1 = 200$. A cette production, il faut ajouter les importations. Il reste à ajouter les droits de douane aux importations : 2 , les marges commerciales : 48 et la TVA grevant les produits : 10 pour obtenir les ressources fournies par la branche 1 .

Le raisonnement est identique pour les autres branches avec toutefois les particularités exposées au § I , en ce qui concerne les institutions de crédit, les services non marchands, la branche commerce et la branche fictive pour les intermédiaires financiers.

Les pages suivantes donnent en TES réel, celui de 1972, en 36 branches et 35 produits.

T3.2 TABLEAU DES EMPLOIS FINALS																																									
REVENUS RES. ET NON RES.		ADMINISTRAT. PUBLIQUES		ADMINISTRATIONS PRIVEES		TOTAL		S.-Q.S ET E. I.		REVENUS HORS E. I.		INSTITUTIONS DE CREDIT		ENTREPRISES D ASSURANCES		ADMINISTRAT. PUBLIQUES		ADMINISTRATIONS PRIVEES		TOTAL		TRAVAUX EN COURS		AUTRES STOCKS PRODUCTEURS		STOCKS UTILISATEURS		STOCKS DANS LE COMMERCE		TOTAL		PAYS DE LA CEE		PAYS HORS CEE		TOTAL		TOTAL DES EMPLOIS FINALS		TOTAL DES EMPLOIS	
INSON. FINALE SUR LE TERR. ECO										FORMATION BRUTE DE CAPITAL FIXE										VARIATIONS DE STOCKS						EXPORTATIONS															
37503				37503		1732															1732			1285	35	441	1741					12034	53010	143248	101						
84847				84847																			218		408	825					4693	70485	87775	102							
51920				51920																			-585		-75	-880					7940	59200	68382	103							
2010				2010																			81	-50	-100	-78					287	2218	9585	104							
25991				25991																			46	-77	211	182					2737	28910	71587	105							
12107				12107																			-14								381	12484	28785	106							
137				137																			-37	484							8478	8088	43088	107							
80				80																			60	1904							3871	8045	21098	108							
2215				2215																			3	101	124	234					1811	4058	23425	109							
1335				1335																			43	43	25	111					1384	2807	8988	110							
27				27																			25	485	111	821					8478	10124	38248	111							
25348				25348																			248	255	875	1178					3829	30458	40897	112							
4828				4828	11084		48	2	634	44	11813												548	481	124	1131					3354	20928	51588	113							
4213				4213	35786		2284		684		38874												-154	358	288	471					14825	57983	78884	114							
1542				1542	12855		2772	32	1082	25	18788												501	438	102	1042					8757	28107	45957	115A							
13788				13788	185				7	58	248												43		438	481					1371	15886	17188	115B							
18283				18283	14442		1142	12	355	8	15954												38	271	580	847					17751	53880	78780	116							
47809				47809	3087		184	47			3318		1545										78	288	51	388					11221	23354	85821	117							
11215				11215																			71	34	215	320					10825	80828	85821	118							
30049				30049	1003		27	2	834	47	2013												150	488	558	1205					2138	13671	18547	119							
1878				1878																			78	288	51	388					3398	36885	52388	120							
10502				10502																			-5	24	28	45					1857	4032	23485	121							
5073				5073																			187	218	85	518					1251	11788	25078	122							
8824				8824	48275	91815	3874	817	28783	518	134582																					2138	13671	18547	123						
12753				12753	1155						1155													1121		1121						142307	155841	124							
38337				38337																												13808	21224	129							
11842				11842																												38337	45889	130							
4088				4088																												18066	27808	78885	131						
8830				8830	208	5872	275	188	-535		5888																					188	4254	17877	132						
82858				82858																												10287	24817	100237	133						
55843				55843																												82858	74177	134							
8522				8522																												55843	82858	62848	135						
1328				1328																																					
8502	128084	2883	138258																													358	8877	11782	136						
																																154	1483	31788	137						
																																138258	138258	138258	138						
588217	128084	2883	720874	130820	57087	18407	1155	31881	888	232048	1545	4088	7105	5889	18378																158205	1130808	1850728								
8-9	560	570		501A	582	543	550	560	570		1111	1112	1121	1122	11	5931	5932	598																							
	P30			P41							P42						P50			P02	P01																				

13.5. CALCUL DU PRODUIT INTERIEUR BRUT

F1	SOMME DES VALEURS AJOUTEES BRUTES	888455
F21	TVA GREVANT LES PRODUITS	88847
F29	DROITS DE DOUANE ET ASSIMILES	2713
F18	PRODUIT INTERIEUR BRUT AUX PRIX DU MARCHE	881115

UNITE: MILLION DE FRANCS

Prix courants

LES CODES FIGURANT EN MARGE DE CE TABLEAU CORRESPONDENT AUX NOMENCLATURES D OPERATIONS, DE PRODUITS, DE BRANCHES, DE SECTEURS ET D ACTIFS UTILISEES POUR LE REPERAGE INFORMATIQUE DES COMPTES NATIONAUX

T3-1. TABLEAU DES ENTREES		INTERMEDIATAIS													
		36 BRANCHES													
		AGRICULT., STYVICULT., PECHE	VIANDE ET PROD. LAITIERS	AUTRES PROD. AGRIC., ALIMENT.	COMBUST., MINERAUX SOLID., COKE	PROD. PETROLIERS, GAZ NATUREL	ELECTRICITE, GAZ ET EAU	MINERAIS ET METAUX FERREUX	MINERAIS, METAUX NON FERREUX	MATERIAUX DE CONSTRUCTION	VERRE	CHIMIE DE BASE, FIBRES SYNTH.	PARCHIMIE, PHARMACIE	FONDERIE, TRAVAIL DES METAUX	CONSTRUCTION NE...
35 PRODUITS		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08	T09	T10	T11	T12	T13	T14
T01	AGRICULT., STYVICULT., PECHE	15035	42010	17102	47			20	10			83	117		
T02	VIANDE ET PROD. LAITIERS	175	5862	2081											
T03	AUTRES PROD. AGRIC., ALIMENT.	9187	85	7410	4	14						520	578		
T04	COMBUST., MINERAUX SOLID., COKE	40	8	27	2637		1069	2645	59	121	1	98	15	42	35
T05	PROD. PETROLIERS, GAZ NATUREL	1515	239	755	73	16552	2021	702	208	1087	203	1399	584	263	265
T06	ELECTRICITE, GAZ ET EAU	598	122	313	208	381	1202	932	827	680	143	963	510	469	413
T07	MINERAIS ET METAUX FERREUX	1124			43			11546	34	407	6			8418	4036
T08	MINERAIS, METAUX NON FERREUX			83	5		261	1247	5288	63	14	438	161	1534	1087
T09	MATERIAUX DE CONSTRUCTION	372	15	44			19	433	53	2395	114	658	82	338	96
T10	VERRE	154	14	408								18	288	95	72
T11	CHIMIE DE BASE, FIBRES SYNTH.	4725	37	285		362	29	502	150	191	305	7364	4762	426	150
T12	PARCHIMIE, PHARMACIE	2025	6	63	61	84	28	37		80		137	123	664	188
T13	FONDERIE, TRAVAIL DES METAUX	115	50	878	54	89	184	558	27	62	93	106	798	4119	4888
T14	CONSTRUCTION MECANIQUE	1727	59	238	84	159	183	232	102	215	26	104	54	588	5475
T15A	MATERIELS ELECTH. PROFESSION.	23		14	21	27	497	272	45	48	21	126		574	1461
T15B	BIENS D EQUIPEMENT MENAGER														
T16	AUTOMOBILE, TRANSPORT TERR.														
T17	CONST. NAVALE, AERO, ARMEMENT	92													
T18	TEXTILES, HABILLEMENT	357		36	6		15	15		40		42	124	52	98
T19	CUIRS ET CHAUSSURES	37			1			2		14				24	37
T20	BOIS, MEUBLES, INDUSTRIES DIV.	221	106	356	73		196	56	8	22	12			459	52
T21	PAPIER, CARTON	3	219	1482	2	2	70	10	27	139	229	485	766	124	193
T22	PRESSE ET EDITION	24	71	268	4	53	143	6	4	6	25	5	175	26	20
T23	CAOUTCHOUC, MAT. PLASTIQUES	242	303	851		52	4	20	36	245	64	198	801	263	650
T24	BATIMENT, GENIE CIVIL	907	53	129	45	190	1460	103	41	133	28	141	119	132	158
T25	REPARATION, COMMERCE AUTO	938	57	87	8	70	39	54	21	506	11	47	40	84	83
T26	HOTELS, CAFES, RESTAURANTS	43	31	51	5	41	22	30	12	22	6	27	24	46	46
T27	TRANSPORTS	536	132	943	11	2482	416	1367	305	1590	130	1073	345	842	696
T28	TELECOMMUNICATIONS ET POSTES	13	48	183	11	80	110	130	36	22	1	153	97	319	186
T29	SERV. MARCH. AUX ENTREPRISES	354	584	3075	87	1403	780	3024	1052	445	158	459	3820	814	1869
T30	SERV. MARCH. AUX PARTICULIERS	457	73	112	15	67	321	147	58	159	26	172	124	230	207
T31	LOCATION, CREDIT-BAIL IMMOB.		21	49		55		18	4	14	36	100	91	18	117
T32	ASSURANCES	518	30	70	1	26	8	24	10	74	11	71	50	71	112
T33	SERVICES ORGANISMES FINANC.		58	98		62		54	20	39	9	59	52	79	98
T34	SERVICES NON MARCHANDS														
P20	C.I. DES BRANCHES	42355	51095	37481	3506	22211	9078	24186	8435	8821	1670	15048	14698	19121	22788
T3.3 COMPTES DE PRODUCTION ET D EXPLOITATION PAR BRANCHES															
P20	C.I. DES BRANCHES	42355	51095	37481	3506	22211	9078	24186	8435	8821	1670	15048	14698	19121	22788
P10	PRODUCT. EFFECT. DES BRANCHES	105707	63106	63752	6582	45394	26181	35656	12098	18870	4982	28464	24900	43542	50168
R1	VALEUR AJOUTEE BRUTE	83352	12011	26271	3076	23183	17103	11470	3663	10049	3312	11416	10202	24421	27380
R10	REMUNERATION DES SALARIES														
R21	IMPOTS SUR PRODUITS, SAUF TVA														
R22	IMP. EMPLOYEURS SUR SALAIRES														
R23	IMP. DIVERS LIES A PRODUCTION														
R30	SUBVENTIONS D EXPLOITATION														
N2	EXCEDENT BRUT D EXPLOITATION														
R1	CONSOMMATION DE CAPITAL FIXE														
N11	VALEUR AJOUTEE NETTE														
N18	VAL. AJOUT. BRUTE-REV. FACTEURS														
N19	VAL. AJOUT. NETTE-REV. FACTEURS														
N21	EXCEDENT NET D EXPLOITATION														
T3.4 TABLEAU DES RESSOURCES EN PRODUITS															
P10	PRODUCT. EFFECT. DES BRANCHES	105707	63106	63752	6582	45394	26181	35656	12098	18870	4982	28464	24900	43542	50168
IA11	TRANSF. DE PROD. FIAIS				-267	-313	503	-2389	-360						
IA12	TRANSF. SERV. RECHERCHE MARCH.	-3	-1	-1		-52	-1	-4	-8	-1	-4	-94	-29	-114	-62
IA13	TRANSF. VENT. RES. BN. NM. ADMIN.	347	4				41	7	1648	39		9			50
P10	PRODUCT. DISTRIB. -PRODUITS- PAYS DE LA CEE	106051	63109	63751	6315	45029	26724	33270	13378	18908	4978	26594	24871	43428	50156
PS0	IMPORTATIONS PAYS HORS CEE TOTAL	12055	4953	6199	2089	16272	117	8432	7544	2357	859	10008	2001	3289	16070
R21	TVA GREVANI LES PRODUITS	2862	3522	4889	342	8449	1954	202	74	495	238	280	4254	1151	2195
R29	DROITS DE DOUANE ET ASSISTM.	472	302	189		15		41	22	12	10	298	58	51	364
M20	MARGES COM. SUR CONSUM. INTER.	5096	1278	1550	158	1388		1085	43	833	310	1074	952	1835	2246
M30	MARGES COM. SUR CONSUM. MENA.	16182	14986	10293	663	2454		58	37	815	595	12	8881	1815	1980
M40	MARGES COM. SUR FBCF														3899
M50	MARGES COM. SUR EXPORTATIONS	530	-375	-289	18					5					
PO3	TOTAL DES RESSOURCES	143248	87775	86382	9585	71587	28795	43086	21096	23425	6988	38244	40897	51589	76884

13. TABLEAU DES ENTREES-SORTIES
EN 36 BRANCHES ET 35 PRODUITS

	EQUIPEMENT MENAGER	AUTOMOBILE, TRANSPORT TERRE.	CONSTR. NAVALE, REPAR. ARMEMENT	TEXTILES, HABILLEMENT	CUIRS ET CHAUSSURES	BOIS, MEUBLES, INDUSTRIES DIV.	PAPIER, CARTON	PRESSE ET EDITION	GROUILLON, MAT., PLASTIQUES	BATIMENT, GENIE CIVIL	COMMERCE	REPARATION, COMMERCE AUTO	HOTELS, CAFES, RESTAURANTS	TRANSPORTS	TELECOMMUNICATIONS ET POSTES	SERV. MARCH. AUX ENTREPRISES	SERV. MARCH. AUX PARTICULIERS	LOCATION, CREDIT-BAIL IMMOB.	ASSURANCES	SERVICES ORGANISMES FINANCI.	SERVICES NON MARCHANDS	CONSON. INTER. NON VENTILEE	C.T. DES PRODUITS	
	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125-6	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	199	P20	
			2174	1	4366	453		160				5183				837							620	89838
				1421			24					5518				1080							1174	17310
	17	27	34	36	20	14	21		18	184	13	7810		20	20	649						558	27102	7386
	347	114	419	51	127	108	108	204	2973	1030	288	557	4331	192	1122	1267	176	11	129	1997			42677	
	442	105	415	48	354	400	34	388	238	1475	195	512	588	10	183	157	187			83	2398		16311	
	4145	813			258			370	3812		105		220										87	34020
	411	248			824	8	73	24	1112														240	15051
		82			72	84		33	14451														56	19368
	478	31			73			173	1343	542	17	143											27	4181
	232	32	2498	532	237	318	25	3003	240	13													378	28120
	458	92	83	11	586	270	324		1793	58	181	48	123										611	10541
	5838	1477	574	132	1047	3	8	188	4038	220	148	583				285	184	85					1032	30843
	1000	1031	583	11	422	30	88	156	3550	88	317	134	203			83	801						880	18801
	411	1507			28	42		72	2738	123	437	28	345			47							1478	17850
							141		883			41				384							44	1303
	8174	13							342	7085			540			51							855	18800
	515	192	18510	459	842	37	17	470	1073	332	208	137	200										5742	12133
	185	9	288	1840	18	11	47		11				2			171							290	25183
	36	315	23	20	2544	4		4	8982	530			123			73	251						131	2878
	7	8	814	178	218	7355	2899	102	453	1127			5			290	31	1315					153	1654
	23	5	40	36	51	15	1863	22	115	855	18	87	80			138	4728	2529					381	1843
	2301	98	447	294	738	40	84	1078	1482	588	1544	30	814			39	14	118					329	1588
	250	335	158	23	55	47	17	83	235	788	79	259	1320			70	287						148	1422
	83	27	105	15	42	19	23	27	281	840		54	1479			253	584	1088					188	7318
	48	18	81	8	28	11	13	17	150	3338	36	881	75			1184	493	45					3	8752
	779	244	587	110	454	395	2541	107	3841	11508	80	48	13285			390	1317	710					397	50157
	187	106	189	37	144	18	284	83	501	1887	452	289	349			1802	1971	744					920	13823
	1257	2183	2128	304	899	918	785	947	12448	2834	502	907	1705			912	8818	893					1781	75320
	225	53	240	33	98	39	21	53	458	145	43	148	102			1130	2382	250					331	11218
	80	20	40	18	14	14	81	7	130	1135	22	142	84			44	2295	1150					432	8805
	80	75	135	23	111	27	30	44	584	835	175	57	858			224	175	8					12	4885
	83	27	107	10	36	20	29	23	885	278	84	27	78			58	156	2					209	30318
	27843	13791	30411	5832	14646	10800	9274	7895	88544	31111	12004	23514	28585	4940	25158	20710	3505	8577	7257	43194	28314		720122	
	27843	13791	30411	5832	14646	10800	9274	7895	88544	31111	12004	23514	28585	4940	25158	20710	3505	8577	7257	43194	28314		720122	
	50344	20752	53527	9241	27031	17225	17802	17284	138148	132225	28811	40544	88354	17772	75325	89354	81388	11334	31857	148155			1608577	
	22501	8861	23118	3809	12385	8425	8328	9388	72589	101114	14807	17025	38788	12832	50187	48844	57883	4757	24400	105858	-28314		888455	
	50344	20752	53527	9241	27031	17225	17802	17284	138148	132225	28811	40544	88354	17772	75325	89354	81388	11334	31857	148155			1608577	
	-24	-1884	10		74		252		43	5		1524	543			3185	2121	872					-10896	
	50320	18993	53197	9241	28883	17088	17852	17284	138177	132230	28811	42088	88887	17783	88303	71475	82280	11330	31861	138258			1808577	
	8084	3838	7423	1358	4137	3703	1438	3000					8710	113		5788							138	148481
	8454	413	7339	1885	5817	840	1887	930	18884		2228	3023	2458			4837	2702	368						88947
	133	8	185	24	107	111	8	43																2712
	1888		1748	128	1510	883	1088	502		-25093	-1251													
	1831		15839	4108	13014	781	2887	1713		-100445	-4894													
	1514				254					-8888	-1888													
	700		110	7	874	301	112			-1883														
	70740	23354	85821	18547	52388	23485	25078	23542	155841		21224	45084	78885	17872	100237	74177	82888	11782	31789	138254			1850728	

CHAPITRE II

ELABORATION DU TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES

Dans ce chapitre, seules sont étudiées les techniques d'élaboration du T E I : les techniques d'élaboration du T E S ont fourni toutes les cases sauf celles du T E I ; en particulier elles ont permis d'estimer les consommations intermédiaires totales des produits et des branches. Il reste donc à estimer chaque case du T E I . La méthode décrite ci-dessous est celle utilisée par les comptes nationaux de l'INSEE.

Recueillir les informations sur les consommations intermédiaires nécessite un gros travail et les enquêtes statistiques fouillées n'ont lieu qu'environ tous les dix ans pour une année appelée année de base (la dernière année de base a été 1971). Il y a ainsi deux manières d'élaborer le T E I selon qu'il s'agit de l'année de base ou d'une année courante.

I - ELABORATION DU TEI POUR L'ANNEE DE BASE

La manière la plus normale de chiffrer les postes comptables consiste à les prendre un par un et à chercher à chaque fois la ou les informations permettant de les évaluer. Toutefois cette démarche doit nécessairement s'intégrer dans une approche plus globale car d'une part le tableau est un système cohérent et intégré, d'autre part les sources statistiques ne sont pas toujours indépendantes les unes des autres.

Les statistiques disponibles sur les consommations intermédiaires sont très inégales suivant les branches. Les consommations intermédiaires d'un produit par les autres branches peuvent être connues soit directement par les statistiques concernant le produit, soit plus souvent par les informations sur la branche acheteuse (les statistiques sur les industries automobiles donnent ce qu'elles ont consommé en acier, pneus... mais il est impossible de connaître ce que les aciéries ont fourni aux industries automobiles).

La situation la plus simple est celle où il existe une information et une seule permettant l'évaluation d'un poste ; cela permet de remplir immédiatement la case correspondante. Dans d'autres cas, plusieurs informations d'origine différente sont disponibles pour évaluer le même poste ; si l'une d'entre elles offre une garantie supérieure de qualité, elle est préférée aux autres, sinon une confrontation plus poussée doit être menée et un arbitrage rendu de telle manière qu'une évaluation unique soit retenue. Enfin pour certains postes, il n'existe aucune information même indirecte ; il faut alors utiliser d'autres méthodes par exemple les relations de comportement pour évaluer ces postes tout en tenant compte de la cohérence du système.

En fait, un quart des cases sont évaluées à partir d'enquêtes fiables (par exemple EDF dresse ses statistiques de fournitures énergétiques aux différentes branches) ; les autres cases sont évaluées grâce à l'expérience des comptables nationaux en tenant compte de l'ensemble des informations statistiques disponibles.

Un responsable de branche est chargé de collecter les informations, d'évaluer les postes correspondant à sa branche, de corriger les incohérences à l'intérieur de sa branche grâce à sa très bonne connaissance du degré de fiabilité des informations statistiques dont il dispose sur sa branche. Les responsables de branche procèdent alors à un premier équilibrage pour retenir leurs estimations définitives.

Ces différentes estimations ne conduisent pas à un tableau cohérent vis-à-vis des marges (c'est-à-dire des consommations intermédiaires totales des différentes branches et des différents produits). En effet, les marges ont été estimées lors de l'élaboration du TES ; il n'y a aucune raison pour que la somme des consommations intermédiaires d'une branche soit égale à la consommation intermédiaire totale de la branche estimée par ailleurs, de même pour les produits. Il faut donc ajuster l'estimation obtenue sur les marges.

Ce problème d'ajustement d'un tableau sur des marges imposées sera traité de façon générale au chapitre 3 . Le paragraphe III donne la méthode de minimisation des écarts actuellement utilisée par l'INSEE .

Une fois ce problème résolu, une estimation du tableau, cohérente vis-à-vis des marges est retenue. Elle va permettre d'établir le tableau d'une année courante par une méthode très différente.

II - ELABORATION DU TEI POUR UNE ANNEE COURANTE

Deux tableaux sont en fait élaborés successivement : le premier, dit en volume, est effectué aux prix de l'année précédente ; il donne l'évolution réelle des consommations intermédiaires sans tenir compte des variations de prix.

L'hypothèse de départ est que les relations structurales de l'économie varient peu d'une année à l'autre et donc on suppose que les coefficients techniques restent constants. Pour établir ce tableau, donc aux prix de l'année précédente $t-1$, les nouvelles estimations disponibles sont les consommations intermédiaires totales de chaque produit et les productions effectives de chaque branche exprimées aux prix de l'année précédente. Ces données sont fournies par les modèles macro-économiques de prévision qui permettent de prévoir l'évolution de la production et l'évolution des emplois finals des produits (donc les consommations intermédiaires totales de chaque produit) ; ces techniques permettent d'estimer le TES, à l'exception du sous-tableau constitué par le TEI, tout en respectant les égalités comptables.

Pour estimer le TEI, l'hypothèse de constance des coefficients techniques est donc retenue, constance des rapports : case (i,j) du TBI en valeur de l'année $t-1$ divisée par la valeur totale de la production effective de la branche j pour l'année $t-1$ exprimée aux prix de l'année $t-1$. La multiplication de ces coefficients techniques par la valeur totale de la production effective estimée de chaque branche pour l'année t exprimée aux prix de l'année $t-1$ donne les différentes cases du TEI en volume. Par cette méthode, bien entendu, la somme en ligne des consommations intermédiaires d'un produit n'est pas égale à la consommation intermédiaire totale de ce produit estimée par ailleurs.

Si cette différence est jugée trop importante, deux réactions sont possibles :

- si l'année écoulée a été marquée par des bouleversements économiques (par exemple "choc pétrolier") certains coefficients techniques sont modifiés puisqu'il y a substitution de produits. Cette modification est très empirique et ne se justifie que par la bonne connaissance économique des experts.

- sinon, l'hypothèse de constance des coefficients techniques n'est pas remise en cause et la marge est modifiée en tenant compte de la cohérence d'ensemble du TES dont le TEI n'est qu'un sous-tableau.

L'un ou l'autre de ces rectificatifs amenuise la différence entre la somme en ligne des nouvelles consommations intermédiaires des produits et les nouvelles consommations intermédiaires totales mais ne la supprime pas ; l'écart subsistant est réparti sur les différentes cases de la ligne proportionnellement à chaque case. Cela donne le TEI en volume.

Cette méthode d'évaluation du TEI en volume pour une année courante ne suppose pas connues les consommations intermédiaires totales des branches. Toutefois, comme les techniques d'élaboration propres au TES ont permis d'établir le TES à l'exception du TEI, ces consommations intermédiaires totales des branches se déduisent facilement des productions effectives et des valeurs ajoutées puisque pour chaque branche, on a :

consommation intermédiaire totale = production effective - valeur ajoutée.

Dans ce cas là, l'estimation du TEI en volume pose, comme au paragraphe I, le problème de l'ajustement d'un tableau sur des marges connues à priori. Cette optique sera retenue lors de l'application des algorithmes proposés pour ajuster un tableau sur des marges, à l'exemple concret de l'évaluation d'un TEI.

Une fois obtenu le TEI en volume, le TEI en valeur est alors calculé en appliquant au tableau précédent des indices de prix propres à chaque case. Cette estimation finale permet le calcul du TEI pour l'année suivante.

En fait chaque année, le TEI est calculé quatre fois suivant le calendrier suivant ; en prenant par exemple l'année 1979 :

mars avril	1980	compte provisoire
janvier	1981	1ère version du compte semi-définitif
novembre	1981	2ème version du compte semi-définitif
septembre octobre	1982	version définitive

Pour que la description de la méthode utilisée par les comptes nationaux de l'INSEE soit complète, il reste à étudier leur méthode pour ajuster un tableau sur des marges.

III - LA METHODE RAS [1], [11], [13], [15] .

1) Remarques préliminaires

Cette méthode d'ajustement de tableau sur des marges est itérative. Elle était déjà utilisée en 1940 [8] bien avant son application à la prévision des coefficients techniques par les économistes de Cambridge [5] . Ce nom RAS provient du modèle utilisé pour expliquer l'évolution des consommations intermédiaires :

$$\text{Si } A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq r \\ 1 \leq j \leq s}} \text{ est le TEI non ajusté et } \hat{A} = (\hat{a}_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq r \\ 1 \leq j \leq s}}$$

le TEI ajusté, on interprète la correction due à l'ajustement sur les marges en écrivant :

$$\hat{a}_{ij} = r_i a_{ij} s_j \quad (\text{R A S})$$

c'est à dire chaque élément a_{ij} est soumis à deux effets :

- un effet de "substitution" : le produit i est remplacé par d'autres produits (ou les remplace) comme intermédiaire dans le processus de fabrication.
- un effet de "fabrication" : le produit j absorbe une plus ou moins grande part de produits intermédiaires.

Ces deux effets jouent indépendamment l'un de l'autre et simultanément d'où l'application de la double correction par le coefficient $r_i s_j$.

2) Formulation du problème

La méthode consiste à rendre minimum une distance "simple" entre le tableau estimé et le tableau ajusté sur les marges notées $(\alpha_i)_{1 \leq i \leq r}$ pour les sommes en ligne et $(\beta_j)_{1 \leq j \leq s}$ pour les sommes en colonne, tout en bouleversant le moins possible la structure du tableau malgré les nouvelles marges (les coefficients techniques traduisant la structure du tableau ne varient pas beaucoup d'une année à l'autre).

En toute rigueur ce problème de minimisation sous contraintes doit inclure des contraintes de positivité sur la solution cherchée \hat{A} puisque le tableau ajusté doit rester à valeurs positives ou nulles. Toutefois, si les coefficients du tableau estimé de départ sont suffisamment grands et si les variations globales d'effectifs selon chacun des deux critères (branche ou produit) sont suffisamment faibles, alors il est probable que la solution du problème où il n'y a pas de contraintes de positivité coïncide avec la solution du problème avec contraintes. On ne tient donc pas compte des contraintes de positivité des coefficients dans le problème à résoudre.

En utilisant comme distance simple une distance quadratique pondérée par des coefficients de pondération $b_{ij} > 0$ à choisir, le problème se formalise ainsi :

$$\min_{\hat{a}_{ij} \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{1}{b_{ij}} (\hat{a}_{ij} - a_{ij})^2$$

$$\forall i \in \{1, \dots, r\} \quad \sum_{j=1}^s \hat{a}_{ij} = \alpha_i$$

$$\forall j \in \{1, \dots, s\} \quad \sum_{i=1}^r \hat{a}_{ij} = \beta_j$$

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = \sum_{j=1}^s \beta_j$$

3) Calcul du tableau ajusté sur les marges

En prenant comme coefficients de pondération :

$V(i,j) \quad b_{ij} = 1$, la solution de ce problème de minimisation est donnée par :

$$\hat{a}_{ij} = a_{ij} + \left(a_{i.} - \frac{a_{..}}{r} \right) + \left(a_{.j} - \frac{a_{..}}{s} \right)$$

avec $a_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^s a_{ij}}{s}$, $a_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^r a_{ij}}{r}$ et $a_{..} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s a_{ij}}{r+s}$

Il est souvent naturel de vouloir dans la pondération elle-même tenir compte du tableau initial ; en prenant $b_{ij} = a_{ij}^2$, la fonction à minimiser est la somme des carrés des variations relatives par rapport au tableau de départ :

$$\sum_i \sum_j \left(\frac{\hat{a}_{ij} - a_{ij}}{a_{ij}} \right)^2 .$$

La convergence de la méthode a été démontrée par Bacharach [1] .

Cette méthode est purement numérique. Elle ne tient pas compte en particulier de la précision avec laquelle sont connus les éléments du tableau. On a donc cherché une méthode qui procède d'une part de l'idée de minimum sous contraintes et d'autre part d'une optimisation statistique (recherche d'une variance minimale), en évitant de redresser les éléments du tableau sans tenir compte de leurs précisions respectives.

CHAPITRE III

AJUSTEMENT D'UN TABLEAU SUR DES MARGES

Il s'agit d'ajuster un tableau non nécessairement carré sur des marges imposées sans modifier profondément la "structure" du tableau (puisque, par exemple, pour le TEI les coefficients techniques varient peu). On suppose connaître l'incertitude statistique de chaque coefficient du tableau ; les marges sont d'abord considérées comme certaines.

I - AJUSTEMENT D'UN TABLEAU SUR DES MARGES CONNUES SANS ERREUR

1) NOTATIONS ET HYPOTHESES

Soit $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq r \\ 1 \leq j \leq s}}$ le tableau estimé à ajuster ; il a r lignes et s

colonnes. Ce tableau est supposé à éléments positifs ou nuls ; les éléments nuls dans le tableau estimé sont supposés rester nuls dans le tableau ajusté.

Seuls sont donc à estimer les éléments non nuls et on note $x = (x_k)_{1 \leq k \leq p}$ le tableau mis sous forme vectorielle de la façon suivante $x = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_r \end{pmatrix}$

où a_i est la transposée de la $i^{\text{ème}}$ ligne de A et où les éléments nuls ont été supprimés ; on a donc $p \leq r \times s$ avec p nombre total d'éléments non nuls de A . Le vecteur aléatoire associé à cette estimation, noté encore x , est supposé suivre une loi normale de moyenne m et de matrice de covariance Λ ; $x \sim N(m, \Lambda)$. (L'hypothèse gaussienne n'est pas indispensable ; elle permet seulement d'obtenir une estimation de m qui a des bonnes propriétés statistiques).

Si en fait la matrice Λ est inconnue comme il arrive souvent dans les exemples pratiques (et en particulier pour le TEI), on suppose qu'elle est proportionnelle à la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les éléments du vecteur x

Soient $(\alpha_i)_{1 \leq i \leq r}$ et $(\beta_j)_{1 \leq j \leq s}$ respectivement les marges sommes en ligne et sommes en colonne sur lesquelles A doit être ajustée.

Comme $\sum_{i=1}^r \alpha_i = \sum_{j=1}^s \beta_j$, une contrainte imposée par les marges est redondante ;

aussi ces deux vecteurs (α_i) et (β_j) sont rassemblés en un vecteur marges y où la dernière somme en colonne (par exemple) est supprimée $\begin{pmatrix} (\alpha_i)_{1 \leq i \leq r} \\ (\beta_j)_{1 \leq j \leq s-1} \end{pmatrix}$.

Ainsi y est un élément de \mathbb{R}^n avec $n = r+s-1$. Le tableau ajusté sur le vecteur marges y est noté \hat{A} et ce tableau mis sous forme vectorielle est noté \hat{x} .

Les n contraintes imposées par les marges sont résumées par l'équation $F\hat{x} = y$ où F est une matrice n, p . Par hypothèse, le rang de F est égal à n (des contraintes imposées par les marges pourraient être redondantes et dans ce cas le rang F serait inférieur à n ; dans la pratique du calcul, ce cas est quasiment impossible). Le noyau de F est noté $\text{Ker } F$:

$\text{Ker } F = \{ x \in \mathbb{R}^p \mid Fx = 0 \}$. L'image de F est notée $\text{Im}F$:

$\text{Im}F = \{ y \in \mathbb{R}^n \mid \exists x \in \mathbb{R}^p, Fx = y \}$.

Le problème s'écrit alors :

$$\begin{cases} \min ||x - \hat{x}||_M^2 \\ \hat{x} \in \mathbb{R}^p \\ F\hat{x} = y \end{cases}$$

C'est un problème de moindres carrés mais selon une norme définie par une métrique M . Il faut choisir M . Si on prend $M = \Lambda^{-1}$ et si Λ est connue, on minimise la variance de $(x - \hat{x})$. Si on utilise l'hypothèse que les variances

des coefficients sont proportionnelles aux coefficients eux-mêmes, le choix de la métrique $M = \Lambda^{-1}$ conduit à minimiser la somme des carrés des erreurs relatives; ce choix permet de tenir compte du tableau initial afin de ne pas trop bouleverser la structure du tableau par l'introduction des marges.

On munit donc l'espace vectoriel \mathbb{R}^p du produit scalaire induit par la matrice symétrique définie positive Λ^{-1} . L'orthogonal du noyau de F , noté $(\text{Ker } F)^\perp$, est donc $(\text{Ker } F)^\perp = \{ x \in \mathbb{R}^p \mid \forall y \in \text{Ker } F, x^T \Lambda^{-1} y = 0 \}$.

\mathbb{R}^p peut être décomposé orthogonalement de la manière suivante :

$\mathbb{R}^p = \text{Ker } F \oplus (\text{Ker } F)^\perp$ et $(\text{Ker } F)^\perp$ est en bijection avec $\text{Im}F$. On note la restriction de F à un sous-espace vectoriel V : F/V .

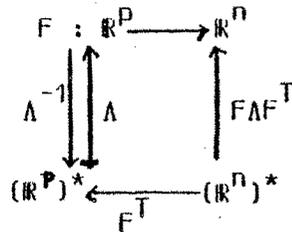
2) CALCUL DE L'ESTIMATION DU TABLEAU AJUSTEE SUR LES MARGES

Soit donc $x \in \mathbb{R}^p$ le tableau estimé à ajuster, réordonné sous forme vectorielle. Comme $\mathbb{R}^p = \text{Ker } F + (\text{Ker } F)^\perp$, x admet la représentation unique $x = x_1 + x_2$ avec x_1 élément de $\text{Ker } F$ et x_2 élément de $(\text{Ker } F)^\perp$.

Si P est le projecteur orthogonal sur $(\text{Ker } F)^\perp$, $x_2 = Px$ et $x_1 = x - x_2$.

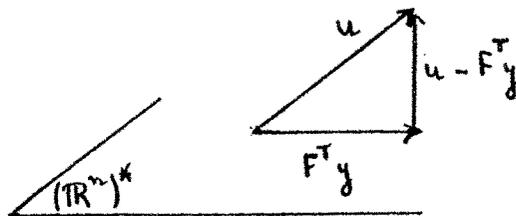
a) Calcul du projecteur orthogonal [2]

Pour ce calcul, on utilise le schéma de dualité suivant :



A tout x de \mathbb{R}^D , on associe par Λ^{-1} une forme linéaire $u = \Lambda^{-1} x$ de $(\mathbb{R}^D)^*$.

On effectue alors la décomposition orthogonale de u sur $(\mathbb{R}^n)^*$:



La projection de u sur $(\mathbb{R}^n)^*$ peut s'écrire $F^T y$ avec $y \in (\mathbb{R}^n)^*$ puisque le rang de F^T est n .

Comme $F^T y$ et $u - F^T y$ sont orthogonaux dans $(\mathbb{R}^D)^*$ muni de la métrique Λ , on a :

$$F \Lambda (u - F^T y) = 0$$

$$\text{soit } y = (F \Lambda F^T)^{-1} F \Lambda u$$

$$\text{et donc } x_2 = \Lambda F^T y = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} F x$$

$$P = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} F \text{ est donc le projecteur orthogonal sur } (\text{Ker } F)^\perp$$

b) Lois de probabilité des projections

A partir de l'hypothèse $x \sim N(m, \Lambda)$, on peut déduire les lois de probabilités de x_1 et x_2 ; ces lois sont normales puisque x_1 et x_2 sont des fonctions linéaires de x . Par exemple la moyenne de $x_2 = Px$ vaut :

$$E(x_2) = E(Px) = PE(x)$$

$$E(x_2) = Pm = m_2 \text{ en notant } m_2 \text{ la projection de } m \text{ sur } (\text{Ker } F)^\perp$$

La matrice de covariance de x_2 est :

$$V(x_2) = V(Px) = P V(x) P^T$$

$$V(x_2) = P \Lambda P^T = \Lambda_2 \text{ en notant } \Lambda_2 \text{ la matrice de covariance}$$

calculée par cette formule.

Ainsi $x_2 \sim N(m_2, \Lambda_2)$; de même $x_1 \sim N(m_1, \Lambda_1)$ en notant $m_1 = m - m_2$ la projection de m sur $\text{Ker } F$ et Λ_1 la matrice de covariance calculée par cette formule.

c) Estimation du tableau

Comme $x = x_1 + x_2$ avec $x_1 \in \text{Ker } F$ et $x_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$, $Fx = Fx_2$.

Fx_2 n'est pas égal au vecteur marges imposé y . On calcule alors $x'_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $Fx'_2 = y$; l'estimation du tableau ajustée sur les marges est donc :

$$\hat{x} = x_1 + x'_2$$

Le calcul de x'_2 s'effectue en tenant compte de la remarque suivante :

Soit x' un élément de $F^{-1}(y) = \{ x' \in \mathbb{R}^D \mid Fx' = y \}$. Comme $x' \in \mathbb{R}^D$, il existe un unique x'_1 élément de $\text{Ker } F$ et un unique x'_2 élément de $(\text{Ker } F)^\perp$ tels que $x' = x'_1 + x'_2$. D'après le a) $x'_2 = Px'$, $x'_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} Fx' = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} y$. Ainsi l'opérateur $\Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1}$ associe à y un élément unique de $(\text{Ker } F)^\perp$. Donc $x'_2 = F^T \Lambda (F \Lambda F^T)^{-1} y$.

Il reste à étudier les propriétés statistiques de l'estimateur associé à cette estimation noté encore \hat{x} . On étudie ces propriétés dans un cas plus général au paragraphe suivant, où on ajuste le tableau sur des marges estimées elles aussi.

II - AJUSTEMENT D'UN TABLEAU SUR DES MARGES ESTIMÉES

La méthode décrite ci-dessous suppose que deux informations statistiques soient disponibles pour ajuster un tableau sur des marges : d'une part, une estimation peu précise du tableau, d'autre part une estimation assez précise des marges sur lesquelles il y a ajustement.

La loi de l'estimateur associé à l'estimation y des marges, noté encore y est supposée normale ; comme $x \sim N(m, \Lambda)$ et comme $m = m_1 + m_2$ avec $m_1 \in \text{Ker } F$ et $m_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$, la moyenne de $y = Fx$ est alors $Fm = Fm_2$.

La matrice de covariance de y est notée Λ_2'' , elle est supposée diagonale, c'est-à-dire on suppose qu'il y a indépendance des erreurs effectuées sur les estimations des marges. (En fait l'indépendance des erreurs n'implique pas Λ_2'' diagonale puisque la dernière somme en colonne a été supprimée dans y ; toutefois en l'absence de renseignements statistiques, cette hypothèse est la plus commode).

Ainsi $y \sim N(Fm_2, \Lambda_2'')$ où Λ_2'' est supposée connue.

Une autre estimation des marges est disponible même si elle est beaucoup moins précise : en effet $Fx = y'$ est le vecteur marges calculé à partir de l'estimation du tableau de départ. La loi de probabilité de cet autre estimateur est facile à déterminer : si $x \sim N(m, \Lambda)$, $Fx \sim N(Fm, \Lambda'_2)$ avec $\Lambda'_2 = F \Lambda F^T$; comme $Fm = Fm_2$, $y' \sim N(Fm_2, \Lambda'_2)$. Ainsi y et y' sont deux estimateurs sans biais de Fm_2 .

L'estimateur sans biais de Fm_2 de variance minimum est alors donné en fonction de ces deux estimateurs par le théorème général suivant :

Théorème

Soient deux vecteurs aléatoires de \mathbb{R}^n indépendants, $x \sim N(m, \Lambda)$ et $y \sim N(m, \Lambda')$. L'estimateur sans biais de m de variance minimum est donné par :

$$\hat{z} = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1} (\Lambda^{-1} x + \Lambda'^{-1} y) \text{ et sa matrice de covariance est } V(\hat{z}) = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1}.$$

Soit le vecteur aléatoire $z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et soit la structure statistique $(\mathbb{R}^{2n}, B_{\mathbb{R}^{2n}}, N(Am, B))$ où $A = \begin{pmatrix} I \\ I \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda' \end{pmatrix}$.

Le logarithme de la fonction de vraisemblance du vecteur z est alors, à une constante multiplicative près :

$$\begin{aligned} & (x-m)^T \Lambda^{-1} (x-m) + (y-m)^T \Lambda'^{-1} (y-m) \\ = & x^T \Lambda^{-1} x + y^T \Lambda'^{-1} y + m^T \Lambda^{-1} m + m^T \Lambda'^{-1} m - m^T (\Lambda^{-1} x + \Lambda'^{-1} y) \end{aligned}$$

Comme Λ et Λ' sont supposées connues, le seul paramètre est m et d'après le théorème de factorisation $\Lambda^{-1}x + \Lambda'^{-1}y$ est une statistique exhaustive. Comme la structure statistique étudiée est une structure exponentielle (puisque'elle est gaussienne), $\Lambda^{-1}x + \Lambda'^{-1}y$ est une statistique exhaustive minimale et complète.

L'estimateur sans biais de m , de variance minimum, est donc

$$\hat{z} = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1} (\Lambda^{-1}x + \Lambda'^{-1}y) \text{ et } V(\hat{z}) = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1}$$

Dans le problème étudié, $y \sim N(Fm_2, \Lambda''_2)$ et $y' \sim N(Fm_2, \Lambda'_2)$ et donc

l'estimateur de Fm_2 de variance minimum est

$$\hat{y} = (\Lambda''_2{}^{-1} + \Lambda'_2{}^{-1})^{-1} (\Lambda''_2{}^{-1}y + \Lambda'_2{}^{-1}y'), \text{ de loi :}$$

$$\hat{y} \sim N(Fm_2, (\Lambda''_2{}^{-1} + \Lambda'_2{}^{-1})^{-1})$$

Remarque : Si l'hypothèse gaussienne n'est plus retenue pour les lois de probabilité de x et y , le théorème précédent devient :

Théorème faible :

Soient deux vecteurs aléatoires x et y de \mathbb{R}^n indépendants tels que $E(x) = E(y) = m$, $V(x) = \Lambda$ et $V(y) = \Lambda'$

L'estimateur sans biais de m tel que toute forme linéaire de celui-ci soit de variance minimum est donné par :

$$\hat{z} = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1} (\Lambda^{-1}x + \Lambda'^{-1}y) \text{ et sa matrice de covariance est } V(\hat{z}) = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1}$$

Démonstration :

Soit le vecteur aléatoire de \mathbb{R}^{2n} : $z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Sa moyenne est $E(z) = Am$ avec $A = \begin{pmatrix} I \\ I \end{pmatrix}$ et sa matrice de covariance est $V(z) = B = \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda' \end{pmatrix}$.

Le théorème de Gauss-Markov donne que l'estimateur des moindres carrés sans biais de m est :

$$\hat{z} = (A^T B^{-1} A)^{-1} A^T B^{-1} z \text{ de matrice de covariance } V(\hat{z}) = (A^T B^{-1} A)^{-1} \text{ d'où}$$

$$\hat{z} = \begin{pmatrix} (I \ I) & \begin{pmatrix} \Lambda^{-1} & 0 \\ 0 & \Lambda'^{-1} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} I \\ I \end{pmatrix} \end{pmatrix}^{-1} (I \ I) \begin{pmatrix} \Lambda^{-1} & 0 \\ 0 & \Lambda'^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

soit $\hat{z} = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1} (\Lambda^{-1}x + \Lambda'^{-1}y)$ et $v(\hat{z}) = (\Lambda^{-1} + \Lambda'^{-1})^{-1}$.

Ainsi suivant l'hypothèse probabiliste faite sur x et y , l'estimateur \hat{y} de Fm_2 a ces propriétés plus ou moins fortes.

A partir de \hat{y} , on détermine x'_2 tel que $F x'_2 = \hat{y}$; d'après I c)

$$x'_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} \hat{y}.$$

x'_2 est un estimateur de m_2 qui a donc des propriétés plus ou moins fortes suivant l'hypothèse probabiliste faite sur x et y . Un estimateur meilleur de m est alors obtenu en prenant $\hat{x} = x_1 + x'_2$.

Le nouveau tableau n'est pas ajusté sur les marges y puisqu'elles sont estimées elles-aussi, mais il est ajusté sur un vecteur marges \hat{y} amélioré.

Pour obtenir les propriétés statistiques de l'estimateur x'_2 dans le cas où les marges sont connues sans erreur, il suffit de remplacer Λ''_2 par la matrice nulle (puisque la variance des marges est nulle) dans les théorèmes précédents. On en déduit que x'_2 est de variance minimum (sous l'hypothèse gaussienne) et donc on a bien amélioré l'estimateur de m en prenant $\hat{x} = x_1 + x'_2$.

Il faut maintenant étudier les problèmes pratiques de mise en oeuvre de ces méthodes.

CHAPITRE IV

MISE EN OEUVRE INFORMATIQUE

La méthode exposée au chapitre précédent est programmée de façon à calculer l'estimation d'un tableau ajusté sur des marges. Deux options sont donc possibles, suivant que les marges sont considérées comme certaines ou sont estimées elles-aussi.

I - PRESENTATION GENERALE

1) Les deux algorithmes de base :

a) marges connues de façon certaine :

(0) Lecture du tableau initial et mise sous forme vectorielle $x \in \mathbb{R}^p$ du tableau à ajuster. Lecture des marges $y \in \mathbb{R}^n$

Constitution de la matrice F des contraintes imposées par les marges et de sa transposée.

(1) Calcul de la matrice de covariance $F \wedge F^T$

(2) Calcul de la projection de x sur $(\text{Ker } F)^\perp$: $x_2 = \wedge F^T (F \wedge F^T)^{-1} Fx$
et de la projection de x sur $\text{Ker } F$: $x_1 = x - x_2$

(3) Calcul de $x'_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $F x'_2 = y$; $x'_2 = \wedge F^T (F \wedge F^T)^{-1} y$

(4) Calcul de $\hat{x} = x_1 + x'_2$ ce qui donne le tableau ajusté.

Cet algorithme n'est pas beaucoup modifié quand les marges sont estimées ; il suffit de rajouter le calcul du nouvel estimateur des marges \hat{y} .

b) marges estimées :

(0) Lecture du tableau initial et mise sous forme vectorielle $x \in \mathbb{R}^p$ du tableau à ajuster. Lecture des marges $y \in \mathbb{R}^n$.

Constitution de la matrice F des contraintes imposées par les marges et de sa transposée.

Calcul des marges $y' = Fx$

(1) Calcul de la matrice de covariance $F \wedge F^T = \wedge'_2$

(2) Calcul de la projection de x sur $(\text{Ker } F)^\perp$: $x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} Fx$
et de la projection de x sur $\text{Ker } F$: $x_1 = x - x_2$

(3) Calcul du nouvel estimateur des marges :

$$\hat{y} = (\Lambda'_2 + \Lambda''_2)^{-1} (\Lambda'_2 y' + \Lambda''_2 y) \quad \text{avec } \Lambda''_2 \text{ matrice de covariance de l'estimateur } y .$$

(4) Calcul de $x'_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $Fx'_2 = \hat{y}$; $x'_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} \hat{y}$

(5) Calcul de $\hat{x} = x_1 + x'_2$ ce qui donne le tableau ajusté sur les nouvelles marges \hat{y} .

Avant de décrire plus en détail chacun de ces algorithmes, il faut préciser la façon dont est stockée la matrice F des contraintes.

2) Stockage de la matrice des contraintes :

La taille du problème étudié est importante. Par exemple, dans le cas du TEI en 91 produits et 90 branches, les éléments nuls du tableau sont de l'ordre de 5000 et il reste environ 3000 éléments à estimer ; le vecteur marges y élément de \mathbb{R}^n est de taille beaucoup moins importante, de l'ordre de 180. La matrice F des contraintes est donc 180×5000 mais elle est très creuse puisque par construction il y a au plus deux 1 par colonne.

Le stockage choisi est alors :

Un vecteur F contient les éléments non nuls de la matrice creuse des contraintes ; les éléments sont rangés par ligne ; à l'intérieur de chaque ligne les éléments sont rangés dans l'ordre naturel des colonnes et les lignes se suivent dans l'ordre naturel ; c'est à dire si on range f_{ij} dans F , f_{ij} précède f_{kl} si $i < k$ ou, si $i = k$ et $j < l$.

Un vecteur IC contient les indices de colonne des éléments rangés dans F ; c'est-à-dire si f_{ij} est rangé dans F(k) , IC(k) contient j .

Un vecteur IPL définit le nombre d'éléments non nuls par ligne de la matrice ; IPL(j) contient l'adresse dans le vecteur F du premier élément en ligne i et donc $IPL(i+1) - IPL(i)$ donne le nombre d'éléments non nuls dans la ligne i .

Par exemple la matrice $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ est stockée ainsi :

F	3	1	2	1	1
IC	1	3	1	2	3
IPL	1	3	5	6	

De même la transposée de F est stockée en utilisant les tableaux FT, ICT et IPLT.

Le calcul de $F \Lambda F^T$ (matrice de taille(n,n)) s'effectue alors facilement en tenant compte du caractère creux de F et F^T et du fait que Λ , matrice de covariance, est diagonale.

Il faut alors calculer la projection de x sur $(\text{Ker } F)^\perp$ notée x_2

3) Calcul de la projection sur $(\text{Ker } F)^\perp$

Cette projection est donnée par $x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} Fx$.

Fx se calcule facilement en utilisant le caractère creux de F et représente en fait les marges y' du tableau estimé de départ. Le calcul se fait ensuite en deux étapes pour éviter l'inversion de matrices :

Résolution du système linéaire normal $(F \Lambda F^T)z = Fx = y'$

soit z_0 la solution

$$\text{Calcul de } x_2 \quad x_2 = \Lambda F^T z_0$$

Le système linéaire est de taille (n,n) puisque F est de taille (n,p) . Comme le rang de F est n , la matrice $F \Lambda F^T$, symétrique, est définie positive ; aussi la méthode de Choleski a été retenue pour résoudre ce système : "routine" F04abf de la bibliothèque scientifique NAG disponible au CICG, Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble.

Une fois x_2 calculé, la projection de x sur $\text{Ker } F$ est donnée par $x_1 = x - x_2$.

4) Calcul de l'estimation ajustée sur les marges

Si les marges sont considérées comme certaines, il suffit donc de calculer $x'_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $F x'_2 = y$. Sinon, il faut d'abord calculer le nouvel estimateur des marges \hat{y} .

a) Calcul du nouvel estimateur des marges \hat{y}

\hat{y} est donc donné par :

$$\hat{y} = (\Lambda'_2{}^{-1} + \Lambda''_2{}^{-1})^{-1} (\Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y) \quad \text{où}$$

$$\Lambda'_2 = F \Lambda F^T$$

Λ''_2 matrice de covariance de y

y estimateur des marges

$y' = Fx$ autre estimateur des marges

Le calcul de $\Lambda'_2{}^{-1} y'$ et de $\Lambda''_2{}^{-1} y$ s'effectue en résolvant les systèmes linéaires suivants :

$$\Lambda'_2 z' = y' \quad , \quad \Lambda''_2 z = y$$

Le calcul de \hat{y} s'effectue en résolvant

$$(\Lambda'_2{}^{-1} + \Lambda''_2{}^{-1})\hat{z} = \Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y$$

On voit donc que si Λ''_2 n'a pas une structure particulière, il faut inverser les matrices Λ'_2 et Λ''_2 .

Mais dans la plupart des applications pratiques, la matrice de covariance Λ''_2 de l'estimateur y des marges est supposée diagonale. Cette hypothèse permet de simplifier la formule donnant \hat{y} de façon à effectuer ce calcul sans inverser de matrice :

$$\hat{y} = (\Lambda'_2{}^{-1} + \Lambda''_2{}^{-1})^{-1} (\Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y)$$

$$(\Lambda'_2{}^{-1} + \Lambda''_2{}^{-1})\hat{y} = \Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y$$

$$\Lambda'_2{}^{-1} \hat{y} + \Lambda''_2{}^{-1} \hat{y} = \Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y$$

$$\Lambda'_2{}^{-1} \hat{y} = \Lambda'_2{}^{-1} y' + \Lambda''_2{}^{-1} y - \Lambda''_2{}^{-1} \hat{y}$$

$$\hat{y} = y' + \Lambda'_2 \Lambda''_2{}^{-1} y - \Lambda'_2 \Lambda''_2{}^{-1} \hat{y}$$

$$(1 + \Lambda'_2 \Lambda''_2{}^{-1})\hat{y} = y' + \Lambda'_2 \Lambda''_2{}^{-1} y$$

La résolution de ce système linéaire nécessite le calcul de $\Lambda''_2{}^{-1}$ c'est-à-dire simplement l'inversion d'une matrice diagonale. La matrice du système linéaire n'est plus définie positive et donc on résout ce système en utilisant la factorisation de Crout : "routine" F04 arf de NAG.

Dans tous les cas, on dispose donc des marges y ou \hat{y} sur lesquelles il faut ajuster.

b) Calcul de l'estimation

Il reste donc à calculer $x'_2 \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $Fx'_2 = y$ ou tel que $Fx'_2 = \hat{y}$ suivant le cas où on se place.

Par exemple, pour $Fx'_2 = y$, $x'_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} y$.

Ce calcul est exactement celui effectué au §3 avec y au lieu de $y' = Fx$. La "routine" F04ABF de NAG permet de trouver la solution du système $(F \Lambda F^T)z = y$ pour différents seconds membres et permet ainsi d'effectuer les pivotages une seule fois pour la résolution des deux systèmes $(F \Lambda F^T)z = y$ et $(F \Lambda F^T)z = y'$

On obtient enfin $\hat{x} = x_1 + x'_2$ ce qui donne le tableau ajusté.

Il faut remarquer que ces projections sur $(\text{Ker } F)^\perp$ nécessitent le calcul explicite de $F \Lambda F^T$ et donc son stockage. Or si F et F^T sont creuses, leur caractère creux ne se transmet pas à $F \Lambda F^T$. Avant d'entrer plus dans le détail des différentes procédures, on propose un algorithme pour calculer la projection sur $(\text{Ker } F)^\perp$ en évitant le stockage de $F \Lambda F^T$.

II - ALGORITHME DE DESCENTE POUR LA RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE
RECTANGULAIRE PAR LA METHODE DES MOINDRES CARRES [4], [16], [18].

$$x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} Fx$$

Comme $Fx = y'$ marges calculées du tableau de départ. x_2 est donné par

$$x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} y'$$

Pour $i=1,2,\dots,n$ et si $q_i \notin \text{Ker } F^T$, on pose :

$$x_2^{(i+1)} = x_2^{(i)} + \alpha_i F^T q_i \quad \text{où} \quad \alpha_i = q_i^T (y' - Fx_2^{(i)}) / \|F^T q_i\|_\Lambda^2$$

Si $d^{(i)} = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} y' - x_2^{(i)}$, on a $d^{(i+1)T} F^T q_i = 0$

et donc en utilisant le produit scalaire usuel :

$$\langle d^{(i+1)}, d^{(i+1)} \rangle = \langle d^{(i)}, d^{(i)} \rangle - \langle \alpha_i F^T q_i, \alpha_i F^T q_i \rangle$$

$$\text{soit } \|d^{(i+1)}\|^2 = \|d^{(i)}\|^2 - |\alpha_i|^2 \|F^T q_i\|^2 \leq \|d^{(i)}\|^2$$

Ainsi l'algorithme permet de réduire l'erreur.

Si on prend $q_i = e_i$ base canonique de R^n , $F^T q_i = F_{i.}^T$ où $F_{i.}$ est la i ème ligne de F . $e_i \notin \text{Ker } F^T$ puisque la i ème ligne de F n'est pas nulle.

L'algorithme s'écrit alors :

$$x_2^{(i+1)} = x_2^{(i)} + F_{i.}^T (y_i^f - F_{i.} x_2^{(i)}) / \|F_{i.}^T\|^2 .$$

La convergence a été étudiée par Tanabe [16].

Les avantages et les inconvénients de cet algorithme seront discutés au chapitre suivant.

La description plus précise des sous-programmes utilisés est donnée en annexe de ce chapitre.

Les résultats obtenus en appliquant cette méthode pour estimer le tableau des entrées intermédiaires sont précisés au chapitre suivant.

ANNEXE CHAPITRE IV

DESCRIPTION DES SOUS-PROGRAMMES

Ces sous programmes sont écrits en fortran MULTICS, système conversationnel de l'ordinateur CII HB 68 du Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble. Ils utilisent certaines instructions particulières à ce langage.

1) La structure de données

L'ensemble des variables et des tableaux utilisés pour décrire les différents types de données manipulées par les sous-programmes est réparti en deux zones de mémoire qui sont des "commons à étiquettes" en Fortran.

La première rassemble toutes les données propres au tableau à ajuster sous un common à étiquette $\#$ ($m \#$) ce qui permet d'effectuer différents essais sur le même tableau sans avoir à reconstruire à chaque fois le vecteur dérivé du tableau à ajuster et la matrice des contraintes (puisque les zones mémoire $\#$ sont conservées même s'il y a interruption de session de travail).

La deuxième rassemble les tableaux de travail permettant l'ajustement du tableau. Le "common" est de type ordinaire (étiquette : double).

Ces "commons" sont dans un segment de type include (mot.incl.fortran) ce qui permet de les insérer à l'intérieur de chaque sous-programme en tête des déclarations par l'instruction%include.

Liste des variables et tableaux utilisés :

common / $m \#$ / r, s, m, n, F(5 700), IC(5 700), IPL (175), FT(5 700), ICT (5 700), IPLT (3 000), X (3 000), Y (175), ie, ELNUL (5 000), NB (85), NBVNL (85), L (89), E, EM .

Ce common / $m \#$ / est initialisé par les sous-programme initFT et initF .

r - entier

En entrée r spécifie le nombre de lignes du tableau à ajuster.

Inchangé en sortie.

s - entier

En entrée s spécifie le nombre de colonnes du tableau à ajuster.

Inchangé en sortie.

m - entier

En sortie m spécifie le nombre maximum de lignes indépendantes de la matrice des contraintes F

$$(m = r + s - 1)$$

n - entier

En sortie n spécifie le nombre de colonnes de la matrice des contraintes F (égal au nombre d'éléments non nuls à estimer dans le tableau de départ)

F - tableau de réels de dimension $\geq 2n$

En entrée F contient la matrice creuse des contraintes rangée en ligne (cf. stockage de la matrice des contraintes Ch. IV, § I2)

Inchangé en sortie.

IC - tableau d'entiers de dimension $\geq 2n$

En entrée IC contient l'indice des colonnes de F (cf. stockage de la matrice des contraintes Ch. IV, § I2)

Inchangé en sortie.

IPL - tableau d'entiers de dimension $\geq m+1$

En entrée IPL contient les pointeurs de ligne de F (cf. stockage de la matrice des contraintes Ch. IV, § I2)

Inchangé en sortie.

FT - tableau de réels de dimension $\geq 2n$

En entrée FT contient la transposée de la matrice creuse des contraintes.

Inchangé en sortie.

ICT - tableau d'entiers de dimension $\geq 2n$

En entrée ICT contient l'indice des colonnes de FT.

Inchangé en sortie.

IPLT - tableau d'entiers de dimension $\geq n+1$

En entrée IPLT contient les pointeurs de ligne de FT.

Inchangé en sortie.

X - tableau de réels de dimension $\geq n$

En entrée X contient le tableau à ajuster mis sous forme vectorielle avec suppression des éléments nuls.

Inchangé en sortie.

Y - tableau d'entiers de dimension $\geq m$

En entrée Y contient les marges sur lesquelles il faut ajuster

Inchangé en sortie.

ie - entier

En sortie ie spécifie le nombre d'éléments nuls dans le tableau de départ.

ELNUL - tableau d'entiers de dimension $\geq ie$

En sortie ELNUL contient les numéros des éléments nuls du tableau, numérotation effectuée ligne par ligne.

Exemple : si le tableau de départ est $\begin{bmatrix} 10 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, ELNUL sera rempli ainsi

NB - tableau d'entiers de dimension $\geq r$; tableau de travail.

En sortie NB(i) contient le nombre d'éléments nuls dans la ligne i de la colonne 1 à j courante.

NBVNL - tableau d'entiers de dimension $\geq r$; tableau de travail.

En sortie NBVNL(i) contient le nombre d'éléments nuls de la ligne 1 à i incluse.

L - tableau d'entiers de dimension $\geq s$; tableau de travail.

Ce tableau sert à lire, par ligne, le tableau à ajuster.

E - réel

En entrée E contient le facteur multiplicatif quand l'hypothèse retenue sur la matrice de covariance du tableau est que les variances sont proportionnelles aux termes.

Inchangé en sortie.

EM - réel

En entrée EM contient le facteur multiplicatif quand l'hypothèse retenue sur la matrice de covariance des marges est que les variances sont proportionnelles aux termes.

Inchangé en sortie.

common/doubl/A(176,176), D(176,2), C(176,2), BB(176,2), WKSPCE (176), WK1(176), B1 (176), C1(176).

Ce common/doubl/ est initialisé dans les sous-programmes cov, est et proj.

A - tableau de réels double précision de dimension (m,m) ;
tableau de travail.

A contient d'abord la matrice de covariance $F \Lambda F^T = \Lambda_2'$ puis la matrice $I + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}$ utilisée dans le calcul du nouvel estimateur des marges.

En sortie A contient la factorisation de Crout obtenue dans la "routine" NAG f04arf

D - tableau de réels double précision de dimension (m,2) ;
tableau de travail.

En entrée D(.,1) contient les marges sur lesquelles il faut ajuster (y).

D(.,2) contient les marges calculées à partir du tableau de départ ($y'=Fx$).

En sortie D(.,1) contient le nouvel estimateur des marges (\hat{y}). D(.,2) est inchangé.

C - tableau de réels double précision de dimension (m,2) ;
tableau de travail.

En sortie C(.,1) contient la solution du système $(F \Lambda F^T)z = \hat{y}$, C(.,2) contient la solution du système $(F \Lambda F^T)z = y' = Fx$

BB - tableau de réels double précision de dimension (m,2) ;
tableau de travail utilisé par la "routine" NAG f04arf

WKSPCE - tableau de réels double précision de dimension m ;
tableau de travail utilisé par les routines NAG .

WK1 - tableau de réels double précision de dimension m ;
tableau de travail utilisé par les routines NAG.

B1 - tableau de réels double précision de dimension m ; tableau de travail
En sortie B1 contient $y' + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1} y$ second membre du système à résoudre pour calculer le nouvel estimateur des marges \hat{y} .

C1 - tableau de réels double précision de dimension m ; tableau de travail.
En sortie C1 contient la solution \hat{y} du système permettant le calcul du nouvel estimateur des marges.

2) Procédures de travail

Quelques procédures sont utilisées par les différents sous-programmes.

a) MULTF

But :

Cette procédure multiplie une matrice creuse par un vecteur plein pour obtenir un vecteur plein

call MULTF (B, RES, F1, IC1, IPL1, m1, n1)

Description des paramètres

F1, IC1, IPL1 tableaux de stockage d'une matrice creuse (m_1, n_1) (cf. Ch.IV ; § I2); cette procédure multiplie le vecteur $B \in R^{n_1}$ par cette matrice pour obtenir un vecteur plein $RES \in R^{m_1}$.

b) MULTLFT

call MULTLFT (B, RES)

Cette procédure multiplie la matrice creuse (n, m) ΛF^T définie par FT, ICT, IPLT par un vecteur plein $B \in R^m$ pour obtenir un vecteur plein $RES \in R^n$.

c) cov

call cov,

Cette procédure calcule la matrice de covariance $\Lambda \frac{1}{2} = F \Lambda F^T$ du vecteur marges $y' = Fx$ calculé à partir de l'estimation initiale du tableau.

Elle appelle la procédure MULTF pour effectuer ce produit matriciel.

La matrice de covariance ainsi calculée est rangée dans A .

3) Sous-Programme initFT

call initFT

Ce sous-programme lit le tableau initial à ajuster, le réordonne en vecteur et constitue la transposée de F.

Le remplissage de F^T peut s'effectuer en même temps que le remplissage du vecteur représentant le tableau initial car, par construction à chaque élément du tableau correspond deux 1 dans F^T sauf si l'élément est dans la dernière colonne s (puisque la dernière ligne est supprimée dans F) : si a_{ij} est un élément non nul dans le tableau initial, F^T contient un 1 en colonne i et si $j \neq s$ un 1 en colonne $r+j$.

Les tableaux et les variables utilisés dans ce sous-programme ont été définis au 1). Il s'agit de :

FT, ICT, IPLT, ELNUL, NBVNL, L, X, r, s, E, EM.

L'algorithme se schématise alors ainsi :

(1) Lecture d'une ligne du tableau de départ rangée dans L.

(2) Pour chaque élément $L(j)$ de la ligne :

Si $L(j) \neq 0$, remplir X, mettre un 1 dans FT en colonne i et si $j \neq s$ un 1 en colonne $r+j$

Sinon remplir ELNUL et comptabiliser le nombre de variables nulles déjà rencontrées.

La lecture de chaque ligne du tableau de départ s'effectue à partir du fichier n°1 avec un format de type entier. La taille de ce format est à préciser par l'utilisateur.

4) Sous-Programme initF

call initF

Ce sous-programme constitue la matrice F de contraintes, lit les marges y sur lesquelles il faut ajuster et calcule les marges du tableau initial $y' = Fx$. Il utilise les tableaux initialisés lors du remplissage de F^T : ELNUL et NBVNL qui ont permis de mémoriser la place des éléments nuls dans l'estimation initiale.

Le remplissage de F se fonde sur les remarques suivantes :

- les r premières lignes correspondent aux contraintes imposées par les marges en ligne ; pour une ligne, il y a donc autant de 1 que d'éléments non nuls dans cette ligne dans l'estimation initiale soit la structure :

1 1 ... 1

1 ... 1

1 1 ... 1

- les s-1 dernières lignes correspondent aux contraintes imposées par les marges en colonne (la contrainte imposée par la dernière marge en colonne est arbitrairement supprimée afin que F soit de plein rang). Si aucun élément n'était nul dans l'estimation initiale, la structure de s-1 dernières lignes serait :

1 0 ... 0 1 0 0 1

1 0 ... 0 1 ... 0 1

1 0 ... 1

deux 1 étant séparés par s-1 zéros. Pour avoir F, il faut donc supprimer les colonnes correspondant à des éléments nuls.

Les tableaux et les variables utilisés dans ce sous-programme ont été définis au 1) . Il s'agit de :

F, IC, IPL, NB, ELNUL, NBVNL, m, n, ie, X, Y, D(.,1), D(.,2)

L'algorithme se schématise alors ainsi :

- (1) Remplissage des r premières lignes de F en utilisant la structure décrite plus haut.
- (2) Remplissage des s-1 dernières lignes :
pour chaque ligne du tableau initial
pour chaque élément de chaque ligne
recherche dichotomique dans ELNUL pour savoir si cet élément est nul.
S'il n'est pas nul, remplissage de F, IC, IPL .

(3) Rangement du vecteur marges imposé Y, lu dans le programme principal, dans D(.,1)

(4) Calcul des marges du tableau initial rangées dans D(.,2)

5) Sous-programme est :

Ce sous-programme calcule la nouvelle estimation des marges à partir de l'estimation directe des marges y et des marges du tableau initial $y' = Fx$. Dans tous les exemples traités, la matrice de covariance Λ_2'' des marges est supposée diagonale et donc ce sous-programme calcule \hat{y} en se servant de la formule donnée au Ch. IV) a) pour Λ_2'' diagonale.

$$(I + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}) \hat{y} = y' + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1} y$$

Les tableaux et les variables utilisés dans ce sous-programme ont été définis au § 1) . Il s'agit de :

D(.,1), D(.,2), A, B1, C1, WK1, WKSPCE, EM, m

Ce sous-programme fait appel à la routine NAG, f04arf :

f04arf calcule la solution approchée d'un système linéaire d'équations à un seul second membre par la méthode de factorisation de Crout. L'appel s'effectue ainsi :

f04arf(A, ia, B1, m, C1, WKSPCE, ifail)

A - tableau de réels doubles de dimension (ia, p) avec $p \geq m$.

En entrée A contient la matrice du système à résoudre ($A = I + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}$).

En sortie A contient la factorisation de Crout.

ia - entier

En entrée ia contient la première dimension du tableau A, $ia \geq m$. Inchangé en sortie.

B1 - tableau de réels doubles de dimension $\geq m$

En entrée B1 contient le 2e membre ($B1 = y' + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1} y$)

Inchangé en sortie.

m - entier

En entrée m donne l'ordre de la matrice A.

Inchangé en sortie.

C1 - tableau de réels doubles de dimension $\geq m$

En sortie C1 contient la solution \hat{y}

WKSPCE - tableau de réels doubles de dimension $\geq m$; tableau de travail

ifail - entier

En entrée ifail doit être rempli ; la valeur recommandée est zéro. Si la routine ne détecte pas d'erreur, en sortie ifail contient encore zéro.

L'algorithme se schématise alors ainsi :

(1) Calcul de $y' + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1} y$; la matrice $\Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}$ est rangée dans A

(2) Calcul de $I + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}$ rangée dans A

(3) Calcul de \hat{y} par résolution du système

$$(I + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1}) \hat{y} = y' + \Lambda_2' \Lambda_2''^{-1} y$$

(4) Remplissage de $D(.,1) = \hat{y}$ nouvel estimateur des marges.

6) Sous-programme proj :

Ce sous-programme calcule la projection de x sur $(\text{Ker } F)^\perp$ donnée par $x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} Fx$ et calcule $x_2' \in (\text{Ker } F)^\perp$ tel que $Fx_2' = \hat{y}$ où

y est l'estimation des marges qui a été retenue suivant l'algorithme considéré (Ch. IV, § II) a) marges connues de façon certaine, § I 1) b) marges recalculées par le sous-programme est).

Ces deux projections se calculent de la même façon en résolvant les systèmes (à moins d'utiliser la méthode de descente donnée au Ch.IV, §II) :

$$\begin{array}{l|l} (F \wedge F^T)z = Fx = y' & z_0 \text{ solution} \\ x_2 = \wedge F^T z_0 & \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} (F \wedge F^T)z = \hat{y} \quad \hat{z}_0 \text{ solution} \\ x_2' = \wedge F^T \hat{z}_0 \end{array} \right.$$

La "routine" f04abf de NAG permet de trouver la solution du système $(F \wedge F^T)z = y$ pour différents seconds membres.

Le sous-programme proj calcule ensuite la projection de x sur $\text{Ker}F$ par $x_1 = x - x_2$ puis $\hat{x} = x_1 + x_2'$. Enfin elle remet le vecteur \hat{x} sous forme matricielle ce qui permet d'écrire le tableau ajusté sur les marges.

Les tableaux et les variables utilisés dans ce sous-programme ont été définis au § 1) . Il s'agit de :

$D(.,1), D(.,2), A, C(.,1), C(.,2), L, \text{ELNUL}, m, n, r, s$.

Ce sous-programme fait donc appel à la "routine" NAG f04abf :

f04abf calcule la solution d'un système linéaire d'équations, à matrice associée symétrique définie positive, avec différents seconds membres, par la méthode de Choleski. L'appel s'effectue ainsi :

f04abf (A, ia, D, ib,n , m), C, ic, WKSPLE, BB, ibb, ifail)

A - tableau de réels double : précision de dimension (ia, p) avec $p \geq m$.

En entrée A contient la matrice du système à résoudre ($A = F \wedge F^T$).

En sortie le triangle supérieur de A reste inchangé, le triangle strictement inférieur est modifié.

ia - entier

En entrée ia contient la première dimension du tableau A, $ia \geq m$

Inchangé en sortie.

D - tableau de réels double précision de dimension (ib, 2).

En entrée D contient les deux différents seconds membres.
Inchangé en sortie.

ib - entier

En entrée ib spécifie la première dimension de D. $ib \geq m$.
Inchangé en sortie.

n - En entrée n spécifie l'ordre de la matrice A.
Inchangé en sortie.

m - En entrée m spécifie le nombre de seconds membres différents. $m = 2$.
Inchangé en sortie.

C - tableau de réels double précision de dimension (ic, 2).
En sortie C contient les 2 vecteurs solution.

ic - entier

En entrée ic spécifie la première dimension de C . $ic \geq m$.
Inchangé en sortie.

WKSPCE - tableau de réels double précision de dimension $\geq m$; tableau de travail.

BB - tableau de réels double précision de dimension (ibb, 2) : tableau de travail.

ibb - entier

En entrée ibb spécifie la première dimension du tableau BB. $ibb \geq m$.
Inchangé en sortie.

ifail - entier

En entrée fail doit être rempli ; la valeur recommandée est zéro.
Si la routine ne détecte pas d'erreur, en sortie ifail contient encore zéro.

L'algorithme se schématise alors ainsi :

- (1) Calcul de la matrice de covariance $F \Lambda F^T$ rangée dans A
- (2) Résolution des deux systèmes linéaires normaux :
$$(F \Lambda F^T)z = y' \quad \text{et} \quad (F \Lambda F^T)z = \hat{y}$$
- (3) Calcul de $x_2 = \Lambda F^T z_0$ par la procédure MULTLFT
- (4) Calcul de $x_1 = x - x_2$
- (5) Calcul de $x'_2 = \Lambda F^T \hat{z}_0$ par la procédure MULTLFT
- (6) Calcul de $\hat{x} = x_1 + x'_2$
- (7) Ecriture du résultat sous forme matricielle.

Cet algorithme est un peu modifié si on utilise la méthode de descente donnée au Ch.IV§II. Il faut alors remplacer (2), (3) et (5) dans l'algorithme précédent par deux appels du sous-programme résolu, le 1er calculant directement $x_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} y'$, le 2e calculant directement $x'_2 = \Lambda F^T (F \Lambda F^T)^{-1} \hat{y}$

7) Sous-programme résolu

Ce sous-programme calcule la projection orthogonale suivant la métrique Λ^{-1} d'un vecteur sur $(\text{Ker } F)^\perp$ par un algorithme de descente donné au Ch.IV, § II. L'appel s'effectue ainsi :

call resolu (Y2,B2,m,n)

Y2 - tableau de réels de dimension m.

En entrée Y2 contient le vecteur qu'il faut projeter sur $(\text{Ker } F)^\perp$.
Inchangé en sortie.

B2 - tableau de réels de dimension n.

En sortie B2 contient le vecteur projeté calculé par le sous-programme.

Les tableaux et les variables utilisés dans ce sous-programme ont été définis au § 1) . Il s'agit de :

F, IC, IPL, X, E .

L'algorithme se schématise alors ainsi :

(1) Calcul de $\|F_{i.}^T\|_{\Lambda}^2$ rangé dans le tableau B ;

(2) Tant que $\text{err} > \epsilon$ faire

$$x_2^{(i)} = x_2^{(i)} + o * F_{i.}^T (y_i - F_{i.} x_2^{(i)}) / \|F_{i.}^T\|_{\Lambda}^2$$

$$\text{err} = \max | x_2^{(i)} - x_2^{(i-1)} |$$

Le seuil de tolérance ϵ est défini par l'utilisateur. On a pris $\epsilon = 10^{-2}$.

Le paramètre de relaxation o est défini par l'utilisateur. Il doit être compris entre 0 et 2 pour que la convergence soit assurée.

CHAPITRE V

CALCUL D'UNE ESTIMATION DU TABLEAU DES ENTREES INTERMEDIAIRES

L'algorithme proposé auparavant au chapitre 3 est testé sur un T E I . Comme les données relatives au T E I de l'année de base 1971 ne sont plus disponibles dans leur totalité à l'INSEE (seul demeure le résultat obtenu cette année là), l'exemple traité est l'estimation du T E I de 1977 en 91 branches et 90 produits, T E I en volume, à partir du T E I de 1976 en valeur.

I - RAPPEL DE LA METHODE UTILISEE POUR UNE ANNEE COURANTE

Les données sont les cases du tableau des entrées intermédiaires de 1976, tableau en valeur, c'est-à-dire aux prix de l'année 1976. Ce tableau est évidemment ajusté sur ses marges, consommations intermédiaires totales des produits et des branches. On connaît aussi les productions effectives des branches exprimées aux prix de l'année 1976. En divisant chaque consommation intermédiaire d'une branche par la production totale de cette même branche, on obtient la matrice des coefficients techniques.

Cette matrice va servir à l'élaboration du T E I en volume de 1977, c'est-à-dire le T E I de 1977 exprimé aux prix de l'année 1976. Les données concernant l'année 1977 sont en effet les consommations intermédiaires totales des branches et des produits ainsi que les productions effectives des branches exprimées aux prix de l'année 1976. Ces données concernant 1977 sont en fait des prévisions et il existe une relation étroite entre consommation intermédiaire totale des branches et production effective des branches puisque pour chaque branche : consommation intermédiaire totale + valeur ajoutée = production effective.

En faisant l'hypothèse de constance des coefficients techniques d'une année sur l'autre, la multiplication de chaque coefficient technique d'une branche par la production effective de cette même branche en 1977 exprimée aux prix de l'année 1976 donne chaque consommation intermédiaire de la branche, en volume donc . Le T E I en volume ainsi établi pour l'année 1977 n'est évidemment pas ajusté sur les marges. L'application de l'algorithme proposé au chapitre III donne alors le T E I en volume ajusté sur les marges. Cet ajustement entraîne évidemment une modification des coefficients techniques qui pourront être calculés à partir du T E I en valeur déduit du T E I en volume. Comment se présentent alors les données nécessaires à l'estimation du T E I ?

II - CONSTITUTION DU FICHER DE DONNEES NECESSAIRE A L'ESTIMATION DU TEI

Le TES en volume et en valeur, est disponible chaque année sur bande. Il faut donc extraire de ce fichier les informations utiles. Ce fichier est un fichier de type cartes dont le format est indiqué ci-dessous :

COMPTABILITE NATIONALE SAISIE SUR CARTES

Titre :											Date :		
Année :		Compte :					Prix :			Taxes :			
année	version	évaluation	opération	produit	origine	branche	secteur débité	secteur crédité	type d'actif	fonction	valeur		qualité
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Les rubriques remplies pour le TEI sont :

- l'année 76 ou 77
- la version en valeur ou en volume code 1, code 2
- l'opération les codes opération sont indiqués en annexe de ce chapitre pour le TEI, les codes opération utiles sont
 - P10 production effective de la branche
 - P20 consommation intermédiaire
 - P20 avec des zéros en rubrique branche : consommation intermédiaire totale du produit
 - P20 avec des zéros en rubrique produit : consommation intermédiaire totale de la branche
- le produit la branche les codes produits, branches sont donnés en annexe de ce chapitre
- la valeur expression en million de francs de la quantité définie par les rubriques précédentes.

On a donc écrit un programme, en PLI puisque ce langage est commode pour manipuler des fichiers, qui à partir de la bande originale de l'INSEE donnant le TES en valeur pour l'année 1976, constitue le TEI en valeur de 1976, la matrice des coefficients techniques associée puis le TEI en volume de l'année 1977 selon la méthode rappelée au §I . L'algorithme est donc le suivant :

- (1) du TES en valeur de 1976 extraire les productions effectives des branches j de l'année 1976 : $PE(j)$
- (2) du TES en valeur de 1976 extraire les consommations intermédiaires a_{ij}
- (3) Calculer la matrice des coefficients techniques $\frac{a_{ij}}{PE(j)}$
- (4) du TES en volume de 1977 extraire les productions effectives des branches j de l'année 1977 aux prix de l'année 1976 : $NPE(j)$
- (5) Calculer le TEI en volume de l'année 1977 : $\frac{a_{ij}}{PE(j)} \times NPE(j)$
- (6) du TES en volume de 1977 extraire les consommations intermédiaires totales des branches et des produits
- (7) ajuster le TEI sur les consommations intermédiaires totales.

Bien entendu le TES de 1977 ne sert que pour connaître les estimations des productions effectives des branches et des consommations intermédiaires.

III - RESULTATS

L'algorithme précédent a donc fourni un tableau à ajuster sur les marges. C'est le tableau initial que permet de traiter la méthode décrite au chapitre précédent (pas 7 de l'algorithme précédent).

La taille du problème est approximativement la suivante : 3000 éléments sont à estimer et 5000 éléments sont nuls. Le vecteur marges y élément de R^n est de taille beaucoup moins importante, de l'ordre de 180. La matrice F des contraintes est donc 180×3000 mais puisqu'elle est très creuse, son stockage ne nécessite pas beaucoup de place mémoire (cf. Chapitre IV, § I2)).

La méthode d'ajustement suppose qu'on sache estimer l'écart-type des éléments du tableau. Pour le TEI, on dispose de très peu d'informations pour estimer ces écarts-types et l'INSEE les choisit proportionnels à la racine carrée des éléments. Λ , matrice diagonale de covariance est donc connue.

Les résultats obtenus alors sont donnés dans les pages suivantes. Le temps de calcul nécessaire est de l'ordre de 210s pour un tableau à estimer de cette taille avec près des 2/3 des éléments nuls.

Voilà la taille du tableau, les résultats ne sont présentés que pour quelques lignes du tableau, pour les produits codés de S01 à S08 et pour toutes les branches. La page de gauche donne le tableau initial, la page de droite le tableau ajusté, la page de gauche suivante le tableau ajusté obtenu par l'INSEE, la page de droite suivante le rapport terme à terme $\frac{\text{tableau ajusté}}{\text{tableau ajusté par l'INSEE}}$.

Ces résultats sont en annexe dans ce chapitre.

On peut constater au vu de ces résultats que sur les éléments importants (éléments supérieurs à 200), l'écart entre les deux méthodes dépasse rarement 4 %. Pour les éléments très petits (éléments inférieurs à 10), la comparaison n'a pas de sens et il est normal de constater un écart important. Pour les éléments de taille moyenne (entre 10 et 200), l'écart entre les deux méthodes dépasse rarement 10 % .

Malheureusement rien ne permet d'affirmer la suprématie d'une méthode sur l'autre puisqu'on ne dispose pas pour le TEI d'estimation à posteriori. La seule façon de savoir si la méthode proposée en substitution à celle de l'INSEE est bonne, et en particulier si le choix de la matrice de covariance est judicieux, est de confronter les résultats à une estimation à posteriori fournie par des enquêtes fiables. Le chapitre 7 traite un exemple de tableau à ajuster sur les marges où cette confrontation pourra être faite.

La méthode d'ajustement s'applique aussi quand les marges sont estimées elles-aussi. Pour le TEI, une fois de plus, la matrice de covariance des marges estimées sur lesquelles il faut ajuster est difficile à déterminer et on a pris arbitrairement les variances des marges proportionnelles aux marges elles-mêmes. Le temps de calcul nécessaire est de l'ordre de 290s en utilisant une méthode de résolution directe pour le calcul du nouvel estimateur (cf Ch.IV § I4) a)).

Avec le sous-programme résolu (Ch.IV, §II) le temps de calcul nécessaire au calcul du nouvel estimateur des marges est multiplié par un facteur de l'ordre de 10 si bien qu'en utilisant un gros ordinateur, le gain de place mémoire n'est pas suffisamment important pour justifier ce temps de calcul beaucoup plus grand.

Il faut toutefois remarquer que si on arrête l'algorithme de descente quand l'écart entre deux itérés successifs est encore relativement important (de l'ordre de $5 \cdot 10^{-1}$), le calcul de la projection demande beaucoup moins de temps ; mais en contrepartie, la précision est plus faible. De toutes façons, vus les moyens de calcul disponibles au centre de calcul de Grenoble, cet algorithme de descente ne semble guère intéressant.

Ainsi la méthode décrite dans les chapitres précédents permet de bien traiter l'ajustement du TEI sur ses marges, qu'elles soient connues de façon certaine ou qu'elles soient estimées mais il n'est pas encore possible de conclure à la suprématie de cette méthode sur celle utilisée par l'INSEE. L'ajustement d'un tableau où les renseignements statistiques sont plus fiables va permettre de pallier cette lacune. Auparavant, on va montrer comment, non seulement cette méthode permet d'ajuster le TEI sur ses marges, mais permet aussi la prévision de ce tableau.

ANNEXE CHAPITRE V

RÉSULTATS

Codes produits branches TES

- S01 : Produits de l'agriculture
- S02 : Sylviculture et exploitation forestière
- S03 : Produits de la pêche
- S041 : Houille, lignite et agglomérés
- S042 : Cokefaction
- S051 : Pétrole brut
- S052 : Gaz naturel
- S053 : Produit pétroliers raffinés
- S06 : Electricité distribuée
- S07 : Gaz distribué
- S08 : Eau et chauffage urbain
- S09 : Minerai de fer
- S10 : Produits sidérurgiques
- S11 : Produits de la 1ère transformation de l'acier
- S12 : Minerais non ferreux
- S13 : Métaux non ferreux et demi-produits
- S14 : Minéraux divers
- S15 : Matériaux de construction
- S16 : Produits de l'industrie du verre
- S171 : Produits de la chimie minérale
- S172 : Produits de la chimie organique
- S18 : Produits de la parachimie
- S19 : Produits pharmaceutiques
- S20 : Produits des fonderies
- S21 : Produits du travail des métaux
- S22 : Machines agricoles
- S23 : Machines outils
- S24 : Equipement industriel
- S25 : Matériel MTFS
- S26 : Matériel d'armement

- S27 : Machines du bureau
- S28 : Matériel électrique
- S291 : Matériel électronique professionnel
- S292 : Matériel électronique ménager
- S30 : Equipement ménager
- S311 : Véhicules automobiles
- S312 : Matériel ferroviaire roulant
- S32 : Produits de la construction navale
- S33 : Produits de la construction aéronautique
- S34 : Instruments et matériel de précision
- S35 : Viandes et conserves de viande
- S36 : Lait et produits laitiers
- S37 : Conserves
- S38 : Pain et pâtisserie
- S39 : Produits du travail du grain
- S401 : Corps gras alimentaires
- S402 : Sucre
- S403 : Autres produits alimentaires
- S41 : Boissons et alcools
- S42 : Produits à base de tabac
- S43 : Fils et fibres artificiels et synthétiques
- S441 : Fils et files
- S442 : Produits de la bonneterie
- S443 : Ouvrages en files
- S451 : Cuirs et peaux
- S452 : Articles en cuir
- S46 : Chaussures
- S47 : Articles d'habillement
- S48 : Produits du travail du bois
- S49 : Meubles
- S50 : Papier, carton
- S51 : Presse, imprimerie, édition
- S52 : Pneumatiques
- S53 : Produits de la transformation des matières plastiques
- S54 : Produits des industries diverses
- S55 : Bâtiment et génie civil

S56	: Produits de la récupération
S57-4	: Commerces
S65	: Commerce et réparation automobile
S66	: Réparations diverses
S67	: Service des hôtels, cafés, restaurants
S68	: Transports ferroviaires
S691	: Transports routiers de marchandises
S692	: Autres transports terrestres
S70	: Navigation intérieure
S71	: Transports maritimes
S72	: Transports aériens
S73-4	: Services auxiliaires de transport
S75	: Services de télécommunications
S76-9	: Services rendus principalement aux entreprises
S80	: Location et crédit-bail mobilier
S811	: Service du logement
S812	: Crédit-bail immobilier
S82-3	: Services d'enseignement (marchands)
S84	: Services de santé (marchands)
S85-7	: Autres services marchands
S88	: Services d'assurances
S89	: Services des organismes financiers
S90-1	: Services d'administration générale (non marchands)
S92-3	: Service d'enseignement (non marchand)
S94-8	: Autres services non marchands
S90-8	: Services non marchands (total)
S99	: Consommation intermédiaire non ventilée
00000	: Total de la ligne ou de la colonne

Note

Les services non marchands ne sont pas détaillés dans le TBI (S90-1, S92-3, S94-8).

Codes opérations TES

CODE OPERATION		INTITULE
P10	000000	: Production effective de la branche
P20	000000	: Consommation intermédiaire totale du produit
P20BRAN	000000	: Consommation intermédiaire totale de la branche
N1	000000	: Valeur ajoutée de la branche
P30	S8-9 S00	: Consommation finale des ménages
P30	S60 S00	: Consommation finale des administrations publiques
P30	S70 S00	: Consommation finale des administrations privées
P30	000000	: Consommation finale totale sur le territoire éco
P41	S01A 00000	: FBCF des sociétés et quasi-sociétés non financiè
P41	S82 00000	: FBCF des ménages
P41	S40 00000	: FBCF des institutions de crédit
P41	S50 00000	: FBCF des entreprises d'assurances
P41	S60 00000	: FBCF des administrations publiques
P41	S70 00000	: FBCF des administrations privées
P41	000000 00000	: FBCF totale
P42	000000 1111	: Variation de stocks travaux en cours
P42	000000 1112	: Variation de stocks producteurs
P42	000000 1121	: Variation de stocks utilisateurs
P42	000000 1122	: Variation de stocks commerce
P42	000000 11	: Variation de stocks totale
P50	S90	: Exportations
P02		: Total des emplois finals
P01		: Total des emplois
TR11	000000	: Transferts de produits fatals
TR12	000000	: Transferts de produits de recherche
TR13	000000	: Transferts de ventes résiduelles des br. non mar
P10	000000	: Production distribuée du produit
P60	S90	: Importations
R21	00000000000	: TVA grevant les produits
R29	00000000000	: Droits de douanes
M30	S8-9	: Marges commerciales sur consommation des ménages

M40	000000	: Marges commerciales sur FBCF
M20	000000	: Marges commerciales sur consommation intermédiaire
M50	S90	: Marges commerciales sur exportations
M10	000000	: Marges commerciales totales
P03		: Total des ressources

CHAPITRE VI.

PRÉVISION DU TABLEAU
DES ENTRÉES INTERMÉDIAIRES

Après avoir estimé ce TEI, il reste à le prévoir d'année en année. Différentes méthodes de prévision sont utilisées. La plus ancienne est l'approche économétrique.

I - METHODE ECONOMETRIQUE

Chaque élément de la matrice est estimé séparément par des méthodes économétriques. Cela conduit par exemple à des formules du genre

$$\text{Log coefficient technique de l'élément intra-consommation de l'agriculture} \\ = 9,7 + 0,3 \cdot 10^{-2} t - 0,32 \text{ Log } \frac{\text{prix de l'élément}}{\text{prix de la production de l'agriculture}}$$

Une telle estimation suppose que les différents éléments aient un sens du point de vue économique. Or comme on l'a vu, beaucoup d'éléments sont obtenus à partir d'une estimation peu fiable retouchée dans un de cohérence comptable. Ainsi seuls les éléments qui contiennent vraiment de l'information économique peuvent être estimés par des méthodes économétriques. C'est le cas par exemple de la ligne énergie.

En fait même pour ces éléments là, la prévision économétrique ne donne pas de bons résultats. En effet, au niveau d'agrégation envisagé, il est impossible de prévoir de quoi va dépendre un coefficient technique. Par exemple, une forte hausse du pétrole devrait entraîner des économies d'énergie importantes ; mais en période de croissance faible, les entreprises hésitent à investir et donc investissent peu pour économiser l'énergie. Un autre exemple : la hausse du pétrole devrait se répercuter sur la branche chimie ; mais en fait, la part de la branche chimie qui utilise peu de pétrole a beaucoup augmenté et donc au niveau d'agrégation envisagé, la hausse du pétrole va être peu répercutée.

Une autre méthode de prévision élément par élément consiste à effectuer des ajustements de courbes. Ces projections automatiques par lissage de courbes (exponentielle, puissance...) ne donnent pas non plus de bons résultats car ces dernières années, l'économie a été secouée par des crises ce qui rend vaine la recherche d'un trend.

Des méthodes plus globales doivent donc être envisagées qui permettent de travailler sur la structure même de la matrice. Les techniques d'analyse des données permettent de mieux appréhender cette structure.

II - ANALYSE DE DONNEES [3], [17].

On cherche donc d'abord à visualiser la structure d'un tableau des entrées intermédiaires. Il faut rassembler les branches à échange important puis réordonner de façon à obtenir un tableau à blocs diagonaux.

Domengès [10] a étudié différentes méthodes de description d'un tableau des entrées intermédiaires. L'analyse factorielle des correspondances raisonne sur des tableaux de fréquences. Aussi on considère chaque branche comme un profil de consommation, chaque produit comme un profil de vente. La distance du χ^2 utilisée en analyse des correspondances considère comme voisines deux branches qui consomment les mêmes produits relativement à leurs consommations totales.

Avec les notations usuelles, si on note (f_i^j) le tableau des fréquences associé au tableau des entrées intermédiaires,

$$f_i^j = \frac{a_{ij}}{\sum_i a_{ij}}, \text{ la distance du } \chi^2 \text{ entre deux branches } j \text{ et } j' \text{ est}$$

$$d_{\chi^2}^2(j, j') = \sum_i \frac{(f_i^j - f_i^{j'})^2}{a_{i.}} \quad \text{avec } a_{i.} = \sum_j a_{ij}$$

Ainsi une branche est projetée près d'un produit, suivant un axe factoriel, si le produit est prédominant dans sa consommation totale.

Cette méthode appliquée aux tableaux des entrées intermédiaires donne des résultats certes intéressants mais la visualisation reste limitée en partie à cause de la structure du tableau (les intra-consommations sont importantes), en partie à cause du fait que la distance du χ^2 met ensemble deux branches qui ont le même profil de consommation et non pas deux branches qui échangent beaucoup entre elles.

Ainsi l'analyse des correspondances est d'un usage difficile car la prédominance des intra-consommations déséquilibre les profils des lignes. Volle et Domengès [9] proposent alors une autre métrique, plus appropriée que la métrique du χ^2 , pour analyser un TEI ; c'est l'analyse factorielle sphérique.

Cette nouvelle distance se définit ainsi :

Si on note (f_i^j) le tableau des fréquences associé au tableau des entrées intermédiaires

$$f_i^j = \frac{a_{ij}}{\sum_i a_{ij}}, \text{ la distance entre deux branches } j \text{ et } j' \text{ est}$$

$$d^2(j, j') = \sum_i \left(\sqrt{\frac{f_i^j}{a_{i.}}} - \sqrt{\frac{f_i^{j'}}{a_{i.}}} \right)^2$$

avec $a_{i.} = a_{i.} - a_{ii}$

L'analyse d'un tableau des entrées intermédiaires par l'analyse factorielle sphérique donne de bons résultats descriptifs, en ayant écarté le problème de la dominance des intra-consommations, mais les proximités des branches ne sont pas intéressantes puisqu'elles sont expliquées par les produits consommés en commun.

On cherche donc maintenant à classer les branches en sous-systèmes productifs. Le problème est le choix du critère de classification. Domengès [10] a proposé un indice de similarité pour apprécier la proximité entre deux branches :

$$\begin{matrix} i \in I \\ j \in J \end{matrix} \quad s(i, j) = \frac{a_{ij} + a_{ji}}{a_{i.} + a_{.j}}$$

avec I ensemble des produits

J ensemble des branches

$$a_{i.} = \sum_j a_{ij} \quad \text{et} \quad a_{.j} = \sum_i a_{ij}$$

Le critère d'agrégation est alors

$$s(k, i \cup j) = \frac{a_{i.} s(k,i) + a_{.j} s(k,j)}{a_{i.} + a_{.j}}$$

le poids associé à la classe $h = i \cup j$ étant $a_{i.} + a_{.j}$.

Cette méthode conduit à réordonner les branches de façon à obtenir un tableau à blocs diagonaux. Malheureusement la structure obtenue n'est pas aussi simple car les sous-systèmes productifs ne constituent pas réellement des blocs indépendants (par exemple l'énergie intervient pour toutes les branches).

Ainsi les différentes techniques d'analyse de données ne donnent pas de bons résultats en ce qui concerne la description de la structure du tableau des entrées intermédiaires : la prédominance des intra-consommations déséquilibre les profils des lignes et des colonnes pour l'application de l'analyse factorielle des correspondances ; l'analyse factorielle sphérique utilise une distance qui n'est pas très significative ; la dernière méthode remédie à cet inconvénient mais ne permet pas un réarrangement du tableau en blocs diagonaux du fait même de l'enchevêtrement des sous-systèmes productifs.

La méthode proposée au chapitre III va permettre une bonne prévision en utilisant la matrice des coefficients techniques dérivée du tableau des entrées intermédiaires.

III - PREVISION PAR L'AJUSTEMENT D'UN TABLEAU SUR DES MARGES

La matrice des coefficients techniques décrit la structure interne d'une économie. Or la méthode du chapitre III appliquée au TEI au chapitre V permet en fait la prévision de ce tableau.

Soit en effet $A_t = (a_{ij}^{(t)})$ le tableau des entrées intermédiaires en valeur ajusté sur ses marges y_t pour l'année courante t . Il s'agit alors de déterminer A_{t+1} , tableau des entrées intermédiaires en volume de l'année suivante $t+1$.

Les modèles macro-économiques de l'INSEE par exemple fournissent les marges y_{t+1} pour l'année $t+1$. A partir de cette prévision des marges et de la matrice des coefficients techniques de l'année courante t , il est alors possible de calculer A_{t+1} suivant l'algorithme ci-dessous :

- (1) A partir de A_t et des productions effectives des branches l'année t , calculer la matrice des coefficients techniques de l'année courante t .
- (2) En utilisant cette matrice et les prévisions des productions effectives données par les modèles macro-économiques, calculer le tableau en volume non ajusté.
- (3) Ajuster ce tableau sur les marges y_{t+1} de façon à obtenir A_{t+1} .

Cette méthode de prévision est celle finalement retenue. Il est impossible de juger si la prévision obtenue est bonne car il n'y a pas d'estimation à postériori du TEF.

Mais cette méthode s'applique à tout tableau à partir du moment où on dispose d'une estimation du tableau et d'une estimation des marges sur lesquelles il faut ajuster. Le chapitre suivant calcule la prévision d'un tableau démographique. Pour cet exemple, le tableau est déterminé environ tous les sept ans par recensement et on connaît donc une estimation fiable tous les sept ans. Il est alors possible de comparer le tableau prédit au tableau observé.

CHAPITRE VII

DEUX EXEMPLES D'AJUSTEMENT DE TABLEAUX

Avant d'étudier en détail la prévision d'un tableau démographique en effectuant des ajustements de tableaux, on indique un autre exemple où la méthode décrite au Chapitre III s'applique.

I - MODELE DE TRANSPORTS COLLECTIFS.

Lors d'un choix d'investissements en transports collectifs, il est utile de connaître l'évolution de la demande. La prévision de la clientèle peut s'insérer dans un modèle général d'étude de réseaux de transports en commun. Un tel modèle a été développé par l'équipe de Recherche Opérationnelle du Laboratoire d'Informatique et de Mathématiques Appliquées de Grenoble sous le nom de TERESE ([14]).

Au sein de ce modèle, la prévision de la demande s'effectue en utilisant un tableau origine - destination enquêté sur le réseau :

La zone urbaine est découpée en différentes zones ce qui permet de définir les "origines" et les "destinations". A un instant de référence, le tableau (a_{ij}^0) donnant le nombre de personnes se déplaçant de la zone i à la zone j est évalué par enquêtes. Un modèle fournit les émissions et les attractions de chaque zone c'est-à-dire les marges de ce tableau. Ce modèle prend en compte un certain nombre de paramètres relativement faciles à obtenir (par exemple, population de chaque zone, nombre de commerces de chaque zone,...). Il est ainsi possible d'évaluer les marges à différents moments à un coût beaucoup moindre que l'évaluation du tableau.

La prévision du tableau s'effectue alors comme pour le TEI; périodiquement le tableau antérieur est ajusté sur les marges de la date considérée, marges estimées par le modèle ; le tableau ajusté donne ainsi le tableau prédit.

Les variances sur les éléments du tableau enquêté sont connues. Les variances sur les marges sont données par le modèle utilisé. Il est donc possible d'appliquer correctement la méthode vue au chapitre III. Toutefois il n'est pas possible de comparer les tableaux prédits avec les tableaux observés par enquête. En effet ces tableaux ne sont enquêtés que rarement et d'une fois à l'autre, le découpage en zones varie du fait de l'apparition de nouveaux quartiers, de nouveaux centres commerciaux...

La structure du réseau varie trop pour effectuer des comparaisons valables. Un exemple de tableau démographique va les permettre.

II - PREVISION D'UN TABLEAU DEMOGRAPHIQUE :

1) Définition du tableau :

Le tableau considéré dans ce paragraphe donne la population des 22 régions constituant la France par tranche d'âge, chaque année

	16 tranches d'âge (tous les 5 ans)
22 régions	a_{ij}

a_{ij} : nombre d'individus de la tranche d'âge j qui habitent la région i au moment considéré.

La liste des régions est la suivante :

ILE DE FRANCE
CHAMPAGNE-ARDENNE
PICARDIE
HAUTE-NORMANDIE
CENTRE
BASSE-NORMANDIE
BOURGOGNE
NORD
LORRAINE
ALSACE
FRANCHE-COMTE
PAYS DE LA LOIRE
BRETAGNE
POITOU-CHARENTES
AQUITAINE
MIDI-PYRENEES
LIMOUSIN
RHONE-ALPES
AUVERGNE
LANGUEDOC-ROUSSILLON
PROVENCE - ALPES - COTE D'AZUR
CORSE

Ces tableaux sont déterminés tous les sept ans par le recensement général de population. Ce recensement était une enquête au 1/4 en 1968 et au 1/5 en 1975. Pour une telle année, le tableau est calé sur les marges, la marge verticale donnant la population totale de chaque région, la marge horizontale donnant la pyramide des âges de la France entière.

D'un recensement à l'autre, il faut calculer ce tableau à partir des marges ; ces marges sont calculées chaque année en tenant compte de l'évolution de la pyramide des âges, des mouvements migratoires tant entre deux régions de France qu'entre une région et l'étranger. Si l'évolution de la pyramide des âges est parfaitement connue, il n'en est pas de même des mouvements migratoires et donc ces marges sont estimées ; le modèle, permettant de calculer chaque année ces marges, fournit les variances sur ces marges.

La prévision du tableau s'effectue alors d'une année à l'autre de la façon suivante :

On ajuste le tableau initial sur les marges de l'année suivante ce qui donne le tableau de cette année suivante, nouveau tableau initial.

En partant du tableau en 1968, on prédit ainsi le tableau de 1974. En ajustant ce tableau de 1974 sur les marges du tableau de 1975, marges connues de façon certaine par le recensement de 1975, on obtient le tableau prédit de 1975 qu'on peut comparer avec le vrai tableau de 1975 estimé par le recensement. La méthode d'ajustement exposée au chapitre III peut donc être testée puisqu'on dispose d'une estimation a posteriori du tableau à trouver. Cette méthode nécessite la connaissance des variances sur les éléments du tableau de départ et sur les marges.

2) Les variances

Les variances sur les éléments du tableau se déduisent de la remarque suivante :

lors d'une enquête au $1/a$, $1/4$ ou $1/5$ suivant les recensements, l'intervalle de confiance à 95 % pour un élément x du tableau est $x \pm 2 \sqrt{a} x$.

La variance d'un élément du tableau est donc proportionnelle à l'élément, le coefficient de proportionnalité dépendant du taux d'enquête a .

La variance sur les marges est fournie par le modèle de prévision des marges. Elles sont proportionnelles aux carrés des marges, les coefficients de proportionnalité étant fournis par le modèle de prévision des marges.

3) Résultats

On a d'abord appliqué la méthode du chapitre III en considérant que les marges étaient connues de façon certaine. Le tableau de gauche donne le tableau initial de 1968, le tableau de droite, le tableau prédit de 1975 ; à la page suivante, le tableau de gauche est le tableau réel obtenu par recensement en 1975, le tableau de droite est constitué des rapports terme à

terme : $\frac{\text{tableau prédit 1975}}{\text{tableau réel 1975}}$

En excluant la Corse aux effectifs très limités, l'écart entre les deux tableaux excède rarement 10 % (16 termes sur 350) ; le plus souvent cet écart est inférieur à 6 % .

Tableau 1968

593268	694716	662600	703144	789060	667144	677424	698408	662852	599428	387388	516656	479764	401496	293068	406420
100236	120700	116712	117100	100060	70436	79740	82996	80448	72092	44280	66924	63832	56592	43388	62232
126504	150294	148460	148992	119712	82684	94660	101764	99732	89648	52856	78512	77988	71428	56988	78160
116652	141472	138804	139100	116312	83716	94228	98984	95796	88876	56880	76752	72628	62688	46552	63628
139320	168444	169872	171532	142056	105044	118176	126336	124132	117060	75420	115020	110832	102516	78696	124484
98468	119948	120360	119684	94480	63272	75480	80660	82288	76524	46000	67676	63120	55276	40216	53944
102596	125248	126340	129996	106264	76472	84548	93024	95524	89956	57684	87004	85484	82624	62692	95616
302960	368246	361332	360940	299456	194932	231700	252276	250392	233700	126580	199120	187748	165568	122232	154096
180548	221172	218188	209680	172476	132616	149032	158524	152892	129996	79400	114920	106496	92424	66136	85260
106108	126744	123940	119324	100828	90844	91596	97960	92876	82296	48920	77612	78868	67472	49544	58076
76424	91600	89336	88568	77468	57668	61424	68852	63032	56516	36884	52256	50576	45036	33068	45688
99596	241760	238504	241020	192288	133072	152488	162968	165032	154224	94380	141044	128512	115276	86608	127212
75800	216568	216200	217568	175872	119240	143256	158260	165676	157132	101912	152048	138944	121080	88392	116716
01756	126944	131724	132764	101828	71568	82428	92992	93916	89624	57640	89192	85300	76436	57636	90488
52568	191232	196136	206646	173684	123476	139436	157628	164856	159768	104460	150392	145800	132720	102312	154592
31580	164024	165940	179428	155320	112460	122840	140632	148036	143280	92424	139560	134344	119832	91552	138820
39230	50060	53708	57512	45480	32312	39468	46060	49572	48608	32196	51196	50576	47124	35888	55484
20300	376116	356576	363064	352472	283132	285048	305784	299820	273128	172080	242300	224448	200988	148308	207968
82764	102564	104328	107404	94160	66140	75400	85700	87832	83304	52628	80268	78132	72904	55492	80148
04000	129168	127968	133692	122548	83688	92968	108172	113548	114952	76644	108552	103772	95220	74668	112172
07476	251612	243930	247840	240688	198924	201816	224940	225184	219060	152388	202564	191840	173568	134020	189656
12940	14440	14520	15340	12660	13680	14860	14340	14060	12420	9920	13860	12540	11360	9140	13400

Tableau 1975 prédit (marges certaines)

66345	695796	692167	709573	6796451	1024689	668509	630757	653165	643663	634776	369223	444227	415020	346867	482024
97900	119366	119961	116651	110168	106025	77671	74005	72271	76462	71664	47174	56358	57745	50696	72459
20094	151412	156671	151297	134319	127682	94190	92523	92917	96905	87055	56464	72699	74286	67841	92719
16612	123675	146453	141716	130928	129691	93660	90219	95327	96391	94026	55375	67930	65412	55599	75735
40339	171952	160649	176431	162544	164261	118831	116328	124673	128167	125776	83295	104611	106002	94894	140696
95055	110153	123650	113767	103631	95616	73230	71635	79749	80650	74167	47497	57484	56185	46813	62577
5536	124001	130465	129609	117133	116167	82462	83033	93045	95527	93503	61407	78240	84425	73364	111563
92217	357323	367666	354737	325380	291666	222626	221834	240348	244576	202273	138339	169335	166676	140937	177033
72974	214471	220095	204843	186269	197425	142342	138561	145062	135226	126198	79344	95453	92489	75816	97407
66662	126792	131342	122151	114016	141365	91693	89791	92856	89668	81209	56299	74114	70737	59444	69445
70266	92522	94103	90127	87038	89240	61120	59992	62643	61214	60697	37666	47240	46936	39450	54325
30811	246245	253310	247299	217951	207563	152997	149715	165379	168431	157046	102550	121044	121142	104173	152531
75271	216219	225132	213621	195450	182532	140866	142460	162725	168239	166452	108261	128239	124739	104269	137260
97657	123752	133953	130405	110543	107154	79166	81711	90069	93731	92084	61957	76851	76913	66438	104010
47104	167087	200173	203716	169207	185555	134412	138998	158668	167689	167488	104878	131823	134045	118383	178419
26667	160502	172452	176917	169233	169036	118444	124032	142504	150418	148201	97370	121480	121055	105955	160260
36566	47753	53452	55281	46334	47424	37089	39583	46517	49759	50435	34748	44576	46418	40525	62504
33713	354653	380273	374063	401130	443324	287182	282107	301703	299500	287457	176916	212299	212079	179094	250327
16495	98646	104681	104083	100885	97784	71435	74279	83106	85971	83045	54963	69448	72385	63140	90936
11205	127510	131772	137956	134681	126820	90433	96263	110272	121727	123904	76436	94675	97032	87152	130586
3770	262601	265527	260629	279375	317620	207606	211530	231234	245101	259423	151280	185153	186924	165117	233021
2391	14115	15119	15120	13769	20580	14336	12629	13516	13026	15897	9697	11312	11474	10580	15503

Tableau 1975 réel

33225	725545	713535	707570	824275	992010	705275	654225	670400	653730	602890	382795	412720	384135	330595	483740
96785	117005	113600	115005	112005	115565	72885	74925	78865	78055	75415	45475	57085	58495	50280	71015
24580	152370	152410	146280	140485	141120	91045	91610	99025	98455	93970	56585	68460	71535	62690	89885
16125	142505	142895	139175	134010	136045	91145	91255	96725	94505	90080	58575	66670	66215	56005	76420
42740	172915	175095	173265	167170	171360	117605	117740	126985	126900	124540	79735	106100	110275	96310	142065
32535	113945	118685	118195	107175	103880	64395	69985	78005	79340	78735	49665	58650	58435	49220	65040
30520	123405	129140	128615	121125	120285	81595	84700	92675	95630	94645	59465	77030	82985	74995	107730
95480	348945	361700	355390	337010	324030	193000	210830	233250	242065	234200	132525	165715	162580	136210	180320
59150	197580	212515	214285	203580	195805	125550	135970	144565	149935	136525	79160	96275	94305	78930	101305
38720	127030	131350	129605	131050	127595	91585	91400	96575	95440	83230	49820	65640	69200	59285	72000
15620	93495	93140	90715	85645	91205	62790	60960	64815	62045	58240	37290	46860	45355	39315	53160
15620	245100	251120	243580	224475	219320	141340	150145	163345	164045	160560	97315	127070	122390	102980	149780
14960	214725	222895	221515	198655	197070	124950	138390	155040	162385	164880	104520	134830	132645	109805	137640
17315	113555	126750	130645	117965	111460	74640	77950	90430	93830	94270	59330	78855	81385	69165	104050
6790	186035	197170	198350	192140	191280	135705	134220	155280	161395	167730	107660	137015	139425	121025	176425
3955	160600	172270	174550	172110	166470	121090	121125	140910	147420	151215	94715	124805	126750	109205	157535
7595	48255	50815	53395	52125	51145	35450	36415	44780	48435	51675	31185	44825	48385	43765	63040
1125	397600	398020	377125	378515	410515	315215	286540	302270	304005	286455	176160	211650	207085	177075	246465
0000	100025	102585	104895	99635	101090	71150	71870	79760	86540	87485	52555	69105	71645	63505	91440
2955	125865	138210	136905	131980	124570	94785	91450	107620	115470	118645	82610	102105	101855	90175	133225
9210	263675	278795	270875	265765	279610	233800	215555	232985	237435	232695	162445	200775	194205	165905	242480
8935	10770	11570	12320	14290	18855	15580	15075	16250	15395	14950	12155	14350	12817	10105	15598

Pour améliorer ces résultats, on applique la méthode du chapitre III en considérant que les marges sont estimées elles-mêmes. Les résultats sont donnés dans les pages suivantes : le tableau de la page 106 donne le tableau initial de 1968, le tableau de la page 111, le tableau prédit de 1975 ; à la page 108 le tableau est le tableau réel obtenu par recensement en 1975, le tableau de la page 112 est constitué des rapports terme à terme

$$\frac{\text{tableau prédit 1975}}{\text{tableau réel 1975}}$$

En excluant toujours la Corse, l'écart entre les deux tableaux excède rarement 5 % (29 termes sur 350) ; le plus souvent cet écart est inférieur à 4 %.

Ainsi cette méthode de prévision donne de bons résultats à condition que la connaissance statistique du problème soit suffisante.

Tableau 1975 prédit (marges estimées)

17074	695175	692169	709544	567712	1024125	600446	650909	653250	643900	634623	371098	434350	404988	346811	481779
97912	119320	119954	118652	110155	112175	72683	73927	78227	76451	71709	47230	58304	57757	50721	72584
26145	151435	150077	151334	134297	128525	94197	92559	90937	96915	90065	56436	70723	74293	65850	92727
19001	143122	146464	141727	130906	129373	93677	95290	95364	96399	93995	56339	67971	65415	54500	75701
41113	172093	160977	176430	162058	163401	118655	116538	124302	128205	125704	83683	104797	107982	94846	149352
95424	118090	123649	118774	105620	99028	71252	71542	79694	80837	74231	47587	56410	56199	46838	62702
09353	123959	130451	129661	117123	116453	82465	82966	93003	95510	93511	61470	78181	84424	73370	111637
20107	357334	367672	354776	325340	306886	214716	221425	240085	244511	199518	136735	169007	166746	141062	177605
09567	214267	220662	204841	193266	199104	136382	138200	145663	135178	130337	79604	95230	92520	75879	97738
32900	123350	131359	122161	119012	137655	92693	89900	92921	89692	81191	56216	74196	70740	60443	69390
09421	92550	94110	90124	87082	89041	61121	60036	62668	61223	60864	37631	47271	46939	39447	54296
1651	246361	253330	247302	217913	209645	149989	149927	165498	166462	156956	102377	121194	121128	104135	152295
3242	216204	225097	218618	195431	183625	136888	142444	162711	168228	166455	108277	128224	127736	104269	137277
97337	123050	133923	130388	110540	107835	79166	51544	39970	93690	92150	62095	76714	76917	66460	104215
06001	189959	200125	203078	189210	186506	134397	138770	158524	167620	167542	105058	131637	134027	118383	178609
06460	160090	172407	176881	169234	164888	121421	123831	142378	150350	148261	97509	121319	123033	105952	160412
06550	47674	53426	55262	49324	46968	37089	39433	46418	49713	50474	33909	44419	46409	41531	62681
3307	394953	380354	374117	400116	430973	300202	282624	302004	299619	287275	176588	212639	212085	179049	249913
7832	99514	104641	104058	100804	98736	71442	74038	82956	85905	83117	55178	69241	72386	63166	91209
7005	127461	131752	137936	134690	127191	90418	96177	110219	121696	123930	76464	96612	98017	88144	130634
5154	203041	265658	260699	279501	307290	216558	212628	231745	245321	256179	150557	195834	189915	165020	232110
0425	14138	15113	15111	13783	20657	15313	12617	13511	13023	16903	9677	12315	12465	10569	15474

On peut envisager une méthode plus directe de prévision : à partir du tableau en 1968, ajuster sur les marges de 1975 connues de façon certaine pour obtenir le tableau prédit de 1975. Les résultats sont donnés dans les pages suivantes : le tableau de la page 114 donne le tableau prédit de 1975, le tableau de la page 115 est constitué des rapports terme à terme :

tableau prédit 1975

tableau réel 1975

En excluant la Corse, l'écart entre les deux tableaux n'excède 5 % qu'une cinquantaine de fois.

Ainsi, ce mode de prévision très simple, très peu coûteux en temps calcul, donne des résultats assez bons.

Tableau 1975 prédit en ajustant "directement" le
tableau 1968 sur les marges 1975

36777	695294	692163	709620	879617	1024122	668530	630992	653278	643654	634264	369620	444404	415013	346735	481781
97800	119299	119947	118605	110203	107184	77627	73875	78211	76471	71907	46984	58274	57741	50753	72578
25966	151463	156085	151360	134245	127480	94249	92621	90950	96892	86894	56693	72761	74310	67805	92722
16544	143153	146474	141798	130842	129364	93950	90364	95388	96368	93708	55691	68015	65437	55551	75705
40612	172135	180685	176580	161908	163375	119014	116695	124849	128124	125009	84612	104904	108040	94698	149361
25621	118769	123641	118708	103680	96029	73179	71474	79671	80867	74516	47241	57372	56177	46882	62697
00523	123942	130445	129018	117168	116464	82413	82917	92986	95533	93746	61189	78147	84404	73412	111632
91410	356912	367631	354452	325674	293938	222359	221066	239969	244667	203806	137039	168806	166641	141293	177586
22536	214152	220628	204600	186499	199143	142092	137922	145572	135284	127346	78372	95086	92445	76036	97724
16561	123067	131364	122238	113931	140835	91787	89994	92948	89647	80840	56705	74255	70770	59370	69391
10265	92567	94114	90169	87043	89036	61162	60079	62680	61206	60717	37848	47297	46951	39417	54300
10932	246453	253351	247490	217741	206623	153175	150111	165558	168374	156191	103391	121306	121190	103995	152305
32264	216200	225092	218813	195438	182628	140876	142432	162705	165230	166504	108246	128219	124734	104270	137274
7794	123686	133914	130270	110661	107859	79038	81413	89930	93758	92759	61312	76625	76870	66577	104209
7185	180901	200112	203521	189384	186540	134211	138575	158462	167720	168488	103931	131505	133957	118557	178597
6965	160344	172401	176751	169393	169922	118263	123663	142325	150442	149094	96475	121200	120975	106108	160405
6893	47651	53428	55176	48432	47992	36983	39319	46386	49789	51110	34075	44329	46363	40672	62686
3901	365097	380395	374462	400733	440912	257629	283051	302140	299430	285561	178719	212884	212213	178757	249937
6407	98461	104632	103914	101037	98772	71266	73854	82901	86004	83972	54091	69115	72318	63340	91202
1292	127437	131746	137876	134759	127205	90344	96098	110194	121736	124331	76020	94557	96988	87214	130627
4425	263218	265706	261135	273998	314204	208133	213222	231937	245029	256273	153916	186225	187123	164517	232149
2476	14105	15112	15099	13797	20659	14295	12598	13507	13031	15995	9570	11303	11459	10586	15473

Tableau 1975 prédit "directement"

Rapports

Tableau 1975 réel

0.95	1.01	1.00	1.07	1.03	0.95	0.97	0.98	1.05	0.97	1.03	1.03	1.08	1.05	1.00
1.01	1.01	1.03	0.90	0.93	1.07	0.99	0.98	0.95	0.99	1.03	1.02	0.99	1.01	1.02
1.00	1.00	1.03	0.90	0.95	1.04	1.01	0.99	0.92	1.00	1.00	1.06	1.04	1.08	1.02
1.00	1.00	1.02	0.93	0.95	1.03	0.99	1.02	1.04	0.95	0.95	1.02	0.99	0.99	1.03
1.00	1.00	1.02	0.97	0.95	1.01	0.99	1.01	1.00	1.06	0.99	0.99	0.98	0.98	1.05
1.00	1.00	1.01	0.97	0.92	1.14	1.02	1.02	0.95	0.95	0.98	0.98	0.96	0.95	0.96
1.00	1.00	1.01	0.97	0.97	1.01	0.98	1.00	0.99	1.00	1.01	1.01	1.02	0.98	1.04
1.00	1.00	1.02	0.97	0.91	1.15	1.05	1.01	0.87	1.03	1.02	1.02	1.02	1.04	0.98
1.00	1.00	0.95	0.92	1.02	1.15	1.01	0.90	0.93	0.99	0.99	1.02	0.98	0.96	0.90
1.00	1.00	0.94	0.87	1.10	1.00	0.98	0.94	0.97	1.14	0.99	1.13	1.02	1.00	0.96
1.01	1.01	0.99	1.02	0.93	0.97	0.99	0.99	0.97	1.01	1.01	1.01	1.04	1.00	0.96
0.99	1.01	1.01	0.97	0.94	1.08	1.00	1.03	0.97	1.01	0.95	0.95	0.99	1.01	1.02
0.99	1.01	1.01	0.98	0.93	1.13	1.03	1.04	0.97	1.00	0.95	0.95	0.94	0.95	1.00
1.00	1.00	1.04	0.94	0.97	1.06	1.04	1.00	0.96	1.04	0.97	0.97	0.94	0.96	1.00
1.00	1.00	1.02	0.99	0.93	0.99	1.03	1.04	1.00	0.97	0.90	0.90	0.96	0.95	1.01
1.02	1.00	1.01	0.98	1.02	0.98	1.02	1.02	0.99	1.02	0.97	0.97	0.95	0.97	1.02
0.95	0.99	1.03	0.93	0.94	1.04	1.08	1.03	0.99	1.09	0.99	0.99	0.96	0.93	0.99
1.01	0.97	0.96	1.06	1.07	0.91	0.99	0.98	1.00	1.01	1.01	1.01	1.02	1.01	1.01
0.95	0.99	0.99	1.01	0.96	1.00	1.03	0.99	0.96	1.03	1.00	1.00	1.01	1.00	1.00
1.00	1.00	1.01	1.02	1.02	0.95	1.05	1.05	1.05	1.03	1.03	1.00	1.01	1.00	0.98
1.00	1.00	0.96	1.05	1.12	0.89	0.99	1.03	1.10	0.95	0.93	0.93	0.96	0.97	0.96
1.39	1.31	1.23	0.97	1.10	0.92	0.84	0.85	1.07	0.79	0.79	0.79	0.89	1.05	0.99

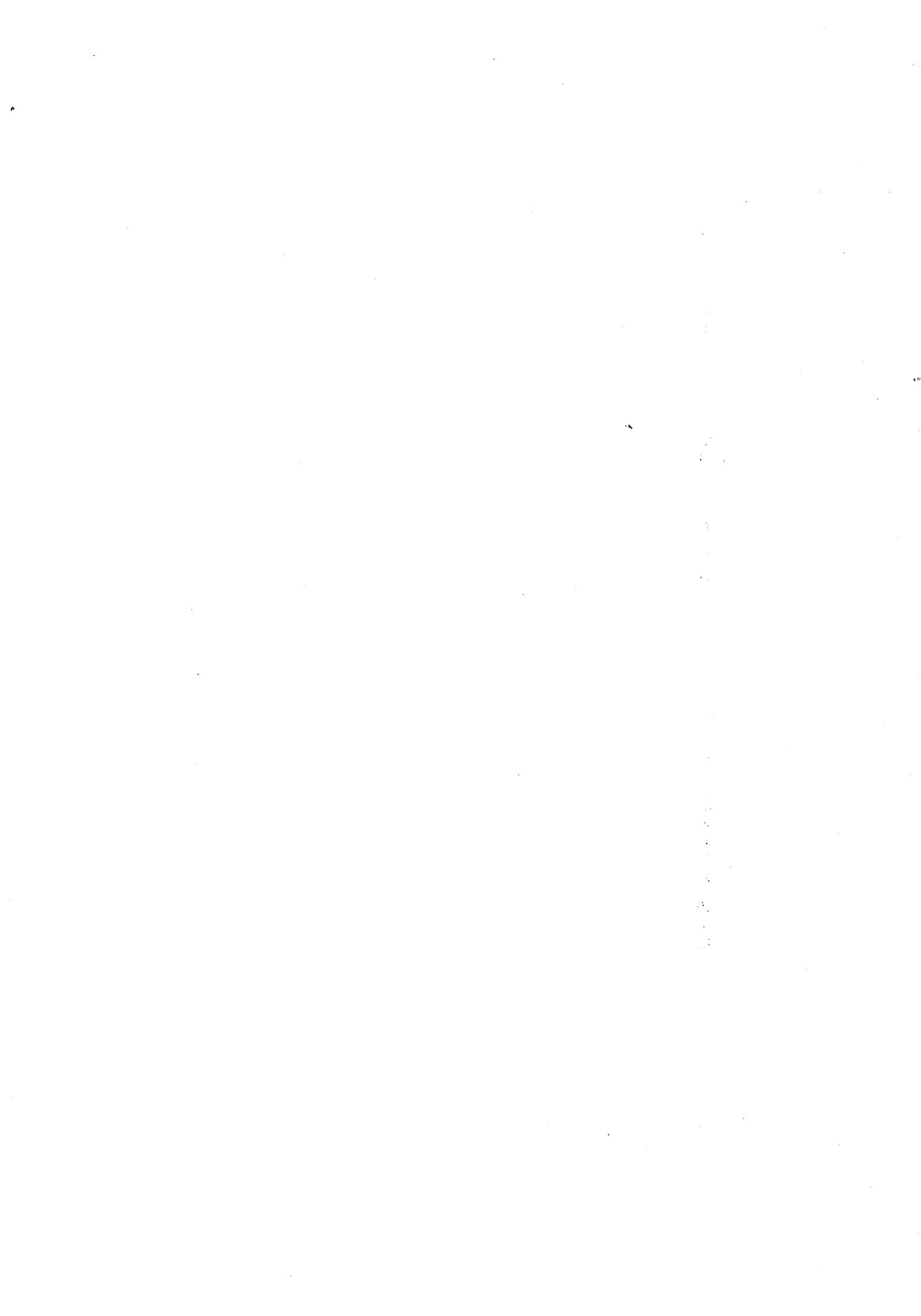
C O N C L U S I O N

La méthode proposée au Chapitre III permet le calcul du tableau des entrées intermédiaires chaque année, à partir d'enquêtes assez peu fiables. D'un point de vue théorique, elle substitue à la méthode empirique utilisée par l'INSEE, une méthode rationnelle se fondant sur les propriétés des estimateurs des moindres carrés.

Les résultats sont plus décevants pour la prévision de ce tableau. La méthode de prévision proposée suppose que la structure sous-jacente évolue peu (les coefficients techniques ne varient guère d'une année à l'autre) ; cela exclut donc toute rupture, toute possibilité de prévoir une "crise". La connaissance, même imparfaite, de ce tableau permet quand même de déceler des goulots d'étranglement dans le développement économique d'un pays ; ainsi même une relativement mauvaise prévision est utile.

Des domaines autres qu'économique utilisent des modèles comportant des structures relativement invariantes. L'exemple démographique donné au Chapitre VII montre que dans le cas d'une évolution lente, les résultats obtenus sont meilleurs ; le tableau démographique prédit est proche du tableau réel.

Il faut donc reconnaître les limites de la méthode, tout en notant qu'elle donne de bons résultats dans certains cas précis, lorsque le tableau étudié rend compte d'une structure relativement invariante.



B I B L I O G R A P H I E

- [1] BACHARACH
Biproportional matrices and input-output change
Cambridge University Press (1970).
- [2] BARRA
Mathematical basis of statistics
Academic Press (1981).
- [3] BENZECRI
L'analyse des données
Dunod (1973).
- [4] BJORCK, ELFVING
Accelerated projection methods of computing
pseudo-inverse solutions of systems of linear equations
BIT 19 (1979).
- [5] BROWN, STONE
Europe's future in figures : A long term growth model
for British economy
North Holland, London (1962).
- [6] BRUNHES
Présentation de la comptabilité nationale française
Dunod (1980).
- [7] CHAPRON, SERUZIER
Initiation pratique à la comptabilité nationale selon
le nouveau système
Masson (1976).
- [8] DEMING, STEPHAN
On a least squares ajustement of a sampled frequency
table when the expected marginal totals are known
The Annals of Mathematical statistics (1940), II.
- [9] DOMENGES, VOLLE.
Analyse factorielle spérique : une exploration
Annales de l'INSEE n° 35 (juillet 1979).
- [10] DOMENGES
Description d'un tableau d'échanges interindustriels
et recherche des filières
Thèse troisième cycle Paris VI (janvier 1980).
- [11] DURIEUX, PAYEN
Ajustement d'une matrice sur ses marges, la méthode ASAM
Annales de l'INSEE n° 22-23 (1976).
- [12] FAURE Suzanne et Jean-Louis
Comment s'élaborent les comptes de la nation
CNIPE (1973).

- [13] GOUX
La décomposition des systèmes productifs
Thèse Troisième Cycle, Saint Etienne (septembre 1978).
- [14] KHELIFI, UHRY
TERESE : modèles de transports collectifs urbains
R.R. N° 125 IMAG, (juin 1978).
- [15] STEMMELEN
Tableaux d'échanges, description et prévision
Cahiers du bureau universitaire de recherche opérationnelle. Cahier n° 28, Paris (1977).
- [16] TANABE
Projection method for solving a singular system of
linear equations and its applications.
Numer. Math. 17 (1971).
- [17] VOLLE
Analyse des données
Economica (1978).
- [18] YOUNG
Iterative solution of large linear systems.
Academic Press (1971).

A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E

Vu les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974
Vu le rapport de présentation de :

Madame F. CHATELIN

Monsieur LAGANIER

Monsieur M E R C I E R Michel

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention
du diplôme de DOCTEUR INGÉNIEUR, Spécialité " Mathématiques Appliquées ".

Fait à Grenoble, le 4 septembre 1981

Le Président de l'I.N.P.G. 7.


D. BLOCH
Président
de l'Institut National Polytechnique
de Grenoble

