



**HAL**  
open science

# Étude des performances d'un gravimètre atomique absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire

Julien Le Gouët

► **To cite this version:**

Julien Le Gouët. Étude des performances d'un gravimètre atomique absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. Français. NNT: . tel-00311422v1

**HAL Id: tel-00311422**

**<https://theses.hal.science/tel-00311422v1>**

Submitted on 16 Aug 2008 (v1), last revised 28 Aug 2008 (v4)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**OBSERVATOIRE DE PARIS**  
**LNE-SYRTE**

**THÈSE DE DOCTORAT**  
**DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI**  
spécialité : Optique et Photonique

présentée pour obtenir le grade de  
Docteur de l'Université Paris XI

par

**Julien LE GOUËT**

sur le sujet

**Étude des performances d'un gravimètre atomique  
absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire**

soutenue le 7 février 2008 devant le jury composé de

M. O. GORCEIX	Rapporteur
M. F. PEREIRA DOS SANTOS	Examineur
M. A. PETERS	Examineur
M. J.F. ROCH	Rapporteur
M. P. TUCKEY	Directeur de thèse
M. C. WESTBROOK	Président du jury



“Les paysans bretons sont tellement ignorants qu’ils croient à l’influence de la Lune  
sur les marées.”

Francisque Sarcey (1890), journaliste au Temps, au Figaro



## Merci

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a été effectué au laboratoire LNE-SYRTE, à l'Observatoire de Paris. Je tiens d'abord à remercier les directeurs successifs du laboratoire, Philip Tuckey et Noël Dimarcq, de m'y avoir accueilli. Je remercie d'autant plus vivement Philip d'avoir accepté de coiffer la casquette supplémentaire de directeur de thèse, en se souciant régulièrement de l'avancée de mon travail et de mes projets d'avenir.

Je remercie Arnaud Landragin, chef de l'équipe "capteurs inertiels", qui m'a proposé de la rejoindre sur l'expérience de mon choix, et qui a ensuite suivi avec attention l'avancement de mon travail. Franck Pereira Dos Santos, en charge du gravimètre à mon arrivée, a été l'artisan essentiel de ma lente évolution scientifique et je l'en remercie. Je lui suis profondément reconnaissant de l'encadrement qu'il a assuré pendant ces trois années, fait d'exigence, de conseils et d'encouragements. Son enthousiasme constant, son efficacité et sa culture resteront pour moi ceux d'un physicien exemplaire. Patrick Cheinet est quant à lui le valeureux prédécesseur à qui a incombé la tâche ingrate et frustrante de monter l'expérience depuis le marbre nu jusqu'aux premières franges d'interférences. Je tiens donc à lui exprimer toute ma reconnaissance pour le travail qu'il a accompli et pour toute l'expérience qu'il m'a transmise.

Ma bourse de thèse a été financée par la DGA, et je remercie Bruno Desruelles pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail. Merci aussi à Gérard Genevès qui, en tant que coordinateur des différentes parties de la balance du watt du LNE, a suivi avec d'autant plus d'intérêt ce qui se passait dans notre atelier.

Je remercie aussi les collègues que j'ai côtoyés durant la période sus-dite, grâce auxquels j'ai pu cultiver mes connaissances dans des domaines aussi divers que les horloges et l'interférométrie atomiques, la direction du laboratoire, la gravitation générale, la machine à café. J'adresse subséquemment mes remerciements à André Clairon, Roland Barillet, Sébastien Bize, Christian Bordé, David Holleville, Stéphane Guérandel, Philippe Laurent, Pierre Lemonde, Peter Rosenbusch, Giorgio Santarelli et Peter Wolf. Les laboratoires d'électronique et de mécanique constituent par ailleurs des atouts considérables du SYRTE, qui jouit ainsi d'un savoir-faire exceptionnel. J'adresse ainsi un grand remerciement à Laurent Volodimer et Michel Lours, deux électroniciens précieux, et dont j'ai beaucoup apprécié la placidité face aux composants carbonisés que je leur rapportai un certain nombre de fois. Je remercie aussi Annie Gérard, Jean-Pierre Aoustin, et Armel Legrand pour leur aide indispensable pour la préparation de la nouvelle enceinte à vide. Enfin je remercie l'équipe administrative du laboratoire, composée au fil du temps de Yertha Baïdomti, Pascale Baudoin, Véronique Benayoun, Catherine Laurent, Anne Thomson, Pascale Michel, et Marine Pailler, grâce à qui nous n'avions pas à nous soucier des écueils administratifs, de plus en plus nombreux.

Je remercie sincèrement Jean-François Roch et Olivier Gorceix, pour avoir accepté la charge de rapporteurs sur un sujet qui ne leur était d'abord pas familier. J'ai eu également le plaisir de compter dans mon jury Achim Peters, pionnier de la gravimétrie absolue avec un interféromètre à atomes froids, et Chris Westbrook, pour qui les dits atomes froids n'ont plus de secret.

As many of the colleagues who worked with me on the experiment are not anymore very familiar with french, whereas the past and present students are able to understand english, I have une super occasion to show the progress I did since I arrived in Boston. In the order of appearance, I would like to dire again merci à Patrick Cheinet, and bon courage pour la suite. Kasper Therkildsen was already at the Observatory of Paris when I arrived, and we shared many very good moments during the year we spent together, working in the lab or watching strange Danske movies. Mange tak Kasper, det ABBA disc kom med mej til Boston! Then Jaewan Kim worked for some months with me as a post-doc at the end of 2005, before getting a position in Korea. I thank him a lot for his help on the gravimeter and on the EOM laser, and also for having listened politely to the first jokes I was trying to make in english. Thierry Botter spent some time in the lab as a master student on another experiment. Despite disastrous musical taste, and the fact that he was completely insensitive to the beauty of britain sailors songs, Thierry was a funny acceptable labmate. Tanja Mehlstaubler also came as a post-doc, and also found a position after less than one year. I wish her sincèrement all the best for her new life in PTB. Sébastien Merlet, après avoir fréquenté les arcanes du pouvoir du LNE, s'est fatigué de répartir les doublezons entre les laboratoires et a préféré rejoindre la cause gravimétrique. J'ai eu alors grand plaisir à travailler et discuter avec lui, et à l'écouter évoquer des paysages familiers, non loin du bar de son École Nationale d'Ingénieur de Brest même. Je n'ai eu le temps de partager avec Quentin Bodart, le nouveau thésitif du groupe, que le bureau de l'atelier, mais j'espère qu'il trouvera ici de nombreuses réponses aux questions métaphysiques qu'il se posera. Je remercie enfin les stagiaires qui nous ont prêté main forte pendant les étés 2006 et 2007, Charles Bourassin et Laure Génin. Bonne continuation à vous.

Mes remerciements vont aussi naturellement aux jeunes en réunion avec qui j'ai pris tant de plaisir à deviser durant ces trois années à l'Observatoire. Frédéric Chaulet fut le premier, et je repense avec nostalgie aux repas hebdomadaires que nous avons partagés dans une charmante pizzeria voisine, pour échanger nos premières impression de thèse. Je suis fier de l'avoir aidé à réaliser que tout ça ne vaut pas un clair de Lune à Maubeuge. Salim Mimouni et Jean Michel Melkonian, quoiqu'ils aient mis un point d'honneur à ne jamais mettre les pieds dans mon labo, sont tout de même entrés un certain nombre de fois à l'Observatoire. J'en profite pour les remercier dans ce paragraphe. Je remercie à nouveau Salim pour les multiples hébergement à Grenoble, et pour la compréhension dont il faisait preuve à l'égard de mon appartement "fight-club" lors de ses visites parisiennes. Je remercie Rodolphe Le Targat pour son soutien et sa compréhension. Xavier Baillard fut réellement une chouette découverte dans le domaine du collègue de thèse. Quoique de nature avant-gardiste, il a souvent prêté une oreille compatissante aux swanzes de Jak et moi, et je suis convaincu qu'il en a trouvé de "positivement marrantes". Le jeune Loïc Duchayne, avec qui je me suis découvert des passions communes pour les grandes heures du cinéma français et les sports radicaux sans concessions, s'est petit à petit dévoilé comme un escroc notoire, sévissant à divers échelons de la société du capital. Las, il était trop tard et nous l'avons gardé. Avec Alexandre Gauguet, j'ai partagé trois ans de thèse, et une semaine de conférence mémorable, et j'ai surtout eu le plaisir de partager des interrogations sur l'interférométrie atomique, et sur l'avenir en général. Enfin, Jako Millo a été un extraordinaire compagnon de fin de thèse, faisant preuve de la même

logique, du même aspect extérieur, et du même nombre de “o” que le professeur Shadoko. Nous avons passé ensemble d’excellents moments, à admirer les beautés que recèle le monde qui nous entoure, à nous inquiéter de ce qu’il marche sur la tête, et de ce qu’il conviendrait de faire. Je souhaite que nous puissions tantôt reprendre nos discussions, au pied d’une colline de la Creuse ou d’un bloc de Fontainebleau. Les aminches, je me vois obligé d’abrèger car je ne voudrais pas que ce chapitre détourne le lecteur assidu de son but premier. J’associe donc aux remerciements susdits les poteaux suivants : Clément Lacroute, Friedemann Reinhard, Pacôme Delva, Natascia Castagna, Christian Jentsch, Michel Abgrall, Benjamin Canuel, François Narbonneau, François Impens, Michael Petersen, François-Xavier Esnault, Stephanie Perrin, Rodolphe Boudot, et Anders Brusck. Merci aussi à Céline Vian et FJ Vermersch, même s’ils ont attendu mon départ à Boston pour se marier au son de la Cantate à JB.

Je remercie ceusses qui ont continué de loin à prendre des nouvelles de ma thèse, ou à m’inviter à la cantoché avant d’aller corriger un article : Loïc Morvan, Mehdi Alouini, Jérôme Bourderionnet, Sylvain Schwartz, Gilles Feugnet, la nouvelle doctoresse Ghaya Baili, et Daniel Dolfi.

Merci à Paul d’avoir été à mes côtés depuis le début (il y a environ 28 ans). J’ai supporté Pauloche de longues années avant que Soulef ne vienne me prêter main forte. Je vous remercie tous les deux pour le temps que nous avons déjà passé ensemble, et ne soyez pas soulagés trop tôt, je reviens bientôt.

Je remercie enfin mademoiselle Anne Elizabeth Reckitt, pour toute la patience dont elle a fait preuve pendant les derniers mois de ma thèse.

Comme dans toutes les thèses, c’est par le début que finissent mes remerciements : je remercie en effet mes parents, sans qui je n’aurais jamais été là. Je les remercie de m’avoir toujours prêté l’attention, la patience, et le soutien qui m’ont permis de mener mon travail à bien, et d’acquérir l’élan nécessaire pour la suite. Enfin je remercie ma petite sœur Mathilde de s’être toujours montrée attentive à son grand couillon de frère, même dans les moments difficiles.

A mes grands-parents, y a mis abuelos





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
1.1	Définition du kilogramme . . . . .	6
1.1.1	Origine de l'unité de "poids" . . . . .	6
1.1.2	Redéfinition du kilogramme . . . . .	6
1.2	Gravimètres absolus . . . . .	8
1.2.1	Gravimètre commercial FG5 . . . . .	8
1.2.2	Interférométrie atomique . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Eléments théoriques sur l'interféromètre atomique</b>	<b>15</b>
2.1	Les transitions Raman stimulées comme séparatrices atomiques . . .	15
2.1.1	Transition Raman . . . . .	15
2.1.2	Interféromètre atomique . . . . .	19
2.2	Sensibilité aux accélérations et autres déphasages . . . . .	21
2.2.1	Origine du déphasage dû à $g$ . . . . .	22
2.2.2	Fonction de sensibilité . . . . .	23
2.3	Influence de la durée finie des impulsions . . . . .	25
2.4	Cas particulier des paires de faisceaux contrapropageants, déplacement à deux photons . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Montage expérimental</b>	<b>31</b>
3.1	Sources laser . . . . .	31
3.1.1	Diode laser en cavité étendue linéaire . . . . .	32
3.1.2	Amplificateur optique à semi-conducteur . . . . .	32
3.2	Production de la source atomique . . . . .	34
3.2.1	Enceinte à vide . . . . .	35
3.2.2	Blindages magnétiques . . . . .	36
3.2.3	Refroidissements magnéto-optique et sub-Doppler . . . . .	37
3.2.4	Préparation des atomes . . . . .	39
3.3	Mesure des populations atomiques . . . . .	41
3.3.1	Détection horizontale . . . . .	41
3.3.2	Détection verticale . . . . .	42

3.4	Banc optique compact et asservissements agiles en fréquence . . . . .	44
3.4.1	Sources laser nécessaires à la réalisation du gravimètre . . . . .	44
3.4.2	Référence optique . . . . .	45
3.4.3	Asservissement en fréquence du laser repompeur . . . . .	46
3.4.4	Asservissement en fréquence du laser de refroidissement . . . . .	47
3.4.5	Verrouillage en phase des lasers . . . . .	47
3.5	Isolation et mesure des vibrations . . . . .	49
3.5.1	Sismomètre . . . . .	49
3.5.2	Isolation passive . . . . .	50
3.6	Conclusion . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Résumé des résultats</b>	<b>53</b>
4.1	Oscillations de Rabi : mesure et calcul . . . . .	53
4.1.1	Transitions Raman contra-propageantes . . . . .	53
4.1.2	Transitions copropageantes . . . . .	55
4.2	Franges d'interférence . . . . .	57
4.2.1	Mesure de $g$ avec des transitions contra-propageantes . . . . .	58
4.2.2	Transitions copropageantes : essai d'horloge atomique . . . . .	59
4.3	Stabilité : de $10^{-7}$ à $1,4 \cdot 10^{-8} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . . . . .	60
4.3.1	Isolations sismique et phonique . . . . .	61
4.3.2	Réjection des vibrations . . . . .	62
4.3.3	Fonction de transfert miroir/sismomètre . . . . .	63
4.4	Exactitude . . . . .	65
4.4.1	Mesure des marées et des séismes . . . . .	65
4.4.2	Comparaisons avec les gravimètres absolus FG5 et A10 . . . . .	67
4.5	Conclusion . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Sources de bruit de phase et sensibilité limite</b>	<b>71</b>
5.1	Contributions de l'asservissement de phase et de la propagation des lasers . . . . .	71
5.1.1	Référence radiofréquence . . . . .	71
5.1.2	Source hyperfréquence . . . . .	73
5.1.3	Boucle de verrouillage de phase optique . . . . .	73
5.1.4	Propagation dans la fibre optique . . . . .	74
5.1.5	Bruit de phase dû à la rétro-réflexion . . . . .	76
5.1.6	Bruit d'intensité des lasers . . . . .	81
5.1.7	Conclusion . . . . .	83
5.2	Bruit de détection . . . . .	83
5.2.1	Bruit de projection quantique . . . . .	84
5.2.2	Comparaison des méthodes de détection . . . . .	84
5.3	Vibrations . . . . .	85

5.3.1	Mesure des vibrations . . . . .	86
5.3.2	Corrections du signal atomique . . . . .	89
5.3.3	Limites de la réjection . . . . .	91
5.3.4	Redressement de la fonction de transfert du sismomètre . . . . .	95
5.3.5	Optimisation de la réjection des vibrations . . . . .	97
5.3.6	Sensibilité sans isolation passive . . . . .	101
5.3.7	Vibrations horizontales . . . . .	102
5.3.8	Conclusion : limite actuelle de la sensibilité . . . . .	104
<b>6</b>	<b>Effets systématiques</b>	<b>107</b>
6.1	Introduction . . . . .	107
6.2	Effets indépendants de $\vec{k}_{\text{eff}}$ . . . . .	107
6.2.1	Déplacement lumineux à 1 photon . . . . .	107
6.2.2	Gradient de champ magnétique . . . . .	112
6.2.3	Déphasage RF . . . . .	117
6.2.4	Conclusion . . . . .	118
6.3	Réjection des effets indépendants de $k_{\text{eff}}$ . . . . .	118
6.3.1	Effet Zeeman quadratique . . . . .	119
6.3.2	Réjection du déplacement lumineux à 1 photon . . . . .	125
6.3.3	Réjection du déphasage RF . . . . .	125
6.3.4	Conclusion . . . . .	127
6.4	Effets dépendants de $\vec{k}_{\text{eff}}$ . . . . .	127
6.4.1	Alignements verticaux des faisceaux lasers . . . . .	127
6.4.2	Déplacement lumineux à deux photons . . . . .	130
6.4.3	Aberrations du front d'onde . . . . .	134
6.4.4	Accélération de Coriolis et effet Sagnac . . . . .	141
6.5	Variations de $g$ . . . . .	146
6.5.1	Marées luni-solaires . . . . .	147
6.5.2	Gradient de champ de pesanteur . . . . .	148
6.5.3	Pression atmosphérique . . . . .	149
6.6	Quelques effets négligeables . . . . .	150
6.6.1	Détermination de $T$ . . . . .	150
6.6.2	Effet de la rampe sur une seule fréquence . . . . .	150
6.6.3	Effet d'indice du nuage . . . . .	150
6.6.4	Collisions froides . . . . .	153
6.6.5	Rebond post-glacial . . . . .	156
6.7	Bilan d'exactitude préliminaire . . . . .	156
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>159</b>
7.1	Conclusions sur ce travail . . . . .	159
7.2	Perspectives . . . . .	160

---

<b>A</b>	<b>Données utiles sur l'atome <math>^{87}\text{Rb}</math></b>	<b>163</b>
<b>B</b>	<b>Fréquence de Rabi pour les transitions copropageantes</b>	<b>165</b>
<b>C</b>	<b>Influence des inhomogénéités sur le déphasage</b>	<b>169</b>
<b>D</b>	<b>Amélioration de la boucle de verrouillage en phase</b>	<b>171</b>
	D.1 Principe et perspective . . . . .	171
	D.2 Article . . . . .	172
	D.3 Intro . . . . .	173
	D.4 Phase-locked loop setup . . . . .	174
	D.5 Residual noise of the phase-locked loop . . . . .	176
	D.6 Conclusion . . . . .	178
	D.7 Acknowledgement . . . . .	178
	<b>Bibliographie</b>	<b>178</b>

# Chapitre 1

## Introduction

La mesure absolue de l'accélération locale de la pesanteur est essentielle dans de nombreux domaines, de la géophysique à la métrologie. C'est ainsi par exemple qu'a été mise en évidence ce qui fut désigné comme "l'anomalie de Bouguer". Au cours de l'expédition qu'il mena au Pérou avec La Condamine de 1735 à 1743, afin d'y mesurer un degré de méridien à l'équateur, Pierre Bouguer procéda à des relevés de l'accélération de pesanteur  $g$  en utilisant un pendule. Bien qu'il prit en compte le gradient de gravité et l'influence des reliefs voisins, ses mesures rapportées à l'ellipsoïde de référence révélèrent des valeurs de  $g$  plus faibles au sommet des montagnes que dans les plaines, alors que l'on attendait au contraire que la masse de roche sous-terrainne augmentât l'attraction terrestre. Ces observations ont été ensuite généralisées, jusqu'à être obtenues aujourd'hui par des satellites. L'anomalie de Bouguer s'interprète à présent comme une diminution de l'épaisseur de la croûte terrestre sous les reliefs.

Depuis, la gravimétrie est notamment mise à profit pour la prospection minière [1]. En établissant un réseau de stations de mesures autour d'un site où une valeur absolue de  $g$  est connue, la cartographie des anomalies permet de détecter d'éventuels gisements, en tenant compte de multiples corrections : latitude (forme de la Terre et force centripète), gradient de gravité, correction de Bouguer, reliefs voisins...

Le gravimètre dont je présente les résultats est quant à lui destiné à fournir une mesure absolue de  $g$  pour une mesure de balance du watt. Cette expérience, décrite plus loin, permettra de proposer une nouvelle définition du kilogramme. L'exactitude relative visée étant de  $10^{-8}$ , celle de notre gravimètre doit atteindre  $\frac{\delta g}{g} = 10^{-9}$ .

Une anecdote sportive, enfin, illustrant l'importance de la connaissance de  $g$  dans l'existence quotidienne. Les régates préliminaires de la trente deuxième édition de la Coupe de l'America, qui opposait comme tous les quatre ans quelques unes des plus grandes fortunes mondiales, ont eu lieu dans plusieurs ports européens, depuis Valencia, où étaient basées les équipes, jusqu'à Malmö, en Suède. Or certaines équipes ont manqué d'être disqualifiées lors des épreuves suédoise, sous prétexte que le *poinds* de leurs bateaux était supérieur à celui autorisé par la jauge réglementaire. Les

ingénieurs des équipes concernées ont su contester à temps que la force centripète due à la rotation de la Terre était moins élevée à cette latitude, réduisant la valeur de l'accélération locale de la pesanteur, ainsi que le poids maximal autorisé.

## 1.1 Définition du kilogramme

### 1.1.1 Origine de l'unité de "poids"

Jusqu'en 1793, les unités de poids et mesure en France varient selon les régions et les corporations, malgré diverses tentatives pour instaurer un système universel, sous l'impulsion régulière des intérêts commerciaux (besoin d'un étalon monétaire) et militaires (uniformisation des pièces d'artillerie) [2]. Les initiatives précédentes d'unification se sont soldées par un échec, car elles se sont généralement cantonnées à favoriser les unités d'une ville [3]. On lit ainsi dans le cahiers de doléances de 1789 de Chapvalonn (Troyes) le vœux "*qu'il n'y eût plus qu'une mesure pour tout le Royaume, et que les grains de différentes espèces se mesurassent dans une même mesure*", et dans celui de Villeveque (Angers), la suggestion "*que chaque province fit le sacrifice d'une partie de ses us et coutumes anciennes à l'avantage d'avoir une loi unique*" [4].

À l'initiative de Talleyrand, l'Assemblée Nationale confie en 1790 à l'Académie des Sciences la constitution d'un système unifié et universel des poids et mesures, ne présentant "*rien d'arbitraire ni de particulier à la situation d'aucun peuple sur le globe*". Un an plus tard, les premières définitions du système métrique sont proposées : l'unité de longueur, inspirée de l'idée de l'abbé Gabriel Mouton en 1670, serait la longueur de la dix millionième partie du quart du méridien terrestre, et l'unité de "poids" serait la masse d'un volume connu d'eau distillée à sa densité maximale (à 4°C). La détermination de cette dernière unité, et la relation avec la première, furent confiées à Antoine-Laurent de Lavoisier et René-Just Haüy (figure ci-dessous).

Le poids des volumes d'eau est déterminé à partir du principe d'Archimède, en mesurant le poids d'un cylindre creux de volume connu dans l'air puis dans l'eau. Les travaux sont ralentis par l'exécution en 1794 du fermier général Lavoisier, mais le 22 juin 1799, un cylindre en alliage de platine iridié est présenté au Corps législatif et reconnu comme l'étalon du kilogramme. En 1875, la définition théorique de l'unité de masse a été abandonnée, et remplacée par le "*kilogramme des Archives dans son état actuel*". Un nouvel étalon a été coulé en 1889, et a été adopté par la première Conférence générale des poids et mesures (CGPM) comme la nouvelle unité de masse. Cette définition est toujours en vigueur.

### 1.1.2 Redéfinition du kilogramme

Le Kilogramme est la dernière unité du système international dont la définition repose sur un artefact matériel, et malgré tout le soin dont il fait l'objet, il s'use lors



Lavoisier



Ørsted

des comparaisons. Les comparaisons avec les copies du prototype international ont ainsi montré une dérive moyenne relative de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-8}$  en 30 ans [5]. La dérive absolue du kilogramme ne peut cependant pas être connue, tant que l'unité de masse est matérielle. “*Jusqu'à plus ample information*”, la définition de la masse de référence du prototype international a donc été arrêtée comme sa masse immédiatement après son nettoyage-lavage selon une méthode bien spécifique.

L'unité de masse du système international varie, et avec elle les définitions connexes de l'ampère et d'autres grandeurs électriques, jusqu'à la valeur de la constante de Planck. Deux méthodes sont actuellement proposées afin d'établir une nouvelle définition du kilogramme. L'une consiste à produire une sphère de silicium, où le nombre d'atomes serait déduit de la maille cristalline et du volume de la sphère (mesuré par spectrométrie). Cette méthode démontre une exactitude relative de la constante d'Avogadro de  $3 \cdot 10^{-7}$  avec une composition isotopique naturelle, et pourrait atteindre  $2 \cdot 10^{-8}$  avec une sphère de  $^{28}\text{Si}$  pur à 99,99% [6]. Une autre méthode, plus répandue, est une balance du watt, qui consiste à mesurer la constante de Planck  $h$  à partir du kilogramme actuel. La nouvelle définition de l'unité de masse serait alors basée sur cette mesure. Le gravimètre du LNE-SYRTE a été développé pour participer au projet français de la balance du watt, piloté par le LNE.

L'expérience de balance du watt est effectuée en deux étapes (fig. 1.1). La première est une phase statique : à un bras du fléau est fixée la masse de référence, et à l'autre se trouve une bobine de circonférence  $L$  dans laquelle circule un courant de charge  $\mathbf{j}$ . Un aimant produit un champ magnétique  $\mathbf{B}$  dans une géométrie isotrope, de sorte que la force de Laplace résultante équilibre le **pooids** de l'étalon de référence :  $mg = IBL$ . Le courant  $I$  équilibrant les deux forces est mesuré avec une grande exactitude à l'aide d'étalons de tension à effet Josephson et d'étalons de résistance



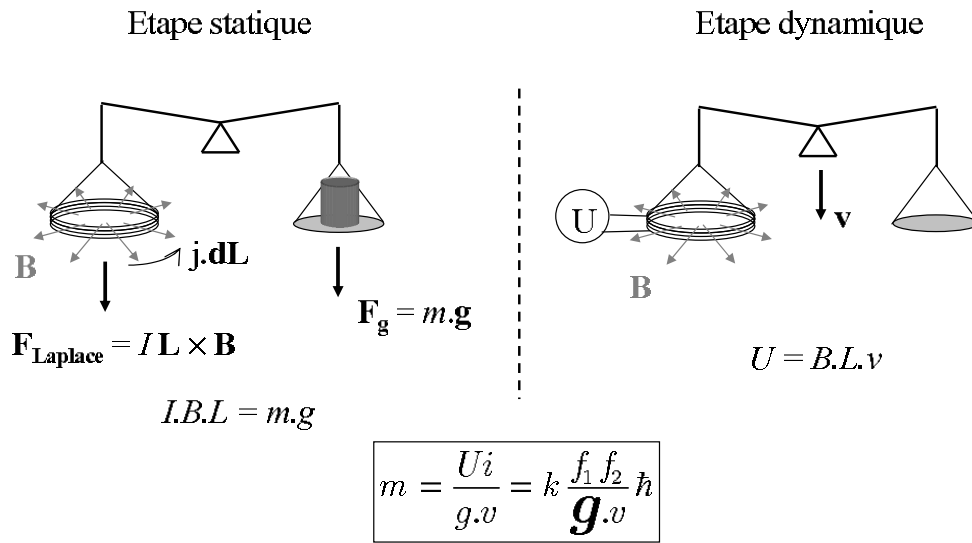


FIG. 1.1 – Schéma du principe de la balance du watt. La première étape (statique) sert à déterminer la force égale au poids de l'étalon de référence. La deuxième étape (dynamique) permet de mesurer la valeur du produit  $B \cdot L$ . Il est alors possible de déterminer avec exactitude la valeur de la masse de référence.

basé sur l'effet Hall quantique. La valeur du champ magnétique produit par l'aimant, et celle de la circonférence de la bobine sont difficilement mesurables avec la même exactitude. Aussi, dans une seconde étape, la bobine est déplacée dans le champ de l'aimant à une vitesse constante  $v$ . La tension induite  $U = BLv$  aux bornes de la bobine et la vitesse  $v$  sont déterminées respectivement par effet Josephson et par interférométrie optique. La relation entre la masse et la constante de Planck s'écrit finalement :

$$m = k \frac{f_1 f_2}{g v} \hbar$$

où  $f_1$  et  $f_2$  sont les fréquences d'irradiation des étalons à effet Josephson.

L'objectif de la balance du watt du LNE est d'atteindre une exactitude relative de  $10^{-8}$  sur la mesure de la constante de Planck. La valeur de  $g$ , ainsi que les autres grandeurs mises en jeu, doivent donc être mesurées avec une meilleure exactitude, et l'objectif pour notre gravimètre est d'atteindre une exactitude relative de l'ordre de  $10^{-9}$ .

## 1.2 Gravimètres absolus

### 1.2.1 Gravimètre commercial FG5

Un gravimètre est qualifié d'absolu lorsqu'il mesure  $g$  sans besoin d'étalonnage. Actuellement le gravimètre absolu le plus exact disponible dans le commerce (FG5,

Microg Solutions) est basé sur un interféromètre optique de Michelson [1]. L'un des miroirs est un coin de cube en chute libre, tandis que le miroir immobile joue le rôle de référence spatiale. En sortie de l'interféromètre, le déplacement du coin de cube fait défiler les franges d'interférences (fig. 1.2). La différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre est donnée par l'équation du mouvement du miroir en chute libre, et le signal reçu sur la photodiode rapide varie comme :

$$I(t) = I_0 \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_l} \left( \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \right) + \Phi \right) \quad (1.1)$$

où la durée  $t$  de la chute est mesurée par une horloge atomique au Rubidium. Il suffit alors d'ajuster le signal à la fonction 1.1 pour connaître l'accélération de pesanteur locale.

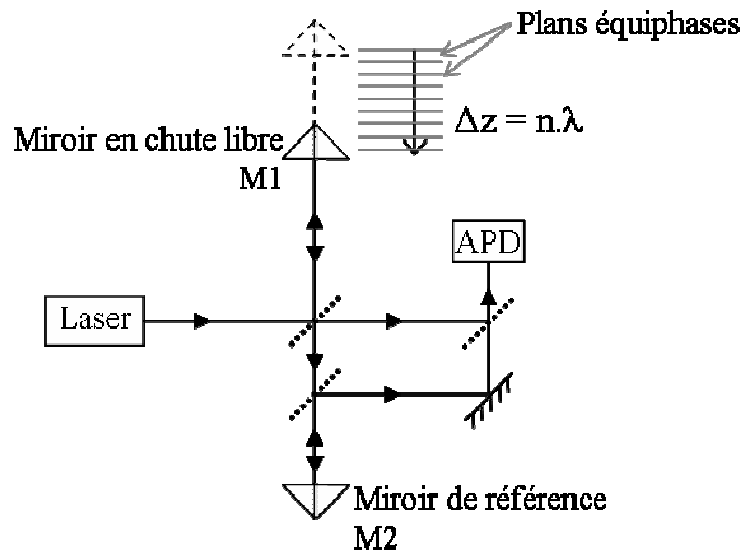


FIG. 1.2 – Principe du gravimètre absolu à coin de cube en chute libre. La chute du miroir le long des plans équiphases fait varier la différence de chemin optique par rapport au miroir de référence comme  $\frac{1}{2}gt^2$ . Le défilement des franges est mesuré par une photodiode à avalanche (APD).

Après correction des effets systématiques tels que le désalignement du faisceau laser, les gradients de gravité le long de la chute, les effets de marées terrestres et océaniques, de l'atmosphère, et du déplacement de l'axe de rotation de la Terre, l'exactitude est de  $\delta g \approx 2 \cdot 10^{-9}g$ , soit aussi  $2 \mu\text{Gal}$  ( $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ ). Ses performances sont suffisantes pour l'objectif de la balance du watt, et cet instrument a donc été choisi dans les balances américaine, anglaise, et suisse. Cependant, les interféromètres atomiques se révèlent plus sensibles. Par ailleurs, il est essentiel que les diverses contributions internationales à la mesure de  $\hbar$  ne soient pas basées sur un modèle, ou un dispositif de gravimètre unique.

### 1.2.2 Interférométrie atomique

En 1923, méditant sur la théorie des quanta de lumière d'Albert Einstein et sur le double aspect granulaire et ondulatoire du photon, Louis de Broglie a eu l'idée de généraliser cette découverte à *toutes les particules matérielles et notamment aux électrons* [7]. La fameuse expérience de diffraction d'un faisceau d'électron par un cristal, réalisée quatre ans plus tard par Davisson et Germer, vient étayer cette intuition. Ces observations ont été ensuite étendues dans les années 1930 à des particules matérielles simples : atomes, molécules, neutrons.

Le premier interféromètre à deux ondes (électroniques) est réalisé en 1952 [8]. Une vingtaine d'années plus tard, deux interféromètres à neutrons utilisant la diffraction par des lames de silicium monocristallin permettent d'effectuer la mesure de la rotation de la Terre [9] et de l'accélération de pesanteur [10]. Par la suite, les expériences d'interférométrie se sont développées avec des atomes, plus lents et beaucoup moins sensibles aux champs électriques. Divers types de séparation cohérente ont été éprouvés pour réaliser des interféromètres atomiques : double fente de diffraction [11], réseaux mécaniques [12], absorption d'un photon [13], transitions Raman stimulées [14], effet Stern et Gerlach [15], ou transitions de Bragg [16,17].

Par ailleurs, le développement des techniques de ralentissement d'atomes et de l'optique atomique a permis d'améliorer notablement l'exactitude de nombreuses mesures : variation de la constante de structure fine  $\alpha$  [18],  $h/m$  [19,20], constante de Newton  $G$  [21], et mesures locales de l'accélération de pesanteur [22]. La maturité des technologies mises en œuvre permet à présent d'envisager l'embarquement de ce type d'expérience à bord de véhicules (gradiomètres [23]), et même des perspectives spatiales. Les propositions de mesure sont nombreuses : test d'anomalies dans la théorie de la relativité générale [24,25], test du principe d'équivalence [26]. La mesure des ondes gravitationnelles par interférométrie atomique fait l'objet de nombreuses études, mais semble encore hors de portée avec les interféromètres actuels [27–29].

L'éventail des techniques disponibles a été encore enrichi par la réalisation de condensats de Bose sur des micro-circuits ("puce" atomique). Le guidage du condensat par des champs magnétiques générés sur la puce permet d'allonger la durée de l'interféromètre jusqu'à une seconde sur une distance d'une dizaine de microns [30]. Ce degré de miniaturisation, du moins pour l'enceinte à vide, permet d'envisager de nouvelles applications.

#### 1.2.2.a Expérience fondatrice

La première mesure de l'accélération de pesanteur par un interféromètre atomique a été réalisée en 1991 à Stanford, dans le groupe de Steven Chu [14]. La manipulation cohérente des atomes de Césium était réalisée par des transitions Raman stimulées, dont le principe sera développé au chapitre suivant (p. 15), puisque notre interfé-

romètre fonctionne sur le même principe. Notons pour l'instant qu'il s'agit d'une transition à deux photons où le changement d'état d'impulsion (qui permet de séparer les paquets d'onde) s'accompagne d'un changement d'énergie électronique [31]. Le schéma est similaire à celui de l'interféromètre de Mach-Zehnder en optique : une première transition sépare les paquets d'onde, une seconde les redirige l'un vers l'autre, et une dernière sépare les paquets d'onde des deux chemins pour faire interférer les états d'impulsions identiques (fig. 1.3). La source est un nuage d'atomes froids, dont la dispersion en impulsion étroite assure le "monochromatisme". Les deux états de sortie de l'interféromètre sont identifiés par leur niveau d'énergie électronique, ce qui permet une simple détection par fluorescence [32]. La phase de l'interféromètre dépend de la différence de phase imprimée sur les atomes par les deux lasers verticaux contra-propageants, séparés en fréquence de l'écart hyperfin. La phase totale s'écrit  $-\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g}T^2$ , où  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  est le vecteur d'onde effectif défini par les faisceaux lasers qui réalisent les transitions, et  $T$  est l'intervalle de temps qui sépare deux transitions consécutives.

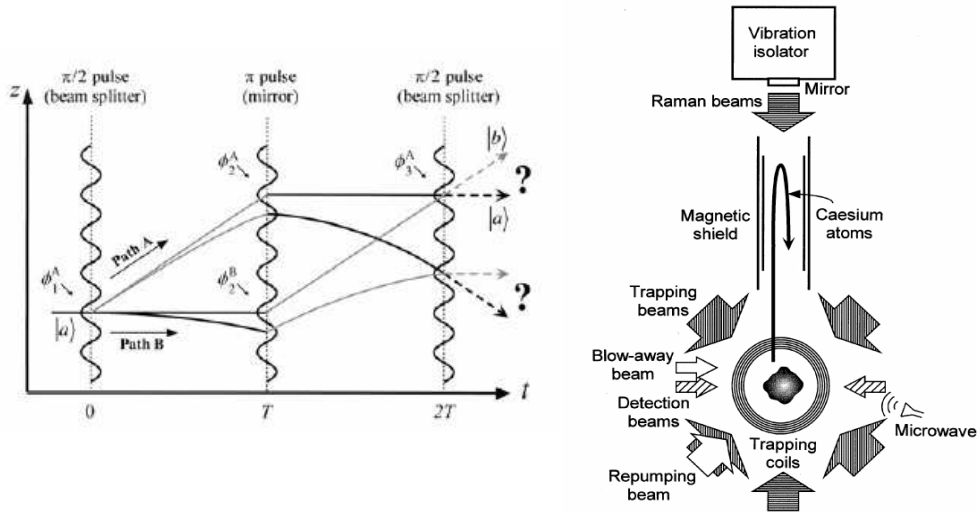


FIG. 1.3 – Gauche : schéma de l'interféromètre à ondes de matière obtenu avec des transitions Raman. L'accélération  $g$  déforme les trajectoires par rapport aux ondes lasers. La mesure de  $g$  est déduite de la probabilité de transition d'un état d'impulsion à l'autre. Droite : fontaine atomique utilisée pour le gravimètre de Stanford. (Images tirées de [33])

La sensibilité croissant comme  $T^2$  justifie l'intérêt des atomes froids pour ces expériences : le flux d'atomes élevé dans une distribution en impulsion étroite permet d'augmenter la durée  $2T$  de l'interféromètre tout en conservant un bon rapport signal à bruit. Une configuration de fontaine atomique a été choisie, dans l'expérience de Stanford, pour augmenter encore la durée de l'interféromètre et la sensibilité. Comme nous le détaillons plus loin, les atomes de notre expérience sont simplement

lâchés, ce qui réduit certes la sensibilité pour une mesure, mais permet de réduire l'encombrement de l'enceinte à vide et d'augmenter le taux de répétition.

Les effets systématiques sont plus nombreux dans l'interféromètre atomique que dans son équivalent optique : aux erreurs d'origines mécanique (alignements), optique (aberrations) ou fondamentale (Coriolis), s'ajoutent celles dues aux interactions atome-photon (effet Zeeman, déplacement lumineux, collisions froides). Le bilan d'exactitude du gravimètre de Stanford, achevé en 1999, donne une erreur relative sur  $g$  de  $3 \cdot 10^{-9}$  [22,33]. Une comparaison entre la mesure de ce gravimètre atomique et celle d'un FG5 sur le même site avait donné des résultats compatibles, aux incertitudes de mesure et de comparaison près. A cette occasion, l'interféromètre atomique avait montré une sensibilité sur une seconde 4 fois meilleure que celle de l'interféromètre optique. Ce gain était en grande partie dû au taux de répétition plus élevé du premier. En effet, pour le FG5, il faut attendre une dizaine de secondes entre deux mesures, avant que les vibrations causées par la chute du coin de cube ne s'estompent. Le gravimètre atomique est ainsi apparu comme un bon candidat pour les expériences de balance du watt.

### 1.2.2.b Réseau de phase mince et échos de photons

Les gravimètres atomiques de Stanford et de Paris sont tous deux basés sur les transitions Raman. Une autre expérience de gravimètre atomique, réalisée à l'université de York, mesure quant à elle les interférences entre les multiples paquets d'onde diffractés par un réseau de phase mince. Des ondes stationnaires, produites par un laser rétro-réfléchi, jouent le rôle de séparatrices (fig.1.4). La durée des impulsions est choisie très courte (100 ns), et leur distribution en fréquence est donc très large. Ainsi, la condition de résonance du couplage du paquet d'onde incident est satisfaite pour  $N$  ordres de diffraction (régime de Kapitza-Dirac). La distribution d'impulsion finale est ainsi constituée de  $N$  valeurs, qui correspondent aux différents cycles d'absorption-émission stimulée autorisés par la largeur en fréquence de l'impulsion [34].

La diffraction étant réalisée avec une fréquence laser unique, l'état interne de deux états couplés est le même. Seul l'état d'impulsion est modifié. L'intérêt de cette préservation de l'état électronique, pour les deux paquets d'onde de l'interféromètre, est que les déplacements lumineux ou Zeeman éventuels sont en grande partie communs aux deux niveaux hyperfins, et leur effet se compense. La difficulté de cette expérience vient alors de la méthode de détection, puisque l'état électronique ne permet plus de différencier les états d'impulsion.

La mesure est basée sur le principe des échos de photons [36]. Une fois que le nuage d'atomes froids est en chute libre, deux transitions de Bragg sont appliquées, séparées d'un intervalle de temps  $T$ . Chaque transition forme un réseau épais

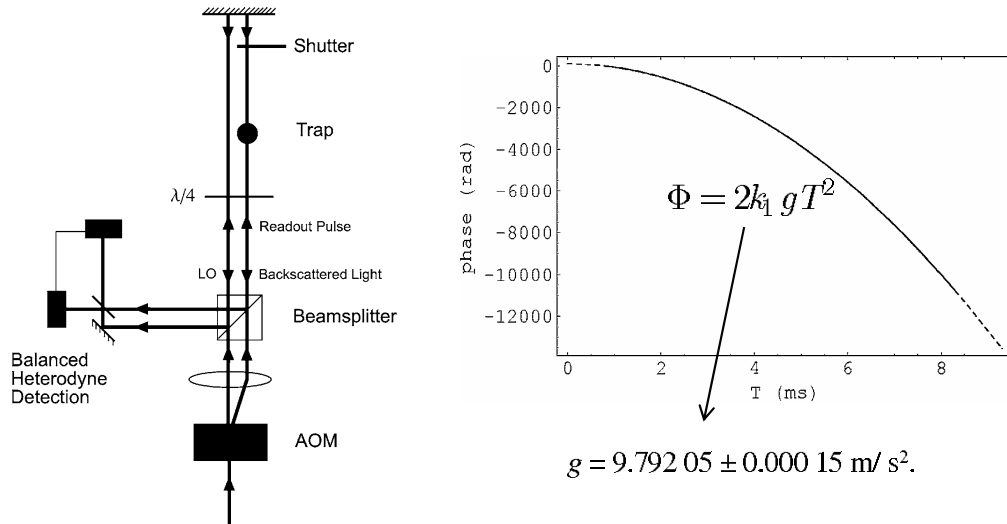


FIG. 1.4 – Mesure avec des ondes stationnaires. Deux faisceaux contra-propageants séparent les paquets d’onde, à intervalle de temps  $T$ . Après un délai  $NT + \delta t$ , une onde progressive est diffractée par le réseau atomique. Le déphasage de l’onde rétro-réfléchie est mesuré pour différentes valeurs de  $T$  (avec  $N = 1$ ), et la mesure de  $g$  est déduite d’un ajustement. (Images tirées de [35])

(temporellement, i.e. long) d’onde stationnaire. Après la seconde impulsion, les paquets d’onde diffractés reforment la fonction d’onde initiale à intervalles de temps réguliers  $N \times T$  : c’est l’“écho” des états d’impulsion. L’évolution de la population dans les différents états en sortie est mesurée d’après l’amplitude et la phase d’une onde propagative rétro-diffusée sur le nuage. L’accélération de la pesanteur déphase l’onde résultante d’une quantité  $\mathbf{k}_{\text{eff}} \mathbf{g} T^2 N^2 / 2$ , ce qui donne pour le premier rephasage ( $N = 1$ ) un résultat identique à celui que nous mesurons avec les transitions Raman. Enfin, la valeur de  $g$  est déterminée en reproduisant l’expérience pour plusieurs valeurs de  $T$  et en ajustant la parabole obtenue. Le meilleur écart-type atteint par cette expérience est actuellement de  $1,5 \cdot 10^{-5} g$  [35].



## Chapitre 2

# Eléments théoriques sur l'interféromètre atomique

Ce chapitre présente les outils théoriques essentiels de notre interféromètre atomique. Le principe des transitions Raman stimulées est brièvement présenté, de même que la réalisation d'un interféromètre atomique à partir des séparatrices cohérentes. Le calcul du déplacement lumineux total dans le cas particulier de ces transitions à deux photons sera plus détaillé. Nous rappelons ensuite la définition de la fonction de sensibilité, car elle constitue un outil mathématique récurrent dans l'étude du gravimètre. Nous nous appuyons en effet sur ce formalisme dans la suite, pour la mesure des bruits de phase ou pour la détermination des effets systématiques. Nous terminons le chapitre en écrivant le déphasage dans le cas général où la résonance Raman n'est pas respectée.

### 2.1 Les transitions Raman stimulées comme séparatrices atomiques

#### 2.1.1 Transition Raman

Une transition Raman stimulée est un processus à deux photons, où le changement d'état interne est lié de façon équivalente au changement d'impulsion. Nous discuterons plus loin l'avantage de cet aspect. Les atomes alcalins se prêtent très bien aux transitions Raman : leurs deux sous-niveaux hyperfins sont métastables, si bien que la cohérence du processus ne sera jamais limitée par la cohérence du système.

Considérons un atome dans un état atomique pur, éclairé simultanément par deux faisceaux lasers, dont la différence de fréquence concorde avec la différence de fréquence des états inférieurs (fig. 2.1). Les lasers sont accordés sur une transition optique avec un niveau d'énergie virtuel  $|i\rangle$ . On définit ainsi le désaccord Raman  $\Delta$



entre la pulsation du laser  $R1$  et la transition électronique  $|f\rangle \rightarrow |c\rangle$  :

$$\Delta = \omega_1 - (\omega_i - \omega_f) \quad (2.1)$$

Si l'atome, d'impulsion  $\mathbf{p}$ , est initialement dans l'état métastable fondamental  $|f\rangle$ , il diffuse un photon du champ classique  $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \propto e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \phi_1)}$  et acquiert l'impulsion  $\hbar\mathbf{k}_1$  du champ. Le photon est diffusé par émission stimulée dans le champ  $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) \propto e^{i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_2)}$ . Par conservation de la quantité de mouvement, il acquiert cette fois l'impulsion  $-\hbar\mathbf{k}_2$ . L'impulsion totale de l'atome à l'issue de la transition est donc  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , où  $\mathbf{k}_{\text{eff}} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ .

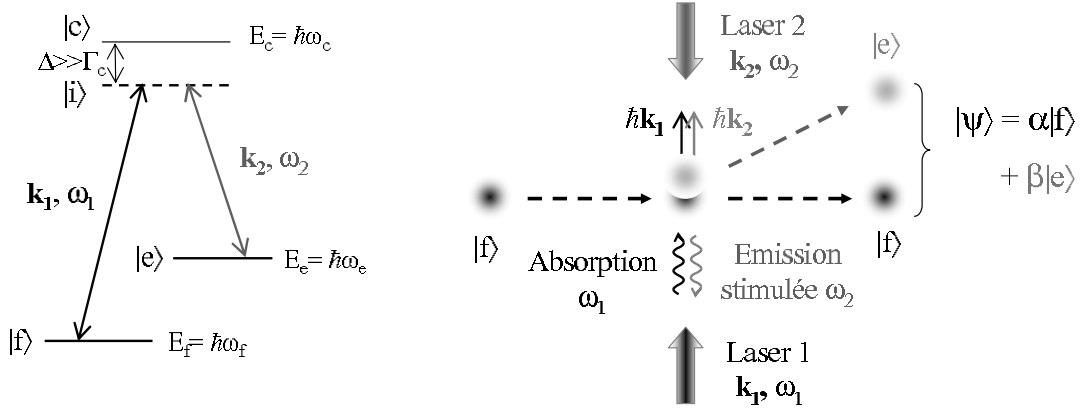


FIG. 2.1 – Gauche : diagramme énergétique en lambda d'un atome alcalin. Droite : schéma de la séparation cohérente effectuée par une transition Raman stimulée.

Si les lasers sont contra-propageants, les deux impulsions sont dirigées dans le même sens, et le module de l'impulsion totale est égal à la somme des modules. La vitesse supplémentaire communiquée aux atomes, dans le cas du Rubidium 87, est ainsi d'environ deux fois la vitesse de recul  $v_{\text{rec}}$ , soit 1,2 cm/s.

La condition de résonance exacte entre les lasers est dictée par la conservation de l'énergie au cours du processus, entre les situations initiale et finale :

$$\hbar\omega_1^0 + \hbar\omega_f + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} = \hbar\omega_2^0 + \hbar\omega_e + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}})^2}{2m} \quad (2.2)$$

que l'on peut écrire en fonction de la différence de pulsation des lasers à résonance,  $\omega_1^0$  et  $\omega_2^0$  :

$$\begin{aligned} \omega_1^0 - \omega_2^0 &= \omega_e - \omega_f + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}_{\text{eff}}}{m} + \frac{\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}^2}{2m} \\ &= \omega_{\text{HFS}} + \omega_{\text{D}} + \omega_{\text{rec}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

où l'on a défini les pulsations  $\omega_{\text{HFS}}$  de l'écart de structure hyperfine,  $\omega_{\text{D}}$  du désaccord Doppler et  $\omega_{\text{rec}}$  du déplacement de recul.

## 2.1. Les transitions Raman stimulées comme séparatrices atomiques 17

Dans le cas général, où la différence de fréquence des lasers ne satisfait pas la condition de résonance Raman, le désaccord  $\delta\omega$  est défini par :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_1^0 - \omega_2^0 + \delta\omega$$

Lorsque le désaccord Raman  $\Delta$  est suffisamment grand devant la largeur naturelle  $\Gamma$  des transitions, l'état excité  $|i\rangle$  est très peu peuplé et l'émission spontanée est négligeable [37,38]. Dans ce cas, la cohérence de la transition entre les états métastables n'est pas limitée par  $\Gamma$ , et on montre que le système des équations de Schrödinger se ramène à celui d'un atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  [39]. Le vecteur décrivant l'état du système à un instant  $t$  s'écrit en fonction des amplitudes de probabilité  $C_f$  et  $C_e$  dans chaque état propre :

$$|\Psi(t)\rangle = C_f(t)|f\rangle + C_e(t)|e\rangle$$

En effectuant le changement de variable  $C_k = c_k e^{-i\omega_k t}$ , le système des équations couplées se met habituellement sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{c}_f &= -i \left( \delta\omega_f c_f + \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i(\delta\omega t + \phi)} c_e \right) \\ \dot{c}_e &= -i \left( \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} e^{-i(\delta\omega t + \phi)} c_f + \delta\omega_e c_e \right) \end{cases} \quad (2.4)$$

où les décalages  $\delta\omega_f$  et  $\delta\omega_e$  correspondent aux déplacements lumineux induits par les deux champs électriques sur les niveaux d'énergie hyperfins, qui s'écrivent :

$$\delta\omega_f = \frac{|\Omega_{f1}|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_{f2}|^2}{4(\Delta - \omega_{\text{HFS}})} \quad \delta\omega_e = \frac{|\Omega_{e1}|^2}{4(\Delta + \omega_{\text{HFS}})} + \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} \quad (2.5)$$

Les fréquences de Rabi décrivant l'interaction d'un champ  $k$  (1 ou 2) avec un niveau électrique  $|j\rangle$  ( $f$  ou  $e$ ) sont définies par :

$$\Omega_{jk} = -\frac{2}{\hbar} \langle i | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_k \mathbf{E}_k^0 | j \rangle \quad (2.6)$$

où le vecteur  $\boldsymbol{\epsilon}_k$  représente la polarisation du champ. Le système 2.4 fait aussi apparaître la différence de phase  $\phi = \phi_1 - \phi_2$  entre les lasers, et la pulsation de Rabi effective :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{f1} \Omega_{e2}^*}{2\Delta} \quad (2.7)$$

On définit alors les déplacements lumineux différentiel  $\delta\omega_{\text{LS1}}$  et moyen  $\mu_{\text{LS1}}$  (pour

“Light Shift à 1 photon”), et la pulsation de Rabi généralisée comme :

$$\begin{aligned}\delta\omega_{LS1} &= \delta\omega_e - \delta\omega_f \\ \mu_{LS1} &= \delta\omega_e + \delta\omega_f \\ \Omega_R &= \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (\delta\omega - \delta\omega_{LS1})^2}\end{aligned}\quad (2.8)$$

La résolution du système 2.4 est bien connue [37]. Elle mène aux équations d'évolution suivantes, pour les amplitudes de probabilité  $C_f$  et  $C_e$  :

$$\begin{aligned}C_f(t_0 + \tau) &= \left\{ \left( \cos \frac{\Omega_R \tau}{2} - i \cos \theta \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) C_f(t_0) \right. \\ &\quad \left. - i e^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \sin \theta \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} C_e(t_0) \right\} e^{-i(\mu_{LS1} - \delta\omega + 2\omega_f)\frac{\tau}{2}} \\ C_e(t_0 + \tau) &= \left\{ -i e^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \sin \theta \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} C_f(t_0) \right. \\ &\quad \left. + \left( \cos \frac{\Omega_R \tau}{2} + i \cos \theta \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) C_e(t_0) \right\} e^{-i(\mu_{LS1} + \delta\omega + 2\omega_e)\frac{\tau}{2}}\end{aligned}\quad (2.9)$$

où est introduit le paramètre  $\theta$ , défini par  $\cos \theta = \frac{\delta\omega - \delta\omega_{LS1}}{\Omega_R}$  et  $\sin \theta = \frac{|\Omega_{\text{eff}}|}{\Omega_R}$ .

Pour illustrer ce résultat, nous calculons les probabilités de présence dans chaque état hyperfin, en supposant que l'atome est initialement dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$ , soit  $C_f(t_0) = 1$  et  $C_e(t_0) = 0$  :

$$\begin{cases} |C_f(t_0 + \tau)|^2 &= 1 - \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2 \left( \Omega_R \frac{\tau}{2} \right) \\ |C_e(t_0 + \tau)|^2 &= \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2 \left( \Omega_R \frac{\tau}{2} \right) \end{cases}\quad (2.10)$$

Nous obtenons des oscillations de Rabi entre les populations des deux états de la superposition, comme pour un atome à deux niveaux.

Deux cas nous intéressent particulièrement. D'abord une impulsion de durée  $\tau_{\pi/2}$  telle que  $\Omega_R \tau = \pi/2$ , où la répartition des populations est équiprobable. L'état final s'écrit

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|f, \mathbf{p}\rangle + |e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle),$$

où les paquets d'onde s'éloignent l'un de l'autre du fait de leur différence d'impulsion  $\Delta\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$ . Une telle transition Raman, dite ‘ $\pi/2$ ’, est l'équivalent atomique d'une séparation 50/50 par un cube polarisant en optique. De façon similaire, une transition ‘ $\pi$ ’ désigne une impulsion dont la durée (ou la fréquence de Rabi) est deux fois plus grande. Dans ce cas, le transfert de population est complet, et tous les atomes arrivant

## 2.1. Les transitions Raman stimulées comme séparatrices atomiques 19

dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  sont défléchis dans l'état  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ . Ce sont ces deux types de transitions que nous utilisons pour réaliser l'interféromètre.

### 2.1.1.a Sélectivité en vitesse

D'après la condition de résonance 2.3, nous obtenons la largeur de la distribution en vitesse sélectionnée par une transition Raman stimulée. Soit  $\Delta\omega$  la largeur de l'excitation, déterminée d'après la probabilité de transition (éq. 2.10) par la durée  $\tau$  de l'impulsion. Nous avons ainsi :

$$\frac{\delta v}{c} = \frac{\Delta\omega}{\omega_1 + \omega_2}$$

Cette sélectivité en vitesse assure le "monochromatisme" des fonctions d'onde dans l'espace des impulsions. Pour assurer un bon contraste de l'interféromètre, il est donc important de disposer d'un échantillon atomique dont la distribution en vitesse est au moins plus étroite que la largeur sélectionnée par les transitions Raman.

La distribution en vitesse des atomes dans le nuage thermique est gaussienne. Pour déterminer la largeur sélectionnée  $\delta v$  dans un tel nuage par une transition de durée  $\tau$  et de fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{eff}}$ , nous utilisons la relation suivante [37] :

$$P(\tau, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} e^{-\frac{(v - v_0 + 2v_{\text{rec}})^2}{2\sigma_v^2}} \times \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_{\text{eff}}^2 + (k_{\text{eff}}v)^2} \sin^2 \left( \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (k_{\text{eff}}v)^2} \frac{\tau}{2} \right) \quad (2.11)$$

Considérons l'exemple d'une transition  $\pi$  de durée  $\tau_\pi = 30 \mu\text{s}$ , sur un nuage dont la température vaut  $T_{\text{at}} = 2,5 \mu\text{K}$ , c'est-à-dire dont la demi-largeur en vitesse  $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m}$  est d'environ  $2,6v_{\text{rec}} = 1,6 \text{ cm/s}$ . Dans ce cas, pour la distribution en vitesse sélectionnée, la demi-largeur à mi-hauteur est  $0,6 \text{ cm/s} \simeq v_{\text{rec}}$ , ce qui correspond à une température effective dans la direction de la sélection de  $0,8 \mu\text{K}$ .

### 2.1.2 Interféromètre atomique

Nous obtenons un interféromètre atomique similaire à un interféromètre optique de Mach-Zehnder grâce à une séquence temporelle de trois transitions Raman. Une première impulsion des deux lasers contrapropageants  $\pi/2$  sépare les deux composantes de la fonction d'onde. Après une durée  $T$ , une impulsion  $\pi$ , deux fois plus longue que la première, les redirige l'une vers l'autre. Les deux paquets d'onde se rejoignent au bout d'un nouveau laps de temps  $T$ , et une dernière impulsion  $\pi/2$  permet de les faire interférer (fig. 2.2).

L'effet d'une transition Raman seule sur une fonction d'onde peut être modélisé par une matrice, tirée des équations 2.9. Nous supposons dans ce paragraphe que le désaccord total  $\delta\omega - \delta\omega_{LS1}$  est nul, et un éventuel désaccord sera abordé plus loin

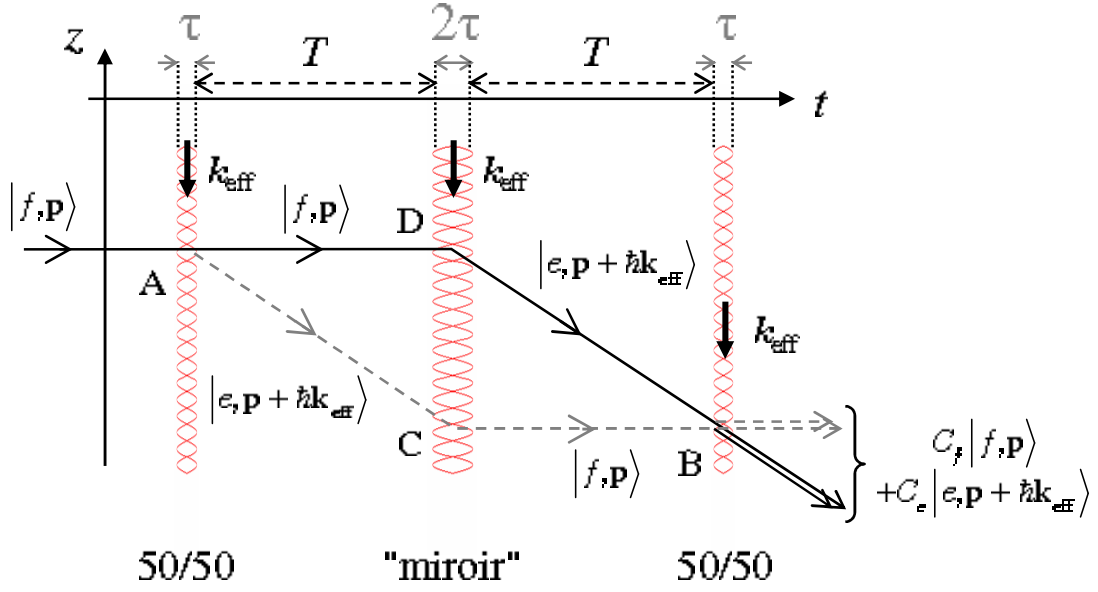


FIG. 2.2 – Schéma d'un interféromètre atomique où les ondes de matières sont séparées puis redirigées et recombinées par des transitions Raman stimulées. Ces séparatrices lumineuses sont sélectives en vitesse et établissent donc une relation univoque entre les états d'impulsion qui forment l'interféromètre et les états d'énergie interne.

(p. 26). Soit  $V(t_0)$  le vecteur désignant la fonction d'onde initiale, composé des deux amplitudes de probabilité  $C_f(t_0)$  et  $C_e(t_0)$ . Le vecteur  $V(t_0 + \tau)$  issu d'une transition Raman stimulée s'écrit, d'après ce qui précède :

$$V(t_0 + \tau) = \begin{pmatrix} C_f(t_0 + \tau) \\ C_e(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = M(t_0, \phi, \tau) \cdot V(t_0) \quad (2.12)$$

où la matrice  $M(t_0, \phi, \tau)$  est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \cos |\Omega_{\text{eff}}| \frac{\tau}{2} e^{-i\omega_f \tau} & -ie^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \sin |\Omega_{\text{eff}}| \frac{\tau}{2} e^{-i\omega_f \tau} \\ -ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \sin |\Omega_{\text{eff}}| \frac{\tau}{2} e^{-i\omega_e \tau} & \cos |\Omega_{\text{eff}}| \frac{\tau}{2} e^{-i\omega_e \tau} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Entre chaque transition, les lasers sont éteints et la fonction d'onde évolue librement pendant un intervalle de temps  $T$ . La matrice d'évolution sans couplage s'écrit alors simplement :

$$M_I(T) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_f T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_e T} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Finalement, la matrice du transfert de l'état initial de la fonction d'onde vers l'état final s'écrit comme le produit de trois matrices de transitions Raman de durées

$\tau$  et  $2\tau$ , et de deux matrices d'évolution libre. En choisissant pour l'origine des temps le centre de la transition  $\pi$ , le vecteur décrivant l'état final de l'interféromètre est  $V(T + 2\tau) = M_{\text{tot}} \cdot V(-T - 2\tau)$ , avec

$$M_{\text{tot}} = M(T + \tau, \phi(T), \tau) \cdot M_l(T) \cdot M(-\tau, \phi(0), 2\tau) \cdot M_l(T) \cdot M(-T - 2\tau, \phi(-T), \tau) \quad (2.15)$$

On tire ensuite de ce calcul la probabilité de transition de l'état initial  $|\psi(-T - 2\tau)\rangle = |f, \mathbf{p}\rangle$  vers l'état  $|e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  :

$$P = \frac{|C_e(T + 2\tau)|^2}{|C_f(T + 2\tau)|^2 + |C_e(T + 2\tau)|^2} = \frac{1}{2} (1 - \cos \Delta\Phi) \quad (2.16)$$

Cette expression est semblable au résultat de tout interféromètre à deux ondes, avec

$$\Delta\Phi = \phi(-T) - 2\phi(0) + \phi(T)$$

On retrouve le fait que les franges d'interférence ont un contraste de 100% lorsque les transitions sont résonantes, sans désaccord, de même qu'en optique lorsque les lames séparatrices répartissent l'intensité équitablement entre les deux bras, et que les miroirs réfléchissent toute la lumière incidente. Le déphasage interférométrique  $\Delta\Phi$  correspond à la différence de phase accumulée le long des deux chemins, et dépend de l'évolution de la phase des lasers d'une impulsion à la suivante. Remarquons que, d'après la forme du déphasage atomique, toute variation constante ou linéaire dans le temps de la différence de phase des lasers disparaît. En effet, le déphasage accumulé sera identique le long des deux bras.

L'intérêt essentiel de la diffraction de l'onde de matière par des transitions Raman apparaît lors de la détection. Les paquets d'onde sont difficilement séparables par leur état d'impulsion, alors que ce sont précisément eux qui rendent l'interféromètre sensible aux accélérations [31]. La différence d'impulsion  $\Delta p = \hbar k_{\text{eff}} = 2mv_{\text{rec}}$  entre les deux états est en effet du même ordre de grandeur que la dispersion en impulsion (p. 19). En revanche, la relation univoque, "l'étiquetage", entre état d'impulsion et état d'énergie interne permet d'accéder à l'un en mesurant l'autre. On obtiendra donc la probabilité de transition de l'état d'impulsion initial vers l'état d'impulsion final en mesurant la fluorescence de chaque population.

## 2.2 Sensibilité aux accélérations et autres déphasages

Nous décrivons rapidement dans cette partie comment l'interféromètre peut mesurer l'accélération de la pesanteur, et comment il est aussi sensible à toute autre source de déphasage. Nous rappelons ensuite le formalisme de la fonction de sensibilité. Définie dans les horloges atomiques comme la variation de la probabilité de transition en fonction d'un saut de phase élémentaire, elle permet d'étudier l'in-

fluence de toute variation de phase sur la mesure [40, 41]. La définition de la fonction de sensibilité a été reprise pour l'interféromètre atomique, et son calcul a été adapté à un interféromètre à trois transitions [38]. Nous rappelons ici notamment comment ce formalisme permet de calculer le déphasage interférométrique en tenant compte de la durée finie des transitions.

### 2.2.1 Origine du déphasage dû à $g$

Alors que nous avons considéré jusqu'à présent que les paquets d'onde ne subissaient que l'action des séparatrices atomiques, nous étudions à présent l'influence de l'attraction de la pesanteur sur les atomes pendant leur évolution libre. Les paquets d'onde sont en accélération uniforme pendant l'interféromètre, et l'altitude des atomes varie comme  $-\frac{1}{2}gt^2$ . Or les équations d'évolution 2.9 montrent que la phase des amplitudes de probabilité dépend de la différence de phase  $\phi$  des lasers lors de la transition. Si les deux lasers Raman sont alignés verticalement, leur différence de phase s'écrit :

$$\begin{aligned}\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) &= (\omega_1 - \omega_2)t - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot z(t) \mathbf{u}_z + \delta\phi(t) \\ &= \omega_{\text{eff}}t - \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot z(t) \mathbf{u}_z + \delta\phi(t)\end{aligned}\quad (2.17)$$

Puisque les termes constants ou linéaires du déphasage disparaissent dans le déphasage interférométrique, seuls importent le terme en  $z(t)$ , quadratique en  $t$ , et le terme de bruit de phase  $\delta\phi(t)$ . Considérons que les atomes tombent le long du réseau de plans équiphases définis par les deux lasers contra-propageants. Lors de chaque transition, la position des atomes le long de cette "règle" verticale est imprimée sur leur phase, avec des signes opposés pour une absorption ou une émission (cf signes des éléments non-diagonaux du système 2.9). La phase accumulée le long du bras ACB (fig. 2.2) vaut ainsi  $\phi(-T) - \phi(0) + \phi(T)$ , et celle accumulée le long du bras ADB vaut  $-\phi(0)$ , d'où le déphasage total [14, 32] :

$$\Delta\Phi = \phi(-T) - 2\phi(0) + \phi(T) = +\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g}T^2 + \delta\phi(T) - 2\delta\phi(0) + \delta\phi(-T)\quad (2.18)$$

où apparaissent l'accélération de la pesanteur et les fluctuations de phase d'une impulsion à l'autre. Le verrouillage en phase des lasers permet de réduire l'influence de ces fluctuations.

Cependant, si la différence de fréquence des lasers reste constante tandis que la vitesse des atomes augmente, le désaccord Doppler augmente comme  $\delta\omega_D(t) = k_{\text{eff}} \cdot gt$  et la condition de résonance 2.3 est perdue. Dans ce cas, l'expression 2.10 montre que la probabilité de transition diminue, et que le contraste de l'interféromètre diminue rapidement. Pour maintenir l'efficacité des transitions constante, il faut donc compenser l'effet Doppler en balayant linéairement la différence de pulsation des

lasers à un taux  $\alpha = k_{\text{eff}}gt$ . Nous détaillons cette compensation dans la partie 2.3.

### 2.2.2 Fonction de sensibilité

Comme le rappelle l'expression 2.16, la meilleure sensibilité aux variations  $\delta\Delta\Phi$  du déphasage interférométrique est obtenue à mi-frange, lorsque  $\langle\Delta\Phi\rangle = \pi/2$ . On a alors  $\delta P = \frac{1}{2}\delta\Delta\Phi$ . Pour une variation élémentaire  $\delta\phi$  de la différence de phase entre les lasers à l'instant  $t$ , la fonction de sensibilité  $g_s$ , qui quantifie la réponse du déphasage interférométrique, s'écrit :

$$g_s(t) = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta\Delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (2.19)$$

Nous pouvons avoir une première intuition de la forme de  $g_s$  en négligeant la durée des transitions par rapport à l'intervalle  $T$  qui les sépare. Si la variation élémentaire  $\delta\phi$  a lieu entre  $t = -T$  et  $t = 0$ , elle s'ajoute aux phases de la deuxième et de la troisième impulsions. Comme la phase laser est considérée constante par ailleurs, le déphasage atomique devient :

$$\phi(-T) - 2(\phi(0) + \delta\phi) + (\phi(T) + \delta\phi) = -\delta\phi$$

donc la fonction de sensibilité vaut -1 pour  $-T < t < 0$ . De la même façon, on trouve  $g_s(t) = +1$  pour  $0 < t < T$ . La fonction est nulle en dehors de l'interféromètre.

Dans le cas général où la durée des transitions n'est pas négligeable, l'expression de  $g_s$  s'obtient en modifiant les matrices qui composent la matrice totale de l'interféromètre (éq. 2.13). Si un saut de phase a lieu pendant une impulsion, la matrice de cette transition est considérée comme le produit de la matrice avant le saut par sa nouvelle expression après le saut. En calculant la nouvelle matrice totale pour la deuxième et la troisième impulsion, on obtient l'expression suivante pour  $t > 0$  [42] :

$$g_s(t) = \begin{cases} \sin \Omega_R t & \text{pour } 0 < t < \tau \\ 1 & \text{pour } \tau_R < t < T + \tau \\ -\sin \Omega_R (T - t) & \text{pour } T + \tau_R < t < T + 2\tau \end{cases} \quad (2.20)$$

L'expression de  $g_s$  pour  $t < 0$  se déduit du fait que la fonction est impaire (fig. 2.3).

#### 2.2.2.a Sensibilité aux bruits de phase

Nous étudions à présent l'influence d'un bruit de phase des lasers  $\phi(t)$  sur le déphasage interférométrique. D'après la définition de la fonction de sensibilité, le déphasage atomique est donné par :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (2.21)$$



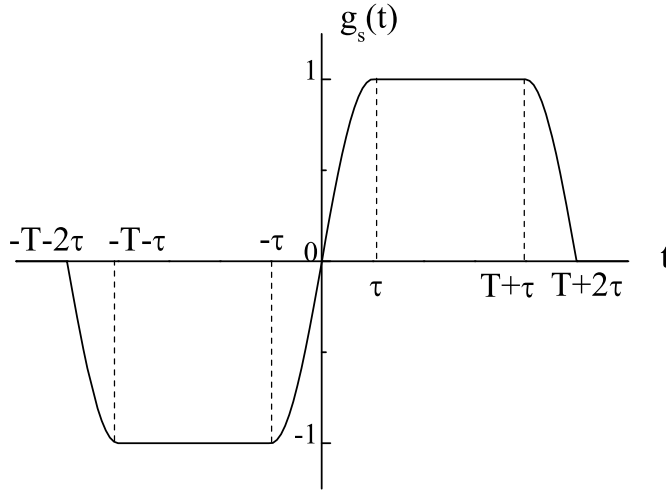


FIG. 2.3 – Fonction de sensibilité de la phase de l'interféromètre à un saut de phase infini-  
tésimal des lasers, en fonction de la date du saut de phase.

Soient  $S_\omega$  ou  $S_\phi$  les densités spectrales de puissance (DSP) du bruit sur la phase des lasers, exprimé en bruit de pulsation ou de phase. La variance du bruit de phase atomique correspondant s'écrit alors comme :

$$\sigma_\Phi^2 = \int_0^{+\infty} |G(\omega)|^2 S_\omega(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} = \int_0^{+\infty} \omega^2 |G(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (2.22)$$

où  $G$  est la transformée de Fourier de la fonction de sensibilité [43].

La seconde expression de la variance dans 2.22 permet de définir la fonction de pondération  $H(\omega) = \omega G(\omega)$ . Cette fonction a été étudiée en détail dans [42]. Pour des transitions Raman résonantes, telles que le contraste de l'interféromètre soit de 100% (i.e.  $\Omega_R \tau = \pi/2$ ), l'expression analytique de la fonction de pondération est :

$$H(\omega) = \frac{4\omega\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R} \sin\left(\frac{\omega}{2}(T + 2\tau)\right) \cdot \left[ \cos\left(\frac{\omega}{2}(T + 2\tau)\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\frac{\omega}{2}T \right] \quad (2.23)$$

L'une des caractéristiques importantes de cette fonction est un filtrage passe-bas du premier ordre, dû au fait que le temps de réponse des atomes est nécessairement limité par la fréquence de Rabi de la transition. La fréquence de coupure est ainsi donnée par  $f_c = \sqrt{3}\Omega_R/6\pi = \sqrt{3}/12\tau$ . On en déduit que la contribution d'un bruit de phase est d'autant plus faible que la fréquence de Rabi de l'interaction est faible, que les transitions Raman sont longues. Notons cependant qu'un allongement des transitions Raman est susceptible de réduire le contraste, si le nombre d'atomes à la vitesse sélectionnée est trop petit.

Les zéros du premier sinus de la fonction de pondération correspondent aux fluc-

tuations dont la période est un multiple de  $T + 2\tau$ . En effet, dans ce cas, la phase de la perturbation est identique pour les trois impulsions et le déphasage atomique  $\Delta\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3$  s'annule.

L'incertitude sur la mesure du déphasage de l'interféromètre évolue avec le nombre de mesures effectuées, en fonction de la statistique temporelle du bruit de la phase imprimée sur les fonctions d'onde. Cette évolution est quantifiée par la variance d'Allan du déphasage atomique [44]. Considérons que la mesure est répétée  $n$  fois avec un taux de cycle  $f_e$  (fréquence d'échantillonnage), pendant un temps d'intégration  $\tau_n = n/f_e = nT_e$ . La variance d'Allan est définie en fonction de  $\tau_q$  par :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_n) = \frac{1}{2} \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{\infty} (\delta\bar{\Phi}_{k+1}(\tau_n) - \delta\bar{\Phi}_k(\tau_n))^2 \right\} \quad (2.24)$$

où  $\delta\bar{\Phi}_k(\tau_n)$  est la moyenne du déphasage atomique, mesuré pendant l'intervalle de temps

$[t_k, t_{k+1}] = [-T_e/2 + knT_e, -T_e/2 + (k+1)nT_e]$ . Ce calcul correspond au moyennage de la mesure par paquets de nombre croissant d'échantillons. Pour un bruit blanc de phase, la moyenne entre deux paquets consécutifs diminue à mesure que la taille des paquets augmente, et on montre que l'écart-type diminue comme la racine carrée du temps d'intégration  $\tau_q$ .

Appliquée à notre interféromètre, la variance d'Allan s'écrit :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_n) = \frac{1}{\tau_n} \sum_{p=1}^{\infty} |H(2\pi p f_e)|^2 S_{\phi}(2\pi p f_e) \quad (2.25)$$

Nous constatons que seules contribuent au bruit de l'interféromètre les composantes de  $S_{\phi}$  aux harmoniques de la fréquence d'échantillonnage. Dans le cas particulier d'un bruit blanc, défini par  $S_{\phi}(\omega) = S_{\phi}^0$ , la variance vaut  $\sigma_{\Phi}^2(\tau_n) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{S_{\phi}^0 T_e}{\tau_n \tau}$ .

## 2.3 Influence de la durée finie des impulsions

Le formalisme de la fonction de sensibilité permet aussi de tenir compte de la durée non nulle des transitions Raman dans le calcul du déphasage du gravimètre. Rappelons que l'accélération uniforme des atomes en chute libre est à l'origine d'une variation linéaire du désaccord Doppler  $\omega_d(t) = \mathbf{k}_{\text{eff}} \mathbf{g} \cdot t$ . Nous maintenons les lasers à résonance grâce à un balayage linéaire  $\alpha \cdot t$  de leur différence de pulsation. D'après l'équation 2.21, le déphasage atomique induit par le balayage s'écrit :

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) (\omega_d(t) + \alpha \cdot t) dt \quad (2.26)$$

On obtient alors, au premier ordre en  $\tau/T$  :

$$\Delta\Phi = (\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} + \alpha)(T + 2\tau) \left( T + \frac{4\tau}{\pi} \right) \quad (2.27)$$

Le déphasage est nul lorsque la rampe de fréquence  $\alpha$  compense exactement l'accélération des atomes. On peut comprendre ce résultat empiriquement en considérant la chute dans le référentiel des atomes. Dans ce référentiel, si la phase des lasers est maintenue constante, le réseau de plans équiphases défile vers le haut. Si au contraire les plans équiphases suivent les atomes en accélérant comme  $g$ , ils sont immobiles dans le référentiel en chute libre. On retrouve alors une situation où les atomes "voient" la même phase le long des deux bras de l'interféromètre, comme si l'accélération était nulle. L'interféromètre est donc symétrique et le déphasage est nul.

Notons encore que d'après l'expression 2.27, la pente  $\alpha$  du balayage doit être positive si le vecteur d'onde effectif est orienté vers le haut ( $\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} < 0$ ), et négative dans le cas contraire.

Pour des transitions désaccordées, telles que la condition  $\Omega_{\text{eff}}\tau = \pi/2$  n'est pas satisfaite, on montre que le déphasage s'écrit [38] :

$$\Delta\Phi = (\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} + \alpha)(T + 2\tau) \left( T + \frac{2}{\Omega_R} \tan \frac{\Omega_R \tau}{2} \right) \quad (2.28)$$

et la probabilité de transition en sortie de l'interféromètre :

$$P = \sin^2 \Omega_R \tau \times \left( \cos^4 \frac{\Omega_R \tau}{2} + \sin^4 \frac{\Omega_R \tau}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \Omega_R \tau \cdot \cos \Delta\Phi \right) \quad (2.29)$$

Le calcul du déphasage tel que nous l'avons développé est aisé car nous considérons une distribution atomique uniforme, en interaction avec des ondes planes. La réalité de l'expérience est plus complexe. Les atomes contribuant au signal de l'interféromètre sont répartis suivant une distribution gaussienne pour la vitesse verticale et selon une autre distribution gaussienne pour la position des atomes, tandis que la distribution transverse de l'intensité du champ lumineux est encore gaussienne. La fréquence de Rabi effective généralisée  $\Omega_R$  est donc différente selon la position et la vitesse des atomes.

L'annexe C présente la mesure des périodes des franges d'interférence pour des interféromètres courts, tels que la durée des transitions Raman n'est plus négligeable par rapport à  $2T$ . La comparaison de l'expérience avec le résultat de la formule 2.28 confirme l'influence des diverses inhomogénéités. Nous montrerons dans cette annexe comment mieux en tenir compte dans le calcul du déphasage.

## 2.4 Cas particulier des paires de faisceaux contrapropageants, déplacement à deux photons

Comme nous le détaillons au chapitre suivant, les faisceaux Raman sont guidés vers l'enceinte à vide par la même fibre optique. Les faisceaux contra-propageants sont obtenus par rétro-réflexion, et leur différence de fréquence est balayée linéairement pour les maintenir à résonance durant la chute. La résonance Raman n'est ainsi satisfaite que pour une seule des paires de faisceaux contra-propageants. Toutefois, ce sont bien quatre faisceaux qui se propagent dans l'enceinte. La deuxième paire peut avoir une influence sur la dynamique du système, malgré le désaccord Doppler, et nous la décrivons ici.

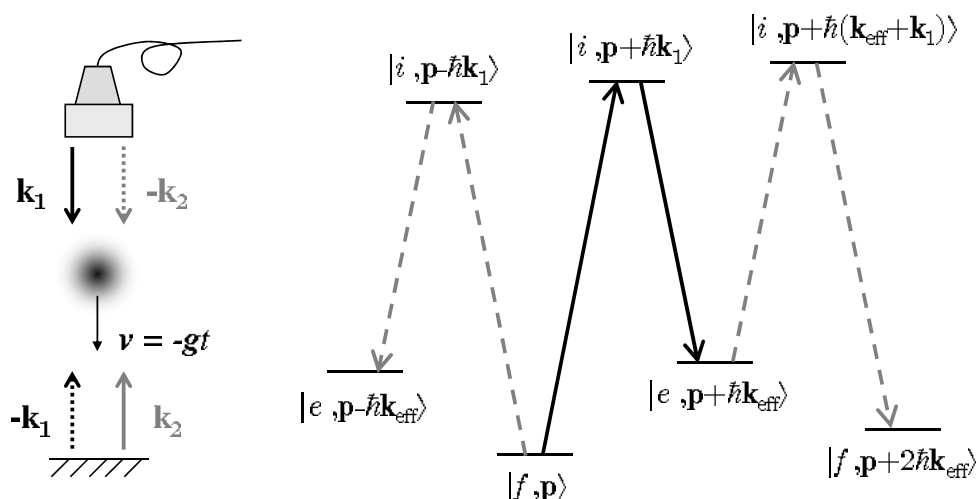


FIG. 2.4 – Gauche : les faisceaux contra-propageants (traits pleins) à résonance avec la transition  $|f, \mathbf{p}\rangle \rightarrow |e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  sont obtenus par rétro-réflexion, ce qui implique la présence dans l'enceinte d'une deuxième paire de faisceaux contra-propageants, hors résonance (pointillés). Droite : schéma des niveaux d'énergie branchés par les faisceaux résonants et non résonants.

On nomme  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  les vecteurs d'onde des faisceaux à résonance avec les atomes (fig. 2.4), et  $-\mathbf{k}_1$  et  $-\mathbf{k}_2$  les vecteurs d'onde des faisceaux hors résonance. La condition de résonance pour le couplage entre les états  $|f, \mathbf{p}\rangle$  et  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  par la première paire de lasers, avec  $\mathbf{k}_{\text{eff}} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ , s'écrit :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{HFS}} + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}_{\text{eff}}}{m} + \omega_{\text{rec}} + \delta\omega_{\text{LS}} \quad (2.30)$$

où  $\delta\omega_{\text{LS}}$  désigne un déplacement lumineux éventuel.

La seconde paire, définie par le vecteur d'onde  $-\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , peut quant à elle coupler

l'état initial  $|f, \mathbf{p}\rangle$  à l'état  $|e^-\rangle = |e, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ , via l'état  $|i, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_1\rangle$  :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{HFS}} - \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}_{\text{eff}}}{m} + \omega_{\text{rec}} + \delta\omega^- \quad (2.31)$$

où le désaccord devient  $\delta\omega^- = \delta\omega_{\text{LS}} + 2\omega_{\text{d}}$ . Pour résoudre les équations d'évolution, nous avons d'abord recours à l'élimination adiabatique de l'état intermédiaire. Nous complétons donc le système à deux niveaux 2.4 par :

$$\dot{c}_{e^-} = -i \left( \frac{\Omega_{e2}^* \Omega_{f1}}{4\Delta} e^{-i(\delta\omega^- \cdot t + \phi)} c_f + \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} c_{e^-} \right) \quad (2.32)$$

La population  $c_{e^-}$  de l'état  $|e^-\rangle$  est faible devant celle de l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$ , à cause du désaccord  $\delta\omega^-$  qui fait varier la population  $c_{e^-}$  plus vite que  $c_f$ . On néglige donc le second terme de 2.32, et on intègre pour obtenir :

$$c_{e^-} = \frac{\Omega_{e2}^* \Omega_{f1}}{4\Delta \delta\omega^-} e^{-i(\delta\omega^- \cdot t + \phi)} c_f = \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2\delta\omega^-} e^{-i(\delta\omega^- \cdot t + \phi)} c_f \quad (2.33)$$

Pour simplifier le calcul, nous négligeons le déplacement lumineux induit dans les déplacements 2.5 par les faisceaux  $\pm\mathbf{k}_2$ , très désaccordés. On introduit ce nouveau couplage dans l'équation décrivant l'évolution de la population dans l'état  $|f, \mathbf{p}\rangle$  (voir éq. 2.4), qui devient :

$$\begin{aligned} \dot{c}_f &= -i \left( \frac{|\Omega_{f1}|^2}{4\Delta} c_f + \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i(\delta\omega \cdot t + \phi)} c_e \right) - i \left( \frac{|\Omega_{f1}|^2}{4\Delta} + \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\delta\omega} \right) c_f \\ &= -i \left( (\delta\omega_f^{(1)} + \delta\omega_f^{(2)}) c_f + \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i(\delta\omega^- \cdot t + \phi)} c_e \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

où apparaissent les déplacements lumineux respectivement à un et deux photons du niveau fondamental, définis par :

$$\begin{aligned} \delta\omega_f^{(1)} &= 2 \frac{|\Omega_{f1}|^2}{4\Delta} \\ \delta\omega_f^{(2)} &= \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\delta\omega^-} \approx \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{8\omega_{\text{D}}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

L'expression du déplacement à deux photons est donc similaire à celle d'un déplacement à un photon, où la fréquence de Rabi à un photon est remplacée par la fréquence de Rabi effective, et où le désaccord est celui qui existe entre la paire de faisceaux et la transition effective (désaccord Doppler).

De la même manière, la coexistence des deux paires de faisceaux contra-propageants permet un couplage entre les états  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  et  $|f, \mathbf{p} + 2\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ , via l'état virtuel

$|i, \mathbf{p} + \hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_{\text{eff}})\rangle$ . En considérant les impulsions des états initial et final, le désaccord à résonance de cette transition vaut :

$$\begin{aligned}\delta\omega^+ &= \omega_1 - \omega_2 - \left( \omega_e + \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}})^2}{2m\hbar} \right) + \left( \omega_f + \frac{(\mathbf{p} + 2\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}})^2}{2m\hbar} \right) \\ &= \delta\omega_{LS} + 4\omega_{\text{rec}} + 2\omega_{\text{D}}\end{aligned}\quad (2.36)$$

La méthode précédente est appliquée de façon identique au calcul de l'évolution de la population dans l'état  $|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ . Nous obtenons :

$$\begin{aligned}\dot{c}_e &= -i \left( \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} e^{-i(\delta\omega \cdot t + \phi)} c_f + \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} c_e \right) - i \left( \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} + \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\delta\omega^+} \right) c_e \\ &= -i \left( \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i(\delta\omega \cdot t + \phi)} c_f + \left( \delta\omega_e^{(1)} + \delta\omega_e^{(2)} \right) c_e \right)\end{aligned}\quad (2.37)$$

où les déplacements lumineux à un et deux photons du niveau excités s'écrivent :

$$\begin{aligned}\delta\omega_e^{(1)} &= 2 \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} \\ \delta\omega_e^{(2)} &= -\frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\delta\omega^+} \approx -\frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{8\omega_{\text{D}}}\end{aligned}\quad (2.38)$$

On déduit des résultats 2.35 et 2.38 les expressions des déplacements lumineux différentiels à un et deux photons :

$$\begin{cases} \delta\omega_{LS1} &= 2 \frac{|\Omega_{e2}|^2}{4\Delta} \\ \delta\omega_{LS2} &= -\frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v}} \end{cases}\quad (2.39)$$

Ainsi, la présence des deux paires de faisceaux double le déplacement lumineux à un photon, bien que l'une d'elle soit typiquement décalée de quelques centaines de kHz. Nous remarquons d'autre part que le signe du déplacement  $\delta\omega_{LS2}$  change en fonction de l'orientation du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , ce qui n'est pas le cas pour  $\delta\omega_{LS1}$ .



## Chapitre 3

# Montage expérimental

Ce chapitre est consacré à la description du dispositif expérimental. Nous présentons d'abord les sources lasers destinées au refroidissement du  $^{87}\text{Rb}$ , et les techniques d'asservissement qui permettent de les utiliser aussi pour réaliser les séparatrices atomiques. Nous décrivons ensuite brièvement le piégeage du Rubidium et la production du nuage d'atomes froids. Puis nous détaillons les deux méthodes auxquelles nous avons eu recours pour la détection des atomes en sortie de l'interféromètre. Enfin nous abordons le problème de la stabilité de la mesure en présentant les outils et instruments utilisés pour réduire le bruit de vibration et le mesurer.

L'espèce atomique retenue pour cette expérience est l'isotope 87 de l'atome de Rubidium. La structure relativement simple de cet alcalin en fait un candidat idéal pour la production d'une source d'atomes ultra-froids. Le premier condensat de Bose a été obtenu avec cet atome, et de telles sources atomiques sont devenues fréquentes dès lors qu'il s'agit d'explorer les propriétés de cohérence des ondes de matière [45, 46]. Le Rubidium présente de plus la propriété intéressante d'avoir une transition d'excitation électronique à 780 nm, soit la longueur d'onde d'émission des diodes lasers utilisées pour le gravage des disques compacts. D'autres atomes, comme le Césium, proposent des avantages similaires, mais le Rubidium présente une longueur de diffusion plus faible : les collisions sont donc plus faibles et moins critiques dans la mesure.

### 3.1 Sources laser

Nous présentons ici les cavités étendues mises en place pour contrôler la fréquence des diodes lasers, puis les amplificateurs optiques à semi-conducteur qui fournissent les puissances optiques nécessaires au refroidissement et à la réalisation des transitions Raman. Enfin nous rappelons les fréquences optiques utilisées.



### 3.1.1 Diode laser en cavité étendue linéaire

Les diodes lasers SHARP GH0781JA2C ont été choisies pour leur coût réduit (20 euros/unité) et leur excellente fiabilité. Leur longueur d'onde d'émission est comprise entre 780 et 787 nm, et leur puissance maximale atteint 120 mW en continu pour un courant d'alimentation de 170 mA. L'intervalle spectral libre est d'environ 50 GHz (soit en longueur d'onde 0,13 nm). La largeur de la bande de gain de la diode est bien plus grande (quelques nm), donc l'émission de la diode nue est multimode. Le spectre d'émission d'un mode longitudinal a une largeur de l'ordre de 40 MHz [47], très supérieure à la largeur homogène  $\Gamma \simeq 6$  MHz de la transition D2 du  $^{87}\text{Rb}$ , ce qui limite l'efficacité de l'excitation des atomes.

Pour exalter l'émission dans une bande de fréquence plus étroite, la solution conventionnelle consiste à augmenter artificiellement la finesse de la source. Une lame séparatrice de coefficient de réflexion  $R_{ext} = 30\%$  est placée à une distance  $L_{ext} = 7$  cm de la face de sortie de la diode, de longueur optique  $l_{DL} = 3$  mm (encadré fig. 3.1). Le rayonnement est ainsi réinjecté dans la diode. Le coefficient de réflexion  $R_{DL}$  de la face de sortie de la diode est de quelques %, beaucoup plus faible que celui du miroir. Dans ce cas, la finesse de la cavité étendue augmente comme le rapport  $\left(\frac{L_{ext}}{l_{DL}}\right)^2$  [48], et la largeur de raie doit être réduite à environ 70 kHz. Un filtre interférentiel (Research Electro-Optics) est par ailleurs introduit dans la cavité. Sa transmission élevée (90%) sur une largeur spectrale étroite (0,3 nm ou 100 GHz à 780 nm) permet de sélectionner la longueur d'onde d'émission  $\lambda_{laser}$ , ce qui réduit la puissance de sortie du laser à 30 mW. La longueur d'onde transmise par le filtre dépend de l'angle d'incidence du faisceau, ou de façon équivalente de son inclinaison dans la cavité. Le réglage préliminaire de  $\lambda_{laser}$  s'effectue donc en inclinant l'étalon suivant un axe parallèle aux modes TE (la polarisation est parallèle à l'axe de rotation). Enfin, la stabilité de la cavité est assurée par un montage afocal en œil-de-chat : la lame séparatrice est placée aux foyers image et objet de deux lentilles convergentes. Cette combinaison est l'équivalent déplié d'un miroir de sortie sphérique.

La figure 3.1 illustre le bruit de fréquence des battements entre les lasers de refroidissement et de repompeur. Le bruit du battement est de  $2,8 \cdot 10^{-9}$  rad<sup>2</sup>/Hz à 1 MHz. Pour le battement entre le laser repompeur et le laser de détection, nous mesurons  $6 \cdot 10^{-9}$  rad<sup>2</sup> à la même fréquence. Si les bruits de fréquence sont blancs, nous en déduisons une largeur de raie  $\Delta\nu = \pi f^2 S_\Phi(f)$  [41] de 18 kHz pour les lasers de refroidissement et de repompeur, et de 33 kHz pour le laser de détection.

### 3.1.2 Amplificateur optique à semi-conducteur

La puissance nécessaire au refroidissement est de l'ordre d'une centaine de milliwatts pour l'ensemble des faisceaux de refroidissement. La même puissance est

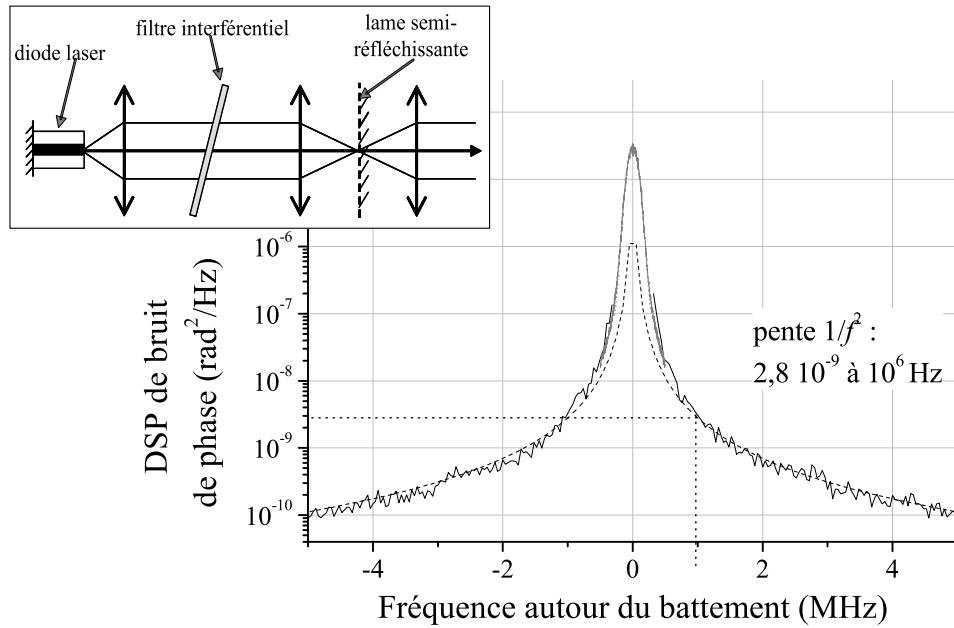


FIG. 3.1 – Densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de phase du battement entre le laser refroidisseur et le laser repompeur. L’ajustement par un bruit blanc de phase en  $1/f^2$  permet d’en déduire une largeur du battement de 9 kHz, et donc une largeur de raie de 18 kHz pour chaque laser. La hauteur à  $1/e^2$  de l’ajustement gaussien est de 148 kHz. Encadré : schéma des cavités étendues utilisées pour les trois lasers.

nécessaire pour produire des impulsions  $\pi$  de  $10 \mu\text{s}$  avec un faisceau dont le diamètre au col  $2w_0$  est assez grand pour limiter les effets de diffraction ( $w_0 = 12 \text{ mm}$ ). La puissance de 30 mW délivrée par une diode est donc insuffisante.

Nous tirons ces puissances de deux amplificateurs optiques à semi-conducteur évasés (MOPA : “Master Oscillator Power Amplifier”). Les diodes lasers destinées au refroidissement et au repompage injectent chacune un MOPA, fournissant respectivement 1 W et 500 mW au début de leur fonctionnement. Une telle puissance n’est pas nécessaire pour le repompage, mais ces faisceaux seront aussi utilisés pendant l’interféromètre comme faisceaux Raman, dont les puissances sont du même ordre. Nous avons relevé à intervalle régulier la puissance délivrée par les amplificateurs que nous utilisons sur le banc optique. Leur évolution est rapportée sur la figure 3.2, où l’on constate que pour un amplificateur endurant, la puissance diminue d’environ 50 mW par an. La durée de vie du MOPA du repompeur peut ainsi atteindre plus de 4 ans. Pour le faisceau de refroidissement, en revanche, quatre amplificateurs ont dû être utilisés depuis 2003. La fortune de ces amplificateurs est donc encore aléatoire. Par mesure de précaution, et pour éviter des fluctuations de températures importantes, le banc optique est abrité sous un coffrage métallique et un couvercle

en plexiglas.

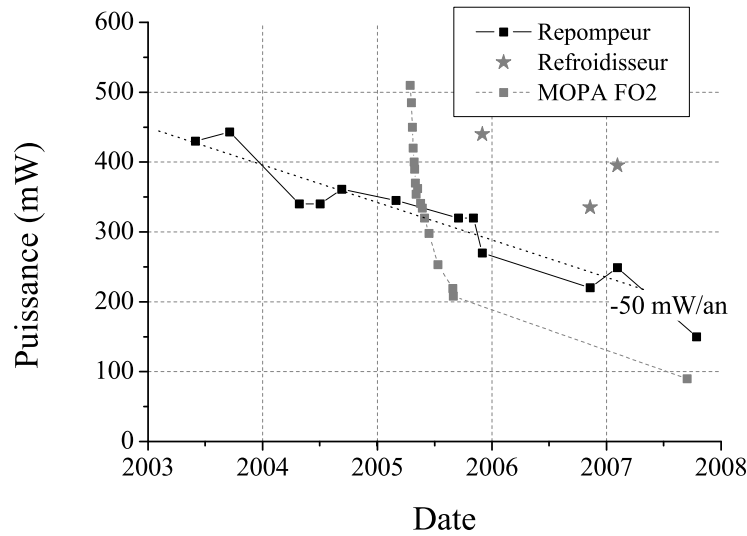


FIG. 3.2 – Evolution de trois amplificateurs optiques utilisés sur l’expérience. Le premier MOPA (carrés noirs), utilisé pour le repompeur, émettait 500 mW en 2003, et 150 mW aujourd’hui. Les autres points (en gris) correspondent à un MOPA utilisé pour le refroidisseur, et à un autre utilisé sur la fontaine atomique FO2.

Comme nous le détaillons dans les chapitres 6, la stabilité de puissance des faisceaux Raman est importante pendant l’interféromètre, et d’une mesure à l’autre. La puissance délivrée par les lasers en cavités étendues permet de saturer le gain des amplificateurs, ce qui réduit l’influence des fluctuations de la puissance injectée. Par ailleurs, une partie de la puissance des faisceaux amplifiés est prélevée par un cube séparateur, et asservie par une contre-réaction sur le courant d’alimentation du MOPA correspondant. Le rôle de cet asservissement est de compenser les désalignements des miroirs qui servent à injecter les MOPAs. Tout désalignement postérieur au cube séparateur se traduit cependant par une fluctuation de la puissance vue par les atomes.

Notons que l’influence des fluctuations de puissance pourrait être réduite si elles étaient communes aux deux faisceaux Raman, c’est-à-dire si les deux faisceaux étaient amplifiés par le même MOPA, en polarisations parallèles. Nous expliquons dans la suite (§ 3.2.3) pourquoi ce montage n’est pas applicable à l’expérience présentée ici.

### 3.2 Production de la source atomique

Le refroidissement des atomes utilisés pour l’interféromètre permet d’améliorer la sensibilité en allongeant le temps d’interaction  $2T$ . Nous décrivons ici rapidement la production de la source d’atomes froids. Les atomes sont d’abord refroidis à quelques

dizaines de  $\mu\text{K}$  dans un piège magnéto-optique. Après une courte phase de mélasse optique, les lasers sont éteints adiabatiquement et la température descend à  $2,5 \mu\text{K}$ .

### 3.2.1 Enceinte à vide

L'enceinte à vide est constituée de deux parties, l'une pour le piège magnéto-optique à deux dimensions, et l'autre pour le piège à trois dimensions. Le piège 3D et l'interféromètre ont lieu dans une enceinte en acier inoxydable qui avait servi au laboratoire comme zone de capture pour la fontaine atomique FO1. Elle avait ensuite été récupérée pour la caractérisation du piège magnétique 2D (fig. 3.3). Son inconvénient majeur est de présenter des champs magnétiques résiduels inhomogènes, essentiellement dus aux soudures des tubes qui la constituent. D'autre part, le nombre d'accès est restreint au strict minimum : 4 axes horizontaux et 2 verticaux sont réservés aux accès optiques (faisceaux de piégeage et de l'interféromètre) ; deux autres axes horizontaux sont disponibles, l'un pour une pompe ionique, et l'autre pour le chargement des atomes depuis un piège magnéto-optique à deux dimensions. Dans la partie basse, deux hublots en vis-à-vis permettent l'excitation et le repompage des atomes (cf §3.3.1), tandis qu'une autre ouverture accueille les photodiodes de détection.

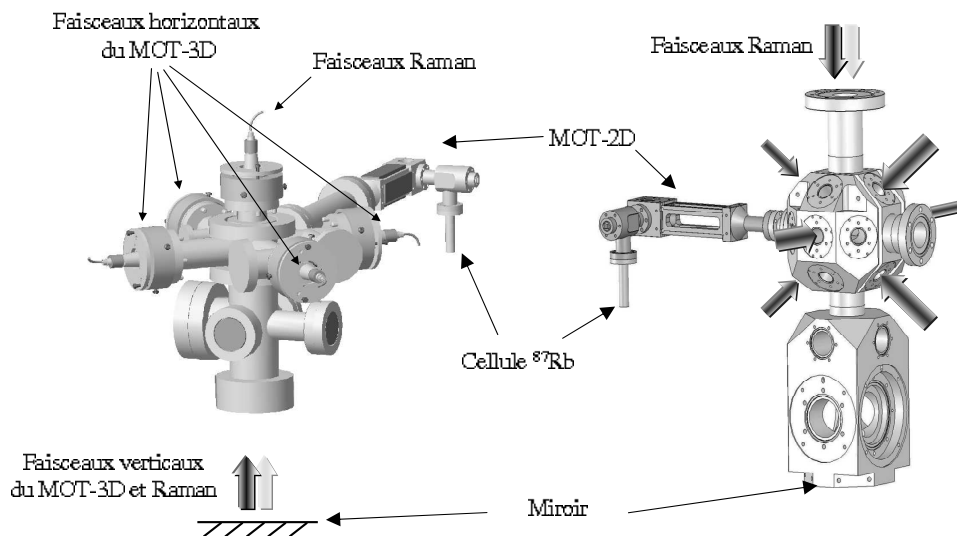


FIG. 3.3 – Dessins de l'enceinte à vide actuelle (gauche) et de la nouvelle (droite). La future enceinte est entièrement réalisée en titane et ne présente plus de champs magnétiques parasites. Elle présente de plus de nombreux accès optiques supplémentaires, qui pourront permettre d'installer une caméra, un faisceau de sélection transverse, et un piège dipolaire.

Cette enceinte a été adoptée comme chambre de travail, en attendant de disposer de l'enceinte définitive. En titane, dépourvue de champs magnétiques parasites, celle-ci est aussi beaucoup plus fournie en accès optiques. Six d'entre eux sont dédiés

aux faisceaux du piège magnéto-optique, orientés selon les vecteurs  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,1)$ , et  $(0,-1,1)$ . Contrairement à l'enceinte actuelle, l'axe vertical est dédié uniquement aux les faisceaux Raman. En plus des autres accès indispensables (pour la pompe ionique et le piège 2D), six accès supplémentaires sont prévus dans le plan horizontal, et quatre autres à  $45^\circ$  des plans verticaux. Ces accès sont destinés par exemple à l'installation d'un piège dipolaire, d'un faisceau de sélection transverse, et d'une caméra CCD pour les mesures d'absorption. Dans la partie basse, où évoluent les atomes pendant l'interféromètre et la détection, quatre trous supplémentaires sont prévus pour installer des pompes Getter. Cette nouvelle enceinte est en phase d'installation.

### 3.2.2 Blindages magnétiques

L'enceinte à vide est exposée à diverses sources de champs magnétiques extérieurs : le champ terrestre, ou ceux induits par le RER B, le gradient de champ magnétique du MOT 2D, ou le chauffage du four. Or, par effet Zeeman, tout champ magnétique décale la fréquence de transition des atomes et est susceptible de créer un biais sur la mesure.

Deux cylindres de blindage magnétique (aluminium mumétal) entourent donc l'enceinte verticale. Les blindages intérieur et extérieur ont un diamètre respectif de 40 et 48 cm, et une hauteur de 47 et 57 cm, alors que la taille de l'interféromètre doit être d'environ 5 cm. L'atténuation totale sur toute la hauteur du premier blindage est d'environ 23 dB.

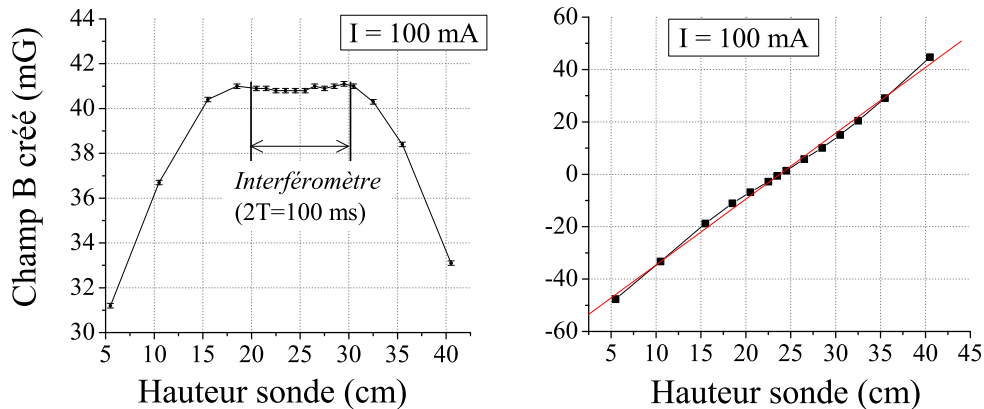


FIG. 3.4 – Biais et gradient de champ magnétique (respectivement à gauche et à droite) pouvant être générés le long de la trajectoire des atomes. Le biais permet de définir l'axe de quantification des atomes ( $B=185$  mG). Le gradient de champ n'a pas été utilisé.

Deux bobines en configuration Helmholtz sont fixées sur les parois du blindage interne. Le champ magnétique homogène vertical qui en résulte sert à lever la dé-

générescence des sous-niveaux magnétiques  $m_F$ , et à définir l'axe de quantification des atomes. Son amplitude est de  $41 \pm 0,3$  mG pour un courant de 100 mA, sur la hauteur de la chute des atomes (fig. 3.4). Une autre paire de bobines est installée à l'intérieur du blindage interne, en configuration anti-Helmoltz, afin de disposer d'un gradient de champ magnétique vertical.

### 3.2.3 Refroidissements magnéto-optique et sub-Doppler

Les atomes se répandent dans l'enceinte du piège 2D à partir d'un réservoir de 1 gramme de rubidium, chauffé à 50°C, ouvert en 2003. Le piège 2D produit un flux intense ( $10^{10}$  atomes/s pour 100 mW) d'atomes lents ( $\sim 20$  m/s) et collimatés (écart-type en vitesse transverse 0,19 m/s) [49]. Ces derniers sont transférés vers l'enceinte verticale à travers un trou de 1,5 mm de diamètre.

L'avantage de ce type de chargement est double. D'une part le temps de chargement du piège à trois dimensions se trouve grandement réduit, et la phase de préparation de la source atomique ne limite pas le taux de répétition des mesures. D'autre part, le trou de séparation entre les deux enceintes filtre le passage des atomes de rubidium de la vapeur et permet de conserver un excellent vide dans l'enceinte verticale. Ceci permet aussi de réduire la pression de vapeur d'atomes résonants avec les lasers. Quant à la pression due aux gaz résiduels, l'utilisation de pompes ioniques dans chaque enceinte permet de la maintenir à quelques  $10^{-8}$  mbar dans l'enceinte du piège 2D, et quelques  $10^{-9}$  mbar dans l'enceinte verticale.

Le piège 3D est formé de 2 bras verticaux et 4 horizontaux. Les bobines anti-Helmoltz sont orientées selon la verticale. Les faisceaux de refroidissement et de repompage sont injectés avec des polarisations linéaires dans deux fibres à maintien de polarisation. L'une est envoyée vers un coupleur  $1 \times 4$  pour alimenter les faisceaux horizontaux, et l'autre est utilisée pour le faisceau vertical. Celui-ci est rétro-réfléchi par un miroir, surmonté d'une lame  $\lambda/4$  pour inverser le sens de la polarisation après la réflexion (fig. 3.5).

A la sortie des cinq fibres du piège, les collimateurs sont identiques. Ils sont composés d'un système de trois lentilles destiné à limiter les aberrations du front d'onde de sortie, puis d'une lame  $\lambda/4$ . Leur focale équivalente est de 133 mm pour produire un faisceau de diamètre  $2w_0 = 24$  mm, diaphragmé à 15 mm. Le réglage des collimateurs est effectué à l'aide d'un analyseur de front d'onde de Shack-Hartmann (HASO 64, Imagine Optic), qui mesure l'image du faisceau sur une matrice CCD à travers une matrice de micro-lentilles. Nous reviendrons sur cette optimisation lors de l'étude du biais induit par les aberrations (p. 134).

Le chargement par les pièges magnéto-optique 2D et 3D permet d'obtenir environ  $10^8$  atomes en 50 ms, à une température typiquement de quelques dizaines de  $\mu\text{K}$ . Après 50 ms, les faisceaux du piège 2D sont coupés, et quelques millisecondes après, le champ magnétique du piège est éteint. Après un laps de temps de 10 ms, pour

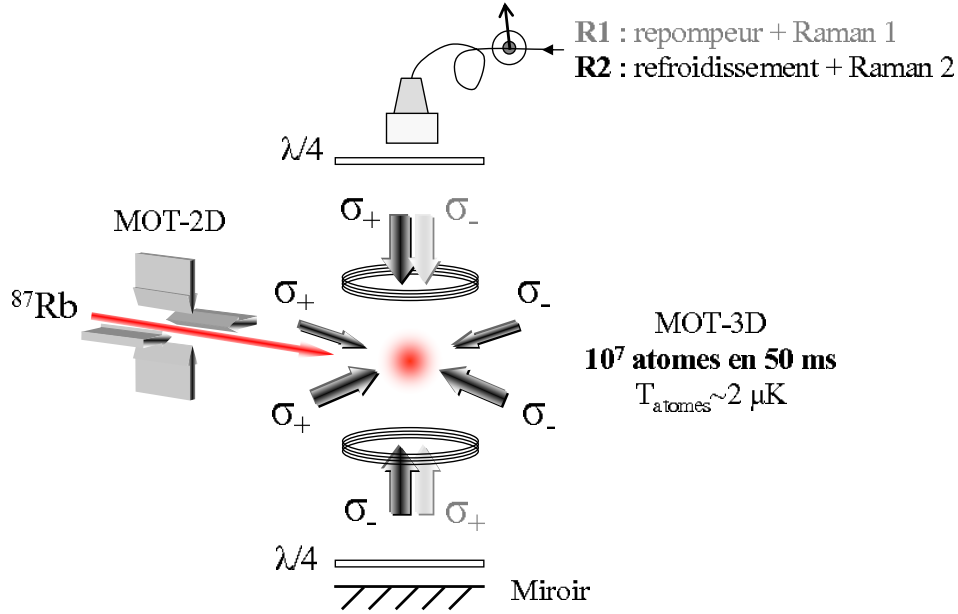


FIG. 3.5 – Schéma du dispositif de préparation du nuage d'atomes froids. Un MOT 2D ralentit les atomes selon deux directions de l'espace et produit un jet collimaté qui vient accélérer le chargement du MOT 3D.

attendre la dissipation des courants de Foucault, le désaccord des lasers dans le rouge de la transition passe de  $-4 \Gamma$  à  $-23 \Gamma$ . Cette mélasse optique refroidit les atomes à une température inférieure à la limite Doppler [34]. Enfin les lasers sont coupés en quelques millisecondes, qui correspondent au temps de fermeture de l'obturateur mécanique. Cette extinction adiabatique permet de réduire encore la température, jusqu'à atteindre  $2,5 \mu\text{K}$ . Le faisceau repompeur est éteint en dernier, afin de porter tous les atomes dans le niveau hyperfin  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ .

### 3.2.3.a Polarisation des faisceaux Raman

Nous désignons par  $R_1$  le faisceau Raman obtenu à partir du laser repompeur, et par  $R_2$  le faisceau Raman issu du laser de refroidissement. Les lames  $\lambda/4$  en sortie des collimateurs permettent d'obtenir les polarisations circulaires nécessaires au piège magnéto-optique. Les polarisations des faisceaux de refroidissement contra-propageants doivent être croisées [50], ce qui implique la présence de la lame  $\lambda/4$  au-dessus du miroir de rétro-réflexion (fig. 3.6). Par ailleurs, nous voulons induire les transitions Raman entre des sous-états de moment magnétique nuls, donc les faisceaux Raman contra-propageants doivent avoir la même polarisation. Or la même paire de faisceaux est utilisée pour le refroidissement et pour les transitions Raman.

De ce fait, si la polarisation du faisceau de refroidissement descendant est  $\sigma_+$ , celle du faisceau repompeur montant doit être aussi  $\sigma_+$ , et donc  $\sigma_-$  pour le repompeur descendant. Les faisceaux de refroidissement et de repompeur doivent donc être guidés jusqu'à l'enceinte avec des polarisations croisées. Ceci explique pourquoi il n'est pas possible d'injecter les deux faisceaux en polarisations parallèles dans le même amplificateur optique.

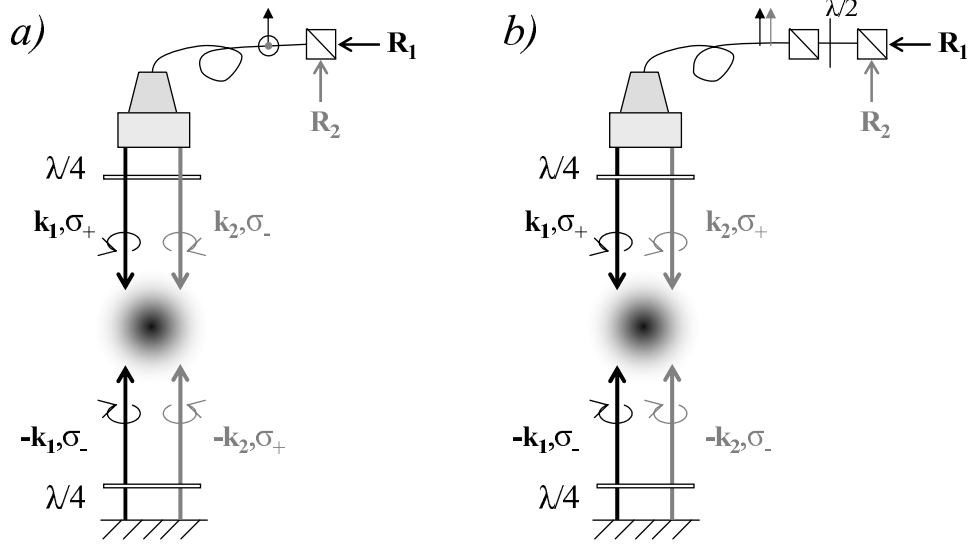


FIG. 3.6 – Polarisation des faisceaux Raman pour diriger des transitions contra ou co-propageantes (respectivement *a*) et *b*)) entre les états de même moment magnétique nul.

Cette contrainte disparaît dans la nouvelle enceinte à vide, puisque les faisceaux Raman (verticaux) sont différents de ceux utilisés pour le piège magnéto-optique. Il sera donc possible d'injecter les lasers Raman avec la même polarisation linéaire dans la fibre. L'importance de cette solution est décrite au paragraphe 6.11.

### 3.2.4 Préparation des atomes

Après le refroidissement, les atomes sont répartis dans les sous-niveaux magnétiques du niveau  $|F = 2\rangle$ . Les sous-niveaux autres que  $|m_F = 0\rangle$  subissent des déplacements de fréquences linéaires avec le champ magnétique environnant (effet Zeeman du premier ordre). Or, dans l'enceinte provisoire, le champ magnétique le long de la chute n'est pas uniforme. On cherche donc à réduire l'influence du champ magnétique résiduel de l'enceinte en sélectionnant les atomes les moins sensibles aux champs magnétiques, c'est-à-dire ceux dont le moment magnétique est nul  $|m_F = 0\rangle$ .

Les bobines Helmholtz verticales sont d'abord alimentées pour lever la dégénérescence des sous-niveaux magnétiques en tirant parti de l'effet Zeeman linéaire (fig. 3.7).



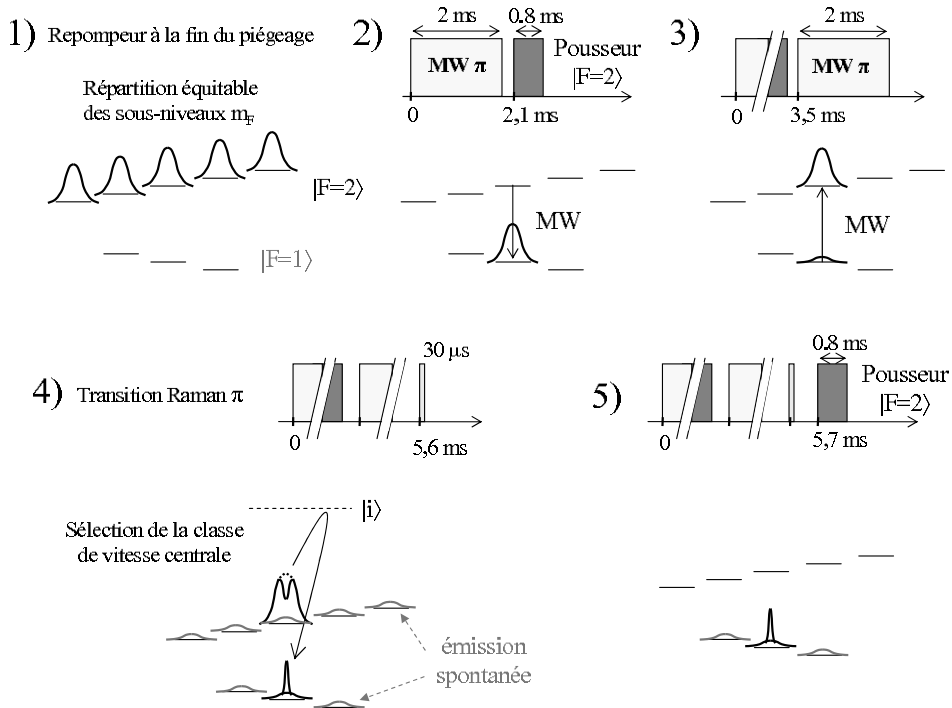


FIG. 3.7 – Principe de la sélection des états atomiques de moment magnétique nul, et d’une distribution en vitesse étroite. L’efficacité finie de la seconde transition micro-onde cause un résidu d’atomes “chauds” dans le niveau  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ . De plus, pendant la transition Raman sélective en vitesse, l’émission spontanée porte un résidu d’atomes des sous-niveaux magnétique non nuls.

Le biais de champ magnétique vertical vaut environ 185 mG (410 mG/A), ce qui correspond à un désaccord de + et -259 kHz respectivement pour les transitions hyperfines  $\pi$   $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$ . Ces désaccords sont très grands devant la largeur naturelle des niveaux métastables, et une impulsion micro-onde permet de transférer tous les atomes peuplant le sous-niveaux  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  vers le sous-niveaux  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ . En terme d’énergie interne, nous avons ainsi isolé la fraction des atomes insensibles au champ magnétique (au premier ordre), et il ne reste plus qu’à évacuer les atomes des autres sous-niveaux de  $|F = 2\rangle$ . Une impulsion accordée sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  est donc déclenchée, avec un faisceau envoyé vers le nuage depuis le bas de l’enceinte.

D’autre part, nous sélectionnons des atomes dont la distribution en vitesse verticale est plus étroite. On améliore ainsi le contraste de l’interféromètre en réduisant l’influence du désaccord Doppler. La sélectivité en vitesse d’une transition Raman stimulée est mise à profit pour cette étape (cf p. 19). Une impulsion micro-onde  $\pi$  retransfère d’abord les atomes de  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ , puis une transition Raman  $\pi$  transfère la classe de vitesse sélectionnée de  $|F = 1, m_F = 0\rangle$

vers  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ . Enfin une dernière impulsion de faisceau pousseur évacue les atomes de la distribution en vitesse initiale, restés dans  $|F = 2\rangle$ . La durée de la transition Raman de sélection est typiquement de  $30 \mu\text{s}$ , ce qui réduit la largeur de la distribution en vitesse à environ  $v_r$ .

Notons que la sélection peut être réalisée, suivant la condition de résonance choisie (cf éq. 2.3), avec  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  vers le haut ou vers le bas, puisque les deux paires de faisceaux coexistent dans l'enceinte.

### 3.2.4.a Résidu de la sélection

La préparation de l'état atomique initial n'est pas idéale. Une fraction des atomes est en effet répartie dans tous les sous-niveaux magnétiques  $m_F$ , avec une distribution en vitesse beaucoup plus large que la celle sélectionnée par la transition Raman. D'une part, il reste dans l'état  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  un résidu d'atomes non transférés par la seconde transition  $\pi$  micro-onde, dont l'efficacité est limitée à 97%. D'autre part, l'émission spontanée pendant la transition Raman induit des désexcitations vers tous les niveaux. Ainsi, pour un désaccord Raman  $\Delta = -1 \text{ GHz}$ , le taux d'atomes résiduels répartis dans les trois sous-niveaux  $|F = 1, m_F\rangle$  est inférieur à 1% des atomes de l'état  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  (avant la transition Raman) [38].

Le nombre d'atomes ne correspondant pas à l'état pur  $|F = 1, m_F = 0, \mathbf{p}\rangle$  est finalement de 4% du nombre d'atomes dans l'état  $|F = 1, m_F = 0, \mathbf{p}\rangle$  après la première impulsion micro-onde. Ce résidu de la sélection atomique n'a pas constitué une limite à notre étude des effets systématiques, aussi n'avons nous pas cherché à la modifier. Le paragraphe 6.4.2 présentera quelques pistes pour améliorer l'efficacité de la sélection.

## 3.3 Mesure des populations atomiques

La mesure du déphasage de l'interféromètre est tirée de la mesure normalisée de la probabilité de transition d'un état d'impulsion  $|\mathbf{p}_0\rangle$  vers l'état d'impulsion  $|\mathbf{p}_0 + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$ . Dans le cas des transitions Raman, les états d'énergie externe sont identifiés par leur niveau d'énergie interne (§2.1.1). Nous devons donc mesurer les populations dans les deux états hyperfins à la fin de l'interféromètre.

### 3.3.1 Détection horizontale

Nous avons d'abord utilisé un protocole de détection par temps de vol très répandu dans les expériences d'horloges atomiques du laboratoire (fig. 3.8). Après l'interféromètre, les atomes en chute libre traversent une première nappe de lumière.

La fluorescence de cette nappe est imagée sur une première photodiode, et permet de mesurer le nombre d'atomes dans  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ . Ces atomes sont poussés et une seconde nappe de faisceau repompeur porte les atomes dans  $|F = 1\rangle$  vers  $|F = 2\rangle$ , avant de reproduire la mesure sur une seconde photodiode avec une troisième nappe de lumière. Les fréquences optiques des deux nappes de détection sont légèrement désaccordées dans le rouge de la transition  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  pour limiter le chauffage des atomes et les maintenir plus longtemps devant les photodiodes.

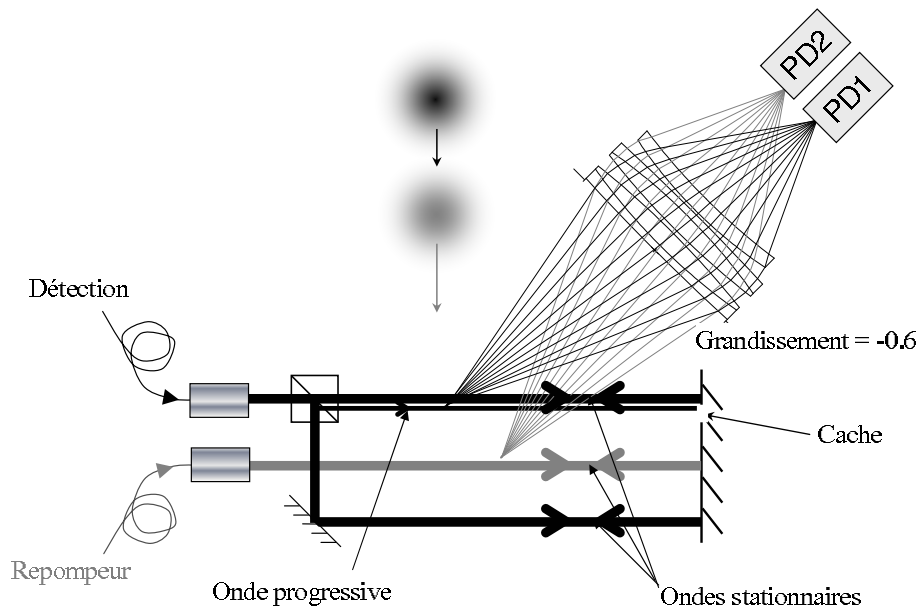


FIG. 3.8 – Schéma de principe de la détection horizontale. Les photodiodes collectent la lumière diffusée par chaque population atomique.

### 3.3.2 Détection verticale

Le second processus de détection vise à s'affranchir de l'inhomogénéité d'intensité transverse des nappes de lumière de la détection horizontale. Cette inhomogénéité affecte l'isotropie de la mesure et introduit un biais correspondant à une accélération de Coriolis (cf p. 142). Cependant, si l'intensité du faisceau de détection est assez grande pour saturer la transition, l'inhomogénéité spatiale du faisceau ne présente plus d'inconvénient. Nous mettons donc à contribution le faisceau de refroidissement vertical : son intensité est de quelques dizaines de milliwatts par centimètre carré, alors que l'intensité de saturation à résonance de l'atome de rubidium vaut  $3,576 \text{ mW/cm}^2$ .

La méthode mise en place pour cette détection est la suivante. Après la dernière impulsion de l'interféromètre, le laser de refroidissement est ramené proche de la

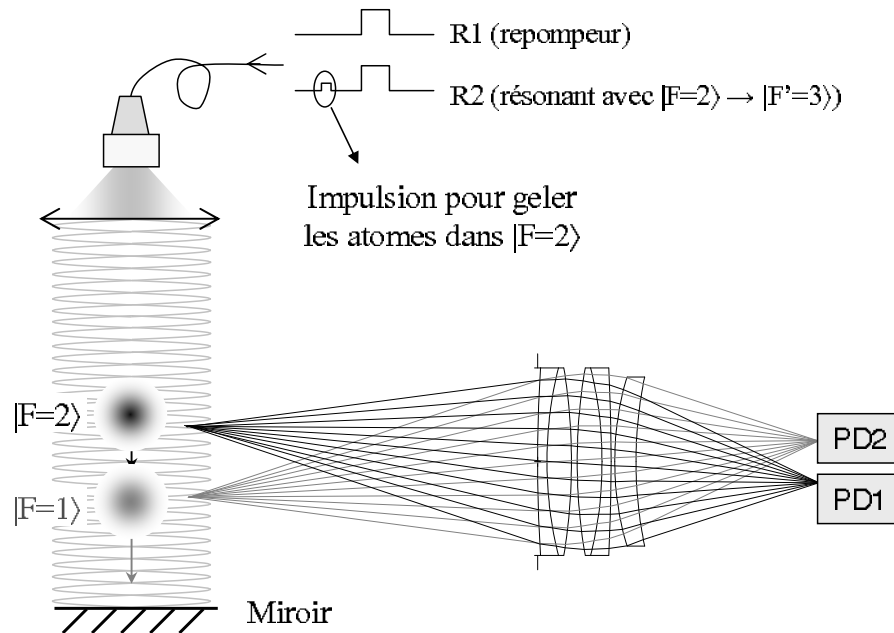


FIG. 3.9 – Schéma de principe de la détection verticale. Les atomes dans  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$  sont arrêtés devant la photodiode PD1 par une brève impulsion résonante, tandis que les atomes dans  $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$  poursuivent leur chute. Une fois devant la deuxième photodiode, une impulsion intense des lasers de repompeur et de détection permet une excitation très efficace des deux populations.

résonance  $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ , pour en faire un laser de détection. Une première impulsion de cette onde verticale stationnaire est déclenchée pendant  $100 \mu\text{s}$  pour ralentir les atomes de l'état  $|F = 2\rangle$  devant la première zone de détection (fig. 3.9). Les atomes dans l'état  $|F = 1\rangle$  ne sont pas arrêtés dans leur chute par la première impulsion et arrivent devant la seconde zone de détection après une dizaine de millisecondes. Cette fois les lasers de détection et de repompage sont allumés en même temps pendant 10 ms, pour exciter les deux populations devant leur photodiode respective. Malgré le désaccord dans le rouge du faisceau, cette impulsion intense chauffe les atomes et les disperse. Enfin une troisième impulsion des deux lasers permet de déterminer l'intensité de fond vue par chaque photodiode en l'absence d'atomes.

On peut déjà concevoir que, la puissance du laser de détection étant plus grande avec cette méthode, l'efficacité des processus d'excitation et de fluorescence est meilleure. Nous détaillons dans le chapitre 5 la comparaison des bruits de détection des deux méthodes.

### 3.4 Banc optique compact et asservissements agiles en fréquence

Nous présentons les lasers utilisés à la fois pour la préparation de la source atomique et pour la réalisation des transitions Raman. Notre étude des contributions de ces divers éléments au bruit de phase de l'interféromètre est rapportée dans le chapitre 5. Le travail présenté ici a fait l'objet de la thèse précédente [38].

#### 3.4.1 Sources laser nécessaires à la réalisation du gravimètre

La séquence complète de la mesure comprend trois phases, pour lesquelles 5 fréquences optiques différentes sont nécessaires (fig. 3.10) : deux pour le refroidissement et le repompage, deux pour les transitions Raman pendant l'interféromètre, et un laser pour détecter ou pousser les atomes. Une particularité importante de cette expérience tient au fait que la même paire de sources est utilisée successivement pour la préparation de la source atomique et pour la séparation des paquets d'onde.

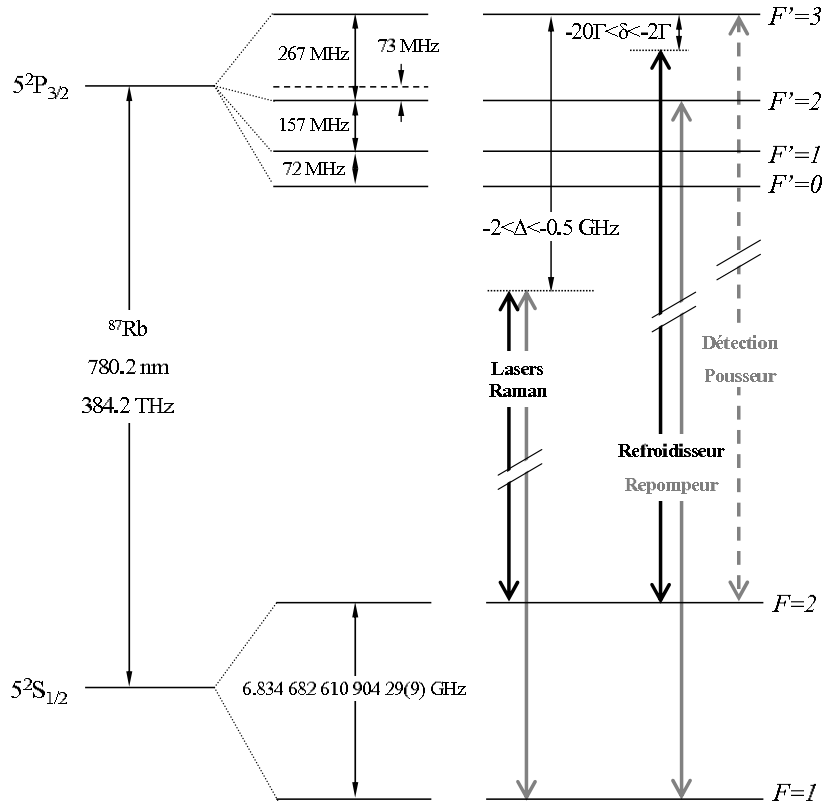


FIG. 3.10 – Diagramme énergétique de la raie D2 du  $^{87}\text{Rb}$ , et transitions optiques utilisées dans l'expérience du gravimètre. (Données tirées de [51])

Le laser  $L_{\text{ref}}$  dédié à la détection des atomes joue le rôle de référence optique. Sa fréquence est asservie sur la transition  $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$ , grâce à un

dispositif d'absorption saturée [52]. Le laser repompeur  $R1$  est d'abord accordé sur la transition  $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ , puis est désaccordé d'environ 1 GHz pendant l'interféromètre, ce qui fait varier de 6,57 à 5,5 GHz la différence de fréquence  $\Delta\nu_1$  entre les lasers  $L_{\text{ref}}$  et  $R1$ . L'agilité de l'asservissement du laser  $R1$  est obtenue en comparant  $\Delta\nu_1$  à la fréquence d'un oscillateur micro-onde largement accordable. Enfin la fréquence du laser de refroidissement  $R2$  est comparée à celle de  $R1$ . Leur différence de fréquence  $\Delta\nu_2$  passe d'environ 6,6 GHz pendant le refroidissement à  $\omega_{\text{HFS}} = 6,834682610$  GHz au début de l'interféromètre. Pendant ces deux étapes,  $\Delta\nu_2$  est asservie successivement sur deux oscillateurs micro-onde, le deuxième présentant un bruit de phase très faible. Nous détaillons dans les paragraphes suivant les fréquences exactes parcourues par  $\Delta\nu_1$  et  $\Delta\nu_2$  au cours d'une séquence complète de mesure.

Pour les trois lasers, les fréquences d'émission sont contrôlées en agissant sur les tensions  $V_i$ , appliquées aux bornes des céramiques piezo-électriques sur lesquelles sont montés les coupleurs de sortie, pour les fluctuations lentes, et sur les courants d'alimentation  $I_i$  des diodes pour les fluctuations rapides.

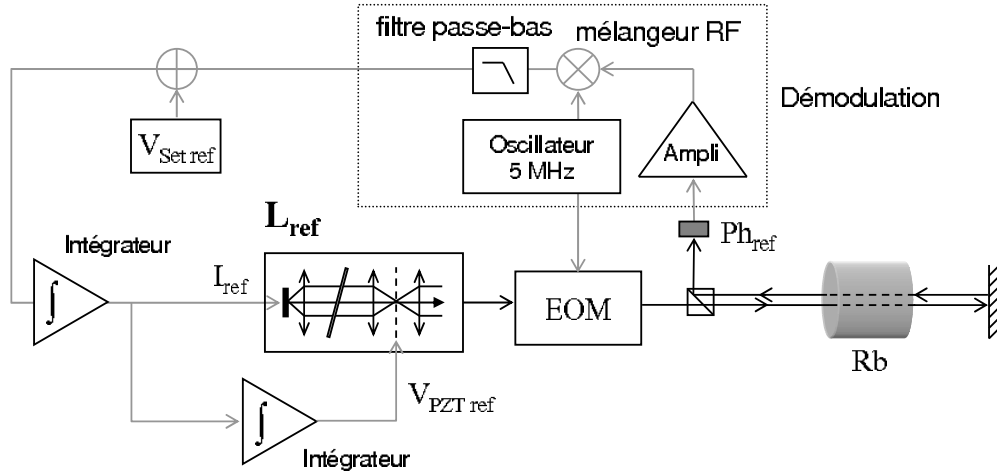


FIG. 3.11 – Montage d'absorption saturée utilisé pour verrouiller la fréquence du laser de détection  $L_{\text{ref}}$ .

### 3.4.2 Référence optique

Le montage de l'absorption saturée, utilisé pour l'asservissement, est décrit sur la figure 3.11. Une fraction de la lumière émise par le laser  $L_{\text{ref}}$  est injectée dans un modulateur électro-optique (EOM) de fréquence  $\omega_{\text{EOM}} = 2\pi \times 5$  MHz. La phase du champ transmis par le modulateur s'écrit

$$\varphi(t) = \omega_1 t + \alpha V_{\text{EOM}} \cdot \sin \omega_{\text{EOM}} t \approx (\omega_1 + \alpha V_{\text{EOM}} \omega_{\text{EOM}}) t$$

Ainsi, on module légèrement la fréquence optique du faisceau injecté dans l'EOM. Cette modulation est détectée grâce au montage d'absorption saturée, et un signal d'erreur est tiré de la détection synchrone de cette modulation. Une tension constante, commandée par l'ordinateur, peut être ajoutée au signal d'erreur. Cette dernière fonction n'est utilisée que pour la détection horizontale, où elle permet de ralentir les atomes en désaccordant la fréquence de détection dans le rouge.

### 3.4.3 Asservissement en fréquence du laser repompeur

Le battement de fréquence entre le laser de référence  $L_{\text{ref}}$  et le laser repompeur/Raman  $R1$  est détecté sur un photoconducteur  $\text{Ph}_1$  (fig. 3.12), et le signal hyperfréquence obtenu est mélangé avec celui d'un oscillateur accordable (YIG : Yttrium Iron Garnet). La fréquence intermédiaire  $f_{\text{FI}}$  qui résulte de ce battement est divisée par 256, puis cette fréquence est convertie en tension ( $K_d = 88 \text{ kHz/V}$ ). Enfin, le signal d'erreur est tiré de la comparaison entre la tension  $U_1$  et une tension de consigne  $V_{\text{Set}1}$ , délivrée par une carte analogique (National Instruments PCI), elle-même commandée par l'ordinateur. Le laser est résonant avec la transition de repompage pour  $f_{\text{YIG}} \approx 6,7 \text{ GHz}$ , soit  $f_{\text{FI}} \approx 135 \text{ MHz}$ . La tension de consigne  $V_{\text{Set}1}$  satisfaisant la résonance optique vaut  $5,97 \text{ V}$ .

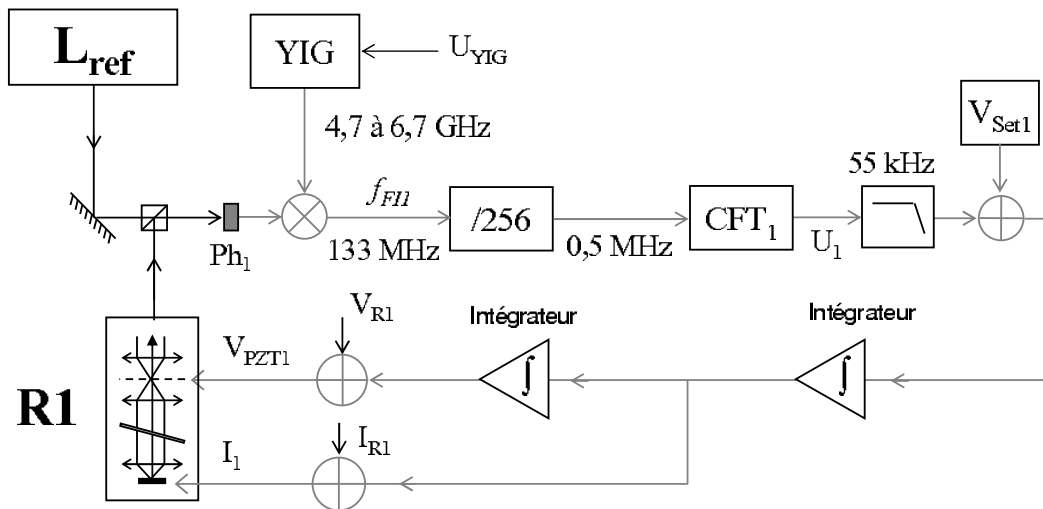


FIG. 3.12 – Schéma de la boucle de verrouillage de fréquence du laser repompeur et Raman  $R1$ . La fréquence du laser  $R1$  est comparée à celle du laser de référence  $L_{\text{ref}}$  grâce à un oscillateur micro-onde accordable. La fréquence de  $R1$  peut ainsi être désaccordée de quelques GHz en quelques millisecondes. CFT : convertisseur fréquence-tension.

La bande passante du convertisseur numérique de fréquence en tension est de  $1 \text{ MHz}$ , ce qui correspond à une bande passante pour la fréquence optique de  $256 \text{ MHz}$ . Le désaccord nécessaire à l'interféromètre est donc obtenu en modifiant directement la fréquence du cristal accordable, grâce à une tension analogique  $V_{\text{YIG}}$  commandée par le programme. L'amplitude du désaccord peut ainsi atteindre  $4 \text{ GHz}$  en quelques

millisecondes. De plus, pour éviter les sauts de mode susceptibles de rompre le verrouillage en fréquence pendant le désaccord, la tension  $V_{R1}$  aux bornes de la céramique PZT et le courant d'alimentation  $I_{R1}$  de la diode sont aussi définis dans le programme pour les différentes étapes de la séquence.

### 3.4.4 Asservissement en fréquence du laser de refroidissement

Le schéma du verrouillage en fréquence du laser refroidisseur/Raman  $R2$  est très similaire à celui décrit au paragraphe précédent. Le signal hyperfréquence auquel est comparé le battement entre les lasers  $R1$  et  $R2$  est ici délivré par un oscillateur micro-onde, dans lequel une référence à 100 MHz est multipliée jusqu'à 7 GHz. La fréquence intermédiaire  $f_{FI2}$  varie de 400 MHz pendant le refroidissement ( $\Delta\nu_2 \approx 6,6$  GHz) à 165,317389 MHz au début de l'interféromètre ( $\Delta\nu_2 = \omega_{HFS}$ ). La fréquence  $f_{FI2}$  est ensuite divisée par 512 avant d'être convertie en tension et comparée à la tension de consigne commandée par l'ordinateur [38].

### 3.4.5 Verrouillage en phase des lasers

Quelques millisecondes avant la première impulsion Raman, une impulsion logique ouvre la boucle d'asservissement en fréquence du laser  $R2$  sur  $R1$ , et ferme celle du verrouillage en phase (PLL pour Phase-Locked Loop) (fig. 3.13).

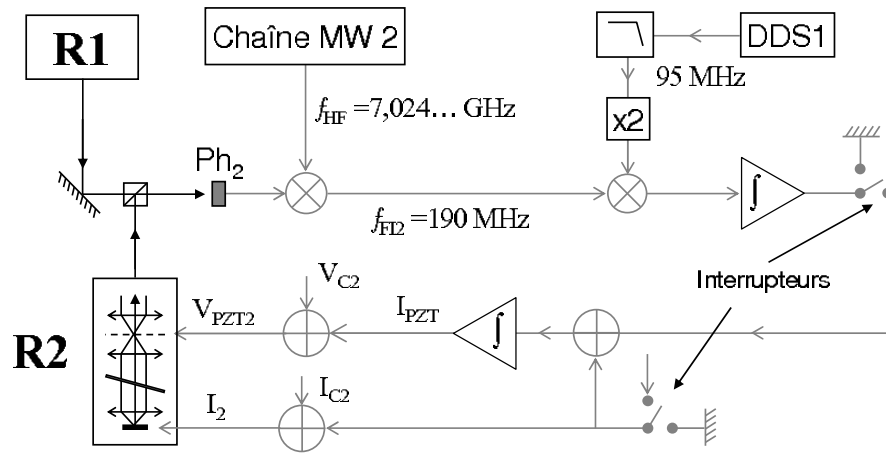


FIG. 3.13 – Schéma de la boucle d'asservissement de phase des lasers Raman  $R1$  et  $R2$ .

Le battement de fréquence entre les lasers est collecté, après les amplifications de puissance, par le photoconducteur  $Ph_2$ , puis il est mélangé avec le signal de fréquence  $f_{HF}$  délivré par un second oscillateur micro-onde. Le signal intermédiaire, de fréquence  $f_{FI2}$ , est comparé à celui d'un synthétiseur digital direct (DDS1) doublé en fréquence, et le signal d'erreur de la boucle de verrouillage est enfin obtenu grâce



à un détecteur phase-fréquence. L'asservissement compte ensuite une boucle rapide, appliquée sur le courant d'alimentation de la diode, et une boucle lente, appliquée sur la longueur de la cavité via le cylindre piezo-électrique. La bande passante de cet asservissement est de 4 MHz environ.

Le signal de l'oscillateur micro-onde provient lui-même du verrouillage en phase d'un oscillateur à résonateur diélectrique (DRO) sur une référence à  $f_0 = 7$  GHz, issue de la multiplication non-linéaire d'une source radio-fréquence de faible bruit de Spectra-Dynamics (fig. 3.14). Le battement entre ces deux signaux est comparé à un deuxième synthétiseur numérique (DDS2), et la fréquence du signal délivré par l'oscillateur vaut  $f_{HF} = f_0 + f_{DDS2}$ . Finalement l'asservissement des lasers fixe leur différence de fréquence à :  $\Delta\nu_2|_{PLL} = f_0 + f_{DDS2} - 2f_{DDS1}$ .

Le fonctionnement optimal du détecteur de phase, compromis entre le niveau de bruit et la dynamique de l'asservissement, est obtenu pour des fréquences d'entrées proches de 200 MHz. La DDS1 doublée délivre donc un signal de  $2f_{DDS1} = 190$  MHz au début de l'interféromètre. La fréquence du signal intermédiaire doit être identique, ce qui impose pour la fréquence de l'oscillateur micro-onde :  $f_{HF} = \omega_{HFS}/2\pi + 190.10^6 = 7,02468261$  GHz (fig. 3.14).

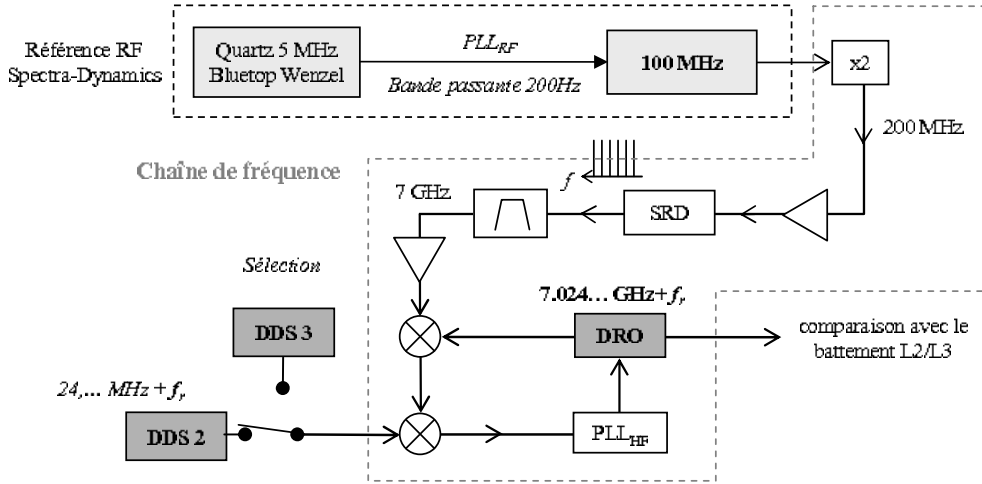


FIG. 3.14 – Schéma du deuxième oscillateur micro-onde, utilisé pour le verrouillage en phase de  $R1$  et  $R2$ .

Pendant le laps de temps  $\Delta t$  qui s'écoule entre l'extinction des lasers et la première impulsion Raman, la vitesse des atomes augmente. Le décalage Doppler qui en résulte est compensé pour maintenir les lasers à résonance. Le saut en fréquence est réalisé par la DDS2. Pour la première transition Raman, la condition de résonance sur le battement des lasers s'écrit :

$$2\pi(f_0 + f_{DDS2}(\Delta t) - 2f_{DDS1}) = \omega_{HFS} \pm \omega_r + \mathbf{k}_{eff} \mathbf{g} \times \Delta t.$$

La fréquence de la DDS2 est calculée en fonction du délai  $\Delta t$ , et en fonction du sens de la transition (signe + pour une absorption depuis  $|F = 1\rangle$  et - pour une émission depuis  $|F = 2\rangle$ ).

Il faut de plus compenser le désaccord Doppler au cours de l'interféromètre, d'une impulsion à l'autre. Le balayage linéaire  $\alpha$  (cf éq. 2.27) de la différence de fréquence  $\Delta\nu_2^{\text{PLL}}$  est effectué par la DDS1, d'où :

$$2\pi(f_0 + f_{\text{DDS2}} - f_{\text{DDS1}}(t)) = 2\pi \times 190 \text{ } 10^6 - \frac{1}{2}\mathbf{k}_{\text{eff}} \mathbf{g} \times t.$$

La rampe de fréquence est appliqué au laser *R2*. Ce balayage est divisé en incréments de fréquence dont la durée est généralement fixée à 10  $\mu\text{s}$ .

Enfin, lorsqu'une transition Raman est utilisée pour la sélection en vitesse, le signal de la DDS2 est remplacé par celui d'un troisième synthétiseur numérique (DDS<sub>3</sub>). L'intérêt de cette DDS supplémentaire est de déterminer avec la même précision la fréquence de l'impulsion de sélection et celle de la première impulsion Raman, qui peuvent être très éloignées.

## 3.5 Isolation et mesure des vibrations

Nous montrons dans le chapitre 5 que la principale source de bruit de l'interféromètre est due aux vibrations acoustiques et mécaniques. Ce paragraphe présente les moyens d'isolation et de correction qui permettent de réduire l'influence de ce bruit.

### 3.5.1 Sismomètre

Les mesures de vibrations ont été effectuées avec un sismomètre de haute sensibilité et faible bruit (Guralp CMG-40T). Le même instrument est utilisé dans l'expérience de gyromètre du laboratoire. Le signal de tension mesuré correspond à la vitesse de déplacement d'une masse dans un solénoïde, avec une sensibilité verticale d'environ 400 V/m/s.

La réponse du sismomètre n'est pas uniforme sur la gamme de fréquence de 1 à 100 Hz. Un filtre analogique passe-bas d'ordre élevé sert en effet à supprimer les résonances mécaniques sur le signal de sortie, qui se trouve déphasé de  $-\pi/2$  dès 50 Hz. La bande passante à 3 dB annoncée par le constructeur est comprise entre 0,03 et 50 Hz. Le sismomètre n'est plus sensible au-delà de 100 Hz. Nous avons nous même mesuré la fonction de transfert de l'instrument, et les résultats correspondent parfaitement aux données fournies (fig. 3.15).

Il faut donc, pour obtenir les véritables spectres de vibration, prendre garde à redresser les spectres mesurés de l'atténuation de cette fonction de transfert.

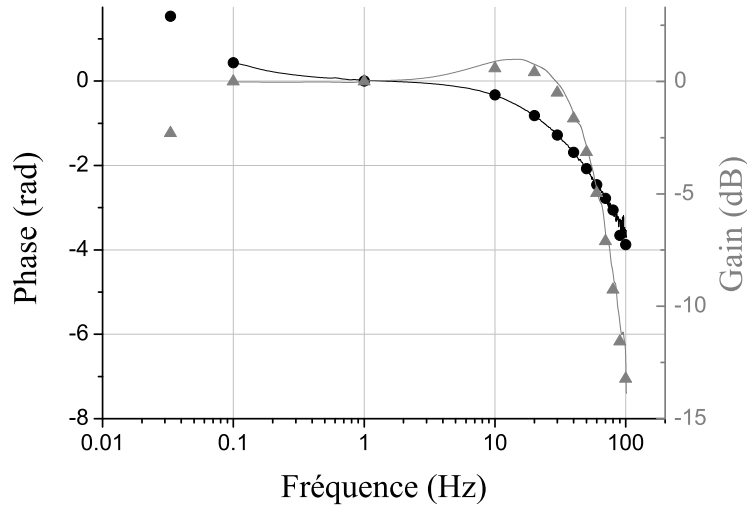


FIG. 3.15 – Fonction de transfert en phase (noir) et en gain (gris) du sismomètre. Les courbes en trait plein représentent les mesures effectuées avec un analyseur FFT (pourvu d'une source interne), et les points correspondent aux spécifications données par le constructeur.

### 3.5.2 Isolation passive

L'enceinte à vide et le miroir de rétro-réflexion sont posés sur une plate-forme d'isolation passive (MinusK Tech), qui amortit une grande partie des vibrations du sol. La plate-forme passive a été comparée à une plate-forme d'isolation active avant d'installer l'expérience dessus. La figure 3.16 (gauche) présente ainsi les spectres de bruit de vibration mesurés sur le sol et sur les deux plate-formes nues, seulement lestées de briques de plomb. D'autres configurations ont été éprouvées, en superposant la plate-forme active sur la plate-forme passive, de façon à tirer parti de leurs performances respectives, ou en augmentant la masse lestant la plate-forme (fig. 3.16 droite) : l'isolation n'est jamais meilleure que celle obtenue avec la plate-forme passive entre 0,1 et 20 Hz, et elle est similaire entre 20 et 100 Hz.

Nous montrons plus loin que la sensibilité de la mesure serait de  $2 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$  avec la plate-forme passive, et de  $8 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$  pour la plate-forme active, alors que la limite serait d'environ  $10^{-6} g/\sqrt{\text{Hz}}$  sans isolation des vibrations du sol. C'est essentiellement ce critère qui a guidé le choix de la plate-forme passive.

L'isolation de la plate-forme passive est due à la combinaison d'un gros ressort vertical de raideur positive, et d'un système de deux ressorts horizontaux compressibles. La raideur équivalente verticale de ces ressorts est négative, ce qui permet de réduire la raideur du système combiné. Il est de plus possible d'ajuster la position de la plate-forme entre deux positions haute et basse. En augmentant la raideur du ressort, on améliore l'amortissement des basses fréquences, mais on réduit aussi la stabilité de la plate-forme entre ses deux positions extrémales.

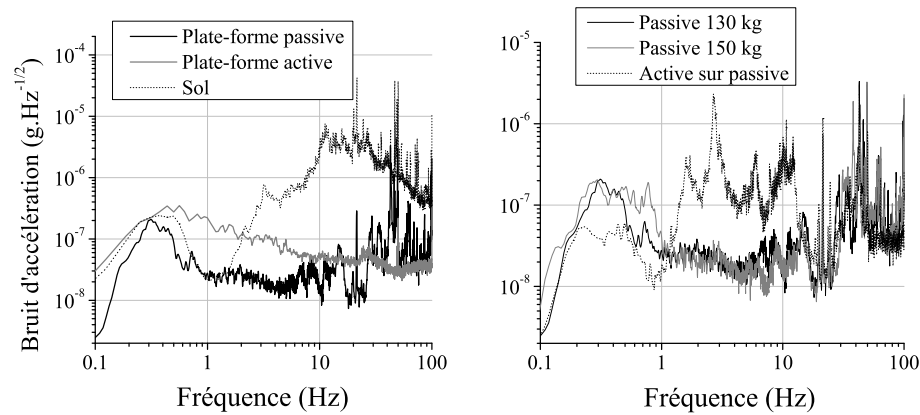


FIG. 3.16 – Gauche : Densité spectrale du bruit de vibrations, avec le sismomètre sur les plate-formes active ou passive nues, et directement posé sur le sol (tirets). Droite : mesure du sismomètre quand la plate-forme active posée sur la passive, et quand la plate-forme passive est lestée par 130 kg ou 150 kg de plomb.

La protection acoustique de l'enceinte à vide et de la plaque sur laquelle est posée le miroir est assurée par un coffrage en bois tapissé de mousse isolante. La boîte a été réalisée rapidement, et souffre d'un manque de rigidité des parois, et de défauts dans l'isolation acoustique. Nous montrons plus loin que les vibrations horizontales ont un rôle non négligeable dans la limite actuelle de la sensibilité. Bien que ces vibrations soient principalement dues à un mode propre de la plate-forme, un nouveau coffrage pourrait permettre d'atténuer la contribution de la ventilation. Depuis cette première réalisation, d'autres boîtes ont été réalisées et étudiées pour protéger des cavités ultra-stables, et nous profiterons de cette expertise récente.

### 3.6 Conclusion

Les principales composantes du dispositif expérimental ont été décrites pour appréhender l'ensemble des paramètres susceptibles d'agir sur la mesure. La majeure partie de ces paramètres (consignes analogiques, déclenchements, délais ...) sont commandés depuis l'ordinateur, grâce à un programme écrit en langage CVI. La souplesse de cette programmation et des cartes de commande permet de réaliser automatiquement des mesures différentielles. Ceci permet notamment de mesurer l'influence d'un paramètre dans un environnement commun aux configurations à comparer.

Ce chapitre montre aussi la relative simplicité de cette expérience d'atomes froids, et sa grande souplesse d'utilisation. La diversité des mesures présentées au chapitre suivant en est l'illustration.



# Chapitre 4

## Résumé des résultats

Ce chapitre rassemble les résultats principaux de ma thèse. Nous y présentons d'abord des oscillations de Rabi, rappelant le caractère cohérent des transitions Raman. Nous étudions ensuite les franges d'interférences, avec des transitions contra- ou co-propageantes, ce qui modifie la sensibilité de l'interféromètre aux différentes sources de bruits. Nous montrons comment la souplesse du dispositif permet par exemple de convertir notre gravimètre en horloge atomique. Nous présentons d'autre part dans ce chapitre les différentes étapes qui ont permis de réduire la sensibilité de l'interféromètre de  $10^{-6}$  à  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , entre juillet 2005 et juillet 2007. Puis nous abordons le problème des effets systématiques : deux comparaisons avec des gravimètres absolus commerciaux nous ont permis d'éprouver le bilan d'exactitude préliminaire qui sera détaillé dans le chapitre 6. Enfin dans le même paragraphe, nous présentons quelques mesures de variations remarquables de  $g$ .

### 4.1 Oscillations de Rabi : mesure et calcul

Nous avons rappelé dans le chapitre 2 que les transitions Raman peuvent être traitées de façon équivalente par un processus de couplage entre deux niveaux d'énergie. L'échange d'énergie entre les deux états varie alors périodiquement avec la durée de la transition. La souplesse de notre dispositif expérimental permet de mesurer ces oscillations de Rabi aussi bien avec des faisceaux contra-propageants que des faisceaux co-propageants. Pour se placer dans cette dernière configuration, il suffit d'adapter la différence de fréquence des lasers, et d'injecter les faisceaux de  $R1$  et  $R2$  dans la fibre Raman avec la même polarisation linéaire. Ces transitions co-propageantes ne sont pas sélectives en vitesse, ce qui permet de s'affranchir du bruit de vibration.

#### 4.1.1 Transitions Raman contra-propageantes

Une fois que les lasers  $R1$  et  $R2$  sont verrouillés en phase, nous pouvons appliquer sur les atomes une transition Raman stimulée. Nous mesurons ainsi la probabilité

de transition entre deux états internes en fonction de la durée  $\tau$  de l'impulsion. La figure 4.1 montre cependant que l'amplitude des oscillations s'atténue à mesure que la durée des impulsions augmente.

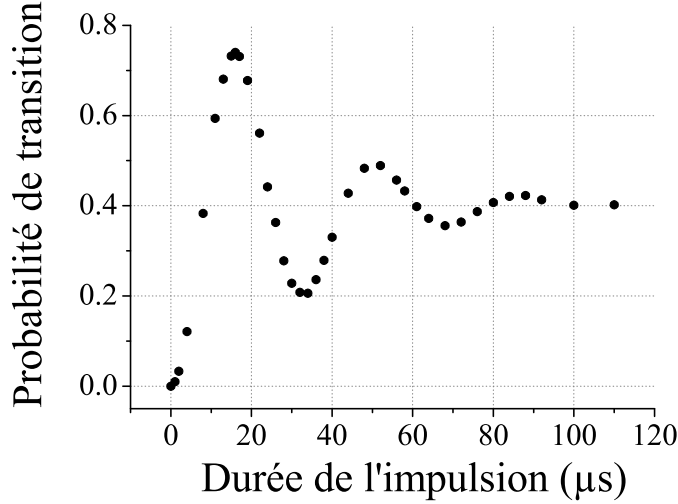


FIG. 4.1 – Oscillations de Rabi avec une paire de faisceaux contra-propageants, réalisées sur le nuage d'atomes après la sélection en vitesse. Le désaccord  $\Delta$  par rapport à la transition optique est de 1 GHz, et la durée d'une transition  $\pi$  est de  $16 \mu\text{s}$ .

Cette atténuation est due à la largeur de la distribution en vitesse des atomes et à l'inhomogénéité spatiale de la puissance des lasers. La condition de résonance d'une transition Raman n'est vérifiée que pour une seule vitesse verticale, et une classe de vitesse différente voit sa fréquence de Rabi effective augmenter et sa probabilité de transition maximale diminuer. La fréquence des lasers est donc généralement réglée pour sélectionner le centre de la distribution en vitesse du nuage en chute libre. D'autre part, l'amplitude du champ électrique vue par un atome sur le bord du faisceau gaussien est plus faible que celle vue par un atome au centre. Cet effet réduit au contraire la fréquence de Rabi effective. Lors de l'assemblage du collimateur en sortie de fibre, nous nous sommes efforcés d'obtenir le rayon de courbure le plus grand possible, afin de pouvoir traiter les faisceaux Raman comme des ondes planes tout au long de la chute. Cependant, nous n'avons pas optimisé le centrage du faisceau par rapport au diaphragme du collimateur. Il existe un décalage de l'ordre de 3 mm entre la position du nuage atomique et le centre du faisceau [38], i.e. le maximum de la fréquence de Rabi. La probabilité de transition pour un atome de vitesse  $\mathbf{v}$ , situé à la position  $\mathbf{r}$  par rapport au centre du piège s'écrit donc :

$$P(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \tau) = \frac{\Omega_{\text{eff}}^2(\mathbf{v}, \mathbf{r})}{\Omega_R^2(\mathbf{v}, \mathbf{r})} \sin^2 \left( \Omega_R(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \frac{\tau}{2} \right) \quad (4.1)$$

où

$$\Omega_{\text{eff}}(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = \Omega_0 e^{-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2}{w_0^2}} \quad \text{et} \quad \Omega_R^2(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = \Omega_{\text{eff}}^2(\mathbf{v}, \mathbf{r}) + (\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{g}t_0))^2 \quad (4.2)$$

Les autres effets susceptibles d'affecter la cohérence de l'état quantique ont été traités de manière plus complète dans [38]. En calculant l'effet de l'émission spontanée lors de la phase de préparation des atomes, et lors de la transition elle-même, on peut ajuster correctement les deux premières périodes des oscillations. Nous n'avons pas consacré plus de temps à ce calcul car l'influence de l'émission spontanée est négligeable pour des transitions d'une durée de quelques microsecondes (dégradation d'environ 1% du contraste).

### 4.1.2 Transitions copropageantes

Pour une paire de faisceaux co-propageants, le module de la différence des impulsions est très faible :  $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| = k_1 - k_2 = \omega_{\text{HFS}}/2c = 7,2 \text{ m}^{-1}$ . La vitesse lors de la transition étant typiquement de l'ordre de 20 cm/s, le désaccord Doppler ne vaut alors que quelques Hertz, et devient négligeable par rapport aux fréquences caractéristiques pour la condition de résonance d'une transition Raman stimulée. Pour obtenir une transition co-propageante, il suffit donc d'ajuster la différence de fréquence entre les lasers au voisinage de celle de la transition hyperfine (en tenant compte d'un éventuel déplacement lumineux). Nous voulons par ailleurs effectuer les transitions entre des états de moment magnétique nul, donc les polarisations des faisceaux co-propageants doivent être circulaires identiques. Sur le banc optique, les polarisations sont linéaires orthogonales, après la superposition des faisceaux sur le cube. Elles sont rendues parallèles en projetant les deux faisceaux sur un cube séparateur de polarisation, incliné à 45° de leurs axes propres. Chaque faisceau perd ainsi la moitié de sa puissance à la traversée du cube, ce qui devrait augmenter d'un facteur 2 la durée d'une transition Raman  $\pi$ , qui est de 16  $\mu\text{s}$  pour une transition contra-propageante. La mesure rapportée sur la figure 4.2 montre pourtant que la durée d'une transition  $\pi$  est de 17  $\mu\text{s}$ , au lieu des 32  $\mu\text{s}$  auxquels on s'attend d'abord.

La comparaison des oscillations obtenues par des transitions contra- ou copropageantes montre que le contraste diminue moins vite pour ces dernières. Dans cette configuration, en effet, les transitions ne sont plus sélectives en vitesse et la probabilité de transition est vérifiée par tous les atomes de la distribution en vitesse du nuage. La diminution du contraste est alors sans doute due à l'expansion du nuage atomique, ou sa vitesse initiale transverse, car dans les deux cas le profil gaussien des faisceaux Raman est à l'origine d'une diminution de la fréquence de Rabi effective au cours du temps.

Nous avons par ailleurs mesuré la probabilité de transition après une impulsion



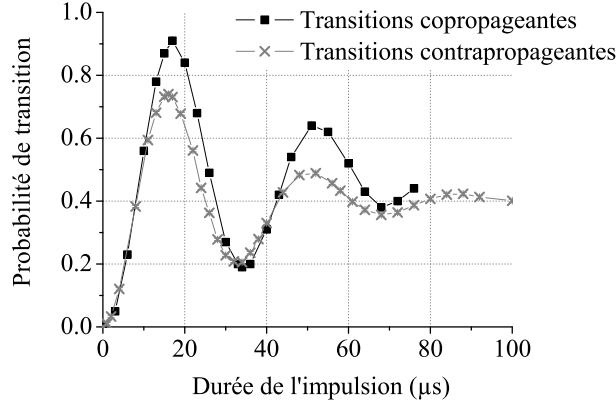


FIG. 4.2 – Oscillations de Rabi mesurées avec des faisceaux co-propageants (trait noir) et contra-propageants (trait gris). La durée d'une transition  $\pi$  est à peu près identique dans les deux cas. Dans le cas des transitions co-propageantes, l'amortissement des oscillations est dû à l'inhomogénéité de l'amplitude des faisceaux (gaussien) sur la largeur du nuage.

de durée fixe, à différents instants de la chute des atomes. En convertissant l'échelle temporelle en échelle de position verticale, nous constatons que la probabilité de transition présente une modulation spatiale le long de la verticale (fig. 4.3), dont la période de 22,0 mm correspond à la moitié de la longueur d'onde de la transition hyperfine ( $\lambda_{\text{HFS}} = c/\nu_{\text{HFS}} = 43,9$  mm).

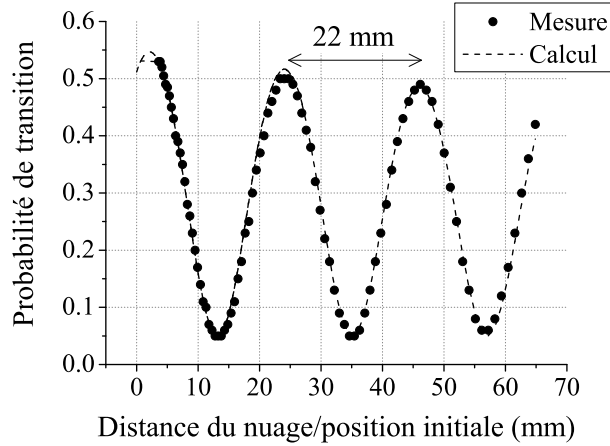


FIG. 4.3 – Probabilité de transition en fonction du délai entre le lâcher et une transition Raman  $\pi/2$  ( $\tau = 8 \mu\text{s}$ ). La période mesurée correspond bien à la valeur théorique  $\lambda_{\text{HFS}}/2 = 21,945$  mm. La courbe en pointillés correspond au calcul 4.4 où  $\Omega_{\text{eff}}$  est pondéré par une gaussienne.

On montre (voir annexe B) que les deux paires de faisceaux se propageant dans l'enceinte à vide créent un double réseau de diffraction. La fréquence de Rabi effective

et les déplacements lumineux correspondants s'écrivent :

$$\begin{aligned}\Omega'_{\text{eff}}(z) &= \Omega_{\text{eff}} \left( e^{-2i\frac{\omega_{\text{HFS}}}{c}z} - 1 \right) \\ \Omega_f^{LS} &= 2 \frac{|\Omega_{f,1}|^2}{4\Delta} \\ \Omega_e^{LS} &= 2 \frac{|\Omega_{e,2}|^2}{4\Delta}\end{aligned}\tag{4.3}$$

où  $\Omega_{\text{eff}}$  est la fréquence de Rabi effective telle qu'elle serait pour un réseau de diffraction simple (une seule paire de faisceaux). La fréquence de Rabi effective maximale et les déplacements lumineux sont deux fois plus grands pour ce double réseau de transitions Raman. Ceci explique que la durée des transitions  $\pi$  contra-propageantes ou copropageantes soient égales, alors que l'intensité lumineuse envoyée sur les atomes est divisée par deux dans le second cas (fig. 4.2).

La modulation spatiale de la probabilité de transition apparaît en reportant le module de la fréquence de Rabi ci-dessus dans l'expression générale des oscillations de Rabi (à résonance) :

$$\begin{aligned}P(\tau, z) &= \sin^2 \left( |\Omega'_{\text{eff}}(z)| \frac{\tau}{2} + \varphi \right) \\ &= \sin^2 \left( 2\Omega_{\text{eff}} \frac{\tau}{2} \cdot \sin \left( \frac{\omega_{\text{HFS}}}{c}z \right) + \varphi \right)\end{aligned}\tag{4.4}$$

où  $\varphi$  est un déphasage spatial décrivant le fait que la position du lâcher ne correspond pas nécessairement au maximum de la fréquence de Rabi effective. La comparaison entre le calcul et la mesure est très satisfaisante (voir fig. 4.3). On peut vérifier par ailleurs qu'un décalage vertical du miroir de rétro-réflexion déphase la modulation à raison d'environ 1 rad/cm.

## 4.2 Franges d'interférence

Les transitions Raman stimulées sont utilisées pour réaliser l'interféromètre atomique : une séquence de transitions de durées  $\tau - 2\tau - \tau$ , séparées par un intervalle de temps  $T$ , permet de séparer, rediriger, et recombiner les paquets d'onde atomiques. Si la relation de phase entre les lasers Raman est maintenue pendant toute la séquence, les coefficients de la superposition quantique en sortie de l'interféromètre dépendent de la différence de phase  $\Delta\Phi$  entre les deux bras. La probabilité de transition d'un état à l'autre s'écrit selon la formule commune aux interféromètres à deux ondes (éq. 2.16).

Nous décrivons dans cette partie la mesure des franges d'interférences, et la détermination univoque de la frange correspondant à  $g$ . Nous évoquons rapidement dans le dernier paragraphe les performances du gravimètre comme horloge atomique.

### 4.2.1 Mesure de $g$ avec des transitions contra-propageantes

Afin de maintenir la condition de résonance Raman pendant la chute, la différence de fréquence  $\omega_1 - \omega_2$  est balayée linéairement avec une rampe de fréquence  $\alpha$ , ce qui ajoute un terme quadratique en  $t$  au déphasage atomique (p. 26). Des franges d'interférences sont donc obtenues en mesurant la probabilité de transition pour différentes valeurs de  $\alpha$ , et pour une valeur fixe de l'intervalle  $T$ . Le balayage linéaire de la fréquence pendant l'interféromètre est assurée par un synthétiseur numérique de fréquence (DDS1 sur le schéma 3.13).

On rappelle (cf p.26) que la rampe correspondant au décalage Doppler linéaire induit par l'accélération  $g$  des atomes vaut :

$$\alpha_0 = \frac{1}{2\pi} \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} \quad (4.5)$$

soit  $\alpha_0 \approx 25$  MHz/s. Cette compensation mène à un déphasage interférométrique total nul. Physiquement, ceci revient à accompagner la chute des atomes avec les plans équiphases, ce qui revient dans le référentiel des atomes à la situation où l'interféromètre est symétrique, et le déphasage nul.

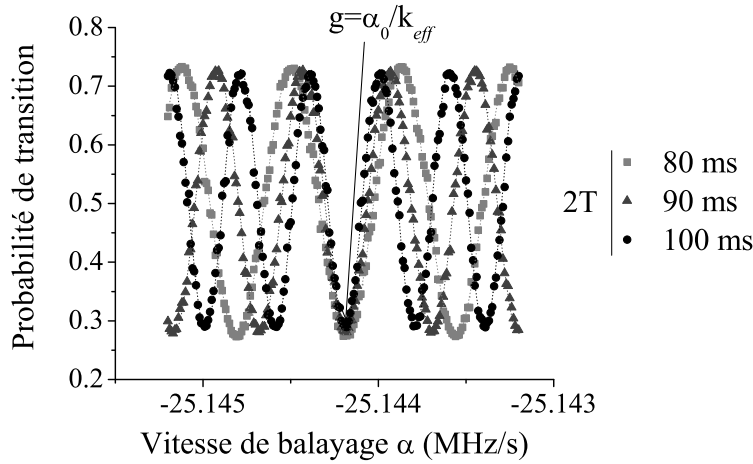


FIG. 4.4 – Systèmes de franges d'interférences du gravimètre pour trois durées d'interféromètre  $2T$ . La probabilité de transition est mesurée en fonction du taux de la rampe de fréquence destinée à compenser l'accélération des atomes, ce qui revient à balayer la phase. La frange sombre indépendante de  $2T$  indique la rampe qui compense exactement  $g$ .

Les différentes franges sombres correspondent à des déphasages multiples de  $2\pi$ . Le problème consiste à identifier la frange sombre correspondant au déphasage nul, pour une rampe d'environ 25 MHz/s. Puisque ce déphasage est nul, quelle que soit la valeur de l'intervalle  $T$  entre les impulsions, c'est que nous cherchons la frange sombre dont la position est indépendante de  $T$ . Cette détermination univoque est

illustrée sur la figure 4.4.

Cette mesure permet de connaître une première approximation de l'accélération de la pesanteur dans l'atelier :

$$g \simeq 9.80921 \text{ m.s}^{-2}$$

Le résultat préliminaire n'est manifestement pas aberrant. Elle correspond pour le synthétiseur digital DDS1 à une rampe de 25,1442 MHz/s.

### 4.2.2 Transitions copropageantes : essai d'horloge atomique

L'impulsion communiquée aux atomes par une transition Raman copropageante est de l'ordre de  $10^{-7}$  m/s, très faible devant la dispersion en vitesse des atomes dans le nuage (environ 1 cm/s). La longueur de cohérence des paquets d'onde est donc supérieure à la distance qui les sépare, même après quelques secondes. Nous pouvons ainsi appliquer aux atomes deux transitions  $\pi/2$  successives et mesurer la probabilité de transition après la recombinaison des paquets d'onde. Le module du vecteur d'onde effectif étant très faible, on néglige le décalage de recul  $\omega_{\text{rec}}$  et le décalage Doppler  $\omega_D$ , et le déphasage de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi = \left( (\omega_1 - \omega_2) - \omega_{\text{HFS}} - \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} \right) T$$

Nous obtenons ainsi une horloge atomique, où le déphasage est sensible à la différence entre la fréquence absolue de l'atome et la différence de fréquence entre les lasers  $R1$  et  $R2$ . Les franges d'interférences sont mesurées en introduisant un saut de phase entre la première et la deuxième impulsion (fig. 4.5), mais peuvent aussi être obtenues en changeant la vitesse de balayage de la fréquence, autour de 0 Hz/s.

D'autre part, en verrouillant la phase sur la frange centrale, il est possible de mesurer la stabilité relative de l'horloge atomique Raman. La figure 4.6 représente l'écart-type d'Allan de notre mesure. La stabilité à une seconde est de  $3 \cdot 10^{-13}$  Hz, bien meilleure que celle d'une horloge atomique commerciale, mais moins bonne que celle de l'horloge atomique FO2 ( $\simeq 10^{-14} \tau^{-1/2}$ ). Cette performance est due à la stabilité de l'oscillateur local sur lequel est verrouillée la différence de fréquence entre les lasers. Lorsque nous remplaçons notre référence radio-fréquence SDI (cf fig. 3.14) par le signal de distribution à 100 MHz disponible au laboratoire, notre étalon de fréquence dérive beaucoup moins car le signal de distribution est asservi sur un maser à hydrogène. Dans ce cas, l'écart-type reste inférieur à  $10^{-12}$ . La dérive à moyen terme est due aux fluctuations des déplacements des niveaux d'énergie interne.

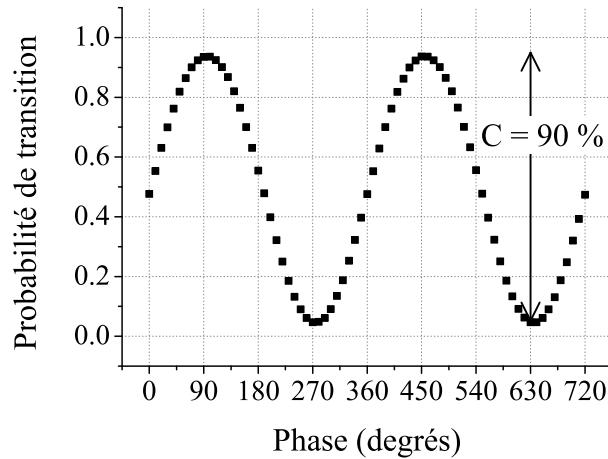


FIG. 4.5 – Franges d’interférences obtenues avec les faisceaux Raman co-propageants, en balayant la différence de phase entre les lasers. L’intervalle entre les deux impulsions  $\pi/2$  est  $T = 100$  ms, et la durée d’une impulsion est  $\tau_{\pi/2} = 8 \mu\text{s}$ .

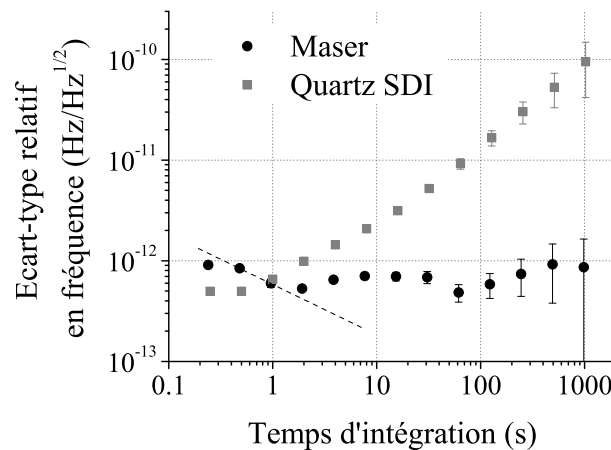


FIG. 4.6 – Écart-type d’Allan des variations relatives de la fréquence de résonance, en fonction du temps d’intégration. Les paramètres de l’interféromètre sont les mêmes que pour la fig. 4.5. Nous observons une dérive importante lorsque le signal micro-onde est synthétisé à partir du quartz SDI. La stabilité est bien meilleure quand le quartz SDI est remplacé par le signal de distribution du laboratoire.

### 4.3 Stabilité : de $10^{-7}$ à $1,4 \cdot 10^{-8} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$

Cette partie retrace les étapes importantes de notre travail pour améliorer la sensibilité de la mesure, depuis les premières franges en juin 2005 jusqu’aux dernières expériences en juillet 2007. Chacune de ces étapes est détaillée dans le chapitre 5.

### 4.3.1 Isolations sismique et phonique

Dans les premiers temps de l'assemblage de l'expérience, l'enceinte à vide était installée sur la même table que le banc optique. Il est rapidement apparu nécessaire d'isoler l'enceinte du bruit induit par les vibrations du sol et par les obturateurs mécaniques des faisceaux. Pour des temps d'interrogation  $T$  supérieurs à 10 millisecondes, en effet, le contraste se détériorait considérablement. Nous avons donc installé l'enceinte sur une plateforme d'isolation passive pour réduire l'influence du bruit sismique, ce qui a permis de gagner deux ordres de grandeur sur la sensibilité. Nous avons pu augmenter  $T$  jusqu'à 50 ms, et obtenir ainsi une sensibilité de l'ordre de  $10^{-7} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La durée de l'interféromètre est encore limitée à 100 ms par la hauteur de la chute pendant la préparation des états atomiques et pendant l'interféromètre lui-même. En supprimant l'étape de sélection en vitesse lors de la préparation, nous pouvons atteindre une durée  $2T = 120$  ms.

Nous avons ensuite entrepris d'isoler l'expérience des bruits acoustiques et des courants d'air en fabriquant une boîte en bois (fig. 4.7). Pour améliorer encore la réjection de cette gamme de vibrations, de la mousse isolante a ensuite été marouflée sur ses parois. Ces installations successives permettent d'obtenir actuellement une stabilité sans correction des vibrations de  $4 \cdot 10^{-8} \text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$  la nuit.

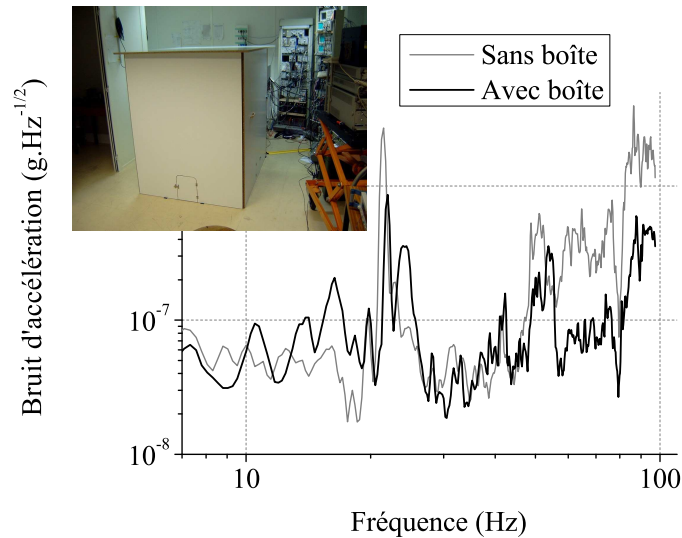


FIG. 4.7 – Comparaison des densités spectrales de bruit de phase, avec ou sans la boîte en bois (encadré) autour de la plate-forme d'isolation. L'influence de l'isolation acoustique est manifeste au-delà de 50 Hz, où l'atténuation en amplitude est typiquement d'un facteur 5.

### 4.3.2 Réjection des vibrations

La mesure exhaustive des diverses contributions au bruit de phase de la part des lasers et de la détection (cf chapitre 5) permet de montrer qu'elles limitent la sensibilité à  $4 \cdot 10^{-9} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La sensibilité mentionnée au paragraphe précédent est donc essentiellement limitée par le bruit de vibration. Nous avons utilisé un sismomètre pour mesurer le déplacement des plans équiphasés pendant l'interféromètre, et soustraire au signal atomique la contribution des vibrations.

Nous avons réalisé cette réjection suivant deux méthodes. D'une part avec une correction *a posteriori*, où le déphasage dû aux vibrations est soustrait après la mesure des atomes (fig. 4.8 gauche) ; d'autre part avec une correction en temps réel, où le déphasage mesuré par le sismomètre est envoyé directement dans la boucle de verrouillage de phase des lasers Raman (fig. 4.8 droite). Le principe de la seconde méthode est de déplacer les plans équiphasés aussitôt que le sismomètre détecte un déplacement, de la même quantité et dans le sens opposé.

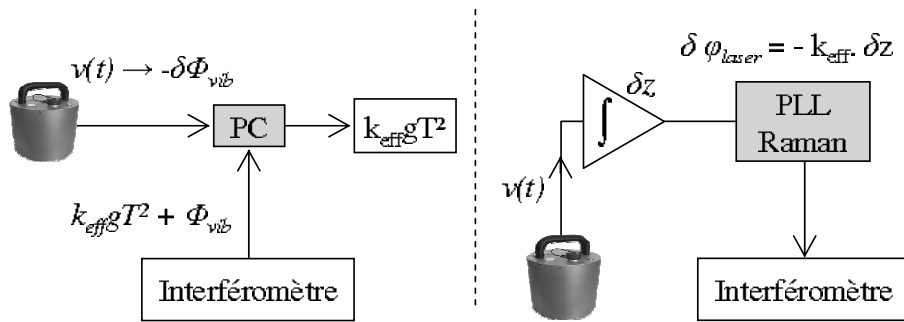


FIG. 4.8 – Schémas des deux méthodes de réjection. La correction *a posteriori* (gauche) consiste à calculer avec l'ordinateur, une fois la mesure effectuée, le déphasage induit par les vibrations (intégrées sur la durée de l'interféromètre). Dans le traitement en temps réel (droite), le signal de vitesse mesuré par le sismomètre est intégré pendant la mesure, et cette correction est directement soustraite à la phase des lasers.

Une fois optimisées, les deux méthodes présentent la même efficacité : la figure 4.9 montre que nous gagnons ainsi près d'un facteur trois sur la sensibilité, qui passe le jour de  $7 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  à  $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Après une dizaine de secondes cependant, l'efficacité de la réjection en temps réel se dégrade, à cause d'une fluctuation lente de la valeur moyenne du signal délivré par le sismomètre (§5.3.2.b). Cet effet complique encore la mise au point de cette méthode, et nous choisissons d'utiliser ensuite la correction *a posteriori*.

En septembre 2005, une équipe de l'Institut de Géophysique du Globe de Strasbourg est venue mesurer l'accélération de la pesanteur dans la salle de manip, avec un gravimètre commercial FG5. Cette visite nous a aussi permis d'évaluer la stabilité du FG5 dans notre atelier, et d'établir une première comparaison. Le taux de

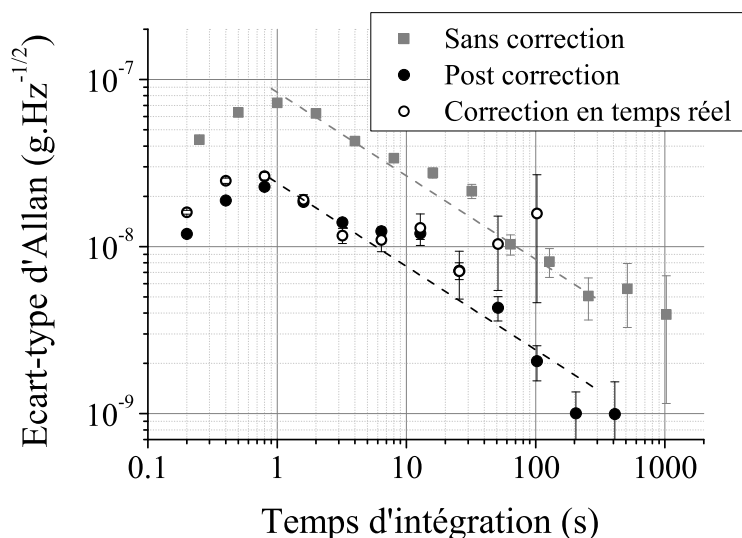


FIG. 4.9 – Comparaison des deux méthodes de réjection du bruit de vibration. La stabilité est de  $7 \cdot 10^{-8} \text{ g}$  sans correction, et de  $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ g}$  avec les deux corrections.

répétition des mesures du FG5 est d'un cycle toutes les dix secondes, pour laisser s'amortir les vibrations dues à la chute du coin de cube, et la stabilité ramenée à une seconde est de  $4 \cdot 10^{-8} \text{ g}$ . En comparaison, notre gravimètre atteint  $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  dès la fin de l'année 2005, quelques mois seulement après la mesure des premières franges d'interférence. Le bruit de phase et le rapport signal à bruit correspondants, pour un intervalle  $T$  entre les impulsions de 50 ms et un taux de répétition  $f_e$  de 4 Hz, sont les suivants :

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi} &= 20 \text{ mrad/mesure} \\ \text{RSB} &= \frac{1}{\sigma_{\Phi}} = 50 \end{aligned} \tag{4.6}$$

### 4.3.3 Fonction de transfert miroir/sismomètre

La limite commune des deux méthodes de correction des vibrations tient à une différence entre les déplacements mesurés par le sismomètre et ceux mesurés par les atomes. Nous avons déjà appréhendé cette limitation en constatant que la fonction de transfert du sismomètre n'était pas uniforme dans la gamme de fréquence comprise entre 1 et 100 Hz, où les vibrations contribuent le plus (cf §3.5.1). Après une tentative infructueuse pour compenser l'effet de ce filtre avec un circuit analogique, nous avons renvoyé l'instrument à son fabricant, qui se faisait fort d'aplatir la fonction de transfert jusqu'à 100 Hz en quelques semaines. Cependant, nous pouvions continuer à travailler grâce à un appareil identique, prêté par l'équipe du gyromètre.



Le fabricant ne nous ayant pas renvoyé l'instrument après plus d'un an, nous avons entrepris en janvier 2007 de réaliser numériquement le redressement de la fonction de transfert. La simulation de ce filtre, basée sur la fonction de transfert, promettait une réjection des vibrations suffisante pour réduire leur contribution au bruit de phase de l'interféromètre au même niveau que celle des lasers. Les premières expériences n'ont mené qu'à une amélioration de 10% de la correction. En mesurant la fonction de transfert en amplitude et en phase entre le signal mesuré par le sismomètre et celui mesuré par les atomes, nous avons constaté de multiples résonances par rapport à la fonction de transfert de l'instrument seul (p. 98). L'origine de ces écarts était assez intuitive : le sismomètre était fixé sur une plaque au-dessus de piliers en aluminium, tandis que le miroir de réflexion se trouvait en bas. Les modes de vibrations des piliers n'affectaient pas les plans équiphases, dont les vibrations étaient donc différentes de celles mesurées par le sismomètre.

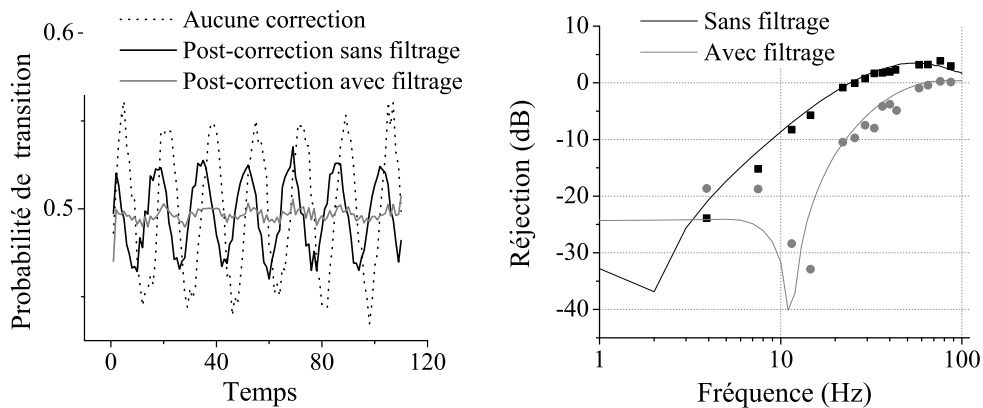


FIG. 4.10 – Gauche : influence de la post-correction et du filtrage numérique sur la mesure d'une oscillation verticale à 14 Hz, une fois la corrélation améliorée entre le sismomètre et l'interféromètre. Droite : mesures de l'efficacité de la correction et du filtrage numérique entre 1 et 100 Hz. Les calculs correspondants figurent en traits pleins.

Nous avons ensuite fixé le miroir de réflexion directement sur le sismomètre, si bien que celui-ci mesure les mêmes vibrations que les plans équiphases (p. 97). La correction est donc plus efficace, et la réjection des vibrations est au moins meilleure à toutes les fréquences (fig. 4.10 droite). D'autre part, en augmentant à dessein le bruit de vibration, nous avons montré que le filtre numérique de redressement permettait de réduire le bruit de vibration d'un facteur 3 (p. 102).

Cependant, le gain apporté par le filtrage numérique n'est que de quelques % en pleine nuit, ventilation éteinte, c'est-à-dire dans les meilleures conditions qui soient. La sensibilité de l'interféromètre atteint tout de même son meilleur niveau de  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  (fig. 4.11), soit un rapport signal à bruit de 100. Le fait que le gain

du filtrage diminue à mesure que le bruit de vibration diminue indique que celui-ci n'est plus la contribution limitant le bruit de phase atomique. Nous constatons en fait qu'une fraction du bruit de vibration horizontale est reporté par couplage d'axe sur le signal de vibration vertical délivré par le sismomètre. Ce sont donc à présent les vibrations horizontales de la plate-forme d'isolation qui limitent la sensibilité de la mesure.

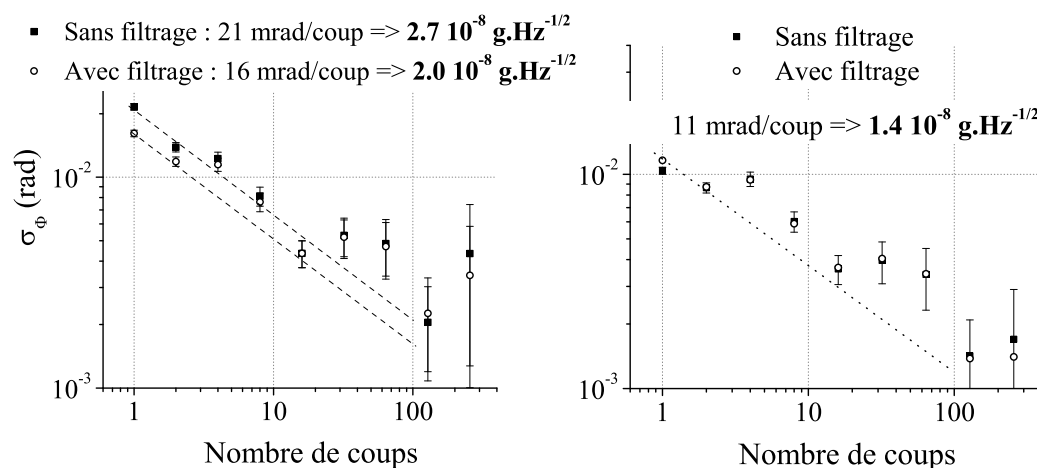


FIG. 4.11 – Mesures avec le miroir posé sur le sismomètre. Gauche : Influence du filtre sur la stabilité de la phase, avec la ventilation allumée. Droite : La meilleure stabilité obtenue la nuit, ventilation éteinte, est de  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Les droites en pointillés indiquent la décroissance de l'écart-type en présence de bruit blanc de phase. Nous ne tenons pas compte de la bosse commune à toutes les mesures, à 4 coups ( $\approx 1 \text{ s}$ ). Cette bosse correspond à une autre source de bruit.

## 4.4 Exactitude

Les géophysiciens ont coutume de dire qu'un gravimètre est avant tout un sismomètre, puis un tiltmètre, un thermomètre, un baromètre, et peut-être aussi un instrument susceptible de mesurer  $g$ . La liste exhaustive des effets systématiques sera détaillée dans le chapitre 6, mais nous présentons déjà ici l'observation de phénomènes géophysiques et les premières comparaisons de notre interféromètre avec d'autres gravimètres absolus.

### 4.4.1 Mesure des marées et des séismes

Une fois que la sensibilité du gravimètre a atteint une sensibilité de quelques dizaines de microGal par seconde ( $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm.s}^{-2}$ ), nous avons pu résoudre les

variations à moyen terme, liées notamment aux modulations de l'attraction du Soleil et de la Lune.

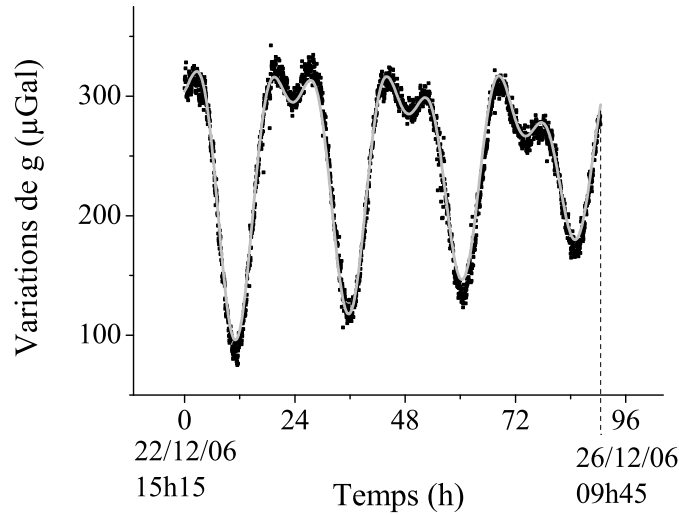


FIG. 4.12 – Mesure (points noirs) et modèle (trait gris) des marées, à Noël 2006. Un point correspond au moyennage de 100 mesures consécutives. La différence entre le modèle et la mesure fluctue de  $\pm 15 \mu\text{Gal}$  à l'échelle d'une journée.

Les marées luni-solaires affectent toutes les mesures où l'on s'efforce de relever, dans la phase de l'interféromètre, l'influence de quelque effet qui viendrait systématiquement biaiser le résultat. Il faut alors soustraire un modèle de marée, et réaliser des mesures différentielles : nous répétons la mesure avec des configurations différentes, par exemple en alternant l'orientation de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  (voir chapitre 6). La figure 4.12 représente une comparaison entre l'un de ces modèles et notre mesure, durant les vacances de Noël 2006. On constate que la valeur mesurée par notre gravimètre est tantôt supérieure, tantôt inférieure à celle prédite. La différence entre les deux, qui varie de  $+$  à  $- 15 \mu\text{Gal}$ , est liée aux fluctuations des effets systématiques.

Les séismes sont une autre cause de modulation de  $g$ , plus accidentelle. Nous avons pu cependant en mesurer à de nombreuses reprises, comme le montre le tableau suivant :

Date	Origine	Mag	Délai (minutes)	Distance (km)	$v_{\text{volume}}$ ( $\times 10^3 \text{ km/h}$ )
13 janvier 2007	Iles Kouriles	8,1	30	8400	$17 \pm 1$
5 avril 2007	Iles des Açores	6,1	6	2500	$25 \pm 5$
21 juillet 2007	Tadjikistan	5,4	15	5300	$20 \pm 1$
31 juillet 2007	Iles de l'Ascension	5,5	19	5800	$18 \pm 3$

D'après ces mesures, la vitesse de propagation des ondes sismiques en volume serait de l'ordre de 20 000 km/h, ce qui correspond à la vitesse des ondes P (de compression), dans le volume de la Terre. Une incertitude importante demeure sur ce qui est considéré comme le "début" d'un séisme.

La figure 4.13 présente le relevé d'un fort séisme, survenu le 13 janvier dans les Îles Kouriles, un chapelet d'îles entre le Japon et la presqu'île du Kamtchatka. D'une magnitude de 8,1 sur l'échelle de Richter, c'est le plus spectaculaire que nous ayons mesuré jusqu'à présent avec le gravimètre. L'amplitude des variations de  $g$  était de 1 mGal, pour une période de 18 secondes, ce qui correspond à un déplacement vertical du sol de 0,1 mm.

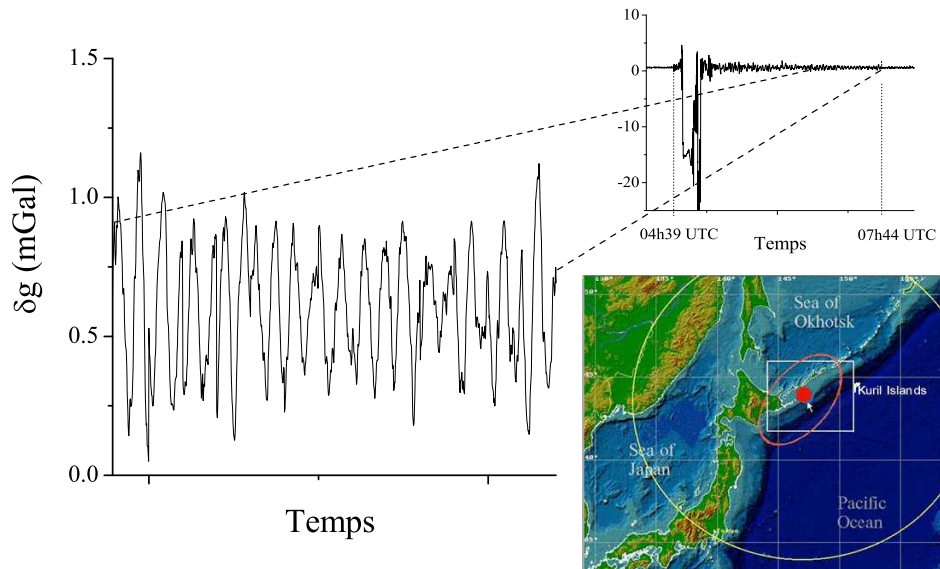


FIG. 4.13 – Séisme des Iles Kouriles. Encadré haut : saut de frange induit par les premières secousses. Encadré bas : situation du chapelet d'îles sur une zone de subduction.

Ces événements géophysiques ont permis de mettre en évidence que le gravimètre atomique est aussi un bon sismomètre. Nous savons en effet, d'après la fonction de transfert du sismomètre utilisé sur l'expérience, que les vibrations lentes (inférieure à 0,1 Hz) ne sont pas correctement mesurées. Ceci se manifeste ici par le fait que le séisme apparaisse sur la mesure du gravimètre, alors que la "post-correction" aurait dû supprimer ces vibrations.

#### 4.4.2 Comparaisons avec les gravimètres absolus FG5 et A10

Nous avons reçu les visites successives de deux équipes de géophysiciens utilisant des gravimètres absolus à coin de cube. Comme mentionné plus haut, l'équipe de

l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg (IPGS), dirigée par Jacques Hinderer, a effectué une mesure en septembre 2005 avec un FG5. L'équipe de l'IPG de Paris (IPGP), dirigée par Michel Diament, est venue en mars 2007 avec un A-10. Auparavant, une position avait été assignée aux gravimètres invités, à environ 3 mètres de l'interféromètre atomique. La différence d'accélération entre la position du coin de cube et la position au sol du gravimètre atomique avait été mesurée grâce à un gravimètre relatif Scintrex :  $g(x_{\text{Invité}}) - g(x_{\text{Atomique}}) = 16 \pm 1 \mu\text{Gal}$ . La première mesure, corrigée du modèle de marée et du gradient de gravité (environ  $300 \mu\text{Gal/m}$ ) a donné une valeur de  $g$  à l'aplomb du FG5 de  $980\,928\,022 \mu\text{Gal}$ , ce qui correspond à **980 928 006  $\mu\text{Gal}$**  sous notre gravimètre. La comparaison des mesures avec le gravimètre atomique ne présentait alors pas grand intérêt, puisqu'aucun effet systématique n'avait encore été étudiés. Cette visite a aussi permis de montrer que les sensibilités des instrument étaient égales dans le même environnement.

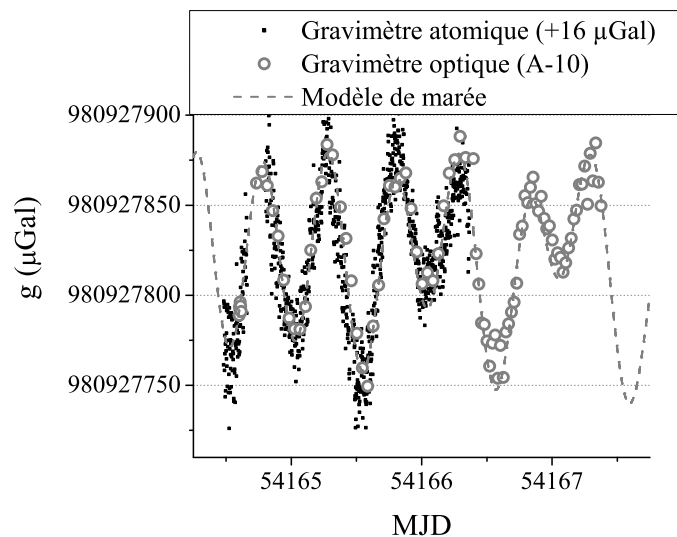


FIG. 4.14 – Marées luni-solaires mesurées avec l'A10 de l'IPGP et le gravimètre du SYRTE.

La seconde mesure a été réalisée simultanément avec le gravimètre A-10 de l'IPGP et avec l'interféromètre atomique, et a duré deux jours. La figure 4.14 rapporte les mesures de l'A-10, corrigées des effets systématiques et de la différence de gravité. Une fois soustrait le modèle de marée, l'accélération de pesanteur mesurée par l'A-10 et reliée à la position au sol de notre gravimètre est de **980 928 012  $\mu\text{Gal}$** . Notre mesure donne **980 927 996  $\mu\text{Gal}$**  au sol, soit une différence de **16  $\mu\text{Gal}$** . Cependant notre mesure n'a pas été corrigé ni du biais dû aux aberrations des faisceaux Raman ni de celui induit par l'accélération de Coriolis.

## 4.5 Conclusion

La sensibilité limite du gravimètre est de  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , et l'écart avec les gravimètres à coin de cube est de  $16 \mu\text{Gal}$ . Les résultats présentés tout au long de ce chapitre sont le résultat d'un long travail, d'abord pour améliorer la sensibilité de la mesure et identifier ses limites, puis pour recenser de la façon la plus exhaustive possible les effets systématiques. Le détail de ce travail fait l'objet des chapitres suivants.



## Chapitre 5

# Sources de bruit de phase et sensibilité limite

Comme le résume le chapitre précédent, la stabilité de la mesure a progressé de plusieurs ordres de grandeurs en l'espace de quelques mois grâce à l'isolation et à la correction des vibrations. Il a ensuite fallu déterminer quantitativement les contributions au bruit de phase de l'interféromètre de la part des lasers, de la détection, et des vibrations. Nous établissons dans ce chapitre le bilan exhaustif de toutes ces contributions. A titre d'indication, notons qu'une contribution  $\sigma_{\Phi} = 1$  mrad/mesure représente une limite en sensibilité de  $2,6 \cdot 10^{-9}$  g/mesure pour  $T = 50$  ms, soit  $1,3 \cdot 10^{-9}$  g/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour un taux de répétition de 4 Hz.

### 5.1 Contributions de l'asservissement de phase et de la propagation des lasers

Le verrouillage en phase des lasers assure l'immobilité des plans équiphases dans le référentiel de l'expérience. Nous devons donc évaluer les contributions des divers éléments de la boucle d'asservissement, tels que la source hyperfréquence, le bruit intrinsèque de la boucle, ou le bruit des lasers hors de la bande passante. D'autre part, ce verrouillage a lieu sur le banc optique, au niveau du photoconducteur qui collecte leur battement. Le guidage des faisceaux jusqu'aux atomes par fibre optique est donc susceptible de perturber la stabilité de la phase. Nous étudions enfin l'effet de la rétro-réflexion des faisceaux dans la configuration dite "contra-propageante".

#### 5.1.1 Référence radiofréquence

Ainsi que nous l'avons indiqué au paragraphe 3.4.5, la qualité du verrouillage en phase des lasers Raman repose d'abord sur la stabilité du signal de la référence radiofréquence (RF), sur lequel est ensuite verrouillé un oscillateur micro-onde. Un signal



de référence à 100 MHz est distribuée au laboratoire dans les différentes salles de manip. Le signal provient lui-même d'une source de fréquence d'excellente stabilité à court terme (combinaison de plusieurs quartz ou oscillateur cryogénique), verrouillés avec une faible bande passante sur un maser à hydrogène, qui joue le rôle de référence absolue. Le gravimètre, quant à lui, doit être installé au LNE à Trappes, où un tel signal n'est pas distribué. Il a donc fallu élaborer une référence RF autonome, dont la contribution au bruit de phase ne limiterait pas la sensibilité de l'interféromètre. Une combinaison d'oscillateurs à quartz, assemblés par Spectra-Dynamics (SDI), permet de réaliser une source à 100 MHz satisfaisant cette exigence.

La figure 5.1 représente la DSP des fluctuations de phase, obtenue en réalisant un battement entre deux sources identiques, et en mesurant la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal de tension.

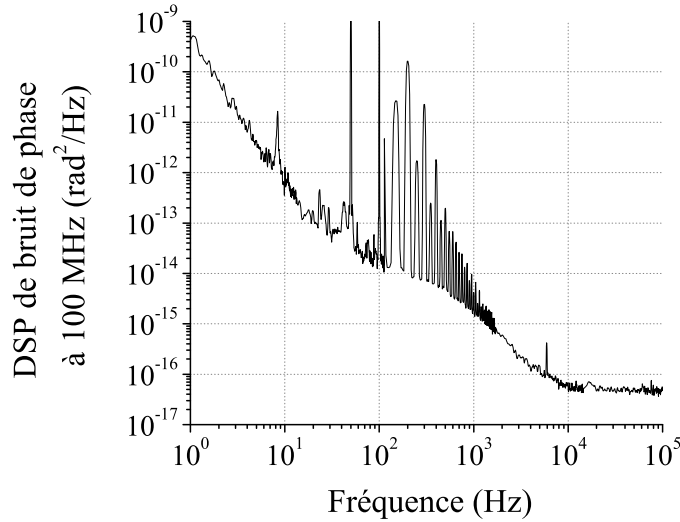


FIG. 5.1 – Densité spectrale de bruit de phase de la référence à 100 MHz délivrée par le quartz Spectra-Dynamics.

Le bruit de phase induit par cette source sur la mesure est calculé grâce à la fonction de sensibilité (cf §2.2.2). Il suffit ainsi de connaître la densité spectrale d'un bruit de phase pour en calculer la contribution au bruit de la phase de l'interféromètre, à une seconde :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_e)|^2 S_{\phi}(2\pi n f_e) \quad (5.1)$$

où  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage de l'expérience, ou taux de répétition. Nous obtenons, pour les paramètres typiques ( $T = 50$  ms,  $f_e = 4$  Hz,  $\tau = 8$   $\mu$ s) appliqués au spectre de bruit de la référence SDI à 100 MHz (transposé à 6,835 GHz), un bruit de phase de  $\sigma_{\Phi \text{ réf RF}} = \mathbf{1,0 \text{ mrad/mesure}}$ .

Sur le site de la balance du watt, à Trappes, la stabilité à long terme de cette

référence devra être assurée. L'exactitude relative visée de  $10^{-9}$  sur  $g$  suppose une exactitude au moins aussi bonne pour la référence en fréquence, ce qui sera assurée par une horloge atomique (au Rubidium) commerciale et par un lien GPS. Remarquons qu'il serait aussi envisageable d'utiliser les atomes de Rubidium de l'expérience pour réaliser une horloge atomique, avec deux impulsions micro-onde sur les atomes en chute libre.

### 5.1.2 Source hyperfréquence

La source hyperfréquence (HF) produit le signal sur lequel est verrouillé le battement entre les deux lasers Raman. Son fonctionnement est décrit dans le paragraphe 3.4.5. Deux sources identiques ont été assemblées, l'une pour une expérience de gyromètre à Hannovre, l'autre pour notre expérience. Nous avons mesuré leur densité spectrale de bruit de phase en mesurant le battement entre les deux sources, alimentées par le même quartz SDI (fig. 5.2). La stabilité de phase extraite de cette courbe est  $\sigma_{\Phi \text{ HF}} = 0,7 \text{ mrad/mesure}$ .

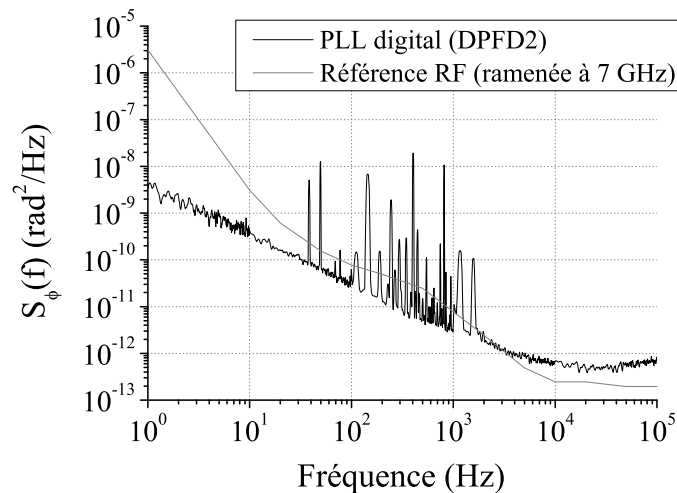


FIG. 5.2 – DSP de bruit de phase d'une source HF, asservie par la référence RF de Spectra-Dynamics. La DSP de la référence (ramenée à 7 GHz) figure à titre de comparaison.

### 5.1.3 Boucle de verrouillage de phase optique

La dernière source de bruit de phase due aux lasers provient d'une part du bruit intrinsèque de la boucle qui assure le verrouillage en phase des lasers Raman (circuit électronique), et d'autre part du bruit résiduel des lasers au-delà de la bande passante de l'asservissement. Nous avons mesuré ce bruit de phase résiduel avec un analyseur FFT pour les fréquences inférieures à la bande passante de l'asservissement, et avec un analyseur de spectre électrique pour les fréquences supérieures (fig. 5.3).

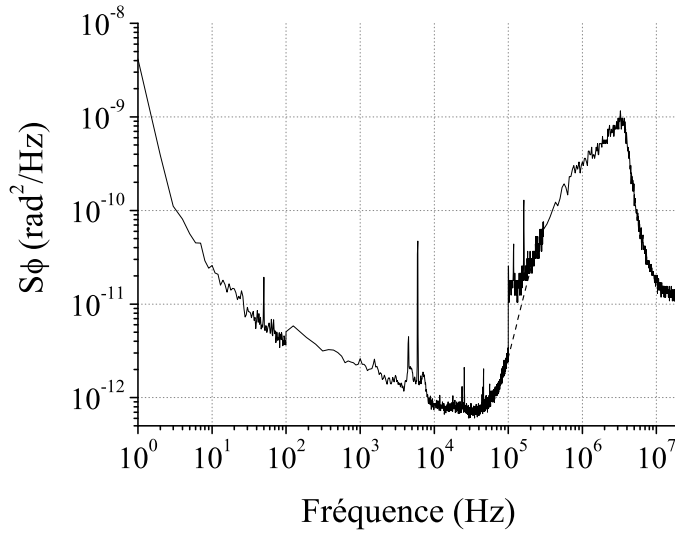


FIG. 5.3 – DSP de bruit de phase résiduel induit par la boucle de verrouillage en phase des lasers Raman.

La bande passante est ici d'environ 4 MHz. D'après cette mesure, la contribution au bruit de phase de l'interféromètre, due à la boucle d'asservissement, est de **1,5 mrad/mesure**.

#### 5.1.4 Propagation dans la fibre optique

Les fluctuations de température dans la salle de manip peuvent se traduire par des perturbations sur la longueur optique de la fibre. Dans le cas des transitions contra-propageantes, les polarisations des lasers Raman sont croisées. Or la fibre est anisotrope, afin de conserver les polarisations d'entrée. Les fluctuations de la différence entre les chemins optiques perturbent la relation de phase entre les deux faisceaux. Nous mesurons le bruit de phase induit par la propagation dans la fibre en comparant le battement des lasers Raman entre le photoconducteur où a lieu le verrouillage en phase, et un autre photoconducteur en sortie de fibre (fig. 5.4).

Cette contribution pour les paramètres habituels ( $T = 50$  ms,  $\tau = 8$   $\mu$ s,  $f_e = 4$  Hz) est de  $\sigma_{\Phi_{\text{fibre}}} = 1,7$  mrad/coup et n'est donc pas négligeable par rapport à celle de la chaîne de fréquence. La mesure indique que l'essentiel de la contribution correspond aux fréquences inférieures à 50 Hz (98 % de la contribution totale). Nous comparons donc les spectres de bruit de propagation entre 1 et 100 Hz. Il semble d'ailleurs que le bruit mesuré au-delà de 2 kHz soit plutôt celui du photoconducteur, car la courbe devient soudain très lisse.

Une simple mousse s'avère souvent très efficace contre les fluctuations à basse fréquence des chemins optiques dans les fibres. Nous avons ainsi essayé de protéger la

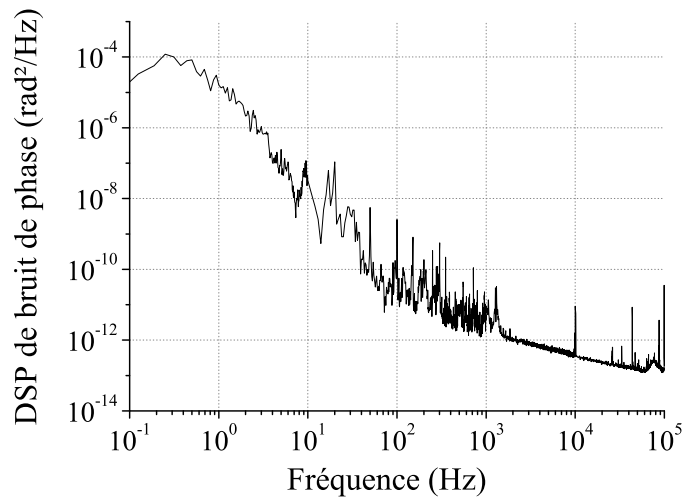


FIG. 5.4 – Densité spectrale de bruit de la différence de phase entre les deux faisceaux en polarisations croisées, induit par les fluctuations de longueur optique dans la fibre. Le bruit est essentiellement d'origine acoustique entre 1 Hz et 1 kHz. Au-delà, il semble que nous mesurons plutôt le bruit du photoconducteur.

fibre guidant les faisceaux Raman. La figure 5.5 est éloquent : malgré la ventilation, la mousse réduit le bruit de phase au niveau qu'il avait lorsque la ventilation était éteinte (sans la mousse). L'atténuation du bruit varie d'un facteur 10 à 100 (en puissance) entre 2 et 7 Hz.

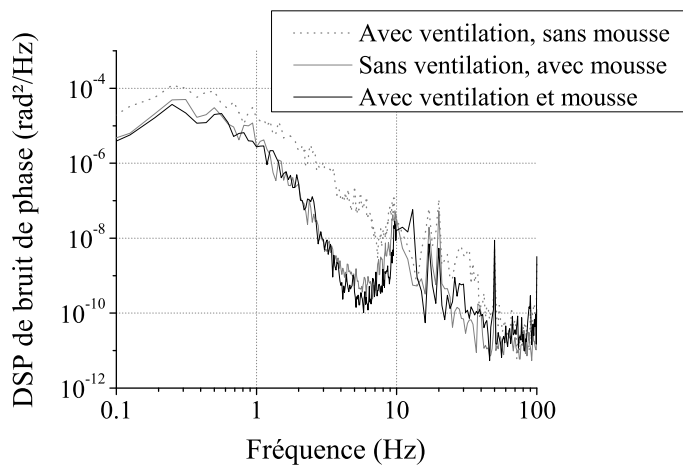


FIG. 5.5 – Influence de la mousse placée autour de la section de fibre optique de 10 cm exposée à la ventilation. Le bruit de phase retrouve le même niveau que sans ventilation.

La contribution au bruit de phase devient **1,0 mrad/coup** grâce à la mousse. Le bruit se réduit encore à  $\sigma_{\Phi} = 0,5 \text{ mrad/coup}$  lorsque nous éteignons la ventilation,

à cause de la contribution des fréquences comprises entre 10 et 20 Hz où la mousse n'a pas d'influence positive.

### 5.1.5 Bruit de phase dû à la rétro-réflexion

Nous étudions dans ce paragraphe un effet déjà identifié [53], mais qui n'avait pas été étudié en détail. Nous montrons ici que son influence justifie que l'on s'y attarde [54].

#### 5.1.5.a Origine du bruit

Nous superposons les lasers Raman  $R_1$  et  $R_2$  afin que leur différence de phase ne soit pas affectée par les vibrations des miroirs ou des lentilles. Cependant dans cette configuration, la plus répandue pour ce type d'expérience, il est nécessaire de rétro-réfléchir l'un des faisceaux pour réaliser l'interféromètre avec des transitions contra-propageantes. Il existe donc nécessairement un délai entre ces deux faisceaux à la position des atomes (fig. 5.6). Ce délai  $t_d$  est donné par  $t_d = 2L/c$ , où  $L$  est la distance entre les atomes et le miroir de rétro-réflexion.

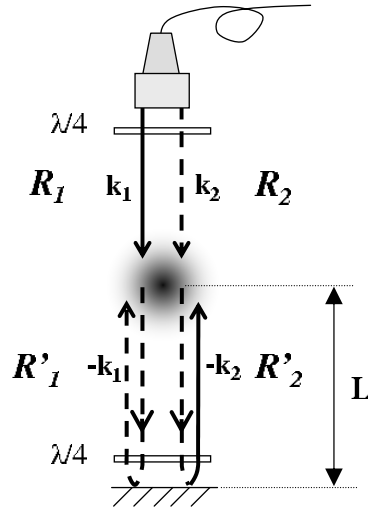


FIG. 5.6 – Schéma de la rétro-réflexion des faisceaux destinée à produire une paire de faisceaux contra-propageants pour réaliser les transitions Raman sélectives en vitesse. Le délai de rétro-réflexion est à l'origine d'un bruit de phase, à cause du bruit de fréquence du laser maître  $R_1$  (issu du laser repompeur).

Les faisceaux  $R_1$  et  $R'_2$  constituent la paire de champs contra-propageants à résonance Raman. Le faisceau  $R_1$  est issu du laser repompeur et correspond donc au laser “maître” sur lequel le laser “esclave”  $R_2$  est asservi en phase. La différence de phase imprimée sur les atomes s'écrit  $\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$ , où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont respectivement les phases du laser maître se propageant vers le bas et du laser esclave

rétro-réfléchi. A cause de la rétro-réflexion, la phase de  $R'_2$  vaut  $\varphi_{2'}(t) = \varphi_2(t - t_d)$ . Nous considérons ici un verrouillage en phase idéal, si bien que la différence de phase est parfaitement stable pour les faisceaux copropageants. Ainsi on a  $\varphi_2(t - t_d) = \varphi_1(t - t_d) + \omega_0 \times (t - t_d)$ , où  $\omega_0$  est la différence de fréquence entre les deux lasers. Puisque nous admettons que  $\omega_0$  est parfaitement stable, sa contribution disparaît dans la phase  $\Delta\Phi$  de l'interféromètre. Nous l'oublions donc à dessein en écrivant la différence de phase des lasers, qui devient finalement  $\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_1(t - t_d)$ .

Les fluctuations de fréquence du laser Raman maître se traduisent en un déphasage sur l'interféromètre (cf 2.21) :

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt g_s(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt g_s(t) \left[ \frac{d\varphi_1(t)}{dt} - \frac{d\varphi_1(t - t_d)}{dt} \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

La durée maximale de l'interféromètre étant de 100 ms, l'extension verticale correspondante des trajectoires est de 5 cm, assez faible devant la distance  $L \approx 50$  cm. Nous considérons donc que  $t_d$  est constant durant la mesure, ce qui permet de simplifier l'expression du déphasage interférométrique :

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt [g_s(t) - g_s(t + t_d)] \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} dt [g_s(t) - g_s(t + t_d)] \nu_1(t) dt \end{aligned} \quad (5.3)$$

On déduit de l'équation (5.3) que la fonction de transfert  $Z$ , qui convertit le bruit de fréquence du laser maître en bruit de phase atomique, est donnée par la transformée de Fourier de la différence  $g_s(t) - g_s(t + t_d)$ . Après quelques changements de variable, nous obtenons :

$$Z(f, t_d) = -ie^{-i\omega t_d/2} \times t_d \times H(2\pi f) \times \frac{\sin(\pi f t_d)}{\pi f t_d} \quad (5.4)$$

Le délai de rétro-réflexion  $t_d$  dans notre expérience est d'environ 3 ns. Comme la fréquence de coupure  $f_c$  de la fonction de sensibilité  $H$  est de plusieurs dizaines de kHz (§2.2.2.a), on a  $f_c t_d \ll 1$ . L'amplitude de la fonction de transfert se simplifie :

$$|Z(f, t_d)| \approx t_d |H(2\pi f)|. \quad (5.5)$$

### 5.1.5.b Mesure de la fonction de transfert

La mesure de l'amplitude de  $Z(f)$ , pour un délai donné, est effectuée en modulant la fréquence optique du laser maître à une fréquence  $f$ . En prenant garde que la modulation ne soit pas synchrone avec le cycle des mesures, la modulation de fréquence se reporte sur l'interféromètre en modulation périodique de la phase, avec une période apparente qui dépend du rapport  $f/f_e$ , avec  $f_e = 4$  Hz. Nous enregistrons donc la modulation de la probabilité de transition, dont nous tirons l'amplitude de la fonction de transfert  $|Z(f, t_d)|$ .

Les mesures sont effectuées avec un temps d'interrogation modeste de  $2T = 2$  ms, afin de réduire l'influence du bruit de vibration. Nous obtenons ainsi un rapport signal à bruit de 250 par mesure, au lieu de 50 avec  $2T = 100$  ms.

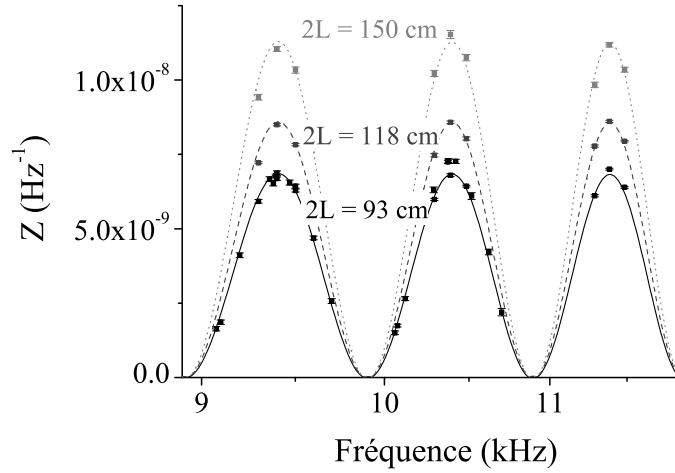


FIG. 5.7 – Fonction de transfert  $Z$  du bruit de fréquence du laser en bruit de phase atomique, pour trois longueurs de rétro-réflexion différentes. Les points expérimentaux sont en bon accord avec les courbes théoriques (voir équation 5.5).

Afin de vérifier la dépendance linéaire de l'amplitude de  $Z$  avec la longueur de rétro-réflexion, nous avons reproduit cette mesure en disposant un miroir à  $45^\circ$  sous l'expérience et éloignant ainsi le miroir de rétro-réflexion. La figure 5.7 représente la fonction de transfert  $Z$  telle que nous l'avons mesurée et calculée en fonction de la fréquence de modulation  $f$ , pour  $2L = 93, 118$  et  $150$  cm. Les points expérimentaux sont en bon accord avec la courbe théorique (eq. 5.5), confirmant que l'amplitude de  $Z$  augmente linéairement avec le délai  $t_d$ .

Nous avons vérifié plus avant la relation entre notre mesure de la fonction de transfert et la fonction de pondération  $H$ , en mesurant l'amplitude de  $Z$  à des fréquences inférieures et supérieures à la fréquence de coupure  $f_c$  du filtrage passe-bas de  $H(\omega)$  (fig. 5.8). Pour ces expériences, la durée d'une impulsion  $\pi/2$  est de  $6 \mu\text{s}$ , donc  $f_c$  vaut environ 24 kHz. Pour  $f \gg f_c$ , un léger décalage persiste entre notre

mesure et l'expression théorique de  $Z$ . Nous avons envisagé plusieurs origines, comme la durée ou la synchronisation des impulsions, la synchronisation du générateur de fréquence que nous utilisons pour moduler la fréquence du laser, ou encore la fréquence d'horloge de l'expérience, sans succès. Une autre explication pourrait venir du fait que la longueur de rétro-réflexion  $L$  n'est pas constante pendant l'interféromètre, contrairement à ce que nous avons supposé pour écrire la fonction de transfert (p. 77). En tout état de cause, le décalage n'affecte pas la valeur de la variance intégrée sur l'ensemble du spectre (eq. 5.6).

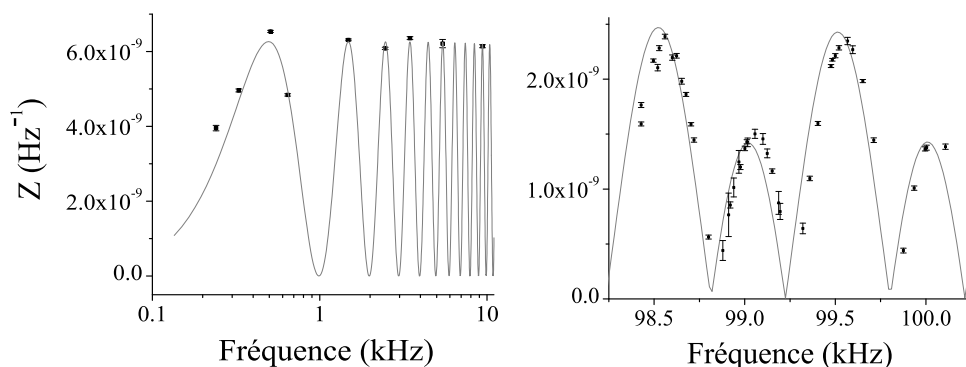


FIG. 5.8 – Calcul et mesure de la fonction de transfert pour des fréquences de modulation basses (gauche) et hautes (droite), par rapport à  $f_c \approx 24$  kHz. Pour ces mesures, la distance aller et retour entre les atomes et le miroir est de  $2L = 93$  cm.

### 5.1.5.c Influence du bruit de fréquence sur le bruit de la mesure

D'après les équations (5.3) et (5.5), la variance de la fluctuation de phase est donnée par [43] :

$$\sigma_{\Phi}^2 = 4\pi^2 \int_0^{+\infty} |Z(\omega)|^2 S_{\nu_1}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \approx 4\pi^2 t_d^2 \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_{\nu_1}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.6)$$

où  $S_{\nu_1}$  est la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence du laser maître.

Cette formule indique, comme l'expression de  $Z$  en donnait l'intuition, que la sensibilité de l'interféromètre  $\sigma_{\Phi}$  augmente linéairement avec le délai de rétro-réflexion. Dans le cas d'un bruit de fréquence blanc ( $S_{\nu_1}(\omega) = S_{\nu_1}^0$ ), la variance devient :

$$\sigma_{\Phi}^2 \approx \frac{\pi^4}{\tau_R} t_d^2 S_{\nu_1}^0 \quad (5.7)$$

Ce dernier résultat donne une expression simple du niveau de bruit blanc de fréquence nécessaire pour atteindre une contribution donnée, pour un délai  $t_d$  et une durée



d'impulsion Raman donnés.

Pour éprouver ces calculs expérimentalement, nous avons délibérément dégradé le bruit de fréquence du laser maître en dégradant la stabilité de son courant d'alimentation. Nous avons eu régulièrement recours à ce type de procédé tout au long du travail présenté ici, car il est plus facile d'accentuer un bruit que de le réduire. La source de bruit est un amplificateur de gain élevé (de 10 à 80 dB), intégrant un filtre passe-bas accordable (Stanford Research System SR650), dont l'entrée est court-circuitée. Nous contrôlons simplement la quantité de bruit ajoutée en changeant la fréquence de coupure du filtre (fig. 5.9).

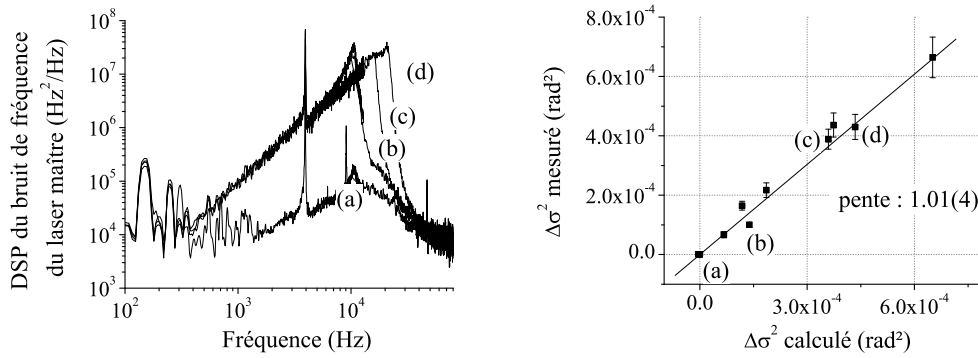


FIG. 5.9 – Gauche : DSP du bruit de fréquence du laser maître. La courbe (a) correspond au bruit typique du laser non perturbé, les autres courbes aux lasers perturbés par le bruit ajouté sur le courant, pour différentes fréquences de coupure du filtre passe-bas : (b) 10 kHz, (c) 15 kHz, (d) 20 kHz. Droite : comparaison entre les dégradations calculées et mesurées de la sensibilité à la phase. Pour le point (a), où  $\Delta\sigma^2 = 0$ , la contribution au bruit de l'interféromètre est de 2,0 mrad/mesure. Les points (b), (c), (d) correspondent aux bruits présentés sur la figure de gauche.

La DSP du bruit de fréquence du laser maître est mesurée avec un analyseur FFT. Nous mesurons en fait les fluctuations de tension en sortie du convertisseur fréquence-tension du repompeur, qui traduisent les fluctuations de la différence de fréquence entre le laser de détection (référence optique) et le laser maître. Nous nous sommes assurés que le bruit de fréquence du laser maître était bien au-dessus de celui du laser de référence  $L_{\text{ref}}$  auquel le laser maître est comparé.

Nous effectuons cette mesure avec et sans bruit supplémentaire, et nous calculons les deux variances correspondantes en utilisant l'équation (5.6).

La différence entre les deux variances donne la dégradation escomptée  $\Delta\sigma_{\Phi}^2$  du bruit de phase atomique. Nous comparons ensuite ce calcul à la valeur expérimentale de  $\Delta\sigma_{\Phi}^2$  obtenue en mesurant la différence entre les variances de la phase atomique avec et sans bruit supplémentaire. La figure 5.9 montre que la variance augmente bien comme prévu par notre calcul. Enfin, en appliquant le calcul (5.1) à la courbe

(a), on estime que la contribution du bruit de fréquence du laser maître au bruit de phase atomique est de **2,0 mrad/mesure**, pour une boucle de verrouillage de phase idéale.

Ce travail a fait l'objet d'un article (Annexe ??), dans lequel nous discutons aussi comment ce formalisme peut être appliqué aux gradiomètres pour déterminer ce qui pourrait constituer la source de bruit limite à laquelle ces interféromètres seront confrontés.

### 5.1.6 Bruit d'intensité des lasers

Nous distinguons deux types de bruits d'intensité : ceux dont les fluctuations rapides affectent la phase de l'interféromètre d'une mesure à l'autre, et ceux qui dégradent la stabilité à long terme de la mesure. Dans ces deux cas, les variations de puissance se traduisent par un déplacement lumineux de la condition de résonance Raman. Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence des variations de déplacement lumineux sur le bruit de phase de l'interféromètre.

Contrairement aux autres sources de bruit de phase, le bruit d'intensité n'intervient que pendant les impulsions lasers. La fonction de sensibilité correspondante  $\tilde{g}_s$  peut donc être définie comme le produit de la fonction usuelle  $g_s$  avec une fonction  $h(t)$ , nulle partout sauf pendant les impulsions où elle vaut 1. Cette considération permet de calculer aisément la nouvelle fonction de pondération :

$$\begin{aligned}\tilde{G}(\omega) &= \int_{+\infty}^{-\infty} e^{-i\omega t} \tilde{g}_s(t) dt = \int_{+\infty}^{-\infty} e^{-i\omega t} g_s(t) \times h(t) dt \\ &= \frac{4i\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \times \sin \frac{\omega(T + 2\tau)}{2} \times \left[ \cos \frac{\omega(T + 2\tau)}{2} + \frac{\omega}{\Omega_R} \sin \frac{\omega T}{2} \right] \quad (5.8)\end{aligned}$$

Pour une densité spectrale de puissance des fluctuations de déplacement lumineux  $S_{\nu_{LS}}$ , la variance à une seconde du bruit de phase atomique induit par les fluctuations de déplacement lumineux s'écrit donc :

$$\sigma_{\Phi}^2 = 4\pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left| \tilde{G}(2\pi n f_e) \right|^2 S_{\nu_{LS}}(2\pi n f_e) \quad (5.9)$$

Il faut alors évaluer  $S_{\nu_{LS}}$ .

Soient  $I_1^0$  et  $I_2^0$  les intensités respectives des lasers  $R1$  et  $R2$ , et  $\delta I_1$  et  $\delta I_2$  les fluctuations correspondantes. Le rapport entre  $I_1^0$  et  $I_2^0$  est ajusté pour annuler le déplacement lumineux à un photon (voir p. 108). Les fluctuations de la condition de résonance induites par les fluctuations des intensités s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned}\nu_{LS1} + \delta\nu_{LS1}(t) &= \alpha(I_1^0 + \delta I_1) + \beta(I_2^0 + \delta I_2) \\ &= 0 + \beta I_2^0 \left( -\frac{\delta I_1}{I_1^0} + \frac{\delta I_2}{I_2^0} \right) \quad (5.10)\end{aligned}$$

Le coefficient  $\beta I_2^0$  décrit le déplacement de fréquence en fonction de la variation d'intensité du faisceau repompeur, toute autre grandeur constante. Il est mesuré en modifiant l'intensité du laser *R1* autour de  $I_1^0$ , et en suivant le maximum de transfert atomique avec une transition Raman  $\pi$ . Nous montrons au chapitre suivant (p. 110) que  $\beta I_2^0 = -820$  Hz/%.

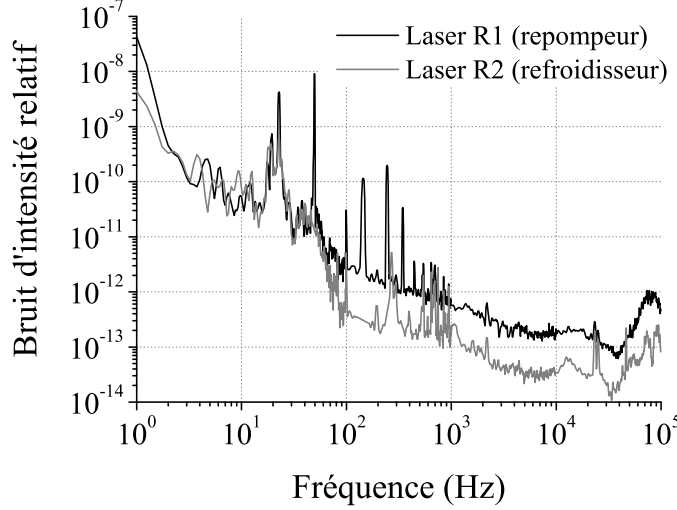


FIG. 5.10 – DSP de bruit d'intensité relatif du laser repompeur. Le spectre utilisé pour le calcul du bruit de phase sur l'interféromètre (éq.5.12) correspond au spectre mesuré jusqu'à 100 Hz, puis à une évolution simplifiée et corrigée du bruit du puissance-mètre.

Envisageons de façon exagérément pessimiste la situation où les fluctuations d'intensité relatives des deux lasers sont anti-corrélées. Dans ce cas, les densités spectrales s'ajoutent. D'après la formule 5.10, la DSP de déplacement lumineux se rapporte alors à celles des fluctuations des intensités d'après la formule suivante :

$$S_{\nu_{LS1}} = (\beta I_2^0)^2 \times \left( \frac{S_{I1}}{I_1^0{}^2} + \frac{S_{I2}}{I_2^0{}^2} \right) \quad (5.11)$$

et la variance du bruit de phase atomique induit par les fluctuations d'intensité relatives devient d'après l'équation 5.9 :

$$\sigma_{\Phi}^2 = 4\pi^2 (\alpha I_1^0)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left| \tilde{G}(2\pi n f_e) \right|^2 2 \frac{S_I(2\pi n f_e)}{I_0^2} \quad (5.12)$$

En appliquant cette formule au spectre de bruit d'intensité du laser repompeur (fig. 5.10), on obtient une contribution au bruit de phase atomique de **0,5 mrad/mesure**.

### 5.1.7 Conclusion

Les différentes sources de bruit discutées ici ne sont pas corrélées. Le bruit de phase dû au bruit de fréquence durant la rétro-réflexion a été étudié par exemple dans le cas d'un asservissement de phase parfait, et le bruit de cet asservissement a été mesuré par ailleurs sur des faisceaux co-propageants. On peut donc obtenir la variance totale de la contribution des lasers en calculant la somme quadratique de toutes les variances correspondantes :

$$\sigma_{\Phi}^2 \text{lasers} = \sigma_{\Phi}^2 \text{réf RF} + \sigma_{\Phi}^2 \text{HF} + \sigma_{\Phi}^2 \text{PLL} + \sigma_{\Phi}^2 \text{fibre} + \sigma_{\Phi}^2 \text{rétro} + \sigma_{\Phi}^2 \text{Intens}$$

et nous obtenons  $\sigma_{\Phi} \text{lasers} = 3,0 \text{ mrad/mesure}$ . Avec le dispositif actuel, pour un taux de répétition de 4 Hz et un temps d'interaction  $2T = 100 \text{ ms}$ , les lasers limiteraient ainsi la sensibilité à  $3,9 \cdot 10^{-9} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , c'est-à-dire trois fois moins que la meilleure sensibilité obtenue jusqu'à présent. Ils ne représentent donc pas encore un obstacle à l'augmentation du rapport signal à bruit de nos mesures.

Le bruit de phase dû à la rétro-réflexion diminuera de près d'un facteur 2 avec la nouvelle enceinte à vide. Le miroir est en effet placé à l'intérieur de l'enceinte, et le délai de rétro-réflexion est divisé par 2. Il est aussi possible de réduire cette contribution en asservissant la phase du laser maître  $R1$  sur celle du laser de référence  $L_{\text{ref}}$ , afin de réduire le bruit de fréquence de  $R1$ .

Si le résidu du verrouillage en phase optique devient ensuite prédominant par rapport aux autres contributions, nous avons montré expérimentalement que la bande passante de l'asservissement pouvait être doublée (cf Annexe D). Dans ce cas, le bruit de phase  $\sigma_{\Phi \text{PLL}}$  serait divisé par 2.

## 5.2 Bruit de détection

Le bruit de détection résulte de la somme de plusieurs bruits indépendants : le bruit intrinsèque au circuit électronique de détection (photodiodes, amplificateurs...), le bruit de projection quantique, développé ci-dessous, et un bruit dit "technique". Ce dernier est lié aux fluctuations de puissance ou de fréquence du laser de détection, donc il est proportionnel au nombre de photons diffusés, c'est-à-dire au nombre d'atomes.

La contribution totale de la détection au bruit de phase s'écrit :

$$\sigma_{\Phi}^2 \text{détection} = \sigma_{\Phi}^2 \text{élec} + \sigma_{\Phi}^2 \text{projec quant} + \sigma_{\Phi}^2 \text{technique}$$

### 5.2.1 Bruit de projection quantique

La détection consiste à mesurer le nombre d'atomes dans l'un et l'autre état de la superposition cohérente par le biais de leur désexcitation. Cette mesure détruit la cohérence de l'état quantique en sortie de l'interféromètre, en projetant les atomes sur l'un ou l'autre des états. A cette mesure sont associées des fluctuations quantiques, et l'écart-type d'Allan des fluctuations de la probabilité de transition est donné par  $\sigma_P = \frac{1}{2\sqrt{N_{\text{at}}}}$  [55] (pour une valeur moyenne  $P=1/2$ ), où  $N_{\text{at}}$  est le nombre d'atomes dans l'interféromètre.

Les fluctuations de phase dues à l'incertitude de mesure des populations sont égales à  $1/C\sqrt{N_{\text{at}}}$ . La contribution au bruit devrait être de 1 mrad/mesure avec  $10^6$  atomes, pour un contraste des franges  $C = 100\%$ . Nous mesurons un bruit deux fois plus grand, car le contraste est de 50%, soit  $\sigma_{\Phi \text{ projec quant}}^2 = 2$  mrad/mesure (fig. 5.11).

### 5.2.2 Comparaison des méthodes de détection

La mesure des populations dans chaque état interne peut être réalisé par deux méthodes, décrites au paragraphe 3.3. Pour comparer les contributions au bruit de phase des deux méthodes de détection, nous mesurons les fluctuations de la probabilité de transition d'une transition micro-onde  $\pi/2$ , insensible aux sources de bruit limitant l'interféromètre (lasers, vibrations). Nous pouvons augmenter ou réduire le nombre d'atomes en modifiant le temps de chargement du piège. Insistons sur le fait que le nombre d'atomes contribuant à l'interféromètre ne dépend pas de la méthode de détection. Seul change l'amplitude du signal détecté.

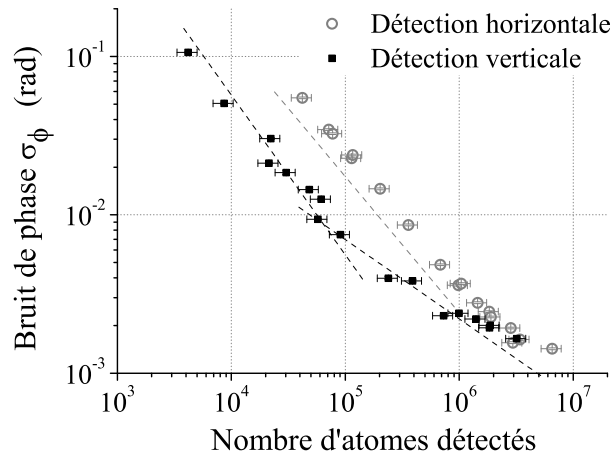


FIG. 5.11 – Comparaison des deux méthodes de détection. Pour un même nombre d'atomes piégés, le bruit de phase est moins grand avec la détection verticale. Le nombre de photons détectés par cette méthode est en effet plus grand, à nombre d'atomes piégés égal.

La figure 5.11 montre que pour un nombre d'atomes inférieur à  $10^6$ , le bruit de phase est nettement moins important pour la détection verticale. On peut observer deux régimes de bruit pour ce type de détection. Pour les nombres d'atomes  $N_{at}$  inférieurs à  $6 \cdot 10^4$ , la décroissance en  $1/N_{at}$  correspond à une situation où le bruit de détection est constant (bruit électronique), tandis que le signal est proportionnel à  $N_{at}$ . Pour un nombre d'atomes supérieur à  $6 \cdot 10^4$ , le bruit de détection augmente comme  $\sqrt{N_{at}}$ . Quant au bruit technique, un plus grand nombre d'atomes détectés est nécessaire pour le mesurer précisément.

La comparaison montre par ailleurs que pour un nombre d'atomes supérieurs à  $10^6$ , les détections horizontale et verticale présentent un bruit de phase similaire. Puisque la détection verticale est plus efficace pour  $N_{at} < 10^6$ , nous préférons utiliser cette méthode. Pour un temps de chargement et de préparation de 70 ms, le nombre d'atomes détectés est de  $2 \cdot 10^5$ . Le contraste typique étant de 50%, la contribution au bruit de phase devrait donc être de **4 mrad/mesure**, ce qui correspond effectivement à ce que nous mesurons.

Parmi les sources de bruit présentées jusqu'ici, celle du bruit de détection est prépondérante (tableau 5.2.2). On pourrait réduire le bruit de détection en augmentant le temps de chargement, ou en nettoyant les hublots du MOT-2D, rendus opaques par la réaction de la colle avec le rubidium. Le bruit dû aux fluctuations d'intensité des lasers est négligeable, bien que la ventilation souffle sur le banc optique. On peut donc en déduire que les niveaux de bruit rapportés sont largement indépendants des conditions extérieures.

Source	$\sigma_\Phi$ (mrad/mesure)	$\sigma_g$ ( $10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ )
Référence RF	1,0	1,3
Source HF	0,7	0,9
PLL	1,5	2,0
Fibre	1,0	1,3
Rétro-réflexion	2,0	2,6
Intensité	0,6	0,8
Détection	4,0	5,2
<b>Total</b>	<b>5,0</b>	<b>6,5</b>

FIG. 5.12 – Récapitulatif des sources de bruit indépendantes de l'environnement de l'expérience.

### 5.3 Vibrations

Nous abordons dans cette partie la source de bruit la plus importante de l'expérience. Les contributions répertoriées ci-dessus représentent en effet une limite de

$6,5 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$  pour les paramètres typiques ( $f_e = 4 \text{ Hz}$ ,  $T = 50 \text{ ms}$ ,  $\tau_{\pi/2} = 8 \mu\text{s}$ ), alors que la meilleure sensibilité atteinte est de  $1,4 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nous décrivons ici les différentes méthodes mises en œuvre pour réduire la contribution des vibrations à cette dernière valeur.

### 5.3.1 Mesure des vibrations

Un sismomètre de grande sensibilité (Güralp CMG40T) nous permet de mesurer les déplacements du miroir de rétro-réflexion, et donc des plans équiphasés. Le but est de convertir cette mesure en bruit de phase équivalent, et de soustraire le bruit induit par les vibrations à la mesure de l'interféromètre. Par commodité, l'instrument a d'abord été installé sur une plaque au-dessus de l'enceinte à vide, l'axe du capteur aligné avec la trajectoire des atomes.

#### 5.3.1.a Sensibilité attendue

La plate-forme d'isolation passive sur laquelle est posée l'expérience (cf paragraphe 3.5.2) filtre une partie des vibrations du sol. Après avoir redressé les spectres de l'atténuation de la fonction de transfert de l'instrument (cf §3.5.1), nous calculons la contribution au bruit de phase de l'interféromètre. Le bruit de vibration apparaissant à des fréquences petites devant la fréquence de Rabi (soit  $\omega\tau_R \ll 1$ ), l'expression de la fonction de pondération  $|H(\omega)|^2$  se simplifie pour donner :

$$|H(\omega)|^2 = 16 \sin^4 \left( \frac{\omega T}{2} \right) \quad (5.13)$$

Le déphasage induit par un déplacement  $dz$  des plans équiphasés est  $d\Phi = k_{\text{eff}} dz$ . Soit  $S_z(2\pi f)$  la densité spectrale en puissance du bruit de déplacement, exprimée en  $\text{m}^2/\text{Hz}$ . Les plans équiphasés subissent les mêmes vibrations que le miroir de rétro-réflexion, et nous désignerons indifféremment l'un ou l'autre. D'après l'équation 5.1, la variance à une seconde du bruit de phase induit par les vibrations s'écrit :

$$\sigma_{\Phi}^2 = k_{\text{eff}}^2 \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_e)|^2 S_z(2\pi n f_e) \quad (5.14)$$

En considérant plutôt la DSP du bruit d'accélération  $S_a(2\pi f)$  (en  $\text{m}^4 \cdot \text{s}^{-2}/\text{Hz}$ ), la variance peut se mettre sous la forme :

$$\sigma_{\Phi_{vib}}^2 = k_{\text{eff}}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|H(2\pi n f_e)|^2}{(2\pi n f_e)^4} S_a(2\pi n f_e) \quad (5.15)$$

Nous limitons le calcul aux harmoniques de  $f_e$  inférieures à 100 Hz. D'une part, le sismomètre n'est plus sensible aux vibrations de fréquence supérieure à 100 Hz.

D'autre part, nous vérifions avec un accéléromètre piézoélectrique, dont la bande passante est plus élevée, que le bruit de vibrations au-delà de 100 Hz est négligeable. La contribution des vibrations, ainsi calculée d'après les spectres représentés sur la figure 5.13, devrait être de  $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  sans plate-forme, de  $6,9 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  de jour, et de  $4,7 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  la nuit. La confirmation expérimentale est très bonne, car ce sont typiquement les sensibilités que nous mesurons en posant l'expérience sur la plate-forme passive.

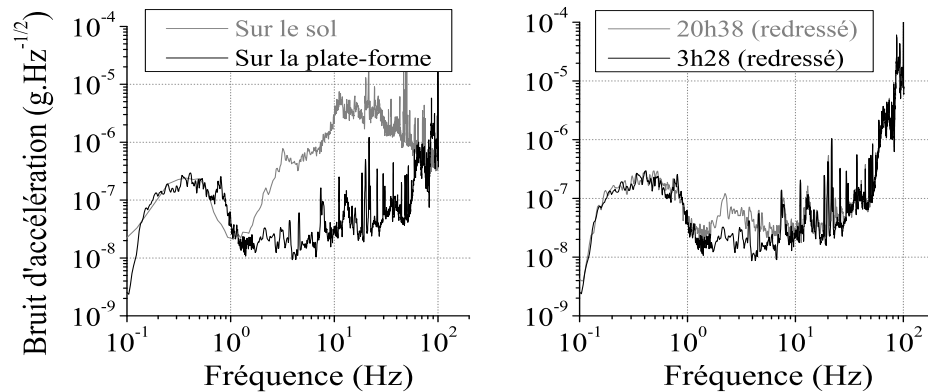


FIG. 5.13 – Influence sur le bruit de vibration de la plate-forme (gauche) et de l'activité urbaine environnante (droite).

Les spectres de vibrations mesurés font apparaître diverses sources de bruit, qui constituent ce que les géophysiciens appellent le bruit de fond sismique [56]. L'origine de ce bruit fait encore l'objet de recherche, mais il peut être divisé grossièrement en trois gammes de fréquences prépondérantes : entre 0,1 et 1 Hz, le ressac des vagues sur le rivage ou des phénomènes météorologiques à grande échelle, entre 1 et 10 Hz, l'activité urbaine (trafic routier, RER) ou les phénomènes météorologiques locaux, et 10 et 100 Hz, l'activité humaine (passants, portes). Nous constatons que la contribution aux fréquences intermédiaires diminue sensiblement la nuit, après la fermeture du RER (à 1h30), et que celle des fréquences élevées (10-100 Hz) est essentiellement causée par la ventilation de la climatisation dans la salle de manip.

Afin de protéger la plate-forme, le miroir, et l'enceinte à vide du souffle de la ventilation, nous avons d'abord fabriqué un coffrage en bois, puis nous avons marouffé une mousse isolante sur ses parois. La figure 5.14 montre que cette protection atténue de près d'un facteur 5 les vibrations de fréquences supérieures à 50 Hz. Pour autant, nous ne mesurons pas de réduction nette de la sensibilité, ce qui montre que la contribution de ces fréquences n'est pas dominante.



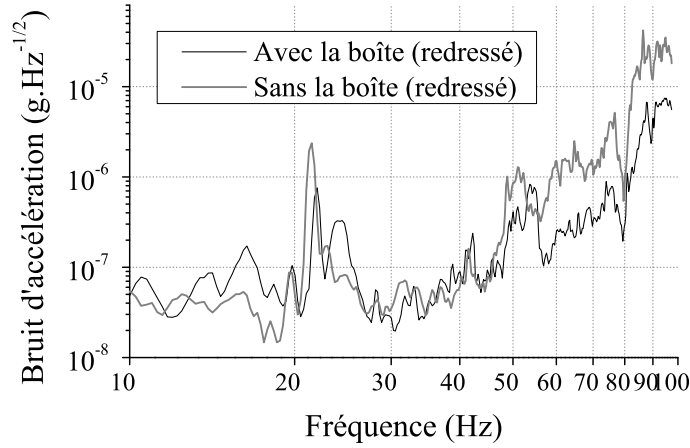


FIG. 5.14 – Influence du coffrage sur le bruit de vibration. La contribution des fréquences supérieures à 50 Hz est réduite de près d'un facteur 5.

### 5.3.1.b Corrélations

Le signal de tension délivré par le sismomètre correspond à une vitesse, avec une sensibilité  $A = 400 \text{ V/m/s}$ . Si l'on considère que le sismomètre et le miroir de rétro-réflexion suivent rigoureusement les mêmes mouvements, alors la variation de la phase des lasers pendant les transitions s'écrit :

$$\frac{d\varphi}{dt}(t) = k_{\text{eff}} \frac{dz}{dt} = k_{\text{eff}} \frac{V_{\text{sismo}}(t)}{A}$$

La perturbation de la phase interférométrique induite par les vibrations se déduit du signal de tension  $V_{\text{sismo}}(t)$  d'après cette formule :

$$\delta\Phi_{\text{vib}} = \frac{k_{\text{eff}}}{A} \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \cdot V_{\text{sismo}}(t) dt \quad (5.16)$$

Les franges reproduites sur la figure 5.15 ont été obtenues en contraignant le ressort de la plate-forme d'isolation, de sorte que les vibrations du sol soient transmises à l'expérience comme par un lien rigide. Le signal mesuré par le sismomètre est converti en déphasage grâce à la formule 5.16. La corrélation entre le calcul et le déphasage effectivement mesuré par les atomes valide l'utilisation de ce calcul. On constate par ailleurs que les vibrations des plans équiphases sont assez grandes pour balayer plusieurs franges, alors que la plate-forme convenablement réglée permet de rester à flanc de frange.

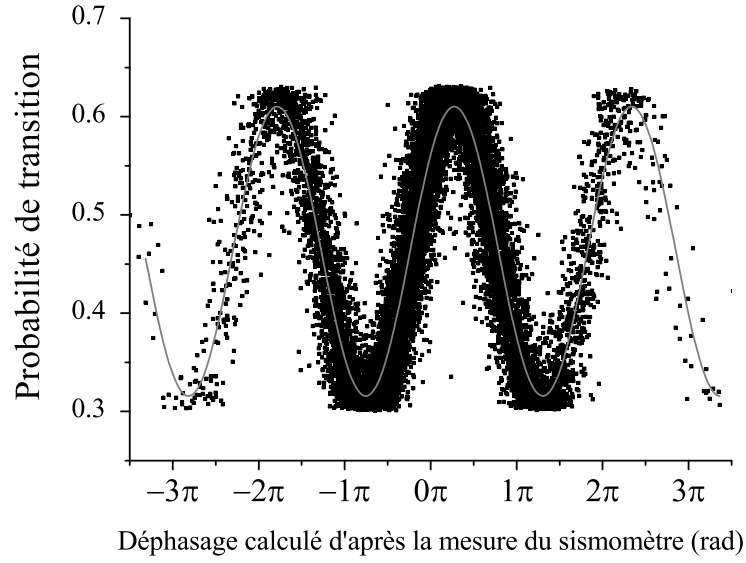


FIG. 5.15 – Probabilité de transition en fonction du déphasage calculé à partir du signal du sismomètre, d’après l’équation 5.16. Ces franges indiquent la corrélation entre le vrai déphasage et celui que nous calculons à partir de la mesure du sismomètre. La courbe grise est un ajustement sinusoïdal.

### 5.3.2 Corrections du signal atomique

Le bruit de phase induit par les vibrations est correctement évalué à partir de la mesure du sismomètre, et nous pouvons soustraire à la mesure de l’interféromètre la perturbation calculée. Nous avons mis au point deux méthodes de correction, que nous décrivons ici.

#### 5.3.2.a Correction a posteriori

La première méthode consiste à acquérir le signal du sismomètre pendant l’interféromètre avec une carte d’acquisition digitale, et à utiliser l’ordinateur pour appliquer la formule 5.16 à la fin d’une mesure. La fréquence d’échantillonnage des cartes numériques est suffisamment grande, par rapport à celle de l’évolution des vitesses, pour que l’intégrale puisse être écrite comme une somme de Riemann. La probabilité de transition est finalement corrigée de la valeur

$$\delta P_{\text{correc}} = \frac{1}{2} \times \frac{k_{\text{eff}}}{A} \times \frac{5}{2048 G} \left( - \sum_{n=-N_{\text{sismo}}/2}^0 V_{\text{num}}(n) + \sum_{n=0}^{N_{\text{sismo}}/2} V_{\text{num}}(n) \right) \frac{2T}{N_{\text{sismo}}}$$

où  $G$  est un gain qui dépend essentiellement du contraste, et  $N_{\text{sismo}}$  est le nombre de points du signal numérisé du sismomètre pendant la durée  $2T$  de l’interféromètre.



comparateur de phase/fréquence, tandis que la fréquence du synthétiseur accordable DDS1 sur lequel est verrouillé la phase des lasers reste d'environ 180 MHz. Ainsi une même perturbation exercée sur la phase des lasers (pour compenser les vibrations) engendre une erreur deux fois plus petite, ce qui permet de rester dans la plage de capture du comparateur phase/fréquence.

L'optimisation fine du gain est effectuée en considérant directement la sensibilité de l'interféromètre, avec ou sans réjection. Contrairement à la méthode précédente, celle-ci a lieu directement sur la phase des lasers, en temps réel, et ne dépend pas du contraste des franges d'interférence.

Bien que l'intégrateur soit remis à zéro à la fin de chaque cycle, il arrive que l'amplificateur opérationnel sature, car le sismomètre présente une tension d'offset. Une compensation constante s'avère insuffisante car l'offset varie. Une des cartes d'acquisition numérique de l'ordinateur est alors utilisée pour mesurer le signal pendant les 20 millisecondes de la fin de la mesure précédente. La valeur moyenne, qui doit correspondre au biais, est ensuite délivrée par une sortie d'une des cartes analogiques, pour être soustraite au signal envoyé vers l'intégrateur.

Malgré toutes ces précautions, la stabilité de cette technique de réjection se dégrade à l'échelle de quelques minutes. Une limite importante de la méthode provient de la non-linéarité de la réponse du comparateur digital de phase/fréquence. Celle-ci peut induire un biais sur la mesure du déplacement des plans équiphasés pendant l'interféromètre, et donc sur la mesure de l'accélération. Par ailleurs, le bruit du comparateur phase-fréquence n'est pas uniforme sur toute sa dynamique : on constate que le bruit de phase augmente quand le signal d'erreur s'éloigne de zéro.

### 5.3.2.c Comparaison

L'efficacité de ces méthodes de réjection est illustrée sur la figure 4.9, et montre que la sensibilité est améliorée de la même façon pour les deux méthodes. Nous avons alors choisi de poursuivre les expériences avec la post-correction, plus simple et plus robuste. Son efficacité dépend certes du contraste, qui varie typiquement de quelques 1%, mais la réjection n'est pas encore assez efficace pour être dégradé par ces variations.

## 5.3.3 Limites de la réjection

### 5.3.3.a Fonctions de transfert

La réjection telle que nous l'avons envisagée ci-dessus suppose que le signal délivré par le sismomètre est proportionnel aux variations de vitesse réellement éprouvées par les plans équiphasés, quelle que soit la fréquence considérée. Or ce n'est pas le cas. D'une part, l'instrument est pourvu d'un filtre passe-bas destiné à supprimer

les résonances de son dispositif (cf p. 50). D'autre part, les vibrations mesurées par l'instrument (situé au-dessus de l'expérience) ne sont pas les mêmes que celles subies par les plans équiphases. En effet, la structure reliant le miroir de rétro-réflexion et le capteur du sismomètre n'est pas rigoureusement rigide : elle présente de nombreux modes propres de vibration, essentiellement à des fréquences supérieures à 50 Hz. Nous constatons par exemple que la stabilité de la mesure est meilleure lorsqu'une mousse isolante de haute densité est compressée entre le blindage magnétique et la plaque sur laquelle est fixé le sismomètre.

Il faut donc tenir compte de deux fonctions de transfert : celle du filtre électronique du sismomètre  $H_{\text{sismo}}(f)$  (en amplitude), et celle qui décrit la relation entre les vibrations du miroir et celles de la plaque supportant le capteur. La fonction  $H_{\text{sismo}}(f)$  peut être mesurée en appliquant un courant dans une bobine, située à l'intérieur, qui permet d'exciter artificiellement le capteur. Si le capteur du sismomètre subit un bruit de densité spectrale de *puissance*  $S_{\text{sismo}}(f)$ , la DSP du signal en sortie du sismomètre vaut  $H_{\text{sismo}}^2(f) \times S_{\text{sismo}}(f)$ . La DSP des vibrations résiduelles, après correction, est donc donnée par la formule :

$$S_{\text{corr}}(f) = S_{\text{atomes}}(f) - H_{\text{sismo}}^2(\nu) \times S_{\text{atomes}}(\nu) \quad (5.17)$$

Pour obtenir une description fidèle de la DSP des vibrations éprouvées par le miroir, nous mesurons aussi les vibrations avec un accéléromètre piezo-électrique disposé plus près du miroir. Le capteur piezo-électrique étant moins sensible que le sismomètre pour  $f < 20$  Hz, nous avons recours à ce dernier : en assemblant le spectre mesuré par le sismomètre entre 1 et 20 Hz et celui du capteur piezo entre 20 et 100 Hz, nous établissons un spectre composite  $S_{\text{comp}}$  qui correspond mieux aux vibrations réelles du miroir, et nous considérons que  $S_{\text{atomes}} = S_{\text{comp}}$  (fig. 5.17 gauche). En multipliant ce spectre par la fonction de pondération (éq. 5.13), nous pouvons alors calculer les contributions des harmoniques de  $f_e$  au bruit de phase (fig. 5.17 droite). Il apparaît que les fréquences du bruit de vibration qui contribuent le plus sont celles inférieures à 30 Hz. La somme quadratique des harmoniques montre que le bruit de vibration décrit par le spectre  $S_{\text{comp}}$  limite la sensibilité à  $6,5 \cdot 10^{-8} g / \sqrt{\text{Hz}}$  (éq. 5.15).

Les contributions des fréquences élevées sont négligeables, et ce sont celles où les mesures des atomes et du sismomètre diffèrent. Nous pouvons donc simplifier le problème en assimilant le spectre mesuré par le sismomètre au le spectre composite, soit  $S_{\text{sismo}} = S_{\text{comp}}$ . On en déduit la DSP du spectre corrigé :

$$S_{\text{corr}}(\nu) = |1 - H_{\text{sismo}}(\nu)|^2 \times S_{\text{comp}}(\nu) \quad (5.18)$$

En appliquant la même méthode, nous constatons que la réjection atténue fortement les deux harmoniques les plus élevées du spectre de vibration. Nous montrons de la même façon que la réjection doit nous permettre d'atteindre une sensibilité de

$2,5 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ .

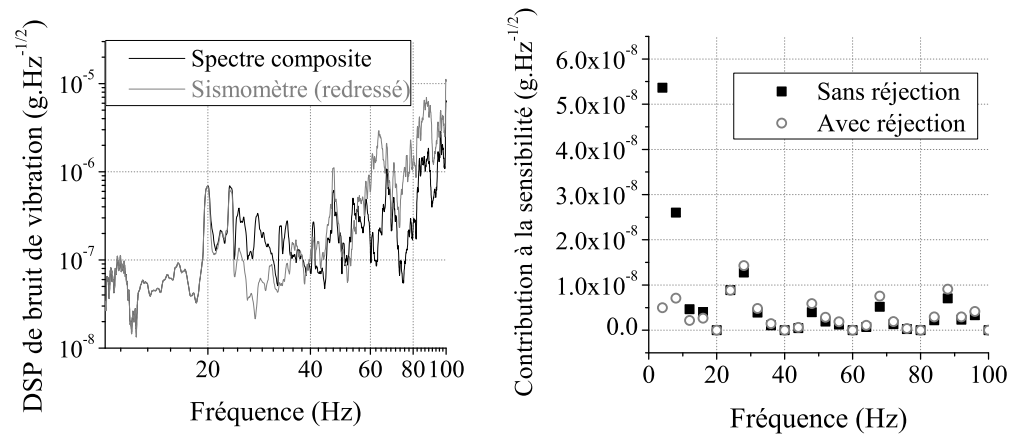


FIG. 5.17 – Gauche : Le spectre composite est constitué de ceux mesurés par le sismomètre pour les fréquences inférieures à 20 Hz, et par un accéléromètre piezo-électrique situé à côté du miroir. Droite : Contributions à la sensibilité des harmoniques, calculées à partir du spectre composite.

La correspondance entre ces valeurs et celles que nous avons mesurées est très bonne. Comme le montre la figure 4.9, la sensibilité est  $\sigma_{\Phi} = 7 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$  sans correction, et  $\sigma_{\Phi} = 2,5 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$  avec les deux méthodes de correction proposées. L'approximation  $S_{\text{sismo}} = S_{\text{comp}}$  est donc justifiée, pour ce niveau de bruit.

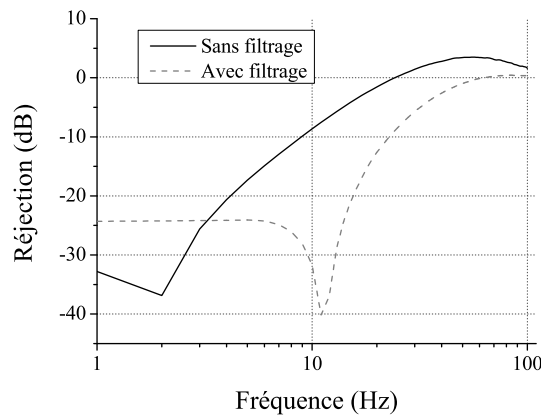


FIG. 5.18 – La courbe en trait plein (noir) représente la réjection simple, calculée d'après la fonction de transfert du sismomètre. La courbe en pointillé (gris) représente la réjection attendue après redressement de la fonction de transfert par un filtre numérique (cf §5.3.4).

La figure 5.18 (courbe noire) illustre l'effet de la fonction  $H_{\text{sismo}}$  sur l'efficacité de la réjection, définie par  $R(\nu) = |1 - H_{\text{sismo}}(\nu)|^2$ . Au delà de 20 Hz, le procédé de

réjection augmente effectivement le bruit au lieu de l'atténuer. On conçoit qu'il sera opportun de redresser la fonction de transfert pour retirer une information utile, ou de supprimer la contribution des hautes fréquences si aucune information ne peut être obtenue.

### 5.3.3.b Bruit intrinsèque du sismomètre

Le spectre de bruit intrinsèque fourni par le fabricant est représenté sur la figure 5.19. La formule (éq. 5.15) permet d'évaluer la seule contribution de ce bruit à la sensibilité de l'interféromètre à  $2 \cdot 10^{-9} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Cette limite est inférieure aux autres sources de bruit, et n'est donc pas pénalisante pour l'instant. La comparaison de ce spectre, qui représente les plus petits signaux mesurables, avec un spectre de vibrations typiques renseigne sur la réjection maximale que l'on peut attendre pour chaque fréquence.

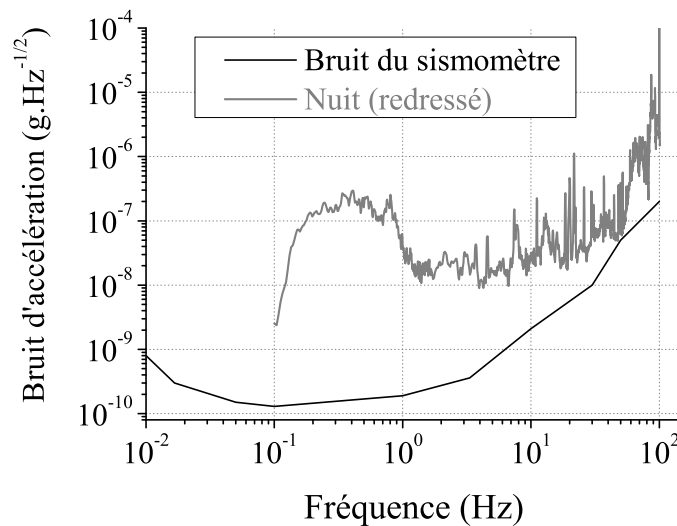


FIG. 5.19 – Densité spectrale de bruit de vibration limite mesurée par le sismomètre. Un spectre typique du bruit de vibration, mesuré la nuit, montre que la réjection ne pourra pas présenter la même efficacité sur toute la bande 1-100 Hz.

Le tableau ci-dessous récapitule les sensibilités (typiques ou meilleures) mesurées (en  $g/\sqrt{\text{Hz}}$ ), au fil des améliorations :

Configuration	$\sigma_g (T = 50 \text{ ms}, f_e = 4 \text{ Hz})$		$\sigma_g (T = 60 \text{ ms}, f_e = 5 \text{ Hz})$
	typique	meilleure	meilleure
Sans correction	$7 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-8}$	-
Feed-forward	$2,5 \cdot 10^{-8}$	-	-
Post-correction	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$2,0 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^{-8}$

### 5.3.4 Redressement de la fonction de transfert du sismomètre

Nous avons rapidement entrepris de redresser la fonction de transfert, de façon à extraire du signal  $V_{\text{sismo}}(t)$  plus d'information sur les vibrations réellement éprouvées par le miroir de rétro-réflexion. Le redressement idéal consisterait à appliquer au signal un traitement caractérisé par la fonction  $F$ , inverse de la fonction de transfert du sismomètre :

$$F(s) = \frac{1}{H_{\text{sismo}}(s)} = \frac{\prod_m \left(1 - \frac{s}{z_m}\right)}{\prod_n \left(1 - \frac{s}{p_n}\right)} \quad (5.19)$$

où  $s = jf$  et les fréquences  $z_m$  et  $p_n$  sont respectivement les zéros et les pôles du filtre d'ajustement  $F$ .

La première piste envisagée, qui semblait la plus simple, a consisté à réaliser un circuit analogique qui amplifiait les hautes fréquences. Cependant, l'ordre du filtre était trop élevé et nous avons rapidement été confrontés aux problèmes du bruit intrinsèque amplifié du circuit électronique. D'après les calculs de réjection (fig. 5.18), un filtre de redressement d'ordre 1 devrait permettre de réduire la contribution des vibrations à environ  $5 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ , de l'ordre de la limite imposée par le bruit de l'instrument. Le filtre idéal présente un gain croissant de 20 dB par décade entre les fréquences  $f_0 \sim 20$  Hz et  $f_1 \sim 500$  Hz, et un gain constant au-delà de  $f_1$ . Nous avons décidé de réaliser le filtrage numériquement.

#### 5.3.4.a Filtrage passe-bas non causal

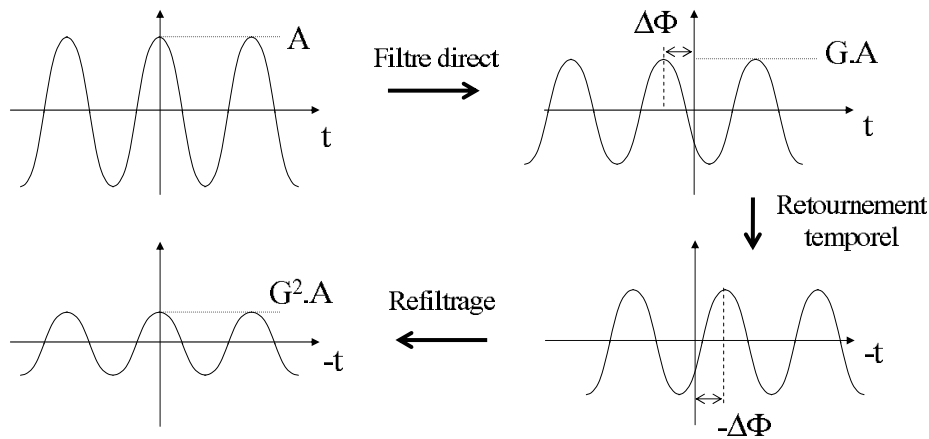


FIG. 5.20 – Principe du filtrage passe-bas non causal. Le signal est filtré dans un sens, puis le temps est retourné et le filtre est appliqué à nouveau. Le déphasage final est nul, tandis que l'atténuation est d'ordre 2.

La forme du filtre de redressement pose problème : les fréquences supérieures à 100 Hz sont uniformément amplifiées, alors qu'elles ne correspondent qu'à du bruit de tension. Il s'agit donc d'atténuer le signal à ces fréquences, sans toutefois affecter



le déphasage du filtre  $F$  aux fréquences inférieures. Notre méthode de réjection *a posteriori* se prête justement à ce traitement, qualifié de non-causal (fig. 5.20). Une fois que le signal du sismomètre est mesuré, il est lu et filtré dans le sens croissant du temps, ce qui le déphase de  $\Delta\Phi$  et l'atténue d'un facteur  $G$ . Nous retournons ensuite la séquence temporelle, ce qui change le signe du déphasage, et nous appliquons à nouveau le filtre. Le signal est déphasé de  $-\Delta\Phi$  et encore atténué de  $G$ . Le déphasage total est donc nul, et l'atténuation vaut  $G^2$ . Il suffit de retourner à nouveau la séquence temporelle pour obtenir le signal direct filtré.

Un dernier argument justifie que nous mettions en place ce filtre passe-bas. Le paragraphe précédent montre que si le redressement du signal ne peut pas être effectué, il faut supprimer les perturbations de fréquences supérieures à 20 Hz, sans quoi elles dégradent la réjection.

#### 5.3.4.b Mise en œuvre expérimentale

Nous avons introduits les filtres de redressement et d'atténuation non-causale dans le programme d'acquisition en utilisant des routines de filtrage numérique récursif [57]. Nous avons ensuite optimisé les paramètres des filtres, à partir de calculs basés sur les spectres mesurés, ou directement à partir de la mesure de l'influence du filtre sur la sensibilité de l'interféromètre. A la différence des comparaisons précédentes (d'abord sans puis avec correction, §5.3.2), la comparaison est effectuée sur les mêmes données, traitées avec le filtre ou non.

Alors que plusieurs mesures de la fonction de transfert du sismomètre confirment les indications du constructeur, l'amélioration de la sensibilité par le traitement numérique n'excède pas 10%. Nous constatons que la majeure partie de cette réjection provient du filtrage passe-bas du filtre non causal. En effet, la fonction de transfert *miroir/sismomètre* détériore la corrélation entre l'interféromètre et le sismomètre aux fréquences élevées. La correction sans filtrage devient plutôt néfaste, puisqu'elle amplifie le signal du sismomètre aux fréquences supérieures à 20 Hz (fig. 5.18), et que le signal amplifié ne correspond pas aux vibrations du miroir. Il vaut donc mieux supprimer le signal au delà de 20 Hz.

L'effet du filtre a d'abord été mis en cause, et nous avons entrepris de mesurer sa fonction de transfert réelle, c'est-à-dire le rapport entre le signal de sortie du sismomètre et le signal traité par l'ordinateur, en réponse à des vibrations harmoniques. Un haut-parleur lesté et alimenté par un GBF permet d'exciter la plate-forme à des fréquences variant de 0,1 à 1 kHz. La figure 5.21 montre une bonne correspondance entre la mesure et le calcul de la fonction de transfert du filtre, qui n'est manifestement pas responsable de l'échec de la réjection.

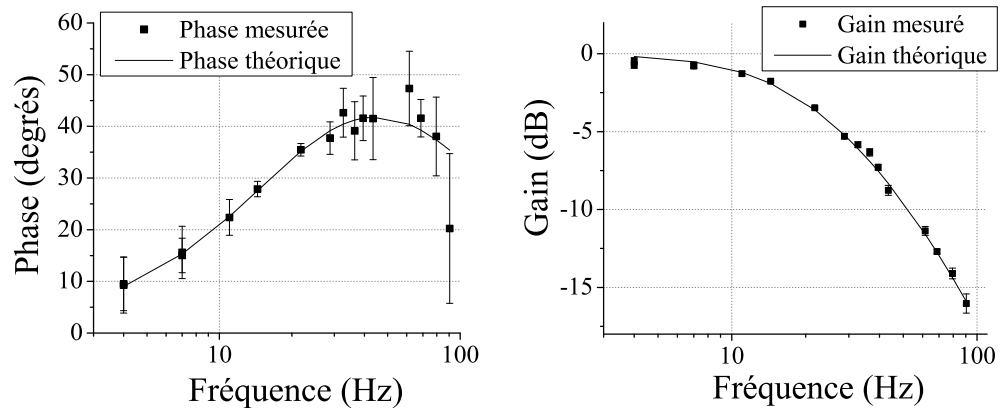


FIG. 5.21 – Vérification du filtrage numérique, combinant le redressement et le filtrage passe-bas non causal.

### 5.3.5 Optimisation de la réjection des vibrations

#### 5.3.5.a Mesure de la fonction de transfert $H_{\text{atomes/sismo}}$

D'après les fonctions de transfert du sismomètre et des filtres numériques, confirmées par les mesures, la réjection des vibrations devrait être améliorée de 35%. Le résultat contradictoire de la mesure confirme le désaccord entre la mesure de vibrations dérivée du sismomètre, et les vibrations réellement subies par le miroir. Après nous être assuré de la position optimale du sismomètre sur la plaque supérieure, en le déplaçant selon deux axes orthogonaux et en mesurant la réjection correspondante, nous mesurons la fonction de transfert  $H_1$  entre le signal du sismomètre et la phase de l'interféromètre. Le dispositif, décrit sur la figure 5.22, est similaire à celui utilisé pour la mesure précédente (fig. 5.21).

La figure 5.23 illustre les résonances de la structure sur laquelle est fixé le sismomètre, et qui ne concernent pas la mesure de l'interféromètre. Le filtrage envisagé n'est donc pas adapté à la fonction de transfert entre atomes et sismomètre, lorsqu'il est posé au-dessus de l'enceinte. Pour la nouvelle expérience, le sismomètre sera aussi fixé au-dessus de l'enceinte à vide, mais le miroir sera à l'intérieur. La rigidité de l'ensemble doit être encore garantie par la structure en titane, et par un renforcement des piliers de soutien.

#### 5.3.5.b Amélioration de la corrélation interféromètre/sismomètre

Afin d'évaluer la sensibilité limite de l'expérience actuelle, nous avons consacré nos efforts à réduire la contribution des vibrations. La méthode de réjection peut

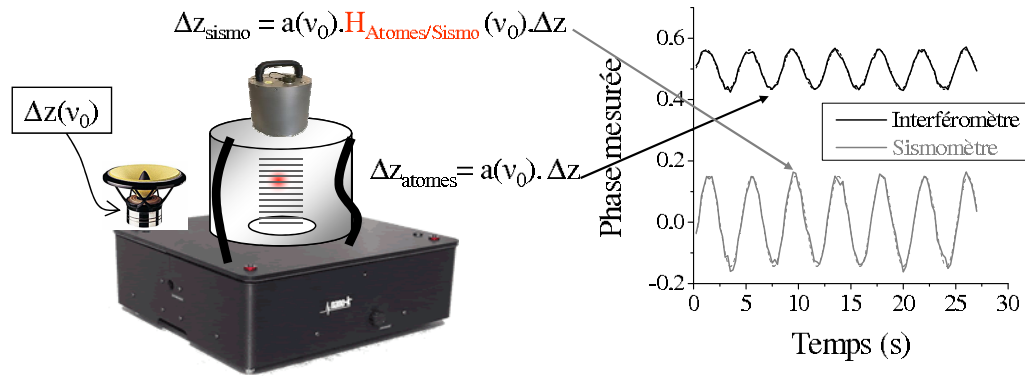


FIG. 5.22 – Mesure directe de la fonction de transfert directe interféromètre/sismomètre. Un déplacement vertical  $\Delta z$  du haut-parleur à la fréquence  $\nu_0$  induit un déplacement  $a \cdot \Delta z$  de la plateforme ( $a$  est la fonction de transfert entre le haut-parleur et la plateforme),  $a \cdot \Delta z \cdot H_{\text{atomes}}$  pour l'interféromètre, et  $a \cdot \Delta z \cdot H_{\text{sismo}}$  pour le sismomètre.

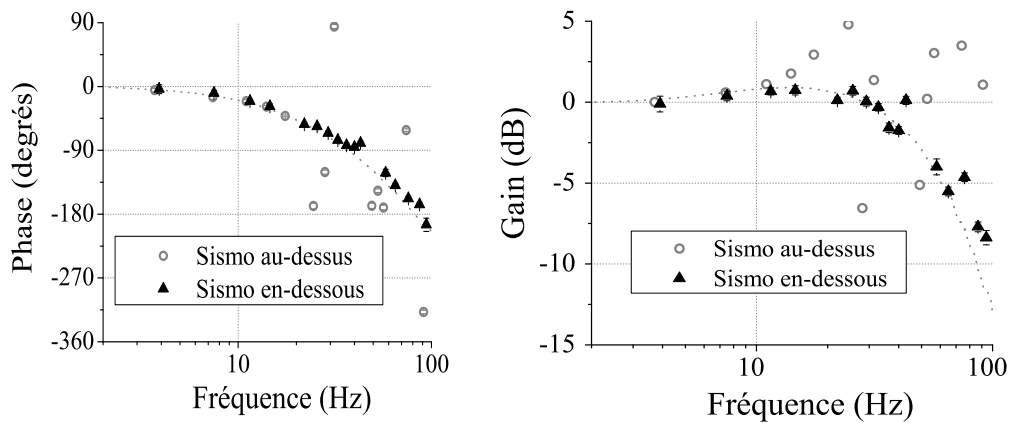


FIG. 5.23 – Fonctions de transfert entre la phase atomique et celle tirée du signal du sismomètre. Lorsque le sismomètre est fixé au-dessus de l'enceinte à vide (cercles gris), des résonances mécaniques s'ajoutent à la simple fonction de transfert du capteur (courbes grises). Les résonances disparaissent si le sismomètre est rigidement lié au miroir de réflexion (points noirs).

être améliorée soit en ajustant le filtre numérique à la fonction de transfert mesurée, soit en améliorant physiquement la corrélation entre la mesure des atomes et celle du sismomètre. La première solution est difficile à mettre en œuvre, à cause des multiples résonances de la fonction de transfert  $H_1$ . La seconde consiste à réduire physiquement les modes vibrations de la structure séparant le miroir et le capteur du sismomètre, ce qui s'annonçait fastidieux. Nous avons plutôt choisi de surélever l'enceinte à vide afin de placer le sismomètre dessous, et d'y fixer le miroir de réflexion. Le lien est ainsi direct entre les plans équiphasés et l'instrument qui mesure

leurs déplacements. Nous avons aussitôt mesuré la nouvelle fonction de transfert  $H_2$  (fig. 5.23) : la correspondance avec la fonction de transfert du sismomètre est très bonne et suggère qu'il éprouve les mêmes vibrations que les atomes.

### 5.3.5.c Amélioration de l'isolation passive

Quoique la fonction de transfert réelle soit plus conforme à celle utilisée dans les calculs, le traitement n'améliore guère la réjection de plus de 15% dans cette nouvelle configuration, au lieu des 35% prévus. D'après la simulation basée sur les spectres mesurés, le filtrage de la correction devrait améliorer la sensibilité de  $2 \cdot 10^{-8}$  à  $1,3 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Or la meilleure sensibilité, mesurée la nuit, est limitée à  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , avec le filtrage numérique. Nous savons que le filtre joue bien son rôle, mais le sismomètre n'apporte aucune information sur le bruit au-delà de 50 Hz. Même si ces contributions ne devraient pas s'avérer limitantes, nous avons tenté de les réduire en posant le sismomètre surmonté du miroir sur plusieurs types de caoutchoucs synthétiques. Ceux-ci présentent en effet des facteurs de qualité bien inférieurs à ceux du caoutchouc naturel : les fréquences autour de la fréquence de résonance (propre à la géométrie du morceau de caoutchouc) sont faiblement amplifiées, et les hautes fréquences sont notablement amorties. La figure 5.24 présente la meilleure combinaison obtenue, avec quatre couches superposées de néoprène Sorbotane. Pour les fréquences supérieures à 30 Hz, la forme plus "lisse" du spectre laisse supposer que la mesure est limitée par le bruit intrinsèque du sismomètre.

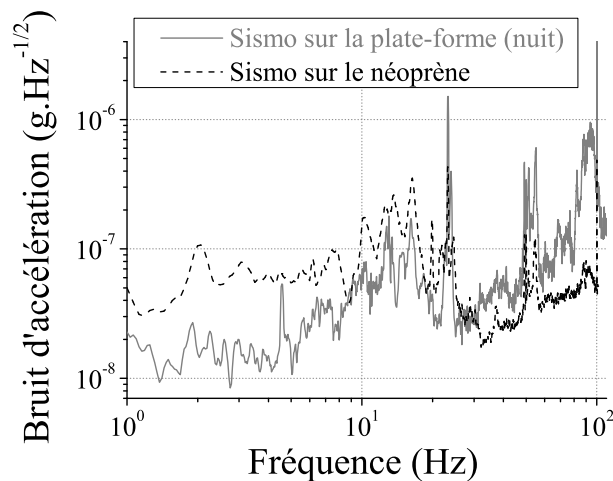


FIG. 5.24 – En posant le sismomètre sur des caoutchouc synthétiques, on obtient un amortissement d'un facteur 2 à 10 des vibrations au-dessus de 30 Hz, où la réjection est moins efficace.

## 5.3.5.d Un pas de plus vers le record

Pour obtenir la meilleure sensibilité possible, et évaluer le rôle de la contribution des vibrations, il était important de lancer des mesures dans un environnement le plus calme possible. Nous avons donc procédé à quelques mesures la nuit, après l'arrêt du RER, qui représente la source de vibrations dominante au laboratoire.

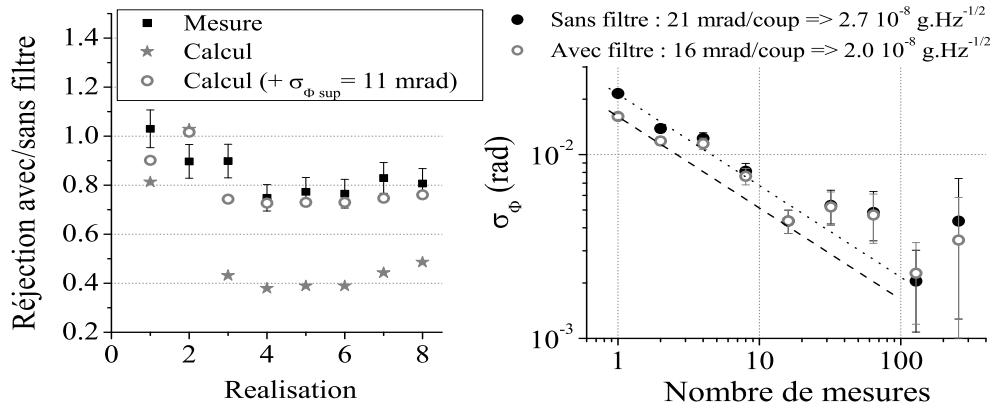


FIG. 5.25 – Gauche : taux de réjection pour différents paramètres  $f_0$ ,  $f_1$ , et  $f_c$ . Les étoiles grises représentent le taux de réjection calculé en considérant que les vibrations sont la seule source de bruit. Les mesures correspondent mieux au calcul incluant une source de bruit supplémentaire de 11 mrad/mesure (cercles gris). Droite : meilleure sensibilité observée une nuit, avec la ventilation.

A trois heures du matin, nous collectons ainsi des spectres de vibration avec ou sans ventilation, et nous essayons aussitôt d'optimiser les paramètres du filtre ( $f_0$ ,  $f_1$ , et  $f_c$ ). Le bruit étant très stationnaire à cette heure, le filtre doit compenser de la sorte le spectre pour lequel il a été spécifiquement optimisé. Lorsque la ventilation fonctionne, nous parvenons à réduire la contribution des vibrations de 25% (fig. 5.25). La sensibilité de la mesure sans filtrage est typiquement de  $2,7 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , et atteint au mieux  $2,0 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  (avec des paramètres du filtre différents de l'optimum).

Lorsque la ventilation est éteinte, la sensibilité varie entre  $1,7$  et  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  (fig. 5.26), mais nous constatons que le filtre n'a aucun effet significatif sur la réjection. Ceci semble indiquer que la contribution limitante n'est plus celle des vibrations.

Nous arrivons peu à peu à la conclusion qu'une autre source de bruit est prédominante. Nous pouvons par exemple obtenir un meilleur accord entre les mesures et le calcul de la réjection, en considérant qu'une contribution non corrélée de 11 mrad/mesure (correspondant à la sensibilité limite) vient s'ajouter à celle des vibrations (fig. 5.25 et 5.26).

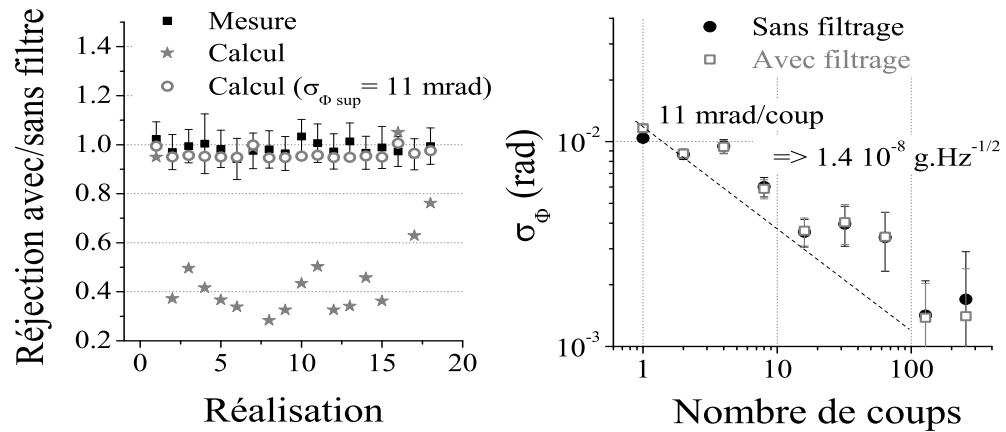


FIG. 5.26 – La même nuit, si l'on éteint la ventilation, le filtre n'a plus d'influence sur la réjection, quels que soient les paramètres. Les carrés gris correspondent au calcul sans autre bruit que les vibrations. Les cercles gris correspondent au calcul incluant une source de bruit supplémentaire de 11 mrad/mesure.

Le bilan des améliorations du taux de réjection est reporté dans le tableau suivant :

Méthodes de réjection		Sensibilités typiques
Sismomètre au-dessus	Sans filtrage	$2,0 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
	Avec filtrage	$1,8 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
Sismomètre en-dessous	Sans filtrage	$2,0 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
	Avec filtrage	$1,7 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
	Avec néoprène, sans filtrage	$2,5 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
	Avec néoprène, avec filtrage	$1,9 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$
Prévision du calcul		$5 \cdot 10^{-9} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$

### 5.3.6 Sensibilité sans isolation passive

L'influence bénéfique du filtre est flagrante dans la situation où le bruit de vibration correspond clairement à la contribution prédominante. Nous dégradons à dessein l'isolation passive en abaissant la plate-forme sur sa caisse. La plate-forme ne flotte plus, et le bruit de vibration augmente de plusieurs ordres de grandeur entre 1 et 10 Hz. La corrélation entre la phase de l'interféromètre et celle que l'on déduit de la mesure du sismomètre est alors bien meilleure avec le filtre, comme le montre la figure 5.27.

Notre méthode de correction ne permet de corriger la probabilité de transition que pour des faibles variations de la phase atomique, et nous devons réduire l'intervalle

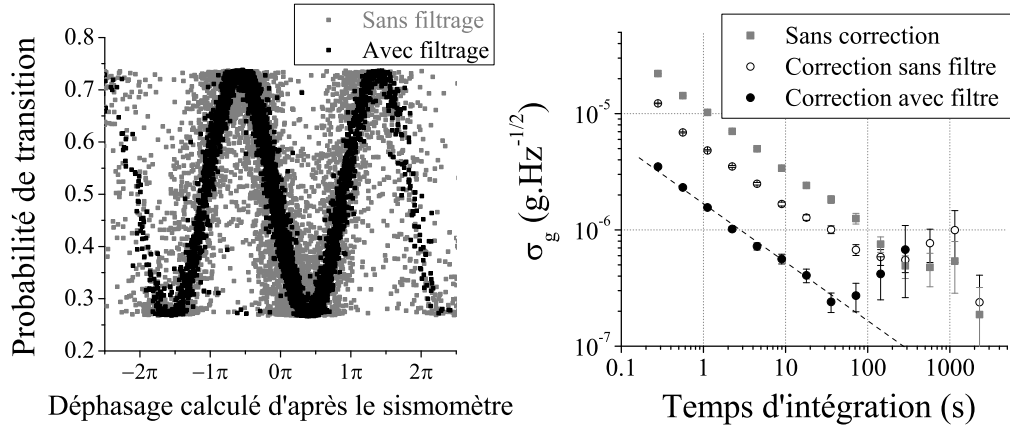


FIG. 5.27 – Gauche : Influence du filtre sur les corrélations entre la mesure du sismomètre et celle de l’interféromètre, lorsque la plate-forme est en contact avec le sol (avec  $2T = 100$  ms). Droite : Mesure à mi-frange, avec  $2T = 20$  ms. La correction simple réduit le bruit d’un facteur 2, et le filtrage apporte encore un gain de 3.

$T$  entre les transitions à 10 ms. Ainsi la phase de l’interféromètre reste proche de la pente de la frange, où la phase de l’interféromètre et la probabilité de transition sont proportionnels. Dans cette situation, nous montrons que la post-correction simple améliore la sensibilité d’un facteur 2, et que le filtrage du signal sismique l’améliore encore d’un facteur 3. La sensibilité correspondante est de  $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ . L’intérêt de réduire ainsi l’intervalle  $T$  est d’obtenir un interféromètre compact, tout en maintenant une sensibilité intéressante. Comme pour les horloges atomiques compactes, une enceinte sphérique d’une dizaine de centimètres de diamètre peut tenir lieu de zone de capture, de mesure, et de détection [58]. La faible durée de l’interféromètre est alors compensée par un taux de répétition beaucoup plus élevé.

### 5.3.7 Vibrations horizontales

Nous n’avons évoqué jusqu’ici que le bruit d’accélération vertical, puisque la sensibilité de la mesure est directement affectée par les vibrations des plans équiphasés. Or les déplacements horizontaux de l’expérience peuvent eux perturber la mesure, qu’ils aient lieu lors du lâcher (le nuage acquiert une vitesse transverse initiale), ou bien pendant la chute libre (déplacement transverse relatif du nuage dans les faisceaux). Or, comme nous le détaillerons au chapitre suivant, la mesure de l’accélération est sensible aux vitesses transverses initiales, par le biais de l’accélération de Coriolis et des aberrations géométriques des faisceaux Raman.

D’une part, pour un atome de vitesse transverse non nulle, les faisceaux Raman verticaux ouvrent une aire physique qui rend l’interféromètre sensible aux rotations.

On montre que l'accélération de Coriolis est proportionnelle à la vitesse initiale transverse  $v_0$ , et que le coefficient de proportionnalité  $\zeta$  vaut  $10 \mu\text{Gal}/\text{mm}/\text{s}$  pour  $T=50 \text{ ms}$  (p. 145), soit  $\zeta = 40 \text{ m}\mu\text{rad}/\text{m}/\text{s}$  pour la phase atomique du gravimètre. Le sismomètre mesure les vibrations dans les trois directions de l'espace, et permet de relever la densité spectrale de puissance  $S_v$  du bruit de vitesse dans la direction Est/Ouest (fig. 5.28). D'après la formule 5.1, la variance à une seconde du bruit de phase Coriolis dû aux fluctuations de la vitesse initiale s'écrit alors :

$$\sigma_{\Phi_{\text{Cor}}}^2 = \zeta^2 \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_e)|^2 S_v(2\pi n f_e) \quad (5.20)$$

L'écart-type correspondant de  $4 \cdot 10^{-9}$  rad sur une seconde est complètement négligeable.

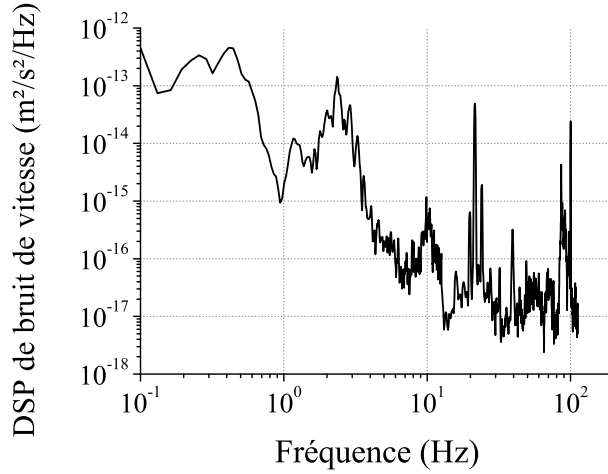


FIG. 5.28 – Densité spectrale de puissance du bruit de vitesse dans la direction Est/Ouest, mesurée par le sismomètre sur la plate-forme d'isolation passive.

Par ailleurs, les vibrations horizontales modifient la position des atomes dans les faisceaux pendant l'interféromètre, ce qui fait varier l'influence des aberrations. Dans le cas d'une aberration de courbure, la phase laser imprimée sur un atome se trouvant à la position  $r_0$  par rapport au centre des faisceaux s'écrit comme  $\delta\Phi_{\text{Courb}} = Kr_0^2$ . Ainsi, en supposant que les vibrations sont assez rapides pour que les positions d'une impulsion à l'autre ne soient pas corrélées, la variance du déphasage atomique  $\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$  s'écrit :

$$\sigma_{\Phi_{\text{Courb}}}^2 = 6K\sigma_r^2 = 6K \int_0^B S_r(f)df$$

où  $B = 100 \text{ Hz}$  est la bande sur laquelle on intègre la DSP de bruit de position, qui vaut  $S_r(f) = S_v(f)/(2\pi f)^2$ . Le paramètre  $K$  vaut environ  $20 \cdot 10^3$  dans notre expé-



rience. La contribution du bruit de position dû aux aberrations vaut ici  $5 \cdot 10^{-9}$  rad sur une seconde, et apparaît donc tout aussi négligeable que la précédente.

En revanche, nous avons mis en évidence un effet des vibrations horizontales bien plus préoccupant. En superposant deux sismomètres similaires, nous avons mesuré la différence de leur signaux dans l'espoir de mesurer leur bruit intrinsèque. Les signaux horizontaux ont aussi été mesurés. Nous avons remarqué d'abord que la différence des spectres est supérieure au bruit annoncé par le fabricant, mais surtout qu'elle présente la même structure que les spectres de vibrations horizontales. Lors de cette mesure, les axes des sismomètres superposés sont soigneusement alignés. Si au contraire l'un des sismomètres est pivoté par rapport à l'autre, la différence entre les spectres augmente, et ce d'autant plus que l'angle est important. Il semble donc que les vibrations horizontales contaminent en partie le signal vertical du capteur.

Un tel couplage d'axes s'avérerait limitant pour la correction des vibrations : la projection verticale des vibrations horizontales représente un bruit de tension susceptible d'être plus élevé que le bruit intrinsèque de la mesure sur cet axe (cf p. 94). S'il était possible de savoir quelle fraction du signal horizontal vient perturber le signal vertical, nous pourrions bien sûr déterminer le bruit de tension total en fonction des mesures de bruit horizontal. Malheureusement, les différences des spectres horizontaux montrent que les sismomètres superposés ne subissent pas exactement les mêmes vibrations, probablement à cause des inclinaisons de la plate-forme.

### 5.3.8 Conclusion : limite actuelle de la sensibilité

Nous avons répertorié dans ce chapitre l'ensemble des sources de bruit qui affectent la mesure du gravimètre. Le bilan des diverses contributions à la stabilité limite sont reportées dans le tableau ci-dessous :

Source		$\sigma_g$ ( $10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ )
Lasers	Référence RF	1,3
	Source HF	0,9
	PLL	2,0
	Fibre	1,3
	Rétro-réflexion	2,6
	Intensité	0,8
Total lasers		4
Détection		5
Vibrations	sans correction	50 à 70
	<b>avec correction</b>	<b>14</b>
	correction théorique	< 5
Couplage d'axe		?

Nous en tirons les conclusions suivantes :

- Les lasers sont responsables d’une contribution au bruit de phase de  $4 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ . La contribution majeure est due au délai de rétro-réflexion  $t_d$ , mais elle doit diminuer dans la prochaine expérience : d’une part l’installation du miroir à l’intérieur de l’enceinte à vide réduira de moitié le délai  $t_d$  et donc la contribution au bruit, et d’autre part le laser maître pourrait être asservi en phase sur le laser de référence. Par ailleurs, nous avons démontré expérimentalement une réduction de moitié du bruit de la boucle de verrouillage en phase (voir Annexe D). La limite de stabilité des lasers pourrait ainsi passer à  $2 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$  dans la prochaine expérience.
- Malgré l’utilisation des faisceaux verticaux pour la détection, qui la rendent plus efficace, le bruit de détection demeure la contribution majeure parmi les sources indépendantes de l’environnement ( $5 \cdot 10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$ ). Le nombre d’atomes peut cependant être augmenté significativement en changeant les hublots du piège 2D utilisé pour le chargement. Le gain attendu est au moins d’un facteur 2. Il est par ailleurs possible d’allonger la durée du chargement, mais au détriment du taux de répétition de la mesure.
- Le calcul et l’expérience montrent que notre méthode de réjection des vibrations permet de réduire de plus d’un facteur 4 la contribution des vibrations. Cependant, lorsque le bruit de vibration est très faible, la correction du signal du sismomètre n’apporte plus aucun bénéfice. La sensibilité actuelle n’est donc manifestement plus limitée par la contribution des vibrations verticales, qui devrait être réduite à moins de  $10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ . Le couplage d’axes horizontal sur l’axe vertical et le bruit intrinsèque du sismomètre semblent responsables de la limite de stabilité des mesures actuelles. La meilleure sensibilité obtenue est de  $1,4 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ .



# Chapitre 6

## Effets systématiques

### 6.1 Introduction

A mesure que la sensibilité de l'interféromètre s'améliore, les effets systématiques peuvent être mesurés avec une résolution plus grande. Nous avons commencé à entreprendre le recensement des biais une fois que nous avons atteint une sensibilité typique de  $2,5 \cdot 10^{-8} g/\sqrt{\text{Hz}}$ , en janvier 2006. Certains effets affectent la mesure de  $g$  en modifiant la condition de résonance Raman (effet Stark dynamique, effet Zeeman quadratique, déplacement collisionnel), d'autres agissent directement sur la différence de phase entre les lasers (aberrations des faisceaux, influence de l'indice de réfraction à la traversée du nuage), et d'autres enfin dépendent directement de l'expression du déphasage (valeur de  $k_{\text{eff}}$ , alignement vertical des faisceaux...).

Nous présentons d'abord les effets systématiques les plus importants. Nous montrons comment, selon qu'ils dépendent ou non de l'orientation du vecteur  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , leur influence peut être réduite. Puis nous abordons d'autres biais, dont l'influence n'est pas encore limitante. On rappelle pour la suite du chapitre que  $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm.s}^{-2}$ .

### 6.2 Effets indépendants de $\vec{k}_{\text{eff}}$

#### 6.2.1 Déplacement lumineux à 1 photon

Le couplage d'un champ électro-magnétique à un dipôle électrique induit un déplacement de l'énergie interne des états couplés (voir chapitre 2). Dans le cas d'une transition Raman stimulée, les deux faisceaux Raman ont une influence sur chacun des niveaux d'énergie des états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ . Les équations 2.4 obtenues au paragraphe 2.1.1 font ainsi apparaître les variations des valeurs propres du hamiltonien d'interaction  $\mathbf{D.E}$ , qui correspondent aux déplacements lumineux [59]. Si les déplacements lumineux  $\delta\omega_f$  et  $\delta\omega_e$  (cf éq. 2.5) ne sont pas égaux, leur différence induit un décalage  $\delta\omega_{LS1}$  de la condition de résonance de la transition Raman (éq. 2.8). En tenant compte des règles de sélection, de la polarisation circulaire des faisceaux, et de la

présence des deux paires de faisceaux dans l'enceinte, le déplacement lumineux du niveau hyperfin fondamental s'écrit :

$$\delta\omega_f = 2 \times \frac{1}{4} \left[ \sum_{j=0}^3 \frac{\Omega_{1j}^2}{\omega_2 - \omega_{1j}} + \sum_{j=0}^3 \frac{\Omega_{2j}^2}{\omega_2 - \omega_{1j}} \right] = \frac{d^2 E_1^2}{4\pi\hbar^2} \left[ \frac{5}{24(\Delta + \delta\nu_{31})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32})} \right] \\ + \frac{d^2 E_2^2}{4\pi\hbar^2} \left[ \frac{5}{24(\Delta + \delta\nu_{31} - \nu_{\text{HFS}})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32} - \nu_{\text{HFS}})} \right] \quad (6.1)$$

et celui du niveau hyperfin excité :

$$\delta\omega_e = \frac{d^2 E_1^2}{4\pi\hbar^2} \left[ \frac{1}{120(\Delta + \delta_{31} + \nu_{\text{HFS}})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta_{32} + \nu_{\text{HFS}})} + \frac{1}{5(\Delta + \nu_{\text{HFS}})} \right] \\ + \frac{d^2 E_2^2}{4\pi\hbar^2} \left[ \frac{1}{120(\Delta + \delta\nu_{31})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32})} + \frac{1}{5\Delta} \right] \quad (6.2)$$

où  $\delta\nu_{3j}$  désigne la fréquence du décalage hyperfin entre les niveaux  $|^5P_{3/2}, F' = 3\rangle$  et  $|^5P_{3/2}, F' = j\rangle$ , et  $d$  est le moment dipolaire électrique pour la transition  $|J = 1/2\rangle \rightarrow |J = 3/2\rangle$ . Le facteur 2 au début de l'expression est dû à l'interaction des atomes avec les deux paires de faisceaux, dont les désaccords Doppler sont négligeables par rapport à la structure hyperfine (p. 29).

### 6.2.1.a Influence du rapport d'intensité sur le déplacement lumineux

Le déplacement lumineux différentiel  $\delta\omega_{LS1}$  s'écrivant comme la différence entre  $\delta\omega_e$  et  $\delta\omega_f$ , il est possible de l'annuler en ajustant correctement le rapport des intensités lasers  $\rho = E_2^2/E_1^2$ . En séparant les influences respectives  $\alpha$  et  $\beta$  des lasers  $R1$  et  $R2$ , on peut aussi écrire le déplacement lumineux comme :

$$\delta\omega_{LS1} = 2\pi(\alpha E_1^2 + \beta E_2^2) \quad (6.3)$$

Le rapport qui annule ce déplacement est donc donné par :

$$\rho = \frac{E_2^2}{E_1^2} = -\frac{\alpha}{\beta}$$

où les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  se déduisent des expressions 6.1 et 6.2, en fonction du désaccord Raman  $\Delta$ . On a pour  $R1$  (issu du repompeur) :

$$\alpha = 8\pi \frac{\delta\omega|_{R1}}{\Omega_1^2} = \frac{5}{24(\Delta + \delta\nu_{31})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32})} \\ - \frac{1}{120(\delta\nu_{31} + \nu_{\text{HFS}} + \Delta)} - \frac{1}{8(\delta\nu_{32} + \nu_{\text{HFS}} + \Delta)} - \frac{1}{5(\nu_{\text{HFS}} + \Delta)} \quad (6.4)$$

et pour la sensibilité au laser  $R2$  (issu du refroidisseur) :

$$\beta = 8\pi \frac{\delta\omega|_{R2}}{\Omega_2^2} = \frac{1}{120(\Delta + \delta\nu_{31})} + \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32})} + \frac{1}{5\Delta} - \frac{5}{24(\Delta + \delta\nu_{31} - \nu_{\text{HFS}})} - \frac{1}{8(\Delta + \delta\nu_{32} - \nu_{\text{HFS}})} \quad (6.5)$$

Pour un désaccord Raman  $\Delta = -1,3$  GHz, nous calculons ainsi  $\rho = \mathbf{1,7}$ . Notons qu'il est aussi possible d'annuler le déplacement lumineux en choisissant un désaccord positif (lasers désaccordés dans le bleu). Le rapport nominal est de 0,53 pour un désaccord  $\Delta = +1,3$  GHz.

Afin de déterminer expérimentalement le rapport nominal, nous avons mesuré le décalage  $\delta\omega$  de la condition de résonance pour une transition Raman :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{HFS}} + \delta\omega = \omega_{\text{HFS}} + \mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v} \pm \omega_r + \delta\omega_{\text{LS1}} \quad (6.6)$$

Le signe devant la pulsation de recul est positif quand les atomes sont préparés dans l'état  $|F = 1, \mathbf{p}\rangle$ , et négatif pour les atomes préparés dans  $|F = 2, \mathbf{p}\rangle$ . Le décalage est mesuré avec le vecteur d'onde effectif  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  orienté vers le haut ou vers le bas. Les deux valeurs correspondantes  $\delta\omega_{\text{Up}}$  et  $\delta\omega_{\text{Down}}$  permettent de s'affranchir de l'effet du désaccord Doppler dans le calcul du déplacement lumineux :

$$\delta\omega_{\text{LS1}} = \frac{1}{2}(\delta\omega_{\text{Up}} - \delta\omega_{\text{Down}}) \mp \omega_r \quad (6.7)$$

Nous modifions le rapport  $\rho$  en faisant varier l'intensité de  $R1$ , issu du laser repompeur, tandis que nous maintenons constante l'intensité issue du laser de refroidissement. De cette manière, les paramètres initiaux (nombre d'atomes et vitesse initiale) de la mélasse demeurent constants, et n'ont pas d'influence sur  $\delta\omega_{\text{LS1}}$ . Nous constatons ainsi que le déplacement lumineux à un photon est annulé pour  $I_2^0/I_1^0 = \rho = 1,8$  (fig. 6.1). Le résultat est en bon accord avec le rapport optimal prévu par le calcul.

Nous cherchons ensuite à déterminer l'influence d'une variation du rapport  $\rho$  sur le déplacement lumineux. Les valeurs des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  en kHz/mW/cm<sup>2</sup> sont obtenues d'après les expressions 6.4 et 6.5, et en définissant l'intensité en W/m<sup>2</sup> par la valeur moyenne du vecteur de Poynting  $\Pi = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E^2$  :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\delta\omega|_{R1}}{\Omega_1^2} \left(\frac{d}{\hbar}\right)^2 \frac{2}{2\pi\varepsilon_0 c} = +5,79 \text{ kHz/mW/cm}^2 \\ \beta = \frac{\delta\omega|_{R2}}{\Omega_2^2} \left(\frac{d}{\hbar}\right)^2 \frac{2}{2\pi\varepsilon_0 c} = -3,34 \text{ kHz/mW/cm}^2 \end{cases}$$

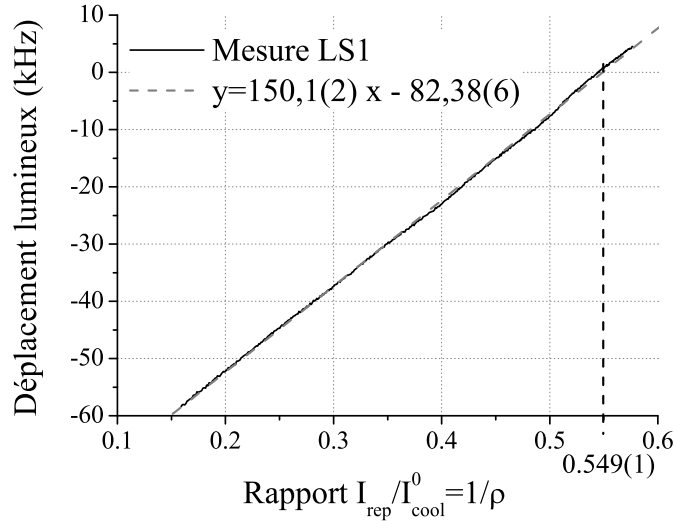


FIG. 6.1 – Mesure du déplacement lumineux à un photon en fonction du rapport des intensités des faisceaux Raman. L'intensité du faisceau *R2*, utilisé comme refroidisseur, est maintenue constante pour conserver un nombre d'atomes constant dans le nuage. Pour le désaccord  $\Delta = -1,3$  GHz, le rapport nominal vaut  $1/\rho = 0,55$ , soit  $\rho = 1,8$ .

Nous avons par ailleurs mesuré ces coefficients : l'intensité d'un laser est mesurée sur un puissance-mètre étalonné, sur une surface donnée, et le déplacement lumineux est obtenu en suivant la résonance Raman. Pour des intensités lasers telles que la durée d'une transition  $\pi$  soit de  $12 \mu\text{s}$ , la mesure sur *R1* donne  $\alpha = 5,7 \pm 0,2 \text{ kHz/mW/cm}^2$ , et  $\beta = -3,4 \pm 0,2 \text{ kHz/mW/cm}^2$  pour *R2*.

Soient  $I_1^0$  et  $I_2^0$  les intensités qui annulent le déplacement lumineux. Si les intensités varient, Le déplacement lumineux s'écrit en fonction des variations relatives :

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega_{\text{LS1}}}{2\pi} &= \alpha(I_1^0 + \delta I_1) + \beta(I_2^0 + \delta I_2) \\ &= \beta I_2^0 \left( -\frac{\delta I_1}{I_1^0} + \frac{\delta I_2}{I_2^0} \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

La valeur de  $\beta I_2^0$ , déplacement lumineux créé par le seul laser *R2*, se déduit de la figure 6.1. L'ordonnée à l'origine correspond en effet au déplacement lumineux lorsque la puissance de repompeur est nulle :  $\beta I_2^0 = -82 \text{ kHz}$ . Dans le cas défavorable où les variations d'intensité des lasers Raman sont anti-corrélées, le déplacement à 1 photon varie de  $1,6 \text{ kHz}$  pour  $1\%$  d'intensité des deux lasers, ou **820 Hz pour 1%** du rapport  $\rho$  autour de sa valeur nominale.

## 6.2.1.b Influence sur la phase

Les fluctuations d'intensité étant très lentes à l'échelle de la durée d'une mesure, nous considérons en première approximation que le déplacement lumineux est constant pendant un cycle de mesure. En réécrivant le déphasage 2.21 :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \omega(t) dt \quad (6.9)$$

où  $g_s$  est une fonction impaire, on montre qu'un désaccord en fréquence constant n'a pas d'influence sur la phase atomique. On pourrait donc supposer que l'effet Stark dynamique n'affecte pas la mesure. Nous omettrions, toutefois, que les atomes ont une distribution en vitesse transverse, et qu'ils se déplacent pendant la chute dans des faisceaux de distribution d'intensité gaussienne. Aussi pour un atome de vitesse horizontale  $v$ , le déplacement en fréquence au cours du temps vaut-il :

$$\delta\omega_{\text{LS1}}(v, t) = \delta\omega_{\text{LS1}}^0 \cdot e^{-2\frac{v^2 t^2}{w_0^2}}$$

où  $w_0$  est le col des faisceaux. Nous considérons que le diamètre du faisceau est identique pour les deux lasers Raman, quoique l'un des deux soit rétro-réfléchi, car la distance de propagation supplémentaire est négligeable devant la distance de Rayleigh (environ 600 m).

Puisque le déplacement lumineux n'a lieu qu'en présence des lasers pendant les impulsions, la fonction de sensibilité est modifiée. Nous utilisons à nouveau la fonction de sensibilité  $\tilde{g}_s(t)$ , égale à  $g_s$  pendant les impulsions, et nulle le reste du temps (cf p. 81). Le déphasage atomique s'écrit alors, pour le même atome :

$$\delta\Phi_{\text{LS1}}(v) = \delta\omega_{\text{LS1}}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_s(t) e^{-2\frac{v^2 t^2}{w_0^2}} dt \quad (6.10)$$

La température typique du nuage est  $T_{\text{at}} = 2,5 \mu\text{K}$ , ce qui correspond à une distribution en vitesse de largeur  $\sigma_v = 1,5 \text{ cm/s}$ . Le déplacement transverse d'un atome pendant une transition Raman ( $\tau \approx 10 \mu\text{s}$ ) est donc très faible ( $\approx 100 \text{ nm}$ ) devant la largeur des faisceaux. Nous considérons donc raisonnablement que les intensités lasers sont constantes pendant une impulsion. Soit  $T_d$  le délai entre le lâcher des atomes et la première transition Raman. Le déplacement de fréquence pour la transition  $\pi$  n'a pas d'influence, par symétrie de la fonction de sensibilité, et le déphasage pour un atome de vitesse  $v$  devient :

$$\delta\Phi_{\text{LS1}}(v) = \frac{\delta\omega_{\text{LS1}}(v, 2T)}{\Omega_{\text{eff}}} - \frac{\delta\omega_{\text{LS1}}(v, 0)}{\Omega_{\text{eff}}} = \frac{\delta\omega_{\text{LS1}}^0}{\Omega_{\text{eff}}} \left( e^{-2\frac{v^2(2T+T_d)^2}{w_0^2}} - e^{-2\frac{v^2 T_d^2}{w_0^2}} \right) \quad (6.11)$$



Nous considérons un nuage de taille initiale négligeable devant le diamètre du faisceau. Le déphasage total  $\delta\Phi_{\text{LS}}$ , induit par le déplacement lumineux sur la mesure de l'interféromètre, est obtenu en intégrant le déphasage précédent sur la distribution en vitesse :

$$\begin{aligned}\delta\Phi_{\text{LS1}} &= \frac{1}{4\pi\sigma_v^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} \delta\Phi(v) v dv d\theta \\ &= -\frac{\delta\omega_{\text{LS1}}^0}{\Omega_{\text{eff}}} \times 16 \frac{k_B T_{\text{at}}}{m} \times \frac{T(T+T_d)}{w_0^2}\end{aligned}\quad (6.12)$$

Calculons enfin l'influence d'une variation relative de la puissance des lasers, autour du rapport idéal. D'après l'équation 6.8, on a :

$$\delta\Phi_{\text{LS1}} = -\frac{2\pi}{\Omega_{\text{eff}}} \times \beta I_2^0 \left( -\frac{\delta I_1}{I_1^0} + \frac{\delta I_2}{I_2^0} \right) \times 16 \frac{k_B T_{\text{at}}}{m} \times \frac{T(T+T_d)}{w_0^2}\quad (6.13)$$

La température  $T_{\text{at}}$  est de  $2,5 \mu\text{K}$ , le rayon du col  $w_0 = 12 \text{ mm}$ , la durée d'une transition  $\pi$  d'environ  $12 \mu\text{s}$ . L'influence de la variation d'intensité relative d'un seul des lasers sur le déphasage est alors de  $1,8 \text{ mrad}/\%$ , soit  $4,5 \mu\text{Gal}/\%$  si  $T = 50 \text{ ms}$ . Un déphasage de  $1 \text{ mrad}$  correspond en effet à un biais d'accélération de  $2,5 \mu\text{Gal}$ . Le rapport des intensités devrait donc être asservi à environ  $2^0/00$  pour assurer une erreur inférieure à  $1 \mu\text{Gal}$ . En réalité, les variations de  $\rho$  à la période de la ventilation sont de l'ordre de  $5\%$  (voir fig. 6.11), donc l'incertitude sur ce biais est de **50  $\mu\text{Gal}$** .

### 6.2.2 Gradient de champ magnétique

Si les atomes sélectionnés pour la mesure présentent un moment magnétique nul, leurs fréquences sont malgré tout sensibles au second ordre au champ magnétique extérieur, à cause de son couplage avec les moments dipolaires magnétiques de l'électron et du noyau (décrits par les facteurs  $g_J$  et  $g_I$ ). Le déplacement de la fréquence hyperfine  $\omega_{\text{HFS}}/2\pi$  s'écrit [51] :

$$\delta\nu = \frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2}{2h^2 \nu_{\text{HFS}}} B^2 = K.B^2\quad (6.14)$$

où  $\mathbf{K} = 575,15 \text{ Hz}/\mathbf{G}^2$ .

Un champ magnétique constant le long de la trajectoire des atomes, comme celui qui définit l'axe de quantification des atomes, induit un déplacement Zeeman constant lui aussi. La phase de l'interféromètre ne subit alors aucun biais, car la fonction de sensibilité  $g_s$  est impaire.

La figure 6.2 montre que le champ magnétique qui règne dans l'enceinte a vide n'est pas constant. Cette cartographie du champ a été obtenue en suivant, avec une transition micro-onde  $\pi$  et à plusieurs instants de la chute, les variations de la

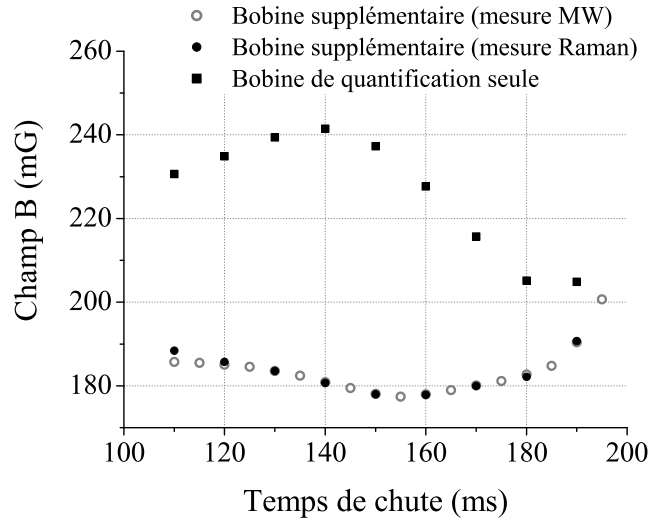


FIG. 6.2 – Mesure du champ magnétique le long de la chute des atomes, avant et après l’ajout d’une bobine verticale supplémentaire. La nouvelle cartographie a été réalisée avec des transitions Raman et avec des impulsions micro-onde.

résonance de la transition hyperfine  $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ . La variation linéaire de la fréquence de cette transition avec le champ magnétique local (+1,4 MHz/G) permet d’en déduire la valeur de  $|B(t)|$ . La mesure peut aussi être effectuée avec des transitions Raman (points noirs), mais les déplacements lumineux altèrent l’exactitude de la mesure. Les bobines de quantification fixées sur les parois du blindage interne ne suffisent manifestement pas seules à établir un champ magnétique constant. Une première bobine supplémentaire a été installée à la hauteur du piège 3D, afin de réduire les variations du champ (cercles gris).

Les transitions Raman sont réalisées par des faisceaux contra-propageants de polarisation circulaire (droite ou gauche selon la direction de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ ). Dans ce cas, si le champ magnétique est bien aligné avec la verticale, seules ces trois transitions  $\sigma$  sont possibles :

$$\begin{aligned}
 |m_{F=2} = \pm 1\rangle &\rightarrow |m_{F=1} = \mp 1\rangle \text{ via } |F' = i, m_F = 0\rangle &: \text{ insensible à } B \\
 |m_{F=2} = 2\rangle &\rightarrow |m_{F=1} = 0\rangle \text{ via } |F' = i, m_F = 1\rangle &: \frac{\delta\nu}{\delta B} = 1,4 \text{ MHz/G} \\
 |m_{F=2} = -2\rangle &\rightarrow |m_{F=1} = 0\rangle \text{ via } |F' = i, m_F = -1\rangle &: \frac{\delta\nu}{\delta B} = -1,4 \text{ MHz/G}
 \end{aligned}$$

Alors qu’aucun champ magnétique extérieur n’est appliqué, nous mesurons l’efficacité de transfert d’une transition Raman en fonction de la fréquence (fig. 6.3). Sept raies apparaissent, qui résultent de branchements atomiques par des transitions  $\pi$ . On en déduit que la projection des polarisations  $\sigma_+$  ou  $\sigma_-$  des lasers sur l’axe du champ

magnétique parasite  $\mathbf{B}_p$  présente des composantes  $\pi$  par rapport à l'axe vertical, ce qui signifie que le champ magnétique a une composante radiale.

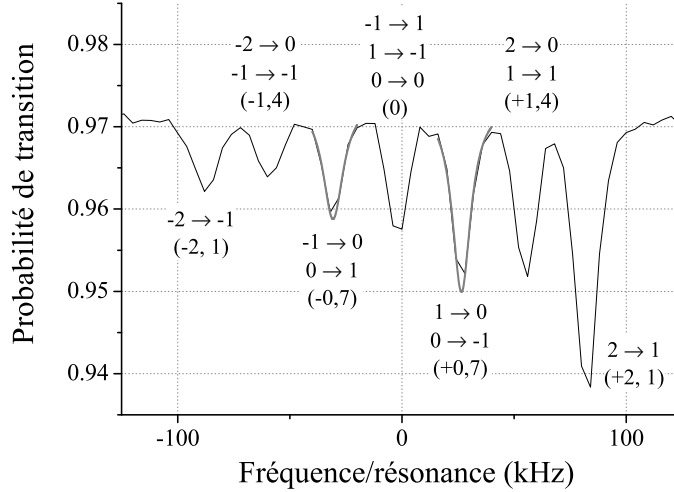


FIG. 6.3 – Spectre des transitions Raman possibles de  $F = 2$  vers  $F = 1$ , lorsqu'aucun champ magnétique n'est appliqué. Les transitions  $m_2 = i \rightarrow m_1 = j$  sont précisées avec les valeurs des décalages Zeeman linéaires entre parenthèse (en MHz/G).

On peut tirer de la même mesure le module du champ magnétique parasite, d'après le déplacement Zeeman linéaire qu'il induit. Par exemple, en ajustant les raies telles que  $\Delta m_F = \pm 1$  (transitions à deux photons  $\sigma$  et  $\pi$ ) par des profils lorentziens, on constate qu'elles sont situées à 26,5 et -30,74 kHz (cf fig. 6.3). La moyenne de ces décalages est de 28,62 kHz, pour une sensibilité de  $\pm 0,7$  MHz/G, donc le module du champ magnétique parasite est  $B_p = 41$  mG.

Il est possible aussi de déterminer l'orientation de ce champ par rapport à la verticale, en appliquant un champ magnétique supplémentaire vertical  $\mathbf{B}_s$ . Le module du champ magnétique total s'écrit :

$$|\mathbf{B}_{\text{tot}}|^2 = |\mathbf{B}_p + \mathbf{B}_s|^2 = B_p^2 + B_s^2 + 2B_s \cdot B_p \times \cos \theta \quad (6.15)$$

Nous appliquons différents courants dans la bobine de biais (cf §3.2.2), et nous reproduisons la mesure précédente (fig. 6.4). A mesure que nous augmentons le champ magnétique supplémentaire, l'angle entre le champ total et l'axe vertical se réduit, et les transitions  $\Delta m_F = \pm 2$  deviennent majoritaires. On déduit de ces spectres que le champ parasite est incliné de  $130^\circ$  par rapport à la verticale.

Or on montre plus loin que la composante de champ magnétique transverse peut être à l'origine d'un biais de mesure de l'interféromètre. En effet, si la mélasse optique est déséquilibrée, les atomes sont refroidis autour d'une vitesse non nulle. Ils sont donc lâchés avec une vitesse initiale transverse qui rend la mesure sensible à l'accélération

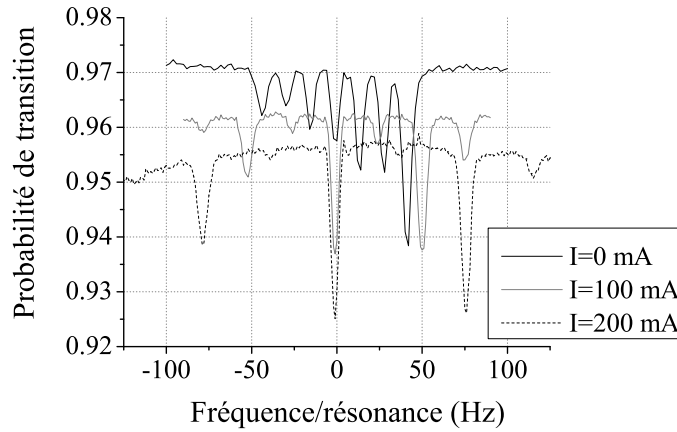


FIG. 6.4 – Spectre des transitions Raman possibles de  $F = 2$  vers  $F = 1$ , pour des valeurs croissantes du champ magnétique vertical supplémentaire (0, 100 et 200 mG). Les transitions  $\sigma$  telles que  $\Delta m_F = \pm 2$  deviennent majoritaires.

de Coriolis (p. 144). Afin de réduire cette composante du champ parasite, deux bobines en configuration Helmholtz sont disposées sur les bras Est/Ouest du piège magnéto-optique. La nouvelle cartographie du champ magnétique est illustrée sur la figure 6.5, avec la précédente.

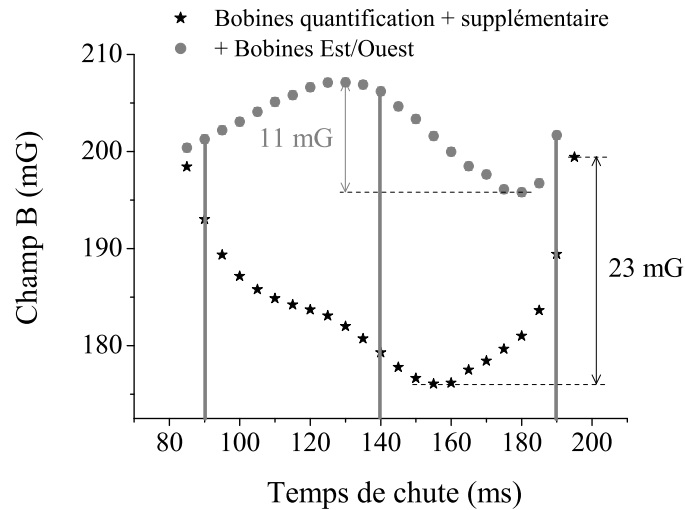


FIG. 6.5 – Cartographie du champ magnétique, avec la bobine de quantification et la bobine verticale supplémentaire, avec (carrés gris) et sans (étoiles) la bobine de compensation horizontale (fig. 6.2). Les traits gris verticaux représentent les instants des transitions Raman.

D'après l'expression générale 6.9 et l'expression du désaccord causé par l'effet

Zeeman (éq. 6.15), le déphasage s'écrit :

$$\delta\Phi_{\text{Zeeman}} = 2\pi K \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) B(t)^2 dt \quad (6.16)$$

Il vaut  $-390 \pm 60$  mrad ou  $-975 \pm 150 \mu\text{Gal}$  lorsque la composante transverse du champ parasite est compensée, et  $-367 \pm 50$  mrad (soit  $-918 \pm 125 \mu\text{Gal}$ ) sinon.

### 6.2.2.a Effet Zeeman sur les deux bras de l'interféromètre

En réalité, le calcul (6.16) n'est pas complet, car il ne tient pas compte de la séparation spatiale des bras de l'interféromètre. La séparation maximale entre les paquets d'onde est d'environ 0,5 mm, tandis que le gradient de champ magnétique atteint parfois 1 G/m. Le déphasage dû à l'effet Zeeman peut donc être différent le long des deux chemins. Par ailleurs, le potentiel d'interaction entre le champ et le moment magnétique des atomes est à l'origine d'une force qui les dévie différemment selon leur état interne.

Nous avons calculé la correction sur les phases atomiques le long des bras de l'interféromètre à partir du formalisme des intégrales de chemin. Le déphasage introduit par la perturbation peut en effet se calculer en intégrant son hamiltonien le long des chemins non perturbés [60]. Dans le cas de l'interaction entre le champ magnétique et les atomes de moment magnétique nul, l'hamiltonien s'écrit :

$$H(z) = \pm \frac{K}{2} h B(z)^2 \quad (+ \text{ pour } F=2, - \text{ pour } F=1)$$

où la fonction spatiale  $B(z)$  peut être obtenue à partir de la mesure (fig. 6.5), en convertissant la date des impulsions micro-ondes en position verticale des atomes le long de la chute. La fonction  $B(z)$  peut être ajustée par un polynôme d'ordre suffisamment élevé, ce qui rend les calculs analytiques possibles.

Pour des atomes préparés dans l'état fondamental du niveau métastable, qui subissent des transitions Raman où le vecteur  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  est orienté vers le haut, les phases le long des deux bras de l'interféromètre s'écrivent alors (notations p. 20) :

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{\text{ADB}}}{2\pi} &= -\frac{K}{2} \int_0^T [B(-\frac{g}{2}t^2 + v_0t)]^2 dt + \frac{K}{2} \int_T^{2T} [B(-\frac{g}{2}t^2 + (v_0 + 2v_r)t - 2v_rT)]^2 dt \\ \frac{\Phi_{\text{ACB}}}{2\pi} &= \frac{K}{2} \int_0^T [B(-\frac{g}{2}t^2 + (v_0 + 2v_r)t)]^2 dt - \frac{K}{2} \int_T^{2T} [B(-\frac{g}{2}t^2 + v_0t + 2v_rT)]^2 dt \end{aligned} \quad (6.17)$$

L'origine de  $B(z)$  est l'altitude où a lieu la première impulsion de l'interféromètre,  $2v_r$  est la vitesse communiquée aux paquets d'ondes lors d'une transition Raman, et  $v_0 = -gt_c$  est la vitesse initiale acquise pendant l'intervalle de temps entre le lâcher et la première impulsion.

En appliquant d'abord les formules 6.17 à des atomes de masse infinie (cas limite

où  $v_r = 0$ ), sans vitesse initiale, on retrouve que le déphasage vaut -390 mrad lorsque toutes les bobines sont alimentées. Si on tient compte de la séparation des paquets d'onde, le déphasage devient -394 mrad.

Nous avons par ailleurs calculé la perturbation des trajectoires par le champ de force magnétique

$$\mathbf{U}(z) = -\frac{1}{m}\nabla H(z) = \mp \frac{hK}{2m} \frac{\partial B(z)^2}{\partial z} \mathbf{u}_z$$

et nous en déduisons un écart de 2 nm entre les deux chemins en sortie de l'interféromètre. Cet écart est très inférieur à la longueur d'onde de de Broglie ( $\lambda_{\text{dB}} = 100$  nm à 2  $\mu\text{K}$ ) et n'affecte donc pas le contraste des franges.

### 6.2.3 Déphasage RF

Parmi les éléments radio-fréquences présentés au chapitre 3, ceux qui subissent des changements de fréquence ou d'amplitude sont susceptibles de présenter des déphasages dépendants du temps. Ces déphasages engendrent un biais sur la phase de l'interféromètre. C'est le cas par exemple du filtre situé après le synthétiseur RF balayé en fréquence DDS1 (cf fig. 3.13), ou du modulateur acousto-optique utilisé pour générer les impulsions lumineuses.

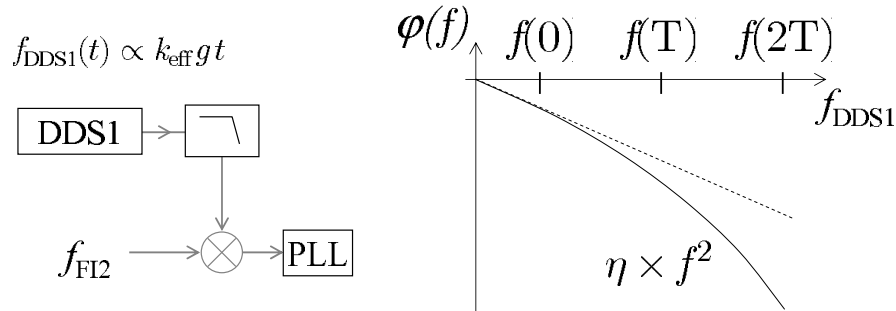


FIG. 6.6 – Exemple de déphasage RF dû au balayage en fréquence. La fréquence augmente quadratiquement avec la fréquence, si bien que le déphasage atomique total  $\varphi_{RF}(f_0) - 2\varphi_{RF}(f_0 + \alpha T) + \varphi_{RF}(f_0 + 2\alpha T)$  n'est pas nul.

Étudions par exemple l'effet du filtre RF (fig. 6.6), lorsque la fréquence  $f_{\text{DDS1}}$  augmente. La figure illustre le cas réaliste où le déphasage varie quadratiquement en fonction de la fréquence, soit  $\varphi_{RF}(f) = \eta f^2$ . L'expression du déphasage en sortie de l'interféromètre fait donc apparaître un biais

$$\delta\Phi_{RF} = \varphi_{RF}(f_0) - 2\varphi_{RF}(f_0 + \alpha T) + \varphi_{RF}(f_0 + 2\alpha T) = 2\eta\alpha^2 T^2$$

Cependant, des filtres “flat delay” ont été mis au point, notamment pour les radars, qui présentent un déphasage linéaire en fonction de la fréquence sur une bande passante limitée. De tels filtres pourraient donc être utilisés pour réduire le biais de

déphasage RF.

De manière plus générale, les variations de déphasages RF en fonction de la fréquence apparaissent dans tous les composants situés en amont du comparateur phase/fréquence (DDS1, comparateur lui même,...), car ils subissent le balayage en fréquence imposé à la différence de fréquence des lasers.

Enfin, le modulateur acousto-optique générant les impulsions est piloté par une source RF, et les faisceaux sont susceptibles de subir des déphasages transitoires différents pour chaque impulsion. Le biais sur l'interféromètre est, dans une large mesure, réduit par le fait que les deux faisceaux Raman subissent quasiment les mêmes déphasages à la traversée de l'AOM, et qu'ils se soustraient donc pour les faisceaux contra-propageants.

L'évaluation absolue du déphasage RF total est ardue, à cause du balayage en fréquence du laser  $R2$ . Il faudrait idéalement mesurer la phase du battement optique entre les lasers, à 6,8 GHz. Or, l'échantillonnage du signal impose une conversion à une fréquence plus basse, en réalisant un mélange avec un signal micro-onde de fréquence proche, mais fixe. Un étalonnage du délai en fonction de la fréquence du mélangeur est alors nécessaire. Une telle mesure a été réalisée sur l'expérience de Stanford, et a révélé un biais d'environ  $4 \mu\text{Gal}$  [61], qu'il est possible de supprimer (voir paragraphe suivant). Nous n'avons donc pas cherché à le mesurer sur notre expérience.

### 6.2.4 Conclusion

La somme des déphasages recensés ci-dessus correspond à une erreur de l'ordre de  $-1 \text{ mGal}$ , 3 ordres de grandeurs plus grandes que les variations que nous sommes capables de déceler. Surtout, l'incertitude sur la mesure est difficile à évaluer précisément. Les fluctuations d'intensité modifient le rapport des intensités, et causent une incertitude de  $\pm 50 \mu\text{Gal}$  sur le biais de l'effet Stark dynamique. L'incertitude du biais dû à l'effet Zeeman est elle de  $\pm 150 \mu\text{Gal}$ . Il serait ardu de s'attaquer directement à ces effets systématiques, mais nous montrons ensuite que nous pouvons tirer parti de la symétrie de l'interféromètre pour réduire leur amplitude et leur incertitude.

## 6.3 Réjection des effets indépendants de $k_{\text{eff}}$

Le terme de phase portant l'information sur  $g$  est proportionnel à  $\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g}$  (éq. 2.18) et change donc de signe avec  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ . En séparant les biais qui dépendent ou non de l'orientation du vecteur d'onde effectif, le déphasage atomique s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{\text{eff}} \uparrow & : \Delta\Phi_{Up} = k_{\text{eff}}gT^2 + \Delta\Phi(\text{indep}) + \Delta\Phi(\text{dep}) \\ \mathbf{k}_{\text{eff}} \downarrow & : \Delta\Phi_{Down} = -k_{\text{eff}}gT^2 + \Delta\Phi(\text{indep}) - \Delta\Phi(\text{dep}) \end{aligned} \quad (6.18)$$

La demi-différence des deux mesures permet donc de supprimer le terme  $\Delta\Phi(\text{indep})$ . Nous décrivons dans cette partie comment nous avons adapté les mesures pour appliquer efficacement cette méthode, et dans quelle mesure les effets systématiques indépendants de  $k_{\text{eff}}$  ont pu être supprimés.

Notons que le calcul de la demi-somme des déphasages permet quand à lui d'extraire la valeur d'un effet indépendant de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , tous les autres étant maintenus constants par ailleurs.

### 6.3.1 Effet Zeeman quadratique

L'efficacité de la méthode de réjection est généralement vérifiée par des comparaisons différentielles. Ainsi, pour l'effet Zeeman, nous utilisons deux valeurs du gradient de champ magnétique. La mesure de la réjection consiste à alterner quatre configurations : deux interféromètres *Up* et *Down* (respectivement pour  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  vers le haut et vers le bas) avec le gradient de champ magnétique usuel, et deux interféromètres *Up* et *Down* avec un gradient de  $\mathbf{B}$  différent. Ce gradient est généré avec une bobine verticale supplémentaire, qui permet d'ajouter un champ magnétique de 150 mG. En appelant  $r_{\text{Zeeman}}(B)$  le résidu éventuel de biais Zeeman pour un gradient de  $B(z)$ , les demi-différences des deux mesures s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \text{Gradient 1 : } \Delta_1 &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{Up}^1 - \Delta\Phi_{Down}^1 \right) = k_{\text{eff}}gT^2 + \Delta\Phi(\text{dep}) + \mathbf{r}_{\text{Zeeman}}(\mathbf{B}_1) \\ \text{Gradient 2 : } \Delta_2 &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{Up}^2 - \Delta\Phi_{Down}^2 \right) = k_{\text{eff}}gT^2 + \Delta\Phi(\text{dep}) + \mathbf{r}_{\text{Zeeman}}(\mathbf{B}_2) \end{aligned} \quad (6.19)$$

L'amplitude du biais Zeeman sur la mesure s'obtient quand à elle par le calcul des demi-sommes des déphasages :

$$\begin{aligned} \text{Gradient 1 : } \Sigma_1 &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{Up}^1 + \Delta\Phi_{Down}^1 \right) = \delta\Phi_{\text{Zeeman}}(\mathbf{B}_1) + \delta\Phi_{\text{LS1}} + \delta\Phi_{\text{RF}} \\ \text{Gradient 2 : } \Sigma_2 &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{Up}^2 + \Delta\Phi_{Down}^2 \right) = \delta\Phi_{\text{Zeeman}}(\mathbf{B}_2) + \delta\Phi_{\text{LS1}} + \delta\Phi_{\text{RF}} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Si la réjection est parfaite, les demi-différences devraient être égales quel que soit le gradient de champ magnétique. Le résidu de réjection est donc défini comme le rapport entre le résidu de biais, c'est-à-dire  $r_{\text{Zeeman}}(B_1) - r_{\text{Zeeman}}(B_2)$ , et l'effet différentiel, donné par  $\delta\Phi_{\text{Zeeman}}(B_1) - \delta\Phi_{\text{Zeeman}}(B_2)$ . Comme les autres effets sont maintenus constants par ailleurs, le résidu de réjection s'écrit aussi :

$$r = \frac{r_{\text{Zeeman}}(B_1) - r_{\text{Zeeman}}(B_2)}{\delta\Phi_{\text{Zeeman}}(B_1) - \delta\Phi_{\text{Zeeman}}(B_2)} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\Sigma_1 - \Sigma_2} \quad (6.21)$$

Ce résidu doit être nul si le biais de gradient de  $\mathbf{B}$  est bien indépendant de l'orien-



tation du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ .

### 6.3.1.a Superposition des trajectoires

L'inversion de l'orientation du vecteur d'onde lors des transitions Raman modifie les trajectoires des de l'interféromètre. Or nous avons montré (§6.2.2) qu'une variation de la trajectoire atomique, due par exemple à une variation de la vitesse initiale, pouvait avoir une influence non négligeable sur la phase de l'interféromètre. La réjection n'est donc efficace que si les trajectoires des interféromètres *Up* ou *Down* sont parfaitement superposées.

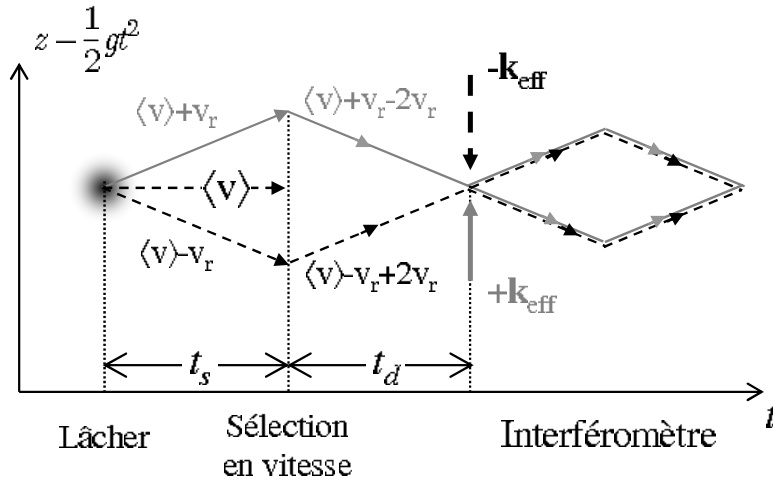


FIG. 6.7 – Première méthode envisagée pour superposer les trajectoires des interféromètres *Up* ou *Down*. Pour  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  dirigé vers le haut (gris) : un délai  $t_d$  après le lâcher, la transition de sélection ajoute une vitesse de recul  $-2v_r$  à la classe de vitesse moyenne  $\langle v \rangle + v_r$ . La sélection est inversée pour un interféromètre *Down*. A l'instant  $2t_d$ , les trajectoires se rejoignent, et les vitesses séparées de  $2v_r$  anticipent les transferts d'impulsions pendant les interféromètres.

La première idée a consisté à anticiper les vitesses de recul lors des transitions Raman en sélectionnant les classes de vitesse supérieure ou inférieure de  $v_r$  à la vitesse moyenne (fig. 6.7). Pour un interféromètre *Up*, nous ajustons la fréquence des lasers, pendant la transition Raman de sélection, pour sélectionner les atomes de vitesse  $\langle v(t) \rangle + v_r$ , avec un vecteur d'onde orienté vers le bas. Cette impulsion de sélection transfère une vitesse supplémentaire  $-2v_r$ , et la vitesse des atomes devient  $\langle v(t) \rangle - v_r$ . Pour un interféromètre *Down*, nous inversons le procédé, de sorte que la vitesse des atomes après l'étape de sélection devienne  $\langle v(t) \rangle + v_r$ . Après un délai  $t_d$ , égal au délai entre le lâcher et l'impulsion de sélection, les atomes se trouvent à la même position, avec des vitesses initiales telles que les déviations par les séparatrices sont anticipées.

Comme pour les autres effets systématiques décrits précédemment, nous pouvons accéder au déphasage induit par l'effet Zeeman quadratique en calculant la demi-

somme des déphasages obtenus avec des interféromètres *Up* et *Down*. Les variations éventuelles des effets systématiques étant très lentes par rapport à un cycle de mesure, plusieurs centaines de cycles sont mesurées dans une configuration avant de changer l'orientation du vecteur d'onde.

La figure 6.8 représente la mesure du résidu de réjection du déphasage Zeeman selon cette méthode. Par définition, le résidu correspond au rapport du biais final (issu de la demi-différence des déphasages atomiques), sur l'amplitude du biais initial (issu de la demi-somme des déphasages). Ses variations sont bien résolues et montrent que les trajectoires des atomes ne sont pas stationnaires, sans doute à cause des déplacements lumineux. Une variation du rapport d'intensité entre les lasers induit en effet une variation de la vitesse sélectionnée par l'impulsion de sélection. Les variations de vitesse sont opposées pour les deux orientations de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , et la superposition des deux interféromètres est perdue. L'erreur de réjection du déphasage Zeeman quadratique varie de 3% à -1%, ce qui correspond à un biais résiduel de  $10 \pm 20 \mu\text{Gal}$ .

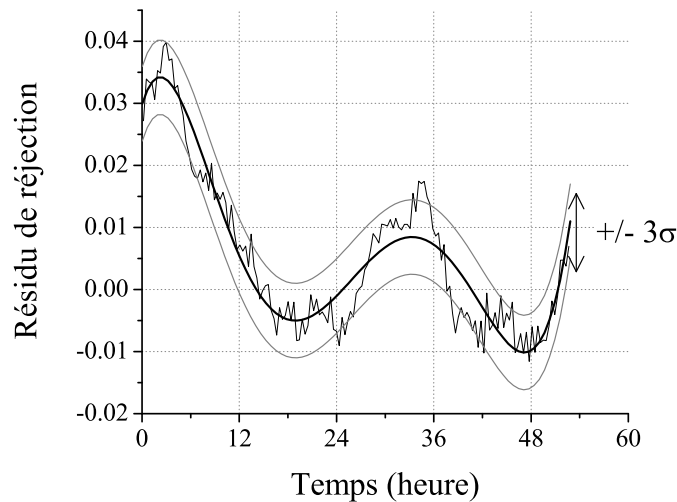


FIG. 6.8 – Résidu de réjection du gradient de champ magnétique par la première méthode. Le résidu varie de 3% à -1%. La superposition des interféromètres est en effet vulnérable aux déplacements lumineux, qui perturbent la sélection des classes de vitesses adéquates.

Une méthode plus simple et moins vulnérable aux déplacements lumineux consiste plutôt à préparer les atomes de façon rigoureusement identique pour les deux orientations de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , et de ne changer ensuite que l'état interne des atomes. Les trajectoires des atomes sont alors identiques jusqu'au début de l'interféromètre. Supposons que les premiers interféromètres sont réalisés avec des transitions Raman orientées vers le bas (interféromètres *Down*) : si les atomes sont préparés dans l'état  $|\mathbf{p}, F = 1\rangle$ , l'onde effective est absorbée et les trajectoires sont déviées vers le bas. Pour les interféromètres avec  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  orienté vers le bas, les atomes subissent une préparation identique,

mais une impulsion micro-onde  $\pi$  supplémentaire les porte vers l'état  $F = 2$ , sans modifier leur impulsion. Les atomes se trouvent ainsi dans l'état  $|\mathbf{p}, F = 2\rangle$ , et l'onde effective stimule l'émission vers  $|\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}, F = 1\rangle$  : les trajectoires sont déviées vers le bas. Le même raisonnement appliqué aux trois transitions Raman montrent que les interféromètres sont superposés (fig. 6.9 gauche).

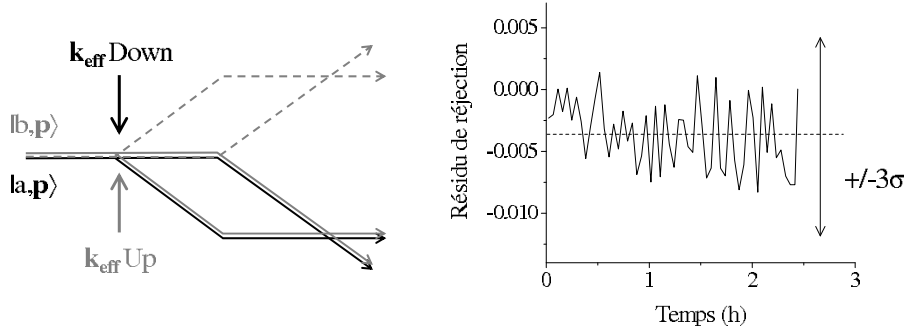


FIG. 6.9 – Principe de la superposition des interféromètres, en inversant l'état interne pour les deux orientations de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ . Pour un atome dans l'état électronique fondamental  $|\mathbf{p}, f\rangle$ , l'onde effective Down est absorbée et l'atome est dévié vers le bas. De même, un atome dans l'état électronique excité  $|\mathbf{p}, f\rangle$  émet de manière stimulée dans l'onde effective Up, et il est aussi dévié vers le bas. Le résidu de la réjection est en moyenne de 0,4%.

L'intérêt de cette méthode par rapport à la précédente est que l'influence des déplacements lumineux sur les vitesses initiales disparaît, puisque les états d'énergie externe sont identiques jusqu'au début des interféromètres. La figure 6.9 illustre la stabilité de la réjection, qui vaut ici  $0,4 \pm 0,3\%$ . On rappelle que le biais dû au gradient de champ magnétique vaut  $-975 \mu\text{Gal}$  pour un interféromètre unique. Nous réduisons finalement le biais résiduel à  $-4 \pm 3 \mu\text{Gal}$  par l'alternance des interféromètres Up et Down superposés.

### 6.3.1.b Limites de la réjection

Si les déplacements lumineux n'ont plus d'influence pendant la sélection, ils sont malgré tout à l'origine d'un biais résiduel, susceptible de réduire l'efficacité de la réjection et de fluctuer. En effet, les déplacements des conditions de résonances des transitions Raman (pour  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  orienté vers le haut ou vers le bas) modifient les classes de vitesses résonantes. Les variations, par rapport à la vitesse initialement résonante sans déplacement lumineux, s'écrivent :

$$\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \delta \mathbf{v} + 2\pi \delta \nu_{LS} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \delta v_{Up} = \frac{\lambda}{2} \delta \nu_{LS} \\ \delta v_{Down} = -\frac{\lambda}{2} \delta \nu_{LS} \end{cases} \quad (6.22)$$

Ces variations de la vitesse initiale, dues au déplacement lumineux, se traduisent par des trajectoires différentes pour les interféromètres *Up* et *Down*. Les formules 6.17 permettent justement de calculer l'influence de la vitesse initiale des atomes sur le déphasage atomique.

D'après l'étude du déplacement lumineux à un photon (p. 110), une fluctuation de 1% du rapport d'intensité autour de sa valeur nominale se traduit par un déplacement lumineux de 820 Hz. Les équations 6.22 indiquent qu'un tel déplacement modifie les vitesses de 0,3 mm/s. En considérant des classes de vitesses infiniment étroites, nous ajoutons ces variations aux vitesses initiales dans les formules 6.17. D'après le calcul, une fluctuation de 1% du rapport d'intensité des lasers induit une différence d'environ 1,4  $\mu\text{Gal}$  sur le biais causé par le gradient de champ magnétique, entre les deux interféromètres. L'influence du déplacement lumineux peut aussi être écrite comme 1,7  $\mu\text{Gal}/\text{kHz}$ . En réalité, les classes de vitesses ont une largeur finie. L'effet devrait donc être moins grand car il résulte de la convolution entre cette largeur et celle de la distribution en vitesse des atomes.

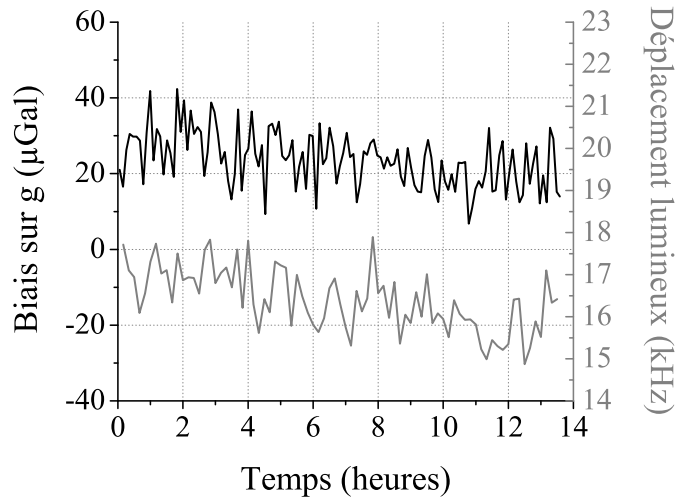


FIG. 6.10 – Mesures simultanées de la variation du biais induit par le champ magnétique (courbe noire), et du déplacement lumineux à un photon (courbe grise). On déduit des valeurs moyennes de ces mesures la sensibilité du biais au déplacement lumineux : 1,4  $\mu\text{Gal}/\text{kHz}$ .

Nous confirmons cette estimation par la mesure (fig. 6.10), en provoquant à dessein un déplacement lumineux. Il suffit pour cela de déséquilibrer le rapport des faisceaux Raman, à partir du réglage nominal, pour les deux configurations d'orientation de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ . La variation de la mesure de  $g$  est tirée de la différence des demi-différence :

$$\Delta g = \frac{1}{k_{\text{eff}} T^2} \left( \left. \frac{\Phi_{Up} - \Phi_{Down}}{2} \right|_{\text{nominal}} - \left. \frac{\Phi_{Up} - \Phi_{Down}}{2} \right|_{\text{dérégulé}} \right)$$

tandis que le déplacement lumineux est mesuré à intervalle de temps réguliers, suivant la méthode que nous avons déjà indiquée (éq. 6.7). Le déplacement lumineux vaut en moyenne 16,4 kHz, et induit un biais moyen sur la valeur de  $g$  de 23,5  $\mu\text{Gal}$ , soit 1,4  $\mu\text{Gal}/\text{kHz}$ . Les fluctuations typiques du rapport d'intensité des lasers étant de quelques kHz en l'espace de quelques heures, il est apparu nécessaire d'asservir les intensités.

### 6.3.1.c Tentatives d'asservissement en puissance

Pour stabiliser les intensités en sortie de fibre, nous avons tiré parti de l'accès aux faisceaux après la détection verticale (voir paragraphe 3.3.2). L'hypothèse a d'abord été émise que ces intensités ne variaient pas sensiblement entre l'interféromètre et la détection. Nous supposons de plus que les faisceaux verticaux partagent le même mode spatial, puisqu'ils sont issus de la même fibre optique.

Un miroir à 45°, disposé sur le bord du faisceau entre l'enceinte à vide et le miroir de rétro-réflexion, réfléchit une petite fraction des faisceaux vers une photodiode. Après la détection, une première impulsion sert à mesurer la somme des intensités des deux faisceaux ; lors de la seconde impulsion, le faisceau de repompeur est obturé ; lors de la dernière impulsion, les deux faisceaux sont obturés. Il est possible ainsi de mesurer l'intensité  $I_2$  du faisceau de refroidissement, de calculer l'intensité  $I_1$  du faisceau de repompeur, et d'évaluer l'offset de la photodiode. Les valeurs de  $I_1$  et  $I_2$  sont comparées à des valeurs de consignes, et une correction adéquate est appliquée sur le courant d'alimentation des MOPAs.

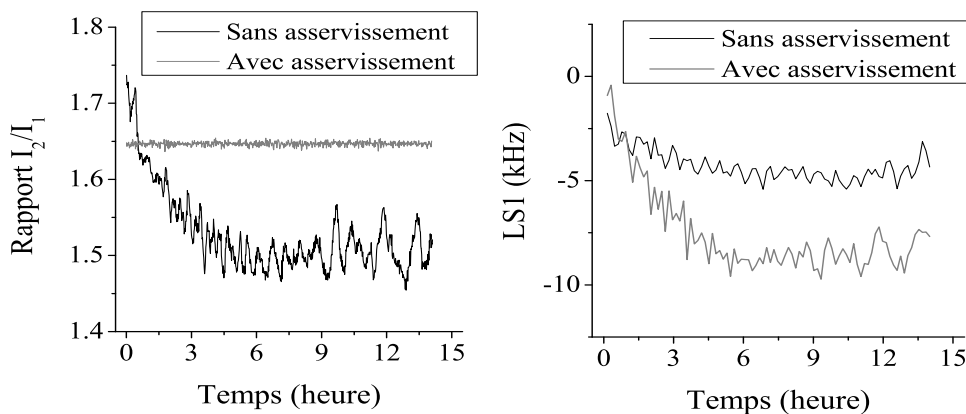


FIG. 6.11 – Gauche : Évolution temporelle de l'intensité mesurée par la photodiode en sortie de fibre Raman. L'asservissement la maintient effectivement constante. Droite : Évolution du déplacement lumineux à 1 photon. Ses variations indiquent que les intensités vues par les atomes ne sont pas constantes, avec ou sans asservissement.

Malgré de multiples tentatives, avec différentes surfaces et différents modèles de photodiode, cet asservissement a toujours le même effet : les intensités et leur rapport, vus par la photodiode, sont stables par rapport au cas où les MOPAs sont libres, mais le déplacement lumineux à un photon varie malgré tout, et souvent plus que lorsque l'asservissement est inactif (fig. 6.11). Les intensités vues par les atomes ne sont donc pas stabilisées. Le problème pourrait venir du fait que les modes spatiaux des faisceaux ne sont pas identiques, ou de la méthode même : les impulsions utilisées pour la mesure des intensités sont beaucoup plus longues que les impulsions de l'interféromètre, et elles ont lieu après un délai de plusieurs dizaines de millisecondes.

L'asservissement sera sans doute plus aisé avec la nouvelle enceinte à vide. D'une part la photodiode de contrôle pourra être installée sous le miroir de rétro-réflexion, au centre des faisceaux. D'autre part, les modes spatiaux pourront être superposés en injectant les faisceaux Raman avec la même polarisation (cf §3.2.3).

### 6.3.2 Réjection du déplacement lumineux à 1 photon

Comme pour le déplacement Zeeman quadratique, l'expression du déplacement lumineux à un photon ne dépend pas de l'orientation du vecteur d'onde effectif (éq. 2.39). La même méthode permet donc de réduire l'influence de ce biais sur la mesure de  $g$ , et d'augmenter la tolérance sur les variations du rapport d'intensités des faisceaux laser, qui devraient être sinon asservis en puissance au % près. Nous mesurons de la même façon, avec différentes puissances de faisceaux, un résidu de réjection de 1%. Rappelons que les fluctuations du rapport d'intensités  $\rho$  autour de sa valeur nominale induisaient une incertitude de  $50 \mu\text{Gal}$ . Grâce à l'alternance des interféromètres *Up* et *Down*, nous obtenons donc :

$$\delta\Phi_{\text{LS1}} = \mathbf{0} \pm \mathbf{0,5} \mu\text{Gal}$$

### 6.3.3 Réjection du déphasage RF

L'alternance des interféromètres *Up* et *Down* est aussi mise à profit pour supprimer le biais causé par les déphasages RF. Rappelons que lors des interféromètres, la fréquence du synthétiseur digital DDS1 varie linéairement pour compenser l'effet Doppler dû à la gravité. La fréquence est balayée depuis une fréquence initiale  $f_{\text{DDS1}}^0$ , jusqu'à la valeur  $f_{\text{DDS1}}^0 \pm 2T\alpha$ , où  $\alpha$  est la rampe de fréquence qui maintient les atomes à résonance. Lorsque  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  est orienté vers le bas, la fréquence augmente, et dans le cas contraire elle diminue (cf éq. 2.27). Or les fréquences parcourues par les filtres doivent être les mêmes, afin que les déphasages soient identiques pour les

deux configurations. On doit ainsi avoir :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{Up} &= \varphi_{f_1}(0) - 2\varphi_{f_2}(T) + \varphi_{f_3}(2T) \\ \Delta\Phi_{Down} &= \varphi_{f_3}(0) - 2\varphi_{f_2}(T) + \varphi_{f_1}(2T) = \Delta\Phi_{Up}\end{aligned}\quad (6.23)$$

Pour cela, la fréquence du synthétiseur digital est balayée de  $f_{\text{DDS1}}^0$  à  $f_{\text{DDS1}}^0 - 2T\alpha$  quand le vecteur d'onde est orienté vers le bas, et de  $f_{\text{DDS1}}^0 - 2T\alpha$  à  $f_{\text{DDS1}}^0$  dans le cas contraire. Sans ce balayage symétrique, si la fréquence initiale est la même pour les deux orientations de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , la différence des biais induits par les deux filtres RF vaut environ  $10 \mu\text{Gal}$ . On constate ainsi l'intérêt de balayer les mêmes fréquences.

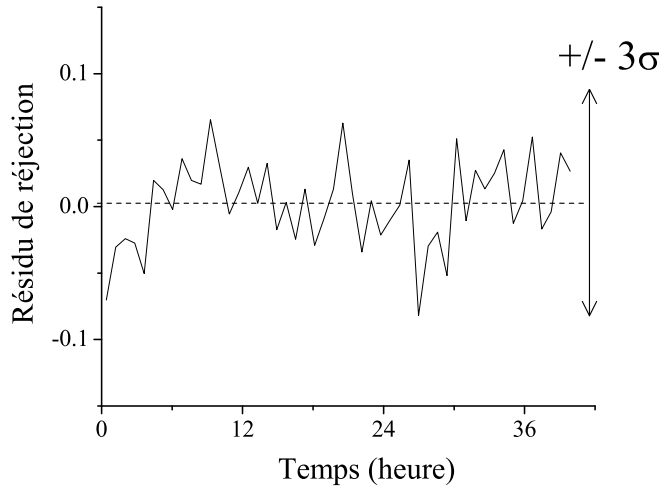


FIG. 6.12 – Résidu de réjection de l'effet des déphasages RF. L'erreur de la réjection est nulle en moyenne, mais la mesure est limitée par la sensibilité.

L'effet de la réjection est mesuré en appliquant deux filtres passe-bas de fréquences de coupure 90 et 150 MHz à la sortie de la DDS1, dont la fréquence initiale est de 95 MHz. Un interrupteur RF permet d'envoyer le signal dans l'un ou l'autre des filtres, induisant des déphasages différents sur les deux interféromètres. La réjection est mesurée comme précédemment, en comparant les deux mesures de  $g$  correspondantes, rapportées à la différence de biais induit par les filtres (fig. 6.12). En décalant la fréquence initiale de façon à parcourir les mêmes fréquences pour les interféromètres *Up* et *Down*, nous obtenons un résidu du biais de  $0,3 \pm 3\%$ , limité par la sensibilité de la mesure. Même en moyennant d'avantage, l'efficacité de la réjection seule ne suffirait pas à prouver que le biais absolu est plus petit que  $1 \mu\text{Gal}$ . Cependant, contrairement aux déplacements Stark et Zeeman, les déphasages RF ne dépendent pas des trajectoires, ils ne dépendent que des fréquences balayées par les rampes de fréquence. C'est donc le principe même de la réjection qui nous assure que le biais RF résiduel est nul.

### 6.3.4 Conclusion

L'alternance de l'orientation du vecteur d'onde permet de réduire l'influence des effets indépendants de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  à la contribution de l'effet Zeeman quadratique. Lorsque le rapport des intensités est ajusté pour annuler le déplacement lumineux, cette contribution est de  $4 \pm 3 \mu\text{Gal}$ . Si ce n'est pas le cas, la mesure (confirmée par le calcul) montre que le biais varie proportionnellement au déplacement lumineux à un photon  $\delta\nu_{\text{LS1}}$ , à raison de  $1,4 \mu\text{Gal}/\text{kHz}$ . Le décalage  $\delta\nu_{\text{LS1}}$  pouvant être mesuré par ailleurs, nous pouvons en déduire l'évolution du biais Zeeman avec la même incertitude.

## 6.4 Effets dépendants de $\vec{k}_{\text{eff}}$

Nous abordons dans cette partie une catégorie d'effets systématiques moins conciliants, puisqu'ils sont aussi sensibles à l'orientation de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  que le terme du déphasage qui porte l'information sur  $g$ . Il faut donc mesurer précisément l'influence des effets sur la mesure. La demi-différence des déphasages avec les deux orientations du vecteur d'onde effectif contient, en plus de la valeur de l'accélération de pesanteur, la somme des biais dus à l'alignement vertical des faisceaux, au déplacement lumineux à deux photons, à l'effet Coriolis, et aux aberrations des faisceaux Raman.

### 6.4.1 Alignements verticaux des faisceaux lasers

Comme l'indique l'expression 2.18, le déphasage de l'interféromètre atomique est sensible au produit scalaire entre l'accélération  $\mathbf{g}$  et le vecteur d'onde effectif  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , lui-même égal à la différence  $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$  entre les vecteurs d'onde des lasers Raman. Si la surface du miroir de rétro-réflexion n'est pas orthogonale au vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1$  du faisceau incident, les faisceaux incident et réfléchi ( $\mathbf{k}_2$ ) sont séparés d'un angle  $\alpha$  (fig. 6.13). Le réglage du miroir de rétro-réflexion permet de modifier cet angle. On appelle  $\alpha_0$  le réglage du miroir qui annule  $\alpha$ . Par ailleurs, l'inclinaison de la plate-forme d'isolation passive induit un angle  $\theta$  entre la verticale et le faisceau incident. On nomme  $\theta_0$  l'inclinaison de la plate-forme, mesurée par un tiltmètre, qui annule  $\theta$ . La sensibilité du tiltmètre est de 1 Volt pour une inclinaison de  $100 \mu\text{rad}$ .

Dans le cas où les faisceaux lasers ne sont pas alignés avec la verticale, le produit scalaire s'écrit :

$$\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{g} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{g} = k_1 \cos \theta + k_2 \cos(\alpha - \theta) \quad (6.24)$$

et la valeur mesurée par l'interféromètre sous-estime la vraie valeur de  $g$ . Le biais dû à l'alignement est donc toujours négatif.



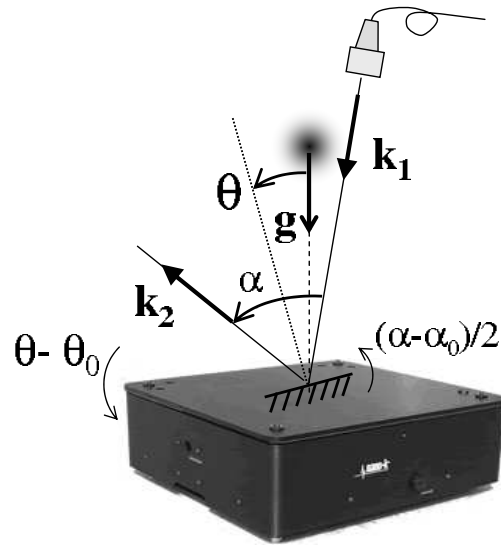


FIG. 6.13 – Le déphasage atomique mesure la projection de l'accélération  $\mathbf{g}$  subie par les atomes sur le vecteur d'onde effectif  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  défini par la différence  $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$  entre les vecteurs d'onde des lasers Raman. Les trois vecteurs doivent donc être alignés.

#### 6.4.1.a Alignement initial

Nous avons d'abord réalisé un interféromètre de Michelson pour aligner approximativement le faisceau incident avec la verticale. Le miroir de rétro-réflexion est remplacé par un miroir liquide. Sa surface est horizontale, de sorte que la rétro-réflexion ne peut être parallèle au faisceau incident que si celui-ci est parfaitement vertical. Malheureusement les mouvements du récipient agitent la surface du liquide et brouillent les franges d'interférences. Nous nous sommes donc contenté d'optimiser la superposition des faisceaux à grande distance, ce qui mène à une incertitude de 2 mm sur 4,5 m, soit  $\theta \approx 200 \mu\text{rad}$ .

Nous retirons ensuite le miroir liquide pour aligner le faisceau incident ( $\mathbf{k}_1$ ) et le faisceau réfléchi sur le miroir de rétro-réflexion ( $\mathbf{k}_2$ ). Les franges sont alors stables et nous cherchons la teinte plate de l'interféromètre. L'interfrange la plus grande obtenue est  $\Delta x = 5 \text{ mm}$ , soit un angle  $\alpha = \frac{\lambda}{\Delta x} \approx 160 \mu\text{rad}$ . L'erreur sur  $g$  est donnée par :

$$\frac{dg}{g} = \frac{\alpha^2}{4} + \frac{\alpha\theta}{2} + \frac{\theta^2}{2} \quad (6.25)$$

et est majorée par  $42 \mu\text{Gal}$  si les angles ont le même signe.

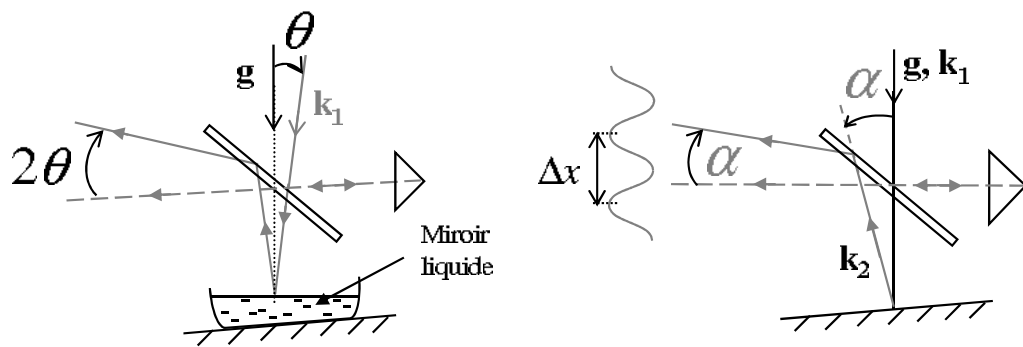


FIG. 6.14 – Méthode appliquée pour l’alignement vertical *ab initio* des faisceaux lasers. Le vecteur  $\mathbf{k}_1$  est aligné en le superposant à grande distance avec son image sur une surface parfaitement horizontale. Les vecteurs  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  sont ensuite alignés en cherchant la teinte plate de leur interférence.

#### 6.4.1.b Méthode d’alignement

Le réglage fin des alignements est obtenu grâce à l’interféromètre lui-même. Il s’agit de chercher l’inclinaison de la plate-forme qui maximise la mesure de  $g$  pour un réglage donné du miroir de rétro-réflexion, et inversement, pour les deux directions horizontales. On peut optimiser ce réglage de façon récursive, mais cela peut s’avérer fastidieux. Nous remarquons qu’une inclinaison de la plate-forme d’un angle  $\theta$  se traduit par une variation identique de l’angle entre  $g$  et  $\mathbf{k}_1$  (pour un réglage donné du miroir), tandis qu’une inclinaison du miroir d’un angle  $\alpha$  correspond à une variation  $2\alpha$  de l’angle entre  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  (pour  $\theta$  fixé). On montre alors que les réglages nominaux de la plate-forme et du miroir correspondent à l’intersection des droites décrivant les variations du réglage optimum de  $\theta$  en fonction de  $\alpha$ , et du réglage optimum de  $\alpha$  en fonction de  $\theta$ .

La figure 6.15 (gauche) montre par exemple comment nous déterminons le réglage optimal du miroir, pour différentes valeurs de l’inclinaison de la plat-forme. Après avoir reproduit le même travail sur l’inclinaison de la plate-forme pour différentes inclinaisons du miroir, nous obtenons la figure 6.15 (droite) : l’intersection indique les réglages du miroir et de la plate-forme qui annule la contribution des inclinaisons, tels que les vecteurs  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ , et  $g$  soient alignés.

L’erreur sur la détermination du signal du tiltmètre est de 50 mV, soit  $\theta = \pm 5 \mu\text{rad}$ , et le signal est enregistré toutes les 400 mesures (environ 7 minutes), ce qui nous permet ensuite de corriger la mesure des inclinaisons de la plate-forme. L’origine prédominante des variations de l’inclinaison  $\theta$  est la ventilation, dont la période varie de 10 à 40 minutes selon les saisons. Lorsque le réglage de la plate-forme n’a pas été modifié pendant quelques jours, le signal du tiltmètre est stable, et indique que les variations de l’inclinaison sont inférieures à  $5 \mu\text{rad}$ . La variation correspondante de la mesure de  $g$  est donc de l’ordre de  $0,1 \mu\text{Gal}$ , et il ne paraît pas nécessaire d’asservir

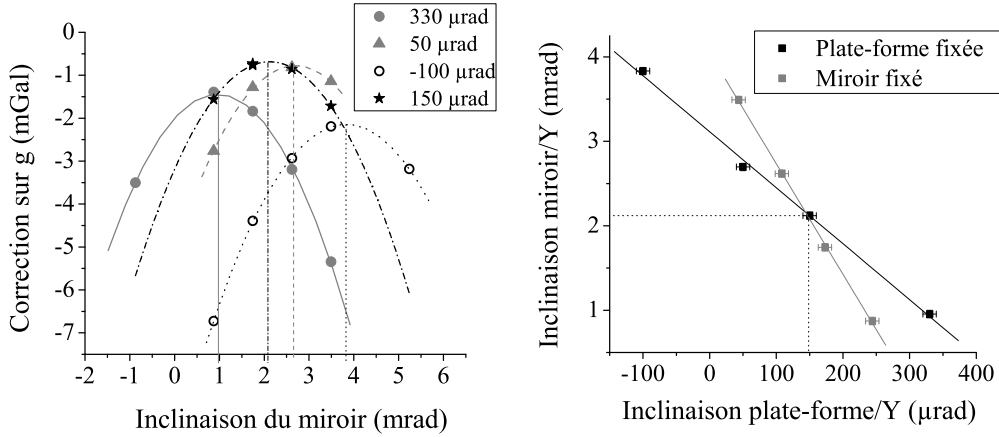


FIG. 6.15 – Gauche : mesure du biais de l'interféromètre en fonction de l'angle  $\alpha$  du miroir, pour différentes inclinaisons  $\theta$  de la plate-forme. Le réglage  $\alpha$  assurant la projection maximale des faisceaux sur la verticale (sommet des paraboles) est relevé pour chaque valeur de  $\theta$ . Droite : les inclinaisons  $\theta$  donnant le sommet des paraboles sont mesurées en fonction de  $\alpha$ . Les inclinaisons du miroir et de la plate-forme maximisant toutes les projections sont données par l'intersection des deux droites.

l'inclinaison de la plate-forme comme dans l'expérience du gyromètre atomique.

Quant à l'inclinaison du miroir, elle est déterminée avec une incertitude de  $\pm 25 \mu\text{rad}$ , soit pour les atomes  $\alpha = \pm 50 \mu\text{rad}$ . Nous supposons que ses variations sont inférieures à  $25 \mu\text{rad}$ , et qu'elles sont négligeables. L'erreur causée sur la mesure par l'alignement vertical des faisceaux est donc de  $\pm 1 \mu\text{Gal}$ .

#### 6.4.2 Déplacement lumineux à deux photons

Le déplacement à deux photons est un déplacement de fréquence dû à la présence d'une paire de faisceaux non résonante avec la transition effective (p. 28). C'est le cas dans notre expérience, où les faisceaux Raman sont rétro-réfléchis. Nous rappelons que le déplacement lumineux à deux photons induit par ces transitions est donné par :

$$\delta\omega_{LS2} = -\frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{4\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v}}$$

Le déphasage induit par ce déplacement de fréquence en sortie de l'interféromètre se calcule à partir de la fonction de sensibilité  $\tilde{g}_s$  pendant les impulsions, comme pour le déplacement à un photon (équ. 6.10) :

$$\delta\Phi_{LS2} = \frac{\delta\omega_{LS2}(2T)}{\Omega_{\text{eff}}} - \frac{\delta\omega_{LS2}(0)}{\Omega_{\text{eff}}} = \frac{\Omega_{\text{eff}}}{4k_{\text{eff}}} \left( \frac{1}{v(2T)} - \frac{1}{v(0)} \right) \quad (6.26)$$

La vitesse lors de la dernière impulsion est plus de vingt fois plus élevée que lors

de la première, aussi nous négligeons le déphasage induit par le déplacement à deux photons dans la dernière impulsion. Le déphasage dû au déplacement lumineux à deux photons se réduit finalement à :

$$\delta\Phi_{\text{LS2}} \simeq -\frac{\Omega_{\text{eff}}}{4k_{\text{eff}}v(0)} \quad (6.27)$$

Lors de la première impulsion, un intervalle de temps  $t_d = 16$  ms après le lâcher, la vitesse des atomes est d'environ 16 cm/s, et le désaccord Doppler vaut  $\omega_D/2\pi = 400$  kHz. La fréquence de Rabi effective est typiquement  $\Omega_{\text{eff}}/2\pi = 31$  kHz ( $\tau_{\pi/2} = 8$   $\mu$ s). On peut ainsi prévoir un déphasage de l'ordre de  $\delta\Phi_{\text{LS2}}^L = 20$  mrad, soit un biais sur  $g$  d'environ 50  $\mu$ Gal.

#### 6.4.2.a Détermination du biais

La demi-différence des déphasages avec  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  vers le haut ou vers le bas contient de nombreux autres effets systématiques. L'expression linéaire 6.27 de  $\delta\Phi_{\text{LS2}}$  permet cependant d'isoler sa valeur. Pour une fréquence  $\Omega_{\text{eff}}$  nulle, le déphasage étudié est nul, et la valeur  $\Delta\Phi_{\uparrow\downarrow}^0$  de la demi-différence correspond à la somme des autres biais, seuls. On a alors  $\delta\Phi_{\text{LS2}} = \Delta\Phi_{\uparrow\downarrow} - \Delta\Phi_{\uparrow\downarrow}^0$ .

Le déphasage résiduel ne peut pas être mesuré pour des intensités nulles. Nous le mesurons plutôt pour différentes valeurs de la fréquence de Rabi effective, et nous déduisons de la pente de la courbe le déphasage pour  $\Omega_{\text{eff}} = 0$ . Les intensités lasers sont maintenues constantes pendant la préparation du nuage d'atomes, et nous réduisons l'efficacité de diffraction du modulateur acousto-optique pendant l'interféromètre. Ceci permet de conserver un nombre d'atomes constant, et de maintenir le rapport des intensités à la valeur qui annule le déplacement lumineux à un photon. La courbe 6.16 représente l'évolution du biais, directement exprimé en  $\mu$ Gal, pour différentes fractions de la fréquence de Rabi effective initiale : deux configurations sont réalisées avec des interféromètres *Up* et *Down* pour une fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{eff}}$ , et deux autres configurations effectuent la même alternance, avec une fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{eff}}/n$  ( $n \geq 1$ ). Les effets systématiques indépendants de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  disparaissent dans les demi-différences, alors que les autres biais restent identiques. Ainsi par exemple, pour  $\Omega_{\text{eff}} \Omega_{\text{eff}}/2$ , les demi-différences s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\Phi_{Up} - \Phi_{Down})_{\Omega} &= k_{\text{eff}}gT^2 + \delta\Phi_{\text{LS2}} + \delta\Phi(\text{autres biais}) \\ \frac{1}{2}(\Phi_{Up} - \Phi_{Down})_{\Omega/2} &= k_{\text{eff}}gT^2 + \frac{\delta\Phi_{\text{LS2}}}{2} + \delta\Phi(\text{autres biais}) \end{aligned} \quad (6.28)$$

d'où on extrait le déphasage  $\delta\Phi_{\text{LS2}}$  par combinaison linéaire.

En répétant ces mesures pour différents sous multiples de  $\Omega_{\text{eff}}$ , nous traçons la courbe 6.16. L'ordonnée à l'origine de l'ajustement linéaire montre que le biais induit

par le déplacement lumineux à deux photons vaut  $+85 \pm 10 \mu\text{Gal}$  pour la fréquence de Rabi typique, telle qu'une transition Raman  $\pi$  dure  $16 \mu\text{s}$  ( $\Omega_{\text{eff}} \approx 30 \text{ kHz}$ ).

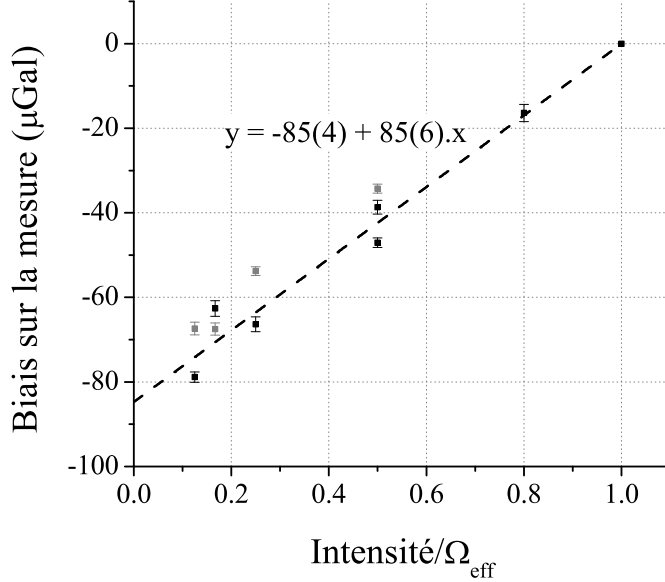


FIG. 6.16 – Influence de la fréquence de Rabi effective  $\Omega_{\text{eff}}$  sur la mesure de la demi-différence. On en déduit que le biais induit par le déplacement à deux photons vaut  $+85 \mu\text{Gal}$ .

On observe sur la figure des fluctuations du biais statistiquement résolues. Après nous être assurés que les fluctuations d'intensités n'étaient pas responsables de ces variations, nous avons mis en évidence une bonne corrélation avec les fluctuations de polarisations des faisceaux Raman (fig. 6.17). Celles-ci affectent en effet l'efficacité des branchements entre les sous-niveaux magnétiques, et donc la fréquence de Rabi effective. D'après la figure 6.17, les fluctuations de polarisations peuvent entraîner une variation du biais de déplacement lumineux de  $50 \mu\text{Gal}$  à quelques heures d'intervalle. Ceci explique l'écart entre des mesures réalisées pour les mêmes fréquences de Rabi (fig. 6.16), car les fluctuations de polarisation ne sont pas prises en compte. Au contraire, si les 4 configurations d'une mesure de  $g$ , avec  $\Omega_{\text{eff}}$  et  $\Omega_{\text{eff}}/n$ , sont alternées plus rapidement que le temps caractéristique de variation des polarisations, alors le déplacement lumineux à deux photons est le même pour les 4 configurations et peut être rejeté par la combinaison linéaire idoine. Nous en déduisons que l'incertitude de  $10 \mu\text{Gal}$  est largement surestimée dans ce cas.

Par ailleurs, les fluctuations de l'intensité en sortie de fibre sont aussi responsables d'une variation du déplacement lumineux à deux photons, certes moins importantes. Le déphasage correspondant s'écrit :

$$\delta_{\Phi}^{LS2} = -\frac{\delta_{LS2}}{\Omega_{\text{eff}}} = \frac{\Omega_{\text{eff}}}{4\omega_D(t_d)} = \frac{\Omega_1\Omega_2}{4\Delta\omega_D(t_d)} \quad (6.29)$$

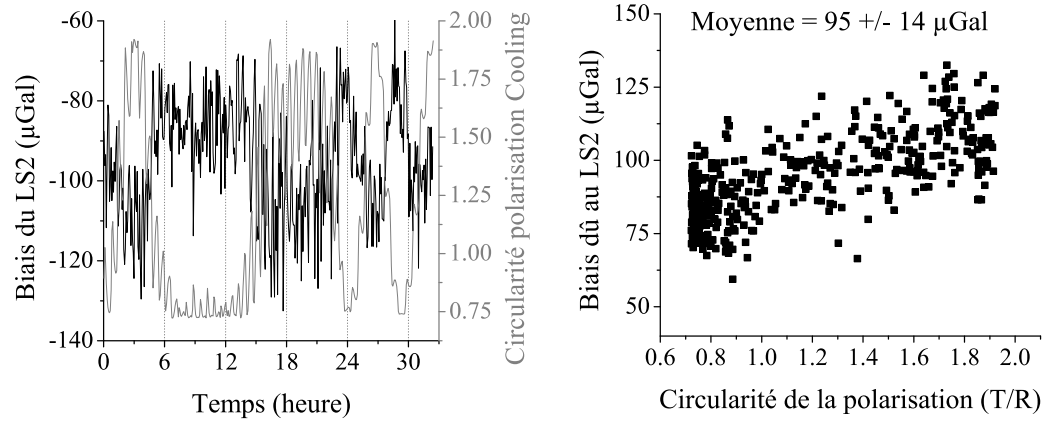


FIG. 6.17 – Influence de la polarisation des faisceaux Raman sur le biais  $\delta\Phi_{\text{LS2}}(t)$  dû au déplacement lumineux à deux photons. La circularité de la polarisation est définie comme le rapport des intensités des deux axes de la polarisation, qui doit être circulaire. La mesure simultanée (gauche) permet de montrer la corrélation entre les deux variables (droite).

L'expression montre que le déphasage est proportionnel aux amplitudes de champ électrique des lasers, une variation de puissance de 1% d'un des lasers se traduit par une variation de 0,5% du déphasage, soit 0,1 mrad. Nous mesurons en sortie de fibre des variations d'intensité de quelques % en 20 minutes (période de la ventilation) et jusqu'à 20% en une dizaine d'heures, qui entraînent des déphasages de 0,5 à 2 mrad. La sensibilité à long terme est ainsi limitée à **5  $\mu\text{Gal}$**  par les fluctuations du déplacement lumineux à 2 photons. A nouveau, ces fluctuations peuvent être réduites en alternant les interféromètres *Up* et *Down* avec  $\Omega_{\text{eff}}$  et  $\Omega_{\text{eff}}/2$ .

#### 6.4.2.b Limites et perspectives

La mesure du biais induit par le déplacement lumineux à deux photons présente une incertitude de quelques %, essentiellement à cause des fluctuations de polarisations des faisceaux Raman. Pour réduire cet effet systématique en deçà de 0,1  $\mu\text{Gal}$ , la solution la plus simple consisterait à réduire la fréquence de Rabi effective (cf éq. 6.27). Or, pour réduire  $\Omega_{\text{eff}}$  tout en gardant le même contraste, la sélection en vitesse doit être plus étroite. Le nombre d'atomes utilisés pour l'interféromètre diminue dans la même proportion. La difficulté vient alors de la préparation atomique, qui ne conduit pas à un état quantique initial pur, essentiellement à cause du résidu de la transition micro-onde (p. 41). Une fraction constante d'atomes se trouve en effet dans le niveau  $|F = 1\rangle$  avec des vitesses supérieures à la distribution sélectionnée par la transition Raman, et répartis dans les 3 sous-niveaux  $m_F = 0, \pm 1$ . Les atomes des sous-niveaux  $m_F = \pm 1$  ne sont pas résonants avec les transitions Raman : ils ne

constituent qu'un signal de fond sur la probabilité de transition finale, ce qui dégrade le contraste.

L'efficacité de la transition micro-onde pourrait être améliorée en cherchant à modifier la distribution spatiale du champ magnétique micro-onde dans l'enceinte à vide. De plus, le résidu des 3% d'atomes non transférés par l'impulsion micro-onde, pourrait être réduit en utilisant un transfert adiabatique des atomes [62, 63]. Dans ce cas, il faut mettre en forme l'impulsion de sélection suivant un profil de Blackman, et balayer la fréquence de la micro-onde autour de la fréquence de résonance. L'inconvénient de cette méthode, outre la complexité, est qu'il faut disposer d'une puissance au moins 10 fois plus grande pour réaliser une transition  $\pi$  de même durée qu'avec une impulsion carrée.

Le bruit de l'interféromètre représente un autre obstacle à la réduction de  $\Omega_{\text{eff}}$ . Pour maintenir l'efficacité des transitions Raman, la durée des impulsions doit augmenter, mais si la distribution en vitesse sélectionnée reste identique, le contraste diminue. Si la distribution sélectionnée est plus étroite, pour maintenir le contraste, c'est cette fois le nombre d'atomes sélectionnés qui diminue, et qui augmente le bruit de détection. Pour un nombre d'atome initial donné, il s'agit donc de trouver un compromis entre un nombre d'atomes assez grand pour ne pas affecter la détection et des transitions Raman assez longues pour réduire  $\Omega_{\text{eff}}$ .

### 6.4.3 Aberrations du front d'onde

La forme du front d'onde a sur le déphasage de l'interféromètre un effet similaire à celui produit par le déplacement lumineux à un photon. Considérons un atome "voyageant" du centre vers le bord d'un faisceau inhomogène. La différence de phase entre les faisceaux Raman n'est plus seulement due au changement de position verticale, mais aussi aux différentes perturbations du front d'onde (fig. 6.18). L'expansion balistique du nuage induit donc, ici aussi, un effet systématique.

Les aberrations que nous considérons sont celles du front d'onde Raman effectif, défini par la différence entre les fronts d'onde des faisceaux montant et descendant. Du fait de la propagation commune des faisceaux Raman depuis la fibre jusqu'aux atomes, leurs aberrations optiques sont les mêmes. Si nous négligeons la variation de phase induite par la propagation, le front d'onde effectif résultant d'une réflexion parfaite serait donné par la différence entre les deux fronts d'onde contre-propageants : quelles que soient les aberrations communes, le front d'onde effectif devrait donc être parfaitement plan. Cependant, le faisceau montant a d'abord traversé une lame  $\lambda/4$  et le hublot du bas de l'enceinte à vide, avant d'être réfléchi et de traverser à nouveau le hublot et la lame. Ces deux éléments, et dans une moindre mesure le miroir, déforment le front d'onde du faisceau rétro-réfléchi par rapport au faisceau incident. La phase  $\varphi_{\text{eff}}(r)$  du front d'onde effectif correspond à ces déformations supplémentaires.

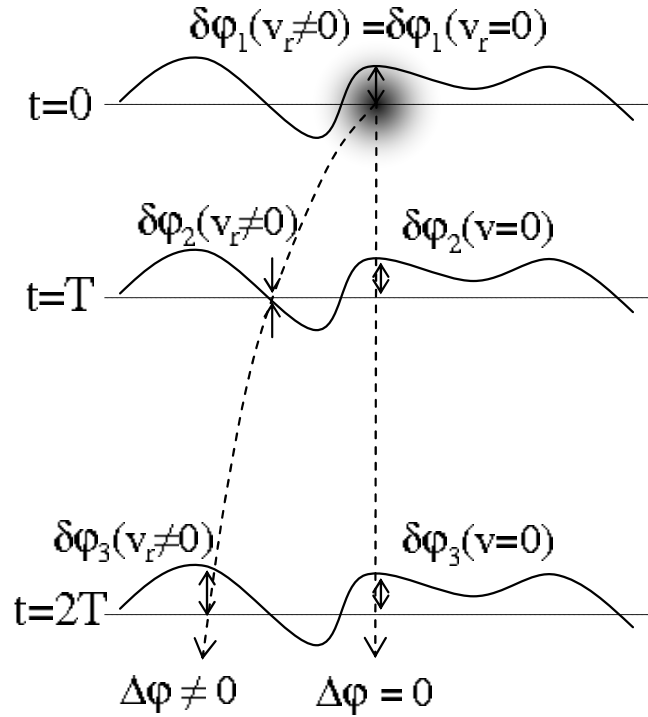


FIG. 6.18 – Illustration de la variation du déphasage atomique en fonction de la vitesse transverse. Pour un atome tombant strictement le long de la verticale, les aberrations du front d’onde sont identiques pour les trois impulsions. Dans ce cas, la contribution  $\delta\Phi = \delta\varphi(0) - 2\delta\varphi(T) + \delta\varphi(2T)$  au déphasage atomique total est nulle. Ce n’est pas le cas pour un atome de vitesse horizontale non nulle.

#### 6.4.3.a Cas d’une courbure

L’aberration d’ordre le plus bas est la défocalisation, qui se manifeste par une courbure sphérique. Un front d’onde de rayon de courbure  $R$  induit une différence de phase par rapport à une onde plane de  $\varphi_{\text{courb}}(\mathbf{r}) = K\mathbf{r}^2$ . Nous supposons pour simplifier que le faisceau Raman descendant a un front d’onde plan, et que seul le faisceau réfléchi est courbé. Pour un atome de vitesse et de position initiales  $\mathbf{v}_0$  et  $\mathbf{r}_0$ , la phase de l’onde effective, résultant de la différence des phases des faisceaux contra-propageants, s’écrit :

$$\varphi_{\text{courb}}(t, \mathbf{v}_0, \mathbf{r}_0) = \varphi_1 - \varphi_2 = K(\mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0)^2 - 0 \quad (6.30)$$

avec  $K = \frac{k_1}{2R}$ .

La phase effective imprimée sur l’ensemble des atomes est obtenu en intégrant



sur la distribution en vitesse du nuage :

$$\bar{\varphi}_{\text{courb}}(t) = \frac{K}{2\pi\sigma_v^2} \int_{\mathbb{R}^2} d^2\mathbf{v} (\mathbf{v}t + \mathbf{r}_0)^2 e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{2\sigma_v^2}} \quad (6.31)$$

avec  $\sigma_v^2 = k_B T_{at}/m$ . Nous négligeons l'expansion du nuage pendant les impulsions, par rapport à la taille caractéristique des défauts de front d'onde. Le biais sur la phase de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi_{\text{ab}} = \bar{\varphi}_{\text{courb}}(t_0) - 2\bar{\varphi}_{\text{courb}}(t_0 + T) + \bar{\varphi}_{\text{courb}}(t_0 + 2T) \quad (6.32)$$

$$= \frac{K}{2\pi\sigma_v^2} \int_{\mathbb{R}^2} 2\mathbf{v}^2 T^2 e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{2\sigma_v^2}} d^2\mathbf{v} \quad (6.33)$$

Dans le cas de la courbure de champ, le biais est indépendant de la position initiale du nuage, et de l'intervalle de temps entre le lâcher et la première impulsion. L'expression 6.32 devient simplement :

$$\Delta\Phi_{\text{ab}} = 2K\sigma_v^2 T^2 = 2\frac{k_1}{R} \frac{k_B T_{at}}{m} T^2 \quad (6.34)$$

D'après cette expression, pour une température de  $2,5 \mu\text{K}$ , le rayon de courbure  $R$  du front d'onde effectif devrait être supérieur à  $9600 \text{ m}$  pour assurer un biais inférieur à  $1 \text{ mrad}$ . En considérant un miroir de rayon  $1 \text{ cm}$ , on en déduit que le défaut de planéité du miroir doit être inférieur à  $\frac{\lambda}{300}$  !

La propagation des faisceaux gaussiens induit une différence de courbure entre les fronts d'onde montant et descendant, séparés d'environ  $1 \text{ mètre}$ . La courbure du front d'onde effectif a un rayon de  $3 \cdot 10^3 \text{ km}$ , pour les trois impulsions, et n'a donc aucune influence sur la mesure.

#### 6.4.3.b Confrontation à la mesure

La température du nuage régit son expansion, et donc l'influence des aberrations sur la mesure. L'équation 6.34 doit nous permettre de comparer le calcul à la mesure, afin de déterminer si l'aberration du front d'onde est principalement régie par un défaut de courbure. En principe, le biais varie linéairement avec la température. Cependant, les atomes ne sont détectés que dans une zone finie. Cette zone est limitée dans une direction par le faisceau de détection (de la largeur environ  $1 \text{ cm}$  pour la détection horizontale), et dans l'autre direction par l'étendue géométrique imagée par la photodiode.

La température du nuage est modifiée en changeant le désaccord de la mélasse optique, et mesurée par vélocimétrie Raman. La probabilité de transition à l'issue d'une transition Raman est mesurée en fonction de la fréquence de résonance, et

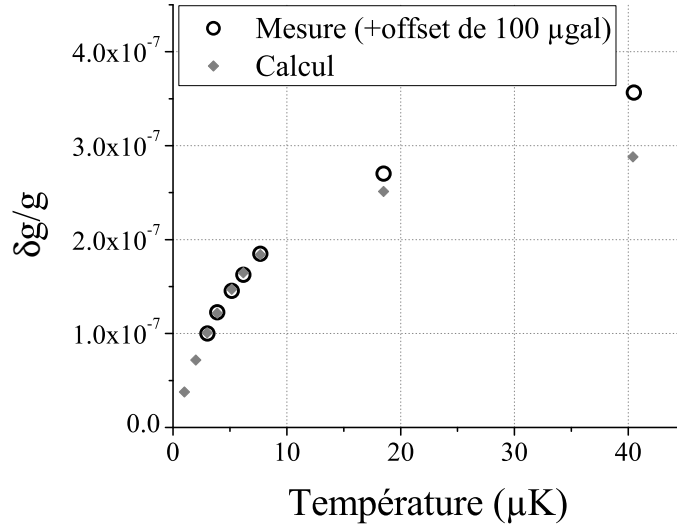


FIG. 6.19 – Influence de la température sur la valeur mesurée de  $g$ . Le calcul reproduit la saturation due à la taille finie de la zone de détection. Un rayon de courbure  $R = 250$  m (courbure  $K = 16000$ ) permet d’ajuster correctement la mesure avec le calcul pour  $T_{at} < 10$   $\mu\text{K}$ .

la température des atomes est déduite d’un ajustement gaussien du profil Doppler. La courbe expérimentale obtenue (fig. 6.19) montre bien qu’au delà de quelques microKelvins, pour des températures telles que le nuage devient plus gros que la zone détectée, l’effet de l’expansion progresse moins vite. En tenant compte des délimitations de la zone de détection, le calcul reproduit qualitativement la variation du biais en fonction de la température (points gris). Les courbes théorique et expérimentale sont correctement superposées, pour les températures inférieures à  $10$   $\mu\text{K}$ , pour un rayon de courbure effectif  $R = 250$  m (soit  $K = 16000$ ).

Nous pourrions tenter d’extrapoler la courbe théorique à température nulle pour en déduire le biais des aberrations sur  $g$ , mais ce serait négliger les autres aberrations du front d’onde. Considérons un exemple caricatural : le front d’onde est courbé, à l’exception d’une petite zone au centre où il est rigoureusement plan. Tant que la température est assez élevée pour que le nuage soit plus gros que cette zone, la déformation due à la courbure domine et le calcul précédent s’applique. Si au contraire la taille du nuage devient comparable à celle de la zone plane, la phase ne varie plus avec la température (fig. 6.20). Dans notre cas, le diamètre final du nuage est d’environ  $4$  mm, et il est fort possible que le front d’onde présente des irrégularités de cette dimension.

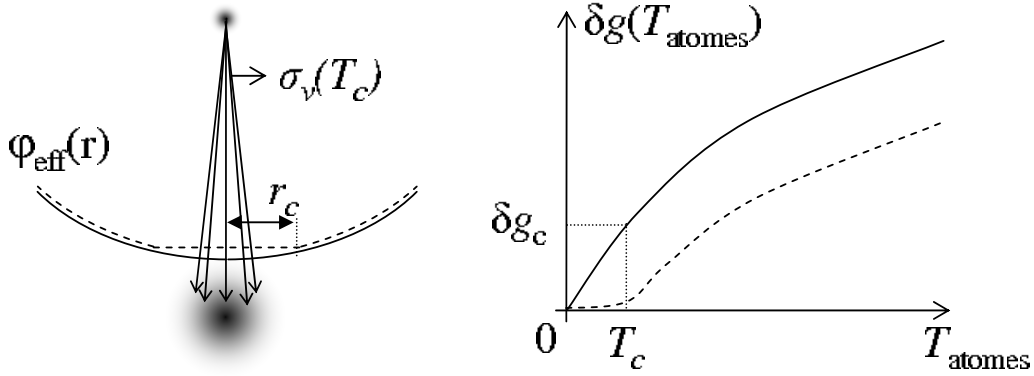


FIG. 6.20 – Exemple intuitif d’une extrapolation erronée. Tant que la température est supérieure à  $T_c$ , le nuage est plus grand qu’une zone de rayon  $r_c$ , et le biais vient essentiellement de la courbure du front d’onde. Pour une température inférieure, le nuage verrait un front d’onde parfaitement plan et le biais serait nul. Une extrapolation basée sur des mesures avec  $T > T_c$  induit donc une erreur  $\delta g_c$ .

### 6.4.3.c Mesure du front d’onde

En fait, l’importance de la forme du front d’onde est telle qu’il est nécessaire de le mesurer. Le laboratoire dispose d’un analyseur de front d’onde de type Shack-Hartman, dans lequel le faisceau étudié est imagé par une matrice de micro-lentilles sur une matrice CCD. D’une mesure du faisceau à une position donnée, nous tirons les 35 premiers coefficients  $a_n, b_{nm}, c_{nm}$  du polynôme de Zernike, qui permettent de décrire la phase du faisceau à la position de la mesure :

$$\varphi_{\text{mesure}}(r, \theta) = \bar{\varphi} + \sum_{n=0}^{64} \left[ a_{n0} Z_n^0(r) + \sum_{m=1}^n Z_n^m(r) (b_{nm} \cos m\theta + c_{nm} \sin m\theta) \right] \quad (6.35)$$

avec

$$Z_n^m(r) = \sum_{s=0}^{n-m} \frac{(-1)^s (2n-m-s)!}{s!(n-s)!(n-m-s)!} r^{2(n-s)-m} \quad (6.36)$$

Le déphasage atomique imprimé sur le nuage est obtenu en intégrant le double du déphasage mesuré (pour tenir compte de la rétro-réflexion) sur la distribution en vitesse des atomes :

$$\bar{\varphi}_{\text{mesure}}(t) = \frac{1}{2\pi\sigma_v^2} \int_{\mathbb{R}^2} 2 \times \varphi_{\text{mesure}}(\mathbf{v}t + \mathbf{r}_0, \theta) e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{2\sigma_v^2}} d^2\mathbf{v} \quad (6.37)$$

et le biais correspondant se calcule comme dans l’équation 6.32.

Les fronts d’onde des faisceaux Raman sont susceptibles d’être déformés par les deux hublots de l’enceinte à vide : le hublot du haut affecte les deux faisceaux, tandis que celui du bas est traversé deux fois par le seul faisceau Raman montant. Or les

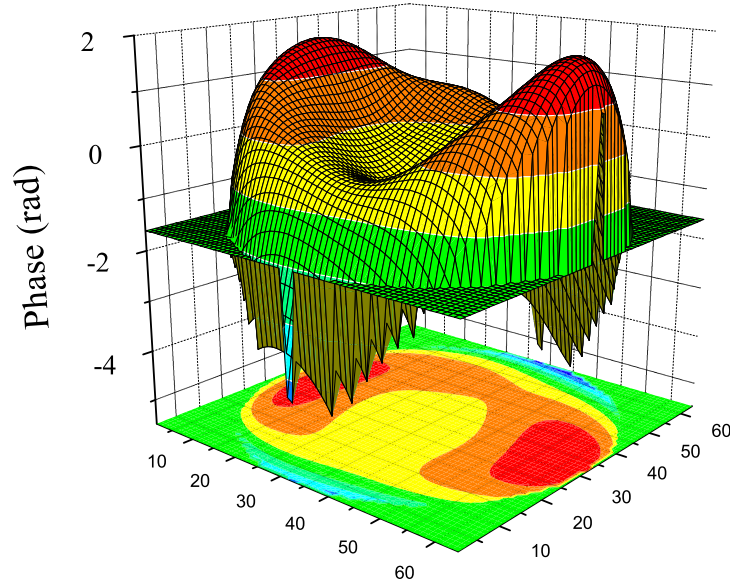


FIG. 6.21 – Surface de phase du faisceau Raman, après la traversée des hublots de l’enceinte à vide. En supposant que la déformation due au hublot du haut est négligeable, on peut considérer que la phase imprimée sur les atomes est le double de l’intégration de ce profil sur la distribution en vitesse du nuage.

déformations ont été mesurées à la sortie de l’enceinte à vide, c’est-à-dire que le faisceau étudié a été affecté par le collimateur de la fibre Raman, la première lame  $\lambda/4$ , puis les deux hublots. Si nous supposons que la déformation par le collimateur, la lame, et le premier hublot, sont négligeables devant la déformation du front d’onde par le hublot du bas, alors cette mesure apporte une bonne indication du déphasage imprimé sur les atomes. La figure 6.21 représente la forme de la phase du faisceau descendant, corrigé des tilts résiduels dus à l’alignement.

Le tableau suivant rapporte les 9 premiers coefficients de Zernike tirés de la mesure, qui constituent 90% de l’effet sur le déphasage atomique. Le calcul avec les 64 coefficients mesurés donne un biais sur l’interféromètre de  $-590 \mu\text{Gal}$ . Cette estimation ne rend pas compte de la déformation du faisceau par la lame  $\lambda/4$  et par le miroir de rétro-réflexion. Cependant, notre méthode de calcul surestime l’effet des aberrations sur les atomes : le collimateur en sortie de fibre dégrade sans doute le front d’onde du faisceau descendant, et ces aberrations sont communes aux deux faisceaux. Elles n’apparaissent donc pas dans leur différence de phase. La mesure rigoureuse des aberrations imposerait en fait la mesure en sortie de l’ensemble {collimateur+lame 1+hublot haut} pour connaître les déformations communes, puis en sortie de l’ensemble {hublot bas+lame 2+miroir} pour connaître les déformations du seul faisceau montant.

Nom	Expression	Coefficients
Défocalisation	$2r^2 - 1$	-0.072
Astigmatisme X	$r^2 \cos 2\theta$	-0.261
Astigmatisme Y	$r^2 \sin 2\theta$	0.014
Coma X	$(3r^2 - 2)r \cos \theta$	-0.071
Coma Y	$(3r^2 - 2)r \sin \theta$	-0.007
Aberration sphérique	$6r^4 - 6r^2 + 1$	-0.161
Trefoil at 0ř	$r^3 \cos 3\theta$	0.007
Trefoil at 90ř	$r^3 \sin 3\theta$	0.081
Astigm X (ordre5)	$(4r^2 - 3)r^2 \cos 2\theta$	-0.031

FIG. 6.22 – Premiers coefficients du polynôme de Zernike, mesurés par l’analyseur de front d’onde HASO sur le faisceau descendant.

Nous avons attaché plus d’importance à l’étude des optiques de la future expérience. Le miroir acheté à cette occasion présente une planéité de  $\lambda/100$ , et la mesure de ses coefficients de Zernike, par la même méthode, promet un biais d’environ  $1 \mu\text{Gal}$ . La planéité de la lame d’onde est nettement moins bonne, et la mesure permet d’évaluer le biais à  $\sim 50 \mu\text{Gal}$ . Quant au hublot, il n’aura plus d’influence puisque le miroir sera installé à l’intérieur de l’enceinte.

#### 6.4.3.d Phase de Gouy

Lors de la propagation d’un faisceau gaussien, la phase du champ électrique varie comme :

$$\varphi(r, z) = kz + \frac{kr^2}{2R(z)} + \arctan \frac{z}{z_0}, \quad \text{avec } R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right) \quad (6.38)$$

Le dernier terme correspond à la phase de Gouy, qui passe de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$  de part et d’autre du col du faisceau. Nous calculons donc son effet sur le déphasage atomique. Le dispositif expérimental est tel que le col des faisceaux descendants est à quelques centimètres près au niveau des atomes lors du lâcher. A cette position, le front d’onde est plan. A une position  $z$ , l’onde réfléchie s’est propagée sur une distance  $2L - z$ . La différence des phases de Gouy entre les faisceaux montant et descendant s’écrit donc :

$$\begin{aligned} \zeta_{\text{eff}}(t) &= \arctan \frac{z(t)}{z_0} - \arctan \frac{2L - z(t)}{z_0} \\ &\approx \frac{gt^2 - 2L}{z_0} \end{aligned} \quad (6.39)$$

Nous en déduisons l'expression du déphasage sur l'interféromètre :

$$\begin{aligned}\delta\Phi_{\text{Gouy}} &= \zeta_{\text{eff}}(2T) - 2\zeta_{\text{eff}}(T) + \zeta_{\text{eff}}(0) \\ &\approx 2\frac{gT^2}{z_0}\end{aligned}\quad (6.40)$$

Pour une distance de Rayleigh  $z_0 \simeq 580$  m, une distance  $L = 1$  m entre le miroir et les atomes à la première impulsion, et  $T = 50$  ms, le déphasage interférométrique est négligeable :  $\delta\Phi_{\text{Gouy}} = 85 \mu\text{rad}$ . Tant que la distance de rétro-réflexion  $2L$  est très inférieur à  $z_0$ , une variation de  $L$  n'a aucune influence sur le déphasage de l'interféromètre. En revanche, si  $z_0$  est divisé par 2 (en divisant le waist par  $\sqrt{2}$ ), le biais est multiplié par 2.

#### 6.4.4 Accélération de Coriolis et effet Sagnac

Les atomes sont en chute libre dans le référentiel terrestre, et ce référentiel est lui-même en rotation dans un référentiel galiléen. Or l'accélération absolue d'un corps dans le référentiel galiléen est la somme de l'accélération relative dans le référentiel terrestre, de l'accélération d'entraînement, et de l'accélération de Coriolis. L'accélération s'écrit donc, pour un atome de vitesse  $\mathbf{v}$  dans le référentiel terrestre de vitesse de rotation  $\boldsymbol{\Omega}_T$ , à une latitude  $\theta$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{\text{tot}} &= \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_c \\ &= \mathbf{g} + 2\boldsymbol{\Omega}_T \wedge \mathbf{v}\end{aligned}\quad (6.41)$$

Même si la vitesse relative initiale du nuage est nulle, on montre que l'accélération de Coriolis se réduit à une contribution inférieure à  $0,1 \mu\text{Gal}$  [64] et que la perturbation de la trajectoire des atomes est négligeable. L'amplitude de l'accélération d'entraînement représente quant à elle environ  $2,7 \cdot 10^{-3}g$ .

En tenant compte à présent de la distribution en vitesse des atomes lors du lâcher, nous étudions l'effet de leur trajectoire sur l'interféromètre. Pour un atome de vitesse transverse  $v_{\perp}$  non nulle, une transition Raman sépare les paquets d'onde en ouvrant une aire physique (fig. 6.23). L'interféromètre ainsi ouvert devient sensible à la rotation de la Terre, par effet Sagnac, et son déphasage s'écrit :  $\Delta\Phi = 4\pi\Omega_T \frac{m}{h} A$  où  $A$  est la projection de l'aire sur le plan  $xOy$ .

Le biais correspondant s'exprime aussi simplement en remplaçant l'accélération de pesanteur par celle de Coriolis :

$$\Delta\Phi_{\text{Coriolis}} = \mathbf{k}_{\text{eff}} T^2 \cdot (2\boldsymbol{\Omega}_T \wedge \mathbf{v}) \quad (6.42)$$

Il suffit donc, pour les atomes, d'une vitesse initiale transverse de  $100 \mu\text{m/s}$  pour induire un biais de  $1 \mu\text{Gal}$ . La température du nuage  $T_{\text{at}} = 2,5 \mu\text{K}$  correspond à un

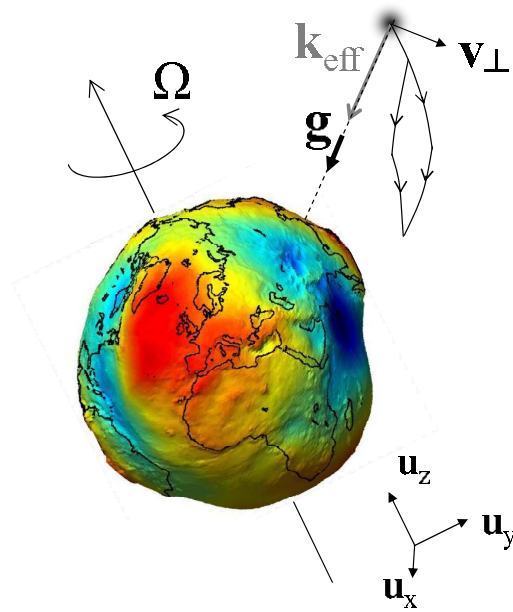


FIG. 6.23 – Principe de l’altération de la mesure de  $g$  par l’accélération de Coriolis qui s’exerce sur un atome de vitesse transverse non nulle.

écart-type de la distribution en vitesse d’environ 1,6 cm/s, mais l’effet de l’accélération de Coriolis est en grande partie moyenné par la symétrie de la distribution en vitesse du nuage.

#### 6.4.4.a Influence de l’équilibre des faisceaux du MOT

La contrainte évoquée par l’équation 6.42 suppose que le nuage soit lâché sans vitesse transverse. L’enceinte à vide a été orientée de sorte que les bras horizontaux du MOT soient à peu près orientés selon les directions cardinales. L’effet de l’accélération de Coriolis ne devrait apparaître que lorsque nous modifions la vitesse initiale transverse dans la direction Est/Ouest.

Nous avons d’abord étudié l’influence de l’équilibre des faisceaux horizontaux du piège magnéto-optique, dans les deux directions cardinales (fig. 6.24). On modifie pour cela l’inclinaison d’une des lames demi-onde du coupleur fibré utilisé pour répartir l’intensité dans les 4 bras horizontaux du piège. Comme les atomes se déplacent transversalement dans les faisceaux, le déplacement lumineux varie fortement d’une impulsion à l’autre : nous alternons donc la direction du vecteur d’onde effectif pour réduire cet effet. Par ailleurs, nous tenons compte de l’effet de la marée.

#### 6.4.4.b Influence d’un champ magnétique horizontal

En réalité, la trajectoire transverse des atomes accentue essentiellement l’effet des aberrations. L’effet n’est donc pas notablement plus grand dans la direction

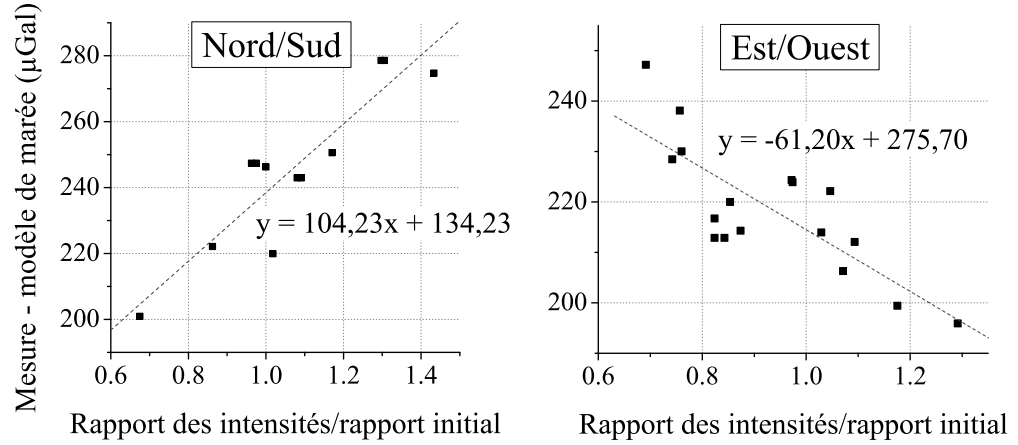


FIG. 6.24 – Différence entre le modèle de marée et notre mesure, en fonction du rapport d'intensité des bras du MOT, dans la direction Est/Ouest (sensible à l'effet Coriolis), et dans la direction Nord/Sud. Le rapport 1 correspond au réglage usuel du rapport des intensités. Les mesures sont aussi corrigées de l'inclinaison de la plate-forme.

Est/Ouest que dans l'autre direction (fig. 6.24), contrairement à ce que nous attendions. Cette mesure nous apprend toutefois qu'une variation de 1% du rapport d'intensités des faisceaux horizontaux se traduit par une variation du biais d'environ  $1 \mu\text{Gal}$ . D'après des mesures préalables, la stabilité à long terme de ces rapports est d'environ 2%.

Pour atteindre des vitesses horizontales plus grandes, nous avons plutôt utilisé les bobines horizontales destinées à compenser le champ résiduel transverse (dans la direction Est/Ouest). En effet, un biais de champ magnétique horizontal  $B_h$  modifie l'équilibre de la mélasse optique, et la vitesse transverse du nuage lors du lâcher. Soit  $v_0 = \chi B_h$  la vitesse initiale communiquée au nuage. D'après une mesure préalable (réalisée par vélocimétrie Raman sur l'axe vertical), on a  $\chi = 130 \mu\text{m/s/mG}$ . Le déphasage de l'interféromètre dans la direction Est/Ouest est ainsi égal à la somme du déphasage Coriolis et du déphasage dû aux aberrations :

$$\Delta\Phi_C(B_h) = 2k_{\text{eff}}T^2 \Omega_T \cos \Theta_P \chi B_h v + 2K(\chi^2 B_h^2 + \sigma_v^2)T^2 \quad (6.43)$$

où nous avons à nouveau supposé que le terme principal des aberrations est une courbure parabolique. L'angle  $\Theta_P = 49$  désigne la latitude de Paris. Nous devrions donc obtenir une parabole.

La figure 6.25 représente la variation de la mesure de  $g$  en fonction du champ magnétique horizontal, et fait apparaître la symétrie due aux aberrations : si le front d'onde n'est affecté que par une courbure, le biais est indépendant du signe de la



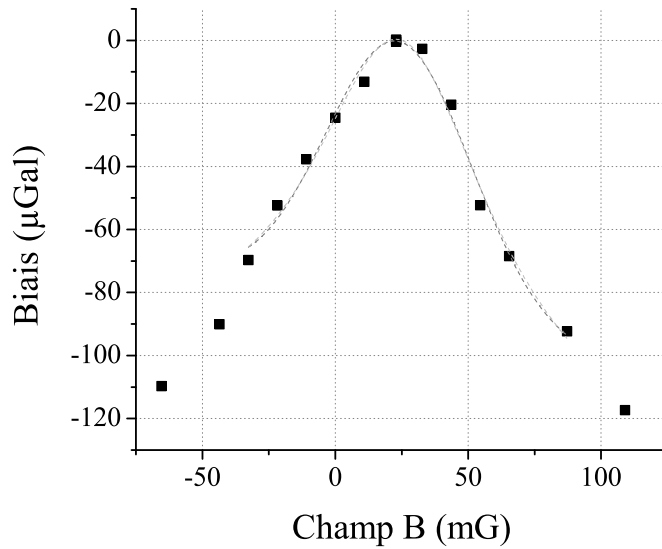


FIG. 6.25 – Différence entre le modèle de marée et la mesure, en fonction du courant dans la bobine horizontale sur le bras Est/Ouest du piège magnéto-optique. Les points expérimentaux ne s'ajustent pas correctement avec une parabole. L'ajustement est meilleur avec la somme d'une fonction symétrique (gaussienne ou lorentzienne) et d'une droite. L'inclinaison est probablement dû à l'effet Coriolis.

vitesse initiale. La comparaison avec une gaussienne (ou une lorentzienne) inclinée est satisfaisante, et l'effet Coriolis apparaît sans doute dans la pente de l'ajustement. Cependant la courbe n'est pas parabolique et ne permet pas donc pas de déduire le déphasage Coriolis à partir de l'équation 6.43.

En fait, la mesure ne rend pas compte du fait que la température du nuage varie avec le champ  $B_h$ , lorsqu'il s'éloigne de la valeur qui compense le champ magnétique résiduel ( $\approx 23$  mG). Cette variation est illustrée par la figure 6.26 (gauche), obtenue par vélocimétrie Raman. Nous avons comparé de nouvelles mesures avec le calcul 6.43, où nous considérons cette fois la variation  $\sigma_v(B_h)$  de la distribution en vitesse. L'influence de l'accélération de Coriolis est fixée à sa valeur théorique ( $\Omega_T \cos \Theta_P = 1 \mu\text{Gal}/100 \mu\text{m/s}$ ), et nous modifions les paramètres  $K$  et  $\chi$  : l'ajustement représenté sur la figure 6.26 (droite) est obtenu avec  $\chi = 70 \mu\text{m/s/mG}$  et  $K = 25000$ . La courbure est comparable avec celle que nous avons déterminée plus haut ( $K = 16000$  dans la fig. 6.19), et le paramètre  $\chi$  décrivant l'influence du champ sur la vitesse est deux fois plus faible. La différence est probablement imputable à la forme des aberrations des faisceaux dans la direction Est/Ouest, qui ne se limite sans doute pas à une simple courbure.

Cette mesure ne détermine pas la valeur absolue de l'influence de l'accélération de Coriolis. Elle permet cependant d'illustrer la complexité de la mesure, comme de celle des aberrations. Ces deux biais sont tous les deux des effets de trajectoire,

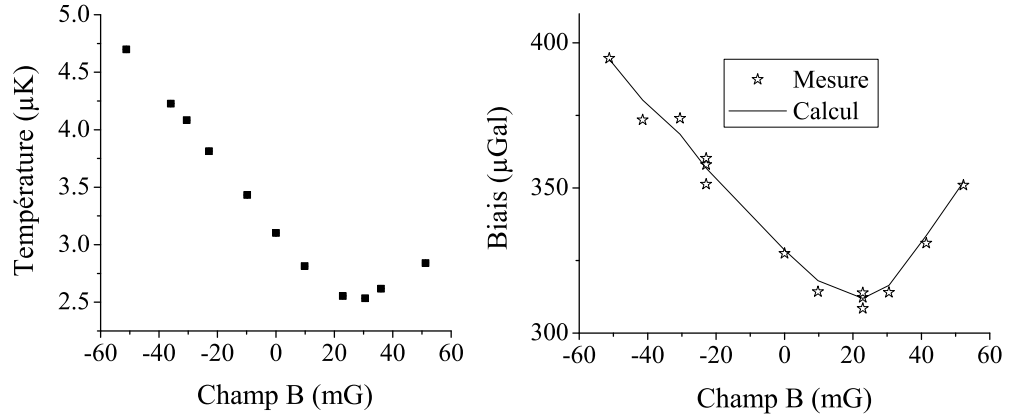


FIG. 6.26 – Gauche : variation de la température en fonction du champ magnétique horizontal  $B_h$  dans la mélasse. Droite : mesure de l’influence du champ  $B_h$  sur le biais (étoiles). La courbe théorique (trait noir) est tirée de l’équation 6.43, en tenant compte de l’effet de  $B_h$  sur la dispersion en vitesse (courbe de gauche), avec les paramètres  $\chi = 70 \mu\text{m/s/mG}$  et  $K = 25000$ .

que l’expérience actuelle ne permet pas de contrôler correctement. Un piège dipolaire a ainsi été prévu pour la nouvelle expérience, afin de mieux contrôler la vitesse horizontale. Il serait aussi intéressant de mettre en place une sélection en vitesse horizontale, avec des transitions Raman par exemple. La vitesse des atomes pourrait ainsi être modifiée sans que la température ne soit affectée. On retrouverait alors le modèle simple de l’équation 6.43. Grâce à la sélection transverse, les atomes pourraient aussi être utilisés pour sonder le front d’onde transversalement, et nous obtiendrions directement la mesure des aberrations.

#### 6.4.4.c Méthode de détection

Il subsiste une dernière contribution de l’effet Coriolis, selon la méthode de détection choisie. Nous avons déjà montré que la détection par les faisceaux verticaux assurait une meilleure sensibilité (p. 84). Cette méthode présente aussi l’avantage d’homogénéiser la fluorescence des atomes. La puissance des faisceaux verticaux peut en effet être bien supérieure à celle des faisceaux dédiés à la détection horizontale. Or l’intensité du faisceau de détection n’étant pas rigoureusement symétrique, un atome tombant du côté intense diffuse plus de photons que son symétrique : dans ce cas, l’effet de l’accélération de Coriolis est mal moyenné, même si la vitesse initiale est strictement nulle. Nous montrons ainsi (fig. 6.27) qu’en saturant les transitions atomiques, nous réduisons le biais dû à l’inhomogénéité de la détection.

L’asymétrie de la détection est un autre défaut susceptible d’induire artificiel-

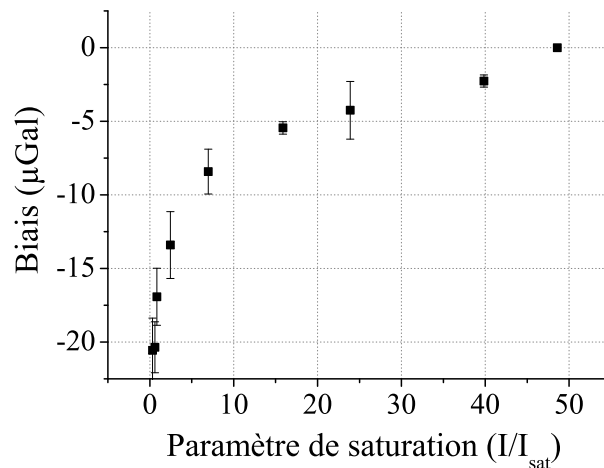


FIG. 6.27 – Diminution de l’inhomogénéité de la détection avec l’augmentation de la puissance du laser, pour la détection verticale. En détection horizontale, au contraire, l’intensité laser est trop faible pour atteindre la saturation des atomes.

lement un effet Coriolis. L’optique de collection actuelle est constitué d’un triplet qui forme directement l’image du nuage sur les photodiodes. L’étendue géométrique détectée est bien plus faible du côté du système de détection que de l’autre côté, si bien que les contributions des deux bords du nuage ne sont pas égales. Le déphasage correspondant a été évalué à 1 mrad, soit  $2,5 \mu\text{Gal}$ . Cet effet systématique diminue si la détection est symétrique par rapport au nuage, c’est-à-dire que les mêmes optiques et photodiodes sont disposées de part et d’autre. Sur la nouvelle expérience, il est prévu d’améliorer encore l’homogénéité de la détection avec une méthode dérivée de l’éclairage de Köhler [38].

## 6.5 Variations de $g$

Nous décrivons dans cette partie trois effets qui modifient transitoirement l’accélération de pesanteur locale : les marées luni-solaires, le gradient de champ de pesanteur, et la pression atmosphérique. Ces effets systématiques extérieurs à la mesure, d’origine purement mécanique, doivent être pris en compte pour déterminer une mesure absolue de l’accélération locale. Notons d’autre part que ces effets ne sont connus qu’à travers des modèles : si la sensibilité du gravimètre absolu est meilleure que celle des autres instruments, il peut être mis à profit pour évaluer et améliorer ces modèles. Enfin, d’autres effets diurnes, semi-diurnes, ou de période plus exotiques, peuvent être résolus une fois que ces effets prédominants sont supprimés.

### 6.5.1 Marées luni-solaires

Bien que le phénomène des marées soit étudié depuis l'Antiquité, aucun modèle théorique ne permet de les prédire exactement. Si des prévisions locales sont rendues possibles avec l'aide des observations séculaires, il est impossible de prendre en compte toute la complexité du phénomène et de les établir pour toute la surface du globe. Toutefois, l'allure générale des marées est correctement modélisée.

Notons avant tout que l'influence des marées sur l'amplitude de  $g$  se manifesterait aussi à la surface d'une sphère complètement rigide. Il s'agit d'un effet entre corps solides, et les mouvements des océans ne sont qu'une manifestation plus spectaculaire des variations de l'accélération de pesanteur.

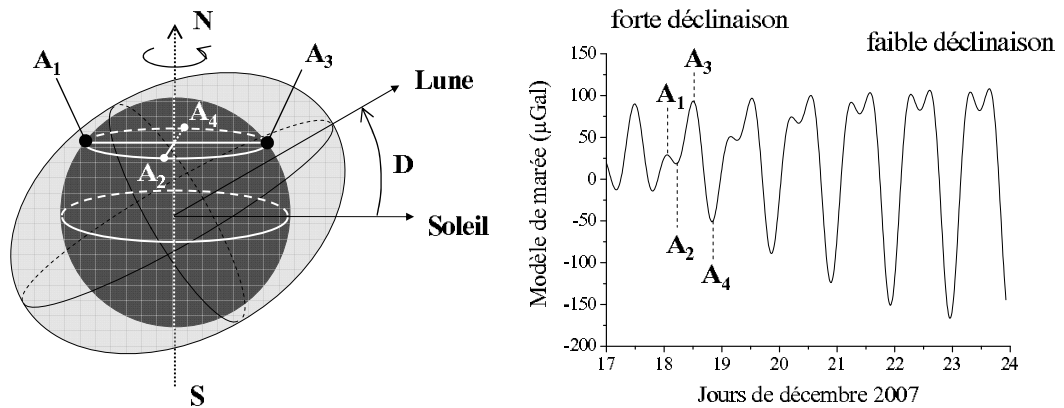


FIG. 6.28 – Illustration de l'allure générale des marées luni-solaires. La période semi-diurne ou diurne est due à la rotation de la Terre sur elle-même. Quant à l'évolution des amplitudes, elle est due essentiellement à la rotation de la Lune autour de la Terre, et aux positions respectives du Soleil et de la Lune par rapport à la Terre.

Newton, le premier, attribue l'origine des marées à l'attraction conjointe des océans par la Lune et le Soleil. Ses hypothèses sont les suivantes : la planète est entièrement recouverte par l'océan, dont la surface est en équilibre sous l'action des forces d'attraction. Le potentiel exercé en un point de la surface du globe, de rayon  $r_T$ , par un astre de masse  $M_A$ , situé à la distance  $d$  s'écrit [65] :

$$V = -G \frac{M_A}{M_T} \frac{r_T^2}{2d^3} (3 \cos^2 D - 1)$$

où  $D$  est la déclinaison entre le plan de la Terre et la direction de l'astre. On montre ainsi que l'influence de la Lune est plus de deux fois supérieure à celle du Soleil, et que la forme de la surface libre de l'océan (en l'absence de continents) est une ellipsoïde (le "bourelet liquide") dont le grand axe est dirigé vers la Lune (fig. 6.28). Ce modèle statique aboutit à la décomposition de la marée en trois contributions : un terme de période mensuelle, ne dépendant que de la déclinaison de l'astre, un

terme de période diurne, et un terme de période semi-diurne [66].

La théorie statique permet de décrire dans une large mesure l'influence des mouvements de la Lune et du Soleil sur les variations de l'accélération de pesanteur. En effet, la déformation quasiment nulle de la croûte terrestre (environ 10 cm) n'a pas d'inertie, et la valeur de  $g$  suit instantanément la position des astres. Il existe toutefois une correction due aux déplacements des océans. Cette modélisation est plus difficile, précisément à cause de l'inertie des océans. On constate ainsi que l'amplitude des variations du niveau d'eau peut atteindre une dizaine de mètres sur certaines côtes, alors qu'elle ne devrait pas dépasser un mètre d'après le calcul. De même, on observe un retard entre l'alignement des deux astres avec la Terre (Syzigie) et les marées de vives-eaux, qui définit l'âge de la marée.

Il faut alors avoir recours à la théorie dynamique, initiée par Pierre Simon Laplace dans le *Traité de Mécanique céleste* : ce modèle décompose les océans en éléments dont les mouvements ont la même période que la force qui leur donne naissance (oscillations forcées), et dont la somme des mouvements partiels élémentaires constituent le mouvement total (superposition des petits mouvements). L'amélioration de ce modèle a ainsi permis d'attribuer l'âge de la marée aux frottements de l'océan sur le relief sous-marin. Ces études ont par ailleurs montré que la dissipation par frottement de l'énergie des océans réduit l'énergie totale de la Terre, dont la rotation ralentit.

### 6.5.2 Gradient de champ de pesanteur

Le gradient linéaire  $\gamma$  de l'accélération  $g$  à la surface de la terre vaut environ  $-300 \mu\text{Gal}/\text{m}$ . Cette valeur varie selon les lieux, en fonction par exemple de la densité du sous-sol. La hauteur de l'interféromètre est de l'ordre de 5 cm, ce qui représente une variation de  $g$  d'environ  $15 \mu\text{Gal}$  entre le lâcher et la fin de l'interféromètre. Nous devons donc tenir compte de cet effet pour calculer sa contribution dans la mesure.

Le formalisme des intégrales de chemin permet, comme dans le cas du gradient de champ magnétique (cf p. 116), de calculer la perturbation du déphasage dû au gradient de gravité. On obtient ainsi, au premier ordre :

$$\Delta\Phi^{(1)}(\gamma) = \gamma k_{\text{eff}} T^3 \left( \frac{7}{12} g T - v_0 \right) \quad (6.44)$$

Le développement aux ordres supérieurs a été calculé dans d'autres travaux [22, 67]. La vitesse initiale  $v_0$  est celle acquise par les atomes en chute libre lors de la première impulsion ( $v_0 = -0,16 \text{ m/s}$ ). Le biais induit par un gradient de pesanteur de  $-300 \mu\text{Gal}/\text{m}$  est donc de  $-7 \mu\text{Gal}$ .

Pour déterminer  $g$  avec une exactitude de  $1 \mu\text{Gal}$ , la valeur du gradient doit donc être connue avec une incertitude inférieure à  $40 \mu\text{Gal}/\text{m}$ . Une cartographie du champ de pesanteur a été réalisée à l'emplacement du gravimètre, sur le site de la balance

du watt, afin de prendre en compte une éventuelle non-linéarité du gradient dans le calcul de la correction. À la position du gravimètre, le gradient est linéaire et vaut  $-305 \pm 3 \mu\text{Gal}/\text{m}$ , et le biais correspondant est de  $-6,8 \pm 0,1 \mu\text{Gal}$ .

### 6.5.3 Pression atmosphérique

Une augmentation de la pression atmosphérique sur un site correspond, à température égale, à une augmentation de la densité de l'air : les pilotes d'avion constatent par exemple une augmentation de la portance. Les variations de pression ont aussi une influence sur l'accélération de pesanteur : une augmentation de la masse d'air au-dessus de l'expérience exerce sur les atomes une force d'attraction opposée à celle de la Terre, et réduit la valeur de  $g$ . L'amplitude de cet effet est d'environ  $0,3 \mu\text{Gal}/\text{mbar}$ , et la pression de correction nulle est fixée par convention à  $1013,25 \text{ hPa}$ . Or la variation de pression, d'une situation anti-cyclonique à une situation dépressionnaire, peut atteindre une cinquantaine de millibars. L'effet est donc mesurable, et un baromètre a été installé dans la future installation du gravimètre à Trappes. Il faudra en effet s'assurer que la stabilité à long terme de la mesure n'est pas limitée par La figure 6.29 présente deux semaines de variations de pression au-dessus de Trappes, à la mi-octobre 2006.

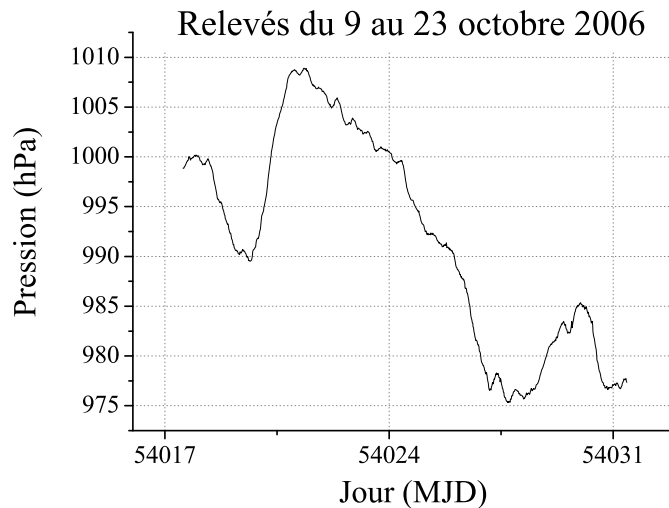


FIG. 6.29 – Variations de pression atmosphérique sur le site de Trappes, pendant deux semaines d'octobre 2006. La pression passe de  $1008 \text{ hPa}$  à  $975 \text{ hPa}$  en une semaine, induisant une augmentation de  $g$  de près de  $10 \mu\text{Gal}$ .

## 6.6 Quelques effets négligeables

### 6.6.1 Détermination de $T$

L'expression du déphasage atomique dépend directement du carré du temps d'évolution libre  $T$  entre les impulsions. On pourrait donc supposer nécessaire de déterminer  $T = 50$  ms avec une exactitude redoutable de 25 ps pour mesurer  $g$  au  $\mu\text{Gal}$  près. Bien sûr, ni la vitesse du micro-processeur de commande, ni le délai d'ouverture du modulateur acousto-optique (AOM) ne permettent d'atteindre cette exactitude. En se rappelant comment nous mesurons  $g$ , on comprend comment cette difficulté disparaît : lorsque le balayage en fréquence des lasers compense exactement l'accélération des atomes en chute libre, le déphasage est nul, indépendamment de la valeur de  $T$ .

### 6.6.2 Effet de la rampe sur une seule fréquence

Notre procédé de verrouillage en phase des faisceaux (p. 47) est tel que le balayage de la différence de fréquence  $\alpha$ , qui maintient les lasers à résonance, n'est appliqué que sur la fréquence du laser  $R2$  (refroidissement). Le balayage est mesuré sur le banc optique, à travers le battement de fréquence entre les lasers Raman  $R1$  et  $R2$ . Un délai  $L/c$  est donc nécessaire à la consigne de fréquence pour se propager depuis le photoconducteur jusqu'aux atomes. Or ce délai varie pendant l'interféromètre, à cause du déplacement des atomes. Considérons par exemple le cas où  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  est orienté vers le bas : l'onde effective doit "rattraper" les atomes dans leur chute, et le délai de propagation augmente comme  $gt^2/2c$ . La rampe de fréquence fait aussi varier le module  $k_{\text{eff}}$  du vecteur d'onde. On montre que le biais induit par ces effets s'écrit :

$$\delta g = -g \frac{2v}{c} \quad (6.45)$$

où  $v$  est la vitesse des atomes lors de la deuxième transition Raman. Pour notre nuage en chute libre, le biais vaut environ  $4 \mu\text{Gal}$ .

### 6.6.3 Effet d'indice du nuage

Une expérience récente [68] a montré que l'impulsion communiquée à un milieu d'indice  $n$  par un photon d'impulsion  $\hbar k$  vaut  $n\hbar k$ . Dans cette expérience, un condensat de Bose subit deux diffractions par une onde stationnaire : la première diffraction sépare les paquets d'onde, et la seconde, un instant  $\tau$  plus tard, les recombine. Le déphasage entre les deux paquets d'onde est égal à  $\omega_{\text{rec}}\tau$ . Or l'expérience montre que ce déphasage varie comme le carré de l'indice, et  $\omega_{\text{rec}} = \hbar k^2/2m$ , d'où le résultat.

Il faut donc tenir compte de l'indice du milieu  $n = 1 + \delta n$  dans le calcul des trajectoires classiques des paquets d'onde durant l'interféromètre, et écrire que l'impulsion

communiquée au paquet d'onde diffracté vaut  $n\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$ . Pour le nuage atomique, l'excès d'indice  $\delta n$  est proportionnel à la densité  $\rho$  et à la section efficace, par le biais du désaccord Raman :

$$\delta n = \sigma(\Delta)\rho = f\frac{3\pi}{2}\rho\frac{\Gamma}{\Delta}\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3$$

où  $f = 2/3$  désigne la force de raie [69]. Au centre du nuage, dans les conditions usuelles ( $\rho = 2 \cdot 10^7$  at/cm,  $\Delta = 1$  GHz), l'excès d'indice est de l'ordre de  $10^{-9}$ . L'indice dû à la vapeur résiduelle est quant à lui négligeable, puisque l'échantillon atomique est chargé à partir du piège 2D.

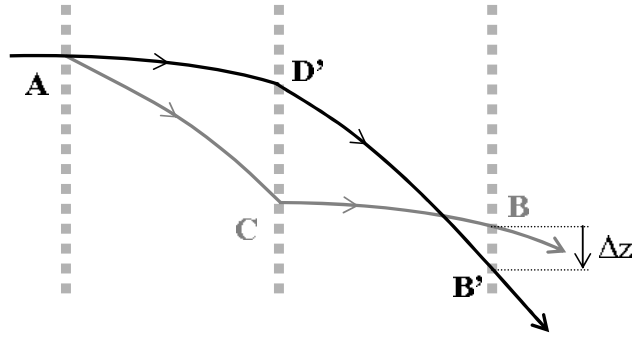


FIG. 6.30 – Trajectoires perturbées par le potentiel du à l'effet d'indice, représentées pour une valeur négative de la vitesse de recul  $v_r$ . La perturbation induit un décalage  $\Delta z \sim 10^{-12}$  m entre les deux sorties de l'interféromètre, très petit devant la longueur d'onde de De Broglie des atomes ( $\lambda_{dB} = 10^{-7}$ m). Le déphasage correspondant est calculé comme la différence entre les actions le long des deux chemins perturbés.

Un raisonnement basé sur la conservation de l'énergie et de l'impulsion montre que le paquet d'onde non-diffracté subit lui aussi une impulsion, d'amplitude  $-\delta n\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$  [69]. Ce résultat est interprété comme l'absorption par le nuage de la différence entre l'impulsion  $\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$  de l'onde lumineuse et l'impulsion  $n\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$  acquise par l'atome. Les trajectoires des atomes s'écrivent alors pour le bras AD'B' où les atomes ne sont pas diffractés par la première transition (traits noirs fig. 6.30) :

$$\begin{cases} z_{AD'}(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 - 2v_r\delta n)t + z_0 \\ z_{D'B'}(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 + 2v_r(n - \delta n))t + z_0 - 2nv_rT \end{cases} \quad (6.46)$$

et pour le bras ACB diffracté (traits gris) :

$$\begin{cases} z_{AC}(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 + 2v_r n)t + z_0 \\ z_{CB_c}(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + 2v_r nT + z_0 \end{cases} \quad (6.47)$$

Les deux paquets d'onde ne se rejoignent pas exactement à la même altitude à la fin



de l'interféromètre, mais la différence d'altitude est négligeable :

$$\Delta z = z_{B'} - z_B = 4v_r \delta n T \sim 10^{-12} \text{ m}$$

Le déphasage total en sortie de l'interféromètre correspond à la somme de trois contributions [39] : la propagation des atomes dans le champ de pesanteur le long des deux trajectoires classiques, l'interaction des séparatrices avec les atomes (phase des lasers), et les changements d'état interne. La première contribution est nulle lorsque les trajectoires se rejoignent à la sortie de l'interféromètre, c'est-à-dire si les énergies cinétique et potentielle accumulées par les atomes le long des deux chemins sont égales. La dernière contribution est nulle car les deux chemins voient les deux états internes différents pendant la même durée.

### 6.6.3.a Propagation libre des atomes

Le premier terme de phase correspond à l'action du champ de pesanteur le long des trajectoires. Le long d'un chemin AB, l'action s'écrit [39] :

$$\begin{aligned} S_{\text{Cl}}(z_B, t_B, z_A, t_A) &= \int_{t_A}^{t_B} \left( \frac{1}{2} m \dot{z}^2(t) - mgz(t) \right) dt \\ &= \frac{m}{2} \frac{(z_B - z_A)^2}{t_B - t_A} - \frac{mg}{2} (z_B + z_A)(t_B - t_A) - \frac{mg^2}{24} (t_B - t_A)^3 \end{aligned}$$

Le décalage  $\Delta z$  étant très faible par rapport à la longueur de cohérence des paquets d'onde ( $\lambda_{dB} = 10^{-7} \text{ m}$ ), le déphasage atomique peut être calculé comme la différence des actions le long des deux trajectoires perturbées [60]. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_{\text{prop}} &= \frac{1}{\hbar} \{ S_{\text{Cl}}(z_C, T, z_A, 0) + S_{\text{Cl}}(z_B, 2T, z_C, T) \\ &\quad - S_{\text{Cl}}(z'_D, T, z_A, 0) - S_{\text{Cl}}(z'_B, 2T, z'_D, T) \} \\ &= \frac{m}{\hbar} 4T \delta n v_r (v_0 + v_r(n - \delta n)) \end{aligned} \quad (6.48)$$

Son amplitude est de 0,4 mrad, soit 0,5  $\mu\text{Gal}$ , et n'est donc pas dérisoire.

### 6.6.3.b Interaction avec les lasers

Pour calculer un majorant du déphasage dû à l'indice du nuage lors de l'interaction avec les séparatrices, j'utilise quelques hypothèses très simplificatrices : le calcul est effectué pour un atome au centre du nuage, où la densité est la plus élevée, et le nuage est modélisé par un cylindre dont la densité homogène est égale à celle au centre. La hauteur et le rayon du cylindre sont égaux au rayon  $\sigma_0$  du nuage gaussien

réel. À mesure que le nuage s'étend, la densité diminue comme :

$$\rho(t) = \frac{N}{(2\pi(\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2))^{\frac{3}{2}}}$$

Considérons les lasers  $R1$  et  $R2$  en phase au sommet du nuage lors de la première impulsion, et que le nuage interagit avec le faisceau descendant  $R1$  et le faisceau réfléchi  $R2$ . À l'instant  $t$ , les phases des faisceaux sont :

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= k_1 \left( \frac{1}{2}gt^2 - v_0t + \sigma_0 + (n(t) - 1)\sigma(t) \right) \\ \varphi_2(t) &= k_2 \left( \frac{1}{2}gt^2 - v_0t + \sigma_0 + 3(n(t) - 1)\sigma(t) + 2(L_0 - \frac{1}{2}gt^2 + v_0t) \right)\end{aligned}\quad (6.49)$$

où  $L_0$  est la distance initiale du centre du nuage au miroir de rétro-réflexion. La longueur optique du nuage subit les influences contraires de l'extension  $\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2}$  du nuage et de la diminution de la densité et donc de l'indice.

La différence de phase  $\delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$  imprimée sur la phase atomique peut se mettre sous la forme :

$$\delta\varphi(t) = k_{\text{eff}} \left( \frac{1}{2}gt^2 - v_0t \right) + (k_1 - 3k_2)\sigma(t)\delta n(t) + \text{cste}$$

D'après cette expression, le déphasage de l'interféromètre est donc égal à la somme du terme qui donne  $g$  et du biais dû à l'effet d'indice :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= \delta\varphi(0) - 2\delta\varphi(T) + \delta\varphi(2T) \\ &= k_{\text{eff}}gT^2 + \Delta\Phi_{\text{indice}}\end{aligned}\quad (6.50)$$

Le calcul numérique de  $\Delta\Phi_{\text{indice}}$  donne  $\Delta\Phi_{\text{indice}} = 10^{-7}$  rad. Cet effet augmente quand la température diminue, mais reste toujours négligeable pour des atomes ultra-froids.

L'influence de l'effet d'indice se résume finalement à une modification des trajectoires, qui induit un biais de **0,5  $\mu\text{Gal}$** .

#### 6.6.4 Collisions froides

La source atomique produit par le refroidissement est un nuage dilué où prédominent les collisions élastiques à deux corps. L'étude des collisions entre deux particules identiques de masse  $m$  est généralement ramenée à celle de l'interaction d'une particule fictive de masse réduite  $m/2$  avec le potentiel d'interactions coulombiennes  $U(r)$ . Les fonctions propres sont modifiées par un potentiel centrifuge, dont la portée est d'autant plus grande que l'orbitale de la fonction d'onde est grande. Nous considérons des particules dont l'énergie cinétique est faible devant la barrière

créée par ce potentiel centrifuge. Dans ce cas, ce sont essentiellement les fonctions d'onde d'orbitale sphérique ( $l = 0$ ) qui participent aux collisions, et qui représentent la contribution majeure à la section efficace de diffusion. Par symétrie, les diffusions sont donc isotropes.

Pour deux atomes alcalins dans l'état fondamental, le potentiel de Van der Waals, en  $1/r^6$ , est le terme dominant du potentiel d'interaction coulombien à longue distance. L'atténuation est plus rapide que  $1/r^3$ , donc le régime diffusif est celui des ondes  $s$ . Le paramètre utilisé pour décrire les interactions dans ce cas est la longueur de diffusion  $a$ . Je ne m'étends pas sur sa définition, car on la trouve aisément dans la littérature, par exemple sur les horloges atomiques [63, 70].

Nous nous intéressons ici à l'influence des collisions sur l'écart hyperfin. Si tous les sous-niveaux Zeeman  $|j\rangle$  sont peuplés, le déplacement de fréquence s'écrit, en fonction des longueurs de diffusion :

$$\delta\omega_{\text{coll}} = -\frac{4\pi\hbar}{m} \times \sum_j n_j (1 + \delta_{fj})(1 + \delta_{ej}) \text{Re}\{a_{fj} - a_{ej}\}$$

où  $n_j$  est la densité volumique de l'état  $|j\rangle$ ,  $f$  et  $e$  désignent les états  $|F = 1, m = 0\rangle$  et  $|F = 2, m = 0\rangle$ , et le symbole de Kronecker  $\delta_{ij}$  décrit l'augmentation des collisions pour des bosons dans le même niveau. Pendant l'interféromètre, les atomes sont équitablement répartis dans les états  $f$  et  $e$ . Comme  $\text{Re}\{a_{ij} - a_{ji}\} = 0$ , le déplacement collisionnel devient :

$$\delta\omega_{\text{coll}} = -\frac{4\pi\hbar}{m} \times \frac{n}{2} \times \text{Re}\{2a_{ff} - 2a_{ee}\} \quad (6.51)$$

Les collisions ont aussi un rôle destructeur pour la cohérence hyperfine, mais il est trop lent pour affecter notre expérience. Le déplacement de fréquence 6.51 ne serait pas problématique dans notre expérience, s'il restait constant durant l'interféromètre. Dans ce cas, la symétrie de la fonction de sensibilité annulerait le déphasage correspondant. Bien sûr ce n'est pas le cas : la taille du nuage passe de  $\sigma_0 = 1,5$  mm au lâcher à  $\sigma(2T) = 2,3$  mm à la dernière impulsion Raman, si bien que la densité dans l'espace des phases autour d'un atome varie spatialement et temporellement. La densité spatiale est moins grande autour d'un atome lâché avec une grande vitesse transverse que pour un atome lâché sans vitesse transverse, et la densité spatiale diminue au cours du temps. D'autre part, la distribution en vitesse autour d'un atome est de plus en plus étroite : alors qu'au moment du lâcher, deux atomes voisins peuvent partir dans des directions opposées, des atomes toujours voisins après un certain temps de vol sont partis avec des vitesses initiales plus proches.

Pour des atomes de Rubidium dont la température est inférieure à  $T_{at} < 100 \mu\text{K}$ , on considère que la section efficace de collision est constante et ne dépend pas de l'énergie cinétique des atomes. Ainsi, le déplacement collisionnel d'un atome de vi-

tesse  $\vec{v}_0$  et de position initiale  $\vec{r}_0$ , à l'instant  $t$ , est proportionnel à la densité spatiale autour de cet atome :

$$\delta\omega_{\text{coll}} = \kappa \rho(\vec{r}_0, \vec{v}_0, t)$$

avec  $\kappa = -\frac{2\pi\hbar}{m} \text{Re}\{2a_{ff} - 2a_{ee}\}$ . Le calcul habituel s'applique pour en déduire le déphasage interférométrique, pour cet atome :

$$\delta\Phi(\vec{r}_0, \vec{v}_0)_{\text{coll}} = \kappa \int_{t_d-T}^{t_d+T} g_s(t-t_d) \rho(\vec{r}_0, \vec{v}_0, t) dt \quad (6.52)$$

où  $t_d$  est l'intervalle de temps entre le lâcher des atomes et la première impulsion Raman.

Je suppose que les atomes sélectionnés par la transition Raman ont une distribution en vitesse assez étroite pour qu'on puisse négliger l'expansion du nuage dans cette direction. Je distingue alors les densités spatiales dans les directions verticale ( $\rho(z, t)$ ) et horizontale ( $\rho(r, t)$ , avec  $r^2 = x^2 + y^2$ ). Dans le référentiel du nuage en chute libre, les atomes ont une vitesse verticale  $v_z$  nulle, et des vitesses horizontales  $v_r$  régies par la distribution thermique. Dans cette direction, la température  $T_{at}$  est celle de la mélasse optique, et l'expansion du nuage est décrite par l'équation :

$$\sigma_r^2(t) = \sigma_0^2 + \frac{k_B T_{at}}{m} t^2 = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2 \quad (6.53)$$

Le décalage total, résultant de la contribution de tous les atomes, s'obtient en moyennant l'expression 6.52 sur la distribution spatiale  $f(\vec{r}_0)$  et sur la distribution en vitesse  $h(\vec{v}_0)$  :

$$\begin{aligned} \delta\omega_{\text{coll}} &= \kappa n(t) \\ &= \kappa \int dt g_s(t) \int_{\mathbb{R}^3} d^3\vec{r}_0 \int_{\mathbb{R}^3} d^3\vec{v}_0 \rho(r, t) \rho(z, t) f(\vec{r}_0) h(\vec{v}_0) \end{aligned} \quad (6.54)$$

avec, pour le produit des densités spatiales :

$$\rho(r, t) \rho(z, t) = \frac{N}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_r^2(t) \sigma_0} \times e^{-\frac{(r_0 + v_0 t)^2}{2\sigma_r^2(t)}} \times e^{-\frac{z^2}{2\sigma_0^2}} \quad (6.55)$$

La distribution spatiale du nuage après refroidissement est décrit par une gaussienne, et la distribution en vitesse résulte du produit entre une gaussienne pour les vitesses transverses et d'un pic de Dirac pour la vitesse verticale :

$$f(\vec{r}_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_0^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r_0^2}{2\sigma_0^2}} \quad \text{et} \quad h(\vec{v}_0) = \frac{1}{2\pi\sigma_v^2} e^{-\frac{v_r^2}{2\sigma_v^2}} \times \delta(v_z)$$

On obtient pour la densité spatiale moyennée :

$$\rho(t) = \int_{\mathbb{R}^3} d^3\vec{r}_0 \int_{\mathbb{R}^3} d^3\vec{v}_0 \rho(r, t) \rho(z, t) f(\vec{r}_0) h(\vec{v}_0) = \frac{N}{8\pi^{\frac{3}{2}} \sigma_0 (\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2)}$$

et donc pour le déphasage :

$$\Delta\Phi_{\text{coll}} = \frac{N\kappa}{8\pi^{\frac{3}{2}} \sigma_0^3} \times \left\{ \arctan\left(\frac{\sigma_v}{\sigma_0}(t_d + 2T)\right) - 2 \arctan\left(\frac{\sigma_v}{\sigma_0}(t_d + T)\right) + \arctan\left(\frac{\sigma_v}{\sigma_0}t_d\right) \right\} \quad (6.56)$$

On applique d'abord ce calcul au nuage thermique dilué obtenu à l'issue de la sélection Raman. Les paramètres du nuage sont  $\sigma_v = 15$  mm/s,  $\sigma_0 = 1,5$  mm, et  $N = 10^6$ . Les longueurs de diffusion entre les atomes dans  $e$  ou dans  $f$  ont été calculées par C. Williams et rapportées par Y. Sortais [70] :  $a_{ee} = 94,946 a_0$  et  $a_{ff} = 101,284 a_0$ , où  $a_0$  est le rayon de Bohr. Nous en déduisons un biais sur la phase atomique  $\Delta\Phi_{\text{coll}} = 3 \cdot 10^{-6}$  rad, tout à fait négligeable par rapport aux effets que peut résoudre l'interféromètre.

### 6.6.5 Rebond post-glacial

La dernière période glaciaire, le Pléistocène, a commencé il y a 2 millions d'années pour s'achever il y a onze mille ans. Pendant cette période, les glaciers se sont étendus depuis les pôles jusqu'aux 40<sup>e</sup> parallèles, en atteignant des épaisseurs de près de 3 km. Cette masse gigantesque a fait subir à la croûte terrestre des enfoncements de plusieurs centaines de mètres. Le retrait des grandes plaques glaciaires a réduit la pression sur la croûte, qui se dilate dans les anciennes régions englacées à raison de plusieurs millimètres par an (*rebond isostasique*). Le bouclier scandinave, par exemple, doit encore se soulever de 180 m avant de se stabiliser. D'après la relation inversement quadratique de  $g$  avec le rayon de la Terre, cette dilatation se traduit par une réduction de  $g$  de l'ordre de 1  $\mu\text{Gal}$  par an. Cet effet cocasse est cependant négligeable sous nos latitudes.

## 6.7 Bilan d'exactitude préliminaire

Cette liste d'effets systématiques répertorie tous ceux dont l'amplitude est susceptible de dépasser 1  $\mu\text{Gal}$ , qui correspond à l'exactitude visée. grâce aux mesures différentielles où l'orientation du vecteur est alternée. La superposition des trajectoires des interféromètres a permis par exemple de réduire le biais dû au gradient de champ magnétique de  $-975 \pm 150 \mu\text{Gal}$  à  $4 \pm 3 \mu\text{Gal}$ .

Le tableau ci-contre dresse le bilan des effets mesurables, et montre que la mesure présente un biais de  $+82 \pm 3 \mu\text{Gal}$ . Cependant cette évaluation n'est pas complète car le dispositif actuel ne nous permet pas de mesurer avec la même exactitude les biais

dû à l'effet Coriolis et aux aberrations. Les deux comparaisons qui ont eu lieu avec des gravimètres absolus à coin de cube ont ainsi montré une différence de  $+16 \mu\text{Gal}$ . Il apparaît donc important, pour réduire ces effets, de mieux contrôler ou connaître la distribution en vitesse transverse des atomes. Un piège dipolaire, ainsi qu'un faisceau de sélection transverse pourraient être une solution.

Effet	Valeur ( $\mu\text{Gal}$ )	Fluctuations long terme
Déplacement lumineux LS1	0	$\pm 0,5 \mu\text{Gal}$
Effet Zeeman quadratique	$4 \pm 3$	qq $\mu\text{Gal}$
Déphasages RF	$0 \pm 0,3\%$	0
Alignements verticaux	$0 \pm 1$	$< 1 \mu\text{Gal}$
Déplacements lumineux LS2	$+85 \pm 1$	$5 \mu\text{Gal}$
Gradient de $g$	-7	0

FIG. 6.31 – Tableau récapitulatif des effets systématiques recensés par la mesure durant la thèse.

Nous mentionnons par ailleurs une série d'autres effets, dont l'amplitude pour la plupart est bien inférieure à ce que peut mesurer l'interféromètre. Les méthodes exposées pourront cependant être appliquées à l'étude d'autres biais.



# Chapitre 7

## Conclusion

### 7.1 Conclusions sur ce travail

Ce manuscrit retrace le travail que j'ai réalisé pendant ma thèse sur un gravimètre atomique absolu. Hormis quelques études annexes, ce travail a essentiellement consisté à améliorer la sensibilité de la mesure et à établir une analyse préliminaire de son exactitude.

Depuis la mesure des premières franges, en été 2005, jusqu'à l'été 2007, nous avons porté la meilleure sensibilité à  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  dans les conditions d'environnement les plus propices. Cette sensibilité est comparable à celle obtenue, plus de 10 ans après ses débuts, par l'expérience fondatrice de Stanford. Elle a été obtenue en combinant une isolation passive des vibrations résiduelles et une méthode de correction basée sur la mesure des vibrations verticales par un sismomètre. Une comparaison avec un gravimètre optique FG5, le meilleur modèle de ce type d'instrument, montre que la sensibilité de notre gravimètre est trois fois meilleure dans les mêmes conditions. Nous montrons que les divers bruits de phase dus aux lasers (asservissements, propagations, intensité) ne représentent une contribution au bruit de la mesure que de  $4 \cdot 10^{-9} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , grâce au banc optique réalisé lors de la thèse précédente par P. Cheinet. La limite de bruit actuelle ne correspond plus aux vibrations verticales mais semble due aux vibrations horizontales, par le biais d'un couplage entre les axes vertical et horizontaux du sismomètre utilisé.

Par ailleurs, le filtrage numérique que j'ai introduit dans la correction des vibrations a permis d'atteindre une excellente sensibilité de  $7,5 \cdot 10^{-8} \text{ g}/\sqrt{\text{Hz}}$  sans aucune isolation passive, c'est-à-dire dans des conditions où les vibrations verticales représentent la contribution dominante au bruit. Cette sensibilité n'est guère que deux fois moins bonne que celle des meilleurs gravimètres optiques, où l'isolation des vibrations du miroir de référence est assurée par un "super-ressort", très élaboré et coûteux. Par ailleurs, l'efficacité du filtrage peut sans doute être encore améliorée en utilisant un filtre numérique d'ordre plus élevé pour mieux redresser encore la



fonction de transfert du sismomètre.

Nous avons d'autre part recensé la majeure partie des effets systématiques qui affectent la mesure. Grâce à des mesures différentielles, réalisées en alternant l'orientation du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$ , nous avons pu annuler l'influence du gradient de champ magnétique, celle du déplacement lumineux à un photon, et celle des déphasages RF, avec une exactitude de quelques  $10^{-9}g$ . Notons que l'évaluation de la réjection des déphasages RF est limitée par le temps d'intégration de la mesure, et qu'il suffit donc de l'augmenter pour mieux connaître l'efficacité de la réjection. Les effets ne dépendant pas de l'orientation de  $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  ont été mesurés ou évalués avec une exactitude comparable. Seules les aberrations des faisceaux Raman et l'influence de l'accélération de Coriolis n'ont pas pu être mesurées dans la configuration actuelle. La différence entre notre mesure corrigée de ces effets et les mesures de deux gravimètres absolus commerciaux est de  $16 \mu\text{Gal}$ .

Bien que le bilan d'exactitude n'ait pas pu être achevé, ce travail souligne les problèmes à résoudre pour y parvenir : asservissement d'intensité pour la stabilité à long terme, contrôle des vitesses et température transverse... Des jalons ont ainsi posés pour l'étude de l'accélération de Coriolis et des aberrations, qui faciliteront le développement de l'expérience avec la nouvelle enceinte à vide.

## 7.2 Perspectives

L'amélioration substantielle de notre expérience est incarnée par la nouvelle enceinte à vide. Réalisée en titane (amagnétique), et présentant de multiples accès optiques supplémentaires, le contrôle des effets systématiques y sera plus aisé. La combinaison d'une sélection Raman transverse et d'un piégeage dipolaire (laser à fibre : 100 W à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ) permettra notamment de contrôler les trajectoires et de réduire l'expansion transverse du nuage. Il faut cependant remarquer que le refroidissement évaporatif réalisé par le piège dipolaire induira une densité du nuage plus élevée, si bien qu'il faudra trouver un compromis dans les influences de l'accélération de Coriolis et des collisions dans le bilan final d'exactitude.

Par ailleurs, une détection symétrique permettra de réduire l'effet Coriolis, et une caméra CCD disposée dans l'axe de la chute permettra aussi de mieux vérifier la verticalité de la chute. La réjection incontestable de cet effet Sagnac imposera cependant d'inverser le signe de la vitesse initiale en pivotant l'expérience de  $180^\circ$  (toutes grandeurs égales par ailleurs). L'extension verticale de l'enceinte permettra par ailleurs de réaliser une fontaine atomique, ce qui réduirait l'effet du déplacement lumineux à deux photons, puisque celui-ci varie comme l'inverse des vitesses lors des première et dernière transitions Raman.

La sensibilité de la mesure devrait être naturellement meilleure lorsque l'expérience sera transférée sur le site de la balance du watt, à Trappes, où le bruit de vi-

bration est moins important. Pour atteindre une sensibilité de quelques  $10^{-9} g/\sqrt{\text{Hz}}$  avec le sismomètre à trois axes que nous avons utilisé pendant ce travail, il faudra mener une étude précise des couplages d'axes vertical et horizontaux. Une autre solution consisterait à utiliser un sismomètre sensible dans la seule direction verticale, qui peut de plus présenter un bruit intrinsèque plus bas. L'étude de la sensibilité pourrait aussi être poursuivie dans la perspective d'un capteur "tout-terrain", grâce à un meilleur filtrage numérique. Lorsque l'interféromètre est posé au sol, les vibrations induisent des sauts de franges, ce qui complique notablement l'asservissement sur la frange centrale. Il est cependant possible de mesurer  $g$ , soit en ajustant les franges balayées par les déphasages des vibrations, soit en appliquant un algorithme d'asservissement.

Si les transitions Raman stimulées représentent encore le moyen le mieux maîtrisé pour réaliser un capteur inertiel basé sur l'interférométrie atomique, de nouvelles méthodes sont proposées pour améliorer la sensibilité. L'utilisation conjointe de transitions Raman et d'oscillations de Bloch, ou de transitions de Bragg avec les ordres élevés [71], permettrait par exemple une plus grande séparation spatiale des paquets d'onde. Une autre proposition consiste par ailleurs à mesurer  $g$  par lévitation d'un condensat de Bose avec des impulsions d'ondes lumineuses [72].



## Annexe A

# Données utiles sur l'atome $^{87}\text{Rb}$

Quantité	Valeur
Numéro atomique	37
Masse atomique	$1,443 \times 10^{-25}$ kg
Longueur d'onde (raie D2)	780,241 209 686(13) nm
Fréquence de la raie D2	384,230 484 468 5(62) THz
Largeur de raie D2	6,065(9) MHz
Écart hyperfin dans $ 5S_{1/2}\rangle$	6,834 682 610 904 29(9) GHz
Vitesse de recul	5,9 mm/s
Fréquence de recul	15,1 kHz
Intensité de saturation	1,67 mW/cm <sup>2</sup>
Effet Zeeman linéaire ( $ 5S_{1/2}, F = 2\rangle$ )	0,7 MHz/G
Effet Zeeman linéaire ( $ 5S_{1/2}, F = 1\rangle$ )	-0,7 MHz/G
Effet Zeeman hyperfin	575,15 Hz/G <sup>2</sup>
Moment dipolaire électrique $\langle J = 1/2   \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}   J' = 3/2 \rangle$	$3,6 \times 10^{-29}$ C.m



## Annexe B

# Fréquence de Rabi pour les transitions copropageantes

Comme nous l'avons expliqué en décrivant le dispositif expérimental (voir §3.6), deux paires de faisceaux se propagent dans l'enceinte à vide : une paire vers le bas, polarisée  $\sigma_+$  par exemple, et l'autre rétro-réfléchie, de polarisation orthogonale  $\sigma_-$ . Supposons que les faisceaux sont résonants avec les transitions atomiques ( $\delta = 0$ ). Pour des transitions copropageantes, le désaccord Doppler au cours de la chute est négligeable. Les deux transitions restent donc résonantes avec les atomes, et on obtient un double réseau de diffraction. Négligeons pour simplifier le cortège électronique de l'état intermédiaire  $|i\rangle$ . Un atome dans l'état initial  $|f, \mathbf{p}\rangle$  est couplé à l'état  $|e, \uparrow\rangle = |e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  par la paire de faisceaux  $\mathbf{E}_1^\uparrow/\mathbf{E}_2^\uparrow$ , via l'état intermédiaire  $|i, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_1\rangle$ . L'état initial est aussi couplé à  $|e, \downarrow\rangle = |e, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle$  par la paire  $\mathbf{E}_1^\downarrow/\mathbf{E}_2^\downarrow$ , via l'état  $|i, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_1\rangle$ . La famille des états d'impulsion couplés par les paires de faisceaux est en fait infinie ( $|f, \mathbf{p} - (n+1)\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle \leftrightarrow |e, \mathbf{p} - n\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle \leftrightarrow |f, \mathbf{p} - (n-1)\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle \leftrightarrow \dots$ ), mais nous considérons par la suite que ces états sont dégénérés, car la différence d'impulsion  $k_{\text{eff}}$  est négligeable. On ne s'attache donc qu'aux couplages entre les états d'énergie interne.

Le système décrivant ces couplages croisés s'obtient en développant l'équation de Schrödinger pour l'évolution des différents états atomiques suite à l'interaction entre le dipôle atomique et les champs électriques  $\mathbf{E}_1^\uparrow, \mathbf{E}_2^\uparrow, \mathbf{E}_1^\downarrow, \mathbf{E}_2^\downarrow$ . En appliquant les hypothèses ci-dessus aux équations obtenues dans [38] (p.26), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{c}_f &= -i e^{-i(\omega_i - \omega_f)t} \left[ \Omega_{f1}^{*\uparrow} \cos(\omega_1 t + \phi_1^0 + 2k_1 z) c_i^\uparrow + \Omega_{f1}^{*\downarrow} \cos(\omega_1 t + \phi_1^0) c_i^\downarrow \right] \\ \dot{c}_e &= -i e^{-i(\omega_i - \omega_e)t} \left[ \Omega_{e2}^{*\uparrow} \cos(\omega_2 t + \phi_2^0 + 2k_2 z) c_i^\uparrow + \Omega_{e2}^{*\downarrow} \cos(\omega_2 t + \phi_2^0) c_i^\downarrow \right] \\ \dot{c}_i^\uparrow &= -i \Omega_{f1}^\uparrow e^{-i(\omega_f - \omega_i)t} \cos(\omega_1 t + \phi_1^0 + 2k_1 z) c_f - i \Omega_{e2}^\uparrow e^{-i(\omega_e - \omega_i)t} \cos(\omega_2 t + \phi_2^0 + 2k_2 z) c_e \\ \dot{c}_i^\downarrow &= -i \Omega_{f1}^\downarrow e^{-i(\omega_f - \omega_i)t} \cos(\omega_1 t + \phi_1^0) c_f - i \Omega_{e2}^\downarrow e^{-i(\omega_e - \omega_i)t} \cos(\omega_2 t + \phi_2^0) c_e \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où les termes de déphasage  $2k_{1,2}z$ , qui apparaissent dans les populations couplées par les faisceaux montants, correspondent à la propagation aller-retour pendant la rétro-réflexion.

Nous considérons de plus que les amplitudes des champs montants et descendants sont égales ( $E_{1,2}^\downarrow = E_{1,2}^\uparrow$ ). Les polarisations des paires de faisceaux montants et descendants sont circulaires de sens opposés, donc les coefficients de Clebsh-Gordan donnent  $\Omega_{f1}^\uparrow \cdot \Omega_{e2}^\downarrow = -\Omega_{f1}^\downarrow \cdot \Omega_{e2}^\uparrow$ . En considérant par exemple le couplage avec le niveau  $5P_{3/2}$ ,  $F' = 1$ , on a donc  $\Omega_{f1}^\uparrow = -\Omega_{f1}^\downarrow$  et  $\Omega_{e2}^\uparrow = \Omega_{e2}^\downarrow$ . L'approximation des ondes tournantes mène au système suivant :

$$\begin{cases} \dot{c}_f &= -i \frac{\Omega_{f1}^{\star\uparrow}}{2} \left[ e^{i(\Delta t + \phi_1^0 + 2k_1 z)} c_i^\uparrow - e^{i(\Delta t + \phi_1^0)} c_i^\downarrow \right] \\ \dot{c}_e &= -i \frac{\Omega_{e2}^{\star}}{2} \left[ e^{i(\Delta t + \phi_2^0 + 2k_2 z)} c_i^\uparrow + e^{i(\Delta t + \phi_2^0)} c_i^\downarrow \right] \\ \dot{c}_i^\uparrow &= -i \frac{\Omega_{f1}^\uparrow}{2} e^{-i(\Delta t + \phi_1^0 + 2k_1 z)} c_f - i \frac{\Omega_{e2}}{2} e^{-i(\Delta t + \phi_2^0 + 2k_2 z)} c_e \\ \dot{c}_i^\downarrow &= i \frac{\Omega_{f1}^\uparrow}{2} e^{-i(\Delta t + \phi_1^0)} c_f - i \frac{\Omega_{e2}}{2} e^{-i(\Delta t + \phi_2^0)} c_e \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

L'élimination adiabatique consiste ensuite à considérer que les états excités intermédiaires  $|i^{\uparrow,\downarrow}\rangle$  des transitions Raman ne sont quasiment pas peuplés, et que les populations des états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  sont constantes. On obtient ainsi facilement les populations des états intermédiaires :

$$\begin{aligned} c_i^\uparrow(t) &= \frac{\Omega_{f1}^\uparrow}{2\Delta} e^{-i(\Delta t + \phi_1^0 + 2k_1 z)} c_f + \frac{\Omega_{e2}}{2\Delta} e^{-i(\Delta t + \phi_2^0 + 2k_2 z)} c_e \\ c_i^\downarrow(t) &= -\frac{\Omega_{f1}^\uparrow}{2\Delta} e^{-i(\Delta t + \phi_1^0)} c_f + \frac{\Omega_{e2}}{2\Delta} e^{-i(\Delta t + \phi_2^0)} c_e \end{aligned}$$

que l'on reporte dans les équations B.2 pour obtenir finalement les équations d'évolution suivantes :

$$\begin{cases} \dot{c}_f &= -i \left( \Omega_f^{\text{LS}} c_f + \frac{\Omega_{\text{eff}}^{\star}(z)}{2} e^{i(\delta t + \phi^0)} c_e \right) \\ \dot{c}_e &= -i \left( \frac{\Omega_{\text{eff}}'(z)}{2} e^{-i(\delta t + \phi^0)} c_f + \Omega_e^{\text{LS}} c_e \right) \end{cases}$$

où la fréquence de Rabi effective et les déplacements lumineux correspondants s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \Omega'_{\text{eff}}(z) &= \frac{\Omega_{e2}^* \Omega_{f1}}{2\Delta} \left( e^{-2i \frac{z}{\lambda_{\text{HFS}}}} - 1 \right) = \Omega_{\text{eff}} \left( e^{-2i \frac{z}{\lambda_{\text{HFS}}}} - 1 \right) \\
 \Omega_f^{\text{LS}} &= 2 \frac{|\Omega_{f,1}|^2}{4\Delta} \\
 \Omega_e^{\text{LS}} &= 2 \frac{|\Omega_{e,2}|^2}{4\Delta}
 \end{aligned}
 \tag{B.3}$$





## Annexe C

# Influence des inhomogénéités sur le déphasage

La vitesse verticale des atomes dans le nuage, leur densité spatiale, et l'intensité des faisceaux gaussiens obéissent à des distributions gaussiennes. A cause de ces trois inhomogénéités, la fréquence de Rabi effective des interactions atome-photon n'est pas identique pour tous les atomes du nuage. Cet effet modifie le déphasage interférométrique  $\Delta\Phi$  par rapport à l'expression 2.27, d'autant plus que la durée des transitions Raman  $\tau$  n'est pas négligeable devant la durée  $2T$  de l'interféromètre. La figure C.1 (points noirs) montre ainsi l'évolution du rapport entre le déphasage mesuré à partir de franges d'interférences et le déphasage calculé avec l'expression 2.27, pour différentes valeurs de  $T$  ( $\tau$  fixé).

Nous cherchons d'abord la fréquence de Rabi "réelle"  $\Omega_{\text{centre}}$ , au centre du faisceau gaussien. L'effet des inhomogénéités est simplifié en ne considérant que la distribution en vitesse du nuage d'atome, dont nous montrons que l'influence est prédominante. L'effet de l'expansion du nuage est négligeable, car nous cherchons l'influence de la durée des transitions, donc les valeurs de  $T$  étudiées sont de l'ordre de 1 ms. La moyenne des oscillations de Rabi (formule 2.11) s'écrit alors :

$$P(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \int_{-\infty}^{+\infty} dv e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \times \frac{\Omega_{\text{centre}}^2}{\Omega_{\text{centre}}^2 + (k_{\text{eff}}v)^2} \sin^2 \left( \sqrt{\Omega_{\text{centre}}^2 + (k_{\text{eff}}v)^2} \frac{\tau}{2} \right) \quad (\text{C.1})$$

Nous comparons ce calcul à la mesure pour en tirer  $\Omega_{\text{centre}}$ . La figure C.2 illustre cette comparaison. La fréquence de Rabi généralisée "moyenne", correspondant à la durée  $\tau_\pi = 16 \mu\text{s}$  qui permet de réaliser une transition  $\pi$ , est  $\Omega_R = 2\pi \times 31 \text{ kHz}$ , tandis que le meilleur ajustement de ces oscillations de Rabi expérimentales est obtenu pour  $\Omega_{\text{centre}} = 2\pi \times 28 \text{ kHz}$ .

En introduisant ensuite la fréquence "réelle"  $\Omega_{\text{centre}}$  dans la formule 2.28 à la place de la fréquence moyenne  $\Omega_R$ , on obtient alors une meilleure correspondance entre le calcul et la mesure.

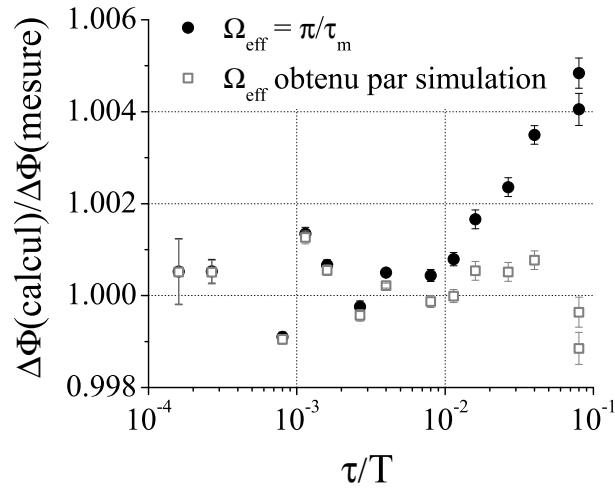


FIG. C.1 – Rapport entre le calcul du déphasage interférométrique et sa mesure, pour différentes valeurs de  $T$ . La durée d'une transition  $\pi/2$  est fixée à  $8 \mu\text{s}$ . Les points noirs correspondent au calcul 2.27, où la durée moyenne  $\tau = 9 \mu\text{s}$  de la transition  $\pi/2$  est obtenue expérimentalement en mesurant les oscillations de Rabi (fig. C.2). Les points gris sont calculés avec la formule générale 2.28, en utilisant pour  $\Omega_{\text{eff}}$  la valeur tirée de la simulation des oscillations de Rabi.

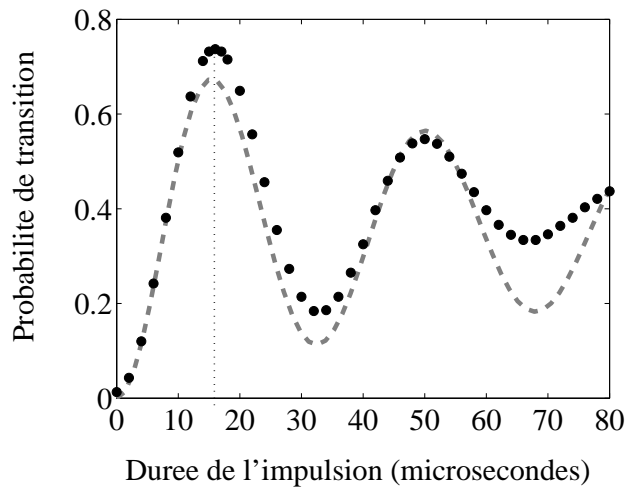


FIG. C.2 – Oscillations de Rabi mesurées, et ajustement calculé en moyennant sur la distribution en vitesse.

## Annexe D

# Amélioration de la boucle de verrouillage en phase

### D.1 Principe et perspective

Le bruit de la PLL constitue l'une des contributions non négligeables au bruit de phase de l'interféromètre. Nous avons pensé la réduire en introduisant un cristal élethro-optique dans la cavité, pour appliquer la contre-réaction rapide sur la longueur de la cavité plutôt que sur le courant d'alimentation. La capacité intrinsèque de la diode laser limite en effet la bande passante de la boucle d'asservissement. D'autre part, le bruit d'intensité pourrait ultimement être limité par les corrections apportées sur le courant de la diode.

Il s'agit aussi de poser les bases d'un projet plus lointain de laser semi-conducteur bifréquence. Dans un tel laser, deux faisceaux de polarisation orthogonales oscillent dans la même cavité, et subissent donc, au premier ordre, les mêmes fluctuations de fréquence [73]. Comparée à la configuration actuelle où nous utilisons deux lasers indépendants, la stabilité de la fréquence du battement hétérodyne doit être meilleure, et peut-être encore améliorée par un verrouillage de phase optique. Des lasers bifréquences, basés sur des milieux amplificateurs solides (Nd :YAG ou Er :Yb :Verre) ont montré un très bon bruit de phase, avec des puissances de sortie de l'ordre de 100 mW. La transposition de cette technique à des diodes lasers à 780 ou 852 nm permettrait d'obtenir avec un même laser les faisceaux de repompeur et de refroidisseur, ou les deux faisceaux Raman, ou même les quatre fonctions à la fois, grâce à l'agilité déjà démontrée dans le cas des lasers solides. Certaines difficultés se posent cependant, essentiellement à cause de la diode laser. Pour faire osciller les deux modes de polarisations orthogonales dans la cavité, il faut en effet que le milieu amplificateur soit isotrope pour les polarisations. Ce n'est pas le cas des diodes lasers de forte puissance que nous utilisons, et les diodes lasers à émission verticales (VCSEL), qui sont bien à symétrie de révolution, ne fournissent pas encore une puissance suffisante. Une

collaboration réunit autour de ce sujet le laboratoire central de recherche de Thales, le laboratoire de l'Institut d'Optique, le LPN, et le LNE-SYRTE.

Nous avons quant à nous vérifié qu'un cristal électro-optique intra-cavité permettait d'améliorer le verrouillage en phase du laser Raman esclave R2 sur le laser maître R1, avec la même diode laser, sans affecter la puissance de sortie.

## **D.2 Article**

## Wide bandwidth phase-locked diode laser with an intracavity electro-optic modulator

J. Le Gouët, J. Kim, C. Bourassin-Bouchet, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos

Two extended cavity laser diodes are phase-locked, thanks to an intracavity electro-optical modulator. The phase-locked loop bandwidth is on the order of 10 MHz, which is about twice larger than when the feedback correction is applied on the laser current. The phase noise reaches  $-120$  dBrad<sup>2</sup>/Hz at 10 kHz. Such a setup will allow improving the sensitivity of atom interferometers using two photon transitions, since the residual phase noise of the phase-locked loop constitutes one of the dominant contribution in the sensitivity limit.

### D.3 Intro

Potentialities of optical communications, or techniques for detection rise interest for optically carried microwave signals. These technologies take benefit as well as they contribute to the development of optical spectroscopy and fundamental metrology. Laser stabilization [74] has for example allowed progress in time/frequency metrology [75], but has also led to the development of velocity and range measurements by optical sources, so called Lidar-Radar [76–78]. Phase locked loop, on the other hand, has been long used in telecommunication with microwave electronics [79], before being successfully applied to realize low phase noise optical sources [80]. We present here the application of a technique, originally used for Lidar-Radar [81], to phase lock two independent laser diodes that will allow coherent manipulation of atomic wave packets for atom interferometry.

Among the various coherent splitting processes for atom interferometry, two photons transitions are the most mature [82]. Many experiments based on stimulated Raman or Bragg transitions have been reported so far [14, 16, 17], and they are the most common way to realize high sensitivity measurements with atom interferometry [22, 83–88]. These interferometers are based on the measurement of the atom position shifts with respect to the equiphases defined by two light waves. A stable phase relation is thus required between the two beams. For stimulated Raman transitions, this relation can be provided by servo locking two independent laser sources, with a low noise phase-locked loop [89].

In our experiment, the phase difference between two lasers is servo locked by comparing their beat-note to the signal delivered by a microwave oscillator. Our laser sources for the Raman transitions are two extended cavity diode lasers (ECDL). The phase correction is provided by correcting on the cavity optical length. Correction of the position of the output mirror provides slow but broadband lock loop whereas fast corrections are commonly obtained by controlling the current of the diode [89].

The residual noise on the phase difference between the two lasers is limited by the electronic bandwidth of the phase-locked loop (PLL). When applying corrections on the diode current, even though the correction is directly applied on the laser diode, the bandwidth barely exceeds 5 MHz, mainly limited by the residual capacitance of the pin connections of the diode itself. Alternatively, fast corrections can be applied

on the effective cavity length, using an intracavity element whose refractive index can be electronically driven, such as an electro-optical modulator (EOM). This scheme allows faster corrections (the intrinsic capacitance of the EOM is lower) and is independent of the diode chip, allowing to reach the same bandwidth regardless to the wavelength and casing. Such an intracavity EOM has already been used to phase lock two ECDL at  $1.5 \mu\text{m}$  [90], or two Titanium Sapphire lasers [91], as well as to realize high bandwidth frequency locks [92–94].

In this paper, we report on the use of an intracavity EOM in a extended cavity diode laser, in order to phase lock two such ECDL with a bandwidth on the order of 10 MHz. This development is motivated by the need of reducing the impact of the laser phase noise on the phase stability of a cold atom gravimeter [88], where alkali atom wavepackets are coherently split and recombined with stimulated Raman transitions.

#### D.4 Phase-locked loop setup

Our atom interferometer is realized with  $^{87}\text{Rb}$  atoms. The optical setup is based on two linear ECDL, emitting at a wavelength of 780 nm. The diodes are based on the design described in [47]. Each cavity contains a laser diode chip (Sharp GH0781JA2C), a collimating lens, and a low-loss interference filter as a frequency selective element. It is closed by a cat’s eye, constituted by a converging lens and a 30% reflection plate glued on a PZT actuator. The laser field emitted by the diode is linearly polarized, with a minimum intensity ratio of 20/1 between the two orthogonal axes. The bare laser chip provides about 120 mW of optical power at 780 nm for a 150 mA pumping current. Because of the frequency selective filter and losses in the extended cavity, the output power of the ECDL is significantly less, 30 mW at 90 mA, which is enough for our applications. The standard design corresponds to a 10 cm long linear cavity, which is used here for the reference laser.

The cavity of the phase-locked laser is larger : it contains the same above components and an additional 12 cm long phase modulator (Linos PM25IR), which is inserted between the filter and the cat’s eye. The extraordinary axis of the electro-optic modulator (EOM) is aligned with the linear polarization of the laser diode, so that the effective optical length of the cavity can be modified by linear Pockels effect. The phase modulator is constituted by two KDP crystals shaped at Brewster angle, each driven by independent electrodes. The bandwidth of the phase modulator is rated to be 100 MHz. Though we have found many small resonances, starting from acoustic frequencies up to more than 10 MHz, none of them could make the lock loop unstable. Two Brewster cut protection windows are mounted at the ends of the modulator. The absorption is lower than 1% in the infrared range, so the threshold current is similar for both cavities (around 30 mA) and an optical power of 30 mW is preserved at the output of the phase-locked laser cavity. Despite an increased length of the cavity (20 cm long), the temperature and mechanical stability of the laser is comparable to the ECDL without intracavity EOM.

The PLL experimental setup is sketched on figure D.1. The microwave (MW) beat-note of the two lasers is collected on a photoconductor (PhC), and amplified. For this experimental demonstration, the amplified beat-note is mixed down with

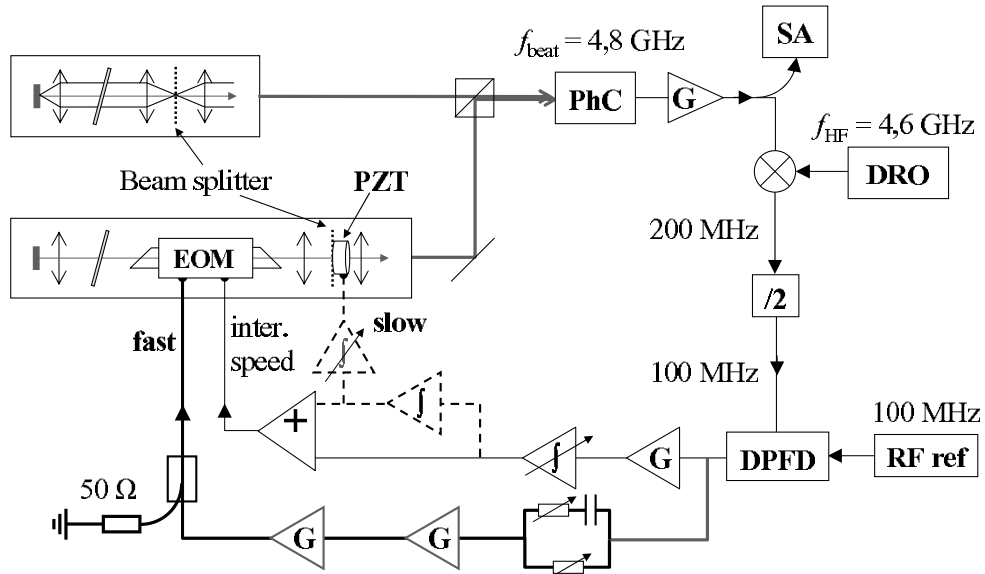


FIG. D.1 – Schemes of the linear ECDLs and electronic setup of their phase-lock loop. A slow loop reacts on the PZT actuator holding the output coupler of one laser, while intermediate speed and fast corrections are respectively applied on the two electrodes of the intracavity electro-optical modulator (EOM). SA : signal analyzer, DRO : Dielectric Resonator Oscillator, DPFDF : Digital Phase Frequency Detector, EOM : electro-optic modulator, PZT : piezo electric transducer, PhC : photoConductor.

a Dielectric Resonator Oscillator (DRO), at  $f_{\text{HF}} = 4.6$  GHz. In fact, the energy difference between the hyperfine ground states of the  $^{87}\text{Rb}$  atom corresponds to a frequency of 6.835 GHz, but the noise level of the lasers phase difference does not depend on this frequency difference, so the present results should transpose readily at the  $^{87}\text{Rb}$  hyperfine splitting frequency. The downconverted signal at intermediate frequency  $f_{\text{IF}}$  is then amplified. Its frequency is divided by a factor 2 and compared to an external 100 MHz reference (IFR 2023A) with a Digital Phase Frequency Detector (DPFD), whose output provides the error signal for the phase-locked loop.

As for the phase-locked loop electronics, we use a circuit similar to the one presently used in our atomic gravimeter, where the feedback is applied directly on the laser diode current [95]. Here instead, the voltage output of the gain electronics drives the EOM electrodes. The intermediate speed correction, obtained by integrating the error signal (see fig. D.1), is applied on one electrode of the EOM. The gain of this loop is increased at low frequencies by integrating once more the error signal and adding it to the correction signal. The second electrode is first grounded. A third integration provides the slow correction, which is applied on the piezo-electric actuator. This initial two loops scheme is thus identical to the one we usually used for the current supply feedback.

We then add a third correction to improve the bandwidth of the phaselock (thick lines in fig. D.1). A simple passive RC filter advances the DPFDF signal phase, in order to partially compensate the phase shifts induced by the various amplifiers. Finally the signal is amplified by 30 dB with two low-noise RF amplifiers (ZFL-500-LN and ZHL-3A) and applied to the second EOM electrode via a 50  $\Omega$  adapted coupler,



ensuring RF impedance matching.

## D.5 Residual noise of the phase-locked loop

To study the influence of these various loops on the phase noise of the PLL, we measure the corresponding power spectrum densities (PSD). For frequencies higher than 100 kHz, the PSD is directly measured on a fraction of the amplified beat-note, after the photoconductor, with a spectrum analyzer. To analyze the phase noise at lower frequencies, the 100 MHz converted beat-note is mixed with the 100 MHz reference used in the PLL, and the spectrum of phase fluctuations is obtained with a FFT analyzer (not shown on the figure).

The results are presented on figure D.2. The free running laser PSD (dotted line) is measured by closing only the slow loop on the PZT, whose gain is negligible for frequencies higher than 1 kHz. Adding the intermediate speed correction, we obtain a PLL bandwidth of up to 6 MHz. This is larger than the bandwidth obtained when the feedback is applied onto the current supply (typically 1.5 and 4 MHz, respectively without and with lead compensation). This shows that the various delays due to the electronics (amplifiers and cables) are not the limitation of the PLL bandwidth with the diode current feedback. Closing the fast feedback loop, the bandwidth can reach between 8 and 12 MHz, depending on the integrators gains (fig. D.2).

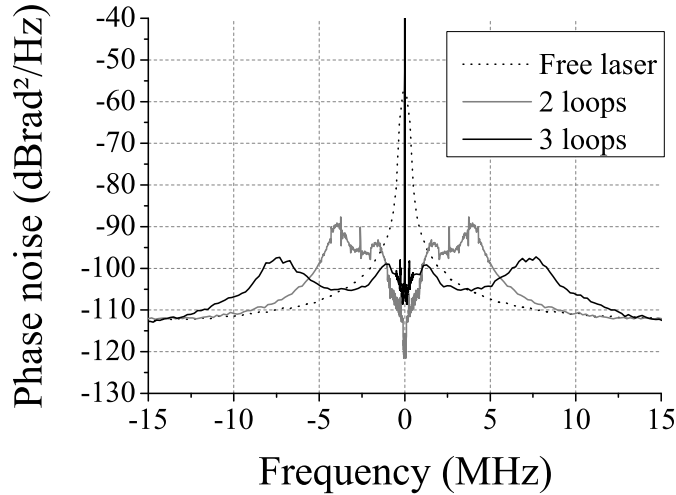


FIG. D.2 – Phase noise power spectral density of the optical beat-note between the two lasers, for the different possible configuration of the phase-locked loop.

To optimize the phase noise between 10 kHz and 1 MHz, the gain of the first integrator in the intermediate speed loop is increased, which adds some phase shift at high frequency. This phase shift can be compensated for by adjusting the lead compensation circuit, looking for a compromise between gain and bandwidth. The black curve displayed on figure D.3 corresponds to such a compromise. Between 1 MHz and 6 MHz, the phase noise is reduced by up to 15 dB by the fast loop, compared to the situation with only slow and intermediate speed loops. Between 300 kHz and

1 MHz, however, the fast loop configuration phase noise is up to 6 dB higher, because of the phase shift induced by the intermediate speed loop. The measurement of the phase noise of the lasers is limited by the intrinsic noise of the spectrum analyser for frequencies higher than 8 MHz. Indeed, the phase noise reaches a plateau at  $-113$  dBrad<sup>2</sup>, whereas it is expected to decrease as  $1/f^2$ , as a signature for a white frequency noise. Beyond the PLL bandwidth, the phase noise is not corrected anymore and corresponds to the free running laser, thus the real spectra for the three configurations are expected to be much lower and should correspond to the displayed  $1/f^2$  curve (gray dotted line).

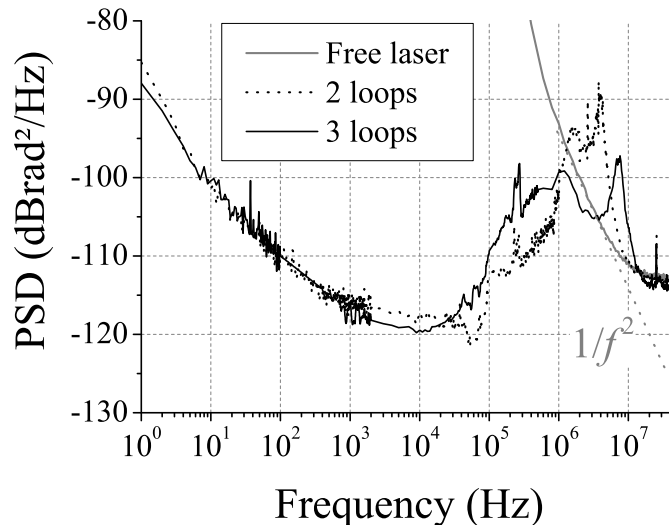


FIG. D.3 – Phase noise power spectral density of the optical beat-note between the two lasers, when the integrator gains are optimized to reduce the phase noise.

Ultimately, the PLL bandwidth is limited by the electronic delays in the cables and the amplifiers in the loop, and the residual noise at low frequency (below 10 kHz) is limited by the intrinsic noise of the various electronic components. We reach a residual phase noise level of about  $-120$  dBrad<sup>2</sup>/Hz, from 1 kHz to 100 kHz. Lower phase noise can be obtained by using an analog mixer instead of a digital phase frequency detector, as showed in [91]. It may also be interesting to combine digital and analog phase and frequency detectors, to exploit their respective broad capture range and low noise performance [96]. However, the level of residual noise obtained here, at high frequency, is very close to the phase noise of the reference microwave signal which we have developed to be used as a phase reference at 6.8 GHz [95]. There is thus no point in drastically increasing the gain or reducing the intrinsic noise of the loop in this frequency range.

As the power in the Raman beams in an atom interferometer is typically on the order of 100 mW, diode lasers have to be amplified. We verified that the performance of this phase-locked loop would be preserved when amplifying the diode lasers by injecting tapered amplifiers. Measurements have been performed on the cold atom gyrometer of the LNE-SYRTE, to compare the phase noises before and after a 1 W

tapered power amplifier. It demonstrated that the contribution of the amplifier to the PLL residual phase noise lie below  $-130$  dBrad<sup>2</sup>/Hz above 10 kHz, and is thus negligible. Details will be published in another article.

Finally, one could object that our measurements do not take into account the noise sources which are common to the two beams, like the photoconductor, or the vibrations in the beat setup. However, an independent measurement performed with two independent photoconductors showed that these contributions lie at  $-130$  dBrad<sup>2</sup>/Hz at 100 kHz, which is well below the residual noise obtained here, and are thus negligible. As for the various noise sources due to the propagation of the laser beams (index fluctuations in fibers, vibrations of the optics, propagation delay), their contributions have already been studied independently in previous works [54,88,95].

## D.6 Conclusion

We reported here a low noise phase-lock of two independent extended cavity diode lasers, based on the control of the cavity optical length. The intermediate speed and fast corrections are applied on an intracavity electro-optical modulator, so that the supply current is not affected for the PLL. This technique allows here to reach a PLL bandwidth on the order of 10 MHz. A white noise floor of  $-120$  dBrad<sup>2</sup> at 10 kHz is obtained after optimizing the gain of the loop. To our knowledge, this bandwidth is the best ever reported for a PLL between two diode lasers. This setup will then be applied to drive the stimulated Raman transitions that realize our cold atom gravimeter. A reduction of the residual PLL phase noise will reduce the corresponding contribution in the interferometer phase noise, which is presently the higher one among the environment independent contributions [88].

## D.7 Acknowledgement

We would like to thank L. Volodimer and M. Lours for their technical contribution to the electronic setup, the Institut Francilien pour la Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF) and the European Union (FINAQS) for financial support. J.L.G. thanks the DGA for supporting his work.

# Bibliographie

- [1] I. Marson and J. E. Faller.  $g$  - the acceleration of gravity : its measurement and its importance. *J. Phys. E*, 19 :22–32, 1986.
- [2] J.-R. Armoghatte. Un seul poids, une seule mesure. le concept de mesure universelle. In Presses Universitaires de France, editor, *XVIIe siècle*, volume n<sup>o</sup> 213, pages 631–640, 2001/4.
- [3] A.-M. Motais de Narbonne et J. Alexandre. *Une mesure révolutionnaire, le Mètre*. Observatoire de Paris, 1988.
- [4] W. Kula. *Les Mesures et les Hommes*. Maison des sciences des hommes, Paris, 1962.
- [5] F. Alves, M. Besbes, A. Clairon, L. Chassagne, J. David, A. Gosset, P. Gournay, D. Holleville, P. Juncar, A. Landragin, M. Lecollinet, F. Pereira Dos Santos, P. Pinot, S. Topçu, F. Villar, and G. Genevès. La balance du watt du BNM : état d'avancement. *Proc. of the 11th int. Metrology Congress*, 2003.
- [6] M. Borys, M. Gläser, and M. Mecke. Mass determination of silicon spheres used for the Avogadro project. *Measurement*, 40, 2007.
- [7] L. De Broglie. *Recherches sur la théorie des quanta*. Masson & Cie, Paris, 1924.
- [8] L. Marton. Electron interferometer. *Phys. Rev.*, 85 :1057–1058, 1952.
- [9] H. Rauch, W. Treimer, and U. Bonse. Test of a single crystal neutron interferometer. *Phys. Lett. A*, 47 :369–371, 1974.
- [10] R. Colella, A.W. Overhauser, and S.A. Werner. Observation of gravitationally induced quantum interference. *Phys. Rev. Lett.*, 34 :1472–1474, 1975.
- [11] O. Carnal and J. Mlynek. Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 66(21) :2689, 1991.
- [12] D.W. Keith, C.R. Ekstrom, Q.A. Turchette, and D.E. Pritchard. An interferometer for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2693, 1991.
- [13] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :177–180, 1991.

- [14] M. Kasevich and S. Chu. Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :181–184, 1991.
- [15] C. Miniatura, J. Robert, O. Gorceix, V. Lorent, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, and J. Baudon. Atomic interferences and the topological phase. *Phys. Rev. Lett.*, 69 :261–264, 1992.
- [16] E.M. Rasel, M.K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger. Atom wave interferometry with diffraction gratings of light. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :2633–2637, 1995.
- [17] D.M. Giltner, R.W. McGowan, and S.A. Lee. Atom interferometer based on bragg scattering from standing light waves. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :2638–2641, 1995.
- [18] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, and A. Clairon. Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :150801, 2003.
- [19] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben. Determination of the fine structure constant based on Bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :033001, 2006.
- [20] A. Wicht, J.M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu. A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry. *Physica Scripta*, T102, 2002.
- [21] A. Bertoldi, G. Lamporesi, L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, T. Peterski, A. Peters, M. Prevedelli, J. Stuhler, and G.M. Tino. Atom interferometry gravity-gradiometer for the determination of the newtonian gravitational constant  $G$ . *Eur. Phys. J. D*, 40 :271–279, 2006.
- [22] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu. High-precision gravity measurements using atom interferometry. *Metrologia*, 38 :25–61, 2001.
- [23] A.B. Matsko, N. Yu, and L. Maleki. Gravity field measurements using cold atoms with direct optical readout. *Phys. Rev. A*, 67 :043819, 2003.
- [24] C. Jentsch, T. Müller, E.M. Rasel, and W. Ertmer. HYPER : A satellite mission in fundamental physics based on high precision atom interferometry. *General Relativity and Gravitation*, 36 :2197–2221, 2004.
- [25] P. Wolf et al. Quantum physics exploring gravity in the outer solar system : The sagas project. *arXiv :0711.0304v2 [gr-qc]*, 2007.
- [26] R.A. Nyman, G. Varoquaux, F. Lienhart, D. Chambon, S. Boussen, J.-F. Clément, T. Müller, G. Santarelli, F. Pereira Dos Santos, A. Clairon, A. Bresson,

- A. Landragin, and P. Bouyer. I.c.e. : a transportable atomic inertial sensor for test in microgravity. *Phys. Rev. A*, 84 :673–681, 2006.
- [27] R.Y. Chiao and A.D. Speliotopoulos. Towards migo, the matter-wave interferometric gravitational-wave observatory, and the intersection of quantum mechanics with general relativity. *J. Mod. Opt.*, 51 :275–303, 2004.
- [28] P. Delva, M.-C. Angonin, and P. Tournenc. Matter waves : a new tool for the detection of gravitational waves? In D. Barret, F. Casoli, G. Lagache, and A. Le-Cavelier et L. Pagani, editors, *SF2A-2006 : Semaine de l’Astrophysique Française*, 2006.
- [29] S. Dimopoulos, P.W. Graham, J.M. Hogan, M.A. Kasevich, and S. Rajendran. Gravitational wave detection with atom interferometry. *arXiv :0712.1250v1*, 2007.
- [30] E. Su, S. Wu, and M. Prentiss. Atom interferometry using wavepackets with constant spatial separations. *arXiv :physics/0701018v1*, 2006.
- [31] Ch.J. Bordé. Atomic interferometry with internal state labeling. *Phys. Lett. A*, 140 :110–112, 1989.
- [32] Ch.J. Bordé. Atomic interferometry and laser spectroscopy. In World Scientific, editor, *Laser Spectroscopy X*, pages 239–245, 1991.
- [33] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms. *Nature*, 400 :849–852, 1999.
- [34] C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard, P. Desbiolles, and D. Guéry-Odelin. *Atomes ultra froids*. DEA de Physique Quantique, 2005.
- [35] M. Weel, I. Chan, S. Beattie, A. Kumarakrishnan, D. Gosset, and I. Yavin. Effect of a magnetic field gradient and gravitational acceleration on a time-domain grating-echo interferometer. *Phys. Rev. A*, 73 :063624, 2006.
- [36] S.B. Cahn, A. Kumarakrishnan, U. Shim, and T. Sleator. Time-domain de Broglie wave interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :784–787, 1997.
- [37] K. Moler, D.S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu. Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions. *Phys. Rev. A*, 45 :342–348, 1992.
- [38] Patrick Cheinet. *Conception et réalisation d’un gravimètre à atome froids*. PhD thesis, Université Paris VI, Observatoire de Paris, 2006.
- [39] Claude Cohen-Tannoudji. *Interférométrie atomique*. Collège de France, 1992–93.
- [40] G.J. Dick. Local oscillator induced instabilities. In *19th Annual Precise Time and Time Interval*, pages 133–147, 1987.
- [41] G. Santarelli. *Contribution à la réalisation d’une fontaine atomique*. PhD thesis, Université Paris VI, LPTF-BNM, 1996.

- [42] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Leduc, and A. Landragin. Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer. *IEEE Trans. On Instrum. Meas.*, 2008.
- [43] A. Papoulis. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill international, 1991.
- [44] D.W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. In *IEEE*, volume 54, page 221, 1966.
- [45] D.W. Keith, R.C. Ekstrom, Q.A. Turchette, and D.E. Pritchard. An interferometer for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 66(21) :2693–2696, 1991.
- [46] S. Gupta, K. Dieckmann, Z. Hadzibabic, and D. E. Pritchard. Contrast interferometry using Bose-Einstein condensates to measure  $h/m$  and  $\alpha$ . *Phys. Rev. Lett.*, 89 :140401, 2002.
- [47] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, Ph. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch. Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Opt. Comm.*, 266 :609–613, 2006.
- [48] É.M. Belenov, V.L. Velichanskii, A.S. Zibrov, V.V. Nikitin, V.A. Sautenkov, and A.V. Uskov. Methods for narrowing the emission line of an injection laser. *Sov. J. Quantum Electron.*, 13 :792–798, 1983.
- [49] K. Dieckmann, R.J.C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J.T.M. Walraven. Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms. *Phys. Rev. A*, 58 :3891–3895, 1998.
- [50] E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59(23) :2631–2634, 1987.
- [51] A.T. Black, J.K. Thompson, and V. Vuletic. Rubidium 87 d line data. <http://steck.us/alkalidata>, 2001.
- [52] J.L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H.G. Robinson. Optical heterodyne saturation spectroscopy. *Appl. Phys. Lett.*, 39 :680–682, 1981.
- [53] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich. Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 65 :033608, 2002.
- [54] J. Le Gouët, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers. *Eur. Phys. J. D*, 44 :419–425, 2007.
- [55] W.M. Itano, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, J.M. Gilligan, D.J. Heinzen, F.L. Moore, M.G. Raizen, and D.J. Wineland. Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47 :3554–3570, 1993.

- [56] S. Bonnefoy-Claudet. *Nature du bruit de fond sismique : implications pour les effets de site*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Laboratoire de Géophysique Interne et de Tectonophysique, 2004.
- [57] Denis Prêtre. *Filtrage numérique*. Haute-Ecole ARC Ingénierie, Neuchâtel, Suisse, 2004.
- [58] F.-X. Esnault, S. Trémine, S. Guérandel, D. Holleville, and N. Dimarcq. Fonctionnement d'une horloge compacte à atomes froids. *J. Phys. IV France*, 135 :305–307, 2006.
- [59] G. Grynberg, A. Aspect, and C. Fabre. *Optique Quantique 1 : Lasers*. Ecole Polytechnique, majeure de physique, Ed. 2001.
- [60] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji. The Feynmann path integral approach to atomic interferometry : A tutorial. *J. Phys. II*, 4 :1999, 1994.
- [61] Achim Peters. *High precision gravity measurements using atom interferometry*. PhD thesis, Stanford University, 1998.
- [62] Hélène Perrin. *Refroidissement d'atomes de césium confinés dans un piège dipolaire très désaccordé*. PhD thesis, Université Paris VI, laboratoire Kastler Brossel, 1998.
- [63] F. Pereira Dos Santos, H. Marion, S. Bize, Y. Sortais, A. Clairon, and C. Salomon. Controlling the cold collision shift in high precision atomic interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :233004, 2002.
- [64] K. Bongs, R. Launay, and M.A. Kasevich. High-order inertial phase shifts for time-domain atom interferometers. *arXiv :quant-ph/0204102v2*, 2007.
- [65] P. Melchior. Earth tides. *Geophysical Surveys*, 1 :275–303, 1974.
- [66] M. Dars, G. Bessero, and D. Guevel. *Les marées*. Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées, 1979.
- [67] P. Wolf and P. Tournenc. Gravimetry using atom interferometers : some systematic effects. *Phys. Lett. A*, 251 :241–246, 1999.
- [68] G. K. Campbell, A. E. Leanhardt, J. Mun, M. Boyd, E. W. Streed, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Photon recoil momentum in dispersive media. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :170403, 2005.
- [69] Pierre Clade. *Oscillations de Bloch d'atomes ultra-froids et mesure de la constante de structure fine*. PhD thesis, Université Paris VI, Laboratoire Kastler Brossel, 2005.
- [70] Yvan Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$  ; Etude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine*. PhD thesis, Université Paris VI, LPTF-BNM, 2001.



- [71] H. Müller, S.-W. Chiow, Q. Long, S. Herrmann, and S. Chu. Atom interferometry with up to 24-photon-momentum-transfer beam splitters. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :031101, 2008.
- [72] F. Impens, P. Bouyer, and C.J. Bordé. Matter-wave cavity gravimeter. *Appl. Phys. B*, 84 :603–615, 2006.
- [73] M. Brunel, O. Emile, F. Bretenaker, A. Le Floch, B. Ferrand, and E. Molva. Tunable two-frequency lasers for lifetime measurements. *Opt. Rev.*, 4 :550, 1997.
- [74] J.L. Hall. Stabilized lasers and precision measurements. *Science*, 202 :13, 1978.
- [75] T. Rosenband et al. Frequency ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> single-ion optical clocks ; metrology at the 17th decimal place. *Science*, 319 :1808, 2008.
- [76] W.L. Eberhard and R.M. Schotland. Dual-frequency doppler-lidar method of wind measurement. *Appl. Opt.*, 19 :2967–2976, 1980.
- [77] L. Mullen, A. Vieira, P.R. Herczfeld, and V.M. Contarino. Microwave-modulated transmitter design for hybrid lidar-radar. In *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, pages 1495–1498, 1995.
- [78] L. Morvan, N.D. Lai, D. Dolfi, J.-P. Huignard, M. Brunel, F. Bretenaker, and A. Le Floch. Building blocks for a two-frequency laser lidar-radar : A preliminary study. *Appl. Opt.*, 41 :5702–5712, 2002.
- [79] A. Blanchard. *Phase-locked loops : Application to coherent receiver design*. New York, Wiley-Interscience, 1976.
- [80] M. Brunel, F. Bretenaker, S. Blanc, V. Crozatier, J. Brisset, T. Merlet, and A. Poezevara. Tunable two-frequency lasers for lifetime measurements. *Opt. Rev.*, 4 :550, 1997.
- [81] Y. Li, A.J.C. Vieira, S.M. Goldwasser, and P.R. Herczfeld. Rapidly tunable millimeter-wave optical transmitter for lidar-radar. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 49 :2048–2054, 2001.
- [82] Ch.J. Bordé. Atomic clocks and inertial sensors. *Metrologia*, 39 :435–463, 2002.
- [83] T.L. Gustavson, A. Landragin, and M.A. Kasevich. Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope. *Class. Quantum Grav.*, 17 :1–14, 2000.
- [84] M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. First measurements of the index of refraction of gases for lithium atomic waves. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :240405, 2007.
- [85] J.B. Fixler, G.T. Foster, J.M. McGuirk, and M.A. Kasevich. Atom interferometer measurement of the Newtonian constant of gravity. *Science*, 315 :74, 2007.

- [86] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino. Determination of the newtonian gravitational constant using atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :050801, 2008.
- [87] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Viridis, A. Clairon, N. Dimarcq, Ch.J. Bordé, and A. Landragin. Six axis inertial sensor using cold-atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :010402, 2006.
- [88] J. Le Gouët, T. E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter. *Appl. Phys. B*, 2008.
- [89] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea, and G. Tino. Heterodyne optical phase locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 ghz. *Optics Comm.*, 104 :339–344, 1994.
- [90] Masaharu Hyodo, Kazi Sarwar Abedin, and Noriaki Onodera. Generation of millimeter-wave signals up to 70.5 GHz by heterodyning of two extended-cavity semiconductor lasers with an intracavity electro-optic crystal. *Opt. Comm.*, 171 :159–169, 1999.
- [91] H. Müller, S.-W. Chiow, Q. Long, and S. Chu. Phase-locked, low-noise, frequency agile titanium :sapphire lasers for simultaneous atom interferometers. *Opt. Lett.*, 31 :202–204, 2006.
- [92] H.R. Telle and H. Li. Phase-locking of laser diodes. *Electron. Lett.*, 26 :858–9, 1990.
- [93] A. Celikov, P. Kersten, F. Riehle, G. Zinner, L. D’Evelyn, A. Zibrov, V. L. Velichansky, and J. Helmcke. External cavity diode laser high resolution spectroscopy of the Ca and Sr intercombination lines for the development of a transportable frequency/length standard. *IEEE Int. Freq. Control Symp. Proc.*, 39 :153–160.
- [94] V. Crozatier, F. de Seze, L. Haals, F. Bretenaker, I. Lorgeré, and J.-L. Le Gouët. Laser diode stabilisation for coherent driving of rare earth ions. *Opt. Comm.*, 241 :203–213, 2004.
- [95] P. Cheinet, F. Pereira Dos Santos, T. Petelski, J. Le Gouët, J. Kim, K.T. Therkildsen, A. Clairon, and A. Landragin. Compact laser system for atom interferometry. *Appl. Phys. B*, 84(4) :643–646, 2006.
- [96] L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, G. Lamporesi, T. Petelski, M. Prevedelli, J. Stuhler, and G.M. Tino. Analog+digital phase and frequency detector for phase locking of diode lasers. *Rev. Sci. Instr.*, 76 :271–279, 2005.

## Étude des performances d'un gravimètre atomique absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire

L'interférométrie atomique est appliquée à la mesure absolue de l'accélération de pesanteur  $g$ , afin de fournir une mesure exacte à l'expérience de balance du watt réalisée au LNE. La source atomique est obtenue à partir d'un nuage d'atomes froids de Rubidium 87. Deux faisceaux lasers contra-propageants verticaux sont utilisés pour réaliser des transitions Raman stimulées, qui permettent de séparer et faire interférer les paquets d'onde. Lors des transitions, la différence de phase entre les lasers est imprimée sur la phase des atomes en chute libre. Le déphasage atomique entre les deux chemins verticaux est alors sensible à l'accélération des atomes et permet d'accéder à une valeur exacte de  $g$ . Une partie du manuscrit est consacrée à l'étude des sources de bruit affectant la sensibilité de la mesure. Nous détaillons notamment la contribution des vibrations, que nous réduisons d'un facteur 3 à 10 selon les configurations, grâce à la mesure d'un sismomètre et au traitement numérique de cette mesure. La meilleure sensibilité mesurée, dans les conditions d'environnement optimales, est de  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g/Hz}^{1/2}$ . Par ailleurs, l'étude de l'exactitude de la mesure occupe une part importante de ce travail. Bien que l'enceinte à vide utilisée ne soit que provisoire, nous avons entrepris le recensement des effets systématiques. D'après deux comparaisons avec des gravimètres absolus basés sur une technique éprouvée d'interférométrie optique, notre mesure présente un biais résiduel de  $16 \cdot 10^{-9} \text{ g}$ .

Mots clés : *Interférométrie atomique, gravimètre, atomes froids, transition Raman stimulée, capteur inertiel.*

## Study on the performances of an absolute atomic gravimeter : limit sensitivity and preliminary accuracy

Atom interferometry is applied to absolute measurement of gravity acceleration  $g$ , to provide an accurate value for the realization of the LNE watt balance. The atomic source is obtained from a cloud of cold 87 Rubidium atoms. Two vertical counter-propagating are used to generate stimulated Raman transitions, that separate the wave-packets and make them interfere. During the transitions, the phase difference between the beams is printed on the phase of the free-falling atoms. Then the atomic phase shift between the two vertical paths becomes sensitive to the atom acceleration and allows obtaining an accurate value of  $g$ . A part of this manuscript is dedicated to the study of noise sources which deteriorate the measurement sensitivity. In particular, we detail the vibrations contribution, which we are able to reduce by a factor of 3 to 10, depending on the configurations, thanks to the measurement of a seismometer and to its analog processing. The best reported sensitivity, in optimal environment, is  $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ g/Hz}^{1/2}$ . The study of the measurement accuracy also represents an important part of this work. Although the vacuum chamber was only temporary, we started to list the systematic shifts. According to two comparisons with well-known absolute gravimeters based on optical interferometry, our measurement shows a residual bias of  $16 \cdot 10^{-9} \text{ g}$ .

Key words : *Atom interferometry, gravimetry, cold atoms, stimulated Raman transitions, inertial sensor.*