



**HAL**  
open science

# Modélisation polycristalline du comportement élastoplastique d'un acier inoxydable austéno-ferritique

Pierre Evrard

► **To cite this version:**

Pierre Evrard. Modélisation polycristalline du comportement élastoplastique d'un acier inoxydable austéno-ferritique. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Centrale de Lille, 2008. Français. NNT : . tel-00316073

**HAL Id: tel-00316073**

**<https://theses.hal.science/tel-00316073>**

Submitted on 2 Sep 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 75

ECOLE CENTRALE DE LILLE

## THESE

présentée en vue  
d'obtenir le grade de

## DOCTEUR

en

Spécialité : Mécanique

par

**Pierre Evrard**

DOCTORAT DÉLIVRE PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE ET L'UNIVERSITÉ NATIONALE DE ROSARIO  
(ARGENTINE)

## MODÉLISATION POLYCRISTALLINE DU COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE D'UN ACIER INOXYDABLE AUSTÉNO-FERRITIQUE

Soutenue publiquement le 4 juillet 2008 devant le Jury d'examen :

President	Alain Molinari, Professeur, LPMM, Université de Metz
Rapporteur	Colette Rey, Professeur Emérite, LMSSMat, Ecole Centrale Paris
Rapporteur	Ricardo Lebensohn, Senior Research, Los Alamos National Laboratory
Examinateur	Philippe Pilvin, Professeur, LGMM, Université de Bretagne-Sud
Examinateur	Alberto Armas, Professeur, IFIR, Université Nationale de Rosario
Directrice de thèse	Suzanne Degallaix-Moreuil, Professeur Emérite, LML, Ecole Centrale de Lille
Co-directeur de thèse	Djimédo Kondo, Professeur, LML, Université de Lille 1
Co-directrice de thèse	Iris Alvarez-Armas, Directeur de Recherche, IFIR, CONICET
Co-directrice de thèse	Véronique Aubin, Maître de Conférence, LML, Ecole Centrale de Lille

Thèse préparée au laboratoire de Mécanique de Lille (UMR CNRS 8107)



## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du Jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail. Merci à A. Molinari d'avoir présidé ce jury, à C. Rey et R. Lebensohn d'avoir rapporté ce travail et enfin à P. Pilvin et A. Armas d'avoir examiné ce travail.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude à mes encadrants, merci à S. Degallaix-Moreuil, D. Kondo, I. Alvarez-Armas et V. Aubin de m'avoir accueilli au sein de leur laboratoire et d'avoir su me guider pendant ces trois années de thèse.

De plus, ce travail est le fruit de collaborations avec l'institut de Physique de Rosario (Argentine) et le laboratoire MSSMat de l'Ecole Centrale Paris. Je tiens à remercier l'ensemble des personnes qui ont participé de près comme de loin à ce travail. Aussi, je tiens à remercier P. Pilvin, une seconde fois, pour m'avoir initié au logiciel SiDoLo.

Ensuite, je voudrais remercier l'ensemble du personnel de l'équipe Mécanique et Matériaux de l'Ecole Centrale de Lille, dans le désordre merci à Marie-Claire, Eric, Ahmed, Mathias, Xavier, Anne-Lise, Ondra, Nicolas, Jean, Yannick, Denis, François, Philippe, Laurent, Pierre, Christophe... pour leur sympathie et leur bonne humeur.

Enfin, merci à ma famille, mes amis, et Mélissande de leur soutien.





# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Bibliographie sur les modèles multi-échelles polycristallins</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Représentation . . . . .	6
1.2.1 Généralités . . . . .	6
1.2.2 Représentation des polycristaux et architecture d'un modèle polycristallin	7
1.3 Technique de transition d'échelle pour les comportements non linéaires . . . . .	9
1.3.1 Bornes de comportement d'ordre 1 non linéaires . . . . .	9
1.3.2 Problème d'Eshelby en élasticité linéaire . . . . .	10
1.3.3 Schéma d'homogénéisation autocohérent pour des comportements linéaires	11
1.3.4 Schéma d'homogénéisation autocohérent pour des comportements non linéaires . . . . .	13
Modèle autocohérent de Hill [Hil65] en élastoplasticité . . . . .	13
Approximations du modèle autocohérent de Hill . . . . .	14
Modèle autocohérent de Molinari en viscoplasticité [MCA87] . . . . .	17
Approximations du modèle autocohérent de Molinari . . . . .	18
1.3.5 Conclusion sur les méthodes de transition d'échelle en non linéaire . . . . .	20
1.4 Loi de comportement locale : loi cristalline . . . . .	21
1.4.1 Mécanismes à l'origine de la plasticité . . . . .	21
1.4.2 Nature des systèmes de glissement dans les structures CFC et CC . . . . .	22
1.4.3 Plasticité des structures CFC et CC . . . . .	23
1.4.4 Modèles de comportement du monocristal . . . . .	26
Modèle physique . . . . .	26
Modèle phénoménologique de Cailletaud [Cai92] . . . . .	29
1.4.5 Conclusion sur les deux modèles de comportement du monocristal . . . . .	31
1.5 Conclusions . . . . .	32

<b>2</b>	<b>Formulation du modèle polycristallin biphasé et validation expérimentale</b>	<b>33</b>
2.1	Introduction . . . . .	33
2.2	Caractérisation microstructurale de l'acier inoxydable duplex . . . . .	35
2.2.1	L'acier inoxydable duplex étudié . . . . .	35
2.2.2	Observations au microscope optique . . . . .	36
2.2.3	Analyse EBSD . . . . .	36
2.2.4	Influence de la microstructure sur la réponse mécanique macroscopique . . . . .	38
2.3	Modélisation micromécanique de l'acier inoxydable austéno-ferritique . . . . .	39
2.3.1	Schéma d'homogénéisation . . . . .	40
2.3.2	Formulation des lois d'interaction . . . . .	41
2.3.3	Lois de comportement cristallines . . . . .	43
2.3.4	Processus d'homogénéisation . . . . .	44
2.4	Identification des paramètres matériau . . . . .	45
2.4.1	Paramètres d'élasticité . . . . .	46
2.4.2	Paramètres des lois de comportement cristallines . . . . .	46
2.4.3	Paramètres des lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdulatif-Dingli-Saanouni (ADS) . . . . .	50
2.4.4	Conclusion sur l'identification des paramètres matériau . . . . .	51
2.5	Validation du modèle polycristallin biphasé . . . . .	52
2.5.1	Premières boucles d'hystérésis en traction-compression uniaxiale . . . . .	52
2.5.2	Premières boucles d'hystérésis en traction-compression/torsion non-proportionnelles . . . . .	52
2.5.3	Conclusions sur la validation . . . . .	58
2.6	Simulation des surfaces de plasticité . . . . .	58
2.6.1	Etude bibliographique des surfaces de plasticité . . . . .	58
2.6.2	Méthode numérique de détection de la surface de plasticité . . . . .	62
2.6.3	Résultats des simulations de surfaces de plasticité . . . . .	63
	Surfaces de plasticité initiales . . . . .	63
	Surfaces de plasticité après des trajets de chargement proportionnels . . . . .	64
	Surfaces de plasticité après des trajets de chargement non-proportionnels . . . . .	68
2.6.4	Conclusions sur les surfaces de plasticité . . . . .	71
2.7	Conclusions . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Modélisation multi-échelles de l'adoucissement cyclique</b>	<b>73</b>
3.1	Introduction . . . . .	73
3.2	Origines physiques de l'adoucissement cyclique . . . . .	75
3.3	Evolution de la distribution des dislocations au cours du cyclage de l'acier inoxydable duplex étudié . . . . .	77

3.3.1	Essais mécaniques . . . . .	77
3.3.2	Observations MET : Protocole expérimental . . . . .	80
3.3.3	Observations MET : essai de traction-compression . . . . .	80
	Phase austénitique . . . . .	80
	Phase ferritique . . . . .	81
3.3.4	Observations MET : essai de traction-compression/torsion . . . . .	81
	Phase austénitique . . . . .	81
	Phase ferritique . . . . .	81
3.3.5	Discussion . . . . .	84
3.4	Proposition d'un modèle adoucissant du monocristal CC . . . . .	86
3.4.1	Formulation de la loi d'écoulement modifiée . . . . .	86
3.4.2	Lois d'écrouissage dans les zones dures et molles . . . . .	86
3.4.3	Loi d'évolution des zones molles . . . . .	87
3.4.4	Conclusion sur le modèle adoucissant du monocristal CC . . . . .	88
3.5	Identification des paramètres matériau . . . . .	88
3.6	Validation du nouveau modèle polycristallin biphasé . . . . .	93
3.6.1	Boucles d'hystéresis stabilisées en traction-compression . . . . .	93
3.6.2	Boucles d'hystéresis stabilisées en traction-compression/torsion . . . . .	97
3.7	Conclusions . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Calcul de microstructure et validation expérimentale</b>	<b>103</b>
4.1	Introduction . . . . .	103
4.2	Mesure des champs cinématiques à l'échelle de la microstructure . . . . .	104
4.3	Génération de la microstructure polycristalline numérique . . . . .	108
4.3.1	Généralités sur la génération de microstructures polycristallines numériques	108
4.3.2	Génération de la microstructure numérique pour l'acier inoxydable duplex	111
4.4	Maillage et conditions aux limites . . . . .	112
4.4.1	Maillage . . . . .	112
4.4.2	Conditions aux limites . . . . .	113
	Conditions aux limites appliquées à un calcul de microstructure . . . . .	113
	Application des conditions aux limites expérimentales . . . . .	114
4.5	Loi de comportement cristalline . . . . .	116
4.5.1	Détermination des modules d'élasticité cubique . . . . .	118
4.5.2	Intégration de la loi d'écoulement . . . . .	118
4.6	Technique de comparaison expérience/simulation . . . . .	119
4.7	Résultats . . . . .	120
4.7.1	Trajet de chargement de traction monotone . . . . .	121

Déplacements $U_1$ et $U_2$ . . . . .	121
Composante $E_{11}$ du tenseur des déformations . . . . .	122
Conclusion pour le trajet de chargement de traction monotone . . . . .	125
4.7.2 Trajet de chargement de traction-compression . . . . .	126
Déplacements $U_1$ et $U_2$ . . . . .	126
Composante $E_{11}$ du tenseur des déformations . . . . .	127
Conclusion pour le trajet de chargement de traction-compression . . . . .	130
4.7.3 Analyse des contraintes . . . . .	130
4.8 Conclusions . . . . .	131
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>133</b>
<b>Annexes</b>	<b>137</b>
<b>A Quelques éléments sur la plasticité cristalline</b>	<b>137</b>
A.1 Critère de Schmid . . . . .	137
A.2 Loi d'Orowan [Oro40] . . . . .	137
A.3 Production des dislocations, mécanisme de Frank-Read . . . . .	138
A.4 Interactions entre dislocations . . . . .	138
A.5 Annihilation des dislocations . . . . .	141
A.6 Glissement dévié . . . . .	142
<b>B Protocole expérimental de réalisation des essais uniaxiaux et biaxiaux [Aub01]</b>	<b>143</b>
<b>C Protocole expérimental de mesure d'une surface de plasticité adopté par Aubin [Aub01] [AQD02]</b>	<b>145</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>

# Introduction générale

Les aciers inoxydables austéno-ferritiques dits duplex sont des aciers industrialisés depuis une quarantaine d'années. Ils présentent une structure biphasée composée d'austénite, de structure cristallographique cubique à faces centrées (CFC), et de ferrite, de structure cristallographique cubique centrée (CC). Outre leur bonne résistance à la corrosion, ces matériaux combinent favorablement les bonnes propriétés mécaniques des deux phases, à savoir la ductilité importante des aciers austénitiques et la limite d'élasticité importante des aciers ferritiques. Ils sont ainsi utilisés dans les industries du pétrole, du gaz, dans les installations énergétiques et dans les industries polluantes du secteur de la chimie, du papier...

Aujourd'hui, dans un objectif toujours croissant d'allègement des structures, il est nécessaire d'effectuer un dimensionnement des structures 'au plus juste' à l'aide, par exemple, d'un code éléments finis. Pour cela, les lois de comportement mécanique des matériaux doivent être robustes, c'est-à-dire qu'elles doivent rendre compte du comportement mécanique du matériau sous son chargement de service (traction monotone, fluage, relaxation, chargement cyclique proportionnel ou non-proportionnel...).

Le comportement mécanique d'un acier duplex sous sollicitations de fatigue plastique oligocyclique proportionnelles et non-proportionnelles à température ambiante a été étudié en détail par Aubin au cours de sa thèse [Aub01]. De nombreux résultats expérimentaux sont donc aujourd'hui disponibles au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille à L'Ecole Centrale de Lille. Ces résultats montrent que les aciers inoxydables duplex manifestent un fort sur-écrouissage sous chargement non-proportionnel, et une forte sensibilité aux trajets et à l'histoire du chargement. De plus, une étude récente a été menée lors de la thèse d'El Bartali [EB07], afin de comprendre les micromécanismes de déformation à l'échelle de la microstructure à l'aide de techniques de mesures de champs lors de chargements de fatigue plastique oligocyclique en traction-compression uniaxiale purement alternée à température ambiante également.

Jusqu'à présent, les modèles utilisés pour rendre compte du comportement macroscopique des aciers duplex sous des chargements de fatigue plastique oligocyclique proportionnels et non-proportionnels sont de nature phénoménologiques et reposent sur le critère d'élasticité de von

Mises et des variables d'écroissage cinématiques et isotropes non linéaires [Aub01]. Pour modéliser en particulier des chargements de fatigue plastique oligocyclique non-proportionnels, les modèles phénoménologiques de Benallal et al. [BM87], Calloch et al. [CM99], Tanaka [Tan96] et Abdul-Latif et al. [ALCFS94] ont été utilisés par Aubin. Bien que ces modèles donnent des résultats très corrects pour une large gamme de trajets de chargement, l'identification des paramètres matériau (une vingtaine pour certains modèles) reste délicate et nécessite une large base de résultats d'essais. Par ailleurs, il est évident que les modèles phénoménologiques ne peuvent pas prendre en compte ni le caractère biphasé ou composite du matériau, ni le caractère polycristallin de chaque phase, ni les mécanismes physiques de plasticité cyclique opérant à l'échelle de la microstructure.

Ces constatations ont motivé le développement d'un modèle multi-échelles. L'originalité du travail réside en l'adaptation d'un modèle d'homogénéisation polycristallin prenant en compte le caractère biphasé ou composite du matériau tout en incluant quelques mécanismes physiques à l'origine du comportement plastique cyclique. Ainsi, certains paramètres matériau peuvent être obtenus à partir d'observations à l'échelle de la microstructure. Enfin, reposant sur des considérations physiques, une plus grande robustesse du modèle peut être espérée, pour une large base d'essais.

Ce mémoire se compose de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, le principe d'un modèle multi-échelles polycristallin pour décrire le comportement d'un matériau monophasé est rappelé. Les techniques de transition d'échelles couramment utilisées pour la modélisation des polycristaux sont décrites. Puis, différentes lois cristallines utilisées dans la littérature sont exposées, en insistant sur les mécanismes physiques à l'origine de la plasticité des matériaux de structures cristallographiques CFC d'une part et CC d'autre part.

Dans le deuxième chapitre, la microstructure de l'acier duplex étudiée est caractérisé dans un premier temps. Cette caractérisation sert de support à l'élaboration du modèle multi-échelles polycristallin biphasé qui est alors proposé. La méthodologie d'identification des paramètres matériau du modèle est exposée, puis le modèle est validé sur les premières boucles d'hystérésis d'essais de traction-compression uniaxiale, sur les premières boucles d'hystérésis d'essais de traction-compression/torsion non-proportionnels et sur des surfaces de plasticité.

Dans le troisième chapitre, le modèle polycristallin biphasé est étendu pour rendre compte de

---

l'adoucissement cyclique observé expérimentalement. Des observations au microscope électronique à transmission (MET) sont utilisées afin de comprendre et d'identifier les origines physiques de l'adoucissement cyclique dans l'acier duplex étudié. Sur la base de ces observations, la loi cristalline est modifiée. Les nouveaux paramètres matériau sont identifiés à partir des micrographies MET. Enfin, le nouveau modèle est validé sur une large base d'essais.

L'objectif du quatrième chapitre est de valider les lois cristallines utilisées dans le second chapitre et de confirmer les paramètres matériau identifiés. L'idée est de comparer les champs cinématiques issus d'un calcul de microstructure à ceux issus d'une technique expérimentale de mesure de champs cinématiques [EB07]. La méthodologie de comparaison est présentée. Puis, la comparaison est menée pour deux trajets de chargement, l'un de traction monotone, l'autre de traction-compression.

Enfin, la conclusion générale résumera les principaux résultats obtenus et définira quelques perspectives de ce travail.

**Notations.** Dans cette thèse,  $x$ ,  $\vec{x}$ ,  $\underline{X}$ ,  $\tilde{X}$  correspondent respectivement à un scalaire, un vecteur, un tenseur du deuxième ordre et un tenseur du quatrième ordre. Les exposants (s) et g correspondent quant à eux, au système de glissement et au grain respectivement. Les significations des variables et paramètres matériau sont données dans le texte au fur et à mesure de leur apparition. Enfin, les variables macroscopiques sont notées avec des lettres majuscules et les variables microscopiques avec des lettres minuscules.





# Chapitre 1

## Bibliographie sur les modèles multi-échelles polycristallins

### 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, une étude bibliographique est menée sur les différents modèles multi-échelles polycristallins, lesquels permettent de décrire le comportement mécanique non linéaire des matériaux métalliques à partir des mécanismes physiques opérant à l'échelle de la microstructure. Dans ce chapitre, compte tenu de leurs importances limitées, les aspects liés à la modélisation multi-échelles de l'endommagement ne seront pas étudiés.

L'idée des modèles multi-échelles est de considérer le matériau non plus homogène mais hétérogène, c'est-à-dire constitué d'un ensemble de constituants de comportements mécaniques différents (la notion de Volume Élémentaire Représentatif (VER) est introduite), et de remplacer le VER par un milieu homogène équivalent (MHE).

Ainsi, une description fine de la microstructure incluant les mécanismes microscopiques responsables du comportement mécanique macroscopique est donnée. Une meilleure prédiction du comportement mécanique des matériaux peut alors être espérée.

La mise en œuvre d'un modèle multi-échelles nécessite plusieurs étapes :

- la **représentation** du matériau en terme d'échelles d'hétérogénéités, de morphologie et de repartition des constituants, conduisant à la définition d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER),
- la **transition d'échelle** : permettant le passage entre champs mécaniques macroscopiques et champs mécaniques microscopiques,
- la description des mécanismes physiques prépondérants, à l'origine du comportement mécanique permettant la formulation de la **loi de comportement locale**.

Dans la suite, l'étape de représentation, les différentes méthodes de transition d'échelle pour les comportements mécaniques non linéaires, et les différentes formulations de loi de comportement locale sont successivement développées.

## 1.2 Représentation

### 1.2.1 Généralités

C'est à cette étape que l'on définit les notions d'échelles d'hétérogénéités (microstructure), de volume élémentaire représentatif (VER) et de structure. Chaque échelle possède sa taille caractéristique (Figure 1.1) :

- la taille,  $L$ , de la structure à calculer à l'aide du modèle homogénéisé,
- la taille,  $l$ , du volume élémentaire représentatif (VER),
- la taille,  $d$ , des hétérogénéités.

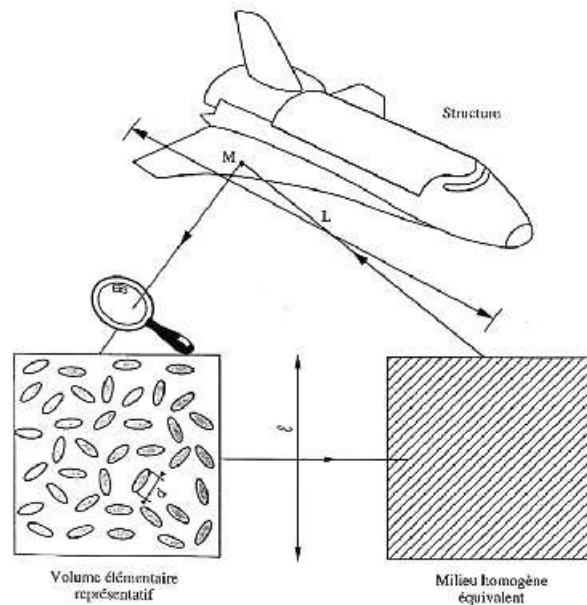


FIG. 1.1 – Échelles d'analyse [Zao98].

Les hétérogénéités peuvent être les inclusions dans un composite (Figure 1.2-a), les grains dans un polycristal (Figure 1.2-b), les cavités dans une mousse (Figure 1.2-c)... [BCCF01]. Dans ce contexte, l'échelle des hétérogénéités, dite microscopique, de longueur caractéristique  $d$  (fonction de la microstructure du matériau), est limitée par la validité des concepts de la mécanique des milieux continus et la nécessité de recourir à une description simplifiée de la microstructure. Celle-ci doit permettre de prendre en compte les micromécanismes prépondérants et de rendre

compte des propriétés macroscopiques que l'on souhaite analyser. La détermination de l'échelle

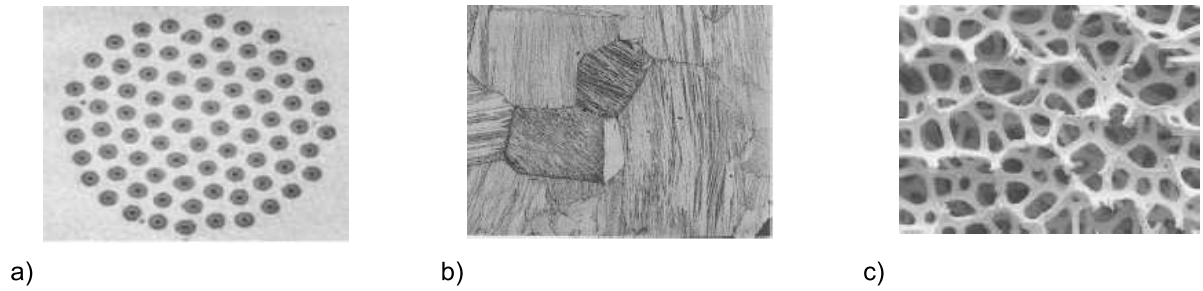


FIG. 1.2 – a) Composite à fibres longues SiC-Ti, b) Structure polycristalline d'un alliage à mémoire de forme Cu-Zn-Al, c) Matériau cellulaire : structure d'une mousse de Nickel (Besson et al. [BCCF01]).

d'arrivée, macroscopique, ne peut être dissociée du but poursuivi, qui consiste à calculer, par les méthodes de la mécanique des milieux continus, les champs de contraintes et de déformations d'une structure de taille caractéristique,  $L$ . La taille  $d$  des hétérogénéités considérées conduit à définir un volume élémentaire représentatif (VER) de taille caractéristique  $l$  qui doit vérifier l'inégalité suivante :

$$d \ll l \ll L$$

Cette double inégalité traduit la notion de séparabilité des échelles. Ces conditions vérifiées, on peut remplacer le milieu hétérogène (VER) par un milieu homogène équivalent (MHE) et procéder à un calcul de structure, par la méthode des éléments finis par exemple.

### 1.2.2 Représentation des polycristaux et architecture d'un modèle polycristallin

Dans les polycristaux, différents mécanismes intervenant à différentes échelles sont responsables du comportement plastique. Généralement, on considère que le matériau n'est pas homogène en introduisant un traitement distinctif de chaque grain<sup>1</sup> caractérisé par son orientation cristalline. De cette façon, le grain est considéré comme une inhomogénéité de longueur caractéristique  $d$ . Cependant, une des difficultés est alors de définir la taille,  $l$ , du VER, c'est-à-dire le nombre de grains, leurs fractions volumiques respectives et la distribution de leurs orientations cristallines<sup>2</sup>. Concernant la distribution des orientations cristallographiques, des analyses EBSD (Electron Back Scattering Diagram), méthode locale, ou de diffraction des rayons X, méthode globale, permettent de caractériser la texture cristallographique du matériau. Plusieurs auteurs (Cailletaud [Cai92], Pilvin [Pil90], Abdul-Latif et al. [AL04]) ont montré que dans le cas des

<sup>1</sup>On devrait parler de 'phase', laquelle regroupe un ensemble de grains de même orientation, mais par la suite on utilisera le terme 'grain'.

<sup>2</sup>La morphologie des grains est prise en compte lors de la transition d'échelle via la loi d'interaction.

matériaux non texturés des distributions isotropes limitées à 48 grains, voire 40 grains, sont suffisantes pour obtenir un VER représentatif du comportement macroscopique.

La réponse mécanique d'un grain ou monocristal est obtenue en prenant en compte les différents mécanismes élémentaires responsables de la plasticité des matériaux métalliques. Le mécanisme généralement pris en compte est le glissement des dislocations sur les différents systèmes de glissement. La figure 1.3 montre la microstructure d'un acier inoxydable austéno-ferritique déformé

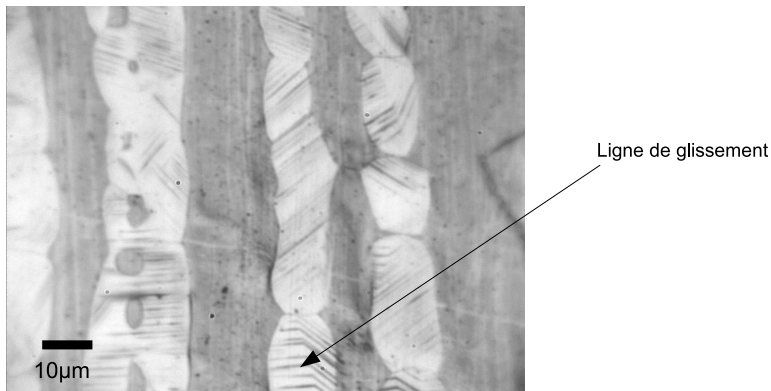


FIG. 1.3 – Lignes de glissement au sein des grains austénitiques d'un acier austéno-ferritique déformé plastiquement ([EB07]).

plastiquement. On voit apparaître en surface des marques de glissement dans chaque grain, ce qui indique très clairement le rôle des systèmes de glissement dans le processus de déformation plastique. L'approche multi-échelles polycristalline nécessite donc la connaissance de la structure cristallographique (CFC, CC, HCP ...) des différents grains présents au sein du matériau. On adopte généralement la loi de Schmid pour obtenir la cission  $\tau^{(s)}$  sur chaque système de glissement à partir de la contrainte  $\sigma^g$  appliquée au monocristal ou grain. Ensuite, une loi de comportement à l'échelle du système de glissement est formulée, elle relie le taux de glissement  $\dot{\gamma}^{(s)}$  à la cission  $\tau^{(s)}$ . La figure 1.4 résume l'architecture générale d'un modèle multi-échelle polycristallin.

Dans la suite, les différentes méthodes de transition d'échelle pour les comportements mécaniques non linéaires sont développées pour les polycristaux monophasés (une seule phase cristallographique est prise en compte). L'étude des polycristaux biphasés est quant à elle, l'un des objectifs de ce travail de thèse. Puis, les origines physiques du comportement plastique des matériaux de structure cristallographique CFC et CC sont présentés. Enfin, deux types de lois de comportement cristallines sont exposés.

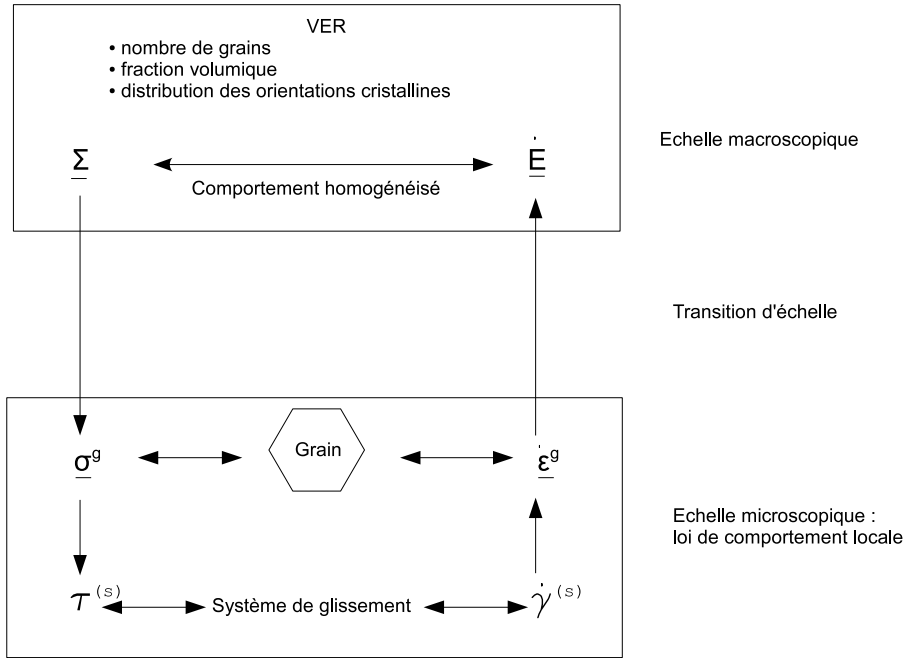


FIG. 1.4 – Architecture d'un modèle polycristallin avec  $\underline{\underline{\Sigma}}$ ,  $\dot{\underline{\underline{E}}}$  et  $\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}<sup>g</sup>$ , respectivement, le tenseur des contraintes macroscopique, le tenseur des déformations totales macroscopique, et le tenseur des déformations totales microscopique.

## 1.3 Technique de transition d'échelle pour les comportements non linéaires

### 1.3.1 Bornes de comportement d'ordre 1 non linéaires

Dans le contexte des comportements non linéaires, les premiers à se poser le problème de la transition d'échelle furent Sachs en 1926 [Sac26] et Taylor en 1936 [Tay36]. Leurs deux approches ont en commun de définir des bornes de comportement homogénéisé du matériau multiphasé.

L'idée de Sachs est de supposer l'uniformité des contraintes dans le polycristal :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^g \quad (1.1)$$

Le problème de cette modélisation réside dans le fait que l'accommodation des incompatibilités des déformations n'est pas prise en compte. Cependant, à l'instar de la borne de Reuss [Reu29] pour les composites linéaires, une borne inférieure pour le comportement plastique homogénéisé des polycristaux est obtenue.

Quant au modèle de Taylor, il y est supposé l'uniformité des déformations plastiques  $\underline{\underline{\epsilon}}^{pg}$  dans le polycristal :

$$\underline{\underline{E}}^p = \underline{\underline{\epsilon}}^{pg} \quad (1.2)$$

L'inconvénient de cette modélisation réside dans le fait que l'équilibre des contraintes n'est pas respecté. Cependant, à l'image de la borne de Voigt [Voi89] pour les composites, une borne supérieure pour le comportement plastique du polycristal homogénéisé est obtenue.

Dans la suite, nous rappelons certains résultats de l'homogénéisation pour les comportements linéaires afin de mieux appréhender l'homogénéisation des comportements non linéaires.

### 1.3.2 Problème d'Eshelby en élasticité linéaire

Pour obtenir des bornes plus resserrées, voire des estimations plus proches du comportement homogénéisé du polycristal, d'autres méthodes d'homogénéisation sont utilisées. Celles que nous allons développer par la suite reposent sur le concept d'inclusion inhomogène introduit dans les travaux d'Eshelby<sup>3</sup> [Esh57] en 1957.

Comme le montre la figure 1.5-a, dans le problème d'Eshelby, on considère une inclusion ellipsoïdale, dont le comportement élastique est représenté par le tenseur de rigidité  $\tilde{\mathbf{C}}^I$ . Cette inclusion est noyée dans une matrice, dont le comportement élastique est représenté par le tenseur de rigidité  $\tilde{\mathbf{C}}$ , soumise à un champ de déformation,  $\underline{\mathbf{E}}$ , ou de contrainte,  $\underline{\mathbf{\Sigma}}$ . Ce problème est ensuite



FIG. 1.5 – a) Problème de l'hétérogénéité d'Eshelby, b) Problème équivalent à celui de l'hétérogénéité d'Eshelby (François et al. [FPZ91]).

remplacé par un problème équivalent (Figure 1.5-b), dans lequel l'inclusion a le même comportement élastique que la matrice, mais est maintenant soumise à une déformation libre uniforme  $\underline{\varepsilon}^L$  (par exemple une dilatation thermique). Le tenseur d'Eshelby  $\tilde{\mathbf{S}}$  permet de relier la déformation dans l'inclusion, notée  $\underline{\varepsilon}^I$ , à la déformation libre par la relation :

$$\underline{\varepsilon}^I = \underline{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{S}} : \underline{\varepsilon}^L \quad (1.3)$$

Dans cette expression  $\tilde{\mathbf{S}}$  est le tenseur d'Eshelby ; il dépend du module d'élasticité de la matrice, de la forme de l'inclusion et de son orientation.  $\tilde{\mathbf{I}}$  est le tenseur identité du quatrième ordre symétrique.

La résolution du problème d'Eshelby en élasticité linéaire donne une loi reliant les champs mécaniques macroscopiques,  $\underline{\mathbf{\Sigma}}$  et  $\underline{\mathbf{E}}$ , et microscopiques,  $\underline{\varepsilon}^I$  et  $\underline{\sigma}^I$ . Cette loi, dite *loi d'interaction*,

<sup>3</sup>On parle du problème de l'hétérogénéité élastique

s'exprime :

$$\underline{\sigma}^I = \underline{\Sigma} + \tilde{C}^* : (\underline{E} - \underline{\varepsilon}^I) \quad (1.4)$$

$\tilde{C}^*$  est le tenseur d'influence de Hill défini par :

$$\tilde{C}^* = \tilde{C} : (\tilde{S}^{-1} - \tilde{I}) \quad (1.5)$$

Dans cette expression on retrouve le tenseur d'Eshelby  $\tilde{S}$ , qui dépend du module d'élasticité de la matrice, de la forme de l'inclusion et de son orientation.  $\tilde{I}$  est le tenseur identité du quatrième ordre.

La loi d'interaction (1.4) peut être réécrite en termes de déformation :  $\underline{\varepsilon}^I = \tilde{A} : \underline{E}$  avec  $\tilde{A}$  le tenseur dit de localisation en déformation. En considérant que le comportement de l'inclusion et celui de la matrice s'expriment respectivement par :

$$\underline{\sigma}^I = \tilde{C}^I : \underline{\varepsilon}^I \quad \text{et} \quad \underline{\Sigma} = \tilde{C} : \underline{E} \quad (1.6)$$

l'expression de la loi d'interaction en déformation devient :

$$\underline{\varepsilon}^I = (\tilde{C}^I + \tilde{C}^*)^{-1} : (\tilde{C} + \tilde{C}^*) : \underline{E} \quad (1.7)$$

Le tenseur de localisation en déformation s'écrit :

$$\tilde{A} = (\tilde{C}^I + \tilde{C}^*)^{-1} : (\tilde{C} + \tilde{C}^*) \quad (1.8)$$

Il est à noter qu'une expression similaire en contrainte peut-être obtenue :

$$\underline{\sigma}^I = \tilde{B} : \underline{\Sigma} \quad (1.9)$$

avec  $\tilde{B}$ , le tenseur de localisation en contrainte.

### 1.3.3 Schéma d'homogénéisation autocohérent pour des comportements linéaires

Dans le cas des polycristaux, du fait du caractère parfaitement désordonné de la microstructure, aucun grain ne joue de rôle particulier par rapport au autres. Chaque grain (exposant 'g'), considéré comme une inclusion (exposant 'I') au sens du problème d'Eshelby, subit l'influence des autres grains. Pour la prise en compte de cette influence, le schéma d'homogénéisation autocohérent s'est avéré le plus pertinent. L'idée de ce schéma, pour l'estimation du comportement homogénéisé en élasticité linéaire, est de plonger chaque grain dans une matrice correspondant au milieu homogène équivalent (MHE) recherché (Figure 1.6). Ainsi,  $n$  problèmes d'inclusions d'Eshelby sont obtenus et résolus. Le comportement homogénéisé du matériau est obtenu par



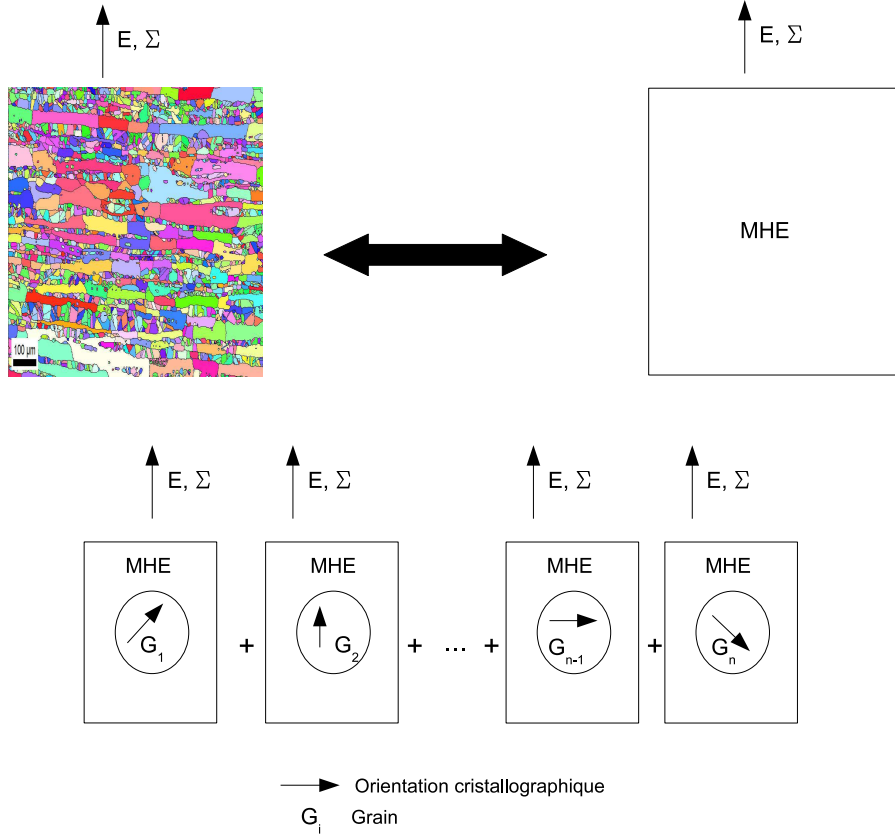


FIG. 1.6 – Schéma d'homogénéisation autocohérent pour des polycristaux monophasés.

combinaison des relations de localisation en déformation (1.7) et en contrainte (1.9) qui permettent de décrire la transition d'échelle, des lois de comportement local et des relations de moyennes en déformations et en contraintes. Ces dernières s'écrivent en déformation :

$$\underline{E} = \langle \underline{\varepsilon}^g \rangle \quad (1.10)$$

et en contrainte :

$$\underline{\Sigma} = \langle \underline{\sigma}^g \rangle \quad (1.11)$$

$\langle x \rangle$  est l'opérateur de moyenne qui s'exprime sous la forme discrète :  $\langle x \rangle = \sum_{g=1}^{N_g} f^g x$ ,  $f^g$  étant la fraction volumique de chaque grain et  $N_g$  le nombre de grain. En considérant un polycristal dont chaque grain présente un comportement élastique linéaire défini par :

$$\underline{\sigma}^g = \tilde{C}^g : \underline{\varepsilon}^g \quad (1.12)$$

la loi de comportement homogénéisée, dont le tenseur d'élasticité macroscopique  $\tilde{C}$  est l'inconnue principale du problème, est de la forme :

$$\underline{\Sigma} = \tilde{C} : \underline{E} \quad (1.13)$$

Compte tenu de la propriété  $\langle \tilde{A} \rangle = \tilde{I}$  issue de la relation de moyenne en déformation, on démontre classiquement que le tenseur d'élasticité macroscopique est donnée par :

$$\tilde{C} = \langle \tilde{C}^g : \tilde{A} \rangle \quad (1.14)$$

ce qui s'écrit également, en tenant compte de (1.8) :

$$\tilde{C} = \langle \tilde{C}^g : (\tilde{C}^g + \tilde{C}^*)^{-1} : (\tilde{C} + \tilde{C}^*) \rangle \quad (1.15)$$

L'équation d'autocoherence (1.15) est donc une équation implicite, sous la forme  $\tilde{C} = f(\tilde{C})$ .

Ce type d'approche est relativement simple d'emploi dans le cas de l'élasticité linéaire (voir par exemple [FPZ91] qui détaille la méthode autocohérente appliquée à un matériau biphasé isotrope à constituants incompressibles, dont l'inconnue est le module de cisaillement homogénéisé). Différentes démarches pour l'extension de l'approche autocohérente aux comportements non-linéaires ont été proposées dans la littérature. Elles sont décrites dans le paragraphe suivant.

### 1.3.4 Schéma d'homogénéisation autocohérent pour des comportements non linéaires

On présente d'abord le modèle autocohérent de Hill, initialement dédié à l'étude du comportement élastoplastique des métaux, ainsi que ses différentes approximations. Puis, on expose brièvement le modèle autocohérent de Molinari et al., pour l'étude du comportement viscoplastique des métaux, de même que ses différentes approximations pour le comportement élastoviscoplastique.

Il est à noter qu'il existe d'autres modèles, nous pouvons citer les modèles de Lebensohn et Tomé [LT93], Zaoui et Masson [MZ99], Ponte-Castañeda [Cas91] [Cas96] ou encore Suquet [Suq97]. Cependant, ces modèles ne seront pas utilisés dans ce travail.

#### Modèle autocohérent de Hill [Hil65] en élastoplasticité

Le modèle incrémental de Hill utilise les travaux d'Eshelby et considère que chaque grain d'un polycristal, de forme ellipsoïdale et de comportement élastoplastique, est plongé dans un MHE lui-même élastoplastique. Le comportement non-linéaire de chaque grain est défini par la relation linéaire incrémentale :

$$\dot{\underline{\sigma}}^g = \tilde{L}^g : \dot{\underline{\varepsilon}}^g \quad (1.16)$$

Hill néglige les perturbations de l'opérateur incrémental au voisinage de l'inclusion, et décrit le comportement du MHE par le tenseur  $\tilde{L}^{\text{eff}}$  :

$$\dot{\underline{\Sigma}} = \tilde{L}^{\text{eff}} : \dot{\underline{E}} \quad (1.17)$$

L'extension de la solution d'Eshelby au comportement non linéaire s'écrit en termes de vitesses sous la forme :

$$\dot{\underline{\sigma}}^g = \dot{\underline{\Sigma}} + \tilde{\underline{L}}^* : (\dot{\underline{E}} - \dot{\underline{\varepsilon}}^g) \quad (1.18)$$

où  $\tilde{\underline{L}}^* = \tilde{\underline{L}}^{\text{eff}} : (\tilde{\underline{S}}^{-1} - \tilde{\underline{I}})$  est le tenseur d'influence de Hill. En utilisant le schéma autocohérent (équation : (1.15)), le tenseur  $\tilde{\underline{L}}^{\text{eff}}$  incrémental définissant le comportement homogénéisé s'écrit :

$$\tilde{\underline{L}}^{\text{eff}} = \langle \tilde{\underline{L}}^g : (\tilde{\underline{L}}^g + \tilde{\underline{L}}^*)^{-1} : (\tilde{\underline{L}}^{\text{eff}} + \tilde{\underline{L}}^*) \rangle \quad (1.19)$$

La difficulté de cette démarche réside dans le fait que l'équation implicite (1.19) doit être résolue pas à pas sur le trajet de chargement, ce qui demande une mise en oeuvre numérique assez lourde. C'est pourquoi des approximations ont été proposées par de nombreux auteurs pour faciliter l'utilisation de ce modèle.

### Approximations du modèle autocohérent de Hill

On considère le cas élastoplastique hétérogène de Hill mais on se restreint à l'élasticité homogène et isotrope décrit par les modules  $\tilde{\underline{C}}$  soit :  $\dot{\underline{\Sigma}} = \tilde{\underline{C}} : \dot{\underline{E}}^e$  et  $\dot{\underline{\sigma}}^g = \tilde{\underline{C}} : \dot{\underline{\varepsilon}}^{eg}$ . Il en résulte que l'équation (1.10) s'écrit :

$$\dot{\underline{E}}^p = \langle \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg} \rangle \quad (1.20)$$

On décompose alors classiquement les déformations totales macroscopiques et microscopiques en une partie élastique ( $\dot{\underline{E}}^e, \dot{\underline{\varepsilon}}^{eg}$ ) et une partie plastique ( $\dot{\underline{E}}^p, \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg}$ ) :

$$\dot{\underline{E}} = \dot{\underline{E}}^e + \dot{\underline{E}}^p \quad (1.21)$$

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^g = \dot{\underline{\varepsilon}}^{eg} + \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg} \quad (1.22)$$

En injectant les équations (1.21) et (1.22) dans l'équation (1.18), la loi d'interaction suivante est obtenue :

$$\dot{\underline{\sigma}}^g = \dot{\underline{\Sigma}} + (\tilde{\underline{I}} + \tilde{\underline{L}}^{\text{eff}} : (\tilde{\underline{S}}^{-1} - \tilde{\underline{I}}) : \tilde{\underline{C}}^{-1})^{-1} : \tilde{\underline{L}}^{\text{eff}} : (\tilde{\underline{S}}^{-1} - \tilde{\underline{I}}) : (\dot{\underline{E}}^p - \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg}) \quad (1.23)$$

### Loi d'interaction de Kröner [Kro61]

L'approximation de Kröner, antérieure à celle de Hill, consiste à considérer les grains sphériques et un comportement isotrope et élastique du MHE. Le tenseur d'Eshelby se réduit à l'expression suivante<sup>4</sup> :

$$\tilde{\underline{S}} = \alpha \tilde{\underline{K}} + \beta \tilde{\underline{J}} \quad (1.24)$$

<sup>4</sup>Le tenseur  $\tilde{\underline{K}}$  s'exprime en notation indicielle par  $K_{ijkl} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}$  avec  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. Le tenseur  $\tilde{\underline{J}}$  s'exprime par  $\tilde{J}_{ijkl} = \tilde{I}_{ijkl} - \tilde{K}_{ijkl}$  avec  $\tilde{I}_{ijkl}$  le tenseur identité

avec

$$\alpha = \frac{3k}{3k + 2\mu}, \beta = \frac{6(k + 2\mu)}{5(3k + 4\mu)} \quad (1.25)$$

$k$  et  $\mu$  sont respectivement le module de compressibilité élastique et le module d'élasticité en cisaillement, communs au MHE et au grain. Le comportement élastique du MHE s'écrit :

$$\tilde{L}^{\text{eff}} = \tilde{C} = 3k\tilde{K} + 2\mu\tilde{J} \quad (1.26)$$

En injectant dans l'équation (1.23), l'expression du tenseur d'Eshelby (1.24) et la relation (1.26), Kröner obtient la loi d'interaction écrite en vitesse :

$$\dot{\underline{\sigma}}^g = \dot{\underline{\Sigma}} + 2\mu(1 - \beta)(\dot{\underline{E}}^p - \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg}) \quad (1.27)$$

où  $\beta$  est obtenu à partir des modules d'élasticité et vaut environ 1/2. La loi d'interaction s'écrit alors sous la forme intégrée :

$$\underline{\sigma}^g = \underline{\Sigma} + \mu(\underline{E}^p - \underline{\varepsilon}^{pg}) \quad (1.28)$$

### Loi d'interaction de Berveiller-Zaoui [BZ79]

L'inconvénient de la loi d'interaction de Kröner est qu'elle conduit à une estimation trop raide du comportement d'érouissage du polycristal. L'idée de Berveiller et Zaoui est de reprendre le travail de Kröner, mais au lieu de supposer le comportement du MHE purement élastique, ces auteurs supposent que le MHE a un comportement élastoplastique isotrope tel que :

$$\tilde{L}^{\text{eff}} = 3k'\tilde{K} + 2\mu'\tilde{J} \quad (1.29)$$

$k'$  et  $\mu'$  sont respectivement les modules tangents approchés de compressibilité et de cisaillement. Le tenseur d'Eshelby s'écrit alors :

$$\tilde{S} = \alpha'\tilde{K} + \beta'\tilde{J} \quad (1.30)$$

avec

$$\alpha' = \frac{3k'}{3k' + 2\mu'}, \beta' = \frac{6(k' + 2\mu')}{5(3k' + 4\mu')} \quad (1.31)$$

En adoptant une linéarisation sécante du comportement effectif  $L^{\text{eff}}$  via la loi intégrée de Hencky<sup>5</sup> et, en considérant les comportements plastiques du MHE et du grain incompressibles, c'est-à-dire que  $\underline{E}^p$  et  $\underline{\varepsilon}^{pg}$  ont une trace nulle, la loi d'interaction suivante a été déduite :

$$\underline{\sigma}^g = \underline{\Sigma} + \mu\xi(\underline{E}^p - \underline{\varepsilon}^{pg}) \quad (1.32)$$

<sup>5</sup>La loi de Hencky pour la description de l'écoulement plastique de la matrice, associée au critère de von Mises, s'écrit :  $\underline{E}^p = h(J_2)\underline{S}$ , avec  $\underline{S}$  le déviateur des contraintes et  $h(J_2)$  une fonction du second invariant des contraintes

où  $\xi$  est une fonction scalaire d'accommodation plastique isotrope telle que :

$$\frac{1}{\xi} = 1 + \frac{3}{2}\mu \frac{\|\underline{E}^p\|}{J_2(\underline{\Sigma})} \quad \text{avec} \quad \|\bullet\| = \sqrt{\frac{2}{3}\bullet:\bullet} \quad (1.33)$$

Cette fonction  $\xi$  est égale à 1 en début d'écoulement plastique, la loi d'interaction est alors équivalente à celle de Kröner. On notera que la fonction  $\xi$  décroît très vite au fur et à mesure de l'écoulement plastique, ce qui permet d'assouplir le comportement écrouissable du polycristal [HBZ85].

Cependant, le principal inconvénient de la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui est qu'elle n'est valable que pour un chargement radial et monotone. Pour simuler des trajets de chargement plus complexes, notamment des trajets cycliques, une autre loi d'interaction a été proposée par Cailletaud et Pilvin.

### Loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin [Cai92] [Pil90]

Pour pouvoir simuler des chargements complexes, notamment cycliques, Cailletaud et Pilvin ont modifié de façon phénoménologique la loi d'interaction de Kröner (1.28) en introduisant une variable d'accommodation intergranulaire  $\underline{\beta}^g$  pour chaque orientation de grain. La loi d'interaction est alors réécrite sous la forme :

$$\underline{\sigma}^g = \underline{\Sigma} + \mu(\underline{B} - \underline{\beta}^g) \quad \text{avec} \quad \underline{B} = \sum_{g=1}^{g=N_g} f^g \underline{\beta}^g \quad (1.34)$$

Généralement, pour décrire correctement des chargements cycliques et notamment la dissymétrie de comportement entre traction et compression, on introduit dans les modèles phénoménologiques (formulés dans le cadre thermodynamique usuel des lois de comportement avec variables internes) une variable d'écrouissage cinématique. C'est ce qui a motivé Cailletaud et Pilvin pour écrire l'évolution de la variable  $\underline{\beta}^g$ . S'inspirant des travaux de Armstrong-Frederick [AF66], les auteurs proposent d'écrire la loi d'évolution de cette variable sous la forme :

$$\dot{\underline{\beta}}^g = \underline{\dot{\epsilon}}^{pg} - D(\underline{\beta}^g - \delta \underline{\epsilon}^{pg}) \|\underline{\dot{\epsilon}}^{pg}\| \quad (1.35)$$

avec,  $D$  et  $\delta$ , deux paramètres à identifier.

### Formulation unifiée des lois d'interaction de Kröner, Berveiller-Zaoui et Cailletaud-Pilvin

La procédure d'homogénéisation utilisée dans les trois modèles précédents est la même : une règle de moyenne est appliquée au taux de déformation plastique microscopique,  $\underline{\dot{\epsilon}}^{pg}$  pour obte-

nir le taux de déformation plastique macroscopique :

$$\dot{\underline{E}}^p = \sum_{g=1}^{g=N_g} f^g \dot{\underline{\varepsilon}}^{pg} \quad (1.36)$$

Le taux de déformation totale s'obtient par :

$$\dot{\underline{E}} = \dot{\underline{E}}^e + \dot{\underline{E}}^p \quad (1.37)$$

En considérant l'élasticité isotrope et commune au MHE et aux grains, hypothèse adoptée pour chacune de ces lois d'interaction, le taux de déformation élastique macroscopique est calculé par la loi de Hooke :

$$\underline{E}^e = \frac{\underline{\Sigma}^g}{2\mu} - \frac{\lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} \text{tr}(\underline{\Sigma}^g) \underline{I} \quad (1.38)$$

L'implantation des différentes lois d'interaction est simple d'un point de vue numérique, comparativement à celle du modèle de Hill. L'équation implicite (1.19) n'est pas utilisée. De ce fait, la condition d'autocohérence en contrainte (1.11) n'est pas vérifiée. Certains auteurs [BCCF01] ont étudié, à partir de calculs par éléments finis sur un motif élémentaire grain/MHE, si cette condition d'autocohérence était bien vérifiée par les lois d'interaction de Kröner et de Berveiller-Zaoui. Les résultats montrent que la loi d'interaction de Kröner ne respecte pas la condition d'autocohérence. Ceci s'explique en partie en raison du comportement élastique pris pour le MHE et qui conduit à un comportement 'trop raide' prédit par le modèle de Kröner (qui se rapproche en pratique de la borne de Taylor). La loi d'interaction de Berveiller-Zaoui, quant à elle, respecte la condition d'autocohérence. Enfin, on notera que bien que la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin permette de modéliser des trajets complexes, notamment cycliques, son inconvénient majeur est l'introduction de paramètres matériau dont l'identification reste délicate. Ces paramètres sont généralement identifiés de telle sorte que la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui et celle de Cailletaud-Pilvin coïncident pour un essai de traction monotone. Il s'en suit que la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin vérifie bien la condition d'autocohérence pour des chargements monotones et radiaux.

### Modèle autocohérent de Molinari en viscoplasticité [MCA87]

En utilisant une approche par équations intégrales, Molinari et al. [MCA87] ont proposé un schéma autocohérent viscoplastique reposant sur une linéarisation tangente du comportement mécanique, à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique. La loi d'interaction s'écrit :

$$\underline{s}^g - \underline{S} = (\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1} + \tilde{A}^0) : (\dot{\underline{\varepsilon}}^g - \dot{\underline{E}}) \quad (1.39)$$

où  $\underline{s}^g$  et  $\dot{\underline{\varepsilon}}^g$  ( $\underline{S}$ ,  $\dot{\underline{E}}$ ) sont respectivement le déviateur des contraintes et le tenseur vitesse de déformation totale microscopique (respectivement macroscopique).  $\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1}$  est le tenseur d'interaction qui

s'exprime à partir du tenseur d'Eshelby et du tenseur  $\tilde{\mathbf{A}}^0$  représentant le comportement tangent macroscopique. Toutefois, dans cette formulation, les interactions élastiques ne sont pas prises en considération ; de ce fait le problème de l'élastoviscoplasticité ne peut être abordé correctement. C'est pour cette raison que Kouddane [Kou94] a proposé une extension du modèle tangent de Molinari pour les comportements élastoviscoplastiques. L'idée est d'inclure les interactions de nature élastique dans la loi d'interaction. En postulant la même forme de loi de comportement aux échelles macroscopique et microscopique, l'auteur obtient la loi d'interaction suivante :

$$\dot{\underline{s}}^g - \dot{\underline{S}} = (\tilde{\mathfrak{S}}^{-1} + \tilde{\mathbf{C}}) : (\dot{\underline{\varepsilon}}^g - \dot{\underline{E}}) - \tilde{\mathbf{N}}(\underline{s}^g - \underline{S}) \quad (1.40)$$

où  $\tilde{\mathfrak{S}}^{-1}$  est le tenseur d'interaction qui s'exprime à partir du tenseur d'Eshelby et du tenseur des modules d'élasticité  $\tilde{\mathbf{C}}$ ,  $\tilde{\mathbf{N}}$  est le tenseur de viscosité tangent macroscopique. En considérant des grains sphériques et un matériau avec un comportement isotrope et incompressible, élastiquement et plastiquement, la loi d'interaction de Kouddane admet la forme simplifiée :

$$(\underline{s}^g + \underline{S}) + \frac{\mu}{\eta^0}(\underline{s}^g + \underline{S}) = -3\mu(\dot{\underline{\varepsilon}}^g - \dot{\underline{E}}) \quad (1.41)$$

avec  $\mu$  le module d'élasticité de cisaillement et  $\eta^0$  le module visqueux macroscopique. Cette loi d'interaction offre l'avantage de tenir compte à la fois d'une réponse instantanée, caractérisée par une loi analogue à celle de Kröner pour le problème de l'élasticité, et d'une relaxation viscoplastique différée, identique à celle proposée par Molinari. Cependant, il est bien connu que la plupart des matériaux polycristallins ont un comportement élastique compressible. Adopter une hypothèse d'incompressibilité constitue ainsi une restriction majeure. Une extension du modèle de Kouddane a été proposée par Molinari et al. [MAK97]. Afin de prendre en compte une élasticité compressible, la loi d'interaction s'écrit :

$$(\tilde{\mathfrak{S}}^{-1} + \tilde{\mathbf{C}}) : (\dot{\underline{\sigma}}^g - \dot{\underline{\Sigma}}) + \tilde{\mathbf{P}} : (\underline{s}^g - \underline{S}) = (\dot{\underline{\varepsilon}}^g - \dot{\underline{E}}) \quad (1.42)$$

avec  $\tilde{\mathbf{P}} = (\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1} + \tilde{\mathbf{A}}^0)^{-1}$

## Approximations du modèle autocohérent de Molinari

### Loi d'interaction de Kouddane modifiée par Abdul-Latif et al. [ALDS98]

Dans la loi d'interaction de Kouddane (1.41), le paramètre  $\eta^0$  dépend de l'histoire de la déformation. Il doit être ajusté à chaque incrément, de manière à satisfaire la condition d'autocohérence. Comme il a été montré par Kouddane, cette approche peut décrire avec succès le comportement cyclique des matériaux métalliques sous chargements uniaxiaux. Malheureusement, pour les sollicitations multiaxiales, l'ajustement de  $\eta^0$  se complique considérablement,  $\eta^0$  n'étant plus un scalaire mais un tenseur d'ordre 4 (Molinari et al. [MAK97]). Un contournement simple de ce problème est proposé par Abdul-Latif et al. [ALDS98]. Il consiste à :

- remplacer le rapport  $\frac{\mu}{\eta^0}$  par un coefficient phénoménologique scalaire  $\alpha$  qui reste à déterminer par identification avec des résultats expérimentaux,
- exprimer les comportements élastiques incompressibles aux échelles macroscopiques et microscopiques respectivement par  $\dot{\underline{\mathbf{S}}} = 2\mu\dot{\underline{\mathbf{E}}}^e$  et  $\dot{\underline{\mathbf{s}}}^g = 2\mu\dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg}$ , avec  $\underline{\mathbf{s}}^g$  et  $\dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg}$ ,  $\underline{\mathbf{S}}$  et  $\dot{\underline{\mathbf{E}}}^e$ , le tenseur déviateur des contraintes et le tenseur vitesse de déformation élastique microscopique, respectivement macroscopiques.

La loi d'interaction (1.41) simplifiée se réduit à :

$$(\dot{\underline{\mathbf{s}}}^g + \dot{\underline{\mathbf{S}}}) + \alpha(\underline{\mathbf{s}}^g + \underline{\mathbf{S}}) = -3\mu(\dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^e) \quad (1.43)$$

### Loi d'interaction de Molinari modifié par Abdul-Latif et al. [DALSO0]

A partir de la loi d'interaction (1.42) formulée par Molinari et rappelée ci-dessous :

$$(\tilde{\mathfrak{S}}^{-1} + \tilde{\mathcal{C}}) : (\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g - \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}}) + (\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1} + \tilde{\mathcal{A}}^0)^{-1} : (\underline{\mathbf{s}}^g - \underline{\mathbf{S}}) = (\dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^e) \quad (1.44)$$

Abdul-Latif et al. supposent un comportement élastique isotrope du MHE et du grain et supposent les grains sphériques. Ainsi, la partie élastique de la loi d'interaction,  $(\tilde{\mathfrak{S}}^{-1} + \tilde{\mathcal{C}}) : (\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g - \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}}) = \dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^e$  admet la forme simplifiée suivante :

$$2A(\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g + \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}}) + Btr(\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g + \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}})\underline{\mathbf{I}} = \dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^e \quad (1.45)$$

avec :

$$A = \frac{-(8\mu + 3\lambda)}{2\mu(14\mu + 9\lambda)} \quad \text{et} \quad B = \frac{(6\mu + \lambda)(3\lambda + 8\mu)}{\mu(448\mu^2 + 456\mu\lambda + 108\lambda^2)} \quad (1.46)$$

où  $\mu$  et  $\lambda$  sont les coefficients de Lamé.

Quant à la partie viscoplastique,  $(\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1} + \tilde{\mathcal{A}}^0)^{-1} : (\underline{\mathbf{s}}^g - \underline{\mathbf{S}}) = \dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{pg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^p$ , le tenseur  $\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1}$  doit être calculé par la méthode des fonctions de Green. Dans le cas d'un comportement plastique isotrope et incompressible, le tenseur  $\tilde{\mathfrak{S}}'^{-1}$  admet une forme isotrope composée d'un unique coefficient, fonction du module visqueux tangent  $\eta^0$ . La même solution pragmatique que pour la loi d'interaction de Kouddane est adoptée en faisant appel à un terme phénoménologique de remplacement,  $\alpha$ . La loi d'interaction viscoplastique est alors définie comme suit :

$$-\alpha(\underline{\mathbf{s}}^g - \underline{\mathbf{S}}) = \dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{pg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^p \quad (1.47)$$

En additionnant les deux parties, élastique et viscoplastique, on obtient comme loi d'interaction :

$$2A(\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g + \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}}) + Btr(\dot{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}^g + \dot{\underline{\underline{\mathbf{S}}}})\underline{\mathbf{I}} - \alpha(\underline{\mathbf{s}}^g + \underline{\mathbf{S}}) = (\dot{\underline{\underline{\mathbf{E}}}}^{eg} - \dot{\underline{\mathbf{E}}}^e) \quad (1.48)$$



### Formulation unifiée des lois d'interaction d'Abdul-Latif et al.

Pour les deux lois d'interaction (1.43) et (1.48) proposées par Abdul-Latif et al., la déformation totale à l'échelle microscopique s'obtient par :

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\dot{\epsilon}}^{eg} + \underline{\dot{\epsilon}}^{pg} \quad (1.49)$$

Le passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique se fait par l'opération de moyenne :

$$\underline{\dot{E}} = \sum_{g=1}^{g=N_g} f^g (\underline{\dot{\epsilon}}^{eg} + \underline{\dot{\epsilon}}^{pg}) \quad (1.50)$$

Le taux de déformation élastique granulaire  $\underline{\dot{\epsilon}}^{eg}$  est calculé par la loi de Hooke pour un matériau élastique isotrope. Dans le cas du modèle de Kouddane modifié par Abdul-Latif et al., l'élasticité est supposée incompressible, l'auteur obtient :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^{eg} = \frac{\underline{\dot{\sigma}}^g}{2\mu} \quad (1.51)$$

Dans le cas du modèle de Molinari modifié par Abdul-Latif et al., l'élasticité est supposée compressible, l'auteur obtient :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^{eg} = \frac{\underline{\dot{\sigma}}^g}{2\mu} - \frac{\lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} \text{tr}(\underline{\dot{\sigma}}^g) \underline{I} \quad (1.52)$$

Les intérêts qu'offrent les lois d'interaction d'Abdul-Latif et al. sont :

- de considérer l'élasticité à l'échelle du grain,
- de vérifier la condition d'autocohérence [ALDS02].
- de simuler des trajets de chargement complexes notamment cycliques non-proportionnels.

Cependant, l'hypothèse d'une élasticité isotrope à l'échelle du grain est encore insuffisante du fait qu'à cette échelle, l'élasticité est plutôt du type cubique, et fait intervenir trois paramètres élastiques notés généralement :  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$ . Enfin, comme pour la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin, un inconvénient des lois d'interaction d'Abdul-Latif et al. est l'utilisation d'un paramètre matériau,  $\alpha$ , qui doit être ajusté à partir de résultats expérimentaux.

### 1.3.5 Conclusion sur les méthodes de transition d'échelle en non linéaire

Les lois d'interaction de Kouddane (1.43) et Molinari (1.48) modifiées par Abdul-Latif et al. et celle de Kröner (1.28), Berveiller-Zaoui (1.32) et Cailletaud-Pilvin (1.34) sont très proches dans leurs formulations du fait que la transition d'échelle se fait en deux étapes distinctes. Ceci rend leurs implantations numériques respectives relativement simples.

Dans le cadre de ce travail, qui rappelons-le, a pour objet la modélisation du comportement d'un acier inoxydable austéno-ferritique pour des trajets de chargement complexes, les lois d'interaction développées par Cailletaud-Pilvin, que l'on nommera (CP) et par Abdul-Latif et al.,

dans sa seconde version (1.48) que l'on nommera (ADS), sont retenues par la suite en raison du fait qu'elles ont été largement utilisées pour des chargements complexes pour des matériaux monophasés et ont montré leur capacité à rendre compte des observations expérimentales sous chargement complexe.

## 1.4 Loi de comportement locale : loi cristalline

Comme nous l'avons dit dans le paragraphe §1.2.2, la formulation d'une loi de comportement cristalline nécessite :

- de connaître la nature des systèmes de glissement des grains présents au sein du matériau,
- de formuler une loi de comportement à l'échelle du système de glissement.

Dans la suite, on rappelle de manière succincte les mécanismes à l'origine de la plasticité dans les matériaux métalliques. Puis, la nature des systèmes de glissement de chaque phase de l'acier inoxydable duplex est donnée. Ensuite, les comportements mécaniques expérimentaux des monocristaux CFC et CC sont décrits. Enfin, sont présentés deux modèles de comportement à l'échelle du système de glissement. L'un est dit 'physique' car il fait explicitement intervenir une variable interne de densité de dislocations, notée  $\rho^{(s)}$ , l'autre est dit 'phénoménologique' décrivant la plasticité du monocristal à partir de potentiels thermodynamiques. Ceci, nous conduira à faire un choix de modèle de comportement.

### 1.4.1 Mécanismes à l'origine de la plasticité

La plasticité dans les matériaux métalliques est due au mouvement de défauts linéaires appelés dislocations. Lorsqu'une dislocation mobile traverse le cristal de part en part, elle laisse une marche résiduelle en surface du cristal, de hauteur le vecteur de Burgers  $\vec{b}$ , correspondant à une déformation plastique permanente. Trois types de dislocations existent :

- les dislocations coin, la ligne de dislocation est perpendiculaire au vecteur de Burgers : (Figure 1.7-a).
- les dislocations vis, la ligne de dislocation est parallèle au vecteur de Burgers : (Figure 1.7-b).
- les dislocations mixtes, qui sont une combinaison des deux précédentes.

Par ailleurs, les dislocations peuvent devenir immobiles (on parle de dislocations stockées) et gêner le mouvement des dislocations mobiles. Ceci est une des causes du durcissement observé dans les matériaux métalliques. Le lecteur intéressé par ce sujet pourra se référer à des ouvrages fondamentaux décrivant précisément les mécanismes physiques à l'origine de la plasticité cristalline (Friedel [Fri64], Jaoul [Jao65] par exemple).

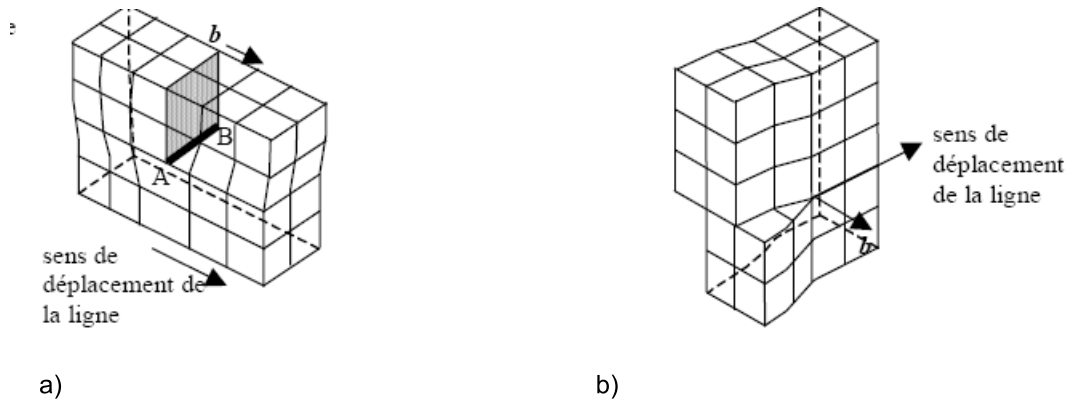


FIG. 1.7 – Représentation schématique d'une dislocation dans un cristal; a) dislocation coin, b) dislocation vis.

### 1.4.2 Nature des systèmes de glissement dans les structures CFC et CC

Le matériau étudié est composé de deux phases, l'une austénitique de structure cubique à faces centrées (CFC) et l'autre ferritique de structure cubique centrée (CC).

Dans la structure cristallographique CFC, le glissement cristallographique s'effectue suivant 12 systèmes de glissement. Les plans de glissement sont de normale  $\vec{n}$  de type  $\{111\}$  et les directions de glissement sont définies par les vecteurs de Burgers  $\vec{b}$  de type  $[110]$  (Figure 1.8-a).

Dans la structure CC, les plans de glissement sont de normale  $\vec{n}$  de type  $\{110\}$  et les directions

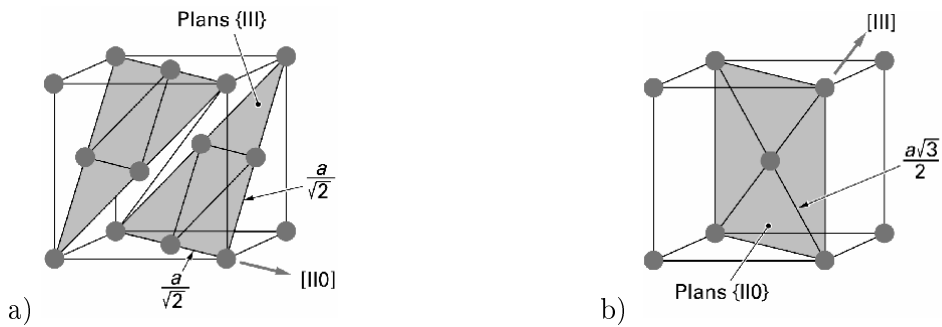


FIG. 1.8 – Systèmes de glissement : a) dans une structure cubique à faces centrées; b) dans une structure cubique centrée

de glissement  $\vec{b}$  sont de type  $[111]$  (Figure 1.8-b). Cependant, d'autres plans de glissement sont possibles, à savoir les plans  $\{112\}$  et  $\{123\}$ . Néanmoins, Franciosi [Fra84] a montré, par des micrographies au Microscope Electronique à Transmission (MET) à fort grossissement, que les traces de glissement sinueuses ne se situant ni sur un plan  $\{110\}$ , ni sur un plan  $\{112\}$ , pouvaient s'interpréter comme une succession de microglissements sur ces derniers, éliminant ainsi les plans  $\{123\}$ . De ce fait, dans la plupart des modélisations, seuls les systèmes de glissement de type :

$\{110\}[111]$  et  $\{112\}[111]$  sont pris en compte, soit 24 systèmes de glissement [Hoc99].

La cisssion,  $\tau^{(s)}$ , sur le système de glissement (s), est reliée à la contrainte granulaire  $\underline{\sigma}^g$  (obtenue par la loi d'interaction), par :

$$\tau^{(s)} = \underline{\sigma}^g : \underline{m}^{g(s)} \quad \text{avec} \quad \underline{m}^{g(s)} = \frac{1}{2} \left( \overline{b}^{(s)} \otimes \overline{n}^{(s)} + \overline{n}^{(s)} \otimes \overline{b}^{(s)} \right) \quad (1.53)$$

$\underline{m}^{g(s)}$  est le tenseur de Schmid.  $\otimes$  est le produit tensoriel.

### 1.4.3 Plasticité des structures CFC et CC

Ce paragraphe est consacré aux manifestations phénoménologiques de la plasticité par glissement des dislocations dans les structures CFC et CC, impliquant un ou plusieurs mécanismes élémentaires. Les mécanismes cités dans ce paragraphe, en italique, sont décrits en annexe A. On introduit la notion de densité de dislocations, définie comme la longueur totale des dislocations dans un volume donné ; elle s'exprime en  $\text{m}^{-2}$ .

#### Phénoménologie expérimentale de la plasticité des monocristaux CFC en traction monotone uniaxiale

Le comportement d'un monocristal de structure CFC en traction monotone uniaxiale pour une orientation quelconque à l'intérieur du triangle standard est schématiquement illustré par la courbe  $\tau^{(s)}$ - $\gamma^{(s)}$  de la figure 1.9. Il est noter que le comportement mécanique d'un monocristal

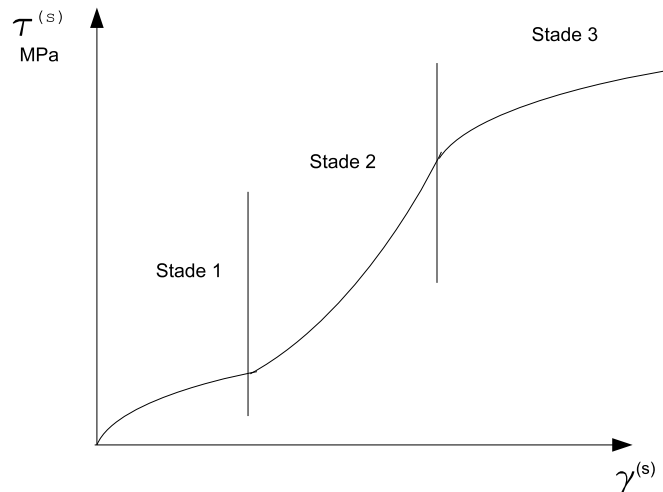


FIG. 1.9 – Comportement d'un monocristal de structure CFC en traction monotone uniaxiale.

de structure CFC est indépendant de la température. On observe trois stades caractéristiques [Tab01] :

- **stade I** : caractérisé par un faible durcissement. Un seul système de glissement est activé. La production des dislocations se fait conformément au mécanisme de *Frank-Read*. Le nombre de dislocations stockées, c'est-à-dire immobiles, augmente progressivement lorsque les dislocations mobiles s'arrêtent. Une stabilisation de la densité de dislocations est observée lorsque celle-ci est suffisamment importante pour favoriser l'*annihilation* des dislocations de signes opposés dans des plans voisins par *glissement dévié*.
- **stade II** : au delà d'une certaine cisssion, un second système de glissement, non coplanaire avec le premier, est activé. L'activation d'un second système entraîne la multiplication des *interactions entre dislocations*. Ces interactions provoquent le blocage de dislocations mobiles. De ce fait pour obtenir une même déformation plastique, les cisssions  $\tau^{(s)}$  doivent être plus importantes. Cette situation entraîne un durcissement important que l'on appelle écrouissage.
- **stade III** : La contrainte sur les dislocations bloquées devient importante et favorise le *glissement dévié*. L'*annihilation* des dislocations est alors facilitée. La densité de dislocations stockées se stabilise. On assiste alors à une décroissance progressive du taux d'écrouissage.

### Phénoménologie expérimentale des monocristaux CC en traction monotone uniaxiale

A la différence des matériaux de structure CFC, le comportement des matériaux de structure CC dépend de la température.

En dessous d'une température dite de transition,  $T_T$ , 200K-240K pour le Fer (Louchet et al. [LKV79]) et proche de l'ambiante pour les acier doux (Lan et al. [LKD92]), la limite d'élasticité et la cisssion dépendent fortement de la température. Au delà de  $T_T$ , elles ne varient quasiment plus avec la température jusqu'à  $\frac{T_f}{3}$ , où  $T_f$  est la température de fusion. Le comportement des métaux de structure CC se rapproche alors de celui des métaux de structure CFC. Lorsque la vitesse de déformation  $\dot{\gamma}^{(s)}$  croît, la température de transition  $T_T$  augmente (Figure 1.10). Dans le régime  $T < T_T$ , la cisssion  $\tau^{(s)}$  se décompose en deux termes :

$$\tau^{(s)} = \tau_{\text{athermique}}^{(s)} + \tau_{\text{effective}}^{(s)}(\dot{\gamma}^{(s)}, T) \quad (1.54)$$

où  $\tau_{\text{athermique}}^{(s)}$  est la contrainte athermique correspondant au plateau présent au delà de la température de transition  $T_T$  et  $\tau_{\text{effective}}^{(s)}(\dot{\gamma}^{(s)}, T)$  est la contrainte effective relative aux processus thermiquement activés responsables de la sensibilité à la température et au taux de déformation au dessous de  $T_T$  (Figure 1.10).

Les deux types de comportement (de part et d'autre de  $T_T$ ) résultent de la différence de mobilité des dislocations vis entre ces deux régimes. Ces résultats ont été observés par Louchet et al. [LKV79], lors d'essais de traction *in-situ* au MET sur du fer- $\alpha$ , du niobium et du molybdène.

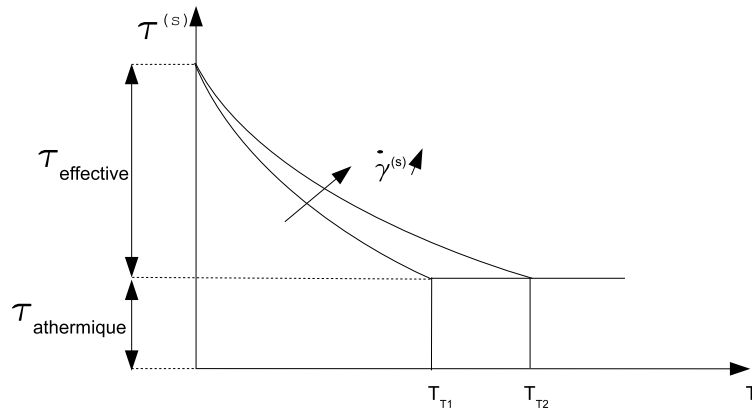


FIG. 1.10 – Evolution de la cission en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\gamma}^{(s)}$  et de la température.

La mobilité des segments coin reste quasi-constante quelle que soit la température, alors que la mobilité des dislocations vis augmente rapidement aux basses températures, pour atteindre celle des dislocations coin au-delà de la température de transition (Figure 1.11). La réponse mécanique

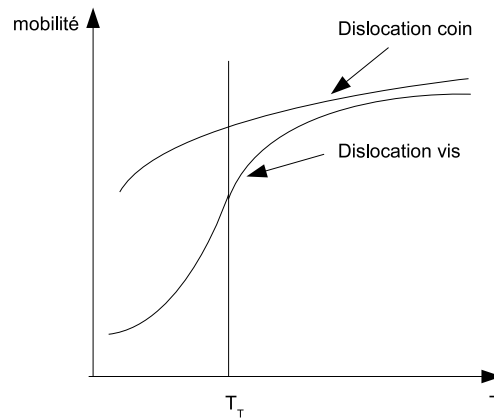


FIG. 1.11 – Mobilités des dislocations de type vis et coin en fonction de la température.

des monocristaux de fer- $\alpha$  à basse température est ainsi gouvernée par le comportement des dislocations vis. Les dislocations mixte ou coin glissent sous faible contrainte à basse température et laissent derrière elles de longs dipôles vis. Ceux-ci ont une structure de coeur (zone de perturbation du réseau cristallin) étendue en trois dimensions qui est à l'origine du fort frottement de réseau (forces de Peierls-Nabarro [Nab56], [Pei34]) des métaux cubiques centrés. Ces forces peuvent être décrites comme dérivant d'un potentiel périodique sinusoïdal de longueur d'onde l'écartement des rangées atomiques, dont les creux correspondent aux vallées et les maxima aux pics de potentiel. Sous l'effet d'une contrainte appliquée, le franchissement des pics a lieu grâce à la formation de doubles décrochements. En-dessous de la température de transition, le com-

portement d'un monocristal de structure CC est décrit schématiquement sur la figure 1.12. Au

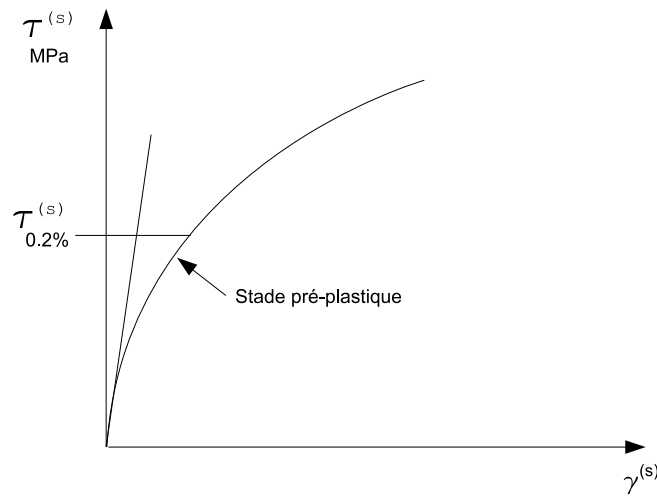


FIG. 1.12 – Courbe schématique de réponse à une sollicitation de traction monotone uniaxiale d'un monocristal de structure CC en-dessous de la température de transition.

début de la déformation plastique, les dislocations de type vis sont bloquées car elles ne peuvent franchir les vallées de Peierls. Il s'ensuit une élévation importante du niveau de contrainte, et le taux d'écoulement important en début d'écoulement. On parle de stade pré-plastique. Puis, sous l'effet de l'élévation de contrainte, la probabilité de franchissement des vallées de Peierls augmente. Les dislocations vis commencent à glisser, augmentant alors la population de dislocations mobiles. Il faut alors fournir une contrainte moins importante pour atteindre la déformation voulue. Le taux d'écoulement décroît.

## Conclusion sur la plasticité des structures CFC et CC

La plasticité cristalline fait intervenir plusieurs mécanismes élémentaires. Le comportement des monocristaux en traction monotone ne peut s'interpréter sans faire référence aux micromécanismes fondamentaux de la plasticité.

La modélisation du comportement du monocristal est la plupart du temps de nature unidimensionnelle sur chaque système de glissement.

### 1.4.4 Modèles de comportement du monocristal

#### Modèle physique

##### Lois d'écoulement plastique

Il existe deux voies principales pour modéliser l'écoulement du monocristal.

La première voie, de type élastoplastique (critère de Schmid, voir annexe A), est simple dans sa formulation, mais implique l'utilisation de critères sophistiqués rencontrés lors d'un glissement multiple.

La seconde voie, de type viscoplastique, paraît plus compliquée dans sa formulation, mais ne nécessite pas de critères sophistiqués. Le taux de glissement  $\dot{\gamma}^{(s)}$  sur le système (s) s'exprime en fonction de la densité de dislocations mobiles,  $\rho_m^{(s)}$ , en utilisant la relation d'Orowan (voir annexe A) :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \rho_m^{(s)} b^2 \bar{\nu} \exp\left(\frac{-\Delta G_0}{kT}\right) \left|\frac{\tau^{(s)}}{\tau_\mu^{(s)}}\right|^n \text{sign}(\tau^{(s)}) \quad (1.55)$$

où  $b$ ,  $\bar{\nu}$ ,  $\Delta G_0$ ,  $k$ ,  $T$ ,  $\tau_\mu^{(s)}$  et  $n$  sont respectivement le vecteur de Burgers, la vitesse moyenne des dislocations, l'énergie d'activation, la constante de Boltzmann, la température, la cission critique (limite d'écoulement du monocristal) et un paramètre de sensibilité à la vitesse de déformation. Il existe de nombreuses formulations de la loi d'écoulement (1.55). Dans ce mémoire, nous utiliserons la formulation suivante correspondant à un amortisseur viscoplastique non-linéaire à seuil :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \left(\frac{|\tau^{(s)}| - \tau_\mu^{(s)} - \tau_0}{K}\right)^n \text{sign}(\tau^{(s)}) \quad \text{si } |\tau^{(s)}| > \tau_\mu^{(s)} \quad (1.56)$$

$\dot{\gamma}^{(s)} = 0$  sinon

avec  $\tau_0$  est la cission critique initiale commune à chaque système de glissement (s).  $K$  et  $n$  sont deux paramètres matériau rendant compte des effets de viscosité

#### Loi d'écrouissage

L'expression de la loi d'écrouissage est un vaste domaine de recherche. Pour une revue complète de l'ensemble des modèles, le lecteur pourra se référer à l'habilitation à diriger des recherches de Tabourot [Tab01]. Dans ce chapitre, nous utiliserons une version simplifiée du modèle de Tabourot et al. [TFR97].

Partant du principe que la cission critique  $\tau_\mu^{(s)}$  d'activation du glissement sur un système donné ne dépend que de la densité de dislocations perçant le plan de glissement (modèle des "arbres de la forêt"), la cission critique s'écrit sous la forme :

$$\tau_\mu^{(s)} = \mu b \sqrt{\sum_t h^{t(s)} \rho_s^t} \quad (1.57)$$

avec  $\rho_s^t$  la densité de dislocations stockées.

Les différentes formes de la matrice  $h^{t(s)}$  pour des structures cristallographiques CFC et CC sont données en annexe A. Il reste à déterminer une loi d'évolution de la densité des dislocations stockées. L'idée est de faire une partition de la densité totale,  $\rho^{(s)}$ , en une densité de dislocations mobiles,  $\rho_m^{(s)}$ , et stockées,  $\rho_s^{(s)}$  :

$$\rho^{(s)} = \rho_m^{(s)} + \rho_s^{(s)} \quad (1.58)$$



On suppose que l'évolution des densités de dislocations précédentes résulte de deux mécanismes physiques qui sont : la production et l'annihilation des dislocations. L'évolution de la densité totale de dislocations est formulée en fonction des différents taux d'évolution liés à ces mécanismes :

$$\dot{\rho}_m^{(s)} = r_m^{(s)} - r_{ma}^{(s)} - r_s^{(s)} \quad \text{et} \quad \dot{\rho}_s^{(s)} = r_s^{(s)} - r_{sa}^{(s)} \quad (1.59)$$

Les différentes variables introduites sont explicitées dans le tableau 1.1. Expérimentalement, il

Variables	Signification
$r_m^{(s)}$	Taux de production des dislocations mobiles
$r_{ma}^{(s)}$	Taux d'annihilation des dislocations mobiles
$r_s^{(s)}$	Taux de production des dislocations stockées
$r_{sa}^{(s)}$	Taux d'annihilation des dislocations stockées

TAB. 1.1 – Différents taux de production et d'annihilation de dislocations concourant à l'évolution de la densité totale de dislocations.

a été constaté que la densité des dislocations mobiles  $\rho_m^{(s)}$  est très inférieure à la densité des dislocations stockées  $\rho_s^{(s)}$ . On suppose donc :

$$\rho^{(s)} = \rho_s^{(s)} \quad (1.60)$$

d'où

$$\dot{\rho}^{(s)} = r_s^{(s)} - r_{sa}^{(s)} \quad (1.61)$$

Le taux d'annihilation  $r_{sa}^{(s)}$  s'évalue à partir de considérations statistiques. L'expression suivante est obtenue :

$$r_{sa}^{(s)} = \frac{2y_c \rho^{(s)}}{b} |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad (1.62)$$

avec  $y_c$  un paramètre matériau contrôlant l'annihilation des dislocations stockées. Le taux de production des dislocations stockées est calculé en utilisant la notion de libre parcours moyen :

$$r_s^{(s)} = \frac{1}{b} \frac{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho^t}}{L} |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad (1.63)$$

avec  $L$  un paramètre matériau.

Finalement la loi d'évolution des densités de dislocations stockées s'écrit [EM79] :

$$\dot{\rho}^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho^t}}{L} - 2y_c \rho^{(s)} \right) |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad \text{avec} \quad \rho^{(s)}(\gamma^{(s)} = 0) = \rho^0 \quad (1.64)$$

où  $\rho^0$  est la densité de dislocations initiale.

Le tableau 1.2 regroupe l'ensemble des paramètres avec leurs significations respectives.

Paramètres	Signification
$n, K$	Paramètres de viscosité, respectivement sans unité et en (MPa.s <sup>1/n</sup> )
$\dot{\gamma}^0$	Vitesse de déformation initiale
$L$	Paramètre contrôlant la production des dislocations stockées
$y_c$	Paramètre contrôlant l'annihilation des dislocations stockées en (m)
$h^{t(s)}$	Matrice d'interactions
$b$	Vecteur de Burgers en (m)
$\tau^0$	Cission initiale sur le système de glissement (s) en (MPa)
$\rho^0$	Densité de dislocations initiale en (m <sup>-2</sup> )

TAB. 1.2 – Liste des paramètres de la loi cristalline physique

Ce modèle est valable pour les structures CFC. Cependant à l'instar de certains auteurs [Hoc99], il peut être appliqué aux structures CC lorsque la température est supérieure à la température de transition  $T_T$ . Seul le nombre de systèmes de glissement et les valeurs des paramètres sont différents. Le taux de déformation plastique dans le monocristal s'obtient à l'aide du tenseur d'orientation :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^g = \sum_s m^{g(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \quad (1.65)$$

### Modèle phénoménologique de Cailletaud [Cai92]

Comme pour les modèles phénoménologiques macroscopiques, ce modèle comporte des variables d'érouissage isotrope  $r^{(s)}$  et cinématique  $X^{(s)}$ , respectivement associées aux variables internes d'état  $\rho^{(s)}$  et  $\alpha^{(s)}$  relatives au système de glissement (s). Pour définir une loi de comportement phénoménologique viscoplastique, il est nécessaire d'introduire une énergie libre ( $\psi$ ), un potentiel de dissipation ( $\Phi$ ) et un potentiel visqueux ( $\Omega$ ). En choisissant une forme quadratique pour chacune des variables internes d'état pour la partie inélastique de l'énergie libre, on obtient en introduisant un couplage sur les variables isotropes :

$$\rho\psi(\alpha^{(s)}, \rho^{(s)}) = \frac{1}{2}c \sum_s (\alpha^{(s)})^2 + \frac{1}{2}Q \sum_t \sum_s h^{t(s)} \rho^t \rho^{(s)} \quad (1.66)$$

avec  $h^{t(s)}$  la matrice d'interaction semblable à celle utilisée dans le modèle physique.  $Q$  et  $c$  sont deux paramètres matériau à identifier à partir de résultats expérimentaux.

Les variables associées d'érouissages cinématique,  $X^{(s)}$ , et isotrope,  $r^{(s)}$ , sont obtenues par dérivation de l'énergie libre :

$$X^{(s)} = \rho \frac{\delta\psi}{\delta\alpha^{(s)}} = c\alpha^{(s)} \quad (1.67)$$

et

$$r^{(s)} = \rho \frac{\delta \psi}{\delta \rho^{(s)}} = Q \sum_t h^{t(s)} \rho^t \quad (1.68)$$

Le potentiel de dissipation utilisé est défini par :

$$\Phi(X^{(s)}, r^{(s)}) = \sum_s (f^{(s)} + \frac{d}{c} (X^{(s)})^2 + B r^{(s)} \rho^{(s)}) \dot{\nu}^{(s)} \quad (1.69)$$

où  $\dot{\nu}^{(s)}$  est la vitesse de glissement sur le système (s) et  $f^{(s)}$  est la surface de charge sur le système (s) :

$$f^{(s)} = |\tau^{(s)} - X^{(s)}| - r^{(s)} - \tau^0 \quad (1.70)$$

$\tau^0$  est la cission initiale commune à chaque système de glissement. La cission  $\tau^{(s)}$  est obtenue par la relation de Schmid (§1.4.2) :

$$\tau^{(s)} = \underline{\sigma}^g : \underline{m}_g^{(s)} \quad (1.71)$$

En appliquant la règle de normalité (modèle associé), on en déduit les lois d'évolution des variables internes d'état. La variable d'écrouissage cinématique est obtenue par dérivation du potentiel de dissipation par rapport à sa variable associée :

$$\dot{\alpha}^{(s)} = \frac{\delta \Phi}{\delta X^{(s)}} \dot{\nu}^{(s)} = \left( \text{sign}(\tau^{(s)} - X^{(s)}) - d\alpha^{(s)} \right) \dot{\nu}^{(s)} \quad (1.72)$$

de même pour la variable d'écrouissage isotrope :

$$\dot{\rho}^{(s)} = \frac{\delta \Phi}{\delta r^{(s)}} \dot{\nu}^{(s)} = (1 - b\rho^{(s)}) \dot{\nu}^{(s)} \quad (1.73)$$

Deux nouveaux paramètres matériau sont introduits,  $d$  et  $B$ , et doivent être identifiés.

La formulation viscoplastique est obtenue à partir du potentiel visqueux :

$$\Omega(f^{(s)}) = \sum_s \Omega_r(f^{(s)}) = \frac{K}{n+1} \sum \left\langle \frac{f^{(s)}}{K} \right\rangle^{n+1} \quad (1.74)$$

avec  $K$  et  $n$ , deux paramètres matériau permettant de rendre compte de la viscosité. Le taux de glissement sur le système de glissement (s) s'obtient par :

$$\dot{\nu}^{(s)} = \frac{\delta \Omega}{\delta f^{(s)}} = \left\langle \frac{f^{(s)}}{K} \right\rangle^n \quad (1.75)$$

Le taux de glissement plastique est obtenu par l'expression suivante :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \dot{\nu}^{(s)} \text{sign}(\tau^{(s)} - X^{(s)}) \quad (1.76)$$

Les crochets de Mac Cauley  $\langle \cdot \rangle$  signifient la partie positive à savoir :

- $\langle f \rangle = 0$  si  $f \leq 0$
- $\langle f \rangle = f$  si  $f > 0$

Comme pour le modèle physique, le taux de déformation plastique dans le monocristal s'obtient à l'aide du tenseur d'orientation :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^g = \sum_s m^{g(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \quad (1.77)$$

Ce modèle phénoménologique comporte sept paramètres et une matrice d'interaction dont le nombre de paramètres dépend de la structure cristallographique et des mécanismes d'interactions pris en compte. Le tableau 1.3 définit l'ensemble des paramètres du modèle phénoménologique et leurs significations.

Paramètre	Signification
$K, n$	Paramètres de viscosité, respectivement sans unité et en (MPa.s <sup>1/n</sup> )
$c$	1 <sup>er</sup> paramètre lié à l'érouissage cinématique en MPa
$d$	2 <sup>d</sup> paramètre lié à l'érouissage cinématique
$Q$	1 <sup>er</sup> paramètre lié à l'érouissage isotrope en MPa
$B$	2 <sup>d</sup> paramètre lié à l'érouissage isotrope
$\tau^0$	cission initiale sur le système de glissement (s) en MPa
$h^{t(s)}$	matrice d'interaction

TAB. 1.3 – Liste des paramètres de la loi cristalline phénoménologique

#### 1.4.5 Conclusion sur les deux modèles de comportement du monocristal

Les deux modèles précédemment décrits présentent de nombreuses analogies : utilisation d'un critère de plasticité et évolution des variables internes à l'aide d'une formulation en vitesse. Cependant, le modèle physique ne prend en compte qu'une seule variable interne (la densité de dislocations). Celle-ci s'apparente à la variable d'érouissage isotrope,  $r^{(s)}$ , définie dans le modèle phénoménologique. Le fait de ne pas avoir de variable d'érouissage cinématique dans le modèle physique ne permettra pas, par exemple, de bien rendre compte de l'effet Bauschinger pour le comportement du monocristal. Cependant, bien que la loi de comportement cristalline physique ne contienne pas de variable interne à caractère cinématique, l'érouissage cinématique pour le polycristal est pris en compte via la loi d'interaction [Pil90], [ALDS98] [AL04].

L'avantage du modèle physique repose sur l'introduction de paramètres matériau ayant un sens physique et donc pouvant être mesurés ou au moins estimés, tandis que dans le modèle phénoménologique, la plupart des paramètres matériau ont moins de sens physique. De ce fait, le modèle physique nous semble a priori plus prometteur. Son utilisation permettra d'en évaluer la pertinence du point de vue quantitatif.

## 1.5 Conclusions

Dans ce chapitre à caractère bibliographique, différents modèles polycristallins de la littérature ont été développés et chaque étape de leur mise en place a été décrite.

La première étape est celle du choix du volume élémentaire représentatif (VER) en termes de nombre de grains, morphologie des grains et distribution des orientations cristallographiques. Cette étape nécessite une caractérisation de la microstructure. Dans ce travail, afin de caractériser la microstructure de l'acier duplex, une analyse EBSD sera effectuée.

La seconde étape est la transition d'échelle. Du fait de la morphologie des matériaux polycristallins, le schéma d'homogénéisation autocohérent est classiquement utilisé pour les matériaux métalliques. Dans la suite de ce travail, l'objectif étant de décrire le comportement élastoplastique de l'acier inoxydable duplex pour des trajets de chargement complexes notamment biaxiaux non-proportionnels, les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (1.34) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (1.48) sont utilisées et comparées, ce qui permettra de faire un choix pour la suite du mémoire. La troisième étape est le choix d'un modèle de comportement du monocristal. Deux modèles ont été exposés, l'un dit physique car faisant intervenir la densité de dislocations comme variable interne, l'autre dit phénoménologique car utilisant la formulation thermodynamique des processus irréversibles. Souhaitant privilégier un modèle physiquement fondé, le modèle à base de densité de dislocations a retenu notre attention. On rappelle que l'écrouissage cinématique, lequel n'intervient pas explicitement dans le modèle physique, est pris en compte via la loi d'interaction.

## Chapitre 2

# Formulation du modèle polycristallin biphasé et validation expérimentale

### 2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle multi-échelles polycristallin en adéquation avec la microstructure biphasée du matériau étudié.

Plusieurs modèles ont été formulés pour rendre compte du comportement mécanique des matériaux polycristallins biphasés, parmi lesquels : Bugat et al. [Bug00] [BBA99] pour un acier inoxydable austéno-ferritique moulé, et Feaugas et al. [FPC97] pour un alliage de titane (Ti-6246). Le point commun de ces différents modèles est l'introduction d'une échelle d'hétérogénéité supplémentaire par rapport aux modèles présentés dans le premier chapitre. La notion de double localisation est alors introduite.

Du fait de son mode d'élaboration (fonderie), l'acier austéno-ferritique étudié par Bugat et al. possède une microstructure très particulière (Figure 2.1). A haute température, la solidification se fait en phase ferritique sous forme de grains dont la taille est centimétrique (première échelle). Puis a lieu la transformation ferrite  $\rightarrow$  austénite en phase solide. A l'intérieur des grains ferritiques, apparaissent alors des grains austénitiques de taille millimétrique (seconde échelle). Toutefois la transformation n'est pas totale, il reste de la ferrite à l'intérieur de ces grains austénitiques, sous forme de lattes ( $10 \mu m$ ) percolées (troisième échelle). Les deux phases sont en définitive bi-percolées. En termes de modélisation, pour la troisième échelle ( $10 \mu m$ ), une loi cristalline de type Cailletaud, incluant un écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique, est utilisée pour chaque phase, l'austénite et la ferrite respectivement de structures cristallographiques CFC et CC. Concernant la seconde échelle, de l'ordre du millimètre, un calcul par la méthodes des éléments finis est utilisé afin d'obtenir les champs mécaniques moyens du bicristal austéno-ferritique. L'intérêt de ce calcul par éléments finis est de bien rendre compte de la

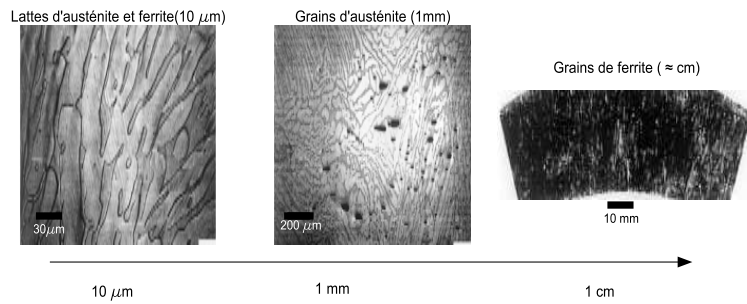


FIG. 2.1 – Les différentes échelles d'hétérogénéité d'un acier inoxydable austéno-ferritique CF8M (Bugat et al. [BBA99]).

morphologie des grains d'austénite et de ferrite et de la bi-percolation. Pour la première échelle, celle du poly-bicristal, dont l'ordre de grandeur est le centimètre, le comportement mécanique est obtenu en utilisant le schéma d'homogénéisation autocohérent et une loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin [Cai92] [Pil90].

Le second modèle proposé dans la littérature pour traiter le cas des matériaux polycristallins biphasés est celui développé par Feugas et al. [FPC97]. Comme dans le modèle précédent, les auteurs introduisent une échelle supplémentaire qu'ils nomment cellule. La figure 2.2 donne la description des différentes échelles de ce modèle. A l'échelle macroscopique, l'alliage Ti-6246 est

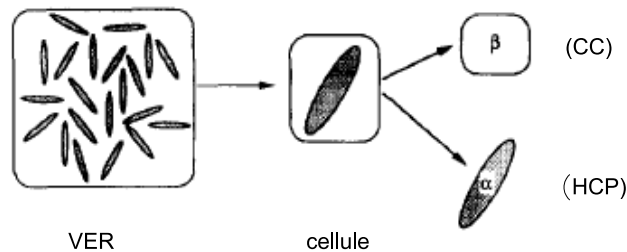


FIG. 2.2 – Architecture du modèle appliqué à l'alliage de Titane (Feugas et al. [FPC97])

décrit comme un ensemble de cellules. Chaque cellule est définie comme un monocristal  $\alpha$  de structure cristallographique HCP, entouré par la phase  $\beta$  de structure cristallographique CC. La phase  $\beta$  est décrite en utilisant un modèle élastoplastique reposant sur le critère de plasticité de von Mises et d'une variable d'écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick [AF66]. La phase  $\alpha$  est quant à elle décrite par une loi cristalline de type Cailletaud [Cai92]. L'orientation de chaque cellule est régie par l'orientation des grains  $\alpha$ . La transition d'échelle, d'une part entre l'agrégat biphasé et la cellule, et d'autre part entre la cellule et chaque phase,  $\alpha$  et  $\beta$ , est effectuée via deux schémas autocohérents utilisant chacun une loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin [Cai92] [Pil90]. Il est à noter que l'utilisation de cette loi d'interaction, du moins dans

le formalisme décrit dans le premier chapitre (§1.3.7), est limitée à des morphologies de grains sphériques, ce qui, au regard de la microstructure de l'alliage de titane, n'est pas le cas de la phase  $\alpha$ . Les auteurs ne tiennent donc pas compte de la morphologie des grains  $\alpha$ . Ce modèle a été utilisé notamment pour simuler des trajets de chargement biaxiaux non-proportionnels.

Dans ce chapitre, nous présentons une caractérisation expérimentale du matériau à l'échelle de la microstructure. La morphologie de chaque phase et des grains est analysée à partir d'observations au microscope optique et par la technique EBSD (Electron Back Scattering Diffraction). Le post-traitement de l'analyse EBSD permet de mesurer la taille des grains d'austénite et de ferrite et de caractériser la texture cristallographique de chacune des phases. Sur la base de cette caractérisation expérimentale, nous proposons un modèle en conformité avec la microstructure du matériau. Puis, les équations du modèle polycristallin biphasé sont présentées. Les paramètres matériau sont alors identifiés en utilisant des résultats de la littérature et une approche inverse. Le modèle est ensuite validé sur une large base d'essais incluant notamment des trajets de chargement biaxiaux (traction-compression/torsion) non-proportionnels et des surfaces de plasticité.

## 2.2 Caractérisation microstructurale de l'acier inoxydable duplex

### 2.2.1 L'acier inoxydable duplex étudié

Le matériau étudié est un acier inoxydable austéno-ferritique X2 Cr Ni Mo 25-07 allié à l'azote. Il a été fourni par Aubert et Duval sous forme de barre forgée de diamètre 72 mm. La composition chimique massique est donnée dans le tableau 2.1. Pendant le refroidissement

C	Cr	Ni	Mo	Mn	Si	N	Cu	P	S	Fe
0.024	24.68	6.54	2.84	0.79	0.62	0.17	0.07	0.021	<0.003	complément

TAB. 2.1 – Composition chimique en pourcentage massique de l'acier inoxydable austéno-ferritique étudié

à l'élaboration, le métal se solidifie en formant de la ferrite puis, à plus basse température, des îlots d'austénite apparaissent au sein de la ferrite. A température ambiante, l'acier est biphasé, formé d'environ 60% de ferrite et 40% d'austénite. Une bibliographie concernant la microstructure associée au mode d'élaboration des aciers austéno-ferritiques peut être trouvée chez Calonne [Cal01]. Après avoir été forgées, les barres ont subi un traitement thermique d'homogénéisation, ou hypertrempe, qui consiste en un maintien à 1060°C pendant une heure, suivi d'un refroidissement à l'eau. L'hypertrempe permet de remettre tous les éléments d'addition en solution solide, de manière à éviter les phases intermétalliques et les précipités.



### 2.2.2 Observations au microscope optique

La morphologie et la répartition de chacune des deux phases ont été observées au microscope optique, dans une section parallèle (sens longitudinal) et dans une section perpendiculaire à l'axe de la barre (sens transversal).

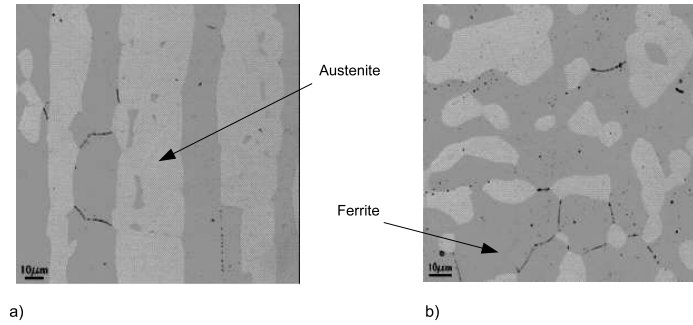


FIG. 2.3 – Microstructure de l'acier inoxydable austéno-ferritique étudié obtenue au microscope optique ; a) sens longitudinal, b) sens transversale.

Dans le sens longitudinal (Figure 2.3-a), des îlots d'austénite dans une matrice ferritique sont observés. Ces îlots sont orientés dans le sens de la barre. Dans le sens transversal, les îlots d'austénite sont quasiment équiaxes dans une matrice ferritique (Figure 2.3-b).

La répartition des deux phases laisse présumer une isotropie transverse du comportement mécanique. Afin d'évaluer l'influence de la morphologie microstructurale sur le comportement mécanique macroscopique (et en particulier de l'isotropie de la réponse mécanique), des essais de traction monotone et de traction-compression ont été menés dans les deux sens, longitudinal et transversal (§2.2.4).

### 2.2.3 Analyse EBSD

L'analyse EBSD<sup>6</sup> permet d'obtenir la forme de grains, leur répartition au sein du matériau et leur orientation cristallographique. Deux analyses EBSD ont été effectuées respectivement dans les sens longitudinal et transversal. Pour cela, le matériau a été poli (polissage mécanique) puis attaqué chimiquement. Une zone de  $1100 \times 600 \mu\text{m}^2$  a été analysée dans le sens longitudinal et de  $1000 \times 1000 \mu\text{m}^2$  dans le sens transversal. Le pas d'analyse était de  $0.5 \mu\text{m}$ . Le dépouillement de l'analyse a été effectué à l'aide du logiciel OIM.

Les figures 2.4-a-b donnent les répartitions dans le sens longitudinal des grains d'austénite et de ferrite respectivement et les figures 2.5-a-b dans le sens transversal.

Les modèles polycristallins considèrent que l'échelle d'hétérogénéité est le grain. Nous observons que les grains d'austénite et de ferrite sont à la même échelle, c'est-à-dire qu'un grain d'austénite

<sup>6</sup>Les analyses EBSD ont été effectuées au MSSMAT

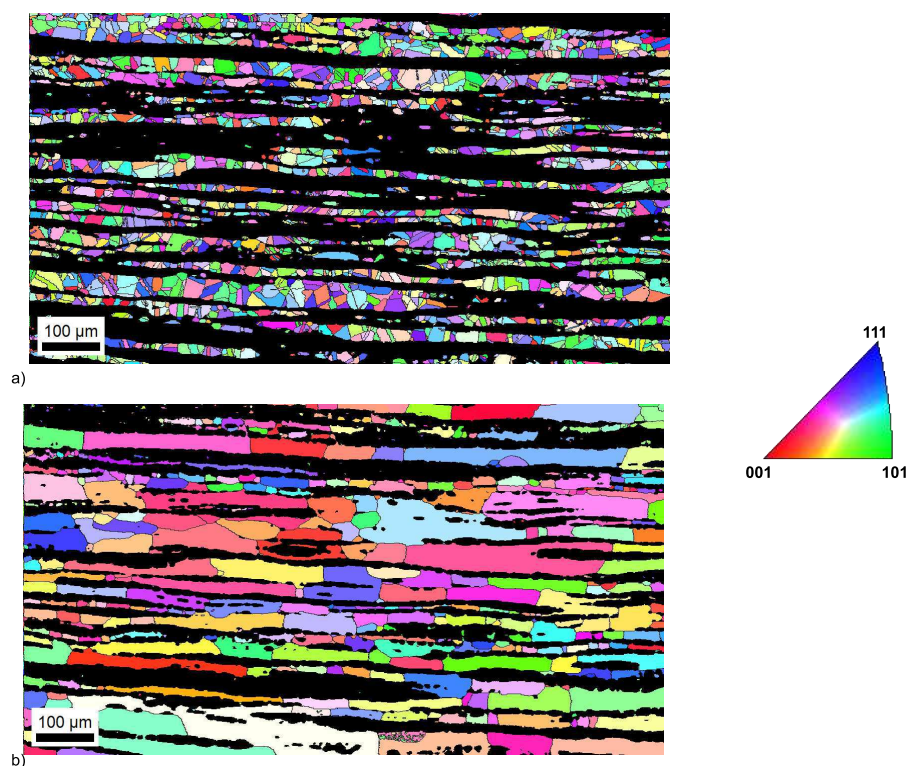


FIG. 2.4 – Analyse EBSD effectuée sur l'acier duplex étudié dans le sens longitudinal : a) grains d'austénite en couleurs et de ferrite en noir, b) grains de ferrite en couleurs et d'austénite en noir.

ou de ferrite peut être au contact aussi bien d'un grain de ferrite que d'un grain d'austénite. Par conséquent, à la différence des modèles développés par Bugat et al. et Feaugas et al., l'introduction d'une échelle d'hétérogénéité supplémentaire ne se justifie pas pour l'acier duplex forgé étudié. Aussi, nous ne séparons pas les échelles des grains des deux phases.

La morphologie des grains d'austénite est à peu près équiaxe (Figure 2.4-a et Figure 2.5-a). Les figures 2.4-b et 2.5-b montrent en revanche que les grains de ferrite sont très allongés parallèlement à l'axe de la barre. Le logiciel OIM donne la distribution des tailles des grains austénitiques et ferritiques. La taille moyenne des grains austénitiques est d'environ  $10\ \mu\text{m}$ . La taille des grains de ferrite est quant à elle, d'environ  $30\ \mu\text{m}$  dans le sens longitudinal et de  $10\ \mu\text{m}$  dans le sens transversal.

Enfin, les figures 2.6-a-b donnent les figures de pôles des phases austénitique et ferritique respectivement, relativement au sens longitudinal. La phase austénitique n'est pas texturée, alors que la phase ferritique l'est très légèrement. Les mêmes observations sont faites dans le sens transversal. Du fait que la texture mesurée par EBSD reste une mesure locale, des analyses de texture complémentaires par diffraction des RX, méthode globale, ont été effectuées au CEA de Saclay. Les résultats coïncident avec ceux obtenus par EBSD : l'austénite n'est pas texturée, la

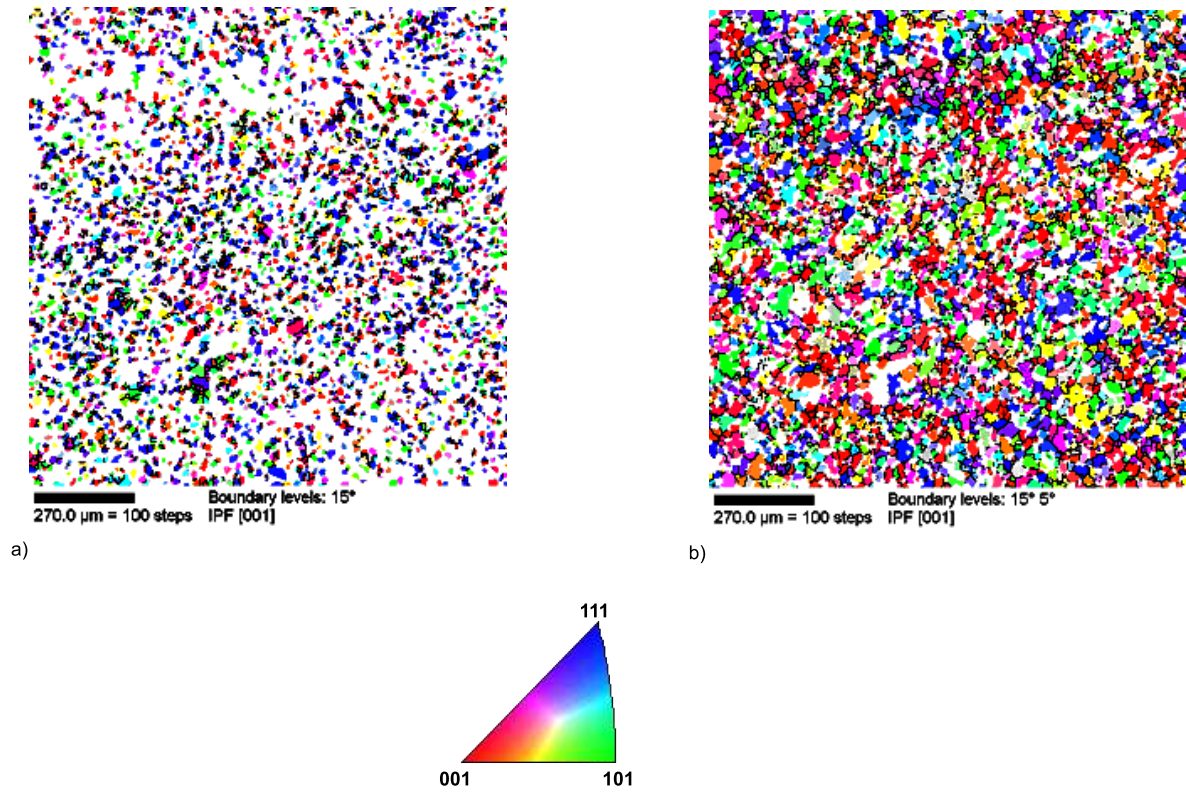


FIG. 2.5 – Analyse EBSD effectuée sur l’acier duplex étudié dans le sens transversal : a) grains d’austénite en couleurs et de ferrite en blanc, b) grains de ferrite en couleurs et d’austénite en blanc.

ferrite l’est très légèrement [EB07].

#### 2.2.4 Influence de la microstructure sur la réponse mécanique macroscopique

Dans les paragraphes précédents (§2.2.2 et §2.2.3), nous avons observé d’une part une morphologie microstructurale bien marquée dans le sens longitudinal et d’autre part que la ferrite était légèrement texturée. Afin de savoir si ces caractéristiques ont une influence sur le comportement mécanique macroscopique du matériau, des essais mécaniques ont été effectués sur des éprouvettes prélevés dans le sens longitudinal et transversal de la barre. Le protocole expérimental est donné en annexe B. Les éprouvettes longitudinales sont des éprouvettes cylindriques. Les éprouvettes transversales sont plates afin de faciliter l’usinage.

Deux essais ont été effectués sur chaque type d’éprouvettes (longitudinales et transversales). Le premier essai est un essai de traction monotone pilotée en déformation jusqu’à 3% de déformation totale, et le deuxième essai est la première boucle d’hystérésis de traction-compression pilotée en déformation totale à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ . Les essais ont été effectués à température ambiante et à vitesse de déformation constante de  $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ .

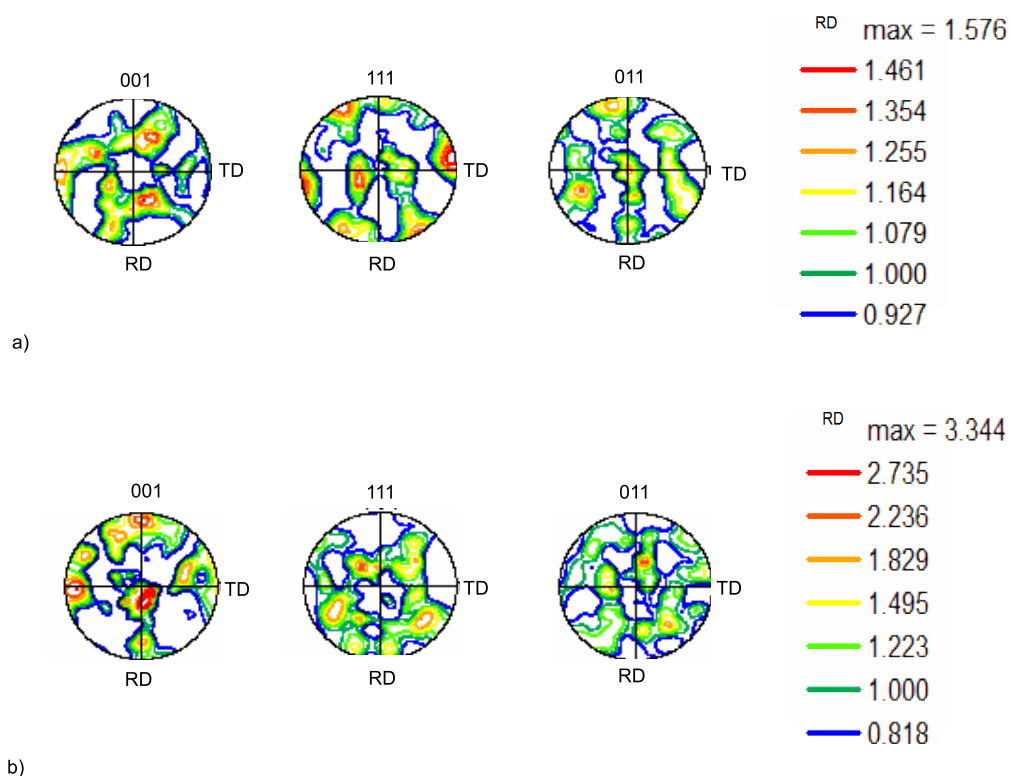


FIG. 2.6 – Figures de pôles relativement à la section longitudinal : a) phase austénitique b) phase ferritique.

Les courbes contrainte-déformation obtenues sont données sur la figure 2.7 pour les essais de traction monotone et figure 2.8 pour les premières boucles d'hystérésis en traction-compression.

Pour chaque cas de chargement, les deux essais effectués dans chacun des deux sens (longitudinal et transversal) donnent des réponses quasi identiques. Le matériau étudié peut donc être considéré comme initialement isotrope. Ce résultat confirme les résultats de Aubin [AQD02] par mesure de surface de plasticité initiale pour un offset de 0.02%, dans le plan des contraintes  $(\Sigma_{11}, \sqrt{3}\Sigma_{12})$ . Aussi, bien que la microstructure du matériau présente une morphologie microstructurale bien marquée (phases allongées) et que la phase ferritique soit légèrement texturée, l'acier duplex de l'étude peut être considéré comme initialement isotrope.

## 2.3 Modélisation micromécanique de l'acier inoxydable austéno-ferritique

Dans la suite, l'hypothèse des petites perturbations (HPP) est adoptée par conséquent, la texture cristallographique est supposée ne pas évoluer au cours du chargement.

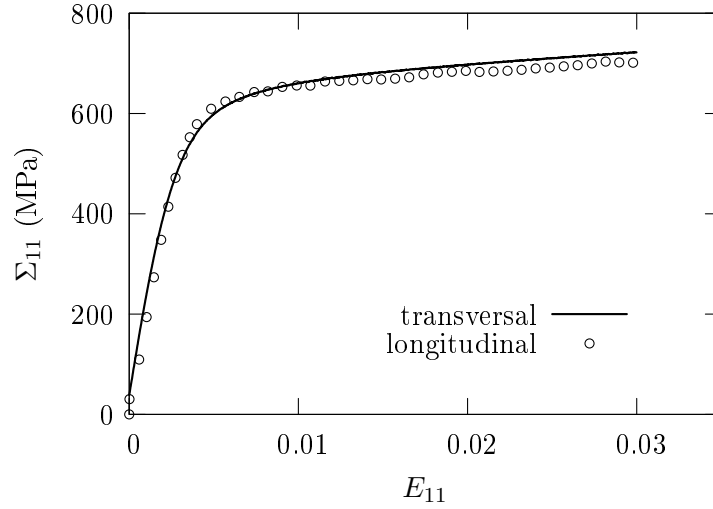


FIG. 2.7 – Courbes contrainte-déformation pour un essai de traction monotone jusqu'à 3% dans les sens longitudinal et transversal ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ).

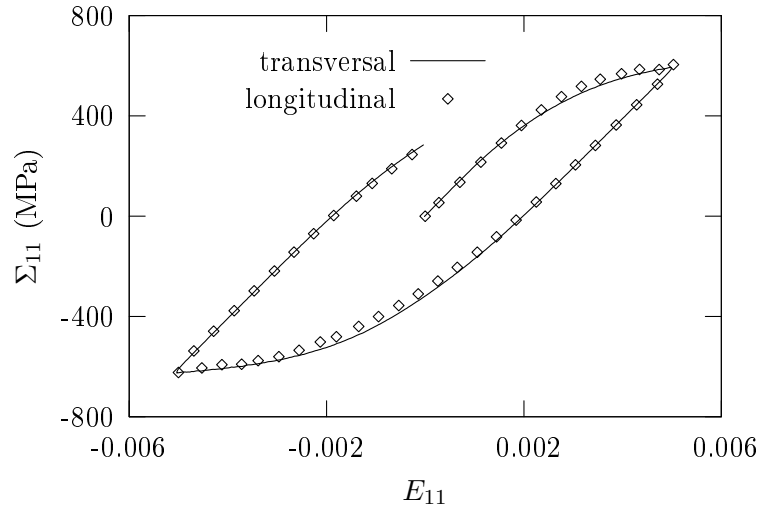


FIG. 2.8 – Courbes contrainte-déformation pour la première boucle d'hystérésis en traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale dans les sens longitudinal et transversal ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ).

### 2.3.1 Schéma d'homogénéisation

Comme il a été mentionné dans le premier chapitre (§1.3.3), du fait de la morphologie granulaire des matériaux polycristallins, à savoir qu'aucun grain ne joue un rôle plus particulier qu'un autre, le schéma d'homogénéisation autocohérent est le plus adapté pour rendre compte du comportement macroscopique de cette classe de matériaux.

Concernant l'acier inoxydable duplex étudié ici, nous avons observé que les grains austénitiques et ferritiques sont à la même échelle (pas de séparation d'échelle). Par conséquent, aucune échelle d'hétérogénéité supplémentaire n'est à introduire. Un schéma autocohérent à une échelle est donc retenu. Chaque grain, austénitique ( $\gamma$ ) ou ferritique ( $\alpha$ ), est supposé plongé dans un milieu homogène équivalent représentant le comportement homogénéisé de l'agrégat austéno-ferritique, désigné par MHE biphasé (Figure 2.9). Le comportement du MHE biphasé est l'inconnue du problème.

Il reste maintenant à définir le nombre de grains et la distribution des orientations cristallogra-

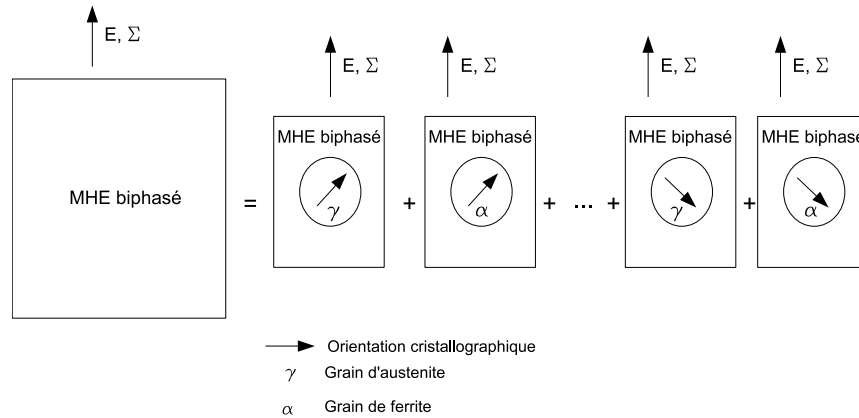


FIG. 2.9 – Schéma autocohérent appliqué à l'acier inoxydable austéno-ferritique étudié.

phiques en mesure de représenter la microstructure. La phase austénitique n'étant pas texturée, une distribution isotrope des orientations cristallographiques est choisie. La phase ferritique, quant à elle, n'est que très légèrement texturée, mais comme expérimentalement constaté cela n'a que peu d'influence sur le comportement mécanique global, qui peut être considéré comme initialement isotrope. Aussi, la même distribution isotrope d'orientations cristallographiques est adoptée pour cette phase. Ceci nous permet de faire le choix d'une distribution d'orientation minimale de 40 grains pour chacune des deux phases (§1.2.2).

### 2.3.2 Formulation des lois d'interaction

Deux lois d'interaction sont retenues dans cette étude, celle de Cailletaud-Pilvin [Pil90] [Cai92] et celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni [ALDS02], du fait qu'elles ont montré leurs capacités à prédire le comportement mécanique des polycristaux monophasés soumis à des trajets de chargement complexes. Dans ces lois d'interaction, intervient notamment le tenseur d'Eshelby (§1.3) qui dépend de la forme des grains, de leur orientation et du comportement de la matrice, c'est-à-dire du MHE biphasé.

L'analyse EBSD nous a montré que les grains d'austénite sont équiaxes. Ils peuvent donc être modélisés par des sphères. Les grains de ferrite sont allongés dans le sens longitudinal, mais le rapport de forme est assez faible ( $\cong 3$ ). Mais, par souci de simplicité, nous les considérerons comme sphériques également.

Les essais mécaniques (§2.2.4) ont montré que le matériau pouvait être considéré comme initialement isotrope. Un comportement isotrope est alors choisi pour le MHE biphasé.

En conséquence, une forme simple du tenseur d'Eshelby peut être utilisée (grains sphériques et comportement isotrope du MHE biphasé). Ainsi, des lois d'interaction semblables à celles introduites dans le premier chapitre (§1.3) sont utilisées. Cependant, afin de différencier les interactions des grains d'austénite et de ferrite avec le MHE biphasé, deux lois d'interaction sont utilisées.

La loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin (§1.3.4.0), appelée par la suite CP, considère l'élasticité homogène, aussi nous obtenons pour chaque phase (indice  $i$  avec  $i = \gamma$  pour l'austénite et  $i = \alpha$  pour la ferrite), les lois d'interaction :

$$\underline{\sigma}_i^g = \underline{\Sigma} + \mu(\underline{B} - \underline{\beta}_i^g) \quad (2.1)$$

L'exposant  $g$  désigne le numéro du grain. La loi d'évolution de la variable  $\underline{\beta}_i^g$  est donnée par :

$$\dot{\underline{\beta}}_i^g = \underline{\dot{\varepsilon}}_i^{pg} - D_i(\underline{\beta}_i^g - \delta_i \underline{\varepsilon}_i^{pg}) \|\underline{\dot{\varepsilon}}_i^{pg}\| \quad (2.2)$$

où  $D_i$  et  $\delta_i$  sont deux paramètres à identifier pour l'austénite et la ferrite respectivement.

La variable  $\underline{B}$ , qui pour un matériau polycristallin monophasé s'exprime par :

$$\underline{B} = \sum_g^{N^g} f^g \underline{\beta}^g \quad (2.3)$$

est modifiée afin de prendre en compte le caractère biphasé du matériau :

$$\underline{B} = f_a \sum_g^{N^g=40} f^g \underline{\beta}_a^g + f_f \sum_g^{N^g=40} f^g \underline{\beta}_f^g \quad (2.4)$$

où  $f^g$ ,  $f_a$ ,  $f_f$  et  $N^g$  sont respectivement les fractions volumiques d'un grain dans la phase, de la phase austénitique, de la phase ferritique et le nombre de grains de chaque phase.

La loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (§1.48), appelée par la suite ADS, est implantée également, du fait qu'elle présente l'avantage de lever l'hypothèse sur l'homogénéité du comportement élastique. Nous obtenons pour chaque phase :

$$2A_i(\dot{\underline{\sigma}}_i^g + \dot{\underline{\Sigma}}) + B_i \text{tr}(\dot{\underline{\sigma}}_i^g + \dot{\underline{\Sigma}}) \underline{I} - \alpha_i(\underline{\dot{\varepsilon}}_i^g + \underline{\dot{S}}) = (\underline{\dot{\varepsilon}}_i^g - \underline{\dot{E}}) \quad (2.5)$$

avec

$$A_i = \frac{-(8\mu_i + 3\lambda_i)}{2\mu_i(14\mu_i + 9\lambda_i)} \quad \text{et} \quad B_i = \frac{(6\mu_i + \lambda_i)(3\lambda_i + 8\mu_i)}{\mu_i(448\mu_i^2 + 456\mu_i\lambda_i + 108\lambda_i^2)} \quad (2.6)$$

où  $\mu_i$  et  $\lambda_i$  sont les modules d'élasticité ou modules de Lamé pour chacune des phases et  $\alpha_i$  un paramètre matériau à identifier pour chacune des phases.

### 2.3.3 Lois de comportement cristallines

Du fait de la présence des deux phases, CFC pour l'austénite et CC pour la ferrite, deux lois de comportement cristallines physique (§1.4.5) sont utilisées. Bien que la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin ait déjà été utilisée avec ce type de loi de comportement cristalline, par exemple Hoc et al. [HF01] pour un acier monophasé IF-TI de structure cristallographique CC, l'utilisation de la loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni utilisant une loi de comportement cristalline physique représente une originalité du présent travail.

Le même formalisme mathématique est utilisé pour décrire les comportements mécaniques des grains austénitiques et ferritiques. Ceci se justifie par le fait qu'à température ambiante les matériaux CFC et CC ont un comportement similaire (§1.4.4.0). Les seules différences résident d'une part dans la nature des systèmes de glissement : 12 systèmes de glissement  $\{111\} \langle 110 \rangle$  pour l'austénite et potentiellement 24 systèmes de glissement  $\{110\} \{112\} \langle 111 \rangle$  pour la ferrite, et d'autre part dans les valeurs des paramètres matériau. Par conséquent, la loi cristalline est développée une seule fois avec l'indice (i) qui renvoie soit à la phase austénitique soit à la phase ferritique. Enfin, nous supposons que les paramètres matériau sont les mêmes pour tous les grains d'austénite et les mêmes pour tous les grains de ferrite. Ainsi, deux jeux de paramètres sont définis.

La cission,  $\tau_i^{(s)}$  sur le système (s), est donnée par l'expression :

$$\tau_i^{(s)} = \underline{\sigma}_i^g : \underline{m}_i^{g(s)} \quad \text{avec} \quad \underline{m}_i^{g(s)} = \frac{1}{2} \left( \vec{n}_i^{(s)} \otimes \vec{b}_i^{(s)} + \vec{b}_i^{(s)} \otimes \vec{n}_i^{(s)} \right) \quad (2.7)$$

$\vec{n}_i^{(s)}$  et  $\vec{b}_i^{(s)}$  définissent respectivement la normale et la direction du glissement.

Le taux de glissement sur le système (s) est obtenu via une loi viscoplastique non linéaire à seuil :

$$\dot{\gamma}_i^{(s)} = \left( \frac{|\tau_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}}{K_i} \right)^{n_i} \text{sign}(\tau_i^{(s)}) \quad \text{si} \quad |\tau_i^{(s)}| \geq \tau_{\mu i}^{(s)}, \quad \dot{\gamma}_i^{(s)} = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.8)$$

$K_i$  et  $n_i$  sont deux paramètres permettant de rendre compte de la viscosité du matériau.  $\tau_{\mu i}^{(s)}$  est la cission critique. Le modèle de durcissement par les "arbres de la forêt" est utilisé pour calculer cette cission critique [FZ82] :

$$\tau_{\mu i}^{(s)} = \tau_i^0 + \mu b_i \sqrt{\sum_t h_i^{t(s)} \rho_i^t} \quad (2.9)$$



avec  $\tau_i^0$ ,  $\mu$ ,  $b_i$  et  $\rho_i^t$  respectivement la cission initiale commune à tous les systèmes de glissement, le module d'élasticité en cisaillement, le vecteur de Burgers et la densité de dislocations stockées. La matrice  $h^{t(s)}$  est une matrice  $12 \times 12$  pour les grains austénitiques et  $24 \times 24$  pour les grains ferritiques, régissant les interactions entre systèmes de glissement. Dans ce travail, une forme simple de cette matrice est utilisée, ne faisant intervenir qu'un seul paramètre,  $h_i$ , à identifier pour chaque phase. La matrice d'interaction est alors définie par :

$$h^{t(s)} = \begin{cases} 1 & \text{si } t = s \\ h_i & \text{si } t \neq s \end{cases} \quad (2.10)$$

L'évolution de la densité de dislocations sur le système de glissement (s) est donnée par l'expression :

$$\dot{\rho}_i^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{1}{\Xi_i^{(s)}} - 2y_{ci}\rho_i^{(s)} \right) |\dot{\gamma}_i^{(s)}| \quad \text{avec} \quad \rho_i^{(s)}(\gamma_i^{(s)} = 0) = \rho_i^0 \quad (2.11)$$

où  $y_{ci}$  est homogène à une distance et représente la distance d'annihilation des dipôles de dislocations.  $\Xi_i^{(s)}$  est le libre parcours moyen sur chaque système (s) :

$$\Xi_i^{(s)} = \frac{L_i}{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho_i^t}} \quad (2.12)$$

$L_i$  est un paramètre matériau contrôlant la production des dislocation sur le système (s).

Finalement, le taux de déformation plastique dans le grain,  $\dot{\underline{\epsilon}}_i^{pg}$ , est obtenu par :

$$\dot{\underline{\epsilon}}_i^{pg} = \sum_s \underline{m}_i^{g(s)} \dot{\gamma}_i^{(s)} \quad (2.13)$$

### 2.3.4 Processus d'homogénéisation

Par rapport à un matériau polycristallin monophasé, l'homogénéisation dans le cas d'un matériau biphasé diffère quelque peu, du fait qu'il faut prendre en compte le comportement de chacune des deux phases.

Dans le cas de l'utilisation de la **loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin**, la méthode mise en oeuvre est décrite ci-dessous.

Tout d'abord, le taux de déformation plastique dans chaque phase est obtenu à l'aide de la règle de moyenne. Le taux de déformation plastique pour l'austénite s'écrit :

$$\dot{\underline{E}}_a^p = \sum_{g=1}^{N^g=40} f^g \dot{\underline{\epsilon}}_a^{pg} \quad (2.14)$$

et pour la ferrite :

$$\dot{\underline{E}}_f^p = \sum_{g=1}^{N^g=40} f^g \dot{\underline{\epsilon}}_f^{pg} \quad (2.15)$$

Le taux de déformation plastique du MHE biphasé est calculé par règle de moyenne également :

$$\underline{\dot{E}}^p = f_a \underline{\dot{E}}_a^p + f_f \underline{\dot{E}}_f^p \quad (2.16)$$

Finalement le taux de déformation totale est obtenu en additionnant le taux de déformation plastique et le taux de déformation élastique macroscopiques :

$$\underline{\dot{E}} = \underline{\dot{E}}^e + \underline{\dot{E}}^p \quad (2.17)$$

Comme nous l'avons montré dans le paragraphe §2.2.4, à l'échelle macroscopique, le matériau peut être considéré comme élastiquement isotrope. Ainsi, la déformation élastique macroscopique est calculée par la loi de Hooke pour un milieu isotrope :

$$\underline{E}^e = \frac{\underline{\Sigma}}{2\mu} - \frac{\lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} tr(\underline{\Sigma}) \underline{I} \quad (2.18)$$

Dans le cas de la **loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni**, l'élasticité n'étant plus supposée homogène, l'homogénéisation porte sur le taux de déformation totale du grain qui s'obtient par :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_i^g = \underline{\dot{\epsilon}}_i^{eg} + \underline{\dot{\epsilon}}_i^{pg} \quad (2.19)$$

avec  $\underline{\dot{\epsilon}}_i^{eg}$  le taux de déformation élastique du grain calculé par la loi de Hooke pour un milieu élastiquement isotrope :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_i^e = \frac{\underline{\dot{\sigma}}_i^g}{2\mu_i} - \frac{\lambda_i}{2\mu_i(2\mu_i + 3\lambda_i)} tr(\underline{\dot{\sigma}}_i^g) \underline{I} \quad (2.20)$$

L'élasticité est ainsi définie pour chacune des deux phases par les deux coefficients de Lamé  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ . Puis, en utilisant la règle de moyenne, le taux de déformation totale macroscopique est donné par :

$$\underline{\dot{E}} = f_a \sum_{g=1}^{N^g=40} f^g (\underline{\dot{\epsilon}}_a^e + \underline{\dot{\epsilon}}_a^{pg}) + f_f \sum_{g=1}^{N^g=40} f^g (\underline{\dot{\epsilon}}_f^e + \underline{\dot{\epsilon}}_f^{pg}) \quad (2.21)$$

## 2.4 Identification des paramètres matériau

Dans le paragraphe précédent, les équations du modèle polycristallin biphasé utilisant les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni ont été exposées. Un certain nombre de paramètres matériau sont à identifier pour chacune des phases, austénitique et ferritique, à savoir :

- **module d'élasticité**. Modèle utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin : deux modules d'élasticité,  $\lambda$  et  $\mu$ . Modèle utilisant la loi d'interaction d'Abdul-latif-Dingli-Saanouni : quatre modules d'élasticité, c'est à dire deux paramètres pour chaque phase,  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ ,

- **loi cristalline** : huit paramètres matériau pour le comportement des grains austénitiques et huit pour le comportement des grains ferritiques, soit  $b_i$ ,  $\rho_i$ ,  $K_i$ ,  $n_i$ ,  $L_i$ ,  $\tau_i^0$ ,  $h_i$ ,  $y_{ci}$ ,
- **loi d'interaction**. Loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin : deux paramètres pour chacune des deux phases,  $D_i$  et  $\delta_i$ . Loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni : un paramètre pour chaque phase,  $\alpha_i$ .

Dans la suite, le protocole d'identification des paramètres matériau est exposé selon l'ordre suivant : modules d'élasticité, paramètres de la loi cristalline et paramètres des lois d'interaction.

### 2.4.1 Paramètres d'élasticité

Concernant le modèle de Cailletaud-Pilvin, les paramètres d'élasticité,  $\lambda$  et  $\mu$ , sont déterminés à partir de la courbe expérimentale de traction monotone. Le module d'Young mesuré est :  $E = 190\,000$  MPa. En utilisant les formules classiques de l'élasticité linéaire,  $\lambda$  et  $\mu$  sont respectivement égaux à  $\lambda = 109\,615$  MPa et  $\mu = 73\,076$  MPa pour un coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$  (mesuré par Aubin [Aub01]).

Concernant le modèle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni, les paramètres d'élasticité doivent être définis pour chacune des deux phases. Des mesures de nano-indentation ont été effectuées au CEA par Jaupitre et al. [JDK<sup>+</sup>05]. Le module d'Young moyen mesuré pour la ferrite est égal à  $E = 196\,850$  MPa. Celui mesuré pour l'austénite est égal à  $E = 179\,350$  MPa. Le coefficient de Poisson pour chaque phase est pris égal à  $\nu = 0.3$  comme précédemment. En utilisant les formules classiques de l'élasticité linéaire, nous obtenons : pour l'austénite  $\lambda_a = 103\,480$  MPa,  $\mu_a = 69\,000$  MPa et pour la ferrite  $\lambda_f = 113\,570$  MPa,  $\mu_f = 75\,700$  MPa. Le tableau 2.2 regroupe l'ensemble des paramètres d'élasticité.

Cailletaud-Pilvin	Abdul-Latif-Dingli-Saanouni	
$\lambda = 109\,615$ MPa	$\lambda_a = 103\,480$ MPa	$\lambda_f = 113\,570$ MPa
$\mu = 73\,076$ MPa	$\mu_a = 69\,000$ MPa	$\mu_f = 75\,700$ MPa

TAB. 2.2 – Paramètres d'élasticité pour les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni.

### 2.4.2 Paramètres des lois de comportement cristallines

La loi de comportement cristalline fait intervenir huit paramètres pour la phase austénitique et huit pour la phase ferritique.

La plupart de ces paramètres sont déterminés à partir d'une étude bibliographique. Les vecteurs de Burgers pour les deux phases sont :  $b_a = 3.16 \cdot 10^{-10}$  m et  $b_f = 2.5 \cdot 10^{-10}$  m. Du fait du mode d'élaboration du matériau (forgeage), la densité initiale de dislocations pour chaque phase est

prise égale à  $\rho_i^0 = 10^{12} \text{m}^{-2}$  [FPZ91]. Cailletaud et al. [CDP91] ont proposé comme paramètres de viscosité pour un acier austénitique faiblement visqueux les valeurs :  $K = 20 \text{MPa.s}^{1/n}$  et  $n = 10$ . Bugat [Bug00] a utilisé ces mêmes valeurs pour chacune des phases de l'acier inoxydable austéno-ferritique moulé qu'il a étudié. Notre matériau étant faiblement visqueux, ces mêmes valeurs sont utilisées pour chaque phase. Concernant les paramètres contrôlant la production des dislocations,  $L_a$  et  $L_f$  pour l'austénite et la ferrite respectivement, ils sont calculés à partir des formules données par Rauch et al. [RT93] :

$$d_a = \frac{L_a}{\sqrt{11\rho_a^0}} \quad \text{et} \quad d_f = \frac{L_f}{\sqrt{23\rho_f^0}} \quad (2.22)$$

avec  $d_a = 10 \mu\text{m}$  et  $d_f = 30 \mu\text{m}$ , les tailles des grains austénitiques et ferritiques respectivement. Le tableau 2.3 donne l'ensemble des paramètres des lois de comportement cristallines déterminés à partir de la littérature.

Paramètres	$b$ (m)	$\rho^0$ ( $\text{m}^{-2}$ )	$K$ ( $\text{MPa.s}^{1/n}$ )	$n$	$L$
Austénite	$3.16.10^{-10}$	$10^{12}$	20	10	33
Ferrite	$2.5.10^{-10}$	$10^{12}$	20	10	143

TAB. 2.3 – Paramètres matériau de la loi cristalline, déterminés à partir de la littérature.

Les autres paramètres,  $\tau_i^0$ ,  $h_i$ ,  $y_{ci}$ , sont identifiés par approche inverse en utilisant le logiciel d'optimisation SiDoLo [SiD95], lequel utilise un algorithme de minimisation de type Levenberg-Marquardt. La méthode de minimisation consiste en une comparaison quantitative entre résultats expérimentaux et simulation numérique. Une fonctionnelle coût est formulée :

$$L(A) = \sum_{j \in E} \left\{ \int_{t \in I_j} |Z_j^{exp}(t) - Z_j^{sim}(A, t)| dt \right\} \quad (2.23)$$

Il convient alors de déterminer le jeu de coefficients  $A$  qui minimise cette fonctionnelle ( $Z^{exp}$  et  $Z^{sim}$  sont respectivement les résultats expérimentaux et simulés).

Une courbe expérimentale de traction monotone, obtenue sur l'acier duplex de l'étude dans le sens longitudinal, est utilisée pour l'identification. Le chargement étant radial et monotone, la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui<sup>7</sup> est utilisée du fait qu'elle ne fait pas intervenir de paramètre matériau supplémentaire.

Les paramètres sont bornés lors du processus d'identification, afin qu'ils gardent une signification

<sup>7</sup>La loi d'interaction de Berveiller-Zaoui appliquée à l'acier duplex s'écrit, pour chaque phase :

$$\underline{\sigma}_i^g = \underline{\Sigma} + \mu \alpha (\underline{E}^p - \underline{\varepsilon}_i^{pg}) \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{3}{2} \mu \frac{\|\underline{E}^p\|}{J_2(\underline{\Sigma})} \quad (2.24)$$

où  $\|\underline{E}^p\| = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{E}^p : \underline{E}^p}$  et  $\alpha$  est un facteur d'accommodation plastique. Le processus d'homogénéisation est similaire à celui utilisé pour le modèle utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin.

physique après identification. Les cisssions initiales pour chacune des phases sont bornées en accord avec les résultats de Basinski et al. [BC04] et Dakhlaoui [DBB<sup>+</sup>06] :  $70 \text{ MPa} < \tau_a^0 < 120 \text{ MPa}$  et  $180 \text{ MPa} < \tau_f^0 < 250 \text{ MPa}$ . Les bornes des paramètres de la matrice d'interaction,  $h_i$ , sont obtenues à partir de résultats issus de la dynamique des dislocations discrètes (Madec [Mad01], Devincere et al. [DHK05]) : une borne supérieure  $h_i < 1$  est retenue pour chaque phase. Par ailleurs, des résultats expérimentaux obtenus sur des aciers austénitiques ou ferritiques (Figure 2.12) ont montré que le taux d'érouissage est sensiblement plus élevé dans les aciers austénitiques que dans les aciers ferritiques (Nyström et al. [NK94]). Ainsi, l'inégalité suivante est imposée :  $h_f < h_a$ . Enfin, une borne supérieure pour les paramètres liés à la distance d'annihilation des dipôles de dislocations est considérée, à partir des travaux de Tabourot et al. [TFR97] pour un acier de structure CFC, et de ceux de Hoc et al. [HF01] pour un acier de structure CC :  $y_{ci} < 20 \text{ nm}$ .

Les résultats de l'identification sont consignés dans le tableau 2.4. La figure 2.10 compare le

Paramètres	$\tau^0$ (MPa)	$h$	$y_c$ (nm)
Austénite	100	0.6	3.2
Ferrite	214	0.5	2

TAB. 2.4 – Paramètres des lois de comportement cristallines identifiées à l'aide du logiciel SiDoLo.

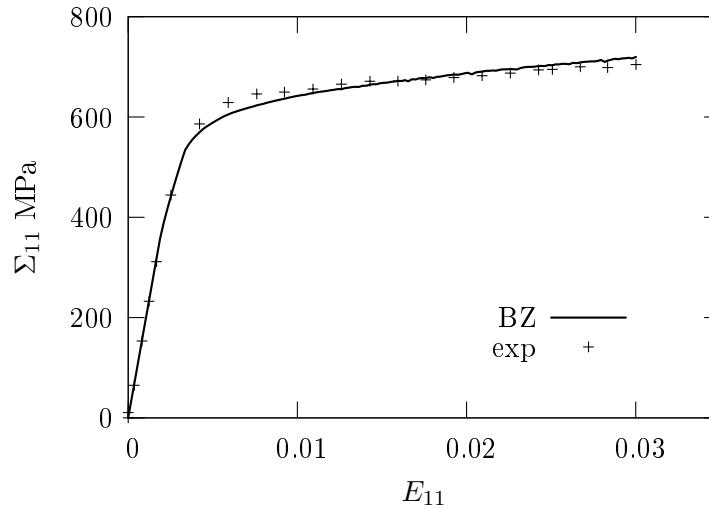


FIG. 2.10 – Courbes de traction monotone ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). Comparaison entre courbe expérimentale et simulation par la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui (BZ).

résultat de la simulation au résultat expérimental de traction monotone. Les parties élastique et plastique (notamment l'érouissage) sont correctement décrites par le modèle polycristallin

biphasé utilisant la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui.

Par ailleurs, les simulations du comportement de polycristaux purement austénitique ( $f_f = 0$ ) et purement ferritique ( $f_a = 0$ ) sont tracées figure 2.11. La position relative (limite d'élasticité plus élevée pour la ferrite que pour l'austénite) et la forme de chacune des courbes (taux d'érouissage plus élevé pour l'austénite que pour la ferrite) sont en accord avec les résultats expérimentaux obtenus par Nyström et al. [NK94] (Figure 2.12).

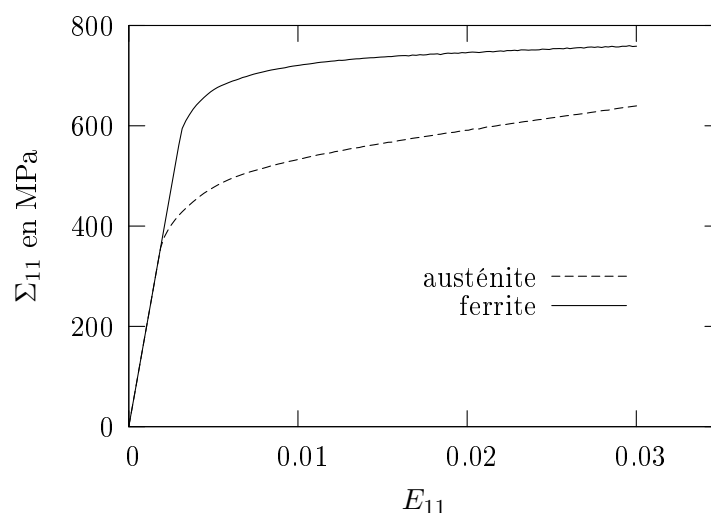


FIG. 2.11 – Simulation d'un essai de traction monotone ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ) pour un agrégat purement austénitique  $f_f = 0$  et purement ferritique  $f_a = 0$ .

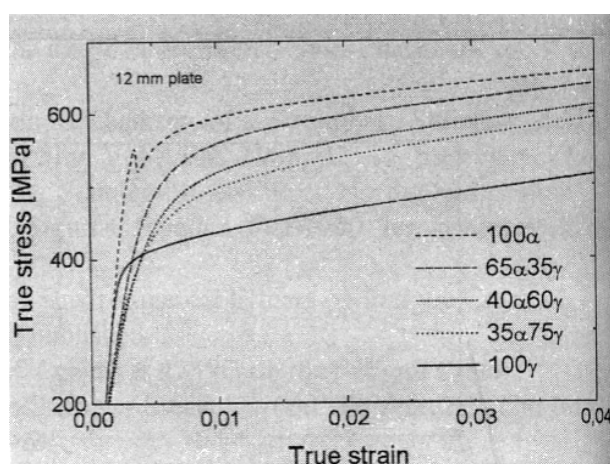


FIG. 2.12 – Courbes de traction monotone effectuées sur des aciers inoxydables austénitique (100%  $\gamma$ ), ferritique (100%  $\alpha$ ) et duplex pour différentes fractions volumiques d'austénite et de ferrite, (Nyström et al. [NK94]).

### 2.4.3 Paramètres des lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS)

Dans cette partie, les paramètres matériau des lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni sont identifiés. Pour la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin, deux paramètres sont à identifier pour chaque phase,  $D_i$  et  $\delta_i$ . Pour la loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni, seul un paramètre,  $\alpha_i$ , doit être identifié pour chaque phase.

Le logiciel SiDoLo est utilisé pour l'identification. La courbe de traction monotone simulée par la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui est utilisée pour l'identification (du fait que cette loi d'interaction vérifie la condition d'autocohérence<sup>8</sup> (§1.3.4.0)) ainsi que la première boucle d'hystérésis de traction-compression uniaxiale pilotée en déformation totale à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ . Rappelons que la loi d'interaction traduit l'écroissage cinématique (§1.4.5) et donc permet de rendre compte de l'effet Bauschinger, ceci justifie le fait d'identifier aussi les paramètres de la loi d'interaction sur une boucle de traction-compression.

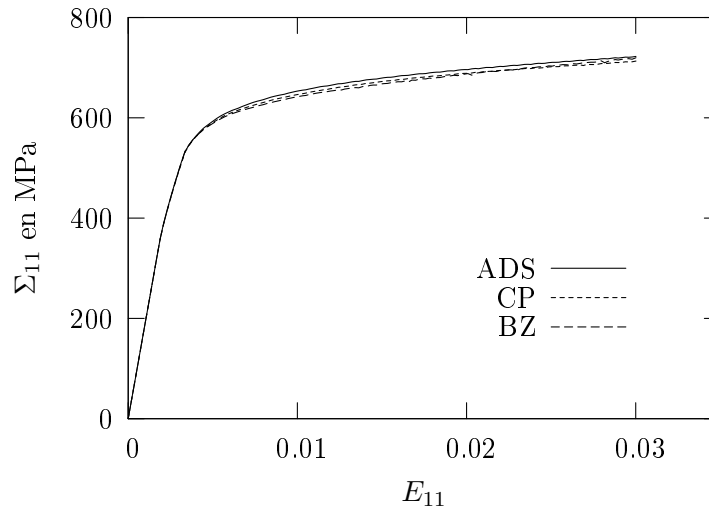


FIG. 2.13 – Courbes de traction monotone ( $\dot{E}_{11} = 6.6.10^{-4}s^{-1}$ ). Comparaison entre les résultats simulés par la loi d'interaction de Berveiller-Zaoui (BZ) et par les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS).

Comme le montre le tableau 2.5, les paramètres des deux phases sont très proches pour les deux lois d'interaction. Ceci indique que les deux phases participent de manière presque identique à l'écroissage cinématique. De plus, les deux lois d'interaction sont à même de bien rendre compte de l'écroissage observé en traction monotone (Figure 2.13). La première boucle

<sup>8</sup>Il est à noter que la loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni vérifie la condition d'autocohérence quelle que soit la valeur de  $\alpha$ .

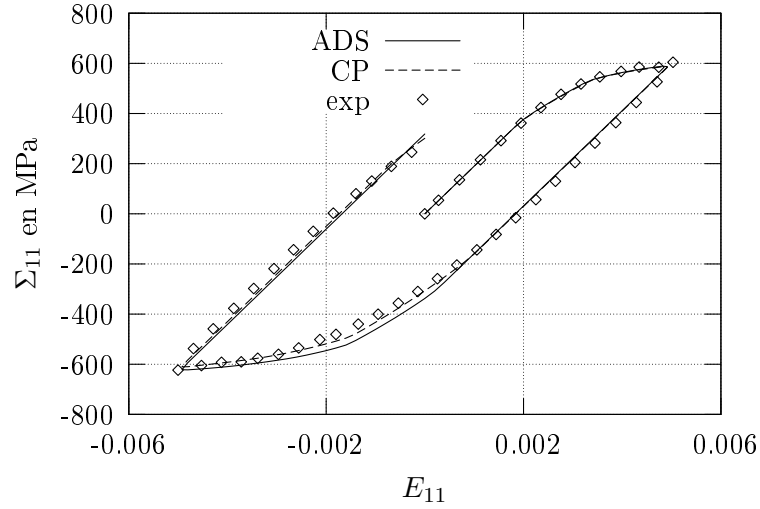


FIG. 2.14 – Courbes de traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulés par les lois d'interaction Cailletaud-Pilvin (CP) et Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS).

	Cailletaud-Pilvin		Abdul-Latif-Dingli-Saanouni
Paramètres	$D$	$\delta$	$\alpha$
Austénite	204	0.06	$1.67 \cdot 10^{-6}$
Ferrite	217	0.03	$1.5 \cdot 10^{-6}$

TAB. 2.5 – Paramètres des lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni.

d'hystérésis de traction-compression uniaxiale est également correctement décrite (Figure 2.14). On notera toutefois que le modèle utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin rend mieux compte de l'effet Bauschinger expérimentalement observé.

#### 2.4.4 Conclusion sur l'identification des paramètres matériau

Dans le paragraphe précédent, la stratégie d'identification a été exposée. Les paramètres matériau ont été obtenus, à partir de résultats de la littérature (paramètres d'élasticité et quelques paramètres de la loi cristalline ( $b_i$ ,  $\rho_i$ ,  $K_i$ ,  $n_i$ ,  $L_i$ ), et, par approche inverse à l'aide du logiciel d'optimisation SiDoLo ( $\tau_i^0$ ,  $h_i$ ,  $y_{ci}$ ,  $D_i$ ,  $\delta_i$ ,  $\alpha_i$ ).

Pour certains paramètres identifiés par approche inverse ( $\tau_i^0$ ,  $h_i$ ,  $y_{ci}$ ), des bornes ont été fixées afin qu'ils conservent une signification physique après identification. De plus, seuls deux résultats expérimentaux ont été utilisés : un essai de traction monotone et la première boucle d'hystérésis d'un essai de traction-compression uniaxial. Ces essais présentent l'avantage d'être simples et



peu coûteux en terme de mise en oeuvre.

Il est maintenant intéressant d'évaluer les potentialités du modèle polycristallin biphasé utilisant les deux lois d'interaction, Cailletaud-Pilvin et Abdul-Latif-Dingli-Saanouni, en confrontant leurs prédictions à des résultats expérimentaux d'essais sous d'autres trajets de chargement. Cette étape de validation est cruciale pour évaluer la pertinence des choix effectués lors de la phase de construction du modèle polycristallin. Elle fait l'objet du prochain paragraphe.

## 2.5 Validation du modèle polycristallin biphasé

Les résultats des essais expérimentaux utilisés dans ce paragraphe sont issus de la thèse d'Aubin [Aub01]. Le protocole expérimental est rappelé en annexe B.

### 2.5.1 Premières boucles d'hystérésis en traction-compression uniaxiale

Des essais de traction-compression uniaxiaux (premières boucles d'hystérésis) ont été simulés pour différentes amplitudes de déformation totale :  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.35\%$  (Figure 2.15-a),  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.8\%$  (Figure 2.15-b),  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 1\%$  (Figure 2.15-c) et comparés aux résultats expérimentaux.

L'effet d'amplitude est correctement décrit par les deux modèles. Cependant, comme pour l'essai de traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation, le modèle utilisant la loi d'interaction d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS) reproduit moins bien l'effet Bauchinger.

### 2.5.2 Premières boucles d'hystérésis en traction-compression/torsion non-proportionnelles

Quatre essais de traction-compression/torsion non-proportionnels (première boucle d'hystérésis) ont été simulés et comparés aux résultats expérimentaux. Pour chaque essai, les résultats sont présentés dans les espaces  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ ,  $(E_{12}, \Sigma_{12})$  et  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ . Les trajets simulés sont :

- un trajet de traction monotone suivi d'un trajet circulaire à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente (Figure 2.16-a-b-c),
- un trajet de traction monotone suivi d'un trajet carré à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente (Figure 2.17-a-b-c),
- un trajet trèfle à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente (Figure 2.18-a-b-c),
- un trajet sablier à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente (Figure 2.19-a-b-c).

Pour ces trajets de chargement, les résultats sont quasi-identique entre les simulations utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin et celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni. De plus, un bon

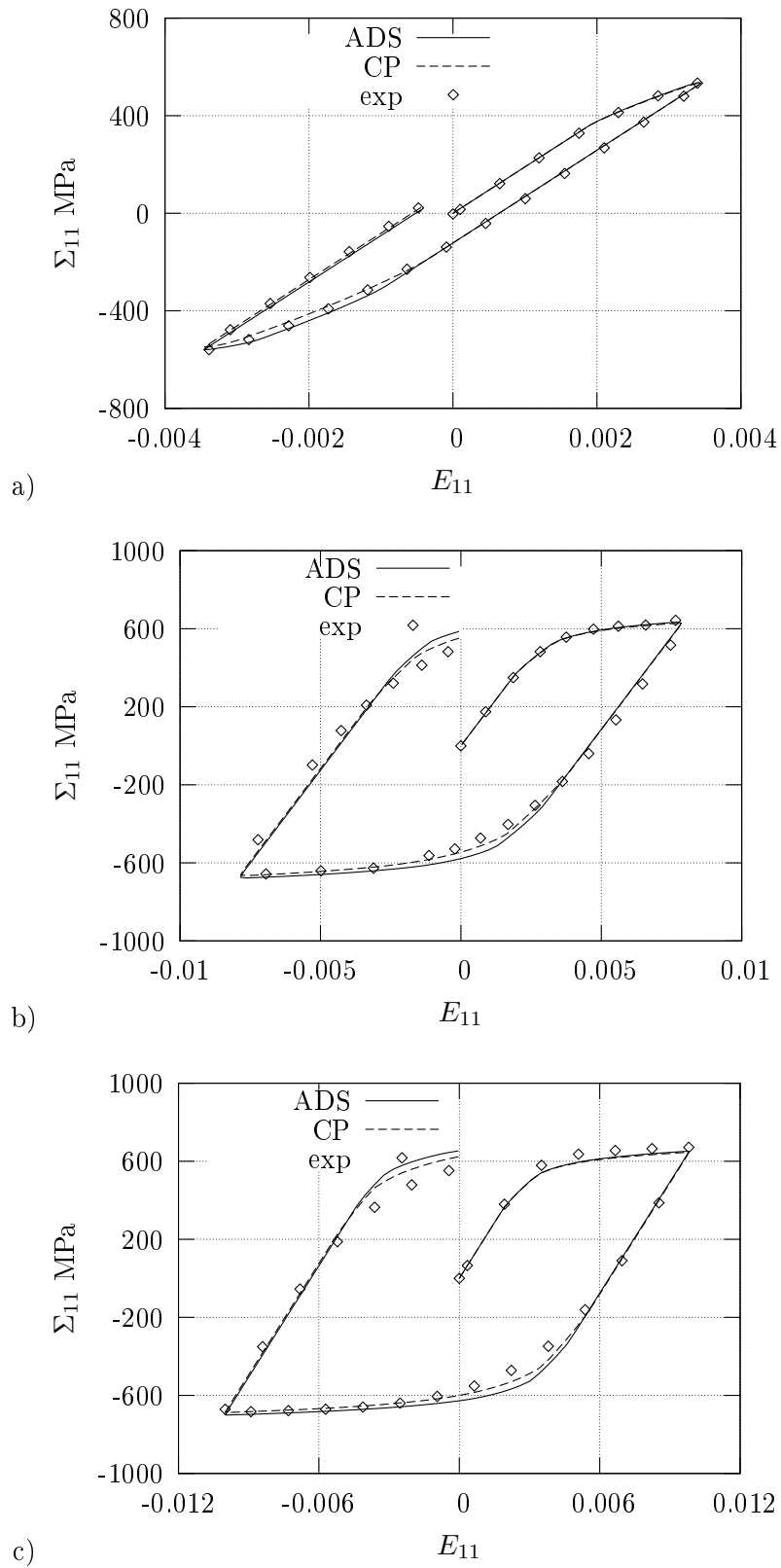


FIG. 2.15 – Courbes de traction-compression uniaxiale, première boucle d'hystérésis ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations avec les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS) ; a)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.35\%$ , b)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.8\%$ , c)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 1\%$ .

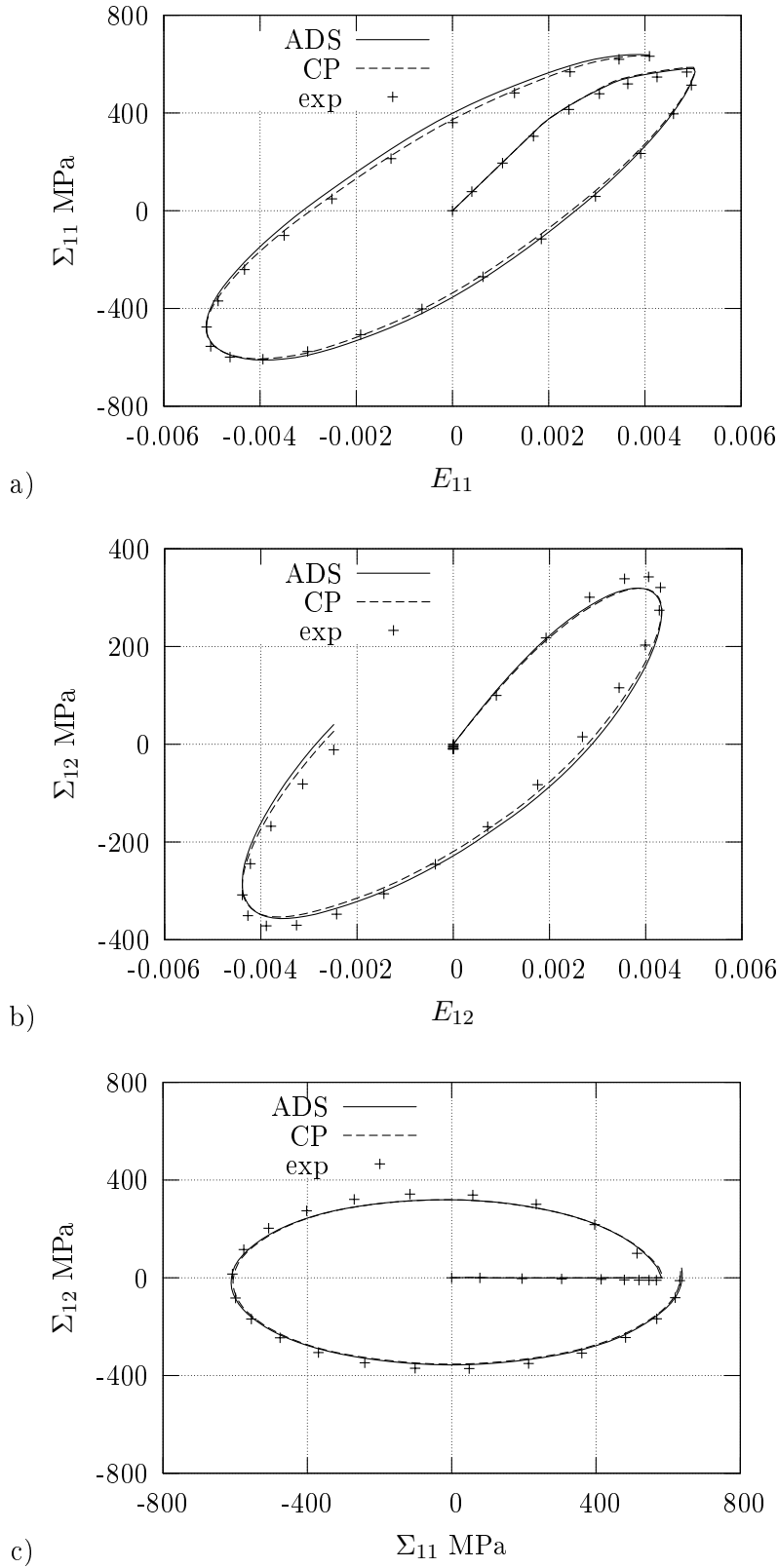


FIG. 2.16 – Courbes de traction monotone suivi d'un essai de traction-compression/torsion suivant un trajet cercle non-proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations avec les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS); a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

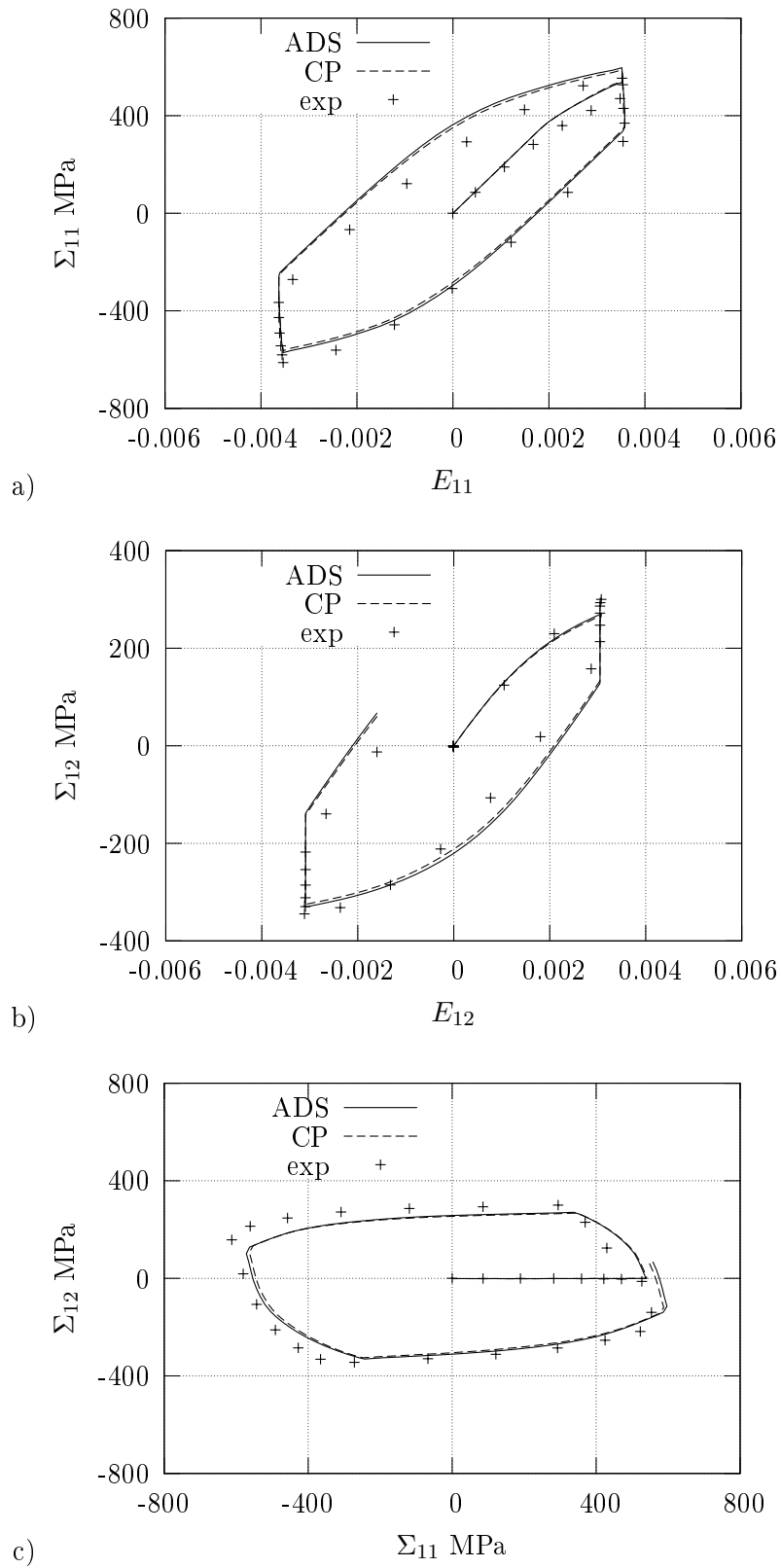


FIG. 2.17 – Courbes de traction monotone suivi d'un essai de traction-compression/torsion suivant un trajet carré non-proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations avec les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS) ; a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

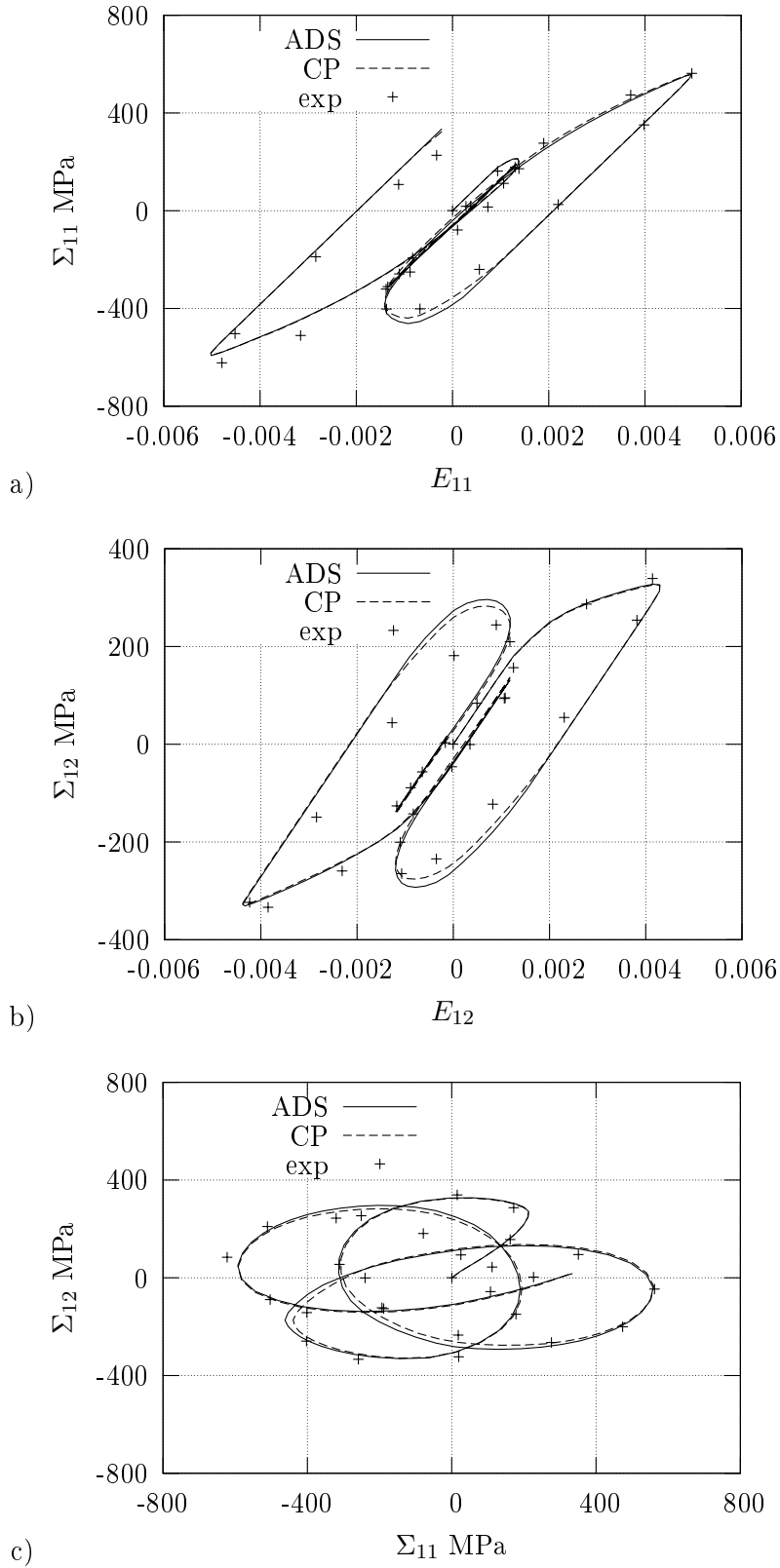


FIG. 2.18 – Courbes de traction-compression/torsion suivant un trajet sablier non-proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations avec les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS); a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

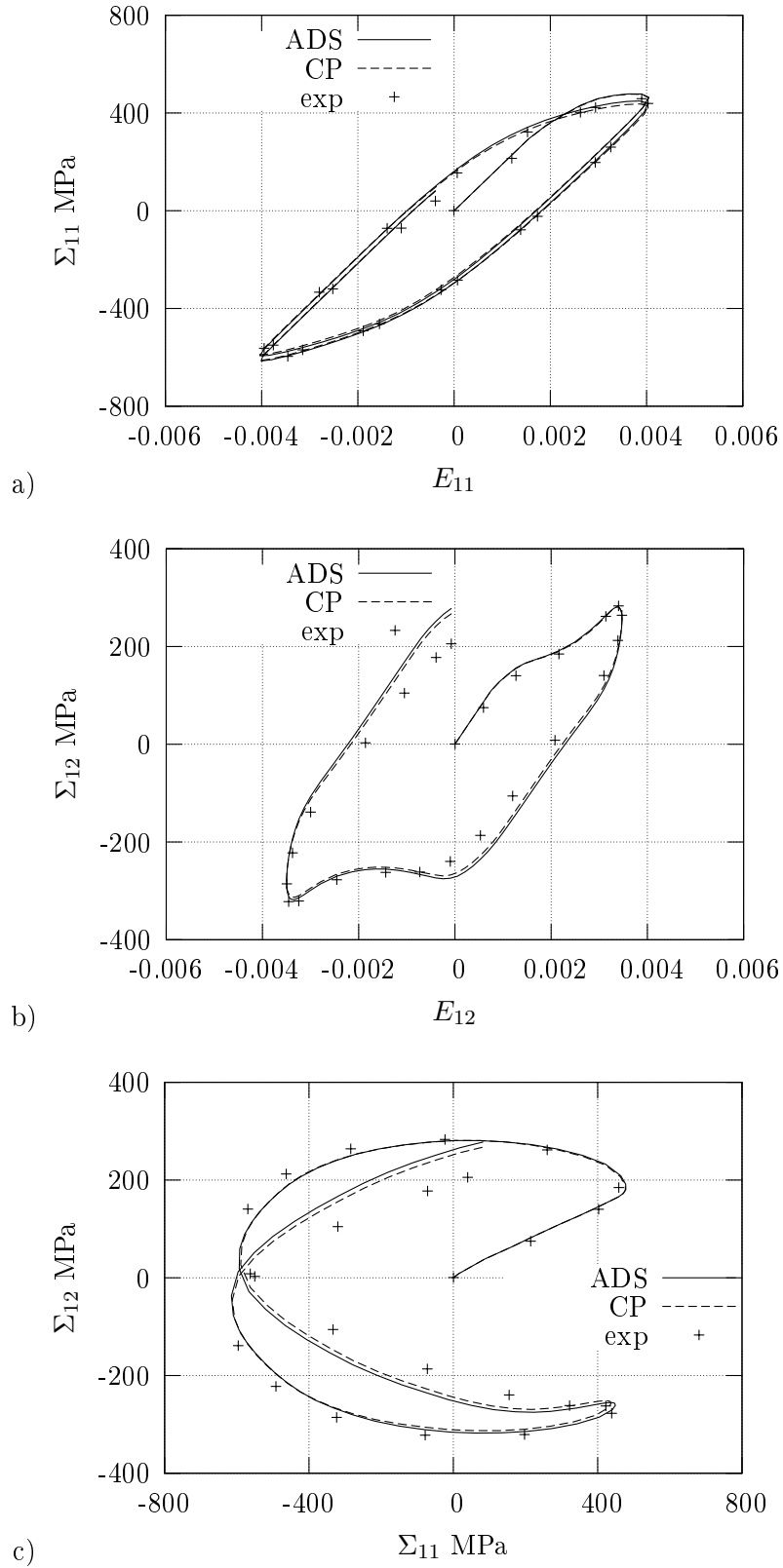


FIG. 2.19 – Courbes de traction-compression/torsion suivant un trajet trèfle non-proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations avec les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin (CP) et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni (ADS); a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

accord entre résultats expérimentaux et simulations numériques est obtenu pour ces différents trajets non-proportionnels. Ceci est d'autant plus remarquable qu'aucun trajet de chargement non-proportionnel était inclus dans la base d'identification des paramètres matériau du modèle.

### 2.5.3 Conclusions sur la validation

Les modèles polycristallins biphasés utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin ou celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni donnent des résultats très voisins, bien que la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin décrive mieux l'effet Bauschinger observé expérimentalement.

Nous pouvons en déduire que prendre en compte une loi d'élasticité différente pour chacune des deux phases n'influence pas la réponse macroscopique. Ceci s'explique par le faible contraste de comportement élastique entre les deux phases.

Dans la suite, seul le modèle utilisant la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin sera utilisé du fait qu'elle prenne mieux en compte l'effet Bauschinger.

## 2.6 Simulation des surfaces de plasticité

Afin de compléter la validation, on s'intéresse à la modélisation de surface de plasticité. La surface de plasticité représente la frontière du domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes. Du fait que la plupart des modèles phénoménologiques postulent l'existence d'un domaine d'élasticité, il est évident qu'une bonne description de la surface de plasticité par les modèles améliore leurs potentialités de prédiction des comportements. Aussi, afin de valider les modèles, la surface de plasticité simulée doit être comparée à des mesures.

Dans cette partie, nous nous proposons de simuler des surfaces de plasticité à l'aide du modèle polycristallin biphasé, et de comparer les prédictions à des résultats expérimentaux obtenus par Aubin [Aub01], [AQD02]. Le protocole expérimental de détection des surfaces de plasticité, mis au point lors de la thèse d'Aubin, est donné en annexe C. Le lecteur désireux d'approfondir ce point pourra se référer à cette thèse. Les simulations numériques ci-dessous utilisent la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin.

### 2.6.1 Etude bibliographique des surfaces de plasticité

#### Observations expérimentales

Plusieurs auteurs comme, Taylor et al. [TQ31], Bui [Bui69], Rousset [Rou85], Helling et al. [HMS86], Khan et al. [KW93], Wu et al. [WY91], Aubin [AQD02] ont mesuré la surface de plasticité initiale (c'est-à-dire pour un matériau vierge) et son évolution suite à différents trajets de chargement.

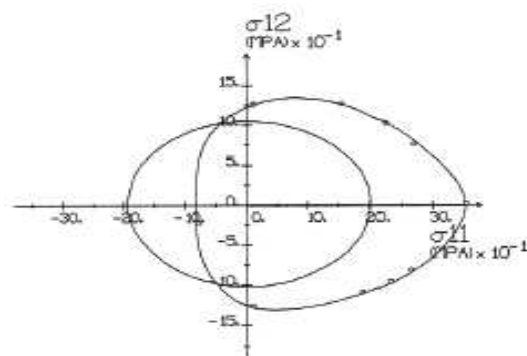


FIG. 2.20 – Surfaces de plasticité initiale et après un chargement de traction à 350 MPa pour un alliage d'aluminium AU4G (Rousset [Rou85]).

Si la surface de plasticité initiale est elliptique dans le plan de contrainte  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , avec un rapport grand axe sur petit axe de  $\sqrt{3}$ , le matériau peut alors être considéré comme initialement isotrope au sens de von Mises. Si le rapport grand axe sur petit axe est de 2, le matériau peut alors être considéré comme initialement isotrope au sens de Tresca. Pour un matériau initialement anisotrope, d'autres critères ont été formulés tel que celui proposé par Hill [Hil50].

Suite à un trajet de chargement quelconque dans l'espace de pilotage, d'amplitude suffisamment importante, le matériau se plastifie et la surface de plasticité mesurée pour ce nouvel état de déformation subit, dans le cas le plus général, une dilatation, une translation et une distorsion. Lors d'un trajet de chargement radiale et monotone, un nez (ou pointe) dans la direction de chargement et un plat dans la direction opposée ont été expérimentalement observés (Figure 2.20). Ainsi, le matériau, initialement isotrope, présente sous l'effet des sollicitations une anisotropie induite par la déformation plastique. Un critère isotrope ne permet alors plus de décrire la surface de plasticité après un chargement en traction monotone.

Rousset [Rou85] et Wu et al. [WY91] ont mesuré régulièrement l'évolution de la surface de plasticité pour des trajets de chargement proportionnels cycliques dans un alliage d'aluminium AU4-G et dans un acier inoxydable austénitique AISI 304 respectivement. L'évolution de la surface de plasticité au cours du premier cycle d'un essai proportionnel incliné de  $60^\circ$  par rapport à la contrainte axiale  $\Sigma_{11}$  piloté en contrainte, est donnée figure 2.21. La dilatation, le déplacement et la distorsion caractérisée par un nez dans la direction de chargement et un plat à l'opposé sont toujours observés. Cependant le sens du nez et du plat s'inverse lorsque le sens de chargement s'inverse. De plus, la surface de plasticité se dilate et se déplace au cours du cyclage.

Lors d'un trajet de chargement non-proportionnel, la forme des surfaces de plasticité peut devenir complexe, puisque la direction du chargement, et par conséquent la direction de la distorsion, évoluent. Pour des trajets au cours desquels le matériau se plastifie en permanence, c'est-à-dire



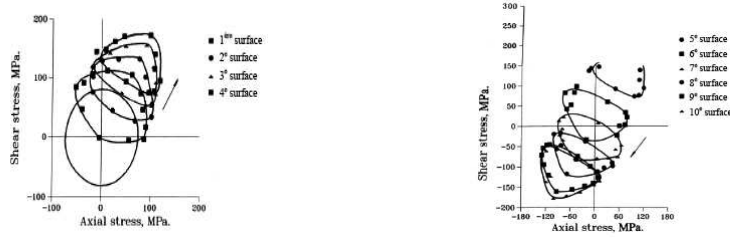


FIG. 2.21 – Evolution de la surface de plasticité au cours du premier cycle d'un essai proportionnel incliné de  $60^\circ$  par rapport à la contrainte axiale  $\Sigma_{11}$  pour un acier inoxydable austénitique AISI 304 (Wu et al. [WY91]).

en continu, tel le trajet carré (Figure 2.22), la direction de la distorsion tourne en suivant la direction du chargement, avec un éventuel retard. La notion de 'rotation de la surface de plasticité' est alors introduite [Vin02].

### Modélisation

Suite à un trajet de chargement quelconque dans l'espace de pilotage, la surface de plasticité, initialement circulaire dans le cas d'un matériau isotrope, se dilate, se déplace et se distord.

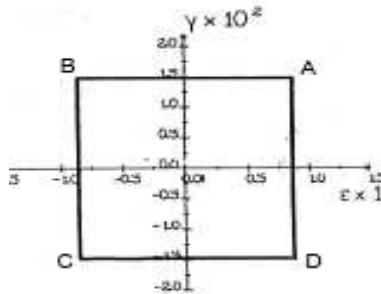
Le critère de von Mises<sup>9</sup> est à même de décrire la dilation et le déplacement des surfaces de plasticité, grâce à l'introduction de deux variables internes qui sont l'érouissage isotrope pour la dilation, 'R', et l'érouissage cinématique pour le déplacement, 'X'. Les évolutions de ces variables dépendent de la déformation plastique et peuvent être linéaires ou non-linéaires. La surface de plasticité est alors décrites par l'équation :

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{S} - \underline{X}) : (\underline{S} - \underline{X})} - R - \Sigma_0 \quad (2.25)$$

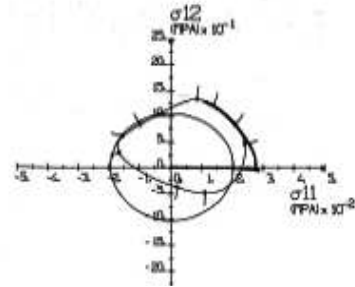
avec  $F < 0$  en régime élastique, et  $F = 0$  avec  $\dot{F} = 0$  en régime plastique.  $\underline{S}$  est le tenseur déviateur des contraintes,  $\Sigma_0$  est la limite l'élasticité du matériau, conventionnellement prise à 0.02% de déformation plastique.

Bien que cette description de la surface de plasticité se soit avérée très efficace pour décrire la réponse mécanique des alliages métalliques sous des trajets de chargement proportionnels, voire non-proportionnels, Benallal et al. [BM87], Calloch et al. [CM99], Tanaka et al. [Tan96], [ALCFS94]), la distorsion de la surface de plasticité suite à un chargement et donc l'anisotropie plastique induite ne peuvent en aucun cas être décrites. D'un point de vue comportement des matériaux métalliques, l'intérêt majeur d'une bonne description de la surface de plasticité est de pouvoir modéliser simultanément le rochet 1D et 2D. Plusieurs modèles ont été proposés pour rendre compte de cette distorsion. Une première méthode consiste en une généralisation du

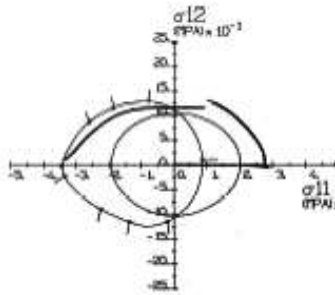
<sup>9</sup>Ce critère suppose que la déformation plastique du matériau est indépendante du premier invariant des contraintes (pression hydrostatique) et au troisième invariant des contraintes.



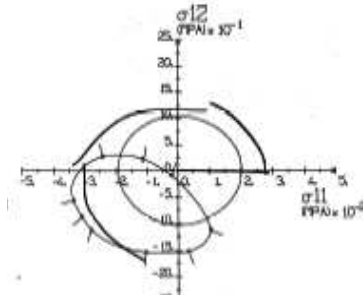
a) trajet de chargement carré



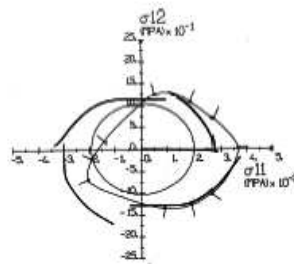
b) Réponse en contrainte et détection de la surface seuil en A



c) Réponse en contrainte et détection de la surface seuil en B



d) Réponse en contrainte et détection de la surface seuil en C



e) Réponse en contrainte et détection de la surface seuil en D

FIG. 2.22 – Détection des surfaces de plasticité et des directions d'écoulement plastique au cours d'un chargement suivant un trajet carré (non-proportionnel) sur un alliage d'Aluminium AU4G (Rousset [Rou85]).

critère de von Mises, introduisant le troisième invariant des contraintes (Gupta et al. [GM92]) ou plus généralement un tenseur d'anisotropie d'ordre impair (Harvey et al. [HAJ83], Rees [Ree]). Le critère de plasticité prend alors la forme suivante :

$$F = F_{\text{mises}} + C_{ijk} \frac{S_i S_j S_k}{S_l S_l} \quad (2.26)$$

avec  $C_{ijk}$  un tenseur d'ordre trois. Nous retrouvons le critère de von Mises quand  $C_{ijk}=0, \forall i,j,k$ . Une autre méthode consiste en une modification orientée de la contrainte, dont la norme est ensuite utilisée pour définir la surface de plasticité (Phillips [Phi73], Rousset [Rou85], François [Fra01]). La surface de plasticité s'écrit :

$$F = F_{\text{mises}}(\underline{S} - \underline{D}) - R \quad (2.27)$$

avec  $\underline{D}$  un tenseur d'ordre deux, responsable de la distorsion.

Kurtyka et al. [KZ85] [KZ96] ont proposé une formulation géométrique de la distorsion. Cette méthode a été utilisée par Vincent et al. [VC02] pour décrire le rochet 1D et 2D dans un acier inoxydable austénitique (AISI 316L). Enfin, Cailletaud [Cai92] et Pilvin [Pil90] ont montré que le modèle polycristallin était à même de représenter la distorsion des surfaces de plasticité observé dans les matériaux de structure cristallographique CFC du fait de l'anisotropie du glissement plastique.

Nous présentons dans le paragraphe qui suit la méthode de détection des surfaces de plasticité. Puis les résultats obtenus pour la surface initiale et son évolution sous différents trajets de chargement proportionnels et non-proportionnels sont présentés et comparés aux résultats expérimentaux obtenue par Aubin [Aub01] [AQD02].

### 2.6.2 Méthode numérique de détection de la surface de plasticité

La méthode employée pour la simulation des surfaces de plasticité est, dans le principe, très proche de la méthodologie expérimentale (annexe C). A partir d'un point A dans l'espace des contraintes<sup>10</sup> où l'on souhaite mesurer la surface de plasticité, N trajets radiaux monotones sont menés. Pour chacun de ces chargements, la déformation plastique équivalente est calculée. Lorsque celle-ci atteint une valeur donnée, offset, l'état de contrainte est enregistré.

La forme et la taille de la surface de plasticité mesurée dépendent étroitement de la valeur de l'offset de déformation plastique utilisée. Khan et al. [KW93] ont mesuré expérimentalement la forme de la surface de plasticité d'un alliage de cuivre OFHC après un trajet de chargement

<sup>10</sup>Pour la détection de la surface de plasticité initiale, le point A est confondu avec l'origine du repère des contraintes.

initial en torsion (-21 ksi). Ils ont utilisé pour cela 8 éprouvettes. Sur chacune des éprouvettes, un même chargement en torsion puis des décharges dans une direction donnée ont été imposées (Figure 2.23-a). Pour un faible offset ( $200\mu\text{E}$  ou  $200.10^{-6}\mu\text{m m}$ ), la surface de plasticité présente une distorsion importante, alors que quand l'offset augmente, la surface mesurée se rapproche d'un cercle. Un grand offset ( $2000\mu\text{E}$ ) de déformation plastique "efface" la distorsion. Autrement dit, pour un faible offset, le matériau manifeste un effet d'histoire qui s'efface avec un offset croissant. L'approximation surface de plasticité isotrope pendant la sollicitation est donc valable si on considère un grand offset.

Nous avons simulé la surface de plasticité suite à un chargement en torsion jusqu'à  $E_{12} = -0.5\%$ , pour différents offsets (Figure 2.23-b). Les paramètres matériau utilisés sont ceux identifiés sur l'acier duplex. Pour un faible offset ( $2.10^{-5}$ ), une distorsion importante de la surface de plasticité est observée. Puis quand l'offset augmente, la distorsion s'efface progressivement.

Cette analyse de l'influence de l'offset sur la simulation des surfaces de plasticité et son bon accord avec des résultats de la littérature permettent de valider la méthode numérique de détection des surfaces de plasticité.

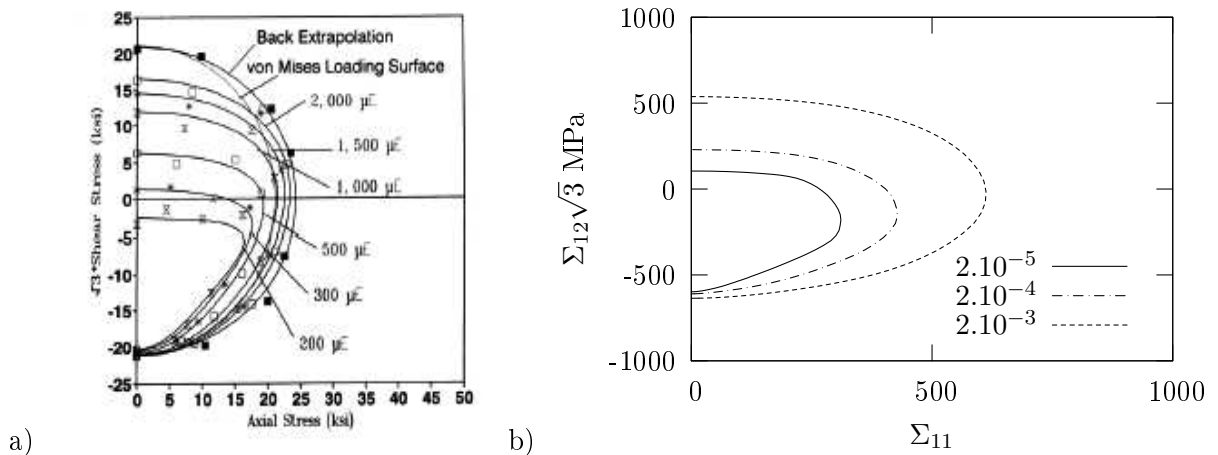


FIG. 2.23 – a) Surfaces de plasticité obtenues après un trajet de chargement en torsion monotone sur un alliage de cuivre OFHC pour différents offsets (Khan et al. [KW93]), b) simulation de la surface de plasticité pour différentes valeurs de d'offset après un chargement initial en torsion par le modèle polycristallin.

### 2.6.3 Résultats des simulations de surfaces de plasticité

#### Surfaces de plasticité initiales

Les surfaces de plasticité initiales pour deux offsets de  $2.10^{-4}$  et  $2.10^{-5}$  ont été simulées et comparées aux données expérimentales (Figure 2.24). Les résultats expérimentaux montrent que pour un offset de  $2.10^{-4}$ , la surface de plasticité initiale se rapproche d'un cercle dans le plan

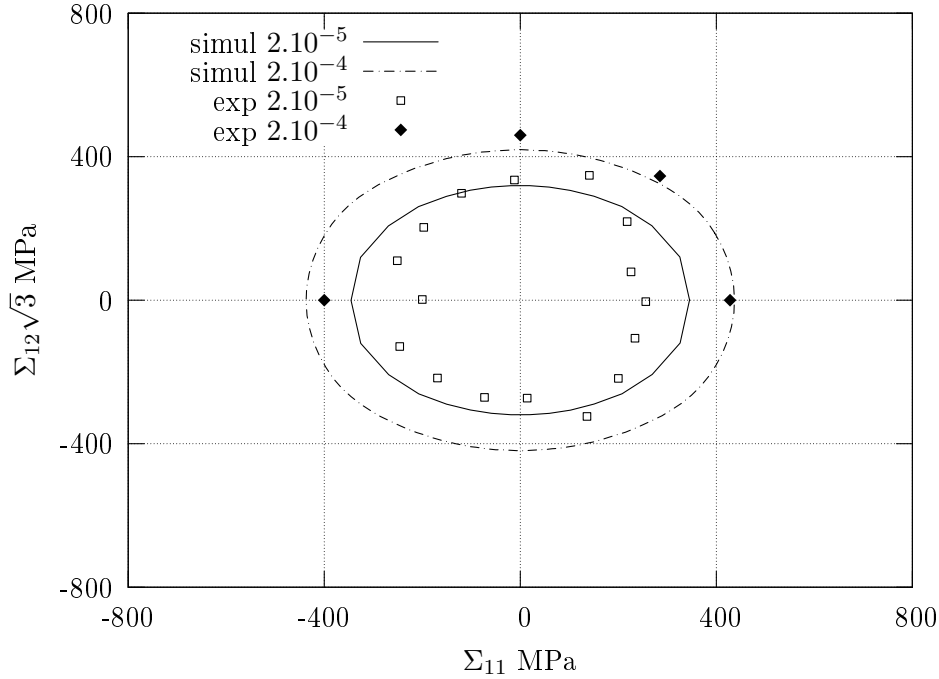


FIG. 2.24 – Surface de plasticité initiale pour l'acier duplex étudié. Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations numériques pour des offsets de  $2.10^{-5}$  et  $2.10^{-4}$ .

$(\Sigma_{11}, \Sigma_{12}\sqrt{3})$ , et donc du critère de von Mises. Pour cet offset l'acier duplex peut être considéré comme initialement isotrope (§2.2.4). Cependant, pour un offset plus faible  $2.10^{-5}$ , la surface de plasticité expérimentale a une forme elliptique. L'acier duplex étudié ne peut alors plus être considéré comme initialement isotrope.

Les simulations numériques reproduisent bien la surface de plasticité pour un offset de  $2.10^{-4}$ . En revanche, elles ne rendent pas compte de l'anisotropie observée à faible offset. Ceci est dû au caractère isotrope du modèle polycristallin biphasé. En effet, nous avons choisi une élasticité isotrope, une distribution isotrope des orientations cristallines et une forme sphérique des grains d'austénite et de ferrite. Autrement dit, aucune anisotropie initiale n'est présente dans le modèle, ce qui explique l'écart observé entre l'expérience et la simulation. Dans la suite, du fait que les surfaces de plasticité ont été mesurées pour un offset de  $2.10^{-5}$ , c'est cette valeur d'offset qui sera utilisée dans les calculs.

### Surfaces de plasticité après des trajets de chargement proportionnels

Deux surfaces de plasticité ont été mesurées et simulées respectivement après 1/4 de cycle et 3/4 de cycle d'un essai de traction-compression purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  de déformation totale. Les figures 2.25-a-b donnent respectivement la comparaison entre résultats expérimentaux

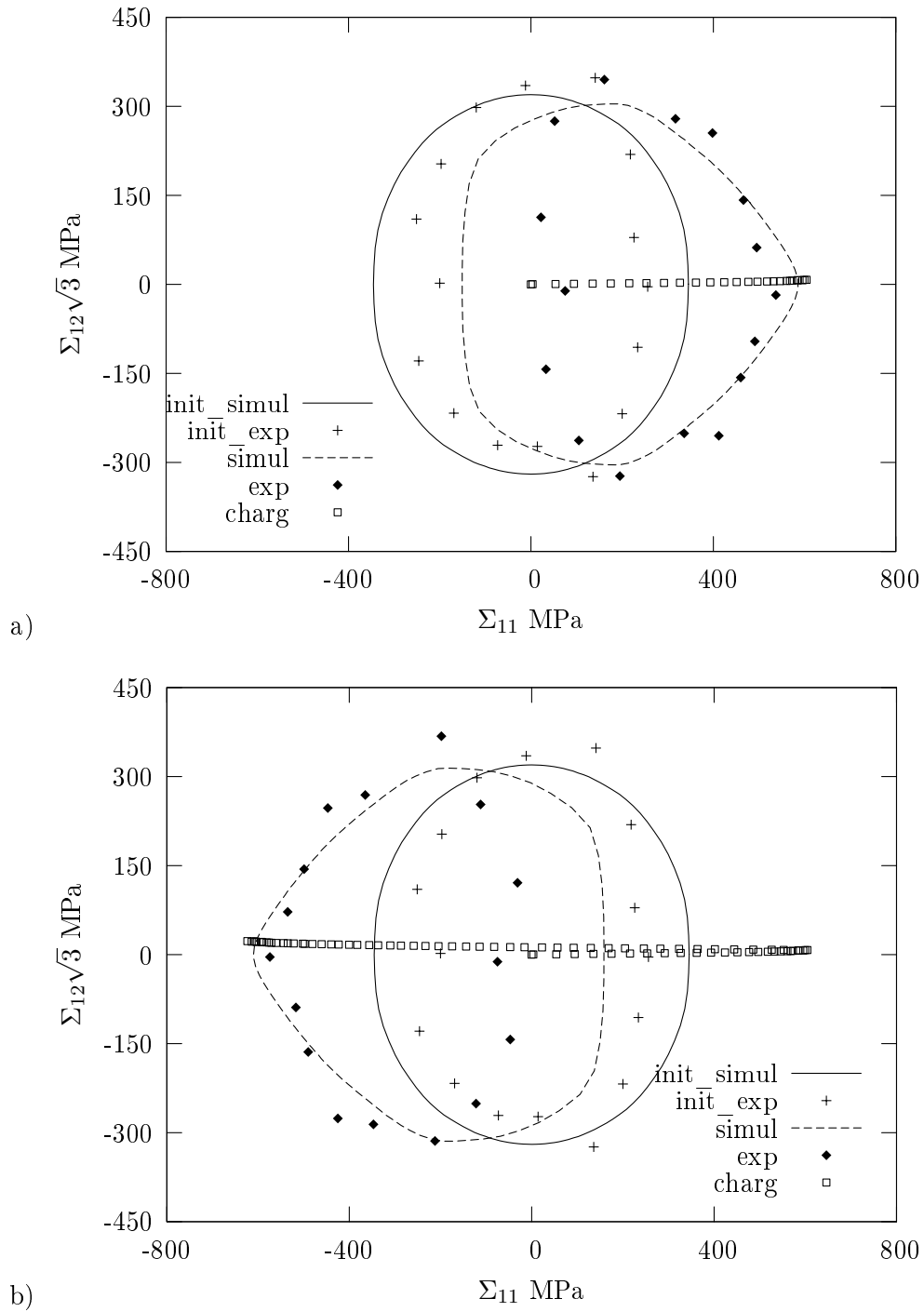


FIG. 2.25 – Surfaces de plasticité (init simul : surface initiale simulée, init exp : surface initiale expérimentale, charg : chargement). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation ; a) après 1/4 de cycle d'un essai de traction-compression purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , b) après 3/4 de cycle d'un essai de traction-compression purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ .

et simulations après 1/4 de cycle et 3/4 de cycle. Les surfaces de plasticité initiales simulées et expérimentales sont aussi tracées. Dans les deux cas, les résultats expérimentaux montrent un déplacement important de la surface de plasticité, synonyme d'un fort écrouissage cinématique, et une dilatation relativement faible, indiquant la part négligeable de l'écrouissage isotrope. De plus, une importante distorsion de ces surfaces est observée, notamment avec un nez dans la direction de chargement et un plat à l'opposé. Ces deux caractéristiques suivent bien la direction de chargement.

Les résultats des simulations sont à même de rendre compte de l'importante distorsion de la surface de plasticité. Cependant, bien que le nez soit bien décrit, la position du plat à l'opposé de la direction de chargement est surestimée par le modèle. Une explication pourrait être la part trop faible de l'écrouissage cinématique introduite dans le modèle. Effectivement, l'écrouissage cinématique n'intervient dans la modélisation que par la loi d'interaction, il n'existe pas dans la loi cristalline. Une voie d'amélioration pourrait être d'ajouter une composante cinématique dans la loi cristalline. Cependant, cette modification est loin d'être facile à mettre en oeuvre, du fait qu'il n'existe que très peu de modèles physiques de comportement du monocristal ([Dép04] [Gau02]) contenant une variable d'écrouissage cinématique. Une autre solution est d'inclure un écrouissage cinématique phénoménologique,  $X^{(s)}$ , sur chaque système de glissement (s). La loi d'écoulement plastique prendrait alors la forme suivante :

$$\dot{\gamma}_i^{(s)} = \left( \frac{|\tau_i^{(s)} - X_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}}{K_i} \right)^{n_i} \text{sign}(\tau_i^{(s)} - X_i^{(s)}) \quad \text{si} \quad |\tau_i^{(s)} - X_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)} \geq 0, \quad \dot{\gamma}_i^{(s)} = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.28)$$

et la loi d'évolution de la variable cinématique serait donnée par :

$$X_i^{(s)} = c_i \alpha_i^{(s)} \quad \text{avec} \quad \dot{\alpha}_i^{(s)} = \left( \text{sign}(\tau_i^{(s)} - X_i^{(s)}) - d_i \alpha_i^{(s)} \right) \dot{\nu}_i^{(s)} \quad (2.29)$$

où  $\dot{\gamma}_i^{(s)} = \left( \text{sign}(\tau_i^{(s)} - X_i^{(s)}) \right) \dot{\nu}_i^{(s)}$

Cette solution a été testée et a montré que la surface de plasticité se déplace uniquement. Aussi, le plat est mieux décrit mais le nez est du coup surestimé. Par conséquent, il ne nous a paru nécessaire d'introduire cette modification uniquement pour améliorer la description quantitative des surfaces de plasticité.

Deux surfaces de plasticité ont été mesurées et simulées respectivement après 1/4 de cycle et 3/4 de cycle d'un essai de torsion purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  de déformation totale. Les figures 2.26-a-b comparent les résultats des simulations aux résultats expérimentaux. Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites, notamment, sur le fait que le modèle surestime la position du plat dans la direction opposée au chargement. Néanmoins, dans ces cas de chargement de torsion, le nez dans la direction de chargement est, là encore, correctement modélisé.

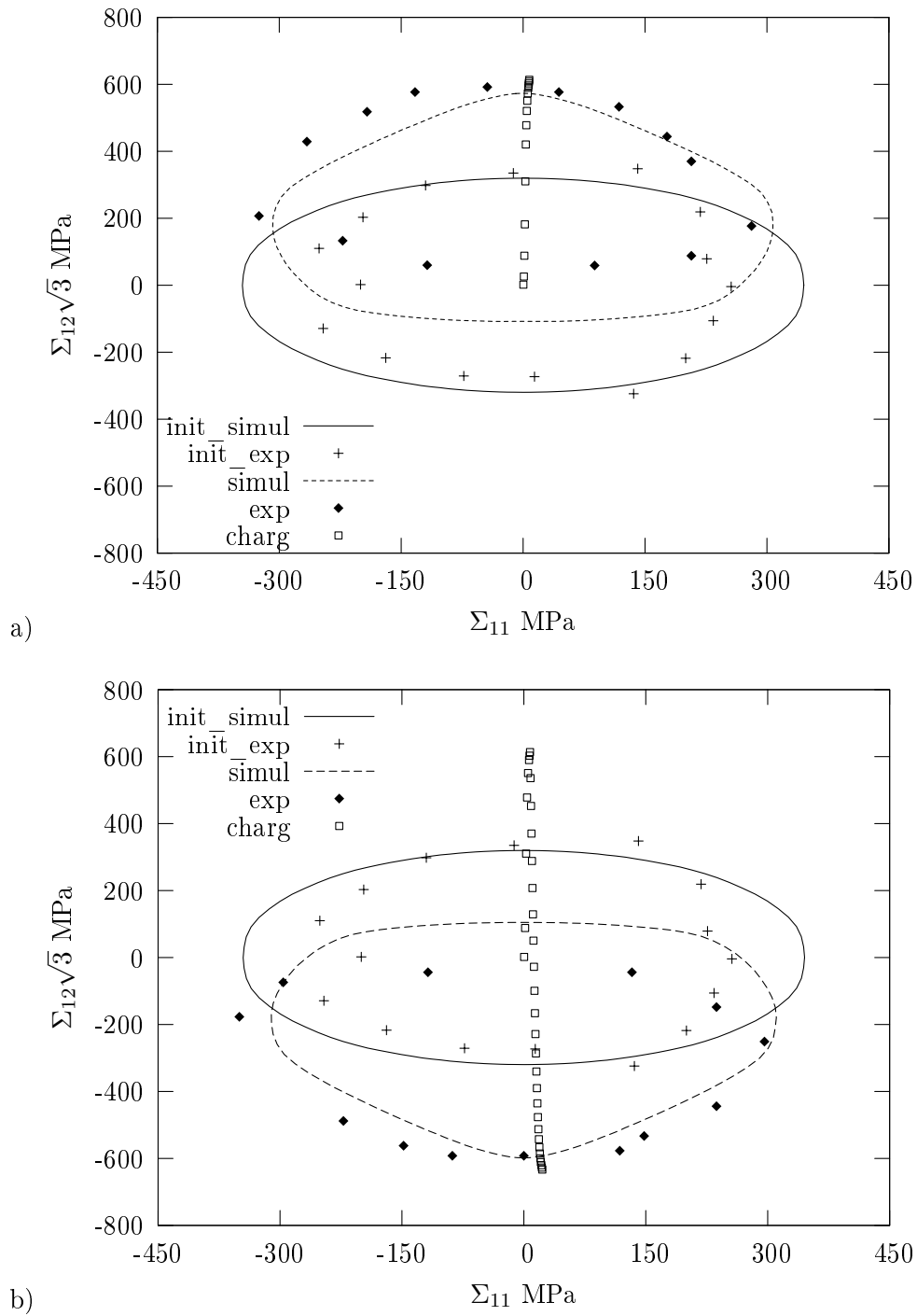


FIG. 2.26 – Surfaces de plasticité (init simul : surface initiale simulée, init exp : surface initiale expérimentale, charg : chargement). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation; a) après 1/4 de cycle d'un essai de torsion purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , b) après 3/4 de cycle d'un essai de torsion purement alterné à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ .



### Surfaces de plasticité après des trajets de chargement non-proportionnels

Dans ce paragraphe, les surfaces de plasticité obtenues suite à des trajets de chargement non-proportionnels ont été simulées et comparées aux résultats expérimentaux. Plus précisément, deux surfaces de plasticité ont été simulées :

- la première surface est obtenue après un trajet de chargement de torsion suivie d'une traction à  $E_{eq} = 0.5\%$  de déformation totale équivalente (Figure 2.27-a),
- la seconde surface est obtenue après un trajet de chargement de torsion suivie d'une traction puis d'une torsion à  $E_{eq} = 0.5\%$  de déformation totale équivalente (Figure 2.27-b).

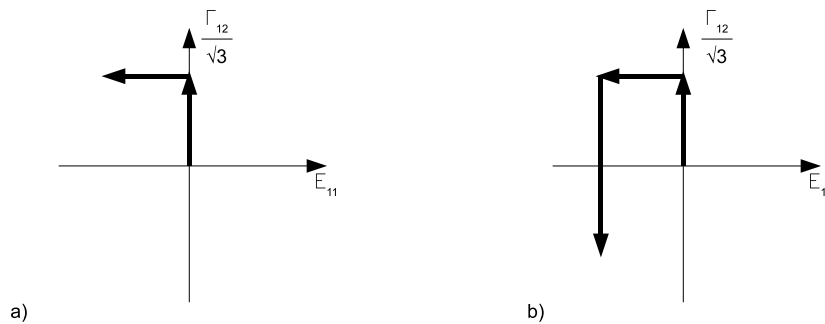


FIG. 2.27 – Définition des trajets de chargement non-proportionnels ; a) chargement de torsion-traction (TT), b) chargement de torsion-traction-torsion (TTT).

Concernant la surface de plasticité obtenue après un trajet de chargement de torsion suivie d'une traction (Figure 2.28-a), les résultats expérimentaux montrent un déplacement et une distorsion importante de la surface, alors que sa dilatation reste très faible. Ces résultats sont analogues à ceux mis en évidence dans le paragraphe précédent pour des chargements uniaxiaux. Le modèle polycristallin biphasé est à même de rendre compte de la surface dans la direction du chargement. Dans la direction opposée, la surface simulée est largement surestimée.

La surface de plasticité après un trajet de chargement de torsion-traction-torsion (Figure 2.28-b) présente les mêmes caractéristiques que la précédente, à savoir un déplacement et une distorsion importants et une faible dilatation. A nouveau, le modèle reproduit correctement la surface de plasticité dans la direction du chargement, mais la surestime dans la direction opposée.

En revanche ce modèle est apte à reproduire la rotation des surfaces de plasticité observée expérimentalement pour des trajets de chargement non-proportionnels. Effectivement, comme le montre la figure 2.29, où sont représentées les surfaces de plasticité après un trajet de chargement de torsion-traction (TT) et un trajet de chargement de torsion-traction-torsion (TTT), la direction des surfaces de plasticité simulées tourne bien avec la direction du chargement.

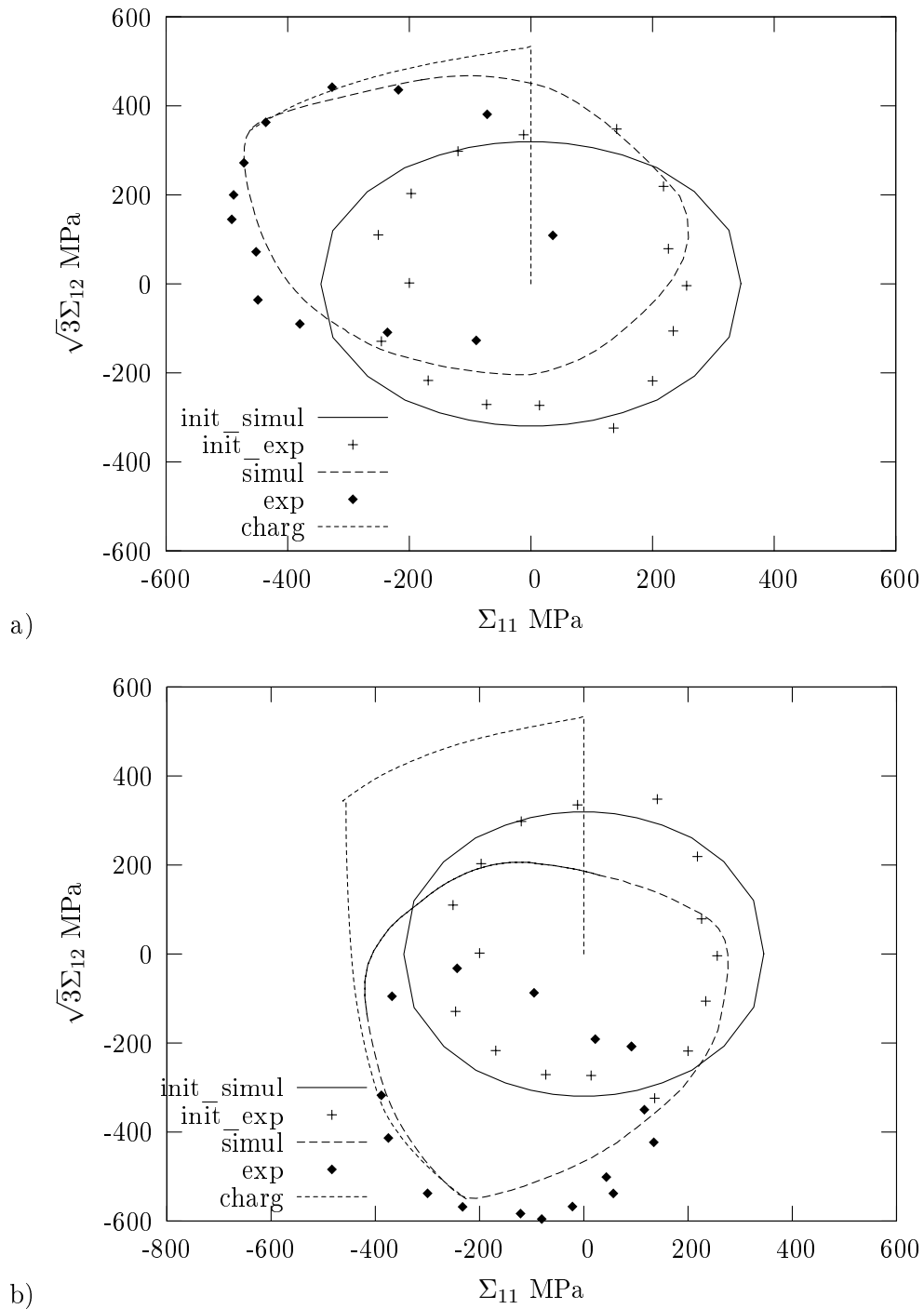


FIG. 2.28 – Surfaces de plasticité (init simul : surface initiale simulée, init exp : surface initiale expérimentale, charg : chargement). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation ; a) après un chargement de torsion-traction à  $E_{eq} = 0.5\%$  de déformation totale équivalente, b) après un chargement de torsion-traction-torsion à  $E_{eq} = 0.5\%$  de déformation totale équivalente.

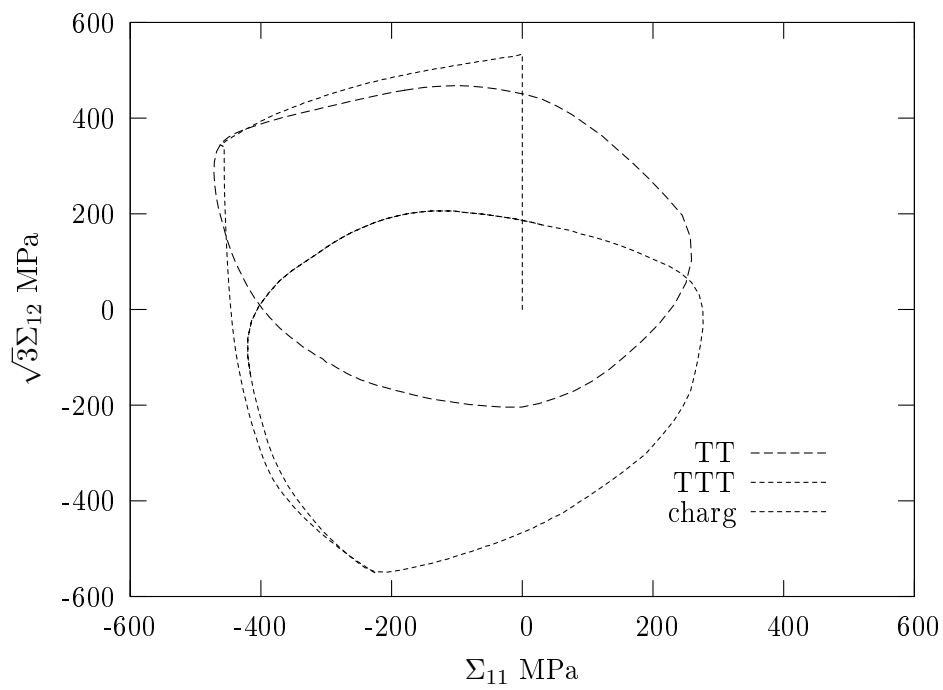


FIG. 2.29 – Surface de plasticité. Rotation des surfaces de plasticité suite à un chargement de torsion-traction (TT) et un chargement de torsion-traction-torsion (TTT).

### 2.6.4 Conclusions sur les surfaces de plasticité

Des surfaces de plasticité ont été simulées et comparées à des résultats expérimentaux obtenus par Aubin [Aub01] [AQD02]. Même si le modèle a tendance à surestimer la taille de la surface de plasticité dans la direction opposée au chargement. Le modèle reproduit qualitativement bien l'évolution (dilatation, déplacement, distorsion) des surfaces de plasticité, notamment la distorsion et donc l'anisotropie induite par la déformation plastique.

Aussi, du fait que le modèle polycristallin biphasé rend bien compte, du moins qualitativement, de l'évolution des surfaces de plasticité suite à différents trajets de chargement tant proportionnels que non-proportionnels, et dans la mesure où les essais expérimentaux sont coûteux, le modèle polycristallin biphasé peut être utilisé comme machine d'essai virtuelle. Cette idée avait déjà été proposée par Vincent et al. [VC02]).

## 2.7 Conclusions

L'objectif de ce second chapitre était de proposer un modèle polycristallin en adéquation avec la microstructure biphasée de l'acier inoxydable duplex étudié. Du fait de la morphologie du matériau et du type de trajet de chargement que nous voulions modéliser (proportionnels et non-proportionnels), notre choix s'est porté sur le modèle polycristallin initialement proposé par Cailletaud (1987) et Pilvin (1990) pour un alliage métallique monophasé.

Afin de prendre en compte le caractère biphasé du matériau dans la modélisation, une caractérisation microstructurale a été faite. Elle a conduit aux conclusions suivantes :

- les grains austénitiques et ferritiques peuvent être considérés à la même échelle. Ainsi, un schéma d'homogénéisation autocohérent à une échelle d'hétérogénéité a été adopté, dans lequel les grains austénitiques et ferritiques sont plongés dans un MHE biphasé,
- le matériau peut être considéré comme initialement isotrope. Aucune anisotropie n'a donc été introduite dans la modélisation. Aussi, des distributions isotropes des orientations cristallographiques ont été choisies pour chacune des phases.

Concernant la transition d'échelle, deux lois d'interaction ont été utilisées afin de différencier les grains d'austénite et de ferrite. De plus, deux types de loi d'interaction ont été utilisées, celle de Cailletaud-Pilvin et celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni. Le comportement de chaque grain austénitique ou ferritique est modélisé à l'aide d'une loi cristalline physique (à base de densité de dislocations). Le formalisme mathématique de la loi cristalline est identique pour les grains austénitiques et ferritiques, la différence résidant dans le nombre de système de glissement (12 pour l'austénite et 24 pour la ferrite) et la valeur des paramètres matériau.

Les paramètres introduits dans le modèle ont été identifiés à partir de données issues de la littérature et d'un algorithme d'optimisation (SiDoLo). Pour l'identification automatique, seuls deux essais ont été utilisés, à savoir un essai de traction monotone et la première boucle d'hystérésis d'un essai de traction-compression uniaxial. Ces essais présentent l'avantage d'être simples et peu coûteux en terme de mise en oeuvre.

La validation du modèle a été faite en deux temps, d'une part sur des essais uniaxiaux de traction-compression à différentes niveaux d'amplitudes et sur des essais biaxiaux non-proportionnels, et d'autre part sur des surfaces de plasticité.

Pour les essais uniaxiaux et biaxiaux non-proportionnels, les résultats des simulations montrent la bonne capacité prédictive du modèle. Bien que les lois d'interaction de Cailletaud-Pilvin et d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni soient différentes dans leur formulation, leurs prédictions sont presque équivalentes à part pour la description de l'effet Bauschinger mieux traduit par la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin. Ceci nous a conduit à n'utiliser que cette dernière par la suite. Les simulations des surfaces de plasticité ont été comparées à des mesures expérimentales. Elles ont montré que le modèle rend bien compte de la distorsion des surfaces de plasticité, c'est-à-dire de l'anisotropie induite par la déformation plastique. Cependant, bien que la forme générale des surfaces de plasticité soit bien reproduite, le modèle a tendance à surestimer la taille des surfaces de plasticité dans la direction opposée au chargement.

Du fait des bonnes prédictions du modèle que ce soit pour la simulation de trajets de chargement proportionnels et non-proportionnels ou pour la simulation de surface de plasticité, une application serait de l'utiliser comme machine d'essai virtuelle moins coûteuse qu'une machine réelle.

## Chapitre 3

# Modélisation multi-échelles de l'adoucissement cyclique

### 3.1 Introduction

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé un modèle polycristallin en adéquation avec la microstructure biphasée de l'acier inoxydable duplex étudié. Le modèle a été validé sur une large base d'essais expérimentaux, incluant notamment des essais uniaxiaux (première boucle d'hystérésis de traction-compression uniaxiale) et des essais biaxiaux (première boucle d'hystérésis de traction-compression/torsion pour des trajets de chargement non-proportionnels).

Des essais de fatigue plastique oligocyclique ont été effectués au cours de la thèse de Aubin [Aub01] pour des trajets de chargement uniaxiaux (traction-compression purement alternée) à différentes amplitudes de déformation totale imposée et des trajets de chargement biaxiaux (traction-compression/torsion) non-proportionnels à amplitude de déformation totale équivalente imposée. Les courbes de durcissement-adoucissement cyclique expérimentales présentent une phase d'accommodation caractérisée par un bref durcissement cyclique, suivi d'un adoucissement cyclique. La phase de stabilisation de la contrainte est ensuite atteinte, au cours de laquelle l'amplitude de contrainte reste quasi constante (pendant 80% de la durée de vie).

Suite à son identification et à sa validation sur des premières boucles d'hystérésis, le modèle polycristallin biphasé du chapitre 2 a été utilisé pour simuler un chargement de fatigue plastique oligocyclique. L'essai simulé consiste en un chargement cyclique purement alterné de traction-compression uniaxiale, piloté en déformation totale à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale. Les résultats des simulations sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus par Aubin [Aub01]. Les figures 3.1-a-b donnent respectivement les courbes de durcissement-adoucissement cyclique et la boucle d'hystérésis au cycle stabilisé. On peut voir que le modèle polycristallin biphasé rend compte d'un durcissement cyclique initial mais ne rend pas compte

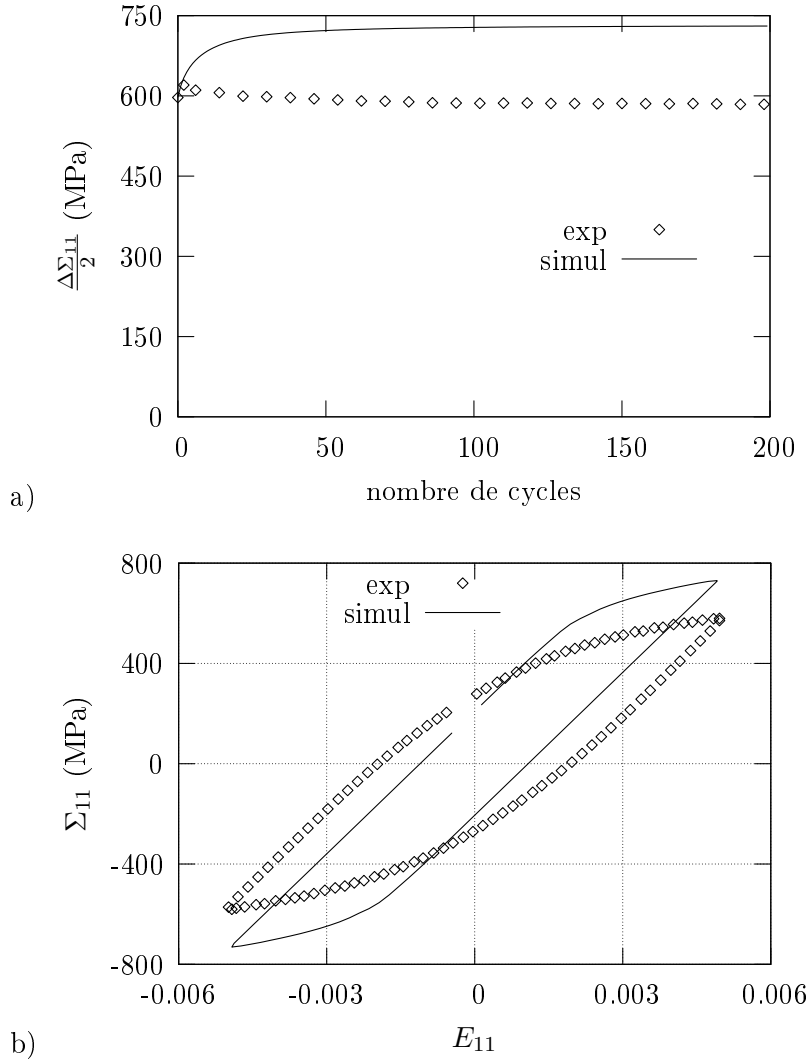


FIG. 3.1 – Essai de fatigue plastique oligocyclique en traction-compression uniaxiale, piloté en déformation totale à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  ( $R_\epsilon = -1$ ,  $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulation utilisant le modèle polycristallin biphasé du chapitre 2 : a) courbe de durcissement-adoucissement cyclique, b) boucle d'hystérésis au cycle stabilisé.

de l'adoucissement cyclique. La contrainte et la boucle d'hystérésis au cycle stabilisé sont ainsi largement surestimées par le modèle polycristallin biphasé précédemment proposé.

Ces constatations ont motivé l'extension du modèle afin de rendre compte d'un adoucissement cyclique et donc de prédire correctement le niveau de contrainte et la boucle d'hystérésis au cycle stabilisé.

Dans l'optique de conserver un modèle physiquement fondé, une étude bibliographique est menée afin d'identifier les origines physiques possibles de l'adoucissement cyclique. Puis, afin d'identifier le rôle de chaque phase dans l'adoucissement cyclique observé à l'échelle macroscopique, des

observations au microscope électronique en transmission (MET) ont été menées à différents instants du cyclage pour deux trajets de chargement, l'un uniaxial, l'autre biaxial. Une extension du modèle de comportement du monocristal est alors proposée. Les paramètres matériau introduits sont identifiés à partir des micrographies TEM pour les uns, et par approche inverse pour les autres. Enfin, le modèle est validé pour plusieurs trajets de chargement cyclique uniaxiaux et biaxiaux.

## 3.2 Origines physiques de l'adoucissement cyclique

Les aciers inoxydables austénitiques [DM86], [Pol91], [KPOD97], [HK01], ferritiques [KP01] et duplex (austéno-ferritiques) [XW92], [KPOD97],[AQD03] sollicités en fatigue plastique oligocyclique présentent dans de nombreux cas un comportement d'accommodation caractérisé par un durcissement cyclique suivi d'un adoucissement cyclique. Ce comportement résulte d'une compétition entre un processus de durcissement cyclique dû à la création de défauts ponctuels et à une augmentation de la densité de dislocations, et d'un processus d'adoucissement cyclique. Deux causes sont régulièrement avancées dans la littérature pour expliquer le processus d'adoucissement cyclique.

Dans les aciers inoxydables austénitiques et duplex, chargés en azote, la présence d'azote dans l'austénite<sup>11</sup> favorise le glissement plan des dislocations [DM86] [Vog01] (Figure 3.2), favorisant ainsi la réversibilité de la déformation plastique. En conséquence, d'une part, un adoucissement cyclique est observé, d'autant plus marqué que la teneur en azote est importante ([DM86], [MGL<sup>+</sup>01], [LLC05]), d'autre part l'armorage des microfissures est retardé. Mais, les aciers in-

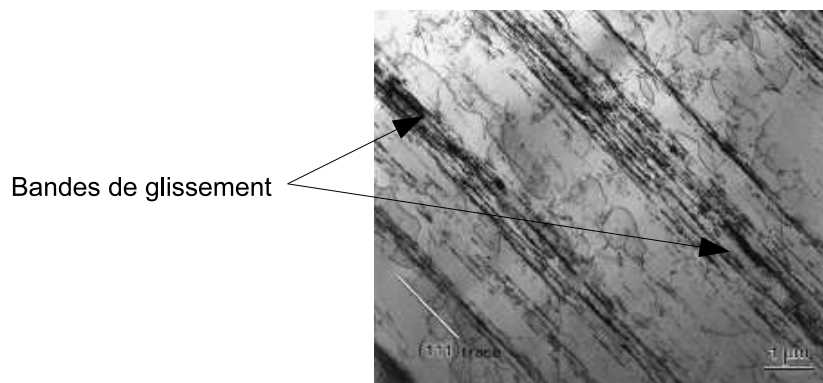


FIG. 3.2 – Bandes de glissement planaire observées à mi-durée de vie au MET dans un acier inoxydable super austénitique avec une teneur en azote de 0.46% [HK01].

<sup>11</sup>dans les aciers duplex, la ferrite contient très peu d'azote, ce qui est dû à la faible limite de solubilité de l'azote dans les aciers à structure cristallographique CC.



oxydables austénitiques sans azote [MS06], les aciers ferritiques, toujours très peu chargés en azote [KP01] et les aciers austéno-ferritiques peu chargés en azote [MLIA96], présentent également un adoucissement cyclique. Aussi, l'adoucissement cyclique ne peut être uniquement attribué à la présence d'azote dans l'austénite. La seconde cause d'adoucissement cyclique, relatée dans la littérature, est l'évolution, au cours du cyclage, de la distribution des dislocations qui s'arrangent progressivement en structures (BGP, murs/canaux, labyrinthes, cellules) constituées de zones dures, riches en dislocations, et de zones molles, pauvres en dislocations. A titre d'exemple, dans un acier inoxydable austénitique AISI 304L sollicité en fatigue plastique oligocyclique, Mayama et al. [MS06] ont observé au cours du durcissement cyclique, une forte augmentation de la densité de défauts et de dislocations, et une structure cellulaire au cours de l'adoucissement (Figure 3.3-a-b-c). Cette structure cellulaire est constituée de zones dures (parois cellulaires) qui ne peuvent

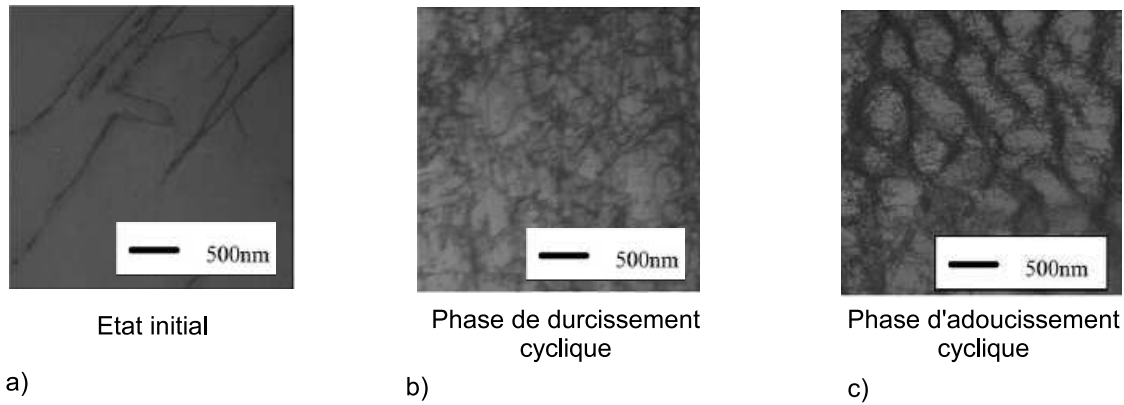


FIG. 3.3 – Evolution de la distribution des dislocations dans un acier inoxydable austénitique 304L cyclé en traction-compression à  $R_\epsilon = -1$  et  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  (Mayama et al. [MS06] ; a) état initial, b) pendant le durcissement (30 cycles), c) pendant l'adoucissement (100 cycles).

plus accommoder la déformation plastique, et de zones molles (intérieur des cellules) qui accommodent désormais facilement la déformation plastique, expliquant ainsi l'adoucissement cyclique observé. Enfin quel que soit l'acier, la fraction volumique de zones molles augmente généralement au cours de l'adoucissement, tandis que la fraction volumique des zones dures diminue, dû à leur densification. La figure 3.4 schématise l'évolution de la distribution des dislocations sur un système actif au cours du cyclage.

Dans les aciers austéno-ferritiques relativement chargés en azote, les deux causes citées précédemment peuvent s'additionner pour expliquer l'adoucissement cyclique. Dans ce travail, afin de discriminer le rôle de chaque phase dans le processus d'adoucissement cyclique, des observations au MET ont été effectuées à différents instants au cours du cyclage, d'une part au cours d'un essai de traction-compression (TC) et d'autre part au cours d'un essai de traction-compression/torsion (TCT) suivant un trajet de chargement carré (non-proportionnel).

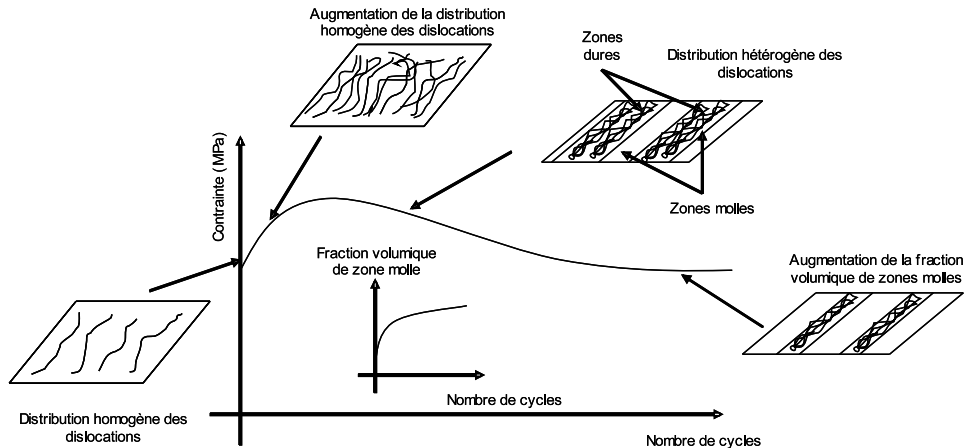


FIG. 3.4 – Schématisation de l'évolution de la distribution des dislocations sur un système de glissement actif au cours du cyclage en fatigue plastique oligocyclique.

### 3.3 Evolution de la distribution des dislocations au cours du cyclage de l'acier inoxydable duplex étudié

Les essais mécaniques de fatigue plastique oligocyclique ont été effectués sur le matériau défini au §2.2.1. L'essentiel du protocole expérimental (type de machine, éprouvettes, grandeurs, paramètres... ) est rappelé en annexe B. Le lecteur désireux d'en savoir plus pourra se référer à la thèse de Aubin [Aub01].

#### 3.3.1 Essais mécaniques

Deux essais de fatigue plastique oligocyclique ont été effectués jusqu'à rupture. Le premier était un essai de traction-compression uniaxiale (TC) à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  (Figure 3.5-a). Le second était un essai de traction-compression/torsion (TCT) suivant un trajet de chargement carré, donc non-proportionnel, à  $E_{eq} = 0.5\%$  d'amplitude de déformation totale équivalente (Figure 3.5-b). Les deux essais ont été effectués à vitesse constante de déformation totale équivalente ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ) et à température ambiante.

Les résultats expérimentaux en termes de réponse en amplitude de contrainte sont donnés figure 3.6-a. Les réponses des deux essais présentent une phase d'accommodation caractérisée par un bref durcissement suivi d'un adoucissement. Enfin, la stabilisation de la contrainte est atteinte pour les deux essais (Figure 3.6-b). L'amplitude de contrainte maximale est atteinte au 3<sup>ème</sup> cycle ( $\Sigma_{max} = 620$  MPa) pour l'essai de traction-compression et au 21<sup>ème</sup> cycle pour l'essai de traction-compression/torsion ( $\Sigma_{max} = 688$  MPa). L'adoucissement cyclique est caractérisé par le

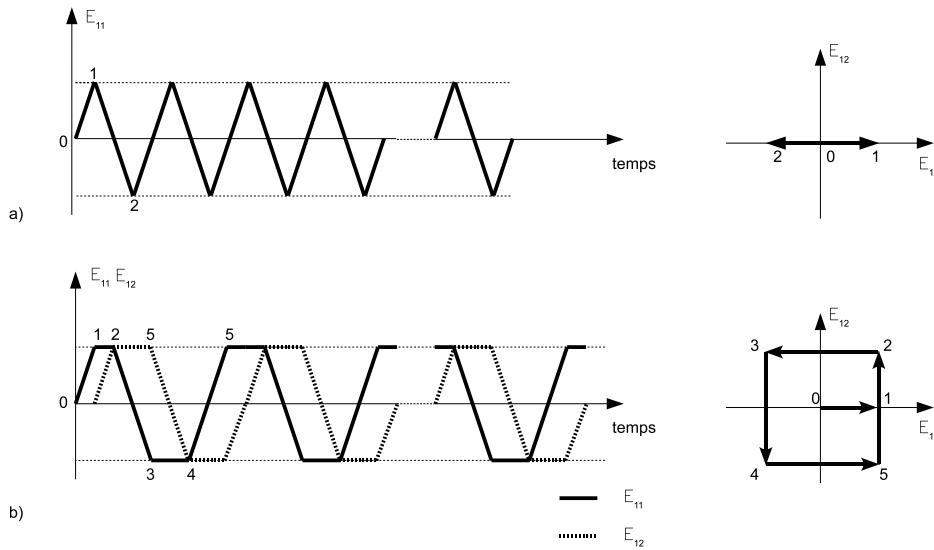


FIG. 3.5 – Chargements utilisés lors des essais de fatigue plastique oligocyclique; a) chargement de traction-compression, b) chargement de traction-compression/torsion suivant un trajet carré (non-proportionnel).

taux d'adoucissement :

$$\delta = 100 \frac{\Sigma_{\max} - \Sigma_{\text{stab}}}{\Sigma_{\max}} \quad (3.1)$$

avec  $\Sigma_{\text{stab}}$  l'amplitude de contrainte équivalente stabilisée. Les paramètres caractéristiques de ces réponses en contrainte sont consignés dans le tableau 3.1, avec  $N_{\Sigma_{\max}}$ ,  $N_{\Sigma_{\text{stab}}}$  et  $N_f$  respectivement le nombre de cycles de la phase de durcissement cyclique, le nombre de cycles pour atteindre la stabilisation et le nombre de cycles à rupture.

	$N_{\Sigma_{\max}}$	$\Sigma_{\max}$ (MPa)	$N_{\Sigma_{\text{stab}}}$	$\Sigma_{\text{stab}}$ (MPa)	$\delta$ (%)	$N_f$
TC	3	620	200	580	6.45	6000
TCT	21	680	600	647	4.85	1500

TAB. 3.1 – Paramètres caractéristiques des courbes de durcissement-adoucissement cyclique obtenues pour les essais de traction-compression (TC) et de traction-compression/torsion (TCT).

Pour un même niveau de déformation totale équivalente imposée,  $E_{\text{eq}} = 0.5\%$ , la contrainte équivalente stabilisée atteinte lors de l'essai TCT est plus importante que celle atteinte lors de l'essai TC. On parle de **sur-écrouissage**, phénomène couramment observé sous chargement non-proportionnel dans les matériaux à faible énergie de faute d'empilement tels que les aciers inoxydables austénitiques (voir la thèse de Calloch [Cal97] pour une revue sur le sur-écrouissage). En revanche, l'adoucissement cyclique est plus important pour l'essai TC que pour l'essai TCT (cf : taux d'adoucissement). Enfin, la phase d'accommodation (durcissement-adoucissement) est

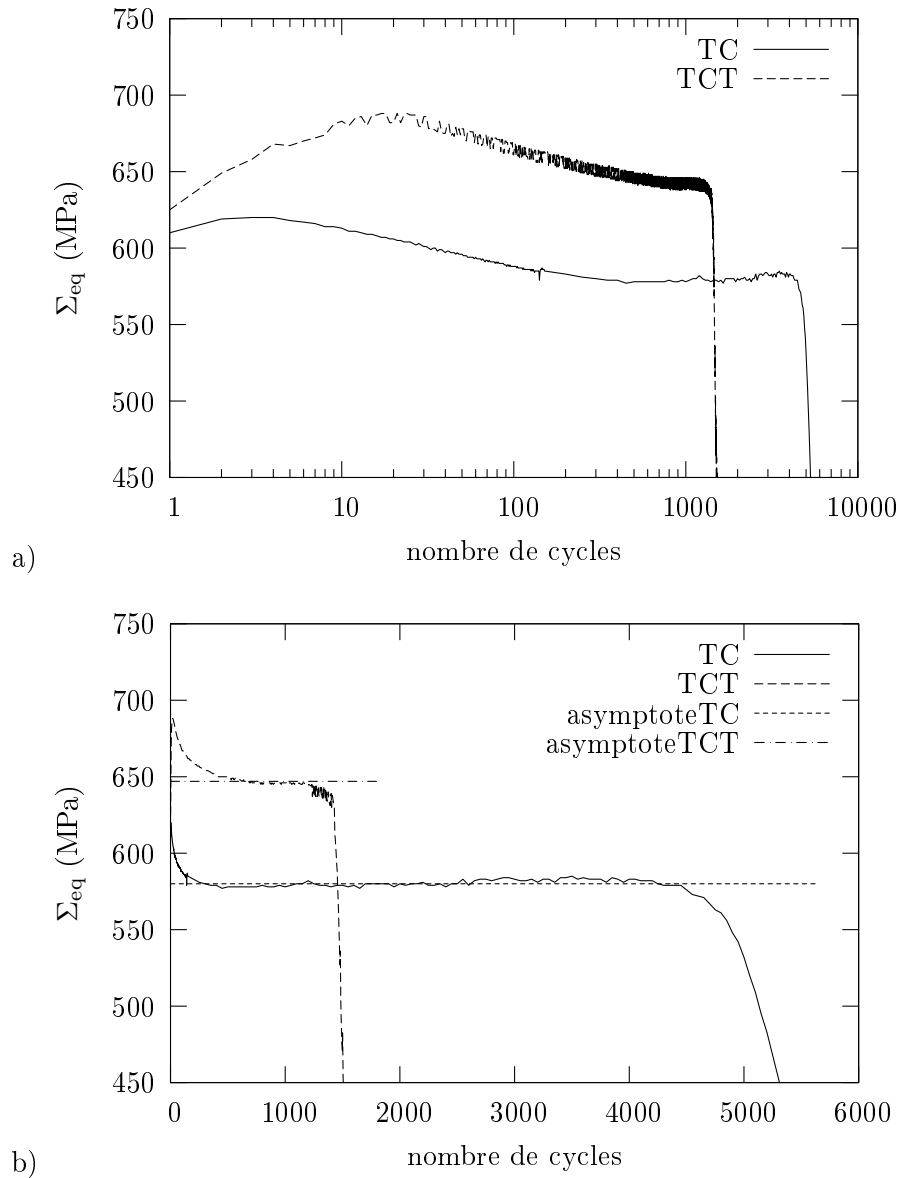


FIG. 3.6 – Courbes de durcissement-adoucissement cyclique obtenues sur l'acier duplex ( $\dot{E}_{11} = 6.6.10^{-4} s^{-1}$ ); essai de traction-compression (TC) à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , essai de traction-compression/torsion (TCT) suivant un trajet carré à  $E_{eq} = 0.5\%$ ; a) diagramme semi logarithmique, b) diagramme bilinéaire.

bien plus étendue pour l'essai TCT (600 cycles  $\cong 50\% N_f$ ) que pour l'essai TC (200 cycles  $\cong 10\% N_f$ ).

Dans la suite de ce paragraphe, l'évolution de la distribution des dislocations au cours du cyclage est observée par Microscopie Electronique en Transmission (MET) pour les deux essais ci-dessus, afin de comprendre le rôle que joue chaque phase dans l'adoucissement cyclique.

### 3.3.2 Observations MET : Protocole expérimental

Concernant la sollicitation de traction-compression uniaxiale, nous avons étudié l'évolution de la distribution des dislocations dans plusieurs grains à trois instants au cours du cyclage. Pour cela trois essais interrompus ont été effectués dans les mêmes conditions que l'essai TC cité précédemment, qui, lui, avait été mené jusqu'à rupture :

- le premier essai a été interrompu à 2 cycles, c'est-à-dire au cours de la phase de durcissement cyclique,
- le second essai a été interrompu à 20 cycles, c'est-à-dire au cours de la phase d'adoucissement cyclique,
- le troisième essai a été interrompu à 550 cycles, c'est-à-dire au cours de la phase de stabilisation.

Concernant la sollicitation de traction-compression/torsion, nous avons étudié l'évolution de la distribution des dislocations dans plusieurs grains à deux instants au cours du cyclage. Deux essais interrompus ont été menés dans les mêmes conditions que l'essai TCT cité précédemment, qui, lui, avait été mené jusqu'à rupture :

- le premier essai a été interrompu à 21 cycles, c'est-à-dire au cours de la phase de durcissement cyclique,
- le second essai a été interrompu à 300 cycles, c'est-à-dire au cours de la phase de d'adoucissement cyclique.
- Un essai de traction-compression/torsion jusqu'à stabilisation de la contrainte a été effectué. Cet essai sera ultérieurement analysé au MET. L'analyse complète de l'évolution de la distribution des dislocations fera l'objet d'une publication postérieure à la thèse.

Des lames minces ont été prélevées perpendiculairement à l'axe de sollicitation dans les éprouvettes sollicitées en traction-compression. Dans les éprouvettes sollicitées en traction-compression/torsion, les lames ont été prélevées parallèlement à l'axe de sollicitation (rappelons que les éprouvettes sont des tubes minces). Les lames ont été ensuite amincies par polissage électrolytique par la méthode du double jet dans une solution à 10% d'acide perchlorique et 90% d'éthanol. L'intensité était de 70 mA et la température de  $-5^{\circ}\text{C}$ . Les observations ont été effectuées sur un MET Philips EM300 opérant sous 100 kV, à l'institut de Physique de Rosario (Argentine).

### 3.3.3 Observations MET : essai de traction-compression

#### Phase austénitique

Au cycle 2 (Figure 3.7-a), des bandes de glissement rectilignes, distribuées de manière relativement homogène, sont observées. Deux systèmes de glissement sont activés, l'un intensément, l'autre faiblement. Ces bandes rectilignes sont caractéristiques d'un glissement planaire des dislocations, dû à la présence d'azote. Au cycle 20 (Figure 3.7-b), des bandes de glissement sont

toujours observées dans deux directions. La différence par rapport au cycle 2 est l'augmentation de la densité de dislocations, c'est-à-dire l'intensité des bandes et leur nombre. Au cycle 550 (Figure 3.7-c), les bandes de glissement sont encore plus clairement observées, avec l'activation d'un troisième système de glissement faiblement activé. Ces bandes sont distribuées de manière relativement homogène. Entre les cycles 20 et 550 la densité de dislocations a peu augmenté.

### **Phase ferritique**

Au cycle 2 (Figure 3.8-a), les dislocations sont distribuées de manière homogène. Puis, au cycle 20 (Figure 3.8-b), la distribution des dislocations commence à devenir hétérogène. Quelques amas denses en dislocations apparaissent, les autres zones ayant comparativement une faible densité de dislocations. Enfin, au cycle 550 (Figure 3.8-c), l'hétérogénéité de la distribution des dislocations s'est intensifiée comparativement au cycle 20. Une structure biphasée est observée, composée de zones riches et de zones pauvres en dislocations. L'accommodation de la déformation plastique est aisée dans les zones à faible densité de dislocations (zones molles) car peu d'obstacles s'opposent au passage des dislocations, tandis que dans les zones à forte densité de dislocations (zones dures), l'accommodation de la déformation plastique est plus difficile.

### **3.3.4 Observations MET : essai de traction-compression/torsion**

#### **Phase austénitique**

Au cycle 21 (Figure 3.9-a), des bandes de glissement distribuées de manière relativement homogène sont observées dans l'austénite. Comparativement au cycle 2 de l'essai TC (phases de durcissement cyclique pour les deux essais), deux voire trois systèmes de glissement activés sont clairement observés ici, dû à l'état biaxial du chargement. Ceci peut expliquer en partie le durcissement cyclique plus important observé pour cet essai. Au cycle 300 (Figure 3.9-b), une évolution peu significative est observée par rapport au cycle 21, les bandes de glissement, dans deux directions, sont toujours distribuées de manière homogène et les deux systèmes de glissement correspondants sont activés avec la même intensité. Cette intensité est plus élevée au cycle 300 qu'au cycle 21. Seule la densité de dislocations a augmenté comparativement au cycle 21.

#### **Phase ferritique**

Au cycle 21 (Figure 3.10-a), la distribution des dislocations dans la ferrite est homogène. Comparativement au cycle 2 de l'essai TC, la densité de dislocations est très importante. Ceci peut en partie expliquer le durcissement cyclique important observé pour cet essai. Au cycle 300 (Figure 3.10-b), la distribution des dislocations devient très hétérogène, composée de parois et canaux, voire de cellules dans certaines zones, avec deux directions préférentielles de parois. Les

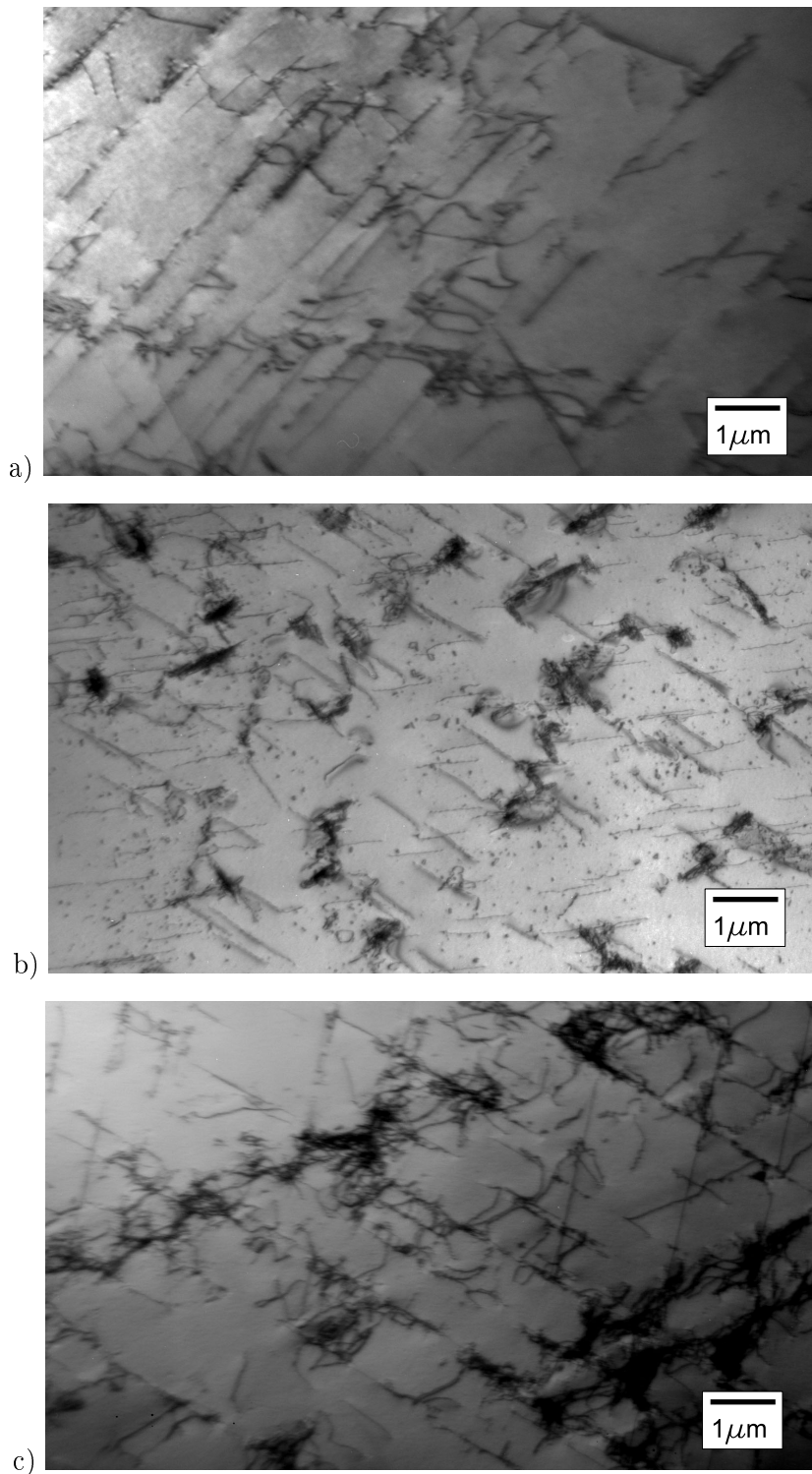


FIG. 3.7 – Distribution des dislocations dans la phase austénitique au cours du cyclage pour l'essai TC à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ ; a) au cycle 2, b) au cycle 20, c) au cycle 550.

3.3. Evolution de la distribution des dislocations au cours du cyclage de l'acier inoxydable duplex étudié83

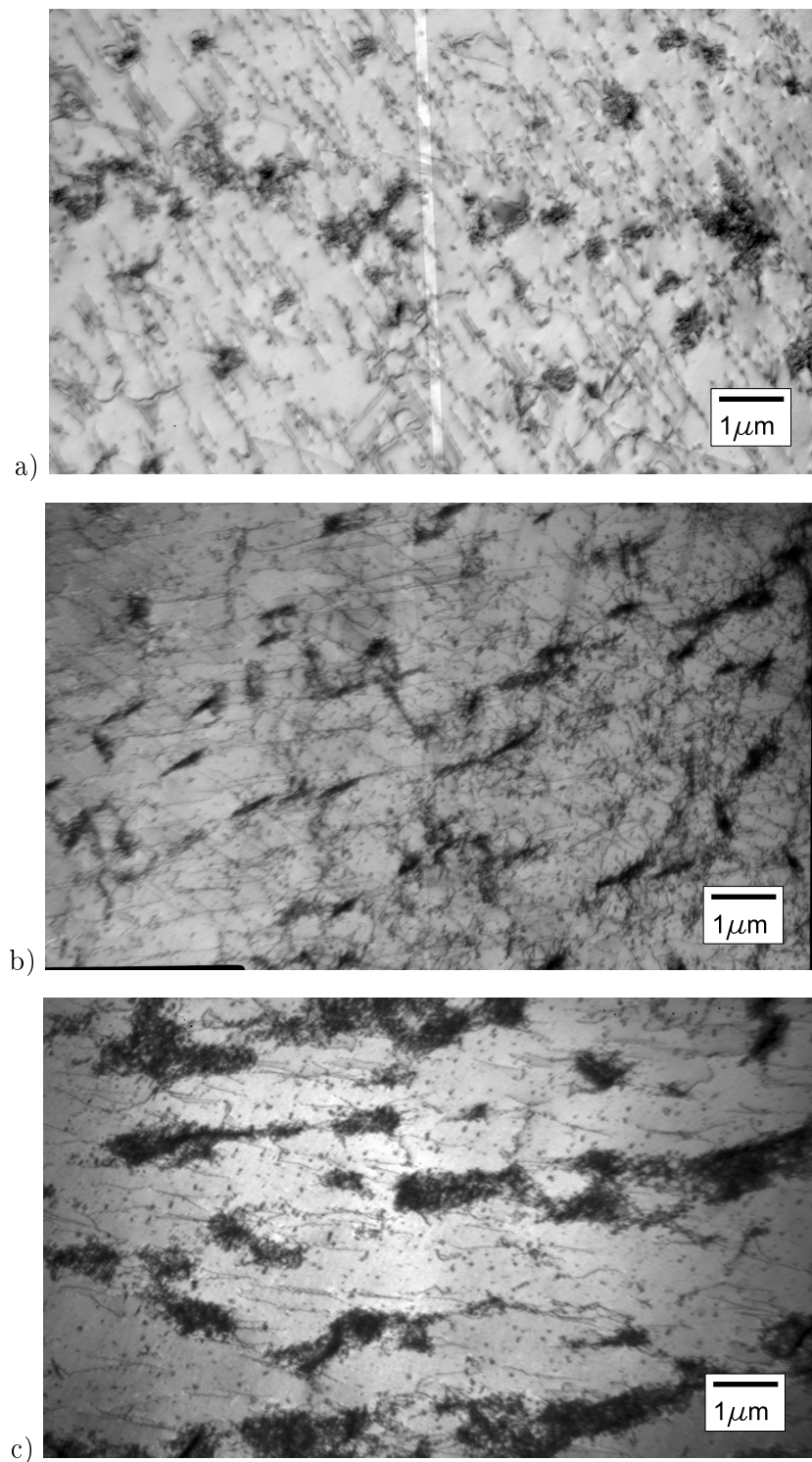


FIG. 3.8 – Distribution des dislocations dans la phase ferritique au cours du cyclage pour l'essai TC à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ ; a) au cycle 2, b) au cycle 20, c) au cycle 550.



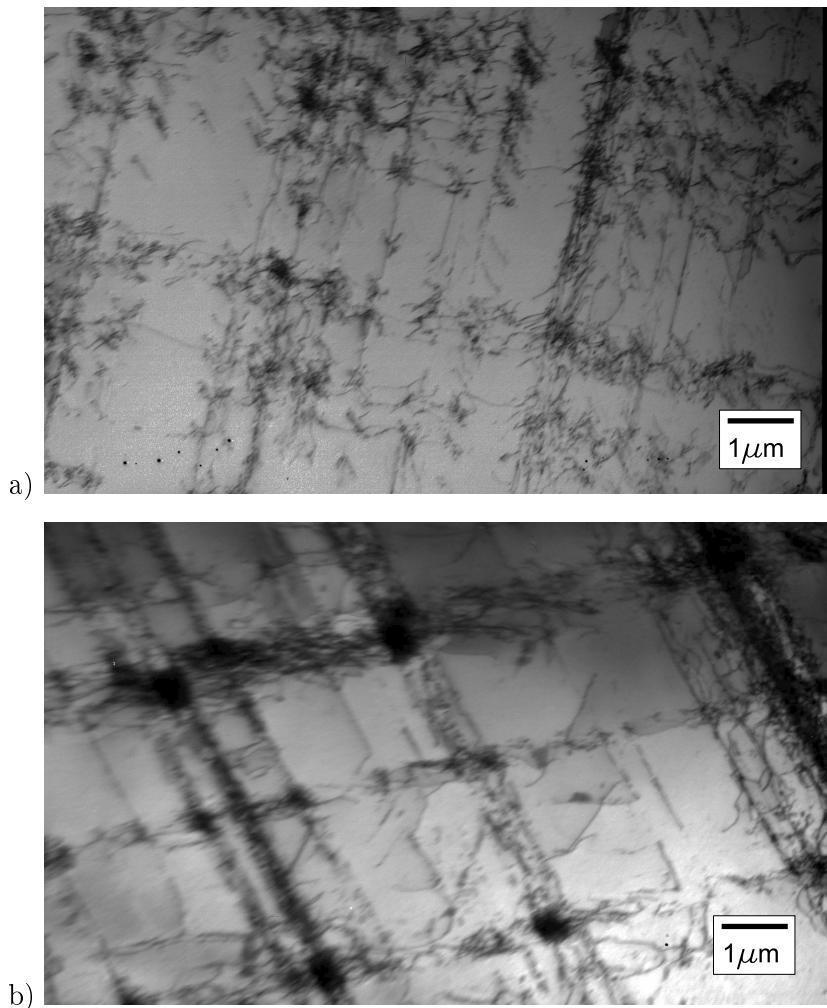


FIG. 3.9 – Distribution des dislocations dans la phase austénitique au cours du cyclage pour l'essai TCT à  $E_{eq} = 0.5\%$ ; a) au cycle 21, b) au cycle 300.

parois sont des zones dures et les canaux et les centres des cellules sont des zones molles puisque respectivement riches et pauvres en dislocations.

### 3.3.5 Discussion

Dans les paragraphes précédents, nous avons observé les évolutions des distributions des dislocations au cours du cyclage sous sollicitation de traction-compression uniaxiale et sous sollicitation de traction-compression/torsion suivant un trajet de chargement carré.

Dans les deux cas de chargement, des bandes de glissement planaires sont observées dans la phase austénitique, quel que soit le nombre de cycles. Au cours de la phase d'accommodation, seule la densité de dislocations augmente, la distribution des dislocations ne change quasiment pas. La densité de dislocations se stabilise ensuite. Dans les deux cas de chargement, dans la ferrite,

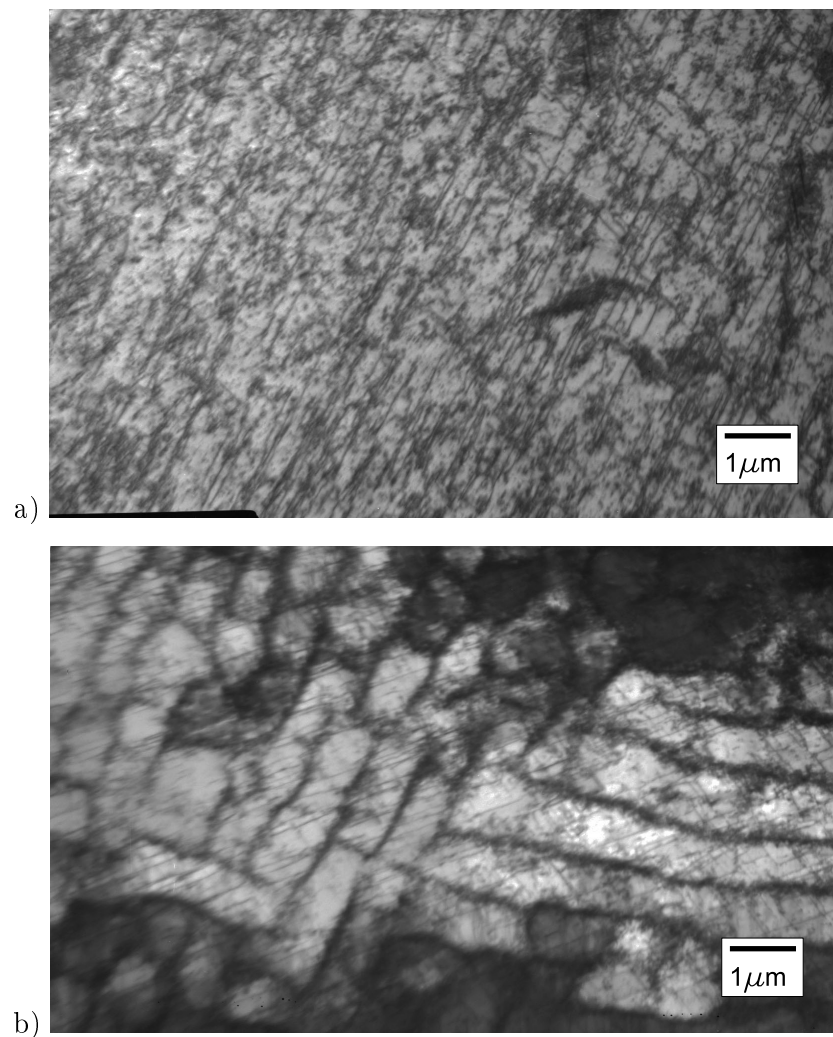


FIG. 3.10 – Distribution des dislocations dans la phase ferritique au cours du cyclage pour l'essai de traction-compression/torsion à  $E_{eq} = 0.5\%$ ; a) au cycle 21, b) au cycle 300.

la distribution des dislocations est homogène pendant la phase de durcissement cyclique, puis, cette distribution devient hétérogène, composée de zones dures et molles respectivement riches et pauvres en dislocations.

Sur la base de l'étude bibliographique réalisée (§3.2), deux causes peuvent expliquer l'adoucissement cyclique : la présence d'azote dans l'austénite, qui y favorise un glissement plan, et un arrangement progressivement hétérogène des dislocations.

Dans l'acier duplex étudié ici, dans l'austénite, des bandes de glissement caractéristiques d'un glissement plan des dislocations sont observées, et dans la ferrite, une distribution hétérogène des dislocations est observée. Aussi, l'adoucissement cyclique peut être attribué aux deux phases en présence.

Néanmoins, l'évolution des arrangements de dislocations observée dans la ferrite, en zones dures

(à forte densité de dislocations) et zones molles (à faible densité de dislocations), est plus intense que celle observée dans l'austénite. Aussi, dans un premier temps, par souci de complexification progressive du modèle, nous faisons l'hypothèse que seule l'évolution des arrangements de dislocations dans la ferrite explique l'adoucissement cyclique observé. Le modèle de comportement de l'acier duplex sera modifié en ce sens dans le paragraphe suivant. La modification portera donc uniquement sur la loi de comportement cristalline des grains ferritiques.

### 3.4 Proposition d'un modèle adoucissant du monocristal CC

#### 3.4.1 Formulation de la loi d'écoulement modifiée

Nous proposons ici une modification de la loi de comportement du monocristal CC utilisée au chapitre 2, afin de rendre compte de l'adoucissement cyclique attribué aux grains ferritiques. Le nouveau modèle de comportement du monocristal CC s'inspire des travaux de Mughrabi [Mug83], Feaugas et Gaudin [Gau02]. Celui-ci considère une distribution hétérogène des dislocations, telle que chaque grain peut être considéré comme constitué, sur chaque système de glissement, de zones dures (indice (w) pour wall) et molles (indice (c) pour channel), qui se déforment en parallèle.

D'après Estrin et al. [ETMB98], Tòth [T05], Kim et al. [KE05], la cission critique équivalente résultant d'une distribution hétérogène des dislocations en zones dures et molles s'écrit :

$$\tau_{\mu}^{(s)} = f_w^{(s)} \tau_{\mu w}^{(s)} + f_c^{(s)} \tau_{\mu c}^{(s)} \quad (3.2)$$

avec  $\tau_{\mu w}^{(s)}$ ,  $\tau_{\mu c}^{(s)}$ , les cissions critiques dans les zones dures et molles respectivement. On suppose le même taux de glissement dans les zones dures et molles (hypothèse faite par Estrin et al. [ETMB98], Tòth [T05], Kim et al. [KE05]). Alors, en injectant l'équation 3.2, dans la loi d'écoulement classique (chapitre 2), nous obtenons la loi d'écoulement modifiée suivante :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \left( \frac{|\tau^{(s)}| - (f_w^{(s)} \tau_{\mu w}^{(s)} + f_c^{(s)} \tau_{\mu c}^{(s)})}{K} \right)^n \text{sign}(\tau^{(s)}) \quad \text{si} \quad |\tau^{(s)}| \geq f_w^{(s)} \tau_{\mu w}^{(s)} + f_c^{(s)} \tau_{\mu c}^{(s)} \quad (3.3)$$

et  $\dot{\gamma}^{(s)} = 0$  sinon.

#### 3.4.2 Lois d'écrouissage dans les zones dures et molles

Pour chaque système de glissement (s), deux lois d'écrouissage sont introduites, afin de différencier les comportements des zones dures et molles. En revanche la cission initiale,  $\tau^0$ , et la densité initiale de dislocations,  $\rho^0$ , sont supposées être les mêmes pour les zones dures et molles, puisque les zones dures et molles se forment à partir d'un même état de répartition uniforme de

dislocations.

Dans les zones dures, donc à forte densité de dislocations, les interactions entre dislocations sont importantes. Les lois d'écroissage y sont similaires à celles utilisées dans le modèle présenté au §2.2.3, elles font intervenir une matrice d'écroissage. Par souci de clarté, nous rappelons ici ces lois d'écroissage. La cission critique est définie par :

$$\tau_{\mu w}^{(s)} = \mu b \sqrt{\sum_t h^{t(s)} \rho_w^t} + \tau^0 \quad \text{avec} \quad h^{t(s)} = \begin{cases} 1 & \text{si } t = s \\ h_i & \text{si } t \neq s \end{cases} \quad (3.4)$$

et l'évolution de la densité de dislocations,  $\rho_w^{(s)}$ , dans les zones dures par :

$$\dot{\rho}_w^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{1}{\Xi^{(s)}} - 2y_c \rho_w^{(s)} \right) |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad \text{avec} \quad \rho_w^{(s)} (\gamma^{(s)} = 0) = \rho^0 \quad (3.5)$$

où  $\Xi^{(s)}$  est le libre parcours moyen des dislocations dans les zones dures :

$$\Xi^{(s)} = \frac{L}{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho_w^t}} \quad (3.6)$$

Rappelons que,  $b$ ,  $\mu$ ,  $h$ ,  $L$ ,  $y_c$ , sont respectivement le vecteur de Burgers, le module d'élasticité en cisaillement, un paramètre d'interaction entre dislocations, un paramètre contrôlant la production des dislocations et la distance d'annihilation des dipôles de dislocations.

Dans les zones molles, donc à faible densité de dislocations, les interactions entre dislocations peuvent être négligées. Par conséquent, la cission critique dans les zones molles suit une loi similaire à celle des zones dures, à la différence près qu'aucune matrice d'interaction n'est introduite. La cission critique dans les zones molles est alors définie par :

$$\tau_{\mu c}^{(s)} = \mu b \sqrt{\rho_c^{(s)}} + \tau^0 \quad (3.7)$$

et l'évolution de la densité de dislocations dans les zones molles,  $\rho_c^{(s)}$ , par :

$$\dot{\rho}_c^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{\sqrt{\rho_c^{(s)}}}{L_c} - 2y_s \rho_c^{(s)} \right) |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad \text{avec} \quad \rho_c^{(s)} (\gamma^{(s)} = 0) = \rho^0 \quad (3.8)$$

avec  $L_c$  un paramètre matériau contrôlant la production des dislocations et  $y_s$  une distance d'annihilation. Dans les zones molles, il a été observé [Bil93] que ce sont les dislocations de type vis (screw) qui s'annihilent (d'où l'indice  $s$  pour cette distance).

### 3.4.3 Loi d'évolution des zones molles

A la différence du modèle d'Estrin et al. [ETMB98], nous avons choisi d'utiliser la fraction volumique de zones molles pour piloter l'évolution de la distribution des dislocations. A partir

de la relation :  $f_w^{(s)} + f_c^{(s)} = 1$ , la cission critique sur le système de glissement (s) s'écrit :

$$\tau_\mu^{(s)} = \left(1 - f_c^{(s)}\right) \tau_{\mu w}^{(s)} + f_c^{(s)} \tau_{\mu c}^{(s)} \quad (3.9)$$

Par analogie avec le modèle d'Estrin et al. [ETMB98], une loi phénoménologique est utilisée pour décrire l'évolution croissante de la fraction volumique de zones molles :

$$f_c^{(s)} = H \left(1 - \frac{1}{f_\infty} f_c^{(s)}\right) |\dot{\gamma}^{(s)}| \quad \text{avec} \quad f_c^{(s)} \left(\dot{\gamma}^{(s)} = 0\right) = 0 \quad (3.10)$$

avec  $H$  un paramètre matériau contrôlant la vitesse d'adoucissement cyclique, et  $f_\infty$  la valeur asymptotique de la fraction volumique de zones molles.

### 3.4.4 Conclusion sur le modèle adoucissant du monocristal CC

Le tableau 3.2 définit l'ensemble des équations du modèle polycristallin biphasé, modifié pour rendre compte de l'adoucissement cyclique. Du fait que nous supposons que seule la phase ferritique induit de l'adoucissement cyclique, cette nouvelle loi de comportement du monocristal est utilisée uniquement pour décrire le comportement des grains ferritiques. Le nouveau modèle polycristallin biphasé présente l'avantage de ne faire intervenir que quatre nouveaux paramètres matériau par rapport au précédent (Tableau 3.3). Notons cependant que ce modèle ne prend pas en compte le fait que l'accommodation des déformations plastiques se fait dans les seules zones molles. La prise en compte dans la modélisation est en cours d'étude et constitue une perspective en prolongement du présent travail.

## 3.5 Identification des paramètres matériau

Quatre nouveaux paramètres matériau sont introduits pour modéliser le comportement des zones molles et l'évolution de leur fraction volumique au cours du cyclage. L'identification des paramètres matériau est menée en deux temps.

**Première étape.** Les paramètres  $L_c$  (3.8) et  $f_\infty$  (3.10) sont identifiés à partir des micrographies TEM. Le paramètre  $L_c$  peut être relié à la distance entre zones molles,  $\lambda$ , et à la densité de dislocations au cycle stabilisé,  $\rho_{stab}$ , par la relation :

$$L_c = \lambda \sqrt{\rho_{stab}} \quad (3.11)$$

Des ordres de grandeur des paramètres  $\lambda$  et  $\rho_{stab}$  sont obtenus à partir des micrographies à 550 cycles pour l'essai TC et à partir des micrographies à 300 cycles pour l'essai TCT. Les valeurs mesurées sont :  $\lambda = 4 \mu\text{m}$  et  $\rho_{stab} = 10^{14} \text{ m}^{-2}$  pour l'essai TC, soit  $L_c = 40$ . Pour l'essai TCT, les mesures donnent :  $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$  et  $\rho_{stab} = 10^{14} \text{ m}^{-2}$  soit  $L_c = 15$ . La valeur asymptotique de la fraction volumique de zones molles est évaluée à partir des micrographies MET et en utilisant

Phase	Austénite	Ferrite
Loi d'interaction	$\underline{\sigma}_a^g = \underline{\Sigma} + \mu \left( \underline{B} - \underline{\beta}_a^g \right)$ $\underline{\dot{\beta}}_a^g = \underline{\dot{\varepsilon}}_a^{pg} - D_a \left( \underline{\beta}_a^g - \delta_a \underline{\varepsilon}_a^{pg} \right) \ \underline{\dot{\varepsilon}}_a^{pg}\ $	$\underline{\sigma}_f^g = \underline{\Sigma} + \mu \left( \underline{B} - \underline{\beta}_f^g \right)$ $\underline{\dot{\beta}}_f^g = \underline{\dot{\varepsilon}}_f^{pg} - D_f \left( \underline{\beta}_f^g - \delta_f \underline{\varepsilon}_f^{pg} \right) \ \underline{\dot{\varepsilon}}_f^{pg}\ $
$\underline{B} = f_a \sum_{g=1}^{N_g=40} f^g \underline{\beta}_a^g + f_f \sum_{g=1}^{N_g=40} f^g \underline{\beta}_f^g$		
Loi cristalline	$\tau_a^{(s)} = \underline{\sigma}_a^g : \underline{m}_a^{g(s)}$ $\dot{\gamma}_a^{(s)} = \left( \frac{ \tau_a^{(s)}  - \tau_{\mu a}^{(s)}}{K_a} \right)^{n_a} \text{sign}(\tau_a^{(s)})$ <p style="text-align: center;">si <math> \tau_{(a,f)}^{(s)}  \geq \tau_{\mu(a,f)}^{(s)}</math> sinon <math>\dot{\gamma}_{(a,f)}^{(s)} = 0</math></p> $\tau_{\mu a}^{(s)} = \mu b_a \sqrt{\sum_t h_a^{t(s)} \rho_a^t} + \tau_a^0$ $\dot{\rho}_a^{(s)} = \frac{1}{b_a} \left( \frac{\sqrt{\sum_t \rho_a^t}}{L_a} - 2y_{ca} \rho_a^{(s)} \right)  \dot{\gamma}_a^{(s)} $	$\tau_f^{(s)} = \underline{\sigma}_f^g : \underline{m}_f^{g(s)}$ $\dot{\gamma}_f^{(s)} = \left( \frac{ \tau_f^{(s)}  - \tau_{\mu f}^{(s)}}{K_f} \right)^{n_f} \text{sign}(\tau_f^{(s)})$ $\tau_{\mu f}^{(s)} = (1 - f_c) \tau_{\mu w}^{(s)} + f_c \tau_{\mu c}^{(s)}$ $\tau_{\mu w}^{(s)} = \mu b_f \sqrt{\sum_t h_f^{t(s)} \rho_{wf}^t} + \tau_f^0$ $\tau_{\mu c}^{(s)} = \mu b_f \sqrt{\rho_{cf}^{(s)}} + \tau_f^0$ $\dot{\rho}_{wf}^{(s)} = \frac{1}{b_f} \left( \frac{\sqrt{\sum_t \rho_{wf}^t}}{L_f} - 2y_{cf} \rho_{wf}^{(s)} \right)  \dot{\gamma}_f^{(s)} $ $\dot{\rho}_{cf}^{(s)} = \frac{1}{b_f} \left( \frac{\sqrt{\rho_{cf}^{(s)}}}{L_c} - 2y_{sf} \rho_{cf}^{(s)} \right)  \dot{\gamma}_f^{(s)} $ <p style="text-align: center;"><math>\rho_{(a,wf,cf)}^{(s)} (\dot{\gamma}^{(s)} = 0) = \rho^0</math></p> $\dot{f}_c^{(s)} = H \left( 1 - \frac{1}{f_\infty} f_c^{(s)} \right)  \dot{\gamma}_f^{(s)} $
Homogénéisation	$\underline{\dot{\varepsilon}}_a^{pg} = \sum_s m_a^{g(s)} \dot{\gamma}_a^{(s)}$ $\underline{\dot{E}}_a^p = \sum_{g=1}^{N_g=40} f^g \underline{\dot{\varepsilon}}_a^{pg}$	$\underline{\dot{\varepsilon}}_f^{pg} = \sum_s m_f^{g(s)} \dot{\gamma}_f^{(s)}$ $\underline{\dot{E}}_f^p = \sum_{g=1}^{N_g=40} f^g \underline{\dot{\varepsilon}}_f^{pg}$
$\underline{\dot{E}}^p = f_a \underline{\dot{E}}_a^p + f_f \underline{\dot{E}}_f^p$ $\underline{\dot{E}} = \underline{\dot{E}}^e + \underline{\dot{E}}^p$ $\underline{E}^e = \frac{1}{2\mu} \left( \tilde{I} - \frac{\nu}{1+\nu} \underline{1} \otimes \underline{1} \right) : \underline{\Sigma}$		

TAB. 3.2 – Equations du modèle polycristallin biphasé prenant en compte l'adoucissement cyclique dans les grains ferritiques.

Paramètres	Signification
$L_c$	Paramètre de production des dislocations dans les zones molles
$y_s$	Paramètre d'annihilation des dislocations vis dans les zones molles
$H$	Paramètre contrôlant la vitesse d'adoucissement
$f_\infty$	Fraction volumique asymptotique de zones molles

TAB. 3.3 – Nouveaux paramètres matériau introduits pour rendre compte de l'adoucissement cyclique.

un logiciel spécifique, les valeurs, pour les essais TC et TCT sont respectivement :  $f_\infty = 83\%$  et  $f_\infty = 70\%$ .

**Deuxième étape.** Les paramètres  $H$  (3.10) et  $y_s$  (3.8) sont identifiés par approche inverse. Les courbes de durcissement-adoucissement cyclique des essais TC et TCT sont utilisées. 200 cycles sont simulés pour l'essai TC et 600 cycles pour l'essai TCT. Les derniers cycles simulés correspondent ainsi aux cycles stabilisés expérimentaux (Tableau 3.1).

Au regard des travaux de Essmann et al. [EM79], une borne supérieure est utilisée pour la distance d'annihilation des dislocations vis :  $y_s < 500$  nm. Aucune borne n'est attribuée au paramètre  $H$ . De plus, afin que les résultats des simulations soient conformes aux résultats expérimentaux, nous nous sommes permis de modifier la valeur de certains paramètres utilisés au §2.4. Néanmoins, afin que ces paramètres matériau conservent une signification physique, seuls les paramètres suivants peuvent être modifiés, mais à l'intérieur de leurs bornes :

$$\begin{aligned}
 70 \text{ MPa} < \tau_a^0 < 120 \text{ MPa} \text{ et } 180 \text{ MPa} < \tau_f^0 < 250 \text{ MPa} \\
 h_f < h_a < 1 \\
 y_{ci} < 20 \text{ nm}
 \end{aligned}$$

Le tableau 3.4 regroupe l'ensemble des paramètres matériau identifiés à partir des micrographies TEM et par approche inverse pour les deux phases. Seuls les paramètres  $\tau_f^0$  et  $y_{ca}$ , en gras dans le tableau, sont modifiés par rapport au modèle initial. Les figures 3.11-a-b donnent les courbes de durcissement-adoucissement cyclique expérimentales et simulées pour les essais TC et TCT respectivement. Les résultats obtenus par l'ancien modèle polycristallin<sup>12</sup> (IPM) sont également donnés pour comparaison.

Les résultats des simulations montrent la bonne capacité prédictive du nouveau modèle polycristallin biphasé. La phase d'accommodation, caractérisée par un durcissement cyclique suivi d'un adoucissement cyclique, est qualitativement et quantitativement bien prise en compte par le nouveau modèle.

<sup>12</sup>Pour les simulations utilisant l'ancien modèle polycristallin, les paramètres matériau ré-identifiés ( $\tau_f^0$  et  $y_{ca}$ ) ont été utilisés.

	Paramètres	Austenite	ferrite
Élasticité	$\nu$	0.3	
	$\mu$ (MPa)	75036	
Loi cristalline	K (MPa.s <sup>1/n</sup> )	20	
	n	10	
	b (m)	3.16.10 <sup>-10</sup>	2.5.10 <sup>-10</sup>
	$\tau^0$ (MPa)	100	<b>240</b>
	h	0.6	0.5
	L	33	143
	$y_c$ (nm)	<b>16</b>	2
	$\rho^0$ (m <sup>-2</sup> )	10 <sup>12</sup>	
	$y_s$ (nm)		27
	$H$		4
	L <sub>c</sub> (TC)		40
	L <sub>c</sub> (TCT)		15
	f <sub>∞</sub> (TC)		83%
	f <sub>∞</sub> (TCT)		70%
	Loi d'interaction	D	204
$\delta$		0.06	0.03

TAB. 3.4 – Paramètres 'matériau' du modèle polycristallin biphasé adoucissant.



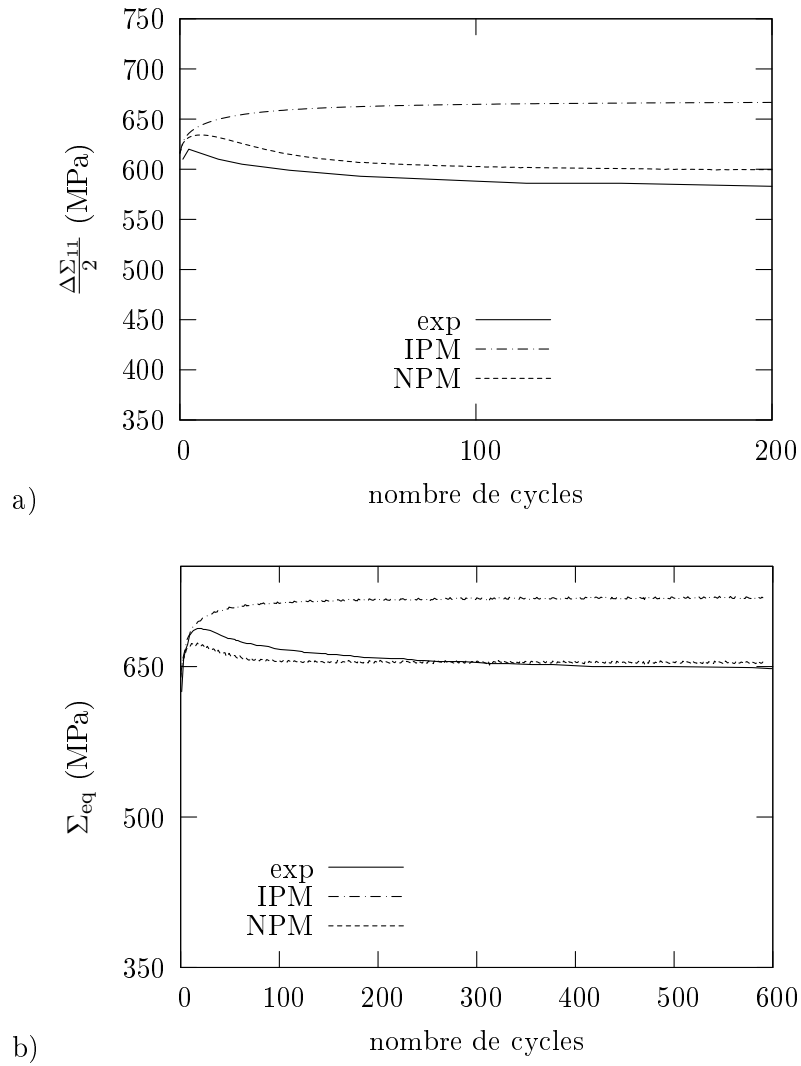


FIG. 3.11 – Courbes de durcissement-adoucissement cyclique ( $\dot{E}_{11} = 6.6.10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations utilisant le modèle du chapitre 2 (IPM) et le nouveau modèle (NPM) : a) essai TC à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , b) essai TCT suivant un trajet carré à  $E_{eq} = 0.5\%$ .

Les contraintes maximales expérimentales sont  $\Sigma_{\max}^{\text{exp}} = 620$  MPa (essai TC) et  $\Sigma_{\max}^{\text{exp}} = 680$  MPa (essai TCT), comparées aux valeurs obtenues par la simulation,  $\Sigma_{\max}^{\text{NPM}} = 634$  MPa (essai TC) et  $\Sigma_{\max}^{\text{NPM}} = 673$  MPa (essai TCT), soit des erreurs de 2% et 1% respectivement.

Les contraintes équivalentes stabilisées expérimentales sont  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{exp}} = 580$  MPa (essai TC) et  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{exp}} = 647$  MPa (essai TCT). En utilisant l'ancien modèle, les valeurs obtenues sont  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{IPM}} = 666$  MPa (essai TC) et  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{IPM}} = 719$  MPa (essai TCT), soit des erreurs de 13% et 10% respectivement. En utilisant le nouveau modèle, les valeurs obtenues sont  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{NPM}} = 599$  MPa (essai TC) et  $\Sigma_{\text{stab}}^{\text{NPM}} = 654$  MPa, soit des erreurs de 3.5% et 1% respectivement.

Dans les deux cas de sollicitation, une nette amélioration est obtenue avec le nouveau modèle polycristallin biphasé. Ce nouveau modèle est validé dans le paragraphe suivant, d'une part sur des boucles d'hystérésis stabilisées de traction-compression à différents niveaux d'amplitude de déformation imposée, et d'autre part sur des boucles d'hystérésis stabilisées pour divers trajets de chargement non-proportionnels.

## 3.6 Validation du nouveau modèle polycristallin biphasé

### 3.6.1 Boucles d'hystérésis stabilisées en traction-compression

Les boucles d'hystérésis stabilisées des essais de fatigue plastique oligocyclique à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ ,  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.8\%$ ,  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 1\%$  ont été simulées et comparées aux résultats expérimentaux obtenus par Aubin [Aub01]. Les résultats sont donnés sur les figures 3.12-a-b-c. Les résultats des simulations utilisant l'ancien modèle polycristallin y sont également représentées.

Le nouveau modèle est à même de rendre compte de la boucle d'hystérésis au cycle stabilisé, notamment l'effet Bauschinger est bien décrit quel que soit le niveau d'amplitude de déformation. Le tableau 3.5 donne les valeurs de la contrainte au cycle stabilisé,  $\Sigma_{\text{stab}}$ , expérimentales et simulées par l'ancien et le nouveau modèle polycristallin, pour les essais de traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ ,  $0.8\%$  et  $1\%$ . Une nette amélioration est observée avec le nouveau modèle (NPM) comparé à l'ancien (IPM). Bien que l'identification n'utilise que la courbe de durcissement-adoucissement cyclique et des micrographies TEM de l'essai de traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , nous disposons d'un modèle robuste pour modéliser des essais de fatigue plastique oligocyclique en traction-compression sur une grande plage d'amplitudes de déformation imposée.

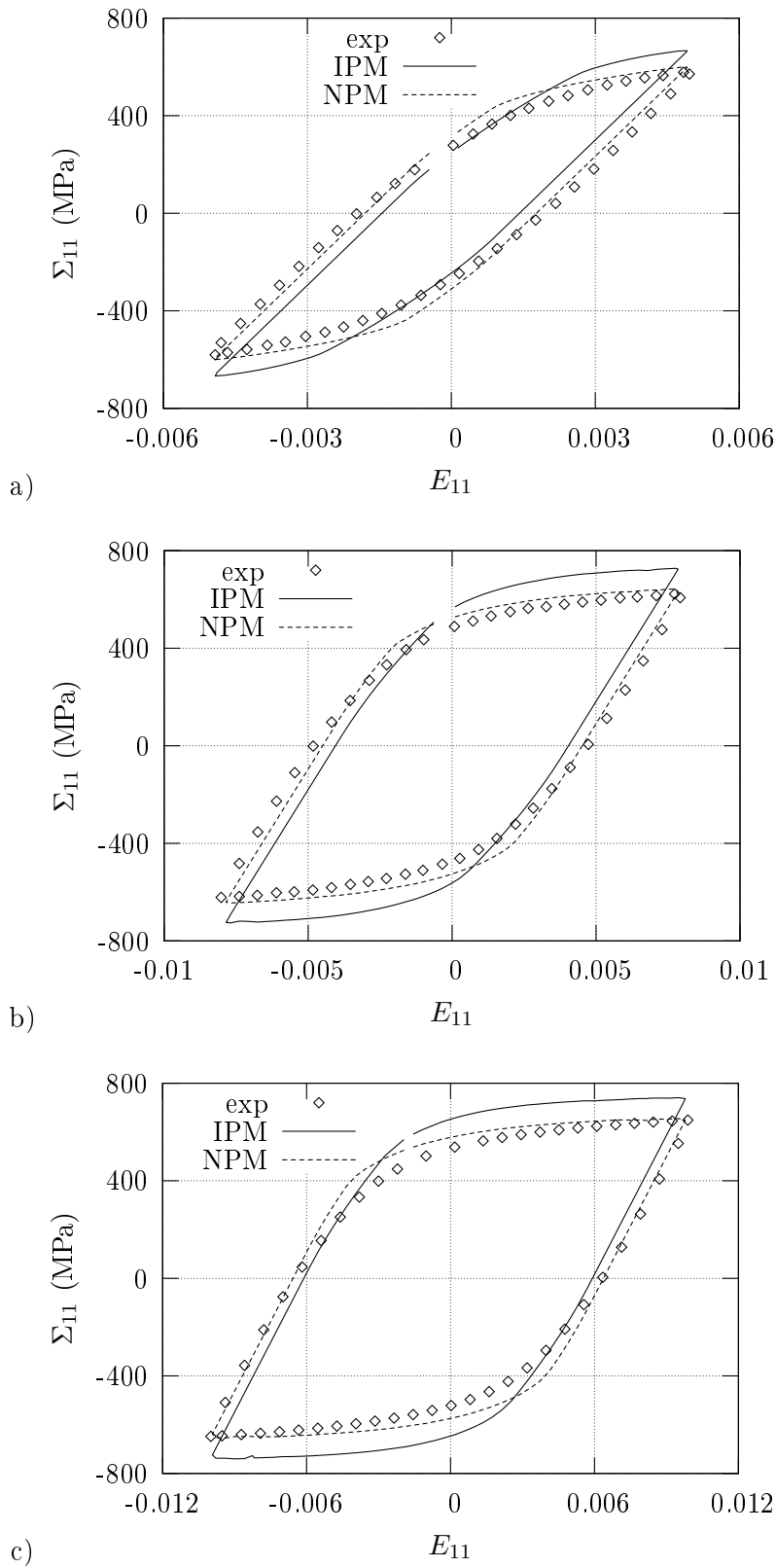


FIG. 3.12 – Boucles d'hystérésis au cycle stabilisé pour un essai de fatigue plastique oligocyclique de traction-compression purement alternée ( $\dot{E}_{11} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations utilisant l'ancien modèle polycristallin (IPM) et le nouveau modèle polycristallin (NPM); a)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$ , b)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.8\%$ , c)  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 1\%$ .

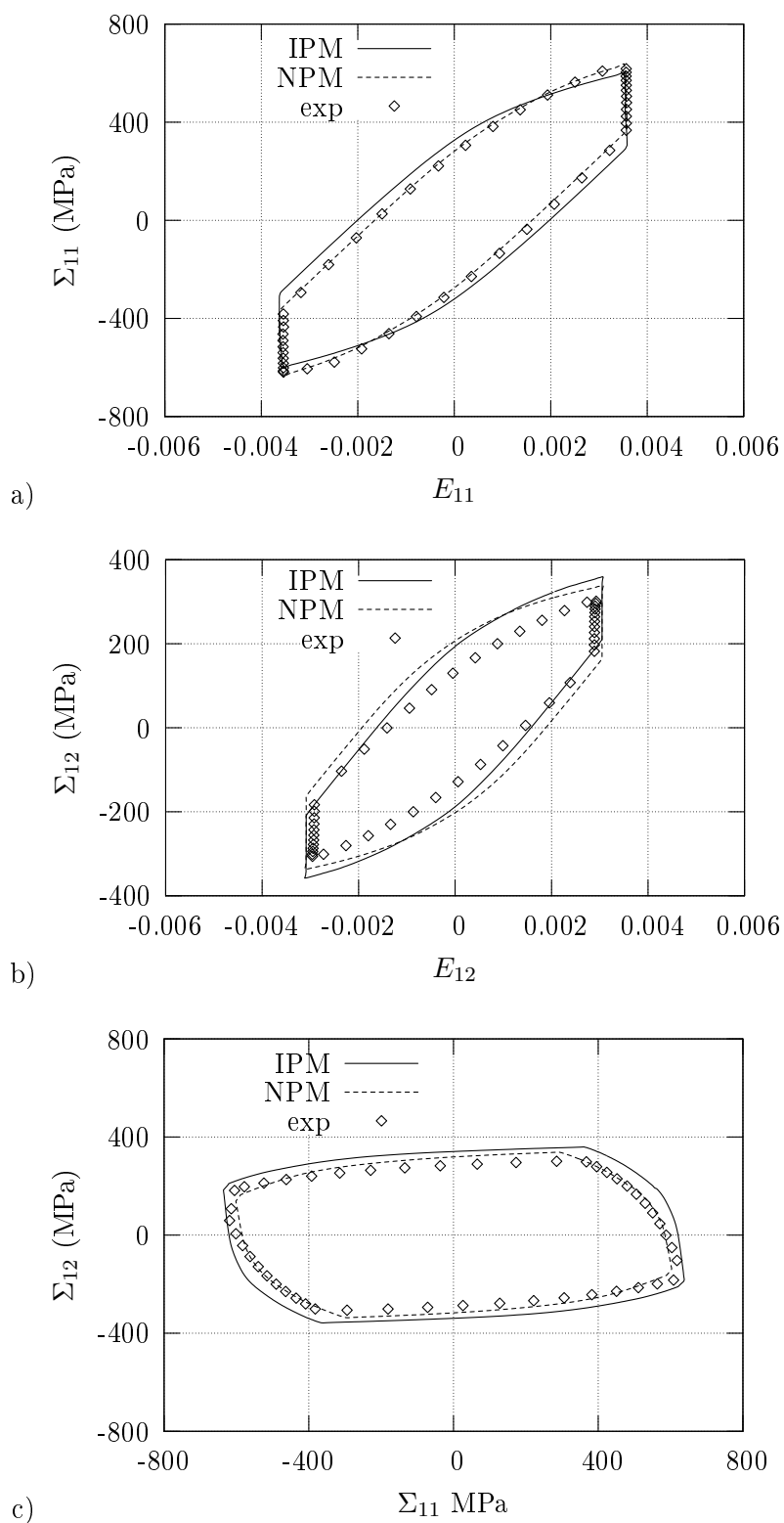


FIG. 3.13 – Boucle d’hystérésis au cycle stabilisé pour un essai de fatigue plastique oligocyclique suivant un trajet de chargement carré non proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations utilisant l’ancien modèle polycristallin (IPM) et le nouveau modèle polycristallin (NPM) ; a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

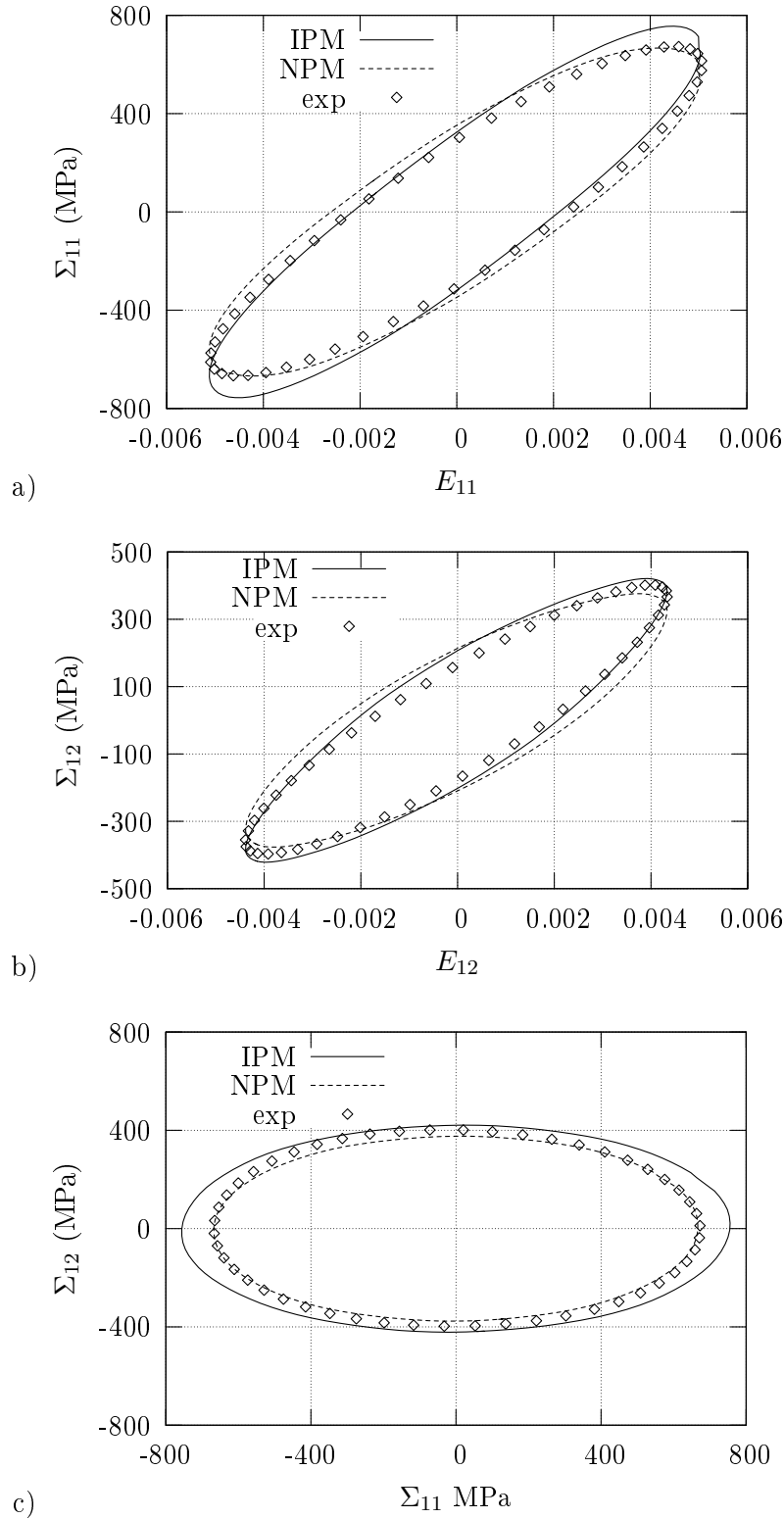


FIG. 3.14 – Boucle d'hystérésis au cycle stabilisé pour un essai de fatigue plastique oligocyclique suivant un trajet de chargement cercle non proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations utilisant l'ancien modèle polycristallin (IPM) et le nouveau modèle polycristallin (NPM) ; a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

Essai	$\Sigma_{stab}^{exp}$ (MPa)	$\Sigma_{stab}^{IPM}$ (MPa)	Erreur (%)	$\Sigma_{stab}^{NPM}$ (MPa)	Erreur (%)
TC0.5%	580	666	13	599	3.5
TC0.8%	622	727	14.4	643	3.2
TC1%	648	740	12.5	655	1

TAB. 3.5 – Contraintes stabilisées pour les essais de traction-compression à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  (TC0.5%),  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.8\%$  (TC0.8%) et  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 1\%$  (TC1%) d'amplitude de déformation totale. Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations utilisant l'ancien (IPM) et le nouveau (NPM) modèles polycristallins biphasés.

### 3.6.2 Boucles d'hystérésis stabilisées en traction-compression/torsion

Les boucles d'hystérésis stabilisées des essais de fatigue plastique oligocyclique suivant des trajets de chargement carré, cercle, sablier et trèfle ont été simulées et comparées aux résultats expérimentaux obtenus par Aubin [Aub01]. Pour chaque trajet de chargement, les résultats sont présentés dans les espaces  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ ,  $(E_{12}, \Sigma_{12})$  et  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

Les figures, 3.13, 3.14, 3.15 et 3.16 donnent les résultats des trajets carré, cercle, sablier et trèfle respectivement. Les simulations issues de l'ancien modèle polycristallin y sont représentées également.

Il apparaît clairement que le nouveau modèle rend mieux compte des boucles d'hystérésis stabilisées que l'ancien modèle. Cependant, afin de quantifier l'apport de ce nouveau modèle pour ces trajets de chargement complexes, les contraintes équivalentes stabilisées sont calculées pour chacun des modèles et comparées aux résultats expérimentaux (Tableau 3.6). Là encore, une nette

Essai	$\Sigma_{stab}^{exp}$ (MPa)	$\Sigma_{stab}^{IPM}$ (MPa)	Erreur (%)	$\Sigma_{stab}^{NPM}$ (MPa)	Erreur (%)
Carré	647	719	10	654	1
cercle	697	760	8.3	674	3.2
sablier	694	765	9.3	688	0.8
trèfle	640	701	9	636	0.7

TAB. 3.6 – Contraintes équivalentes stabilisées pour les essais de traction-compression/torsion suivant des trajets de chargement carré, cercle, sablier et trèfle. Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations utilisant l'ancien (IPM) et le nouveau (NPM) modèles polycristallins biphasés.

amélioration est constatée avec l'utilisation du nouveau modèle. De plus, la figure 3.17 donne la contrainte équivalente au cycle stabilisé pour l'essai TC à  $\frac{\Delta E_{11}}{2} = 0.5\%$  et les essais de TCT carré, cercle, sablier, trèfle à  $\dot{E}_{eq} = 6.6.10^{-4}s^{-1}$ . Le sur-écrouissage, dû à la non-proportionalité du chargement, est correctement pris en compte par le nouveau modèle. Cependant, le trajet le plus durcissant expérimentalement est le trajet cercle ( $\Sigma_{stab}^{exp} = 697$  MPa), tandis que le modèle prévoit que le trajet le plus durcissant est le trajet sablier.

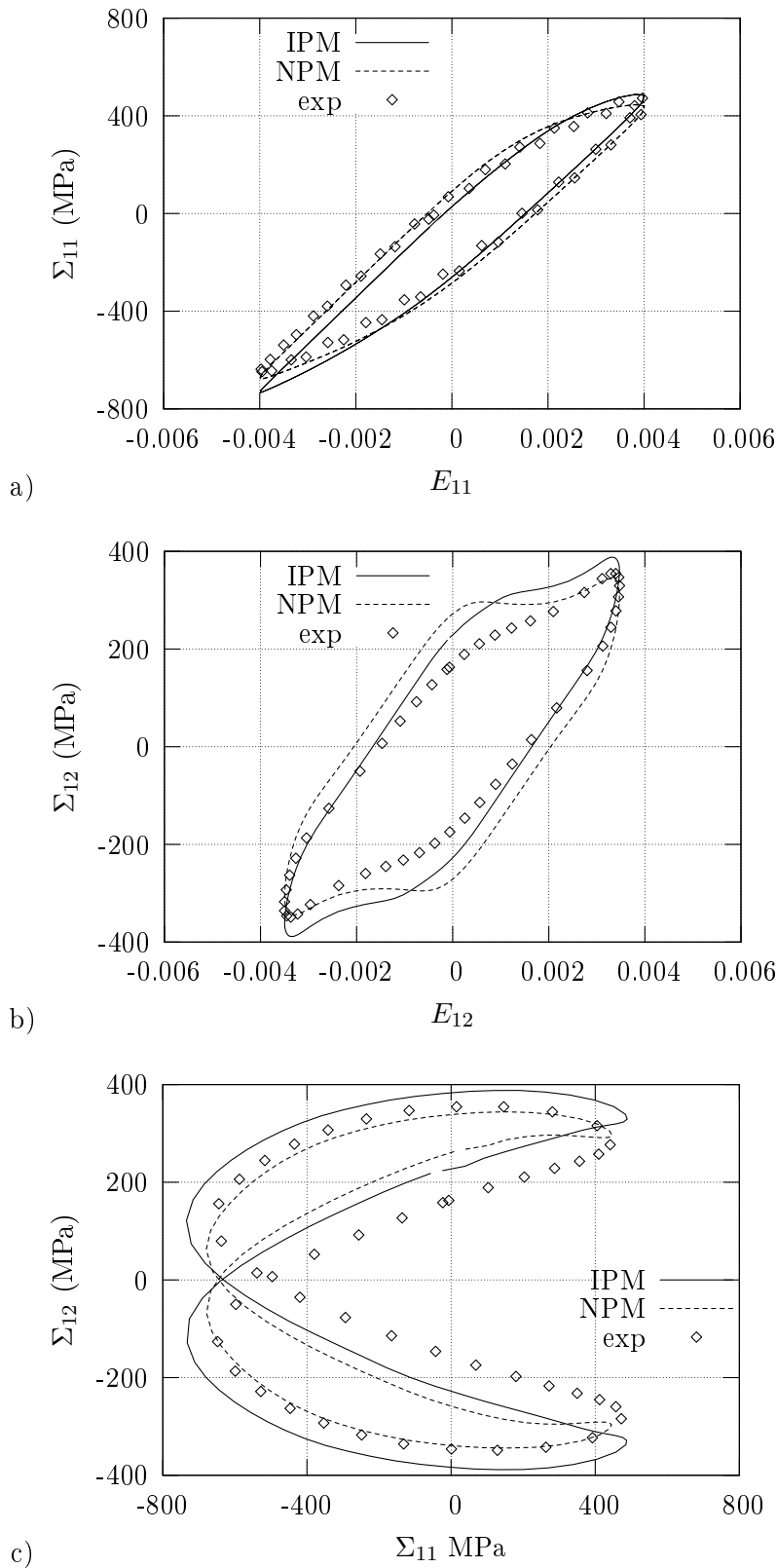


FIG. 3.15 – Boucle d'hystérésis au cycle stabilisé pour un essai de fatigue plastique oligocyclique suivant un trajet de chargement sablier non proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  ( $\dot{E}_{eq} = 6.6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations utilisant l'ancien modèle polycristallin (IPM) et le nouveau modèle polycristallin (NPM) ; a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .

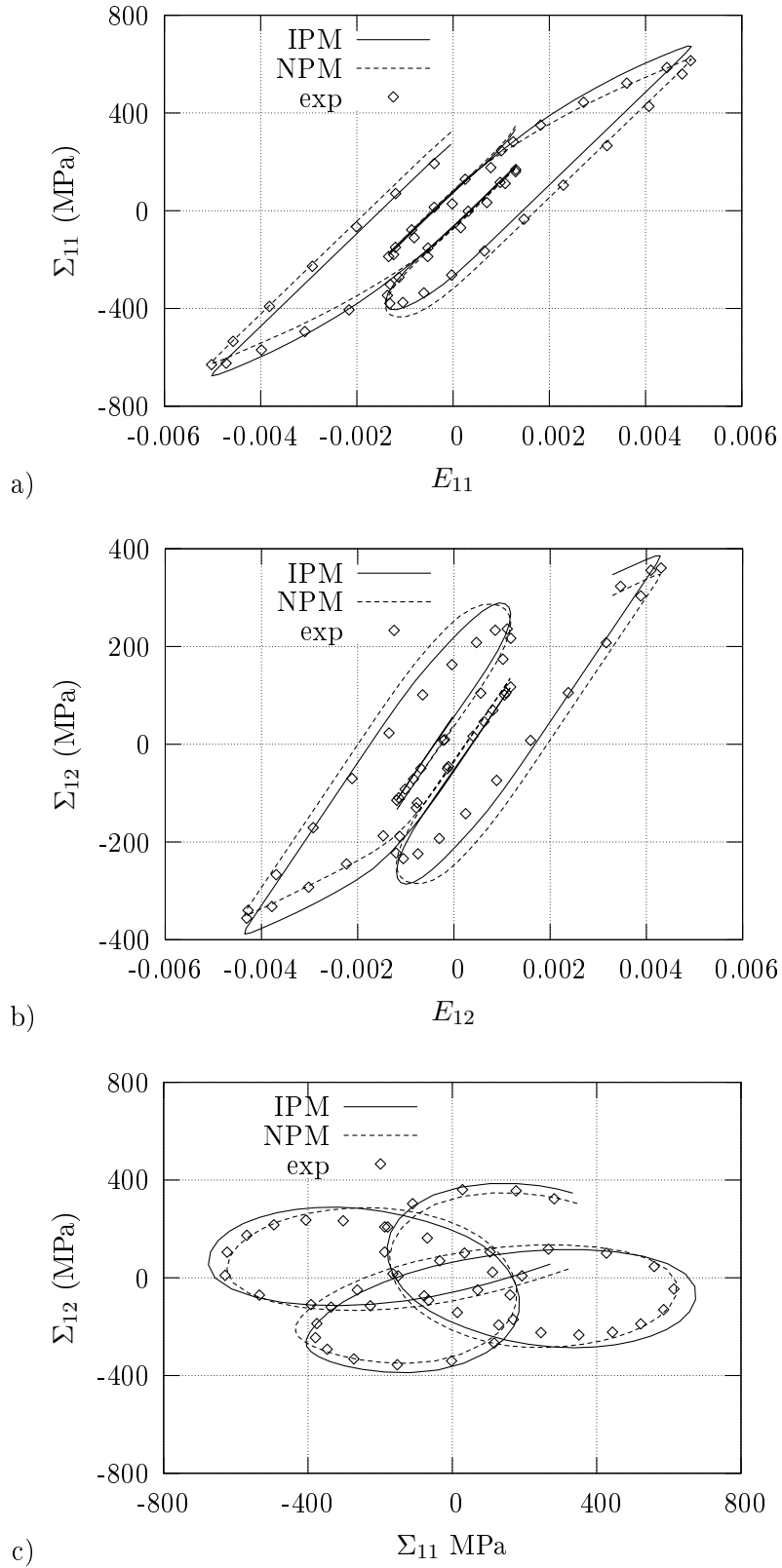


FIG. 3.16 – Boucle d’hystérésis au cycle stabilisé pour un essai de fatigue plastique oligocyclique suivant un trajet de chargement trèfle non proportionnel à  $E_{eq} = 0.5\%$  ( $\dot{E}_{eq} = 6.6.10^{-4} s^{-1}$ ). Comparaison entre essais expérimentaux et simulations utilisant l’ancien modèle polycristallin (IPM) et le nouveau modèle polycristallin (NPM) ; a) espace  $(E_{11}, \Sigma_{11})$ , b) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ , c) espace  $(\Sigma_{11}, \Sigma_{12})$ .



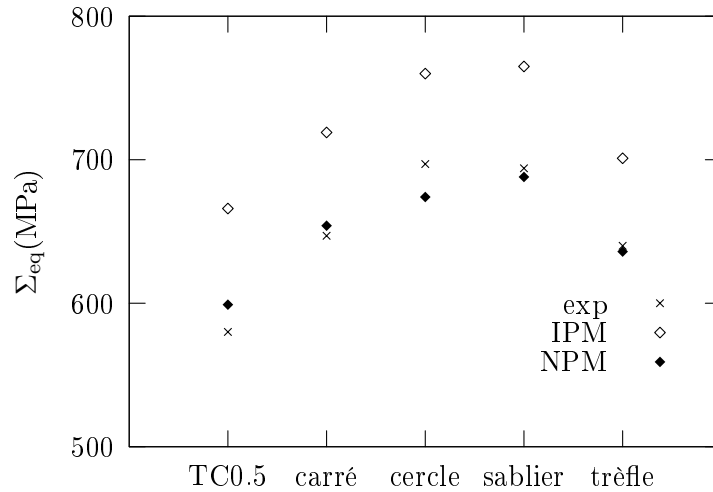


FIG. 3.17 – Contrainte équivalente au cycle stabilisé pour les essais à  $E_{eq} = 0.5\%$ , trajets de traction-compression, carré, cercle, sablier et trèfle. Comparaison ancien modèle (IPM) et nouveau modèle (NPM) et expérience.

### 3.7 Conclusions

L'objectif de ce chapitre était de rendre compte à l'aide de la modification préalablement proposé de l'adoucissement cyclique observé expérimentalement. Il s'agissait de mieux prédire les niveaux de contrainte aux cycles stabilisés et les boucles d'hystérésis stabilisées sous différents trajets de chargement proportionnels et non proportionnels.

Des observations au MET au cours du cyclage ont été effectuées sur des éprouvettes sollicitées en traction-compression et traction-compression/torsion afin de déterminer le rôle de chaque phase dans le processus d'adoucissement cyclique. Il a été observé, d'une part dans la phase austénitique, que le glissement est essentiellement plan dû à la présence d'azote, et d'autre part dans la phase ferritique, l'apparition d'une structure hétérogène de dislocations (zones respectivement dures et molles). Les deux mécanismes contribuent à l'adoucissement cyclique. Cependant, dans un premier temps, seule l'apparition d'une structure hétérogène de dislocations a été modélisée, attribuant ainsi l'adoucissement cyclique uniquement à la phase ferritique.

Un modèle de comportement du monocristal a été proposé pour prendre en compte cette hétérogénéité de répartition des dislocations dans la ferrite. Seuls quatre nouveaux paramètres matériau supplémentaires ont été introduits, ces paramètres ont été identifiés pour deux d'entre eux à partir des micrographies MET et pour les deux autres par approche inverse. Les résultats des simulations ont montré la bonne capacité prédictive du nouveau modèle polycristallin, pour modéliser la courbe de durcissement-adoucissement cyclique pour des trajets de traction-

---

compression et de traction-compression/torsion.

Enfin, le nouveau modèle a été validé sur des boucles d'hystérésis de traction-compression à différentes amplitudes de déformation et de traction-compression/torsion suivant des trajets de chargement carré, cercle, sablier et trèfle. Pour l'ensemble de ces chargement, une nette amélioration de la prédiction de la réponse en contrainte du matériau a été observée, montrant ainsi la grande robustesse du nouveau modèle.



## Chapitre 4

# Calcul de microstructure et validation expérimentale

### 4.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de valider les lois de comportement cristallines utilisées lors du second chapitre pour décrire le comportement des grains austénitiques et ferritiques, et de confirmer l'ordre de grandeur des valeurs des paramètres associés. Pour cela, l'idée est de comparer les champs cinématiques issus d'un calcul de microstructure à ceux obtenus à l'aide d'une méthode expérimentale de mesure de champs cinématiques à l'échelle du grain. Dans ce travail, le 'calcul de microstructure' se réfère à un calcul par éléments finis d'un agrégat polycristallin constitué d'un nombre limité de grains [CFJ<sup>+</sup>03], [For06].

En effet, l'amorçage de fissure en fatigue plastique oligocyclique dans un matériau polycristallin n'est pas piloté par les valeurs moyennes des amplitudes de contraintes ou de déformations par grain, mais par les valeurs maximales localement atteintes dans le matériau à l'échelle du grain. Les modèles par champs moyens standard supposent l'uniformité des champs mécaniques par grain alors que le calcul de microstructure est à même de rendre compte de l'hétérogénéité intragranulaire des champs mécaniques, et donc peut être couplé à des critères microscopiques de rupture ou d'évolution de l'endommagement en vue de la prévision de durée de vie par exemple. Cependant, ces aspects ne seront pas traités dans cette thèse. Le présent travail se concentre sur l'analyse des champs mécaniques.

La mise en place d'un calcul de microstructure requiert trois étapes :

- la création d'une microstructure aussi réaliste que possible d'un matériau polycristallin,
- le choix d'un maillage et de conditions aux limites pertinentes au regard du problème à traiter,
- l'implantation de la loi de comportement cristalline.

Dans ce chapitre, dans la mesure où notre principal objectif est de comparer les résultats d'un calcul de microstructure à ceux obtenus grâce à une technique de mesure de champs cinématiques à l'échelle du grain, on présente d'abord la technique de mesure de champs cinématiques. Puis, on expose les différentes étapes de mise en place du calcul de microstructure. Enfin, les résultats obtenus pour deux trajets de chargement différents (traction monotone et traction-compression) sont présentés. La simulation d'essais de fatigue oligocyclique qui n'a pas été entreprise, du fait des temps de calcul très importants sur nos plateformes actuelles, fera l'objet de travaux ultérieurs.

## 4.2 Mesure des champs cinématiques à l'échelle de la microstructure

La mesure de champs cinématiques en mécanique des matériaux, est actuellement une thématique en pleine essor, nous pouvons citer les travaux de F. Hild et S. Roux du Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan, ceux de M. Grédiac du Laboratoire d'analyse des Matériaux et Identification. Son application à l'échelle de la microstructure (échelle des grains) a été entreprise par M. Bornert au Laboratoire de Mécanique du Solide de l'École Polytechnique ou encore par F. Pierron au Laboratoire de Mécanique et Procédés de Fabrication (thèse de Moulart [Mou07]). Dans ce travail, nous utiliserons la méthode mise au point par El Bartali [EB07] au Laboratoire de Mécanique de Lille. Sa thèse étudiait l'apport des mesures de champs cinématiques pour l'étude des micromécanismes d'endommagement en fatigue plastique de l'acier inoxydable duplex étudié dans cette thèse.

La méthode mise au point par El Bartali nécessite d'une part d'obtenir deux images de la microstructure (codées en niveau de gris), l'une dite de référence (état initial) et l'autre dite déformée, et d'autre part d'utiliser un logiciel spécifique de corrélation d'images numériques (CorreliQ4<sup>13</sup>). Les images sont obtenues au cours du chargement par une caméra CCD de dynamique 8 bits avec un objectif coaxial. Elles représentent une surface de  $120 \times 90 \mu\text{m}^2$  (Figure 4.1-a) qui correspond à  $1368 \times 1024$  pixels, ainsi un pixel équivaut à 87 nm. Le protocole expérimental en termes de machine d'essai, de géométrie d'éprouvette, de révélation de la microstructure n'est pas présenté dans ce travail. Pour plus d'informations, le lecteur pourra se référer à la thèse d'El Bartali [EB07].

L'originalité de la méthode de mesure de champs, mise au point dans le travail d'El Bartali, réside en trois points :

- les observations sont faites à l'échelle du grain, dont les dimensions sont de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$  pour les grains austénitiques et pour les grains ferritiques de  $30 \mu\text{m}$  dans le sens

---

<sup>13</sup>Le logiciel CorreliQ4 a été mis au point par Hild et al. au LMT Cachan [HPC99] [Hil02].

- longitudinal et de  $10 \mu\text{m}$  dans le sens transversal (§2.2.3),
- les images sont prises in-situ directement sur la machine d'essai, sans démontage de l'éprouvette,
  - la corrélation se fait sur les niveaux de gris aléatoires de l'image obtenus grâce à l'attaque électrochimique, permettant ainsi de ne pas déposer de mouchetis et donc de pouvoir voir la microstructure au cours du chargement.

Le logiciel CorreliQ4 est utilisé pour la corrélation d'image et l'obtention des champs cinématiques (déplacements et déformations). Ce logiciel fournit les champs cinématiques de surface. Le principe de CorreliQ4 repose sur une discrétisation de l'image de référence en imagettes de taille  $l \times l$  en pixels (Figure 4.1-a). Chaque point P de l'image de référence, de coordonnées P(x,y), est ainsi caractérisé par une valeur  $f(x,y)$  qui représente son niveau de gris<sup>14</sup>. Puis, sur l'image

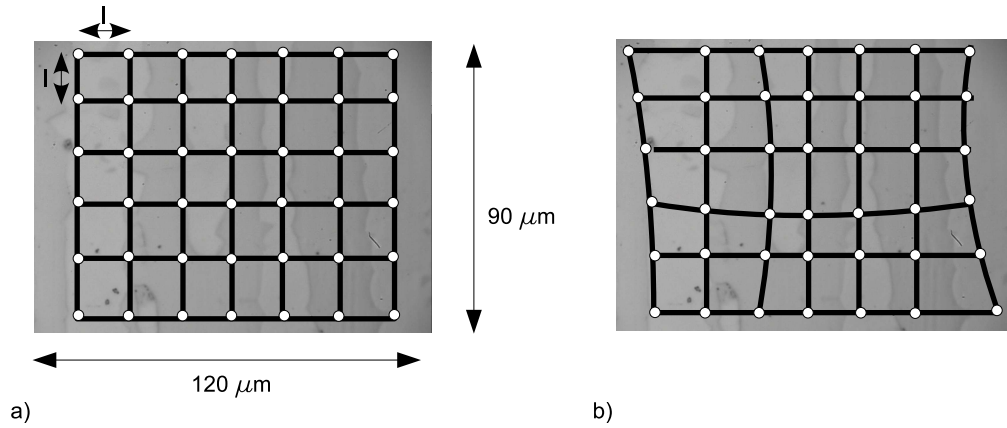


FIG. 4.1 – Échelle d'observation pour la mesure de champs cinématique.

déformée (Figure 4.1-b), chaque point de coordonnées P(x,y) sur l'image de référence se retrouve en Q(X,Y) tel que :

$$X = x + u(x, y) \quad \text{et} \quad Y = y + v(x, y) \quad (4.1)$$

avec  $(u(x,y), v(x,y))$  les composantes du vecteur déplacement  $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$  à déterminer. La fonction  $g(x,y)$  définit le niveau de gris du point Q de l'image déformée tel que :

$$g(x, y) = f(x - u(x, y), y - v(x, y)) + b(x, y) \quad (4.2)$$

$b(x,y)$  est le bruit, par exemple bruits de photon, de numérisation de l'image, d'obscurité de la caméra. L'équation (4.2) s'écrit sous une forme vectorielle avec  $\vec{x}$  le vecteur position du point P initial :

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x} - \vec{u}(\vec{x})) + b(\vec{x}) \quad (4.3)$$

<sup>14</sup>Le niveau de gris est compris entre 0 et 255 pour une image codée sur 8 bits.

Le problème à résoudre consiste à déterminer  $\vec{u}(\vec{x})$  à partir de la seule connaissance de  $f$  et  $g$ . L'estimation de  $\vec{u}(\vec{x})$  se fait en minimisant, par rapport à un champ de déplacement test  $\vec{v}(\vec{x})$ , la norme de la différence entre  $g(\vec{x})$  et  $f(\vec{x} - \vec{v}(\vec{x}))$  :

$$\min \|g(\vec{x}) - f(\vec{x} - \vec{v}(\vec{x}))\|^2 \quad (4.4)$$

La norme choisie est  $\|f(x)\| = \int \int (f(x))^2 dx$ . Le champ des déplacements est calculé en minimisant la fonctionnelle  $\Phi(\vec{v}(\vec{x}))$  :

$$\Phi(\vec{v}(\vec{x})) = \int \int (g(\vec{x}) - f(\vec{x} - \vec{v}(\vec{x})))^2 d\vec{x} \quad (4.5)$$

En supposant que les fonctions  $f$  et  $g$  sont suffisamment régulières aux petites échelles et que l'amplitude du déplacement est petite, minimiser la fonctionnelle  $\Phi$  (4.5) revient à minimiser le développement de Taylor du premier ordre :

$$\Phi(\vec{v}(\vec{x})) = \int \int (g(\vec{x}) - f(\vec{x}) + \vec{v}(\vec{x}) \cdot \nabla f(\vec{x}))^2 d\vec{x} \quad (4.6)$$

avec  $\Phi$  une forme quadratique en amplitude. Le champ de déplacement test  $\vec{v}(\vec{x})$  peut s'écrire comme une combinaison linéaire de champs de déplacements simples, dans une base de l'espace  $E_k$  :

$$\vec{v}(\vec{x}) = \sum_i \vec{v}_i \Psi_i(\vec{x}) \quad (4.7)$$

où les  $\vec{v}_i$  sont les inconnus du problème. La recherche d'extremum (4.6) revient à résoudre :

$$\left( \int \int (\nabla f \otimes \nabla f) : (\Psi_i \otimes \Psi_k)(\vec{x}) d\vec{x} \right) \vec{v}_k = \int \int (f(\vec{x}) - g(\vec{x})) (\nabla f(\vec{x}) \Psi_i(\vec{x})) d\vec{x} \quad (4.8)$$

Le problème consiste donc à résoudre le système linéaire :

$$[M] \{w\} = \{m\} \quad (4.9)$$

où  $\{w\}$  est le vecteur contenant les inconnues  $v_i$ .  $[M]$  et  $\{m\}$  sont les quantités connues dépendant des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $\Psi$ . Le choix des fonctions  $\Psi$  dépend du problème à traiter. Une discrétisation par des éléments carrés à 4 noeuds a été choisie (éléments Q4P1). Le déplacement de tout point  $P(x,y)$  d'un élément est alors une fonction des déplacements des quatre noeuds de l'élément et de fonctions bilinéaires. Il s'agit de fonctions polynomiales P1 définies dans l'espace  $[-1, 1]^2$  par  $(1-x)(1-y)$ ,  $x(1-y)$ ,  $(1-x)y$ ,  $xy$  [BFH06]. Finalement, le champ de déformation est calculé par dérivation discrète du champ des déplacements.

A la différence de Correli<sup>LMT</sup>, un seul paramètre de corrélation est utilisé, à savoir la taille de l'imagette  $l \times l$ . Cette taille a une influence importante sur l'incertitude des calculs des déplacements. En effet, comme le montre la figure 4.2, plus la taille de l'imagette est importante, plus

l'incertitude sur les déplacements est faible. Cependant, la taille  $l \times l$  de l'imagette conditionne le nombre de points de mesure sur une image. Plus  $l$  est grand, moins il y a de points de mesure sur l'image. Afin de capter l'hétérogénéité intragranulaire et d'obtenir une incertitude acceptable, El Bartali propose pour l'acier duplex étudié une taille  $l \times l$  de  $32 \times 32$  pixels.

Les champs cinématiques ont été obtenus à deux instants différents (Figure 4.3-a) :

- après un chargement de traction monotone uniaxiale jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ ,
- après un chargement de traction monotone uniaxiale jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$  suivie d'une compression uniaxiale jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ .

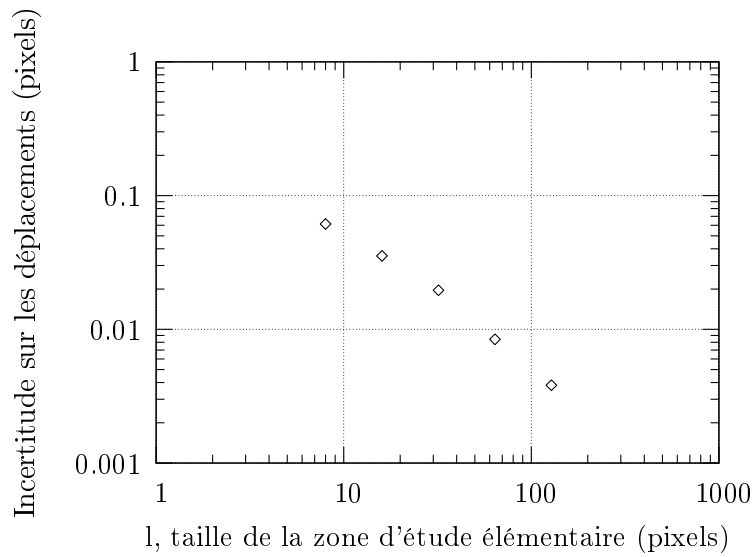


FIG. 4.2 – Incertitude sur les déplacements en fonction de la taille  $l$  de l'imagette ([EB07]).

La figure 4.3-b donne le sens de chargement par rapport à la microstructure. Trois images ont été prises [EB07] (Figure 4.3-a), l'une à l'état initial (image 0), l'autre suite au chargement de traction monotone (image 1) et enfin la troisième suite au chargement de traction-compression (image 2). Pour l'obtention des champs cinématiques après la traction monotone, la corrélation se fait entre les images 0 et 1. Concernant l'obtention des champs cinématiques après la traction-compression, la corrélation se fait entre les images 0 et 2. Les résultats expérimentaux seront présentés en même temps que les résultats des simulations par calcul de microstructure. Cependant, nous avons comparé la déformation moyenne calculée sur l'image par le logiciel CorreliQ4 à la déformation macroscopique appliquée pour chacun des trajets de chargement (traction monotone et traction-compression). Le tableau 4.1 donne les résultats. Dans la zone où sont prises les images, les déformations totales pour les trajets de chargement de traction monotone et de traction-compression sont respectivement de 0.64% et -0.64%. Celles-ci sont supérieures à la déformation appliquée macroscopiquement, du fait qu'une entaille a été faite sur les éprouvettes



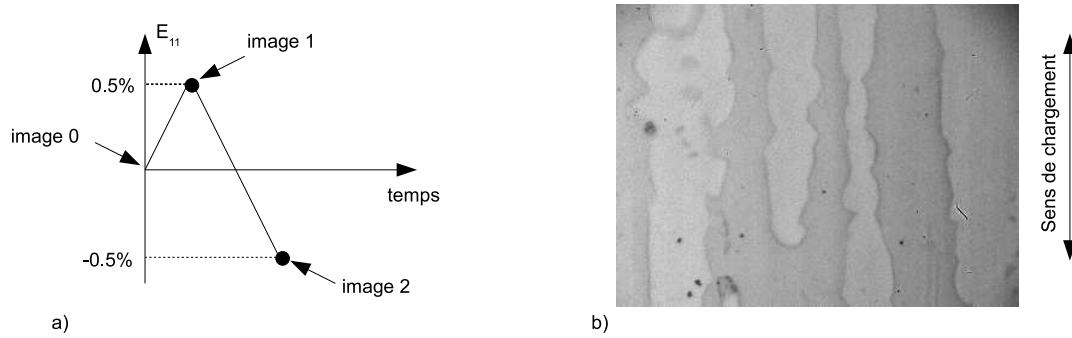


FIG. 4.3 – a) Chargements utilisés pour l’obtention des champs cinématiques, b) direction du chargement par rapport à la microstructure.

cylindriques afin de localiser légèrement les déformations et l’amorçage des microfissures [EB07]. D’après le tableau 4.1, il existe un écart important pour le trajet de traction monotone et un écart faible pour le trajet de traction-compression. Cependant ces résultats sont à prendre avec précaution dans la mesure où l’image est trop petite pour être considérée comme représentative du comportement mécanique du matériau.

	$E_{11}^{\text{macro}}$	$E_{11}^{\text{CorreliQ4}}$
Traction monotone	0.64%	0.45%
Traction compression	-0.64%	-0.61%

TAB. 4.1 – Evaluation de l’erreur entre la déformation moyenne  $E_{11}$  calculée par CorreliQ4 et celle appliquée à l’éprouvette pour les deux trajets de chargement (traction monotone et traction-compression).

## 4.3 Génération de la microstructure polycristalline numérique

### 4.3.1 Généralités sur la génération de microstructures polycristallines numériques

A l’heure actuelle, deux catégories de microstructures polycristallines numériques peuvent être générées :

- des microstructures générées à partir d’observations microscopiques, on parle de microstructure réelle,
- des microstructures virtuelles.

Le choix d’une méthode peut dépendre de l’objectif du calcul de microstructure. Par exemple, pour la recherche de propriétés mécaniques homogénéisées [BFC01] [KFG<sup>+</sup>03], les microstruc-

tures aléatoires sont généralement utilisées. En revanche, pour comparer des calculs de microstructures à des résultats expérimentaux, des microstructures réelles sont nécessaires [HCGZ03] [Sek04] [Hér06] [Dex06] [MTS<sup>+</sup>07].

Pour les microstructures générées à partir d'observations microscopiques, l'analyse EBSD est souvent utilisée car elle permet de définir de manière précise la frontière des grains et leurs orientations cristallographiques. Une microstructure bidimensionnelle avec les orientations cristallines des grains est ainsi obtenue. Aussi, après une extrusion dans la troisième direction, une microstructure quasi-2D, figure 4.4-a, est générée [PFG<sup>+</sup>01], [HCGZ03], [Sek04]. Bien sûr, la microstructure n'est pas réaliste dans la troisième direction, une seule couche de grains est prise en compte dans l'épaisseur, dont les joints de grain sont perpendiculaires à la surface scannée par EBSD. Pour pallier ce problème, et donc créer des microstructures 3D plus réalistes, plusieurs méthodes ont été proposées. Un polissage successif d'un volume de polycristal est possible mais c'est une méthode délicate et destructive [ER04], [Péc07], [MTS<sup>+</sup>07]. Une autre méthode consiste à utiliser des techniques spécifiques d'imagerie tridimensionnelle telle que la tomographie aux rayons X. Cependant, cette méthode nécessite que les grains aient des densités très différentes, ce qui n'est souvent pas le cas (en particulier dans les aciers duplex). Cet outil a été utilisé pour simuler, par exemple, des mousses d'aluminium [Bla03] (Figure 4.4-b).

Des microstructures virtuelles peuvent être générées en utilisant les mosaïques de Voronoï [BDJC01]. Les grains du polycristal sont obtenus par croissance isotrope à vitesse constante de germes disposés aléatoirement dans l'espace (Figure 4.6-a-b). Des grains équiaxes sont ainsi obtenus. Les orientations cristallographiques des grains doivent vérifier la fonction de distribution des orientations cristallographiques obtenue expérimentalement par une analyse de texture par exemple. L'inconvénient de cette méthode est d'une part, l'absence de correspondance directe, en termes de frontière des grains, orientations cristallographiques, avec une microstructure réelle et d'autre part le fait que les grains générés sont équiaxes ce qui n'est pas toujours observé expérimentalement. Pour pallier ce problème, une méthode a été récemment proposée par Héripré [Hér06], cette méthode couple des mesures EBSD avec une construction en mosaïques de Voronoï. Les germes ne sont plus distribués de façon aléatoire mais au barycentre de chaque grain de la microstructure réelle observée par EBSD (Figure 4.6-a). Puis, les grains sont obtenus par croissance isotrope des germes. Dans le cas de grains réels non équiaxes, les frontières des grains générés ne sont pas respectées (Figure 4.6-b). Une autre méthode [SPHD<sup>+</sup>08] consiste en une croissance ellipsoïdale des germes (Figure 4.6-c-d). Une meilleure description de la morphologie des grains est ainsi obtenue.

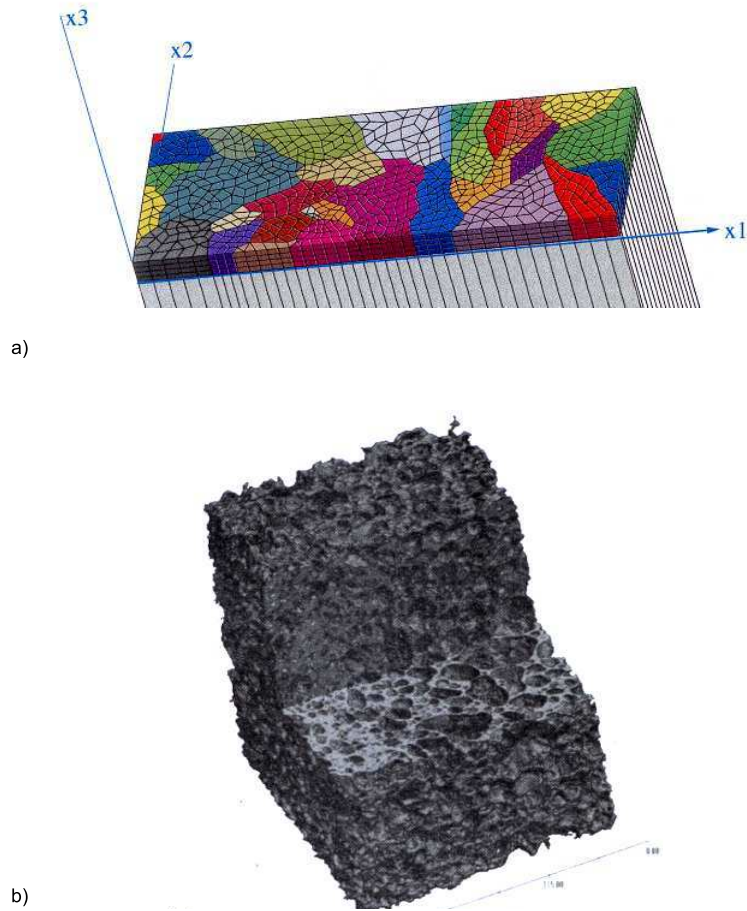


FIG. 4.4 – Exemples de microstructures générées à partir d'observations microscopiques, a) microstructure quasi-2D représentant un revêtement de Zinc sur un substrat d'acier [For06] , b) microstructure d'une mousse d'aluminium générée par tomographie aux rayons X [Bla03].

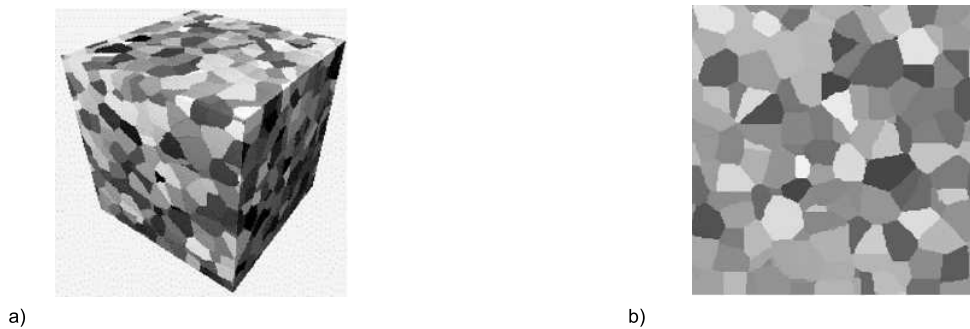


FIG. 4.5 – Exemple de microstructure aléatoire, a) microstructure aléatoire utilisant les mosaïques de Voronoï avec croissance isotrope, b) coupe de la microstructure utilisant les mosaïques de Voronoï à croissance isotrope [CFJ<sup>+</sup>03].

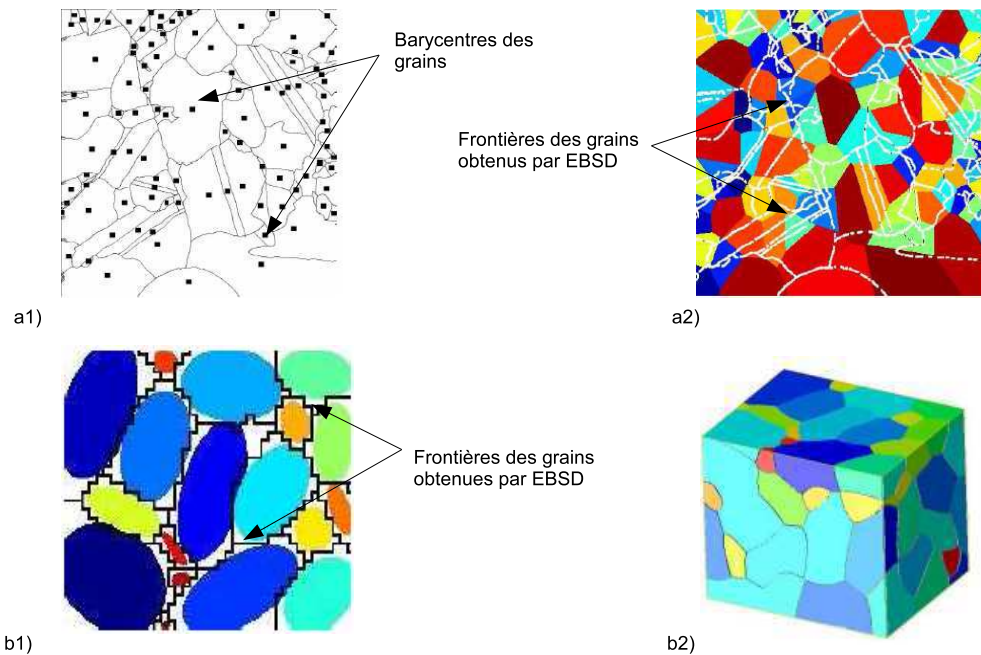


FIG. 4.6 – Création d'une microstructure couplant mesure par EBSD et mosaïques de Voronoï; a) insertion des germes au barycentre des grains sur une carte EBSD obtenue sur un alliage TiAl, b) génération de la microstructure par croissance isotrope des germes, c) croissance ellipsoïdale des germes disposés au barycentre des grains, d) microstructure 3D générée par croissance ellipsoïdale des germes. [Hér06], [SPHD<sup>+</sup>08]

### 4.3.2 Génération de la microstructure numérique pour l'acier inoxydable duplex

Dans ce travail de thèse, notre objectif étant de comparer un calcul de microstructure sollicité mécaniquement à une mesure expérimentale de champs cinématiques, nous nous sommes orientés vers une microstructure générée à partir d'observations expérimentales. De plus, grâce à une collaboration avec le laboratoire MSSMat de l'École Centrale de Paris (Groupe de C. Rey), une microstructure quasi-2D a été générée à partir d'une analyse EBSD. Comme nous l'avons déjà mentionné, l'inconvénient de cette méthode est que la microstructure n'est pas réaliste dans la troisième direction : il n'y a qu'une couche de grain dans l'épaisseur, avec des joints de grain perpendiculaires à la surface scannée par EBSD. Pour prendre en compte les grains en sous couche, Sekfali [Sek04] a noyé la microstructure quasi-2D dans un milieu homogène équivalent (MHE). Néanmoins, il montre que l'introduction de ce MHE n'améliore pas les résultats en terme de comparaison simulation/expérience<sup>15</sup>. Une autre solution, proposée par [HCGZ03] [Hér06] est d'appliquer directement les déplacements expérimentaux à la frontière du calcul numérique. C'est ce type de conditions aux limites que nous utiliserons dans ce mémoire.

<sup>15</sup>Sekfali a étudié des aciers 16MND5 de structure CC soumis à des chargements de traction monotone.

Une petite zone de l'analyse EBSD<sup>16</sup> que l'on nommera zone d'étude par la suite, a été choisie telle qu'aucun grain ne traverse la microstructure. De plus, les dimensions de la zone d'étude ont été réduites par rapport à la taille de l'image prise par la caméra, du fait que les champs cinématiques obtenus par CorreliQ4 ne sont pas assez précis sur le bord de l'image. Ces dimensions sont de  $63 \times 60 \mu\text{m}^2$ , correspondant à une microstructure composée de 52 grains d'austénite et 12 grains de ferrite (Figure 4.7-a-b). Les fractions surfaciques (donc volumiques pour la microstructure quasi-2D générée) de chaque phase de la zone d'étude sont 61% pour la ferrite et 39% pour l'austénite. Les frontières des grains, des phases et l'orientation de chaque grain (austénitique et ferritique) sont obtenus à partir du fichier OIM. La microstructure est reconstruite sur le logiciel Abaqus<sup>17</sup> (Figure 4.7-c) où chaque couleur représente un grain avec son orientation cristallographique mesurée expérimentalement. Enfin, les frontières des grains sont extrudées de  $10\mu\text{m}$  normalement à la surface, correspondant ainsi aux tailles de grain dans le sens transversal (§2.2.3).

## 4.4 Maillage et conditions aux limites

### 4.4.1 Maillage

Il existe plusieurs moyens de générer un maillage à partir d'informations obtenues à l'aide d'une analyse EBSD. Un maillage cubique peut être créé, où chaque élément du maillage correspond à un pointé EBSD. Une autre possibilité est de faire un maillage triangulaire à partir des joints de grain, le contour du grain est alors décrit de manière plus réaliste (Figure 4.4-a). Chaque type de maillage possède ses avantages et ses inconvénients. Le maillage cubique est le plus simple à mettre en oeuvre. Cependant, si l'objectif est d'étudier l'endommagement aux joints de grain par introduction d'éléments cohésifs par exemple, il est nécessaire de décrire au mieux la forme des grains, il est préférable d'utiliser le maillage triangulaire.

Pour notre objectif qui est de comparer des champs cinématiques mesurés à des champs cinématiques obtenus par un calcul de microstructure, un maillage cubique semble suffisant au vu des résultats de [Hér06]. C'est donc ce type de maillage que nous avons retenu (Figure 4.7-d), avec des pas égaux à ceux de l'analyse EBSD, soit :  $1 \mu\text{m}$  et  $0.866 \mu\text{m}$ . Afin de limiter les temps de calcul sur Abaqus, des éléments finis cubiques à intégration réduite, C3D8R, sont utilisés. Cependant, une question se pose quant au nombre de couches d'éléments finis à mettre dans

<sup>16</sup>La zone étudiée a été scannée au LMPM par P. Villechaise. Le pavage est de type hexagonal avec pour pas initiaux  $0.5 \mu\text{m}$  et  $0.433 \mu\text{m}$ . Une routine a été conçue afin de ramener le pavage hexagonal à un pavage rectangulaire de manière à pouvoir utiliser les routines du laboratoire MSSMat. Les nouveaux pas sont de  $1 \mu\text{m}$  et  $0.866 \mu\text{m}$ .

<sup>17</sup>Les routines FORTRAN utilisées pour le passage du fichier OIM à Abaqus ont été développées par D. Cedat (MSSMat) pour un matériau biphasé.

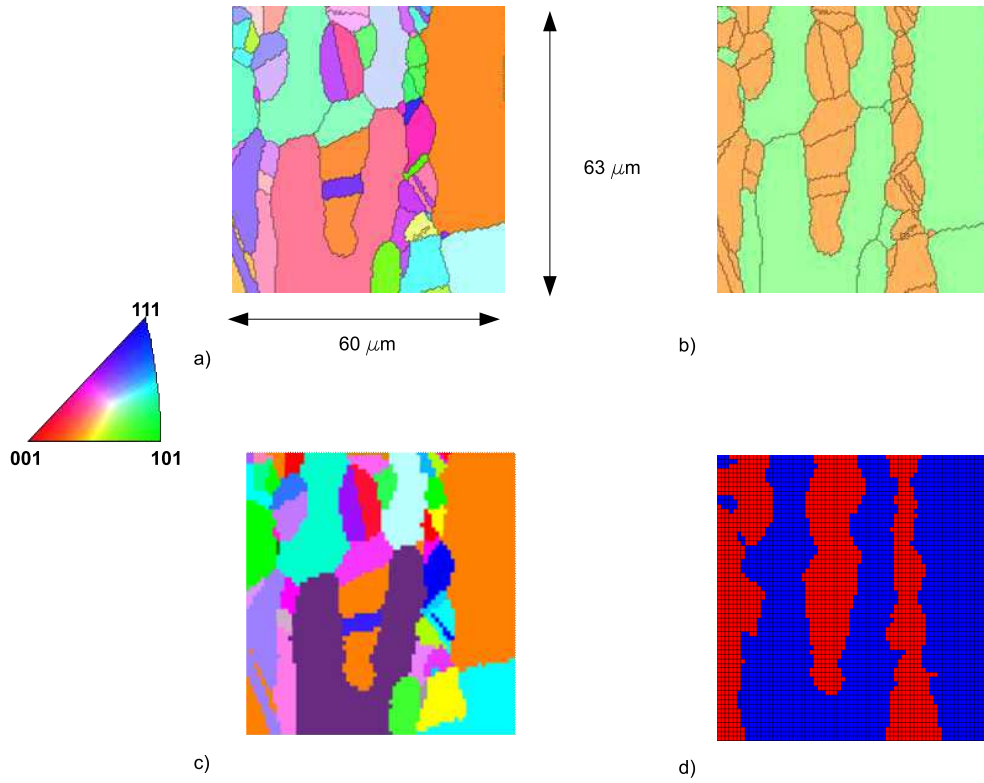


FIG. 4.7 – a) Résultat de l'analyse EBSD donnant les orientations cristallines, b) Discrimination des deux phases et joints de grain (austénite en orange et ferrite en vert), c) microstructure reconstruite sur Abaqus, d) maillage de la microstructure (austénite en rouge et ferrite en bleu).

l'épaisseur. Petit [Pet07] a testé plusieurs couches d'éléments finis (2, 3, 5 couches) et a montré que 3 couches constituaient un bon compromis en termes de convergence et de temps de calcul pour une épaisseur équivalente à la taille de grain. Autrement dit, trois couches d'éléments constituent le minimum pour que le calcul converge, notamment lors d'un trajet de chargement de traction-compression.

#### 4.4.2 Conditions aux limites

##### Conditions aux limites appliquées à un calcul de microstructure

Pour les calculs de microstructure, plusieurs types de conditions aux limites au contour peuvent être appliquées :

- des conditions aux limites homogènes en déformation : un déplacement  $\vec{u}$  de type affine, est imposé à tout point  $\vec{x}$  appartenant à la frontière  $\partial V$  :

$$\vec{u} = \underline{E} \cdot \vec{x} \quad \forall \vec{x} \in \partial V \quad (4.10)$$

avec  $\underline{E}$  un tenseur du second ordre symétrique, indépendant de  $\vec{x}$ ,

- des conditions aux limites homogènes en contrainte : un même vecteur contrainte est imposé à la frontière  $\partial V$  :

$$\underline{\sigma} \cdot \vec{n} = \underline{\Sigma} \cdot \vec{n} \quad \forall \vec{x} \in \partial V \quad (4.11)$$

avec  $\underline{\Sigma}$  un tenseur du second ordre symétrique indépendant de  $\vec{x}$ ,

- des conditions aux limites correspondant à une hypothèse de périodicité de la microstructure : le champ de déplacement sur la frontière  $\partial V$  prend la forme :

$$\vec{x} = \underline{E} \cdot \vec{x} + \vec{v} \quad \forall \vec{x} \in \partial V \quad (4.12)$$

où la fluctuation  $\vec{v}$  est périodique. Le vecteur contrainte  $\underline{\sigma} \cdot \vec{n}$  prend des valeurs opposées en deux point homologues de  $\partial V$ ,

- des conditions aux limites expérimentales, correspondant aux champs de déplacement mesurés.

Le choix des conditions aux limites dépend de l'application du calcul de microstructure. Pour obtenir une estimation des propriétés mécaniques macroscopiques, Kanit et al. [KFG<sup>+</sup>03] ont montré, avec une microstructure 3D générée aléatoirement (Figure 4.5-a-b), que des conditions aux limites périodiques permettaient d'obtenir les propriétés mécaniques homogénéisées pour des volumes simulés relativement petits (c'est-à-dire comportant peu de grains) comparative-ment aux conditions aux limites de type homogènes en déformation ou en contrainte.

Hoc [HCGZ03] pour un acier IF-TI et Héripré [Hér06] pour un alliage de Zirconium ont montré que dans le cas d'une microstructure quasi-2D, que l'application des conditions aux limites expérimentales en déplacement permettait de bien rendre compte des champs cinématiques observés expérimentalement en surface et de compenser la non-prise en compte des grains présents sous l'agrégat simulé et à son voisinage pour des trajets de chargement de traction monotone. Ce sont ces conditions aux limites que nous utiliserons dans le présent travail.

### Application des conditions aux limites expérimentales

Afin d'appliquer les déplacements mesurés expérimentalement suivant les directions 1 et 2 des frontières F1, F2, F3, et F4 du calcul de microstructure numérique (Figure 4.8), les maillages CorrelQ4 (Figure 4.8) et éléments finis (Figure 4.7-d) devraient être confondus. Malheureusement, ceci n'est pas possible du fait qu'un maillage trop fin avec CorrelQ4 entraîne une incertitude trop importante sur le déplacement, et un maillage trop grossier sur Abaqus 'gomme' des grains. En conséquence, la méthode adoptée était la suivante :

La microstructure numérique est d'abord superposée au maillage CorrelQ4. Les noeuds du maillage CorrelQ4 correspondant à la frontière de la microstructure sont isolés. Du fait de la faible précision de cette démarche, les déplacements  $U_1$  et  $U_2$  mesurés expérimentalement sur trois lignes voisines de la frontière F1, nommées L1, L2, L3 (Figure 4.8) sont donnés figures

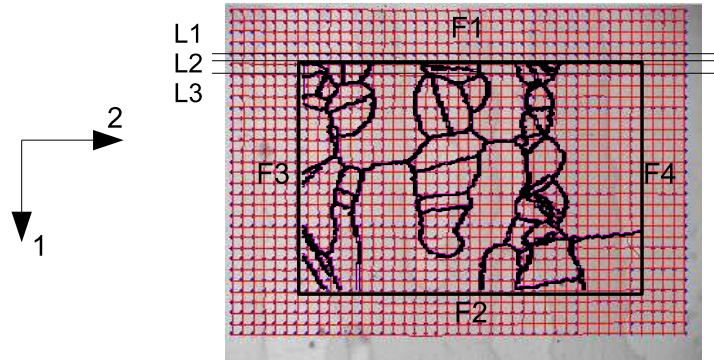


FIG. 4.8 – Méthode d'extraction des conditions aux limites expérimentales aux frontières F1, F2, F3 et F4 du calcul de microstructure numérique. L1, L2, L3 sont les lignes voisines de la frontière F1.

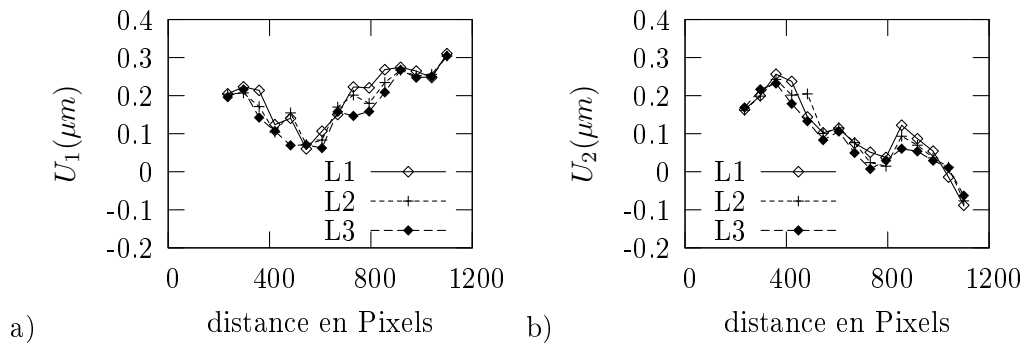


FIG. 4.9 – Déplacements sur les lignes L1, L2, L3 voisines de la frontière F1 ; a) déplacements suivant  $U_1$ , b) déplacements suivant  $U_2$ .

4.9-a-b. L'écart entre les déplacements obtenus sur ces trois lignes est relativement faible. Ceci montre que, bien que notre démarche ne soit pas parfaite en terme d'extraction de conditions aux limites expérimentales, les erreurs sont limitées. La même analyse a été menée pour les trois autres frontières et a donné des résultats semblables. Par ailleurs, ces résultats montrent que les conditions aux limites à cette échelle sont très hétérogènes, alors que les conditions de chargement sont homogènes à l'échelle macroscopique. Ceci montre bien le rôle de la microstructure à cette échelle.

Les maillages CorrelIQ4 et éléments finis ne se superposent pas. Aussi, pour appliquer les déplacements expérimentaux à chaque noeud de la frontière du maillage éléments finis, les déplacements expérimentaux sont interpolés par un polynôme, et les déplacements interpolés sont appliqués aux frontières du maillage éléments finis. Les figures 4.10-a-b-c-d donnent les conditions aux limites expérimentales en déplacements  $U_1$  et  $U_2$  appliquées aux frontières du maillage éléments finis pour la simulation de l'essai de traction jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ . La face arrière de la microstructure est bloquée suivant la troisième direction afin d'éviter tout déplacement de corps rigide et



les évolutions des conditions aux limites sont linéaires au cours du temps (vitesse de déformation constante).

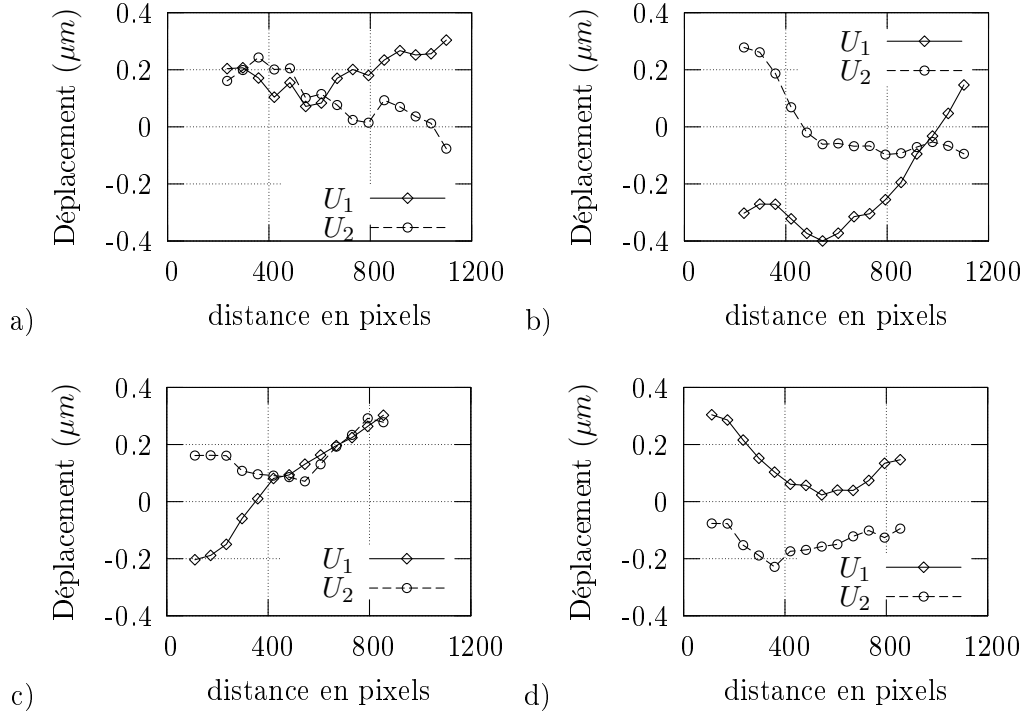


FIG. 4.10 – Conditions aux limites expérimentales appliquées aux frontières du calcul par éléments finis suite au chargement de traction monotone sur les frontières ; a) F1, b) F2, c) F3, d) F4.

## 4.5 Loi de comportement cristalline

La loi de comportement cristalline a été implantée dans le logiciel Abaqus en utilisant une subroutine User Material (UMAT). Cette subroutine nous a été fournie par le laboratoire MSSMat. Afin de différencier les deux types de grains (austénite et ferrite), deux subroutines sont utilisées. Comme dans le chapitre 2, l'indice  $i$  est utilisé afin de différencier les grains d'austénite,  $i=a$ , et de ferrite,  $i=f$ .

Cependant, la loi de comportement cristalline utilisée au laboratoire MSSMat diffère de la loi cristalline utilisée au chapitre 2 sur deux points :

- d'une part, l'élasticité est considérée à l'échelle du grain et à symétrie cubique : trois modules d'élasticité sont définis,  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{44}$ ,
- d'autre part, la loi d'écoulement dans la UMAT fournie par le MSSMat s'exprime par :

$$\dot{\gamma}_i^{(s)} = \dot{\gamma}_i^0 \left( \frac{\tau_i^{(s)}}{\tau_{\mu i}^{(s)}} \right)^{n_i} \text{sign}(\tau_i^{(s)}) \quad \text{si } |\tau_i^{(s)}| \geq \tau_{\mu i}^{(s)}, \quad \dot{\gamma}_i^{(s)} = 0 \quad \text{sinon} \quad (4.13)$$

avec  $\dot{\gamma}_i^0$  une vitesse de référence et  $\tau_{\mu i}^{(s)}$  la cission critique. On rappelle que dans le chapitre 2, la loi d'écoulement a été exprimée par :

$$\dot{\gamma}_i^{(s)} = \left( \frac{|\tau_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}}{K_i} \right)^{n_i} \text{sign}(\tau_i^{(s)}) \quad \text{si } |\tau_i^{(s)}| \geq \tau_{\mu i}^{(s)}, \quad \dot{\gamma}_i^{(s)} = 0 \quad \text{sinon} \quad (4.14)$$

Aussi, nous avons dû modifier la UMAT du MSSMat.

Les autres ingrédients de la loi cristalline de la UMAT sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 2. Ainsi, pour chaque grain (en couleur sur la figure 4.7-c), l'orientation cristallographique est définie par mesure EBSD. La cission sur chaque système de glissement (s) est calculée, dans le repère du grain, à l'aide de l'expression :

$$\tau_i^{(s)} = \underline{\sigma}_i^g : \underline{m}_i^{g(s)} \quad \text{avec} \quad \underline{m}_i^{g(s)} = \frac{1}{2} \left( \overline{n}_i^{(s)} \otimes \overline{b}_i^{(s)} + \overline{b}_i^{(s)} \otimes \overline{n}_i^{(s)} \right) \quad (4.15)$$

La cission critique de la loi d'écoulement est déterminée par :

$$\tau_{\mu i}^{(s)} = \tau_i^0 + \mu b_i \sqrt{\sum_t h_i^{t(s)} \rho_i^t} \quad (4.16)$$

avec le taux de densité de dislocations :

$$\dot{\rho}_i^{(s)} = \frac{1}{b} \left( \frac{1}{\Xi_i^{(s)}} - 2y_{ci} \rho_i^{(s)} \right) |\dot{\gamma}_i^{(s)}| \quad \text{avec} \quad \rho_i^{(s)} (\dot{\gamma}_i^{(s)} = 0) = \rho_i^0 \quad (4.17)$$

où le libre parcours moyen,  $\Xi_i^{(s)}$ , s'exprime par :

$$\Xi_i^{(s)} = \frac{L_i}{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho_i^t}} \quad (4.18)$$

Les paramètres matériau ont bien évidemment la même signification que dans le chapitre 2. Pour l'intégration numérique de la loi de comportement, la matrice d'écrouissage  $a_i^{(s)u}$  définie par :

$$\dot{\tau}_i^{(s)} = \sum_s a_i^{(s)u} \dot{\gamma}_i^{(u)} \quad (4.19)$$

est utilisée. Cette matrice s'obtient par dérivation de l'équation 4.16 par rapport au temps, en introduisant l'équation 4.17 d'évolution de la densité de dislocations. Ainsi, la matrice d'écrouissage est égale à :

$$a_i^{(s)u} = \frac{\mu_i}{2} h_i^{(s)u} \frac{1}{\sqrt{\sum_t h_i^{(s)u} \rho_i^t}} \left( \frac{\sqrt{\sum_{t \neq (s)} \rho_i^t}}{L_i} - 2y_{ci} \rho_i^u \right) \quad (4.20)$$

Les paramètres matériau ont été identifiés dans le chapitre 2 et sont rappelés dans le tableau 4.2. Nous donnons aussi dans ce tableau les paramètres de viscosité  $K_i$  et  $n_i$ , de la loi d'écoulement que nous avons modifiée.

Paramètres	$b$ (m)	$\rho^0$ (m <sup>-2</sup> )	$K$ (MPa.s <sup>1/n</sup> )	$n$	$L$	$h$	$\tau^0$ (MPa)	$y_c$ (nm)
Austénite	$3.16.10^{-10}$	$10^{12}$	20	10	33	0.6	100	3.2
Ferrite	$2.5.10^{-10}$	$10^{12}$	20	10	143	0.5	214	2

TAB. 4.2 – Paramètres matériau de la loi cristalline identifiés au chapitre 2.

#### 4.5.1 Détermination des modules d'élasticité cubique

Les modules d'élasticité cubique sont obtenus à partir des mesures de nano-indentation réalisées par Jaupitre et al. [JDK<sup>+</sup>05] et évoquées au chapitre 2. Le module d'Young et le coefficient de Poisson valent pour la phase austénitique 179350 MPa et 0.3 et pour la phase ferritique 196850 MPa et 0.3 respectivement.

En supposant, comme le fait [Bug00], que pour les deux phases le facteur d'anisotropie est le même que celui du fer- $\alpha$  :

$$\frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}} = 2.5 \quad (4.21)$$

Les modules d'élasticité cubique sont calculés en prenant une borne de Voigt, à savoir, pour un polycristal isotrope :

$$\kappa(\text{macro}) = \frac{C_{11} - 2C_{12}}{3} \quad \text{et} \quad \mu(\text{macro}) \cong \frac{C_{11} - C_{12} + 3C_{44}}{5} \quad (4.22)$$

En utilisant les relations  $\mu = E/(1 + \nu)$  et  $3\kappa = E/(1 - 2\nu)$ , nous obtenons, par inversion des équations 4.21 et 4.22, les modules d'élasticité cubique définis dans le tableau 4.3.

Grains	$C_{11}$ (MPa)	$C_{12}$ (MPa)	$C_{44}$ (MPa)
Austénite	197865	125254	90764
Ferrite	217172	137476	99620

TAB. 4.3 – Modules d'élasticité cubique pour les phases austénitique et ferritique.

#### 4.5.2 Intégration de la loi d'écoulement

L'intégration de la loi d'écoulement (4.13) se fait via la méthode du 'Forward Gradient' proposée par Pierce [PAN83] et Teodosiu [TRT91]. La variation de glissement est obtenue via une  $\theta$  méthode telle que :

$$\Delta\gamma_i^{(s)} = \dot{\gamma}_i^{(s)}(t + \theta_i\Delta t)\Delta t \cong \left[ (1 - \theta_i)\dot{\gamma}_i^{(s)}(t) + \theta_i\dot{\gamma}_i^{(s)}(t + \Delta t) \right] \quad (4.23)$$

$\dot{\gamma}_i^{(s)}(t + \Delta t)$  est calculé grâce à un développement limité de Taylor :

$$\dot{\gamma}_i^{(s)}(t + \Delta t) \cong \dot{\gamma}_i^{(s)}(t) + \underbrace{\frac{\partial \dot{\gamma}_i^{(s)}}{\partial \tau_i^{(s)}} \Big|_t}_{\text{terme2}} \Delta \tau_i^{(s)} + \underbrace{\frac{\partial \dot{\gamma}_i^{(s)}}{\partial \tau_{\mu i}^{(s)}} \Big|_t}_{\text{terme3}} \Delta \tau_{\mu i}^{(s)} \quad (4.24)$$

Compte tenu de la loi d'écoulement choisie dans le chapitre 2, les termes 2 et 3 de l'équation (4.24) sont :

$$\frac{\partial \dot{\gamma}_i^{(s)}}{\partial \tau_i^{(s)}} \Big|_t = \frac{n_i \dot{\gamma}_i^{(s)}}{|\tau_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \dot{\gamma}_i^{(s)}}{\partial \tau_{\mu i}^{(s)}} \Big|_t = \frac{-n_i \dot{\gamma}_i^{(s)}}{|\tau_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}} \quad (4.25)$$

La variation de glissement est obtenue en injectant (4.24) et (4.25) dans (4.23) :

$$\Delta \dot{\gamma}_i^{(s)} = \dot{\gamma}_i^{(s)} \left[ 1 + \frac{\theta_i n_i}{|\tau_i^{(s)}| - \tau_{\mu i}^{(s)}} \left( \Delta \tau_i^{(s)} - \Delta \tau_{\mu i}^{(s)} \right) \right] \Delta t \quad (4.26)$$

Les variations de cission  $\Delta \tau_i^{(s)}$  et de cission critique  $\Delta \tau_{\mu i}^{(s)}$  sont linéarisées par rapport à la variation de glissement. L'ensemble de ces équations conduit à un système linéaire dont l'inconnue est la variation de glissement. Un formalisme en grandes déformations est utilisé dans la UMAT. Du fait que les chargements utilisés dans ce travail induisent des petites déformations, le formalisme des grandes déformations n'est pas présenté afin de ne pas alourdir inutilement le propos. Cependant, le lecteur désireux d'approfondir ce point pourra se référer à la thèse de Héraud [Her98].

## 4.6 Technique de comparaison expérience/simulation

La figure 4.11 résume le principe de la méthode. Sur l'éprouvette vierge (Figure 4.11-a), une analyse EBSD (Figure 4.11-b) est faite. Pour la zone d'étude, le contour des grains est extrait à l'aide du logiciel ImageJ (Figure 4.11-c). Les déplacements étant petits, la morphologie des grains change peu. Par conséquent, le contour peut être superposé à l'ensemble des résultats issus de CorreliQ4 et ceux issus d'Abaqus sans générer trop d'erreur.

A partir de l'analyse EBSD, la microstructure quasi-2D est générée numériquement sur le logiciel Abaqus (Figure 4.11-d). On rappelle que l'acquisition des images via la caméra CCD a été faite directement sur la machine de traction (Figure 4.11-e) en cours d'essai. La procédure utilisée est détaillée dans la thèse d'El Bartali [EB07].

Les champs de déplacement sont calculés par le logiciel CorreliQ4 (Figure 4.11-g). Nous rappelons que pour le trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ , les champs de déplacement sont calculés entre les images 0 et 1 (Figure 4.3-a). Pour le trajet de traction-compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ , les champs de déplacement sont calculés entre les images 0 et 2. Puis les conditions aux limites expérimentales en déplacement sont appliquées aux frontières de la microstructure

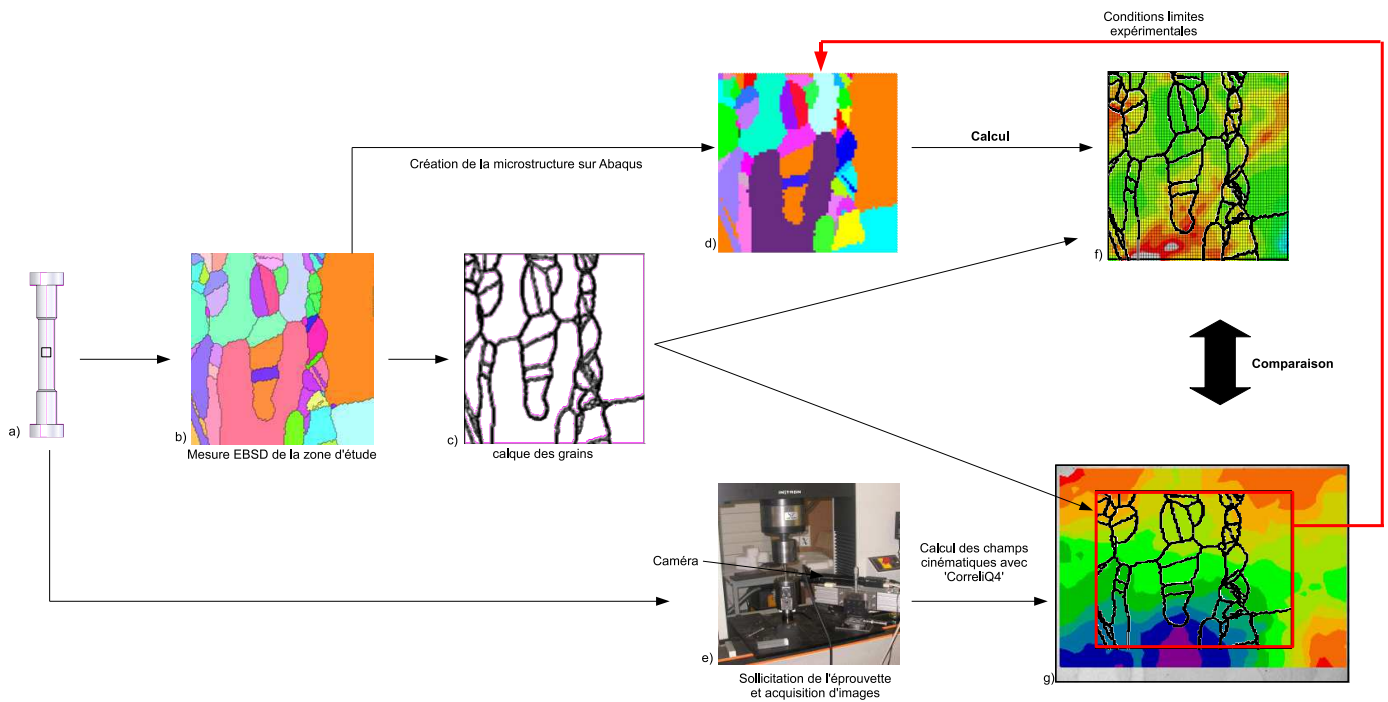


FIG. 4.11 – Schéma récapitulatif de la méthode de comparaison entre champs cinématiques expérimentaux et numériques.

numérique. Ensuite, le calcul éléments finis est réalisé (Figure 4.11-f), et la comparaison entre les résultats du calcul et les champs cinématiques mesurés est menée.

Plusieurs méthodes peuvent être suivies pour comparer les résultats expérimentaux et ceux de la simulation à l'échelle du grain [Hér06] :

- comparaison des champs de déplacement point par point,
- comparaison des champs de déformation point par point,
- comparaison des champs de déformation moyens par grain,
- comparaison des distributions des déformations.

Dans ce travail, nous comparerons les cartes des déplacements et des déformations ainsi que les distributions des déformations pour la zone d'étude et pour chaque phase aux mesures expérimentales.

## 4.7 Résultats

Dans un premier temps, les résultats obtenus après un trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$  sont présentés. Deux types de conditions aux limites expérimentales sont testés, des conditions aux limites expérimentales homogènes et hétérogènes. Dans un deuxième temps, les résultats obtenus après un trajet de traction-compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$  sont exposés. Dans

ce cas, seules les conditions aux limites hétérogènes sont utilisées.

#### 4.7.1 Trajet de chargement de traction monotone

Les conditions aux limites expérimentales testées sont :

- des conditions aux limites expérimentales homogènes, c'est-à-dire que les moyennes des déplacements  $U_1$  et  $U_2$  mesurés (Figures 4.10-a-b-c-d) sont appliquées sur les frontières F1, F2, F3 et F4 du calcul de microstructure,
- des conditions aux limites expérimentales hétérogènes, c'est-à-dire les déplacements mesurés dans les deux directions (Figures 4.10-a-b-c-d) sont appliqués.

#### Déplacements $U_1$ et $U_2$

Les cartes des déplacements,  $U_1$  et  $U_2$ , obtenues expérimentalement sont données sur les figures 4.12-a et 4.13-a respectivement. Des hétérogénéités intraphases et intragranulaires sont observées.

Les cartes des déplacements  $U_1$  et  $U_2$  simulées avec des conditions aux limites homogènes sont

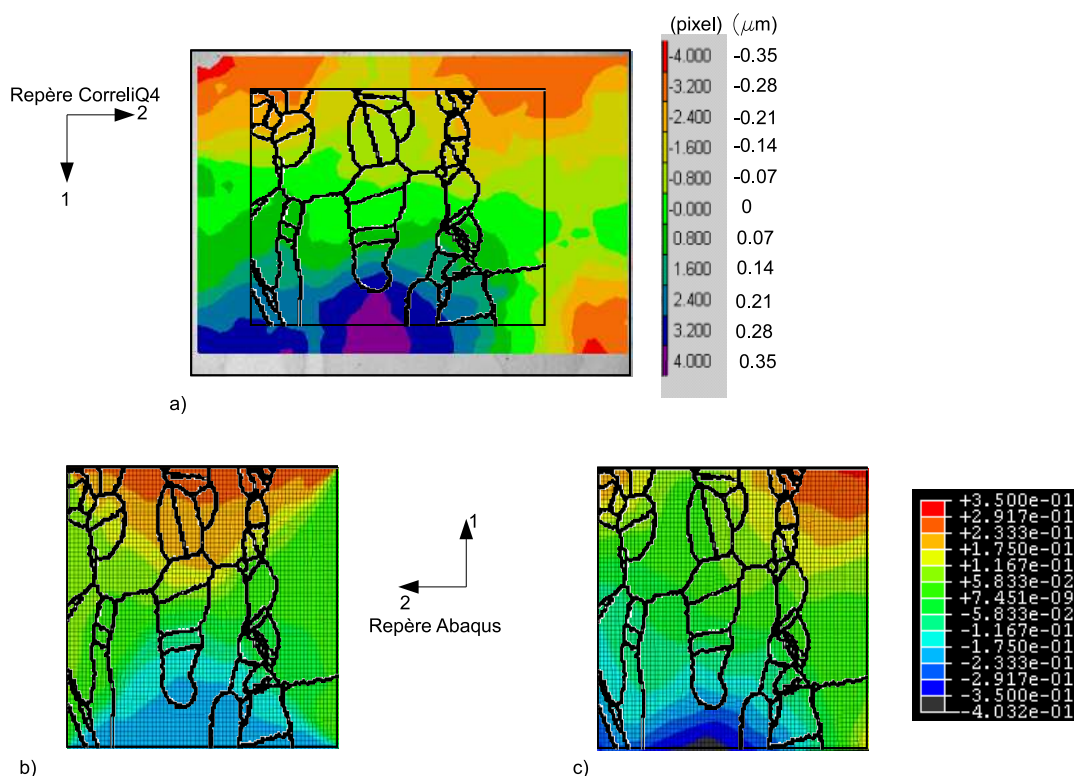


FIG. 4.12 – Cartes des déplacements  $U_1$  suite au trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ . Comparaison entre mesure et calcul de microstructure ; a) mesure, b) simulation avec des conditions aux limites homogènes, c) simulation avec des conditions aux limites hétérogènes.

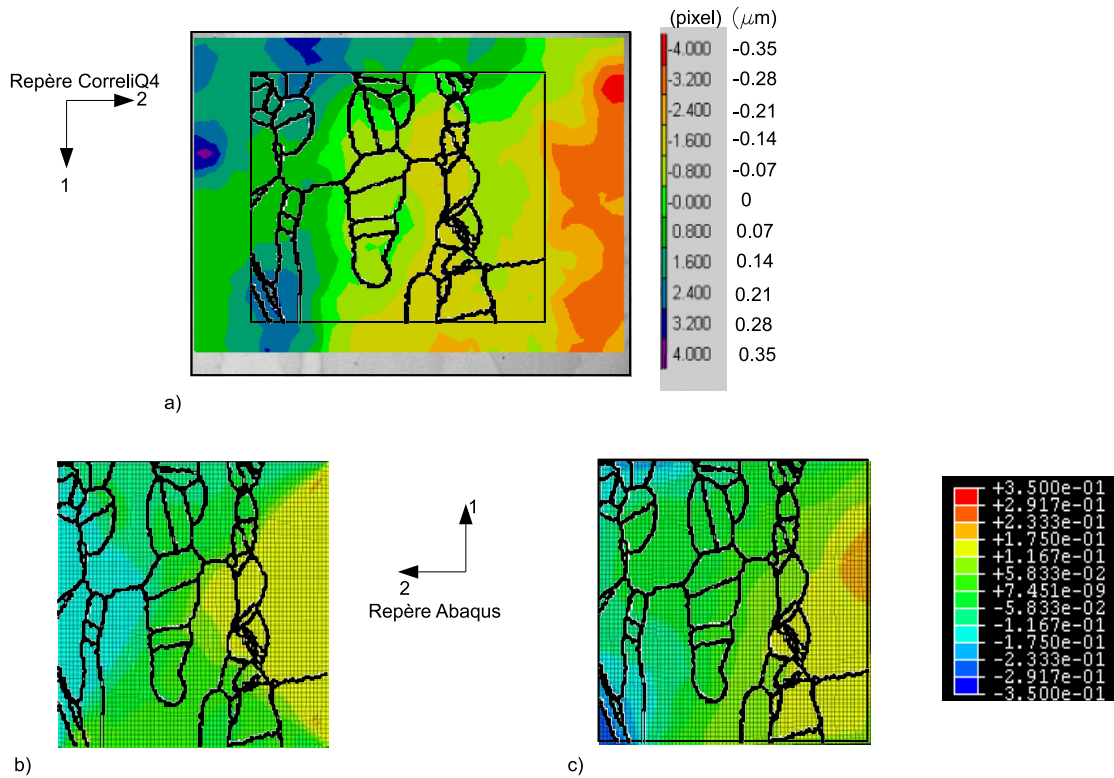


FIG. 4.13 – Cartes des déplacements  $U_2$ , suite au trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ . Comparaison entre mesure et calcul de microstructure; a) mesure, b) simulation avec des conditions aux limites homogènes, c) simulation avec des conditions aux limites hétérogènes.

données figure 4.12-b et figure 4.13-b respectivement. Celles avec des conditions aux limites hétérogènes sont données figure 4.12-c et figure 4.13-c respectivement.

On constate que les conditions aux limites homogènes ne suffisent pas pour rendre compte de la répartition spatiale des déplacements obtenue expérimentalement. En revanche, un bon accord entre expérience et simulation est obtenu avec des conditions aux limites hétérogènes. En particulier, les hétérogénéités intraphases et intragranulaires sont bien modélisées et les valeurs des déplacements numériques sont en accord avec les déplacements mesurés.

En conclusion, pour la microstructure étudiée numériquement, il est nécessaire d'utiliser des conditions aux limites hétérogènes, pour prédire qualitativement et quantitativement les champs de déplacement  $U_1$  et  $U_2$  observés.

### Composante $E_{11}$ du tenseur des déformations

Le champ des déformations longitudinales  $E_{11}$  obtenu par dérivation des champs des déplacements mesurés est donné sur la figure 4.14-a. Les plus fortes déformations sont observées dans les grains austénitiques (cercles blancs) et dans les grains ferritiques voisins des grains austénitiques

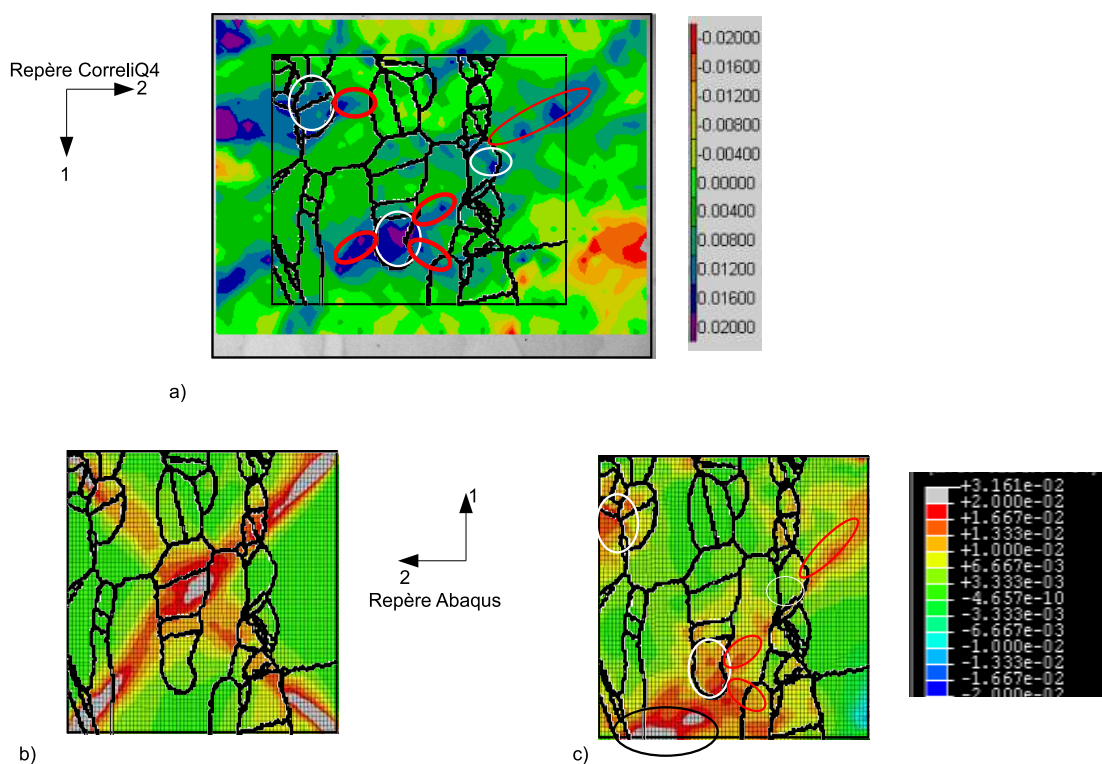


FIG. 4.14 – Cartes des déformations  $E_{11}$ , suite au trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ . Comparaison entre mesures et calcul de microstructure; a) mesure, b) simulation avec des conditions aux limites homogènes, c) simulation avec des conditions aux limites hétérogènes.

les plus déformés (cercles rouges). Localement, la déformation longitudinale peut atteindre 2%, soit environ quatre fois la déformation appliquée macroscopiquement (Tableau 4.1). De plus, les hétérogénéités intraphases et intragranulaires des déformations sont importantes.

Les figures 4.14-a-b donnent les résultats des simulations pour les conditions aux limites homogènes et hétérogènes respectivement. Les échelles utilisées pour la présentation des résultats expérimentaux et simulés ont des amplitudes identiques, cependant les couleurs sont inversées. Sous conditions aux limites homogènes, les déformations se localisent suivant des bandes orientées à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de sollicitation (Figure 4.3-b).

Sous conditions aux limites hétérogènes, on ne distingue plus de bandes de localisation et un relativement bon accord (cercles blancs pour l'austénite et rouge pour la ferrite), avec le résultat expérimental est observé, hormis la petite zone en bas à gauche (cercle noir). En outre, les hétérogénéités intraphases et intragranulaires des déformations sont bien reproduites et les déformations numériques sont en accord avec les déformations mesurées (maximum 2% excepté la zone en bas à gauche).



Les déformations  $E_{11}$ , obtenues sous conditions aux limites hétérogènes, sont ensuite analysées en termes de distribution, pour la zone d'étude et par phase (austénite et ferrite). Les figures 4.15-a-b-c donnent les distributions expérimentales et simulées pour la zone d'étude, l'austénite et la ferrite respectivement. Le tableau 4.4 donne pour chaque distribution les valeurs moyennes et les écarts types obtenus expérimentalement et par la simulation.

D'une part, on notera que les trois distributions expérimentales sont quasiment symétriques par rapport à la valeur moyenne alors que les distributions numériques le sont moins. Cependant, globalement, un bon accord est observé entre résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation (Figures 4.15-a-b-c).

D'autre part, on constate que :

- **expérimentalement**, la déformation moyenne, dans la zone d'étude, est légèrement supérieure à celle obtenue sur l'image entière (Tableau 4.1) et cette déformation moyenne se rapproche de la déformation appliquée macroscopiquement (0.64% appliquée au centre de l'entaille). Pour ce niveau de chargement, la phase austénitique se déforme légèrement plus que la phase ferritique ( $E_{11}^{\text{moyA}} = 6.8 \cdot 10^{-3} > E_{11}^{\text{moyF}} = 5.6 \cdot 10^{-3}$ ). Du fait que la déformation élastique dans l'austénite est inférieure à la déformation élastique dans la ferrite, nous pouvons dire, que à ce niveau de chargement, la phase austénitique accomode une plus grande partie de la déformation plastique que la ferrite. Enfin, l'écart type est quasi identique pour l'austénite et la ferrite ( $ET^A = 5.6 \cdot 10^{-3} \cong ET^F = 6 \cdot 10^{-3}$ ). Autrement dit, l'hétérogénéité intraphase des déformations longitudinales est quasi équivalente pour les deux phases,
- **numériquement**, pour l'austénite, une bonne concordance entre simulation et expérience est obtenue sur la déformation moyenne alors que, pour la zone d'étude et la ferrite, l'écart est significatif. De plus, la simulation ne rend pas compte de la différence de déformation moyenne observée entre les deux phases ( $E_{11}^{\text{moyA}} = 6.8 \cdot 10^{-3} \cong E_{11}^{\text{moyF}} = 6.6 \cdot 10^{-3}$ ). La déformation moyenne calculée dans la ferrite est supérieure à l'expérience. Aussi, l'accommodation d'une plus grande partie de la déformation plastique par la phase austénitique n'est pas bien prise en compte par la simulation. Concernant l'écart type, une différence significative est observée entre expérience et simulation. Le modèle sous-estime l'hétérogénéité intraphase dans l'austénite et dans la ferrite. De plus, le modèle prévoit que l'hétérogénéité intraphase est plus importante dans la ferrite que dans l'austénite ( $ET^F = 5.3 \cdot 10^{-3} > ET^A = 4.1 \cdot 10^{-3}$ ) alors qu'expérimentalement, elle est quasiment la même pour les deux phases.

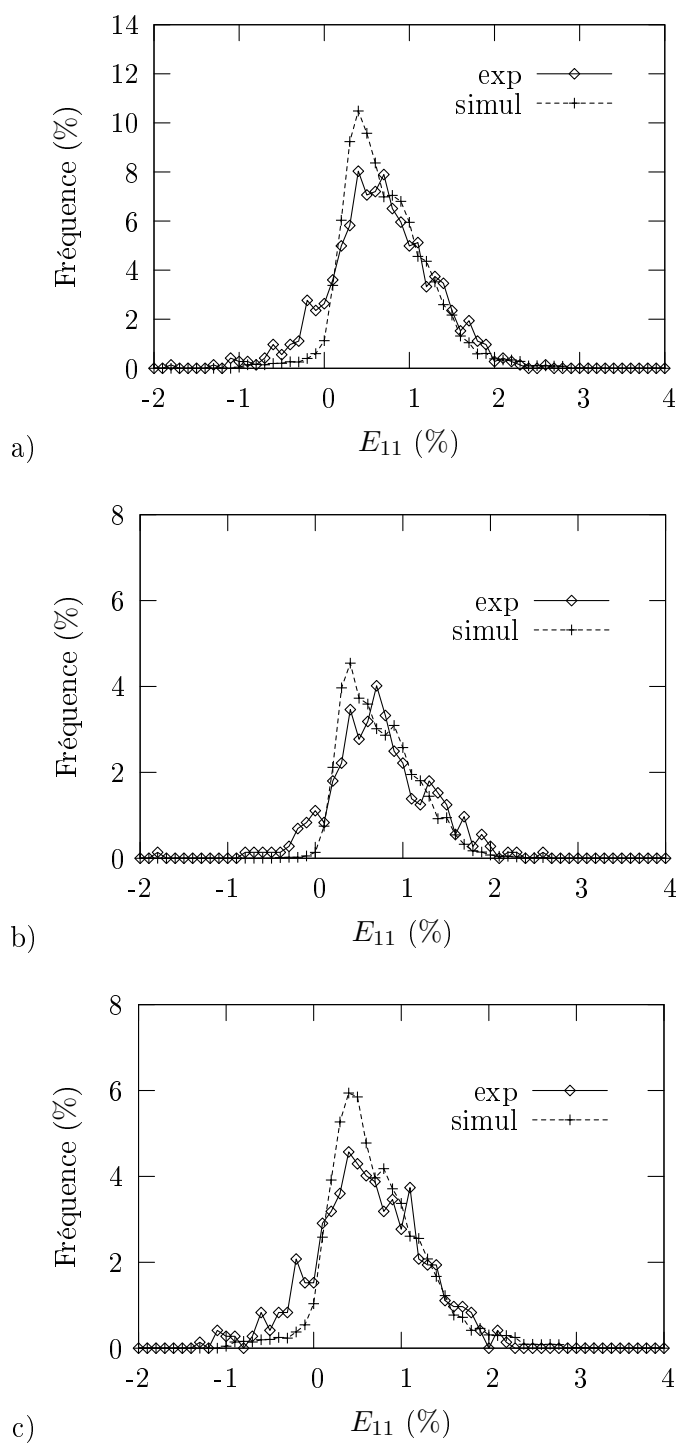


FIG. 4.15 – Distribution de la déformation  $E_{11}$  suite au trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ ; a) zone d'étude, b) phase austénitique, c) phase ferritique.

### Conclusion pour le trajet de chargement de traction monotone

Les déplacements et les déformations mesurés ont été comparés aux simulations de micro-structure suite à un trajet de chargement de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$ .

	Moy Exp	Moy Simul	Erreur %	ET Exp	ET Simul	Erreur %
Zone d'étude	$6.1 \cdot 10^{-3}$	$6.7 \cdot 10^{-3}$	8.5	$5.9 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-3}$	17
Austénite	$6.8 \cdot 10^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$	0.1	$5.5 \cdot 10^{-3}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$	26
Ferrite	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$6.6 \cdot 10^{-3}$	14	$6. \cdot 10^{-3}$	$5.3 \cdot 10^{-3}$	10

TAB. 4.4 – Moyennes (Moy) et écarts types (ET) des déformations  $E_{11}$  suite au trajet de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$  pour la zone d'étude et pour chaque phase. Erreur entre résultats expérimentaux et simulés.

Il est montré que le calcul de microstructure utilisant les conditions aux limites homogènes n'est pas à même de rendre compte des observations expérimentales. Pour améliorer les résultats, Musienko et al. [MTS<sup>+</sup>07] ont montré une bonne concordance entre résultats expérimentaux et résultats issus de la simulation avec des microstructures 3D générées à partir de plusieurs analyses EBSD dans l'épaisseur. Cependant, cette méthode est destructive et fastidieuse à mettre en oeuvre. Dans ce travail, il serait intéressant d'étudier une microstructure quasi-2D plus grande que l'image prise par la caméra, de lui appliquer des conditions aux limites homogènes, et de voir si la différence entre conditions aux limites homogènes et hétérogènes s'estompe au centre (zone d'étude), c'est-à-dire loin des frontières du calcul de microstructure.

En revanche, le calcul de microstructure utilisant des conditions aux limites hétérogènes est à même de prédire les champs de déplacement et de déformation mesurés. En particulier, les hétérogénéités intraphases et intragranulaires des déplacements et des déformations et les distributions des déformations sont bien reproduites.

L'objectif de ce calcul de microstructure était de valider à l'échelle locale les lois de comportement cristallines utilisées au second chapitre, et de confirmer les valeurs des paramètres matériau associés. Pour ce chargement de traction monotone, on peut conclure au vu des résultats que ces lois et les valeurs retenues pour les paramètres matériau sont adaptées pour rendre compte des champs de déplacement et déformation à l'échelle des grains. De plus, à l'instar des travaux de Hoc et al. [HCGZ03] et d'Hériprié [Hér06], nous confirmons que l'utilisation de conditions aux limites expérimentales hétérogènes permettent de compenser :

- la non-prise en compte de l'aspect tridimensionnel des grains,
- la non-prise en compte des grains en sous couches et dans son voisinage.

#### 4.7.2 Trajet de chargement de traction-compression

##### Déplacements $U_1$ et $U_2$

Les figures 4.16-a-c donnent les cartes des déplacements  $U_1$  et  $U_2$  mesurées expérimentalement suite au trajet de chargement de traction monotone jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$  suivie d'une compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ . Comme pour le trajet de traction monotone, des hétérogénéités intraphases

et intragranulaires des déplacements  $U_1$  et  $U_2$  sont observées. Cependant, ces hétérogénéités intraphases pour les champs  $U_2$  sont plus marquées (cercles rouges) comparativement au trajet de traction monotone. Les résultats numériques (Figures 4.16-b-d) rendent compte d'hétérogé-

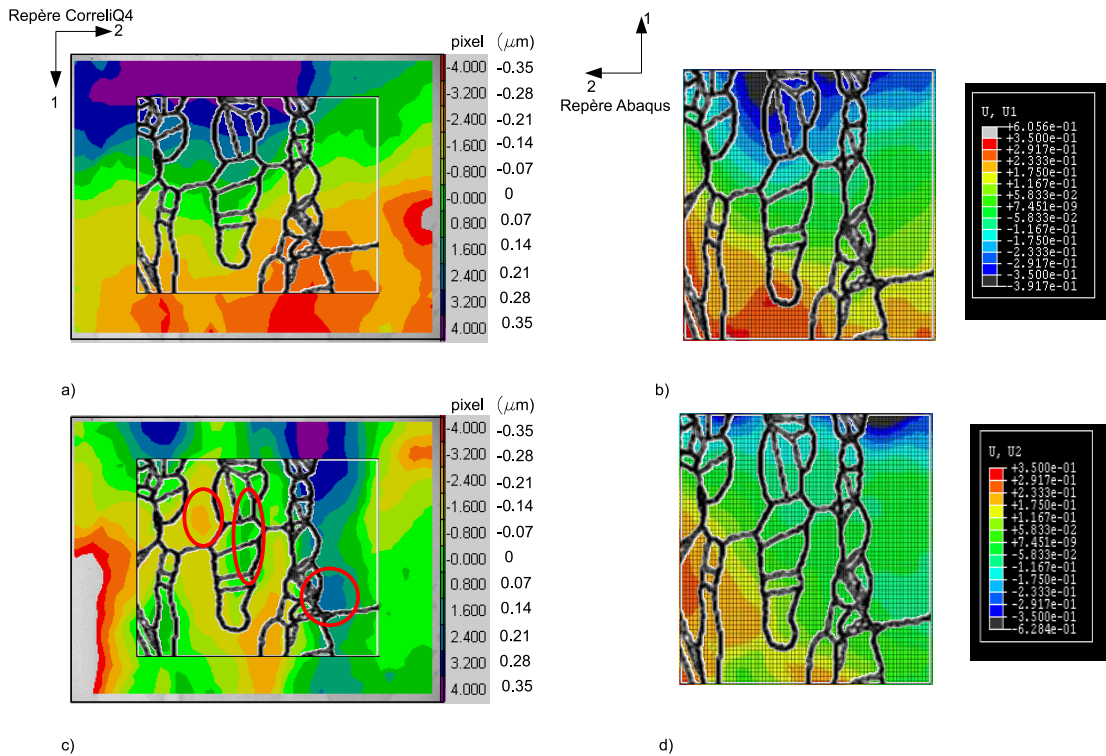


FIG. 4.16 – Cartes des déplacements,  $U_1$  et  $U_2$ , suite au trajet de traction-compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ . Comparaison entre mesures et calculs de microstructure (utilisation des conditions aux limites hétérogènes); a) mesure du déplacement suivant  $U_1$ , b) simulation du déplacement suivant  $U_1$ , c) mesure du déplacement suivant  $U_2$ , d) simulation du déplacement suivant  $U_2$ .

néités intraphases et intragranulaires des déplacements. Cependant, la répartition spatiale et les amplitudes des déplacements sont moins bien reproduits que pour le trajet de traction monotone.

### Composante $E_{11}$ du tenseur des déformations

La figure 4.17-a donne la carte des déformations  $E_{11}$  mesurées. Comme pour le trajet de traction monotone, des hétérogénéités intraphases et intragranulaires sont observées (cercles bleus). Cependant, les zones les plus déformées (déformations comprises entre 1.2% et 2%) se sont étendues sur une assez grande partie de la zone d'étude. Enfin comme pour le trajet de traction monotone, la déformation atteint localement une valeur de -2%.

Le résultat de la simulation (Figure 4.17-b) montre que la déformation  $E_{11}$  a tendance à se localiser dans des bandes à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de sollicitation (ellipses rouges), ce qui n'est pas observé expérimentalement. De plus, la répartition spatiale des déformations est moins bien

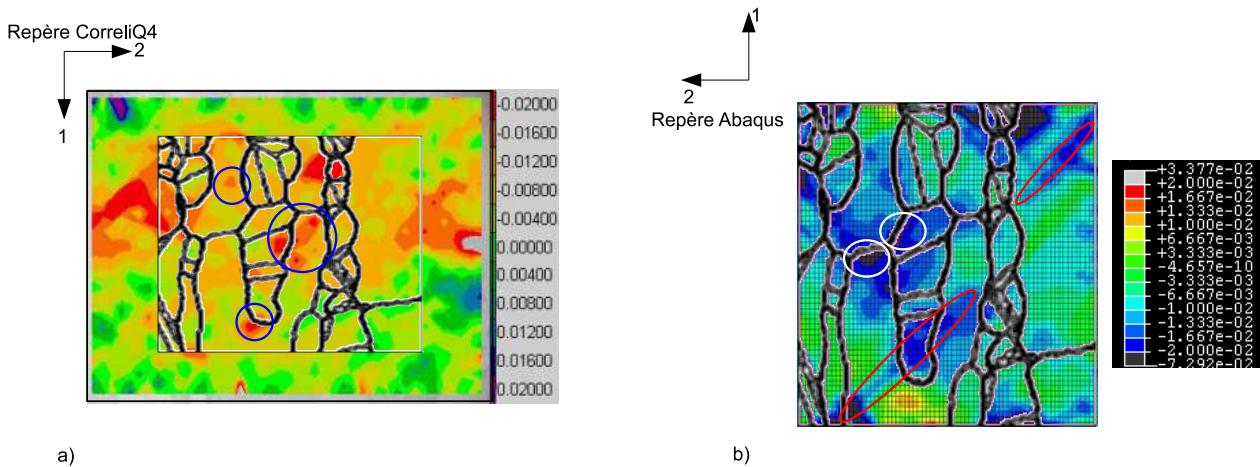


FIG. 4.17 – Cartes de la déformation  $E_{11}$  suite au trajet de traction-compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ . Comparaison entre mesure et calcul de microstructure (utilisation des conditions aux limites hétérogènes); a) mesure expérimentale, b) calcul de microstructure.

reproduite que pour le trajet de traction monotone et la déformation peut atteindre localement  $-7\%$  (cercles blancs), ce qui est bien supérieur à la déformation mesurée. Cependant, le modèle rend compte de l'hétérogénéité intraphase et intragranulaire, et prend bien en compte le fait que les zones de fortes déformations se sont étendues.

En conséquence, certaines observations sont bien retranscrites par le modèle mais les résultats pour ce trajet de chargement sont moins bons que pour le trajet de traction monotone.

Comme pour le trajet de traction monotone, les déformations  $E_{11}$  sont analysées en termes de distribution pour la zone d'étude et par phase (austénite et ferrite). Les distributions sont là encore obtenues sous conditions aux limites hétérogènes. Les figures 4.18-a-b-c donnent les distributions expérimentales et simulées pour la zone d'étude, l'austénite et la ferrite respectivement. Le tableau 4.5 donne, pour chaque distribution, les valeurs moyennes et les écarts types obtenus expérimentalement et simulés.

D'une part, les trois distributions sont quasiment symétriques par rapport à la valeur moyenne et un bon accord est observé entre résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation (Figures 4.18-a-b-c).

D'autre part, on constate que :

- **expérimentalement**, la valeur moyenne de la déformation, dans la zone d'étude, est supérieure à celle obtenue sur l'image entière (Tableau 4.1). De plus, comparativement à l'essai de traction monotone, la déformation moyenne dans la ferrite est légèrement supérieure. Enfin, les écarts types ont très peu varié suite à la compression et restent quasiment identiques pour l'austénite et la ferrite. Les hétérogénéités intraphases des déformations sont

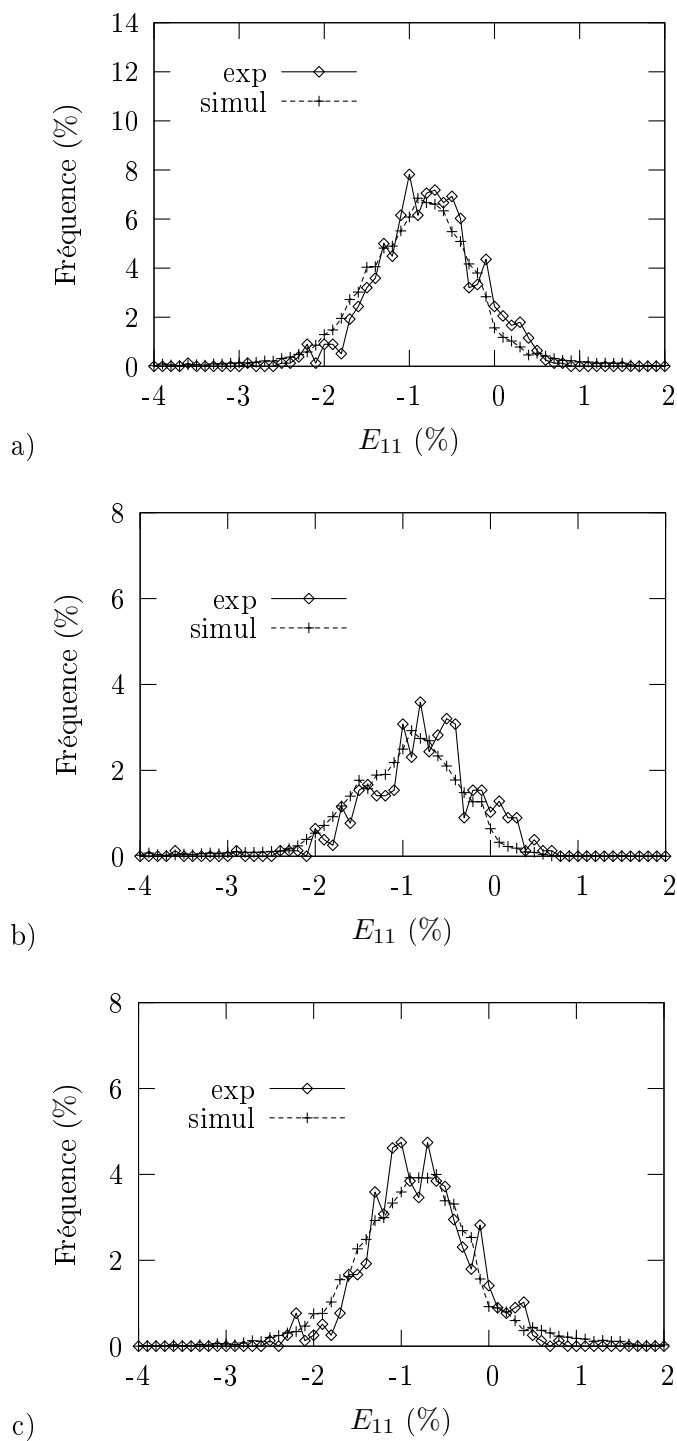


FIG. 4.18 – Distribution de la déformation  $E_{11}$  suite au trajet de traction monotone suivie d'une compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$  ; a) zone d'étude, b) phase austénitique, c) phase ferritique.

- quasiment équivalentes pour les deux phases lors de la compression,
- **numériquement**, une bonne concordance entre simulation et expérience est obtenue sur la

déformation moyenne pour la ferrite, ce n'est pas le cas pour la zone d'étude et l'austénite. La simulation prévoit que l'austénite se déforme plus que la ferrite, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. Concernant les écarts types, le modèle prévoit des écarts types plus grands pour chaque phase que lors de l'expérience, les hétérogénéités intraphases sont surestimées par le modèle. Cependant, ces hétérogénéités intraphases restent presque identiques pour les deux phases, comme observé expérimentalement.

	Moy Exp	Moy Simul	Erreur %	ET Exp	ET Simul	Erreur %
Zone d'étude	$-8.3 \cdot 10^{-3}$	$-9.4 \cdot 10^{-3}$	12	$5.8 \cdot 10^{-3}$	$7.2 \cdot 10^{-3}$	20
Austénite	$-8.17 \cdot 10^{-3}$	$-1.02 \cdot 10^{-2}$	22	$6 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	13
Ferrite	$-8.4 \cdot 10^{-3}$	$-8.7 \cdot 10^{-3}$	4	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$7.3 \cdot 10^{-3}$	23

TAB. 4.5 – Moyennes (Moy) et écarts types (ET) des déformations  $E_{11}$  suite au trajet de traction-compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$  pour la zone d'étude et pour chaque phase. Résultats expérimentaux et simulés.

### Conclusion pour le trajet de chargement de traction-compression

Les déplacements et les déformations mesurés ont été comparés aux simulations de microstructure suite à un trajet de chargement de traction jusqu'à  $E_{11} = 0.5\%$  suivie d'une compression jusqu'à  $E_{11} = -0.5\%$ .

Bien que des tendances expérimentales se retrouvent numériquement (hétérogénéités intraphases, intragranulaires, extension des zones de forte déformation et forme des distributions des déformations comparativement aux résultats de traction monotone), la simulation rend moins bien compte de la répartition spatiale des déplacements et des déformations. Numériquement, les déformations se localisent lors de la compression dans des bandes à environ  $45^\circ$  par rapport à l'axe de sollicitation et peuvent atteindre  $-7\%$  localement.

Une voie d'amélioration consisterait à introduire dans la modélisation un écrouissage cinématique, afin de rendre compte de l'effet Bauschinger marqué sur ce matériau. Néanmoins, bien que les résultats soient moins bons que pour le trajet de traction monotone, les premiers résultats sont encourageants notamment en terme de distribution des déformations.

#### 4.7.3 Analyse des contraintes

Le calcul de microstructure permet également d'obtenir le tenseur des contraintes. Ceci est intéressant dans le sens où la plupart des critères d'endommagement ou de rupture sont exprimés en termes de contrainte. Les figures 4.19-a-b montrent les champs des contraintes équivalentes de von Mises obtenus pour des conditions aux limites hétérogènes, suite aux trajets de traction monotone et de traction-compression respectivement. En traction monotone (Figure 4.19-a), la

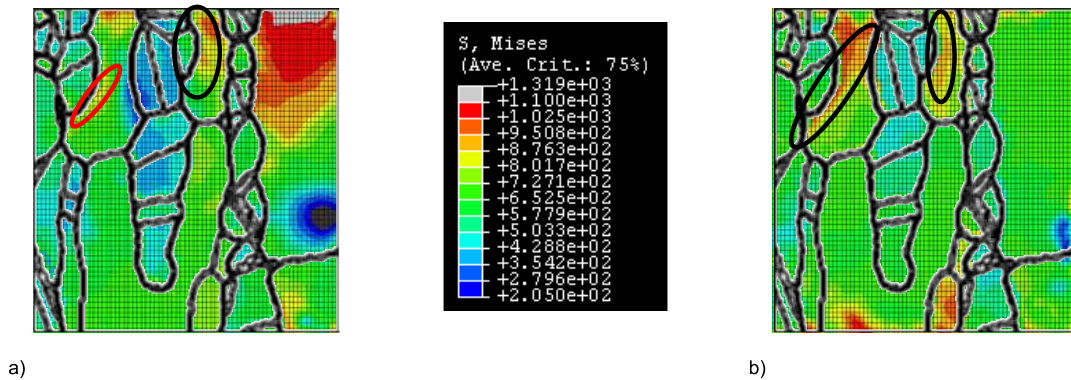


FIG. 4.19 – Contrainte équivalente de von Mises pour des conditions aux limites hétérogènes, a) suite au trajet de traction monotone, b) suite au trajet de traction-compression.

contrainte de von Mises atteint les valeurs les plus élevées dans les grains ferritiques. De plus, dans certaines zones (ellipses rouges), la contrainte se localise au joint de phase. Sous traction-compression, la contrainte de von Mises atteint des valeurs beaucoup plus élevées qu'en traction dans les grains austénitiques, et les zones de fortes contraintes aux joints de phase (ellipses rouges) s'intensifient.

Ces résultats laissent présager un endommagement de type interphase. Ceci n'est pas en accord avec les observations d'El Bartali [EB07] qui observe plutôt des amorçages aux joints de grain ferrite-ferrite. Cependant, ces résultats numériques aux joints de phase ou de grain sont à prendre avec précaution dans la mesure où un maillage carré est utilisé, lequel ne permet pas d'avoir une bonne description des joints.

## 4.8 Conclusions

Dans ce chapitre, l'objectif était de valider les lois de comportement cristallines utilisées lors du second chapitre pour décrire le comportement des grains austénitiques et ferritiques et de confirmer les paramètres associés.

Pour cela, une comparaison entre les résultats d'un calcul de microstructure utilisant la méthode des éléments finis sur un nombre limité de grains et ceux issus d'une mesure de champs cinématiques a été entreprise. Une microstructure numérique quasi-2D a été générée à partir d'une analyse EBSD. Elle a été extrudée de  $10\ \mu\text{m}$  (taille de grain dans le sens transversal). Un maillage cubique a été généré. Des conditions aux limites expérimentales en termes de déplacements mesurés par corrélation d'images numériques sont directement appliquées aux frontières du maillage. Deux types de conditions aux limites expérimentales sont testés : des conditions aux limites expérimentales homogènes, c'est-à-dire que les moyennes des déplacements mesurés dans les deux directions sont appliquées sur les frontières du calcul de microstructure, et des



conditions aux limites hétérogènes, c'est-à-dire que les déplacements mesurés sont directement appliqués sur les frontières du calcul de microstructure. La méthode expérimentale de mesure de champs cinématiques utilisée est celle développée par El Bartali [EB07] au sein du LML. Cette méthode utilise le logiciel de corrélation d'images numériques CorreliQ4 mis au point au LMT Cachan par F. Hild [HPC99] [Hil02].

Les principales conclusions de cette étude sont les suivantes :

- des conditions aux limites homogènes ne permettent pas de simuler les champs de déplacement et de déformation observés expérimentalement. Cependant, il serait intéressant de faire un calcul semblable sur une plus grande zone et de voir si la différence entre conditions limites homogènes et hétérogènes s'estompe dans une zone d'étude éloignée des bords,
- les conditions aux limites hétérogènes permettent de rendre compte qualitativement et quantitativement des champs de déplacement et de déformation observés expérimentalement suite à un trajet de traction monotone. Les résultats sont moins bons suite à un trajet de traction-compression. Une amélioration consisterait à introduire un écrouissage cinématique dans les lois cristallines afin de prendre en compte l'effet Bauschinger important dans ce matériau.
- bien que la microstructure numérique ne soit pas très réaliste dans la troisième direction, l'utilisation des conditions aux limites hétérogènes mesurées compense, au moins partiellement, la non prise en compte de l'aspect tridimensionnel des grains, et les grains sous la microstructure et dans son voisinage.

En conséquence, nous pensons que les lois cristallines et les valeurs des paramètres matériau utilisés dans le chapitre 2 sont à même de reproduire les déplacements et les déformations mesurés, au moins pour un trajet de traction monotone. Ainsi, la méthodologie mise en place pour la comparaison expérience/simulation, pourrait être utilisée pour optimiser des paramètres matériau, comme cela a été fait par Hoc et al. [HCGZ03] et Héripré [Hér06]. Un autre développement pourrait être l'étude de l'influence de la morphologie et de l'orientation des grains sur les champs de déformations et de contraintes, afin de déterminer les paramètres influant sur l'endommagement et l'amorçage de microfissures notamment en fatigue oligocyclique. Cependant, cette étude ne pourra être menée qu'après avoir inclus un écrouissage cinématique dans la loi cristalline.

# Conclusion générale et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était de proposer un modèle multi-échelles susceptible de rendre compte du comportement en plasticité cyclique d'un acier inoxydable duplex. Du fait du caractère polycristallin de chacune des deux phases constituant cet acier (austénite et ferrite), nous nous sommes orientés vers les modèles d'homogénéisation autocohérents polycristallins. Le modèle de Cailletaud-Pilvin, initialement utilisé pour des polycristaux monophasés, a été modifié afin de prendre en compte le caractère biphasé de l'acier duplex.

Des caractérisations expérimentales (analyses EBSD et essais mécaniques) sur l'acier inoxydable duplex ont montré que les phases austénitique et ferritique (polycristallines) sont allongées dans le sens longitudinal de la barre. Les grains austénitiques et ferritiques sont à la même échelle, c'est-à-dire qu'un grain d'austénite ou de ferrite peut être au contact aussi bien d'un grain de ferrite que d'un grain d'austénite. La phase austénitique n'est pas texturée, la phase ferritique l'est très légèrement. Les grains austénitiques sont équiaxes et les grains ferritiques sont légèrement allongés dans le sens longitudinal de la barre. De plus, des essais mécaniques ont montré que le matériau peut être considéré comme initialement isotrope élastiquement et plastiquement. Aussi, les hypothèses faites de deux phases non texturées et de grains équiaxes sont justifiées au vu des essais mécaniques.

En termes de modélisation, nous avons opté pour un schéma d'homogénéisation autocohérent à une échelle. Chaque grain est plongé dans un milieu homogène équivalent biphasé. Deux lois d'interaction sont utilisées, afin de différencier les interactions des grains austénitiques de celles des grains ferritiques avec le milieu homogène équivalent biphasé. D'autre part, deux types de lois d'interaction ont été utilisées, celle de Cailletaud-Pilvin et celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni. Ces lois supposent des grains équiaxes et un comportement isotrope du milieu homogène équivalent. Une distribution isotrope d'orientations cristallographiques, composée de 40 orientations, a été choisie pour chaque phase. Les comportements des grains austénitiques et ferritiques ont été modélisés par des lois de comportement cristallines similaires, avec comme variable interne la densité de dislocations.

Les paramètres matériau ont été identifiés à partir de résultats de la littérature et par approche inverse utilisant seulement deux essais très simples : un essai de traction monotone et la première boucle d'hystérésis d'un essai de traction-compression. Le modèle polycristallin biphasé ainsi identifié a ensuite été validé sur une large base d'essais, montrant que :

- le modèle utilisant soit la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin, soit celle d'Abdul-Latif-Dingli-Saanouni, rend bien compte des premières boucles d'hystérésis en traction-compression pour différents niveaux d'amplitude de déformation, et des premières boucles d'hystérésis d'essais non-proportionnels de traction-compression/torsion. L'effet Bauschinger semble mieux décrit par la loi d'interaction de Cailletaud-Pilvin, c'est pourquoi, par la suite, nous avons uniquement utilisé cette loi d'interaction,
- les surfaces de plasticité initiales et au cours de différents trajets de chargement sont qualitativement bien décrites, notamment en ce qui concerne l'anisotropie induite par la déformation plastique.

Expérimentalement, il a été observé que le comportement en fatigue plastique oligocyclique de l'acier duplex présente une phase d'accommodation cyclique composée d'un durcissement suivi d'un adoucissement cyclique, puis d'une phase de stabilisation. Le modèle proposé précédemment a été utilisé pour simuler un essai de fatigue plastique oligocyclique. Les résultats de la simulation montrent que le modèle rend bien compte d'un durcissement cyclique, mais en aucun cas d'un adoucissement cyclique. En conséquence, le niveau de contrainte atteint au cycle stabilisé est largement surestimé par le modèle. Pour pallier cet inconvénient, nous nous sommes intéressés aux causes possibles de l'adoucissement cyclique dans le matériau étudié. Pour cela, plusieurs essais de traction-compression et traction-compression/torsion interrompus ont été menés afin d'étudier l'évolution des structures de dislocations au cours du cyclage, par microscopie électronique à transmission. Il a été observé :

- dans l'austénite, des arrangements planaires, dû à la présence d'azote, tout au long du cyclage,
- dans la ferrite, une augmentation relativement homogène de la densité de dislocations au cours du durcissement cyclique, puis un réarrangement des dislocations en zones dures (riches en dislocations) et zones molles (pauvres en dislocations).

D'après la littérature, l'adoucissement cyclique peut être attribué aux deux phases de l'acier inoxydable duplex. Cependant, dans une première approche, seul le réarrangement des dislocations en zones dures et molles dans la ferrite a été modélisé. A partir des travaux de Mughrabi [Mug83] et d'Estrin et al. [ETMB98], la loi cristalline relative aux grains ferritiques a été modifiée afin de prendre en compte le réarrangement des dislocations en zones dures et molles. Seuls quatre nouveaux paramètres matériau ont été introduits ; certains ont été identifiés à partir des micrographies MET, les autres par approche inverse à partir des courbes de durcissement-

adoucissement cyclique pour un trajet de chargement de traction-compression et un autre de traction-compression/torsion. Ce nouveau modèle rend bien compte d'une phase d'accommodation cyclique composée d'un durcissement cyclique suivi d'un adoucissement cyclique. Ensuite, ce nouveau modèle a été validé sur une large base d'essais (essais de traction-compression et de traction-compression/torsion non proportionnels). Les boucles d'hystérésis au cycle stabilisé sont bien décrites, et le sur-écrouissage dû à la non-proportionnalité du chargement est lui aussi bien pris en compte par le nouveau modèle.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à la comparaison entre champs cinématiques obtenus par un calcul de microstructure et ceux obtenus par une technique de mesure de champs cinématiques à l'échelle de la microstructure, afin de valider les lois de comportement cristallines du chapitre 2 et confirmer les paramètres matériau associés. Les principales conclusions de cette étude sont :

- des conditions aux limites expérimentales homogènes (moyenne des déplacements mesurés), ne sont pas à même de rendre compte de la répartition spatiale et des hétérogénéités intraphases et intragranulaires des déplacements et déformations observés expérimentalement. Cependant, la zone étudiée est petite ( $63 \times 60 \mu\text{m}^2$ ), ce qui peut expliquer ces résultats. Une solution serait d'étudier une microstructure quasi-2D plus grande que l'image prise par la caméra, de lui appliquer des conditions aux limites homogènes, et de voir si la différence entre conditions aux limites homogènes et hétérogènes s'estompe au centre (zone d'étude), c'est-à-dire loin des frontières du calcul de microstructure.
- des conditions aux limites expérimentales hétérogènes permettent, quant à elles, de bien rendre compte des champs cinématiques expérimentaux pour un trajet de traction monotone, en termes de répartition spatiale, d'hétérogénéités intraphases et intragranulaires des déplacements et des déformations, et des distributions des déformations. Pour le trajet de traction monotone suivie d'une compression, les résultats sont moins bons, notamment concernant la répartition spatiale des déplacements et déformations. Cependant, différentes caractéristiques sont retrouvées numériquement, comme l'étendue des zones de forte déformation et les distributions des déformations.

## Perspectives

Suite à ce travail de thèse, plusieurs perspectives peuvent être envisagées.

- L'accommodation des déformations plastiques dans les seules zones molles n'est pas prise en compte par le nouveau modèle polycristallin (Chapitre 3), du fait de l'hypothèse adoptée d'uniformité de la déformation plastique à l'échelle du système de glissement. Il serait

intéressant de faire évoluer le modèle afin de prendre en compte l'accommodation de la déformation plastique dans les seules zones molles. De plus, il a été observé que la phase austénitique participait probablement à l'adoucissement cyclique, du fait que des arrangements planaires dus à la présence d'azote ont été observés tout au long de la durée de vie. Par conséquent, il serait intéressant de tenir compte de cette seconde source d'adoucissement dans la modélisation.

- Du point de vue des techniques de modélisation polycristalline, à l'instar de la comparaison déjà réalisée sur les deux modèles polycristallins (Cailletaud-Pilvin et Abdul-Latif-Dingli-Saanouni), il conviendra d'explorer les potentialités et les possibilités offertes par les méthodes d'homogénéisation non linéaire, dites du second ordre, telles qu'elles ont été récemment adaptées au contexte polycristallin (code VPSC) par R. Lebensohn et al. [LLC04]. La prise en compte des fluctuations de champs intragranulaires constituerait, par exemple, une contribution intéressante de ces approches, compte tenu des résultats numériques obtenus au chapitre 4.
- Les calculs de microstructure ont été menés suite à un trajet de traction monotone et de traction monotone suivie d'une compression. Il conviendrait de mener une étude équivalente pour des chargements de fatigue plastique oligocyclique proportionnels, voire non-proportionnels, à différents niveaux d'amplitude. Ainsi, les résultats simulés pourraient être comparés à des mesures faites par El Bartali [EB07] en terme d'activité du glissement plastique par exemple. De plus, l'amorçage des microfissures dans les aciers duplex est une problématique traitée au sein de notre laboratoire [EB07] [AAMM<sup>+</sup>07]. L'objectif à moyen terme est l'écriture d'un critère d'amorçage en fatigue plastique physiquement fondé. Des calculs de microstructure permettront de valider le critère proposé et les hypothèses sur lesquelles il repose.
- Un phénomène néfaste pour la durabilité des structures est la déformation progressive, ou accroissement de la déformation moyenne sous chargement cyclique en contrainte imposée non-symétrique. La compréhension de ce phénomène passe par l'étude de l'évolution de la surface de plasticité. Le modèle polycristallin biphasé prédit correctement l'évolution des surfaces de plasticité. En conséquence, il serait intéressant d'utiliser le modèle polycristallin biphasé pour ce type de trajet de chargement cyclique à contrainte moyenne non nulle et de comparer ses prévisions aux résultats expérimentaux obtenus par Aubin [AD04],

## Annexe A

# Quelques éléments sur la plasticité cristalline

### A.1 Critère de Schmid

Le critère de Schmid définit la condition d'écoulement plastique sur un système de glissement (s). Une dislocation devient mobile si la projection du tenseur contrainte sur le système de glissement (s) est égale à une valeur seuil  $\tau_\mu^{(s)}$ . On appelle cission  $\tau^{(s)}$  sur le système (s) le scalaire :

$$\tau^{(s)} = (\underline{\sigma}^g : \vec{n}^{(s)}) \cdot \vec{b}^{(s)} \quad (\text{A.1})$$

avec  $\underline{\sigma}^g$ , le tenseur des contraintes granulaires. Il existera un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}^{(s)} > 0$  sur un système (s) pourvu que :

$$\tau^{(s)} = \tau_\mu^{(s)} \quad \text{et} \quad \dot{\tau}^{(s)} > 0 \quad (\text{A.2})$$

Ce critère, dit critère de Schmid, est semblable à un critère élastoplastique pour les modèles phénoménologiques.

### A.2 Loi d'Orowan [Oro40]

Orowan part du principe que les mouvements élémentaires des dislocations se traduisent par une déformation plastique que l'on peut constater à une échelle plus macroscopique. La relation d'Orowan définit le taux de cisaillement sur un système de glissement, résultant du mouvement d'une famille de dislocations :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \rho_m^{(s)} \cdot b \cdot \bar{v} \quad (\text{A.3})$$

où  $\rho_m^{(s)}$  est la densité des dislocations mobiles se déplaçant chacune à une vitesse moyenne  $\bar{v}$ . C'est à partir de cette relation que les lois d'écoulement viscoplastiques sont formulées à l'échelle du système de glissement.

### A.3 Production des dislocations, mécanisme de Frank-Read

Le mouvement des dislocations provoque la déformation plastique. Cependant la densité initiale de dislocations ne permet pas d'obtenir une déformation plastique significative. Les dislocations doivent se multiplier afin d'atteindre les déformations plastiques observées expérimentalement. Frank et Read [FRgh] ont proposé un mécanisme de moulinet pour expliquer la production de boucles dislocations (Figure A.1). Une dislocation est ancrée en deux points A et B distants de

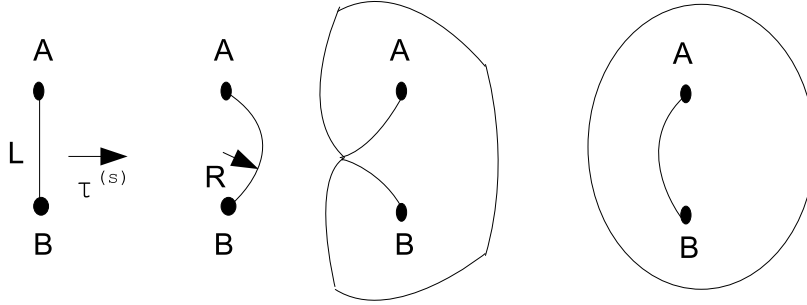


FIG. A.1 – Fonctionnement d'une source de Frank et Read. Formes successives d'une dislocation ancrée en A et B soumise à une cisssion  $\tau^{(s)}$ .

L. Sous l'effet de la cisssion  $\tau^{(s)}$  appliquée sur un système de glissement, la dislocation se courbe (R : rayon de courbure). Lorsque la cisssion augmente, R diminue jusqu'à atteindre  $L/2$ . L'arc de dislocation devient alors instable, et tourne autour des points A et B. Une recombinaison des portions en regard, de signes opposés, intervient. Ceci aboutit à la formation d'une boucle qui se propage dans le plan de glissement, et d'un nouvel arc AB à partir duquel la même opération se produit. Les boucles de dislocations s'arrêtent stoppées par exemple par les joints de grain, contribuant ainsi à l'augmentation de la densité de dislocations stockées.

### A.4 Interactions entre dislocations

Le durcissement (ou écrouissage) observé généralement dans les métaux est dû en grande partie aux interactions entre dislocations. Le modèle présenté est appelé modèle des arbres de la forêt (Figure A.2). Considérons une dislocation mobile, de vecteur de Burgers  $\vec{b}_1$ , se mouvant sur un plan de glissement traversé par plusieurs dislocations de vecteurs de Burgers  $\vec{b}_i$ . La cisssion seuil pour faire glisser une dislocation mobile au milieu d'une forêt de densité  $\rho_s^{(s)}$  peut s'exprimer par la relation :

$$\tau_{\mu}^{(s)} = \alpha \mu b \sqrt{\rho_s^{(s)}} \quad (\text{A.4})$$

avec  $\alpha$  un paramètre 'matériau' et  $\rho_s^{(s)}$  la densité de dislocations stockées, c'est à dire immobiles (arbres de la forêt).

Une forme plus générale de cette loi a été proposée par Franciosi et Zaoui [FZ82], permettant

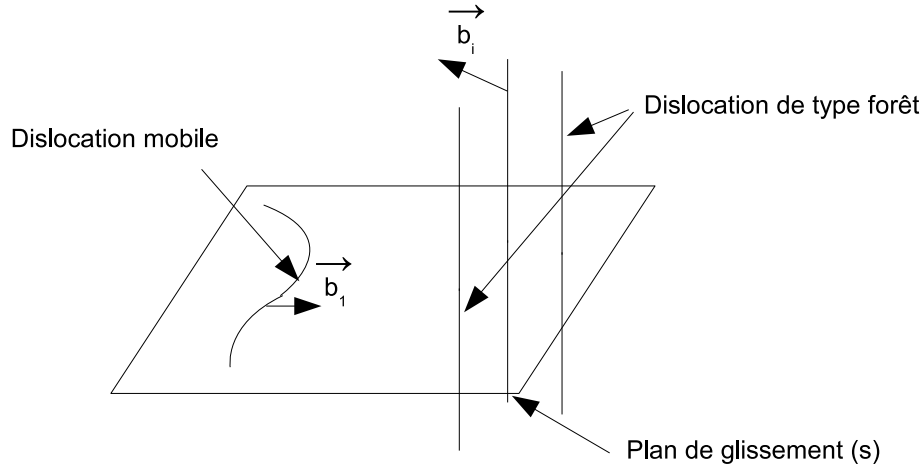


FIG. A.2 – Définition de la notion de forêt de dislocations, relativement à une dislocation mobile.

de prendre en compte les interactions mutuelles pour l'ensemble des systèmes de glissement. La contrainte seuil s'obtient par l'expression :

$$\tau_{\mu}^{(s)} = \mu b \sqrt{\sum_t h^{t(s)} \rho_s^t} \quad (\text{A.5})$$

L'ensemble des interactions est régi par la matrice  $h^{t(s)}$ . Cette matrice d'interaction dépend de la structure cristallographique du matériau (CFC, CC ...).

Dans le cas des structures CFC, Franciosi [Fra84] a proposé une matrice d'interaction symétrique  $12 \times 12$  (Tableau A.1). La dénomination des systèmes de glissement est donnée dans le Tableau A.2.

Les termes diagonaux  $a_0$  correspondent à l'auto-écrouissage résultant des interactions dipolaires. 5 autres coefficients sont introduits, qui caractérisent, selon la terminologie de Franciosi, l'interaction d'un système avec respectivement les deux systèmes coplanaires ( $a_{\text{copla}}$ ), les deux systèmes formant des verrous de Hirth ( $a_{\text{ortho}}$ ), le système formant un glissement dévié ( $a_{\text{coli}}$ ), les quatre systèmes formant des jonctions glissiles ( $a_2$ ) et les deux systèmes formant des verrous de Lomer ( $a_3$ ) avec le système considéré. Dans le cas des structures CC, Franciosi [Fra85], considérant que 24 systèmes de glissement sont susceptibles d'être activés, a proposé une matrice d'interaction  $24 \times 24$  (Tab : A.3). Les interactions sont classées en deux catégories :

- interactions faibles : pour les dislocations appartenant au même système ou à des systèmes coplanaires, terme  $h^1$ .
- interactions fortes : pour des dislocations appartenant à des systèmes sécants, terme  $h^2$ .

Dans le tableau A.3, pour la dénomination des différents systèmes de glissement, les lettres majuscules correspondent aux plans de glissement :

plan  $\{110\}$  : A :  $\{10\bar{1}\}$ , B :  $\{10\bar{1}\}$ , C :  $\{01\bar{1}\}$ , D :  $\{110\}$ , E :  $\{101\}$ , F :  $\{011\}$ .



A2	a <sub>0</sub>	a <sub>copl</sub>	a <sub>copl</sub>	a <sub>coli</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>
A3		a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>coli</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>2</sub>
A6			a <sub>0</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>coli</sub>
B2				a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
B4					a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>coli</sub>	a <sub>2</sub>
B5						a <sub>0</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>coli</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>
C1							a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>coli</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>
C3								a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>ortho</sub>	a <sub>3</sub>
C5									a <sub>0</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>ortho</sub>
D1										a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>	a <sub>copla</sub>
D4											a <sub>0</sub>	a <sub>copla</sub>
D6												a <sub>0</sub>
	A2	A3	A6	B2	B4	B5	C1	C3	C5	D1	D4	D6

TAB. A.1 – Matrice d'interaction pour un matériau CFC (symétrique).

A2	A3	A6	B2	B4	B5
$\{\bar{1}11\} [0\bar{1}1]$	$\{\bar{1}11\} [101]$	$\{\bar{1}11\} [110]$	$\{111\} [0\bar{1}1]$	$\{111\} [\bar{1}01]$	$\{111\} [\bar{1}10]$
C1	C3	C5	D1	D4	D6
$\{\bar{1}\bar{1}1\} [011]$	$\{\bar{1}\bar{1}1\} [101]$	$\{\bar{1}\bar{1}1\} [\bar{1}10]$	$\{1\bar{1}1\} [011]$	$\{1\bar{1}1\} [\bar{1}01]$	$\{1\bar{1}1\} [110]$

TAB. A.2 – Notations de Schmid et Boas pour les systèmes de glissement  $\{111\} [110]$  pour un matériau de structure CFC.

plan  $\{112\}$  : G : $\{11\bar{2}\}$ , H : $\{1\bar{2}1\}$ , I : $\{\bar{2}11\}$ , J : $\{\bar{1}1\bar{2}\}$ , K : $\{12\bar{1}\}$ , L : $\{211\}$ , M : $\{1\bar{1}\bar{2}\}$ , N : $\{121\}$ ,  
 O : $\{\bar{2}\bar{1}1\}$ , P : $\{\bar{1}\bar{1}\bar{2}\}$ , Q : $\{1\bar{2}1\}$ , R : $\{2\bar{1}1\}$ ,

les chiffres correspondent aux directions de glissement :

direction  $[111]$  : 1 : $[111]$ , 2 : $[\bar{1}11]$ , 3 : $[1\bar{1}1]$ , 4 : $[11\bar{1}]$ .

Bien que la forme de ces matrices d'interaction soit maintenant bien acceptée par la communauté scientifique, la difficulté est de pouvoir déterminer un ordre de grandeur des différents coefficients introduits. Deux démarches existent à l'heure actuelle pour déterminer la valeurs des coefficients ; l'une expérimentale [Fra84] et l'autre numérique, basée sur la dynamique des dislocations discrètes (DDD) [Mad01] [DHK05].

Les deux démarches conduisent à une contradiction, dans le sens ou les coefficients mesurés expérimentalement sont supérieurs à 1 et ceux calculés par DDD sont inférieurs à 1. Dans ce mémoire, nous avons choisi d'utiliser les résultats issus de la DDD.

A1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	
B1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
C1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
G1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
H1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
I1	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
D2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
E2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
C2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
J2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
K2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
L2	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
D3	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
B3	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sub>3</sub>	h <sup>2</sup>
F3	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
M3	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
N3	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
O3	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>
A4	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
E4	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
F4	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
P4	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
Q4	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
R4	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sub>3</sub>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>2</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>	h <sup>1</sup>
	A1	B1	C1	G1	H1	I1	D2	E2	C2	J2	K2	L2	D3	B3	F3	M3	N3	O3	A4	E4	F4	P4	Q4	R4

FIG. A.3 – Matrice d'interaction pour un matériau CC.

## A.5 Annihilation des dislocations

La production des dislocations est partiellement compensée par l'annihilation de certaines d'entre elles, conduisant à un processus de restauration dynamique. L'annihilation de dislocations de signes opposés a lieu chaque fois qu'elles se rapprochent l'une de l'autre à une distance suffisamment faible, notée  $y_c$  (Figure A.4). Cette distance dépend de l'agitation thermique des atomes et donc de la température. Une revue des différents mécanismes d'annihilation pour des matériaux CFC et CC est donnée dans Essmann et al. [EM79].

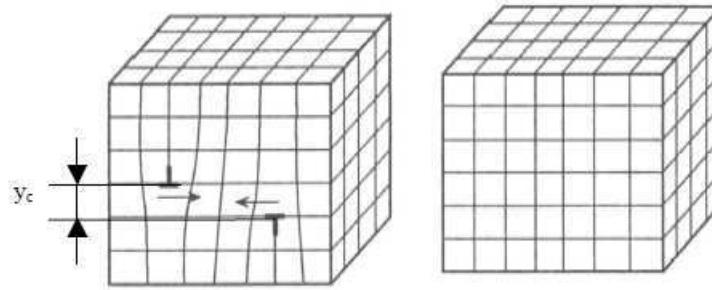


FIG. A.4 – Mécanisme d'annihilation.

## A.6 Glissement dévié

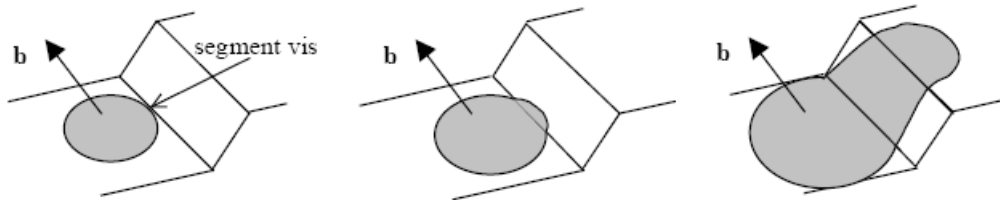


FIG. A.5 – Glissement dévié de la partie vis d'une boucle de dislocation.

Les dislocations glissent de façon préférentielle dans les plans cristallographiques les plus denses. Le problème du plan de glissement actif est posé lorsque le vecteur de Burgers d'une dislocation est commun à plusieurs plans de glissement. En particulier, la partie vis d'une boucle de dislocation (colinéaire à  $\vec{b}$ ) peut facilement changer de plan. On parle alors de glissement dévié. Les dislocations vis pourront donc se déplacer plus facilement en changeant de plan, pour éviter, par exemple, des obstacles (Figure A.5).

## Annexe B

# Protocole expérimental de réalisation des essais uniaxiaux et biaxiaux [Aub01]

Les essais uniaxiaux sont mis en oeuvre sur une machine hydraulique INSTRON 8501. La cellule d'effort a une capacité de  $\pm 100$  kN. L'extensomètre utilisé est un extensomètre à lames et jauges de déformation INSTRON, de longueur de base 10 mm et de capacité  $\pm 10\%$ . La mesure du déplacement longitudinal du vérin s'effectue au moyen d'un capteur LVDT de capacité  $\pm 75$  mm.

Les essais biaxiaux, c'est-à-dire de traction-compression/torsion sont effectués sur une machine hydraulique INSTRON 8800. La cellule de charge, biaxiale, a une capacité de  $\pm 100$  kN et de  $\pm 1000$  Nm. La mesure des déplacements des 2 vérins s'effectue à l'aide de deux capteurs LVDT de capacités  $\pm 50$  mm et  $\pm 45^\circ$ . Un extensomètre biaxial de capacité  $\pm 1.25$  mm et  $\pm 5^\circ$  sur une base de 25mm a été utilisé.

Les éprouvettes pour les essais uniaxiaux sont cylindriques à têtes lisses de diamètre 10 mm, la longueur de la zone utile est de 15 mm. Les déformations sont mesurés sur une base de 10 mm. Les éprouvettes pour les essais biaxiaux sont tubulaires et à têtes lisses, de diamètres intérieur ( $d_{int}$ ) et extérieur ( $d_{ext}$ ) 22 mm et 25 mm respectivement. La longueur de la zone utile est de 35 mm. Les déformations sont mesurées sur une base de 25 mm.

Pour les essais uniaxiaux, la machine hydraulique enregistre la force (F). La contrainte axiale  $\Sigma_{11}$  est calculée par :

$$\Sigma_{11} = \frac{F}{S} \quad (\text{B.1})$$

avec, S, l'aire de la section utile.

Durant les essais de traction, la déformation axiale totale atteinte dépasse 2%, et on ne peut plus confondre la déformation mesurée et la déformation vraie. Il est alors nécessaire de calculer la déformation vraie  $E_{11v}$  et la contrainte vraie  $\Sigma_{11v}$  par les relations suivantes, en supposant le matériau incompressible plastiquement :

$$E_{11v} = \ln(1 - E_{11}) \quad \text{et} \quad \Sigma_{11v} = \Sigma_{11} e^{E_{11v}} \cong \Sigma_{11}(1 + E_{11}) \quad (\text{B.2})$$

Pour les essais biaxiaux, la machine enregistre la force (F) et le couple (C). La contrainte axiale  $\Sigma_{11}$  et la contrainte de cisaillement  $\Sigma_{12}$  sont calculées par les relations :

$$\Sigma_{11} = \frac{F}{S} \quad \text{avec} \quad S = \pi \frac{d_{ext}^2 - d_{int}^2}{4} \quad (\text{B.3})$$

$$\Sigma_{12} = \frac{C}{I_0} r_{moy} \quad \text{avec} \quad I_0 = \pi \frac{d_{ext}^4 - d_{int}^4}{32} \quad \text{et} \quad r_{moy} = \frac{d_{ext} + d_{int}}{4} \quad (\text{B.4})$$

La déformation axiale  $E_{11}$  et la distorsion  $\Gamma_{12}$  sont directement mesurées par l'extensomètre. La distorsion totale est reliée à la déformation de cisaillement totale  $E_{12}$  par la relation :

$$\Gamma_{12} = 2E_{12} \quad (\text{B.5})$$

La déformation plastique axiale  $E_{11}^p$ , la distorsion plastique  $\Gamma_{12}^p$  et la déformation plastique de cisaillement sont calculées par les expressions suivantes :

$$E_{11}^p = E_{11} - \frac{\Sigma_{11}}{E} \quad \Gamma_{11}^p = \Gamma_{12} - \frac{\Sigma_{12}}{G} \quad E_{12}^p = \Gamma_{12} - \frac{1}{2} \frac{\Sigma_{12}}{G} \quad (\text{B.6})$$

avec  $E$  et  $G$  les modules d'élasticité axial et en cisaillement respectivement. Pour pouvoir comparer les essais de traction-compression et ceux de traction-compression/torsion, on définit pour ces derniers une contrainte et une déformation plastique équivalente au sens de von Mises, telles que :

$$\Sigma_{eq} = \sqrt{\Sigma_{11}^2 + 3\Sigma_{12}^2} \quad \text{et} \quad E_{eq}^p = \sqrt{E_{11}^{p2} + \frac{\Gamma_{12}^{p2}}{3}} \quad (\text{B.7})$$

Par analogie, une déformation totale équivalente est définie par :

$$E_{eq} = \sqrt{E_{11}^2 + \frac{\Gamma_{12}^2}{3}} \quad (\text{B.8})$$

Il est à noter que pour les essais biaxiaux deux types de trajets de chargement sont mis en oeuvre : les trajets proportionnels pour lesquels, dans l'espace de pilotage de l'essai, le chargement est une droite passant par l'origine et les trajets non-proportionnels pour lesquels, dans l'espace de pilotage de l'essai, le trajet de chargement est quelconque.

Tous les essais utilisés dans le présent travail sont effectués à température ambiante et pilotés en déformation totale à vitesse de déformation constante  $\dot{E}_{eq} = 6.6.10^{-4} \text{s}^{-1}$ .

## Annexe C

# Protocole expérimental de mesure d'une surface de plasticité adopté par Aubin [Aub01] [AQD02]

La méthodologie employée par Aubin [Aub01] s'inspire des travaux de Rousset [Rou85]. Il s'agit de déterminer n limites d'élasticité dans le plan dans lequel on désire déterminer les contours de la surface de plasticité. Dans ce travail, les surfaces de plasticité sont mesurées dans le plan  $(\Sigma_{11}, \sqrt{3}\Sigma_{12})$ .

Concernant la mise en oeuvre, à partir d'un point A autour duquel on cherche à définir la surface de plasticité (Figure C.1-a), n trajets radiaux répartis en étoile autour de A et pilotés en déformation sont imposés. Pour une direction donnée, à chaque incrément de déformation imposé, la déformation plastique équivalente au sens de von Mises est calculée par l'expression :

$$E_{eq}^p = \sqrt{E_{11}^{p^2} + \frac{\Gamma_{12}^{p^2}}{3}} \quad (C.1)$$

La déformation plastique axiale  $E_{11}^p$  et la distorsion plastique  $\Gamma_{12}^p$  sont calculées par les équations :

$$E_{11}^p = E_{11} - \frac{\Sigma_{11}}{E} \quad \Gamma_{12}^p = \Gamma_{12} - \frac{\Sigma_{12}}{G} \quad E_{12}^p = \Gamma_{12} - \frac{1}{2} \frac{\Sigma_{12}}{G} \quad (C.2)$$

avec  $E$  et  $G$  les modules d'élasticité axial et en cisaillement respectivement.

Lorsque la déformation plastique équivalente atteint l'offset imposé par l'utilisateur (Figure C.1-b), l'état de contrainte correspondant à la limite d'élasticité est enregistré. Afin d'utiliser une seule éprouvette pour définir entièrement la surface de plasticité, les incursions dans le domaine plastique doivent être les plus faibles possibles, afin de ne la perturber que de manière négligeable. L'offset choisi est de  $2 \cdot 10^{-05}$ . Une fois la limite d'élasticité atteinte dans une direction, le sens de pilotage est inversé jusqu'au point A, puis un nouveau trajet de chargement radial dans une autre direction est effectué.

Le choix des directions des trajets radiaux n'est pas unique. Effectivement après un chargement

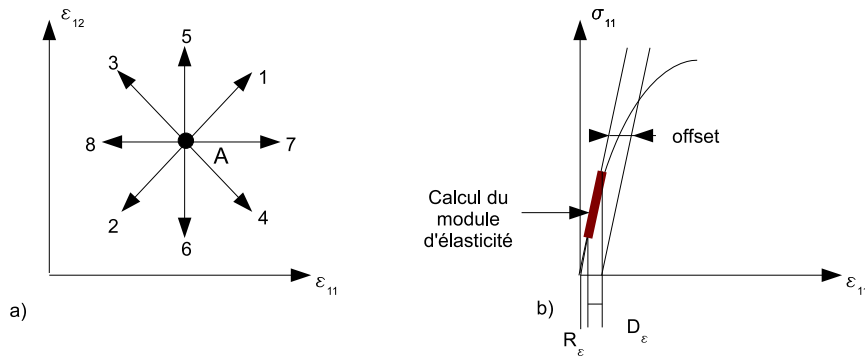


FIG. C.1 – a) Répartition des points de mesure de la surface de plasticité, b) Mesure d'une limite d'élasticité.

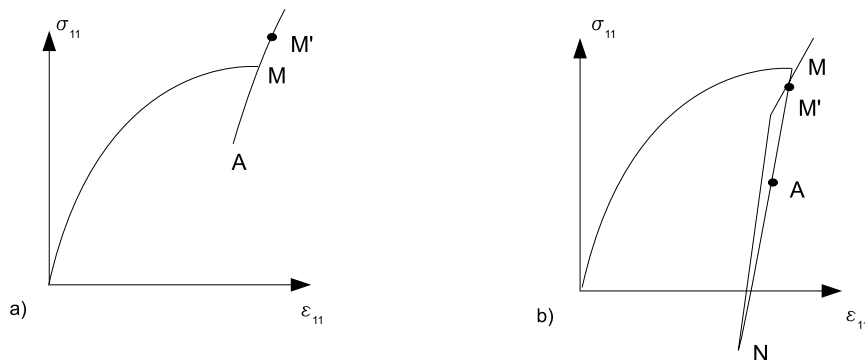


FIG. C.2 – Stratégie de détection, a) mesure de la surface de plasticité en commençant par le trajet AM, b) mesure de la surface de plasticité en commençant par le trajet AN (Aubin [Aub01]).

suivant un trajet donné jusqu'au point M (Figure C.2), il est nécessaire de revenir dans le domaine élastique, c'est-à-dire au point A pour mesurer la surface de plasticité. A partir de là, la première limite d'élasticité peut être mesurée suivant le trajet AM ou bien suivant le trajet AN (Figure C.2). Si on commence par le chemin AM, le point M' détecté dans cette direction sera au-delà du point M initial car le segment AM est élastique. On déplace donc à nouveau la surface de plasticité, le matériau n'est donc plus tout à fait dans le même état en M' qu'en M. Au contraire, en commençant par la direction AN (Figure C.2-b), on rééquilibre la surface de plasticité. La stratégie fut donc de mesurer les surfaces de plasticité en commençant par le trajet AN. Puis, un autre trajet radial est effectué perpendiculairement à au chemin [MN]. La figure C.1-a donne l'ordre des trajets. Il est à noter qu'Aubin a utilisé 16 points de détection de la surface de plasticité (seulement 8 points sont représentés sur la figure par mesure de clarté).

---

Le point A est choisi depuis le point M, tel que la distance MA soit de 0.1% (le diamètre moyen des surfaces de plasticité est de 0.2% pour ce matériau).

Deux paramètres,  $R_\varepsilon$  et  $D_\varepsilon$ , sont utilisés (Figure C.1-b). Tant que la déformation totale équivalente n'atteint pas la valeur  $R_\varepsilon$ , rien n'est calculé du fait que les premiers points d'un trajet ne sont pas toujours très réguliers. A partir de  $R_\varepsilon$  et jusqu'à  $R_\varepsilon + D_\varepsilon$ , les modules d'élasticité (E, G) sont calculés sur chaque trajet radial depuis A. La valeur de  $D_\varepsilon$  est choisie de manière à ce que l'on puisse considérer la portion  $[R_\varepsilon, R_\varepsilon + D_\varepsilon]$ , comme élastique. Au delà, la déformation plastique est calculée selon l'équation C.1. Lors des mesures effectuées, la valeur de  $R_\varepsilon$  est de  $5.10^{-5}\%$  et la valeur de  $D_\varepsilon$  est de  $55.10^{-5}\%$ .





# Bibliographie

- [AAMM<sup>+</sup>07] I. Alvarez-Armas, M.C. Marinelli, J.A. Malarria, S. Degallaix, and A.F. Armas. Microstructure associated with crack initiation during low-cycle fatigue in a low nitrogen duplex stainless steel. *International Journal of Fatigue*, 29 :758–764, 2007.
- [AD04] V. Aubin and S. Degallaix. Ratchetting modeling of a duplex stainless steel : model based on yield surface distorsion. *7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, pages 273–278, 2004.
- [AF66] P.J. Armstrong and C.O. Frederick. A mathematical representation of the multi-axial baushinger effect. *CEGB Report RD/B/N731*, 1966.
- [AL04] A. Abdul-Latif. A comparaison of two self-consistent models to predict the cyclic behavior of polycrystals. *Journal of Applied Mechanics*, 126 :62–69, 2004.
- [ALCFS94] A. Abdul-Latif, M. Clavel, V. Ferney, and K. Saanouni. On the modeling of non-proportional cyclic plasticity of waspaloy. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116 :35–44, 1994.
- [ALDS98] A. Abdul-Latif, J.P. Dingli, and K. Saanouni. Modeling of complex cyclic inelasticity in heterogeneous polycrystalline microstructure. *Mechanics of Materials*, 30 :287–305, 1998.
- [ALDS02] A. Abdul-Latif, J.P. Dingli, and K. Saanouni. Elastic-inelastic self-consistent model for polycrystals. *Journal of Applied Mechanics*, 69 :309–316, 2002.
- [AQD02] V. Aubin, P. Quaegebeur, and S. Degallaix. Evolution de la surface de plasticité sous chargement biaxial d’un acier inoxydable duplex. *J. Phys. IV*, 12 :195–202, 2002.
- [AQD03] V. Aubin, P. Quaegebeur, and S. Degallaix. Cyclic plasticity of a duplex stainless steel under non-proportional loading. *Materials Sciences and Engineering*, A346 :208–215, 2003.
- [Aub01] V. Aubin. *Plasticité cyclique d’un acier inoxydable austéno-ferritique sous chargement biaxial non-proportionnel*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2001.

- [BBA99] S. Bugat, J. Besson, and A. Pineau. Micromechanical modelling of the behavior of duplex stainless steels. *Computational Materials Science*, 16 :158–166, 1999.
- [BC04] A. Baczański and C. Braham. Elastoplastic properties of duplex steel determined using neutron diffraction and self consistent model. *Acta Materiala*, 52 :1133–1142, 2004.
- [BCCF01] J. Besson, G. Cailletaud, J.L. Chaboche, and S. Forest. *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermes, 2001.
- [BDJC01] F. Barbe, L. Decker, D. Jeulin, and G. Cailletaud. Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. *International Journal of Plasticity*, 17 :513–536, 2001.
- [BFC01] F. Barbe, S. Forest, and G. Cailletaud. Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. *International Journal of Plasticity*, 17 :537–563, 2001.
- [BFH06] G. Besnard and S. Roux F. Hild. Finite element displacement fields analysis from digital images : Application to portevin-le chatelier bands. *Experimental Mechanics*, 46 :789–803, 2006.
- [Bil93] Bily. *Cyclic deformation and fatigue of metals*. Elsevier, 1993.
- [Bla03] J.S. Blazy. *Comportement mécanique des mousses d'aluminium : caractérisations expérimentales sous sollicitations complexes et simulations numériques dans le cadre de l'élasto-plasticité compressible*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2003.
- [BM87] A. Benallal and D. Marquis. Constitutive equations for non-proportional cyclic plasticity. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 109 :326–336, 1987.
- [Bug00] S. Bugat. *Comportement et endommagement des aciers austéno-ferritiques vieillis : une approche micromécanique*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2000.
- [Bui69] H.D. Bui. *Etude de l'évolution de la frontière du domaine élastique avec l'écroutissage et relations de comportement élasto-plastique des métaux cubiques*. PhD thesis, Faculté des sciences de l'université de Paris, 1969.
- [BZ79] M. Berveiller and A. Zaoui. An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 26 :325–344, 1979.
- [Cai92] G. Cailletaud. A micromechanical approach to inelastic behaviour of metals. *International Journal of Plasticity*, 8 :55–73, 1992.
- [Cal97] S. Calloch. *Essais triaxiaux non-proportionnels et ingenierie des modeles de plasticite cyclique*. PhD thesis, ENS de Cachan, 1997.

- 
- [Cal01] V. Calonne. *Propagation de fissure par fatigue dans les aciers austéno-ferritiques moulés : influence de la microstructure, du vieillissement et de la température d'essai*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2001.
- [Cas91] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *J. Mech. Phys. Solids*, 39 :45–71, 1991.
- [Cas96] Ponte Castañeda.P. Exact second-order estimates for the effective mechanical properties of nonlinear composite materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 44 :827–862, 1996.
- [CDP91] G. Cailletaud, V. Doquet, and A. Pineau. Cyclic multiaxial behaviour of an austenitic stainless steel : microstructural observation and micromechanical modelling. *In : Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, ESIS10, éd. K. Kussmaul, D. McDiarmid, and Socie, London, Mechanical Engineering Publications*, 12 :131–149, 1991.
- [CFJ<sup>+</sup>03] G. Cailletaud, S. Forest, D. Jeulin, I. Galliet, V. Mounoury, and S. Quilici. Some elements of microstructural mechanics. *Computational Materials Science*, 27 :351–374, 2003.
- [CM99] S. Calloch and D. Marquis. Triaxial tension-compression tests for multiaxial cyclic plasticity. *International Journal of Plasticity*, 15 :521–547, 1999.
- [DAL500] J.P. Dingli, A. Abdul-Latif, and K. Saanouni. Predictions of the complex cyclic behavior of polycrystals using a self-consistent modeling. *International Journal of Plasticity*, 16 :411–437, 2000.
- [DBB<sup>+</sup>06] R. Dakhlaoui, A. Baczmanski, C. Braham, S. Wronski, K. Wierzbanski, and E.C. Oliver. Effect of residual stresses on individual phase mechanical properties of austeno-ferritic duplex stainless steel. *Acta Materialia*, 54 :5027–5039, 2006.
- [Dex06] M. Dexet. *Méthode de couplage entre expérimentations et simulations numériques en vue de l'identification de lois de comportement intracristallin. Application aux alliages de Zirconium*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 2006.
- [DHK05] B. Devincere, T. Hoc, and L.P. Kubin. Collinear interactions of dislocations and slip system. *Materials Science and Engineering, A 400-401* :182–185, 2005.
- [DM86] S. Degallaix-Moreuil. *Role de L'azote interstitiel et combine sur le comportement en plasticité cyclique et monotone d'aciers inoxydables austénitiques Z2 CND 17-12 (AISI 316L-316LN)*. PhD thesis, Université des sciences et techniques de Lille Flandres Artois, 1986.
- [Dép04] C. Déprés. *Modélisation physique des stades précurseurs de l'endommagement en fatigue dans l'acier inoxydable austénétique 316L*. PhD thesis, Institut national polytechnique de Grenoble, 2004.

- [EB07] A. El-Bartalli. *Apport des mesures de champs cinématiques à l'étude des micro-mécanismes d'endommagement en fatigue plastique d'un acier inoxydable duplex*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, Université des Sciences et technologies de Lille, 2007.
- [EM79] U. Esmann and H. Mughrabi. Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocations densities. *Philosophical Magazine*, 40 :731–756, 1979.
- [ER04] P. Eriean and C. Rey. Modeling of deformation and rotation bands and of deformation induced grain boundaries in if steel aggregate during large plane strain compression. *International Journal of Plasticity*, 20 :1763–1788, 2004.
- [Esh57] J. D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. R. Soc. London*, 241 :376–396, 1957.
- [ETMB98] Y. Estrin, L.S. Tóth, A. Molinari, and Y. Bréchet. A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation. *Acta Materiala*, 46 :5509–5522, 1998.
- [For06] S. Forest. *Milieux continus généralisés et matériaux hétérogènes*. Mines Paris, Les Presses, 2006.
- [FPC97] X. Feaugas, P. Pilvin, and M. Clavel. Cyclic deformation behaviour of an  $\alpha/\beta$  titanium alloy. internal stresses and micromechanical modelling. *Acta Mater*, 45 :2703–2714, 1997.
- [FPZ91] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Elasticité et Plasticité*. Hermes, 1991.
- [Fra84] P. Franciosi. *Etude théorique et expérimentale du comportement elastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : Modélisation pour un chargement complexe quasi statique*. PhD thesis, Université de Paris XIII, 1984.
- [Fra85] P. Franciosi. The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta. Metall.*, 33 (9) :1601–1612, 1985.
- [Fra01] M. François. A plasticity model with yield surface distortion for non proportional loading. *Int. J. of Plasticity*, 17 :703–717, 2001.
- [Fri64] J. Friedel. *Dislocation*. Pergamon Press, 1964.
- [FRgh] F.C. Frank and W.T. Read. Symp on plastic deformation of crystalline solids. In *Carnegie Institute of Technologie*, page 44, Pittsburgh.
- [FZ82] F. Franciosi and A. Zaoui. Multislip in f.c.c single crystals : a theoretical approach compared with experimental data. *Acta. Metall.*, 30-8 :1627–1637, 1982.
- [Gau02] C. Gaudin. *Etude des mécanismes associés au rochet cyclique d'un acier austénitique AISI : 316L*. PhD thesis, Université Technologique de Compiègne, 2002.

- 
- [GM92] N. K. Gupta and A. Meyers. Considerations of translated stress deviators in describing yield surfaces. *Int. J. of Plasticity*, 8 :729–740, 1992.
- [HAJ83] S. J. Harvey, P. Adkin, and P. J. Jeans. Anisotropic yield surfaces in cyclic plasticity. *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, 6 :89–99, 1983.
- [HBZ85] A. Hihi, M. Berveiller, and A. Zaoui. Une nouvelle formulation de la modélisation autocohérente de la plasticité des polycristaux métalliques. *Journal de Mécanique théorique et appliqués*, 4, 1985.
- [HCGZ03] T. Hoc, J. Crépin, L. Gélébart, and A. Zaoui. A procedure for identifying the plastic behavior of single crystals from the local response of polycrystals. *Acta Materiala*, 51 :5477–5488, 2003.
- [Her98] S. Heraud. *Du polycristal au multicristal : Elaboration d'un mésoscope numérique pour une analyse locale en élastoviscoplasticité*. PhD thesis, CEA Saclay, 1998.
- [HF01] T. Hoc and S. Forest. Polycrystal modelling of IF-TI steel under complex loading path. *International Journal of Plasticity*, 17 :65–85, 2001.
- [Hil50] R. Hill. *Mathematical theory of plasticity*. Oxford University, Press 1950.
- [Hil65] R. Hill. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. Mech. Phys. Solids*, 13 :89–101, 1965.
- [Hil02] F. Hild. Correli<sup>LMT</sup> : A software for displacement field measurements by digital image correlation. Technical Report 254, LMT Cachan, 2002.
- [HK01] S. Heino and B. Karlson. Cyclic deformation and fatigue behaviour of 7mo-0.5n superaustenitic stainless steel : Slip characteristics and development of dislocation structures. *Acta Materiala*, 49 :353–363, 2001.
- [HMS86] D. E. Helling, A. K. Miller, and M. G. Stout. An experimental investigation of the yield loci of 1100-0 aluminum, 70 :30 brass, and an overaged 2024 aluminum alloy after various prestrains. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 108 :313–320, 1986.
- [Hoc99] T. Hoc. *Etudes Experimentales et Numérique de la localisation de la déformation lors de changements de trajets dans un acier doux*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 1999.
- [HPC99] F. Hild, J. Périé, and M. Coret. Mesure de champs de déplacement 2d par intercorrélacion d'images : Correli2d. Technical report, LMT Cachan, 1999.
- [Hér06] E. Héripré. *Méthode de couplage multi-échelles entre simulations numériques polycristallines et mesures de champs pour l'identification des paramètres de lois de comportement et de fissuration des matériaux métalliques. Application à l'étude des alliages TiAl*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 2006.

- [Jao65] B. Jaoul. *Etude de la Plasticité et Application aux Métaux*. Ed. Dunod, 1965.
- [JDK<sup>+</sup>05] F. Jaupitre, S. Degallaix, D. Kondo, P. Quaegebeur, and F. Forget. Identification and modelling of the behaviour of a duplex stainless steel by methods of scale changing. *Material Science Forum*, pages 231–234, Vol. 482 2005.
- [KE05] H.S. Kim and Y. Estrin. Microstructural modelling of equal channel angular pressing for producing ultrafine grained materials. *Materials Science and Engineering*, A410-411 :285–289, 2005.
- [KFG<sup>+</sup>03] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin. Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of Solid and Structure*, 40 :3647–3679, 2003.
- [Kou94] R. Kouddane. *Approche autocohérente en élastoplasticité des matériaux hétérogènes*. PhD thesis, Université de Metz, 1994.
- [KP01] T. Kruml and J. Polák. Fatigue softening of x10cra124 ferritic steel. *Materials Science and Engineering*, A319-321 :564–568, 2001.
- [KPOD97] T. Kruml, J. Polák, K. Obrtlík, and S. Degallaix. Dislocation structures in the bands of localised cyclic plastic strain in austenitic 316l and austenitic-ferritic duplex stainless steels. *Acta Materiala*, 45 :5145–5151, 1997.
- [Kro61] E. Kroner. Zur plastischen verformung des vielkristalls. *Acta Metall. Mater.*, 9 :155–161, 1961.
- [KW93] A.S. Khan and X. Wang. An experimental study on subsequent yield surface after finite shear prestraining. *Int. Journal of Plasticity*, 9 :889–905, 1993.
- [KZ85] T. Kurtyca and M. Zyczkowski. A geometric description of distortional plastic hardening of deviatoric materials. *Acchives of Mechanics*, 37 (4-5) :383–395, 1985.
- [KZ96] T. Kurtyca and M. Zyczkowski. Evolution equations for distortional plastic hardening. *Int. Journal of Plasticity*, 12 (2) :191–213, 1996.
- [LKD92] Y. Lan, H.J. Klaar, and W. Dahl. Evolution of dislocation substructure and deformation behavior of iron at different temperature : Part i. strain-hardening curves and cellular structure. *Metall. Trans.*, 23A :537–544, 1992.
- [LKV79] F. Louchet, L.P. Kubin, and D. Vesely. In situ deformation of b.c.c crystals at low temperatures in a high-voltage electron microscope- dislocation mechanisms and strain-rate equation. *Phil. Mag.*, A39 :433–454, 1979.
- [LLC04] R.A. Lebensohn, Y. Liu, and P. Ponte Castaneda. On the accuracy of the self-consistent approximation for polycrystals : comparaison with full-field numerical simulations. *Acta Materiala*, 52 :5347–5361, 2004.

- 
- [LLC05] H.J. Lee, C.S. Lee, and Y.W. Chang. Role of nitrogen in the cyclic deformation behavior of duplex stainless steels. *Metallurgical and materials transactions A*, 36A :967–976, 2005.
- [LT93] R. A. Lebensohn and C. N. Tomé. A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals : Application to zirconium alloys. *Acta metall. mater.*, 41 :2611–2624, 1993.
- [Mad01] R. Madec. *Des intersections entre dislocations à la plasticité du monocristal CFC : Etude par dynamique des dislocations*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2001.
- [MAK97] A. Molinari, S. Ahzi, and R. Kouddane. On the self-consistent modeling of elastic-plastic behavior of polycrystals. *Mechanics of Materials*, 26 :43–62, 1997.
- [MCA87] A. Molinari, G.R. Canova, and S. Ahzi. A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta Metall*, 42(7) :2983–2994, 1987.
- [MGL<sup>+</sup>01] A. Mateo, A. Gironès, L. Llanes, N. Akdut, and M. Anglada. Cyclic deformation behaviour of superduplex stainless steel. *Materials Science and Engineering*, A314 :176–185, 2001.
- [MLIA96] A. Mateo, L. Llanes, L. Iturgoyen, and M. Anglada. Cyclic stress-strain response and dislocation substructure evolution of a ferrite-austenite stainless steel. *Acta mater*, 44 :1143–1153, 1996.
- [Mou07] R. Moulart. *Développement et mise en oeuvre d'une méthode de mesure de champs de déformation à l'échelle micrométrique*. PhD thesis, ENSAM, CER de Châlons-en-Champagne, 2007.
- [MS06] T. Mayama and K. Sasaki. Investigation of subsequent viscoplastic deformation of austenitic stainless steel subjected to cyclic preloading. *International Journal of Plasticity*, 22 :374–390, 2006.
- [MTS<sup>+</sup>07] A. Musienko, A. Tatschl, K. Schmidegg, O. Kolednik, R. Pippan, and G. Cailletaud. Three-dimensional finite element simulation of a polycrystalline copper specimen. *Acta Materiala*, 55 :4121–4136, 2007.
- [Mug83] H. Mughrabi. Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metals crystals. *Acta Materiala*, 31 :1367–1379, 1983.
- [MZ99] R. Masson and A. Zaoui. Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behaviour of polycrystalline materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47 :1543–1568, 1999.
- [Nab56] F.R.N. Nabarro. Proc. phys. soc. In 1947, 59,256.



- [NK94] M. Nyström and B. Karlson. Plastic deformation of duplex stainless steels with different amounts of ferrite. *Fourth International Conference on duplex stainless steel, Glasgow, Scotland 13-16 November, 1994*.
- [Oro40] E. Orowan. Problems of plastic yielding. In *Proc. R. Soc. London*, pages 52,8, 1940.
- [PAN83] D. Pierce, R.J. Asaro, and A. Needleman. Material rate dependence and localized deformation in crystalline solids. *Acta Metallurgica*, 31 :1951–1976, 1983.
- [Péc07] A. Le Pécheur. Compréhension des mécanismes et prévision de l’amorçage de fissures de fatigue thermique en tenant compte de l’état de surface. *Colloque National MECAMAT*, 22-27 Janvier 2007.
- [Pei34] R. Peierls. Proc. phys. soc. In 1940, 52,34.
- [Pet07] P. Petit. Etude du comportement d’un acier inoxydable duplex à l’échelle de la microstructure. Master’s thesis, UTC Compiègne, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [PFG<sup>+</sup>01] R. Parisot, S. Forest, A.F. Gourgues, A. Pineau, and D. Mareuse. Modeling the mechanical behavior of a multicrystalline zinc coating on a hot dip galvanized steel sheet. *Computational Materials Science*, 19 :189–204, 2001.
- [Phi73] A. Phillips. On the foundation of thermoplasticity : An experimental investigation. *Journal of Applied Mechanics*, 40 :891–896, 1973.
- [Pil90] P. Pilvin. *Approches multiéchelles pour la prévision du comportement anélastique des métaux*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1990.
- [Pol91] J. Polak. *Cyclic Plasticity and Low Cycle Fatigue Life of Metals*. Elsevier, Amsterdam, 1991.
- [Ree] D. W. A. Rees. An examination of yield surface distortion and translation. 1983.
- [Reu29] A. Reuss. Berechnung der fließgrenzen von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristallen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 0 :49–58, 1929.
- [Rou85] M. Rousset. *Surface seuil de plasticité, détermination automatique et modélisation*. PhD thesis, Université de Paris 6, 1985.
- [RT93] E.F. Rauch and S. Thuillier. Plasticity and unstable flow mild steel. *Archives of Metallurgy*, 38 :167–177, 1993.
- [Sac26] G. Sachs. Zur ableitung einer fließbedingung. *Z. Ver. Dent. Ing.*, 72 :734, 1926.
- [Sek04] S. Sekfali. *Influence de la microstructure sur le comportement local dans les aciers 16MND5*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2004.

- 
- [SiD95] SiDoLo. *Simulation et identification de lois de comportement*, 1995. notice d'utilisation.
- [SPHD<sup>+</sup>08] L. St-Pierre, E. Héripré, M. Dexet, J. Crépin, G. Bertolino, and N. Bilger. 3d simulations of microstructure and comparison with experimental microstructure coming from oim analysis. *International Journal of Plasticity*, Online, 2008.
- [Suq97] P. Suquet. Effective properties of nonlinear composites. *Continuum micromechanics, Austria*, 1997.
- [T05] L.S. Tóth. Modelling of strain hardening and microstructural evolution in equal channel angular extrusion. *Comput. Mater. Sci.*, 32 :568–576, 2005.
- [Tab01] L. Tabourot. Vers une vision unifiées de la plasticité cristalline, hdr. *Université de Savoie*, 2001.
- [Tan96] E. Tanaka. A nonproportionality parameter and a viscoplastic constitutive model taking into account amplitude dependances and memory effects of isotropic hardening. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 13 :155–173, 1996.
- [Tay36] G.I. Taylor. Plastic strain in metals. *J. Inst. Metals*, 62 :307–324, 1936.
- [TFR97] L. Tabourot, M. Fivel, and E. Rauch. Generalised constitutive laws for f.c.c single crystals. *Materials Science and Engineering*, A234-236 :639–642, 1997.
- [TQ31] G.I. Taylor and H. Quinney. *Trans. roy. soc. london.* 230, 1931.
- [TRT91] C. Teodosiu, J.L. Raphanel, and L. Tabourot. Finite element simulation of the large elastoplastic deformation of multicrystals. *Mecamat'91*, 49 :353–363, 1991.
- [VC02] L. Vincent and S. Calloch. Prise en compte de la distorsion du domaine d'élasticité pour l'amélioration de la description du rochet multiaxial : confrontation modèle-expérience. *J. Phys. IV*, 12 :203–210, 2002.
- [Vin02] L. Vincent. *Une amélioration de la description du phénomène de déformation progressive dans les métaux par la prise en compte de la distorsion du domaine d'élasticité*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2002.
- [Vog01] J.B. Vogt. Fatigue properties of high nitrogen steels. *Journals of Materials Processing Technology*, 117 :364–369, 2001.
- [Voi89] W. Voigt. Über die beziehung zwischen den beiden elastizität skonst isotroper körper. *Wied. Ann*, 38 :573–587, 1889.
- [WY91] H. C. Wu and W. C. Yeh. On the experimental determination of yield surfaces and some results of annealed 304 stainless steel. *International Journal of Plasticity*, 7 :803–826, 1991.
- [XW92] Y.B. Xia and Z.G. Wang. Low cycle fatigue behaviour of new type of stainless steel. *Materials Science and Engineering*, 151 :29–35, 1992.

- [Zao98] A. Zaoui. *Matériaux hétérogènes et composites*. Ecole Polytechnique, 1998.

## Résumé

Jusqu'ici, la modélisation du comportement mécanique d'un acier inoxydable duplex n'a été entreprise qu'à l'aide de modèles phénoménologiques (Aubin01), qui ne prennent pas en compte le caractère biphasé du matériau, et polycristallin de chaque phase. De plus, l'identification des paramètres matériau nécessite une large base d'essais. Ceci a motivé le développement d'un modèle multi-échelles polycristallin biphasé. Deux modèles de la littérature sont étendus à l'acier duplex. Les comportements des grains austénitiques et ferritiques sont décrits via des lois de plasticité cristallines. L'identification des paramètres matériau ne demande que deux essais mécaniques simples et des données de la littérature. Les modèles proposés rendent bien compte des premières boucles d'hystérésis d'essais de traction-compression/torsion non-proportionnels et de l'évolution des surfaces de plasticité. Puis, l'adoucissement cyclique a été expliqué à partir d'analyses MET. Celles-ci ont montré que les deux phases participent à l'adoucissement cyclique. Cependant, dans une première approche, seul le réarrangement des dislocations en zones dures et molles dans les grains ferritiques a été modélisé. Les résultats montrent que le nouveau modèle prédit bien le durcissement et l'adoucissement cyclique, et les boucles d'hystérésis au cycle stabilisé. Enfin, les champs cinématiques issus d'un calcul de microstructure ont été comparés à ceux mesurés (El Bartali07). Une bonne concordance est observée suite à un trajet de traction monotone, l'écart est plus important pour un trajet de traction-compression.

**Mots-clés:** acier inoxydable duplex, modélisation multi-échelles, chargement multiaxiaux, adoucissement cyclique, calcul de microstructure, mesure de champ cinématique

## Abstract

Until now, the plastic behaviour of an austenitic-ferritic stainless steel (DSS) has been modelled using phenomenological models (Aubin01). Unfortunately, these models do not take into account the biphased character of the material, and the polycrystalline character of each phase. Furthermore, a large experimental data base is necessary in order to identify model parameters. These results motivated the development of a biphased polycrystalline model. Two models are used and extended in order to take into account both polycrystalline phases. A single crystal law describes each austenitic and ferritic phase. Model parameter identification needs only two simple tests and literature results. Both models predict correctly the first hysteresis loops for a tension-compression/torsion test and the yield surface evolution. Then, the cyclic softening is explained from TEM micrographies. It is observed that both phases contribute to cyclic softening. However, in a first approach, only the rearrangement of dislocations in hard and soft zones in ferritic grains is modelled. The results show that the new model predicts well cyclic hardening and softening and the stabilized hysteresis loops for uniaxial and biaxial non-proportional cyclic loading. Finally, kinematic fields obtained by a microstructure computation are compared to the experimental ones (El Bartali07). After a monotonic tension test, a good agreement is obtained between simulated and experimental kinematic fields, what is not the case after a tension-compression test.

**Keywords:** austenitic-ferritic stainless steel, multi-scales model, multiaxial loading, cyclic softening, microstructure computation, kinematic field measurement

