

Réfrigérateur thermoacoustique : Étude du système compact et du comportement transitoire

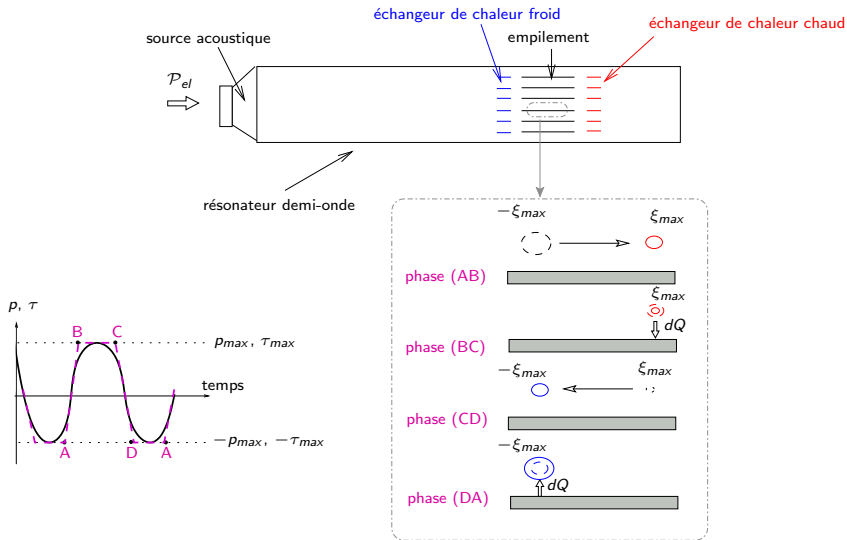
G. Poignand

Directeurs de thèse : M. Bruneau, P. Lotton

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613
Université du Maine, Avenue O. Messiaen 72 085 Le Mans

10 juillet 2006

Réfrigérateur thermoacoustique classique




Réfrigérateur thermoacoustique classique

Avantages

- Fabrication simple et peu onéreuse.
- Écologiques.
- Miniaturisables.

Historique

- 1970-80 -  Bases théoriques des phénomènes thermoacoustiques.
- 1980-90 - Description linéaire du processus thermoacoustique.
- 1990-... - Nombreuses études en vue d'augmenter l'efficacité des systèmes thermoacoustiques.

Objectifs de la thèse

- Étude analytique et expérimentale d'un réfrigérateur thermoacoustique compact.
- Modélisation analytique de l'évolution temporelle de la température dans l'empilement en régime transitoire.

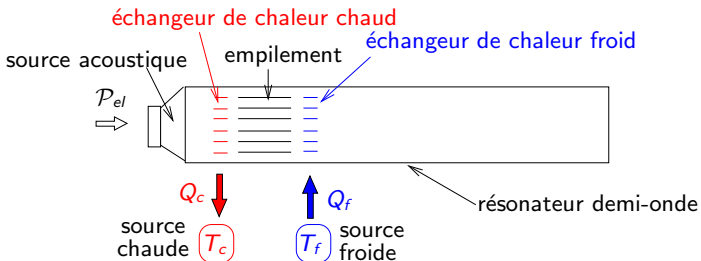
Plan de l'exposé

- 1 Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
 - Champ acoustique dans un réfrigérateur à ondes stationnaires
 - Champ acoustique optimal
 - Comparaison entre le champ résonant et le champ acoustique optimal
- 2 Modèle analytique d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des débits des haut-parleurs
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des tensions électriques
- 3 Études expérimentales d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Présentation de la maquette de réfrigérateur compact
 - Champ acoustique optimal expérimental
 - Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale
- 4 Régime transitoire dans un réfrigérateur thermoacoustique classique
 - Évolution temporelle de la température dans l'empilement
 - Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques
- 5 Conclusion/Perspectives

Plan de l'exposé

- 1 Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
 - Champ acoustique dans un réfrigérateur à ondes stationnaires
 - Champ acoustique optimal
 - Comparaison entre le champ résonant et le champ acoustique optimal
- 2 Modèle analytique d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des débits des haut-parleurs
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des tensions électriques
- 3 Études expérimentales d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Présentation de la maquette de réfrigérateur compact
 - Champ acoustique optimal expérimental
 - Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale
- 4 Régime transitoire dans un réfrigérateur thermoacoustique classique
 - Évolution temporelle de la température dans l'empilement
 - Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques
- 5 Conclusion/Perspectives

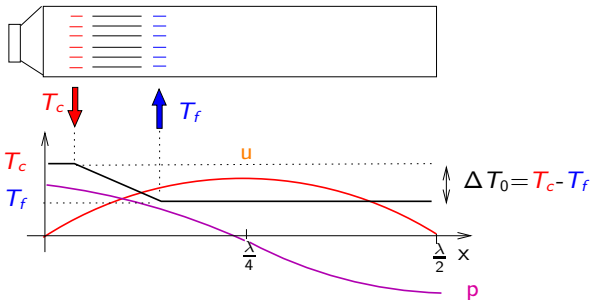
Réfrigérateur thermoacoustique classique



Quantités thermoacoustiques d'intérêt

Flux de chaleur extrait à l'échangeur froid $Q_f(p, u, \theta_{u-p})$ Différence de température $\Delta T(p, u, \theta_{u-p})$ Coefficient de performance $COP(p, u, \theta_{u-p})$

Réfrigérateur thermoacoustique classique



Champ acoustique dans un réfrigérateur thermoacoustique à ondes stationnaires

$$p \approx P_a \cos(k_0 x)$$

$$u \approx i \frac{\partial_x p}{\rho_0 \omega}$$

$$\theta_{u-p} \approx -\frac{\pi}{2}$$

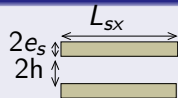
 \Rightarrow

$$Q_f(p), \Delta T(p), COP(p)$$

Champ acoustique optimal pour la différence de température

Différence de température entre les extrémités de l'empilement

$$\Delta T = T_c - T_f$$



$$\approx \frac{\frac{\delta_h T_0 \alpha L_{sx} \mathbf{p} |\mathbf{u}|}{4(1+\sigma)\left(1 - \frac{\delta_v}{h} + \frac{\delta_v^2}{2h^2}\right)} \left[(-1 + \sqrt{\sigma} - \frac{\delta_v}{h} \sqrt{\sigma}) \cos \theta_{\mathbf{u}-\mathbf{p}} + (1 + \sqrt{\sigma} - \frac{\delta_v}{h}) \sin \theta_{\mathbf{u}-\mathbf{p}} \right]}{[Kh + K_s e_s] + \frac{\delta_h}{4} \frac{1 - \sigma \sqrt{\sigma}}{(1 - \sigma^2)\left(1 - \frac{\delta_v}{h} + \frac{\delta_v^2}{2h^2}\right)} \frac{C_p \rho_0}{\omega} |\mathbf{u}|^2}$$

⇒ existence d'un **champ acoustique optimal** pour ΔT .

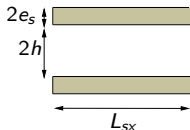
Champ acoustique optimal pour la différence de température

$$|u|_{opt} = \sqrt{\frac{4\omega (Kh + K_s e_s) (1 - \sigma^2) \left(1 - \frac{\delta_v}{h} + \frac{\delta_v^2}{2h^2}\right)}{\delta_h \rho_0 C_p (1 - \sigma \sqrt{\sigma})}}, \quad \theta_{\mathbf{u}-\mathbf{p}_{opt}} = \arctan \left[\frac{1 + \sqrt{\sigma} - \frac{\delta_v}{h}}{1 - \sqrt{\sigma} + \frac{\delta_v}{h} \sqrt{\sigma}} \right] + n\pi$$

⇒ dépendent de la fréquence et des propriétés physiques et thermiques des plaques de l'empilement et du fluide.

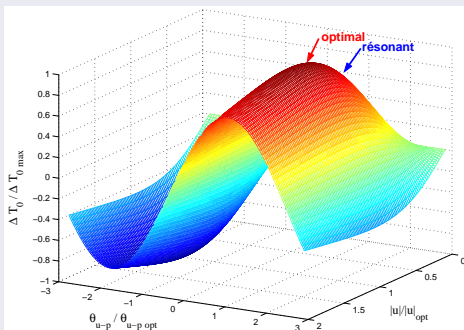
Comparaison entre un réfrigérateur à ondes stationnaires et un réfrigérateur fonctionnant avec un champ acoustique optimal

fluide : air
 $f = 160 \text{ Hz}$
 $p = 1500 \text{ Pa}$
 $x_c = \lambda/8$



Empilement de plaques en P.V.C.
 $L_{sx} = 0.19 \text{ m}$
 $2e_s = 2 \text{ mm}$
 $2h = 610 \mu\text{m}$

Différence de température normalisé en fonction de $|u|$ et de θ_{u-p}



Champ résonant

$$|u_r| = 0.5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\theta_{(u-p) r} = -90^\circ$$

$$\Delta T = 33 \text{ K}$$

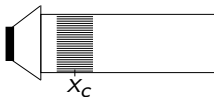
Champ optimal

$$|u|_{opt} = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$$

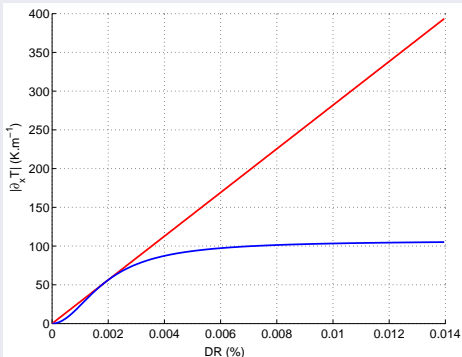
$$\theta_{(u-p) opt} = -63^\circ$$

$$\Delta T = 40 \text{ K}$$

Comparaison entre un réfrigérateur à ondes stationnaires et un réfrigérateur fonctionnant avec un champ acoustique optimal



Gradient de température le long de l'empilement en fonction du "drive ratio" pour $\theta_{(u-p)r}$



Champ résonant

$$x_c = \lambda/8$$

$$|u| = |u_r(p)|$$

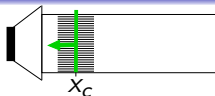
$$\Delta T_r \propto \frac{p|u|}{A + B|u|^2}$$

$$\propto \frac{p^2}{C + Dp^2}$$

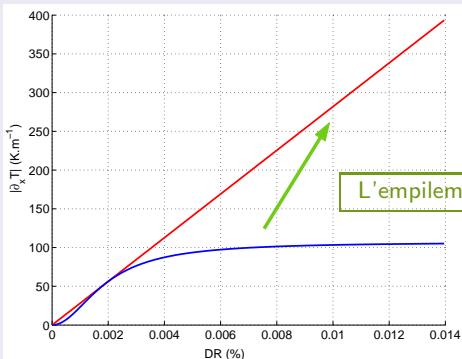
$$|u| = |u|_{opt}$$

$$\Delta T_{opt} \propto p$$

Comparaison entre un réfrigérateur à ondes stationnaires et un réfrigérateur fonctionnant avec un champ acoustique optimal



Gradient de température le long de l'empilement en fonction du "drive ratio" pour $\theta_{(u-p)r}$



Champ résonant

$$\Delta T_r \propto \frac{p|u|}{A + B|u|^2}$$

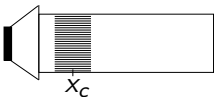
$$\propto \frac{p^2}{C + Dp^2}$$

L'empilement est déplacé vers la source

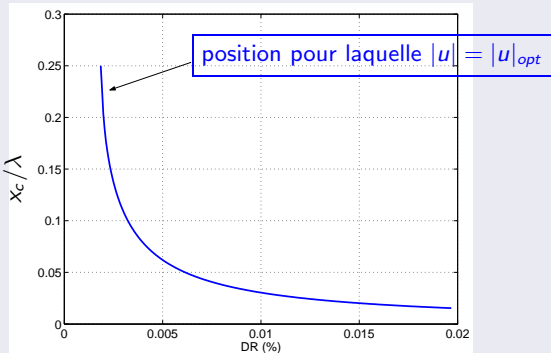
Champ optimal

$$\Delta T_{opt} \propto p$$

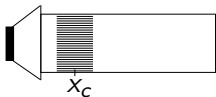
Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
Comparaison entre un réfrigérateur à ondes stationnaires et un réfrigérateur fonctionnant avec un champ acoustique optimal



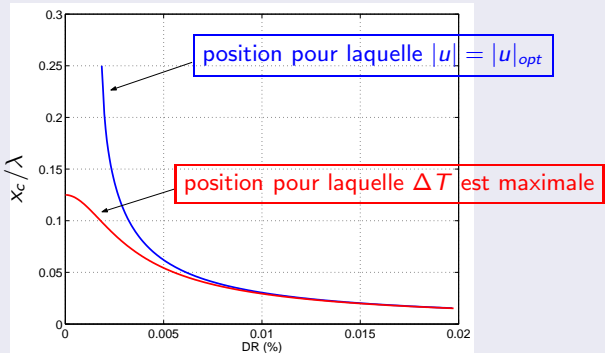
Position du centre de l'empilement dans le résonateur demi-onde en fonction du "drive ratio"



Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
Comparaison entre un réfrigérateur à ondes stationnaires et un réfrigérateur fonctionnant avec un champ acoustique optimal



Position du centre de l'empilement dans le résonateur demi-onde en fonction du "drive ratio"

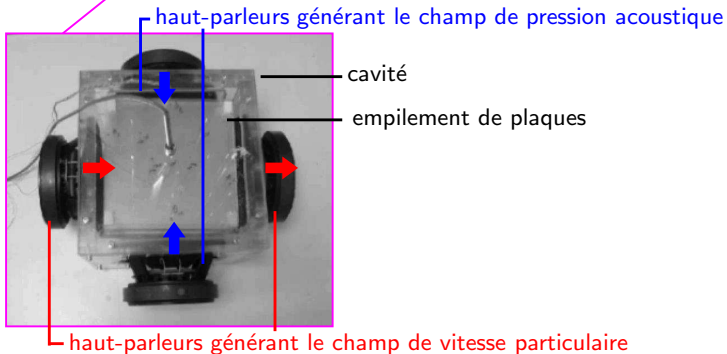
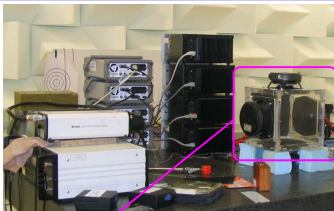


Conclusion

- Existence d'un champ acoustique optimal pour les réfrigérateurs thermoacoustiques.
- Champ acoustique optimal différent de celui existant dans un réfrigérateur thermoacoustique à ondes stationnaires.

⇒ **Nouvelle architecture de réfrigérateur thermoacoustique qui doit permettre de générer le champ acoustique optimal.**

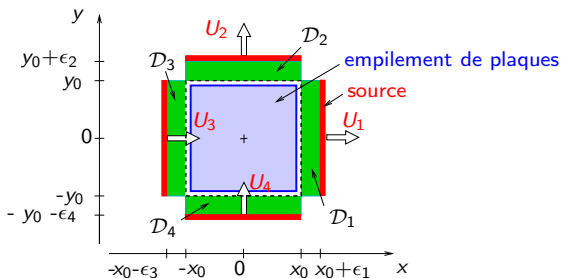
Conclusion



Plan de l'exposé

- 1 Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
 - Champ acoustique dans un réfrigérateur à ondes stationnaires
 - Champ acoustique optimal
 - Comparaison entre le champ résonant et le champ acoustique optimal
- 2 **Modèle analytique d'un réfrigérateur compact à quatre sources**
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des débits des haut-parleurs
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des tensions électriques
- 3 Études expérimentales d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Présentation de la maquette de réfrigérateur compact
 - Champ acoustique optimal expérimental
 - Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale
- 4 Régime transitoire dans un réfrigérateur thermoacoustique classique
 - Évolution temporelle de la température dans l'empilement
 - Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques
- 5 Conclusion/Perspectives

Champ acoustique en fonction des débits des haut-parleurs



Dans l'empilement

Équation de propagation : $\partial_{xx}^2 p + \partial_{yy}^2 p + k^2 p = 0$ avec $k = k_0 \sqrt{\frac{1+(\gamma-1)f_h}{(1-f_v)}}$.

Forme de solution retenue : $p(x, y) = A \cos(k_x x + \phi_x) \cos(k_y y + \phi_y)$ avec $k^2 = k_x^2 + k_y^2$.

\Rightarrow Paramètres inconnus $A, k_x, k_y, \phi_x, \phi_y$ en fonction des débits des sources

$U_{i=1,4}$.

Champ acoustique en fonction des débits des haut-parleurs

Dans la cavité périphérique 1

- Hypothèses :
- effets dissipatifs négligés,
 - haut-parleur décrit par son débit,
 - propagation à une dimension face au haut-parleur.

Équation de propagation : $\partial_{xx}^2 p_1 + k_0^2 p_1 = 0$.

Conditions aux interfaces :

$$\begin{aligned} p_1(x_0) &= p(x_0, y), \\ \partial_x p_1(x_0) &= \frac{h}{h+e_s} (1 - f_v) \partial_x p(x_0, y), \\ \langle \partial_x p_1(x_0 + \epsilon_1) \rangle_{yz} &= -i\omega\rho_0 \frac{u_1}{S_y}. \end{aligned}$$

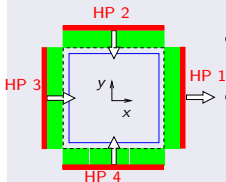
Forme de solution retenue : $p_1(x) = A_1 e^{-ik_0(x-(x_0+\epsilon_1))} + B_1 e^{ik_0(x-(x_0+\epsilon_1))}$.

Problème

- 13 relations (4*3 conditions aux interfaces + relation de dispersion).
- 13 paramètres inconnus A , k_x , k_y , ϕ_x , ϕ_y et $A_{i=1,4}$ et $B_{i=1,4}$.

Champ acoustique en fonction des débits des haut-parleurs

Configuration optimale



- champ de vitesse particulière suivant l'axe x créé par les sources 1 et 3
 $U_1 = U_3$.
- champ de pression acoustique créé par les sources 2 et 4
 $U_2 = -U_4$.

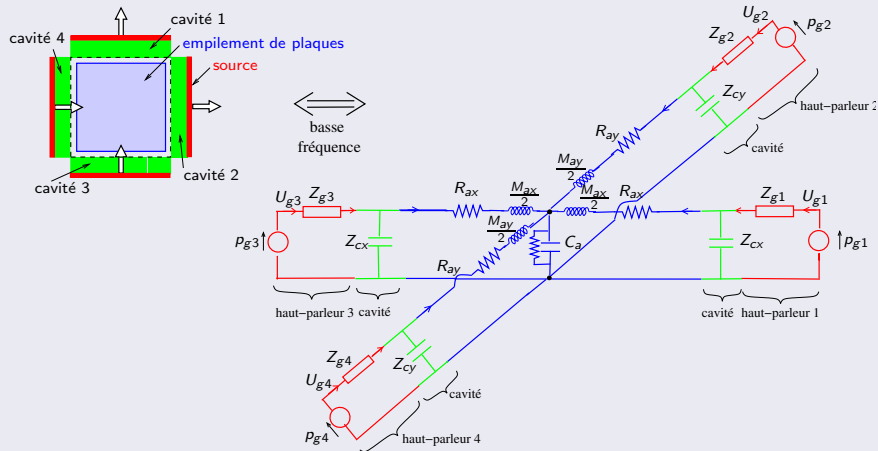
Champ acoustique dans l'empilement :

$$\rho(x, y) \approx \frac{i\omega\rho_0}{k_0^2} \frac{2U_2}{\left(\sum_{i=1,4} V_i\right) + V_s[1 + (\gamma - 1)f_h]},$$

$$\langle u_x \rangle_\zeta \approx \frac{h + e_s}{h} \frac{U_1}{S_y \left[1 - \frac{(V_1 + V_3)k_0^2 y_0^2}{(1 - f_v)V_s}\right]},$$

$$\langle u_y \rangle_\zeta \approx \frac{2U_2}{V_s} \frac{(V_1 + V_3 + V_s[1 + (\gamma - 1)f_h])}{\left(\sum_{i=1,4} V_i\right) + V_s[1 + (\gamma - 1)f_h]} \mathbf{y}.$$

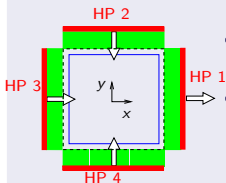
Champ acoustique en fonction des tensions électriques appliquées aux haut-parleurs



$$\begin{pmatrix} p_{g1} \\ p_{g3} \\ p_{g2} \\ p_{g4} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{g1} + Z_{eqx1} & Z_{eqx2} & Z_{couplage} & Z_{couplage} \\ Z_{eqx2} & Z_{g3} + Z_{eqx1} & Z_{couplage} & Z_{couplage} \\ Z_{couplage} & Z_{couplage} & Z_{g3} + Z_{eqy1} & Z_{eqy2} \\ Z_{couplage} & Z_{couplage} & Z_{eqy2} & Z_{g4} + Z_{eqy1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{g1} \\ U_{g3} \\ U_{g2} \\ U_{g4} \end{pmatrix}$$

Champ acoustique dans un réfrigérateur à quatre sources en fonction des tensions électriques appliquées aux haut-parleurs

Configuration optimale



- champ de vitesse particulière suivant l'axe x créé par les sources 1 et 3
 $U_{g1} = -U_{g3}$.
- champ de pression acoustique créé par les sources 2 et 4
 $U_{g2} = U_{g4}$.

$$\begin{pmatrix} p_{g1} \\ p_{g3} \\ p_{g2} \\ p_{g4} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{g1} + Z_{eqx1} - Z_{eqx2} & 2Z_{couplage} \\ -Z_{g3} - Z_{eqx1} + Z_{eqx2} & 2Z_{couplage} \\ 0 & Z_{g2} + Z_{eqy1} + Z_{eqy2} \\ 0 & Z_{g4} + Z_{eqy1} + Z_{eqy2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{g1} \\ U_{g2} \end{pmatrix}$$

⇒ Couplage entre les sources à prendre en compte pour régler le système.

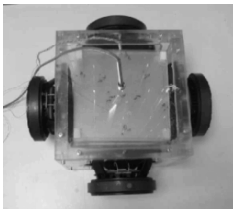
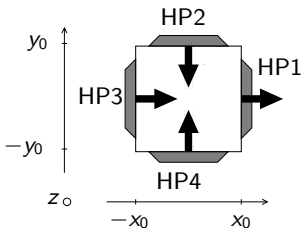
Conclusion

- Champ acoustique dans l'empilement décrit en fonction des vitesses des sources puis en fonction des tensions électriques appliquées aux sources.
- Mise en évidence du couplage entre les paires de sources :
 - ▶ sources de pression acoustique influencent les sources générant la vitesse particulaire.
 - ▶ sources de vitesse particulaire n'influencent pas les sources générant la pression acoustique.

Plan de l'exposé

- 1 Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
 - Champ acoustique dans un réfrigérateur à ondes stationnaires
 - Champ acoustique optimal
 - Comparaison entre le champ résonant et le champ acoustique optimal
- 2 Modèle analytique d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des débits des haut-parleurs
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des tensions électriques
- 3 Études expérimentales d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Présentation de la maquette de réfrigérateur compact
 - Champ acoustique optimal expérimental
 - Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale
- 4 Régime transitoire dans un réfrigérateur thermoacoustique classique
 - Évolution temporelle de la température dans l'empilement
 - Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques
- 5 Conclusion/Perspectives

Présentation de la maquette de réfrigérateur compact



Cavité

- La cavité est cubique d'arête $2 x_0 = 2 y_0 = 2 z_0 = 19 \text{ cm}$.
- Les parois sont rigides et transparentes.

Empilement de plaques en P.V.C.

- Espacement entre les plaques $2 h = 610 \mu\text{m} \approx 4\delta_h$.
- Épaisseur des plaques $2 e_s = 100 \mu\text{m}$.

Fluide : air

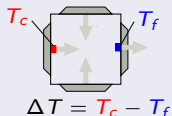
- Pression statique $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
- Température statique $T_0 = 295 \text{ K}$.

Champ acoustique dans la cavité

- Fréquence de fonctionnement $f = 160 \text{ Hz}$.
- Vitesse particulaire optimale théorique $u_{opt} = u_{1;3} = 1.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- Phase optimale théorique $\theta_{u-p_{opt}} = -63^\circ$.
- Pression acoustique $p = 150 \text{ dB SPL}$ obtenue pour $u_{2;4} = 2.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Champ acoustique optimal expérimental

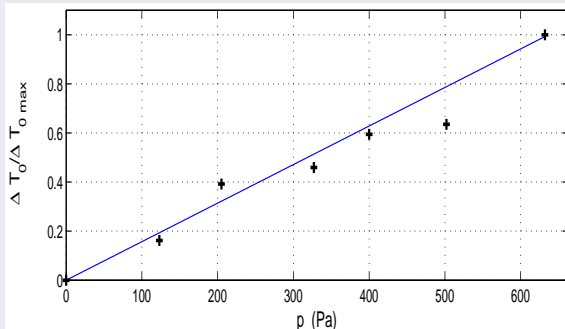
Différence de température ΔT le long de l'axe des sources de vitesse en fonction de la pression acoustique p



+ Expérience
- Théorie

• $u_{opt} = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$

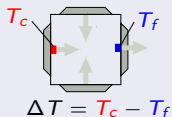
• $\theta_{(u-p)_{opt}} = -63^\circ$



- ▶ Rapport 4 entre la différence de température maximale théorique $\Delta T_{M \text{ theo}} = 32^\circ$ et celle expérimentale $\Delta T_{M \text{ exp}} = 7.5^\circ$ (Kim 1998, Marx et Blanc-Benon 2003)

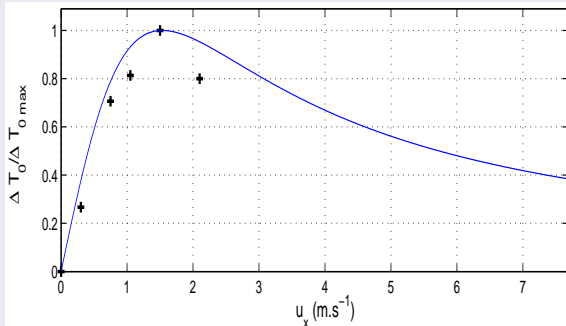
Champ acoustique optimal expérimental

Différence de température ΔT le long de l'axe des sources de vitesse en fonction de l'amplitude de la vitesse $|u|$



+ Expérience
- Théorie

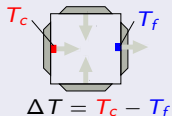
- $p = 150 \text{ dB SPL}$
- $\theta_{(u-p) \text{ opt}} = -63^\circ$



► Mise en évidence de l'existence d'une vitesse optimale égale à 1.5 m.s^{-1} .

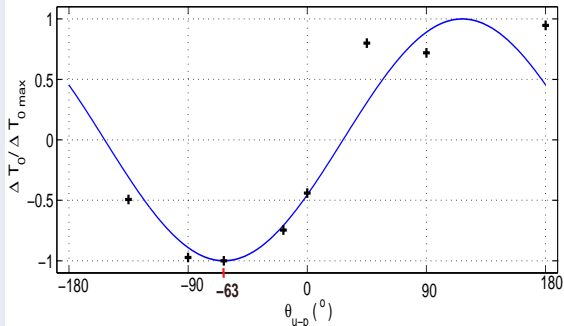
Champ acoustique optimal expérimental

Différence de température ΔT le long de l'axe des sources de vitesse en fonction de la phase θ_{u-p}



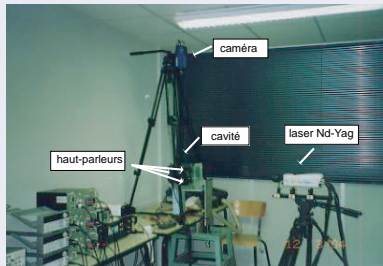
+ Expérience
- Théorie

- $p = 150 \text{ dB SPL}$
- $u_{opt} = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$

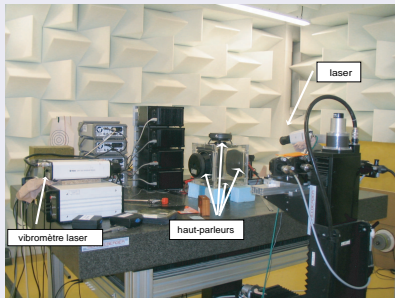


► Mise en évidence de l'existence d'une phase optimale égale à -63° .

Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale



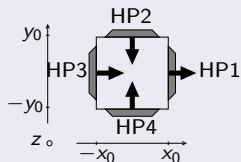
Banc de mesure Vélocimétrie par Images de Particules. (L.E.A.)



Banc de mesure Vélocimétrie Laser à effet Doppler (L.A.U.M.)

Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale

Trajectoires des particules en configuration optimale sans empilement

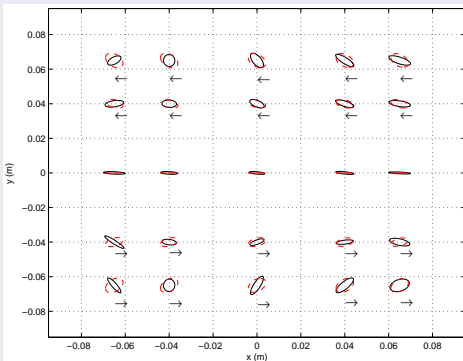


$$u_{opt} = u_{1,3} = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\theta_{u-\rho_{opt}} = -63^\circ$$

$$p = 150 \text{ dB SPL}$$

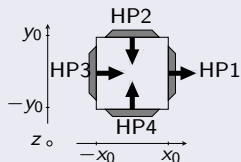
$$u_{2,4} = 2.5 \text{ m.s}^{-1}$$



- ▶ Bon accord entre les résultats théoriques (- -) et expérimentaux (-).
- ▶ Trajectoires des particules elliptiques \Rightarrow échanges de chaleur complexes.

Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale

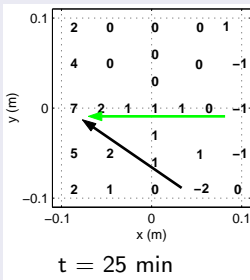
Cartographie de l'écart de température au temps $t=25$ min par rapport à la température au repos en configuration optimale théorique



$$u_{opt} = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\theta_{(u-p)opt} = -1.1 \text{ rad}$$

$$p = 150 \text{ dB SPL}$$



- ▶ Température aux extrémités de l'empilement non uniforme \Rightarrow performances en terme de flux de chaleur pourrait être plus importantes.
- ▶ Point froid non situé suivant l'axe des sources de vitesse \Rightarrow pas de surface définie pour positionner les échangeurs de chaleur.

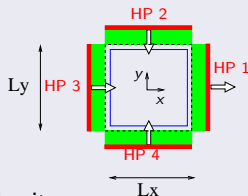
Perspectives

Proposition pour obtenir un champ de vitesse particulière unidirectionnel

⇒ **imposer** $u_y < u_x$ soit $u_{2;4} = \frac{u_{1;3}}{a} = \frac{u_{opt}}{a}$ avec $a > 1$.

Dans la configuration optimale ($u_x = u_{opt}$, $\theta_{u-p} = \theta_{u-p_{opt}}$)

$$\Delta T_{opt} \approx \frac{T_0 \alpha}{a} \frac{L_x}{L_y} \frac{c_0^2}{C_p} \frac{1-\sigma^2}{1-\sigma\sqrt{\sigma}} \sqrt{\frac{2(1-\frac{\delta v_x}{h} + \frac{\delta v_y^2}{2h^2})}{1+\sigma}},$$



avec L_x la longueur de l'empilement suivant l'axe des sources de vitesse, et L_y la longueur de l'empilement suivant l'axe des sources de pression.

Trajectoires des particules rectilignes si $a \nearrow$, ΔT_{opt} reste alors constant, si $L_y \searrow$.

⇒ système rectangulaire $L_x > L_y$.

Conclusion / Perspectives

Conclusion

- Existence d'un champ acoustique optimal pour les réfrigérateurs thermoacoustiques.
- Champ de température dans l'empilement d'un réfrigérateur "compact" à 4 sources plus complexe que celui obtenu dans un système classique.

Perspectives

- Pour obtenir un champ de vitesse particulière unidirectionnel \implies système rectugulaire.
- Pour diminuer le nombre de sources (et donc augmenter le C.O.P.) \implies adapter l'impédance des parois pour un contrôle semi-passif.

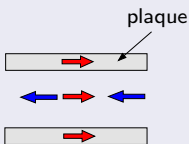
Plan de l'exposé

- 1 Champs acoustiques optimaux dans les réfrigérateurs thermoacoustiques
 - Champ acoustique dans un réfrigérateur à ondes stationnaires
 - Champ acoustique optimal
 - Comparaison entre le champ résonant et le champ acoustique optimal
- 2 Modèle analytique d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des débits des haut-parleurs
 - Champ acoustique dans l'empilement en fonction des tensions électriques
- 3 Études expérimentales d'un réfrigérateur compact à quatre sources
 - Présentation de la maquette de réfrigérateur compact
 - Champ acoustique optimal expérimental
 - Caractérisation de la maquette à son point de fonctionnement optimale
- 4 Régime transitoire dans un réfrigérateur thermoacoustique classique
 - Évolution temporelle de la température dans l'empilement
 - Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques
- 5 Conclusion/Perspectives

Introduction

ΔT estimé en régime permanent en supposant :

$$Q_{th} + Q_c = 0$$



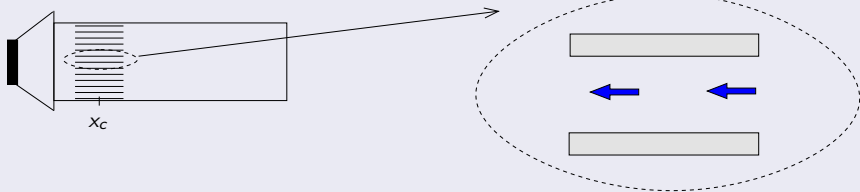
avec Q_{th} le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique,
 Q_c le flux de chaleur par conduction retour dans les plaques de l'empilement et dans le fluide.

- Valeur théorique surestimée par rapport à la valeur expérimentale.
- Pas d'estimation en régime transitoire.

Objectif

Déterminer l'évolution temporelle de la température $\theta(x, t) = T_0 - T_\infty$ en tous points de l'empilement.

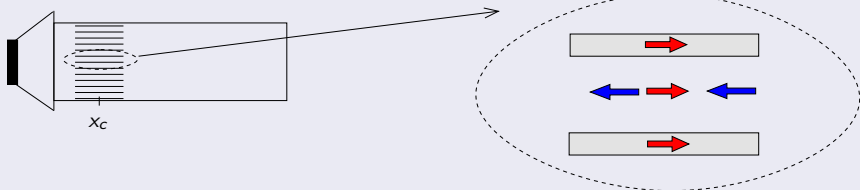
Mécanismes impliqués



- Le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique

$$\overline{Q_{th}}(x, t) = q(x) + r(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}.$$

Mécanismes impliqués

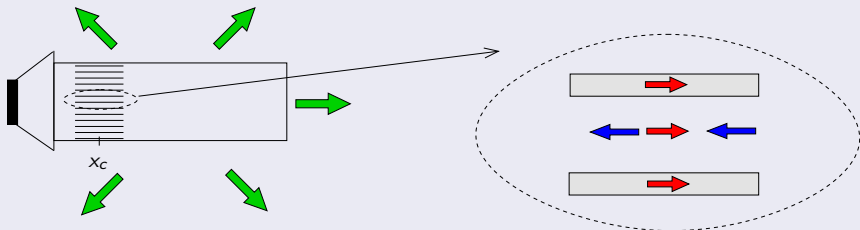


- Le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique

$$\overline{Q_{th}(x, t)} = q(x) + r(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}.$$

- Le flux de chaleur par conduction retour dans les plaques de l'empilement et dans le fluide, $Q_c = -K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x}$ où $K_{eq} = \frac{2hK + 2e_s K_s}{2(h + e_s)}$.

Mécanismes impliqués

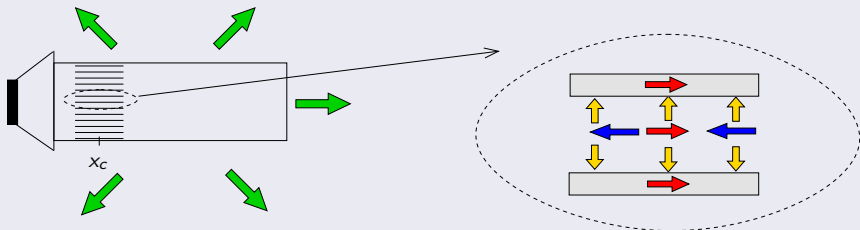


- Le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique

$$\overline{Q_{th}}(x, t) = q(x) + r(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}.$$

- Le flux de chaleur par conduction retour dans les plaques de l'empilement et dans le fluide, $Q_c = -K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x}$ où $K_{eq} = \frac{2hK + 2e_s K_s}{2(h + e_s)}$.
- Les fuites thermiques à travers les parois du résonateur, $Q_L = -h_L \theta(x)$ avec h_L un coefficient d'échange thermique empirique.

Mécanismes impliqués



- Le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique

$$\overline{Q_{th}}(x, t) = q(x) + r(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}.$$

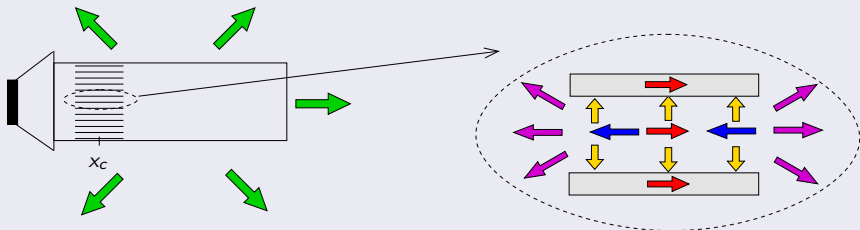
- Le flux de chaleur par conduction retour dans les plaques de l'empilement et dans le fluide, $Q_c = -K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x}$ où $K_{eq} = \frac{2hK + 2e_s K_s}{2(h + e_s)}$.

- Les fuites thermiques à travers les parois du résonateur, $Q_L = -h_L \theta(x)$ avec h_L un coefficient d'échange thermique empirique.

- La quantité de chaleur générée par les pertes visqueuses dans l'empilement

$$\overline{Q_v} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{1}{T} \int_0^T \mu \left(\frac{\partial v_x(x, \zeta, t)}{\partial \zeta} \right)^2 dt d\zeta.$$

Mécanismes impliqués



- Le flux de chaleur hydrodynamique dû à l'effet thermoacoustique

$$\overline{Q}_{th}(x, t) = q(x) + r(x) \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}.$$

- Le flux de chaleur par conduction retour dans les plaques de l'empilement et dans le fluide, $Q_c = -K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x}$ où $K_{eq} = \frac{2hK + 2e_s K_s}{2(h + e_s)}$.

- Les fuites thermiques à travers les parois du résonateur, $Q_L = -h_L \theta(x)$ avec h_L un coefficient d'échange thermique empirique.

- La quantité de chaleur générée par les pertes visqueuses dans l'empilement

$$\overline{Q}_v = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{1}{T} \int_0^T \mu \left(\frac{\partial v_x(x, \zeta, t)}{\partial \zeta} \right)^2 dt d\zeta.$$

- Les pertes thermiques aux extrémités de l'empilement, $Q_{0,\ell} = -h_{e_{0,\ell}} \theta(x)$, $x = 0, \ell$ où $h_{e_{0,\ell}}$ désigne un coefficient d'échange thermique empirique.

Équations de base pour le profil de température

Problème dans l'empilement de plaques

- Équation de diffusion de la chaleur

$$2(h\rho_0 C_p + e_s \rho_s C_s) \frac{\partial \theta}{\partial t} = 2(h + e_s) \left(-\frac{\partial \overline{Q_{th}}}{\partial x} + \frac{\partial Q_c}{\partial x} + \overline{Q_v} + s_L Q_L \right)$$

Diagram annotations:

- flux de chaleur thermoacoustique (blue box) points to $-\frac{\partial \overline{Q_{th}}}{\partial x}$
- conduction (red box) points to $\frac{\partial Q_c}{\partial x}$
- viscosité (orange box) points to $\overline{Q_v}$
- perte latérale (green box) points to $s_L Q_L$

- Conditions de continuité des flux de chaleur aux extrémités de l'empilement

pertes aux extrémités (purple box)

$$-K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x} + h_{e_0} \theta = \overline{Q_{th}}(0), \quad x = 0, \quad t > 0$$

$$K_{eq} \frac{\partial \theta}{\partial x} + h_{e_l} \theta = -\overline{Q_{th}}(l), \quad x = l, \quad t > 0$$

- Condition initiale

$$\theta(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in (0, l), \quad t = 0$$

Équations de base pour le profil de température

Problème dans l'empilement de plaques

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \alpha \theta + \beta, \quad x \in (0, \ell), \quad t > 0, \\ -\frac{\partial \theta}{\partial x} + \eta_0 \theta &= q_0, \quad x = 0, \quad t > 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} + \eta_l \theta &= -q_l, \quad x = \ell, \quad t > 0, \\ \theta(x, 0) &= \varphi(x), \quad x \in (0, \ell), \quad t = 0. \end{aligned}$$

Problème aux valeurs propres associé

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_m^2 \right) \psi_m(x) &= 0, \quad x \in (0, \ell), \\ \left(\frac{\partial}{\partial x} - \eta_0 \right) \psi_m(x) &= 0, \quad x = 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial x} + \eta_l \right) \psi_m(x) &= 0, \quad x = \ell. \end{aligned}$$

Solutions modales pour le profil de température

La solution modale pour le profil de température est donnée par

$$\theta = \sum_{m=0}^{\infty} C_m(t) \psi_m(x),$$

avec la solution du problème aux valeurs propres

$$\psi_m(x) = N^{-1} [k_m \cos(k_m x) + \eta_0 \sin(k_m x)],$$

$$\tan(k_m \ell) = \frac{k_m(\eta_0 + \eta_\ell)}{k_m^2 - \eta_0 \eta_\ell}.$$

condition aux limites

flux de chaleur thermoacoustique

$$\theta = \sum_m (q_\ell \psi_m(\ell) - q_0 \psi_m(0) + \langle \psi_m | \beta \rangle) \left[\frac{1 - e^{-g(k_m^2 + \alpha)t}}{k_m^2 + \alpha} \right] \psi_m(x).$$

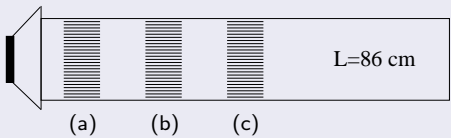
conduction, viscosité

pertes thermiques

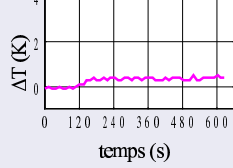
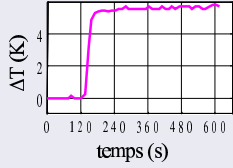
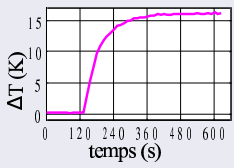
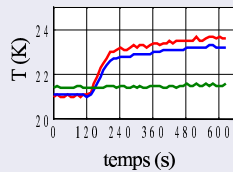
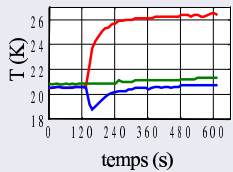
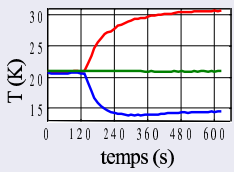
- S. Duffourd, Ph. Blanc-Benon. Hypothèses : $Q_v = 0$, $Q_L = 0$, $Q_{0,\ell} = 0$.
- M. Mironov et al.. ΔT dans le domaine de Laplace. Hypothèses : $Q_v = 0$, $Q_L = 0$.

Résultats expérimentaux obtenus à l'E.C.L.

- $P_m = 10^5 \text{ Pa}$
- $T_m = 293 \text{ K}$
- $P_A = 1500 \text{ Pa}$
- fluide : air
- $f \approx 200 \text{ Hz}$



- (a) $x_c = 8.5 \text{ cm}$
- (b) $x_c = 25.5 \text{ cm}$
- (c) $x_c = 43.0 \text{ cm}$



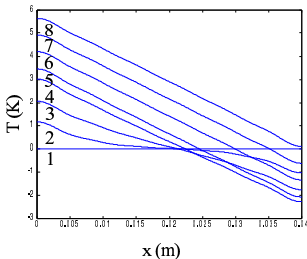
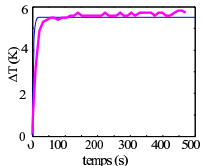
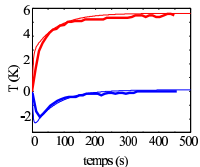
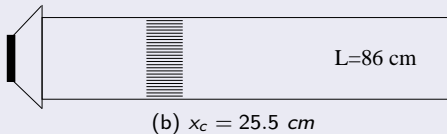
(a) $x_c = 8.5 \text{ cm}$

(b) $x_c = 25.5 \text{ cm}$

(c) $x_c = 43 \text{ cm}$

Résultats expérimentaux

- $P_m = 10^5 \text{ Pa}$
- $T_m = 293 \text{ K}$
- $P_A = 1500 \text{ Pa}$
- fluide : air
- $f \approx 200 \text{ Hz}$



- (1) $t=0 \text{ s}$
- (2) $t=1 \text{ s}$
- (3) $t=3 \text{ s}$
- (4) $t=10 \text{ s}$
- (5) $t=20 \text{ s}$
- (6) $t=50 \text{ s}$
- (7) $t=100 \text{ s}$
- (8) $t=500 \text{ s}$

Coefficients d'échange thermiques $h_L = 17$ et $h_{e0,l} = 30$.

Conclusion

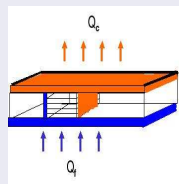
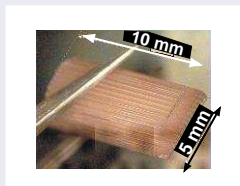
- Modèle décrivant le comportement transitoire d'un réfrigérateur thermoacoustique.
- Bon accord entre les résultats expérimentaux et théoriques après l'ajustement des coefficients d'échange thermiques h_L et $h_{e_0,l}$.
- Mise en évidence des rôles respectifs joués par chacun des phénomènes thermiques.

Conclusion générale

- Études analytiques et expérimentales d'une nouvelle architecture de réfrigérateur compact.
 - ▶ Existence d'un champ acoustique optimal.
 - ▶ Mise en évidence du couplage entre les paires de sources.
 - ▶ Comportement thermique plus complexe que celui obtenu dans un réfrigérateur à ondes stationnaires.
- Modélisation du comportement transitoire d'un réfrigérateur thermoacoustique à ondes stationnaires.
 - ▶ Identification des rôles des différents phénomènes thermiques.

Perspectives

- Systèmes compacts.
 - ▶ Mesure du champ de vitesse entre deux plaques de l'empilement.
 - ▶ Mesure du flux de chaleur.
 - ▶ Mesure du coefficient de performance d'une machine réelle.
- Miniaturisation.
 - ▶ Mise au point des techniques de fabrication MEMS.



- Autres architectures de réfrigérateurs thermoacoustiques envisageables
 - ▶ Réfrigérateur planaire.