



**HAL**  
open science

# Approche stochastique de la segmentation des images : un modèle de coopération entre les primitives de régions et de frontières

Saïda Buakaz

► **To cite this version:**

Saïda Buakaz. Approche stochastique de la segmentation des images : un modèle de coopération entre les primitives de régions et de frontières. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1987. Français. NNT : . tel-00324438

**HAL Id: tel-00324438**

**<https://theses.hal.science/tel-00324438>**

Submitted on 25 Sep 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE  
DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de  
Docteur 3ème Cycle,  
Mathématiques appliquées  
(Analyse numérique)

par

Saida BOUAKAZ

APPROCHE STOCHASTIQUE DE LA SEGMENTATION  
DES IMAGES :  
- Un modèle de coopération entre les primitives  
de régions et de frontières

Thèse soutenue le 20 mars 1987 devant la commission d'examen.

P. J. LAURENT

Président

M. BERTHOD  
J. M. CHASSERY

Rapporteurs

G. BRUGAL  
C. GARBAY

Examineurs



# UNIVERSITE SCIENTIFIQUE TECHNOLOGIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

Président de l'Université :  
M. TANCHE

Année Universitaire 1986 - 1987

## MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE SCIENCES ET DE GEOGRAPHIE

### PROFESSEURS DE 1ère Classe

ARNAUD Paul	Chimie Organique
ARVIEU ROBERT	Physique Nucléaire I.S.N.
AUBERT Guy	Physique C.N.R.S
AURIAULT Jean-Louis	Mécanique
AYANT Yves	Physique Approfondie
BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
BARBIER Jean-Claude	Physique Expérimentale CNRS
BARJON Robert	Physique Nucléaire ISN
BARNOUD Fernand	Bochimie Macromoléculaire Végétale
BARRA Jean-René	Statistiques-Mathématiques Appliquées
BELORISKY Elie	Physique C.E.N.G- D.R.F.
BENZAKEN Claude	Mathématiques Pures
BERNARD Alain	Mathématiques Pures
BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques Pures
BILLET Jean	Géographie
BOELHIER Jean-Paul	Mécanique
BONNIER Jane Marie	Chimie Générale
BOUCHEZ Robert	Physique Nucléaire ISN
BRAVARD Yves	Géographie
CARLIER Georges	Biologie Végétale
CAUQUIS Georges	Chimie Organique
CHIBON Pierre	Biologie Animale
COHEN ADDAD Jean-Pierre	Physique
COLIN DE VERDIERE Yves	Mathématiques Pures
CYROT Michel	Physique du Solide
DEBELMAS Jacques	Géologie Générale
DEGRANGE Charles	Zoologie
DELOBEL Claude	Mathématiques Appliquées
DEPORTES Charles	Chimie Minérale
DESRE Pierre	Electrochimie
DOLIQUE Jean-Michel	Physique des Plasmas
DOUCE Rolland	Physiologie Végétale
DUCROS Pierre	Cristallographie
FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques Pures
GAGNAIRE Didier	Chimie Physique
GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique,
GIRAUD Pierre	Géologie
HICTER Pierre	Chimie
IDELMAN Simon	Physiologie Animale
JANIN Bernard	Géographie
JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
KAHANE André, détaché	Physique
KAHANE Josette	Physique
KRAKOWIAK Sacha	Mathématiques Appliquées
KUPKA Yvon	Mathématiques Pures
LAJZEROWICZ Jeanine	Physique
LAJZEROWICZ Joseph	Physique
LAURENT Pierre-Jean	Mathématiques Appliquées
DE LEIRIS Joel	Biologie

LLIBOUTRY Louis  
 LOISEAUX Jean-Marie  
 MACHIE Régis  
 MAYNARD Roger  
 MICHEL Robert  
 OMONT Alain  
 OZENDA Paul  
 PAYAN Jean-Jacques  
 PEBAY-PEYROULA Jean-Claude  
 PERRIAUX Jacques  
 PERRIER Guy  
 PIERRARD Jean-Marie  
 PIERRE Jean-Louis  
 RASSAT André  
 RENARD Michel  
 RINAUDO Marguerite  
 ROSSI André  
 SAKAROVITCH Michel  
 SAXOD Raimard  
 SENGEL Philippe  
 SERGERAERT Francis  
 SOUCHIER Bernard  
 SOUTIF Michel  
 STUTZ Pierre  
 VALENTIN Jacques  
 VAN CUTSEM Bernard  
 VIALON Pierre

Géophysique  
 Sciences Nucléaires I.S.N.  
 Physiologie Végétale  
 Physique du Solide  
 Minéralogie et Pétrographie (Géologie)  
 Astrophysique  
 Botanique (Biologie Végétale)  
 Mathématiques Pures  
 Physique  
 Géologie  
 Géophysique  
 Mécanique  
 Chimie Organique  
 Chimie Systématique  
 Thermodynamique  
 Chimie CERMAV  
 Biologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Biologie Animale  
 Biologie Animale  
 Mathématiques Pures  
 Biologie  
 Physique  
 Mécanique  
 Physique Nucléaire I.S.N.  
 Mathématiques Appliquées  
 Géologie

#### PROFESSEURS de 2<sup>ème</sup> Classe

ADIBA Michel  
 ANTOINE Pierre  
 ARMAND Gilbert  
 BARET Paul  
 BECKER Pierre  
 BEGUIN Claude  
 BLANCHI J.Pierre  
 BOITET Christian  
 BORNAREL Jean  
 BRUANDET J.François  
 BRUN Gilbert  
 CASTAING Bernard  
 CERFF Rudiger  
 CHARDON Michel  
 CHIARAMELLA Yves  
 COURT Jean  
 DEMAILLY Jean-Pierre  
 DENEUVILLE Alain  
 DEPASSEL Roger  
 DERRIEN Jacques  
 DUFREYNOY Alain  
 GASPARD François  
 GAUTRON René  
 GENIES Eugène  
 GIDON Maurice  
 GIGNOUX Claude  
 GILLARD Roland  
 GIORNI Alain  
 GUIGO Maryse  
 GUMUCHAIN Hervé  
 GUITTON Jacques  
 HACQUES Gérard

Mathématiques Pures  
 Géologie  
 Géographie  
 Chimie  
 Physique  
 Chimie Organique  
 STAPS  
 Mathématiques Appliquées  
 Physique  
 Physique  
 Biologie  
 Physique  
 Biologie  
 Géographie  
 Mathématiques Appliquées  
 Chimie  
 Mathématiques Pures  
 Physique  
 Mécanique des Fluides  
 Physique  
 Mathématiques Pures  
 Physique  
 Chimie  
 Chimie  
 Géologie  
 Sciences Nucléaires  
 Mathématiques Pures  
 Sciences Nucléaires  
 Géographie  
 Géographie  
 Chimie  
 Mathématiques Appliquées

HERBIN Jacky  
 HERAULT Jeanny  
 JARDON Pierre  
 JOSELEAU Jean-Paul  
 KERCKHOVE Claude  
 LEBRETON Alain  
 LONGEQUEUE Nicole  
 LUCAS Robert  
 LUNA Domingo  
 MANDARON Paul  
 MARTINEZ Francis  
 MASCLE Georges  
 NEMOZ Alain  
 OUDET Bruno  
 PELMONT Jean  
 PERRIN Claude  
 PFISTER Jean-Claude  
 PIBOULE Michel  
 RAYNAUD Hervé  
 RIEDIMANN Christine  
 ROBERT Gilles  
 ROBERT Jean-Bernard  
 SARROT-REYNAULD Jean  
 SAYETAT Françoise  
 SERVE Denis  
 STOECKEL Frédéric  
 SOUTIF Jeanne  
 SCHOLL Pierre-Claude  
 SUBRA Robert  
 VALLADE Marcel  
 VIDAL Michel  
 VIVIAN Robert  
 VOTTERO Philippe

Géographie  
 Physique  
 Chimie  
 Biochimie  
 Géologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Sciences Nucléaires I.S.N.  
 Physique  
 Mathématiques Pures  
 Biologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Géologie  
 Thermodynamique CNRS - CRTBT  
 Mathématiques Appliquées  
 Biochimie  
 Sciences Nucléaires I.S.N.  
 Physique du Solide  
 Géologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Mathématiques Pures  
 Mathématiques Pures  
 Chimie Physique  
 Géologie  
 Physique  
 Chimie  
 Physique  
 Physique  
 Mathématiques Appliquées  
 Chimie  
 Physique  
 Chimie Organique  
 Géographie  
 Chimie

## MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L' IUT 1

### PROFESSEURS de 1<sup>ère</sup> Classe

BUISSON Roger  
 DODU Jacques  
 NEGRE Robert

Physique IUT 1  
 Mécanique Appliquée IUT 1  
 Génie Civil IUT 1

### PROFESSEURS de 2<sup>ème</sup> classe

BOUTHINON Michel  
 CHAMBON René  
 CHEHIKIAN Alain  
 CHENAVAS Jean  
 CHOUTEAU Gérard  
 CONTE René  
 GOSSE Jean-Pierre  
 GROS Yves  
 KUHN Gérard, (Détaché)  
 MAZUER Jean  
 MICHOUlier Jean  
 MONLLOR Christian  
 NOUGARET Marcel  
 PEFFEN René  
 PERARD Jacques  
 PERRAUD Robert  
 TERRIEZ Jean-Michel  
 TOUZAIN Philippe  
 VINCENDON Marc

EEA. IUT 1  
 Génie Mécanique IUT 1  
 EEA. IUT 1  
 Physique IUT 1  
 Physique IUT 1  
 Physique IUT 1  
 EEA.IUT 1  
 Physique IUT 1  
 Physique IUT 1  
 Physique IUT 1  
 EEA.IUT 1  
 Automatique IUT 1  
 Métallurgie IUT 1  
 EEA. IUT 1  
 Chimie IUT 1  
 Génie Mécanique IUT 1  
 Chimie IUT 1  
 Chimie IUT 1

## MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE MEDECINE

### PROFESSEURS CLASSE EXCEPTIONNELLE ET 1ère CLASSE

AMBLARD Pierre	Dermatologie	C.H.R.G.
AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie	C.H.R.G.
BEAUDOING André	Pédiatrie-Puericulture	C.H.R.G.
BEZEZ Henri	Orthopédie-Traumatologie	Hopital SUD
BONNET Jean-Louis	Ophthalmologie	C.H.R.G.
BOUCHET Yves	Anatomie	Faculté La Merci
BUTEL Jean	Chirurgie Générale et Digestive	C.H.R.G.
CHAMPETIER Jean	Orthopédie-Traumatologie	C.H.R.G.
CHARACHON Robert	Anatomie-Topographique et Appliquée	C.H.R.G.
COUDERC Pierre	O.R.L.	C.H.R.G.
DELORMAS Pierre	Anatomie-Pathologique	C.H.R.G.
DENIS Bernard	Pneumophtisiologique	C.H.R.G.
GAVEND Michel	Cardiologie	C.H.R.G.
HOLLARD Daniel	Pharmacologie	Faculté La Merci
LATREILLE René	Hématologie	C.H.R.G.
LE NOC Pierre	Chirurgie Thoracique et Cardiovasculaire	C.H.R.G.
MALINAS Yves	Bactériologie-Virologie	C.H.R.G.
MALLION Jean-Michel	Gynécologie et Qbstétrique	C.H.R.G.
MICOUD Max	Médecine du Travail	C.H.R.G.
MOURIQUAND Claude	Clinique Médicale et Maladies Infectieuses	C.H.R.G.
PARAMELLE Bernard	Histologie	Faculté La Merci
PERRET Jean	Pneumologie	C.H.R.G.
RACHAIL Michel	Neurologie	C.H.R.G.
DE ROUGEMONT Jacques	Hépatogastro-Entérologie	C.H.R.G.
SARRAZIN Roger	Neurochirurgie	C.H.R.G.
STIEGLITZ Paul	Clinique Chirurgicale	C.H.R.G.
TANCHE Maurice	Anesthésiologie	C.H.R.G.
VERAIN André	Physiologie	Faculté La Merci
VIGNAIS Pierre	Biophysique	Faculté La Merci
	Biochimie	Faculté La Merci

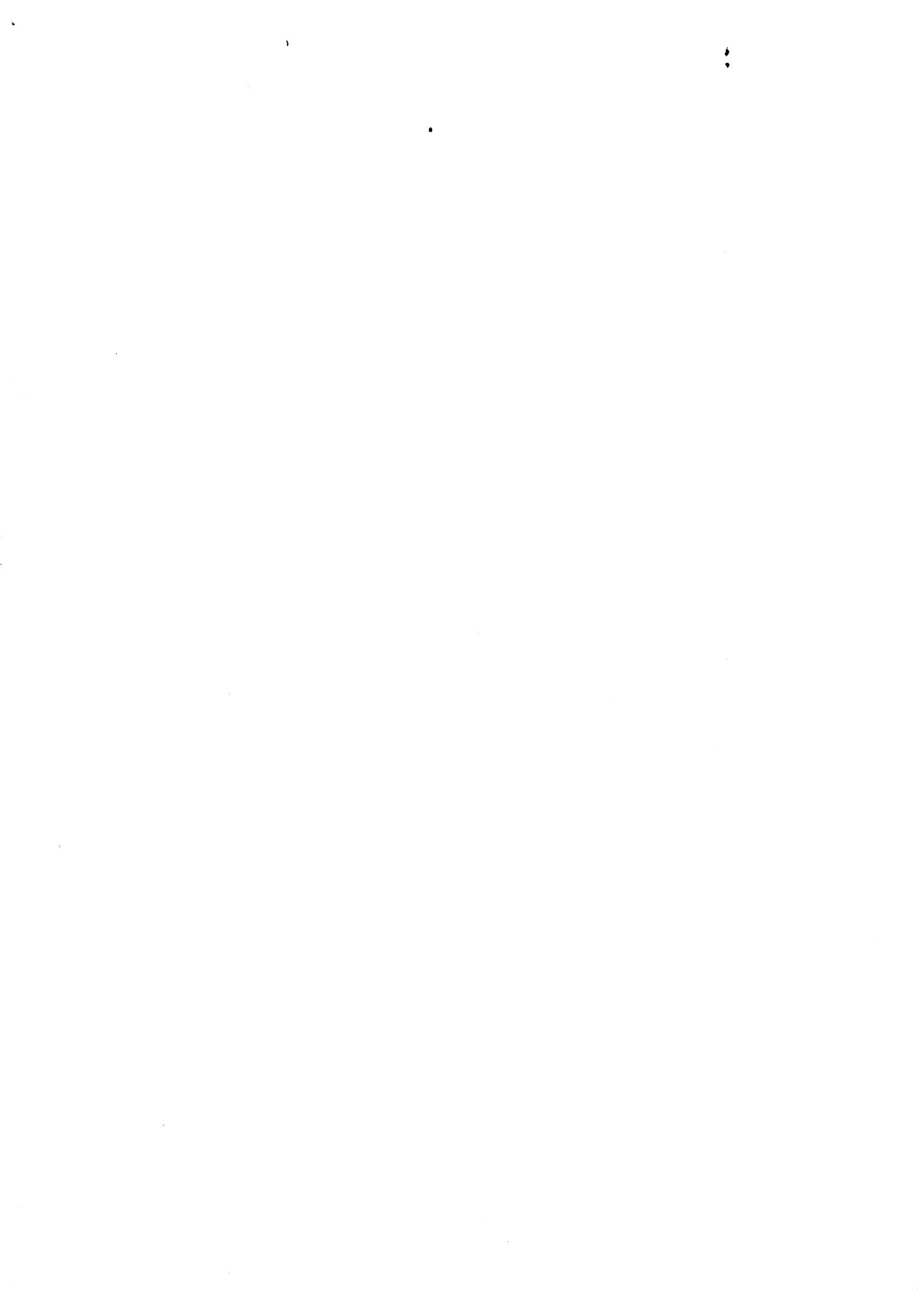
### PROFESSEURS 2ème CLASSE

BACHELOT Yvan	Endocrinologie	C.H.R.G.
BARGE Michel	Neurochirurgie	C.H.R.G.
BENABID Alim Louis	Biophysique	Faculté La Merci
BENSA Jean-Claude	Immunologie	Hopital Sud
BERNARD Pierre	Gynécologie-Obstétrique	C.H.R.G.
BESSARD Germain	Pharmacologie	ABIDJAN
BOLLA Michel	Radiothérapie	C.H.R.G.
BOST Michel	Pédiatrie	C.H.R.G.
BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie Adultes	Hopital Sud
BRAMBILLA Christian	Pneumologie	C.H.R.G.
CHAMBAZ Edmond	Biochimie	C.H.R.G.
CHIROUSSEL Jean-Paul	Anatomie-Neurochirurgie	C.H.R.G.
COLOMB Maurice	Immunologie	Hopital Sud
COMET Michel	Biophysique	Faculté La Merci
CONTAMIN Charles	Chirurgie Thoracique et Cardiovasculaire	C.H.R.G.
CORDONNIER Daniel	Néphrologie	C.H.R.G.
COULOMB Max	Radiologie	C.H.R.G.
CROUZET Guy	Radiologie	C.H.R.G.
DEBRU Jean-Luc	Médecine Interne et Toxicologie	C.H.R.G.
DEMONGEOT Jacques	Biostatistiques et Informatique Médicale	Faculté La Merci

DUPRE Alain	Chirurgie Générale	C.H.R.G.
DYON Jean-François	Chirurgie Infantile	C.H.R.G.
ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie	Faculté La Merci
FAURE Claude	Anatomie et Organogénèse	C.H.R.G.
FAURE Gilbert	Urologie	C.H.R.G.
FOURNET Jacques	Hépto-Gastro-Entérologie	C.H.R.G.
FRANCO Alain	Médecine Interne	C.H.R.G.
GIRARDET Pierre	Anesthésiologie	C.H.R.G.
GUIDICELLI Henri	Chirurgie Générale et Vasculaire	C.H.R.G.
GUIGNIER Michel	Thérapeutique et Réanimation Médicale	C.H.R.G.
HADJIAN Arthur	Biochimie	Faculté La Merci
HALIMI Serge	Endocrinologie et Maladies Métaboliques	C.H.R.G.
HOSTEIN Jean	Hépto-Gastro-Entérologie	C.H.R.G.
HUGONOT Robert	Médecine Interne	C.H.R.G.
JALBERT Pierre	Histologie-Cytogénétique	C.H.R.G.
JUNIEN-LAVILLAUIROY Claude	O.R.L.	C.H.R.G.
KOLODIE Lucien	Hématologie Biologique	C.H.R.G.
LETOUBLON Christian	Chirurgie Générale	C.H.R.G.
MACHECOURT Jacques	Cardiologie et Maladies Vasculaires	C.H.R.G.
MAGNIN Robert	Hygiène	C.H.R.G.
MASSOT Christian	Médecine Interne	C.H.R.G.
MOUILLON Michel	Ophthalmologie	C.H.R.G.
PELLAT Jacques	Neurologie	C.H.R.G.
PHELIP Xavier	Rhumatologie	C.H.R.G.
RACINET Claude	Gynécologie	C.H.R.G.
RAMBAUD Pierre	Pédiatrie	C.H.R.G.
RAPHAEL Bernard	Stomatologie	C.H.R.G.
SCHAERER René	Cancérologie	C.H.R.G.
SEIGNEURIN Jean-Marie	Bactériologie-Virologie	Faculté La Merci
SELE Bernard	Cytogénétique	Faculté La Merci
SOTTO Jean-Jacques	Hématologie	C.H.R.G.
STOEBNER Pierre	Anatomie Pathologique	C.H.R.G.
VROUSOS Constantin	Radiothérapie	C.H.R.G.

#### MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT PHARMACIE

AGNIUS-DELORD Claudine	Physique	Faculté La Tronche
ALARY Josette	Chimie Analytique	Faculté La Tronche
BERIEL Hélène	Physiologie et Pharmacologie	Faculté La Tronche
BOUCHERLE André	Chimie et Toxicologie	Faculté Meylan
CUSSAC Max	Chimie Thérapeutique	Faculté La Tronche
DEMENGE Pierre	Pharmacodynamie	Faculté La Tronche
JEANNIN Charles	Pharmacie Galénique	Faculté Meylan
LATURAZE Jean	Biochimie	Faculté La Tronche
LUU DUC Cuong	Chimie Générale	Faculté La Tronche
MARIOTTE Anne-Marie	Pharmacognosie	Faculté La Tronche
MARZIN Daniel	Toxicologie	Faculté Meylan
RENAUDET Jacqueline	Bactériologie	Faculté La Tronche
ROCHAT Jacques	Hygiène et Hydrologie	Faculté La Tronche
SEIGLE-MURANDI Françoise	Botanique et Cryptogamie	Faculté Meylan
VERAIN Alice	Pharmacie Galénique	Faculté Meylan



## AVANT-PROPOS

Je tiens à exprimer ma plus vive gratitude à M. P.J. LAURENT pour avoir bien voulu accepter de présider ce jury, et pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Je remercie très vivement M. M. BERTHOD qui, en acceptant de juger ce travail, m'a fait bénéficier de sa compétence dans le domaine de l'analyse d'images. Je suis très honorée de sa présence dans ce jury.

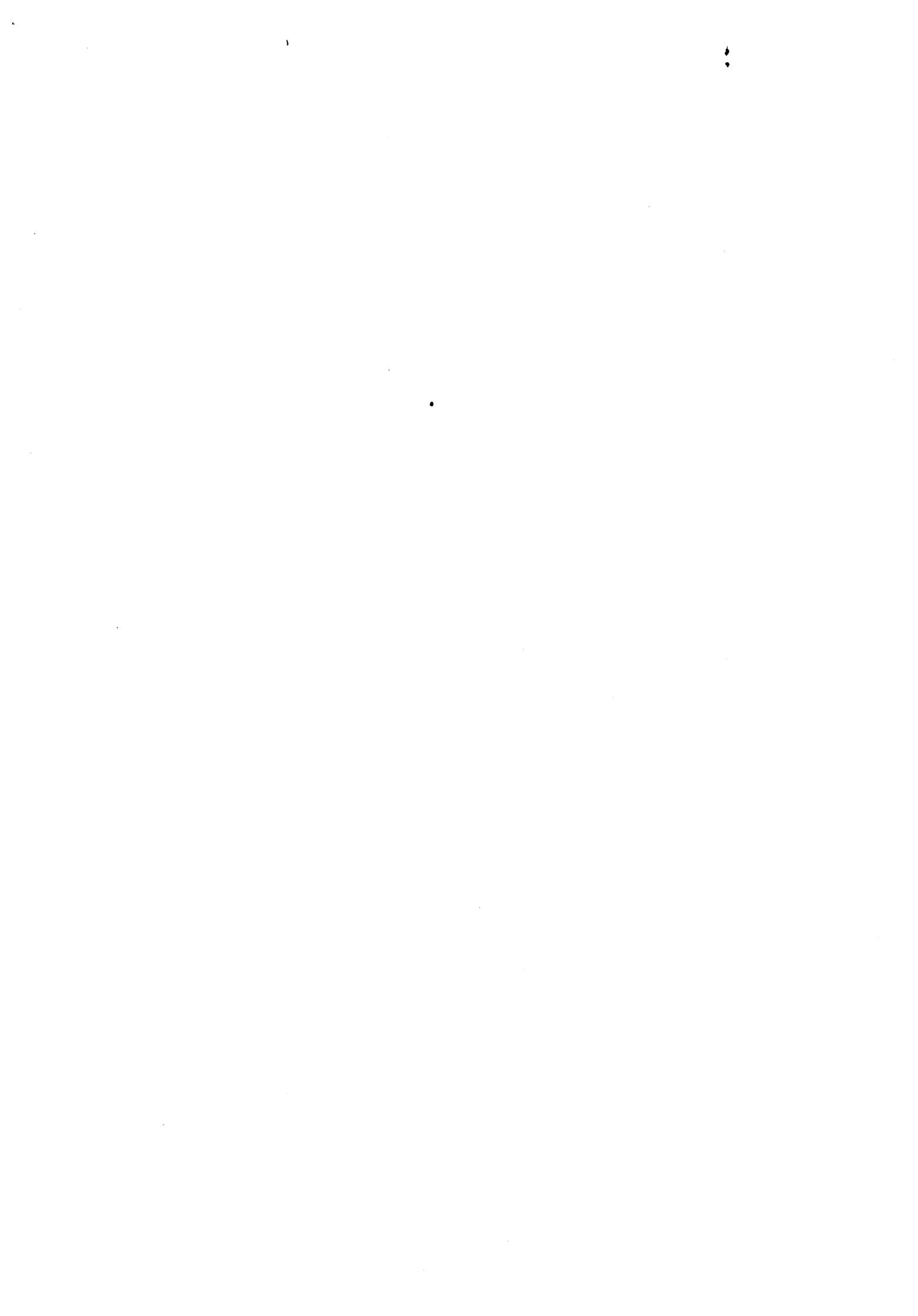
Je suis particulièrement reconnaissante à M. J.M. CHASSERY d'avoir suivi et guidé avec intérêt tous mes travaux. Je le remercie vivement pour la disponibilité et la patience qu'il a toujours manifestées à mon égard.

De la même façon, je remercie Mme C. GARBAY pour l'intérêt qu'elle a toujours porté à mon travail. Les conseils qu'elle a bien voulu me prodiguer ont été pour moi les plus précieux des encouragements.

Je remercie très vivement M. G. BRUGAL de m'avoir accueillie dans son équipe, de l'enthousiasme et de la disponibilité qu'il a toujours fait preuve à mon égard.

Je tiens également à remercier Mme J. PATRUNO d'avoir assuré, avec gentillesse, la frappe de ce manuscrit.

Que tous les collègues et amis qui, à des titres divers, m'ont aidée et encouragée trouvent ici l'expression de mes sentiments cordiaux et amicaux.



## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>3</b>
 <b>PARTIE A</b>	
<b>I Utilisation du contexte dans le domaine de l'étiquetage.....</b>	<b>13</b>
1.1 Définition du problème de l'étiquetage.....	17
1.2 Voisinage et relations contextuelles.....	20
 <b>II Relaxation probabiliste : Etude de méthodes.....</b>	<b>23</b>
II.1. Approche de Rosenfeld.....	27
II 1.1. Règle de mise à jour.....	28
II.1.2. Convergence et points fixes.....	29
II.2. Approche du Zucker et col.....	32
II.2.1. Règle de mise à jour.....	33
II.3. Approche de Peleg.....	34
II.3.1. Règle de mise à jour.....	37
II.3.2. Convergence et points fixes.....	38
II.4. Extension au cas d'un sous-voisinage comportant plus d'un objet.....	40
II.5. Forme Générale.....	44
II.5.1. Règle de mise à jour.....	44
 <b>III Utilisation du contexte dans un environnement à     approche optimale.....</b>	<b>47</b>
III.1. Approche de Faugeras-Berthod.....	47
III.1.1. Compatibilité d'un étiquetage, vecteur de compatibilité.....	48
III.1.2. Ambiguïté (ou entropie) d'un étiquetage.....	53

III.2. Problème de l'amélioration de l'étiquetage ;	
critère de qualité.....	55
III.2.1. Énoncé du problème de l'amélioration	
de l'étiquetage.....	57
III.2.2. Définition du critère : Expression	
mathématique.....	60
III.2.3. Optimisation du critère.....	64
CONCLUSION .....	75

## **PARTIE B**

<b>I Utilisation du contexte en segmentation.....</b>	<b>79</b>
1.1. Définition du problème.....	79
1.2. Représentation intrinsèque de l'image.....	80
1.3. Voisinage et relations contextuelles.....	82
<b>II Application au modèle région.....</b>	<b>87</b>
II.1. Etiquetage initial.....	88
II.1.1. Etiquetage initial : fonction linéaire.....	88
II.1.2. Etiquetage initial : distance de Mahalanobis....	91
II.2. Voisinage, relations contextuelles et coefficients	
de compatibilité.....	92
<b>III Application au modèle contour.....</b>	<b>93</b>
III.1. Contours dans un environnement contextuel.....	93
III.2. Extraction de contours.....	95
III.3. Contours non orientés.....	99
III.3.1. Etiquetage initial.....	99

III.3.2. Voisinage, relations contextuelles et coefficients de compatibilité.....	101
III.3.3. Application de l'algorithme à l'extraction de contours.....	106
III.4. Contours orientés.....	106
III.4.1. Etiquetage initial.....	107
III.4.2. Voisinage, relations contextuelles et coefficients de compatibilité.....	109
<b>IV Coopération d'entités : modèle région/contour.....</b>	<b>111</b>
IV.1. Intérêt d'un environnement région/contour.....	113
IV.2. Etiquetage initial.....	114
IV.2.1. Entité région.....	115
IV.2.2. Entité contour.....	116
IV.2.3. Etiquetage global.....	116
IV.3. Voisinage, relations contextuelles, coefficients de compatibilité.....	118
IV.3.1. Voisinage.....	118
IV.3.2. Relations contextuelles et coefficients de compatibilité.....	119
IV.4. Aspect implémentation.....	122
<b>V Application à des images numériques.....</b>	<b>125</b>
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>161</b>
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>163</b>



## INTRODUCTION

Dans le domaine de l'analyse des images, l'étape de la segmentation constitue un élément clé du fait qu'elle se situe entre les étapes de prétraitement, tels l'amélioration et le filtrage, et les étapes d'analyse spécifique de l'image, telle l'extraction de paramètres associés à chaque objet de l'image.

Tant du point de vue de la formulation du problème que du point de vue du choix de la technique de résolution, la segmentation est un domaine complexe.

Pour formuler un problème de segmentation, il est nécessaire de tenir compte du maximum d'informations provenant essentiellement de l'interprétation visuelle.

Ces informations peuvent être regroupées en deux classes selon la façon dont on définit la notion d'objet dans une image.

On peut considérer l'objet comme un ensemble de points spatialement voisins qui présentent des caractéristiques d'intensité lumineuse (ou niveau de gris) ou de couleur répondant à un critère de similitude que l'on se donne. Dans ce cas, la segmentation va se définir par la classification de chacun des points dans l'image et l'aggrégation des points d'une même classe en régions connexes.

On peut également définir l'objet à partir d'un ensemble de points répondant à un critère de dissimilarité. Dans ce cas, on s'intéresse au contour de l'objet uniquement. Il s'agit non pas de détecter des plages d'intensité lumineuse répondant à un critère de similarité, mais de détecter les frontières entre ces plages ; ce qui se traduit par la détermination des points frontières, lesquels sont regroupés selon un critère relationnel de connexité et de continuité pour former les contours.

Dans les deux cas, les informations doivent tenir compte de l'aspect contextuel propre à chaque type d'image traitée pour former une entité répondant à un modèle de description (entité région ou entité frontière).

Pour aborder l'aspect technique de la segmentation, il est nécessaire de rappeler une définition formelle du processus.

La segmentation, telle qu'elle a été définie par certains chercheurs [Rosenf. 1979], [Pav. 1977] dans un contexte ensembliste, s'énonce comme suit :

Définition

Etant donnée une image discrète de support  $X$ , composé de points de coordonnées  $(I,J)$ , la segmentation est la recherche d'une partition de  $X$  en sous ensembles  $X_i$  ;  $i=1 \dots M$  tels que si  $P$  est un prédicat sur un certain nombre de points consécutifs, on ait :

- 1)  $X = \bigcup_{i=1}^M x_i$
- 2)  $x_i$  connexe
- 3)  $P(x_i)$  vrai
- 4)  $P(x_i \cup x_j)$  est faux pour  $i \neq j$

FU et ZUCKER proposent la définition ci-dessous :

$X$  désigne le support de l'image, on définit la partition  $(X_i ; i \dots M)$

- 1. pour tout point  $a_i$  de  $X$ , il existe  $X_i$  tel que  $a_i$  appartient à  $X_i$  ;
- 2. chaque  $X_i$  est un ensemble connexe maximal (ce qui englobe 2 et 4 de la définition précédente) ;
- 3. chaque sous ensemble  $X_i$  est caractérisé par un type de propriété.

Le prédicat est défini sous la forme d'un vecteur dont la dimension est égale au nombre de classes susceptibles d'être présentes dans l'image.

Il s'agit d'affecter chacun des points à l'une de ces classes. Cette étape est délicate et détermine la qualité de l'image.

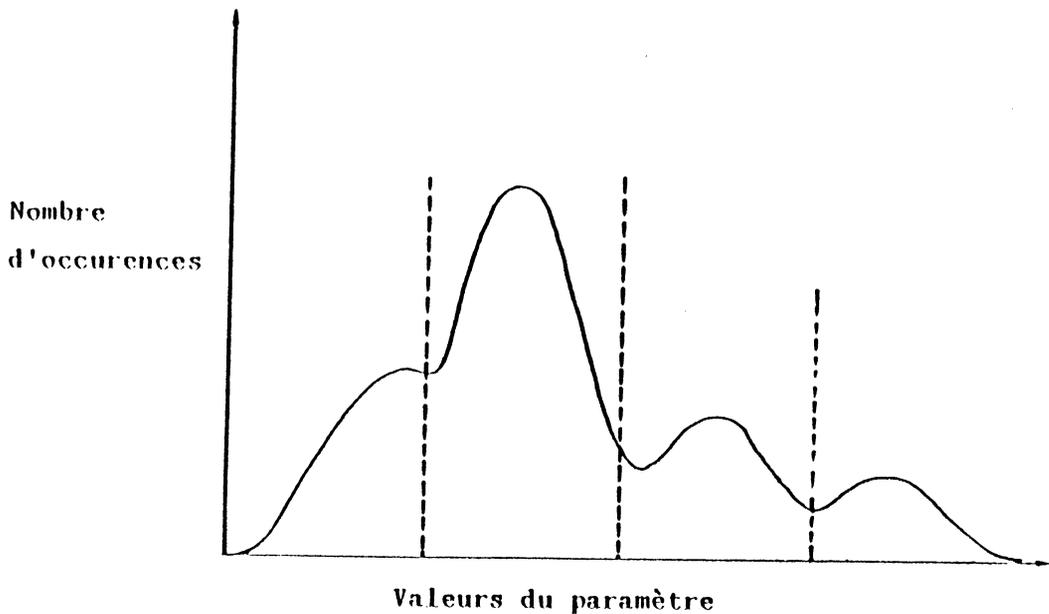
Sur le plan méthodologique, plusieurs méthodes ont été définies au cours des recherches en analyse d'images. Il est évident qu'il existe un lien étroit entre chaque type d'image - donc le problème abordé - et la méthode utilisée. De là, on peut dire que la segmentation peut être vue sous différents aspects, cependant deux orientations de calcul peuvent être dégagées :

- modèle déterministe
- modèle stochastique

Concernant le premier modèle, l'affectation des points au sein d'une région s'effectue sans prise en compte d'une quelconque ambiguïté possible pour chacun des points. Ce modèle est fondé sur l'analyse de l'histogramme.

L'histogramme est une donnée statistique au sens qu'elle fournit une représentation sous forme d'une loi de densité de probabilité - de la variable "niveau de gris" par exemple - au sein de l'image. L'analyse de sa forme permet d'émettre des hypothèses sur la répartition de la variable considérée en classes susceptibles de constituer les entités dont on dispose. Chacune des classes présentes dans l'image est alors associée à une plage de niveaux de gris. Ceci est traduit au niveau de l'histogramme par la présence de modes (autant de modes que de classes).

Idéalement, un histogramme se présente comme ci-après :



La séparation des différentes classes, par conséquent des modes, s'effectue par la sélection de seuils de décision.

Une première façon de procéder consiste à sélectionner ces valeurs par examen des différents extréma de l'histogramme.

Une telle méthode s'avère rapidement non satisfaisante du fait de la difficulté de sélectionner les extréma locaux étant donné qu'il est rare qu'un histogramme se présente de la façon idéale où chaque extremum correspond à une séparation de modes. Il peut arriver aussi que la caractéristique sur laquelle on se base soit sujette à des variations dues à des variabilités intrinsèques de l'image ou à des variations de l'illumination.

Une seconde approche, concernant toujours le modèle déterministe, est basée sur des méthodes de classification. Elle considère l'ensemble des caractéristiques comme un ensemble à  $n$  dimensions dans lequel les points de caractéristiques similaires se regroupent pour former des "nuages" [Fisher 1966].

Pour déterminer le seuil de décision, plusieurs techniques peuvent être employées. Elles sont toutes fondées sur des considérations de type statistique. Les seuils peuvent être considérés comme les valeurs telles que la somme des variances des différents modes soit minimale.

Un désavantage des méthodes basées sur l'analyse de l'histogramme concerne de façon générale leur caractère déterministe, du fait qu'un point est affecté au sein d'une classe par la seule considération de sa valeur image sans tenir compte des particularités du modèle du monde auquel il appartient.

Il est certain qu'il existe des méthodes qui permettent, suite à l'étiquetage obtenu, d'effectuer une amélioration selon des critères locaux du type majorité relative ou répartition topographique. Ces méthodes font intervenir des traitements empruntés à la morphologie mathématique [Chass. 1982]. Afin d'améliorer la prise en compte de notions d'étiquetage local, différentes méthodes utilisent l'information contextuelle sous la forme de critère de taille, de géométrie ou de coexistence entre les classes dans le cas où l'image est partitionnée selon une orientation de type région. De même, dans le cas de partitionnement par utilisation de frontières, le contexte peut être représenté par des critères de périmètres, de courbures, de formes [Veil. 1980 ; Chass. 1984].

Le modèle stochastique se prête justement à un tel schéma où, en plus de l'information concernant le point en question, le contexte est associé à l'information concernant les autres éléments qui peuvent être en relation avec l'élément considéré.

Les premières méthodes utilisant le contexte étaient proposées sous forme de techniques pour la recherche de solutions d'un problème spécifique.

Les travaux menés par certains chercheurs dans ce domaine ont abouti à la description du problème en proposant des méthodes fondées sur la théorie de la décision. Une description en a été donnée par Toussaint [Tou 1977].

Outre ce point de vue concernant l'utilisation du contexte, d'autres techniques ont été développées faisant essentiellement appel à des méthodes empiriques et étaient concentrées sur la recherche de solutions à des problèmes particuliers cherchant à tirer le plus grand parti des

particularités du problème posé. Ces approches peuvent être efficaces dans certains cas d'application mais elles sont peu susceptibles de généralisation.

La première méthode d'utilisation générale, faisant intervenir le contexte en imposant des restrictions acceptables sur le modèle du monde, a été proposée par Rosenfeld [Rosenf. 1976].

Cette méthode, connue sous le nom de "relaxation probabiliste", a été proposée au départ comme une technique spécifique d'analyse de scène. C'était en fait une généralisation, ou plutôt une formulation mathématique, de l'idée de Waltz [Waltz 1972].

L'idée était de partir d'une affectation hors contexte, sur tous les points de l'image et de faire évoluer l'étiquetage en tenant compte du modèle du monde.

L'affectation est réalisée, soit par un calcul sur un 'jeu d'images' segmentées - par l'application d'un opérateur de classification par exemple - soit en fonction d'une connaissance à priori de l'image. Cette information est assimilée à un vecteur de probabilité d'appartenance de l'objet considéré aux différentes classes susceptibles d'être présentes dans l'image.

Les valeurs de probabilités sont modifiées de façon parallèle et itérative de manière à prendre en compte, pour les probabilités à l'étape (n+1) d'un point quelconque, les probabilités à l'étape n du point considéré et des points voisins.

Le contexte intervient sous la forme d'une combinaison de paramètres de coexistence de classes et de compatibilité. Il permet d'obtenir les nouvelles valeurs de probabilités en fonction des anciennes.

Parallèlement à cette école, concernant l'utilisation du contexte dans le domaine de l'étiquetage, un autre modèle a été introduit par Faugeras et Berthod [Fau. 1979 ; Bert. 1980-1].

Il s'agit d'un modèle de type itératif, fondé sur la définition d'un critère et l'optimisation de ce critère par une méthode classique : le gradient projeté.

A l'étape initiale, une affectation est réalisée sur tous les points de l'image, associant à chacun de ces points un vecteur dont les composantes mesurent la confiance dans l'affectation de l'objet considéré dans les différentes classes.

Le plus souvent ces mesures sont interprétées comme des valeurs de probabilités ; sinon d'autres contraintes peuvent être imposées Bert. 1980-1982 .

Ces valeurs sont modifiées itérativement en fonction du contexte, par l'introduction de la notion de l'ambiguïté d'un étiquetage et de sa consistance. Le critère est donc défini de façon à tenir compte de ces deux notions.

L'idée est d'arriver à un étiquetage final qui optimise le critère. La technique proposée pour l'optimisation de cette fonction est la méthode du gradient projeté.

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons situer le principe des deux écoles par rapport au problème de la prise en compte du contexte dans le domaine de l'étiquetage : ce sera l'objet de la partie A.

La seconde partie concerne particulièrement la segmentation des images. Trois modèles de segmentation sont présentés :

1- **Modèle région**, où le support de l'image est constitué des régions : l'appréhension de l'image dans ce cas s'appuie sur la perception de zones d'homogénéité. L'information contextuelle intervient sous forme de compatibilité de configurations de voisinages ou de possibilités de coexistence de classes.

2- **Modèle contour.** La représentation de l'image est basée sur une dissimilarité de zones. Les compatibilités sont liées à une notion de continuité de contour.

3 -**Modèle de coopération de processus.** Dans ce cas l'appréhension d'une image s'appuie sur la perception simultanée de zones d'homogénéité et de zones de rupture avec les régions voisines.

Le principe consiste à prendre le concept région et le concept contour dans un même environnement, en introduisant au niveau de l'étiquetage, des informations de type région et des informations de type frontière. Les relations contextuelles interviennent sous forme d'interactions inter-classe et de coexistence d'entités au sein d'une configuration d'un voisinage.

Les illustrations n'interviennent qu'en dernier chapitre. Elles sont cependant nécessaires autant pour justifier l'intérêt de la prise en compte du contexte que pour appuyer certaines propriétés souvent prévues et non démontrées (formellement).

PARTIE A

UTILISATION DU CONTEXTE POUR  
L'AMELIORATION D'ETIQUETAGE



## CHAPITRE I UTILISATION DU CONTEXTE DANS LE DOMAINE DE L'ETIQUETAGE

Reconnaître un objet dans une scène nécessite de lui associer une étiquette (ou classe) prise parmi celles qui sont supposées présentes dans la scène. L'ensemble des objets à reconnaître n'est pas quelconque, au contraire il forme un tout cohérent. De ce fait, le rôle d'un algorithme de reconnaissance de forme (ou plus précisément d'un algorithme d'étiquetage) consiste à coordonner le choix de l'étiquette affectée à un objet avec l'environnement de ce dernier.

La notion d'environnement peut être comprise sous le terme d'environnement intrinsèque (spatial) dans le support de l'image ou sous le terme d'environnement extrinsèque, faisant intervenir des caractéristiques du problème.

La notion de contexte est à la base de procédés de modélisation de l'environnement. Ainsi on peut dire que pour la reconnaissance globale d'une scène, on dispose de 2 types d'informations :

1. l'information "spécifique" intrinsèque relative à l'objet lui-même (paramètre lié à l'élément, à l'information image caractérisant le pixel dans le cas de la segmentation) ;

2. l'information extrinsèque liée au modèle du monde représentée par des contraintes sur les étiquettes exprimant le fait que les différentes classes appartiennent à un même univers. Cette deuxième source d'information traduit l'information contextuelle. Son utilisation peut intervenir de deux manières :

- faire intervenir pour la reconnaissance d'un ensemble d'objets, les deux sources d'informations simultanément. On parlera dans ce cas de décision composée. Ce modèle a été surtout développé pour la reconnaissance de caractères.

- reconnaître chaque objet séparément à l'aide des seules informations intrinsèques donc des seules observations. Faire intervenir le modèle du monde pour modifier (corriger éventuellement) ou lever des ambiguïtés. Il s'agit alors d'amélioration de l'étiquetage. C'est dans cette seconde perspective que se situent les modèles d'analyse que nous nous proposons d'étudier.

Concernant la première approche, les travaux menés ont surtout été motivés par des considérations pratiques et s'appliquent essentiellement à la reconnaissance des caractères. Un formalisme du modèle peut être trouvé dans [Chen. 1973]. Une description du problème est également donnée par Toussaint [Tou 1977].

Le principe de cette approche est le suivant :

On dispose, pour chaque objet  $a_i$ , de la loi de distribution du vecteur paramètre  $X_i$ , qu'on note par  $P(X_i/k)$ . On connaît également la probabilité conditionnelle,  $P_{i,j}(k/l)$  de l'occurrence de la classe  $l$  pour l'objet  $a_j$  sachant que l'objet  $a_i$  appartient à la classe  $k$ .

On fait l'hypothèse d'indépendance ci-dessous.

La probabilité d'observer le paramètre  $X_j$  pour l'objet  $a_j$  ne dépend que de la classe  $l$  à attribuer à l'objet en question. Une fois la classe  $k$  d'un objet  $a_i$  fixée, les probabilités des classes des différents voisins de  $a_i$  sont indépendantes l'une de l'autre.

Cette supposition est a priori arbitraire car deux voisins de  $a_i$  peuvent être eux-mêmes voisins. Toutefois si cette hypothèse est admise, la théorie de la décision composée, par application de la formule de Bayes, conduit à choisir pour l'objet  $a_j$ , la classe  $k$  qui optimise la quantité ci-dessous.

$$P(X_i/k) \cdot \prod_{a_j \text{ voisin de } a_i} \sum_l P_{i,j}(k/l) P(X_j/l)$$

La possibilité de l'utilisation du contexte se trouve limitée, étant donné que l'influence de l'étiquetage attribué à l'objet  $a_i$  ne se propage pas au delà de ses voisins immédiats.

Toujours concernant les approches développées à partir de la théorie de la décision composée, on rencontre une méthode très voisine de celle décrite ci-dessus, basée sur le modèle de Markov. Cette approche est spécialement orientée vers la reconnaissance des caractères.

On désigne par  $l_i$  l'étiquette à attribuer à l'objet  $a_i$ , et  $X_i$  le vecteur paramètre observé pour l'objet  $a_i$ .

La configuration d'étiquetage à retenir pour la scène à étiqueter est celle qui maximise la valeur :  $P(l_1 \dots l_i \dots l_n / X_1 \dots X_N)$  : la probabilité conditionnelle pour que les objets  $a_i$  appartiennent respectivement aux classes  $l_i$  ; sachant que les vecteurs paramètres observés sont respectivement  $X_1 \dots X_i \dots X_N$ .

D'après la formule de Bayes, ceci revient donc à maximiser l'expression :

$$\frac{P(X_1 \dots X_i \dots X_N / l_1 \dots l_i \dots l_N) \cdot P(l_1 \dots l_i \dots l_N)}{P(X_1 \dots X_i \dots X_N)}$$

Le dénominateur ne dépend pas des étiquettes choisies. Ceci est donc équivalent à maximiser

$$P(X_1 \dots X_N / l_1 \dots l_N) \cdot P(l_1 \dots l_i \dots l_N)$$

Prenant en compte les deux hypothèses d'indépendance données antérieurement, on peut écrire

$$P(X_1 \dots X_i \dots X_N / l_1 \dots l_i \dots l_N) = \prod_{i=1}^N P(X_i / l_i)$$

En admettant cette égalité, on est conduit à maximiser l'expression

$$P(l_1 \dots l_N) \cdot \prod_{i=1}^N P(x_i/l_i) \quad (*)$$

Les propriétés classiques des probabilités conditionnelles permettent d'écrire

$$P(l_1 \dots l_i \dots l_N) = P(l_N/l_1 \dots l_{N-1}) \cdot P(l_{N-1}/l_1 \dots l_{N-2}) \dots P(l_2/l_1) \cdot P(l_1)$$

Dans le cas où on effectue l'hypothèse selon laquelle l'étiquetage cherché est engendré par un modèle Markovien d'ordre faible, alors pour un processus d'ordre 1, on a :

$$P(l_1 \dots l_n) = P(l_1) \cdot \prod_{i=2}^n P(l_i/l_{i-1})$$

L'expression (\*) s'écrit :

$$P(l_1) \cdot \prod_{i=2}^N P(l_i/l_{i-1}) \cdot \prod_{i=1}^N P(x_i/l_i)$$

Si on note par  $P(l_1/l_0)$ , la quantité  $P(l_1)$ , l'expression ci-dessus devient :

$$\prod_{i=1}^N P(l_i/l_{i-1}) \cdot P(x_i/l_i)$$

Le passage au logarithme donne

$$\sum_{i=1}^N \text{Log } P(l_i/l_{i-1}) + \text{Log } P(x_i/l_i)$$

On rencontre, dans la littérature, des algorithmes proposant des solutions à ce problème [For. 1973]; [Tou 1973] ... .

Cependant, le fait que le modèle du monde doive répondre à une modélisation d'une chaîne de Markov, entraîne une restriction considérable. En effet, cette contrainte élimine cette méthode dès lors qu'il s'agit d'un problème de segmentation d'image.

### I.1 Définition du problème de l'étiquetage

En entrée d'un problème d'étiquetage, on dispose de deux ensembles :

$A = \{a_i\}$  ;  $i = 1 \dots N$  ; ensemble des objets ou éléments à étiqueter.

$L = \{l\}$  ;  $l = 1 \dots M$  ; ensemble des étiquettes susceptibles d'être présentes dans la scène.

L'ensemble des étiquettes est souvent appelé ensemble de classes. Dans cet exposé, on utilisera indifféremment l'une ou l'autre des terminologies.

L'étiquetage consiste à associer à chaque élément  $a_i$  de  $A$  un vecteur de dimension  $M$  dont les composantes mesurent la confiance accordée à l'assignation des différentes classes à l'objet  $a_i$ . Ces mesures sont souvent appelées poids. Diverses contraintes peuvent leur être imposées.

Généralement, ces valeurs sont interprétées comme des probabilités et sont donc définies dans l'intervalle  $[0,1]$ . On parlera dans ce cas d'étiquetage probabiliste.

Une définition formelle d'un étiquetage peut être donnée sous la forme suivante :

#### Définition 1.1

Un étiquetage est une application définie de  $A \times L$  dans  $[0,1]$ . Cette application associe à chaque couple  $(a_i, l)$  de  $A \times L$  une valeur dans  $[0,1]$ , notée  $P_i(l)$ , telle que la contrainte ci-dessous soit vérifiée.

$$\sum_{k \in L} P_i(k) = 1 \quad (1)$$

On désignera par :

-  $\bar{P}_i$  le vecteur associé à chaque objet indexé par  $i$  obtenu en concaténant les  $M$  valeurs  $P_i(k)$  ;  $k = 1 \dots M$

-  $\bar{P}$  le vecteur obtenu par concaténation des  $N$  vecteurs  $\bar{P}_i$ .

L'étiquetage sera assimilé au vecteur  $\bar{P}$  ; et on parlera de l'étiquetage  $\bar{P}_i$  pour désigner la restriction de l'étiquetage  $\bar{P}$  à l'objet  $a_i$ .

Remarque :

Si on récapitule les contraintes imposées au vecteur  $\bar{P}_i$ , on a :

(a)  $P_i(k) \in [0,1]$  pour tout élément  $a_i$  de  $\Lambda$  et toute étiquette  $k$  de  $L$

(b)  $\sum_{l \in L} P_i(l) = 1$  pour tout élément  $a_i$  de  $\Lambda$

Grâce à (a) et (b) le vecteur  $\bar{P}_i$  peut être interprété comme un vecteur de probabilités où chaque composante  $P_i(k)$  mesure la probabilité pour que l'objet  $a_i$  soit affecté à la classe  $k$ .

Définition 1.2

. soit  $\bar{P}$  un étiquetage ;  $\bar{P}$  est dit non ambigu si et seulement si :

$$\forall a_i \in \Lambda ; \exists k \in L$$

$$P_i(k) = 1 \text{ et donc } P_i(l) = 0 \quad \forall l \in L \text{ et } l \neq k$$

On dira aussi que le vecteur  $\bar{P}_i$  est un vecteur unitaire.

Soit  $K_M$ , l'ensemble des vecteurs de probabilité, de dimension  $(M-1)$  :

$$K_M = \{x : x = [x_1 \dots x_j \dots x_M]^T / \forall j=1..M, \quad 0 \leq x_j \leq 1 \text{ et } \sum_{j=1}^M x_j = 1\}$$

On désigne par  $K_M^N$  la partie de  $R^{M \times N}$ , définie par  
$$K_M^N = \{ X : X = [x_1 \dots x_N]^T \text{ tel que } x_i \in K_M \}$$

$K_{i-1}^N$  est une partie bornée d'une variété linéaire de dimension  $N \times (M-1)$ .

L'ensemble des étiquetages continus est donc assimilable à  $K_M^N$ , défini ci-dessus.

Exemple : pour  $M = 3$ , on aura :

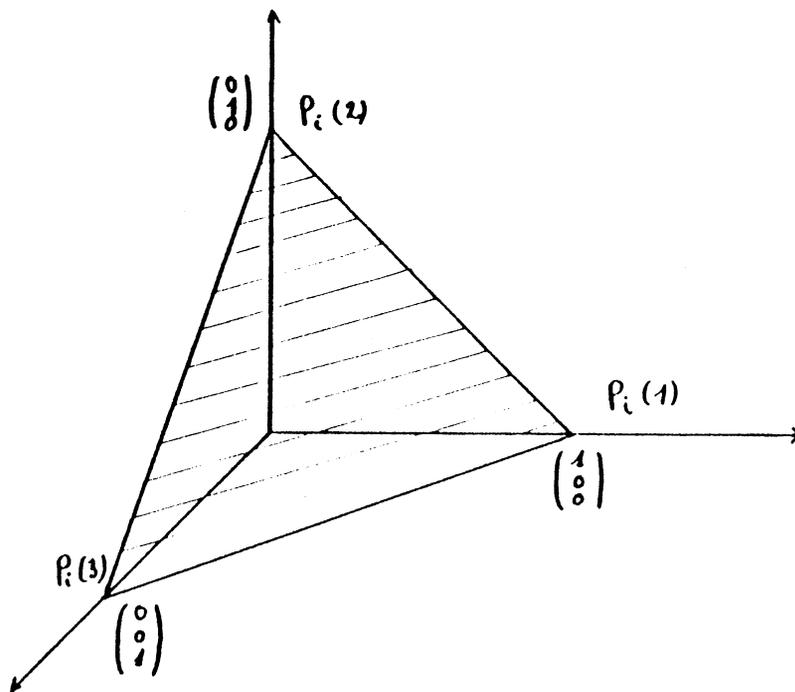


Figure 1. : espace des assignments possibles pour un objet à 3 étiquettes

## 1.2. Voisinage et relation contextuelle

L'idée de base sur laquelle reposent les méthodes qu'on se propose d'étudier est : on considère que l'affectation d'un élément  $a_i$  de  $A$  dans une classe  $k$  est influencée par l'étiquetage attribué à certains objets. On dit que ces objets sont en relation contextuelle avec l'élément  $a_i$  ; ainsi apparaît la notion de voisinage.

### Définition 1.3

Un voisinage  $v_i$ , associé à l'objet  $a_i$ , est un sous-ensemble d'objet  $a_j$  de  $A$ , tel que l'étiquetage de l'élément  $a_i$  soit corrélé (en un sens défini par rapport au modèle du monde) à l'étiquetage des unités  $a_j$  de  $v_i$ .

Soit  $G$  un graphe orienté, comportant pour sommets les éléments de  $A$ . Si  $U$  est l'ensemble des arcs  $u_{ij}$ , la présence d'un arc  $u_{ij}$  signifie que l'objet  $a_i$  est en relation contextuelle avec l'objet  $a_j$ ,  $a_j$  est dit voisin de  $a_i$ .

Dans un contexte probabiliste, la présence de l'arc  $u_{ij}$ , traduit la propriété ci-dessous :

$$\exists k, l \in L : P(a_i \in k / a_j \in l) \neq P(a_i \in k)$$

Dans ce cas de figure, le voisinage  $v_i$  de  $a_i$  est l'ensemble des éléments  $a_j$  de  $A$ , tels que qu'il existe un arc  $u_{ij}$  reliant  $a_i$  et  $a_j$ .

Dans le cas d'une image, où  $A$  est l'ensemble des points-image, le voisinage  $v_i$  peut être défini dans un sens topologique à partir d'une distance  $D$  [Chass. 1984].

Le voisinage  $v_i$  d'un point  $a_i$  au sens de la distance  $D$  est défini comme l'ensemble des points  $a_j$  tels que  $D(a_i, a_j) \leq C$  où  $C$  est une constante donnée.

Exemple :

$D_1 : v_{i1} = a_j ; \|a_i, a_j\|_1 \leq 1$  où  $\| \|_1$  désigne la norme euclidienne.

$D_\infty : v_{i\infty} = a_j ; \|a_i, a_j\|_\infty \leq 1$  où  $\| \|_\infty$  est la norme sup

voisinage  $v_{i1}$

x  
x x x  
x

voisinage  $v_{i\infty}$

x x x  
x x x  
x x x

Remarque :

Il n'est pas obligatoire de supposer l'isotropie des voisinages. A chaque élément  $a_i$  pour chaque étiquette  $k$ , est associé un ensemble  $v_i(k)$  d'objets  $a_j$  qui sont en relation avec  $a_i$  pour l'étiquette  $k$ . Dans ce cas, le voisinage est défini pour le couple : (objet-étiquette).

Ce cas est très rare et n'est pratiquement pas utilisé.



## CHAPITRE II

### RELAXATION PROBABILISTE : Etude de méthodes

Dans le domaine de l'étiquetage, la "Relaxation Probabiliste" désigne une classe d'opérateurs qui utilisent l'information contextuelle locale pour réduire les ambiguïtés (ou éventuellement corriger des erreurs) d'étiquetages.

Cette catégorie d'opérateurs tient son nom de son analogie formelle avec la méthode numérique classique : "la relaxation".

Depuis quelques années la Relaxation Probabiliste est devenue l'une des méthodes les plus connues. En effet, depuis le premier article de Rosenfeld [Rosenf. 1976] de nombreux chercheurs se sont intéressés à cette méthode et plusieurs communications et publications lui ont été consacrées.

Le principe étant de partir d'un étiquetage initial  $\bar{P}^0$  réalisé hors contexte, et de faire évoluer l'étiquetage de manière :

- itérative
- parallèle

en tenant compte pour chaque élément  $a_i$  de l'ensemble  $A$ , de l'influence de son voisinage  $V_i$ . Certaines de ces méthodes seront exposées dans ce mémoire.

#### II.1 Approche de Rosenfeld (Rosenf. 1976)

L'amélioration de l'étiquetage consiste à coordonner le choix des étiquettes pour les différents objets  $a_i$  de l'ensemble  $A$ . La notion de contexte est à la base du traitement.

Le contexte - ou le modèle du monde - apparaît sous la forme de coefficients associant deux couples "objet-étiquette". :  $(a_i, k)$  ;  $(a_j, l)$  où  $a_j$  est voisin de  $a_i$  au sens de  $v_i$ . Un tel coefficient quantifie l'influence de l'affectation de l'objet  $a_i$  à la classe  $k$  ; on le note par  $r_{ij}(k,l)$ .

Dans la terminologie "classique"  $r_{ij}(k,l)$  est appelé coefficient de compatibilité de l'affectation de l'objet  $a_i$  à la classe  $k$  avec l'affectation de l'objet  $a_j$  à la classe  $l$ . On rappelle que  $a_j$  est en relation contextuelle avec  $a_i$  (au sens de  $v_i$ ).

Les coefficients  $r_{ij}$  vérifient les propriétés ci-dessous :

- a)  $\forall a_i, a_j \in \Lambda \quad \forall k, l \in L \quad r_{ij}(k,l) \in [-1,1]$
- b)  $r_{ij}(k,l) < 0$  correspond au fait que l'étiquette  $l$  pour l'objet  $a_j$  est incompatible avec l'étiquette  $k$  pour l'objet  $a_i$ .
- c)  $r_{ij}(k,l) > 0$  traduit une compatibilité entre l'affectation de l'étiquette  $l$  à l'objet  $a_j$  et l'affectation de l'étiquette  $k$  à l'objet  $a_i$ .
- d) dans le cas où  $r_{ij}(k,l)$  est nul, l'affectation de l'objet  $a_j$  dans la classe  $l$  n'influe pas sur l'affectation de  $a_i$  dans la classe  $k$ . On est dans un cas d'indépendance.

Remarque :

Le module de  $r_{ij}(k,l)$  mesure le degré d'influence de la configuration  $(a_j, l)$  sur la configuration  $(a_i, k)$  (ie :  $r_{ij}(k,l) = 1$  correspond à une parfaite compatibilité et  $r_{ij}(k,l) = -1$  correspond à une incompatibilité totale.

Les  $r_{ij}(k,l)$  représentent l'information contextuelle. On peut les obtenir soit à partir d'une connaissance a priori du modèle du monde soit à partir d'une estimation statistique sur des données "terrains". Certes, le problème de leur détermination est crucial. On ne se préoccupe pas de ce problème, pour l'instant, et on suppose dans ce qui suit que les valeurs  $r_{ij}(k,l)$  sont données par pré-affectation.

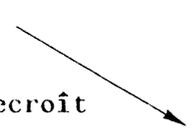
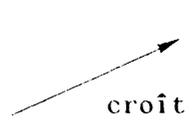
Soit  $\bar{P}^0$  l'étiquetage initial, réalisé hors contexte, par la normalisation de la sortie d'un classificateur, supposons connu l'étiquetage  $\bar{P}^n$  à l'étape n. Dans le cadre de l'approche proposée par Rosenfeld, l'influence du contexte se manifeste de la façon suivante :

Etant donné un objet  $a_j$ , voisin de  $a_i$  :

a) une forte valeur de probabilité  $P_j(1)$ , associée à une forte valeur de compatibilité  $r_{ij}(k,1)$  (ie :  $r_{ij}(k,1) \simeq 1$ ) renforce l'étiquette k pour l'objet  $a_i$ .

b) au contraire, une forte valeur de probabilité  $P_j(1)$  associée à un coefficient  $r_{ij}(k,1)$  "fortement négatif" (ie :  $r_{ij}(k,1) \simeq -1$ ) doit défavoriser l'étiquette k pour l'objet  $a_i$  et donc pénaliser la valeur  $P_i(k)$ .

Dans les autres cas, l'influence est négligeable. Ceci se résume par le schéma ci-après :

$ r_{ij}(k,1) $	$r_{ij}(k,1) \simeq -1$	$r_{ij}(k,1) \simeq 0$	$r_{ij}(k,1) \simeq 1$
$ P_j(1) $			
forte	 décroît sensiblement	négligeable	 croît sensiblement
faible	négligeable	négligeable	négligeable

**Figure 2.** : Représentation de l'influence du coefficient de compatibilité  $r_{ij}(k,1)$  et de la valeur de probabilité  $p_j(1)$  sur la valeur de probabilité  $P_i(k)$ .

L'une des expressions connues vérifiant les propriétés représentées dans le tableau ci-dessus (fig. 2) est le produit classique :

$$P_j(l) \cdot r_{ij}(k,l)$$

Dans ce cas, l'influence de l'étiquetage  $\bar{P}_j$ , attribué à l'objet  $a_j$  ( $a_j \in v_i$ ) sur l'affectation de l'objet  $a_i$  dans la classe  $k$ , peut s'exprimer sous la forme :

$$\sum_{l \in L} P_j(l) \cdot r_{ij}(k,l) \quad (1)$$

On définit, pour l'objet  $a_i$ , un vecteur  $\bar{Q}_i$ , appelé vecteur de compatibilité dont chaque composante  $Q_i(k)$  fournit une mesure de la fiabilité de l'affectation de l'objet  $a_i$  dans la classe  $k$ , étant donné la configuration de l'étiquetage du voisinage  $v_i$  de cet objet  $a_i$ . Une méthode simple pour combiner l'influence des différents objets du voisinage, est la combinaison linéaire suivante :

$$Q_i(k) = \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} \sum_{l \in L} r_{ij}(k,l) P_j(l) \quad (2)$$

où  $d_{ij}$  représente un tableau de coefficients permettant de pondérer les différents éléments  $a_j$  qui sont en relation (au sens de  $v_i$ ) avec l'objet  $a_i$  et vérifie :

$$\forall a_i \in \Lambda \quad \forall a_j \in v_i \quad d_{ij} \in [0,1] \quad (a)$$

$$\forall a_i \in \Lambda \quad \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} = 1 \quad (b)$$

### II.1.1. Algorithme de Rosenfeld

En tenant compte de (2), et en supposant connu le vecteur étiquetage obtenu à l'étape  $n$  noté  $\bar{P}^{(n)}$ , on construit le processus itératif d'étiquetage ci-dessous :

$$\forall a_i \in A, \forall k \in L$$

on pose

$$Q_i^{(n)}(k) = \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} \sum_{l \in L} r_{ij}(k,l) P_j^{(n)}(l) \quad (3)$$

on rappelle que les coefficients  $d_{ij}$  vérifient les propriétés (a) et (b) ci-dessus. Ceci permet à la valeur  $Q_i^{(n)}(k)$  d'être comprise dans l'intervalle  $[-1,1]$ .

En effet :

$$Q_i^{(n)}(k) = \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} \sum_{l \in L} r_{ij}(k,l) P_j^{(n)}(l)$$

on sait que  $r_{ij}(k,l) \in [-1,1]$

$$|Q_i^{(n)}(k)| \leq \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} \cdot \sum_{l \in L} |r_{ij}(k,l) P_j^{(n)}(l)|$$

$$|Q_i^{(n)}(k)| \leq \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} \sum_{l \in L} |P_j^{(n)}(l)| = \sum_{a_j \in v_i} d_{ij} = 1$$

donc  $|Q_i^{(n)}(k)| \leq 1$

Le vecteur de compatibilité  $\bar{Q}_i = [Q_i^{(n)}(1) \dots Q_i^{(n)}(M)]^T$ , est donc une mesure de l'influence du contexte sur l'étiquetage de l'objet  $a_i$ . Il indique le sens dans lequel on doit faire varier le vecteur de probabilité  $\bar{P}^{(n)}$  à l'étape  $n$ , pour que l'étiquetage de l'objet  $a_i$  soit compatible avec celui de son voisinage.

Une valeur négative de  $Q_i^{(n)}(k)$  signifie que l'attribution de l'étiquette  $k$ , pour l'objet  $a_i$ , est "incohérente" avec l'étiquetage du voisinage et que par conséquent, il faut diminuer la quantité  $P_i^{(n)}(k)$  à l'itération suivante. Dans le cas contraire, la valeur  $P_i^{(n)}(k)$  doit être renforcée. Ceci conduit à définir l'expression suivante :

$$P_i^{(n+1)}(k) = \frac{P_i^{(n)}(k) \cdot [1 + Q_i^{(n)}(k)]}{D_i^{(n)}} \quad (4)$$

$D_i^{(n)}$  est un facteur de normalisation permettant d'assurer au vecteur  $P_i^{(n+1)}$  les contraintes d'un vecteur de probabilités

$$D_i^{(n)} = \sum_{k_1 \in L} P_i^{(n)}(k_1) \cdot [1 + Q_i^{(n)}(k_1)] \quad (5)$$

Il est facile de vérifier que le vecteur  $P_i^{(n+1)}$  est un vecteur de probabilité. Il suffit pour cela de rappeler que la valeur  $Q_i^{(n)}(k)$  appartient à  $[-1, 1]$

### II.1.3. Convergences et points fixes

Etant la première méthode imposant des restrictions acceptables sur le modèle du monde, l'approche proposée par Rosenfeld et exposée ci-dessus, a suscité l'intérêt de plusieurs équipes de recherche en reconnaissance de formes. Ce sont d'abord des considérations pratiques qui ont motivé cet intérêt. En effet, son application à des domaines divers a donné des résultats encourageants [Zuc. 1977, 1979]; [Kit. 1980]; [Pel. 1978-2, 1979-1]; [Bru. 1977]; [Ekl. 1979]; [Dav. 1976] etc ...

L'étude théorique est venue plus tard et n'a pas donné beaucoup de satisfaction.

Une des raisons majeures est la complexité de l'expression (4). En effet, partant d'un étiquetage initial quelconque, il n'est pas toujours

possible - sauf dans des cas particuliers - de prédire le comportement de l'algorithme.

De façon informelle, compte tenu des idées principales de départ qui ont motivé la modélisation de l'approche, on peut dire qu'à l'itération  $(n+1)$ , le vecteur  $\bar{p}_i^{(n+1)}$  est obtenu en renforçant les étiquettes pour lesquelles le contexte est favorable.

Intuitivement, le vecteur  $\bar{p}_i^{(n+1)}$ , obtenu à l'étape  $(n+1)$  est censé être plus "consistant" qu'à l'étape  $n$ , compte tenu de son contexte à l'étape  $(n+1)$ .

De façon formelle, les travaux concernant ce problème se limitent à des cas particuliers. On signale à ce propos le résultat de convergence publié par Zucker et Col. [Zuc. 1981] ci-dessous.

Propriété :

Si pour tout objet  $a_i$ , l'étiquette, correspondant à la composante de plus forte valeur, est la même, de l'étape  $n$  et à l'étape  $(n+1)$ , alors la suite  $(\bar{p}^{(n)})$  converge vers l'étiquetage qui associe à chacune de ces étiquettes la valuation 1.

Ce résultat a une portée théorique limitée, puisque les auteurs montrent eux-mêmes qu'il ne peut être réalisé que dans des cas particuliers. Il présente cependant un intérêt pratique. En effet, dès que les conditions mentionnées dans la propriété sont vérifiées alors l'étiquetage final est connu et ceci permet d'arrêter les itérations sur la suite  $(\bar{p}^{(n)})$ . En dehors des cas particuliers, il est difficile de parler de convergence du processus de relaxation.

Dans ce mémoire, on se limitera également à des cas particuliers.

Dans ce qui précède, on a pu donc voir que, dans certains cas, il est possible de prouver la convergence de la suite  $(\bar{p}^{(n)})$  définie ci-dessus. D'autre part, il est certain qu'il existe des points fixes, entre autres les étiquetages non ambigus et ils ne sont pas les seuls .

On souligne toutefois, mais de façon tout à fait informelle, qu'aussi bien dans les divers cas d'applications rencontrés dans la littérature consacrée à ce sujet, que dans les expériences qui ont été réalisées dans le cadre de cette thèse, en pratique le problème de la convergence du processus ne se pose pas. Il serait instructif de voir jusqu'à quel point un étiquetage final, donné par les itérés de la relation (4), peut être considéré comme une bonne solution au sens de la reconnaissance des formes.

Le problème qui se pose dans la pratique est essentiellement celui de la rapidité de la progression du processus. Un grand nombre d'itérations est parfois nécessaire. Le problème est d'autant plus crucial que l'ensemble des objets à étiqueter est grand et difficile à segmenter. C'est le cas des images mal contrastées pour lesquelles l'ensemble de départ est trop flou. Le coût en temps et en calcul de l'opération, dans de tels cas, devient prohibitif.

Pour résoudre ce problème, Zucker propose de modifier l'expression (4) [Zuc. 1978].

En posant :

$$p_i^{(n+1)}(k) = \frac{[p_i^{(n)}(k) \quad |1+Q_i^{(n)}(k)|]^\alpha}{\sum_{l \in L} [p_i^{(n)}(l) \quad |1+Q_i^{(n)}(l)|]^\alpha} \quad (6)$$

Avec  $\alpha \in \mathbb{N}$  ;  $\alpha > 1$ , il est possible de montrer que l'expression (6) conserve les mêmes propriétés de convergence que (4). En revanche, dans le cas d'existence d'un point fixe, celui-ci est atteint plus rapidement.

Il faut souligner, à ce niveau, que théoriquement, rien ne garantit que ce point fixe (s'il est atteint) soit le même en utilisant (4) ou (6). D'autre part, la convergence risque d'être accélérée au détriment de la qualité des résultats.

Sur le plan expérimental, l'application de l'algorithme dans divers domaines a donné des résultats très encourageants. On rencontre par exemple :

- amélioration d'images [LEV.1977, DAV.1978-1, PEL.1978-1] ;
- segmentation de courbe [ DAV.1977 ] ;
- reconnaissance de l'écriture [HAY.1979] ;
- reconnaissance de caractère [YAM.1982] ;
- classification d'images multispectrales [EKL.1980] ;
- détection de signaux [VEL.1979] .

Cette liste donnée à titre indicatif n'a rien d'exhaustif ; d'autres travaux ont été publiés [ ZUC. 1977-1979 ; KIT. 1980 ; PEL. 1978-2, 1979-1 ] etc ...

Le nombre et la diversification des travaux cités ci-dessus montrent une fois de plus l'intérêt d'une telle méthode.

Cependant, en dehors du problème de la convergence, d'autres aspects théoriques ne sont pas totalement satisfaisants.

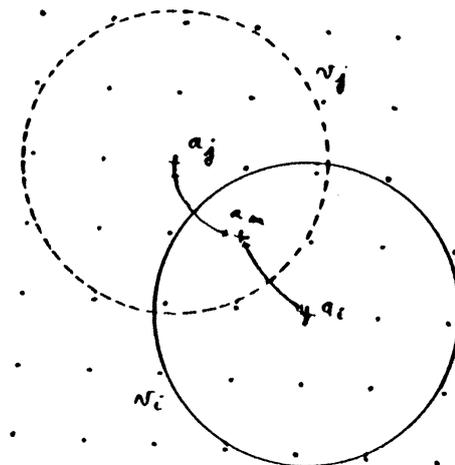
En effet, une des caractéristiques de l'algorithme de Rosenfeld concerne sa règle de mise à jour. Cette expression repose sur un modèle probabiliste de la scène à analyser. La définition du processus est essentiellement liée à celle du vecteur de compatibilité qui est fondé sur des considérations probabilistes qui ne sont pas tout à fait justifiées en ce sens que l'expression (4) elle même, ne peut être interprétée comme une estimation de probabilité. Afin que l'orientation probabiliste de l'utilisation de ce modèle soit justifiée, notamment lors de la définition des règles de mise à jour, différentes formulations ont été proposées

## II.2. Approche de Zucker et col. [ Zuc. 78 ]

On rappelle que dans le modèle de Rosenfeld, les coefficients de compatibilités ont des valeurs comprises entre (-1) et 1.

Dans un contexte probabiliste, ou plutôt statistique, ces coefficients expriment - de manière générale - une corrélation entre les différentes classes supposées présentes dans la scène.

En conservant le même schéma que Rosenfeld, Zucker et col. ; [ Zuc. 1978 ] , proposent d'interpréter les coefficients de compatibilité comme des probabilités conditionnelles.



Etant donné un objet  $a_i$  de l'ensemble  $\Lambda$ , pour chaque élément  $a_j$  en relation avec  $a_i$  au sens de  $v_i$ , la quantité notée ci-dessus  $r_{ij}(k,l)$  mesure la probabilité conditionnelle (à priori) pour que l'objet  $a_i$  soit affecté à la classe  $k$  sachant que son voisin  $a_j$  est affecté à la classe  $l$ .

Pour une comodité de notation, et pour pouvoir distinguer les coefficients de compatibilité définis au sens de Rosenfeld, de ceux définis au sens de Zucker, on note ces derniers par  $P_{ij}(k/l)$ .

ainsi on peut écrire :

$$P_{ij}(k/l) = \text{Prob} (a_i \in k / a_j \in l)$$

Il est évident que les valeurs  $P_{ij}(k/l)$  doivent vérifier les contraintes suivantes :

$$a) \forall a_i, a_j \in A \quad \forall k, l \in L \quad P_{ij}(k,l) \in [0,1]$$

$$b) \forall a_i \in A, \forall k \in L, \forall l \in L \quad \sum_{a_j \in v_i} P_{ij}(k,l) = 1$$

### II.2.1. Règle de mise à jour

Supposons connu l'étiquetage  $\bar{P}_i^n$  à l'étape n. En conservant les mêmes notations que précédemment, on note par  $\bar{Q}_i^{(n)}$  le vecteur de correction (ou de compatibilité) dont les composantes  $Q_i^{(n)}(k)$  sont calculées selon l'expression.

$$Q_i^{(n)}(k) = \prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(k) \quad (7)$$

où  $q_{ij}^{(n)}(k)$ , désignant l'influence de l'étiquetage attribué à l'objet  $a_j$  voisin de  $a_i$ , est donné par :

$$q_{ij}^{(n)}(k) = \sum_{l \in L} P_j^{(n)}(l) P_{ij}(k/l) \quad (8)$$

Si  $P_i^{(n+1)}(k)$  désigne "l'estimation" de probabilité pour l'objet  $a_i$  d'être affecté à la classe k à l'étape n, on pose :

$$P_i^{(n+1)}(k) = \frac{P_i^{(n)}(k) \cdot Q_i^{(n)}(k)}{\sum_{m \in L} P_i^{(n)}(m) \cdot Q_i^{(n)}(m)} \quad (9)$$

On remarque que les expressions définies en (4) et (9) sont très voisines. Elles sont toutes les deux inspirées des méthodes numériques classiques telles "la relaxation".

La différence réside dans la règle de composition de l'influence des différents voisins de  $a_i$  qui, dans le cadre de la règle de mise à jour de Zucker, s'exprime sous la forme de produit. En outre, les coefficients de compatibilités sont interprétés comme des probabilités conditionnelles. Une telle conception du problème se prête mieux à une interprétation probabiliste. Le désavantage de cette description est que la procédure de mise à jour s'avère particulièrement sensible à la présence d'incompatibilités locales (ie :  $q_{ij}^{(n)}(k) = 0$ ).

Ceci est à rapprocher de la méthode proposée par Peleg, qui est définie dans un contexte "plus probabiliste".

### II.3. Approche de Peleg [Pel. 1980]

L'idée est de partir, pour chaque élément  $a$  appartenant à l'ensemble  $\Lambda$ , d'un étiquetage  $\bar{P}^{(a)}$  dont la composante  $\bar{P}^{(a)}(k)$  désigne la probabilité, à priori, pour l'objet  $a$  d'être affecté à la classe  $k$ .

Cet étiquetage réalisé hors contexte peut être obtenu à partir de la normalisation de la sortie d'un classificateur, ou calculé comme la similarité entre l'objet considéré et le concept représenté par chaque classe présente dans la scène. Il est évident qu'une normalisation s'impose dans ce cas, pour permettre au vecteur  $\bar{P}^{(a)}$  d'être un vecteur de probabilité.

Le schéma proposé par Peleg est de considérer, qu'à chaque étape  $(n+1)$ , l'évaluation de la quantité  $P_i^{(n+1)}(k)$  est une estimation de la probabilité pour l'objet  $a_i$  d'avoir l'étiquette  $k$ , compte tenu de l'étiquetage  $\bar{P}_i^{(n)}$  dont on dispose à l'étape  $n$ .

Ce modèle s'appuie sur les 2 faits suivants :

1.  $P_i(k) = P(a_i \in k/\bar{P}_i)$   
 où  $P_i(k)$  désigne la probabilité pour l'objet  $a_i$  d'être affecté à la classe  $k$   
 et où  $P(a_i \in k/\bar{P}_i)$  représente la probabilité pour l'objet  $a_i$  d'avoir l'étiquette  $k$ , sachant que l'étiquetage global est  $\bar{P}_i$ .
2. de plus, il est supposé que  $\bar{P}_i$  est associé à un évènement probabiliste dont la loi de probabilité, donnée par le vecteur de composante  $P(\bar{P}_i/k)$ , sera connue dès lors où l'affectation de l'élément  $a_i$  est réalisée.

Pour un élément  $a_j$  en relation avec l'objet  $a_i$  au sens de  $v_i$ , on considère la quantité  $P(\bar{P}_i, \bar{P}_j / k, l)$  représentant la probabilité jointe d'observer simultanément l'étiquetage  $\bar{P}_i$  pour l'objet  $a_i$  et l'étiquetage  $\bar{P}_j$  pour l'objet  $a_j$ . Sachant que les étiquettes retenues pour les deux objets  $a_i$  et  $a_j$  sont respectivement  $k$  et  $l$ , Peleg fait l'hypothèse d'indépendance fondamentale ci-dessous :

$$P(\bar{P}_i, \bar{P}_j / k, l) = P(\bar{P}_i / k) \cdot P(\bar{P}_j / l) \quad (10)$$

Moyennant cette hypothèse, on a la propriété ci-dessous :

$$P(k, l / \bar{P}_i, \bar{P}_j) = \frac{P(k / \bar{P}_i) \cdot P(l / \bar{P}_j) \cdot P(\bar{P}_i) \cdot P(\bar{P}_j)}{P(k) \cdot P(l) \cdot P(\bar{P}_i, \bar{P}_j)}$$

ce qui représente la probabilité jointe d'avoir simultanément les étiquettes  $k$  et  $l$  pour les objets  $a_i$  et  $a_j$ , sachant que les étiquetages observés pour  $a_i$  et  $a_j$  sont respectivement  $\bar{P}_i$  et  $\bar{P}_j$

on note  $P_{ij}(k, l) = P(k, l / \bar{P}_i, \bar{P}_j)$

D'après l'égalité (10), on a

$$P_{ij}(k,1) = P_i(k)P_j(1) \cdot \frac{P(k,1) \cdot P(\bar{P}_i) \cdot P(\bar{P}_j)}{P(k) \cdot P(1) \cdot P(\bar{P}_i, \bar{P}_j)} \quad (11)$$

On note par

$$R_{ij}(k,1) = \frac{P(k,1)}{P(1) \cdot P(k) \cdot P(\bar{P}_i, \bar{P}_j)} \quad (12)$$

Les propriétés des lois marginales permettent d'écrire

$$\sum_{l \in L} P_{ij}(k,l) = P(k/P_i, P_j) = P_{ij}(k) \quad (13)$$

$$\sum_{k \in L} \sum_{l \in L} P_{ij}(k,l) = 1 \quad (14)$$

Compte tenu de (13) et (14) on a

$$P_{ij}(k) = \frac{\sum_{l \in L} P_{ij}(k,l)}{\sum_{r,s \in L} P_{ij}(r,s)}$$

$$P_{ij}(k) = \frac{\sum_{l \in L} P_i(k) P_j(1) R_{ij}(k,1)}{\sum_{r,s \in L} P_i(r) P_j(s) R_{ij}(r,s)} \quad (15)$$

$P_{ij}(k)$  représente la probabilité d'avoir l'étiquette  $k$  pour l'objet  $a_i$ , sachant que les étiquetages retenus pour  $a_i$  et  $a_j$  sont respectivement  $\bar{P}_i$  et  $\bar{P}_j$ .

### II.3.1. Règle de mise à jour

Si on suppose qu'à l'étape  $n$ , on dispose pour chaque élément  $a_i$  de l'ensemble  $A$  du vecteur de probabilité  $\bar{P}_i^{(n)}$ , à l'étape  $(n+1)$  on peut écrire, compte tenu de (15)

$$P_{ij}^{(n+1)}(k) = \frac{\sum_{l \in L} P_i^{(n)}(k) P_j^{(n)}(l) R_{ij}(k,l)}{\sum_{r,s \in L} P_i^{(n)}(r) P_j^{(n)}(s) R_{ij}(r,s)} \quad (16)$$

$$\text{Si on pose } q_{ij}^{(n)}(k) = \sum_{l \in L} P_j^{(n)}(l) R_{ij}(k,l) \quad (17)$$

alors

$$P_{ij}^{(n+1)}(k) = \frac{P_i^{(n)}(k) \cdot q_{ij}^{(n)}(k)}{\sum_{l \in L} P_i^{(n)}(l) q_{ij}^{(n)}(l)} \quad (18)$$

Ainsi l'expression (18) donne l'estimation de la probabilité d'affecter l'objet  $a_i$  à la classe  $k$  ; sachant qu'à l'étape  $n$  les étiquetages observés pour  $a_i$  et son voisin  $a_j$  sont respectivement  $\bar{P}_i^{(n)}$  et  $\bar{P}_j^{(n)}$ .

En faisant intervenir tous les objets qui sont en relation avec  $a_i$ , en tenant compte de l'étiquetage retenu pour chacun de ces objets, l'expression (18) devient :

$$P_i^{(n+1)}(k) = P_i^{(n)}(k) \cdot \frac{\prod_{j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(k)}{\sum_{l \in L} P_i^{(n)}(l) \cdot \prod_{j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(l)}$$

$$\text{avec } q_{ij}^{(n)}(k) = \sum_{s \in L} P_i^{(n)}(s) R_{ij}(k, s)$$

On a déjà souligné le fait que les coefficients de compatibilité  $R_{ij}(k, l)$  sont indépendants du vecteur  $P_i^{(n)}$ , et peuvent donc être fixés à l'initialisation.

### II.3.2. Convergence et points fixes

L'algorithme proposé par Peleg est un opérateur continu, défini de l'ensemble  $[0, 1]^{NXM}$  dans lui même. Or  $[0, 1]^{NXM}$  est un compact, convexe, il est donc certain que l'opérateur défini ci-dessus admet des points fixes.

Vu la complexité de l'expression (19), il est difficile de caractériser l'ensemble des points fixes dans le cas général. Toutefois, on signale que le résultat établi par Zucker [Zuc. 1981] énoncé antérieurement reste valable. Autrement les résultats obtenus sont liés à des conditions particulières et sont peu susceptibles de généralisation.

#### Proposition [Pel.1981]

Si à l'étape  $n$ , pour un objet  $a_i$  de l'ensemble  $A$ , le vecteur de probabilité  $P_i^{(n)}$  vérifie les conditions ci-dessous :

a) il existe une étiquette  $k$  pour laquelle on a

$$P_i^{(n)}(k) = 1 \text{ et } P_i^{(n)}(l) = 0 \text{ pour } l \neq k$$

b) pour tout élément  $a_j$  de  $v_i$  (où  $v_i$  est le voisinage associé à  $a_i$ ) ;  
 il existe une étiquette  $s$  pour laquelle on a  $P^{(n)}(s) R_{ij}(k,s) \neq 0$ .

alors  $P_i^{(n)} = P_i^{(n+1)}$ .

Démonstration :

La démonstration de cette proposition est triviale. En effet, soit  $h$  une étiquette quelconque prise dans l'ensemble  $L$  alors, pour un objet  $a_i$  de  $A$ , on considère la probabilité  $P_i^{(n+1)}(h)$ . On a :

$$P_i^{(n+1)}(h) = P_i^{(n)}(h) \cdot \frac{\prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(h)}{\sum_{l \in L} P_i^{(n)}(l) \cdot \prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(l)}$$

$k$  étant l'étiquette pour laquelle les deux conditions a) et b) sont satisfaites on a :

$$\begin{aligned} \sum_{l \in L} P_i^{(n)}(l) \cdot \prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(l) &= P_i^{(n)}(k) \cdot \prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(k) \\ &= \prod_{a_j \in v_i} q_{ij}^{(n)}(k) \end{aligned}$$

$$P_i^{(n+1)}(k) = 1$$

$$P_i^{(n+1)}(h) = 0 \quad \text{pour } h \neq k$$

$$\text{d'où } \bar{P}^{(n)} = \bar{P}^{(n+1)}$$

Remarque 1 :

Si en plus, cette propriété est vérifiée pour tout élément  $a_i$  de  $A$ , alors la suite  $(\bar{P}^{(n)})$  vérifie  $\bar{p}^{(n)} = \bar{p}^{(n+1)}$ . L'étiquetage non ambigu est donc un point fixe dans ce cas.

Remarque 2 :

La condition b) assure au dénominateur d'être non nul, donc à l'expression de  $P_i^{(n+1)}(k)$  d'être définie.

Sur le plan pratique, cette condition est supposée vérifiée, sinon cela traduit le fait que l'étiquetage de départ assigné à l'objet  $a_i$  est incompatible avec le contexte local. Or le but d'un opérateur de relaxation est d'améliorer un étiquetage : lever des ambiguïtés ou corriger quelques erreurs éventuelles. Par conséquent, ceci suppose que l'étiquetage de départ est déjà relativement satisfaisant.

**II.4. Extension au cas d'un sous-voisinage comportant plus d'un objet**

Dans ce qui précède, on a supposé, systématiquement, que le voisinage  $V_i$  se décompose en sous-voisinages comportant un seul objet. De plus, deux sous-voisinages d'un même objet sont indépendants entre eux.

Lorsque le sous-voisinage comporte plus d'un objet, l'expression du vecteur compatibilité sous forme d'une combinaison linéaire des étiquetages attribués aux objets des voisinages est moins immédiate.

De toute façon, il est prohibitif de considérer des sous-voisinages comportant plus de deux éléments, et ceci d'une part en raison du nombre de configuration de voisinage à considérer et d'autre part en raison de la validité des hypothèses à vérifier. Pour ces 2 raisons on se limite au cas où le sous-voisinage admet deux objets  $a_{j1}$  et  $a_{j2}$ .

On définit un vecteur support  $\bar{Q}_{ij1j2}$ , vecteur de compatibilité, qui fournit la fiabilité de l'affectation de l'objet  $a_i$  en fonction du sous-voisinage, représenté par  $a_{j1}$  et  $a_{j2}$ , associé à l'objet  $a_i$ .

Là encore, on suppose qu'il est possible de prédire la valuation de l'étiquette  $k$ , pour l'objet  $a_i$  sachant que les deux éléments  $a_{j1}$  et  $a_{j2}$  ont respectivement l'étiquette  $l_1$  et l'étiquette  $l_2$ .

Par analogie avec un sous-voisinage restreint à un objet, on est amené à considérer la quantité  $r_{ij_1j_2}(k, l_1, l_2)$  qui mesure la compatibilité de l'attribution de l'étiquette  $k$  à l'objet  $a_i$  sachant que l'objet  $a_{j_1}$  est affecté à l'étiquette  $l_1$  et l'objet  $a_{j_2}$  est affecté à l'étiquette  $l_2$ .

on pose

$$Q_{ij_1j_2}(k) = \sum_{l_1 \in L} \sum_{l_2 \in L} r_{ij_1j_2}(k, l_1, l_2) P_{j_1j_2}(l_1, l_2) \quad (20)$$

où  $P_{j_1j_2}(l_1, l_2)$  mesure la confiance dans l'assignation de l'étiquette  $l_1$  pour l'objet  $a_{j_1}$  et l'étiquette  $l_2$  pour l'objet  $a_{j_2}$ .

Dans une interprétation probabiliste  $P_{j_1j_2}(l_1, l_2)$  représente la probabilité conjointe d'avoir l'étiquette  $l_1$  pour l'objet  $a_{j_1}$  et l'étiquette  $l_2$  pour l'objet  $a_{j_2}$ .

Le problème qui se pose dans ce cas, est qu'il n'est pas possible de déterminer cette valeur à partir des seules estimations de probabilité d'obtention respective de l'étiquette  $l_1$  pour l'objet  $a_{j_1}$  et de l'étiquette  $l_2$  pour l'objet  $a_{j_2}$  c'est-à-dire les valeurs  $P_{j_1}(l_1)$  et  $P_{j_2}(l_2)$ . La seule estimation qu'on puisse faire est la suivante :

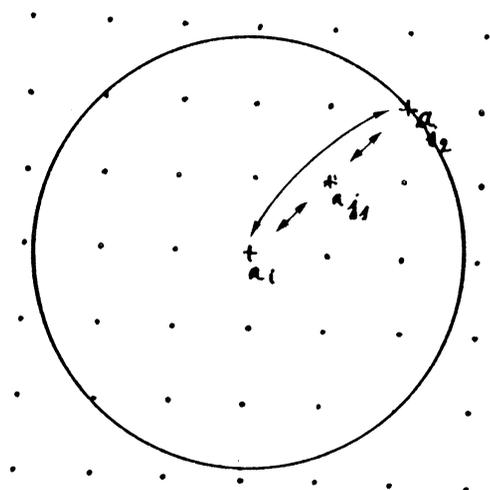
$$P_{j_1j_2}(l_1, l_2) = P_{j_1}(l_1) \cdot P_{j_2}(l_2) \quad (21)$$

Il faut noter la limite de la validité de cette expression. En effet, cette estimation suppose l'indépendance, dans le contexte considéré, des événements suivants :

( $a_{j_1}$  est affecté à la classe  $l_1$ ) et ( $a_{j_2}$  est affecté à la classe  $l_2$ )

Cette hypothèse n'est pas tout à fait justifiée et parfois même contradictoire avec le modèle du monde considéré.

En effet, si on prend l'exemple d'une image. Dans ce cas, les objets sont des points images ou pixels (fig. 3).



**Figure 3. : Exemple d'une image :**  
cas où le sous-voisinage comporte plus d'un objet.

Etant donné un point  $a_i$ , le voisinage  $V_i$  est défini comme étant l'ensemble des points intérieurs au cercle représenté ci-contre.

Le point  $a_i$  admet en particulier comme sous voisinage les deux points  $a_{j1}$  et  $a_{j2}$ .

D'après cette définition du voisinage, on peut remarquer que le pixel  $a_{j1}$  admet  $a_{j2}$  comme voisin ; donc lorsqu'on traite  $a_i$  dans cette configuration de voisinage, il est incorrect de supposer, dans ces conditions, l'indépendance de la répartition

des 2 objets  $a_{j1}$  et  $a_{j2}$  respectivement dans les classes  $l_1$  et  $l_2$ , alors que l'étiquetage de  $a_{j1}$  sera évalué en fonction de celui de  $a_{j2}$ .

Toutefois si on admet la validité de l'hypothèse ci-dessus on peut écrire :

$$Q_{ij1j2}(k) = \sum_{l_1 \in L} \sum_{l_2 \in L} r_{ij1j2}(k, l_1, l_2) P_{j1}(l_1) P_{j2}(l_2) \quad (22)$$

L'expression ci-dessus donne l'estimation des composantes du vecteur de compatibilité. En tenant compte de toutes les prédictions fournies par les différents sous-voisinages, l'expression (6) se généralise de façon naturelle comme ci-dessous :

$$Q_i(k) = \sum_{a_{j1} \in v_i, a_{j2} \in v_i} d_{ij1j2} \cdot Q_{ij1j2}(k) \quad (23)$$

où les coefficients  $d_{ij1j2}$  sont des coefficients de pondération qui mesurent l'importance donnée au sous-voisinage  $(a_{j1}, a_{j2})$  et vérifient

$$d_{ij_1j_2} \geq 0$$

$$\sum_{a_{j_1} \in v_i} \sum_{a_{j_2} \in V_1} d_{ij_1j_2} = 1$$

ce qui assure donc à la valeur  $Q_i(k)$  d'être dans l'intervalle  $[-1, 1]$  (ou  $[0,1]$ ) ; et permet de vérifier les propriétés du modèle de la relaxation probabiliste.

Dans ce cas la généralisation de la règle de mise à jour, à partir de l'approche de Rosenfeld, peut se formuler par

$$P_i^{(n+1)}(k) = P_i^{(n)}(k) \frac{1 + Q_i^{(n)}(k)}{\sum_{m \in L} P_i^{(n)}(m) [1 + Q_i^{(n)}(m)]} \quad (24)$$

où

$$Q_i^{(n)}(k) = \sum_{a_{j_1}, a_{j_2} \in v_i} d_{ij_1j_2} \sum_{l_1 \in L} \sum_{l_2 \in L} r_{ij_1j_2}(k, l_1, l_2) P_j(l_1) \cdot P_j(l_2)$$

bien sûr le vecteur  $\vec{P}_i^{(n)}$  vérifie ici encore :

$$0 \leq P_i^{(n)}(k) \leq 1 \quad \forall k \in L ; \forall a_i \in A$$

$$\sum_{l \in L} P_i^{(n)}(l) = 1 \quad \forall a_i \in A$$

Ce qui est difficile dans ce cas de configuration, c'est la détermination des coefficients de compatibilité. Il faut souligner que leur calcul, à partir d'une modélisation à priori ou bien à partir d'une estimation statistique sur des paramètres dont on dispose ou même sur des données étiquetées manuellement, est crucial.

## II.5. Forme générale [Zuc. 1981]

Depuis le premier article de Rosenfeld, plusieurs équipes de recherche en reconnaissance des formes se sont intéressées à la relaxation probabiliste.

Ce sont des considérations pratiques qui ont motivé l'utilisation de cette approche [Hay. 1979, Etil. 1978 ; Dav. 1976 ; Kit. 1980 ; Bru. 1977 ; Ekl. 1979 etc ...].

L'étude théorique, qui est arrivée plus tard, n'a pas donné beaucoup de satisfactions quant à la caractérisation du comportement de l'approche. En revanche, d'autres approches ont été proposées. Il s'agit dans la plupart des cas de tentatives de situer l'approche dans un cadre probabiliste [Pel. Zuc. 1979 ; Haralick. 1983.].

Il conviendrait de souligner à ce propos les tentatives de Zucker et al. [Zuc. 1981] de définir une expression générale qui regroupe une large famille d'opérateurs dont les algorithmes ont été exposés ci-dessus. Cette généralisation intervient au niveau de l'expression du vecteur de compatibilité.

### II.5.1. Règle de mise à jour

Si  $Q_i^{(n)}(k)$  est la composante du vecteur de compatibilité  $\vec{Q}_i^{(n)}$ , pour l'étiquette  $k$ , on pose :

$$Q_i^{(n)}(k) = \text{Moyenne}_{a_j \in v_i} \| r_{ij}^{(k,l)} P_i^{(n)}(l) \| \quad (25) \quad l \in L$$

"Moyenne" étant une application définie dans  $\mathbb{R}$  et vérifiant les propriétés suivantes :

soit  $(x_i)$  ;  $i = 1 \dots N$  ; une suite réelle finie

$$a) \quad k \text{ Moyenne } (x_i) = \text{Moyenne } (k x_i) \quad \forall k \in \mathbb{R}$$

$$i = 1 \dots N \quad i = 1 \dots N$$

$$b) \quad \text{Min } (x_i) \leq \text{Moyenne } (x_i) \leq \text{Max } (x_i)$$

$$i = 1 \dots N \quad i = 1 \dots N \quad i = 1 \dots N$$

c) soient  $(x_i)$  et  $(y_i)$   $i = 1 \dots N$  ; deux suites réelles finies telles que

$$x_i \leq y_i \quad \forall i ; i = 1 \dots N$$

$$\text{alors Moyenne } (x_i) \leq \text{Moyenne } (y_i)$$

$$i = 1 \dots N \quad i = 1 \dots N$$

L'une des expressions classiques qui vérifient les propriétés énumérées ci-dessus est la suivante :

$$f_a(x_i) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^a \right]^{1/a} \quad \text{avec } a > 0$$

Ainsi pour  $a = 1$ , on a la moyenne arithmétique classique

$$f_1(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (*)$$

Dans le cas limite  $a \rightarrow 0$ , on obtient

$$f_0(x_i) = \lim_{a \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^a \right]^{1/a} = \prod_{i=1}^N x_i^{1/N} \quad (**)$$

On reconnaît l'expression connue sous le nom de la Moyenne géométrique. Ce sont ces deux expressions (\*) et (\*\*) qui sont les plus utilisées.

$$\text{Si on note par : } q_{ij}^{(n)}(k) = \left\| r_{ij}^{(k,l)} P_j^{(n)}(l) \right\|_{i \in L}$$

La norme  $\| \cdot \|_{1 \in L}$  désigne la norme  $L_\alpha$ , définie sur l'ensemble des vecteurs  $(\bar{P}_i)$  et qui englobe une large famille de combinaisons dont les plus courantes :

$$\text{i) } \alpha = 1 ; q_{ij}^{(n)}(k) = \frac{1}{M} \sum_{l \in L} r_{ij}^{(k,l)} P_j^{(n)}(l) ; \text{ (la moyenne arithmétique)}$$

M étant le cardinal de L

$$\text{ii) } \alpha \rightarrow 0 \quad q_{ij}^{(n)}(k) = \prod_{l \in L} r_{ij}^{(k,l)} P_j^{(n)}(l)$$

$$\text{ii) } \alpha \rightarrow \infty \quad q_{ij}^{(n)}(k) = \sup_{l \in L} [ r_{ij}^{(k,l)} P_j^{(n)}(l) ] \quad \text{(norme sup.)}$$

Pour obtenir le vecteur d'étiquetage, à l'étape (n+1), on pose :

$$P_i^{(n+1)}(k) = P_i^{(n)}(k) \frac{Q_i^{(n)}(k)}{\sum_{m \in L} P_i^{(n)}(m) \cdot Q_i^{(n)}(m)} \quad (26)$$

Cette formule est à rapprocher de celle donnée en (9). Grâce aux possibilités offertes par (25), l'expression (26) est très générale et regroupe plusieurs possibilités.

**CHAPITRE III**  
**UTILISATION DU CONTEXTE DANS UN ENVIRONNEMENT**  
**A APPROCHE OPTIMALE**

**III.1. Approche de Faugeras-Berthod**

La relaxation probabiliste a le mérite d'être la première approche d'étiquetage qui propose l'utilisation du contexte en imposant des restrictions acceptables sur le modèle du monde.

Le schéma général de cette classe d'opérateurs est de réaliser un étiquetage initial indépendamment du contexte et de l'améliorer par étape en faisant intervenir le modèle du monde. L'information contextuelle est représentée par un vecteur "de compatibilité" qui, pour chaque couple d'objet-étiquette de  $A \times L$ , fournit une estimation de la fiabilité de l'affectation de l'objet  $a_i$  à la classe  $k$ , en fonction du contexte agissant sur l'objet en question. L'intérêt suscité par cette classe d'opérateurs montre l'intérêt de la stratégie de l'approche.

Ce qui manque à la relaxation probabiliste, c'est une définition explicite d'un étiquetage satisfaisant au sens reconnaissances des formes. Ainsi, en partant d'un étiquetage initial  $\bar{P}^0$ , il n'y a que l'expérience qui pourrait nous dire si l'étiquetage  $\bar{P}^*$ , obtenu à la convergence, est plus compatible que  $\bar{P}^0$ , compte tenu du modèle du monde (à supposer que l'on puisse donner un sens à la notion de compatibilité).

Le seul point sur lequel quelques propriétés peuvent être précisées est l'entropie. Il faut souligner, à ce propos, que cette notion n'intervient pas explicitement dans la remise à jour de l'étiquetage  $\bar{P}$ . Néanmoins, l'application de ces approches, dans des domaines très divers et tout particulièrement en analyse d'images, montre que l'idée de base de la relaxation probabiliste est très riche de potentialités.

La méthode proposée par Faugeras et Berthod reprend la même idée de base. En effet, un étiquetage initial est déterminé à priori. Le processus consiste à coordonner les étiquettes en procédant à une amélioration par étape. L'information contextuelle est à la base de cette méthode.

Cette approche, que nous nous proposons d'étudier, est fondée sur la définition d'un critère de qualité d'un étiquetage et de l'optimisation de ce critère.

Les deux notions principales sur lesquelles repose cette méthode sont la compatibilité d'un étiquetage et son ambiguïté.

### III.1.1. Compatibilité d'un étiquetage - vecteur de compatibilité

La notion de compatibilité est fondamentale pour les procédés basés sur l'utilisation du contexte. Elle représente la prédiction induite par le contexte pour influencer la réalisation de l'étiquetage  $\bar{P}$ . Cette notion a déjà été abordée dans la relaxation probabiliste.

La notion de compatibilité est exprimée par des paramètres qui traduisent le modèle du monde.

On note par  $C_{ij}(k,l)$  la compatibilité entre l'affectation de l'étiquetage  $k$  à l'objet  $a_i$  et l'affectation de l'étiquette  $l$  à l'objet  $a_j$  dont on suppose disposer.

Dans un cadre probabiliste, le coefficient  $C_{ij}(k,l)$  peut être interprété comme la probabilité conditionnelle pour que l'objet  $a_i$  soit classé dans  $k$ , sachant que son voisin  $a_j$  est dans  $l$ . Que l'on se place ou non dans un contexte probabiliste, il est préférable d'évaluer les coefficients  $C_{ij}(k,l)$  de manière comparative, en imposant certaines contraintes. Dans la plupart des cas, c'est la contrainte ci-dessous qui est imposée :

$$C_{ij}(k,l) \geq 0 \quad \forall a_j \in \Lambda, \quad \forall k, l \in L$$

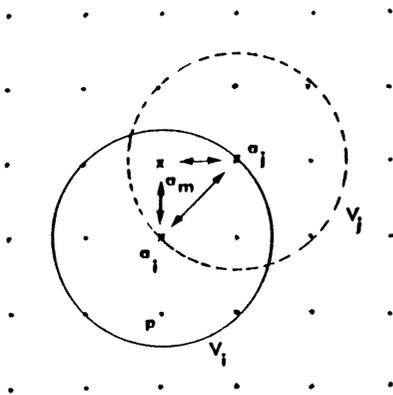
$$\sum_{k \in L} C_{ij}(k,l) = 1 \quad \forall a_j \in \Lambda \quad \forall l \in L$$

Soit  $\bar{Q}_i$  le vecteur de compatibilité défini pour l'objet  $a_i$ . La composante  $Q_i(k)$  mesure la fiabilité de l'étiquette  $k$  pour l'objet  $a_i$ , compte tenu de l'étiquetage associé aux différents éléments  $a_j$ , voisins de  $a_i$ .

a) sous-voisinage réduit à un objet

Soit  $v_i$ , le voisinage associé à l'objet  $a_i$ , on fait l'hypothèse que le sous-ensemble  $v_i$  peut être décomposé en sous-voisinages, comportant un seul point. Cette hypothèse exprime une indépendance entre les différents éléments  $a_j$  de  $v_i$ .

Sur le plan théorique, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée et peut même paraître abusive. En effet, deux voisins d'un même élément  $a_i$  peuvent être voisins entre eux. Reprenons l'exemple d'une image (fig 4).



Les deux points  $a_j$  et  $a_m$  sont deux éléments voisins de  $a_i$ . Or, comme on peut le voir,  $a_m$  est dans l'ensemble  $v_j$ , voisinage de  $a_j$ . Ce qui veut dire que  $a_m$  influe sur l'étiquetage de  $a_j$ . Or, l'hypothèse ci-dessus suppose que  $a_j$  est "indépendant" de  $a_m$ . En pratique, cette hypothèse n'est pas très gênante. Elle permet au contraire de simplifier les expressions de  $\bar{Q}_i$ ; et même, grâce à cette indépendance, on pourra déterminer les coefficients  $C_{ij}$ .

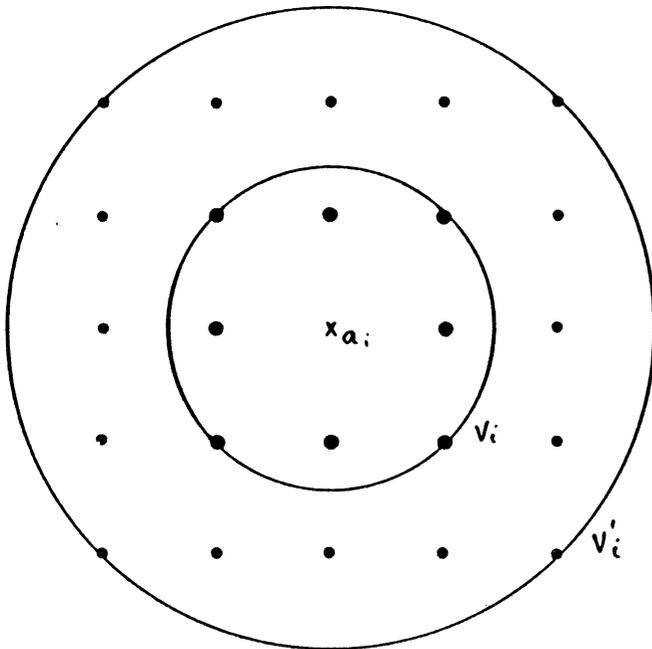
**Figure 4. : L'intersection des voisinages  $v_i$  et  $v_j$  est non vide :  $a_m \in v_i$  et  $a_m \in v_j$**

Soit  $q_{ij}$ , le vecteur de compatibilité correspondant au sous-voisinage restreint de l'objet  $a_j$  ( $a_j$  élément de  $v_i$ ), on pose :

$$q_{ij}(k) = \sum_{l \in L} C_{ij}(k,l) \cdot P_j(l) \quad (27)$$

Ainsi  $q_{ij}(k)$  est une forme linéaire du produit  $C_{ij}(k,l) \cdot P_j(l)$  et croît avec cette valeur.

Dans la plupart des cas, les voisinages sont isotropes, auquel cas les coefficients de pondération  $\alpha_{ij}(k)$  ne dépendent pas de l'étiquette  $k$  et sont notées  $\alpha_{ij}$ .



En prenant l'exemple d'une image, pour un point  $a_i$ , on définit le voisinage  $v_i$ , comme étant l'ensemble des 24 points les plus proches (spatialement). Il est logique, dans ce cas de figure, de considérer que l'influence d'un point  $a_j$  ( $a_j \in v_i$ ) est inversement proportionnelle à la distance entre  $a_i$  et  $a_j$ . Dans la figure (5), on peut par exemple pondérer les points de 1 à 8 par la valeur  $1/16$  et attribuer la valeur  $1/24$  aux autres points du voisinage.

**Figure 5.**

Il est souvent commode d'imposer des contraintes aux coefficients  $\alpha_{ij}$ , qui permettent de les évaluer de façon comparative. On peut par exemple supposer que les coefficients  $\alpha_{ij}$  vérifient la propriété :

$$\sum_{a_j \in v_i} \alpha_{ij} = 1 \quad (30)$$

En vérifiant la propriété ci-dessus, les coefficients  $\alpha_{ij}$  présentent l'avantage d'offrir une interprétation probabiliste. En se plaçant dans le cas homogène, on peut vérifier que le vecteur de compatibilité est un vecteur d'étiquetage.

En effet, pour un objet  $a_i$  donné et une étiquette  $k$ , on a :

$$Q_i(k) = \sum_{a_j \in v_i} \alpha_{ij}(k) \cdot q_{ij}(k)$$

Il en résulte :

$$a) Q_i(k) \geq 0 \quad \forall a_i \in A \quad \forall k \in L$$

$$b) \sum_{k \in L} Q_i(k) = \sum_{k \in L} \sum_{a_j \in v_i} \alpha_{ij}(k) q_{ij}(k) = \sum_{a_j \in v_i} \alpha_{ij} \sum_{k \in L} q_{ij}(k) = 1$$

Dans ce cas, le vecteur  $\bar{Q}$  obtenu par concaténation des vecteurs  $\bar{Q}_i$   
 $\bar{Q} = [\bar{Q}_1 \dots \bar{Q}_N]^T$  est un vecteur d'étiquetage.

Dans ce qui suit, on fera référence à ce cas comme étant le cas homogène. Le vecteur  $\bar{Q}$  représente la prédiction que le contexte permet de faire, compte tenu de notre connaissance du modèle du monde.

La consistance d'un étiquetage  $\bar{P}$  est la mesure de l'adéquation de cet étiquetage avec l'information donnée par le contexte.

De façon intuitive, on peut dire qu'un étiquetage est d'autant plus consistant qu'il est proche de la valeur que le modèle du monde permet de prédire .

Une faible valeur de  $P_i(l)$  peut être plus consistante qu'une forte valeur, si l'étiquette  $l$  est jugée improbable pour l'objet  $a_i$ .

Définition 1.1 [Bert. 1980]

La consistance d'un étiquetage  $\bar{X}$  est une application définie de l'ensemble  $K_M^N$ , ensemble des étiquetages dans l'ensemble  $[0,1]$  qui, à chaque vecteur d'étiquetage  $\bar{P}$ , associe une valeur  $C(\bar{P})$  qui mesure son adéquation avec le monde.

La notion de consistance d'un étiquetage est étroitement liée à celle de la compatibilité d'un critère de qualité d'un étiquetage. Il est raisonnable de définir un critère de consistance à partir du vecteur  $\bar{Q}$ , qui représente la prédiction que le contexte permet de faire pour l'étiquetage  $\bar{P}$ , compte tenu de notre connaissance du modèle du monde.

Compte tenu de ces constatations, un critère de consistance peut être défini de la manière suivante [Bert. 1980] :

$$C(P) = \frac{1}{2N} \|\bar{P} - \bar{Q}\|_2 \quad (31)$$

Dans le cas où  $\bar{P}$  et  $\bar{Q}$  sont des vecteurs de compatibilité, la fonction  $C$  varie entre 0 et 1.

La valeur de l'étiquette  $l$  pour un objet  $a_i$  peut être considérée comme mesurant l'importance qu'il faut attribuer à cette étiquette.

La valeur  $P_i(l)$  pondère donc la contribution de cette étiquette à la consistance de  $\bar{P}$ . Une mesure naturelle de la consistance de  $\bar{P}$ , dans ce cas, est représentée par le produit scalaire

$$C(\bar{P}) = \bar{P} \cdot \bar{Q} \quad (32)$$

Selon les cas, on préfère l'une ou l'autre des deux expressions définies ci-dessus.

La forme (32) est surtout utilisée dans le cas où les deux vecteurs  $\bar{P}$  et  $\bar{Q}$  ne sont pas nécessairement des vecteurs d'étiquetage (c'est-à-dire dans le cas où ces 2 vecteurs sont non-normalisés..).

Hummel et Zucker proposent une définition de la consistance similaire à (32), basée sur un système d'inégalités vérifié sur une fonction appelée support.

Définition 1.2 [Hum. 1982]

On appelle support de l'étiquette  $k$  pour un objet  $a_i$ , fourni par l'étiquetage  $\bar{P}$ , la fonction  $S$  définie par :

$$S_i(k, \bar{P}) = \sum_{a_j \in v_i} \sum_{l \in L} C_{ij}(k, l) P_j(l) \quad (33)$$

$C_{ij}$  étant les coefficients de compatibilité

Définition 1.3

Soit  $\bar{P}$  un étiquetage quelconque de l'ensemble  $K_M^N$ ,  $\bar{P}$  est dit consistant, si et seulement si

$$\sum_{l \in L} P_i(l) \cdot S_j(1, \bar{P}) \geq \sum_{l \in L} P_i(l) \cdot S_i(1, \bar{P}') \quad (34)$$

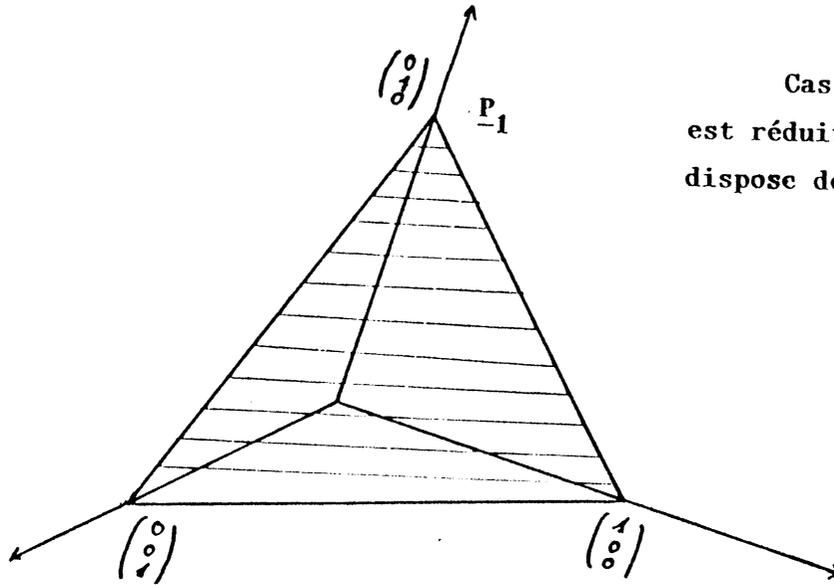
$$\forall \bar{P}' \in K_M^N, \forall a_i \in \Lambda$$

Remarque :

Dans le cas d'un étiquetage non ambigu  $\bar{P}^*$ , soit  $k$  l'étiquette associée à l'objet  $a_i$  par  $\bar{P}^*$ , l'expression (34) se réduit à

$$S_i(k, \bar{P}^*) \geq S_i(1, \bar{P}'^*) \quad (35)$$

pour tout étiquetage non ambigu  $\bar{P}'^*$  et pour tout objet  $a_i$  de  $\Lambda$ .



Cas où le nombre d'objet est réduit à 3 éléments ; on dispose de 3 étiquettes.

### III.1.2. Ambiguïté (ou entropie) d'un étiquetage

Soit  $\bar{P}$  un étiquetage donné, et  $\bar{P}^*$  l'étiquetage non ambigu qui lui est associé, le passage de  $\bar{P}$  à  $\bar{P}^*$  ne peut se faire sans une perte d'informations pour un objet  $a_i$ . Cette perte d'informations correspond en quelque sorte à notre degré d'incertitude quant à la sélection de la classe à retenir pour l'objet en question. C'est donc une mesure de l'ambiguïté correspondant au vecteur  $\bar{P}_i$ . Si les vecteurs  $\bar{P}_i$  sont des vecteurs de probabilité, l'ambiguïté de  $\bar{P}_i$  est classiquement dénommée son entropie.

On dispose dans la littérature de plusieurs façons de la calculer [Shan. 1948].

Par analogie, on définit l'ambiguïté ou l'entropie d'un étiquetage  $\bar{P}$  par :

$$H(\bar{P}) = - \sum_{i=1}^N H_i(\bar{P}_i) \quad (38)$$

où  $H_i(\bar{P}_i)$  désigne l'entropie du vecteur  $\bar{P}_i$ .

L'une des expressions les plus courantes est la forme quadratique suivante :

$$H_i(\bar{P}_i) = \sum_{m \in L} P_i(m) (1 - P_i(m))$$

$$H_i(\bar{P}_i) = 1 - \|\bar{P}_i\|^2 \quad (39)$$

L'ambiguïté globale d'un étiquetage est mesurée par la moyenne de la somme des entropies locales, obtenues pour les différents objets  $a_i$ , soit :

$$H(\bar{P}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 1 - \|\bar{P}_i\|^2 \quad \text{d'où}$$

$$H(\bar{P}) = 1 - \frac{1}{N} \|\bar{P}\|^2 \quad (40) \quad N \text{ étant le cardinal de l'ensemble } A$$

Ainsi définie, l'ambiguïté  $H$  d'un étiquetage est positive ou nulle.  $H$  atteint son minimum pour le vecteur  $\bar{P}$

$$\forall a_i \in A, \exists k \in L \text{ tel que } P_i(k) = 1 \text{ et } P_i(l) = 0 \text{ pour } l \neq k$$

L'étiquetage  $\bar{P}$ , dans ce cas, correspond à un étiquetage non ambigu ; ce qui justifie d'ailleurs la définition donnée au début de ce chapitre.

$H$  est maximale et vaut 1 quand :

$$\forall a_i \in A, \forall l \in L, \text{ on a } P_i(l) = \frac{1}{M} ; \quad M \text{ étant le cardinal de } L$$

$H(\bar{P})$  vaut alors

$$H(\bar{P}) = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \|\bar{P}\|^2 = 1 - \frac{1}{M} = \frac{M-1}{M}$$

Dans ce cas, l'étiquetage n'apporte aucune information. Il ne permet d'avoir aucune sélection sur les étiquettes.

L'ambiguïté peut être définie comme la fonction qui mesure la perte d'information due au passage de l'étiquetage  $\bar{P}$  à l'étiquetage  $\bar{P}^*$ , où  $\bar{P}^*$  désigne l'étiquetage non ambigu correspondant à  $\bar{P}$ .

Il en résulte que toute mesure de dissimilarité entre  $\bar{P}$  et  $\bar{P}^*$  peut être utilisée pour la détermination de l'ambiguïté. Mais, dans ce cas, un des avantages de l'expression ci-dessus disparaît. En effet, l'ambiguïté ne serait plus interprétable dans un modèle probabiliste.

Dans tout ce qui suit, que l'on se place ou non dans un modèle probabiliste, on utilisera indifféremment les termes entropie et ambiguïté. On parlera alors de l'entropie d'un étiquetage.

### III.2. Problème de l'amélioration de l'étiquetage ; critère de qualité

Il résulte de ce que nous venons de voir, que pour juger de la qualité d'un étiquetage, les éléments suivants doivent être pris en compte.

a) la consistance, représentant le modèle du monde, permet de prendre en compte l'information contextuelle. Or c'est la notion de contexte qui a motivé l'utilisation de telles méthodes d'étiquetage.

b) l'entropie, qui évalue le risque d'erreurs encouru et mesure l'efficacité globale du processus utilisé.

c) l'information issue des observations, où le contexte n'intervient pas - à savoir l'étiquetage de départ -.

En tenant compte des points a, b et c, on peut énoncer le problème de l'amélioration de l'étiquetage de la façon suivante :

**III.2.1. Enoncé du problème de l'amélioration de l'étiquetage [Bert. 1980]**

- partant d'un étiquetage initial  $\bar{P}^0$ , déterminé hors contexte ;
- connaissant la consistance définie sur l'ensemble des étiquetages ;
- trouver l'étiquetage  $\bar{P}^0$  qui réalise un compromis, défini par un critère, entre la consistance, l'entropie et la similarité avec l'étiquetage de départ.

On rappelle que la consistance et l'entropie sont des fonctions définies de l'ensemble  $K_M^N$ , ensemble des étiquetages  $\bar{P}$  dans l'ensemble  $\mathbb{R}^+$ .

Ainsi formulé, le problème de l'amélioration de l'étiquetage se ramène à un problème d'optimisation dans le compact  $K_M^N$ . Il s'agit d'un problème d'optimisation sous contraintes.

Il existe plusieurs méthodes numériques pour le résoudre et, suivant la formulation du critère, on préfère l'une ou l'autre des méthodes.

Pour le problème exposé ci-dessus, c'est la méthode du gradient projeté qui est choisie - à cause de certains avantages - tels l'interprétation géométrique. Ullman a proposé une recherche qui consiste à optimiser un critère de choix en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange [ULL. 1979]. Hummel et Zucker proposent d'optimiser un opérateur défini en fonction de la consistance. L'optimisation est réalisée par l'utilisation du procédé du gradient projeté.

La consistance est un élément fondamental, puisque c'est à travers cette notion que l'on traduit l'information contextuelle. Or, c'est justement l'utilisation du contexte qui a motivé l'utilisation de telles méthodes d'amélioration de l'étiquetage. Ainsi, la consistance doit intervenir - de façon explicite - dans l'expression du critère.

D'autre part, un étiquetage est considéré comme une bonne solution, au sens du problème énoncé ci-dessus. S'il a une faible ambiguïté, une façon de s'en assurer est que le critère tienne explicitement compte de l'entropie.

En outre, l'incorporation de l'entropie, dans l'expression du critère, permet d'éviter que l'information contextuelle entraîne la dégradation de l'étiquetage.

Il peut arriver, qu'en certains points, où l'entropie est très forte, le contexte donne une parfaite consistance.

Exemple :

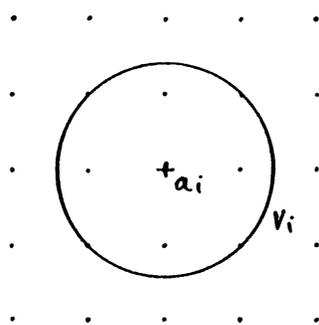


Figure 6.

Prenons le cas où l'ensemble  $L$  contient deux étiquette  $l_1, l_2$ .

Soit  $\bar{P}$  l'étiquetage équiprobable défini par :

$$P(l_1) = P(l_2) = 1/2$$

pour tout  $a_i$  de  $A$

soit la matrice de compatibilité définie par :

$$(C_{ij}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, on a :

$\bar{P}_i = \bar{Q}_i$  : l'étiquetage  $\bar{P}_i$  est parfaitement consistant. Par contre, si on calcule l'entropie  $H_i$  au point  $a_i$ , on obtient :

$$H_i = 1 - (P_i(1))^2 = 1 - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{M}$$

$H_i$  est maximal.

Il arrive cependant que, pour certains critères fonctions de la seule consistance, l'optimum soit un point de saturation, c'est-à-dire des sommets du compact  $K_M^N$  dont l'entropie est nulle. Il est inutile, dans ce cas, d'incorporer l'entropie dans le critère à optimiser. C'est d'ailleurs toujours le cas quand le critère est une forme linéaire de  $\bar{P}_j$  [Ull. 1979]; on est dans ce cas en présence d'un problème de programmation linéaire. Berthod montre que pour certains critères, le problème énoncé ci-dessus se ramène à un problème de recherche de valeurs propres [Bert. 1984].

Quant à l'étiquetage initial, il n'est pas non plus nécessaire qu'il soit pris explicitement en compte dans le critère. Cela conditionnera la méthode d'optimisation choisie. Deux options sont donc possibles :

1. L'étiquetage initial  $\bar{P}^0$  est incorporé directement dans le critère. La solution cherchée est, théoriquement, l'optimum global du critère  $C$  sur l'ensemble  $K_M^N$ . La présence du vecteur  $\bar{P}^0$  assure dans ce cas l'influence des observations. En pratique, les méthodes d'optimisation ne fournissent qu'un optimum local au voisinage de  $P_0$  et une conséquence directe est : l'optimum trouvé dépend du point de départ. En dehors de certains cas particuliers : critères linéaires ou formes quadratiques définies positives, où l'optimum est unique donc global, la seule chose qu'on sache faire est de trouver un optimum local.

2. Si au contraire, l'étiquetage initial  $\bar{P}^0$  n'est pas incorporé dans le critère, c'est un optimum local au voisinage de  $\bar{P}^0$  qu'il faudrait chercher. Cette proximité représente la seule influence des observations sur la solution trouvée.

Le problème qui apparaît à ce niveau est que la donnée de  $\bar{P}^0$  et du critère  $\mathcal{C}$  ne suffisent pas à caractériser la solution  $\bar{P}^*$  atteinte.

Une des caractéristiques communes à tous les algorithmes dont on dispose est la suivante : partant d'un point de l'espace, un chemin est parcouru itérativement jusqu'à atteindre un optimum qui vérifie les contraintes du problème. En dehors de l'algorithme d'optimisation, le

chemin parcouru est influencé par le paramètre qui sert à régler la rapidité de la convergence en déterminant le pas d'incrementation à chaque itération. Ainsi, l'optimum est caractérisé par :

- le critère défini,
- la méthode d'optimisation : gradient projeté, lagrangien, gradient réduit, décentralisation ...,
- l'étiquetage de départ  $P^0$ ,
- le paramètre d'incrementation .

En revanche, il n'existe aucun moyen qui assure l'unicité de la solution obtenue. En particulier, rien ne prouve qu'il n'existe pas un étiquetage  $P'$  où  $P' \neq P^*$ .  $P$  dans le voisinage de  $P^0$  et  $\mathcal{E}(P') \geq \mathcal{E}(P^*)$ .

La seule précision dont on peut disposer est que entre  $P^0$  et  $P^*$ , il existe un chemin dans  $K^N$  le long duquel le critère croît (ou décroît éventuellement) constamment.

Comme le souligne Berthod lui-même, cet aspect ne représente pas un grand handicap, car la valeur de l'optimum n'est pas essentielle et cela tient de la nature du problème en question. En effet, le but final n'est pas d'arriver à tout prix à avoir un optimum, mais de disposer d'un étiquetage  $P^*$  qui vérifie les contraintes du problème et qui optimise au mieux le critère et satisfait le modèle du monde.

### III.2.2. Critère de qualité : expression mathématique

Pour définir un critère de qualité d'un étiquetage, plusieurs options ont été proposées.

Comme les méthodes d'optimisation dont on dispose ne permettent de trouver qu'un optimum local, il semble que l'on doive privilégier les critères qui ne font pas intervenir l'étiquetage initial.

- . L'entropie et la consistance doivent être incorporées dans le critère.

D'après les considérations antérieures, la consistance et l'entropie d'un étiquetage se décomposent de façon additive. Si on note respectivement par  $C$  et  $H$  la consistance et l'entropie, on a :

$$\begin{aligned} C(P) &= C(C_1 \dots C_i \dots C_N) \\ H(P) &= H(H_1 \dots H_i \dots H_N) \end{aligned}$$

où

$N$  est le cardinal de  $A$

$H_i$  et  $C_i$  désignent respectivement la consistance et l'entropie définies pour l'objet  $a_i$  et ne font intervenir que les étiquetages des éléments du voisinage  $v_i$ . Cette décomposition, qui est naturelle et même indispensable pour des cas de grandes dimensions, ne peut s'appliquer à tous les modèles. Certains problèmes simples mais globaux ne peuvent relever d'une telle décomposition. Cette hypothèse ne peut pas s'appliquer dans le cas du traitement d'image dont les propriétés s'appuient sur des caractéristiques de formes, relevant de la topologie de l'image. En particulier, un paramètre de connexité ou de convexité ne peut pas s'exprimer en fonction de grandeur locale.

Pour le moment, on ne se préoccupe pas de ce problème et on considère la décomposition possible. On fait l'hypothèse que le critère de qualité se compose en sous-critères locaux  $\mathcal{E}_i$ , définis au niveau de chaque objet  $a_i$ . Ainsi, dans sa définition,  $\mathcal{E}_i$  prend en compte uniquement les objets appartenant au voisinage de l'objet  $a_i$ . On pose :

$$\mathcal{E}(\bar{P}) = \mathcal{E}(\mathcal{E}_1 \dots \mathcal{E}_i \dots \mathcal{E}_N)$$

où l'élément générique  $\mathcal{E}_i$  représente le critère local défini pour la composante  $\bar{P}_i$  ; restriction de  $\bar{P}$  à l'objet  $a_i$ .

Puisqu'il n'y a aucune raison, à priori, qui incite à privilégier un objet  $a_i$  par rapport à un autre, l'expression de critère global doit être symétrique.

On pose par exemple :

$$\mathcal{E}(P) = \left\| \frac{1}{N} [\mathcal{E}_1 \dots \mathcal{E}_i \dots \mathcal{E}_N] \right\|_{\alpha}^T \quad (41)$$

L'expression ci-dessus correspond à une famille d'opérateurs. Dans la pratique, c'est la moyenne arithmétique qui est le plus souvent utilisée (ce qui correspond dans l'expression (41) à  $\alpha = 1$ ). Car, en plus du fait qu'elle soit simple et dérivable, elle offre l'avantage de correspondre au mode combinaison de l'entropie global H.

Rappelons que, pour un objet  $a_i$ , on a :

$$a) \quad C_i(\bar{P}_i) = \|\bar{P}_i - \bar{Q}_i\|_2 \quad \bar{Q}_i \text{ étant le vecteur de compatibilité de}$$

Ainsi,  $C_i$  varie entre les valeurs 0 et 2.

$$b) \quad H_i(\bar{P}_i) = 1 - \|\bar{P}_i\| = 1 - \sum_{l \in L} \bar{P}_i^2(l)$$

$H_i$  varie entre 0 et  $\frac{M-1}{M}$

Le critère local peut s'exprimer sous la forme

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \frac{\alpha}{2} C_i(\bar{P}_i) + (1 - \alpha) H_i(\bar{P}_i) \frac{M}{M-1} \quad (42a)$$

où le coefficient  $\alpha$ , compris entre 0 et 1, mesure l'importance relative attribuée à la consistance versus l'ambiguïté.

d'où :

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \frac{\alpha}{2} [\bar{P}_i - \bar{Q}_i]^2 + (1 - \alpha) \frac{M}{M-1} [1 - \bar{P}_i^2] \quad (42b)$$

d'où :

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \left[ \frac{\alpha}{2} \bar{P}_i^2 + \frac{\alpha}{2} \bar{Q}_i^2 + \alpha \bar{P}_i \cdot \bar{Q}_i \right] + (1-\alpha) \frac{M}{M-1} [1-\bar{P}_i^2]$$

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \frac{(3\alpha - 2) M - \alpha}{2(M-1)} \bar{P}_i^2 + \frac{\alpha}{2} \bar{Q}_i^2 + \alpha \bar{P}_i \cdot \bar{Q}_i + \frac{(1-\alpha) M}{M-1}$$

soient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{(3\alpha - 2) M - \alpha}{2(M-1)} \\ \gamma = \frac{\alpha}{2} \end{array} \right.$$

le critère local s'écrit alors :

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \alpha \bar{P}_i \cdot \bar{Q}_i + \beta \bar{P}_i^2 + \gamma \bar{Q}_i^2 + \frac{(1-\alpha) M}{M-1} \quad (*)$$

où en explicitant (\*), l'expression ci-dessus devient :

$$\mathcal{E}_i(\bar{P}_i) = \sum_{k \in L} \alpha P_i(k) Q_i(k) + \beta P_i^2(k) + \gamma Q_i^2(k) + \frac{(1-\alpha) M}{M-1}$$

le critère global s'exprime comme ci-dessous :

$$\mathcal{E}(\bar{P}) = \frac{1}{N} \sum_{a_i \in A} \alpha \bar{P}_i \cdot \bar{Q}_i + \beta \bar{P}_i^2 + \gamma \bar{Q}_i^2 + C \quad (43)$$

### III.2.3. Optimisation du critère

Le critère formulé ci-dessus est un opérateur défini sur l'ensemble  $K_M^N$  dans  $\mathbb{R}$ , différentiable par rapport à toutes les variables, de plus est borné sur  $K_M^N$ .

L'ensemble  $K_M^N$  est une partie bornée convexe, d'une variété linéaire de  $\mathbb{R}^{NXM}$  de dimension  $N \times (M - 1)$  défini par :

$$\forall a_i \in A \quad \sum_{l \in L} P_i(l) = 1$$

$$P_i(k) \geq 0 \quad \text{pour tout } k \text{ de } L$$

Le problème posé est la recherche d'un point de  $K_M^N$  qui optimise  $\mathcal{E}$ . C'est un problème d'optimisation sous contraintes. Comme  $\mathcal{E}$  ne fait pas intervenir l'étiquetage initial  $\bar{P}^0$ , c'est donc un optimum local qu'il faudrait chercher. L'algorithme d'optimisation retenu est le gradient projeté, à cause des avantages qu'il présente :

- a : Il fait jouer le même rôle à toutes les variables qui interviennent dans le critère ;
- b : Il permet une interprétation géométrique du fonctionnement de l'algorithme.

Il est certain qu'une interprétation géométrique doit être utilisée avec la plus grande prudence, néanmoins les informations qu'elle apporte sont précieuses pour étudier et caractériser le chemin parcouru depuis  $\bar{P}^0$  jusqu'à  $\bar{P}^*$ , étiquetage final.

Ces informations sont utiles pour la mise au point du modèle du monde : choix de coefficients de compatibilités et des voisinages, ainsi que le réglage de la rapidité de la convergence à partir du choix des paramètres d'incrémentations.

### Méthode du gradient projeté

Le schéma général de la méthode du gradient projeté est le suivant.

Partant d'un point  $\bar{P}^0$  situé dans la région convexe et bornée  $K_M^N$ , un chemin est parcouru, itérativement depuis  $\bar{P}^0$  jusqu'à l'obtention d'un élément optimal vérifiant les contraintes du problème posé.

Le chemin est entièrement situé dans  $K_M^N$  et dépend étroitement du paramètre d'incrément.

Une itération consiste à remplacer  $X$  de  $K_M^N$  par le vecteur  $X+h$  tel que  $X+h$  appartienne à l'ensemble  $K_M^N$ .

Afin de respecter la sémantique du problème énoncé ci-dessus, il est commode de garder la notation utilisée antérieurement.

Dans le cas où le vecteur  $\bar{X}$  désigne le vecteur d'étiquetage  $\bar{P}$ . Soit la variation élémentaire de  $P$  ; on a

$$\mathcal{E}(\bar{P} + \bar{\lambda}) = \mathcal{E}(\bar{P}) + \bar{\lambda} \cdot \bar{G} + \epsilon (\|\bar{\lambda}\|_2) \cdot \|\bar{\lambda}\|_2 \quad (\bar{G} \text{ étant le gradient})$$

avec les contraintes ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sum_{l=1}^M P_i(l) + \lambda_i(l) = 1 & \forall i = 1 \dots N \\ P_i(k) + \lambda_i(k) \geq 0 & \forall i = 1 \dots N \\ & \forall k = 1 \dots M \end{array} \right.$$

or  $\bar{P} \in K_M^N$  d'où

$$\sum_{l \in L} \lambda_i(l) = 0 \quad \forall i = 1 \dots N$$

$$\lambda_i(k) \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots N ; \forall k = 1 \dots M$$

ainsi le vecteur  $\bar{\lambda}$  appartient à l'espace tangent, défini par :

$$T = \left\{ \bar{v} \in \mathbb{R}^{NXM} \mid \sum_{l=1}^M v_i(l) = 0 \text{ et } \forall i=1 \dots N, \forall k=1 \dots M ; v_i(k) \geq 0 \right\}$$

et le vecteur  $\bar{\lambda}$  ( $\bar{\lambda} \in T$ ) qui maximise  $\bar{v} \cdot \bar{G}$ , est justement le vecteur  $\bar{u}$ , projection de  $\bar{G}$  sur  $T$ .

Puisqu'on a :

$$\bar{\lambda} \cdot \bar{G} = \|\bar{\lambda}\| \cdot \|\bar{u}\| \cos \theta$$

où  $\theta$  est l'angle entre  $\bar{u}$  et  $\bar{\lambda}$

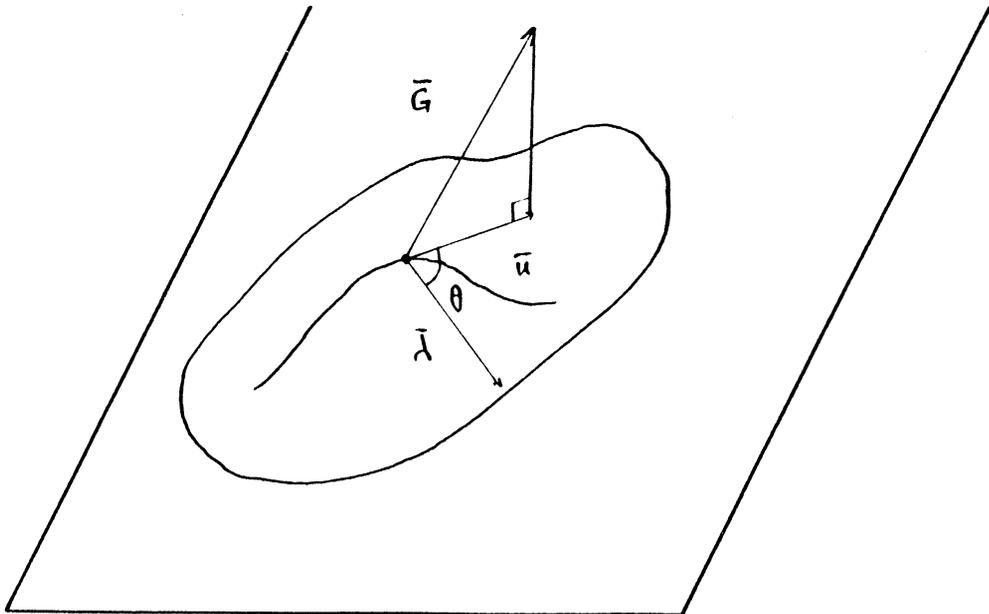


Figure 7

Ainsi, on suit la direction de plus grande pente et par conséquent celle de la projection du gradient.

Le fait que  $\bar{x} + \bar{\lambda}$  doive appartenir à la région convexe et bornée  $K_M^N$  complique la situation. En effet, si  $\bar{x}$  appartient à la frontière de  $K_M^N$ , la condition que  $\bar{\lambda}$  soit la projection de  $G$  ne suffit plus à assurer la propriété :

$$\bar{x} + \bar{\lambda} \in K_M^N$$

et cette propriété est violée à chaque fois que  $\bar{\lambda}$  est à l'extérieur de l'ensemble  $T$  (le vecteur  $p$  a une composante nulle).

Ainsi, comme le montre la figure ci-dessus, si  $\bar{x}$  appartient à la frontière, deux cas sont possibles :

- le gradient au point  $\bar{x}_1$  se projete en  $\bar{u}_1$  où  $\bar{x}_1 + \bar{u}_1$  appartient à l'ensemble  $K_M^N$ . Dans ce cas, le déplacement se fait dans la direction de  $\bar{u}_1$  ;
- le gradient au point  $\bar{x}_2$  se projete en  $\bar{u}_2$ , tel que le vecteur  $\bar{x}_2 + \bar{u}_2$  n'appartient pas à  $K_M^N$ , auquel cas il faut ramener le déplacement dans  $K_M^N$ . Dans ce cas, on projete  $\bar{u}_2$  sur la frontière de  $K_M^N$  en  $\bar{g}_2$  et la direction à suivre est celle de  $\bar{g}_2$ , car c'est elle qui maximise dans ce cas le produit  $\bar{G} \cdot \bar{\lambda}$ .

Le problème peut être plus compliqué, car plusieurs composantes peuvent être nulles à la fois. D'une manière générale, la direction à suivre est celle de la projection qui fait l'angle le plus faible avec la variété linéaire.

En particulier, dans le cas où  $\bar{x}$  est le sommet de  $K_M^N$  ; pour chaque composante  $\bar{x}_i$ ,  $(M-1)$  coordonnées sont saturées. Dans ce cas, deux situations peuvent se présenter (figure 9).

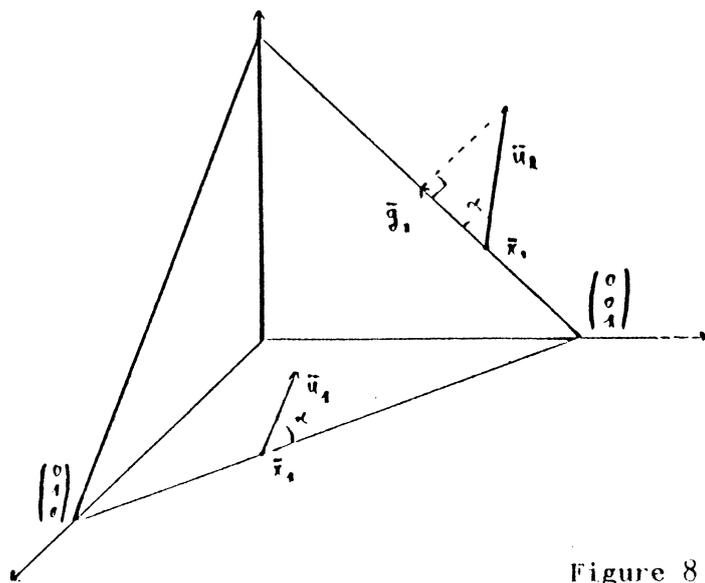


Figure 8

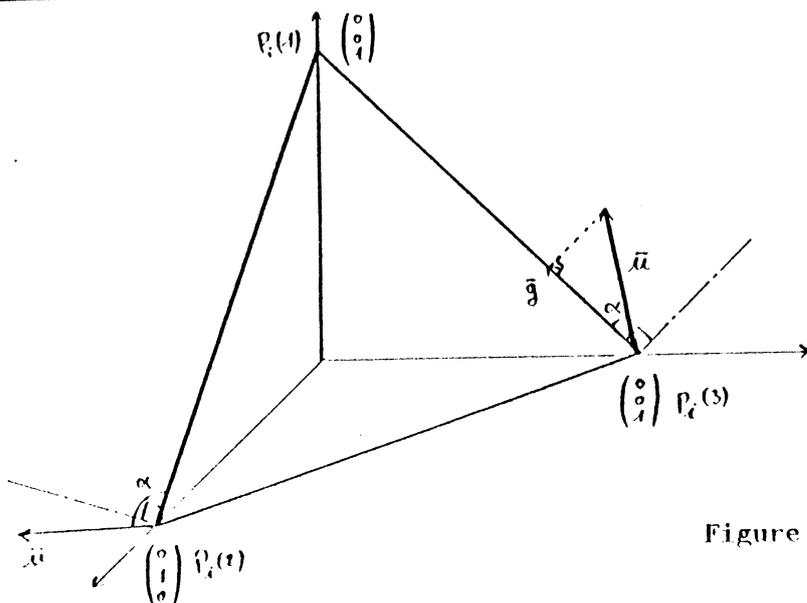


Figure 9

Figure 8 :  $\bar{P}$  admet une composante nulle

Figure 9 : illustration du cas où  $\bar{P}$  et un sommet de  $K_M^N$ .

1. L'angle  $\alpha$  est inférieur à  $\frac{\pi}{2}$ . Dans ce cas, un déplacement dans la direction  $\bar{g}$  - projection de  $\bar{u}$  sur la frontière - correspond à un accroissement maximum du critère.

2. L'angle  $\alpha$  est supérieur à  $\frac{\pi}{2}$ , auquel cas le produit  $\bar{G} \cdot \bar{g}$  est négatif ( $\bar{G} \cdot \bar{g} < 0$ ). Un déplacement dans cette direction entraîne une décroissance (minimale) du critère  $\mathcal{E}$ . Dans ce cas, on annule le déplacement en projetant  $\bar{u}$  sur le sommet en question.

L'algorithme qui résume ces différentes étapes de projection a été décrit par Berthod [Bert. 1980] et est présenté ici en annexe.

#### Pas d'incrementation

Le rôle de l'algorithme de projection donné ci-dessus est de caractériser la direction de parcours, qui est la pente maximale du critère. Cette caractérisation est insuffisante pour définir entièrement le schéma parcouru. L'autre élément qui rentre en jeu est l'amplitude de déplacement, c'est-à-dire le pas d'incrementation à chaque itération.

Si  $\bar{G}$  désigne le vecteur gradient et  $\bar{g}$  sa projection, on a :

$$\begin{aligned} \bar{G} &= \bar{g} + \bar{v} \\ \text{où } \bar{g} \cdot \bar{v} &= 0 \end{aligned}$$

Soit  $\delta \bar{g}$ , le déplacement le long de  $\bar{g}$ , le problème est de choisir  $\delta$ .

Si on reprend le développement du critère au second ordre au voisinage de  $\bar{P}$ .

$$\mathcal{E}(\bar{P} + \delta \bar{g}) = \mathcal{E}(\bar{P}) + \delta \bar{g} \cdot \bar{G} + \delta \bar{g}^T \cdot \Pi(\bar{P}) \cdot \bar{g} + \delta^2 \varepsilon(\delta)$$

où  $\varepsilon(\delta) \rightarrow 0$  quand  $\delta \rightarrow 0$

$H(\bar{P})$  étant le Hessian de  $\mathcal{Z}$  au point  $\bar{P}$ , dont l'élément générique est :

$$H_{ij}(k,l) = \frac{d^2 \mathcal{Z}(\bar{P})}{dP_j(l) dP_j(k)}$$

en tenant compte du fait :

$$\bar{G} = \bar{g} + \bar{v} \quad \text{on a :}$$

$$\mathcal{Z}(\bar{P} + \delta \bar{g}) = \mathcal{Z}(\bar{P}) + \delta \cdot \|\bar{g}\|^2 + \delta^2 \bar{g}^T \cdot H(\bar{P}) \cdot \bar{g} + \delta^2 \varepsilon(\delta)$$

Dans le cas homogène,  $\mathcal{Z}$  est une forme quadratique. On peut le mettre sous la forme :

$$\mathcal{Z}(\bar{P}) = \bar{P}^T \Lambda \bar{P} + B^T \bar{P} + C \quad (44)$$

Le gradient est donné par :

$$\bar{G} = (\Lambda + \Lambda^T) \bar{P} + B \quad (45)$$

donc la matrice  $H(\bar{P})$  est donnée par :

$$H = \Lambda + \Lambda^T$$

Les termes d'ordre supérieur à 2 sont nuls d'où :

$$\mathcal{Z}(\bar{P} + \delta \bar{g}) = \mathcal{Z}(\bar{P}) + \delta \|\bar{g}\|^2 + \delta^2 \bar{g}^T \cdot (\Lambda + \Lambda^T) \bar{g}$$

$$\mathcal{Z}(\bar{P} + \delta \bar{g}) = \mathcal{Z}(\bar{P}) + \delta \|\bar{g}\|^2 + \delta^2 \mathcal{Z}_2(\bar{g})$$

Ainsi la fonction  $\mathcal{Z}$  est une fonction de second degré par rapport à  $\delta$  ;

Théoriquement, il est possible de trouver la valeur optimale  $\delta^*$  qui maximise  $\mathcal{Z}$  le long de  $\bar{g}$ .

En effet, le domaine  $K_M^N$  est borné. L'opérateur  $\mathcal{E}'$  est indéfiniment différentiable. Il existe donc une valeur  $\delta_i^*$ , tel que :

$$\begin{aligned} \delta_i^* &> 0 \\ \delta < \delta_i^* &\Rightarrow (\bar{P}_i + \delta \bar{g}_i) \in K_M^N \\ \delta > \delta_i^* &\Rightarrow (\bar{P}_i + \delta \bar{g}_i) \notin K_M^N \end{aligned}$$

Nous reprenons le schéma donné par Faugeras [Fau. 1979]. Donc pour tout objet  $a_i$  de  $\Lambda$ , il existe  $\delta_i^*$ , tel que :

$$\begin{aligned} \delta < \delta_i^* &\Rightarrow (\bar{P}_i + \delta \bar{g}_i) \in K_M \\ \delta > \delta_i^* &\Rightarrow (\bar{P}_i + \delta \bar{g}_i) \notin K_M \end{aligned}$$

On pose alors :

$$\delta^* = \text{Min}_{i=1 \dots N} | \delta_i^* | \quad \text{où } N \text{ est le cardinal de } \Lambda$$

La fonction  $\mathcal{E}'(\delta)$  est fonction du second degré (par rapport à  $\delta$ ) elle est donc représentée par une parabole. Suivant le signe du coefficient de  $\delta^2$  : on a

a)  $\mathcal{E}'_2(\bar{g}) \geq 0$  : Figure (10)

La parabole est concave. Dans ce cas, le maximum est atteint à la frontière. Plus exactement, il existe une étiquette  $k$ , tel que :

$$P_i^{(n)}(k) \neq 0 \text{ et } P_i^{(n+1)}(k) = 0$$

b)  $\mathcal{E}'_2(\bar{g}) < 0$  : Figure (11)

La parabole, dans ce cas, est convexe. La valeur maximale du critère est atteinte pour :

$$\delta_0 = - \frac{\| \bar{g} \|^2}{2 \cdot \mathcal{E}'_2(\bar{g})}$$

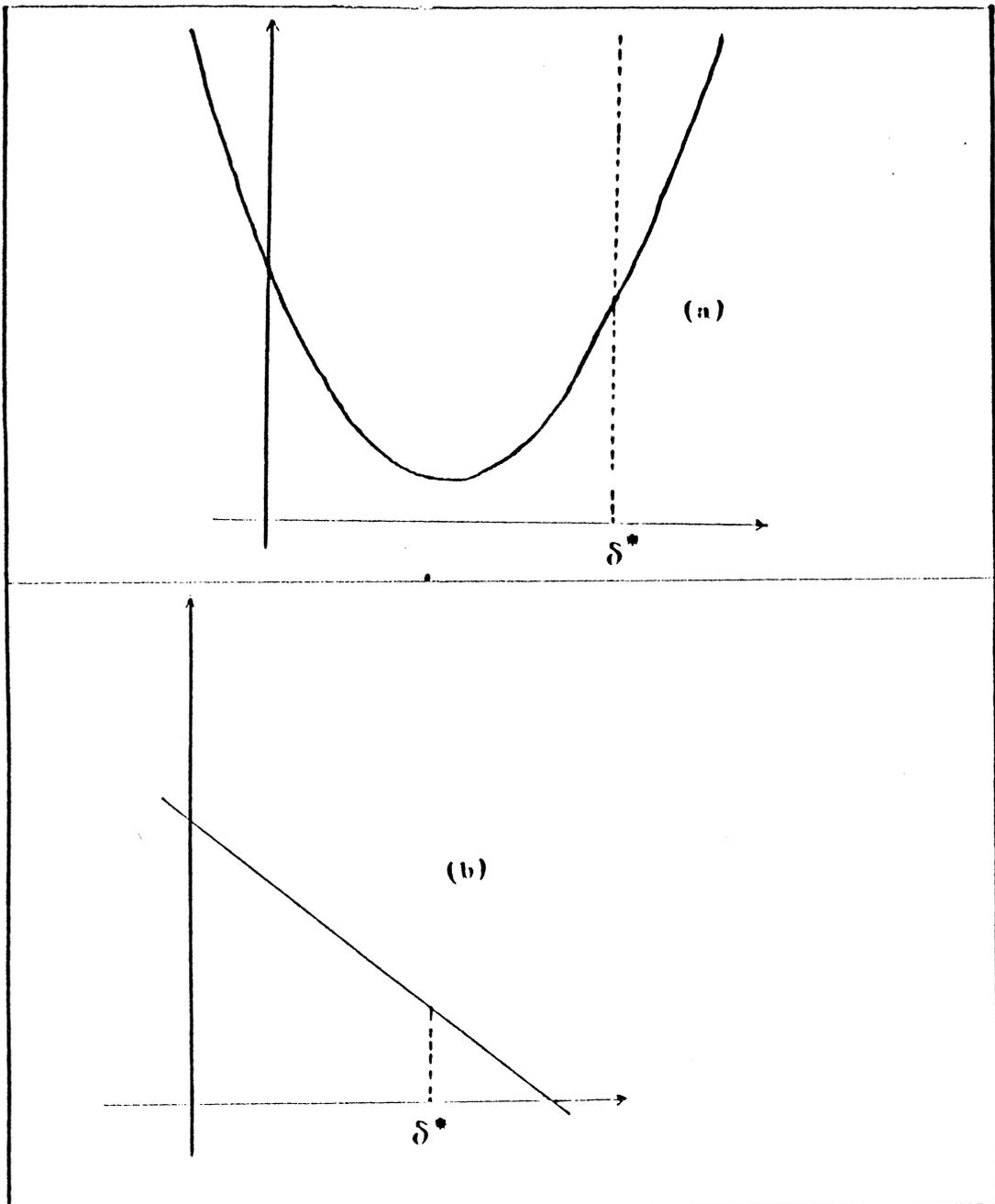
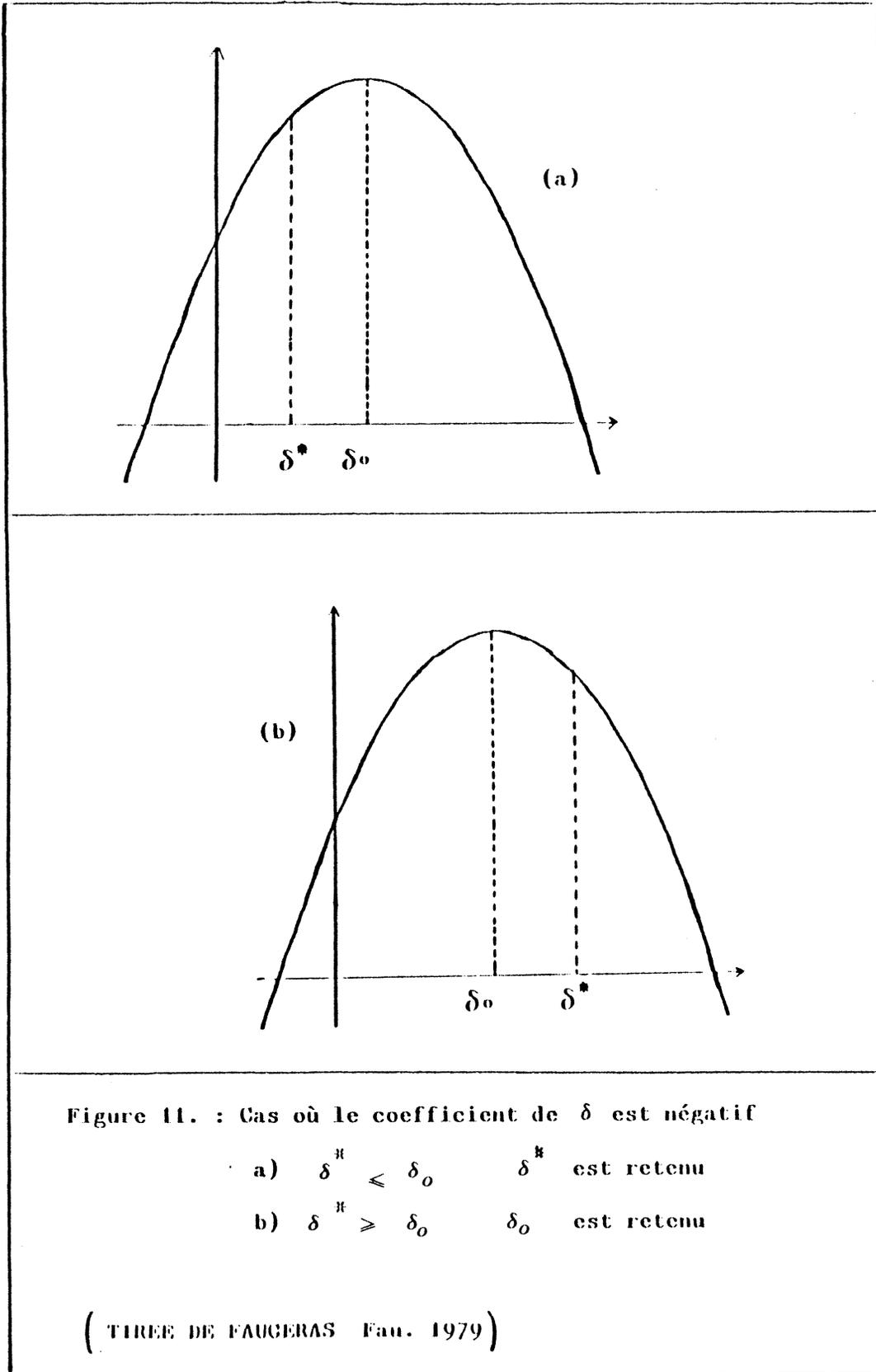


Figure 10. : Cas où le coefficient de  $\delta^2$  est positif ou nul

a)  $\mathcal{E}_2(g) \geq 0$

b)  $\mathcal{E}_2(g) = 0$



Si  $\delta_0 > \delta^*$ , on est ramené au cas a) ; auquel cas, on annule quelques composantes  $P_i(k)$ .

Si  $\delta_0 < \delta^*$ , alors  $\delta$  est retenu comme optimum, d'où :

$$\delta^* = \text{Min} \left[ \delta_0, - \frac{\|g\|^2}{2 \cdot \mathcal{E}_2(g)} \right]$$

Dans le cas général, où  $\mathcal{E}$  n'est pas une forme quadratique, la matrice  $H$  n'est plus une constante. En négligeant le terme  $\delta^2 \varepsilon(\delta^2)$ , on obtient une fonction rationnelle. Le cas n'est pas simple, et il faut recalculer la matrice  $H(\bar{P}^{(n)})$  à chaque itération. Pour contourner ce calcul qui est en plus de sa complexité très long, il est possible d'utiliser une méthode d'approximation successive pour atteindre la valeur qui maximise le critère le long de  $g$ .

La technique consiste à choisir au départ un pas d'incrémentation arbitraire  $\delta$  (relativement petit). A partir de là, on incrémente régulièrement  $\delta$ , jusqu'à ce que  $\mathcal{E}$  cesse de croître [Fau. 1979].

Berthod propose une méthode de recherche dichotomique, qui s'avère plus rapide [Bert. 1980].

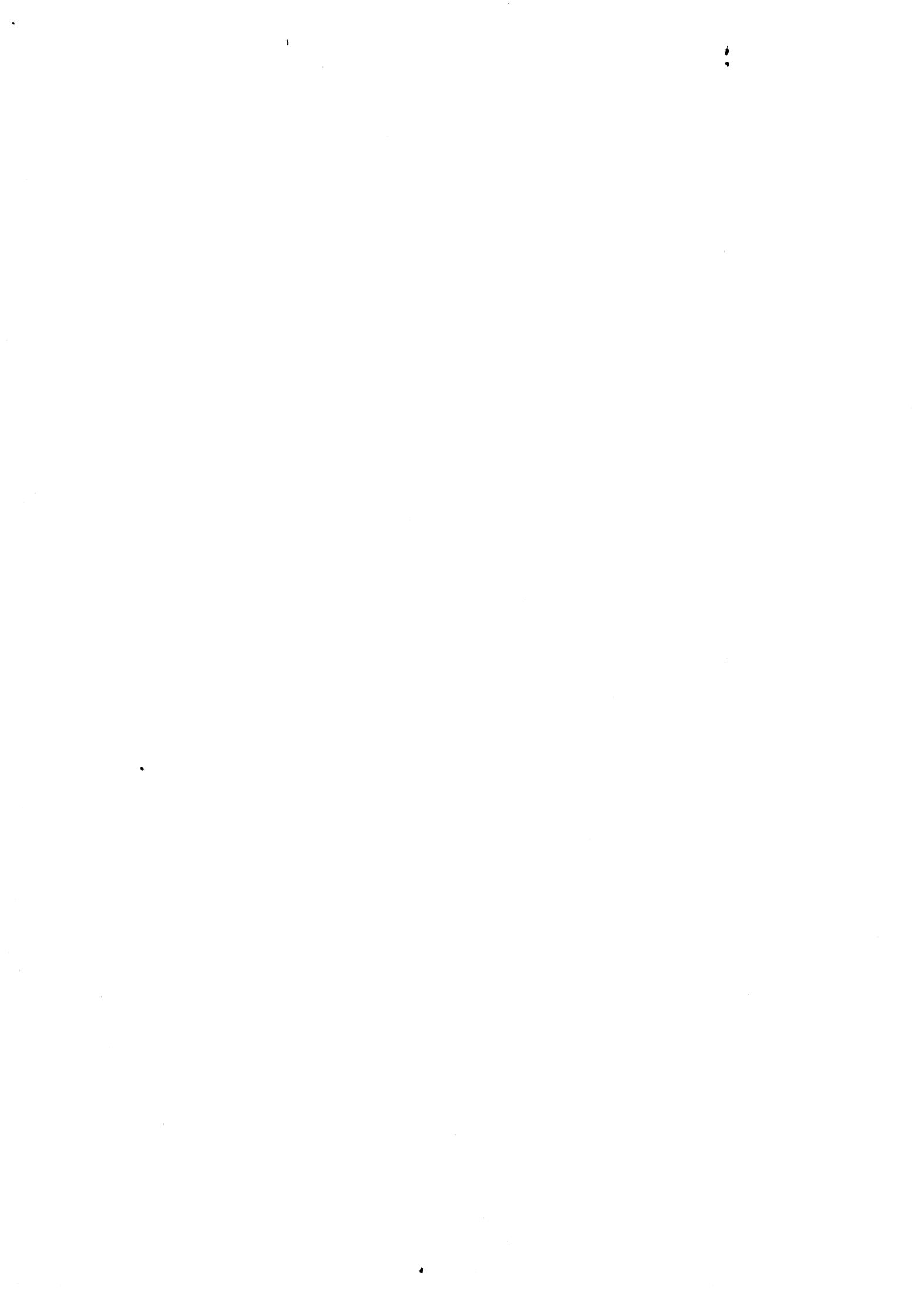
Berthod souligne le fait que la solution est d'autant meilleure que l'on s'éloigne le moins du gradient projeté, et donc que le déplacement est moindre. Le problème pratique qui apparaît à ce niveau est la rapidité de la convergence. Là encore, plusieurs itérations sont nécessaires afin d'arriver à un étiquetage satisfaisant. Encore une fois, un compromis entre la qualité du résultat et la rapidité de l'évolution de l'étiquetage est difficile à obtenir.

## CONCLUSION

L'utilisation du contexte pour l'amélioration de l'étiquetage a suscité beaucoup d'intérêt auprès des chercheurs en reconnaissance des formes. Ces procédés ont été largement appliqués dans des domaines complexes tels l'analyse des images. Les résultats publiés dans ce domaine mettent en évidence le rôle et l'apport de la prise en compte de l'information contextuelle.

Notre objectif tout au long de cette présentation est demeuré celui de synthèse des approches existantes. Soulignons cependant une tentative sur le plan théorique concernant l'étude de la convergence relativement à l'approche de Rosenfeld. Par ailleurs nous avons essayé de placer les différentes écoles par rapport au problème du contexte tel qu'il a été introduit au début de ce mémoire. Quant à la comparaison des différentes méthodes, nos remarques ont souvent été guidées par des résultats pratiques qui seront exposés au terme de ce mémoire.

Ce que nous pouvons retenir de cette étude est que l'introduction de la notion de relation contextuelle a permis d'établir un critère de consistance permettant ainsi de mieux contrôler l'évolution de l'étiquetage en faisant intervenir les notions de compatibilité et d'ambiguïté. En outre la décomposition du problème du contexte à l'aide de la notion de voisinage a permis la mise en oeuvre d'algorithmes applicables à des domaines de grandes dimensions, en particulier en analyse d'images.



PARTIE B

APPLICATION A LA SEGMENTATION

DES IMAGES



## CHAPITRE I

### utilisation du contexte en segmentation

Selon l'application étudiée et l'objectif poursuivi, l'interprétation d'une image peut intervenir à des niveaux d'abstraction très différents. Elle peut consister en la transformation de l'image en une suite de paramètres : il s'agit d'un outil d'aide à la décision. A un niveau plus élevé, l'interprétation peut aller jusqu'à la reconnaissance par la machine de la scène qui lui est présentée.

Dans un cas ou un autre, l'interprétation d'une image nécessite la détection des différentes classes qui la composent : c'est l'étape de la segmentation.

Pour aboutir à ces objectifs, il convient de disposer d'un système de représentation pour la description de l'image.

Le système de représentation doit expliciter non seulement la nature intrinsèque des éléments de base représentant les objets, mais également les contraintes selon lesquelles les objets élémentaires doivent être regroupés pour constituer l'image. Celles-ci traduisent l'information contextuelle et constituent notre connaissance du modèle du monde.

#### **I.1. Définition du problème**

L'analyse d'une scène implique la détection des ensembles qui la composent. Pour aboutir à cet objectif, à partir des procédés définis dans la partie A, il est nécessaire de définir un système de représentation numérique qui dérive des observations et des informations qui constituent notre connaissance du modèle du monde.

L'image dans sa représentation la plus élémentaire est définie comme la distribution spatiale d'intensité lumineuse (niveau de gris) ou de couleur. L'objet au sens de l'étiquetage est représenté par le point-image appelé pixel.

## I.2 représentation intrinsèque de l'image

Sur le plan topographique, une image se présente sous la forme d'un tableau bidimensionnel (de dimension  $N_1 \times N_2$  ).

Un point image est caractérisé par sa position  $(x,y)$  dans le tableau  $A$  et par son niveau de gris ou sa couleur. Plusieurs modélisations de la couleur peuvent être définies [Prat. 1978 ; Fau. 1976 ; Gar. 1979 ] (figure12).

Nous ne nous préoccupons pas du problème de la représentation intrinsèque de l'image dans ce mémoire, un résumé peut être trouvé dans [Gar. 1986 ]. Nous supposons seulement qu'à chaque élément  $(x,y)$  est associée une valeur numérique  $I(x,y)$  que nous appellerons valeur-image. Dans le cas d'une image monochromatique, cette valeur correspond au niveau de gris.

Si la description de l'image est basée sur des concepts liés à la caractérisation ponctuelle, la segmentation est surtout basée sur des concepts de similarité ou de dissimilarité. En effet :

- On peut considérer une classe comme une plage qui regroupe un ensemble de points spatialement voisins et présentant des caractéristiques d'intensité lumineuse ou de couleur répondant à un critère de similarité que l'on se donne ;

- On peut également s'intéresser uniquement aux contours délimitant ces plages. Dans ce cas, on définit la classe par l'ensemble de ses éléments de contours. Il s'agit alors, non pas de détecter les plages d'intensité lumineuse similaire, mais de déceler les frontières séparant ces plages

Dans les deux cas, l'ensemble  $A$  des objets est celui des pixels d'une image numérisée, représentée par un tableau de dimension 2.

$$A = \{ (x,y) ; x = 1 \dots N_1 ; y = 1 \dots N_2 \}$$

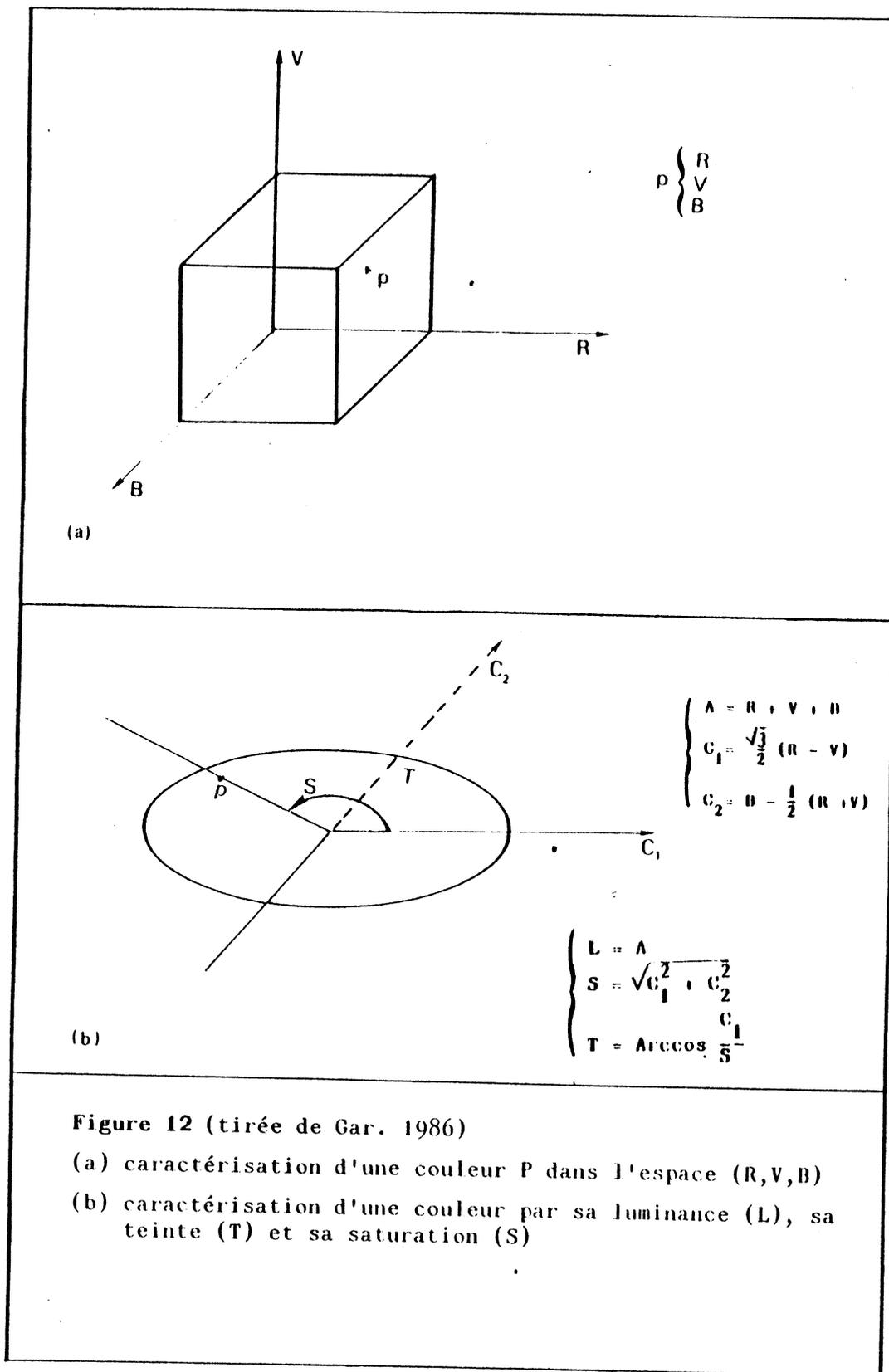


Figure 12 (tirée de Gar. 1986)

- (a) caractérisation d'une couleur P dans l'espace (R,V,B)
- (b) caractérisation d'une couleur par sa luminance (L), sa teinte (T) et sa saturation (S)

Un point image est caractérisé par :

- Sa position spatiale en fonction de ses deux coordonnées : x et y ;
- Sa "valeur-image" : I(x,y).

Les concepts de région et de frontière sont des descripteurs du support de l'image. Associés au contexte, à des éléments de compatibilité, ils nous permettent d'aboutir à une élaboration de la segmentation.

### I.1.2. Voisinages et relations contextuelles

Afin de compléter la formulation du problème de l'étiquetage -au sens antérieurement défini- il est nécessaire d'associer à l'information intrinsèque liée au point, l'information obtenue à partir du contexte et constituant notre connaissance à priori du modèle du monde.

Les voisinages, au sens de l'étiquetage, dans le cas de la segmentation, sont interprétés dans un contexte géométrique. Pour un élément (u,v) du tableau A, le voisinage  $V_{uv}$  est l'ensemble des éléments (x,y) défini par:

$$V_{uv} = \left\{ (x,y) : D((u,v) ; (x,y)) \leq C \right\}$$

C est une constante positive

D est une distance donnée.

Pour une valeur l de C on a:

$$\frac{D_l \text{ définit } V_{uv}}{\text{---}}$$

$$\begin{array}{ccc} & 0 & \\ 0 & x & 0 \\ & 0 & \end{array}$$

$$\frac{D_{\infty} \text{ définit } V_{uv}}{\text{---}}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Remarque :

Une telle définition stéréotypée du voisinage ne peut pas englober les éléments du bord de l'image. Pour donner un sens à cette définition en concernant les mêmes voisinages on est souvent amené à inclure un bord fictif. Un bord fictif est un ensemble d'éléments artificiellement inclus dans l'ensemble  $\Lambda$ . Son introduction dans  $\Lambda$  amène en pratique à définir un étiquetage pour de tels points, ce qui est en réalité très arbitraire étant donné qu'on ne peut se baser sur des observations (figure 13).

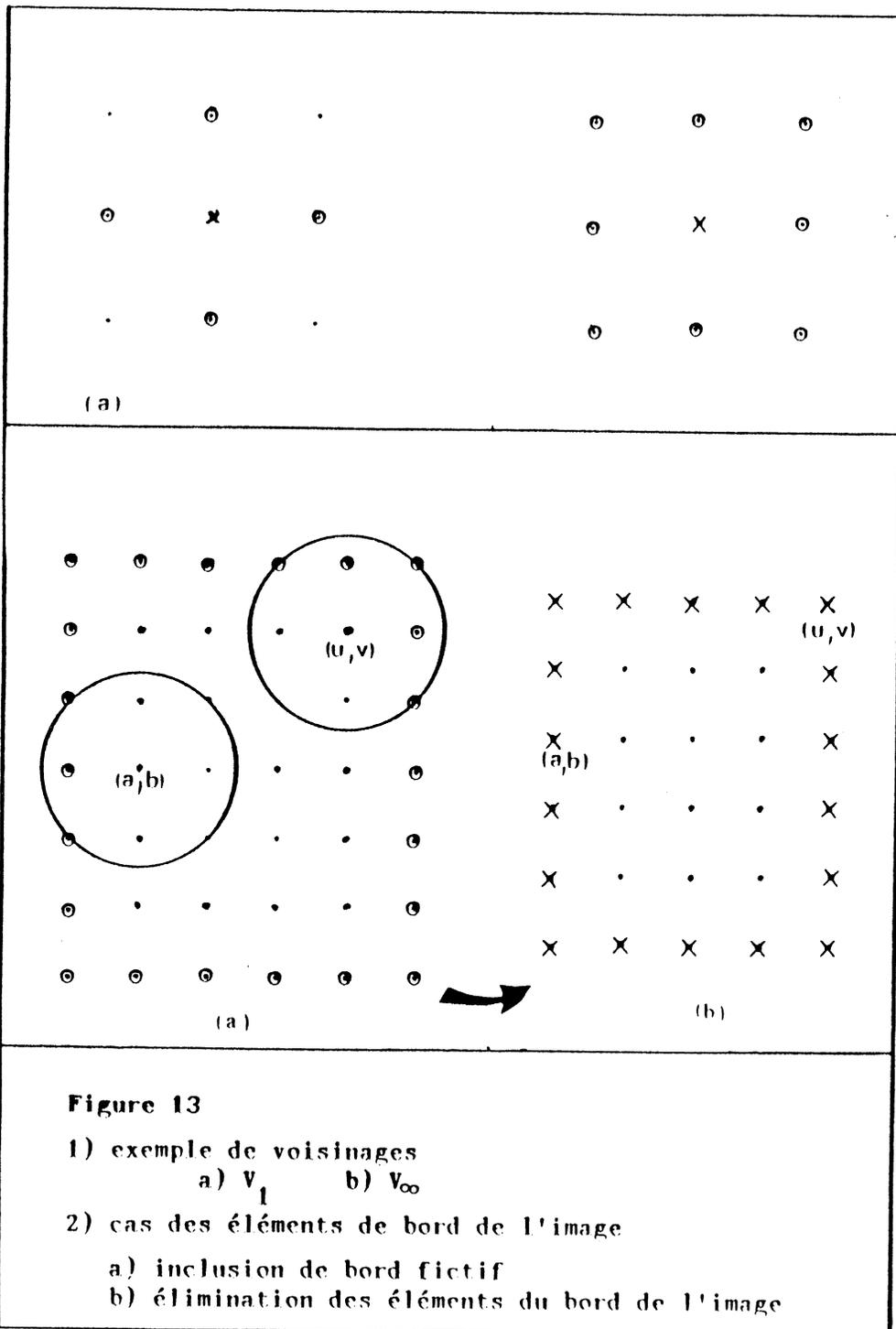
Une autre possibilité consiste à éliminer les éléments du bord (réel) de l'image, dans ce cas l'étiquetage associé à ces points n'est pas pris en compte par le processus d'amélioration.

Par ailleurs nous nous limitons aux voisinages d'ordre 1, ce qui est suffisant pour exprimer les propriétés générales souhaitables concernant le modèle du monde. Le point  $(u,v)$  en question peut éventuellement, être élément de son propre voisinage.

Cette partie est consacrée à l'application de la relaxation probabiliste dans le domaine de la segmentation des images. C'est l'algorithme de Rosenfeld qui nous a servi d'approche de base. Les modèles de segmentation que nous exposons ici sont surtout illustrés par des exemples d'images cytologiques, d'autres exemples d'applications sont donnés à titre comparatif toutefois les modèles que nous présentons sont assez généraux pour être appliqués à une large classes d'images.

Le premier modèle que nous présentons est une application à des images multispectrales. La segmentation est basée sur le concept région. L'amélioration de l'étiquetage peut être utilisé pour augmenter l'efficacité de la reconnaissance.

Le second modèle propose l'utilisation des approches "amélioration de l'étiquetage" à l'extraction de contours. Ce modèle qui a déjà vu l'application de méthodes d'amélioration se présente comme un domaine privilégié pour l'utilisation du contexte.



Enfin le dernier modèle représente comme une sorte de coopération des 2 concepts : "le concept région" et "le concept frontière". Le principe consiste à prendre en compte, simultanément les 2 entités et à les traiter au sein d'un processus unique de mise à jour.

Les illustrations interviennent en dernier lieu tant pour justifier l'intérêt de la notion d'amélioration d'étiquetage que pour confirmer expérimentalement certaines propriétés qui ont été prévues mais non toujours démontrées de façon formelle : telle que la convergence ou l'efficacité d'une approche par rapport à une autre.



## CHAPITRE II

### Application au modèle de région

L'application du processus "amélioration de l'étiquetage" n'est qu'une phase du traitement. Le problème complet suppose une étape d'apprentissage qui consiste à définir le meilleur classificateur (le plus efficace) permettant de déterminer l'étiquetage initial et à déterminer les relations contextuelles qui traduisent notre connaissance du modèle du monde.

Soit une image, représentée par un tableau  $A$  bidimensionnel, soit  $I(u,v)$  la valeur-image associée au point  $(u,v)$  par une étude de la dynamique de la variable  $I$ , un processus de classification permet d'obtenir une partition de l'image en régions susceptibles d'être présentes dans l'image.

Dans notre cas, nous avons utilisé l'algorithme de Fisher [Rom. 1973] qui, travaillant sur l'histogramme des valeurs de la variable  $I$  et compte tenu du nombre de classes préfixé, permet de sélectionner des seuils. Le seuillage est considéré pertinent dès lors que les caractéristiques des différentes classes obtenues sont suffisamment uniformes au sens d'un certain critère .

Le critère évalué à cet égard est la somme des variances du paramètre observé pour les différentes classes.

$$\sum_K \sigma_k \quad \sigma_k \text{ étant la variance de la classe } k.$$

Un algorithme inspiré de la programmation dynamique permet d'obtenir une partition de l'image.

## II.1. Détermination de l'étiquetage initial

L'algorithme mentionné ci-dessus nous permet de partitionner l'image initiale en  $M$  classes. Ainsi,  $(M-1)$  seuils sont obtenus.

A partir de ce seuillage, on détermine un vecteur d'étiquetage (initial)  $\bar{P}_{uv}$ , dont la composante  $P_{uv}(k)$  exprime la probabilité pour le point  $(u,v)$  d'être affecté à la classe  $k$ .

Plusieurs manières peuvent être envisagées pour déterminer l'étiquetage initial. dans notre cas nous avons choisi 2 fonctions pour exprimer la distribution de la densité de la probabilité d'appartenance des points aux différentes classes.

### II.1.1. Etiquetage initial : fonction linéaire.

La façon la plus naturelle de déterminer le vecteur  $\bar{P}_{uv}$  (vecteur d'étiquetage) à partir des simples observations est de considérer ce dernier comme une fonction linéaire de la variable valeur-image représentée par  $I(u,v)$  ( figure 14 )

#### Expression analytique :

Soient  $I_1$  et  $I_2$ , respectivement la borne inférieure et la borne supérieure du domaine de variation de la variable valeur-image  $I(u,v)$  ( $(u,v)$  est dans  $\Lambda$  ).

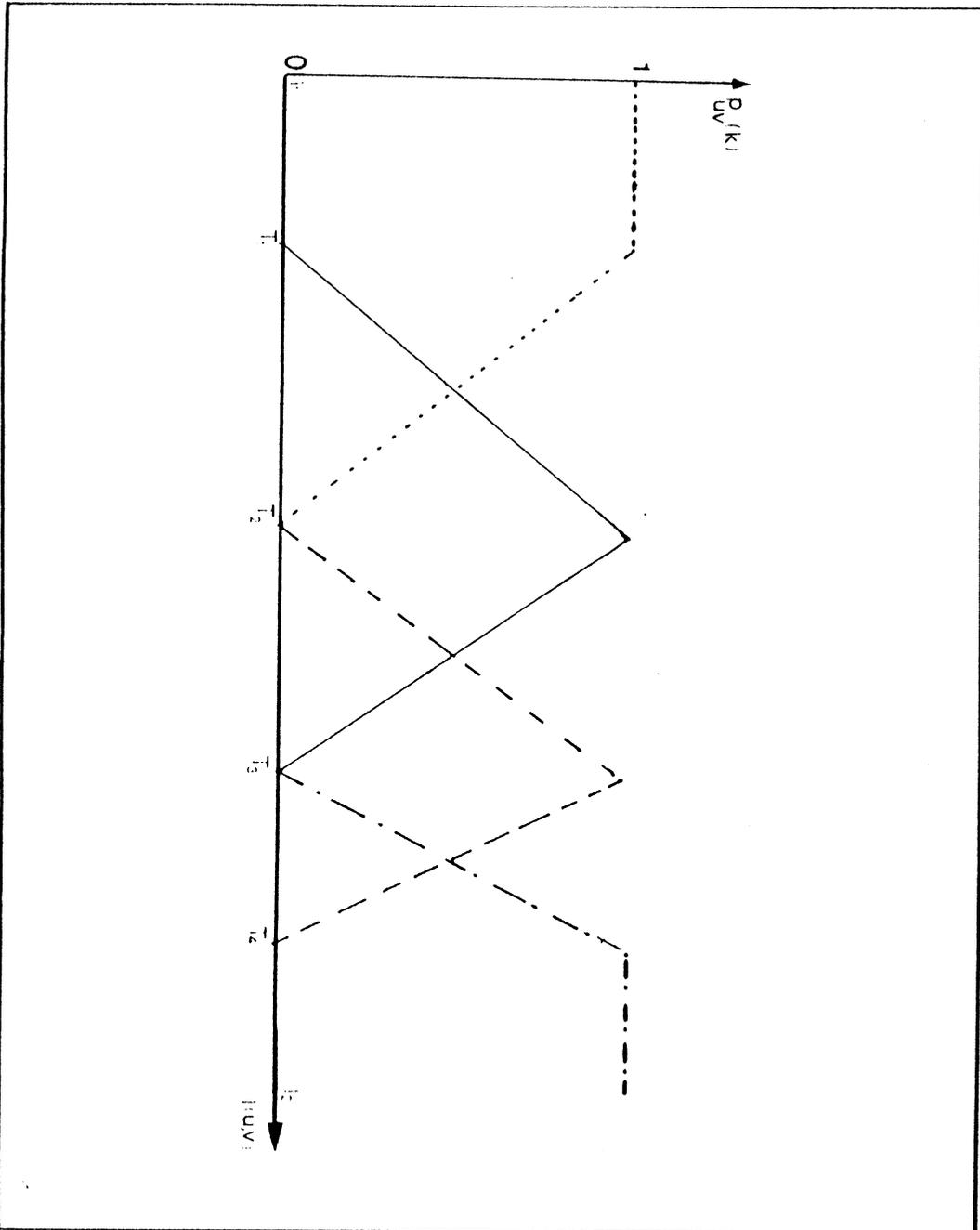
Soient  $T_i$ ,  $i$  variant de 1 à  $(M-1)$ , les valeurs des seuils données par l'algorithme de classification décrit ci-dessus, on note par :

$$T_0 = I_1 \qquad T_M = I_2$$

Pour chaque point  $(u,v)$  de valeur-image  $I(u,v)$ , la probabilité d'appartenance à une classe  $k$  est donnée par :

$$P_{uv}(1) = 1 \qquad \text{si } I(u,v) \in [T_0, T_1]$$

$$P_{uv}(k) = 1 - P_{uv}(k-1) \qquad \text{si } I(u,v) \in [T_{k-1}, T_k] \text{ et } k \neq 1$$



**Figure 14**

Représentation de la loi de probabilité, d'appartenance d'un point  $(u,v)$  à une classe  $k$ , dans le cas de 4 classes.

$$\begin{aligned}
 P_{uv}^{\circ}(k) &= \alpha_k I(u,v) + \beta_k && \text{si } I(u,v) \in [T_k, T_{k+1}] && (50) \\
 P_{uv}^{\circ}(k) &= 0 && \text{sinon}
 \end{aligned}$$

Nous imposons à la fonction définie ci-dessus d'être continue sur l'intervalle  $I_1, I_2$ . Elle doit donc vérifier les contraintes suivantes.

$$\begin{aligned}
 \alpha_k T_k + \beta_k &= 1 \\
 \alpha_k T_{k+1} + \beta_k &= 0
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

La résolution du système (51) donne :

$$\begin{aligned}
 \alpha_k &= \frac{1}{T_k - T_{k+1}} \\
 \beta_k &= -\frac{T_{k+1}}{T_k - T_{k+1}}
 \end{aligned}$$

La figure 14 est une illustration du cas où le nombre de classes est égal à 4.

L'expression ci-dessus ne fait appel qu'à des processus très simples. En contre partie, de par sa définition, cette fonction présente très peu de recouvrement sur l'intervalle  $[I_1, I_2]$ , au sens qu'un point  $(u,v)$  admet au plus deux composantes non nulles. Donc, à priori, chaque point  $(u,v)$  n'a que deux étiquettes possibles, ce qui n'est pas toujours souhaitable car il ne faut pas perdre de vue l'origine pratique du problème. Il s'agit d'améliorer un étiquetage initial grâce au contexte, c'est-à-dire de lever des ambiguïtés ou ajuster quelques valeurs, mais le processus ne permet pas de modifier des valeurs nulles au départ. C'est d'ailleurs l'une des

faiblesses des procédés étudiés dans la partie A.

### 11.1.2. Etiquetage initial : distance de Mahalanobis

A partir de la subdivision déterminée par l'algorithme de Fisher, on estime la moyenne de la classe  $k$  ( $k = 1..M$ ), calculée sur le paramètre valeur-image  $I$ . On pose :

$$\mu(k) = E ( I(u,v) ) : \quad (u,v) \in k \quad (52)$$

Si on désigne par  $\sigma_k$  l'écart-type calculé sur la classe  $k$ , on a :

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N_k} \sum_{(u,v) \in k} [I(u,v) - \mu(k)]^2 \quad (53)$$

$N_k$  étant le nombre d'éléments affecté à la classe  $k$  par l'algorithme de classification de Fisher.

Ainsi la distance d'un point  $(u,v)$  à la classe  $k$  est donnée par :

$$d_{uv}(k) = \frac{I(u,v) - \mu(k)}{\sigma_k} \quad (54)$$

Si on note par  $P_{uv}^o(k)$  ;  $k = 1..M$  la probabilité initiale pour le pixel  $(u,v)$  d'être affecté à la classe  $k$ . On pose :

$$P_{uv}^o(k) = \frac{\frac{1}{d_{uv}(k)}}{\sum_{l=1}^M \frac{1}{d_{uv}(l)}} \quad (55)$$

## II.2 Voisinage, relations contextuelles et coefficients de compatibilité

Comme nous l'avons déjà souligné, dans le domaine de la segmentation, le voisinage s'interprète au sens spatial. On rappelle à ce propos l'expression du voisinage  $V_{uv}$ , voisinage utilisé dans le cadre des différentes manipulations.

$$V_{uv} = \{ (x,y) : (x,y) \in \Lambda \text{ et } x = ui ; y = vj \text{ où } i, j = -1, 0, 1 \}$$

Les bords sont donc éliminés (figure 13).

Compte tenu des propriétés que doivent vérifier les coefficients de compatibilité définis au sens de Rosenfeld, ces derniers peuvent être considérés comme des coefficients de corrélation [Pel. 1978]. Bien que cette approche dérive d'une idée intuitive de la compatibilité telle qu'elle a été définie dans (A.II.1), elle donne néanmoins une interprétation statistique à la notion de relation contextuelle. On note par :

$r_{ij}(k,l)$  : le coefficient de compatibilité de l'assignation de l'étiquette  $k$  au point  $(u,v)$  avec l'assignation de l'étiquette  $l$  au point  $(ui, vj)$  voisin de  $(u,v)$ .

$p_{uv}^o(k)$  étant la probabilité initiale pour que le point  $(u,v)$  appartienne à la classe  $k$ , on estime la probabilité moyenne  $M(k)$  de l'occurrence de l'étiquette  $k$  ( $k = 1 \dots M$ ) dans l'image  $\Lambda$ .

$$M(k) = \frac{1}{N} \sum_{(u,v) \in \Lambda} p_{uv}^o(k) \quad \text{où } N \text{ désigne le cardinal de } \Lambda \quad (56)$$

Soit  $\text{Var}(k)$ , la variance calculée sur la variable  $P_{uv}(k)$  pour la classe  $k$ .

$$\text{Var}(k) = \frac{1}{N} \sum_{(u,v) \in \Lambda} (P_{uv}(k))^2 - M^2(k)$$

On estime la compatibilité de l'affectation du pixel  $(u,v)$  à la classe  $k$  avec l'affectation du point  $(u+i, v+j)$  à la classe  $l$  comme suit:

Pour  $i, j = -1, 0, 1$  et  $|i| + |j| \neq 0$ ; on pose :

$$r_{ij}(k,l) = \frac{E( (P_{uv}^o(k) - M(k)) (P_{u+i, v+j}^o(l) - M(l)) )}{\sqrt{\text{Var}(k) \text{Var}(l)}} \quad (57.a)$$

On remarque que les coefficients représentés par l'expression (57.a) ne dépendent pas du point  $(u,v)$  considéré, mais uniquement de la position l'élément  $(u+i, v+j)$  par rapport à  $(u,v)$ .

Afin de décider de la "possibilité" pour un point  $(u,v)$  de changer (ou non) de classe, autrement dit pour définir la compatibilité pour  $i=j=0$ , on pose :

$$r_{00}(k,l) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = l \\ -1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (57.b)$$

Les expressions (57a) et (57b) ne sont pas liées à un type d'images déterminé. Elles sont au contraire d'une application très large et donnent une interprétation formelle à la notion de compatibilité. En contre partie, comme les valeurs des coefficients sont estimées à partir de moyenne globale, ces valeurs sont liées à la proportion de points supposés appartenir à chacune des classes.

Par conséquent, les régions de grande "surfaces" se trouvent

favorisées au détriment de celles ayant des surfaces relativement réduites.

Un calcul local des coefficients de compatibilité pourrait résoudre ce problème. Il consisterait à associer un tableau de coefficients à chaque pixel. Malheureusement, un tel modèle, bien qu'il paraisse fiable, du moins formellement, présente d'autres inconvénients qui, dans notre cas, ont été des causes pénalisant cette alternative à savoir :

- le processus devient très sensible aux variations locales ;

- le nombre de coefficients "à stocker" devient considérable. Ce qui nécessite leur remise à jour à chaque itération. Le temps mis par le processus, pour arriver à un résultat satisfaisant, devient prohibitif.

Nous avons souvent eu à déterminer les différents coefficients d'interaction à partir de notre connaissance à priori de l'image (informations données par un expert). Nous présenterons au cours des illustrations, certains tableaux qui nous ont donné des résultats jugés satisfaisants.

### CHAPITRE III

#### Application au modèle contour

Les contours sont des courbes virtuelles qui séparent les zones que l'on désire distinguer dans une image. Un élément de contour est porté par un point et non situé entre deux points.

Après une présentation des méthodes utilisées pour l'extraction des contours, nous présenterons l'approche "relaxation" avec les différentes phases d'initialisation et de prise en compte des relations contextuelles dans un cadre de contours non orientés ainsi que dans celui de contours orientés

#### III.1 Extraction des contours dans un environnement contextuel

L'extraction de contour est un problème tout à fait classique en traitement d'images. La littérature offre un certain nombre d'algorithmes de traitements spécifiques.

Etant donnée une image numérisée, par définition, un contour se présente comme une séquence d'éléments qui sépare deux zones présentant une certaine homogénéité. Un pixel est considéré comme "candidat" à être élément de contour s'il vérifie une certaine propriété liée aux informations intrinsèques de l'image

Un élément de contour éventuel doit être précédé et suivi d'un autre élément de contour, ou (dans un cas limite) d'un élément du bord de l'image. Si, en outre, la direction orientée est prise en compte, il est clair que ce paramètre doit vérifier une certaine cohérence dans le voisinage du point considéré. Cette seconde source d'information est déduite de notre connaissance, a priori, du modèle du monde.

Ainsi présentée, l'extraction de contour est typiquement un problème où l'information contextuelle joue un rôle important.

La détection et le traitement de contours ont fait l'objet d'une

abondante littérature [Lev. 1980 ; Zuc. 1977 ; Huck. 1971 ...].

Sur le plan méthodologique deux voies s'offrent à nous :

- Une détection très locale à partir d'opérateurs différentiels (méthodes de gradients et laplaciens) ;
- Une détection plus large, selon la méthode de Hueckel, où le calcul se fait sur une dizaine de points.

Les méthodes locales sont les plus utilisées et sont fondées sur l'application d'un opérateur de dérivation. De nombreux travaux ont porté sur la définition et le choix de tels opérateurs. Divers gradients, laplaciens et opérateurs spécialisés ont été proposés

L'intérêt des méthodes locales, tel le gradient, apparait essentiellement dans la grande rapidité et la simplicité des calculs mis en oeuvre. Leurs inconvénients majeurs sont :

- Apparition de contours superflus, engendrés par la présence de bruits dûs à des variabilités des caractéristiques intrinsèques de l'image;
- Epaissement des contours par endroit, conséquence d'une transition dégradée de la variable niveau de gris;
- Disparition de "morceau" de contours séparant des zones de faible contraste.

Les problèmes énumérés ci-dessus mettent en évidence la raison pour laquelle, même sur une image assez simple, il est très rare qu'un classement effectué de façon déterministe sur les différents pixels puisse aboutir à des contours bien formés. Des traitements spécifiques sont nécessaires pour combler les trous (présents dans les contours), supprimer des points de contours aberrants, affiner des "endroits" de contours doubles.... Il s'agit, en pratique, d'algorithmes complexes et nécessairement adaptés à chaque type d'image.

La tâche de tels processus est d'autant plus simplifiée que la détection de départ est améliorée. C'est dans cette perspective que nous situons la relaxation probabiliste telle que nous l'utilisons dans ce chapitre.

### III.2 Détection des contours

L'ensemble  $A$  étant l'ensemble des pixels  $(u,v)$ , chaque pixel peut ou non être un élément de contours. Un élément de contour éventuel est caractérisé par sa direction orientée, quantifiée sur plusieurs niveaux (4 ou 8). Ces niveaux sont représentés par les symboles:

4 niveaux

1. —                      | 2                      → 3                      | 4

8 niveaux

1. —      2. /      3 |      4 \      → 5      / 6      | 7      \ 8

Une flèche symbolise un point de contour dans la direction correspondante.

Le nombre de classes dépend essentiellement du fait que l'on considère des contours orientés ou non orientés.

Dans le cas de contours non orientés l'ensemble des étiquettes  $L$  est constitué de 2 classes : une classe contour et une classe non-contour.

Dans le cas de contours orientés, le nombre de classes dépend du nombre des niveaux de quantification choisi, en l'occurrence 4 ou 8, auxquels s'ajoute la classe non-contour.

Les méthodes couramment utilisées pour la détection de contour emploient des opérateurs différentiels, opérant localement.

Le principe de tels opérateurs est basé sur la convolution d'une

fenêtre, centrée en chaque point, avec un masque donné. Nous présentons ci-contre quelques uns de ces masques (figure 15) [Lev. 1980 ; Rob. 1977].

Leurs mérites dépendent essentiellement de la sensibilité de ces opérateurs au bruit et sur l'isotropisme des détections. Leur efficacité varie selon le type de l'image considérée.

Les opérateurs que nous avons choisis sont le Kirsh et le Compass "directional" dans le cas à 8 niveaux et le Prewitt dans le cas où seuls 4 niveaux sont considérés ( figure 15 ).

Du point de vue pratique seuls 4 masques (respectivement 2 masques) sont utilisés, correspondant aux 4 directions (respectivement 2 directions) horizontale, verticale et les deux obliques (respectivement horizontale et verticale)

A chaque masque  $K_s$  est associé un angle  $\omega_s$  spécifiant la direction de la dérivation. On convient :

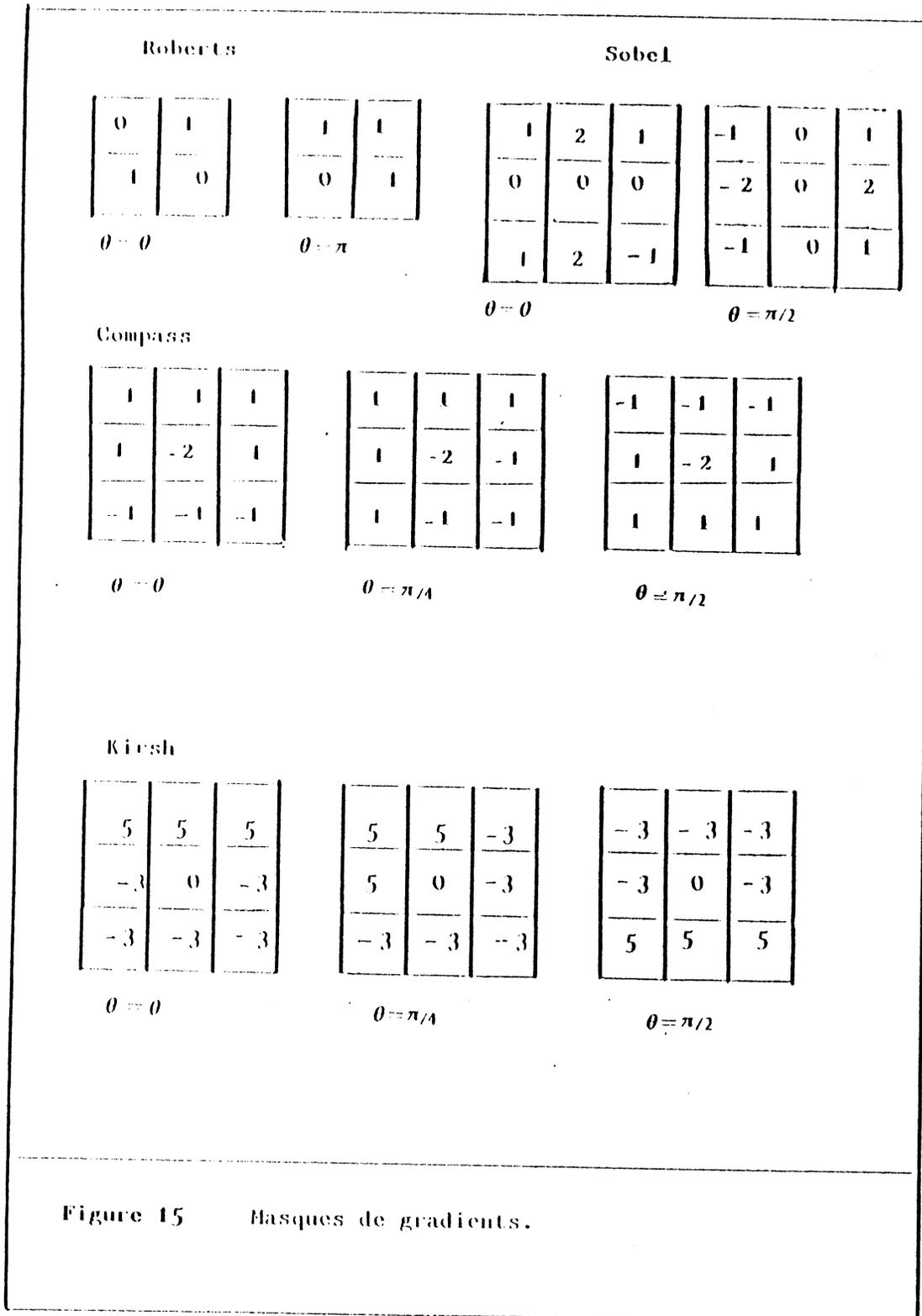
$\omega_s = (\pi/4)s$  ( respectivement  $(\pi/2)s$  ) où  $s$  représente le numéro du masque.

soit  $g_s(x,y)$  où  $s = 1 \dots M/2$  ( où  $M = 4$  ou  $8$  le résultat de la convolution d'une fenêtre  $3 \times 3$  centrée en  $(x,y)$  avec le masque d'ordre  $s$ . On pose :

$$g_s(x,y) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 I(x+i, y+j) K_s(i,j) \quad (58)$$

où  $I(x,y)$  est la "valeur image" du pixel  $(x,y)$  et  $K_s(i,j)$  l'élément générique de  $K_s$ , masque d'ordre  $s$ .

Le problème posé par ce type d'opérateurs, dont le principe est basé sur le rehaussement des frontières, est qu'ils vont rehausser toutes les transitions fortes de niveau de gris dans l'image, ainsi, la détection des



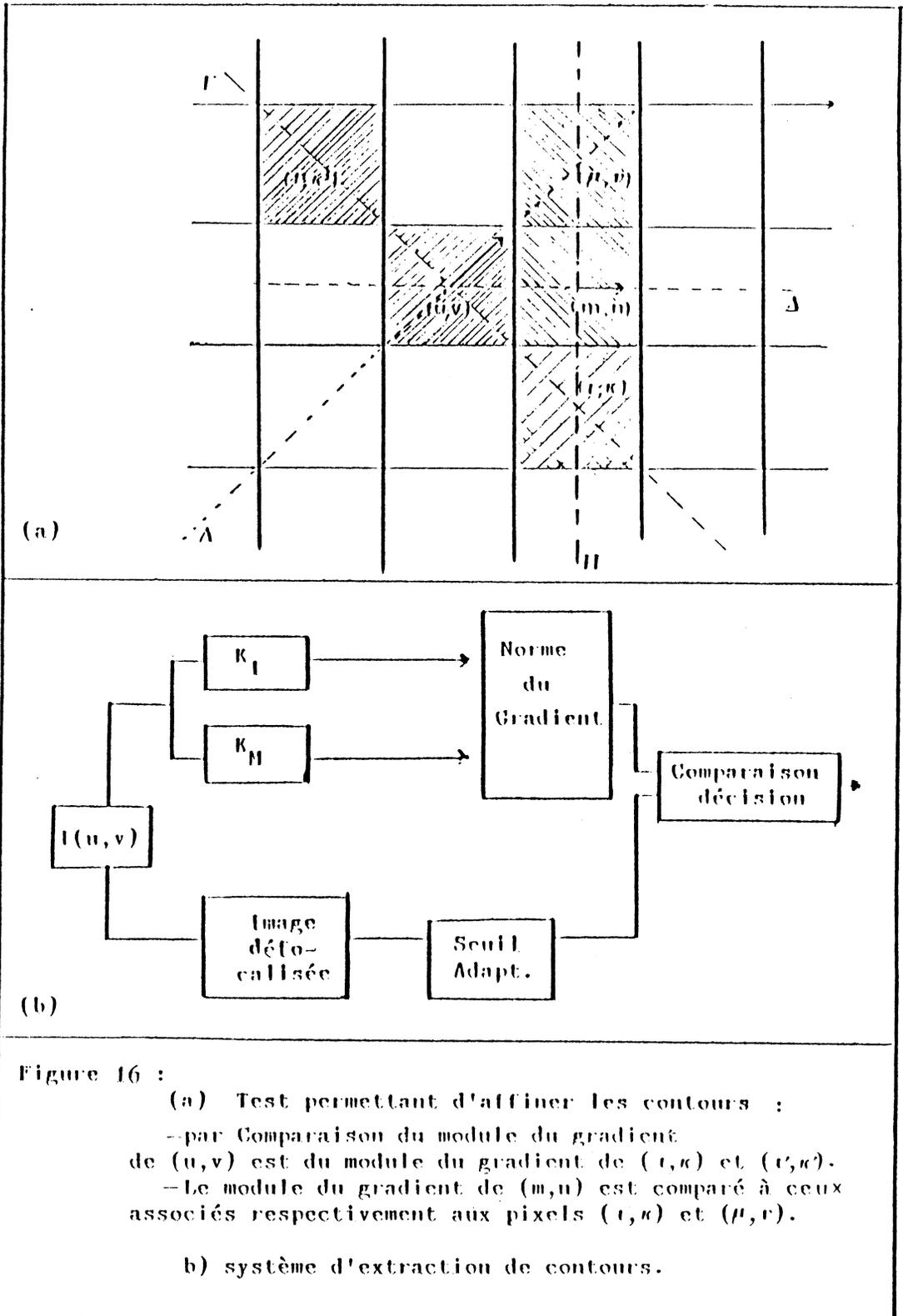


Figure 16 :

- (a) Test permettant d'affiner les contours :
  - par Comparaison du module du gradient de  $(u, v)$  est du module du gradient de  $(\nu, \kappa)$  et  $(\mu, \nu)$ .
  - Le module du gradient de  $(m, n)$  est comparé à ceux associés respectivement aux pixels  $(\nu, \kappa)$  et  $(\mu, \nu)$ .

b) système d'extraction de contours.

frontières réelles est rendue délicate. En conséquence La sortie de tels algorithmes est toujours entachée d'erreurs. Des traitements spécifiques sont nécessaires pour décider si la frontière est suffisamment marquée pour être conservée en tant que telle.

Un seuillage classique qui compare le module du gradient à une valeur fixée donne en général des résultats médiocres. Pour cela des processus de traitements, à caractère assez général, ont été développés [Rob. 1977 ; Asf. 1981 ; Nag. 1979 ...].

La technique que nous avons adoptée dans notre cas procède ainsi:

Soit  $\vec{G}(x,y)$  le vecteur gradient obtenu par concaténation des valeurs  $g_s(x,y)$  (ie  $\vec{G}(x,y) = [g_1(x,y), g_2(x,y) \dots g_M(x,y)]^T$ ). On calcule le module du vecteur comme ci-dessous:

$$\|\vec{G}(x,y)\| = \text{Max}_{s=1..M/2} \|g_s(x,y)\| \quad M \text{ étant le nombre de masques utilisés.}$$

Ceci nous permet en même temps de déterminer la direction orientée  $\theta(x,y)$  des contours en chaque point  $(x,y)$  considéré. On pose :

$$\begin{aligned} \theta(x,y) &= \omega_\tau & \text{si } \|\vec{G}(x,y)\| &= g_\tau(x,y) & \tau &= 1, M/2 \\ \theta(x,y) &= \omega_\tau + \pi & \text{si } \|\vec{G}(x,y)\| &= -g_\tau(x,y) \end{aligned}$$

Le traitement en question se fait en 2 étapes:

1. Une première sélection se fait en comparant la quantité  $\|\vec{G}(x,y)\|$  module du gradient au point  $(x,y)$ , à un seuil adaptatif  $S_{xy}$ . Un seuil adaptatif est une valeur calculée sur le voisinage du pixel  $(x,y)$ , à partir de la convolution d'une fenêtre centrée sur  $(x,y)$ , avec un masque K où:

$$K = 1/16 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Soit } I' = \sum_{i,j=1}^3 I(u_i, v_j) K(i,j)$$

La valeur  $S_{xy}$  est proportionnelle au résultat de la convolution

$$S_{xy} = \Lambda_0 \sum_{i,j=-1}^1 I'(x+i, y+j) \cdot K_s(i,j) \quad \text{où } s \text{ varie entre } 1 \text{ et } M/2$$

$\Lambda_0$  étant une constante associée au terme de "seuillage adaptatif" et en général caractéristique de l'image considérée. En pratique (pour les images que nous avons étudiées) les meilleurs résultats ont été obtenus pour les valeurs :  $\Lambda_0 = 1/2$  et  $\Lambda_0 = 2/3$ .

L'intérêt d'un seuillage adaptatif est qu'il permet de conserver des éléments de contours, détectés entre 2 zones de faible contraste, qu'un seuillage classique aurait éliminé.

2. La seconde étape est destinée à amincir les contours, donc à supprimer les contours doubles. Le procédé consiste à éliminer les éléments contours dont le gradient n'est pas maximum local sur sa direction (figure 16). Si un élément n'est pas retenu comme élément de contour, son gradient est annulé.

### III.3 contours non-orientés

Dans le cas de contours non orientés, l'ensemble des étiquettes L est constitué des 2 seuls éléments : étiquette contour ; étiquette non contour.

La direction n'intervient donc pas au niveau des étiquettes.

#### III.3.1. Détermination de l'étiquetage initial

Etant donné un pixel (u,v) appartenant à l'ensemble  $\Lambda$ , soit  $G(u,v)$  le module du vecteur gradient, associé à l'élément (u,v).

Si on désigne par  $P_{uv}^0(1)$  la probabilité initiale, pour un pixel (u,v) d'être élément de contours, et par  $P_{uv}^0(2)$  sa probabilité d'être affecté non contour (ou non frontière), on pose :

$$P_{uv}^0(1) = 0 \quad \text{si } \vec{G}(u,v) = \vec{0}$$

$$P_{uv}^o(1) = 1 - \frac{\text{Max}_{(x,y) \in A} \|\bar{G}(x,y)\| - \|\bar{G}(u,v)\|}{\text{Max}_{(x,y) \in A} \|\bar{G}(x,y)\| - \text{Min}_{(x,y) \in A} \|\bar{G}(x,y)\|} \quad \text{si } \|\bar{G}(x,y)\| \neq 0 \quad (59.a)$$

$$P_{uv}^o(2) = 1 - P_{uv}^o(1) \quad (59.b)$$

D'autres méthodes peuvent être utilisées pour déterminer l'étiquetage initial qui peut être obtenu à partir d'une simple normalisation des réponses obtenues à la sortie des valeurs gradient.

$$P_{uv}^o(1) = \frac{\|\bar{G}(u,v)\|}{\text{Max}_{(x,y) \in A} \|\bar{G}(x,y)\|}$$

### III.3.2. Voisinages, relations contextuelles et coefficients de compatibilité

Le voisinage d'un pixel  $(u,v)$ , noté  $V_{uv}$ , est bien entendu le voisinage défini au sens topologique défini antérieurement. Toutefois le point  $(u,v)$  considéré n'appartient pas à l'ensemble  $V_{uv}$ . On se limite à des voisinages d'ordre 1. Si on considère le voisinage défini par la norme  $L_\infty$ , l'expression analytique de  $V_{uv}$  est donnée par :

$$V_{uv} = \left\{ (x,y) : (x,y) \in A \text{ et } x = u+i ; y = v+j \text{ avec } i,j = -1, 0, 1 \text{ et } |i| + |j| \neq 0 \right\}$$

Pour simplifier le problème, les éléments du bord sont supposés appartenir à la classe non-contour. Si  $(u,v)$  est un élément du bord alors :

$$P_{uv}^o(1) = 0$$

$$P_{uv}^o(2) = 1$$

Quant à la détermination des coefficients de compatibilité, ces derniers peuvent s'obtenir de plusieurs manières.

Ils peuvent être soit déterminés à partir de notre connaissance a priori du modèle du monde, soit évalués selon un mode d'interprétation probabiliste ou statistique. La première option revient à les déterminer par apprentissage à partir d'une (ou plusieurs) image dont les contours ont été déjà marqués à la main. Une telle approche n'est pas toujours fiable. En effet, la proportion du nombre de points de contour dans une image peut varier d'une image à l'autre ; dans ce cas, on peut difficilement se baser sur des estimations effectuées sur des prototypes.

Une interprétation probabiliste ou statistique semble plus réaliste, du moins sur le plan théorique. Le problème, dans ce cas d'interprétation, est que, d'une part, un calcul global n'est pas représentatif du modèle du monde, d'autre part, un calcul local des coefficients poserait les mêmes problèmes que ceux que nous avons énumérés auparavant : à savoir, temps de calcul et capacité de stockage.

Une approche, basée sur la notion de continuité de la caractéristique "direction de contour", permet de favoriser certaines configurations jugées cohérentes et pénaliser certaines autres jugées non souhaitables. Bien qu'il soit difficile de parler d'un modèle type étant donné que chaque image admet des propriétés spécifiques, cette approche est, sinon générale, du moins plus réaliste. Le principe est largement inspiré du modèle de suivi de contours.

Soient  $\alpha$ ,  $\beta$  les pentes correspondant à la direction orientée du gradient retenue respectivement au point  $(u,v)$  et  $(x,y)$  où  $(x,y)$  est voisin de  $(u,v)$  :

$$\alpha = \theta(u,v) \qquad \beta = \theta(x,y)$$

Soit  $\rho$  l'angle orienté, formé par la droite joignant les 2 points  $(u,v)$  et  $(x,y)$ , par rapport à un axe horizontal.

Les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  sont mesurés suivant le sens trigonométrique.

On note par  $R_{xy}(k,l)$  le coefficient qui quantifie la compatibilité de l'affectation du pixel  $(u,v)$  à la classe  $k$ , avec l'affectation du pixel  $(x,y)$  à la classe  $l$  où  $(x,y)$  est voisin de  $(u,v)$ .

a) Interaction contour / contour

L'interaction entre deux éléments de contours est basée essentiellement sur une propriété de continuité au sens que, les affectations des pixels  $(u,v)$  et  $(x,y)$  sont jugées d'autant plus compatibles que l'écart entre les angles  $\alpha$  et  $\beta$  est faible.

L'ajustement définitif des coefficients de compatibilité est réalisé à partir de la position du pixel  $(x,y)$  par rapport au point central  $(u,v)$ . Pour cela, on pose :

$$R_{xy}(1,1) = \cos(\alpha - \gamma) \cos(\beta - \gamma) \quad (61.a)$$

L'expression ci-dessus vérifie :

$$\begin{aligned} R_{xy}(1,1) &\in [-1, 1] \\ R_{xy}(1,1) &\geq 0 \quad \text{si } \alpha = \beta \\ R_{xy}(1,1) &\leq 0 \quad \text{si } \alpha = \beta + \pi \end{aligned}$$

Exemple :

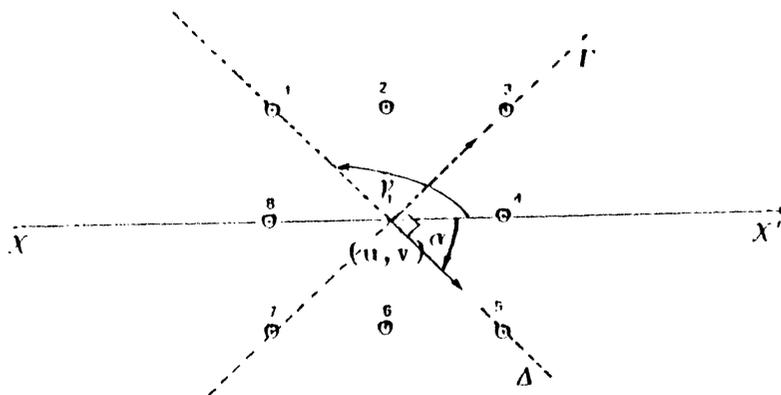
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Configuration	$R_{xy}(1,1)$
0	0	0 ou $\pi$		1
0	$\pi/4$	0		$\frac{1}{2}$
0	$\pi$	0 ou $\pi$		$-\frac{1}{2}$
$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/4$		-1

figure 17 : compatibilité contour / contour.

b) Interaction contour / non-contour

Pour évaluer les coefficients de compatibilité entre les 2 entités : contour et non-contour, nous nous sommes basés sur la propriété suivante :

L'affectation de l'élément  $(u,v)$  à la classe contour est incompatible avec l'affectation de l'élément  $(x,y)$  à la classe non-contour, si ce dernier est situé sur la direction du contour, définie au point  $(u,v)$ . Si, au contraire, la droite passant par  $(u,v)$  et  $(x,y)$  est orthogonal à la direction du contour au point  $(u,v)$ , on considère qu'on est dans un cas de compatibilité de voisinage.



L'affectation du pixel  $(u,v)$  à la classe contour est :

- compatible avec l'affectation du pixel (3) à la classe non-contour ;
- incompatible avec l'affectation des pixels (1) et (5) à la classe non-contour .

$\Delta$ : Direction orientée du contour au point  $(u,v)$

$\Gamma$ : Direction du vecteur gradient

Figure 18.a : Influence du voisinage dans le cas d'une configuration du type contour / non-contour

L'une des fonctions qui permet d'avoir les propriétés citées ci-dessus est :

$$R_{xy}(1,2) = -\cos 2(\alpha - \beta) \quad (61.b)$$

On vérifie que l'on a :

$$R_{xy}(1,2) \in [-1, 1]$$

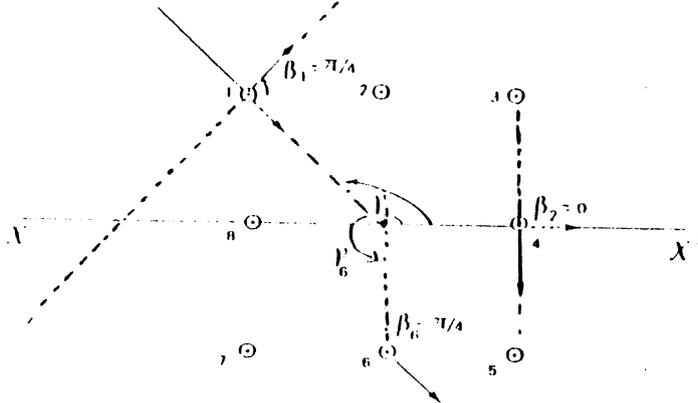
$$R_{xy}(1,2) = -1 \quad \text{si } \alpha - \beta = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$R_{xy}(1,2) = 1 \quad \text{si } \alpha - \rho = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

c) Interaction non-contour / contour

Ce cas est similaire au cas b. Par analogie, on peut écrire :

$$R_{xy}(2,1) = -\cos 2(\beta - \rho) \quad (60)$$



L'affectation des points (1) et (4) à la classe contour est compatible avec l'affectation de (u,v) à la classe non-contour. Les points (6) et (8) n'ont pas une influence significative sur l'étiquetage de (u,v) dans ce cas de configuration.

▲ Figure 18.b : Influence du voisinage dans le cas d'une configuration du type non-contour / contour

$\alpha$	$\beta$	$\rho$	configuration	$R_{xy}(1,2)$ / $R_{xy}(2,1)$
0	0	0 ou $\pi$	$\rightarrow \leftarrow \rightarrow$	-1 / -1
$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\nearrow$	-1 / 1
$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\pi$	$\rightarrow \uparrow$	1 / 0
$\frac{2}{3}\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\rightarrow \searrow$	$\frac{2}{3}$ / $\frac{2}{3}$

Figure 19 : Compatibilité contour / non-contour et non-contour / contour

### c) Interaction non contour / non contour

Comme la notion d'orientation n'existe pas dans le cas de cette configuration, ayant un élément affecté non contour, on ne dispose d'aucune information, a priori, pour décider quant à sa compatibilité avec l'affectation d'un élément du voisinage à l'étiquette non contour. Pour cela, on admet que :

$$R_{xy}(2,2) = \frac{1}{2}$$

### III.3.3 Implémentation de l'algorithme

L'ensemble des étiquettes est réduit à deux éléments - contour, non-contour. La remise à jour du vecteur  $P_{uv}^{(n)}$  se fait de la manière suivante:

$$Q_{uv}^{(n)}(1) = 1 + \sum_{(x,y) \in V_{uv}} C_1 P_{xy}^{(n)}(1) R_{xy}(1,1) + C_2 P_{xy}^{(n)}(2) R_{xy}(1,2)$$

$$Q_{uv}^{(n)}(2) = 1 + \sum_{(x,y) \in V_{uv}} C_3 P_{xy}^{(n)}(1) R_{xy}(2,1) + C_4 P_{xy}^{(n)}(2) R_{xy}(2,2)$$

$$P_{uv}^{(n+1)}(1) = \frac{P_{uv}^{(n)}(1) Q_{uv}^{(n)}(1)}{P_{uv}^{(n)}(1) Q_{uv}^{(n)}(1) + P_{uv}^{(n)}(2) Q_{uv}^{(n)}(2)}$$

### III.4 Contours orientés

Lorsqu'il existe plusieurs zones différentes, le cas est d'ailleurs fréquent, les contours peuvent se "croiser", d'où présence de points de jonction. Ces points, suivant le contour considéré, vont admettre une direction différente. Or tel qu'il est conçu, le modèle décrit précédemment ne permet pas de disposer d'une telle information.

Une prise en compte correcte du contexte, dans ce cas, nécessite en fait une spécification plus compliquée au niveau de chaque élément de contour éventuel :

- élément de contour double ;
- point de jonction entre deux ou plusieurs contours.

Il est assez difficile d'exprimer ces informations au niveau du processus d'amélioration, si on conserve une orientation unique.

La prise en compte des différentes orientations au niveau du vecteur d'étiquetage permet non seulement de disposer de ces informations mais aussi de les manipuler et éventuellement de les modifier.

Après l'étape de prétraitement décrite au III.2, on dispose, pour chaque pixel  $(u,v)$ , d'un vecteur gradient  $\vec{G}(u,v)$  de dimension  $M$  où  $M$  correspond au nombre de masques préfixés. Le vecteur  $G(u,v)$  peut être nul.

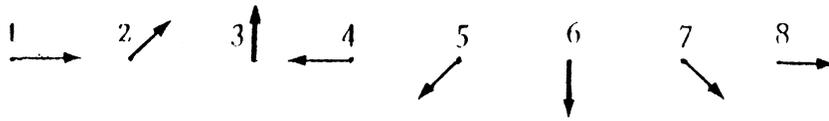
Rappelons qu'à chaque masque  $K_s$  est associé une direction orientée d'angle  $\theta_s$ . Une composante  $g_s(u,v)$  de  $G(u,v)$  représente une indication sur la possibilité que  $(u,v)$  soit un élément de contours suivant la pente  $\theta_s$ .

On définit l'ensemble  $L$  des étiquettes comme étant l'ensemble constitué de  $(M+1)$  classes où  $M$  représente le nombre le nombre de quantification des contours.

En général nous nous placerons dans le cas de contours quantifiés sur 8 niveaux toutefois les procédés de calculs sont suffisamment généraux pour pouvoir s'appliquer à un nombre quelconque de directions

#### III.4.1. Etiquetage initial

Rappelons que, pour chaque élément  $(u,v)$ , nous disposons, de  $(M/2)$  valeurs (de dérivation)  $(g_s(u,v))_{s=1}^{M/2}$ . Ces valeurs peuvent être positives, négatives ou éventuellement nulles. La notion d'orientation est basée sur le principe décrit antérieurement avec la convention que les masques  $K_1, K_2, \dots, K_{M/2}$  répondent positivement pour les directions numérotées de 1 à  $(M/2)$  et négativement pour celles variant entre  $(M/2 + 1)$  et  $M$  représentées par les symboles suivants :



En conservant les mêmes notations qu'en III.3.1,  $\bar{P}_{uv}$  désigne le vecteur d'étiquetage associé au point  $(u,v)$ , à l'initialisation

Soit  $C(u,v)$  le coefficient défini par:

$$C(u,v) = \frac{\text{Max}_{s=1..M/2} |g_s(x,y)|}{\text{Max}_{(x,y) \in \Lambda} \{ \text{Max}_{s=1..M/2} |g_s(x,y)| \}}$$

$g_s(x,y)$  étant la composante du gradient correspondant au masque  $K_s$ .

Le vecteur  $\bar{P}_{uv}^0$  est donné par :

Si  $\|\bar{G}(u,v)\| = 0$  :

$$\begin{aligned} P_{uv}^0(k) &= 0 && \text{pour } k = 1 \dots M \\ P_{uv}^0(M+1) &= 1 \end{aligned}$$

Si  $\|\bar{G}(u,v)\| \neq 0$  :

\* Pour  $k$  variant de 1 à  $M/2$

$$P_{xy}^0(k) = \text{Max} \left\{ 0, C(u,v) \frac{g_k(u,v)}{\sum_{s=1}^{M/2} |g_s(u,v)|} \right\} \quad (61.a)$$

\* Pour  $k$  variant de  $(M/2) + 1$  à  $M$

$$P_{uv}^0(k) = \text{Max} \left\{ 0, C(u,v) \frac{-g_k(u,v)}{\sum_{s=1}^{M/2} |g_s(u,v)|} \right\} \quad (61.b)$$

.III.

$$P_{xy}^o (M+1) = 1 - C(u,v) \quad (61.c)$$

On vérifie facilement que :

$$\sum_{l=1}^{M+1} P_{uv}^o(l) = 1$$

Remarque : Il arrive souvent que l'écart entre la valeur maximale calculée sur l'image et la valeur maximale locale du vecteur gradient, notamment pour les éléments correspondant à des frontières situées entre des zones de faible contraste, soit très faible, auquel cas la valeur de  $C(u,v)$  est presque nulle. Or, le coefficient  $C(x,y)$  pondère l'importance accordée à l'entité contour au niveau du pixel  $(x,y)$ . C'est l'entité non contour qui se trouve favorisée dans ce cas. Au lieu du coefficient  $C(u,v)$ , on pose :

$C'(u,v) = \text{Min} \{ a_0 C(u,v), 1 \}$  où  $a_0$  est un paramètre dépendant de l'image qui permet d'ajuster la valeur de  $C(u,v)$  et dont le rôle est à rapprocher de celui attribué à la constante liée au seuillage adaptatif

L'utilisation de  $C'$  au lieu de  $C$  ne change pas la nature du vecteur  $P_{uv}^o$  on a toujours :

$$\sum_{k=1}^{M+1} P_{uv}^o(k) = 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq P_{uv}^o(1) \leq 1$$

#### III.4.2 Voisinage, relations contextuelles et coefficients de compatibilité

L'ensemble  $A$  des objets est constitué des pixels  $(x,y)$ , le voisinage  $V_{uv}$  étant le voisinage topologique  $V_{uv} \setminus \{(u,v)\}$ .

L'ensemble des étiquettes est constitué des différentes directions orientées, quantifié sur  $M$  niveaux ( $M=4$  ou  $M=8$ ) et d'une classe non-contour.

Etant donné que les directions orientées des contours sont prises en compte au niveau de l'étiquetage, le modèle du monde se présente sous une structure répétitive. Cette propriété est importante pour la détermination des coefficients de compatibilité. Il suffit, dans ce cas de connaître les valeurs pour un seul voisinage.

Compatibilité inter-classe

Les valeurs sont déterminées à priori, cette évaluation est basée sur le principe que la direction orientée qui caractérise le contour est continue. En effet, on considère que deux éléments voisins affectés à la classe contour sont d'autant plus compatibles que l'écart, entre les directions orientées du contour en ces points, est faible

Nous donnons ci-dessous les valeurs que nous avons utilisées dans notre cas, et qui nous ont donné des résultats jugés satisfaisants.

(x,y) (u,v)	1	2	3	4	5	6	7	8
-	0.8	0.5	0.0	-0.5	-0.8	-0.5	0.	0.5
/	0.6	0.8	0.5	0.2	-0.5	-0.8	0.2	0.
	0.	0.5	0.8	0.3	0.	-0.4	-0.8	-0.4
\	-0.3	0.	0.3	0.8	0.3	-0.3	-0.5	-0.8
-	-0.8	-0.3	0.	0.3	0.8	0.5	0.	-0.5
/	0.3	-0.8	-0.3	0.3	0.5	0.8	0.5	0.0
	0.	-0.5	-0.8	-0.5	0	0.3	0.8	0.5
\	0.5	0.0	-0.4	-0.8	-0.3	0.0	0.4	0.8

Figure : Interaction frontière / frontière

#### CHAPITRE IV

##### Coopération d'entités : Modèle région / contours

On remarque que jusqu'à présent les méthodes de segmentation se fondaient essentiellement sur le choix entre deux types de modèles :

-Les modèles basés sur un principe de dissimilarité, tels les modèles de recherche et suivi de contours [Lev. 1980];

-Les modèles basés sur un principe de similarité : modèles d'analyse en composantes connexes, region-growing, partitionnement par quadrees... .

On s'oriente actuellement vers une démarche qui tente de concilier les deux concepts : le "concept région" et le "concept frontière" permettant ainsi d'aboutir à la coexistence des deux types de modèles. Bien que ces modèles offrent de grands avantages, ces derniers représentent plus une technique, sinon nécessaire du moins utile, pour parfaire la segmentation qu'une stratégie d'analyse.

L'une des approches consiste à définir une classe comme une région homogène dont les éléments vérifient un critère de similarité prédéfini. La région en question est bordée par une frontière regroupant un ensemble de points de fort contraste [Wes. 1979]. Le procédé consiste à définir chaque entité (entité région et entité frontière) de façon indépendante et à déterminer des seuils de décision qui réalisent une correspondance optimale entre ces deux types d'entités (figure 21).

Haralick a proposé une méthode basée sur le principe de partitionnement et de fusion [Har. 1975]. L'analyse comporte 2 étapes :

1- Une carte de frontière est établie au moyen de traitements spécifiques ;

2- Après un partitionnement de l'image, réalisé sur l'entité région un processus de fusion est mis en oeuvre. Le critère de fusion utilisé à cet égard est conditionné à l'absence de frontières (figure 22)

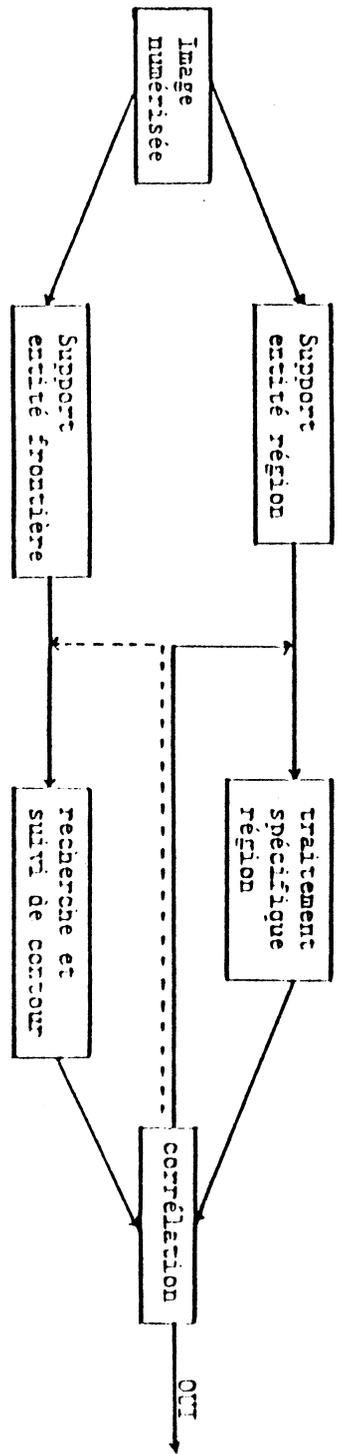


Figure 21

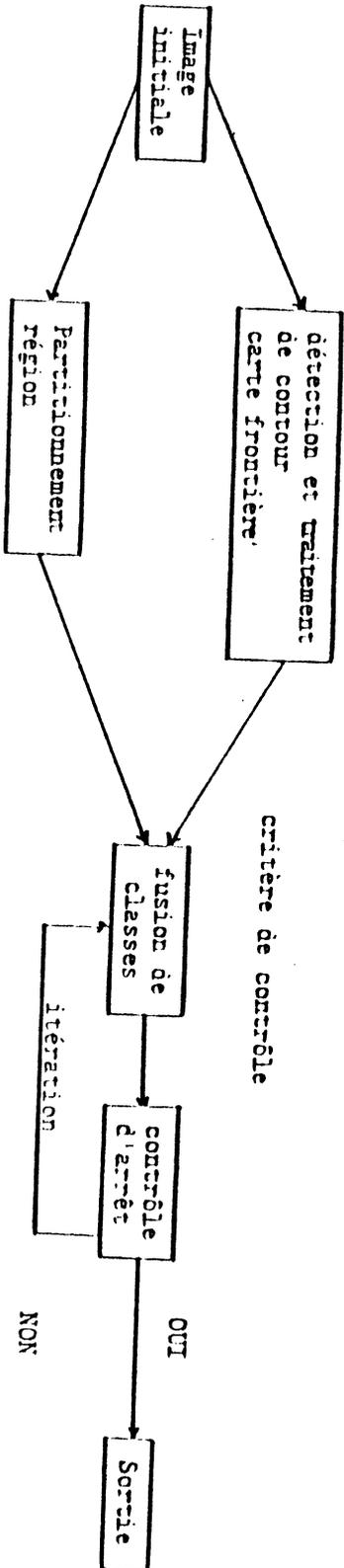


Figure 22

Recherche d'une correspondance entre l'entité région et l'entité frontière dans un processus de segmentation

Il conviendrait à ce propos, de souligner la tentative de Eklund [Ekl. 1983] de définir un procédé qui utilise un certain mode de coopération. Ce dernier propose de traiter de façon différentielle les éléments de frontière en interdisant leur prise en compte par le processus itératif de segmentation appliqué à l'entité région.

L'intérêt de tels procédés d'analyse est qu'ils offrent la possibilité de faire intervenir deux sources d'informations différentes. En contre partie le risque d'accumulation d'erreurs engendré par une analyse opérant indépendamment sur chacune des entités, souvent associé à la complexité des processus engagés sont des facteurs limitants de cette voie de recherche.

Compte tenu des problèmes mentionnés ci-dessus, nous proposons dans ce chapitre un modèle de coopération d'entités qui s'inscrit dans le cadre de l'application des approches itératives pour l'amélioration de l'étiquetage. Ce modèle permet de prendre en compte simultanément les deux entités aux sein d'un processus unique.

Le principe consiste d'abord à partir d'une extraction de contours et d'une classification effectuée sur la valeur-image, réalisée hors contexte et ensuite à déterminer un vecteur d'étiquetage défini sur l'ensemble des étiquettes regroupant les régions et les contours. Un processus itératif d'amélioration de l'étiquetage permet de modifier ce vecteur en faisant intervenir, en plus des interactions inter-classe, des relations de voisinage entre les entités.

#### **IV.1 Intérêt d'un environnement région / frontière**

Etant donnée une image numérisée à support bidimensionnel, chaque élément a la possibilité d'appartenir à l'entité région ou d'être un élément de contour.

L'ensemble  $L$  des étiquettes est formé de  $(M+1)$  classes, représentant

respectivement les  $M$  régions présentes dans l'image et la classe frontière.

Rappelons qu'une frontière sépare deux régions différentes. Un élément de frontière est caractérisé par sa direction orientée, avec la convention que la partie la plus sombre se trouve à droite, si on se déplace dans la direction du contour.

Etant donnée une répartition probabiliste de l'ensemble des pixels dans les différentes classes susceptibles de constituer l'image (y compris la classe contour), nous attendons d'un algorithme d'amélioration de l'étiquetage de prendre en compte la notion de région et la notion de frontière pour résoudre certains problèmes d'ambiguïté et d'incohérence. En particulier :

-Comblent des trous dans les contours déconnectés sachant que deux régions adjacentes, distinctes sont séparées par une frontière ;

-Résoudre des problèmes de débordement au niveau des régions, sachant qu'une frontière limite une région ;

-Éliminer les contours superflus.

Le modèle de coopération que nous proposons dans ce chapitre permet de prendre en compte de telles informations, en introduisant au niveau du vecteur d'étiquetage des informations de type région et des informations de type frontière et au niveau des relations contextuelles des interactions de type région / frontière et des interactions de type frontière / région.

#### **IV.2 Etiquetage initial**

pour déterminer l'étiquetage à l'initialisation nous procédons en deux étapes :

-On détermine le vecteur d'étiquetage pour chacune des deux entités de manière indépendante en utilisant les procédés décrits en (II.1.2) et (III.3.1)

-Par une normalisation du vecteur obtenu par concaténation des différentes valeurs obtenues, nous pouvons disposer d'un vecteur d'étiquetage défini sur l'ensemble des classes considérées.

#### IV.2.1 Entité région

Nous reprenons le procédé basé sur la distance de Mahalanobis dont nous rappelons brièvement le principe.

La partition de l'image, réalisée hors contexte par l'application d'un classificateur, nous permet de disposer de M classes régions.

Soit  $d_{uv}(k)$  la distance de Mahalanobis entre le pixel  $(u,v)$  de valeur-image  $\Lambda(u,v)$  et la moyenne calculée sur la classe  $k$  (cf III.1.2). On note par  $\bar{p}_{uv}$  le vecteur d'étiquetage relatif à l'entité région indépendamment des frontières. On pose :

$$p_{uv}(k) = \frac{1/d_{uv}(k)}{\sum_{l=1}^M 1/d_{uv}(l)} \quad \text{pour } k = 1 \dots M$$

#### IV.2.1 Entité contours

L'application d'un opérateur gradient détermine en chaque point  $(u,v)$  un vecteur  $G(u,v) = (g_1(u,v) \dots g_s(u,v))$  où  $s$  désigne le nombre de masques utilisés.

La norme  $\|G(u,v)\|_p$  obtenue, constitue une indication quant à la possibilité de trouver un contour en un point donné. Cette valeur est comparée à un seuil ( adaptatif ) et la décision frontière / non-frontière est prise sur la base du résultat de cette comparaison. Le choix de la norme  $L$  permet de disposer de la direction orientée du contour en chaque

point donné. En plus pour résoudre certains problèmes d'épaississement on impose au gradient d'avoir un module maximal sur sa direction (cf. III.2).

Un pixel  $(u,v)$  est candidat à appartenir à la frontière s'il vérifie les contraintes ci-dessus. Dans le cas contraire son gradient est annulé. (ie :  $g_s(u,v) = 0 \quad s = 1 \dots M/2$ )

Par analogie aux notations adoptées dans (IV.2.1), on désigne par  $p_{uv}(M+1)$  la probabilité d'appartenance du point  $(u,v)$  à la classe contour. Pour déterminer la valeur  $p_{uv}(M+1)$ , on pose :

$$p_{uv}(M+1) = 0 \quad \text{Si } \|\bar{G}(u,v)\| = 0$$

$$p_{uv}(M+1) = 1 - \frac{\text{Max}_{(x,y) \in \Lambda} \|\bar{G}(x,y)\| - \|\bar{G}(u,v)\|}{\text{Max}_{(x,y) \in \Lambda} \|\bar{G}(x,y)\| - \text{Min}_{(x,y) \in \Lambda} \|\bar{G}(x,y)\|} \quad \text{Sinon}$$

$$\|\bar{G}(x,y)\| \neq 0$$

### IV.2.3 Etiquetage global

Il s'agit de définir pour chaque pixel  $(u,v)$  un vecteur d'étiquetage  $\bar{p}_{uv}^o$  qui tient compte à la fois de l'entité région et de l'entité frontière.

La façon la plus simple, de déterminer l'étiquetage  $\bar{p}_{uv}^o$  revient à normaliser le vecteur  $[p_{uv}(1), \dots, p_{uv}(M), p_{uv}(M+1)]^T$ , obtenu par concaténation des différentes valeurs  $p_{uv}(l)$  où  $l$  varie entre 1 et  $(M+1)$ .

Dans notre cas, le procédé de normalisation que nous avons choisi est inspiré de certaines propriétés probabilistes.

On désigne par  $A$  l'évènement qu'un élément  $(u,v)$  appartienne à la classe région  $k$  ( $k$  variant de 1 à  $M$ ) et par  $B$  l'évènement que le pixel  $(u,v)$  ne soit pas affecté à la frontière. Les propriétés classiques sur les probabilités conditionnelles permettent d'écrire :

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$$

Selon l'interprétation adoptée ici,  $P(A/B)$  représente la probabilité conditionnelle que le pixel  $(u,v)$  soit affecté à la classe  $k$ , sachant que le pixel en question n'appartient pas à la classe frontière, d'où :

$$P(A/B) = p_{uv}(k) \quad \text{avec } k \text{ variant de } 1 \text{ à } M.$$

Quant à  $P(B)$ , il représente la probabilité pour le point  $(u,v)$  d'être un élément non-frontière, d'où :

$$P(A/B) = ( 1 - p_{uv}(M+1) )$$

$P(A \cap B)$  représente la probabilité pour un point  $(u,v)$  d'appartenir à la région  $k$ , en tenant compte de l'entité frontière, soit :

$P(A \cap B) = P_{uv}^{\circ}(k)$  avec  $k$  prenant des valeurs comprises entre 1 et  $M$ .

En tenant compte des différentes notations On a :

$$P_{uv}^{\circ}(k) = p_{uv}(k) ( 1 - p_{uv}(M+1) ) \quad k = 1 \dots M.$$

$$P_{uv}^{\circ}(M+1) = p_{uv}(M+1)$$

On vérifie aisément, qu'avec cette définition, le vecteur  $\vec{P}_{uv}^{\circ}$  est un vecteur d'étiquetage. En effet :

$$\begin{aligned} 0 \leq P_{uv}^{\circ}(1) \leq 1 \quad 1 = 1 \dots (M+1) \\ \sum_{l=1}^{M+1} P_{uv}^{\circ}(l) &= \sum_{l=1}^M p_{uv}(l) ( 1 - p_{uv}(M+1) ) + p_{uv}(M+1) = 1 \\ &= \sum_{k=1}^M p_{uv}(k) - p_{uv}(M+1) + p_{uv}(M+1) \end{aligned}$$

d'où

$$\sum_{l=1}^{M+1} P_{uv}^{\circ}(l) = 1$$

### IV.3 Voisinage, relations contextuelles et coefficients de compatibilité

#### IV.3.1 Voisinage

Le voisinage est celui formé des 8 points les plus proches au sens topologique. Soulignons cependant que, selon que l'on considère une étiquette région ou une étiquette frontière, nous aurons à considérer le point (u,v) comme faisant / ne faisant pas partie du voisinage. Les voisinages ne sont donc pas isotropes.

$$V_{uv}(1) = V_{uv} \quad \text{Si } l = 1 \dots M$$

$$V_{uv}(M+1) = V_{uv} \setminus \{ (u,v) \}$$

Concernant les éléments situés sur le bord de l'image, nous décidons qu'un élément du bord de l'image est affecté à une région (ie  $P_{uv}(M+1) = 0$ ) avec la convention :

1. - Un élément du bord est affecté à la classe k si :

$$\forall l ; l \neq k ; l = 1 \dots M \text{ tel que :}$$

$$P_{uv}^o(k) > P_{uv}^o(l)$$

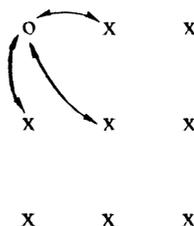
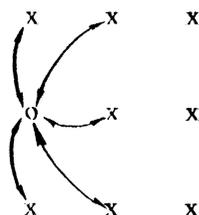
2. - S'il existe 2 étiquettes k et k', telles que :

$$k, k' = 1 \dots M ; k \neq k'$$

$$P_{uv}^o(k) = P_{uv}^o(k')$$

$$\text{et } \forall l, l \neq k, l \neq k' \quad P_{uv}^o(l) < P_{uv}^o(k)$$

L'affectation du pixel dans l'une ou l'autre des deux classes est réalisée selon le principe de majorité par rapport aux points qui l'entourent. 2 figures sont possibles



#### IV.3.2. Relations contextuelles et coefficients de compatibilité

La détermination des valeurs des interactions entre les différentes classes font intervenir des informations différentes suivant la configuration des classes mises en présence.

##### a/ Interaction région / région

Le procédé décrit dans (III.2.1) peut être utilisé ici pour calculer les coefficients de compatibilité pour une telle configuration. Les interactions sont interprétées comme des corrélations, calculées sur les valeurs de probabilités associées aux régions.

En conservant la même notation que précédemment, pour une étiquette  $l$  où  $l$  varie entre 1 et  $M$  ; on pose :

$$M(k) = E ( P_{uv}^{\circ}(k) )_{(u,v) \in A}$$

$$\text{Var}(k) = E ( P_{uv}^{\circ}(k) )_{(u,v) \in A} - M^2(k)$$

Soit  $R_{ij}(k,l)$  le coefficient d'interaction entre un point  $(u,v)$  affecté à la classe  $k$  et son voisin  $(u+i,v+j)$  affecté à la classe  $l$ ,  $l$  et  $k$  varient entre 1 et  $M$ .

L'expression ci-dessous permet de quantifier cette relation.

Pour  $i,j = -1,0,1$  et  $i + j = 0$ , on pose :

pour  $l, k = 1 \dots M$

$$R_{ij}(l,k) = \frac{E ( ( P_{uv}^{\circ}(k) - M(k) ) ( P_{u+i,v+i}^{\circ}(l) - M(l) ) )_{(u,v) \in A}}{\sqrt{\text{Var}(k) \text{Var}(l)}}$$

$$R_{00}(k,l) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = k \\ -1 & \text{si } l \neq k \end{cases}$$

b/ Interaction région / frontière

Soient  $(u,v)$  un pixel situé sur le bord de l'image et  $(u+i,v+j)$  un voisin de  $(u,v)$ ;  $(u+i,v+j)$  est supposé appartenir à la frontière (i.e.,  $P_{uv}^{o}(M+1) \neq 0$ ).

Soient  $(u_1,v_1)$  et  $(u_2,v_2)$  les points voisins de  $(u+i,v+j)$ , situés sur la direction du gradient associé au point  $(u+i, v+j)$ . Soulignons que, d'une part, la direction du gradient défini en un point  $(x,y)$  est orthogonale au contour en ce point. D'autre part, il est certain que, compte tenu du prétraitement appliqué à l'entité frontière, les points  $(u_1,v_1)$  et  $(u_2,v_2)$  ne peuvent être affectés à la frontière ( cf. III.2 ).

Partant de ce principe, nous considérons que l'affectation de  $(u,v)$  à une région  $k$  est compatible avec l'affectation de  $(u+i,v+j)$  à la classe frontière si l'un des points  $(u_1,v_1)$  ou  $(u_2,v_2)$  vérifie :

$\forall l, l \neq k$  tel que

$$P_{u_1,v_1}^o(l) > P_{u_1,v_1}^o(k) \quad (\text{ou} \quad P_{u_2,v_2}^o(l) > P_{u_2,v_2}^o(k)) \quad (**)$$

Dans le cas contraire, nous considérons que la configuration est incompatible.

On note par  $R_{ij}(k,M+1)$ , le coefficient qui quantifie cette compatibilité / incompatibilité

$$R_{ij}(k,M+1) = P_{uv}^o(l) \quad \text{si } (**) \text{ est vérifié}$$

$$R_{ij}(k,M+1) = - P_{uv}^o(k) \quad \text{sinon}$$

c/ Interaction frontière / région

Rappelons qu'une frontière sépare deux régions distinctes.

Soit le point  $(u,v)$  étiqueté frontière ;

Soit  $(u+i, v+j)$  son voisin supposé appartenir une région  $k$ .

nous considérons que l'affectation de  $(u, v)$  est compatible avec celle de  $(v+i, v+j)$ , s'il existe  $(u_l, v_l)$  voisin de  $(u+i, v+j)$ , tel que  $(u_l, v_l)$  appartient à la droite support du gradient associé au point  $(u, v)$  et  $(u_l, v_l)$  soit affecté à une région  $l$  différente de  $k$ .

Formellement, ceci se traduit par :

$$R_{ij}^{(M+1, k)} = 0 \quad \text{si } \exists l = 1 \dots M \quad \text{tel que :}$$

$$P_{u_l, v_l}^{(1)} > P_{u_l, v_l}^{(k)} \quad \text{avec } l \neq k \text{ et } l, k \neq M+1$$

On pose dans ce cas :

$$R_{ij}^{(M+1, k)} = P_{u_l, v_l}^{(1)}$$

Dans le cas contraire, on considère qu'on est dans une situation incompatible. On pose alors :

$$R_{ij}^{(M+1, k)} = - P_{u_l, v_l}^{(k)}$$

Remarque :

-Concernant le cas e/, la matrice de compatibilité  $\{R_{ij}\}$ , peut être déterminée en fonction de la position du point  $(u+i, v+j)$  par rapport à la direction de la frontière. Le tableau représenté dans la figure (19) peut être utilisé dans ces conditions.

-Dans les deux derniers cas les coefficients de compatibilité évoluent au cours des différentes itérations. Comme ces derniers dépendent des couples de points considérés, étant donné les dimensions des ensembles à étiqueter, les tailles des tableaux qu'on serait amené à stocker deviennent considérable.

On calcule la partition  $P_1^i = \{ \{ i, i+1, \dots, j \}, P_{1-1}^{j+1} \}$   
 où la partition  $P_{1-1}^{j+1}$  à  $(l-1)$  classes de  $\{j+1, \dots, m\}$  a été calculée à l'étape  
 $l-1$  ;  $j$  étant choisi dans  $\{i, i+1, \dots, m-l+1\}$

Pour  $l = 2 \dots M-1$  on calcule la partition :

$P_1^i = \{ \{ i, i+1, \dots, j \}, P_{1-1}^{j+1} \}$  où la partition  $P_{1-1}^{j+1}$  à  $(l-1)$   
 classes est choisie dans  $\{ i, i+1, \dots, m-l+1 \}$  de façon à ce que  
 l'expression:

$$I(\{ i, \dots, j \}) + W(P_{1-1}^{j+1}) \text{ soit minimum.}$$

3° - à l'étape  $k$ , on construit la partition

$$P_k^i = ( \{ 1, \dots, i \}, P_{k-1}^{i+1} )$$

$i$  étant choisi dans  $\{ 1, 2 \dots m-k+1 \}$  de façon à minimiser

$$L(\{ 1, \dots, i \}) + I(P_{k-1}^{i+1})$$

$$\text{avec } L(\{ a, \dots, b \}) = \sum_{i=a}^b n_i (v_i - G(\{ a, \dots, b \}))^2$$

$$\sum_{i=1}^l n_i v_i$$

$$\text{où } G(\{ a, \dots, b \}) = \frac{\sum_{i=1}^l n_i v_i}{\sum_{i=1}^l n_i}$$

Dans le cas particulier où le nombre de classes est réduit à 2,  
 soient  $P_1$  et  $P_2$ , les 2 classes à déterminer :

Il s'agit de minimiser :

$$\sum_{i \in P_1} n_i (v_i - G(P_1))^2 + \sum_{i \in P_2} n_i (v_i - G(P_2))^2$$

$$P_{uv}^{(0)}(M+1) = \frac{P_{uv}^{(0)}(M+1) (1 + Q_{uv}^{(0)}(M+1))}{P_{uv}^{(0)}(M+1) [1 + Q_{uv}^{(0)}(M+1)] + [1 - P_{uv}^{(0)}(M+1)] [1 + Q_{uv}^{(0)}(M+1)]}$$

où

$$Q_{uv}^{(0)}(M+1) = \sum_{\substack{x=u+1 \\ y=v+1 \\ (x,y) \in V_{uv}}} C_1 P_{xy}^{(0)}(M+1) R_{ij}(M+1, M+1) + C_2 (1 - P_{xy}^{(0)}(1)) \sum_{l=1}^M R_{ij}(M+1, l)$$

$$Q_{uv}^{(0)}(M+1) = C_3 \sum_{\substack{(x,y) \in V_{uv} \\ x = u+1 \\ y = v+1}} P_{xy}^{(0)}(M+1) R_{ij}(k, M+1)$$

Les constantes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  sont des coefficients de pondérations qui vérifient :

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1$$

Des valeurs numériques affectées à  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  seront données au cours des illustrations.

Pour permettre au vecteur  $\bar{P}_{uv}^{(0)}$ , de conserver ses propriétés de vecteur d'étiquetage à la fin de chaque étape, nous procédons à une normalisation. Pour la même raison que celle exposée au paragraphe IV.2.3., on adopte la normalisation ci-dessous :

$$P_{uv}^{(0)}(1) = P_{uv}^{(0)}(1) \cdot (1 - P_{uv}^{(0)}(M+1)) \quad l=1 \dots M$$

$$P_{uv}^{(0)}(M+1) = P_{uv}^{(0)}(M+1)$$



## CHAPITRE V

### Application à la segmentation d'images

Compte tenu de la diversité des opérateurs de relaxation et du nombre de critères qu'on peut obtenir, joints aux différents choix de paramètres associés à chaque approche, il est difficile de faire une étude exhaustive de toutes les comparaisons sur les différents modèles de segmentation (région, contours, coopération de processus)

Dans notre cas, nous avons choisi de prendre une approche de base, en l'occurrence l'approche de Rosenfeld ( cf.A.II.1.1 ) et souligner sur plusieurs exemples d'images l'influence des différents paramètres sur chaque modèle. Toutefois des résultats obtenus par l'application de l'algorithme de Zucker et all. ( cf. A.II.2.1 ) seront présentés à titre comparatif.

Les images que nous avons traitées sont de nature différente. Elles présentent des caractéristiques spécifiques et posent des problèmes différents. Les images cytologiques occupent une grande partie de nos illustrations. Nous donnons ci-dessous une brève description des différentes images étudiées.

#### Definition du modèle du monde

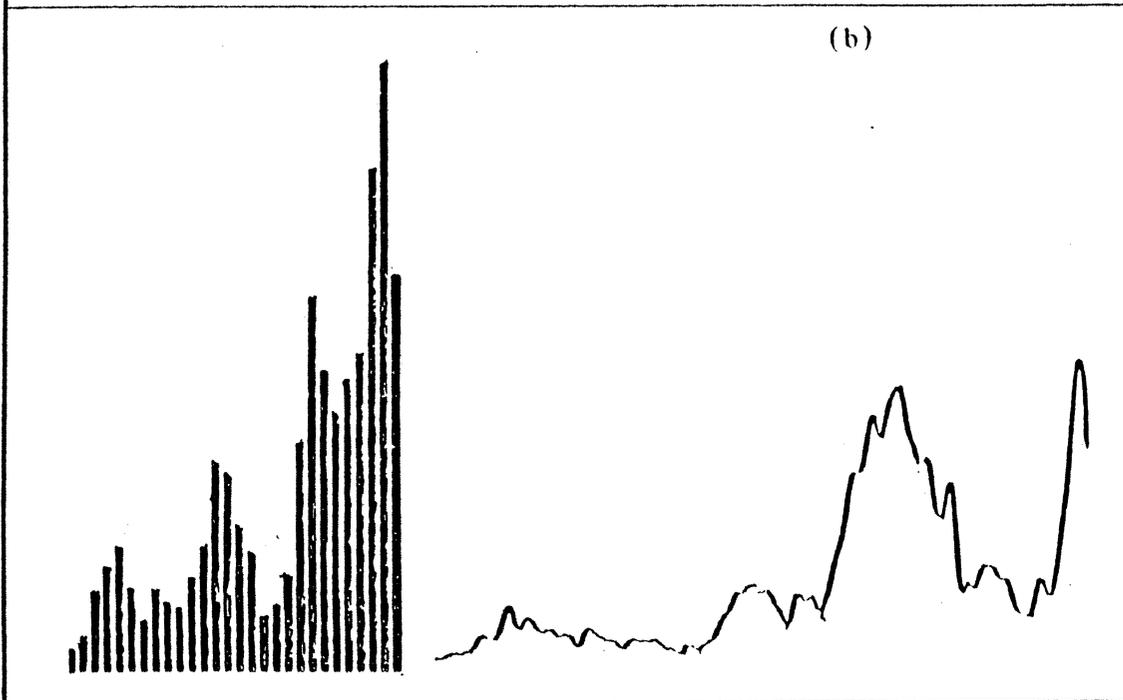
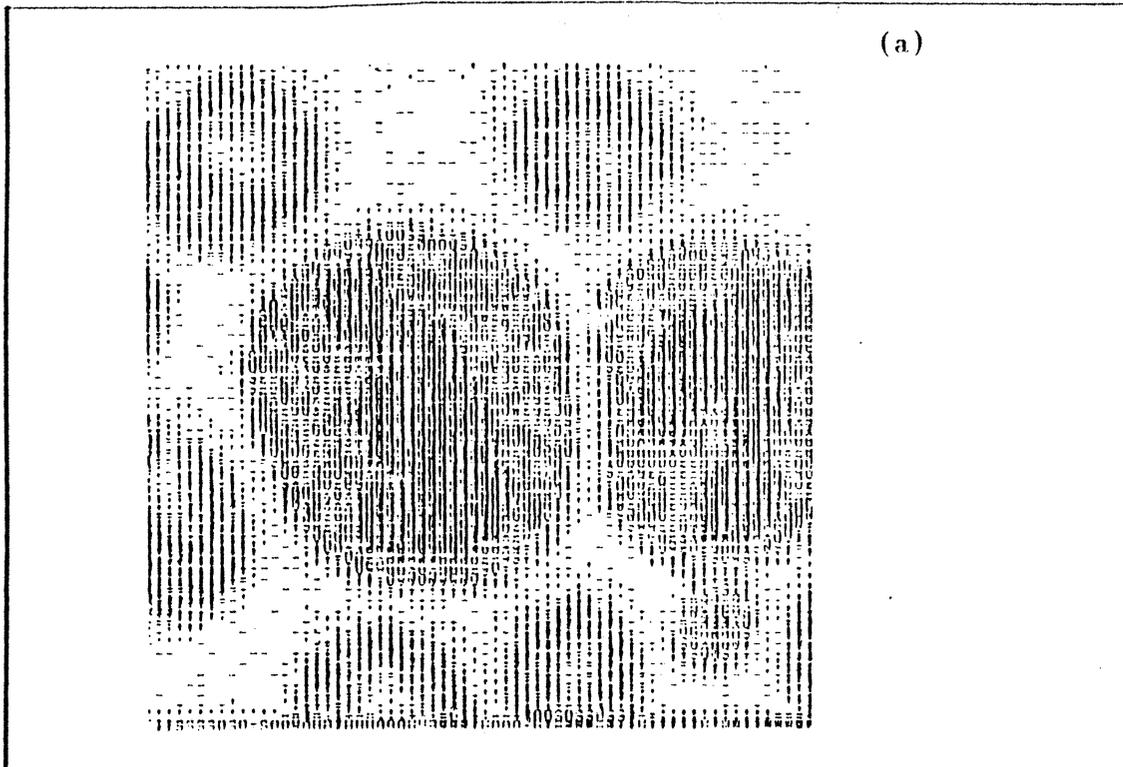
a/ Images cytologiques ; elles proviennent de l'observation microscopique d'étalements sur lames, provenant d'échantillons de sang et sont numérisées sur 64 X 64 pixels.

lors de l'examen d'une lame au microscope les caractéristiques suivantes sont observées :

Chaque image comporte 4 classes :

-Le **fond** : il apparait transparent, ponctué d'artéfacts. C'est l'élément le plus clair de la lame ;

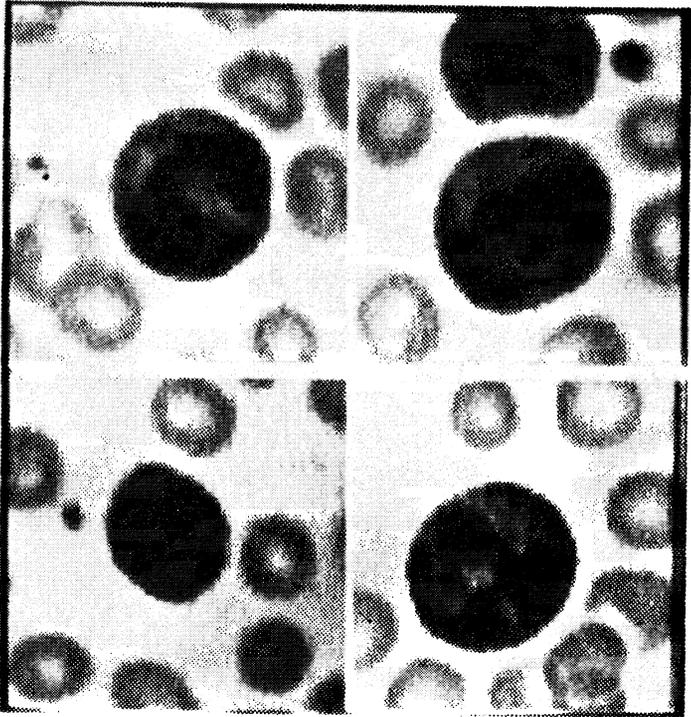
-Les **hématies** : elles apparaissent le plus souvent grises ( plus ou moins claires, en fonction de la coloration et l'éclairage ) ;



**Figure 23**

-(a) représentation symbolique d'une image cytologique

-(b) représentation d'histogrammes

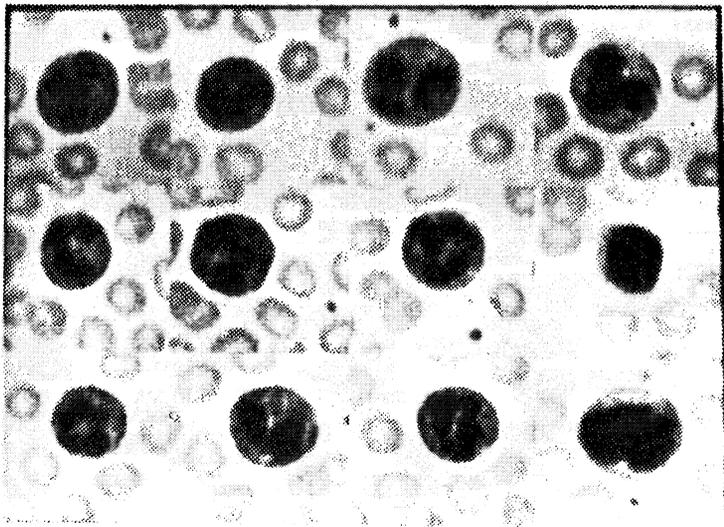


(a)

**Figure 24**

Représentation d'images numériques de population de cellules. Chaque image est discrétisée sur 64x64 points

- a) Chaque point est représenté en vraie couleur ;
- b) Chaque point est représenté en niveau de gris.



(b)

-Le **cytoplasme** : il est aussi lumineux que les hématies ce qui entraîne souvent des confusions à la numérisation.

-Le **noyau** : c'est l'élément le plus absorbant, il apparaît plus sombre que tous les autres constituants.

Lors du contact entre hématie et cellule ; il existe une confusion locale entre les points du cytoplasme et des points appartenant aux hématies. Il est très difficile dans de tels cas de séparer les deux classes.

Cette confusion se traduit au niveau de l'histogramme des densités optiques par des recouvrements des différents modes entraînant des erreurs de classifications ( figure 23 )

**b/** Une prise de vue d'un paysage (fig.27). L'image est numérisée sur 256 X256 points et représentée en niveaux de gris. Les valeurs sont réparties sur une dynamique de 256. En dehors des problèmes de faible contraste, le contexte présente d'autres complexités. Certaines zones de même nature physique peuvent présenter des variations de la variable valeur-image et sont réparties dans des classes différentes ( fig. 28.a )

**c/** Pour l'image représentée en figure 30, la difficulté d'étiquetage à ce niveau est dûe à la présence de nuages dont le contraste par rapport aux montagnes est très faible, les deux zones se trouvent souvent confondues.

**d/** Une image radiologique ( fig. 34 ) nous a servi pour le modèle de contour et donne à notre avis une bonne illustration de la performance du modèle de contours.

## Methodologie et résultats

Les illustrations sont présentées par modèles. Les différentes options utilisées au cours des applications sont données en commentaire.

Sur le plan opératoire, le processus s'arrête dès que 90% des pixels appartenant à l'image sont bien affectés.

Un pixel  $(u,v)$  est considéré comme bien classé si son vecteur d'étiquetage  $p_{uv}$  admet une composante supérieure ou égale à 0.9.

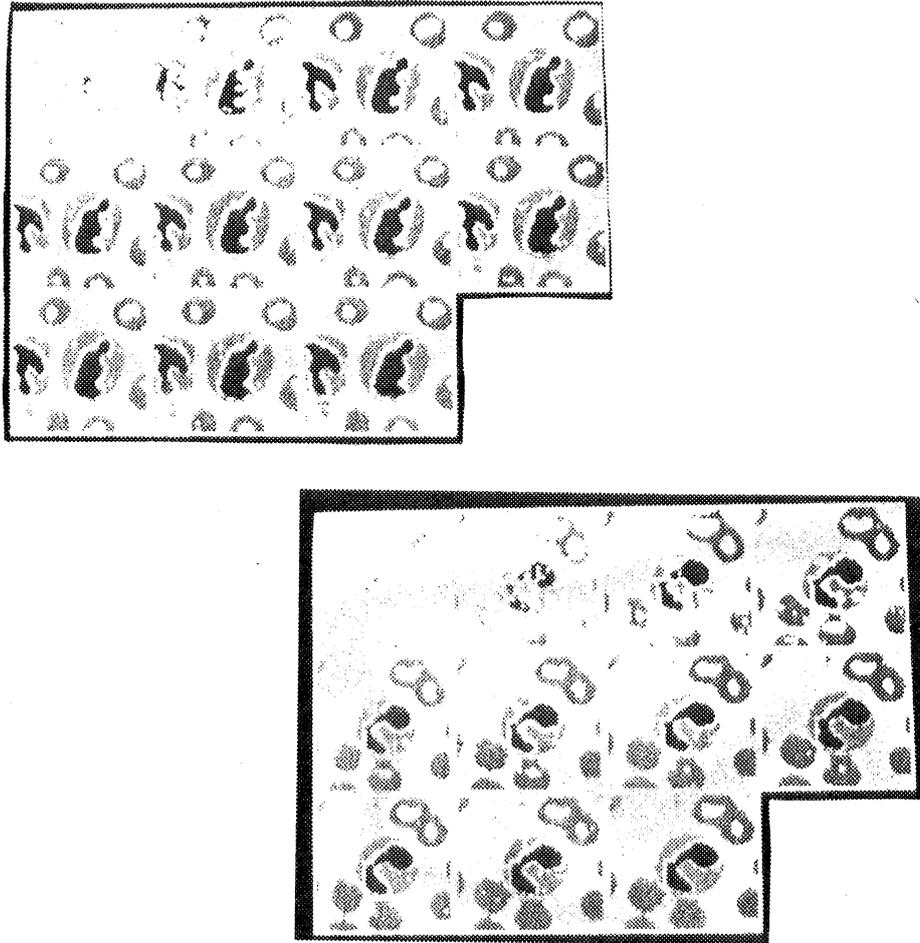
### Modèle région

Un certain nombre d'apprentissages a été nécessaire pour déterminer le classificateur de départ. Cette étape ne sera pas relatée dans le cadre de ce mémoire.

Pour la plupart des exemples présentés ci-dessus, c'est l'algorithme de Fisher qui a servi de classificateur de départ. L'emploi de cet opérateur est facilité par le fait que dans les cas étudiés, nous connaissons suffisamment le modèle du monde pour pouvoir fixer, a priori, le nombre de classes censées constituer l'image

La figure 25 montre l'évolution du processus de relaxation. Les sorties de toutes les itérations sont données. En outre la représentation vectorielle au niveau des images cytologiques permet de mettre en évidence l'entropie locale. Nous pouvons constater en particulier que, partant d'un étiquetage à forte entropie le processus évolue vers un étiquetage de moins en moins ambigu.

En figure 26, Seule l'étape initiale et l'image obtenue en fin de traitement sont visualisées. Le résultat montre une nette amélioration de l'étiquetage. Par ailleurs le programme a donné une bonne segmentation des image de 1 à 11. Concernant l'image numéro 12 une mauvaise affectation a été faite à l'initialisation. Ces erreurs se sont "propagées" au cours des itérations. Ceci montre que le processus d'amélioration engagé est lié



**Figure 25**

Résultat de la segmentation obtenu par application du modèle région.

L'étiquetage initial est obtenu à partir de la distance de Mahalanobis ; toutes les itérations sont "représentées" (10 itérations). la première image illustre l'étape de l'initialisation. Les points ambigus sont de couleur blanche



aux incertitudes des données de départ.

La figure 28.b et la figure 29 représentent les résultats obtenus par les applications respectives de l'algorithme de Fisher à 4 classes et de l'approche de Rosenfeld. La comparaison des 2 figures met en évidence la différence entre le résultat d'une méthode déterministe et une méthode stochastique basée sur notion de flou au niveau de l'étiquetage.

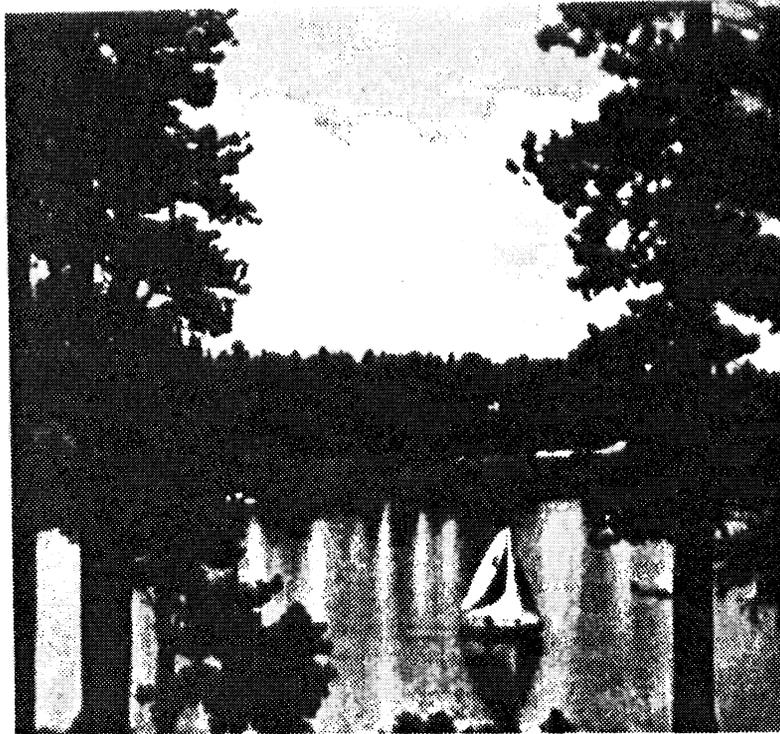
Au vu de la figure 30 nous pouvons constater l'apport et les limites de l'utilisation du contexte dans le cas de la relaxation probabiliste. La zone désignée par le pointeur 1 se trouve nettement détachée du fond. En revanche, les détails significatifs sont de l'ordre du pixel, l'influence du contexte se trouve limitée ( pointeur 2 ).

Les différentes illustrations permettent de constater une amélioration réelle de l'étiquetage initial. Ce qui montre l'importance de la prise en compte de l'information contextuelle locale pour corriger des erreurs et lever des ambiguïtes d'étiquetage. Des problèmes persistent néanmoins. Dans ce modèle d'analyse, basé sur l'information de similarité, les points frontières se trouvent affectés au sens région et sont de ce fait porteurs d'ambiguïté et d'incompatibilité.

Les illustrations données ci-dessous présentent le résultat de l'application du modèle région. Afin de limiter les problèmes souvent posés par la faible correspondance entre la nature physique de certaines régions et leur classification fonctionnelle , concernant les images représentées en figure 27 et figure 30 , nous nous sommes limités, au maximum, à 4 classes. Ainsi certaines régions de nature physique différentes seront groupées entre elles.

Les différents apprentissages effectués nous ont conduit à choisir le classificateur de Fisher.

La figure 25 est le résultat obtenu par l'algorithme de Rosenfeld. Nous pouvons voir en particulier l'évolution du processus de relaxation ; les sorties de toutes les itérations sont visualisées. Il apparait que partant d'un étiquetage à forte entropie, le processus progresse vers un



**Figure 27**

Représentation d'une image de paysage. L'image est discrétisée sur 256x256 points. Chaque point est représenté par son niveau de gris (sur une dynamique de 256).



**Figure 28.a**

Segmentation obtenue par application de l'algorithme de Fisher (3 classes) sur l'image représentée en figure 27.

On constate une perte d'informations entraînant la disparition de la zone contenant les nuages.

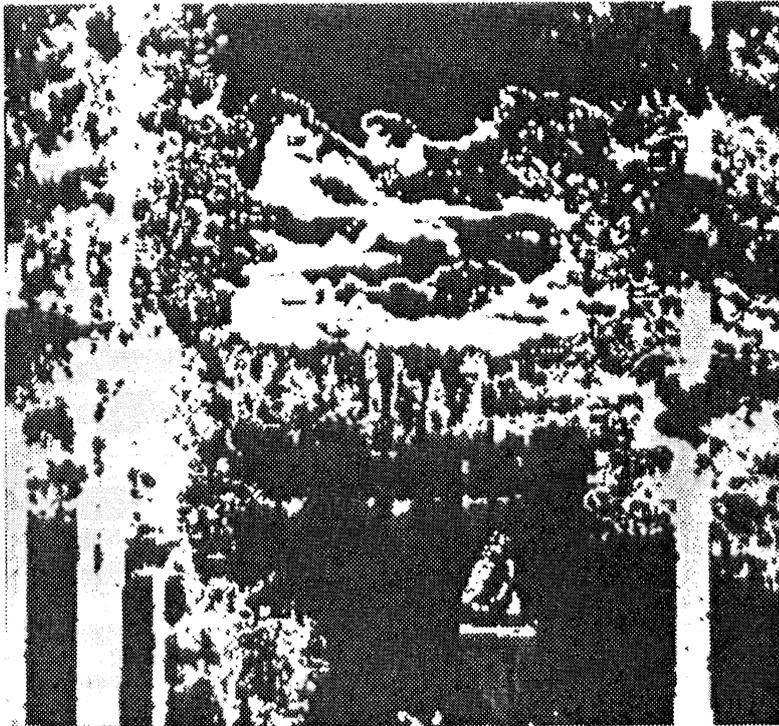


**Figure 28.b**

Segmentation obtenue par application de l'algorithme de Fisher (4 classes) sur l'image représentée en figure 27.

On remarque en particulier que par rapport à l'image 28.a la zone correspondant aux nuages est surestimée.



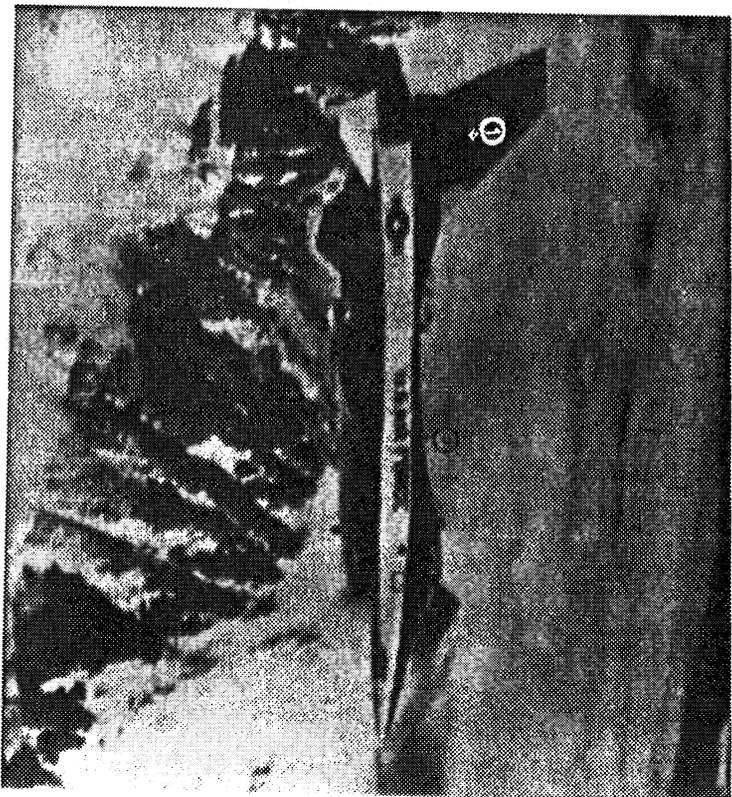


**Figure 29**

Illustration du résultat obtenu par l'application du modèle région (approche de Rosenfeld) au bout de 3 itérations (L'initialisation est réalisée par l'algorithme de Fisher où 4 classes sont préfixées.)

étiquetage d'une plus grande compatibilité. La comparaison entre l'image représentant les valeurs de probabilités initiales ( pointeur 1 ) et l'image obtenue à la fin du traitement ( pointeur 2 ) montre une nette amélioration de l'étiquetage global. Au vu de la figure 26 nous remarquons que l'application du processus de la relaxation a effectué une "bonne" segmentation des images numérotées de 1 à 11. Concernant l'image 12 on remarque une confusion au niveau des 2 classes : hématie et fond. Cette confusion, due à la proximité visuelle au niveau des 2 régions et à la présence de variations intrinsèques au sein du cytoplasme, a entraîné des erreurs d'affectation au niveau de l'étiquetage initial que le processus de relaxation ne pouvait corriger.

La figure 28.b est à rapprocher de la figure 29. Les deux figures représentent les résultats obtenus sur la même image ( figure 27 ) respectivement par l'application du classificateur de Fisher et du processus de relaxation. On remarque une grande différence au niveau des 2 sorties. La figure 29 montre une meilleure reconnaissance au niveau de certaines zones en particulier la zone de nuage se trouve mieux délimitée. Le résultat obtenu sur l'image de l'avion ( figure 30 ) est une bonne illustration du comportement du processus de la performance et des limites de l'intervention du contexte. Il apparaît que l'influence du contexte se trouve limitée dès lors que les détails significatifs sont de l'ordre du pixel. Les limites de la relaxation probabiliste sont souvent liées à des incertitudes relatives concernant l'affectation des points frontières ( figure 25 et figure 26 ) qui dans un tel modèle d'analyse de régions, se trouvent étiquetés au sens région et sont de ce fait porteurs d'ambiguïté et d'incompatibilité.



(a)



(b)

Figure 30

Image numérisée sur 256 X256.

(a) Image initiale ;

(b) Résultat obtenu par l'application du modèle région suivant les options ci-dessous :

-Distance de Mahalanobis ; -coefficients de compatibilité calculés (cf. II.3)

### Modèle contours.

La représentation des contours se fait de la manière suivante :

Soit  $I(u,v)$  la valeur d'affichage des contours. Si la valeur de probabilité associée à l'élément  $(u,v)$  est supérieure à la valeur 0.2, le pixel  $(u,v)$  est considéré comme élément de contour potentiel, auquel cas on pose  $I(u,v)$  égale à 250. Dans le cas contraire la valeur  $I(u,v)$  est annulée.

Ce mode de représentation ( binaire ) fait perdre l'information de direction et d'ambiguïté locale, mais permet d'avoir une idée sur la progression et la convergence du processus. Rappelons que la convergence d'étiquetage est définie au sens du nombre de points non-ambigus.

La figure 31 et la figure 35a illustrent le résultat obtenu dans le cas de contours non-orientés, réalisé sur les images cytologiques et l'image radiologique

On remarque en particulier, au vue de la figure 31, que le processus se stabilise au bout de quelques itérations. La comparaison entre l'image obtenue à l'étape de l'initialisation ( pointeur 1 ) et à la fin du traitement ( pointeur 2 ) montrent que le processus évolue vers des contours bien délimités.

L'image 33 montre le résultat de contours orientés quantifiés sur 4 niveaux. L'image de départ est représentée en figure 27. La détection initiale est réalisée par le gradient de Prewitt. Les coefficients de compatibilité et l'étiquetage initial sont calculés suivant le principe décrit en ( III .3.2 ). L'image de contours obtenue est jugée satisfaisante, la reconnaissance ( au sens non ambiguïté ) est effectuée à 80%. La superposition avec l'image d'origine confirme le résultat ( figure 33).

Le modèle de contours orientés quantifiés sur 4 niveaux est largement utilisé ( la bibliographie en donne une bonne illustration ). Bien que son application à un bon nombre de cas ait donné des résultats satisfaisants ce

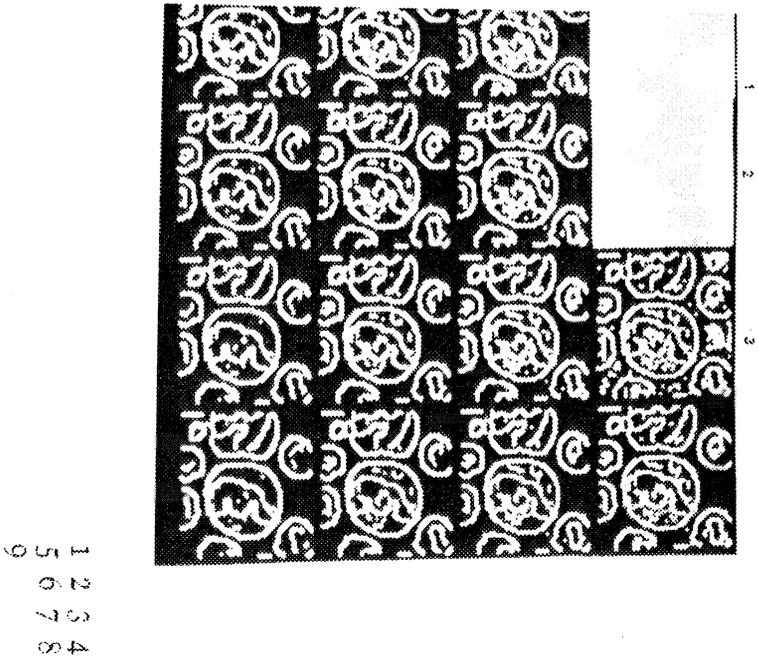
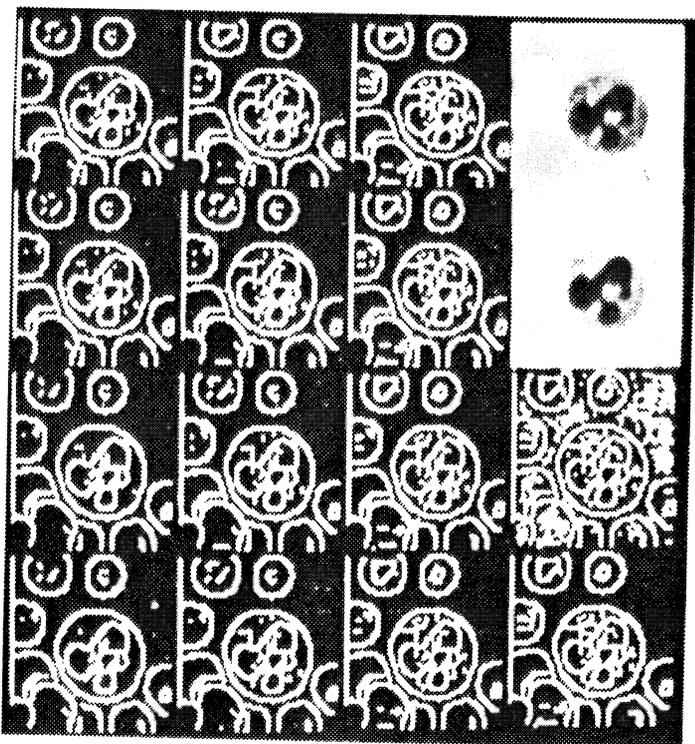


Figure 31

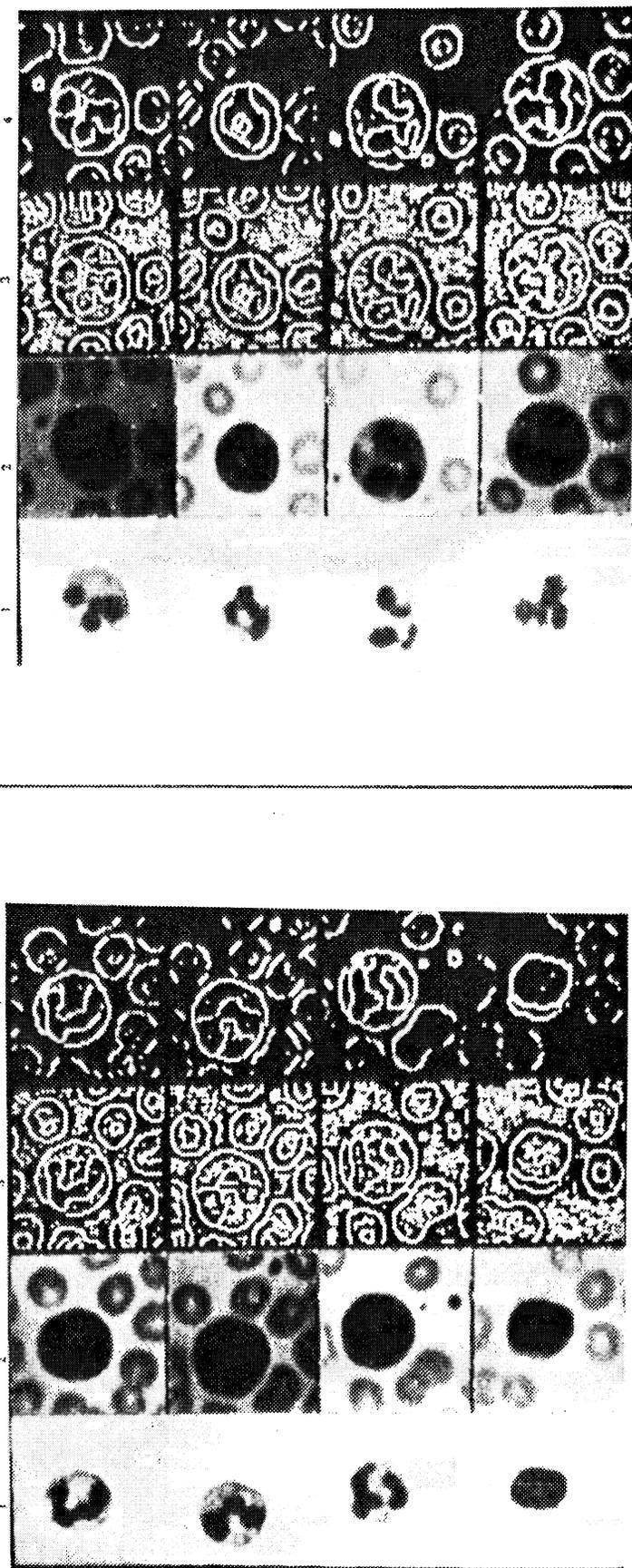
Extraction de contours.

- (1) Image initiale ;
- (2) Image convoluée ;
- (3) image gradient après seuillage ;
- (4) → fin : Résultats obtenus au cours des itérations



- 1 2 3 4
- 5 6 7 8
- 9 10





(a)

(b)

Figure 32

Application du modèle contour aux différentes images représentées en figure 24.b.

(1) Image initiale ;

(2) Image convoluée ;

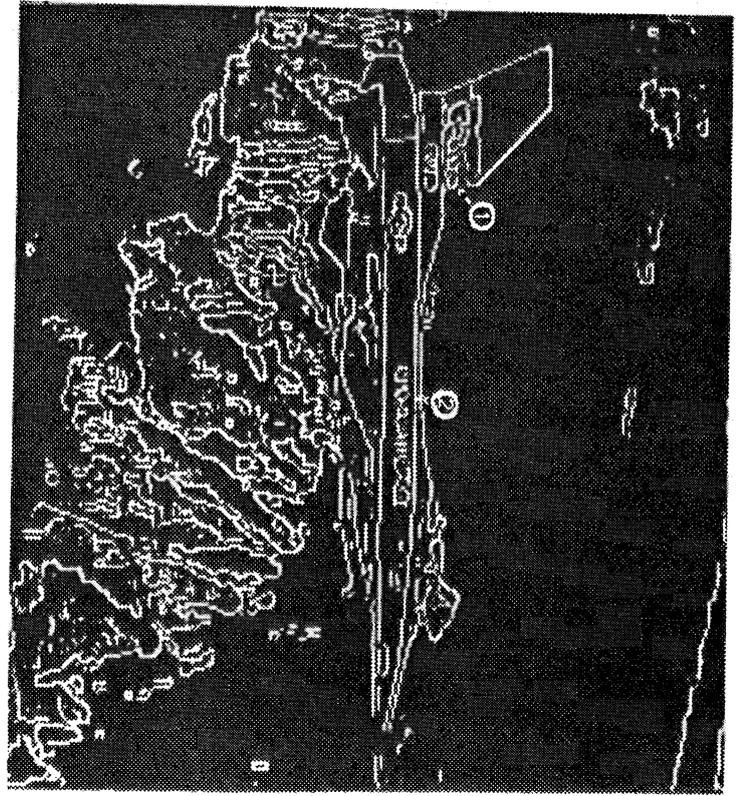
(3) Image gradient après seuillage ; (4) Résultat obtenu en fin de traitement

modèle reste néanmoins spécifique à un certain type d'images. En effet ces images doivent être composées essentiellement de contours bidirectionnels (horizontaux et verticaux ). La figure 33.b illustre un cas favorable d'application de l'algorithme ; au contraire, la figure 32.a en montre les faiblesses.

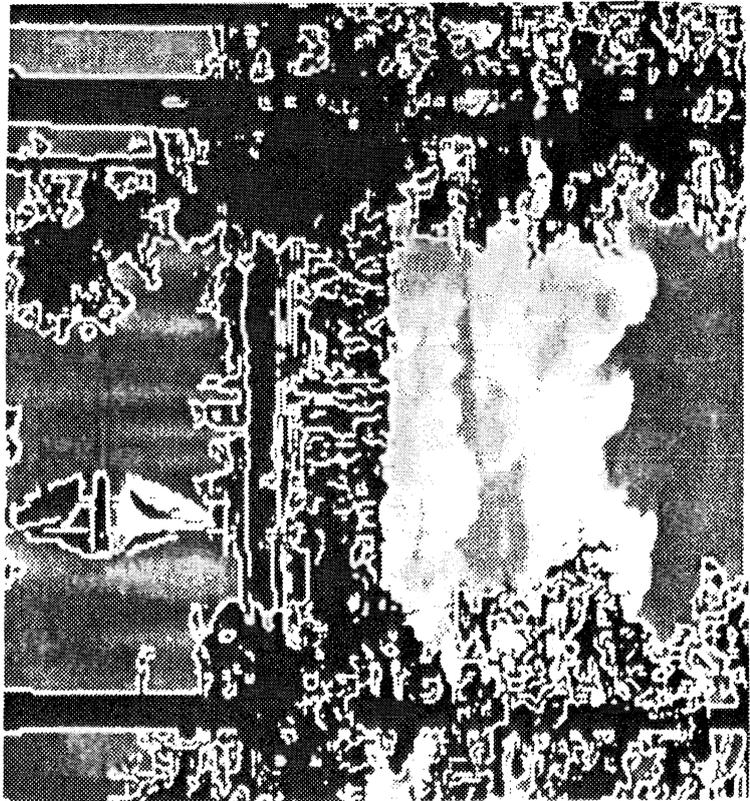
La conclusion qui se dégage des résultats présentés ci-dessus est que, si l'image ne correspond pas au type mentionné, le modèle de contours non-orienté permet une meilleure approche du problème que le modèle de contours orientés (si ce dernier est quantifié sur 4 niveaux). Il se trouve que, dans le cas de contours non-orientés, la perte d'informations au niveau de l'étiquetage est compensée par l'utilisation au niveau de la définition des coefficients de compatibilité. En effet, l'information contextuelle définie au niveau des compatibilités donne une meilleure représentation du modèle du monde.

La conclusion qui se dégage est que les résultats obtenus par l'application du modèle contours sont satisfaisants (dans l'ensemble). Le choix des paramètres qui expriment le contexte a une grande influence sur le résultat final et doit être fait avec beaucoup de soin.

Pour une utilisation d'un modèle contour orienté, il est essentiel de tenir compte du type d'image analysée et le choix du modèle à appliquer doit en tenir compte. Un modèle orienté quantifié sur 4 niveaux peut se montrer une mauvaise approche dans un contexte qui propose des contours de formes complexes ( contours obliques, circulaires...)



a



b

Figure 33

Extraction de contours ; approche de Rosenfeld :

- détecteur : Kirsh ;
- Seuillage adaptatif /  $a_0 = 0.9$   $a_0 = 0.8$  (resp. pour (a) et (b) )
- 3 itérations

- (a) Image de contours (image initiale cf.fig. 30)
- (b) Superposition de l'image initiale et de l'image des contours (les contours sont représentés en blanc).



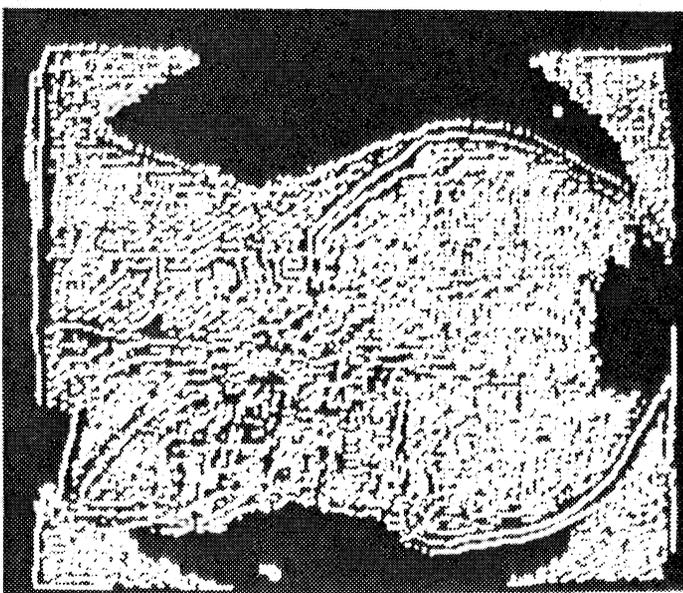
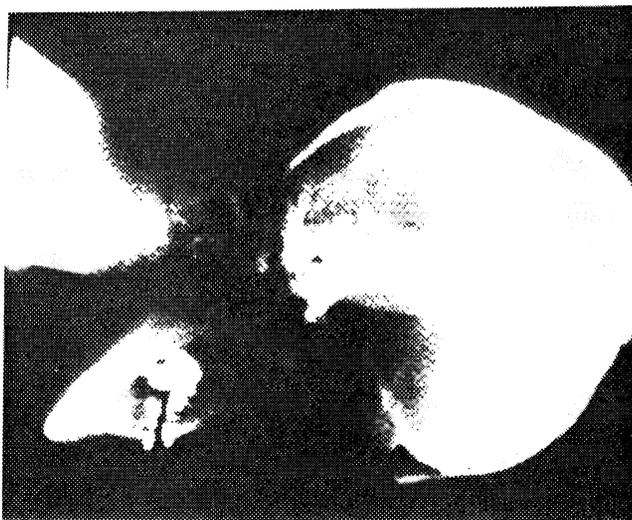


Figure 34

Extraction de contours sur une image radiologique.

- (a) Image initiale
- (b) Image gradient ; traitement réalisé avec les options suivantes :
  - Seuillage adaptatif coefficient de seuillage  $a_0=0.8$  ;
  - Norme  $L_2$



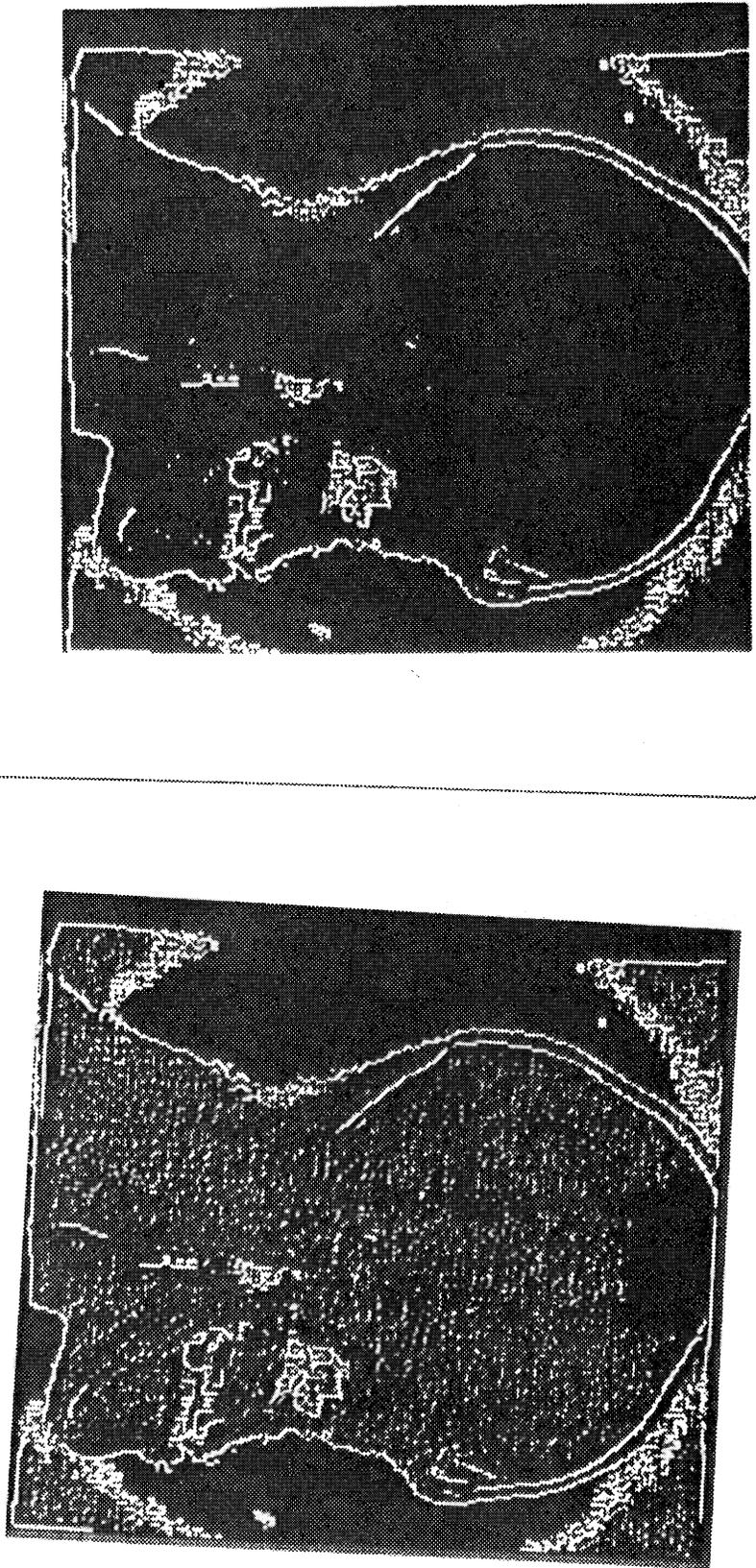


Figure 35

- Extraction de contours ( image initiale cf.fig. 34.a )
- (a) Résultat de l'application du modèle contour avec les options ci-dessous :
- Seuillage adaptatif :  $a_s = 0.8$  ; Norme L<sub>1</sub> ; contours non-orientés.
- (b) Superposition de 2 images d'extraction de contours
- image obtenue par application du modèle contours représenté en (a)
  - image obtenue par calcul du gradient orienté.

### Coopération de processus

Comme il est mentionné en légende, la figure 36 est le résultat obtenu à la sortie des 2 processus de segmentation. Il apparaît à ce niveau que les informations obtenues dans chacun des 2 cas se complètent. On peut espérer au vu de cette figure qu'il est possible, en utilisant les différentes informations obtenues, de corriger des erreurs d'étiquetage tel la mauvaise délimitation de certaines zones ( dans le cas du modèle région). Comme il serait aussi possible de pallier à certains problèmes résultant du modèle de contours : contours déconnectés ; présence d'éléments de contours superflus etc... .

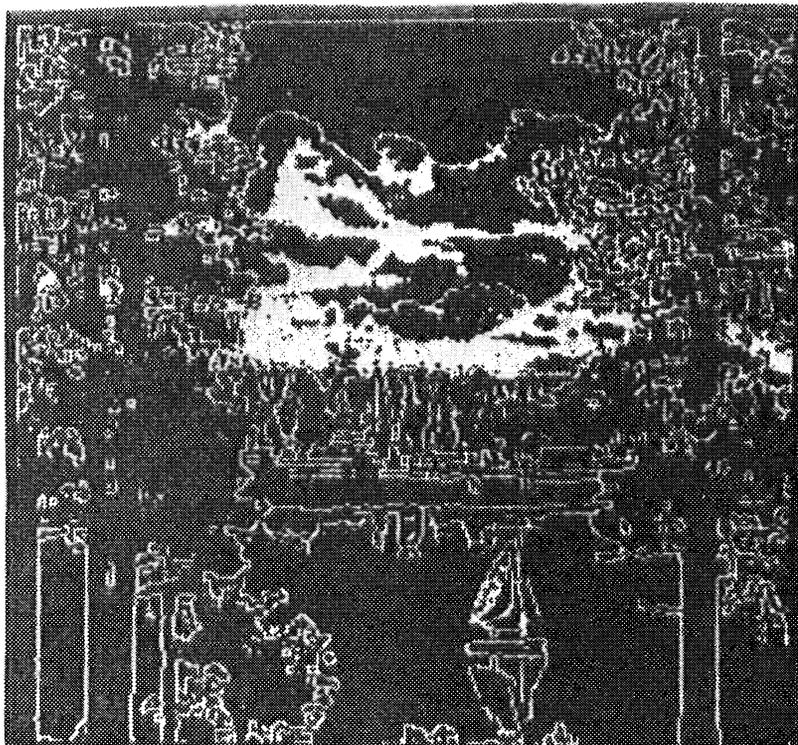
Partant de telles considérations, un modèle de coopération de processus peut être défini de façon naturelle, dont l'objectif est d'introduire une nouvelle stratégie d'analyse.

Bien qu'il ne soit illustré que par des images cytologiques, le modèle de coopération de processus que nous avons introduit au chapitre IV n'est pas spécifique à un type d'images. Au contraire, il est d'une application très générale.

Il apparaît, au vu de la figure 37, une meilleure segmentation de la classe "hématie", en particulier au niveau de la zone qui entoure le cytoplasme de la cellule ( cf. fig 25). En effet, on remarque que certains points affectés à la classe "hematie" ( figure 26 ) passent dans la classe "fond" ( figure 38 ). La comparaison entre la figure 32 et la figure 38 illustre la performance du modèle de coopération en matière d'amélioration des contours: disparition de contours isolés ; meilleure connexion de contours

On constate également une réduction du nombre d'itérations nécessaires pour aboutir à un résultat satisfaisant : le gain est d'une moyenne de 2 à 3 itérations par rapport à un modèle classique ( région ou contour ).

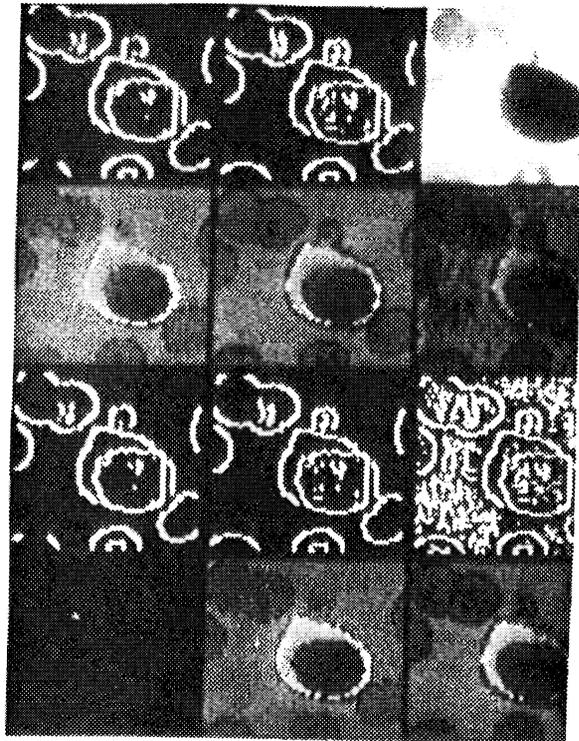
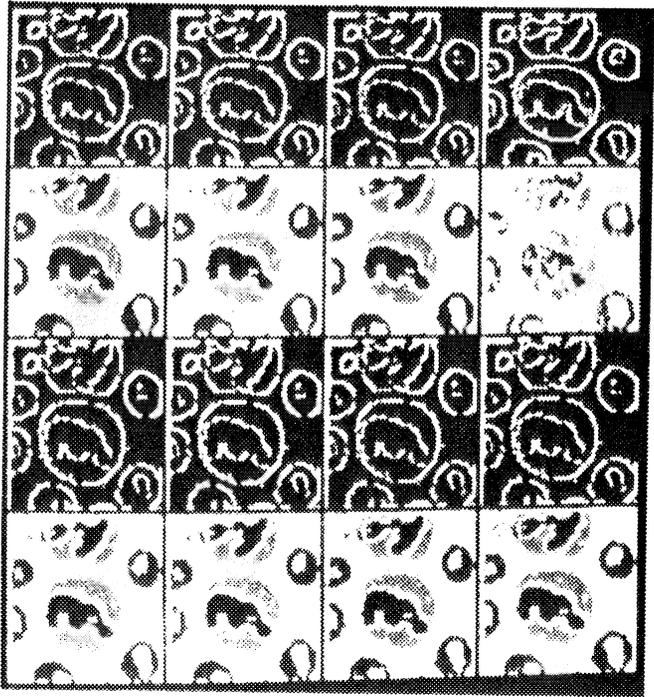
Un autre avantage de ce modèle concerne l'aspect contrôle. Parallèlement au contrôle local ( qui caractérise la relaxation probabiliste ), un contrôle plus global s'effectue sur chaque entité.



**Figure 36**

Image obtenue par superposition du résultat d'un modèle de segmentation par région et d'un modèle de segmentation par frontière. Cette image met en évidence l'intérêt d'un modèle de coopération de processus

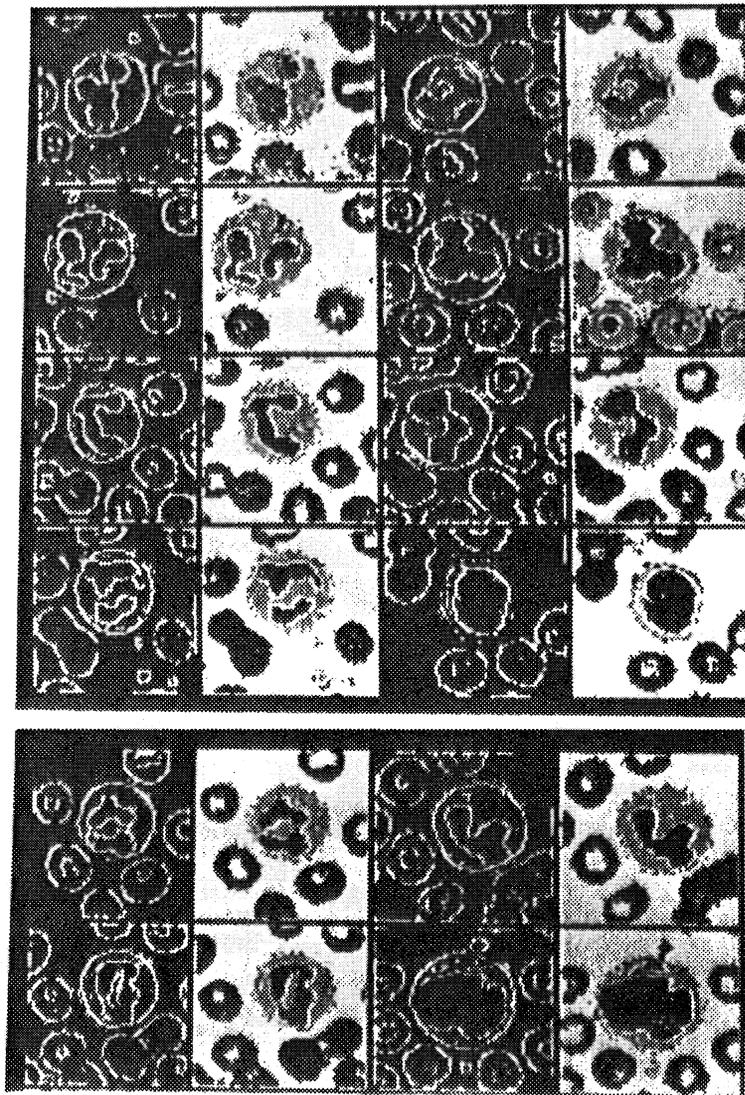




**Figure 37**

Application du modèle de coopération de processus ; Les images de départ sont données en figure 24.a. Toutes les étapes sont représentées.





**FIGURE 38**

Application du modèle de coopération de processus  
Les images initiales sont représentées en figure 24.a  
Seules les résultats obtenus en fin de traitement sont  
visualisés.



En effet, dès que le résultat obtenu sur une entité est jugé satisfaisant, le traitement sur cette dernière est arrêté. La figure 39 illustre cette caractéristique.

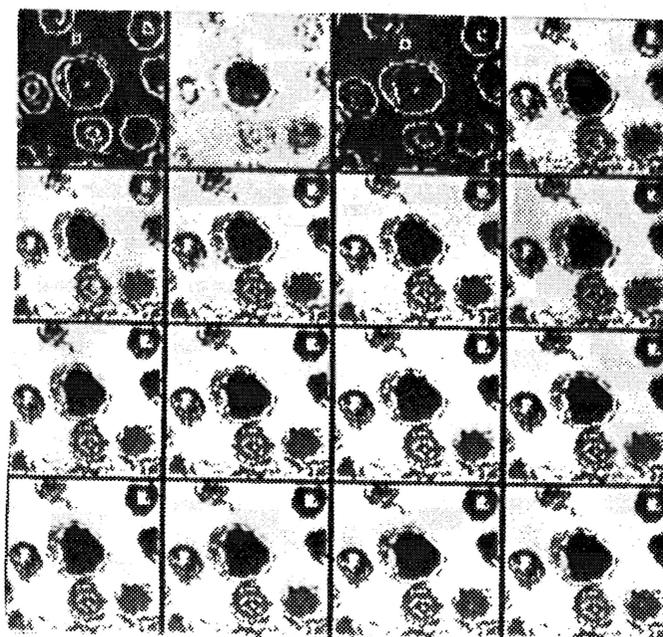


Figure 39

Coopération de primitives : régions/frontières



## CONCLUSION

Les illustrations présentées dans cette partie confirment, dans leurs grandes lignes, l'utilité, d'une prise en compte "dynamique" du contexte, susceptible d'être modifié pour résoudre des conflits de segmentation.

L'introduction du modèle de coopération de processus nous a permis de résoudre des conflits d'affectation ponctuelle en introduisant une nouvelle stratégie de segmentation où les 2 entités ( l'entité région et l'entité frontière ) sont prises en compte dans un même environnement.

En revanche, on ne peut déduire des différentes applications réalisées une méthode type pour déterminer l'étiquetage initial et les valeurs des coefficients de compatibilité. En fait, l'amélioration de l'étiquetage est une méthode très générale dont l'application à un cas concret nécessite une étape d'apprentissage pour obtenir une bonne représentation du modèle du monde.



## CONCLUSION

En reconnaissance des formes, le processus d'étiquetage est un élément clé car il se situe entre la phase de prétraitement global (tel le filtrage en analyse d'images) et la phase de traitements spécifiques.

Le problème de l'étiquetage est complexe, tant sur le plan de la formulation que sur le plan de la réalisation numérique.

En ce qui concerne ce dernier, on peut dégager 2 types de méthodes : le type **déterministe** et le type **stochastique**.

Dans le cas déterministe, l'affectation d'un objet est perçue comme l'aboutissement **statique** d'une analyse (prise en compte de sa valeur et éventuellement de son contexte instantané).

Dans le cas stochastique, par contre, cette affectation est perçue comme une connaissance **dynamique** susceptible d'être modifiée selon l'évolution des connaissances contextuelles, et susceptibles en retour d'influer sur l'état instantané des connaissances. Des ambiguïtés sont introduites dans l'affectation initiale. Le principe de ces méthodes consiste à moduler progressivement cette affectation, de façon à parvenir à un étiquetage **consistant**.

La relaxation probabiliste est la première méthode générale qui propose la prise en compte du contexte en imposant des restrictions acceptables sur le modèle du monde. La notion de compatibilité de voisinage est à la base de cette méthode.

En ce qui concerne son efficacité, les problèmes sont liés à l'incertitude relative associée à la classification du départ.

Si cette méthode possède le mérite de la simplicité, elle constitue cependant une approche heuristique du problème du contexte. En effet, dans le cadre de l'application de cette méthode, rien ne garantit que la compatibilité de l'étiquetage va augmenter ni que son ambiguïté va

diminuer.

Pour pallier à cet inconvénient d'autres approches ont été proposées. Elles sont basées sur la définition d'un critère et l'optimisation de ce critère. La technique utilisée à cet égard relève du domaine de l'analyse numérique (gradient projeté, multiplicateurs de Lagrange ...).

Cette famille d'opérateurs présente l'avantage de donner au problème une assise théorique. En revanche, la complexité croissante des processus engagés peut être un facteur limitant pour son application. Les recherches menées actuellement dans ce domaine visent à trouver des méthodes d'optimisation plus rapides.

C'est en s'appuyant sur cette notion d'étiquetage, sous son aspect **stochastique**, que nous avons abordé le problème de la segmentation en analyse d'images. Cette application est rendue possible grâce à la décomposition locale des relations contextuelles.

De tels processus présentent l'avantage d'introduire un caractère de contrôle local à l'évolution de la segmentation, ayant remarqué que les décisions au niveau de chaque point influent et sont influencées par celles de ses "voisins".

Si au niveau global, la segmentation est associée à une notion de contexte, sur le plan visuel elle est surtout basée sur des concepts de similarité et/ou de dissimilarité. Ces concepts sont traduits par la notion de région et la notion de frontière.

Dans cet ordre d'idées, nous avons montré au chapitre II et au chapitre III (partie B) que les concepts de frontière et de région, associés à des éléments de compatibilités, permettent d'aboutir à une amélioration de l'étiquetage.

Nous avons conclu, au terme de ces 2 chapitres, que la formulation du problème de la segmentation nécessite la prise en compte du maximum d'informations provenant de l'interprétation visuelle. Or, l'appréhension

globale d'une image s'appuie sur la perception simultanée de zones d'homogénéité et des zones de rupture avec les zones voisines (dissimilarité). Ainsi, la formulation complète du problème nécessite la prise en compte des 2 types d'informations. Or, on remarque que jusqu'à présent les méthodes d'analyse se fondaient sur un choix entre 2 types de modèles : le modèle région et le modèle frontière. Les méthodes itératives abordées dans ce mémoire nous ont permis de faire intervenir simultanément les 2 entités et de les traiter au sein d'un processus unique. La stratégie consiste à introduire pour chaque point, au niveau de son vecteur d'étiquetage, des informations de type région et des informations de type frontière et, au niveau de sa matrice de compatibilité, des interactions inter-classes et des interactions inter-entités.

Si ce modèle a été implémenté dans le cadre d'une approche du type relaxation probabiliste, sa portée n'en demeure pas moins générale. Il serait ainsi intéressant d'envisager sa prise en compte par des processus fondés sur les techniques d'optimisation.

La réserve que l'on peut émettre à ce niveau concerne le temps de calcul qu'elle nécessite. Ceci est lié au nombre important de points d'une image. Il faut souligner, à ce niveau, que les processus engagés sont parallèles sur les points, les voisinages et les étiquettes. La perspective du développement de processus parallèles, soit sous forme de vecteurs, soit sous forme de matrices, permettrait de résoudre ce problème.

Par ailleurs, l'information contextuelle reste limitée à un niveau local. Un prolongement naturel de cette thèse serait donc d'envisager l'utilisation du contexte sous un aspect plus global, ou sous un angle hiérarchique. Cet aspect peut se traduire par l'introduction de liens de compatibilité, unissant des éléments issus d'un autre niveau d'abstraction ; ce qui permettrait d'ouvrir d'autres perspectives à la notion de coopération de processus.



## REFERENCES

- Berthod M. 1980  
Berthod M.. L'amélioration d'étiquetage: une approche pour l'utilisation du contexte en reconnaissance des formes. Thèse d'Etat, Paris VI Dec. 1980.
- Berthod M. 1984  
Berthod M., Long P. : Stéréoscopie par mise en correspondance de graphes 1° Colloque Image, Traitement, Synthèse, Technologie et Applications, Biarritz Mai 1984.
- Bouakaz S. 1983  
Bouakaz S. : Methodes itératives et relaxation en analyse d'images Rapport DEA, IMAG , Grenoble I Sept. 1983.
- Bouakaz S. 1986  
Bouakaz S. Cooperative Processings: Regions-Frontiers in a relaxation environnement RAI/IPAR '86, Toulouse Juin 1986 n°3 Mai 1983.
- Chassery J.M. 1984  
Chassery J.M. : Representation discrète, interprétation numérique et description des images: des concepts à l'application. Thèse d'Etat, Grenoble Avril 1984.
- Davis L.S. 1976  
Davis L.S. : A Survey of Edge Detection Technique. CGIP, vol. 4, 3 pp 248-270 1976.
- Davis L.S. 1981  
Davis L.S., Rosenfeld A. : Cooperating Processes for low-level vision: A survey. Artificial Intelligence ; vol. 17, pp. 245-263 1981.
- Eklundh J.O. 1978  
Eklundh J.O., Yamamoto H., Rosenfeld A. Relaxation methods in multispectral pixel classification IEEE Trans. On Patt. Anal. and Mach. Int. PAMI - 2, n°1 janvier 1980.
- Eklundh J.O. 1983  
Eklundh J.O. : A Structured Approach to Segmentation of Aerial Photographs Proceedings, vol. 397, Applications of Digital Image Proc., pp. 21-27, Geneva Avril 1983.
- Faugeras O.D. 1979  
Faugeras O.D., Berthod M. : Scene Labeling : an Optimization Approach. Proceedings of IEEE Conf. on Patt. Recog. and Image Proc., Chicago, pp. 318-328 1979.
- Faugeras O.D. 1979  
Faugeras O.D. : Application des modèles de vision au traitement numérique des images. Thèse d'Etat, Paris VI 1979.
- Faugeras O.D. 1980  
Faugeras O.D., Price K.E. : Semantic Description of Aerial Images Using Stochastic Labeling. 5° Intern. Joint Conf. on Patt. Recog., Miami Oct. 1980.
- Faugeras O.D. 1980  
Faugeras O.D., Berthod M. Improving Consistency and Reducing Ambiguity in Stochastic Labeling: An Optimization Approach IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Intell., vol. PAMI-3, pp. 412-424 Juill. 1981.

- Forney G.D. 1973 Forney G.D.. The Viterbi Algorithm. Proceedings of the IEEE, 61, n°3, pp. 268-278 1973.
- Garbay C. 1979 Garbay C. Modelisation de la couleur dans le cadre de l'analyse d'images et de son application à la cytologie automatique. Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble Nov. 1979.
- Garbay C. 1979 Garbay C. Modelisation de la couleur dans le cadre de l'analyse d'images et de son application à la cytologie automatique. Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble Nov. 1979.
- Garbay C. 1986 Garbay C. Images, Strategies, Perspectives et Strategies cognitives d'analyse. Thèse d'Etat, Grenoble Juin 1986.
- Hanson A.R. 1976 Hanson A.R., Riseman E.M., Fisher E. Context in Word Recognition. Pattern Recognition, vol. 8, pp. 35-45 1976.
- Hanson A.R. 1977 Hanson A.R., Riseman E.M. : Pattern-directed Boundary Formation via Relaxation. Proceedings of Machine Vision Workshop. Univ. of Massachussets, Amherst, M.D. 1977.
- Haralick R.M. 1980 Haralick R.M. Edge and Region Analysis for Digital Image Data. Comput. Graphics and Image Proc. 12, pp. 60-73 1980.
- Haralick R.M. 1980 Haralick R.M., Mohammed J.L., Zucker S.W.. Compatibilities and the fixed points of arithmetic relaxation processes Comput. Graphics and Image Proc. 13, pp. 242-256 1980.
- Haralick R.M. 1982 Haralick R.M. : An Interpretation for Probabilistic Relaxation. IEEE Trans.
- Hayes K. 1979 Hayes K.. Reading Handwritten Words Using Hierarchical Relaxation 1979.
- Hummel R.A. 1983 Hummel R.A., Zucker S.W. : On the Foundations of Relaxation Labeling Processes. IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell., vol. PAMI-5, n°3 Mai 1983.
- Kirby R.L. 1980 Kirby R.L. : A.F. product rule relaxation method. Comput. Graphics Image Processing, 13, pp. 158-189 1980.
- Kitchen L. 1980 Kitchen L. : Relaxation Appied to Matching Quantative Relational Structures. IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern., vol. SMC-10, n°2 Fev. 1980.
- Lev A. 1977 Lev A., Zucker S.W., Rosenfeld A. : Iterative enhancement of noisy images. IEEE Trans. Syst. Man Cybern., vol. SMC-7, pp. 435-442 JUIN 1977.
- Levialdi S. 1980 Levialdi S. : finding the edge Digital Image Processing. J.C. Simon & R.M. Haralick D. Reidel Publishing Compagny .1980.

- Pavlidis T. 1977                      Pavlidis T. : Structural Pattern Recognition Structural Pattern Recognition, New York : Springer Verlag 1977.
- Peleg S. 1978                              Peleg S., Rosenfeld A. : Determining coefficients for curve enhancement relaxation processes. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-8,n° 7, pp. 548-554 Juil. 1978.
- Peleg S. 1980                              Peleg S. A New Probabilistic Relaxation Scheme. IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell., vol. PAMI-2,n° 4 Juil. 1980.
- Price K.E. 1985                            Price K.E. Relaxation Matching Techniques-A Comparison IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell., vol. PAMI-7,n°5, pp. 617-623 Sept. 1985.
- Raviv J. 1967                              Raviv J. : Decision Making in Markov Chains Applied to the Problem of Pattern. Recognition IEEE Trans. on Inform. Theory, vol. 3, pp. 536-551 Oct. 1967.
- Robinson G. 1977                         Robinson G. : Edge detection by compass gradient masks Comput. Graphics Image Proc. 6, pp. 492-501 1977.
- Rosenfeld A. 1976 -1                      Rosenfeld A., Hummel R.A., Zucker S.W. : Scene labeling by relaxation operations. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-6, n°6, pp 420-433 Juin 1976.
- Rosenfeld A. 1976 - 2                     Rosenfeld A. ,Kak A. : Digital Picture Processor Digital Picture Processing Academic Press 1976.
- Schachter B.J. 1977                        Schachter B.J. ,Lev A., Zucker S.W., Rosenfeld A. : An Application of Relaxation Methods to Edge Reinforcement. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-7, n° 11, pp 813-816 Nov. 1977.
- Toussaint G.T. 1977                        Toussaint G.T. the use of context in pattern recognition IEEE Comput. proc. : Patt. Recog. and Image Proc., Troy 1977.
- Ullman S. 1979                              Ullman S. : Relaxation and constrained optimization by local processes.Comput. Graphics Image Proc., vol. 10, pp. 115-125 1979.
- Waltz D.L. 1972                              Waltz D.L. Understanding Line Drawings of Scenes with Shadows. The Psychology of Computer Vision, P. Winston, Ed. New York : Mc Graw-Hill 1975.
- Welch J.R. 1971                              Welch J.R., Salter K.G. : A Context Algorithm for Pattern Recognition and Image Interpretation IEEE Trans. on SMC-1, pp. 24-30 Janv. 1971.
- Zucker S.W. 1976                            Zucker S.W. : Relaxation labeling and the reduction of local ambiguities Proc. 3° Int. Joint Conf. Patt. Recog, San Diego, CA, pp. Nov. 1976.

- Zucker S.W. 1977  
Zucker S.W. : Hummel R.A., Rosenfeld A. : An Application of Relaxation labeling to line and curve enhancement. IEEE Trans. Comput., vol. C-26, n° 4, pp. 394- Avril 1977.
- Zucker S.W. 1978  
Zucker S.W., Krishnamurthy E.V., Haar R. : Relaxation Processes for scene labeling : Convergence, Speed, and stability IEEE Trans. Syst. ,Man, Cybern., vol. SMC-8, n°1, pp. 41 - 48 Janv. 1978.
- Zucker S.W. 1978  
Zucker S.W., Leclerc Y.G., Mohammed J.L. : Continuous relaxation and local maxima selection : Conditions for equivalence.IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.,vol. PAMI-3, n°2 Mars 1981.
- Zucker S.W. 1979  
Zucker S.W., Mohammed J.L. : A Hierarchical Relaxation System for Line Labeling and Grouping. Proceedings of the IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Proc., Chicago, pp. 410-415 1979.

ANNEXE 1  
Méthode de recherche dichotomique  
Cas de fonction non quadratique  
Bert. 1980

ETAPE 1:

$$\begin{aligned} \rho_1 &\leftarrow \lambda_1 \rho_{\max} & ( \lambda_1 = 1/10 ) \\ \rho_2 &\leftarrow \lambda_2 \rho_{\max} & ( \lambda_2 = 1 ) \end{aligned}$$

FIN 1

ETAPE 2

Si  $\|(\rho_2) - (\rho_1)\| < \varepsilon$  Fin 2

Sinon

faire

Si  $(\rho_2) < (\rho_1)$ :

$$\rho_1 \leftarrow \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Sinon

$$\rho_2 \leftarrow \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Fin si

Aller à l'étape 2

Fin faire

FIN 2

**ANNEXE 2**  
**Méthode de classification**  
**appliquée à la segmentation**  
**Méthode de Fisher**

Cette méthode de classification consiste à définir une partition d'un ensemble d'individus, en utilisant un critère de minimisation de la somme des inerties de chacune des classes. Dans le cas de la segmentation d'images, cette méthode est basée sur l'analyse de l'histogramme où on suppose pouvoir discerner M classes.

soit  $v$  la variable niveau de gris et  $v_1 \geq \dots \geq v_j \geq \dots \geq v_m$  les valeurs ordonnées prises par la variable  $v$ .

On considère la partition des valeurs "niveau de gris"

$$P = \{P_1, \dots, P_M\}.$$

Soit  $n_i$  le nombre d'individus portant la valeur  $v_i$ , il s'agit de minimiser la quantité

$$I(P) = \sum_{l=1}^M \sum_{i \in P_l} n_i (v_i - G(P_l))^2$$

$$G(P) = \sum_{i \in P_l} n_i v_i / \sum_{i \in P_l} n_i$$

L'algorithme est inspiré de la programmation dynamique. Il consiste à calculer par récurrence une suite de partitions optimales  $P_l^i$  de  $(i, i+1 \dots m)$  en  $l$  classes.

1° - on pose :  $P_1^i = \{i, i+1, \dots, m\}$  pour  $i=1 \dots m$  ;

On calcule la partition  $P_1^j = \{ \{ i, i+1, \dots, j \}, P_{1-1}^{j+1} \}$  où la partition  $P_{1-1}^{j+1}$  à  $(l-1)$  classes de  $\{ j+1, \dots, m \}$  a été calculée à l'étape  $l-1$  ;  $j$  étant choisi dans  $\{ i, i+1, \dots, m-l+1 \}$

Pour  $l = 2 \dots M-1$  on calcule la partition :

$P_1^l = \{ \{ i, i+1, \dots, j \}, P_{1-1}^{j+1} \}$  où la partition  $P_{1-1}^{j+1}$  à  $(l-1)$  classes est choisie dans  $\{ i, i+1, \dots, m-l+1 \}$  de façon à ce que l'expression:

$I(\{ i, \dots, j \} + W(P_{1-1}^{j+1}))$  soit minimum.

3° - à l'étape  $k$ , on construit la partition

$$P_k^i = ( \{ 1, \dots, i \}, P_{k-1}^{i+1} )$$

$i$  étant choisi dans  $\{ 1, 2 \dots m-k+1 \}$  de façon à minimiser

$$L(\{ 1, \dots, i \}) + I(P_{k+1})$$

$$\text{avec } L(\{ a, \dots, b \}) = \sum_{i=a}^b n_i (v_i - G(\{ a, \dots, b \}))^2$$

$$\sum_{i=1}^l n_i v_i$$

$$\text{où } G(\{ a, \dots, b \}) = \frac{\sum_{i=1}^l n_i v_i}{\sum_{i=1}^l n_i}$$

Dans le cas particulier où le nombre de classes est réduit à 2, soient  $P_1$  et  $P_2$ , les 2 classes à déterminer :

Il s'agit de minimiser :

$$\sum_{i \in P_1} n_i (v_i - G(P_1))^2 + \sum_{i \in P_2} n_i (v_i - G(P_2))^2$$

$$= \sum_{i \in P_1} n_i v_i^2 + (G(P_1))^2 \sum_{i \in P_1} n_i - 2 \sum_{i \in P_1} n_i v_i G(P_1) \\ + \sum_{i \in P_2} n_i v_i^2 + (G(P_2))^2 \sum_{i \in P_2} n_i - 2 \sum_{i \in P_2} n_i v_i G(P_2)$$

or  $\sum_{i \in P_1} n_i v_i^2 + \sum_{i \in P_2} n_i v_i^2$  est indépendant de la partition P

Ce qui revient à minimiser l'expression :

$$\frac{(\sum_{i \in P_1} n_i v_i)^2}{\sum_{i \in P_1} n_i} + \frac{(\sum_{i \in P_2} n_i v_i)^2}{\sum_{i \in P_2} n_i}$$

Dans le cas où la variable "niveau de gris" est associée à la suite  $\{1, \dots, N\}$ , le problème consiste à déterminer  $K \in \{1, 2, \dots, N\}$ , tel que :

$$\frac{\sum_{i=1}^k [i n_i]^2}{\sum_{i=1}^k n_i} + \frac{\sum_{i=k+1}^N [i n_i]^2}{\sum_{i=k+1}^N n_i} \quad \text{soit maximum}$$

## Résumé :

Dans le domaine de l'étiquetage, les méthodes stochastiques s'inscrivent dans un cadre où l'affectation d'un objet est perçue comme une connaissance dynamique. Cette affectation peut être modifiée selon l'évolution des connaissances contextuelles, en retour elle est susceptible d'influer sur l'état instantané des connaissances.

De telles méthodes présentent l'avantage d'introduire un caractère de contrôle local à l'évolution de l'étiquetage.

C'est en s'appuyant sur cette notion d'étiquetage, sous son aspect local, que nous avons abordé le problème de la segmentation des images ayant remarqué que les décisions au niveau de chaque point influent et sont influencées par celles des voisins.

En outre, on remarque que jusqu'à présent, les méthodes de segmentation se fondaient, essentiellement, sur un choix entre 2 types de modèles : Le modèle région et le modèle frontière. Les méthodes stochastiques, itératives abordées dans ce mémoire permettent de faire intervenir simultanément les 2 entités et de les traiter au sein d'un processus unique. Le procédé consiste à introduire pour chaque point, au niveau de son vecteur d'étiquetage des informations de type région et des informations de type frontière. Les relations contextuelles interviennent sous forme d'interactions inter-classes et d'interactions inter-entités.

## Mots clés :

Etiquetage - Segmentation d'images - Relaxation probabiliste - Compatibilité - Ambiguïté - Etiquetage consistant - Informations contextuelles.



AUTORISATION DE SOUTENANCE

DOCTORAT 3<sup>ème</sup> CYCLE, DOCTORAT-INGENIEUR, DOCTORAT USTMG

Vu les dispositions de l'Arrêté du 16 avril 1974,

Vu les dispositions de l'Arrêté du 5 juillet 1984,

Vu les rapports de M... *C.HASSERY*..... *J.M.*.....

M... *BERTHOUD*..... *M.*.....

M. <sup>*elle*</sup> *Saida BOUKAZ*..... est autorisé  
à présenter une thèse en vue de l'obtention du *grade de doct. orat*  
*du 3<sup>ème</sup> cycle en Mathématiques appliquées*

- 9 MAR 1987  
Grenoble, le.....

Le Président de l'Université Scientifique  
Technologique et Médicale



*J.J. Payan*  
J.J. PAYAN

