



HAL
open science

Contribution au traitement de formes discrètes : squelettes et codage par graphe de la ligne médiane

Annick Montanvert

► To cite this version:

Annick Montanvert. Contribution au traitement de formes discrètes : squelettes et codage par graphe de la ligne médiane. Modélisation et simulation. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG; Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1987. Français. NNT : . tel-00325209

HAL Id: tel-00325209

<https://theses.hal.science/tel-00325209>

Submitted on 26 Sep 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE, TECHNOLOGIQUE et MEDICALE de GRENOBLE

et à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE (décret 1985)

en INFORMATIQUE

par

Annick MONTANVERT



CONTRIBUTION AU TRAITEMENT DE
FORMES DISCRETES

SQUELETTES ET CODAGE PAR GRAPHE
DE LA LIGNE MEDIANE



Thèse soutenue le 20 octobre 1987

devant la commission d'examen :

B. ZAVIDOVIQUE

Président

G. BERTRAND

F. MEYER

Rapporteurs

C. BELLISSANT

C. CHARLES

J.M. CHASSERY

Examineurs

UNIVERSITE Joseph FOURIER (GRENOBLE I)

Président de l'Université :
M. PAYAN Jean Jacques

Année Universitaire 1987 - 1988

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE SCIENCES ET DE GEOGRAPHIE

PROFESSEURS DE 1ère Classe

ARNAUD Paul	Chimie Organique
ARVIEU ROBERT	Physique Nucléaire I.S.N.
AUBERT Guy	Physique C.N.R.S
AURIAULT Jean-Louis	Mécanique
AYANT Yves	Physique Approfondie
BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
BARJON Robert	Physique Nucléaire ISN
BARNOUD Fernand	Biochimie Macromoléculaire Végétale
BARRA Jean-René	Statistiques-Mathématiques Appliquées
BECKER Pierre	Physique
BEGUIN Claude	Chimie Organique
BELORISKY Elie	Physique
BENZAKEN Claude	Mathématiques Pures
BERARD Pierre	Mathématiques Pures
BERNARD Alain	Mathématiques Pures
BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques Pures
BILLET Jean	Géographie
BOELHER Jean-Paul	Mécanique
BONNIER Jane Marie	Chimie Générale
BOUCHEZ Robert	Physique Nucléaire ISN
BRAVARD Yves	Géographie
CARLIER Georges	Biologie Végétale
CAUQUIS Georges	Chimie Organique
CHARDON Michel	Géographie
CHIBON Pierre	Biologie Animale
COHEN ADDAD Jean-Pierre	Physique
COLIN DE VERDIERE Yves	Mathématiques Pures
CYROT Michel	Physique du Solide
DEBELMAS Jacques	Géologie Générale
DEGRANGE Charles	Zoologie
DEMAILLY Jean-Pierre	Mathématiques Pures
DENEUVILLE Alain	Physique
DEPORTES Charles	Chimie Minérale
DOLIQUE Jean-Michel	Physique des Plasmas
DOUCE Roland	Physiologie Végétale
DUCROS Pierre	Cristallographie
FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques Pures
GAGNAIRE Didier	Chimie Physique
GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique,
GIRAUD Pierre	Géologie
HICTER Pierre	Chimie
IDELMAN Simon	Physiologie Animale
JANIN Bernard	Géographie
JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
KAHANE André, détaché	Physique
KAHANE Josette	Physique
KRAKOWIAK Sacha	Mathématiques Appliquées

LAJZEROWICZ Jeanine
LAJZEROWICZ Joseph
LAURENT Pierre-Jean
LEBRETON Alain
DE LEIRIS Joël
LHOMME Jean
LLIBOUTRY Louis
LOISEAUX Jean-Marie
LUNA Domingo
MACHE Régis
MASCLE Georges
MAYNARD Roger
OMONT Alain
OZENDA Paul
PAYAN Jean-Jacques
PEBAY-PEYROULA Jean-Claude
PERRIER Guy
PIERRARD Jean-Marie
PIERRE Jean-Louis
RENARD Michel
RINAUDO Marguerite
ROSSI André
SAXOD Raymond
SENGEL Philippe
SERGERAERT Francis
SOUCHIER Bernard
SOUTIF Michel
STUTZ Pierre
TRILLING Laurent
VALENTIN Jacques
VAN CUTSEM Bernard
VIALON Pierre

Physique
Physique
Mathématiques Appliquées
Mathématiques Appliquées
Biologie
Chimie
Géophysique
Sciences Nucléaires I.S.N.
Mathématiques Pures
Physiologie Végétale
Géologie
Physique du Solide
Astrophysique
Botanique (Biologie Végétale)
Mathématiques Pures
Physique
Géophysique
Mécanique
Chimie Organique
Thermodynamique
Chimie CERMAV
Biologie
Biologie Animale
Biologie Animale
Mathématiques Pures
Biologie
Physique
Mécanique
Mathématiques Appliquées
Physique Nucléaire I.S.N.
Mathématiques Appliquées
Géologie

PROFESSEURS de 2^{ème} Classe

ADIBA Michel
ANTOINE Pierre
ARMAND Gilbert
BARET Paul
BLANCHI J.Pierre
BLUM Jacques
BOITET Christian
BORNAREL Jean
BRUANDET J.François
BRUGAL Gérard
BRUN Gilbert
CASTAING Bernard
CERFF Rudiger
CHIARAMELLA Yves
COURT Jean
DUFRESNOY Alain
GASPARD François
GAUTRON René
GENIES Eugène
GIDON Maurice
GIGNOUX Claude
GILLARD Roland
GIORNI Alain
GONZALEZ SPRINBERG Gérardo
GUIGO Maryse
GUMUCHAIN Hervé
GUITTON Jacques

Mathématiques Pures
Géologie
Géographie
Chimie
STAPS
Mathématiques Appliquées
Mathématiques Appliquées
Physique
Physique
Biologie
Biologie
Physique
Biologie
Mathématiques Appliquées
Chimie
Mathématiques Pures
Physique
Chimie
Chimie
Géologie
Sciences Nucléaires
Mathématiques Pures
Sciences Nucléaires
Mathématiques Pures
Géographie
Géographie
Chimie

HACQUES Gérard
 HERBIN Jacky
 HERAULT Jeanny
 JARDON Pierre
 JOSELEAU Jean-Paul
 KERCKHOVE Claude
 LONGEQUEUE Nicole
 LUCAS Robert
 MANDARON Paul
 MARTINEZ Francis.
 NEMOZ Alain
 OUDET Bruno
 PECHER Arnaud
 PELMONT Jean
 PERRIN Claude
 PFISTER Jean-Claude
 PIBOULE Michel
 RAYNAUD Hervé
 RICHARD Jean-Marc
 RIEDTMANN Christine
 ROBERT Gilles
 ROBERT Jean-Bernard
 SARROT-REYNAULD Jean
 SAYETAT Françoise
 SERVE Denis
 STOECKEL Frédéric
 SCHOLL Pierre-Claude
 SUBRA Robert
 VALLADE Marcel
 VIDAL Michel
 VIVIAN Robert
 VOTTERO Philippe

Mathématiques Appliquées
 Géographie
 Physique
 Chimie
 Biochimie
 Géologie
 Sciences Nucléaires I.S.N.
 Physique
 Biologie
 Mathématiques Appliquées
 Thermodynamique CNRS - CRTBT
 Mathématiques Appliquées
 Géologie
 Biochimie
 Sciences Nucléaires I.S.N.
 Physique du Solide
 Géologie
 Mathématiques Appliquées
 Physique
 Mathématiques Pures
 Mathématiques Pures
 Chimie Physique
 Géologie
 Physique
 Chimie
 Physique
 Mathématiques Appliquées
 Chimie
 Physique
 Chimie Organique
 Géographie
 Chimie

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L' IUT 1

PROFESSEURS de 1^{ère} Classe

BUISSON Roger	Physique IUT 1
DODU Jacques	Mécanique Appliquée IUT 1
NEGRE Robert	Génie Civil IUT 1
NOUGARET Marcel	Automatique IUT 1
PERARD Jacques	EEA. IUT 1

PROFESSEURS de 2^{ème} classe

BOUTHINON Michel	EEA. IUT 1
CHAMBON René	Génie Mécanique IUT 1
CHEHIKIAN Alain	EEA. IUT 1
CHENAVAS Jean	Physique IUT 1
CHOUTEAU Gérard	Physique IUT 1
CONTE René	Physique IUT 1
GOSSE Jean-Pierre	EEA.IUT 1
GROS Yves	Physique IUT 1
KUHN Gérard, (Détaché)	Physique IUT 1
MAZUER Jean	Physique IUT 1
MICHOULIER Jean	Physique IUT 1
MONLLOR Christian	EEA.IUT 1
PEFFEN René	Métallurgie IUT 1
PERRAUD Robert	Chimie IUT 1
PIERRE Gérard	Chimie IUT 1
TERRIEZ Jean-Michel	Génie Mécanique IUT 1
TOUZAIN Philippe	Chimie IUT 1
VINCENDON Marc	Chimie IUT 1

PROFESSEURS DE PHARMACIE

AGNIUS-DELDORD Claudine	Physique	Faculté La Tronche
ALARY Josette	Chimie Analytique	Faculté La Tronche
BERIEL Hélène	Physiologie et Pharmacologie	Faculté La Tronche
CUSSAC Max	Chimie Thérapeutique	Faculté La Tronche
DEMENGE Pierre	Pharmacodynamie	Faculté La Tronche
FAVIER Alain	Biochimie	C.H.R.G.
JEANNIN Charles	Pharmacie Galénique	Faculté Meylan
LATURAZE Jean	Biochimie	Faculté La Tronche
LUU DUC Cuong	Chimie Générale	Faculté La Tronche
MARIOTTE Anne-Marie	Pharmacognosie	Faculté La Tronche
MARZIN Daniel	Toxicologie	Faculté Meylan
RENAUDET Jacqueline	Bactériologie	Faculté La Tronche
ROCHAT Jacques	Hygiène et Hydrologie	Faculté La Tronche
SEIGLE-MURANDI Françoise	Botanique et Cryptogamie	Faculté Meylan
VERAIN Alice	Pharmacie Galénique	Faculté Meylan

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE MEDECINE

PROFESSEURS CLASSE EXEPTIONNELLE ET 1ère CLASSE

AMBLARD Pierre	Dermatologie	C.H.R.G.
AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie	C.H.R.G.
BEAUDOING André	Pédiatrie-Puericulture	C.H.R.G.
BEZEZ Henri	Orthopédie-Traumatologie	Hopital SUD
BONNET Jean-Louis	Ophthalmologie	C.H.R.G.
BOUCHET Yves	Anatomie	Faculté La Merci
	Chirurgie Générale et Digestive	C.H.R.G.
BUTEL Jean	Orthopédie-Traumatologie	C.H.R.G.
CHAMBAZ Edmond	Biochimie	C.H.R.G.
CHAMPETIER Jean	Anatomie-Topographique et Appliquée	C.H.R.G.
	O.R.L.	C.H.R.G.
CHARACHON Robert	Immunologie	Hopital sud
COLOMB Maurice	Anatomie-Pathologique	C.H.R.G.
COUDERC Pierre	Pneumophtisiologie	C.H.R.G.
DELORMAS Pierre	Cardiologie	C.H.R.G.
DENIS Bernard	Pharmacologie	Faculté La Merci
GAVEND Michel	Hématologie	C.H.R.G.
HOLLARD Daniel	Chirurgie Thoracique et Cardiovasculaire	C.H.R.G.
LATREILLE René	Bactériologie-Virologie	C.H.R.G.
	Gynécologie et Obstétrique	C.H.R.G.
LE NOC Pierre	Médecine du Travail	C.H.R.G.
MALINAS Yves	Clinique Médicale et Maladies Infectieuses	C.H.R.G.
MALLION Jean-Michel	Histologie	Faculté La Merci
MICOUUD Max	Pneumologie	C.H.R.G.
	Neurologie	C.H.R.G.
MOURIQUAND Claude	Hépto-Gastro-Entérologie	C.H.R.G.
PARAMELLE Bernard	Neurochirurgie	C.H.R.G.
PERRET Jean	Clinique Chirurgicale	C.H.R.G.
RACHAIL Michel	Anesthésiologie	C.H.R.G.
DE ROUGEMONT Jacques	Physiologie	Faculté La Merci
SARRAZIN Roger	Biochimie	Faculté La Merci
STIEGLITZ Paul		
TANCHE Maurice		
VIGNAIS Pierre		

PROFESSEURS 2ème CLASSE

BACHELOT Yvan	Endocrinologie	C.H.R.G.
BARGE Michel	Neurochirurgie	C.H.R.G.
BENABID Alim Louis	Biophysique	Faculté La Merci
BENSA Jean-Claude	Immunologie	Hopital Sud
BERNARD Pierre	Gynécologie-Obstétrique	C.H.R.G.
BESSARD Germain	Pharmacologie	ABIDJAN
BOLLA Michel	Radiothérapie	C.H.R.G.
BOST Michel	Pédiatrie	C.H.R.G.
BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie Adultes	Hopital Sud
BRAMBILLA Christian	Pneumologie	C.H.R.G.
CHIROUSSEL Jean-Paul	Anatomie-Neurochirurgie	C.H.R.G.
COMET Michel	Biophysique	Faculté La Merci
CONTAMIN Charles	Chirurgie Thoracique et Cardiovasculaire	C.H.R.G.
CORDONNIER Daniel	Néphrologie	C.H.R.G.
COULOMB Max	Radiologie	C.H.R.G.
CROUZET Guy	Radiologie	C.H.R.G.
DEBRU Jean-Luc	Médecine Interne et Toxicologie	C.H.R.G.
DEMONGEOT Jacques	Biostatistiques et Informatique Médicale	Faculté La Merci
DUPRE Alain	Chirurgie Générale	C.H.R.G.
DYON Jean-François	Chirurgie Infantile	C.H.R.G.
ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie	Faculté La Merci
FAURE Claude	Anatomie et Organogénèse	C.H.R.G.
FAURE Gilbert	Urologie	C.H.R.G.
FOURNET Jacques	Hépto-Gastro-Entérologie	C.H.R.G.
FRANCO Alain	Médecine Interne	C.H.R.G.
GIRARDET Pierre	Anesthésiologie	C.H.R.G.
GUIDICELLI Henri	Chirurgie Générale et Vasculaire	C.H.R.G.
GUIGNIER Michel	Thérapeutique et Réanimation Médicale	C.H.R.G.
HADJIAN Arthur	Biochimie	Faculté La Merci
HALIMI Serge	Endocrinologie et Maladies Métaboliques	C.H.R.G.
HOSTEIN Jean	Hépto-Gastro-Entérologie	C.H.R.G.
HUGONOT Robert	Médecine Interne	C.H.R.G.
JALBERT Pierre	Histologie-Cytogénétique	C.H.R.G.
JUNIEN-LAVILLAUIROY Claude	O.R.L.	C.H.R.G.
KOLODIE Lucien	Hématologie Biologique	C.H.R.G.
LETOUBLON Christian	Chirurgie Générale	C.H.R.G.
MACHECOURT Jacques	Cardiologie et Maladies Vasculaires	C.H.R.G.
MAGNIN Robert	Hygiène	C.H.R.G.
MASSOT Christian	Médecine Interne	C.H.R.G.
MOUILLON Michel	Ophtalmologie	C.H.R.G.
PELLAT Jacques	Neurologie	C.H.R.G.
PHELIP Xavier	Rhumatologie	C.H.R.G.
RACINET Claude	Gynécologie-Obstétrique	Hopital Sud
RAMBAUD Pierre	Pédiatrie	C.H.R.G.
RAPHAEL Bernard	Stomatologie	C.H.R.G.
SCHAERER René	Cancérologie	C.H.R.G.
SEIGNEURIN Jean-Marie	Bactériologie-Virologie	Faculté La Merci
SELE Bernard	Cytogénétique	Faculté La Merci
SOTTO Jean-Jacques	Hématologie	C.H.R.G.
STOEBNER Pierre	Anatomie Pathologique	C.H.R.G.
VROUSOS Constantin	Radiothérapie	C.H.R.G.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Président : Daniel BLOCH

Année 1987

Vice - Présidents : René CARRE
Jean-Marie PIERRARD

Professeurs des Universités

BARIBAUD Michel	ENSERG	GUYOT Pierre	ENSEEG
BARRAUD Alain	ENSIEG	IVANES Marcel	ENSIEG
BAUDELET Bernard	ENSPG	JAUSSAUD Pierre	ENSIEG
BEAUFILS Jean-Pierre	ENSEEG	JOUBERT Pierre	ENSIEG
BESSON Jean	ENSEEG	JOURDAIN Geneviève	ENSIEG
BLIMAN Samuel	ENSERG	LACOUME Jean-Louis	ENSIEG
BLOCH Daniel	ENSPG	LESIEUR Marcel	ENSHMG
BOIS Philippe	ENSHMG	LESPINARD Georges	ENSHMG
BONNETAIN Lucien	ENSEEG	LONGEQUEUE Jean-Pierre	ENSPG
BOUVARD Maurice	ENSHMG	LOUCHET François	ENSEEG
BRISSONNEAU Pierre	ENSIEG	MASSE Philippe	ENSIEG
BRUNET Yves	IUFA	MASSELOT Christian	ENSIEG
BUYLE-BODIN Maurice	ENSERG	MAZARE Guy	ENSIMAG
CAILLERIE Denis	ENSHMG	MOREAU René	ENSHMG
CAVAIGNAC Jean-François	ENSPG	MORET Roger	ENSIEG
CHARTIER Germain	ENSPG	MOSSIERE Jacques	ENSIMAG
CHENEVIER Pierre	ENSERG	OBLÉD Charles	ENSHMG
CHERADAME Hervé	UFR PGP	OZIL Patrick	ENSEEG
CHERUY Arlette	ENSIEG	PARIAUD Jean-Charles	ENSEEG
CHIAVERINA Jean	UFR PGP	PAUTHENET René	ENSIEG
CHOVET Alain	ENSERG	PERRET René	ENSIEG
COHEN Joseph	ENSERG	PERRET Robert	ENSIEG
COUMES André	ENSERG	PIAU Jean-Michel	ENSHMG
DARVE Félix	ENSHMG	POUPOT Christian	ENSERG
DELLA-DORA Jean	ENSIMAG	SAUCIER Gabrielle	ENSIMAG
DEPORTES Jacques	ENSPG	SCHLENKER Claire	ENSPG
DOLMAZON Jean-Mar	ENSERG	SCHLENKER Michel	ENSPG
DURAND Francis	ENSEEG	SERMET PIERRE	ENSERG
DURAND Jean-Louis	ENSIEG	SILVY Jacques	UFR PGP
FONLUPT Jean	ENSIMAG	SIRIEYS Pierre	ENSHMG
FOULARD Claude	ENSIEG	SOHM Jean-Claude	ENSEEG
GANDINI Alessandro	UFR PGP	SOLER Jean-Louis	ENSIMAG
GAUBERT Claude	ENSPG	SOUQUET Jean-Louis	ENSEEG
GENTIL Pierre	ENSERG	TROMPETTE Philippe	ENSHMG
GREVEN Hélène	IUFA	VEILLON Gérard	ENSIMAG
GUERIN Bernard	ENSERG	ZADWORNY François	ENSERG

**Professeur Université des Sciences Sociales
(Grenoble II)**

BOLLIET Louis

**Personnes ayant obtenu le diplôme
d'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES**

BECKER Monique
BINDER Zdenek
CHASSERY Jean-Marc
COEY John
COLINET Catherine
COMMAULT Christian
CORNUJOLS Gérard
DALARD Francis
DANES Florin
DEROO Daniel
DIARD Jean-Paul
DION Jean-Michel
DUGARD Luc
DURAND Robert
GALERIE Alain
GAUTHIER Jean-Paul
GENTIL Sylviane
PLA Fernand
GHIBAUDO Gérard
HAMAR Sylvaine
LADET Pierre
LATOMBE Claudine
LE GORREC Bernard
MADAR Roland
MULLER Jean
NGUYEN TRONG Bernadette
TCHUENTE Maurice
VINCENT Henri

Chercheurs du C.N.R.S

Directeurs de recherche 1ère Classe

CAILLET Marcel
CARRE René
FRUCHART Robert
JORRAND Philippe
LANDAU Ioan
MARTIN

Directeurs de recherche 2ème Classe

ALEMANY Antoine
ALLIBERT Colette
ALLIBERT Michel
ANSARA Ibrahim
ARMAND Michel
BINDER Gilbert
BONNET Roland
BORNARD Guy
CALMET Jacques
DAVID René
DRIOLE Jean
ESCUDIER Pierre
EUSTATHOPOULOS Nicolas
JOD Jean-Charles
KAMARINOS Georges
KLEITZ Michel
KOFMAN Walter
LEJEUNE Gérard
MERMET Jean
MUNIER Jacques
SENATEUR Jean-Pierre
SUERY Michel
TEDOSIU
WACK Bernard

**Personnalités agréées à titre permanent à diriger
des travaux de
recherche (décision du conseil scientifique)**

E.N.S.E.E.G

BERNARD Claude
CHATILLON Catherine
CHATILLON Christian
COULON Michel
DIARD Jean-Paul
FOSTER Panayotis
HAMMOU Abdelkader
MALMEJAC Yves
MARTIN GARIN Régina
SAINTFORT Paul
SARRAZIN Pierre
SIMON Jean-Paul
TOUZAIN Philippe
URBAIN Georges

E.N.S.E.R.G

BOREL Joseph
CHOVET Alain
DOLMAZON Jean-Marc
HERAULT Jeanny

E.N.S.I.E.G

DESCHIZEAUX Pierre
GLANGEAUD François
PERARD Jacques
REINISCH Raymond

E.N.S.H.G

BOIS Daniel
DARVE Félix
MICHEL Jean-Marie
ROWE Alain
VAUCLIN Michel

E.N.S.I.M.A.G

BERT Didier
COURTIN Jacques
COURTOIS Bernard
DELLA DORA Jean
FONLUPT Jean
SIFAKIS Joseph

E.F.P.G

CHARUEL Robert

C.E.N.G

CADET Jean
COEURE Philippe
DELHAYE Jean-Marc
DUPUY Michel
JOUVE Hubert
NICOLAU Yvan
NIFENECKER Hervé
PERROUD Paul
PEUZIN Jean-Claude
TAIB Maurice
VINCENDON Marc

**Laboratoires extérieurs
C.N.E.T**

DEMOULIN Eric
DEVINE
GERBER Roland
MERCKEL Gérard
PAULEAU Yves

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT-ETIENNE

Directeur : Monsieur M.MERMET
Directeur des Etudes et de la formation: Monsieur J. LEVASSEUR
Directeur des recherches : Monsieur J. LEVY
Secrétaire Général : Mademoiselle M. CLERGUE

PROFESSEURS DE 1ère CATEGORIE

COINDE Alexandre	Gestion
GOUX Claude	Métallurgie
LEVY Jacques	Métallurgie
LOWYS Jean-Pierre	Physique
MATHON Albert	Gestion
RIEU Jean	Mécanique-Résistance des matériaux
SOUSTELLE Michel	Chimie
FORMERY Philippe	Mathématiques Appliquées

PROFESSEURS DE 2ème CATEGORIE

HABIB Michel	Informatique
PERRIN Michel	Géologie
VERCHERY Georges	Matériaux
TOUCHARD Bernard	Physique Industrielle

DIRECTEUR DE RECHERCHE

LESBATS Pierre	Métallurgie
----------------	-------------

MAITRE DE RECHERCHE

BISCONDI Michel	Métallurgie
DAVOINE Philippe	Géologie
FOURDEUX Angeline	Métallurgie
KOBYLANSKI André	Métallurgie
LALAUZE René	Chimie
LANCELOT Francis	Chimie
LE COZE Jean	Métallurgie
THEVENOT François	Chimie
TRAN MINH Canh	Chimie

Personalités habilitées à diriger des travaux de recherche

DRIVER Julian	Métallurgie
GUILHOT Bernard	Chimie
THOMAS Gérard	Chimie

Professeurs à l'UER de Sciences de Saint-Etienne

VERGNAUD Jean-Maurice	Chimie des Matériaux et Chimie Industrielle
-----------------------	--

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire se situe dans le domaine de l'analyse des images binaires discrètes.

Notre but a été d'étudier les moyens de description et de manipulation des objets contenus dans de telles images.

Nous rappelons dans le premier chapitre quelques notions de base concernant les images et la géométrie discrète.

Le chapitre II est consacré à une étude bibliographique des méthodes d'analyse de formes, en particulier par recherche de décompositions (partitionnements ou recouvrements).

Dans le chapitre III, nous nous intéressons aux procédés de calcul de squelettes et d'axe médian, pour lesquels nous mettons en valeur le pouvoir descriptif.

Le chapitre IV détaille notre contribution à ce problème.

Le calcul d'une ligne médiane, puis d'un graphe de la ligne médiane, aboutit à une représentation hiérarchisée de l'axe médian qui induit une analyse structurée de l'objet original. Différents procédés de manipulation de formes (reconstruction progressive, filtrage, décomposition) sont proposés et testés.

Dans le dernier chapitre, nous exposons une application qui consiste à définir une trajectoire d'un engin ramasseur de nodules sur un fond marin. Les outils définis grâce au graphe de la ligne médiane font partie des méthodes employées pour analyser la carte initiale.

Mots clés :

analyse d'images - images discrètes binaires - représentation et description - décomposition de formes - axe médian - squelettes - ligne médiane - graphe de la ligne médiane - manipulation de formes - ramassage de nodules .

Abstract :

The work presented in this thesis concerns analysis of binary discrete images.

Our purpose is to study how to describe and manipulate the objects which are present in such images.

In the first chapter, we recall some basic notions about images and discrete geometry.

Chapitre II is a bibliographical study of methods of shape analysis, in particular the use of shape decomposition technics (partitionning or covering).

In Chapter III, we demonstrate how skeletons and medial axis are computed, and we discuss their descriptive power.

Our contribution to this problem is presented in Chapter IV.

By computing a medial line, then a medial line graph, we obtain a hierarchical representation of the medial axis which induces a structural analysis of the original shape. Various processes for shape handling (progressive reconstruction, filtering, decomposition) are then presented and tested.

In the last chapter, we expose an application to the definition of a trajectory for a system which collects nodules within mining submarine zones. The tools using the medial line graph are among the methods used to analyse the original map.

Key words :

image analysis - binary discrete pictures - representation and description - shape decomposition - medial axis - skeletons - medial line - medial line graph - shape manipulation - nodules collecting .

"Avant qu'on ne franchisse la porte
on peut ne pas avoir conscience qu'il y a une porte
On peut penser qu'il y a une porte à franchir
et la chercher longtemps
sans la trouver
On peut la trouver et
elle peut ne pas s'ouvrir
Si elle s'ouvre on peut la franchir
En la franchissant
on s'aperçoit que la porte qu'on a franchie
était le moi qui l'a franchie
personne n'a franchi une porte
il n'y avait pas de porte à franchir
personne n'a jamais trouvé une porte
personne n'a jamais compris qu'il n'y avait jamais eu de porte"

R.D. Laing

à Laurent
et Marie

AVANT-PROPOS

Ce mémoire de thèse présente les travaux que j'ai réalisés au sein de l'équipe de Reconnaissance des Formes et de Microscopie Quantitative durant ces trois dernières années.

B.Zavidovique m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Je lui suis vivement reconnaissante de l'intérêt qu'il a manifesté pour mes travaux.

Je veux exprimer ici ma profonde gratitude à J.M.Chassery, directeur de cette thèse ; je lui suis reconnaissant de la disponibilité dont il a fait preuve pour me conseiller. Il m'a honorée de sa confiance et a été un soutien moral précieux ; qu'il croie à toute mon estime.

G.Bertrand partage mon goût pour ce domaine de recherche ; je le remercie de s'être à cet égard acquitté de la lourde tâche de rapporteur.

F.Meyer a également manifesté de l'intérêt pour ce travail, je le remercie d'avoir bien voulu le juger.

Camille Bellissant m'a fait le plaisir d'accepter de participer au jury de ma soutenance. Il a su guider avec discrétion ma carrière ; qu'il trouve ici le témoignage de ma reconnaissance et de mon amitié.

Il m'est très agréable de compter dans ce jury C.Charles, qui représente la société Gemonod avec laquelle nous avons travaillé. Il confirme l'intérêt qu'il porte, avec ses collaborateurs, à notre travail.

Je tiens à remercier G.Brugal, directeur de notre équipe, de m'avoir accueillie dans son laboratoire. Son dynamisme se propageant dans nos bureaux est souvent venu renforcer nos motivations.

Je ne puis oublier C.Garbay, dont la volonté et la détermination ont été pour moi un exemple, et dont l'amitié a été un réconfort.

Je tiens également à remercier G.Bourrel, S.Pesty, M.Mémier, F.Estival, F.Giroud, membres de l'équipe RFMQ, qui contribuent à faire régner une ambiance cordiale dans nos locaux.

Enfin, je suis très reconnaissante à S.Di Frenza, J.Patrano et G.Chancel d'avoir permis, de manière particulièrement efficace, la réalisation technique de ce document.

TABLE DES MATIERES

	pages
Avant-propos	3
Introduction	7
I. Notions de base	11
I.1. Image discrète	13
I.2. "Topologie discrète"	15
I.3. Géométrie discrète	20
I.4. Définitions et notations complémentaires	23
I.5. Quelques éléments de théorie des graphes	24
II. Représentation et compréhension de formes discrètes	29
II.1. Représentations d'images binaires	31
II.2. Méthodes de compréhension de formes	32
II.3. Traitement des contours	35
II.4. Partitionnement	37
II.5. Recouvrement	41
II.6. Conclusion	46
III. Les squelettes	49
III.1. Squelettes-notion continue	51
III.2. Squelettes binaires	56
III.3. Axe médian	59
III.4. Relations entre points de l'axe médian	62
III.5. Notion de ligne médiane	63
III.6. Modification de la distance	65

IV. Ligne médiane et graphe de la ligne médiane	69
IV.1. Axe médian et ligne médiane	71
IV.2. Graphe de la ligne médiane	84
IV.3. Interprétation	94
IV.4. Implémentation	104
IV.5. Conclusion	108
V. Application à un problème de trajectographie	111
V.1. Situation du problème	113
V.2. Objectifs	120
V.3. Méthodes	123
V.4. Mise en oeuvre	136
Conclusion	143
Références bibliographiques	147
Annexe 1. Algorithme d'étiquetage des composantes connexes d'une image.	157
Annexe 2. Partitionnement d'un objet discret en régions verticalement convexes.	161
Annexe 3. Axe médian. Algorithme de calcul.	165
Annexe 4. Suivi d'une courbe de niveau construite avec la distance d_g .	169
Annexe 5. Ligne médiane. Algorithme de calcul.	173
Annexe 6. Graphe de la ligne médiane. Algorithme de construction.	179

INTRODUCTION

Dans un article consacré à l'analyse d'images, Rosenfeld rappelle que cette discipline a pour but la construction de descriptions de scènes à partir d'informations extraites d'images ou de séquences d'images [Rosenfeld 84]. Ces descriptions sont ensuite analysées par des procédés issus de méthodes de classification et /ou de reconnaissance d'objets pour aboutir à une prise de décision. On peut alors se demander quelle est l'approche la plus intéressante parmi les deux suivantes :

- développer une description adéquate au problème posé pour ensuite utiliser des outils généraux (ceci concerne les phases classiques de paramétrisation et de classification).
- développer une description universelle, qui devra être enrichie d'outils d'analyse et de traitement de cette description spécifiques à chacun des problèmes posés.

Cette deuxième approche peut sembler quelque peu utopique. En effet, accepter de résoudre n'importe quel type de problème à partir d'une description implique de ne perdre aucune information ; comment faire si ce n'est en conservant complètement les images de départ !

Dans la pratique, il s'agira de trouver une description ou représentation intermédiaire située à une juste position entre les données et l'analyse finale, pour justement permettre différents types d'analyse et de traitement. Nous nous limiterons ici à l'étude d'images binaires (issues par exemple d'une phase de segmentation) et plus précisément à l'étude des objets qu'elles contiennent (pris indépendamment les uns des autres).

Dès lors, comment représenter un objet de manière cohérente en vue d'une interprétation ultérieure ?

Cette dernière étape visant à suppléer des processus humains, il est logique d'essayer de comprendre ces processus.

Cette démarche est classique lorsqu'il n'existe pas de solution triviale ; plus qu'une preuve d'existence, le fonctionnement du cerveau peut alors nous indiquer comment trouver des solutions. Zusne rappelle que l'étude de la perception visuelle humaine concerne de nombreuses sciences (physiologie, neurobiologie, psychologie, sciences cognitives...) et a fait l'objet de nombreuses théories [Zusne 70].

L'une d'elles, le gestaltisme, est difficilement exploitable puisqu'elle considère qu'une forme est perçue par l'influence du tout sur les parties qui la composent.

D'autres ramènent la perception des formes à celle des deux composantes fond et forme. Dans certains cas, c'est le fond qui révèle la forme [Hofstadter 85](fig. 0.1) ; mais nous ne nous intéressons pas ici aux problèmes d'illusion d'optique.



Figure 0.1. Le fond révèle la forme
(extrait de [Hofstadter 85])

Attneave a travaillé à établir des résultats quantitatifs sur la perception visuelle [Attneave 54]. Il a ainsi fait apparaître qu'une grande partie de l'information relative à une forme bidimensionnelle est contenue dans son contour (points de forte variation du gradient) et que notre perception met en oeuvre un ensemble d'opérations de réduction préliminaires (lissage des contours, extraction des points à forte courbure...)

Un procédé majeur qui semble alors intervenir consiste à décomposer la forme en entités plus simples à analyser, tout en construisant des relations entre ces entités ; ce type d'approche a été grandement utilisé pour l'analyse artificielle de formes.

Pour rendre opérationnelle une telle méthode, il est nécessaire de concilier plusieurs caractéristiques [Pavlidis 71] dont les trois principales sont :

- être conforme avec la notion intuitive "d'éléments plus simples", pour aboutir à quelque chose d'humainement interprétable ;
- trouver une formulation mathématique, pour développer les algorithmes associés ;
- ne pas définir une représentation plus complexe que l'image de départ.

Une représentation idéale fournirait alors des informations à de multiples niveaux de résolution, établissant des hiérarchies entre entités, et pour laquelle des caractéristiques géométriques générales seraient aussi facilement calculables que des paramètres locaux ou des données topologiques [Rosenfeld 84], tout en permettant une compréhension aisée de l'architecture des objets codés.

C'est à ces problèmes de représentation d'images binaires discrètes, en vue du traitement des objets qu'elles contiennent, que nous nous sommes intéressés dans ce travail.

Après un premier chapitre consacré au rappel de quelques notions de base relatives à la topologie discrète, à la géométrie discrète et à la théorie des graphes, nous entrerons dans le vif du sujet.

Le chapitre II porte sur les moyens de codage d'images binaires, puis sur les procédés de compréhension de formes, en exposant les méthodes d'analyse de contours et de décomposition de formes.

L'approche qui nous a plus particulièrement intéressés est traitée dans le chapitre III ; elle concerne le calcul de squelettes qui sont des représentations très riches en informations sur la structure des objets. Nous étudierons dans ce chapitre le codage par axe médian, qui est issu de la notion de squelette, et les différents travaux qui s'y rattachent.

Le chapitre IV, traite des méthodes que nous avons développées. Elles sont basées sur la notion d'axe médian et fournissent, par les deux étapes de calcul de ligne médiane puis de graphe de la ligne médiane, une représentation intermédiaire des objets discrets. Nous verrons comment celle-ci peut-être utilisée à des fins de manipulation de formes (filtrage, décomposition...), pour une interprétation sensiblement anthropomorphique.

Nous discuterons de l'implémentation de ces procédés, ainsi que des suites relatives à ce travail tant en applications qu'en compléments théoriques.

Dans le chapitre V, nous verrons de quelle façon ces derniers procédés de traitement de formes, ainsi que quelques autres, ont été appliqués à un problème de compréhension d'images binaires complexes. Le problème consistait ici à déterminer la trajectoire d'un système de ramassage de nodules à partir d'une carte de pente traduite sous une forme binaire.

CHAPITRE I

NOTIONS DE BASE

Ce chapitre est consacré au rappel de notions indispensables au travail dans un espace discret, à la précision de quelques notations, ainsi qu'à de brefs éléments de théorie des graphes.

Afin de limiter les ambiguïtés sémantiques, nous préciserons également la signification attribuée à certains vocables fréquemment employés par la suite.

I.1. Image discrète

L'analyse d'images par ordinateur doit travailler sur des données dont le support est fini.

La représentation de base en est une image discrète. C'est généralement le résultat d'un échantillonnage spatial et d'une quantification d'amplitude à partir d'une image réelle.

Ce peut être également un mode de représentation de données, comme par exemple une carte d'altitudes.

Le support de ces images est associé à un maillage précisant l'arrangement des points entre eux. Le maillage hexagonal (figure I.1) est peu utilisé, d'autant plus que les systèmes d'acquisition d'images (caméras solides, cartes de numérisation d'un signal vidéo) fournissent une représentation sur un maillage carré (figure I.2). Aussi, nous nous intéresserons uniquement au maillage carré.

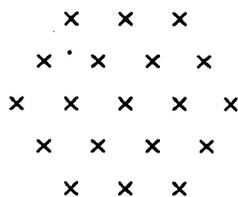


Fig. I.1. maillage hexagonal.



Fig. I. 2. maillage carré.

Chaque point du maillage définit un point image (pixel) auquel est associée une valeur.

Cette valeur traduit couramment l'intensité lumineuse de la scène observée dans l'environnement immédiat du pixel pour une image réelle (pour une carte d'altitudes, ce sera l'estimation de l'altitude au point considéré). Elle est codée dans un intervalle I de \mathbb{N} après la quantification d'amplitude.

Ainsi, une image discrète peut être définie au moyen d'une fonction f , qui à tout point de l'espace discret \mathbb{Z}^2 associe la "valeur" de l'image en ce point (nous nous limitons aux cas des images bidimensionnelles).

$$f: \mathbb{Z}^2 \rightarrow I$$

$$(i,j) \rightarrow f(i,j)$$

(i,j) sont les coordonnées du point dans l'image.

Le traitement d'images par ordinateur implique des données de taille finie ; aussi le support de la fonction f est réduit au produit cartésien de 2 intervalles : $[1..N] \times [1..M]$. On parle alors d'image de dimensions $N \times M$.

Sa représentation interne est celle d'une matrice $A = (a_{ij})$ de taille $N \times M$ telle que :

$$\forall (i,j) \in [1..N] \times [1..M], a_{ij} = f(i,j).$$

A partir d'une image continue, $a_{ij} = E[g(x,y)]$ où E désigne une fonction des valeurs de g sur un voisinage V des points i,j (la fonction E peut être une intégration pondérée).

Nous utiliserons dorénavant cette représentation matricielle.

Une image est binaire $\Leftrightarrow a_{ij} = 0$ ou 1 .

Par convention, les pixels de valeur 1 définissent les objets de l'image, les pixels de valeur 0 définissent le fond de l'image (figure I.3).

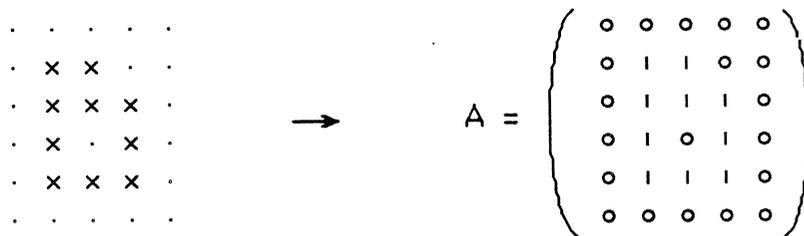


Fig. I. 3. représentation matricielle d'une image.

Nous supposons par la suite que les objets ne touchent pas le bord de l'image, c'est-à-dire :

$$\forall i \in [1..N], a_{i1} = 0 \text{ et } a_{iM} = 0$$

et

$$\forall j \in [1..M], a_{1j} = 0 \text{ et } a_{Nj} = 0$$

Pour une image donnée, cette condition peut être obtenue sans problème en agrandissant le support de l'image pour définir un "cadre à zéro".

L'espace de travail étant maintenant défini, il reste à y implanter quelques notions de base que nous avons séparées en notions topologiques et notions géométriques.

Nous retrouverons d'ailleurs tout au long de cet exposé le problème de la définition de concepts dans \mathbb{Z}^2 , avec une approche qui consiste à transposer des notions continues dans cet espace tout en essayant de préserver leurs principales propriétés. Il s'ensuit souvent de nombreux problèmes dus à la nature discrète des éléments manipulés.

Nous nous limiterons dans les sous-chapitres 2 et 3 aux notions essentielles du traitement d'images discrètes (connexité, segments de droites ...).

Des études relatives à quelques points plus complexes se situent dans les chapitres ultérieurs.

I.2. "Topologie discrète"

Nous avons déjà parlé de classe objet ; afin de donner un sens aux différents éléments de cette classe (dénommés sous le terme d'objets), il est nécessaire de transcrire le concept de connexité.

Dans \mathbb{R}^2 , un objet est défini comme un sous - ensemble connexe de points du plan.

La première étape est la définition d'une métrique dans \mathbb{Z}^2 . On rappelle qu'une métrique sur \mathbb{Z}^2 est une application d de \mathbb{Z}^2 dans \mathbb{R} vérifiant les 4 propriétés :

$$\forall (A,B) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2, d(A,B) \geq 0$$

$$d(A,B) = 0 \Leftrightarrow A = B$$

$$\forall (A,B) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2, d(A,B) = d(B,A)$$

$$\forall (A,B,C) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2, d(A,C) + d(C,B) \geq d(A,B)$$

Pour être qualifiée de distance discrète (c'est-à-dire représentable par une image discrète), cette application doit être à valeurs dans \mathbb{N} .

Deux métriques sont couramment utilisées :

$$d_1 \text{ (ou } d_4) : d_1((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \text{ (en anglais "city block distance")}$$

$$d_\infty \text{ (ou } d_8) : d_\infty((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|) \text{ (en anglais "chessboard distance" ou "square distance")}$$

Toutes les notions topologiques vont dépendre de la métrique choisie.

Boule ouverte de centre A et de rayon r :

$$Bo(A, r) = \{ X \in \mathbb{Z}^2 / d(A, X) < r \}$$

Boule fermée de centre A et de rayon r :

$$Bf(A, r) = \{ X \in \mathbb{Z}^2 / d(A, X) \leq r \}$$

Dans (\mathbb{Z}^2, d_1) (\mathbb{Z}^2 muni de la distance d_1) et (\mathbb{Z}^2, d_∞)

- $\forall r < 1, Bf(A, r) = \{A\}$
- la boule unité, $Bf(A, 1)$ est formée de 5 points dans (\mathbb{Z}^2, d_1) (figure I.4) et de 9 points dans (\mathbb{Z}^2, d_∞) (figure I.5)

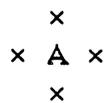


Fig. I. 4. boule unité de centre A dans (\mathbb{Z}^2, d_1)



Fig. I. 5. boule unité de centre A dans (\mathbb{Z}^2, d_∞)

On remarque également que :

- toute boule ouverte est aussi une boule fermée :
- $\forall r \in \mathbb{N}, Bf(A, r) = Bo(A, r + 1/2)$
- tout ensemble $\{A\}$ est un voisinage du point A puisqu'il contient la boule ouverte $Bo(A, 1/2)$
- tout ensemble de \mathbb{Z}^2 est un ouvert, puisqu'il est voisinage de chacun de ses points.
- tout ensemble de \mathbb{Z}^2 est un fermé, puisque son complémentaire, ensemble de \mathbb{Z}^2 , est un ouvert.

Dès lors, tout ensemble de \mathbb{Z}^2 est son propre intérieur et sa propre adhérence, et est formé de l'union de points isolés. La notion topologique de frontière n'est donc d'aucun intérêt ; de même que la notion de connexité car il n'existe pas de topologie discrète permettant de l'associer à une transcription du concept topologique de connexité [Chassery 79 - 84].

Pour leur trouver une transcription cohérente dans \mathbb{Z}^2 , on va en fait s'appuyer sur la notion de consécuitivité.

Deux points A et B sont consécutifs $\Leftrightarrow d(A, B) = 1$.

Ainsi, on parlera de d_1 - consécuitivité ou de d_∞ - consécuitivité qui va assurer la cohérence spatiale entre points de \mathbb{Z}^2 et qui permettra d'y définir des objets, courbes ...

Dès lors, le concept topologique de voisins devra être compris en termes de points consécutifs potentiels d'un point donné. En utilisant la distance d_1 , un point a 4 voisins (**voisins directs**), alors qu'il en a 8 pour la distance d_∞ (4 voisins directs et 4 **voisins indirects**).

On introduit les définitions suivantes :

chemin connexe : suite de points $P_0 \dots P_n$ telle que P_i est voisin de P_{i-1} ; $\forall i \in [1..n]$
(figure I.6)

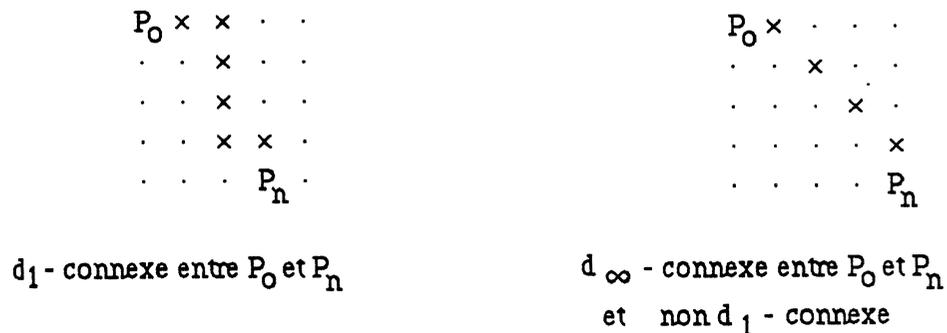


Fig. I. 6. chemin connexe

composante connexe S :

$\forall (A, B) \in S \times S$, il existe un chemin connexe reliant A à B (figure I.7)



Fig. I. 7. Composantes connexes.

arc : suite de points $P_0 \dots P_n$ telle que chacun des points, excepté P_0 et P_n , possède exactement 2 voisins (figure I.8).

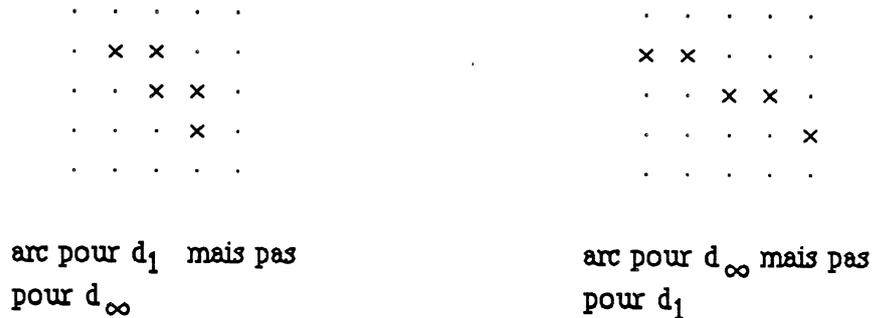


Fig. I. 8. Arc

courbe : suite de points $P_0 \dots P_n$ telle que chacun des points possède exactement 2 voisins (figure I.9).

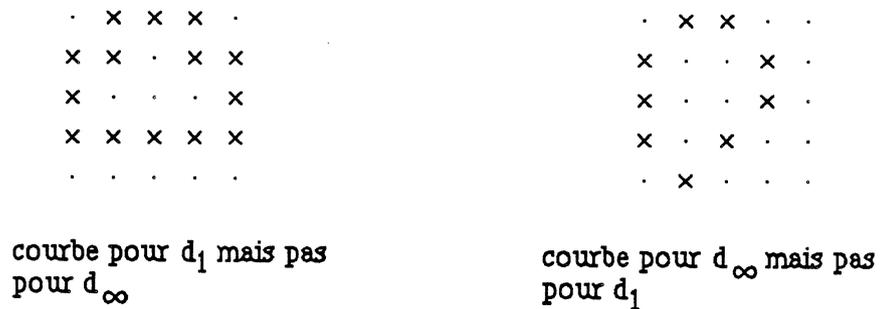


Fig. I. 9. Courbe.

La traduction sur une image de ces définitions est bien évidemment fonction de la distance utilisée.

Nous appellerons **objet** une composante connexe de points de valeur 1 (4 - connexe ou 8 - connexe suivant la distance utilisée).

Une image binaire initialement partitionnée en classe objet (points de valeur 1) et classe fond (points de valeur 0) est alors composée :

- d'objets ;
- du fond propre de l'image (composante connexe de points à 0 qui contient le bord de l'image);
- des trous éventuels dans les objets (autres composantes connexes de la classe fond).

Les définitions données jusqu'à présent semblent induire des propriétés similaires à celles obtenues dans l'espace continu. Il convient en fait d'être très vigilant.

Une propriété attendue et essentielle est fournie par la transcription du théorème de Jordan (toute courbe S divise son complémentaire \bar{S} en 2 objets, dont l'un est l'intérieur de la courbe); qu'en est-il dans \mathbb{Z}^2 ?

On remarque, qu'étant donnée une courbe définie avec la distance d_∞ , il est possible que son complémentaire ne soit composé que d'un objet d_∞ -connexe (figure I.10).

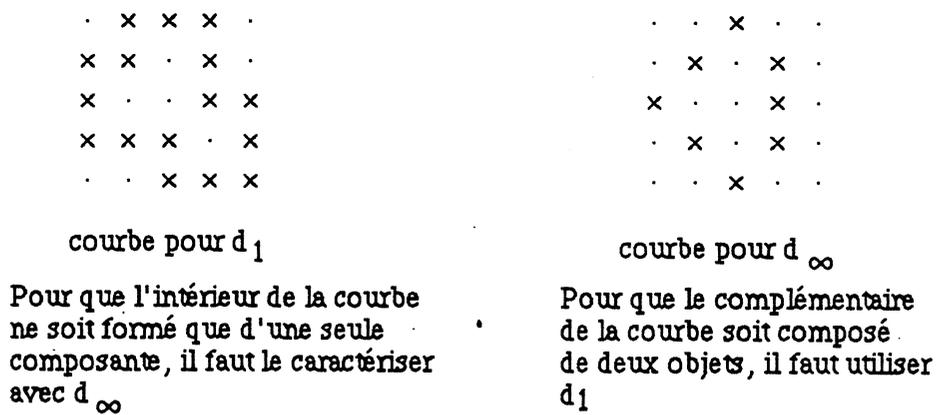


Fig. I.10. Illustration du théorème de Jordan.

Afin que ce théorème soit vérifié, il faut utiliser la distance d_∞ pour caractériser les objets si l'on utilise la distance d_1 pour caractériser le fond et inversement.

On complète ces définitions par celle de **frontière** ou **contour** d'un objet :

Le contour d'un objet S est constitué des points de S qui sont à une distance 1 de \bar{S} (pour la distance qui caractérise S) (figure I.11).



Fig. I.11. Contour.

Un point **intérieur** à S est un point non contour de S .

Une fois ces définitions posées, il reste à reconnaître sur une image les objets et leur contour en développant des algorithmes appropriés.

contour :

Pour un objet S , d_∞ -connexe, un point P est un point contour si et seulement si il existe un voisin de P (pour la distance d_∞) qui ne soit pas dans S . Cette reconnaissance peut se réaliser par un parcours de l'image et détection des configurations associées (sur un masque de 3×3 pixels), ou par suivi du contour à partir d'un premier point contour trouvé par balayage de l'image [Rosenfeld 76 a] (voir annexe 4).

objet :

Pour déterminer les points appartenant à un même objet, il faut trouver les classes d'équivalence de la relation "être reliés par un chemin connexe". Ceci est réalisé par des algorithmes d'étiquetage au terme desquels des étiquettes distinctes sont attribuées aux différents objets de l'image.

Nous détaillons en annexe 1 l'un de ces procédés.

I.3. Géométrie discrète

Nous avons vu comment la connexité a été introduite de manière cohérente dans \mathbb{Z}^2 , ce qui a permis de localiser les objets contenus dans une image. Il serait dès lors intéressant d'être capable de les identifier, ou d'en extraire certaines caractéristiques. La géométrie va nous fournir de nombreux outils, qui vont du calcul de paramètres à la reconnaissance de primitives élémentaires.

Surface :

La surface d'un objet est exprimée par le nombre de points le constituant.

Périmètre :

Ce problème est déjà beaucoup plus délicat : faut-il compter le nombre de points du contour (défini par d_1 ou d_∞ ?), ou calculer le périmètre en fonction des distances entre points du contour ? (fig. I.12) [Cornelisse 84].

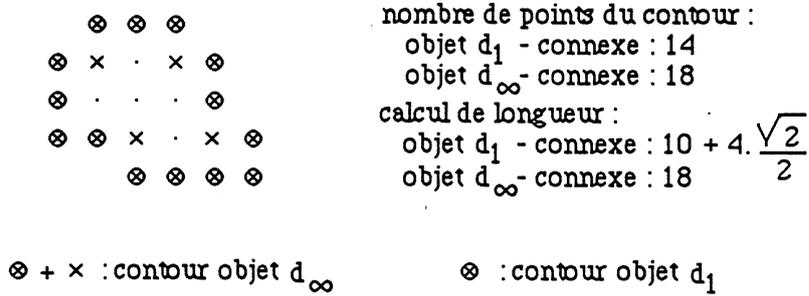


Fig. I. 12. Calcul du périmètre.

Outre ces problèmes de quantification (nous verrons dans le sous-chapitre II.1 d'autres notions, telle la courbure discrète), qu'advient-il de la discrétisation d'éléments géométriques simples ?

Le premier pôle de recherche porte sur la notion de segment de droite.

Un segment de droite (discret) est un arc (discret) résultat de la discrétisation d'un segment de \mathbb{R}^2 .

Pour obtenir un segment de droite d_∞ -connexe, on peut proposer le schéma de discrétisation suivant [Freeman 61] :

Soit une droite réelle $y = f(x)$ de pente comprise entre 0 et 45° ; on choisit pour chaque $x_i \in \mathbb{Z}$, un pixel représentatif (x_i, y_i) tel que $y_i - f(x_i) = \min_{(y' \in \mathbb{Z})} (y' - f(x_i))$ (figure I.13)

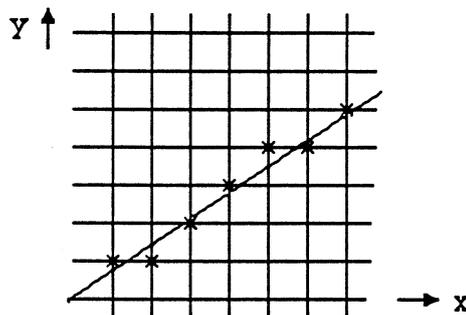


Fig. I. 13 Discrétisation d'un segment de droite

La discrétisation d'une droite de pente quelconque se déduit de celle-ci.

La propriété dite de corde a alors été introduite ; un ensemble discret D possède cette propriété si et seulement si :

pour 2 points quelconques de D, C_1 et C_2 , et pour tout point quelconque $z = (x, y)$ du segment (C_1, C_2) de \mathbb{R}^2 , il existe un point discret de coordonnées entières $C = (h, k)$ appartenant à D tel que $\max \{ |x - h|, |y - k| \} < 1$.

On a alors la propriété suivante :

Un arc discret est la digitalisation d'un segment de droite si et seulement si il a la propriété de la corde [Rosenfeld 74] (figure I.14).



Fig. I. 14. Propriété de corde.

Des conditions nécessaires au codage d'un segment de droite discret peuvent en être déduites [Rosenfeld 74] :

- la suite des points est organisée suivant deux directions, qui diffèrent de 45° , et pour l'une de ces 2 directions, les séquences ne se composent que d'un point ;
- pour l'autre direction, les séquences de points ne peuvent prendre que 2 valeurs consécutives, excepté pour les séquences extrêmes ;

Grâce à la définition de propriétés d'orthogonalité et de parallélisme entre segments de droite, d'autres éléments géométriques tels le rectangle, le triangle, le cercle ont été caractérisés dans \mathbb{Z}^2 [Kim 84] [Nakamura 85].

Un second pôle de recherche concerne la convexité discrète. Une composante connexe D est convexe si et seulement si D a la propriété de corde [Kim 82].

Il existe de nombreuses autres conditions nécessaires et suffisantes équivalentes à celle-ci avec notamment des travaux s'appuyant sur la caractérisation du segment de droite discret [Chassery 1983].

Outre la reconnaissance d'une région convexe, la recherche du polygone convexe dont la discrétisation est une région convexe donnée a également été traitée [Kim 1982].

Ce bref aperçu a eu pour but de montrer que les problèmes de transcription de notions continues dans \mathbb{Z}^2 forment un vaste sujet d'études.

Les principes de base qui nous seront utiles par la suite ont été exposés et seront éventuellement complétés lorsque cela sera nécessaire ; en particulier, la notion de distance dans un espace discret sera approfondie dans le sous-chapitre III.6.

I.4. Définitions et notations complémentaires

Nous noterons $B(A, r)$ la **boule fermée** de centre A et de rayon r .

Un objet S est dit **simplement connexe** s'il est sans trou (S est formé d'une seule composante connexe si S est le seul objet de l'image).

L'**ordre de connexité** d'un objet S est égal au nombre de trous qu'il contient (soit le nombre de composantes connexes de S moins 1 pour un objet isolé).

Une transformation d'un espace E_1 dans un espace E_2 , tous deux munis de la notion de connexité, est qualifiée d'**homotope** si et seulement si tout élément et son transformé ont le même nombre de composantes connexes et le même ordre de connexité.

Une transformation F de E_1 dans E_2 est dite **réversible** si et seulement si à partir de tout élément de $F(E_1)$, on peut reconstruire son antécédant dans E_1 .

Etant donné un objet D , nous appellerons méthode de décomposition tout procédé aboutissant à un ensemble d'éléments connexes E_i tel que $D = \bigcup E_i$

Nous dirons que c'est une méthode de **partitionnement** si :

$$\forall i \neq j, E_i \cap E_j = \emptyset$$

sinon, nous parlerons de méthode de **recouvrement**.

I.5. Quelques éléments de théorie des graphes

On appelle **graphe** un couple $G = (X, E)$, tel que X et E soient des ensembles finis où X est l'ensemble des **sommets** (ou **noeuds**) du graphe et E l'ensemble

- des arcs pour un graphe orienté	}	entre les sommets.
- des arêtes pour un graphe non orienté		

Un graphe est dit **étiqueté** si des informations sont associées aux éléments de X et/ou de E (nom, coût, données plus complexes ...).

De tout graphe orienté, on peut déduire un graphe non orienté en remplaçant tous les arcs du premier par des arêtes.

Un arc e est une paire ordonnée de sommets (x_1, x_2) (cette paire est non ordonnée pour une arête).

On dit que x_1 et x_2 sont les **extrémités** de e , que x_1 et x_2 sont **adjacents** et que e est **incident** à x_1 et x_2 .

Pour un graphe orienté (voir fig.I.15) :

x_1 est appelé sommet initial (ou **queue**) de e ;

x_2 est appelé sommet terminal (ou **tête**) de e .

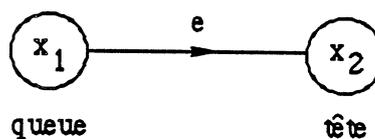


Fig. I. 15. Arc de x_1 à x_2

Un graphe **planaire** est un graphe qui peut être dessiné sans que des arcs (ou arêtes) ne se coupent.

Un graphe peut être représenté par sa **matrice d'adjacence**.

C'est une matrice carrée $A = (a_{ij})$ dont les lignes et les colonnes sont indexées par les sommets, l'élément a_{ij} donne le nombre d'arcs (resp. d'arêtes) ayant pour queue x_i et pour tête x_j (resp. pour extrémités x_i et x_j). Pour un graphe non orienté, la matrice d'adjacence est symétrique.

Le codage par matrice d'adjacence est avantageux en temps de consultation, mais coûteux en

Le codage par matrice d'adjacence est avantageux en temps de consultation, mais coûteux en place mémoire lorsque le nombre moyen d'arcs par noeud est faible. On peut alors lui préférer un codage par listes d'adjacence (on mémorise pour chaque noeud la liste des noeuds qui lui sont adjacents), mais pour lequel les temps de consultation seront plus élevés.

Un graphe est dit **simple** s'il est sans boucle (aucun sommet n'est adjacent à lui même) et sans arcs (ou arêtes) multiples ($a_{ij} \leq 1$ pour tous i et j) (figure I.16).

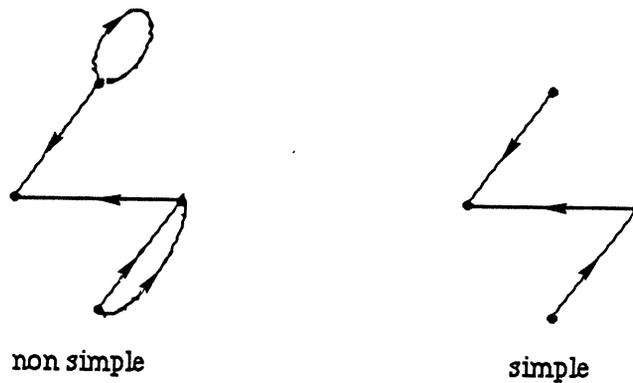


Fig. I. 16. Graphe non simple et graphe simple

Un **sous-graphe** $G' = (X', E')$ de G est tel que $X \supset X'$ et $E \supset E'$, avec les extrémités des éléments de E' incluses dans X' .

G' est un **sous-graphe engendré** par X' si E' contient tous les arcs dont les extrémités sont dans X' (figure I.17).

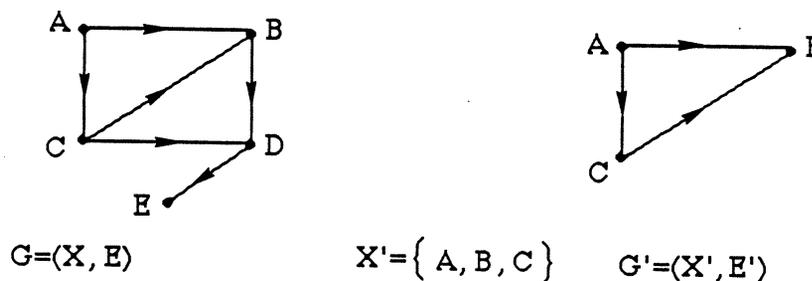


Fig. I. 17. Sous-graphe engendré.

Notion de **degré** :

Dans un graphe orienté, on parle de :

- **degré rentrant** en x : nombre d'arcs ayant pour extrémité terminale x (figure I.18) ;
- **degré sortant** en x : nombre d'arcs ayant pour extrémité initiale x (figure I.18) ;
- **degré** de x : somme des degrés sortant et rentrant.

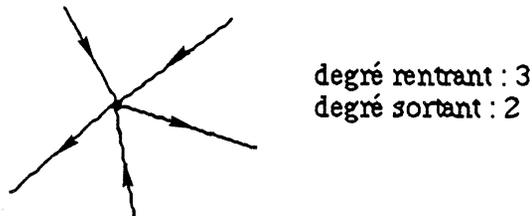


Fig. I. 18. Notion de degré.

Dans un graphe non orienté, le degré en x est égal au nombre d'arêtes adjacentes à x .

Un sommet est **isolé** si son degré est nul.

Un graphe est dit **complet** si tout sommet est adjacent à tous les autres sommets de X .

Notions de **chemin** et de **chaîne** :

Dans un graphe orienté, un chemin d'extrémité initiale x et d'extrémité terminale y (chemin de x à y) est une séquence alternée de sommets et d'arcs : $x.e_1.x_2.e_2 \dots e_p.y$ telle que l'extrémité terminale de e_i (x_{i+1}) soit égale à l'extrémité initiale de e_{i+1} (figure I.19), p est la longueur du chemin (nombre d'arcs).

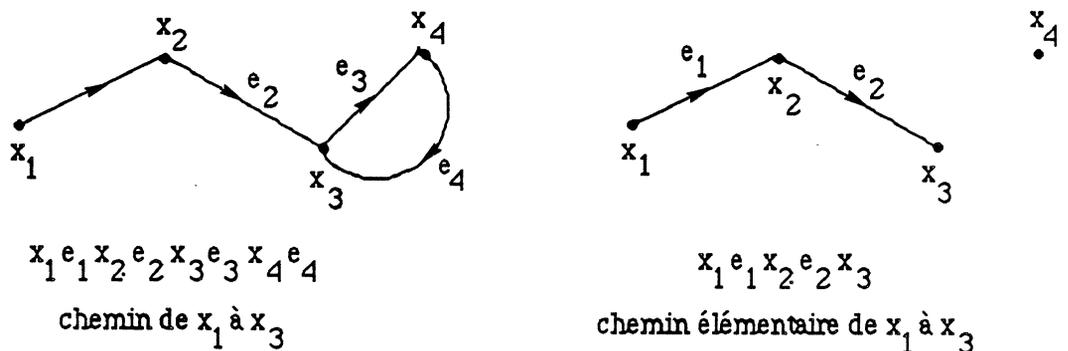


Fig. I. 19. Notion de chemin.

Si $x = y$, on parle de **circuit**.

Un chemin **élémentaire** est un chemin dont tous les sommets sont différents (figure I.19).

Pour un graphe non orienté, on parle de **chaîne** et de **cycle** (pour chemin et circuit).

Un **arbre** est un graphe non orienté sans cycle.

Un graphe est **connexe**, s'il existe toujours une chaîne entre deux quelconques de ses sommets (cette notion est étendue à un graphe orienté en regardant le graphe non orienté qui en est déduit).

Une chaîne **hamiltonienne**, sur un graphe à n sommets, est une chaîne élémentaire de longueur $n-1$ (elle passe par tous les sommets sans repasser deux fois par le même).

CHAPITRE II

REPRESENTATION ET COMPREHENSION DE FORMES DISCRETES

Nous avons maintenant à notre disposition une image discrète binaire, codée au moyen d'une matrice $A = (a_{ij})$ de dimensions $N \times M$, soit $N \times M$ valeurs à stocker.

On peut faire deux remarques. D'une part, ce codage nécessite une importante place mémoire, dont la taille peut certainement être réduite en développant des moyens de stockage propres à la nature binaire de ces images. D'autre part, si l'image binaire contient de manière potentielle toutes les informations nécessaires à son analyse, rien n'est explicitement exprimé.

Aussi, nous verrons en première partie de ce chapitre les différentes méthodes de représentation de formes, puis nous donnerons ensuite un aperçu des moyens dont on dispose pour les analyser.

Nous nous intéresserons plus particulièrement aux procédés de décomposition de formes.

II.1. Représentations d'images binaires

Codage par sections

Une méthode utilisée pour réduire la place de stockage des images est le codage par sections. Une section est un ensemble de points consécutifs de même valeur sur une ligne de l'image. Une ligne image est codée par la suite des longueurs des sections successives, préfixée par la valeur de la première section (figure II.1).

x x	1 ^{ère} ligne : 1. (2,4)
. x x x x .	2 ^e ligne : 0. (1, 4, 1)
.	3 ^e ligne : 0. (6)

Fig. II. 1. Codage par sections.

Ce type de codage autorise des manipulations rapides de type algébrique sur les images (complémentations, opérations booléennes ...) [Young 81], ainsi que le calcul de paramètres [Veillon 79]. Il semble cependant assez limité dans un but de compréhension de formes.

D'autres types de représentation d'images sont fondés sur la localisation a priori des objets présents ; parmi eux, on distingue le codage par contours et le codage par blocs.

Codage par contours

On va stocker les points frontière des objets contenus dans l'image. Ces points sont reconnus grâce aux configurations formées avec leurs points voisins, et dépendent bien entendu de la connexité utilisée.

Au lieu de faire un stockage de ces points indépendamment de leur rôle dans l'image, il est intéressant d'établir une certaine structure dans ce codage, en l'occurrence de regrouper les points de contour se rapportant à un même objet.

Un procédé efficace consiste à réaliser un suivi du contour des objets à partir d'un premier point contour pour chaque objet. Il n'est ainsi pas nécessaire de traiter tous les points de l'image (voir annexe 4).

Ce type d'algorithme est aussi intéressant du fait qu'il débouche sur un codage séquentiel du contour [Freeman 61]. On mémorise pour un contour un point de départ, puis la suite des codes des directions suivant lesquels sont obtenus successivement les points du contour (fig. II.2).

Ce codage fournit une forte compression des données.

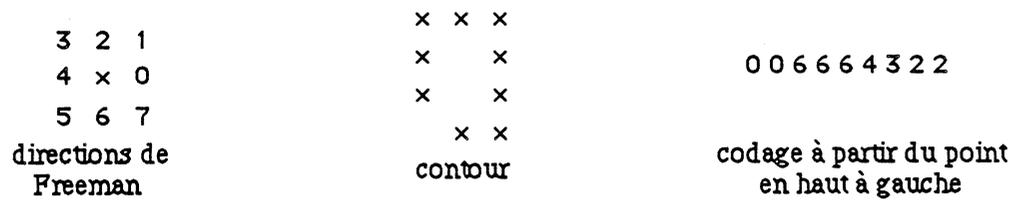


Fig. II. 2. Codage de Freeman d'un contour.

Ce principe de suivi de contour va également permettre de développer de nombreux outils de description et de compréhension de formes. Nous verrons les bases de ces méthodes dans le sous-chapitre II.3.

Codage par blocs (ou régions)

Au lieu de se limiter aux contours, l'image est vue comme un tout et l'on code les objets au moyen de régions primitives qui y sont incluses.

Ces primitives doivent répondre à des contraintes géométriques fortes permettant d'aboutir à un codage efficace et d'obtention aisée. Elles fournissent en fait une décomposition des objets en primitives très simples.

C'est le cas du codage par Quadtree que nous détaillerons dans la suite de ce chapitre; nous verrons comment il fournit une certaine compréhension de la forme codée.

C'est également le cas du codage par axe-médian, qui est à la base des travaux propres à ce mémoire et qui sera vu en détail dans le chapitre III.

En conclusion de cette rapide présentation des possibilités de codage d'une image binaire, on peut faire la remarque suivante :

Des méthodes telles que les sections ou les quadtrees répondent bien à un désir de compression de l'image, mais peu à un besoin d'accès à la compréhension des structures (objets) de l'image.

En revanche, les méthodes telles que le suivi de contour ou l'axe médian semblent mieux orientées vers une compréhension morphologique des structures internes de l'image.

II.2. Méthodes de compréhension de formes

Nous disposons d'une image binaire, éventuellement codée au moyen d'une des méthodes précitées, et nous désirons en analyser le contenu.

Pour établir une certaine classification des méthodes d'analyse de formes, Pavlidis a introduit trois critères de distinction [Pavlidis 78, 80 a]. Il distingue ainsi les méthodes externes (travaillant sur le contour des objets) des méthodes internes (utilisant tous les points images qui définissent l'objet).

Une autre distinction porte sur les transformations scalaires (qui fournissent des paramètres) par rapport aux transformations d'images ("space domain techniques") (qui fournissent une autre image ou une représentation de cette image). Il différencie enfin les transformations réversibles des transformations non réversibles.

Pour des applications spécifiques, nécessitant une analyse répétitive de milliers d'images de nature connue a priori, il est très courant d'employer des méthodes d'analyse de données. Celles-ci sont précédées d'une étape de calcul de paramètres (transformations scalaires), choisis en fonction des objets étudiés (périmètre, surface, énergie de courbure ...) [Veillon 84] [Brugal 85].

Si le but recherché est uniquement de déterminer un taux de similitude avec un ensemble restreint de formes, il suffit de calculer un coefficient de coïncidence entre l'image étudiée et chacune des images connues (avec éventuellement prise en compte de translation, rotation, zooms, parties cachées ...) pour déterminer quelle est la forme de départ. Notamment, ceci est souvent utilisé pour la reconnaissance automatique de pièces sur une chaîne de montage.

Si le contenu des images a pu être interprété en vue d'une application spécifique par de telles méthodes, il n'a cependant pas été décrit ou compris.

Le mode de représentation de la forme va jouer un rôle primordial dans la compréhension et l'interprétation de cette dernière. C'est souvent au détriment de l'efficacité du codage que l'on pourra allier la réversibilité avec des facilités d'extractions de caractéristiques morphologiques à partir de ce codage.

Une telle approche est fournie par le calcul de la Transformée de Fourier discrète sur le contour des objets. Les temps de calcul pour passer d'un espace à l'autre sont relativement élevés, mais l'étude des coefficients de Fourier apporte beaucoup d'informations sur la forme. C'est ainsi que l'on trouvera successivement son centre de gravité, ses axes d'inertie, son ellipse de meilleure approximation au sens des moindres carrés, puis des informations de plus en plus fines permettant de compléter le contour [Granlund 72].

On a vu apparaître ici un autre caractère intéressant pour une méthode de représentation de formes qui est l'introduction de l'information à différents niveaux de résolution, permettant d'accéder à une représentation grossière ou de plus en plus exacte de la forme initiale.

De telles caractéristiques sont fournies par certaines méthodes de représentations fondées sur une **décomposition** de la forme initiale. C'est à ces procédés que nous allons nous intéresser par la suite. Ce sont des transformations d'images réversibles, externes ou internes.

Les méthodes de décomposition sont déjà un premier pas vers des modèles hiérarchiques de représentation de formes. En effet, les objets sont décomposés en sous-objets, qui pourront être à leur tour décomposés ... [Rosenfeld 84].

L'objet est alors représenté au moyen d'une structure relationnelle abstraite, en général un graphe, dont les sommets sont des régions, étiquetées avec leurs propriétés (position, forme ...) et dont les arcs ou arêtes expriment les relations entre ces régions (adjacence, recouvrement ...).

La compréhension de la forme suivra ce modèle hiérarchique, par la compréhension des sous-objets et l'étude de leur organisation relative.

Une telle approche structurée n'est pas propre aux images binaires, elle se retrouve entre autres dans l'analyse de scène [Mohr 79]. Elle est également à la base de procédés syntaxiques de reconnaissance de formes [Fu 74].

Suivant la méthode de décomposition utilisée, soit le graphe de relations sera inhérent à ce procédé (par exemple pour un quadtree), soit il nécessitera la mise en oeuvre d'un processus annexe de construction (par exemple pour l'axe-médian).

De nombreux critères supplémentaires peuvent intervenir pour différencier les méthodes de décomposition [Toussaint 1980].

Une décomposition peut être complètement arbitraire, ou bien anthropomorphique en se rattachant à des indices visuels humains traduits en contraintes morphologiques. Le développement de méthodes d'interprétation de ces représentations en sera peut-être facilité.

La décomposition peut également être construite pour aboutir à des composantes de caractéristiques définies a priori (décomposition en rectangles) ; ou bien être définie par des procédés précis mais ne garantissant pas de structure très contraignante des composantes résultantes (décomposition par points caractéristiques, par exemple les angles concaves).

Un dernier critère, sur lequel nous nous appuyerons pour bâtir la fin de ce chapitre, distingue les méthodes de partitionnement des méthodes de recouvrement.

Avant d'aborder ces deux aspects, nous exposons, dans le sous-chapitre suivant, les principes de base nécessaires au traitement des contours dans un but de décomposition.

II.3. Traitement des contours

Si le codage par régions ne fait que repousser le problème de la compréhension de l'objet initial à celui de la compréhension des primitives et de leur organisation, il n'en est pas de même du codage par contour, pour lequel il faut développer des outils spécifiques.

Ici apparaît l'avantage d'utiliser un codage par suivi de contour. En effet, cette structure va autoriser des méthodes prenant en compte des indices visuels tels que les concavités, les segments de droites...

La recherche de telles caractéristiques sur le contour soulève le problème de leur définition et de leur reconnaissance dans le domaine discret supportant les images.

On peut à ce titre distinguer deux approches.

On trouve d'une part les méthodes basées sur une quantification de chaque point de contour, par exemple en terme de courbure discrète ; et complétées de l'analyse de ces quantificateurs pour en extraire des points caractéristiques.

On trouve d'autre part des méthodes de calcul de représentations continues du contour, en majorité par polygones dont les sommets sont alors les points caractéristiques recherchés.

Quantification des points de contour (courbure discrète)

De nombreux procédés travaillent sur la définition d'une courbure discrète [Rosenfeld 73] [Bennett 75].

Celle-ci peut être calculée de manière locale, en ne considérant pour un point que ses 2 voisins. Ceci limite évidemment les configurations possibles et rend le résultat très sensible au bruit. Celui-ci est parfois exprimé en calculant la différence des codes de Freeman associés à deux points successifs [Hung 82].

De cette courbure locale peut être déduite par itération une courbure plus globale, qui permettra l'extraction de points critiques ou dominants, c'est-à-dire de points à forte courbure [Sankar 78] [Hung 82].

Le calcul de la courbure discrète se réalise également à partir d'un environnement plus large du point considéré [Lux 85].

Si R et S sont les points situés respectivement à k points avant P et k points après P sur le contour, la courbure en P est définie par (fig II.3) :

$$\text{angle PS} - \text{angle RP}$$

$$\frac{\text{angle PS} - \text{angle RP}}{\|PS\| + \|RP\|}$$

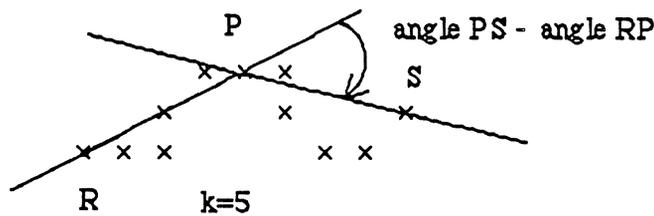


Fig. II. 3. Courbure discrète.

L'analyse de cette courbure permet ensuite de caractériser des éléments tels que les segments de droite (ligne discrète à courbure nulle), les points critiques (points à forte courbure)...

D'autres travaux portent sur ces problèmes de détection de points critiques [Rosenfeld 73] [Tejwani 84].

Ils sont tous motivés par les principes d'Attneave sur le rôle des points de contour à forte courbure dans la perception visuelle des formes [Attneave 54]. Certains ont abouti à des procédés de description de formes par l'intermédiaire de ces points critiques [Freeman 78].

Représentations polygonales

La localisation des points critiques, par l'analyse de la courbure discrète, est une manière de fixer les sommets d'une approximation polygonale du contour des objets. Il existe deux autres classes de méthodes de définition de représentations polygonales.

La première a trait à des procédés de reconnaissance syntaxique des suites de points formant un segment de droite discret. Ces schémas syntaxiques à reconnaître sont fixés par la caractérisation de la discrétisation d'une droite réelle et l'établissement de conditions nécessaires (voir chapitre I.3) [Rosenfeld 74] [Rosenfeld 82] [Dorst 84].

Lorsque la suite des points de contour ne coïncide plus avec le schéma, on passe à la définition du segment suivant.

Si les objets étudiés ne sont pas le résultat de la discrétisation de formes polygonales simples, ces procédés induisent la définition de multiples segments. Il reste à sélectionner parmi les sommets ceux qui sont réellement "critiques".

La seconde orientation consiste à définir des approximations polygonales des contours, en optimisant des critères de minimum d'erreur, de longueur minimale de l'approximation...

L'algorithme de Roberts peut être le premier cité; c'est un algorithme incrémental d'approximation (les points successifs sont assimilés à un même segment tant que l'erreur associée ne dépasse pas un certain seuil). Le résultat sera fonction du point de départ.

Il existe d'autres algorithmes du même type, manipulant un calcul d'erreur au sens des moindres carrés [Duda 73].

On peut également chercher à minimiser le périmètre de l'approximation polygonale résultante [Montanari 70] [Sklansky 72].

Enfin, les derniers algorithmes de cette classe consistent à faire un découpage récursif du contour. Si l'erreur réalisée entre deux points par rapport au contour réel est trop forte, on définit un point de cassure intermédiaire sur le contour. On répète cette opération jusqu'à ce que l'erreur pour chaque segment soit inférieure à un seuil donné. Elle peut être complétée par une étape de fusion entre segments consécutifs pour lesquels l'erreur reste faible ("split and merge") [Pavlidis 74].

Pour ces méthodes d'approximations polygonales, il faut bien avoir pris conscience du fait que c'est maintenant une représentation approchée de l'objet initial qui est manipulée.

En fait, ces approches par interprétation d'une courbure discrète ou par recherche d'approximations polygonales se confondent, puisqu'elles se redéfinissent l'une l'autre.

Elles permettent d'accéder à des descriptions des objets initiaux et à des méthodes de reconnaissance syntaxique [Fu 74] [Pavlidis 79].

Pour le domaine qui nous intéresse plus particulièrement ici, à savoir la décomposition de formes, elles vont fournir les éléments de départ des méthodes de décomposition travaillant sur le contour des objets (points critiques, points de concavité).

Ce paragraphe nous a également permis de mettre en évidence un autre critère de distinction des méthodes de décomposition, suivant que l'on utilise l'image discrète en tant que telle, ou que l'on procède à une représentation par approximations polygonales des objets.

II.4. Partitionnement

Nous allons étudier ici les principales méthodes de partitionnement.

Elles travaillent soit directement sur l'image binaire discrète, soit sur une représentation de cette image. La représentation la plus usitée est une approximation polygonale des contours des objets contenus dans l'image, ce qui permet alors la mise en oeuvre des méthodes issues de la géométrie algorithmique [Toussaint 80] [Preparata 85].

Nous verrons tout d'abord les méthodes utilisant la notion de région (quadtree, polygones de Voronoï) avant de nous intéresser à celles travaillant à partir des contours.

Le codage par **quadtree** d'une image binaire fournit un partitionnement des objets codés [Samet 80].

L'image à traiter doit être de dimensions $2^n \times 2^n$.

Elle est découpée de manière itérative en 4 blocs carrés jusqu'à ce que tous les blocs soient homogènes (avec des points uniquement à 1 ou uniquement à 0).

A la $i^{\text{ème}}$ itération, on définit donc des carrés de côté 2^{n-i} . Le plus petit bloc est le pixel. Ces primitives sont organisées de façon arborescente. Une feuille est un bloc homogène; un noeud représente un bloc non homogène qui a été découpé en 4 carrés (figure II.4).

Au $i^{\text{ème}}$ niveau de l'arborescence, on trouve les primitives de 2^{n-i+1} points de côté.

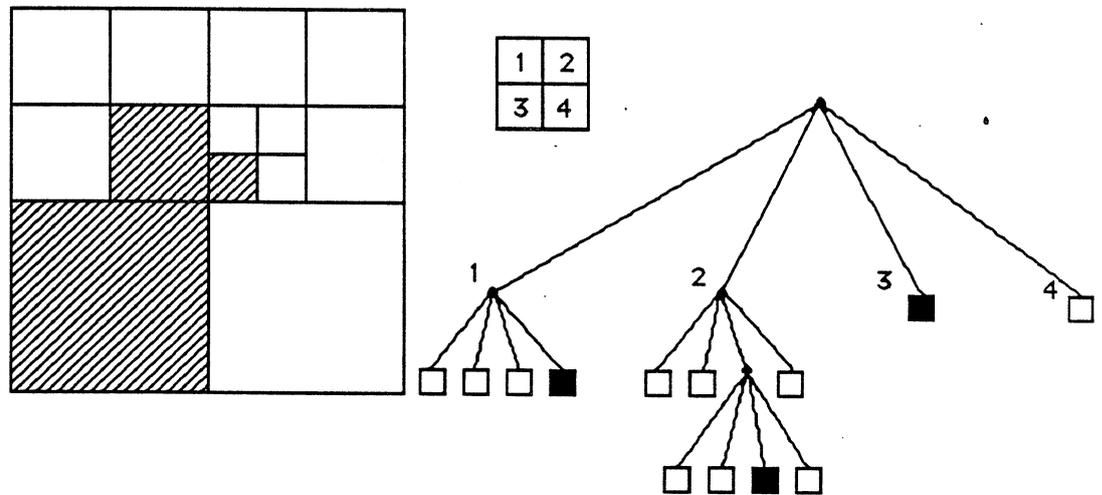


Fig. II. 4. Codage par quadtree.

Suivant le type d'images traitées, ce codage, qui revient à stocker un arbre quaternaire, peut être très performant.

L'algorithme associé, qui ne manipule aucun concept de compréhension de l'objet initial, permet cependant d'accéder à une description de celui-ci.

En effet, l'arbre tronqué à un certain niveau (pour lequel les noeuds sont associés au poids majoritaire, ou bien systématiquement à zéro) fournit une représentation approchée de l'image, allant en s'affinant lorsque l'on se dirige vers les feuilles puisque les niveaux successifs de l'arborescence définissent des carrés de taille de plus en plus réduite.

C'est donc le type même d'une structure de données hiérarchique.

On peut cependant lui adresser deux reproches.

D'une part, cette représentation n'est pas invariante en translation, puisque le même objet décalé dans l'image induit des quadrees totalement différents (figure II.5).

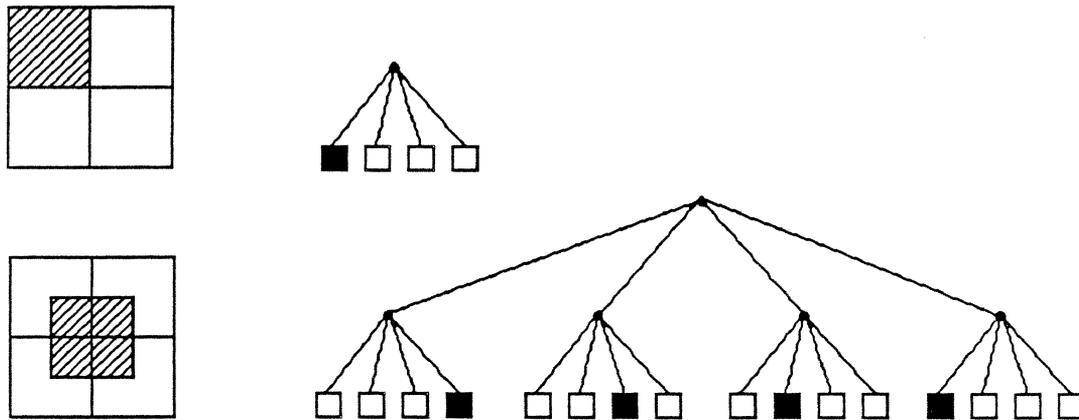


Fig. II. 5. Non invariance en translation de la représentation par quadtree.

D'autre part, il est utile, pour comprendre une forme, d'accéder facilement aux surfaces voisines d'une région donnée. Or ces accès, s'ils sont possibles par la structure de l'arbre [Samet 82 b], ne sont pas directs.

D'autres procédés travaillent eux aussi directement sur l'image binaire.

Nous avons développé un algorithme pour établir un partitionnement en régions verticalement (ou horizontalement) convexes d'un objet. Le principe en est exposé en annexe 2, il reprend les principes d'étiquetage des composantes connexes d'une image. Le chapitre V présente une utilisation de cette méthode.

La notion de convexité intervient souvent dans l'analyse d'objets et est à l'origine de concepts tels que les **polygones de Voronoï** [Green 78].

Cette notion, a priori continue, a été utilisée pour partitionner des images discrètes de manière approchée à partir de germes prédéfinis [Ahuja 85]. Elle peut être totalement discrétisée en utilisant un processus de propagation de distances euclidiennes [Danielsson 80] [Gurgey 87] à partir des mêmes germes (figure II.6).

Un tel procédé ne tient pas facilement compte de la morphologie de l'objet à traiter, si ce n'est en contraignant les germes à se situer à des points privilégiés de l'objet (contours, sommets concaves, points de l'axe médian...) [Gurgey 87].

L'étude des polygones de Voronoï permet également d'accéder au partitionnement de formes en un nombre minimal de convexes [Chazelle 79].



Fig.II.6. Partitionnement en polygones de Voronoï.

Pour des objets de complexité restreinte, une approche intéressante consiste à prendre comme élément de départ de la décomposition le **"plus grand" convexe inclus** dans la forme [Chassery 87]. Les surfaces non contenues dans ce convexe constituent des ajouts de moindre importance à effectuer sur cet élément de base (figure II.7).

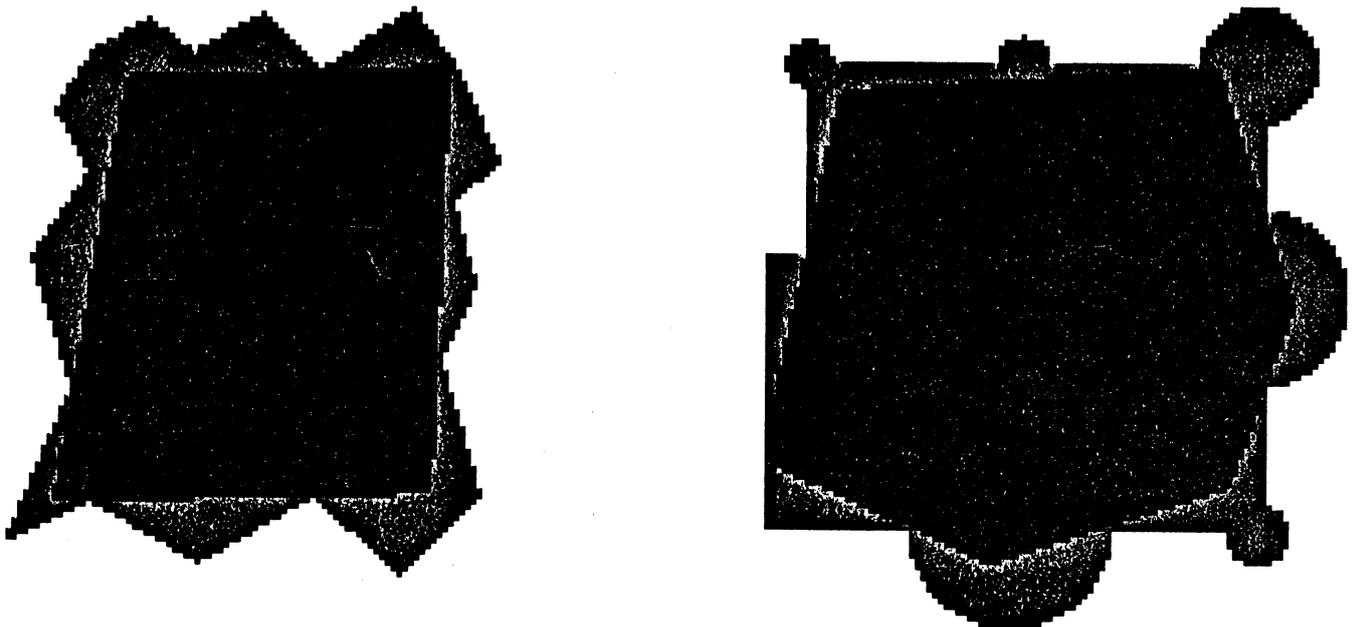


Fig.II.7. "Plus grand" convexe inclus dans une forme.

Les méthodes de partitionnement que nous étudions maintenant travaillent à partir d'une représentation polygonale du contour de l'objet à analyser.

Pour le partitionnement en un **nombre minimal de rectangles** [Ferrari 80], les arêtes du polygone doivent être verticales ou horizontales. Ceci est facilement définissable à partir d'une image discrète, mais risque d'induire un grand nombre de rectangles. Cette recherche de partitionnement en nombre minimal de rectangles se ramène à un problème de théorie des graphes.

De multiples procédés de partitionnement manipulant une représentation polygonale quelconque ont été développés. Dans notre cas, cette représentation serait issue de la recherche d'une approximation polygonale du contour de l'objet discret.

On trouve des **partitionnements en triangles** [Meisters 75], en **polygones spirales** (avec une seule suite d'arêtes à sommets concaves) [Feng 75]...

D'autres procédés tentent d'optimiser (en terme de nombre d'éléments résultants) les partitionnements en **éléments convexes**. Ils travaillent pour la plupart par détection des angles concaves du polygone et génération de segments de droite à partir de ces points [Preparata 85] [Keil 85]; certains peuvent être redéveloppés dans l'espace discret [Schachter 78].

On se ramène alors à des problèmes de géométrie algorithmique dans un espace à deux dimensions.

II.5. Recouvrement

Les méthodes de partitionnement, généralement contraintes par les propriétés géométriques des éléments résultants, fournissent une partition qui n'est pas forcément en accord avec la morphologie de la forme.

Nous allons voir que les décompositions par recouvrement, qui sont plus souples de par la suppression de la contrainte de partitionnement, sont aussi plus anthropomorphiques, c'est-à-dire coïncident davantage avec les essais humains de compréhension des formes par décomposition.

Morphologie mathématique

La morphologie mathématique est une manière d'aborder ce problème. La théorie des ensembles est l'un des fondements de cette discipline; son espace de travail est l'espace discret [Matheron 75] [Serra 82].

L'aspect de description de formes est fourni par la définition de formes géométriques élémentaires appelées éléments structurants. Ceux-ci vont permettre de définir des primitives de base, dont on pourra confirmer ou infirmer la présence dans la forme étudiée, au moyen d'opérations ensemblistes.

Ceci amène à la construction de procédés de décomposition.

Par exemple :

- ne conserver que les points P de l'image pour lesquels il existe un point Q tel que l'élément structurant centré en Q soit inclus dans la forme et contienne P,
- une entité de la décomposition est une composante connexe des points conservés.

Ces méthodes sont qualifiées de **décompositions partielles** , puisque la forme n'est pas entièrement décrite par les primitives résultantes (figure II.8).

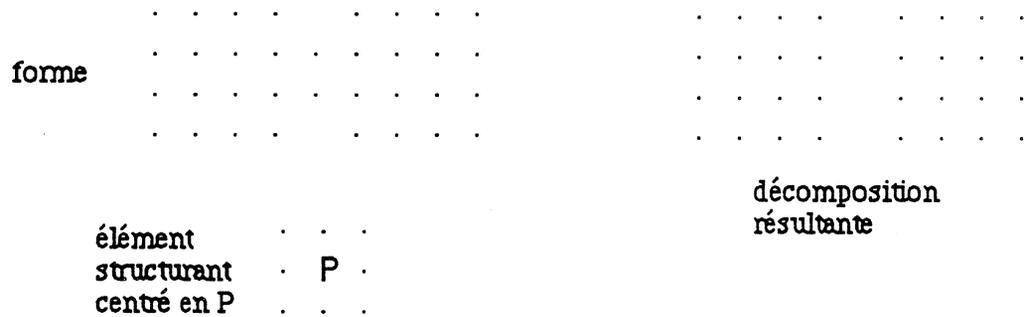


Fig. II.8. Décomposition partielle par morphologie mathématique.

On peut également ajouter que si la morphologie mathématique est très riche pour la transformation d'images (érosion, filtrage...) , elle semble délicate à manipuler dans un but de décomposition.

En effet, les informations obtenues sont limitées à la vision locale de l'élément structurant ,et les liens entre les primitives ne sont pas directement construits.

Ceci oblige d'une part à développer des procédés complémentaires pour associer entre elles les entités résultantes (détection des chemins de connexion existant dans la forme initiale), d'autre part à effectuer autant de sondages qu'il y a d'éléments structurants à prendre en compte.

Notons que des travaux récents ont permis d'accélérer l'exécution de certaines procédures classiques comme les transformations de distances ou la définition de squelettes sur le maillage hexagonal [Meyer 87].

Une autre manière à caractère sensiblement morphologique d'aborder la décomposition de formes consiste à établir un recouvrement de l'objet par des primitives à très fortes contraintes. Nous allons voir de telles méthodes pour lesquelles la primitive de base, que l'on peut en quelque sorte comparer à un élément structurant, est un carré discret, mais de taille variable.

Quadtree Medial Axis

Nous avons vu que la représentation par quadtree fournit une structure hiérarchique de partitionnement de formes. Nous avons remarqué qu'un inconvénient majeur de cette approche concerne sa non invariance en translation.

Pour remédier à cela, une extension des quadtrees, nommée quadtree medial axis, a été développée [Samet 83].

Le principe est de dilater les carrés du quadtree tant qu'ils restent inclus dans la forme. Pour chaque feuille, on doit conserver la taille du carré codé (figure II.9).

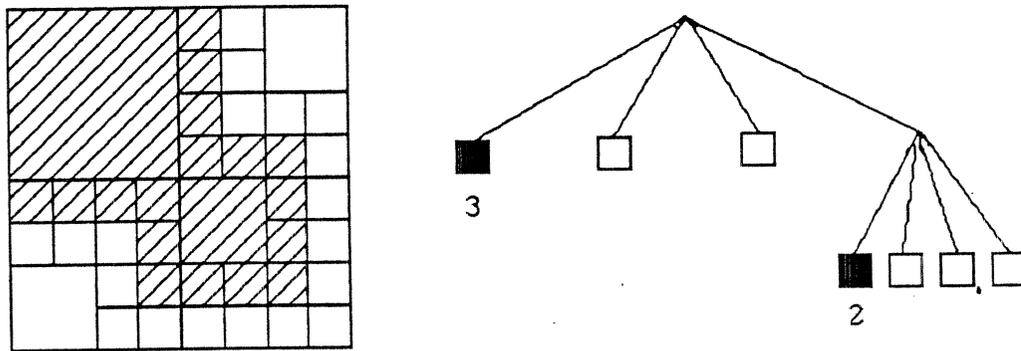


Fig. II. 9. Quadtree medial axis.
(on stocke la taille des feuilles)

Cette structure est, dans une certaine mesure, invariante en translation et fournit un recouvrement de la forme par des carrés (dont le côté est une somme de puissances de 2). L'arborescence traduit toujours une hiérarchie entre les blocs, liée à la taille de ceux-ci.

Le nom quadtree medial axis provient de l'analogie existant entre cette représentation et celle fournie par un codage en axe médian [Samet 82 a].

Axe médian

Le codage par axe médian définit un recouvrement par des carrés (dus à l'utilisation de la métrique d_8) de taille maximale et non contraints en position. Il sera étudié en détail dans le chapitre III. Il n'est pas influencé par la position de l'objet dans l'image et les carrés sont centrés dans la forme. Dans ce chapitre III, nous verrons comment un graphe de relations peut être construit, déterminant une hiérarchie entre les carrés en prenant également en compte l'information de taille.

Les méthodes que nous venons de citer sont de type interne, en ce sens qu'elles travaillent sur la représentation des images en termes de régions.

Au niveau de la représentation par contour, il existe également des méthodes de décomposition. Nous allons étudier ci-après les plus importantes.

La **décomposition en primitives convexes** (PCS : "Primary Convex Subsets") [Pavlidis 77] part d'une approximation polygonale des objets à traiter. Le contour est orienté (par exemple dans le sens trigonométrique), chaque segment est prolongé tant qu'il reste inclus dans la forme, en conservant l'orientation du segment générateur.

Ceci définit un graphe orienté dont les sommets sont soit les sommets de l'approximation polygonale, soit les intersections induites par les segments prolongés, et dont les arcs sont les segments orientés (figure II.10).

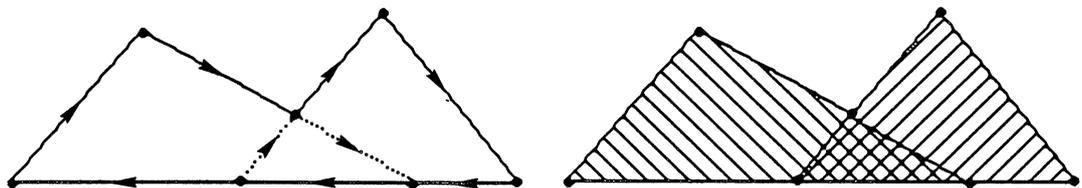


Fig. II. 10. Décomposition en primitives convexes (PCS)

Un circuit convexe de ce graphe est un circuit tel que l'angle entre 2 arcs successifs ne dépasse pas 180° .

Une primitive convexe (PCS) est un circuit convexe maximal de ce graphe : on ne peut pas rajouter de sommet sans perdre la convexité.

Ces primitives forment un recouvrement de la forme . Les surfaces adressées par plusieurs primitives sont appelées les noyaux de la décomposition, ce sont les circuits possédant un nombre minimal d'arcs.

Cependant, ce procédé n'aboutit pas toujours à une décomposition intuitive des objets. De petits détails peuvent entraîner la définition de primitives de taille disproportionnée (figure II.11). Il semble alors qu'il faille donner à la notion de convexité une certaine tolérance aux détails et aux faibles courbures concaves.

Pavlidis construit une représentation de l'objet sous forme de graphe à partir de cette décomposition.

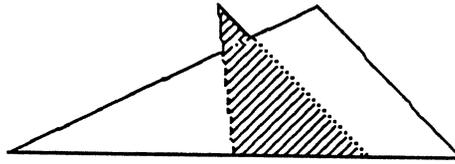


Fig. II. 11. Sensibilité aux petits détails de la décomposition en primitives convexes.

Les sommets sont de deux sortes : primitives convexes ou noyaux, et sont mis en relation par des arêtes lorsque leur intersection est non vide (figure II.12). Une classification des sommets a été réalisée par étude de la configuration des arêtes qui leur sont adjacentes (type et nombre des sommets adjacents) [Pavlidis 77].

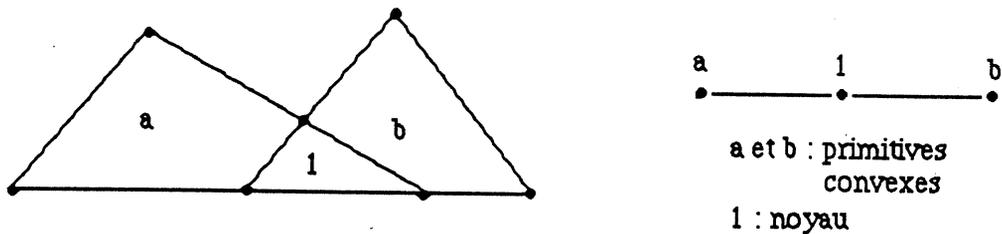


Fig. II. 12. Représentation sous forme de graphe à partir de la décomposition en primitives convexes.

Ce procédé a l'avantage de produire des représentations qui sont invariantes sous certaines transformations géométriques (translation, rotation, homothétie...). Ces représentations ne sont cependant pas triviales à interpréter, et il ne semble pas qu'elles aient donné lieu à des applications concrètes.

D'autres moyens permettent de décomposer une forme à partir de son contour.

Pour la méthode que nous allons étudier ci-après, le contour est donné soit par la suite des points le constituant, soit par une approximation polygonale.

Une relation binaire est définie sur cette représentation : 2 éléments (points du contour discret ou sommets de l'approximation polygonale) sont en relation si le segment qui les joint est entièrement inclus dans la forme [Shapiro 79]. C'est la notion de **visibilité mutuelle**, elle est assez "humaine".

Les primitives du recouvrement sont caractérisées sur le graphe ainsi construit.

Une première stratégie consiste à associer pour sommets aux primitives ceux des sous-graphes complets maximaux. Chaque sommet d'une primitive est visible de tous les autres, donc les primitives sont convexes (figure II.13). Cette méthode est très sensible aux bruits du contour, puisque des angles concaves de faible importance pour la forme font perdre la propriété de complétude du sous-graphe.

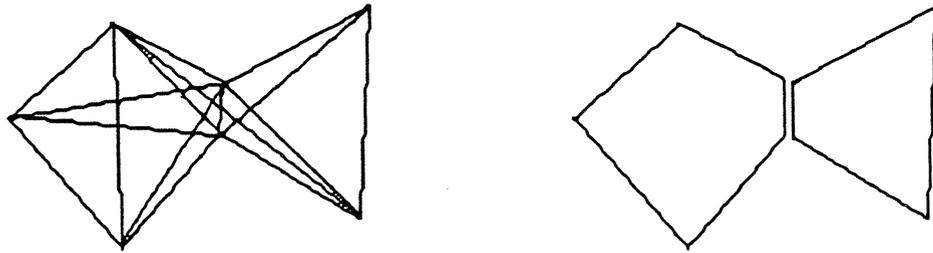


Fig. II. 13. Décomposition par graphe de visibilité mutuelle.

Aussi, la méthode a été adaptée pour regrouper les sommets suivant des contraintes un peu moins fortes. Elle nécessite la définition d'une fonction de densité entre les sommets du polygone qui pondère leurs aires de visibilité ; et relève ensuite de l'analyse en "clusters" [Shapiro 79].

Le résultat a été utilisé pour modéliser des formes dans un but de classification et de reconnaissance [Shapiro 80].

La complexité des algorithmes associés semble être assez élevée , même dans les cas favorables.

Ces dernières méthodes sont basées sur la construction de relations de visibilité entre sommets ou segments de l'approximation polygonale du contour.

La traduction et l'utilisation de relations plus nombreuses, telles que similarité, proximité... a également été développée [Bjorklund 79]. L'étude de la décomposition porte alors sur un graphe transportant pour chaque noeud un nombre limité des plus fortes relations établies avec les autres noeuds. On limite ainsi la complexité de l'analyse, à condition d'avoir su choisir de bonnes relations.

II.6. Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre comment coder des images binaires, comment représenter les structures binaires qui y sont présentes, et comment décomposer, par partitionnement ou recouvrement, ces structures (objets régions ou contours).

Une représentation performante doit allier un codage efficace avec certaines capacités d'extraction de caractéristiques. Lorsque l'on cherche à comprendre l'organisation de formes discrètes, une approche intuitive consiste à les décomposer en éléments plus simples à analyser.

On définit ainsi la notion d'architecture d'une forme, de même que l'on définit la notion de texture pour des images numériques.

L'architecture d'une forme est alors l'organisation de structures selon des lois topographiques de positionnement entre les structures. Les structures sont liées à des considérations géométriques, et les lois topographiques doivent faciliter la compréhension de la forme [Montanvert 87 b].

Ceci est réalisé soit directement sur l'image discrète, soit en passant par une représentation intermédiaire avec une approximation polygonale des contours.

Pour cette deuxième approche, la complexité des algorithmes est en général réduite, mais l'on a introduit une étape supplémentaire.

Nous avons établi une distinction entre méthodes de partitionnement et méthodes de recouvrement ; il semble que ces dernières soient plus aptes à s'adapter à la forme. Il est également primordial qu'une structure traduise les relations entre les entités résultantes des décompositions.

C'est généralement un graphe qui va coder ces relations, en exprimant les éventuels adjacences ou recouvrements entre primitives. Il sera soit inhérent au procédé de décomposition (par exemple pour les polygones de Voronoï), soit à bâtir par une étape ultérieure (par exemple pour la morphologie mathématique).

Un graphe ainsi construit est non orienté, il est évident que l'introduction d'arcs peut apporter beaucoup. Elle va en effet établir une hiérarchie entre les primitives. Dans le codage par quadtree, cette notion s'appuie sur un critère de surface, et c'est sans doute l'information la plus importante à traduire entre les primitives.

Ceci permet de croire en la construction d'une "représentation idéale" qui fournirait des informations sur la forme à de multiples niveaux de résolution [Rosenfeld 84].

L'exposé de méthodes des paragraphes précédents est un aperçu de l'existant ; il laisse envisager bien d'autres méthodes. Il faudra cependant rester maître de son imagination pour ne pas proposer des algorithmes de complexité démesurée.

CHAPITRE III

LES SQUELETTES

Parmi les différentes approches de la représentation de formes, il en est une qui consiste à condenser l'information bidimensionnelle en une information plus linéaire, désignée sous le nom de squelette.

Un squelette est une représentation filiforme, "centrée" dans la forme, et significative de son allure générale.

Après un paragraphe sur les méthodes de squelettisation dans l'espace continu \mathbb{R}^2 , nous étudierons leur transposition dans l'espace discret \mathbb{Z}^2 .

Nous verrons que celle-ci a été réalisée suivant deux axes distincts, qui sont soit la recherche d'une représentation filiforme discrète (conservation de la connexité), soit la recherche d'une transformation réversible (axe-médian).

Nous étudierons la signification de ce dernier procédé, ainsi que les recherches qui s'y rattachent.

III. 1 Squelettes - notion continue.

La notion de squelette est apparue pour l'étude d'objets minces.

En effet, pour de telles figures, il est certain que c'est l'allure d'une représentation filiforme associée qui est importante; la reconnaissance des caractères en constitue un exemple typique.

L'idée de la squelettisation consiste à centrer dans la forme un squelette qui soit significatif de l'élongation et des déformations de celle-ci. Typiquement, le squelette d'un cercle va alors être son centre, et le squelette d'une ellipse son grand axe. Comme tout squelette qui se respecte, il devra être formé d'une seule composante connexe.

Blum a été l'un des premiers à faire ressortir l'intérêt d'une telle approche et à modéliser la construction de cette représentation [Blum 64] .

Le principe est le suivant :

- le contour de la forme sert d'initialisation à une onde, qui va se propager vers l'intérieur de la forme.

- il y a des lieux où plusieurs parties du front de l'onde issues de zones d'initialisation distinctes vont se rencontrer, stoppant ainsi la propagation.

Ce sont ces lieux qui définissent la trace du squelette.

Ce procédé est souvent comparé à la propagation d'un feu dans une prairie d'herbes sèches.

Une information complémentaire est fournie par ce modèle. En effet, à chaque instant est associé le front de l'onde, et par conséquent les points du squelette en cours de définition.

A chaque point du squelette correspond donc l'instant auquel il a été défini (l'onde est initialisée à $t = 0$) (voir figure III.1).

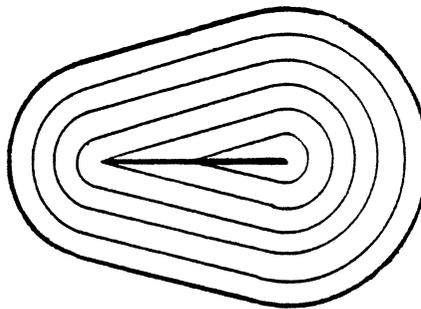


Fig.III.1. Squelette obtenu par propagation d'une onde
(extrait de [Blum 64]).

Plusieurs propriétés intéressantes découlent de ces principes.

Le squelette est mince, il est formé de l'union d'arcs et de courbes.

Il n'est pas affecté par des transformations de type translation, rotation, homothétie.

Il possède le même nombre de composantes connexes et de trous que l'objet initial, sauf dans le cas particulier où la courbe de contour initiale n'est pas simple, et où de plus la dérivée est continue en ces points non simples (voir figure III.2).

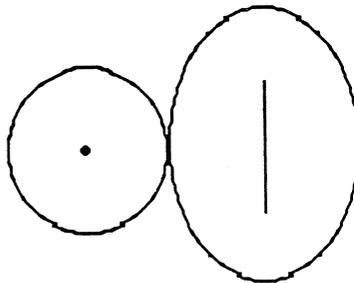


Fig. III.2. L'objet et son squelette n'ont pas le même nombre de composantes connexes.

A chaque point du squelette est associé l'instant de son obtention, on peut imaginer d'exciter chacun de ces points suivant le procédé décrit ci-après :

- soit β l'instant maximal contenu dans le squelette.
- on débute à l'instant 0 en initialisant une onde sur les points de poids β .
- à chaque instant i , on initialise une onde sur les points de poids $\beta - i$.
- le front de l'onde à l'instant β est égal au contour de l'objet original.

La transformation est donc réversible.

Il faut noter que le squelette est très sensible aux bruits (voir figure III.3).

Une petite déformation du contour va générer une branche, de même qu'un point à dérivée non continue dont les 2 demi-tangentes forment un angle convexe.

Un trou rajouté dans la forme va modifier totalement la forme du squelette (de par l'homotopie de la transformation).

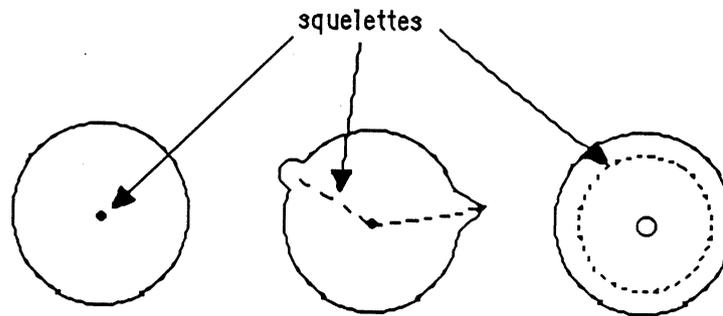


Fig. III. 3. Sensibilité au bruit

Mis à part ce problème, le squelette est un excellent descripteur de formes. En effet, chaque arc du squelette représente une partie de la forme, que l'on peut appeler branche (cette désignation sera d'autant plus significative que l'objet est mince), et renseigne sur la courbure globale de celle-ci.

Blum a également eu l'idée d'extraire une information du phénomène de génération du squelette. Pour les points créés à l'instant t , des points voisins vont être créés à l'instant $t + \Delta t$, on peut donc intuitivement définir une vitesse de génération du squelette en chaque point. Il en résulte une orientation du squelette, qui est alors un graphe planaire orienté.

Le sens sur un arc indique le sens de la déformation associée, ou permet de reconnaître une zone de rétrécissement (voir figure III.4).

La suppression des arcs issus de points générés aux premiers instants réduit la sensibilité au bruit.

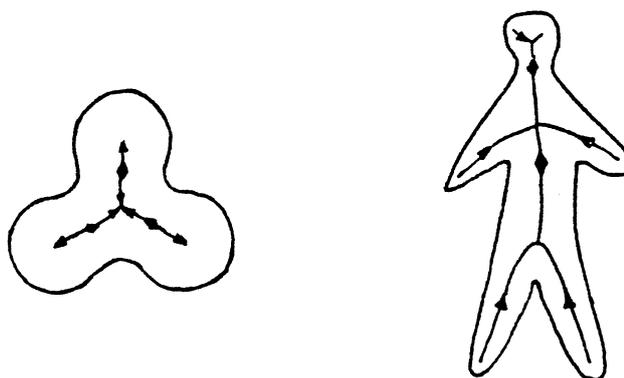


Fig. III.4. Squelette orienté (extrait de [Blum 64]).

Nous allons voir maintenant comment caractériser les points du squelette ; il existe plusieurs définitions sensiblement équivalentes.

le plan $z = t$ (Figure III.5).

En fin de propagation, la surface S est complètement définie. Les points de crête de S , c'est-à-dire les points qui n'admettent pas de plan tangent définissent les points du squelette (coordonnées dans le plan (x,y) et instant t associé).

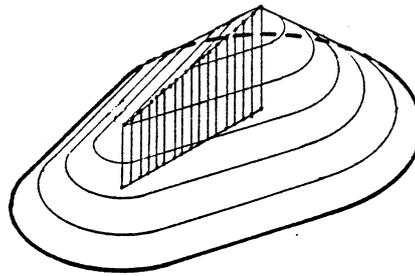


Fig.III.5. Squelette obtenu par définition d'une surface
(extrait de [Blum 64]).

b) Avec le procédé décrit par Blum, chaque point P intérieur à la forme va être gagné par "le feu de prairie" ; soit $t(P)$ l'instant associé. Temps et distance étant reliés par la vitesse v de propagation de l'onde, le point P est à la distance $v.t(P)$ du contour (le disque de centre P et de rayon $v.t(P)$ est inclus dans la forme).

Pour les points du squelette, le front de l'onde s'intercepte, donc ces points sont à égale distance de plusieurs points du contour.

Ceci peut se formaliser de plusieurs manières :

soit C le contour de la forme F ,

$$P \in \text{squelette}(F) \Leftrightarrow \text{cardinal}(\{Q \in C : d(P,Q) = v \cdot t(P)\}) \geq 2 \quad (1)$$

\Leftrightarrow il n'existe pas de point Q tel que P soit sur le chemin minimal de Q au contour C

\Leftrightarrow le point P est un maximum local pour la fonction de distance au contour C .

A chaque point P du squelette est donc associée sa distance $d(P)$ au contour.

La transformation inverse se définit de la manière suivante :

. on prend l'enveloppe convexe des disques centrés sur les points P du squelette, de rayon respectif $d(P)$. On retrouve l'objet original.

Il reste à implémenter effectivement un tel procédé. Pour cela, il est nécessaire de travailler sur une représentation "finie" de la forme.

En partant d'une représentation polygonale, il est possible de déterminer de manière exacte le squelette, qui est une union de segments de droites et d'arcs de paraboles (fig. III.6) [Montanari 69]. Le procédé utilisé est une simulation analytique de la propagation de l'onde, à partir d'une liste chaînée d'éléments représentant le front de l'onde (segments de droite et arcs de cercles).

Pour être efficace, il vaut mieux travailler sur une représentation polygonale lissée.

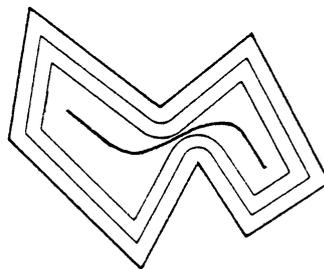


Fig.III.6. Squelette d'une représentation polygonale.

Bookstein a défini un algorithme qui n'est pas affecté par un grand nombre de segments ; on peut alors partir d'une représentation polygonale qui est constituée des segments joignant les points discrets du contour.

Pour cela, la caractérisation (1) est limitée aux points du squelette ayant exactement 2 points associés sur le contour ; le squelette complet en est ensuite la fermeture.

On définit ainsi une involution entre les points du contour (involution médiane).

Cette fonction peut être définie par opérations géométriques (tangentes et bissectrices):

- . soit P un point du contour, on calcule la normale N au contour en P ;
- . l'image P' de P par l'involution est telle que la normale N' en P' coupe N en un point Q intérieur à la forme tel que $d(P, Q) = d(P', Q)$.

.Q est alors sur le squelette, et la tangente du squelette en Q est la bissectrice des segments PQ et P'Q (fig. III.7).

Ce procédé est ensuite adapté pour travailler sur une représentation polygonale, et ne générer pour constituants du squelette que des segments de droite, approximations du vrai squelette [Bookstein 79].

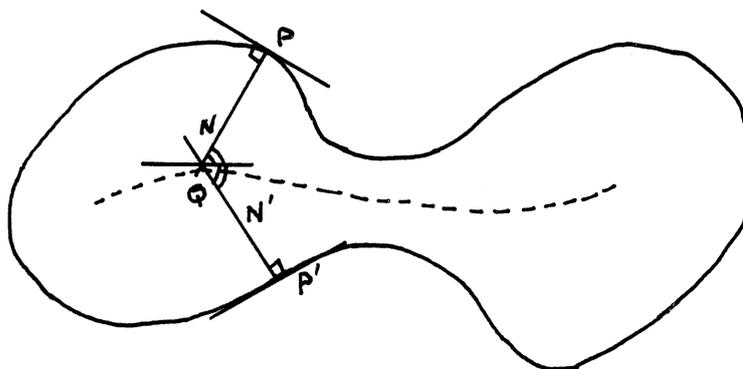


Fig.III.7. Involution médiane.

Pour utiliser une telle représentation dans un but de description de formes, il faut traduire les principes de Blum exposés précédemment. On trouvera un tel travail dans [Blum 78], où la décomposition du squelette en arcs permet d'analyser la forme initiale (par extraction de caractéristiques sur ces arcs).

Le squelette a également été utilisé pour reconnaître des représentations planes d'objets en 3 dimensions, par un procédé de décomposition du squelette et de mise en correspondance avec des modèles [Neviat 77].

Signalons enfin que certains auteurs se sont intéressés à l'utilisation des squelettes dans un but de génération de formes [Rosenfeld 86]. Un élément générateur (disque, segment de droite) dont la taille et l'orientation peuvent varier est déplacé sur un squelette.

C'est typiquement ce qui est réalisé pour la reconstruction à partir du squelette et des rayons des disques associés.

III.2. Squelettes binaires

Partons maintenant du principe que nous travaillons sur des images discrètes.

On peut évidemment calculer une représentation polygonale des objets et appliquer l'un des algorithmes précédents.

On raisonne en général différemment, à savoir que l'on cherche à définir des transformations qui aboutissent dans l'espace discret \mathbb{Z}^2 .

Dans cette partie, nous allons étudier les méthodes qui définissent comme squelette une image binaire, en recherchant essentiellement la propriété d'homotopie.

Dans les sous-chapitres suivants, nous verrons les méthodes orientées en premier lieu vers l'obtention de la réversibilité.

Tous les algorithmes de calcul d'un squelette binaire travaillent avec le même principe [Stefanelli 71]. On traite itérativement le contour des objets, chaque itération porte sur des points du contour et entraîne la suppression ou la conservation de ces points.

Cette érosion s'effectue sous deux contraintes, d'une part préserver les caractéristiques topologiques de la forme initiale (transformation homotope) et d'autre part retrouver dans le squelette la morphologie de l'objet.

Le processus s'arrête lorsque plus rien ne peut être supprimé.

L'avenir d'un point P de contour est décidé en fonction de son 8-voisinage, et peut s'exprimer par des conditions booléennes.

P ne sera pas supprimé si cette suppression déconnecte son 8-voisinage (fig. III.8.a), ou si P est un point "terminal", c'est-à-dire significatif de l'allongement de la forme (fig. III.8.b).



Fig. III. 8 . Suppression des points de contour.

L'étude du 8-voisinage de chaque point est suffisante pour assurer l'homotopie de la transformation ; et du choix de la connexité (4 ou 8) va dépendre la connexité du squelette (4 ou 8).

Il faut veiller à ce que le squelette résultant soit bien cohérent avec la notion définie.

Un parcours séquentiel de l'image est à proscrire, puisque le squelette pourrait être totalement décentré (fig. III.9).



Fig. III. 9 . Parcours séquentiel.

Un traitement en parallèle de tous les points du contour peut quant à lui faire disparaître totalement un objet (fig. III.10).



Fig. III.10. Traitement parallèle de tous les points du contour.

Une adaptation classique consiste à diviser une itération (traitement du contour) en 4 traitements séquentiels, chacun d'eux s'intéressant aux points Nord, Sud, Est ou Ouest du contour (en 4 - connexité, 1 point de contour est appelé Nord si le point au dessus est dans le fond). Ces traitements peuvent d'ailleurs être combinés deux à deux (Sud-Ouest et Nord-Est par exemple).

Une littérature abondante décrit les différentes manières de bien traduire les deux contraintes précitées [Rosenfeld 76 a] [Pavlidis 77] [Arcelli 78] [Marthon 79] [Holt 87]. Les principales d'entre elles ont été comparées [Tamura 78].

Ces transformations ne sont pas réversibles, mais une information d'épaisseur locale est fournie par le numéro de la première itération pour laquelle le point a été conservé.

Ces méthodes sont en général sensibles au bruit du contour. On peut remédier en partie à cela en augmentant la portée de l'opération de traitement du voisinage [Hilditch 69], ou en réalisant un post-traitement sur le squelette [Rosenfeld 76b]. La morphologie mathématique permet également d'aborder la squelettisation [Serra 82] [Meyer 87].

A chaque itération, on traite le contour de la forme en cours d'érosion (ou un sous-ensemble), il est donc nécessaire de faire d'autant plus d'itérations que l'objet est épais, ce qui pénalise en temps de calcul.

Une méthode intéressante a été proposée [Xia 87], basée sur un suivi de contour, sans cesse remis à jour, de l'objet à squelettiser, avec distinction de "ce qui est déjà brûlé" et "de ce qui reste"; ceci permet de ne pas balayer inutilement l'image pour caractériser à nouveau les points de contour à chaque itération.

Il reste encore à remarquer que le résultat d'un procédé de squelettisation peut dépendre de l'orientation de la forme initiale (fig. III.11).

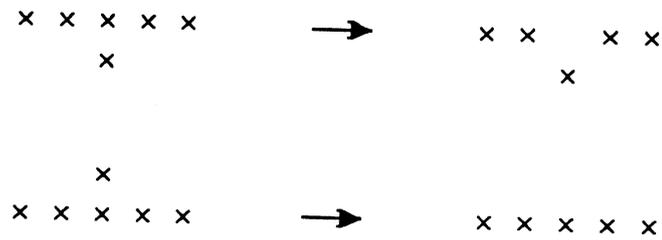


Fig. III. 11. Influence de l'orientation.

Le but de ces algorithmes est de fournir une image qui puisse être analysée en termes d'arcs et de courbes discrets. Cependant, il est des cas où cette identification est toujours impossible, et où le squelette possède en plus des points intérieurs (fig. III.12).

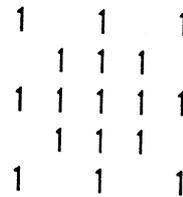


Fig. III. 12. Forme non squelettisable, possédant un point intérieur et pour laquelle il semble difficile de définir par algorithmes une reconnaissance d'arcs.

Signalons enfin que les critères de suppression d'un point ont été traduits pour définir un squelette à partir d'une image en niveaux de gris [Rosenfeld 79].

Le codage des objets squelettisés par extraction des points caractéristiques (extrémités, branchements...) permet ensuite d'employer des procédés de reconnaissance syntaxique. Les applications sont multiples en reconnaissance des caractères, des chromosomes, des empreintes digitales, inspection de circuits intégrés... [Tohmé 78] [Ye 86] [Nguyen 86].

III.3 Axe médian

La seconde orientation prise par les méthodes de squelettisation discrètes concerne la définition de transformations réversibles.

L'idée a été de traduire exactement dans \mathbb{Z}^2 la caractérisation en courbes de niveau et maximums locaux que nous avons présentée dans \mathbb{R}^2 .

Le front de l'onde à l'instant t est défini par tous les points intérieurs à la forme qui sont à la distance $v.t$ du contour.

Ceci permet d'associer à chaque point P d'une forme F le rayon de la plus grande boule discrète centrée en P et incluse dans F , soit $B(P, r_p)$.

$$\text{On a la relation évidente : } F = \bigcup_{(P \in F)} B(P, r_p)$$

Pour assurer la réversibilité, il suffit de ne conserver que les centres des boules qui ne sont incluses dans aucune autre ; l'ensemble de ces centres, soit AM , définit les lieux des points de l'axe-médian.

$$\text{On a maintenant } F = \bigcup_{(P \in AM)} B(P, r_p)$$

La mise en oeuvre de transformations de distance sur l'image discrète permet de caractériser très simplement ces points [Rosenfeld 66, 68] [Pfaltz 67]. Les distances utilisées sont en général d_4 ou d_8 .

Deux parcours séquentiels associent à chaque point de la forme sa distance au fond (le contour de l'objet est étiqueté à 1), ce qui définit les courbes de niveau dans la forme.

Les points de l'axe-médian sont alors les maximums locaux au sens des 8 voisins (fig. III.13).

L'algorithme de calcul utilisant la distance d_8 est exposé en annexe 3.

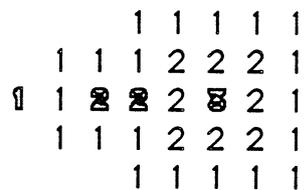


Fig. III. 13. Axe médian pour la distance d_8 .

Chaque point de l'axe-médian, auquel est associée sa distance au fond, définit une boule incluse dans la forme F , l'union de ces boules redonne F .

La transformation en axe-médian est donc réversible ; de plus, la transformation inverse se programme très facilement. Elle travaille à partir de l'image multivaluée de l'axe-médian en deux balayages séquentiels analogues à ceux de construction des courbes de niveau (voir annexe 3).

Étudions maintenant les caractéristiques de cet axe-médian.

La plus importante est qu'il n'est pas connexe (figure III.13).

En effet, deux points voisins sur l'image des courbes de niveau ont soit même poids, soit des poids différents de 1. Dans ce dernier cas, ils ne peuvent être tous les deux maximums locaux.

D'où la propriété :

$$\forall (P, Q) \in AM, d(P, Q) = 1 \Rightarrow r_P = r_Q$$

On ne peut donc pas vraiment parler de squelette ; retenons cependant que les points de l'axe-médian sont centrés dans la forme.

On rencontre de plus des problèmes d'épaisseur dus au fait qu'une boule discrète pour d_4 ou d_8 possède un nombre impair de points en largeur (figure III.14).

De par la géométrie des boules discrètes, il n'est pas invariant par rotation.

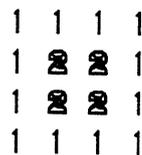


Fig. III. 14. Problème d'épaisseur de l'axe médian (d_8).

L'axe-médian tel quel n'en reste pas moins intéressant pour divers domaines d'application. Il fournit un codage important et très simple à calculer d'une image binaire.

On peut d'ailleurs remarquer que la compression obtenue n'est pas maximale. En effet, on conserve les centres des boules qui ne sont incluses dans aucune autre, mais une boule peut être incluse dans l'union de plusieurs autres (figure III.15).

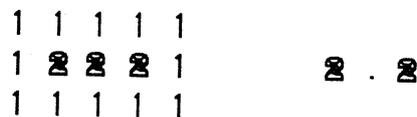


Fig. III. 15. Compression non maximale de l'axe médian.

La suppression de ces points redondants est possible [Davies 80] ; plus coûteuse en temps de calcul, elle sera appelée lorsqu'une forte compression est rentable, par exemple pour la transmission en fac similé ; elle n'apporte rien de plus dans un but de description.

La sensibilité au bruit peut nuire au facteur de compression. En codant l'enveloppe convexe de la forme, puis ses concavités (éventuellement suivant le même procédé), on améliore ce taux ; et on introduit simultanément une hiérarchie sur les composantes de la forme [Bertrand 86].

A partir du codage par axe-médian, de nombreux traitements sont possibles [Pfaltz 67]: appartenance d'un point à la forme, tracé du contour, opérations ensemblistes (union, intersection, complémentation), calcul de surface, périmètre...

Si n est le nombre de points de l'axe-médian, ces algorithmes sont en général en $O(n^2)$, de par les fréquents parcours de la liste des points.

Certains de ces procédés de calcul ont été étudiés en détails pour en réduire la complexité [Wu 86].

L'approche par axe-médian a également été reprise pour le codage d'images en niveaux de gris, fournissant un procédé de segmentation [Ahuja 78].

Le principal inconvénient de l'axe-médian dans un but de description de formes est sa non connexion.

Nous allons voir dans les deux sous-chapitres suivants comment ce problème a été abordé ; tout d'abord en établissant des relations entre points de l'axe-médian, puis en définissant une connexion sur l'image.

III. 4. Relations entre points de l'axe médian

L'axe médian traduit un recouvrement de la forme par des primitives, celles-ci sont des carrés pour la distance d_g .

Une relation essentielle qui apparaît dans une telle représentation est la proximité entre primitives, et en premier lieu les éventuels recouvrements.

La construction d'une structure traduisant ce type de relation est un moyen de décrire un peu mieux la forme.

En établissant un graphe de relations entre centres de carrés adjacents ou se recouvrant, on peut réduire les temps de calcul des algorithmes qui travaillent avec un codage par axe-médian. Un tel procédé, basé sur une triangulation de Delaunay, a déjà été défini [Ahuja 84] (figure III.16).

Pavlidis réalise cela en introduisant la notion de point multiple sur un contour [Pavlidis 80 b].

Arcelli travaille sur l'image des courbes de niveau et ne retient à chaque itération, comme appartenant à ce qu'il désigne sous le nom de ligne médiane, que les maximums locaux et les points nécessaires à la connexion de l'ensemble résultant [Arcelli 81] (figure III.18).

La ligne médiane est en général plus ramifiée qu'un squelette classique, puisqu'un bruit sur le contour génère généralement un maximum local et par conséquent une branche sur le squelette.

Notons également que, puisque l'on conserve les maximums locaux, donc l'axe-médian, la ligne médiane peut être localement d'épaisseur deux (figure III.18). On peut y remédier en amincissant la ligne médiane, ce qui n'assure alors plus qu'une quasi réversibilité.

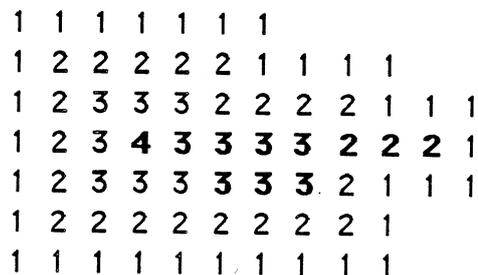


Fig. III. 18. Ligne médiane.

Bertrand propose de travailler dans un espace dérivé, similaire à celui utilisé par Wakayama, où les carrés de taille paire ont un centre [Bertrand 84 a, b].

La ligne médiane calculée dans ce sur-échantillonnage fictif est alors filiforme, mais non manipulable avec le maillage initial.

Le premier algorithme proposé par Arcelli effectue autant d'itérations qu'il y a de courbes de niveau ; depuis, de nombreux travaux ont cherché à réduire cet inconvénient.

Par exemple le pelage peut se réaliser par suivi des contours successifs, avec reconnaissance simultanée des points à conserver [Xia 87] ; il faut alors prendre en compte correctement les contours des éventuels trous [Susuki 87].

Une autre approche consiste à caractériser les points de la ligne médiane directement sur l'image des courbes de niveau, sans faire appel à de multiples itérations.

Arcelli propose un algorithme qui, en deux passages sur cette image, détermine les maximums locaux et certains points caractéristiques de la déconnexion à partir desquels la connexion est propagée [Arcelli 85].

Nous avons développé un algorithme équivalent en résultat au précédent [Montanvert 85]; nous reviendrons sur son principe, qui est lié à une analyse de l'axe-médian, dans le chapitre IV. Il est basé sur un suivi des chemins de crête discrets. Notons toutefois que ces deux algorithmes créent dans certains cas des trous indésirables, nuisant à l'homotopie de la transformation (voir chapitre IV.1).

Une approche similaire peut être entreprise sur le maillage hexagonal [Meyer 87].

En complément de ces méthodes se situent les procédés d'utilisation et d'analyse de la ligne médiane.

Tout d'abord, les derniers algorithmes fournissent un moyen rapide de squelettiser une forme, puisqu'il suffit d'amincir la ligne médiane et de la rendre binaire pour obtenir un squelette.

Il faudra tenir compte avant tout traitement des ramifications souvent induites par la réversibilité de la transformation initiale.

On trouve des applications en reconnaissance des caractères [Cordella 86 a], ou d'objets moins filiformes, tels que les silhouettes d'avions [Bertrand 87].

Mais la ligne médiane contient une autre information très importante, qui est pour chaque point la taille de la boule maximale incluse en ce point.

Un point de faible poids correspond à une primitive de faible surface. Son importance dans la forme est alors réduite, à moins qu'un autre rôle, par exemple une connexion dans la forme, ne lui soit attaché.

Nous verrons dans le sous-chapitre IV.1 l'interprétation de cette information et les différentes manières de l'exploiter.

III.6. Modification de la distance

Les procédés dont nous venons de parler manipulent la notion de contour, ou de courbe de niveau (construite avec les distances d_4 ou d_8) et aboutissent à un recouvrement par des carrés (droits ou diagonaux suivant la distance utilisée).

Ceci peut sembler choquant lorsque l'on cherche à définir un procédé de compréhension de formes et si l'on admet que notre cerveau les perçoit de manière isotrope (ceci n'est pas certain ; il a été mis en évidence qu'une même forme, présentée sous des orientations différentes, est identifiée plus ou moins rapidement suivant cette orientation).

Un autre avantage de la définition de primitives isotropes, en l'occurrence des disques, serait de rendre l'axe médian moins sensible aux rotations de l'objet dans l'image et peut-être de le rendre connexe sans traitement complémentaire.

Pour cela, il faut mettre en oeuvre d'autres fonctions de distance. Les distances d_4 et d_8 servaient d'ailleurs surtout à définir les objets dans l'image (notion de consécuitivité).

L'intérêt de ces distances est de permettre le calcul de la distance associée à un point à partir de celle attribuée à ses voisins (processus récursif sur le voisinage).

Ces 2 métriques sont régulières :

$$\forall (P, Q) \in \mathbb{Z}^2, d(P, Q) \geq 2 \Rightarrow \exists R : R \neq P \\ \text{et } R \neq Q / d(P, Q) = d(P, R) + d(R, Q)$$

C'est-à-dire que la distance de P à Q est égale à la longueur du plus court chemin connexe.

Ceci ne sera plus vrai si on modifie la valeur de la distance entre les points voisins (au sens de d_4 ou d_8).

Le calcul d'une distance euclidienne est théoriquement possible (il suffit d'effectuer pour chaque point à affecter un parcours exhaustif de l'image), mais bien trop coûteux en temps de calcul dans la pratique.

Une contrainte supplémentaire est de définir pour chaque point une valeur entière, puisque l'on travaille sur des supports d'images inclus dans $\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}$.

La distance octogonale est définie en alternant les distances d_4 et d_8 [Rosenfeld 68].

On peut approcher de manière satisfaisante la distance euclidienne en utilisant un masque 3×3 ou 5×5 dans lequel des poids différents sont affectés aux points voisins (distance du "chanfrein") (figure III.19) [Borjefors 84-86].

$$\begin{array}{ccc} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{array}$$

Fig. III. 19. Masque 3×3 optimal de la distance du chanfrein.

Un parcours séquentiel analogue à celui des distances d_4 ou d_8 permet alors d'aboutir à l'image des distances au fond. Avec ces nouvelles distances, il n'existe plus à proprement parler de courbes de niveau sur la forme discrète.

La reconnaissance du squelette nécessite alors la caractérisation des "crêtes" sur l'image des distances.

Un procédé analogue à celui évoqué pour le calcul de la ligne médiane a été développé : reconnaissance des maximums locaux et suivi des chemins de crête discrets sur l'image des distances [Dorst 86].

Ici aussi, il peut apparaître des trous artéfactuels formés d'un unique point, qui sont supprimés par post-traitement.

Ce type de squelette a été utilisé pour construire une représentation de régions par un graphe ; les noeuds codent les branches du squelette et sont porteurs de l'information de taille moyenne des disques sur la branche. Ce modèle a été appliqué à la mise en correspondance de régions [Pépin 87].

Une autre direction de recherche concerne la définition d'un moyen de codage de la distance euclidienne.

Pour cela, on va rechercher pour un point les valeurs des écarts en x et en y de la distance euclidienne.

Il faut alors 2 matrices A1 et A2 pour stocker le résultat :

pour un point P (i, j) d'une forme F de contour C,
on veut $A1(i,j) = \Delta x$ et $A2(i,j) = \Delta y$

$$\text{avec } \Delta x^2 + \Delta y^2 = \min_{(R \in C)} (d(P,R))$$

Montanari a été le premier à aborder un tel problème.

L'algorithme proposé calcule les écarts associés à un point, en fonction d'un voisinage plus ou moins étendu de ce point et suivant l'exactitude souhaitée par rapport à la distance euclidienne [Montanari 68].

Les points du squelette sont ensuite reconnus comme ceux n'étant sur le chemin minimal d'aucun autre point au contour.

Ce procédé reste assez coûteux en temps de calcul, et le squelette résultant n'est pas forcément connexe.

Le principe de propagation d'une étiquette à deux composantes (abscisse et ordonnée) a été repris pour définir la vraie distance euclidienne.

Ceci peut être réalisé soit en parallèle [Yamada 84] auquel cas le résultat est exact, soit en séquentiel [Danielsson 80] auquel cas il peut subsister de faibles erreurs pour des configurations particulières.

La reconnaissance des maximums locaux fournit un "axe-médian euclidien" dont on ne maîtrise pas complètement l'épaisseur et la déconnexion [Yamada 84].

Cependant, si ces approches par modification de la distance aboutissent à des squelettes plus anthropomorphiques, leur structure semble plus délicate à analyser dans un but de description de formes que pour la ligne médiane construite avec la distance d_g [Arcelli 87].

CHAPITRE IV

LIGNE MEDIANE

ET

GRAPHE DE LA LIGNE MEDIANE

Nous allons exposer dans ce chapitre l'approche qui a été la nôtre pour exploiter l'information contenue dans l'axe médian. Nous nous sommes intéressés à ce dernier construit pour la distance d_g .

Nous verrons, dans les sous-chapitres suivants, comment a évolué, étape par étape, notre travail : connexion sur l'image par construction d'une ligne médiane, codage par graphe de la ligne médiane, interprétation et utilisation de ce graphe.

Ces différentes étapes résultent en partie d'un travail bibliographique (exposé dans les chapitres précédents) qui nous a constamment permis de situer nos résultats, de les remettre en question et de faire évoluer nos axes de recherche.

Je vais résumer ici les motivations du cheminement suivi.

Il a pour origines l'axe médian, moyen de codage réversible, et la squelettisation, méthode de représentation morphologique.

En réunissant, avec la définition de la ligne médiane, les avantages de ces deux méthodes, d'une part on conserve bien entendu les acquis de chacune d'elles, d'autre part on fait apparaître une nouvelle manière de considérer un tel codage. De plus, l'algorithme proposé est bien plus rapide que les algorithmes classiques d'amincissement.

L'intérêt supplémentaire de la ligne médiane réside dans son pouvoir de description, qui peut être comparé à celui évoqué par Blum pour les squelettes de \mathbb{R}^2 .

Nous avons vu, dans le sous-chapitre III.5 comment des suivis des branches de la ligne médiane permettent d'utiliser une partie de ces possibilités.

Pour exploiter complètement et de manière structurée ces dernières, nous avons choisi de définir une représentation de la ligne médiane par un graphe, où l'on trouve mis en valeur le rôle des points de l'axe médian (sous-chapitre III.4.).

Ce codage est tel qu'à l'analyse du graphe correspond l'analyse de la forme initiale. En plus de décrire la forme, on peut également, de par la réversibilité de la transformation, la manipuler (filtrage, décomposition ...).

On rejoint alors les méthodes de représentation et de décomposition de formes basées sur la notion de région (chapitre II).

L'exposé de ce travail, dans les sous-chapitres qui suivent, semblera sans doute par moments quelque peu rébarbatif. En effet, la réalisation complète d'un procédé nécessite souvent une étude approfondie des différents cas de figures, particulièrement en traitement d'images discrètes.

Je fais appel à votre persévérance et à votre indulgence, tout en vous promettant un chapitre V plus attrayant.

IV.1. Axe médian et ligne médiane

Nous avons cité dans le chapitre précédent les deux intérêts majeurs de l'axe médian, à savoir codage et description.

La forme est décrite au moyen d'un recouvrement par des carrés ; chacune de ces primitives apporte sa contribution pour constituer l'objet (voir figure IV.1). Cette contribution peut être vue en termes de surface (plus le poids du point est faible, plus cette contribution est limitée) ou de position relative (un petit carré peut établir une connexion importante dans la forme).

L'intérêt de la ligne médiane, mis à part le fait qu'elle est un moyen de calcul d'un squelette, réside dans les possibilités de traduction des relations précédemment citées qu'elle fournit.

Un parcours de la ligne médiane est alors tout à fait comparable à un parcours du squelette continu de Blum [Blum 78] ; on se déplace sur la zone centrale de l'objet tout en connaissant sa taille locale.

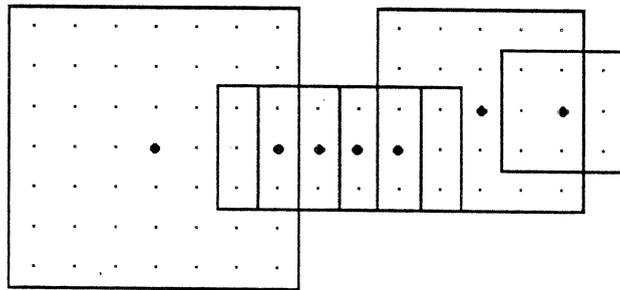


Fig. IV. 1. Axe médian : recouvrement de la forme par des carrés.

Avant d'étudier plus précisément comment exploiter cette information, revoyons comment se construit une ligne médiane [Arcelli 82].

Ligne médiane par pelage

On part de l'image des courbes de niveau construites avec la distance d_8 ; soit L la plus grande distance attribuée.

Le procédé itératif est le suivant :

S := image des distances au fond.

pour $i = 1$ à L faire {traitement des courbes de niveau de poids i }

mettre à 0 dans l'image S les points :

- qui ne sont pas maximums locaux ;

et

- dont la suppression ne nuit pas à la connexité de ce qui reste.

Le résultat est visualisé sur la figure IV.2.

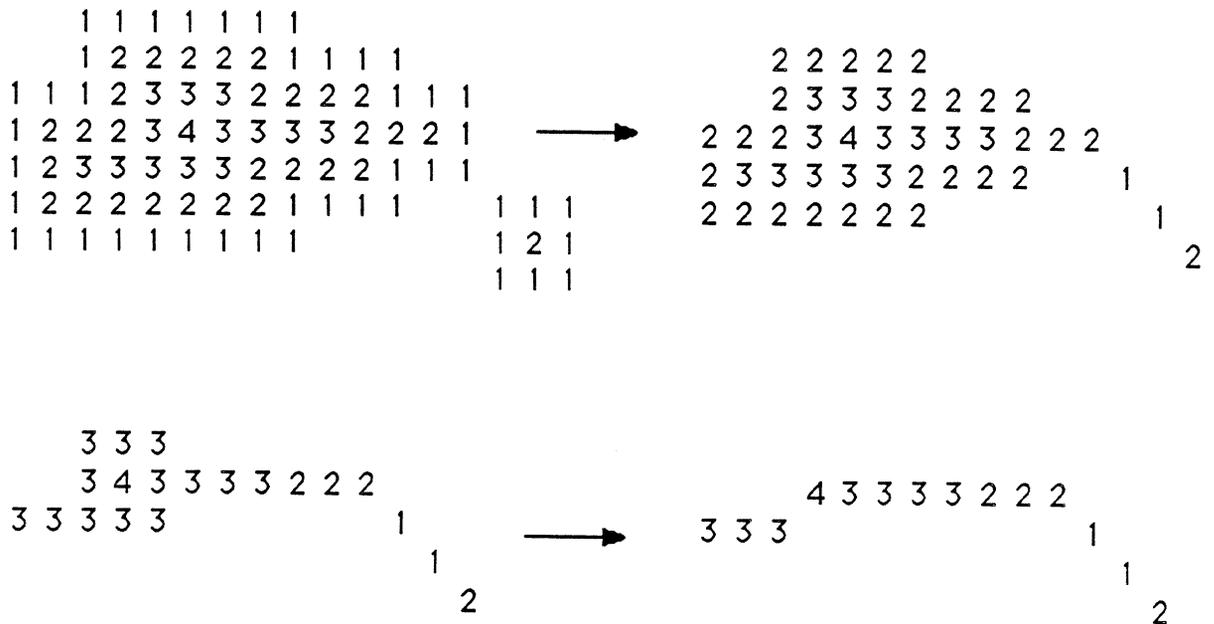


Fig.IV.2. Ligne médiane par pelages successifs.

On retrouve à travers ce procédé l'interprétation faite par Blum, spécifiant que des points apparaissent, qui sont des extrémités de branches complétées par la suite de la propagation [Blum 78] [Fischler 80].

On remarque que, lorsque l'on doit retenir un point pour établir une connexion avec les courbes de niveau de poids plus fort, on a le choix entre plusieurs points. Ce choix est encore plus vaste si des maximums locaux forment une "ligne" d'épaisseur deux (voir figure IV.3).

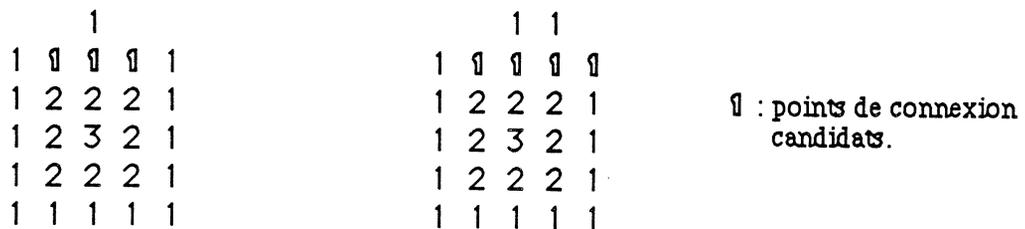


Fig. IV. 3. Choix du point de connexion entre les maximums locaux de poids 1 et les courbes de niveau de poids supérieur ou égal à 2.

Ligne médiane par construction de chemins discrets

Par une compréhension préalable de l'axe médian, nous avons pu reconsidérer ce procédé et proposer un algorithme ne nécessitant qu'un nombre constant de parcours de l'image [Montanvert 85].

Deux points voisins de l'axe-médian ont forcément même poids ; l'axe-médian est donc constitué de composantes connexes de maximums locaux de même étiquette.

Sur la ligne médiane, on voit apparaître ces composantes, elles sont reliées entre elles par des points de connexion.

Si on regarde l'image des distances comme une surface (le relief est donné par la distance) (voir figure IV.4), les maximums locaux correspondent à des paliers qu'il faut relier entre eux en suivant les crêtes. Ainsi sur chaque "étage", on détermine pour chaque déconnexion un point à conserver, en se dirigeant vers les "sommets" (figure IV.4).

Ici apparaît la notion de **chemin de connexion discret** (suite de points voisins de poids strictement croissant) sur laquelle est basé notre algorithme.

Lorsque l'on étudie, au cours du processus itératif, une courbe de niveau de poids i , on peut se trouver en face de trois catégories de points à conserver (figure IV.2):

- (1) un maximum local,
- (2) un point de connexion de poids i qui permet de connecter un point de connexion de poids $i-1$ à la courbe de niveau de poids $i+1$,
- (3) un point de connexion qui ne vérifie pas la condition précédente, et qui correspond par conséquent à la "naissance" d'une déconnexion.

Pour passer à un algorithme non itératif, qui se révélera beaucoup plus efficace à l'exécution, il faut trouver de nouveaux moyens de reconnaître les points de la ligne médiane.

Les maximums locaux (1) peuvent être caractérisés très facilement sur l'image des distances, comme nous l'avons vu pour l'axe-médian.

Les points de connexion (2) se déduisent les uns des autres pour construire des chemins discrets, nous verrons un peu plus loin comment suppléer le procédé itératif.

Ce sont les points de connexion (3) qui sont à l'origine des chemins discrets de connexion. Pour construire une ligne médiane, il est donc primordial de détecter ces points de "naissance" des déconnexions.

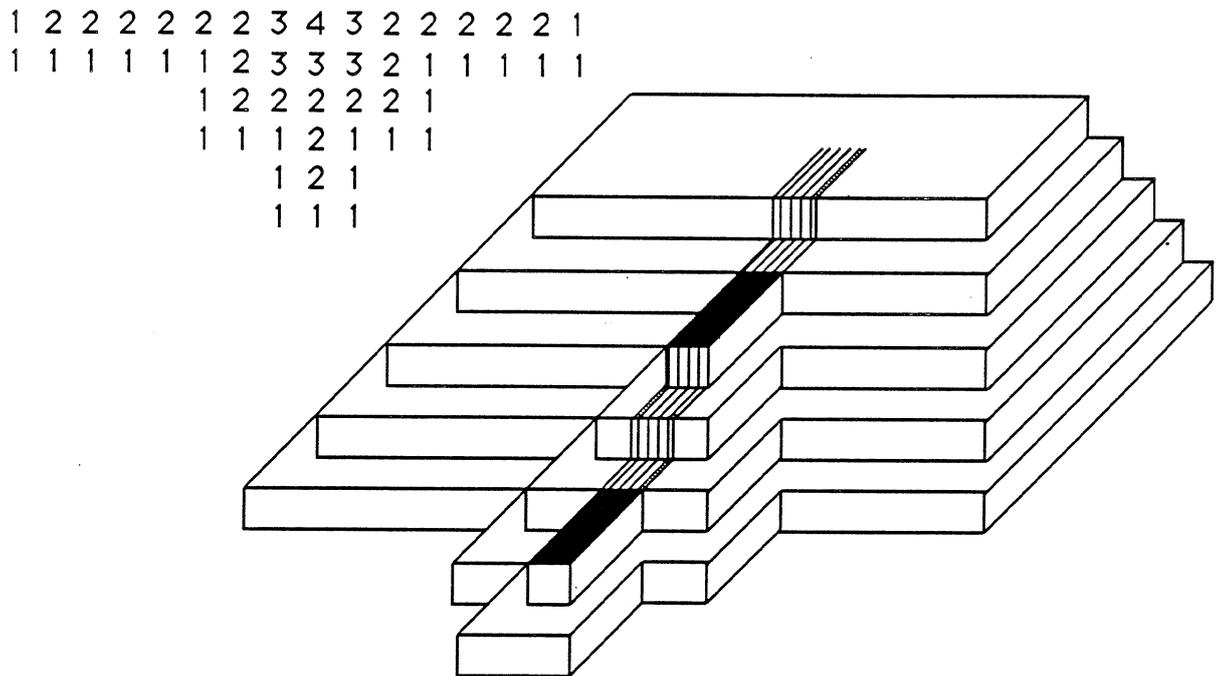


Fig.IV.4. Surface définie par les distances au fond, avec les paliers et les "crêtes" de connexion.

Si l'on observe attentivement une image de courbes de niveau, on remarque que ces déconnexions apparaissent lorsqu'une courbe de niveau i se replie sur elle-même. Ceci se produit près des maximums locaux, ou lorsque la forme présente un rétrécissement (voir figure IV.2).

Dans le premier cas, des points (3) de poids i doivent être retenus pour générer une connexion entre le palier formé par la composante connexe de maximums locaux de poids i et la courbe de niveau $i + 1$ (figure IV.5).

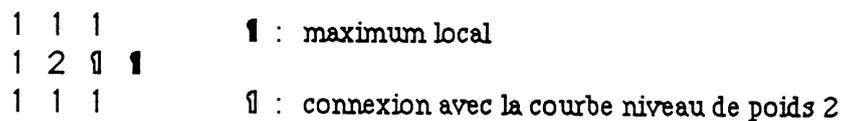


Fig. IV. 5. Naissance d'une déconnexion dans le voisinage d'un maximum local.

Dans le deuxième cas, la courbe de niveau $i + 1$ est séparée en plusieurs composantes, des points (3) de poids i permettent de conserver la connexion (figure IV.6).

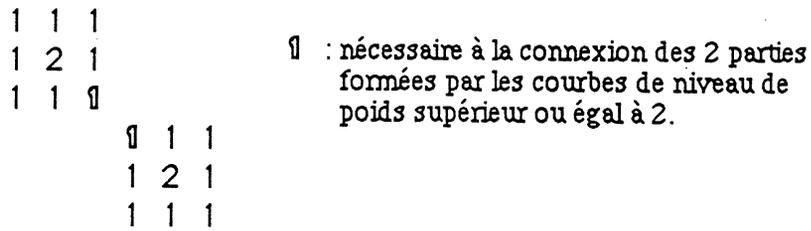


Fig. IV. 6. Naissance d'une déconnexion sans la présence de maximums locaux

Points doubles

Ces deux cas relèvent du même problème : la reconnaissance des voisinages de points non maximums locaux où l'on passe plus d'une fois lors d'un suivi d'une courbe de niveau, à ce titre nous les appellerons **points doubles**.

Ceci est indépendant de ce qui a pu être détecté sur les courbes de niveau de plus faible poids, le procédé itératif n'est donc pas utile.

Soit $(Q_j)_{j = 1..β}$ la suite des points obtenue par suivi d'une courbe de niveau.

Nous traitons des objets 8 - connexes, l'image des distances est construite avec la distance d_8 . Une courbe de niveau est donc 4 - connexe, avec des "passages obligatoires" en 8 - connexité (figure IV.2). L'algorithme de suivi d'une telle courbe est exposé en annexe 4.

Les points doubles sont caractérisés par :

$$(A) \quad Q_j \text{ est un point double} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Q_j \text{ n'est pas un maximum local} \\ \text{et} \\ \exists i : i > j + 1 \\ \text{ou } i < j - 1 : \left[\begin{array}{l} Q_i \text{ n'est pas maximum local} \\ \text{et} \\ \left[\begin{array}{l} Q_i = Q_j \\ \text{ou} \\ d_4(Q_i, Q_j) = 1 \end{array} \right. \\ \text{(alors } Q_j \text{ est aussi un point double)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ceci peut encore se transformer en la reconnaissance de configurations locales, ce qui rendra l'algorithme plus performant.

En effet, si l'on considère la courbe de niveau i , les points P qui la constituent peuvent être répartis dans les classes suivantes :

- P est un maximum local (il ne peut être point double),
- P n'est pas un maximum local :
 - P possède 2 voisins directs de poids i ,
 - P possède 3 voisins directs de poids i ,
 - P possède 4 voisins directs de poids i .

Un point qui ne satisfait pas la condition (A) peut être qualifié de classique ; lors d'un suivi de la courbe de niveau, on arrive à P par l'un de ses voisins directs et l'on en repart par l'autre voisin direct.

Aussi, si P possède plus de 2 voisins directs, il ne peut être classique.

Si P a 3 voisins directs de poids i , nous l'appelons point double de **premier type** . On trouvera les différentes configurations possibles en figure IV.7.

Si P a 4 voisins directs de poids i , nous l'appelons point double de **second type** . Voir en figure IV.8 les différentes configurations possibles.

Si P a 2 voisins directs de poids i , il peut aussi être point double, ce qui définit les points doubles de **troisième type** . P possède un voisin indirect de poids i dans le sens de la bissectrice extérieure à ses 2 voisins directs (figure IV.9).

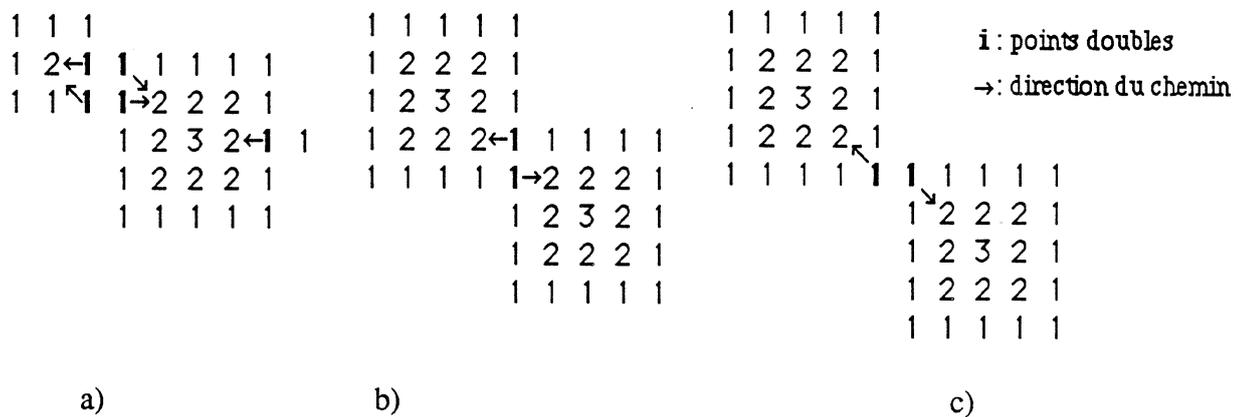


Fig.IV.7. Points doubles de premier type.

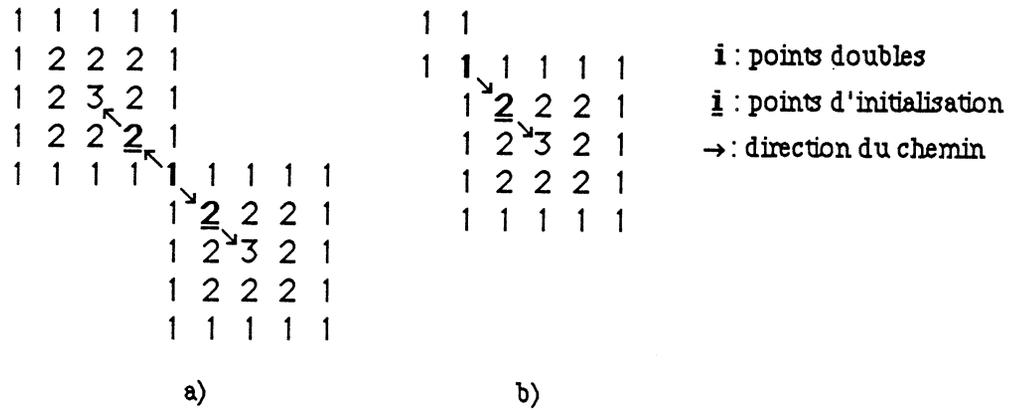


Fig. IV. 8. Points doubles de second type.

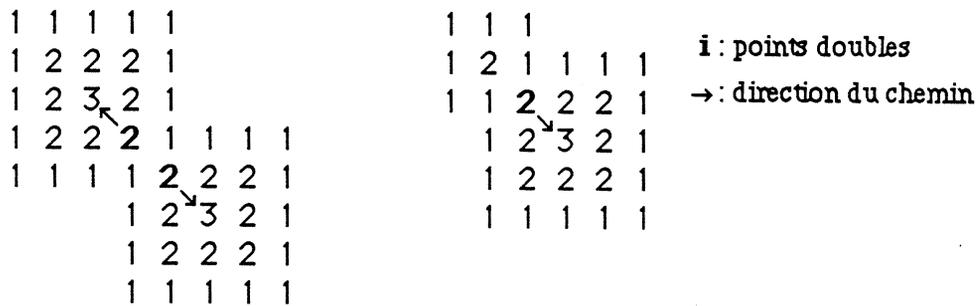


Fig. IV. 9. Points doubles de troisième type.

Points d'initialisation des chemins

Après avoir détecté les lieux de naissance des déconnexions, nous allons initialiser les chemins de connexion discrets, de telle manière qu'à un point d'initialisation puisse ensuite être associé un seul chemin.

Ces points d'initialisation vont dépendre du type des points doubles.

Pour les points doubles de premier et de troisième type, les points d'initialisation peuvent être pris égaux aux points doubles (figure IV.7 et IV.9). Dans certains cas, 2 points donneront le même chemin (figure IV.7.a).

Pour les points doubles de second type, il peut être nécessaire, à partir d'un même point double, de construire plusieurs chemins (figure IV.8.a). Pour avoir unicité du chemin de connexion associé à un point d'initialisation, nous prendrons donc comme points d'initialisation les voisins diagonaux du point double qui ont pour étiquette $i + 1$.

Chemins de connexion

Il reste maintenant à construire les chemins de connexion discrets ; c'est-à-dire les points (2) qui sont déduits les uns des autres dans le procédé de pelage d'Arcelli.

En effet, un point de catégorie (3) de poids i génère un point de catégorie (2) de poids $i + 1$ qui va lui-même générer un point de catégorie (2) de poids $i + 2$... jusqu'à ce que ce phénomène prenne fin.

Le poids des points de cette suite est strictement croissant. Elle est finie puisque l'image est de dimension finie.

Signalons d'ailleurs qu'un point d'initialisation peut être un maximum local dans le cas d'initialisation à partir de points doubles de second type (figure IV.10). Le chemin de connexion prend alors immédiatement fin.

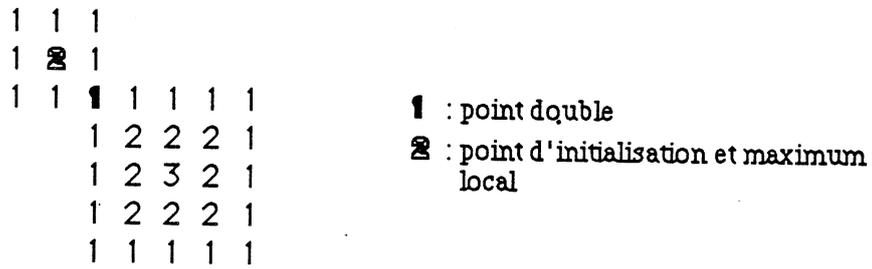


Fig. IV. 10. Exemple de point d'initialisation également maximum local.

Essayons de comprendre comment ces chemins se construisent. Nous avons vu que c'est à partir des points de déconnexion (3) que des points qui ne sont pas sur l'axe-médian doivent être retenus pour établir la connexion.

Là encore, il va être inutile de mettre en oeuvre un procédé de pelage itératif.

A partir des points doubles, on a trouvé le premier point de chaque connexion à établir (points d'initialisation de poids i).

Il suffit alors de chercher un voisin Q de poids $i + 1$, et de réitérer cette opération. Lorsque l'on ne trouve plus de tel point, le point sur lequel on est situé a ses huit voisins qui ont un poids inférieur ou égal au sien. On est sur un maximum local et l'on a bien établi une connexion.

Les poids sur les chemins étant croissants, ils sont orientés vers l'intérieur de la forme (vers les "sommets" sur l'image des courbes de niveau en relief); mais il est bien évident que plusieurs points peuvent être candidats (figure IV.11).

Pour supprimer cette ambiguïté, nous orientons les chemins de connexion orthogonalement aux courbes de niveau (figure IV.11).

Ceci revient à sélectionner des voisins directs tant que c'est possible, puis à sélectionner les voisins indirects.

Un chemin de connexion est alors une suite de points $(P_i)_{i=0..n}$ telle que :

$$(2) \left[\begin{array}{l} r_{P(i+1)} = r_{P_i} + 1 \\ d_8(P_i, P(i+1)) = 1 \\ d_4(P_i, P(i+1)) = 2 \Leftrightarrow \nexists Q : \left[\begin{array}{l} d_4(P_i, Q) = 1 \\ \text{et } r_Q = r_{P_i} + 1 \end{array} \right. \\ P_0 \text{ est un point d'initialisation,} \\ P_n \text{ est un maximum local.} \end{array} \right.$$

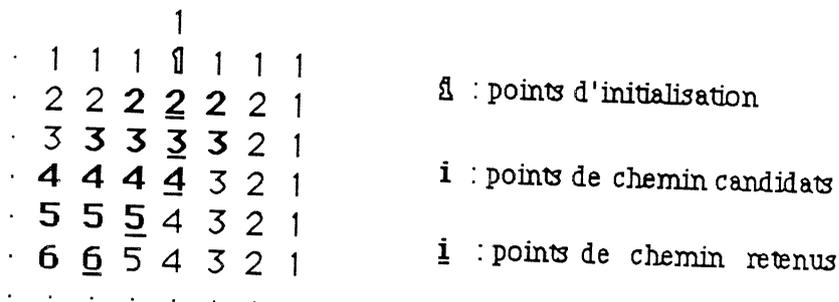


Fig. IV. 11. Choix du chemin de connexion.

Il peut être divisé en deux sous-suites :

$$(P_i)_{i=0..T} \text{ et } (P_i)_{i=T..n}$$

avec :

$$0 \leq T \leq n$$

$$\left. \begin{array}{l} \cdot d_4(P_i, P_{i+1}) = 1 \\ \cdot d_8(P_i, P_{i+1}) = 1 \\ \cdot d_4(P_i, P_{i+1}) = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \forall i: 0 \leq i \leq T-1 \\ \\ \forall i: T \leq i \leq n-1 \end{array}$$

Unicité des chemins

Pour un point d'initialisation donné, le chemin est unique :

En effet, tout point non maximum local P_i ne possède qu'un seul voisin P_{i+1} vérifiant les conditions (2), sauf si P_i est un point double de second type ou si P_i est dans l'angle d'une courbe de niveau de poids $(i+1)$ (2 de ses voisins directs ont alors pour poids $i+1$) (figure IV.12).

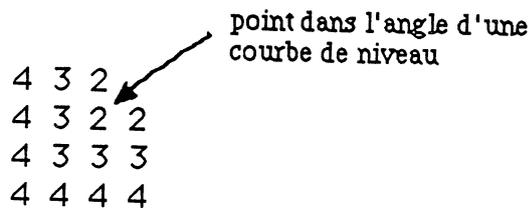


Fig. IV. 12. "Angle" d'une courbe de niveau.

Est-il possible de retrouver un point P_i de second type sur un chemin ? Déjà, P_0 a été choisi pour ne pas l'être . Le point P_i , de poids d , aurait 4 voisins directs de poids d et 2 voisins indirects de poids $d+1$. (figure IV.13).

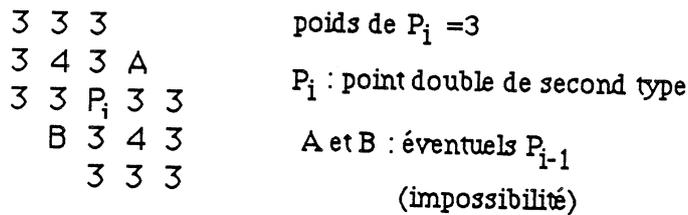


Fig. IV. 13. Point double de second type sur un chemin de connexion ?

P_{i-1} ne pourrait donc être que l'un des 2 points A ou B (de poids $d-1$). Dans ce cas, P_i n'aurait pas été choisi comme successeur de P_{i-1} puisque P_{i-1} possède 2 voisins directs de poids d .

Donc un point double de second type ne peut être sur un chemin de connexion.

Supposons maintenant qu'un point de connexion P_i de poids d possède 2 voisins directs de poids $d+1$. P_i a été généré par un point de poids $i-1$, qui ne peut être qu'un voisin indirect et ainsi de suite (figure IV.14).

P_{i-1} n'a donc pas la possibilité d'être un point double ($0 \leq l \leq i$) ; et par conséquent P_i ne peut être sur un chemin de connexion.

4 3 2 1	
4 3 2 P_{i-2} 1 1	poids de $P_i = 3$
4 3 P_{i-1} 2 2 2	poids de $P_{i-1} = 2$
4 P_i 3 3 3 3	
4 4 4 4 4 4	poids de $P_{i-2} = 1$

Fig. IV. 14. Point de connexion dans "l'angle" d'une courbe de niveau ?

Algorithme

Notre stratégie de calcul de la ligne médiane peut être ramenée à un seul parcours de l'image des distances ; pour chaque point P de poids i ($i > 0$) on réalise le traitement suivant :

- . si P est un maximum local, alors il appartient à la ligne médiane.
- . sinon si P est un point double, alors :
 - il appartient à la ligne médiane
 - on déduit les points d'initialisation de chemins; ils appartiennent également à la ligne médiane (il y a un ou deux points d'initialisation à partir de P , suivant son type),
 - on détermine les points des chemins de connexion (de la ligne médiane) dont on vient de trouver les points d'initialisation, par déplacement orthogonal aux courbes de niveau.

Cet algorithme est détaillé en annexe 5.

Remarques complémentaires

Il convient maintenant de faire quelques remarques quant au résultat.

La ligne médiane est un sous-ensemble des points des courbes de niveau. Chaque point est affecté de son poids (distance au fond) qui fournit la taille du plus grand carré inclus dans la forme en ce point) ; tous les points de l'axe médian appartiennent à la ligne médiane. La transformation est donc complètement réversible.

connexion discrets, tels qu'ils auraient été construits par un processus de pelage, un objet 8-connexe a donc une ligne médiane 8 - connexe.

Cependant des chemins redondants peuvent être construits.

En effet, pour certains points doubles de premier type (voisins d'une "ligne" de l'axe-médian d'épaisseur deux), deux chemins de connexion parallèles sont initialisés (figure IV.15).

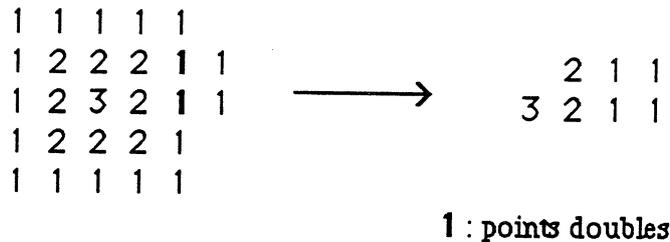


Fig. IV. 15. Construction de chemins redondants.

De plus, des trous indésirables de un point peuvent apparaître sur la ligne médiane (figure IV.16) nuisant ainsi à l'homotopie de la transformation.

Le même problème apparaît pour l'algorithme proposé par Arcelli [Arcelli 85], on peut y remédier par un parcours supplémentaire de l'image.

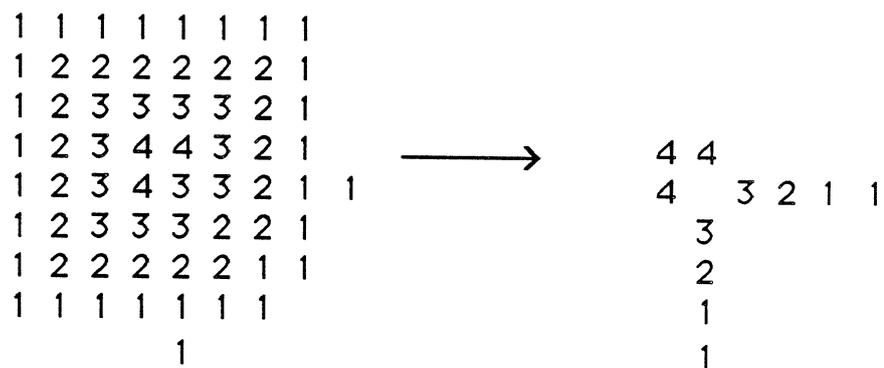


Fig. IV. 16. Non homotopie de la transformation.

Comparons ici de manière un peu plus détaillée les deux algorithmes de calcul d'une ligne médiane [Arcelli 85] [Montanvert 85].

Tous deux travaillent sur l'image des courbes de niveau pour la distance d_8 .

Le nôtre se contente d'un parcours de l'image ; mais le traitement d'un point est relativement complexe puisqu'il peut induire la reconnaissance de points d'initialisation, puis de chemins de connexion.

Celui d'Arcelli met en oeuvre des procédés moins complexes en chaque point de l'image (traitement limité au 8-voisinage), mais deux balayages de l'image sont nécessaires pour générer les chemins et doivent parfois être complétés d'un traitement spécial pour des chemins particuliers.

Enfin, il faut insister sur le fait que l'intérêt de notre algorithme réside pour beaucoup dans la classification des points de la ligne médiane (maximums locaux, points doubles, points d'initialisation, chemins de connexion); celle-ci est à la base de la construction du graphe de la ligne médiane.

Première interprétation

Voyons comment cette ligne médiane peut être interprétée. Les relations que l'on présentait entre points de l'axe-médian sont exprimées sur cette image multivaluée.

Chaque point de l'axe-médian apporte une contribution à la forme ; cette contribution peut être vue comme un ajout par rapport à ce que les points de plus fort poids sur la même branche de la ligne médiane avaient déjà apporté.

On peut d'ailleurs calculer l'apport en surface d'un point de la ligne médiane sans reconstruire explicitement les boules discrètes [Cordella 85].

Cette vision de la ligne médiane établit une hiérarchie entre points de l'axe-médian, permettant de faire des distinctions qualitatives sur la morphologie des régions dont la ligne médiane code l'épaisseur (détection d'un renflement, d'un amincissement, d'une forte élongation).

Encore faut-il être capable d'exploiter les potentialités de ce descripteur de formes qu'est la ligne médiane.

Une reconstruction progressive de formes peut être réalisée à partir de l'axe-médian, par des seuillages successifs.

On reconstruit en premier lieu pour les points de l'axe-médian de poids supérieur à un seuil S_0 , puis en rajoutant les points entre S_0 et S_1 , (avec $S_1 < S_0$), et ainsi de suite jusqu'à arriver aux points de poids 1. Mais l'information de squelette contenue dans la ligne médiane n'est pas exploitée.

Arcelli le réalise en amincissant la ligne médiane par un procédé de squelettisation classique.

La transformation n'est alors plus totalement réversible mais cette pseudo-ligne médiane peut être parcourue comme un squelette.

L'information de longueur d'un arc peut alors être associée à celle des distances pour partitionner la ligne médiane et établir en quelque sorte des approximations successives et de plus en plus précises de l'objet initial [Arcelli 82].

Ceci n'est pas sans rappeler le procédé d'approximations successives que l'on peut définir à partir d'une représentation par quadtree, sauf que pour la ligne médiane la forme reconstruite est forcément incluse dans la forme originale, et que l'axe médian ne fournit pas une partition de la forme, mais un recouvrement.

L'ordre d'introduction des différentes parties de la ligne médiane peut être défini en fonction de leur poids et de leur longueur ; le rôle d'une nouvelle partie peut être considéré comme une contribution partielle (ajout par rapport à ce qui existe déjà), ou comme primordial par rapport à ce qui est déjà reconstruit ; on peut aussi introduire des critères de regroupement des surfaces reconstruites [Arcelli 84 a].

Toujours suivant ce même principe de parcours de la ligne médiane, on définit un filtrage de formes en supprimant les branches de faible poids par rapport au poids de leur point de branchement [Cordella 86 b].

Des travaux similaires sur le filtrage sont réalisés pour une image de distance calculée avec la distance euclidienne [Ho 86]

IV. 2. Graphe de la ligne médiane

Des techniques de manipulation de formes, telles que filtrage et décomposition, ont pu être définies à partir de la représentation par ligne médiane.

Cependant, les méthodes d'analyse de l'image ligne médiane ne semblent pas être toujours faciles à mettre en oeuvre, et parfois peu justifiables.

Si l'on reprend une figure déjà étudiée pour les squelettes (figure IV.17), le problème du parcours de la ligne médiane n'est pas trivial.

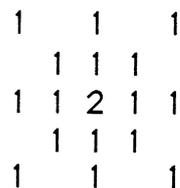


fig. IV. 17. Parcours de cette ligne médiane ?

Dans le cas où deux chemins de connexion se rencontrent (figure IV.18), quelle importance accorder au point de raccordement ?

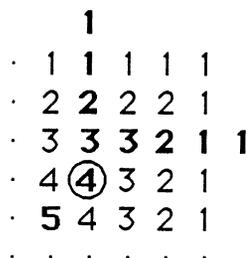


fig. IV. 18. Signification du point de branchement ?

Principe

Pour exploiter de manière plus structurée et rigoureuse la ligne médiane, nous avons développé une méthode de représentation de celle-ci qui exprime de façon cohérente les rôles des points de l'axe-médian dans la forme.

Nous allons introduire une représentation par un graphe ; sa composition a été suggérée par notre procédé d'obtention d'une ligne médiane [Montanvert 86 b].

L'élément principal de ce procédé réside dans la construction de chemins de connexion.

Notre idée a alors consisté à coder, avec les arcs du graphe les relations établies grâce à ces chemins de connexion, et avec les sommets l'information de l'axe médian .

Nous avons déjà remarqué que l'axe-médian est formé de composantes 8-connexes de maximums locaux, les points d'une même composante ayant forcément même poids.

D'autre part les chemins de connexion tels qu'ils sont construits partent d'un point d'initialisation pour aboutir à un maximum local, de manière non ambiguë, orthogonalement aux courbes de niveau.

Ces points d'initialisation sont eux-mêmes déduits de points doubles qui sont situés soit dans le voisinage de maximums locaux de même poids, soit à des rétrécissements sans maximums locaux (voir sous-chapitre IV.1. et figures IV. 5 et 6).

Nous appellerons ces derniers **points doubles stricts** .

On distingue alors deux types de chemins de connexion, suivant que le point d'initialisation est issu d'un point double strict ou non.

A partir d'un point double strict, il y a deux chemins de connexion à construire, vers les deux composantes résultantes de la déconnexion.

A partir d'un point double non strict, il n'y a qu'un seul chemin à construire, vers la composante de maximums locaux de plus fort poids sur la branche de la ligne médiane.

Nous allons donc construire un graphe, appelé **graphe de la ligne médiane**, dont les noeuds sont les composantes 8 - connexes de maximums locaux (qui ont forcément même poids) et les composantes 8 - connexes de points doubles stricts (qui ont également même poids) ; et dont les arcs sont les chemins de connexion discrets orientés suivant les poids croissants.

Ainsi ce graphe sera une représentation hiérarchique de la ligne médiane, où l'on pourra évaluer le rôle d'un noeud dans la forme en fonction de son environnement sur le graphe.

De plus, nous voulons retrouver, au niveau de ce codage, l'homotopie par rapport à l'image binaire de départ.

Configurations particulières

Il faut pour cela faire plusieurs remarques quant à la construction de la ligne médiane.

Lorsque l'axe-médian est d'épaisseur deux, deux points d'initialisation sont détectés et deux chemins sont construits (figure IV.19) alors qu'un seul suffirait.

Nous reconnâtrons ces configurations pour n'établir qu'un seul arc sur le graphe.

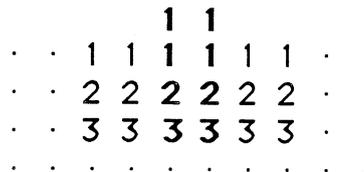


fig. IV. 19. Chemins redondants issus d'un axe médian "épais"

Il existe d'autres configurations, moins évidentes à individualiser, qui posent également des problèmes : des maximums locaux et des points doubles fournissent chacun des connexions équivalentes, et des arcs redondants risquent d'être construits ; alors que nous cherchons à ne construire que ce qui est indispensable à la réversibilité et à assurer l'homotopie de la transformation.

On trouve en figure IV.20 les différentes configurations possibles illustrant cette remarque.

Un maximum local de poids i est dans le voisinage d'un noeud de points doubles stricts de même poids i , chacun d'eux induisant 2 chemins de connexion. Etudions une à une les différentes configurations possibles pour voir comment peut se résoudre le problème.

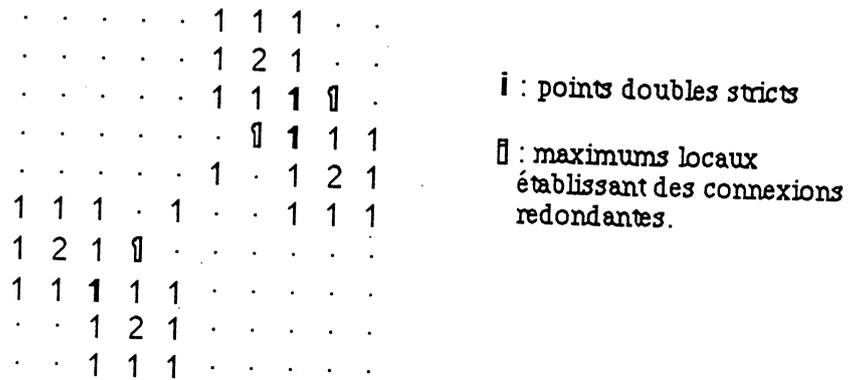


fig. IV. 20. Maximums locaux dans le voisinage de points doubles stricts.

Dans les schémas qui suivent, on note i le maximum local ajouté dans le voisinage d'un point double strict.

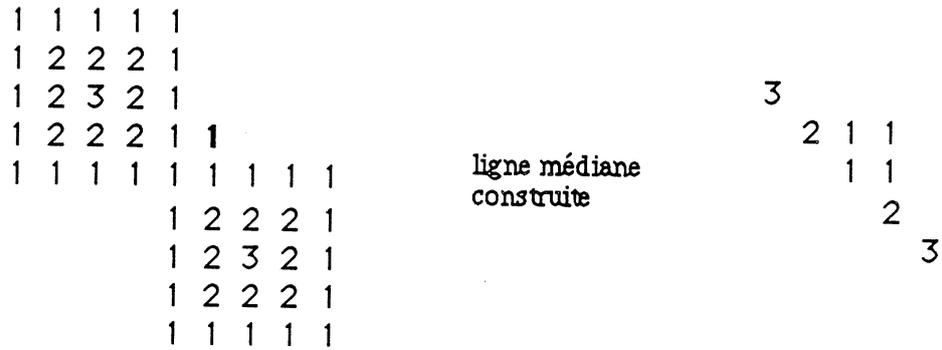
1) Premier type a)



2) Premier type b)

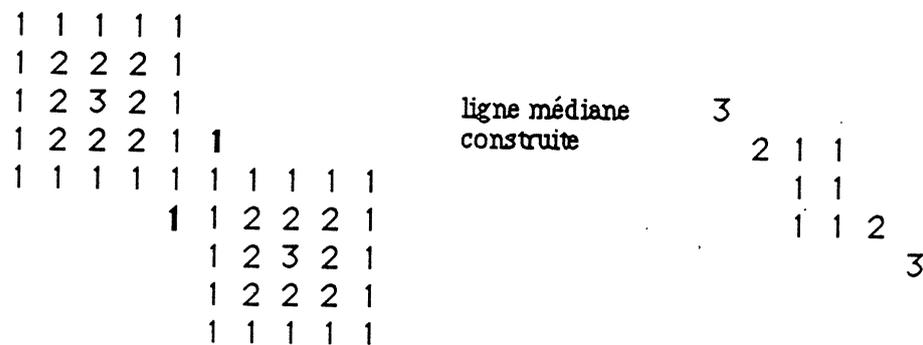


3) Premier type c) avec un maximum local.



En fait, le maximum local 1, suffit à établir les bonnes connexions, le noeud de points doubles stricts est inutile et ne devra pas être construit.

4) Premier type c) avec deux maximums locaux

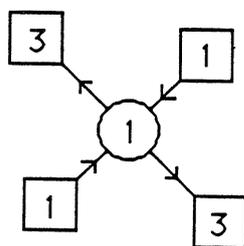


On risque maintenant d'avoir 3 noeuds pour établir une même connexion : un noeud de points doubles stricts, 2 noeuds de maximums locaux.

Après détection de ces configurations, nous les représenterons de la manière suivante :

- un noeud de points doubles stricts est créé, fournissant les connexions suivant ses deux directions habituelles ;

- chaque maximum local appartient à un noeud de maximums locaux qui est connecté au noeud de points doubles stricts par un arc orienté du noeud de maximums locaux vers le noeud de points doubles stricts; cet arc a une longueur nulle.



Nous appellerons cette configuration **"maximums locaux sur points doubles stricts"**.

C'est le seul cas où deux noeuds adjacents codent des points de même poids.

5) Second type a)

```
1 1 1 1 1
1 2 2 2 1
1 2 3 2 1
1 2 2 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1
      1 2 2 2 1
      1 2 3 2 1
      1 2 2 2 1
      1 1 1 1 1
```

C'est le même problème qu'au 3).
Un noeud de points doubles stricts est inutile et ne sera pas construit.

Une configuration avec 2 maximums locaux dans le voisinage du point double est impossible.

6) Troisième type a) avec 1 maximum local

```
1 1 1 1 1
1 2 2 2 1
1 2 3 2 1
1 2 2 2 1
1 1 1 1 1 1
      1 1 1
      1 2 1
      1 1 1
```

Là encore, le maximum local suffit à établir les bonnes connexions.

7) Troisième type a) avec 2 maximums locaux

```
1 1 1 1 1
1 2 2 2 1
1 2 3 2 1
1 2 2 2 1
1 1 1 1 1 1
      1 1 1 1
      1 2 1
      1 1 1
```

Les 2 maximums locaux 1 sont 8-voisins et appartiendront donc à un même noeud du graphe. Un point d'initialisation ne pouvant servir qu'une seule fois (voir annexe 6), on aura bien un chemin généré vers l'intérieur de chaque carré.

Algorithme

Nous venons de voir comment traiter ces différents cas de figure pour ne pas construire d'arcs redondants (qui nuiraient à l'homotopie de la transformation), il va falloir les reconnaître sur l'image de la ligne médiane.

L'algorithme est donné de manière précise en annexe 6, sa structure est la suivante :

- un parcours de l'image pour construire les noeuds de maximums locaux (un tel noeud est une composante 8 - connexe de maximums locaux qui ont forcément même poids) ;
- un traitement des noeuds de cette liste, un par un, pour :
 - détecter les configurations spéciales de "maximums locaux sur points doubles stricts" et construire la représentation associée sur le graphe,
 - détecter les chemins de connexion initialisés par des points doubles dans le voisinage de ces maximums locaux et construire les arcs associés (en ne construisant qu'un seul arc pour les noeuds de maximums locaux d'épaisseur double , et en empêchant la détection ultérieure de points doubles dans le cas des configurations de type 3), 5) ou 6)).
- un second parcours de l'image pour détecter les points doubles stricts non traités et non interdits, construire les noeuds associés et les arcs qu'ils induisent (deux arcs sont construits à partir de ce type de noeud).

Propriétés du graphe de la ligne médiane

On a alors complètement construit le graphe de la ligne médiane, qui est un **graphe planaire orienté** (figure V.21).

Ce graphe est étiqueté : nous conservons pour chaque noeud la localisation et le poids des points qui le constituent. Il est alors possible de régénérer complètement l'image de l'axe-médian; la transformation est donc **réversible** .

De même que la ligne médiane est connexe pour un objet connexe, le graphe de la ligne médiane l'est également (un arc traduit un chemin de connexion discret).

Nous nous sommes attachés, lors du procédé de construction du graphe, à ne pas définir d'arcs redondants, à l'inverse de ce qui arrivait parfois sur la ligne médiane. Les problèmes mentionnés de trous artéfactuels disparaissent (figure V.22).

Codage du graphe de la ligne médiane

Pour coder le graphe de la ligne médiane, nous avons utilisé les structures de données suivantes :

- un tableau pour stocker les caractéristiques des noeuds,
- un tableau pour stocker les caractéristiques des arcs,
- un tableau bidimensionnel pour stocker la matrice d'adjacence du graphe

TNOE : tableau des noeuds

Un noeud du graphe est une composante 8-connexes de points de l'axe-médian, ou une composante 8-connexes de points doubles stricts .

TNOE [i] : caractéristique du noeud i :

. poids β :

- on stocke β pour les noeuds de maximums locaux,
- on stocke $-\beta$ pour les noeuds de points doubles stricts (ils ne sont pas utiles à la réversibilité).

. liste des points (x_j, y_j) formant le noeud.

TARC : tableau des arcs

Un arc du graphe représente un chemin discret, dont la fonction poids est une progression arithmétique de raison un. Nous avons également vu qu'il est composé de deux segments de droite discrets, le premier est 4-connexes et le second est 8-connexes.

TARC [k] : caractéristiques de l'arc k

- . coordonnées du point d'initialisation,
- . direction et longueur du segment 4 - connexes (direction 0, 2, 4 ou 6 du code de Freeman),
- . direction et longueur du segment 8 - connexes (direction 1, 3, 5 ou 7 du code de Freeman).

Des arcs de longueur nulle sont construits pour coder les configurations "maximums locaux sur points doubles stricts" ; ce sont les seuls arcs dont la tête n'est pas un noeud de maximums locaux, mais un noeud de points doubles stricts.

MAD : matrice d'adjacence du graphe

Nous voulons, par l'intermédiaire de ce codage, être en mesure de récupérer les caractéristiques d'un arc entre les noeuds i et j.

Pour optimiser les temps des consultations ultérieures, nous avons choisi d'adapter à ce graphe une matrice d'adjacence.

Il se pose le problème de l'existence d'arcs multiples. En effet, pour 2 noeuds (i, j), il peut exister plusieurs arcs (issus de chemins discrets non parallèles) (voir figure V.24) qu'il est nécessaire de conserver pour l'homotopie de la transformation. Il faudrait alors conserver pour chaque couple (i, j) la liste des numéros d'arcs de queue i et de tête j.

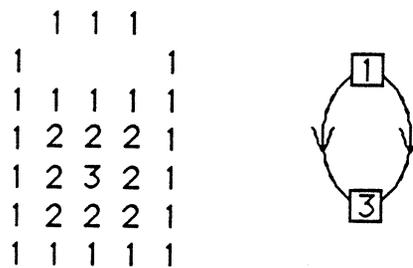


fig. IV. 24. Arcs multiples.

A part pour les figures explicitement construites avec ces configurations particulières, nous n'avons jamais trouvé d'arcs multiples. Nous avons donc choisi un codage qui suppose leur non existence (mais le procédé de construction la signale), et devrait être adapté le cas échéant.

Ainsi :

$MAD [i, j] = 0 \quad \Leftrightarrow$ il n'existe pas d'arc entre les noeuds i et j.

$MAD [i, j] = K > 0 \quad \Leftrightarrow$ l'arc numéro K a pour queue i et tête j.

$MAD [i, j] = -K < 0 \quad \Leftrightarrow$ l'arc numéro K a pour queue j et pour tête i.

Un arc code un chemin discret, de poids strictement croissant ; les seuls arcs de longueur nulle ont pour queue un noeud de maximums locaux et pour tête un noeud de points doubles stricts ; le graphe de la ligne médiane est donc sans boucle. Ainsi MAD est une matrice **antisymétrique** .

Remarques complémentaires

Si i est un noeud de maximums locaux, et est la queue d'un arc k alors :

- . si longueur (k) > 0 alors la tête de k est un noeud de maximums locaux.
- . sinon { longueur (k) = 0 } la tête de k est un noeud de points doubles stricts.

Si i est un noeud de points doubles stricts, alors i a forcément 2 arcs sortants, qui ont pour tête des noeuds de maximums locaux (voir figure IV. 21).

Si l'on a $MAD [I, J] = k > 0$, alors poids du noeud J = poids du noeud I + longueur (arc (k)).

Si I et J sont 2 noeuds tels que poids (I) < poids (J) alors il ne peut pas exister d'arc de I à J .

En suivant les arcs du graphe, on se dirige vers des noeuds de poids de plus en plus élevé; le graphe de la ligne médiane est donc sans circuit.

IV.3. Interprétation

Nous avons construit une représentation d'un objet discret basée sur le concept de ligne médiane.

Les problèmes de parcours de la ligne médiane que l'on avait pu voir apparaître (voir sous-chapitre IV. 1) vont être résolus grâce à cette structure ; il suffira maintenant de parcourir le graphe.

Nous allons voir maintenant comment utiliser cette représentation dans un but de compréhension et de manipulation de formes [Montanvert 87 e-f].

A chaque noeud peuvent être associés deux types d'informations :

- son poids, qui renseigne sur l'aire définie dans la forme par ce noeud (le tableau TNOE permet de retrouver complètement la surface définie par un noeud).
- la configuration locale formée par les arcs rentrant et sortant en ce noeud.

C'est sur la base de cette deuxième information que nous allons procéder à une classification des noeuds.

Définition de types de sommets

Soit I un noeud du graphe. Nous rappelons que $MAD [I, J] > 0$ si il existe un arc de queue I et tête J , et que $MAD [I, J] < 0$ si il existe un arc de queue J et de tête I .

Voir la figure IV.25 qui illustre les définitions données ci-après.

I est un noeud principal \Leftrightarrow I n'a aucun arc sortant

$$\Leftrightarrow \forall J, \text{MAD} [I, J] \leq 0$$

I est un noeud de proéminence stricte \Leftrightarrow I a un seul arc sortant et aucun arc rentrant.

$$\Leftrightarrow \exists ! J : \text{MAD} [I, J] > 0$$

$$\text{et } \forall K \neq J, \text{MAD} [I, K] = 0$$

I est un noeud de proéminence large \Leftrightarrow I a un seul arc sortant et au moins un arc rentrant.

$$\Leftrightarrow \exists ! J : \text{MAD} [I, J] > 0$$

$$\text{et } \exists K : \text{MAD} [I, K] < 0$$

I est un noeud de rétrécissement \Leftrightarrow I a au moins 2 arcs sortants

$$\Leftrightarrow \exists (J_1, J_2), J_1 \neq J_2 : \text{MAD} [I, J_1] > 0$$

$$\text{et } \text{MAD} [I, J_2] > 0$$

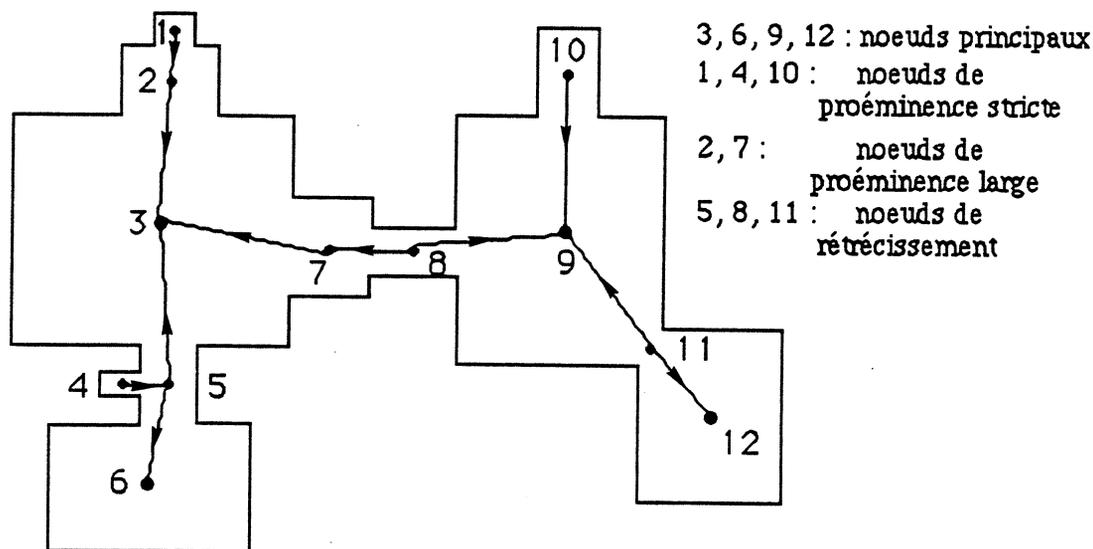


Fig. IV.25. Les différents types de sommets du graphe de la ligne médiane.

On définit ainsi une partition en 4 classes des sommets du graphe de la ligne médiane.

On remarque qu'un noeud de points doubles stricts est toujours un noeud de rétrécissement, alors qu'un noeud de maximums locaux peut appartenir à n'importe quelle catégorie.

Correspondance type de sommet - forme

La terminologie choisie est significative de la contribution de chaque noeud (par la surface qui lui est associée) à la constitution de la forme.

Aux noeuds principaux correspondent les surfaces "maîtres" de la forme. Ces surfaces sont déformées par les surfaces de proéminence associées à des noeuds adjacents aux noeuds principaux ; et qui sont elles-mêmes modelées par d'autres proéminences...

Enfin, les noeuds de rétrécissement complètent le tout par des connexions entre surfaces de poids plus fort (figure IV.25).

On a défini ici une interprétation à laquelle on ne pouvait pas accéder directement par l'axe-médian, mais qui correspond tout à fait à un type de structure que l'on pourrait également déduire du squelette de Wakayama [Wakayama 82].

Notre bas niveau d'interprétation est celui des noeuds du graphe. Il peut être déjà trop élevé si certains noeuds du graphe codent des composantes complexes de l'axe-médian, en particulier pour des objets filiformes (figure IV.26).

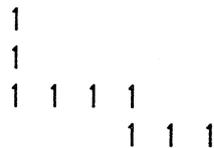


fig. IV. 26. Objet filiforme \Rightarrow un seul noeud de forme complexe

Les noeuds du graphe donnent une décomposition par recouvrement de la forme, dont on peut déduire une partition en partant des noeuds principaux pour ajouter petit à petit, en se laissant guider par le graphe, les contributions apportées par des noeuds de poids de plus en plus faible (figure IV.27).

Remarquons que la contribution en surface apportée par un noeud de points doubles stricts est nulle, et que tout noeud de maximums locaux apporte une contribution non nulle (sans quoi il serait complètement intégré dans un autre noeud).

Grâce à cette première classification, nous allons réaliser une interprétation de plus haut niveau, ne se limitant plus à une vision locale du graphe, mais nécessitant des parcours de celui-ci.

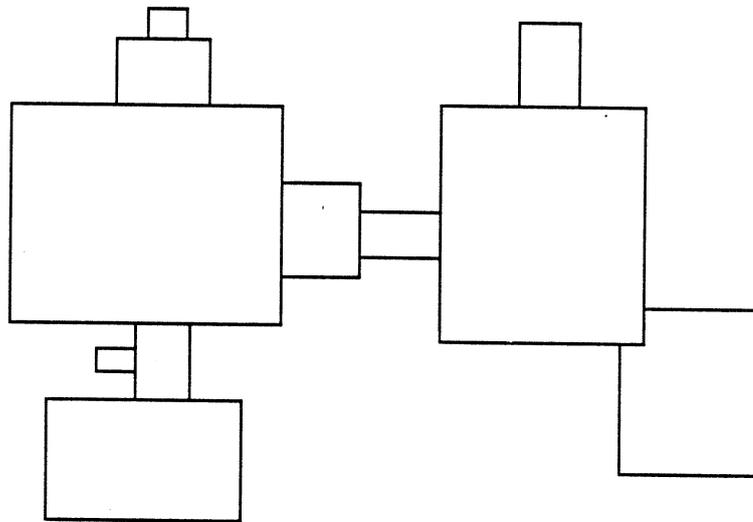


Fig. IV.27. Partitionnement d'un objet par reconstruction progressive.

Pour cela, on va établir une relation de dépendance entre noeuds, basée sur les propriétés suivantes :

- à partir de tout noeud de proéminence (large ou stricte), on peut suivre les arcs du graphe de manière univoque jusqu'à rencontrer un noeud de rétrécissement ou un noeud principal ; on est passé uniquement par des noeuds de proéminence large ;

- à partir de tout noeud de rétrécissement, il existe au moins deux chemins répondant aux mêmes caractéristiques que précédemment.

Ainsi tout noeud de proéminence dépend d'un unique noeud principal ou noeud de rétrécissement (c'est la surface principale, ou la surface de rétrécissement qu'il modèle). Et tout noeud de rétrécissement est attaché à des noeuds de rétrécissement ou principaux qu'il connecte (figure IV. 28).



Fig. IV.28. Relations de dépendance déduites de la figure IV.25.

Les manipulations de formes rendues possibles grâce à ces relations sont de deux types : filtrage et décomposition.

Puisque la réversibilité est assurée par le tableau TNOE, pour chaque sous-ensemble de noeuds sélectionnés, on pourra reconstruire l'objet associé, qui sera toujours inclus dans l'objet initial.

Filtrage

Le filtrage de formes est fréquemment abordé à partir de représentations par régions. Le critère de filtrage porte sur la taille des primitives à supprimer.

On trouve une telle approche dans la représentation par quadtree [Samet 80] puisque chaque niveau de l'arborescence fournit une approximation de la forme initiale (sous-chapitre II.4).

Une sélection identique peut être réalisée sur l'axe-médian ; avec une ligne médiane, on peut tenir compte de la morphologie de l'objet [Ho 86] [Cordella 86 b].

Avec la représentation par graphe de la ligne médiane, plusieurs types de filtrage peuvent être facilement réalisés.

Filtrage avec contrôle de la connexité (figure IV.29).

Une condition suffisante à la préservation de la connexité est de ne pas supprimer les noeuds qui définissent des surfaces de connexion, donc les noeuds qui sont sur des chemins issus de noeuds de rétrécissement. Pour les autres, qui sont issus de proéminences strictes, le poids des noeuds est croissant des proéminences strictes vers l'intérieur de la forme en se déplaçant suivant les arcs du graphe.

Remarquons que la condition ci-dessus n'est pas toujours nécessaire (figure IV.30).

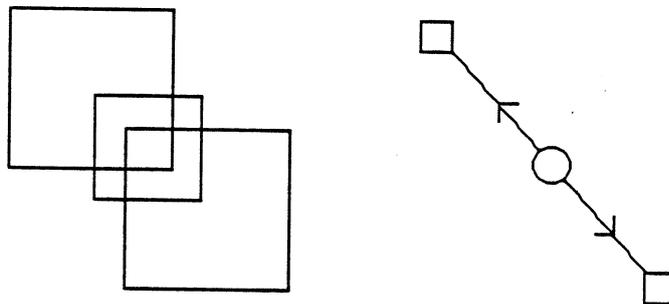


fig. IV. 30. Condition suffisante mais non nécessaire

(le noeud de rétrécissement peut être supprimé et l'objet reconstruit reste connexe)

On supprime les noeuds de poids inférieur à un seuil S donné avec la stratégie suivante :

- suppression des noeuds de proéminence de poids inférieur à S qui ne sont pas sur le chemin d'un noeud de rétrécissement vers les noeuds principaux ou rétrécissements que celui-ci connecte ;

- suppression itérative des noeuds principaux de poids inférieur à S (traités par ordre croissant des poids) : soit PN un tel noeud; on supprime également les noeuds de rétrécissement qui connectent PN à un seul autre noeud (rétrécissement ou principal).

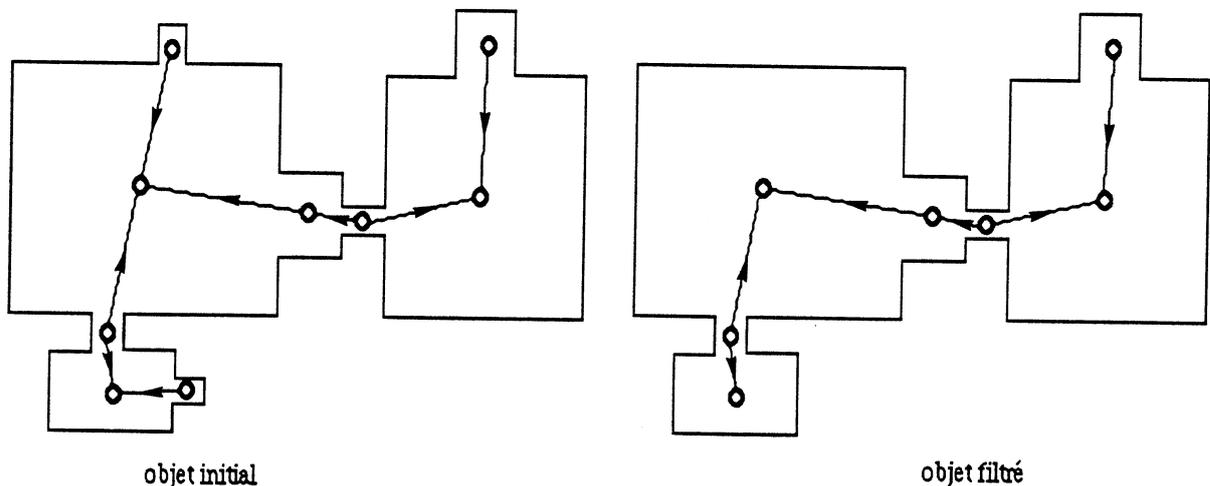


Fig. IV.29. Filtrage avec contrôle de la connexité.

Filtrage relatif (figure IV.31)

On ne supprime un noeud que s'il est peu significatif dans son contexte, à savoir si c'est une déformation minimale par rapport à la surface définie par le noeud (principal ou rétrécissement) dont il dépend.

Soit R le seuil relatif choisi :

. on supprime un noeud de proéminence PN si
poids PN / poids noeud dont dépend PN (rétrécissement ou principal) $\leq R$;

. pour un noeud de rétrécissement RN , le rôle donné par son poids doit être évalué en fonction de chacun des noeuds N_i (principaux et rétrécissements) qu'il connecte. Ce rôle est jugé peu significatif si tous les rapports (poids RN / poids N_i) sont inférieurs ou égaux à R .

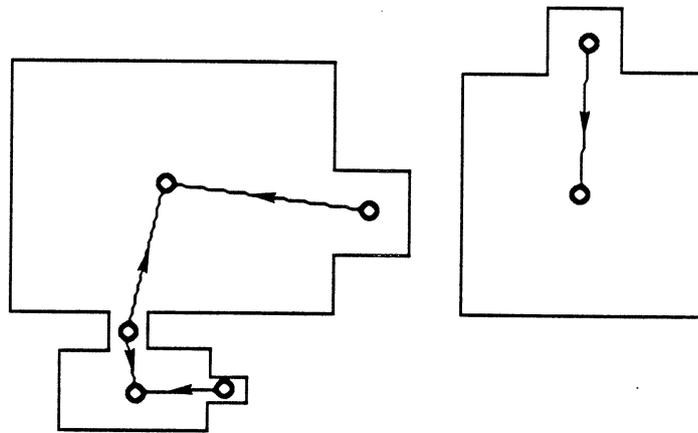


Fig. IV.31. Filtrage relatif à partir de l'objet initial de la figure IV.29.

Les filtrages connexes et relatifs peuvent être limités à la suppression de noeuds de proéminence, ou encore être associés l'un à l'autre.

Décomposition

Après avoir vu successivement la décomposition fournie par les points de l'axe-médian, puis celle apportée par les noeuds du graphe de la ligne médiane, sans oublier celle qui peut être déduite de l'image de la ligne médiane [Arcelli 84a], nous allons utiliser notre représentation pour définir des procédés de décomposition de haut niveau.

Ceux-ci vont également exploiter les relations établies entre noeuds du graphe :

proéminence → un principal ou rétrécissement

rétrécissement → plusieurs principaux ou rétrécissements.

Si l'on considère la relation inverse : à tout noeud principal ou rétrécissement sont attachés les noeuds de proéminence (large ou stricte) qui le déforment ; on associe à tout noeud principal ou rétrécissement (RP_x) un sous-graphe dont les autres noeuds sont des noeuds de proéminence (PN_i). Chacun de ceux-ci possède un seul arc sortant qui démarre un chemin unique aboutissant sur le noeud principal ou rétrécissement .

Les sous-graphes G_x engendrés par les sommets ($RP_x, (PN_i) i = 1..n_{RP_x}$) sont des arbres, dont tous les chemins convergent vers RP_x . Les feuilles (sommets pendants) de ces arbres sont des noeuds de proéminence stricte ou des noeuds de proéminence large adjacents à un noeud de rétrécissement.

En choisissant comme primitives de la décomposition les surfaces S_x associées aux sous-graphes G_x , on définit un procédé qui considère comme significatifs les rétrécissements d'une forme, comme on le trouve dans d'autres méthodes [Shapiro 80].

Notre décomposition aboutit donc à des surfaces principales et des surfaces de rétrécissement (figure IV.32). Ce procédé a été utilisé pour une application concrète (chapitre V). Il définit un recouvrement et non une partition de l'objet.

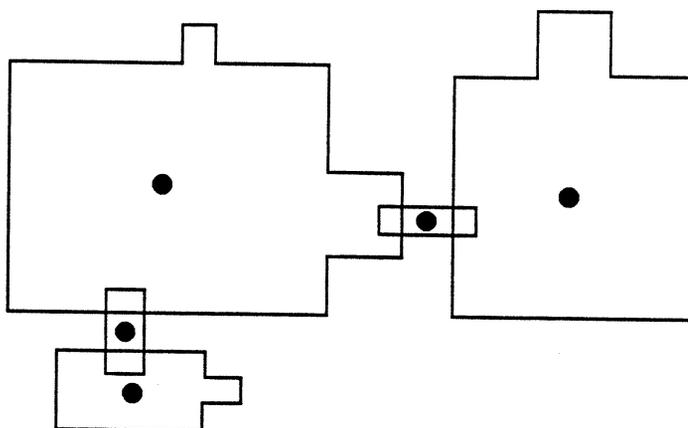


Fig. IV.32. Résultat du procédé de décomposition appliqué à l'objet initial de la figure IV.29.

La partition déduite par opérations booléennes peut ne pas être toujours satisfaisante, puisque certaines primitives se trouvent pénalisées (figure V. 15.b).

Le seul moyen d'y remédier consisterait à ne pas reconstruire les primitives à partir des sous-graphes, mais à utiliser des procédés de propagation de distance à partir des noeuds principaux et rétrécissements, suivant des principes analogues à la définition de polygones de Voronoï dans l'espace discret (figure IV.33). On peut également initialiser cette propagation seulement à partir des noeuds principaux (figure IV.34).

On risque de définir des primitives de taille aberrante par rapport à leur rôle réel (par exemple pour un petit rétrécissement) (figure IV. 33).

On pourrait envisager de limiter les surfaces d'action de cette propagation à celle des sous-graphes de la décomposition.

On peut également démarrer la propagation à partir des noeuds principaux "prédilatés", lorsque cela est possible, de manière à localiser correctement les frontières du partitionnement [Arcelli 84.b] (figure IV.35).

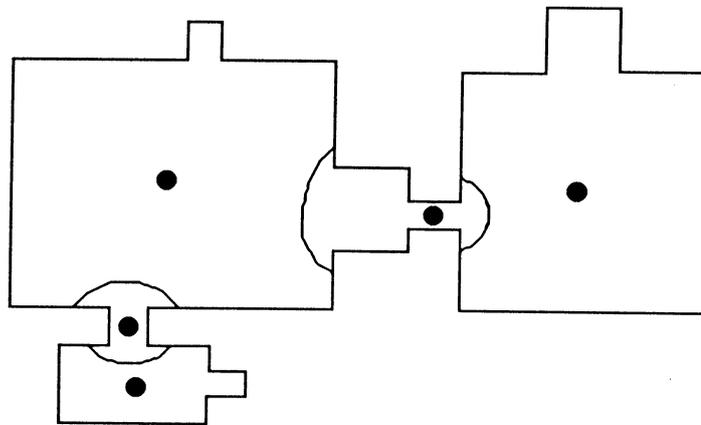


Fig. IV.33. Exemple de partitionnement par propagation à partir des noeuds principaux et rétrécissement de l'objet initial de la figure IV.29.

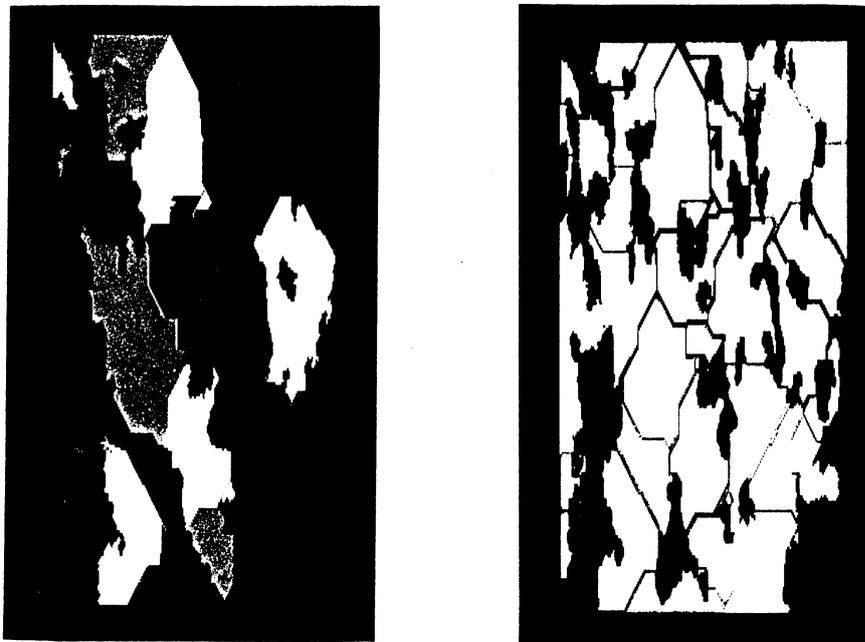


Fig. IV.34. Exemple de partitionnement par propagation, avec la distance d_g , à partir des noeuds principaux sur une image de fonds sous-marins (voir chapitre V).

Notre mécanisme de décomposition associe à chaque noeud principal ou rétrécissement un sous-graphe puis une primitive de décomposition. On peut le compléter de manière à regrouper certains sous-graphes.

Par exemple en attribuant chaque sous-graphe de rétrécissement à l'un des sous-graphes qu'il connecte.

Une possibilité intéressante consiste à regrouper en un seul sous-graphe tout sous-graphe de rétrécissement avec les sous-graphes qu'il connecte si l'importance du rétrécissement est jugée peu significative par rapport à ceux-ci : le poids du noeud de rétrécissement est proche de celui des noeuds qu'il connecte (on introduit un seuil relatif) (figure IV.36).

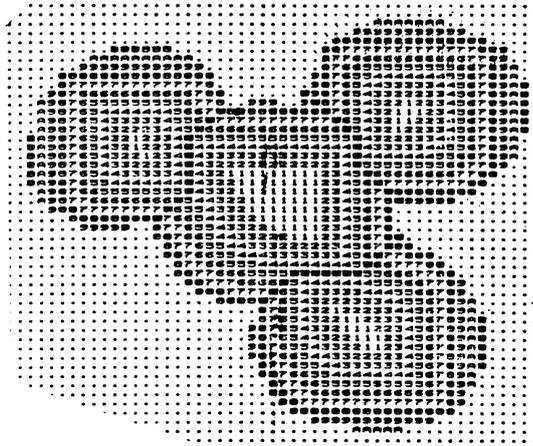


Fig. IV.35. Partitionnement par propagation à partir d'un seuillage de l'image des courbes de niveau (extrait de [Arcelli 84 b]).

Pour toutes ces méthodes de décomposition, le graphe de la ligne médiane nous fournit aisément les relations de voisinage entre les entités. Elles sont apportées par les noeuds de rétrécissement en fonction des chemins qui les ont pour origine.

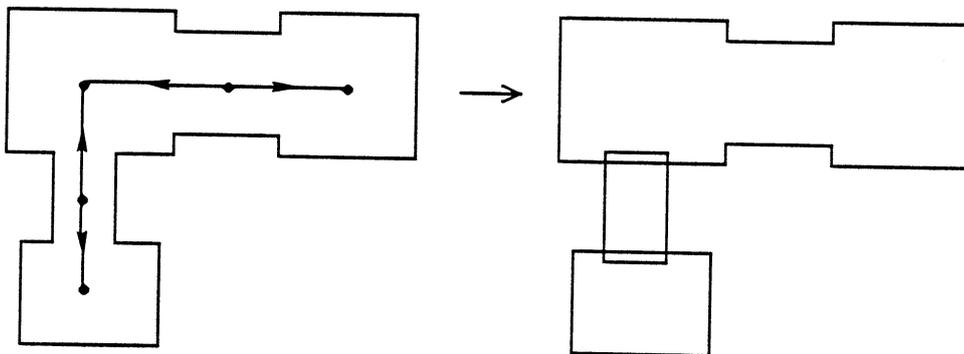


Fig. IV.36. Décomposition à partir du graphe de la ligne médiane en introduisant un seuil relatif sur la taille des rétrécissements par rapport aux sommets qu'ils connectent.

Si l'on base la décomposition sur l'attribution d'une primitive à chaque noeud principal, on obtient alors les possibilités de passage entre ces différentes primitives sous la forme d'un graphe non orienté que nous appellerons **graphe de passage** (figure IV.37) (cette structure a été utilisée pour l'application décrite au chapitre V).

Il est possible qu'un rétrécissement autorise le passage d'une primitive à elle-même, introduisant une boucle dans le graphe de passage. De même des arêtes multiples sont le résultat de l'existence de plusieurs surfaces de connexion entre deux primitives.

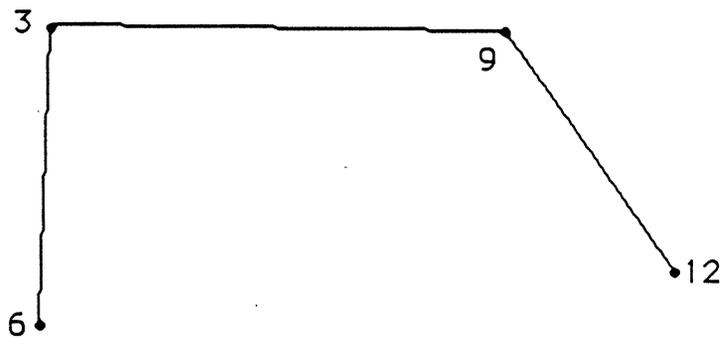


Fig. IV. 37. Graphe de passage de la figure IV.25.

IV. 4. Implémentation

Toute la programmation a été réalisée sur du matériel Apollo, avec une configuration en réseaux comportant entre autres deux postes de travail graphiques.

Ces machines, bâties autour de microprocesseurs 32 bits (Motorola 68020), possèdent une mémoire centrale de 2 méga - octets, une mémoire graphique de 2 méga - octets et un disque dur de 170 méga - octets.

Leur vitesse d'exécution est évaluée à 1,5 Mips. Les programmes sont écrits en Pascal.

Nous avons traité des images de 256 X 256 points.

Ligne médiane

L'algorithme de reconnaissance de la ligne médiane est exposé en annexe 5. Après construction des courbes de niveau par 2 balayages de l'image, un seul parcours est nécessaire pour caractériser les points de la ligne médiane ; tout point d'initialisation entraîne la génération immédiate d'un chemin de connexion discret.

L'exécution nécessite de 3 à 4 secondes.

Graphe de la ligne médiane

L'algorithme de construction du graphe de la ligne médiane est exposé en annexe 6.

Deux parcours de l'image sont nécessaires et le traitement en chaque point est assez coûteux, de par les configurations particulières que l'on doit détecter.

Le graphe est construit au fur et à mesure du déroulement du processus ; nous utilisons des procédés de gestion dynamique de mémoire.

Le temps d'exécution varie de 20 à 60 secondes. Typiquement, un tel graphe est formé de 100 à 400 noeuds et de 150 à 450 arcs. Un noeud code de 1 à 10 points.

Pour construire le graphe, nous sommes passés par l'intermédiaire de l'image de la ligne médiane ; on pourrait adapter l'algorithme pour travailler directement sur l'image des courbes de niveau.

Nous avons vu que le graphe est stocké dans les trois tableaux TNOE, TARC et MAD.

TNOE, qui contient les caractéristiques des noeuds du graphe, est utilisé dans les procédés d'interprétation, et chaque fois que l'on désire une reconstruction (après filtrage, décomposition...).

TARC permet de reconstruire les chemins discrets non redondants de la ligne médiane.

Pour les procédés développés jusqu'à présent, nous n'avons utilisé cette information que pour définir la trace du graphe de passage relatif à une décomposition (chapitre V, fig. V.19), mais elle n'a pas servi pour la compréhension de la forme.

Pour la plupart des applications, le tableau TARC pourra donc être supprimé.

Les temps de construction du graphe sont alors de l'ordre de 10 à 30 secondes.

De par la structure même du graphe de la ligne médiane (arbres associés aux noeuds principaux et rétrécissement), la matrice d'adjacence MAD est très creuse.

La place de stockage serait réduite par l'utilisation de listes d'adjacence.

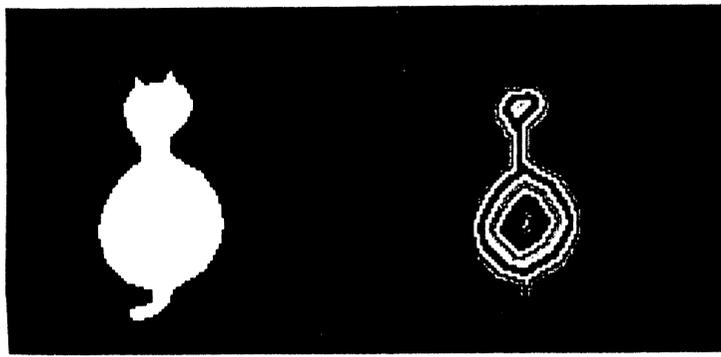
Dans le cas où les caractéristiques des arcs sont délaissées, un codage économique et de consultation rapide consiste à représenter MAD par une matrice binaire.

Traitement du graphe

Pour les procédés d'interprétation du graphe de la ligne médiane, qui sont basés sur des petits parcours du graphe pour établir des associations entre noeuds (proéminences vers principaux, intégrant des critères de taille relative ...), les algorithmes associés ont été implémentés et testés.

Ils sont proposés à l'utilisateur sous forme d'un menu, après que le graphe de la ligne médiane ait été calculé sur l'image à traiter et que les sommets du graphe aient été caractérisés.

On peut ainsi appliquer un filtrage avec contrôle de la connexité, un filtrage relatif par rapport au contexte, une reconstruction progressive, une décomposition à partir des noeuds principaux.... On trouvera en figures IV. 38 et 39 différentes planches illustrant ces méthodes.

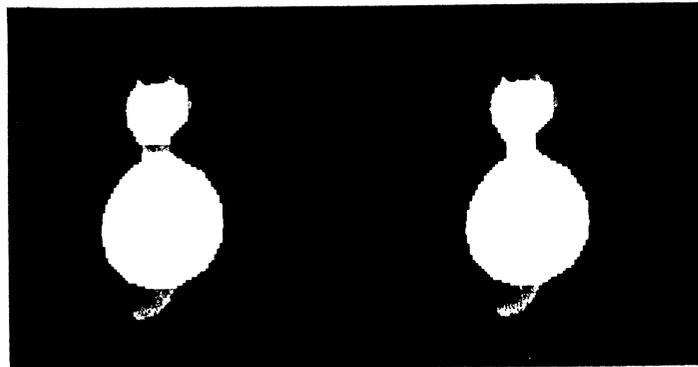


forme initiale

courbes de niveau

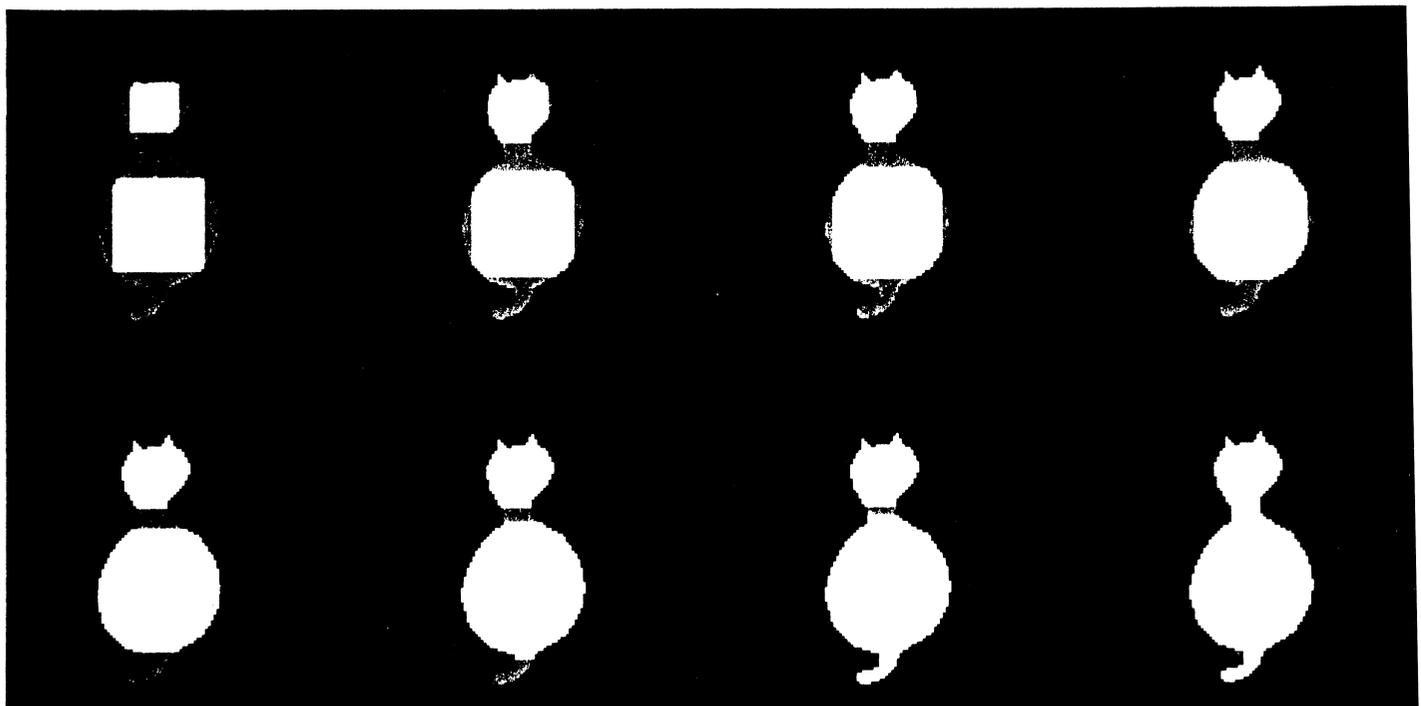


ligne médiane



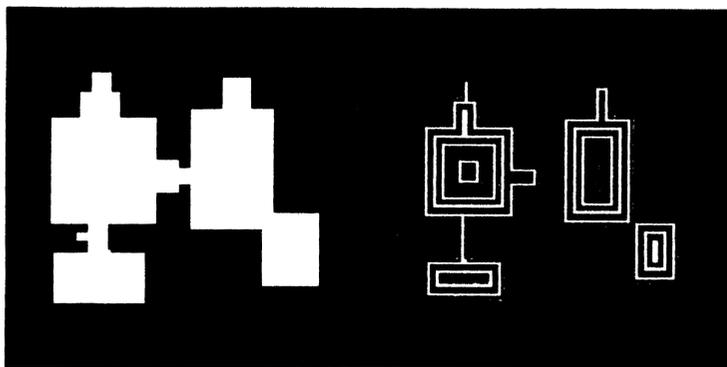
Filtrage sur l'axe médian (suppression des noeuds de poids < 5)

Filtrage pour le même seuil avec contrôle de la connexité sur le graphe de la ligne médiane



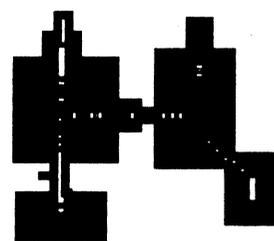
Reconstruction progressive à partir des noeuds principaux et ajouts successifs des proéminences, puis des rétrécissements

Fig. IV. 38. Manipulations d'objets à partir de leur graphe de la ligne médiane.

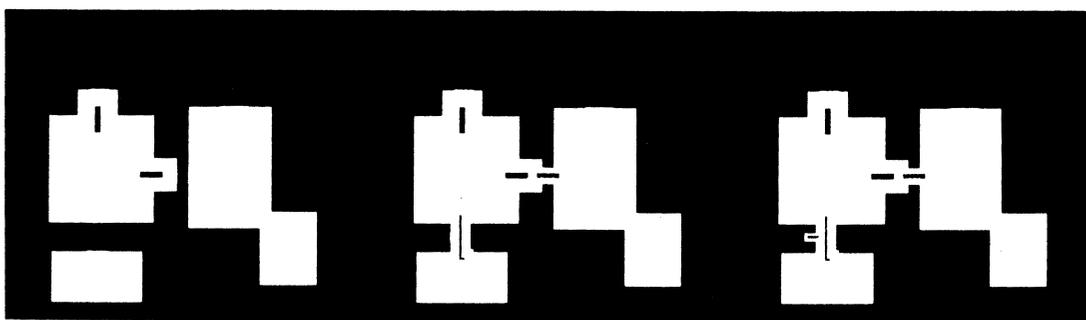


forme initiale

courbes de niveau



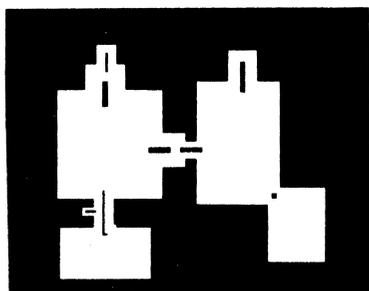
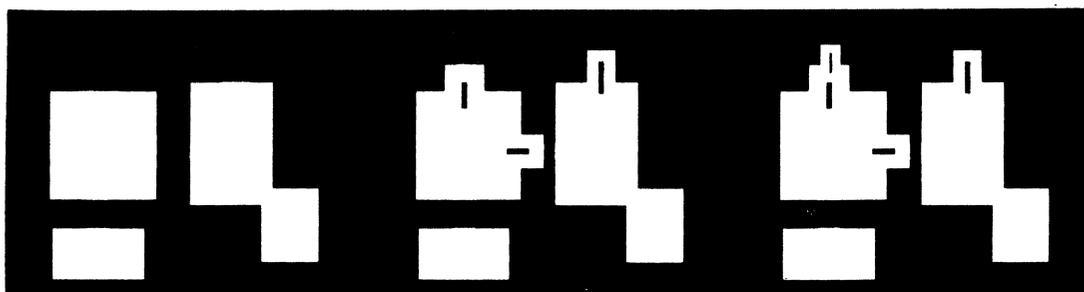
ligne médiane



Filtrage sur l'axe médian
(suppression des sommets
de poids < 5)

Même filtrage mais avec
contrôle de la connexité
sur le graphe de la ligne
médiane

Filtrage relatif
(rapport de 3)



Reconstruction progressive
(idem Fig. IV. 37)

Sur ces figures, on a superposé les points des sommets retenus sur le graphe de la ligne médiane .

Fig. IV. 39. Manipulations d'objets à partir de leur graphe de la ligne médiane.

Les objets finaux sont reconstruits à partir de l'image de l'axe médian générée par les noeuds sélectionnés.

Dans le cas d'un procédé de décomposition, il faut donc appeler le sous-programme de reconstruction autant de fois qu'il y a de primitives. Chacune d'elles nécessite 2 balayages de l'image (voir annexe 3) ce qui devient assez rapidement coûteux en temps d'exécution : il faut compter 10 minutes pour 50 primitives (temps évalué dans l'application du chapitre V).

Un tel algorithme séquentiel de reconstruction mériterait certainement de connaître une implantation matérielle.

IV. 5. Conclusion

La méthode proposée pour représenter des objets discrets, en construisant une structure très hiérarchisée sur l'axe médian, s'est révélée posséder un fort pouvoir de description, comparable à celui évoqué pour les squelettes continus [Blum 64].

Elle utilise un recouvrement de la forme par les boules discrètes de la distance d_g , qui sont des carrés. On ne s'attendra donc pas à ce que la transformation soit invariante par rotation ; tout au plus retrouvera-t-on l'allure générale de la ligne médiane.

Nous avons étudié plusieurs possibilités offertes par le graphe de la ligne médiane pour manipuler une forme (filtrage, décomposition ...).

Afin de les exploiter au mieux, nous développons actuellement un environnement qui permet de sélectionner des noeuds ou de produire des associations suivant de nombreux critères (classe du noeud, poids, caractéristiques des chemins qu'il génère ou dont il est issu).

L'utilisateur donne des directives par l'intermédiaire de menus offrant un choix de traitements en fonction des traitements antérieurs. Le système interprète ensuite ces requêtes par une séquence d'actions à entreprendre sur le graphe et sélectionne les actions pertinentes compte tenu de ce qui a déjà été réalisé. Le tout est programmé en Common Lisp.

On peut affiner (sélections successives), combiner (complémentation, union, intersection) et mémoriser des requêtes. Ce système, qui est maintenant en cours d'achèvement, nous a permis de valider des procédés de manipulation, et nous laisse découvrir bien d'autres possibilités de traitement de formes par l'intermédiaire du graphe de la ligne médiane.

La description par composantes principales, proéminences ou rétrécissements fournie par le graphe de la ligne médiane correspond à une "vision morphologique" des objets, et peut s'adapter à de nombreux problèmes.

Par exemple, pour le problème spécifique évoqué dans [Ramstein 87], où l'on doit détecter les structures maîtres d'une image binaire et les connexions qui les relie, le calcul du graphe de la ligne médiane suivi du calcul du graphe de passage entre noeuds principaux aurait aisément donné la structure à analyser (fig.IV.40) ; alors qu'un procédé plus coûteux d'érosions et de dilations successives a été employé.

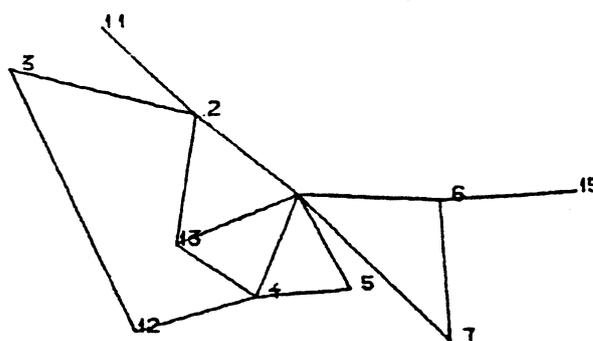


Fig. IV.40. Extraction de relations d'adjacence entre "surfaces principales" sur une sous-image de l'image binaire initiale (extrait de [Ramstein 87]).

CHAPITRE V

APPLICATION A UN PROBLEME DE TRAJECTOGRAPHIE

Ce chapitre traite d'une étude, réalisée pour la société GEMONOD (Centre de Toulon de l'Ifremer. 83507 LA SEYNE SUR MER), et intitulée "réalisation d'un algorithme de trajectographie d'un engin de ramassage de nodules".

Nous situerons dans les deux premiers sous-chapitres le problème posé, avant de traiter dans les deux derniers des méthodes mises en oeuvre.

V.1 Situation du problème

Des nodules polymétalliques sont présents dans certains fonds sous-marins. Ces nodules sont des conglomérats de la taille du poing, contenant divers minerais. Ils reposent sur des couches sédimentaires très meubles.

L'intérêt de leur ramassage réside dans l'exploitation des minerais qu'ils contiennent ; ils représentent des réserves considérables.

Cependant une telle entreprise est extrêmement coûteuse. Elle représenterait un investissement de 7 milliards de francs, répartis également entre le ramassage, le transport et le traitement.

Après une hausse sensible, les cours des métaux ont chuté dans les années 1970 et restent bas depuis.

Dans ces conditions, le recours à des technologies nouvelles ne peut se justifier que si elles sont compétitives par rapport aux technologies plus anciennes.

Un argument primordial est également l'acquisition, pour les pays dépourvus de ressources naturelles, d'une indépendance stratégique et d'une balance financière extérieure favorable.

Pour la France, une exploitation de 1,5 millions de tonnes de nodules par an serait voisine de la rentabilité, et correspondrait à 100 % de la consommation en manganèse, 40% de celle en nickel, 20% de celle en cuivre et 400% de celle en cobalt.

A ces justifications économiques, qui s'ajoutent à l'éventualité d'une nouvelle flambée des cours, doit être intégré le fait que le développement d'un système de ramassage opérationnel nécessite plusieurs années.

De nombreux pays investissent dans ce cadre de recherches, on peut citer la République Fédérale Allemande, les Etats-Unis, et plus particulièrement le Japon. Celui-ci est en effet très vulnérable en termes d'indépendance en matières premières, ce qui explique un important programme de recherche débuté il y a cinq ans.

Pour ce qui est de la France, la société GEMONOD a été créée en 1984, en tant que filiale des groupes IFREMER, CEA et TECHNICATOME.

La première partie de sa mission consistait à établir pour 1988, un dossier technico-économique sur les méthodes d'exploitation des nodules [Le Gouellec 86].

Elle devrait être complétée par la réalisation d'un système pilote. Une telle réalisation est très coûteuse ; en effet, le budget a été estimé à 500 millions de francs.

Il semble alors raisonnable de coopérer avec d'autres pays pour développer ce système pilote ; la France pourrait s'occuper de la partie sous-marine du système, pour laquelle ses recherches sont très avancées.

La définition de tels systèmes suppose une bonne connaissance de l'environnement à traiter, et suppose aussi que les problèmes d'appropriation des zones d'exploitation soient réglés.

Des régions riches en nodules ont été mises en évidence dans le Pacifique Nord, à l'ouest de la Californie, entre les fractures de Clarion et de Clipperton [Hein 78]. (figure V. 1).

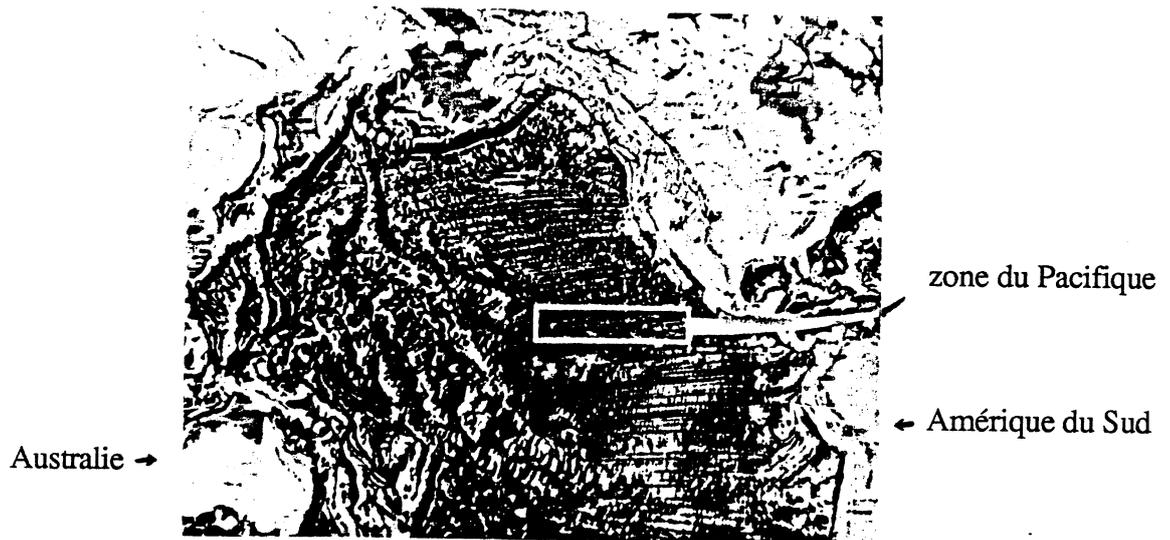


Fig.V.1. Localisation de zones riches en nodules polymétalliques.

Elles sont situées dans des eaux internationales. Aussi, la France a entrepris les démarches nécessaires pour obtenir un permis international, reconnu par les consortiums internationaux et homologué par la commission préparatoire de la convention du droit de la mer.

On espère ainsi disposer d'ici quelques années d'une zone de 150 000 kilomètres carrés, particulièrement riche et au relief assez peu tourmenté. Cette zone serait rendue au fur et à mesure de son exploitation ; il est estimé qu'elle assurerait notre indépendance pour une durée de 50 à 100 ans.

Tout ceci motive la France à être opérationnelle dans quelques années pour collecter les nodules.

Cette recherche est menée sur deux fronts. D'une part pour aboutir à un système de ramassage cohérent, d'autre part pour définir une stratégie d'exploration intégrant les caractéristiques de ce système.

Ces deux aspects sont basés sur notre connaissance des sites d'exploration.

Sites miniers

Des connaissances précises sur les sites sont le fait de la science géologique complétée de campagnes d'exploration.

A l'Ifremer, ces dernières ont débuté en 1970.

En 1975, les relevés sonar à partir d'un bateau de surface (figure V.2) fournissent un premier aperçu du relief sous-marin.

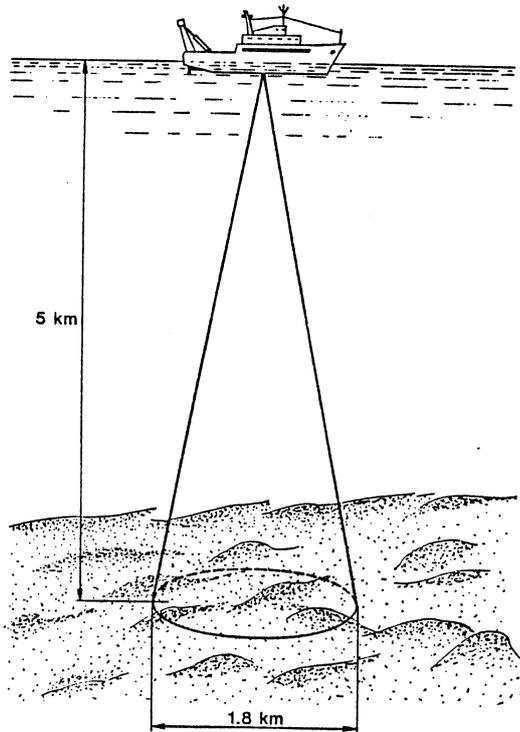


Fig.V.2. Relevés Sonar (Ifremer 1970).

En 1977, le navire de recherche français "Jean Charcot" du CNEXO est équipé d'un sondeur multifaisceaux SEA BEAM.

Il permet de mesurer simultanément 15 profondeurs, avec une précision de plus ou moins deux mètres, sur un axe perpendiculaire à celui du navire et sur une largeur égale aux trois-quarts de la profondeur d'eau (figure V.3). Les isobathes associées sont tracées en temps réel.

Grâce au développement de l'acoustique sous-marine, le système sonar SAR (Sonar Acoustique Remorqué) a pu être conçu par l'Ifremer (et réalisé par les sociétés ECA et Thomson-CSF).

Descendu en profondeur et relié à un bateau de surface (figure V.4), il a permis d'augmenter encore la précision des relevés, en particulier pour ce qui est des microreliefs. Pour preuve de son efficacité, l'épave du Titanic, jusqu'à présent jamais repérée, a pu être localisée.

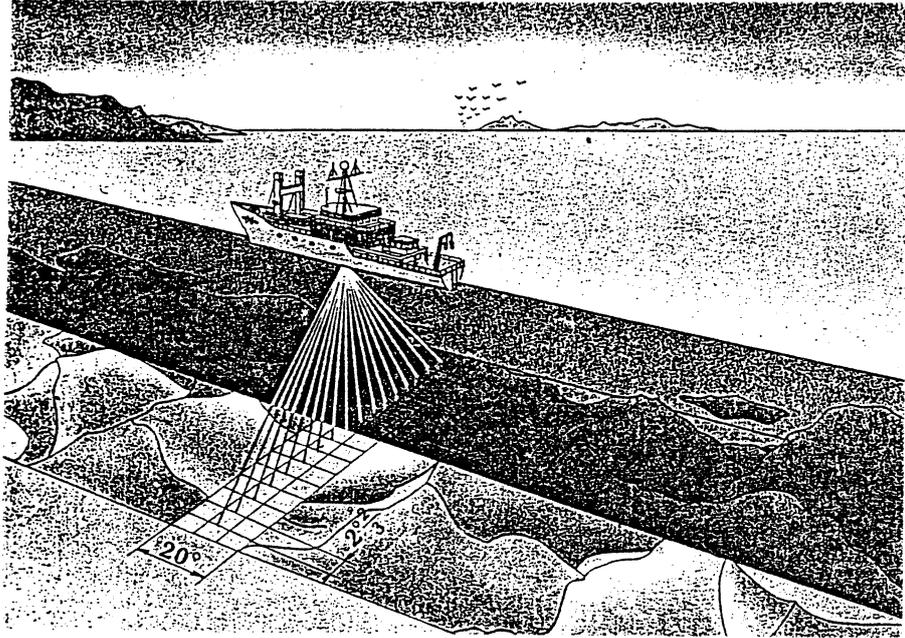


Fig.V.3. Sondeur multifaisceaux SEA BEAM.

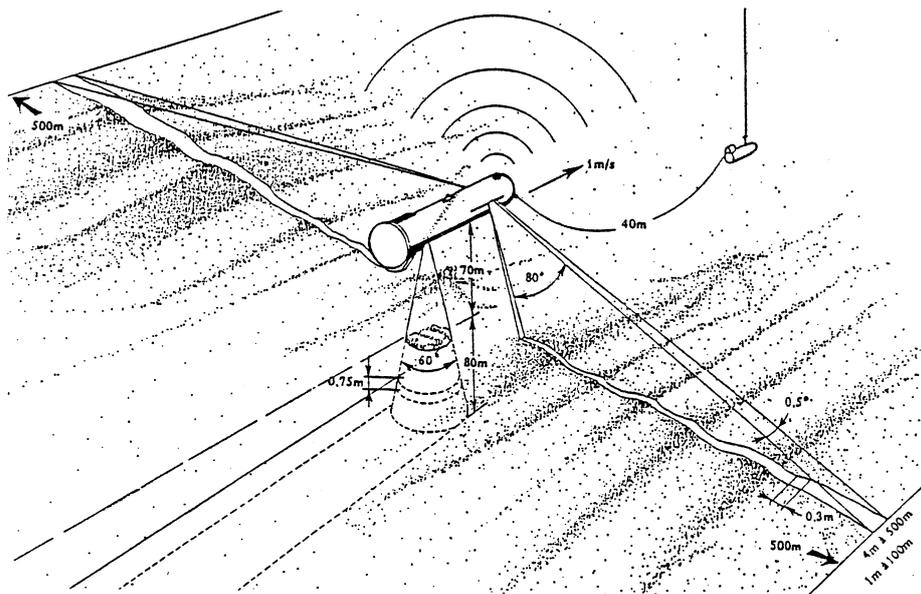


Fig.V.4. Système sonar SAR.

Parallèlement, d'autres matériels sont développés, fournissant des renseignements très locaux. Ce sont des submersibles (Raie II en 1979, Epaulard en 1980, Nautille en 1985) capables de prendre des photos, de réaliser des relevés bathymétriques, ou de collecter quelques échantillons.

L'Epaulard (fig. V.5) et le Nautille ont des profondeurs d'action de 6000 m., rendant ainsi accessible 97% de la surface océanique.

Le Nautil est de plus habitable, permettant à trois hommes abrités d'effectuer de nombreuses manoeuvres.

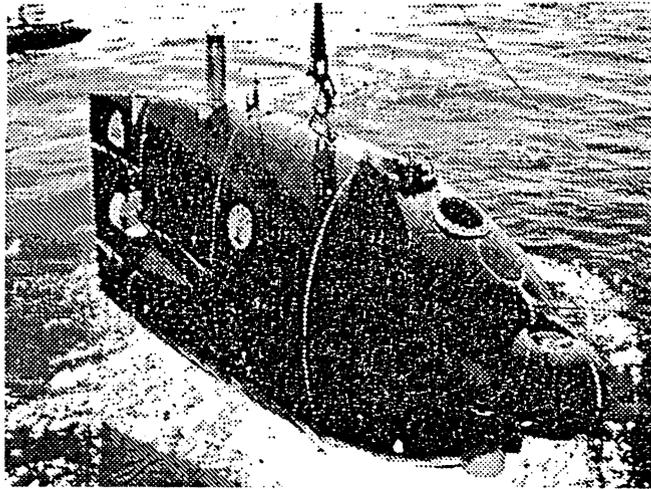


Fig.V.5. Le submersible Epaulard.

Grâce à ces multiples activités, il est à noter que la France est à l'heure actuelle le pays possédant la meilleure connaissance de ces zones sous-marines.

On sait ainsi que le fond est constitué d'une "vase" épaisse, sur laquelle repose une couche sensiblement uniforme de nodules (figure V.6). La concentration est d'environ 10kg/m^2 , sauf sur les zones de trop forte pente.

Les profondeurs à atteindre sont de l'ordre de 4 900 m à 5 300 m.



Fig.V.6. Nodules reposant sur le fond sous-marin.

A partir des relevés Raie, Epaulard, Sea Beam et Sar, on a pu construire des simulations de pente et de concentration. Elles sont le résultat d'un travail du centre de Géostatistique de l'Ecole des Mines de Fontainebleau, consistant à extrapoler les lignes de relevés réels à toute une zone [Chautru 87].

Le relief ainsi obtenu ressemble à celui des vieux massifs montagneux, on retrouve en particulier une analogie avec certaines régions du Jura (lignes de crêtes parallèles ...).

Les cartes sont représentées par des images discrètes, intégrant en chaque point l'information d'un rectangle de 50 mètres d'Est en Ouest et de 100 mètres du Nord au Sud.

Deux sortes de cartes sont construites ; une carte des concentrations et une carte des maximums de pente.

Nous verrons que ces deux informations doivent être utilisées par le système de ramassage.

Précisons également que les cartes fournies à ce jour représentent des zones de 10 km par 20 km, qui sont donc codées par des images de 100×100 points. Toutes les cartes présentées en illustration concernent des surfaces de $10 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ (parfois avec des échelles différentes).

Système de ramassage

Tous les pays concernés par cette exploitation ont adopté un système de ramassage composé de trois éléments principaux (figure V.7) :

- un bateau minier qui constituera la structure de surface ;
- un engin de fond, collecteur de nodules, qui se déplacera sur le fond sous-marin ;
- une liaison entre cet engin et le bateau minier, qui devra assurer la remontée des nodules.

La connaissance précise des sites à traiter permet de spécifier chacun de ces constituants de manière à l'adapter à son environnement.

Le premier ordre de grandeur à prendre en compte concerne les possibilités de collecte du robot sous-marin. Il est raisonnable d'estimer la largeur d'une trace à 15 m.

Aussi, tout le système devra posséder des moyens de positionnement précis.

Le bateau minier sera un navire à positionnement dynamique réalisé à partir de relevés satellites. La précision atteinte est actuellement de quelques centaines de mètres. Une précision de 100 m sera possible d'ici cinq ans grâce au lancement de satellites supplémentaires assurant également la couverture de toute la surface terrestre.

La position de l'engin de fond est contrôlée de manière relative par rapport à des balises sonar prélaguées. On obtient une précision de un mètre.

Le système de ramassage peut être envisagé de deux manières.

Soit le bateau minier se contente de suivre la trajectoire de l'engin de fond. Celui-ci est alors un engin autopropulsé, pourvu d'un système de motorisation doté de chenilles.

Il possède une certaine autonomie, lui permettant de dévier localement de la trajectoire sans affecter celle du bateau minier (figure V.8) et lui assurant une assez forte manoeuvrabilité.

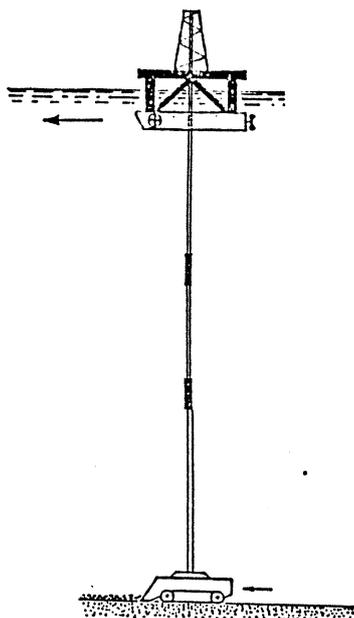


Fig.V.7. Système de ramassage.

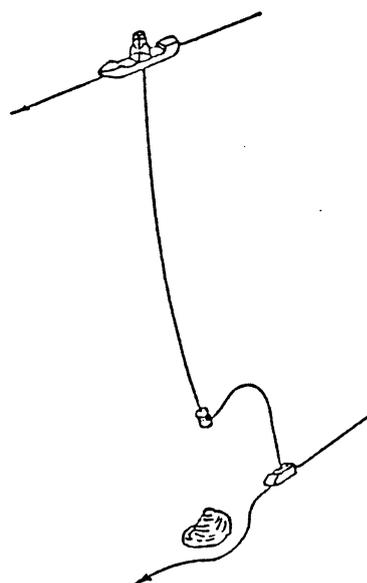


Fig.V.8. Déviation locale de l'engin de fond.

Soit le bateau minier sert à tracter l'engin de fond par l'intermédiaire d'un câble ; il peut alors être plus léger (ceci est intéressant de par la consistance des sédiments), mais pose des problèmes de contrôle de la trajectoire.

En effet, le temps de réponse aux changements de direction va être élevé, et va nécessiter la mise en place de dérives sur l'engin pour contrôler les déviations intempestives. De plus, il va certainement se poser un problème de stabilité de la trajectoire en termes d'oscillations autour d'une position d'équilibre, dû aux frottements sur le fond et la traction du flexible. Ce dernier sera également soumis à de plus fortes contraintes.

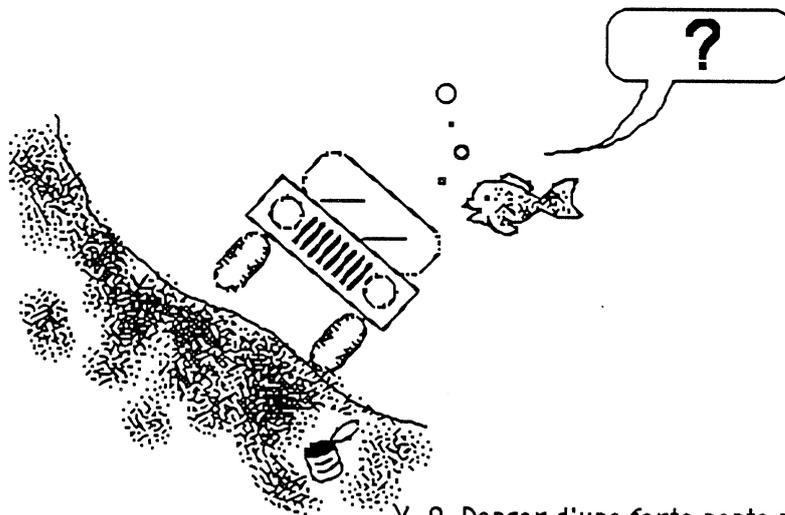
Aussi, le choix s'est porté pour l'instant sur le premier type de système.

La liaison comprend alors un tampon de stockage, servant d'intermédiaire entre le robot, et le bateau minier. La remontée des nodules dans le flexible se fait à l'aide de stations de pompage et d'injecteurs d'air.

Une étude complète de ce type de liaison a été réalisée, de manière à quantifier les contraintes subies lors des manoeuvres [Charles 86].

Les cartes bathymétriques permettent de calculer la longueur de la liaison. Cette donnée est en fait peu contraignante, puisque l'on a estimé à cinq le nombre de manoeuvres de réglage par année d'exploitation [Morel 86].

Par contre, les cartes de pente vont être primordiales pour le robot. En effet, celui-ci repose sur le fond et ne peut se déplacer sans risque sur de trop fortes pentes (grands risques de déviation et de basculement) (figure V.9).



V. 9. Danger d'une forte pente pour l'engin de fond

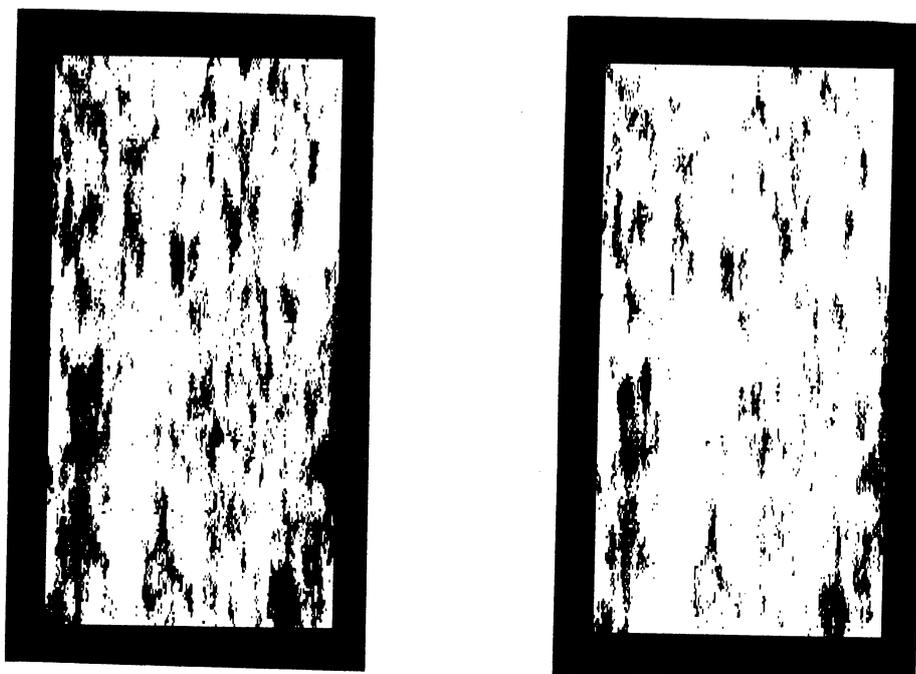
Pour l'engin autopropulsé, on va ainsi se limiter à des pentes inférieures à 12% ; pour l'engin tracté, qui dévie moins de par sa légèreté, ce seuil pourrait être plus élevé (18%) (figure V.10).

Les traits principaux du système de ramassage étant maintenant fixés, il reste à définir pour celui-ci la meilleure stratégie de ramassage possible.

V.2. Objectifs

La société GEMONOD nous a demandé de mettre au point des algorithmes de définition de trajectoires du système de ramassage.

Ceci est à réaliser en tenant compte de l'information topographique et des spécificités du système de ramassage [Charles 87] [Montanvert 87 d] (figure V.11).



a)

b)

Fig.V.10. Cartes binaires après seuillage de la pente

(blanc : \leq seuil ; noir \geq seuil) (10 km \times 20 km)

a) seuil = 12 %

b) seuil = 18 %

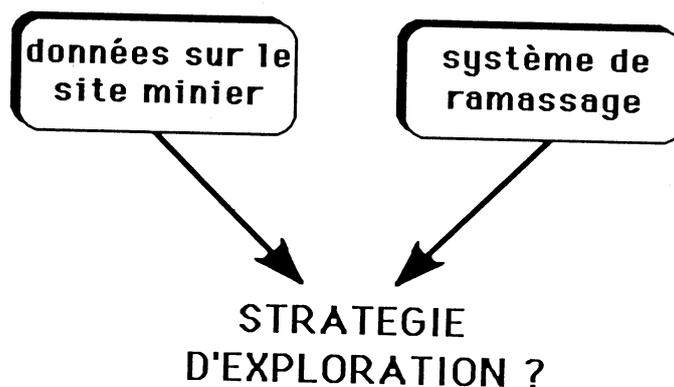


Fig.V.11. Données et objectifs.

Nous regroupons ci-dessous des données relatives au système de ramassage :

- l'engin de fond se déplace en moyenne de 0,5 à 0,75m/s sur des pentes inférieures à 10%;
- tout le système doit ralentir en cas de manoeuvre délicate ; en particulier les temps de demi-tour sont évalués entre 300 secondes et 1000 secondes ;

- la remontée de l'engin de fond est très coûteuse en temps et ne devient rentable que pour des trajets supérieurs à 20 km (car le bateau minier peut alors se déplacer à 40 km/h) ; sur les cartes traitées, elle est donc proscrite.

Le débit de ramassage optimal que le système peut atteindre est de 700 tonnes/heure.

Pour une carte de 10 km × 20 km, le temps de ramassage est alors estimé à 6 mois.

Le bateau minier peut a priori se déplacer n'importe où, alors que l'engin de fond est limité par la pente du terrain sur lequel il se déplace. Ce sont donc les possibilités de l'engin de fond qu'il faut prendre en compte pour déterminer la trajectoire du système complet (figure V.12).

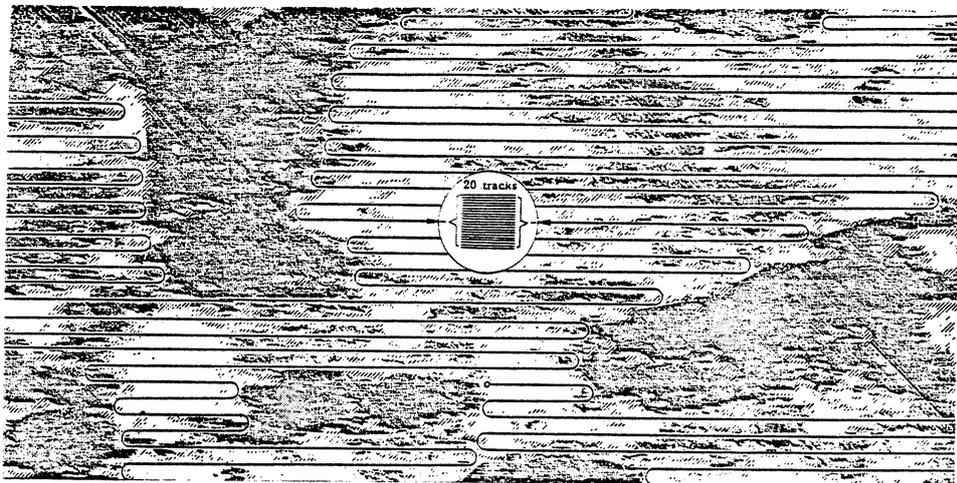


Fig.V.12. Définir une trajectoire?

La donnée de départ est alors la carte des maximums de pente. Sur cette carte, il faut reconnaître les zones utilisables par l'engin de fond, ce qui nous amène à un partitionnement de l'image en zone explorable / zone non explorable.

La zone explorable représentée par cette image binaire est alors le nouveau point de départ.

Il faut définir une stratégie pour parcourir cette surface explorable de manière systématique.

Nous verrons les méthodes mises en oeuvre dans le paragraphe suivant.

Des résultats relatifs à la définition des trajectoires du bateau minier et de l'engin de fond, ainsi que la visualisation complète de ces trajectoires sur les cartes de travail sont fournis à la société GEMONOD.

Cependant, ces simulations ne peuvent constituer à elles seules un élément suffisant à leur interprétation.

Il est en effet nécessaire de pouvoir comparer entre elles diverses stratégies de ramassage. Cette évaluation est réalisée par l'intermédiaire d'une phase de paramétrisation.

En fonction des données relatives au système de ramassage, au site minier, et à la trajectoire définie, des paramètres tels que la surface ramassée, le temps passé seront calculés.

Des critères d'efficacité et de rentabilité définis sur ces paramètres permettront alors de comparer plusieurs trajectoires relatives à un même site minier.

Précisons qu'il est estimé que le ramassage de 50% des nodules présents est déjà une performance très correcte et rentable pour une exploitation.

V.3. Méthodes

La compilation de toutes ces données nous a permis de décomposer le problème en trois sous-problèmes traités séquentiellement (fig. V.13) [Montanvert 86 a].

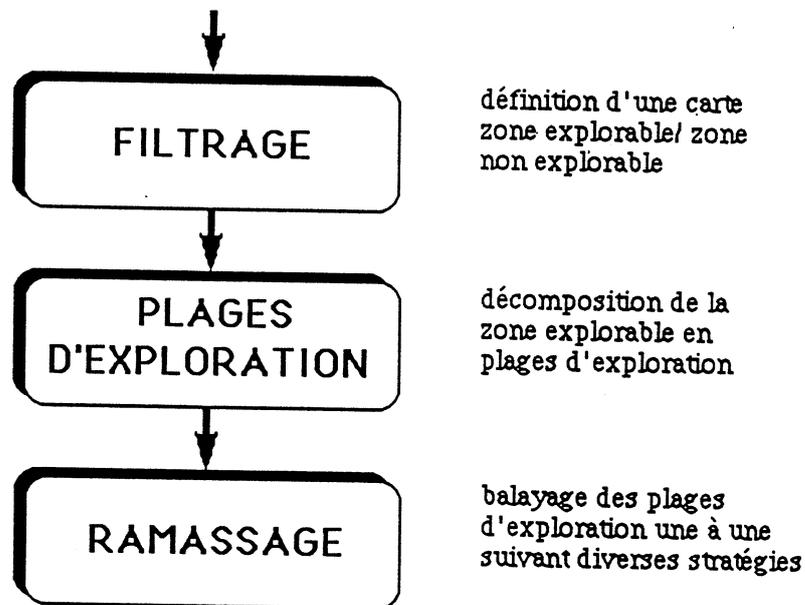


Fig.V.13. Décomposition du problème.

La première étape, déjà évoquée, permet de passer de l'image des maximums de pente à l'image zone explorable / zone non explorable.

Cette image complexe nécessite alors une certaine interprétation.

Au vu des contraintes précédemment exposées, une approche logique consiste à la décomposer en sous-structures, jusqu'à aboutir à des éléments simples à explorer [Montanvert 87 c] [Montanvert 87 d]. Une première décomposition fait l'objet de la deuxième grande étape du traitement. Elle fait appel à la représentation par graphe de la ligne médiane.

Au terme de cette étape, des plages d'exploration sont définies.

Dans la troisième étape, ces plages d'exploration sont traitées une à une pour y définir la trajectoire. Nous verrons que deux stratégies ont été mises au point. L'une d'elles fait intervenir un procédé de décomposition de formes.

La trajectoire complète est alors définie, et de nombreux paramètres ont été calculés.

Détaillons quelque peu ces étapes.

Etape de filtrage

A partir de la carte des maximums de pente, une image binaire est définie (fig. V.10 a) :

objets : points de pente inférieure à 12% ;

fond : points de pente supérieure à 12%.

Sur cette image, le fond peut être réparti en deux catégories : les petits obstacles et les gros obstacles. Le critère de séparation va être déduit de l'habileté de l'engin de fond à éviter les petits obstacles.

Nous avons précisé que le déplacement latéral que l'engin de fond peut effectuer, sans perturber la trajectoire du bateau minier, est de 200 m ; soit une largeur totale de 9 points image.

Compte tenu de l'anisotropie évaluée sur les obstacles (distance Nord-Sud / distance Est-Ouest >2) lors des études des fonds, nous avons ramené ce critère à un critère de surface en supprimant les obstacles de moins de 80 points image (un point image représente 50m × 100 m).

Ainsi nous déterminerons sur ces images la trajectoire du bateau minier, en sachant que lors de la rencontre avec un petit obstacle, l'engin de fond devra adapter sa trajectoire.

Avant de passer à l'étape suivante, nous faisons subir deux petits traitements supplémentaires à cette image binaire.

Tout d'abord, on procède à un lissage des contours des gros obstacles, par application d'un filtre inspiré du filtre médian (on se limite à l'ajout de points interdits).

On affecte ensuite au fond tous les points objet (zone autorisée) qui sont entourés d'obstacles et donc inaccessibles au robot sous-marin par déplacement sur le fond. Ceci revient à ne conserver que la composante connexe objet de plus grande surface.

Les figures V.14 a.b.c. visualisent ces évolutions de l'image.

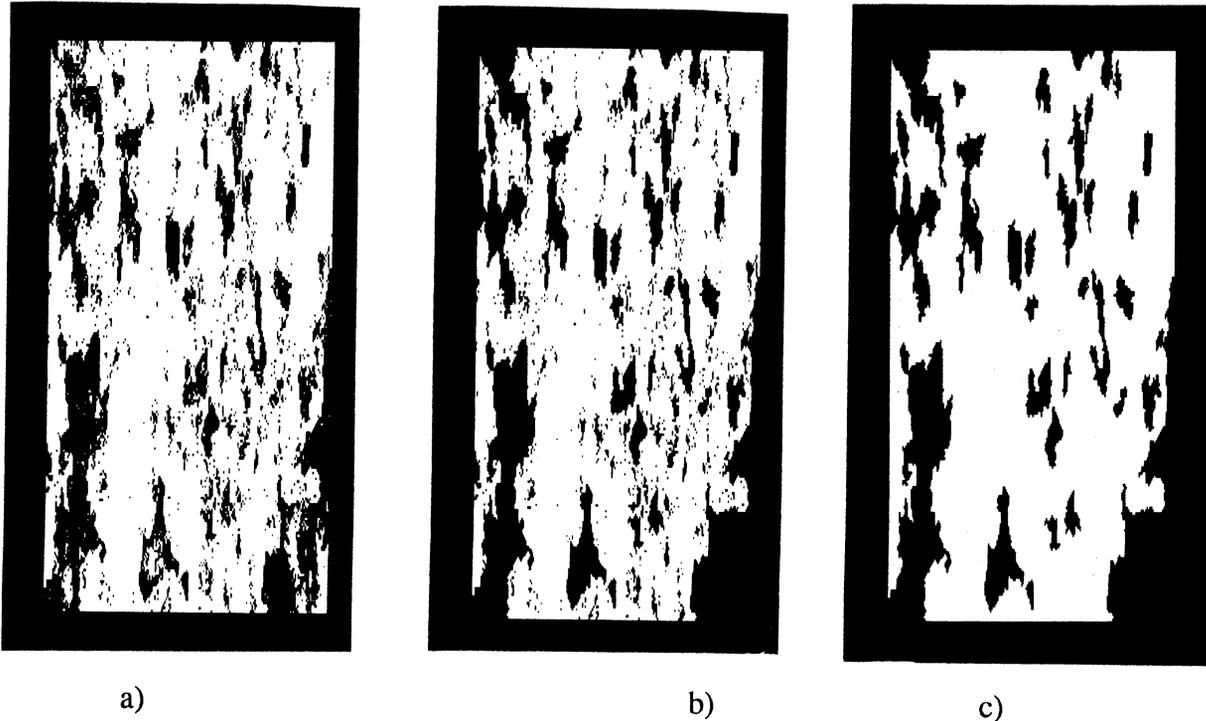


Fig.V.14. Etape de filtrage.

- a) lissage des contours des gros obstacles
- b) suppression des zones inaccessibles
- c) suppression des petits obstacles

Etape de définition de plages d'exploration

On dispose de la carte zone explorable / zone non explorable. Le principal problème est de structurer la zone explorable. L'idée est d'y définir des régions simplement exploitables.

Etant donnée la nature complexe des obstacles, il nous a semblé très délicat de nous baser sur une recherche de points caractéristiques de leur contour.

Une approche pour laquelle la forme est étudiée dans son ensemble, et cela en tenant compte de sa morphologie est plus adaptée au problème.

La détection des lieux où peuvent se situer des régions relativement "compactes" permettra de leur associer des plages d'exploration. Chacune de ces plages sera ensuite traitée indépendamment de ses voisines.

Outre ces avantages dus à l'apport d'une approche structurée, on va également dans le sens des contraintes du système de ramassage.

En effet, en définissant une exploitation zone par zone, on réduit les risques d'allongement du flexible qui pourraient apparaître en cas de fréquentes traversées de part en part de toute la zone d'exploitation.

Pour cela, nous avons utilisé une représentation de la zone explorable par graphe de la ligne médiane. Les noeuds principaux de celui-ci vont localiser les structures "compactes" et une décomposition basée sur l'interprétation du graphe va pouvoir être réalisée (voir chapitre IV.3).

Après calcul du graphe de ligne médiane de la zone explorable, celui-ci est interprété de la manière suivante :

- reconnaissance des noeuds principaux ;
- attribution à chaque noeud principal des proéminences qui s'y connectent par le graphe de la ligne médiane (sans passer par un noeud de rétrécissement).

A chaque noeud principal va être associée une plage d'exploration.

Pour cela, chaque sous-graphe précédemment défini, associé à un noeud principal, fournit une surface connexe, par génération d'une image type axe-médian à partir du sous-graphe et application de la transformation de distance inverse sur cette image.

Soit $(S_i)_{i=1 \dots n}$ ces surfaces (associées aux n noeuds principaux), deux problèmes apparaissent :

- l'union des S_i ne couvre pas toute la zone explorable (les noeuds de rétrécissement n'ont pas été pris en compte) ;
- l'intersection des S_i pris deux à deux n'est pas forcément vide (en raison de la définition même de l'axe médian). ($S_i \cap S_j \neq \emptyset \Rightarrow$ les noeuds principaux i et j sont adjacents sur le graphe de passage).

Or, on souhaite que les plages d'exploration fournissent une partition de la zone explorable.

Pour le deuxième point, les surfaces S_i sont prioritaires suivant l'ordre de reconstruction (les premières calculées "occupent" le terrain).

Celui-ci n'a pas fait l'objet d'une étude particulière ; l'ordre de calcul des S_i correspond actuellement à la numérotation par ordre croissant des noeuds principaux.

Pour le premier point, les surfaces non recouvertes au terme du calcul des S_i sont étiquetées par composantes connexes ; chacune de ces composantes est ensuite attribuée à la plage avec laquelle elle a le plus de points adjacents.

On aboutit ainsi à la partition $(Pl_i)_{i=1 \dots n}$ de la surface explorable.

Chaque Pl_i correspond bien à une structure "maître" de la zone explorable, puisqu'elle est définie à partir des lieux où l'on peut inclure localement les plus grands carrés (par rapport à ce que l'on peut inclure dans le voisinage de ces lieux).

On trouve sur les figures V.15 a.b.c. la visualisation de ces différentes étapes.

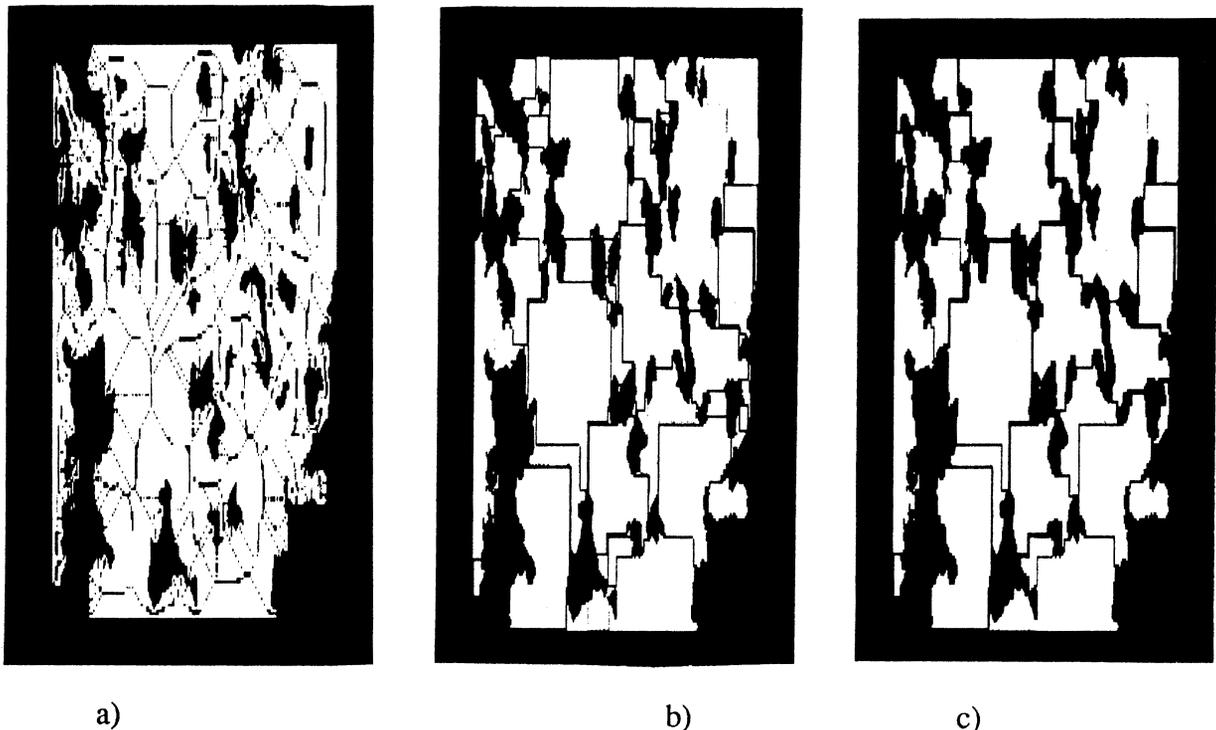


Fig.V.15. Etape de décomposition en plages d'exploration.

a) ligne médiane de la zone explorable (les couleurs sont associées à la taille des boules incluses)

b) après construction des plages à partir des sous-graphes

c) après attribution des zones de rétrécissement

Les plages d'exploration vont être traitées les unes après les autres, suivant les procédés décrits un peu plus loin.

Il reste à définir un ordre de traitement des Pl_i .

En fait, à partir du partitionnement en plages d'exploration, l'utilisateur averti a un raisonnement très subjectif. Il y intègre pour chaque Pl_i sa situation par rapport aux autres Pl_j , la complexité de sa forme, ses dimensions ... d'où il ne retient qu'un nombre limité de plages à explorer (de l'ordre de 10 pour 40). Il est donc parfaitement inutile de chercher à définir une séquence de traitement des Pl_i qui soit proche d'une chaîne hamiltonnienne.

Il est bien plus intéressant de laisser à l'utilisateur une certaine liberté de choix.

Pour cela, nous avons réalisé à ce niveau un module interactif, à l'exécution duquel l'opérateur précisera lui-même les plages qu'il veut traiter et dans l'ordre qu'il souhaite.

Juste avant cela s'insère une autre interaction avec l'utilisateur. En effet, le graphe de la ligne médiane fournit une décomposition en plages d'exploration basée sur les plus grosses composantes incluses localement dans la zone explorable ; autrement dit, cette décomposition est basée sur la reconnaissance des rétrécissements.

Ceux-ci sont détectés quelque soit leur importance par rapport aux composantes qu'ils connectent. Si un rétrécissement est ainsi de faible importance, il pourrait être intéressant (pour l'étape ultérieure de balayage) de définir une seule plage d'exploration (figure V.16).

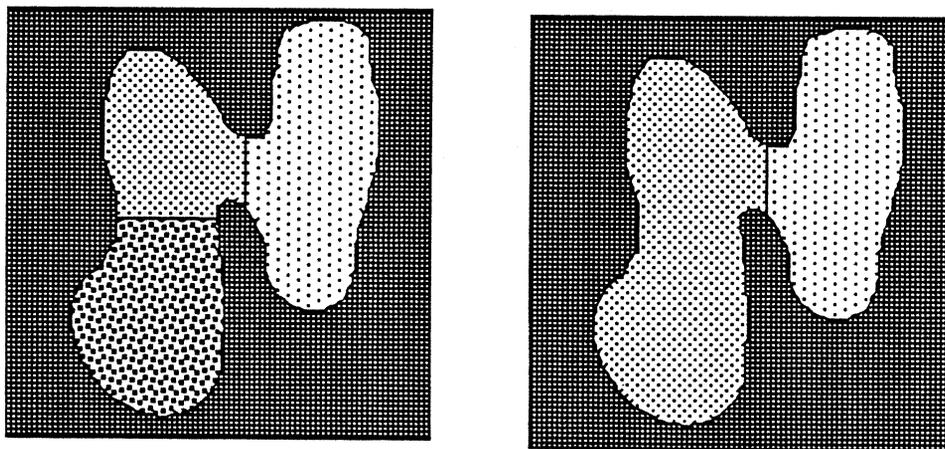


Fig. V.16. Regroupement de plages d'exploration; il peut être avantageux de supprimer un découpage dû à un faible rétrécissement.

Le jugement de telles situations a été laissé à l'opérateur. Le partitionnement en Pl_i est affiché à l'écran, puis au moyen des touches de la souris, on indique les regroupements entre plages que l'on désire effectuer.

On vérifie que ceci est fait de manière cohérente :

- regroupement de plages adjacentes ;
- signaler la création d'obstacles au sein d'une plage (fig. V.17).

On obtient alors le partitionnement final en plages d'exploration (Pl_i) (fig. V.18). Les obstacles qui sont éventuellement apparus au sein d'une plage sont attribués à l'image des petits obstacles. Chaque Pl_i est alors une composante simplement connexe.

L'interaction va se poursuivre pour la définition de l'ordre de traitement des Pl_i .

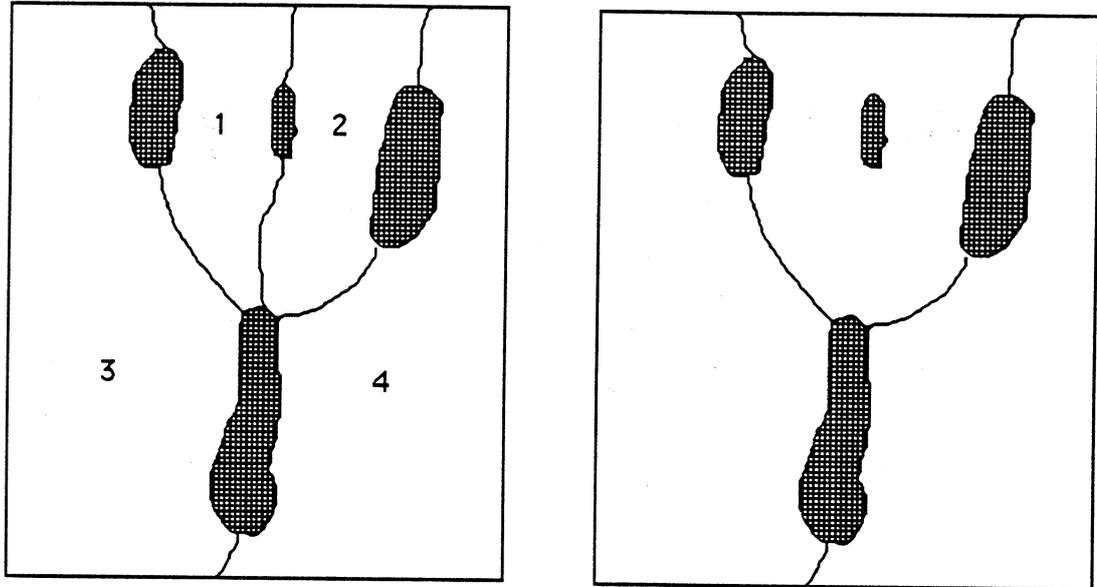


Fig.V.17. Création d'obstacles lors de la phase de regroupement.

L'étude du graphe de la ligne médiane fournit, par détection et interprétation des noeuds de rétrécissement (voir chapitre IV.3), le graphe de passage entre les Pl_j . Celui-ci est bien entendu mis à jour en fonction des regroupements antérieurs.

En traçant des segments de droite par lecture du graphe de la ligne médiane (tracé des chemins de connexion) limité au graphe de passage, nous visualisons le graphe d'adjacence entre les Pl_j .

Chaque noeud de ce graphe est associé à une plage d'exploration. Il est localisé sur la composante principale du graphe de la ligne médiane associée (l'une d'elles si la plage est issue de regroupements) (fig V. 19).

Afin de faciliter la phase interactive, une première interprétation du graphe a lieu automatiquement.

Les noeuds sont répartis en trois catégories (fig V. 20) :

- noeuds de branche : n'appartiennent à aucun cycle. Les plages associées devront être explorées en aller et retour à partir du noeud qui les relie à un cycle.
- noeuds de branchement : appartiennent à un cycle et possèdent strictement plus de deux noeuds, non noeuds de branche, adjacents ; ici apparaîtra un choix dans la définition de l'ordre de parcours.
- noeuds de passage : appartiennent à un cycle et possèdent exactement deux noeuds, non noeuds de branches, adjacents ; logiquement, venant d'un des deux noeuds adjacents, le noeud courant sera traité avant de passer au deuxième noeud adjacent.

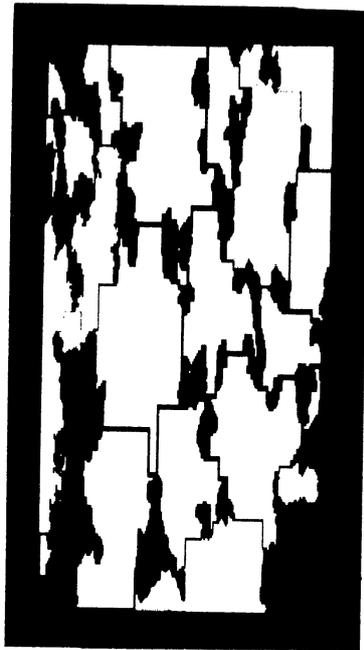


Fig.V.18. Partitionnement final en plages d'exploration après regroupement interactif.

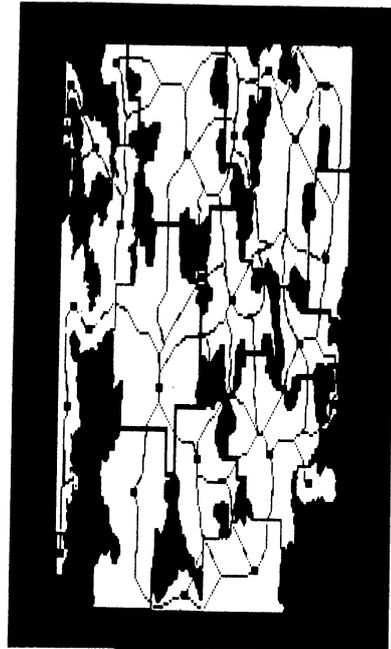


Fig.V.19. Graphe de passage superposé au partitionnement.

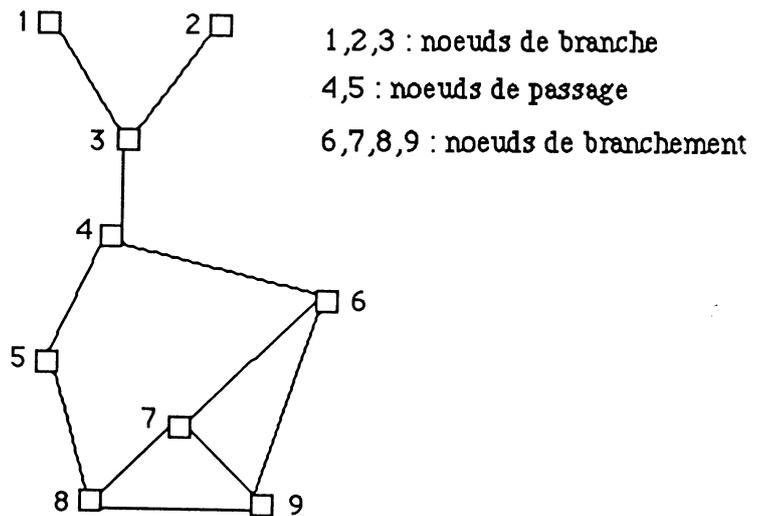


Fig.V.20. Classification des noeuds du graphe de passage.

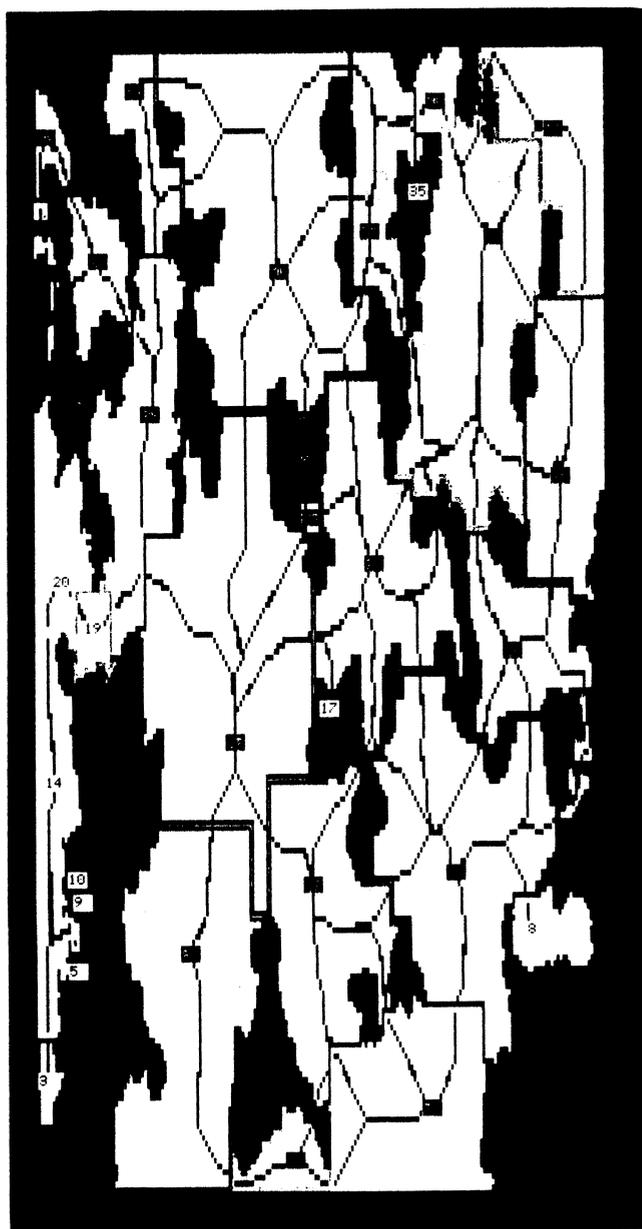
A l'écran, les noeuds du graphe sont affichés de différentes couleurs en fonction de leur catégorie; ils sont également numérotés pour faciliter l'interprétation des paramètres calculés par plages d'exploration.

A l'aide de la souris, l'opérateur pointe successivement sur les noeuds du graphe, dans l'ordre de la séquence qu'il désire définir. Une modification de la couleur des plages pointées lui évite d'avoir à se souvenir de la séquence en cours de définition.

Les erreurs de définition de cette séquence sont gérées automatiquement :

- l'opérateur pointe en dehors de toute plage.
- l'opérateur pointe sur une plage qui n'est pas adjacente à la plage précédemment pointée.

Voir la figure V.21 pour un exemple d'ordre de parcours.



exemple :

26 - 40 - 30 - 16 -
6 - 1 - 12 - 21 - 31 -
37 - 24 - 18 - 11 - 2

Fig.V.21. Exemple d'ordre de parcours (carte 10 × 20 km).

Etape de balayage

On dispose maintenant du partitionnement en plages d'exploration, de la séquence de traitement des plages jugées intéressantes par l'opérateur, ainsi que de l'image des petits obstacles qui devront être évités localement.

On se situe au second niveau d'interprétation de l'image, où chaque plage d'exploration va être traitée indépendamment des autres pour y définir une trajectoire de balayage.

Il a tout d'abord fallu préciser quelles étaient les stratégies cohérentes pour le système minier.

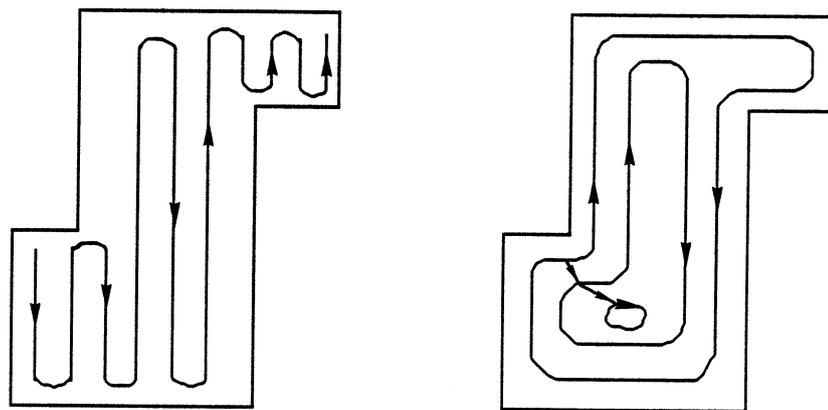
Deux types de stratégies ont été abordées :

- soit réaliser une succession de trajectoires rectilignes Nord-Sud et Sud-Nord adjacentes (cette direction est la direction privilégiée des structures de l'image).

Les manoeuvres à réaliser sont alors nulles sur un segment, mais on est pénalisé par des demi-tours à leurs extrémités (figure V.22.a).

- soit suivre le contour de la plage au mieux en fonction d'un rayon de giration minimum autorisé au système; en décrivant ainsi une spirale vers l'intérieur.

Il n'y a pas de fortes manoeuvres, mais une zone au centre est systématiquement inexploitée (figure V.22.b).



a)

b)

Fig.V.22. Stratégies de balayage.

a) Nord-Sud

b) pelage

Nous allons voir un peu plus en détail ces deux approches.

Balayage Nord-Sud

Cette technique de ramassage est triviale à appliquer à un rectangle. Par contre, pour une plage d'exploration, il est nécessaire de réaliser une analyse préalable.

Comme il s'avère que la stratégie peut se définir facilement pour une région verticalement convexe, une décomposition de la plage sous cette contrainte géométrique est réalisée.

L'algorithme utilisé, qui a été situé parmi les méthodes de décomposition du chapitre II, est exposé en annexe 2.

Avant d'aller plus en avant, on remarque que certaines des zones verticalement convexes obtenues sont de très faible surface.

Le système minier ne sera pas envoyé sur des zones où il ne pourrait faire que quelques dizaines de mètres entre deux demi-tours (en effet, un demi-tour s'effectue en 10 à 20 minutes).

Nous filtrons donc la décomposition en supprimant toutes les zones verticalement convexes de faible surface dont la suppression ne nuit pas à la connexion du résultat.

Après ce filtrage, on a pu vérifier de manière pragmatique que le partitionnement est constitué d'une "zone corps", sur laquelle viennent se greffer des "zones à gauche" d'un côté, et des "zones à droite" de l'autre côté (figure V.23).

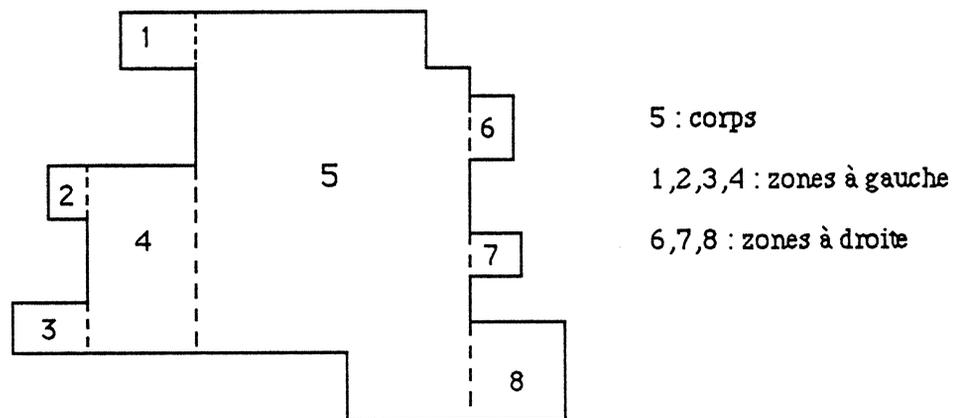


Fig.V.23. Partitionnement d'une plage d'exploration en zones verticalement convexes.

Ainsi à gauche (respectivement à droite) du corps, on ne trouve que des "zones à gauche" (respectivement "zones à droite") (figure V.24).

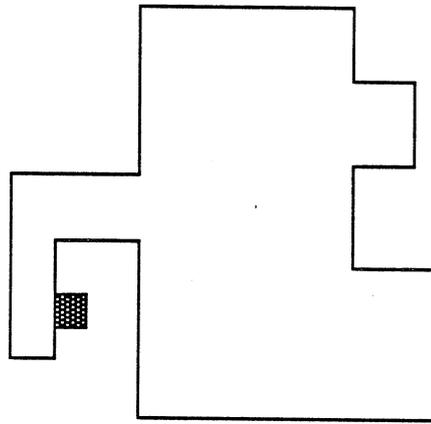


Fig.V.24. Configuration non admise, et jamais rencontrée après le filtrage du partitionnement verticalement convexe.

A partir de cette structure, le ramassage a pu être systématisé de la manière suivante (figure V.25) :

- on ramasse de gauche à droite (pour chaque zone aussi bien que pour progresser dans la décomposition).
- pour des zones verticalement convexes adjacentes à gauche ou à droite à une même zone, on les traite dans l'ordre donné par le sens haut-bas.
- le passage entre la fin de balayage d'une zone et le début de la suivante se fait par un trajet rectiligne.

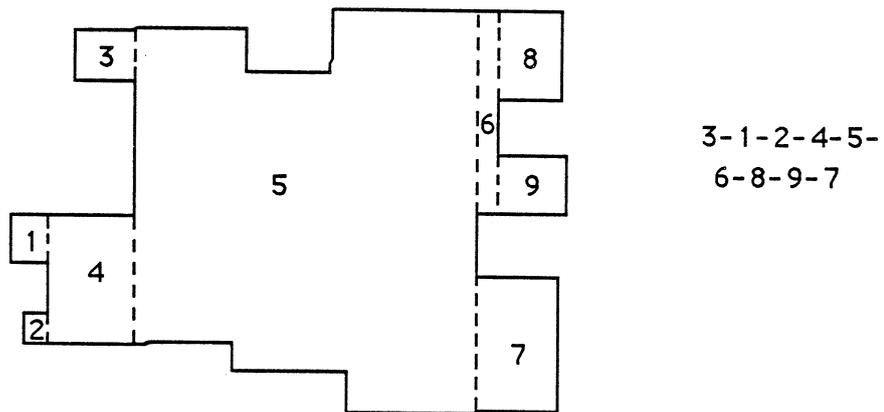
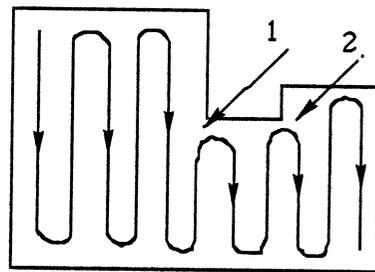


Fig.V.25. Ordre de traitement des éléments de la décomposition verticalement convexe : de gauche à droite et de haut en bas.

La remarque établie pour le filtrage de la décomposition verticalement convexe est également valable ici. On ne va donc pas s'engager sur un segment vertical lorsqu'on le sait trop court pour être rentable.

La définition des segments verticaux sur une région verticalement convexe est donnée par (figure V.26) :

- pour un point et une direction donnée, le segment vertical va jusqu' au point le plus éloigné de la zone pour lequel il est possible de revenir à droite.
- en fin d'un segment, on commence le segment suivant au point à droite, et dans la direction pour laquelle le segment sera le plus long. Si aucun des deux sens de la direction verticale ne donne de segment suffisamment long, on traverse encore d'un point à droite.



- 1 : pas de possibilité de retour si on s'engage plus loin
- 2 : on choisit le plus long segment

Fig.V.26. Balayage d'une zone verticalement convexe.

Balayage par pelage

Pour cette technique de ramassage, la donnée essentielle est le rayon de giration minimal R en dessous duquel on n'autorise pas le système à tourner. Le bateau n'aura pas à beaucoup ralentir, puisque les fortes manoeuvres sont ainsi évitées.

Pour définir la trajectoire, nous allons procéder de manière itérative. A chaque itération, on lisse la surface à balayer en fonction du rayon R autorisé, le contour ainsi défini donne un élément de la trajectoire, que l'on élimine pour poursuivre le traitement.

L'image de la plage à traiter est tout d'abord dilatée verticalement pour avoir une image isotrope.

Un point image définit alors une zone de 50 m par 50 m sur le terrain.

Le lissage mis en oeuvre est inspiré des principes de la morphologie mathématique.

On définit un élément structurant D_R égal à la discrétisation du disque de rayon R .

Le lissage $Li(S)$ de la surface S , est donné par :

$$Li(S) := \emptyset$$

$$\text{pour tout point } P \in S, \text{ si } [S \supset D_R \text{ (centré en } P)] \text{ alors } Li(S) := Li(S) + D_R \text{ (centré en } P)$$

Cette caractérisation est cependant insuffisante pour définir le lissage souhaité; en effet, les rétrécissements de largeur inférieure au diamètre de D_R ne doivent pas être supprimés (figure V.27).

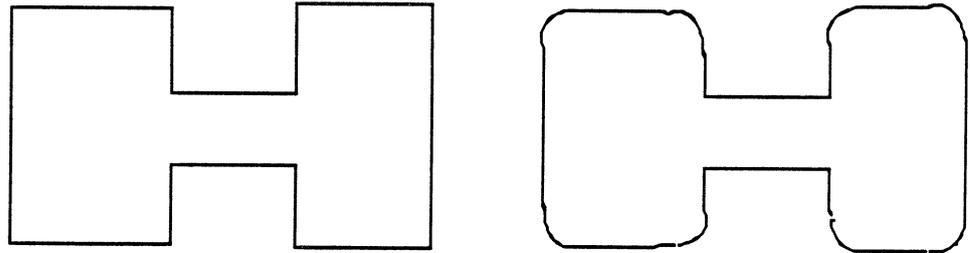


Fig.V.27. Lissage pour la trajectoire par pelage.

L'étude de l'image de la surface lissée, et des surfaces supprimées permet de compléter correctement le résultat (conditions d'adjacence et de connexion).

Dans le cas où l'on aboutit à plusieurs composantes connexes, on conserve celle de plus grande surface.

Il est à noter cependant que ce procédé ne lisse que les angles convexes. Pour les angles concaves, on admet que le système pourra "arrondir" sa trajectoire en utilisant l'espace à l'intérieur de la surface à exploiter.

Le passage d'un contour au suivant se fait par une portion de trajectoire rectiligne vers le point le plus proche (fig V.22.b).

V.4. Mise en oeuvre

Nous avons vu dans le paragraphe précédent comment les différentes contraintes exposées dans les sous-chapitres V.1 et V.2 vont être prises en compte pour définir une trajectoire de ramassage sur toute l'image explorable.

L'échelle y est de 1 point pour 50 m.

Au niveau de la trajectoire réelle, puisque le robot collecte les nodules sur 15 mètres de large, il y aura trois passages pour une trajectoire définie sur l'image (segment vertical en Nord-Sud ou contour pour le pelage).

Afin d'évaluer les trajectoires, de nombreux paramètres sont calculés au cours de leur définition [Montanvert 87 a].

Tout d'abord en termes de quantité de nodules collectés, qui est directement comparable à la surface ramassée, on calcule les rapports : surface ramassée / surface totale, surface ramassée / surface explorable et surface ramassée / surface indiquée par l'ordre de parcours.

De manière à réintroduire les petits obstacles, on calcule la surface des petits obstacles rencontrés sur la trajectoire. Celle-ci doit pénaliser la surface ramassée.

Le nombre total de kilomètres à effectuer pour le ramassage est également déterminé.

Parallèlement à la surface ramassée, il faut bien sûr évaluer le temps requis.

Deux données interviennent alors, la vitesse de déplacement du système et le temps nécessaire aux manoeuvres.

Pour la stratégie Nord-Sud, on calcule le nombre de demi-tours, qui est intégré dans le calcul du temps de ramassage.

Pour la stratégie par pelage, on calcule à titre indicatif le nombre de "tours de spirales". Le temps de ramassage n'est pas pénalisé par les manoeuvres. Par contre, on calcule un histogramme des changements de direction (établi pour un pas de 10 points image sur un contour) de manière à évaluer leur fréquence et leur amplitude (figure V.28).

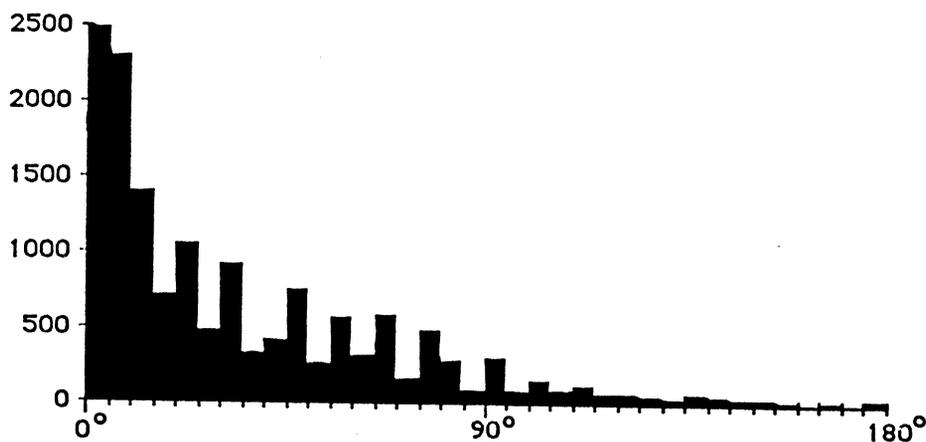


Fig.V.28. Exemple d'histogramme des changements de direction avec un pas de 10 points image pour la stratégie par pelage.

Ce sont ces deux résultats (surface ramassée, temps de ramassage) qui vont principalement permettre de comparer diverses stratégies.

En effet, pour un même site, plusieurs simulations sont réalisées. Nous avons vu qu' au cours des trois grandes étapes du traitement, l'opérateur devait agir de deux manières : fourniture de paramètres, et interaction sur l'image.

Nous récapitulons ci-dessous, dans l'ordre chronologique du processus, les différentes entrées:

- étape de filtrage :
 - . seuil de surface en dessous duquel les obstacles sont classés dans la catégorie petits obstacles (environ 40 points images).
- étape de décomposition en plages d'exploration :
 - . regroupement interactif des plages (les plages les plus intéressantes sont agrandies par regroupement).
 - . définition de l'ordre de parcours (entre 10 et 15 plages sont sélectionnées).
- étape de balayage :
 - . seuil de surface en dessous duquel une plage d'exploration ne sera pas du tout balayée (environ 100 points image).
 - pour la stratégie Nord-Sud :
 - . seuil de surface pour le filtrage de la décomposition verticalement convexe (environ 40 points image).
 - . seuil de longueur pour le balayage d'un segment (environ 10 points image).
 - pour la stratégie par pelage :
 - . rayon de giration seuil (de 150 à 500 m.).

En faisant varier ces différentes entrées, on peut évaluer leur influence sur la trajectoire finale, et arriver ainsi à définir une stratégie de définition de trajectoire.

Sur le tableau de la figure V.29 , on voit les bases d'une telle étude.

Voir en figures V.30 et V.32 la visualisation de balayages complets.

On peut remarquer que la définition des plages d'exploration, qui sont limitées par les obstacles (ceux-ci présentant une forte anisotropie Nord-Sud / Est-Ouest), génère des zones étirées dans le sens Nord-Sud, et donc plus favorables à un balayage dans cette direction. Cette géométrie de la décomposition peut encore être renforcée par le regroupement interactif.

Au niveau du balayage Nord-Sud, les conventions établies (de gauche à droite et par zones de haut en bas) ne sont plus très logiques dans certaines configurations. Cependant, il ne serait pas très intéressant de chercher à optimiser ces étapes. En effet, l'influence au niveau de la paramétrisation est assez faible (on rajoute uniquement des traversées de zone à zone par rapport à ce que serait l'optimum), et la déduction "manuelle" de la "bonne" trajectoire est facile à réaliser.

stratégie de balayage	Nord-Sud (200,80,20)	Nord-Sud (200,80,50)	Pelage (200,100)	Pelage (200,200)	Pelage (200,500)
nombre de 1/2 tours ou spirales	1941	1146	723	636	384
lg moy. sans 1/2 tour ou spirale	3	5	10	10	10
nombre de jours de ramassage	182	140	173	155	98
surface ramassée/ surface totale	62%	48%	62%	55%	35%
surface ramassée / surface explorable	82%	63%	81%	73%	46%
surface ramassée / surface indiquée	91%	70%	90%	81%	51%
surface de petits obstacles parcourue	3020	2058	3033	2808	1873
nombre total de km parcourus	7592	5901	7497	6721	4254

Fig.V.29. Exemple de tableau récapitulatif des résultats de différentes trajectoires sur un même site.

Pour la stratégie par pelage, qui avait dans un premier temps été étudiée en vue de la possibilité de construction d'un engin tracté, on remarque deux inconvénients majeurs :

- il apparaît une importante surface perdue au centre, que l'on ne sait comment explorer (si ce n'est en passant en balayage Nord-Sud) et où il est probable qu' une forte concentration en nodules existe.
- l'angle d'attaque des petits obstacles peut être quelconque, et leur détection devrait donc se baser sur l'étude des plus petits disques les contenant. Ceci limitera grandement le nombre des petits obstacles, alors que dans la pratique d'autres pourraient certainement être évités (étant donnée la direction suivant laquelle ils seront effectivement rencontrés).

Un autre inconvénient, du point de vue de l'informaticien, concerne les temps d'exécution. En effet, chaque calcul d'un contour ("1 tour de spirale ") nécessite un lissage morphologique complété d'opérations d'interprétation de ce lissage ; les images manipulées sont ici de 200×400 points, et la taille de l'élément structurant va varier de 3×3 à 10×10 points en fonction du rayon de giration seuil.



Fig.V.30. Balayage Nord-Sud.

seuil de rentabilité d'une plage : 200 unités de 50×50 m.
seuil de filtrage de la décomposition
verticalement convexe :
40 unités de 50×50 m.
seuil de ramassage d'un segment :
 20×50 m

noir : gros obstacles
bleu : petits obstacles sur la trajectoire
alterné violet et bleu foncé : trace du ramassage
blanc : plages non pointées lors de la définition de l'ordre de parcours

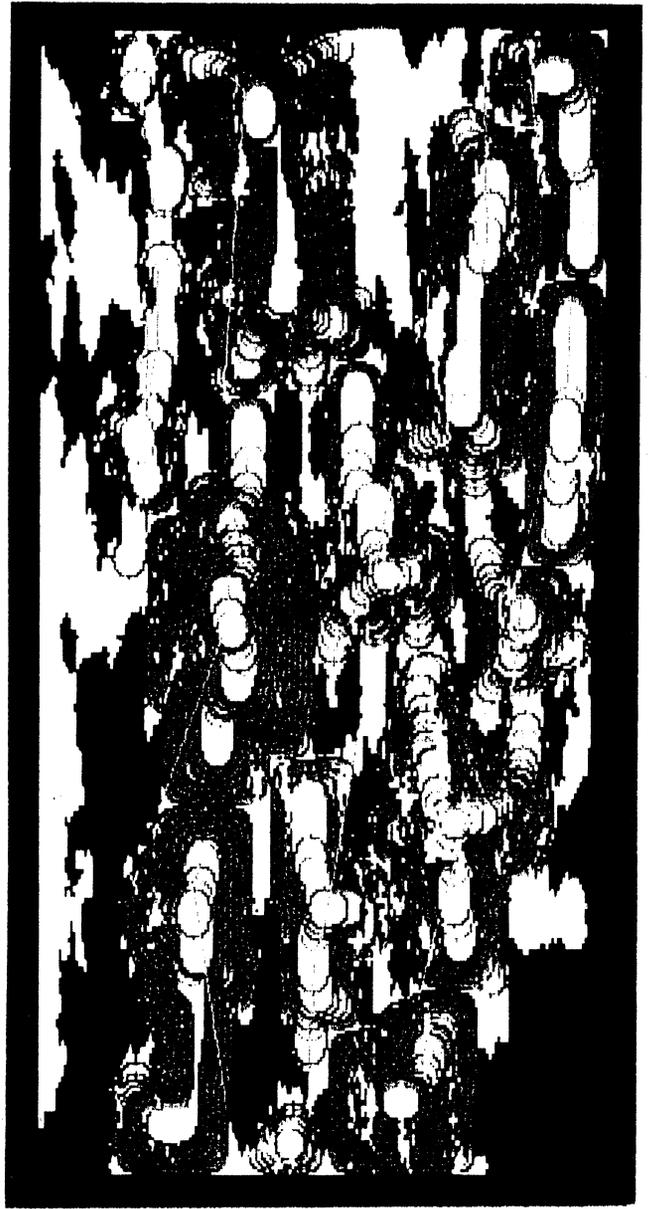


Fig.V.31. Balayage par pelage.

rayon de giration seuil : 300 m

jaune : surface non ramassée
traits verts : traces de passage

Un lissage demande alors environ 10 s. Pour 600 opérations de ce type (600 tours de spirale), on arrive à un temps de traitement de presque 2 heures.

Ces études, complétées de celle des sites et de celles concernant le système minier, conduisent donc à s'intéresser plutôt à une stratégie de type Nord-Sud.

Ces premiers résultats, ainsi que l'évolution des recherches effectuées par la société Gemonod, nous amènent maintenant à compléter cette étude sur deux plans.

D'une part, il semble intéressant d'approfondir certains points, tels que la caractérisation des petits obstacles (critères de largeur et d'isolement), la définition de zones rugueuses à partir de la carte des pentes (zones qu'il vaut mieux éviter , sauf en cas de nécessité de communication ou d'isolement dans une zone lisse), ou la recherche de directions de ramassage un peu moins strictes que Nord-Sud (recherche d'un axe privilégié de la plage, ou du profil majeur de la ligne médiane).

D'autre part, une donnée supplémentaire apparaît. Toujours grâce aux campagnes d'exploration, fournissant des relevés réels, le centre de Géostatistique de Fontainebleau établit des cartes de concentration en nodules.

Celle-ci varie entre 0 et 30 kg/m², avec une forte proportion de points à 15 kg/m².

Sur ces cartes, on remarque que la répartition de la concentration est loin d'être aléatoire, et est fortement corrélée avec le relief. Les zones à forte concentration sont souvent au centre des zones à faible relief.

Afin d'augmenter l'efficacité du ramassage, on doit uniquement s'intéresser au ramassage des zones de concentration supérieure à 10 kg/m². Cette donnée va sans doute être introduite dans la dernière étape, à savoir qu'elle sera prise en compte pour limiter les plages d'exploration précédemment définies.

Pour conclure ce chapitre, nous remarquerons que dans ce vaste projet, où les contraintes économiques et politiques se mêlent aux problèmes physiques et mécaniques, l'analyse d'images a trouvé sa part en fournissant non seulement des résultats, mais en permettant également de valider tel système mécanique, ou de soutenir telle demande de prêt minier.

L'utilisation du codage par axe médian et graphe de la ligne médiane a permis d'aborder de manière morphologique un problème de compréhension d'image et d'interprétation, qui paraissait dans un premier temps aussi complexe au "ramasseur de nodules" averti qu'au programmeur.

CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés dans ce travail aux moyens de codage et de description d'objets discrets, tout en sachant pertinemment que la recherche d'une universalité de la description nuit en général à l'efficacité du codage.

Nous avons vu que l'utilisation d'une représentation intermédiaire, déduite de l'image discrète, permet de faciliter l'extraction de certaines caractéristiques des objets, ainsi que leur manipulation, tout en restant suffisamment générale pour que différents types de traitements puissent être envisagés.

Une approche courante consiste à décomposer les objets, pour les représenter ensuite au sein d'un environnement structuré, exprimé en général au moyen d'un graphe. La réversibilité de la transformation est également une propriété primordiale à rechercher.

La mise au point d'une telle méthode, à partir de transformations en squelette et axe médian, a abouti à la définition d'entités auxquelles un rôle est associé dans la forme, de manière non ambiguë et sensiblement morphologique.

Une interprétation plus poussée nous a permis de définir, à partir de cette même représentation, de nombreux procédés de manipulation d'objets discrets (filtrage, décomposition...).

Ce travail n'est qu'une contribution à la résolution du problème complexe de traitement d'objets discrets.

Il aura permis de combiner les acquis des deux approches axe médian discret et graphe de relations entre primitives.

De plus, il aura mis en valeur les problèmes inhérents à la géométrie discrète et fait apparaître la difficulté du choix d'un système de représentation, problèmes qui font l'objet de nombreuses recherches en géométrie algorithmique.

Les réalisations exposées dans le chapitre IV traduisent les deux grandes étapes de l'analyse de formes.

Dans un premier temps, on définit le codage intermédiaire qu'est le graphe de la ligne médiane.

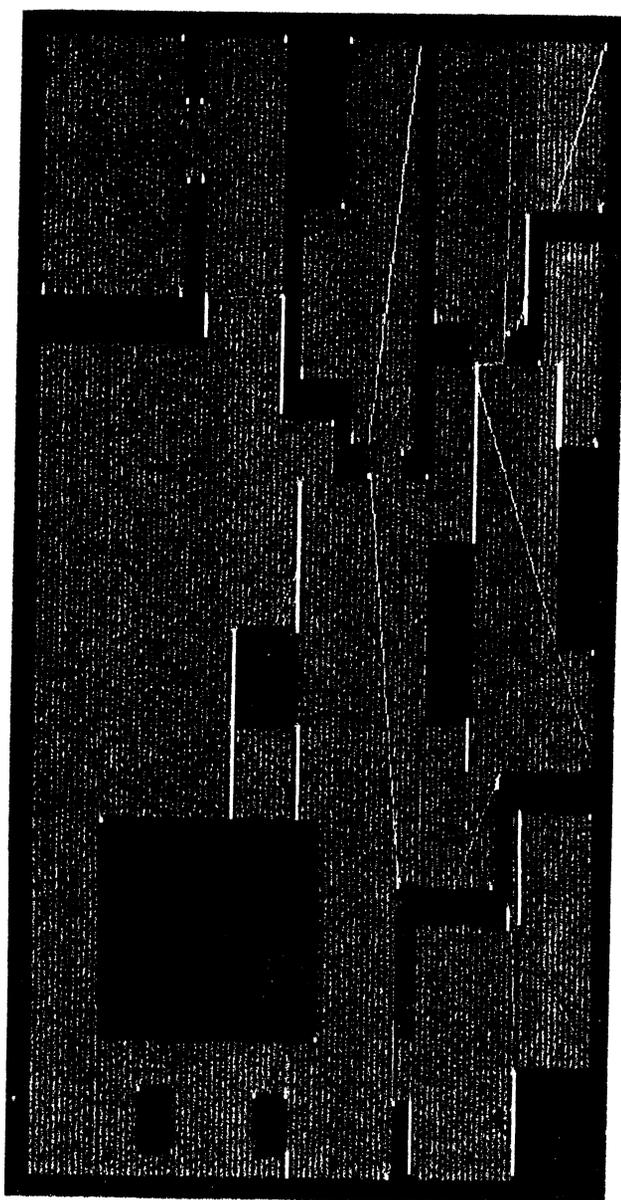
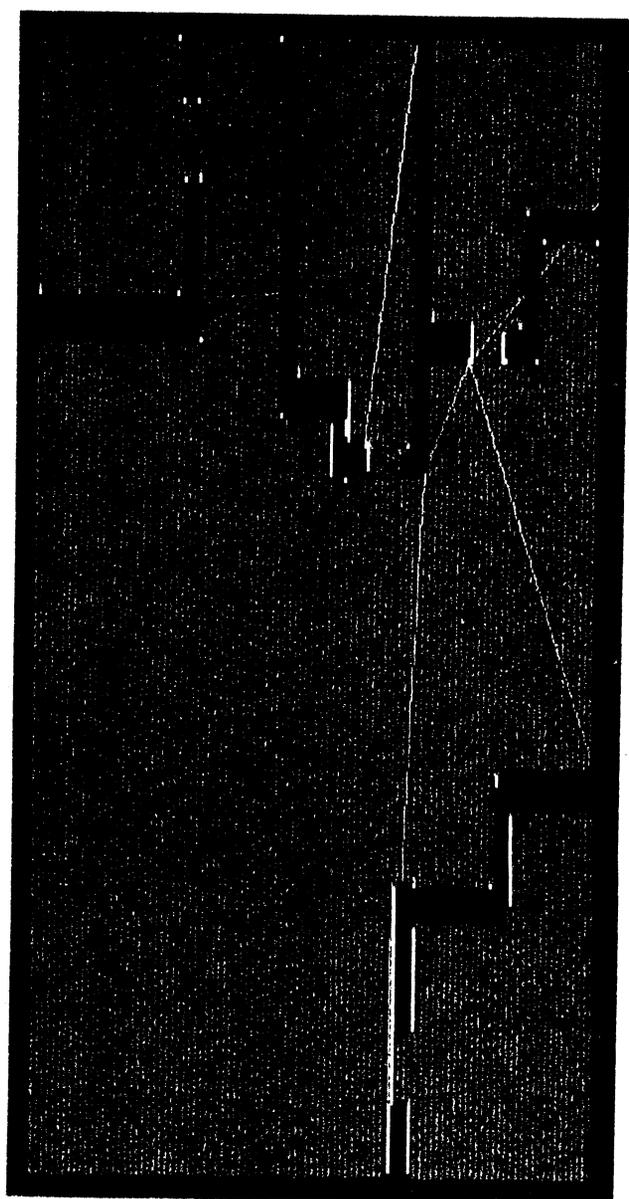
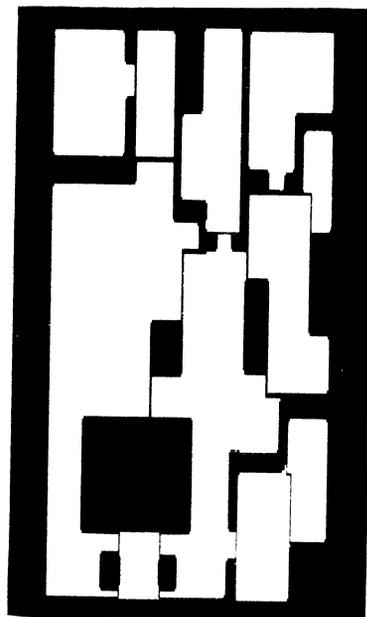
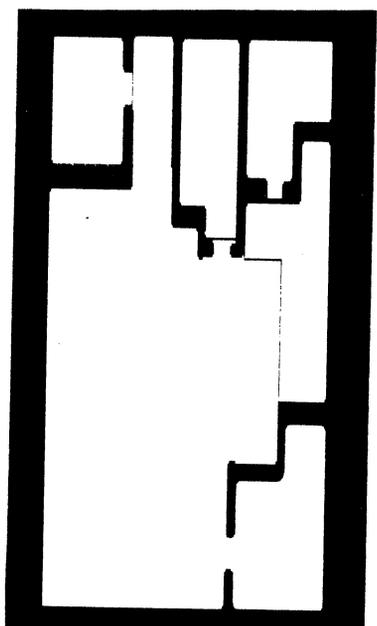
Dans un deuxième temps, on traite cette représentation pour décrire et manipuler les objets codés.

Cette deuxième étape pourra être complétée d'autres méthodes d'analyse. Par exemple, l'étude de la vitesse de construction des branches permettra de caractériser les ramifications dues à de petites déformations. Ces procédés s'intégreront dans le système de manipulation actuellement développé.

Le graphe de la ligne médiane a été construit à partir de l'image des courbes de niveau pour la distance d_g . La non invariance par rotation est son principal inconvénient dans notre but de description de formes. L'étude de distances plus proches de la distance euclidienne, complétée de l'étude des squelettes qui s'en déduisent fournira des codages basés sur ces mêmes notions de surfaces principales, surfaces de proéminence et surfaces de rétrécissement.

Seule la première étape se trouvera modifiée, les outils de manipulation d'une représentation devenue plus anthropomorphique restant identiques.

L'application de ces méthodes à un problème réel s'est révélée tout à fait satisfaisante. Elle a abouti à des procédés réutilisables dans d'autres contextes, comme le balayage enfin efficace de nos appartements ! (voir fig.C.1)



a) sans mobilier

b) avec mobilier

Fig.C.1. Balayage d'un appartement sans et avec mobilier.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ahuja 1978**
p 62
N. Ahuja ; L.S. Davis ; D.L. Milgram ; A. Rosenfeld.
Piecewise approximation of pictures using maximal neighborhoods.
I.E.E.E. Trans. on Comp. vol C 27, n°4 April 78.
- Ahuja 1984**
p 62
N. Ahuja ; W. Hoff
Augmented medial axis transform.
7th ICPR. Montréal 84, p. 336-338
- Ahuja 1985**
p 39
N. Ahuja ; B. Schachter
Image representation using Voronoï Tessellation.
CVGIP 29 pp. 286-295, 1985.
- Arcelli 1978**
p 58
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
On a sequential approach to medial line transformation.
I.E.E.E. trans. on SMC vol. 8, n°2 p. 140-144, February 1978.
- Arcelli 1981**
p 64
C. Arcelli ; L.P. Cordella ; S. Levialdi
From local maxima to connected skeletons.
I.E.E.E. trans. on PAMI, vol. 3, n°2, March 1981, p. 134-143.
- Arcelli 1982**
p 71- 83
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
Shape splitting using maximal neighborhoods.
6th ICPR. Munich. Oct. 82. p1106-1108.
- Arcelli 1984 a**
p 84
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
An approach to figure decomposition using width information.
CVGIP 26 p 61-72. 1984
- Arcelli 1984 b**
p 101- 103
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
Quenching points in distance labeled pictures.
7th ICPR. Montréal 84. p 344-346.
- Arcelli 1985**
p 64- 82
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
A width-independent fast thinning algorithm
I.E.E.E. trans. on PAMI vol. 7, n° 4, p. 463-474 July 1985.
- Arcelli 1987**
p 68
C. Arcelli ; G. Sanniti di Baja
Weighted distance transforms : a characterization.
4th Int. Conf. on IAPR ; Cefalu (Italy) ; Sept 1987.
- Attneave 1954**
p 8- 36
F. Attneave
Some informational aspect of visual perception.
Psychological Review., n°61, p. 183-193, 1954
- Bennett 1975**
p 35
J.R. Bennett.; J.S. Mac Donald
On the measurement of curvature in a quantized environment.
I.E.E.E. trans. on Comp. vol. C24 n°8, August 1975 p. 803-820.
- Bertrand 1984 a**
p 64
G. Bertrand
Skeletons in derived grids.
7th ICPR. Montréal 1984, p. 326-329.

- Bertrand 1984 b** G. Bertrand
Détermination de l'axe-médian par suréchantillonnage fictif.
p 64 4ème RFIA, Paris 84, p. 265-275.
- Bertrand 1986** G. Bertrand
Une transformation d'axe médian hiérarchique basée sur les enveloppes
convexes des concavités.
p 62 2ème colloque image Nice, Avril 86. p726-732.
- Bertrand 1987** G. Bertrand ; G. Gobert ; A. Morelle ; P. Pigeon
Reconstitution de l'attitude d'un avion.
p 65 MARI 1987, Paris, p. 463-471.
- Bjorklund 1979** C.M. Bjorklund ; T. Pavlidis
Global shape decomposition using the k-syntactic similarity approach.
p 46 I.E.E.E. Conf. P.R. and I.P. Chicago, August 1979, p. 445-452.
- Blum 1964** H. Blum
A transformation for extracting new descriptors of shape.
p 51- 53- 54- 108 Symp. on models for the perception of speech and visual form.
Boston. November 1964. Mit Press, p. 362-380.
- Blum 1978** H. Blum ; R.N. Nagel
Shape description using weighted symmetric axis features.
p 56- 71- 72 Pattern Recognition, vol. 10, p. 167-180, 1978.
- Bookstein 1979** F.L. Bookstein
The line-skeleton.
p 55 CGIP 11, p. 123-137, 1979.
- Borgefors 1984** G. Borgefors
Distance transformations in arbitrary dimensions
p 66 CVGIP 27, p. 321-345, 1984.
- Borgefors 1986** G. Borgefors
Distance transformations in digital images.
p 66- 166 CVGIP 34, p. 344-371, 1986.
- Brugal 1985** G. Brugal.
Samba 200 : un système d'analyse microphotométrique à balayage
automatique.
p 33 TSI vol. 4 n° 3, p. 289-295, 1985.
- Charles 1986** C. Charles ; B. Taine ; A. Schoentgen
Numerical study of the dynamic behaviour of a deep sea mining system
using hydraulic lift.
p 119 18 th Offshore Technology Conference. Houston. Texas. 1986.
- Charles 1987** C. Charles ; J.M. Chassery ; A. Montanvert
Application of image analysis to the determination of the possible
sweeping pattern of manganese nodule recovery system.
p 120 19th. Offshore Technology Conference. Houston. Texas 1987.
- Chassery 1979** J.M. Chassery
Connectivity and consecutivity in digital pictures.
p 16 CGIP. 9. p 294-300. 1979

- Chassery 1983** J.M.Chassery
Discrete convexity : definition, parametrization and compatibility with continuous convexity.
p 16- 23 CVGIP 21. p326-344. 1983
- Chassery 1984** J.M. Chassery
Représentation discrète, interprétation numérique et description des images : des concepts à l'application.
p 16 Thèse d'état, USMG et INPG, Grenoble, 1984.
- Chassery 1987** J.M.Chassery
Optimal convex set included in a binary figure.
p 40 4th Int. Conf on IAPR, Cefalu (Italy), Sept. 87.
- Chautru 1987** J.M. Chautru ; Y. Morel ; G. Herrouin
A geostatistical model of a commercial nodule mining site.
p 117 Proceeding of the 20th International Symposium. APCOM 1987.
- Chazelle 1979** B. Chazelle ; D. Dobkin
Decomposing a polygon into its convex parts.
p 39 Proc. 11th SIGACT, p. 38-48, 1979.
- Cordella 1985** L.P. Cordella ; G. Sanniti di Baja
About area of figure components.
p 83 Proc. of 3rd Int. Conf. on IAPR ; Rapallo (Italy) ; p161-168; Sept 85.
- Cordella 1986 a** L.P. Cordella ; A. Marcelli
Normalization and decomposition of thin lines representing handprinted characters.
p 65 8th ICPR. Paris, p. 723-725 . October 1986.
- Cordella 1986 b** L.P. Cordella ; G. Sanniti di Baja
Context dependent smoothing of figures represented by their medial axis transform.
p 84- 98 8th ICPR Paris. p 280-282. October 86.
- Cornelisse 1984** J.T.W.A. Cornelisse ; T.J.T.P. Van den Berg
Profile boundary length can be overestimated by as much as 41% when using a digitalizer tablet.
p 20 J. of Microscopy, vol. 136, December 1984, p. 341-344.
- Danielsson 1980** P.E. Danielsson
Euclidean distance mapping.
p 39- 67 CGIP 14, p. 227-248, 1980.
- Davies 1980** E.R. Davies ; A.P.N. Plummer
A new method for the compression of binary picture data.
p 61 5th ICPR Miami 1980, p. 1150-1152.
- Dorst 1984** L. Dorst ; A.W.M. Smeulders
Digital representation of straight lines.
p 36 I.E.E.E. trans. on PAMI 6, p. 450-463, 1984.
- Dorst 1986** L.Dorst
Pseudo-euclidean skeletons.
p 67 8th ICPR. Paris, p. 286-288, October 1986.

- Duda 1973** R.O. Duda ; P.E. Hart
Pattern classification and scene analysis.
John Wiley and sons, 1973.
p 37
- Feng 1975** H.Y. Feng ; T. Pavlidis
Decomposition of polygons into simpler components : feature generation
for syntactic pattern recognition.
I.E.E.E. trans. Computers. vol. C-24, pp. 636-650, June 1975.
p 41
- Ferrari 1980** L. Ferrari ; P.V. Sankar ; J. Skansky
Minimal rectangular partitions of digitized blobs.
5th ICPR, p.1040-1043, Miami 1980.
p 41
- Fischler 1980** M.A. Fischler ; P. Barrett
An iconic transform for sketch completion and shape abstraction.
CGIP. 13 p 334-360. 1980
p 71
- Freeman 1961** H. Freeman
On the encoding of arbitrary geometric configurations.
IRE trans. electron. Comput. vol. EC 10, pp. 260-268, June 1961.
p 21- 31
- Freeman 1978** H. Freeman
Shape description via the use of critical points.
Pattern recognition, vol. 10, pp. 159-166, 1978.
p 36
- Fu 1974** K.S. Fu
Syntactic methods in pattern recognition.
Academic Press. New-York. 1974.
p 34- 37
- Granlund 1972** G.H. Granlund
Fourier preprocessing for hand print character recognition.
I.E.E.E. trans. on Comp. p. 195-201, February 1972.
p 33
- Green 1978** P.J. Green ; R. Sibson
Computing Dirichlet Tessellation in the plane.
The Computer Journal, vol. 21, p. 168-173.
p 39
- Gurgey 1987** S. Gurgey ; D. Lesmanne
Méthodes géométriques de partitionnement appliquées à l'analyse
d'images.
Rapport de projet Ensimag. Juin 1987.
p 39
- Hein 1978** P. Hein ; M. Voisset
Les nodules polymétalliques de la zone Clarion - Clipperton. faciès et
géochimie.
Rapport interne CNEXO 1978.
p 114
- Hilditch 1969** C.J. Hilditch
Linear skeletons from square cupboards.
Machine Intelligence IV. 1969, p. 403-420.
p 58
- Ho 1986** S.B. Ho; C.R. Dyer
Shape smoothing using medial axis properties.
IEEE trans. on PAMI, vol.8, n°4, July 86, p 512-520.
p 84- 98

- Hofstadter 1985** D. Hofstadter
Gödel, Escher, Bach ou les brins d'une guirlande éternelle.
InterEditions 1985.
p 8
- Holt 1987** C.M. Holt ; A. Stewart ; M. Clint ; R.H. Perrott
An improved parallel thinning algorithm.
Com. of ACM, February 1987, vol.30, n°2 p. 156-160.
p 58
- Hung 1982** S.H.Y. Hung ; T. Kasvand
Critical points on a perfectly 8- or 6-connected thin binary line.
6th I.C.P.R., p.531-533, October 1982, Munich.
p 35
- Keil 1985** J.M. Keil ; J.R. Sach
Minimum decomposition of polygonal objets.
Computational geometry. Toussaint ed. North Hollard, p. 197-216,
1985.
p 41
- Kim 1982** C.E. Kim
Digital convexity, straightness and convex polygons.
I.E.E.E. trans. on PAMI. vol. 4, p. 618-626, November 1982.
p 22- 23
- Kim 1984** C.E. Kim
Digital disks
I.E.E.E. trans. on PAMI. vol.6 p. 372-374, 1984.
p 22
- Le Gouellec 1986** P. Le Gouellec ; G. Herrouin
French program on polymetallic nodule deepsea mining.
Proceeding of the techno-ocean.' 86 Symposium.
KOBE. JAPAN. pp 10-31.
p 113
- Lux 1985** A. Lux
Algorithmique et contrôle en vision par ordinateur.
Thèse d'état. USMG et INPG, septembre 1985.
p 35
- Matheron 1975** G. Matheron
Random sets and integral geometry.
Wiley 1975.
p 41
- Marthon 1979** P. Marthon ; A. Bruel ; G. Biguet
Squelettisation par calcul d'une fonction discriminante sur un voisinage
de 8 points.
2e Congrès RFIA. Toulouse 1979, p. 108-114.
p 58
- Meisters 1975** G.H. Meisters
Polygons have ears.
American Mathematics Monthly, p. 648-651, June-July 1975.
p 41
- Meyer 1987** F. Meyer
Algorithmes séquentiels.
11ème GRETSI. Nice, Juin 1987, p. 543-546.
p 42- 58- 65
- Mohr 1979** R. Mohr
Description structurée et analyse de formes complexes.
Application à la reconnaissance de dessins.
Thèse d'état. Nancy I. 1979.
p 34

- Montanari 1968** U. Montanari
A method for obtaining skeletons using a quasi-euclidean distance.
p 67 J. of ACM vol. 15 n°4, October 1968, p. 600-624.
- Montanari 1969** U. Montanari
Continuous skeletons from digitized images.
p 55 J. of ACM, vol 16, n°4, Oct. 1969, p. 536-549.
- Montanari 1970** U. Montanari
A note on minimal length polygonal approximation to a digital contour.
p 37 Comm. of ACM, vol. 13 n°1, January 1970.
- Montanvert 1985** A. Montanvert
Obtention d'une ligne médiane par connexion de l'axe-médian.
p 65- 73- 82 5ème congrès RFIA, p. 777-785, Grenoble 1985.
- Montanvert 1986 a** A. Montanvert ; J.M. Chassery
Réalisation d'un algorithme de trajectographie d'un engin de ramassage
de nodules.
p 123 Rapport de contrat d'étude Gemonod 85/133. sept 86.
- Montanvert 1986 b** A. Montanvert
Median line : graph representation and shape description.
p 85 8th ICPR. Paris. Octobre 86. p.430-432.
- Montanvert 1987 a** A. Montanvert; J.M. Chassery
Etude de trajectographie, interprétation de données.
p 136 Rapport de contrat d'étude Gemonod 86/159. Mars 87.
- Montanvert 1987 b** A. Montanvert ; J.M. Chassery
Architecture d'images binaires : outils géométriques.
p 47 "Traitement du Signal"; Special Vision par Ordinateur 87; p.205-215.
- Montanvert 1987 c** A. Montanvert ; J.M. Chassery ; C. Charles
Méthodes de décomposition d'images binaires appliquées à la
trajectographie sous-marine.
p 124 "Traitement du Signal" ; Special Vision par Ordinateur 87; p.195-203.
- Montanvert 1987 d** A. Montanvert ; J.M. Chassery ; C. Charles
Décomposition de formes discrètes complexes appliquée à un problème
de trajectographie sous-marine.
p 120- 124 MARI 87. Paris, Mai 1987. p411-416.
- Montanvert 1987 e** A. Montanvert
Graph environment from medial axis for shape manipulation.
p 94 4th Int. Conf. on IAPR, Cefalu(Italy), Sept 87.
- Montanvert 1987 f** A. Montanvert
Filtrage et décomposition de formes par manipulation de régions.
p 94 6ème congrès RFIA. Antibes. Novembre 87. p. 233-241.
- Morel 1986** Y. Morel
Evaluation des excursions bathymétriques dans la zone française
orientale. Note technique n°83. GEMONOD 86.
p 120

- Nakamura 1985** A. Nakamura ; K. Aizama
Digital images of geometric pictures.
CVGIP, p. 107-120, 1985.
p 22
- Nevatia 1977** R. Nevatia ; T.O. Binford
Description and recognition of curved objets.
Artificiel Intelligence, 8. 1977, p. 77-98.
p 56
- Nguyen 1986** T.V. Nguyen ; J.S. Sklansky
A fast-skeleton finder for coronary arteries.
8th ICPR, Paris 1986, p. 481-486.
p 59
- Pavlidis 1971** T. Pavlidis
Structural pattern recognition : primitives and juxtaposition relations.
Proceedings of the Int. conf. on Frontiers of Pattern Recognition.
Honolulu. January 1971, p. 421-451. Watanabe (Satosi) ed.
p 8
- Pavlidis 1974** T. Pavlidis ; S.L. Horowitz
Segmentation of plane curves.
I.E.E.E. trans. on Comp., vol. C23 n°8, p. 860-870, August 1974.
p 37
- Pavlidis 1977** T. Pavlidis
Structural pattern recognition, p. 237-245.
Springer Verlag - Berlin ; Heidelberg ; New-york 1977.
p 44- 45- 58
- Pavlidis 1978** T. Pavlidis
A review of algorithms for shape analysis.
C.G.I.P. 7 p. 243-258, 1978.
p 33
- Pavlidis 1979** T. Pavlidis ; F. Ali
A hierarchical syntactic shape analyzer.
I.E.E.E. trans. on PAMI, vol.1 n°1, p. 2-9, January 1979.
p 37
- Pavlidis 1980 a** T. Pavlidis.
Algorithms for shape analysis of contours and waveforms.
I.E.E.E. trans. on PAMI. vol.2 n°4 p. 301-312 July 1980.
p 33
- Pavlidis 1980 b** T. Pavlidis
A thinning algorithm for discrete binary images.
CGIP. 13 1980, p. 142-157.
p 64
- Pepin 1987** F. Pepin; M.Milgram
Squelettisation à partir des contours :
application à la mise en correspondance des régions.
MARI 1987, Paris, p. 23-28.
p 67
- Pfaltz 1967** J.L. Pfaltz ; A. Rosenfeld
Computer representation of planar regions by their skeletons.
Com. of ACM., vol. 10, n°2, p. 119-125, 1967
p 60- 62
- Preparata 1985** F.P. Preparata ; M.J. Shamos
Computational geometry.
Springer Verlag, New-York - Berlin - Heidelberg - Tokyo 1985.
p 37- 41

- Ramstein 1987** G. Ramstein ; M. Raffy
Interprétation morphologique de structures. Application à la reconnaissance du couvert forestier par télédétection aéroportée. MARI 87. Paris. p 225-230.
p 109
- Rosenfeld 1966** A. Rosenfeld ; J.L. Pfaltz
Sequential operations in digital picture processing. J. of ACM. vol.13 n°4, p 471-494, October 1966.
p 60- 157- 165
- Rosenfeld 1968** A. Rosenfeld ; J.L. Pfaltz
Distance functions on digital pictures. Pattern Recognition, vol. 1, p. 33-61, 1968
p 60- 66
- Rosenfeld 1973** A. Rosenfeld ; E. Johnston
Angle detection on digital curves. I.E.E.E. trans. on Comp., p. 875-878, September 1973.
p 35- 36
- Rosenfeld 1974** A. Rosenfeld
Digital straight line segments. IEEE trans. Comp. vol.C.23 n°12, p.1264-1269, December 1974.
p 22- 36
- Rosenfeld 1976 a** A. Rosenfeld ; A.C. Kak
Digital image processing. Academic Press. New-York, 1976.
p 20- 58
- Rosenfeld 1976 b** A. Rosenfeld ; L.S. Davis
A note on thinning. I.E.E.E. trans. on SMC. 6. 1976, p.226-228
p 58
- Rosenfeld 1979** A. Rosenfeld ; C.R. Dyer
Thinning algorithms for greyscale pictures. I.E.E.E. Trans. on PAMI, vol. 1, p. 88-89, 1979.
p 59
- Rosenfeld 1982** A. Rosenfeld ; C.E. Kim
How a digital computer can tell us whether a line is straight. Amer. math. Monthly 89, p. 230-235, 1982.
p 36
- Rosenfeld 1984** A. Rosenfeld
Image analysis : problems, progress and prospects. Pattern Recognition vol. 17 n°1, p. 3-12, 1984.
p 7- 8- 34- 47
- Rosenfeld 1986** A. Rosenfeld
Axial representations of shape. CVGIP. 33. p 156-173. 1986
p 56
- Samet 1980** H. Samet
Region representation : quadtrees from binary arrays. C.G.I.P. 13 pp. 88-93, 1980.
p 38- 98
- Samet 1982 a** H. Samet
Quadtrees and medial axis transforms. 6th ICPR, p. 184-187, Munich 1982
p 43
- Samet 1982 b** H.Samet
Neighbor finding techniques for images represented by quadtrees. CGIP. 18. p37-57, 1982 .
p 39

- Samet 1983** H. Samet
A quadtree medial axis transform.
Com. of ACM, vol. 26 n°9, p. 680-693, September 1983.
p 43
- Sankar 1978** P.V. Sankar ; C.U. Sharma
A parallel procedure for the detection of dominant points on a digital curve.
C.G.I.P. 7, p. 403-412, 1978.
p 35
- Schachter 1978** B. Schachter
Decomposition of polygons into convex sets.
I.E.E.E. trans. Comp., vol. C-27, p. 1078-1082, November 1978.
p 41
- Serra 1982** J. Serra
Image analysis and mathematical morphology.
Academic Press. 1982.
p 41- 58
- Shapiro 1979** L.G. Shapiro ; R.M. Haralick
Decomposition of two dimensional shapes by graph - theoretic clustering.
I.E.E.E. trans. on PAMI, vol.1 n°1, p. 10-20, January 1979.
p 45- 46
- Shapiro 1980** L.G. Shapiro
A structural model of shape.
I.E.E.E. trans. on PAMI, vol. 2 n°2, p. 111-126, March 1980.
p 46- 101
- Sklansky 1972** J. Sklansky ; R.L. Chazin ; B.J. Hansen
Minimum - perimeter polygons of digitized silhouettes.
I.E.E.E. trans. on Comp. vol C21 n°3, March 1972.
p 37
- Stefanelli 1971** R. Stefanelli ; A. Rosenfeld
Some parallel thinning algorithms for digital pictures.
J of ACM. vol. 18, n°2 p. 255-264, Avril 1971.
p 57
- Susuki 1987** S. Susuki ; K. Abe
Sequential thinning of binary pictures using distance transformation.
8th ICPR, Paris 87, p. 289-292.
p 64
- Tamura 1978** H. Tamura
A comparison of line thinning algorithms from digital geometry viewpoint.
4th ICPR. Kyoto 1978, p. 715-719.
p 58
- Tejwani 1984** Y.J. Tejwani ; R.A. Jones
Determination of critical points on planar shapes using an adaptative line of sight method.
7th ICPR, p. 112-114, Montréal 1984.
p 36
- Tohmé 1978** S. Tohmé
Prétraitement du chiffre manuscrit.
1er congrès RFIA. Chatenay Malabry 1978, p. 568-576.
p 59
- Toussaint 1980** G.T. Toussaint
Pattern recognition and geometrical complexity.
5th ICPR. Miami 1980, p. 1324-1347.
p 34- 37

- Veillon 1979** F. Veillon
One pass computation of morphological and geometrical properties in digital pictures.
Signal Processing. vol. 1, p. 175-189, 1979.
p 31
- Veillon 1984** F. Veillon.
Toward a systematic study of shape measures.
7th ICPR Montréal 84 . p. 607-610.
p 33
- Wakayama 1982** T. Wakayama
A core - line tracing algorithm based on maximal square moving.
IEEE trans. on PAMI. vol 4. n° 1. p 68-74. Jan. 82
p 63- 96
- Wu 1986** A.Y. Wu; S.K. Bhaskar ; A. Rosenfeld
Computation of geometric properties from the medial axis transform in $O(n \log n)$ time.
CVGIP 34, p. 76-92, 1986.
p 62
- Xia 1987** Y. Xia
Méthodes d'amincissement d'images binaires.
Thèse de Doctorat, Paris 6, Mars 1987.
p 58- 64
- Yamada 1984** H. Yamada
Complete euclidean distance transformation by parallel operation.
7th ICPR. Montréal. August 1984, p. 69-71.
p 67
- Ye 1986** Q.Z. Ye ; P.E. Danielsson
Visual inspection of printed circuit boards using connectivity preserving shrinking.
8th ICPR. Paris 1986. p 2-4.
p 59
- Young 1981** I.T. Young.
A new implementation procedure for the binary and Minkowski operators.
CGIP. 17. p.189.210. 1981.
p 31
- Zusne 1970** L. Zusne
Visual perception of form.
Academic press. 1970, New-York and London.
p 7

ANNEXE 1

ALGORITHME D'ETIQUETAGE DES COMPOSANTES CONNEXES D'UNE IMAGE

Problème:

étant donnée une image binaire, comment détecter les différents objets qu'elle contient ?

Pour ce faire, on associe à tous les points d'un même objet une étiquette, les étiquettes de points appartenant à des objets distincts devant être différentes.

Nous allons voir ci-après un algorithme travaillant en deux passages sur l'image, avec gestion d'une table de correspondance [Rosenfeld 66].

L'algorithme va dépendre de la notion de consécuitivité utilisée.

Dans un balayage séquentiel de haut en bas et de gauche à droite de l'image, on considère pour chaque point P ses voisins déjà traités; soit deux points pour la 4-connexité et quatre points pour la 8-connexité (figure 1).

Nous appellerons ces points les prédécesseurs du point P.



Figure 1. Prédécesseurs de P.

Le principe consiste à balayer l'image en affectant à chaque point objet une étiquette fonction de l'information fournie par les prédécesseurs.

Soit T la table de correspondance, tableau à une dimension; en fin de balayage, on doit avoir :

$T[i]$ = étiquette de l'objet des points d'étiquette i.

T est initialisé à $T[i] = i$.

Premier balayage de l'image :

au terme de cette étape, les points d'un même objet pourront avoir des étiquettes différentes, mais le tableau T permettra de tous les faire correspondre à une même étiquette.

Si tous les prédécesseurs de P sont des points du fond,
alors affecter une nouvelle étiquette à P (cas 1).

sinon

si tous les prédécesseurs de P qui sont des points objet ont une même étiquette,

alors {P appartient au même objet}

affecter cette étiquette à P (cas 2)

sinon {les prédécesseurs de P qui sont des points objet n'ont pas tous la même étiquette. P permet d'établir une correspondance entre plusieurs régions d'un même objet qui n'ont pas pour l'instant été affectées de la même étiquette}(cas 3)

début

affecter P avec la valeur associée à la plus petite étiquette

{soit e cette étiquette, P est affecté à T[e] }

mettre à jour la table T :

pour chaque prédécesseur d'étiquette β tel que $T[\beta] \neq T[e]$ faire :

début

tant que $T[\beta] \neq \beta$ faire

début

$k := T[\beta]; T[\beta] := T[e]; \beta := k;$

fin;

$T[\beta] := T[e];$

fin;

fin;

A la fin de ce balayage de l'image, on actualise la table T de manière à ce qu'à tout indice corresponde l'étiquette définitive de l'objet (ces étiquettes ne seront pas forcément consécutives):

pour $i := 1$ jusqu'à nombre maximum d'étiquettes utilisées faire :

début

$j := i;$

tant que $T[j] \neq j$ faire $j := T[j];$

final $:= j;$

$j := i;$

tant que $T[j] \neq j$ faire

début $k := T[j]; T[j] := final; j := k; fin;$

fin;

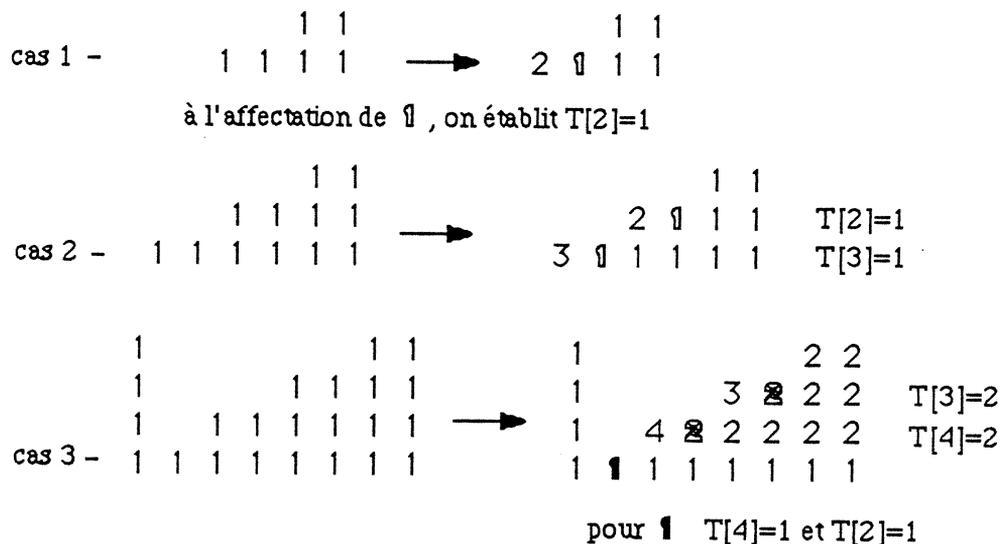
Second balayage de l'image :

on affecte à chaque point objet l'étiquette définitive de l'objet, donnée par la table T:

pour tout point P d'étiquette e faire :

si $T[e] \neq e$ alors affecter l'étiquette $T[e]$ au point P.

Exemples d'exécution :



d'où l'utilité de l'actualisation de T à la fin du premier balayage pour réaliser $T[3]=1$.

Cet algorithme nécessite donc deux balayages de l'image et la gestion d'une table de correspondance entre étiquettes.

Elle a pour inconvénient la génération de nombreuses étiquettes dans le cas d'un objet en "dégradé à gauche" (voir les figures précédentes), ce qui implique la manipulation d'une table de correspondance de grande taille.

Ceci est dû à la vision uniquement locale de l'algorithme lors de l'attribution des étiquettes.

Nous montrons en annexe 2 comment cet algorithme peut être modifié pour travailler sur des segments.

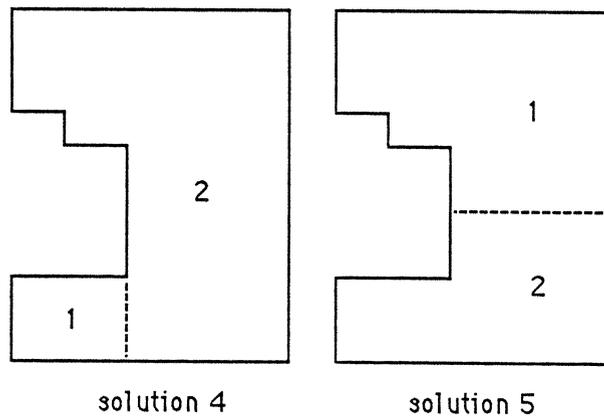
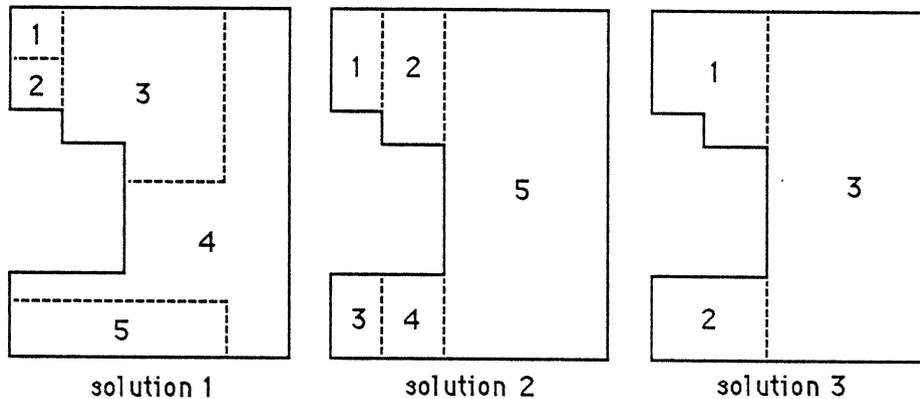
ANNEXE 2

PARTITIONNEMENT D'UN OBJET DISCRET EN REGIONS VERTICALEMENT CONVEXES

Problème :

étant donné un objet discret, comment définir des régions verticalement convexes, qui fournissent une partition de cet objet.

On peut envisager différents types de solutions :



Pour obtenir un partitionnement verticalement convexe, il faut prendre en compte les concavités suivant la direction verticale.

Leur utilisation, pour aboutir à un partitionnement, peut être multiple. On souhaite généralement définir des procédés intuitifs et simples. Ici, on ne veut pas introduire de découpages inutiles.

Nous nous sommes orientés vers une solution de type 3, qui n'est certes pas optimale (solution 4); mais elle est simple à programmer et le passage à la solution optimale peut être réalisé sans problème.

La première étape consiste à caractériser les "fonds des concavités verticales", que nous appellerons points générateurs.

Dans une deuxième étape, il faudra étiqueter les régions verticalement convexes définies par l'intermédiaire de ces points. Une solution simple consiste à choisir comme élément de partitionnement les segments verticaux inclus dans la forme et passant par ces points. Le contour de la forme et ces segments définissent alors les entités de la partition.

Le problème est tout d'abord de reconnaître ces points générateurs.

On peut imaginer une méthode de suivi de contour. Nous avons préféré nous orienter vers un algorithme inspiré de celui d'étiquetage des composantes connexes d'une image.

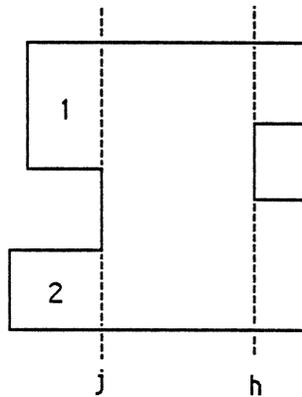
Nous avons vu que cet étiquetage est réalisé lors d'un balayage de l'image, avec propagation simultanée des étiquettes attribuées. Plutôt que de définir cette propagation uniquement sur des critères locaux (voisinage du point considéré) (annexe 1), on peut utiliser la notion de segment.

L'étape de balayage de l'image devient alors :

pour chaque colonne détecter successivement les segments et pour chaque segment allant de la ligne i_1 à la ligne i_2 sur la ligne j :

- retenir les étiquettes présentes sur la colonne $j-1$, des lignes i_1 à i_2 pour la 4-connexité, et des lignes i_1-1 à i_2+1 pour la 8-connexité.
- s'il n'y a aucune étiquette, affecter tout le segment à une nouvelle étiquette.
- s'il y en a une seule, affecter le segment à cette étiquette.
- s'il y en a plusieurs, on est à la connexion de régions d'étiquettes différentes; le segment étudié contient donc des points générateurs. Il suffit d'emprunter à l'algorithme de l'annexe 1 la gestion d'une table de correspondance pour étiqueter correctement l'image.

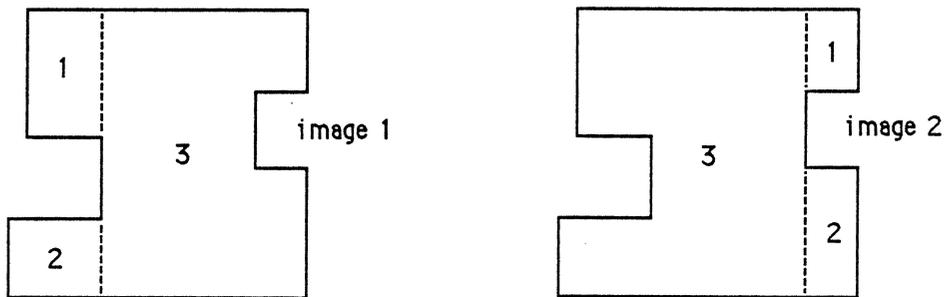
L'intérêt de cet algorithme basé sur les segments pour notre problème de partitionnement est que la détection de correspondances entre plusieurs étiquettes coïncide avec la présence de points générateurs.



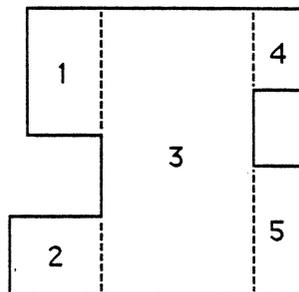
Lors du traitement de la colonne j , on détecte la connexion entre les régions 1 et 2. Le segment associé doit servir au partitionnement; il est donc affecté à une nouvelle étiquette qui continuera à se propager sur la droite (pour avoir une décomposition optimale, il suffit de prendre pour le segment l'une des étiquettes précédentes, par exemple celle associée à la plus grande surface).

Cependant, les concavités de droite ne sont pas détectées (colonne h sur la figure ci-dessus). Il faut donc faire un traitement similaire avec un balayage de droite à gauche.

On aboutit alors aux deux images :



Il suffit de les combiner pour obtenir la décomposition finale : à chaque couple d'étiquettes (image1, image2) correspond une étiquette dans l'image finale.



Cet algorithme a été utilisé pour définir la stratégie de balayage Nord-Sud exposée au chapitre V.

ANNEXE 3

AXE MEDIAN

ALGORITHME DE CALCUL

Cet algorithme comporte deux étapes :

- construction des courbes de niveau sur la forme
(transformation de distance)
- reconnaissance des points de l'axe médian
(maximums locaux)

Soit $A = (a_{ij})$ $i=1..n$ et $j=1..m$ une représentation matricielle d'une image binaire contenant un objet F .

$$a_{ij}=1 \Leftrightarrow (i,j) \in F$$

$$a_{ij}=0 \Leftrightarrow (i,j) \in \bar{F}$$

On suppose que F ne possède pas de point sur les premières et dernières lignes et colonnes de A .

Nous proposons ici la version de l'algorithme adapté pour la distance d_8 .

1) courbes de niveau

Le procédé de construction est séquentiel et nécessite deux parcours de l'image [Rosenfeld 66].

Premier balayage :

de haut en bas et de droite à gauche (parcours avant)

de $i=2$ haut $n-1$ faire

de $j=2$ haut $n-1$ faire

si $a_{ij} \neq 0$ alors

$$a_{ij} := 1 + \min (a_{i-1,j-1} ; a_{i-1,j} ; a_{i-1,j+1} ; a_{i,j-1});$$

Second balayage :

de bas en haut et de droite à gauche (parcours arrière)

de $i=n-1$ bas 2 faire

de $j=n-1$ bas 2 faire

si $a_{ij} \neq 0$ alors

$$a_{ij} := \min (a_{ij} ; 1+ a_{i+1,j+1} ; 1+ a_{i+1,j} ; 1+ a_{i+1,j-1} ; 1+ a_{i,j+1});$$

Au terme de ces deux balayages, chaque point de F est étiqueté avec la valeur de sa distance d_g au fond \bar{F} de l'image.

Remarques :

Le premier balayage correspond à l'utilisation d'un masque de "convolution séquentielle" :

$$\begin{array}{ccc} C2 & C3 & C4 \\ C1 & P & \end{array} \quad \text{avec } C1=C2=C3=C4=1$$

Pour le deuxième balayage le masque est :

$$\begin{array}{ccc} P & C5 & \\ C8 & C7 & C6 \end{array} \quad \text{avec } C5=C6=C7=C8=1$$

Le même algorithme appliqué avec des C_i différents permet de calculer d'autres transformations de distance sur l'image :

- distance d_4 : $C1=C3=C5=C7=1$
 $C2=C4=C6=C8=\infty$

- distance du chanfrein proche de la distance euclidienne :
 $C1=C3=C5=C7=3$
 $C2=C4=C6=C8=4$

On peut également faire varier la taille du masque [Borgefors 86]

2) maximums locaux

Les points de l'axe médian sont les maximums locaux pour la distance avec laquelle les courbes de niveau ont été construites.

$$(i,j) \in \text{axe médian} \Leftrightarrow a_{ij} \geq \max_{\substack{k \in [-1,1] \\ l \in [-1,1]}} (a_{i-k,j-l})$$

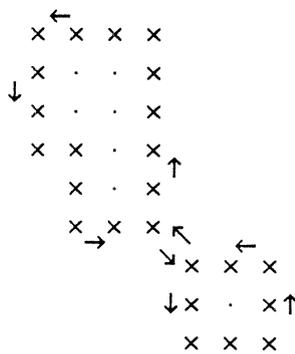
ANNEXE 4

SUIVI D'UNE COURBE DE NIVEAU CONSTRUITE AVEC LA DISTANCE D_8

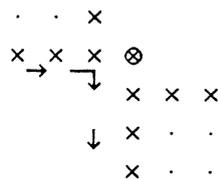
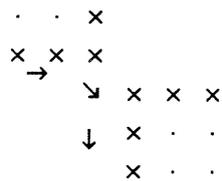
La courbe de niveau de poids i est égale au contour de l'objet composé des courbes de niveau de poids supérieur ou égal à i . Le suivi d'une courbe de niveau est donc équivalent au suivi du contour d'un objet.

Pour la distance utilisée (d_8), P est un point de contour de F si et seulement si il existe Q appartenant à F tel que $d_8(P,Q)=1$.

Pour un objet 8-connexe, le contour est alors une courbe 4-connexe avec des "passages obligatoires" en 8-connexité.



Pour cela, lors du suivi, il faut rechercher les points contours dans les 8 directions de Freeman, en rajoutant, si ils existent, les points assurant la 4-connexité du contour.

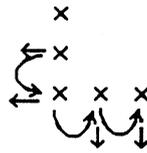


le point entouré doit
être retenu lors du
suivi de contour.

Le principe de l'algorithm est le suivant :

Lorsque l'on est sur un point contour P , on recherche le point contour suivant par un parcours des 8-voisins de P dans le sens trigonométrique, à partir d'une direction où l'on est sûr d'être à l'extérieur de la forme. Cette direction est mise à jour à partir de la direction précédant celle qui avait permis de trouver P .

3 2 1
4 x 0
5 6 7



x : première direction de recherche à partir de x.

directions de Freeman.

La condition d'arrêt est que l'on retrouve successivement le premier puis le deuxième point du contour (une condition portant sur un seul point est insuffisante dans le cas d'un contour étant une courbe non simple), ce qui garantit que l'on repart sur le même suivi qu'initialement.

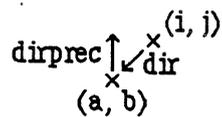
D'où l'algorithme :

- recherche d'un premier point de la forme par parcours ligne à ligne et de gauche à droite de l'image.

Soit $P_0 (i, j)$ ce point. P_0 est forcément un point contour, et dans la direction $dir=4$ on trouve un point du fond.

- Si tous les voisins de P_0 sont dans \bar{F} , alors on a fini, F ne comporte qu'un seul point.

sinon



(i, j) : point courant du contour. (a, b) : futur point du contour.

dir : direction suivant laquelle à partir de (i, j) on trouve le point (a, b) .

$dirprec$: direction suivant laquelle à partir de (a, b) sur le contour on est sûr de trouver un point de \bar{F} (c' est le point que l'on a examiné avant de trouver (a, b)).

début

fini := faux; a := 0; b := 0; dir := 4;

tantque non fini faire

 début

 tantque $(a, b) \notin F$ faire

 début

$dir := (dir+1) \bmod 8;$

 mettre à jour (a, b) et $dirprec$ en fonction de (i, j) et dir

 { par exemple, pour $dir = 3, a := i-1; b := j-1; dirprec := 0; }$

 fin;

si c' est le deuxième point trouvé alors le mémoriser dans P'
sinon si $(i,j) = P_0$ et $(a,b) = P'$ alors fini := vrai;

si non fini alors

 début

 si le point déduit de (i, j) suivant la direction $(dir+1) \bmod 8$
 appartient à F

 alors { complément 4-connexité du contour }

 ce point est un point du contour;

(a,b) est un point du contour;

$(i,j) := (a,b)$;

$(a,b) :=$ point déduit de (a,b) suivant la direction dirprec;

 dir := dirprec;

 fin;

fin;

fin;

ANNEXE 5

LIGNE MEDIANE ALGORITHME DE CALCUL

Etant donnée une image A des distances au fond contruite avec la distance d8 (voir annexe 3), on désire trouver l'image LM de la ligne médiane d'après la méthode exposée dans le sous-chapitre IV.1.

Nous avons vu que cela peut être réalisé en un seul parcours de l'image A avec le schéma suivant :

```
balayage séquentiel de A ; pour chaque point P :
  si P appartient à l'objet F et que P n'a pas encore été retenu
  alors
    si P est un point double ou un maximum local
      alors
        début
          P appartient à la ligne médiane;
          si P est point double
            alors
              début
                de P sont déduits 1 ou 2 points d'initialisation de chemins;
                de chacun de ces points est déduit un chemin discret de connexion
                par déplacement orthogonal aux courbes de niveau;
              fin;
            fin;
          fin;
        fin;
      fin;
    fin;
  fin;
```

Dans le balayage séquentiel, on peut rencontrer des points déjà retenus comme appartenant à la ligne médiane, par exemple pour les points doubles de troisième type et les chemins de connexion.

Nous allons voir maintenant l'algorithme complet.

On a donc une matrice A telle que $A[i, j] = dg((i, j), \bar{F})$.

Soit LM la matrice résultat, LM est initialisée à 0.

```
pour i = 2 à n-1 faire
pour j = 2 à n-1 faire
  si A[i,j] ≠ 0 et LM[i,j] = 0
  alors { (i,j) ∈ F et (i,j) non déjà retenu }
    début
    si A [i+1, j+1] = A [i,j] et A[i+1,j] = A [i,j] - 1 et A [i,j+1] = A[i,j] - 1
    alors { on est dans le cadre d'une configuration points doubles de type 3 }
      début
      si non max_local (i,j) alors
        début
        LM [i,j] := A [i,j] ;
        suivi_chemin(i,j);
        fin ;
      si non max_local (i+1,j+1) alors
        début
        LM [i+1,j+1] := A [i+1,j+1];
        suivi-chemin (i+1,j+1) ;
        fin ;
      fin
    sinon
    si A [i+1,j-1] = A [i,j] et A[i, j-1] = A [i,j] - 1 et A [i+1,j] = A [i,j] - 1
    alors {on est dans le cadre de la deuxième configuration possible de
    points doubles de type 3 }
      début
      si non max_local (i,j) alors
        début
        LM [i,j] := A[i,j] ;
        suivi-chemin (i,j) ;
        fin ;
      si non max_local (i+1, j-1) alors
        début
        LM [i+1, j-1] := A [i+1,j-1] ;
        suivi-chemin (i+1, j-1) ;
        fin ;
      fin ;
    fin ;
```

```
si max_local (i,j)
alors { c'est le seul endroit de l'algorithme où l'on conserve les maximums locaux }
      LM [i,j] := A [i,j]

sinon { (i,j) est-il point double de type 1 ou 2 ? }
      début { z : variable locale à la procédure }
      z := nombre de voisins directs de (i,j) ayant pour poids A [i,j] ;

      si z = 4
      alors { (i,j) est un point double de type 2, on cherche les chemins à construire à
             partir de ses voisins indirects, il y en aura au plus 2 }
             début
             LM [i,j] := A [i, j];
             si non max_local (i-1, j-1) et A [i-1, j-1] = A [i,j]+1
             alors début
                     LM [i-1, j-1] := A [j-1,j-1] ;
                     suivi - chemin (i-1, j-1) ;
                     fin ;
             si non max_local (i-1,j+1) et A[i-1,j+1] = A [i,j]+1
             alors début
                     LM [i-1,j+1] := A [i-1,j+1] ;
                     suivi - chemin (i-1,j+1) ;
                     fin ;
             si non max_local (i+1,j-1) et A [i+1,j-1] =A [i,j]+1
             alors début
                     LM [i+1,j-1] := A [i+1,j-1] ;
                     suivi - chemin (i+1,j-1) ;
                     fin ;
             si non max_local (i+1,j+1) et A [i+1,j+1] =A [i,j]+1
             alors début
                     LM [i+1,j+1] := A [i+1,j+1] ;
                     suivi - chemin (i+1,j+1) ;
                     fin ;
             fin
      fin
```

```
    sinon
      si z = 3
      alors {(i,j) est un point double de premier type, donc est également point
        d'initialisation}
        début
          LM [i,j] := A [i,j] ;
          suivi - chemin (i,j) ;
          fin ;
        fin ;
      fin ;
```

```
fonction max_local (i,j : entier) : booléen ;
  {rend vrai si (i,j) est maximum local dans l'image A, faux sinon }
début
  max_local := (A [i,j] ≥ A [i-1,j-1]) et (A [i,j] ≥ A [i-1,j]) et (A [i,j] ≥ A [i-1,j+1])
    et (A [i,j] ≥ (A [i,j-1]) et (A [i,j] ≥ A [i,j+1])
    et (A [i,j] ≥ A [i+1,j-1]) et (A [i,j] ≥ A [i+1,j]) et (A [i,j] ≥ A [i+1, j+ 1]);
fin ;
```

```
procédure suivi - chemin (i,j : entier) ;
  {suivi d'un chemin de connexion discret initialisé en (i,j) dans l'image A avec mise à jour de
  l'image LM. Le critère d'arrêt est d'aboutir sur un maximum local ou sur un point déjà retenu
  (rencontre de plusieurs chemins).
  (i,j) est forcément non maximum local.
  Le poids des points sur le chemin discret forme une suite arithmétique de raison 1.
  Voir au sous-chapitre IV.1. les conditions de caractérisation de ces chemins }
```

```
var    fini : booléen ;
      h,l,q : entier ;
début.
  fini := faux ; q := A [i,j] ; k := i ; l := j ;
  tant que non fini faire
    si A [k-1,l] = q+1 alors traiter (k-1,l)
    sinon si A [k+1,l] = q+1 alors traiter (k+1,l)
    sinon si A [k,l-1] = q+1 alors traiter (k,l-1)
    sinon si A [k,l+1] = q+1 alors traiter (k, l+1)
```

```
sinon {le chemin ne peut se poursuivre par des voisins directs, on cherche en voisins
      indirects}
      si  $A[k-1,l-1] = q+1$  alors traiter(k-1,l-1)
sinon si  $A[k-1,l+1] = q+1$  alors traiter(k-1,l+1)
sinon si  $A[k+1,l-1] = q+1$  alors traiter(k+1,l-1)
sinon si  $A[k+1,l+1] = q+1$  alors traiter(k+1,l+1)
fin;
```

```
procédure traiter (r, s : entier) ;
  {sous-procédure de suivi_chemin}
début
  si max_local (r,s) ou  $LM[r,s] \neq 0$ 
  alors fini := vrai
  sinon début
     $LM[r,s] := q+1;$ 
     $k := r ; l := s ; q := q+1 ;$ 
    fin ;
fin ;
```


ANNEXE 6

GRAPHE DE LA LIGNE MEDIANE

ALGORITHME DE CONSTRUCTION

A partir de l'image (LM) de la ligne médiane d'un objet (obtenue comme exposé en annexe 5), on va construire le graphe de la ligne médiane (GLM) suivant les principes décrits au sous-chapitre IV. 2.

Nous avons vu que le graphe est stocké au moyen des trois structures de données :

. Le tableau TNOE où l'on conserve, pour chaque noeud du graphe, son poids i et la liste des coordonnées des points qui le constituent.

(on stocke: i pour un noeud de maximums locaux
et $-i$ pour un noeud de points doubles stricts)

. Le tableau TARC où l'on stocke les caractéristiques de chaque arc, qui code un chemin de connexion discret (point d'origine, direction et longueur du chemin direct, direction et longueur du chemin indirect)

. Le tableau MAD, traduction de la matrice d'adjacence du graphe (que l'on a supposé sans arc multiple).

MAD $[i,j] = k > 0$: l'arc k a pour queue i et pour tête j .
MAD $[i,j] = -k < 0$: l'arc k a pour queue le noeud j et pour tête le noeud i .
MAD $[i,j] = 0$: il n'y a aucun arc entre les noeuds i et j

La structure de l'algorithme de construction est la suivante :

- par un parcours de l'image LM, construction des sommets de maximums locaux.
- traitement de ces sommets un par un pour :
 - détecter les configurations "maximums locaux sur points doubles stricts" et construire la structure associée du graphe.
 - construire (pour chaque sommet) les arcs qui l'ont pour origine, avec suppression des connexions redondantes.

- un parcours de l'image pour détecter les points doubles stricts restants et coder, pour chaque sommet ainsi créé, les deux arcs dont il est l'origine.

Nous utilisons des structures de données propres au procédé de construction du graphe.

Tout d'abord, une matrice de travail (VECU de type TAB_VECU) de même taille que l'image traitée va indiquer :

- d'une part si un point de l'image a déjà été traité (booléen)
- d'autre part le sommet auquel il appartient si c'est un maximum local (pointeur).

Une seconde structure de données va être utile dans la phase de construction des arcs (à partir des noeuds de maximums locaux) afin d'éviter la définition d'arcs redondants. On utilise une liste, mise à jour au fur et à mesure de la détection des points d'initialisation attachés à un sommet, qui contient les points dont il ne faut plus tenir compte comme points d'initialisation au cours du traitement d'un noeud de maximums locaux.

Par exemple, pour la ligne médiane :

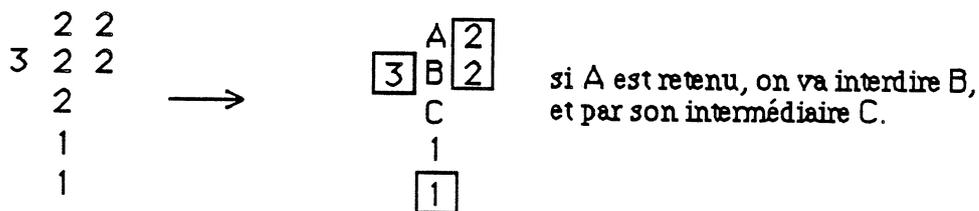


A partir d'un sommet, les points d'initialisation sont à rechercher dans son 8-voisinage et sont de même poids.

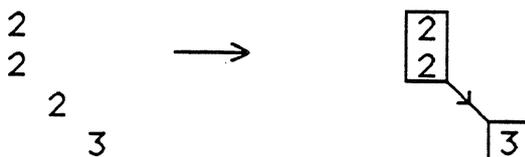
On regarde tout d'abord les voisins directs. Ici, il y a deux candidats pour une même connexion, à cause de l'épaisseur de l'axe médian.

Si l'on détecte en premier B, il faut alors interdire A (et inversement) au moyen de la liste d'interdiction attachée au sommet.

Pour tout voisin direct, il faut interdire ses voisins :



La dernière étape de la construction des arcs traite les voisins indirects du sommet. Ceux qui ne sont pas dans la liste d'interdiction donnent naissance à un arc :



Nous donnons ci-dessous des définitions de type utilisées pour la construction et le stockage du graphe de la ligne médiane (langage Pascal).

CONST

HAUT = 256; { hauteur des images }
LARG = 256; { largeur des images }
NB_MAX_COMP = 600; { nombre maximum de noeuds de GLM }
NB_MAX_ARC = 700; { nombre maximum d'arcs de GLM }

{-----}

TYPE

IMAGE_INT = ARRAY [1..HAUT,1..LARG] OF INTEGER;
 { stockage d'une matrice image }

{ pour le stockage de GLM }

PT_PI = ^PI; { pointeur sur un élément PI }

PI = RECORD { élément pour coder un point }
 X,Y : INTEGER; { coordonnées du point }
 SPI : PT_PI; { pointeur vers le point (PI) suivant de la liste }
 END;

EL_CML = RECORD { élément de TNOE pour stocker les points d'un noeud de GLM }
 POIDS : INTEGER; { poids du noeud (=poids des points le composant) }
 LIPI : PT_PI; { liste des points formant le noeud }
 END;

EL_ARC = RECORD { élément pour coder un arc entre sommets de GLM }
 X,Y : INTEGER; { coordonnées du point d'initialisation du chemin }
 L4,D4,L8,D8 : INTEGER; { longueur et direction des chemins 4 puis 8 }
 END;

TAB_NOE = ARRAY[1..NB_MAX_COMP] OF EL_CML;
 { stockage des caractéristiques des sommets de GLM }

TAB_ARC = ARRAY[1..NB_MAX_ARC] OF EL_ARC;
 { stockage des caractéristiques des arcs de GLM }

```
TAB_MAD = ARRAY [1..NB_MAX_COMP,1..NB_MAX_COMP] OF INTEGER;  
  {stockage de la matrice d'adjacence de GLM
```

```
  MAD[I,J]=0           ⇔ pas d'arc entre les noeuds I et
```

```
  MAD[I,J]=K >0      ⇔ l'arc K va du noeud I vers le noeud J
```

```
  MAD[I,J]=-K <0     ⇔ l'arc K va du noeud J vers le noeud I
```

```
  les caractéristiques des noeuds I et J sont dans TNOE[I] et TNOE[J]
```

```
  les caractéristiques de l'arc K sont dans TARC[K]
```

```
}
```

```
{pour la construction de GLM}
```

```
PT_CML = ^CMALO; {pointeur vers un élément-noeud du graphe en cours de construction}
```

```
ENR = RECORD {trace du traitement pendant la construction du graphe}
```

```
  VU : BOOLEAN;
```

```
  OU : PT_CML;
```

```
  END;
```

```
CMALO = RECORD {composante 8-connexe de maximums locaux}
```

```
  PLACE = INTEGER;      {indice du CMALO dans TNOE}
```

```
  POIDS = INTEGER;      {poids associé}
```

```
  LIPI = PT_PI;         {liste des points constituant la composante}
```

```
  SMA = PT_CML;        {CMALO suivante de la liste}
```

```
  END;
```

```
TAB_VECU = ARRAY[1..HAUT,1..LARG] OF ENR;
```

```
  {tableau pour mémoriser le traitement déjà réalisé en chaque point de l'image LM}
```

```
{-----}
```

```
PROCEDURE GRAPHE_LM
```

```
  (VAR A : IMAGE_INT;      {entrée : image de la ligne médiane}
```

```
  VAR MAD : TAB_MAD;      {sortie : matrice d'adjacence}
```

```
  VAR TNOE : TAB_NOE;     {sortie : caractéristiques des sommets}
```

```
  VAR TARC : TAB_ARC;     {sortie : caractéristiques des arcs}
```

```
  VAR NB_SOM,NB_ARC : INTEGER; {sortie : nombre de sommets et d'arcs}
```

```
  VAR VECU : TAB_VECU      {variable de travail} );
```

Nous donnons dans les pages qui suivent l'organisation de l'algorithme compte tenu des structures définies ci-dessus.

1) **construction des sommets**, composantes 8-connexes de maximums locaux.

1) a. construction de la liste des sommets: LIMALO de type PT_CML

parcours séquentiel de l'image; pour chaque point P on regarde à quels sommets en cours de construction appartiennent ses voisins déjà traités

$$\begin{pmatrix} \times & \times & \times \\ \times & P & \end{pmatrix}$$

et on va :

- soit créer un nouveau sommet
- soit rajouter le point P à un sommet
- soit fusionner deux sommets et ajouter P à l'union.

Pour le point P, VECU [P]. VU = vrai
 et VECU [P]. OU = pointeur vers le sommet de LIMALO auquel appartient P.

1) b. Affectation de TNOE.

Un parcours de la liste LIMALO permet d'affecter le tableau TNOE.

Les noeuds sont numérotés suivant leur ordre d'apparition dans LIMALO.

Les éléments de cette liste sont complétés en indiquant pour chacun d'eux son indice dans TNOE.

2) Traitement de LIMALO

On traite un par un les sommets codés dans LIMALO, afin de reconnaître pour chacun d'eux les chemins discrets dont il est l'origine.

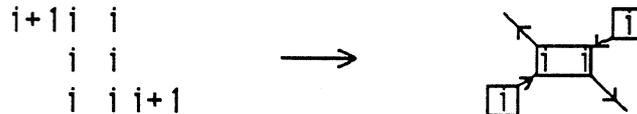
Au début du traitement d'un sommet, on initialise à vide la liste d'interdiction qui lui est attachée.

2) a. Premier traitement des points formant le sommet.

Pour chaque point P du sommet

2) a.1.

vérification de l'appartenance à une configuration "maximums locaux sur points doubles stricts" :



Si c'est le cas, on déclare tous les points impliqués dans cette configuration traités au moyen de VECU et on construit la structure associée (un sommet de points doubles stricts, 2 arcs de longueur nulle allant des noeuds de maximums locaux à ce sommet, suivi des 2 chemins discrets et construction des 2 arcs à partir du sommet de points doubles stricts).

2) a.2.

Si ce n'est pas le cas on recherche les voisins directs de P non déjà traités et de même poids que P.

Soit Q un tel point :

On indique dans VECU qu'il a été traité.

S'il n'est pas dans la liste d'interdiction du sommet en cours de traitement alors construction d'un arc à partir de Q;

Insertion des points voisins de Q et voisins du sommet ayant le même poids, dans la liste d'interdiction.

2) b. Deuxième traitement des points formant le sommet.

Pour chaque point P du sommet :

rechercher les voisins indirects de même poids non traités et non interdits. Un tel point Q induit un arc et est marqué dans VECU.

3) Noeuds de points doubles stricts.

Il reste à construire les noeuds de points doubles stricts et les arcs associés.

Pour construire correctement le graphe, un sommet de points doubles stricts ne doit être retenu en tant que tel que s'il amène à la construction d'exactly 2 arcs.

Cette recherche se fait par un deuxième parcours séquentiel de l'image, en ne regardant que les points qui ne sont pas marqués par VECU. Lorsqu'une configuration complète est reconnue, on construit les éléments associés du graphe : un sommet de points doubles stricts et deux arcs.

Complément : suivi des chemins discrets

Les arcs sont déterminés à partir des chemins de connexion discrets.

Ceux-ci sont parcourus de la même manière qu'ils ont été construits. Tout chemin ainsi suivi aboutit sur un maximum local ; la matrice VECU permet de récupérer le numéro du sommet associé, et TARC et MAD peuvent être mis à jour.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

DOCTORAT 3ème CYCLE, DOCTORAT-INGENIEUR, DOCTORAT USTMG

Vu les dispositions de l'Arrêté du 16 avril 1974,

Vu les dispositions de l'Arrêté du 5 juillet 1984,

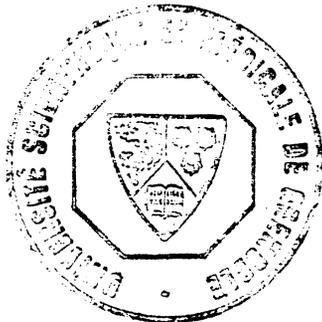
Vu les rapports de M... *Gilles* ... BERTRAND

M... *Fernand* ... MEYER

M... *Amiel* ... MONTANVERT est autorisé
à présenter une thèse en vue de l'obtention du .. *titre de docteur*
..... de l'Université (décret PS)

Grenoble, le... - 8 OCT. 1987

Le Président de l'Université Scientifique
Technologique et Médicale



Le Président

J.J. Payan
J.J. PAYAN

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire se situe dans le domaine de l'analyse des images binaires discrètes.

Notre but a été d'étudier les moyens de description et de manipulation des objets contenus dans de telles images.

Nous rappelons dans le premier chapitre quelques notions de base concernant les images et la géométrie discrète.

Le chapitre II est consacré à une étude bibliographique des méthodes d'analyse de formes, en particulier par recherche de décompositions (partitionnements ou recouvrements).

Dans le chapitre III, nous nous intéressons aux procédés de calcul de squelettes et d'axe médian, pour lesquels nous mettons en valeur le pouvoir descriptif.

Le chapitre IV détaille notre contribution à ce problème.

Le calcul d'une ligne médiane, puis d'un graphe de la ligne médiane, aboutit à une représentation hiérarchisée de l'axe médian qui induit une analyse structurée de l'objet original. Différents procédés de manipulation de formes (reconstruction progressive, filtrage, décomposition) sont proposés et testés.

Dans le dernier chapitre, nous exposons une application qui consiste à définir une trajectoire d'un engin ramasseur de nodules sur un fond marin. Les outils définis grâce au graphe de la ligne médiane font partie des méthodes employées pour analyser la carte initiale.

Mots clés :

analyse d'images - images discrètes binaires - représentation et description - décomposition de formes - axe médian - squelettes - ligne médiane - graphe de la ligne médiane - manipulation de formes - ramassage de nodules .