



**HAL**  
open science

# Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides

Michael Berhanu

► **To cite this version:**

Michael Berhanu. Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT: . tel-00325246v2

**HAL Id: tel-00325246**

**<https://theses.hal.science/tel-00325246v2>**

Submitted on 17 Feb 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT  
de L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
Spécialité Physique  
Ecole Doctorale de Physique de la Région Parisienne  
Laboratoire de Physique Statistique  
présentée par  
**Michaël BERHANU**  
pour obtenir le titre de  
Docteur de l'université Pierre et Marie Curie

# Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides

Soutenue le 15 septembre 2008.  
Devant le jury composé de

M.	BERNARD CASTAING	(président)
M.	THIERRY ALBOUSSIÈRE	(rapporteur)
M.	CHRISTOPHE BAUDET	(rapporteur)
M.	STÉPHAN FAUVE	(directeur de thèse)
M.	NICOLAS MORDANT	(directeur de thèse)
M.	JEAN-PIERRE VALET	(examineur)
M.	STÉPHANE ZALESKI	(examineur)



## Résumé de la thèse :

Dans les fluides conducteurs de l'électricité, le champ électromagnétique est couplé au mouvement du fluide par des effets d'induction. Nous avons étudié différents effets magnétohydrodynamiques, à partir de deux expériences impliquant un métal liquide en écoulement turbulent. La première de taille moyenne utilise du Gallium. La seconde, utilisant du sodium, est menée au sein de la collaboration VKS (Von Karman Sodium). Celle-ci a permis d'observer l'effet dynamo, à savoir la conversion d'une part de l'énergie cinétique du fluide en énergie magnétique. Nous avons montré, qu'en fonction des conditions de forçage de l'écoulement, une dynamo statistiquement stationnaire, ou au contraire, des régimes dynamiques du champ magnétique, peuvent être engendrés. En particulier, des renversements de polarité similaires à ceux du champ magnétique terrestre ont été observés. Parallèlement, l'expérience avec du Gallium a été développée pour étudier les effets d'induction sous un champ magnétique appliqué par des écoulements turbulents plus homogènes et isotropes que celui de l'expérience VKS. Plus fondamentalement nous avons étudié, en utilisant les données des deux expériences, l'advection du champ magnétique par un écoulement et la phénoménologie des fluctuations turbulentes du champ induit. La mise au point de sondes de mesure de différence de potentiel électrique nous a permis en plus de mettre en évidence le freinage magnétique d'un écoulement turbulent de Gallium par la force de Laplace. Ce mécanisme intervient pour saturer l'instabilité dynamo.

## Titre et résumé en anglais :

### **Turbulent magnetohydrodynamics in liquid metals**

In electrically conducting fluids, the electromagnetic field is coupled with the fluid motion by induction effects. We studied different magnétohydrodynamic phenomena, using two experiments involving turbulent flows of liquid metal. The first mid-sized uses gallium. The second, using sodium, is conducted within the VKS (Von Karman Sodium) collaboration. It has led to the observation of the dynamo effect, namely converting a part of the kinetic energy of the fluid into magnetic energy. We have shown that, depending on forcing conditions, a statistically stationary dynamo, or dynamical regimes of magnetic field can be generated. In particular, polarity reversals similar to those of Earth's magnetic field were observed. Meanwhile, experiment with Gallium has been developed to study the effects of electromagnetic induction by turbulent flows in a more homogeneous and isotropic configuration than in the VKS experiment. Using data from these two experiments, we studied the advection of magnetic field by a turbulent flow and the induced fluctuations. The development of probes measuring electrical potential difference allowed us to further highlight the magnetic braking of a turbulent flow of Gallium by Lorentz force. This mechanism is involved in the saturation of the dynamo instability.

**Mots clés : MAGNETOHYDRODYNAMIQUE, MHD, DYNAMO, MECANIQUE DES FLUIDES, ELECTROMAGNETISME.**

**Key Words : MAGNETOHYDRODYNAMICS, MHD, DYNAMO, FLUIDS MECHANICS, ELECTROMAGNETISM.**

Thèse préparée au laboratoire de Physique Statistique ; UMR 8550 Département de Physique de l'école normale supérieure 24 rue Lhomond 75005 PARIS



# Remerciements

Cette thèse, marquant la fin de mes études, conclue les années que j'ai passées au laboratoire de Physique Statistique, où j'ai pu apprendre et produire à mon tour de la science. Je remercie Jacques Meunier, puis Eric Perez qui ont successivement dirigé ce laboratoire et ont permis mon accueil. Je remercie ensuite les rapporteurs de mon manuscrit de thèse, Thierry Alboussière et Christophe Baudet, d'avoir réussi à rendre compte de mon travail sur la courte période impartie et à tirer des remarques constructives. Je remercie Bernard Castaing, Jean-Pierre Valet et Stéphane Zaleski, d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Mon travail a été dirigé par Nicolas Mordant et Stéphan Fauve. J'ai pu mener mon travail de recherche dans l'équipe de la salle *D24*, dirigée par Stéphan sous de très bonnes conditions matérielles, où j'ai pu bénéficier d'une liberté appréciable de travail et de parole. Dans le même temps, mes directeurs ont été présents, lorsque j'avais besoin de leur concours et j'ai profité de leur encadrement. François Pétrélis a été officieusement mon troisième directeur de thèse, en répondant avec disponibilité à mes nombreuses questions. Sébastien Aumaître a aussi participé à ma formation durant mes premiers mois au laboratoire. C'est une personne que j'admire entre autre pour ses qualités humaines et avec qui j'ai eu la chance de travailler à nouveau au sein de la collaboration *VKS*. Eric Falcon a fait partie de notre équipe durant deux ans et j'ai apprécié sa bonne humeur et ses judicieux conseils. Enfin je dois beaucoup à Claude Laroche, qui m'a toujours encouragé positivement, même si je n'ai pas eu la chance de travailler avec lui sur un projet commun. En raison de l'expérience lourde, à ma charge, j'ai dû demander continuellement de l'aide aux membres de mon équipe, en particulier François et Claudio Falcon. J'ai effectué en effet ma thèse en parallèle avec Claudio, qui a été mon partenaire principal durant ces trois dernières années. On a eu quantité de discussions scientifiques et je pense que je n'aurai pas réussi à mener mon expérience à terme sans sa présence. Au milieu de ma thèse, Pierre Lancien, a passé une année avec nous, m'a particulièrement soutenu. Son séjour, fut trop court pour commencer une collaboration. Enfin Basile Gallet a rejoint l'équipe pour sa thèse et j'ai eu la chance de travailler avec lui sur des projets communs. Je remercie donc tous les membres de l'équipe de physique non linéaire du LPS, en plus de ceux déjà cités : Nicolas Leprovost, Umberto Bortolozzo, Romain Bassez, Julien Debray ... A l'école normale supérieure, l'équipe de la salle *D18*, constitue notre interlocuteur privilégié. Emmanuel Dormy m'a rendu un nombre incalculable de services. J'ai beaucoup bénéficié de son idée d'instaurer des exposés oraux d'entraînement en anglais pour les jeunes chercheurs. L'interaction avec les étudiants en thèse de cette équipe, Vincent Morin, Thomas Lebrat, Christophe Gissinger, Ludovic Petitdemange et Laure Goudard, a été fort appréciable. Je remercie tous les membres de mon laboratoire, ainsi que ceux du département de physique de l'école normale supérieure. Je suis reconnaissant envers les secrétaires du LPS : Annie Ribeau, Marie Gefflot, Nora Saddaoui. Mener une expérience, serait impossible sans la contribution des techniciens et ingénieurs travaillant au LPS ou au département, dont Olivier Hombert, José Da Silva Quintas, Nabil Garroum, Ouidir Benmansour, Didier Courtiade, Huguette Gérard, David et Cyrille Le Gallo, Christophe Herrmann, Laurent Bonnet, Zaïre Dissi, Olivier Prodault, Frédéric Ayrault, Michel Quidu et Rémi Fert ... Certaines d'entre elles ont accepté de me faire, des réparations d'urgence, lorsque j'étais bloqué dans mon travail.

Dans le même temps, j'ai effectué un monitorat à la préparation à l'agrégation de physique à Montrouge, dirigée par Claude Delalande et Christophe Voisin, puis Jean Marc Berroir et Jean François Allemand. L'enseignement dans de bonnes conditions et une bonne ambiance, à des élèves motivés et exigeants, m'a beaucoup apporté. Je suis heureux d'avoir rencontré André Salou, Eric Guineveu et Nasser Hamadi. Je remercie tous les enseignants et tous les élèves de cette préparation.

Je suis tout à fait conscient de ma chance d'être entré dans la collaboration *VKS*, un an avant l'observation de la dynamo. J'ai bénéficié du travail de mes prédécesseurs et collègues. L'interaction scientifique passionnée en son sein a permis de faire avancer les idées. Je remercie par conséquent tous les membres de *VKS*, anciens, présents et futurs : Au Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon : Mickaël Bourgoïn, Marc Moulin, Philippe Odier, Jean-François Pinton, Nicolas Plihon, Gautier Verhille, Romain Volk. Au CEA Saclay GIT : Sébastien Aumaître, Arnaud Chiffaudel, François Daviaud, Bérengère Dubrulle, Cécile Gasquet, Louis Marié, Romain Monchaux, Vincent Padilla, Florent Ravelet.

Enfin je remercie particulièrement André Skiara, le seul membre de *VKS*, affecté à plein de temps à l'expérience, qui n'a pas vraiment bénéficié du succès de l'expérience, dont j'ai apprécié l'humanité. De plus je tiens à exprimer ma reconnaissance envers les chercheurs de la communauté pour s'être intéressé à nos travaux et je remercie particulièrement les équipes qui nous ont prêté du matériel, à savoir celle dirigée par François Daviaud et celle dirigée par Yves Couder. Je remercie mes amis, scientifiques ou non, pour leur soutien et leur présence. Je suis très reconnaissant envers ceux qui ont participé à la mise en place de mon pot de thèse, Ludovic, Christophe, Rim, Thomas, Claudio, Ludovic, François, Alice ...

Je finis par remercier ma famille, mes parents et mes deux soeurs. Ma soeur Sarah effectue aussi une thèse et nous avons pu nous entraider malgré la différence de nos sujets de recherche. Bon courage à tous pour la suite.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
1.1	Problématique . . . . .	16
1.2	Les métaux liquides . . . . .	18
1.3	Les fondements de la magnétohydrodynamique . . . . .	20
1.4	Amplification du champ magnétique . . . . .	28
1.5	Quelques effets dus au ferromagnétisme . . . . .	32
<b>2</b>	<b>Présentation des dispositifs expérimentaux</b>	<b>35</b>
2.1	L'expérience <i>Von Karman sodium</i> . . . . .	35
2.2	L'expérience <i>D24 Gallium</i> . . . . .	44
<b>3</b>	<b>La dynamo turbulente <i>Von Karman Sodium</i></b>	<b>55</b>
3.1	Présentation de la campagne <i>VKS2j</i> . . . . .	57
3.2	Rôle des conditions aux limites . . . . .	64
3.3	Dynamo stationnaire . . . . .	67
3.4	Mécanisme possible de dynamo $\alpha - \omega$ . . . . .	85
3.5	Les dynamos oscillantes . . . . .	88
3.6	Interaction de modes dynamos . . . . .	98
3.7	Etude plus détaillée des renversements du champ magnétique . . . . .	118
3.8	Comparaison des résultats de la campagne <i>VKS2j</i> , avec les campagnes précédentes . .	126
<b>4</b>	<b>Induction par un écoulement turbulent dans l'expérience <i>D24 Gallium</i></b>	<b>129</b>
4.1	Principe des mesures d'induction. . . . .	129
4.2	Montage à deux hélices . . . . .	131
4.3	Montage à quatre hélices . . . . .	144
4.4	Bilan . . . . .	159
<b>5</b>	<b>Advection du champ magnétique par la turbulence</b>	<b>161</b>
5.1	Présentation du problème . . . . .	161
5.2	Compréhension du phénomène d'advection . . . . .	162
5.3	Induction avec un aimant : Mise en évidence du transport du champ magnétique dans l'expérience <i>VKS</i> . . . . .	171
<b>6</b>	<b>Fluctuations turbulentes du champ magnétique</b>	<b>183</b>
6.1	Spectres de puissance temporels . . . . .	183
6.2	Effets spatiaux sur les fluctuations. . . . .	205
6.3	Intermittence temporelle du champ magnétique . . . . .	209
6.4	Bilan . . . . .	212



<b>7</b>	<b>Effet de la force de Laplace sur un écoulement de métal liquide</b>	<b>215</b>
7.1	Saturation de la dynamo . . . . .	215
7.2	Mesure d'une différence de potentiel pour accéder à un signal de vitesse . . . . .	216
7.3	Utilisation des sondes à différence de potentiel dans l'expérience <i>D24 Gallium</i> . . . . .	219
7.4	Mise en évidence du freinage magnétique . . . . .	225
7.5	Retour à la saturation d'une dynamo turbulente . . . . .	231
<b>8</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>233</b>
8.1	Bilan et perspectives . . . . .	233
<b>A</b>	<b>La dynamo <i>Von Karman Sodium</i> au cours des campagnes <i>VKS2g, VKS2h</i> et <i>VKS2i</i></b>	<b>237</b>
<b>B</b>	<b>Hydrodynamique de l'expérience <i>D24 Gallium</i></b>	<b>247</b>
B.1	Introduction . . . . .	247
B.2	Propriétés générales . . . . .	250
B.3	Géométrie à grande échelle de l'écoulement . . . . .	251
B.4	Dynamique de l'écoulement . . . . .	255
B.5	Conclusion . . . . .	260
<b>C</b>	<b>Copie de l'article <i>Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium</i> soumis à <i>Europhysics Letters</i>.</b>	<b>263</b>
<b>D</b>	<b>Propriétés du FER Armco données par le fournisseur</b>	<b>269</b>





# Chapitre 1

## Introduction

La magnétohydrodynamique (*MHD*), est la discipline étudiant les fluides conducteurs de l'électricité, lorsque leur mouvement est couplé au champ électromagnétique. Au vu de l'expérience quotidienne, ce thème de recherche peut paraître anecdotique, mais en vérité de nombreux phénomènes fondamentaux pour expliquer le monde dans lequel nous vivons, relèvent de la magnétohydrodynamique. En effet dans l'univers, les fluides conducteurs sont extrêmement répandus. L'espace interplanétaire et interstellaire est composé d'un plasma raréfié d'électrons et de protons. Les étoiles sont en fait des boules d'hydrogène et d'hélium ionisés. L'intérieur des planètes géantes, Jupiter, Saturne, est formé principalement d'hydrogène à l'état métallique. C'est pourquoi la magnétohydrodynamique régit la dynamique de nombreux processus astrophysiques se caractérisant par un transfert entre l'énergie cinétique du fluide et l'énergie électromagnétique.

En particulier l'effet dynamo est le processus créant les champs magnétiques naturels, ceux des étoiles et des planètes, à partir du mouvement du fluide conducteur. Par des effets d'induction électromagnétique, il apparaît lorsque la vitesse du fluide est suffisamment grande un phénomène d'instabilité du champ magnétique. Le mouvement du fluide soumis à un champ magnétique crée un courant électrique qui produit à son tour un champ magnétique. Lorsque les processus d'induction sont suffisamment importants pour vaincre la dissipation par effet Joule, le champ magnétique peut alors s'auto-amplifier. Une fluctuation infinitésimale suffit alors, pour créer un mode de champ magnétique. La croissance du champ est finalement arrêtée par un autre effet magnétohydrodynamique saturant l'instabilité, où le champ agit mécaniquement sur l'écoulement, par l'intermédiaire de la force dite de Laplace.

L'illustration la plus immédiate de l'effet dynamo est la question de l'origine du champ magnétique de la Terre. En effet depuis l'invention de la boussole, on relève à la surface de la Terre, un champ magnétique de structure essentiellement dipolaire (semblable à celle du champ produit par un aimant), d'axe proche de l'axe de rotation de la Terre et d'amplitude environ  $0.5 \cdot 10^{-4}$  Teslas ( $T$ ) soit 0.5 Gauss ( $G$ ). Les géophysiciens expliquent son existence, par la présence à l'intérieur de la Terre, d'une couche de fer liquide appelée noyau externe (voir la figure 1.1). En effet, la sismologie a permis de mettre en évidence, l'existence d'une zone liquide comprise entre des valeurs de rayon de 1200 km et 3500 km à partir du centre de la Terre. Composé principalement de 85% de fer et de 7.5% de nickel, à une température de l'ordre de 4000 °C et sous une pression allant de 150 à 300 mégabars, le noyau externe est suffisamment chaud pour rester liquide. Il y règne un écoulement à grande échelle dû par la convection thermique (due au gradient de température) et solutale (due au gradient de concentration d'une espèce chimique dissoute dans le fluide). Depuis environ 400 ans, on mesure la direction du champ magnétique en différents points du globe, ce qui a permis de mettre en évidence sa variation au cours du temps. De plus, les géophysiciens ont réussi à déduire l'évolution du champ

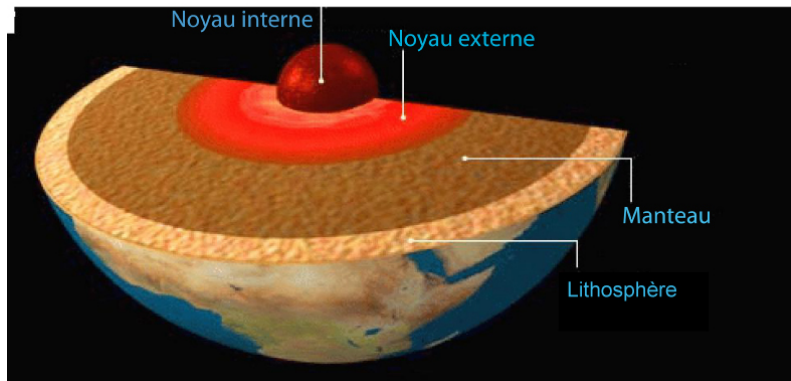


FIGURE 1.1 – Schéma donnant la structure interne de la Terre

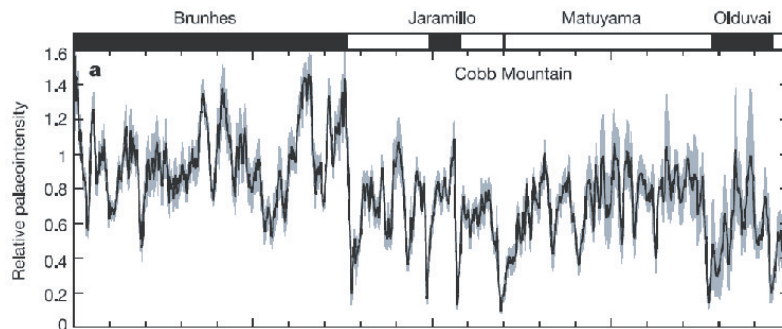


FIGURE 1.2 – Amplitude du dipôle magnétique terrestre au cours du temps tiré de [103]. La bordure supérieure montre le changement de polarité. Chaque renversements est associé à une diminution de l'intensité.

magnétique à des époques plus anciennes, par l'approche qu'on nomme paléomagnétisme. Il s'agit de mesurer le champ rémanent d'une roche, qui révèle la direction et la valeur du champ régnant au moment de sa formation. Grâce aux techniques de datation, on peut associer cette valeur à un temps. A cause de la dérive des continents et de la difficulté de trouver le bon échantillonnage en âge des roches utilisées, il est plus difficile de connaître la structure spatiale du champ magnétique. Le résultat le plus marquant de cette discipline, est d'avoir montré que le champ magnétique de la Terre s'inverse aléatoirement, la durée moyenne d'une phase de polarité donnée étant d'environ 300 000 ans.

Cette découverte est au crédit du géophysicien français Bernard Brunhes qui en 1905 en étudiant des coulées de lave dans le Massif Central a montré que l'orientation du champ magnétique terrestre se retournait au cours des âges. Par la suite, l'association proposée en 1963 par Vine et Matthews entre l'âge des basaltes formant les fonds océaniques et le sens du champ rémanent de ces roches, fut un argument majeur en faveur de la tectonique des plaques. Comme on le voit sur la figure 1.2, l'amplitude du champ magnétique diminue et recroît dans le sens opposé en quelques milliers d'années. Puis le champ reste dans une polarité tout en fluctuant avant de changer de sens au bout d'un temps aléatoire. La distribution de ces évènements appelés renversements, ne montre pas de

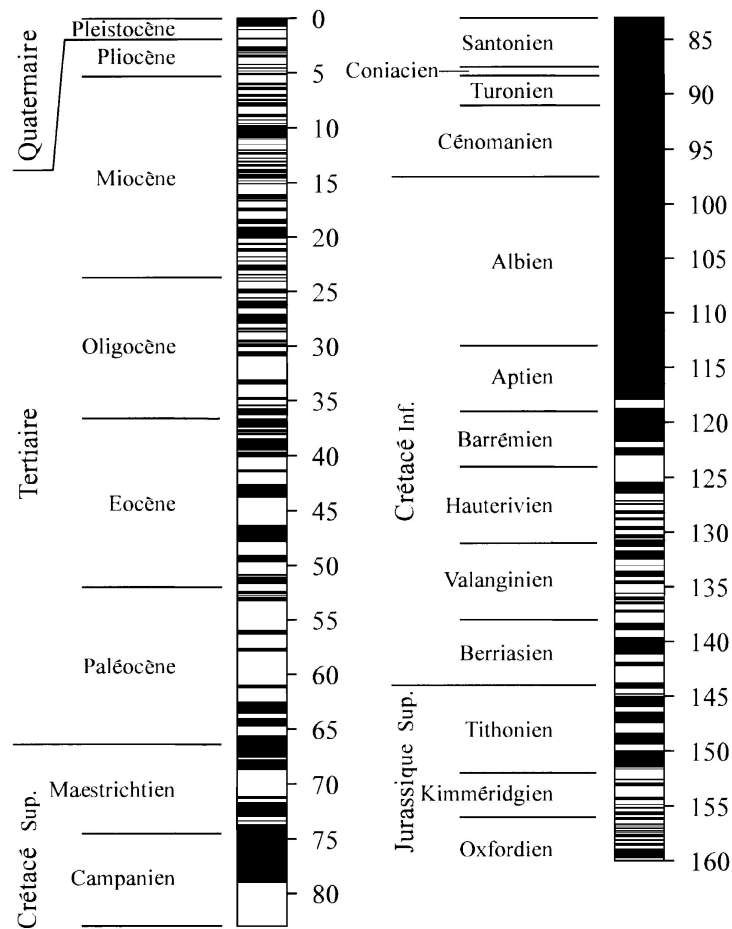


FIGURE 1.3 – Relevé des inversions du champ magnétique terrestre au cours des temps géologiques. L'unité de temps est le million d'années.

structure particulière (figure 1.3). On remarque qu'il y a eu une période de 44 millions d'années au Crétacé, où le champ n'a pas subi de renversements. Cette dynamique particulière du champ magnétique terrestre constitue un argument en faveur d'une origine magnétohydrodynamique. L'effet dynamo constitue à l'heure actuelle le seul mécanisme crédible de génération de ce champ.

De plus la Terre n'est pas la seule planète du système solaire à posséder un champ magnétique. Les sondes spatiales ont pu mesurer des champs magnétiques d'origine interne pour Mercure, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, mais aussi Ganymède (satellite de Jupiter)(figure 1.6). Enfin les étoiles possèdent aussi un champ magnétique propre, mesurable par exemple par effet Zeeman. En particulier dans le cas du Soleil, des mouvements de convection dans les couches externes (figure 1.5) créent une dynamo oscillante de période 22 ans. La dynamo solaire se présente comme une onde qui se propage selon la latitude, la structure à grande échelle étant dipolaire.

Le point commun des différentes dynamos naturelles que nous venons d'évoquer réside dans le fait que l'effet dynamo se produit avec des fluides conducteurs denses, c'est à dire à l'état liquide. Nous mettons hors du cadre de notre étude, la magnétohydrodynamique des plasmas raréfiés, dont la physique est assez différente. De plus les écoulements de ces fluides sont turbulents. Pour des vitesses et des échelles spatiales suffisamment élevées, lorsque les forces d'inertie sont très grandes devant les

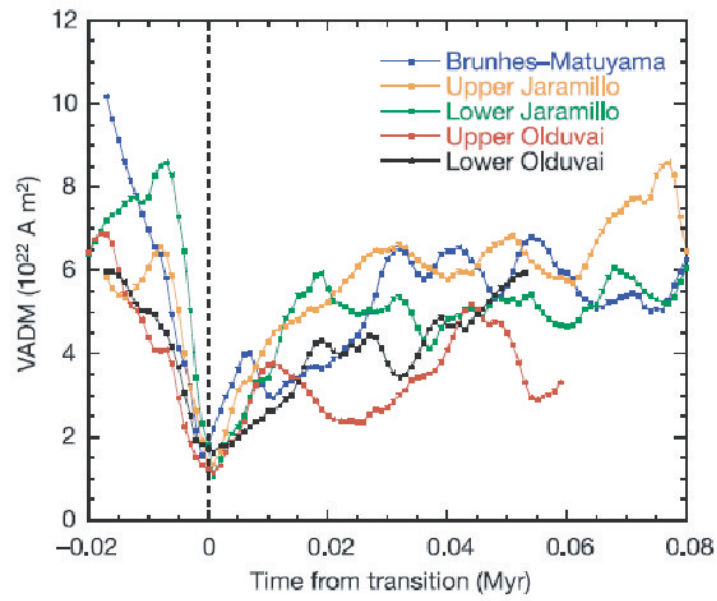


FIGURE 1.4 – Superposition de plusieurs renversements du champ magnétique terrestre au cours du temps. Figure tirée de [103]

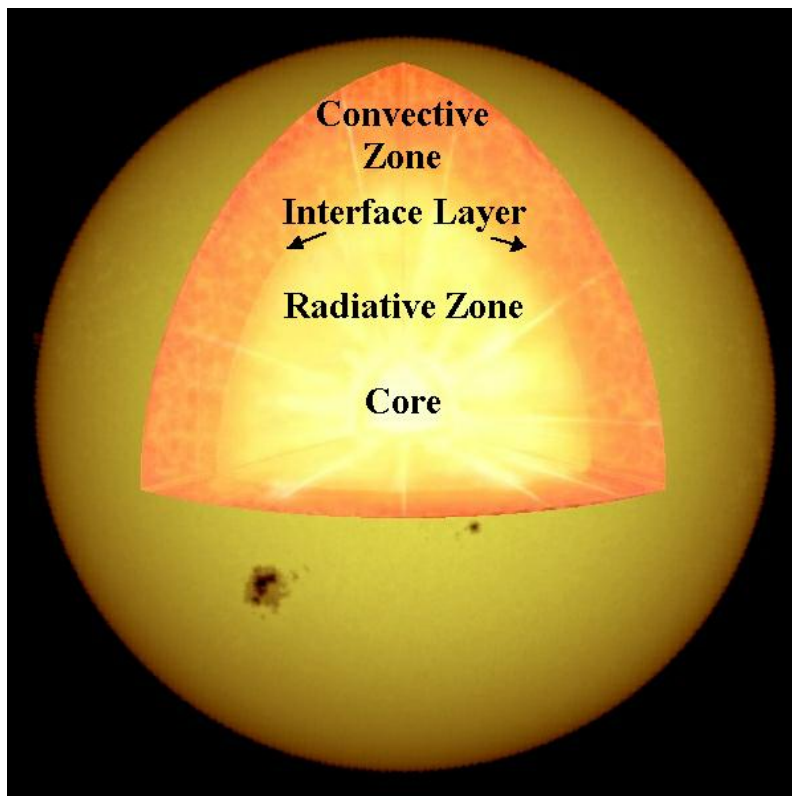


FIGURE 1.5 – Structure interne du Soleil

forces de frottement, la turbulence apparaît, c'est à dire que l'écoulement du fluide devient irrégulier,

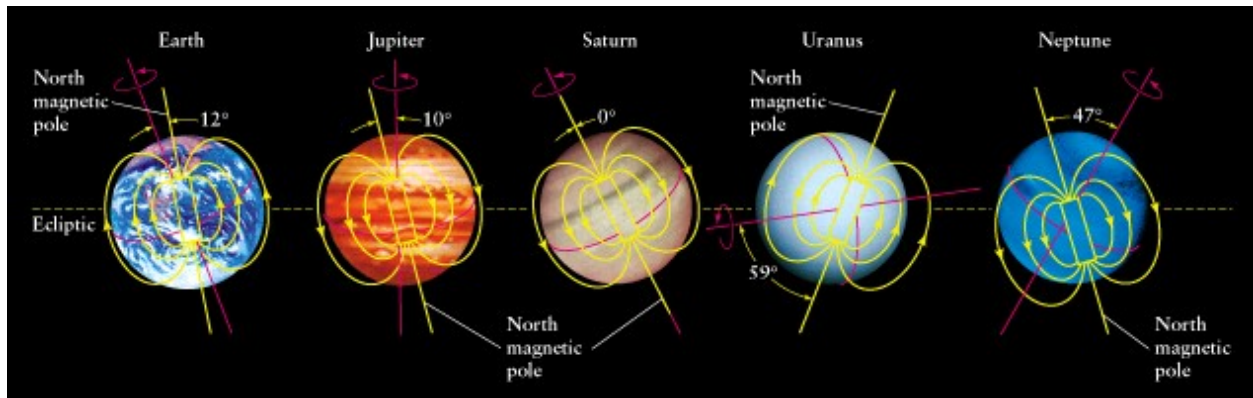


FIGURE 1.6 – Schéma du champ magnétique de quelques planètes

complexe, chaotique, imprédictible et s'organise continument sur une large gamme d'échelles spatiales. Dans une image classique, on décrit ce phénomène comme l'apparition de tourbillons qui se déstabilisent et meurent en formant des tourbillons plus petits, qui à leur tour vont donner naissance à des tourbillons encore plus petits. Souvent ces écoulements ne peuvent être abordés que d'un point de vue statistique, en étudiant la géométrie moyenne au cours du temps et les fluctuations par rapport à cette moyenne. La simulation numérique sur ordinateur des équations du mouvement d'un fluide est utile, mais couteuse en temps et en moyens et jamais vraiment satisfaisante pour décrire complètement une situation expérimentale. La compréhension précise de la turbulence constitue actuellement un des problèmes ouverts majeurs de la physique et des sciences de l'ingénieur. Le couplage avec l'électromagnétisme pour les fluides conducteurs, ajoute un degré de complexité supplémentaire, qui rend l'étude plus difficile. En dépit des progrès de la modélisation et des moyens de calcul, la simulation directe de la magnétohydrodynamique d'un fluide turbulent, n'est pas et ne sera pas possible dans un futur proche. Les expériences utilisant des métaux préalablement fondus sont donc indispensables.

L'étude de l'effet dynamo en milieu turbulent, est un sujet particulièrement riche en tant qu'instabilité vectorielle à partir d'un écoulement turbulent. On peut penser que l'absence de régularité et le grand nombre de degrés de liberté de la source, permettent une dynamique temporelle et spatiale riche du champ magnétique. Mais de manière plus générale, l'effet de la turbulence sur une instabilité est un sujet abordé depuis quelques années seulement, pour lequel de nombreuses questions sont encore ouvertes. En effet la turbulence fait fluctuer les conditions et les paramètres du système physique étudié. Peut-on assimiler ces fluctuations à un bruit et comment agit-t'il sur l'instabilité ? Ces fluctuations ont-elles un rôle moteur, dans le processus de croissance, où ne peuvent-elles qu'inhiber le système ?

Enfin si la magnétohydrodynamique des écoulements turbulents, dirige les transferts d'énergie entre le mouvement et l'électromagnétisme, les processus en jeu sont loin de l'efficacité des systèmes industriels. En effet, l'utilisation des lois de l'induction dans des circuits électriques, couplés à un dispositif créant du champ magnétique, permet d'atteindre des rendements proche de l'unité pour la conversion d'énergie électrique en énergie cinétique dans les moteurs et réciproquement dans les alternateurs. En effet la canalisation des courants électriques dans des fils métalliques et du champ magnétique dans des circuits ferromagnétiques, permet d'imposer la géométrie optimale, maximisant les effets d'induction. C'est pourquoi, en dépit de nombreux essais, la magnétohydrodynamique n'a pas encore remporté de succès dans la production d'énergie électrique. En revanche, la magnéto-



hydrodynamique est utilisée pour mettre en mouvement un liquide conducteur, puis contrôler son écoulement, dans de nombreuses applications, comme la propulsion spatiale ou le brassage électromagnétique des métaux liquides.

## 1.1 Problématique

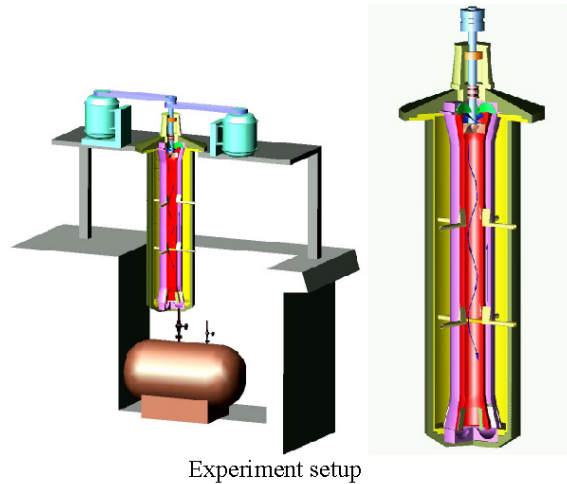


FIGURE 1.7 – Schéma de l'expérience de Riga [37]. Dirigée par Agris Galitis, cette expérience reproduit l'écoulement de Ponomarenko, en utilisant un écoulement hélicoïdal de sodium liquide dans un cylindre central, entouré d'une couche de recirculation de sodium et d'une région périphérique de sodium au repos.

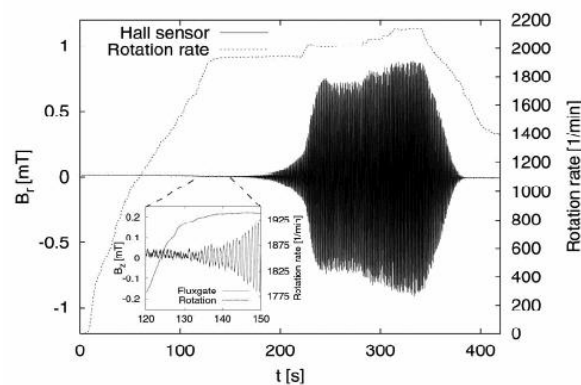


FIGURE 1.8 – Trace temporelle du champ magnétique produit par la dynamo de Riga [38]. Pour des vitesses de rotation suffisamment élevées, un champ magnétique oscillant apparaît. D'autres mesures ont montré que cette dynamo produirait un mode de dynamo sous la forme d'une onde se propageant selon l'axe du cylindre.

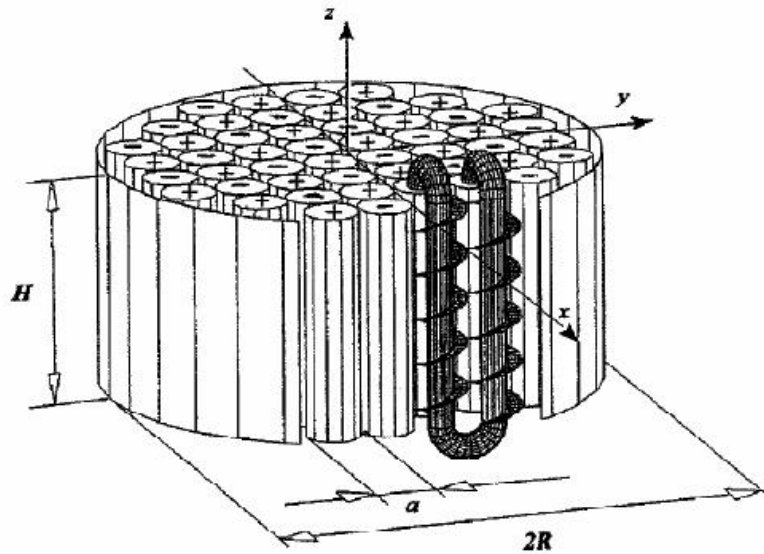


FIGURE 1.9 – Schéma de l'expérience de Karlsruhe [100]. Menée par Robert Stieglitz et Ulrich Müller, cette expérience s'inspire de l'écoulement de Roberts. On utilise un réseau de tuyaux, pour former un écoulement hélicitaire de sodium de petite échelle de façon à créer un champ magnétique à grande échelle.

Reproduire, à l'échelle d'un laboratoire, les mécanismes de production du champ magnétique à l'oeuvre dans les étoiles et les planètes est loin d'être une chose facile. En effet pour rester au dessus du seuil d'instabilité, il faut compenser la diminution de taille, par une augmentation drastique de la vitesse du fluide conducteur d'électricité. C'est pourquoi les expériences qui ont tenté d'observer l'effet dynamo sont lourdes et couteuses. C'est seulement après cinquante ans d'essais infructueux que deux expériences situées respectivement à Riga en Lettonie et à Karlsruhe en Allemagne ont réussi pour la première fois à obtenir la génération spontanée de champ magnétique, toutes deux en l'an 2000, en utilisant comme fluide du sodium liquide (figures 1.7, 1.8, 1.9 et 1.10).

Toutefois ces expériences correspondent à des dynamos laminaires et non turbulentes, dans le sens que leur comportement est décrit de manière très satisfaisante, en ne considérant que l'écoulement moyen et en négligeant les fluctuations. C'est pourquoi l'étude et la réalisation d'une dynamo turbulente est devenue un objectif scientifique important de la recherche en magnétohydrodynamique. Au cours de cette thèse, intitulée *Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides*, j'ai travaillé principalement sur deux expériences complémentaires. L'une de taille moyenne *D24 Gallium* située dans mon laboratoire, utilise comme fluide du Gallium, l'autre de grande taille *Von Karman Sodium* utilisant du sodium, est menée au sein d'une collaboration réunissant trois équipes de chercheurs à Paris, Lyon et Saclay. Pour cette dernière expérience, j'ai eu la chance un an après mon entrée dans la collaboration, de voir la réussite du projet, engagé il y a huit ans. L'étude approfondie de notre exemple de dynamo turbulente constitue une part importante de cette thèse. Par la suite, en utilisant les résultats de ces deux expériences, nous allons essayer, de répondre à ces trois questions essentielles de ce domaine de recherche :

- Comment la turbulence intervient-elle dans l'effet dynamo et dans les fluctuations du champ magnétique ?
- Sous quelles conditions, des régimes dynamiques du champ magnétique engendré par effet dynamo, peuvent-ils apparaître ?

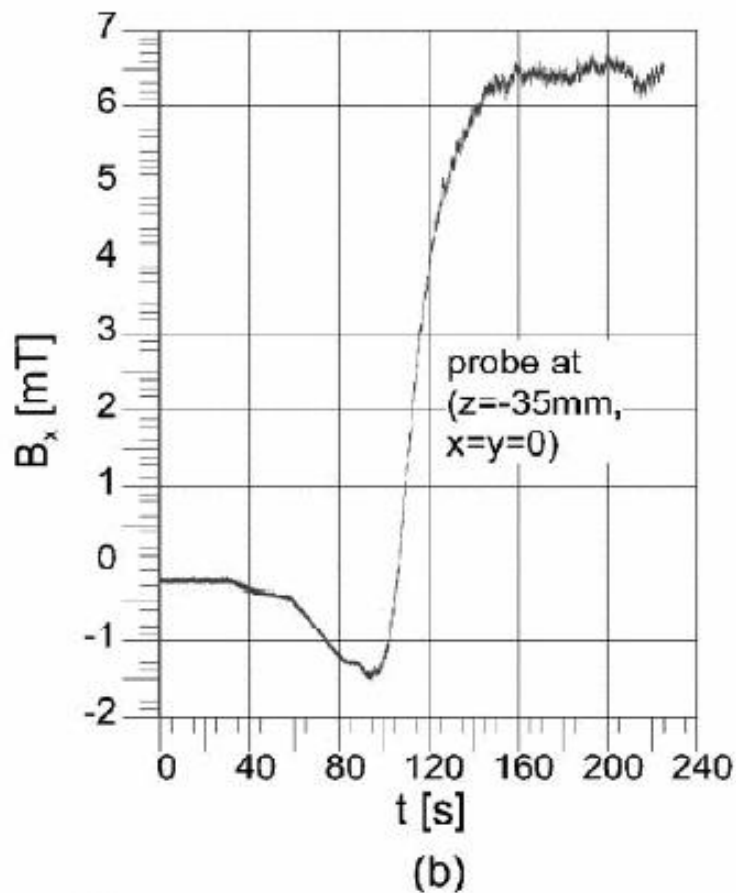


FIGURE 1.10 – Courbe de croissance du champ magnétique dans l’expérience de Karlsruhe [100]. Le mode dynamo est dit stationnaire.

- Enfin, comment s’effectue la saturation de l’instabilité par l’intermédiaire de la force de Laplace ?

## 1.2 Les métaux liquides

Différents métaux sont utilisés couramment dans l’industrie pour leur propriétés spécifiques en particulier leur conductivité électrique et thermique.

Le mercure, liquide à température ambiante, fut le premier métal liquide utilisé et il reste le plus simple à manipuler. Il a été d’usage courant dans les laboratoires, dans de nombreux instruments (pompes, thermomètres ...) . Mais très dense et mauvais conducteur, par rapport aux autres métaux, il est peu adapté aux expériences de magnétohydrodynamique. De plus ses vapeurs sont toxiques à long terme. Il tend à être remplacé par le Gallium qui fond à  $30^\circ$ . Il existe de plus des alliages à partir de cet élément, dont le point de fusion est encore plus bas, comme le Galinstan.

Les métaux liquides sont aussi utilisés comme fluides caloporteurs en raison de leur bonne conductivité thermique. En dépit de leur réactivité chimique, les métaux alcalins en particulier le sodium, ont été utilisés pour le refroidissement de centrales électriques. Des pompes magnétohydrodynamiques ont été développées pour cet usage.

Enfin en métallurgie, les métaux sont fondus pour leur mise en forme, voire produits directement sous forme liquide, comme l'aluminium. Le contrôle des écoulements grâce à la magnétohydrodynamique, représente un enjeu économique essentiel.

### 1.2.1 Le sodium

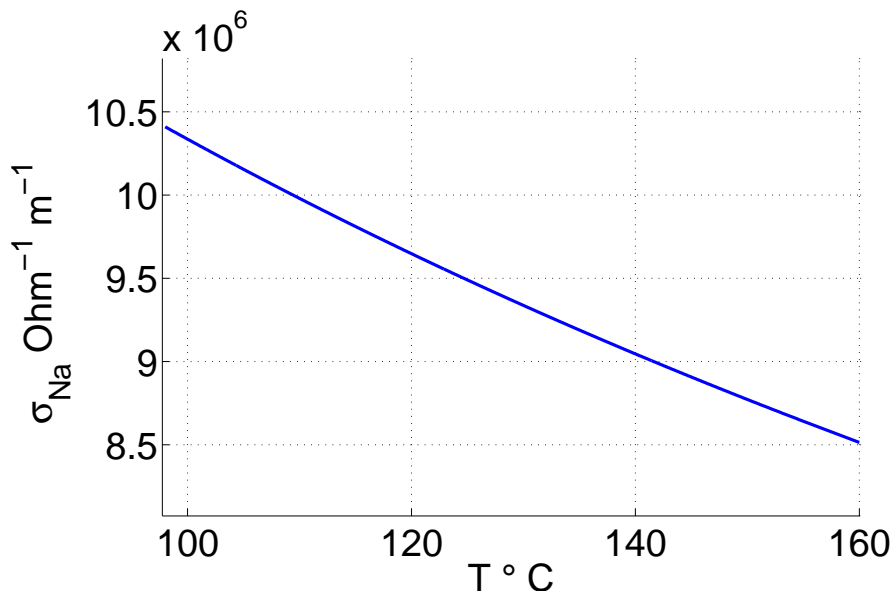


FIGURE 1.11 – Evolution de la conductivité du Sodium en fonction de la température. Pour une température maximale de 160 °C, la variation de conductivité due à la température est de 10%

Les expériences ayant réussi à produire un effet dynamo, ont toutes utilisé du sodium comme liquide conducteur. La raison est simple, le sodium est le seul métal réunissant trois qualités essentielles à la réussite des projets. Comparé aux autres métaux, il possède une bonne conductivité électrique, ce qui réduit la dissipation par effet Joule, et permet d'abaisser le seuil de l'instabilité dynamo. Sa température de fusion est basse à savoir 98°C, ce qui évite des complications technologiques dans la manipulation et surtout l'instrumentation de l'expérience. Enfin sa densité est très faible, il est alors plus facile et moins coûteux en puissance, de l'entraîner à des vitesses élevées. Le sodium est un élément fréquent sur Terre, que l'on obtient par exemple à partir du sel de mer. Par contre la fabrication du sodium sous forme métallique, nécessite d'électrolyser du sel fondu, à très haute température. Utilisé comme catalyseur pour la chimie, il est donc produit massivement.

Comme tous les alcalins, le sodium est très réactif, car instable dans les conditions chimiques présentes à la surface de la Terre. Son oxydation se fait sous forme de combustion, dégageant des fumées nocives. En outre, il réagit avec l'eau en dégageant de l'hydrogène susceptible d'exploser et formant de la soude caustique. C'est pourquoi son usage impose des conditions de sécurité importantes.

Comme pour les autres métaux liquides, sa conductivité électrique et sa viscosité diminuent avec la température. Pour connaître la variation de la conductivité en fonction de la température  $T$  (exprimée en degrés Celsius), nous utilisons la formule suivante de I.K. Kikoin ( communication privée de Peter Frick ) :

$$\sigma(T) = \frac{10^8}{(6.225 + 0.0345 T)} \Omega^{-1} m^{-1}$$

La dépendance de la viscosité cinématique avec la température est moins bien documentée. La variation entre 100 ° et 150 ° est de l'ordre de 25 %. On a aussi utilisé la formule suivante donnant la masse volumique du sodium au dessus de son point de fusion :  $\rho(T) = 1037.1 - 0.268 (T + 273.15) \text{ kg m}^{-3}$

### 1.2.2 Gallium

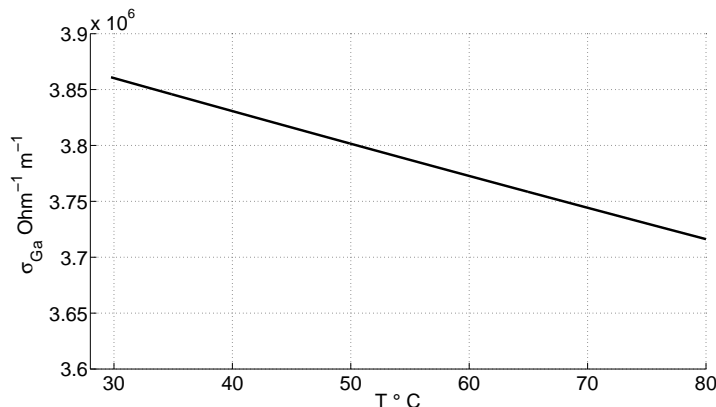


FIGURE 1.12 – Evolution de la conductivité du Gallium en fonction de la température d’après les mesures de Pokorny et Aström [81]. On remarque que sur la gamme de température utilisée, la variation de conductivité due à la température est de moins de 2%

Le gallium découvert en 1875 par le chimiste Français Lecoq de Boisbaudran, est un métal de la famille de l’aluminium, qui a la particularité d’être liquide à 30°C. Relativement rare sur Terre, il est extrait comme impureté lors de la fabrication de l’aluminium. Ce métal est relativement cher, environ cinq cents euros le kilogramme. Il est moins performant pour la **MHD** que le sodium, car il est deux fois moins conducteur et six fois plus dense. Néanmoins son utilisation est intéressante, en raison de sa basse température de fusion. De plus il est peu réactif et ne possède pas de toxicité connue. A l’usage, le Gallium s’oxyde facilement avec l’air. Il se forme des particules noires dans le volume et sur une surface libre il se crée une pâte molle et visqueuse au bout de quelques jours. Pour y remédier nous avons utilisé un procédé de nettoyage du Gallium par l’acide chlorhydrique indiqué par Daniel Brito du laboratoire de géophysique interne et de technophysique de Grenoble [19]. Enfin le Gallium attaque et fragilise de nombreux métaux en formant des amalgames. Le problème est crucial à haute température, mais aux températures de nos expériences, il ne s’est posé qu’avec l’aluminium.

Pour le traitement de nos données, nous avons utilisés les valeurs du Hand-Book des métaux liquides [54] et la mesure de la conductivité en fonction de la température (toujours en degré Celsius) de Pokorny et Aström [81]. Ces auteurs ajustent leurs données par  $\sigma = \frac{10^8}{\text{res}(T)} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ , avec

$$\begin{aligned} \text{res}(T) = & 25.9 + 1.73 \cdot 10^{-2} (T - 29.75) + 1.59(1 - \exp(-3.47 \cdot 10^{-3} (T - 29.75))) \\ & - 2.77 \cdot 10^{-1} (1 - \exp(-1.03 \cdot 10^{-2} (T - 29.75))) \end{aligned}$$

## 1.3 Les fondements de la magnétohydrodynamique

Les principes, le domaine de validité et les équations de la magnétohydrodynamique sont expliqués dans cette partie. La **MHD** est aussi introduite dans le chapitre de B. Desjardins, E. Dormy, A.

Métal	Sodium	Gallium
Température de fusion ( $^{\circ}C$ )	97.72	29.75
Densité	0.928	6.093
Conductivité électrique ( $\Omega^{-1} m^{-1}$ )	$1.04 \cdot 10^7$	$3.86 \cdot 10^6$
Viscosité cinématique ( $m^2 s^{-1}$ )	$7.3 \cdot 10^{-7}$	$3.1 \cdot 10^{-7}$
Diffusivité magnétique ( $\mu_0 \sigma$ ) $^{-1}$ ( $m^2 s^{-1}$ )	0.0765	0.206

TABLE 1.1 – Propriétés physiques du Sodium et du Gallium à leur point de fusion. (Données tirées de *Liquid-metals handbook*. ) [54]

Gilbert et M. Proctor dans le compte rendu de conférences *Mathematical aspects of Natural Dynamos* [25] et le cours de l'école d'été de Peyrescq de S. Fauve et F. Pétrélis [34] et le chapitre de T. Alboussière tiré des cours de l'école de physique des Houches, session *Dynamos* [2].

### 1.3.1 Obtention de l'équation de l'induction et de la force de Laplace

On étudie le comportement mécanique et électromagnétique d'un volume fermé  $\mathcal{V}$  de métal liquide, qu'on considère comme un fluide incompressible, newtonien, barotrope et sans propriétés diélectriques et magnétiques. On note :  $t$  le temps,  $\vec{r}$  la position,  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  est le champ électrique,  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  le champ magnétique,  $\vec{v}(\vec{r}, t)$  la vitesse eulérienne du fluide,  $\vec{j}(\vec{r}, t)$  la densité de courant électrique,  $p(\vec{r}, t)$  le champ de pression,  $\rho(\vec{r}, t)$  la masse volumique,  $T(\vec{r}, t)$  la température,  $\rho_e$  la densité de charge électrique,  $\epsilon_0$  la permittivité du vide,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $\sigma$  la conductivité électrique,  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Les coefficients caractéristiques du fluide, la viscosité, la permittivité électrique, la perméabilité magnétique et la conductivité sont pris comme des scalaires homogènes, en supposant que le fluide soit un matériau homogène, isotrope et linéaire.

Les équations régissant le système sont donc l'équation de conservation de la matière, l'équation fondamentale de la dynamique et les quatre équations de Maxwell. Des relations constitutives du milieu sont nécessaires pour fermer le système. Ce sont l'équation d'état du fluide, les deux principes de la thermodynamique et la loi d'Ohm, reliant la densité de courant électrique au champ électrique. Le fluide étant pris comme incompressible et barotrope, en supposant que le champ de température est homogène, la masse volumique peut être supposée constante et la résultante volumique des forces de pression s'écrit :  $-\overrightarrow{\text{grad}}(p)$ . Le mouvement du fluide est alors décrit par l'équation de Navier-Stokes, accompagnée de la condition d'incompressibilité.

$$\text{div}(\vec{v}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) + \rho \nu \Delta \vec{v} + \vec{F}_{\mathcal{V}} \quad (1.2)$$

Avec  $\vec{F}_{\mathcal{V}}$  la somme des forces extérieures volumiques s'appliquant au système.

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Des équations de Maxwell, on déduit l'équation de conservation de la charge électrique :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

La loi d'Ohm dans un corps au repos s'écrit :  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Les effets magnétohydrodynamiques sont causés par le mouvement du corps conducteur, ce qui modifie cette loi. Partons de la formule de transformation des champs par changement de référentiel, donnant les champs  $\vec{E}'$ ,  $\vec{B}'$ , dans le référentiel en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$  :

$$\vec{E}' = (1 - \gamma_v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{E}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} + \gamma_v (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1.5)$$

$$\vec{B}' = (1 - \gamma_v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} + \gamma_v (\vec{B} - \frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{c^2}) \quad (1.6)$$

Avec  $\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\vec{v}|^2}{c^2}}}$ . La première hypothèse que nous faisons, est de supposer que les vitesses en jeu sont non relativistes, c'est à dire petites devant la vitesse de la lumière. Alors

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (1.7)$$

$$\vec{B}' = \vec{B} \quad (1.8)$$

La loi d'Ohm dans le référentiel du laboratoire, en observant un conducteur en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$ , s'écrit donc :

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1.9)$$

Reportons cette dernière expression dans l'équation de conservation de la charge et utilisons l'équation  $\operatorname{div} (\vec{E}) = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$ . On obtient :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rho_e = -\operatorname{div} (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

La charge électrique suit une équation différentielle du premier ordre en fonction du temps. La constante  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  vaut typiquement  $10^{18} \text{ s}^{-1}$  pour un métal, ce qui signifie que pour les fréquences inférieures à  $10^{17} \text{ Hz}$ , la dérivée de la charge par rapport au temps est négligeable. A titre de remarque le temps de relaxation des électrons dans un conducteur donné par le modèle de Drude est de l'ordre de  $10^{-14} \text{ s}$ ; pour les temps plus petits la conductivité électrique n'est pas définissable comme un scalaire.

Donc pour les expériences de magnétohydrodynamique avec des métaux liquides, la charge électrique est nulle au repos et est forcée adiabatiquement par le champ électromoteur  $\vec{v} \wedge \vec{B}$ , selon :

$$\rho_e = -\frac{\epsilon_0}{\sigma} \operatorname{div}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (1.10)$$

Néanmoins le phénomène de polarisation du milieu reste faible, dans les conditions du laboratoire. Comme nous le verrons à la partie 7, cet effet engendre une tension de l'ordre du microvolt sur quelques  $mm$  pour des vitesses de l'ordre du mètre par seconde et un champ magnétique autour de  $100 G$ , soit quelques millivolts sur une expérience de la taille du mètre. Enfin on utilise cet argument, pour expliquer que bien que la charge électrique ne soit pas constante, on puisse considérer que les courants vérifient :  $\operatorname{div} \vec{j} = 0$ .

Reportons maintenant la loi d'Ohm dans un conducteur en mouvement dans l'équation de Maxwell dite d'Ampère et prenons le rotationnel de l'équation obtenue, en utilisant l'équation de Maxwell dite de Faraday :

$$-\overrightarrow{\Delta} \vec{B} = \mu_0 \sigma \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \operatorname{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right)$$

On remarque que pour des métaux liquides la constante  $\mu_0 \sigma$  est de l'ordre de dix, tandis que  $\frac{1}{c^2}$  est d'ordre  $10^{-17}$ . On utilise l'approximation des régimes quasi-stationnaires, qui pour les échelles de temps et d'espace du laboratoire, néglige la dérivée seconde du champ magnétique dans l'équation précédente et exclut la propagation d'ondes électromagnétiques à la vitesse  $c$ . On obtient alors l'équation de l'induction qui décrit l'évolution du vecteur champ magnétique pour un fluide en mouvement :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \overrightarrow{\Delta} \vec{B} \quad (1.11)$$

Par la suite on appelle le coefficient  $(\mu_0 \sigma)^{-1}$ , diffusivité magnétique qu'on note avec la lettre  $\eta$ . L'équation de l'induction est linéaire par rapport au champ magnétique. On remarque que si  $\vec{B}$  est solution, alors  $-\vec{B}$  l'est aussi. Cette symétrie autorise la possibilité de renversements, si le champ magnétique peut passer entre deux états de polarités opposés, qui sont donc équivalents.

Les champs électromagnétiques interagissent sur la matière chargée via la force de Lorentz. On décompose le métal liquide en un fluide d'électrons de densité  $\rho_-$  et de vitesse eulérienne  $\vec{v}_-$  et un fluide des noyaux restants de densité  $\rho_+$  et de vitesse  $\vec{v}_+$ . Chacun des deux fluides suivra une équation de Navier-Stokes, à laquelle on ajoutera la force de Lorentz et la force d'interaction entre les deux fluides. La faible masse des électrons permet d'assimiler la vitesse du fluide  $\vec{v}$  à la vitesse des noyaux  $\vec{v}_+$  et de négliger la viscosité pour les électrons. La densité de charge du liquide positif vaut  $\rho_+ \frac{Ze}{m_n}$  et celle du liquide négatif  $\rho_- \frac{e}{m_e}$ , avec  $e$  la masse de l'électron,  $Z$  le nombre d'électrons par atome,  $m_n$  le

masse d'un noyau et  $m_e$  la masse de l'électron. Le milieu est neutre au repos donc  $\rho_+ = \frac{Ze}{m_n} + \rho_- \frac{e}{m_e}$ .

On sépare aussi la pression en un terme dû aux noyaux  $p_+$  et un terme dû aux électrons  $p_-$ . Enfin on pose  $\vec{F}(v_+, v_-)$  la force d'interaction des électrons sur les noyaux, de forme inconnue.

$$\begin{aligned} \rho_+ \left( \frac{\partial \vec{v}_+}{\partial t} + (\vec{v}_+ \cdot \operatorname{grad}) \vec{v}_+ \right) &= -\operatorname{grad}(p_+) + \nu \overrightarrow{\Delta} \vec{v}_+ + \rho_+ \frac{Ze}{m_n} \left( \vec{E} + \vec{v}_+ \wedge \vec{B} \right) + \vec{F}(v_+, v_-) \\ \rho_- \left( \frac{\partial \vec{v}_-}{\partial t} + (\vec{v}_- \cdot \operatorname{grad}) \vec{v}_- \right) &= -\operatorname{grad}(p_-) - \rho_- \frac{e}{m_e} \left( \vec{E} + \vec{v}_- \wedge \vec{B} \right) - \vec{F}(v_+, v_-) \end{aligned}$$



En faisant la somme des deux équations et en négligeant l'inertie des électrons on obtient :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) + \rho_+ \nu \overrightarrow{\Delta} \vec{v} + \left( \rho_+ \frac{Ze}{m_n} \vec{v}_+ - \rho_- \frac{e}{m_e} \vec{v}_- \right) \wedge \vec{B} + \vec{F}(v_+, v_-) \quad (1.12)$$

Or par définition le vecteur densité de courant s'écrit :  $\vec{j} = \rho_+ \frac{Ze}{m_n} \vec{v}_+ - \rho_- \frac{e}{m_e} \vec{v}_-$ . Par conséquent on en déduit que la force supplémentaire dite de Laplace due à l'interaction électromagnétique sur le métal liquide s'écrit :

$$\vec{F}_L = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.13)$$

La force de Laplace peut se réécrire sous la forme :  $\vec{F}_L = \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} \wedge \vec{B} = \frac{-1}{2\mu_0} \overrightarrow{\text{grad}}(B^2) + \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B}$ . Le premier terme s'interprète comme une pression magnétique s'ajoutant à la pression hydrodynamique et le second comme une tension magnétique.

On obtient ainsi le système d'équations de la magnétohydrodynamique couplant le champ magnétique  $\vec{B}$  et le champ de vitesse  $\vec{v}$  :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \overrightarrow{\text{rot}} (\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \overrightarrow{\Delta} \vec{B} \quad (1.14)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) + \rho \nu \overrightarrow{\Delta} \vec{v} + \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.15)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{div} \vec{v} = 0 \quad (1.16)$$

Ces quatre équations sont à la base des phénomènes étudiés dans à la suite du texte, en particulier pour la conductivité électrique et la perméabilité. Si on avait pris en compte une éventuelle inhomogénéité du milieu, des termes supplémentaires s'ajouteraient aux équations précédentes. Les effets provenant d'une inhomogénéité de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique, sont discutés dans la thèse de Mickael Bourgoïn [16].

Pour que le problème soit bien posé, il faut définir les conditions aux limites. Pour le champ de vitesse, on prend les conditions usuelles pour un fluide, où on annule sa vitesse aux parois solides. Les conditions aux limites pour le champ magnétique sont plus difficiles à définir. A la base, on utilise les relations de passage pour les champs électromagnétiques à la traversée d'une interface. Souvent on considère que le métal liquide est entouré de vide ou d'un matériau isolant électriquement. Dans une zone sans courant, le champ magnétique vérifie  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \vec{0}$  et  $\text{div} \vec{B} = 0$ . Le champ dérive alors d'un potentiel, vérifiant une équation de Laplace et s'annule à l'infini. Enfin l'équation de l'induction est linéaire pour le champ magnétique, lorsqu'on néglige son interaction avec l'écoulement via la force de Laplace. Une résolution de cette équation, en considérant l'écoulement comme indépendant du champ magnétique, est dite cinématique. Cette approche est utile pour prévoir le seuil de l'instabilité dynamo, pour un champ de vitesse donné. En revanche, la prise en compte de la force de Laplace introduit un terme non linéaire en champ magnétique et permet la saturation de l'instabilité dynamo, en agissant sur le champ de vitesse.

### 1.3.2 Nombres sans dimension et échelles caractéristiques.

**Nombres sans dimension.** L'adimensionnement des équations de la MHD, conduit à des nombres sans dimension caractéristiques, qui nous aideront à décrire les résultats de nos expériences. On note  $L$  une échelle caractéristique de longueur,  $U$  une amplitude caractéristique du champ de vitesse,  $T$  une échelle caractéristique de temps. Pour construire les nombres sans dimension, le choix des valeurs de ces échelles, pour qu'elles soient pertinentes pour le problème étudié, n'est pas évident. En pratique on prend le plus souvent, pour  $L$  la longueur intégrale de l'écoulement, vue comme l'échelle spatiale de l'injection de l'énergie. Pour  $U$  on prend l'amplitude du champ de vitesse, moyenné en temps et en espace. Enfin pour  $T$  on prend l'inverse de la fréquence de rotation des turbines qui mettent en mouvement le fluide. On envisage aussi une amplitude caractéristique du champ magnétique  $B_0$ , mais qui n'est bien définie, que dans le cas d'un champ homogène et constant.

– Nombre de Prandtl  $P_m = \frac{\eta}{\nu}$

Ce nombre dépendant des propriétés physiques du fluide, compare l'efficacité de la diffusion de la quantité de mouvement, à celle du champ magnétique.  $P_m$  vaut  $9.5 \cdot 10^{-6}$  pour le sodium et  $1.5 \cdot 10^{-6}$  pour le gallium. Pour des longueurs comparables, les perturbations de champ magnétique diffusent environ 100 000 fois plus vite, que celles de vitesse.

– Nombre de Reynolds  $R_e = \frac{LV}{\nu}$

Il traduit l'importance du terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes, par rapport aux termes visqueux. Dans les expériences considérées par la suite,  $R_e$  sera toujours grand, au dessus de 10 000, de sorte que les écoulements seront toujours turbulents.

– Nombre de Reynolds magnétique  $R_m = \frac{LV}{\eta}$

Il est construit dans l'équation de l'induction comme le rapport du terme  $\text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B})$  produisant les effets d'induction, par rapport au terme diffusif  $\eta \Delta \vec{B}$ . Ce nombre est le paramètre naturel de l'effet dynamo. Le nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  est lié au nombre de Reynolds  $R_e$  (dit hydrodynamique pour le différenciel du premier), par la relation  $R_m = P_m R_e$ . Les valeurs de  $P_m$  pour les métaux liquides, font que pour avoir  $R_m$  d'ordre un,  $R_e$  est d'ordre  $10^5$  au moins.

– Paramètre d'interaction  $N = \frac{\sigma B_0^2 L}{\rho V}$

Il correspond au rapport dans l'équation de Navier-Stokes de la force de Laplace  $\vec{j} \wedge \vec{B}$ , sur le terme convectif  $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$ . Il traduit l'importance de l'action d'un champ magnétique sur le mouvement du fluide. Nous verrons au chapitre 7, que la définition ici énoncée, n'est pas adaptée à l'effet dynamo. Certaines références utilisent le nombre de Lundquist  $S$  [2], qu'on peut définir par  $S = \sqrt{N R_m}$ .

**Longueurs caractéristiques** Plusieurs longueurs caractéristiques interviennent dans la description des phénomènes magnétohydrodynamiques.

– Echelle intégrale  $L$

C'est la plus grande échelle d'un écoulement turbulent, correspondant à la longueur de corrélation du champ de vitesse [6]. En général elle s'identifie à l'échelle d'injection de l'énergie.

- Echelle de Kolmogorov  $l_K \sim L Re^{-3/4}$  C'est la taille des plus petites structures d'un écoulement turbulent, dissipant l'énergie par viscosité [6]. La pertinence de cette échelle est reliée à la validité de la cascade turbulente de Kolmogorov. Un fort champ magnétique, pourrait en particulier changer la phénoménologie de cette cascade.
- Longueur de diffusion magnétique ou profondeur de peau  $l_{diff} \sim \sqrt{\frac{\eta}{f_{rot}}}$   
C'est la longueur de pénétration d'une perturbation de champ magnétique dans le régime diffusif. Cette longueur donne la taille en dessous de laquelle la **MHD** n'est pas locale et expérimentalement correspond à la longueur d'autocorrélation du champ magnétique.
- Echelle d'induction  $l_{ind} \sim \eta/U$   
Le chapitre 5 montre que cette longueur conditionne le phénomène de transport de champ magnétique. Les structures de champ plus petites que cette longueur diffusent, tandis que celles plus grandes sont advectées. De même si l'échelle des gradients du champ de vitesse, est plus petite que cette longueur, les effets d'induction sont faibles.
- Echelle de dissipation Joule  $l_\sigma \sim L Rm^{-3/4}$   
Par analogie avec la turbulence du champ de vitesse, on construit une échelle sous laquelle la diffusion du champ magnétique est dominante et pour laquelle la dissipation par effet Joule est maximale. Cette longueur n'est bien définie que pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds magnétique, pour lesquelles la notion de cascade du champ magnétique a un sens.

**Temps caractéristiques** De même on peut construire plusieurs temps caractéristiques utiles pour décrire nos expériences.

- Temps du forçage  $\tau_F \sim \frac{1}{f_{rot}}$   
C'est un temps introduit dans le système, à cause d'une périodicité du forçage, donc de l'injection d'énergie. Il apparaît dans les spectres temporels, par des pics à la fréquence de rotation et ses harmoniques.
- Temps de retournement de l'écoulement  $\tau_U \sim \frac{L}{U}$   
C'est l'échelle de temps caractéristique des grandes échelles d'un écoulement turbulent. On l'identifie au temps d'autocorrélation du champ de vitesse [6]. On l'appelle alors temps de mémoire de la turbulence.
- Temps de diffusion du champ magnétique  $\tau_{diff} \sim \frac{L^2}{\eta}$   
C'est le temps d'amortissement du champ magnétique en l'absence de forçage, du fait de la dissipation Joule. En pratique c'est l'échelle de temps magnétique la plus longue.
- Temps d'induction du champ magnétique  $\tau_{ind} \sim \frac{\eta}{U^2}$   
Construite comme le rapport de la longueur d'induction sur la vitesse, on pense qu'elle est peu pertinente pour la **MHD**, car elle correspond à l'advection à la taille où l'advection devient négligeable.
- Temps de freinage magnétique  $\tau_m \sim \frac{\rho}{\sigma B_0^2}$   
C'est le temps nécessaire à la force de Laplace pour agir sur un écoulement. On peut l'introduire en divisant le paramètre d'interaction par le temps de retournement de l'écoulement.

### 1.3.3 Cas limites de l'équation de l'induction

#### Diffusion du champ magnétique

Pour de petites valeur de  $R_m$ , l'équation de l'induction se réduit à une équation de diffusion du champ magnétique, de coefficient de diffusion la diffusivité magnétique. A partir d'une condition initiale donnée, le champ magnétique s'homogénéise en un temps de l'ordre de  $\frac{L^2}{\eta}$  et l'énergie magnétique décroît. Or  $\eta$  vaut  $0.1 m^2 s^{-1}$ , pour le sodium, ce qui donne des temps de diffusion de 0.1 s, pour une expérience de taille raisonnable où  $L \sim 0.1 m$ . Supposons maintenant que sous l'action de l'écoulement, le champ magnétique subisse une perturbation à la pulsation  $\omega$ , comment celle-ci va-t-elle diffuser ? Par un calcul simple, on montre qu'elle va décroître dans l'espace sur une longueur (appelée épaisseur de peau dans un autre contexte),  $\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega}}$ . Par exemple pour le Sodium, la fréquence pour laquelle l'épaisseur de peau équivaut à la taille caractéristique des expériences soit 0.5 m, vaut 80 Hz.

Par conséquent, les perturbations du champ magnétique qui ont les effets les plus importants, sont celles de basse fréquence car elles subissent moins de dissipation. Ainsi pour obtenir des effets d'induction importants du champ magnétique dans les futures expériences, il est souhaitable d'avoir un écoulement présentant des instationnarités à basse fréquence.

Pour les faibles valeurs de  $R_m$ , lorsque l'induction n'est négligeable, on définit le régime quasi-linéaire [2]. En présence d'un champ appliqué  $\vec{B}_0$ , le champ induit  $\vec{b}$ , est considéré comme petit devant  $\vec{B}_0$ . L'équation de l'induction s'écrit alors :

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \Delta \vec{b}$$

L'équation d'évolution du champ induit est alors linéaire.

#### Le théorème d'Alfvén dit du champ gelé

Pour le cas des grandes valeurs de  $R_m$ , l'équation de l'induction se réduit à :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \tag{1.17}$$

qui peut se réécrire en tenant compte de la condition d'incompressibilité du champ de vitesse,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B} = (\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$$

ou encore,

$$\frac{D \vec{B}}{Dt} = (\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \tag{1.18}$$

où  $\frac{D \vec{B}}{Dt}$  est la dérivée particulaire. Or on remarque que l'équation décrivant le déplacement infinitésimal  $\delta \vec{l}$  d'une ligne matérielle de particules fluides s'écrit identiquement :

$$\frac{D \delta \vec{l}}{Dt} = \frac{D(\vec{r} + \delta \vec{l})}{Dt} - \frac{D \vec{r}}{Dt} = \vec{v}(\vec{r} + \delta \vec{l}) - \vec{v} = (\delta \vec{l} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$$

Par conséquent le champ magnétique dans cette limite appelée aussi **MHD** idéale, a la même évolution qu'une ligne de particules fluides. Les lignes de champ magnétique suivent l'écoulement, on dit qu'elles sont gelées. Cette capacité du champ magnétique à suivre le mouvement du fluide aux grandes valeurs de  $R_m$  constitue la base des phénomènes d'induction et peut se décomposer en deux mécanismes, la déformation d'un champ homogène par un champ de vitesse et le transport des gradients de champ magnétique par l'écoulement.

## 1.4 Amplification du champ magnétique

On introduit brièvement dans cette partie, quelques aspects liés à la théorie de l'effet dynamo. On se limite aux points essentiels pour comprendre la suite du texte. On renvoie le lecteur désireux de se documenter sur le sujet aux références suivantes : le cours de l'école d'été de Peyrescq de S. Fauve et F. Pétrélis [34], le livre de H.K. Moffatt [63], la revue de P. Robert [90] et le chapitre de B. Desjardins, E. Dormy, A. Gilbert et M. Proctor dans le compte rendu de conférences *Mathematical aspects of Natural Dynamos* [25] ou encore le chapitre de T. Alboussière tiré des cours de l'école de physique des Houches, session *Dynamos* [2].

L'effet dynamo est une instabilité du vecteur champ magnétique, du fait du mouvement d'un fluide conducteur d'électricité. Lorsque le nombre de Reynolds magnétique devient important, les phénomènes inductifs deviennent dominants devant la dissipation Joule. On observe l'émergence d'une structure spatiotemporelle de champ magnétique, qu'on appelle mode de la dynamo. Elle s'accompagne d'une distribution de courants électriques. Mais comme dans les équations de la **MHD**, on a fait disparaître la densité de courant et comme on ne peut pas mesurer de courant directement, la description d'une dynamo avec le champ magnétique est plus simple.

Pourtant il ne suffit pas d'avoir  $R_m$  grand, pour obtenir l'effet dynamo. En effet pour qu'une petite perturbation de champ puisse être amplifiée, il faut que la géométrie de l'écoulement, soit dans une conformation particulière. Des théorèmes dits *anti-dynamos* [63] montrent que pour des géométries trop simples du champ de vitesse, on ne peut pas obtenir d'effet dynamo. En particulier le théorème de Cowling, prédit qu'un écoulement axisymétrique (invariant par une rotation autour d'un axe) ne peut pas maintenir un champ magnétique axisymétrique par effet dynamo. On peut trouver un énoncé de ce théorème dans le livre de Moffatt [63]. Comme les effets possèdent les symétries de leur cause, un champ magnétique purement axisymétrique ne peut donc pas être produit par effet dynamo. Ce point peut paraître paradoxal, car les champs magnétiques de nombreux objets astrophysiques sont presque axisymétriques et sont produits par des écoulements axisymétriques. Par conséquent on s'attend à ce que des fluctuations non-axisymétriques de l'écoulement jouent un rôle dans la génération d'un champ magnétique qui ne soit axisymétrique qu'en moyenne.

### 1.4.1 Mécanismes fondamentaux

On distingue pour des configurations d'écoulements données, des mécanismes d'induction à l'oeuvre dans les dynamos. La combinaison de ces mécanismes, permet d'expliquer la croissance et la forme du mode dynamo.

**La décomposition poloïdal-toroïdal** On introduit au préalable, la décomposition poloïdal-toroïdal, permettant de décrire plus simplement l'induction magnétohydrodynamique. Pour tout champ vectoriel à divergence nulle, on peut le séparer en une partie poloïdale et une partie toroïdale exprimées chacune en fonction d'un champ scalaire  $P$  et  $T$  respectivement. Cette décomposition

est naturellement employé pour le champ magnétique, mais est aussi valable pour un champ de vitesse d'un écoulement incompressible. En géométrie sphérique de vecteur position  $\vec{r}$ , le champ magnétique s'écrit :

$$\vec{B} = \vec{B}_P + \vec{B}_T$$

$$\vec{B}_P = \text{rot}(\text{rot}(P \vec{r})) = -\text{rot}(\vec{r} \wedge \text{grad} P) \quad (1.19)$$

$$\vec{B}_T = \text{rot}(T \vec{r}) = -\vec{r} \wedge \text{grad} T \quad (1.20)$$

En coordonnées cylindriques, il existe une décomposition analogue, faisant intervenir le vecteur unitaire selon l'axe  $\vec{e}_z$  :

$$\vec{B} = \vec{B}_{Pc} + \vec{B}_{Tc}$$

$$\vec{B}_{Pc} = \text{rot}(\text{rot}(Pc \vec{e}_z)) \quad (1.21)$$

$$\vec{B}_{Tc} = \text{rot}(Tc \vec{e}_z) \quad (1.22)$$

De nombreux mécanismes s'expriment plus simplement grâce à cette décomposition. Cette description est particulièrement adaptée aux géométries axisymétriques. La partie toroïdale est la partie orthoradiale, tandis que le reste est la partie poloïdale.

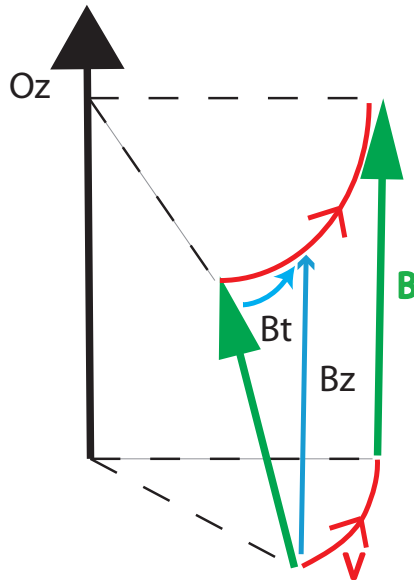


FIGURE 1.13 – Illustration de l'effet  $\omega$ . Le champ magnétique est étiré par la rotation différentielle autour de l'axe  $Oz$ , ce qui crée une composante de champ orthoradiale.

**L'effet  $\omega$**  Un écoulement présentant de la rotation différentielle, peut transformer un champ poloïdal en un champ toroïdal. En effet si on considère un champ de vitesse axisymétrique autour d'un axe  $Oz$ , et si on suppose que ce champ a un gradient le long de cet axe, alors un champ magnétique selon  $Oz$  est cisailé, ce qui crée une composante orthoradiale. Dans l'image du champ gelé ( théorème d'Alfvén ) valable pour une faible diffusivité magnétique , l'advection différentielle du champ magnétique, étire le vecteur (figure 1.13) en créant une composante parallèle au cisaillement. On forme ainsi une composante orthoradiale à partir d'un champ axial, autrement dit sur cet exemple, un champ poloïdal en un champ toroïdal.

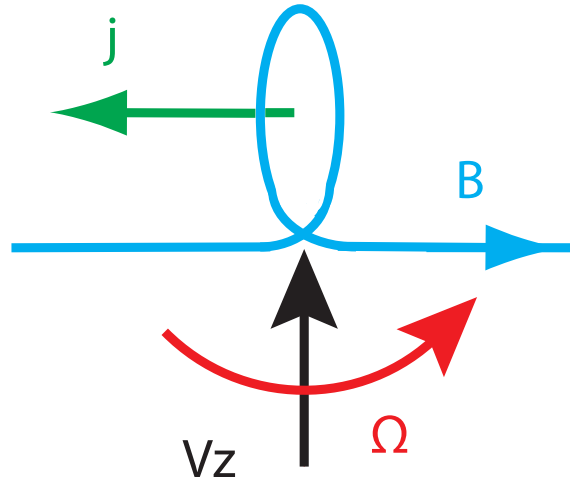


FIGURE 1.14 – Illustration de l’effet Parker. Le champ de vitesse tourbillonnaire possède une vitesse axiale  $V_z$  à laquelle s’ajoute une rotation autour de  $Oz$ ,  $\Omega$ . Le champ magnétique advecté est étiré selon  $V_z$ , puis est retourné par la rotation. On forme au premier ordre une boucle de champ magnétique, qui s’accompagne d’un vecteur densité de courant parallèle au champ appliqué.

**L’effet Parker** Cet effet introduit par Eugène Parker [77], mais souvent désigné sous le nom d’effet  $\alpha$ , est dû à la présence de structures hélicitaires dans l’écoulement. Encore une fois ce mécanisme se comprend par l’image du champ gelée, valable pour une faible diffusivité magnétique. Considérons un champ de vitesse tourbillonnaire. Une ligne de champ magnétique advectée forme au premier ordre une boucle (figure 1.14). Sa formation s’accompagne de la création d’une densité de courant électrique parallèle à la direction initiale du champ. Le sens dépend du signe de l’hélicité  $\mathcal{H} = \langle \vec{v} \cdot \vec{\text{rot}}(\vec{v}) \rangle$  de la structure tourbillonnaire, définie à partir du champ de vitesse  $\vec{v}$ . Ce mécanisme permet souvent d’expliquer la conversion d’un champ toroïdal en champ poloïdal.

**Théorie de champ moyen et séparation d’échelle.** Sachant que les plus petites échelles du champ de vitesse sont très petites devant celles du champ magnétique, on considère le cas où les fluctuations à petite échelle de l’écoulement pourraient du fait de leur hélicité produire en moyenne un champ électromoteur  $\langle \vec{v} \wedge \vec{B} \rangle$ . L’approche de la théorie de champ moyen de Steenbeck, Krause et Rädler est de développer le champ électromoteur en fonction du champ magnétique et de ses dérivées, moyennés sur une taille plus grande que les échelles turbulentes du champ de vitesse et plus petites que celles du champ magnétique. Ce développement est donc valide en présence d’une séparation d’échelle entre  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$ . On obtient alors :

$$\langle \vec{v} \wedge \vec{B} \rangle_i = \alpha_{ij} \langle \vec{B} \rangle_j + \beta_{ijk} \frac{\partial \langle \vec{B} \rangle_j}{\partial x_k}$$

Cette forme se justifie en séparant dans l’équation de l’induction, le champ magnétique moyenné et le champ magnétique fluctuant. Pour un écoulement isotrope le terme proportionnel au champ magnétique est un scalaire noté  $\alpha$ . L’équation de l’induction pour le champ magnétique moyen s’écrit alors :

$$\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t} = \vec{\text{rot}} \left( \langle \vec{v} \rangle \wedge \langle \vec{B} \rangle \right) + \vec{\text{rot}}(\alpha \langle \vec{B} \rangle) + \eta \vec{\Delta} \langle \vec{B} \rangle$$

On obtient alors un terme source supplémentaire dû aux petites échelles du champ de vitesse. L'effet  $\alpha$  turbulent, consiste à obtenir un effet Parker, à partir des fluctuations turbulentes de la vitesse. Si on tient compte du terme proportionnel aux gradients du champ magnétique, on obtient dans le cas homogène, ce qu'on appelle l'effet  $\beta$ , c'est à dire une modification de la diffusivité magnétique effective, le terme devant le laplacien de  $\vec{B}$  devenant  $\eta + \beta$ .

## 1.4.2 Bilan énergétique

A partir de l'équation de l'induction, on peut obtenir une équation d'évolution de l'énergie du champ magnétique. Néanmoins il faut introduire un volume  $\mathcal{V}$  borné délimité par une surface  $\mathcal{S}$ , à l'extérieur duquel les champs de densité de courant et de vitesse s'annulent. Alors en multipliant l'équation de l'induction par  $\frac{B}{\mu_0}$  et intégrant sur le volume  $\mathcal{V}$ , on obtient en utilisant les expressions de la divergence et du rotationnel de  $\vec{B}$  :

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \frac{B^2}{2\mu_0} d^3\vec{r} = \frac{1}{\mu_0} \int_{\mathcal{V}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}) d^3\vec{r} - \frac{1}{\sigma\mu_0} \int_{\mathcal{V}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}\vec{j} d^3\vec{r} \quad (1.23)$$

On peut obtenir cette équation, de façon équivalente, en écrivant le bilan d'énergie du champ électromagnétique, faisant intervenir le vecteur de Poynting  $\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ , en négligeant l'énergie du champ électrique, puis en remplaçant  $\vec{E}$  par  $\frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B}$ . Le membre gauche correspond à la variation temporelle de l'énergie du champ magnétique contenue dans le volume  $V$ . Dans le membre de droite, le premier terme correspond à la conversion d'énergie magnétique de l'énergie cinétique de l'écoulement. Son signe indéterminé dépend de la configuration du champ de vitesse. On peut montrer par contre que le second terme de diffusion du champ magnétique est négatif. En effet

$$\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}\vec{j} = \vec{j} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} - \text{div}(\vec{j} \wedge \overrightarrow{\text{rot}}B)$$

Donc :

$$-\frac{1}{\sigma\mu_0} \int_{\mathcal{V}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}\vec{j} d^3\vec{r} = -\frac{1}{\sigma} \int_{\mathcal{V}} \vec{j}^2 d^3\vec{r} - \frac{1}{\sigma\mu_0} \int_{\mathcal{V}} \text{div}(\vec{j} \wedge \overrightarrow{\text{rot}}B) d^3\vec{r} \quad (1.24)$$

Or

$$\int_{\mathcal{V}} \text{div}(\vec{j} \wedge \overrightarrow{\text{rot}}B) d^3\vec{r} = \int_{\mathcal{S}} (\vec{j} \wedge \overrightarrow{\text{rot}}B) \vec{n} \cdot d^2\vec{r} \quad (1.25)$$

Comme la densité de courant s'annule à la surface  $\mathcal{S}$ , ce terme est nul et

$$-\frac{1}{\sigma\mu_0} \int_{\mathcal{V}} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}\vec{j} d^3\vec{r} = -\frac{1}{\sigma} \int_{\mathcal{V}} \vec{j}^2 d^3\vec{r} \quad (1.26)$$



On a bien le terme de diffusion magnétique qui s'identifie à la dissipation de courant par effet Joule, donc de signe négatif.

La variation d'énergie magnétique est donc la somme d'un terme de transfert d'énergie pris à l'écoulement  $\int_{\mathcal{V}} \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}) d^3 \vec{r}$  et d'un terme de dissipation Joule  $-\int_{\mathcal{V}} \frac{j^2}{\sigma} d^3 \vec{r}$ . La puissance de la force de Laplace s'identifie à l'opposé du terme de transfert. En effet pour un champ de vitesse à divergence nulle, on peut montrer que la puissance de la force de Laplace intégrée sur le volume  $\mathcal{V}$ ,

$$\int_{\mathcal{V}} \frac{1}{\mu_0} \vec{v} \cdot (\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) \wedge \vec{B}) d^3 \vec{r} = \int_{\mathcal{V}} \frac{1}{\mu_0} \vec{v} \cdot (\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B} d^3 \vec{r}$$

est égale à

$$\int_{\mathcal{V}} \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}) d^3 \vec{r}$$

En régime dynamo, la force de Laplace freine l'écoulement, ce qui permet la saturation de la dynamo. Pour un système produisant l'effet dynamo, la puissance consommée au total, se partage entre la puissance dissipée hydrodynamiquement et celle dissipée par effet Joule. L'amplitude du champ créé par effet dynamo, n'est donc pas liée simplement à l'énergie injectée dans le système. Le bilan énergétique de l'effet dynamo est difficile à appréhender, car il fait intervenir la vitesse, le champ magnétique et la densité de courant. Il demande de connaître simultanément la vitesse et le champ magnétique .

## 1.5 Quelques effets dus au ferromagnétisme

L'introduction dans *VKS* d'un matériau ferromagnétique, constitue une particularité importante de nos expériences. On explicite dans cette partie quelques effets macroscopiques susceptibles d'être causés par sa présence [48, 27]. Un corps est dit ferromagnétique lorsque ses atomes possèdent un moment magnétique permanent dipolaire et qu'il existe une interaction à courte portée dite d'échange favorisant une même orientation entre les différents dipôles. Soumis à un champ magnétique extérieur, est susceptible d'acquérir une aimantation macroscopique importante en dessous d'une température dite de Curie, due à l'alignement des dipôles à l'échelle microscopique sur le champ appliqué. Cette aimantation  $\vec{M}$ , qui est un champ vectoriel correspondant à la densité de moment magnétique, crée un champ propre s'ajoutant au champ extérieur. L'aimantation augmente en fonction du champ appliqué jusqu'à une valeur de saturation et de plus du fait de l'interaction d'échange, une aimantation dite rémanente subsiste après l'extinction du champ extérieur. Pour traiter le problème, on utilise les équations de Maxwell dans les milieux, en introduisant le champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$ , défini par  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$  et vérifiant  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j}$ . Le comportement des corps ferromagnétiques est complexe, non linéaire et hystérétique et dépend fortement de la composition chimique et de la géométrie. Par illustrer notre propos, on considère une situation simplifiée avec un matériau ferromagnétique homogène et isotrope dit doux. Son champ rémanent est faible et en dessous de la valeur de saturation, l'aimantation est linéaire avec le champ appliqué.

### 1.5.1 Conditions aux limites pour le champ magnétique

Pour une interface de vecteur normal  $\vec{n}$  séparant un milieu 1 d'un milieu 2, les conditions aux limites du champ magnétique s'écrivent :

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{j}_s$$

$\vec{j}_s$  étant la densité de courant surfacique au niveau de l'interface. En son absence, la composante normale de  $\vec{B}$  et les composantes tangentielles de  $\vec{H}$  sont continues à la traversée de l'interface. Considérons le cas d'un milieu de forte perméabilité magnétique. Soit une interface confondue avec le plan  $O_{yz}$  entre deux matériaux l'un de perméabilité  $\mu_0$  et le seconde de perméabilité  $\mu_r \mu_0$  avec  $\mu_r$  supposé grand devant un. On considère du côté gauche un champ magnétique appartenant au plan  $O_{xy}$  faisant un angle  $\theta$  avec la normale à l'interface  $O_x$ , soit  $\vec{B}_0 = B_0(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y)$ . La conservation de la composante normale du champ magnétique et la conservation de la composante tangentielle de l'excitation magnétique  $\vec{H}$ , permet d'écrire le champ magnétique à droite de l'interface, sous la forme :  $\vec{B}_d = B_0(\cos(\theta)\vec{e}_x + \mu_r \sin(\theta)\vec{e}_y)$ . Lorsqu'on fait tendre  $\mu_r$  vers l'infini, deux cas sont alors possibles [30]. Dans le premier le champ dans le vide est normal à l'interface,  $\theta = 0$ , tandis que le champ dans le ferromagnétique est quelconque. Dans le second le champ dans le ferromagnétique est tangent à l'interface,  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  et son amplitude tend vers l'infini, tandis que le champ dans le vide est quelconque. Cette situation se rencontre quand on impose une excitation magnétique par un bobinage dans une portion d'un circuit ferromagnétique, comme pour un transformateur. Nous pensons que la situation pertinente expérimentalement correspond au premier cas. La densité d'énergie magnétique s'écrit à gauche sous la forme  $E_{m0} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$  et s'écrit à droite  $E_{m1} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \left( \frac{\cos(\theta)^2}{\mu_r} + \mu_r \sin(\theta)^2 \right)$ . On peut considérer l'énergie magnétique de manière isolée, car localement et en particulier dans le ferromagnétique, l'énergie du champ électrique est négligeable et le terme de production est nul dans une zone où la matière est au repos. La densité d'énergie magnétique dans le milieu magnétique, dépend de l'angle d'incidence du champ magnétique. La minimisation de cette énergie, donne une valeur de cet angle égale à  $\theta = 0$ . Le champ magnétique est normal à l'interface.

## 1.5.2 Aimantation d'un corps ferromagnétique doux

Un des rares cas, où un calcul analytique est possible est celui d'une sphère ferromagnétique de rayon  $a$  de perméabilité magnétique  $\mu$  placée dans un champ magnétique uniforme. Comme on néglige la saturation, le comportement assimilable à celui d'un corps paramagnétique de forte perméabilité. On peut alors montrer que la magnétisation est uniforme dans la sphère et parallèle au champ appliqué [30]. La géométrie sphérique impose alors que l'excitation magnétique au sein de la sphère créée par la distribution d'aimantation, vaut  $\vec{H} = -\frac{1}{3}\vec{M}$ . Le champ magnétique dans la sphère est uniforme et s'écrit en coordonnées sphériques (définies par rapport à la direction du champ appliqué) :

$$\vec{B} = \left( \frac{2}{3} M \cos(\theta) + B_0 \cos(\theta) \right) \vec{e}_r + \left( \frac{2}{3} M \sin(\theta) - B_0 \sin(\theta) \right) \vec{e}_\theta$$

A l'extérieur de la sphère, il est la somme d'un champ dipolaire et du champ appliqué :

$$\vec{B} = \left( \frac{2}{3} M \frac{a^3 \cos(\theta)}{r^3} + B_0 \cos(\theta) \right) \vec{e}_r + \left( \frac{1}{3} M \frac{a^3 \sin(\theta)}{r^3} - B_0 \sin(\theta) \right) \vec{e}_\theta$$

Sachant que dans la sphère,  $\vec{B} = \mu_0 \frac{2}{3} \vec{M}$  et que  $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\vec{M}}{3} \right)$ , on en déduit :

$$\vec{M} = \frac{3}{\mu_0} \left( \frac{\mu - \mu_0}{2\mu_0 + \mu} \right) \vec{B}_0$$

Lorsque la perméabilité magnétique  $\mu$  devient très grande devant un, on obtient alors dans la sphère  $\vec{B} = 3\vec{B}_0$  et à l'extérieur,

$$\vec{B} = \left(\frac{2a^3}{r^3} + 1\right) B_0 \cos(\theta) \vec{e}_r + \left(\frac{a^3}{r^3} - 1\right) B_0 \sin(\theta) \vec{e}_\theta$$

Les allures de la norme du champ magnétique et des lignes de champ sont représentées dans ce

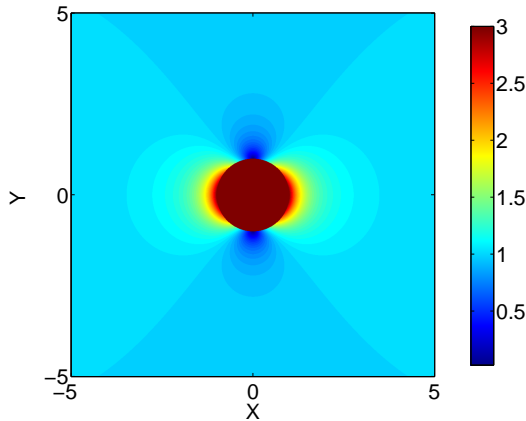


FIGURE 1.15 – Norme du champ magnétique pour une sphère de haute perméabilité magnétique soumise à un champ magnétique uniforme dans la direction  $X$ . La sphère est de rayon unité et le champ appliqué est pris égal à un.

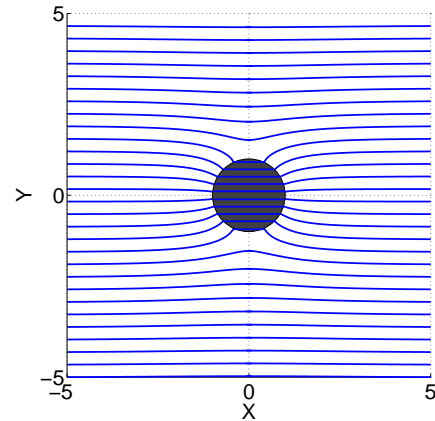


FIGURE 1.16 – Lignes du champ magnétique pour une sphère de haute perméabilité magnétique soumise à un champ magnétique uniforme dans la direction  $X$ .

dernier cas ( $\mu_r = 1000$ ) sur les figures 1.15 et 1.16. On constate pour cet exemple, deux effets importants. Les lignes de champ magnétique sont canalisées à l'intérieur du ferromagnétique et se raccordent perpendiculairement à la sphère. Cette géométrie est loin d'être favorable pour mettre en évidence cette effet, à la différence de l'entrefer d'un électroaimant formant un circuit magnétique. De plus on remarque une amplification locale du champ magnétique au voisinage de la sphère, atteignant au maximum trois fois le champ appliqué. Cet effet décroissant avec le cube de la distance reste néanmoins très localisé. On constate que dans cette situation, le champ magnétique n'est pas amplifié d'un facteur  $\mu_r$  à cause du champ démagnétisant. Pour des géométries ne formant pas un circuit magnétique, l'aimantation s'oppose au vecteur excitation magnétique extérieur, et on obtient pour la sphère  $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \left(\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2}\right) \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$ . Dans la limite de forte perméabilité le vecteur  $\vec{H}$  tend vers zéro. Par conséquent l'excitation magnétique reste faible et pour des champs imposés modérés inférieurs à 1000 G, on pense ne pas atteindre la zone de saturation de l'aimantation. Le milieu est ainsi assimilable à un matériau paramagnétique de forte perméabilité.

Ainsi pour la magnétohydrodynamique, la présence d'un corps ferromagnétique isolant électriquement et ne formant pas de circuit magnétique, ne devrait pas modifier les phénomènes d'induction dans le volume, mais change fortement les conditions de raccordement du champ à sa surface.

# Chapitre 2

## Présentation des dispositifs expérimentaux

Les deux montages expérimentaux utilisés au cours de cette thèse font l'objet de cette partie. Pour les deux expériences, on donne les caractéristiques techniques, puis on présente brièvement leur utilisation au cours de la thèse. La présentation et l'interprétation des mesures font l'objet des chapitres suivants.

### 2.1 L'expérience *Von Karman sodium*

#### 2.1.1 Motivation

A la suite des résultats positifs de Karlsruhe [100] et de Riga [38] avec des écoulements contraints, la réalisation d'une dynamo expérimentale turbulente devenait l'étape suivante dans l'étude de l'effet dynamo. En effet les dynamos naturelles dans les fluides conducteurs denses, opèrent avec des écoulements à très haut nombre de Reynolds, donc nécessairement turbulents. Les écoulements de sodium utilisés dans les expériences de Karlsruhe et de Riga ont de très grands nombres de Reynolds et sont donc aussi turbulents, néanmoins du fait de la contrainte géométrique forte imposée par les parois et l'entraînement, l'écoulement moyen reste toujours grand devant les fluctuations. De plus, les résultats obtenus sont bien expliqués en ne considérant que l'écoulement moyen. Par conséquent pour passer à une expérience de dynamo "turbulente", on opère avec un volume fermé contenant le sodium liquide. Celui-ci est forcé inertiuellement par des turbines. La géométrie de l'écoulement est alors libre et présente de grandes fluctuations autour de ce qu'on nomme à posteriori l'écoulement moyen. L'écoulement instantané est en effet très différent de cet écoulement moyen [55, 88, 105]. Depuis l'an 2000, plusieurs équipes tentent de relever le défi à la fois scientifique et technologique de la dynamo turbulente. L'équipe de Daniel Lathrop à l'université du Maryland à College Park a construit une sphère de trois mètres de diamètre, contenant un "noyau" sphérique. Le fluide entre le noyau et l'enveloppe intérieure de la sphère est entraîné par la rotation différentielle du noyau et de la sphère, ce qui produit un écoulement de Taylor-Couette en géométrie sphérique. A l'heure actuelle, l'expérience est testée avec de l'eau et n'a pas encore eu d'usage magnétohydrodynamique avec du sodium. L'équipe géodynamo du laboratoire de géophysique interne et tectonophysique à l'université Joseph Fourier de Grenoble travaille actuellement sur une expérience de géométrie proche, mais à une échelle plus réduite, le diamètre de la sphère extérieure étant de 42 cm. Cette expérience n'a pas vocation à produire un effet dynamo, mais permet d'étudier la magnétohydrodynamique dans des conditions analogues à celles du noyau liquide de la Terre et sous un champ magnétique imposé important. L'équipe de Peter Frick à l'Institut de Mécanique des Milieux Continus à Perm en Russie, essaie une voie originale en utilisant un écoulement produit par le freinage brutal d'un tore initiale-

ment en rotation. Les mesures avec du sodium n'ont pas encore eu lieu. L'équipe de Cary Forest à l'université du Wisconsin à Madison, a utilisé une sphère d'un mètre de diamètre, dans laquelle deux hélices en contrarotation mettent en mouvement le sodium. Si des résultats intéressants d'induction magnétique en présence d'un champ extérieur ont été produits [95, 72], l'auto-excitation du champ magnétique, n'a pas été obtenue.

Enfin depuis 1997, une équipe française, cherche à obtenir la dynamo turbulente dans une expérience appelée *Von Karman Sodium*, car elle utilise l'écoulement dit de Von-Karman dans du sodium. En effet, Theodor Von Karman a étudié en 1921 l'écoulement produit par la rotation d'un disque lisse entraînant le fluide par viscosité. Par un raccourci plus ou moins heureux, on a dénommé du nom de cet illustre mécanicien des fluides, le flot obtenu par la rotation autour d'un même axe de deux disques parallèles identiques. En général on sous entend que les deux disques sont en contrarotation, à la même fréquence et ils sont munis souvent de pales, pour imposer un forçage inertiel plus efficace que le forçage visqueux. Un tel dispositif appelé aussi communément la "french washing machine", a commencé à être utilisé à l'École normale supérieure de Paris dans l'équipe d'Yves Couder en 1991 [26] et ensuite à l'École normale supérieure de Lyon en 1993 [33].

Dès 1993 Stephan Fauve a eu le projet d'utiliser l'écoulement de Von-Karman avec un cylindre contenant un métal liquide, pour observer à terme un effet dynamo. C'est en effet un écoulement modèle pour étudier une turbulence intense en géométrie fermée, et de plus il présente des ingrédients favorables à l'instabilité dynamo, avec de la rotation différentielle et de l'hélicité à grande échelle.

Des analyses exhaustives du champ de vitesse ont été réalisées au CEA Saclay en utilisant principalement la vélocimétrie laser Doppler puis la vélocimétrie stéréoscopique par images de particules. Les résultats sont présentées entre autres dans les thèses successives de Louis Marié, de Florent Ravelet et de Romain Monchaux [55, 88, 66].

Chaque turbine crée à la fois un écoulement de rotation autour de l'axe du cylindre et un écoulement de recirculation dans l'axe, à cause du pompage par l'éjection centrifuge du centre du disque à sa périphérie. Du fait de la contrarotation des deux disques, on trouve au niveau du plan médian du cylindre une intense zone de cisaillement où se localise la rotation différentielle, associée à un point de stagnation dû à l'écoulement axial. Cette zone produirait la dynamique lente de l'écoulement, du fait des fluctuations turbulentes à basse fréquence de cette couche dite de "mélange".

Du point de vue du forçage, l'expérience est axisymétrique, c'est à dire présente une invariance par une rotation par rapport à l'axe du cylindre. De plus, le système est aussi invariant par toute rotation d'angle  $\pi$  dont l'axe appartient au plan médian du cylindre (à mi distance des deux disques).

A la suite des mesures préliminaires faites à l'École Normale Supérieure de Lyon avec l'expérience *Von Karman Gallium* (VKG) [76], la collaboration *Von Karman Sodium* fut créée en 1998 pour réaliser une expérience utilisant du sodium liquide dans l'écoulement de Von Karman. Réunissant des chercheurs du laboratoire de physique statistique de l'École Normale Supérieure de Paris, du laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure de Lyon et du Groupe Instabilités et Turbulence du centre de Saclay du Commissariat à l'Énergie Atomique et dirigé conjointement par un représentant de chaque laboratoire (Stéphan Fauve pour Paris, Jean-François Pinton pour Lyon et François Daviaud pour Saclay), elle utilise les installations dédiées et l'expertise du laboratoire de Technologie et Traitement du Sodium au centre de Cadarache du Commissariat à l'Énergie Atomique. Deux ans plus tard l'expérience VKS était ainsi construite à Cadarache. Malgré l'utilisation de 40 litres de sodium dans un cylindre de 40 cm de diamètre et de 40 cm de longueur et de deux moteurs de 75 kW, les nombres de Reynolds magnétiques accessibles se sont révélés trop faibles pour dépasser le seuil de l'effet dynamo. Néanmoins l'étude de l'induction en présence d'un champ magnétique créé par des bobines [13, 78, 57], a permis de progresser dans la compréhension des mécanismes d'induction

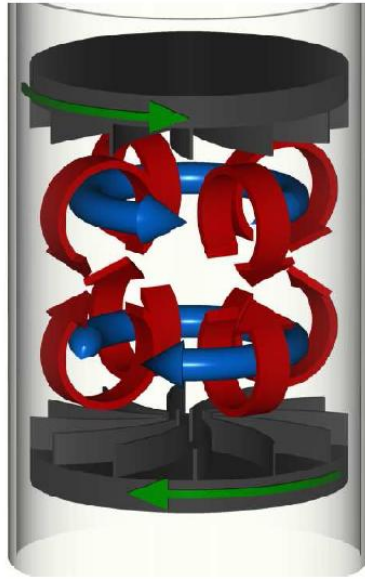


FIGURE 2.1 – Représentation de l'écoulement produit par deux disques contrarotatifs, dit de Von-Karman, pour le sens de rotation *anticontra*. Les flèches bleues représentent l'écoulement de rotation dit toroïdal, tandis que les flèches rouges sont utilisées pour l'écoulement de recirculation dit poloïdal dû à l'éjection centrifuge à la périphérie des disques. (figure extraite de la thèse de Florent Ravelet [88])

comme la confirmation de la création d'une composante azimutale de champ magnétique à partir d'une composante axiale par la rotation différentielle ou la nonlinéarité de l'induction par un mécanisme proche de l'effet Parker. Du fait de l'échec de cette expérience, par rapport au but initialement visé, il fut décidé de l'améliorer. La cuve contient désormais 150 litres de sodium, la puissance des moteurs est portée à 300 kW et on dispose d'un refroidisseur évacuant jusqu'à 150 kW, permettant de réguler la température. Cette deuxième version de l'expérience Von Karman Sodium est communément appelée "VKS 2". En plus des chercheurs des trois équipes, Marc Moulin ingénieur d'étude à l'ENS Lyon (auteur des plans), Vincent Padilla du CEA Saclay et Cécile Gasquet du CEA Saclay ont été particulièrement impliqués dans la conception et le développement de l'expérience. Les premières mesures ont été effectuées en avril 2005 et après plusieurs modifications, cette expérience a permis d'obtenir l'effet dynamo à partir de septembre 2006.

## 2.1.2 Description de l'installation

### Système de recirculation

L'expérience VKS se trouve dans un centre du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) à Cadarache dans les Bouches du Rhône. Le Département de Technologie Nucléaire qui est une unité de la plate-forme fission de la Direction de l'Énergie Nucléaire (DEN) du CEA, possède en effet au sein du Service de Technologies et de Procédés Avancés (STPA), un pôle technologies des réacteurs à métaux liquides. Ainsi nous bénéficions de l'expertise technologique de ce laboratoire pour l'utilisation du sodium liquide, développée pour utiliser de tels métaux comme fluides caloporteurs dans des centrales nucléaires, en particulier celles dites à neutrons rapides. De plus un technicien, André Skiara, est



FIGURE 2.2 – Photo du circuit de recirculation de l'expérience *VKS* avec au premier plan André Skiara. On remarque en particulier la cuve de stockage au point le plus bas de l'expérience, tandis que la cuve d'essai est montée sur une plate forme.

affecté à cette expérience et ce laboratoire nous a fourni un circuit de recirculation ( communément dénommé boucle ) pour le sodium liquide. En dehors des phases d'expériences, le sodium est au repos dans une cuve de stockage. Une pompe électromagnétique permet de faire circuler le sodium fondu dans un système complexe de tuyaux munis de vannes et en présence d'une atmosphère d'argon. Ce dispositif permet de remplir et de vider facilement la cuve utilisée pour l'expérience dite cuve d'essai. De plus en faisant circuler continûment le sodium, on peut diminuer la proportion de bulles d'argon, inévitablement créées lors du remplissage de la cuve d'essai. Durant les expériences, le sodium est soumis à une surpression de trois à quatre bars, par rapport à l'extérieur via l'atmosphère d'argon, pour limiter la cavitation. Enfin nous avons accès à un système de purification du sodium, qui est un circuit secondaire, dans lequel les oxydes de sodium se déposent. Ainsi à chaque expérience, malgré les démontages, le sodium utilisé a les propriétés du métal pur.

### **Cuve d'essai**

Durant les expériences, le sodium liquide est mis en mouvement à l'intérieur de la cuve d'essai, alors isolée préalablement du circuit de recirculation. On peut retrouver sur le schéma 2.4, les côtes importantes du dispositif. Cette cuve est un cylindre de cuivre de rayon  $R_{ext} = 289 \text{ mm}$  et de longueur  $606 \text{ mm}$  ; soit un volume d'environ 155 litres. A l'intérieur un cylindre en cuivre de  $4 \text{ mm}$  d'épaisseur, appelé chemise, sépare une partie où le fluide est au repos d'une autre partie dans le cylindre interne

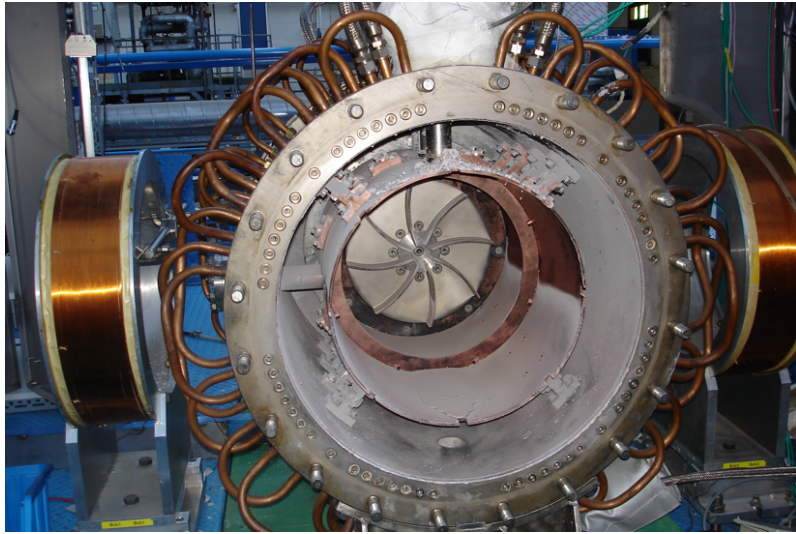


FIGURE 2.3 – Photographie de l'intérieur de la cuve d'essai, lors d'un démontage. On remarque la chemise en cuivre séparant le fluide au repos, et le fluide mis en mouvement par les turbines (en acier inoxydable sur la photo), munie d'un anneau dans le plan médian. On aperçoit des traces grises de sodium solidifié. On remarque aussi la présence de deux doigts de gants, affleurant en bord de chemise, les deux dans le plan médian, l'un vertical et l'autre horizontal. Enfin on voit à l'extérieur de nombreux tuyaux de cuivre constituant le circuit de refroidissement et des bobines produisant un champ magnétique extérieur pour les expériences d'induction. La configuration correspond à la campagne *VKS2f*.

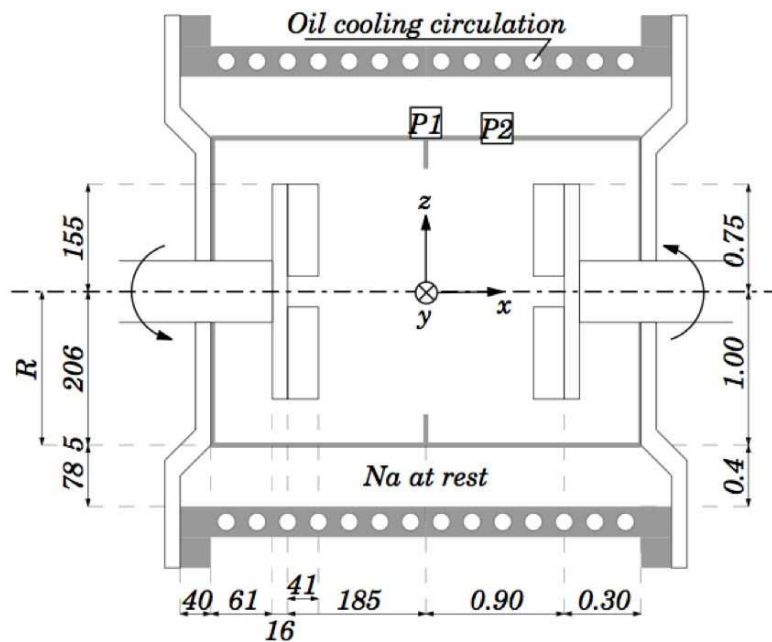


FIGURE 2.4 – Schéma de la cuve d'essai avec les cotes ( Auteur : Arnaud Chiffaudel ). A gauche les cotes sont en *mm*, à droite les cotes sont normalisées par le rayon de la chemise.



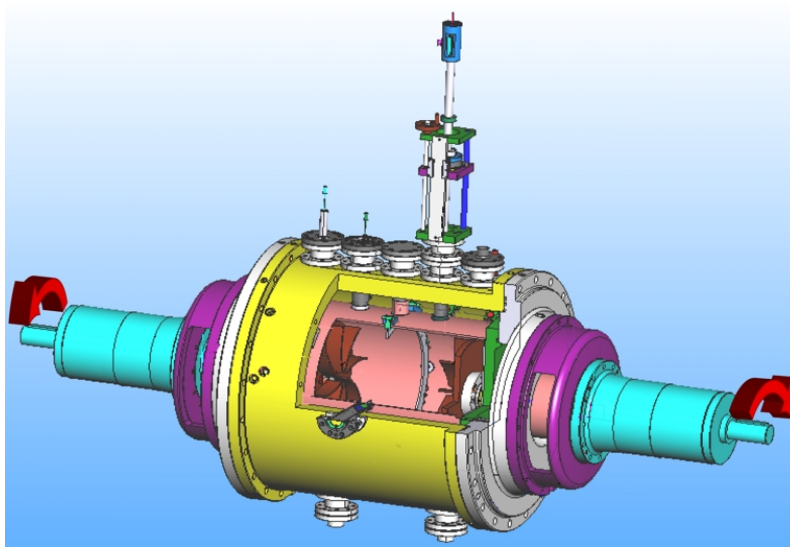


FIGURE 2.5 – Schéma technique de la cuve d’essai (Auteur : Marc Moulin). Noter la complexité technologique du montage.

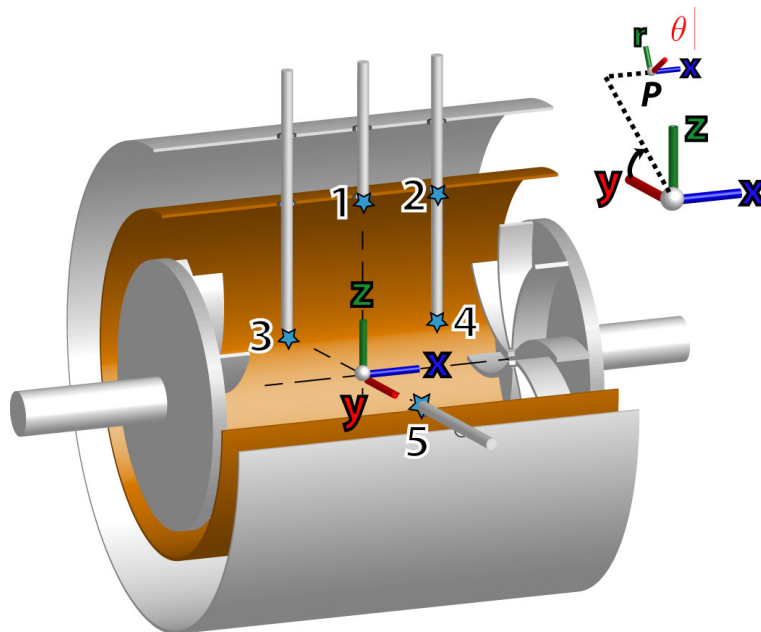


FIGURE 2.6 – Schéma tridimensionnel de la cuve d’essai. (Auteur : Mickael Bourgoïn). Sur ce schéma, il apparaît les conventions d’orientations et de choix des axes, utilisées dans le reste du manuscrit. Les positions de 1 à 5 sont les positions possibles du bout d’un doigt de gant, à l’intérieur duquel on place les capteurs de champ magnétique.

de rayon  $206\text{ mm}$  où le fluide est mis en mouvement par deux turbines. Celles-ci sont deux disques, coaxiaux avec le cylindre, de rayon  $155\text{ mm}$ , munis de huit pales de  $41\text{ mm}$  de hauteur. Les deux turbines situées symétriquement de part et d’autre du cylindre sont séparées de  $412\text{ mm}$ .

Il est important de signaler que les pales sont courbées, avec un angle de sortie de  $24^\circ$ , de sorte que le choix du sens de rotation des disques importe pour l’écoulement. Les disques sont en acier

inoxydable pour les premières campagnes, puis sont remplacés par des disques en fer doux donc ferromagnétiques de perméabilité magnétique de l'ordre de 1000. Un fin anneau de cuivre de rayon  $175\text{ mm}$  et d'épaisseur  $5\text{ mm}$  peut être placé dans le plan médian au centre du cylindre intérieur. La présence de la couche de sodium au repos et de l'anneau, ainsi que la forme des turbines résultent du travail d'optimisation de Florent Ravelet et Louis Marié au cours de leur thèses [88, 55]. Pour mettre en rotation les turbines, des arbres traversent la cuve sur son axe. On se trouve alors confronté à la difficulté technologique d'assurer l'étanchéité avec du sodium liquide, autour d'une pièce en rotation rapide. La solution retenue, consiste à utiliser une couche lubrifiante micrométrique de sodium liquide, faisant le contact entre des pièces en rotation, appelées garnitures. Néanmoins l'usure des garnitures, a provoqué plusieurs fois des fuites sur ces passages tournants, nécessitant à chaque fois un long démontage de l'expérience.

## Motorisation

On dispose de quatre moteurs *Leroy Sommer* asynchrones de puissance nominale  $75\text{ kW}$  chacun. En utilisant des courroies crantées, les moteurs sont accouplés par paire, aux deux arbres de chaque disque. La fréquence maximale d'une turbine est de  $50\text{ Hz}$  et le couple maximal de  $600\text{ N.m}^{-1}$ . Sur chaque paire, un des moteurs est asservi en couple à l'autre moteur de la paire, sous un mode maître-esclave. Le moteur maître est lui même asservi en vitesse, pour assurer la fréquence de rotation donnée en consigne. Ainsi on dispose d'une puissance disponible de  $150\text{ kW}$  par turbine.

## Circuit de refroidissement

En fournissant jusqu'à  $300\text{ kW}$  de puissance mécanique au sodium liquide, la température de celui devrait nécessairement augmenter (autour d'un degré par seconde). C'est pourquoi un circuit de refroidissement permet de faire circuler une huile silicone dans la paroi externe de la cuve. Le circuit d'huile est relié lui-même à un échangeur thermique de  $200\text{ kW}$ , utilisant de l'eau comme source froide, mais pouvant aussi chauffer l'huile. Ainsi lorsque la puissance injectée par les moteurs n'excède pas la capacité du refroidisseur, il est possible de réguler la température du sodium entre  $105^\circ$  et  $160^\circ$  (la majeure partie des expériences sont faites autour de  $125^\circ$ ). Du fait de la très bonne conductivité thermique du sodium, la température du sodium peut être considérée comme homogène à deux degrés près, malgré la couche de sodium au repos.

### 2.1.3 Conventions d'orientation de l'expérience VKS

Pour décrire les résultats de cette expérience, nous introduisons deux systèmes de coordonnées utilisés systématiquement par la suite et représentés sur la figure 2.6. On définit le repère cartésien  $O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  en prenant l'origine au centre de la cuve cylindrique, l'axe  $X$  est l'axe du cylindre et l'axe  $Z$  est la verticale orientée vers le haut. Ensuite il est naturel d'utiliser les coordonnées cylindriques dérivées de ce premier repère. On conserve l'axe  $X$  comme l'axe central de ce système, et on introduit la distance radiale  $r$  à cet axe et l'angle  $\theta$  orthoradial défini par rapport à  $O_y$ , ce qui conduit au système  $O, \vec{u}_X, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$ . Sur la figure 2.6, le disque de gauche est numéroté un, tandis que celui de droite est numéroté deux.

## Hydrodynamique de l'expérience VKS

L'hydrodynamique des écoulements intervenants dans l'expérience VKS, ont fait l'objet d'études approfondies sur des expériences plus petites réalisées avec de l'eau dans l'équipe de François Daviaud.

Nous renvoyons en particulier aux thèses de Marié, Ravelet et Monchaux [55, 88, 66] pour une approche plus approfondie de ces écoulements.

**Contrarotation exacte** Lorsque les deux turbines tournent exactement à la même vitesse en contrarotation, le flot de sodium est en moyenne axisymétrique (ne dépend pas de la coordonnée orthoradiale  $\theta$ ) et est invariant par rotation d'un angle  $\pi$  par rapport à un axe appartenant au plan médian du cylindre (voir figure 2.1). Chaque disque produit une cellule de recirculation et la zone frontière entre ces deux cellules, où la turbulence est intense est appelée couche de mélange. Du fait de la courbure des pales, pour chaque disque le choix du sens de rotation change l'écoulement produit. On définit le sens *contra*, quand les pales poussent le fluide par leur face convexe, et le sens *anticontra* dans le cas inverse. Comparé au cas avec des pales droites, le sens *contra*, augmente la part de l'écoulement de recirculation (partie poloïdale) par rapport à celui de rotation (partie toroïdale), et inversement dans le cas *anticontra*. De plus l'écoulement moyen est renforcé et la dissipation globale est réduite dans le cas *contra*. La majeure partie des expériences ayant donné un effet dynamo, sont faites en choisissant le sens *contra*. Par convention, le sens de rotation *contra*, correspond aux fréquences de rotation positives (quand les deux fréquences sont de même signe, les disques sont bien contrarotatifs).

Le fin anneau utilisé a été proposé par Florent Ravelet pour stabiliser la couche de mélange et les tourbillons associés. En effet sans lui, la couche de mélange est libre de se déplacer le long de l'axe du cylindre, ce qui induit des fluctuations à grande échelle de l'écoulement. L'importance de la dynamique de cette couche de mélange pour la magnétohydrodynamique est sujet à discussion. Des effets clairs existent sur l'induction de champ selon l'axe du cylindre [66]. Le champ induit présente une bistabilité, qui disparaît lorsqu'on ajoute l'anneau.

**Écoulements dissymétriques** De nombreuses mesures décrites par la suite, se réfèrent à des choix de forçage dissymétrique : les deux disques sont toujours contrarotatifs (le plus souvent dans le sens *contra*, mais les deux fréquences de rotation sont différentes. On brise alors la symétrie de retournement par un axe passant par le plan médian, l'écoulement reste néanmoins axisymétrique. Il semble que le rapport des deux fréquences de rotation soit un paramètre pertinent. Les configurations  $(F_r, F_l)$  et  $(F_l, F_r)$  sont équivalentes, à cause de l'invariance par rotation de  $\pi$  autour d'un axe du plan médian.

Les études de Louis Marié [55] et de Romain Monchaux [66], ont vérifié expérimentalement que la couche de mélange se déplaçait progressivement vers le disque le plus lent. Pour une valeur critique du rapport  $\frac{F_1}{F_2}$  on observe une transition d'un écoulement à deux cellules vers un écoulement à une cellule. La couche de mélange disparaît, le disque lent freine l'écoulement produit par le disque rapide.

Enfin on peut remarquer qu'en se plaçant dans le référentiel en rotation autour de l'axe à la fréquence  $\frac{F_1 - F_2}{2}$ , les deux disques sont alors en contrarotation à la fréquence  $\frac{F_1 + F_2}{2}$ . Louis Marié a vérifié expérimentalement cette idée [55]. Puis les mesures de vélocimétrie par images de particules de Romain Monchaux [66], ont confirmé la rotation globale de l'écoulement.

## 2.1.4 Instrumentation et acquisition

### Mesures hydrodynamiques

Pour le bon contrôle de l'expérience, on acquiert plusieurs signaux, qui peuvent avoir un intérêt physique. Tout d'abord on a accès aux vitesses des moteurs et aux intensités qu'ils consomment. On peut donc déduire la puissance injectée dans l'écoulement. De plus la température du sodium

est relevée en deux points de la cuve, l'un affleurant en bord de chemise, l'autre au niveau de la paroi de la cuve. Cette mesure est nécessaire en raison de la variation de la conductivité du sodium avec la température. D'autre part pour quelques campagnes on a mesuré la pression dynamique en bord de chemise, grâce à un capteur *PCB*, ce qui permet de suivre les fluctuations de la pression hydrodynamique, durant les expériences avec du sodium. Cette mesure constitue à l'heure actuelle la seule mesure hydrodynamique dans l'expérience *VKS*. L'utilisation de sondes à différence de potentiel dans le sodium, comme dans l'expérience de Karlsruhe [61], est encore en projet. Des mesures en Gallium présentées dans la partie 7, laissent présager de l'intérêt de cette mesure.

## Mesures magnétiques

Nous utilisons principalement des capteurs à effet Hall. On dispose de gaussmètres *FW Bell* équipés de sondes mesurant les trois composantes du champ magnétique en un point. Pour pouvoir mesurer le champ magnétique en plusieurs points, l'équipe de Lyon avec le concours de l'ingénieur électronicien Pascal Metz, a conçu des sondes multiples c'est à dire un assemblage de capteurs à effet Hall *Sentron 2 SA*, permettant de mesurer les trois composantes du champ magnétique en dix points espacés régulièrement de  $28\text{ mm}$  sur un segment. Ce dispositif a été très utile, pour étudier spatialement les phénomènes d'induction. Malgré un refroidissement à air comprimé, les sondes ont été plusieurs fois détériorées du fait d'une température trop haute, nécessitant la fabrication de plusieurs exemplaires.

La possibilité de mesurer au coeur de l'écoulement en plaçant le capteur à l'intérieur d'un tube métallique clos appelé doigt de gant constitue un point fort de l'expérience *VKS* par rapport aux autres expériences de magnétohydrodynamiques. Le capteur le plus profond à l'extrémité de ces tubes en acier inoxydable de diamètre extérieur  $20\text{ mm}$ , se trouve selon la longueur du doigt de gant utilisé à une distance du centre de  $46\text{ mm}$ ,  $96\text{ mm}$  ou  $196\text{ mm}$ . Nous discuterons l'importance de mesurer au coeur du fluide en mouvement et du possible biais dû à la taille du doigt de gant et du capteur dans la partie 6. Enfin ces mesures sont par essence intrusives, et perturbent l'écoulement. Entre les différentes campagnes, le changement de position et de profondeur des doigts de gant, est susceptible de nuire à la reproductibilité fine des mesures. Néanmoins, le volume de ces tubes reste très faible (moins d'un litre au maximum), devant le volume de sodium. Pour vérifier la bonne orientation des sondes, on utilise le champ magnétique produit par deux bobines, centrées sur l'axe  $O_Y$  et produisant un champ magnétique selon cet axe. Ces bobines sont aussi utilisées dans les expériences d'induction, qui sont décrites dans les thèses de Florent Ravelet, Romain Volk et Romain Monchaux [88, 105, 66].

### 2.1.5 Les différentes campagnes de *VKS 2*

La première utilisation de cette expérience dans la deuxième version a commencé en avril 2005. Par la suite plusieurs campagnes de mesures ont été effectuées, s'achevant le plus souvent au bout d'environ dix jours à cause d'une casse mécanique. Entre deux campagnes, quelques mois sont nécessaires, pour les réparations éventuelles et l'intégration des modifications du dispositif. Les différentes campagnes sont récapitulées sur le tableau 2.1.

Nom	Chemise	Disques	Source de champ	Cause d'arrêt	Contribution personnelle
VKS2a	Oui	Inox	bobines	Fuite doigt de gant	Aucune
VKS2b	Non	Inox	bobines et aimant	Campagne finie	Dépouillement
VKS2c	Non	Inox	aimant	Garniture cassée	Expérience et dépouillement
VKS2d	Non	Inox	aimant tournant	Campagne finie	Expérience et dépouillement
VKS2e	Non	Inox	aimant tournant	Garniture cassée	Expérience et dépouillement
VKS2f	Oui	Inox	bobines	Campagne finie	Expérience
VKS2g	Oui	Fer	dynamo	Garniture cassée	Expérience et dépouillement
VKS2h	Oui	Fer	dynamo	Campagne finie	Dépouillement
VKS2i	Oui	Fer	dynamo	Garniture cassée	Expérience et dépouillement
VKS2j	Oui	Fer	dynamo	Campagne finie	Expérience et dépouillement
VKS2k	Oui	Inox creux	bobines	Fuite de sodium	Aucune

TABLE 2.1 – Les différentes campagnes de l'expérience *VKS* version 2

## 2.2 L'expérience *D24 Gallium*

### 2.2.1 Motivation

L'expérience *VKS*, du fait de l'utilisation de sodium et de sa localisation à Cadarache est peu flexible. Des expériences de taille moyenne et plus aisément manipulables, gardent alors un intérêt certain. C'est pourquoi l'expérience nommée *D24 Gallium* a été développée dans l'équipe de Stéphan Fauve. Le métal utilisé est le Gallium; fondant à  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  et inoffensif, il est plus facilement manipulable que le sodium et aussi de meilleure conductivité électrique et moins dense que le mercure. La première expérience utilisant du gallium en France dans un objectif de recherche fondamentale magnétohydrodynamique a été réalisée par Daniel Brito, Henri Claude Nataf et Philippe Cardin. Les résultats interprétés d'un point de vue géophysique, traitant de l'influence d'un champ magnétique et de la rotation sur un écoulement de gallium sont réunis dans la thèse de Daniel Brito [18]. Par la suite cette équipe a mené plusieurs expériences de convection avec ce métal. La première expérience d'induction dans le Gallium, *Von Karman Gallium*, a été mise au point par Philippe Odier à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, en utilisant l'écoulement de Von Karman en 1998 [74, 76]. Ce montage a permis de mettre en évidence les mécanismes fondamentaux d'induction en présence d'un champ magnétique extérieur. Des études plus fines de l'induction ont été effectuées au cours des thèses successives de Mickaël Bourgoïn et de Romain Volk [16, 105] Les premières sondes multiples utilisant plusieurs capteurs à effet Hall dans un doigt de gant, ont été mises au point dans *Von Karman Gallium*.

Il fut alors question de réaliser un nouveau montage complémentaire à cette dernière expérience au laboratoire de physique statistique, à l'Ecole Normale Supérieure de Paris. L'idée de Stéphan Fauve consiste à utiliser une géométrie non-axisymétrique, pour avoir un écoulement turbulent plus proche de la turbulence homogène isotrope. La cuve expérimentale en acier inoxydable fut conçue par Nicolas Mordant en 2004 et a été livrée en avril 2005 à mon arrivée dans l'équipe de physique non-linéaire du LPS. La première partie de mon travail a été d'assembler, de motoriser et interfacer les différents éléments de cette expérience, puis d'étudier le comportement hydrodynamique original de cette expérience, avec deux hélices d'abord, puis quatres, mais en utilisant de l'eau comme fluide. Les premiers résultats obtenus avec ce montage n'appartenant pas à la magnétohydrodynamique, ils n'ont pas été inclus dans le corps du manuscrit. L'étude expérimentale d'écoulements utilisant deux hélices à fait l'objet de mon stage de master II [11], tandis que celle portant sur des écoulements à

quatre hélices constitue la partie *B* de l'annexe.

## 2.2.2 Caractéristiques du montage

On utilise une enceinte en acier inoxydable cylindrique verticale de rayon intérieur  $102\text{ mm}$  et de hauteur  $240\text{ mm}$ , pouvant être réglée en température. Pour permettre une visualisation directe de l'écoulement en eau et pour réaliser des mesures optiques, on peut remplacer la paroi latérale par un tube de plexiglass. Pour la plupart des mesures présentées, on place deux hélices sur une face, le long d'un diamètre dans des ouvertures situées à  $50\text{ mm}$  du centre, tandis que les deux autres hélices sont placés de manière symétrique sur la face opposée.



FIGURE 2.7 – Photographie de la cuve expérimentale, dans la configuration utilisée pour les mesures d'induction en champ transverse. Les deux bobines produisant le champ magnétique, sont placés de sorte, que le point milieu du segment joignant leur centres respectif soit confondu avec le centre de la cuve. Deux bobinages de fil de cuivre permettent de mesurer le flux magnétique sur une section circulaire de la cuve, pour deux hauteurs différentes. On peut remarquer un hublot en plexiglass au centre permettant de vérifier le remplissage.

L'entraînement est assuré par quatre moteurs PARVEX RX à courant continu et aimants permanents, chacun pouvant transmettre une puissance nominale de l'ordre de  $2\text{ kW}$  au fluide. Un jeu de poulies et de courroies permet d'entraîner les hélices à une fréquence double de celle des arbres moteurs. On utilise des hélices plongeant à  $50\text{ mm}$  du bord de cuve comportant chacune quatre pales (figure 2.9). Plus précisément ces pales sont des rectangles effilés d'acier inoxydable de longueur  $27,5\text{ mm}$  et de largeur  $22$ , soudés en un angle de  $45^\circ$  par rapport à la verticale sur une bague de  $22\text{ mm}$  de diamètre enserrant l'arbre moteur. On prend ensuite comme valeur du rayon utile de l'hélice  $35\text{ mm}$ . La rotation d'une hélice met le fluide en mouvement de manière inertielle ce qui produit à son voisinage un champ de vitesse fortement hélicitaire, où l'effet de pompage sera du même ordre de grandeur que l'effet de rotation.

Lorsqu'une seule hélice tourne dans le sens où le fluide est aspiré à partir du centre de la cuve, il se forme un tourbillon intense accroché aux pales et qui se place en moyenne en diagonale dans le cylindre.

Par la suite, quelque soit le sens de rotation, on définit les nombres de Reynolds hydrodynamique et magnétique de l'expérience au niveau de l'hélice (la plus rapide si les fréquences de rotation sont différentes) :

$$R_e = \frac{2\pi R^2 f_{rot}}{\nu} \text{ avec } R \text{ le rayon de l'hélice et } f_{rot} \text{ sa fréquence de rotation et}$$

$$R_m = \frac{2\pi R^2 f_{rot}}{\eta}$$

Le nombre de Prandtl magnétique du Gallium valant  $P_m = \frac{\nu}{\eta} = 1.50 \cdot 10^{-6}$ , on passe du nombre de Reynolds hydrodynamique au nombre de Reynolds magnétique, en faisant  $R_m \sim 1.5 \cdot 10^{-6} R_e$ . (Les paramètres physiques des métaux liquides utilisés se trouvent dans l'introduction).

L'enceinte a été conçue comme modulable, de nombreuses ouvertures à différentes positions permettent d'introduire au choix un arbre moteur ou un capteur. Ainsi on peut jouer sur la position des hélices, le sens de rotation et la vitesse relative entre hélices. Le nombre de géométries différentes d'écoulements pouvant être produit par ce dispositif ainsi que le nombre d'expériences correspondantes deviennent démesurément grands. On a choisi pour nos mesures **MHD** de se concentrer en particulier sur un écoulement à quatre hélices, susceptible d'être assez proche au centre de la cuve de la turbulence homogène isotrope. Les mesures hydrodynamiques traitant de cet écoulement sont rassemblées dans l'annexe *B*.

Au cours des différentes mesures, on a été confronté à des problèmes d'étanchéité sur les arbres tournant, qui n'ont pas été vraiment résolus à cours de cette thèse. En effet la durée de vie des joints tournants semble être de l'ordre de cinq heures, et du fait des longs montages et démontages nécessaires au remplacement de ces pièces, le nombre d'expériences ayant été menées a été réduite.

### 2.2.3 Instrumentation et mesures magnétiques

#### Mesures magnétiques

La modularité de l'expérience permet d'enregistrer le champ magnétique avec différents types de capteurs, en fonction des protocoles expérimentaux choisis. L'instrument de base pour les mesures d'induction est un gaussmètre *FW 7030 BELL*. La sonde utilisée dans la quasi totalité des mesures comporte trois puces à effet Hall, permettant de mesurer les trois composantes du champ magnétique. La zone active correspond approximativement à un cube de 4 mm de côté, le tout contenu dans un cylindre de 8 mm de diamètre. Dans nos expériences, la sonde est contenue dans un tube en acier inoxydable d'épaisseur 1 mm et de rayon externe 10 mm. La sensibilité est au mieux de 0.1 volts par Gauss. Le constructeur annonce une précision en régime dynamique de 2% du calibre, soit 0.6 G pour le calibre le plus bas (30G). Néanmoins le capteur restant linéaire aux faibles champs, on peut considérer que l'acquisition du champ magnétique reste valide, pour des fluctuations plus petites, tant qu'on sort du niveau de bruit électronique. De plus ce capteur semble limité aux fréquences inférieures à 400 Hz. La dérive en température est corrigée par l'appareil, grâce à une mesure de température dans la sonde. Pour certaines mesures on a utilisé une puce à effet Hall 2 SA 10 de 5 mm de côté de marque Sentron mesurant deux composantes. C'est le même modèle que les capteurs utilisées dans la sonde multiple de *VKS* placée dans un doigt de gant.

Enfin pour des mesures à l'extérieur de la cuve, nous avons acheté un fluxgate FL3-500 construit par la société Stefan Mayer Instruments. Ce type d'appareil constitue la mesure la plus précise de champ magnétique, mais la taille du capteur est assez grande. Le principe physique de fonctionnement est assez différent de celui d'une sonde à effet Hall. Un courant de haute fréquence circule dans une bobine comprenant un noyau d'un matériau de forte perméabilité magnétique, oscillant entre deux

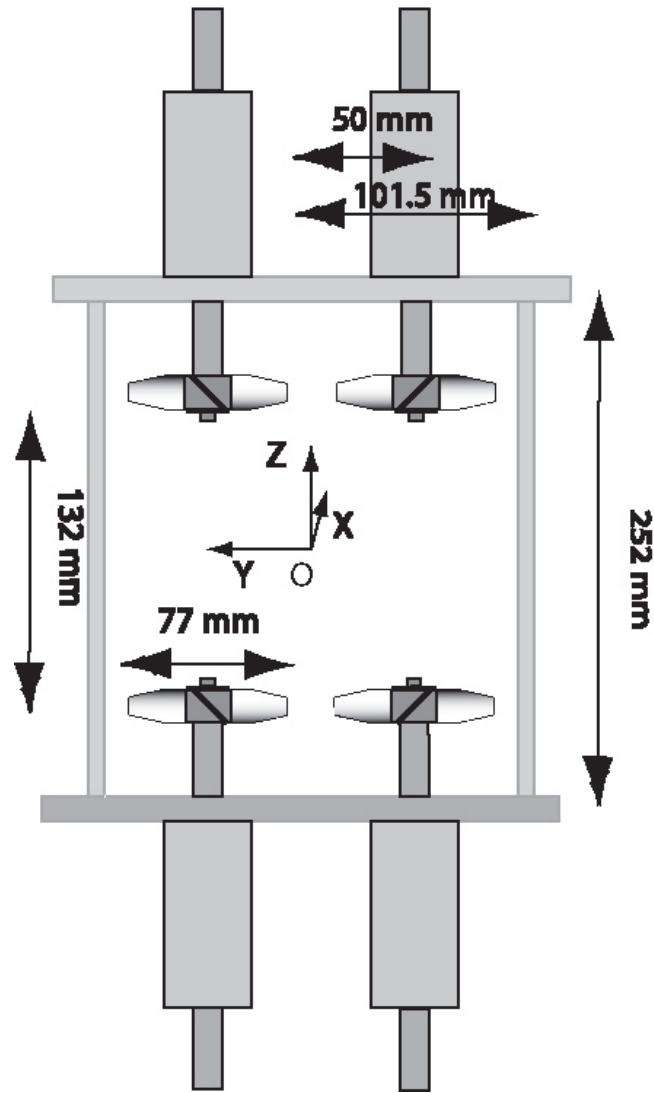


FIGURE 2.8 – Schéma de la cuve vue de face avec les côtes.



FIGURE 2.9 – Photo d'une hélice prise lors des mesures préliminaires avec de l'eau.

états de saturation. La composante du champ magnétique extérieur parallèle à la bobine brise la symétrie de la saturation par rapport à l'excitation, ce qui permet d'en déduire précisément la valeur du champ extérieur. L'appareil utilisé a une sensibilité de deux volts par Gauss. Néanmoins de largeur



plus grande que  $20\text{ mm}$ , il est trop gros pour être placé à l'intérieur de l'expérience et son utilisation demeure en général peu pertinente.

En bobinant deux fils de cuivre sur le diamètre de la cuve, chacun à  $2.5\text{ cm}$  du plan médian, nous avons élaboré une mesure du flux magnétique sur la section entourée. Cette mesure originale pour un tel volume est intéressante dans le sens qu'elle donne accès aux fluctuations à grandes échelles du champ magnétique.

## Mesures hydrodynamiques

Pour toutes les mesures un capteur de pression dynamique est placé en paroi. Le capteur est un transducteur piezoélectrique PCB 106B50 de forme cylindrique de  $15.7\text{ mm}$  de diamètre. D'une résolution de  $0.48\text{ Pa}$ , il permet de suivre les fluctuations de pression entre  $0,5\text{ Hz}$  et la dizaine de kilohertz. Cette mesure est la seule technique simple permettant de comparer un écoulement avec de l'eau de celui avec un métal liquide. Néanmoins l'information de pression, non locale, ne donne accès qu'à un ordre de grandeur des fluctuations de vitesse, ainsi qu'à quelques informations sur la dynamique de l'écoulement. Au cours de cette thèse, des sondes mesurant la différence de potentiel entre deux électrodes de cuivre dans le gallium ont été mises au point. Elles permettent d'accéder à un signal lié à la vitesse locale dans le gallium. Les mesures réalisées avec ces sondes sont décrites dans la partie 7.

### 2.2.4 Champs magnétiques utilisés

Pour nos études d'induction, nous avons utilisé la plupart du temps une paire de bobines de fil de cuivre de rayon interne  $8\text{ cm}$ , de rayon externe  $160\text{ mm}$  et de largeur  $60\text{ mm}$ . Elles sont refroidies par une circulation d'eau, ce qui permet d'y injecter des courants relativement élevés, jusqu'à  $18\text{ A}$ . Chaque bobine produit en son centre un champ de  $36\text{ G}$  par ampère. Pour la plupart des mesures présentées dans ce manuscrit, lorsque nous parlerons de champ transverse, il s'agira du champ produit par ces bobines, branchées de telles sorte que l'intensité soit dans le même sens dans les deux bobines, l'axe de symétrie du champ étant confondu avec l'axe  $O_y$  de la cuve.

A cause de la dimension de la cuve et de largeur des bobines, en les accolant contre la cuve, la configuration reste éloignée du cas des bobines de Helmholtz, où, séparées d'une distance égale à leur rayon, le champ obtenu est relativement homogène sur l'axe entre les bobines. Le champ régnant dans l'expérience est ainsi inhomogène de  $40\%$ . Une modélisation du champ par une loi de type Biot et Savart s'ajustant sur les points de mesure, a été réalisée avec l'aide de Nabil Garroum et permet de tracer quelques profils du champ magnétique imposé et de quantifier l'inhomogénéité du champ. Il s'avère pourtant que ce fait ne constitue pas un obstacle à l'interprétation de nos mesures. En branchant les bobines de sorte que les champs produits par les bobines soient en opposition (configuration "Antihelmholtz"), on n'observe pas de modification sur l'induction mesurée en un point dans notre expérience. Pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds magnétique, on pourrait observer un effet d'advection du champ (voir chapitre 5 ) et dans ce cas seulement l'inhomogénéité du champ serait importante dans notre étude.

Avec l'aide de Claude Laroche, nous avons aussi cherché à produire un champ orthoradial d'axe confondu avec celui du cylindre de notre expérience. La première tentative consistait à injecter grâce à une alimentation PowerTen un courant de  $1000\text{ A}$  directement dans le gallium, via deux connecteurs étanches de cuivre. Malheureusement sans doute pour des raisons d'origine chimique aux interfaces, au bout de quelques minutes le courant circule préférentiellement dans la paroi en acier inoxydable, et non plus dans le volume de gallium liquide. Cette voie mérite d'être poursuivie, car l'induction en

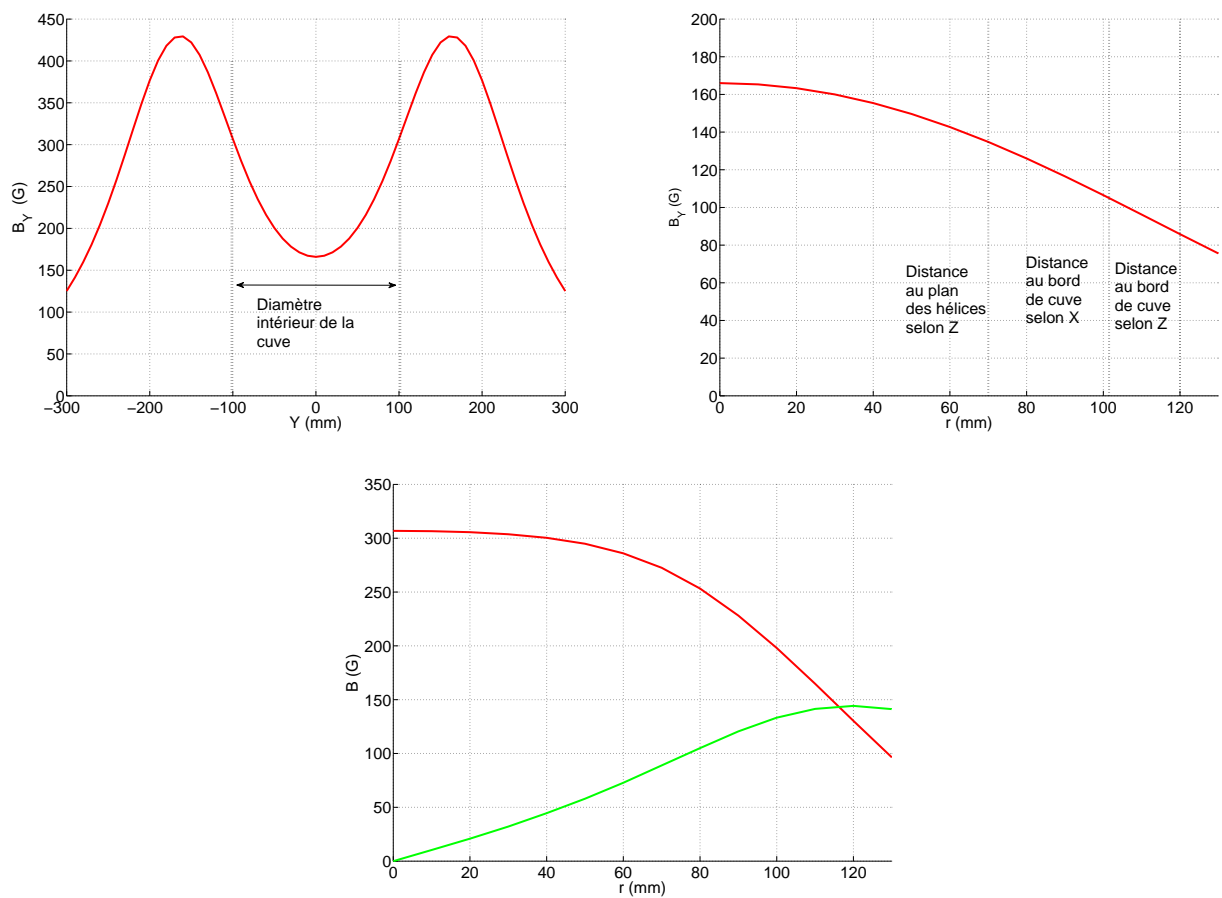


FIGURE 2.10 – Modélisation du champ magnétique produit par les bobines. En haut à gauche, profil longitudinal de  $B_Y$  dans la direction  $Y$ , en fonction de  $y$  sur l'axe  $O_Y$ . En haut à droite, profil radial de  $B_Y$ , pour  $Y = 0 \text{ mm}$ . En bas, profils radiaux de  $B_Y$  et de  $B_r$  (composante orthoradiale à l'axe des bobines pour  $Y = 100 \text{ mm}$  soit le bord de la cuve)(Remerciements Nabil Garroum).

présence de courant, n'a été que peu étudiée et de plus la géométrie du champ obtenue est en partie proche du champ dynamo de *VKS*. Des expériences pourraient alors valider le mécanisme proposé. Par la suite nous avons introduit le courant dans une barre de cuivre isolée du Gallium. Le champ obtenu possède la géométrie désirée dans la cuve, mais la barre perturbe notablement l'écoulement.

Durant la rédaction de ma thèse, François Pétrélis a fait construire un solénoïde pour imposer un champ dans l'axe du cylindre. Les dimensions sont adaptées aux dimensions de la cuve de l'expérience *D24 Gallium*. Ce solénoïde est adapté pour fonctionner avec une alimentation Powerten 1000 A 10 V, en utilisant toute la puissance disponible. Cet appareil est aussi refroidi par une circulation d'eau. On peut ainsi atteindre des champs magnétiques allant jusqu'à 1700 Gauss et homogènes sur la taille de l'expérience. Ce dispositif est arrivé assez tard et par conséquent je ne présente que peu de mesures l'utilisant.



FIGURE 2.11 – Photographie de la cuve expérimentale, entourée du solénoïde produisant un champ magnétique vertical.

## 2.2.5 Les différents écoulements

Parmi la multitude d'écoulements pouvant être produits par l'expérience *D24 Gallium*, on présente succinctement ceux ayant fait l'objet de mesures par la suite. On utilise pour décrire notre expérience, le jeu de coordonnées cartésiennes  $O_{XYZ}$  suivant : le centre de la cuve est le point  $O$  origine du repère, l'axe  $O_X$  est l'axe selon lequel l'expérimentateur voit l'expérience du poste de commande et l'axe  $O_Z$  est l'axe vertical. Pour tous les écoulements, du fait du système de fixation des arbres, les hélices sont toujours à  $60\text{ mm}$  de la face à laquelle elles sont attachées. La hauteur de la cuve étant de  $252\text{ mm}$ , l'espace entre les hélices est donc de  $132\text{ mm}$ , le diamètre de la cuve faisant  $203\text{ mm}$ .

### Écoulement à deux hélices corotatives

Commençons par le cas axisymétrique avec deux hélices placées dans l'axe du cylindre. En choisissant deux hélices identiques, on obtient pour un forçage corotatif, un écoulement présentant de l'hélicité au centre (figure 2.12). L'hélicité, définie localement par  $H = \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{v})$ , joue un rôle important dans les mécanismes d'induction.

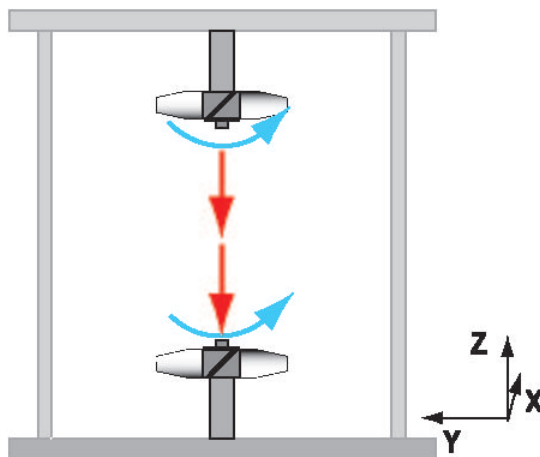


FIGURE 2.12 – Écoulement à deux hélices corotatives dans *D24 Gallium*

### Écoulement à deux hélices contrarotatives

Pour la même disposition, on passe au cas contrarotatif. On obtient un écoulement analogue à celui de *Von-Karman* (figure 2.13), présentant les mêmes symétries. En pratique on s'attend à observer des différences du fait des différences dans la géométrie du forçage.

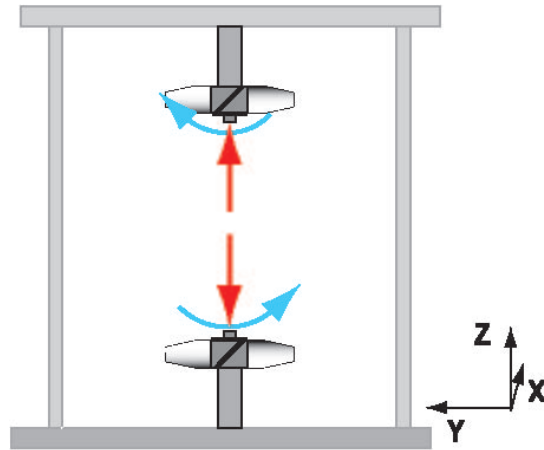


FIGURE 2.13 – Ecoulement à deux hélices contrarotatives dans *D24 Gallium*

### Le vortex en diagonale *VD*

Lorsque le cylindre est équipée de deux hélices supplémentaires d'hélicité opposée à celle des deux premières. Les quatre hélices sont placées dans le plan  $O_{YZ}$ , pour  $Y = -50\text{ mm}$  et  $Y = +50\text{ mm}$  sur les faces supérieures et inférieures. Sur chaque face, les hélices sont de pas opposées. Lorsqu'on choisit de mettre en mouvement seulement deux hélices opposées en diagonale et corotativement, un grand tourbillon se forme et occupe toute la cuve (figure 2.14) Accroché aux hélices en rotation, son axe suit la droite joignant ces deux hélices. Cette configuration est celle qui a permis d'observer les effets d'induction moyenne, les plus importants.

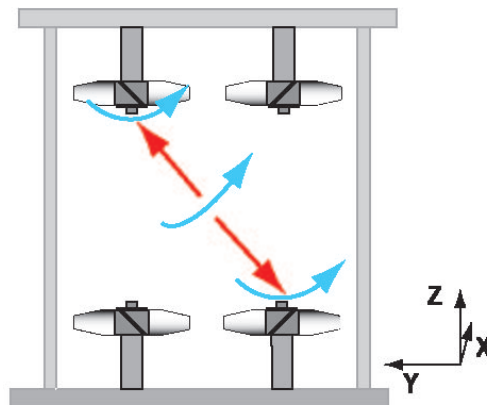


FIGURE 2.14 – Ecoulement dit du vortex en diagonale dans *D24 Gallium*

### L'écoulement à quatre hélices **A**, $4HA$

Mettons en rotation les deux autres hélices, de sorte que les hélices se faisant face verticalement soient contrarotatives. Alors les quatre hélices aspirent à elles le fluide et on obtient une géométrie proche de deux écoulements de *Von-Karman* juxtaposés (figure 2.15). L'hydrodynamique particulière de cet écoulement est décrite dans la première partie de l'annexe *B*.

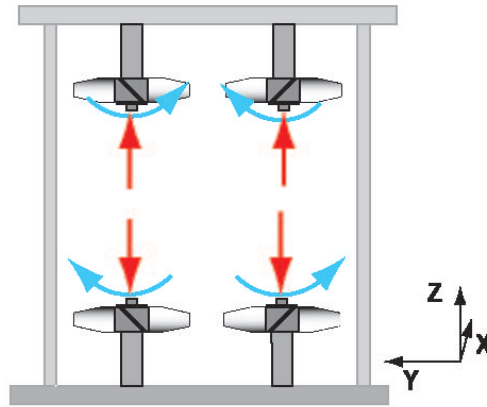


FIGURE 2.15 – Ecoulement à quatre hélices **A** ( $4HA$ ) dans *D24 Gallium*

### L'écoulement à quatre hélices **B**, $4HB$

On produit un écoulement proche du précédent en échangeant les deux hélices de la face supérieure, chacune conservant son sens de rotation, de manière à continuer à aspirer. L'hydrodynamique reste semblable au cas précédent et est aussi décrite dans l'annexe *B*.

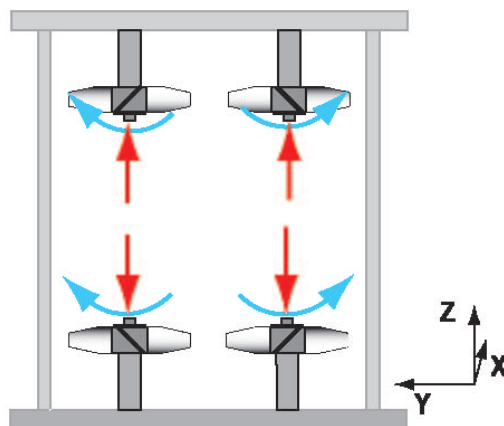


FIGURE 2.16 – Ecoulement à quatre hélices **B** ( $4HB$ ) dans *D24 Gallium*



# Chapitre 3

## La dynamo turbulente *Von Karman Sodium*

On décrit dans cette partie les mesures ayant permis d'observer l'effet dynamo dans l'expérience *VKS*. Les campagnes en question ont débuté à partir de septembre 2006, après l'ajout d'un anneau dans le plan médian et le remplacement des turbines en acier inoxydable, par des turbines en fer doux. En raison de la grande quantité de données obtenues par la suite, il apparaît difficile de traiter exhaustivement ces expériences. C'est pourquoi, on a choisi de présenter les principales caractéristiques des dynamos produites dans l'expérience *VKS*, à partir des résultats de la campagne *VKS2j* pour laquelle l'anneau a été retiré. Les progrès de l'instrumentation, ont permis d'obtenir une meilleure qualité d'acquisition des mesures et plus grande aisance d'utilisation. Un résumé des résultats des campagnes précédentes est placé en annexe et on renvoie le lecteur désirant en savoir plus, à la thèse de Romain Monchaux [66] et aux articles publiés [65, 8, 86], en particulier celui de revue à paraître dans *Physics of Fluids* [9].

Remarque : Le nombre de Reynolds magnétique utilisé dans certains articles a été défini par  $R_{ma} = 0.6 \mu_0 \sigma 2\pi f_{rot} R_{chemise}^2$ , le coefficient 0.6 est un facteur d'efficacité. Je préfère définir  $R_m$  en se prenant la vitesse de bord de disque et le rayon du disque soit  $R_m = \mu_0 \sigma 2\pi f_{rot} R^2$ , sachant que  $R_m = 1.06 R_{ma}$ . La différence de définition n'est donc pas très importante en pratique.

Campagne	disques	Anneau	Dynamo	P1	P2	P3	P4	P5
VKS2a	acier inoxydable	Non	Non	G	S	-	-	-
VKS2f	acier inoxydable	Oui	Non	SM	S	-	-	-
VKS2g	fer doux	Oui	Oui	SM	G	-	-	-
VKS2h	fer doux	Oui	Oui	SM	-	-	-	G
VKS2i	fer doux	Oui	Oui	-	-	SM	G	-
VKS2j	fer doux	Non	Oui	-	-	SM	G	SM
VKS2k	inox. creux	Oui	Non	-	-	SM	G	-

TABLE 3.1 – Configurations expérimentales pour les campagnes de *VKS*, cherchant à observer un effet dynamo. Les positions indiquées des doigts de gants se réfèrent à la figure 3.1. On désigne par SM la sonde multiple et par G la sonde du Gaussmètre *FW Bell 7000*



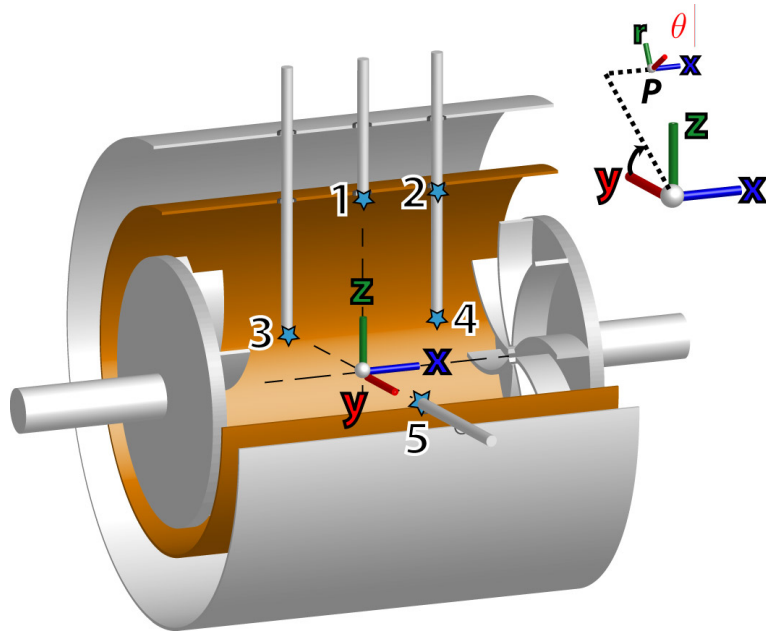


FIGURE 3.1 – Schéma tridimensionnel de la cuve d’essai ( Auteur : Mickael Bourgoïn). Sur ce schéma, il apparaît les conventions d’orientation et de choix des axes utilisées dans le reste du manuscrit. Les positions  $P_i$  correspondent aux différents emplacements possibles des doigts de gant, plus précisément elles indiquent pour chaque doigt de gant l’emplacement du capteur de champ magnétique le plus profond.

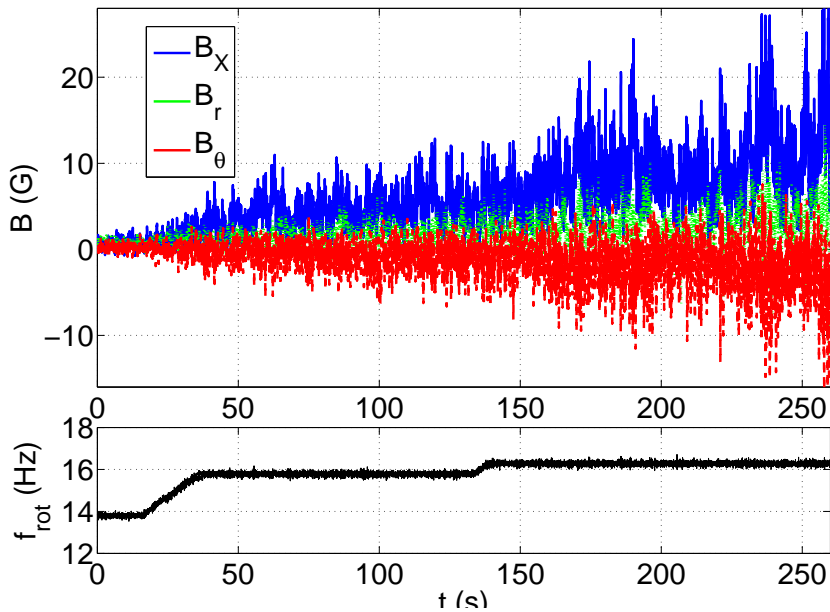


FIGURE 3.2 – Franchissement du seuil de la dynamo stationnaire au cours de la campagne  $VKS2j$ . On représente les traces temporelles du signal des trois composantes du champ magnétique. Position du capteur  $X = 119mm$ ,  $r = 46mm$ ,  $\theta = 0$ .

### 3.1 Présentation de la campagne *VKS2j*

Au cours de cette campagne, du 24 juillet au 1 août 2007, on a pu observer l'effet dynamo, sans rencontrer de problèmes mécaniques, pour une configuration légèrement différente des trois campagnes précédentes (voir tableau A.1). Les turbines sont toujours faites en fer doux et l'anneau dans le plan médian a été retiré. Deux doigts de gants plongeant jusqu'à un rayon  $r = 46 \text{ mm}$ , sont placés verticalement de chaque côté du plan médian en position 3 et 4, avec en 4 une sonde multiple et dans 3 une sonde de Gaussmètre (voir figure 3.1). Un troisième doigt de gant horizontal en position 5, occupé par une seconde sonde multiple, parvient à un rayon  $r = 96 \text{ mm}$ . Ces nombreux points de mesure, permettent d'accéder à la structure du champ magnétique dans la zone où le fluide est en mouvement.

On produit l'écoulement de Von Karman lorsque les deux turbines tournent contrarotativement à la même vitesse. Pour le sens de rotation dit *contra* (défini au chapitre précédent), on obtient un effet dynamo lorsque la fréquence de rotation des disques est supérieure à environ  $17 \text{ Hz}$ . La figure 3.2 montre le franchissement du seuil d'instabilité dans ces conditions. De plus lorsqu'on modifie le forçage, en choisissant des vitesses des turbines différentes, (mais toujours contrarotatives dans le sens *contra*), l'effet dynamo peut encore être observé. Ainsi on dispose d'une expérience générant du champ magnétique, à partir du mouvement du sodium liquide, ayant deux paramètres de contrôle, à savoir les deux fréquences de rotation des turbines. On peut donc tracer un espace des paramètres (figure 3.3) en fonction des nombres de Reynolds magnétiques associés à chaque disque (numérotés 1 et 2). Celui-ci acquis en huit jours, sans modification mécanique (comme un déplacement de doigt de gant) est plus complet et plus cohérent que celui relatif aux mesures avec anneau des campagnes *g, h* et *i*.

Décrivons rapidement les différents régimes observés pour le régime contrarotatif dans le sens *contra*. Pour se repérer plus facilement (par rapport aux consignes), on utilise un espace des paramètres (figure 3.4), construit à partir des fréquences de rotation des disques  $F1$  et  $F2$ . La température varie peu pour les mesures présentées, donc les nombres de Reynolds magnétiques associés à la vitesse de chaque disque,  $R_{m1}$  et  $R_{m2}$ , sont proportionnels aux fréquences de rotations.

En présence de deux paramètres de contrôle, il est difficile de définir un nombre de Reynolds magnétique pertinent pour l'expérience, d'autant qu'on n'a pas de mesure de vitesse. Un choix pragmatique, consiste à utiliser la vitesse moyenne des deux disques, donc de prendre :

$$R_m = \mu_0 \sigma(T) 2\pi R^2 \left( \frac{F1 + F2}{2} \right)$$

De plus, pour décrire les différents régimes, on utilise comme paramètre le rapport de la fréquence de rotation du disque le plus rapide  $F_r$ , sur celle du disque plus lent  $F_l$ . Pour explorer l'espace des paramètres, on a choisi deux protocoles particuliers. Dans le premier les moteurs accélèrent en gardant le rapport  $F_r/F_l$  constant. Pour le second on fait varier le rapport précédent en gardant la somme  $F1 + F2$  constante. Le nombre de Reynolds défini précédemment reste lui-aussi constant. Les mesures présentées par la suite semblent montrer la pertinence de ces choix de paramètres. De manière équivalente, on peut aussi introduire le paramètre  $\theta = \frac{F1 - F2}{F1 + F2} = \frac{F_r/F_l - 1}{F_r/F_l + 1}$  [66, 9].

On remarque la symétrie par rapport à la diagonale et un seuil moyen d'instabilité de l'ordre de  $R_m \sim 35$ . On observe plusieurs zones correspondants à des modes dynamiques différents (stationnaires ou oscillants). Aux frontières entre ces modes on trouve des régimes dynamiques du champ magnétique, que l'on attribue à l'interaction des modes précédents.

En partant d'une différence de fréquence nulle donnant une dynamo stationnaire qu'on nomme **Stat1** (figure 3.5), on accélère l'un des moteurs, en diminuant la vitesse de l'autre. On obtient alors

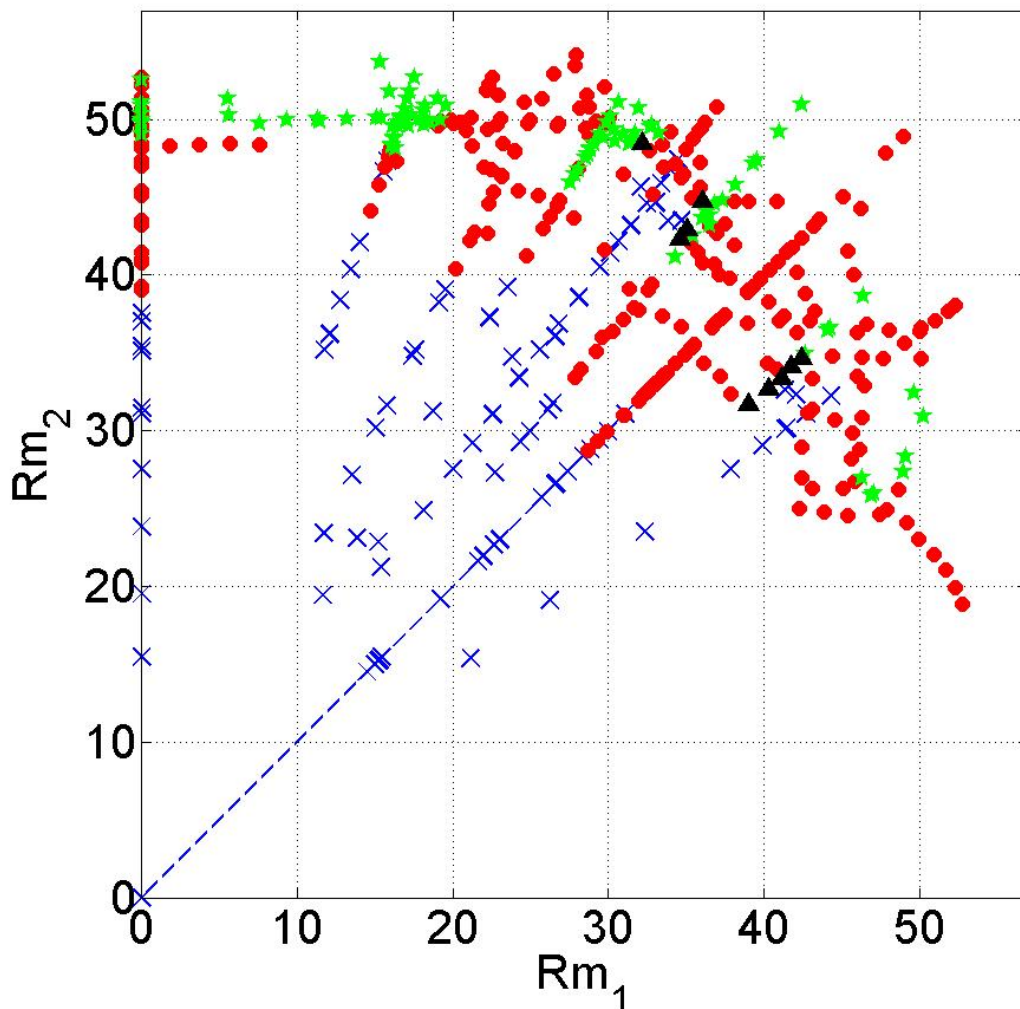


FIGURE 3.3 – Espace des paramètres pour la campagne *VKS2j* gradué en nombre de Reynolds magnétique.

Croix Absence d'effet dynamo

Ronds Dynamo stationnaire

Etoiles Oscillations et renversements

Triangles Régimes intermittents

un premier type de renversements **Renv1**(figure 3.6). Le champ magnétique voit ses trois composantes changer de signe à peu près au même moment, mais en présence d'un fort taux de fluctuations. En pratique la distinction entre des renversements apériodiques et des oscillations autour d'une valeur moyenne nulle, s'avère délicate et semble plutôt relever d'un choix subjectif. On qualifie un régime de renversements, lorsque le champ magnétique entre deux inversions paraît stationnaire. Par conséquent nous avons utilisé un seul symbole pour les deux ( les étoiles vertes ). Proche de ce régime dans l'espace des paramètres, se trouve un régime intermittent (figure 3.7), où le champ magnétique s'annule transitoirement, avant de repartir de manière fluctuante. On passe ensuite à un

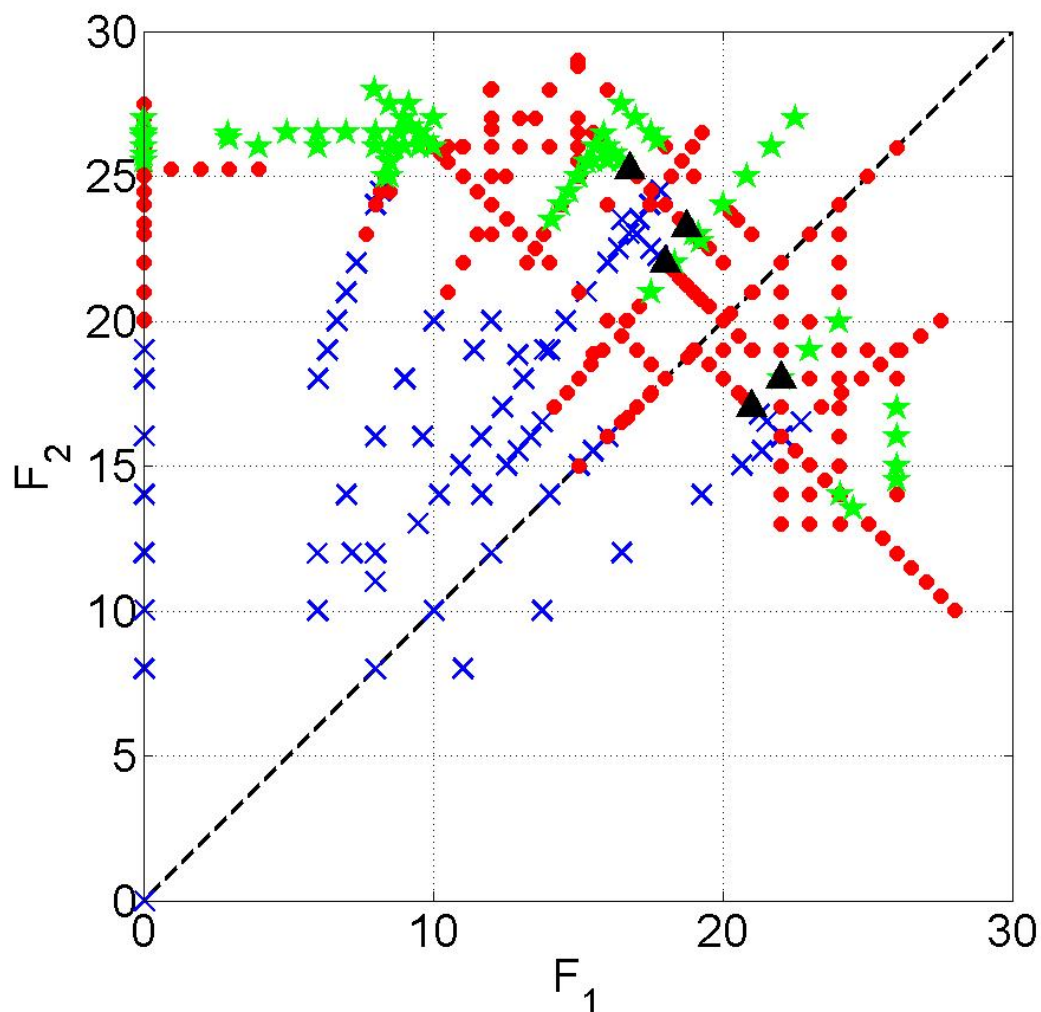


FIGURE 3.4 – Espace des paramètres pour la campagne *VKS2j* gradué en fréquence de rotation.  
Croix Absence d'effet dynamo  
Ronds Dynamo stationnaire  
Etoiles Oscillations et renversements  
Triangles Régimes intermittents

second mode de dynamo stationnaire mais de seuil plus élevé et de faible amplitude **Stat2**(figure 3.8). En augmentant encore le décalage de fréquence, on obtient des renversements du champ magnétique **Renv2**. Nous verrons par la suite, que ces signaux ressemblent à des oscillations de relaxation dégénérant en renversements. On passe ensuite à un troisième mode de dynamo stationnaire **Stat3** (figure 3.11). Puis on a une zone relativement étendue de l'espace des paramètres correspondant à un mode dynamo oscillant **Osc** (figure 3.10). Remarquons néanmoins, que cette zone n'est pas reliée à une zone sans dynamo, mais à une dynamo stationnaire. On n'observe pas la croissance à partir de zéro de l'amplitude des oscillations.

Enfin à l'extrémité gauche du diagramme, on remarque qu'on conserve l'effet dynamo avec un seul disque en mouvement. On passe alors en augmentant la fréquence du disque d'une dynamo station-

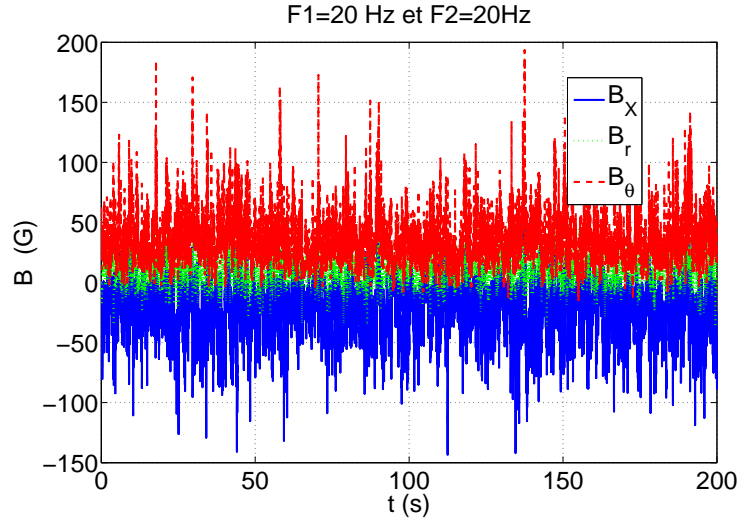


FIGURE 3.5 – Signal temporel d’une dynamo stationnaire **Stat1** pour  $F1 = F2$ .

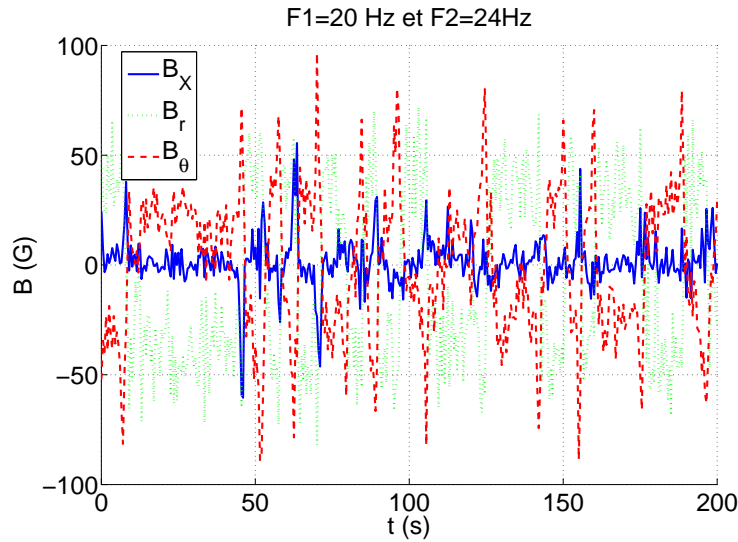


FIGURE 3.6 – Signal temporel d’un premier type de renversements **Renv1** pour  $F2/F1 = 1.20$ .

naire de faible amplitude à une dynamo oscillante. Ces modes semblent liés aux modes proches dans l’espace des paramètres, où le second disque est en rotation lente. Pour les expériences n’utilisant qu’un seul disque, nous avons mis en évidence un phénomène de bistabilité net entre les modes stationnaires et oscillants. Ces résultats sont décrits dans l’article *Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium* [10], reproduit en annexe.

Quelques mesures ont été faites dans le sens *anticontra*. L’effet dynamo s’est avéré alors beaucoup plus difficile à obtenir. L’effet était absent en régime contrarotatif dans la gamme de fréquences de rotation accessibles et on n’a observé un champ magnétique autoexcité seulement pour un régime fortement décalé (par exemple  $F1 = -23\text{ Hz}$  et  $F2 = -10\text{ Hz}$ ). Or la campagne *VKS2i* avait permis d’observer un effet dynamo en contrarotation exacte dans le sens *anticontra*. Il semble que dans ce cas l’effet de stabilisation par l’anneau des fluctuations hydrodynamiques de grande échelle

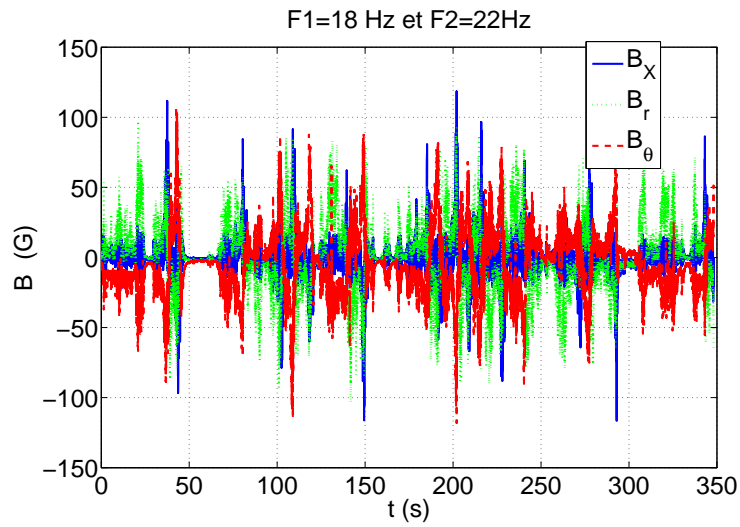


FIGURE 3.7 – Signal temporel d'une dynamo intermittente pour  $F2/F1 = 1.22$ .

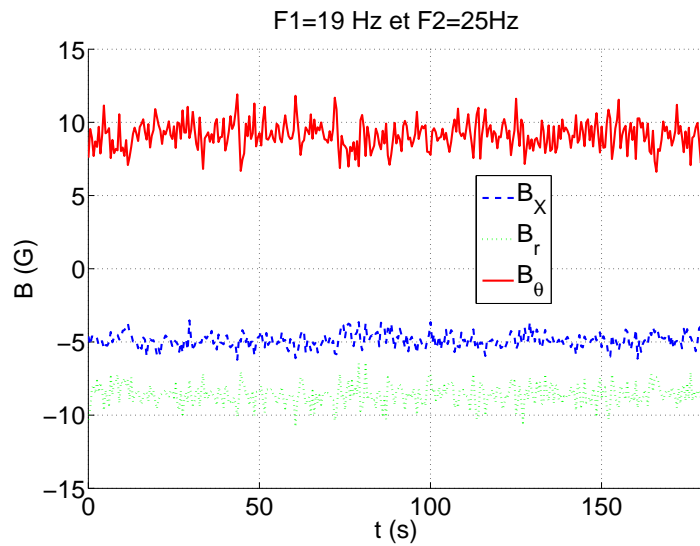


FIGURE 3.8 – Signal temporel d'une dynamo stationnaire de faible amplitude **Stat2** pour  $F2/F1 = 1.32$ .

soit beaucoup plus important. Sans l'anneau, le seuil d'instabilité est peut-être monté au delà des possibilités expérimentales, à cause de la turbulence à grande échelle.

Il y a eu quelques mesures assez brèves, où les disques étaient corotatifs. Les écoulements ainsi produits n'ont pas donné d'effet dynamo.

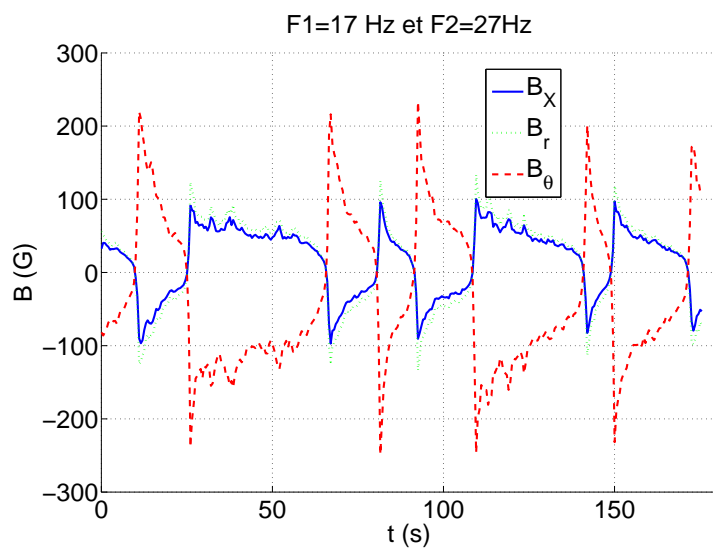


FIGURE 3.9 – Signal temporel d'un second type de renversements **Renv2** pour  $F2/F1 = 1.59$  .

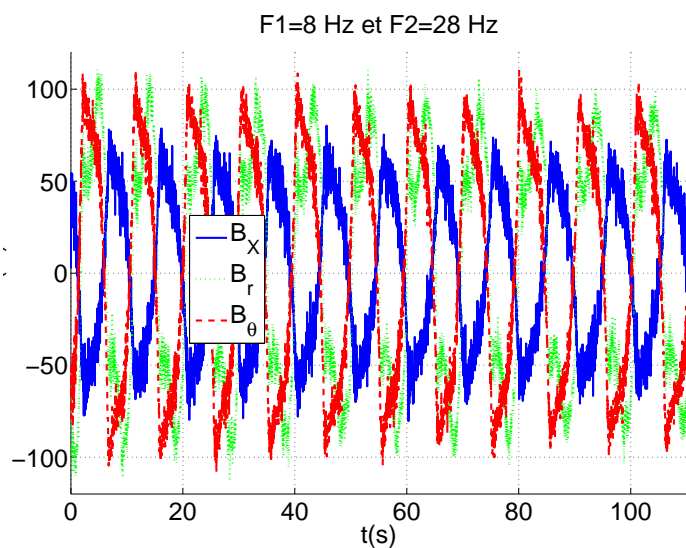


FIGURE 3.10 – Signal temporel d'une dynamo oscillante **Osc** pour  $F2/F1 = 3.5$ .

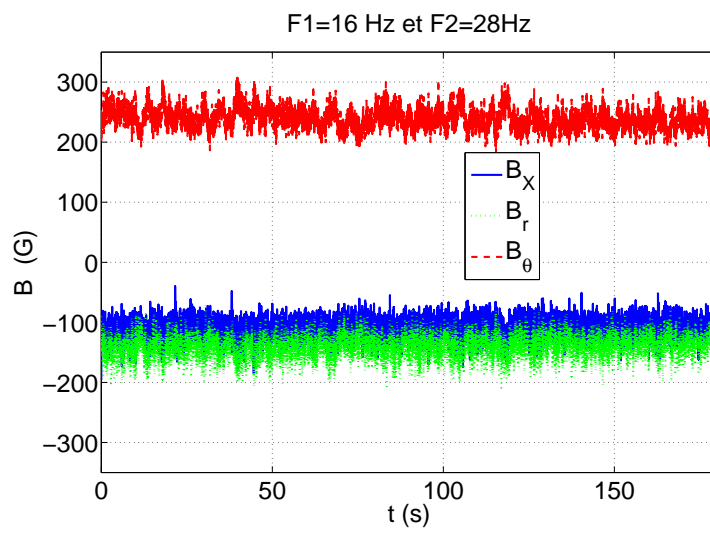


FIGURE 3.11 – Signal temporel d’une dynamo stationnaire de forte amplitude **Stat3** pour  $F2/F1 = 1.75$  .



## 3.2 Rôle des conditions aux limites

### 3.2.1 Conditions électriques

Le succès de l'expérience et la nature de la dynamo observée, paraît dépendre intimement du choix des conditions aux limites dans l'expérience. Etant donné la difficulté technique, à obtenir des nombres de Reynolds magnétiques importants, la réussite dépendrait d'une diminution légère du seuil. Le travail d'optimisation de Florent Ravelet et Louis Marié au cours de leur thèses [88, 55], a déterminé en particulier les configurations de *Vks2a* et *Vks2f*. La présence d'une couche de sodium au repos matérialisée par la présence d'une chemise en cuivre séparant un cylindre interne où le sodium est en mouvement, d'une zone externe remplie de sodium, mais sans forçage, fut ainsi motivée par les travaux numériques de dynamo cinématique [56, 87], montrant un abaissement du seuil. Le nombre de Reynolds magnétique critique diminue d'un facteur deux, en ajoutant une couche de rayon supérieur à environ 1.2 fois le rayon du cylindre interne. Il s'agit de créer une zone où les courants sont libres de reboucler dans le volume.

Comme la dynamo obtenue ne correspond pas à celle des simulations cinématiques, on peut s'interroger sur la pertinence à posteriori de cette modification. Néanmoins celle-ci semble favorable. En effet elle impose d'abord un intense cisaillement entre le fluide au repos et celui dans la chemise, ce qui permet de produire du champ orthoradial à partir d'un champ radial par effet  $\omega$ . De plus on forme ainsi une zone où les courants sont libres de reboucler dans le volume. La zone de dissipation est augmentée par rapport à la zone de production de champ, mais la dissipation totale baisse car on parvient ainsi à diminuer l'amplitude de la densité de courant. Cette idée est avancée dans un article de Kaiser et Tilgner de 1999 [49] sur l'exemple de la dynamo de Ponomarenko. La dissipation totale  $D = \iiint_{Vol} \frac{j^2}{\sigma} d\tau$  calculée est réduite, en augmentant l'échelle spatiale des gradients du champ magnétique. Néanmoins les mêmes auteurs montrent sur un exemple de dynamo sphérique, que l'ajout d'une couche conductrice au repos est néfaste à l'instabilité dynamo. Ainsi l'intérêt d'une couche de sodium au repos pour une dynamo produite par l'écoulement de Von-Karman n'est pas facilement explicable qualitativement.

Les travaux de Florent Ravelet, montrent certes un profil radial de la densité de courant plus doux, à la traversée de la chemise. Mais en étant fondé exclusivement sur l'écoulement moyen, il néglige le fait que la dissipation est *a priori* essentiellement turbulente. Par conséquent une expérience semble nécessaire, pour savoir si la présence d'une couche de sodium au repos, est essentielle à l'obtention de l'effet dynamo dans *VKS*. Les mesures sans chemise de la campagne *VKS2b*, ont montré qu'à cause du plus grand volume de fluide entraîné, la limitation en puissance des moteurs imposerait une vitesse maximale des disques plus faible.

D'autre part une collaboration de l'équipe de Saclay avec Frank Stéfani [99], a montré toujours avec un code cinématique, un autre effet dû aux conditions aux limites. La présence de sodium à l'arrière des disques augmente le nombre de Reynolds magnétique critique de 12%, si ces couches restent statiques, et beaucoup plus si elles sont entraînées par les disques. Utiliser des disques épais, (creux pour ne pas augmenter leur poids et les rendre isolants électriques), permet de réduire justement le volume de sodium derrière les disques. Ce fut l'objet de la campagne *VKS2k*, durant laquelle l'effet dynamo n'a pas été observé, malgré des effets d'induction plus importants.

Une autre façon de réduire l'effet supposé néfaste du sodium derrière les disques, est d'utiliser un blindage magnétique. En effet en réalisant un disque ferromagnétique (en fer pur, matériau doux de perméabilité  $\mu_r \sim 1000$ ), le champ magnétique est canalisé à l'intérieur des disques et ne pénètre pas à l'arrière de ces disques, ce qui réduit l'induction dans cette zone. Cet argument a motivé les

membres de l'équipe *VKS* pour ajouter des disques ferromagnétiques. Les campagnes de *VKS2g* à *VKS2j*, utilisant ces disques en fer, ont été celles qui ont donné lieu à l'effet dynamo.

## Conditions magnétiques

Comprendre les conséquences de l'introduction des disques en fer est par conséquent une question cruciale pour notre expérience, c'est pourquoi nous étudions maintenant le rôle des conditions aux limites magnétiques.

Nous avons montré dans l'introduction que pour un matériau ferromagnétique de haute perméabilité le champ magnétique doit spontanément être normal à l'interface, pour éviter une divergence de l'énergie magnétique au sein du corps ferromagnétique. Cette condition aux limites a été implémentée dans les travaux de dynamo cinématique de Christophe Gissinger [40]. Les seuils de dynamo obtenus, sont considérablement abaissés, en particulier lorsque toute la surface externe est ferromagnétique. De plus les auteurs remarquent que dans le cas de *VKS*, le fait d'utiliser des turbines en fer, impose sans doute que le champ soit normal aux pales, favorisant un champ de géométrie toroïdale. Un effet possible d'amplification du champ toroïdal dû aux disques en fer doux est discuté dans l'article de revue de François Pétrélis et al [85].

Dans le cas des turbines de l'expérience *VKS*, le matériau utilisé est du fer pur ARMCO. C'est un matériau ferromagnétique doux, dans le sens que le champ coercitif reste relativement faible (le cycle d'hystérésis est étroit). Les données du fournisseur (voir annexe *D*), montrent que le champ coercitif correspond à une excitation magnétique de l'ordre d'un Oersted ( $1Oe = \frac{10^3}{4\pi} A/m$ ), ce qui correspond à un champ extérieur d'un Gauss, les disques acquièrent facilement une aimantation. La saturation de l'aimantation correspond à une excitation de quelques Oersted, et donne un champ magnétique de l'ordre de deux Teslas dans le disque. Le matériau n'est pas linéaire, la perméabilité relative intrinsèque est de l'ordre de 2000 pour un champ extérieur de  $1 G$ , mais tombe à 200 pour un champ extérieur de  $100 G$  (en géométrie torique). De plus en raison de l'usinage mécanique pour construire les disques, les propriétés sont susceptibles d'avoir changé. Mais pour nos expériences, une turbine n'est pas dans une configuration formant un circuit magnétique. Du fait du champ démagnétisant, le champ magnétique à l'intérieur des disques, vaut quelques unités du champ appliqué. A la différence de la sphère, en raison de l'anisotropie et du rapport d'aspect des disques (épaisseur  $16 mm$  et de diamètre  $155 mm$ ), le champ magnétique normal à la face d'un disque est peu amplifié. Le vecteur excitation magnétique est pour  $\mu \sim 1000$ , de l'ordre du millième de  $\vec{B}_0/\mu_0$ . Par conséquent comme le champ extérieur maximal est de l'ordre  $100 G$ , l'excitation magnétique dans le fer vaut au plus  $20 A/m$  soit  $0.25$  Oersted. Par conséquent la courbe d'aimantation du fournisseur, montre qu'on reste loin de la valeur de saturation de l'aimantation du fer. La perméabilité magnétique, bien qu'évoluant non linéairement avec le champ appliqué reste de l'ordre de 1000, dans ces conditions. Un cycle d'hystérésis peut être décrit, en fonction de l'évolution du champ magnétique extérieur, mais il reste petit devant celui obtenu à la saturation de l'aimantation. Expérimentalement, la mesure du champ à la surface d'une turbine lors d'un démontage après une expérience, est de l'ordre de deux Gauss. C'est pourquoi les effets dus à la magnétisation rémanente restent faibles. Ainsi il est difficile de connaître précisément les propriétés ferromagnétiques des turbines. On le considère comme un matériau de perméabilité relative de l'ordre de 1000 et on pense rester hors de la zone de saturation pour les champs mesurés dans l'expérience. Cette forte valeur de la perméabilité impose la quasi-normalité du champ aux frontières du disque et permet aussi l'effet de blindage magnétique. En effet le champ est canalisé sur les bords du disque en ressortant normalement. Nous avons vérifié expérimentalement que le champ d'un aimant ne traverse pas un disque de fer et que le flux est retrouvé sur la circonférence du disque. Ainsi on a bien *a priori* une isolation magnétique; les

phénomènes d'induction derrière les turbines sont découplés de ceux dans la région centrale, grâce à la canalisation des lignes de champ magnétique. De plus l'amplification locale du champ magnétique due à la concentration des lignes de champ, au voisinage des disques, contribue aussi à imposer des conditions aux limites particulières. Ce phénomène ne permet pas pour autant d'augmenter l'énergie magnétique et ne devrait pas modifier notablement les phénomènes d'induction.

On interprète donc l'effet des disques en fer essentiellement comme une modification des conditions aux limites de l'instabilité dynamo. Des effets dus à la magnétisation rémanente des disques sont aussi à considérer pour expliquer certains aspects expérimentaux, à savoir l'imperfection de la bifurcation de l'instabilité dynamo, un hystérésis à faible amplitude et un temps de croissance parfois plus long en début de campagne, un choix préférentiel du signe du mode dynamo (qui pourrait aussi s'expliquer par la présence du champ magnétique terrestre). On renvoie pour plus de détails à l'article de revue de Pétrélis, Mordant et Fauve [85]. La forme du champ de magnétisation dans la turbine, est inconnue et sans doute complexe, en raison du champ appliqué inhomogène. Le phénomène de diffusion magnétique ou effet de peau doit sans doute jouer un rôle. En effet en prenant une conductivité du fer pur égale à  $\sigma = 9 \cdot 10^6 S$  et une perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 1000$ , on obtient une longueur de pénétration du champ magnétique construit à partir de la fréquence de rotation des turbines  $f_{rot}$ ,  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu_0 \mu_r 2\pi f_{rot}}}$ , de l'ordre de  $3.5 mm$ , pour  $f_{rot} = 20 Hz$ . Or une turbine a une épaisseur de  $16 mm$  et ses pales mesurent  $41 mm$  de hauteur. Par conséquent, un champ magnétique non-axisymétrique, ne devrait pas pénétrer dans le disque, donc la magnétisation du disque devrait être axisymétrique.

Pour illustrer un possible hystérésis, on montre une expérience de *VKS2h* (figure 3.12) où une lente montée en température, a permis pour un mode de dynamo stationnaire de faible amplitude, de franchir le seuil sans modifier la consigne des moteurs, les fréquences de rotation des turbines étant de  $22 Hz$  et  $11 Hz$ . On observe alors un saut net du champ magnétique lorsqu'on redescend en température ( montée en  $R_m$  ), attribuable à un effet d'aimantation des disques.

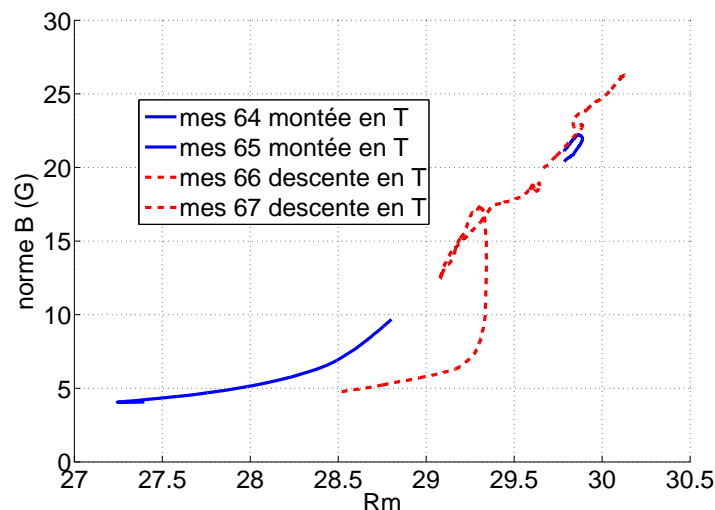


FIGURE 3.12 – Phénomène d'hystérésis, au franchissement du seuil pour une dynamo stationnaire de faible amplitude. En augmentant la température, la conductivité du sodium, donc le nombre de Reynolds magnétique diminue.

### 3.3 Dynamo stationnaire

Commençons par traiter les expériences donnant une dynamo stationnaire. On entend par ce terme, un mode de champ magnétique dont la moyenne temporelle est non nulle, en étant produit par un effet dynamo avec un forçage constant. Pour une dynamo turbulente on observe des fluctuations importantes autour de cet état moyen. Les signaux de champ magnétique correspondant sont dits statistiquement stationnaires. En effet le signal n'est pas invariant par translation dans le temps, mais sa distribution de probabilité l'est, si on l'estime sur un sous-intervalle suffisamment long. On étudie le cas contrarotatif, mais aussi ceux où les fréquences des disques sont différentes (contrarotatives), pour caractériser les trois modes de dynamo stationnaires précédemment identifiés. Du fait des conditions extrêmes auxquelles sont soumises les sondes, plusieurs capteurs à effet Hall ont progressivement cessé de fonctionner, c'est pourquoi certaines figures nécessitant plusieurs points de mesure, ne peuvent pas être produites, pour tous les couples  $(F1, F2)$  de l'espace des paramètres.

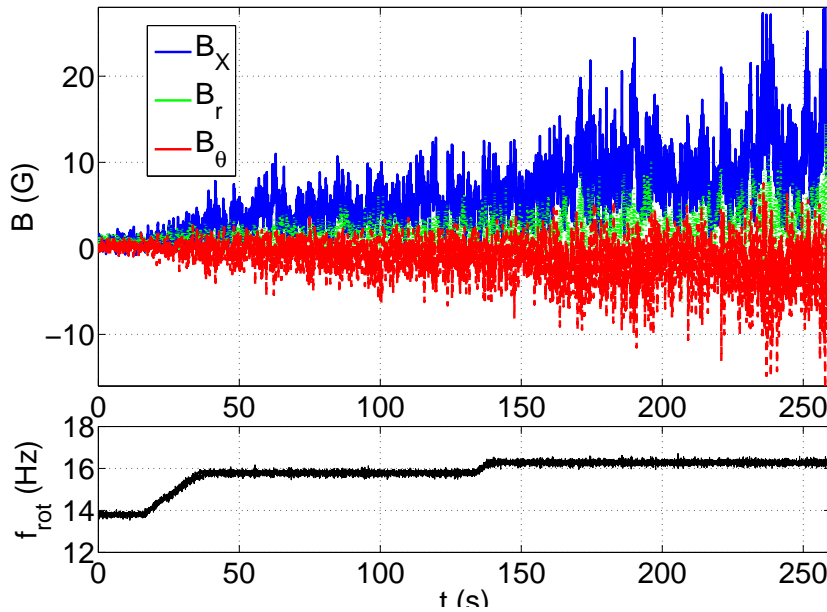


FIGURE 3.13 – Franchissement du seuil de la dynamo stationnaire au cours de la campagne  $VKS2j$ . On représente les traces temporelles du signal. Position du capteur  $X = 119 \text{ mm}$   $r = 46 \text{ mm}$ ,  $\theta = 0$  ( $P_4$ )

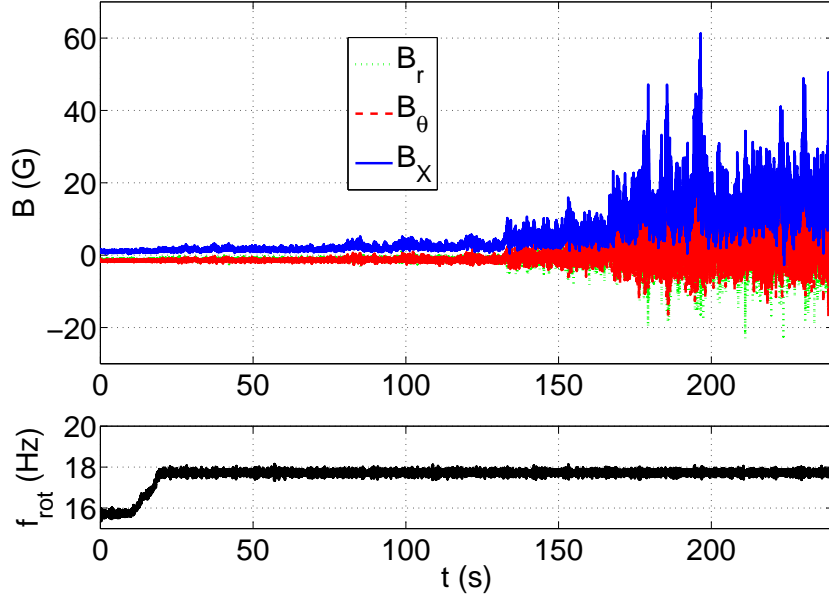


FIGURE 3.14 – Franchissement pour la première fois du seuil de la dynamo stationnaire au cours de la campagne *VKS2j*. On observe dans ce cas un retard important de l’effet dynamo sur la consigne de vitesse, qu’on attribue à un temps d’aimantation des disques en fer doux. Position du capteur  $X = 119\text{ mm}$   $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$  ( $P_4$ )

### 3.3.1 Dynamo stationnaire pour l’écoulement de Von-Karman

#### Courbe de bifurcation

Le premier mode de dynamo stationnaire (**Stat1**) s’observe pour l’écoulement de Von-Karman, quand les deux fréquences de rotation des moteurs sont égales. On constate qu’on conserve ce mode, lorsqu’on s’écarte de cet écoulement, jusqu’à une valeur de  $F_r/F_l \sim 1.2$ . Le cas contrarotatif ayant fait l’objet de nombreuses mesures, nous allons le décrire en détail.

Sur la figure 3.13, on peut voir l’allure typique du signal temporel de champ magnétique, lorsqu’en accélérant les moteurs on dépasse le seuil. Il apparaît sur cette figure, qu’en raison des fluctuations turbulentes, il est impossible de mesurer un temps de croissance de l’instabilité dynamo. De plus ce temps semble être du même ordre ou plus court que le temps nécessaire pour que les moteurs atteignent leur consigne de vitesse. Le temps de croissance pourrait être de l’ordre de grandeur d’un temps de diffusion  $\frac{L^2}{\eta}$  de l’ordre de la seconde avec  $L$  l’échelle de longueur de l’expérience, ou bien lié à un temps d’advection  $\frac{L}{U} \sim f_{rot}^{-1}$  de l’ordre du dixième de seconde.

Il est intéressant quoique troublant de comparer cette courbe avec celle obtenue quand on franchit le seuil la première fois au début d’une campagne. Alors le temps de croissance devient (figure 3.14) beaucoup plus long, de l’ordre de  $50\text{ s}$ . Une interprétation possible, fait intervenir le caractère ferromagnétique des disques. Au début d’une campagne, les turbines sont désaimantées et un certain temps est nécessaire pour avoir l’orientation compatible avec la géométrie du mode dynamo observé. Ce temps semble lié à la croissance spontanée des domaines magnétiques sans champ extérieur. On parle alors d’aimantation par nucléation de domaines. Après un passage sous le seuil, si on augmente à nouveau la vitesse des disques, on observera à nouveau la dynamo stationnaire, mais le temps de croissance sera rapide et le signe du champ sera le même que lors de cette première mesure.

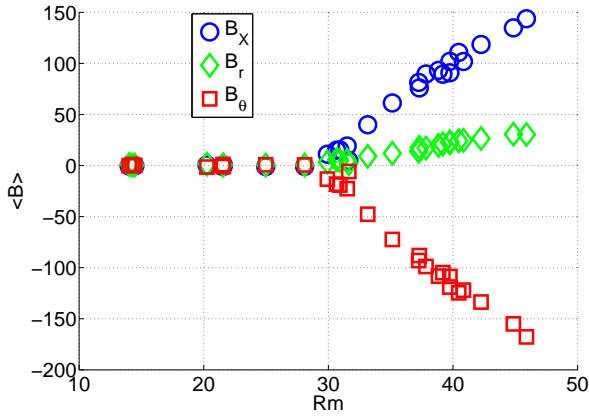


FIGURE 3.15 – Evolution de la moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m$ , au point  $X = 0\text{mm}$   $r = 96\text{mm}$ ,  $\theta = \pi/2$ .

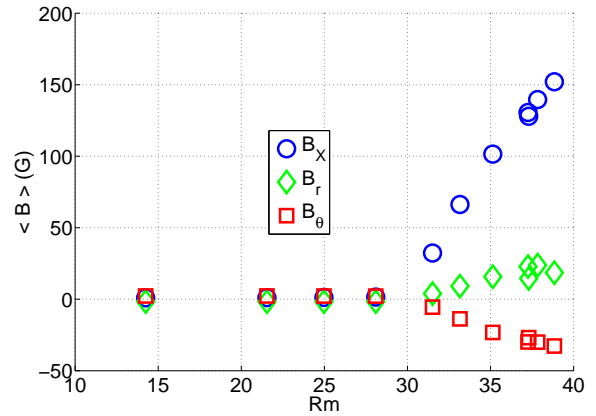


FIGURE 3.16 – Evolution de la moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m$ , au point  $X = 119\text{mm}$   $r = 46\text{mm}$ ,  $\theta = 0$ .

On trace d'abord la moyenne des trois composantes du champ magnétique acquis sur des temps d'acquisition de l'ordre de la minute, pour différentes positions du capteur de champ magnétique (dans le plan médian figure 3.15 et dans un plan décalé figure 3.16). On observe ainsi l'augmentation des moyennes des composantes du champ magnétique avec le nombre de Reynolds magnétique, au-delà d'une valeur seuil. Les évolutions semblent linéaires. Le plus souvent une composante domine les deux autres, du fait de l'apparition d'un mode de dynamo à grande échelle de géométrie donnée.

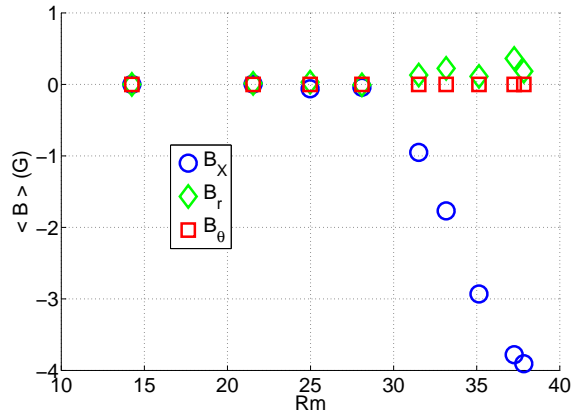


FIGURE 3.17 – Evolution de la moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m$ ,  $X = 119\text{mm}$   $r = 242\text{mm}$ ,  $\theta = 0$ . On peut remarquer pour cette mesure, dans le sodium au repos, que le champ toroïdal est presque nul et que le champ axial a changé de signe conformément à l'image du dipôle dont les lignes de champ se referment à l'extérieur.

Il est intéressant d'opérer de même pour les fluctuations du champ magnétique, évaluées par la déviation standard du signal. On observe alors aussi pour environ le même seuil des croissances linéaires dans le plan médian 3.18 et dans le plan décalé 3.19. A l'exception de la mesure décalée la plus profonde, où les fluctuations semblent isotropes, l'écart type de la composante radiale est plus faible, que celui des deux autres composantes du même niveau. Ce point pourrait traduire une

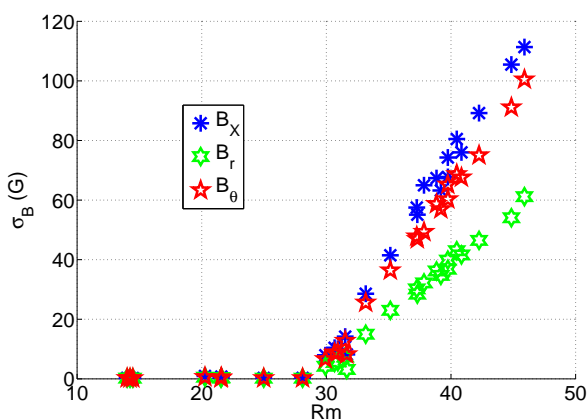


FIGURE 3.18 – Evolution de la déviation standard du champ magnétique en fonction de  $R_m$ , au point  $X = 0\text{mm}$   $r = 96\text{mm}$ ,  $\theta = 0$

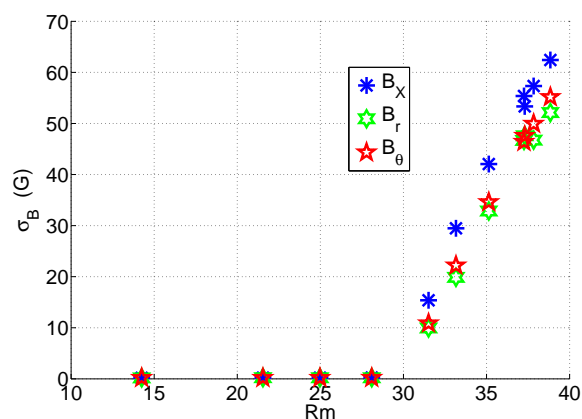


FIGURE 3.19 – Evolution de la déviation standard du champ magnétique en fonction de  $R_m$ , au point  $X = 119\text{mm}$   $r = 46\text{mm}$ ,  $\theta = 0$

anisotropie de l'écoulement, mais correspond sans doute au fait que la composante radiale est aussi souvent la plus faible en moyenne.

Quel est l'intérêt de représenter plusieurs courbes de bifurcation pour différents capteurs ? Il s'agit de vérifier que l'effet dynamo est bien une instabilité globale à l'échelle de l'écoulement, à la différence des phénomènes d'induction. En effet près du seuil, le champ magnétique produit doit s'écrire pour chaque composante  $i$ ,  $B_i(\vec{r}) = f(R_m) \cdot g_i(\vec{r})$ . La fonction  $g_i(\vec{r})$  est un facteur géométrique traduisant la forme spatiale du mode dynamo, tandis que la fonction  $f(R_m)$  est l'amplitude de l'instabilité. Alors en divisant les amplitudes mesurées, par une valeur du champ pour un nombre de Reynolds arbitrairement choisi, on s'affranchit de la forme géométrique et on constate que toutes les courbes se superposent pour les trois composantes, que ce soit pour leur valeur moyenne (figure 3.20) ou leur déviation standard (figure 3.21). La valeur du seuil d'instabilité est donc la même que ce soit pour la moyenne du champ magnétique, que pour les fluctuations. Ces courbes montrent l'existence de cette fonction  $f$ , identique pour la moyenne et les fluctuations, déterminant le seuil  $R_{mc} = 29$  et plutôt linéaire au dessus de ce seuil. Un comportement linéaire pour cette mesure est plutôt étonnant, car le phénomène de saturation de l'instabilité, fait intervenir le carré du champ magnétique. L'exposant de l'instabilité devrait être par conséquent  $1/2$ . Au cours des campagnes précédentes, plusieurs exposants compris en  $0.5$  et  $1$  ont été trouvés pour des mesures analogues. Ce point est important car on ne sait pas si la turbulence pourrait introduire des exposants anormaux (non entiers ou demi-entiers) dans les courbes de bifurcation [85].

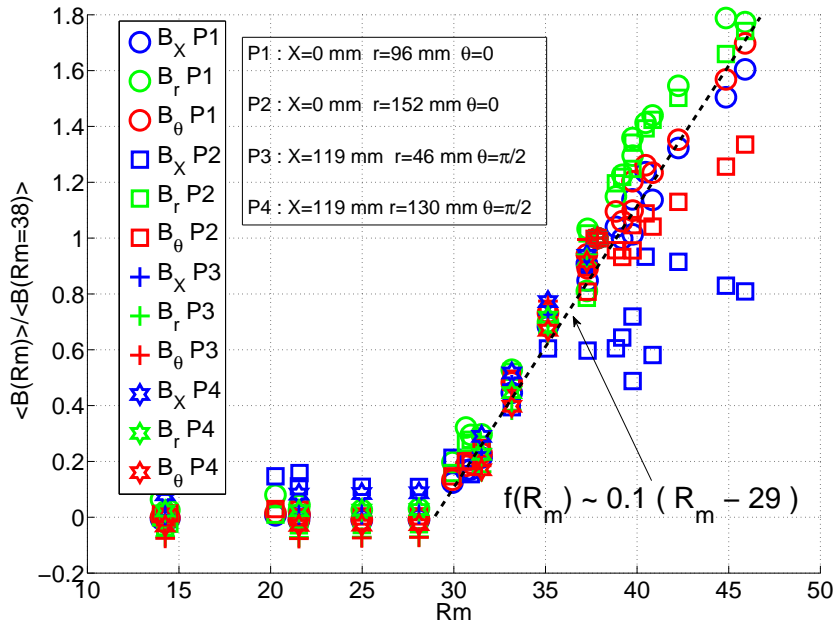


FIGURE 3.20 – Moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m$  divisé par la valeur pour  $R_m = 38$  pour différents points de mesures.

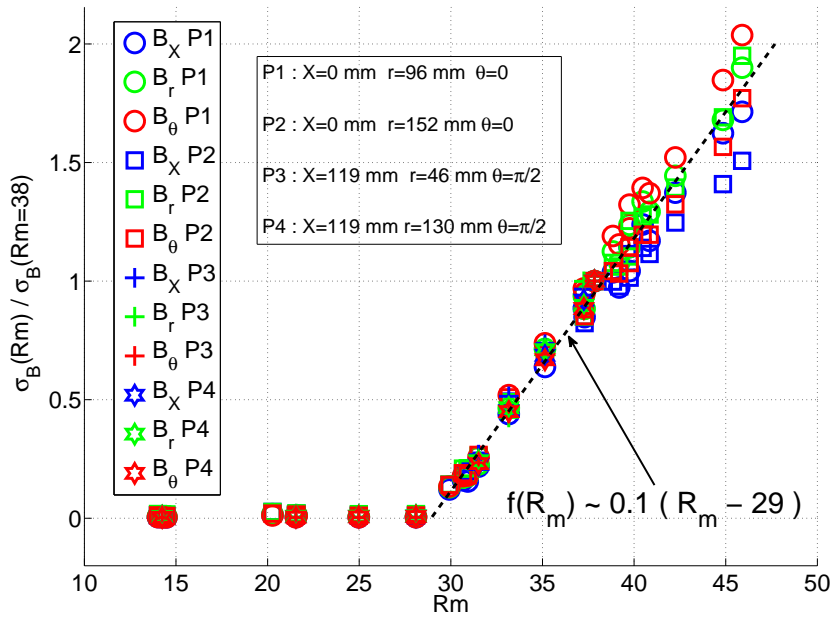


FIGURE 3.21 – Ecart type du champ magnétique en fonction de  $R_m$  divisé par la valeur pour  $R_m = 38$  pour différents points de mesures.



Ainsi la moyenne et la déviation standard semble croître linéairement avec  $R_m$ , au dessus d'un seuil  $R_{mc} \sim 29$ , On peut s'interroger au sujet du comportement des moments d'ordre supérieur. La valeur du seuil d'instabilité pourrait dépendre du moment considéré. C'est pourquoi on trace, le moment d'ordre  $p$  de la norme du champ magnétique mesuré dans le plan médian,  $\langle \|\vec{B}\|^p \rangle^{1/p}$  en fonction de  $R_m$  (figure 3.22). Les différentes courbes pour  $p$  variant de 1 à 6, se présentent au-dessus du seuil comme des droites et un ajustement linéaire donne pour tous les moments une même valeur du seuil autour de 28. Encore une fois la linéarité entre les moments normalisés et le nombre de Reynolds, reste difficile à justifier.

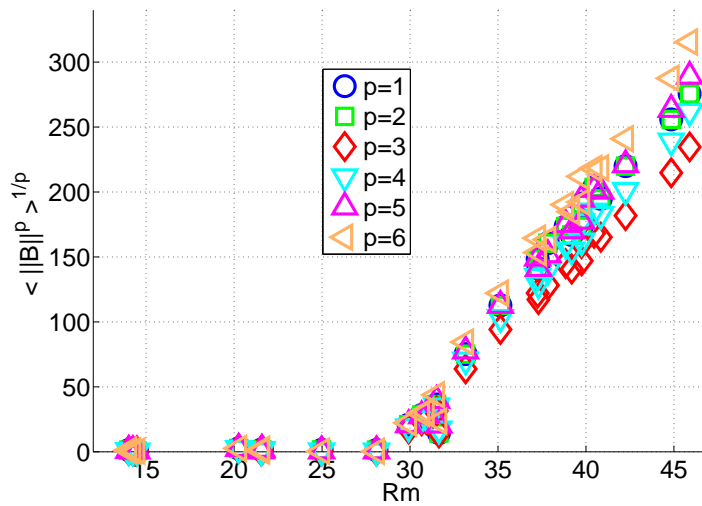


FIGURE 3.22 – Courbe de bifurcation pour les différents moments du champ magnétique sous la forme  $\langle \|\vec{B}\|^p \rangle^{1/p}$  en fonction de  $R_m$  pour des mesures à la position  $X = 0\text{ mm}$ ,  $r = 0\text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ .

Comme on a montré que la courbe de bifurcation ne dépendait pas pour l'essentiel du point de mesure ( il n'est pas nécessaire de calculer l'énergie magnétique sur tout le volume, comme d'usage pour les dynamos numériques), on peut analyser une courbe de bifurcation particulière par exemple celle du capteur situé en ( $X = 0\text{ mm}$ ,  $r = 96\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ ). Les travaux de François Pétrélis et de Stéphan Fauve [84] prévoient pour l'ordre de grandeur du champ magnétique à la saturation lorsqu'on reste proche du seuil :

$$\langle B^2 \rangle \sim \frac{\rho}{\mu_0(L\sigma)^2} (R_m - R_{mc})$$

Avec  $L$  une longueur caractéristique et  $R_{mc}$  la valeur du nombre de Reynolds magnétique au seuil de la dynamo. Pour vérifier cette prédiction on calcule donc la moyenne de la somme des carrés des trois composantes du champ magnétique mesuré en un point. Puis on représente le résultat multiplié par  $\frac{\mu_0(R\sigma)^2}{\rho}$  en fonction de  $R_m$  sur la figure 3.23. La loi d'échelle est plutôt vérifiée. Mais les points expérimentaux sont compatibles, à la fois pour une dépendance linéaire en  $R_m$  ou une dépendance quadratique. La première, attendue, impose de changer la valeur du seuil, en considérant les points de dynamo de faible amplitude, comme une imperfection de la bifurcation. La dépendance quadratique, ajuste mieux les points expérimentaux et permet de conserver la valeur du seuil de  $R_{mc} = 29$ . Néanmoins ce comportement n'est pas explicable par les mécanismes classiques de saturation, où la force de Laplace agissant sur l'écoulement est en  $B^2$ .

Ces évolutions linéaires, pourrait être dues au ferromagnétisme des disques. Le comportement à faible amplitude ( inférieur à 10 Gauss), semble en effet perturbé par des phénomènes d'aimantation des disques et la bifurcation apparaît comme imparfaite. Il s'avère que les déterminations des valeurs du seuil et de l'exposant de la bifurcation ne sont pas des opérations indépendantes. Pour illustrer ces propos on donne sur le tableau 3.2 les valeurs de l'exposant  $\gamma$  défini tel que  $\langle \|B\|^2 \rangle \propto (R_m - R_{mc})^\gamma$  qu'on trouve lorsqu'on fait varier la valeur du seuil  $R_{mc}$ . Ces exposants sont évalués par un ajustement en prenant les points situés à deux unités en  $R_m$  au dessus du seuil. On constate qu'en augmentant l'estimation du seuil l'exposant  $\gamma$  passe progressivement d'une valeur anormale proche de deux, à la valeur un. Ainsi il n'est pas exclu, que la moyenne du champ magnétique mesuré en un point se comporte en racine de l'écart au seuil soit  $\sqrt{R_m - R_{mc}}$ , pour des valeurs de  $R_m$  suffisamment importantes.

$R_{mc}$	29	30	31	32	33	34
Exposant $\gamma$	1.81	1.58	1.33	1.21	1.01	0.96

TABLE 3.2 – Valeurs de  $\gamma$  défini par  $\langle \|B\|^2 \rangle \propto (R_m - R_{mc})^\gamma$  pour la dynamo stationnaire contra-rotative. Ces valeurs sont obtenues par un ajustement des points de la courbe de bifurcation tels que  $R_m > R_{mc} + 2$ .

La valeur réelle du seuil d'instabilité serait alors  $R_{mc} = 34$ , soit  $f_{rot} = 18.5\text{ Hz}$  pour une température du sodium de  $120^\circ\text{C}$ . Sous le seuil d'instabilité la magnétisation progressive des disque fait augmenter la valeur du champ magnétique, sous le seuil d'instabilité. Un tel comportement peut se comprendre au vu d'un modèle phénoménologique proposé par Pétrélis, Mordant et Fauve [85], utilisant deux équations d'amplitude couplées, une pour le champ magnétique et l'autre pour la magnétisation. En raison de l'imperfection de la bifurcation, il apparaît en fin de compte discutable de déterminer une valeur précise du seuil et de discuter de celle de l'exposant de la bifurcation, d'autant plus que les valeurs de  $R_m$  sont proches du seuil.

Ainsi d'après ces arguments, la bifurcation dynamo est effectivement de nature supercritique pour un seuil autour de  $R_m \sim 33$ , mais la magnétisation des disques perturbe ce comportement au voisinage immédiat du seuil.

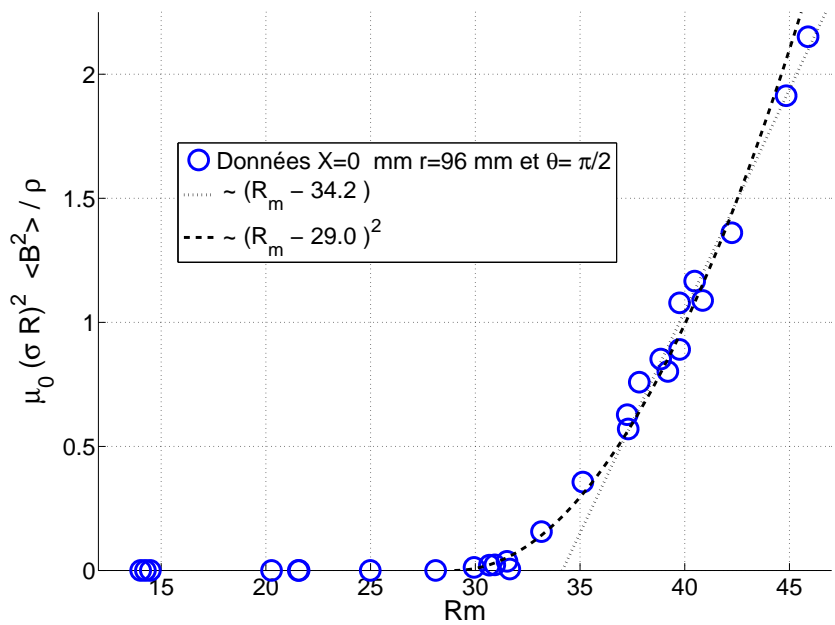


FIGURE 3.23 – Vérification de la loi d'échelle de Pétrélis Fauve, donnant la valeur de saturation du champ magnétique en régime turbulent.

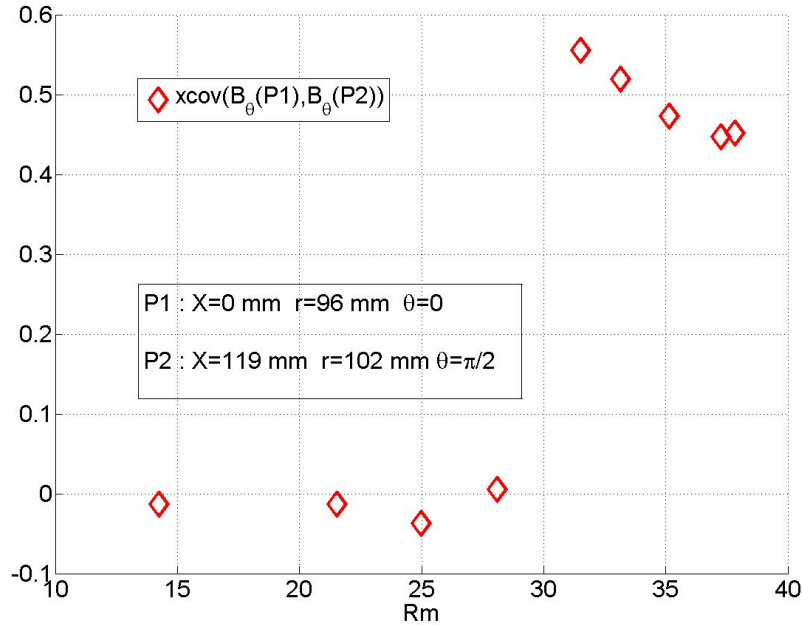


FIGURE 3.24 – Fonction de corrélation croisée entre deux capteurs éloignés, lorsqu’on passe le seuil de la dynamo. Les positions des capteurs correspondent aux doigts de gants  $P4$  et  $P5$  défini sur la figure 3.1.

Il existe encore une autre façon d’analyser la bifurcation dynamo en tant qu’instabilité étendue dans l’espace. L’idée revient à François Pétrélis, Basile Gallet et Claudio Falcon, qui l’ont appliquée aussi pour d’autres instabilités. Après avoir franchi le seuil, un mode spatial à grande échelle apparaît. Par conséquent l’étude des corrélations entre deux capteurs éloignés doit permettre de déterminer précisément le seuil. On trace par conséquent le maximum du signal de la corrélation croisée entre les signaux de champ magnétique de deux capteurs différents, en fonction de  $R_m$ . Le résultat n’est pas indépendant du couple de capteurs utilisé. La corrélation semble forte pour des capteurs placés sur une même projection du mode, par exemple un mode toroïdal. On a choisit pour la composante orthoradiale, le capteur le plus profond dans le plan médian  $X = 0 \text{ mm}$  et le troisième capteur dans le plan décalé  $X = 119 \text{ mm}$ . La corrélation est normalisée, de sorte qu’elle vaudrait un pour deux signaux identiques. La valeur du maximum de corrélation n’est pas en général zéro, mais peut être décalée de quelques secondes. La figure 3.24 montre ainsi un net saut au franchissement du seuil, donnant une valeur autour de 30. En pratique, ce traitement demande de filtrer les signaux à basse fréquence en raison de la forte amplitude des fluctuations turbulentes. Il reste encore du travail, pour valider la pertinence de ce traitement pour déterminer le seuil de l’instabilité dynamo.

Ainsi l’apparition de corrélations à longue distance est une manière complémentaire de détermination du seuil. Celui-ci, est dans la plage de  $R_m$ , où la bifurcation est imparfaite à cause des effets de magnétisation des disques. Malgré le ferromagnétisme, le champ mesuré au dessus de ce seuil correspond à une structure de champ magnétique à grande échelle, donc à un mode dynamo.

## Géométrie du mode

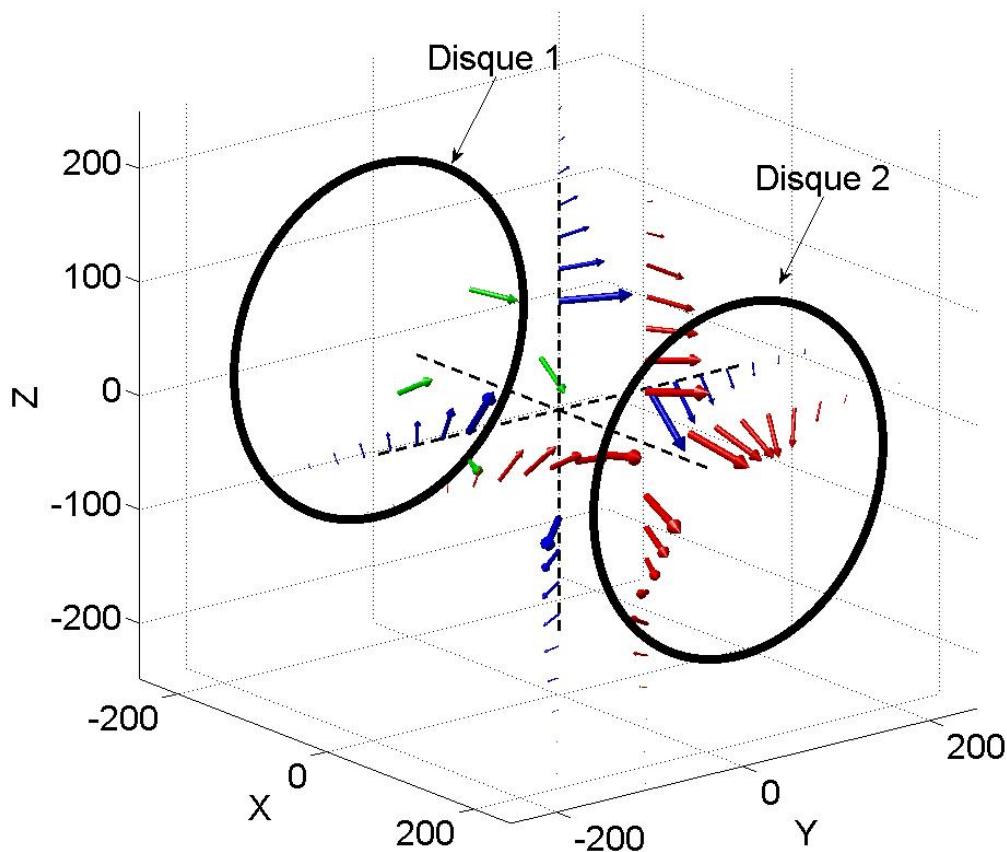


FIGURE 3.25 – Orientation moyenne du champ magnétique pour les différents capteurs pour le champ magnétique dynamo produit quand  $F1 = F2 = 21 Hz$ . On fait l'hypothèse d'un champ axisymétrique, pour multiplier par quatre le nombre de points. Les flèches bleues correspondent aux capteurs de la sonde multiple dans le plan médian, les flèches rouges aux capteurs de la seconde sonde multiple dans le plan décalé ( $X = 119 mm$ ) et les flèches vertes à la sonde du Gaussmètre FW Bell placée dans un autre plan décalé ( $X = -119 mm$ ).

Intéressons nous, à la géométrie moyenne du mode dynamo ainsi identifié. En utilisant les différents capteurs, on représente aux différentes positions l'orientation moyenne du champ magnétique mesuré, avec des flèches de longueur proportionnelle à l'amplitude moyenne du champ. Les capteurs de  $5 mm$  de côté, ne sont pas rigoureusement au même endroit, pour mesurer les trois composantes en un point. La précision de positionnement pour cette mesure est de l'ordre du centimètre. L'incertitude d'orientation des capteurs a par contre été grandement réduite depuis cette campagne et de l'ordre du degré. De plus en raison du nombre limité de capteurs, la mesure ne peut donner qu'une indication qualitative sur la forme du mode. En accord avec des mesures de campagnes précédentes où deux capteurs étaient dans deux doigts de gant perpendiculaires dans le plan médian ( $P1$  et  $P5$ ), on fait l'hypothèse d'axisymétrie du champ ce qui permet de multiplier artificiellement le nombre de

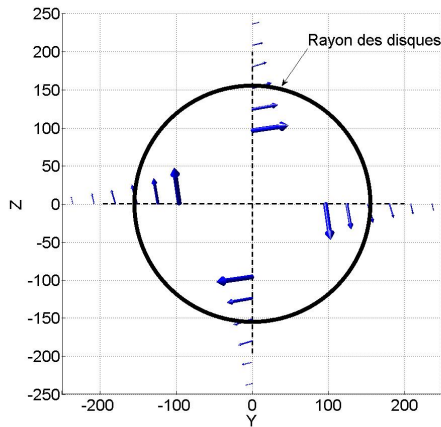


FIGURE 3.26 – Orientation moyenne du champ magnétique dans le plan médian  $X = 0$  avec l'hypothèse d'axisymétrie,  $F1 = F2 = 21 Hz$ .

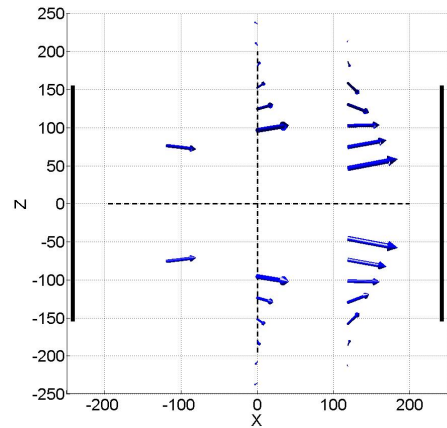


FIGURE 3.27 – Orientation moyenne du champ magnétique dans le plan axial  $\theta = 0$ ,  $F1 = F2 = 21 Hz$ .

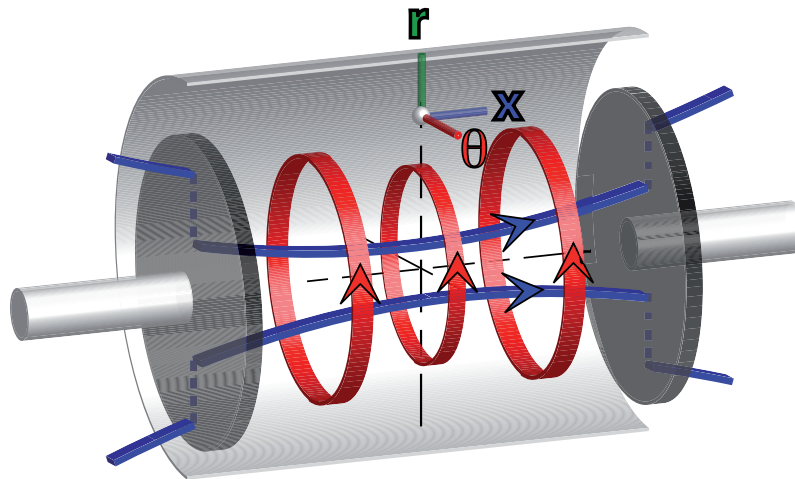


FIGURE 3.28 – Géométrie supposée du mode dynamo en contrarotation exacte.

points et d'avoir une meilleure représentation de l'allure de la géométrie du champ magnétique. La figure 3.25 montre cette allure en trois dimensions, pour une mesure où la fréquence de rotation des disques est de  $21 Hz$ . Pour une meilleure visibilité on représente des coupes du schéma précédent dans le plan médian  $X = 0 mm$  (figure 3.26) et dans le plan axial  $\theta = \frac{\pi}{2}$  (figure 3.27). Ces résultats sont similaires à ceux relevés dans la campagne *VKS2i*. On en déduit la géométrie moyenne du mode dynamo, la plus simple compatible avec nos mesures. Axisymétrique, il est constitué schématiquement d'un dipôle aligné avec l'axe du cylindre et accompagné d'un champ orthoradial, dans le domaine conducteur (figure 3.28). Le véritable mode dynamo a sans doute une géométrie plus complexe, mais dominée par un dipôle axial.

On a aussi vérifié, que la géométrie moyenne ne dépendait pas du nombre de Reynolds magnétique, ce qui confirme qu'on reste proche du seuil d'instabilité. De plus on pourrait attendre qu'au delà du seuil pour le mode dipolaire axial, apparaisse pour une valeur plus haute de  $R_m$ , un second mode de

seuil plus élevé, comme un quadrupole qui s'ajouterait au premier mode. La remarque précédente, fait penser que ce phénomène n'a pas lieu dans nos mesures en contrarotation exacte.

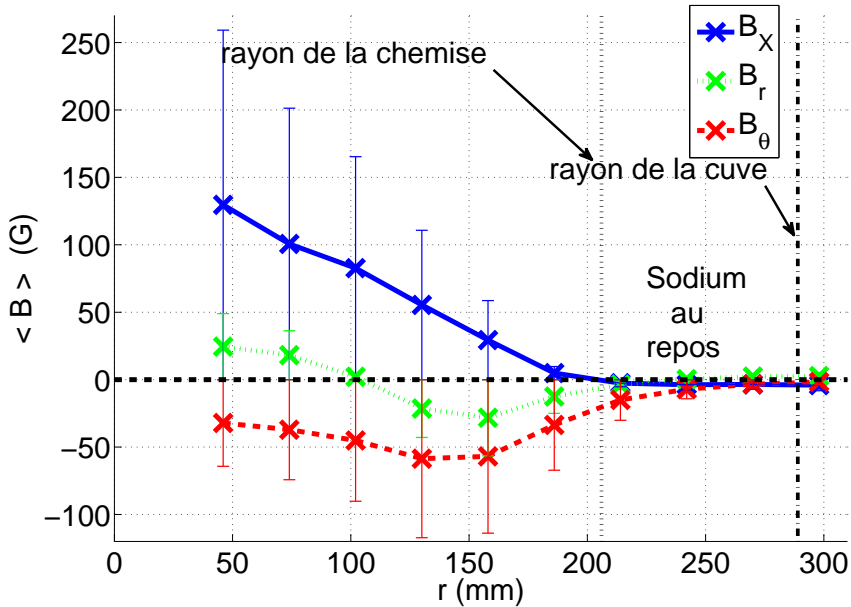


FIGURE 3.29 – Profil du champ magnétique dans le plan décalé  $X = 119\text{ mm}$  en fonction de la distance  $r$  à l'axe du cylindre, pour  $F1 = F2 = 21\text{ Hz}$ . Les croix représentent les valeurs moyennes des composantes du champ magnétique, tandis que les barres d'erreur traduisent l'amplitude des fluctuations.

Comme la structure précédente semble assez robuste, on utilise une autre forme de représentation traduisant la forme du mode pour décrire la structure géométrique du mode dynamo et son évolution. Il s'agit du profil radial des trois composantes (figure 3.29) dans le plan décalé  $X = 119\text{ mm}$ . Les croix sont les valeurs moyennes des composantes à la position  $r$ , tandis que les barres d'erreur ont pour demi-longueur l'écart type des composantes au même point. On peut ainsi visualiser l'amplitude des fluctuations du champ magnétique autour du mode dynamo.

On constate qu'au coeur du sodium en mouvement, la composante axiale est dominante puis décroît avec le rayon. Elle s'annule au niveau de la chemise  $r = 206\text{ mm}$  pour changer de signe. La composante orthoradiale domine en bord de chemise et s'annule au bord de la cuve. La composante radiale non négligeable, dépend de  $r$  de manière plus complexe, avec un changement de signe en  $r = 100\text{ mm}$ . Les fluctuations sont de grande amplitude, du même ordre que la valeur moyenne, mais décroissent très vite, dès qu'on sort de la zone où le fluide est en mouvement. Des animations au cours du temps nous ont permis de visualiser l'évolution temporelle du profil. Ces films montrent une évolution cohérente du profil qui subit des fluctuations de grande échelle dans le sens où on observe une évolution cohérente sur plusieurs capteurs.

Le profil radial mesuré avec le doigt de gant dans le plan médian (plongeant moins profondément) présente une allure (figure 3.30) légèrement différente par rapport à la mesure dans un plan décalé. La composante orthoradiale semble plus intense au centre de l'expérience, peut-être car l'effet  $\omega$  se produit au niveau de la couche de mélange. La composante radiale reste à un niveau faible mais constant dans le sodium en mouvement.

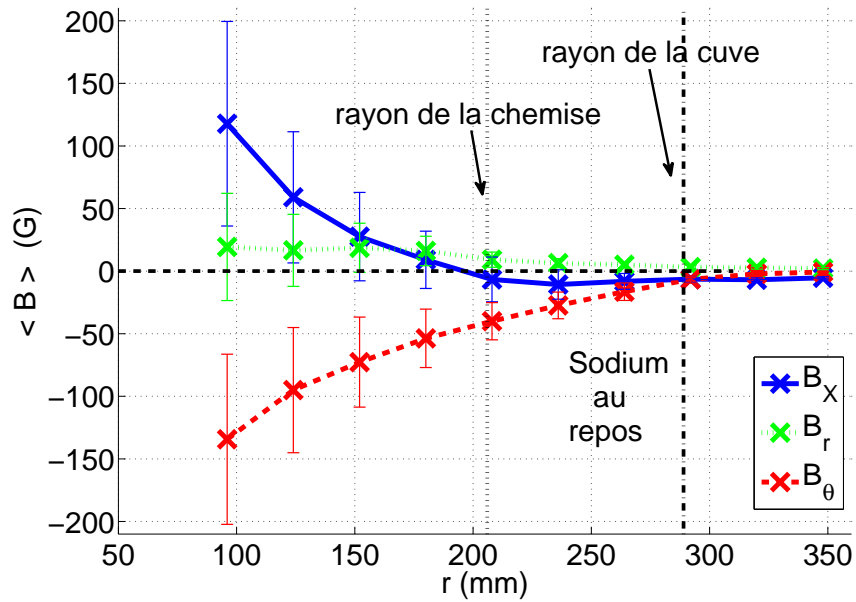


FIGURE 3.30 – Profil du champ magnétique dans le plan médian  $X = 0 \text{ mm}$  en fonction de la distance  $r$  à l'axe du cylindre,  $F1 = F2 = 21 \text{ Hz}$ . Les croix représentent les valeurs moyennes des composantes du champ magnétique, tandis que les barres d'erreur traduisent l'amplitude des fluctuations.



### 3.3.2 Second type de dynamo stationnaire

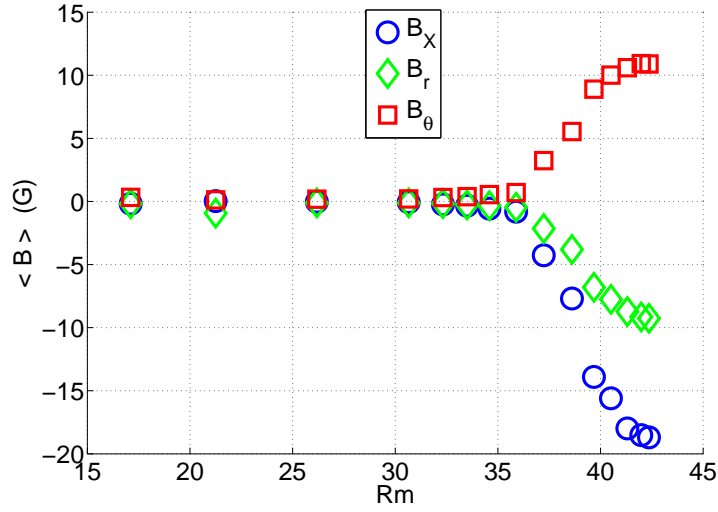


FIGURE 3.31 – Evolution de la moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m((F1 + F2)/2)$ , mesuré à la position  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ . On maintient dans un rapport de fréquence  $F2/F1 = 1.375$  et on obtient une courbe de bifurcation pour le second mode de dynamo stationnaire **Stat2**.

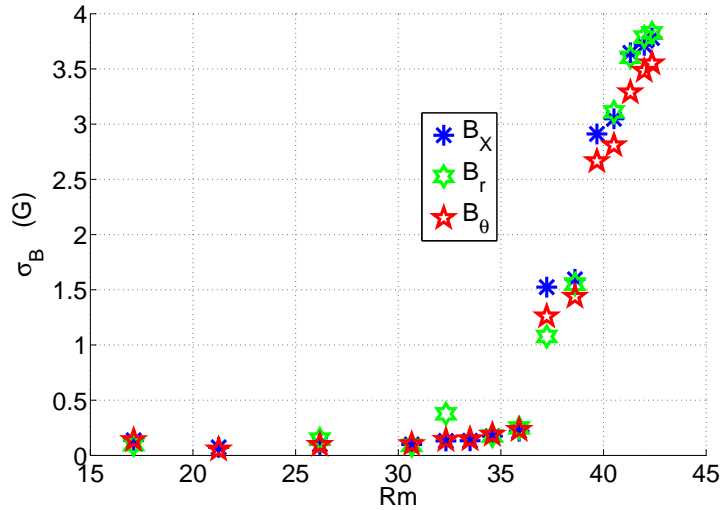


FIGURE 3.32 – Evolution de l'écart type du champ magnétique en fonction de  $R_m((F1 + F2)/2)$ ,  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ , pour un rapport de fréquence  $F2/F1 = 1.375$  (second mode de dynamo stationnaire **Stat2**.)

Pour un rapport des fréquences de rotation de l'ordre de  $3/2$ , on rencontre un mode de dynamo stationnaire distinct de celui décrit précédemment, qui se caractérise par une amplitude beaucoup plus faible, noté **Stat2**. Dans l'espace des paramètres, on rencontre approximativement cette dynamo

entre  $F_r/F_l = 6/5$  et  $F_r/F_l = 5/3$ . La courbe de bifurcation correspondante 3.31 montre un seuil de l'effet dynamo beaucoup plus élevé dans ce cas avec  $R_{mc} = 36$  au lieu de 29. Le nombre de Reynolds magnétique utilisé pour cette figure a été construit en utilisant la moyenne des vitesses de rotation des moteurs. Comme on est contraint de rester proche du seuil, l'amplitude est beaucoup plus faible, de l'ordre de  $10 G$ , ce qui a pu faire douter sur la réalité d'un effet dynamo, par rapport à l'induction à partir du champ terrestre. Mais la courbe de bifurcation assez nette et la cohérence du mode entre les différents capteurs, fournissent des arguments en faveur de cette dynamo stationnaire à seuil plus élevé. La courbe de bifurcation pour les fluctuations 3.32 montre également une croissance de l'écart type du champ magnétique au delà du même seuil, mais l'amplitude des fluctuations devient relativement plus faible par rapport à la moyenne, de l'ordre de 20% contre 50% pour **Stat1**).

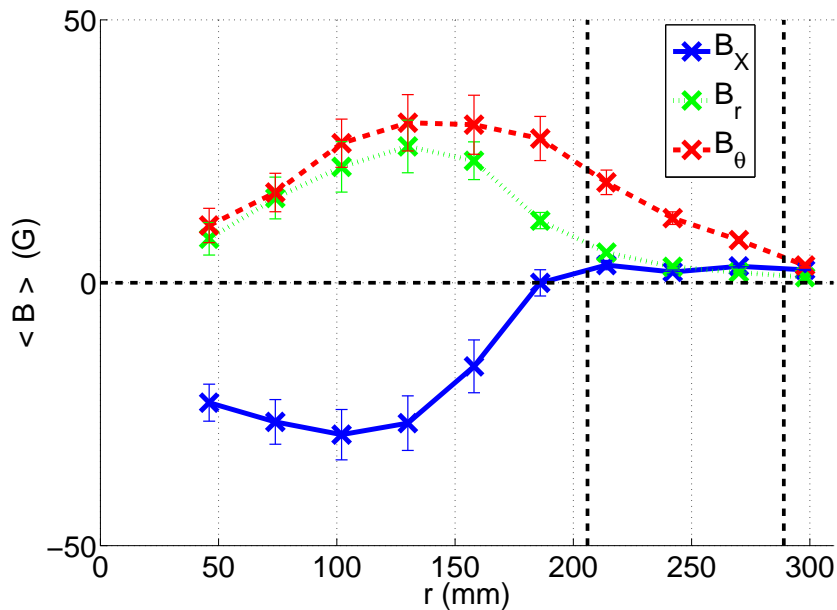


FIGURE 3.33 – Profil du champ magnétique dans le plan décalé  $X = 119 mm$  en fonction de la distance  $r$  à l'axe du cylindre, pour  $F1 = 16 Hz$  et  $F2 = 24 Hz$  (**Stat2**). Les croix représentent les valeurs moyennes des composantes du champ magnétique, tandis que les barres d'erreur traduisent l'amplitude des fluctuations.  $r = 206 mm$  correspond au rayon de la chemise et  $r = 289 mm$  correspond au rayon de la cuve. Le profil est fait du côté du moteur rapide.

Le profil radial du champ magnétique dans le plan décalé (figure 3.33), montre que la structure globale du champ magnétique reste proche du cas précédent. En effet en utilisant aussi d'autres mesures, on constate que la structure du champ reste proche du premier cas de dynamo stationnaire, avec un champ dipolaire dans l'axe du cylindre accompagné d'un champ orthoradial (l'hélicité du champ magnétique reste négative). Cette conformation de champ magnétique se rencontre d'ailleurs pour les autres points de l'espace des paramètres. On observe néanmoins quelques différences notables dans ce cas, visible sur le profil radial 3.33. En effet il y a moins d'énergie magnétique au centre, avec un maximum pour un rayon de l'ordre de  $150 mm$ . La composante orthoradiale semble plus importante et le champ dans la couche de sodium au repos est relativement plus grand, par rapport au champ dans le cylindre interne. De plus la composante radiale a alors une variation non négligeable. L'apparition de cette composante radiale pour un forçage dissymétrique, pourrait s'expliquer par une part accrue de la part quadrupolaire du mode, lorsqu'on le décompose en harmonique sphériques. Le

dipole axial reste néanmoins dominant.

### 3.3.3 Troisième type de dynamo stationnaire

Il existe encore un troisième type de mode de dynamo stationnaire clairement identifié noté **Stat3** et situé dans l'espace des paramètres approximativement entre  $F_r/F_l \sim 5/3$  et  $F_r/F_l \sim 2.6$ . L'amplitude redevient alors beaucoup plus importante par rapport au second type de dynamo stationnaire et plus grande que pour le premier type (du moins aux points de mesure disponibles). La courbe de bifurcation (figure 3.34) montre un seuil d'instabilité dynamo  $R_{mc}((F1 + F2)/2) \sim 29$ . Les fluctuations croissent linéairement au dessus du seuil (figure 3.35) et ont une amplitude de l'ordre de 50% de la valeur moyenne. Le profil radial de cette dynamo montre que le centre de l'expérience contient moins d'énergie magnétique, le maximum étant pour  $r \sim 120\text{ mm}$ . La composante orthoradiale domine et la composante radiale est importante.

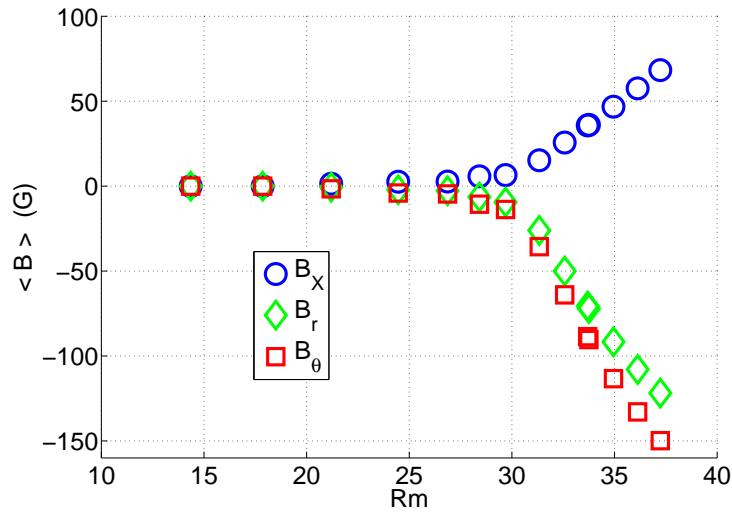


FIGURE 3.34 – Evolution de la moyenne du champ magnétique en fonction de  $R_m((F1 + F2)/2)$ ,  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ , pour un rapport de fréquence  $F2/F1 = 2$ . Courbe de bifurcation pour le troisième mode de dynamo stationnaire, **Stat3**.

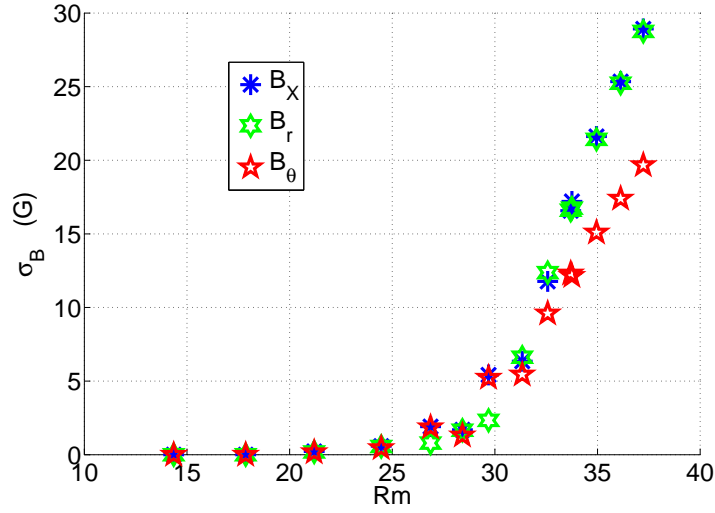


FIGURE 3.35 – Evolution de l'écart type du champ magnétique en fonction de  $R_m((F_1 + F_2)/2)$ ,  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ , pour un rapport de fréquence  $F_2/F_1 = 2$  (troisième mode de dynamo stationnaire **Stat3**).

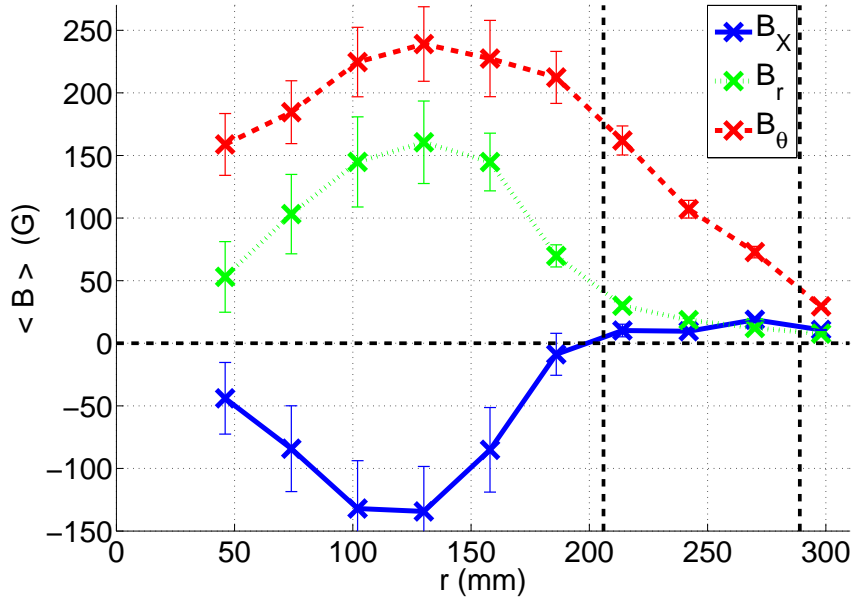


FIGURE 3.36 – Profil du champ magnétique dans le plan décalé  $X = 119\text{ mm}$  en fonction de la distance  $r$  à l'axe du cylindre, pour  $F_1 = 14\text{ Hz}$  et  $F_2 = 26\text{ Hz}$  (**Stat3**). Les croix représentent les valeurs moyennes des composantes du champ magnétique, tandis que les barres d'erreur traduisent l'amplitude des fluctuations. La dynamo **Stat3** est d'amplitude importante et a moins de fluctuations que la dynamo **Stat1**. Le maximum du mode correspond à un rayon de  $120\text{ mm}$ .

Il semble que l'augmentation de  $F_r/F_l$  décale le maximum du champ magnétique produit du centre vers le bord de la chemise et fait croître la composante radiale. En effet pour les cas où l'un

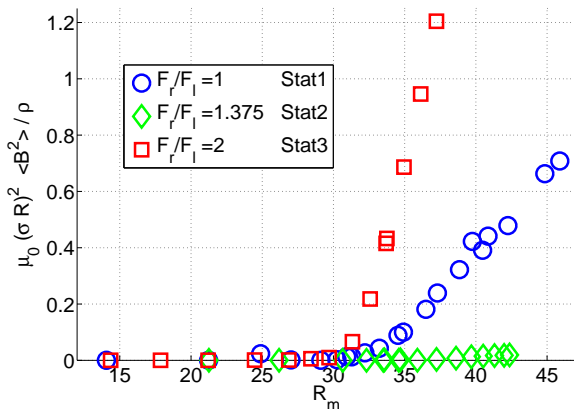


FIGURE 3.37 – Utilisation de la loi d'échelle de Pétrélis et Fauve pour comparer les trois types de dynamo stationnaire. Les mesures ont été effectuées à la position  $X = -119\text{ mm}$ ,  $r = 74\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

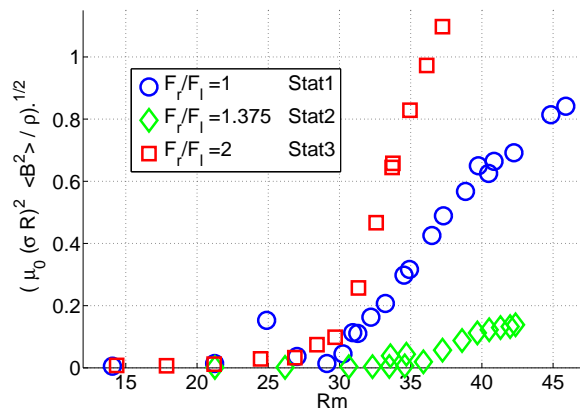


FIGURE 3.38 – Utilisation de la loi d'échelle de Pétrélis et Fauve pour comparer les trois types de dynamo stationnaire. Par souci de visualisation, on prend la racine du nombre sans dimension créé par cette loi.

des disques est beaucoup plus rapide, l'écoulement comporte davantage de rotation d'ensemble. Or dans ce cas le phénomène d'expulsion du champ par un écoulement en rotation solide [63] montre que les effets d'induction réduisent le champ au centre et l'augmentent sur le bord de la zone en rotation. Dans notre cas, il est vraisemblable qu'en raison de ce phénomène, la production de champ magnétique devienne moins efficace au centre de l'expérience.

De plus, on peut aussi penser que la présence de la chemise transforme efficacement la composante radiale en composante orthoradiale par rotation différentielle, qui est cisailée efficacement au passage de la zone où le fluide est en mouvement à la zone où il est au repos. Néanmoins le renforcement de la composante radiale pour les forts décalages, ne me paraît pas évident.

Ces trois modes de dynamo stationnaire présentent la même structure globale du champ magnétique, mais se distinguent par leur seuil respectif, leur amplitude et leur structure radiale. D'autres modes stationnaires sont sans doute présents (comme la dynamo stationnaire avec un seul disque en mouvement), mais n'ont pas pu être clairement délimités dans l'espace des paramètres, du fait des contraintes expérimentales. L'utilisation de la loi d'échelle de Pétrélis et Fauve donnant l'amplitude du champ produit par effet dynamo, permet de comparer ces trois modes stationnaires entre eux. Ainsi sur les figures 3.37 et 3.38, pour la deuxième dynamo stationnaire qui a un seuil plus élevé, on voit aussi que les effets de saturation sont plus importants et inversement pour la troisième dynamo stationnaire. On peut contester que comme la forme du mode change, il faudrait comparer en construisant le nombre sans dimension avec la valeur du champ intégrée sur tout le volume. Le cas de la troisième dynamo stationnaire montre que notre comparaison est valide. En effet pour ce mode, le champ magnétique est plus faible au centre du cylindre, qu'en bord de chemise, par rapport au premier mode stationnaire. Néanmoins l'écart d'amplitude entre ces deux dynamos suffit à compenser les effets dus à la forme du mode.

## 3.4 Mécanisme possible de dynamo $\alpha - \omega$

### 3.4.1 VKS une ferrodynamo ?

L'ensemble des résultats présentés et ceux des campagnes précédentes fournissent assez d'éléments pour s'interroger sur le mécanisme en oeuvre, donnant l'effet dynamo dans l'expérience VKS. Mais il faut d'abord discuter si un mécanisme *ferromagnétique* est envisageable. En effet les disques de fer doux en rotation ne pourraient-ils pas produire un mécanisme d'induction conduisant à l'amplification du champ magnétique ? L'expérience serait semblable aux expériences de Lowes et Wilkinson, où la rotation différentielle de cylindres en fer, produit un champ magnétique autoexcité. La conductivité électrique du fer ARMCO est de  $9 \cdot 10^6 S.m^{-1}$ , du même ordre que celle du sodium liquide. Donc des courants électriques peuvent traverser le disque et passer à l'autre disque par le sodium liquide. Bien que des phénomènes d'induction à l'intérieur des disques ne peuvent pas être exclus, plusieurs arguments suggèrent qu'ils ne sont pas à l'origine de l'effet dynamo observé. Tout d'abord, les expériences ont montré la forte dépendance avec l'hydrodynamique de l'écoulement de sodium. En particulier le sens de rotation *anticontra* a produit une dynamo dans VKS*2i*, mais avec un seuil plus élevé. Avec le retrait de l'anneau modifiant l'hydrodynamique dans VKS*2j*, la dynamo n'est plus observée dans le sens *anticontra*. De plus on observe aussi un effet dynamo, lorsqu'un seul disque est en rotation. Par contre la corotation des disques ne donne pas l'effet dynamo.

Un mécanisme impliquant un seul disque en rotation, n'est pas crédible dans un milieu homogène, car le champ produit ne pourrait pas induire sur lui-même, et s'autoamplifier [25]. Au mieux il serait couplé à un effet d'induction magnétohydrodynamique dans le fluide. Une dynamo disque fonctionnant grâce à la rotation différentielle nécessite deux rotors conducteurs, avec des axes de rotation non parallèles, comme pour le cas de la dynamo de Lowes et Wilkinson [53]. Enfin la variété des régimes observés (oscillations, renversements, extinctions) montrent une complexité peu compatible avec des mécanismes de dynamo disques en interaction comme celle du modèle de Rikitake ou bien des observations expérimentales de Lowes et Wilkinson. En particulier le phénomène de bistabilité entre une dynamo oscillante et une dynamo stationnaire pour un seul disque en rotation, n'est pas explicable avec un seul paramètre de contrôle.

### Mécanisme dû aux fluctuations de l'écoulement

La géométrie de la dynamo dans VKS est un dipôle d'axe confondu avec l'axe du cylindre, accompagné d'un champ toroïdal dans le sodium liquide. On peut remarquer qu'on obtient la géométrie de champ magnétique, la plus simple, possédant les symétries du dispositif. De plus cette géométrie fait penser aux champs magnétiques des planètes, dont l'axe de leur dipôle est le plus souvent proche de leur axe de rotation.

L'écoulement de Von-Karman est en moyenne axisymétrique, or le théorème de Cowling interdit sur la base d'arguments cinématiques, la croissance d'un mode dynamo axisymétrique à partir d'un écoulement axisymétrique. Pourtant les dynamos observées dans VKS ne semblent pas présenter en moyenne de dépendance selon la coordonnée orthoradiale et la géométrie reste toujours éloignée des prédictions issues des simulations cinématiques basées sur l'écoulement moyen. Comment sortir du cadre de validité de ce théorème ? Une première idée consiste à avoir en premier la croissance d'un mode dynamo non-axisymétrique, par exemple un dipôle transverse. Celui-ci par la force de Laplace interagit sur l'écoulement, qui perd alors son axisymétrie. La croissance d'un mode dynamo axisymétrique comme un dipôle axial devient possible et celui-ci devient prédominant devant le premier mode. Cet idée est exposée et développée dans l'article de Gissinger et al *Bypassing Cowling's theorem in axisymmetric fluid dynamos* [39]. Néanmoins, ce processus n'intervient probablement

pas dans notre expérience. En effet il nécessite une interaction forte du champ magnétique sur l'écoulement et nous montrerons au chapitre 7, que dans les métaux liquides et pour des nombres de Reynolds magnétiques modérés, le paramètre d'interaction (traduisant l'importance de la force de Laplace sur l'inertie convective dans l'équation de Navier Stokes) reste inférieur à l'unité.

La rupture de l'axisymétrie de l'écoulement du fait des fluctuations turbulentes, semble être l'élément nous permettant de nous affranchir du théorème de Cowling. Expérimentalement l'écoulement de Von-Karman turbulent n'est jamais axisymétrique instantanément, mais seulement en moyenne [55, 88, 66]. Voyons comment ces fluctuations, nous permettent de construire un mécanisme correspondant aux observations.

La rotation différentielle présente au niveau de la couche de mélange, mais aussi au voisinage de chacun des disques, transforme aisément le champ magnétique selon l'axe du cylindre en champ magnétique orthoradial. Dans toute les expériences *contra*, le signe de la composante orthoradiale, par rapport à celui de la composante axiale est en accord avec ce processus (comme sur le schéma donnant la forme supposée du mode en moyenne sur la figure 3.1 ). Comment peut on convertir alors le champ azimutal en champ axial? Une idée proposée Stéphane Fauve [85], consiste à tenir compte des fluctuations non axisymétriques de l'écoulement au voisinage des pales des turbines. La combinaison de l'expulsion radiale due à la rotation et du cisaillement selon la coordonnée axiale entre le bord de pales et le coeur du fluide, conduit à la formation de tourbillons radiaux. Ces structures cohérentes sont instationnaires, car elles ne peuvent se raccorder en permanence avec l'écoulement moyen et sont de tailles de l'ordre de la dizaine de centimètres, c'est à dire suffisamment grandes, par rapport aux tailles caractéristiques du champ magnétique. Ces tourbillons instationnaires d'hélicité moyenne positive, permettent par effet Parker ou effet  $\alpha$ , de convertir le champ azimutal en champ axial. On obtient en combinant l'effet de rotation différentielle et l'effet Parker, un mécanisme de dynamo  $\alpha - \omega$ , restant valide avec seulement un disque en rotation.

L'ensemble des mesures de l'expérience *VKS*, sont en accord avec cette proposition de mécanisme, mais il faut admettre, que nous ne disposons pas d'une preuve formelle de l'occurrence de ce processus. En effet la conversion du champ azimutal en champ axial, par des tourbillons radiaux, n'a jamais été mise en évidence, dans des expériences d'induction. Pour cela il faudrait imposer un champ magnétique orthoradial, en injectant un courant dans l'axe du cylindre, et utiliser une turbine expulsant radialement le fluide ( comme des disques, mais pas des hélices).

Enfin la dynamo produite par l'expérience *VKS* peut être qualifiée à juste titre de turbulente. En effet les écoulements de départ sont fortement turbulents, avec des nombres de Reynolds de l'ordre du million, et un volume libre assez grand pour permettre à tout instant des fluctuations du champ de vitesse comparables à sa valeur moyenne. Mais surtout le champ magnétique observé ne peut pas être engendré en ne tenant compte que de l'écoulement moyen. Les simulations cinématiques de l'équation de l'induction, ne prenant en compte que l'écoulement moyen, ne prédisent pas la bonne forme du mode dynamo observé [56, 87, 14]. Les fluctuations turbulentes sont ici nécessaires pour donner naissance à l'effet dynamo. On n'envisage pas vraiment un effet  $\alpha$ , tel que décrit dans le contexte de la séparation d'échelle en théorie du champ moyen, car cet effet à ce jour n'a pas été mis en évidence expérimentalement dans des métaux liquides en dehors d'écoulements canalisés [61, 100], imposant par construction la séparation d'échelles nécessaire. On pense plutôt à un effet  $\alpha$  ou Parker, dû à des structures hélicitaires à grande échelle. C'est pourquoi, comme expliqué précédemment, on attribue la conversion azimutal-axial à des structures cohérentes instationnaires produites par les pales des disques. Ces tourbillons sont ainsi des fluctuations turbulentes à grande échelle, permettant l'amplification du champ magnétique. A titre de remarque, le même mécanisme pourrait exister avec des écoulements statiques brisant l'axisymétrie. Mais comme le nombre de Reynolds hydrodynamique est très grand, ce sont des fluctuations turbulentes qui brisent l'axisymétrie.

La robustesse du champ magnétique engendré à grande échelle face aux fluctuations de l'écoulement, constitue une caractéristique notable des dynamos produites dans *VKS*. L'énergie magnétique estimée en intégrant  $\frac{B^2}{2\mu_0}$  sur le volume où le sodium est en mouvement reste très faible, de l'ordre de 10 Joules, devant l'énergie cinétique de l'écoulement, de l'ordre de 1000 Joules. Or on n'observe pas en général, pour un forçage stationnaire de renversements ou retournements spontanés du champ magnétique, de retour du champ à zéro, *etc.* Cette robustesse est un argument en faveur d'une croissance du champ magnétique utilisant les fluctuations turbulentes. Une idée analogue est décrite dans un article de Michael Proctor *Effects of fluctuation on  $\alpha\Omega$  dynamo models* [83], montrant qu'il est possible d'obtenir des modèles de dynamo  $\alpha - \omega$  efficaces, avec des écoulements fluctuants mais d'hélicité moyenne nulle. En présence d'un cisaillement à grande échelle pour avoir l'effet de rotation différentielle et d'un écoulement fluctuant conduisant à une moyenne temporelle nulle du coefficient  $\alpha$  (c'est à dire une force électromotrice  $\alpha B_0$  de moyenne nulle), l'état d'équilibre correspond à une dynamo stationnaire (et non une onde de Parker) produite grâce aux fluctuations du coefficient  $\alpha$ . Ce calcul modèle montre qu'il est ainsi possible en principe d'observer une dynamo stationnaire en utilisant des phénomènes d'induction produits à partir des fluctuations du champ de vitesse.



## 3.5 Les dynamos oscillantes

L'expérience *VKS* permet d'observer des modes de dynamos oscillantes. Les trois composantes du champ magnétique mesuré en un point oscillent au cours du temps de manière plus ou moins périodique, symétriquement autour d'une valeur moyenne nulle. Dans l'espace des paramètres, on trouve ces régimes (associés aux renversements) à l'intérieur de trois zones distinctes. Une caractéristique essentielle de ces régimes, consiste en une apparition de l'oscillation d'amplitude finie, à partir d'une dynamo stationnaire. En effet on a jamais observé de comportement compatible avec une bifurcation de Hopf, où une oscillation de fréquence donnée, apparaît à une amplitude nulle au seuil. Au delà l'amplitude augmente continûment avec le nombre de Reynolds magnétique.

### 3.5.1 Oscillation pour un fort décalage et avec un seul disque en mouvement

La zone la plus étendue où on rencontre un mode de dynamo oscillant se trouve pour les grandes valeurs de  $F_r/F_l$ , à savoir plus grandes que 2.6 et elle s'étend au cas où un seul des disques est en rotation, comme on peut le voir sur la représentation de l'espace des paramètres figure 3.3. Les périodes observées pour ce régime noté **Osc** sont comprises approximativement entre 10 et 100 secondes. La courbe de bifurcation (figure 3.39) effectuée pour  $F2/F1 = 3$ , montre une croissance faible des valeurs moyennes pour  $R_m$  plus grand que 26, puis au delà de 30, on passe brutalement de la dynamo stationnaire de l'ordre de 10 G à une oscillation d'amplitude 30 G et de moyenne nulle. La courbe présentant l'écart type en fonction de  $R_m$ , où la déviation standard est dominée par l'oscillation, montre clairement son apparition avec une amplitude finie.

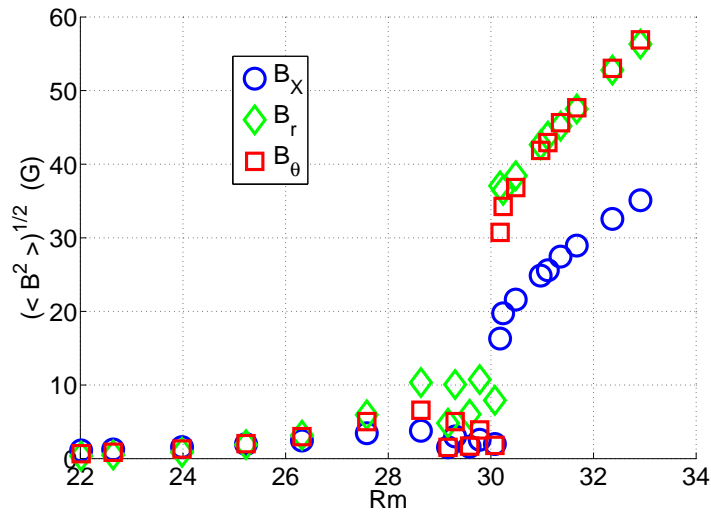


FIGURE 3.39 – Evolution de l'amplitude (racine de la moyenne du carré) des composantes du champ magnétique mesuré en  $X = -119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$  en fonction de  $R_m((F1 + F2)/2)$  pour  $F2/F1 = 3$ . On remarque le fort saut à  $R_m = 30$  correspondant à la transition entre une dynamo faible stationnaire et la dynamo oscillante **Osc**.

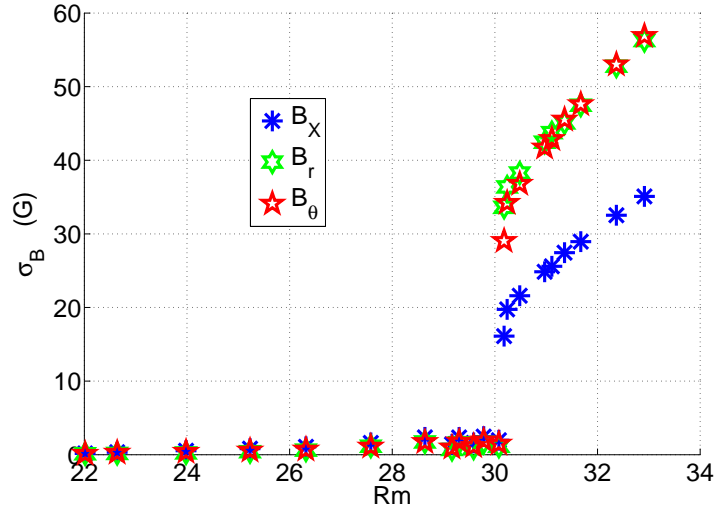


FIGURE 3.40 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique mesuré en  $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$ ,  $\theta = 0$  en fonction de  $R_m((F1 + F2)/2)$  pour  $F2/F1 = 3$ .

### Oscillation avec un seul disque en mouvement

Les résultats les plus importants concernant l'oscillation observée avec un seul disque en mouvement sont reportés dans l'article *Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium* [10] placé en annexe. On présente en particulier la courbe de bifurcation, montrant, lorsqu'on augmente la vitesse du disque, d'abord une dynamo stationnaire, puis l'apparition d'une zone de bistabilité entre le mode stationnaire et un mode oscillant. C'est le premier exemple d'observation d'un phénomène de bistabilité sans équivoque, dans une expérience de dynamo turbulente. Il est vraisemblable qu'on puisse observer ce phénomène dans notre expérience pour d'autres valeurs des paramètres, mais la configuration avec un seul disque, simplifie la discussion en ne conservant qu'un seul paramètre (même si une perturbation transitoire faite par le disque à l'arrêt est nécessaire pour passer d'un état à l'autre). Nous présentons par la suite quelques résultats complémentaires.

Quelle est la structure spatiale des oscillations ainsi décrites ? En prenant par exemple le signal obtenu pour  $F2 = 27 \text{ Hz}$  figure 3.41, on observe une oscillation de période régulière ( $\sim 8 \text{ s}$ ), mais non sinusoïdale, la phase de montée est plus rapide, que celle de descente. Les trois composantes du champ magnétique s'annulent presque simultanément, comme pour des renversements du champ magnétique. Le vecteur champ magnétique voit son amplitude osciller en gardant une orientation fixe. On remarque que les fluctuations sont relativement faibles, permettant d'observer une oscillation bien définie.

Qu'observe-t-on au même moment à d'autres endroits de l'expérience ? Pour les points de mesure disponibles, on constate sur la figure 3.42, que ces oscillations sont simultanées à l'échelle de la seconde entre deux capteurs placés à des rayons différents. Pour comparer les signaux de deux capteurs situés dans des plans différents, on propose de tracer la corrélation croisée des signaux. On observe (figure 3.43) que le décalage temporel est de l'ordre de  $0.25 \text{ s}$  pour des points distants de  $320 \text{ mm}$ . (la distance projetée sur l'axe  $O_X$  faisant  $120 \text{ mm}$ ). Ce décalage est du même ordre que celui observé entre les composantes mesurées en un point.

C'est pourquoi on pense que l'oscillation observée ne correspond pas à la propagation d'une

onde dynamo, comme on aurait pu penser préalablement. En effet pour les expériences à un disque, le dispositif expérimental présente une certaine similitude avec l'écoulement produisant la dynamo de Ponomarenko [80] ( observée dans l'expérience de Riga [38] ), qui est une dynamo oscillante propagative. De plus, les modèles de dynamo  $\alpha - \omega$  donnent naturellement des ondes dynamos appelées ondes de Parker. Les temps caractéristiques de ces ondes sont de l'ordre du temps diffusif.

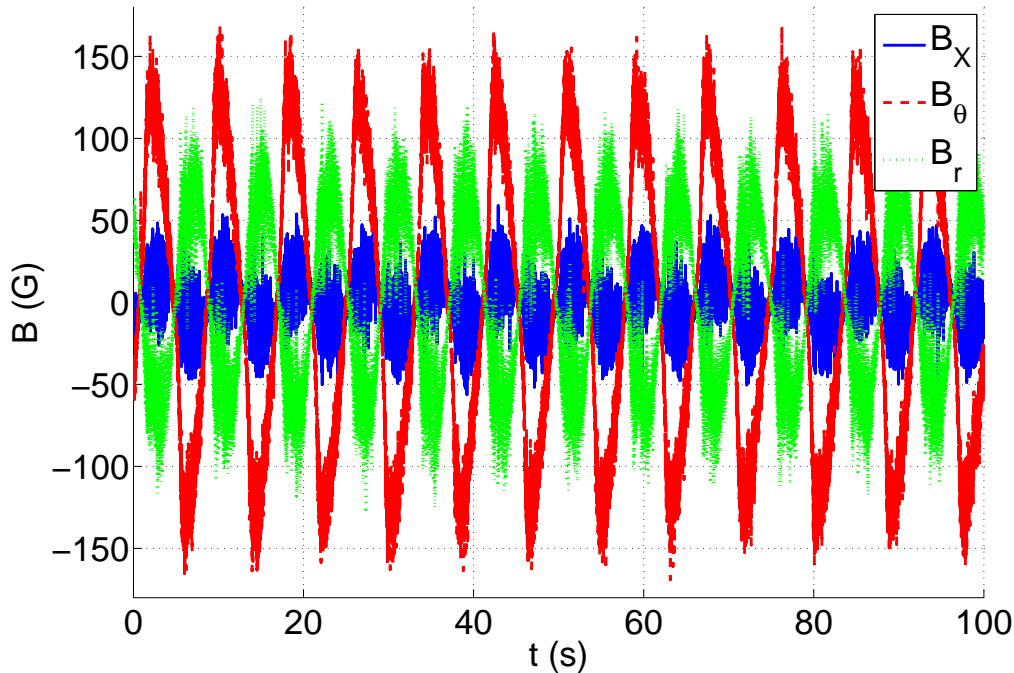


FIGURE 3.41 – Trace temporel des signaux de champ magnétique mesurés en  $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 74 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ , pour  $F2 = 27 \text{ Hz}$ .

### Compléments sur le mécanisme de bistabilité entre la dynamo oscillante à un disque et la dynamo stationnaire faible.

Dans l'article *Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium* [10], on propose d'expliquer le phénomène de bistabilité en faisant intervenir une bifurcation locale de codimension deux. En effet un tel phénomène peut se décrire avec une forme normale proposée par Takens et vérifiant la symétrie du champ magnétique entre  $+B$  et  $-B$ , décrite dans l'ouvrage de Guckenheimer et Holmes *Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and bifurcation of Vector Fields* [42] :

$$\frac{dx}{dt} = y \tag{3}$$

$$\frac{dy}{dt} = \mu_1 x + \mu_2 y - x^3 - x^2 \cdot y \tag{3}$$

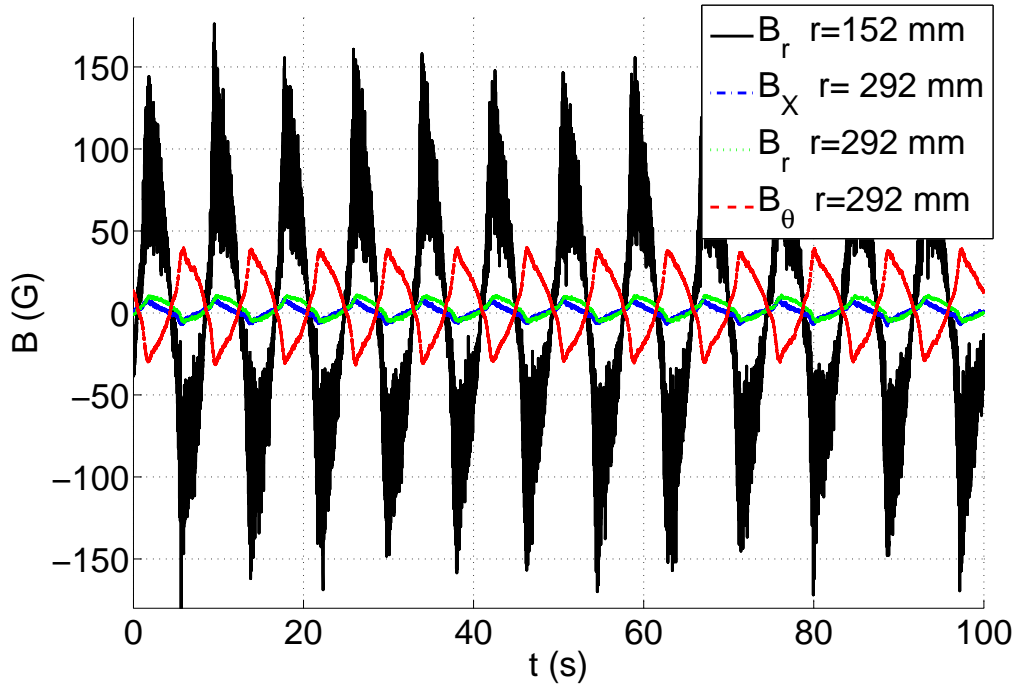


FIGURE 3.42 – Trace temporel des signaux de champ magnétique mesurés en  $X = 0 \text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ , pour deux valeurs de  $r$  pour  $F2 = 27 \text{ Hz}$ .

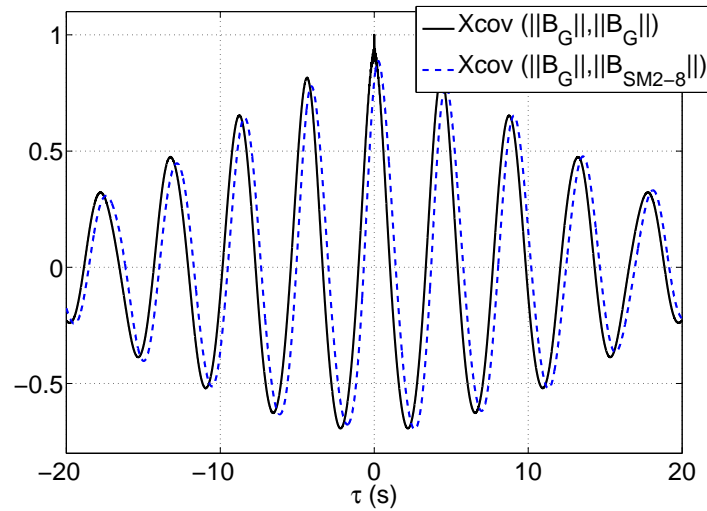


FIGURE 3.43 – Corrélation croisée normalisée entre la norme du champ magnétique mesurée au point  $G$  ( $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 74 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ ) et celle mesurée au point  $SM2-8$  ( $X = 0 \text{ mm}$ ,  $r = 292 \text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ ).

Les nombres  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , réels positifs sont les paramètres de la bifurcation. Ce système se réduit à :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = (\mu_2 - x^2) \frac{dx}{dt} + (\mu_1 - x^2)x$$

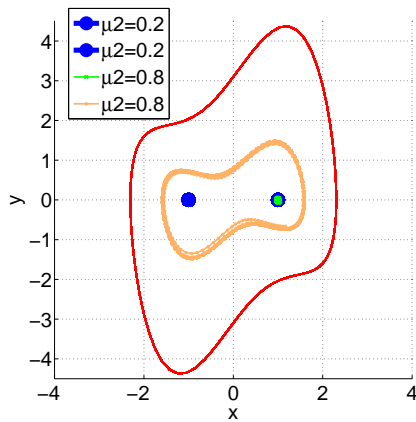


FIGURE 3.44 – Portrait de phase de la forme normale de la bifurcation de Takens pour  $\mu_1 = 1$ .

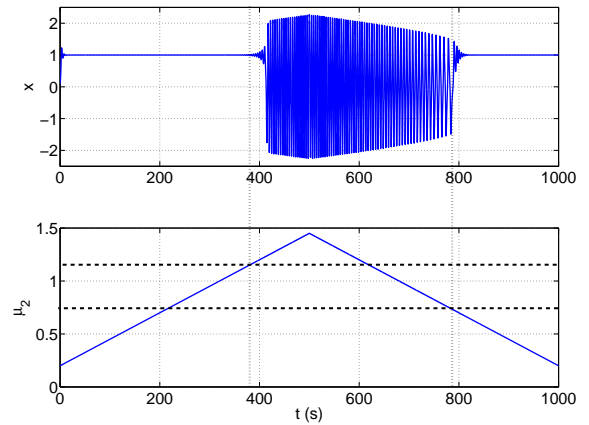


FIGURE 3.45 – Simulation de la forme normale de la bifurcation de Takens pour  $\mu_1 = 1$  et  $\mu_2$  lentement variable. On peut ainsi visualiser le phénomène de bistabilité, le passage entre le régime stationnaire et oscillant correspond à des valeurs de  $\mu_2$  différentes, selon que l'on fait croître ou diminuer ce paramètre.

On reconnaît un oscillateur auquel on ajoute un terme non linéaire sur la force de rappel (oscillateur de Duffing) et un terme non linéaire sur le terme d'injection d'énergie (oscillateur de Van der Pol). Le premier permet de créer deux positions d'équilibre symétriques, le deuxième sature l'amplitude des oscillations. Le système hamiltonien associé est effectivement équivalent à l'oscillateur de Duffing. Comme  $\mu_1$  est positif, son portrait de phase révèle une orbite homocline partant du point fixe instable  $(0, 0)$  et entourant les deux points fixes stables  $(\sqrt{\mu_1}, 0)$  et  $(-\sqrt{\mu_1}, 0)$  accompagnés de cycles autour de ces points fixes. À l'extérieur de l'orbite homocline, les cycles décrivent des oscillations de grande amplitude autour de zéro. Pour le système complet, le paramètre  $\mu_2$  traduit l'injection d'énergie. Lorsqu'il est grand devant  $\mu_1$ , le système décrit de grandes oscillations autour de zéro, entourant les trois points fixes. Dans le cas contraire, la solution converge vers l'un des deux points fixes attractifs  $(\sqrt{\mu_1}, 0)$  et  $(-\sqrt{\mu_1}, 0)$ .

Pour le cas intermédiaire, la situation est plus complexe. Lorsqu'on augmente progressivement  $\mu_2$ , à  $\mu_1$  fixé, en partant du cas précédent, pour une première valeur seuil  $s1(\mu_1)$ , il y a émergence de deux orbites, entourant les trois points fixes, de manière analogue à une bifurcation noeud-col. L'externe correspondant aux oscillations de grandes amplitudes est attractive, alors que l'orbite interne est répulsive. Ensuite en augmentant  $\mu_2$ , l'orbite externe devient plus grande, tandis que l'orbite interne se rapproche de zéro. Pour une valeur critique l'orbite répulsive s'identifie à l'orbite homocline du problème hamiltonien et au delà de cette valeur elle dégénère en deux cycles répulsifs entourant chacun un des deux points fixes stables. Pour une seconde valeur seuil  $s2(\mu_1)$ , les cycles fusionnent avec leur centre, de façon analogue à une bifurcation noeud-col; l'oscillation de grande amplitude devient l'état stable du système. Ainsi pour  $\mu_2$  compris entre les deux valeurs seuils, les deux points fixes  $(\sqrt{\mu_1}, 0)$  et  $(-\sqrt{\mu_1}, 0)$  et l'oscillation sont des états attractifs du système, séparés par une ou deux orbites répulsives, ce qui explique le phénomène de bistabilité. Lorsqu'on augmente  $\mu_2$ , en venant du bas de l'espace des paramètres  $(\mu_1, \mu_2)$ , on observe dans la zone de bistabilité les points fixes stationnaires, jusqu'à  $\mu_2 = s2(\mu_1)$ . Au contraire lorsqu'on vient du haut de l'espace

des paramètres, en diminuant  $\mu_2$ , on conserve l'oscillation, jusqu'à  $s1(\mu_1)$  (figure 3.45). Des calculs techniques décrits dans *Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and bifurcation of Vector Fields* [42] permettent de déterminer les valeurs seuils précédentes.

Bien que les deux paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  décrivant la bifurcation de codimension deux, ne soient pas facilement reliables au paramètre du forçage, *a priori* le nombre de Reynolds lié à la fréquence de rotation du disque, ce scénario décrit qualitativement le phénomène de bistabilité observé.

### 3.5.2 Second type de renversements

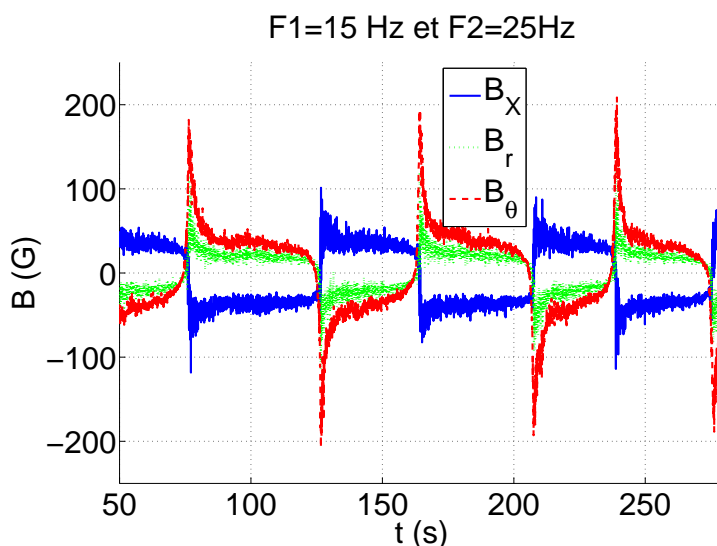


FIGURE 3.46 – Signal temporel de renversements du second type (**Renv2**).

Pour  $3/2 < \frac{F_r}{F_l} < 5/3$ , on rencontre une deuxième zone de l'espace des paramètres comportant des oscillations et des renversements, noté **Renv2**. Les oscillations ont souvent une allure typique d'oscillations de relaxation, c'est à dire qu'on observe après une annulation une remontée rapide du champ magnétique, puis une lente décroissance (figure 3.46). Ces signaux semblent s'approcher de la forme des renversements géophysiques (voir figure 1.3). Le profil radial, tracé pour la racine du carré des composantes ( figure 3.47) montre une répartition du champ assez proche de la troisième dynamo stationnaire.

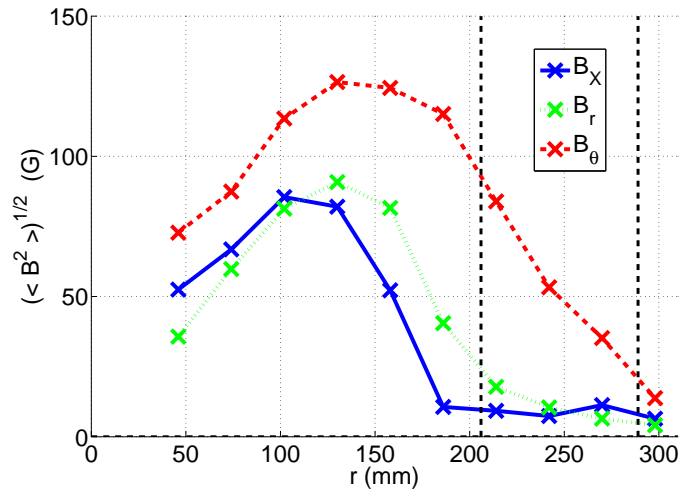


FIGURE 3.47 – Profil radial dans le plan décalé, pour  $F2 = 25 Hz$  et  $F1 = 15Hz$  (**Renv2**)

### 3.5.3 Régimes intermittents et premier type de renversements

Il existe enfin une troisième zone, plutôt étroite où la dynamo se renverse aux alentours de  $\frac{F_r}{F_l} \sim 6/5$ . Ce régime est noté **Renv1**. On observe alors une oscillation bruitée apériodique, très fluctuante (figure 3.48). Le champ d'amplitude très fluctuante s'inverse sur des durées très variables, typiquement de l'ordre de la dizaine de secondes. Ces renversements dits du premier type se trouvent très proches des régimes intermittents dans l'espace des paramètres. En effet ces deux comportements sont liés et partagent des propriétés communes.

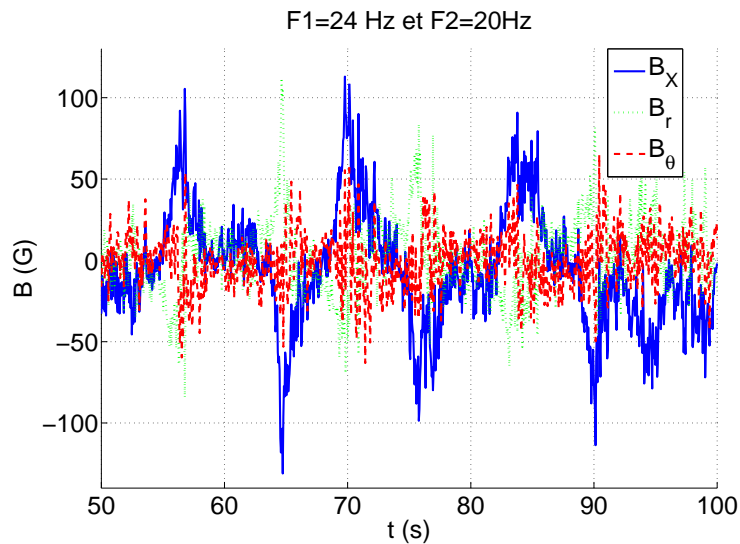


FIGURE 3.48 – Signal temporel de renversements du premier type, pour  $F1 = 24 Hz$  et  $F2 = 20Hz$  (**Renv1**)

## Régime intermittent

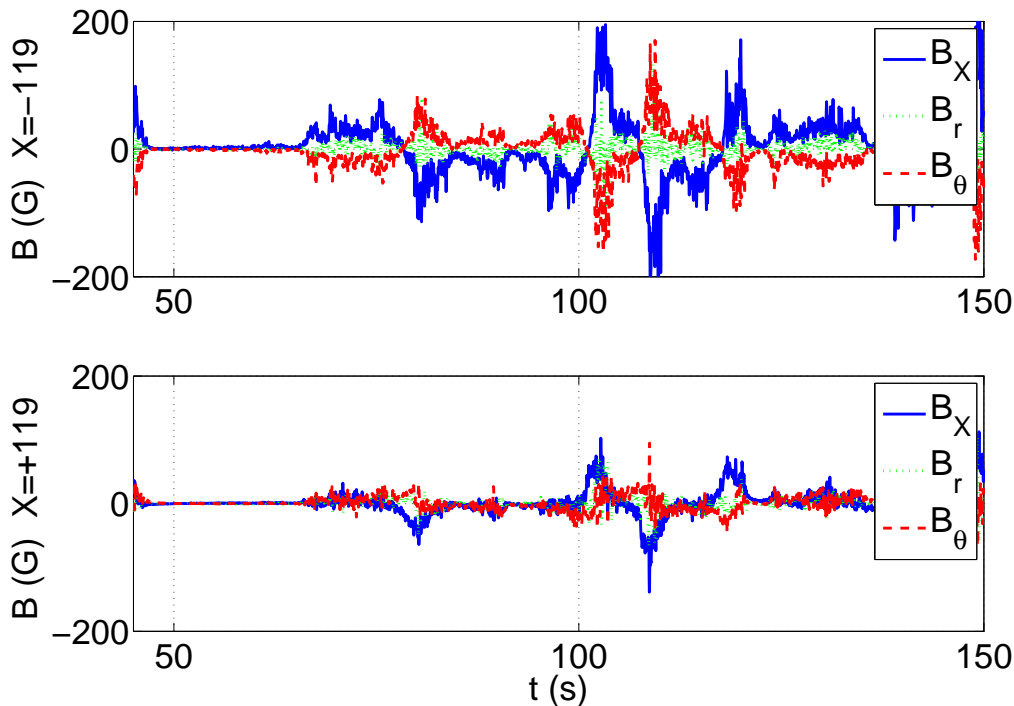


FIGURE 3.49 – Signal temporel du champ magnétique dans un régime intermittent, pour  $F2 = 22 \text{ Hz}$  et  $F1 = 18 \text{ Hz}$  pour deux points de mesure distincts, le point  $G$  ( $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 74 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ ) et le point  $S$  ( $X = +119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ )

On observe un signal présentant un comportement tout à fait original. Des renversements très fluctuants sont entrecoupés de phase où le champ magnétique est presque nul (figure 3.49). Cette dynamo est très irrégulière en amplitude et on remarque que le signe de l'hélicité magnétique n'est pas toujours conservé (c'est-à-dire la composante orthoradiale peut-être transitoirement de même signe que la composante axiale. Ce point pourrait éventuellement expliquer la possibilité d'extinction de cette dynamo. De plus l'allure des fonctions de corrélation sur la figure 3.50, calculée entre les composantes axiales de deux points éloignés et ensuite pour les composantes orthoradiales, montre que si les deux composantes axiales sont dans le même sens, les deux composantes orthoradiales semblent en quadrature, éventuellement en lien avec des phénomènes d'advection. La fonction de densité de probabilité calculée pour la norme du vecteur champ magnétique (figure 3.51) montre une allure clairement exponentielle (plutôt qu'en loi de puissance), ce qui nous fait penser au régime dit de *Bursts* dans *VKS2h* [86]. Le profil radial (figure 3.52) montre une répartition du champ intermédiaire entre celles de la première et la seconde dynamos stationnaires. On a ainsi observé un signal intermittent d'un nouveau genre, se greffant sur une oscillation bruitée. Il faut remarquer, que ce signal ne correspond pas à une traversée du seuil, en augmentant  $R_m$ ; on accède à ce régime en passant par une dynamo stationnaire. Cette précision et l'allure de la fonction de densité de probabilité laissent penser qu'il ne s'agit pas de l'intermittence *on-off*.



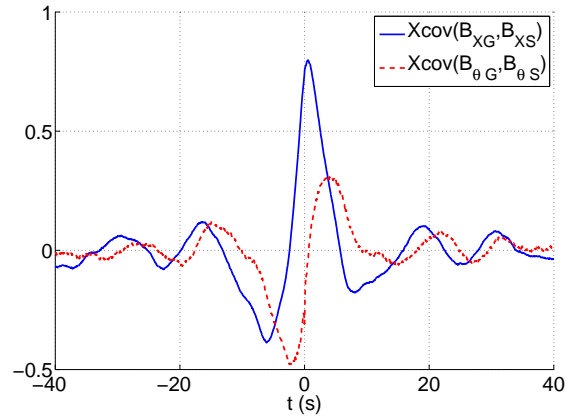


FIGURE 3.50 – Corrélation croisée entre les points  $G$  ( $X = -119\text{ mm}$ ) et  $S$  ( $X = +119\text{ mm}$ ) de l'expérience pour le régime intermittent ( $F1 = 18\text{ Hz}$ ,  $F1 = 22\text{ Hz}$ ) pour la composante axiale en bleu et la composante orthoradiale en rouge.

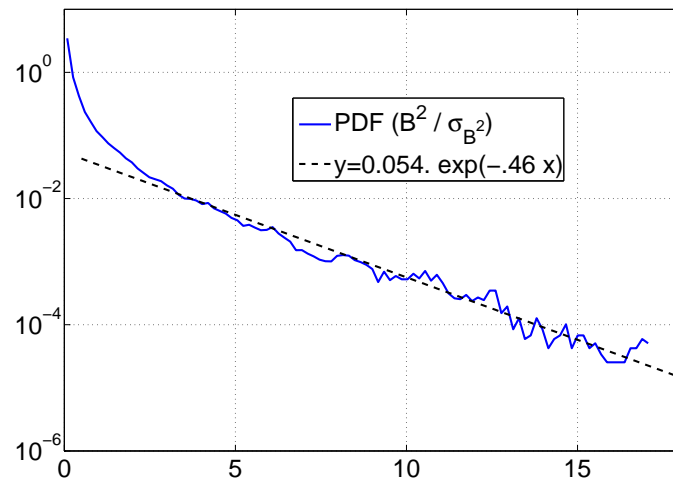


FIGURE 3.51 – Densité de probabilité de la norme du champ magnétique pour le régime intermittent, ( $F2 = 22\text{ Hz}$  et  $F1 = 18\text{ Hz}$ ).

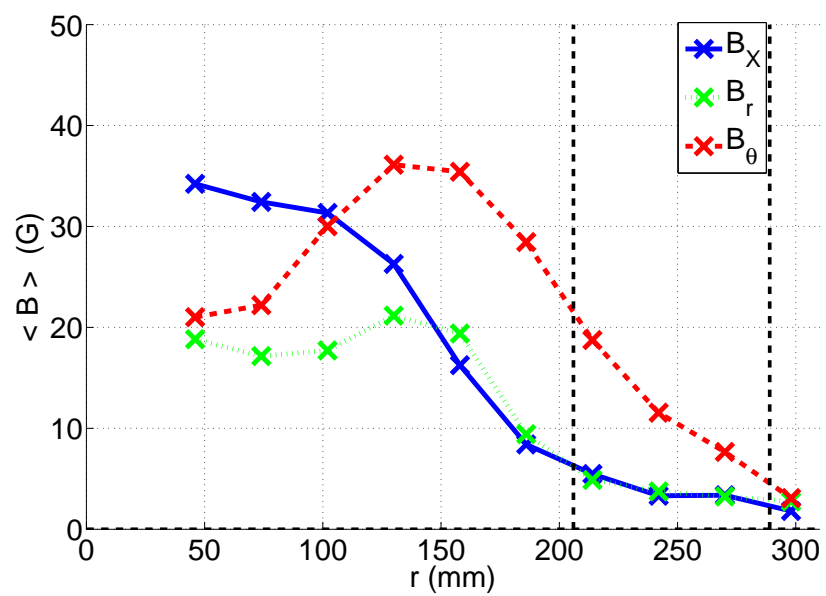


FIGURE 3.52 – Profil radial du champ magnétique pour le régime intermittent ( $F2 = 22 Hz$  et  $F1 = 18 Hz$ ).

### 3.6 Interaction de modes dynamos

L'espace des paramètres, semble structuré : au delà d'un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de 30, il existe de grandes zones liées à des modes de dynamo stationnaire. Au frontière entre ces modes stationnaires, on trouve des fenêtres de dynamo oscillantes. C'est pourquoi on émet l'hypothèse que l'origine des régimes oscillants et des renversements observés dans notre expérience provient de l'interaction de modes de dynamos stationnaires. En effet pour les points de l'espace des paramètres, où deux modes sont linéairement instables, l'équation de l'induction impose *a priori* une interaction entre ces deux modes. Par exemple dans *Bypassing Cowling's theorem in axisymmetric fluid dynamos* [39] ou dans *A heteroclinic model of geodynamo reversals and excursions* [59] les auteurs proposent des interactions déstabilisantes entre modes dynamos, qui pourraient s'écrire dans notre cas sous la forme :

$$\frac{dA}{dt} = a_1 A - a_2 |A^2| A - a_3 |B^2| A \quad (3)$$

$$\frac{dB}{dt} = b_1 B - b_2 |B^2| B - b_3 |A^2| B \quad (3)$$

Choisissons  $a_2 = b_2 = 1$  et  $a_3 = b_3 = c$ ;  $c$  est le paramètre de couplage qu'on peut faire varier. Les points fixes du systèmes correspondant aux solutions stationnaires s'écrivent :

$$A = \pm \left( \frac{a_1 - c b_1}{1 - c^2} \right) \quad B = \pm \left( \frac{b_1 - c a_1}{1 - c^2} \right) \quad (3.5)$$

$$A = \pm a \quad B = 0 \quad (3.6)$$

$$A = 0 \quad B = \pm b \quad (3.7)$$

Les fluctuations présentent dans un système physique permettent d'éviter de considérer les cas où l'un des champs est rigoureusement nul. On constate que pour un couplage important ( $c > 1$ ), le premier point fixe disparaît. Cet exemple permet de préciser ce que nous entendons en terme d'interaction entre modes dynamos, mais il n'est pas *a priori* pertinent pour *VKS*.

#### 3.6.1 Evolution transversale dans l'espace des paramètres

Pour tester notre hypothèse, parcourons l'espace des paramètres en comparant les expériences où la somme  $F1 + F2$  reste constante. On regarde pour cela la zone de l'espace des paramètres représentée sur la figure 3.53. On considère successivement trois cas  $F1 + F2 = 36$ ,  $F1 + F2 = 40$  et  $F1 + F2 = 44$ . Les mesures ont été faites dans le plan décalé, du côté du moteur le plus lent ( $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 74 \text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ ).

##### Evolution dans le diagramme de phase pour $F1 + F2 = 36$

Cette première traversée permet d'atteindre les plus forts décalages et donc de représenter les trois types de régimes oscillants. Du fait de la symétrie  $+\vec{B}$ ,  $-\vec{B}$ , les deux polarités du champ correspondent à un même état, on représente donc la valeur absolue de la moyenne des composantes. En représentant en fonction de  $F_r/F_l$  sur la figure 3.54 la valeur absolue de la moyenne des composantes du champ

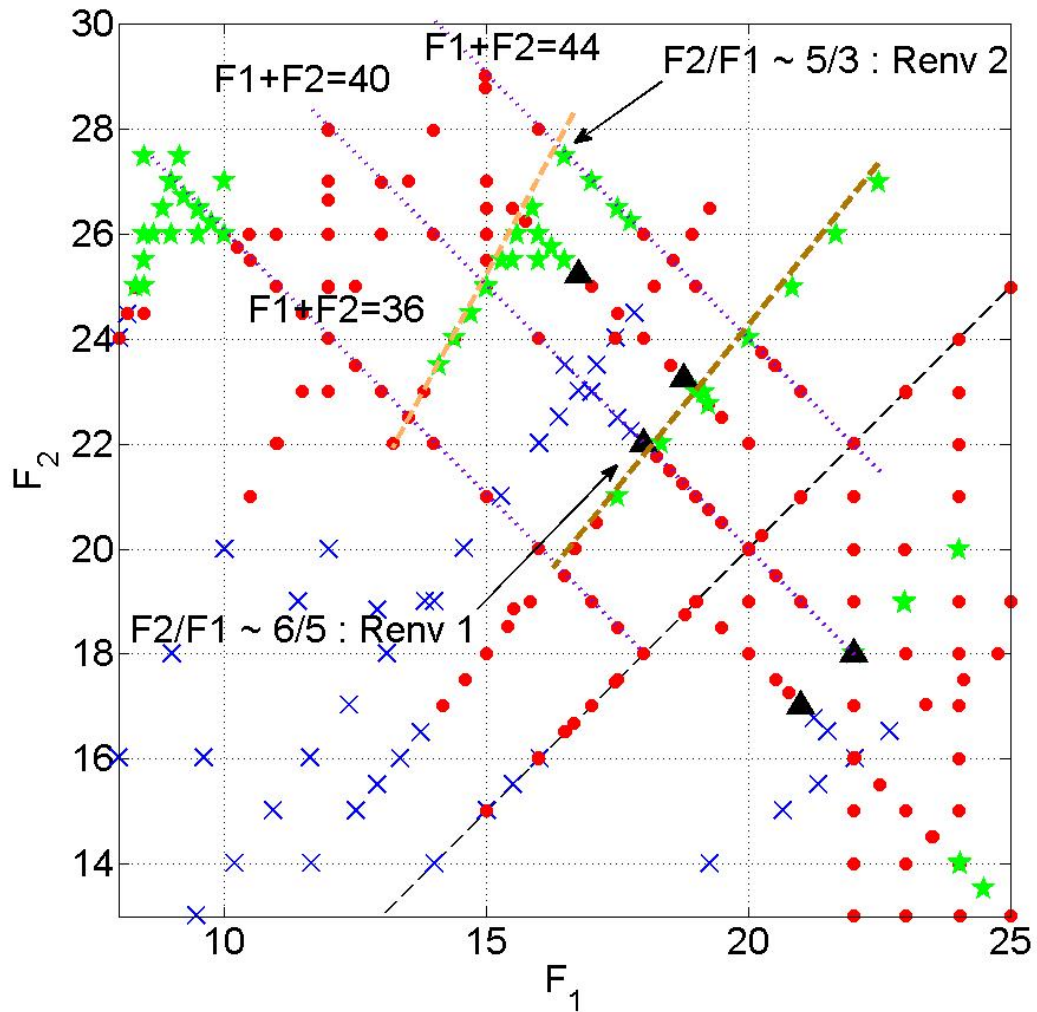


FIGURE 3.53 – Zoom dans l'espace des paramètres

magnétique et sur la figure 3.55 leur déviation standard, les transitions entre les différents types de dynamo, décrites dans l'espace des phases apparaissent clairement : Pour  $F_r/F_l < 6/5$ , on a le premier type de dynamo stationnaire. Au passage au second type, on observe un effondrement de la moyenne et de la déviation standard. Les mesures étaient trop espacées pour résoudre les renversements de type 1 et de type 2. A partir de  $F_r/F_l = 5/3$ , on passe à la troisième dynamo stationnaire. On constate que les composantes orthoradiales et radiales deviennent dominantes par rapport à la composante axiale, contrairement à la première dynamo stationnaire. L'amplitude relative des fluctuations est réduite. L'amplitude du champ semble augmenter jusqu'à  $F_r/F_l = 2.6$ , où on passe subitement aux oscillations. La valeur moyenne devient presque nulle, tandis que la déviation standard dominée par l'amplitude des oscillations devient aussi importante que la valeur moyenne précédente. On observe ainsi la transition d'une dynamo stationnaire qui devient oscillante.

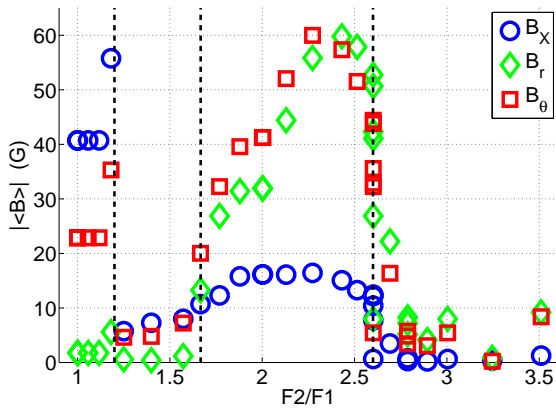


FIGURE 3.54 – Valeur moyenne (en valeur absolue) du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 36$  au point  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

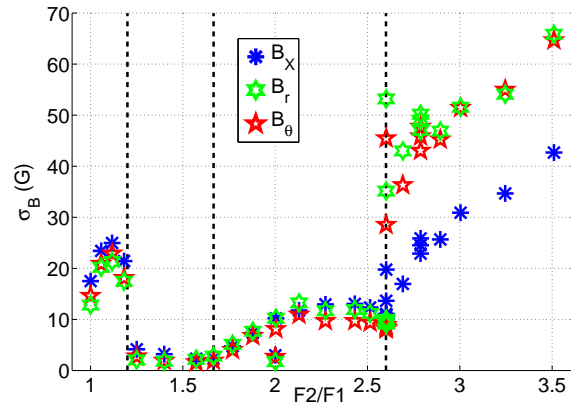


FIGURE 3.55 – Déviation standard du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 36$  au point  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

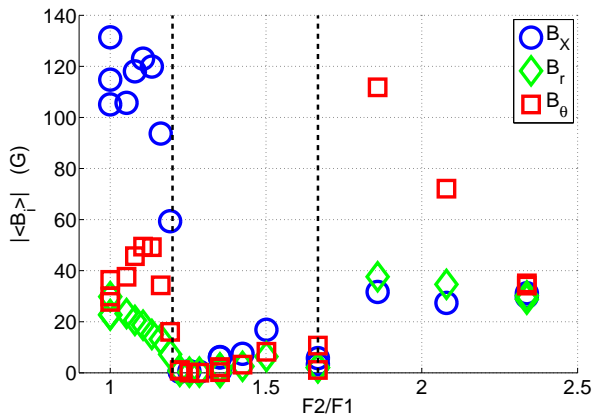


FIGURE 3.56 – Valeur moyenne (en valeur absolue) du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$  au point  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

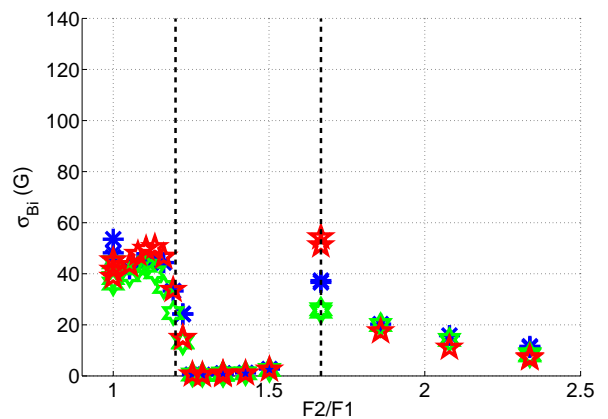


FIGURE 3.57 – Déviation standard du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$  au point  $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 46\text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

### Evolution dans le diagramme de phase pour $F1 + F2 = 40$

La seconde traversée (figures 3.56 et 3.57) présente les mêmes traits caractéristiques que précédemment. On n'atteint pas pour cette série de mesure, les décalages suffisants pour obtenir les oscillations. On observe nettement la transition entre la première dynamo stationnaire et la seconde de faible amplitude. Pour  $F2/F1 = 5/3$ , la dynamo est typique du deuxième type de renversements. Par contre on remarque pour le troisième type de dynamo stationnaire, une évolution des composantes en désaccord avec celle observée quand  $F1 + F2 = 36$ , à savoir une décroissance générale du champ, à la place d'une croissance. Ainsi pour les forts décalages, les paramètres choisis (la somme et le rapport des fréquences de rotation) semblent moins pertinents.

L'intérêt de cette série de mesure, vient de la possibilité de comparer l'évolution précédente mesuré dans le plan décalé, avec d'autres points de mesure. En effet on peut ainsi visualiser l'effet de la dissymétrisation de l'écoulement sur le mode dynamo. Dans le plan médian (figures 3.58 et 3.59

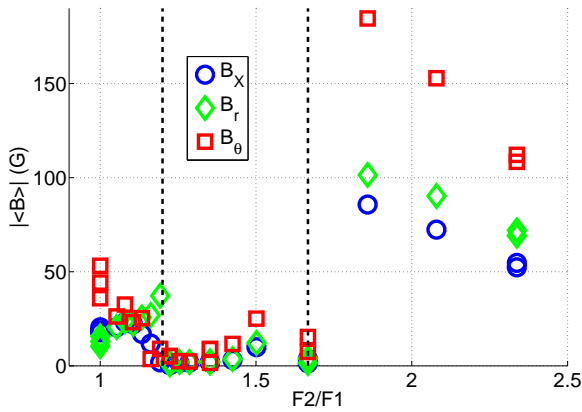


FIGURE 3.58 – Valeur moyenne (en valeur absolue) du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$ . La mesure est effectuée cette fois ci dans le plan médian, pour  $X = 0\text{ mm}$ ,  $r = 96\text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ .

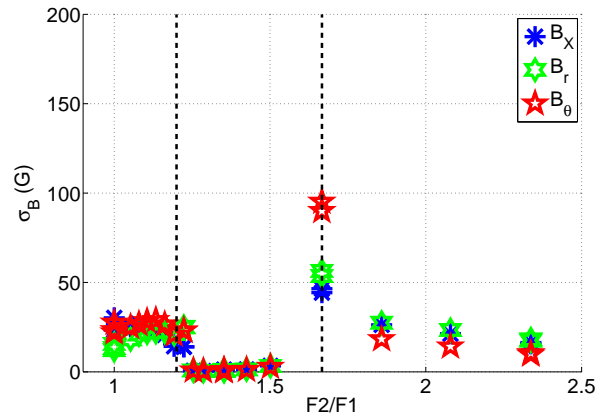


FIGURE 3.59 – Déviation standard du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$ . La mesure est effectuée cette fois ci dans le plan médian, pour  $X = 0\text{ mm}$ ,  $r = 96\text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ .

), on observe qualitativement la même évolution que dans le plan décalé (figures 3.56 et 3.57).

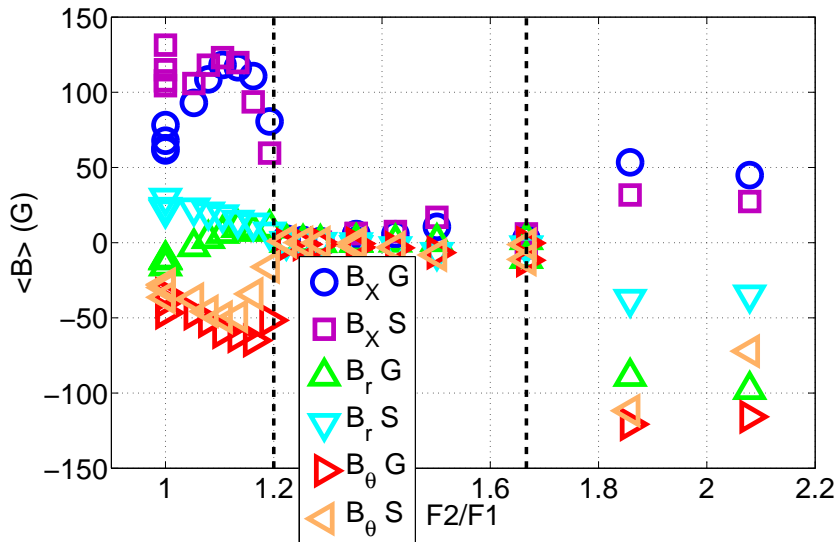


FIGURE 3.60 – Valeur moyenne du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$ . On compare deux points de mesure pour  $X = -119\text{ mm G}$  et  $X = +119\text{ mm S}$  pour  $F1 + F2 = 40$ . On montre que des deux côtés de l'expérience, le champ magnétique conserve le même sens. De plus on remarque, que l'amplitude du côté du disque rapide ( $X = 119\text{ mm}$ ), n'est pas plus importante.

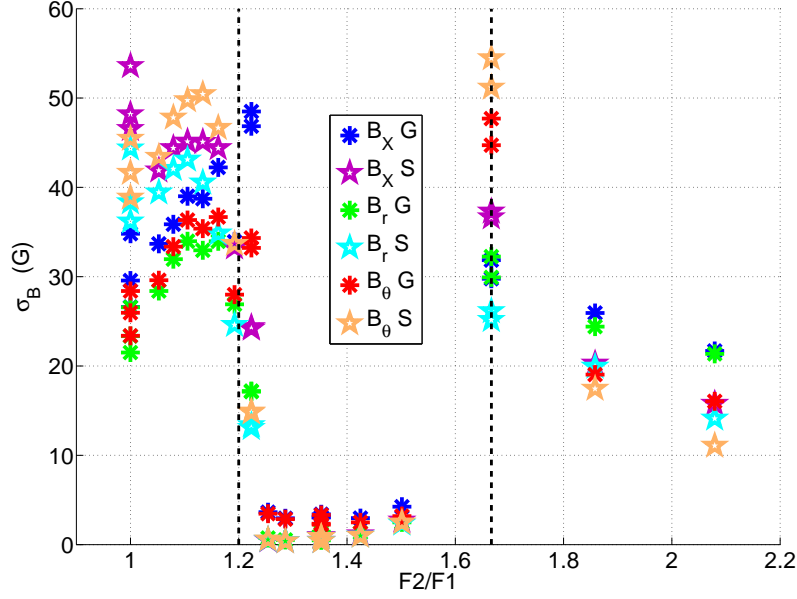


FIGURE 3.61 – Déviation standard du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 40$ . On compare deux points de mesure pour  $X = -119\text{ mm}$  et  $X = +119\text{ mm}$  pour  $F1 + F2 = 40$ .

Comparons maintenant deux points de mesure symétriques de part et d'autre du plan médian. Savoir si le champ magnétique possède une direction globale sur la taille de l'expérience est une question scientifique importante. En effet on pourrait attendre, en plus du dipôle axial observé jusqu'à présent, l'apparition d'un mode quadrupolaire, qui participerait activement à la dynamique du champ [86]. On devrait alors observer des directions du champ selon l'axe de sens opposée de chaque côté du plan médian (si le quadrupole est approximativement au centre de la cuve). C'est pourquoi on représente sur la figure 3.60 la valeur moyenne des composantes mesurées pour deux points symétriques en fonction de  $F2/F1$ . On fait de même pour la déviation standard (figure 3.61). Ces mesures révèlent que le champ magnétique axial est de même signe des deux côtés de l'expérience. Par conséquent on n'observe d'état stationnaire correspondant à une configuration quadrupolaire du champ. On remarque pourtant que les composantes radiales de part et d'autre de l'expérience sont de signe opposé pour  $F2/F1 = 1$ , puis de même signe pour de plus grandes valeurs de ce rapport. Il est possible que la part quadrupolaire dans la décomposition en harmoniques sphériques du mode, augmente avec  $F_r/F_l$ , mais sans devenir dominante face au dipole axial. De plus bien que l'écoulement soit fortement dissymétrisé, l'amplitude du champ magnétique ne présente pas de forte différence entre les deux côtés. En effet l'intensité du champ de vitesse est relativement homogène sur la taille de la cuve et les échelles caractéristiques du champ magnétique de l'ordre de  $l_{ind} = \frac{\eta}{U} = \frac{\eta}{2\pi f_{rot} R^2} \sim 5\text{ cm}$ , ne sont pas très petites devant la taille de l'expérience.

### Evolution dans le diagramme de phase pour $F1 + F2 = 44$

Pour  $F1 + F2 = 44$ , dans le plan décalé, les mesures de la valeur absolue de la valeur moyenne et de l'écart type en fonction de  $F2/F2$  montrent (figures 3.62 et 3.63) un comportement semblable au cas précédent (figures 3.56 et 3.57). Cette dernière traversée permet d'encadrer de manière satisfaisante

le régime des renversements de deuxième type pour  $3/2 < F2/F1 < 5/3$ .

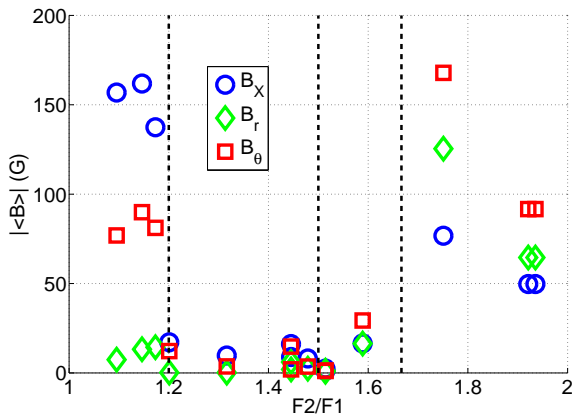


FIGURE 3.62 – Valeur moyenne (en valeur absolue) du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 44$  au point  $X = 119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

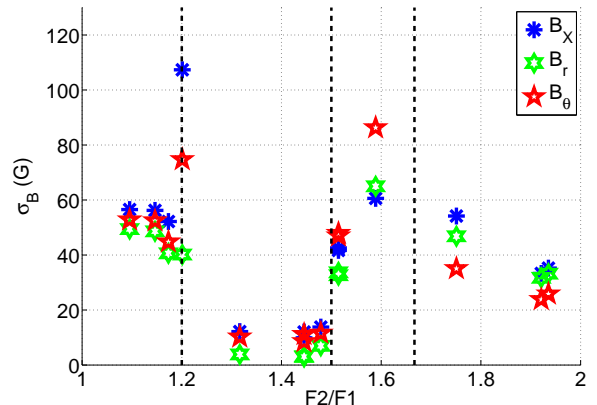


FIGURE 3.63 – Déviation standard du champ magnétique en fonction de  $F2/F1$  pour  $F1 + F2 = 44$  au point  $X = 119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ .

Les trois exemples précédents de chemin dans l'espace des paramètres à  $F1 + F2$  constant, valident l'existence des différents modes précédemment identifiés. L'évolution de l'amplitude du champ dynamo en fonction de  $F_r/F_l$  semble en effet continue à l'intérieur d'un mode, mais présente des sauts aux valeurs de transition.

### 3.6.2 Frontière entre un mode stationnaire et un mode oscillant.

Regardons maintenant les signaux se trouvant au niveau des transitions précédemment identifiées sur l'espace des paramètres.

#### Premier cas : renversements

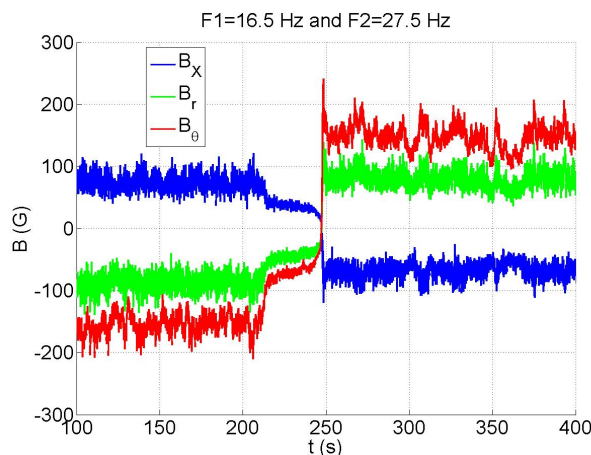


FIGURE 3.64 – Exemple de signal temporel observé pour  $F_r/F_l = 5/3$  à la frontière entre une dynamo oscillante **Renv2** et stationnaire **Stat3**.



On se place sur la seconde fenêtre de renversements **Renv2**. Lorsqu'on se rapproche du troisième mode stationnaire **Stat3** vers  $F_r/F_l \sim 5/3$ , on constate que la période augmente et devient irrégulière. L'oscillation se trouve en quelque sorte bloquée dans un état haut et la dynamo devient stationnaire. Ce sont en particulier sur ces points, où l'on observe des renversements du champ magnétique (figure 3.64). Les trois composantes s'inversent et restent bloquées dans une polarité, pendant un temps plus grand que la centaine de secondes.

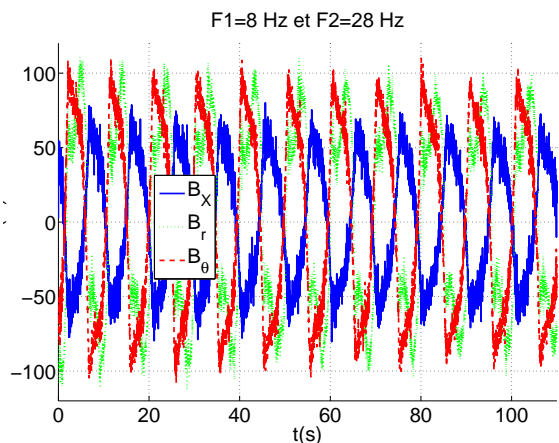


FIGURE 3.65 – Dynamo oscillante à fort décalage **Osc**, la période est de l'ordre de 10 s pour  $F2/F1 = 3.5$ .

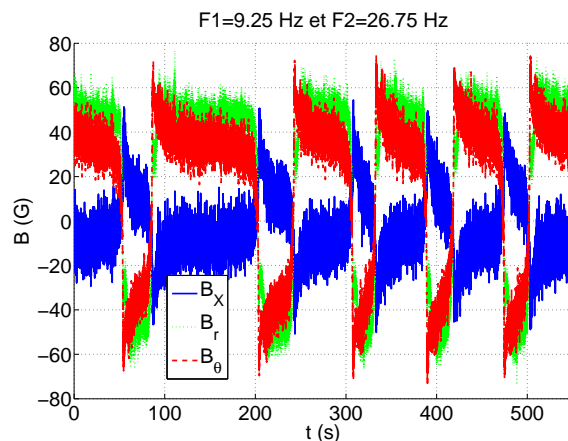


FIGURE 3.66 – En diminuant  $F_r/F_l$  à 2.9, au voisinage de la transition entre **Osc** et **Stat3**, l'oscillation présente une allure de renversements, avec un temps entre renversements de l'ordre de 100 s.

On observe le même phénomène, de l'autre côté du troisième mode stationnaire **Stat3**, du côté des oscillations à fort décalage **Osc**. Lorsque dans la zone d'oscillation, on diminue la vitesse du disque rapide et on augmente celle du disque lent, la période des oscillations augmente et on obtient à la frontière vers  $F_r/F_l$ , des signaux de renversements (figures 3.65 et 3.66). Cette zone de renversements a été moins étudiée que la précédente, mais les signaux sont similaires dans les deux cas, indiquant qu'un même mécanisme est à l'oeuvre.

### Second cas : Emergence d'oscillations.

On rencontre un second cas, quand on passe d'une dynamo stationnaire de faible amplitude à une oscillation régulière où le champ est dix fois plus important. Un tel phénomène a été décrit pour le passage entre la dynamo stationnaire à un disque et la dynamo oscillante [10], mais on le trouve aussi pour la frontière entre la dynamo stationnaire de faible amplitude **Stat2** et la deuxième dynamo oscillante **Renv2** (figures 3.67 et 3.68). Pour une mesure représentée sur la figure 3.69 où  $F1 = 16.75 Hz$  et  $F2 = 25.25 Hz$ , la dynamo semble hésiter entre le caractère oscillant et stationnaire. Les fluctuations turbulentes permettent sans doute de traverser transitoirement la frontière entre les deux régimes située pour  $F_r/F_l \sim 3/2$ .

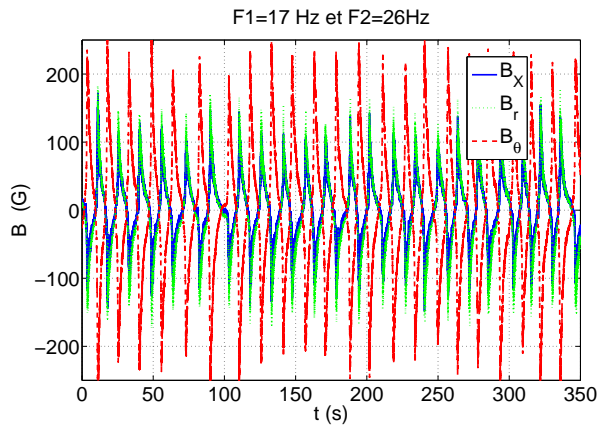


FIGURE 3.67 – Pour  $F_2/F_1 = 1.53$  les oscillations de la deuxième fenêtre **Renv2** sont assez régulières, proche de la deuxième dynamo stationnaire **Stat2**.

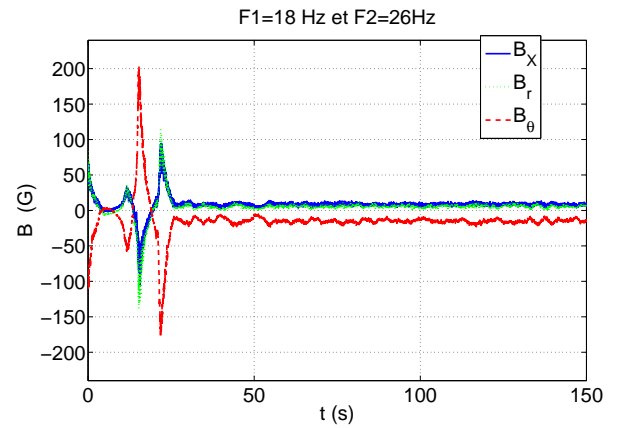


FIGURE 3.68 – En diminuant  $F_r/F_l$  à 1.48, on passe subitement à la dynamo stationnaire faible **Stat2**.

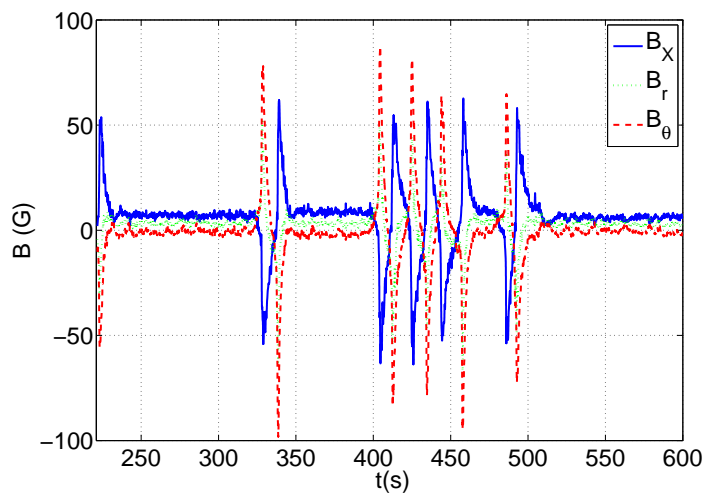


FIGURE 3.69 – Régime frontière entre la dynamo stationnaire **Stat2** et les oscillations **Renv2** pour  $F_1 = 16.75Hz$  et  $F_2 = 25.25Hz$ , soit  $F_2/F_1 = 1.50$ .

### 3.6.3 Mécanisme d'oscillation du champ magnétique

Comment peut-on expliquer l'émergence d'oscillations, par l'interaction de modes dynamos ? La présence des régimes oscillants aux frontières des modes stationnaires, ne peut relever du hasard. De plus certains mécanismes sont vraisemblablement à exclure. Nous avons vu que les oscillations à fort décalage et à un disque, ne pouvaient pas être vues comme des ondes de Parker (solutions propagative des modèles de dynamo  $\alpha - \omega$ ), parce-qu'aucun déphasage n'est mesurable. De même une oscillation non linéaire due à un transfert périodique d'énergie entre le champ magnétique et le champ de vitesse me semble peu probable. Comme nous le verrons dans le chapitre 7, la rétroaction du champ magnétique par la force de Laplace reste faible, car le nombre de Reynolds magnétique reste toujours proche de la valeur du seuil d'instabilité. Enfin le fort niveau de turbulence, fait douter de la possibilité d'une oscillation cohérente de l'écoulement.

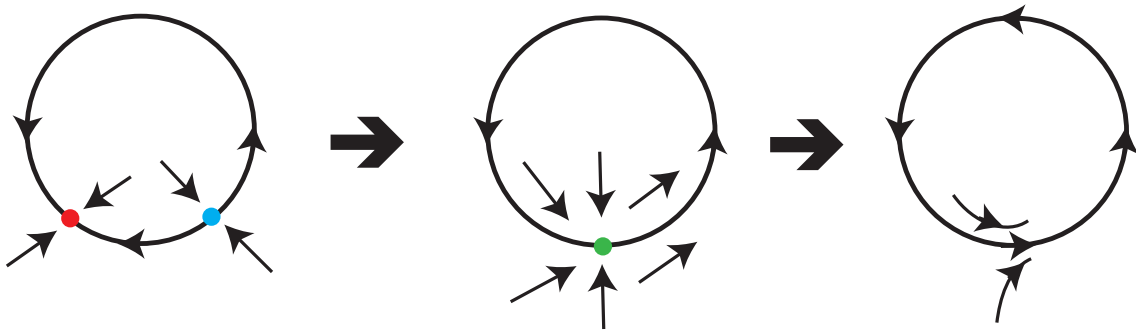


FIGURE 3.70 – Schéma dans l'espace des phases de la bifurcation noeud col globale donnant naissance à un cycle d'oscillation.

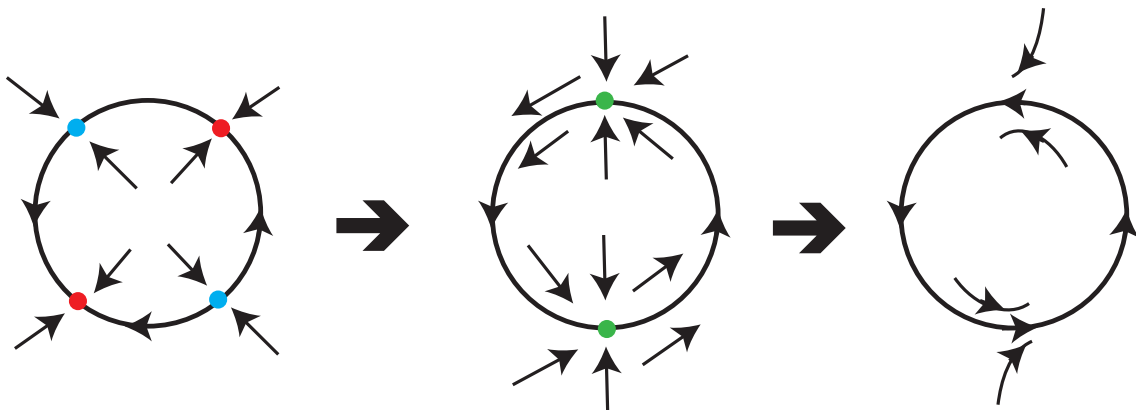


FIGURE 3.71 – Bifurcation noeud col globale donnant naissance à un cycle d'oscillation, en tenant compte de la symétrie  $(+\vec{B}, -\vec{B})$

Constatant que les oscillations naissent toujours à partir d'une dynamo stationnaire, Stéphane Fauve et François Pétrélis ont proposé d'interpréter le passage d'une dynamo stationnaire à oscillante

comme une bifurcation noeud col globale [86, 79]. Le point fixe stable correspondant à la dynamo stationnaire collisionne avec un point fixe instable donnant naissance à un cycle connectant les point fixes précédents . La bifurcation étant globale, il n'est pas possible d'en faire une étude locale, avec une forme normale de codimension un. On peut montrer [79] qu'au voisinage de la bifurcation la période des oscillations, suit une loi de la forme  $T \sim \epsilon^{-1/2}$ , lorsque qu'on appelle  $\epsilon$  la distance au seuil de bifurcation. Pour tenir compte de l'invariance de l'équation de l'induction par inversion du champ magnétique, il faut tenir compte de l'existence des points fixes stables ou instables symétriques. Un exemple simple de système présentant cette bifurcation correspond au cas d'un pendule amorti forcé par un couple constant. A partir d'une valeur suffisante du couple, le pendule tourne en passant par les points fixes précédents. Nous proposons de reprendre cet exemple, mais en tenant compte de la symétrie  $(+\vec{B}, -\vec{B})$  du champ magnétique. Soit le système :

$$\frac{dx}{dt} = y \tag{3.8}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\omega_0^2 \sin(2x) - Ky + C \tag{3.9}$$

La variable  $x$  est analogue à l'angle que ferait un pendule avec la verticale. On ne considère que les valeurs de cette variable comprises dans  $[0, 2\pi]$ . Les points fixes du système s'écrivent comme  $(\frac{1}{2} \pm \arcsin(\frac{J}{\omega_0^2}), 0)$  et  $(\frac{1}{2}(\pi \pm \arcsin(\frac{J}{\omega_0^2})), 0)$ . Lorsque  $J$  devient plus grand que  $\omega_0^2$ , les points fixes disparaissent, les points fixes stables fusionnent chacun avec un point fixe instable.

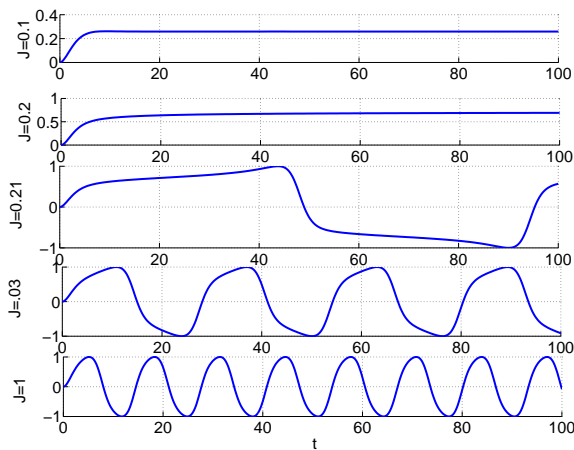


FIGURE 3.72 – Résolution de l'équation 3.6.3 pour  $\omega_0^2 = 0.2$  et  $K = 1$ . On représente  $X = \sin(x)$  en fonction du temps.

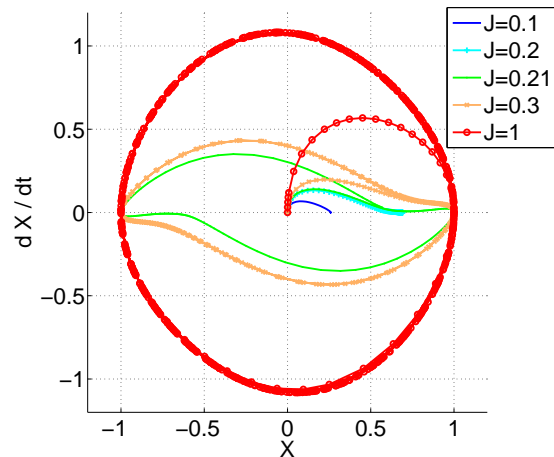


FIGURE 3.73 – Portraits de phase correspondant à la figure de gauche (Les régimes transitoires sont représentés)

On résout numériquement ce système pour  $\omega_0^2 = 0.2$  et  $K = 1$ , donc dans un régime amorti pour obtenir des oscillations de relaxation et on représente la variable  $X = \sin(x)$  au cours du temps pour différentes valeurs de  $J$  sur la figure 3.72 et les diagrammes de phase correspondants sur la figure 3.73. On prend comme condition initiale  $x(0) = 0$  et  $y(0) = 0$ . On observe ainsi autour pour  $J > 0.2$ , la transition entre un régime stationnaire et oscillant. Pour les grandes valeurs de

$J$  l'oscillation est quasi-sinusoidale, mais quand on diminue progressivement  $J$ , on remarque que la dynamique ralentit au voisinage des points correspondants aux grands valeurs de  $X$ . De plus la période diminue avec  $J$  et si on fait tendre  $J$  vers 0.2 par valeur supérieure la période des oscillations diverge. Ainsi la résolution pour  $J = 0.21$ , montre une certaine ressemblance avec les signaux de renversements et on peut imaginer que les fluctuations turbulentes, pourraient suffire à rendre ces oscillations apériodiques.

Revenons aux signaux expérimentaux de *VKS*. Si on essaie de déterminer la période des différents régimes oscillants ou se renversant acquis durant la campagne *VKS2j*, on remarque qu'il est difficile d'extraire une relation simple liant la période d'oscillation avec les paramètres de contrôle de l'expérience (figures 3.75 ,3.74 et 3.76 ). Il apparaît nettement que la période augmente beaucoup lorsqu'on passe du deuxième type de renversement **Renv2** à la troisième dynamo stationnaire **Stat3** et aussi quand on passe des oscillations fortement décalées **Osc** à la troisième dynamo stationnaire **Stat3**. Il s'avère qu'en utilisant comme paramètre la différence entre les nombres de Reynolds magnétique associé à chaque disque  $\Delta_{Rm} = |R_{m1} - R_{m2}|$ , la divergence de la période au voisinage des points de transition, semble suivre une loi :  $T \sim T \sim (|\Delta_{Rm} - \Delta_{Rmc}|)^{-1/2}$ . Ainsi la bifurcation noeud-col globale parait pertinente pour analyser ces deux transitions et en regardant plus précisément les signaux correspondants, nous verrons qu'ils correspondent précisément aux renversements du champ magnétique.

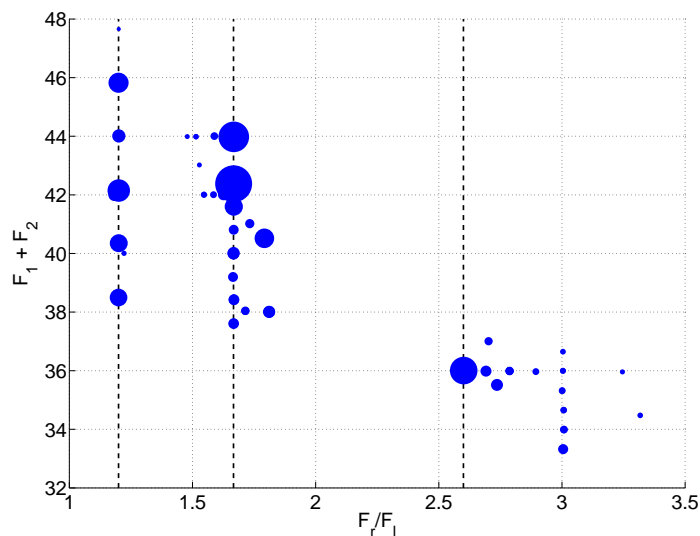


FIGURE 3.74 – Position des oscillations dans l'espace des paramètres en fonction de  $F_r/F_l$  et de  $F_1 + F_2$ . La taille des symboles croît avec la période des oscillations (on a choisi une dépendance en racine, pour des questions de représentation). La période moyenne a été calculée comme le double du temps correspondant au minimum de la fonction d'autocorrélation temporelle. On observe qu'il n'y a pas de loi simple donnant l'évolution de la période d'oscillation en fonction de la position du régime dans l'espace des paramètres. On constate qu'au voisinage de la transition oscillant/stationnaire pour  $F_r/F_l \sim 5/3$  et  $F_r/F_l \sim 13/5$  la période devient beaucoup plus grande.

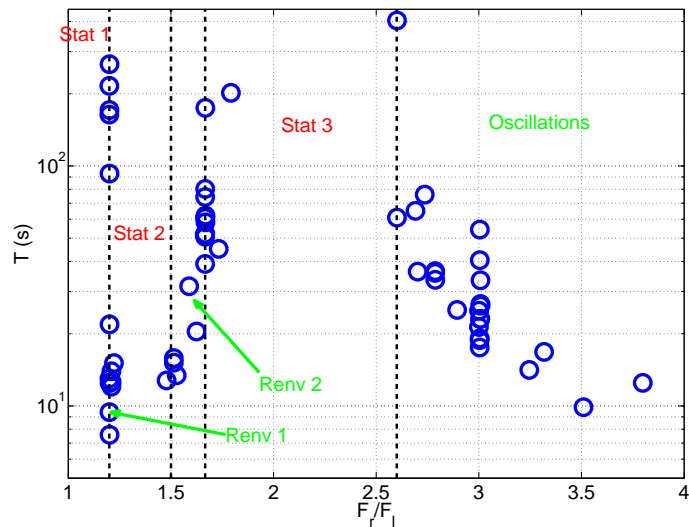


FIGURE 3.75 – Période des oscillations de  $Vks2j$  évaluée comme précédemment en fonction du rapport des fréquences de rotation des moteurs.

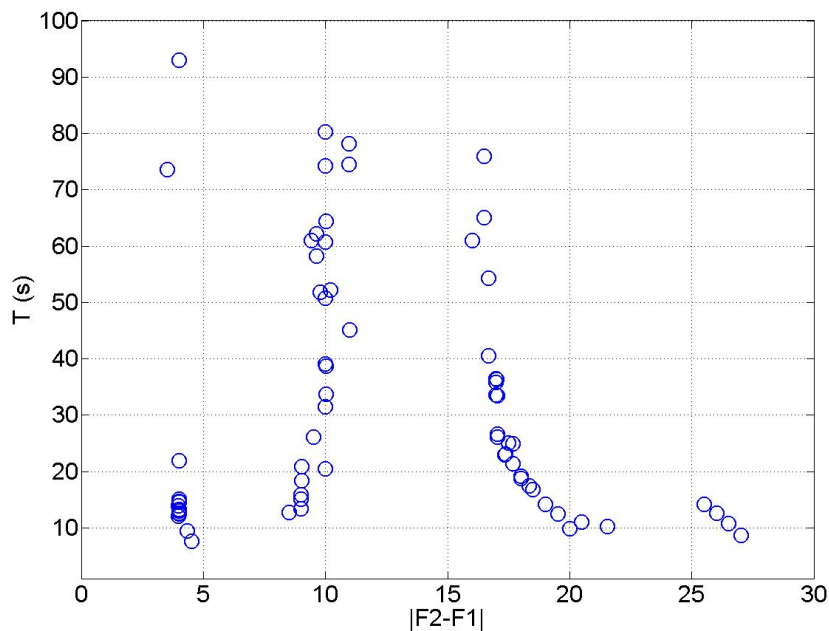


FIGURE 3.76 – Période des oscillations de  $Vks2j$  évaluée comme précédemment en fonction du décalage des fréquences de rotation des moteurs. Cette représentation proposée par Sébastien Aumaître montre aussi que la période des oscillations semble diverger, pour des valeurs particulières du décalage.

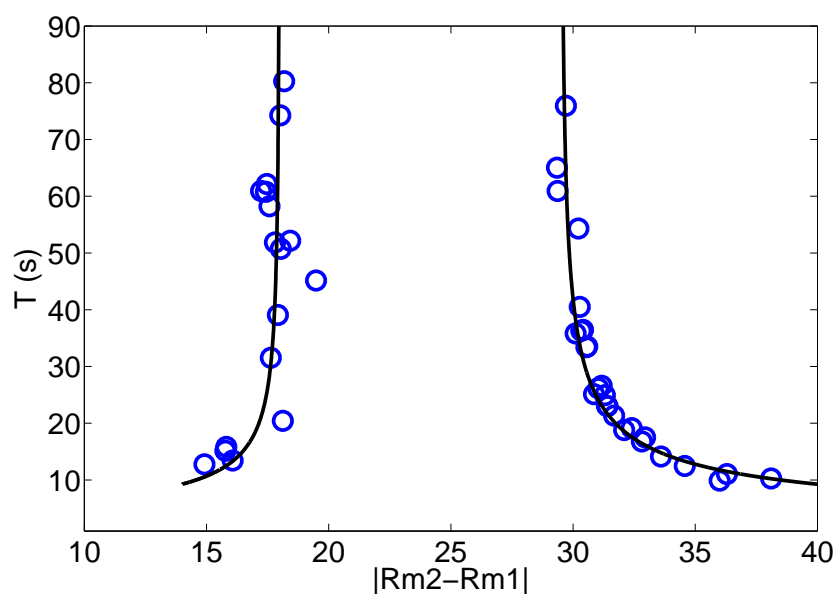


FIGURE 3.77 – Période des oscillations de  $Vks2j$  évaluée comme précédemment en fonction de la différence entre les nombres de Reynolds magnétique associé à chaque disque. Pour les régimes **Renv2** et **Osc**, l'évolution de la période d'oscillation en fonction de ce paramètre, est en accord avec une loi en  $T \sim (|\Delta_{Rm} - \Delta_{Rmc}|)^{-1/2}$  (en noir), avec  $\Delta_{Rmc}$  la valeur du paramètre à la transition entre le régime oscillant et stationnaire. Ce comportement est en faveur du mécanisme d'oscillation faisant intervenir une bifurcation noeud col.

### 3.6.4 Espace des phases pour les oscillations et les renversements du deuxième type.

Dans ce paragraphe, nous essayons de tester la pertinence du mécanisme proposé précédemment pour la seconde fenêtre d'oscillations.

Pour cela on choisi de tracer la composante axiale du champ magnétique mesuré en un point en fonction de la composante orthoradiale. Cette représentation, en faisant disparaître le temps, montre qualitativement l'amplitude relative en régime stationnaire entre les parties axiales et toroïdales du mode dynamo. Ainsi sur la figure 3.78, les deux modes de dynamo stationnaires entourant les régimes oscillants, apparaissent comme des points (des taches à cause des fluctuations turbulentes). On observe que l'oscillation décrit une orbite régulière dans ce choix de représentation (même si le régime est apériodique) et connectant les deux modes stationnaires. De plus les cycles d'oscillation ne passent pas vraiment par zéro, à cause d'un déphasage des composantes axiales et orthoradiales. Ainsi la figure obtenue est analogue à un portrait de phase de l'oscillation. La nature de la troncature intervenant pour décomposer la dynamo en différents modes n'étant pas identifié, il est vraisemblable que l'espace des phase n'est pas décrit complètement avec ces deux composantes, néanmoins la cohérence de la figure 3.78, montre que la dimension de l'espace des phases ne doit pas être élevée. Néanmoins le régime oscillant semble effectivement créé par l'interaction des deux modes stationnaires, qui sont reliés par l'orbite de l'oscillation dans l'espace des phases. Ce point nous fait penser à la dynamique de cycles hétéroclines, qui sont des cycles reliant des points fixes de nature différente, possédant chacun des directions stables et instables dans l'espace des phases.

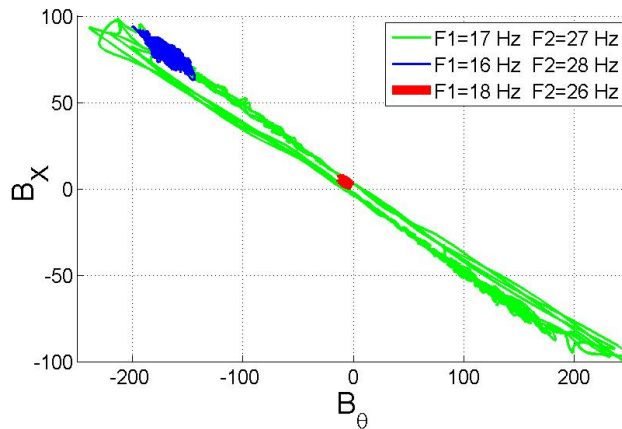


FIGURE 3.78 – Tracé de la composante axiale en fonction de la composante orthoradiale pour trois mesures telle que  $F1 + F2 = 44$ . On montre avec cette représentation que la dynamo oscillante **Renv2** connecte les dynamos **Stat2** et **Stat3**.

Nous avons aussi utilisé une autre méthode, celle dite des retards temporels pour représenter un espace des phases pour les régimes dynamiques de *VKS*. A cause des fluctuations turbulentes, les dérivées calculées avec les signaux expérimentaux ne sont pas satisfaisantes. Plutôt que représenter un graphique  $(X, \frac{dX}{dt})$ , on trace, après avoir filtré passe bas le signal avec une fréquence de coupure  $f_c$ ,  $(X, X(t + \tau))$  : le signal pris à un instant  $t$  et décalé d'un temps  $\tau$  est pris comme fonction du signal pris à  $t$ . En prenant  $\tau \simeq 1/f_c$ , le signal retardé est analogue à la dérivée du signal. Il faut



en pratique filtrer à suffisamment basse fréquence (autour de  $2 Hz$ ) pour retirer les fluctuations turbulentes. Le temps  $\tau$  est ensuite pris égal à une seconde. Pour un temps  $\tau$  plus long, les figures ne sont pas convergées, ce qui signifie qu'on ne résout pas la dynamique propre du système, alors que pour des temps plus courts les signaux sont bruités. On remarque que le retard choisi est du même ordre de grandeur que le temps diffusif  $\tau_\sigma \sim \frac{L^2}{\eta} \sim 1s$ , défini sur la taille de l'expérience, ce qui montre la pertinence de cette échelle de temps, pour la dynamique lente et à grande échelle du champ magnétique. Si la dimension supposée de l'espace des phases est égale à trois, il est possible, de représenter un espace tridimensionnel en traçant  $(X, X(t + \tau), X(t + 2\tau))$ .

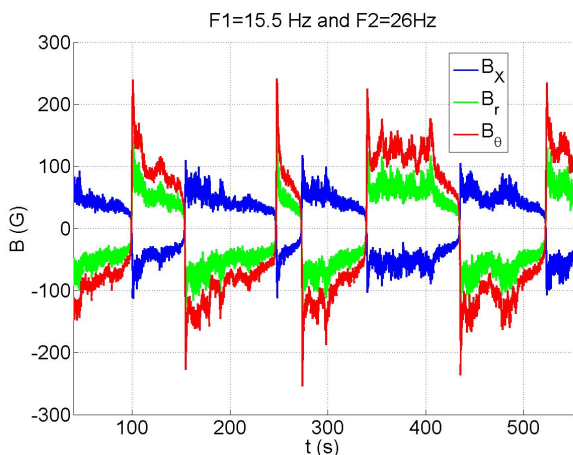


FIGURE 3.79 – Signal temporel d'un renversement de type 2

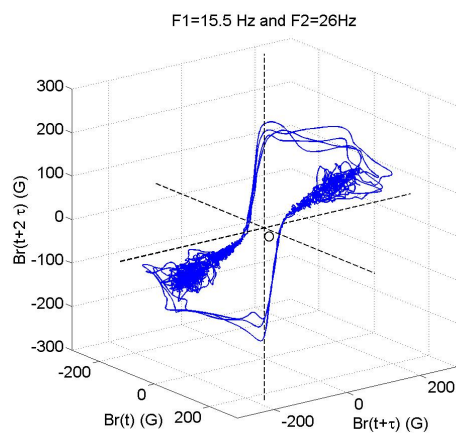


FIGURE 3.80 – Espace des phases temporel pour **Renv2**

Appliquons cette méthode à un signal présentant des renversements, représenté sur la figure 3.79. On obtient pour  $B_\theta$  le graphe de la figure 3.80. Le champ magnétique passe un temps long sur une des deux polarités stationnaires qui apparaissent comme deux taches bleues bruitées du fait de l'effet des fluctuations turbulentes. Puis au bout d'une durée de l'ordre de cinquante secondes, le champ magnétique décrit une trajectoire l'amenant rapidement sur la polarité opposée. Le champ quitte le point stationnaire par la valeur inférieure et arrive sur le point symétrique, par valeur supérieure. Ce fait illustre toujours le saut court ("*overshoot*") à la fin d'un renversement, juste avant d'arriver à l'état haut ou bas. L'existence de cette trajectoire, en dépit du niveau élevé de turbulence, explique pourquoi les événements de renversements sont reproductibles et même superposables [8], malgré un temps entre renversements aléatoire. Enfin la mise en évidence dans un espace tridimensionnel, d'un attracteur, montre que la dynamique du champ magnétique dans ce régime relève du chaos de faible dimensionnalité.

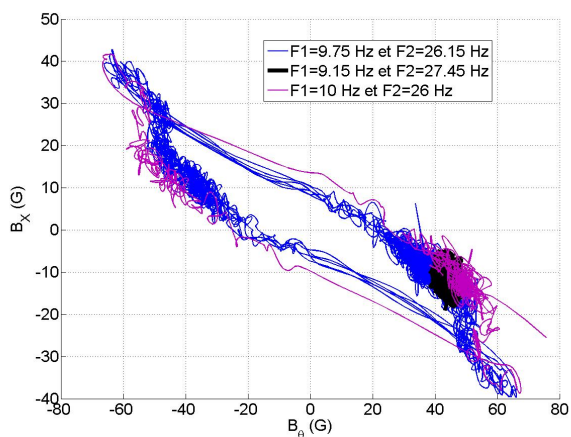


FIGURE 3.81 – Composante axiale en fonction de la composante orthoradiale pour le régime frontière entre **Renv2** et **Stat3**. Le point fixe stationnaire appartient au cycle créé.

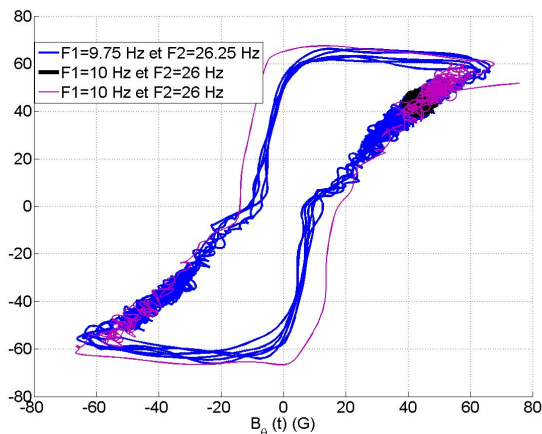


FIGURE 3.82 – Portrait de phase temporel du régime frontière entre **renv2** et **stat3**.

Regardons plus détail la transition entre les dynamos **Renv2** et **Stat3**, sur les espaces des phases. La figure 3.83, montre que le point fixe stationnaire appartient au cycle des renversements. L'espace des phases temporels 3.84, montre de plus que la dynamique est ralentie aux voisinages des deux points fixes. Ces figures sont en accord avec un passage stationnaire oscillant par une bifurcation noeud-col globale.

### 3.6.5 Espace des phases des oscillations à fort décalage

On applique le traitement précédent aux oscillations (**Osc**) rencontrées pour  $F_r/F_l > 2.6$ . La figure 3.83, montre la transition entre une dynamo stationnaire de faible amplitude et le régime oscillant sur un graphique  $(B_\theta, B_X)$ . Pour le cas représenté, les deux composantes, sont relativement peu déphasées. Sur le graphique obtenu par la méthode des retards temporels appliquée à la composante orthoradiale ( figure 3.84 ), il apparaît un cycle caractéristique d'oscillations non linéaires. Augmenter la fréquence de rotation des disques, accroît l'aire du cycle et modifie sa forme. En effet proche de la transition stationnaire oscillant, le cycle d'oscillation, présente un coude au voisinage du point zéro, mais aussi du point correspondant à la dynamo stationnaire. On pourrait expliquer cette forme par la présence d'une orbite répulsive séparant le mode stationnaire du mode oscillant. En effet les arguments invoqués pour expliquer le phénomène de bistabilité semblent valables pour tout la zone de l'espace des paramètres. La transition entre le mode stationnaire et le mode oscillant semble bien expliquée par le mécanisme introduit précédemment faisant intervenir une bifurcation de codimension deux .

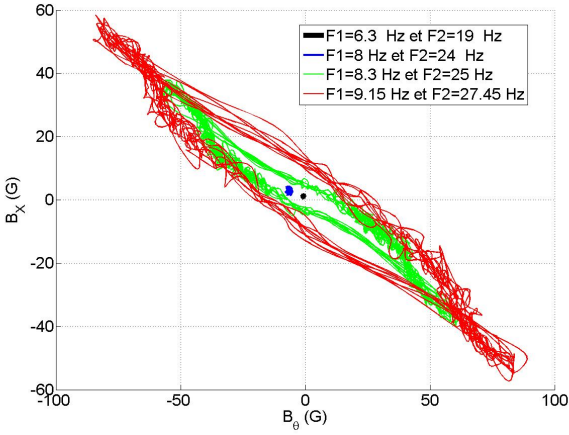


FIGURE 3.83 – Composante axiale en fonction de la composante orthoradiale pour des mesures où  $F_2/F_1 = 3$ . On observe le passage d'une dynamo stationnaire à une dynamo oscillante.

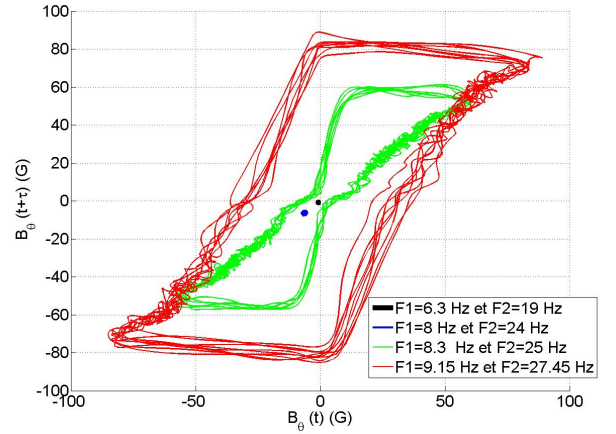


FIGURE 3.84 – Espace des phases temporel pour des mesures où  $F_2/F_1 = 3$  ( passage d'une dynamo stationnaire à une dynamo oscillante).

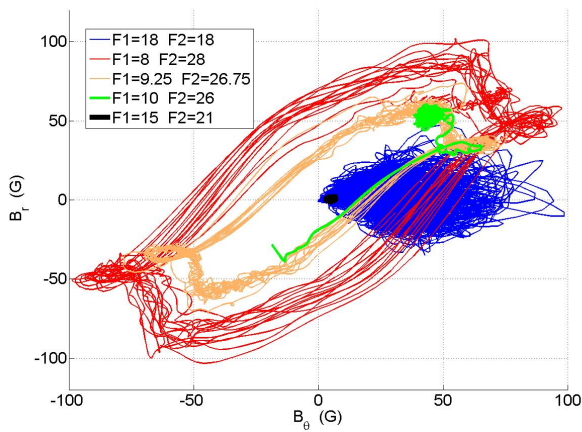


FIGURE 3.85 – Tracé de  $(B_\theta, B_r)$  pour  $F1 + F2 = 36$

**Stat1** bleu  
**Stat2** noir  
**Renv2** orange  
**Stat3** vert  
**Osc3** rouge

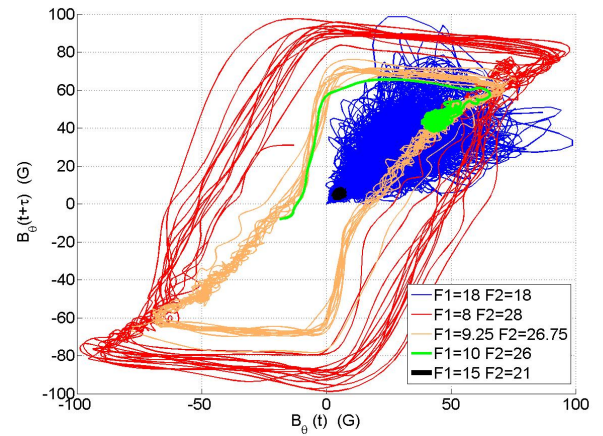


FIGURE 3.86 – Espace des phases temporel pour  $F1 + F2 = 36$

**Stat1** bleu  
**Stat2** noir  
**Renv2** orange  
**Stat3** vert  
**Osc** rouge

Pour une évolution transversale de l'espace des paramètres, le graphique  $(B_\theta, B_r)$  figure 3.85, montre le passage de la première dynamo stationnaire, aux oscillations, en passant successivement par la seconde dynamo stationnaire, la seconde fenêtre d'oscillation, puis la troisième dynamo stationnaire. On remarque une forme analogue pour les régimes oscillants, révélant un mécanisme d'oscillation commun. Une partie du régime transitoire montre que le passage du régime oscillant au troisième régime stationnaire, correspond à un arrêt sur un point haut du cycle d'oscillations. Les observations précédentes se retrouvent sur l'espace des phases temporels (figure 3.86). Enfin on constate que la première dynamo stationnaire, a une dynamique finalement très différente des régimes à fort décalage, à cause du fort taux de fluctuations.

### 3.6.6 Espace des phases pour le premier type de renversements

La méthode précédente est beaucoup moins satisfaisante pour ce régime. Même pour des points de mesure où le capteur est dans la zone où le sodium est au repos, les fluctuations du champ magnétique sont très importantes, ce qui rend les attracteurs difficiles à interpréter.

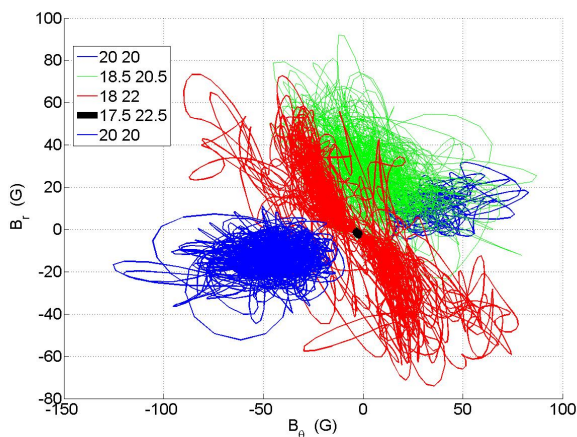


FIGURE 3.87 – Composante radiale en fonction de la composante orthoradiale ( $B_\theta, B_r$ ) pour  $F1 + F2 = 40$ .

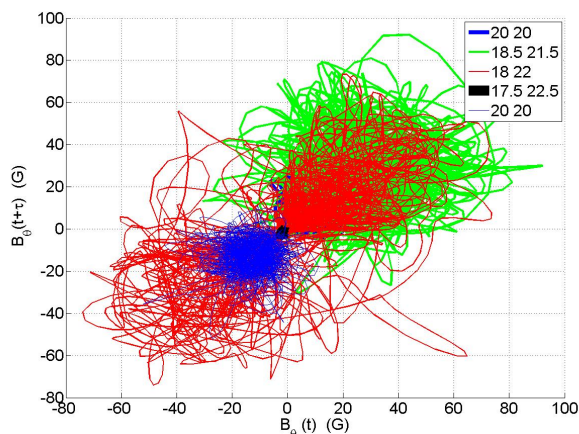


FIGURE 3.88 – Espace des phases temporel pour des mesures à  $F1 + F2 = 40$ .

Sur la figure 3.87, on a tracé la composante radiale en fonction de la composante orthoradiale, pour les mesures encadrant ces renversements (pour  $F1 + F2 = 40$ ). On constate qu'une modification relativement faible des consignes des moteurs, modifie la forme et la position des graphes, traduisant une modification importante des mécanismes de génération du champ. En effet la composante radiale devient relativement importante lorsqu'on s'écarte du cas de contrarotation exacte. Le renversement semble connecter à nouveau un mode stationnaire de haute amplitude très fluctuant au mode de faible amplitude. Cette observation se visualise de manière encore plus convaincante sur l'espace des phases temporel (figure 3.88).

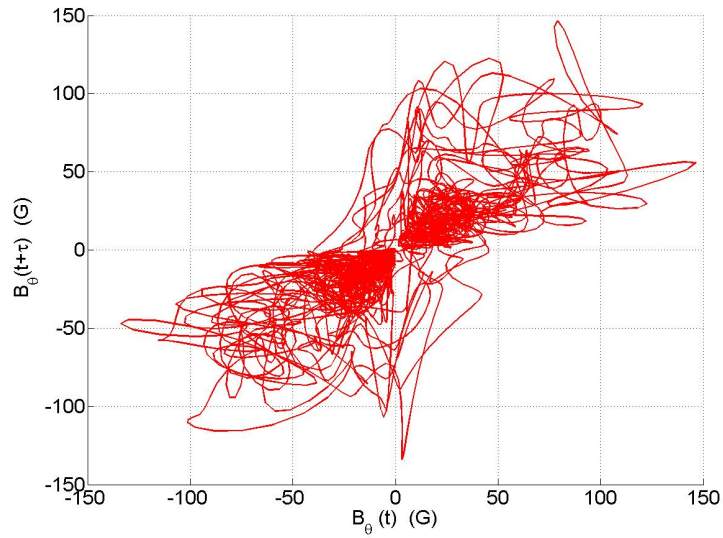


FIGURE 3.89 – Espace des phases pour le régime intermittent  $F1 = 18 Hz$  et  $F2 = 22 Hz$ . On remarque qu'il correspond à l'union du diagramme de phase de **Stat1**, **Renv1** et de **Stat2**.

Enfin le même graphique, réalisé pour le régime intermittent (figure 3.89), montre que ce régime est intimement lié aux renversements précédents. Le champ s'arrête un certain temps sur la dynamo stationnaire de faible amplitude. Ainsi le mécanisme de ce régime semble plus difficile à élucider, même s'il semble lier un mode stationnaire fluctuant, à un mode stationnaire de faible amplitude.

## 3.7 Etude plus détaillée des renversements du champ magnétique

### 3.7.1 Structure d'un renversement

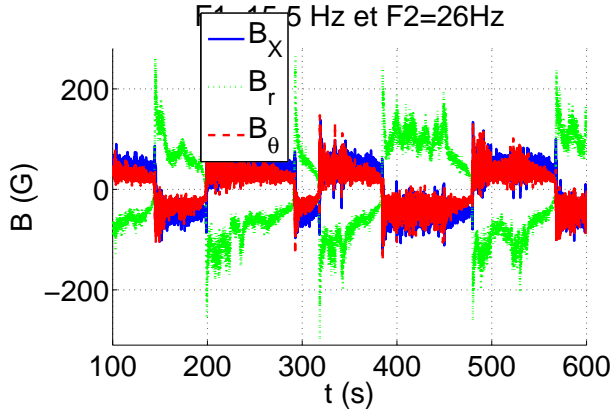


FIGURE 3.90 – Signal de renversements observé pour  $F1 = 15.5 \text{ Hz}$  et  $F2 = 26 \text{ Hz}$  à la position  $X = 121 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = \pi/2$ .

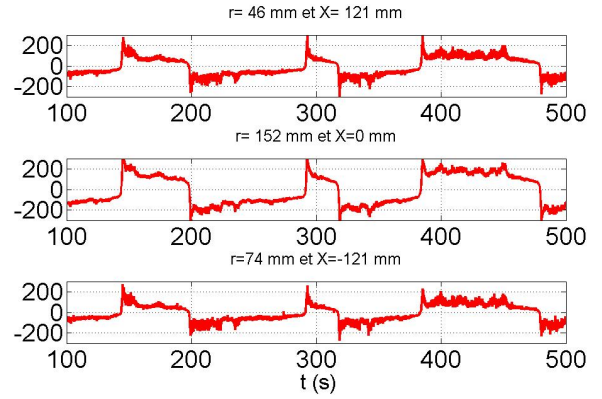


FIGURE 3.91 – Comparaison entre des signaux de renversements observés pour trois positions différentes (composante  $B_\theta$ ).

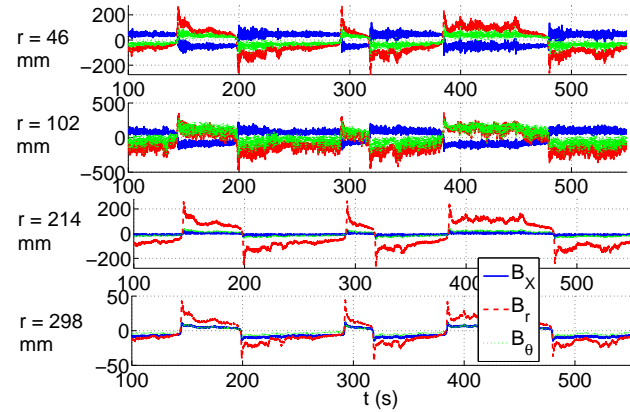


FIGURE 3.92 – Comparaison de la forme d'un signal de renversements pour différents valeurs de  $r$ .

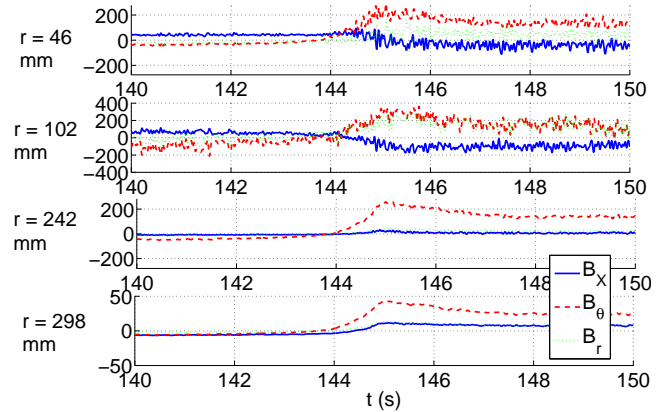


FIGURE 3.93 – Zoom pour un renversement de la figure précédente.

Pour compléter notre étude, on peut enfin décrire la structure spatiale des renversements observés dans la campagne *VKS2j*. Prenons un signal typique de renversements correspondant à la consigne  $F1 = 15.5 \text{ Hz}$  et  $F2 = 26 \text{ Hz}$ , choisi pour avoir plusieurs annulations sur la durée d'enregistrement (figure 3.79). En regardant sur trois capteurs à effet Hall, mesurant la même composante pour trois valeurs de  $X$  différentes, c'est à dire le long de l'axe du cylindre, on voit que le renversement est cohérent et synchrone sur la taille de l'expérience (figure 3.91). De même en se déplaçant radialement sur les capteurs d'une même sonde (figure 3.92), on constate que l'évènement de renversement semble simultané sur les différents capteurs. En regardant plus précisément au moment du renversement sur une échelle de temps plus courte (figure 3.93), on observe une asymétrie entre la phase de descente

et de montée. De plus l'annulation des trois composantes n'est pas simultanée, comme le montre les tracés de la composante axiale en fonction de la composante radiale. On passe plutôt par un point de dynamo stationnaire faible dans l'espace des phases. Enfin on remarque pour les capteurs les plus éloignés, que la composante axiale est faible et est de même signe que la composante orthoradiale. On peut penser qu'en dehors de la zone de production du champ magnétique, le champ n'a plus la géométrie imposé par le mécanisme de production imposant une hélicité magnétique négative, pour le sens de rotation *contra*. Ainsi pour les renversements de *VKS*, la dynamique du champ magnétique semble la même sur la taille de l'expérience, les trois composantes du champ magnétique s'annulent sur toute la cuve presque simultanément, il n'y a pas de rotation à grande échelle du vecteur champ magnétique. En fait la brièveté de l'évènement de renversement et le fort niveau de fluctuations du signal, ne permet pas d'être catégorique sur ce point. Pour aller plus loin, nous pouvons filtrer nos signaux passe bas, à basse fréquence avec une fréquence de coupure de  $2\text{ Hz}$  et comparer le comportement de deux signaux, pour deux points symétriques de l'expérience. En représentant le signal filtré issu de la composante axiale mesurée aux point de position ( $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 74\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ ) en fonction de celui mesuré à la position ( $X = -119\text{ mm}$ ,  $r = 74\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ ), on obtient pour un signal de renversements un cycle, ne passant pas par l'origine ( Fig. 3.94). Par conséquent il apparaît que transitoirement, le signe de la composante axiale n'est pas le même des deux côtés de la cuve. Le champ magnétique s'annulerait d'abord d'un côté puis de l'autre, avec un décalage de l'ordre de  $0.25\text{ s}$ . Ainsi le dipôle axial du mode dynamo, se renverserait en quelque sorte par le passage d'une paroi le long de l'axe du cylindre. A l'instant où le champ magnétique global a l'intensité la plus faible, la géométrie du mode dynamo serait alors semblable à celle d'un quadrupole. Ce scénario global de renversement correspond au modèle de François Pétrélis et Stéphan Fauve [79]. Des mesures supplémentaires dans de prochaines campagnes seraient néanmoins utiles pour l'établir de manière sûre. En effet un filtrage à basse fréquence des données est nécessaire pour faire apparaitre ce comportement, qui fait intervenir un temps caractéristique de l'ordre de la fréquence de coupure.

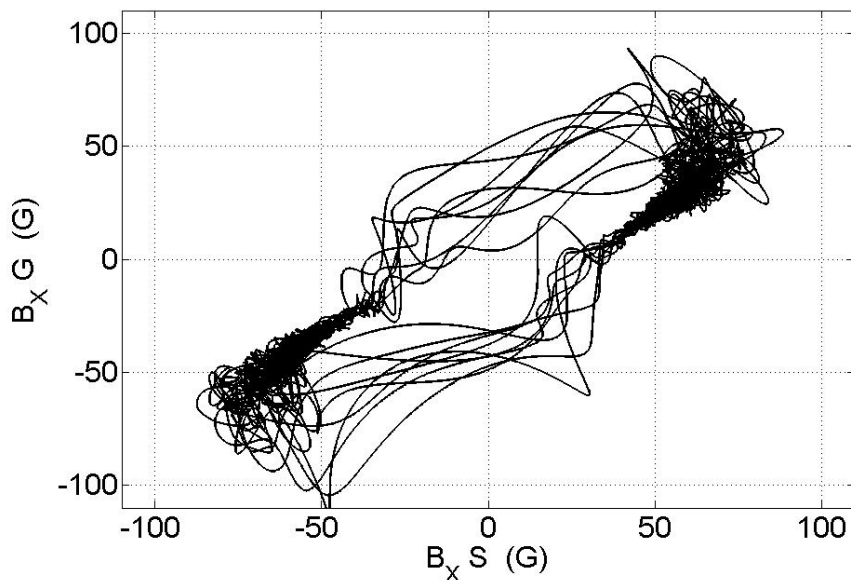


FIGURE 3.94 – Composante axiale mesurée aux point de position ( $X = 119\text{ mm}$ ,  $r = 74\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ ) en fonction de celui mesuré à la position ( $X = -119\text{ mm}$ ,  $r = 74\text{ mm}$ ,  $\theta = 0$ , pour un signal de renversement du second type ( $F1 = 16\text{ Hz}$  et  $F2 = 26.5\text{ Hz}$ ).



### 3.7.2 Retours aux renversements des campagnes antérieures.

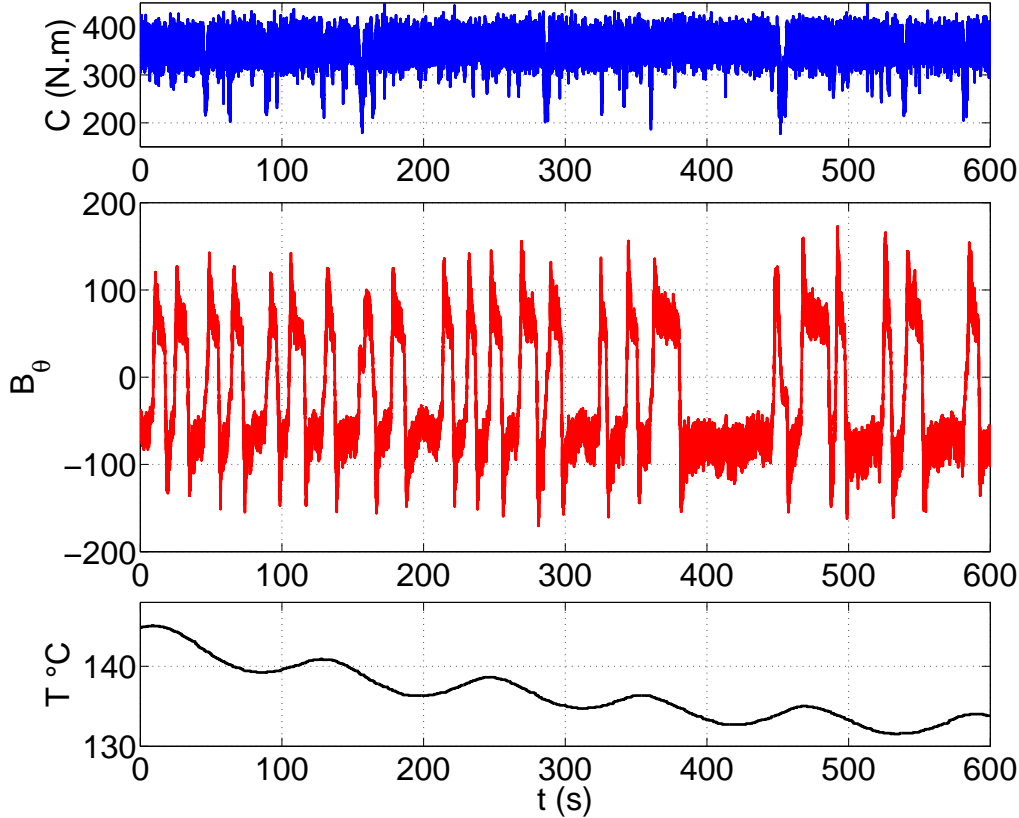


FIGURE 3.95 – Effet d’une descente de température sur les renversements  $F1 = 22Hz$  et  $F2 = 16Hz$  durant  $VKS2h$ . A plus bas  $R_m$ , une oscillation quasipériodique remplace les renversements aléatoires. De plus les chutes de puissance ne sont plus systématiques, pour disparaître quand le comportement devient périodique

Comment peut on lier les renversements de  $VKS2j$  et ceux observés dans les campagnes précédentes. En effet sans doute à cause d’une exploration moins systématique de l’espace des paramètres, le lien entre un régime oscillant et les renversements, n’avait pas été mis aussi clairement en évidence. Une autre différence est aussi due à la présence de l’anneau dans le plan médian. Il introduit en effet un hystérésis sur l’hydrodynamique, lorsqu’on fait varier le décalage de fréquence, comme l’a montré Romain Monchaux dans sa thèse, en mesurant les couples des moteurs. Or le régime oscillant est observable finalement sur une zone relativement étroite dans  $VKS2j$  car dû à l’interaction entre deux modes stationnaires d’amplitude différentes. On peut donc supposer, qu’avec l’anneau cette oscillation soit masquée, à cause d’une transition brutale et hystérétique entre les deux modes stationnaires.

Une mesure de  $VKS2h$ , justifie cette hypothèse. Pour un choix de forçage particulier, pour lequel on observe des renversements, on fait décroître la température lentement de 140 deg à 130 deg, provoquant une augmentation du nombre de Reynolds magnétique de 3%. On observe alors une transition continue sur la figure 3.95 entre des renversements longs apériodiques et une oscillation

quasipériodique. Mais cette mesure montre d’abord que les paramètres pertinents pour décrire la dynamique du champ magnétique, sont effectivement les nombres de Reynolds magnétiques associés aux vitesses des disques. Comme on est proche du seuil de l’instabilité, il est naturel, qu’une légère variation du paramètre de contrôle change la dynamique du champ magnétique. Au contraire du point de vue hydrodynamique, il paraît vraisemblable, que l’écoulement ne soit pas modifié en dépit de la diminution de la viscosité du sodium, quand le nombre de Reynolds est de l’ordre du million. Ensuite on retrouve le lien entre les renversements et un régime oscillant qui devient stationnaire. On remarque aussi que lorsque le signal devient semblable à une oscillation, les événements de renversements ne sont plus associés à des chutes du couple consommé par les moteurs. En effet on attribue ces chutes à des mouvements brusques à grande échelle de la couche de mélange et ce sont ces grandes fluctuations hydrodynamiques qui font passer transitoirement d’une zone où le mode stationnaire est stable, à une zone où il devient oscillant. La variation des paramètres de contrôle permettent de passer dans la zone oscillante, et les fluctuations de l’écoulement ne sont plus nécessaires pour renverser le champ magnétique. En raison de ces différents arguments, on pense donc que les observations de renversements dans les différentes campagnes, relèvent du même mécanisme, bien que la présence de l’anneau a rendu l’interprétation de nos mesures plus complexe. Pour finir notre étude nous étudions une mesure de la campagne *VKS2i*, durant suffisamment longtemps pour observer un grand nombre de renversements.

### Renversements de $VKS2i$ mesurés pendant une heure trente.

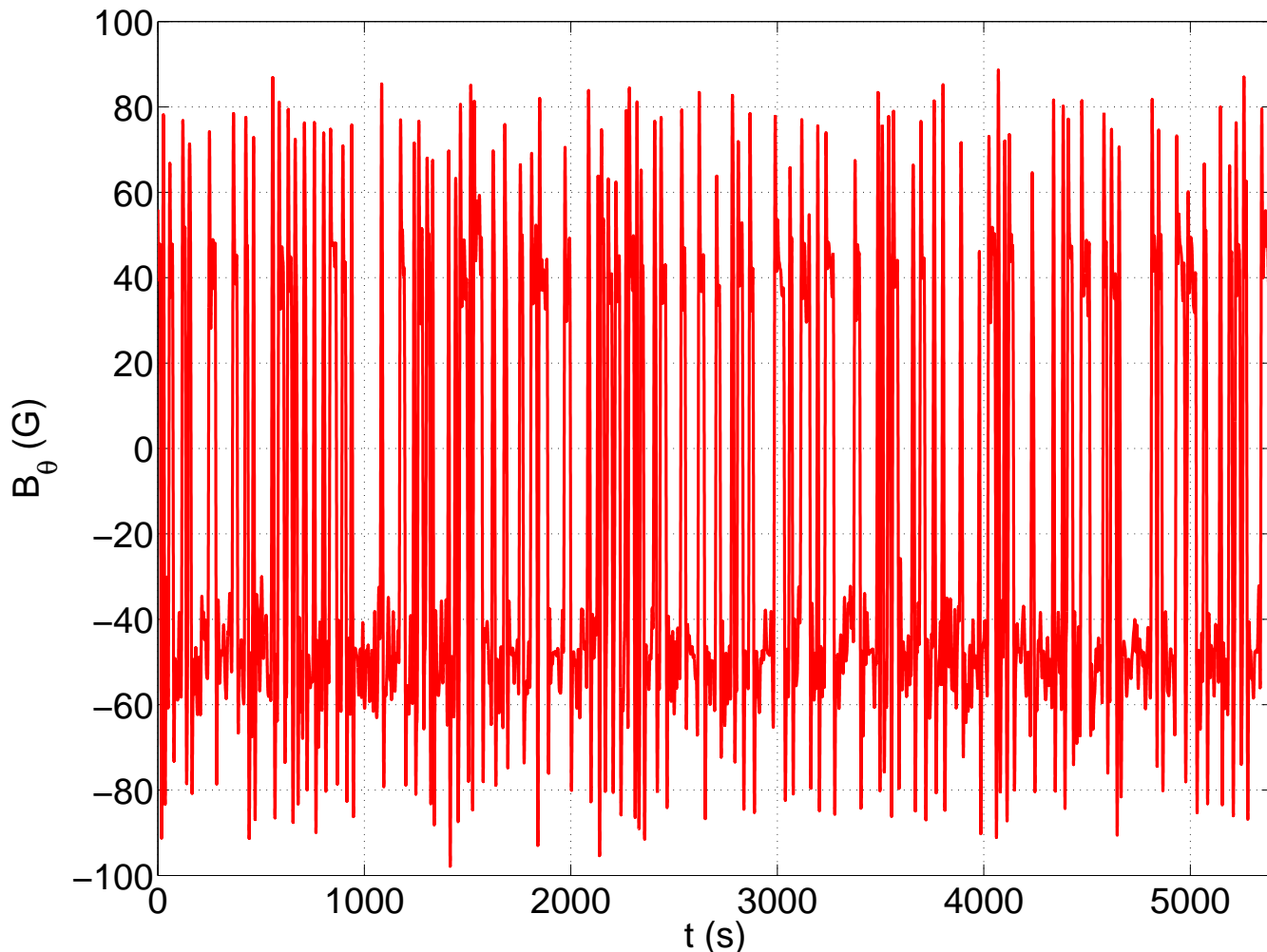


FIGURE 3.96 – Mesure de renversements au cours de la campagne  $VKS2i$ , pour  $F1 = 23 Hz$  et  $F2 = 17 Hz$

Au cours de cette campagne une mesure longue d'une heure trente a été effectuée, comportant une centaine de renversements. Sur la figure 3.96, on trace en fonction du temps  $B_\theta$ , mesuré dans le plan décalé.

On peut alors étudier le temps écoulé entre deux inversions de polarités (figure 3.97). On obtient une distribution plutôt exponentielle (poissonnienne), les renversements seraient aléatoires. De plus on peut représenter la durée du renversement  $i$  en fonction du renversement  $i + 1$  de la précédente (figure 3.98). La figure obtenue ne montre pas de structure évidente. Les renversements ne paraissent pas liés entre eux. En revanche cette application révèle une structure caractéristiques des systèmes présentant du chaos déterministe à faible nombre de degrés de liberté, comme le système de Lorentz ou celui de Rikitake. Ce dernier système a été proposé comme modèle des inversions du champ magnétique terrestre [89] et on propose de le simuler dans un régime chaotique. Les équations s'écrivent

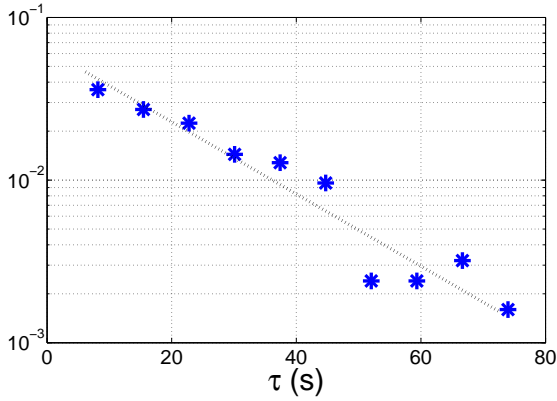


FIGURE 3.97 – Distribution de probabilité du temps entre deux événements de renversements.

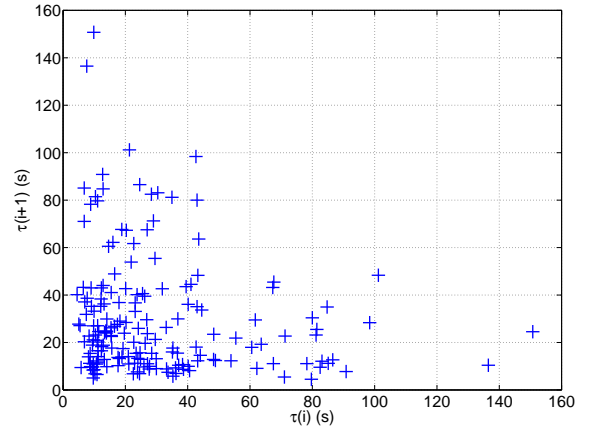


FIGURE 3.98 – On représente la durée du renversement  $i + 1$  en fonction du renversement  $i$ . L'absence d'une structure simple, montre que les instants de renversements ne sont pas liés entre eux.

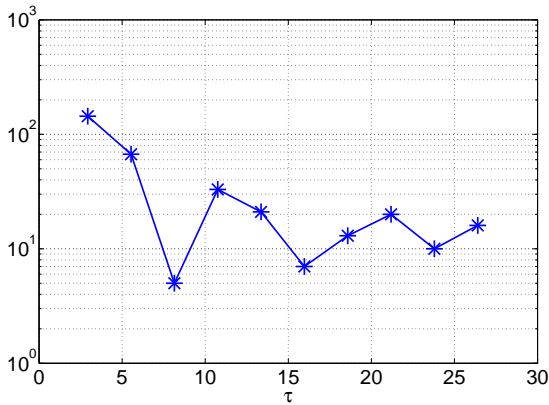


FIGURE 3.99 – Distribution de probabilité du temps entre deux renversements, obtenus en simulant le système de Rikitake pour  $\mu = 1$  et  $K = 2$ .

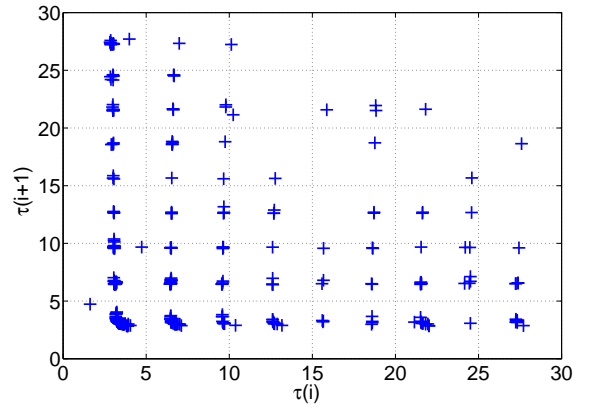


FIGURE 3.100 – On représente la durée du renversement  $i + 1$  en fonction du renversement  $i$  obtenus par la simulation du système de Rikitake pour  $\mu = 1$  et  $K = 2$ . Pour ces paramètres les renversements sont chaotiques, mais l'apparition d'une structure révèle le caractère déterministe de ce chaos.

alors, avec  $A = \mu(K^2 + K^{-2})$  :

$$\dot{X} = -\mu X + Y \cdot Z \quad (3.10)$$

$$\dot{Y} = -\mu Y + X \cdot (Z - A) \quad (3.11)$$

$$\dot{Z} = 1 - XY \quad (3.12)$$

Pour les valeurs de paramètre  $\mu = 1$  et  $K = 2$ , on a obtenu une série d'environ trois cents renversements de la variable  $X$ . La distribution des durées entre deux inversions (figure 3.99) est plus large que pour les renversements expérimentaux. Mais de plus l'application où on trace la durée

du renversement  $i + 1$  en fonction de la durée du renversement  $i$  montre une structure montrant le caractère déterministe du régime (figure 3.100 ). Les valeurs paraissent quantifiées, du fait d'une périodicité sous-jacente. Les événements de renversement sont liés entre eux. Ainsi il apparaît que la dynamo *VKS* diffère d'un système chaotique déterministe de basse dimensionnalité. Par conséquent si les signaux expérimentaux présentent des traits relevant des systèmes chaotiques de basse dimensionnalité pour passer d'une polarité à l'autre, la dynamique pour quitter une polarité semble de nature stochastique.

De plus les espaces des phases obtenus sur ces signaux par la méthode des retards temporels, sont bien convergés (figures 3.101 et 3.102). On confirme à nouveau la réalité de cette notion propre à une dynamique de basse dimensionnalité. L'existence d'une trajectoire exprime la reproductibilité des événements de renversements. Enfin sur cette figure, les phases stationnaires apparaissent comme deux points fixes, où le système reste durant un temps long. La figure à trois dimensions semble moins bruitée, montrant que la dynamique du système devrait être mieux décrite dans un espace tridimensionnel, mais sans imposer, qu'il y ait effectivement trois modes dynamos en interaction.

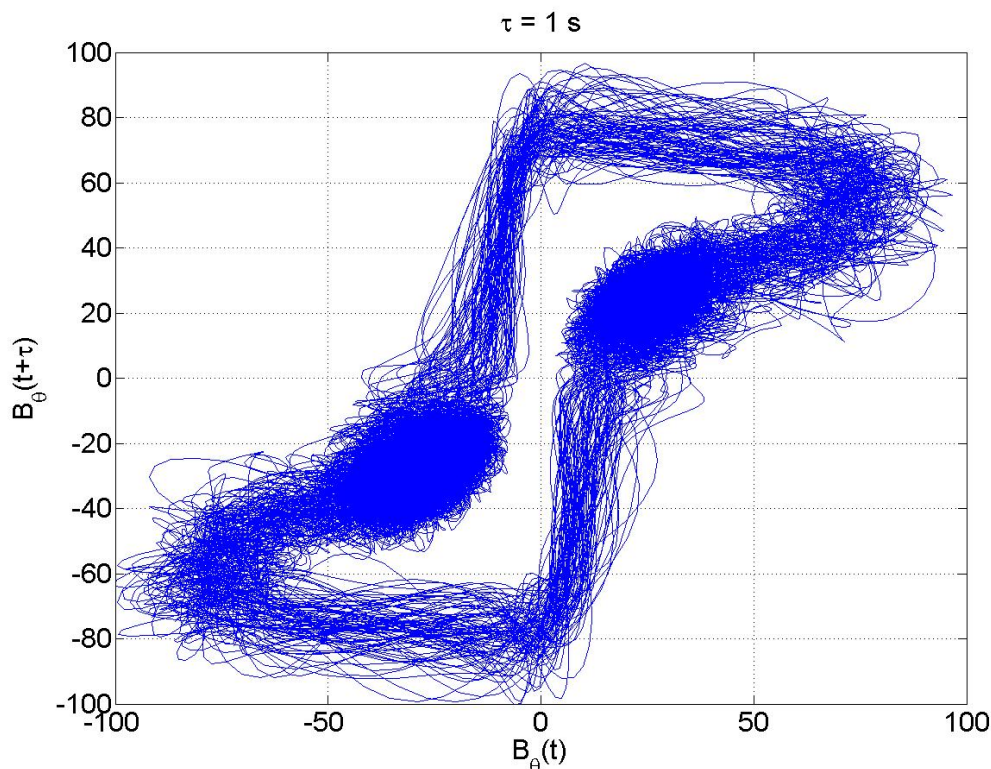


FIGURE 3.101 – Espace des phases bidimensionnel par la méthode des retards temporels sur un long signal de renversements.

### 3.7.3 Bilan sur les renversements dans *VKS*

Nous avons donc montré que les renversements observés au cours de cette campagne semblent correspondre au régime frontière entre une dynamo oscillante et une dynamo stationnaire. Le mécanisme de l'oscillation relevant d'une bifurcation noeud-col globale, créant un cycle quand les points fixes et instables fusionnent. Proche de la bifurcation, la période diverge et on obtient la différence d'échelle

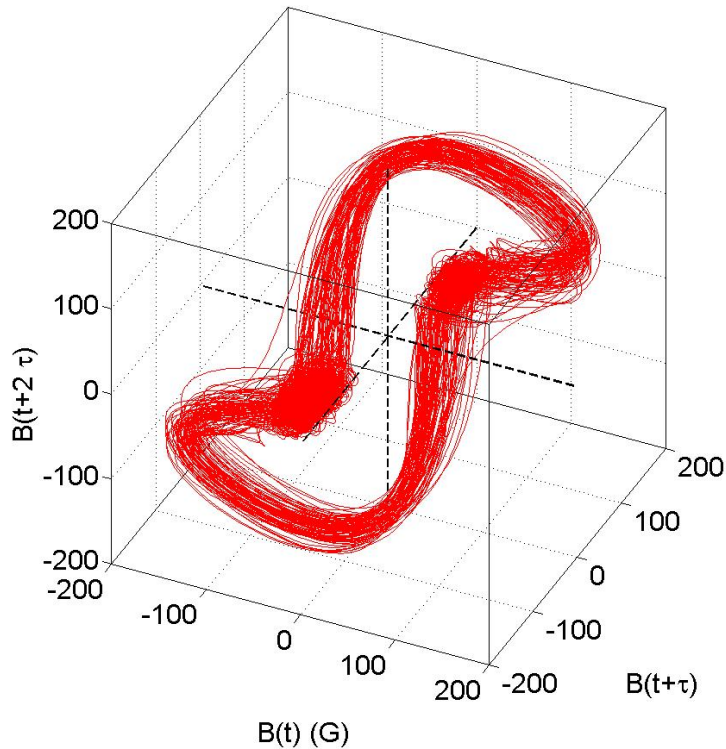


FIGURE 3.102 – Espace des phases tridimensionnel par la méthode des retards temporel sur un long signal de renversements.

de temps caractéristique entre les longues phases stationnaires et les courtes phases d'annulation et recroissance du champ. L'ajout de fluctuations turbulentes, devrait permettre dans une zone de l'espace des paramètres où la dynamo est stationnaire, de passer transitoirement dans la zone où la dynamo est oscillante et le champ se renverse à ce moment. La turbulence apporte alors le caractère aléatoire du temps entre renversements. Des modèles analogues sont décrits dans les articles *Why dynamos are prone to reversals* [98] de Stefani *et al* et *The oscillatory nature of the geomagnetic field during reversals* [68] de Narteau. Pour ces deux articles, simulant numériquement des modèles de dynamo  $\alpha - \omega$  soumis à un bruit spatiotemporel, les renversements sont associés à des oscillations de relaxation. Les fluctuations font passer transitoirement le champ magnétique sur la branche d'oscillation lors du renversement. Enfin les différents résultats de *VKS2* sont en accord le scénario d'apparition des renversements proposé par François Pétrélis et Stéphan Fauve [79], utilisant explicitement une bifurcation noeud-col globale. Ces deux auteurs ont réussi à reproduire des évolutions comparables aux signaux expérimentaux en simulant des équations d'amplitude bruitées. Dans cette classe de modèle, on reproduit la dynamique du champ magnétique, par un système dynamique de dimension deux en présence de bruit multiplicatif. Encore une fois, ça n'implique pas, que la dynamique du champ magnétique soit effectivement de dimension deux. En particulier le bruit introduit dans les modèles, peut représenter les fluctuations turbulentes, mais aussi l'effet de la dynamique de modes supplémentaires interagissant.

Il existe par ailleurs d'autres modèles expliquant les renversements du champ magnétique terrestre. La reproductibilité de la dynamique des renversements permet d'exclure *a priori* les modèles stochastiques pour expliquer nos observations. Par exemple le modèle de Peter Hoyng [45], consiste à

soumettre à un bruit multiplicatif, un système de trois équations couplées possédant deux points fixes stables symétriques. Lorsque l'amplitude du bruit est suffisante, il devient possible de passer d'une position d'équilibre à l'autre, mais la trajectoire dans l'espace des phases alors n'est pas unique. Enfin un type de mécanisme intéressant au vu de nos mesures, sont ceux attribuant les renversements à des cycles hétéroclines [59, 4]. Dans des modèles décrivant dynamique de modes dynamos en interaction, couplés ou non à des modes du champ de vitesse, pour des valeurs particulières des paramètres, le champ magnétique peut décrire des orbites hétéroclines joignant les points fixes du système. Sur chacun, le champ magnétique arrive sur une direction stable et le quitte par une direction instable. Le cycle correspondant à la jonction des trois orbites hétéroclines, se traduit aussi par une trajectoire unique dans l'espace des phases. Pour qu'un cycle hétérocline structurellement stable existe trois degrés de liberté sont nécessaires et le système doit posséder certaines symétries [4]. Encore une fois, il semble que les fluctuations turbulentes soient nécessaires pour obtenir la dynamique chaotique des renversements expérimentaux et aussi pour que le cycle soit décrit en un temps fini.

L'expérience *VKS* est la seule expérience permettant d'étudier expérimentalement, le renversement du champ magnétique. A partir de ces données, on a pu proposer un mécanisme valable expliquant la nature et l'occurrence de ce phénomène. Mais on peut se demander si nos observations présentent un intérêt du point de vue géophysique. La forme des signaux fait immédiatement penser aux renversements du champ magnétique terrestre au cours des temps géologiques, tels qu'on les reconstruit à partir des mesures de champ rémanent de sédiments. Néanmoins il faut être conscient que notre expérience demeure très loin de la situation régnant dans le noyau externe de la Terre. Dans notre expérience, la force de Coriolis n'intervient pas pour structurer l'écoulement. Le forçage est inertiel et régulé en vitesse, à la place de la convection thermique et solutale due au refroidissement de la Terre et à la solidification du noyau interne. Néanmoins notre expérience montre que pour un forçage en régime stationnaire, on observe naturellement pour des points particuliers de l'espace des paramètres des renversements du dipôle produit par effet dynamo. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir une perturbation de l'écoulement, comme l'émission d'un panache, pour que le champ se renverse. Il ne s'agit pas non plus d'un passage transitoire sous le seuil d'instabilité, car dans l'espace des paramètres, les zones de renversements et d'oscillations sont précédées pour des valeurs de  $R_m$  plus faibles, par des zones de dynamo stationnaire de faible amplitude. En même temps, le cas des renversements induits par les transitions hydrodynamiques particulières causées par l'anneau, montre que les perturbations de l'écoulement peuvent servir à déclencher plus fréquemment des renversements à partir d'un régime stationnaire et c'est dans cette configuration que nous avons rencontré les signaux les plus spectaculaires [8].

### 3.8 Comparaison des résultats de la campagne *VKS2j*, avec les campagnes précédentes

Au vu des résultats des précédentes campagnes, dont on peut trouver un résumé en annexe, les dynamos produites au cours de la campagne *VKS2j*, sont semblables aux dynamos obtenues précédemment. L'absence de dynamo contrarotative dans le sens de rotation *anticontra* dans *VKS2j*, constitue la principale différence. Pour le sens *contra*, la présence de l'anneau apporte quelques modifications mineures à la dynamo stationnaire en contrarotation exacte. L'anneau réduit l'amplitude de la composante radiale et a un effet sur les fluctuations à basse fréquence (voir partie 5).

L'allure globale de l'espace des paramètres reste qualitativement proche de celui correspondant aux campagnes précédentes. Néanmoins dans le détail, la position des transitions et le comportement temporel des régimes dynamiques diffèrent par rapport aux précédentes campagnes. On perd certains

régimes (basculements, bursts, extinctions), peut-être à cause du retrait de l'anneau, qui introduit un comportement hydrodynamique complexe de l'expérience, mais d'autres phénomènes tout-aussi intéressants apparaissent, comme le régime **Renv1**, parfois intermittent.

Encore une fois, on constate la robustesse de la dynamo produite dans l'expérience *VKS*, face aux fluctuations turbulentes. En effet l'ajout de l'anneau, avait pour but de renforcer l'écoulement moyen, en réduisant les fluctuations à grandes échelles due au mouvement de la couche de mélange. Ainsi la perturbation de l'écoulement moyen ne modifie que légèrement le mode dynamo.





# Chapitre 4

## Induction par un écoulement turbulent dans l'expérience *D24 Gallium*

### 4.1 Principe des mesures d'induction.

Les phénomènes magnétohydrodynamiques d'une expérience sous le seuil de l'effet dynamo modifie un champ magnétique imposé par des effets d'induction. Ainsi les expériences *Von Karman Gallium*, *Von Karman Sodium 1* et *D24 Gallium* furent largement utilisées pour mesurer le champ magnétique induit. Précisons le protocole expérimental. On impose un champ magnétique produit le plus souvent par un bobinage parcouru par un courant électrique, sur un écoulement de métal liquide en régime statistiquement stationnaire. On mesure ensuite la modification du champ magnétique par rapport au champ imposé, du fait de l'apparition d'une composante de champ magnétique induite par le mouvement du métal. On adopte l'approche utilisée dans la thèse de François Pétrélis [80], dans laquelle on interprète le phénomène d'induction comme la réponse magnétique du système à travers l'équation de l'induction, puis on étudie les propriétés statistiques de cette réponse. On décompose le champ magnétique  $\vec{B}$  comme la somme du champ magnétique imposé  $\vec{B}_0$  (supposé homogène et constant) et du champ magnétique induit  $\vec{b}$ . Alors le champ magnétique induit vérifie :

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = r\vec{\otimes}t(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) + r\vec{\otimes}t(\vec{v} \wedge \vec{b}) + \eta \Delta \vec{b}$$

Dans nos expériences le champ de vitesse n'est pas ou peu influencé par le champ magnétique. La condition nécessaire revient à ce que le paramètre d'interaction défini pour une expérience d'induction par  $N = \frac{\sigma B_0^2 L}{\rho V}$  soit petit devant un.

Supposons dans un premier temps que le nombre de Reynolds magnétique  $Rm = \frac{LV}{\eta}$  avec  $\eta = \frac{1}{\mu_0 \sigma}$ , soit suffisamment petit pour que le champ induit reste petit devant le champ imposé. Alors le champ induit vérifie :  $r\vec{\otimes}t(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) = -\Delta \vec{b}$ . Dans ces conditions le champ induit est linéaire avec le champ magnétique appliqué  $\vec{B}_0$  et la vitesse de l'écoulement, donc d'une manière globale avec le nombre de Reynolds magnétique. Néanmoins, pour certains mécanismes en deux étapes, comme l'effet Parker, on peut avoir une dépendance non linéaire (quadratique pour l'effet Parker) avec le nombre de Reynolds magnétique, si le terme  $r\vec{\otimes}t(\vec{v} \wedge \vec{b})$  intervient. Enfin pour les mécanismes du premier ordre en champ induit, on peut souvent assimiler le terme  $r\vec{\otimes}t(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ , à  $\vec{B}_0 \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_0}$ , où  $x_0$

est la coordonnée dans la direction du champ appliqué. Ainsi une mesure d'induction permet de sonder indirectement les gradients de vitesse parallèlement au champ appliqué. Cette approche peut être utile pour comprendre certains effets d'induction. Notre travail consiste à étudier les propriétés statistiques du signal pour une position du capteur sur un temps d'acquisition de l'ordre de la centaine de secondes en fixant l'amplitude du forçage et celle du champ appliqué. L'étude de la dépendance spatiale des effets d'induction est assez complexe, et assez difficile à mettre en oeuvre, sachant qu'on réalise des mesures locales avec un nombre limité de capteurs. La plupart du temps, on s'est contenté d'identifier le mécanisme en jeu, en mesurant la dépendance en  $R_m$  et en remarquant quelle composante est amplifiée. Du fait de la dynamique du champ de vitesse turbulent, le signal de champ magnétique présente de nombreuses fluctuations temporelles. L'étude de ces fluctuations, nécessaire pour la compréhension de l'induction fera l'objet de la partie 5. Dans cette partie, on mesure en fonction des paramètres du forçage la moyenne  $\langle B_i \rangle = \frac{1}{T_{acq}} \int_0^{T_{acq}} B_i(t) dt$  et la déviation standard  $\sigma_{B_i} = \left( \frac{1}{T_{acq}} \int_0^{T_{acq}} B_i(t)^2 dt \right)^{1/2}$ , où  $T_{acq}$  est le temps d'acquisition, supposé suffisant pour avoir une convergence de ces valeurs. Par abus de langage, on assimilera la déviation standard du champ magnétique à l'amplitude des fluctuations.

Quel est l'intérêt de ce type de mesures ? Comprendre les phénomènes d'induction, permet d'identifier les phénomènes d'amplification du champ magnétique à l'oeuvre dans l'effet dynamo, et de tester le rôle de l'écoulement dans ce processus. En particulier, un des buts de l'expérience *D24 Gallium* est d'étudier les propriétés d'induction d'un écoulement où la vitesse moyenne reste faible devant les fluctuations, dans une situation proche de la turbulence homogène isotrope.

Dans les parties suivantes, nous décrivons en détail ces mesures pour plusieurs configurations de forçage ( introduites dans la partie 2). On commence par des écoulements axisymétriques engendrés par la rotation de deux hélices. Le but est de comparer le phénomène d'induction dans notre expérience et dans celles présentant une géométrie similaire comme *VKG* et *VKS*. On étudie ensuite les écoulements non axisymétriques. Un écoulement cohérent sur la taille de la cuve, comme l'écoulement *VD*, présente de fortes propriétés d'induction. En revanche pour des écoulements présentant un fort taux de fluctuation et relativement peu d'écoulement moyen, comme l'écoulement *4HA*, l'induction moyenne est faible, tandis que les fluctuations du champ magnétique induit croissent linéairement avec  $R_m$ .

## 4.2 Montage à deux hélices

Pour relier nos résultats d'induction à une expérience connue, décrivons tout d'abord le cas d'un forçage proche de l'expérience *Von Karman Gallium*. Pour cela les deux hélices centrées sont mises en contrarotation tout en aspirant le fluide du centre de la cuve. L'écoulement produit est alors assez proche d'un écoulement de Von Karman, contrarotatif. Nos mesures pourront être comparées aux expériences d'induction de Philippe Odier dans *VKG* [74] (figure 4.1) et de la collaboration VKS dans *VKS1* [13] [78] .

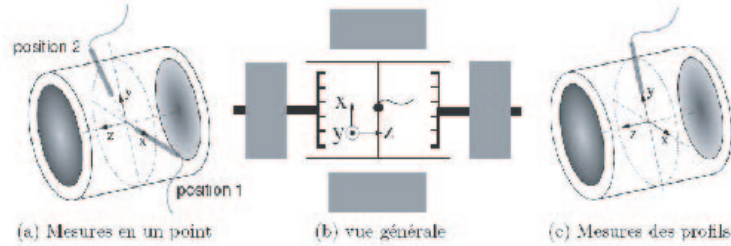


FIGURE 4.1 – Schéma de l'expérience *Von Karman Gallium* tiré de la thèse de Romain Volk [105]. Les disques sont contrarotatifs. Le rayon de la cuve est de  $100\text{ mm}$  et sa longueur de  $320\text{ mm}$ .

### 4.2.1 Induction en champ transverse

Les deux hélices en face l'une de l'autre sont mises en contrarotation jusqu'à  $50\text{ Hz}$ , chacune aspirant le fluide au centre. La sonde trois axes du gaussmètre est placée dans le plan médian de l'expérience, alignée avec le champ magnétique appliqué selon  $O_Y$ , la zone active étant à  $50\text{ mm}$  du centre. Pour cette expérience nous avons bénéficié d'un second gaussmètre, équipé d'une sonde plate 1 axe de largeur  $2\text{ mm}$ . Nous l'avons glissé dans un tube d'acier inoxydable aplati à  $4\text{ mm}$ . Le champ devrait être moyenné sur une taille de  $4\text{ mm}$  avec cette sonde au lieu de  $10\text{ mm}$  avec la sonde 3 axes. La sonde plate est placée symétriquement à l'autre sonde, alignée avec  $O_Y$ , à  $5\text{ cm}$  du centre, la composante mesurée étant  $B_X$ . On vérifie que lorsqu'on modifie la valeur du champ magnétique appliqué le champ induit varie linéairement, tandis que les grandeurs hydrodynamiques restent inchangées. Le champ appliqué est alors choisi égal à  $200\text{ G}$  au point de mesure, ce qui permet d'avoir une bonne sensibilité pour les mesures de flux, sans changer l'écoulement.

### Induction pour un écoulement contrarotatif

La première série de mesures a été faite en mettant la sonde de champ magnétique dans le plan médian. Sur la figure 4.3, l'écart type de la pression est linéaire avec le nombre de Reynolds au carré. On retrouve la loi d'évolution attendue, ce qui valide le comportement hydrodynamique de l'expérience.

L'induction majoritaire se fait perpendiculairement au champ appliqué (fig 4.4). La valeur moyenne de la composante induite est linéaire avec  $R_m$ . L'effet reste assez faible dans cette configuration et cette position de sonde, avec au plus  $5\%$  de champ induit. En représentant l'écart type des composantes du champ magnétique (fig 4.5), on observe une variation approximativement linéaire de l'amplitude des fluctuations avec le nombre de Reynolds magnétique. On remarque de plus que les fluctuations sont homogènes sur les différents capteurs.

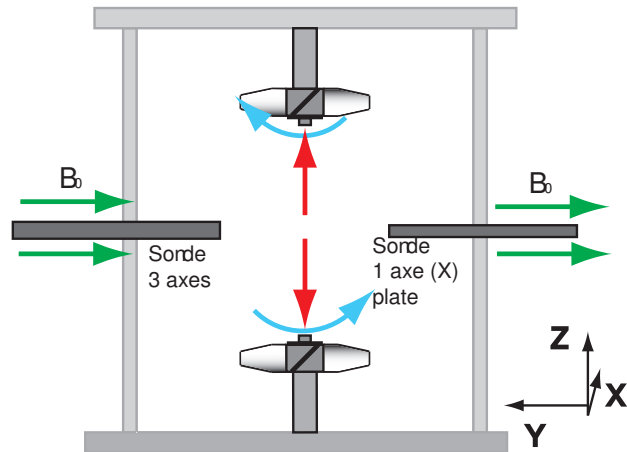


FIGURE 4.2 – Schéma de la cuve vue de face, pour l'induction en champ transverse pour un écoulement contrarotatif

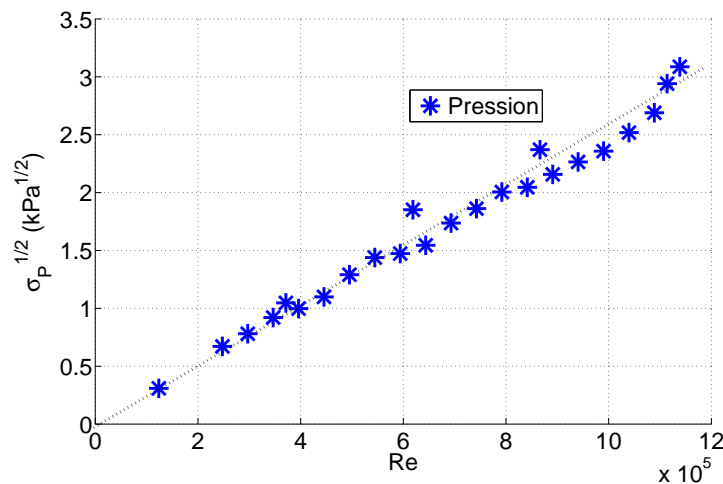


FIGURE 4.3 – Evolution de la racine de l'écart type de la pression dans le plan médian en fonction de  $R_e$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

La mesure du flux sur la section circulaire de l'expérience (fig 4.6), montre aussi une évolution linéaire de l'écart type du flux avec  $R_m$ . La mesure correspondant à une moyenne spatiale sur toute la section, il semblerait qu'elle soit mieux convergée.

Des mesures ont été aussi effectuées en dehors du plan médian, en mettant la sonde trois axes dans un tube vertical, de telle sorte que la zone active soit à un rayon de 5 cm et une hauteur de 5 cm par rapport au centre de la cuve. L'induction reste alors modérée, autant pour la moyenne du champ (Fig 4.7) que pour les fluctuations (Fig 4.8).

Les fluctuations du champ magnétique sont considérablement réduites en dehors de la couche de mélange. Il semblerait que la position de la sonde soit mal choisie, il faudrait que la sonde dans le plan médian soit sur l'axe  $O_X$  perpendiculaire au champ appliqué et distance de 5 cm du centre. Alors on pourrait avoir un effet notable d'induction [105].

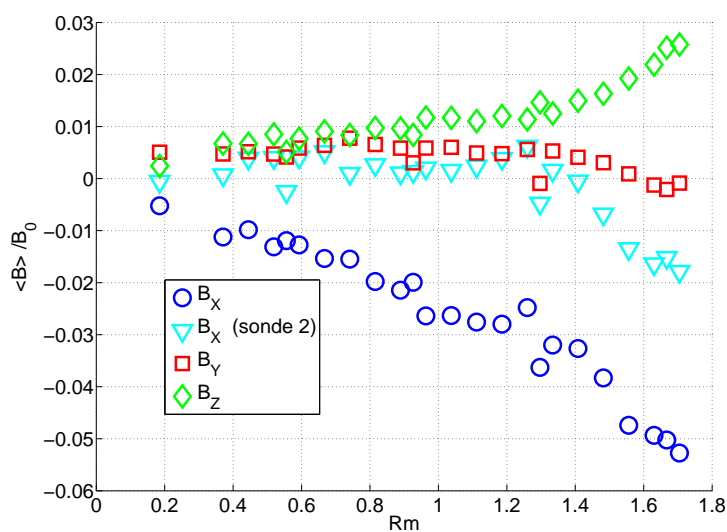


FIGURE 4.4 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

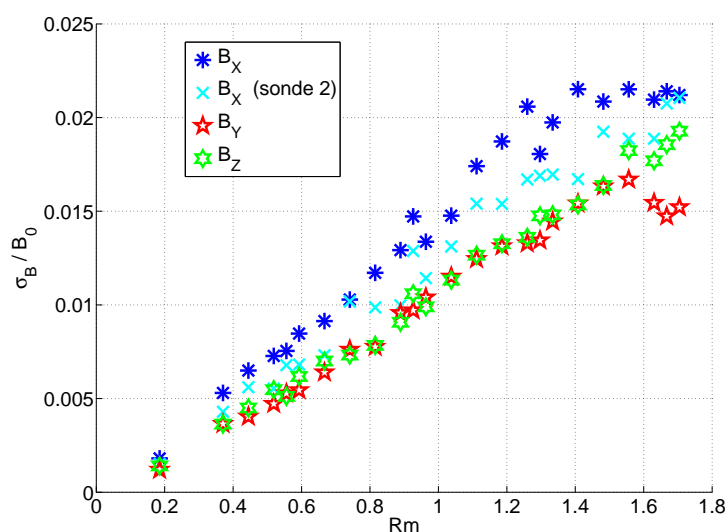


FIGURE 4.5 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

### Induction, lorsqu'on décale les fréquences des moteurs

On remarque sur les mesures présentées, que la composante induite dominante est  $B_X$ , dans le plan médian. La symétrie de l'écoulement par rapport au centre de la cuve interdit normalement, l'apparition de cette composante par induction, comme pour l'induction par un écoulement de Von Karman [80]. Par conséquent l'écoulement est sans doute dissymétrique entre le haut et le bas. Pour vérifier ce point on réalise des mesures complémentaires, où on fait varier la différence  $\Delta f = f_1 - f_2$ , des fréquences de rotation des hélices 1 et 2, tout en conservant la somme des fréquences  $f_1 + f_2 =$

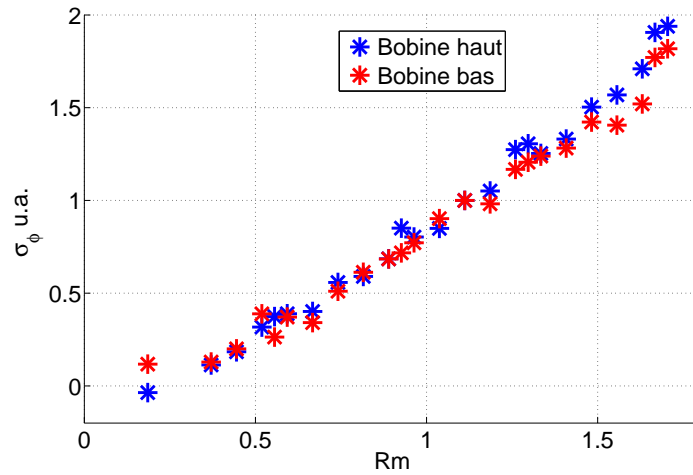


FIGURE 4.6 – Evolution de l'écart type du flux magnétique sur la section du plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

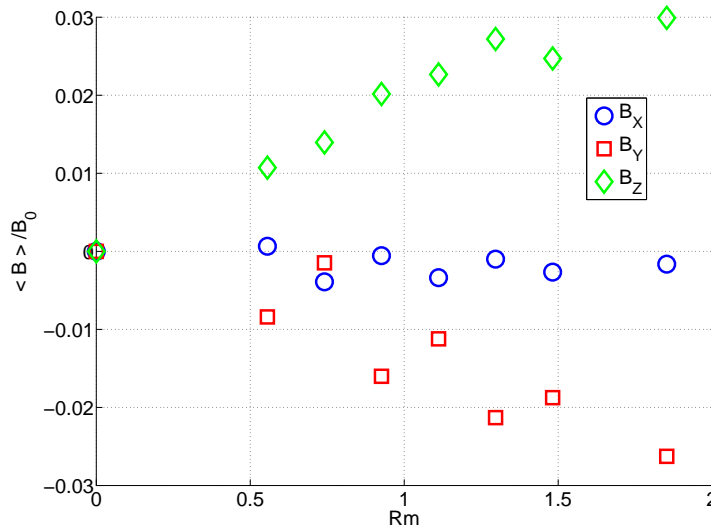


FIGURE 4.7 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en dehors du plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

50 Hz. En représentant la moyenne des composantes en fonction du décalage (fig 4.9), on observe effectivement une annulation de la composante  $B_x$ , pour un décalage proche de  $\Delta_f = 4 Hz$  par rapport à la consigne centrale. La fréquence des moteurs étant vérifiée à l'aide d'un stroboscope, il semble que l'écoulement soit dissymétrique entre le haut et le bas, sans doute à cause de la présence de bulles d'air restant malgré la procédure de dégazage dans le haut de la cuve. On remarque, que pour les grandes valeurs de décalage, on a une induction moyenne de la composante perpendiculaire au champ imposé. Dans ces conditions l'écoulement devient proche de celui produit avec une seule hélice. On devrait avoir alors une rotation globale du fluide, ce qui provoque un phénomène d'expulsion du champ magnétique [75]. Ce phénomène sera étudié plus en détail par la suite.

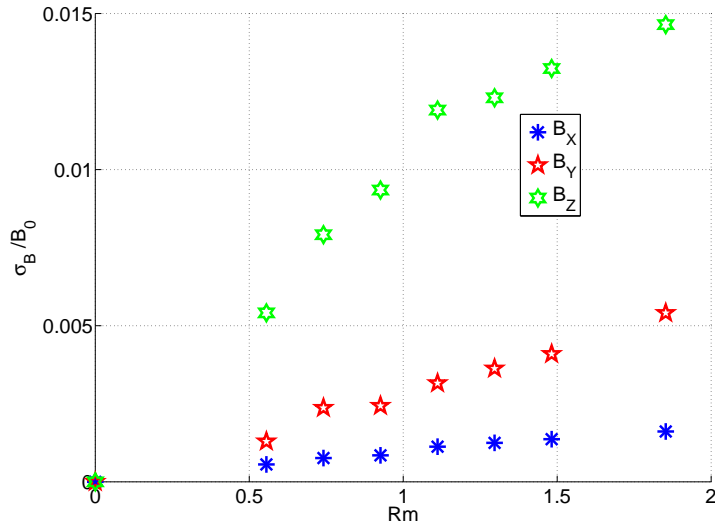


FIGURE 4.8 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique en dehors du plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ transverse.

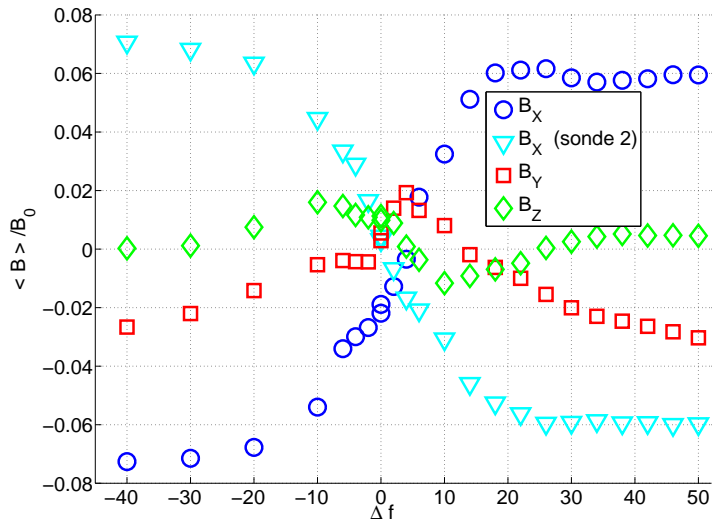


FIGURE 4.9 – Evolution de la moyenne des composantes du champ magnétique induit dans le plan médian en fonction de la différence de fréquence entre le moteur 1 et le moteur 2 en écoulement contrarotatif 2 hélices en champ transverse.

La courbe présentant l'écart type des fluctuations de champ magnétique en fonction du décalage est assez difficile à interpréter : il semble que les fluctuations soient minimales lorsque l'écoulement semble symétrique, et augmentent rapidement pour un faible décalage, sans doute à cause d'une transition entre deux mécanismes différents d'induction. Pour les fort décalages, l'amplitude des fluctuations reste à peu près constant.



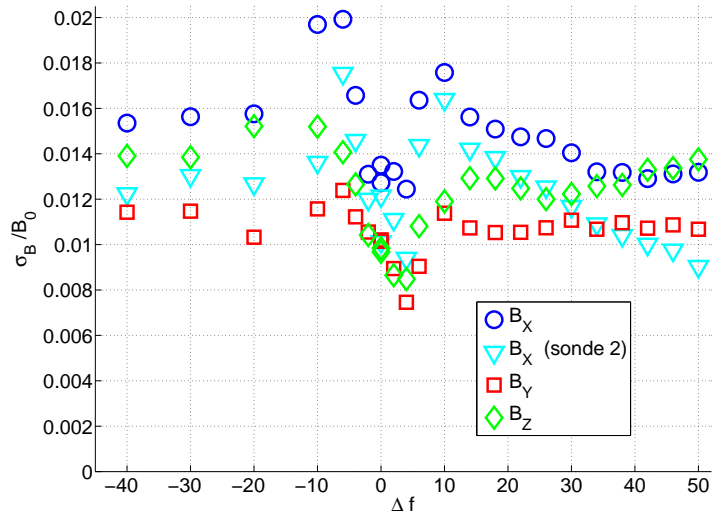


FIGURE 4.10 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique induit dans le plan médian en fonction de la différence de fréquence entre le moteur 1 et le moteur 2 en écoulement contrarotatif 2 hélices en champ transverse.

### Écoulement "*anti Von Karman*"

A titre de remarque, on a fait quelques mesures où on inverse le sens de rotation des deux hélices, qui toujours contrarotatives, expulsent désormais le fluide vers le centre de la cuve. L'évolution des valeurs moyennes dans le plan médian sur la figure 4.11 montre que les phénomènes d'induction sont alors très différents. Il n'y a plus d'induction dans la direction  $X$ , mais celle dans la direction  $Z$  semble rester au même niveau.

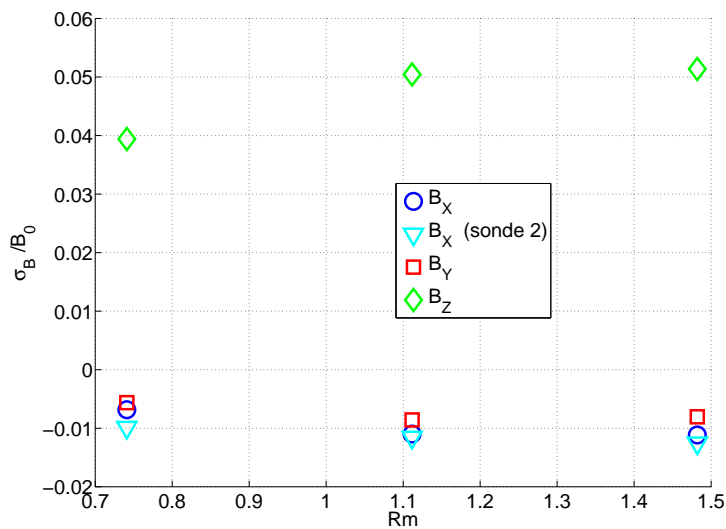


FIGURE 4.11 – Induction en champ transverse pour un écoulement à deux hélices contrarotatives expulsant du fluide, sonde dans le plan médian

### Induction pour un écoulement hélicitaire.

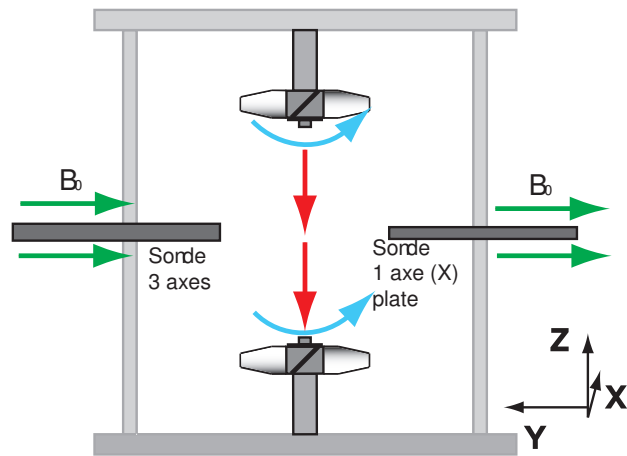


FIGURE 4.12 – Ecoulement à deux hélices corotatives, en champ transverse.

On s'intéresse maintenant à un écoulement produit par deux hélices corotatives. Une hélice éjecte vers le centre de l'expérience, tandis que la seconde aspire depuis le centre. En plus de la rotation, on doit avoir un mouvement vertical au centre avec recirculation par les bords. Dans le sens positif, le pompage est vers le bas et vers le haut dans le sens négatif. On produit ainsi un écoulement hélicitaire au centre de la cuve, proche de la géométrie de l'écoulement de Ponomarenko ( décrit dans [80]). On s'intéresse alors à l'induction dans le plan médian, en appliquant un champ transverse. On attend un effet Parker, c'est à dire la production d'une force électromotrice, dans la direction du champ appliqué [80, 78, 76]. Le courant induit produit un champ perpendiculaire au champ appliqué sur l'axe vertical de l'expérience. La production de champ induit selon  $O_X$  et la diminution de  $B_Y$  avec  $R_m$  s'interprètent comme un phénomène d'expulsion par la rotation. On représente sur la figure 4.13, l'évolution de la moyenne des composantes en fonction de  $R_m$  et encore une fois on remarque une dissymétrie entre les valeurs positives et négatives de  $R_m$ . Le mécanisme de l'effet Parker étant en deux étapes, la composante induite selon  $B_Z$  devrait être proportionnelle à  $R_m^2$  ( figure 4.14). L'évolution est certes non linéaire, mais une croissance en  $R_m^2$  est assez peu convaincante. Les fluctuations du champ magnétique sont linéaires avec  $R_m$  ( figure 4.15) , ainsi que les fluctuations de flux magnétique ( figure 4.16).

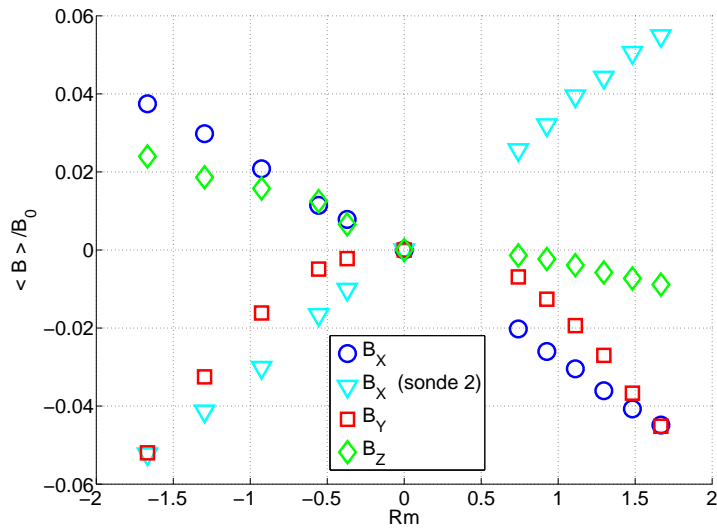


FIGURE 4.13 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ transverse.

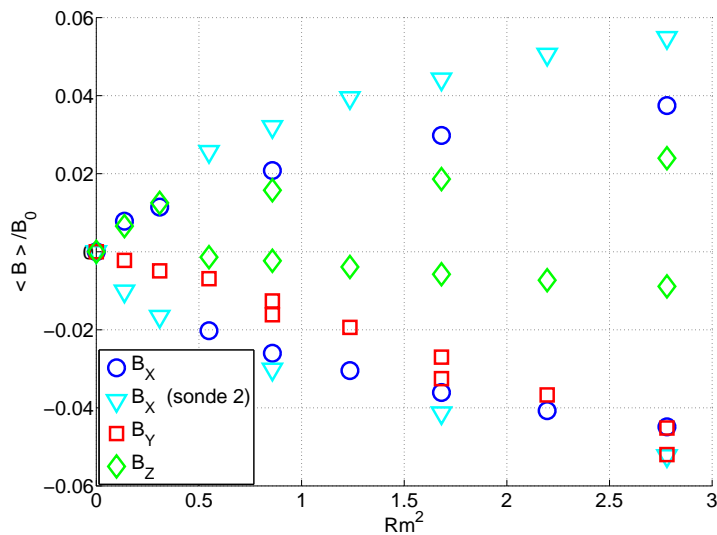


FIGURE 4.14 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m^2$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ transverse.

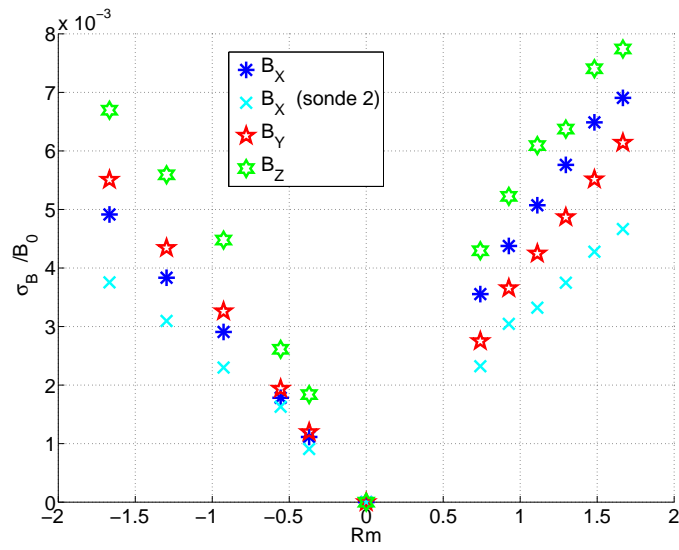


FIGURE 4.15 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ transverse.

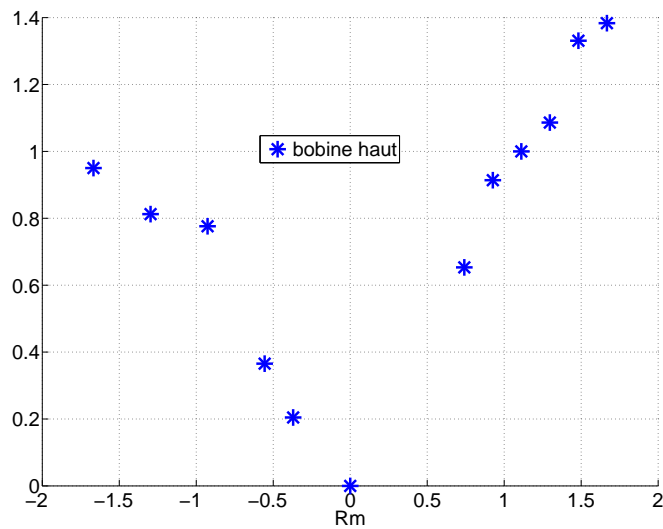


FIGURE 4.16 – Evolution de l'écart type du flux magnétique sur la section du plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ transverse.

## 4.2.2 Induction en champ axial, effet $\omega$

Dans cette partie, on présente les mesures d'induction les plus récentes réalisées par Basile Gallet et Nicolas Mordant, où on utilise le solénoïde enserrant la cuve et produisant un champ vertical (dans l'axe du cylindre) pouvant atteindre  $1700\text{ G}$ . Dans cette configuration, on peut tester l'effet d'induction due à la rotation différentielle de l'écoulement, connu aussi sous le nom d'effet  $\omega$  [63, 25]. En effet la contrarotation des hélices, transforme une part de champ axial en champ azimuthal (voir introduction). Cet effet a été observé expérimentalement par Lehnert en 1958 dans le sodium [52] et depuis a fait l'objet de plusieurs études en utilisant l'écoulement de Von-Karman contrarotatif dans les expériences *VKG* et *VKS1* [76, 16, 105]. Le but est ici de pouvoir comparer l'écoulement utilisé à celui de Von-Karman contrarotatif, pour en déduire en quelque sorte l'efficacité magnétohydrodynamique de notre expérience. Le but était alors d'étudier la magnétohydrodynamique sous champ fort, donc le champ est d'intensité assez élevée ( $900\text{ G}$ ), le paramètre d'interaction est donc non négligeable aux basses vitesses, évoluant entre 0.03 et 0.3 en l'estimant sur la vitesse de l'hélice.

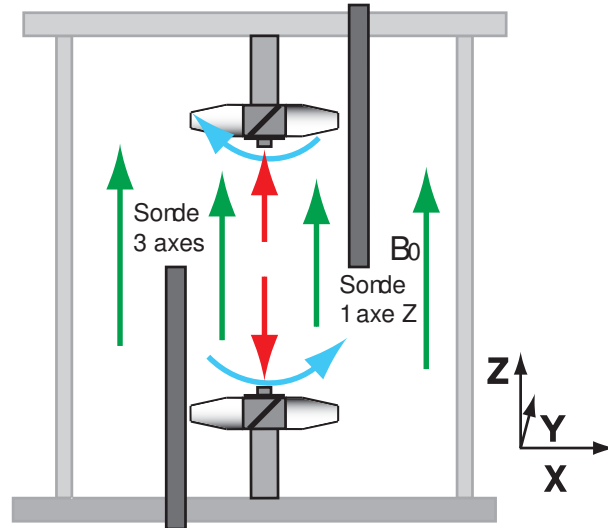


FIGURE 4.17 – Mesures à deux hélices contrarotatives, en champ axial.

On mesure avec la sonde trois axes à la position  $X = -50\text{ mm}$ ,  $Y = 0\text{ mm}$  et  $Z = 0\text{ mm}$  et une sonde un axe à la position  $X = 50\text{ mm}$ ,  $Y = 0\text{ mm}$  et  $Z = 0\text{ mm}$ . On observe la création de la composante orthoradiale, c'est à dire selon  $Y$ , qui croît linéairement avec  $R_m$  sur la figure 4.18. Mais on remarque aussi la croissance de la composante selon  $Z$ . Cet effet s'interprète comme l'effet d'étirement dû à l'aspiration des hélices. Les deux sondes, pour la composante  $B_Z$  donnent le même comportement en raison de l'axisymétrie du montage. Enfin, on observe aussi dans une plus faible mesure une croissance de la composante selon  $X$ . Les fluctuations sont linéaires avec  $R_m$  (figure 4.19), sauf pour les faibles vitesses, où elles doivent être freinées par le champ appliquée. Dans nos mesures l'effet  $\omega$  reste faible (moins de 5 %) et du même ordre de grandeur que l'effet d'étirement.

Cette série de mesure a permis d'étudier aussi l'induction sous champ fort, où le champ induit évolue non linéairement avec le champ imposé. Nous observons une diminution relative de l'efficacité des effets d'induction aussi bien pour la valeur moyenne des composantes perpendiculaires au champ imposé (figure 4.20) que pour la déviation standard de toutes les composantes (figure 4.20). Les

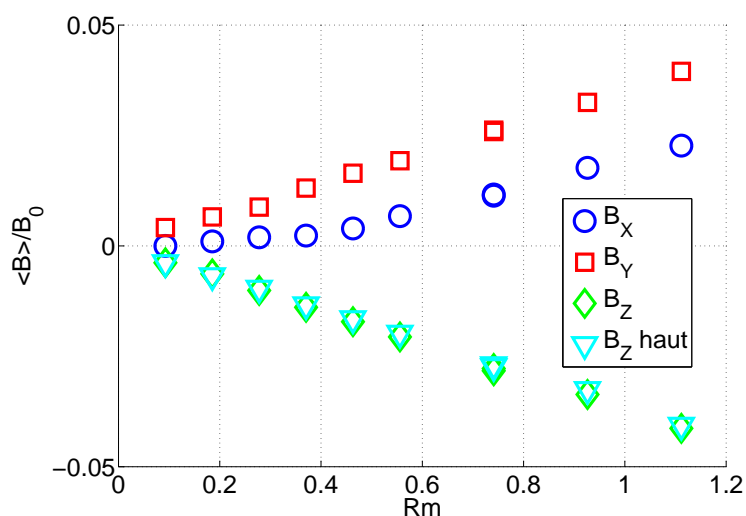


FIGURE 4.18 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ axial. Le champ est fixé à  $900\text{ G}$  et la fréquence de rotation varie entre  $2.5$  et  $30\text{ Hz}$

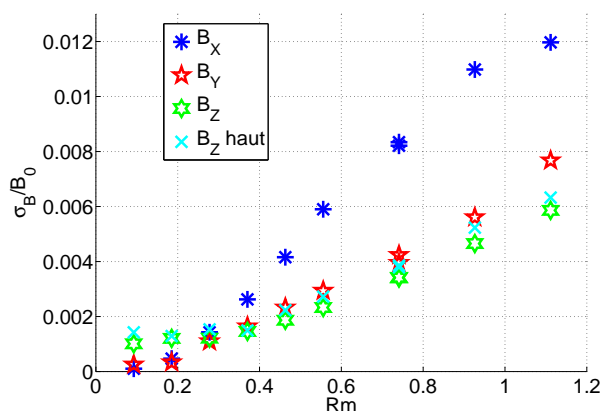


FIGURE 4.19 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement hélicitaire à 2 hélices en champ axial. Le champ est fixé à  $900\text{ G}$  et la fréquence de rotation varie entre  $2.5$  et  $30\text{ Hz}$

effets sont moins spectaculaires que dans les mesures faites par l'équipe de Daniel Lathrop avec un écoulement de type Von-Karman corotatif dans le sodium, où l'écart type du champ magnétique induit a un comportement complexe et non monotone avec le champ appliqué, traduisant un effet de la force de Laplace sur la géométrie de l'écoulement [93]. Dans notre expérience nous relevons un simple freinage, compatible avec l'observation sur des mesures hydrodynamiques d'un freinage magnétique. Cet effet sera étudié dans la partie 7.

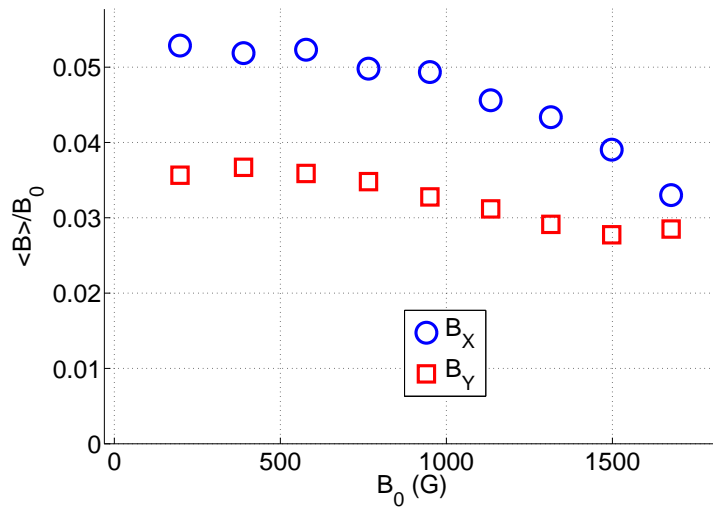


FIGURE 4.20 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction du champ appliqué pour l’écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ axial avec une fréquence de rotation des hélices de 30 Hz.

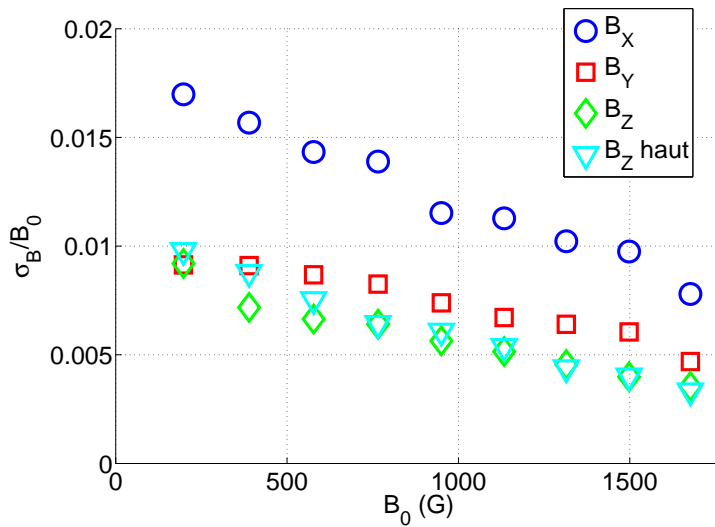


FIGURE 4.21 – Evolution de la déviation standard des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l’écoulement contrarotatif à 2 hélices en champ axial avec une fréquence de rotation des hélices de 30 Hz.

### 4.2.3 Comparaison du forçage par une hélice et par un disque

Nous comparons nos mesures avec celles faites dans l’expérience *VKG* utilisant des disques munis de pales, décrites dans la thèse de Romain Volk [105]. Il utilise une définition du nombre de Reynolds magnétique basé sur le rayon extérieur de la cuve et un coefficient d’efficacité. En multipliant par un facteur 0.82 son nombre de Reynolds on revient à une valeur définie par la vitesse de bord de pales et le rayon du disque, comme la notre. On remarque que l’expérience *VKG* peut atteindre

pour l'écoulement contrarotatif de type Von-Karman des valeurs de  $R_m$  allant jusqu'à 5.5, tandis que l'expérience  $D24$  atteint 1.6 pour cet écoulement. On se ramène à une valeur du Reynolds magnétique égale à un pour faire la comparaison. Commençons par l'induction en champ axial. Pour l'effet  $\omega$ , on a alors un rapport du champ induit moyen sur le champ imposé de l'ordre de 5% pour  $VKG$  et 3,5% pour  $D24$  (en mesurant dans le plan médian à une distance du centre valant la moitié du rayon de la cuve). Pour l'induction dans l'axe du cylindre due à l'étirement ce rapport vaut de l'ordre de 2% dans  $VKG$ , mais de 3,5% pour  $D24$ .

En ce qui concerne l'induction en champ transverse dans le plan médian, les résultats sont plus difficiles à comparer avec ceux de Lyon, du fait de la dissymétrie de notre montage (la composante induite n'est pas celle attendue). De même pour l'écoulement hélicitaire, la comparaison est difficile, car les écoulements utilisés sont différents dans les deux cas, avec un seul disque en mouvement dans  $VKG$ , deux hélices corotatives dans  $D24$ . Il apparaît qu'aux défauts du montage près, l'entraînement par un disque muni de pales et celui par une hélice telle que nous l'utilisons ne présentent pas de différences fondamentales du point de vue de la magnétohydrodynamique. L'hélice semble avoir un pompage plus important par rapport à la rotation que le disque, soit en termes plus techniques, l'écoulement produit par l'hélice a un rapport poloïdal toroïdal, plus important que celui du disque à pales droites. Le paramètre pertinent pour ces effets d'induction semble être le nombre de Reynolds magnétique construit sur la vitesse en bord de pales (ce qui est quasiment la valeur de la vitesse maximale du fluide) et le rayon du disque. Comparons la puissance nécessaire  $P$  pour mettre le disque ou l'hélice en rotation. L'analyse dimensionnelle en régime turbulent donne  $P = K_p \rho R^5 (2\pi f_{rot})^3$ , avec  $K_p$  un coefficient sans dimension et  $R$  le rayon de l'hélice ou du disque. Pour  $VKG$ , en contrarotation,  $K_p$  vaut 0.14 [105]. Dans notre cas à partir de la lecture des intensités consommées par les moteurs lors des mesures à deux hélices contrarotatives, on évalue  $K_p$  à 0.35.

On peut avoir un ordre de grandeur de ce coefficient en évaluant la puissance injectée par l'hélice dans le fluide. La turbulence ensuite s'arrange pour dissiper cette énergie. Rigoureusement il faudrait tenir compte de la rétroaction de la turbulence sur l'écoulement à grande échelle par le tenseur de Reynolds. Néanmoins on pense qu'on peut la négliger pour estimer un ordre de grandeur de  $K_p$ . Le champ de vitesse sur le volume de l'hélice, peut s'assimiler à un écoulement de rotation solide de la forme :  $\vec{v} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} r f_{rot} (\vec{e}_\theta + \vec{e}_z)$ , où on adopte les coordonnées cylindriques propres à l'hélice. On calcule alors l'énergie cinétique sur le volume de l'hélice, puis on divise cette énergie par le temps de passage à travers l'hélice  $\tau = \frac{h}{v_z}$ . On obtient pour une hélice  $P = \rho \frac{\pi}{6\sqrt{2}} 2\pi f_{rot}^3 R^5$  (tenir compte du rayon interne de l'hélice modifier le résultat de manière négligeable), soit  $K_p = 0.37$ . Ainsi sachant que les moteurs utilisés ont une puissance nominale de 2 kW, utiliser des petites hélices permet d'atteindre des vitesses de rotation plus élevées (50 Hz) pour une seule hélice), mais du fait de la dépendance de  $R_m$  avec le rayon de l'hélice au carré, il s'avère que les valeurs accessibles de  $R_m$ , restent inférieures à deux. De plus les résultats décrits par la suite, semblent montrer, qu'en l'absence d'effet coopératif, on n'augmente pas les effets magnétohydrodynamiques en augmentant le nombre d'hélices.



### 4.3 Montage à quatre hélices

La plupart des expériences ont été effectuées dans la disposition avec quatre hélices décentrées, pour tester l'induction par un écoulement non axisymétrique. Dans ce cas l'écoulement devient plus complexe, mais dans ce cas les arguments de symétrie n'interdisent plus l'induction selon certaines composantes. Certaines configurations ont fait l'objet d'une étude hydrodynamique préliminaire dans l'eau (voir annexe B ).

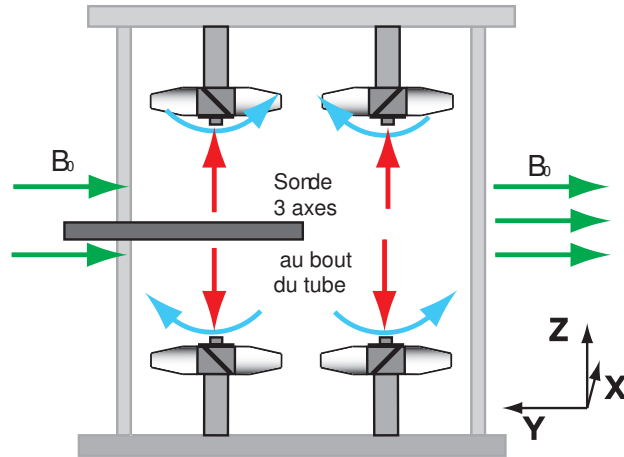


FIGURE 4.22 – Schéma vue de face. Induction en champ transverse de l'écoulement  $4HA$ . En arrêtant deux hélices sur une diagonale on obtient l'écoulement produisant un vortex en diagonale.

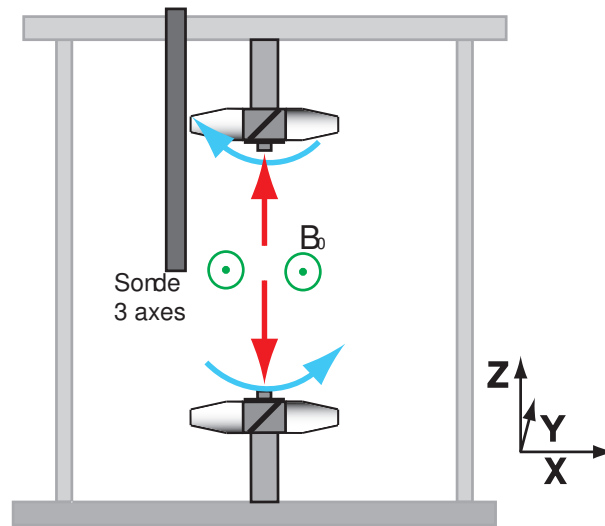


FIGURE 4.23 – Schéma vue de côté. Induction en champ transverse de l'écoulement  $4HA$ . En arrêtant deux hélices sur une diagonale on obtient l'écoulement produisant un vortex en diagonale.

### 4.3.1 Induction par un vortex corotatif en champ transverse

En mettant en corotation seulement deux hélices sur les quatre, à savoir celles opposées en diagonale, on produit un vortex cohérent sur la taille de l'expérience (écoulement  $VD$ ), analogue à celui obtenu avec deux disques corotatifs. En effet les deux hélices aspirent au centre, l'étirement ainsi produit associé à la rotation crée une zone de forte vorticité. La visualisation préalable en eau a montré que le vortex raccorde les deux hélices en mouvement et n'est pas trop perturbé par les parois. Dans ce cas on est dans une géométrie favorable pour tester l'induction par un écoulement en rotation :   savoir le phénomène d'expulsion du champ magnétique [63, 75] . Pour cet écoulement l'amplitude des fluctuations de pression suit bien la loi d'échelle en  $Re^2$  (figure 4.24). La sonde est placée d'abord au centre de la cuve, donc au coeur du vortex, puis on la recule d'un demi rayon, sa position est alors  $X = -50\text{ mm}$ ,  $Y = 0\text{ mm}$  et  $Z = 0\text{ mm}$ .

Le phénomène d'expulsion du champ transfère une partie du champ appliqué selon  $O_Y$ , dans la direction perpendiculaire selon  $O_X$ . Le vortex faisant un angle avec la verticale de  $39^\circ$ , on observe aussi de l'induction sur la composante  $O_Z$ . C'est dans cette configuration, que nous observons les effets d'induction les plus notables, avec jusqu'à 35% de champ induit par rapport au champ appliqué (figures 4.25 et 4.27) . On remarque aussi que dans ce cas les fluctuations du champ magnétique restent relativement faibles (figures 4.26 et 4.28) . L'évolution du flux reste linéaire en fonction de  $R_m$  (figures 4.29).

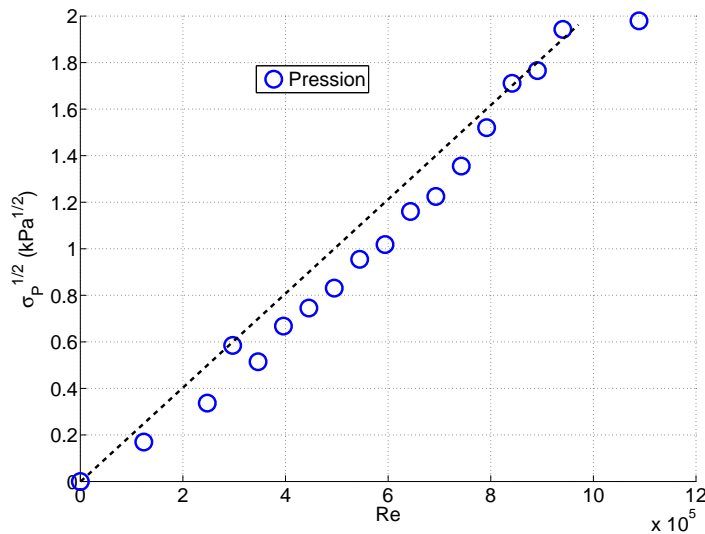


FIGURE 4.24 – Evolution de la racine de l'écart type de la pression dans le plan médian en fonction de  $Re$  pour l'écoulement contrarotatif à deux hélices en champ transverse.

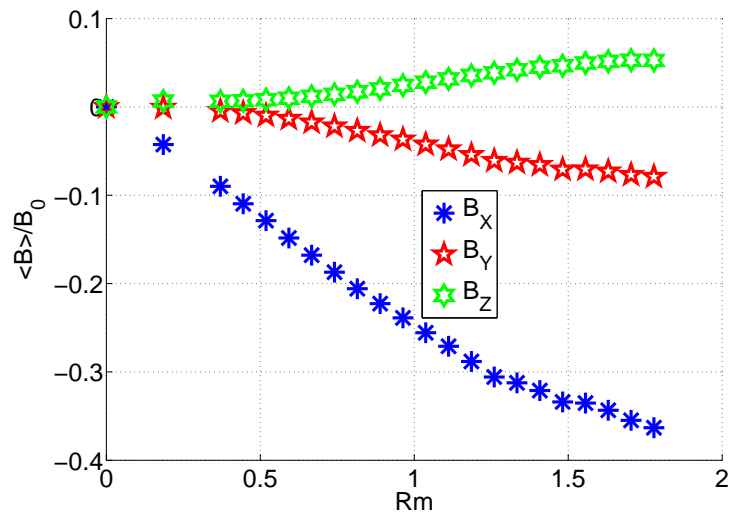


FIGURE 4.25 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour le vortex corotatif au centre de la cuve

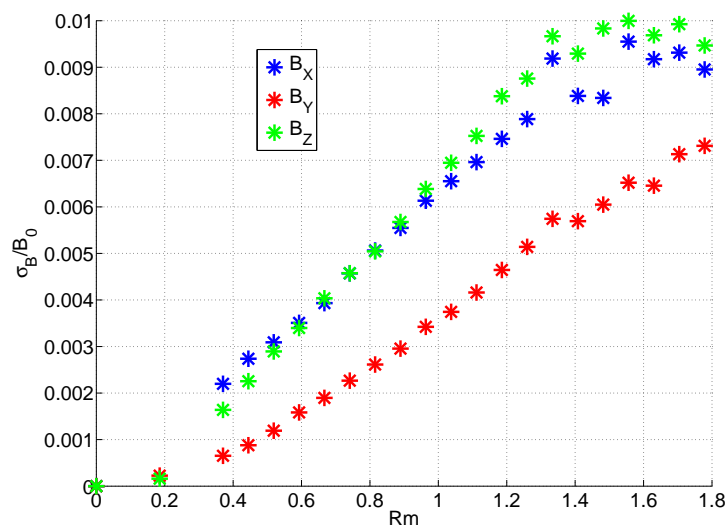


FIGURE 4.26 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour le vortex corotatif au centre de la cuve

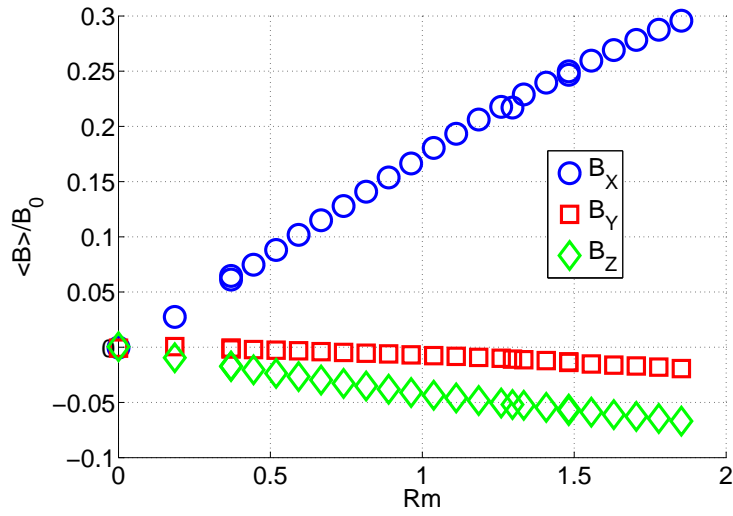


FIGURE 4.27 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour le vortex corotatif à la position ( $X = -50 \text{ mm}, Y = 0 \text{ mm}, Z = 0 \text{ mm}$ )

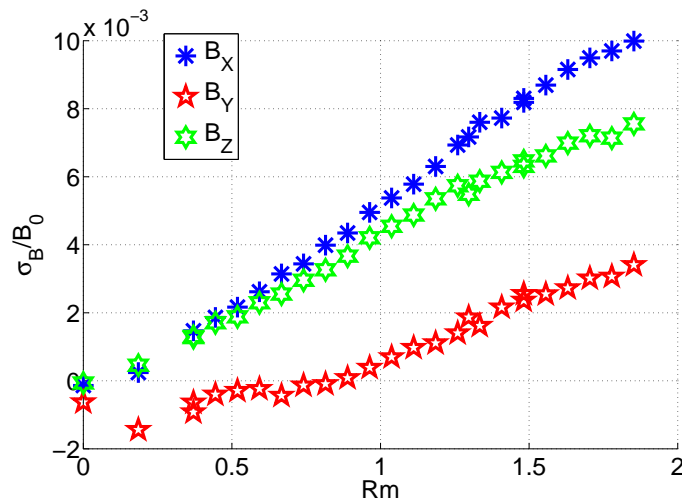


FIGURE 4.28 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour le vortex corotatif à la position ( $X = -50 \text{ mm}, Y = 0 \text{ mm}, Z = 0 \text{ mm}$ )

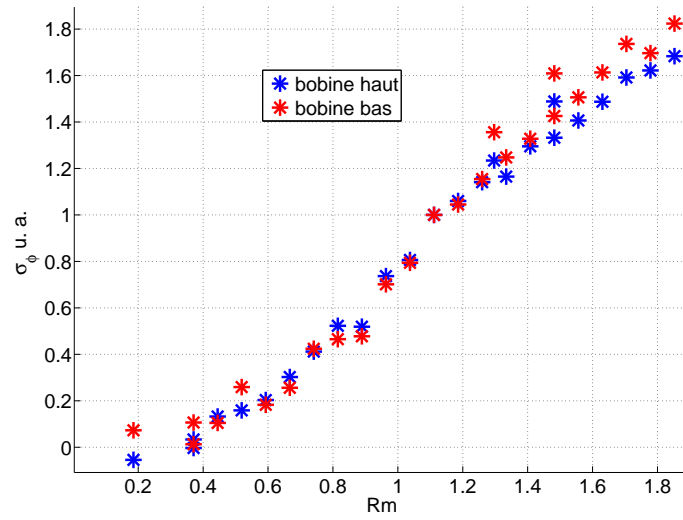


FIGURE 4.29 – Evolution de l'écart type du flux en fonction de  $R_m$  pour le vortex corotatif.

### 4.3.2 Induction par l'écoulement à 4 hélices $4HA$

Nous passons à présent à l'induction par l'écoulement à quatre hélices, où les quatre hélices pompent le fluide. Sur chaque face les hélices sont contrarotatives deux à deux, ainsi que celles se faisant face verticalement. On produit schématiquement un forçage qu'on aurait avec deux écoulements de Von-Karman accolés. Les études hydrodynamiques, ont montré que par la présence de tourbillons instationnaires en interaction, on produisait au centre de la cuve, une zone proche de la turbulence homogène isotrope, avec des fluctuations lentes à grande échelle. L'écoulement moyen est très différent de l'écoulement instantané et la convergence des grandeurs statistiques peut être assez longue ( de l'ordre de la centaine de secondes pour une fréquence de rotation des hélices de  $20 Hz$ ). L'écoulement moyen résultant apparaissant seulement par un moyennage, consiste en un écoulement de pompage des hélices. Le fluide est aspiré depuis le centre vers le haut et le bas, ce qui provoque par recirculation une arrivée de fluide sur l'axe  $O_X$ . Les mesures hydrodynamiques correspondantes sont rassemblées dans l'annexe  $B$ . L'objectif était de produire au centre de la cuve un écoulement proche de la turbulence homogène isotrope, afin d'en étudier justement l'induction par la turbulence.

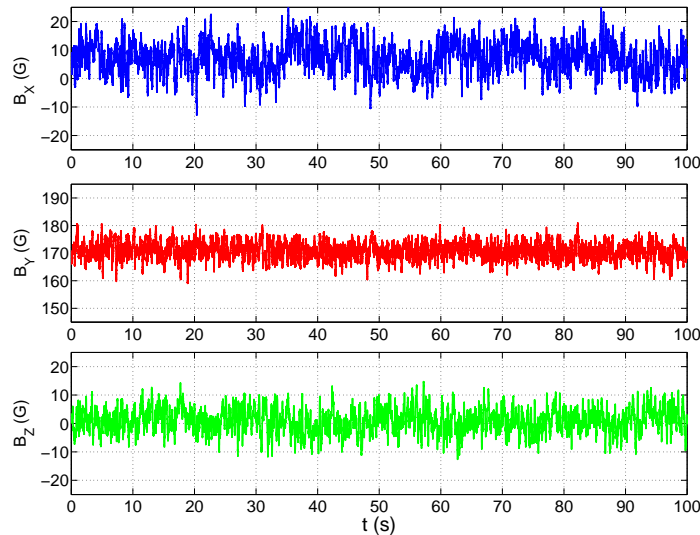


FIGURE 4.30 – Signal direct du champ magnétique pour l'écoulement  $4HA$  à une fréquence de rotation de  $40 Hz$  et un champ appliqué de  $166 G$

On a mesuré le champ d'abord au centre de la cuve, puis comme précédemment à la position ( $X = -50 mm, Y = 0 mm, Z = 0 mm$ ). Le signal de champ magnétique présente de grandes fluctuations (figure 6.1). Les temps de convergence de la moyenne et de l'écart type sont grands devant les temps caractéristiques du forçage. Par exemple d'après les figures 4.31 et 4.32, pour une fréquence de rotation de  $40 Hz$ , on a des temps de convergence de l'ordre de  $60 s$  pour la moyenne et  $40 s$  pour l'écart type, soit respectivement  $2400$  et  $1600$  tours d'hélice. Ces longs temps caractéristiques sont compatibles avec l'image des tourbillons non stationnaires occupant le volume entre les hélices, produisant les fluctuations à grande échelle et basse fréquence, observées dans les mesures en eau (voir annexe  $B$ ).

Pour cet écoulement les fluctuations de pression mesurées dans le gallium évoluent en  $R_e^2$  pour les premières valeurs (figure 4.33), puis on observe un léger écart à cette loi. L'entraînement par les hélices devient peut-être légèrement moins efficace aux plus hautes vitesses de rotation.

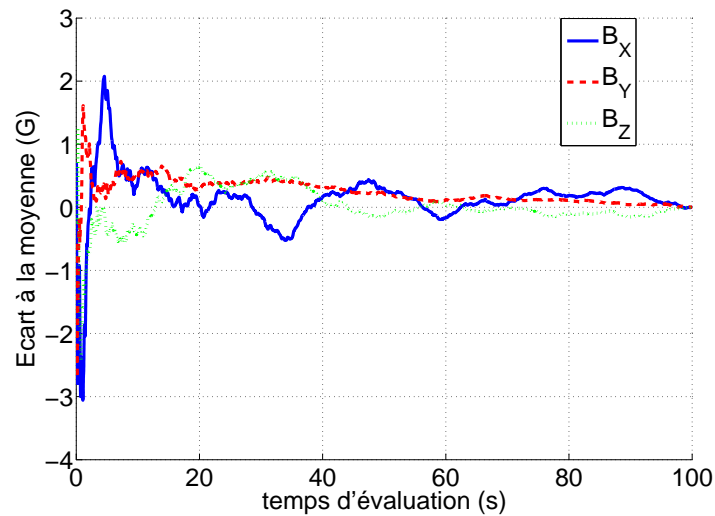


FIGURE 4.31 – Etude de la convergence de la moyenne de chaque composante pour la mesure précédente. On calcule la valeur moyenne du signal pris sur une durée comprise entre l’instant initial et le temps  $t$ , moins la valeur moyenne sur la durée d’acquisition totale. Le temps pour atteindre zéro donne un ordre de grandeur du temps nécessaire à l’évaluation de la moyenne. Le temps de convergence est ainsi de l’ordre de la minute et l’incertitude sur les valeurs due au manque de convergence reste de l’ordre du quart de Gauss.

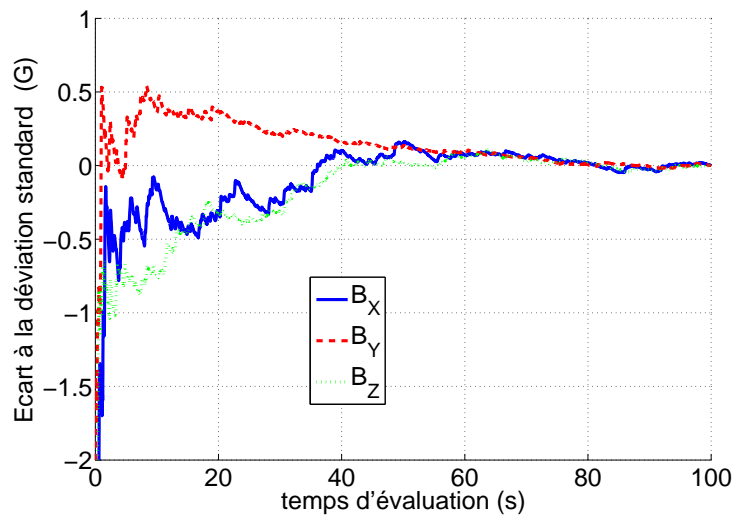


FIGURE 4.32 – On utilise le même procédé pour la déviation standard des trois composantes. Elles convergent un peu plus rapidement que les valeurs moyennes sur des temps de l’ordre de 40 secondes. On en déduit que pour le temps d’acquisition usuel, l’incertitude sur l’écart type du champ est de l’ordre du dixième de Gauss .

Pour les deux positions de sonde, les courbes des moyennes des composantes en fonction de  $R_m$  (figures 4.34 et 4.35) montrent une augmentation du champ magnétique dans la direction du champ appliqué de l’ordre de 2.5% (composante  $Y$ ), puis une saturation. On peut penser à un effet

d'homogénéisation du champ par un effet de transport, du fait de l'écoulement de recirculation. Les deux autres composantes sont très fluctuantes sur des temps longs. La moyenne du champ magnétique selon ces composantes, est sans doute évaluée sur des temps trop courts, pour avoir une bonne précision. Aux erreurs expérimentales près, on pense que l'induction moyenne devrait être nulle sur ces composantes.

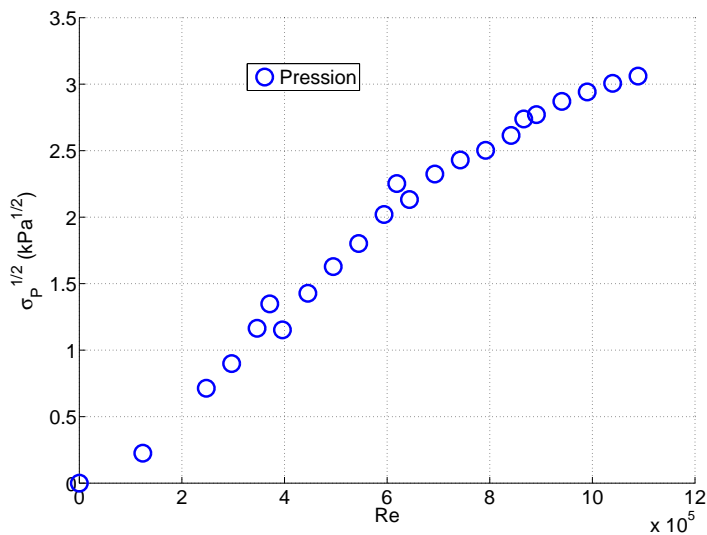


FIGURE 4.33 – Evolution de la racine de l'écart type de la pression dans le plan médian en fonction de  $R_e$  pour l'écoulement  $4HA$

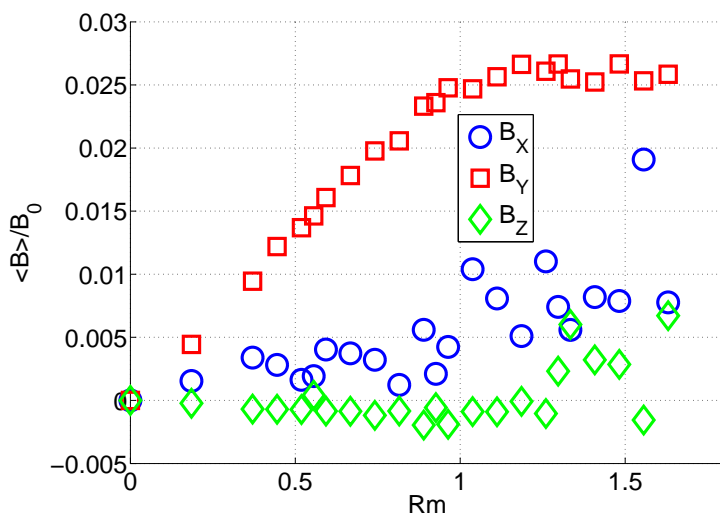


FIGURE 4.34 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $4HA$  au centre

En revanche les fluctuations du champ magnétique sont relativement plus importantes (figures 4.36 et ??). Dans ce cas l'induction serait plus efficace pour les fluctuations par rapport à la valeur



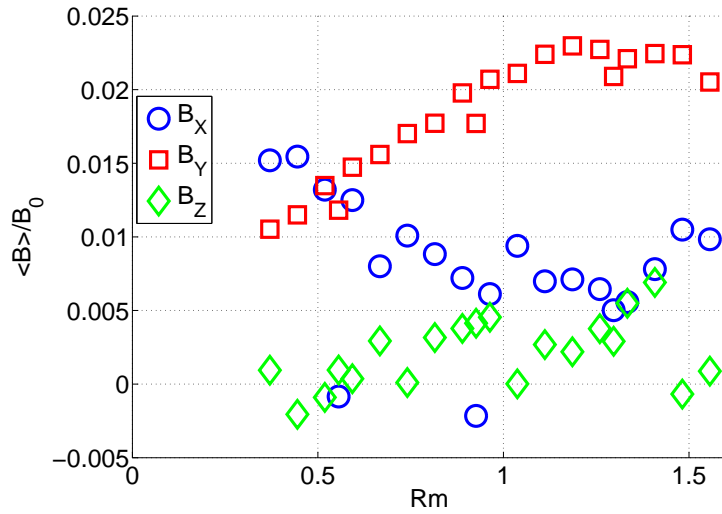


FIGURE 4.35 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $4HA$  à la position ( $X = -50\text{ mm}$ ,  $Y = 0\text{ mm}$ ,  $Z = 0\text{ mm}$ )

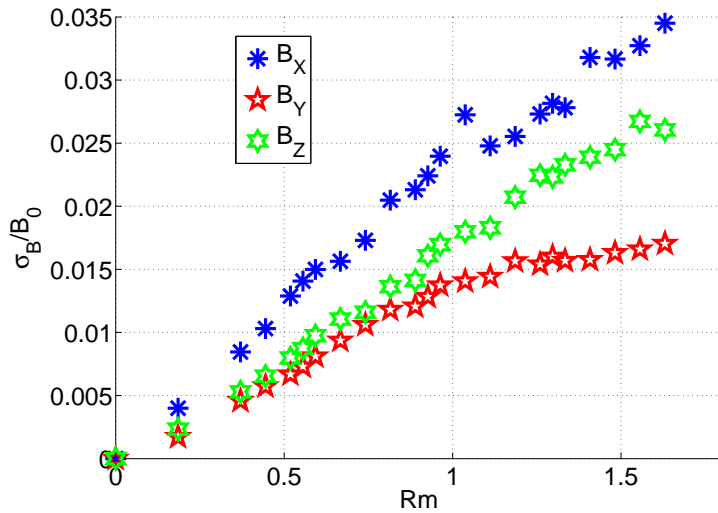


FIGURE 4.36 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $4HA$  au centre

moyenne. Les courbes d'évolution des champs induits en fonction de  $R_m$  sont assez complexes, du fait de la complexité de l'écoulement utilisé. Le comportement des fluctuations est assez semblable pour les trois composantes, mais on observe plus de fluctuations sur la composante  $O_X$ . Cette direction correspond schématiquement à l'arrivée de fluide, l'étirement se faisant plus dans les deux autres directions. L'évolution de l'écart type du flux est linéaire avec  $R_m$  (figure 4.38). Ces courbes relatives au fluctuations du champ magnétique ressemblent à celle donnant l'évolution de la racine de l'écart type de la pression en fonction de  $R_e$  (4.33).

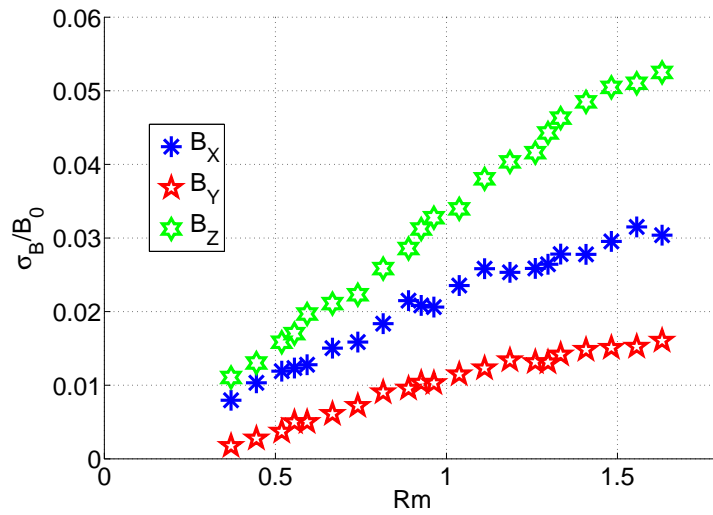


FIGURE 4.37 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique dans le plan médian en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $4HA$  à la position  $(X = -50\text{ mm}, Y = 0\text{ mm}, Z = 0\text{ mm})$

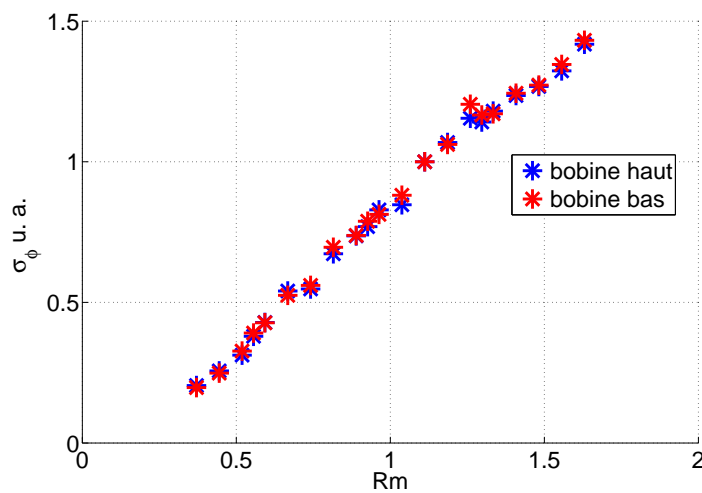


FIGURE 4.38 – Evolution de l'écart type du flux en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $4HA$

### 4.3.3 Induction produit par l'écoulement $\mathcal{4}HB$ en champ en présence d'un champ appliqué transverse

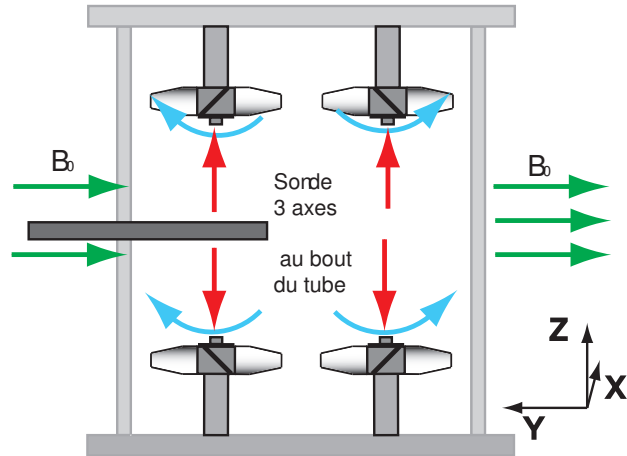


FIGURE 4.39 – Schéma vue de face. Induction en champ transverse de l'écoulement  $\mathcal{4}HB$ .

Notre dispositif expérimental permet de produire de nombreuses géométries d'écoulements différents pour lesquelles nous avons testé les propriétés d'induction en champ transverse. Bien que certaines configurations aient paru intéressantes, il s'avère que les situations sont intermédiaires entre les deux cas extrêmes que nous avons étudié en détail, à savoir le vortex en diagonale produisant beaucoup d'induction moyenne et l'écoulement dit  $\mathcal{4}HA$  donnant une induction fluctuante. On se contente ici de présenter l'induction de l'écoulement  $\mathcal{4}HB$ , qui avait fait l'objet de mesures de vélocimétrie laser en eau. L'écoulement  $\mathcal{4}HB$  diffère de l'écoulement  $\mathcal{4}HA$ , dans le sens que les hélices se faisant face, par rapport au plan horizontal, sont corotatives (figure 4.39). On mesurant à la position ( $X = 0\text{ mm}, Y = 20\text{ mm}, Z = 0\text{ mm}$ ), on retrouve les propriétés d'induction de l'écoulement  $\mathcal{4}HA$ , avec une légère induction moyenne dans la direction du champ appliqué et quasi nulle sur les autres composantes (figure 4.40) et une augmentation linéaire avec  $R_m$  de l'amplitude des fluctuations (figure 4.41).

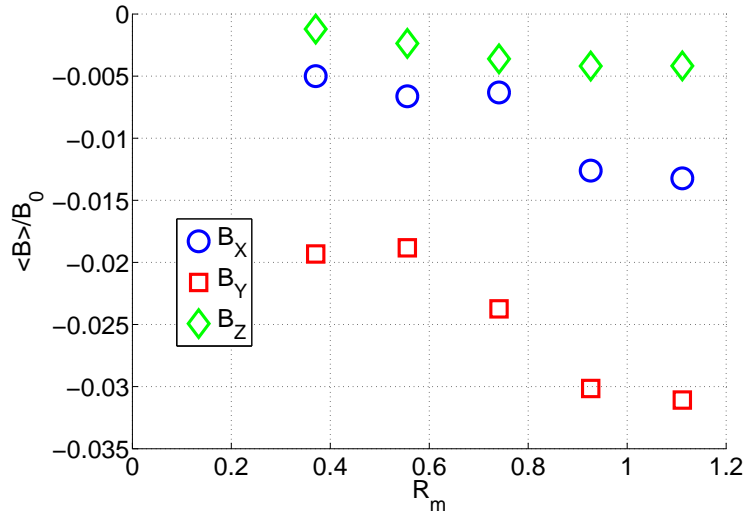


FIGURE 4.40 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $\mathcal{A}HB$  en présence d'un champ transverse

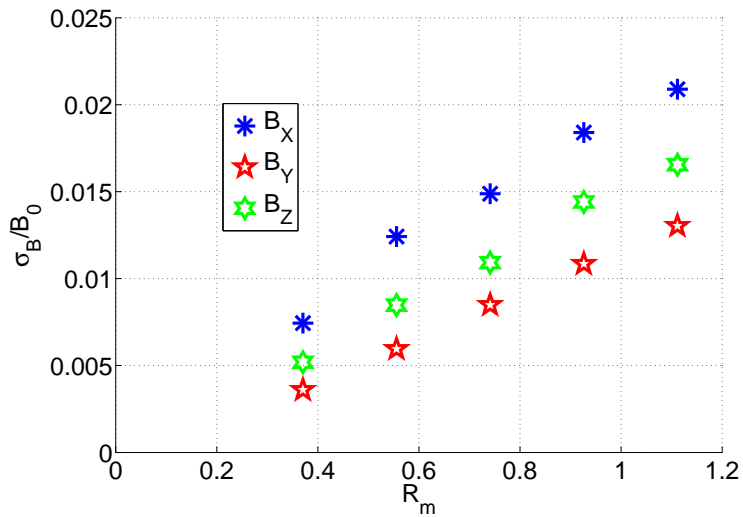


FIGURE 4.41 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $\mathcal{A}HB$  en présence d'un champ transverse

### 4.3.4 Écoulement à 4 hélices $4HB$ et induction par un champ orthoradial

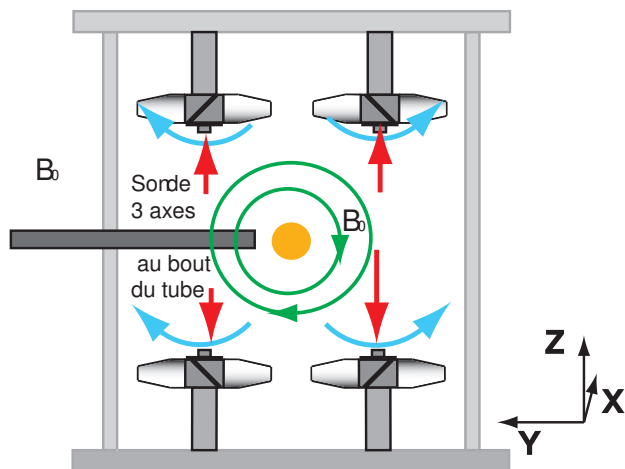


FIGURE 4.42 – Schéma vue de face. Induction en champ orthoradial pour l'écoulement  $4HB$ .

L'étude de l'induction avec un champ imposé de géométrie orthoradiale, n'a pas fait l'objet de nombreuses études. Pourtant c'est ce type d'expérience qui permettrait de comprendre les mécanismes transformant un champ toroïdal en champ poloïdal. Par exemple dans le mécanisme proposé pour *VKS*, on suppose que ce passage se fait par effet Parker sur des tourbillons instationnaires en bord de disque. Peut on retrouver ce mécanisme dans une expérience d'induction avec du gallium ? Pour créer un tel champ, on fait passer un fort courant soit directement dans le gallium, soit dans un conducteur isolé du liquide. Une expérience a été faite sur l'expérience *VKG*, en injectant un courant de 1000 ampères dans le volume de Gallium, via des pièces en laiton situées à l'arrière de chaque disque, ce qui est sensé produire un champ axisymétrique. Pour l'écoulement contrarotatif, un champ magnétique induit axial, mais non axisymétrique a été observé. Il en a été conclu que l'effet observé, ne peut pas être attribué à un effet  $\alpha$  turbulent (pour un nombre de Reynolds inférieur à 10), mais à une non axisymétrie du champ imposé du fait des câbles d'alimentation [15].

Dans notre expérience, pour des raisons inconnues, on n'est pas parvenu à faire passer un courant dans le volume de Gallium à travers des pièces en cuivre. Au bout d'une dizaine de minutes, le courant imposé passe préférentiellement dans la cuve en acier inoxydable. Pour y remédier nous avons réalisé avec l'aide Claude Laroche, une barre de cuivre placée dans un tube de PVC de diamètre 10 mm, donc isolé du gallium, dans laquelle nous pouvons faire passer un courant allant jusqu'à 1000 ampères, grâce à une alimentation *Powerten*.

En mettant la barre selon l'axe  $Z$ , pour un écoulement à quatre hélices, on obtient un champ axisymétrique. Nous n'avons pas observé d'effet d'induction notable dans cette configuration, ce qui confirme les résultats de *VKG*. Dans une autre configuration, où la barre est horizontale et où on utilise un écoulement à quatre hélices aspirant dit  $4HB$ , on a observé des effets plus intéressants. On fait les mesures avec un courant de 500 ampères et on place le gaussmètre trois axes dans un tube horizontal de telle sorte que le point de mesure soit à la position  $(X = 0\text{ mm}, Y = -20\text{ mm}, Z = 0\text{ mm})$ , soit à un centimètre de la barre qui occupe le centre de la cuve. Alors le champ imposé mesuré sans écoulement est de  $44\text{ G}$  selon  $Z$  (la composante orthoradiale attendue), mais on mesure aussi  $11\text{ G}$  selon  $X$ , sans doute à cause des imprécisions d'orientation des sondes et de la barre.

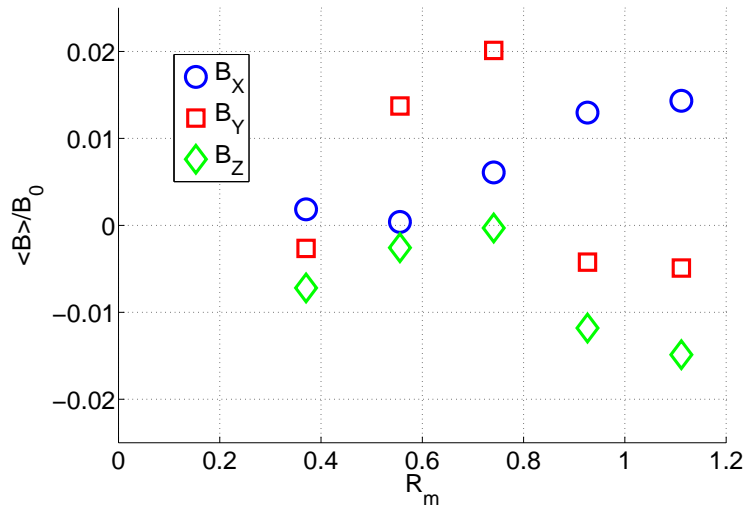


FIGURE 4.43 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $\mathcal{A}HB$  en présence d'un champ azimuthal horizontal

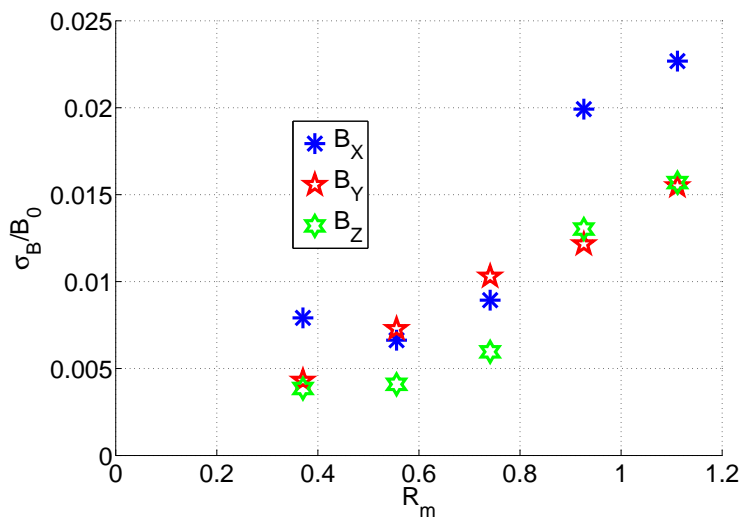


FIGURE 4.44 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique en fonction de  $R_m$  pour l'écoulement  $\mathcal{A}HB$  en présence d'un champ azimuthal horizontal

On observe alors une induction moyenne très bruitée (figure 4.43) qui est sans doute nulle étant donné la précision des mesures et le temps de convergence de la moyenne autour de la minute. Les fluctuations croissent linéairement (figure 4.44). Donc dans cette configuration de champ et pour un écoulement avec peu d'écoulement moyen, l'amplitude des phénomènes d'induction demeure faible. On obtient une induction de l'ordre de 3% par unité de  $R_m$ , en utilisant un écoulement où les hélices sont corotatives sur chaque face et contrarotatives d'une face à l'autre de la cuve. On devrait obtenir un analogue de l'effet  $\omega$  sur une boucle de champ magnétique, dans le plan médian. On observe la création d'une composante selon  $Y$  radiale du point de vue du champ appliqué (4.45). Cet effet à peine abordé mériterait d'être réétudié.

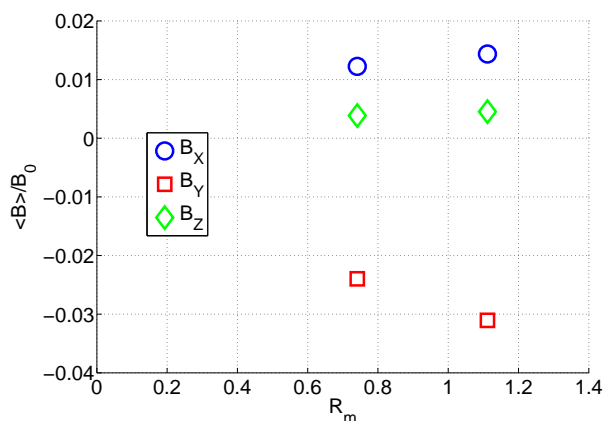


FIGURE 4.45 – Evolution de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en fonction de  $R_m$  pour un écoulement contrarotatif en présence d'un champ azimuthal horizontal

## 4.4 Bilan

Ainsi les mesures d'induction en géométrie non axisymétrique faites dans l'expérience *D24 Gallium*, révèlent tout un éventail de comportements différents d'induction, selon la géométrie de l'écoulement et aussi selon celle du champ appliqué, la plupart compris de manière incomplète. Néanmoins quelques points importants semblent apparaître, valides pour des nombres de Reynolds magnétique proche de l'unité. Tout d'abord pour avoir des effets d'induction importants, on doit produire un écoulement cohérent sur la taille de la cuve comme nous le montre l'exemple du vortex. En effet de cette manière, il semble qu'on puisse augmenter la vitesse maximale de l'écoulement, sur laquelle il semble valide de définir  $R_m$ . De plus un champ de vitesse dont les échelles caractéristiques sont grandes, produira un champ magnétique induit d'échelle intégrale équivalente et qui sera moins sensible à la diffusion (le nombre de Reynolds magnétique défini plus justement avec les échelles spatiales du champ magnétique sera plus grand). Nous n'avons pas étudié de configuration d'écoulement où les quatre hélices sont coopératives, au contraire pour répondre aux objectifs initiaux nous avons choisi celles comportant le plus de cisaillement et de fluctuations. L'effet du décentrage des hélices apporte aussi une dynamique lente et à grande échelle de la turbulence en créant par instabilité un forçage effectif à plus basse fréquence. Avec ces écoulements nommés *4HA* et *4HB* présentant un taux de fluctuations de l'ordre de 200 % dans la zone centrale, on observe des effets d'induction faibles (de l'ordre de quelques pour cent) sur la moyenne du champ magnétique (celle-ci peut même saturer en fonction de  $R_m$ ). On n'observe pas d'effet coopératif des petites échelles de l'écoulement comme l'effet  $\alpha$ . Dans le même temps on observe une croissance linéaire de l'écart type du champ magnétique induit.

Ces fluctuations qui feront l'objet d'une étude approfondie au chapitre 6, sont-elles pertinentes pour le problème de la dynamo? Les nombres de Reynolds de notre expérience, sont trop faibles pour qu'elles portent une part importante de l'énergie magnétique. Néanmoins on remarque qu'elles ne suivent pas la même évolution que la valeur moyenne et une extrapolation de nos mesures, donne une amplitude du champ induit fluctuant, égale au champ imposé pour une valeur de  $Rm$  de l'ordre de 40, ce qui pourrait être atteint dans une expérience de grande taille avec du sodium. Récemment des travaux numériques d'Iskakov et coauteurs [46, 47], ont montré la possibilité d'une dynamo fluctuante, à partir d'un champ de vitesse turbulent aléatoire et non hélicitaire. Ils extrapolent leur résultats pour des nombres de Prandtl tendant vers ceux des métaux liquides. Les effets conduisant à l'amplification possible du champ magnétique dans de telles conditions ne sont pas véritablement identifiés pour de faibles nombres de Prandtl, mais dans une certaine limite en diminuant l'échelle dissipative par augmentation du nombre de Reynolds magnétique (les fluctuations du champ de vitesse doivent être de grande amplitude), les effets invoqués pour les dynamos rapides à grand nombre de Prandtl pourraient devenir efficace. Ces phénomènes en question [25] sont l'étirement et le repliement des lignes de champ magnétique ainsi que l'amplification due au chaos Lagrangien. Ces ingrédients sont présents dans les écoulements étudiés dans notre expérience, à la fois dans le champ de vitesse turbulent et dans la dynamique grande échelle (par exemple la présence de points de stagnation et d'hélices voisines contrarotatives doit produire du chaos Lagrangien) et expliquent l'induction turbulente observée. Enfin ces expériences utilisant les configurations *4HA* et *4HB*, produisant des écoulements plus proches de la turbulence homogène isotrope, constituent des systèmes modèles utilisés dans le chapitre 6 pour étudier les fluctuations turbulentes du champ magnétique.





# Chapitre 5

## Advection du champ magnétique par la turbulence

### 5.1 Présentation du problème

Le transport du champ magnétique par les écoulements turbulents, constitue l'objet de cette partie. Ce phénomène prédit dans le cadre de la magnétohydrodynamique permet ainsi non seulement d'expliquer certaines observations sur les champs magnétiques naturels, mais encore d'apporter de nouvelles informations pertinentes sur la turbulence en elle-même. Lorsque le champ magnétique est suffisamment faible pour ne pas interagir avec l'écoulement, l'équation d'évolution du champ magnétique s'interprète comme le transport d'un vecteur passif par la turbulence. A l'instar de la vorticité, ce vecteur peut être amplifié au cours de ce transport, par le phénomène d'étirement. Dans l'équation de l'induction

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B} = (\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} + \eta \Delta \vec{B}$$

le terme  $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B}$  est en effet un terme d'advection et le terme  $(\vec{B} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$  modifie le le champ magnétique le long d'une trajectoire lagrangienne. Certains auteurs [21] interprètent l'effet dynamo d'un écoulement turbulent homogène isotrope (lorsque les effets ohmiques sont négligeables), par l'amplification de la norme du champ le long de la trajectoire, qui s'oppose à la d corellation de l'orientation du champ sur les trajectoires tangentes.

Le problème de l'advection d'un vecteur passif à l'instar de l'étude du transport du scalaire passif (particules, température) [92], peut contribuer à l'étude théorique de la turbulence Lagrangienne [32]. Enfin pour les plasmas interstellaires, la notion de champ magnétique advectée semble être commune. En effet dans le cas de ces plasmas dit magnétisés, la diffusivité intervient peu et des raisonnements utilisant le théorème du flux gelé ou théorème d'Alfvén (voir introduction), deviennent valables. Dans le livre de Zeldovich et al, *Magnetics Fields in astrophysics* [106], on montre en particulier dans cette limite, que par des effets géométriques dus aux gradients du champ de vitesse, les phénomènes de transport peuvent conduire à une amplification du champ magnétique. Enfin les mêmes auteurs montrent qu'à l'instar du scalaire passif, une distribution de champ magnétique localisé, peut diffuser plus rapidement en présence d'un écoulement, en augmentant localement les gradients du champ par des effets d'étirement. Un exemple analogue est étudié par Moffatt [63] pour une distribution périodique de champ magnétique.

Quelle est la pertinence de cette notion de transport dans les expériences avec des métaux liquides ? Le nombre de Reynolds magnétique variant entre l'unité et 30, le comportement est alors

intermédiaire entre la magnétohydrodynamique idéale et le régime diffusif avec une coexistence d'advection et de diffusion. Par rapport au transport du scalaire passif, le phénomène devient notablement plus complexe au delà de la simple dimensionnalité. En effet les lignes de champ magnétique suivent les lignes de courant, donc le champ magnétique est alors amplifié localement par l'étirement des lignes de courant. On aurait alors un équilibre entre l'amplification de l'amplitude du champ magnétique par les fluctuations du taux de déformation et sa diffusion. La description de l'évolution du champ magnétique est ainsi liée à la connaissance des gradients de vitesse de l'écoulement turbulent et donc à la dynamique de séparation de particules Lagrangiennes. Une question importante est de savoir si au cours de ce phénomène de transport la direction du champ magnétique est modifiée. En effet une décorrelation de la direction du champ magnétique par la turbulence, s'opposerait à de nombreux mécanismes invoqués pour l'effet dynamo.

Une autre question intéressante, par analogie avec le concept de viscosité cinématique turbulente, consiste à déterminer si à grande échelle les propriétés de diffusion magnétique sont modifiées, permettant de construire statistiquement une diffusivité effective, la diffusivité magnétique turbulente, qui pourrait être inférieure ou supérieure à la valeur au repos, selon l'écoulement.

## 5.2 Compréhension du phénomène d'advection

A ma connaissance, le phénomène d'advection du champ n'a pas fait l'objet de nombreuses études théoriques. On propose dans cette partie d'étudier l'équation de l'induction en présence d'un champ appliqué inhomogène et d'un champ de vitesse constant, sur des exemples bidimensionnels. Le champ appliqué doit être une solution de l'équation de Laplace dans la zone d'étude, ce qui restreint les cas possibles. Bien que le problème ressemble à celui du scalaire passif, le fait d'imposer un champ sur la zone d'étude et pas seulement sur les frontières, modifie qualitativement le problème.

### 5.2.1 Calcul du champ induit par un gradient de champ magnétique dans un écoulement uniforme.

Soit un champ magnétique imposé de la forme  $\vec{B}_0 = \frac{B_M}{L} \cdot x \vec{e}_y$ , en présence d'un champ de vitesse de la forme  $\vec{v} = U \vec{e}_x$ . Dans ce cas l'équation d'évolution du champ magnétique  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$  est unidimensionnelle et s'écrit :

$$\frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial x} + U \cdot \frac{B_M}{L} = \eta \frac{\partial^2 b}{\partial x^2}$$

On considère les conditions aux limites suivantes certes artificielles : on résout l'équation sur l'intervalle  $[-L, L]$  et on prend  $B(x = -L) = -B_M$  et  $B(x = L) = B_M$ . Ainsi on annule le champ induit aux bords. Ce problème s'identifie alors au cas d'une distribution de courant dirigé selon  $\vec{e}_z$ , infinie selon  $y$  et bornée par du vide de chaque côté selon  $x$ . La solution stationnaire de ce problème traduisant l'équilibre entre advection et diffusion, s'écrit :

$$B = B_M \frac{1}{e^{UL/\eta} + e^{-UL/\eta}} \left( 2 \exp\left(\frac{Ux}{\eta}\right) - (e^{UL/\eta} + e^{-UL/\eta}) \right). \quad (5.1)$$

Cette solution peut s'approximer pour les valeurs suffisamment grandes de  $UL/\eta$  par :

$$B = B_M \left( 2 \exp \left( \frac{x - L}{\frac{\eta}{U}} \right) - 1 \right) \quad (5.2)$$

On résout avec *Matlab*, l'équation aux dérivées partielles avec les paramètres suivants  $\frac{B_M}{L} = 1$ ,  $U = 1$  et on choisit deux cas, le premier où  $\eta$  vaut 10 et le second où elle vaut 0.1. On représente sur les figures 5.1 5.2, les solutions à différents instants.

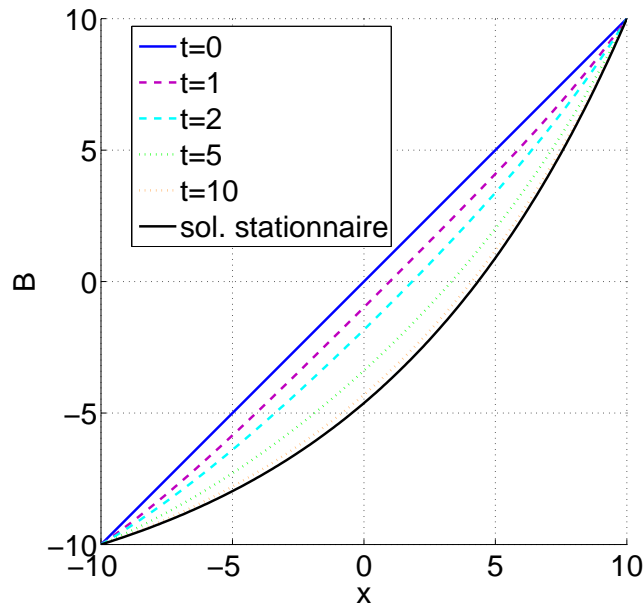


FIGURE 5.1 – Calcul numérique du champ induit par un gradient de champ magnétique dans un écoulement uniforme, pour une diffusivité magnétique de 10

Que nous apprennent ces calculs ? On remarque d'abord que le nombre sans dimension caractéristique du problème s'écrit comme un nombre de Reynolds magnétique  $\frac{UL}{\eta}$ . Pour des valeurs assez grandes de ce nombre, c'est à dire dans le second cas, on observe par des phénomènes d'induction de proche en proche, une propagation du gradient de champ magnétique à la vitesse  $U$  aux temps courts. Ensuite le champ magnétique atteint la solution stationnaire. Le champ magnétique est concentré vers la droite dans le sens de la vitesse. La solution stationnaire fait intervenir dans sa forme générale un terme exponentiel en  $e^{xU/\eta}$ . Le terme  $\frac{\eta}{U}$ , constitue une longueur caractéristique du problème et lorsque cette longueur est petite devant la taille du système, ( c'est à dire un nombre de Reynolds magnétique grand), la diffusion ne joue que sur les bords. Pour les temps plus petits que  $L/U$  (temps de parcours du domaine), le gradient est advecté sans déformation, puis ensuite la diffusion entre en jeu et on arrive sur la solution stationnaire.

### 5.2.2 Calcul du champ induit par un dipôle magnétique, en présence d'un écoulement uniforme.

On essaie désormais un cas plus physique, où on considère le cas d'un dipôle de champ magnétique soumis à un écoulement uniforme. On utilise une modélisation bidimensionnelle, où on place le dipôle

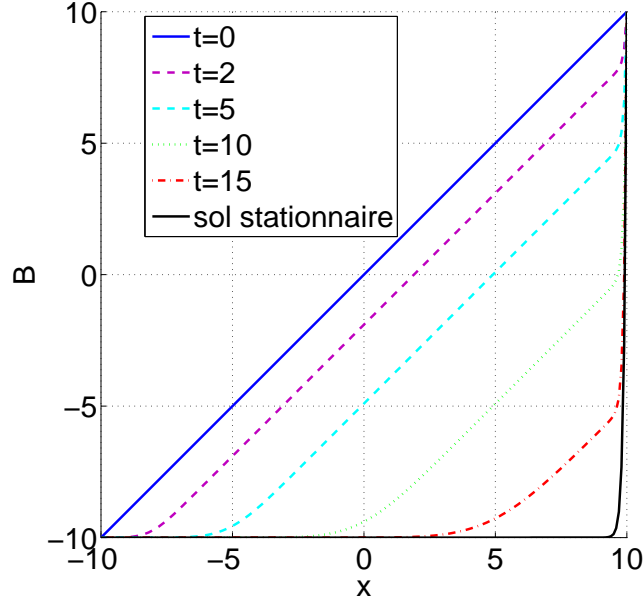


FIGURE 5.2 – Calcul numérique du champ induit par un gradient de champ magnétique dans un écoulement uniforme, pour une diffusivité magnétique de 0.1

magnétique au centre d'un cylindre de rayon  $R$  à l'origine du repère. Ce dipôle est modifié par rapport au dipôle habituel en coordonnées sphériques. Il correspond à deux fils infinis parcourus par des courants de sens contraire, pour lesquels on fait tendre vers zéro la distance entre ces deux fils. On considère un écoulement potentiel uniforme loin du cylindre, qui le contourne. En utilisant les coordonnées cylindriques  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ , la forme d'un tel écoulement peut s'écrire [43] :

$$\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_\theta \vec{e}_\theta \text{ avec}$$

$$v_r = U \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos(\theta)$$

et

$$v_\theta = -U \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \sin(\theta)$$

La vitesse  $U$ , est celle loin du cylindre dirigée selon  $\vec{e}_x$ .

On résout l'équation de l'induction sur le domaine plan infini en dehors du cylindre, ce qui permet d'éviter les problèmes de divergence du champ du dipôle. On considère l'intérieur du cylindre comme un isolant, dans lequel il n'y a pas de phénomène d'induction. On considère deux cas : lorsque le dipôle est dans le sens de l'écoulement (dipôle axial) et lorsqu'il est perpendiculaire (dipôle transverse).

### Dipôle axial

Dans le premier cas le champ du dipôle s'écrit  $\vec{B}_d = \frac{K}{r^2} (\cos(\theta) \vec{e}_r + \sin(\theta) \vec{e}_\theta)$ . En décomposant le champ magnétique en champ appliqué et champ induit  $\vec{B} = \vec{B}_d + \vec{b}$ , on a :

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{b}) + \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}_d) + \eta \Delta \vec{b} \quad (5.3)$$

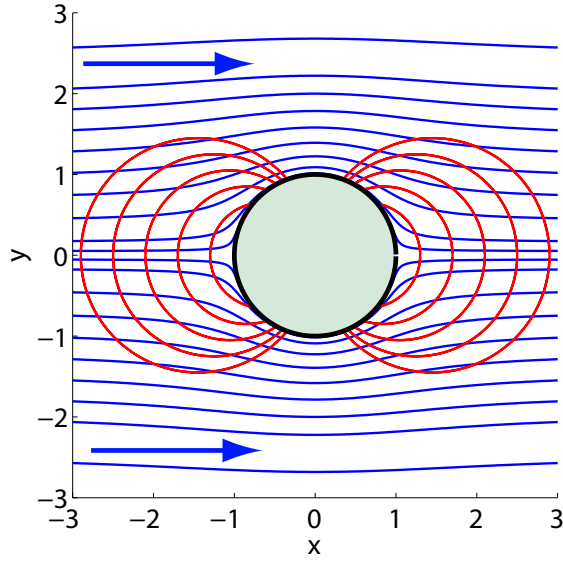


FIGURE 5.3 – Ecoulement bidimensionnel uniforme (lignes de champ en bleu) en présence d'un dipôle de champ magnétique axial (lignes de champ en rouge). Les effets d'induction sont calculés à partir de cette configuration initiale.

On peut vérifier que le problème est bien bidimensionnel, c'est à dire qu'il n'y a pas d'induction dans la direction  $z$ . Le terme source s'écrit

$$\vec{\text{rot}}(\vec{v} \wedge \vec{B}_d) = \frac{2K U \cos(2\theta)}{r^3} \vec{e}_r + \frac{3K U \sin(2\theta)}{r^3} \vec{e}_\theta$$

On remarque que le rayon  $R$  n'intervient pas à cette étape. Ainsi, la part non uniforme, de l'écoulement dû au rayon fini du cylindre, n'intervient pas dans l'induction. A cause du couplage en  $r$  et  $\theta$ , le calcul n'est pas faisable analytiquement, même en faisant une séparation des variables. On se contente pour le moment de chercher la solution stationnaire aux petits nombres de Reynolds, lorsque le champ induit reste négligeable devant le champ du dipôle. On utilise la condition de divergence nulle du champ magnétique  $\left(\frac{1}{r} \frac{\partial r b_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} = 0\right)$  pour simplifier la résolution, ce qui permet de traiter une seule composante, par exemple celle selon  $\vec{e}_r$  :

$$\frac{2K U \cos(2\theta)}{r^3} \vec{e}_r + \eta \Delta \vec{b} \cdot \vec{e}_r = 0$$

Ce qui donne :

$$\frac{2K U \cos(2\theta)}{r^3} \vec{e}_r + \eta \left( \frac{\partial^2 b_r}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial b_r}{\partial r} + \frac{b_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 b_r}{\partial \theta^2} \right) \quad (5.4)$$

On utilise la méthode de séparation des variables en cherchant une solution de la forme  $b_r(r, \theta) = f(r) \cos(2\theta)$ , le terme source imposant la dépendance angulaire. On obtient :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{3}{r^2} f + \frac{2KU}{\eta r^3} = 0 \quad (5.5)$$

On peut en chercher une solution polynomiale et on trouve :  $f(r) = \frac{KU}{2\eta r}$ . Du fait de la dépendance en  $1/r$ , on montre à partir de la condition de divergence nulle que la composante orthoradiale du champ induit est nulle. Ainsi une solution stationnaire acceptable (de valeur nulle ainsi que sa dérivée pour  $r$  tendant vers l'infini) pour le champ induit par un dipôle aligné avec l'écoulement s'écrit pour  $r > R$  :

$$\vec{B} = \left( \frac{K \cos(\theta)}{r^2} + \frac{KU \cos(2\theta)}{2\eta r} \right) \vec{e}_r + \frac{K \sin(\theta)}{r^2} \vec{e}_\theta$$

On considère pour un rayon  $R = 1$  et  $K = 1$ , les solutions obtenues pour les nombres de Reynolds magnétique  $R_m = \frac{UR}{\eta}$  de valeur 0, 0.5 et 1 (on se limite aux petites valeurs du nombre de Reynolds pour pouvoir négliger le champ induit devant le champ du dipôle). On commence par représenter la solution de champ magnétique selon  $B_x$  pour  $y = 2$  en fonction de  $x$  sur la figure 5.4. On observe ainsi effet de transport, à savoir que le profil de champ magnétique se décale vers les  $x$  croissants dans le sens de l'écoulement. On représente ensuite la norme du champ magnétique, normalisée par son

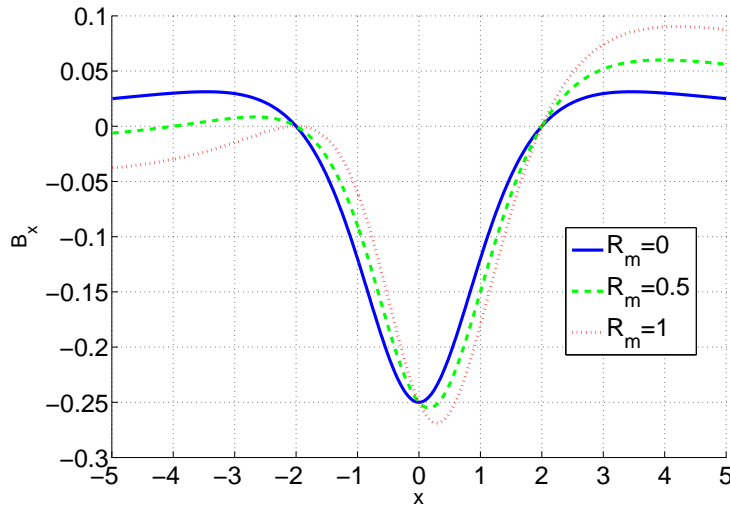


FIGURE 5.4 – Induction sur un dipôle axial en présence d'un champ de vitesse selon  $x$ . Profil de  $B_x(x, y = 2)$  en fonction de  $x$ .

maximum en fonction de  $x$  et  $y$ , sur la figure 5.5. Pour le dipôle cylindre, l'amplitude du champ ne dépend pas de  $\theta$  et décroît en  $1/r^2$ . En augmentant le nombre de Reynolds magnétique, on remarque que l'énergie se concentre vers la droite dans le sens de l'écoulement. L'effet de transport est dû à l'apparition d'un champ induit de géométrie angulaire quadrupolaire à partir du champ dipolaire.

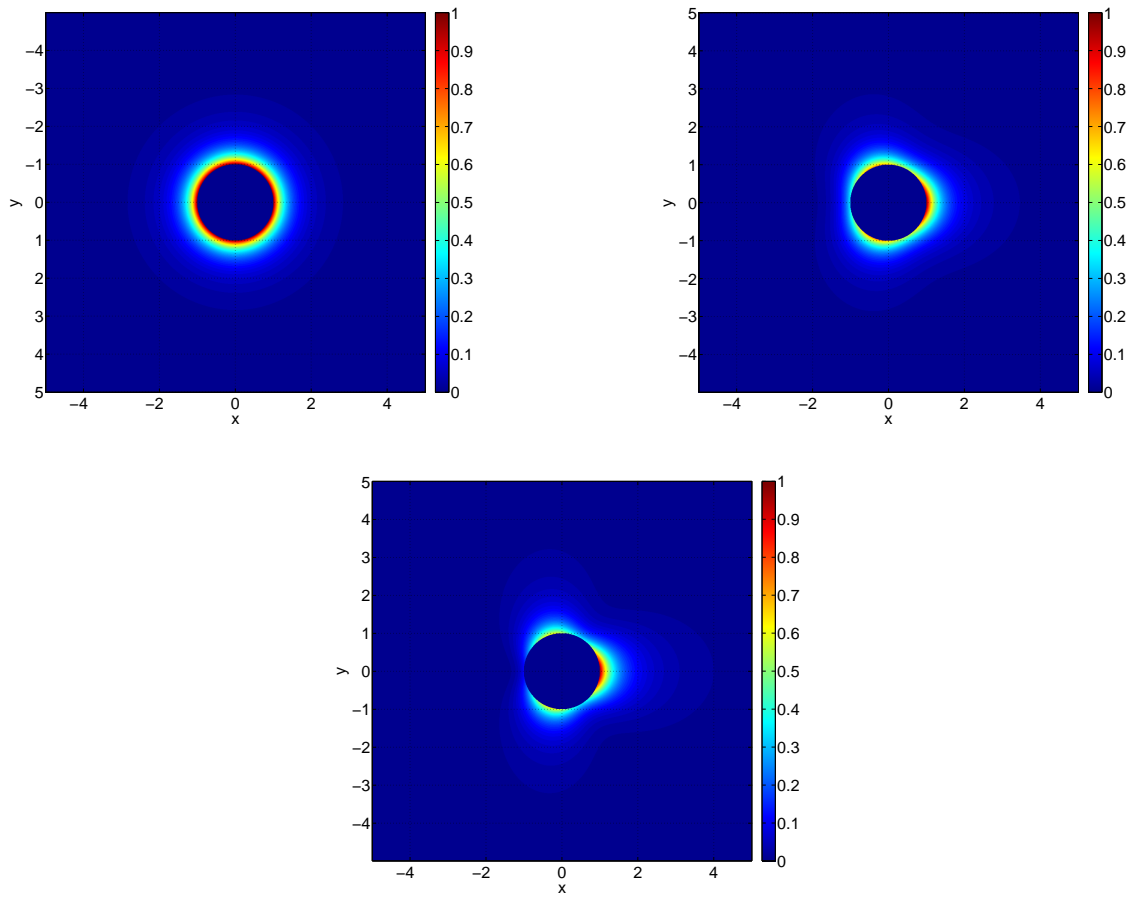


FIGURE 5.5 – Induction sur un dipôle axial en présence d'un champ de vitesse dirigé selon  $x$ . Représentation de  $\|\vec{B}\|(x, y)$  en fonction de  $x$  et  $y$  pour  $r > R$ . L'échelle de couleur est normalisée par le maximum de  $\|\vec{B}\|(x, y)$ . A gauche  $R_m = 0$ , au centre  $R_m = 0.5$  et à droite  $R_m = 1$ .



## Dipôle transverse

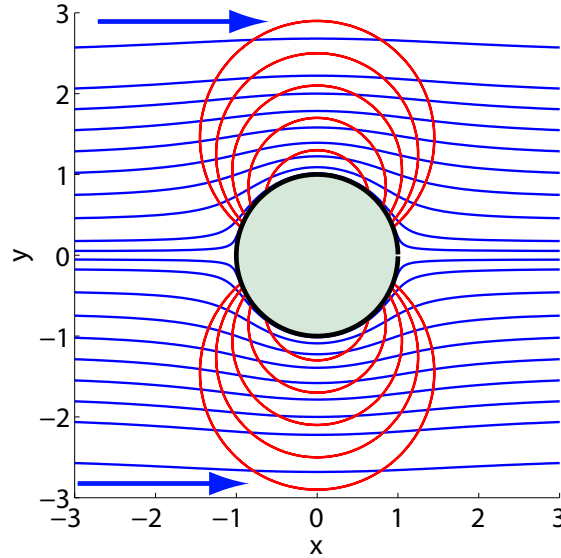


FIGURE 5.6 – Ecoulement bidimensionnel uniforme (lignes de champ en bleu) en présence d'un dipôle de champ magnétique axial (lignes de champ en rouge). Les effets d'induction sont calculés à partir de cette configuration initiale.

Dans ce cas le champ dipôle s'écrit  $\vec{B}_d = \frac{K}{r^2} (\sin(\theta)\vec{e}_r - \cos(\theta)\vec{e}_\theta)$ . Le calcul de la solution stationnaire en négligeant le champ induit devant le champ du dipôle se fait de manière analogue au cas précédent et on obtient pour  $r > R$  :

$$\vec{B} = \left( \frac{K \sin(\theta)}{r^2} + \frac{K U \sin(2\theta)}{2\eta r} \vec{e}_r \right) - \frac{K \cos(\theta)}{r^2} \vec{e}_\theta \quad (5.6)$$

On trace le profil de champ magnétique selon  $B_y$  pour  $y = 2$  en fonction de  $x$  pour des valeurs de  $R_m$  égales à 0, 0.5 et 1 sur la figure 5.7. On observe encore le décalage du profil dans le sens de l'écoulement. Enfin on représente sur la figure 5.8, la norme du champ du champ magnétique normalisée par son maximum, en fonction de  $x$  et de  $y$ . De même on observe une concentration de l'amplitude du champ vers la droite, le dipôle est déformé, dans le sens de l'écoulement.

### Intérêt des calculs précédents.

Les résultats précédents valables pour de petits nombres de Reynolds magnétiques sont plutôt encourageants. En effet ils montrent que le phénomène d'advection du champ magnétique est bien un phénomène d'induction et peut se mettre en évidence en utilisant une source localisée de champ comme un dipôle magnétique. Il serait intéressant de poursuivre l'étude numériquement. Enfin nous avons envisagé seulement le cas d'écoulements stationnaires, quasi uniformes. Il y a fort intérêt à

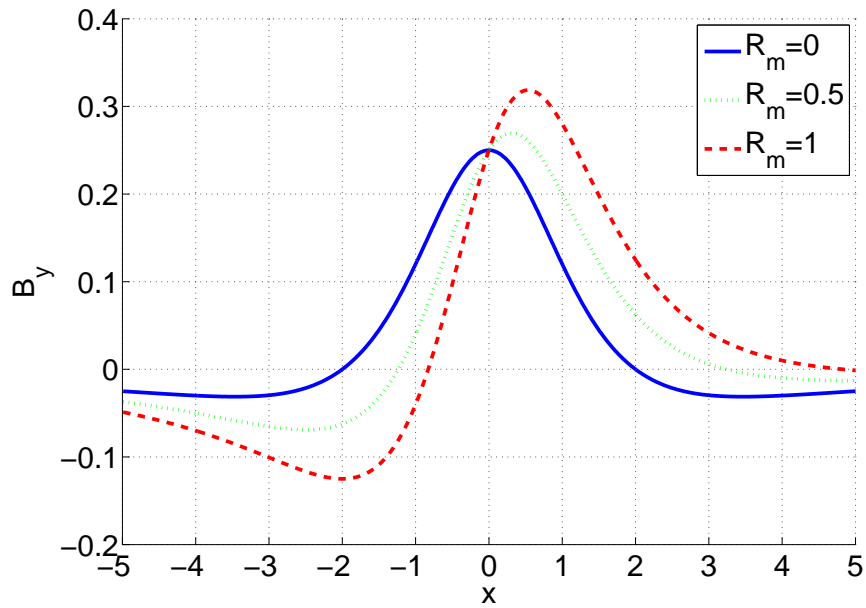


FIGURE 5.7 – Induction sur un dipôle transverse. Profil de  $B_y(x, y = 2)$  en fonction de  $x$ .

étendre ces résultats aux écoulements turbulents, ce qu'on étudie expérimentalement dans la partie suivante, en étudiant l'induction sur un petit aimant dans l'expérience *VKS*.

Le calcul bidimensionnel permet de modéliser qualitativement les premières étapes du processus, dues à l'écoulement moyen. Néanmoins on attend que les fluctuations turbulentes perturbent l'advection et permettent un décrochement du champ induit du champ dipolaire, du fait de la diffusivité par un mécanisme analogue à celui du phénomène de reconnection des lignes de champ magnétique utilisé par exemple dans la magnétohydrodynamique de la couronne solaire [77]. On aurait une émission intermittente de bouffées de champ magnétique loin de l'aimant, s'atténuant au cours du temps par diffusion. Ce phénomène mérite d'être étudié plus en détail et numériquement. On pourrait aussi se demander si cet effet pourrait être décrit comme une instabilité de paramètre le nombre de Reynolds magnétique.

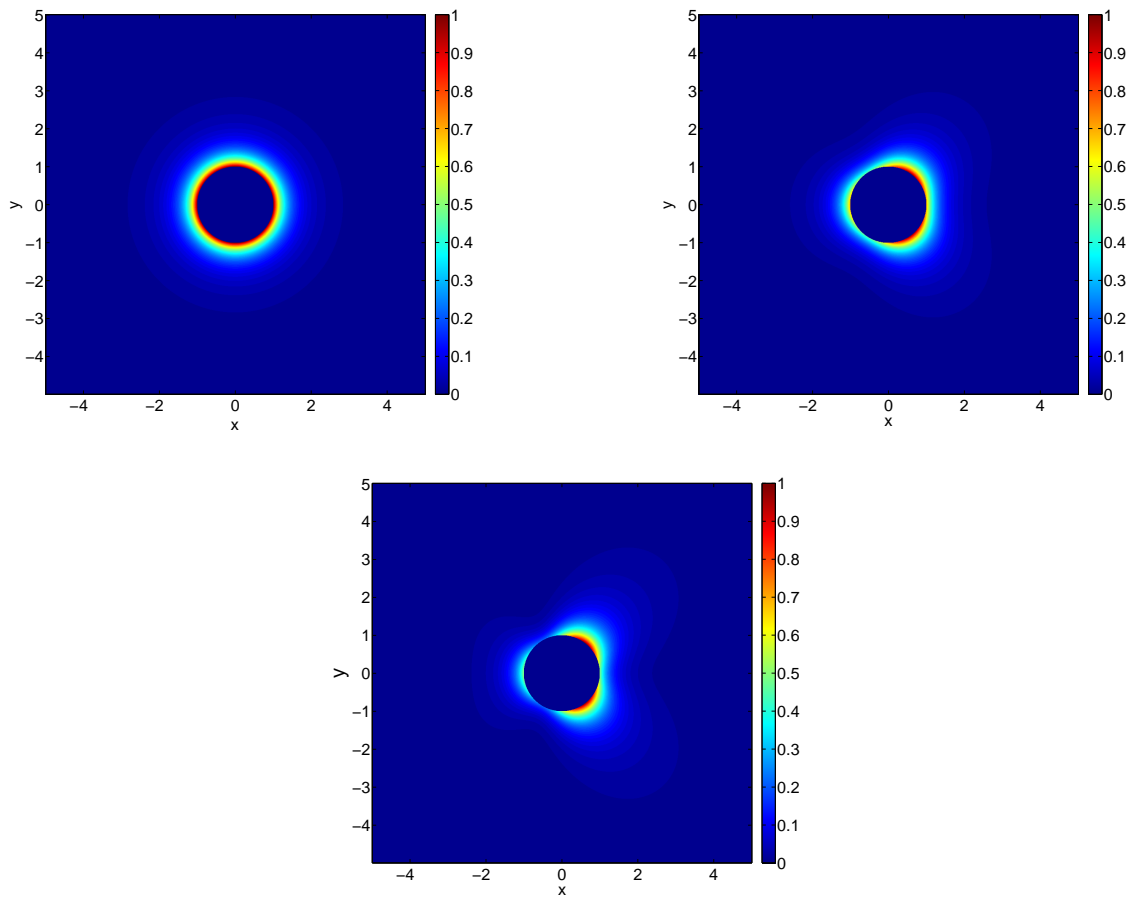


FIGURE 5.8 – Induction sur un dipôle transverse en présence d'un champ de vitesse dirigé selon  $x$ . Représentation de  $\|\vec{B}\|(x, y)$  en fonction de  $x$  et  $y$  pour  $r > R$ . L'échelle de couleur est normalisée par le maximum de  $\|\vec{B}\|(x, y)$ . A gauche  $R_m = 0$ , au centre  $R_m = 0.5$  et à droite  $R_m = 1$ .

## 5.3 Induction avec un aimant : Mise en évidence du transport du champ magnétique dans l'expérience *VKS*

Les mesures réalisées avec l'expérience *VKS* en 2005 ont permis pour la première fois de mettre en évidence le transport du champ magnétique par la turbulence. Ces résultats présentés ici, ont donné lieu à une publication dans *Physical Review Letters* [104]. La première expérience, montrant l'advection de champ magnétique, par l'induction avec un champ magnétique localisé a été faite dans l'équipe de Peter Frick [73] en 2004. Un écoulement de gallium circule dans un tore et se trouve soumis sur une petite zone au champ d'un électro-aimant. L'écoulement moyen permet l'advection du vecteur champ magnétique induit, dirigé principalement selon la coordonnée azimutale, en aval et en amont de l'électroaimant.

Pour nos mesures dans *VKS2*, la chemise interne de cuivre avait été retirée, on a donc un volume libre de sodium en mouvement dans un cylindre de diamètre intérieur de  $578\text{ mm}$  et de longueur  $604\text{ mm}$ . Les turbines sont des disques en acier inoxydables de rayon  $R = 154.5\text{ mm}$  sur lesquels sont fixées 8 pales courbes de hauteur  $41.2\text{ mm}$ . Les mesures ont utilisé principalement le sens de rotation dit *anticontra*, qui augmente la part d'écoulement poloïdal (recirculation) sur l'écoulement toroïdal (rotation) et pour lequel on a plus de fluctuations. On peut alors atteindre des fréquences de rotation maximales  $f_{rot}$  de l'ordre de 20 Hz. L'utilisation d'un aimant cylindrique *NdFeB* de  $22\text{ mm}$  de diamètre et  $10\text{ mm}$  de hauteur s'est avérée une manière simple et efficace de produire un champ magnétique localisé. Le champ vaut à la surface de l'aimant  $0.5\text{ T}$ , mais seulement  $10\text{ G}$  lorsqu'on s'en éloigne de  $100\text{ mm}$  ( $1\text{ Gauss} = 10^{-4}\text{ Tesla}$ ). Il est assimilable à un dipôle magnétique à partir de  $20\text{ mm}$ . On place l'aimant au fond d'un doigt de gant vertical dans le plan médian (M sur la figure 5.9), à une distance de  $195\text{ mm}$  de l'axe du cylindre. La distance entre le point de mesure et l'aimant varie alors entre 200 et  $360\text{ mm}$ , distances pour lesquelles le champ produit par l'aimant est très inférieur au champ magnétique terrestre d'amplitude de l'ordre de  $0.5\text{ G}$ . De plus des mesures en absence d'aimant avec les disques en mouvement, montrent que dans ce cas l'écart type des fluctuations reste en dessous de  $0.2\text{ G}$ . Afin d'isoler la contribution du champ dû à l'aimant, on étudiera de préférence les fluctuations qui seront effectivement attribuées à l'aimant lorsqu'elles excèdent  $0.4\text{ G}$ . La position de l'aimant par rapport à la sonde est très particulière vis à vis de l'écoulement moyen. En effet du fait de l'aspiration des disques, la sonde n'est absolument pas dans le sillage de l'aimant. On mesure ainsi le transport dû à l'effet des fluctuations turbulentes, importantes par rapport à l'écoulement moyen.

### 5.3.1 Mise en évidence du transport de champ magnétique

Un signal d'amplitude de l'ordre du Gauss sur les capteurs de la sonde de champ magnétique est observé, lorsque le sodium est en mouvement. Le signal temporel des composantes du champ magnétique présente (figure 5.10) un aspect relativement intermittent, une faible autocorrélation ainsi qu'une faible corrélation entre composantes, sauf peut-être à temps très court.

Lorsqu'on augmente la fréquence  $f_{rot}$  de rotation des disques, on observe que l'écart type des fluctuations de chaque composante augmente à peu près linéairement avec  $f_{rot}$ , tandis que la valeur moyenne reste à un niveau constant (figure 5.11). L'écoulement moyen ne semble pas contribuer à ce phénomène d'induction, car on attendrait alors une évolution nette de la valeur moyenne du champ magnétique. Le signal d'induction est donc engendré par les fluctuations turbulentes. On peut alors penser que l'amplitude du champ magnétique transporté est linéaire avec la vitesse quadratique moyenne de l'écoulement. On remarque de plus que les fluctuations dans la direction  $O_X$ , qui est l'axe du cylindre formé par la cuve, sont d'amplitude une fois et demi l'amplitude des fluctuations

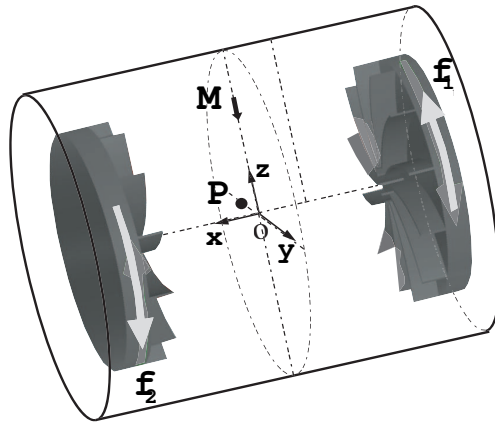


FIGURE 5.9 – Schéma de la cuve de *VKS2*, pour les expériences d'induction en champ localisé. La chemise a été retirée. L'aimant se trouve à la position *M* et le premier point de mesure (premier capteur de la sonde multiple) se trouve à la position *P*.

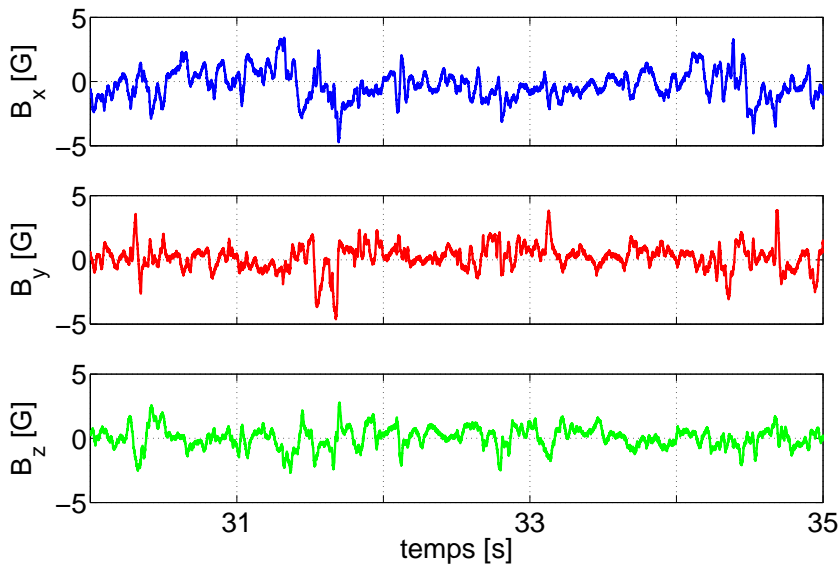


FIGURE 5.10 – Extrait du signal temporel des composantes du champ magnétique pour une vitesse de rotation des disques  $\Omega = 15Hz$  pendant 5 s

dans les deux autres directions. L'axe de la cuve forme ainsi une direction privilégiée pour le champ magnétique. On peut l'expliquer par l'effet de l'écoulement moyen, qui par le pompage des disques, produit un point de stagnation au centre de la cuve, qui étire le champ magnétique dans la direction  $O_X$ . Par étirement on crée une composante de champ magnétique selon  $O_X$  et les fluctuations turbulentes transportent par bouffées la composante de champ ainsi créée.

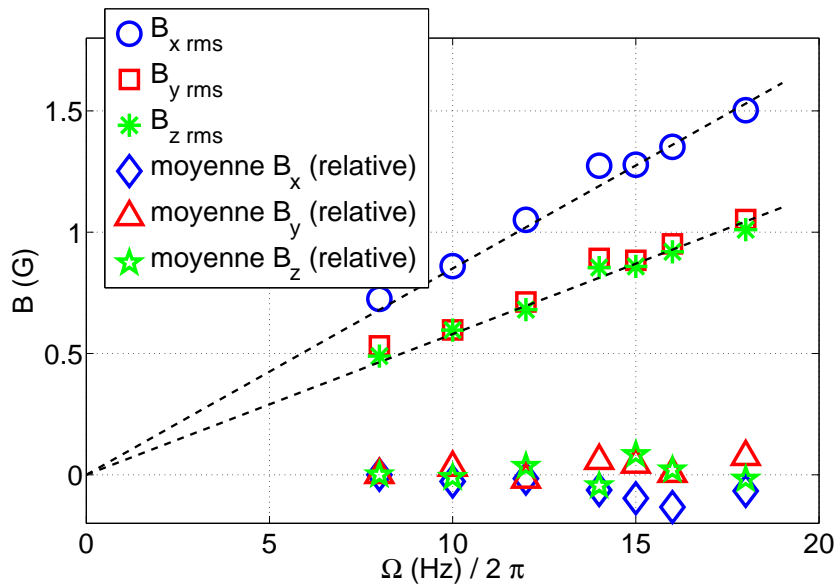


FIGURE 5.11 – Evolution de l'écart type et de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en fonction de la fréquence de rotation des disques  $f_{rot} = \frac{\Omega}{2\pi}$ .

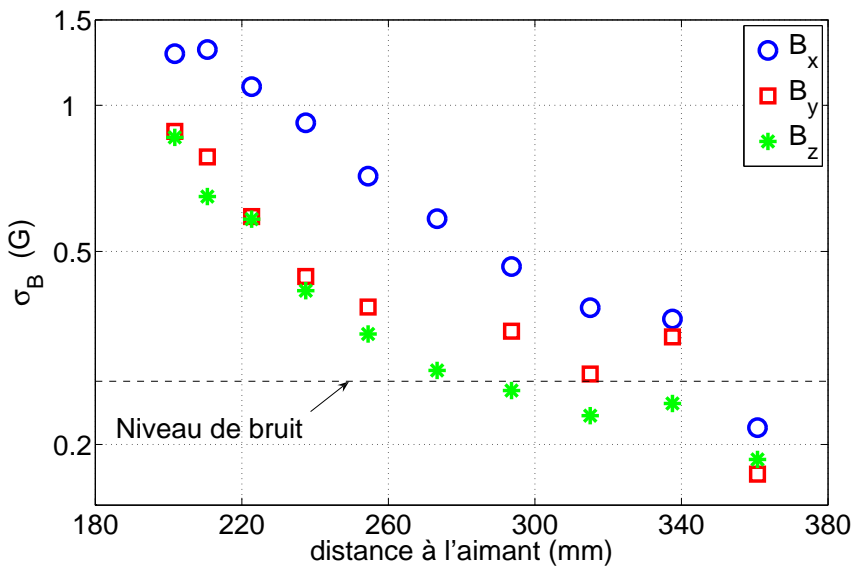


FIGURE 5.12 – Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique en fonction de la distance à l'aimant pour  $f_{rot} = 15 \text{ Hz}$ . L'échelle verticale est logarithmique.

En représentant l'écart type des fluctuations en fonction de la position du capteur sur la sonde de champ magnétique, on observe une décroissance du champ en fonction de la distance à l'aimant (figure 5.12), de type exponentielle, très éloignée de la décroissance en  $1/r^3$  du dipôle. On remarque qu'à partir d'une distance de l'ordre de  $300 \text{ mm}$ , l'amplitude devient insuffisante pour la différencier des effets d'induction sur le champ magnétique terrestre et du bruit expérimental. La longueur

caractéristique de décroissance est de l'ordre de  $90\text{ mm}$  et ne semble pas dépendre notablement de la fréquence de rotation. Cette représentation met en évidence le phénomène de transport de champ magnétique, dans le sens qu'on mesure un champ magnétique induit, à une distance où le champ créé par l'aimant est sous le champ magnétique terrestre. Néanmoins le fait que cette longueur ne dépende pas de la fréquence de rotation donc de  $R_m$  est assez inhabituel et reste inexplicée pour le moment.

L'étude de la fonction de densité de probabilité des fluctuations pour chaque composante (figure 5.14) confirme les précédentes observations, en particulier l'intermittence du signal par la présence d'ailes de distribution exponentielle. Cet effet se rencontre aussi dans l'étude du scalaire passif comme la température, lorsqu'un gradient est imposé, [92, 44]. Nous avons fait au début de ma thèse des mesures de dispersion de température dans l'eau avec un écoulement à deux hélices de type Von-Karman. On impose un point chaud et on mesure la température à l'aide d'un fil froid. Les fonction de densité de probabilité présentent une aile exponentielle ( figure 5.13), mais cette aile disparaît en augmentant la distance au point chaud. En effet le mélange turbulent se fait très rapidement dans l'eau du fait du nombre de Prandtl de 7 et la bouffée de fluide chaud subit la cascade turbulente, pour atteindre des échelles plus petites que la résolution du fil froid.

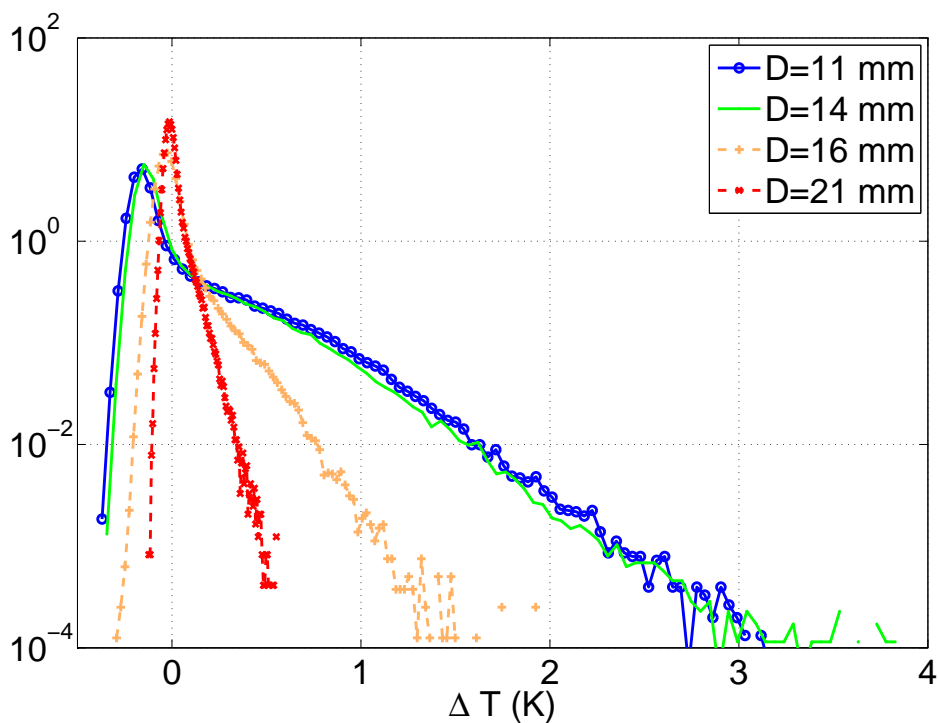


FIGURE 5.13 – Densité de probabilité des fluctuations de température dans l'eau pour  $f_{rot} = 15\text{ Hz}$ .

Pour les mesures de champ magnétique dans le sodium, le régime d'advection est très différent, à cause du très faible nombre de Prandtl des métaux liquides. Le champ magnétique ne peut pas être facilement déformé par le champ de vitesse, et les phénomènes diffusifs restent très importants à grande échelle.

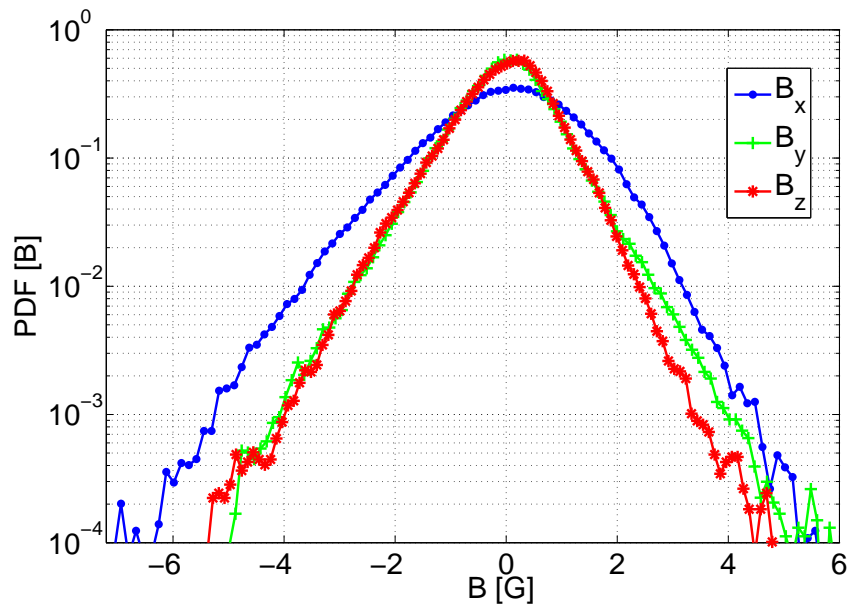


FIGURE 5.14 – Densité de probabilité des fluctuations des composantes du champ magnétique pour  $f_{rot} = 15 \text{ Hz}$ .



Le spectre temporel de puissance des composantes (figure 5.15) montre approximativement deux zones : en dessous de la fréquence de rotation, une zone de pente faible, où on remarque que la composante  $X$  du champ dépasse les deux autres et au dessus de la fréquence de rotation, une zone dite inertielle pour laquelle les trois composantes ont le même comportement où le spectre décroît rapidement avec la fréquence, jusqu'au niveau de bruit électromagnétique de spectre plat.

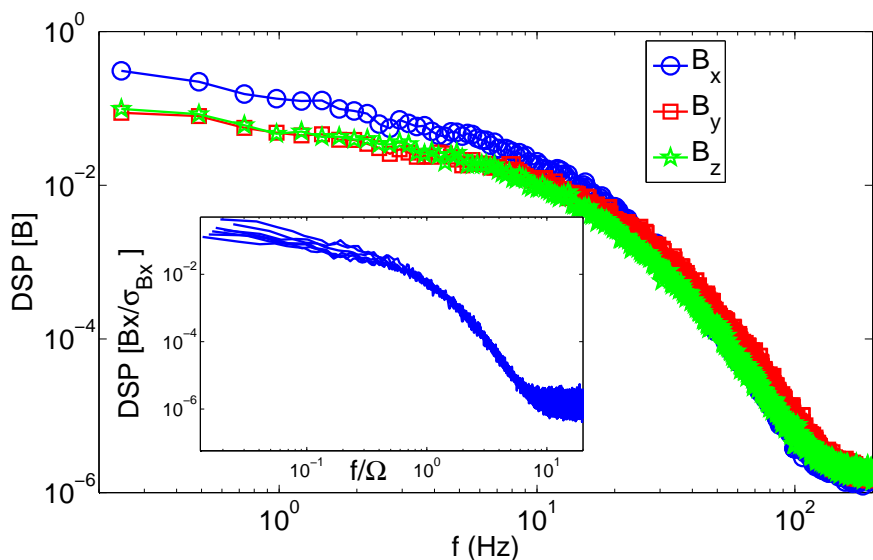


FIGURE 5.15 – Spectre de puissance des composantes du champ magnétique pour  $\Omega = 15Hz$ . Dans l'encart spectre de puissance de  $\frac{B_x}{\sigma_x}$  pour différentes valeurs de  $\Omega$  en fonction de  $f/\Omega$

La phénoménologie du spectre reste semblable à celle d'un spectre d'induction. L'étude détaillée des spectres du champ magnétique fait l'objet d'une partie du chapitre 6.

La fonction de cohérence (figure 5.17) montre la part commune du spectre temporel de deux signaux. Pour une même composante la cohérence entre capteurs successifs est forte à basse fréquence. Ceci montre qu'une taille caractéristique du champ magnétique est de l'ordre de la distance entre deux capteurs, soit  $28mm$ . A plus haute fréquence, les fluctuations sont indépendantes.

La fonction de corrélation d'une même composante du champ entre les signaux acquis par deux capteurs différents, montrent à nouveau une taille caractéristique du champ qui est de l'ordre ou excède la distance entre capteurs soit  $28mm$ . Il semblerait que cette taille varie avec la position du capteur, donc avec la distance à l'aimant, sans doute par élargissement diffusif.

### 5.3.2 Intermittence de sillage

L'évolution temporelle de l'amplitude du champ magnétique (figure 5.18), montre de manière plus claire qu'en utilisant les composantes, une certaine intermittence du signal, à savoir la mesure de passages aléatoires de bouffées de champ magnétique de forte amplitude. La fonction densité de probabilité de la norme de  $\vec{B}$  (figure 5.19) confirme cette interprétation en montrant une queue exponentielle très prononcée.

L'intermittence observée pour le champ magnétique, n'est pas vraisemblablement une intermittence à travers les échelles spatiales au sens de celle du champ de vitesse en turbulence homogène isotrope. Dans notre expérience, le phénomène d'intermittence est lié au passage aléatoire de bouffées

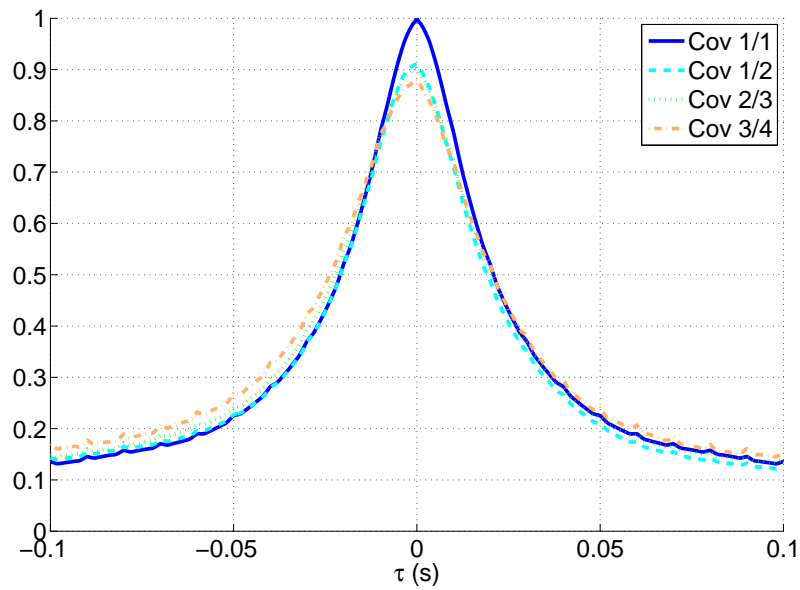


FIGURE 5.16 – Fonction de corrélation pour la composante  $X$  du champ magnétique, entre capteurs successifs.

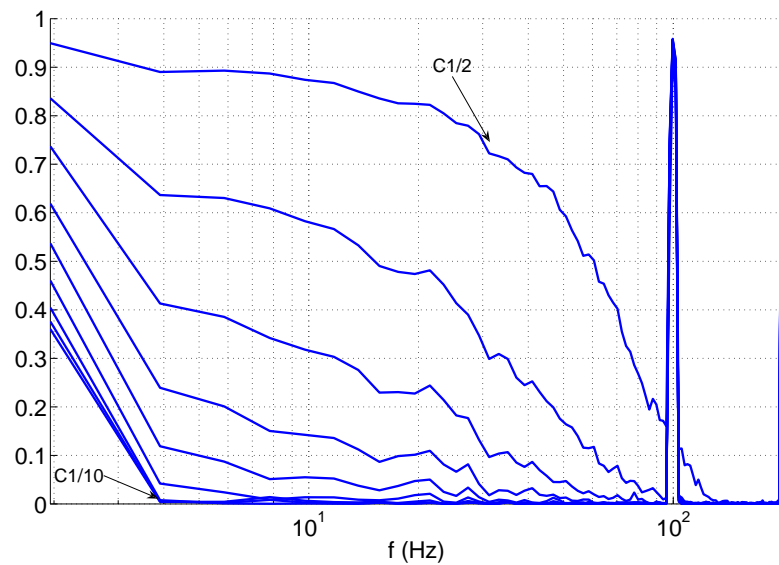


FIGURE 5.17 – Fonction de cohérence entre le capteur 1 et le capteur  $i$ , avec  $i$  allant de 2 à 10, pour  $\Omega = 15Hz$

cohérentes de champ magnétique dans la direction  $O_X$ , ce qui la rapproche plus d'une intermittence due au mouvement d'un sillage ou intermittence de jet. Ces concepts sous d'autres noms sont bien décrits expérimentalement et théoriquement dans la thèse de Jérôme Duplat [29] pour des mesures à nombre de Prandtl de l'ordre de un ou grand.

On essaie alors de caractériser ce phénomène en étudiant la fonction d'autocorrélation temporelle

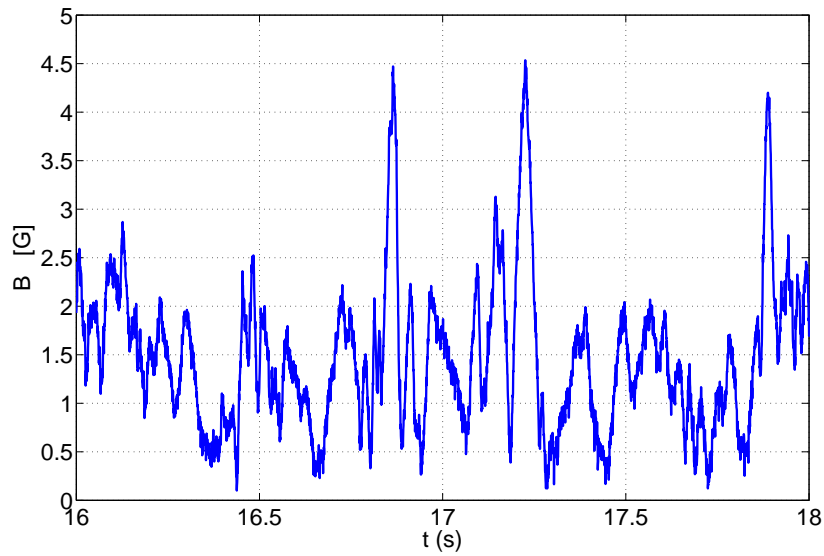


FIGURE 5.18 – Extrait du signal temporel de la norme du champ magnétique pour  $\Omega = 15 Hz$

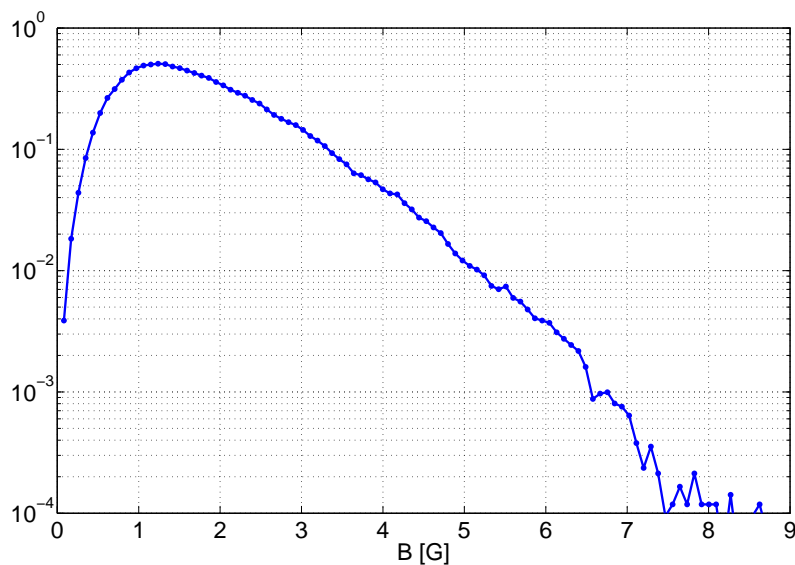


FIGURE 5.19 – Fonction de densité de probabilité de la norme du champ magnétique pour  $\Omega = 15 Hz$

de la norme du champ magnétique. La largeur  $\tau$  de cette fonction d'autocorrélation peut s'interpréter comme une largeur temporelle moyenne des pics de champ magnétique passant sur le détecteur et il est donc intéressant d'étudier cette grandeur. Or on remarque que  $\tau$  diminue avec la fréquence de rotation. Si on nomme  $\delta$  la taille caractéristique des impulsions ou bouffées de champ magnétique, alors  $\tau = \frac{\delta}{v_{rms}}$ .

Expérimentalement on obtient une variation de  $\tau$  avec  $\Omega$  en loi de puissance avec un exposant  $-1.25$  et effectivement, les fonctions d'autocorrélation se superposent quand on les trace en fonc-

tion de  $\Omega^{1.25} t$  sur la figure 5.20. Comment comprendre ce comportement ? La largeur de la fonction d'autocorrélation augmente proportionnellement avec la distance entre capteur. Ceci peut s'interpréter comme un élargissement diffusif de la taille caractéristique des bouffées le long de la trajectoire lagrangienne. La largeur  $\delta$  d'une bouffée a pour ordre de grandeur  $\sim \sqrt{\eta t} \sim \sqrt{\eta L / v_{rms}}$ , avec  $L$  la "longueur" de la trajectoire lagrangienne. Donc pour une mesure au cours du temps faite en un point, la durée typique correspondant au passage d'une bouffée est égale à sa largeur divisée par la vitesse du fluide. Par conséquent la largeur de la fonction d'autocorrélation peut s'écrire :

$$\tau \sim \frac{\sqrt{\eta L}}{v_{rms}^{3/2}}$$

On peut approximativement évaluer la longueur de la trajectoire en faisant intervenir la diffusivité turbulente  $D_{turb} = L_{int} v_{rms}$ , avec  $L_{int}$  l'échelle intégrale de l'écoulement [101]. On suppose que pour les niveaux de turbulence de *VKS*, l'échelle intégrale est une grandeur provenant de la géométrie du forçage et de la cuve et donc indépendante de la vitesse des turbines. La notion de diffusivité turbulente nécessite néanmoins de considérer le phénomène de transport sur une longueur plus grande que l'échelle intégrale.

Alors en appelant *dist* la distance entre le point de mesure et l'aimant, on peut écrire  $L = dist^2 / L_{int}$ . D'où,

$$\tau \sim \frac{\eta^{1/2} dist}{L_{int}^{1/2} v_{rms}^{3/2}}$$

L'amplitude des fluctuations de vitesse étant proportionnelle à la fréquence de rotation des turbines, on en déduit que  $\tau$  doit évoluer proportionnellement avec  $f_{rot}^{-1.5}$ . Le résultat représenté sur la figure 5.21 montre que ce modèle simpliste explique qualitativement l'évolution observée.

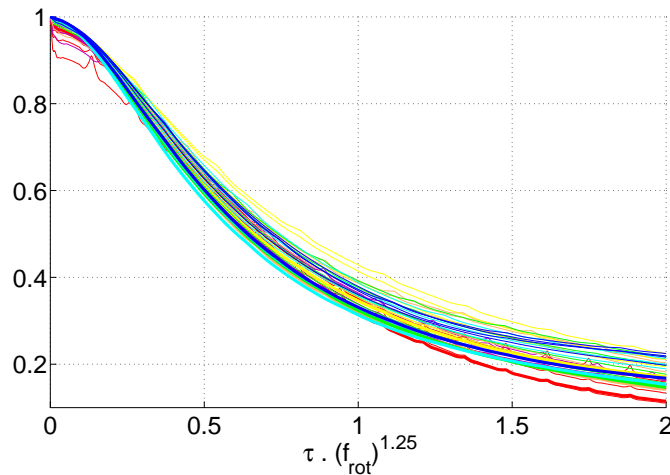


FIGURE 5.20 – Fonction d'autocorrélation de la norme du champ magnétique scaling en  $f_{rot}^{1.25}$  pour des mesures où la fréquence de rotation varie entre 8 et 18 *Hz*

On peut utiliser les données précédentes pour tenter d'expliquer la décroissance du champ avec la distance ( figure 5.12). En supposant que dans notre cas les effets d'induction se résument au transport uniquement, on peut penser que l'évolution de l'amplitude du champ magnétique suit le long de la trajectoire Lagrangienne suivie par la bouffée, une équation de diffusion de diffusivité  $\eta$ .

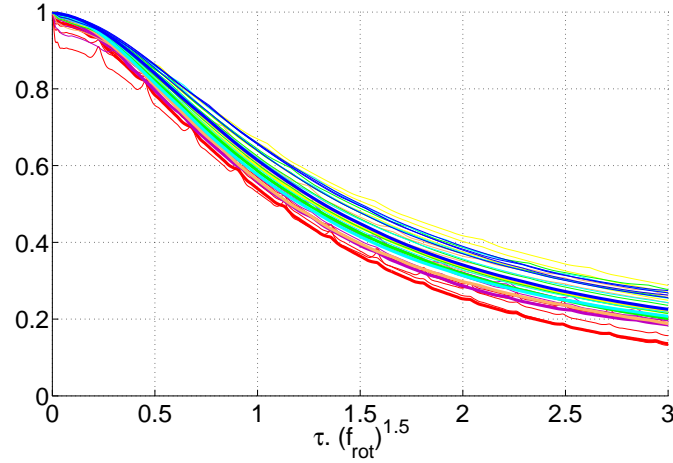


FIGURE 5.21 – Fonction d'autocorrélation de la norme du champ magnétique scaling en  $f_{rot}^{1.5}$  pour des mesures où la fréquence de rotation varie entre 8 et 18 Hz

Donc en notant  $s$  l'abscisse le long de la trajectoire, on peut estimer que le champ magnétique se comporte comme :

$$B(s, t) = B_0 \frac{1}{2(\pi\eta t)^{1/2}} \exp\left(\frac{-s^2}{4\eta t}\right) \quad (5.7)$$

Du fait de l'hypothèse de transport du champ, on a  $t = L/v$ . On peut écrire aussi comme précédemment  $s = dist^2/L_{int}$ . On obtient alors une expression de l'ordre de grandeur du champ mesuré pour un capteur à la distance  $dist$  de l'aimant :

$$B(dist) = B_0 \left(\frac{L_{int}v}{4\pi\eta dist^2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-dist^2v}{4\eta L_{int}}\right) \quad (5.8)$$

Ce modèle simple donne une interprétation de la décroissance des fluctuations du champ magnétique, en fonction de la distance à l'aimant. La confrontation aux données n'a pas encore été faite. On pense que la prise en compte de plusieurs bouffées de champ magnétique, ainsi que les effets d'induction dus aux gradients de vitesse, pouvant amplifier ou diminuer le champ, permettraient d'expliquer la décroissance exponentielle (figure 5.12), moins rapide que celle trouvée de forme gaussienne.

### 5.3.3 Orientation du vecteur champ magnétique

Après avoir étudié l'amplitude du champ magnétique, regardons désormais le comportement de sa direction. Il apparaît en effet sur les signaux étudiés une orientation préférentielle du champ, à savoir que le vecteur de norme unité parallèle au champ magnétique, semble pointer la plupart du temps dans une direction particulière  $O_x$ . On étudie la densité de probabilité bidimensionnelle en fonction des angles des coordonnées sphériques  $\theta$  et  $\phi$  (figure 5.22) . On définit l'angle  $\theta$  comme l'angle entre le vecteur direction et l'axe  $O_z$  , et l'angle  $\phi$  comme l'angle autour de l'axe  $O_z$ , dans le plan  $O_{xy}$ , avec comme origine  $O_x$ , l'aimant ayant alors son vecteur aimantation parallèle à l'axe  $Oz$ . On obtient (figure 5.22) un maximum de probabilité selon  $-\vec{e}_x$ , correspondant à l'axe du cylindre de la cuve, ce qui est cohérent avec l'effet d'amplification par l'étirement. De plus on a vérifié que cette direction est particulièrement associée aux instants où le champ est de forte amplitude. Ainsi si la direction du champ mesuré est très différente de celle du champ appliqué, on remarque que la composante transportée est celle créée par le phénomène d'induction dominant. Ainsi il n'y a pas à mon avis de phénomène de décorellation de l'orientation du champ magnétique sur une échelle plus petite que quelques centimètres.

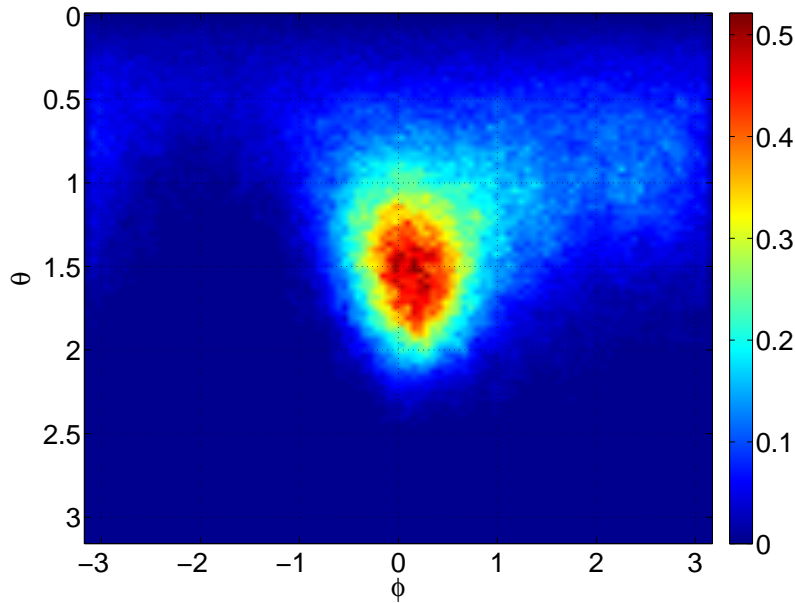


FIGURE 5.22 – Fonction de densité de probabilité bidimensionnelle de l'orientation du champ magnétique pour  $\Omega = 15 \text{ Hz}$  en fonction de  $\theta$  et de  $\phi$

### 5.3.4 Conclusion

Les premières mesures d'induction à partir du champ d'un petit aimant permanent effectuées sur l'expérience VKS2 ont ainsi permis de montrer le phénomène de transport de champ magnétique. On observe un signal intermittent, d'amplitude supérieure à plus de deux fois le champ de l'aimant aux distances considérées. Conformément à l'équation de l'induction, l'effet est linéaire avec la vitesse de rotation des disques. La décroissance exponentielle de l'écart type du champ avec la

distance à l'aimant n'est par contre pas bien comprise à l'heure actuelle. De plus on a essayé de caractériser l'intermittence et l'orientation du signal observé. On aurait ainsi le transport aléatoire par la turbulence de bouffées de champ magnétique de taille de l'ordre du centimètre. A l'intérieur d'une bouffée le champ est orienté préférentiellement selon l'axe de la cuve (du moins pour les différents points de mesure), puis cet évènement de champ magnétique s'atténue progressivement le long de sa trajectoire Lagrangienne par diffusion ohmique. Pour des nombres de Reynolds magnétiques modérés, il faut souligner que ce phénomène de transport est difficile à mettre en oeuvre, en effet pour le processus proposé, il faut d'abord décrocher une boucle de champ de l'aimant, puis observer suffisamment proche de la source. Néanmoins ce processus montre que les phénomènes d'induction turbulente, deviennent facilement non locaux, et oeuvrent dans notre expérience sur la taille de la cuve. En revanche, on montre que la direction du champ magnétique, reste cohérente sur une taille de l'ordre de quelques centimètres comparable à l'échelle diffusive construite avec la fréquence de rotation  $l_{diff} = \sqrt{\frac{\eta}{2\pi f_{rot}}}$ , mais aussi avec l'échelle de l'induction  $l_{ind} = \frac{\eta}{U}$ . D'après les calculs du début de ce chapitre, cette dernière échelle semble en effet être la taille des structures de champ magnétique advectées. Les nombres de Prandtl très faibles des métaux liquides, permettent ainsi un transport cohérent de la composante induite sur des longueurs de l'ordre de quelques centimètres, sans déformation importante de la structure du champ magnétique transporté. La turbulence ne semble donc pas réhibitoire à l'effet dynamo.

Par rapport au transport du scalaire passif, le transport magnétique est notablement plus complexe, parce-que la quantité transportée est un vecteur dont l'amplitude évolue au cours du transport. En effet à grand  $R_m$  le champ magnétique peut-être amplifié localement par l'étirement des lignes de champ.

# Chapitre 6

## Fluctuations turbulentes du champ magnétique

Dans les parties précédentes, nous avons étudié le comportement du champ magnétique, créé par un effet dynamo ou produit par induction. Pour des conditions de forçage particulières, nous avons rencontré des régimes dynamiques intéressants (oscillations, renversements) correspondant à une évolution à grande échelle du mode dynamo. Les temps caractéristiques associés sont alors plus longs que le temps de diffusion, de l'ordre de la seconde. Or comme on le voit sur un signal temporel donné par une sonde à effet Hall, des fluctuations dues à la turbulence de l'écoulement se superposent à cette dynamique lente. L'étude de ces fluctuations, responsables de la dynamique rapide du champ magnétique fait l'objet de ce chapitre.

### 6.1 Spectres de puissance temporels

Pour un forçage stationnaire, l'outil usuel pour scruter la dynamique temporelle d'un signal est l'analyse spectrale. On estime en fonction de la fréquence temporelle  $f$ , la densité spectrale de puissance (*Power spectral Density*) du signal réel  $F(t)$ ,  $PSD[F](f)$ , souvent appelé par raccourci sous le nom de spectre et définie par :

$$PSD[F](f) = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \left| \int_{-T}^T F(t) e^{i2\pi ft} dt \right|^2$$

L'énergie du signal s'écrit alors comme

$$E_F = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T PSD[F](f) df$$

Ainsi défini, le spectre de puissance s'identifie aussi à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du signal  $C_F(\tau)$ , définie par :

$$C_F(\tau) = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T F(t) \cdot F(t + \tau) dt$$

Pour les différents signaux expérimentaux que nous avons étudiés, nous avons estimé la densité spectrale de puissance en utilisant l'algorithme de Transformée de Fourier rapide sur le signal échantillonné le plus souvent à 2000 Hz. Pour améliorer l'estimation, on effectue le calcul avec un nombre



de points relativement petit devant le nombre total de points du signal (au moins dix fois), ce qui permet en divisant le signal en plusieurs sous intervalles de moyenner la densité spectrale obtenue. De plus on utilise une fenêtre de pondération de type *hanning*. Enfin pour tous les spectres représentés, on a retiré la moyenne temporelle des signaux, pour ne garder que la partie fluctuante.

### 6.1.1 Fluctuations du champ magnétique induit dans l'expérience *D24 Gallium*

#### Écoulement *4HA*

Un des objectifs de l'expérience *D24 Gallium* est d'étudier la dynamique du champ magnétique induit pour un écoulement turbulent, se rapprochant le plus possible de la turbulence homogène isotrope. C'est pourquoi, on commence par décrire les résultats obtenus en utilisant l'écoulement *4HA*. Dans les mesures décrites par la suite, on applique un champ dans la direction  $O_Y$  par les bobines et on étudie les fluctuations du champ magnétique, induites par l'écoulement. Pour cet écoulement, le signal temporel des composantes (figure 6.1) présente un fort taux de fluctuations, dont la distribution est gaussienne (figure 6.2).

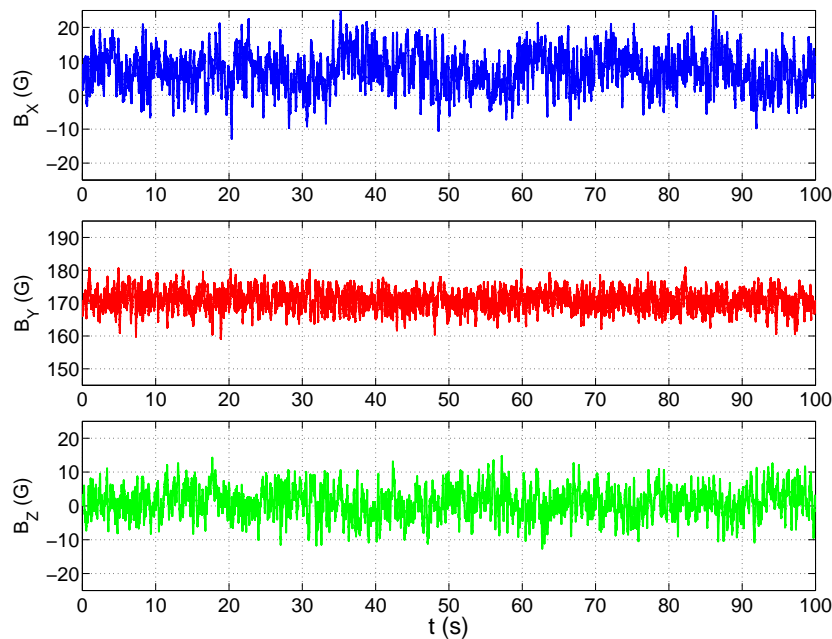


FIGURE 6.1 – Signal direct du champ magnétique pour l'écoulement *4HA* à une fréquence de rotation de  $40\text{ Hz}$  et un champ appliqué de  $166\text{ G}$

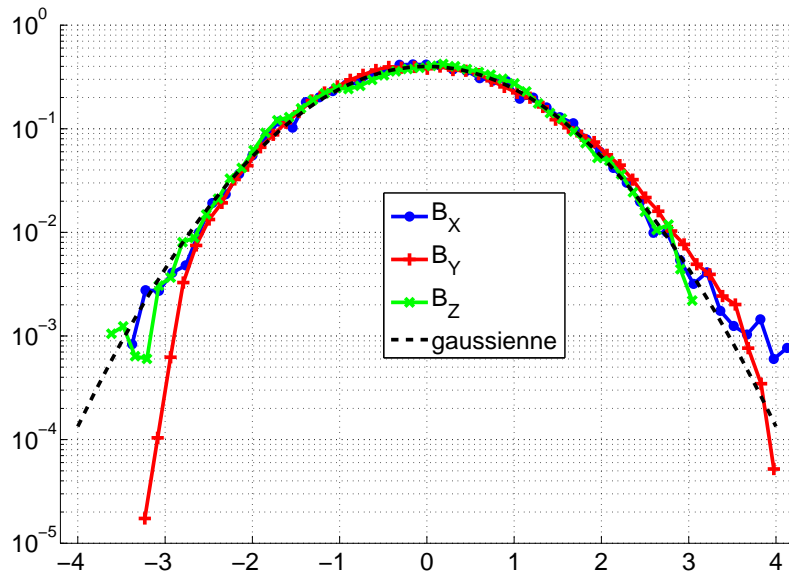


FIGURE 6.2 – Fonction de densité de probabilité des composantes du champ magnétique pour l'écoulement  $4HA$  à  $f_{rot} = 30 Hz$

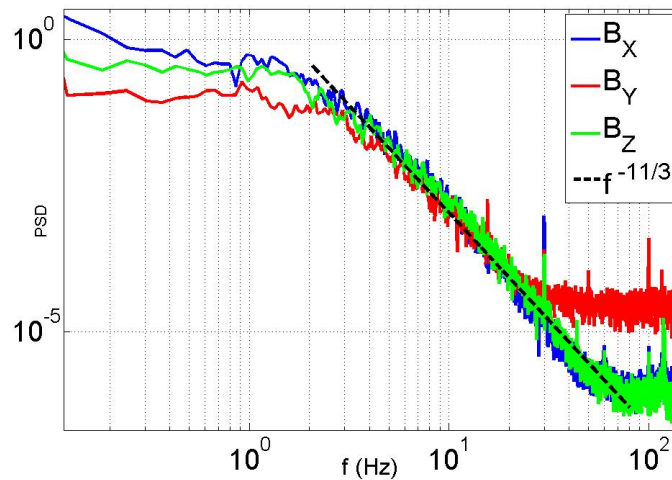


FIGURE 6.3 – Spectre de puissance du champ magnétique pour l'écoulement  $4HA$  à  $f_{rot} = 30 Hz$ .

**Représentation adimensionnée des spectres.** Pour pouvoir comparer, les différents spectres entre les différentes expériences, nous proposons de les représenter sous une forme adimensionnée. Pour les fluctuations rapides de l'écoulement, on constate que les temps intervenants sont liés directement à la fréquence de rotation des hélices. Autrement dit, les temps caractéristiques des fluctuations de champ magnétique sont de nature hydrodynamique et liés par conséquent au forçage. C'est pourquoi on introduit la fréquence adimensionnée sous la forme  $f^* = \frac{f}{f_{rot}}$ . Ce choix de l'échelle des fréquences, est fréquent dans l'étude de l'écoulement de Von Karman [55, 105]. Comment peut-on

ensuite adimensionner le spectre de puissance ?

$$PSD[F](f) \cdot f_{rot}^2 = PSD[F](f^*)$$

D'après l'égalité de Parseval pour un signal de puissance finie et de moyenne nulle :

$$\int PSD[F](f) df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T |F(t)|^2 dt = \sigma_F^2$$

$T$  est la durée d'acquisition et  $\sigma_F$  est l'écart type du signal  $F$ . D'où,

$$\int PSD[F](f^*) f_{rot} df^* = \int PSD[F](f) df \sim \sigma_F^2$$

D'après cette expression,  $PSD[F](f^*) f_{rot}$  a la dimension de  $F^2$  et a pour ordre de grandeur  $\sigma_F^2$ . On en déduit que le spectre adimensionné s'obtient en calculant le spectre du signal divisé par son écart type et le multipliant par la fréquence de rotation, soit :

$$PSD^*[F^*](f^*) = PSD[F/\sigma_F](f/f_{rot}) f_{rot}$$

On trace donc cette fonction pour plusieurs mesures correspondant à des fréquences de rotation des hélices différentes. On constate que les différents spectres se superposent pour  $B_X$  (figure 6.4), pour  $B_Y$  (figure 6.5) et pour  $B_Z$  (figure 6.6). On remarque néanmoins que l'amplitude de pics correspondants à des harmoniques de la fréquence de rotation (en particulier la 4ème due aux pales), augmente pour les plus hautes vitesses et ressortent de la courbe générale. L'hypothèse de départ est juste, les temps caractéristiques des fluctuations turbulentes du champ magnétique, sont liés à la fréquence de rotation des hélices. On peut remarquer que cette représentation a une portée plus générale, que la magnétohydrodynamique, et on a pu vérifier que cette méthode était valide pour les mesures de vitesse et de pression dans des écoulements confinés.

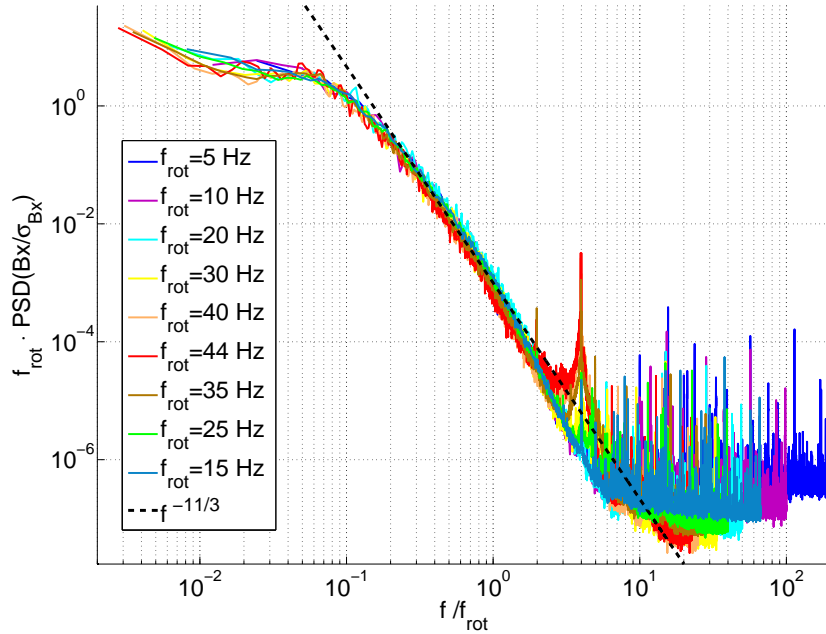


FIGURE 6.4 – Représentation adimensionnée des spectres de puissance de  $B_X$  pour l'écoulement  $4HA$

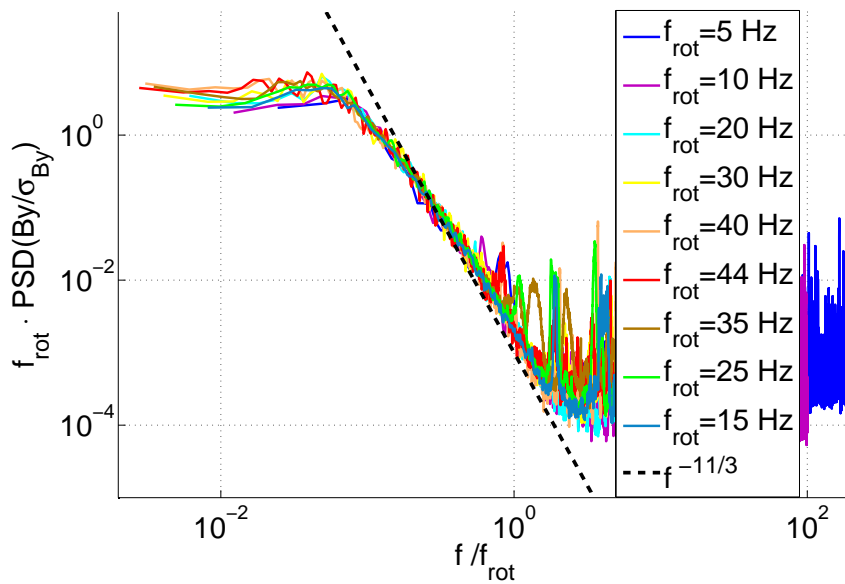


FIGURE 6.5 – Représentation adimensionnée des spectres de puissance de  $B_Y$  pour l'écoulement  $4HA$ . Le niveau de bruit est plus fort pour cette composante, car le champ imposé dans cette direction impose un calibre du gaussmètre moins sensible.

On a aussi étudié les spectres des mesures du flux du champ magnétique vertical à travers du plan équatorial (figure 6.7). Les spectres correspondants sont semblables à celui de  $B_Z$  mesuré en un point au centre et se superposent en les adimensionnant par la fréquence de rotation. Les fluctuations

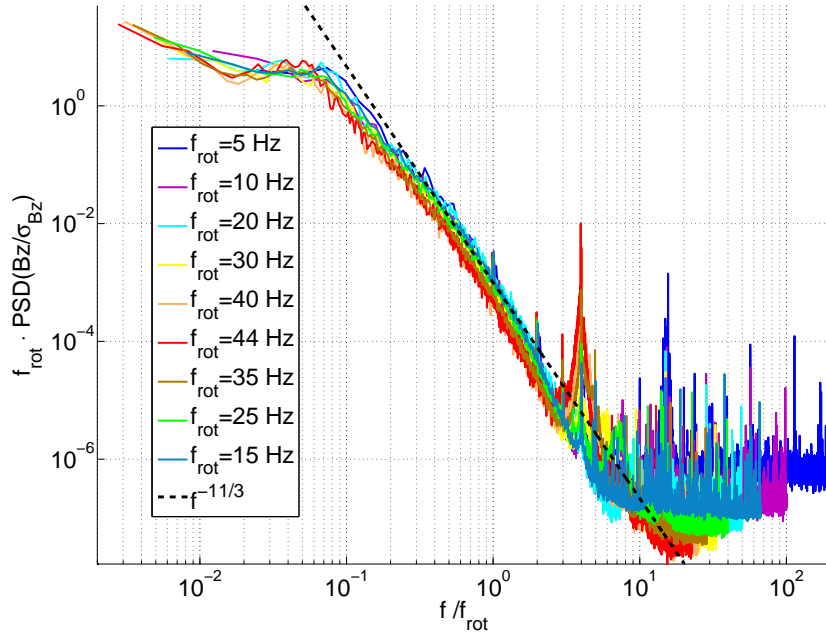


FIGURE 6.6 – Représentation adimensionnée des spectres de puissance de  $B_Z$  pour l'écoulement  $4HA$

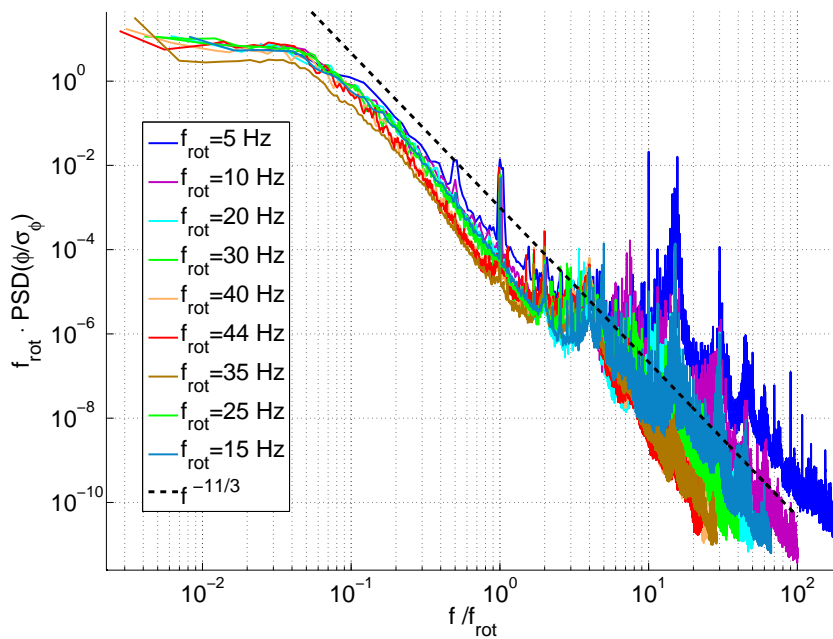


FIGURE 6.7 – Représentation adimensionnée des spectres de puissance du flux magnétique pour l'écoulement  $4HA$ . La loi de puissance en  $f^{-11/3}$  est moins bien suivie que pour les mesures locales de champ magnétique.

intégrées sur la taille de l'expérience ont ainsi une dynamique semblable à celle du champ magnétique.

L'amplitude semble néanmoins décroître plus vite à haute fréquence, que celle du champ magnétique mesuré localement.

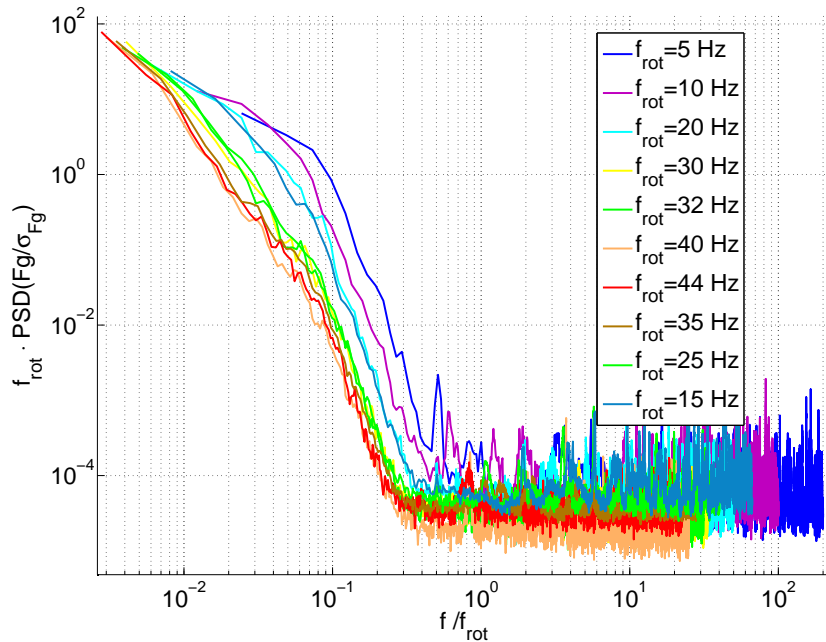


FIGURE 6.8 – Représentation adimensionnée des spectres de puissance du champ magnétique mesuré avec un fluxgate pour l'écoulement  $4HA$

Enfin on a utilisé un fluxgate, qui est l'appareil de mesure de champ magnétique, le plus précis que nous ayons à disposition. Il est placé juste à l'extérieur de la cuve, à mi-hauteur. Pour les écoulements utilisés, on mesure peu de champ magnétique induit à l'extérieur de la cuve. Les spectres obtenus (figure 6.8) vérifient moins nettement l'adimensionnement. La zone sensible du fluxgate fait deux centimètre. On perd donc la partie haute fréquence des fluctuations. Néanmoins, cette mesure montre que les fluctuations du champ induit sont faibles loin de la zone où le fluide est en mouvement.

## Écoulement $VD$

Il paraît judicieux de comparer le cas précédent au cas opposé, celui de l'écoulement du vortex en diagonale  $VD$ , pour lequel l'induction moyenne était la plus importante et les fluctuations réduites. Le spectre (figure 6.9), montre une zone plate à basse fréquence beaucoup plus étendue allant jusqu'à la fréquence de rotation. Pour les fréquences plus élevées on retrouve la loi de puissance en  $f^{-11/3}$ . Pour ce cas où l'écoulement moyen est important et cohérent à grande échelle, les effets d'induction sont forts (voir chapitre 5). Il semble que la partie à basse fréquence des spectres, peu pentue, soit représentative des phénomènes d'induction.

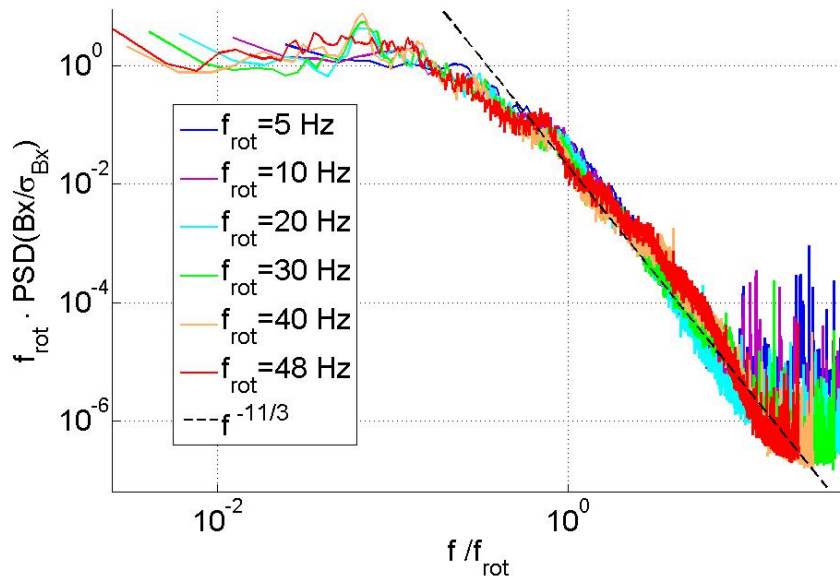


FIGURE 6.9 – Spectres adimensionnés du champ magnétique et du flux pour l'écoulement  $VD$ , composante  $B_X$ .

## 6.1.2 Fluctuations du champ magnétique induit dans l'expérience dans l'expérience VKS2

Lorsque le champ magnétique est produit par effet dynamo, observe-t-on une forme différente des spectres ? Pour y répondre nous utilisons les données de la campagne *VKS2j* et nous commençons par la dynamo contrarotative, où les deux turbines tournent à la même vitesse (**Stat1**). Comme nous l'avons vu, ce mode de dynamo stationnaire, se caractérise par des fluctuations du même ordre de grandeur que la valeur moyenne. A nouveau le signal temporel montre des fluctuations turbulentes sur une large gamme d'échelles de temps (figure 6.10). Par contre les fonctions de densité de probabilité réduites sont nettement dissymétriques (figure 6.11), traduisant sans doute le mouvement de la structure du mode dynamo, par effet de transport.

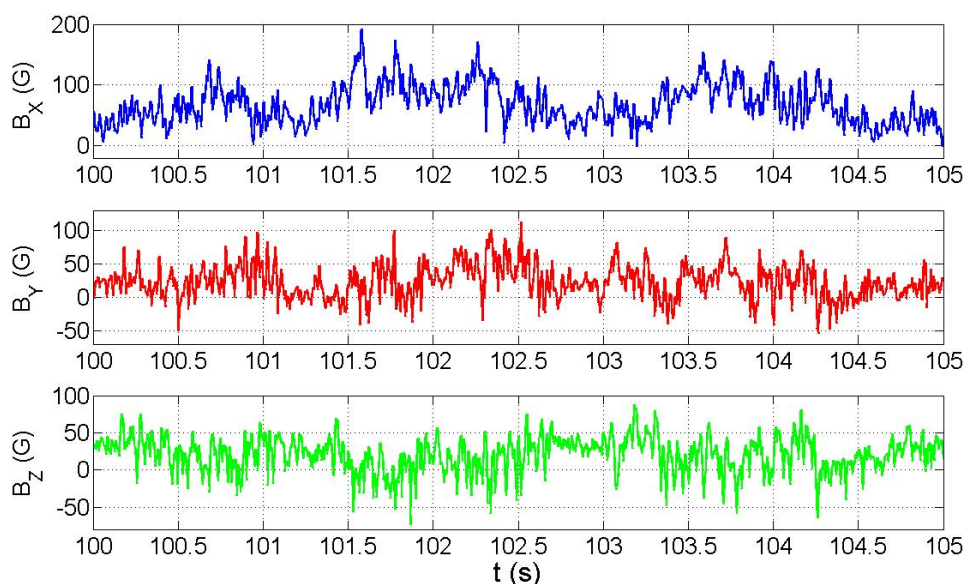


FIGURE 6.10 – Signal temporel du champ magnétique issu d'une mesure dynamo de la campagne *VKS2j*, pour  $F1 = F2 = 20 \text{ Hz}$  au point de mesure  $X = 119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$

On représente figure 6.12, un spectre de champ magnétique typique obtenu pour le capteur le plus profond dans le plan décalé ( $X = 119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ ). On pense en effet que la dynamique est plus représentative des phénomènes liés à la dynamo, dans la zone de production, où le champ magnétique est maximal. L'amplitude importante des fluctuations permet d'observer une dynamique des spectres sur une gamme plus large de fréquences. Excepté à basse fréquence, où la direction moyenne du champ magnétique selon  $X$  domine, les trois composantes se comportent identiquement. On distingue trois zones : à basse fréquence apparaît une zone en loi de puissance approximativement en  $f^{-1}$ , puis entre la fréquence de rotation et huit fois cette fréquence on retrouve la loi en  $f^{-11/3}$ , puis pour les plus hautes fréquences on a une décroissance plus raide qu'on peut estimer comme suivant à peu près une loi en  $f^{-6}$ . On peut se demander si les spectres présentent une allure différente lorsque la dynamo n'est pas stationnaire. En pratique, excepté à très basse fréquence, où apparaît par exemple la fréquence de l'oscillation dynamo, il n'y a pas de différence notable de la forme des spectres. Par exemple pour le cas extrême de la dynamo intermittente, le spectre (figure 6.13) n'est pas différenciable de celui d'une dynamo stationnaire.



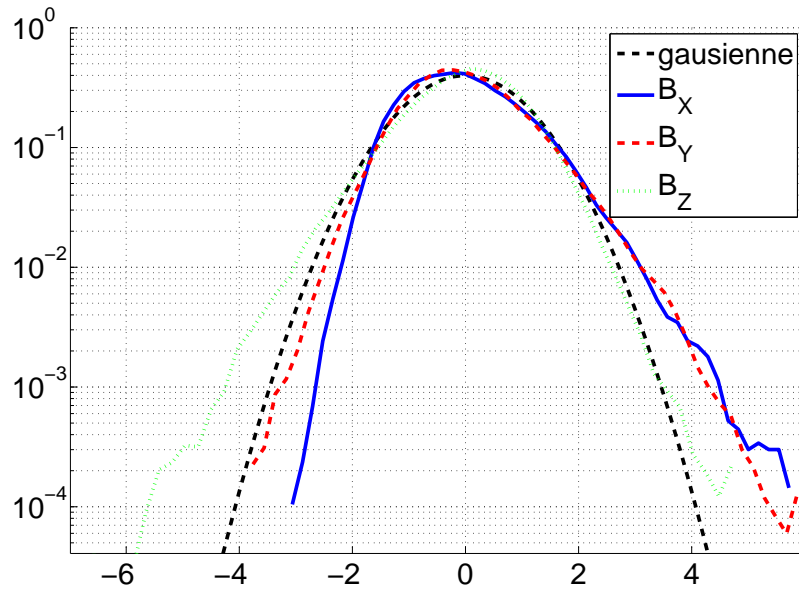


FIGURE 6.11 – Fonction de densité de probabilité du champ magnétique pour une mesure dynamo de la campagne  $VKS2j$ , avec  $F1 = F2 = 20 \text{ Hz}$

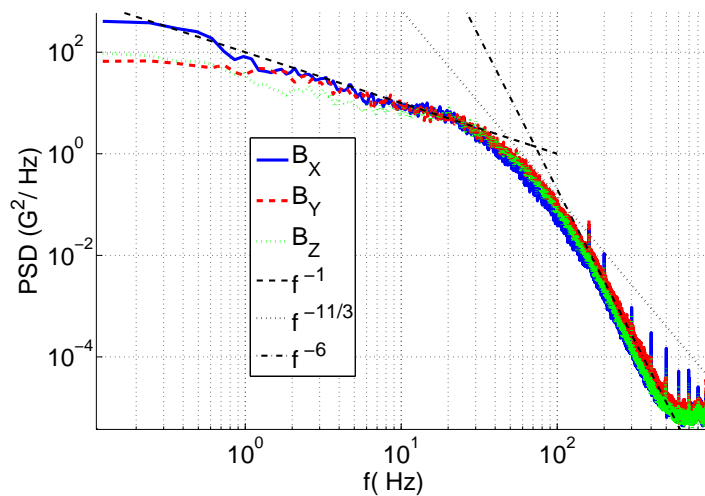


FIGURE 6.12 – Spectres du champ magnétique pour une mesure dynamo de  $VKS2j$ , avec  $F1 = F2 = 20 \text{ Hz}$

Revenons à la dynamo stationnaire contrarotative. La position du capteur, tant qu'il est plongé dans le cylindre interne où le sodium est en mouvement, importe peu dans la forme du spectre. La seule différence consiste en des pics très marqués correspondant aux harmoniques de la fréquence de rotation (figure 6.14), pour les points proches du bord de la chemise. L'écoulement d'éjection des turbines, est en effet modulé à la fréquence des pales, il est donc normal, d'observer cette fréquence à l'aval des disques.

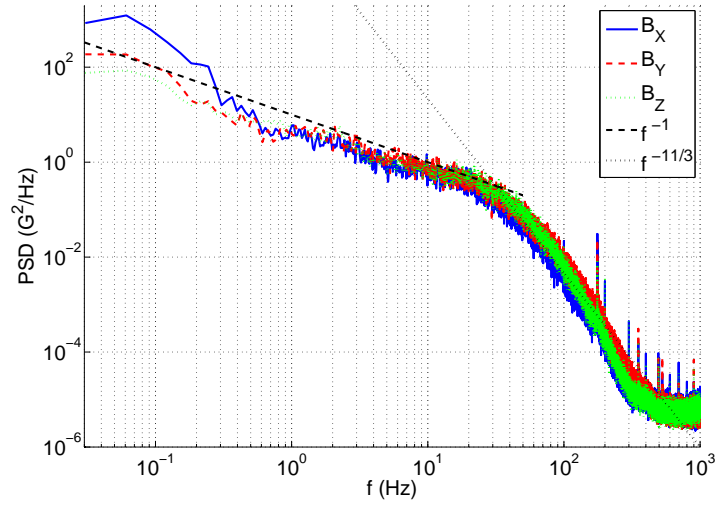


FIGURE 6.13 – Spectre de champ magnétique dans  $VKS2j$ , pour  $F1 = 18$  et  $F2 = 22 Hz$  correspondant à la dynamo intermittente

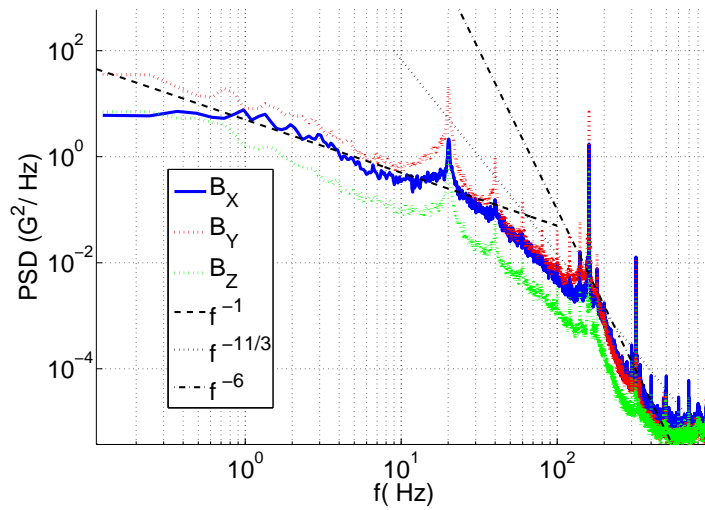


FIGURE 6.14 – Spectre de champ magnétique pour un mesure dynamo de  $VKS2j$   $F1 = F2 = 20Hz$ , mesuré proche de la chemise  $X = 119 mm$ ,  $r = 186 mm$  et  $\theta = 0$ . Les pics liés à la fréquence de rotation sont plus marqués.

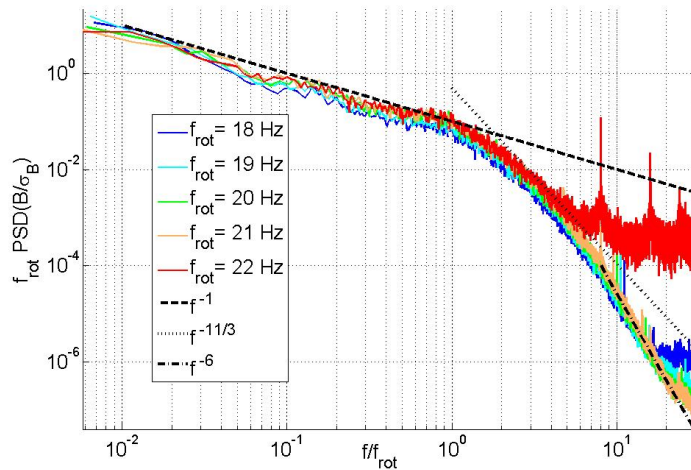


FIGURE 6.15 – Adimensionnalisation des spectres lorsque la fréquence de rotation est au dessus du seuil de la dynamo produit par l'écoulement de Von-Karman

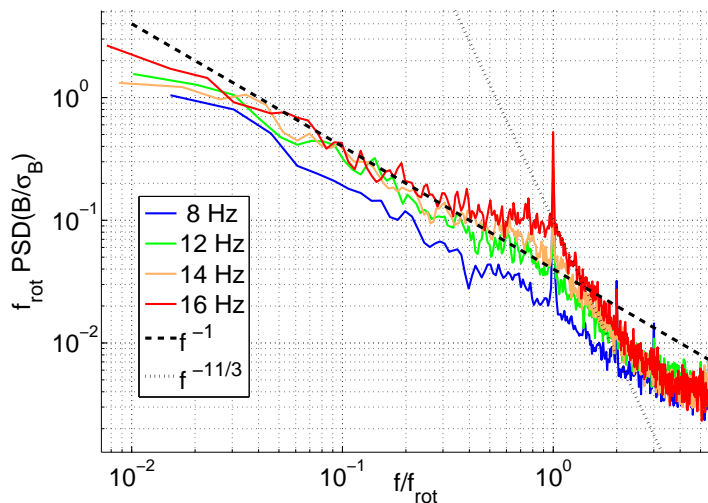


FIGURE 6.16 – Adimensionnalisation des spectres lorsque la fréquence de rotation est en dessous du seuil de la dynamo produit par l'écoulement de Von-Karman

Etant donné qu'en régime contrarotatif exact, une seule fréquence de rotation intervient, il est possible d'introduire l'adimensionnalisation présenté précédemment, ce qui nous permet de visualiser l'influence du nombre de Reynolds magnétique.

Pour les mesures au dessus du seuil d'instabilité, le résultat est tout à fait satisfaisant (figure 6.15). De plus pour les nombres de Reynolds accessibles, on n'observe pas de modification de la forme des spectres comme un raidissement des pentes, dû à un freinage de l'écoulement à petite échelle. On peut aussi faire le même traitement en se plaçant sous le seuil. Le signal correspond à de l'induction à partir du champ ambiant dans la cuve, c'est à dire le champ magnétique terrestre et le champ induit à partir de celui-ci. Le signal étant beaucoup plus faible, le spectre est de moins

bonne qualité et de forme différente du précédent. On retrouve néanmoins une évolution en  $f^{-1}$  à basse fréquence, puis  $f^{-11/3}$  à partir de la fréquence de rotation. Ainsi la phénoménologie est la même pour les spectres des fluctuations de champ magnétique produites lors d'un effet dynamo et pour ceux où les fluctuations proviennent des effets d'induction sur un champ magnétique extérieur. Enfin le fait que les spectres, pour le champ créé par effet dynamo, s'adimensionnent en n'introduisant que la fréquence de rotation, montre que la forme de ceux-ci ne dépend pas du nombre de Reynolds magnétique, donc de l'écart au seuil. En anticipant sur la partie suivante, le paramètre d'interaction reste en effet inférieur à un. Par conséquent on n'attend pas une dépendance de la forme des spectres avec l'amplitude du champ magnétique. De plus, en comparant avec des expériences comparables en sodium, comme celles de Lathrop [70] et de Forest [71], on observe que si la partie à haute fréquence est proche de nos mesures, ces deux auteurs ajustent mieux la partie basse fréquence avec une loi en  $f^{-5/3}$ . Enfin les simulations numériques cinématiques de Ponty et al [82] pour l'écoulement de Taylor-Green, ont réussi à reproduire des spectres d'induction semblables aux spectres expérimentaux, avec pour  $Re \sim 10000$  et  $R_m \sim 5$ , un spectre spatial du champ magnétique en  $k^{-11/3}$  sur toute la zone inertielle et des spectres temporels présentant les lois en  $f^{-1}$  sur une décade de fréquence, puis  $f^{-11/3}$ , sur une autre décade.

Mathématiquement le spectre de puissance d'un signal, contient la même information que sa fonction d'autocorrélation. Mais en pratique pour un signal expérimental échantillonné, les basses fréquences sont mal résolues sur les spectres, alors que la fonction d'autocorrélation a une bonne résolution pour les temps longs. Ainsi pour étudier la dynamique lente du système, il est judicieux de représenter cette fonction (que l'on représente normalisée à un en fonction du temps  $\tau$ ). Pour les mesures de dynamo stationnaire, la fonction d'autocorrélation (figure 6.17) montre un comportement très différent pour les trois composantes. La composante axiale  $B_X$  montre une décroissance lente sur des temps excédants la seconde, tandis que les deux autres composantes possèdent des temps de corrélation trois fois plus courts. De plus ces fonctions ont une forme en marche d'escalier avec des ruptures de pentes, sans doute associées à plusieurs temps caractéristiques différents. La figure ??, représente les fonctions d'autocorrélation des composantes sur une échelle de temps plus courte, mais aussi les fonctions de corrélation croisées entre composantes. On constate que ces dernières sont plus faiblement corrélées pour  $\tau = 0 s$ , ce qui montre que les axes de mesures sont des axes pour les modes de dynamo, mais surtout on observe que les maximums de ces fonctions sont décalés par rapport à l'origine d'un temps de l'ordre de  $\frac{1}{2\pi f_{rot}}$ . Ce point reste difficile à expliquer, mais on peut penser que l'écoulement par effet de transport du champ, modifie la forme du mode, selon un processus reproductible, en apportant des bouffées de champ selon une direction privilégiée.

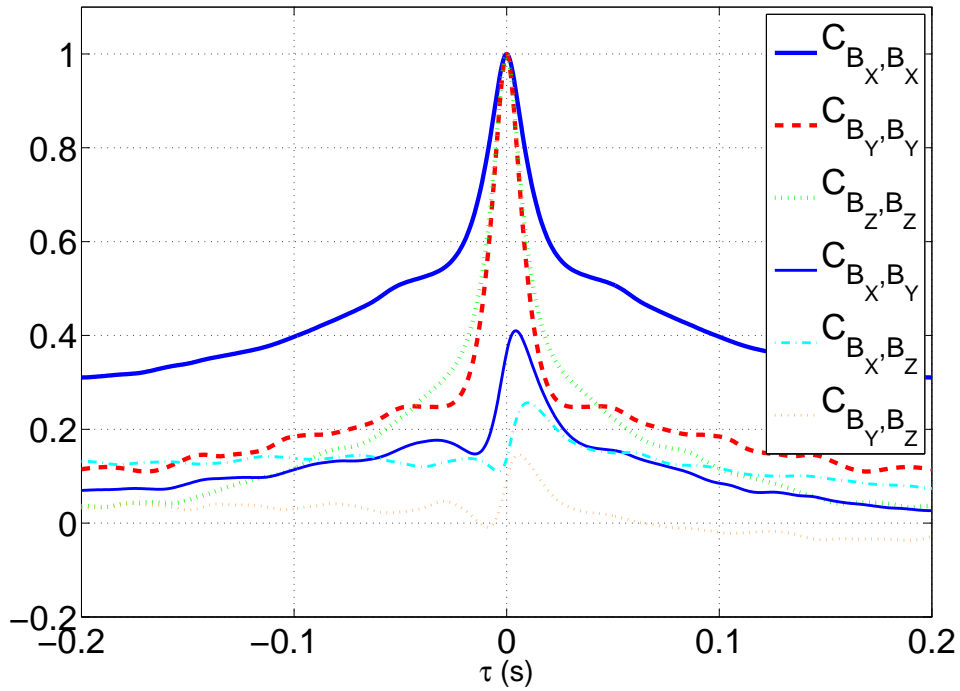
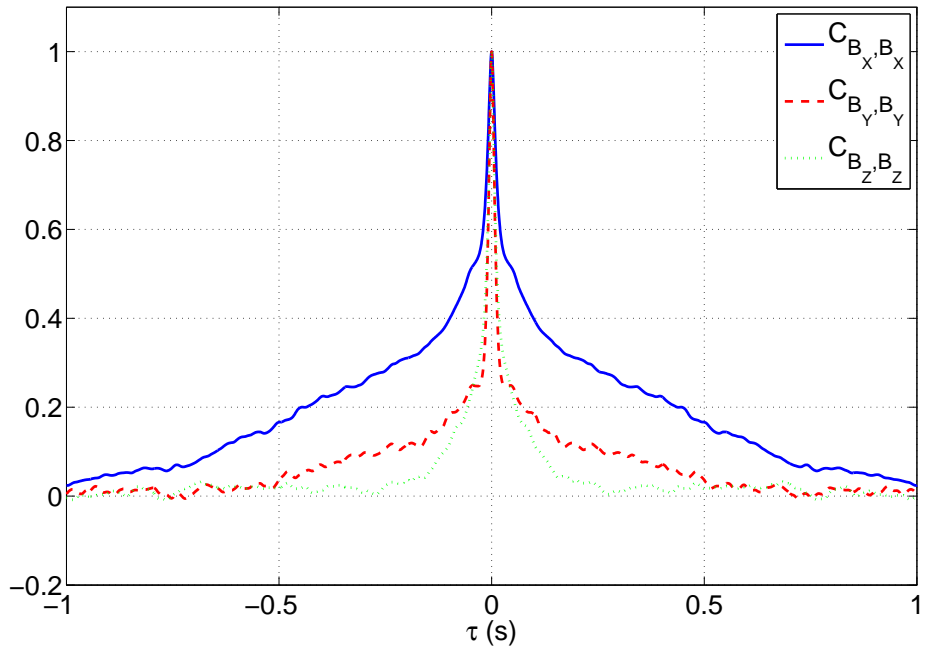


FIGURE 6.17 – Fonction d'autocorrélation du champ magnétique pour une mesure dynamo de *VKS2j*  $F1 = F2 = 20 \text{ Hz}$  mesuré pour  $X = 119 \text{ mm}$ . En bas zoom de la figure du haut, avec en plus les corrélations croisées entre pour deux composantes du champ magnétique différentes, sur un même capteur. Ces fonctions de corrélations sont de faibles amplitudes et asymétriques.

## VKS2i

Nous avons vu, que la dynamique spectrale des signaux de champ magnétique semble pilotée par des temps d'origine hydrodynamique. Or dans l'expérience *VKS*, pour les campagnes de  $f$  à  $i$ , la chemise avait été munie d'un fin anneau placé dans le plan équatorial, qui en stabilisant la couche de mélange, réduit les fluctuations à grande échelle de l'écoulement. Cet anneau fut retiré pour la campagne  $j$ . On s'attend par conséquent, à ce que la forme des spectres soit différente pour les mesures en présence de l'anneau. Regardons le spectre pour une mesure de *VKS2i*, toujours dans le plan décalé, sur les capteurs les plus profonds (figure 6.18). Comparé au spectre pris dans les mêmes conditions (figure 6.12), on voit que le comportement à haute fréquence (au dessus de la fréquence de rotation) est identique pour les deux expériences. Par contre à basse fréquence, les trois composantes ont approximativement la même densité d'énergie et la composante axiale, suit désormais plutôt une loi en  $f^{-5/3}$  partant de  $\frac{f_{rot}}{10}$ , alors que pour *Vks2j* la zone en  $f^{-1}$  s'étendait vers les basses fréquences jusqu'à  $\frac{f_{rot}}{100}$ .

On peut changer d'exposant à basse fréquence en modifiant la géométrie de la cuve ce qui permet de retrouver les observations d'expérience comparables [70, 71]. Ceci montre que le comportement à basse fréquence est vraisemblablement non universel et dépend des détails de l'écoulement et de la géométrie de l'expérience. L'effet est mieux visible sur la fonction d'autocorrélation (figure 6.19), pour la composante axiale. La fonction est beaucoup moins large et de forme régulière. Le blocage du mouvement selon l'axe  $X$  de la couche de mélange, réduit nettement les fluctuations de  $B_X$ . En effet l'étirement au point de stagnation de la couche de mélange, amplifie localement cette composante. On montre ainsi par cette mesure que la modification des propriétés à grandes échelles de l'écoulement a un effet notable sur l'amplitude et la dynamique des fluctuations du champ magnétique créé par effet dynamo.

Les densités de probabilité normalisés dans *VKS2j* et *VKS2i* sont assez différentes pour les moments d'ordre supérieur. En particulier les ailes sont plus étendues pour  $B_X$  sans anneau, à cause de la liberté de mouvement de la couche de mélange.

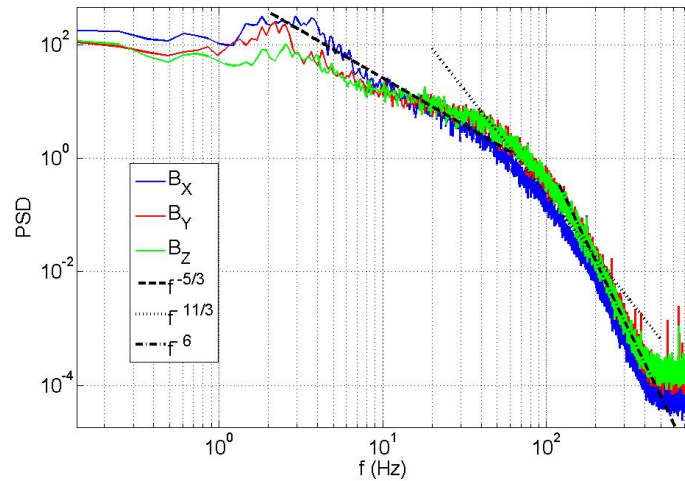


FIGURE 6.18 – Spectre du champ magnétique dans une mesure de *VKS2I* ( avec anneau) pour  $F1 = F2 = 22Hz$

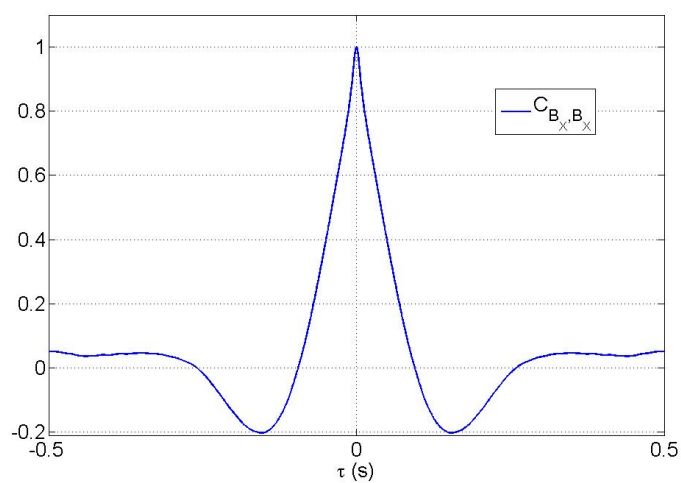


FIGURE 6.19 – Autocorrélation du champ magnétique dans une mesure de  $VKS2I$  pour  $F1 = F2 = 22Hz$ , pour la composante  $B_x$  mesuré dans le plan décalé.

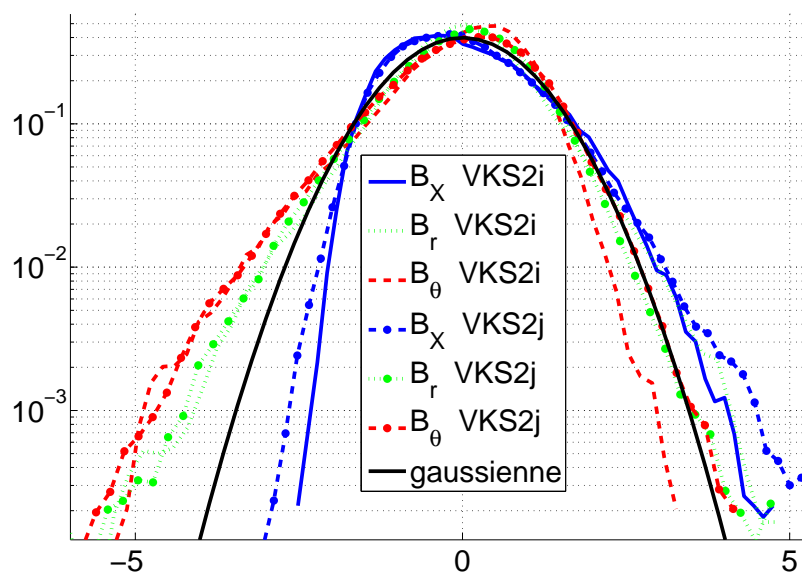


FIGURE 6.20 – Comparaison des fonctions de densité de probabilité pour  $F1 = F2 = 20Hz$  entre  $VKS2I$  et  $VKS2J$

### 6.1.3 Modélisation des spectres de champ magnétique

Les spectres de champ magnétiques présentent donc une même structure caractéristique de l'induction par un champ de vitesse turbulent. On pense en effet que lorsque le champ est engendré à grande échelle, les fluctuations du champ magnétique sont produites par induction sur le champ magnétique à grande échelle du mode dynamo. Même dans les cas où ce dernier a une dynamique propre (oscillations, renversements ...), celle-ci se produit sur des temps plus longs ou égal au temps de diffusion sur la taille de l'expérience  $\tau_{diff} \sim \mu_0 \sigma L^2 \sim 1.66 s$ , en prenant pour  $L$  la distance entre les disques. On se place par conséquent dans la situation, où il existe un champ magnétique stationnaire à grande échelle  $\vec{B}_0(x, r, \theta)$ , sur lequel on étudie les effets d'induction par un champ de vitesse turbulent. Tout d'abord sachant que pour les expériences d'induction à petit nombre de Reynolds magnétique l'écart type du champ magnétique est en général proportionnel à  $R_m B_0$ , avec  $B_0$  le champ magnétique imposé, on s'attend à ce que l'amplitude du spectre soit proportionnelle à  $(\mu_0 \sigma L u B_0)^2$ , ce qui sera vérifiée pour les formes trouvées dans la zone diffusive.

Dans ce cadre comment comprendre les résultats précédents ? La zone dite inertielle des spectres, pour laquelle on observe la loi de puissance en  $f^{-11/3}$ , a été observée dans d'autres expériences avec des métaux liquides [74, 13] et s'étend sur une à deux décades selon l'expérience et l'écoulement. On explique cette loi de puissance, en suivant un raisonnement sur le spectre spatial des fluctuations du champ magnétique, trouvé indépendamment par Golitsyn [41] et Moffatt [62], qu'on va expliciter. Prenons l'équation de l'induction et séparons le champ magnétique entre le champ magnétique moyen à grande échelle  $\vec{B}_0(\vec{r})$  et les fluctuations  $\vec{b}(\vec{r}, t)$  et on considère un champ de vitesse turbulent homogène isotrope. Pour des nombres de Reynolds modérés,  $\vec{B}_0 \gg \vec{b}$ . De plus on suppose que le champ moyen soit suffisamment à grande échelle, pour que sa diffusion soit négligeable. Alors en moyenne on peut écrire dans le régime diffusif, l'équilibre entre le processus de création des fluctuations et de dissipation des fluctuations :

$$\text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) \sim -\eta \Delta \vec{b}$$

Comme la structure du champ magnétique est grande devant celle du champ de vitesse, le terme de transport est de plus négligeable :

$$(\vec{B}_0 \cdot \text{grad})\vec{v} \sim -\eta \Delta \vec{b}$$

Les fluctuations du champ magnétique sont créées par induction du champ de vitesse turbulent sur le champ moyen et sont dissipées par le processus de diffusion. Or d'après la théorie de Kolmogorov [41], le spectre spatial de puissance du champ de vitesse vérifie dans la zone inertielle  $E_S[\vec{v}](k) = \langle \epsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}$ , avec  $k$  le nombre d'onde en  $m^{-1}$  et  $\epsilon$  le taux de dissipation de l'écoulement par unité de masse. On en déduit par conséquent que le spectre spatial du champ magnétique suit une loi de la forme :

$$E_S[\vec{B}](k) \sim \frac{B_0^2}{\eta^2} k^{-2} E_S[\vec{v}](k) \sim \frac{B_0^2}{\eta^2} \langle \epsilon \rangle^{2/3} k^{-11/3}$$

Pour passer du spectre spatial au spectre temporel accessible à l'expérience, il est nécessaire de faire appel à une hypothèse de Taylor pour le champ magnétique. Par effet de transport du champ magnétique, la variation temporelle mesurée en un point est due au passage des hétérogénéités du champ magnétique advectées par l'écoulement. On alors en moyenne une relation entre les fréquences temporelles et les nombres d'ondes spatiaux de la forme  $2\pi f = k u$ ,  $u$  étant la vitesse quadratique moyenne (en absence d'écoulement moyen comme pour le champ de vitesse on utilise la notion de balayage du champ de vitesse invoquée pour les spectres temporels de vitesse [23, 69, 101]) et par



conséquent le spectre de puissance temporel du champ magnétique s'écrit :

$$PSD[B] \sim \frac{B_0^2}{\eta^2} \langle \epsilon \rangle^{2/3} u^{8/3} f^{-11/3}$$

Par conséquent pour la gamme de fréquence, où la loi de Kolmogorov 41 est valide et où le champ magnétique est dans un régime de diffusion, on s'attend à observer cette loi en  $f^{-11/3}$ . Comme dans nos expériences la turbulence est homogène et isotrope du moins à petite échelle, il est naturel d'observer le même spectre pour les trois composantes du champ magnétique.

A titre de remarque, il existe un autre argument justifiant que le spectre spatial du champ magnétique soit en  $k^{-11/3}$  plus simple que ceux de Golitsyn et Moffatt. Pour de petits nombres de Reynolds, on peut écrire  $\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ , ce qui donne en ordre de grandeur  $\vec{j} \sim \sigma \vec{v} \wedge \vec{B}_0$ . Par conséquent le spectre de puissance de la densité de courant devrait s'écrire :

$$PSD[j](k) \sim (\sigma B_0)^2 \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

Le courant de déplacement étant négligeable,  $\text{rot}(\vec{b}) = \mu_0 \vec{j}$  et donc le spectre spatial des fluctuations de champ magnétique s'écrit :

$$PSD[B](k) \sim (\mu_0 \sigma B_0)^2 \epsilon^{2/3} k^{-11/3}$$

On remarque aussi que pour l'écoulement 4HA de l'expérience *D24 Gallium*, la zone d'observation est particulièrement étendue vers les basses fréquences. Ce fait est tout à fait cohérent avec nos mesures hydrodynamiques, qui ont montré que cet écoulement avait une zone inertielle très étendue à basse fréquence. De plus la faiblesse des effets d'induction dans cette configuration, fait que le champ magnétique induit de manière décohérente, ne peut que diffuser.

Avec cette approche il est difficile de parler de cascade turbulente pour le champ magnétique, bien qu'on observe une loi de puissance. En effet il n'y a pas de processus produisant des fluctuations à petites échelles du champ magnétique, à partir du champ magnétique à grande échelle. Les fluctuations magnétiques induites et aussitôt dissipées dans ce régime, sont une image de la turbulence du champ de vitesse à travers l'équation de l'induction.

Sur les spectres des expériences dynamo dans *VKS*, les pentes pour les plus hautes fréquences (à partir d'environ huit fois la fréquence de rotation soit de l'ordre 150 et 200 *Hz*) deviennent beaucoup plus raides.

A partir des arguments donnant la loi en  $f^{-11/3}$ , on peut expliquer cette observation en faisant appel à un biais dû à la taille finie des capteurs de champ magnétique ou du doigt de gant qui l'entoure. En effet l'intégration spatiale des fluctuations sur une taille  $l_0$ , revient dans l'espace de Fourier à multiplier le spectre spatial de puissance par un facteur  $k^{-2}$ . Dans l'espace temporel, cet effet de filtrage des hautes fréquences fait que le spectre mesuré suit une loi en  $f^{-17/3} \sim f^{-5.7}$ , compatible avec les observations. La fréquence de coupure séparant la zone vérifiant  $f^{-11/3}$  et celle suivant  $f^{-17/3}$ , doit être de l'ordre de  $u/l_0$ , ce qui en accord avec l'adimensionnement des spectres avec la fréquence de rotation des turbines. En effet comme  $u \propto f_{rot}$ , la fréquence de coupure est proportionnelle à la fréquence de rotation. Ce régime n'est pas visible dans *D24 Gallium* et aussi pour les mesures de *VKS* sans dynamo, car on passe probablement sous le seuil de détection du capteur avant la fréquence de coupure du fait de la faiblesse des fluctuations. Pour *VKS*, le diamètre des doigts de gants est de 30/*mm*, ce qui donne une fréquence de coupure de l'ordre de 30 *Hz*. Par conséquent il est peut être plus judicieux, de prendre pour  $l_0$ , la taille de l'élément sensible au champ magnétique dans le capteur, soit une taille de 5 *mm*, soit  $f_c \sim 200$  *Hz*.

Il reste maintenant à comprendre le comportement à basse fréquence des spectres. La situation est beaucoup plus diversifiée, avec selon les expériences des comportements très différents, entre le spectre plat et des décroissances en  $f^{-1}$  voire  $f^{-5/3}$ . Manifestement cette zone dépend fortement des propriétés hydrodynamiques à grande échelle de l'écoulement et on remarque qu'elle est plus étendue vers les hautes fréquences lorsque les effets d'induction sont importants ou lorsque les fluctuations de la dynamo sont importantes.

Il est tentant de vouloir faire correspondre ce comportement à basse fréquence, avec une structure spatiale du champ magnétique. En effet de nombreux auteurs ont fait des prédictions sur le spectre spatial d'un mode dynamo à grande échelle. Moffatt prévoit un spectre en  $k^{1/3}$  de manière analogue au spectre de la vorticité [62], Ruzmaikin et Shukurov trouvent  $k^{-1}$  en faisant intervenir une diffusivité magnétique turbulente [5, 106], enfin Fauve et Pétrélis ont  $k^{-5/3}$  par analyse dimensionnelle, en considérant une cascade turbulente du champ magnétique pour de grands nombres de Reynolds magnétique [35]. En fait il paraît impossible de vouloir vérifier de tels comportements dans l'expérience *VKS*. Tout d'abord on ne peut pas disposer d'assez de capteurs pour mesurer directement le spectre spatial. Ensuite les plus basses fréquences des spectres temporels, ne sont plus reliées directement au spectre temporel, en raison de la projection d'un spectre tridimensionnel sur une mesure unidimensionnelle, mais aussi à cause de la non validité de l'hypothèse de Taylor au delà de l'échelle intégrale de l'écoulement, ce qui correspond pour *VKS*    quelques Hertz sur les spectres temporels. La dynamique à basse fréquence des spectres est temporelle et non spatiale. Ainsi il est impossible de tester un comportement universel de la structure à grande échelle des modes dynamos, dans une expérience de 50 cm, donc pour des tailles où l'influence de la géométrie des parois et des turbines sera cruciale.

C'est pourquoi, il semble plus pertinent de chercher une modélisation à basse fréquence des spectres à partir des temps caractéristiques de l'expérience. On effectue un traitement proposé par Nicolas Mordant, qu'il avait introduit dans l'étude du spectre de puissance de la vitesse Lagrangienne [67]. Il s'agit d'ajuster à temps court la fonction d'autocorrélation d'une composante de champ magnétique par une somme d'exponentielles de temps caractéristiques  $\tau_i$  différents :

$$C_B(\tau) \sim \sum_i A_i \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_i}\right)$$

La transformée de Fourier de l'ajustement obtenu donne une somme de Lorentziennes qui se superposent avec la partie à basse fréquence du spectre de puissance :

$$PSD[B] \sim \sum_i A_i \frac{2\tau_i}{\tau_i^{-2} + 2\pi f^2}$$

On parvient ainsi avec deux ou trois temps caractéristiques différents à reproduire convenablement la forme des spectres (figures 6.21) observé dans *VKS2j*. Pour  $f_{rot}$ , on introduit alors un temps court de l'ordre de 5 ms, proche de  $1/(2\pi f_{rot})$ , puis un second temps plus long de l'ordre de 0,05 s et enfin seulement pour la composante axiale un temps plus long de l'ordre de 0.5 s. Ce dernier temps semble lié à la dynamique de la couche de mélange et disparaît pour les mesures avec anneau. Plus que le détail des résultats, le point important de ce traitement, c'est de montrer que la loi de puissance en  $f^{-1}$  observée dans nos mesures dans *VKS2*, mais aussi précédemment dans [13], et dans les expériences dynamos de Karlsruhe [61], n'est pas un comportement générique. En effet une superposition de quelques temps de relaxation, permet de produire un spectre proche d'une telle loi sur une décade. Cette construction du spectre peut faire penser à celle donnant du bruit en  $1/f$ , par une somme infinie de processus activés ayant des temps de relaxation aléatoirement distribués [31].

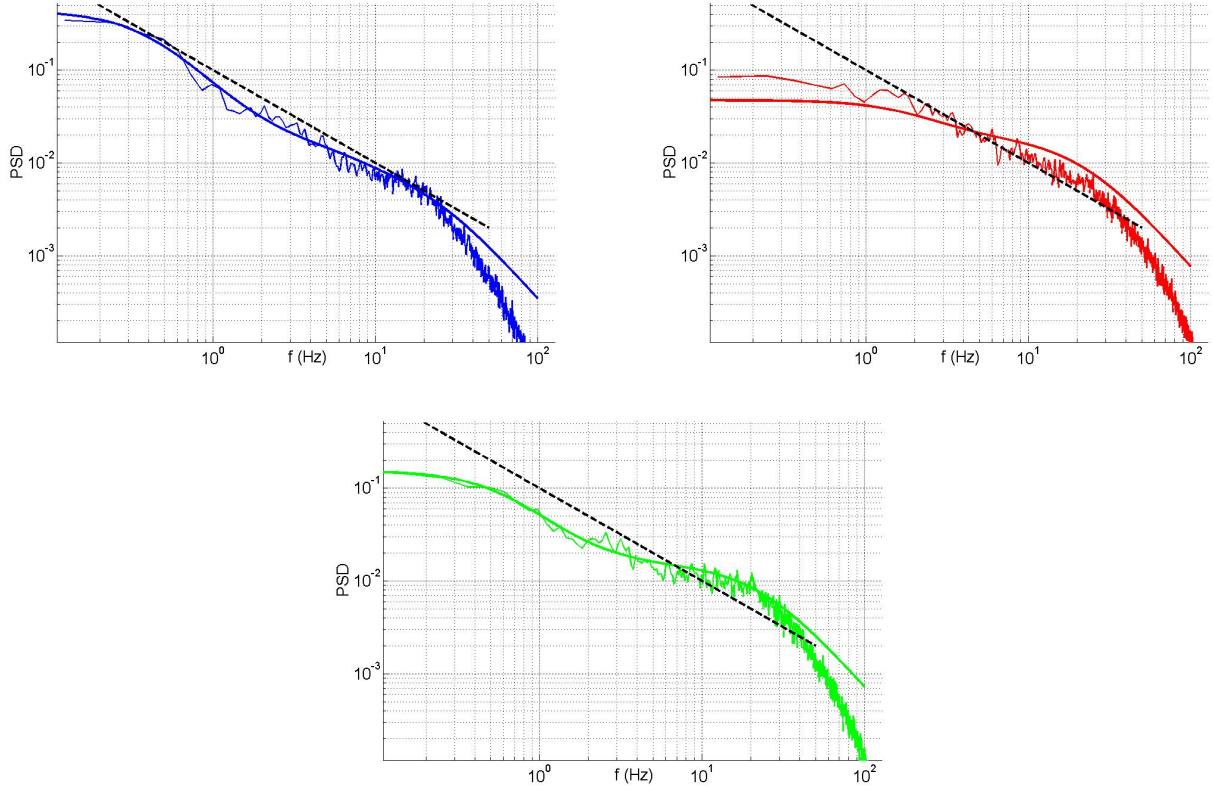


FIGURE 6.21 – Modélisation des spectres à partir d’ajustement sur les fonctions d’autocorrélation pour les trois composantes du champ magnétique mesurées au cours de la campagne *VKS2j* pour  $f_{rot} = 20\text{Hz}$ . En haut à gauche, composante  $B_X$  :  $\tau_1 = 0.40\text{ s}$ ,  $\tau_2 = 23\text{ ms}$  et  $\tau_3 = 7.1\text{ ms}$ . En haut à droite, composante  $B_Y$  :  $\tau_1 = 79\text{ ms}$  et  $\tau_2 = 7.5\text{ ms}$ . En bas, composante  $B_Z$  :  $\tau_1 = 0.26\text{ s}$  et  $\tau_2 = 7.0\text{ ms}$ .

#### 6.1.4 Critiques de la modélisation

Nous avons vu que la forme des spectres temporels du champ magnétique s’expliquait raisonnablement avec des arguments présentés dans la partie précédente. De plus les simulations de Ponty [82], semblent confirmer ces résultats en représentant à la fois le spectre spatial et le spectre temporel évalué localement. Grâce à l’hypothèse de Taylor, il semble montrer que les explications précédentes sont valides. Néanmoins, certains points de la modélisation des spectres restent discutables.

##### Position de l’échelle diffusive

La loi de puissance robuste en  $f^{-11/3}$  est d’après notre raisonnement valable dans le régime de diffusion, c’est à dire lorsque le terme  $\eta \Delta \vec{b}$  de l’équation de l’induction est dominant. De la même manière que pour un champ de vitesse turbulent, si on peut parler d’une cascade de champ magnétique des grandes échelles vers les petites échelles (le nombre de Reynolds magnétique doit être grand), on peut introduire une échelle  $l_\sigma$  de dissipation par effet Joule pour le champ magnétique, correspondant au maximum de dissipation dans l’espace des nombres d’ondes. En supposant que cette longueur ne dépende que de la diffusivité magnétique  $\eta$  et du taux de transfert  $\epsilon$  d’énergie à travers les échelles pour le champ de vitesse (qui s’identifie à la dissipation par unité de masse), on trouve

par analyse dimensionnelle, que  $l_\sigma = \epsilon^{1/4} \eta^{-3/4} = L R_m^{-3/4}$  avec  $L$  l'échelle intégrale de l'écoulement. Par construction les échelles spatiales plus grandes que cette échelle correspondent au phénomène de transfert d'énergie magnétique vers les échelles plus petites, tandis que les échelles plus petites que  $l_\sigma$  sont celles où la dissipation est dominante. Dans les expériences avec *D24 Gallium*,  $l_\sigma \sim 0.1 m$ , ce qui introduit une fréquence de coupure de l'ordre de  $10 Hz$  (la vitesse typique étant de  $1 m/s$ , pour  $f_{rot} = 20 Hz$ ), entre le régime diffusif et inertiel du champ magnétique. Effectivement, on observe la pente en  $f^{-11/3}$ , pour les fréquences plus grandes que le Hertz. Dans l'expérience *VKS*,  $l_\sigma \sim 10^{-2} m$ , soit une fréquence de coupure de l'ordre de  $1000 Hz$ . On observe que la zone diffusif du spectre en  $f^{-11/3}$ , commence en général, pour des fréquences deux fois plus faibles. Bien que le nombre de Reynolds soit grand, il semble que  $l_\sigma$  ne soit pas finalement la taille pertinente pour la diffusion du champ magnétique induit, d'autant que la fréquence de coupure correspondante dans l'espace temporel ne serait pas exactement proportionnelle à la fréquence de rotation. A l'heure actuelle, pour les expériences où le nombre de Reynolds est de l'ordre de 20 à 50 la raison de la position de la transition dans les spectres temporels entre la zone correspondant à l'induction donnant  $f^{-1}$  et celle de dissipation où on a  $f^{-11/3}$ , n'est pas véritablement connue.

### Validité de l'hypothèse de Taylor

La phénoménologie des spectres de champ magnétique a été ainsi justifiée à partir des spectres spatiaux en faisant appel à l'hypothèse de Taylor. Or au vu du chapitre précédent sur l'advection du champ magnétique, il convient de discuter de la validité de cette hypothèse dans les conditions de nos expériences. En effet le phénomène de transport n'a pu être décrit et mesuré que sur une grande échelle, à savoir la longueur de corrélation du champ magnétique. Expérimentalement elle vaut une dizaine de centimètres pour des nombres de Reynolds magnétiques suffisamment grand. L'hypothèse de Taylor paraît donc discutable en particulier pour les expériences avec du Gallium, où on mesurerait l'image temporelle du spectre spatial de champ magnétique, dont les échelles seraient advectées. En effet nos expériences en Gallium ayant cherché à mettre en évidence un effet de transport sur quelques centimètre dans l'expérience *D24 Gallium* avec des aimants, n'ont pas réussi (mesures non présentées dans le texte de cette thèse).

En fait on peut remarquer qu'avec certains arguments l'hypothèse de Taylor, n'est pas indispensable pour expliquer la forme des spectres mesurés. Considérons une fluctuation du champ de vitesse turbulent. Pour ce dernier l'hypothèse de Taylor est justifiée, par conséquent à une fluctuation de pulsation caractéristique  $\omega$ , le nombre d'onde associé  $k$  vérifie une relation de dispersion de la forme  $\omega = u k$ , avec  $u$  la vitesse quadratique moyenne. Alors on peut écrire l'équation de l'induction dans l'espace de Fourier temporel sous la forme en séparant le champ magnétique en partie moyenne  $B_0$  et partie fluctuante  $b(\vec{r}, t)$  et en supposant  $b \ll B_0$  :

$$\omega \vec{b} \sim \text{TF} \left( \left( \vec{B}_0 \cdot \text{grad} \right) \vec{v} + \eta \Delta \vec{b} \right)$$

Alors sachant que le spectre de puissance des gradients du champ de vitesse vérifie

$$PSD[\overrightarrow{\text{grad}v}](\omega) \sim \epsilon^{2/3} \omega^{1/3} u^{-1/3}$$

Pour estimer l'ordre de grandeur du terme diffusif a suppose que le champ de vitesse impose une perturbation de nombre d'onde  $k$  dans l'équation de l'induction. Alors  $\eta \Delta \vec{b} \sim -k^2 b$ . Or les perturbations du nombre d'onde vérifient  $k = \omega^2 u^2$ . En prenant comme ordre de grandeur du terme diffusif  $\sim -\frac{\omega^2}{u^2} b$ , et en reportant dans l'équation de l'induction on obtient :

$$PSD[b](\omega) \cdot \left( \omega^2 - \frac{\omega^2}{u^2} \right) \sim B_0^2 \epsilon^{2/3} \omega^{1/3} u^{-1/3}$$

Si  $\eta k^2 \gg \omega$ , soit  $\omega \gg \frac{u^2}{\eta}$ , le champ magnétique n'a pas d'évolution temporelle propre et évolue adiabatiquement avec le forçage par le champ de vitesse. Alors pour des fréquences supérieures au Hertz, le spectre temporel du champ magnétique s'écrit alors :

$$PSD[b](\omega) \sim (\mu_0 \sigma B_0)^2 u^{11/3} \epsilon^{2/3} \omega^{-11/3}$$

On obtient le même résultat qu'avec un raisonnement spatial dans la zone diffusive. Dans le cas contraire où le terme diffusif est négligeable devant l'induction, le spectre de champ magnétique est de la forme :

$$PSD[b](\omega) \sim (B_0)^2 \epsilon^{2/3} \omega^{-5/3}$$

On voit ainsi qu'on peut retrouver des comportements proches des mesures expérimentales, en raisonnant directement sur le spectre temporel. Pour les très hautes fréquences, pour lesquelles on expliquait le comportement par un effet de taille finie du capteur de champ magnétique, il est possible qu'en fait on soit dans la limite des capteurs (200 Hz pour le Gaussmètre dans les conditions d'utilisation).

Néanmoins il apparaît difficile de différencier les résultats obtenus selon ce point de vue des précédents. En effet avec les hypothèses utilisées le terme de transport de champ magnétique dans l'équation de l'induction a pour ordre de grandeur  $u k b$ , alors que le terme instationnaire est d'ordre  $\omega b \sim u k b$ . Ainsi les effets étant du même ordre, on ne peut pas conclure sur la nature du processus conduisant au spectre observé. Il est possible, qu'on regarde deux faces d'un même phénomène, qu'on décrit artificiellement en espace ou en temps. Malgré tout, ce paragraphe montre que l'induction par un champ de vitesse turbulent reste un phénomène d'un abord complexe après cinquante ans d'études.

## 6.2 Effets spatiaux sur les fluctuations.

La majeure partie de nos mesures ont été effectuées en mesurant en un point le champ magnétique au cours du temps. Or les phénomènes d'induction étant non locaux, ces mesures ne sont pas suffisantes pour étudier les fluctuations. Dans cette partie, on cherche donc à connaître leur structure spatiale. Pour cela, une première approche consiste à utiliser des mesures simultanées sur des capteurs situés à des emplacements différents. Une autre approche est de comparer des mesures de champ magnétique en fonction de leur résolution spatiale.

Le faible nombre de Prandtl des métaux liquides de l'ordre de  $10^{-5}$ , impose une grande différence, entre l'échelle de dissipation du champ de vitesse,  $l_K = L Re^{-3/4}$  et celle du champ magnétique par effet Joule,  $l_\sigma = L R_m^{-3/4}$ . On attend donc que le champ magnétique ait une structure à grande échelle par rapport à celle du champ de vitesse.

Le travail de thèse de Romain Volk [105] sur les fluctuations des profils d'induction, a montré que les mesures du champ magnétique en huit points différents espacés de  $1.4\text{ cm}$ , étaient toutes très corrélées. Les fluctuations à basse fréquence du champ induit seraient cohérentes sur l'échelle diffusive  $l_{diff} \sim \sqrt{\frac{\eta}{f_{rot}}}$ .

### 6.2.1 Cohérence et Corrélation entre capteurs dans VKS

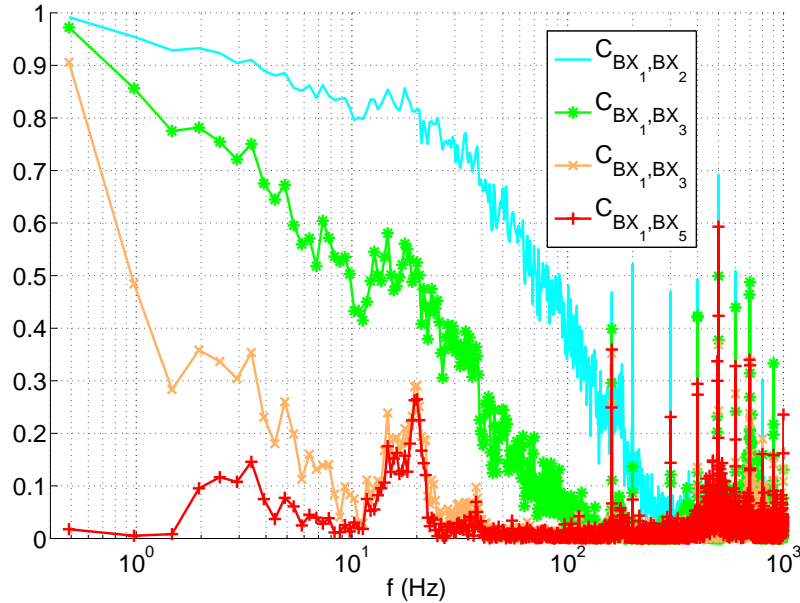


FIGURE 6.22 – Fonction de cohérence entre capteurs de la sonde multiple placée sur la droite  $X = 119\text{ mm}$  et  $\theta = 0$  pour une mesure dynamo de  $VKS2j$ , avec  $F1 = F2 = 20\text{ Hz}$

En utilisant les différents capteurs d'une sonde multiple, on observe de manière générale que le champ magnétique fluctuant influence plusieurs capteurs proches simultanément. Par exemple sur la figure 6.22, pour un signal de dynamo stationnaire pour  $f_{rot} = 20\text{ Hz}$ , les fonctions de cohérence entre différents capteurs sur une même composante, montrent que le champ magnétique est très cohérent à basse fréquence sur trois capteurs successifs. Ces fonctions montrent que la partie basse

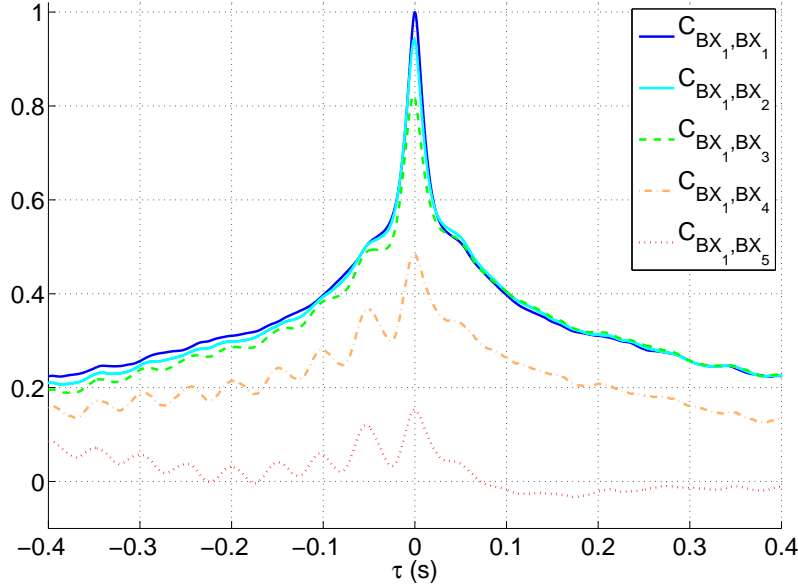


FIGURE 6.23 – Fonction de corrélation entre capteurs de la sonde multiple placée sur la droite  $X = 119\text{ mm}$  et  $\theta = 0$  pour une mesure dynamo de  $VKS2j$ , avec  $F1 = F2 = 20\text{ Hz}$ . L’asymétrie des fonctions faisant intervenir un capteur proche de la chemise est étonnante. On peut associer à l’oscillation, à une modulation aux fréquences des pales, qui passe par la périphérie avant d’arriver au premier capteur.

fréquence des spectres est commune entre capteurs successifs. Les capteurs étant espacés de  $28\text{ mm}$ , ce fait montre que les bouffées de champ magnétique ont une taille de l’ordre de  $10\text{ cm}$ , comparable à la longueur construite avec la fréquence de rotation de l’hélice et la diffusivité magnétique  $l_d \sim \sqrt{\frac{\eta}{f_{rot}}}$ . Cette taille s’interprète comme la taille en dessous de laquelle les effets diffusifs sont suffisants pour homogénéiser le champ magnétique. La diffusion impose ainsi une taille sur laquelle le champ magnétique est cohérent. L’échelle caractéristique des phénomènes inductifs,  $l_{ind} \sim \eta/U$ , qui est de l’ordre du centimètre dans  $VKS$ , pourrait être une estimation plus pertinente de la taille de cohérence du champ magnétique. En effet il paraît étonnant que cette longueur dépende explicitement de la fréquence de rotation.

Par contre on remarque que les fluctuations à plus haute fréquence, ne sont pas partagées entre capteurs. Il semble donc que les fluctuations rapides correspondent à des petites échelles. Malheureusement cette mesure ne suffit pas à trouver ou vérifier une relation de dispersion pour ces fluctuations.

La fonction de corrélation entre capteurs (pour une même composante), donne des résultats complémentaires. Sur le même exemple de dynamo stationnaire, la figure 6.23 confirme l’idée d’une extension des structures du champ magnétique sur une taille de l’ordre de trois capteurs. Les corrélations pour des composantes différentes (non représentées), sont en revanche faibles. L’asymétrie des fonctions de corrélation, en particulier pour les signaux en bord de chemise, pourrait traduire un effet de transport, où la modulation de l’écoulement par les turbines arrive d’abord sur le capteur en bord de chemise numéroté 5, avant de parvenir au premier.

### 6.2.2 Mesures de flux magnétique dans *D24 Gallium*

Deux bobinages enroulés autour du cylindre de la cuve expérimentale permettent de mesurer la dérivée du flux du champ magnétique vertical intégré sur la section circulaire. En utilisant un amplificateur faible bruit, on enregistre la tension induites aux bornes du bobinage, puis on intègre numériquement par rapport au temps le signal obtenu. La mesure  $\phi$  correspond alors à une intégration spatiale des fluctuations du champ magnétique vertical sur cette section de  $10\text{ cm}$  de rayon. Les spectres obtenus (figure 6.24) sont analogues au spectre du champ vertical mesuré en un point. Bien qu'ayant moins d'énergie à haute fréquence, le champ magnétique intégré décroît plus rapidement que la loi en  $f^{-11/3}$ , avec un exposant plutôt de l'ordre de  $-5$ . La comparaison sur la figure 6.25, de la fonction d'autocorrélation du flux  $\phi$ , de celle du champ local vertical  $B_Z$  et de la fonction de corrélation croisée entre  $B_Z$  et  $\phi$ . La fonction d'autocorrélation de  $\phi$  est plus large, ce qui montre une part accrue des fluctuations à la fois à grande échelle et basse fréquence. De plus on observe que les deux types de signaux sont notablement corrélés. Ce point se confirme sur la fonction de cohérence entre  $B_Z$  et  $\phi$  (figure 6.26), montrant un partage des fluctuations à basse fréquence.

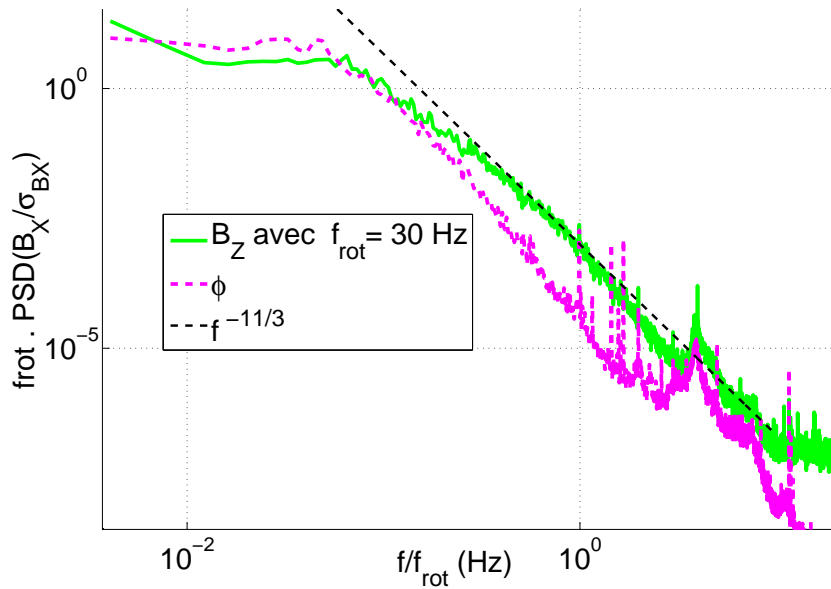


FIGURE 6.24 – Mesure du flux magnétique vertical pour l'écoulement *4HA* dans *D24 Gallium*

On peut alors se demander si le signal obtenu correspond au passage de bouffées de champ à travers le plan contenu dans le bobinage. Pour répondre à la question, on a mis un second bobinage parallèle au premier et séparé de ce dernier de  $5\text{ cm}$  selon  $Z$ . La figure 6.27, montre alors que les signaux obtenus sont fortement anticorrélés avec un minimum pour  $\tau = 0\text{ s}$ . Si des bouffées de champ magnétiques traversaient le bobinage, puis le suivant, on aurait un maximum de corrélation décalé en temps. Au contraire, le résultat obtenu s'interprète comme l'apparition au centre d'une grande fluctuation de champ magnétique, qui en croissant fournit du flux magnétique sur un bobinage et un flux de sens opposé sur l'autre bobinage. Enfin si par une éventuelle erreur de câblage, on mesure des flux dans des sens opposés, alors notre conclusion n'est pas modifiée, dans le sens qu'on attribue le signal à des structures magnétiques plus grandes que la distance entre les bobinages. On montre



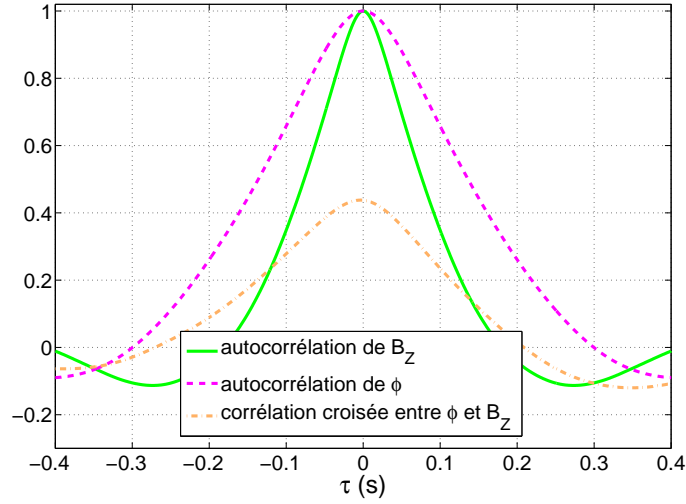


FIGURE 6.25 – Corrélation entre le flux et  $B_z$  pour l'écoulement  $4HA$  dans  $D24$  Gallium

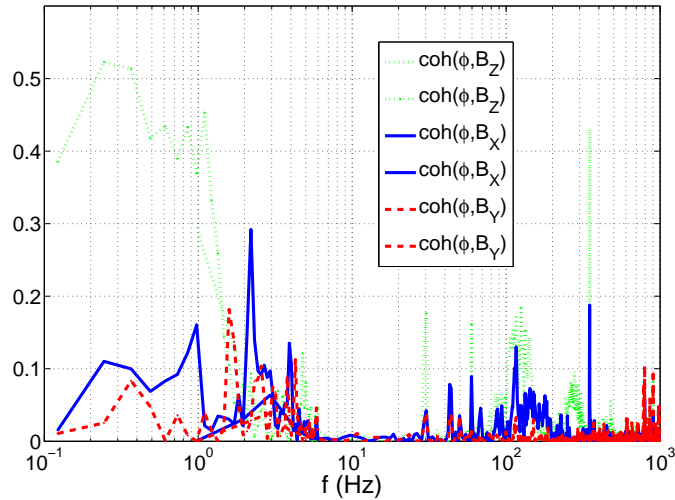


FIGURE 6.26 – Cohérence entre flux et  $B_z$  pour l'écoulement  $4HA$  dans  $D24$  Gallium

ainsi l'existence de fluctuations du champ magnétique induit, à basse fréquence et occupant la taille de l'expérience, pour l'écoulement  $4HA$ .

Ainsi les fluctuations du champ magnétique sont cohérentes sur une taille de l'ordre de sa longueur de corrélation, sur lequel il est lissé par la diffusion. En dessous de cette échelle les fluctuations semblent produites par l'écoulement et dissipées par effet Joule dans le même temps. Ces fluctuations sont incohérentes sur la taille caractéristique du champ magnétique. En revanche le champ obtenu à grande échelle résulte de l'intégration spatiale des contributions du champ de vitesse sur la taille de corrélation du champ magnétique qu'on assimile à  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$ , à savoir  $10\text{ cm}$  environ. Ce processus réduit par un moyennage spatial, la contribution des fluctuations de plus haute fréquence à la dynamique du champ magnétique.

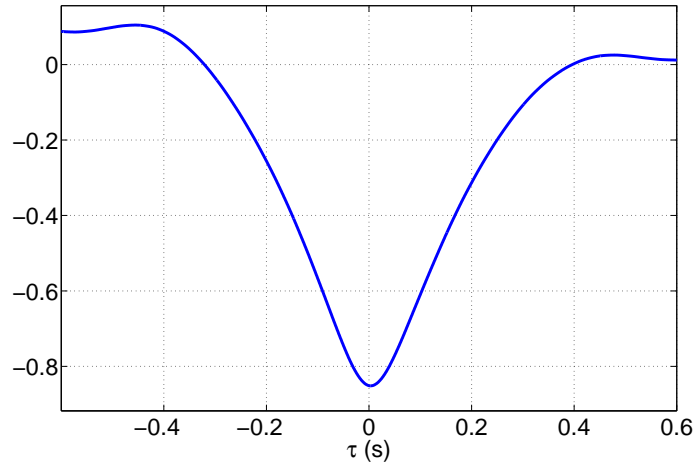


FIGURE 6.27 – Corrélation entre deux mesures de flux simultanées, pour  $Z = 25 \text{ mm}$  et pour  $Z = -25 \text{ mm}$ , dans l'écoulement  $4HA$  avec  $f_{rot} = 20 \text{ Hz}$

## 6.3 Intermittence temporelle du champ magnétique

### 6.3.1 Le phénomène d'intermittence

Pour aller plus loin dans la compréhension des fluctuations du champ magnétique, on peut étudier la statistique des incréments temporels des signaux de champ magnétique. Il s'agit d'étudier l'irrégularité du signal, en calculant le comportement de la différence du champ pris à deux instants séparés d'un temps  $\tau$ , en fonction de ce temps. On définit ainsi l'incrément de champ magnétique associé au temps  $\tau$  :  $\delta_{B,\tau}(t) = B(t + \tau) - B(t)$  et on étudie sa statistique sur la durée d'acquisition. L'introduction des incréments du champ de vitesse, a donné lieu à un très grand nombre de travaux étudiant la turbulence et l'irrégularité spatiale du champ de vitesse associé. En particulier on met ainsi en évidence le phénomène d'intermittence (on peut en trouver une introduction dans le livre de Frisch [36]), dû à une non invariance d'échelle de la cascade turbulente. En particulier on observe pour des temps  $\tau$  (on suppose l'hypothèse de Taylor vérifiée) correspondant à la zone inertielle, qu'en diminuant la durée de l'incrément  $\tau$ , les densités de probabilité des incréments deviennent non gaussiennes, avec une part accrue des événements extrêmes. Le champ de vitesse devient moins régulier à petite échelle. De plus les moments supérieurs de la distribution des incréments suivent alors des lois d'échelles anormales en fonction du temps  $\tau$ , c'est à dire non prévues par l'analyse dimensionnelle. De nombreuses mesures ont montré que les coefficients de ces lois d'échelles possédaient des valeurs universelles à très haut nombre de Reynolds. Le phénomène d'intermittence a été aussi mis en évidence pour le scalaire passif [22] (pour des nombres de Prandtl grands ou proche de l'unité). Le phénomène devient même quantitativement plus important que pour le champ de vitesse [91] et a fait l'objet de nombreuses études théoriques.

Par conséquent il est naturel de vouloir appliquer ces techniques usuelles de la turbulence pour nos signaux de champ magnétique. L'étude des incréments du champ magnétique devrait permettre de savoir si on trouve pour le champ magnétique un comportement comparable à celui du scalaire passif, ce qui devrait être le cas si le transport du champ magnétique est important. Bershadskii et Sreenivasan dans leur analyse du champ magnétique dans le vent solaire ont trouvé en effet que la norme du champ magnétique se comportait comme un scalaire passif [12]. Mais il faut remarquer

que leur étude correspond à un plasma peu dense, dont le nombre de Prandtl magnétique est grand. Une étude plus pertinente pour le cas de la magnétohydrodynamique des métaux liquides a été faite par Michelis et Consolini sur les fluctuations temporelles du champ magnétique terrestre mesuré à la surface durant plusieurs années [60]. Les auteurs mettent en évidence un phénomène d'intermittence, qu'ils lient à celle du champ de vitesse. On peut s'interroger néanmoins sur la qualité des mesures et la rigueur du traitement de données.

### 6.3.2 Etude sur un signal de dynamo stationnaire.

On prend le cas d'un signal obtenu durant la campagne *VKS2j* de dynamo contrarotative pour  $f_{rot} = 20 \text{ Hz}$ , correspondant à la composante  $B_X$ , à la position  $X = -119 \text{ mm}$ ,  $r = 46 \text{ mm}$  et  $\theta = 0$ . Les résultats lorsque le capteur est dans la zone où le sodium est en mouvement, dépendent peu de la position du capteur et du choix de la composante ; on ne présente que le cas de l'exemple suivant. On calcule les incréments temporels du champ magnétique  $\delta_B = B(t + \tau) - B(t)$ , pour  $\tau$  variant entre  $1 \text{ s}$  et  $3 \text{ ms}$ . Leur densité de probabilité (figure 6.28) met clairement en évidence le phénomène d'intermittence. Lorsque le temps  $\tau$  diminue, la distribution des incréments de champ magnétique s'écarte de la gaussienne, avec des ailes vers les événements extrêmes.

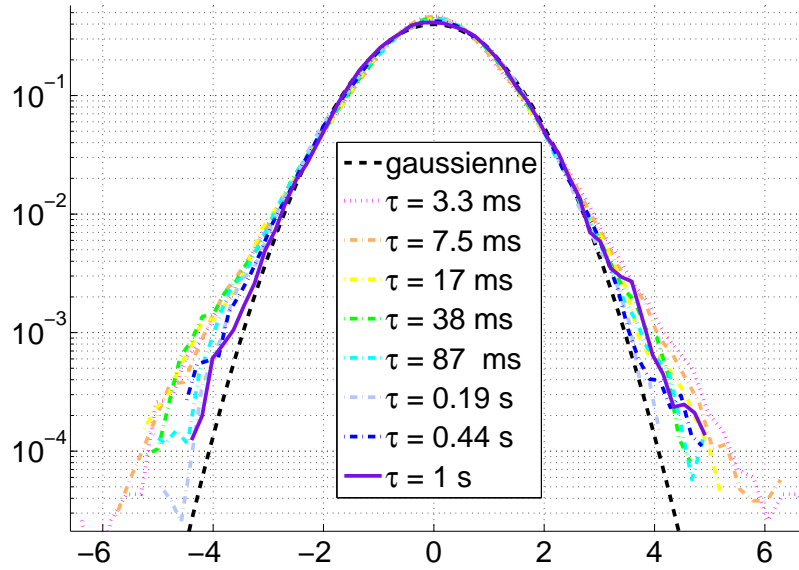


FIGURE 6.28 – Densité de probabilité des incréments temporels du champ magnétique produit pour  $F1 = F2 = 20 \text{ Hz}$  dans *VKS*. On fait varier le temps  $\tau$  de l'incrément.

Pour quantifier l'intermittence, on étudie le comportement des moments de la distribution des incréments en fonction du temps  $\tau$ , en introduisant ce qu'on nomme les fonctions de structure  $S_p(\tau) = \langle |\delta_B(\tau)|^p \rangle$ . A partir de celles ci on peut définir les coefficients  $\frac{S_3}{S_2^{3/2}}$  et  $\frac{S_4}{S_2^2}$  quantifiant respectivement l'asymétrie et l'aplatissement de la densité de probabilité des incréments.

L'analyse dimensionnelle permet de proposer des lois d'échelles pour ces fonctions. Dans le régime d'induction :  $S_p(\tau) = \langle |\delta_B(\tau)|^p \rangle \sim B_0^p \epsilon^{p/3} u^{-2p/3} \tau^{-p/3}$

Dans le régime dissipatif :  $S_p(\tau) = \langle |\delta_B(\tau)|^p \rangle \sim (\mu_0 \sigma B_0)^p \epsilon^{p/3} u^{8p/3} \tau^{4p/3}$

On cherche ainsi à exprimer les fonctions de structure comme proportionnelles à  $\tau^{\zeta_p}$ , pour reconnaître

un écart de  $\zeta_p$  à l'exposant prévu par analyse dimensionnelle. Du fait de possibles erreurs systématiques (comme la présence de pics dans le spectre), la représentation des fonctions de structure en fonction de  $\tau$ , ne permet pas souvent de réaliser des ajustements en loi de puissance de qualité. On utilise le concept d'autosimilarité étendue (*Extended self similarity* ou *ESS*), qui consiste à représenter les fonctions de structure en fonction d'une des fonctions structures, dont le comportement est supposé connu [7]. On choisit ici de prendre la fonction de structure d'ordre trois comme référence. On obtient en coordonnées logarithmiques en abscisse et en ordonnée, des droites, validant le comportement en loi de puissance (figure 6.29). L'absence de changement de pente, fait penser que les valeurs de  $\tau$  sont trop longues, pour entrer dans la gamme de diffusion. Pour des raisons mathématiques, lorsque la pente du spectre est trop raide, le calcul direct des incréments ne permet pas de retrouver les bonnes lois d'échelle. On recommande dans ce cas d'utiliser des incréments d'ordre deux ou d'utiliser une autre méthode d'estimation, par exemple avec les ondelettes. Nos différents essais n'ont pas montré en utilisant ces outils, de différences notables avec le cas précédent, pour la gamme de temps  $\tau$  testée.

Par ajustement on obtient les coefficients sous forme  $\frac{\zeta_p}{\zeta_3}$ . Ces exposants sont représentés sur la figure 6.30 et comparés avec les valeurs correspondant au champ de vitesse turbulent et au scalaire passif. On observe alors l'écart à la loi en  $p/3$ , à partir du moment d'ordre trois, caractéristique de l'intermittence à travers les échelles. Puis on constate que les exposants trouvés sont ceux du champ de vitesse turbulent, et non ceux du scalaire passif. On comprend ainsi que les fluctuations du champ magnétique se révèlent très proches de celles du champ de vitesse. On pense que du fait du faible nombre de Prandtl, les effets de transport de champ magnétique sont trop faibles, pour pouvoir comparer la norme du champ magnétique comme un scalaire passif. Les fluctuations du champ magnétique seraient en fait à l'image de celles du champ de vitesse, "filtrées" en quelque sorte par l'équation de l'induction.

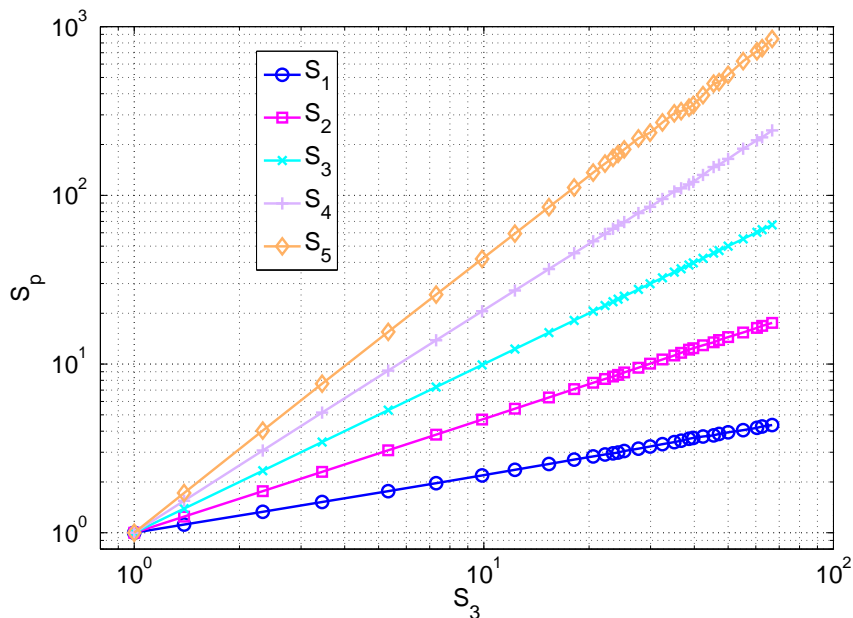


FIGURE 6.29 – Fonctions de structure du champ magnétique pour une mesure dynamo de *VKS2j* avec  $F1 = F2 = 20 Hz$

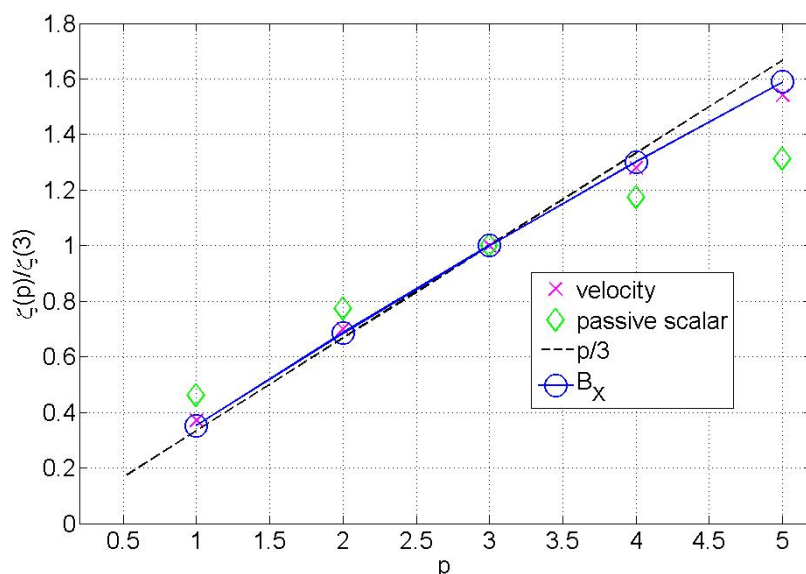


FIGURE 6.30 – Exposants d’intermittence du champ magnétique pour une mesure dynamo de *VKS2j*

## 6.4 Bilan

### 6.4.1 Interprétation d’un signal d’induction.

Nous avons vu que les champs magnétiques étudiés présentent de nombreuses fluctuations qu’on peut qualifier de turbulentes. Il semble que pour les fréquences au dessus du Hertz, ces fluctuations ne soient pas dues à la dynamique propre du champ magnétique, mais à celle de l’écoulement qui les crée par induction. C’est pourquoi les spectres du champ magnétique produits par effet dynamo ne diffèrent pas de ceux provenant de mesures d’induction. On a montré aussi que la partie à basse fréquence des spectres, où on observe une loi de puissance en  $f^{-1}$  était cohérente sur une taille de  $10\text{ cm}$ . Cette partie semble correspondre à l’intégration instantanée de toutes les contributions des gradients du champ de vitesse sur cette taille et fournit les effets d’induction. En effet la différence d’échelle caractéristique, entre le champ magnétique et le champ de vitesse, fait que les fluctuations du champ magnétique correspondent aux fluctuations hydrodynamiques moyennées spatialement sur une longueur de diffusion. A ce propos, le succès des mesures de flux dans l’expérience *D24 Gallium* constitue un argument en faveur de l’importance des fluctuations de grande taille. A plus haute fréquence, les fluctuations sont incohérentes et sont liées à la dissipation Joule. Ainsi le signal de champ magnétique induit en étant révélateur de l’écoulement sous-jacent, pourrait permettre d’obtenir des informations sur l’écoulement, lorsque celui-ci n’est pas connu. En particulier, dans le cas de la Terre, l’observation des fluctuations du champ magnétique à la surface, nous donne des informations sur l’écoulement présent dans le noyau externe. Cette motivation était présente dans l’article de De Michelis et Consolini [60]. De plus l’équipe géodynamo du laboratoire de Géophysique interne et Tectonophysique a entrepris dans ce sens le projet *VSQG* traitant de la modélisation quasi-géostrophique de la variation séculaire (responsable Dominique Jault). Les résultats devraient permettre d’identifier la présence d’ondes se propageant dans le noyau et de connaître l’amplitude de la turbulence dans l’écoulement engendrant la dynamo terrestre.

## 6.4.2 Les fluctuations et l'instabilité dynamo

Cette étude montre finalement que les fluctuations rapides du champ magnétique, ne sont pas liées directement à l'effet dynamo, néanmoins leur étude permet de faire quelques remarques intéressantes à ce sujet. Nous avons remarqué que les signaux du champ magnétique pour la dynamo contrarotative dans *VKS*, présentaient des fluctuations importantes, d'amplitude aussi grande que la valeur moyenne du champ. La longueur de cohérence de ces fluctuations montre que le mode dynamo subit des déformations importantes, comme on a pu l'observer sur des animations des profils radiaux de champ magnétique en fonction du temps. La robustesse du mode dynamo face à ces fluctuations paraît surprenante, dans le sens que le mode dynamo d'énergie très faible devant celle de l'écoulement ne change pas de structure et ne se renverse pas, pour ce type dans ce cas de forçage stationnaire. Par contre si les fluctuations turbulentes constituent un élément essentiel dans le processus générant le champ magnétique, alors on s'attend à ce que la structure du mode à grande échelle ne soit pas perturbée par la dynamo.

Enfin on a remarqué que pour les configurations de forçage où on obtient des régimes dynamiques de dynamo, la dynamique lente du champ magnétique relevait d'une dynamique de basse dimensionnalité. Or étant produit par un écoulement très turbulent, donc avec un nombre de degré de libertés infini, il est étonnant d'observer finalement un comportement aussi simple du champ magnétique, qui n'apparaît pas comme turbulent ou stochastique sur les échelles de temps longues, pour la plupart des régimes observés. L'exemple opposé de la convection turbulente, montre que pour une autre d'instabilité en milieu très turbulent, le champ de température a un comportement turbulent.

La raison semble être la différence d'échelle caractéristique entre le champ magnétique et le champ de vitesse du fait du nombre de Prandtl. L'intégration dans l'espace, des fluctuations du champ de vitesse, sur l'échelle  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$  permettrait de réduire leur impact et rendrait valide la troncature du champ magnétique produit par effet dynamo, en dégageant des structures spatiales de grande taille et robustes. Néanmoins en raison de la difficulté des mesures en magnétohydrodynamique à la fois dans leur réalisation et leur interprétation, on n'a pas les éléments à l'heure actuelle permettant de confirmer expérimentalement ces concepts. Pour cela il faudrait réaliser une mesure simultanée des fluctuations du champ de vitesse et du champ magnétique. Des mesures préliminaires dans l'expérience *D24 Gallium* avec une sonde locale de vitesse (dont le principe est présenté au chapitre suivant), couplé avec une puce à effet Hall, ont montré une absence de corrélations (inférieure à 10% entre le champ de vitesse et le champ magnétique), confirmant le caractère non local de la magnétohydrodynamique.



# Chapitre 7

## Effet de la force de Laplace sur un écoulement de métal liquide

L'étude des effets d'un champ magnétique sur un écoulement, fait l'objet de la majeure partie des travaux effectués en magnétohydrodynamique des métaux liquides, en particulier pour des applications métallurgiques [64]. Mais pour l'étude de l'effet dynamo, le rôle de la force de Laplace (ou de Lorentz) y est tout aussi crucial. En effet s'il est établi que la saturation de l'effet dynamo s'effectue par la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement par la force de Laplace, il reste à comprendre comment et de quelle manière elle se produit. En effet si de nombreuses expériences ont étudié l'influence de forts champs magnétiques [94, 3] sur des écoulements de métaux liquides, aucune n'a été réalisée dans des valeurs de paramètre pertinents pour l'effet dynamo, car les cas étudiés correspondent à de la turbulence en déclin sous de très forts champs magnétiques. Or dans les expériences dynamo, comme on reste proche du seuil de l'instabilité, les valeurs de champ ne sont pas suffisantes pour interagir fortement sur l'écoulement. C'est pourquoi dans cette partie on propose d'étudier le comportement hydrodynamique d'un écoulement turbulent de gallium liquide, en fonction d'un champ magnétique extérieur imposé.

### 7.1 Saturation de la dynamo

Précisons d'abord sous quelles conditions on peut comparer la magnétohydrodynamique d'une telle expérience et celle de l'effet dynamo. Dans le premier cas l'action sur l'écoulement se fait par des courants électriques induits à partir d'un champ magnétique extérieur homogène et de grande amplitude, tandis que dans le second cas, c'est le champ magnétique et les courants électriques autoexcités qui rétroagissent sur l'écoulement.

#### 7.1.1 Expression du paramètre d'interaction à partir du scaling turbulent de saturation d'une dynamo

Exprimons l'importance de la force de Laplace  $\vec{j} \wedge \vec{B}$  sur l'accélération convective dans l'équation de Navier-Stokes  $\rho \left( \vec{v} \cdot \overrightarrow{grad} \right) \vec{v}$ , par un nombre sans dimension, le paramètre d'interaction  $N$ . Pour un champ magnétique induit, l'ordre de grandeur de la densité de courant induite est  $\vec{j}_{ind} \sim \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ , où on note  $B_0$  le champ magnétique imposé. Alors le paramètre s'écrit :



$$N_{induction} = \frac{\sigma V B_0^2}{\rho V^2 / L} = \frac{\sigma L B_0^2}{\rho V} \quad (7.1)$$

On retrouve l'expression usuelle utilisée dans les expériences de magnétohydrodynamique. Pour un champ magnétique engendré par dynamo, la situation est différente, car dans ce cas il n'y a pas de champ magnétique imposé et on a pour la densité de courant  $\vec{j} = \overrightarrow{rot}(\vec{B})/\mu_0$ . En faisant l'hypothèse assez grossière que l'échelle caractéristique du champ magnétique est de l'ordre de l'échelle du champ de vitesse, on obtient :  $N_{dynamo} = \frac{B^2}{\rho\mu_0 v^2}$ . Il reste à évaluer l'amplitude du champ dynamo. Conformément à la loi d'échelle en régime turbulent de Pétrélis et Fauve [84], on attend proche du seuil de la dynamo, un équilibre entre la force de Laplace due au champ dynamo et l'accélération convective pour un champ de vitesse proche de la valeur seuil. Ce qui donne pour l'amplitude typique du carré du champ magnétique

$$\langle B^2 \rangle \sim \frac{\rho R_{mc}(R_m - R_{mc})}{\mu_0 \sigma^2 L^2}$$

avec  $R_{mc}$  le nombre de Reynolds magnétique au seuil de l'instabilité. Alors on obtient :

$$N_{dynamo} = \frac{R_m - R_{mc}}{R_{mc}} \quad (7.2)$$

Proche du seuil de la dynamo le paramètre d'interaction devrait rester proche de zéro, sans jamais dépasser l'unité.

Ainsi on attend que le phénomène de saturation d'une dynamo, ait un effet finalement faible sur l'écoulement, du fait de la valeur modérée du paramètre d'interaction. Néanmoins cet effet est certainement détectable et nous décrivons par la suite un protocole pour y parvenir.

## 7.2 Mesure d'une différence de potentiel pour accéder à un signal de vitesse

Mesurer la vitesse locale au sein d'un métal liquide demeure difficile. La mesure de la tension aux bornes de deux électrodes séparées de quelques millimètres plongeant dans un écoulement est une méthode utilisée depuis plus de 50 ans avec deux types de dispositif. Dans le premier cas on impose un fort champ magnétique à grande échelle pour un très petit nombre de Reynolds magnétique [51] [102]. Dans le second on utilise un dispositif nommé sonde Vives, où on utilise le champ localisé d'un petit aimant pour avoir accès à la vitesse locale [24]. Nous envisageons ici la première situation mais pour un nombre de Reynolds magnétique de l'ordre de l'unité et nous essayons d'estimer si cette mesure permet d'accéder aux fluctuations de vitesse. La loi d'Ohm dans un conducteur en mouvement s'écrit  $\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B}$ . On nomme  $l$  la distance entre électrodes et la mesure de la tension notée  $U$  entre ces électrodes donne l'intégrale du champ électrique sur cette distance,  $U = \int_0^l \vec{E} \cdot \vec{dl}$ .

$$U = \int_0^l \left( \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \cdot \vec{dl} \quad (7.3)$$

Si on désire avoir accès à la vitesse locale du fluide au cours du temps, il est donc nécessaire de connaître le champ magnétique au point de mesure et aussi que la densité de courant soit a priori négligeable. Essayons d'évaluer la contribution des différents termes dans l'expression du champ électrique :  $\vec{E} = \eta \overrightarrow{rot}(\vec{B}) - \vec{v} \wedge \vec{B}$ . Le rapport de  $\vec{v} \wedge \vec{B}$  sur  $\eta \overrightarrow{rot}(\vec{B})$  est égal au nombre de Reynolds magnétique. A titre de remarque si on envisage de grandes valeurs de ce nombre en présence un champ magnétique imposé de l'extérieur ou bien engendré par un effet dynamo, on attend :  $\vec{E} \sim -\vec{v} \wedge \vec{B}$ . Une mesure locale du champ magnétique et de la différence de potentiel devrait permettre d'accéder à la vitesse. Mais si on revient au cas correspondant à notre expérience, où les nombres de Reynolds magnétiques sont inférieurs à l'unité, la situation est plus complexe, car en général la densité de courant est elle même produite par un phénomène d'induction. Prenons le cas d'un champ imposé  $B_0$  important, homogène et constant.

En décomposant le champ sous la forme  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \overrightarrow{b_{induit}}$  avec  $b_{induit} \sim R_m B_0$  et en sachant que le champ imposé est irrotationnel, on a  $\frac{j}{\sigma} \sim \frac{R_m B_0}{L \mu_0} = v B_0$ . Donc la densité de courant est a priori du même ordre de grandeur que le terme  $\vec{v} \wedge \vec{B} \sim \vec{v} \wedge \vec{B}_0$ . Il s'avère délicat, d'accéder ainsi aux valeurs absolues du champ de vitesse, dans une expérience d'induction. Expérimentalement, les études utilisant cette approche montrent qu'à petit nombre de Reynolds [24] ou grand paramètre d'interaction [94, 96, 3], on accède raisonnablement à la composante de vitesse attendue.

### Description en utilisant le potentiel électrique.

L'introduction du potentiel  $\phi$  du champ électrique et du potentiel vecteur  $\vec{A}$  simplifie l'interprétation des mesures. En effet en prenant la divergence de la loi d'Ohm, sachant qu'en régime permanent  $div(\vec{j}) = 0$  et en choisissant  $div(\vec{A}) = 0$  (jauge de Coulomb), on obtient :

$$\Delta \phi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} = \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 + \vec{\omega} \cdot \overrightarrow{b_{induit}} - \mu_0 \vec{v} \cdot \vec{j} \quad (7.4)$$

Les potentiels  $\phi$  et  $\vec{A}$  sont définis par  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(\phi) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ ,  $\rho_e$  est la densité de charge et  $\vec{\omega}$  le vecteur vorticité de l'écoulement. Evaluons l'ordre de grandeur des différents termes du membre de droite :

$$\vec{\omega} \cdot \vec{B}_0 \sim \frac{B_0 V}{l_K} \quad (7.5)$$

$$\vec{\omega} \cdot \overrightarrow{b_{induit}} \sim \frac{bV}{l_K} \quad (7.6)$$

$$\mu_0 \vec{v} \cdot \vec{j} \sim \frac{bV}{l_\sigma} \quad (7.7)$$

$$(7.8)$$

avec  $l_K \sim LRe^{-3/4}$ , l'échelle de Kolmogorov (échelle de dissipation du champ de vitesse par viscosité) et  $l_\sigma \sim LRm^{-3/4}$ , l'échelle de dissipation ohmique des courants induits, la longueur  $L$  étant l'échelle intégrale de l'écoulement. Pour les paramètres de notre expérience, les deux derniers termes sont négligeables et on obtient :  $\Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\omega} \cdot \vec{B}_0$ . La mesure du potentiel pourrait fournir en quelque

sorte une mesure de la composante de vorticité parallèle au champ appliqué [102]. A l'instar des mesures de pression, une mesure directe de  $\phi$  serait non locale, à cause de l'expression avec un Laplacien. Mais en mesurant la différence du potentiel entre les électrodes, on accède au gradient de  $\phi$  pour les échelles plus grandes que la distance entre électrodes  $l$ , donc on obtient un signal ayant pour ordre de grandeur  $vB_0$ . On a ainsi accès à la dynamique des fluctuations de vitesses, mais sans pouvoir calibrer notre sonde. Pour les fluctuations plus petites que  $l$ , on mesure la différence entre deux valeurs du potentiel  $\phi$  d  cor  ll  es.

On peut essayer de prévoir le comportement du potentiel et de son gradient dans l'espace de Fourier de nombre d'onde  $k$  :  $k^4|\tilde{\phi}|^2 \sim B_0^2|\tilde{\omega}|^2$  et  $|\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x}|^2 \sim k^2|\tilde{\phi}|^2$ . Or le spectre spatial de la vorticité est supposé suivre une loi de puissance en  $k^{1/3}$ , d'après la théorie de Kolmogorov 1941. Par l'hypothèse de Taylor, on fait correspondre les spectres temporels aux spectres spatiaux pour les fréquences suffisamment élevées devant l'inverse du temps de corrélation de l'écoulement, du fait du balayage ("sweeping") des h  t  rog  nit  s du champ par la vitesse de l'écoulement. Ainsi le spectre de puissance de la tension mesurée, doit à partir de la fréquence de rotation de l'hélice, présenter une loi de puissance en  $f^{-5/3}$ , jusqu'à une fréquence de coupure de l'ordre de  $f_c \sim \frac{V}{2\pi l}$ , au delà de laquelle, une loi de puissance en  $f^{-11/3}$  devrait être observée.

### L'utilisation du potentiel électrique est elle nécessaire ?

Les conclusions obtenues en faisant intervenir les potentiels doivent se retrouver par une explication invoquant seulement les champs physiques  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ . Il faut aussi discuter le rôle du chemin entre les deux électrodes séparées d'une distance  $l$ . Si on mesure une différence de potentiel, par définition, sa valeur ne dépend pas du chemin suivi dans l'espace physique. Par contre si on mesure la circulation du champ électrique, dans le cas où la variation du potentiel vecteur n'est pas négligeable, il faudrait intégrer sur plusieurs chemins possibles. On est ramené alors à la question de ce que mesure réellement un voltmètre en présence de phénomènes d'induction, c'est à dire quand la variation du potentiel vecteur importe. Est-ce la différence de potentiel ou bien la circulation du champ électrique ? La question est loin d'être évidente. En suivant la démarche de l'article pédagogique d'André Boussi   [17], prenons l'exemple d'un solénoïde parcouru par un courant variable et entouré par une spire circulaire. En régime quasistationnaire, on mesure la tension aux bornes de deux points distincts de la spire, on obtient (quelque soit sa résistance) une tension proportionnelle à l'angle formé par les points de mesure et le centre du solénoïde. En négligeant les courants dans les branches reliées au voltmètre, le potentiel électrique  $V = \int \int \int \frac{\rho_e}{PM} dv$  vaut zéro en tout point de la spire du fait de la symétrie cylindrique.

La tension mesurée est la somme de la différence de potentiel qui est nulle ici et de l'intégrale entre les deux points de mesure du champ électrique induit le long de la portion de spire, du fait de  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$ . Ainsi il s'avère que la mesure de la tension entre deux électrodes, n'est pas rigoureusement égale à la différence de potentiel électrique, lorsque les phénomènes d'induction ne sont pas négligeables, donc pour un nombre de Reynolds magnétique plus grand que l'unité. C'est pourquoi la calibration par rapport à la vitesse locale d'une telle sonde reste discutable. On se borne à définir, à partir de la tension mesurée  $U$ , un signal homogène à une vitesse  $\frac{U}{lB_0}$  et d'ordre de grandeur de la vitesse perpendiculaire au champ appliqué et au plan des électrodes.

Si on s'intéresse aux fluctuations temporelles de la différence de potentiel entre les électrodes, la situation est assez différente. Pour un écoulement turbulent, les fluctuations temporelles de vitesse

sont majoritairement dues à l'advection des hétérogénéités du champ de vitesse, par le phénomène de balayage ou de turbulence gelée. Les fluctuations du courant sont directement liées aux fluctuations de vitesse  $v$  par  $\frac{j}{\sigma} \sim vB_0$ , mais moyennées sur l'échelle de diffusion du champ magnétique  $L_B = \sqrt{\eta v/\lambda}$  avec  $\lambda$  l'échelle de Taylor. On pourrait penser qu'encore une fois les deux termes sont du même ordre de grandeur et donc qu'on ne peut pas distinguer les contributions du champ de vitesse et de la densité de courant. Mais avec des paramètres expérimentaux réalistes, la longueur  $L_B$  est facilement très grande devant la longueur entre électrodes  $l$  et on peut supposer pour une turbulence homogène isotrope qu'à cause de cette non localité de l'électromagnétisme, la somme cumulative des fluctuations de courant sur la longueur  $L_B$  est plus faible que celle pour le champ de vitesse intégré sur la longueur  $l$ . Ainsi on obtient  $U \sim vB_0l$ . Les fluctuations du potentiel sont linéaires avec celles du champ de vitesse.

Un point intéressant est de discuter le comportement des fluctuations plus petites que la distance entre électrodes  $l$ . L'intégration sur une distance plus petite que  $l$  revient à diviser l'amplitude par le nombre d'onde  $k$  dans l'espace spatial de Fourier, par changement de la variable d'intégration. Dans l'idée de balayage des structures turbulentes, l'hypothèse de Taylor permet de relier linéairement les fréquences et les nombres d'onde, via l'amplitude typique des fluctuations de vitesse. Alors on attend sur les spectres de puissance temporel du signal, une division par  $f^2$  par rapport au spectre attendu de vitesse pour une fréquence supérieure à  $v/l$ . Ainsi si on obtient un spectre en  $f^{-5/3}$ , pour la tension mesurée à basse fréquence, on aura au delà de cette fréquence de coupure un spectre en  $f^{-11/3}$ .

## 7.3 Utilisation des sondes à différence de potentiel dans l'expérience *D24 Gallium*

Dans le but d'observer l'influence du champ magnétique sur un écoulement nous avons fabriqué des sondes à différence de potentiel. Mais auparavant, il faut vérifier que cette technique convient pour mesurer un signal de vitesse dans un écoulement turbulent de métal liquide. Nous avons donc utilisé ce principe de mesure dans notre montage expérimental *D24 Gallium*.

### 7.3.1 Mise en oeuvre

Au cours de plusieurs essais, on a essayé des sondes avec ou sans aimant et des sondes avec deux paires d'électrodes, pour mesurer deux composantes simultanément. Nous avons utilisé des électrodes en fil de cuivre de  $1\text{ mm}$  de diamètre, qui du fait de son affinité chimique avec le gallium, permet d'avoir un bon contact électrique. Néanmoins on a été confronté, à un problème récurrent de perte de contact électrique, que nous attribuons au dépôt d'une couche d'oxyde sur l'électrode, limitant crucialement le temps de mesure. Appliquer une tension aux électrodes ou bien les gratter permet de retrouver le contact.

Dans ce paragraphe nous présentons quelques mesures obtenues pour l'écoulement *4HB* avec une fréquence de rotation des hélices de  $20\text{ Hz}$ . On utilise deux sondes placées à un centimètre du centre de la cuve. Les mesures en eau (voir annexe *B*) ont montré qu'en ces points de mesure, l'écoulement est très fluctuant et plutôt isotrope et homogène. La sonde *V* mesure la composante selon *Z* et n'a pas d'aimant (donc ne donne un signal que sous un champ magnétique appliqué), tandis que la sonde *W* mesure la composante selon *X* et est munie d'un aimant *NdFeB* de  $5\text{ mm}$  de diamètre. Les sondes sont branchées à un transformateur de gain 1000, puis à un amplificateur faible bruit Stanford. A cause du transformateur seules les fluctuations sont enregistrées. On considère trois

mesures particulières. Dans la mesure 9 il n'y a pas de champ appliqué, dans la mesure 10 le champ est appliqué par des bobines et vaut  $160\text{ G}$  selon  $Y$  et dans la mesure 11 en utilisant la bobine et la barre de cuivre on produit un champ magnétique selon  $Y$  de  $160\text{ G}$  et un champ de  $90\text{ G}$  selon  $Z$ . Les signaux obtenus sont représentés sur les figures 7.1 et 7.1. Les signaux sont semblables, quand le champ appliqué est suffisant.

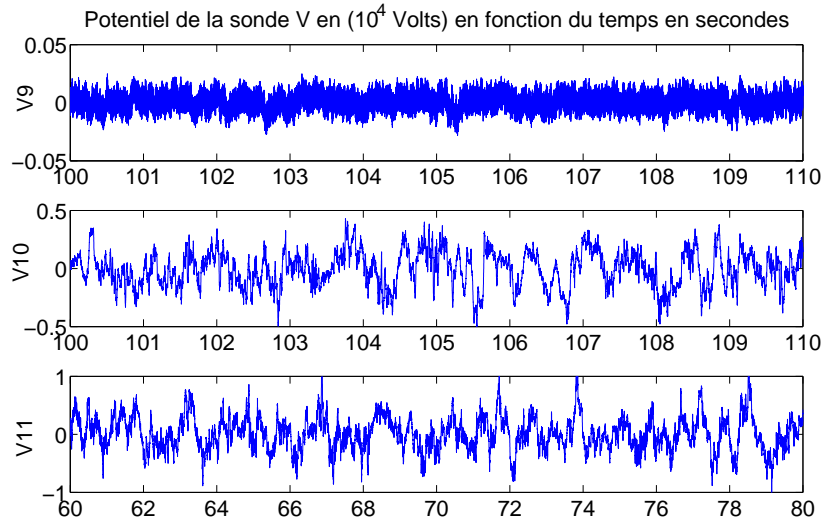


FIGURE 7.1 – Signal temporel d’une sonde à différence de potentiel dans l’écoulement  $4HB$ , sans aimant. Mesure  $V9$  pas de champ appliqué, mesure  $V10$   $B_Y = 160\text{ G}$  et mesure  $V11$   $B_Y = 160\text{ G}$  et  $B_Z = 90\text{ G}$ .

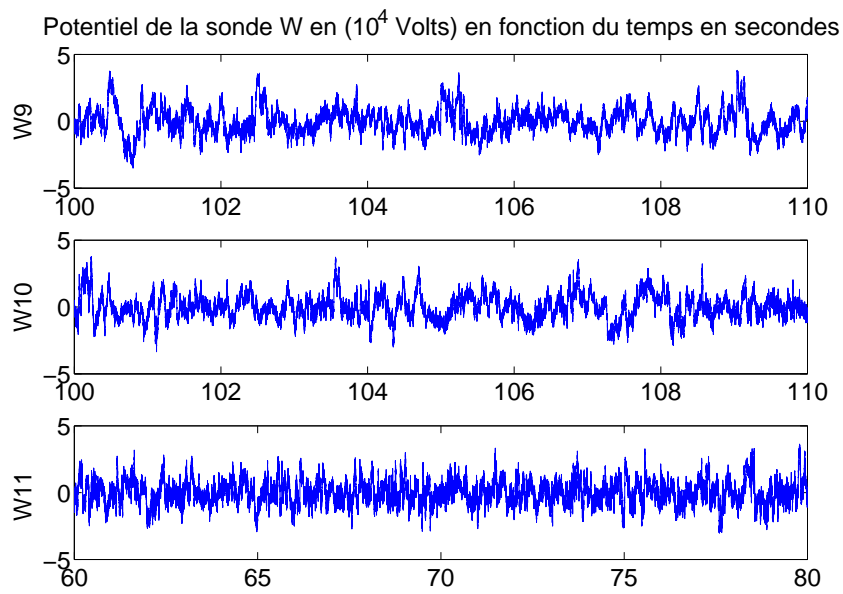


FIGURE 7.2 – Signal temporel d’une sonde à différence de potentiel dans l’écoulement  $4HB$ , avec aimant. esure  $V9$  pas de champ appliqué, mesure  $V10$   $B_Y = 160 G$  et mesure  $V11$   $B_Y = 160 G$  et  $B_Z = 90 G$

Les spectres de puissance (figures 7.3 et 7.4 ) montrent qu'entre  $1\text{ Hz}$  et  $100\text{ Hz}$ , on observe une loi de puissance en  $f^{-5/3}$ . Les spectres  $LDV$  pour le même écoulement en eau montrent un tel comportement dans la même gamme spectrale (par contre on n'a pas accès à des fréquences plus élevées par cette dernière méthode). Au dessus de  $100\text{ Hz}$  le spectre de potentiel décroît de façon plus raide, avec une loi de puissance d'exposant proche de  $-11/3$ .

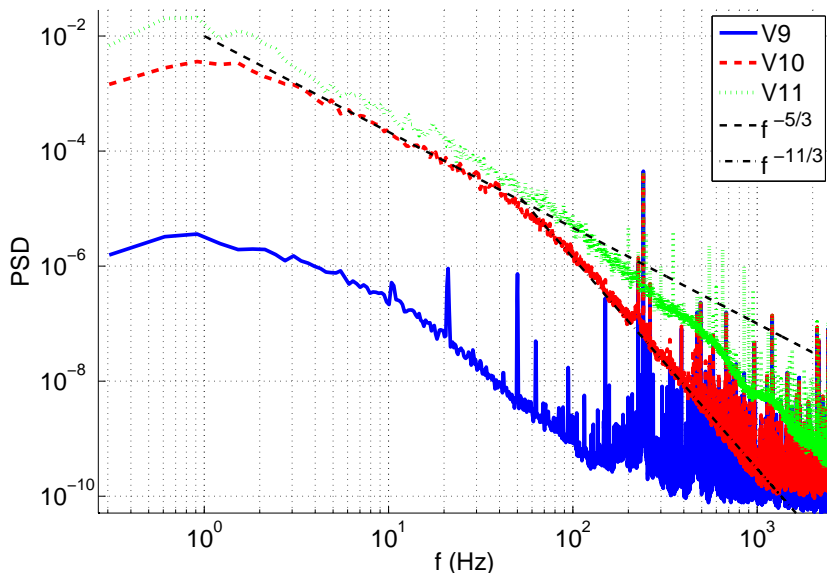


FIGURE 7.3 – Spectre de puissance de la différence de potentiel pour la sonde sans aimant  $V$ , pour trois valeurs du champ appliqué

Enfin on étudie le phénomène d'intermittence hydrodynamique sur le signal de potentiel. Pour des raisons de qualité du signal, seuls les signaux  $V10$  et  $W10$  seront analysés. La densité de probabilité des incréments temporels montre le phénomène d'intermittence, avec pour les incréments temporels courts, la présence d'ailes exponentielles ( on renvoie à la partie 6 pour l'introduction du concept et la présentation des outils employés). La loi d'échelle des fonctions de structures est testée pour des fréquences entre  $2.44\text{ Hz}$  et  $78\text{ Hz}$  en utilisant l'*Extended Self Similarity* par rapport à la troisième fonction de structure. On obtient les mêmes valeurs pour les deux sondes avec des valeurs proches de celles attendues pour le champ de vitesse, ce qui est plutôt encourageant.

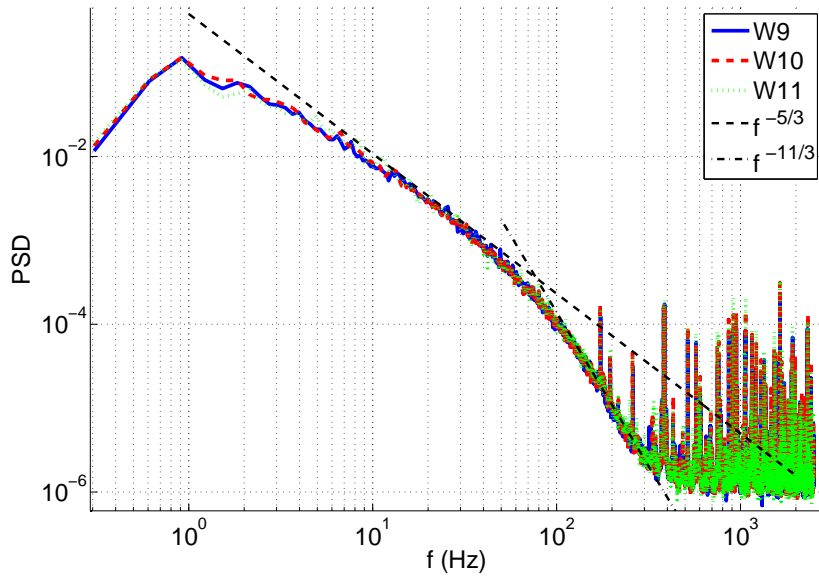


FIGURE 7.4 – Spectre de puissance de la différence de potentiel pour la sonde avec aimant  $W$ , pour trois valeurs du champ appliqué

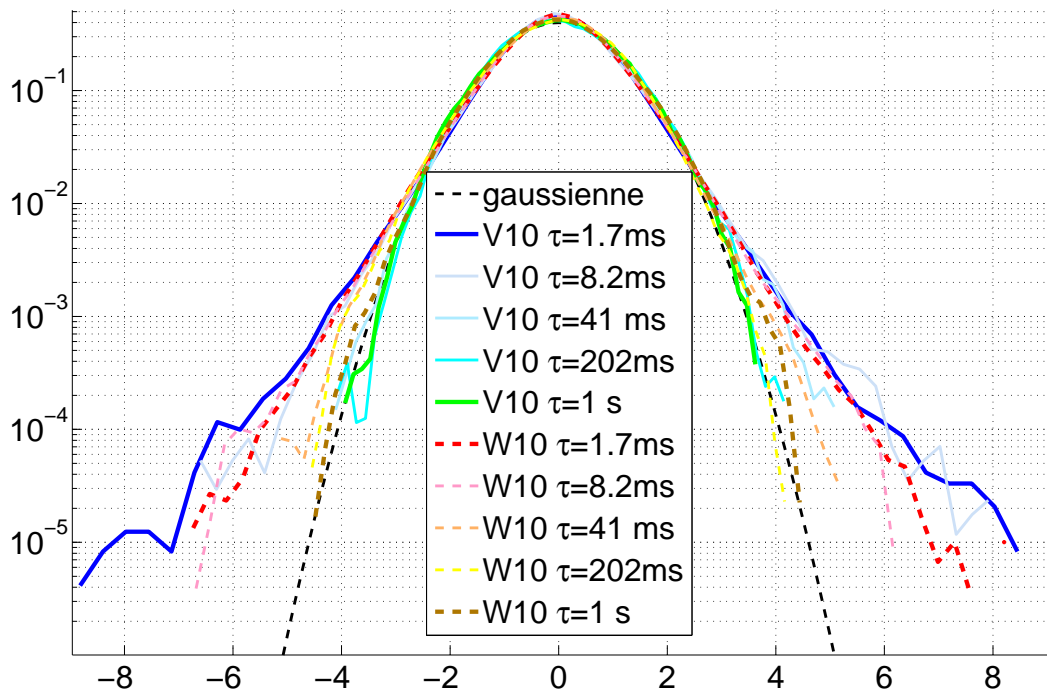


FIGURE 7.5 – Densité de probabilité des incréments temporels des signaux obtenus avec les sondes  $V$  et  $W$

Ainsi nous montrons dans cette partie, que la mesure d'une différence de potentiel est intéressante pour étudier les fluctuations d'un écoulement turbulent de métal liquide. Sous champ appliqué il



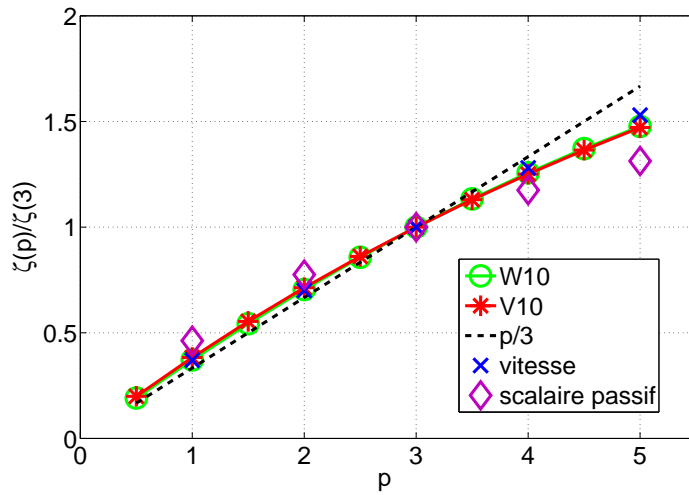


FIGURE 7.6 – Exposants des fonctions de structure des incréments temporels des signaux obtenus avec les sondes  $V$  et  $W$ . Comparaison avec les valeurs universelles tabulées pour le champ de vitesse et le champ d'un scalaire passif

apparaît que l'emploi d'un aimant n'est pas vraiment utile, et ne modifie pas qualitativement le signal mesuré. De même pour l'écoulement étudié, la direction de la composante mesurée et la direction d'application du champ pour la sonde  $V$ , ne semblent pas jouer un rôle important.

## 7.4 Mise en évidence du freinage magnétique

### 7.4.1 Dispositif expérimental

Pour mettre en évidence le freinage magnétique, il est apparu préférable dans un premier temps d'utiliser un montage plus petit que *D24 Gallium*, pour pouvoir le placer dans un champ magnétique suffisamment fort (nous ne disposons pas du solénoïde à ce moment là). Dans un béccher de  $12.5\text{ cm}$  de diamètre on met un litre de gallium liquide. Le champ magnétique est mesuré grâce à un gaussmètre FW Bell 7030. Deux bobines permettent de faire varier un champ appliqué vertical de zéro au kilogauss. Le champ magnétique induit reste toujours négligeable devant le champ magnétique appliqué. Une hélice décentrée d'environ  $3\text{ cm}$  et à  $3\text{ cm}$  du fond est mise en rotation dans le fluide. Le rayon de l'hélice est de  $3.5\text{ cm}$ . On sélectionne un sens de rotation de l'hélice pour lequel elle éjecte le fluide vers le fond. Le décentrage de l'hélice permet d'avoir plus de fluctuations et d'éviter la rotation d'ensemble du liquide dans le béccher. Les fréquences de rotation de l'hélice sont comprises entre  $2$  et  $7\text{ Hz}$ , par conséquent le nombre de Reynolds évalué sur le rayon de l'hélice varie entre  $50000$  et  $168000$  (l'écoulement peut être considéré comme pleinement turbulent), tandis que le nombre de Reynolds magnétique varie entre  $0.07$  et  $0.25$ . Les électrodes sont deux fils de cuivre de longueur  $5\text{ mm}$  isolés sauf à leur extrémité et espacés d'une longueur  $l = 3.5\text{ mm}$ . Le paramètre d'interaction évalué au niveau de l'hélice s'écrit  $N = \frac{\sigma V B_0^2}{\rho V^2 / L} = \frac{\sigma B_0^2}{2\pi f_{rot} \rho}$ , avec  $f_{rot}$  la fréquence de rotation de l'hélice en Hertz. On utilise à nouveau un transformateur de gain  $1000$  et un amplificateur faible bruit Stanford pour acquérir les signaux.

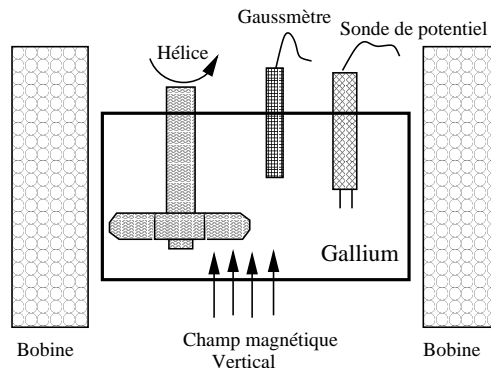


FIGURE 7.7 – Schéma du dispositif expérimental pour étudier le freinage magnétique

### 7.4.2 Résultats

Lorsqu'on applique un champ magnétique vertical au dessus de  $50\text{ Gauss}$ , un signal de tension de quelques microvolts sort du bruit, augmentant avec le champ appliqué et la fréquence de rotation de l'hélice. Ses fluctuations sont analogues à celles qui seraient observées avec un fil chaud pour un signal de vitesse turbulent.

On évalue l'amplitude des fluctuations de la tension  $U$  par l'écart type du signal enregistré. La reproductibilité des mesures permet d'évaluer l'incertitude sur l'écart type à cinq pour cent. L'amplitude est approximativement linéaire avec la fréquence de rotation (figure 7.9), du moins pour les champs magnétiques modérés. On attend en effet que les fluctuations locales de la vitesse soient proportionnelles à la vitesse de l'hélice. Lorsqu'on augmente progressivement le champ magnétique

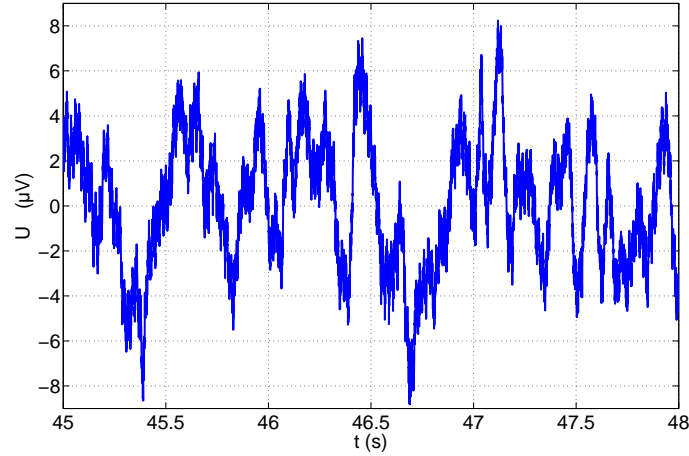


FIGURE 7.8 – Signal temporel mesuré avec la sonde de potentiel pour une fréquence de rotation de l’hélice de 3 Hz sous un champ magnétique de 622 G

appliqué, l’amplitude de  $U$  croît d’abord linéairement avec  $B$ , puis on observe un écart négatif à la droite que nous attribuons à l’effet de la force de Laplace sur l’écoulement (figure 7.10).

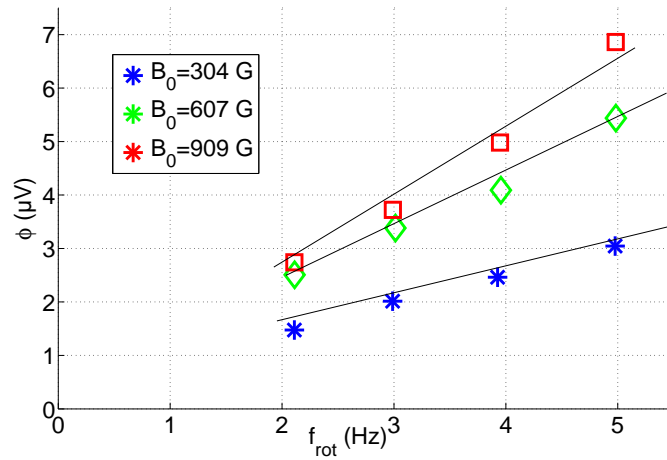


FIGURE 7.9 – Evolution de l’écart type de la différence de potentiel divisé par la fréquence de rotation de l’hélice en fonction de la fréquence de rotation de l’hélice.

En divisant l’amplitude de la différence de potentiel entre électrodes, par la norme du champ magnétique (constante au cours d’une mesure donnée) et par la distance entre les électrodes, on obtient un signal représentant les fluctuations de vitesse au niveau de la sonde. Le nombre sans dimension pertinent lors de la variation du champ magnétique est le paramètre d’interaction  $N = \frac{\sigma V B_0^2}{\rho V^2 / L} = \frac{\sigma L B_0^2}{\rho V}$ . On représente alors  $\sigma_v$  l’écart type des fluctuations de vitesse adimensionné par la vitesse des pâles de l’hélice en fonction de  $N$  sur la figure 7.11. La vitesse adimensionnée semble suivre une décroissance linéaire avec le paramètre d’interaction. Alors l’évolution de la tension mesurée en fonction du champ magnétique appliqué s’écrit  $U \sim v \cdot B_0 \sim B_0 - cste B_0^3$ , en accord avec la figure

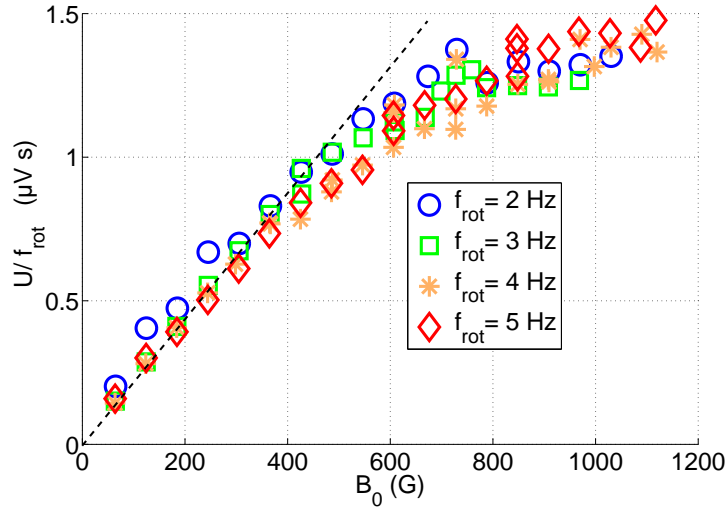


FIGURE 7.10 – Evolution de l'écart type de la différence de potentiel divisé par la fréquence de rotation de l'hélice en fonction du champ magnétique appliqué.

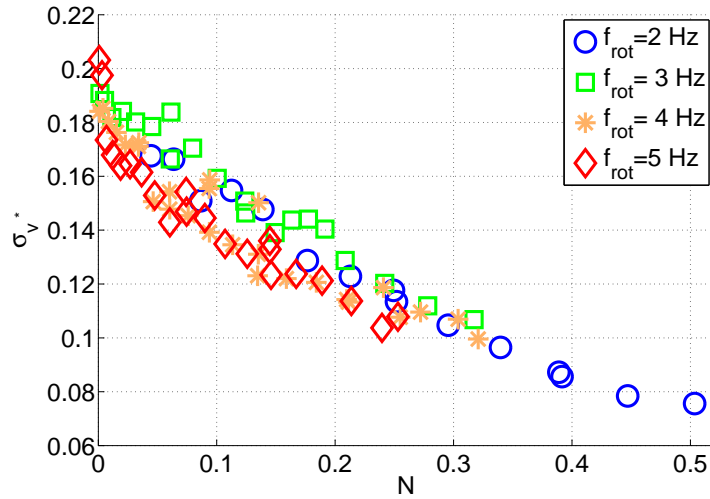


FIGURE 7.11 – Ecart type des fluctuations de vitesse adimensionné par la vitesse de l'hélice, en fonction du paramètre d'interaction.

7.10.

Les courbes obtenues ressemblent aux mesures de potentiel à grande échelle de Steenbeck et al. [97], pour lesquelles on relève le potentiel produit par effet alpha aux extrémités du dispositif dédié dans du sodium dans ce cas. Le potentiel décroît en valeur moyenne avec le champ appliqué, et suit approximativement une loi en  $1/N$ . Ces mesures s'interprètent par un phénomène de blocage ("quenching") de l'effet  $\alpha$ , correspondant à un freinage de l'écoulement, qui sature les effets d'induction et donne un argument pour une modélisation de l'effet  $\alpha$ , où la force électromotrice moyenne est supposée s'écrire  $\langle \vec{v} \wedge \vec{B} \rangle = \alpha B_0$ . Ce mécanisme est invoqué pour la saturation des modèles de dynamo avec effet alpha. Nos mesures sont en accord avec ces observations et les complètent dans

le sens qu'on retrouve l'effet de *quenching* en mesurant les fluctuations turbulentes du champ de vitesse.

Le spectre temporel du signal de vitesse obtenu par une mesure de différence de potentiel est typique d'un signal de vitesse turbulente. Le comportement qualitatif des spectres est en bon accord avec les conclusions de la deuxième partie. On représente sur la figure 7.12, le spectre de la vitesse obtenue à partir de la mesure de la différence de potentiel entre les deux électrodes pour une fréquence de rotation de  $7\text{ Hz}$ . On observe une zone plate à basse fréquence, puis à partir de la fréquence de rotation de l'hélice une zone plus raide proche de la loi de puissance en  $-5/3$ . Cette zone est plus visible pour de hautes fréquences de rotation de l'hélice et dépend sensiblement de la position et de l'orientation de la sonde. A partir d'une fréquence de coupure de l'ordre de  $40\text{ Hz}$ , on observe une loi de puissance plus raide avec un exposant proche de  $-11/3$ . Au delà de  $100\text{ Hz}$ , le signal tombe en dessous du niveau de bruit. Cette mesure est cohérente avec une interprétation hydrodynamique de nos mesures de potentiel. Pour les mesures avec des vitesses d'entraînement plus faibles, la zone avec la loi de puissance en  $f^{-5/3}$ , est moins visible, sans doute, car la taille typique des fluctuations dans la zone inertielle est inférieure à  $l$ . De même le comportement quantitatif des spectres dépend sensiblement de la position et de l'orientation de la sonde, du fait de l'inhomogénéité de l'écoulement moyen.

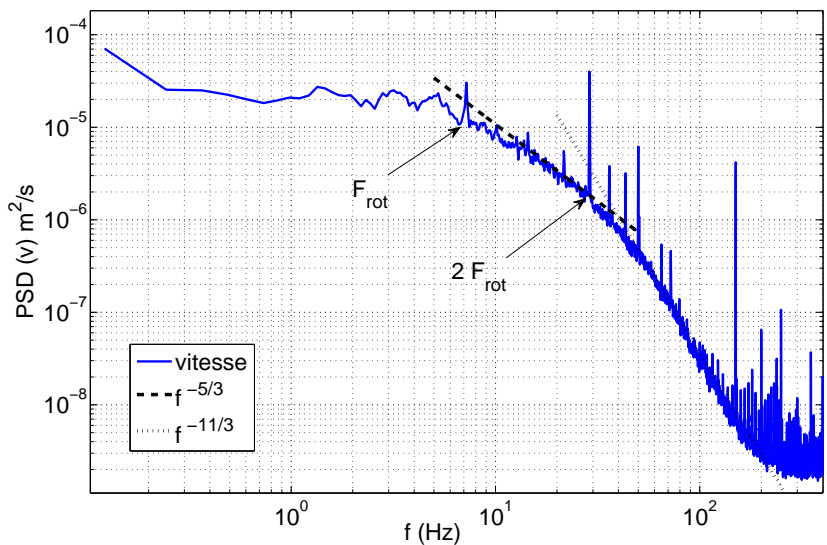


FIGURE 7.12 – Spectre de puissance de la différence de potentiel pour une fréquence de rotation de l'hélice de  $7\text{ Hz}$  sous un champ magnétique de  $737\text{ G}$ .

Il est important de tester l'influence du champ magnétique sur le spectre de vitesse ainsi obtenu, car une échelle privilégiée dans le freinage du champ de vitesse pourrait exister. Dans ce cas on devrait observer une modification de la forme des spectres lorsqu'on augmente le champ magnétique. Dans nos mesures, l'augmentation du champ magnétique n'affecte pas le comportement qualitatif des spectres. Sur la figure 7.4.2 on compare deux spectres temporels pour deux valeurs du champ magnétique appliqué et une même fréquence de rotation. On constate que le niveau global d'énergie se translate verticalement, quand le champ  $B_0$  augmente. Ce résultat important semble montrer que le freinage magnétique se fait de manière globale et homogène sur la taille de l'écoulement. En particulier, il n'y a pas de diminution préférentielle des hautes fréquences, correspondant aux petites

échelles de l'écoulement. Les mesures ne montrent pas une transition des pentes des spectres de la loi en  $k^{-5/3}$ , valable pour la turbulence homogène isotrope à une loi en  $k^{-3}$ , qui a pu être observée pour la turbulence magnétohydrodynamique anisotrope pour de grandes valeurs du paramètre d'interaction [94, 3].

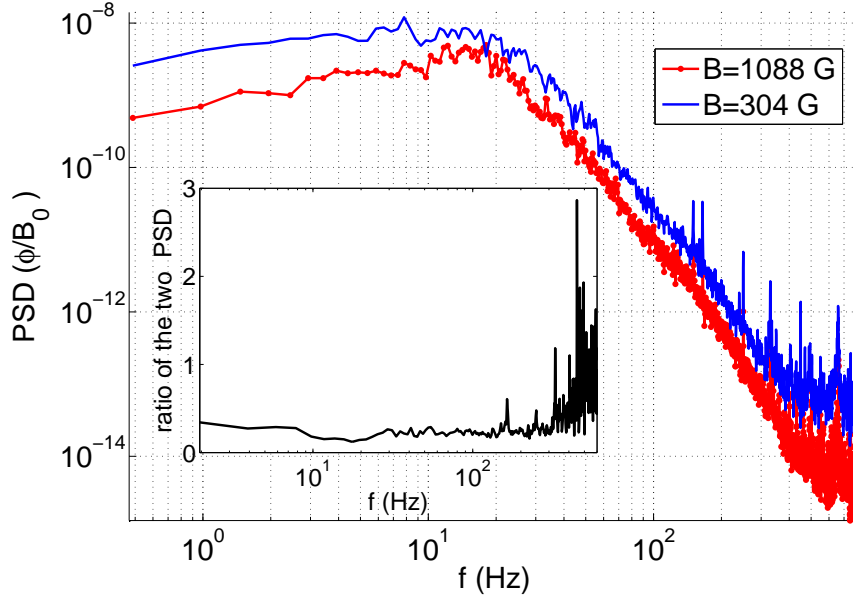


FIGURE 7.13 – Comparaison des spectre de puissance de la vitesse pour une fréquence de rotation de  $5\text{ Hz}$  pour deux champs magnétiques imposés

### 7.4.3 Discussion

Plusieurs auteurs [3, 94, 50] ont étudié l'influence d'un champ magnétique sur un écoulement à la fois expérimentalement et numériquement. Dans le cas de la turbulence en déclin, ils ont mis en évidence un amortissement plus rapide du champ de vitesse, avec une bidimensionnalisation de l'écoulement perpendiculairement au champ appliqué pour de grandes valeurs de  $N$ . Qu'en est il si un terme de forçage apporte continuellement de l'énergie à l'écoulement ? Le forçage continu dans un volume fermé permet d'attendre un temps de retournement des structures turbulentes, inférieur au temps de déclin du champ de vitesse via la force de Laplace. En effet en prenant le paramètre d'interaction inférieur à un, l'injection d'énergie  $\epsilon_0 \sim \frac{\rho V^3}{L}$  demeure grande devant la puissance de la force de Laplace qui s'identifie à la dissipation par effet Joule  $\vec{j} \cdot \vec{E} \sim \sigma V^2 B_0^2$ . La dissipation de l'énergie cinétique se fait donc essentiellement via la cascade turbulente. La densité de courant s'écrit  $\vec{j} \sim \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ , donc la force de Laplace s'écrit  $-\sigma B_0^2 \vec{v}_\perp$ , où  $\vec{v}_\perp$  est le champ de vitesse perpendiculaire au champ appliqué. On peut donc construire un temps de freinage  $\tau_m = \frac{\rho}{\sigma B_0^2}$ , qui doit être comparé au temps de retournement qu'on définit comme le temps au bout duquel le champ de vitesse est décorrélé, soit  $\tau_h \sim \frac{L}{V}$ . Encore une fois, le fait que  $N$  soit plus petit que l'unité, montre que le champ magnétique n'a pas le temps de structurer l'écoulement et de le rendre anisotrope. Par conséquent dans la gamme de paramètres de notre expérience et sans doute aussi pour la saturation de l'effet dynamo, appliquer un champ magnétique sur un écoulement turbulent, apporte un terme

de freinage supplémentaire, sans pour autant changer la phénoménologie de l'écoulement. Dans le cas contraire on aurait attendu un changement de pente du spectre de vitesse en fonction du champ appliqué. La dissipation totale de l'écoulement augmente avec le champ magnétique en raison de la dissipation Joule, donc la part disponible pour la cascade turbulente est réduite, mais sans changer pour autant sa dynamique et briser son invariance à travers les échelles spatiales. En introduisant un facteur  $f$  dépendant du paramètre d'interaction, de valeur inférieure à 1, par les arguments usuels de la théorie de Kolmogorov 1941, le spectre de vitesse prend alors la forme  $|\widehat{v}| \sim (V^3 L^{-1} f(N))^{2/3} k^{-5/3}$ . Par conséquent lorsqu'on augmente le champ magnétique, le spectre de vitesse conserve son allure, mais son amplitude diminue en étant multiplié par  $f(N)^{2/3}$ .

#### 7.4.4 Conclusion

Ainsi à travers la mesure d'une différence de potentiel, nous avons observé l'influence de la force de Laplace sur un écoulement turbulent de gallium, avec une réduction nette des fluctuations turbulentes. Pour la gamme du paramètre d'interaction correspondant à nos mesures, les spectres relevés, montrent que la dynamique de la turbulence, n'est pas modifiée par la présence du champ magnétique. Des mesures complémentaires sont faites actuellement par Basile Gallet et Nicolas Mordant dans l'expérience *D24 Gallium*, permettant de travailler pour de plus grandes vitesses et avec des champs magnétiques imposés plus importants. On utilise pour ces mesures le solénoïde produisant un champ vertical, pouvant aller jusqu'à 1700 G. Les premières mesures semblent montrer que les fluctuations de vitesses décroissent exponentiellement avec  $N$ . Le comportement linéaire relevée figure 7.11, semble être le développement limité à l'ordre un de la décroissance exponentielle. De plus à partir d'une valeur critique de  $N$ , on observe un changement de forme des spectres (figure 7.4.4), montrant une modification de la turbulence en champ magnétique fort [3, 94, 50].

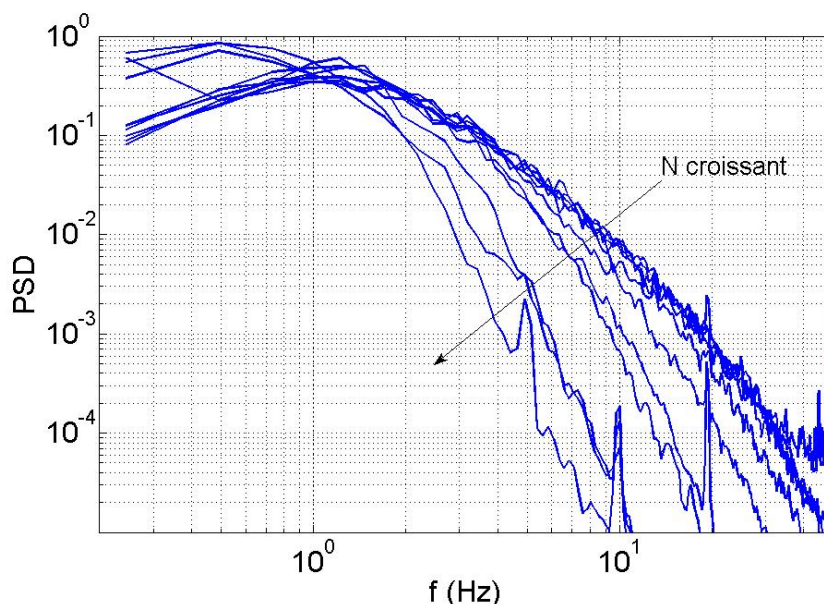


FIGURE 7.14 – Evolution de la forme des spectres mesurés par une sonde à potentiel, lorsqu'on augmente la valeur de  $N$ . La mesure est faite dans *D24 Gallium*, avec le solénoïde. (Remerciements Nicolas Mordant)

## 7.5 Retour à la saturation d'une dynamo turbulente

Pour finir nous proposons un modèle pédagogique de saturation d'une dynamo, au vu des données expérimentales. Ce modèle est valable proche du seuil et revient à un faire un développement limité de la fonction  $f(N)$  pour  $N$  petit.

### 7.5.1 Modèle de dynamo $\alpha - \omega$

On suppose que le champ magnétique peut se décomposer en un champ de géométrie toroïdale  $B_T$  et un champ de géométrie poloïdale  $B_S$ . L'effet  $\omega$  transforme  $B_S$  en  $B_T$  avec un coefficient  $a$ , tandis que l'effet  $\alpha$  transforme  $B_T$  en  $B_S$  avec un coefficient  $b$ . Le paramètre de contrôle étant la différence entre le nombre de Reynolds magnétique et un nombre de Reynolds magnétique critique. On considère que le nombre de Reynolds magnétique pertinent est lié à la vitesse locale du fluide et on le lie au nombre de Reynolds magnétique construit sur le forçage  $R_{m0}$  de la manière suivante avec  $k$  une constante d'ordre un :

$$R_m' = R_{m0} (1 - k N) = R_{m0} \left( 1 - \frac{\sigma^2 L^2 \mu_0}{\rho R_{m0}} (B_T^2 + B_S^2) \right) \quad (7.9)$$

Alors en notant  $c = \frac{k\sigma^2 L^2 \mu_0}{\rho R_{m0}}$ , on étudie le système suivant :

$$B_T = a (R_{m0} (1 - c((B_T^2 + B_S^2))) - R_{mc}) B_S \quad (7.10)$$

$$B_S = b (R_{m0} (1 - c((B_T^2 + B_S^2))) - R_{mc}) B_T \quad (7.11)$$

$$(7.12)$$

Ces deux équations correspondent à la solution stationnaire de ce modèle de dynamo  $\alpha - \omega$ . On obtient d'abord  $B_T = \sqrt{a/b} B_S$ , puis une valeur de saturation du champ magnétique pour le champ total :

$$B^2 = \frac{\rho [R_{m0} (R_{m0} - R_{mc})]}{k\sigma^2 L^2 \mu_0} \quad (7.13)$$

On retrouve le scaling attendu de la dynamo turbulente de François Pétrélis et Stéphan Fauve à un facteur  $R_{m0}$  supposé d'ordre un proche du seuil. Si on considère que l'effet  $\alpha$  devrait être quadratique avec le nombre de Reynolds magnétique, le résultat n'est que peu modifié à savoir  $B_T = (a/b)^{1/3} B_S$  et la valeur du champ de saturation reste identique.

### 7.5.2 Bilan

Nos premières expériences de mesure de l'effet d'un champ magnétique sur la turbulence, lorsque le paramètre d'interaction est encore faible, nous donnent des indices pour un scénario de saturation d'une dynamo turbulente dans un métal liquide. Lorsqu'on dépasse le seuil de l'instabilité, l'énergie transférée au champ magnétique, se dissipe par effet Joule, et cette même énergie n'est plus disponible pour la cascade turbulente. Une dynamo tirant sa source d'un effet  $\alpha$  ou bien des fluctuations turbulentes de l'écoulement, doit alors saturer. Nous sommes par conséquent très tentés d'étendre notre technique de mesure à l'expérience *VKS*, même si l'interprétation physique des mesures de différence de potentiel, pourrait s'avérer difficile.





# Chapitre 8

## Conclusion générale

### 8.1 Bilan et perspectives

En utilisant principalement, les résultats des expériences *D24 Gallium* et *VKS*, nous avons mené plusieurs études sur des sujets variés, mais liés à la magnétohydrodynamique turbulente des métaux liquides.

Comprendre les phénomènes d'induction en présence d'un écoulement turbulent, constitue un premier objectif. L'expérience *D24 Gallium* a été conçue dans ce sens. Une étude hydrodynamique préliminaire avec de l'eau (annexe *B*), a permis de mettre en évidence une nouvelle classe d'écoulements turbulents confinés et non axisymétriques. Grâce à l'interaction de tourbillons instationnaires de grande taille, ces écoulements ont une échelle intégrale de l'ordre de la taille de l'expérience et présentent une zone inertielle étendue à basse fréquence jusqu'au dixième de la fréquence d'injection. Après avoir rempli l'expérience de Gallium, on étudie l'induction, pour ces écoulements proches de la turbulence homogène isotrope (chapitre 4). En raison du faible nombre de Reynolds magnétique accessible, les effets sont restés faibles. Il semble que les écoulements ayant une induction efficace, soient ceux dont la structure soit plus grande que l'échelle de l'induction  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$ . Pourtant on a pu mettre en évidence, des phénomènes d'induction plus efficaces pour induire des fluctuations de champ magnétique, plutôt qu'un champ de moyenne temporelle non nulle. La question est de savoir si ce comportement s'extrapole pour de plus grandes valeurs du nombre de Reynolds magnétique. A l'heure actuelle, aucune expérience, n'envisage de reproduire notre configuration, avec une motorisation plus importante et utilisant du sodium liquide.

Nous avons étudié ensuite de manière plus fondamentale (chapitre 6), les fluctuations turbulentes du champ magnétique dans les deux expériences. Par l'étude des spectres de champ magnétique, on a pu montrer que les fluctuations à haute fréquence, étaient incohérentes sur la taille de corrélation du champ magnétique  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$  et correspondaient à un régime dissipatif. Tandis que celles à plus basse fréquence, au contraire sont cohérentes sur la même taille et participent aux phénomènes d'induction à grande échelle. En dépit de la simplicité apparente de l'équation de l'induction, la création et la dynamique des fluctuations ne sont pas véritablement connues. Dans un futur proche, des progrès instrumentaux pourraient éventuellement permettre d'y remédier.

Les effets d'advection du champ magnétique, ont été aussi examinés (chapitre 5). Grâce à des expériences originales dans *VKS* utilisant de petits aimants comme source de champ pour l'induction, on a pu mettre clairement en évidence ce phénomène. En revanche il s'avère, que le transport du champ magnétique implique des échelles de longueur grandes, encore une fois proches de  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$ . Ce point nous a amené à nous interroger sur la validité de l'hypothèse de Taylor, qui en supposant

une advection du champ magnétique à toutes les échelles, est utilisée pour expliquer la dynamique des fluctuations. Une amélioration du protocole a utilisé en outre, une source localisée de champ magnétique mais oscillante, matérialisée par la rotation d'un aimant. On pourrait ainsi discuter de la validité d'une diffusivité turbulente du champ magnétique et élucider certains faits propres aux phénomènes de transport. Les mesures n'ont pas été à ce jour traitées, en raison de l'observation de la dynamo.

En effet, les résultats les plus importants ont été obtenus au sein de la collaboration *VKS*, lorsque nous avons réussi à obtenir une dynamo turbulente avec du sodium liquide (chapitre 3). L'utilisation de disques en fer, a conditionné le succès en imposant des conditions aux limites plus favorables. En dépit de biais bien cernés dus au ferromagnétisme, nous pensons, que le processus de génération du champ magnétique est bien un mécanisme magnétohydrodynamique. La forme du mode dynamo observé pour l'écoulement de Von-Karman, en moyenne axisymétrique, prouve d'après le théorème de Cowling, que les fluctuations turbulentes de l'écoulement contribuent à la production du champ. A ce jour, il est envisagé de trouver les conditions nécessaires à l'observation d'une dynamo pour cet écoulement et de développer les techniques instrumentales, permettant de valider le mécanisme proposé. De plus l'étude de l'induction en présence d'un corps ferromagnétique n'a pas été vraiment étudiée. Enfin à plus long terme il est souhaitable de réaliser une expérience, produisant une dynamo turbulente sans fer.

Les dynamos de l'expérience *VKS*, ont fourni un résultat majeur, en révélant pour des vitesses de rotation des turbines différentes, des régimes dynamiques de la dynamo, dont des renversements du champ magnétique, analogues à ceux du champ magnétique terrestre. Il est ainsi montré qu'il est possible d'obtenir des inversions avec un forçage stationnaire de l'écoulement. L'étude de ces régimes et de leurs scénarios d'apparition dans l'esprit de la théorie des systèmes dynamiques, a permis de mettre en évidence pour la première fois un phénomène de bistabilité (annexe C), mais surtout de valider un mécanisme de renversements lors de la transition entre une dynamo stationnaire et oscillante. On peut tracer pour ces régimes des trajectoires robustes dans un espace des phases, montrant qu'ils relèvent d'une dynamique à faible nombre de degrés de liberté. Mais la turbulence de l'écoulement apporte au système, un bruit spatiotemporel qu'il est nécessaire de prendre en compte pour décrire les observations. Ainsi la durée aléatoire entre deux renversements du champ magnétique, est vraisemblablement liée aux fluctuations turbulentes.

Enfin une mesure de la vitesse du fluide, valable en régime dynamo, est nécessaire pour répondre à de nombreuses questions en suspens. Les mécanismes d'induction et la phénoménologie des fluctuations d'induction seraient mieux compris. Mais surtout, une telle mesure permettrait d'étudier la saturation de la dynamo et d'établir son bilan énergétique. Nous avons commencé dans mon laboratoire, à utiliser des sondes à différence de potentiel, pour mesurer la vitesse de l'écoulement dans *D24 Gallium* (chapitre 7). De plus nous avons étudié aussi l'influence d'un champ magnétique modéré sur un écoulement turbulent. Un effet de freinage magnétique, a été mis en évidence. La dissipation par effet Joule due au champ produit, diminue l'énergie cinétique disponible pour la cascade turbulente. On observe une diminution de l'amplitude des fluctuations du champ de vitesse, sans modification de la forme de son spectre de puissance. Ce scénario valable pour des valeurs du paramètre d'interaction faibles, nous semble pertinent pour expliquer la saturation de la dynamo. Nous espérons que dans un futur proche des sondes à potentiel soient utilisées, dans *VKS*, permettant d'étudier en détail l'effet d'un champ magnétique produit par effet dynamo sur le champ de vitesse qui lui donne naissance.

Les expériences *D24 Gallium* et *VKS* ont été conçues pour comprendre des aspects fondamentaux de la magnétohydrodynamique des écoulements turbulents et étudier l'instabilité dynamo en milieu turbulent. Les résultats obtenus, valables pour les faibles valeurs du nombre de Prandtl, pourraient s'avérer pertinents pour expliquer l'origine et la dynamique des champs magnétiques planétaires et

stellaires produits par effet dynamo. En particulier l'expérience *VKS* fournit un exemple de dynamo validant deux idées importantes, s'appliquant aux dynamos naturelles. Les fluctuations turbulentes peuvent jouer manifestement un rôle dans le processus de génération du champ magnétique. Une dynamique riche du champ produit par effet dynamo peut s'observer pour un écoulement de forçage stationnaire, grâce à l'interaction entre différents modes de champ magnétique.



## Annexe A

# La dynamo *Von Karman Sodium* au cours des campagnes *VKS2g*, *VKS2h* et *VKS2i*

Le 19 septembre 2006, l'effet dynamo fut observé pour la première fois dans l'expérience *VKS*, après plusieurs essais infructueux, au cours de la campagne *VKS2g*. En contrarotation exacte, on observe la croissance du champ magnétique pour une fréquence de rotation des disques supérieure à environ  $16\text{ Hz}$  pour du sodium portée à une température de  $120^\circ\text{C}$ , soit un nombre de Reynolds magnétique valant au seuil  $R_{mc} = 32$ . Sans entrer dans les détails, il s'avère que l'ajout de disques en fer, fut l'ingrédient crucial pour obtenir un seuil de l'effet dynamo accessible dans notre montage. Les caractéristiques des différentes campagnes sont reprises dans le tableau A.1. Sur la figure A.1, on observe une courbe typique de franchissement du seuil de l'instabilité. Au point de mesure considéré le champ magnétique croît principalement selon la direction  $Y$ , en présentant d'importantes fluctuations ayant le même ordre de grandeur que la valeur moyenne du champ magnétique. Il apparaît de plus que la mesure d'un temps de croissance est difficile, car ce dernier semble plus court que le temps nécessaire pour imposer la consigne de vitesse aux turbines.

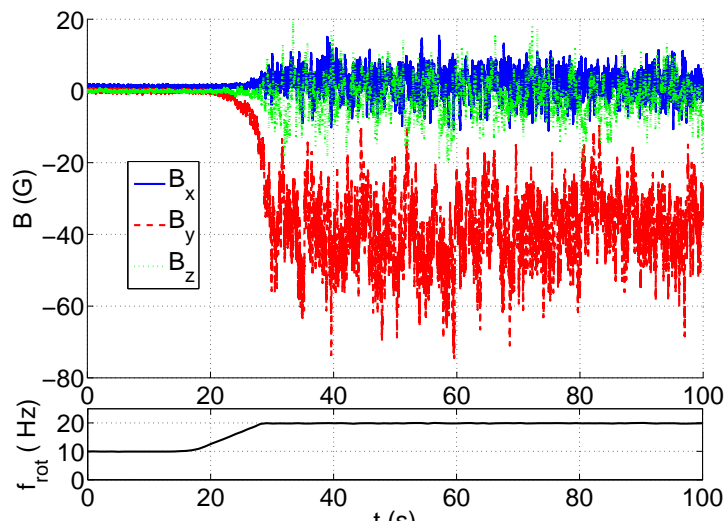


FIGURE A.1 – Courbe de croissance du champ magnétique dans *VKS2g*, lorsqu'on fait passer la fréquence de rotation des moteurs de  $10\text{ Hz}$  à  $20\text{ Hz}$ . Le champ est mesuré sur le premier capteur de la sonde multiple en position 1.

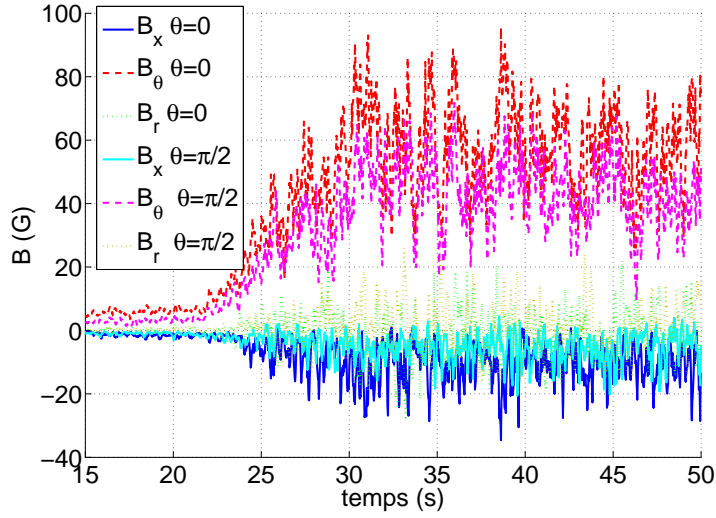


FIGURE A.2 – Evolution temporelle du champ magnétique mesuré en deux points du plan médian en bord de chemise, lorsqu’on augmente la fréquence des turbines de à  $22\text{ Hz}$ , mesuré dans *VKS2h* aux positions 1 et 5 de la figure A.3. On observe ainsi l’axisymétrie du champ magnétique produit par l’effet dynamo.

Des mesures complémentaires au cours des campagnes *VKS2h* et *VKS2i* ont permis en utilisant d’autres positions des doigts de gant, de déduire la forme moyenne la plus probable du mode dynamo. Le champ moyen est axisymétrique, c’est à dire invariant par rapport à  $\theta$ , (voir figure A.2). Ensuite en utilisant les mesures de *VKS2i* et en traçant la moyenne du vecteur champ magnétique pour les différents capteurs, on représente la forme du mode dynamo en contrarotation, dans le plan  $O_{xz}$  figure A.5, puis dans le plan  $O_{yz}$  figure A.4. Le champ obtenu se décompose alors (figure 3.28) en un champ azimuthal axisymétrique autour de l’axe du cylindre et un champ axial de géométrie dipolaire. On peut vérifier que le champ azimuthal s’annule hors du sodium à cause de l’absence locale de courant (non représenté dans ce paragraphe) et que le champ dipolaire s’inverse à l’extérieur du cylindre interne. Les deux polarités du dipôle peuvent être observées en fonction des conditions initiales, mais le champ azimuthal tourne toujours dans le sens horaire par rapport au champ de dipôle (donc son signe est fixé par celui du dipôle).

La géométrie obtenue est très différente de celle obtenue par les simulations numériques cinématiques [28, 56, 87, 14], calculées à partir de l’écoulement moyen axisymétrique. En effet le théorème de Cowling (on peut trouver un exposé de ce théorème dans le livre de Moffatt [63]), interdit la croissance d’un mode dynamo axisymétrique, à partir d’un écoulement axisymétrique. Le mode alors trouvé se présente comme un dipôle d’axe appartenant au plan équatorial. Nous avons discuté dans le chapitre 3 pourquoi ce théorème ne semble pas imposer de contrainte dans notre expérience.

### A.0.1 Dynamos obtenues lorsqu’on modifie le forçage

#### La dynamo stationnaire *anticontra*

La possibilité de contrôler indépendamment les vitesses des deux turbines, permet de changer les propriétés de l’écoulement de départ. Ce fut d’ailleurs une bonne surprise de conserver l’effet dynamo sur une large gamme de paramètres, lorsqu’on s’éloigne de l’écoulement contrarotatif *contra*, *a priori*

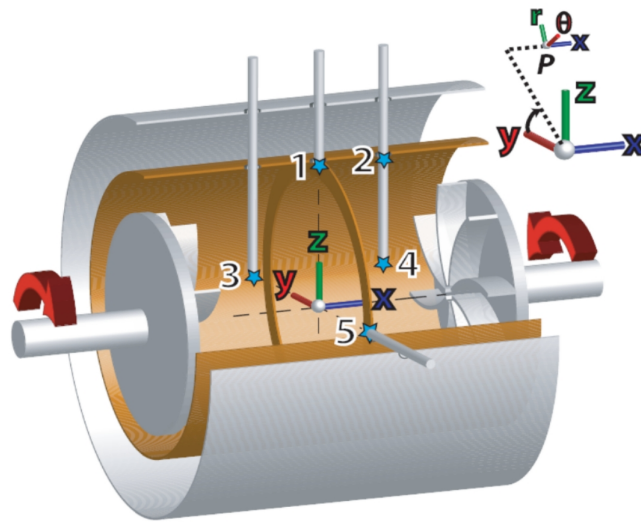


FIGURE A.3 – Schéma tridimensionnel de la cuve d'essai ( Auteur : Mickael Bourgoïn). Les conventions d'orientations et de choix des axes utilisés sont indiqués. Les positions  $P_i$  correspondent aux différents emplacements possibles des doigts de gant, plus précisément elles indiquent pour chaque doigt de gant l'emplacement du capteur de champ magnétique le plus profond.

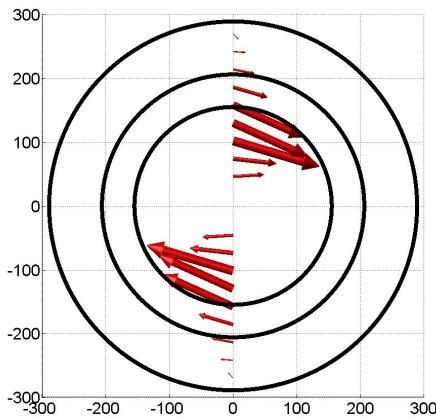


FIGURE A.4 – Géométrie du mode dynamo dans le plan  $O_{xz}$ . On représente dans ce plan la valeur moyenne du vecteur champ magnétique, mesuré dans  $VKS2I$ , en utilisant la sonde multiple et le gaussmètre. Le cercle interne est du diamètre du disque, le second est du diamètre de la chemise, et le dernier est le diamètre de la cuve.

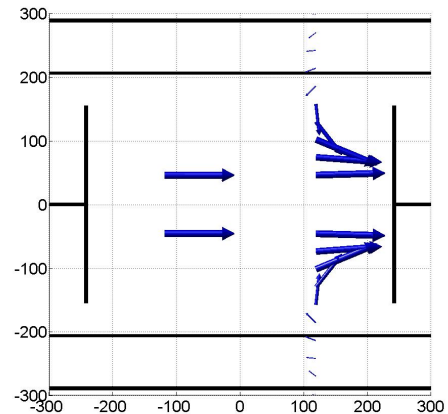


FIGURE A.5 – Géométrie du mode dynamo dans le plan  $O_{yz}$ . On représente dans ce plan la valeur moyenne du vecteur champ magnétique, mesuré dans  $VKS2I$ , en utilisant la sonde multiple et en faisant l'hypothèse d'axisymétrie. En noir on a représenté schématiquement les disques, la chemise et le bord de la cuve.

le plus favorable. En effet on a aussi obtenu l'effet dynamo dans le sens *anticontra*, pour lequel le taux de fluctuation est augmenté et la part de l'écoulement de pompage est réduite. Le seuil est légèrement plus élevé (figure A.6). La dissipation étant plus élevée avec cet écoulement, on parvient à la puissance maximale des moteurs, pour des vitesses plus faibles. Ainsi ce résultat semble montrer



Campagne	disques	Anneau	Dynamo	P1	P2	P3	P4	P5
VKS2a	acier inoxydable	Non	Non	G	S	-	-	-
VKS2f	acier inoxydable	Non	Oui	SM	S	-	-	-
VKS2g	fer doux	Oui	Oui	SM	G	-	-	-
VKS2h	fer doux	Oui	Oui	SM	-	-	-	G
VKS2i	fer doux	Oui	Oui	-	-	SM	G	-
VKS2j	fer doux	Non	Oui	-	-	SM	G	SM
VKS2k	inox. creux	Oui	Non	-	-	SM	G	-

TABLE A.1 – Configurations expérimentales pour les campagnes de *VKS*, cherchant à observer un effet dynamo. Les positions indiqués des doigts de gants se réfèrent à la figure 3.1. On désigne par SM la sonde multiple et par G la sonde du Gaussmètre *FW Bell 7000*

que le mécanisme dynamo en oeuvre est peu sensible à la force de l'écoulement moyen face aux fluctuations turbulentes. A titre de remarque, les expériences où les disques étaient corotatifs n'ont pas donné d'effet dynamo. En effet dans ce cas on perd l'effet de rotation différentielle au niveau de la couche de mélange et les hélicités produites au centre par chacun des disques sont de signes opposées ; deux points défavorables à l'effet dynamo.

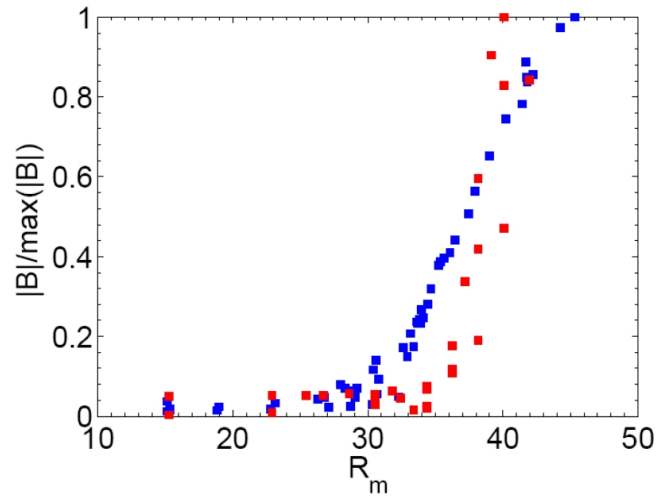


FIGURE A.6 – Courbe de bifurcation, comparant les dynamos produites, avec l'écoulement *contra* en bleu et l'écoulement *anticontra* en rouge (figure de Romain Monchaux). Le nombre de Reynolds magnétique est évalué de la même manière pour les deux écoulements. Le seuil est plus élevé en *anticontra*

## Forçage dissymétrique

Lorsque les vitesses des deux disques sont différentes dans le sens *contra*, l'écoulement hydrodynamique est modifié (voir partie 2) et on perd la symétrie de retournement par un axe passant par le plan médian. Ce protocole nous a permis en augmentant progressivement le rapport entre les deux fréquences, d'obtenir des régimes dynamiques, c'est à dire d'observer une évolution temporelle du champ magnétique, sur des temps plus longs que le temps long. C'est pourquoi on représente sur la figure A.7, l'espace des paramètres, c'est à dire le type de dynamo observé, en fonction des paramètres de contrôles pertinents de l'expérience, soit le nombre de Reynolds magnétique associé à chaque turbine ( $R_{mi} = \mu_0 \sigma 2\pi R^2 F_i$ ). On remarque la symétrie de ce diagramme par rapport à la diagonale  $R_{m1} = R_{m2}$ . Le seuil de l'instabilité est de l'ordre de  $R_m \sim 30$ . Pour une description détaillée des différents régimes et de la description des transitions nous renvoyons à la thèse de Romain Monchaux [66] et aux articles *Chaotic dynamos generated by a turbulent flow of liquid sodium* [86] et *VKS : a turbulent dynamo* [9]. Pour résumer, en augmentant le rapport des fréquences des moteurs, on conserve une dynamo stationnaire, puis on passe à un autre mode de dynamo stationnaire, avec à la frontière un premier type de renversements qu'on a nommé basculements car le champ magnétique se renversait sans s'annuler mais en tournant. Puis en augmentant encore ce rapport on passe à un troisième mode de dynamo stationnaire de faible amplitude, avec à la transition une zone particulièrement intéressante. En effet pour ces valeurs de paramètres on a observé des renversements ressemblants aux renversements géophysiques [8], des extinctions de l'effet dynamo sur des temps longs d'une centaine de secondes suivis de reprises et des régimes très fluctuants intermittents (*bursts*). Enfin pour les plus grands décalages de fréquence, on passe à une dynamo oscillante. A titre de remarque, une dynamo stationnaire de faible amplitude (de l'ordre de dix Gauss) a été observée au cours de la campagne *VKS2i* avec seulement un seul disque en rotation, mais en raison de la faiblesse du signal, il a fallu attendre la campagne *VKS2j*, pour confirmer l'existence de ce régime.

Les différents régimes observés montrent somme toute un comportement assez simple pour un système par essence pleinement turbulent. Dans des zones relativement bien définies de l'espace des paramètres, on observe des modes de dynamos stationnaires ou oscillantes. Les frontières de ces zones sont alors peuplées de comportement plus exotiques résultants de l'interaction des modes en présence. Aussi, nous avons pu interpréter sous l'oeil de la théorie des systèmes dynamiques, l'évolution temporelle du champ magnétique pour certains régimes comme une évolution caractéristique d'un système chaotique de basse dimensionnalité [86].

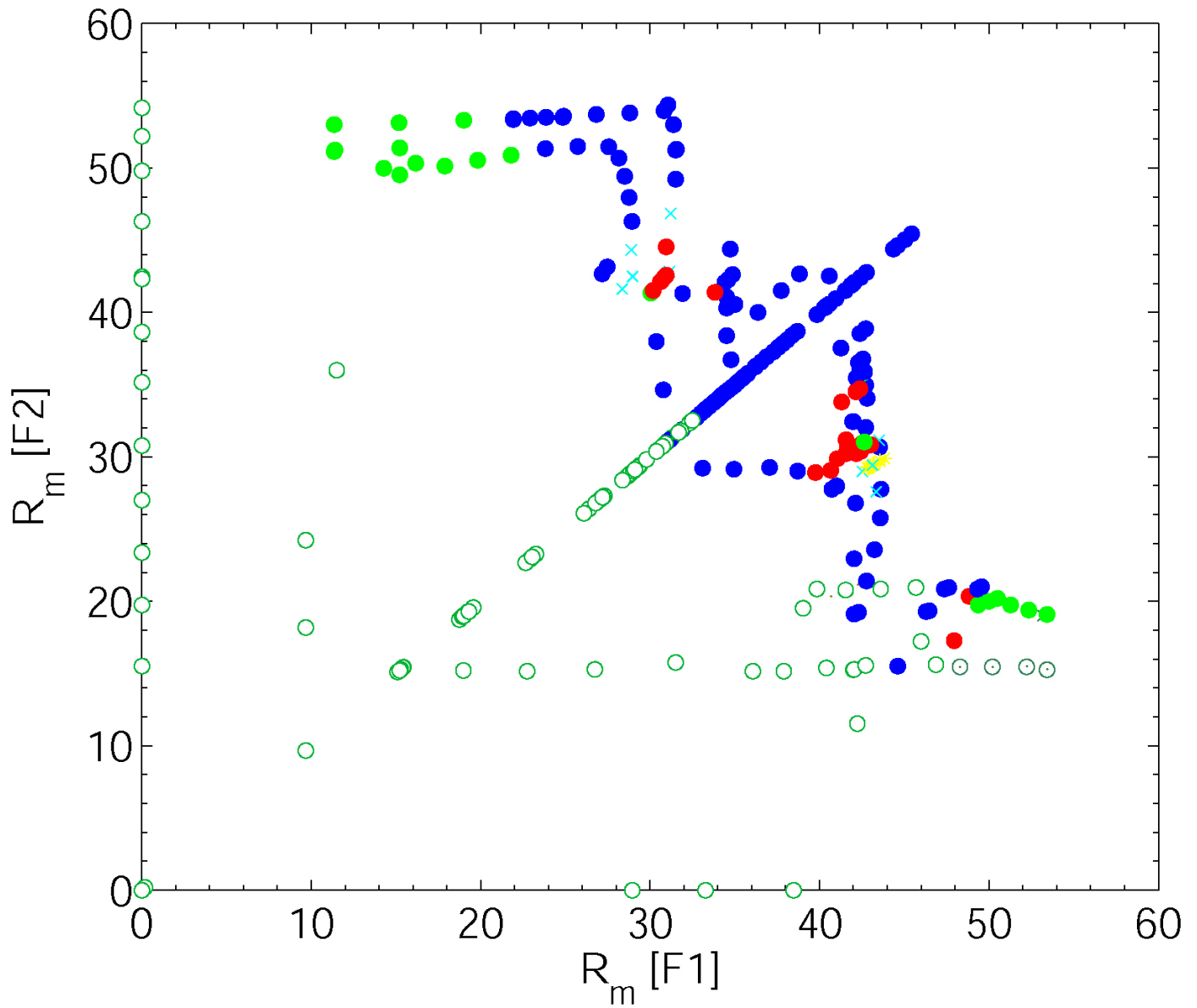


FIGURE A.7 – Espace des paramètres pour les campagnes  $g$ ,  $h$  et  $i$  de  $VKS$  ( Remerciement François Pétrélis ).

Rond creux Absence d'effet dynamo

Rond plein Observation de l'effet dynamo

Bleu Dynamo stationnaire

Rouge Renversements

Verts Oscillations

Jaune Régimes intermittents *Bursts*

Croix bleues Extinctions

## A.0.2 Mesures de pression

L'expérience *VKS* a été équipée pour certaines campagnes d'un capteur de pression affleurant en bord de chemise (en position 3 sur la figure 3.1). En dépit d'un fonctionnement correct du capteur, les mesures n'ont pas systématiquement été exploitées et le capteur a été retiré à partir de la campagne *VKS2i*. Cette mesure présente néanmoins un intérêt car c'est la seule mesure hydrodynamique dont nous disposons dans *VKS*. C'est pourquoi on présente les informations tirées du signal de pression, obtenu durant la campagne *VKS2g*.

### Écoulement contrarotatif

On représente d'abord sur la figure A.8, l'évolution de l'écart type de la pression en fonction du carré de la fréquence de rotation pour des mesures contrarotatives de *VKS2f* (sans dynamo) et de *VKS2g* (avec dynamo).

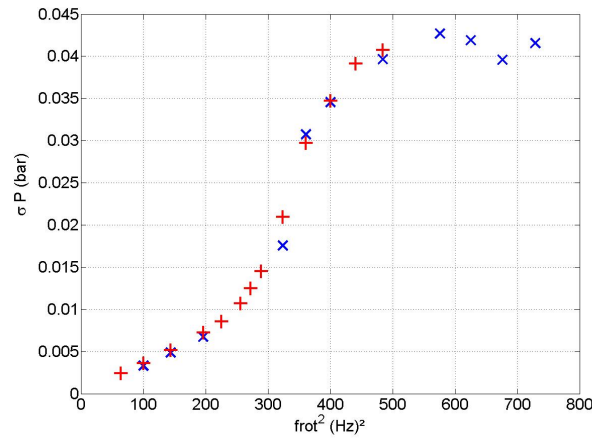


FIGURE A.8 – Ecart type de la pression en fonction de la fréquence de rotation des disques, pour *VKS2f* (signe plus) et *VKS2g* signe multiplié.

On remarque d'abord que les points des deux expériences semblent se superposer, avec ou sans effet dynamo. Par conséquent on n'observe pas d'effet mesurable du champ magnétique sur l'écoulement dû à la force de Laplace. Ce point est étonnant car cette force ajoute un terme supplémentaire dit de pression magnétique aux forces surfaciques s'appliquant à un volume élémentaire de fluide. On peut ainsi montrer que la pression hydrodynamique vérifie une équation de la forme  $\Delta P = -\text{div}[(\vec{v} \cdot \text{grad})\vec{v}] + \text{div}(\vec{j} \wedge \vec{B})$ . Que l'hydrodynamique de l'écoulement soit peu modifiée par la présence de la dynamo est utilisé, dans notre interprétation de sa saturation (chapitre 7). Ensuite on observe de façon plus étonnante, l'absence de linéarité des deux courbes, contrairement aux lois d'échelles attendues. On observe en particulier entre deux plages où la pression semble linéaire avec la fréquence au carré, une croissance forte pour une fréquence au carré correspondant à  $17 \text{ Hz}$ . Pour les plus hautes valeurs, on observe une saturation, pouvant être due soit à de la cavitation, soit à une dérive thermique du capteur, sachant qu'on excède alors les capacités du refroidisseur. Ces mesures me semblent en accord avec des études sur les couples fournis aux moteurs faites par d'autres membres de la collaboration, montrant que la puissance fournie ne croît pas comme le cube de la fréquence de rotation, mais présente une évolution plus complexe, avec une transition vers  $17 \text{ Hz}$ . L'hydrodynamique de l'écoulement de Von-Karman pour des nombres de Reynolds de l'ordre de cinq

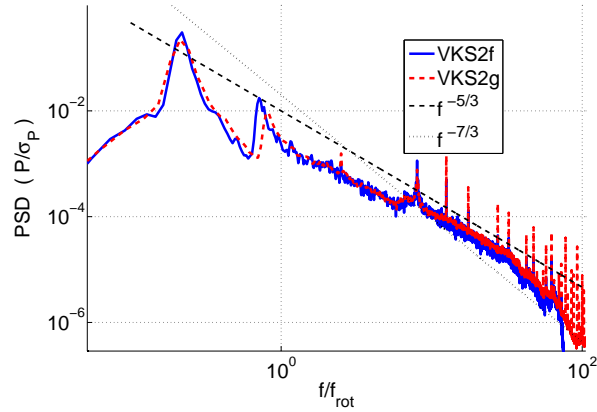


FIGURE A.9 – Spectre de puissance du signal de pression dans  $VKS2f$  (pas de dynamo) et  $VKS2g$  (avec dynamo), pour une fréquence de rotation de  $20\text{ Hz}$ .

millions semble ne pas reproduire les comportements observés dans les modèles réduits en eau où le nombre de Reynolds est de l'ordre de  $100\,000$ . Des causes possibles pourraient être la présence de la chemise, ou une transition hydrodynamique du type transition de trainée. D'autres mesures hydrodynamiques précises sont nécessaires pour élucider ce problème.

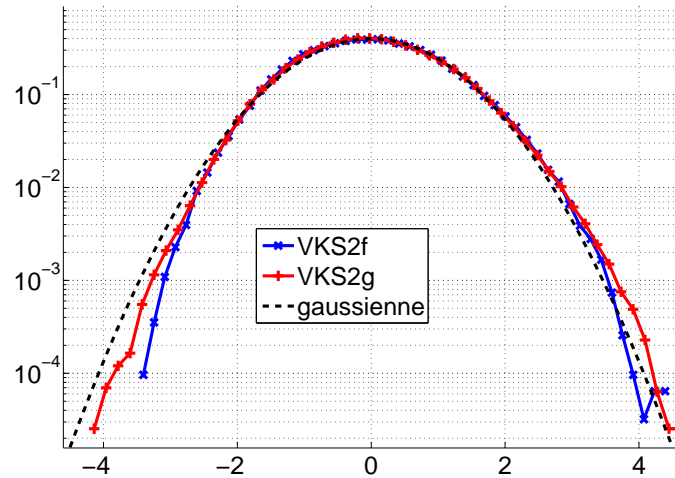


FIGURE A.10 – Fonction de densité de probabilité du signal de pression dans  $VKS2f$  (pas de dynamo) et  $VKS2g$  (avec dynamo), pour une fréquence de rotation de  $20\text{ Hz}$ . Le signal est centré réduit, c'est à dire on lui retire sa valeur moyenne et on l'adimensionne par son écart type.

Les spectres de puissance de pression (figure A.9) ne semblent pas montrer de différence avec ou sans effet dynamo. On remarque un massif à basse fréquence, (dont la position en fréquence ne dépend pas de la fréquence de rotation), signe éventuel d'une instabilité de l'écoulement. De plus la loi attendue dans la zone inertielle en  $f^{-7/3}$  [33, 1] n'est pas vérifiée, on observe plutôt une pente en  $f^{-5/3}$ , ce qui est parfois observé dans des écoulements turbulents chargés en bulles. Enfin la densité de probabilité des signaux de pression est gaussienne (figure A.10). Les mesures de Louis Marié dans

sa thèse [55] ont montré que la pression mesurée dans l'écoulement de Von-Karman hors du plan médian ne présentait pas d'aile exponentielle du côté des dépressions, observées justement dans le plan médian et interprétées comme le passage de structures vorticitaires [33, 1, 26, 20]. Le capteur étant à mi-distance entre le plan médian et le disque 1, il est donc normal d'avoir une densité de probabilité de pression gaussienne.

### Mesures de pression pour des écoulements disymétriques

Les signaux ne présentent pas de variations qualitatives importantes, lorsque les fréquences de rotation des moteurs sont décalées. De plus, l'étude hydrodynamique devient plus complexe, comme deux paramètres contrôlent le système. On renvoie en particulier à l'étude de l'équipe de Saclay utilisant la mesure des couples dans leurs modèles réduits en eau de l'expérience *VKS* [66]. Néanmoins, on observe un phénomène notable pour nos mesures en sodium : lorsque le décalage des fréquences devient assez grand, les densités de probabilité deviennent asymétriques. La couche de mélange retenue par l'anneau, devient libre et est poussée par le disque rapide vers le disque lent. Lorsqu'elle se trouve devant le capteur, on observe le comportement typique mesuré dans le plan médian d'un écoulement de Von-Karman [55], correspondant au passage de filament de vortacité. Le seuil de cette transition hydrodynamique est observé pour un rapport de fréquence de l'ordre de 3/4, mais cette instabilité de la couche de mélange causée par l'anneau semble hystérétique et peut présenter des temps caractéristiques de l'ordre d'une centaine de secondes. Pour les plus grandes valeurs de décalage, l'écoulement ne comporte plus qu'une seule cellule et on perd à nouveau l'aile exponentielle dépressionnaire.

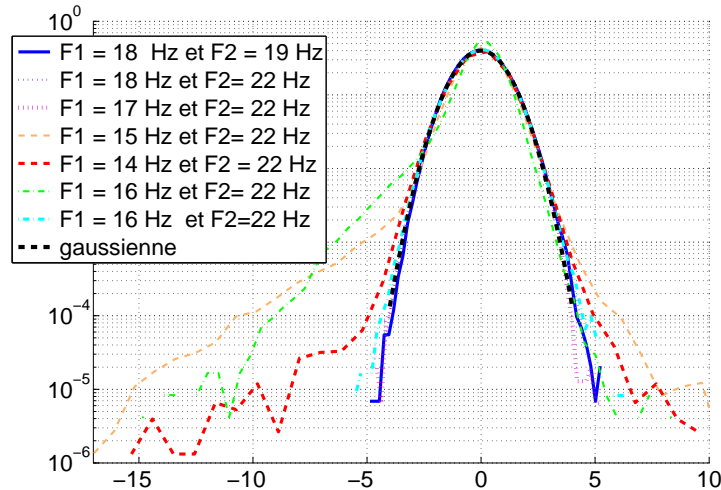


FIGURE A.11 – Fonction de densité de probabilité du signal de pression (centré réduit) dans des mesures de *VKS2g*, où les fréquences des moteurs sont différentes.

Peut on voir une trace de cette instabilité de l'écoulement sur la dynamique du champ magnétique? Sur la figure A.12, on illustre cette transition, en passant du couple de fréquence de rotation ( $F1 = 14 Hz$ ,  $F2 = 22 Hz$ ) à ( $F1 = 16 Hz$ ,  $F2 = 22 Hz$ ). On observe une chute brutale de la composante majoritaire du champ magnétique, tandis que la pression devient asymétrique. La dynamo est alors éteinte, avec moins de fluctuations, qu'on observe en absence de dynamo par induction sur le champ terrestre. Ensuite au bout d'une centaine de secondes, on observe un saut net de puissance, la

pression devient symétrique et la dynamo recroît. Ainsi les extinctions du champ magnétique associée à un saut de puissance, semblent liées à une instabilité hydrodynamique de la couche de mélange, qui lorsqu'elle se décroche brutalement de l'anneau, peut mettre l'écoulement dans une conformation défavorable à l'effet dynamo. Ce choix de consigne conduit peu de temps après aux renversements de champ magnétique concomitants avec une chute transitoire de la puissance fournie au moteur. C'est le régime décrit dans l'article *Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo* [8].

Ainsi la mesure de pression constitue une mesure complémentaire pour observer l'évolution hydrodynamique de notre expérience. Elle permet en particulier d'identifier des modifications importantes de la géométrie de l'écoulement à grande échelle.

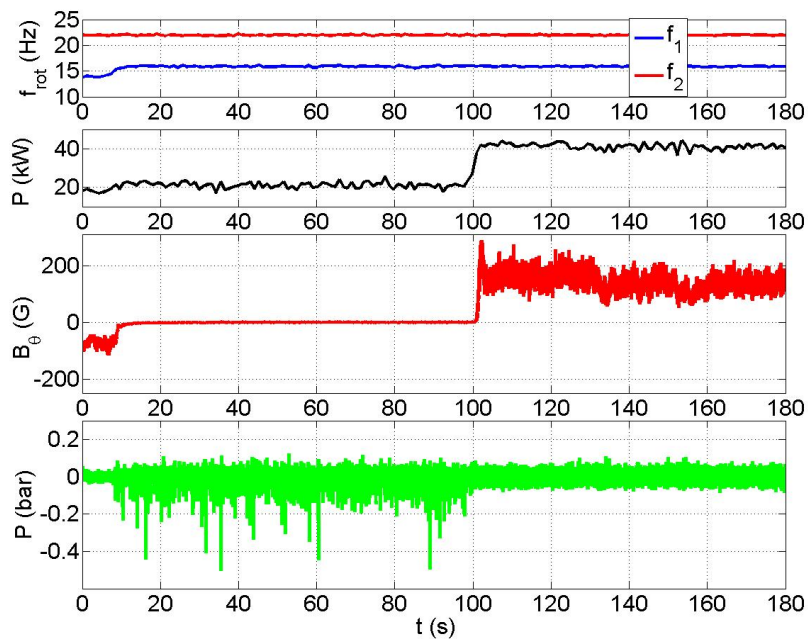


FIGURE A.12 – Evolution temporelle de la puissance fournie au moteur, de la composante orthoradiale du champ magnétique et de la pression pour un passage entre ( $f_1 = 14 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 22 \text{ Hz}$ ) à ( $f_1 = 16 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 22 \text{ Hz}$ )

# Annexe B

## Hydrodynamique de l'expérience *D24 Gallium*

### B.1 Introduction

Pour préparer les expériences avec du Gallium, dans l'expérience *D24 Gallium*, nous avons étudié quelques écoulements produits par la rotation de quatre hélices dans un cylindre. Auparavant le cas des écoulements avec deux hélices, a fait l'objet de mon stage de master II [11]. Le but de ces expériences est de définir les écoulements intéressants pour la magnétohydrodynamique turbulente et d'étudier leur propriétés, pour mieux comprendre *a posteriori* leurs propriétés d'induction. On recherche en particulier un écoulement se rapprochant le plus de la turbulence homogène isotrope. Du fait du faible nombre de Prandtl des métaux liquides et des nombres de Reynolds magnétiques accessibles, de l'ordre de l'unité au maximum, l'équation de l'induction impose que le champ magnétique induit se comporte à une échelle grande devant les tailles caractéristiques de l'écoulement. Pour le régime diffusif dans l'espace de Fourier, la composante de champ de nombre d'onde  $k$  se comporte comme  $\hat{b}_k \sim \frac{B_0}{\eta k} \hat{v}_k$ . Le champ magnétique est de plus intégré spatialement sur une taille caractéristique de l'ordre de  $l_{ind} \sim \frac{\eta}{U}$  (voir partie 6). Par conséquent pour avoir des effets d'induction avec une dynamique appréciable et des nombres de Reynolds modérés, il est nécessaire d'avoir un forçage intense pour les plus petites valeurs de  $k$  accessibles (fixées par la taille de la cuve). Pour le champ de vitesse, il s'avère qu'en deçà de l'échelle intégrale, l'hypothèse de Taylor permet de faire correspondre du moins en ordre de grandeur les dynamiques temporelles et spatiales, via la vitesse  $U$ . Donc le comportement du champ de vitesse aux petits nombres d'ondes est relié aux basses fréquences de l'écoulement. On désire ainsi un écoulement présentant beaucoup d'énergie à grande échelle et à basse fréquence et possédant la plus grande échelle intégrale possible.

On s'intéresse alors aux écoulements pleinement turbulents dans des volumes fermés, où la part de l'écoulement moyen sera réduite. Les premières études exhaustives furent effectuées en France vers 1990 [26, 58, 33] sur l'écoulement dit de Von Karman produit par la contrarotation de deux disques sur les deux faces opposées d'un cylindre rempli de fluide. Plus récemment une étude complète avec en particulier la cartographie de l'écoulement moyen obtenu a été effectuée dans l'équipe de François Daviaud au CEA Saclay [55, 88]. Il a été montré en particulier que pour des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^5$  et pour un taux de fluctuations de l'ordre de l'unité, l'écoulement moyen n'est pas représentatif de l'écoulement instantané, mais résulte de l'intégration sur des temps longs, c'est à dire grands devant l'inverse de la fréquence de rotation, typiquement la seconde.



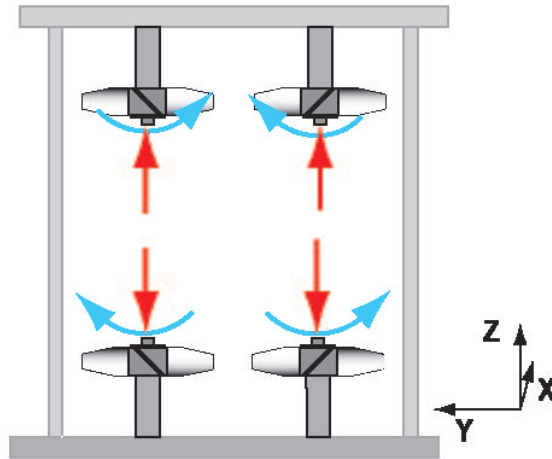


FIGURE B.1 – Écoulement à quatre hélices **A** ( $4HA$ ) dans  $D24$  Gallium

Notre montage constitue une évolution importante par rapport à ces travaux antérieurs, en présentant des mesures hydrodynamiques pour un nouvel écoulement en eau obtenu par la rotation de quatre hélices dans un cylindre (deux par face du cylindre), chacune étant décentrée par rapport à l'axe du cylindre. On obtient ainsi pour une combinaison des vitesses de rotation des quatre hélices, des écoulements non axisymétriques d'hélicité moyenne nulle, dans un cylindre. Les hélices sont mises en rotation de manière à produire un fort cisaillement comme dans l'écoulement de Von Karman, mais on peut espérer qu'il soit moins localisé dans le plan équatorial. Le forçage par les hélices s'oppose à la géométrie du cylindre du fait du décentrage, permet d'attendre une dynamique encore plus complexe à grande échelle. On espère ainsi obtenir un écoulement proche de la turbulence d'école c'est à dire homogène isotrope, où l'écoulement moyen a peu d'importance sur une large part du volume expérimental, en régime stationnaire. Ce dispositif conçu en fonction des objectifs magnétohydrodynamiques, permet donc aussi d'étudier expérimentalement la turbulence hydrodynamique en géométrie confinée. Par manque de temps, cette voie n'a pas été poussée aussi loin qu'elle le mériterait et de plus l'étude approfondie d'écoulements aussi complexes, demande sans doute une technique de mesure résolvant spatialement et temporellement le champ de vitesse, comme la vélocimétrie par image de particules.

### B.1.1 Mesures effectuées

#### Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est dans sa plus grande partie, celui décrit dans la première partie (figure B.1). On rappelle que l'entraînement est assuré par quatre moteurs à courant continu à aimants permanents RX630E PARVEX, fonctionnant en régime nominal à 2400 tours par minute ( $40\text{ Hz}$ ) pour une tension d'alimentation  $134\text{ V}$  et une intensité maximale de  $16\text{ A}$ . Ainsi chacun des moteurs est censé transmettre une puissance maximale de l'ordre de  $2\text{ kW}$  au fluide. Un jeu de poulies et de courroies permet d'entraîner les hélices à une fréquence double de celle des arbres moteurs. On utilise des hélices plongeant à  $50\text{ mm}$  du bord de cuve comportant chacune quatre pales de  $35\text{ mm}$  de longueur formant un angle de  $45^\circ$ . La mise en mouvement inertielle du fluide produit au voisinage d'une hélice un champ de vitesse fortement hélicitaire, où l'effet de pompage sera du même ordre de

grandeur que l'effet de rotation. On attend au voisinage d'une hélice en rotation à la fréquence  $f$ , un champ de vitesse dans le référentiel polaire lié à l'hélice pour un pas positif de forme proche de :

$$\vec{v} \sim r \cdot 2\pi f (\vec{e}_\theta + \vec{e}_z)$$

Lorsqu'une seule hélice tourne dans le sens où le fluide est aspiré à partir du centre de la cuve, il se forme un tourbillon intense accroché aux pales et qui se place en moyenne en diagonale dans le cylindre. Pour quatre hélices on a choisi deux hélices d'un pas et deux de l'autre, de sorte qu'au coeur de l'écoulement l'hélicité soit nulle en moyenne. Deux configurations d'hélices ont été étudiées, tout d'abord quand les deux hélices d'un même pas se font face verticalement et ensuite quand les deux hélices de même pas sont opposées en diagonale. On a choisi de s'intéresser aux cas où les vitesses des quatre hélices sont égales. On présente ici les mesures correspondants à des sens de rotation où les quatre hélices aspirent du fluide de manière à engendrer des vortex en compétition produisant des instabilités à grande échelle et basse fréquence. Dans le premier cas nommé **A** (*4HA*), les hélices se faisant face sont contrarotatives, tandis que dans le second cas **B** (*4HB*) les hélices se faisant face sont corotatives. La situation **A** est analogue à deux écoulements de Von Karman juxtaposés. La situation **B** devrait présenter un écoulement moyen plus important avec un mouvement d'ensemble perpendiculaire aux hélices. Pour certaines mesures (optiques en particulier), on a remplacé la paroi cylindrique de la cuve, par un cylindre de plexiglas de diamètre  $100\text{ mm}$ , d'épaisseur  $4\text{ mm}$  et de hauteur  $240\text{ mm}$ .

## Techniques employées

Pour réaliser cette étude hydrodynamique, différentes techniques expérimentales ont été utilisées. On ne détaille pas ici le principe physique et l'intérêt des différents types de mesures et on peut trouver les informations correspondantes dans les références [11], [55] et [88]. Tout d'abord on trouve sur la paroi latérale dans le plan médian, un capteur de pression piézoélectrique donnant accès aux fluctuations du champ de pression et une sonde de température à résistance de platine. On a effectué de manière qualitative des visualisations directes de l'écoulement, en filmant le mouvement de bulles d'air dans le fluide. Ensuite des mesures de vitesse de l'écoulement ont été effectuées par vélocimétrie ultrasonore doppler en utilisant un appareil DOP1000 prêté par l'équipe d'Yves Couder du laboratoire MSC. Cette technique utilisable à basse vitesse seulement, mesure par effet Doppler, le long d'un faisceau ultrasonore, la vitesse longitudinale de particules advectées. On obtient ainsi l'évolution temporelle de profils spatiaux du champ vitesse. Puis on a utilisé un dispositif d'anémométrie Laser doppler (désigné communément par l'acronyme en anglais LDV), prêté par l'équipe de François Daviaud du CEA Saclay. Au point de convergence de deux faisceaux lasers, on mesure le passage de particules advectées, dont on déduit la vitesse perpendiculaire aux franges d'interférences par effet Doppler. Enfin on a réalisée des mesures de vitesse par fil chaud (un film en réalité). Cette technique tire partie de la variation de résistance d'un fil avec la température, sachant que le courant le traversant le chauffe par rapport au fluide et qu'il est refroidi par l'advection de fluide sur le fil. En pratique cette technique est très difficilement calibrable dans des écoulements avec peu d'écoulement moyen, mais elle donne accès avec une bonne résolution à certains aspects du comportement dynamique du champ de vitesse. Cette méthode de mesure certes intrusive, est quasi-punctuelle et possède la meilleure résolution temporelle.

## B.2 Propriétés générales

L'écoulement  $4HA$  est étudié pour une fréquence de rotation des hélices typique de  $20\text{ Hz}$ , ce qui permet de réguler facilement la température autour de  $25\text{ }^\circ\text{C}$ , et d'éviter la cavitation. On obtient une vitesse de bord de pâles de  $4.40\text{ m/s}$ . La cartographie du champ de vitesse dans ces conditions donne une vitesse moyenne caractéristique de  $0.60\text{ m/s}$  pour un écart type de  $1.26\text{ m/s}$ . Le nombre de Reynolds calculé sur le bord de pales vaut  $150000$ , tandis que celui calculé sur le diamètre du cylindre donne  $160000$ . Le nombre de Reynolds de l'écoulement, varie selon les expériences entre  $35000$  et  $300000$ . On note par la suite  $\vec{u}$  le champ des fluctuations de vitesse, d'amplitude l'écart type du signal temporel de vitesse (valeur efficace du signal sans sa moyenne).

On a pu vérifier la linéarité en fréquence de rotation de  $\langle \vec{v} \rangle$  de  $\langle \vec{u} \rangle$  et aussi de la racine de l'écart type des fluctuations de pression avec la fréquence de rotation pour quelques points du flot seulement. Pour la turbulence développée pour des très grandes valeurs du nombre de Reynolds, la géométrie de l'écoulement devient indépendante de  $Re$ . L'amplitude du champ de vitesse est alors proportionnelle à la vitesse de rotation des hélices. On peut ainsi étudier l'hydrodynamique pour une fréquence de rotation donnée. Des mesures du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente pour le cas **A** ont été effectuées avec du Gallium en mesurant la dérive thermique de la cuve. On trouve pour une fréquence de  $20\text{ Hz}$  et une masse de  $47.30\text{ kg}$ , une dissipation égale à  $317.2\text{ W}$ , soit  $\epsilon = 6.7\text{ W s}^{-1}\text{ kg}^{-1}$ . Ce résultat est en accord avec la loi d'échelle  $\epsilon \sim \frac{u^3}{L}$  en prenant pour  $L$  le diamètre de la cuve. Cette mesure de dissipation constitue d'ailleurs un ordre de grandeur de l'échelle intégrale  $L_I$  de la turbulence, qui s'identifie à la taille des plus gros tourbillons, ce qui donne  $L_I = 80\text{ mm}$ .

### B.2.1 Mesure de pression

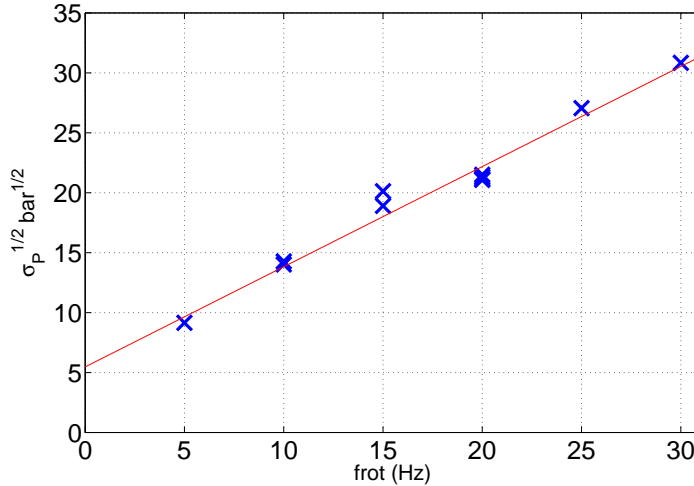


FIGURE B.2 – Racine de l'écart type des fluctuations de pression en fonction de la fréquence de rotation.

Un capteur *PCB 106B50* de sensibilité  $72.5\text{ mV/kPa}$  a été utilisé pour contrôler les propriétés globales de l'écoulement. C'est de plus la seule mesure, à notre disposition utilisable aussi bien avec de l'eau qu'avec du Gallium. Ce capteur est placé en paroi dans le plan médian au point

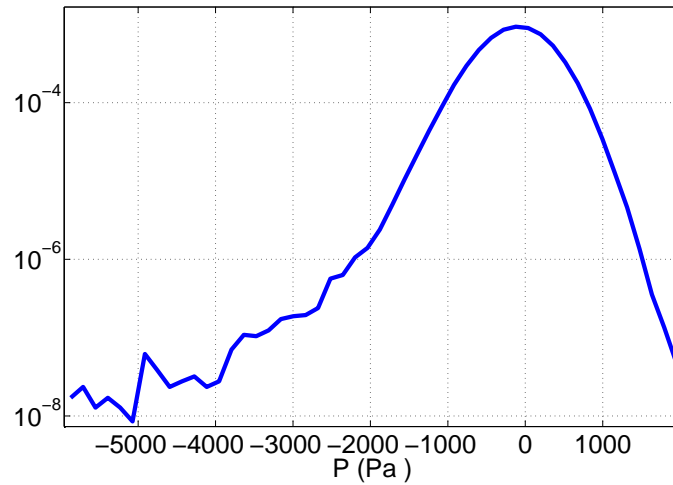


FIGURE B.3 – Densité de probabilité des fluctuations de pression pour  $f_{rot} = 20 \text{ Hz}$

( $X = -101.5 \text{ mm}$ ,  $Y = 0 \text{ mm}$ ,  $Z = 0 \text{ mm}$ ). On vérifie ainsi sur la figure B.2 la linéarité entre la racine de l'écart type des fluctuations de pression et la fréquence de rotation des hélices. De plus la densité de probabilité de la pression (figure B.3) est asymétrique et possède une queue exponentielle du côté des dépressions. Ce point montre qu'à l'instar de l'écoulement de Von-Karman, les écoulements  $4HA$  et  $4HB$ , possèdent dans leur plan médian, une zone riche en filaments de vorticité [33].

## B.3 Géométrie à grande échelle de l'écoulement

### B.3.1 Etude du champ de vitesse

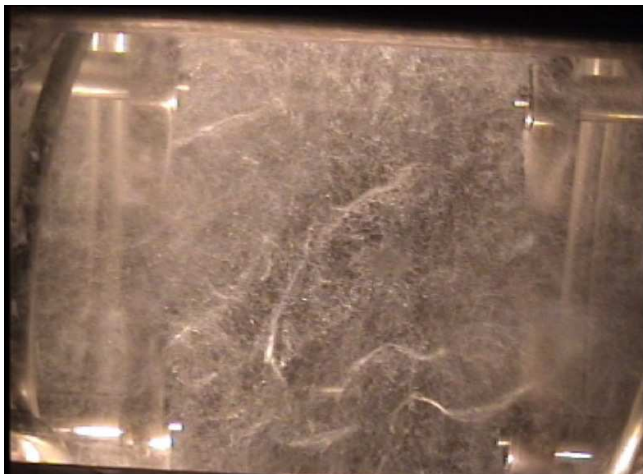


FIGURE B.4 – Instantané de l'écoulement ensemen   de bulles pour une fréquence de rotation de  $30 \text{ Hz}$

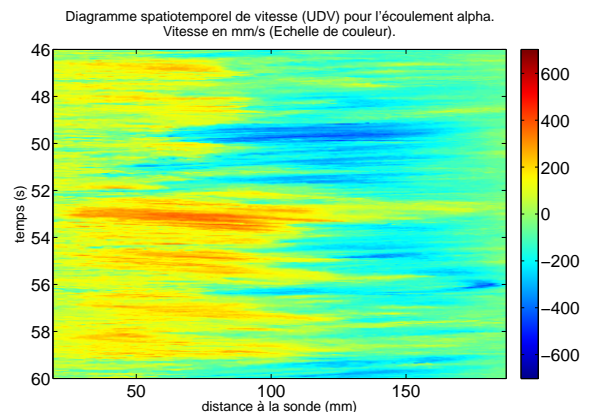


FIGURE B.5 – Diagramme spatio temporel obtenu par vélocimétrie ultrasonore pour une fréquence de rotation de  $5 \text{ Hz}$  :  $V_X$  en fonction de  $X$ .

La première étape de notre travail a été de filmer l'écoulement ensemen   de bulles d'air. Elles sont à la fois advectées par l'écoulement et se concentrent sur les coeurs de tourbillons, qui sont des

zones de basse pression. On visualise ainsi nettement l'évolution de ces vortex, en présence du champ de vitesse turbulent. Les écoulements ici présentés se révèlent très chahutés avec en particulier la présence continue de tourbillons instationnaires, qui partant d'une des hélices, croissent, se tordent et disparaissent sur des temps de l'ordre de la seconde. Chacune des hélices tend à créer un tourbillon, mais celui-ci une fois créé, interagit de manière complexe avec l'écoulement des autres hélices, ainsi qu'avec la paroi. Ce choix de forçage stationnaire par des hélices en compétition permet donc d'avoir à l'échelle de la cuve des structures cohérentes tourbillonnaires évoluant chaotiquement. Or cette image est souvent invoquée pour expliquer la dynamique à petite échelle de la turbulence en invoquant la vie et la mort de filaments de vorticité en interaction non linéaire. Ces visualisations permettent d'esp er d'avoir en quelque sorte reproduit la dynamique turbulente sur tout le volume, alors que l'échelle d'injection est dix fois plus faible. La vélocimétrie ultrasonore permet de tracer le diagramme-spatio temporel ( figure B.5) du profil de vitesse longitudinal selon la direction  $X$  dans le plan médian au cours du temps à une fréquence. Le résultat est un profil certes fluctuant sur des temps de l'ordre de la dizaine de secondes pour une fréquence de rotation de  $5\text{ Hz}$ , mais il apparaît néanmoins un profil moyen. Les mesures de vélocimétrie laser confirment ce résultat. En effet dans le but de faire une cartographie sommaire de ces écoulements, les trois composantes du signal de vitesse ont été enregistrées pour des points répartis sur une grille régulière centrée sur le milieu du cylindre et représentant 10% environ du volume de la cuve, pour une fréquence de rotation de  $20\text{ Hz}$ , pendant un temps de l'ordre de la minute. On a pu ainsi avoir une idée de la géométrie du champ de vitesse en calculant pour ces points la valeur moyenne et l'écart type.

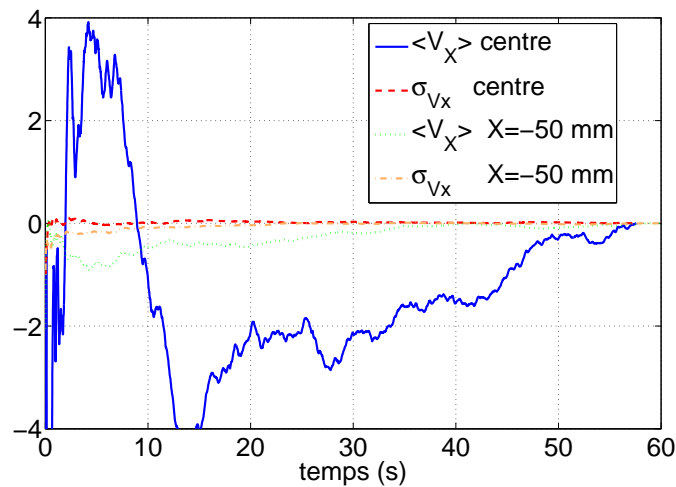


FIGURE B.6 – Etude de la convergence de la moyenne et de l'écart type pour un signal de vitesse acquis par vélocimétrie laser Doppler sur l'écoulement  $4HA$ . On calcule la valeur moyenne du signal pris sur une durée comprise entre l'instant initial et le temps  $t$ , moins la valeur moyenne sur la durée d'acquisition totale. Le temps pour atteindre zéro donne un ordre de grandeur du temps nécessaire à l'évaluation de la moyenne.

Intéressons nous   la convergence de ces grandeurs statistiques sur le temps d'acquisition. Pour cela on représente au cours du temps la différence entre la moyenne (respectivement l'écart type) calculée entre le début de la mesure et l'instant  $t$ ) et la moyenne calculée sur le signal total. Le temps pour atteindre la valeur nulle, donne un ordre de grandeur du temps de convergence des grandeurs statistiques en un point. Or comme on peut le voir sur la figure B.6, pour les points les plus au

centre, si l'écart type tend assez rapidement vers une valeur définie, la valeur moyenne ne converge manifestement pas à cause de fluctuations lentes alors qu'on peut s'attendre par des arguments de symétrie à une vitesse nulle au centre.

Néanmoins le champ de vitesse obtenu finalement montre que la durée d'acquisition est suffisante pour avoir une vision qualitative du flot. Cette figure est à comparer avec celles numérotées 4.31 et 4.32, qui montrent que les temps de convergence définis de la même façon pour les signaux d'induction dans le gallium, sont du même ordre de grandeur que ceux pour le champ de vitesse, traduisant l'origine turbulente des fluctuations magnétiques.

Les valeurs obtenues en moyenne sur tous les points de la grille sont :

- $\langle V_x \rangle = 0.41 \text{ m/s}$ ,  $\langle V_y \rangle = 0.26 \text{ m/s}$  et  $\langle V_z \rangle = 0.36 \text{ m/s}$ .
- $\sigma_{V_x} = 0.87 \text{ m/s}$ ,  $\sigma_{V_y} = 0.60 \text{ m/s}$  et  $\sigma_{V_z} = 0.69 \text{ m/s}$ .

### B.3.2 Cartographie de l'écoulement.

#### Écoulement 4HA

On représente pour l'écoulement 4HA, les coupes bidimensionnelles du champ de vitesse moyen pour avoir une idée de la géométrie de l'écoulement (figures B.7, B.9 et B.8). On utilise différentes couleurs pour montrer plusieurs profondeurs sur un graphique à deux dimensions.

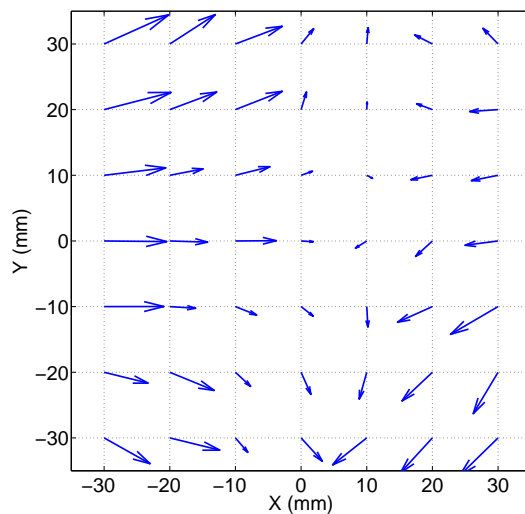


FIGURE B.7 – Géométrie du champ dans le plan  $XY$  de l'écoulement 4HA obtenu par vélocimétrie laser Doppler. Position des hélices :  $X = 0 \text{ mm}$ ,  $Y = \pm 50 \text{ mm}$  et  $Z = \pm 66 \text{ mm}$ .

Le champ de vitesse moyen correspond à l'écoulement de pompage dû à l'aspiration des hélices. Dans le plan médian, le flot converge par la composante  $V_X$  vers le centre, où on a un point de stagnation, pour repartir en direction des hélices, le rebouclage du champ de vitesse se faisant en dehors de la grille. Par contre il ne reste que très peu de traces de la rotation des hélices et bien entendu les tourbillons, instationnaires, disparaissent en moyenne. Ils ont sans doute un rôle sur la dynamique du champ de vitesse, particulièrement à basse fréquence, mais ils n'ont pas d'effet coopératif agissant sur l'écoulement moyen. Le taux de fluctuation par rapport à l'écoulement moyen est de l'ordre de deux, donc l'écoulement instantané est toujours très éloigné de l'écoulement moyen.

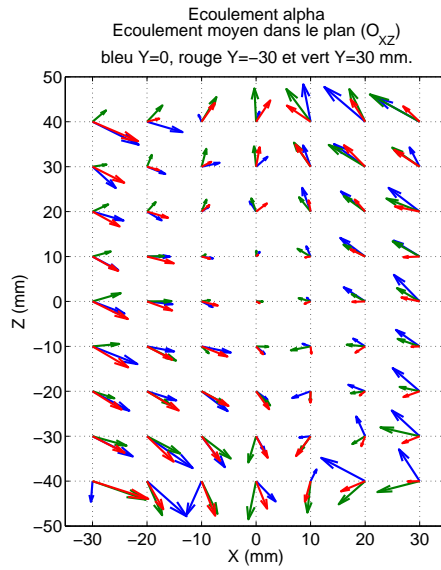


FIGURE B.8 – Géométrie du champ dans le plan  $XZ$  de l'écoulement  $4HA$  obtenu par vélocimétrie laser Doppler. Position des hélices :  $X = 0 \text{ mm}$ ,  $Y = \pm 50 \text{ mm}$  et  $Z = \pm 66 \text{ mm}$ .

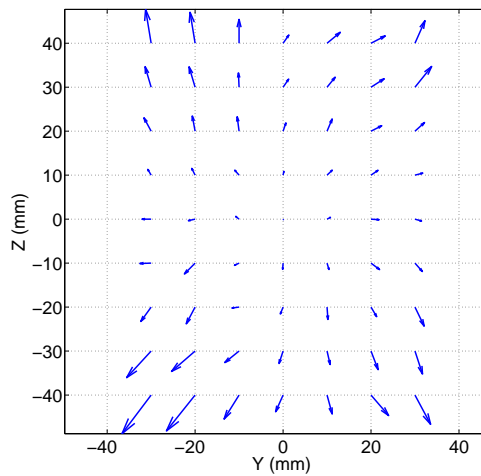


FIGURE B.9 – Géométrie du champ dans le plan  $YZ$  de l'écoulement  $4HA$  obtenu par vélocimétrie laser Doppler. Position des hélices :  $X = 0 \text{ mm}$ ,  $Y = \pm 50 \text{ mm}$  et  $Z = \pm 66 \text{ mm}$ .

On retrouve une situation analogue à l'écoulement de Von-Karman mais pour une zone plus étendue et avec moins d'anisotropie.

### Écoulement $4HB$

On fait le même traitement pour l'écoulement  $4HB$  (figures B.10, B.11 et B.12). La géométrie de l'écoulement moyen est peu différente de celui dit  $4HA$ . L'écoulement dû au pompage est en effet identique dans les deux cas. Entre les hélices, les effets de rotation disparaissent en moyenne.

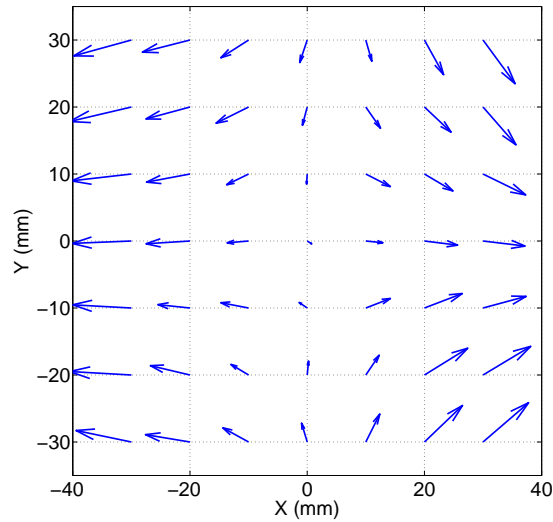


FIGURE B.10 – Géométrie du champ dans le plan  $XY$  de l'écoulement  $4HB$  obtenu par vélocimétrie laser Doppler. Position des hélices :  $X = 0\text{ mm}$ ,  $Y = \pm 50\text{ mm}$  et  $Z = \pm 66\text{ mm}$ .

## B.4 Dynamique de l'écoulement

Pour caractériser la dynamique temporelle de l'écoulement, étudions le spectre de puissance du signal de vitesse. Dans cette partie on traite majoritairement de l'écoulement  $4HA$ . Les mesures ultrasonores permettent de mesurer une seule composante de vitesse et sont très limitées dans leur résolution temporelle, car leur fréquence d'échantillonnage est de  $23\text{ Hz}$ . Les mesures LDV ont le défaut de ne pas être échantillonnées régulièrement. Par conséquent il a fallu pour des mesures présentant le nombre maximal de points soit 1900000, réinterpoler le signal à une fréquence de l'ordre de  $100\text{ Hz}$ , soit dix fois moins que la fréquence moyenne d'acquisition. Les spectres de vélocimétrie laser et ultrasonore sont alors très semblables et présentent au centre de la cuve une zone inertielle s'étendant du dixième de la fréquence de rotation des hélices à la fréquence maximale avec un comportement en  $f^{-5/3}$ , les trois composantes se superposant exactement (figures B.14). A plus basse fréquence, le spectre devient plus plat avec un comportement distinct des composantes. Pour un point avec davantage d'écoulement moyen, la zone inertielle descend alors au cinquième de la fréquence de rotation des hélices. On peut aussi représenter les spectres obtenus avec les mesures au fil chaud. Cette technique possède la meilleure résolution temporelle, et fournit sur une composante  $Y$ , des spectres comparables à ceux obtenus avec la vélocimétrie laser Doppler (figure B.16). Les spectres fréquentiels obtenus semblent valables en dépit de l'absence d'une véritable calibration du fil et du fait que l'écoulement moyen soit dominé par les fluctuations. On peut ainsi étendre nos résultats à de plus hautes fréquences. De plus les spectres obtenus sont assez ressemblants avec ceux étudiés dans le gallium avec les sondes à différence de potentiel (chapitre 7).

### La théorie de Kolomogorov 41 pour les écoulements confinés

En supposant la turbulence homogène et isotrope, l'analyse dimensionnelle permet de prédire la forme des spectres de vitesse dans la zone inertielle :  $E_S(k) \propto \langle \epsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}$  pour le spectre spatial en fonction du nombre d'onde  $k$  et  $E_T(f) \propto \langle \epsilon \rangle f^{-2}$  pour le spectre temporel. Or expérimentalement les



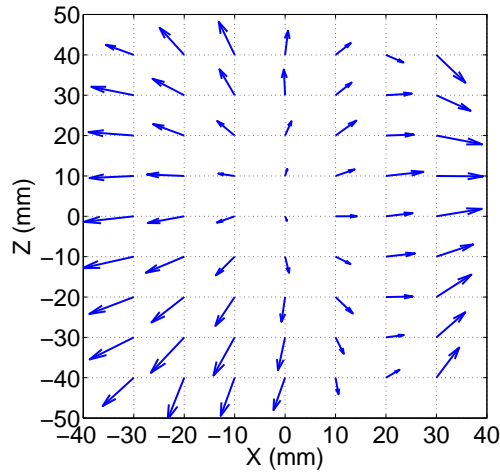


FIGURE B.11 – Géométrie du champ dans le plan  $XZ$  de l'écoulement  $\mathbf{B}$  obtenu par vélocimétrie laser Doppler. Position des hélices :  $X = 0 \text{ mm}$ ,  $Y = \pm 50 \text{ mm}$  et  $Z = \pm 66 \text{ mm}$ .

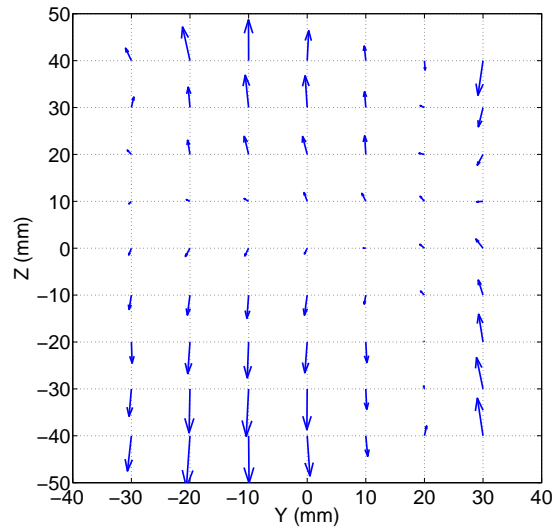


FIGURE B.12 – Géométrie du champ dans le plan  $YZ$  de l'écoulement  $\mathbf{B}$  obtenu par vélocimétrie laser Doppler

spectres temporels de vitesse obtenus à partir d'une mesure eulérienne, possèdent un comportement en  $f^{-5/3}$ . L'argument classique dû à Taylor, particulièrement adapté au cas des souffleries, consiste à considérer que l'écoulement est gelé sur des durées inférieures au temps d'autocorrélation du champ de vitesse ( qui s'interprète comme un temps de mémoire de la turbulence). Les variations temporelles mesurées en un point sont produites par le transport des inhomogénéités locales par l'écoulement moyen et on obtient la loi en  $-5/3$ . Mais dans notre situation où les fluctuations dominent l'écoulement moyen, l'hypothèse de Taylor devrait être fautive. La correspondance entre l'espace et le temps pour le champ de vitesse s'avère plus subtile. On peut penser [23, 69, 101] que l'advection par le champ de vitesse fluctuant permette en régime stationnaire de retrouver une correspondance valable

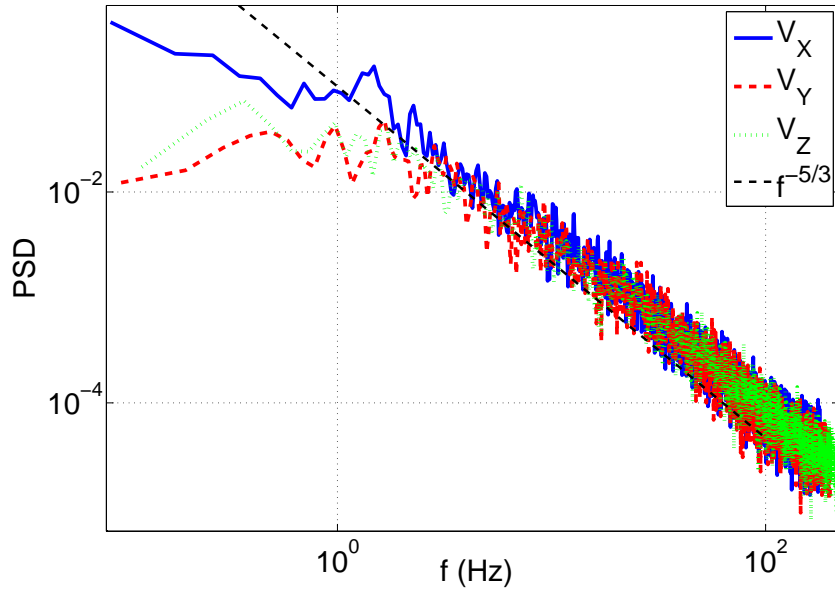


FIGURE B.13 – Spectre temporel de vélocimétrie laser doppler pour une fréquence des hélices de  $20\text{ Hz}$  pour l'écoulement  $4HA$

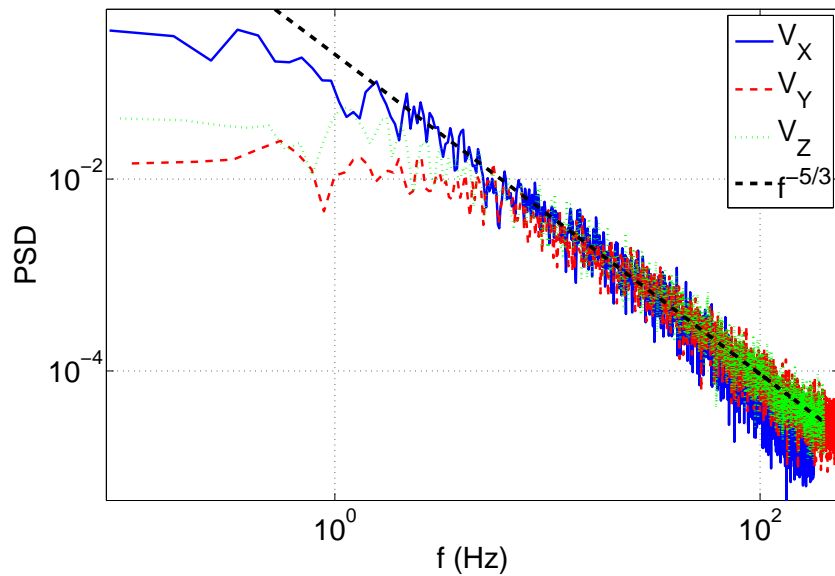


FIGURE B.14 – Spectre temporel de vélocimétrie laser doppler pour une fréquence des hélices de  $20\text{ Hz}$ , pour l'écoulement  $4HB$ . Le comportement est très semblable au cas précédent.

statistiquement entre les incréments spatiaux et temporels du champ de vitesse en faisant intervenir l'écart type de la vitesse, d'où la forme suivante :  $E_T(k) = \langle \epsilon \rangle^{2/3} u^{2/3} f^{-5/3}$  avec  $u$  la vitesse quadratique moyenne. Cette hypothèse de Taylor modifiée, suggérée par Tennekes est connue sous le terme de balayage ou *sweeping*. Comme la décroissance de  $f^{-2}$  est plus rapide que  $f^{-5/3}$ , le comportement

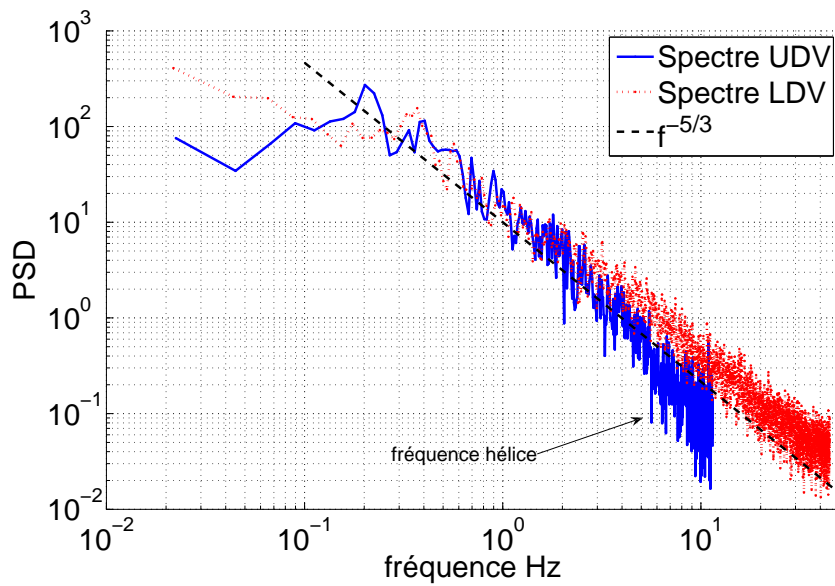


FIGURE B.15 – Comparaison des spectres temporels obtenus avec la vélocimétrie laser doppler et la vélocimétrie ultrasonore pour l’écoulement  $4HA$ . La fréquence des hélices est de  $5\text{ Hz}$ , pour l’UDV et de  $20\text{ Hz}$  pour la LDV. Pour comparer les spectres, on a divisé par quatre l’abscisse de celui fait par LDV et on divisé par seize son amplitude.

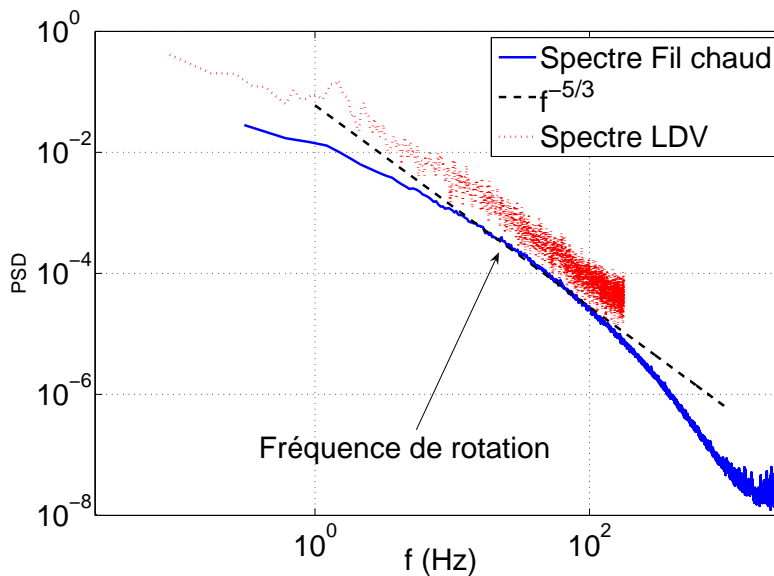


FIGURE B.16 – Comparaison des spectres obtenus en utilisant le fil chaud et la LDV pour une fréquence de rotation de  $20\text{ Hz}$ . Le point de mesure est situé en  $X = -50\text{ mm}$ ,  $Y = 0\text{ mm}$ ,  $Z = 0\text{ mm}$

observé du spectre temporel, du moins à haute fréquence correspond à celui provenant de l’hypothèse

de Taylor. Nous observons ce régime dans nos mesures bien en deçà de la fréquence d'injection, qui est celle de rotation des hélices. Ceci constituerait un résultat nouveau car la zone inertielle est alors observée pour des fréquences inférieures à la fréquence d'injection de l'énergie.

### Spectre spatial de vitesse

Enfin la vélocimétrie ultrasonore permet de tracer des spectres spatiaux longitudinaux de la vitesse  $V_X$  mais pour une fréquence de rotation de  $5\text{ Hz}$ . On obtient alors à nouveau en moyennant sur la durée d'acquisition, un comportement en  $k^{-5/3}$  pour des nombres d'onde compris entre 40 et  $250\text{ m}^{-1}$ .

La pente est plus raide pour les plus basses fréquences spatiales, confirmant que l'énergie est injectée aux plus grandes échelles du spectre autour de  $10\text{ cm}$ , ce qui correspond à des tailles comparables à l'expérience. Aux plus petites échelles, il semble que l'on atteigne la limite de résolution spatiale, d'où une chute plus rapide du signal. Cette mesure confirme donc les résultats précédents.

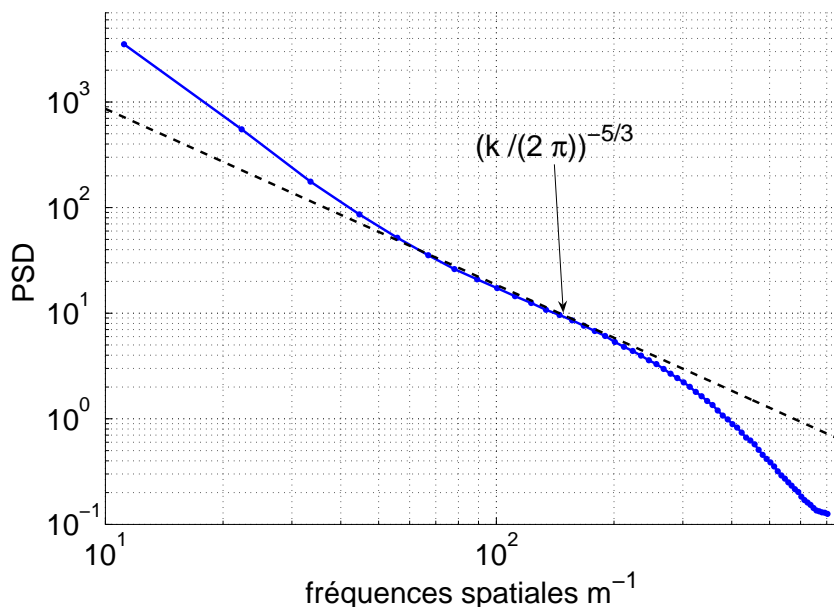


FIGURE B.17 – Spectre spatial obtenu par vélocimétrie ultrasonore pour une fréquence des hélices de  $5\text{ Hz}$ ,  $V_X$  en fonction de  $X$ . Le spectre obtenu correspond à la moyenne temporelle des spectres spatiaux sur la durée d'acquisition

On peut s'intéresser aussi au temps d'autocorrélation du champ de vitesse, appelé aussi temps de mémoire de la turbulence, durant lequel le signal de vitesse est cohérent, de l'ordre de  $L_I/u$ .

La fonction d'autocorrélation temporelle de la vitesse, donne au centre un temps de corrélation, de  $0.13\text{ s}$  pour  $20\text{ Hz}$  avec la vélocimétrie laser et  $0.32\text{ s}$  pour  $5\text{ Hz}$  avec la vélocimétrie ultrasonore, ce qui correspond à  $1.2\text{ Hz}$  et  $0.5\text{ Hz}$  dans l'espace des fréquences.

Ainsi il semble que la fréquence correspondant approximativement au dixième de la fréquence de forçage, s'identifie à ce temps de mémoire. Aux fréquences plus basses, ce sont les instationnarités intrinsèques de l'écoulement qui comptent. Au dessus, illustrant l'idée de balayage et de turbulence gelée, c'est l'advection de l'inhomogénéité du champ de vitesse qui compte [23] [101].

Le signal de vitesse par ultrasons nous permet enfin de considérer la fonction d'autocorrélation spatiale du profil de vitesse longitudinal. On obtient alors une distance caractéristique de  $3.5\text{ mm}$ . Or classiquement cette longueur devrait s'identifier à l'échelle intégrale qui pour notre écoulement, semble indépendante de la fréquence de rotation, autour de  $70\text{ mm}$ . Il semble qu'en absence d'écoulement moyen la notion d'échelle intégrale soit à redéfinir. La présence des structures tourbillonnaires instationnaires qui traversent toute la cuve, nous montre que la taille des plus grandes structures turbulentes est de l'ordre de grandeur de la taille de la cuve, mais à cause de leur instationnarité, il n'y a pas de direction privilégiée de sorte que cette longueur est imperceptible sur un profil de vitesse instantané. Par contre c'est le balayage de ces structures qui produit le temps de mémoire de la turbulence observée. De plus ces structures par leur forme filamentaire présentent effectivement une grande échelle et une petite échelle qui est la taille du coeur d'un tourbillon. En regardant plus finement la fonction d'autocorrélation spatiale, on peut trouver une seconde longueur caractéristique de l'ordre de  $40\text{ mm}$ . Or les structures tourbillonnaires par leur forme filamentaire présentent effectivement une grande échelle et une petite échelle qui est la largeur d'un tourbillon. Donc il paraît naturel que la fonction d'autocorrélation spatiale soit sensible à la plus petite.

### Intermittence temporelle du champ de vitesse.

Enfin pour comparer avec l'étude de l'intermittence du champ magnétique et de la vitesse mesurée par différence de potentiel dans le gallium (chapitre 7), nous étudions aussi rapidement l'intermittence des incréments temporels de vitesse à partir des signaux obtenus avec un fil chaud. On observe sur la figure B.18 une déformation de la densité de probabilité quand on diminue la longueur de l'incrément. On retrouve donc le phénomène d'intermittence attendu pour de tels écoulements turbulents.

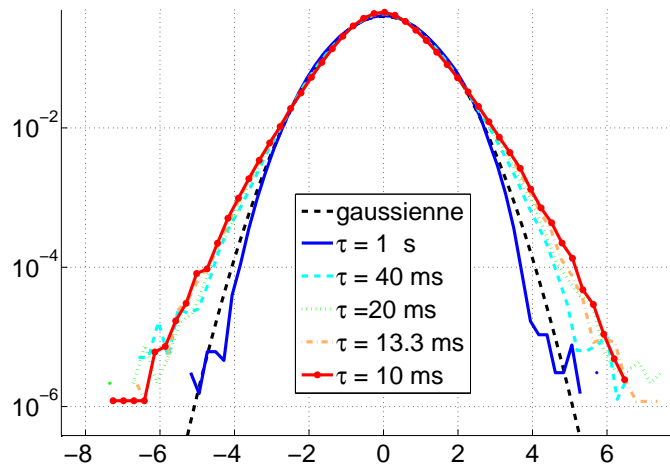


FIGURE B.18 – Densité de probabilité des incréments temporels de vitesse mesuré au fil chaud

## B.5 Conclusion

L'écoulement étudié se caractérise, donc par de fortes fluctuations de vitesse à basse fréquence, ce qui était un des buts recherchés du point de vue magnétohydrodynamique. Mais on observe que la dynamique à basse fréquence reste turbulente, jusqu'au dixième de la fréquence d'injection. Nous

pensons que l'interaction compétitive des tourbillons provenant des hélices entre eux et avec la paroi, crée un forçage effectif sur une échelle qui est de la taille de la cuve et non celle de l'hélice. De ce fait on obtient ainsi une turbulence classique à plus grande échelle, tout en gardant un forçage stationnaire. Enfin cette expérience permet aussi de relancer la question du rôle des tourbillons dans la dynamique turbulente, puisqu'il suffit de créer des tourbillons à grande échelle, pour étendre la zone de turbulence développée vers les basses fréquences et les grandes échelles. Il serait intéressant d'étudier de tels écoulements avec les moyens récents de la vélocimétrie par image de particules, pour étudier l'évolution spatio-temporelle des structures tourbillonnaires en interaction.



## Annexe C

Copie de l'article *Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium* soumis à *Europhysics Letters*.



---

# Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium

M. BERHANU<sup>1</sup>, R. MONCHAUX<sup>2,#</sup>, M. BOURGOIN<sup>3,#</sup>, PH. ODIER<sup>3</sup>, J.-F. PINTON<sup>3</sup>, N. PLIHON<sup>3</sup>, R. VOLK<sup>3</sup>, S. FAUVE<sup>1</sup>, N. MORDANT<sup>1</sup>, F. PÉTRÉLIS<sup>1</sup>, S. AUMAÎTRE<sup>2</sup>, A. CHIFFAUDEL<sup>2</sup>, F. DAVIAUD<sup>2</sup>, B. DUBRULLE<sup>2</sup>, F. RAVELET<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire de Physique Statistique, École Normale Supérieure CNRS UMR8550, 24 rue Lhomond, F-75005 Paris (France)*

<sup>2</sup> *Service de Physique de l'État Condensé, Direction des Sciences de la Matière CNRS URA 2464, CEA-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette (France)*

<sup>3</sup> *Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR5672, 46 allée d'Italie, F-69364 Lyon (France)*

PACS 91.25.Cw – Origins and models of the magnetic field; dynamo theories  
PACS 47.65.+a – Magnetohydrodynamics and electrohydrodynamics

**Abstract.** - We report the first experimental observation of a bistable dynamo regime. A turbulent flow of liquid sodium is generated between two disks in the von Kármán Sodium (VKS) experiment. When one disk is kept at rest, bistability is observed between a stationary and an oscillatory magnetic field. The stationary and the oscillatory branches occur in the unfolding of a codimension two bifurcation. We present the two solutions together with their statistical properties and study in detail the region of bistability. Despite the very turbulent nature of the flow, the solutions are robust and no transition driven by the fluctuations is observed.

---

The magnetic field of most astrophysical objects, like planets, stars and galaxies, is generated by the dynamo effect: an instability that converts the kinetic energy of an electrically conducting fluid into magnetic energy. Studies of the geodynamo reveal that global rotation decreases the efficiency of convection [1] and therefore limits the capability of dynamo action in rapidly rotating flows. But Roberts [2] suggested that a sufficiently strong magnetic field could create a Laplace force in balance with the Coriolis force which may counter the effect of strong rotation. This mechanism predicts a subcritical bifurcation either between a state of no dynamo and a state of strong field, or between a weak and a strong field regime. Such subcritical transitions have been identified in magnetohydrodynamic (MHD) numerical simulations of thermal convection in a rotating sphere [3], of body forced flow in a sphere [4] or within a periodic box up to a kinetic Reynolds number of  $Re \simeq 10^3$  [5]. In experimental and astrophysical turbulent flows with larger Reynolds numbers ( $Re \geq 10^6$ ) and realistic boundary conditions, the existence of subcritical dynamo transition remains an open question. The velocity fluctuations may smooth the transition or suppress bistability. They may also lead the system to explore different

regimes successively in time.

Experimental observation of the dynamo instability in fluids has been achieved only recently in Karlsruhe [6], Riga [7] and in the von Kármán Sodium (VKS) experiment [8]. A stationary magnetic field has been generated in the Karlsruhe experiment whereas an oscillatory dynamo has been generated in Riga. In the VKS experiment, various regimes have been observed including random reversals [9]. All these experiments display continuous primary bifurcations of the magnetic field when the flow velocity is increased. Subcriticality and bistability have not been observed so far. Here we study a turbulent flow of liquid sodium generated between two disks. By varying independently the velocity of each disk, we identify a bistable regime for the magnetic field generated by dynamo action.

The VKS experimental set-up, sketched in Fig. 1, has been described in [8]. A von Kármán swirling flow is generated by two counter-rotating impellers made of soft iron disks fitted with eight blades (radius  $R = 154.5$  mm, distance between inner faces 371 mm) in an inner copper cylinder (radius  $R_c = 206$  mm, length 524 mm). We denote the rotation frequencies of the two impellers by  $F_1$

and  $F_2$ . The fluid is liquid sodium (density  $\rho \simeq 930 \text{ kg m}^{-3}$ , electrical conductivity  $\sigma \simeq 10^7 \text{ ohm}^{-1}\text{m}^{-1}$ , kinematic viscosity  $\nu \simeq 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ). The flow is surrounded by sodium at rest in an outer cylinder (radius 289 mm, length 604 mm). The driving motor power is 300 kW and cooling by an oil circulation inside the wall of the outer copper vessel allows experimental operation at constant temperature in the range 110–160 °C. The integral Reynolds numbers, defined as  $Re_i = 2\pi R^2 F_i / \nu$  ( $i = 1, 2$ ) take values up to  $5 \times 10^6$  [10]. Correspondingly, magnetic Reynolds numbers,  $R_{mi} = 2\pi\mu_0\sigma R^2 F_i$ , up to 49 at 120 °C are reached ( $\mu_0$  is the magnetic permeability of vacuum). The only modification compared to the set-up described in [8] is the removal of the inner copper ring in the mid-plane. Using cylindrical coordinates, we define  $x$  as the coordinate along the axis of the cylinder directed from disk 1 towards disk 2. The radial coordinate is  $r$  and  $\theta$  is azimuth. The coordinates of the cylinder center are ( $x = 0 \text{ mm}$ ,  $r = 0 \text{ mm}$ ). In this Letter, we consider experiments with disk 2 rotating much faster than disk 1. The faster disk drives global rotation in most of the fluid together with radial ejection and axial pumping, generating a one cell flow with a turbulent shear layer close to the slow disk as illustrated in [11]. The magnetic field  $\mathbf{B}$  is measured with the Hall probes of a three-axis gaussmeter inserted inside the fluid close to the slower disk at position ( $x = -109 \text{ mm}$ ,  $r = 43 \text{ mm}$ ). The experiment is operated with the sodium around 120 °C.

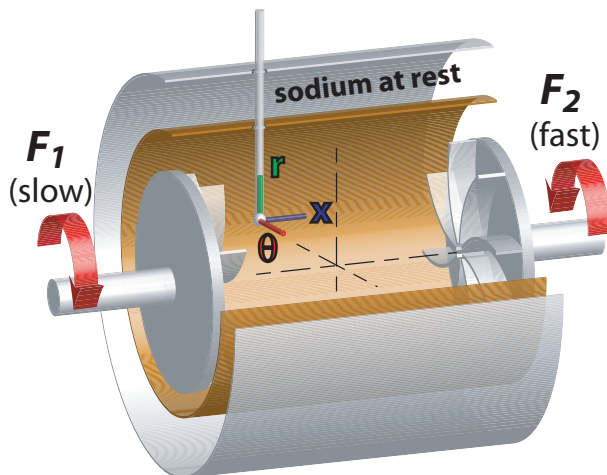


Fig. 1: Sketch of the experiment. Two soft iron bladed disks drive a sodium flow in a cylinder of radius 206 mm and length 524 mm.

When the velocity of disk 2 is increased, while disk 1 is at rest,  $F_1 = 0$ , a magnetic field is generated for  $F_2$  larger than 16 Hz, *i.e.*  $R_{m2}$  larger than 30. This magnetic field moderately fluctuates around a mean value as shown in a time series plotted in the inset of fig. 2. Compared to the stationary dynamo obtained when the two disks exactly counter-rotate, this dynamo is less fluctuating. Indeed,

for  $F_1 = 0$  and  $F_2 = 24 \text{ Hz}$  the standard deviation of the magnetic field normalized as  $B_{rms}/\langle B^2 \rangle^{1/2}$  is around 20% whereas it is around 50% in the counter-rotating case for  $F_1 = F_2 = 24 \text{ Hz}$ . This is related to the smaller turbulent velocity fluctuations when only one disk is rotated. By increasing the velocity of the disk by steps of 0.5 Hz, a stationary dynamo is maintained. The time average of each component of the magnetic field  $\langle B_i \rangle$  is displayed as a function of  $F_2$  in fig. 2. The three components of the magnetic field are of the same order of magnitude, the axial component being of opposite sign to the radial and azimuthal components. The signs of  $\langle B_x \rangle$  and  $\langle B_\theta \rangle$  are related in a similar way as when the disks are in exact counter-rotation. Both solutions  $\mathbf{B}$  and  $-\mathbf{B}$  can be observed. There is an intensity difference (of the order of 5 G) between these branches, an effect possibly due to induction from the ambient magnetic field. The time-averaged amplitude of the magnetic field  $\langle B^2 \rangle^{1/2}$  grows up to 35 G for  $F_2 \simeq 24 \text{ Hz}$  and decreases for larger velocities. This non-monotonic behavior may be ascribed to the global rotation of the flow which expels magnetic field and therefore decreases the efficiency of the magnetic induction process. A similar behavior was observed in an earlier experiment (VKS 1) when measuring the induction generated by a transverse magnetic field [12]. It may also be related to the existence of another dynamo mode (see below).

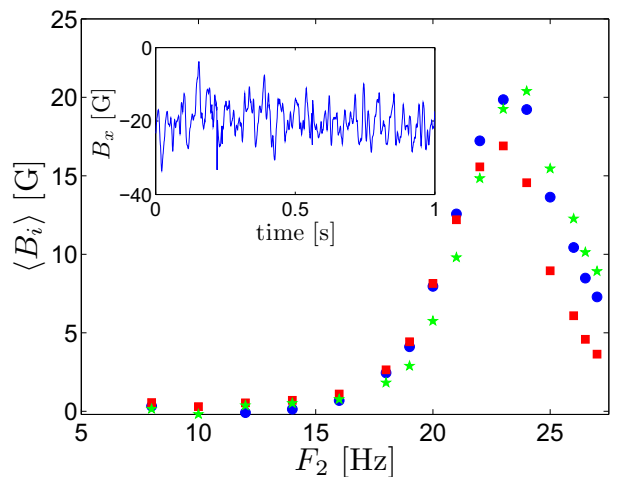


Fig. 2: Bifurcation diagram of the stationary dynamo generated by varying  $F_2$  with  $F_1 = 0$ . Symbols are (●) :  $-\langle B_x \rangle$ , (■) :  $\langle B_\theta \rangle$ , (★) :  $\langle B_r \rangle$ . Inset: Corresponding time series of the component  $B_x$  of the stationary dynamo generated for  $F_1 = 0$  and  $F_2 = 24 \text{ Hz}$ .

When disk 1 rotates slowly compared to disk 2, a periodic dynamo is generated. To investigate the bistability between these two regimes, we follow three different paths (sketched in fig. 3) in parameter space, each ending on the line ( $F_2, 0$ ) where only disk 2 rotates. Path 1 has been

presented above. The two others are performed by slowing down disk 1, disk 2 kept at a fast rotation (resp. at 26 and 26.5 Hz). We now describe the evolution of the dynamo

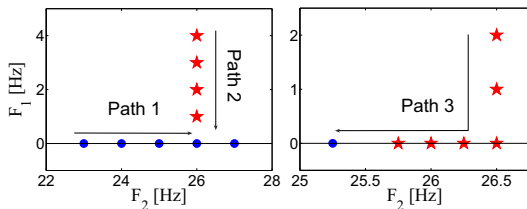


Fig. 3: Paths in the parameter space  $(F_2, F_1)$ . (•): stationary dynamos; (★): oscillatory dynamos. Note that for  $(26, 0)$  depending on the path, an oscillatory or a stationary dynamo can be achieved.

when following path 2. If  $F_2 = 26$  Hz and  $F_1$  is larger than 1 Hz, a periodic dynamo takes place and its time series is displayed in fig. 4. At time  $t = 295$  s, disk 1 is stopped and the magnetic field tends to a stationary value after transient damped oscillations. The stationary magnetic field generated is then similar to the field produced when following path 1. The damped oscillations indicate that the corresponding fixed point of the dynamics is linearly stable with complex eigenvalues.

To follow path 3, we start with  $F_2 = 26.5$  Hz and  $F_1$  larger than unity,  $F_1 \geq 1$  Hz. The dynamo is then periodic. When stopping disk 1, it is possible to maintain a periodic dynamo as can be seen in fig. 5. We reduce  $F_2$  and the system remains in the state of a periodic dynamo for  $F_2$  down to 25.75 Hz. A stationary dynamo is finally recovered for  $F_2 = 25.25$  Hz. The period of the oscillatory dynamo roughly increases from 9 to 15 s when  $F_2$  is varied from 27 to 25.5 Hz. The frequency does not vanish for the smallest velocity at which the oscillations can be maintained, as can be seen in the inset of fig. 6. The three components of the magnetic field are non-zero and are of similar amplitude. During most of the period, the axial field is of opposite sign with respect to the azimuthal and radial fields, as it is the case in the stationary dynamo. There is a small phase shift between the three components, the radial one being delayed by less than one tenth of a period. Measurements at other positions (not described here) have shown that the magnetic field oscillates with roughly the same phase within the experiment. As expected for a bistable regime, this oscillatory dynamo has also been observed when one disk is at rest if the velocity of the other disk is increased at larger steps (3 Hz). However the oscillatory branch was more easily observed when the system started with both disks rotating.

From the former paths in the parameter space, we can state that two different dynamo regimes are observed for the same values of the control parameters. This proves the existence of two metastable dynamo branches. We measure that the domain of bistability extends from 25.5 to

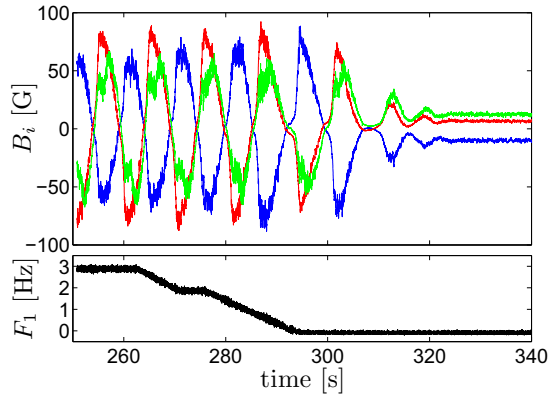


Fig. 4: Time series for the oscillatory dynamo. Upper panel: magnetic field components as a function of time. Colors stand for (blue):  $B_x$ ; (red):  $B_\theta$ ; (green):  $B_r$ . Lower panel: velocity of the slow disk  $F_1$  as a function of time. At  $t = 295$  s, the velocity of disk 1 is set to  $F_1 = 0$  while  $F_2 = 26$  Hz.

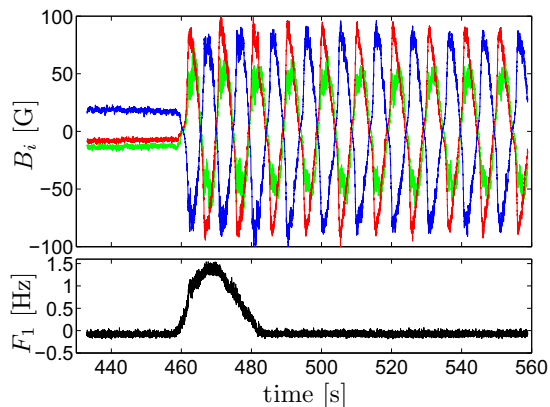


Fig. 5: Time series for the oscillatory dynamo. Upper panel: magnetic field components as a function of time. Colors stand for (blue):  $B_x$ ; (red):  $B_\theta$ ; (green):  $B_r$ . Lower panel: velocity of the slow disk  $F_1$  as a function of time. At  $t = 480$  s, the velocity of disk 1 is set to  $F_1 = 0$  while  $F_2 = 26.5$  Hz.

27 Hz in  $F_2$ . Driving one disk at 27 Hz, the other one being at rest, requires the available power for one disk, roughly 150 kW. This power limitation does not allow us to reach higher frequencies but we expect the interval of bistability to be wider. A bifurcation curve based on the norm of the magnetic field is plotted in fig. 6. The amplitudes of the two branches strongly differ. The oscillatory dynamo generates a field with energy density roughly ten times larger than the stationary dynamo. However, within measurement accuracy, there is no noticeable effect on the power delivered by the motor (the change is less than 3%).

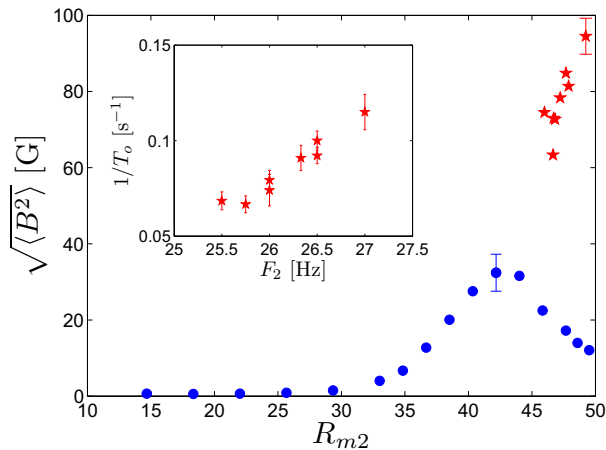


Fig. 6: Amplitude of the magnetic field  $\langle \mathbf{B}^2 \rangle^{1/2}$  as a function of  $R_{m2}$  for  $R_{m1} = 0$ . Symbols are (●): stationary dynamo, (★): oscillatory dynamo. Inset: Frequency of the oscillatory dynamo as a function of the disk velocity  $F_2$ .

We note that for the stationary mode and during most of the period of the oscillatory mode, the axial and the azimuthal components of the magnetic field are of opposite signs. This is in agreement with a mechanism of magnetic generation put forward in [13]: the flow of the fluid radially expelled by the disk is strongly helical and generates an  $\alpha$  effect localized close to the disk. This  $\alpha$  effect converts the azimuthal field into the axial field. Differential rotation is responsible for the  $\omega$  effect that converts the axial magnetic field into the azimuthal one. It is well known that an  $\alpha$  and an  $\omega$  effect can generate stationary or oscillatory magnetic fields depending on their amplitudes and spatial localisations [14]. More measurements are necessary to fully describe the structure of both modes and the amplification mechanisms. Nevertheless, our explanation for the bistability (detailed in the following) confornts the fact that the same effects are at work for both the stationary and the oscillatory regime.

To identify the dynamics that leads to bistability between the two solutions we perform a phase-space study of the magnetic field. To wit, we plot the radial magnetic field as a function of the azimuthal magnetic field. In the upper panel of fig. 7, we display the evolution corresponding to different initial conditions and  $F_1 = 0$ ,  $F_2 = 26$  Hz. In one case the solution spirals towards a fixed point, in the other case it describes a limit cycle. The lower plot represents the evolution of the limit cycle when  $F_2$  is varied. It is clear that when  $F_2$  is decreased the width of the limit cycle close to  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  is reduced. All the former results can be understood in the framework of a codimension-two bifurcation, or, more precisely, of a bifurcation for a linear problem with a double zero eigenvalue [15]. In this case the same mode is close to both

a stationary and a Hopf bifurcation and this explains the similarity between the stationary and the periodic solution (same relative amplitude for the magnetic field components  $B_i$ ). When increasing  $F_2$  with  $F_1 = 0$  Hz, the system is subject to two consecutive bifurcations. For  $F_2$  larger than some first critical value, here  $F_{2s} \simeq 16$  Hz, the solution  $\mathbf{B}_0 = \mathbf{0}$  is unstable and the system tends to one of the two fixed points  $\mathbf{B}_s$  or its opposite  $-\mathbf{B}_s$ . This corresponds to the stationary solution. If we increase  $F_2$  further, a global bifurcation creates a homoclinic cycle consisting of two homoclinic orbits for  $F_2 = F_{2g}$ . Each orbit connects the unstable manifold of  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  with its stable manifold. Here also, the two orbits are images by the  $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$  symmetry. For  $F_2 \simeq F_{2g}$  there is a periodic orbit around the homoclinic cycle: this is the oscillatory solution  $\mathbf{B}_p$ . The change in the periodic orbit is noticeable in the lower panel of fig. 7: for the larger value of  $F_2$  the orbit is less similar to the homoclinic cycle emerging from  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ . This explains why the periodic orbit is wider for  $F_2 = 27$  Hz than for  $F_2 = 25.5$  Hz. There is a range for  $F_2$ , starting around  $F_{2g}$  and smaller than some value  $F_{2u}$  (with  $F_{2u} > 27$  Hz), for which the fixed points  $\mathbf{B}_s$  remain linearly stable with complex eigenvalues. Depending on the initial conditions, the system is attracted either by  $\mathbf{B}_s$  or by  $\mathbf{B}_p$ . This explains the bistable regime between a stationary and a periodic magnetic field.

It is likely that this scenario is not restricted to one disk being at rest and we expect it to occur also if one disk rotates much slower than the other. Note that for values of  $F_i$  closer to exact counter-rotation, the magnetic field evolves from a stationary to a periodic behavior when one of the velocities is changed [16]. Therein the mechanism is different: there is no bistability and the fixed point associated to the stationary behavior belongs to the periodic orbit.

The bistability observed in numerical simulations involves a magnetic energy comparable to the kinetic energy. Thus the Laplace force drives large changes in the flow and the bistability takes place between different magnetic modes associated to qualitatively different velocity fields [3–5]. It seems not to be the case in the experiments reported here because both regimes require almost the same mechanical power. Such a flow modification is actually not necessary for the codimension-two scenario presented above, which involves only a few modes close to onset.

In a turbulent flow of liquid sodium driven by the fast rotation of one disk, we have observed that a unique magnetic eigenmode is close to a stationary and an oscillatory bifurcation. In the vicinity of this codimension-two bifurcation, bistability is observed between the two solutions. Turbulent fluctuations are involved in the mechanism of generation of the magnetic field. Nevertheless, we stress that the dynamics is very robust. Even though two possible states (stationary or oscillatory) exist for the same parameters, the magnetic field remains in one of the states and the turbulent fluctuations are not sufficient to trigger

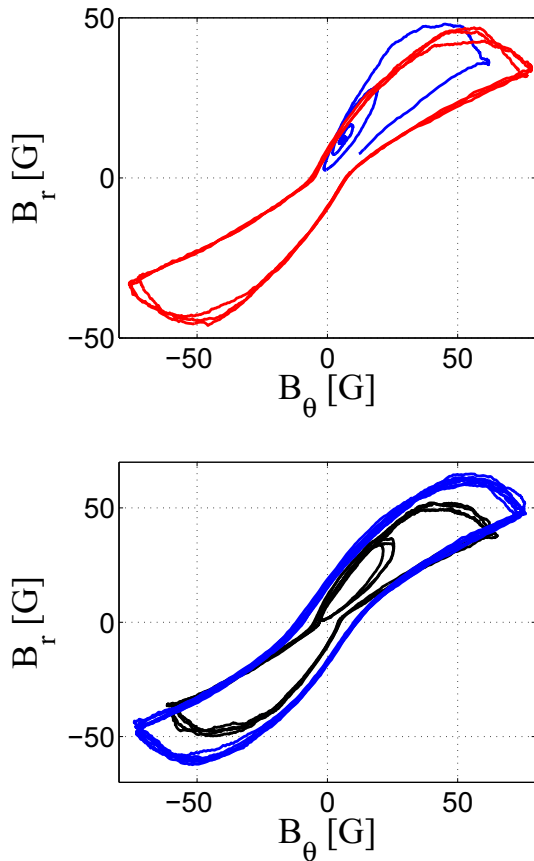


Fig. 7: Plot of a cut in phase space  $[B_\theta(t), B_r(t)]$  for different measurements with  $F_1 = 0$  Hz. Upper panel:  $F_2 = 26$  Hz. The blue (resp. red) line is made from the time series of fig. 4 (resp. fig. 5) and corresponds to initial conditions attracted toward a fixed point (resp. a limit cycle). Lower panel:  $F_2 = 27$  Hz (blue) and  $F_2 = 25.5$  Hz (black), note the initial evolution that circles around the fixed point in the upper right part of the plot before describing the limit cycle.

random transitions between the solutions on an observation time larger than hundreds of ohmic diffusive times or thousands of hydrodynamic eddy turn-over times.

\*\*\*

We are indebted to M. Moulin, C. Gasquet, J.-B. Luciani, A. Skiara, D. Courtiade, J.-F. Point, P. Metz and V. Padilla for their technical assistance at various stages of the experiment. This work is supported by the French institutions: Direction des Sciences de la Matière and Direction de l'Énergie Nucléaire of CEA, Ministère de la Recherche and Centre National de Recherche Scientifique (ANR 05-0268-03). The experiment is operated at CEA/Cadarache DEN/DTN.

present addresses:

(F.R. \*) Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, CNRS UMR 5502, 1 Allée du Pr Camille Soulas, F-31400 Toulouse (France)

(R.M., M.B. #) Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels, CNRS UMR 5519, BP53, F-38041 Grenoble (France)

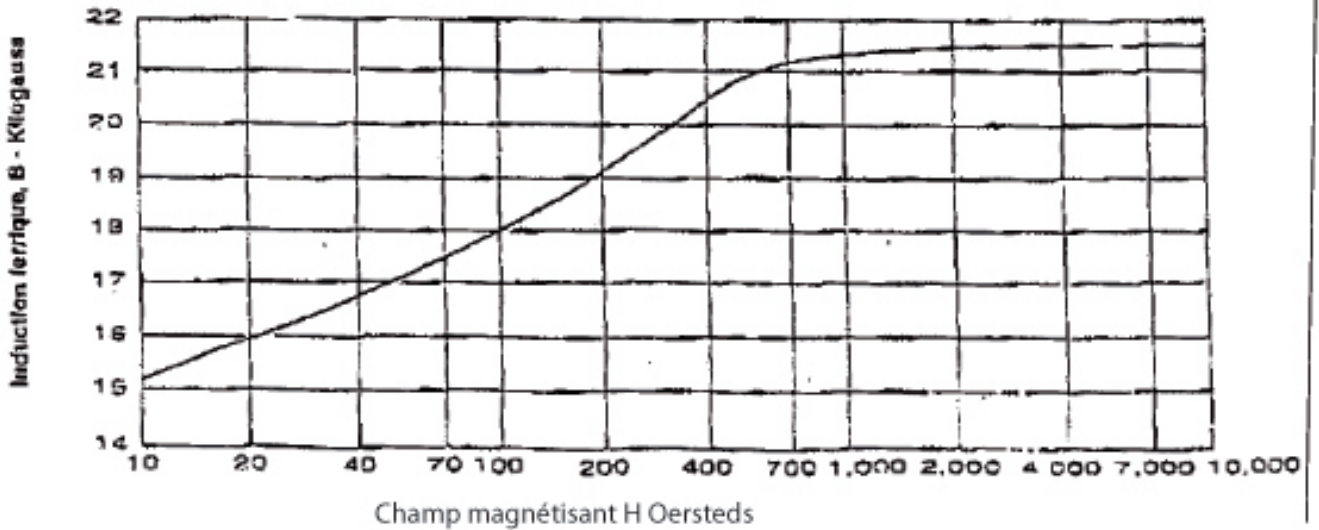
#### REFERENCES

- [1] Chandrasekhar, S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Clarendon 1961.
- [2] Roberts P.H., "Magneto-convection in a Rapidly Rotating Fluid", pp 421-435 in *Rotating Fluids in Geophysics*, ed. P.H. Roberts and A.M. Soward. Academic Press, London 1978.
- [3] V. Morin, Ph. D. Thesis, University Paris 6 (2005). Christensen U.R., Olson P. and Glatzmaier G.A., *Geophys. J. Int.*, **138**, 393 (1999).
- [4] Fuchs H. *et al.*, pp 339-347 in *Dynamo and Dynamics, a Mathematical Challenge*, ed. P.Chossat, D. Armbruster and I. Oprea. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht 2001.
- [5] Ponty Y. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **99** (22), 224501 (2007).
- [6] Stieglitz R. and Müller U., *Phys. Fluids* **13**, 561 (2001).
- [7] Gailitis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3024 (2001).
- [8] Monchaux R. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 044502 (2007).
- [9] Berhanu M. *et al.*, *Europhys. Lett.* **77**, 59001 (2007).
- [10] Note that the definitions of  $Re$  (resp.  $R_m$ ) are different from [8, 9]: the values of  $Re$  (resp.  $R_m$ ) in this Letter must be multiplied by  $K (R_c/R)^2$  to recover the latter, where  $K = 1.1$  is the efficiency of the impellers when one disk is kept at rest.
- [11] Ravelet F. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93** (16), 164501 (2004).
- [12] Pétrélis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90** (17), 174501 (2003).
- [13] Pétrélis F., Mordant N. and Fauve S., *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 101:3, 289-323 (2007).
- [14] Moffatt H.K., *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids*, Cambridge University Press 1978.
- [15] Arnold V., *Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations*, Springer-Verlag, Berlin, 1982.
- [16] Ravelet F. *et al.* *Phys. Rev. Lett.* (submitted).

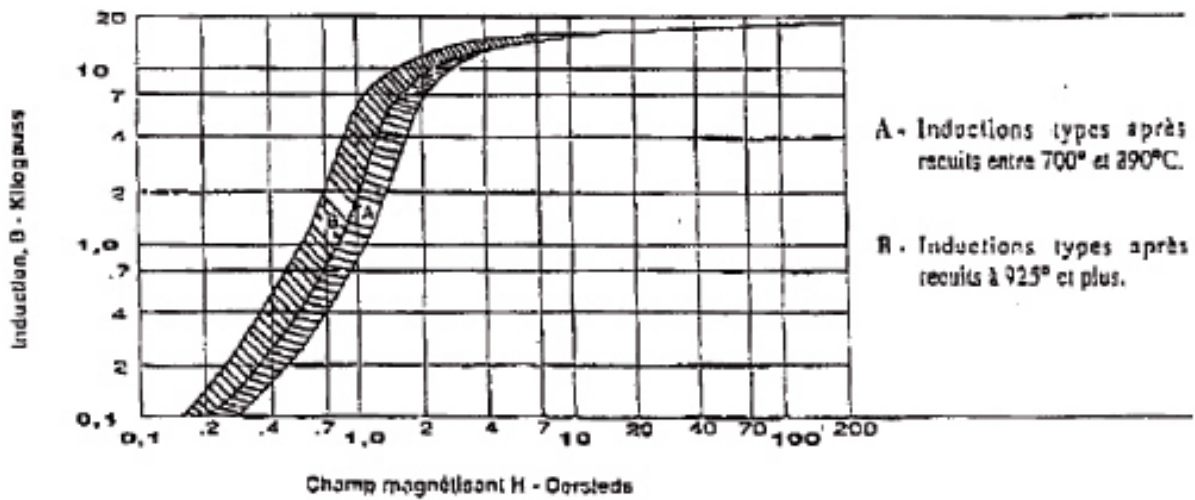
## Annexe D

### Propriétés du FER Armco données par le fournisseur

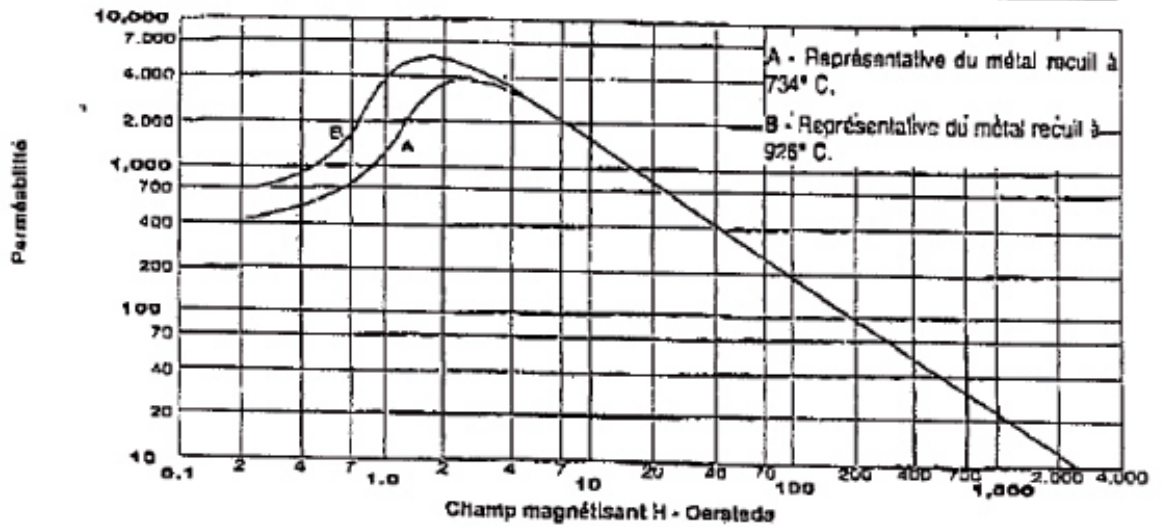
**Courbe d'aimantation du Fer Pur ARMCO  
magnétique à haute Induction :**



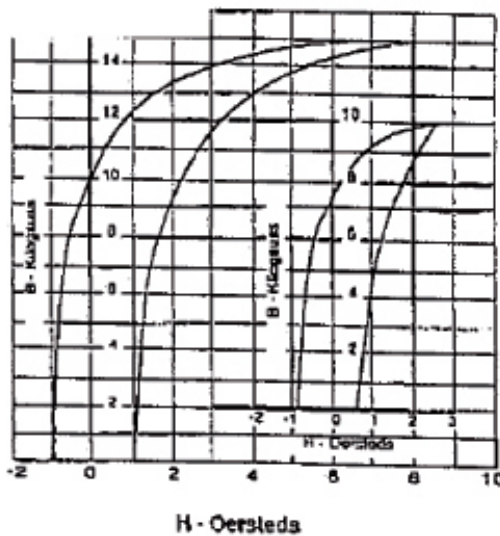
**Valeurs types aux inductions faibles et moyennes pour  
Fer Pur ARMCO magnétique recuit :**



**Perméabilité du Fer Pur ARMCO magnétique**  
**en fonction de la force magnétisante :**

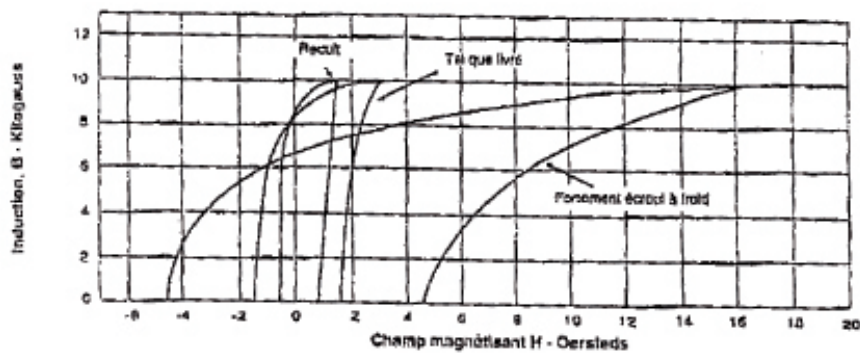


**Courbes d'hystérésis obtenues avec du**  
**fer pur magnétique recuit :**



Echantillon en forme de tore, éprouvette mesurée sous "entrefer".  
Il est particulièrement recommandé de mettre le Fer Pur ARMCO dans les conditions exactes d'utilisation pour évaluer ses qualités réelles.  
C'est à cette condition seulement qu'une comparaison de performance avec d'autres fers et aciers pourra être faite valablement.

Effet de l'érouissage sur les cycles d'hystérésis





# Liste des tableaux

1.1	Propriétés physiques du Sodium et du Gallium à leur point de fusion.(Données tirées de <i>Liquid-metals handbook.</i> ) [54] . . . . .	21
2.1	Les différentes campagnes de l'expérience <i>VKS</i> version 2 . . . . .	44
3.1	Configurations expérimentales pour les campagnes de <i>VKS</i> , cherchant à observer un effet dynamo. Les positions indiquées des doigts de gants se réfèrent à la figure 3.1. On désigne par SM la sonde multiple et par G la sonde du Gaussmètre <i>FW Bell 7000</i>	55
3.2	Valeurs de $\gamma$ défini par $\langle \ B\ ^2 \rangle \propto (R_m - R_{mc})^\gamma$ pour la dynamo stationnaire contra-rotative. Ces valeurs sont obtenues par un ajustement des points de la courbe de bifurcation tels que $R_m > R_{mc} + 2$ . . . . .	73
A.1	Configurations expérimentales pour les campagnes de <i>VKS</i> , cherchant à observer un effet dynamo. Les positions indiqués des doigts de gants se réfèrent à la figure 3.1. On désigne par SM la sonde multiple et par G la sonde du Gaussmètre <i>FW Bell 7000</i> . .	240

# Bibliographie

- [1] P. Abry, S. Fauve, P. Flandrin, and C. Laroche. Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows. *Journal de Physique II France*, 1994.
- [2] T. Alboussiere. *Cours de l'école de physique des Houches : Dynamos*, chapter Fundamentals of MHD. P. Cardin, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2007.
- [3] A. Alemany, R. Moreau, P. L. Sulem, and U. Frisch. Influence of an external magnetic field on homogeneous mhd turbulence. *Journal de Mécanique*, 18(2), 1979.
- [4] D. Armbruster, P. Chossat, and I. Oprea. Structurally stable heteroclinic cycles and the dynamo dynamics. In *Dynamo and Dynamics, a mathematical Challenge*. NATO Sciences Series, 2001.
- [5] A. A.Ruzmaikin and A.M. Shukurov. Spectrum of the galactic magnetic fields. *Astrophysics and Space Science*, 82, 1982.
- [6] Christophe Bailly and Genevieve Comte-Bellot. *Turbulence*. CNRS Editions, 2003.
- [7] R. Benzi, S. Ciliberto, R. Tripicciono, C. Baudet, F. Massaioli, and S. Succi. Extended self-similarity in turbulent flows. *Physical review E*, 48, 1993.
- [8] M. Berhanu, M. Monchaux, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis and M. Bourgoin, P. Odier, J.F. Pinton, R. Volk, , A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marié, and F. Ravelet. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *Europhysics Letters*, 77, 2007.
- [9] M. Berhanu, R. Monchaux, S. Aumaître, , M. Bourgoin, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, S. Fauve, L. Marié, N. Mordant, Ph. Odier, F. Pétrélis, J.-F. Pinton, N. Plihon, F. Ravelet, and R. Volk. Vks : a turbulent dynamo. *accepté à Physics of fluids*, 2008.
- [10] M. Berhanu, R. Monchaux, M. Bourgoin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, S. Aumaître, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, and F. Ravelet. Bistability between a stationary and an oscillatory dynamo in a turbulent flow of liquid sodium. *soumis à Europhysics Letters*, 2008.
- [11] Michaël Berhanu. Hydrodynamique dans un cylindre d'un écoulement généré par deux hélices décentrées. Master's thesis, Master 2 de physique l'école normale supérieure de Lyon, 2005.
- [12] A. Bershadskii and K. R. Sreenivasan. Intermittency and the passive nature of the magnitude of the magnetic field. *Physical Review Letters*, 93(6), 2004.
- [13] M. Bourgoin, L. Marié, F. Pétrélis, C. Gasquet, A. Guigon, J.-B. Luciani, M. Moulin, F. Namer, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Magnetohydrodynamics measurements in the von karman sodium experiment. *Physics of Fluids*, 14(9), 2002.
- [14] M. Bourgoin, P. Odier, J.F. Pinton, and Y. Ricard. An iterative study of time independent induction effects in magnetohydrodynamics. *Physics of fluids*, 16, 2004.
- [15] M. Bourgoin, R. Volk, P. Frick, S. Kripchenko, Ph. Odier, and J.F. Pinton. Induction mechanisms in von karman swirling flows of liquid gallium. *Magnetohydrodynamics*, 40, 2004.

- [16] Mickaël Bourgoïn. *Etudes en magnétohydrodynamique, application à l'effet dynamo*. PhD thesis, Laboratoire de Physique ENS-Lyon, 2003.
- [17] A. Boussié. Quelle tension mesure un voltmètre en régime quasistatique? *Bulletin de l'union des physiciens*, 86(744), 1992.
- [18] D. Brito, P. Cardin, H.C. Nataf, and G. Malloreau. Experimental study of a geostrophic vortex of gallium in a tranverse magnetic field. *Physics of Earth Planetary interiors*, 91, 1995.
- [19] D. Brito, H.-C. Nataf, P. Cardin, J. Aubert, and J.-P. Masson. Ultrasonic doppler velocimetry in liquid gallium. *Experiments in Fluids* 31, 2001.
- [20] O. Cadot, S. Douady, and Y. Couder. Characterization of the low-pressure filaments in a three-dimensionnal turbulent shear flow. *Phys. Fluids* 7 (3), 1995.
- [21] A. Celani, A. Mazzino, and D. Vincenzi. Magnetic field transport and kinematic dynamo effect : a lagrangian interpretation. *Proceedings of the royal society A*, 462, 2006.
- [22] G. Ruiz Chavarria, C. Baudet, and S. Ciliberto. Scaling laws and dissipation scale of a passive scalar in fully developed turbulence. *Physica D*, 99, 1996.
- [23] L. Chevillard, S.G. Roux, E. Lévêque, N. Mordant, J.F. Pinton, and A. Arnéodo. Intermittency of velocity time increments in turbulence,. *Physical Review Letters*, 95(1), 2005.
- [24] A. Cramer, K. Varshney, Th. Gundrum, and G. Gerbeth. Experimental study on the sensitivity and accuracy of electric potential local flow measurements. *Flow Measurement and Instrumentation*, 17, 2006.
- [25] E. Dormy and A. M. Soward, editors. *Mathematical aspects of Natural Dynamos*. CRC Taylor, 2007.
- [26] S. Douady, Y. Couder, and M. E. Brachet. Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence. *Phys. Rev Lett.* 67 983, 1991.
- [27] E. du Trémolet de Lacheisserie, editor. *Magnétisme*, volume I - Fondements. Presses universitaires de Grenoble, 1999.
- [28] M.L. Dudley and R.W. James. Time-dependent kinematic dynamos with stationary flows. *Proc. R. Soc. London A*, 425, 1989.
- [29] Jérôme Duplat. *Mélange turbulent : sources élémentaires et loi de composition*. PhD thesis, Laboratoire des écoulements géophysiques et industriels Grenoble, 2005.
- [30] E. Durand, editor. *Magnétostatique*. Masson, 1968.
- [31] P. Dutta and P.M. Horn. Low-frequency fluctuations in solids : 1/f noise. *Reviews of Modern physics*, 53(3), 1981.
- [32] G. Falkovich, K. Gawedzki, and M. Vergassola. Particles and fields in fluid turbulence. *Reviews of modern Physics*, 73, 2001.
- [33] S. Fauve, C. Laroche, and B. Castaing. Pressure fluctuations in swirling turbulent flows. *Journal de Physique II France*, 1993.
- [34] S. Fauve and F. Pétrélis. *The Dynamo effect*. Peyresq lectures on Nonlinear phenomena vol II, J.A. Sepulchra, 2003.
- [35] S. Fauve and F. Pétrélis. Scaling laws of turbulent dynamos saturation of the magnetic field above the dynamo threshold. *Comptes rendus physique*, 8(1), 2007.
- [36] Uriel Frisch. *Turbulence : The legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.

- [37] A. Gailitis, G. Gerbeth, T. Gundrum, O. Lielausis, E. Platacis, and F. Stefani. History and results of the riga dynamo experiments. *Accepté au Compte rendus de l'académie des sciences*, 2008.
- [38] A. Gailitis, O. Lielausis, E. Platacis, S. Dement'ev, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, and G. Will. Magnetic field saturation in the riga dynamo experiment. *Physical Review Letters*, 86(14), 2001.
- [39] C. Gissinger, S. Fauve, and E. Dormy. Bypassing cowling s theorem in axisymmetric fluid dynamos. *Soumis à Physical Review Letters*, 2008.
- [40] C. Gissinger, A. Iskakov, S. Fauve, and E. Dormy. Effect of magnetic boundary conditions on the dynamo threshold of von karman swirling flows. *Physical Review E*, 82, 2008.
- [41] G. S. Golitsyn. Fluctuations of the magnetic field and current density un a turbulent flow of a weakly conducting fluid. *Soviet physics dokadly*, 5, 1960.
- [42] J. Guckenheimer and Philip Holmes. *Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and bifurcation of Vector Fields*. Springer-Verlag, 1983.
- [43] E. Guyon, J.P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences CNRS Editions, 1991.
- [44] M. Holzer and E.D. Siggia. Turbulent mixing of a passive scalar. *Phys. Fluids 6 (5)*, 1994.
- [45] P. Hoyng and J.J. Duistermaat. Geomagnetic reversals and the stochastic exit problem. *Europhysics Letters*, 68(2), 2004.
- [46] A. B. Iskakov, A. A. Schekochihin, S. C. Cowley, McWilliams, and M. R. E. Proctor. Numerical demonstration of fluctuation dynamo at low magnetic prandtl numbers. *Physical review letters*, 98, 2007.
- [47] A. B. Iskakov, A. A. Schekochihin, S. C. Cowley, McWilliams, and M. R. E. Proctor. Numerical demonstration of fluctuation dynamo at low magnetic prandtl numbers. *New Journal of physics*, 98, 2007.
- [48] J.D. Jackson. *Electrodynamique classique*. Dunod, traduction de "classical electrodynamics 3rd edition" edition, 2001.
- [49] R. Kaiser and A Tilgner. Kinematic dynamos surrounded by a stationary conductor. *Physical Review E*, 60(3), 1999.
- [50] B. Knaepen and R. Moreau. Magnetohydrodynamic turbulence at low magnetic reynolds number. *Annual review of Fluid Mechanics*, 40(25), 2008.
- [51] A. Kolin. Electromagnetic velometry. i. a. method for the determination of fluid velocity distribution in space and time. *Journal of applied physics*, 1943.
- [52] B. Lehnert. An experiment on axisymmetric flow of liquid sodium in a magnetic field. *Arkiv för Fysik*, 13, 1958.
- [53] F.J. Lowes and I. Wilkinson. Geomagnetic dynamo : a laboratory model. *Nature*, 198, 1963.
- [54] R.N. Lyon, editor. *Liquid Metals Handbook*. Washington, U.S. Govt, 1952.
- [55] Louis Marié. *Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbillonnaire turbulent : influence de la rotation*. PhD thesis, CEA Saclay, 2003.
- [56] L. Marié, J. Burguete, F. Daviaud, and J. Léorat. Numerical study of homogeneous dynamo based on experimental von kármán type flows. *European Physical Journal*, B33, 2003.

- [57] L. Marié, F. Pétrélis, M. Bourgoïn, , J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Open questions about homogeneous fluid dynamos : the vks experiment. *Magnetohydrodynamics*, 38, 2002.
- [58] J. Maurer, P. Tabeling, and G. Zocchi. Statistics of turbulence between 2 counterrotating disks in low-temperature helium gas. *Europhysics Letters*, 26(1), 1994.
- [59] I. Melbourne, M.R.E Proctor, and A.M. Rucklidge. A heteroclinic model of geodynamo reversals and excursions. In *Dynamo and Dynamics, a mathematical Challenge*. NATO Sciences Series, 2001.
- [60] P. De Michelis and G. Consolini. Time intermittency and spectral features of the geomagnetic field. *Annals of Geophysics*, 47(6), 2004.
- [61] U. Müller, R. Stieglitz, and S. Horanyi. Experiments at a two-scale dynamo test facility. *Journal of fluids mechanics*, 552, 2006.
- [62] H. K. Moffatt. The amplification of a weak applied magnetic field by turbulence in fluids of moderate conductivity. *Journal of Fluid Mechanics*, 11(4), 1961.
- [63] H. K. Moffatt. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
- [64] S. Molokov, R. Moreau, and H.K. Moffatt, editors. *Magnetohydrodynamics*. Springer, 2007.
- [65] M. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoïn, M. Moulin, P. Odier, J.F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, C. Gasquet, L. Marié, and F. Ravelet. Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium. *Physical Reviews Letter*, 98, 2007.
- [66] Romain Monchaux. *Mécanique statistique et effet dynamo dans un écoulement de von Karman turbulent*. PhD thesis, CEA Saclay, 2007.
- [67] Nicolas Mordant. *Mesure lagrangienne en turbulence : mise en oeuvre et analyse*. Thèse, Laboratoire de physique de l'Ens Lyon, 2001.
- [68] C. Narteau, J.L. Le mouël, and J.P. Valet. The oscillatory nature of the geomagnetic field during reversals. *Earth and Planetary Science Letters*, 262, 2007.
- [69] M. Nelkin. Universality and scaling in fully developed turbulence. *Advances in physics*, 43(2), 1994.
- [70] A.B. Cawthorne N.L. Peffley and D.P. Lathrop. Toward a self-generating magnetic dynamo : The role of turbulence. *Physical Review Letters*, 61(5), 2000.
- [71] M. D. Nornberg, E. J. Spence, R. D. Kendrick, C. M. Jacobson, and C. B. Forest. Measurements of the magnetic field induced by a turbulent flow of liquid metal. *Physics of Plasmas*, 13, 2006.
- [72] M.D. Nornberg, E.J. Spence, R.D. Kendrick, C.M. Jacobson, and C.B. Forest. Intermittent magnetic field excitation by a turbulent flow of liquid sodium. *Physical Review Letters*, 97, 2006.
- [73] V. Noskov, S. Denisov, P. Frick, S. Kripchenko, D. Sokoloff, and R. Stepanov. Magnetic field rotation in the screw gallium flow. *The European physical journal B*, 41, 2004.
- [74] P. Odier, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Advection of a magnetic field by a turbulent swirling flow. *Physical review E* 58 (6), 1998.
- [75] P. Odier, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Magnetic induction by coherent vortex motion. *European Physical Journal B* 16, 2000.

- [76] Philippe Odier. *Contributions à la compréhension des mécanismes d'induction magnétohydrodynamique associés à l'effet dynamo*. Thèse d'habilitation, Laboratoire de physique de l'Ens Lyon, 2005.
- [77] E. N. Parker. *Cosmical magnetic fields*. Oxford university press, 1979.
- [78] F. Pétrélis, M. Bourgoin, L. Marié, , J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier, and J.-F. Pinton. Nonlinear magnetic induction by helical motion in a liquid sodium turbulent flow. *Physical review letters*, 90(17), 2003.
- [79] F. Pétrélis and S. Fauve. Excitability in the vicinity of a saddle-node bifurcation : a mechanism for reversals. *soumis à la Royal Society*, 2008.
- [80] François Pétrélis. *Effet Dynamo : Etude des mécanismes d'instabilité et de saturation du champ magnétique*. PhD thesis, Laboratoire de physique statistique Ens-Paris, 2002.
- [81] M . Pokorny and H. U. Aström. Temperature dependence of the electrical resistivity of liquid gallium between its freezing point (29.75 degrees c) and 7 752 degrees c. *Journal of Physics F : Metal Physics*, 6(4), 1976.
- [82] Y. Ponty, J.F. Pinton, and H. Politano. Simulation of induction at low magnetic prandtl number. *Physical Review Letters*, 91(3), 2004.
- [83] M. R. E. Proctor. Effects of fluctuation on  $\alpha\omega$  dynamo models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical society*, 382(1), 2007.
- [84] F. Pétrélis and S. Fauve. Saturation of the magnetic field above the dynamo threshold. *European Physical Journal B*, 22(3), 2001.
- [85] F. Pétrélis, N. Mordant, and S. Fauve. On the magnetic fields generated by experimental dynamos. *Geophysical and Astrophysical Fluids Dynamics*, 101, 2007.
- [86] F. Ravelet, M. Berhanu, R. Monchaux, S. Aumaître, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, M. Bourgoin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, and F. Pétrélis. Chaotic dynamos generated by a turbulent flow of liquid sodium. *Physical Review Letters*, 101, 2008.
- [87] F. Ravelet, A. Chiffaudel, Daviaud F., and J. Léorat. Toward an experimental von kármán dynamo : Numerical studies for an optimized design. *Physics of fluids*, 17, 2005.
- [88] Florent Ravelet. *Bifurcations globales et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Karman turbulent*. PhD thesis, CEA Saclay, 2005.
- [89] T. Rikitake. Oscillations of a system of disk dynamos. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 54, 1958.
- [90] P.H. Roberts. *Astrophysical Fluid Dynamics*, chapter Dynamo theory. Elsevier, 1993.
- [91] B.I. Schraiman and E.D. Siggia. Scalar turbulence. *Nature*, 405, 2000.
- [92] B. Shraiman and E. Siggia. Scalar turbulence. *Nature*, 405, 2000.
- [93] D. R. Sisan, W.L. Shew, and D. Lathrop. Lorentz force effects in magneto-turbulence. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 135, 2003.
- [94] J. Sommeria and R. Moreau. Why, how, and when, mhd turbulence becomes two-dimensional. *Journal of Fluid Mechanics*, 118, 1982.
- [95] E.J. Spence, M.D. Nornberg, C.M. Jacobson, R.D. Kendrick, and C.B. Forest. Observation of a turbulence-induced large scale magnetic field. *Physical Review Letters*, 96, 2006.

- [96] B. Sreenivasan and T. Alboussière. Experimental study of a vortex in a magnetic field. *Journal of fluids mechanics*, 464, 2002.
- [97] M. Steenbeck, I. M. Kirko, A. Gailitis, A.P. Klyavinya, F. Krause, I.Y. Laumanis, and O.A. Lielausis. Experimental discovery of the electromotive force along the external magnetic field induced by a flow of liquid metal ( $\alpha$ - effect). *Soviet Physics - DOKLADY*, 13(5), 1968.
- [98] F. Stefani, G. Gerbeth, U. Günther, and M. Xu. Why dynamos are prone to reversals. *Earth and Planetary Science Letters*, 243, 2006.
- [99] F. Stefani, M. Xu, G. Gerbeth, F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Léorat. Ambivalent effects of added layers on steady kinematic dynamos in cylindrical geometry : application to the vks experiment. *European Journal of mechanics*, 25, 2006.
- [100] R. Stieglitz and U. Muller. Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo. *Physics of fluids*, 13(3), 2001.
- [101] H. Tennekes and J.L. Lumley. *A first course in Turbulence*. The MIT press, 1972.
- [102] A. Tsinober, E. Kit, and M. Teitel. On the relevance of the potential-difference method for turbulence measurements. *Journal of fluids mechanics*, 175, 1987.
- [103] J.P. Valet, L. Meynadier, and Y. Guyodo. Geomagnetic dipole strength and reversal rate over the past two million years. *Nature*, 435, 2005.
- [104] R. Volk, F. Ravelet, R. Monchaux, M. Berhanu, A. Chiffaudel, F. Daviaud, Ph. Odier, J.-F. Pinton, S. Fauve, N. Mordant, and F. Pétrélis. Transport of magnetic field by a turbulent flow of liquid sodium. *Physical review letters*, 97(7), 2001.
- [105] Romain Volk. *Fluctuations d'induction en magnétohydrodynamique, contributions à l'induction à grande échelle, application à l'effet dynamo*. PhD thesis, Laboratoire de Physique ENS-Lyon, 2005.
- [106] Ya. B. Zeldovich, A. A. Ruzmaikin, and D. D. Sokoloff. *Magnetic fields in astrophysics*. Gordon and Brach, New York, 1983.