



**HAL**  
open science

# APPORT DES NOUVEAUX MATÉRIAUX PIÉZOÉLECTRIQUES DANS LE DOMAINE DES MICRO-GYROMÈTRES VIBRANTS

Arnaud Parent

► **To cite this version:**

Arnaud Parent. APPORT DES NOUVEAUX MATÉRIAUX PIÉZOÉLECTRIQUES DANS LE DOMAINE DES MICRO-GYROMÈTRES VIBRANTS. Physique [physics]. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. Français. NNT : . tel-00334781

**HAL Id: tel-00334781**

**<https://theses.hal.science/tel-00334781>**

Submitted on 27 Oct 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° D'ORDRE 9081



## THESE

Présentée à

**L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD**

**UFR SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD**

**SPECIALITE : PHYSIQUE**

**par ARNAUD PARENT**

---

### **APPORT DES NOUVEAUX MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES DANS LE DOMAINE DES MICRO-GYROMETRES VIBRANTS**

---

Soutenue le 11 juillet 2008 devant les membres du jury :

Président	<b>B. Agius</b>	<i>Professeur de l'université de Paris-Sud XI</i>
Rapporteurs	<b>R. Bourquin</b>	<i>Professeur de l'Université de Franche-Comté</i>
	<b>S. Basrou</b>	<i>Professeur de l'Université de Grenoble I</i>
Examineurs	<b>P. Gaucher</b>	<i>Professeur de l'école Centrale Paris</i>
	<b>C. Richard</b>	<i>Professeur de l'INSA de Lyon</i>
	<b>A. Bosseboeuf</b>	<i>Professeur de l'Université de Paris-Sud XI (Directeur de thèse)</i>
	<b>O. Le Traon</b>	<i>Chef de l'Unité Capteurs et Microtechnologies à l'ONERA</i>



*“So come up to the lab, and see what's on the slab.  
I see you shiver with antici... pation”*

Dr. Frank-N-Furter  
in *The Rocky Horror Picture Show*  
de Richard O'Brien



# REMERCIEMENTS

Je remercie François Deyzac (précédent chef de l'unité Capteurs et Micro-Technologies) et Pierre Touboul (directeur du département Mesures Physiques) qui m'ont ouvert les portes des Laboratoires de l'ONERA.

Je remercie également Alain Bosseboeuf (Université de Paris-Sud) et Olivier Le Traon (actuel chef de l'unité Capteurs et Micro-Technologies) qui ont été respectivement mon directeur de thèse et mon encadrant ONERA. Ils m'ont permis de faire l'apprentissage de la recherche en me proposant de travailler avec eux.

Je remercie Bernard Agius (Université de Paris-Sud XI) qui a présidé le jury de thèse, Skandar Basrou (Université de Grenoble I) et Richard Bourquin (Université de Franche Comté) qui ont accepté d'en être les rapporteurs, Claude Richard (INSA de Lyon) et Philippe Gaucher (Centrale Paris) qui ont endossé le rôle d'examineurs et Alain Riondet (DGA) et Charles-Marie Tassetti (CEA) qui y ont participé en tant qu'invités du jury.

Toute ma gratitude s'adresse sans retenue à l'intégralité des membres de l'unité Capteurs et Micro-Technologie de l'ONERA, qui m'ont chacun apporté un soutien indispensable à la réalisation de cette entreprise.

Denis Janiaud mérite toute l'affection que je lui porte pour l'aide précieuse qu'il m'a proférée. La qualité (entre autre rédactionnelle) de ce manuscrit lui incombe pour une grande partie. Je remercie particulièrement Serge Muller pour le temps qu'il a passé sur les électroniques de "mes" capteurs. Je remercie aussi Claude Chartier, Bruno Eisenbeis, Jean Guérard, Yvan Lesyk, Bernard Lecorre, Marc Pernice, ainsi que les exilés du bâtiment F : Claude Gageant et Patrick Kayser d'avoir accepté des matériaux exotiques dans leur bâti.

Je salue les (ex- ou futur-) docteurs et avant tout amis : Baptiste Le Foulgoc, Raphaël Levy (merci pour les parties de squash endiablées), Stève Masson et Mélanie Descharles (last but not least). Je me dois aussi de remercier Gérard Campergue et Pierre Leseur.

Je suis redevable au personnel "administratif" de l'ONERA pour son aide : Jean-Paul Aubert, Claire Laroche, Hélène Meler, Sylvie Nicolle-Douet, Joël Pigere et Marie-Agnes Raoul.

Enfin, je remercie mes amis à qui je dois toute ma réussite<sup>1</sup>.

Et j'aime ma famille...

---

<sup>1</sup> J. C. van Ours. *A pint a day raises a man's pay; but smoking blows that gain away*, Journal of Health Economics (2004), **23** : 863-886



# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
Contexte	1
Objectifs	3
Organisation du document	3
<b>1. ETAT DE L'ART</b>	<b>6</b>
<b>1.1. Gyromètre et micro-gyromètre</b>	<b>6</b>
1.1.1. Gyroscope ou Gyromètre	6
1.1.2. Vitesse de rotation	6
1.1.3. Les 3 classes de précision	7
1.1.3.1. Haute performance (classe inertielle)	7
1.1.3.2. Moyenne performance	7
1.1.3.3. Basse performance	8
1.1.4. Principes de mesure	8
1.1.4.1. Prémisses de la mesure gyrométrique (pendule de Foucault)	8
1.1.4.2. Conservation du moment cinétique (toupie)	8
1.1.4.3. Effet Sagnac (optique)	9
1.1.4.3.1. Principe de mesure	9
1.1.4.3.2. Gyromètre laser	10
1.1.4.3.3. Gyromètre à fibre optique	10
1.1.4.4. Force de Coriolis (gyromètre vibrant)	10
1.1.4.4.1. Principe de mesure	11
1.1.4.4.2. Micro-gyromètres industriels	12
Gyromètre vibrant "électrostatique/capacitif"	13
Gyromètre vibrant piézoélectrique	17
Bilan de l'état de l'art des micro-gyromètres vibrants industriels	22

1.1.4.4.3.	Le micro-gyromètre VIG de l'Onera [30;31]	23
	Principe de fonctionnement	23
	Structure complète	24
	Electrodes d'excitation/détection	25
	Technologie de réalisation	26
	Electroniques associées à la structure vibrante	26
	Performance du VIG	28
<b>1.2.</b>	<b>Piézoélectricité et matériaux piézoélectriques</b>	<b>29</b>
1.2.1.	Piézoélectricité	29
1.2.1.1.	Définition	29
1.2.1.2.	Equations de la piézoélectricité	31
1.2.1.2.1.	Equations d'état	31
	Définition des constantes piézoélectriques	32
1.2.1.2.2.	Couplage électromécanique	33
1.2.1.2.3.	Facteur de qualité	34
1.2.2.	Ferroélectricité	35
1.2.2.1.	Polarisation	35
1.2.2.2.	Cycle d'hystérésis	36
1.2.2.3.	Température de Curie et transition de phase	37
1.2.3.	Matériaux piézoélectriques	37
1.2.3.1.	Cristaux piézoélectriques non ferroélectriques	37
1.2.3.1.1.	Le quartz et ses isotopes	38
1.2.3.1.2.	Les cristaux "lithium"	39
1.2.3.2.	Cristaux ferroélectriques pérovskites	40
1.2.3.2.1.	Céramiques PZT	42
1.2.3.2.2.	Monocristaux pérovskites	44
1.2.3.3.	Bilan de l'état de l'art des matériaux piézoélectriques	45
	Références bibliographiques du chapitre 1	46
<b>2.</b>	<b>MODELISATION ANALYTIQUE DES PERFORMANCES DES GYROMETRES VIBRANTS PIEZOELECTRIQUES</b>	<b>52</b>
<b>2.1.</b>	<b>Etude du facteur d'échelle</b>	<b>53</b>
2.1.1.	Effet Coriolis	53
	Discussion sur l'écart de fréquence, la bande passante et le fonctionnement en boucle fermée	58
2.1.2.	Excitation/détection piézoélectrique	60
2.1.2.1.	Configurations des électrodes	60

2.1.2.2.	Mode pilote	63
2.1.2.2.1.	Mode détecteur	71
	Cas de la détection de tension	73
2.1.3.	Electronique de détection	74
	Amplificateur de charges	74
	L'amplificateur de tension	76
2.1.4.	Expression analytique du facteur d'échelle	78
	Facteur d'échelle dans le cas de la détection de charges	78
	Facteur d'échelle dans le cas de la détection de tension	79
<b>2.2.</b>	<b>Etude de la résolution</b>	<b>80</b>
2.2.1.	Contribution du bruit mécanique (bruit brownien)	80
2.2.2.	Contribution du bruit électronique	82
	Bruit électronique dans le cas de la détection de charges	82
	Bruit électronique dans le cas de la détection de tension	89
	Discussion et comparaison du bruit électronique selon le type de détection	89
<b>2.3.</b>	<b>Discussion sur les matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants</b>	<b>90</b>
2.3.1.	Comparaison du facteur de mérite pour les différents matériaux	90
2.3.2.	Comparaison de la contribution du bruit électronique à la résolution pour les différents matériaux	94
2.3.2.1.	Quartz et isotopes	96
2.3.2.2.	Les cristaux "lithium"	97
2.3.2.3.	Les ferroélectriques	98
2.3.3.	Etude comparative de la contribution du bruit brownien	98
2.3.4.	Bilan de l'étude des performances des matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants	101
	Références bibliographiques du chapitre 2	102

### **3. MAQUETTES DE GYROMETRE EN NOUVEAUX MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES** **106**

<b>3.1.</b>	<b>Description de la structure mécanique du gyromètre et de ses électrodes</b>	<b>106</b>
3.1.1.	Présentation de la structure mécanique	106
3.1.2.	Dimensionnement de la structure mécanique	108
3.1.3.	Systèmes d'électrodes	112
<b>3.2.</b>	<b>Réalisation de la structure mécanique et des électrodes du gyromètre</b>	<b>113</b>
3.2.1.	Réalisation des électrodes planaires et des pistes de rappel	113
3.2.2.	Usinage ultrasonore par génération	116
3.2.3.	Réalisation des électrodes sur les flancs des poutres du diapason	119

3.2.4.	Packaging des structures (sous vide)	121
<b>3.3.</b>	<b>Electroniques du gyromètre</b>	<b>122</b>
3.3.1.	Electronique d'excitation du mode pilote	122
3.3.2.	Electronique de détection	125
<b>3.4.</b>	<b>Présentation des maquettes de gyromètre en GaPO<sub>4</sub> et langasite</b>	<b>126</b>
3.4.1.	Maquette de gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	126
3.4.2.	Maquette de gyromètre en langasite	127
	Références bibliographiques du chapitre 3	128
<b>4.</b>	<b>RESULTATS EXPERIMENTAUX : CARACTERISATIONS DES GYROMETRES EN NOUVEAUX MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES</b>	<b>130</b>
<b>4.1.</b>	<b>Gyromètre en PZT</b>	<b>130</b>
4.1.1.	Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en PZT	130
4.1.1.1.	Simulation par éléments finis des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en PZT	130
4.1.1.2.	Mesures expérimentales des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en PZT	132
4.1.2.	Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en PZT	134
4.1.2.1.	Calcul théorique du facteur d'échelle	134
4.1.2.2.	Mesure expérimentale du facteur d'échelle	134
4.1.3.	Résolution de mesure de la maquette en PZT	136
4.1.3.1.	Calcul théorique de la résolution du gyromètre en PZT	136
4.1.3.2.	Mesure de la résolution du gyromètre en PZT	137
4.1.4.	Evaluation de la stabilité en température du résonateur en PZT	138
4.1.4.1.	Sensibilité thermique de la fréquence de résonance	138
4.1.4.2.	Hystérésis de l'évolution de la fréquence de résonance en température	140
4.1.5.	Bilan de la caractérisation de la maquette en PZT	141
<b>4.2.</b>	<b>Gyromètre en GaPO<sub>4</sub></b>	<b>142</b>
4.2.1.	Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	142
4.2.1.1.	Facteur de qualité des modes utiles de la structure en GaPO <sub>4</sub>	142
4.2.1.2.	Simulation par éléments finis des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en GaPO <sub>4</sub>	144
4.2.1.3.	Mesures expérimentales des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en GaPO <sub>4</sub>	144

4.2.2.	Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	146
4.2.2.1.	Calcul théorique du facteur d'échelle	146
4.2.2.2.	Mesure expérimentale du facteur d'échelle	147
4.2.3.	Résolution de mesure de la maquette en GaPO <sub>4</sub>	148
4.2.3.1.	Calcul théorique de la résolution du gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	148
4.2.3.2.	Mesure de la résolution du gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	148
4.2.4.	Evaluation de la stabilité en température du résonateur en GaPO <sub>4</sub>	150
4.2.4.1.	Sensibilité thermique de la fréquence de résonance	150
4.2.4.2.	Hystérésis de l'évolution de la fréquence de résonance en température	151
4.2.5.	Bilan de la caractérisation de la maquette en GaPO <sub>4</sub>	151
<b>4.3.</b>	<b>Bilan de la caractérisation des deux maquettes de gyromètre</b>	<b>152</b>
	Références bibliographiques du chapitre 4	153
<b>CONCLUSION</b>		<b>155</b>
	Bilan	155
	Perspectives	157
<b>A.</b>	<b>ANNEXE A</b>	<b>159</b>
	Comparaison de la résolution de mesure d'un gyromètre vibrant à effet Coriolis en boucle ouverte et en boucle fermée	159
	Boucle ouverte	159
	Boucle fermée	160
<b>B.</b>	<b>ANNEXE B</b>	<b>163</b>
	Détermination de la masse équivalente $m$	163
	Fréquence de résonance	164
	Références bibliographiques de l'annexe B	165
<b>C.</b>	<b>ANNEXE C</b>	<b>167</b>
	Cotes des structures VIG PZT pour le micro-usinage ultrasonore	167



# INTRODUCTION

## Contexte

Il existe aujourd'hui de nombreux capteurs dédiés à la mesure du mouvement d'un mobile. Ces capteurs sont de plus en plus précis et de moins en moins coûteux et encombrants. Leurs domaines d'application sont nombreux et variés : l'aéronautique (centrale de navigation), l'automobile (contrôle dynamique de trajectoire), la défense (navigation, guidage/pilotage de missiles) et même le divertissement (manette de console de jeux). Sans pouvoir affirmer qu'il est le premier d'entre eux, le plus connu de ces capteurs est vraisemblablement la boussole (dont on attribue la découverte aux Chinois au XI<sup>e</sup> siècle) ; viendront plus tard des systèmes beaucoup plus performants basés sur des capteurs inertiels ou des récepteurs satellitaires.

Intéressons-nous en particulier aux capteurs destinés à la navigation qui est l'art de conduire un véhicule à une destination donnée. On distingue deux grands types de navigation :

- **la navigation "absolue"** lorsque l'on est en mesure de connaître la position absolue du mobile exclusivement par rapport à des références extérieures (les amers du marin, les étoiles, les satellites de radionavigation...);
- **la navigation à l'estime** lorsque la position du mobile est déduite d'informations indirectes (i.e. l'accélération ou la vitesse), et de la connaissance de la position initiale.

Aujourd'hui la navigation absolue est typiquement réalisée par l'utilisation de systèmes de radionavigation par satellites, et la navigation à l'estime par l'utilisation d'Unités de Mesures Inertielles (UMI) :

- **La radionavigation par satellites** est basée sur l'exploitation d'une constellation de satellites émettant un signal comportant notamment l'information de leurs positions, et la réception de signaux d'au moins trois satellites permet par triangulation d'obtenir la position absolue du récepteur. Actuellement seul le système américain GPS (Global Positioning System) est complètement opérationnel.
- **La navigation inertielle** repose sur l'utilisation d'unités de mesures inertielles généralement composées de 6 capteurs inertiels (3 accéléromètres et 3 gyromètres disposés sur un trièdre). La position du mobile est *estimée* à partir de l'intégration par rapport au temps des accélérations linéaires et des vitesses de rotation mesurées par les capteurs, et de la connaissance des conditions initiales (position, vitesse).

Les récepteurs de radionavigation sont précis et relativement peu coûteux, par contre leur fiabilité n'est pas optimale : une mauvaise qualité de réception ou un brouillage volontaire (en cas de conflit) des signaux satellites rendent le récepteur aveugle. En outre le monopole actuel du système GPS (construit pour et par l'armée américaine) pose un problème de dépendance stratégique. C'est principalement ce dernier constat qui a motivé le développement de systèmes concurrents du GPS par la Russie avec GLONASS qui a été opérationnel pour la première fois en 1995 (et a très vite cessé de l'être faute d'une maintenance suffisante), par la Chine et l'Europe avec COMPASS et GALILEO qui devraient devenir opérationnels au cours des années 2010.

A l'inverse les UMI sont autonomes, au sens où elles ne dépendent pas de signaux extérieurs. Mais elles sont limitées par la précision des capteurs inertiels dont la dérive intégrée sur le temps de parcours est une source d'erreur sur la position estimée. La navigation purement inertielle nécessite donc des capteurs extrêmement précis. On notera que la possibilité d'associer une UMI et un système de recalage de position par radionavigation permet de réaliser des systèmes hybrides cumulant les qualités des deux systèmes.

Pour les capteurs inertiels (gyromètres & accéléromètres) la navigation est une application de haute performance généralement réalisée par des capteurs relativement encombrants (i.e gyroscope à toupie, gyromètre laser...). Mais il existe d'autres applications se satisfaisant de capteurs inertiels de moyenne et basse performance. On citera le contrôle dynamique de trajectoire des automobiles, le pilotage de micro-drones, la stabilisation d'image dans les appareils photographiques numériques ou encore la détection de mouvement des manettes de console de jeux. Généralement, pour ces applications le coût et la miniaturisation prévalent sur la performance.

Avec le développement exponentiel des micro-technologies sont apparus de nouveaux capteurs bien adaptés aux applications de basse et de moyenne performance : les MEMS (Micro-ElectroMechanical Systems). La taille et le coût de ces capteurs, qui sont réalisés par usinage collectif sur tranches (wafers) sont sans commune mesure avec ceux des capteurs classiques.

Aujourd'hui le développement de capteurs MEMS inertiels s'oriente vers la haute performance, afin de satisfaire le besoin toujours accru de réduction des coûts de fabrication.

## **Objectifs**

Parmi les MEMS inertiels on distingue les micro-gyromètres vibrants piézoélectriques. Le principe de fonctionnement de ces capteurs est le suivant : lorsque la partie sensible du capteur est mise en vibration, une rotation de celui-ci donne lieu à une seconde vibration (générée par les accélérations de Coriolis) dont l'amplitude est proportionnelle à la vitesse de rotation qui peut être ainsi mesurée. La partie sensible de ces capteurs est généralement monolithique et réalisée dans un matériau piézoélectrique. La piézoélectricité est mise à profit à la fois pour l'excitation et la détection, et elle contribue ainsi directement à la performance du capteur. Aujourd'hui le quartz est le matériau piézoélectrique utilisé en raison de ses très bonnes qualités thermo-mécaniques (stabilité en température de ses propriétés mécaniques) et de la grande maîtrise de sa technologie de mise en œuvre (du fait de son utilisation massive par l'industrie horlogère). Par contre c'est un matériau qui est relativement peu piézoélectrique, et de nombreux matériaux naturels ou de synthèse s'avèrent être beaucoup plus piézoélectriques – notamment certains ferroélectriques tels que les PMN-PT, qui ont émergés récemment, ont des coefficients piézoélectriques jusqu'à 3 ordres de grandeurs plus grands que ceux du quartz. Puisque la sensibilité de ces capteurs est directement liée à la piézoélectricité des matériaux dont ils sont constitués, l'utilisation de nouveaux matériaux plus piézoélectriques est apparue comme une voie d'amélioration intéressante à explorer.

C'est dans ce contexte que s'inscrit mon travail de thèse qui consiste en l'étude de *l'apport des nouveaux matériaux piézoélectriques pour les micro-senseurs inertiels vibrants* de type gyromètre.

## **Organisation du document**

Le manuscrit s'organise en quatre grands chapitres. Le premier chapitre est composé de deux parties : dans la première partie sont présentés les différents principes de mesure gyrométrique ainsi qu'un état de l'art des micro-gyromètres vibrants à effet Coriolis ; dans la seconde partie la piézoélectricité ainsi qu'un état de l'art des matériaux piézoélectriques susceptibles de remplacer le quartz sont brièvement exposés.

Dans le deuxième chapitre un modèle de gyromètre vibrant piézoélectrique à effet Coriolis est proposé et développé dans le but d'établir les expressions analytiques du facteur d'échelle et de la résolution de mesure du capteur. Le modèle est une poutre en matériau piézoélectrique encastrée à une extrémité et pouvant vibrer en flexion selon deux axes orthogonaux. L'effet

Coriolis, la piézoélectricité et l'électronique d'excitation et de détection sont étudiés afin d'exprimer le facteur d'échelle et la résolution en fonction des paramètres physiques du matériau. Ainsi une comparaison des performances potentielles des gyromètres vibrants piézoélectriques en fonction des matériaux a pu être établie et est proposée à la fin de ce chapitre.

Le troisième chapitre décrit les différentes étapes technologiques qui ont permis de réaliser des maquettes de gyromètre en PZT,  $\text{GaPO}_4$  et langasite. La réalisation des électrodes d'excitation et détection, l'usinage ultrasonore des structures de gyromètre, le packaging et l'électronique sont détaillés.

Dans le dernier chapitre la caractérisation des maquettes de gyromètre et la confrontation des résultats avec les performances prévues par le modèle (chapitre 2) sont présentées.

# CHAPITRE 1

## Etat de l'art : Gyrométrie et piézoélectricité

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les classes de précision de la mesure gyrométrique, puis les grands principes de mesure, et enfin plus en détails les micro-gyromètres vibrants à effet Coriolis. Dans un deuxième temps nous nous intéressons à la piézoélectricité en générale, ainsi qu'à la ferroélectricité, puis aux différents matériaux que l'on peut envisager utiliser pour l'application micro-gyromètre vibrant.

---

<b>1.1. Gyromètre et micro-gyromètre</b>	<b>6</b>
1.1.1. Gyroscope ou Gyromètre	6
1.1.2. Vitesse de rotation	6
1.1.3. Les 3 classes de précision	7
1.1.4. Principes de mesure	8
<b>1.2. Piézoélectricité et matériaux piézoélectriques</b>	<b>29</b>
1.2.1. Piézoélectricité	29
1.2.2. Ferroélectricité	35
1.2.3. Matériaux piézoélectriques	37

# 1. Etat de l'art

## 1.1. Gyromètre et micro-gyromètre

### 1.1.1. Gyroscope ou Gyromètre

Le gyroscope est un instrument qui permet la détermination d'un cap angulaire par rapport à un référentiel inertiel (ou référentiel galiléen). Dans le cas pratique de la navigation terrestre on considère comme référentiel inertiel le repère stellaire. Le fonctionnement du gyroscope est basé sur le principe de la conservation du moment cinétique : une toupie tournant autour d'un axe tend à s'opposer à toute modification de l'orientation de cet axe, et donc à le conserver en absence de perturbation extérieure.

A l'inverse, le gyromètre est un capteur de mouvement. Le gyromètre mesure la vitesse de rotation du référentiel du capteur par rapport à un référentiel inertiel.

Le gyroscope fait donc une mesure de position angulaire et le gyromètre une mesure de vitesse de rotation. On peut par dérivation par rapport au temps de la mesure d'un gyroscope obtenir une mesure gyrométrique. Et inversement l'intégration par rapport au temps de la vitesse angulaire mesurée par un gyromètre donne la mesure gyroscopique (à condition de connaître la position angulaire initiale).

### 1.1.2. Vitesse de rotation

Dans le système international la vitesse de rotation s'exprime en radian par seconde (rad/s). Suivant les applications, on peut aussi l'exprimer en degré par seconde ( $1^\circ/\text{s} \sim 0,02 \text{ rad/s}$ ), ou en degré par heure ( $1^\circ/\text{h} \sim 5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$ ), voire en tour par seconde (tr/s), etc. Bien que moins familière que la notion de vitesse linéaire, la notion de vitesse angulaire fait pourtant partie de notre quotidien : la rotation très lente de la terre de 1 tr/an autour du soleil et de 1 tr/jr sur elle-même ; la rotation de la grande aiguille d'une montre a une vitesse de 1 tr/h soit  $0,1^\circ/\text{s} \dots$

Un gyromètre est dit mono-axe lorsqu'il mesure la vitesse de rotation autour d'un seul axe. Pour les applications qui nécessitent de connaître les trois composantes de la rotation du mobile, on peut soit associer 3 gyromètres mono-axes disposés sur un trièdre, soit envisager l'utilisation de capteurs bi- ou tri-axes (capteurs émergents).

Le domaine d'application des gyromètres s'étend de l'aéronautique au multimédia, en passant par l'automobile. On peut classer les gyromètres selon trois classes de précision distinctes.

### 1.1.3. Les 3 classes de précision

Les gyromètres sont classés selon leurs précisions, lesquelles correspondent aux besoins de différentes applications.

La précision est une notion qui englobe le biais, le facteur d'échelle (sensibilité) et la résolution de mesure du capteur. Le biais correspond au signal de sortie (V) du capteur en l'absence de signal d'entrée. Le facteur d'échelle est le rapport entre la sortie du capteur (V) et la grandeur d'entrée ( $^{\circ}/s$ ), il s'exprime donc en  $V/(^{\circ}/s)$ . Une évolution du biais au cours du temps ou lors de variations de température se traduit directement par une erreur de mesure en valeur absolue ( $^{\circ}/s$ ), alors qu'une évolution du facteur d'échelle se traduit par une erreur de mesure exprimée en valeur relative (ppm). La résolution ( $^{\circ}/s$ ) du capteur correspond au plus petit signal d'entrée mesurable. La résolution est le produit de la densité spectrale de bruit ( $^{\circ}/s/\sqrt{Hz}$ ) par la racine carrée de la bande passante du capteur (Hz).

En fonction des applications, les importances respectives de ces trois paramètres peuvent être très différentes ; par exemple, les stabilités du biais et du facteur d'échelle sont déterminantes pour la navigation inertielle, contrairement au contrôle dynamique d'un véhicule pour lequel la résolution de mesure constitue la qualité prépondérante.

#### 1.1.3.1. Haute performance (classe inertielle)

Il s'agit de la classe la plus précise ( $1^{\circ}/h$  à  $0,001^{\circ}/h$ ). Les gyromètres de cette classe sont typiquement utilisés par trois et associés à trois accéléromètres pour réaliser des centrales de navigation inertielle. Les centrales inertielles permettent par intégration des trois vitesses de rotations et des trois accélérations linéaires de suivre la position d'un mobile dans l'espace. Dans le domaine militaire (i.e. les SNLE – sous-marin nucléaire lanceur d'engin), l'intérêt de la navigation purement inertielle réside dans la discrétion et l'inviolabilité de la mesure. Dans le domaine civil (aéronautique), elle permet de réaliser des systèmes de secours capables de prendre le relais en cas de défaillance des systèmes de radionavigation.

#### 1.1.3.2. Moyenne performance

Les gyromètres de cette classe de précision ( $0,1^{\circ}/s$  à  $1^{\circ}/h$ ) peuvent être utilisés pour le contrôle dynamique de véhicules (roulis, tangage), mais aussi pour la navigation, à condition d'hybrider la centrale avec des moyens de radiolocalisation (la centrale inertielle permet pendant un temps court de pallier une défaillance de la réception du signal GPS).

### **1.1.3.3. Basse performance**

Ces gyromètres d'une précision moins bonne que 0,1 °/s sont utilisés notamment dans le secteur automobile pour réaliser le contrôle dynamique du châssis du véhicule (e.g. suspension active), ainsi que dans le secteur des multimédias (stabilisation d'image dans les caméscopes, capteur de mouvement dans les manettes de jeux vidéo...).

## **1.1.4. Principes de mesure**

### **1.1.4.1. Prémices de la mesure gyrométrique (pendule de Foucault)**

Le plus ancien des dispositifs de mesures gyroscopiques est le pendule de Foucault (1851). Afin d'illustrer empiriquement la rotation de la terre, Léon Foucault imagina l'expérience suivante : observer la rotation du plan d'oscillation d'un pendule par rapport au référentiel terrestre. Cette rotation observée est due à la rotation de la terre, le plan d'oscillation du pendule étant fixe par rapport au référentiel stellaire. Si l'expérience est menée au niveau du pôle nord ou du pôle sud la vitesse de rotation du plan d'oscillation du pendule vaut exactement 1 tr/jr. Au contraire, cette vitesse est nulle à l'équateur. Dans le cas général, cette vitesse de rotation est proportionnelle au sinus de la latitude. Ainsi, en complément de fournir une démonstration de plus de la rotation de la terre, le pendule permet de mesurer la latitude du lieu de l'expérience.

Le pendule de Foucault était constitué d'une masse sphérique de 28 kg suspendue par un filin d'acier de 67 m au dôme du Panthéon de Paris. L'amplitude initiale du mouvement était de 6 m et le temps d'amortissement de 6 h. Il fut donc possible aux Parisiens de constater au bout de ce temps une rotation de  $66^\circ$  du plan de rotation du pendule conforme à la latitude de Paris ( $48^\circ 51'$  nord).

### **1.1.4.2. Conservation du moment cinétique (toupie)**

C'est aussi à Léon Foucault que nous devons l'invention du gyroscope à toupie. En effet dans l'expérience du pendule, le public avait du mal à appréhender l'influence de la latitude sur la vitesse de rotation du plan d'oscillation. Il imagina une expérience mettant en œuvre le principe de conservation du moment cinétique, à l'aide d'un système constitué d'une roue (la toupie) tournant à grande vitesse autour d'un axe libre d'évoluer dans l'espace (au moyen d'un double cardan). Une fois la roue lancée à grande vitesse, cet axe de rotation est conservé dans

un référentiel galiléen. Ainsi toute rotation imposée, notamment celle de la terre, peut être directement observée et mesurée.

Dans l'expérience de Foucault les frottements faisaient s'arrêter la rotation au bout d'une dizaine de minute, mais le gyroscope (on lui doit le nom) était né. Aujourd'hui les gyroscopes à toupies font encore partie des meilleurs capteurs de classe inertielle, grâce en particulier à la réduction drastique des phénomènes de frottement.

### 1.1.4.3. Effet Sagnac (optique)

L'effet Sagnac est un phénomène physique découvert par Georges Sagnac en 1913. C'est une asymétrie de la vitesse relative de deux signaux lumineux parcourant en sens inverse la circonférence d'un disque en rotation dans un référentiel inertielle.

#### 1.1.4.3.1. Principe de mesure

Il faut considérer que le trajet lumineux est fixe dans le référentiel inertielle. Lorsque les deux signaux lumineux parcourent un même chemin en sens inverse, l'un dans le sens de rotation du référentiel local de l'expérience (par rapport à un référentiel inertielle) et l'autre en sens inverse, il en résulte qu'en fin de parcours le premier faisceau est en retard de phase par rapport au deuxième, c'est-à-dire que son temps de parcours a été plus long.

Considérons que le chemin optique est la circonférence d'un disque de rayon  $R$  en rotation autour de son axe à la vitesse  $\Omega$ . Soit  $\tau$  le temps de parcours qui peut s'exprimer en fonction de la distance parcourue  $2\pi R$  et de la vitesse de la lumière  $c$  :

$$\tau = \frac{2\pi R}{c} \tag{I-1}$$

Selon leur sens de parcours les faisceaux accusent une augmentation ou une diminution du chemin parcouru  $d$  :

$$d = R\Omega\tau = \frac{2\pi R^2\Omega}{c} = \frac{2S\Omega}{c} \tag{I-2}$$

où  $S$  est la surface recouverte par le parcours. Il se démontre ainsi que la relation reste vraie pour un parcours de forme quelconque.

Les lasers qui permettent d'obtenir des faisceaux lumineux cohérents (susceptibles d'interférer ensemble) permettent de réaliser des gyromètres très précis. Les gyromètres lasers et les gyromètres à fibre optique fonctionnent sur ce principe.

#### 1.1.4.3.2. Gyromètre laser

Dans le cas du gyromètre laser le parcours forme une cavité résonnante en deux dimensions. Classiquement une cavité laser à une dimension permet de réaliser une émission laser de longueur d'onde  $\lambda$  sous-multiple du chemin optique parcouru. Comme il existe ici deux chemins optiques qui ont une différence de marche l'un par rapport à l'autre (lorsque le dispositif est en rotation) il y a en sortie de la cavité laser émission d'un faisceau laser avec une fréquence de battement  $\Delta f$  :

$$\Delta f = \frac{2S\Omega}{\pi R\lambda} \quad (1-3)$$

La mesure de cette fréquence de battement permet d'obtenir la vitesse de rotation de la cavité. Son excellente précision, son faible encombrement (comparé au gyroscope à toupie) et sa fiabilité font du gyromètre laser le capteur le plus utilisé aujourd'hui en aéronautique.

#### 1.1.4.3.3. Gyromètre à fibre optique

Si l'on utilise une fibre optique pour guider deux ondes lasers de longueur d'onde  $\lambda$  auxquelles on fait respectivement parcourir un même enroulement ( $N$  tours) de fibre optique dans les deux sens, on obtient des interférences de périodicité spatiale proportionnelle à la vitesse de rotation.

On peut considérer alors la différence de marche  $\delta$  entre les deux faisceaux :

$$\delta = \frac{4NS\Omega}{c} \quad (1-4)$$

La périodicité spatiale des interférences est  $2\delta/\lambda$ . La mesure est basée sur le comptage des raies d'interférences.

Les gyromètres à fibre optique sont plus robustes que les gyromètres lasers qui nécessitent des miroirs alignés avec une grande précision. De plus la possibilité de mettre en œuvre de très longues fibres optiques (quelques km ;  $N = 10\,000$ ) conduit également à des capteurs très précis.

#### 1.1.4.4. Force de Coriolis (gyromètre vibrant)

On appelle force de Coriolis la force qui s'applique à un objet animé d'une vitesse  $\mathbf{v}$  dans un repère en rotation par rapport à un référentiel inertiel. Cette force est proportionnelle et orthogonale à la fois à la vitesse de rotation  $\mathbf{v}$  et au vecteur rotation  $\boldsymbol{\Omega}$ . Cette force est nommée

ainsi en hommage à l'ingénieur Gaspard-Gustave Coriolis qui le premier l'introduisit dans son article *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps* en 1835.

La force de Coriolis est responsable de la déviation vers la droite des objets en mouvement horizontal dans l'hémisphère nord (et respectivement à gauche dans l'hémisphère sud). Ce phénomène explique le sens d'enroulement des nuages autour des dépressions : une circulation anti-horaire dans l'hémisphère nord et horaire dans l'hémisphère sud.

On peut calculer vectoriellement la force de Coriolis. Considérons un mobile de masse  $m$  en translation à la vitesse  $\mathbf{v}$  dans un référentiel local  $R'$  en rotation à la vitesse angulaire  $\mathbf{\Omega}$  dans un référentiel inertiel  $R$ . On peut exprimer la force  $F_C$  qui s'applique sur le mobile dans le référentiel  $R'$  :

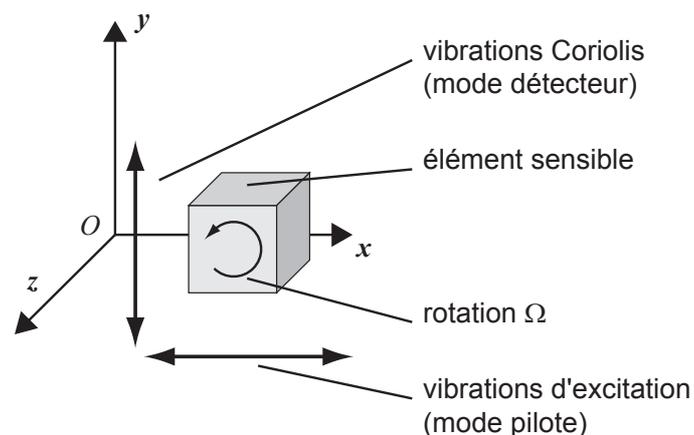
$$\vec{F}_C = -m\vec{a}_C = 2m\vec{v} \wedge \vec{\Omega} \quad (1-5)$$

$\vec{a}_C$  étant l'accélération de Coriolis.

La force de Coriolis peut donc être mise à profit pour réaliser des gyromètres, à condition de contenir le mouvement de la masse  $m$  dans un boîtier de capteur. Cela est possible en utilisant un résonateur mécanique dont la vitesse  $\mathbf{v}$  est alternative.

#### 1.1.4.4.1. Principe de mesure

Un gyromètre vibrant est composé d'un élément sensible possédant la capacité de pouvoir osciller selon deux axes ( $x$  et  $y$ ) orthogonaux. Lorsque l'élément sensible est en vibration le long de l'axe  $x$ , si le gyromètre est soumis à une de rotation  $\mathbf{\Omega}$  autour de l'axe  $z$ , une vibration apparaît le long de l'axe  $y$ . Cette vibration est excitée par la force de Coriolis et son amplitude est proportionnelle à  $\mathbf{\Omega}$ .



**Figure 1-1** : Schéma de principe du fonctionnement des gyromètres vibrants à effet Coriolis

Afin d'augmenter la sensibilité du gyromètre, les deux vibrations orthogonales ont des fréquences de résonance proches (le maximum de sensibilité correspondant à l'égalité des deux fréquences). Le premier mode, dénommé mode pilote, est excité à sa résonance avec une amplitude asservie pour être constante. Dans ces conditions, l'amplitude de la vibration du second mode, appelé mode détecteur, est donc uniquement proportionnelle à la vitesse de rotation  $\Omega$ . La mesure de l'amplitude de vibration du mode détecteur réalise ainsi la mesure de la vitesse de rotation.

Ce principe de mesure est favorable à la miniaturisation du capteur. En effet, il est possible de définir des structures mécaniques de faibles dimensions et réalisables par usinage collectif (chimique, mécanique...) dans des matériaux tels que le quartz ou le silicium. De ce fait, on dénombre beaucoup de MEMS (MicroElectroMechanical Systems) dans l'état de l'art des micro-gyromètres vibrants. Les principaux intérêts de ces capteurs sont leur intégration (petite taille) et leur faible coût de production (fabrication par lot) sans commune mesure avec les gyroscopes et gyromètres présentés précédemment. En contrepartie la précision de ces micro-gyromètres est, du moins aujourd'hui, nettement en retrait.

#### 1.1.4.4.2. *Micro-gyromètres industriels*

Il existe de nombreux types de micro-gyromètres vibrants, une façon de les différencier est de considérer la nature de la mise en œuvre de l'excitation et de la détection. On distinguera ici deux principaux "types" de mise en œuvre : électrostatique/capacitive, principalement dans les MEMS silicium, et piézoélectrique. Nous avons pris le parti de nous limiter à la présentation de ces deux types de micro-gyromètres qui représentent la grande majorité des réalisations actuelles. Néanmoins, il nous faut mentionner le SiRRS01 [1-3] de BAE Systems qui est un micro-gyromètre vibrant silicium dont le système d'excitation et de détection est basé sur l'exploitation d'un champ magnétique (en mettant à profit les forces de Laplace pour l'excitation et les courants de Foucault pour la détection) et qui présente des performances proches de celles des gyromètres en silicium présentés dans la suite de ce paragraphe.

De plus, pour permettre une comparaison réaliste des différents types de micro-gyromètres actuels, nous appuierons cette présentation bibliographique sur les seuls capteurs industriels qui sont plus matures et pour lesquels les données sont plus robustes. Mais il nous faut citer les nombreux concepts de micro-gyromètres innovants développés à travers le monde dans de grands laboratoires tels que : l'université de Berkeley [4], de Georgia Tech [5;6] et du Michigan [7] aux Etats-Unis, l'université de Newcastle [8] et de Sheffield [9] au

Royaume-Uni, l'université de Neuchâtel [10] en Suisse, l'université d'Ankara [11;12] en Turquie, l'université de Séoul [13] en Corée et l'université de Tohoku [14] au Japon.

Concernant les caractéristiques mentionnées pour chacun des micro-gyromètres présentés ci-après, les stabilités de biais et de facteur d'échelle ne figurent pas car peu mentionnées dans la bibliographie ; ces micro-gyromètres visent généralement des applications basses performances (i.e. contrôle dynamique) pour lesquels la résolution de mesure est le paramètre principal concernée pour l'optimisation du capteur.

### **Gyromètre vibrant "électrostatique/capacitif"**

Les micro-gyromètres vibrants issus de la filière silicium sont pour la plupart actionnés par moyen électrostatique. La détection, quant à elle, est capacitive.

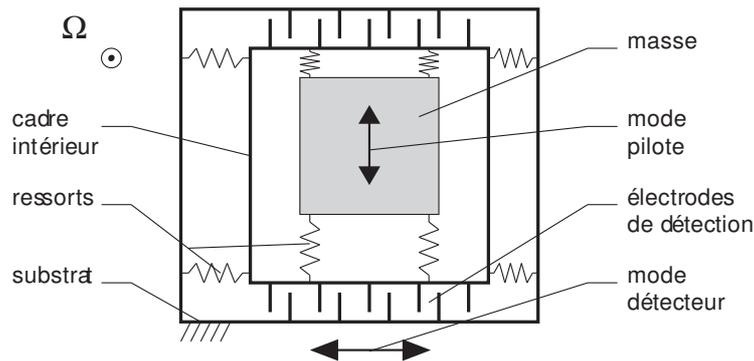
Lorsqu'il réside une différence de potentiel entre deux plaques conductrices (électrodes) en vis-à-vis, il s'exerce une force électrostatique entre les deux plaques. Dans les gyromètres vibrants, le mode pilote peut être excité électrostatiquement si une électrode est fixée au boîtier du capteur et l'autre est solidaire de la partie vibrante. Inversement en mesurant l'évolution de la capacité du condensateur formé par une électrode fixe et une électrode solidaire du mode détecteur, on mesure l'amplitude de vibration de ce mode.

Les deux exemples de réalisations présentés ci-après illustrent bien l'intensité des recherches menées dans ce domaine :

- l'ADXRS d'Analog Devices ;
- Le SMG de Bosch.

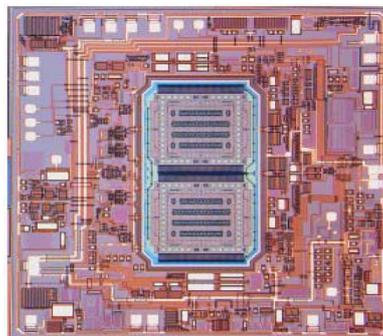
*Gyromètre à masse vibrante : l'ADXRS d'Analog Devices [15;16]*

La gamme de capteurs MEMS ADXRS est constituée de gyromètres silicium développés par la firme Analog Devices. Le fonctionnement est visible sur le schéma (figure 1-2: une masse maintenue par des ressorts vibre (mode pilote) le long d'un axe par rapport à un cadre intérieur. Soumis à une rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure, l'ensemble masse + cadre intérieur, maintenu au substrat par d'autres ressorts, subit une vibration proportionnelle à la vitesse de rotation (mode détecteur).



**Figure 1-2 :** Schéma de la partie mécanique du gyromètre ADXRS d'Analog Devices

Un atout important des gyromètres ADXRS est l'intégration de l'électronique, (amplificateurs de charge, filtres...) au plus près des parties mécaniques du capteur (voir figure 1-3), rendue possible par la compatibilité de la technologie de réalisation du capteur avec la technologie de fabrication de composants micro-électroniques CMOS. Ainsi cette électronique est capable de mesurer des évolutions de capacité de quelques  $10^{-20}$  F correspondant à des déplacements de  $10^{-14}$  m (on verra plus loin que cette prouesse technologique permet que l'électronique ne soit pas le facteur limitant de la résolution de mesure).



**Figure 1-3 :** Structure mécanique (au centre) et électronique (périphérie) du gyromètre iMEMS (inertiel MEMS) ADXRS150 d'Analog Devices ; La structure vibrante (de quelques mm de côté) est doublée pour profiter d'un effet différentiel visant à éliminer l'influence des vibrations de l'environnement

Les performances du capteur "phare" de la gamme, le gyromètre ADXRS150, sont les suivantes :

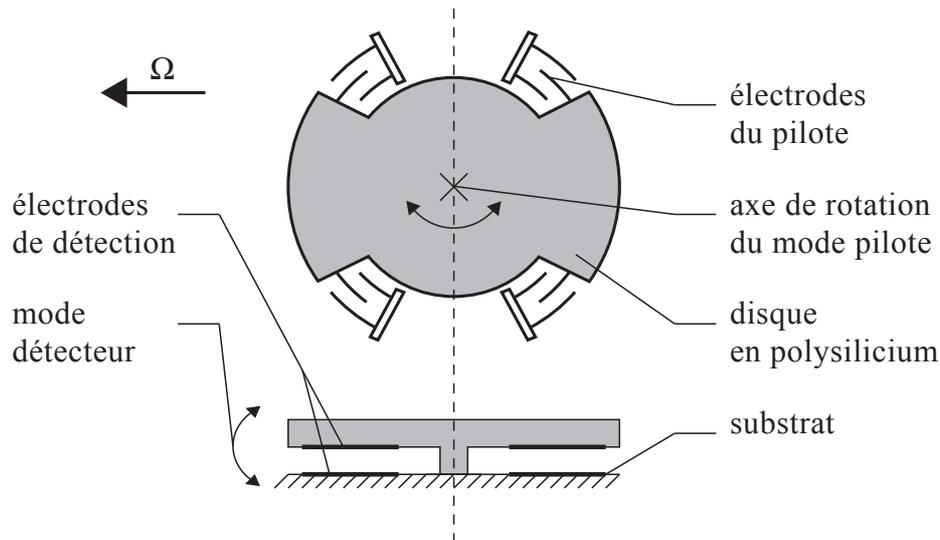
- $\pm 150$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 12,5 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- 0,05 °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- 100 Hz de bande passante.

Le principal inconvénient de ce gyromètre est lié à la fragilité de la structure mécanique, très fine, qui ne peut fonctionner sous vide (un gaz est nécessaire pour amortir les chocs qui pourraient détruire la structure). Il en résulte que l'agitation thermique des molécules de ce gaz est une source de bruit limitant la résolution du capteur.

Parmi les gyromètres en silicium à masse vibrante, on doit aussi citer les travaux conjoints du laboratoire américain militaire Draper et de la firme Honeywell qui ont développés un capteur très performant [17;18].

*Gyromètre à disque vibrant : le SMG de Bosch [19;20]*

Le fabricant Robert Bosch propose un gyromètre vibrant à disque. Le fonctionnement de ce gyromètre est le suivant (voir figure 1-4). Un disque (de quelques millimètres de diamètre) de poly-silicium est maintenu en vibration de rotation (mode pilote) autour de son axe. Une rotation autour d'un axe situé dans le plan du disque entraînera une vibration du mode détecteur. Cette vibration est transverse au plan de la structure et est détectée par des électrodes situées entre le substrat et le disque.



**Figure 1-4 :** Schéma de principe du fonctionnement du gyromètre vibrant à disque Bosch SMG060

La référence SMG040 de Robert Bosch présente les performances suivantes :

- $\pm 250$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 6,75 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- 0,4 °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- 27 Hz de bande passante.

L'usinage de la structure poly-silicium est obtenu par DRIE (Deep Reactive Ion Etching ou gravure ionique profonde).

On notera que la configuration mécanique de ce capteur permet de réaliser aisément un gyromètre 2 axes (les deux axes du plan du disque) avec le même mode pilote, au moyen d'autres électrodes affectées au deuxième axe [4].

### **Gyromètre vibrant piézoélectrique**

La piézoélectricité est mise à contribution à la fois pour l'excitation et la détection des modes utiles. Les matériaux piézoélectriques ont la capacité de convertir une énergie électrique en une énergie mécanique. On distingue l'effet direct qui se traduit par la polarisation (apparition de charges électriques) d'un corps qui subit une déformation, de l'effet inverse qui conduit à la déformation du corps sous l'effet d'un champ électrique. Ainsi dans un gyromètre vibrant, l'effet inverse peut être mis à profit pour exciter la vibration pilote et l'effet direct pour la détection de l'amplitude de la vibration Coriolis.

Parmi les gyromètres piézoélectriques existants, il se dégage deux tendances au plan technologique. D'un côté les capteurs assemblés, pour lesquels la partie mécanique (non piézoélectrique) et les éléments d'actionnement et de détection piézoélectriques sont distincts, et de l'autre les capteurs monolithiques entièrement réalisés en un bloc dans un même matériau piézoélectrique.

Citons pour les capteurs assemblés :

- le Gyrostar de Murata ;
- le Quapason de Sagem ;

ainsi que, pour les capteurs monolithiques :

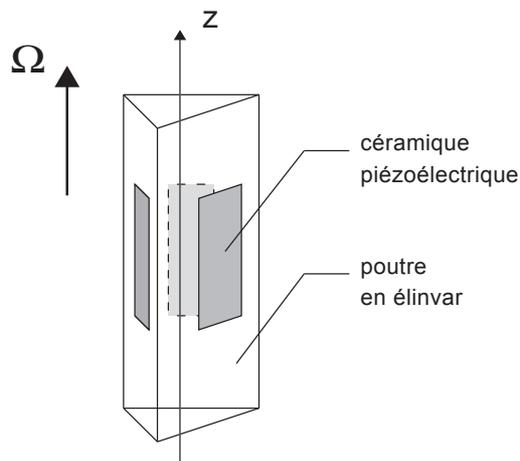
- le QRS de Systron Donner ;
- le CG-L53 de Nec/Tokin.

Ces exemples illustrent bien la variété des micro-gyromètres piézoélectriques vibrants.

*Gyromètre à poutre unique : le Gyrostar de Murata [21]*

Le Gyrostar (figure 1-5) de la firme japonaise Murata est constitué d'une poutre unique (de quelques millimètres de long) dont la section est un triangle équilatéral ce qui permet, de même que pour le carré et le cercle, d'obtenir l'égalité des fréquences propres de flexion dans toutes les directions, en particulier pour les deux modes orthogonaux pilote et détection. La poutre est maintenue par des fils semi-rigides au niveau des nœuds de vibration pour perturber le moins possible le fonctionnement du capteur. Des plaques en céramiques piézoélectriques (PZT) collées aux maxima de déformation des modes pilote et détecteur réalisent l'excitation et la détection.

La poutre est extrudée en élinvar, un alliage métallique connu pour son bon comportement en température. La forme triangulaire permet de plus d'accorder efficacement les fréquences de résonance des modes utiles par retouche mécanique.



**Figure 1-5** : Schéma du Gyrostar de Murata

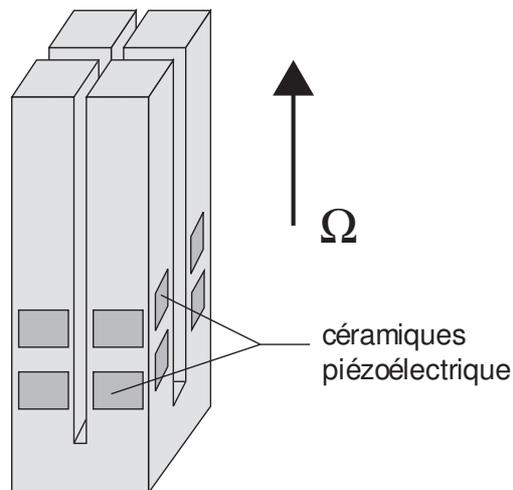
Les caractéristiques du Gyrostar sont les suivantes :

- $\pm 300$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- $0,67$  mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- $0,14$  °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- $50$  Hz de bande passante.

La mise au point de ce capteur à la conception apparemment "rustique" a vraisemblablement nécessité de surmonter les deux handicaps que sont à priori la tenue aux nœuds par des fils, ainsi que l'assemblage des céramiques piézoélectriques sur des zones de la poutre fortement sollicitées par les vibrations des modes utiles.

*Double diapason vibrant 3D : le Quapason de Sagem [22]*

La structure vibrante du gyromètre développé par Sagem, le Quapason (figure 1-6), tire son avantage de la symétrie complète des modes de vibration pilote et détection, dont les moments fléchissants et les efforts tranchants des quatre poutres vibrant en flexion se compensent dans le volume du socle. Le Quapason, comme le Gyrostar, est réalisé en métal. Une paire d'électrodes en céramique PZT est collée sur chaque poutre pour exciter le mode pilote et détecter la vibration Coriolis. La réalisation des quatre poutres est effectuée par électroérosion à fil.



**Figure 1-6 :** Schéma de principe du Quapason de Sagem

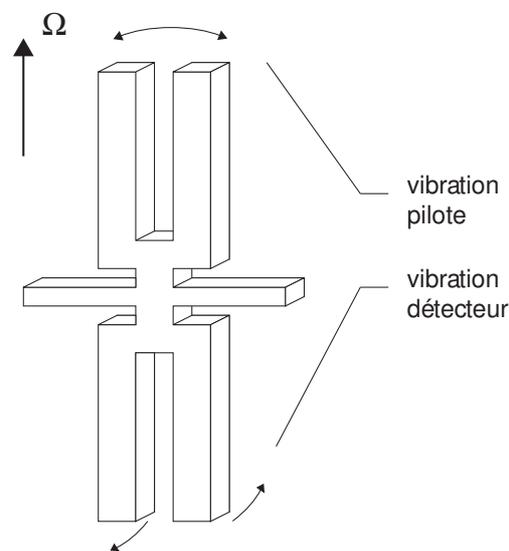
Les caractéristiques du Quapason sont les suivantes, dans sa version de longueur des lames de 30 mm :

- $\pm 250$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 40 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- 0,002 °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- 150 Hz de bande passante.

Ce capteur, séduisant par la pureté de la conception mécanique des éléments vibrants, est bien maîtrisé industriellement.

*Double diapason 2D en quartz : le QRS de Systron Donner [23;24]*

Le QRS de Systron Donner est un double diapason (figure 1-7) monolithique en quartz (dont la longueur des lames est typiquement de  $\sim 3$  mm de long pour une section de  $\sim 0,5 \times 0,5$  mm<sup>2</sup>). Le mode pilote est la vibration de flexion du seul diapason supérieur dans le plan de la structure, et est excité par des électrodes placées sur ses deux lames. La force de Coriolis induit une vibration transverse de l'ensemble des deux diapasons (dont les vibrations transverses sont intrinsèquement couplées). Les électrodes de détection sont situées uniquement sur les deux lames du diapason inférieur ; ainsi la détection n'est pas "parasitée" par la vibration pilote. Le QRS est réalisé par gravure chimique sur wafer de quartz (par usinage collectif).



**Figure 1-7 :** QRS de Systron Donner

Les caractéristiques du QRS sont les suivantes :

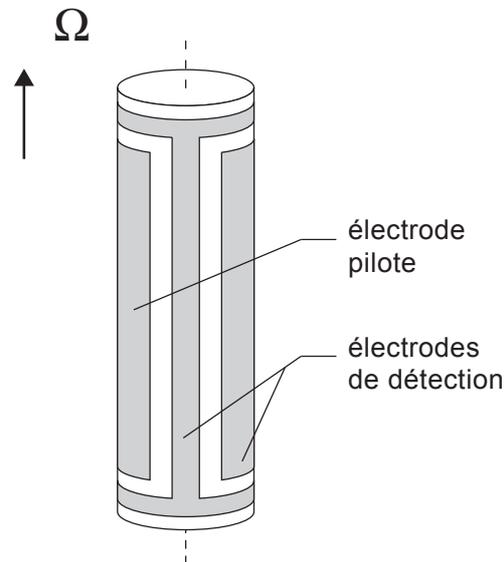
- jusqu'à  $\pm 500$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 2,5 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- 0,01 °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- 60 Hz de bande passante.

Le QRS a été l'objet de nombreuses études, il est aujourd'hui une référence en terme de micro-gyromètre, notamment grâce à la stabilité du biais du signal de sortie.

Il existe d'autres micro-gyromètres de type double diapason ; parmi ceux-ci se distingue le S1BG de la firme japonaise Fujitsu qui est réalisé dans un autre matériau piézoélectrique, le niobate de lithium (LiNbO<sub>3</sub>) [25;26].

*Gyromètre à poutre unique monolithique : le CG-L43 de Nec/Tokin [27-29]*

Le gyromètre CG-L53 (figure 1-8), développé par la firme japonaise Nec/Tokin, ressemble au Gyrostar précédemment présenté. Il s'agit aussi d'un gyromètre à poutre unique (0,8 mm de diamètre et 9 mm de long), mais contrairement au Gyrostar la poutre est de section circulaire et est réalisée dans une céramique piézoélectrique.



**Figure 1-8** : CG-L43 de Nec/Tokin

Les caractéristiques du CG-L43 sont les suivantes :

- $\pm 90$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 0,66 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle ;
- 0,01 °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure ;
- 100 Hz de bande passante.

L'avantage de principe du capteur monolithique, comparé au capteur assemblé Gyrostar, est l'absence d'assemblage de céramiques piézoélectriques au niveau des maxima de déformation.

### Bilan de l'état de l'art des micro-gyromètres vibrants industriels

Le tableau 1-1 suivant résume les principales caractéristiques des micro-gyromètres vibrants présentés ci-dessus :

	Silicium		Piézoélectrique assemblé		Piézoélectrique monolithique	
Gyromètre	ADXRS	SMG	Gyrostar	Quapason	QRS	CG-L43
Firme	Analog Device	Robert Bosch	Murata	Sagem	Systron Donner	Nec/Tokin
Type	masse	disque	poutre unique	double diapason 3D	double diapason 2D	poutre unique
Matériau	poly-silicium	poly-silicium	élinvar	métal	quartz	céramique piézo
Fabrication	gravure chimique	DRIE	métal extrudé	électroérosion à fil	gravure chimique	laminage
E.M	±150 %s	±250 %s	±300 %s	±250 %s	±500 %s	±90 %s
F.E	12,5 mV/(%s)	6,75 mV/(%s)	0,67 mV/(%s)	40 mV/(%s)	2,5 mV/(%s)	0,66 mV/(%s)
R	0,5 %s	2 %s	1 %s	0,025 %s	0,08 %s	0,1 %s
B.P	100 Hz	27 Hz	50 Hz	150 Hz	60 Hz	100 Hz

**Tableau 1-1** : Caractéristiques des différents micro-gyromètres vibrants (E.M : étendue de mesure ; F.E : facteur d'échelle ; R : résolution dans la bande passante ; B.P : bande passante)

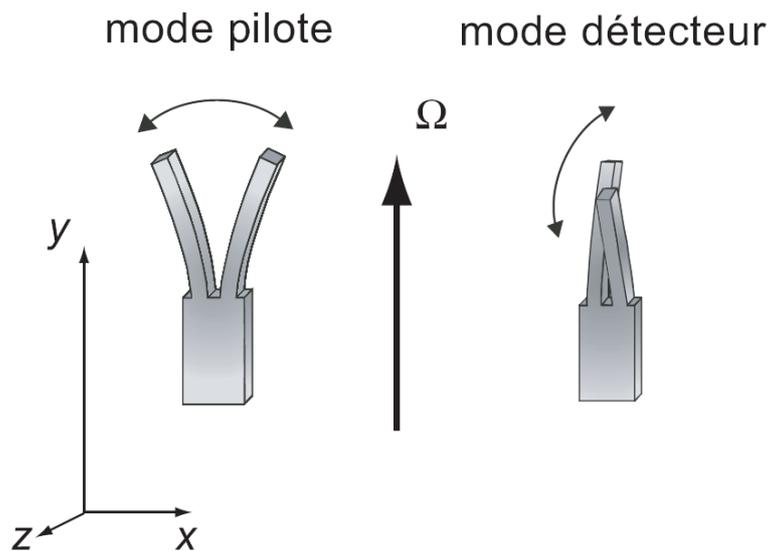
Ces capteurs sont utilisés dans des applications qui tirent profits de leur miniaturisation : dans l'industrie automobile pour le contrôle actif de trajectoire (QRS) ou pour le déclenchement d'airbag dans le cas d'un retournement (i.e. un tonneau) du véhicule (SMG), dans les multimédias pour la stabilisation d'image photo (CG-L43)...

Le Quapason est notamment utilisé pour le contrôle d'inclinaison des wagons du Pendolino, le train "pendulaire" à grande vitesse italien : afin d'assurer le confort des passagers, les wagons s'inclinent (au moyen de vérins) dans les virages pour contrer les effets de l'accélération centrifuge. Le Quapason est aussi utilisé dans une application "moyenne performance" : la navigation hybridée inertiel-GPS des bus parisiens (l'inertiel pallie les nombreuses insuffisances de réception du GPS dues à la hauteur des immeubles).

## 1.1.4.4.3. Le micro-gyromètre VIG de l'Onera [30;31]

**Principe de fonctionnement**

L'Onera développe un micro-gyromètre vibrant monolithique en quartz appelé VIG (Vibrating Integrated Gyro), dont l'élément vibrant est un diapason (figure 1-9). Le mode pilote est le mode de flexion des deux lames vibrant en opposition de phase dans le plan du diapason. Le mode détecteur est le mode de flexion des deux lames vibrant en opposition de phase perpendiculairement au plan du diapason. Le fonctionnement du capteur est le suivant : la vibration du mode pilote est entretenue avec une amplitude stable à sa résonance ; lorsque le capteur subit une rotation  $\Omega$  autour de son axe longitudinal, la force de Coriolis provoque la vibration forcée, à la fréquence de résonance du pilote, du mode de détection. L'amplitude de cette vibration est proportionnelle à la vitesse de rotation  $\Omega$ .



**Figure 1-9 :** Élément sensible du VIG

L'excitation de la vibration pilote est obtenue piézoélectriquement au moyen d'électrodes placées sur le pied du diapason et associées à un oscillateur électronique. La détection s'obtient également par effet piézoélectrique par le biais d'électrodes disposées là où les déformations sont les plus importantes, c'est-à-dire sur les deux lames. Les fréquences utiles sont voisines de 30 kHz et l'écart de fréquence entre les deux modes est de 500 Hz.

## Structure complète

Au contraire des micro-gyromètres double-diapasons présentés précédemment, l'élément sensible du VIG n'est pas naturellement équilibré pour le mode détecteur. Afin d'obtenir un excellent découplage des vibrations de ce mode vis-à-vis des zones de fixation de la structure dans son boîtier, un dispositif de découplage innovant a été développé (breveté par l'Onera en 1999). Il s'agit de deux suspensions filtrantes disposées en série et reliant le diapason aux zones de fixation (figure 1-10).

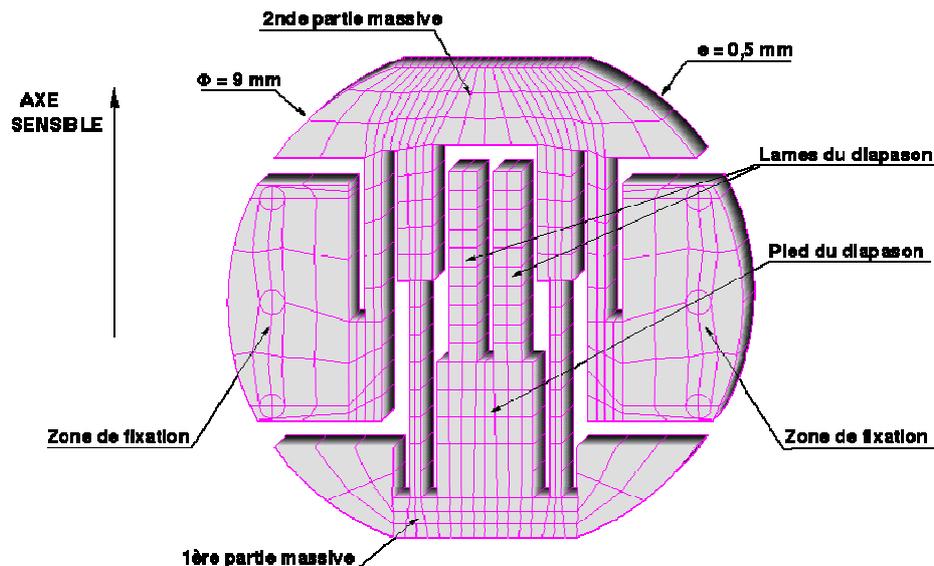


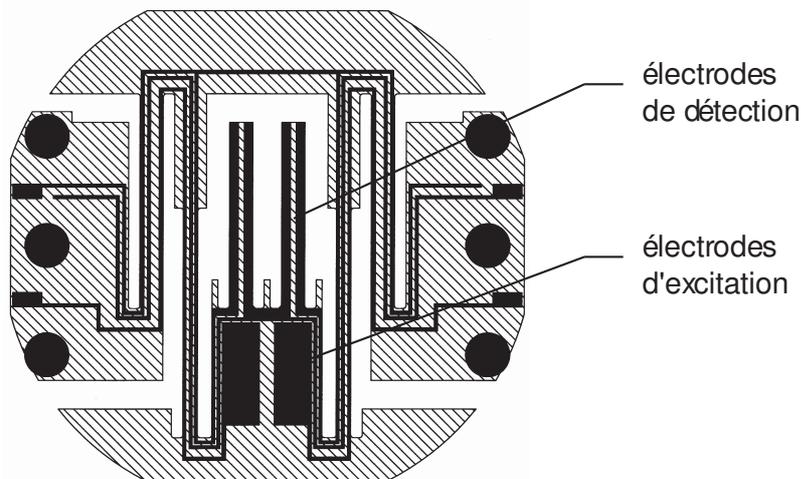
Figure 1-10 : Structure quartz complète du VIG : diapason + dispositif de découplage

On voit sur la figure que le pied du diapason est solidaire d'une première partie massive reliée à une seconde partie massive au moyen de deux bras souples. Cette seconde partie massive est elle-même reliée aux zones de fixation par deux autres bras souples. Chaque ensemble partie massive + deux bras souples constitue une suspension filtrante, qui contribue à réduire les fuites de l'énergie vibratoire du diapason vers les zones de fixation. Ce système de double suspension filtrante permet de réaliser un excellent filtrage mécanique puisque théoriquement les fuites d'énergie, pour le mode détecteur, sont  $10^6$  fois moins importantes que l'énergie de vibration contenue dans la structure en quartz. Dans ces conditions, la qualité de vibration n'est pratiquement pas altérée par la fixation de la structure sur son support. Pour le mode pilote, les suspensions complètent le découplage "naturel" du diapason et permettent de réduire les fuites d'énergie par un ratio meilleur que  $10^8$ .

Les valeurs expérimentales des facteurs de qualité des deux modes sont de l'ordre de 100 000 (structure fixée dans son boîtier et conditionnée sous vide), ce qui confirme la qualité du filtrage mécanique ainsi obtenu.

### Electrodes d'excitation/détection

Les électrodes doivent être dimensionnées et placées de façon à assurer une efficacité optimale à la fois de l'excitation de la vibration pilote et de la détection de l'amplitude de vibration du mode détecteur. Compte tenu de la physique des matériaux piézoélectriques, pour obtenir la meilleure efficacité, les électrodes doivent être placées proches des maxima de déformation et de contrainte. Il a été fait le choix de privilégier la détection en plaçant ses électrodes directement sur les lames du diapason, où les contraintes et les déformations sont maximales. La solution retenue pour l'excitation est de placer les électrodes sur le pied du diapason où les contraintes vibratoires sont encore relativement fortes. Cette solution est un compromis qui permet une détection optimale et une excitation satisfaisante.

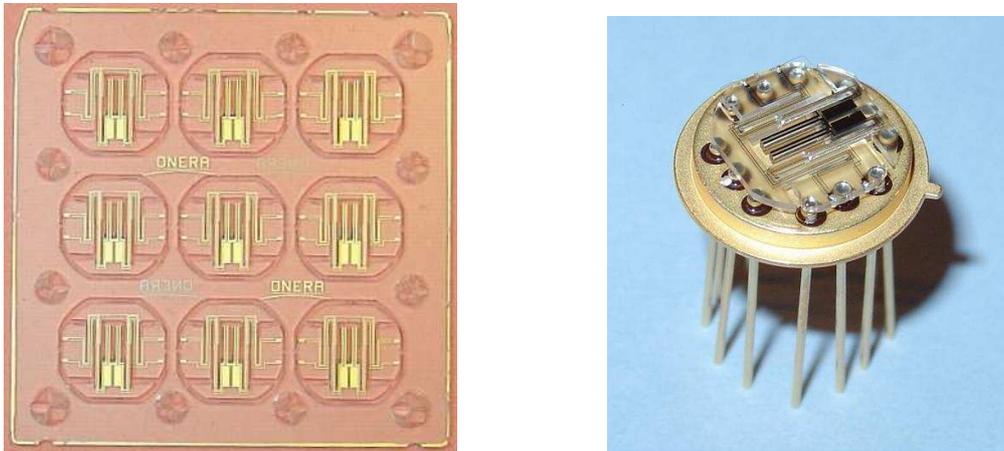


**Figure 1-11** : Emplacement des électrodes d'excitation et de détection sur la structure quartz du VIG

On voit sur la figure 1-11 la disposition des électrodes d'excitation et de détection sur la structure vibrante du VIG, ainsi que les pistes de rappel qui permettent la connexion aux traversées étanches du boîtier sans dégrader le bon fonctionnement du dispositif de découplage.

### Technologie de réalisation

La structure vibrante du VIG est obtenue par gravure chimique du quartz (acide fluorhydrique) à partir de procédés photolithographiques (figure 1-12).

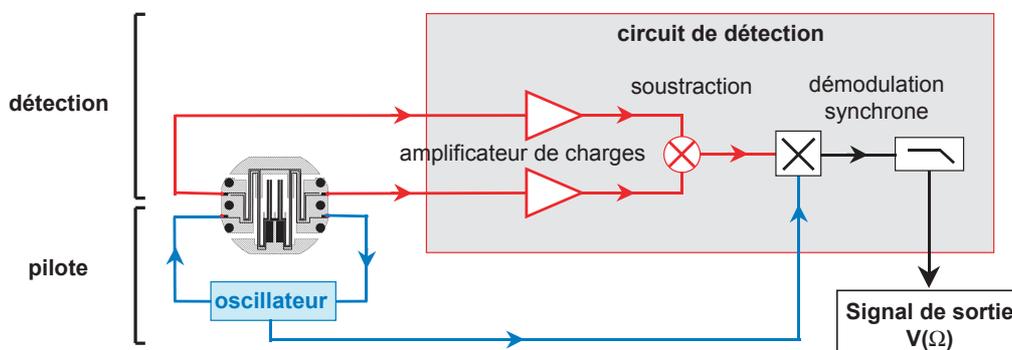


**Figure 1-12** : 9 structures VIG usinées par lot dans un wafer de quartz de dimensions 38,1 mm x 38,1 mm x 0,5 mm (à gauche) ; structure VIG montée sur embase TO8 (à droite)

Une métallisation chrome-or adhérente au cristal est utilisée à la fois comme masque d'usinage et pour réaliser les électrodes. Ainsi, la réalisation des structures VIG est très voisine de celle des résonateurs horlogers. Chaque structure est ensuite intégrée dans un boîtier étanche et conditionnée sous vide.

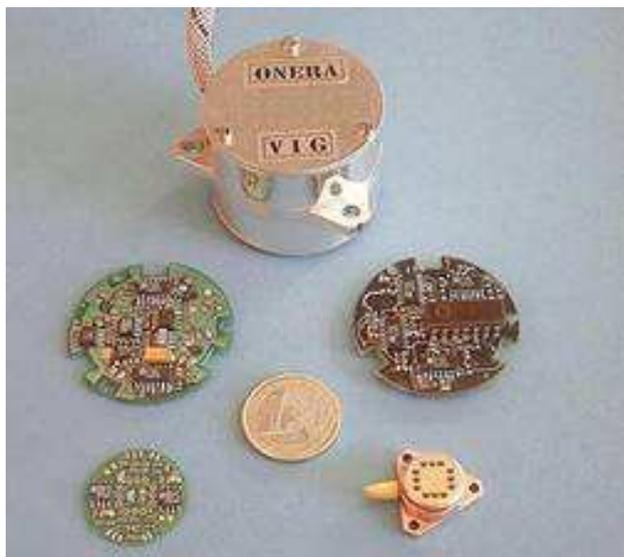
### Electroniques associées à la structure vibrante

La figure 1-13 schématise le fonctionnement de l'électronique du capteur. On y distingue deux parties : l'oscillateur du mode pilote asservi en phase et en amplitude, et l'électronique de détection destinée à élaborer le signal Coriolis.



**Figure 1-13** : Schéma de principe des électroniques d'excitation et de détection du VIG

La figure 1-14 montre les éléments constitutifs d'une maquette complète de gyromètre VIG.

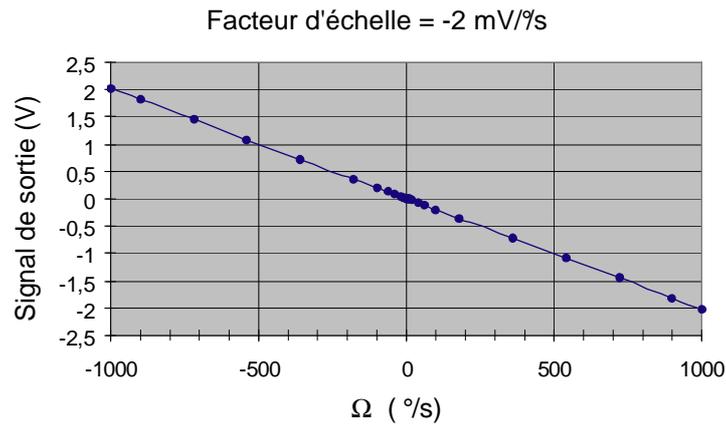


**Figure 1-14 :** Structure vibrante sous vide dans son boîtier étanche (en bas à droite), électroniques associées et boîtier externe (en haut) d'une maquette VIG

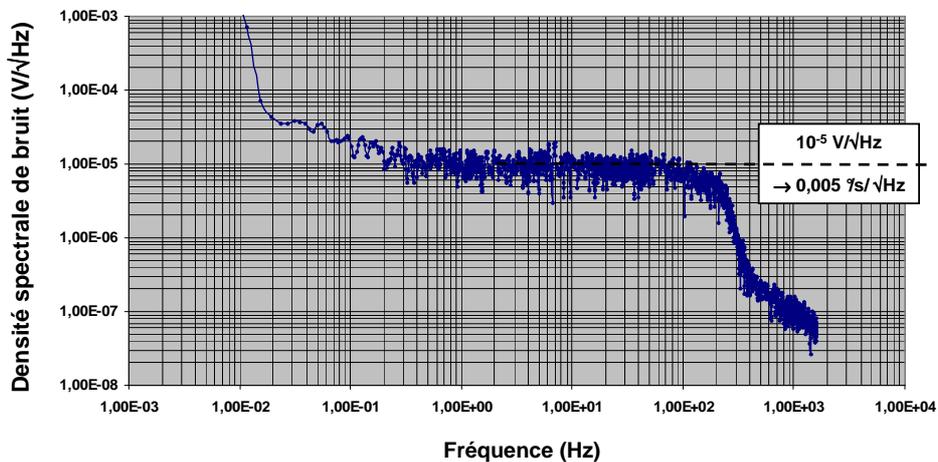
## Performance du VIG

Les essais effectués au LRBA (Laboratoire de Recherches Balistiques et Aérodynamiques de la DGA) sur le gyromètre VIG ont fait ressortir les performances suivantes :

- $\pm 1000$  °/s pour l'étendue de mesure ;
- 2 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle (figure 1-15) ;
- $0,005$  °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de mesure (figure 1-16) ;
- 100 Hz de bande passante.



**Figure 1-15 :** Le facteur d'échelle du VIG dans l'étendue de mesure  $\pm 1000$  °/s est de 2 mV/°s



**Figure 1-16 :** Densité spectrale de bruit en sortie du VIG ; compte tenu du facteur d'échelle la résolution de mesure est de  $0,05$  °/s dans la bande passante de 100 Hz

Aujourd'hui, le développement du VIG est axé sur l'amélioration de la stabilité de biais afin d'accéder à la classe de précision "moyenne performance".

## 1.2. Piézoélectricité et matériaux piézoélectriques

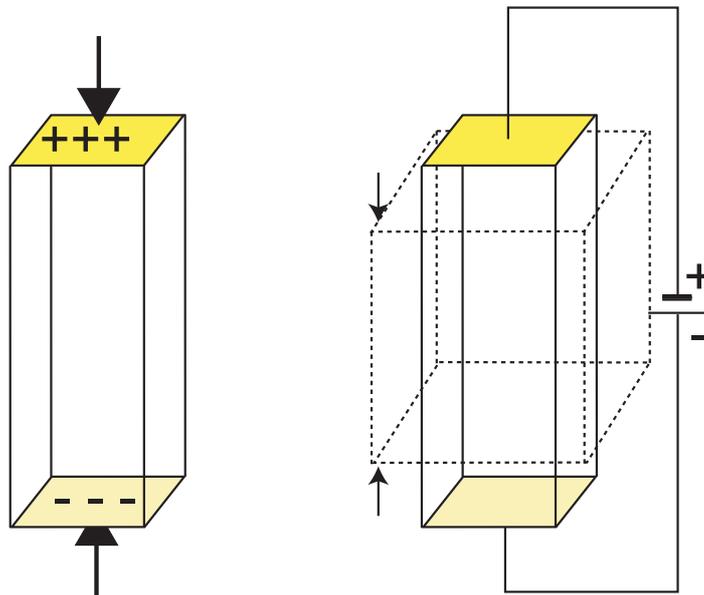
### 1.2.1. Piézoélectricité

Contraction des mots grec *piezein* (pression) et *elektron*, la piézoélectricité est la capacité de certains matériaux (cristaux, céramiques, polymères ou composites) de pouvoir transformer une énergie mécanique en une énergie électrique (et vice-versa).

La piézoélectricité a été observée qualitativement pour la première fois par l'abbé René Just Haüy en 1817, mais on en attribue la découverte à Pierre et Jacques Curie qui ont été les premiers à en faire l'étude en 1880.

#### 1.2.1.1. Définition

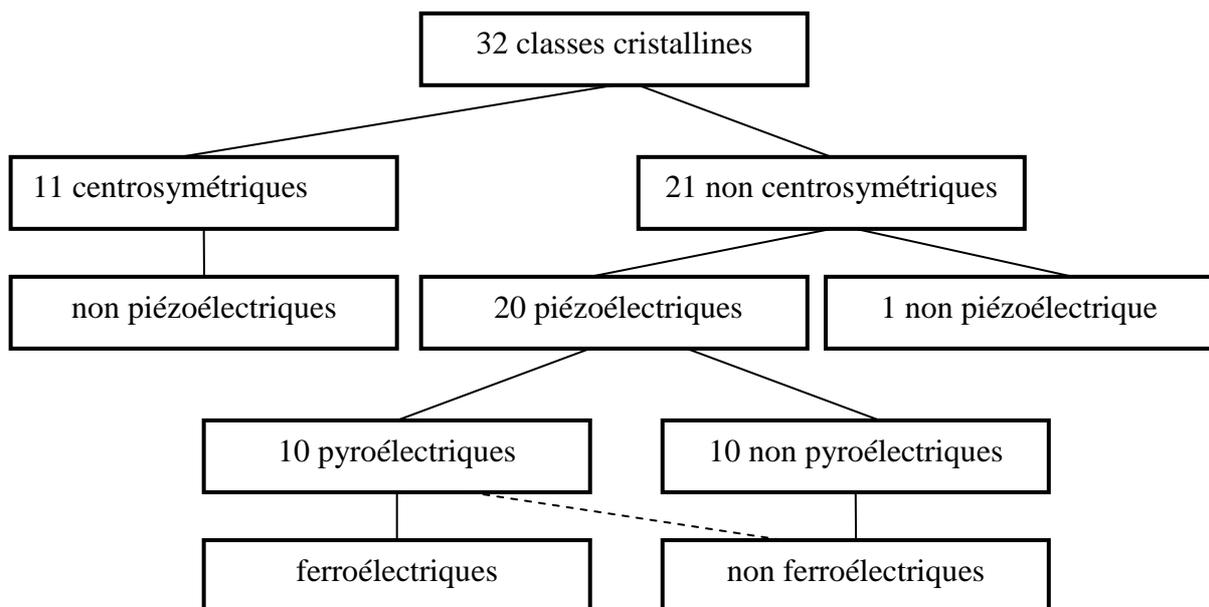
On distingue les effets piézoélectriques direct et inverse. L'effet direct est le phénomène d'apparition de charges électriques lorsqu'on soumet un matériau à une contrainte mécanique. Et l'effet inverse correspond à l'apparition d'une déformation mécanique du matériau lorsqu'on le soumet à un champ électrique (figure 1-17).



**Figure 1-17:** Schématisation de l'effet piézoélectrique direct (à gauche) et inverse (à droite) sur un barreau muni d'électrodes

La piézoélectricité est une propriété de certains cristaux. Un milieu cristallin est composé de particules chargées. Dans un cristal, la piézoélectricité naît du décalage des barycentres des charges positives et négatives de la maille cristalline provoqué par la déformation mécanique de cette maille. De ce fait la propriété de piézoélectricité est fortement liée à la symétrie de la maille et une maille "centrosymétrique" (i.e. qui possède un centre de symétrie) ne peut donner lieu à un cristal piézoélectrique.

Sur les 32 classes cristallines, il en existe 21 non centrosymétriques, dont 20 sont piézoélectriques et dont 10 possèdent une polarisation électrique en l'absence de champ électrique appliqué et sont dites pyroélectriques (leurs moments dipolaires étant sensibles à la température). Parmi les cristaux pyroélectriques on peut distinguer les cristaux ferroélectriques. La figure 1-18 présente un organigramme des cristaux piézoélectriques.



**Figure 1-18 :** Organigramme des 32 classes cristallines

Certains cristaux sont donc intrinsèquement piézoélectriques (comme le quartz). D'autres, les ferroélectriques, présentent des propriétés piézoélectriques si ils sont préalablement polarisés.

### 1.2.1.2. Equations de la piézoélectricité

Les équations d'état permettent d'appréhender quantitativement les phénomènes piézoélectriques (déformation, apparition de champ électrique...). Dans le cas des résonateurs piézoélectriques, le coefficient de couplage électromécanique permet de quantifier la conversion piézoélectrique, alors que le facteur de surtension mécanique quantifie la qualité mécanique du résonateur.

#### 1.2.1.2.1. Equations d'état

Le phénomène piézoélectrique est une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement. Il existe quatre couples d'équations d'état qui permettent d'écrire le couplage piézoélectrique (tableau 1-2). Ces équations relient les variables électriques (champ électrique  $\mathbf{E}$  en  $\text{V.m}^{-1}$  et déplacement électrique  $\mathbf{D}$  en  $\text{C.m}^{-2}$ ) aux variables mécaniques (déformation  $\mathbf{S}$  sans unité et contrainte  $\mathbf{T}$  en  $\text{N.m}^{-2}$ ). Les grandeurs électriques sont des tenseurs de dimensions 1 x 3 et les grandeurs mécaniques des tenseurs de dimensions 1 x 6.

Equations d'état	Variables indépendantes	Forme
$\begin{cases} \mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} + \mathbf{d} \mathbf{T} \end{cases}$	$\mathbf{T}, \mathbf{E}$	intensive (1-6)
$\begin{cases} \mathbf{T} = \mathbf{c}^D \mathbf{S} - \mathbf{h}^t \mathbf{D} \\ \mathbf{E} = \boldsymbol{\beta}^S \mathbf{D} - \mathbf{h} \mathbf{S} \end{cases}$	$\mathbf{S}, \mathbf{D}$	extensive (1-7)
$\begin{cases} \mathbf{S} = \mathbf{s}^D \mathbf{T} + \mathbf{g}^t \mathbf{D} \\ \mathbf{E} = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{D} - \mathbf{g} \mathbf{T} \end{cases}$	$\mathbf{T}, \mathbf{D}$	mixte (1-8)
$\begin{cases} \mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} + \mathbf{e} \mathbf{S} \end{cases}$	$\mathbf{S}, \mathbf{E}$	mixte (1-9)

$\overline{[]}$  est la transposée de la matrice  $[]$ .

(<sup>X</sup>) indique que la grandeur considérée est considérée à  $X$  nul ou constant (e.g.  $\mathbf{s}^E$  est la compliance  $\mathbf{s}$  à champ électrique  $\mathbf{E}$  nul ou constant).

**Tableau 1-2 :** Les 4 formes d'écriture équivalentes du couple d'équations piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques étant toujours anisotropes, les phénomènes décrits par ces équations dépendent des orientations spatiales et les constantes sont des tenseurs qu'il est d'usage d'écrire sous forme matricielle (tableau 1-3).

Grandeur	Terme	Appellation	Matrice
ELECTRIQUE	$\epsilon$	permittivité électrique (F.m <sup>-1</sup> )*	(3 x 3)
	$\beta$	impermeabilité électrique (m.F <sup>-1</sup> )	(3 x 3)
MECANIQUE	$s$	compliance ou souplesse (m <sup>2</sup> .N <sup>-1</sup> )	(6 x 6)
	$c$	raideur ou rigidité élastique (N.m <sup>-2</sup> )	(6 x 6)
PIEZOELECTRIQUE	$d$	constante de charge (C.N <sup>-1</sup> ou m.V)	(3 x 6)
	$e$	constante piézoélectrique (C.m <sup>-2</sup> )	(3 x 6)
	$g$	constante de tension (m <sup>2</sup> .C <sup>-1</sup> )	(3 x 6)
	$h$	constante piézoélectrique (V.m <sup>-1</sup> ou N.C <sup>-1</sup> )	(3 x 6)

\*par commodité on utilisera aussi la permittivité relative  $\epsilon_r$  ( $\epsilon = \epsilon_r \times \epsilon_0$ ;  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m)

**Tableau 1-3** : Glossaire des constantes électriques, mécaniques et piézoélectriques intervenant dans les équations de la piézoélectricité

### Définition des constantes piézoélectriques

La constante de charge  $d$  traduit la proportionnalité entre la contrainte et l'induction à champ électrique nul ou constant.

La constante piézoélectrique  $e$  traduit la proportionnalité entre la déformation et le déplacement électrique à champ électrique nul ou constant.

La constante de tension  $g$  traduit la proportionnalité entre la contrainte mécanique et le champ électrique à déplacement électrique nul ou constant.

La constante piézoélectrique  $h$  traduit la proportionnalité entre la déformation et le champ électrique à déplacement électrique nul ou constant.

Puisque les quatre couples d'équations sont équivalents il est possible d'écrire des relations matricielles entre les différentes constantes piézoélectriques :

$$\begin{cases} d = \epsilon^T . g = e . s^E \\ e = \epsilon^S . h = d . c^E \\ g = \beta^T . d = h . s^D \\ h = \beta^S . e = g . c^D \end{cases} \quad (1-10)$$

Les considérations de symétrie du milieu cristallin permettent de réduire le nombre de coefficients non nuls des matrices des constantes. Ainsi pour un cristal de structure trigonale (classe de symétrie 32), comme le  $\alpha$ -quartz, la matrice des coefficients piézoélectriques  $e$  est de la forme :

$$e = \begin{bmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

#### 1.2.1.2.2. Couplage électromécanique

Pour déterminer la conversion électromécanique dans un matériau piézoélectrique, il faut considérer de façon globale les différentes valeurs des coefficients mécaniques, électriques et piézoélectriques, ce qui n'est pas aisé compte tenu de leur nombre (52 au maximum).

Plus particulièrement ce couplage électromécanique est utilisé dans le cas des résonateurs piézoélectriques, il est alors défini pour une géométrie de résonateur et un mode de vibration particuliers. Le coefficient de couplage électromécanique  $k$  permet de quantifier l'efficacité de la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique (et vice-versa) :

$$k = \sqrt{\frac{\text{énergie transformée}}{\text{énergie fournie}}} \quad (1-12)$$

On peut aussi écrire [32] :

$$k = \frac{U_I}{\sqrt{U_E U_D}} \quad (1-13)$$

où  $U_E$  l'énergie électrique,  $U_D$  l'énergie de déformation et  $U_I$  l'énergie d'interaction sont les parts de l'énergie totale contenue dans le résonateur :

$$U_{total} = U_M + 2U_I + U_E \quad (1-14)$$

Le coefficient de couplage électromécanique  $k$  peut s'exprimer à partir des coefficients mécaniques, électriques et piézoélectriques du matériau pour un résonateur et un mode vibration donnés. Si on considère le cas simple d'un barreau vibrant selon le premier mode d'extension-compression, l'expression du coefficient électromécanique est :

$$k = \frac{d}{\sqrt{\epsilon^T s^E}} \quad (1-15)$$

### 1.2.1.2.3. Facteur de qualité

Le facteur de qualité d'un résonateur, ou coefficient de surtension mécanique, traduit les pertes mécaniques d'un résonateur au cours d'une période de vibration.

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée dans le résonateur}}{\text{énergie dissipée pendant une période de vibration}} \quad (1-16)$$

Généralement l'énergie dissipée a plusieurs causes :

- à l'intérieur du résonateur : amortissement visqueux du matériau, phénomènes thermoélastiques...
- à la surface du résonateur : présence des électrodes, rugosité (défaut d'usinage)...
- à l'extérieur du résonateur : amortissement gazeux, influence de la fixation...

Ainsi :

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée}}{\sum \text{énergies dissipées}} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \sum \frac{1}{2\pi} \frac{\text{énergies dissipées}}{\text{énergie stockée}} \quad (1-17)$$

Ce qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{Q} = \sum_i \frac{1}{Q_i} \quad (1-18)$$

où  $Q_i$  est défini comme le coefficient de qualité affecté à chaque cause  $i$  de dissipation.

Prenons l'exemple d'un résonateur en quartz fonctionnant sous atmosphère contrôlée et fixé rigidement sur l'embase de son boîtier étanche. Nous considérons les trois "sous-facteurs" de qualité principaux suivants :  $Q_{\text{intrinsèque}}$  qui tient compte des dissipations interne et surfacique,  $Q_{\text{gaz}}$  affecté à l'amortissement gazeux et  $Q_{\text{découplage}}$  affecté aux fuites d'énergie à travers le support. D'après (1-18) pour respecter la qualité intrinsèque du résonateur il faut que les coefficients  $Q_{\text{gaz}}$  et  $Q_{\text{découplage}}$  soit très grands devant  $Q_{\text{intrinsèque}}$ . Dans le cas particulier de la structure vibrante VIG (présentée au paragraphe 1.1.4.4.3),  $Q_{\text{gaz}}$  est très élevé (la structure fonctionne sous vide) et  $Q_{\text{découplage}}$  est supérieur à  $10^6$ , ce qui permet d'exploiter pleinement la valeur de  $Q_{\text{intrinsèque}}$  de l'ordre de  $10^5$ .

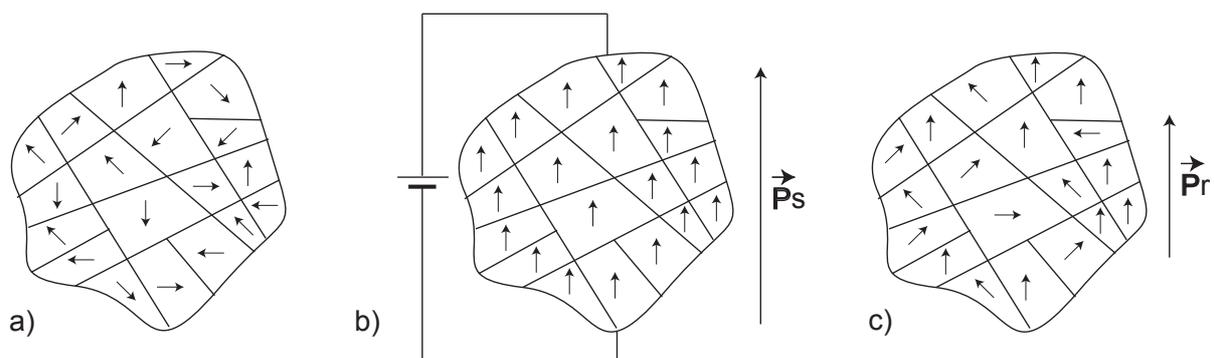
## 1.2.2. Ferroélectricité

La classe des ferroélectriques est constituée de cristaux dont la polarisation spontanée des domaines microscopiques peut être réorientée par l'application d'un champ électrique extérieur.

Un matériau ferroélectrique ne présente pas de propriété macroscopique piézoélectrique avant polarisation. Une fois polarisé il devient alors piézoélectrique.

### 1.2.2.1. Polarisation

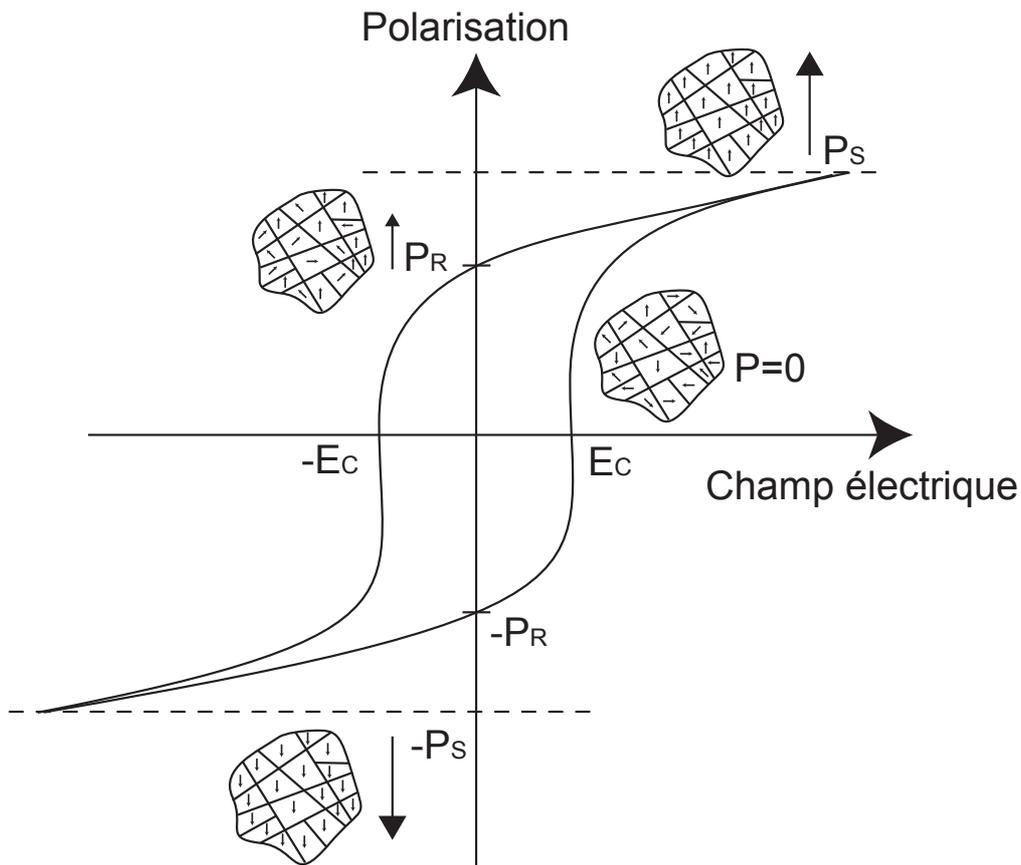
Les ferroélectriques sont des matériaux dont il est possible de réorienter l'axe de polarisation en les soumettant à un champ électrique suffisamment fort. Il s'avère que d'un point de vue macroscopique le matériau ferroélectrique "non polarisé" est organisé en différents domaines de polarisations aléatoires dont il résulte une polarisation macroscopique nulle (figure 1-19.a). Le matériau soumis à un champ électrique (figure 1-19.b) aura pour tendance de réaligner ses différents domaines dans la direction d'application du champ, le matériau est alors macroscopiquement polarisé (polarisation  $P_s$ ). Cet effet de polarisation est "rémanent", c'est-à-dire que lorsque que l'on supprime le champ électrique tous les domaines ne retournent pas dans un état d'orientation aléatoire et il existe alors un état de polarisation macroscopique rémanent ( $P_r$ ) du matériau (figure 1-19.c).



**Figure 1-19** : Schéma de la polarisation des domaines : avant polarisation (a), pendant polarisation (b) et après polarisation (c)

### 1.2.2.2. Cycle d'hystérésis

L'état de polarisation du matériau est donc hystérétique. C'est-à-dire qu'on peut le caractériser par un cycle d'hystérésis  $P = f(E)$  (figure 1-20). La polarisation est saturée à  $\pm P_s$  pour des valeurs de champ importantes (supérieures au champ coercitif  $E_c$ ) et la polarisation rémanente  $P_r$  correspond à la disparition du champ.



**Figure 1-20 :** Cycle d'hystérésis de la polarisation d'un matériau ferroélectrique

En vertu de la polarisation rémanente, un matériau ferroélectrique peut être polarisé si on le soumet à un champ électrique supérieur au champ coercitif. Un matériau ferroélectrique polarisé présente alors des propriétés piézoélectriques.

### 1.2.2.3. Température de Curie et transition de phase

Au-delà d'une certaine température (température de Curie) un matériau piézoélectrique perd ses propriétés. Pour les matériaux piézoélectriques ferroélectriques il s'agit d'un changement de phase structurelle qui a pour conséquence de supprimer la polarisation rémanente. Le matériau passe de l'état ferroélectrique à l'état para-électrique.

Dans le cas des matériaux piézoélectriques non ferroélectriques, cette notion existe et correspond aussi à un changement de structure cristalline. A 573 °C le quartz  $\alpha$  (structure trigonale) piézoélectrique se transforme en quartz  $\beta$  (structure hexagonale) non piézoélectrique.

### 1.2.3. Matériaux piézoélectriques

Parmi les matériaux piézoélectriques nous différencierons d'une part les cristaux non ferroélectriques (e.g. quartz) et d'autre part les ferroélectriques pérovskites tels que les céramiques ferroélectriques (e.g. PZT) et les monocristaux ferroélectriques (e.g. PMN-PT). Nous présenterons un état de l'art non exhaustif des matériaux piézoélectriques dont la mise en œuvre est envisageable pour les micro-gyromètres vibrants.

Pour comparer les différents matériaux piézoélectriques nous présenterons succinctement leurs constantes mécaniques  $s^E$ , électriques  $\epsilon^T$  et piézoélectriques  $d$ , ainsi que leurs masses volumiques  $\rho$  et leur température de Curie  $T_C$ .

#### 1.2.3.1. Cristaux piézoélectriques non ferroélectriques

Les cristaux piézoélectriques non ferroélectriques ont des propriétés piézoélectriques nettement moins marquées que les matériaux ferroélectriques présentés plus loin. En contrepartie, les cristaux non ferroélectriques sont très stables en température et dans le temps. Certains de ces cristaux se trouvent dans la nature, d'autres sont obtenus par synthèse. Parmi ces cristaux, il se distingue les cristaux de symétrie 32 (e.g. le quartz et ses isotypes) ainsi que les cristaux de symétrie 3m (e.g. le niobate et le tantalate de lithium).

### 1.2.3.1.1. Le quartz et ses isotopes

Les isotopes du quartz sont les cristaux de même structure cristalline trigonale (classe de symétrie 32). La forme des tenseurs de cette classe de symétrie est la suivante :

$$s^E = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{14} & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1-20)$$

$$d = \begin{bmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{14} & -d_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

Nous présentons les valeurs caractéristiques des propriétés physiques des cristaux suivants :

- quartz (SiO<sub>2</sub>) [33;34],
- orthophosphate de galium (GaPO<sub>4</sub>) [34-36],
- oxyde de germanium (GeO<sub>2</sub>) [34;37].

Ainsi que celles des cristaux de la famille des langasites (LGX) :

- langasite (La<sub>3</sub>Ga<sub>5</sub>SiO<sub>14</sub> : LGS) [38-42],
- langatate (La<sub>3</sub>Ta<sub>0,5</sub>Ga<sub>5,5</sub>O<sub>14</sub> : LGT) [41;42],
- langanite (La<sub>3</sub>Nb<sub>0,5</sub>Ga<sub>5,5</sub>O<sub>14</sub> : LGN) [42].

		SiO <sub>2</sub>	GaPO <sub>4</sub>	GeO <sub>2</sub>	LGS	LGT	LGN
<b>Masse volumique</b> $\rho$ (10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup> )		2,65	3,57	4,28	5,75	6,14	5,185
<b>Souplesse mécanique</b> $s_{ij}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	$s_{11}^E$	12,77	17,93	18,26	8,76	9,04	9,12
	$s_{33}^E$	9,6	11,35	10,52	5,01	5,17	5,17
<b>Permittivité relative</b> $\varepsilon_{rj}^T$	$\varepsilon_{r11}^T$	4,52	6,1	5,2	18,99	19,9	20,7
	$\varepsilon_{r33}^T$	4,58	6,6	5,11	50,44	77,2	79
<b>Constante de charge</b> $d_{ij}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	$d_{11}$	-2,3	4,5	4,1	6,25	7,25	7,06
	$d_{12}$	0,67	1,9	-3,82	-3,65	-2,81	-2,95
<b>Température de Curie</b> $T_c$ (°C)		573	>933	1 070	1 470	1 450	1 450

Tableau 1-4 : Valeurs caractéristiques de différents isotopes du quartz (compris)

### 1.2.3.1.2. Les cristaux "lithium"

Nous présentons ici quelques propriétés physiques des cristaux piézoélectriques de la classe 3m suivants :

- niobate de lithium (LiNbO<sub>3</sub>)[43;44],
- tantalate de lithium (LiTaO<sub>3</sub>)[44].

La forme des matrices des coefficients élastiques, électriques et piézoélectriques de ses cristaux est la suivante :

$$s^E = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{14} & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

$$\epsilon^T = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

Nous présentons aussi le tétraborate de dilithium (Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub>) [45;46] dont la structure cristalline est de la classe de symétrie 4m (même forme de tenseur que les cristaux pérovskites présentés ci-dessous(1-25) - (1-27)) :

		<b>LiNbO<sub>3</sub></b>	<b>LiTaO<sub>3</sub></b>	<b>Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub></b>
<b>Masse volumique</b>		4,63	7,45	2,44
$\rho$ (10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup> )				
<b>Souplesse mécanique</b>	$s_{11}^E$	5,83	4,96	8,81
$s_{ij}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	$s_{33}^E$	5,03	4,46	24,6
<b>Permittivité relative</b>	$\epsilon_{r11}^T$	84	51	9,3
$\epsilon_{rij}^T$	$\epsilon_{r33}^T$	30	45	9,93
<b>Constante de charge</b>	$d_{22}$	20,8	24	-
$d_{ij}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	$d_{31}$	-0,85	-3	-2,5
	$d_{33}$	6	8	19,4
<b>Température de Curie</b>		1133	604	917
$T_C$ (°C)				

**Tableau 1-5 :** Valeurs caractéristiques de différents cristaux de la classe de symétrie 3m

### 1.2.3.2. Cristaux ferroélectriques pérovskites

La pérovskite est un minéral de formule  $\text{CaTiO}_3$  nommée en hommage au minéralogiste russe Lev Aleksevich von Perovski. On appelle structure pérovskite l'ensemble des cristaux présentant la même structure cristalline que la péroskite.

La structure pérovskite est de type  $\text{ABO}_3$ , illustré figure 1-21. Elle est dite pseudo-cubique car dans sa forme la plus simple cette structure est cubique (figure 1-22 à gauche). Dans cette structure, O est invariablement un anion oxygène  $\text{O}^{2-}$  (divalent), le site A est rempli par un cation divalent (e.g.  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Ba}^{2+}$ ,  $\text{Pb}^{2+}$ ...) et le site B est rempli par un cation tétravalent (e.g.  $\text{Mn}^{4+}$ ,  $\text{Pt}^{4+}$ ,  $\text{Ti}^{4+}$ ,  $\text{Zr}^{4+}$ ,  $\text{Nb}^{4+}$ ...).

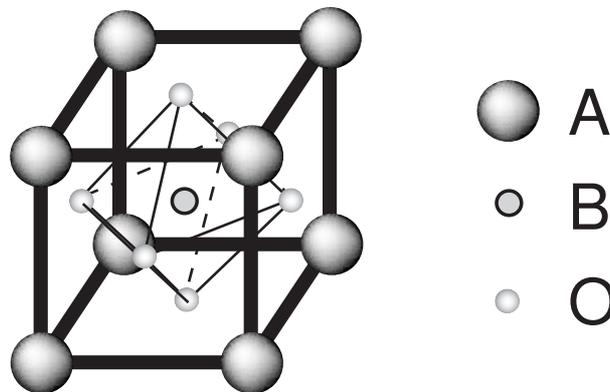


Figure 1-21 : Structure perovskite de type  $\text{ABO}_3$

Dans cette structure les 8 sites A forment un cube. Les anions oxygènes  $\text{O}^{2-}$  sont au centre de chaque face et forment un octaèdre au centre duquel se trouve le site B.

Sous la forme cubique, cette structure est centrosymétrique et de ce fait ne peut être piézoélectrique. Par contre, lorsque le site B est occupé par des ions de différentes natures et donc de différentes tailles, cela entraîne des distorsions de la maille pérovskite. Ces distorsions dissymétrisent la structure cristalline qui est alors ferroélectrique. Dans le cas où le matériau est constitué de deux atomes différents (respectivement 3...) pour les sites B il est dit binaire (respectivement ternaire...).

La structure cristalline de la maille pérovskite déformée peut être de phase rhomboédrique ou quadratique (figure 1-22).

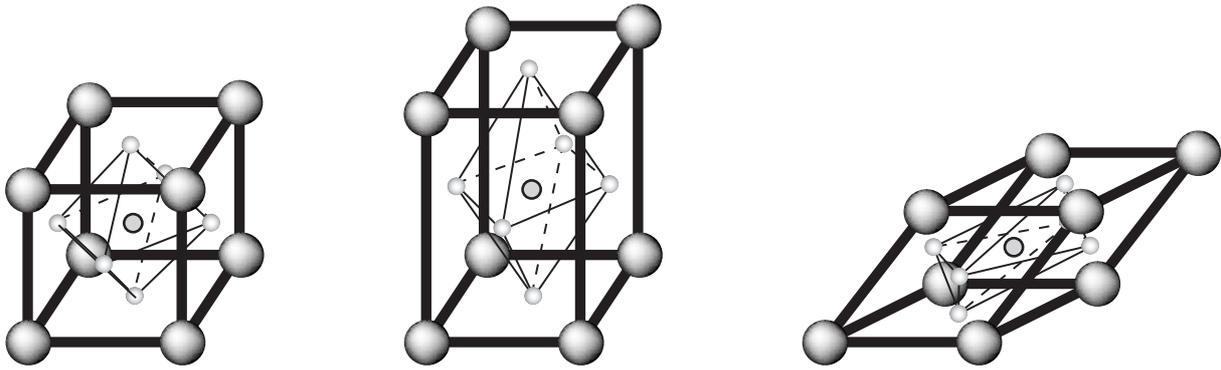


Figure 1-22 : Phase cubique (à gauche), quadratique (au centre) et rhomboédrique (à droite) de la structure pérovskite

Les tenseurs des propriétés élastiques, piézoélectriques et mécaniques des matériaux pérovskites sont de la forme suivante ;

$$s^E : \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

$$\epsilon^T : \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

$$d : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-27)$$

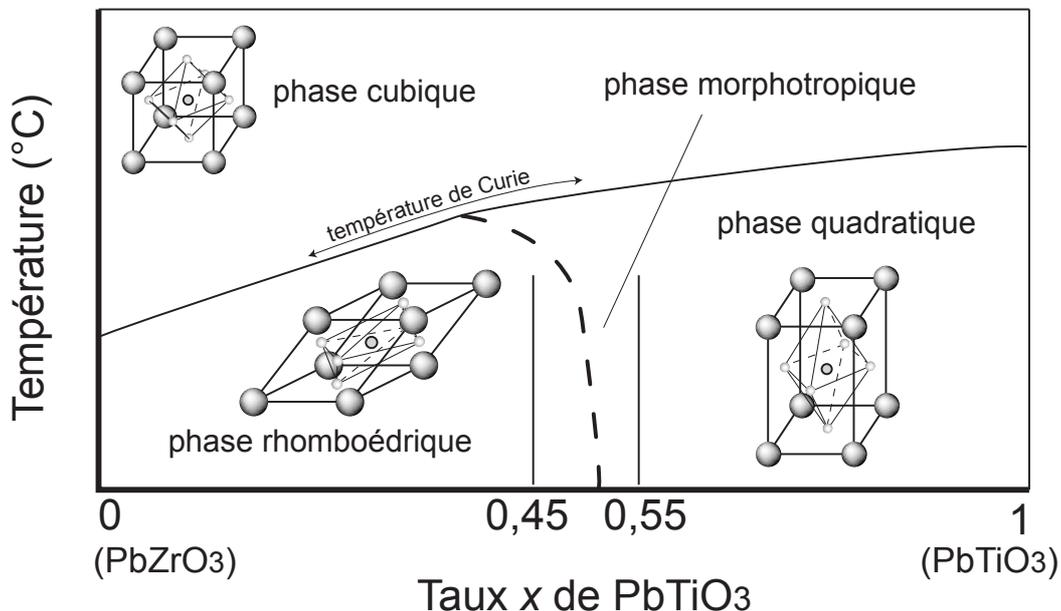
Les pérovskites sont connus pour leurs très bonnes propriétés piézoélectriques (une fois polarisés) ; ainsi la famille des céramiques PZT est déjà très utilisée dans de nombreuses applications (actionneurs, capteurs). Suivant les cas on appelle double, triple et même quadruple pérovskites les matériaux respectivement binaires, ternaires ou quaternaires.

### 1.2.3.2.1. Céramiques PZT

Les céramiques PZT (zircono-titanate de plomb) sont des matériaux piézoélectriques de synthèse et de structure pérovskite. Elles sont apparues en 1954 et se sont répandues très rapidement car leurs propriétés piézoélectriques supplantent de loin celles des cristaux non ferroélectriques. C'est une structure binaire (mélange  $\text{PbTiO}_3$  et  $\text{PbZrO}_3$ ) dont les propriétés varient en fonction du taux de titane noté  $x$  et dont la structure générique est :  $\text{Pb}(\text{Zr}_{1-x},\text{Ti}_x)\text{O}_3$ .

- Pour  $x < 0,45$  : on est dans le domaine riche en zirconium et la phase cristalline présente une structure rhomboédrique. Cette phase présente un moment dipolaire permanent.
- Pour  $x > 0,55$  : on est dans le domaine riche en titane et la phase cristalline est quadratique. Cette phase aussi présente un moment dipolaire permanent.
- Pour  $0,45 < x < 0,55$  : on a un mélange équilibré des deux structures. Cette phase s'appelle morphotropique. C'est dans cet intervalle que les propriétés piézoélectriques du PZT sont les plus importantes (e.g. 100 fois plus grandes que celles du quartz).

Ces phases (figure 1-23) existent en-dessous de la température de Curie (située entre 200 °C et 500 °C). Au-dessus de cette température  $T_c$  la phase cristalline est cubique et le matériau perd ses propriétés piézoélectriques (voir paragraphe 1.2.2.3).



**Figure 1-23** : Diagramme des différentes phases cristallines du PZT

Les propriétés piézoélectriques des céramiques PZT dépendent donc du taux  $x$  de titane. De plus il est possible de doper les PZT par substitution d'une faible proportion des cations des sites A ou B afin de modifier certaines propriétés du matériau. De ce fait, il existe une grande variété de céramiques PZT disponibles pour de nombreuses applications (médicale : sonde pour échographie, navale : sonar...).

Il n'est pas possible aujourd'hui d'obtenir des cristaux de PZT de grande taille, c'est pour cela que l'on produit ce matériau sous forme de céramique. Généralement obtenues par frittage les céramiques sont constituées de nombreux grains de cristaux indépendamment orientés entre eux et soudés par un liant. Il est admis que les propriétés d'un monocristal massif de PZT seraient meilleures que celles des céramiques, dont la qualité est affectée par le liant et l'orientation aléatoire des réseaux cristallins.

Selon la nature des dopants utilisés on distingue deux grandes familles de céramiques PZT :

- Les céramiques PZT douces présentent des propriétés piézoélectriques un peu meilleures (i.e. de plus grands coefficients piézoélectriques et un plus grand coefficient de couplage électromécanique  $k$  confer 1.2.1.2.2) et une température de Curie légèrement plus élevée. En revanche les facteurs de qualité de résonateurs fabriqués avec ces céramiques sont nettement plus faibles et la permittivité de ces matériaux est plus grande.
- Les céramiques PZT dures permettent d'obtenir des résonateurs avec des facteurs de qualité plus importants. Par contre elles sont "moins" piézoélectriques.

		PZT doux <sup>1</sup>	PZT dur <sup>2</sup>
<b>Masse volumique</b> $\rho$ ( $10^3$ kg/m <sup>3</sup> )		7,7	7,9
<b>Souplesse mécanique</b> $s_{ij}^E$ ( $10^{-12}$ m <sup>2</sup> /N)	$s_{11}^E$	16,4	12
	$s_{33}^E$	18,8	15
<b>Permittivité relative</b> $\epsilon_{ij}^T$	$\epsilon_{r11}^T$	1730	240
	$\epsilon_{r33}^T$	1700	1225
<b>Constante de charge</b> $d_{ij}$ ( $10^{-12}$ C/N)	$d_{31}$	-195	-150
	$d_{33}$	460	325
<b>Température de Curie</b> $T_c$ (°C)		365	315

<sup>1</sup>PZT 5A3 et <sup>2</sup>PZT 407 produits par Morgan Electro Ceramics [47]

**Tableau 1-6 :** Illustration des propriétés mécaniques, électriques, piézoélectriques des céramiques PZT douces et dures

### 1.2.3.2.2. Monocristaux pérovskites

Parmi les matériaux ferroélectriques pérovskites, il a été développé depuis quelques années des techniques permettant d'obtenir des monocristaux dont la taille est suffisante pour permettre des réalisations monolithiques. Ce sont des matériaux émergents de composition semblable à celles des microcristaux constituant les céramiques ferroélectriques (binaire, ternaire...).

Ces monocristaux tirent aussi profit de l'existence d'une phase morphotrope qui procure des propriétés piézoélectriques accrues. La rupture technologique par rapport aux meilleures céramiques ferroélectriques est nette : gain d'un facteur 10 sur le coefficient piézoélectrique  $d$ . Contrairement aux céramiques ferroélectriques (qui sont, par nature, isotropes avant polarisation) les propriétés des piézoélectriques des monocristaux vont dépendre de l'orientation de la polarisation par rapport à la maille cristalline. Par exemple il a été mis en évidence [48;49] que le coefficients de charge piézoélectriques  $d_{33}$  des cristaux de PZN-4,5PT est plus important pour les cristaux polarisés dans la direction  $\langle 001 \rangle$  que  $\langle 110 \rangle$ .

On discerne parmi ces monocristaux principalement :

- Le PZN-PT est un monocristal ferroélectrique binaire composé de  $\text{Pb}(\text{Zn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$  et de  $\text{PbTiO}_3$ . Sa phase morphotrope correspond à une composition de 9 % de  $\text{PbTiO}_3$  [50-52].
- Le PMN-PT est un monocristal ferroélectrique binaire composé de  $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$  et de  $\text{PbTiO}_3$ . Sa phase morphotrope correspond à une composition de 33 % de  $\text{PbTiO}_3$  [51;52].

		PZN-4,5PT $\langle 001 \rangle$	PMN-33PT $\langle 001 \rangle$	PMN-33PT $\langle 110 \rangle$
<b>Masse volumique</b> $\rho$ ( $10^3$ kg/m <sup>3</sup> )		8,3	8,15	8,15
<b>Souplesse mécanique</b> $S_{ij}^E$ ( $10^{-12}$ m <sup>2</sup> /N)	$S_{11}^E$	88	205	245
	$S_{33}^E$	NC	245	72
<b>Permittivité relative</b> $\epsilon_{rij}^T$	$\epsilon_{r11}^T$	5 847	2 846	2 847
	$\epsilon_{r33}^T$	NC	2 847	1 743
<b>Constante de charge</b> $d_{ij}$ ( $10^{-12}$ C/N)	$d_{31}$	-1 034	-1 163	-1 644
	$d_{33}$	2 492	2 331	929
<b>Température de Curie</b> $T_C$ (°C)		166	140	140

**Tableau 1-7 :** Propriétés mécaniques, électriques, piézoélectriques pour différents monocristaux ferroélectriques

### 1.2.3.3. Bilan de l'état de l'art des matériaux piézoélectriques

Nous nous sommes intéressés ci-dessus à différents matériaux piézoélectriques qui sont ou pourraient être mis en œuvre dans le cadre de la réalisation de gyromètres monolithiques vibrants piézoélectriques performants. Nous avons vu dans l'état de l'art des gyromètres vibrants que certains de ces matériaux sont déjà couramment utilisés notamment le quartz, le niobate de lithium et les céramiques PZT.

On se propose ici, préliminairement à l'étude plus complète qui va suivre, de faire une brève comparaison des matériaux précédemment présentés. Pour ce faire nous prendrons en compte les trois critères suivants :

- La piézoélectricité : dans les gyromètres, le "niveau de détection" est proportionnel aux coefficients piézoélectriques.
- La température de Curie : elle permet de préjuger de la stabilité en température du matériaux ; en effet cette température correspond à la disparition des propriétés piézoélectriques du matériau et donc plus cette température est éloignée de la plage de fonctionnement du capteur plus la stabilité du capteur devraient être meilleure.
- la permittivité électrique : on verra par la suite qu'une permittivité importante augmente le bruit en sortie du capteur.

	Piézoélectricité	Température de Curie	Permittivité relative
<b>Quartz</b>	-	+	+++
<b>GaPo<sub>4</sub></b>	-	++	+++
<b>GeO<sub>2</sub></b>	-	++	+++
<b>LGX</b>	+	+++	++
<b>LiNbO<sub>3</sub></b>	+	++	+
<b>LiTaO<sub>3</sub></b>	+	+	+
<b>Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub></b>	+	++	++
<b>PZT dur</b>	+++	-	--
<b>PZN-PT</b>	++++	--	---

**Tableau 1-8** : comparatif sommaire de l'attrait de matériaux piézoélectriques pour l'application au gyromètre vibrant piézoélectrique, en fonction de certaines de leurs propriétés physiques

Le tableau 1-8 est une première approche qualitative qui permet de se rendre compte de la potentialité de différents matériaux pour l'application gyromètre. Le but des chapitres suivants est de préciser ce travail en présentant des modèles analytiques des gyromètres vibrants permettant de discuter quantitativement de l'importance des différents paramètres matériaux. Ensuite, des réalisations de gyromètres monolithiques seront présentées et caractérisées.

## Références bibliographiques du chapitre 1

- [1] C. Painter, A. Shkel. *Experimental Evaluation of a Control System for an Absolute Angle Measuring Micromachined*, IEEE Sensors (2005) : 1084-1087.
- [2] A. Gripton. *The Application and Future Development of a MEMS SiVSG for Commercial and Military Inertial Product*, Position Location and Navigation Symposium, 2002 IEEE (2002) : 28-35.
- [3] BAE Systems. *SiRRS01*, Data Sheet (2007).
- [4] T. Juneau, A. P. Pisano, J. H. Smith. *Dual Axis Operation of a Micromachined Rate Gyroscope*, Transducer'97 (1997) : 883-886.
- [5] A. Sharma, M. F. Zaman, M. Zucher, F. Ayazi. *A 0.1°/hr Bias Drift Electronically Matched Tuning Fork Microgyroscope*, MEMS 2008 IEEE (2008) : 6-9.
- [6] M. F. Zaman, A. Sharma, B. V. Amini, F. Ayazi. *The Resonating Star Gyroscope*, MEMS 2005 IEEE (2005) : 355-358.
- [7] G. He, K. Najafi. *A Single-Crystal Silicon Vibrating Ring Gyroscope*, MEMS 2002 IEEE (2002) : 718-721.
- [8] B. J. Gallacher, J. S. Burdess, A. J. Harris, M. E. McNie. *Principles of a Three-Axis Vibrating Gyroscope*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems (2001) **37** : .
- [9] R. C. Woods, H. Kalami, B. Johnson. *Evaluation of a Novel Surface Acoustic Wave Gyroscope*, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control (2002) **49** : 136-141.
- [10] F. Grétilat, M.-A. Grétilat, N. F. de Rooij. *Improved Design of a Silicon Micromachined Gyroscope with Piezoresistive Detection and Electromagnetic Excitation*, IEEE Journal of MicroElectroMechanical Systems (1999) **8** : 243-250.
- [11] S. E. Alper, I. E. Ocak, T. Akin. *Ultrathick and High-Aspect-Ratio Nickel Microgyroscope Using EFAB Multilayer Additive Electroforming*, Journal of MicroElectroMechanical Systems (2007) **16** : 1025-1035.
- [12] S. E. Alper, T. Akin. *Symmetrical and Decoupled Nickel Microgyroscope on Insulating Substrate*, Sensors and Actuators A (2004) **115** : 336-350.
- [13] B.-D. Choi, S. Park, H. Ko', S.-J. Paik, Y. Park, G. Lim, A. Lee, S. C. Lee, W. Cam, D. Setiadi, R. Mozulay, D.-I. Cho. *The First Sub-Deg/hr Bias Stability, Silicon-Microfabricated Gyroscope*, IEEE International Conference on Solid-state Sensors, Actuators and Microsystems (2005) : 180-183.
- [14] K. Nakamura, T. Abe. *Vibratory Gyroscopes Using Trapped-Energy Vibrators of Rotated Y-cut LiTaO<sub>3</sub>*, 2001 IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM (2001) : 611-614.

- [15] J. Geen, D. Krakauer. *New iMEMS® Angular-Rate-Sensing Gyroscope*, Analog Dialogue (2003) **37-03** : 1-4.
- [16] Analog Devices. *±150 °/s Single Chip Yaw Rate Gyro with Signal Conditioning*, Data Sheet (2004).
- [17] M. S. Weinberg, A. Kourepenis. *Error Sources in In-Plane Silicon Tuning-Fork MEMS Gyroscopes*, Journal of MicroElectroMechanical Systems (2006) **15** : 479-491.
- [18] D. Karnick, G. Ballas, L. Koland, M. Secord, T. Braman, T. Kourepenis. *Honeywell Gun-hard Inertial Measurement (IMU) Development*, IEEE Position Location and Navigation Symposium (2004) : 49-55.
- [19] Robert Bosch. *Angular Rate Sensor for Roll-over Application - SMG040*, Data Sheet (2006).
- [20] R. Neul, U. Gómez, K. Kehr, W. Bauer, J. Classen, C. Döring<sup>1</sup>, E. Esch, S. Götz, J. Hauer, B. Kuhlmann, C. Lang, M. Veith, R. Willig. *Micromachined Gyros for Automotive Applications*, Sensors, 2005 IEEE (2005) : 527-530.
- [21] Murata. *Ultra-Small Angular Velocity Sensor with Murata's Unique Bimorph Vibrating Unit*, Data Sheet (1999).
- [22] P. Leger, O. Marchais, F. Bienaime. *Vibrating Beam Gyroscopic Measuring Apparatus*, US Patent n° 5 597 955 (1997).
- [23] R. N. Silva, G. Murray. *Low Cost Quartz Rate Sensors Applied to Tactical Guidance IMUs*, IEEE Position Location and Navigation Symposium (1994) : 37-42.
- [24] Systron Donner. *BEI Gyrochip Model QRS11*, Data Sheet (1998).
- [25] Futjitsu. *Piezoelectric Gyro Sensor*, Fact Sheet (2004).
- [26] Futjitsu. *Small Piezoelectric Gyro Sensors - FAR-SIBG Series*, FIND (2004) **22** : 31-34.
- [27] Tokin. *Ceramic Gyro*, Fact Sheet (2001).
- [28] NEC TOKIN. *NEC TOKIN's Piezoelectric Devices - Ceramic Gyro*, Fact Sheet (2007).
- [29] NEC TOKIN. *Ceramic Gyro*, Data Sheet (1999).
- [30] D. Janiaud, O. Le Traon, B. Lecorre, R. Levy, S. Muller, M. Pernice. *The VIG Vibrating Gyrometer : A New Quartz Micromachined Sensor*, Symposium gyro technology 2004 (2004) : 3.1-3.8.
- [31] D. Janiaud, O. Le Traon, B. Lecorre, S. Muller. *Quartz Vibrating Gyro*, US patent n° 6 386 035 (2002).

- [32] T. Ikeda. *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford Science Publication (1990).
- [33] D. Royer, E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides*, Masson (1996).
- [34] O. Cambon, J. Haines. *Structure-Piezoelectric Property Relationships In  $\alpha$ -Quartz Isotypes : Design and Characterization of High Performance Piezoelectric Materials*, Proceedings of the 2003 IEEE International Frequency Control Symposium (2003) : 650-653.
- [35] P. Davulis, J. A. Kosinski, M. Pereira da Cunha. *GaPO<sub>4</sub> Stiffness and Piezoelectric Constants Measurements using the Combined Thickness Excitation and Lateral Field Technique*, International Frequency Control Symposium and Exposition, 2006 IEEE (2006) : 664-669.
- [36] P. W. Krempf. *Quartz Homeotypic Gallium-Orthophosphate - A New High Tech Piezoelectric Material*, 1994 Ultrasonics Symposium (1994) : 949-954.
- [37] Y. V. Pisarevsky, O. Y. Silvestrova, D. V. Balitsky, D. Y. Pisharovsky, V. S. Balitsky. *Piezoelectric, Dielectric and Elastic Properties of Germanium Dioxide Single Crystals*, 2000 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium and Exhibition (2000) : 177-179.
- [38] J. A. Kosinski, R. A. Pastore Jr, E. Bigler, M. Pareira da Cunha, D. C. Malocha, J. Detaint. *A Review of Langasite Material Constants from Baw and Saw Data : Toward an Improved Data Set*, 2001 IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition (2001) : 278-286.
- [39] I. H. Jung, K. H. Auh. *Crystal Growth and Piezoelectric Properties of Langasite Crystals*, Materials Letters (1999) **41** : 241-246.
- [40] E. Ansorge, S. Schimpf, S. Hirsch, J. Sauerwald, H. Fritze, B. Schmidt. *Piezoelectric Driven Resonant Beam Array in Langasite*, Sensors and actuators A (2006) **132** : 271-277.
- [41] J. Schreuer. *Elastic and Piezoelectric Properties of La<sub>3</sub>Ga<sub>5</sub>Si<sub>0</sub>14 and La<sub>3</sub>Ga<sub>5.5</sub>Ta<sub>0.5</sub>O<sub>14</sub>: An Application of Resonant Ultrasound Spectroscopy*, IEEE Transactions On Ultrasonics, Ferroelectrics, And Frequency Control (2002) **48** : 1474-1479.
- [42] R. C. Smythe, G. E. Hague. *Determination of the Piezoelectric Constants of LGN, LGS, & LGT*, 2000 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium and Exhibition (2000) : 191-194.
- [43] A. Randles, S. Tanaka, B. Pokines, M. Esashi. *Bulk-Micromachined Lithium Niobate Sensor and Actuator for Harsh Environments*, Tranducers'05 (2005) : 1380-1383.
- [44] G. Kovacs, M. Anhorn, H. E. Engan, G. Visintini and C. C. W. Ruppel. *Improved Material Constants for LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>*, 1990 Ultrasonics Symposium (1990) : 435-438.
- [45] T. Shioski, M. Adashi, A. Kawabata. *Growth and Properties of Piezoelectric Lithium Tetraborate Crystal for Baw and Saw Devices*, Sixth IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics (1986) : 456-464.

- [46] S.-J. Fan. *Properties, Production and Application of New Piezoelectric Crystal Lithium Tetraborate*, 1993 IEEE International Frequency Control Symposium (1993) : 353-358.
- [47] Morgan Electro Ceramics. *Piezoelectric Ceramics*, Data Sheet (2000).
- [48] D. Kobor, L. Lebrun, G. Sébald, D. Guyomar. *Characterization of pure and Substituted  $0.955\text{Pb}(\text{Zn}1/3\text{Nb}2/3)\text{O}_3-0.045\text{PbTiO}_3$* , Journal of Crystal Growth (2005) **275** : 580-588.
- [49] T. Liu, C. S. Lynch. *Ferroelectric properties of [110], [001] and [111] poled relaxor single crystal: measurement and modeling*, Acta Materialia (2003) **51** : 407-416.
- [50] P. D. Lopath, S.-E. Park, K. K. Shung, T. R. Shrout. *Single Crystal  $\text{Pb}(\text{Zn}1/3\text{Nb}1/3)\text{O}_3/\text{PbTiO}_3$  (PZN/PT) in Medical Ultrasonic Transducers*, 1997 IEEE Ultrasonics Symposium (1997) : 1643-1646.
- [51] K. K. Rajan, M. Shanthi, W. S. Chang, J. Jin, L. C. Lim. *Dielectric and Piezoelectric Properties of [0 0 1] and [0 1 1]-poled Relaxor Ferroelectric PZN-PT and PMN-PT Single Crystals*, Sensors and Actuators A (2007) **133** : 110-116.
- [52] S.-E. Park, T. R. Shrout. *Characteristics of Relaxor-Based Piezoelectric Single Crystals for Ultrasonic Transducers*, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control (1997) **44** : 1140-1147.



## CHAPITRE 2

### Modélisation analytique des performances des gyromètres vibrants piézoélectriques

Dans ce chapitre, nous établissons un modèle analytique de gyromètre piézoélectrique vibrant complet permettant de calculer les performances (facteur d'échelle et résolution de mesure) du capteur. Pour cela, nous faisons successivement l'étude de la mécanique, de la piézoélectricité et de l'électronique du capteur. Ce modèle nous permettra de mettre en évidence les paramètres matériaux déterminants et ensuite de réaliser une comparaison des performances des différents matériaux, envisagés au chapitre précédent, pour l'application gyromètre vibrant.

---

<b>2.1. Etude du facteur d'échelle</b>	<b>53</b>
2.1.1. Effet Coriolis	53
2.1.2. Excitation/détection piézoélectrique	60
2.1.3. Electronique de détection	74
2.1.4. Expression analytique du facteur d'échelle	78
<b>2.2. Etude de la résolution</b>	<b>80</b>
2.2.1. Contribution du bruit mécanique (bruit brownien)	80
2.2.2. Contribution du bruit électronique	82
<b>2.3. Discussion sur les matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants</b>	<b>90</b>
2.3.1. Comparaison du facteur de mérite pour les différents matériaux	90
2.3.2. Comparaison de la contribution du bruit électronique à la résolution pour les différents matériaux	94
2.3.3. Etude comparative de la contribution du bruit brownien	98
2.3.4. Bilan de l'étude des performances des matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants	101

## 2. Modélisation analytique des performances des gyromètres vibrants piézoélectriques

Le but de ce chapitre est de présenter un modèle analytique du gyromètre vibrant piézoélectrique monolithique permettant de mettre en évidence l'importance des différents paramètres physiques du matériau piézoélectrique dans les performances du capteur (capteur complet : élément sensible + électronique).

Nous considérerons un gyromètre dont l'élément sensible est une poutre de section rectangulaire encastrée à l'une de ses deux extrémités (figure 2-1) et orientée selon l'axe  $Ox_2$ . Les deux modes utiles sont les deux modes de flexion orthogonaux suivant les axes  $Ox_1$  et  $Ox_3$  de la poutre. Cet élément sensible monolithique est réalisé à partir d'un des matériaux piézoélectriques présentés au chapitre précédent.

Le trièdre  $Ox_1x_2x_3$  choisi pour développer les calculs n'est pas forcément représentatif du trièdre des axes cristallographiques principaux des matériaux piézoélectriques étudiés. Par exemple pour le PZT seul le champ électrique orienté selon l'axe  $Ox_3$  est exploitable, il faudra donc dans ce cas choisir une orientation de la poutre adaptée à cette particularité. Par contre les résultats obtenus seront facilement transposables et l'on pourra comparer les performances des différents matériaux piézoélectriques.

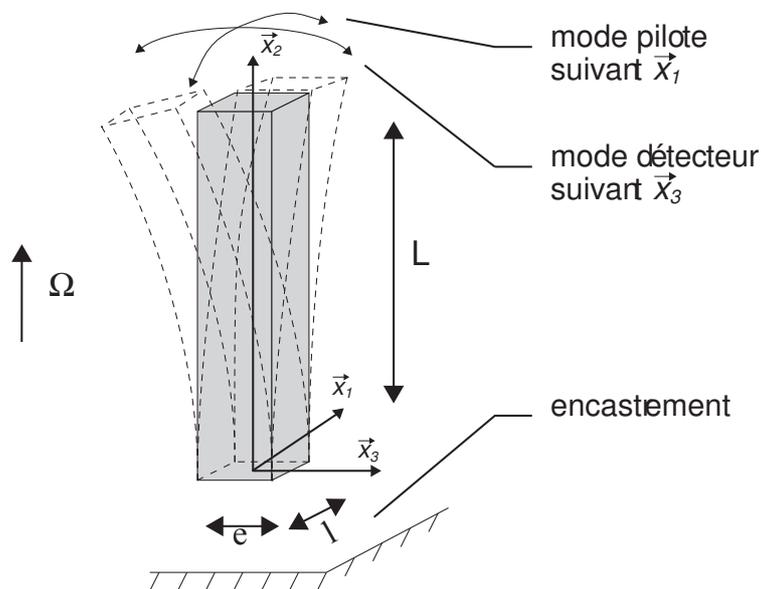


Figure 2-1 : Modèle de l'élément sensible

Les dimensions de longueur, largeur et épaisseur de la poutre, respectivement  $L$ ,  $l$  et  $e$ , sont reportées sur la figure.

## 2.1. Etude du facteur d'échelle

Dans ce chapitre nous calculons le facteur d'échelle en  $V/(^{\circ}/s)$  du gyromètre. Le calcul est divisé en trois sous-parties : la première concerne l'effet Coriolis et permet d'établir une relation entre l'amplitude de la vibration détectrice  $X_3$  (en m) et le signal d'entrée  $\Omega_{x_2}$  (en  $^{\circ}/s$ ), la deuxième concerne la piézoélectricité et permet d'établir le facteur de conversion piézoélectrique qui relie l'amplitude de la vibration détectrice  $X_3$  à la quantité de charge  $q$  (en C) obtenue sur les électrodes détectrices et la troisième partie concerne l'électronique qui permet d'élaborer le signal de sortie  $V_S$  du capteur (en V).

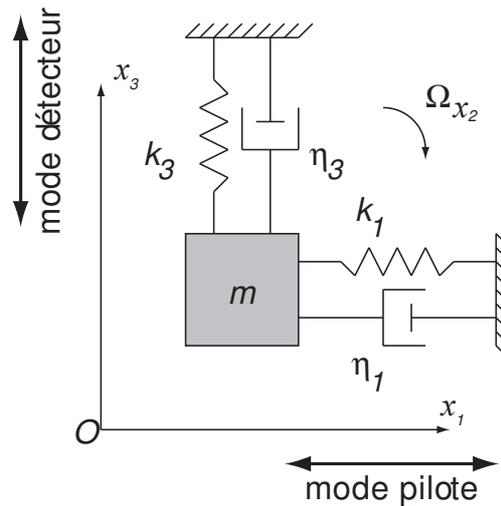
### 2.1.1. Effet Coriolis

Comme expliqué précédemment, le fonctionnement des gyromètres vibrants est basé sur l'exploitation de la force de Coriolis. Cette force  $F_c$  se présente ainsi : un corps de masse  $m$  se déplaçant à la vitesse  $v$  dans un référentiel mobile animé d'une vitesse de rotation  $\Omega$  par rapport à un référentiel inertiel, est soumis à une force  $F_c$  telle que :

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v} \wedge \vec{\Omega} \quad (2-1)$$

On rappelle le fonctionnement de l'élément sensible : le premier mode (dit pilote) est excité à sa résonance avec une amplitude connue et constante. Lorsque le gyromètre est soumis à une rotation, la force de Coriolis excite la vibration du second mode appelé détecteur. L'amplitude de la vibration du mode détecteur est alors proportionnelle à la vitesse de rotation appliquée. On verra qu'afin d'augmenter la sensibilité du capteur, on dimensionne l'élément sensible pour que les fréquences de résonance des deux modes soient proches l'une de l'autre.

Il est possible de modéliser le fonctionnement d'un gyromètre vibrant à l'aide d'un modèle masse-ressort à deux degrés de liberté [1;2]. L'élément sensible (une poutre dans notre cas) est alors représenté par une masse, une raideur et un amortissement pour chaque mode (figure 2-2). On considère ainsi les mouvements de l'extrémité de la poutre (où la déformée est maximale) le long des deux axes  $Ox_1$  et  $Ox_3$ . On appelle  $m$  la masse équivalente de la poutre (le calcul de la masse équivalente est présentée dans l'annexe B), et pour chaque mode correspond la raideur  $k_i$  et l'amortissement  $\eta_i$  ( $i = 1;3$ ).



**Figure 2-2** : Modélisation du fonctionnement de l'élément sensible vibrant : chaque mode de résonance (pilote et détecteur) est représenté par un système masse-ressort

La masse peut osciller le long des deux axes  $Ox_1$  et  $Ox_3$  du repère mobile, qui correspondent respectivement aux vibrations pilote et détectrice. Le référentiel du capteur est en rotation ( $\Omega_{x_2}$ ) autour de l'axe  $Ox_2$  par rapport au référentiel inertiel.

On écrit la relation fondamentale de la dynamique projetée sur les deux axes  $Ox_1$  et  $Ox_3$  [3;4] :

$$\begin{cases}
 m\ddot{x}_1 = F_1 - \eta_1\dot{x}_1 - k_1x_1 + m\Omega_{x_2}^2x_1 - 2m\Omega_{x_2}\dot{x}_3 - m\dot{\Omega}_{x_2}x_3 \\
 m\ddot{x}_3 = F_3 - \eta_3\dot{x}_3 - k_3x_3 + m\Omega_{x_2}^2x_3 + 2m\Omega_{x_2}\dot{x}_1 + m\dot{\Omega}_{x_2}x_1
 \end{cases}$$

(2-2)

Les indices 1 et 3 correspondent respectivement aux modes pilote et détecteur.

Seule la vibration du mode pilote est excitée à sa résonance par une force extérieure  $F_1$ . Le rôle de cette force est de compenser l'amortissement dû aux pertes mécaniques afin d'obtenir une amplitude la plus constante et stable possible. Par contre pour le mode détecteur on a  $F_3 = 0$  (gyromètre non asservi).

De plus, pour les applications classiques des gyromètres, il est justifié de négliger les termes de force centrifuge et de force d'entraînement ( $\Omega^2$  et  $d\Omega/dt$  sont suffisamment faibles) ainsi que le terme de force de Coriolis sur le mode pilote ( $dx_3/dt$  est petit).

Les équations s'écrivent alors :

$$\frac{F_1}{m} = \ddot{x}_1 + \frac{\omega_1}{Q_1} \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 \quad (2-3)$$

$$2\Omega_{x_2} \dot{x}_1 = \ddot{x}_3 + \frac{\omega_3}{Q_3} \dot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 \quad (2-4)$$

où  $\omega_i$  et  $Q_i$  sont respectivement les pulsations propres et les facteurs de qualité des deux modes, et sont tels que :

$$\omega_i^2 = \frac{k_i}{m} ; \quad Q_i = \frac{m}{\eta_i} \omega_i \quad (2-5)$$

Le système étant excité par la force  $F_1$  à la pulsation propre du mode pilote, on peut écrire :

$$F_1 = F_1^0 \sin(\omega_1 t) \quad (2-6)$$

$$x_i = X_i \sin(\omega_1 t + \varphi_{x_i}) \quad (2-7)$$

Dans le domaine fréquentiel, l'équation (2-3) s'écrit alors :

$$\frac{F_1}{m} = -\omega_1^2 x_1 + j\omega_1 \frac{\omega_1}{Q_1} x_1 + \omega_1^2 x_1 \quad (2-8)$$

Ce qui conduit à :

$$x_1 = -j \frac{Q_1}{m\omega_1^2} F_1 \quad (2-9)$$

La vibration pilote est donc en quadrature de phase avec la force d'excitation et son amplitude est :

$$X_1 = \frac{Q_1}{m\omega_1^2} F_1^0 \quad (2-10)$$

En partant de l'équation (2-4), on obtient la relation suivante :

$$2j\Omega_{x_2} \omega_1 x_1 = \left[ -\omega_1^2 + j \frac{\omega_3 \omega_1}{Q_3} + \omega_3^2 \right] x_3 \quad (2-11)$$

On en déduit le rapport entre le déplacement détecteur  $x_3$  et la rotation  $\Omega_{x_2}$  :

$$\frac{x_3}{\Omega_{x_2}} = \frac{2j\omega_1 x_1}{(\omega_3^2 - \omega_1^2) + j \frac{\omega_3 \omega_1}{Q_3}} \quad (2-12)$$

La valeur absolue de ce nombre complexe fournit le facteur d'échelle mécanique en m/(°/s) du gyromètre en terme d'amplitude de détection. L'argument du nombre représente le déphasage entre les vibrations détectrice et pilote.

On peut considérer ici deux cas distincts de fonctionnement des gyromètres vibrants : les gyromètres dont les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur de l'élément sensible sont égales ( $\omega_1 = \omega_3$ ) et les gyromètres qui présentent un écart de fréquences non nul ( $\omega_1 - \omega_3 \neq 0$ ).

Les gyromètres qui ont été étudiés et réalisés au cours de ces travaux de thèse sont les gyromètres pour lesquels il existe un écart de fréquence non nul entre les modes pilote et détecteur. Nous verrons comment ce choix est justifié à la fin de ce chapitre.

En considérant donc que  $\omega_1 - \omega_3 \neq 0$  et que le facteur de qualité du mode détecteur est important ( $Q_d > 100$ ) on écrit à partir de l'équation (2-12) :

$$x_3 = j \frac{2\omega_1 \Omega_{x_2}}{\omega_3^2 - \omega_1^2} x_1 \quad (2-13)$$

La vibration du mode pilote et celle du mode détecteur sont donc en quadrature. On note aussi que l'amplitude de la vibration du mode détecteur est d'autant plus forte que les deux pulsations de résonance (pilote et détecteur) sont proches. En faisant l'hypothèse que  $\omega_1 - \omega_3$  est petit devant  $\omega_1$ , on peut écrire :

$$\boxed{\frac{X_3}{\Omega_{x_2}} \approx \frac{X_1}{|\omega_3 - \omega_1|}} \quad (2-14)$$

Cette dernière expression est le facteur d'échelle mécanique en  $m/(^{\circ}/s)$  du gyromètre en terme d'amplitude de vibration du mode détecteur. A ce niveau de description la grandeur de sortie est l'amplitude de vibration du mode détecteur (pour le capteur complet le signal de sortie final sera une tension électrique et le facteur d'échelle s'exprimera en  $V/(^{\circ}/s)$ ).

Pour maximiser le facteur d'échelle, il faut donc :

- une amplitude  $X_1$  de vibration pilote maximale, généralement limitée par la contrainte maximale admissible par le matériau ou par des phénomènes non-linéaires (paragraphe 2.3.2) ;
- un écart de fréquence entre les modes pilote et détecteur minimal.

Par exemple, pour le VIG de l'Onera, pour lequel l'écart de fréquence vaut environ 500 Hz et  $X_1$  environ  $2 \mu m$  :

$$\frac{X_3}{\Omega_{x_2}} \approx 3,2 \times 10^{-4} (\text{rad/s})^{-1} \times X_1 \approx 1,1 \times 10^{-11} m/(^{\circ}/s)$$

Les travaux détaillés [5] donnent la relation qui relie la bande passante BP (en Hz) du gyromètre à l'écart des fréquences des modes pilote et détecteur. On obtient cette relation en considérant la bande passante à -3dB de l'expression complète de l'amplitude détectrice (2-12) en remplaçant  $\Omega_{x_2}$  par  $\Omega_{x_2}^0 \sin(\omega t)$  :

$$BP \leq \frac{1}{2\pi} 0,54 |\omega_1 - \omega_3| \quad (2-15)$$

Ainsi, pour assurer une bande passante donnée, l'écart entre les fréquences propres des deux modes doit être au moins égal au double de la bande passante. Il faut donc, pour ces gyromètres (avec  $\omega_1 - \omega_3 \neq 0$  et en boucle ouverte) faire un compromis entre la bande passante et le facteur d'échelle : plus la bande passante du capteur (proportionnelle à  $\omega_1 - \omega_3$ ) sera grande plus le facteur d'échelle (inversement proportionnel à  $\omega_1 - \omega_3$ ) sera petit.

### Discussion sur l'écart de fréquence, la bande passante et le fonctionnement en boucle fermée

Il est intéressant de remarquer que pour les gyromètres pour lesquels il existe un écart nul entre les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur ( $\omega_1 = \omega_3$ ), le facteur d'échelle s'écrirait (d'après (2-12)) :

$$\frac{X_3}{\Omega_{x_2}} = 2X_1 \frac{Q_3}{\omega_3} \quad (2-16)$$

Dans cette hypothèse le facteur d'échelle bénéficierait donc de la résonance du mode détecteur.

Avec  $Q_3 \sim 100\,000$  et  $\omega_3 = 2\pi \times 35\,000 \text{ rad.s}^{-1}$ , dans le cas théorique où  $\omega_1 = \omega_3$  :

$$\frac{X_3}{\Omega_{x_2}} \approx 1 (\text{rad/s})^{-1} \times X_1$$

Ainsi, le facteur d'échelle serait augmenté d'un facteur 3 000 par rapport au cas de l'écart de fréquence de 500 Hz.

Cependant cette solution est généralement irréaliste pour les micro-capteurs, car il est très difficile d'un point de vue technologique de réaliser l'égalité des deux modes de résonance sans un équilibrage individuel des dispositifs. De plus, il serait nécessaire que cette identité de fréquence soit conservée dans la plage de température de fonctionnement du capteur, ce qui est aussi difficile à obtenir compte tenu du caractère généralement anisotrope des propriétés des matériaux utilisés.

De plus la bande passante du capteur serait très limitée : un changement de vitesse de rotation  $\Omega$  entraînerait un changement d'amplitude détecteur  $X_3$  dont le temps de réponse serait typiquement celui de la mise en résonance :  $2Q_3/\omega_3$  [6]. Ainsi la bande passante  $BP = \omega_3/2Q_3$  d'un tel capteur serait très faible et ne conviendrait pas aux applications usuelles.

Avec  $Q_3 \sim 100\,000$  et  $\omega_3 = 2\pi \times 35\,000 \text{ rad.s}^{-1}$ , si  $\omega_1 = \omega_3$  : la bande passante ne serait que de 1 Hz (les applications typiques – guidage/pilotage de véhicule – des gyromètres vibrants nécessitent une bande passante de l'ordre de 100Hz).

Cependant il est possible d'augmenter la bande passante en travaillant avec une détection en boucle fermée. Dans ce cas l'amplitude de la vibration de détection est asservie continuellement à zéro par le biais d'une force de contre-réaction appliquée sur le mode détecteur ( $F_3 \neq 0$ ). L'amplitude de cette force est ainsi proportionnelle à la vitesse de rotation d'entrée  $\Omega$ . Dans cette configuration la bande passante du capteur n'est plus limitée que par l'électronique d'asservissement.

La détection en boucle fermée peut être intéressante pour améliorer la stabilité du facteur d'échelle (on mesure directement la force de Coriolis et la stabilité est celle de la boucle électronique). De plus, à écart entre les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur égal la résolution de mesure du gyromètre est la même en boucle ouverte et en boucle fermée (voir annexe A). Le fonctionnement en boucle fermée permet donc d'améliorer la résolution du gyromètre en permettant de travailler avec un écart faible (mais non nul) entre les fréquences utiles sans affecter la bande passante.

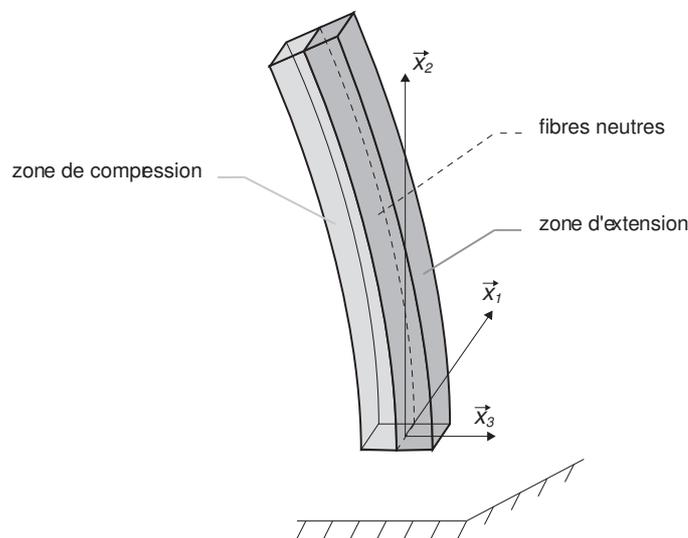
Ainsi le fonctionnement le plus performant de gyromètre vibrant (en ce qui concerne la résolution et la bande passante) est un gyromètre présentant un écart de fréquence faible (pour augmenter la résolution) et une détection en boucle fermée (pour que la bande passante ne soit pas limitée par l'écart des fréquences pilote et détectrice). Néanmoins notre étude se limitera au cas du fonctionnement en boucle ouverte, plus simple à mettre en œuvre, pour lequel les résultats concernant l'impact du matériau seront applicables au fonctionnement en boucle fermée.

### 2.1.2. Excitation/détection piézoélectrique

L'objectif de ce paragraphe est d'expliquer comment les vibrations de flexion sont excitées et détectées piézoélectriquement. Les différentes solutions de configurations d'électrodes sont présentées, puis les mécanismes d'excitation et de détection sont mis en équations.

Dans le cas du gyromètre monolithique piézoélectrique, la piézoélectricité du matériau est directement mise à profit pour exciter la vibration de flexion du mode pilote et pour détecter l'amplitude de la vibration du mode détecteur.

D'un point de vue mécanique, la flexion (figure 2-3) d'une poutre est principalement caractérisée par le changement de signe de la compression des fibres axiales de part et d'autre de la fibre neutre (dont l'élongation est nulle).



**Figure 2-3 :** Zones de compression et d'extension de part et d'autre de la fibre neutre dans une poutre en flexion

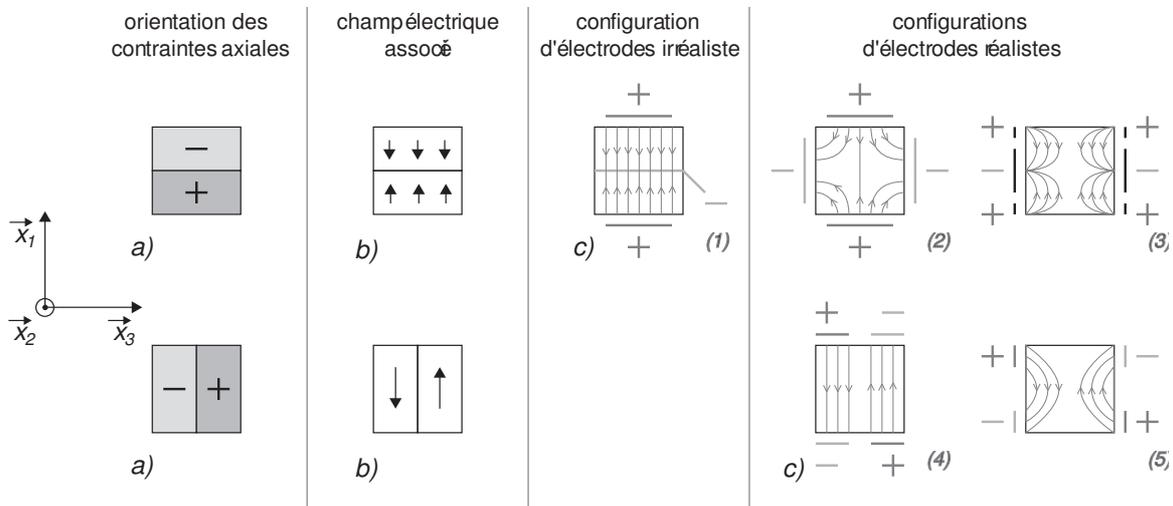
#### 2.1.2.1. Configurations des électrodes

Comme vu au chapitre précédent, l'effet piézoélectrique inverse (apparition de contrainte sous l'effet d'un champ électrique) est utilisé pour l'excitation et l'effet direct (apparition de charges électriques sous l'effet d'une déformation) est utilisé pour la détection. Le contenu de la matrice des coefficients piézoélectriques du matériau permet d'étudier les possibilités d'excitation et de détection. Par exemple considérons une poutre en quartz orientée suivant l'axe  $Ox_2$  du matériau. Dans ce cas l'excitation de la déformation axiale  $S_2$  peut se faire à l'aide du champ électrique  $E_1$ , via le coefficient piézoélectrique  $d_{12} = -d_{11}$  (figure 2-4).

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ -d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & -d_{14} & 0 \\ 0 & -d_{11} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} + [s] \times [T]$$

**Figure 2-4 :** Utilisation du champ électrique  $E_1$  pour l'excitation de la déformation  $S_2$  dans le cas du quartz

Pour cet exemple de la poutre en quartz, un champ  $E_1$  de signe opposé de part et d'autre de la fibre neutre est nécessaire. Cette condition peut être réalisée par différentes configurations d'électrodes et de potentiels associés, comme l'illustre la figure 2-5.



**Figure 2-5 :** Configurations d'électrodes pour la détection et l'excitation de la flexion dans le cas particulier des exigences cristallographiques du quartz ; Vue en coupe de la poutre, en haut pour une flexion dans le plan  $Ox_1x_2$  et en bas dans le plan  $Ox_2x_3$  : a) signe de la déformation  $S_2$  de part et d'autre du plan des fibres neutres ; b) champ électrique  $E_1$  associé à cette déformation ; c) différents systèmes d'électrodes permettant d'obtenir le lien piézoélectrique souhaité

La figure 2-5 présente des configurations d'électrodes permettant de réaliser l'excitation du mode pilote et la détection du mode détecteur. On remarquera en observant les lignes de champ que les configurations (2), (3) et (5) n'ont pas le rendement piézoélectrique optimal. A l'inverse les configurations (1) et (4) sont dites idéales.

On notera également la symétrie des phénomènes de piézoélectricité directe et inverse. Ainsi un système d'électrodes efficace pour exciter une vibration (effet inverse) est de même efficace pour collecter des charges piézoélectriques générées par cette même vibration (effet

direct). Les différentes configurations d'électrodes présentées figure 2-5 sont donc utilisables pour l'excitation et pour la détection des vibrations de flexion.

Dans ce chapitre les configurations d'électrodes ont été définies dans le cas particulier du quartz. Ces solutions de configurations d'électrodes peuvent se généraliser à tous les matériaux piézoélectriques qui possèdent un coefficient piézoélectrique transverse ( $d_{ij}$  avec  $i \neq j$  et  $j \leq 3$ ). Il faudra néanmoins, le cas échéant, considérer une orientation de la poutre adaptée à ce coefficient.

On notera que l'utilisation des coefficients piézoélectriques longitudinaux ( $d_{ij}$  avec  $i = j$ ), bien que théoriquement appropriée pour exciter une vibration de flexion, n'a pas été considérée. Ce choix est justifié car l'étude théorique (simulation par éléments finis) et expérimentale de cette configuration montre sa relativement faible efficacité.

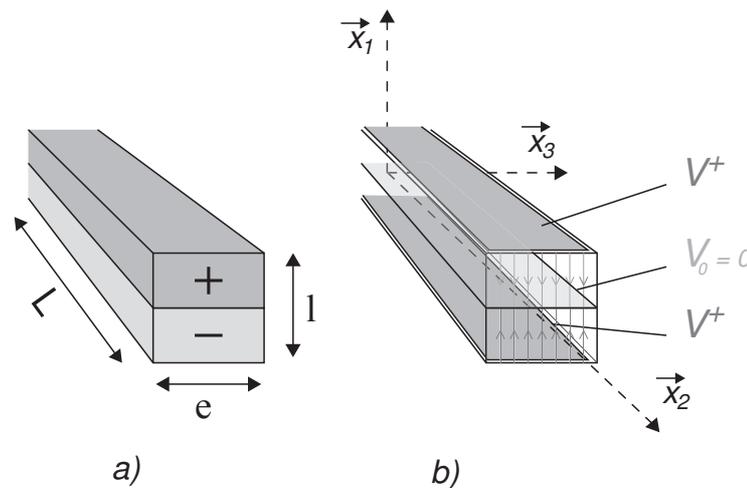
Dans ce qui va suivre, nous développerons les calculs pour le cas particulier de l'orientation cristalline du quartz, les résultats étant généralisables à tous les matériaux respectant les conditions mentionnées au paragraphe précédent à condition de prendre en compte le coefficient  $d_{ij}$  adéquat. Nous ferons également l'hypothèse que les électrodes sont dans une configuration idéale (même si irréaliste telle que (1) de la figure 2-5) et nous introduirons le cas échéant un coefficient correctif  $a$  ( $<1$ ) qui rend compte de l'efficacité du système d'électrodes réelles. Par exemple les électrodes de détection du VIG en quartz sont trois fois moins efficaces ( $a = 1/3$ ) que la configuration idéale (en contrepartie, la faisabilité de leur réalisation est largement compatible avec la technologie des MEMS en quartz).

Les systèmes d'électrodes considérés pour la mise en équations de l'excitation et de la détection sont donc les systèmes idéaux  $c)$  de la figure 2-5 : c'est-à-dire le système d'électrodes (1) pour le mode pilote et (4) pour le mode détecteur.

### 2.1.2.2. Mode pilote

Dans ce paragraphe, il s'agit de déterminer la fréquence et la déformée de la poutre à la résonance pilote afin de relier le niveau d'excitation pilote (l'amplitude de vibration en bout de poutre  $X_1$ ) à une grandeur dimensionnante pour le capteur (la contrainte maximale  $T_{max}$  admissible). Nous avons vu précédemment que l'amplitude de détection  $X_3$  est proportionnelle à l'amplitude pilote  $X_1$  et qu'il faut donc maximiser  $X_1$  pour maximiser la sensibilité du gyromètre. Dans certains cas la grandeur qui limite l'amplitude de vibration pilote est la contrainte mécanique qui lui est associée : il faut que cette contrainte mécanique soit inférieure à la contrainte de rupture et le cas échéant à la contrainte de dépolarisation (pour les matériaux ferroélectriques). C'est pour cela que l'on s'attachera à relier l'amplitude pilote  $X_1$  au maximum de contrainte  $T_{max}$  engendré dans le matériau par la vibration pilote.

Le système d'électrodes considéré et les potentiels associés sont ceux représentés sur la figure 2-6 :



**Figure 2-6 :** Système d'électrodes pour l'excitation de l'amplitude de vibration de flexion du mode pilote :  
*a)* signes des contraintes  $T_2$  associées, *b)* lignes de champ électrique et électrodes d'excitation du mode pilote

L'excitation se fait avec un potentiel nul au niveau de la fibre neutre et un potentiel alternatif d'amplitude  $V^+$  sur les faces deux faces de coordonnées  $x_1 = \pm l/2$ .

Pour résoudre le problème analytiquement nous considérerons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les contraintes autres que celles portées par l'axe principal de la poutre sont nulles :

$$T_{i \neq 2} = 0$$

- les configurations d'électrodes sont idéales, sur toute la longueur des poutres et avec des lignes de champ parfaitement droites (le champ électrique et le déplacement électrique sont portés par l'axe  $Ox_1$ ) :

$$E_{i \neq 1} = 0 \quad ; \quad D_{i \neq 1} = 0$$

Nous utiliserons dans ce chapitre le couple d'équations piézoélectriques d'état (1-6) qui s'écrit alors :

$$\begin{cases} S_2 = s_{22}^E T_2 + d_{12} E_1 \\ D_1 = \varepsilon_{11}^T E_1 + d_{12} T_2 \end{cases} \quad (2-17)$$

On considère l'hypothèse de Bernoulli (les sections planes normales aux fibres déformées restent planes) qui relie la déformée de la poutre  $u_1$  à la déformation  $S_2$  le long de l'axe  $x_2$  :

$$S_{2(x_1)} = -x_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \quad (2-18)$$

Dans l'hypothèse de Bernoulli la déformée est la même pour une même section plane normale aux fibres, ainsi  $u_1$  ne dépend que de  $x_2$  et du temps.

On rappelle aussi l'équation d'équilibre électrique (dans le cas des matériaux diélectriques pour lesquels les charges volumiques sont nulles) :

$$\text{div} D = 0 \quad (2-19)$$

et l'équation régissant le mouvement dans le cas des poutres en flexion :

$$\frac{d^2 M_1}{dx_2^2} + \rho S \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0 \quad (2-20)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $S (= el)$  est la surface de la section droite de la poutre et  $M_1$  est le moment fléchissant (Nm) sur la section  $S$  de la poutre :

$$M_1 = \int_S -x_1 T_2 dx_1 dx_3 \quad (2-21)$$

**Calcul de la déformée et de la fréquence de résonance de la vibration de flexion pilote :**

La déformée et la fréquence de résonance du mode pilote s'obtiennent en écrivant l'équation différentielle du mouvement de flexion de la poutre. Pour cela il nous faut exprimer le moment fléchissant  $M_I$ .

Le matériau vérifie la condition électrique suivante (équation de Maxwell-Gauss) :

$$\operatorname{div} D = 0 \Rightarrow \frac{\partial D_I}{\partial x_I} = 0 = \epsilon_{11}^T \frac{\partial E_I}{\partial x_I} + d_{12} \frac{\partial T_2}{\partial x_I} \quad (2-22)$$

On écrit en partant du couple d'équations (2-17) :

$$T_2 = \frac{1}{s_{22}^E} S_2 - \frac{d_{12}}{s_{22}^E} E_I \quad (2-23)$$

A partir de (2-22) et (2-23), on peut écrire :

$$\frac{\partial E_I}{\partial x_I} = - \frac{d_{12}}{s_{22}^E \left( \epsilon_{11}^T - \frac{d_{12}^2}{s_{22}^E} \right)} \frac{\partial S_2}{\partial x_I} = - \frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{\partial S_2}{\partial x_I} \quad (2-24)$$

On rappelle l'expression du coefficient de couplage électromécanique des matériaux piézoélectriques :

$$k = \sqrt{\frac{d_{12}^2}{\epsilon_{11}^T s_{22}^E}} \quad (2-25)$$

Pour obtenir une expression du champ électrique dans la poutre, on intègre cette expression par rapport à  $x_I$  dans chaque demi-poutre (pour  $0 < x_I$  et  $x_I < 0$ , puisque la condition de potentiel nul en  $x_I = 0$  impose une discontinuité sur  $E_I$ ) :

$$\begin{cases} E_I = -\frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} S_2 + E_0^+(x_2) & ; \quad 0 < x_I \\ E_I = -\frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} S_2 + E_0^-(x_2) & ; \quad x_I < 0 \end{cases} \quad (2-26)$$

On introduit ici  $E_0^-$  et  $E_0^+$  qui sont des fonctions de  $x_2$  (ce sont les "constantes" de l'intégration par rapport à  $x_I$ ). La symétrie du problème impose :  $E_0^- = -E_0^+$  ; on pourra donc se limiter à étudier le potentiel dans la seule demi-poutre supérieure pour déterminer  $E_I$ .

En considérant l'équation (2-18) on écrit pour la demi-poutre supérieure :

$$E_1 = x_1 \frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + E_0^+(x_2) \quad (2-27)$$

Par intégration de  $E_1$ , on exprime la différence de potentiel entre les surfaces pour  $x_1 = 0$  et  $x_1 = l/2$  :

$$E_1 = -\frac{\partial V}{\partial x_1} \Rightarrow V(l/2) - V(0) = V^+ - 0 = \int_0^{l/2} -E_1 dx_1 = -\frac{1}{d_{12}} \frac{l^2}{8} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} - \frac{l}{2} E_0^+ \quad (2-28)$$

On en déduit une expression de  $E_0^+$  :

$$E_0^+(x_2) = -\frac{2V^+}{l} - \frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{l}{4} \quad (2-29)$$

Et donc on peut écrire le champ  $E_1$  :

$$\begin{cases} E_1 = -\frac{2V^+}{l} + \frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1 - \frac{l}{4} \right) & ; \quad 0 < x_1 \\ E_1 = \frac{2V^+}{l} + \frac{1}{d_{12}} \frac{k^2}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1 + \frac{l}{4} \right) & ; \quad x_1 < 0 \end{cases} \quad (2-30)$$

On remarque ici que le premier terme de l'équation correspond au champ électrique que l'on obtiendrait en absence des phénomènes piézoélectriques, et que donc le second terme correspond à la contribution de la déformation mécanique.

En combinant (2-17) et (2-30) on obtient les relations :

$$\begin{cases} T_2 = -\frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1 - k^2 \frac{l}{4} \right) + \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} & ; \quad 0 < x_1 \\ T_2 = -\frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1 + k^2 \frac{l}{4} \right) - \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} & ; \quad x_1 < 0 \end{cases} \quad (2-31)$$

On calcule alors le moment fléchissant correspondant à partir de (2-22) :

$$\begin{aligned}
 M_1 = & \int_{-e/2}^{e/2} \int_0^{l/2} \frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1^2 - x_1 k^2 \frac{l}{4} \right) + \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} dx_1 dx_3 \\
 & + \int_{-e/2}^{e/2} \int_{-l/2}^0 \frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( x_1^2 + x_1 k^2 \frac{l}{4} \right) - \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} dx_1 dx_3
 \end{aligned} \quad (2-32)$$

Soit :

$$M_1 = \frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1-k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \left( \frac{el^3}{12} - \frac{el^3 k^2}{16} \right) + \frac{d_{12}}{s_{22}^E} 2eV^+ = \frac{1}{s_{22}^E} \frac{el^3}{12} \frac{4-3k^2}{4-4k^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{d_{12}}{s_{22}^E} 2eV^+ \quad (2-33)$$

On obtient alors, à l'aide de (2-20), l'équation différentielle du mouvement :

$$\frac{1}{s_{22}^E} \frac{el^3}{12} \frac{4-3k^2}{4-4k^2} \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^4} + \rho e l \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0 \quad (2-34)$$

On remarque qu'en posant  $k=0$  dans (2-34) on retrouve la forme classique (purement mécanique) de l'équation de la vibration de flexion d'une poutre.

Les solutions de cette équation s'obtiennent en séparant les variables spatiale et temporelle (il existe une multitude de solutions indicées  $n$ ) :

$$u_{1n}(x_2, t) = U_{1n}(x_2) e^{j\omega_n t} \quad (2-35)$$

On pose :

$$\kappa_n^4 = \frac{12\rho\omega_n^2 s_{22}^E}{l^2} \frac{4-4k^2}{4-3k^2} \quad (2-36)$$

L'équation différentielle donnant l'amplitude  $U_{1n}(x_2)$  de la déformée est alors :

$$\frac{\partial^4 U_{1n}(x_2)}{\partial x_2^4} + \kappa_n^4 U_{1n}(x_2) = 0 \quad (2-37)$$

La solution exacte de cette équation différentielle donne l'amplitude de déformée :

$$U_{1n}(x_2) = a \sin(\kappa_n x_2) + b \cos(\kappa_n x_2) + c \sinh(\kappa_n x_2) + d \cosh(\kappa_n x_2) \quad (2-38)$$

Les conditions aux limites (encastré en  $x_2 = 0$  et libre en  $x_2 = L$ ) de la poutre permettent de déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  et  $\kappa_n$ . Notamment pour le premier mode de flexion qui nous intéresse ( $n = 1$ ) :

$$a=1 \ ; \ b=-\gamma \ ; \ c=-1 \ ; \ d=\gamma \ \text{avec} \ \gamma = \frac{\sin(\kappa_1 L) - \sinh(\kappa_1 L)}{\cosh(\kappa_1 L) - \cos(\kappa_1 L)} \ \text{et} \ \kappa_1 \approx \frac{1,875}{L} \quad (2-39)$$

La fréquence de résonance pilote s'obtient à partir de l'expression (2-36) :

$$f_p = \frac{1,875^2}{2\pi} \sqrt{\frac{l^2}{12\rho s_{22}^E L^4} \frac{4-3k^2}{4-4k^2}} \quad (2-40)$$

On remarque que la complexité de l'expression (2-38) de la déformée rend son exploitation difficile. Pour simplifier, on fera l'approximation classique de considérer la déformée dynamique du premier mode de flexion de la poutre équivalente à la déformée statique d'une poutre soumise à une charge uniformément répartie [7] :

$$U_1(x_2) = 4 \frac{X_1}{L^4} \left( \frac{x_2^4}{12} - \frac{Lx_2^3}{3} + \frac{L^2 x_2^2}{2} \right) \quad (2-41)$$

La méthode énergétique de Rayleigh étendue à la piézoélectricité (voir annexe B) permet d'obtenir la fréquence de résonance pilote correspondante :

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{27}{26} \frac{l^2}{L^4} \frac{1}{\rho s_{22}^E} \frac{4-3k^2}{4-4k^2}} = f_p^{non-piézoélectrique} \times \sqrt{\frac{4-3k^2}{4-4k^2}} \quad (2-42)$$

En comparant les expressions (2-40) et (2-42), on remarque que l'écart relatif de fréquence est de seulement 0,4 %, ce qui valide l'utilisation de la déformée statique d'une poutre soumise à une charge uniformément répartie en lieu et place de la déformée dynamique de flexion.

De plus, on remarque que l'on retrouve le résultat "purement" mécanique bien connu dans le cas des matériaux non-piézoélectriques ( $k=0$ , avec le module Young  $E$  et le moment d'inertie  $I$ ) :

$$f_p^{non-piézoélectrique} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{324}{26} \frac{1}{eL^4} \frac{EI}{\rho}} \ ; \ E = \frac{1}{s_{22}^E} \ \text{et} \ I = \frac{el^3}{12}$$

Comparé au résultat non-piézoélectrique, la fréquence est augmentée du facteur :

$$\sqrt{\frac{4-3k^2}{4-4k^2}} > 1$$

Cette augmentation de la fréquence de résonance traduit le fait que le caractère piézoélectrique du matériau et les conditions aux limites électriques particulières imposées par les électrodes "raidissent" les coefficients mécaniques du matériau. Ce sont bien les conditions aux limites spécifiques qui sont responsables de ce phénomène, car en reprenant le calcul précédent avec un champ électrique  $E_I$  libre de s'établir dans le matériau (sans être contraint par les potentiels imposés sur les électrodes) la fréquence de résonance obtenue serait la fréquence de résonance purement mécanique  $f_p^{non-piézoélectrique}$ .

Par exemple pour une poutre en PZT ( $k \sim 0.42$ ,  $s_{33}^E = 15 \times 10^{-12}$  C/N,  $\rho = 7,9 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $l = 1$  mm et  $L = 6$  mm) on obtient :

$$f_p = 15,0 \text{ kHz (et } f_p^{non-piézoélectrique} = 14,6 \text{ kHz)}$$

Dans le cas du PZT, qui est un matériau fortement piézoélectrique, la fréquence de résonance est augmentée de 300 Hz par la piézoélectricité du matériau et les conditions aux limites dues aux électrodes.

### Amplitude pilote $X_I$ en fonction du maximum de contrainte $T_{max}$ :

Il sera intéressant par la suite de pouvoir exprimer l'amplitude de vibration pilote  $X_I$  en fonction de la contrainte maximale  $T_{max}$  engendrée dans le matériau par les vibrations de flexion pilote, notamment dans le cas des matériaux fortement piézoélectriques pour lesquels l'amplitude de l'excitation pilote est limitée par la contrainte de dépolarisation.

On exprime la contrainte  $T_2$  dans chaque demi-poutre en combinant les expressions (2-31) et (2-41) :

$$\begin{cases} T_2 = -\frac{1}{s_{22}^E} (x_2 - L)^2 \frac{X_I}{L^4} \frac{4x_1 - lk^2}{1 - k^2} + \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} & ; \quad 0 < x_1 \\ T_2 = -\frac{1}{s_{22}^E} (x_2 - L)^2 \frac{X_I}{L^4} \frac{4x_1 + lk^2}{1 - k^2} - \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{2V^+}{l} & ; \quad x_1 < 0 \end{cases} \quad (2-43)$$

En considérant que le maximum de contrainte  $T_{max}$  est situé au niveau de l'encastrement ( $x_2 = 0$ ) pour  $x_1 = \pm l/2$  :

$$X_I = \frac{1-k^2}{2-k^2} \frac{L^2}{l} \left( s_{22}^E T_{max} - d_{12} \frac{2V^+}{l} \right) \quad (2-44)$$

On note ici que cette relation est vraie aussi bien à la résonance du mode pilote qu'en dehors. Ecrivons cette relation en dehors de la résonance, pour une même amplitude d'excitation  $V^+$  (on indice  $s$  (pour statique) la flèche  $X_I^s$  et la contrainte maximum correspondante  $T_{max}^s$ ).

$$X_I^s = \frac{1-k^2}{2-k^2} \frac{L^2}{l} \left( s_{22}^E T_{max}^s - d_{12} \frac{2V^+}{l} \right) \quad (2-45)$$

Les relations (2-44) et (2-45) permettent d'éliminer le terme d'excitation électrique  $V^+$ , et d'écrire ainsi :

$$\frac{X_I - X_I^s}{T_{max} - T_{max}^s} = \frac{1-k^2}{2-k^2} \frac{L^2}{l} s_{22}^E \quad (2-46)$$

Par ailleurs, on conçoit que les termes de contrainte maximum  $T_{max}$  et de flèche  $X_I$  bénéficient de la résonance et sont par conséquent amplifiés par le coefficient de qualité  $Q_p$  et donc respectivement grands devant  $T_{max}^s$  et  $X_I^s$  (on suppose que  $Q_p$  est suffisamment grand). On peut alors écrire la relation :

$$\frac{X_I - X_I^s}{T_{max} - T_{max}^s} \approx \frac{X_I}{T_{max}} \quad (2-47)$$

Enfinement la relation qui relie l'amplitude pilote  $X_I$  au maximum de contrainte  $T_{max}$  engendrée dans le matériau par la vibration pilote est :

$$X_I \approx s_{22}^E \frac{L^2}{l} T_{max} \frac{1-k^2}{2-k^2} \quad (2-48)$$

On remarque ici en comparant les expressions (2-45) et (2-48) qu'à la résonance la contribution de l'excitation  $V^+$  est négligeable dans l'expression de l'amplitude de vibration pilote  $X_I$  ; nous généraliserons ce constat pour la suite.

On peut aussi faire deux remarques selon la valeur de  $k$  :

- premièrement, pour  $k = 0$  on retrouve bien l'expression connue de la flèche  $X_I$  obtenue dans le cas d'un matériau non piézoélectrique ;
- deuxièmement, dans le cas inverse où  $k$  tend vers 1 (cas hypothétique duquel se rapprochent les matériaux très fortement piézoélectriques comme certains monocristaux ferroélectriques), il serait nécessaire de générer une contrainte  $T_{max}$  infinie pour obtenir une amplitude de flexion pilote  $X_I$  finie.

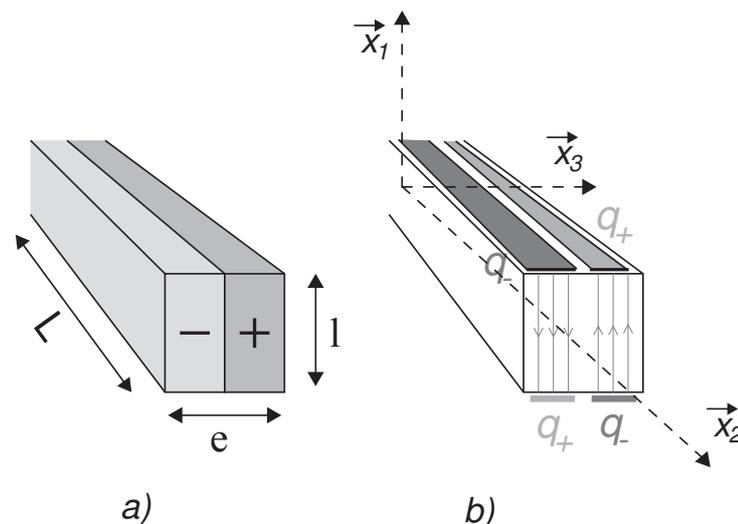
Comme nous l'avons remarqué pour la fréquence de résonance, la piézoélectricité "raidit" le matériau.

#### 2.1.2.2.1. Mode détecteur

Nous présentons dans ce paragraphe deux types de détections envisageables pour mesurer l'amplitude des vibrations du mode détecteur. La première est la détection de charges réalisée avec les conditions électriques de potentiel nul sur les électrodes de détection. La seconde est la détection de tension pour laquelle doit être réalisée la condition électrique de courant nul entre les électrodes.

##### Détection de charges :

Il s'agit de relier la quantité de charges obtenue sur les électrodes du mode détecteur à l'amplitude de la vibration détectrice  $X_3$ . Nous rappelons le système d'électrodes idéales considéré :



**Figure 2-7 :** Système d'électrodes pour la détection de l'amplitude de vibration de flexion du mode détecteur ;  
*a)* signe de la déformation  $S_2$  associée, *b)* lignes de champ du déplacement électrique obtenues et électrodes de détection

En pratique pour récolter les charges piézoélectriques, on se place dans la condition électrique suivante : différence de potentielle nulle aux bornes des électrodes. Cette condition électrique est réalisée par l'amplificateur de charge de l'électronique de détection (confer paragraphe 2.1.3). On en déduit que le champ électrique correspondant est nul dans la poutre. On peut alors écrire à partir de (2-17) :

$$D_1 = \frac{d_{12}}{s_{22}^E} S_2 \quad (2-49)$$

On considère que la déformée des vibrations de flexion du mode détecteur est celle de la déformée dynamique (puisque la poutre vibre à une fréquence proche de sa résonance) et que l'on peut écrire avec une bonne approximation (confer calculs précédemment effectués pour le mode pilote) :

$$U_3(x_2) = 4 \frac{X_3}{L^4} \left( \frac{x_2^4}{12} - \frac{Lx_2^3}{3} + \frac{L^2x_2^2}{2} \right) \quad (2-50)$$

On obtient à partir de (2-18), (2-49) et (2-50) l'expression du déplacement électrique :

$$D_1 = -4x_3 \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \frac{X_3}{L^4} (x_2 - L)^2 \quad (2-51)$$

On obtient les quantités de charge  $q_+$  et  $q_-$  sur les électrodes en intégrant le champ de déplacement électrique sur la surface des électrodes (loi de Gauss). Les électrodes " $q_+$ " et " $q_-$ " sont délimitées ainsi :

$$"q_+" \equiv \begin{cases} x_1 = -\frac{l}{2} \\ 0 < x_2 < L \\ -\frac{e}{2} < x_3 < 0 \end{cases} + \begin{cases} x_1 = +\frac{l}{2} \\ 0 < x_2 < L \\ 0 < x_3 < \frac{e}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad "q_-" \equiv \begin{cases} x_1 = -\frac{l}{2} \\ 0 < x_2 < L \\ 0 < x_3 < \frac{e}{2} \end{cases} + \begin{cases} x_1 = +\frac{l}{2} \\ 0 < x_2 < L \\ -\frac{e}{2} < x_3 < 0 \end{cases}$$

On peut alors calculer la quantité de charges recueillie sur les électrodes en intégrant le champ de déplacement électrique :

$$q_+ = -\int_0^L \int_{-e/2}^0 D_1 \left( x_1 = -\frac{l}{2} \right) dx_2 dx_3 + \int_0^L \int_0^{e/2} D_1 \left( x_1 = \frac{l}{2} \right) dx_2 dx_3 \quad (2-52)$$

$$q_- = \int_0^L \int_0^{e/2} D_1 \left( x_1 = -\frac{l}{2} \right) dx_2 dx_3 - \int_0^L \int_{-e/2}^0 D_1 \left( x_1 = \frac{l}{2} \right) dx_2 dx_3 \quad (2-53)$$

A l'aide de (2-51) on obtient ainsi l'expression de la quantité de charges en fonction des paramètres du matériau, des dimensions de l'élément sensible et de l'amplitude de la vibration du mode détecteur :

$$q_+ = -q_- = \frac{e^2}{3L} \frac{d_{12}}{s_{22}^E} X_3 \quad (2-54)$$

Dans le cas d'une poutre en quartz du gyromètre VIG ( $d_{12} = 2,3 \times 10^{-12}$  C/N,  $s_{22} = 12,77 \times 10^{-12}$  m<sup>2</sup>/N,  $e = 0,5$  mm,  $L = 3,5$  mm,  $X_3/\Omega = 1,1 \times 10^{-11}$  m/(°/s°) pour mesurer une rotation de 1 °/s, on obtient  $q_+ \sim 0,1$  fC.

### Cas de la détection de tension

En se plaçant dans la condition électrique particulière de courant nul ( $D_I = 0$ ) à travers les électrodes de détection on écrit à l'aide de (2-17) :

$$E_I = -\frac{dV}{dx_I} = -\frac{d_{12}}{\varepsilon_{11}^T} \frac{1}{1-k^2} S_2 \quad (2-55)$$

La différence de potentiel entre les électrodes "+" et "-" est :

$$\Delta V = V_+ - V_- = \frac{d_{12}}{\varepsilon_{11}^T (1-k^2)} \frac{el}{3L^2} \frac{d_{12}}{s_{22}^E} X_3 \quad (2-56)$$

On remarque qu'il s'agit du potentiel que créeraient les charges  $q_+$  et  $q_-$  (obtenues dans les conditions de la détection de charges) aux bornes d'une capacité  $C_0$  (capacité inter-électrodes du résonateur) :

$$C_0 = \varepsilon_{11}^S \frac{eL}{l} \quad \text{on rappelle que : } \varepsilon_{11}^S = \varepsilon_{11}^T (1-k^2) \quad (2-57)$$

Dans le cas d'une poutre en quartz du gyromètre VIG ( $\varepsilon_{11}^T = 4,52 \times \varepsilon_0$ ,  $e = l = 0,5$  mm et  $L = 3,5$  mm) :  $C_0 = 0,14$  pF.

On verra, dans les paragraphes suivants, les inconvénients de la détection de tension qui justifient le choix de travailler en détection de charges (notamment pour l'immunité aux capacités parasites du préamplificateur de détection de charges).

### 2.1.3. Electronique de détection

Nous présenterons ici l'électronique de détection dans le cas de la détection de charges (amplificateurs de charges) puis dans le cas de la détection en tension (amplificateur de tension).

#### Amplificateur de charges

Il faut considérer l'électronique de détection [8] (figure 2-8) associée à la poutre vibrante pour établir la relation entre le signal de sortie (tension  $V_S$ ) et la quantité de charges recueillie sur les électrodes de détection ( $q_+$  et  $q_-$ ).

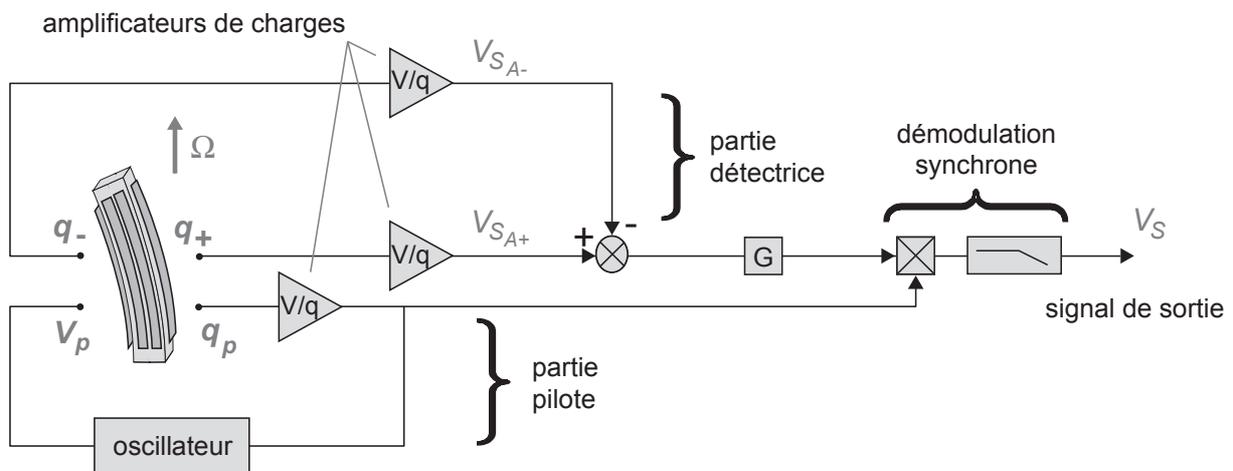
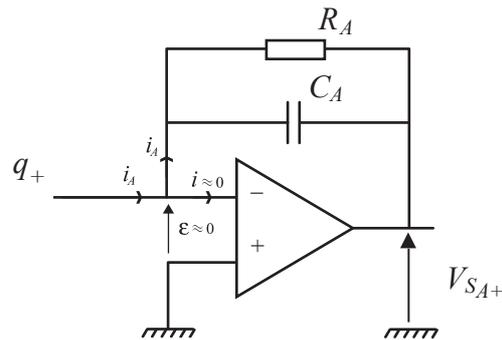


Figure 2-8 : schéma de principe de l'électronique du gyromètre à poutre vibrante

La partie pilote de l'électronique est un oscillateur entretenant la vibration du mode pilote de l'élément sensible à sa fréquence de résonance avec une amplitude constante ( $X_I$ ).

La partie détectrice est constituée de deux amplificateurs de charges et d'un soustracteur et est complétée par une électronique de démodulation synchrone. L'électronique complète permet donc d'élaborer une tension continue  $V_S$  proportionnelle à la vitesse de rotation à mesurer  $\Omega$ .

L'amplificateur de charges (figure 2-9) doit présenter en sortie une tension  $V_{SA+}$  (et respectivement  $V_{SA-}$ ) proportionnelle à la quantité de charges d'entrée  $q_+$  (et respectivement  $q_-$ ) et respecte la condition de potentiel nul aux bornes des électrodes. Ceci est réalisé principalement à l'aide d'un amplificateur opérationnel et d'une capacité de contre-réaction  $C_A$ . Une résistance  $R_A$  est disposée en parallèle de la capacité pour éviter la saturation du dispositif due à l'intégration par la capacité des courants de fuite internes à l'amplificateur opérationnel.



**Figure 2-9 :** Amplificateur de charges

Ainsi les électrodes de détection sont "virtuellement" à la masse (condition de fonctionnement de l'amplificateur opérationnel  $\epsilon \approx 0$  V) et la fonction de transfert de l'amplificateur opérationnel s'écrit :

$$\frac{V_{S_{A+}}}{q_+} = \frac{jR_A \omega}{1 + jR_A C_A \omega} \quad (2-58)$$

L'amplificateur de charges se comporte comme un filtre passe-haut de fréquence de coupure  $f_c$  :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_A C_A} \quad (2-59)$$

Le fonctionnement en amplificateur de charges est donc effectif à des fréquences supérieures à  $f_c$  (voir figure 2-10) ; il faut donc que  $f_c$  soit très inférieure à la fréquence de résonance du mode pilote  $f_p$  qui est aussi celle des charges de détection. Cette condition réalisée ( $\omega_p = 2\pi f_p \gg 1/R_A C_A$ ), la fonction de transfert de l'amplificateur de charges s'écrit donc :

$$\left. \frac{V_{S_{A+}}}{q_+} \right|_{\omega \gg 1/R_A C_A} \approx \frac{1}{C_A} \quad (2-60)$$

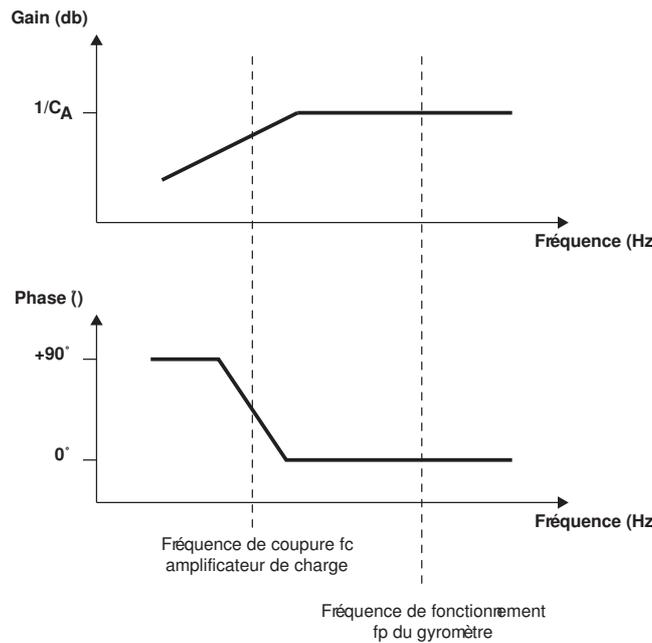


Figure 2-10 : diagramme de Bode asymptotique de l'amplificateur de charges

Puisque  $q_+ = -q_-$ , le signal de sortie du capteur  $V_S$  est tel que :

$$\boxed{\frac{V_S}{q_+} = \frac{2G}{C_A}} \quad (2-61)$$

$G$  prend en compte le gain total de la chaîne de détection.

### L'amplificateur de tension

Dans le cas de la détection de tension (mentionné au paragraphe 2.1.2.2.1) le préamplificateur est un amplificateur de tension (figure 2-11).

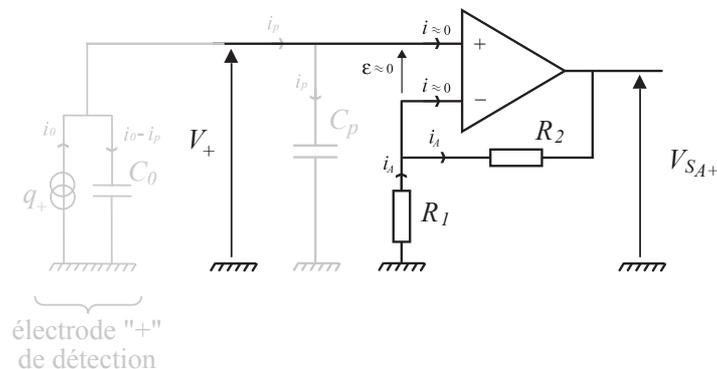


Figure 2-11 : Amplificateur de tension

La condition de courant nul ( $i = 0$ ) est réalisée à l'aide de la branche non "inverseuse" de l'amplificateur opérationnel. Et le gain de cet amplificateur est alors :

$$\frac{V_{s_{A+}}}{V_+} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (2-62)$$

La détection de tension a comme inconvénient d'être sensible aux capacités parasites  $C_p$  alors que pour l'amplificateur de charges on parle d'immunité aux capacités parasites (cette immunité est favorable à la stabilité du biais). Les capacités parasites proviennent entre autres des pistes de connexion. L'application de la tension  $V_+$  aux bornes d'une capacité  $C_p$ , située entre l'entrée du préamplificateur et la masse, donne lieu à un courant de fuite  $i_p$  sortant des électrodes qui perturbe le bon fonctionnement de la détection en tension (il se produit une variation de courant aux bornes de  $C_0$  qui entraîne une variation de tension du signal  $V_+$  que l'on veut détecter). Par conséquent les stabilités du facteur d'échelle et du biais sont très sensibles aux fluctuations des capacités parasites du circuit. Ce problème ne se rencontre pas dans le cas de l'amplificateur de charges pour lequel la tension aux bornes des capacités parasites est maintenue nulle via l'amplificateur opérationnel.

Ce phénomène est négligeable si la capacité  $C_0$  est très grande devant la capacité parasite  $C_p$ , ce qui n'est pas le cas pour les matériaux faiblement diélectriques (e.g. le quartz et ses isotopes), ainsi **la détection de tension n'est pas adaptée aux matériaux faiblement diélectriques.**

Nous verrons de plus au paragraphe 2.2 sur la résolution de mesure que l'amplificateur de tension ne permet pas d'améliorer notablement la résolution du capteur dans le cas des matériaux fortement diélectriques.

### 2.1.4. Expression analytique du facteur d'échelle

Nous aborderons successivement dans ce paragraphe le facteur d'échelle du gyromètre dans le cas d'une détection de charges et d'une détection de tension.

#### Facteur d'échelle dans le cas de la détection de charges

A l'aide des équations (2-14) du facteur d'échelle mécanique, (2-54) de la conversion piézoélectrique et (2-61) de l'électronique nous pouvons maintenant établir l'expression analytique du facteur d'échelle du gyromètre à poutre vibrante en V/(rad/s) :

$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2 e^2}{3 L} \frac{X_1}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_A} \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \quad (2-63)$$

ou en fonction de la contrainte maximum générée dans le matériaux ( $T_{max}$ ) :

$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2 e^2 L}{3 l} \frac{T_{max}}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_A} d_{12} \frac{1 - k^2}{2 - k^2} \quad (2-64)$$

On voit ici que le matériau intervient à trois niveaux sur le facteur d'échelle du gyromètre : le coefficient piézoélectrique  $d_{12}$ , le coefficient de souplesse  $s_{22}^E$ , et l'amplitude pilote  $X_1$ . Pour l'ensemble des matériaux envisagés au chapitre 1, le coefficient de souplesse se situe dans le même ordre de grandeur ( $5 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N} \leq s_{22}^E \leq 15 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ ), hormis pour les monocristaux ferroélectriques (e.g. PMN-PT) pour lesquels  $s_{22}^E \sim 200 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ .

En ce qui concerne l'amplitude du mode pilote, la discussion est loin d'être triviale, nous verrons en détail (au paragraphe 2.3) que différents phénomènes sont à prendre en compte. Toutefois, il apparaît expérimentalement (confer chapitre 3) que pour deux matériaux très différents (quartz et céramique PZT) l'amplitude pilote maximale vis-à-vis d'un fonctionnement correct en oscillateur est de l'ordre de quelques microns. On prendra comme hypothèse que cet ordre de grandeur s'applique à l'ensemble des matériaux envisagés.

Par contre le coefficient piézoélectrique  $d_{12}$  varie très fortement d'un matériau à l'autre :  $2,3 \times 10^{-12} \text{ C/N} \leq d_{ij} \leq 400 \times 10^{-12} \text{ C/N}$ . Le coefficient piézoélectrique est donc un paramètre clef dans le choix du matériau en ce qui concerne l'optimisation du facteur d'échelle.

Néanmoins le facteur d'échelle ne reflète pas à lui seul les performances du capteur, puisque l'on peut très bien à l'aide de l'électronique l'augmenter à souhait (en augmentant  $G$ ), mais en

augmentant d'autant le bruit du signal. Il est donc nécessaire d'étudier l'impact du matériau sur le bruit et donc sur la résolution de mesure.

Le biais de mesure (et surtout sa stabilité) est un autre paramètre déterminant pour la performance d'un capteur. Cependant il ne paraît pas réaliste aujourd'hui d'étudier de façon satisfaisante l'impact du matériau sur ce paramètre autrement qu'empiriquement. L'étude théorique des performances menée dans ce manuscrit se limitera donc aux seules notions de facteur d'échelle et de résolution.

### **Facteur d'échelle dans le cas de la détection de tension**

A l'aide des équations (2-14), (2-56) et (2-62) et en considérant le gain  $G$  de l'électronique de détection située après les deux amplificateurs de tension, nous pouvons aussi établir l'expression analytique du facteur d'échelle du gyromètre à poutre vibrante dans le cas de la détection de tension :

$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2 e^2}{3 L} \frac{X_1}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{d_{12}}{s_{22}^E} \quad (2-65)$$

ou en fonction de la contrainte maximum générée dans le matériaux ( $T_{max}$ ) :

$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2 e^2 L}{3 l} \frac{T_{max}}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) d_{12} \frac{1-k^2}{2-k^2}$$

Cette expression du facteur d'échelle est semblable à celle du cas de l'amplificateur de charges à la différence qu'elle fait intervenir la capacité inter-électrodes  $C_0$  et que le gain de l'amplificateur de charge  $1/C_A$  est remplacé par le gain de l'amplificateur de tension  $(1+R_2/R_1)$ . Cette expression du facteur d'échelle permettra par la suite de calculer la résolution du capteur dans le cas d'une détection de tension.

## 2.2. Etude de la résolution

La résolution d'un capteur est le plus bas niveau du signal détectable, elle est intrinsèquement liée aux phénomènes de bruits qui entachent la mesure du capteur. De ce fait, la résolution correspond au bruit en sortie du capteur exprimé en unité de la grandeur d'entrée. Ainsi, on définit la résolution du gyromètre (en °/s) comme le rapport du bruit en sortie (en V) par le facteur d'échelle  $FE$  (en V/(°/s)). Le bruit en sortie se définit à partir de sa densité spectrale de bruit  $V_{sb}$  (en V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ) intégrée dans la bande passante  $BP$  (en Hz) du capteur. Par exemple pour un bruit blanc (i.e. de densité spectrale indépendante de la fréquence) la résolution  $\Omega_R$  du capteur s'écrit :

$$\Omega_R = \frac{V_{sb}}{FE} \sqrt{BP} \quad (2-66)$$

Il faut donc considérer l'ensemble des sources de bruit pour étudier la résolution du capteur. Dans le cas du gyromètre vibrant on rencontre deux sources de bruit principales : la première est mécanique (bruit brownien du résonateur) et la seconde est électronique. On peut étudier séparément la contribution du bruit brownien  $\Omega_{RB}$  et la contribution du bruit de l'électronique  $\Omega_{Re}$  à la résolution [9]. Il sera dès lors possible de calculer la résolution totale  $\Omega_R$  en faisant la somme quadratique de ces deux termes :

$$\Omega_R = \sqrt{(\Omega_{RB}^2 + \Omega_{Re}^2)} \quad (2-67)$$

### 2.2.1. Contribution du bruit mécanique (bruit brownien)

Tout système mécanique amorti est animé d'un mouvement microscopique intrinsèque dû à l'agitation thermique interne et/ou externe (i.e. le mouvement brownien [10]). L'agitation thermique agit comme une force d'excitation aléatoire caractérisée par sa densité spectrale  $F_B$  (en N/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ). Dans le cas du gyromètre, cette vibration induit notamment un bruit sur l'amplitude de la vibration du mode détecteur  $X_3$  et donc altère le signal de sortie du capteur. On considère le terme de bruit brownien du mode pilote, qui affecte indirectement la résolution du capteur négligeable, devant le terme du mode détecteur.

La relation de Nyquist [11-15] donne, sous forme d'un bruit blanc, la force d'excitation de cette vibration en fonction de l'amortissement du résonateur  $\eta$  (N/m.s) ( $\eta = m\omega/Q$ ) et de sa température  $T$  (K) :

$$F_B = \sqrt{4k_b T \eta} \quad (2-68)$$

où  $k_b$  est la constante de Boltzmann :  $k_b \approx 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ,  $T$  est la température (en K),  $m$  la masse du résonateur (en kg) et  $\eta$  ( $= m\omega/Q$ ) son amortissement (en N/m.s).

En substituant le terme  $F_B/m$  à  $2\omega_p x_1 \Omega_{x2}$  (accélération de Coriolis) dans l'équation (2-13) on obtient l'amplitude de vibration  $x_{3B}$  du mode détecteur associée au bruit brownien :

$$x_{3B} = \frac{F_B}{m(\omega_d^2 - \omega_p^2)} \quad (2-69)$$

A partir du facteur d'échelle "mécanique" (2-14) on obtient la résolution dans la bande passante BP due au bruit brownien :

$$\Omega_{RB} = \frac{F_B |\omega_d - \omega_p|}{m |\omega_d^2 - \omega_p^2| X_1} \sqrt{BP} \approx \frac{1}{X_1} \sqrt{\frac{k_b T}{m Q_d \omega_p}} \sqrt{BP} \quad (2-70)$$

On appréhende ici que, via l'amortissement  $\eta$ , la résolution du gyromètre est liée au facteur de qualité du mode détecteur  $Q_d$ , ce qui peut surprendre a priori étant donné que le gyromètre fonctionne à la fréquence de résonance du mode pilote et non à celle du détecteur. Plus le facteur de qualité du mode détecteur est grand, meilleure est la résolution due au bruit brownien. Il existe différentes façons de maximiser ce facteur de qualité : on peut par exemple placer l'élément sensible sous vide ou utiliser un matériau dont le facteur de qualité est intrinsèquement élevé (e.g. le quartz).

Dans le cas d'une poutre en quartz de gyromètre VIG ( $X_1 \sim 2 \mu\text{m}$ ,  $m = 0,6 \text{ mg}$ ,  $Q_d = 100\,000$ ,  $f_p = 36,5 \text{ kHz}$ ) à la température ambiante ( $T = 300 \text{ K}$ ), la contribution du bruit brownien à la résolution est :

$$\Omega_{RB} = 1,5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ soit } \sim 0,05 \text{ } ^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{Hz}}$$

Soit environ 2 ordres de grandeur inférieure à la contribution électronique (confer paragraphe suivant).

De manière générale pour les capteurs, le bruit électronique du préamplificateur est la source de bruit prédominante par rapport au bruit brownien. Le préamplificateur est le premier étage de l'électronique de détection qui réalise la mise en forme de la grandeur physique mesurée

par l'électronique (dans le cas du gyromètre vibrant ce sont les charges de détection et le préamplificateur est l'amplificateur de charges). Toutefois il est intéressant de considérer la résolution due au seul bruit brownien puisque c'est la limite théorique de la résolution du gyromètre. On qualifie donc d'ultime la résolution du capteur calculée à partir du bruit brownien, c'est-à-dire celle que l'on obtiendrait avec une électronique idéale (i.e. non bruitée). On verra par la suite que dans le cas des monocristaux ferroélectriques le bruit brownien est du même ordre de grandeur que le bruit électronique.

### 2.2.2. Contribution du bruit électronique

Nous aborderons successivement dans ce paragraphe la résolution dans le cas d'une détection de charges et d'une détection de tension.

#### Bruit électronique dans le cas de la détection de charges

Dans le cadre de notre étude nous considérerons l'amplificateur de charges, qui est le préamplificateur de l'électronique de détection, comme unique source du bruit électronique. Rigoureusement le bruit provenant des autres composants de l'électronique de détection est à prendre en compte, mais généralement l'électronique est dimensionnée pour ne pas altérer le rapport signal sur bruit en sortie du capteur. Et par ailleurs le bruit des autres composants de l'électronique ne dépend pas des paramètres matériau et donc la prise en compte de ce bruit supplémentaire n'apporte rien sur la discussion relative au choix du matériau.

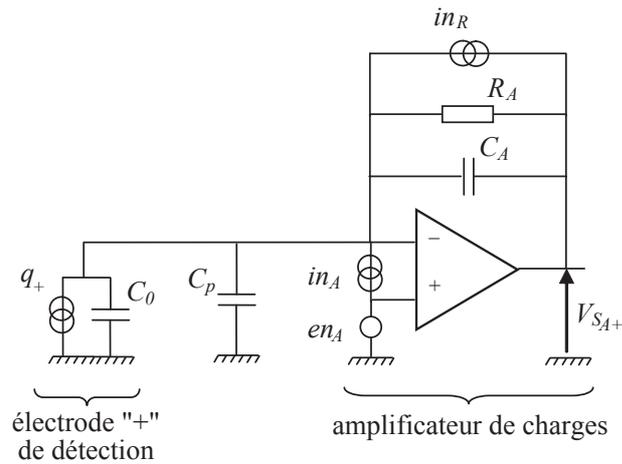
Il y a deux origines de bruits prépondérantes dans l'amplificateur de charges :

- Le bruit thermique [16;17] dans la résistance de contre-réaction  $R_A$  (ou bruit de Johnson-Nyquist)  $in_R$  :

$$in_R = \sqrt{\frac{4k_b T}{R_A}} \quad (2-71)$$

- l'amplificateur opérationnel avec deux bruits d'entrée : l'un en courant  $in_A$  et l'autre en tension  $en_A$  qui proviennent du fonctionnement interne de l'amplificateur (données constructeurs).

Ces trois bruits sont représentés sur la figure suivante :



**Figure 2-12 :** Electrode de détection et amplificateur de charges avec les différentes sources de bruits électroniques identifiées

Sur la figure 2-12, l'élément sensible est schématisé par une source de charges correspondant aux charges  $q_+$  récoltées sur l'électrode "+", et la capacité inter-électrodes du détecteur est représentée par  $C_0$  (on a respectivement le même schéma au niveau de la détection des charges "-"). Les capacités parasites du circuit de connexion des électrodes à l'amplificateur de charges sont représentées par la capacité  $C_p$ .

On calcule les différentes densités spectrales de bruit en sortie de l'amplificateur de charges :

- pour le bruit Johnson de la résistance  $R_A$  :

$$V_{S_{A+}}(in_R) = \frac{R_A}{1 + j\omega R_A C_A} \sqrt{\frac{4k_b T}{R_A}} \quad (2-72)$$

- pour le bruit en tension de l'amplificateur opérationnel :

$$V_{S_{A+}}(en_A) = \left( 1 + \frac{j\omega(C_0 + C_p)R_A}{1 + j\omega R_A C_A} \right) en_A \quad (2-73)$$

- pour le bruit en intensité de l'amplificateur opérationnel :

$$V_{S_{A+}}(in_A) = \frac{R_A}{1 + j\omega R_A C_A} in_A \quad (2-74)$$

On ne prend pas en compte l'impact du bruit flicker (bruit en  $1/f$ ) dans cette étude. Ceci se justifie puisque le bruit flicker est un bruit basse fréquence et que l'amplificateur opérationnel

fonctionne autour de la fréquence pilote ( $f_{p\pm BP}$ ), c'est-à-dire à une fréquence relativement élevée.

La densité spectrale du bruit électronique total en sortie de l'amplificateur de charges s'écrit :

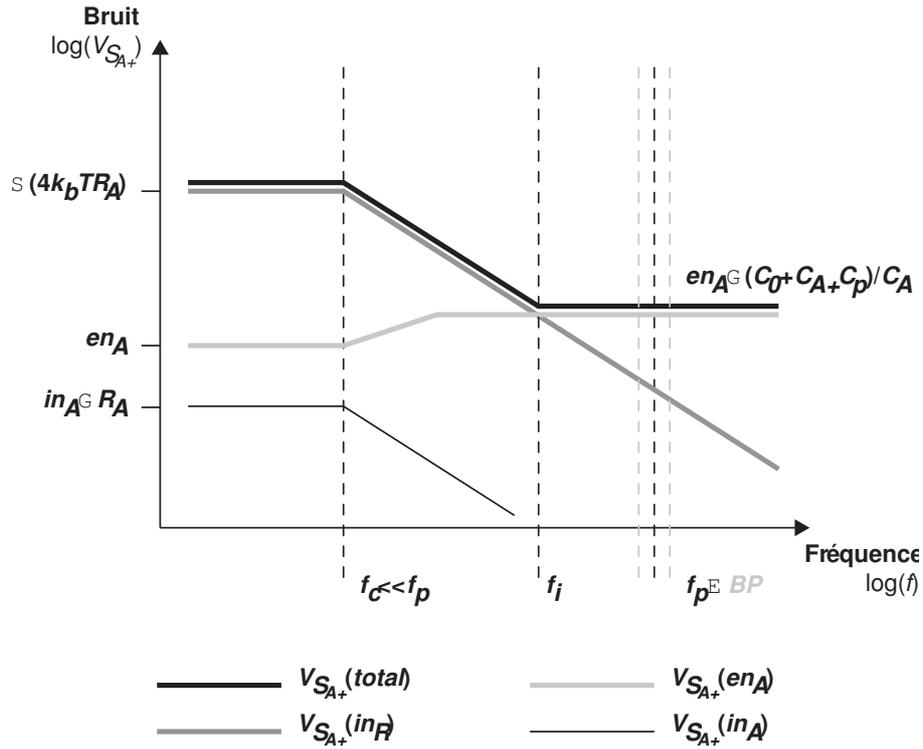
$$V_{S_{A+}}(total) = \sqrt{V_{S_{A+}}^2(in_R) + V_{S_{A+}}^2(en_A) + V_{S_{A+}}^2(in_A)} \quad (2-75)$$

Pour les valeurs des bruits en tension  $en_A$  et courant  $in_A$  nous prendrons les valeurs de l'amplificateur opérationnel AD8066 d'Analog Devices, qui est l'un des meilleurs amplificateurs opérationnels faible bruit, spécifiquement adapté à ce type d'application :  $en_A = 7\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  et  $in = 0,6\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$  [18].

On peut représenter l'évolution des différentes densités spectrales de bruit en fonction de la fréquence sur un graphique (voir figure 2-13). On y voit que dans le meilleur des cas la densité spectrale de bruit totale en sortie est limitée par le bruit en tension de l'amplificateur opérationnel et est minimale pour les valeurs de fréquence supérieures à  $f_i$  (intersection entre  $V_{SA+}(in_R)$  et  $V_{SA+}(en_A)$ ). Ainsi la résolution du gyromètre sera optimale si la fréquence de fonctionnement  $f_p$  (i.e. la fréquence pilote) de l'amplificateur de charges est supérieure à  $f_i$  :

$$f_i = \frac{\sqrt{4k_b TR_A}}{en} \frac{CA}{C_0 + C_A + Cp} f_c < f_p \quad \text{avec} \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_A C_A} \ll f_p \quad (2-76)$$

Cette relation est une condition de bon fonctionnement du gyromètre que doivent respecter les paramètres de l'amplificateur de charges (i.e.  $R_A$  et  $C_A$ ) en plus de la condition sur la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre passe haut de l'amplificateur de charge (paragraphe 2.1.3).



**Figure 2-13 :** Evolution des densités spectrales de bruit en sortie de l'amplificateur de charges en fonction de la fréquence ;  $V_{S_{A+}}(total)$  est la somme quadratique des termes  $V_{S_{A+}}(en_A)$  et  $V_{S_{A+}}(in_A)$  provenant respectivement des bruits en tension et en courant de l'amplificateur opérationnel et  $V_{S_{A+}}(en_R)$  provenant du bruit Johnson de la résistance de contre-réaction ;  $f_c$  est la fréquence de coupure de l'amplificateur de charge,  $f_p$  est la fréquence pilote et  $f_i$  la fréquence d'intersection de  $V_{S_{A+}}(en_R)$  et  $V_{S_{A+}}(en_A)$

On considère donc la densité spectrale de bruit de tension à la sortie de chacun des deux amplificateurs de charges (autour de la fréquence de fonctionnement) :

$$V_{S_{A+}}(total) \approx \left( \frac{C_0 + C_p + C_A}{C_A} \right) en_A \quad ; \quad f_p - BP < f < f_p + BP \quad (2-77)$$

On en déduit la densité spectrale de bruit de tension  $V_{S_b}$  en sortie de l'électronique de détection située après les deux amplificateurs de charges, en supposant toujours que cette électronique est dimensionnée telle que son bruit propre soit négligeable :

$$V_{S_b} \approx \sqrt{2}G \left( \frac{C_0 + C_p + C_A}{C_A} \right) en_A \quad ; \quad f_p - BP < f < f_p + BP \quad (2-78)$$

$G$  est le gain de l'électronique de détection située après les deux amplificateurs de charges.

On exprime alors la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution (exprimé en %/s) en considérant le facteur d'échelle (2-63) et la densité spectrale (2-78) dans l'équation (2-66) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A (C_A + C_0 + C_p) \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_1} \frac{3L}{e^2} \frac{s_{22}^E}{d_{12}} \sqrt{BP} \quad (2-79)$$

Ou en fonction de la contrainte maximum dans le matériau ( $T_{max}$ ) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A (C_A + C_0 + C_p) \frac{|\omega_d - \omega_d|}{T_{max}} \frac{l}{e^2 L} \frac{1}{d_{12}} \frac{2-k^2}{1-k^2} \sqrt{BP} \quad (2-80)$$

On observe ici que de nombreux paramètres interviennent dans l'expression de la contribution du bruit électronique à la résolution, et notamment **les paramètres matériau** suivants :

- $C_0$  la capacité inter-électrodes du mode détecteur ;
- $X_1$  l'amplitude du mode (ou  $T_{max}$  confer paragraphe 2.1.2.2);
- $d_{12}$  le coefficient piézoélectrique transverse ;
- $s_{22}^E$  le coefficient de souplesse mécanique à champ électrique constant.

Dans le cas des matériaux envisagés les paramètres  $X_1$  et  $s_{22}^E$  varient peu d'un matériau à l'autre (rappel : il s'agit d'une hypothèse pour  $X_1$ ). Par contre  $C_0$  (compris entre 0,2 pF à 150 pF) et  $d_{12}$  (compris entre  $2,3 \times 10^{-12}$  C/N et  $400 \times 10^{-12}$  C/N) varient énormément et constituent a priori des paramètres d'optimisation déterminants.

On distingue également **les paramètres géométriques** de l'élément sensible :

- $e$  et  $L$  les dimensions de la poutre ;
- $|\omega_d - \omega_p|$  l'écart de fréquence entre les résonances pilote et détecteur.

Pour optimiser les performances du gyromètre, il faut donc un écart de fréquence entre les modes pilote et détecteur minimal et une poutre la moins élancée possible (on définit l'élanement comme le rapport  $L/e$ ).

Enfin on distingue **les paramètres électroniques** :

- $en_A$  la densité spectrale de bruit en tension en entrée de l'amplificateur opérationnel ;
- $C_A$  et  $C_p$  respectivement la capacité de contre- réaction de l'amplificateur et la capacité parasite ;
- $BP$  la bande passante du capteur.

$en_A$  est une "donnée constructeur". La capacité parasite  $C_p$  dépend de la technologie de fabrication de l'électronique de détection (elle est typiquement de l'ordre de 0,1 pF dans les circuits de type CMS – Composants Montés en Surface – couramment utilisés pour la réalisation de l'électronique des capteurs); on rappelle que cette capacité parasite d'entrée de l'amplificateur de charges n'affecte pas le facteur d'échelle ni le biais. Par ailleurs, il existe d'autres capacités parasites dans le circuit, qui sont du même ordre de grandeur que  $C_p$  (quelques dixièmes de picofarads mesurés sur circuits CMS), en particulier en parallèle de la capacité  $C_A$  de contre-réaction. Les fluctuations (notamment en température) de ces autres capacités parasites sont susceptibles d'affecter les stabilités du facteur d'échelle et du biais ; c'est pourquoi il est nécessaire que  $C_A$  leur soit nettement supérieure. La valeur minimale généralement admise est  $C_A = 10$  pF. Toutefois, pour les matériaux à fortes permittivités diélectriques conduisant à des valeurs de  $C_0$  importantes (par exemple 100 pF), l'expression (2-79) montre que la résolution n'est pas sensiblement dégradée pour des valeurs de  $C_A$  comprise entre 10 pF et  $C_0$ .

La bande passante  $BP$  est typiquement de 100 Hz pour les applications usuelles des gyromètres vibrants. Elle peut être fixée par l'électronique (par filtrage en sortie) et on rappelle qu'elle doit valoir au plus la moitié de l'écart de fréquence pilote-détecteur :

$$BP \leq \frac{1}{2\pi} 0,54 |\omega_p - \omega_d| \quad \text{rappel de (2-15)}$$

Dans le cas d'une poutre en quartz de gyromètre VIG avec  $en_A = 7$  nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $C_A = 10$  pF,  $C_0 = 0,14$  pF,  $C_p = 0,1$  pF,  $|\omega_d - \omega_p| = 500 \times 2\pi$  rad/s,  $X_1 = 2$   $\mu\text{m}$ ,  $e = 0,5$  mm,  $L = 3,5$  mm,  $s_{22}^E = 12,77 \times 10^{-12}$  m<sup>2</sup>/N,  $d_{12} = 2,3 \times 10^{-12}$  C/N :

$$\Omega_{Re} \sim 0,001 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$$

En tenant compte de l'efficacité des électrodes réelles ( $a = 1/3$ ),  $\Omega_{Re} \sim 0,003 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

La contribution du bruit électronique à la résolution est prépondérante comparée à la contribution du bruit brownien 2 ordres de grandeur inférieure. C'est donc la contribution électronique qui limite la résolution de ce capteur.

On se propose pour évaluer les performances dues au matériau seul, de considérer l'impact de  $C_0$  en négligeant  $C_p$  et  $C_A$  – on se met dans le cas d'une électronique idéale non affectée de capacités parasites et pour laquelle  $C_A$  peut donc être choisi tel que  $C_A \ll C_0$ . La résolution s'écrit alors :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A C_0 \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_1} \frac{3L}{e^2} \frac{s_{22}^E}{d_{12}} \sqrt{BP} \quad (2-81)$$

Et donc d'après (2-57) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_1} \frac{3L^2}{el} \frac{s_{22}^E \varepsilon_{11}^T}{d_{12}} \sqrt{BP} \quad (2-82)$$

Exprimé ainsi il apparaît deux constats. Le premier concerne la géométrie de l'élément vibrant :  $\Omega_{Re}$  est proportionnelle au carré de l'élanement de la poutre (puisque  $e \sim l$ ). Le second est que les paramètres matériaux intervenant dans la résolution sont le coefficient diélectrique  $\varepsilon_{11}^T$ , la constante piézoélectrique  $d_{12}$  ainsi que la souplesse mécanique  $s_{22}^E$ .

On peut définir un facteur de mérite  $FM$  pour caractériser le potentiel du matériau pour la réalisation de gyromètres vibrants monolithiques piézoélectriques :

$$FM = \frac{d_{12}}{s_{22}^E \varepsilon_{11}^T} \quad (2-83)$$

Ainsi la recherche du meilleur matériau en terme de résolution de mesure (si on occulte les contraintes technologiques de l'électronique), devrait être guidée par l'étude du facteur de mérite  $FM$ . Ce facteur peut aussi être envisagé comme un paramètre à maximiser pour le chimiste qui travaille sur la croissance de nouveaux cristaux ou céramiques piézoélectriques destinés à l'application gyromètre vibrant.

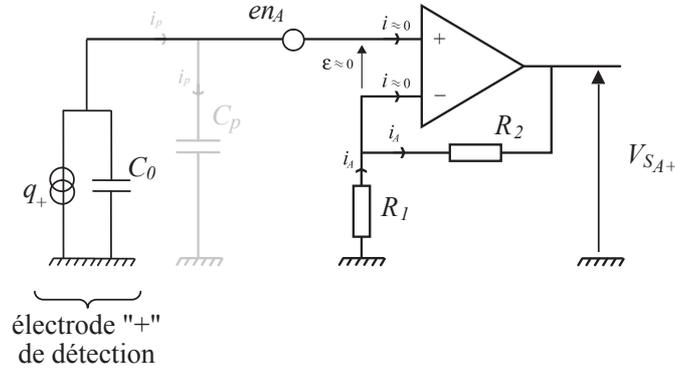
Dans la suite on notera  $FM^*$  le facteur de mérite normalisé à 1 pour le quartz, ce qui nous permettra de comparer les performances des différents matériaux au quartz (toujours dans le cas d'une électronique sans capacités parasites).

$$FM^* = \frac{FM}{FM_{quartz}} \quad (2-84)$$

Le facteur de mérite  $FM^*$  doit être envisagé comme un premier outil de comparaison des performances des matériaux entre eux, mais il faudra considérer l'expression complète de la résolution (2-79) pour comparer plus précisément les performances réelles de ceux-ci, puisqu'en pratique les capacités  $C_A$  et  $C_p$  ne sont pas toujours négligeables devant  $C_0$ .

### Bruit électronique dans le cas de la détection de tension

Dans le cas d'une amplification de tension la contribution du bruit électronique à la résolution est différente puisque le bruit électronique en sortie dépend de la nature du préamplificateur. Nous considérons ici, comme seule source de bruit, le bruit en tension d'entrée de l'amplificateur opérationnel (qui est prédominant).



**Figure 2-14 :** Schéma de l'électronique de détection de tension avec la source principale de bruit (bruit de tension d'entrée de l'amplificateur opérationnel  $en_A$ )

On peut exprimer la densité spectrale de bruit en sortie de l'électronique de détection (située après les deux amplificateurs de tension des électrodes "+" et "-") :

$$V_{S_b} = \sqrt{2}G \times V_{S_{A+}}(en_A) = \sqrt{2}G \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) en_A \quad (2-85)$$

$G$  est le gain de l'électronique de détection située après les deux amplificateurs de tension. De même que pour le cas de l'amplificateur de charges étudié en détail précédemment on exprime la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution. Pour cela on injecte les expressions du facteur d'échelle (2-65) et la densité spectrale (2-85) dans l'équation (2-66) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A C_0 \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_1} \frac{3L s_{22}^E}{e^2 d_{12}} \sqrt{BP} \quad (2-86)$$

### Discussion et comparaison du bruit électronique selon le type de détection

On remarque ici que dans le cas des matériaux fortement diélectriques pour lesquels la capacité inter-électrodes  $C_0$  est grande on retrouve le même résultat que dans le cas de la détection de charge (confer relation (2-79)). Par contre, pour les matériaux faiblement diélectriques, la détection de tension est favorable du seul point de vue de la résolution puisque qu'elle n'est pas affectée par la capacité de contre-réaction  $C_A$  de l'amplificateur de

charges (dont la valeur est nettement supérieure à  $C_0$ ). Néanmoins nous avons montré (au paragraphe 2.1.3) que la détection de tension serait rédhitoire du point de vue de la stabilité du facteur d'échelle pour les matériaux faiblement diélectriques.

Pour ces raisons, il est fait le choix de ne retenir que la seule détection de charges pour la suite de cette étude.

### **2.3. Discussion sur les matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants**

Il s'agit, dans ce paragraphe, de comparer les performances des différents matériaux présentés au premier chapitre pour l'application micro-gyromètre vibrant piézoélectrique. Pour cela on utilisera les modèles développés dans ce chapitre. Dans un premier temps pour calculer le facteur de mérite (normalisé à 1 pour le quartz)  $FM^*$  et obtenir ainsi une première comparaison des performances de résolution. Puis on calculera, après avoir dimensionné les paramètres "non-matériaux" du capteur, le facteur d'échelle  $FE$  et la contribution du bruit électronique  $\Omega_{Re}$  pour affiner cette comparaison au cas plus réaliste qui prend en compte les limitations technologiques imposées par l'électronique discrète (la capacité de contre-réaction  $C_A$  de l'amplificateur de charges est susceptible, suivant les matériaux, d'être non négligeable devant la capacité inter-électrodes  $C_0$  du détecteur). Enfin nous reviendrons sur la contribution du bruit brownien à la résolution.

#### **2.3.1. Comparaison du facteur de mérite pour les différents matériaux**

Nous avons introduit au paragraphe précédent le facteur de mérite  $FM^*$  normalisé à 1 pour le quartz ; ce facteur permet de comparer les performances des matériaux piézoélectriques dans le cas d'une électronique non contraignante notamment vis-à-vis de la capacité de contre-réaction  $C_A$  (e.g. dans les circuits CMS la valeur plancher admise est 10 pF).

Comme indiqué au paragraphe 2.1.2.1, nous avons jusqu'à présent travaillé sur le cas particulier du quartz. Il faut maintenant préciser l'orientation optimale de la poutre vibrante dans les axes cristallographiques de chaque matériau considéré. Nous nous baserons sur le résultat précédemment énoncé : la matrice des coefficients piézoélectriques doit posséder un coefficient transverse  $d_{ij}$  (avec  $i \neq j$  et  $j \leq 3$ ) qui puisse être mis à profit pour exciter et détecter les flexions pilote et détecteur du gyromètre.

**Dans le cas des matériaux isotypes du quartz** (i.e. de la même classe de symétrie 32), la problématique est la même que pour le quartz. On considérera donc pour ces matériaux l'orientation de la poutre vibrante du modèle : la longueur  $L$  correspond à l'axe  $x_2$ , et la largeur  $l$  à l'axe  $x_1$ . Ainsi les paramètres matériau à prendre en compte pour calculer  $FM$  sont respectivement pour le coefficient piézoélectrique, le coefficient de souplesse mécanique et la constante diélectrique :  $d_{12}$  ( $= -d_{11}$ ),  $s_{22}^E$  ( $= s_{11}^E$ ) et  $\varepsilon_{11}^T$ .

**Dans le cas des cristaux niobate de lithium (LiNbO<sub>3</sub>) et tantalate de lithium (LiTaO<sub>3</sub>)**, dont la classe de symétrie est 3m, la forme de la matrice des coefficients piézoélectriques  $d$  est :

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cette matrice possède trois coefficients piézoélectriques transverses permettant de mettre en œuvre la flexion du gyromètre :  $d_{21}$  ( $= -d_{22}$ ),  $d_{31}$  et  $d_{32}$  ( $= d_{31}$ ). Compte tenu du fait que l'utilisation du coefficient piézoélectrique  $d_{22}$  ( $\sim 20 \times 10^{-12}$  C/N) permet d'obtenir une plus grande valeur de  $FM$  que  $d_{31}$  ( $\sim 10^{-12}$  C/N), nous limiterons l'étude pour les cristaux "lithium" au seul cas d'orientation correspondant à  $d_{22}$  :  $L$  orienté le long de  $x_1$  et  $l$  le long de  $x_2$ . Ainsi les paramètres matériau à considérer pour le calcul de  $FM$  sont respectivement pour le coefficient piézoélectrique, le coefficient de souplesse mécanique et la constante diélectrique :  $d_{21}$  ( $= -d_{22}$ ),  $s_{11}^E$  et  $\varepsilon_{22}^T$  ( $= \varepsilon_{11}$ ).

**Pour les céramiques et les monocristaux ferroélectriques** (e.g. PZT et PMN - PT) ainsi que pour le tétraborate de dilithium de la forme de la matrice des coefficients piézoélectriques est :

$$d : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les coefficients transverses sont  $d_{31}$  et  $d_{32}$  ( $= d_{31}$ ). Il y a deux orientations possibles qui sont telles que  $L$  est orienté le long de  $x_1$ . Dans ces deux cas d'orientation la valeur de  $FM$  est la même et les paramètres matériau à considérer sont respectivement pour le coefficient piézoélectrique, le coefficient de souplesse mécanique et la constante diélectrique :  $d_{31}$ ,  $s_{11}^E$  et  $\varepsilon_{33}^T$ .

Bien que le tétraborate de dilithium soit de la même structure cristalline que les ferroélectriques, nous avons pris le parti de le regrouper avec les cristaux "lithium" puisqu'il est non-ferroélectrique.

Pour les isotypes du quartz :

	SiO <sub>2</sub>	GaPO <sub>4</sub>	GeO <sub>2</sub>	LGS	LGT	LGN
$s_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	12,77	17,93	18,26	8,76	9,04	9,12
$\epsilon_{r11}^T$ (relative)	4,52	6,1	5,2	18,99	19,9	20,7
$d_{12}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	-2,3	4,5	4,1	6,25	7,25	7,06
<b>FM*</b>	1	1,03	1,08	0,94	1,01	0,94

Pour les cristaux "lithium" :

	LiNbO <sub>3</sub>	LiTaO <sub>3</sub>	Li <sub>2</sub> B <sub>4</sub> O <sub>7</sub> <sup>1</sup>
$s_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	5,83	4,96	8,81
$\epsilon_{r11}^T$ (relative)	84	51	9,93 ( $\epsilon_{r33}^T$ ) <sup>2</sup>
$d_{22}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	20,8	24,0	-2,5 ( $d_{31}$ ) <sup>2</sup>
<b>FM*</b>	1,07	2,38	0,77

<sup>1</sup> bien que de symétrie cristalline différente (4m comme les ferroélectriques), le tétraborate de dilithium (Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub>) qui est non-ferroélectrique est présenté avec les cristaux "lithium".

<sup>2</sup> coefficient à considérer pour le calcul pour le tétraborate de dilithium.

Pour les céramiques et monocristaux ferroélectriques :

	PZT <sup>1</sup>	PMN-33PT <001>	PMN-33PT <110>
$s_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	12	205	245
$\epsilon_{r33}^T$ (relative)	1 225	2 847	1 743
$d_{31}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	-150	-1 163	-1 644
<b>FM*</b>	0,22	0,68	0,82

<sup>1</sup>PZT407 fournit par Morgan Electro Ceramics

**Tableau 2-1** : Tableaux comparant le facteur de mérite  $FM^*$  (facteur de mérite normalisé à 1 pour le quartz) de différents matériaux piézoélectriques

Le tableau 2-1 montre que les valeurs du facteur de mérite  $FM^*$  sont contenues dans un ordre de grandeur (entre 0,22 et 2,38). Cela est dû pour une part au fait que lorsqu'un matériau est fortement piézoélectrique il est généralement aussi fortement diélectrique de telle façon que le ratio  $d/\epsilon^T$  n'évolue pas dans les mêmes proportions. Ainsi comparés au quartz, les matériaux

plus fortement piézoélectriques ne permettent pas d'amélioration notable sur la résolution. Le tantalate de lithium permettrait le gain le plus intéressant avec une amélioration d'un facteur 2 de la résolution et a contrario paradoxalement les céramiques PZT (qui ont un grand coefficient piézoélectrique  $d_{31} = 150 \times 10^{-12}$  C/N) seraient 5 fois moins performantes.

Ce constat va à l'encontre de l'intuition qui était la nôtre au début de l'étude, car la résolution d'un gyromètre vibrant n'est pas seulement reliée à son coefficient piézoélectrique  $d$ .

Rappelons que ce premier critère de sélection ( $FM^*$ ) est pertinent dans l'hypothèse de la mise en œuvre d'une électronique sans capacités parasites, pour laquelle il serait possible de dimensionner la capacité de contre-réaction  $C_A$  de l'amplificateur de charges négligeable devant la capacité inter-électrodes  $C_0$  du détecteur. Dans le cas du quartz, cela imposerait de pouvoir dimensionner la capacité  $C_A$  très petite devant 0,14 pF (valeur de  $C_0$ ). On se heurte ici aux limites technologiques des circuits électroniques classiques de type CMS qui présentent des capacités parasites de l'ordre de quelques dixièmes de picofarads et qui imposent donc à  $C_A$  d'être supérieure à 10 pF.

Néanmoins l'intérêt du facteur de mérite  $FM^*$  s'inscrit dans la perspective de technologies électroniques plus favorables telles que les circuits intégrés de type ASIC (Application Specific Integrated Circuit) dont le développement se justifie dans le cas d'une production de grandes séries.

Il apparaît donc que pour mener aujourd'hui une comparaison plus réaliste des performances des différents matériaux, il ne faut pas se contenter du facteur de mérite  $FM^*$ , mais faire l'étude complète de la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution.

### 2.3.2. Comparaison de la contribution du bruit électronique à la résolution pour les différents matériaux

On rappelle l'expression (2-79) de la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution (en °/s) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A (C_A + C_0 + C_p) \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_I} \frac{3L}{e^2} \frac{s_{22}^E}{d_{12}} \sqrt{BP} \quad (2-79)$$

Pour effectuer les applications numériques, il faut d'abord dimensionner les paramètres "non-matériaux".

**Les paramètres géométriques** de l'élément sensible du gyromètre que l'on utilisera sont les suivants :

- $L = 6$  mm,  $e = 1$  mm (et  $l = 1$  mm pour calculer  $C_0$ ), les raisons de ce choix seront justifiées au chapitre suivant ;
- $|\omega_d - \omega_p| = 500$  Hz.

En ce qui concerne **les paramètres électroniques** :

- $en_A = 7$  nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$  (donnée constructeur de l'AD8066 d'Analog Devices) ;
- $C_A = 10$  pF ;
- $BP = 100$  Hz;

On remarque que l'on respecte bien la condition sur la bande passante (2-15) :  $BP < 2 \times |\omega_d - \omega_p|$ .

Pour **les paramètres matériaux** nous aurons besoin des valeurs de  $s^E$ ,  $d$ ,  $\varepsilon^T$  (pour calculer  $C_0$ ) et de l'amplitude pilote maximale  $X_{I_{max}}$ .

Parmi les paramètres matériau le cas de l'amplitude pilote  $X_I$  est particulièrement complexe. Contrairement aux autres paramètres matériau il ne s'agit pas d'une constante physique, mais d'un paramètre limité par deux phénomènes distincts :

- la contrainte maximale générée par la vibration dans le matériau ;
- l'apparition de non-linéarités à la résonance (la fréquence de résonance dépend de l'amplitude de l'excitation : c'est le défaut d'isochronisme).

La contrainte maximale peut être, suivant les cas, soit la contrainte de rupture, soit la contrainte de dépolarisation dans le cas des ferroélectriques.

Le défaut d'isochronisme de la résonance peut empêcher le fonctionnement de l'oscillateur pilote. Ce défaut d'isochronisme peut provenir, suivant les cas, des non-linéarités des coefficients élastiques, piézoélectriques, d'amortissements ou des composants de l'oscillateur auto-entretenu [19]. Nous ne disposons pas de réponse précise dans le cas de la vibration de flexion.

Nous savons empiriquement, à travers le développement du VIG, que ce sont les phénomènes de non-linéarités qui limitent l'excitation dans le cas du quartz ( $X_{I_{max}} = 2 \mu\text{m}$ ) et la contrainte de dépolarisation dans le cas du PZT ( $T_{dépolarisation} = 50 \text{ MPa}$ ,  $X_{Idépolarisation} \sim 10 \mu\text{m}$  et en s'imposant un facteur de sécurité de 10, on obtient  $X_{I_{max}} \sim 1 \mu\text{m}$ ).

Il est difficile de prévoir par une approche purement théorique le phénomène qui limitera l'amplitude pilote et il serait nécessaire d'engager des études expérimentales spécifiques sur des résonateurs en chaque matériau pour déterminer toutes les amplitudes pilotes maximales admissibles. Ces études n'étant pas réalistes dans le cadre de ce travail de thèse, nous généraliserons les résultats expérimentaux disponibles en prenant l'hypothèse que pour les cristaux piézoélectriques non ferroélectriques ce sont les phénomènes de non-linéarités qu'il faut prendre en compte et que dans le cas des ferroélectriques c'est la contrainte de dépolarisation.

Ainsi pour les cristaux piézoélectriques non-ferroélectriques on considérera (en prenant en compte le fait que les gyromètres considérés dans ce chapitre sont à l'échelle 2 par rapport au VIG) que la limite est la même pour chacun des matériaux, c'est-à-dire  $X_{I_{max}} = 4 \mu\text{m}$ . Et pour les matériaux ferroélectriques on calculera à partir de l'équation (2-48) l'amplitude d'excitation  $X_I$  correspondant à la contrainte de dépolarisation (on prendra un coefficient de sécurité de 10 sur l'amplitude pilote calculée à partir de la contrainte de dépolarisation).

La contrainte maximum admissible  $T_{max}$  avant dépolarisation varie d'un ferroélectrique à l'autre. Cette contrainte est communément évaluée à 50 MPa pour les céramiques PZT [20] et à 20 MPa pour les monocristaux [21].

Dans les paragraphes suivants nous allons donc comparer les performances des différents matériaux pour l'application gyromètre vibrant à partir du calcul de la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution. Nous préférons présenter la densité spectrale de bruit  $\Omega_{be}$  électronique ramenée en entrée (en  $^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) ce qui permet de comparer les performances des

gyromètres indépendamment de leur bande passante. A partir de l'équation (2-65) on peut écrire (on rappelle que  $V_{Sb}$  est la densité spectrale de bruit en sortie) :

$$\Omega_b = \frac{V_{Sb}}{FE} = \frac{\Omega_R}{\sqrt{BP}} \quad (2-87)$$

Nous présenterons aussi la valeur de la capacité inter-électrodes  $C_0$ , la fréquence de fonctionnement (i.e. la fréquence pilote)  $f_p$  et le facteur d'échelle  $FE$ . Pour ce dernier nous avons fixé le gain de l'électronique de détection  $G = 100$ .

### 2.3.2.1. Quartz et isotypes

Nous présentons dans le tableau 2-2 le facteur d'échelle  $FE$  et la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution pour les matériaux piézoélectriques isotypes du quartz.

	<b>SiO<sub>2</sub></b>	<b>GaPO<sub>4</sub></b>	<b>GeO<sub>2</sub></b>	<b>LGS</b>	<b>LGT</b>	<b>LGN</b>
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	2,65	3,57	4,28	5,75	6,14	5,185
$S_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	12,77	17,93	18,26	8,76	9,04	9,12
$\epsilon_{r11}^T$ (relative)	4,52	6,1	5,2	18,99	19,9	20,7
$d_{11}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	-2,3	4,5	4,1	6,25	7,25	7,06
$C_0$ (pf)	0,24	0,32	0,28	1,01	1,06	1,10
$f_p$ (kHz)	24,46	17,81	16,11	20,09	19,15	20,74
$FM^*$	1	1,03	1,08	0,94	1,01	0,94
<b><math>FE</math> (mv/(°/s))</b>	<b>4,48</b>	<b>6,23</b>	<b>5,57</b>	<b>17,7</b>	<b>19,9</b>	<b>19,2</b>
<b><math>\Omega_{be}</math> (10<sup>-4</sup> °/s/√Hz)</b>	<b>2,49</b>	<b>1,79</b>	<b>2,00</b>	<b>0,67</b>	<b>0,60</b>	<b>0,62</b>

**Tableau 2-2 :** Tableau présentant le facteur d'échelle  $FE$ , la résolution  $\Omega_{Re}$  et les différents paramètres concernés pour les cristaux piézoélectriques isotypes du quartz (inclus). On notera dans le cas du quartz à l'échelle 2 une amélioration d'un facteur 2 de la résolution par rapport à l'échelle 1 (voir 2.2.2)

On remarque que pour les isotypes du quartz montrés dans ce tableau les résolutions sont meilleures que pour le quartz (d'un facteur 4 pour les matériaux les plus performants), ce que n'indiquait pas la comparaison par le seul facteur de mérite  $FM^*$  ( $0,94 \leq FM^* \leq 1,08$ ). Ceci est dû au fait que pour le quartz et ses isotypes la résolution n'est pas limitée par la capacité inter-électrodes  $C_0$  du résonateur pilote, mais par la capacité de contre-réaction  $C_A$  de l'amplificateur de charges ( $C_0 \ll C_A$ ). Ainsi la densité spectrale de bruit électronique (2-78) qui est proportionnelle à la somme de ces deux capacités est sensiblement constante, alors que le facteur d'échelle (2-63) qui est proportionnel au ratio  $d_{11}/s_{11}^E$  diffère d'un matériau à l'autre. Il apparaît ainsi que la contribution du bruit électronique  $\Omega_{Re}$  à la résolution (2-79), qui est

proportionnelle au rapport de ces deux quantités, est améliorée pour les cristaux de la famille du langasite (LGS, LGT et LGN) qui permettent une résolution théorique 4 fois meilleure que pour le quartz.

### 2.3.2.2. Les cristaux "lithium"

Nous présentons dans le tableau 2-3 le facteur d'échelle  $FE$  et la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution pour ces matériaux :

	<b>LiNbO<sub>3</sub></b>	<b>LiTaO<sub>3</sub></b>	<b>Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub><sup>1</sup></b>
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	4.63	7.45	2.44
$S_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	5.83	4.96	8.81
$\epsilon_{r33}^T$ (relative) <sup>1</sup>	30	45	9.93 ( $\epsilon_{r33}^T$ ) <sup>2</sup>
$d_{22}$ (10 <sup>-12</sup> C/N) <sup>1</sup>	20,8	24,0	-2,5 ( $d_{31}$ ) <sup>2</sup>
$C_0$ (pf)	4,46	2,71	0,53
$f_p$ (kHz)	27,72	24,36	30,67
$FM^*$	1,07	2,38	0,77
<b><math>FE</math> (mv/(°/s))</b>	<b>88,6</b>	<b>120</b>	<b>7,04</b>
<b><math>\Omega_{be}</math> (10<sup>-4</sup> °/s/√Hz)</b>	<b>0,17</b>	<b>0,11</b>	<b>1,62</b>

<sup>1</sup> bien que de symétrie cristalline différente (4m comme les pérovskites), le tétraborate de dilithium (Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub>) qui est non-ferroélectrique est présenté avec les cristaux "lithium"

<sup>2</sup> coefficient à considérer pour le tétraborate de dilithium.

**Tableau 2-3 :** Tableau présentant le facteur d'échelle  $FE$ , la résolution  $\Omega_{Re}$  et les différents paramètres concernés pour les cristaux piézoélectriques "lithium".

Comme pour les cristaux piézoélectriques isotypes du quartz, ces matériaux sont dans un "domaine" de valeurs de permittivité pour lesquelles ce n'est pas la capacité inter-électrode  $C_0$  qui limite leurs résolutions.

La meilleure résolution est obtenue pour le tantalate de lithium et le niobate de lithium qui permettent une amélioration d'un facteur 20 environ par rapport au quartz.

### 2.3.2.3. Les ferroélectriques

Nous présentons dans le tableau 2-4 le facteur d'échelle et la contribution  $\Omega_{Re}$  du bruit électronique à la résolution pour les matériaux ferroélectriques envisagés. Nous présentons aussi l'amplitude pilote maximale  $X_{I_{max}}$  calculée à partir de la contrainte de dépolarisation (50 MPa pour le PZT et 20 MPa pour les monocristaux).

	PZT <sup>1</sup>	PMN-33PT <001>	PMN-33PT <110>
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	7,9	8,15	8,15
$s_{11}^E$ (10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N)	12	205	245
$\epsilon_{r33}^T$ (relative)	1225	2847	1743
$d_{31}$ (10 <sup>-12</sup> C/N)	-150	-1163	-1644
$X_{I_{max}}$ (µm)	0,98	6,27	3,91
$C_0$ (pf)	74,3	151	151
$f_p$ (kHz)	14,97	36,27	40,56
$FM^*$	0,22	0,68	0,82
$FE$ (mv/(°/s))	75,6	221	163
$\Omega_{be}$ (10 <sup>-4</sup> °/s/√Hz)	1,11	0,73	0,98

<sup>1</sup>PZT407 fournit par Morgan Electro Ceramics

**Tableau 2-4** Tableau présentant le facteur d'échelle  $FE$ , la résolution  $\Omega_{Re}$  et les différents paramètres concernés pour les ferroélectriques pérovskites

Contrairement aux matériaux précédemment étudiés, les ferroélectriques sont fortement diélectriques, ainsi la valeur de la capacité de contre-réaction  $C_0$  intervient de façon notable dans la contribution du bruit électronique  $\Omega_{Re}$  à la résolution. Malgré un très fort coefficient piézoélectrique (2 à 3 ordres de grandeur supérieur à celui du quartz) les ferroélectriques n'ont pas des performances améliorées d'autant. Ainsi la résolution est globalement améliorée d'un facteur ~2,5 par rapport au quartz.

### 2.3.3. Etude comparative de la contribution du bruit brownien

Nous avons précisé (au paragraphe 2.2.1) que généralement la contribution du bruit prédominante dans les capteurs est celle du bruit électronique qui provient de l'amplificateur de charge et qui dépend des paramètres matériau. C'est-à-dire que la contribution du bruit brownien (d'origine mécanique) est généralement négligeable.

On rappelle l'expression (2-70) de la contribution du bruit brownien  $\Omega_{RB}$  à la résolution :

$$\Omega_{R_B} \approx \frac{1}{X_1} \sqrt{\frac{k_b T}{m Q_d \omega_p}} \sqrt{BP} \quad (2-70)$$

Cette contribution du bruit brownien est directement liée au facteur de qualité  $Q_d$  – plus le facteur de qualité du mode détecteur est grand et plus la contribution du bruit brownien est réduite. Notamment on a vu que pour le quartz (avec un facteur de qualité relativement grand :  $Q_d \sim 100\,000$ ) la contribution du bruit brownien est négligeable (deux ordres de grandeur moins importante que la contribution du bruit électronique). Cependant le facteur de qualité varie beaucoup d'un matériau à l'autre ( $200 \leq Q_d \leq 100\,000$  pour les matériaux envisagés). Devant cette dispersion très importante, il apparaît nécessaire de comparer les valeurs relatives de la contribution  $\Omega_{RB}$  du bruit brownien et de la contribution électronique  $\Omega_{Re}$  à la résolution  $\Omega_R$ , en fonction du facteur de qualité  $Q_d$ .

Le facteur de qualité caractérise la propension du résonateur à conserver son énergie de vibration (plus le facteur de qualité est grand, moins le résonateur perd d'énergie par période). Il n'est pas envisageable de déterminer théoriquement les facteurs de qualité pour chacun des matériaux envisagés (les phénomènes de dissipation peuvent être différents selon les matériaux et font intervenir des coefficients physiques souvent méconnus). Néanmoins il est possible à partir des résultats empiriques issus de l'état de l'art d'envisager trois "familles" de matériaux : les cristaux non-ferroélectriques (i.e. les isotypes du quartz et les cristaux "lithium") avec un grand facteur de qualité ( $Q_d \sim 100\,000$ ), les céramiques PZT avec un facteur de qualité faible ( $Q_d \sim 1\,000$ ) et les monocristaux ferroélectriques (i.e. le PMN-PT et le PZN-PT) avec un très faible facteur de qualité ( $Q_d \sim 200$ ). Cette classification est justifiée puisque pour chacune de ces "familles" c'est un phénomène de dissipation différent qui est à prendre en compte. Dans le cas des cristaux piézoélectriques non-ferroélectriques le facteur de qualité est lié aux pertes thermoélastiques (à condition de fonctionner sous vide pour limiter les pertes d'énergie de surface et avec une tenue adéquate du résonateur pour limiter les pertes d'énergie dans le support) qui sont relativement faibles et permettent donc d'obtenir un grand facteur de qualité. Dans le cas des céramiques dont la structure macroscopique n'est pas ordonnée, le facteur de qualité est limité par des dissipations volumiques viscoélastiques et est nettement plus faible ( $Q_d \sim 1\,000$ ) [22]. Le cas des monocristaux est particulier : bien que cristallin (ce qui devrait être a priori favorable à un fort coefficient de qualité), ils présentent des facteurs de qualité très faibles ( $Q_d \sim 200$ ) [23] que l'on ne sait pas expliquer aujourd'hui.

Nous nous proposons de comparer les contributions des densité spectrales ramené en entrée des bruits électronique  $\Omega_{be}$  et brownien  $\Omega_{bB}$  ainsi que la densité spectrale totale résultante  $\Omega_b$  pour trois matériaux représentatifs des "familles" de valeurs du facteur de qualité : le quartz, le PZT et le PMN-PT.

On rappelle la relation (2-67) :

$$\Omega_b = \sqrt{(\Omega_{bB}^2 + \Omega_{be}^2)} \quad (2-67)$$

	<b>Non-ferroélectriques</b>			<b>Ferroélectriques</b>		
	<b>Quartz</b>		<b>PZT</b>	<b>PMN-PT</b>		
<b>Facteur de qualité : Q</b>	100 000		1 000	200		
<b>Contribution à la résolution :</b>						
<b>bruit électronique : <math>\Omega_{be}</math> (<math>10^{-4}</math> °/s/√Hz)</b>	2,49		1,11	0,98		
<b>bruit brownien : <math>\Omega_{bB}</math> (<math>10^{-4}</math> °/s/√Hz)</b>	0,07		1,10	1,62		
<b>bruit total : <math>\Omega_b</math> (<math>10^{-4}</math> °/s/√Hz)</b>	2,49		1,57	1,90		

**Tableau 2-5** : Tableau comparant les contributions du bruit à la résolution pour le cristal piézoélectrique non-ferroélectrique quartz, la céramique ferroélectrique PZT et le monocristal ferroélectrique PMN-PT

On observe sur ce tableau différents comportements selon le facteur de qualité  $Q$  :

- pour les cristaux piézoélectriques non-ferroélectriques (tel que le quartz), qui ont un grand facteur de qualité, la résolution du gyromètre  $\Omega_R$  n'est pas limitée par la contribution du bruit brownien  $\Omega_{RB}$ .
- pour les ferroélectriques (céramiques et monocristaux), qui ont un faible facteur de qualité, les contributions du bruit brownien  $\Omega_{RB}$  et du bruit électronique  $\Omega_{Re}$  interviennent au même niveau d'importance dans la résolution  $\Omega_R$  du gyromètre.

#### **2.3.4. Bilan de l'étude des performances des matériaux piézoélectriques pour les gyromètres vibrants**

Au cours de ce chapitre nous avons exploité le modèle simple d'une poutre vibrante développé aux paragraphes 2.1 et 2.2 pour comparer les performances des différents matériaux piézoélectriques pour l'application gyromètre vibrant à effet Coriolis. De cette étude il ressort : d'une part que les céramiques ferroélectriques PZT et les monocristaux ferroélectriques PMN-PT et PZN-PT, malgré leur très fort caractère piézoélectrique, sont toutefois limités par leurs très fortes permittivités et par leurs faibles facteurs de qualité ; ils permettent néanmoins d'obtenir des résolutions sensiblement améliorées par rapport au quartz (par un facteur  $\sim 1,5$ ). D'autre part certains matériaux piézoélectriques non-ferroélectriques permettent d'obtenir des résolutions notablement améliorées : les cristaux de la famille des langasites (LGS, LGT, LGN) permettent une amélioration de la résolution d'un facteur 4 par rapport au quartz, et le tantalate de lithium et le niobate de lithium permettent un gain d'environ un facteur 20 sur la résolution.

Au cours de mon travail de thèse il a été possible de confronter une partie de ces résultats théoriques à l'expérience en réalisant des maquettes de gyromètres en GaPO<sub>4</sub> et en céramique PZT. Les chapitres suivants présentent les réalisations et les performances de ces maquettes.

## Références bibliographiques du chapitre 2

- [1] S. Kudo, M. Konno, S. Sugawara, T. Yoshida. *Consideration on Equivalent Mechanical Circuits for Vibratory Gyroscope*, 1990 Ultrasonic Symposium (1990) : 397-400.
- [2] S. Kausinis, R. Barauskas. *Computer Simulation of a Piezoelectric Angular Rate Sensor*, Measurement (2006) **39** : 947-958.
- [3] A. M. Shkel, C. Acar, C. Paintier. *Two Types of Micromachined Vibratory Gyroscopes*, Sensors (2005) : 531-536.
- [4] A. M. Shkel. *Type I and Type II Micromachined Vibratory Gyroscopes*, IEEE/ION PLANS 2006 (2006) : 586-593.
- [5] C. Haye. *Conception et réalisation d'un micro-gyromètre sur substrat de silicium*, Université de Franche-Comté (2004).
- [6] M. N. Armenise, C. Ciminelli, F. De Leonardis, R. Diana, V. Passaro, F. Peluso. *Gyroscope Technologies for Space Applications*, 4th Round Table for Micro-Nano Technologies for Space (2003) : 1-26.
- [7] S. Timoshenko, J. N. Goodier. *Théorie de l'élasticité*, Librairie Polytechnique Béranger (1961).
- [8] R. Levy. *Etude & réalisation d'une électronique adaptée au micro-gyromètre vibrant piézoélectrique*, Université Paris XI (2005).
- [9] F. Ayazi, K. Nafaji. *A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope*, Journal of Microelectromechanical Systems (2001) **10** : 169-179.
- [10] A. Einstein. *On the Theory of the Brownian Movement (Zur Theorie der Brownschen Bewegung)*, Annalen der Physics (1906) **19** : 289-305.
- [11] T. B. Gabrielson. *Mechanical-Thermal Noise in Acoustic and Vibration sensors*, IEEE Transaction on Electron Devices (1993) **40** : 903-909.
- [12] A. Sharma, F. M. Zaman, B. V. Amini, F. Ayazi. *A High-Q In-Plane SOI Tuning Fork Gyroscope*, Sensors 2004. Proceedings (2004) : 467-470.
- [13] J. R. Vig, Y. Kim. *Noise in Microelectromechanical System Resonators*, IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control (1999) **46** : 1558-1565.
- [14] C. Nguyen. *Micromechanical Resonators for Oscillators and Filters*, 1995 IEEE Ultrasonic Symposium (1995) : 489-499.
- [15] V. Annovazzi-Lodi, S. Merlo. *Mechanical-Thermal Noise in Micromachined Gyros*, Microelectronics Journal (1999) **30** : 1227-1230.

- [16] H. Nyquist. *Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors*, Physical Review (1928) **32** : 110-113.
- [17] J. B. Johnson. *Thermal Agitation of Electricity in Conductors*, Physical Review (1928) **32** : 97-109.
- [18] Analog Devices, *High Performance, 145 MHz FastFET™ Op Amps*, Data Sheet (2006).
- [19] J.-J. Gagnepain. *Mécanismes non-linéaires dans les résonateurs à quartz*, Université de Besançon (1972).
- [20] J. M. Calderon-Moreno. *Stress Induced Domain Switching of PZT in Compression Tests*, Materials Science and Engineering A (2001) **315** : 227-230.
- [21] G. Sébald, L. Lebrun, D. Guyomar. *Stability of Morphotropic <110> Oriented 0.65PMN-0.35PT Single Crystals*, IEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control (2004) **51** : 1491-1498.
- [22] Morgan Electro Ceramics. *Piezoelectric Ceramics*, Data Sheet (2000).
- [23] G. Sebald. *Nouveaux monocristaux à forte conversion piézoélectrique : croissance, modélisation et caractérisation*, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (2004).



# CHAPITRE 3

## Maquettes de gyromètre en nouveaux matériaux piézoélectriques

Ce chapitre traite du principe fonctionnement et de la réalisation des maquettes complètes (structure mécanique et électronique) de gyromètres réalisées au cours de ce travail de thèse. Pour cela, nous nous appuyerons sur la présentation détaillée de la maquette en céramique PZT (VIG PZT). Des maquettes de gyromètre en GaPO<sub>4</sub> et en langasite ont également été réalisées et seront présentées à la fin de ce chapitre.

---

<b>3.1.</b>	<b>Description de la structure mécanique du gyromètre et de ses électrodes</b>	<b>106</b>
3.1.1.	Présentation de la structure mécanique	106
3.1.2.	Dimensionnement de la structure mécanique	108
3.1.3.	Systèmes d'électrodes	112
<b>3.2.</b>	<b>Réalisation de la structure mécanique et des électrodes du gyromètre</b>	<b>113</b>
3.2.1.	Réalisation des électrodes planaires et des pistes de rappel	113
3.2.2.	Usinage ultrasonore par génération	116
3.2.3.	Réalisation des électrodes sur les flancs des poutres du diapason	119
3.2.4.	Packaging des structures (sous vide)	121
<b>3.3.</b>	<b>Electroniques du gyromètre</b>	<b>122</b>
3.3.1.	Electronique d'excitation du mode pilote	122
3.3.2.	Electronique de détection	125
<b>3.4.</b>	<b>Présentation des maquettes de gyromètre en GaPO<sub>4</sub> et langasite</b>	<b>126</b>
3.4.1.	Maquette de gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	126
3.4.2.	Maquette de gyromètre en langasite	127

### **3. Maquettes de gyromètre en nouveaux matériaux piézoélectriques**

#### **3.1. Description de la structure mécanique du gyromètre et de ses électrodes**

Les structures mécaniques de gyromètres sont réalisées par usinage ultrasonore de wafers de céramique PZT de dimensions  $38 \text{ mm} \times 38 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  approvisionnés auprès de la société Morgan Electro Ceramics parmi un large choix de céramiques de compositions (et donc de propriétés physiques) sensiblement différentes.

La composition PZT407 [1], présentant le meilleur compromis entre un fort coefficient piézoélectrique  $d_{31} = 150 \times 10^{-12} \text{ C/N}$ , une permittivité  $\epsilon_{33} = 1\,225 \epsilon_0$  relativement faible et un facteur de qualité  $Q_d = 1\,200$  relativement important, a été choisie. Les wafers sont polarisés perpendiculairement au plan  $Oxy$  (grandes faces du wafer).

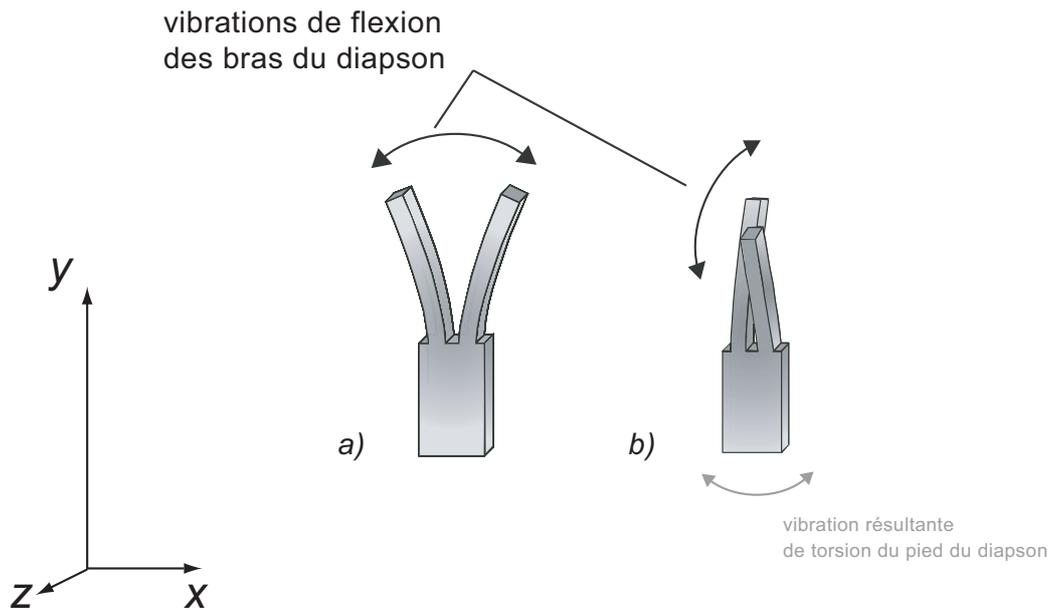
Dans une première étape, les électrodes sur les grandes faces du wafer sont réalisées par dépôt de couche mince Au/Cr (pulvérisation cathodique sous vide – 2000 Å de couche conductrice d'or sur 200 Å de couche d'accrochage de chrome réalisée à l'Onera) et micro-photolithographie. Puis les structures sont réalisées par micro-usinage ultrasonore. Enfin, les électrodes sur les flancs des poutres sont réalisées par pulvérisation cathodique sous vide et masquage mécanique.

##### **3.1.1. Présentation de la structure mécanique**

La structure mécanique du capteur est une structure VIG à l'échelle double (homothétie d'un facteur 2 comparativement à la structure classique du gyromètre VIG en quartz de l'Onera). Comme nous le verrons plus en détail dans le paragraphe 3.2.2, l'échelle 2 est imposée par le choix de l'usinage ultrasonore.

On rappelle que l'élément sensible des gyromètres de type VIG est un diapason (confer chapitre 1). Les deux modes de résonance utiles (le mode pilote et le mode détecteur) sont :

- le mode de flexion pour lequel les deux poutres vibrent en opposition de phase dans le plan du diapason (figure 3-1 *a*) ;
- le mode de flexion pour lequel les deux poutres du diapason vibrent en opposition de phase transversalement à ce plan (figure 3-1 *b*).



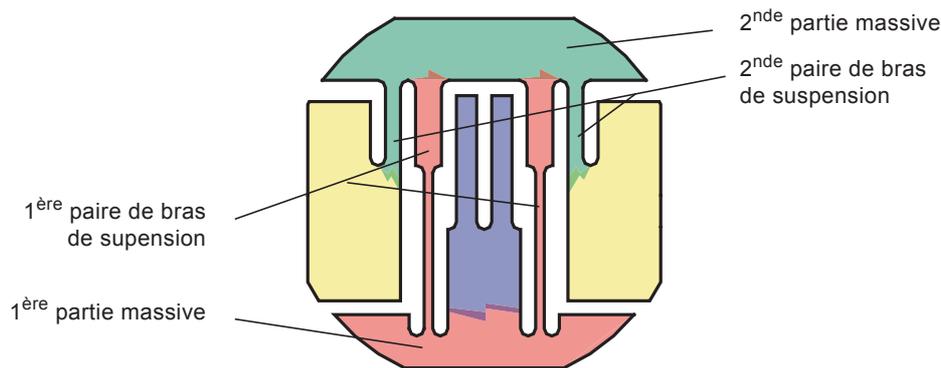
**Figure 3-1** : Modes utiles de l'élément sensible de la structure mécanique VIG : *a*) flexion dans le plan ; *b*) flexion hors plan (cette vibration s'accompagne d'une vibration de torsion du pied du diapason)

De par sa symétrie le diapason présente l'avantage notable d'être mécaniquement équilibré pour ce qui concerne le mode de flexion dans le plan. Cette caractéristique assurerait la possibilité de fixer le diapason au support par son pied tout en profitant du bon découplage mécanique de ce mode, qui ainsi confiné, ne transmettrait pas d'énergie au support.

Cependant, il n'en est pas de même pour le mode de flexion hors plan qui entraîne une vibration de torsion du pied du diapason autour de son axe principal ( $Oy$ ). Ainsi une partie non négligeable de l'énergie de vibration de la résonance est contenue dans ce mouvement de torsion. De ce fait la fixation du pied du diapason, qui contraindrait la vibration de torsion, entraînerait la dissipation d'une partie de cette énergie dans le support, ce qui altérerait le

facteur de qualité de ce mode (on rappelle que le facteur de qualité est le quotient de l'énergie totale emmagasinée dans le résonateur par l'énergie dissipée pendant une période de vibration). Un dispositif de fixation qui réalise le découplage mécanique des vibrations vis-à-vis du support est donc nécessaire.

La spécificité du concept VIG [2] réside dans la solution mise en œuvre pour réaliser ce dispositif de découplage : un dispositif de deux suspensions filtrantes disposées en série est intercalé entre l'élément sensible et les parties destinées à la fixation (figure 3-2).



**Figure 3-2 :** Structure mécanique du gyromètre VIG : le diapason (en bleu) est relié aux zones de fixation (en jaune) par deux suspensions filtrantes disposées en série (l'une en rouge et l'autre en vert) ; chaque suspension filtrante est constituée d'une partie massive et d'une paire de bras de suspension

### 3.1.2. Dimensionnement de la structure mécanique

Le dimensionnement mécanique de la structure consiste principalement en la maîtrise des valeurs des fréquences de résonance des différents modes, en particulier des deux modes utiles, mais aussi des fréquences des autres modes propres de la structure. En effet pour assurer un fonctionnement correct du capteur il est nécessaire que ces fréquences de structure soient suffisamment éloignées des fréquences utiles, car une trop grande proximité parasiterait le bon fonctionnement du capteur.

Pour cela nous avons visé une marge d'environ 3 000 Hz entre les modes utiles et les autres modes de structures, l'écart entre les modes utiles (pilote et détecteur) étant de 500 Hz (ce qui est suffisant pour assurer une bande passante de 100 Hz ; voir chapitre 2). Au vu de la complexité de la structure et du matériau (dont les propriétés mécaniques, électriques et piézoélectriques sont anisotropes), il n'est pas réaliste de calculer analytiquement tous les modes propres. Nous avons donc dimensionné la structure à l'aide d'un code de simulation par éléments finis spécifique : OOFELIE [3]. Le solveur OOFELIE est notamment adapté à

l'étude des matériaux fortement piézoélectriques tels que les céramiques PZT pour lesquels les caractéristiques fréquentielles sont sensiblement modifiées par le caractère fortement piézoélectrique du matériau (contrairement au quartz pour lequel la valeur de la fréquence de résonance d'un mode peut être calculée avec une relativement bonne précision en prenant en compte ses seules propriétés mécaniques). Ce solveur a été développé par OPEN ENGINEERING en collaboration avec l'Onera.

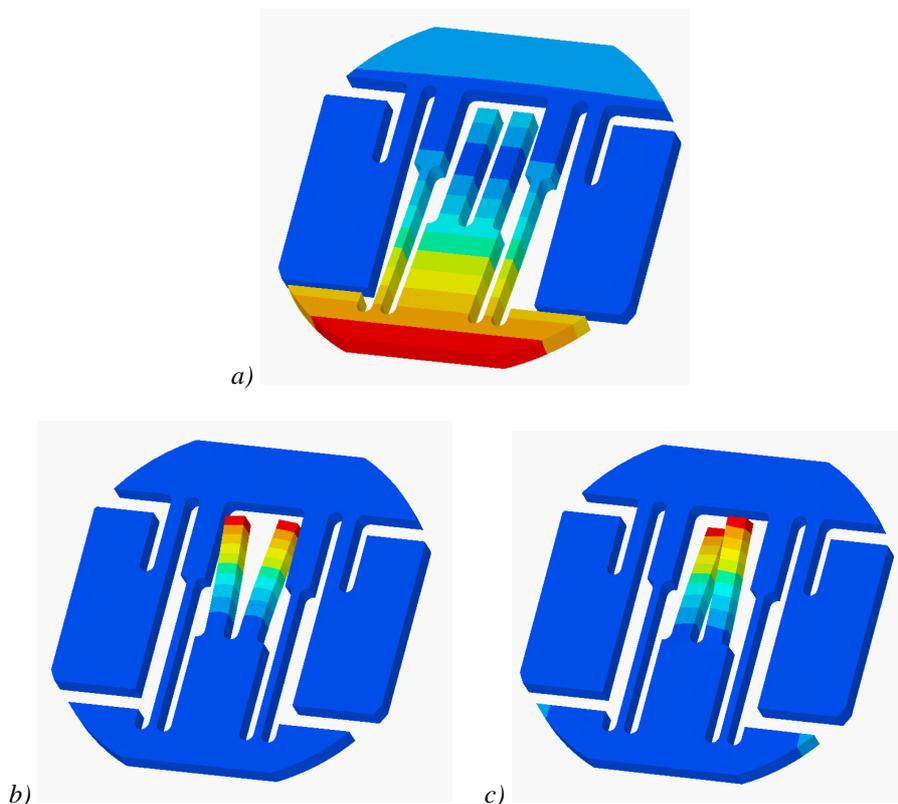
Le meilleur compromis s'obtient par itérations successives en jouant sur les longueurs et largeurs des différents éléments (bras de suspension, poutres et pied du diapason). Le dimensionnement final retenu est présenté en annexe C : la longueur des poutres est de 6,28 mm et leur largeur est de 0,97 (l'épaisseur des poutres correspond à l'épaisseur initiale du wafer : 1 mm). Pour indication les 20 premiers modes de résonance de la structure sont présentés dans le tableau 2-1 :

<b>20 premiers modes de résonance de la structure mécanique VIG PZT (en Hz)</b>							
Mode 1	971	Mode 6	6 977	Mode 11	15 063	Mode 16	20 593
Mode 2	1091	Mode 7	8 415	Mode 12	15 876	Mode 17	20 896
Mode 3	2 161	Mode 8	9 212	Mode 13	17 418	Mode 18	22 695
Mode 4	2 216	Mode 9	11 869	Mode 14	18 263	Mode 19	23 429
Mode 5	4 256	Mode 10	12 431	Mode 15	18 648	Mode 20	29 363

**Tableau 3-1** : Fréquences des 20 premiers modes obtenues par simulation par éléments finis de la structure VIG PZT encadrée au niveau des zones de fixation ; les modes 9 et 10 sont les deux modes utiles, respectivement le mode de flexion dans le plan à 11 869 Hz et le mode de flexion hors plan à 12 431 Hz

L'écart de fréquence entre les deux modes utiles est donc d'environ 600 Hz. Et l'écart entre les modes utiles et les autres modes de structures est d'au moins 2 500 Hz.

La figure 3-3 présente des modes de résonance de la structure : le premier mode (971 Hz) correspond principalement à la flexion hors plan du premier système de suspension ; les deux modes utiles 9 et 10 sont respectivement le mode de flexion dans le plan à 11 869 Hz et le mode de flexion hors plan à 12 431 Hz des poutres du diapason.

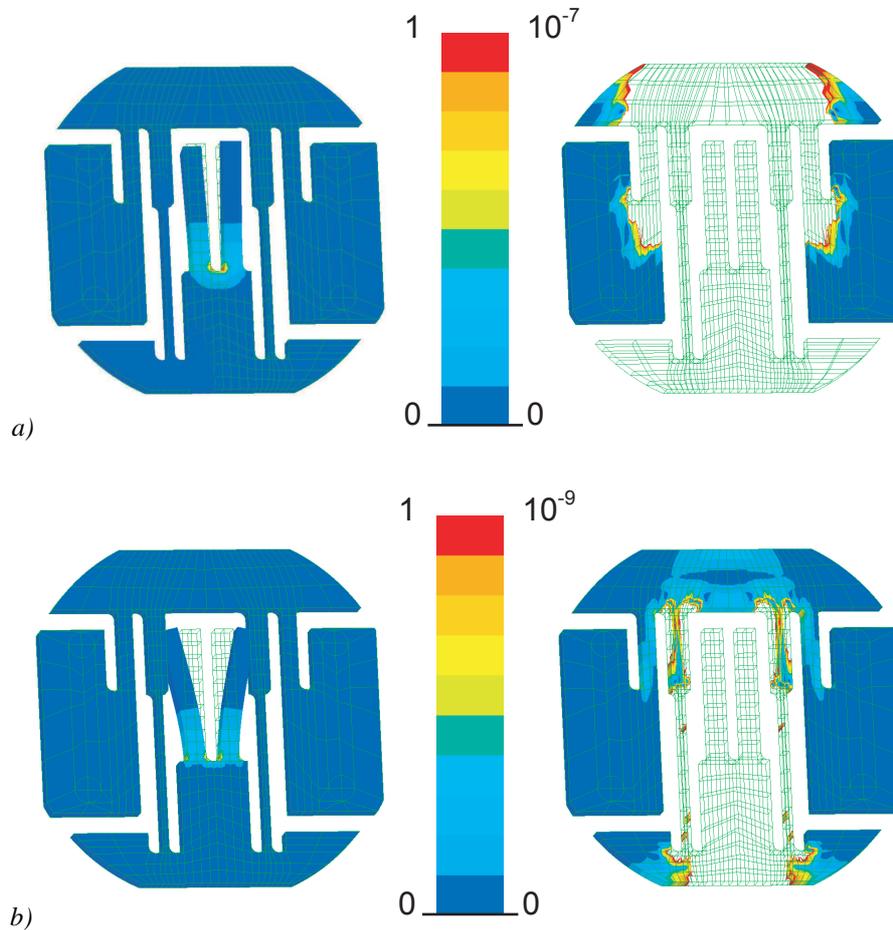


**Figure 3-3 :** 3 modes de résonance caractéristiques de la structure : *a*) premier mode de résonance (971 Hz) – flexion hors plan des bras de suspension du premier étage de filtration, *b*) premier mode utile (11 869 Hz) – flexion dans le plan des poutres du diapason et *c*) second mode utile (12 431 Hz) – flexion hors plan des poutres du diapason

La méthode des éléments finis nous permet de plus de quantifier le bon fonctionnement du dispositif de découplage des modes de résonance utiles vis-à-vis des zones de fixation. En faisant l'étude de l'énergie volumique de déformation pour ces deux modes il est possible de vérifier le bon confinement de cette énergie dans la structure. Notamment la figure 3-4 *a*) montre que l'énergie présente dans les zones de fixation, pour le mode utile de flexion hors plan des poutres, est  $10^7$  fois moins importante que l'énergie de vibration totale contenue dans la structure en PZT. De même la figure 3-4 *b*) montre que l'énergie présente dans les zones de

fixation, pour le mode utile de flexion des poutres dans le plan du diapason, est  $10^9$  fois moins importante que l'énergie de vibration totale contenue dans la structure en PZT.

De tels niveaux de découplage assurent la possibilité d'obtenir de très grands facteurs de qualité (théoriquement jusqu'à  $\sim 10^6$ ) pour les deux modes utiles.

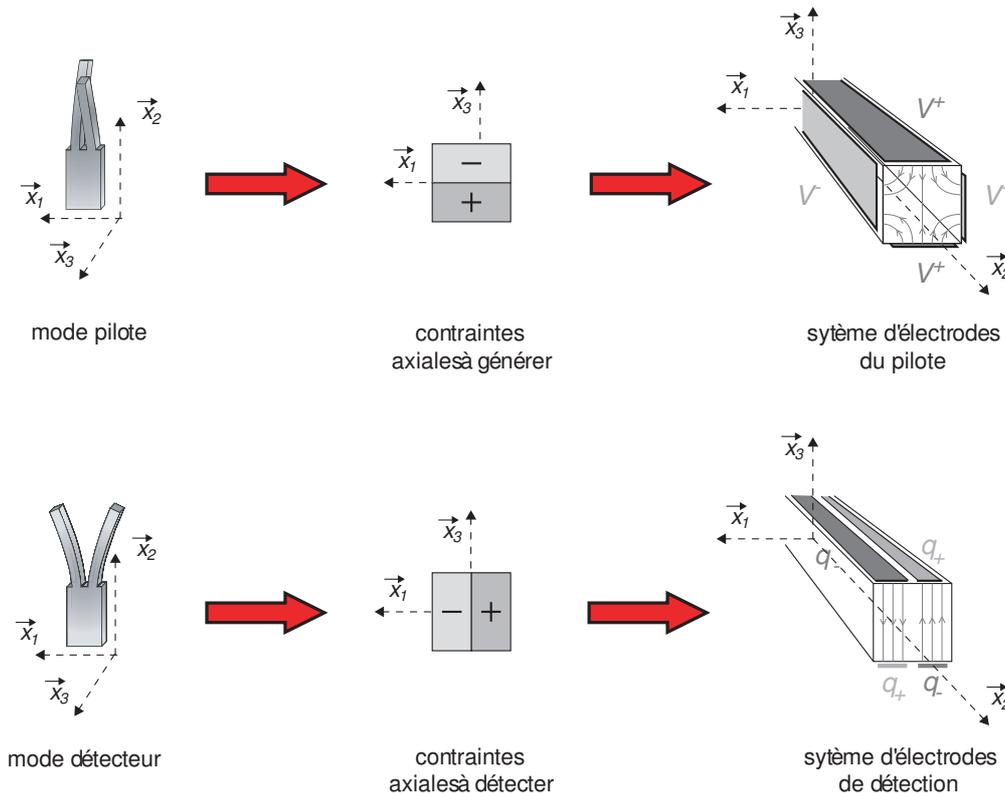


**Figure 3-4 :** Energie volumique de déformation dans la structure : *a)* pour le mode de résonance utile de flexion hors plan des poutres du diapason, normalisée à 1 à gauche et avec une amplification d'échelle d'un facteur  $10^7$  à droite ; *b)* pour le mode de résonance utile de flexion dans le plan des poutres du diapason, normalisée à 1 à gauche et avec une amplification d'échelle d'un facteur  $10^9$  à droite

### 3.1.3. Systèmes d'électrodes

Les caractéristiques piézoélectriques du PZT sont étroitement liées à l'axe de polarisation du wafer. Les relativement grandes dimensions de surface de celui-ci (38 mm par 38 mm) ont imposé une polarisation transverse aux grandes faces. De ce fait, les différents systèmes d'électrodes envisageables exigent d'utiliser le mode de flexion hors plan pour l'excitation et le mode de flexion dans le plan pour la détection.

Le choix s'est porté sur les systèmes d'électrodes illustrés par la figure 3-5 :



**Figure 3-5 :** Systèmes d'électrodes mis en œuvre pour réaliser l'excitation des vibrations du mode pilote (en haut) et la détection des vibrations du mode détecteur (en bas)

Deux types d'électrodes nécessitant des technologies de réalisation distinctes sont nécessaires :

- des électrodes "planaires" dans le plan du wafer (pour l'excitation et la détection) qui sont réalisées par pulvérisation cathodique et photolithographie avant le micro-usinage des wafers ;
- des électrodes sur les flancs des poutres du diapason (pour la détection) qui sont réalisées par pulvérisation cathodique et masquage mécanique sur les wafers micro-usinés.

### 3.2. Réalisation de la structure mécanique et des électrodes du gyromètre

Compte tenu des dimensions des wafers (38 mm par 38 mm), 4 structures (de 18 mm de diamètre) sont réalisées par wafer.

#### 3.2.1. Réalisation des électrodes planaires et des pistes de rappel

Les électrodes planaires et les pistes de rappel (pour permettre la connexion des électrodes avec les traversées isolantes de l'embase) ont été réalisées par photolithographie. Pour cela nous avons fait réaliser le masque de photolithographie représenté sur la figure 3-6.

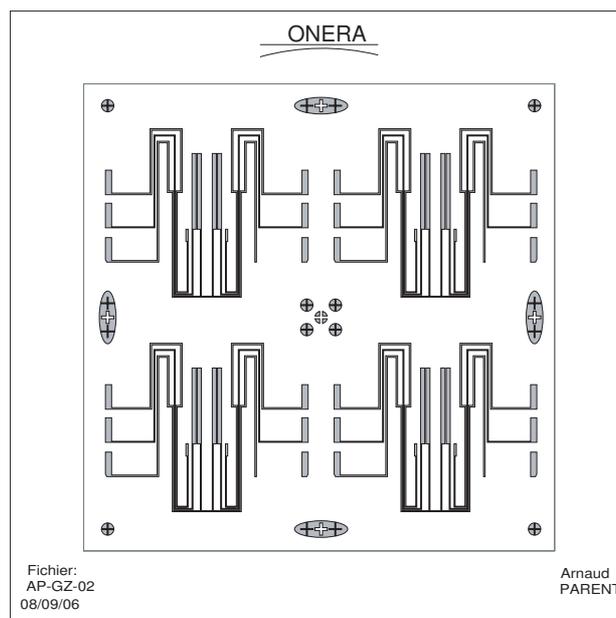
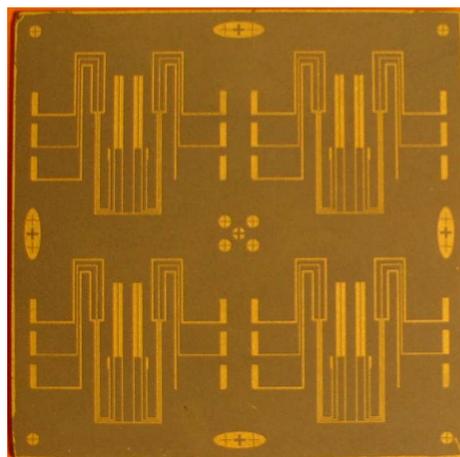


Figure 3-6 : Masque pour la photolithographie des électrodes planaires et des pistes de rappel

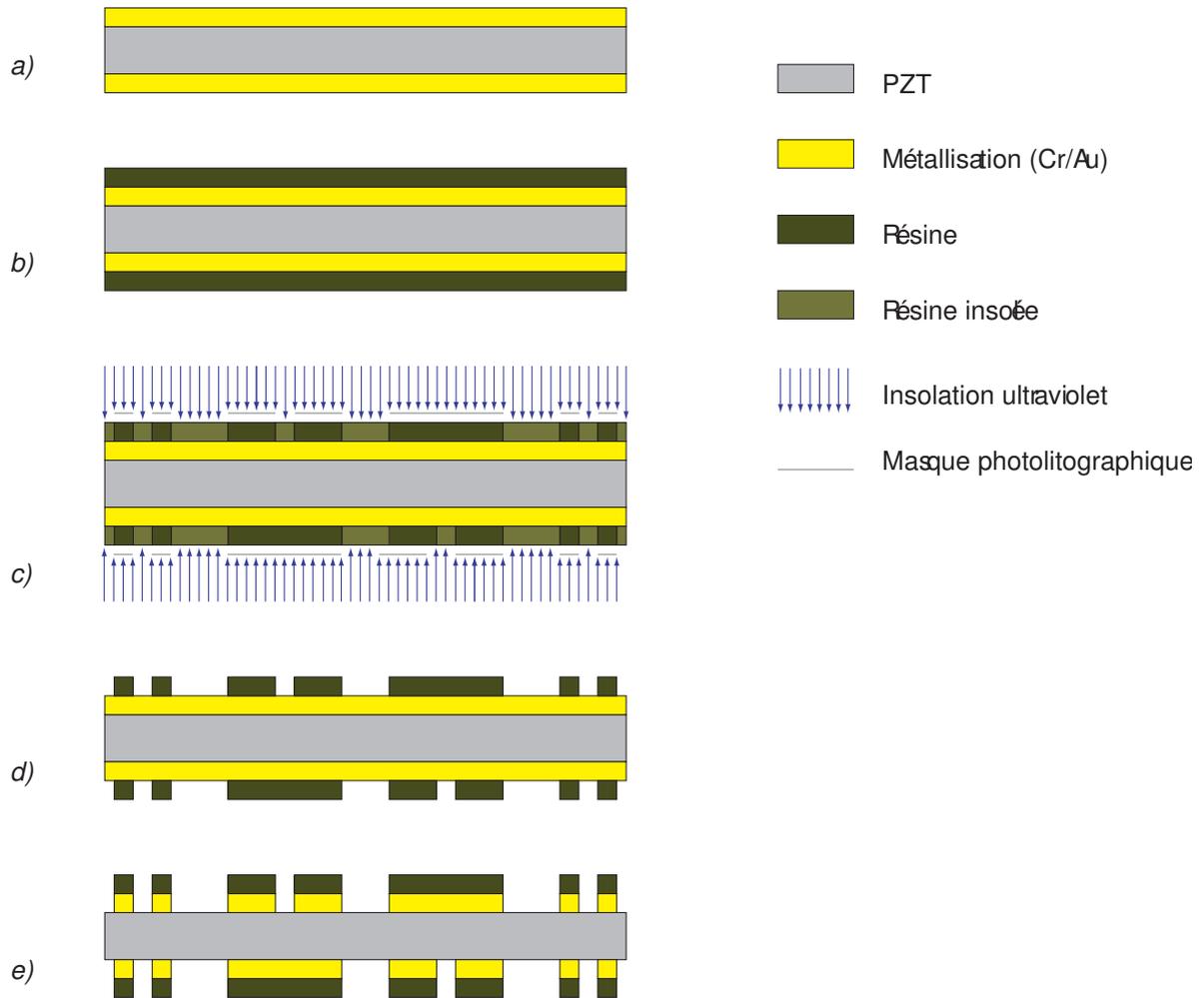
La photolithographie du motif des électrodes planaires et des pistes de rappel s'effectue en plusieurs étapes :

- Nettoyage : on nettoie le wafer pendant ~2 min dans une solution d'eau chaude et de savon, puis on le rince à l'eau déminéralisée et enfin on l'étuve pendant 10 min à 90°C ;
- Enduction de la résine (figure 3-8 *b*) : on dépose la résine sur les deux faces du wafer (tournette à 3 000 tr/min pendant 1 min), puis on étuve à 90°C pendant 30 min pour permettre le séchage de la résine ;
- Insolation (figure 3-8 *c*) : on utilise l'aligneur simple face pour positionner précisément le masque par rapport à un coin du wafer et on insole sélectivement (ultraviolet) la résine non protégée par le masque – on réalise cette opération pour les deux faces ;
- Révélation du motif (figure 3-8 *d*) : on trempe pendant 40 s le wafer dans un révélateur pour dissoudre la résine insolée ;
- Gravure chimique de la métallisation (figure 3-8 *e*) : on utilise deux bains de gravure – un pour l'or et un pour le chrome – afin de dégager la métallisation sur les parties non protégées par la résine.

Comme nous avons utilisé une résine positive, le motif final obtenu est le même que celui du masque (voir figure 3-7).



**Figure 3-7 :** Electrodes planaires et pistes de rappel obtenues après photolithographie



**Figure 3-8 :** Les différentes étapes de la réalisation des électrodes planaires et des pistes de rappel : *a*) wafer PZT et métallisation recto-verso avant photolithographie ; *b*) enduction et séchage de la résine ; *c*) insolation (ultraviolet) de la résine ; *d*) révélation du motif par dissolution de la résine insolée ; *e*) gravure chimique de la métallisation non protégée par la résine

### 3.2.2. Usinage ultrasonore par génération

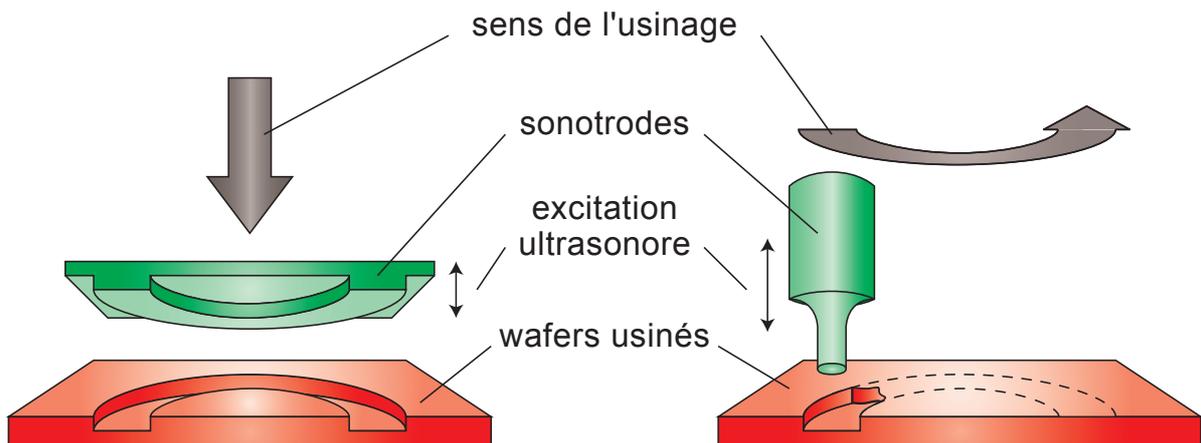
Contrairement au quartz pour lequel l'usinage par gravure chimique anisotrope est bien connu, il n'existe pas aujourd'hui de solutions maîtrisées de gravure chimique permettant de réaliser les structures pour les autres matériaux piézoélectriques envisagés dans le cadre de ce travail. Pour l'usinage des structures une technique de gravure par abrasion a été utilisée : le micro-usinage ultrasonore par génération (développé à l'Onera [4]). L'usinage ultrasonore consiste à graver le wafer en agitant un abrasif (particules très dures contenue dans un fluide porteur, de l'eau généralement), à l'aide d'une sonotrode vibrant à fréquence ultrasonore (20 kHz ou plus).

Dans le système de micro-usinage ultrasonore classique par défonceage (à gauche sur la figure 3-9) la forme de la sonotrode est l'empreinte de la structure et l'usinage est alors obtenu en une passe. En plus d'être coûteux (les sonotrodes sont alors à "usage unique"), l'utilisation de ce type de sonotrode est difficilement compatible avec la réalisation de formes micrométriques complexes. De plus la présence de modes de résonance de la sonotrode, susceptibles d'être excités par la fréquence de l'usinage, est difficile à éviter et est très dépendante de la complexité de l'empreinte. Ces modes parasites amplifient les mouvements de tout ou partie de la sonotrode ce qui compromet alors la maîtrise et la précision de l'usinage.

Dans le but de pallier ces difficultés, il a été développé à l'Onera un procédé de micro-usinage ultrasonore par génération (à droite sur la figure 3-9). Le principe consiste à usiner localement avec une sonotrode de petite dimension et de forme simple, et à déplacer latéralement cette sonotrode par rapport à la pièce. L'usinage est obtenu par une succession de balayages de profondeurs croissantes, chacun enlevant une quantité donnée de matière. Les avantages observés sont :

- la maîtrise de la forme, par des déplacements précis gérés par commande numérique ;
- la maîtrise de l'usure de la sonotrode, par l'utilisation de matériaux extrêmement résistants à l'usure (à base de diamant polycristallin, ce qui est difficilement envisageable pour des sonotrodes complexes).

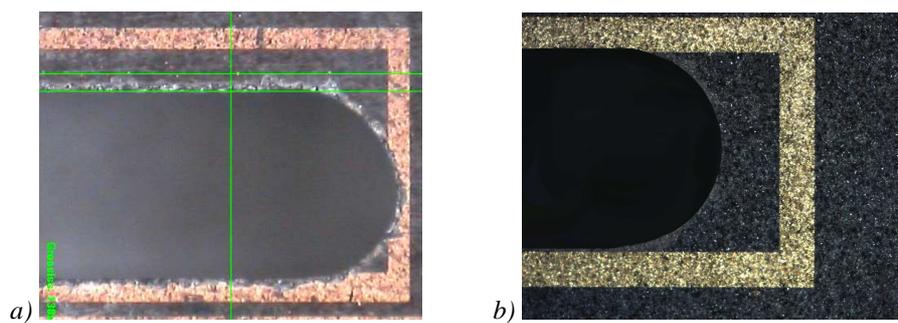
Cette technique permet la réalisation de pièces avec une précision meilleure que le micromètre dans tous types de matériaux (notamment les matériaux durs difficilement usinables avec des techniques classiques). En revanche, elle apporte l'inconvénient majeur de la localisation de l'usinage sur une très petite surface, ce qui conduit à des temps de fabrication allongés.



**Figure 3-9** : Schéma de principe du micro-usinage à ultrason par défonceage à gauche et par génération à droite (l'abrasif entre la sonotrode et le wafer n'est pas représenté)

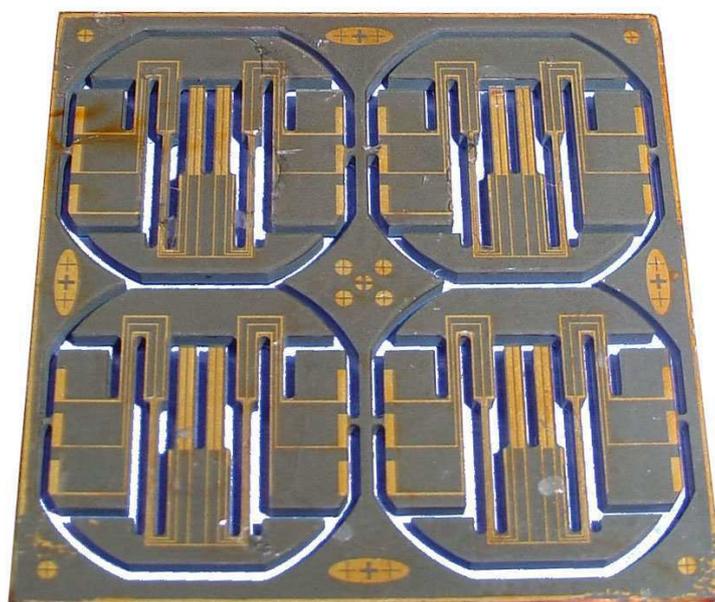
L'usinage a été sous-traité à l'entreprise Microcertec qui a bénéficié du transfert de technologie du brevet Onera. La sonotrode utilisée est un cylindre de diamètre 0,7 mm. De ce fait la plus petite largeur de gorge usinable avec cet outil ne peut être inférieure à 0,7 mm. Cette contrainte de dimension est à l'origine du choix de l'échelle double.

Les premiers essais d'usinage par ultrason ont révélé un problème d'écaillage en surface au niveau des flancs de gravure des wafers PZT, visible sur la figure 3-10 *a*). Ce problème a pour origine l'amorce de l'usinage par la sonotrode qui est relativement traumatisante. Ce problème a été résolu par l'utilisation de plaques de verre de 0,25 mm collées de part et d'autre des wafers PZT (voir figure 3-13 *a*) et *b*)), qui permettent que l'amorce de l'usinage ne se fasse plus dans le PZT mais dans le verre ainsi disposé.



**Figure 3-10** : Résolution du problème d'écaillage an niveau des flancs de gravure : *a)* écaillage initial après l'usinage ultrasonore du PZT ; *b)* flancs obtenus avec l'utilisation de plaques de verre protectrices

Les 4 structures obtenues par wafer sont visibles sur la figure 3-11.



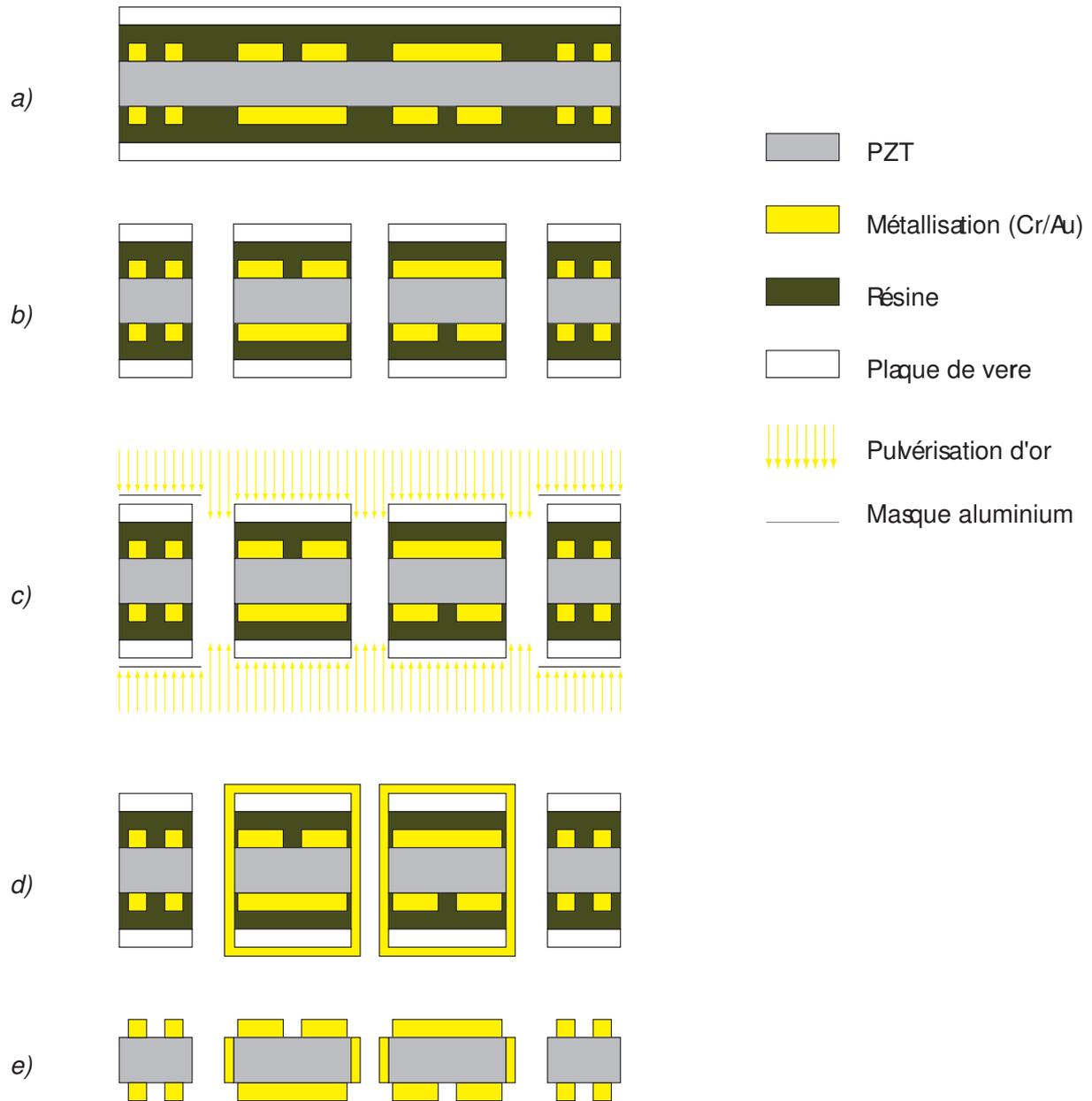
**Figure 3-11** : 4 structures obtenues par usinage ultrasonore du wafer PZT

### 3.2.3. Réalisation des électrodes sur les flancs des poutres du diapason

Les électrodes sur les flancs des poutres du diapason ont été réalisées par pulvérisation cathodique sous vide sur les wafers usinés. Un masque mécanique en aluminium (figure 3-12) a été réalisé et utilisé lors des dépôts pour ne métalliser que les flancs. Les plaques de verre mises en place pour assurer la qualité de l'usinage ultrasonore servent aussi de masque. Les étapes de réalisation des électrodes sur les flancs des poutres du diapason sont représentées sur la figure 3-13 *c*), *d*) et *e*)).



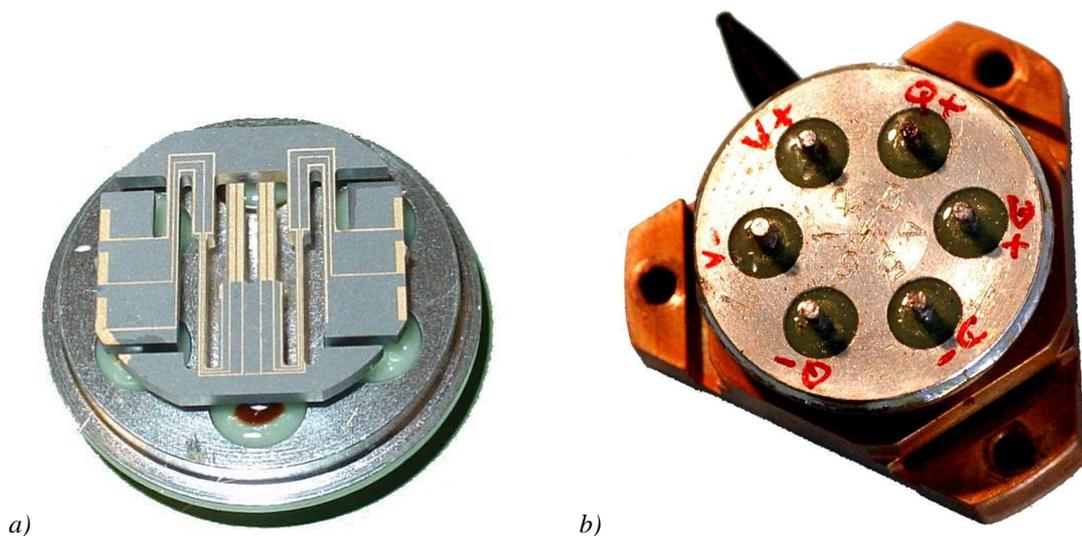
**Figure 3-12 :** Masque mécanique pour la réalisation des électrodes localisées sur les flancs des poutres du diapason ; on remarque notamment que les surfaces du verre collé sur le diapason, non protégées par le masque, ainsi que la surface d'aluminium du masque sont métallisées



**Figure 3-13 :** Les différentes étapes du micro-usinage ultrasonore et de la réalisation des électrodes sur les flancs des poutres du diapason : *a)* chaque face des wafers est protégée par une couche de résine et une plaque de verre de 0,25 mm ; *b)* usinage ultrasonore des structures ; *c)* métallisation par pulvérisation cathodique sous vide avec masque en aluminium ; *d)* résultat après dépôt ; *e)* les plaques de verre sont décollées et la résine dissoute

### 3.2.4. Packaging des structures (sous vide)

Les structures sont alors séparées des wafers et collées sur leurs embases (figure 3-14 *a*), avec une colle "rigide" (Epo-Tek 353ND). Les connections entre les traversées isolantes et les pistes de rappel sont réalisées avec de la colle argent Epo-Tek H20-E et des fils d'or (de 25  $\mu\text{m}$  de diamètre). L'embase est ensuite soudée hermétiquement à un boîtier cuivre (figure 3-14 *b*) équipé d'un queusot. La structure est mise sous vide à l'aide d'un banc de pompage équipé d'une pompe turbo-moléculaire (primaire) et d'une pompe ionique (secondaire). Le vide atteint au niveau de la pompe ionique est de  $10^{-7}$  mbar et il est d'environ  $10^{-4}$  mbar dans le boîtier (à cause des pertes charges dans le queusot). Pour assurer un bon dégazage des parois internes du boîtier, on chauffe celui-ci à 140 °C pendant toute la durée du pompage (environ une semaine) avant de sceller hermétiquement le boîtier par pincement du queusot (le queusot pincé, recouvert d'une gaine de protection noire, est visible sur la figure 3-14 *b*). Après vieillissement (plusieurs cycles thermiques), la pression interne du boîtier se stabilise à une valeur inférieure à 1 mbar (dégazage résiduel des parois), ce qui est suffisant pour respecter le coefficient de qualité intrinsèque du résonateur.



**Figure 3-14 :** Structure VIG en PZT collée sur son embase (à gauche) et ensemble (structure + embase) encapsulé sous vide dans le boîtier cuivre (à droite)

### 3.3. Electroniques du gyromètre

L'électronique mise en œuvre dans les maquettes de gyromètre et présentée dans ce paragraphe est constituée d'un oscillateur pour l'excitation du mode pilote et d'une électronique de traitement du signal pour la détection. Cette électronique est inspirée de développements précédents menés à l'Onera [5].

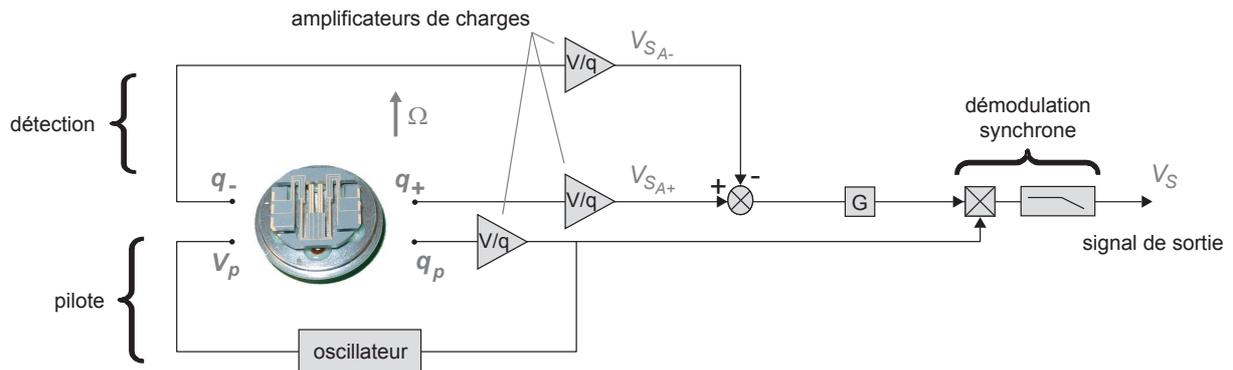


Figure 3-15 : Schéma de l'électronique du capteur

#### 3.3.1. Electronique d'excitation du mode pilote

D'un point de vue électrique, l'impédance du résonateur piézoélectrique est équivalente à un circuit série  $R_1L_1C_1$  en parallèle avec une capacité  $C_0$  (figure 3-16) [6].  $C_0$  est la capacité inter-électrodes formée par les électrodes pilotes et le diélectrique du PZT. La résistance  $R_1$ , l'inductance  $L_1$  et la capacité  $C_1$  n'ont pas d'existence physique mais permettent par analogie de représenter le comportement électro-mécanique du résonateur (elles sont appelés paramètres motionnels).

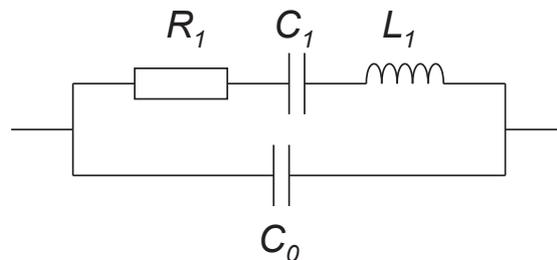
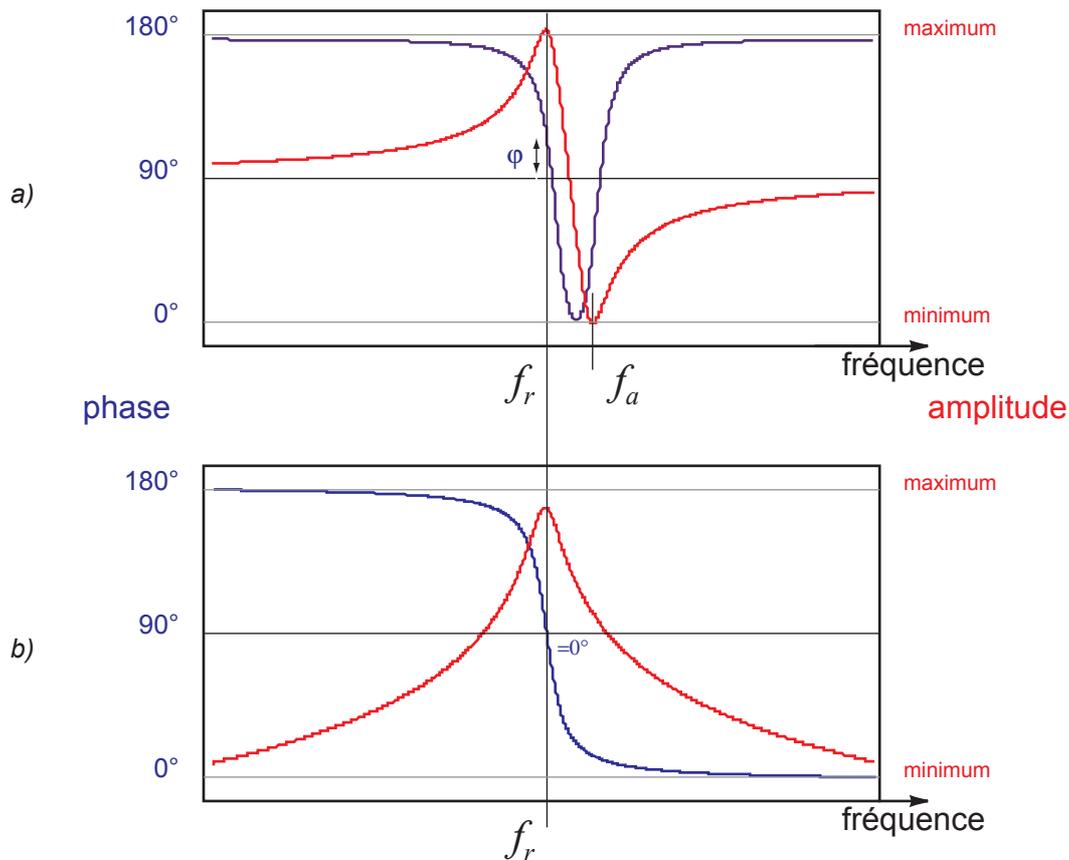


Figure 3-16 : Circuit électrique équivalent du résonateur piézoélectrique

La figure 3-17 a) représente l'évolution de la phase et de l'amplitude de la quantité de charges collectées en sortie du résonateur en fonction de la fréquence d'excitation (i.e. fonction de transfert entre l'entrée du résonateur en tension et la sortie en charges) : au maximum et au minimum d'amplitude correspondent respectivement les fréquences de résonance  $f_r$  et d'antirésonance  $f_a$  :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad ; \quad f_a = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 \left( \frac{C_1 C_0}{C_1 + C_0} \right)}} \quad (3-1)$$



**Figure 3-17** : Diagramme de l'amplitude et de la phase des charges en sortie du résonateur : a) résonateur piézoélectrique seul ; b) résonateur piézoélectrique avec compensation de la capacité  $C_0$

Alors que la fréquence de résonance électrique correspond à la résonance mécanique du résonateur, la fréquence d'antirésonance est un phénomène purement électronique dû à la présence de la capacité  $C_0$ . Cette capacité  $C_0$  est également responsable d'un petit écart de phase  $\varphi$  par rapport à la quadrature à la résonance  $f_r$  :

$$\varphi = \arctan(R_1 C_0 \omega_0) \quad (3-2)$$

Il est possible de s'affranchir de l'antirésonance et d'obtenir une phase nulle à la résonance en annulant électroniquement la capacité inter-électrodes  $C_0$  [7]. On utilise pour cela un circuit composé d'un inverseur et d'une capacité de valeur égale à  $C_0$  que l'on branche en parallèle du résonateur. L'ensemble résonateur et capacité "négative" ne présente plus ainsi que la seule résonance pour un déphasage de  $90^\circ$  (figure 3-17 b)), ce qui permet de mieux maîtriser le fonctionnement de la boucle oscillatrice que l'on asservit à  $90^\circ$  pour assurer le maintien du mode pilote à sa résonance.

Plus précisément, l'entretien de l'excitation pilote est obtenu au moyen d'un oscillateur asservi en phase et en amplitude (figure 3-18). L'asservissement de phase est réalisé à l'aide d'un VCO (oscillateur contrôlé en tension), un comparateur de phase (multiplieur et filtre passe-bas) et un correcteur proportionnel intégral. L'asservissement d'amplitude est réalisé à l'aide d'une référence de tension, d'un comparateur, d'un multiplieur, d'un filtre passe-bas et d'un correcteur proportionnel intégral.

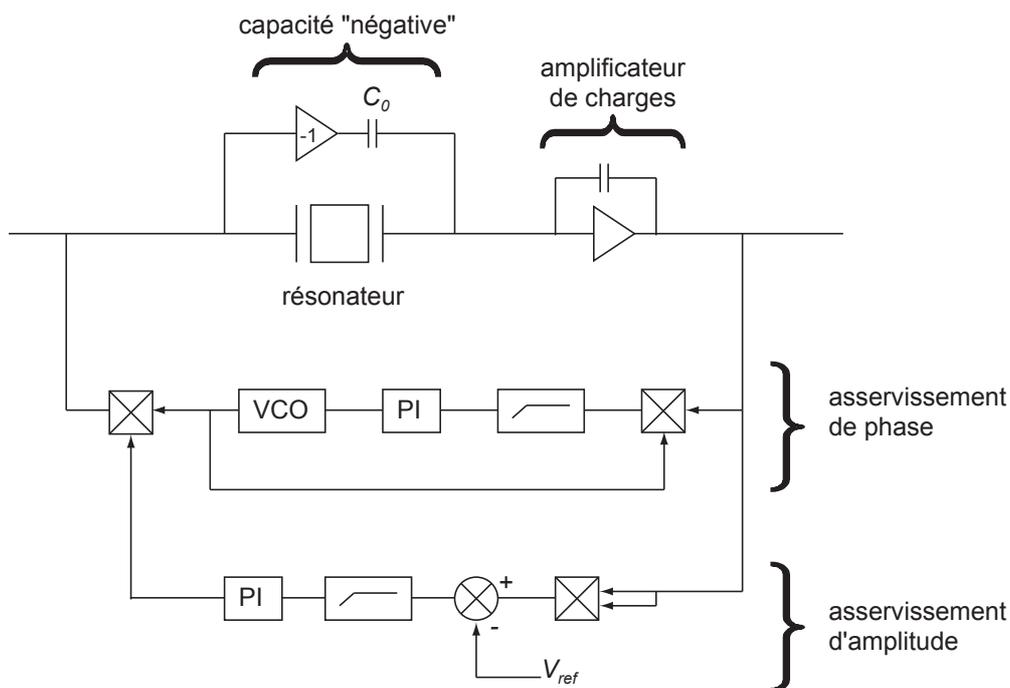


Figure 3-18 : Schéma de l'électronique de l'oscillateur pour l'excitation pilote

Le fonctionnement de l'asservissement de phase est le suivant : une tension proportionnelle à l'écart de phase entre les signaux de sortie de l'amplificateur de charges ( $V=Q/C$ ) et d'entrée du résonateur est obtenue à la sortie du comparateur de phase. Elle est asservie à  $90^\circ$  en régime permanent par le correcteur proportionnel intégral. La tension de sortie du correcteur commande, à travers le VCO, la fréquence du signal d'entrée du résonateur. Le régime

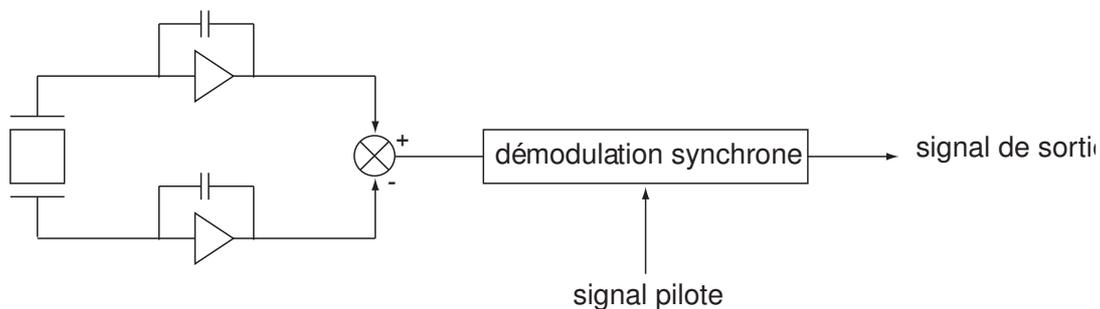
permanent est atteint quand le résonateur est excité à sa fréquence de résonance pour lequel l'écart de phase entre l'entrée et la sortie est de  $90^\circ$ .

Le fonctionnement de l'asservissement d'amplitude est le suivant : une tension proportionnelle à l'amplitude du signal de sortie est obtenue à la sortie de l'ensemble multiplieur et filtre passe-bas. La différence entre cette tension et la tension de référence est asservie à zéro par le correcteur de façon que le signal de sortie du résonateur soit asservi à l'amplitude de référence.

Pour les deux asservissements le correcteur proportionnel intégral permet d'optimiser le temps de réponse (et donc de mise en route) de l'oscillateur.

### 3.3.2. Electronique de détection

L'électronique de détection est constituée de deux amplificateurs de charges (pour collecter les charges Coriolis présentes sur les deux électrodes de détection), d'un soustracteur, et d'un module de démodulation synchrone du signal par le signal pilote (pour obtenir le signal de sortie sous la forme d'une tension proportionnelle à l'amplitude des charges Coriolis et éliminer les signaux parasites en quadrature avec le signal Coriolis).



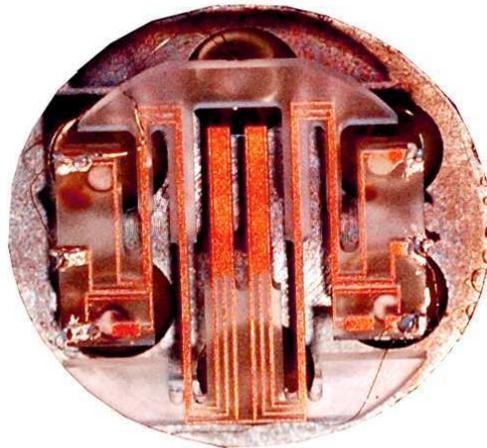
**Figure 3-19** : Schéma de l'électronique de détection du gyromètre

### **3.4. Présentation des maquettes de gyromètre en $\text{GaPO}_4$ et langasite**

Parallèlement à la maquette de gyromètre en PZT, une maquette en  $\text{GaPO}_4$  et une en langasite ont été réalisées au cours des travaux de thèse. Dans ce paragraphe, nous allons présenter ces maquettes et les spécificités de leurs réalisations.

#### **3.4.1. Maquette de gyromètre en $\text{GaPO}_4$**

La structure mécanique du gyromètre en  $\text{GaPO}_4$  (figure 3-20) a été dimensionnée comme pour le PZT par éléments finis. Pour cette structure le mode de flexion des poutres du diapason dans le plan correspond au mode pilote et le mode de flexion hors plan au mode détection, contrairement à la structure en PZT. Autre différence notable : la mise en œuvre des systèmes d'électrodes pour la détection et l'excitation ne nécessite pas d'électrodes sur les flancs des poutres.



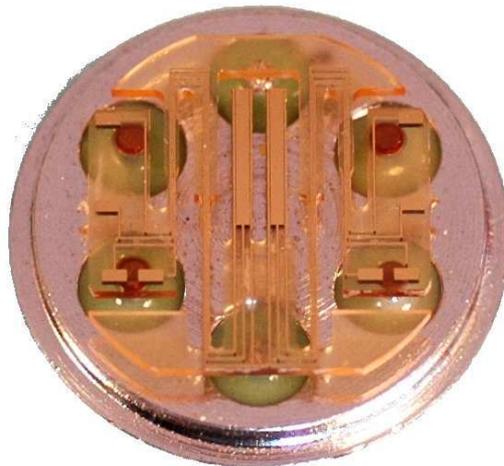
**Figure 3-20 :** Structure mécanique (collée sur son embase) et électrodes du gyromètre VIG en  $\text{GaPO}_4$

Contrairement à la céramique PZT dont les flancs de gravure après usinage ultrasonore sont de qualité satisfaisante (avec l'utilisation des plaques de verre de protection), l'usinage ultrasonore du cristal  $\text{GaPO}_4$  pose un problème supplémentaire lié au traumatisme de la structure cristalline au voisinage de la surface usinée (sur quelques microns de profondeur). Ce problème, qui avait été identifié sur le quartz, avait été résolu par une retouche par usinage chimique, ce qui avait permis d'atteindre les forts facteurs de qualité escomptés. Une technique similaire de reprise de gravure des flancs par usinage chimique (à l'acide

fluorhydrique) a donc été mise en place pour la réalisation de la structure en GaPO<sub>4</sub>. Concernant les céramiques PZT (fabriquées par frittage), ce problème ne se pose pas a priori car le facteur de qualité du résonateur est intrinsèquement faible et donc peu affecté par les phénomènes de surfaces.

### 3.4.2. Maquette de gyromètre en langasite

La structure mécanique du gyromètre en langasite (figure 3-21) a également été dimensionnée par éléments finis. Comme pour la structure en GaPO<sub>4</sub>, le mode de flexion des poutres du diapason dans le plan correspond au mode pilote et le mode de flexion hors plan au mode détection, et la mise en œuvre des systèmes d'électrodes pour la détection, et l'excitation ne nécessite pas d'électrodes sur les flancs des poutres. Une reprise par usinage chimique de la gravure des flancs, semblable à celle mise en œuvre pour la maquette en GaPO<sub>4</sub>, a été mise en œuvre.



**Figure 3-21 :** Structure mécanique (collée sur l'embase) et électrodes du gyromètre VIG en langasite

### Références bibliographiques du chapitre 3

- [1] Morgan Electro Ceramics. *Piezoelectric Ceramics*, Data Sheet (2000).
- [2] D. Janiaud, O. Le Traon, B. Lecorre, S. Muller. *Quartz Vibrating Gyro*, US patent n° 6 386 035 (2002).
- [3] OPEN ENGINEERING. *MEMS analysis in OOFELIE* , Reference manual (2007).
- [4] G. Campergue, R. Gouhier, D. Horriere. *Machine for ultrasonic abrasion machining*, US patent n° 4 934 103 (1990).
- [5] R. Levy. *Etude & réalisation d'une électronique adaptée au micro-gyromètre vibrant piézoélectrique*, Université Paris XI (2005).
- [6] J. Soderkvist. *Electric equivalent circuit for flexural vibrations in piezoelectric materials*, Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on (1990) **37 (6)** : 577-586.
- [7] J. Soderkvist. *Piezoelectric beams and vibrating angular rate sensors*, Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on (1990) **38 (3)** : 271-280.

## CHAPITRE 4

### Maquettes de gyromètre en nouveaux matériaux piézoélectriques

Dans ce chapitre nous présentons la mise en œuvre et les résultats de la caractérisation expérimentale des deux maquettes de micro-gyromètre vibrant en PZT et GaPO<sub>4</sub>. Les fréquences de résonances utiles et les paramètres électromécaniques du résonateur, le facteur d'échelle, la résolution de mesure et le comportement thermique du capteur complet sont mesurés et comparés aux valeurs prévues par le modèle développé au chapitre 2.

---

<b>4.1. Gyromètre en PZT</b>	<b>130</b>
4.1.1. Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en PZT	130
4.1.2. Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en PZT	134
4.1.3. Résolution de mesure de la maquette en PZT	136
4.1.4. Evaluation de la stabilité en température du résonateur en PZT	138
4.1.5. Bilan de la caractérisation de la maquette en PZT	141
<b>4.2. Gyromètre en GaPO<sub>4</sub></b>	<b>142</b>
4.2.1. Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	142
4.2.2. Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en GaPO <sub>4</sub>	146
4.2.3. Résolution de mesure de la maquette en GaPO <sub>4</sub>	148
4.2.4. Evaluation de la stabilité en température du résonateur en GaPO <sub>4</sub>	150
4.2.5. Bilan de la caractérisation de la maquette en GaPO <sub>4</sub>	151
<b>4.3. Bilan de la caractérisation des deux maquettes de gyromètre</b>	<b>152</b>

## 4. Résultats expérimentaux : caractérisations des gyromètres en nouveaux matériaux piézoélectriques

### 4.1. Gyromètre en PZT

#### 4.1.1. Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en PZT

L'analyse des paramètres électromécaniques des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en PZT (structure mécanique et électrodes) permet d'obtenir une première caractérisation du gyromètre. Il a été possible de réaliser cette caractérisation de deux façons :

- par des simulations harmoniques à partir du modèle éléments finis de la structure vibrante (solveur OOFELIE) ;
- par des expérimentations effectuées sur la structure vibrante au moyen d'un impédancemètre.

##### 4.1.1.1. Simulation par éléments finis des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en PZT

Les paramètres électromécaniques des résonateurs, obtenus par simulation par éléments finis (e.g. la figure 4-1 présente l'impédance du mode détecteur, à partir de laquelle on obtient les paramètres électromécaniques de ce mode) sont les suivants :

- mode pilote :  $C_0 = 640$  pF,  $R_I = 5\,432$   $\Omega$ ,  $C_I = 2,0$  pF et  $L_I = 85$  H ;
- mode détecteur :  $C_0 = 231$  pF,  $R_I = 9\,642$   $\Omega$ ,  $C_I = 1,24$  pF et  $L_I = 166$  H.

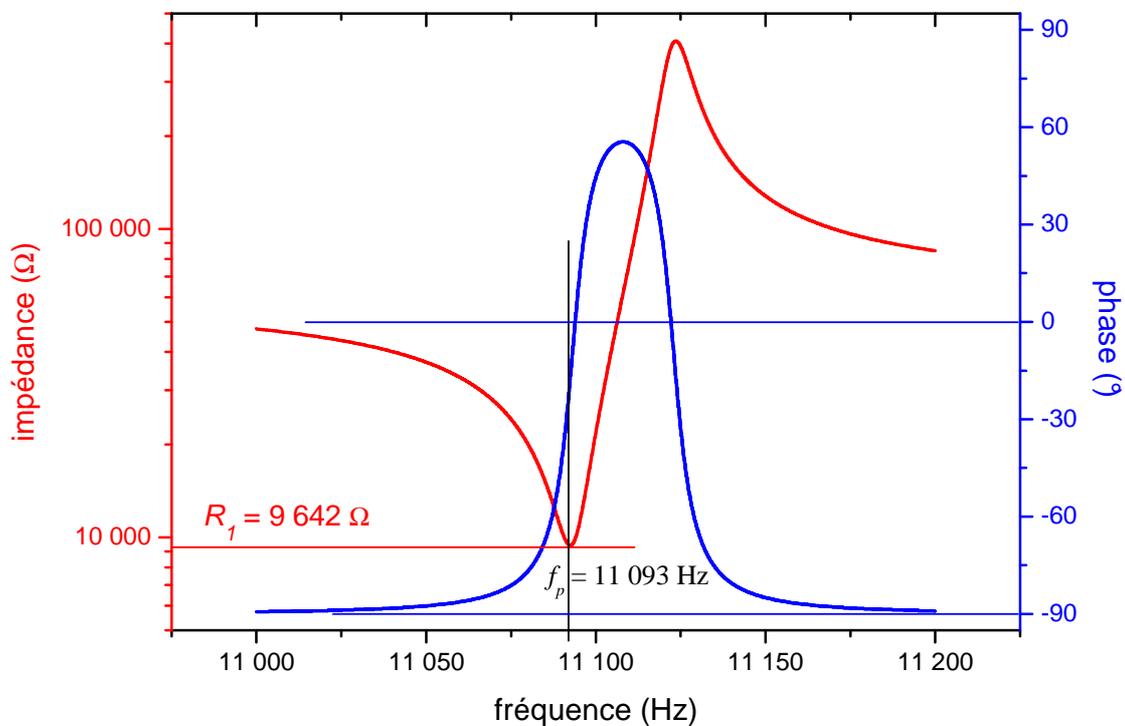
Les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur valent respectivement 12 207 Hz et 11 093 Hz.

On rappelle :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_I C_I}} \quad (4-1)$$

Ces valeurs de fréquences diffèrent notablement (respectivement 200 Hz et 800 Hz) des valeurs obtenues lors du dimensionnement de la structure complète au chapitre 3. Cette

différence s'explique d'une part par la dispersion des dimensions réelles de la structure due à la précision de l'usinage ultrasonore ( $\sim 5 \mu\text{m}$ ) et d'autre part par le fait que les simulations réalisées lors du dimensionnement ne prenaient pas en compte les conditions aux limites électriques imposées par les électrodes pour ne pas augmenter de façon critique le nombre de degrés de liberté, alors qu'un modèle du seul élément sensible (diapason) prenant en compte les conditions aux limites électriques a été utilisé pour le calcul des paramètres électromécaniques. Ceci illustre bien l'intérêt du solveur éléments finis OOFELIE [1] qui permet de rendre compte précisément du comportement couplé mécanique/électrique dans le cas des matériaux fortement piézoélectriques (cette différence de résultat sur les fréquences de résonance aurait été moindre – de l'ordre du Hertz – dans le cas du quartz).



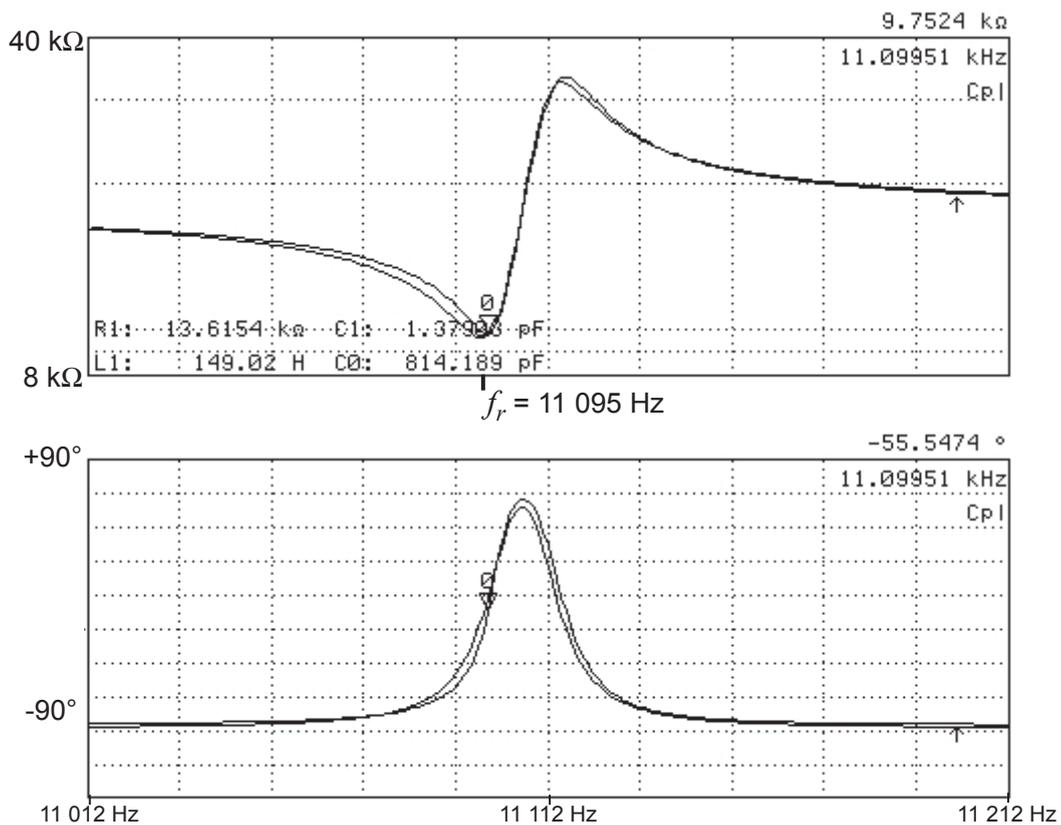
**Figure 4-1** : Impédance (amplitude en rouge et phase en bleu en fonction de la fréquence d'excitation) obtenue par simulation harmonique du résonateur détecteur du gyromètre en PZT

#### 4.1.1.2. Mesures expérimentales des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en PZT

La caractérisation électrique expérimentale (impédancemètre Agilent 4294) (figure 4-2) permet d'obtenir les paramètres électromécaniques suivants :

- mode pilote :  $C_0 = 821 \text{ pF}$ ,  $R_l = 10\,456 \text{ } \Omega$ ,  $C_l = 2,29 \text{ pF}$ ,  $L_l = 75 \text{ H}$  ;
- mode détecteur :  $C_0 = 814 \text{ pF}$ ,  $R_l = 13\,615 \text{ } \Omega$ ,  $C_l = 1,37 \text{ pF}$ ,  $L_l = 149 \text{ H}$ .

Ces mesures sont effectuées sur la structure montée sur l'embase et encapsulée sous vide dans son boîtier cuivre. Les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur correspondantes sont respectivement de  $12\,100 \text{ Hz}$  et de  $11\,095 \text{ Hz}$ , proches des valeurs prévues théoriquement. L'écart de fréquence entre les modes utiles est donc de  $1\,005 \text{ Hz}$  pour la structure en PZT.



**Figure 4-2 :** Capture d'écran de la mesure de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de l'impédance du résonateur détecteur du gyromètre en PZT obtenue à l'aide de l'impédancemètre Agilent 4294

Nous constatons une bonne correspondance entre la mesure à l'impédancemètre et les résultats de simulation par élément finis en ce qui concerne les paramètres motionnels  $C_1$  et  $L_1$ . Par contre il y a une différence notable entre les valeurs théoriques et expérimentales de la capacité inter-électrodes  $C_0$  et de la résistance motionnelle  $R_1$ .

En ce qui concerne la capacité  $C_0$ , sa sous-évaluation (de 20 % à 70 % suivant le mode) par la méthode de simulation par éléments finis s'explique par le fait que le modèle utilisé pour la simulation de la structure ne prend en compte que l'élément sensible (pour réduire le nombre de degré de liberté du modèle). Donc les pistes de rappels (qui relient les électrodes aux zones de fixation) ne sont pas prises en compte dans la simulation. La surface réelle de métallisation (et donc la capacité inter-électrodes réelle) est alors supérieure à celle des seules électrodes sur les poutres du diapason.

En ce qui concerne la résistance motionnelle  $R_1$ , elle est proportionnelle à l'amortissement mécanique du résonateur et donc inversement proportionnelle au facteur de qualité. L'amortissement est un paramètre d'entrée du modèle éléments finis. Nous avons utilisé la valeur d'amortissement correspondant au facteur de qualité  $Q = 1\ 200$ . Il s'agit de la valeur de facteur de qualité donnée par le fournisseur [2]. Les valeurs de résistance motionnelle obtenues par mesures expérimentales nous permettent de calculer le facteur de qualité réel à l'aide de l'équation :

$$Q = \frac{1}{R_1 C_1 \omega} \quad (4-2)$$

On obtient respectivement  $Q_p = 549$  et  $Q_d = 769$  pour les modes pilote et détecteur (valeurs inférieures d'environ 50% à celles prévues par le fournisseur :  $Q = 1200$ ). On rappelle que la mesure est effectuée sur la structure montée sous vide (pression inférieure à 0,1 mbar).

Nous utiliserons par la suite les valeurs expérimentales de ce paragraphe pour les analyses numériques.

### 4.1.2. Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en PZT

Nous présentons dans ce paragraphe le calcul théorique et la mesure expérimentale du facteur d'échelle du gyromètre en PZT.

#### 4.1.2.1. Calcul théorique du facteur d'échelle

On rappelle (chapitre 2) l'expression du facteur d'échelle théorique du gyromètre :

$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{L} \frac{X_I}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_A} a \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \quad (4-3)$$

Cette expression prévoit un facteur d'échelle théorique de  $FE = 3,7 \text{ mV}/(^{\circ}/\text{s})$ , avec les paramètres suivants :

- les dimensions de la poutre :  $e = 1 \text{ mm}$  et  $L = 6,28 \text{ mm}$ ,
- l'écart entre les fréquences des modes utiles  $|\omega_p - \omega_d|/2\pi = 1005 \text{ Hz}$ ,
- l'amplitude du mouvement pilote  $X_I \sim 1 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à l'excitation maximale envisagée au chapitre 2 pour les céramiques (qui est limitée par la contrainte de dépolarisation),
- les paramètres électroniques : le gain  $G = 100$  et la capacité de l'amplificateur de charges  $C_A = 100 \text{ pF}$ ,
- l'efficacité du système d'électrodes  $a = 1$  (le système d'électrodes utilisé est voisin du système idéal),
- les paramètres matériaux du PZT : le coefficient piézoélectrique  $d_{31} = 150 \times 10^{-12} \text{ C/N}$  et le coefficient de souplesse mécanique  $s_{22}^E = 12 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ .

#### 4.1.2.2. Mesure expérimentale du facteur d'échelle

Le facteur d'échelle réel de la maquette de gyromètre en PZT est déterminé à l'aide de la table tournante ACUTRONIC (figure 4-3) qui équipe le laboratoire de l'Onera. La figure 4-4 présente l'amplitude de la tension de sortie du gyromètre en PZT en fonction de la vitesse de rotation appliquée. La courbe obtenue est sensiblement une droite entre  $\pm 100 \text{ }^{\circ}/\text{s}$ , dont la pente correspond au facteur d'échelle réel du gyromètre  $FE = 3,6 \text{ mV}/(^{\circ}/\text{s})$ . Au-delà de  $\pm 100 \text{ }^{\circ}/\text{s}$  la non-linéarité qui s'amorce est probablement due aux non-linéarités des composants électroniques. La valeur de la sortie du gyromètre pour une vitesse rotation nulle correspond au biais de mesure ( $\sim 95 \text{ mV}$  soit  $26 \text{ }^{\circ}/\text{s}$ ).



Figure 4-3 : Table tournante ACUTRONIC utilisée pour mesurer le facteur d'échelle des gyromètres

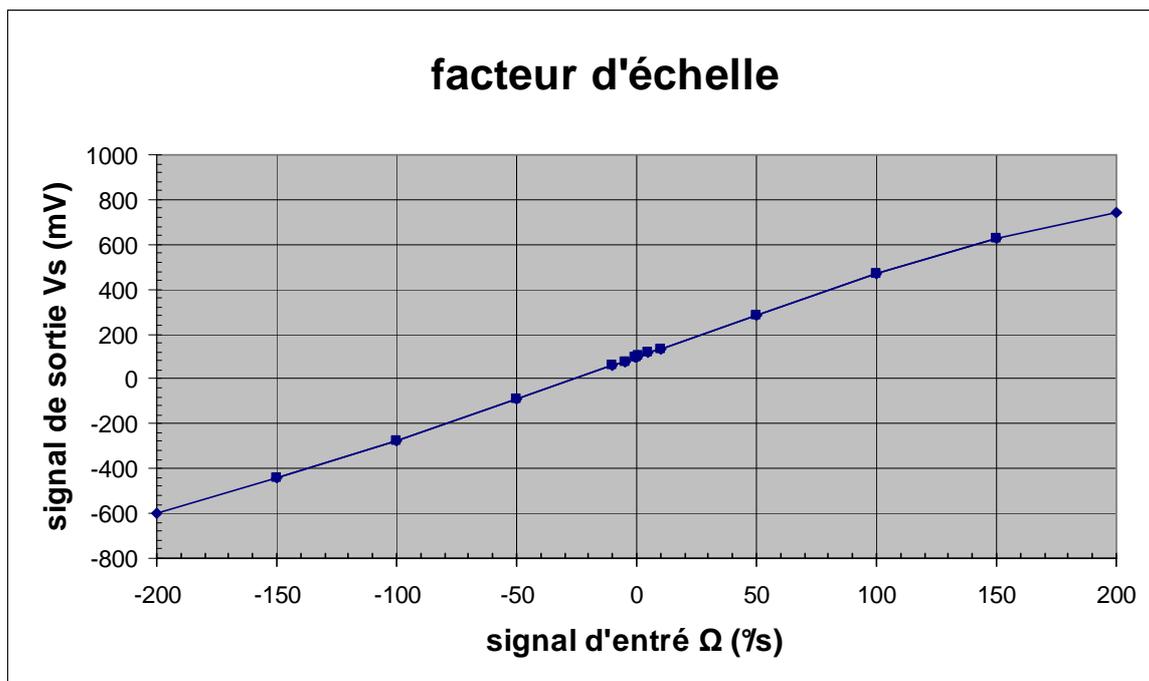


Figure 4-4 : Amplitude du signal de sortie de l'électronique de détection pour différentes valeurs de la vitesse de rotation – le facteur d'échelle du gyromètre en PZT est de  $3,6 \text{ mV}/(^{\circ}/s)$  et le biais est de  $\sim 95 \text{ mV}$  (soit  $26 \text{ }^{\circ}/s$ )

Les facteurs d'échelle obtenus théoriquement ( $3,7 \text{ mV}/(^{\circ}/s)$ ) et expérimentalement ( $3,6 \text{ mV}/(^{\circ}/s)$ ) ont une correspondance très satisfaisante (écart relatif de  $\sim 3 \%$ ), ce qui valide le modèle développé au chapitre 2.

### 4.1.3. Résolution de mesure de la maquette en PZT

Nous présentons dans ce paragraphe le calcul théorique et la mesure expérimentale de la résolution du gyromètre en PZT.

#### 4.1.3.1. Calcul théorique de la résolution du gyromètre en PZT

La résolution est la plus petite grandeur d'entrée mesurable, on rappelle (chapitre 2) l'expression de la résolution théorique du gyromètre (en °/s/√Hz) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A (C_A + C_0 + C_p) \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_l} \frac{3L}{e^2} \frac{1}{a} \frac{s_{11}^E}{d_{31}} \sqrt{BP} \quad (4-4)$$

Cette expression prévoit une résolution théorique de 0,03 °/s (ou une densité spectrale de bruit ramenée en entrée de 0,003 °/s/√Hz dans la bande passante de 100 Hz), avec les paramètres suivants :

- le bruit en tension d'entrée de l'amplificateur opérationnel de l'amplificateur de charges :  $en_A = 7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,
- la capacité de l'amplificateur de charges  $C_A = 100 \text{ pF}$  ; la capacité inter-électrodes  $C_0 = 814 \text{ pF}$  et la capacité parasite  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,
- l'écart entre les fréquences des modes utiles  $|\omega_p - \omega_d|/2\pi = 1005 \text{ Hz}$ ,
- l'amplitude du mouvement pilote  $X_l \sim 1 \text{ }\mu\text{m}$ ,
- les dimensions de la poutre :  $e = 1 \text{ mm}$  et  $L = 6,28 \text{ mm}$ ,
- l'efficacité du système d'électrodes  $a = 1$  (le système d'électrodes utilisé est voisin du système idéal),
- les paramètres matériaux du PZT : le coefficient piézoélectrique  $d_{31} = 150 \times 10^{-12} \text{ C/N}$  et le coefficient de souplesse mécanique  $s_{22}^E = 12 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ ,
- la bande passante :  $BP = 100 \text{ Hz}$

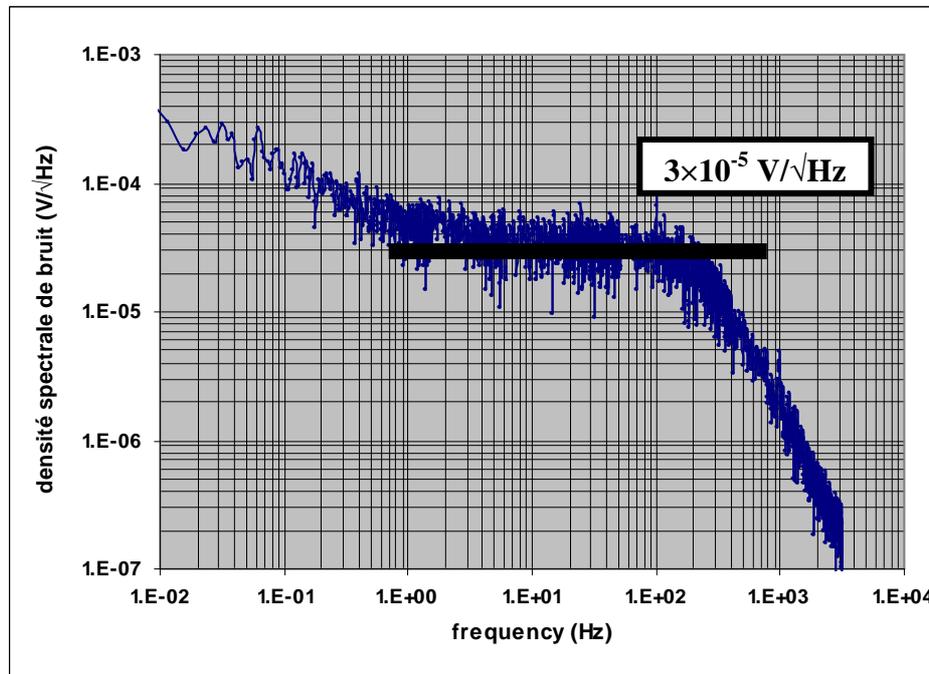
#### 4.1.3.2. Mesure de la résolution du gyromètre en PZT

On détermine expérimentalement la résolution du gyromètre (en °/s) à partir de la densité spectrale de bruit en sortie  $V_{Sb}$  (en  $V/\sqrt{\text{Hz}}$ ), du facteur d'échelle  $FE$  et de la bande passante  $BP$  du capteur :

$$\Omega_R = \frac{V_{Sb}}{FE} \sqrt{BP} \quad (4-5)$$

Il faut donc mesurer la densité spectrale de bruit en sortie du capteur dans la bande passante. Cette mesure s'effectue au moyen de l'analyseur de spectre Agilent 35670 (figure 4-5).

Le bruit mesuré est  $V_{Sb} = 3 \times 10^{-5} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui correspond à un bruit  $\Omega_b = 0,008 \text{ °/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  soit une résolution de  $\Omega_R = 0,08 \text{ °/s}$  dans la bande passante  $BP = 100 \text{ Hz}$ .



**Figure 4-5** : Densité spectrale de bruit en sortie du gyromètre en PZT ; entre 1 Hz et 100 Hz la densité spectrale est un bruit blanc de valeur  $3 \times 10^{-5} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$

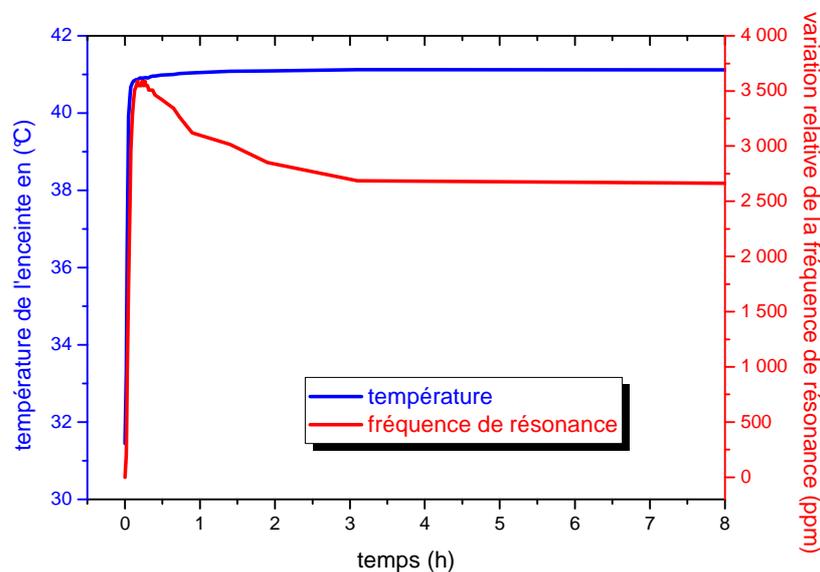
Les résolutions obtenues théoriquement ( $0,03 \text{ °/s}$ ) et expérimentalement ( $0,08 \text{ °/s}$ ) ont une correspondance acceptable (dans un rapport  $\sim 2,5$ ). Cette divergence entre les résultats théorique et expérimental peut être attribuée à l'électronique qui a été mise en œuvre pour la réalisation de cette première maquette de gyromètre PZT. Il serait vraisemblablement possible d'améliorer la résolution de la maquette en réalisant un travail spécifique d'optimisation de l'électronique du point de vue de la seule résolution.

#### 4.1.4. Evaluation de la stabilité en température du résonateur en PZT

Le but de ce paragraphe est d'évaluer le comportement thermique de la maquette de gyromètre en PZT. Nous nous sommes en particulier intéressés au comportement en température (sensibilité et hystérésis) de la fréquence de résonance du résonateur pilote.

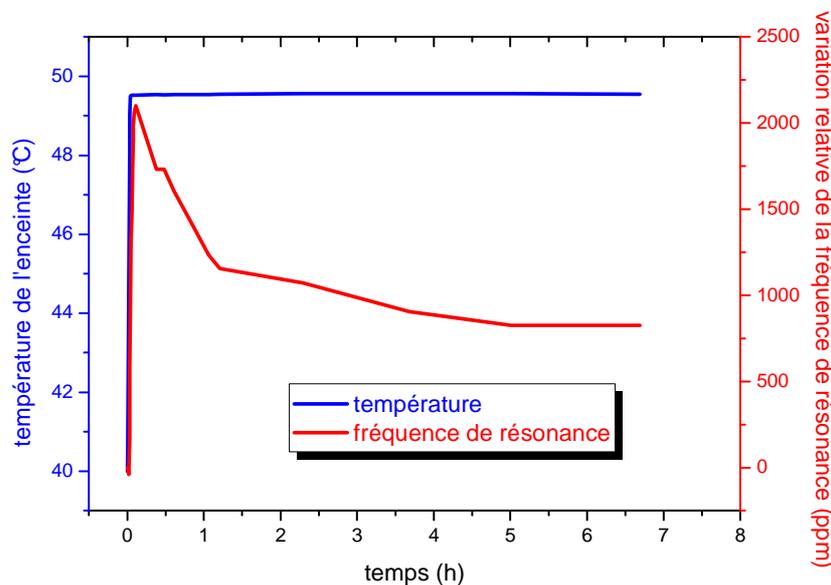
##### 4.1.4.1. Sensibilité thermique de la fréquence de résonance

Dans un premier temps, il a été possible d'étudier la sensibilité thermique de la fréquence de résonance du mode pilote de la maquette PZT. La figure 4-6 présente de la variation relative sur 8 h de cette fréquence pour un échelon de température de 10°C. On constate deux phases d'évolutions distinctes : premièrement une évolution rapide corrélée avec la température (en quelques minutes la fréquence varie de 3 950 ppm soit de 12 170 Hz à 12 218 Hz) et deuxièmement une phase de stabilisation lente (jusqu'à 12 206 Hz : 2 600 ppm) à température constante. Cette seconde phase a une durée de ~4 h et la sensibilité globale (calculée entre la fréquence initiale et la fréquence du régime établi) de la fréquence de résonance du mode pilote est de 3,3 Hz/°C (ou 260 ppm/°C).



**Figure 4-6 :** Variation relative de la fréquence de résonance pilote (en rouge) en fonction du temps pour un échelon de température de 10°C (en bleu), dans le cas où la structure est collée rigidement sur l'embase

Dans un premier temps, nous avons émis l'hypothèse que ce comportement en température de la fréquence de résonance était lié à l'apparition de contraintes mécaniques, dues à la dilatation thermique différentielle du PZT de la structure et du kovar de l'embase (qui ont des coefficients respectifs de  $\sim 3$  ppm/°C et  $\sim 9$  ppm/°C). Cette hypothèse paraissait d'autant plus valide que le collage de la structure sur les traversées étanches de l'embase est un collage très raide en film mince (colle : Epo-Tek 353ND ; module d'Young :  $E = 2$  GPa). Pour étayer cette hypothèse, une maquette a été réalisée en utilisant une colle très souple (Dow Corning 93-500 ;  $E = 6,75$ MPa) en couche épaisse : la réponse de la fréquence de résonance du mode pilote à un échelon de température est présentée sur la figure 4-7.

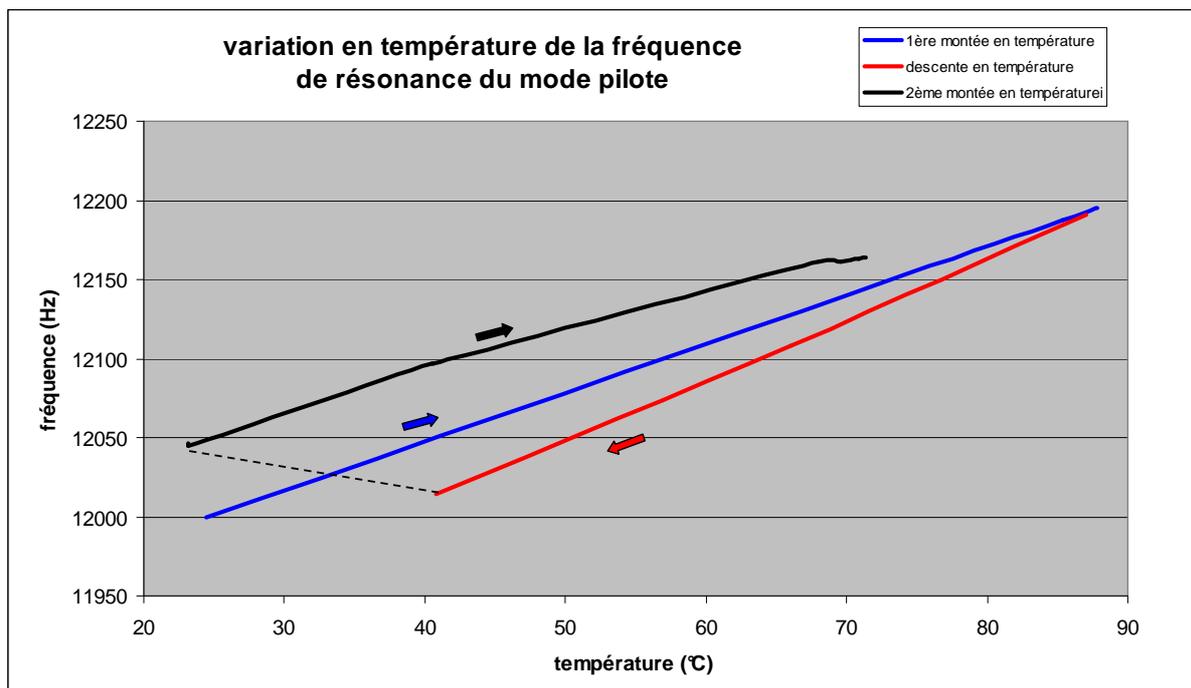


**Figure 4-7 :** Variation relative de la fréquence de résonance pilote (en rouge) en fonction du temps pour un échelon de température de 10°C (en bleu), dans le cas où la structure est maintenue sur l'embase par un collage souple

On constate sur le graphique que le phénomène lent de stabilisation de quelques heures n'a pas été supprimé par la mise en œuvre de la colle souple. Par contre, la sensibilité thermique après stabilisation (calculée entre la fréquence initiale et la fréquence en régime établi) a été nettement réduite : 82 ppm/°C ou 1,1 Hz/°C (au lieu de 260 ppm/°C avec la colle rigide). Néanmoins, pour une application capteur le défaut majeur est la relaxation lente de la fréquence de résonance (la sensibilité, quant à elle, est modélisable). Pour expliquer cette relaxation, nous proposons une autre hypothèse : le caractère intrinsèquement très hystérétique des céramiques PZT, ce qui est étayé au paragraphe suivant.

#### 4.1.4.2. Hystérésis de l'évolution de la fréquence de résonance en température

Nous avons étudié le comportement de la résonance du mode pilote de la structure en PZT (maquettes montées avec la colle rigide Epo-Tek 353ND) au cours d'un cycle de température ; ainsi, la figure 4-8 présente l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la température (par paliers stabilisés) pour le profil suivant : une première montée en température de 25 °C à 88 °C, une descente de 88 °C à 40 °C et une remontée de 24 °C à 72 °C.



**Figure 4-8 :** Variation de la fréquence de résonance du mode pilote en fonction de la température

D'une part, en adéquation avec l'investigation menée au paragraphe précédent, on retrouve en moyenne la valeur de  $\sim 3 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$  pour la sensibilité thermique. D'autre part on constate que le comportement en température est extrêmement hystérétique (avec un écart notable à 40 °C de  $\sim 80 \text{ Hz}$  entre la descente et la deuxième montée).

Le comportement global en température (forte sensibilité, relaxation et hystérésis) du résonateur en PZT est donc inquiétant, en particulier si on le compare au comportement du quartz (sensibilité  $\sim 0,1 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$  ; hystérésis  $< 0,1 \text{ Hz}$ ). Ce comportement nous fait présager que

la stabilité du facteur d'échelle (qui fait directement intervenir la stabilité de l'écart entre les fréquences de résonance pilote et détecteur) ne sera pas satisfaisante.

#### **4.1.5. Bilan de la caractérisation de la maquette en PZT**

Dans un premier temps nous avons étudié les résonateurs pilote et détecteur de la structure en PZT, et nous avons constaté une bonne concordance des paramètres électromécaniques obtenus par simulation éléments finis et par mesures expérimentales.

En ce qui concerne la maquette complète (gyromètre), le facteur d'échelle et la résolution de mesure du capteur ont été caractérisés, les résultats théoriques et expérimentaux ont une correspondance satisfaisante pour le facteur d'échelle (écart relatif de 3%) et acceptable pour la résolution de mesure (résultat expérimental moins bon d'un facteur ~2,5). Les valeurs expérimentales sont : 3,6 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle et 0,08 °/s pour la résolution.

Par ailleurs, le comportement thermique du capteur a mis en évidence le caractère extrêmement hystérétique de la fréquence de résonance pilote ce qui laisse présager une stabilité peu satisfaisante des performances du capteur (notamment le facteur d'échelle).

## **4.2. Gyromètre en GaPO<sub>4</sub>**

### **4.2.1. Caractérisation des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en GaPO<sub>4</sub>**

Comme pour la maquette en PZT, une analyse des paramètres électromécaniques des résonateurs piézoélectriques pilote et détecteur du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> (structure mécanique et électrodes), a été menée de deux façons :

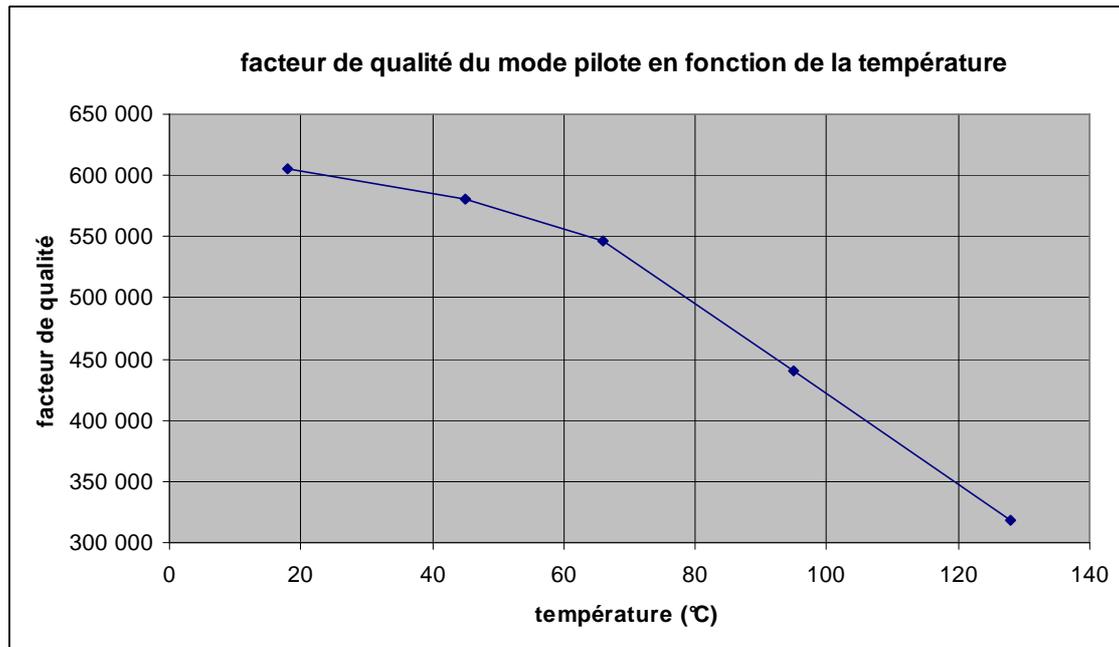
- par des simulations harmoniques à partir du modèle éléments finis de la structure vibrante (solveur OOFELIE) ;
- par des expérimentations effectuées sur la structure vibrante au moyen d'un impédancemètre.

Dans un premier temps, il a aussi été possible de caractériser les facteurs de qualité des modes pilote et détecteur de la structure en GaPO<sub>4</sub>. C'est résultat ont ensuite été utilisé comme données d'entrées pour les simulations.

#### **4.2.1.1. Facteur de qualité des modes utiles de la structure en GaPO<sub>4</sub>**

Pour les résonateurs en GaPO<sub>4</sub> (comme pour le quartz) la limite ultime du facteur de qualité est liée aux pertes thermoélastiques qui sont dues au couplage entre les transferts de chaleur au sein du résonateur et sa déformation. Pour atteindre cette limite il faut minimiser les pertes par dissipation extrinsèques qui sont dépendantes des conditions d'utilisation. Ce qui est réalisé d'une part avec la mise sous vide (meilleur que 1 mbar dans le boîtier cuivre queusoté – voit chapitre 3) de la structure pour limiter les pertes par amortissement gazeux et d'autre part avec l'utilisation d'un cadre de découplage (pour limiter les pertes par dissipations dans le support à travers les fixations). Les facteurs de qualité ainsi obtenus sont à température ambiante ( $T_a = 20$  °C) de  $Q_p = 600\ 000$  pour le mode pilote et de  $Q_d = 450\ 000$  pour le mode détecteur.

Une caractérisation du facteur de qualité du mode pilote en fonction de la température (figure 4-9) a aussi été effectuée.



**Figure 4-9 :** Evolution du facteur de qualité du mode pilote de la structure en GaPO<sub>4</sub> sur la plage de température 18 °C – 128 °C

Il est intéressant de noter que, en ce qui concerne les trois premiers points de mesures (sur la plage de température 18 °C – 66 °C), le facteur de qualité suit l'évolution inversement proportionnelle à la température prévue par le modèle de Zener [3;4].

Bien que le facteur de qualité du résonateur pilote ne soit pas un paramètre primordial du point de vue des performances que nous avons spécifiquement étudiées au chapitre 2 (facteur d'échelle et résolution), il joue un rôle primordial dans le bon fonctionnement de l'oscillateur pilote. En effet, d'une part la stabilité des oscillations pilote et d'autre part la faible consommation électrique de l'oscillateur sont favorisées par un facteur de qualité du mode pilote le plus grand possible. Ainsi, le très fort facteur de qualité obtenu pour le GaPO<sub>4</sub> en fait un matériau très prometteur pour l'application gyromètre.

#### 4.2.1.2. Simulation par éléments finis des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en GaPO<sub>4</sub>

Les paramètres électromécaniques des résonateurs, obtenus par simulation par éléments finis sont les suivants :

- mode pilote :  $C_0 = 0,72$  pF,  $R_l = 129$  k $\Omega$ ,  $C_l = 0,33$  fF et  $L_l = 1,07$  MH ;
- mode détecteur :  $C_0 = 1,39$  pF,  $R_l = 104$  k $\Omega$ ,  $C_l = 0,33$  fF et  $L_l = 1,12$  MH.

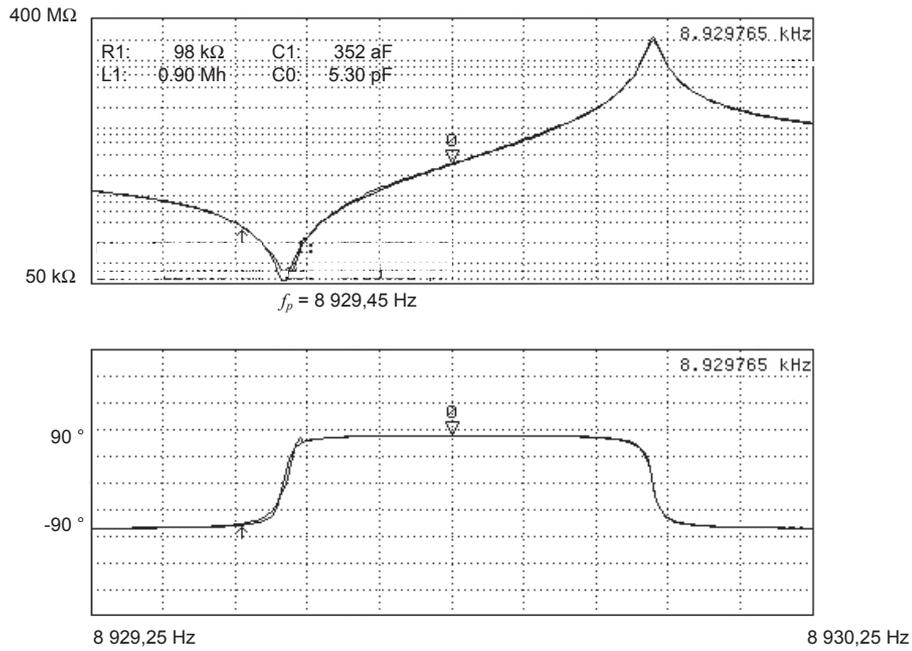
Les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur valent respectivement 8 508 Hz et 8 241 Hz (soit un écart de fréquence théorique de 267 Hz).

#### 4.2.1.3. Mesures expérimentales des paramètres électromécaniques de la structure vibrante en GaPO<sub>4</sub>

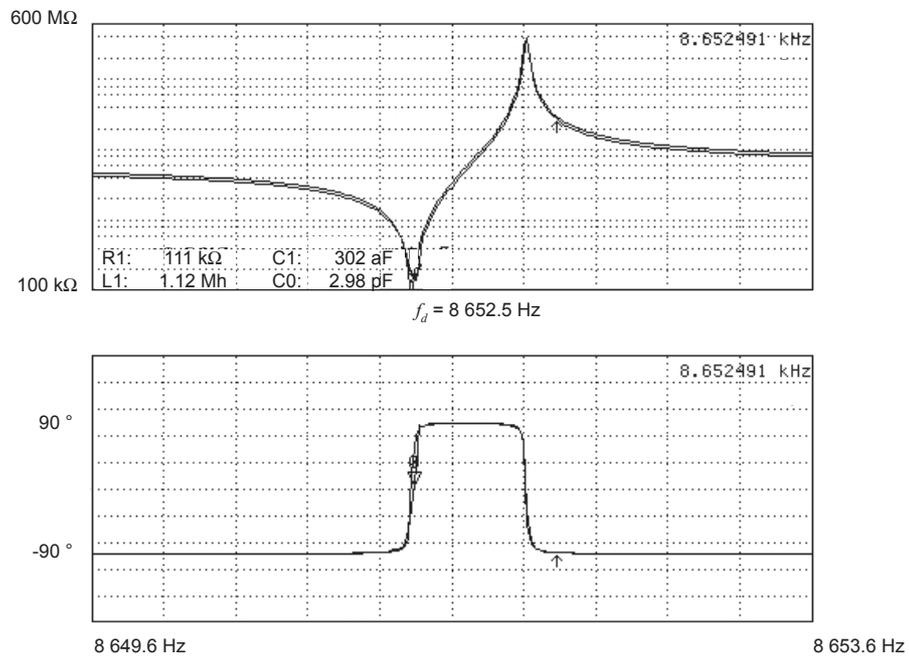
La caractérisation électrique expérimentale (figure 4-10 pour le mode pilote et figure 4-11 pour le mode détecteur) permet d'obtenir les paramètres électromécaniques suivants :

- mode pilote :  $C_0 = 5,30$  pF,  $R_l = 98$  k $\Omega$ ,  $C_l = 0,35$  fF,  $L_l = 0,90$  MH ;
- mode détecteur :  $C_0 = 2,98$  pF,  $R_l = 111$  k $\Omega$ ,  $C_l = 0,30$  fF,  $L_l = 1,12$  MH.

Ces mesures sont effectuées sur la structure montée sur l'embase et encapsulée sous vide dans son boîtier cuivre. Les fréquences de résonance des modes pilote et détecteur sont respectivement 8 929 Hz et 8 652 Hz. L'écart de fréquence entre les modes utiles est donc de 277 Hz pour la structure en GaPO<sub>4</sub>.



**Figure 4-10 :** Capture d'écran de la mesure de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de l'impédance du résonateur pilote du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> obtenue à l'aide de l'impédancemètre Agilent 4294



**Figure 4-11 :** Capture d'écran de la mesure de l'amplitude (en haut) et de la phase (en bas) de l'impédance du résonateur détecteur du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> obtenue à l'aide de l'impédancemètre Agilent 4294

Nous constatons une bonne correspondance entre la mesure à l'impédancemètre et les résultats de simulation par élément finis en ce qui concerne les paramètres motionnels  $C_I$ ,  $L_I$  et  $R_I$ . Par contre il y'a une différence notable entre les valeurs théoriques et expérimentales de la capacité inter-électrodes  $C_0$ . Comme nous l'avons expliqué au paragraphe précédent pour le PZT, la capacité  $C_0$  est sous-évaluée (ici de presque un facteur 4 dans le cas le plus défavorable) par la méthode de simulation par éléments finis. Ce qui s'explique par le fait que le modèle utilisé pour la simulation de la structure ne prend en compte que l'élément sensible. Ainsi les pistes de rappels des électrodes ne sont pas simulées (pour réduire le nombre de degré de liberté du modèle).

Nous utiliserons par la suite les valeurs expérimentales de ce paragraphe pour les analyses numériques.

#### 4.2.2. Facteur d'échelle de la maquette de gyromètre en GaPO<sub>4</sub>

Nous présentons dans ce paragraphe le calcul théorique et la mesure expérimentale du facteur d'échelle du gyromètre en GaPO<sub>4</sub>

##### 4.2.2.1. Calcul théorique du facteur d'échelle

On rappelle (chapitre 2) l'expression du facteur d'échelle théorique du gyromètre :

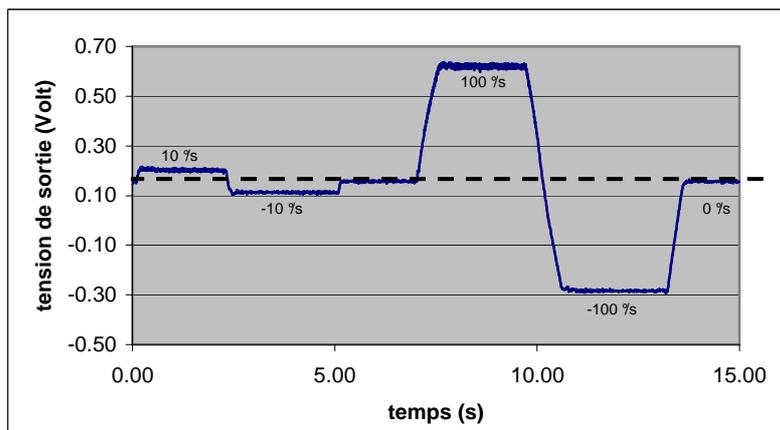
$$FE = \frac{V_S}{\Omega} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{L} \frac{X_I}{|\omega_d - \omega_p|} \frac{G}{C_A} a \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \quad (4-6)$$

Cette expression prévoit un facteur d'échelle théorique de  $FE = 5,2 \text{ mV}/(^{\circ}/\text{s})$ , avec les paramètres suivants :

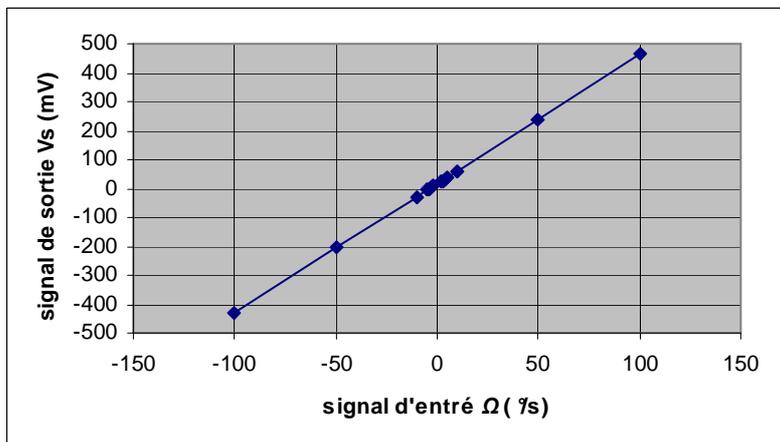
- les dimensions de la poutre :  $e = 1 \text{ mm}$  et  $L = 8 \text{ mm}$ ,
- l'écart entre les fréquences des modes utiles  $|\omega_p - \omega_d|/2\pi = 277 \text{ Hz}$ ,
- l'amplitude du mouvement pilote  $X_I \sim 4 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à l'excitation maximale envisagée au chapitre 2 pour les cristaux (avant non-linéarité),
- les paramètres électroniques : le gain  $G = 185$  et la capacité de l'amplificateur de charges  $C_A = 10 \text{ pF}$ ,
- l'efficacité du système d'électrodes  $a = 1/3$  (en ce qui concerne la détection, le système d'électrodes utilisé est semblable au système électrodes du VIG),
- les paramètres matériaux du PZT : le coefficient piézoélectrique  $d_{11} = 4,5 \times 10^{-12} \text{ C/N}$  et le coefficient de souplesse mécanique  $s_{22}^E = 18 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ .

#### 4.2.2.2. Mesure expérimentale du facteur d'échelle

Comme pour le gyromètre en PZT, Le facteur d'échelle réel de la maquette de gyromètre en GaPO<sub>4</sub> est déterminé à l'aide de la table tournante. La figure 4-12 présente un enregistrement de mesure gyrométrique pour différentes valeurs de vitesse de rotation ( $\pm 10$  °/s et  $\pm 100$  °/s). La figure 4-13 présente l'amplitude de la tension de sortie du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> en fonction de la vitesse de rotation appliquée. La courbe obtenue est sensiblement une droite entre  $\pm 100$  °/s, dont la pente correspond au facteur d'échelle réel du gyromètre  $FE = 4,5$  mV/(°/s).



**Figure 4-12 :** Enregistrement du signal de sortie  $V_s$  de la maquette en GaPO<sub>4</sub> pour différentes vitesses de rotation  $\Omega$  ( $= \pm 10$  °/s et  $\pm 100$  °/s) – le facteur d'échelle est de 4,5 mV/(°/s)



**Figure 4-13 :** Amplitude du signal de sortie de la maquette en GaPO<sub>4</sub> en fonction de la vitesse de rotation – le facteur d'échelle est de 4,5 mV/(°/s)

Les facteurs d'échelle obtenus théoriquement (5,2 mV/(°/s)) et expérimentalement (4,5 mV/(°/s)) ont une correspondance satisfaisante (écart relatif de ~13 %), ce qui valide le modèle développé au chapitre 2.

### 4.2.3. Résolution de mesure de la maquette en GaPO<sub>4</sub>

Nous présentons dans ce paragraphe le calcul théorique et la mesure expérimentale de la résolution du gyromètre en GaPO<sub>4</sub>.

#### 4.2.3.1. Calcul théorique de la résolution du gyromètre en GaPO<sub>4</sub>

La résolution est la plus petite grandeur d'entrée mesurable, on rappelle (chapitre 2) l'expression de la résolution théorique du gyromètre (en °/s) :

$$\Omega_{Re} = \frac{1}{\sqrt{2}} en_A (C_A + C_0 + C_p) \frac{|\omega_d - \omega_p|}{X_I} \frac{3L}{e^2} \frac{1}{a} \frac{s_{11}^E}{d_{31}} \sqrt{BP} \quad (4-7)$$

Cette expression prévoit une résolution théorique de  $5 \times 10^{-3}$  °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , (soit une densité spectrale de bruit ramenée en entrée de  $5 \times 10^{-4}$  °/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  dans la bande passante de 100 Hz) avec les paramètres suivants :

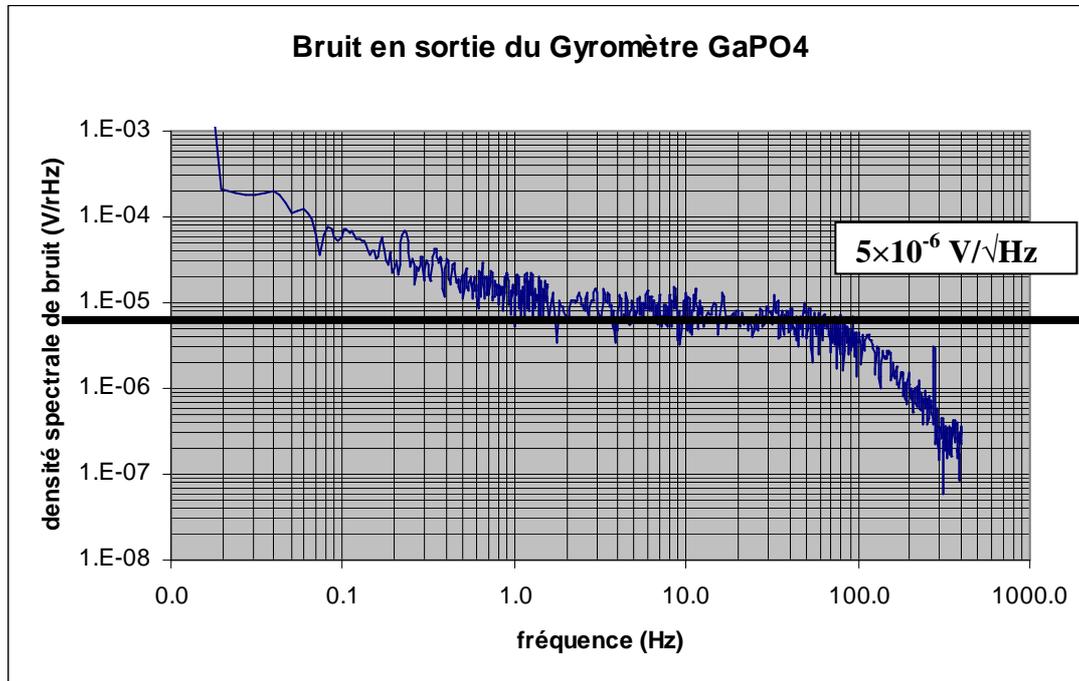
- le bruit en tension d'entrée de l'amplificateur opérationnel de l'amplificateur de charges :  $en_A = 7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,
- la capacité de l'amplificateur de charges  $C_A = 10 \text{ pF}$  ; la capacité inter-électrodes  $C_0 = 2,15 \text{ pF}$  et la capacité parasite  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,
- l'écart entre les fréquences des modes utiles  $|\omega_p - \omega_d|/2\pi = 277 \text{ Hz}$ ,
- l'amplitude du mouvement pilote  $X_I \sim 4 \text{ }\mu\text{m}$ ,
- les dimensions de la poutre :  $e = 1 \text{ mm}$  et  $L = 8 \text{ mm}$ ,
- l'efficacité du système d'électrodes  $a = 1/3$ ,
- les paramètres matériaux du PZT : le coefficient piézoélectrique  $d_{31} = 4,5 \times 10^{-12} \text{ C/N}$  et le coefficient de souplesse mécanique  $s_{22}^E = 18 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ ,

#### 4.2.3.2. Mesure de la résolution du gyromètre en GaPO<sub>4</sub>

On détermine expérimentalement la résolution du gyromètre (en °/s) à partir de la densité spectrale de bruit en sortie  $V_{Sb}$  (en V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ), du facteur d'échelle  $FE$  et de la bande passante  $BP$  du capteur :

$$\Omega_R = \frac{V_{Sb}}{FE} \sqrt{BP} \quad (4-8)$$

Le bruit mesuré (figure 4-14) est  $V_{sb} = 5 \times 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui correspond à une résolution de  $\Omega_R = 0,01 \text{ }^\circ/\text{s}$  (soit une densité spectrale de bruit de  $0,001 \text{ }^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$  dans la bande passante  $BP = 100 \text{ Hz}$ ).



**Figure 4-14 :** Densité spectrale de bruit en sortie du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> ; entre 1 Hz et 100 Hz la densité spectrale est un bruit blanc de valeur  $5 \times 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$

Les résolutions, obtenues théoriquement ( $5 \times 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$ ) et expérimentalement ( $1 \times 10^{-2} \text{ }^\circ/\text{s}$ ), ont une concordance satisfaisante (dans un rapport 2). Cette divergence peut être attribuée à l'électronique qui a été mise en œuvre pour la réalisation de la maquette.

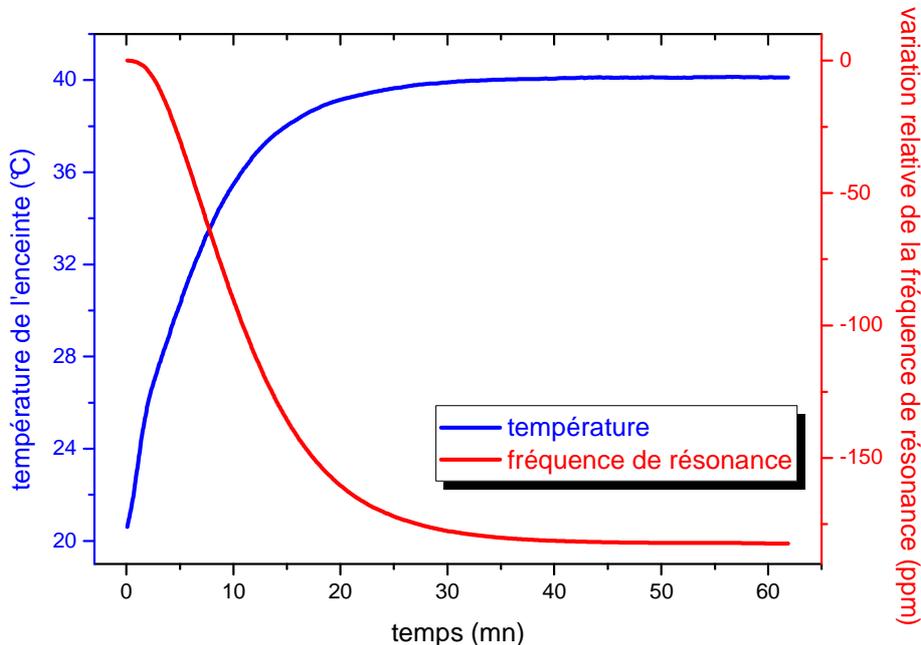
Il a été possible de faire fonctionner la maquette avec une amplitude d'excitation pilote  $X_I$  plus importante :  $10 \text{ } \mu\text{m}$  au lieu de  $4 \text{ } \mu\text{m}$ , et d'obtenir ainsi une résolution améliorée d'un facteur 2,5 (soit un bruit de  $4 \times 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$  dans la bande passante  $BP$  de 100 Hz). Ce résultat, qui prouve qu'il est possible d'exciter le résonateur pilote au-delà des limites que nous nous sommes fixées au chapitre 2 (phénomènes de non-linéarité), laisse ouverte la question de la limite en excitation du résonateur pilote, question qui justifierait une étude spécifique pour chacun des matériaux envisagés.

#### 4.2.4. Evaluation de la stabilité en température du résonateur en $\text{GaPO}_4$

Le but de ce paragraphe est d'évaluer le comportement thermique de la maquette de gyromètre en  $\text{GaPO}_4$ . Nous nous sommes en particulier intéressés au comportement en température (sensibilité et hystérésis) de la fréquence de résonance du résonateur pilote.

##### 4.2.4.1. Sensibilité thermique de la fréquence de résonance

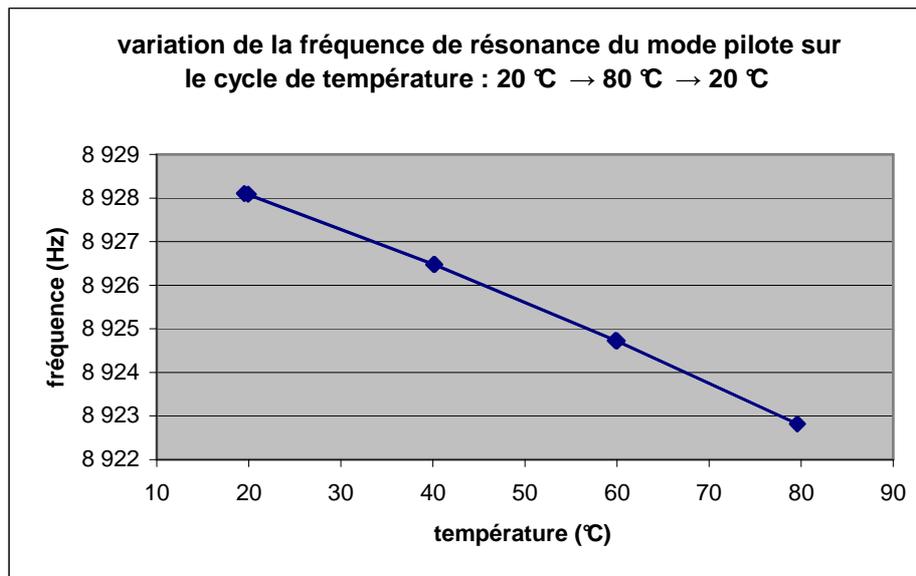
Dans un premier temps, nous avons étudié la sensibilité thermique de la fréquence de résonance du mode pilote du gyromètre  $\text{GaPO}_4$ . La figure 4-15 présente la variation relative sur 1 h de cette fréquence pour un échelon de température de  $20^\circ\text{C}$  (la fréquence de résonance varie de 8 928 Hz à 8 926,4 Hz sur cette plage de température). Contrairement à ce que nous avons observé sur le PZT, on remarque que l'évolution de la fréquence de résonance suit de façon relativement rapide la variation de la température. Le retard que l'on constate au début de la montée en température est représentatif du délai entre la mise en température de l'étuve (qui est la température mesurée) et de celle de la structure. La sensibilité de la fréquence de résonance du mode pilote est de  $-0,09 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$  (soit une variation de  $91 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ ).



**Figure 4-15 :** Variation relative de la fréquence de résonance pilote (en rouge) du gyromètre en  $\text{GaPO}_4$  en fonction du temps pour un échelon de température de  $20^\circ\text{C}$  (en bleu)

#### 4.2.4.2. Hystérésis de l'évolution de la fréquence de résonance en température

Nous avons étudié le comportement de la résonance du mode pilote du gyromètre en GaPO<sub>4</sub> au cours d'un cycle de température ; ainsi, la figure 4-16 présente l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la température (par paliers stabilisés) pour le cycle suivant : une première montée en température de 20 °C à 80 °C suivie d'une descente de 80 °C à 20 °C.



**Figure 4-16 :** Variation de la fréquence de résonance du mode pilote en fonction de la température pour le cycle de température : 20 °C → 80 °C → 20 °C ; les courbes aller et retour sont quasiment confondues à l'échelle de la figure : l'hystérésis est meilleure que 0,02 Hz dans cette gamme de température

En adéquation avec la mesure précédente, nous mesurons une sensibilité thermique de -0,09 Hz/°C. De plus on constate une hystérésis très faible (< 0,02 Hz), de ce fait les points de mesure en montée de température et en descente se confondent sur cette figure.

Ainsi, le comportement en température de la fréquence pilote de la maquette en GaPO<sub>4</sub> est comparable à celui du quartz, ce qui laisse présager un bon comportement du capteur complet vis-à-vis des variations de température.

#### 4.2.5. Bilan de la caractérisation de la maquette en GaPO<sub>4</sub>

Dans un premier temps nous avons étudié les résonateurs pilote et détecteur de la structure en GaPO<sub>4</sub>, et nous avons constaté une bonne concordance des paramètres électromécaniques obtenus par simulation éléments finis et par mesures expérimentales.

En ce qui concerne la maquette complète (gyromètre), le facteur d'échelle et la résolution de mesure du capteur ont été caractérisés, les résultats théoriques et expérimentaux ont une correspondance satisfaisante pour le facteur d'échelle (écart relatif de ~13%) et acceptable pour la résolution de mesure (résultat expérimental moins bon d'un facteur 2). Les valeurs expérimentales sont : 4,5 mV/(°/s) pour le facteur d'échelle et 0,01 °/s pour la résolution.

Par ailleurs, le comportement thermique de la fréquence de résonance du mode pilote a été étudié dans la gamme de température 20 °C ↔ 80 °C : la sensibilité thermique (-0,09 Hz/°C) est proche de celle du quartz et l'hystérésis est relativement faible (< 0,02 Hz). Ce comportement est de bon augure en ce qui concerne la stabilité thermique des paramètres du capteur.

### 4.3. Bilan de la caractérisation des deux maquettes de gyromètre

Au cours de ce travail de thèse, nous avons caractérisé les maquettes de gyromètre en PZT et en GaPO<sub>4</sub>. Le tableau suivant résume les résultats obtenus.

		PZT		GaPO <sub>4</sub>	
		Mesuré	Prévu	Mesuré	Prévu
<b>Facteur d'échelle</b>	<b>F.E (mV/(°/s))</b>	3,6	3,7	4,5	5,2
<b>Résolution</b> (BP = 100 Hz)	(°/s)	0,08	0,03	0,01*	0,005
<b>Comportement thermique Fp</b> (20 °C ↔ 80 °C)	<b>Sensibilité (Hz/°C)</b>	3,3		-0,09	
	<b>Hystérésis(Hz)</b>	80		< 0,02	

\*il a été possible d'obtenir une résolution de 0,004 °/s avec une excitation pilote d'amplitude 10 μm

**Tableau 4-1** : Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques prévus par le modèle pour les gyromètre en PZT et GaPO<sub>4</sub>

Ces résultats, en particulier en ce qui concerne le GaPO<sub>4</sub>, sont engageants et justifient de poursuivre le travail sur ce matériau afin de confirmer le bon comportement en température des paramètres du capteur présumé par les premières caractérisations thermiques que nous avons menées.

Globalement la concordance entre les résultats expérimentaux et les prévisions analytiques confirme la validité du modèle développé au chapitre 2. Cela devrait motiver la réalisation de maquettes de gyromètre dans des matériaux qui apparaissent encore plus prometteurs tel que les langasites et les cristaux lithiums (confer chapitre 2).

#### Références bibliographiques du chapitre 4

- [1] OPEN ENGINEERING. *MEMS analysis in OOFELIE* , Reference manual (2007).
- [2] Morgan Electro Ceramics. *Piezoelectric Ceramics*, Data Sheet (2000).
- [3] C. Zener. *Internal friction in solids, II: General theory of thermoelastic friction*, Physical review (1938) **53** : 90-99.
- [4] C. Zener. *Internal friction in solids, I: Theory of internal frictions in reeds*, Physical Review (1937) **52** : 230-235.



# Conclusion

## Bilan

Le travail présenté dans ce mémoire est une contribution à la compréhension et à l'amélioration des micro-gyromètres vibrants piézoélectriques à effet Coriolis, en particulier en ce qui concerne le rôle du matériau piézoélectrique dont est constitué le senseur (qui est généralement monolithique). Nous avons proposé d'une part une approche théorique à travers le développement d'un modèle paramétré de gyromètre, et d'autre part une approche expérimentale en réalisant des prototypes de gyromètre dans trois matériaux piézoélectriques autres que le quartz. Deux de ces prototypes ont pu être caractérisés et leurs performances comparées aux attentes prévues par le modèle. Ces deux approches complémentaires ont apporté un éclairage nouveau sur la connaissance du rôle du matériau piézoélectrique dans la performance des gyromètres vibrants.

Dans le premier chapitre les principes de la mesure gyrométrique ont été abordés et un état de l'art des dispositifs existants a été établi, notamment pour les micro-gyromètres vibrant à effet Coriolis. Il s'agit de capteurs fonctionnant ainsi : lorsque la partie sensible du capteur est mise en vibration (excitation), une rotation de celui-ci donne lieu à une seconde vibration (détection), générée par les accélérations de Coriolis, et dont l'amplitude est proportionnelle à la vitesse de rotation qui peut être ainsi mesurée. De même une présentation de la piézoélectricité et des nouveaux matériaux piézoélectriques susceptibles d'améliorer les performances des capteurs a été proposée en préliminaire de l'étude.

Le modèle qui a été développé au chapitre 2 permet principalement de calculer le facteur d'échelle et la résolution de mesure du capteur en fonction des paramètres physiques du matériau piézoélectrique. Le modèle est composé d'une poutre vibrante encastrée à une extrémité et libre de vibrer selon deux axes orthogonaux, de deux systèmes d'électrodes spécifiques pour réaliser d'une part l'excitation et d'autre part la détection, et d'une électronique d'excitation et de mise en forme du signal de sortie du capteur. Le modèle a mis en avant l'importance des paramètres matériaux suivant : le coefficient piézoélectrique  $d$ , ce qui était attendu, et la permittivité diélectrique  $\epsilon$ , dont le rôle est apparu très important pour les matériaux très fortement piézoélectriques. Ainsi, l'utilisation de ce modèle appliqué aux

matériaux envisagés au chapitre 1 fait ressortir que les céramiques ferroélectriques PZT et les monocristaux ferroélectriques PMN-PT et PZN-PT, malgré leur très fort caractère piézoélectrique, sont limités par leurs très fortes permittivités ; le modèle théorique prévoit néanmoins des résolutions sensiblement améliorées par rapport au quartz (par un facteur 3). Par ailleurs certains matériaux moins piézoélectriques que les précédents devraient permettre d'obtenir également des résolutions améliorées par rapport au quartz : par un facteur 4 pour les cristaux de la famille des langasites (LGS, LGT, LGN) et par un facteur 20 pour les cristaux à base de lithium (tantalate et niobate).

Le chapitre 3 décrit les différentes étapes technologiques qui ont permis de réaliser des maquettes de gyromètre dans des matériaux pour lesquels l'approvisionnement a été possible dans le cadre de ce travail : PZT, GaPO<sub>4</sub> et langasite. La réalisation des électrodes d'excitation et détection, l'usinage ultrasonore des structures de gyromètre, le packaging et l'électronique y sont détaillés.

Dans le chapitre 4 les résultats de la caractérisation des maquettes de gyromètres en PZT et en GaPO<sub>4</sub> et leurs confrontations avec les performances prévues par le modèle développé au chapitre 2 sont présentés (une maîtrise insuffisante de l'usinage de la langasite n'a pas permis d'évaluer la maquette dans de bonnes conditions). En ce qui concerne la maquette en PZT, les résultats théoriques et expérimentaux ont une correspondance satisfaisante pour le facteur d'échelle (écart relatif de 3%) et acceptable pour la résolution de mesure (moins bon d'un facteur ~2,5). Par ailleurs, il a été mis en évidence le caractère extrêmement hystérétique de ce matériau lors de variations de température, concernant en particulier les fréquences de résonance, ce qui laisse présager une stabilité peu satisfaisante des paramètres du capteur (notamment le facteur d'échelle). En ce qui concerne la maquette GaPO<sub>4</sub> la correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux est aussi satisfaisante (~13% pour le facteur d'échelle et moins bon d'un facteur 2 pour la résolution). La résolution de mesure de cette maquette est de 0,001 °/s/√Hz. De plus, elle présente un comportement en température encourageant (avec une sensibilité et une hystérésis de la fréquence pilote comparable à ceux du quartz qui est un matériau très stable). Aussi, la structure vibrante de cette maquette présente de très grands facteurs de surtension mécanique ( $Q \sim 500\,000$  pour le mode pilote).

En conclusion, mon travail a permis de mettre au point un modèle théorique permettant d'évaluer la potentialité de "nouveaux" matériaux piézoélectriques pour l'application micro-gyromètre vibrant à effet Coriolis, en se focalisant sur le facteur d'échelle et la résolution de mesure. Il a aussi apporté des premiers résultats expérimentaux concernant les deux matériaux PZT et GaPO<sub>4</sub>, cohérents avec ceux du modèle théorique. Dans son ensemble ce travail constitue donc un premier tour d'horizon sur la question de l'opportunité de remplacer le quartz par un autre matériau piézoélectrique dans les micro-senseurs inertiels.

### **Perspectives**

Parmi les matériaux piézoélectriques envisagés initialement, se détachent nettement sur le plan théorique les cristaux à base de lithium (tantalate et niobate). Toutefois il n'a pas été possible dans le cadre de la thèse (difficulté d'approvisionnement) de réaliser des maquettes de validation à partir de ces matériaux. Ce travail s'inscrirait donc logiquement dans la suite des activités à mener.

Par ailleurs, il est important de souligner que contrairement au quartz ces "nouveaux" matériaux ne bénéficient pas de technologies d'usinage aussi matures (telles que l'usinage chimique anisotrope), ce qui constitue un frein à leur utilisation, bien qu'il nous a été possible dans le cadre de la thèse de mettre en œuvre une solution tout à fait adaptée aux besoins de la recherche : l'usinage ultrasonore. Le développement de nouvelles solutions de gravure spécifiques à ces matériaux, (bains de gravure anisotrope, DRIE...) devrait donc être entrepris.

En continuant ainsi cet effort de recherche et de développement, les micro-gyromètres vibrants piézoélectriques à effet Coriolis devraient vraisemblablement pouvoir aborder la classe inertielle (classe de performance meilleure que 1 °/h).

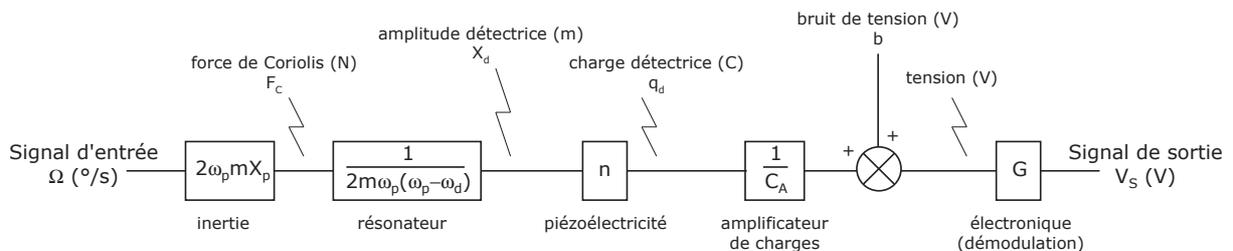


## A. Annexe A

### Comparaison de la résolution de mesure d'un gyromètre vibrant à effet Coriolis en boucle ouverte et en boucle fermée

Dans cette annexe, nous démontrons que la résolution de mesure d'un capteur est la même selon que l'on fonctionne en boucle ouverte ou en boucle fermée. Nous considérons ici la contribution du bruit électronique à la résolution, puis nous calculons le rapport signal à bruit. Nous utilisons pour cela une représentation schéma bloc du gyromètre vibrant piézoélectrique et nous représentons la conversion piézoélectrique indirecte (apparition de charges suite à une déformation) par un coefficient  $n$  et la conversion piézoélectrique directe (apparition d'une contrainte sous l'effet de l'application d'un champ électrique) par  $1/n$ .

#### Boucle ouverte



**Figure A-1** : Représentation par schéma bloc du fonctionnement en boucle ouverte du gyromètre vibrant piézoélectrique

Nous calculons le facteur d'échelle (soit le rapport signal de sortie sur signal d'entrée à bruit nul :  $b = 0$ ) :

$$\frac{V_s}{\Omega} = \frac{nGX_p}{C_A(\omega_p - \omega_d)} \quad (\text{A-1})$$

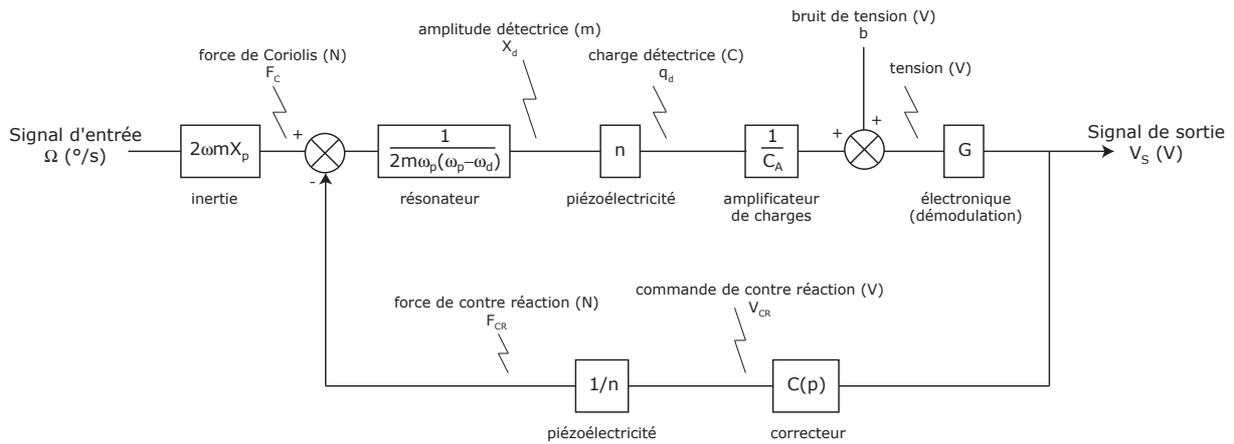
Nous calculons ensuite le bruit ramené en sortie pour un signal d'entrée nul ( $\Omega = 0$ ) :

$$V_{sb} = Gb \quad (\text{A-2})$$

On en déduit le rapport signal à bruit suivant :

$$\frac{V_s}{V_{sb}} = \frac{nX_p\Omega}{C_A(\omega_p - \omega_d)} \frac{1}{b} \quad (\text{A-3})$$

**Boucle fermée**

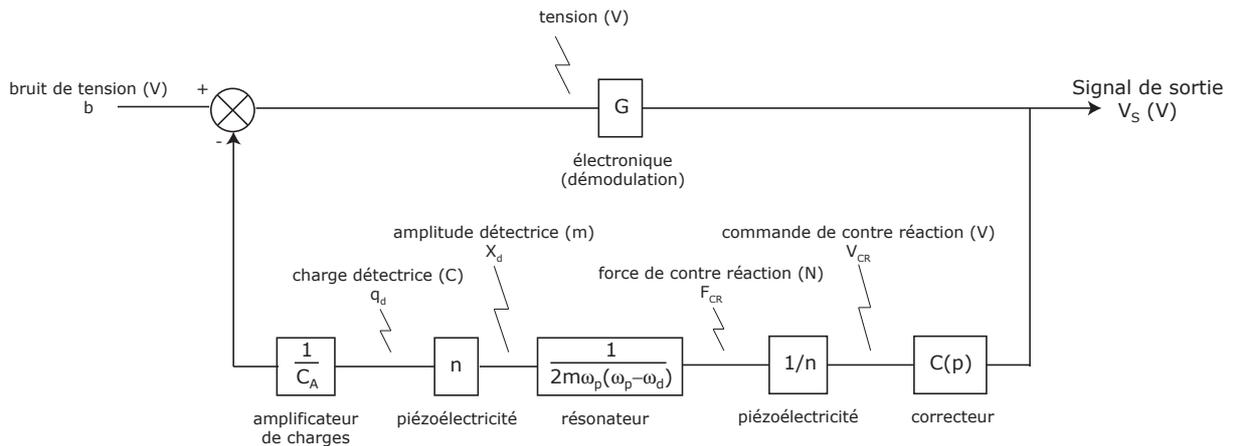


**Figure A-2 :** Représentation par schéma bloc du fonctionnement en boucle fermée du gyromètre vibrant piézoélectrique

Nous calculons le facteur d'échelle (soit le rapport signal de sortie sur signal d'entrée à bruit nul :  $b = 0$ ) :

$$\frac{V_s}{\Omega} = \frac{\frac{nGX_p}{C_A(\omega_p - \omega_d)}}{1 + \frac{G}{C_A} \frac{C(p)}{2m\omega_p(\omega_p - \omega_d)}} \tag{A-4}$$

Nous calculons ensuite le bruit ramené en sortie pour un signal d'entrée nul ( $\Omega = 0$ ). Pour cela nous redessignons le schéma bloc en supprimant  $\Omega$  et en utilisant le bruit  $b$  comme signal d'entrée :



**Figure A-3 :** Représentation par schéma bloc de la contribution du bruit au signal de sortie

$$V_{sb} = \frac{G}{1 + \frac{G}{C_A} \frac{C(p)}{2m\omega_p(\omega_p - \omega_d)}} b \quad (\text{A-5})$$

On en déduit le rapport signal à bruit suivant :

$$\frac{V_s}{V_{sb}} = \frac{nX_p \Omega}{C_A (\omega_p - \omega_d)} \frac{1}{b} \quad (\text{A-6})$$

Nous constatons donc que le rapport signal à bruit est le même en boucle ouverte et fermée. La résolution se calcule comme le signal d'entrée obtenu en égalisant le rapport signal à bruit à 1. La résolution est donc la même pour un gyromètre fonctionnant en boucle ouverte ou fermée.



## B. Annexe B

Dans le cas de la vibration de flexion suivant  $x_3$  de la poutre axée sur  $x_2$ , une forme approchée de la déformée dynamique est celle de la déformée statique [1] de la poutre soumise à une charge répartie :

$$u_3(x_2) = 4 \frac{X_3}{L^4} \left( \frac{x_2^4}{12} - \frac{Lx_2^3}{3} + \frac{L^2x_2^2}{2} \right) \quad (\text{B-1})$$

où  $X_3$  est la flèche de la poutre (à l'extrémité  $x_2 = L$ ). On rappelle aussi la relation entre la déformée  $u_3$  et les déformations axiales  $S_2$  en hypothèse de Bernoulli [2] :

$$S_{2(x_3)} = -x_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \quad (\text{B-2})$$

Dans le cas de vibration de flexion suivant  $x_1$  les relations analogues suivantes sont à prendre en compte :

$$u_1(x_2) = 4 \frac{X_1}{L^4} \left( \frac{x_2^4}{12} - \frac{Lx_2^3}{3} + \frac{L^2x_2^2}{2} \right) \quad (\text{B-3})$$

$$S_{2(x_1)} = -x_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \quad (\text{B-4})$$

A partir des quatre expressions précédentes, il est possible de relier les déformations  $S_2$  de la détection et du pilote aux flèches  $X_1$  et  $X_3$  :

$$S_2(x_i) = -x_i \frac{4X_i}{L^4} (x_2 - L)^2 \quad ; \quad i = [1;3] \quad (\text{B-5})$$

### Détermination de la masse équivalente $m$

Il est possible de déterminer la valeur de la masse équivalente  $m$  de la poutre vibrante en exprimant et en égalisant l'énergie cinétique de la poutre en flexion  $E_{C_{poutre}}$  et de son modèle équivalent masse-ressort  $E_{C_{masse/ressort}}$  :

$$E_{C_{poutre}} = \frac{1}{2} \rho \int_{-e/2}^{e/2} \int_0^L \int_{-l/2}^{l/2} [\dot{u}_{1,3}(x_2)]^2 dx_1 dx_2 dx_3 = E_{C_{masse/ressort}} = \frac{1}{2} m [\dot{u}_{1,3}(L)]^2 \quad (\text{B-6})$$

On remarque que ce résultat est bien le même pour les deux modes :

$$m = \frac{104}{405} \rho e l L \quad (\text{B-7})$$

### Fréquence de résonance

La méthode énergétique de Rayleigh [3] permet d'obtenir une valeur approchée de la fréquence de résonance  $f$  à partir de sa déformée approchée  $u_i$  et de son champ de déformation  $S_i$ , dans le cas purement mécanique (non piézoélectrique) :

$$\omega^2 = \frac{\int_v [s]_{ij}^{-1} S_i S_j dv}{\rho \int_v u_i^2 dv} \quad \text{d'où} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_v [s]_{ij}^{-1} S_i S_j dv}{\rho \int_v u_i^2 dv}} \quad (\mathbf{B-8})$$

où  $\rho$  est la densité volumique du matériau et  $v$  le volume du résonateur (dans le cas de la poutre  $v = e \times l \times L$  et  $dv = dx_1 dx_2 dx_3$ ).

On notera qu'on utilise ici la notation d'Einstein (e.g.  $S_i S_j = \sum_{\forall i,j} S_i S_j$ ).

Dans le cas des matériaux piézoélectriques, cette expression est incomplète (il faut notamment prendre en compte la contribution de l'énergie potentielle électrique en plus de l'énergie mécanique de déformation dans le calcul du quotient de Rayleigh).

L'expression généralisée de la fréquence de résonance est (on se reportera à [4] pour le calcul détaillé) :

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_v \left( [s^E]_{ij}^{-1} S_i S_j + \varepsilon_{ij}^T (1 - [k^2]_{ij}) E_i E_j \right) dv}{\rho \int_v u_i^2 dv}} \quad (\mathbf{B-9})$$

On peut remarquer en comparant les expressions (B-8) et (B-9) que la piézoélectricité augmente la fréquence de résonance du coefficient :

$$\sqrt{1 + \frac{\int_v \left( \varepsilon_{ij}^T (1 - [k^2]_{ij}) E_i E_j \right) dv}{\int_v [s^E]_{ij}^{-1} S_i S_j dv}} > 1 \quad (\mathbf{B-10})$$

## Références bibliographiques de l'annexe B

- [1] S. Timoshenko, J. N. Goodier. *Théorie de l'élasticité*, Librairie Polytechnique Béranger (1961).
- [2] S. Timoshenko. *History of strength of materials*, Dover Publications New York (1983).
- [3] L. Champerney. *Approximation de la fréquence fondamentale d'une structure par la méthode de Rayleigh*, Notes du Cours de Dynamique des Constructions (2003).
- [4] O. Bel. *Gyromètre à quartz 2-D micro-usiné*, Université de Franche-Comté (2001).









# Apport des nouveaux matériaux piézoélectriques dans le domaine des micro-gyromètres vibrants

Le développement constant des microsystèmes a rendu possible l'apparition d'un nouveau type de capteur de vitesse de rotation : les micro-gyromètres vibrants à effet Coriolis. Ces capteurs ont des dimensions et des coûts de fabrication sans communes mesures comparées aux gyromètres classiques (i.e. gyromètre à toupie, gyromètre laser, gyromètre à fibre optique...), mais en contrepartie ils ont des performances nettement en retrait. Ils sont destinés à des applications nouvelles telles que le pilotage de micro-drones, la stabilisation d'image dans les appareils photographiques, le contrôle dynamique de trajectoire dans l'automobile, etc.

L'objet de ce travail porte sur l'étude spécifique du matériau piézoélectrique utilisé dans les micro-gyromètres vibrants à effet Coriolis. Aujourd'hui le quartz, faiblement piézoélectrique, est le matériau utilisé, du fait de ses très bonnes propriétés thermomécaniques et de la grande maîtrise des technologies de sa mise en œuvre (due à son utilisation massive dans l'industrie horlogère). C'est dans le contexte de l'émergence de nouveaux matériaux de synthèse plus fortement piézoélectriques que s'inscrit mon travail de thèse qui consiste en l'étude de *l'apport des nouveaux matériaux piézoélectriques dans le domaine des micro-gyromètres vibrants*.

Pour répondre à cette problématique nous avons suivi la démarche suivante. Dans un premier temps, il a été développé un modèle analytique de gyromètre vibrant piézoélectrique permettant d'appréhender les performances du capteur (facteur d'échelle et résolution de mesure). Ainsi, il a été possible d'identifier les paramètres matériaux clés et de comparer les différents matériaux d'un point de vue théorique. Puis, les différentes étapes de réalisation des maquettes de gyromètre en PZT, GaPO<sub>4</sub> et langasite sont décrites. Enfin, la caractérisation des maquettes de gyromètre en PZT et GaPO<sub>4</sub> et la validation du modèle par la confrontation des résultats théoriques et expérimentaux sont présentées.

**Mots clés :** Micro-gyromètre – Piézoélectricité – Microsystèmes – MEMS – Capteurs inertiels

## The benefits of new piezoelectric materials for vibrating micro-gyroscope

The steady development of Microsystems has made possible the birth of a new type of angular rate sensors: the Coriolis vibrating micro-gyroscopes. Those sensors are on the one hand of incomparable minimal size and cost but on the other hand they are of really low performance compared to conventional gyroscopes (i.e. wheel gyrometer, ring laser gyroscope, fibre optic gyroscope...). They are dedicated to new applications such as micro-drone guidance, camera image stabilization, car dynamic stability control, etc.

The focus of this research is the specific study of the piezoelectric material used in Coriolis vibrating micro-gyroscope. Up to know low piezoelectric quartz is chosen in regards to its great thermo-mechanical parameters and mastered fabrication process (due to its widespread use in the clock industry). My research, which consists in the study of *the benefits of new piezoelectric materials for vibrating micro gyroscope*, took place in this context of emerging of new and stronger piezoelectric synthesis materials.

In order to answer to this problematic, the following approach was used. First, an analytical vibrating Coriolis gyroscope model was developed in order to study the gyroscope performances (resolution and scale factor). This enabled us to identify the key material parameters and to theoretically compare different piezoelectric materials. Then, the many steps that led to the fabrication of three gyroscope prototypes made of PZT, GaPO<sub>4</sub> and langasite are described. Finally the results obtained for the GaPO<sub>4</sub> and the PZT prototypes and the comparison in order to validate the model are presented.

**Keywords:** Micro-gyroscope – Piezoelectricity – Microsystems – MEMS – Inertial sensors