



**HAL**  
open science

# Une approche milieu poreux pour la modélisation de l'interaction fluide-structure des assemblages combustibles dans un coeur de réacteur à eau pressurisée : simulation et expérimentation

Guillaume Ricciardi

► **To cite this version:**

Guillaume Ricciardi. Une approche milieu poreux pour la modélisation de l'interaction fluide-structure des assemblages combustibles dans un coeur de réacteur à eau pressurisée : simulation et expérimentation. Sciences de la Terre. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2008. Français. NNT : . tel-00337181

**HAL Id: tel-00337181**

**<https://theses.hal.science/tel-00337181>**

Submitted on 6 Nov 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE PROVENCE (AIX-MARSEILLE I)

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE AIX-MARSEILLE I

*Discipline : MECANIQUE*

*Option : ENERGIE*

présentée et soutenue publiquement

par

**Guillaume RICCIARDI**

le 10 Octobre 2008

---

**UNE APPROCHE MILIEU POREUX POUR LA MODELISATION  
DE L'INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE DES  
ASSEMBLAGES COMBUSTIBLES DANS UN COEUR DE  
REACTEUR A EAU PRESSURISEE : SIMULATION ET  
EXPERIMENTATION**

---

**JURY**

M. Emmanuel	DE LANGRE	Président
M. Michel J.	PETTIGREW	Rapporteur
M. Alain	COMBESCURE	Rapporteur
M. Sergio	BELLIZZI	Directeur
M. Bruno	COCHELIN	Co-directeur
M. Uwe	EHRENSTEIN	Examineur
M. Bruno	COLLARD	Invité
M. Njuki.W	MUREITHI	Invité



# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
<b>II</b>	<b>Synthèse bibliographique</b>	<b>9</b>
II.1	Introduction	11
II.2	Description d'un coeur de réacteur REP	11
II.2.1	Description d'un assemblage combustible	11
II.2.2	Comportement d'un assemblage combustible	12
II.3	Modélisation du coeur	12
II.3.1	Modélisation des assemblages combustibles	12
II.3.2	Modélisation des actions du fluide sur la structure	13
II.3.3	Modèle couplé fluide-structure	13
II.4	Milieux poreux	13
II.4.1	Equations globales	13
II.4.2	Modèles empiriques	14
II.4.3	Modèles de turbulence macroscopiques	15
II.4.4	Modèle de Biot	15
II.5	Interaction fluide structure	15
II.5.1	Cylindre soumis à un écoulement visqueux incompressible	15
II.5.2	Réseau de tubes soumis à un écoulement transverse	17
II.6	Modélisation de la turbulence	18
II.6.1	Large Eddy Scale	18
II.6.2	Reynolds Averaged Navier Stokes	19
II.6.3	Compléments sur les modèles	20
II.7	Méthodes de résolution numérique	21
II.7.1	Discrétisation spatiale	21
II.7.2	Discrétisation temporelle des équations fluides	22
II.7.3	Discrétisation temporelle des équations structures	22
II.7.4	Gestion des conditions limites se déformant, formulation ALE	23
II.8	Conclusion du chapitre	23
<b>III</b>	<b>Modélisation</b>	<b>25</b>
III.1	Introduction	27
III.2	Méthode	28
III.3	Preliminaire : forces agissant sur un tube	28
III.3.1	Modèle de Païdoussis	28
III.3.2	Modèle de Païdoussis modifié	29

III.4	Equations du modèle poreux . . . . .	30
III.4.1	Hypothèses . . . . .	30
III.4.2	Modélisation du fluide équivalent . . . . .	30
III.4.3	Modèle de structure équivalente . . . . .	35
III.4.4	Modèle couplé . . . . .	42
III.4.5	Conditions limites . . . . .	44
III.4.6	Discussion sur le modèle couplé . . . . .	45
III.4.7	Formulation variationnelle . . . . .	46
III.5	Modèle numérique . . . . .	47
III.5.1	Discrétisation spatiale . . . . .	47
III.5.2	Discrétisation temporelle . . . . .	55
III.5.3	Mise en oeuvre . . . . .	56
III.5.4	Etude paramétrique . . . . .	56
III.6	Conclusion du chapitre . . . . .	62
<b>IV</b>	<b>Validation expérimentale sur essais antérieurs</b>	<b>63</b>
IV.1	Introduction . . . . .	65
IV.2	Dispositif experimental ECHASSE . . . . .	65
IV.2.1	Conditions limites . . . . .	65
IV.2.2	Identification des constantes . . . . .	66
IV.2.3	Comparaison expérience théorie . . . . .	68
IV.3	Dispositif experimental CADIX . . . . .	73
IV.3.1	Modèle de la force de couplage . . . . .	75
IV.3.2	Conditions limites . . . . .	76
IV.3.3	Identification des constantes . . . . .	76
IV.3.4	Comparaison expérience théorie . . . . .	77
IV.3.5	Comparaison modèle linéaire et non linéaire . . . . .	82
IV.4	Conclusion du chapitre . . . . .	83
<b>V</b>	<b>Réalisation des essais COUPLAGE et validation</b>	<b>85</b>
V.1	Introduction . . . . .	87
V.2	Dispositif expérimental . . . . .	87
V.3	Observations expérimentales . . . . .	90
V.4	Validation . . . . .	93
V.4.1	Conditions limites . . . . .	94
V.4.2	Identification des constantes . . . . .	94
V.4.3	Comparaison expérience/simulation . . . . .	96
V.5	Conclusion du chapitre . . . . .	102
<b>VI</b>	<b>Analyse par Décomposition sur Modes Propres</b>	<b>103</b>
VI.1	Introduction . . . . .	105
VI.2	Décomposition sur Modes Propres . . . . .	105
VI.3	Analyse des résultats numériques . . . . .	106
VI.3.1	Essais ECHASSE . . . . .	106
VI.3.2	Essais CADIX . . . . .	111
VI.4	Réduction de modèle . . . . .	117
VI.4.1	Modèle numérique . . . . .	117

VI.4.2 Résultats . . . . .	119
VI.5 Conclusion . . . . .	123
<b>VII Conclusion générale</b>	<b>125</b>
<b>Table des figures</b>	<b>127</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>138</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>
<b>A Matrices élémentaires relatives au modèle numérique</b>	<b>151</b>
A.1 Matrices élémentaires structure . . . . .	151
A.2 Matrices élémentaires fluide . . . . .	153
<b>B Comparaison expérience simulation du dispositif ECHASSE</b>	<b>155</b>
B.1 Essai en air . . . . .	155
B.2 Essai en eau . . . . .	156
<b>C Comparaison expérience simulation du dispositif CADIX</b>	<b>165</b>
C.1 Essai en air . . . . .	165
C.2 Essai en eau avec confinement à 2 mm . . . . .	169
C.3 Essai en eau avec confinement à 1.5 mm . . . . .	175
C.4 Maximum des force d'impact . . . . .	179
<b>D COUPLAGE</b>	<b>183</b>
D.1 Résultats des essais COUPLAGE . . . . .	183
D.2 Simulations des essais COUPLAGE . . . . .	188
D.2.1 Simulation 3D . . . . .	188
D.2.2 Simulation 3D avec raideur et masse ajoutée modifiée . . . . .	191
D.2.3 Simulation 2D . . . . .	193
D.2.4 Simulation 2D avec raideur et masse ajoutée modifiée . . . . .	195
<b>E Réduction du modèle par analyse POD</b>	<b>197</b>
E.1 Détail des matrices . . . . .	197
E.2 Schéma d'intégration différence finies . . . . .	198

# Remerciements

Je tiens à remercier dans un premier temps, les membres du jury, sans qui aucune soutenance n'est possible. Merci à messieurs Pettigrew et Combescure, pour les rapports, constructifs qu'ils ont fournis, ayant ainsi permis d'améliorer le présent mémoire. Merci au Président du jury, monsieur de Langre, pour avoir soutenu ce travail de thèse, tout au long de ces trois années, et ainsi contribuer à améliorer le modèle. Enfin, merci à messieurs Mureithi et Ehrenstein, pour les questions pertinentes soulevées lors de la soutenance.

Dans un deuxième temps, je tiens à remercier mes "chefs", qui ont su me laisser libre et me recadrer aux moments opportuns. Merci Bruno (Cochelin), pour ton aide précieuse, et la pertinence de ton savoir de numérotien. Merci Bruno (Collard), pour ton implication dans ce travail, et ton expertise du domaine nucléaire. Merci Sergio, pour ces nombreuses discussions, et pour ta rigueur. Vous êtes la preuve vivante, que l'on peut allier travail scientifique de qualité et bonne humeur. J'ai vraiment eu beaucoup de plaisir à partager ces trois années avec vous, et je pense que vous me manquerez. Ce sont des personnes comme vous qui donne envie aux jeunes chercheurs de continuer dans cette voie là.

Je voudrais ensuite remercier mes laboratoires d'accueil. Merci au LMA, et tout les gens qui y travaillent, ou qui y ont travaillé, Alex, Maxime, Pierre, Cédric, Nico, Stéphane, Aurelie, Manu, Pierre-Olivier, Philippe, Dominique, Manu, Marie, Michelle, Alain, Murielle, Romain, Bastien, merci à tous pour ces bons moments passé autour d'un café. Merci au LHC, Jean-Francois, Jean-Pierre, Yves, Joelle, Serge, Olivier, Philippe, Eric, Francis, Tony, Fabienne, Vallery.

Il est de coutume de remercier ses amis et sa famille, pour avoir supporter le thésard durant ces trois longues années, n'ayant pas le sentiments d'avoir été insupportable, je n'en ferai rien. Je remercierai plutôt ma famille et mes amis, d'avoir été là le jour de ma soutenance, pour partager ce moment important dans la vie d'un chercheur. Je remercie aussi, ceux qui n'était pas là et qui le regrette, ou du moins qui ont eu une pensée pour moi ce jour là.

Enfin je remercie ma mère, pour ses relectures, et sans qui, ce mémoire n'aurait pas de virgules ce que le rendrait parfaitement illisible.

# Chapitre I

## Introduction générale

La sûreté des centrales nucléaires, et plus particulièrement du coeur, est une préoccupation majeure des industriels. Notre étude porte sur le risque sismique. Lors d'un séisme les structures internes du coeur viennent s'entrechoquer. Un coeur est constitué de crayons combustibles d'environ 1 *cm* de diamètre pour 4 *m* de long, où sont logées des pastilles d'uranium enrichi, ces crayons sont regroupés par paquets de 17 par 17 à l'aide de grilles, les paquets ainsi formés sont appelés assemblages combustibles, on en compte environ 150 dans un coeur. L'énergie calorifique dégagée par la réaction de fission est récupérée par un écoulement de 5 *m/s* d'eau pressurisée, 150 *Bar* à 300° *C*. Le coeur est considéré fonctionnel tant que les grilles restent intactes, les chocs provoqués par un séisme peuvent entraîner le flambage des grilles. Dans une telle situation, deux crayons peuvent venir en contact, le point chaud en résultant peut provoquer la fonte de la gaine et libérer de l'uranium dans le circuit primaire. Ainsi les ingénieurs, ont besoin d'outils d'aide au dimensionnement, pour pouvoir estimer les forces d'impact entre les grilles, lors d'un séisme.

Une modélisation fine à l'aide de codes industriels prenant en compte tout les crayons (environ 50 000), les liaisons grilles-crayons, le fluide et le couplage fluide-structure, donnerait lieu à un nombre de degrés de liberté bien trop élevé aux regards des puissances informatiques disponibles. Les ingénieurs ont donc besoin de modèles du coeur simplifiés. Nous proposons dans ce mémoire un modèle basé sur une approche milieu poreux, celle-ci nous permet de dégager des équations globales simplifiant la géométrie du problème et réduisant le nombre de degrés de liberté nécessaires. L'originalité du travail proposé, réside dans le fait que le fluide et la structure sont modélisés, en effet les équations de la dynamique de l'un et de l'autre sont moyennés sur un volume de contrôle séparément, il en résulte un système d'équations régissant le comportement d'un fluide équivalent et d'une structure équivalente occupant tout le domaine. Le couplage entre le fluide et la structure équivalents, se traduit par une force volumique dont l'expression est établie à partir de modèles empiriques des efforts s'exerçant sur un crayon soumis à un écoulement axial. Enfin, chaque assemblage combustible équivalent est assimilé à une poutre, dont la loi de comportement viscoélastique non linéaire tient compte des phénomènes de contact et de friction des liaisons grilles-crayons.

Le mémoire est organisé de la façon suivante. Le premier Chapitre est consacré à l'étude bibliographique, on y retrouve la description du coeur, les différents modèles d'assemblages combustibles, et l'ensemble des domaines utilisés dans le modèle proposé dans ce mémoire. Le second Chapitre développe le modèle analytique dans un premier temps et le modèle numérique associé dans un second. Une validation à partir de séries d'essais réalisés antérieurement, est proposée au troisième Chapitre, les essais ECHASSE présentent deux assemblages combustibles

soumis à un écoulement, tandis que les essais CADIX, présentent une ligne de six assemblages combustibles en eau stagnante, posés sur une table vibrante pouvant simuler les effet d'un séisme. Le quatrième Chapitre est consacré à la réalisation des essais COUPLAGE à partir desquels une troisième validation du modèle est proposée, le dispositif COUPLAGE présente un réseau de trois par trois assemblages combustibles, on peut alors observer le couplage entre lignes d'assemblages. Enfin, le dernier Chapitre propose une analyse des résultats numériques à l'aide d'une Décomposition sur modes Propres Orthogonaux, une réduction de modèle sur ces modes est aussi proposée.

# Chapitre II

## Synthèse bibliographique

---

*Ce chapitre est consacré à la synthèse bibliographique utilisée dans ce mémoire. Il n'a pas pour but de faire un état de l'art exhaustif de chaque domaine, il illustre plutôt l'interdisciplinarité de notre étude. En effet de nombreux thèmes sont abordés, et quelquefois juste effleurés, la modélisation d'un coeur de réacteur induit des problèmes de contacts, de turbulence, d'interaction fluide-structure. Chacun de ces thèmes est abordé, on ajoute à ces thématiques le cas des milieux poreux qui servira de base au modèle proposé dans ce mémoire, ainsi que la résolution numérique de système d'équations non linéaires.*

---

## Sommaire

---

<b>II.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>II.2</b>	<b>Description d'un coeur de réacteur REP</b>	<b>11</b>
II.2.1	Description d'un assemblage combustible	11
II.2.2	Comportement d'un assemblage combustible	12
<b>II.3</b>	<b>Modélisation du coeur</b>	<b>12</b>
II.3.1	Modélisation des assemblages combustibles	12
II.3.1.a	Modèles avec prise en compte du frottement grilles-crayons	12
II.3.1.b	Modèles sans frottement	12
II.3.2	Modélisation des actions du fluide sur la structure	13
II.3.3	Modèle couplé fluide-structure	13
<b>II.4</b>	<b>Milieux poreux</b>	<b>13</b>
II.4.1	Equations globales	13
II.4.2	Modèles empiriques	14
II.4.3	Modèles de turbulence macroscopiques	15
II.4.4	Modèle de Biot	15
<b>II.5</b>	<b>Interaction fluide structure</b>	<b>15</b>
II.5.1	Cylindre soumis à un écoulement visqueux incompressible	15
II.5.2	Réseau de tubes soumis à un écoulement transverse	17
<b>II.6</b>	<b>Modélisation de la turbulence</b>	<b>18</b>
II.6.1	Large Eddy Scale	18
II.6.2	Reynolds Averaged Navier Stokes	19
II.6.3	Compléments sur les modèles	20
<b>II.7</b>	<b>Méthodes de résolution numérique</b>	<b>21</b>
II.7.1	Discrétisation spatiale	21
II.7.2	Discrétisation temporelle des équations fluides	22
II.7.3	Discrétisation temporelle des équations structures	22
II.7.4	Gestion des conditions limites se déformant, formulation ALE	23
<b>II.8</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>23</b>

---

## II.1 Introduction

On présente ici les thèmes abordés dans le mémoire. On propose dans un premier temps une description d'un coeur de réacteur à eau pressurisée. L'objectif du mémoire étant de proposer un modèle du coeur, on répertorie ensuite l'essentiel des modèles disponibles dans la littérature. Dans le Chapitre III nous proposons de modéliser le réseau de tubes constituant un assemblage combustible par un milieu poreux, ainsi la troisième partie du chapitre est consacrée aux milieux poreux. La quatrième partie, traite des efforts subits par un tube soumis à un écoulement fluide, l'expression de ces forces fluides sera utilisée dans le modèle, pour coupler les équations du fluide et celles de la structure. L'écoulement dans un coeur étant fortement turbulent, il nous faudra traiter le terme de turbulence, ainsi la cinquième partie est consacrée à la modélisation de la turbulence. Enfin, la dernière partie, rappelle brièvement les différentes méthodes numériques disponibles, pour résoudre les équations de la mécanique.

## II.2 Description d'un coeur de réacteur REP

Le coeur d'un réacteur nucléaire à eau pressurisée (R.E.P.), est le lieu, où les réactions de fission nucléaire de l'oxyde d'uranium ont lieu. Lors de cette réaction, de la chaleur est dégagée, on récupère cette chaleur grâce à un fluide caloporteur, ici de l'eau, dont l'énergie est récupérée à l'aide de turbines, via un second circuit d'eau. Le coeur est constitué de 157 assemblages combustibles pour un R.E.P. de 900 MW (193 pour un R.E.P. de 1300 MW) dans lesquels sont confinées des pastilles d'uranium, le fluide circule au travers des assemblages combustibles, pour récupérer la chaleur.

### II.2.1 Description d'un assemblage combustible

Un assemblage combustible est constitué de 264 crayons combustibles (disposés en rangées de  $17 * 17$ ) maintenus entre eux par des grilles, il pèse environ 800 kg, et fait environ 20 cm de côté pour 4 m de hauteur. Les crayons combustibles font environ 1 cm de diamètre, ils sont en Zircaloy et contiennent les pastilles d'oxyde d'uranium, qui sont comprimées à l'aide d'un ressort. Les grilles sont reliées par l'intermédiaire de 24 tubes guides, les tubes guides sont soudés aux grilles. Les grilles au nombre de 8 pour un R.E.P. de 900 MW, et 10 pour un R.E.P. de 1300 MW, permettent de maintenir les crayons, mais elles permettent aussi au fluide de se mélanger grâce aux ailettes de mélange. La liaison grilles-crayons est assurée par des ressorts à lames qui viennent appuyer les crayons contre des bossettes, les crayons sont alors maintenus à la grille par adhérence. Des crayons absorbants peuvent coulisser à l'intérieur des tubes guides, ils jouent le rôle de régulateur de la réaction nucléaire, l'ensemble de ces crayons absorbants constituent la grappe de contrôle. La grappe, est tenue en son extrémité supérieure, par le bras d'une étoile multi-branche, appelée araignée. La chute de la grappe entraîne l'arrêt de la réaction nucléaire. Les assemblages combustibles sont maintenus à la plaque inférieure et à la plaque supérieure du coeur par l'intermédiaire d'embouts. Les embouts sont fixés aux tubes guides, et sont percés pour que le fluide puisse s'écouler au travers. L'ensemble, embouts, grilles et tubes guides, constitue le squelette de l'assemblage combustible. La liaison embout-plaque est assurée par des pions de centrage, et par des ressorts à lame sur l'embout supérieur, qui viennent mettre en contact l'embout inférieur avec la plaque inférieure.

## II.2.2 Comportement d'un assemblage combustible

On observe expérimentalement, que l'assemblage combustible a un comportement non linéaire, il présente une non linéarité de raideur, et une non linéarité d'amortissement. Ces non linéarités s'expliquent par les liaisons grilles-crayons, d'une part par les frottements, et d'autre part par le contact entre le crayon et les bossettes qui peut, suivant l'importance des déplacements se faire sur une ou deux bossettes. La présence du fluide introduit un amortissement supplémentaire qui augmente avec la vitesse du fluide.

## II.3 Modélisation du coeur

Un coeur de réacteur, est considéré comme fonctionnel, tant que les grilles de maintien des assemblages combustibles ne sont pas endommagées, et plus précisément, tant que ces grilles n'ont pas flambé. Ainsi le coeur, est dimensionné au séisme, si les forces d'impact aux niveau des grilles restent inférieures à l'effort de flambage. Pour estimer ces forces d'impact, il faut pouvoir modéliser le coeur, il est admis, que le couplage d'une ligne d'assemblages à une autre est négligeable, ainsi, seul le calcul d'une ligne d'assemblages est nécessaire. Le caractère aléatoire d'un séisme, nécessite le calcul d'un grand nombre de simulations, pour obtenir une bonne estimation de l'effort d'impact maximal, que l'on peut rencontrer. La modélisation fine d'une ligne d'assemblages combustibles, dans laquelle on modéliserait toutes les structures, leurs interactions et le fluide, est impossible compte tenu des moyens informatiques actuels. Il faut donc élaborer des modèles simples de ligne d'assemblages.

### II.3.1 Modélisation des assemblages combustibles

De part sa structure élancée, un assemblage combustible est souvent modélisé par une poutre d'Euler-Bernoulli. Certains auteurs, proposent des modèles à plusieurs poutres pour tenir compte des sous-structures d'un assemblage, crayons, squelette.

#### II.3.1.a Modèles avec prise en compte du frottement grilles-crayons

Ben Jedida (1993), et Fontaine et Politopoulos (1999) proposent de modéliser les grilles et les crayons par des poutres, et de prendre un modèle de frottement de type loi de Coulomb pour les liaisons grilles-crayons. Ces modèles rendent bien compte du comportement non linéaire de la structure, de l'amortissement et du phénomène d'hystérésis, mais la résolution non linéaire avec effets de seuil induit par la loi de Coulomb, est difficile numériquement et donne lieu à des temps de calculs très longs.

#### II.3.1.b Modèles sans frottement

Une approche plus simple, consiste à négliger le glissement des crayons dans les grilles. Ainsi Viallet et al. (2003) proposent un modèle à deux poutres une pour le squelette, et une pour l'ensemble des crayons, les liaisons grilles-crayons étant modélisées par des raideurs de rotation. Rigauudeau (1997) propose un modèle avec une poutre, incluant un modèle d'impact à plusieurs ressorts (voir aussi Kim et Lee 2002, et Kim et al. 2005). Ces modèles nécessitent des temps de calcul courts et sont donc tout indiqués pour faire des calculs de lignes d'assemblages en grande quantité. Cependant, ces modèles ne tiennent pas compte du caractère non linéaire de

l'assemblage, une façon d'en tenir compte à moindre frais est d'introduire une rigidité et un amortissement non linéaires. Pisapia et al. (2003, 2004) proposent une rigidité et un amortissement quadratiques, pour un modèle à un degré de liberté qui est en accord avec les données expérimentales.

### II.3.2 Modélisation des actions du fluide sur la structure

Dans la plupart des modèles, l'action du fluide est modélisée par l'ajout d'un terme de masse et d'un terme d'amortissement. Les expériences montrent que la masse ajoutée dépend fortement du confinement, et que l'amortissement augmente avec la vitesse d'écoulement, ainsi ce type de modèle nécessite d'ajuster les coefficients de masse et d'amortissement selon les conditions d'écoulement et de confinement. Beaud (1997) et Pomirleanu (2005) proposent des modèles de forces fluides plus complexes qui tiennent compte de la vitesse d'écoulement, et de l'inclinaison de la structure, ces modèles sont basés sur la théorie de Païdoussis (1966).

### II.3.3 Modèle couplé fluide-structure

Les modèles présentés jusqu'ici ne modélisent le fluide que par un effort ajouté, s'appliquant à la structure, et sont donc incapables de reproduire le couplage entre assemblages combustibles sans contact, on pourra citer les travaux de Gibert (1988), de Langre et al. (1991, 1992, 1995), Brochard (1993), Axisa (2001). Broc et al. (2003) proposent un modèle à deux degrés de liberté par assemblage, où le couplage entre assemblages adjacents est pris en compte par un bilan sur un volume de contrôle. Zhang (1998) proposent un modèle d'homogénéisation du coeur où la structure et le fluide sont modélisés, le fluide est ici supposé parfait, non visqueux et irrotationnel (voir aussi Zhang et al. 2001, 2002, Planchard 1985 et Benner 1985). Jacquelin et al. (1996, 1998), Hinderks et al. (2000), Moreira et Antunes (2002), et Stabel et Ren (2002) proposent des modèles homogénéisés de compartiments de stockage d'assemblages avec, interactions fluide-structure, ces compartiments ont une structure plus simple que les assemblages, puisqu'ils sont fermés.

## II.4 Milieux poreux

L'étude des milieux poreux intéresse de nombreux domaines scientifiques de l'ingénierie (l'industrie du pétrole, études environnementales des sols, bio-mécanique). Un milieu poreux se caractérise par une discontinuité de la matière, ainsi le milieu présente des espaces dans lesquels un fluide peut circuler. On s'intéresse ici au comportement d'un fluide visqueux incompressible qui s'écoule dans un milieu poreux. Un calcul déterministe modélisant la structure interne du milieu serait difficile à mettre en oeuvre, d'une part à cause de la structure souvent irrégulière du milieu, et d'autre part par la dimension des porosités qui est très inférieure aux dimensions des volumes étudiés, le maillage nécessaire demanderait des temps de calcul trop longs. On se tourne alors vers des modèles globaux.

### II.4.1 Equations globales

Il a deux méthodes pour dégager les équations globales d'un milieu poreux, la méthode d'homogénéisation (voir Quiles 1997, Terada et al. 1997), et la méthode de moyenne spatiale.

La première propose un bilan des équations sur un volume élémentaire représentatif (v.e.r) fixe, puis les équations globales sont dégagées par un développement asymptotique en faisant intervenir le rapport entre la dimension caractéristique du v.e.r et la dimension du domaine étudié. La deuxième propose un bilan des équations sur un volume de contrôle mobile, les équations globales sont écrites directement sur tout le domaine, sans faire intervenir de développement asymptotique. Banerjee et Chan (1980), et Delhaye (1981) ont proposé les équations moyennées instantanées pour les écoulements di-phasiques, Robbe et Bliard (2001) ont adapté cette méthode aux milieux poreux. Quelle que soit la méthode employée, on obtient une équation de la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} - \mathbf{D}_p, \quad (\text{II.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (\text{II.2})$$

où  $\mathbf{v}$  est la vitesse du fluide, et  $P$  est la pression. On retrouve les équations de Navier Stokes avec un terme supplémentaire  $\mathbf{D}_p$  qui correspond au efforts volumiques de la structure sur le fluide.

## II.4.2 Modèles empiriques

De nombreux modèles sont décrits dans la littérature pour exprimer  $\mathbf{D}_p$ , cependant les modèles les plus répandus sont ceux de Darcy et Forcheimer.

Loi de Darcy (voir Haldar et al. 1999, Nassehi et al. 2004, Das et al. 2001 et Damak et al. 2003) :

$$\mathbf{D}_p = \frac{\mu}{\rho K_d} \mathbf{v}. \quad (\text{II.3})$$

Loi de Forcheimer (voir Allan et Hamdan 2002, Avramenko et al. 2005) :

$$\mathbf{D}_p = \frac{F}{\sqrt{K_d}} \sqrt{\mathbf{v}^2} \mathbf{v}, \quad (\text{II.4})$$

où  $K_d$  est le tenseur de perméabilité. C'est un tenseur d'ordre trois, ce qui permet d'introduire une anisotropie de perméabilité.

La loi de Darcy est vérifiée expérimentalement pour les faibles nombres de Reynolds ( $Re < 1$ ), pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds, on rajoute au terme de Darcy le terme de Forcheimer. On trouve d'autres modèles avec des termes en puissance de la vitesse (voir Costa et al. 2004, Fourar et al. 2004). Tous ces modèles supposent que le milieu poreux est non déformable, et qu'il ne se déplace pas. Une manière simple de tenir compte de ce déplacement dans l'évolution du fluide est de remplacer la vitesse du fluide dans les termes rajoutés ( $\mathbf{D}_p$ ) par la vitesse relative du fluide par rapport aux milieu poreux, ce qui donne pour une loi de type Darcy (Zhang et al. 2003) :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} - \frac{\mu}{\rho K_d} \left( \mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right), \quad (\text{II.5})$$

où  $\mathbf{U}$  est le déplacement du milieu poreux. L'effet du fluide sur la structure est alors pris en compte dans la loi de comportement du milieu poreux déformable, en rajoutant à la contrainte interne le terme  $PI_d$ , où  $P$  est la pression que voit le fluide, et  $I_d$  la matrice identité.

### II.4.3 Modèles de turbulence macroscopiques

Pour des nombres de Reynolds très grands ( $R_e > 300$ ), les modèles ci-dessus ne sont plus valables, les effets des petites échelles ne sont pas prises en compte, on a alors recours aux méthodes de moyennes temporelles ou spatiales sur les équations de Navier Stokes modifiées. On retrouve les modèles classiques  $k-\varepsilon$  de turbulence avec des termes supplémentaires dus aux effets du milieu poreux. Pour plus de détails sur ces modèles voir Chan et Lien (2004), Pedras et Lemos (2000), Braga et Lemos (2004) et Antohe et Lage (1996).

### II.4.4 Modèle de Biot

Biot propose un modèle gouvernant la dynamique du fluide (déplacement noté  $\mathbf{U}_f$ ) et de la structure (déplacement noté  $\mathbf{U}_s$ ) :

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = (1 - \phi) \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{U}_s}{\partial t^2} + \phi \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{U}_f}{\partial t^2}, \quad (\text{II.6})$$

$$-\nabla P = \frac{\phi}{K} \left( \frac{\partial \mathbf{U}_f}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{U}_s}{\partial t} \right) + \rho_f (a - 1) \frac{\partial^2 \mathbf{U}_s}{\partial t^2} - a \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{U}_f}{\partial t^2}, \quad (\text{II.7})$$

où  $\rho_f$  et  $\rho_s$  sont respectivement la densité du fluide et de la structure,  $\phi$  est la porosité,  $K$  est le coefficient de perméabilité et  $a$  est le facteur de tortuosité. Le tenseur des contraintes globales  $\boldsymbol{\sigma}$ , et la pression  $P$  du fluide sont donnés par les équations :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \mathbf{E} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{U}_s \mathbf{I}_d - \beta P \mathbf{I}_d, \quad (\text{II.8})$$

$$P = M \operatorname{div} (\mathbf{U}_s - \mathbf{U}_f) - M \beta \operatorname{div} \mathbf{U}_s, \quad (\text{II.9})$$

où  $\mathbf{E}$  est le tenseur des déformations,  $\mu$  et  $\lambda$  sont les coefficients de Lamé,  $M$  et  $\beta$  sont les coefficients de Biot et  $\mathbf{I}_d$  est la matrice identité.

L'équation (II.6) résulte des équations de la dynamique du système fluide-structure couplé, (II.7) rend compte de la difficulté qu'a le fluide à s'écouler donnant lieu à un gradient de pression. La relation de comportement (II.8) tient compte de l'élasticité de la structure mais aussi de la viscosité du fluide par (II.8). Pour plus de précisions sur le modèle de Biot on pourra se référer à Radi et Loret (2008), Mesgouez et Lefeuvre-Mesgouez (2008) ou encore Lu et al (2008)

## II.5 Interaction fluide structure

L'interaction fluide-structure intervient dans de nombreux domaines, la bio-mécanique, l'industrie pétrolière, la production d'énergie, l'aéronautique. Elle peut aussi se présenter sous diverses formes, écoulement di-phasique, parois poreuses souples, parois mobiles rigides. On trouve une littérature abondante pour le cas des tubes convoyant un fluide, et pour le cas de tubes immergés. Nous nous intéressons ici au cas particulier de tubes et réseaux de tubes immergés dans un fluide visqueux incompressible.

### II.5.1 Cylindre soumis à un écoulement visqueux incompressible

Un cylindre immergé soumis à un flux radial non stationnaire subit une force dite force fluide. Morison et al. (1950) proposent de décomposer cette force en un terme de traînée et un

terme de masse ajoutée :

$$dF = \left[ C_M \left( \rho \frac{\pi D^2}{4} \right) \frac{\partial u}{\partial t} \pm C_{Dm} \frac{\rho D}{2} u^2 \right] dx, \quad (\text{II.10})$$

où  $dF$  est la force fluide s'exerçant sur un tronçon de cylindre de longueur  $dx$ ,  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $D$  est le diamètre du cylindre,  $C_M$  est le coefficient de masse ajoutée,  $C_{Dm}$  est le coefficient de traînée, et  $u$  est la vitesse du fluide.

Taylor (1952) s'intéresse à un écoulement stationnaire ayant une composante radiale et axiale par rapport au cylindre rugueux, et propose une expression pour le terme de traînée :

$$F_N = \frac{\rho D}{2} u^2 \left( C_{Dp} \sin^2 i + C_f \sin i \right), \quad (\text{II.11})$$

$$F_L = \frac{\rho D}{2} u^2 C_f \cos i, \quad (\text{II.12})$$

où  $F_N$  est la composante radiale de la force par unité de longueur,  $F_L$  est la composante axiale de la force par unité de longueur.  $i$  est l'angle que fait la vitesse du fluide avec l'axe du cylindre, ainsi pour  $i = 0$  on a un écoulement axial, et pour  $i = \pi/2$  on retrouve l'écoulement radial.  $C_{Dp}$  et  $C_f$  sont des coefficients de traînée,  $C_f$  dépend de la rugosité et lorsque celle-ci devient prépondérante devant le diamètre,  $C_{Dp} \sin^2 i$  devient négligeable. Dans le cas d'un cylindre lisse la force de traînée devient :

$$F_N = \frac{\rho D}{2} u^2 \left( C_{Dp} \sin^2 i + 4R^{-\frac{1}{2}} \sin^{\frac{3}{2}} i \right), \quad (\text{II.13})$$

$$F_L = \frac{\rho D}{2} u^2 5.4R^{-\frac{1}{2}} \cos i \sin^{\frac{1}{2}} i, \quad (\text{II.14})$$

$$\text{avec } R = \frac{\rho D u^2}{\mu}, \quad (\text{II.15})$$

où  $\mu$  est la viscosité du fluide.

Lighthill (1960, 1986) s'intéresse aux forces fluide pour un écoulement radial sur un cylindre en mouvement, et exprime la vitesse relative d'une section du cylindre  $S_x$  par rapport à l'écoulement :

$$v(x, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (\text{II.16})$$

où  $u$  est la vitesse du fluide,  $h$  est le déplacement du cylindre, et  $v$  la vitesse relative du cylindre par rapport à l'écoulement. La force résultante d'un flux non visqueux, est donc égale à la quantité d'accélération relative du fluide, par rapport à la structure multipliée par une masse virtuelle (par unité de longueur)  $m_f$ , ce qui donne la formule :

$$F_I = -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) v(x, t). \quad (\text{II.17})$$

Païdoussis (1966, 1972, 2006) propose un modèle basé sur les théories de Lighthill (1960), et Taylor (1952) des forces s'exerçant sur un cylindre soumis à un écoulement axial. Pour un écoulement axial de vitesse  $u$  très grand devant la vitesse de la structure, l'angle  $i$  d'incidence du fluide est très faible  $i \ll 1$ , on peut alors simplifier la formule de Taylor (1952) :

$$F_N = \frac{\rho D}{2} u^2 C_N \sin i, \quad (\text{II.18})$$

$$F_L = \frac{\rho D}{2} u^2 C_T. \quad (\text{II.19})$$

Païdoussis introduit deux nouveaux coefficients  $C_N$  et  $C_T$ . L'angle  $i$  peut être relié aux composantes, radiale et axiale, de la vitesses du fluide par rapport au cylindre :

$$i = \sin^{-1} \left( \frac{v}{u} \right). \quad (\text{II.20})$$

Ce qui donne finalement :

$$F_N = \frac{\rho D}{2} u \left( \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right). \quad (\text{II.21})$$

Le modèle de Païdoussis rend compte de l'effet de la vitesse d'écoulement sur l'amortissement de la structure, en effet, dans un premier temps l'amortissement augmente avec la vitesse d'écoulement, puis il diminue jusqu'à l'instabilité du système, ceci a pu être observé par l'expérience (Païdoussis 2001). L'instabilité de tubes soumis à un écoulement fait l'objet de beaucoup d'études, des modèles empiriques ont été proposés pour prédire l'amplitude des oscillations en fonction de la vitesse d'écoulement et de la géométrie, on pourra se référer aux auteurs Pettigrew, Weaver, ou encore Chen. De nombreuses études sont basées sur le modèle de Païdoussis, on pourra citer Modarres-Sadeghi et al. (2005), Vendhan et al. (1997), Lopes et al. (2001), ou encore Semler et al. (2001). Certains auteurs proposent des modèles stochastiques pour déterminer les fluctuations de la pression sur la paroi d'un cylindre (Chen et Wambsganss 1970 1972, et Reavis 1969), Martí Moreno (2000) propose une investigation numérique par volumes finis de ces fluctuations.

Le terme de masse ajoutée, dépend fortement du confinement du cylindre, et doit être calculé à l'aide de modélisations fines. Conca et al. (1996) ont montré par des méthodes numériques que la masse ajoutée ne dépendait pas de la viscosité et qu'elle pouvait donc être calculée à partir de calculs considérant un fluide parfait non visqueux ; cependant Sarpkaya (2000) montre que sous certaines conditions, le terme non visqueux de masse ajoutée et le terme de traînée proposé par Morison (1950) ne sont plus indépendants et qu'ils s'influencent l'un et l'autre. On pourra aussi citer Zhou et Graham (2000) qui proposent de vérifier le modèle de Morison (1950) par une étude numérique, avec des combinaisons oscillantes et quasi-statiques d'écoulements transverses.

## II.5.2 Réseau de tubes soumis à un écoulement transverse

Nehari et al. (2004) montrent par le calcul que pour les faibles nombres de Reynolds les termes de masse ajoutée et d'amortissement, augmentent avec l'espacement des tubes du réseau. Païdoussis (1969) montre par l'expérience que l'amplitude de déplacement lors d'instabilité est bien plus importante pour un réseau que pour un tube seul. Mureithi et al. (2005) montrent par l'expérience, que l'instabilité d'un tube dans un réseau dépend fortement du comportement des tubes voisins, ainsi l'instabilité d'un tube flexible dans un réseau fixe sera atteinte pour des vitesses bien plus importantes que dans un réseau flexible. Ils montrent aussi que le réseau est plus stable pour un écoulement di-phasique. Pour plus de détails sur le comportement d'un réseau en écoulement di-phasique on pourra se reporter à Pettigrew et al. (2005). Hassan et Barsamian (2004) valident l'approche LES (voir paragraphe II.6.1) pour les calculs de réseau de tubes, et montrent l'influence de la fréquence d'écoulement sur les termes de traînée et de masse ajoutée, en effet pour des fréquences supérieures à  $1000Hz$ , ces efforts diminuent quand la fréquence augmente. Schneider et Farge (2005) étudient, un réseau carré de tubes par des calculs LES, et l'influence de l'angle d'attaque sur les efforts fluide. Huvelin et al. (2007) comparent

des calculs 3D à des calculs 2D, et montrent que, même pour un écoulement transverse, les effets de la troisième dimension ne sont pas négligeables.

## II.6 Modélisation de la turbulence

Un écoulement turbulent présente des phénomènes à plusieurs échelles, la plus petite échelle dite de Kolmogorov est de l'ordre de  $l/Re^{9/4}$  ( $l$  est la grandeur caractéristique de l'écoulement, et  $Re$  est le nombre de Reynolds), une simulation numérique directe (DNS) nécessite donc un maillage très fin pour les grands nombre de Reynolds. Une solution pour réduire les temps de calcul, est de modéliser les effets de la turbulence des échelles non représentées par le maillage ; on trouve dans la littérature deux principales approches, la Reynolds Average Navier Stokes (RANS) et la Large Eddy Scale (LES). Ces deux approches sont basées sur un modèle de viscosité turbulente proposé par Smagorinsky (1963).

### II.6.1 Large Eddy Scale

La méthode LES ou Simulation des Grandes Echelles consiste à calculer les caractéristiques de l'écoulement liées aux grandes échelles, en modélisant les effets turbulents des sous-maillages supposés isotropes. On applique un opérateur de moyenne spatiale, filtré pour isoler les grandeurs liées aux grandes échelles.

$$\underline{V}(x, t) = \iiint G_{\Delta}(x, x')V(x', t)dx^3, \quad (\text{II.22})$$

où  $V$  est la vitesse du fluide, et  $G_{\Delta}$  est l'opérateur de filtrage, en pratique l'opération de filtrage est réalisée par le maillage et  $\Delta$  est la taille de la maille.

On peut alors décomposer les caractéristiques du fluide en un terme moyen et une fluctuation de sous-maille :

$$V = \underline{V} + v. \quad (\text{II.23})$$

En appliquant cet opérateur aux équations de Navier Stokes et de conservation de la masse, on trouve :

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla \underline{V} = -\frac{1}{\rho} \underline{P} + \nu \nabla^2 \underline{V} - \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j}, \quad (\text{II.24})$$

$$\nabla \cdot \underline{V} = 0, \quad (\text{II.25})$$

$$R_{ij} = \underline{v_i v_j}, \quad (\text{II.26})$$

où  $P$  est la pression du fluide,  $\rho$  est la densité du fluide, et  $\nu$  est la viscosité cinétique du fluide, l'indice  $i$  fait référence à la composante suivant la direction  $x_i$ . Le tenseur  $R_{ij}$  dit tenseur de Reynolds caractérise les effets de la turbulence de sous-maille. Smagorinsky suppose que la production et la dissipation de l'énergie des sous-échelles s'annulent, et propose le modèle suivant en introduisant une viscosité turbulente  $\nu_t$  :

$$R_{ij} = -2\nu_t \underline{S_{ij}} + \frac{1}{3} R_{kk} \delta_{ij}, \quad (\text{II.27})$$

$$\underline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right), \quad (\text{II.28})$$

avec l'équation de fermeture :

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}. \quad (\text{II.29})$$

Ce modèle présente l'avantage de ne faire intervenir qu'une seule constante  $C_s$ , cependant cette méthode nécessite des maillages fins. Pour plus d'information sur la méthode LES on pourra se référer à Barsamian et Hassan (1997), Chatelain (2004), Lartigue (2004), Selle (2004), Legier (2001).

## II.6.2 Reynolds Averaged Navier Stokes

Cette méthode consiste à calculer explicitement le champ de vitesse moyen (moyenne temporelle) en tenant compte de l'influence des fluctuations. On décompose les grandeurs physiques en une valeur moyenne (par rapport au temps) et une fluctuation. On peut alors écrire la vitesse sous la forme :

$$V = \underline{V} + v, \quad (\text{II.30})$$

$$\underline{V} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} V dt, \quad (\text{II.31})$$

où  $v$  est la fluctuation de vitesse, et  $\Delta t$  est le pas de temps de la discrétisation temporelle. On prend alors la valeur moyenne de l'équation de Navier Stokes, pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla \underline{V} = -\frac{1}{\rho} \underline{P} + \nu \nabla^2 \underline{V} - \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j}, \quad (\text{II.32})$$

$$\nabla \cdot \underline{V} = 0. \quad (\text{II.33})$$

Ces équations introduisent de nouvelles inconnues  $\underline{v_i v_j}$  qui forment le tenseur de Reynolds  $T$ , avec  $T_{ij} = \rho \underline{v_i v_j}$ . Pour résoudre le système il faut introduire des équations dites de fermeture. Pour cela on considère deux grandeurs scalaires : l'énergie cinétique turbulente  $k$  et la dissipation turbulente  $\varepsilon$ .

$$k = \frac{1}{2} v^2, \quad (\text{II.34})$$

$$\varepsilon = \nu \sum_i \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^2. \quad (\text{II.35})$$

Il existe une relation de fermeture entre le tenseur de Reynolds, l'énergie cinétique turbulente et le tenseur des contraintes déviatoriques  $D$ , déduite d'une analyse dimensionnelle qui fait intervenir une nouvelle grandeur ; la viscosité cinétique turbulente  $\mu_t$  :

$$-\rho \underline{v_i v_j} = \mu_t \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \quad (\text{II.36})$$

Et on établit les équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$  à partir des équations de Navier Stokes :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla k = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{\rho} P v_j + \frac{1}{2} (v_i v_i) v_j \right) - \underline{v_j v_i} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon, \quad (\text{II.37})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla \varepsilon = \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\frac{2\nu}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} - \nu v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \right), \quad (\text{II.38})$$

$$- 2\nu^2 \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \right) \right)^2 - 2\nu \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} + \frac{\partial v_r}{\partial x_j} \frac{\partial v_r}{\partial x_i} \right), \quad (\text{II.39})$$

$$- 2\nu v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j \partial x_r} - 2\nu \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}. \quad (\text{II.40})$$

Les termes de corrélation d'ordre trois, sont de nouvelles inconnues qu'on ne peut pas calculer, on utilise donc des modèles exprimant ces termes, en fonction des autres grandeurs à calculer. Le modèle le plus répandu dans les codes industriels et le plus simple est le modèle  $k - \varepsilon$ , tous les termes inconnus sont exprimés en fonction de  $k$  et de  $\varepsilon$ .

$$\frac{1}{\rho} P v_j + \frac{1}{2} \overline{(v_i v_i) v_j} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\frac{2\nu}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} - \nu v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right), \quad (\text{II.42})$$

$$2\nu^2 \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \right) \right)^2 = C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (\text{II.43})$$

$$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) = -2\nu \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} + \frac{\partial v_r}{\partial x_j} \frac{\partial v_r}{\partial x_i} \right) - 2\nu v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j \partial x_r} - 2\nu \frac{\partial v_i}{\partial x_r} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad (\text{II.44})$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (\text{II.45})$$

Ces modèles font intervenir des constantes qu'il faudra déterminer par l'expérience ou par un calcul DNS. On se retrouve finalement avec le système d'équation suivant :

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla \underline{V} = -\frac{1}{\rho} \underline{P} + (\nu + \nu_t) \nabla^2 \underline{V} - \frac{2}{3} \nabla \cdot k \underline{I}, \quad (\text{II.46})$$

$$\nabla \cdot \underline{V} = 0, \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla k = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \frac{2}{\rho} \mu_{tr} (D^2) - \varepsilon, \quad (\text{II.48})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla \varepsilon = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + 2C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_{tr} (D^2) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (\text{II.49})$$

$$D = \frac{1}{2} (\nabla \underline{V} + \nabla \underline{V}^T). \quad (\text{II.50})$$

Le modèle  $k - \varepsilon$  présente l'avantage d'être simple, puisque par rapport à l'équation de Navier Stokes seulement deux inconnues scalaires ont été rajoutées, cependant ce modèle souffre de sa simplicité pour des problèmes avec des géométries complexes faisant intervenir des courbures. Certains modèles plus complexes et plus performants font intervenir d'autres inconnues (composantes du tenseur de Reynolds) et d'autres constantes de fermeture. Pour plus d'information sur les méthodes RANS on pourra se référer à Baglietto et Ninokata (2004), Vermorel (2003), Ilinca et al. (1997), Colin et al. (2005), Randriamampianina et al. (2004), Zaidi et al. (1995), Ferrey (2004).

### II.6.3 Compléments sur les modèles

La turbulence près des parois présente des phénomènes complexes (anisotropie de la turbulence, réduction des échelles de longueur, caractère non homogène) que les modèles présentés ici ne reproduisent pas. Ainsi, il existe des modèles qui tiennent compte de ces phénomènes proches des parois. Pour plus de détails sur les modèles de parois et sur les autres modèles de turbulence on pourra se référer à Hinze (1975), Lessieur (1993), Scheistel (1998), et Lévêque (2004).

## II.7 Méthodes de résolution numérique

La modélisation mécanique d'un fluide ou d'une structure donne lieu à des équations aux dérivées partielles dont on ne connaît pas les solutions analytiques, on utilise alors des méthodes numériques pour approcher ces solutions.

### II.7.1 Discrétisation spatiale

Les méthodes de discrétisation spatiale les plus répandues sont la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis et la méthode des différences finies.

#### Méthode des éléments finis

Le domaine est divisé en éléments (voir Zienkiewicz 2000). On approche le champ à calculer par une fonction continue qui s'exprime comme la somme de fonctions de formes :

$$V_{approx}(x, y, z) = \sum_{k=1}^n V_k \phi_k(x, y, z), \quad (\text{II.51})$$

où les  $\phi_k(x, y, z)$  sont les fonctions de formes qui sont égales à 1 au noeud  $k$  et à 0 sur tous les autres noeuds de l'élément, et les  $V_k$  correspondent aux valeurs de  $V_{approx}(x, y, z)$  aux noeuds. Ainsi  $V_{approx}(x, y, z)$  s'expriment en fonction des inconnues discrettes  $V_k$ . Pour des raisons de stabilité, le degré des polynômes d'interpolation de la vitesse, doit être d'un degré supérieur à celui utilisé pour la pression.

#### Méthode des volumes finis

Le domaine est divisé en volumes de contrôle dans lesquels la pression est constante. La vitesse est considérée constante sur chaque surface et perpendiculaire à cette même surface (Sharma et al. 2004).

#### Méthode des différences finies

Les inconnues sont définies sur une grille, et les dérivées spatiales sont définies par des schémas d'ordre élevés, du type centrés d'ordre un ou deux. Cette méthode ne s'applique pas pour des géométries complexes (Langtangen et al. 2002).

Pour les problèmes structures, la méthode des éléments finis est très largement répandue aussi bien dans la littérature que dans les codes de calculs industriels, on peut trouver des modélisations par volumes finis mais l'application de cette méthode pour les problèmes de structures reste rare. Pour les problèmes fluides les deux méthodes sont employées. La résolution des équations de Navier Stokes présente deux difficultés, la première concerne le terme non linéaire de convection, et la deuxième concerne la contrainte d'incompressibilité. La méthode des volumes finis s'affranchit de ces problèmes en écrivant les équations du fluide sur des volumes de contrôles décentrés. Pour la méthode des éléments finis il existe de nombreuses méthodes pour pallier à ces problèmes, on pourra citer la méthode des pénalités, les méthodes de projections, ou encore les splitting methods. Une fois les équations de Navier stokes discrétisées spatialement, on obtient l'équation matricielle :

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}(\mathbf{v})\mathbf{v} = -\mathbf{Q}\mathbf{p} + \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad (\text{II.52})$$

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{v} = 0, \quad (\text{II.53})$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice masse,  $\mathbf{K}(\mathbf{v})$  la matrice de convection,  $\mathbf{A}$  est la matrice de diffusion,  $\mathbf{Q}$  est la matrice gradient,  $\mathbf{f}$  le vecteur des efforts extérieurs,  $\mathbf{v}$  est le vecteur inconnue vitesse, et  $\mathbf{p}$  est le vecteur inconnue pression.

## II.7.2 Discrétisation temporelle des équations fluides

### Schémas classiques

Le schéma d'intégration pour les fluides le plus employé est le schéma d'Uzawa :

$$\left( \mathbf{M} + \theta \Delta t \left( \mathbf{K}(\mathbf{v}^{k+1}) - \mathbf{A} \right) \right) \mathbf{v}^{k+1} + \Delta t \mathbf{Q} \mathbf{p}^{k+1} = \left( \mathbf{M} - (1 - \theta) \Delta t \left( \mathbf{K}(\mathbf{v}^k) - \mathbf{A} \right) \right) \mathbf{v}^k + \Delta t \mathbf{f}^{k+1} \quad (\text{II.54})$$

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{v}^{k+1} = 0. \quad (\text{II.55})$$

Pour  $\theta = 0$  on retrouve le schéma d'Euler explicite, pour  $\theta = 1$  on retrouve le schéma d'Euler implicite, et pour  $\theta = 1/2$  on retrouve le schéma de Crank Nicolson. Ainsi les schémas implicites ou semi-implicites nécessitent la résolution d'un système non linéaire par des méthodes itératives. Les schémas explicites nécessitent des pas de temps réduit, les schémas implicites eux permettent des pas de temps plus grands. Quelque soit le schéma il faudra résoudre un (ou plusieurs dans le cas implicite) système linéaire de la forme :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{II.56})$$

La présence du bloc nul peut induire un mauvais conditionnement de la matrice et peut ainsi rendre la résolution du système difficile. On peut alors utiliser des préconditionneurs pour résoudre le système (voir Bramble et Pasciak 1997, Kobelkov et Olshanskii 2000).

### Techniques de stabilisation

Une façon d'éviter le mauvais conditionnement est de remplacer le bloc de zéros par une matrice non nulle. On citera les méthodes de stabilisation de la pression (voir Jansen et al. 2000), de pression artificielle ou encore la méthode des pénalités (Carey et Krishnan 1985, Soulaïmani et al. 1987).

### Split méthodes

Les méthodes split (voir Bristeau et al. 1985) consistent à faire des calculs intermédiaires mieux conditionnés. Ainsi une première estimation de la vitesse est calculée en négligeant l'incompressibilité du fluide, en suite la vitesse est corrigée par projection de la vitesse sur un espace vectoriel à divergence nulle. Il existe de nombreuses façons de "splitter" en alternant étape implicite et étape explicite (voir Caughey 2001, Nocketto et Pyo 2005, Olshanskii 1999), avec diverses méthodes de projections (voir Turek 1997), avec des techniques de stabilisations (voir Ni et al. 2003).

## II.7.3 Discrétisation temporelle des équations structures

Le traitement de la structure est plus simple, les schémas les plus répandus sont ceux du type Newmark (voir Krenk 2006) :

$$\begin{aligned} U_{k+1} &= U_k + \Delta t V_k + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta) A_k + 2\beta A_{k+1}], \\ V_{k+1} &= V_k + \Delta t [(1 - \gamma) A_k + \gamma A_{k+1}], \end{aligned}$$

où  $U$  est le déplacement  $U_k = U(k\Delta t)$ ,  $V$  est la vitesse et  $A$  est l'accélération, il suffit alors de remplacer le déplacement et la vitesse dans les équations discrétisées. La variable devient  $A_{k+1}$ , une fois le système résolu on peut retrouver le déplacement. Pour assurer la stabilité inconditionnelle du schéma il faut choisir les constantes  $\gamma$  et  $\beta$  telles que  $\frac{1}{2} \leq \gamma \leq 2\beta$ .

### II.7.4 Gestion des conditions limites se déformant, formulation ALE

Classiquement, les équations de la structure sont écrites par une formulation Lagrangienne, chaque particule de la structure est suivie dans son mouvement, et les équations du fluide par une formulation Eulerienne, le fluide est observé au travers d'une fenêtre fixe. Dans le cas d'un fluide qui voit une de ses conditions limites se déformer ou se déplacer dans le temps, la formulation Eulerienne n'est plus valable puisqu'elle ne tient pas compte de cette déformation. Il faut alors utiliser une approche ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian), le fluide est alors observé au travers d'une fenêtre se déformant et se déplaçant au cours du temps avec les conditions limites. La dérivée particulaire s'écrit alors :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} - \mathbf{w}) \cdot \nabla \mathbf{v}, \quad (\text{II.57})$$

où  $\mathbf{v}$  est la vitesse du fluide, et  $\mathbf{w}$  est la vitesse du point d'observation. On remarquera que pour  $\mathbf{w} = 0$  on retrouve la formulation Eulerienne et que pour  $\mathbf{w} = \mathbf{v}$  on retrouve la formulation Lagrangienne. Ainsi  $\mathbf{w}$  sera égale à la vitesse des conditions limites sur les bords. Cette méthode est employée dans le cas de surfaces libres (Donéa 1983, Onate et al. 2004, Duarte et al. 2004), avec des interaction fluide-solide (Schulz et Kallinderis 1998, Demkowicz et al. 1985), ou encore dans le cas d'interaction d'un fluide avec une structure déformable (Tezduyar 2004, Casadei et Halleux 1994, Hubner et al. 2004, Zhang et Hisada 2001)

## II.8 Conclusion du chapitre

La synthèse bibliographique proposée ici n'est pas exhaustive, elle aborde les différents domaines utilisés dans le modèle établi au Chapitre III, comme la modélisation d'un coeur de réacteur à eau pressurisée, les milieux poreux, l'interaction fluide-structure, la modélisation de la turbulence et enfin les méthodes de résolutions numériques.



# Chapitre III

## Modélisation

---

*Ce chapitre est consacré à la modélisation d'un coeur de REP. Nous proposons un modèle global du coeur basé sur une approche milieu poreux. Dans un premier temps les équations fluide écrites avec une formulation ALE sont moyennées sur un volume de contrôle, de sorte à créer un fluide équivalent défini sur tout le domaine du coeur. Les petites échelles de la turbulence sont modélisées par une viscosité turbulente. Dans un deuxième temps les équations de la structure sont moyennées sur le volume de contrôle, et on crée alors une structure équivalente elle aussi définie sur tout le volume du coeur. Les équations globales ainsi obtenues sont réduites à l'aide d'un modèle poutre de type Timoshenko, en conservant les non linéarités géométriques. Une loi de comportement non linéaire viscoélastique est appliquée de façon empirique pour tenir compte des frottements locaux aux contacts grilles-crayons. Les impacts entre assemblages combustibles sont gérés par une raideur linéaire localisée au niveau des grilles, si le contact est détecté. Enfin le couplage entre le modèle fluide et le modèle structure est assuré par une force volumique de couplage identifiée à partir des efforts fluides s'exerçant sur un crayon soumis à un écoulement axial. Les équations ainsi obtenues sont résolues à l'aide d'une méthode éléments finis.*

---

## Sommaire

---

<b>III.1 Introduction</b>	<b>27</b>
<b>III.2 Méthode</b>	<b>28</b>
<b>III.3 Préliminaire : forces agissant sur un tube</b>	<b>28</b>
III.3.1 Modèle de Païdoussis	28
III.3.2 Modèle de Païdoussis modifié	29
<b>III.4 Equations du modèle poreux</b>	<b>30</b>
III.4.1 Hypothèses	30
III.4.2 Modélisation du fluide équivalent	30
III.4.2.a Arbitrary Lagrangian Eulerian	31
III.4.2.b Moyenne spatiale	31
III.4.2.c Modélisation de la turbulence	34
III.4.2.d Fluide équivalent	35
III.4.3 Modèle de structure équivalente	35
III.4.3.a Moyenne spatiale	36
III.4.3.b Cinématique d'un assemblage combustible	37
III.4.3.c Réduction des équations au modèle poutre	37
III.4.3.d Comportement d'un assemblage combustible	40
III.4.3.e Modèle d'impact	41
III.4.4 Modèle couplé	42
III.4.4.a Force de couplage fluide structure	42
III.4.4.b Equations couplées	43
III.4.5 Conditions limites	44
III.4.6 Discussion sur le modèle couplé	45
III.4.7 Formulation variationnelle	46
<b>III.5 Modèle numérique</b>	<b>47</b>
III.5.1 Discrétisation spatiale	47
III.5.1.a Eléments	47
III.5.1.b Ecriture des matrices élémentaires structures	49
III.5.1.c Ecriture des matrices élémentaires fluides	51
III.5.1.d Assemblage des matrices élémentaires	52
III.5.1.e Ecriture réduite	53
III.5.2 Discrétisation temporelle	55
III.5.3 Mise en oeuvre	56
III.5.4 Etude paramétrique	56
III.5.4.a Paramètres de discrétisation	57
III.5.4.b Simulation 3D	57
III.5.4.c Paramètres physiques	58
III.5.4.d Instabilité	61
<b>III.6 Conclusion du chapitre</b>	<b>62</b>

---

## III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'écriture des équations du modèle proposé. Une modélisation par éléments finis de toute la structure et du fluide donnerait lieu à un trop grand nombre de degrés de liberté ; nous proposons donc de modéliser le coeur par un milieu poreux de façon à obtenir des équations globales du comportement du coeur. Cette approche est d'autant plus motivée, par le fait que nous souhaitons estimer les forces d'impact entre assemblages lors d'un séisme, et non ce qui se passe localement ; ainsi nous tâcherons d'établir la dynamique d'un assemblage combustible à défaut d'établir celle d'un crayon. Comme il est fait classiquement en modélisation par milieu poreux nous moyennons les équations de Navier Stokes sur un volume de contrôle. Les équations du fluide sont écrites avec une formulation ALE afin de permettre le couplage avec la structure, dont les équations sont écrites avec une formulation lagrangienne. L'expression des efforts de couplage est établie à partir des efforts fluide qui s'exercent sur un cylindre soumis à un écoulement axial. Chaque assemblage combustible est modélisé par une poutre de type Timoshenko, et les effets du fluide sont pris en compte par l'intégration de la force de couplage sur une section droite. Pour tenir compte de façon globale des phénomènes de contact et de frottement aux interfaces crayons-grilles, on applique une loi de comportement viscoélastique non linéaire. Les équations ainsi obtenues sont résolues par la méthode des éléments finis.

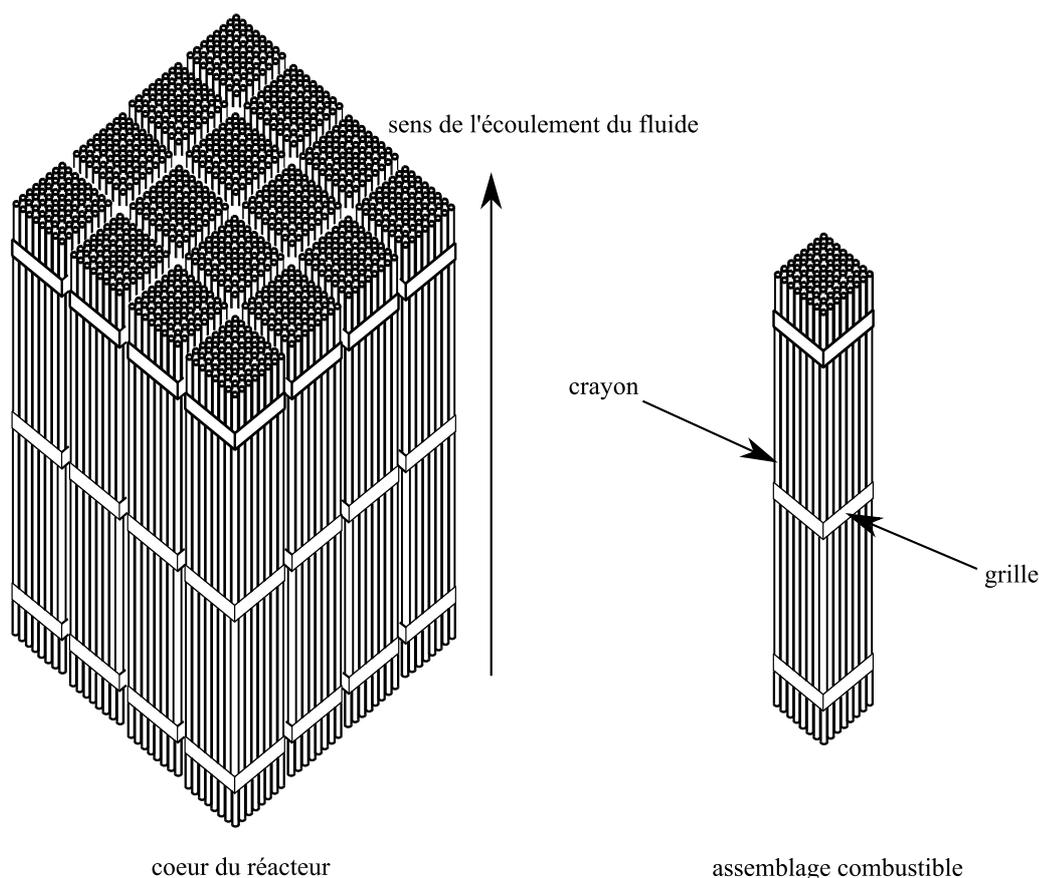


FIG. III.1 – Schéma d'un coeur de réacteur

## III.2 Méthode

La figure III.2 illustre la méthode employée pour établir les équations du mouvement. Cette méthode est basée sur une approche milieu poreux, incluant un fluide équivalent et une structure équivalente. Dans un premier temps, les équations du fluide et de la structure, sont établies séparément. Pour la partie fluide : les équations du comportement global de l'écoulement d'un fluide au travers d'un réseau de tubes, sont obtenues par une moyenne spatiale des équations locales, écrites avec une formulation ALE. Le fluide équivalent est défini sur tout le domaine spatial. Les effets de la structure ( $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$ ) sont pris en compte par une force volumique, elle même définie sur tout le domaine spatial. Pour la partie structure : chaque assemblage combustible est assimilé à une poutre poreuse soumise aux efforts volumiques du fluide  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}$  qui est l'opposé de  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$ . Les efforts de couplage sont identifiés à partir des efforts s'exerçant sur un tube soumis à un écoulement axial.

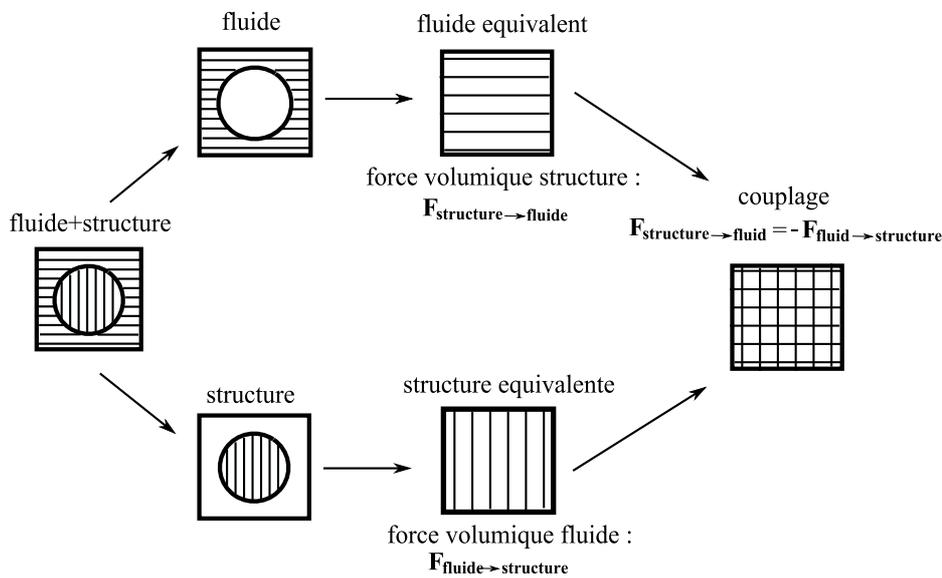


FIG. III.2 – Méthode de modélisation par milieu poreux

## III.3 Préliminaire : forces agissant sur un tube

La modélisation par milieux poreux introduit la force de couplage  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}$ , l'expression de cette force, est basée sur les efforts fluides, s'exerçant sur un tube.

### III.3.1 Modèle de Païdoussis

Une structure élancée immergée dans un fluide, est soumise à une force due à l'écoulement transverse du fluide, Morison (1950) décompose cette force en un terme de traînée et un terme d'inertie, de nombreux travaux sont basés sur ce modèle, (Zhou et al. 2000, Sarpkaya 2001); cette théorie, rend bien compte de la réalité des expériences, pour un écoulement du fluide transverse. Dans le cas d'un écoulement axial, Païdoussis a proposé une expression de la force fluide basée sur les travaux de Lighthill (1960, 1986) et Taylor (1952), cette théorie a été

largement utilisée (Chen et al. 1970 1972, Lopes et al. 2002, Conca et al. 1997). Païdoussis propose une décomposition de la force fluide, en un terme visqueux et un terme non visqueux.

$$\mathbf{F}_I = -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 U_y \mathbf{e}_2 - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 U_z \mathbf{e}_3, \quad (\text{III.1})$$

où  $U_y$  (respectivement  $U_z$ ) est le déplacement du tube suivant la direction  $\mathbf{e}_y$  (respectivement  $\mathbf{e}_z$ ),  $V_x$  est la vitesse du fluide suivant la direction  $\mathbf{e}_x$ , et  $m_f$  est une masse virtuelle par unité de longueur.

Le terme visqueux se décompose en deux composantes radiales  $\mathbf{F}_N$  et  $\mathbf{F}_D$ , et une composante axiale  $\mathbf{F}_L$  :

$$\mathbf{F}_N = - \frac{1}{2} \rho D C_N V_x \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial U_y}{\partial x} \right) \mathbf{e}_2 - \frac{1}{2} \rho D C_N V_x \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_3, \quad (\text{III.2})$$

$$\mathbf{F}_L = - \frac{1}{2} \rho D C_T V_x^2 \mathbf{e}_1, \quad (\text{III.3})$$

$$\mathbf{F}_D = - C_D \frac{\partial U_y}{\partial t} \mathbf{e}_2 - C_D \frac{\partial U_z}{\partial t} \mathbf{e}_3, \quad (\text{III.4})$$

où  $\rho$  est la densité du fluide,  $D$  est le diamètre du tube, et  $C_D$ ,  $C_T$  et  $C_N$  sont des coefficients à déterminer, ces coefficients dépendent de la viscosité du fluide, de la géométrie et de la rugosité de la structure, et du confinement.

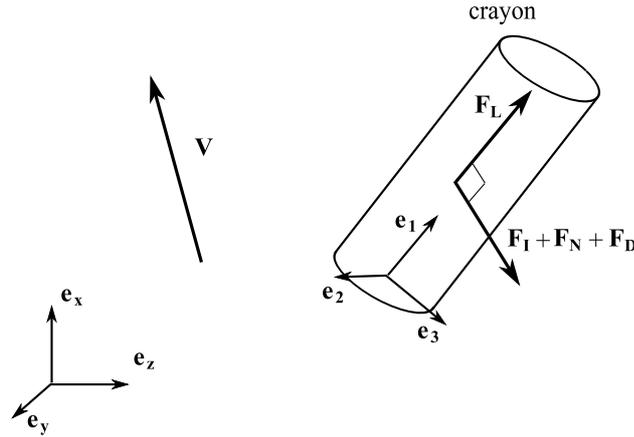


FIG. III.3 – Crayon soumis à un écoulement principalement axial

### III.3.2 Modèle de Païdoussis modifié

Le modèle de Païdoussis considère un écoulement axial mais notre modèle doit tenir compte de la composante radiale de l'écoulement (FIG III.3). Nous proposons donc un modèle de Païdoussis, modifié en remplaçant la vitesse de la structure  $\frac{\partial U_y}{\partial t}$  par la composante radiale de la vitesse relative de la structure, par rapport au fluide  $\left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right)$ . Nous récrivons d'abord (III.1) en séparant les dérivées spatiale et temporelle :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_I = & - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} \right) \right) \mathbf{e}_2 \\ & - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} \right) \right) \mathbf{e}_3, \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

et la substitution de la vitesse de la structure, par la vitesse relative de la structure par rapport au fluide dans (III.5), (III.2), (III.3) et (III.4) donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_I = & - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) \right) \mathbf{e}_2 \\ & - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) \right) \mathbf{e}_3, \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

$$\mathbf{F}_N = - \frac{1}{2} \rho DC_N V_x \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y + V_x \frac{\partial U_y}{\partial x} \right) \mathbf{e}_2 - \frac{1}{2} \rho DC_N V_x \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z + V_x \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_3, \quad (\text{III.7})$$

$$\mathbf{F}_L = - \frac{1}{2} \rho DC_T V_x^2 \mathbf{e}_1, \quad (\text{III.8})$$

$$\mathbf{F}_D = - C_D \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) \mathbf{e}_2 - C_D \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) \mathbf{e}_3, \quad (\text{III.9})$$

où  $V_y$  (respectivement  $V_z$ ) est la vitesse du fluide suivant la direction  $\mathbf{e}_y$  (respectivement  $\mathbf{e}_z$ ). Les expressions (III.6), (III.7), (III.8) et (III.9) seront utilisées pour établir  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}$ .

## III.4 Equations du modèle poreux

Dans cette section, on développe la modélisation par milieux poreux proposée dans le paragraphe III.2. Le domaine total du coeur contenant  $N_{FA}$  assemblages combustibles est noté  $\Omega_c$ . C'est un parallélépipède di-phasique contenant le fluide et la structure,  $L_{FA}$ ,  $L_{cy}$  et  $L_{cz}$  sont les dimensions de  $\Omega_c$  dans les directions  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$ . On notera que  $L_{FA}$  est aussi la longueur d'un assemblage combustible.  $\Omega_c$  est divisé en  $N_{FA}$  parallélépipèdes notés  $\Omega_{FA_i}$ , chacun d'eux contenant un assemblage combustible.

### III.4.1 Hypothèses

La théorie présentée ici est basée sur les hypothèses suivantes. Le fluide considéré étant de l'eau, celui-ci est classiquement considéré visqueux, incompressible et Newtonien. Les effets de la gravité sont négligés, compte tenu des effets d'inertie. Comme il est généralement admis dans la théorie des corps élancés, la section d'un crayon ne se déforme pas, et la présence des grilles nous permet de considérer la distance entre deux crayons comme invariante dans le temps. Le nombre de Reynolds étant de l'ordre de 500 000 dans un REP. Les forts gradients de pression observés en REP, nous permettent de négliger l'énergie cinétique turbulente. Les hypothèses sont récapitulées ci-dessous :

H1 Le fluide est visqueux incompressible Newtonien.

H2 Les effets de la gravité sont négligés.

H3 La section d'un crayon ne se déforme pas.

H4 La distance entre deux crayons reste constante.

H5 L'énergie cinétique turbulente, est négligeable devant le gradient de la pression.

### III.4.2 Modélisation du fluide équivalent

Dans cette partie nous établissons les équations d'un fluide équivalent. Les équations du fluide écrites avec une formulation ALE sont moyennées sur un volume de contrôle, l'effet des turbulences des petites échelles est modélisé par une viscosité turbulente, et enfin les forces

de couplage fluide/structure sont assimilées aux forces s'exerçant sur un tube soumis à un écoulement axial.

### III.4.2.a Arbitrary Lagrangian Eulerian

En général, les équations d'un fluide sont écrites avec une formulation Eulerienne, le fluide est observé au travers d'une fenêtre fixe. En revanche une structure est souvent décrite par une formulation Lagrangienne, le point d'observation suit la structure dans son mouvement. La description du couplage d'un fluide et d'une structure ne peut se faire que si l'on observe ceux-ci du même point de vue, c'est pourquoi nous écrivons les équations du fluide avec une formulation Arbitraire Lagrangienne Eulerienne (ALE). Le fluide, est alors observé au travers d'une fenêtre, suivant le déplacement de la structure.

Les équations de Navier Stokes d'un fluide incompressible écrites avec une formulation ALE donnent :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \left( \mathbf{V} - \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) \cdot \nabla \mathbf{V} = \text{div} \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{III.10})$$

$$\text{div} \mathbf{V} = 0, \quad (\text{III.11})$$

où  $\hat{\mathbf{U}}$  est un champ vectoriel défini dans tout l'espace et coïncidant avec le déplacement de la structure sur le domaine structure,  $\mathbf{V}$  est la vitesse du fluide, et  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy. Comme le fluide est supposé Newtonien (H1) :

$$\boldsymbol{\sigma} = -P \mathbf{I}_d + \mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T), \quad (\text{III.12})$$

où  $P$  est la pression,  $\mu$  est la viscosité, et  $\mathbf{I}_d$  est la matrice identité.

### III.4.2.b Moyenne spatiale

Delhaye et al. (1981) et Banerjee et Chan (1980) ont établi les équations moyennées instantanées d'un fluide di-phasique ; Robbe et Bliar (2002) ont adapté cette méthode à un fluide s'écoulant au travers d'un réseau de tubes. Nous utilisons cette même méthode, à ceci près que nous introduisons une expression de force de la structure différente.

Considérons un volume de contrôle  $\Omega_t(x, y, z)$  (Fig. III.4) centré sur le point  $M(x, y, z)$  ayant pour volume  $V_{\Omega_t}(x, y, z) = a \times a \times dx$ , où  $a$  est la distance séparant les centres de deux crayons, et  $dx$  est l'épaisseur dans la direction axiale, avec  $dx \ll a$ .

$$\Omega_t(x, y, z) = \Omega_f(x, y, z) \cup \Omega_s(x, y, z), \quad V_{\Omega_t}(x, y, z) = V_{\Omega_f}(x, y, z) + V_{\Omega_s}(x, y, z), \quad (\text{III.13})$$

où  $\Omega_f(x, y, z)$  (respectivement  $\Omega_s(x, y, z)$ ) est le domaine fluide (respectivement structure) et  $V_{\Omega_f}(x, y, z)$  (respectivement  $V_{\Omega_s}(x, y, z)$ ) son volume. La frontière de  $\Omega_f(x, y, z)$  sera notée  $\partial \Omega_f(x, y, z)$ . On définit ainsi un volume de contrôle repéré par les coordonnées de la position de son centre. Compte tenu des hypothèses H3 et H4, la fraction du fluide dans le volume de contrôle, ne dépend pas de la position de ce dernier,

$$V_{\Omega_t}(x, y, z) = V_{\Omega_t}, \quad V_{\Omega_f}(x, y, z) = V_{\Omega_f}, \quad V_{\Omega_s}(x, y, z) = V_{\Omega_s}. \quad (\text{III.14})$$

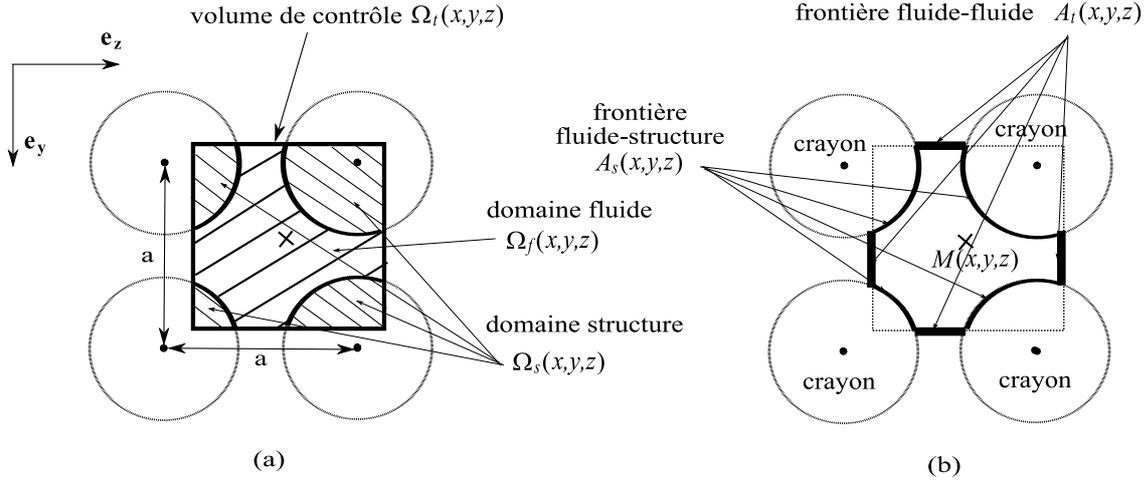


FIG. III.4 – Volume de contrôle pour la moyenne spatiale

L'intégration des équations de Navier Stokes (III.10) and (III.11) sur le volume de contrôle donne :

$$\rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \left( \mathbf{V} - \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) \cdot \nabla \mathbf{V} \right) d\Omega = \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \text{div} \boldsymbol{\sigma} d\Omega, \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \text{div} \mathbf{V} d\Omega = 0. \quad (\text{III.16})$$

D'après le théorème de Leibniz et Gauss, l'intégrale sur le volume de contrôle du terme de gauche dans (III.15) peut être transformée :

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \left( \mathbf{V} - \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) \cdot \nabla \mathbf{V} \right) d\Omega &= \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega - \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_t(x,y,z)} \mathbf{V} \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{A}_t} dS \\ &\quad - \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{V} \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{A}_s} dS - \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V} d\Omega \\ &\quad + \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \text{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} d\Omega - \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{V} \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} dS, \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

et le terme de droite dans (III.15) devient :

$$\frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \text{div} \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \frac{1}{V_{\Omega_t}} \text{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} dS, \quad (\text{III.18})$$

où  $A_t(x,y,z)$  est la surface du volume de contrôle,  $\mathbf{V}_{\mathbf{A}_t}$  est la vitesse de cette surface,  $A_s(x,y,z)$  est la surface de frontière fluide-structure, et  $\mathbf{V}_{\mathbf{A}_s}$  est la vitesse de cette surface (Fig. III.4).

Le fluide étant visqueux, la vitesse du fluide est la même que celle de la structure sur la surface de frontière, et est donc constante sur  $A_s(x,y,z)$ ,  $\mathbf{V} = \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t}$ , de plus la surface  $A_s(x,y,z)$  correspond à un cylindre coupé en quatre, ceci nous permet d'explicitier le dernier terme du membre de droite de (III.17) :

$$\int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{V} \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} d\Omega = 0. \quad (\text{III.19})$$

Le volume de contrôle suit la structure, les vitesses des frontières  $\mathbf{V}_{\mathbf{A}_t}$  et  $\mathbf{V}_{\mathbf{A}_s}$  sont donc égales à celle de la structure, on peut alors rassembler les deuxième et troisième termes, du membre de droite de (III.17) :

$$-\int_{A_t(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{A}_t} dS - \int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{A}_s} dS = -\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS, \quad (\text{III.20})$$

en remarquant que  $\partial\Omega_f(x,y,z) = A_t(x,y,z) \cup A_s(x,y,z)$ . On décompose le produit scalaire à l'aide du produit vectoriel :

$$-\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS = -\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS + \int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} \left( \mathbf{V} \wedge \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) \wedge \mathbf{n} dS. \quad (\text{III.21})$$

La vitesse de la structure étant constante on peut la sortir de l'intégrale du premier terme du membre de droite de (III.21), on reconnaît alors la condition d'incompressibilité :

$$\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS = \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) dS = \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \text{div} \mathbf{V} d\Omega = 0. \quad (\text{III.22})$$

On injecte (III.22) dans (III.21), on applique la formule du rotationnel au second terme du membre de droite de (III.21), on développe le rotationnel du produit vectoriel, et enfin on remarque que les divergences sont nulles, compte tenu de l'incompressibilité du problème :

$$-\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS = -\int_{\Omega_f(x,y,z)} \text{rot} \left( \mathbf{V} \wedge \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right) d\Omega, \quad (\text{III.23})$$

$$= -\int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( \mathbf{V} \text{div} \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \text{div} \mathbf{V} \right) d\Omega - \int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( (\mathbf{V} \cdot \nabla) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} \right) d\Omega, \quad (\text{III.24})$$

$$= \int_{\Omega_f(x,y,z)} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} d\Omega. \quad (\text{III.25})$$

A l'aide de la formule de Gauss, on transforme le premier terme du membre de droite de (III.25) :

$$\int_{\Omega_f(x,y,z)} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} d\Omega = \left( \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \cdot \nabla \right) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (\text{III.26})$$

et le second,

$$-\int_{\Omega_f(x,y,z)} \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} d\Omega = -\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega - \int_{A_s(x,y,z)} \mathbf{V} \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (\text{III.27})$$

Etant donné que la vitesse du fluide est égale à celle de la structure, qui est elle-même constante, sur la frontière  $A_s(x,y,z)$ , le second terme du membre de gauche de (III.26) et (III.27) est nul. On injecte (III.27) et (III.26) dans (III.25) :

$$-\int_{\partial\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{Vn} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} dS = \left( \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \cdot \nabla \right) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} - \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega. \quad (\text{III.28})$$

On injecte (III.19), (III.27) et (III.28) dans (III.17) qu'on réinjecte avec (III.18) dans (III.15) :

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega + \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} d\Omega &= 2\rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \\ &- \left( \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \cdot \nabla \right) \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} n dS, \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

$$\frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega = 0. \quad (\text{III.30})$$

Nous souhaitons établir les équations gouvernant  $\frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega$ , il nous faut donc expliciter les termes  $\rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} d\Omega$  et  $\frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} n dS$  en fonction des seules inconnues les valeurs moyennées des variables fluide. Le premier est le terme de convection, et sera traité avec un modèle de turbulence, et le second correspond aux efforts de la structure, et sera identifié aux forces s'exerçant sur un tube.

### III.4.2.c Modélisation de la turbulence

Il existe deux grandes familles de modélisation de la turbulence : soit en considérant les fluctuations temporelles, ce qui mène aux modèles RANS, soit en considérant les fluctuations spatiales, ce qui mène aux modèles LES (voire Barsamania and Hassan 1997, Hinze 1975, Lessieur 1993, and Scheistel 1998). Puisque notre théorie est basée sur une moyenne spatiale nous utilisons logiquement un modèle de turbulence par fluctuations spatiales. La vitesse est alors décomposée en une moyenne et une fluctuation  $\mathbf{V}'$  :

$$\mathbf{V} = \frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega + \mathbf{V}'. \quad (\text{III.31})$$

En utilisant le fait que la moyenne du terme fluctuant est nulle, on peut substituer la vitesse dans le terme de convection :

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} d\Omega &= \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \left( \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \otimes \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \right) \\ &+ \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V}' \otimes \mathbf{V}' d\Omega. \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

On reconnaît le tenseur de Reynolds  $\boldsymbol{\sigma}_{Re}$  qui correspond aux effets de la turbulence dans le volume de contrôle :

$$\boldsymbol{\sigma}_{Re} = \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V}' \otimes \mathbf{V}' d\Omega. \quad (\text{III.33})$$

Smagorinsky (1963) introduit un modèle de viscosité turbulente, défini par la relation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}_{Re} = -\frac{2}{3} \rho k_T I_d + \mu_T \left( \nabla \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega + \left( \nabla \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \right)^T \right), \quad (\text{III.34})$$

où  $\mu_T$  est la viscosité turbulente, et  $k_T$  est l'énergie cinétique turbulente (égale à l'énergie cinétique des fluctuations). Le modèle de Smagorinsky est largement utilisé dans les modèles

de turbulence, il existe de nombreux modèles donnant l'expression de  $\mu_T$ , l'écoulement dans un REP étant quasiment homogène nous choisissons un  $\mu_T$  invariable dans le temps et l'espace. On néglige l'énergie cinétique turbulente et on injecte (III.34) dans (III.33) et (III.33) dans (III.32) (voir Robbe et Bliard 2001) :

$$\begin{aligned} \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} d\Omega &= \rho \frac{1}{V_{\Omega_t}} \operatorname{div} \left( \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \otimes \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega \right) \\ &+ \mu_T \Delta \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega. \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

#### III.4.2.d Fluide équivalent

On peut finalement établir les équations gouvernant  $\frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega$  en considérant les variables équivalentes :

$$\mathbf{V}_{eq} = \frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega, \quad (\text{III.36})$$

$$P_{eq} = \phi \frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f(x,y,z)} P d\Omega. \quad (\text{III.37})$$

On injecte (III.12) et (III.35) dans (III.29) :

$$\begin{aligned} \rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} + \rho_{eq} \operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} &= - \nabla P_{eq} + \mu_{Teq} \Delta \mathbf{V}_{eq} + 2\rho_{eq} \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V}_{eq} \\ &- \rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}, \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} = 0, \quad (\text{III.39})$$

où  $\rho_{eq} = \phi \rho$ ,  $\mu_{Teq} = \phi(\mu_T + \mu)$ , avec  $\phi = \frac{V_{\Omega_f}}{V_{\Omega_t}}$  étant la porosité, et

$$\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} = \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma} n dS. \quad (\text{III.40})$$

On reconnaît dans la première ligne de (III.38) et (III.39), les équations classiques d'un fluide newtonien incompressible de densité  $\rho_{eq}$ , et de viscosité  $\mu_{Teq}$  écrites avec une formulation ALE. Ces équations contiennent deux nouveaux termes. Le premier  $\rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t}$  est le résultat de la moyenne spatiale de la formulation ALE. Le second terme  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$  représente les forces de la structure sur le fluide (Fig. III.2). Finalement le fluide équivalent peut être considéré comme une substance occupant le domaine  $\Omega_c$  gouvernée par (III.38) et (III.39).

### III.4.3 Modèle de structure équivalente

Dans cette partie on définit une structure poreuse équivalente. Chaque assemblage combustible poreux est modélisé par une poutre de type Timoshenko, avec un comportement visco-élastique non linéaire.

### III.4.3.a Moyenne spatiale

Comme nous l'avons fait pour les équations du fluide, on effectue la moyenne des équations fondamentales de la structure, sur le volume de contrôle (Fig III.4) :

$$\rho_s \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} d\Omega = \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \text{div} \boldsymbol{\sigma}_s d\Omega, \quad (\text{III.41})$$

où,  $\rho_s$  est la masse volumique de la structure, et  $\boldsymbol{\sigma}_s$  le tenseur des contraintes de Cauchy.

D'après le théorème de Leibniz et Gauss, H3 et H4, (III.41) devient :

$$(1 - \phi) \rho_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{1}{V_{\Omega_s}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \mathbf{U} d\Omega \right) = (1 - \phi) \text{div} \left( \frac{1}{V_{\Omega_s}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma}_s d\Omega \right) + \frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma}_s \mathbf{n} dS. \quad (\text{III.42})$$

On définit une structure équivalente comme on a fait pour le fluide :

$$\mathbf{U}_{\text{eq}} = \frac{1}{V_{\Omega_s}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \mathbf{U} d\Omega, \quad (\text{III.43})$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{seq}} = (1 - \phi) \frac{1}{V_{\Omega_s}} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma}_s d\Omega. \quad (\text{III.44})$$

Cette structure équivalente est définie sur tout le domaine spatial, et son déplacement est gouverné par l'équation :

$$\rho_{\text{seq}} \frac{\partial^2 \mathbf{U}_{\text{eq}}}{\partial t^2} = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_{\text{seq}} + \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}, \quad (\text{III.45})$$

où  $\rho_{\text{seq}} = (1 - \phi) \rho_s$ , et

$$\frac{1}{V_{\Omega_t}} \int_{A_s(x,y,z)} \boldsymbol{\sigma}_s \mathbf{n} dS = \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}. \quad (\text{III.46})$$

On reconnaît dans (III.45) l'équation de la dynamique d'une structure de densité  $\rho_{\text{seq}}$  écrite sur la configuration déformée, et soumise à une force volumique  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}$  représentant les forces du fluide sur la structure.

Le transport de (III.45) sur la configuration non déformée donne (voir Holzapfel 2000) :

$$\rho_{\text{seq}} \frac{\partial^2 \mathbf{U}_{\text{eq}}}{\partial t^2} = \text{div} ((\mathbf{I}_d + \nabla \mathbf{U}_{\text{eq}}) \mathbf{S}_{\text{seq}}) + J \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}, \quad (\text{III.47})$$

où  $\mathbf{S}_{\text{seq}}$  est le second tenseur de Piola-Kirchhoff, et  $J$  est le ratio des volumes entre la configuration courante et la configuration de référence. Sous les hypothèses H3 et H4 le volume reste constant ( $J = 1$  et ne dépend ni du temps ni de la position) l'expression des forces volumiques est la même sur la configuration courante et la configuration de référence. Finalement une structure équivalente, pour chaque assemblage combustible, peut être considérée comme une substance occupant le domaine  $\Omega_{FA_i}$  gouvernée par (III.47), (Fig. III.5 (b)). On remarquera que chaque assemblage combustible a son propre déplacement, le champ de déplacement défini sur tout le domaine  $\Omega_c$  est donc continu par morceaux, les discontinuités étant localisées aux frontières  $\partial\Omega_{FA_i}$ .

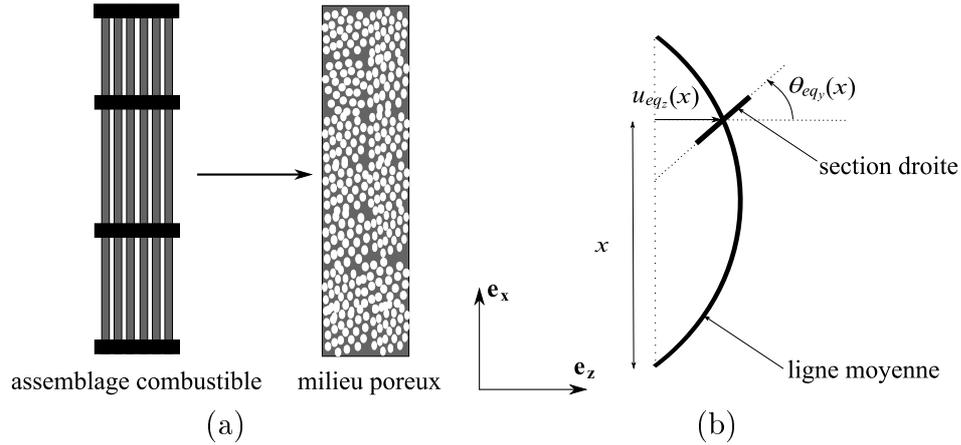


FIG. III.5 – (a) Modélisation d'un assemblage combustible par un milieu poreux; (b) Cinématique d'une poutre de Timoshenko

### III.4.3.b Cinématique d'un assemblage combustible

Compte tenu des dimensions élancées d'un assemblage combustible, nous utilisons un modèle poutre pour en décrire la cinématique, mais la rigidité en cisaillement étant faible l'hypothèse d'Euler-Bernoulli n'est plus vérifiée, c'est pourquoi nous utilisons un modèle poutre de type Timoshenko. La cinématique d'une poutre de Timoshenko est définie par le déplacement de la ligne moyenne  $\mathbf{u}$ , et par la rotation de la section droite  $\boldsymbol{\theta}$  (Fig. III.5 (b)).

On considère seulement la flexion des assemblages combustibles, on suppose la torsion nulle, on écrit donc :

$$\mathbf{u}_{eq} = u_{eq_x} \mathbf{e}_x + u_{eq_y} \mathbf{e}_y + u_{eq_z} \mathbf{e}_z, \quad (\text{III.48})$$

$$\boldsymbol{\theta}_{eq} = \theta_{eq_y} \mathbf{e}_y + \theta_{eq_z} \mathbf{e}_z. \quad (\text{III.49})$$

On peut à partir des grandeurs cinématiques de la poutre, exprimer le déplacement en tout point de l'assemblage combustible  $\mathbf{U}_{eq}(x, y, z)$  :

$$\mathbf{U}_{eq}(x, y, z) = \mathbf{u}_{eq}(x) + \boldsymbol{\theta}_{eq}(x) \wedge (y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z). \quad (\text{III.50})$$

### III.4.3.c Réduction des équations au modèle poutre

Dans cette partie nous établissons les équations de la dynamique, réduites aux inconnues du modèle poutre d'un assemblage combustible, à partir des équations 3D.

Nous appliquons le principe des travaux virtuels à un assemblage combustible, pour tout champ  $\delta\mathbf{U}$  cinématiquement admissible :

$$\delta W_{ine} = \delta W_{int} + \delta W_{ext}, \quad (\text{III.51})$$

avec,

$$\delta W_{ine} = \int_{\Omega_{FA}} \frac{\partial^2 \mathbf{U}_{eq}}{\partial t^2} \delta \mathbf{U} d\Omega, \quad (\text{III.52})$$

$$\delta W_{int} = - \int_{\Omega_{FA}} \mathbf{S}_{seq} : \mathbf{E}(\delta \mathbf{U}) d\Omega, \quad (\text{III.53})$$

$$\delta W_{ext} = \int_{\Omega_{FA}} \mathbf{F}_{fluide \rightarrow structure} \delta \mathbf{U} d\Omega + \mathbf{F}_{impact} \delta \mathbf{U}, \quad (\text{III.54})$$

où  $\delta W_{ini}$  représente le travail virtuel d'inertie,  $\delta W_{int}$  représente le travail virtuel des forces intérieures,  $\delta W_{ext}$  représente le travail virtuel des forces extérieures ; on introduit ici le terme  $\mathbf{F}_{impact}$  qui représente la force d'impact due au contact avec un assemblage combustible voisin. On supposera que cette force est ponctuelle, localisée aux centres des grilles et dans le plan  $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ , son expression sera donnée plus tard dans le texte. On notera que  $\mathbf{F}_{impact}$  est un champ vectoriel 3D discontinu.

$\mathbf{E}$  est le tenseur des déformations de Green-Lagrange et s'exprime en fonction du gradient du déplacement :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left( \nabla \mathbf{U}_{eq} + \nabla \mathbf{U}_{eq}^T + \nabla \mathbf{U}_{eq} \cdot \nabla \mathbf{U}_{eq}^T \right). \quad (\text{III.55})$$

Compte tenu de la cinématique de la poutre (III.50) :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} u_{eqx,x} + \theta_{eqy,x} \cdot z - \theta_{eqz,x} \cdot y & \frac{1}{2}(u_{eqy,x} - \theta_{eqz}) & \frac{1}{2}(u_{eqz,x} + \theta_{eqy}) \\ \frac{1}{2}(u_{eqy,x} - \theta_{eqz}) & * & * \\ \frac{1}{2}(u_{eqz,x} + \theta_{eqy}) & * & * \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} f_{u\theta}^2 + u_{eqy,x}^2 + u_{eqz,x}^2 & -\theta_{eqz} f_{u\theta} & \theta_{eqy} f_{u\theta} \\ -\theta_{eqz} f_{u\theta} & * & * \\ \theta_{eqy} f_{u\theta} & * & * \end{pmatrix}, \quad (\text{III.56})$$

avec

$$f_{u\theta} = u_{eqx,x} + \theta_{eqy,x} \cdot z - \theta_{eqz,x} \cdot y, \quad (\text{III.57})$$

où la notation  $_{,x}$  (respectivement  $_{,y}$ ,  $_{,z}$ ) réfère à la dérivée par rapport à  $x$  (respectivement  $y$ ,  $z$ ). La cinématique de la poutre ne nous permet pas de déterminer les déformations notées  $*$ . On se place sous l'hypothèse des rotations modérées, et on néglige les termes d'ordre supérieur :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} u_{eqx,x} + \theta_{eqy,x} \cdot z - \theta_{eqz,x} \cdot y + \frac{1}{2}u_{eqy,x}^2 + \frac{1}{2}u_{eqz,x}^2 & \frac{1}{2}(u_{eqy,x} - \theta_{eqz}) & \frac{1}{2}(u_{eqz,x} + \theta_{eqy}) \\ \frac{1}{2}(u_{eqy,x} - \theta_{eqz}) & * & * \\ \frac{1}{2}(u_{eqz,x} + \theta_{eqy}) & * & * \end{pmatrix}. \quad (\text{III.58})$$

L'hypothèse poutre, selon laquelle la section droite ne se déforme pas, nous mène à négliger le travail virtuel des forces intérieures, relatif à cette déformation :

$$\delta W_{int} = - \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} (S_{seqxx} \delta E_{xx} + 2S_{seqxy} \delta E_{xy} + 2S_{seqxz} \delta E_{xz}) dS dx, \quad (\text{III.59})$$

où  $S_{FA}$  est la surface de la section droite de la poutre. On injecte (III.58) dans (III.59) :

$$\delta W_{int} = - \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} (S_{seqxx} (\delta u_{eqx,x} + \delta \theta_{eqy,x} \cdot z - \delta \theta_{eqz,x} \cdot y + u_{eqy,x} \delta u_{eqy,x} + u_{eqz,x} \delta u_{eqz,x})) dS dx - \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} (S_{seqxy} (\delta u_{eqy,x} - \delta \theta_{eqz}) + S_{seqxz} (\delta u_{eqz,x} + \delta \theta_{eqy})) dS dx. \quad (\text{III.60})$$

On remplace dans (III.60) les intégrales sur la section par l'effort normal  $T = \int_{S_{FA}} S_{seqxx} dS$ , les efforts tranchants  $Q_y = \int_{S_{FA}} S_{seqxy} dS$  et  $Q_z = \int_{S_{FA}} S_{seqxz} dS$ , et les moments flechissants  $M_y = \int_{S_{FA}} z S_{seqxx} dS$  et  $M_z = \int_{S_{FA}} y S_{seqxx} dS$  :

$$\delta W_{int} = - \int_{L_{FA}} (T (\delta u_{eqx,x} + u_{eqy,x} \delta u_{eqy,x} + u_{eqz,x} \delta u_{eqz,x}) + M_y \delta \theta_{eqy,x} - M_z \delta \theta_{eqz,x}) dx - \int_{L_{FA}} (Q_y (\delta u_{eqy,x} - \delta \theta_{eqz}) + Q_z (\delta u_{eqz,x} + \delta \theta_{eqy})) dx. \quad (\text{III.61})$$

On réalise une intégration par parties, en intégrant les termes à dérivées spatiales :

$$\begin{aligned} \delta W_{int} = & + \int_{L_{FA}} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \delta u_{eqx} + \left( \frac{\partial Q_y}{\partial x} + \frac{\partial T u_{eqy,x}}{\partial x} \right) \delta u_{eqy} + \left( \frac{\partial Q_z}{\partial x} + \frac{\partial T u_{eqz,x}}{\partial x} \right) \delta u_{eqz} \right) dx \\ & + \int_{L_{FA}} \left( \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} + Q_z \right) \delta \theta_{eqy} + \left( \frac{\partial M_z}{\partial x} - Q_y \right) \delta \theta_{eqz} \right) dx \\ & - [\delta u_{eqy} (Q_y + T u_{eqy,x}) + \delta u_{eqz} (Q_z + T u_{eqz,x}) + \delta u_{eqx} T + \delta \theta_{eqy} M_y + \delta \theta_{eqz} M_z]_0^{L_{FA}}. \end{aligned} \quad (III.62)$$

Le champ virtuel étant cinématiquement admissible (III.62) devient :

$$\begin{aligned} \delta W_{int} = & \int_{L_{FA}} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \delta u_{eqx} + \left( \frac{\partial Q_y}{\partial x} + \frac{\partial T u_{eqy,x}}{\partial x} \right) \delta u_{eqy} + \left( \frac{\partial Q_z}{\partial x} + \frac{\partial T u_{eqz,x}}{\partial x} \right) \delta u_{eqz} \right) dx \\ & + \int_{L_{FA}} \left( \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} + Q_z \right) \delta \theta_{eqy} + \left( \frac{\partial M_z}{\partial x} - Q_y \right) \delta \theta_{eqz} \right) dx. \end{aligned} \quad (III.63)$$

Compte tenu de la cinématique de la poutre (III.50), le travail virtuel d'inertie s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta W_{ine} = & \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} \left( \left( \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} + z \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t^2} + y \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t^2} \right) (\delta u_{eqx} + z \delta \theta_{eqy} + y \delta \theta_{eqz}) \right) dS dx \\ & + \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} \left( \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_{eqy} + \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_{eqz} \right) dS dx. \end{aligned} \quad (III.64)$$

Le développement de (III.64) donne :

$$\begin{aligned} \delta W_{ine} = & \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} \left( \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} \delta u_{eqx} + \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_{eqy} + \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_{eqz} \right) dS dx \\ & + \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} \left( z^2 \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqy} + y^2 \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqz} \right) dS dx \\ & + \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} \left( z \left( \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqy} + \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_{eqx} \right) + y \left( \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqz} + \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_{eqx} \right) \right) dS dx \\ & + \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \rho_{seq} y z \left( \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqz} + \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqy} \right) dS dx. \end{aligned} \quad (III.65)$$

On introduit la masse linéique  $m_{FA} = \int_{S_{FA}} \rho_{seq} dS$  et le moment d'inertie linéique  $I_{FA} = \int_{S_{FA}} y^2 \rho_{seq} dS$  (et par symétrie  $I_{FA} = \int_{S_{FA}} z^2 \rho_{seq} dS$ ) de la poutre, on remplace dans (III.65), et on remarque que les termes ayant  $y$ ,  $z$  ou  $yz$  en facteur s'annulent compte tenu de la symétrie de la section, ce qui donne finalement :

$$\begin{aligned} \delta W_{ine} = & \int_{L_{FA}} m_{FA} \left( \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} \delta u_{eqx} + \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_{eqy} + \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_{eqz} \right) dx \\ & + \int_{L_{FA}} m_{FA} I_{FA} \left( \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqy} + \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t^2} \delta \theta_{eqz} \right) dx. \end{aligned} \quad (III.66)$$

Compte tenu de la cinématique de la poutre (III.50), le travail virtuel des forces extérieures s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} = & \int_{L_{FA}} \int_{S_{FA}} \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}} (\delta \mathbf{u}_{eq} + \delta \theta_{eq} \wedge (y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z)) dS dx \\ & + \mathbf{F}_{\text{impact}} (\delta \mathbf{u}_{eq} + \delta \theta_{eq} \wedge (y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z)), \end{aligned} \quad (III.67)$$

ce qui donne,

$$\delta W_{ext} = \int_{L_{FA}} \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} \delta \mathbf{u}_{eq} dx + \int_{L_{FA}} \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} \delta \theta_{eq} dx + F_{impact_y} \delta u_{eq_y} + F_{impact_z} \delta u_{eq_z}, \quad (\text{III.68})$$

avec,

$$\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} = \int_{S_{FA}} \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}} dS, \quad (\text{III.69})$$

$$\mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} = \int_{S_{FA}} (y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z) \wedge \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}} dS. \quad (\text{III.70})$$

$\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}}$  et  $\mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}}$  représentent la force et le moment linéique des actions du fluide sur la structure. La notation  $_x$  (respectivement  $_y, _z$ ) fait référence à la composante suivant la direction  $\mathbf{e}_x$  (respectivement  $\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ ).

On remplace (III.63), (III.66) et (III.68) dans (III.51) :

$$\begin{aligned} & \int_{L_{FA}} \left( m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_x}}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial x} - F_{fluide \rightarrow FA_x} \right) \delta u_{eq_x} dx \\ & + \int_{L_{FA}} \left( m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_y}}{\partial t^2} - \frac{\partial Q_y}{\partial x} - \frac{\partial T u_{eq_{y,x}}}{\partial x} - F_{fluide \rightarrow FA_y} - \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_y} \right) \delta u_{eq_y} dx \\ & + \int_{L_{FA}} \left( m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_z}}{\partial t^2} - \frac{\partial Q_z}{\partial x} - \frac{\partial T u_{eq_{z,x}}}{\partial x} - F_{fluide \rightarrow FA_z} - \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_z} \right) \delta u_{eq_z} dx \\ & \quad + \int_{L_{FA}} \left( I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq_y}}{\partial t^2} - \frac{\partial M_y}{\partial x} - Q_z - M_{fluide \rightarrow FA_y} \right) \delta \theta_{eq_y} dx \\ & \quad + \int_{L_{FA}} \left( I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq_z}}{\partial t^2} - \frac{\partial M_z}{\partial x} + Q_y - M_{fluide \rightarrow FA_z} \right) \delta \theta_{eq_z} dx = 0. \end{aligned} \quad (\text{III.71})$$

L'équation (III.71) étant vraie pour tout champ  $\delta \mathbf{U}$  cinématiquement admissible, on obtient les équations locales de la dynamique :

$$m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_x}}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x} + F_{fluide \rightarrow FA_x}, \quad (\text{III.72})$$

$$m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_y}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial x} \right) + F_{fluide \rightarrow FA_y} - \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_y}, \quad (\text{III.73})$$

$$m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eq_z}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial x} \right) + F_{fluide \rightarrow FA_z} - \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_z}, \quad (\text{III.74})$$

$$I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{Q} + \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}}, \quad (\text{III.75})$$

où  $\mathbf{Q} = Q_y \mathbf{e}_y + Q_z \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{M} = M_y \mathbf{e}_y + M_z \mathbf{e}_z$ .

#### III.4.3.d Comportement d'un assemblage combustible

Les liaisons grilles-crayons donnent lieu à des phénomènes complexes de contacts et de frictions, il devient alors difficile de dégager des comportements globaux à partir d'un modèle local de friction, c'est pourquoi nous proposons un modèle empirique global visco-élastique non linéaire pour le comportement d'un assemblage combustible. Pisapia et al. (2003, 2004) ont montré qu'une rigidité et un amortissement quadratique donnent des résultats en accord

avec l'expérience, nous choisissons donc une loi quadratique pour la rigidité, mais un amortissement linéaire compte tenu de la prédominance de l'amortissement fluide devant l'amortissement structure. En effet une erreur sur l'amortissement structure aura peu de conséquences tandis qu'un amortissement quadratique alourdirait de façon conséquente la résolution numérique :

$$\begin{aligned} Q_{eqy} &= G_1 S_{FA} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) + G_2 S_{FA} \left| \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right| \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) \\ &+ \mu_G S_{FA} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

$$\begin{aligned} Q_{eqz} &= G_1 S_{FA} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right) + G_2 S_{FA} \left| \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right| \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right) \\ &+ \mu_G S_{FA} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

$$M_{eqy} = E_1 I \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} + E_2 I \left| \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} \right| \left( \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} \right) + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t \partial x}, \quad (\text{III.78})$$

$$M_{eqz} = E_1 I \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} + E_2 I \left| \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} \right| \left( \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} \right) + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t \partial x}, \quad (\text{III.79})$$

où  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  sont les coefficients de rigidité,  $\mu_G$ ,  $\mu_E$  sont les coefficients d'amortissements structure, et  $I$  est le moment quadratique.

### III.4.3.e Modèle d'impact

Le modèle d'impact retenu, n'est pas basé sur la continuité des déplacements entre deux assemblages combustibles en contact, avec prise en compte de la force d'impact comme inconnue supplémentaire. Le choix de ne pas retenir ce type de modèle, est motivé par le fait que les raideurs équivalentes proposées ici, de l'assemblage combustible, ne tiennent compte que de la flexion de ce dernier, et non de la raideur transverse de l'assemblage essentiellement assurée par les grilles. Ainsi pour tenir compte de la raideur des grilles, on choisit un modèle d'impact linéaire non amorti avec des parois rigides (Fig. III.6). Pour modéliser un impact localisé au niveau des grilles, les forces d'impact ponctuelles sont localisées aux centres des grilles. On peut exprimer la force d'impact entre deux grilles au même niveau de deux assemblages combustibles adjacents :

$$\mathbf{F}_{\text{impact}} = \begin{cases} \frac{k_{\text{impact}}}{2} \left( u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - g \right) \mathbf{e}_z & \text{si } u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - g < 0 \\ 0 & \text{si } u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - g > 0 \end{cases}, \quad (\text{III.80})$$

où  $g$  est l'écart entre deux grilles au repos,  $x_{g_i}$  est la coordonnée suivant la direction  $\mathbf{e}_x$  de la  $i^{\text{ème}}$  grille. La force d'impact est supposée élastique linéaire avec une raideur  $k_{\text{impact}}$ , s'il y a contact entre deux grilles et 0 sinon. La force d'impact est aussi supposée être radiale, les frictions grilles-grilles étant négligées. La force d'impact entre un assemblage et une paroi est modélisée de la même façon, à ceci près que les parois sont supposés assez rigides pour ne pas se déformer.

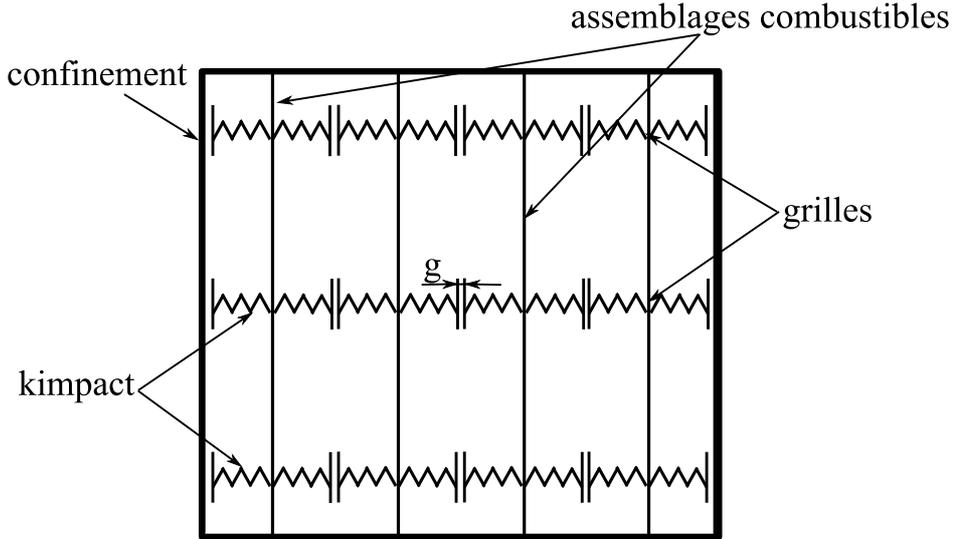


FIG. III.6 – Modèle d'impact pour 4 assemblages combustibles munis de 3 grilles chacun

### III.4.4 Modèle couplé

Nous avons créé un modèle de fluide équivalent (III.38) et (III.39) défini sur  $\Omega_c$ , en utilisant le champ vectoriel  $\hat{\mathbf{U}}$ , et un modèle de structure équivalente (III.45) définie pour chaque assemblage combustible sur  $\Omega_{FA_i}$ . Ainsi en chaque point de  $\Omega_c$ , une variable fluide coexiste avec une variable structure.

#### III.4.4.a Force de couplage fluide structure

Dans le but de coupler les modèles fluide et structure, les équations du modèle fluide équivalent sont écrites avec  $\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{U}_{\text{eq}}$ , et les forces de couplage fluide-structure sont spécifiées comme des fonctions de  $\mathbf{U}_{\text{eq}}$  et  $\mathbf{V}_{\text{eq}}$ .

Darcy et Forcheimer ont proposé des expressions simple de  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$  (voire Costa et al. 2004, Fourar et al. 2004, et Zhang et al. 2003) en supposant les effets d'inertie négligeables et la porosité isotrope, ce qui est tout à fait justifié dans les modélisations de sol par milieux poreux. Dans notre problème ces hypothèses ne sont pas valides, nous utilisons donc les expressions du modèle de Païdoussis modifié, établies au paragraphe III.3.2. Le volume de contrôle ne contenant qu'un crayon, les forces de couplage fluide-structure ramenées au point  $M(x, y, z)$  (Fig. III.7) sont définies à partie de (III.6), (III.7), (III.8) et (III.9) :

$$\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} = -\frac{1}{S}(\mathbf{F}_I + \mathbf{F}_N + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L), \quad (\text{III.81})$$

où  $S = a^2$ .

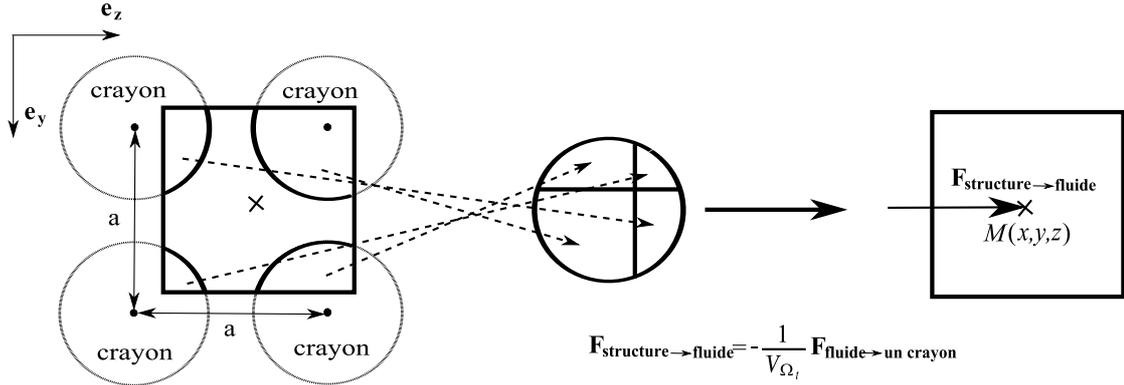


FIG. III.7 – Modélisation de la force de couplage fluide-structure

On remplace (III.50) dans (III.81), on projette sur la base  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  et on néglige les termes d'ordre supérieur, ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} &= \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \mathbf{e}_y \\
 &+ \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho DC_N V_{eqx} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} + V_{eqx} \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \right) + C_D \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \mathbf{e}_y \\
 &+ \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \mathbf{e}_z \\
 &+ \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho DC_N V_{eqx} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} + V_{eqx} \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \right) + C_D \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \mathbf{e}_z \\
 &- \frac{1}{2S} \rho DC_T V_{eqx}^2 \mathbf{e}_x - \frac{1}{2S} \rho DC_T V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \mathbf{e}_y - \frac{1}{2S} \rho DC_T V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \mathbf{e}_z, \quad (\text{III.82})
 \end{aligned}$$

Le modèle est entièrement défini par les valeurs numériques des coefficients  $m_f$ ,  $C$ ,  $C_T$  et  $C_N$  qui dépendent de la géométrie, de la rugosité, et du confinement.

#### III.4.4.b Equations couplées

Dans un premier temps nous explicitons l'effort normal dans la poutre  $T$ . On néglige  $\partial^2 u_{eqx} / \partial t^2$  dans (III.72) ce qui donne :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} F_{Lx} dS = 0, \quad (\text{III.83})$$

où  $F_{Lx}$  dénote la composante de  $\mathbf{F}_L$  suivant la direction  $\mathbf{e}_x$ . En supposant que  $\mathbf{F}_L$  est constant le long de  $\mathbf{e}_x$ , et en intégrant (III.83) on obtient :

$$T = T_0 - x \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} F_{Lx} dS, \quad (\text{III.84})$$

où  $T_0$  est la force de tension-compression au pied de l'assemblage combustible.

On injecte (III.84) et (III.69) dans (III.73) et (III.74) :

$$\begin{aligned}
m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} &= \frac{\partial Q_y}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} (F_{I_y} + F_{N_y} + F_{D_y} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2}) dS \\
&+ \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_y}, \tag{III.85}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} &= \frac{\partial Q_z}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} (F_{I_z} + F_{N_z} + F_{D_z} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2}) dS \\
&+ \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_z}. \tag{III.86}
\end{aligned}$$

On peut alors récapituler les équations du modèle fluide structure : nous devons résoudre les équations couplées sur  $\Omega_c$ ,

$$\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} + \rho_{eq} \operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} = -\nabla P_{eq} + \mu_{Teq} \Delta \mathbf{V}_{eq} + 2\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V}_{eq} - \rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} + \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}, \tag{III.87}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} = 0, \tag{III.88}$$

$$\begin{aligned}
m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} &= \frac{\partial Q_y}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} (F_{I_y} + F_{N_y} + F_{D_y} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2}) dS \\
&+ \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_y}, \tag{III.89}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} &= \frac{\partial Q_z}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \int_{S_{FA}} (F_{I_z} + F_{N_z} + F_{D_z} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2}) dS \\
&+ \frac{1}{L_{FA}} F_{impact_z}, \tag{III.90}
\end{aligned}$$

$$I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{Q} + \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}}, \tag{III.91}$$

$$\text{avec, } \mathbf{u}_{eq} = \sum_{i=1}^{N_{FA}} \mathbf{u}_{eq_i} \mathbb{I}_{\Omega_{FA_i}}, \quad \theta_{eq} = \sum_{i=1}^{N_{FA}} \theta_{eq_i} \mathbb{I}_{\Omega_{FA_i}}, \tag{III.92}$$

où  $\mathbf{V}_{eq}$ ,  $P_{eq}$ ,  $\mathbf{u}_{eq_i}$  et  $\theta_{eq_i}$  sont les inconnues, et  $\mathbb{I}_{\Omega_{FA_i}}$  dénote la fonction indicatrice de  $\Omega_{FA_i}$ .

### III.4.5 Conditions limites

Les assemblages combustibles sont maintenus en pied et en tête par des pions de centrage, les dimensions des pions sont telles qu'on peut considérer que les assemblages combustibles sont encastés aux deux extrémités. Les déplacements et rotations aux extrémités des poutres sont donc imposés nuls. Dans le cas d'une excitation sismique, les rotations aux extrémités sont toujours imposées nulles, mais les déplacements sont égaux au déplacement de la cuve. Pour le fluide, une condition de non pénétration aux parois est imposée. Cette condition limite se justifie par le caractère global du fluide équivalent, en effet imposer une vitesse équivalente nulle sur les parois n'a pas de sens physique, puisque cela signifierait que la moyenne de la vitesse est nulle aux abords de la paroi. Enfin, la vitesse en entrée et en sortie est imposée homogène et orthogonale à la surface. Cette hypothèse est justifiée par les observations expérimentales sur les conditions d'un coeur en fonctionnement.

Les conditions limites sont récapitulées ici :

$$\text{pour chaque assemblage combustible } \mathbf{u}_{\text{eqi}}(0, t) = \mathbf{u}_{\text{imp}}, \quad \mathbf{u}_{\text{eqi}}(L_{FA}, t) = \mathbf{u}_{\text{imp}}, \quad (\text{III.93})$$

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{eqi}}(0, t) = 0, \quad \boldsymbol{\theta}_{\text{eqi}}(L_{cx}, t) = 0, \quad (\text{III.94})$$

$$\forall(y, z), \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(L_{FA}, y, z, t) = V_{bc} \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(0, y, z, t) = V_{bc} \mathbf{e}_x, \quad (\text{III.95})$$

$$\forall(x, z), \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(x, 0, z, t) \cdot \mathbf{e}_y = v_{\text{imp}_y}, \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(x, L_{cy}, z, t) \cdot \mathbf{e}_y = v_{\text{imp}_y}, \quad (\text{III.96})$$

$$\forall(x, y), \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(x, y, 0, t) \cdot \mathbf{e}_z = v_{\text{imp}_z}, \quad \mathbf{V}_{\text{eq}}(x, y, L_{cz}, t) \cdot \mathbf{e}_z = v_{\text{imp}_z}, \quad (\text{III.97})$$

où  $V_{bc}$  est la vitesse d'écoulement imposée,  $\mathbf{u}_{\text{imp}}$  est le déplacement imposé au bâti avec  $\frac{\partial \mathbf{u}_{\text{imp}}}{\partial t} = v_{\text{imp}_y} \mathbf{e}_y + v_{\text{imp}_z} \mathbf{e}_z$ .

### III.4.6 Discussion sur le modèle couplé

Nous avons établi un modèle du comportement global d'un REP pour éviter le nombre important de degrés de liberté nécessaires à une simulation directe du fluide et de la structure. Nous avons transformé un problème fluide-structure, à la géométrie complexe (grand nombre de crayons reliés par de nombreux contacts frottants) en un problème à géométrie simple (les volumes considérés sont des parallélépipèdes). Il devient alors possible de simuler en même temps les dynamiques du fluide et de structure d'un coeur entier. Certaines informations locales sont perdues, comparées à une simulation directe, comme la vibration des crayons dans les grilles, mais l'interaction entre assemblages combustibles via le fluide ou les impacts, est conservée. Par exemple, l'effet d'une stimulation extérieure (comme le crash d'un avion ou un tremblement de terre) sur les forces d'impact peut être simulé.

Le problème physique inclut plusieurs échelles (Fig. III.8) qui ont été prises en compte : le coeur est fait d'assemblages combustibles eux-même constitués de crayons qui correspondent à l'échelle du volume de contrôle, et enfin les petites échelles de la turbulence, sont prises en compte par un modèle de viscosité turbulente.

Le modèle proposé nécessite l'identification de nombreux coefficients : certains sont donnés par les caractéristiques physiques et géométriques du problème ( $m_{FA}$ ,  $I_{FA}$ ,  $S_{FA}$ ,  $I$ ,  $\rho$ ,  $\rho_{eq}$ ,  $\mu_{Teq}$ ,  $L_{FA}$ ,  $D$  et  $S$ ), les autres sont introduits par des modèles empiriques et doivent être identifiés expérimentalement ( $G_1$ ,  $G_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_G$ ,  $\mu_E$ ,  $m_f$ ,  $C_N$ ,  $C_T$  et  $C_D$ ).

Les inconnues du fluide et de la structure équivalents sont définies sur tout le domaine spatial, il n'y a par conséquent aucune zone de fluide pure. Nous avons supposé que la distance entre deux crayons restait constante (H4), ceci n'est cependant pas vrai aux interfaces entre assemblages, donc des zones de fluide pures, apparaissent à ces interfaces, et entre les parois et les assemblages combustibles. La taille des zones de fluide pures change, en même temps que les assemblages combustibles bougent, ceci doit certainement induire des forces fluides supplémentaires agissant sur les assemblages combustibles, et localisées aux interfaces.

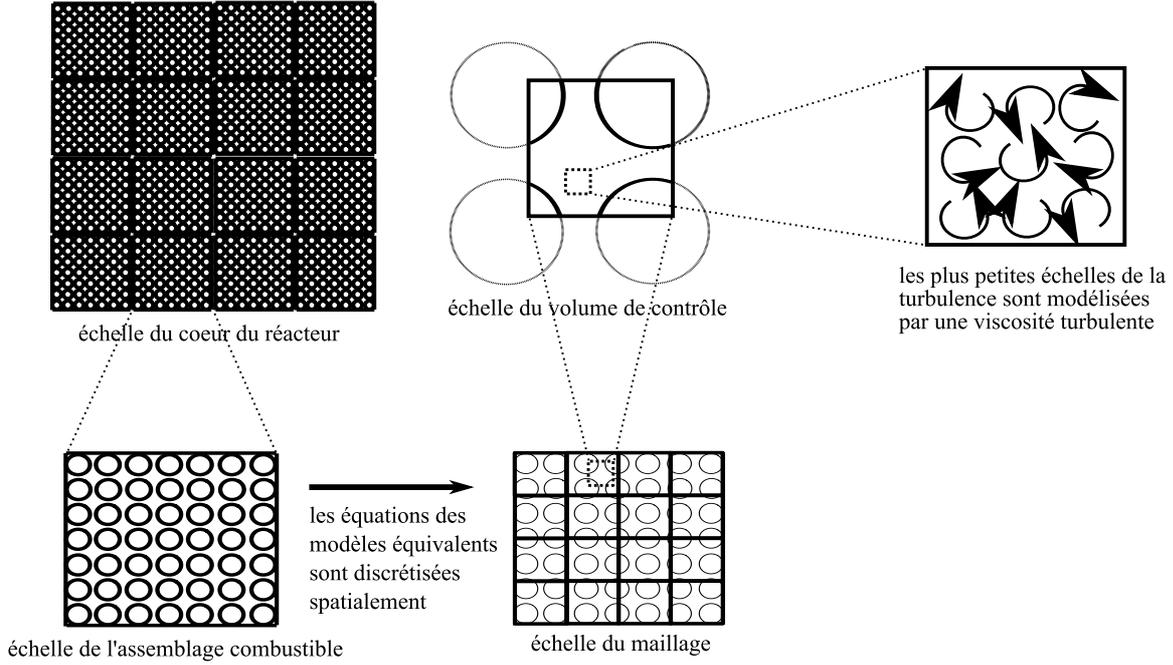


FIG. III.8 – Les echelles du problème

### III.4.7 Formulation variationnelle

La formulation variationnelle des équations (III.87), (III.88), (III.89), (III.90), (III.91) du problème fluide structure donne : trouver  $\mathbf{V}_{eq} \in \mathcal{V}_{CA}$ ,  $P_{eq}$ ,  $\mathbf{u} \in \mathcal{U}_{CA}$  et  $\theta \in \theta_{CA}$ , tels que  $\forall \delta \mathbf{V} \in \mathcal{V}_{CA}$ ,  $\forall \delta P$ ,  $\forall \delta \mathbf{u} \in \mathcal{U}_{CA}$ ,  $\forall \delta \theta \in \theta_{CA}$ ,

$$\begin{aligned}
\int_{L_{FA}} m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_y dx + \int_{L_{FA}} m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_z dx &+ \int_{L_{FA}} I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq}}{\partial t^2} \delta \theta dx = -\frac{1}{2} \int_{L_{FA}} \mathbf{M} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx \\
&- \frac{1}{2} \int_{L_{FA}} Q_y \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_z \right) dx \\
&- \frac{1}{2} \int_{L_{FA}} Q_z \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx \\
&- \int_{L_{FA}} T_0 \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} dx - \int_{L_{FA}} T_0 \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} dx \\
&+ \int_{\Omega_c} \frac{1}{S} (F_{I_y} + F_{N_y} + F_{D_y} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2}) \delta u_y d\Omega \\
&+ \int_{\Omega_c} \frac{1}{S} (F_{I_z} + F_{N_z} + F_{D_z} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2}) \delta u_z d\Omega \\
&+ \int_{L_{FA}} \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} \delta \theta dx \\
&+ F_{impact_y} \delta u_y + F_{impact_z} \delta u_z, \tag{III.98}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_c} \rho_{eq} \left( \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} \right) \delta \mathbf{V} d\Omega &= - \int_{\Omega_c} \nabla P_{eq} \delta \mathbf{V} d\Omega - \int_{\Omega_c} \mu_{Teq} \nabla \mathbf{V}_{eq} \nabla \delta \mathbf{V} d\Omega \\
&+ \int_{\Omega_c} \rho_{eq} \left( 2 \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V}_{eq} - \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \right) \delta \mathbf{V} d\Omega \\
&+ \int_{\Omega_c} \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} \delta \mathbf{V} d\Omega, \tag{III.99}
\end{aligned}$$

$$\int_{\Omega_c} \nabla \mathbf{V}_{eq} \delta P = 0, \tag{III.100}$$

où  $\mathcal{V}_{CA}$  est l'espace des champs vectoriels, satisfaisant les conditions limites de la vitesse fluide,  $\mathcal{U}_{CA}$  est l'espace des champs vectoriels, satisfaisant les conditions limites du déplacement de la structure,  $\theta_{CA}$  est l'espace des champs vectoriels, satisfaisant les conditions limites de la rotation de la structure.

## III.5 Modèle numérique

Dans cette partie, nous proposons un modèle numérique pour la résolution du problème variationnel (III.99), (III.100) et (III.98). La discrétisation spatiale est assurée par la méthode des éléments finis, la discrétisation temporelle est assurée par un schéma d'Uzawa pour le fluide et de Newmark pour la structure.

### III.5.1 Discrétisation spatiale

#### III.5.1.a Eléments

De sorte à éviter un éventuel blocage en cisaillement, on choisit des éléments poutre avec cisaillement, à 3 noeuds d'interpolation, pour le déplacement et la rotation de la structure. Pour le fluide on choisit des éléments  $Q2 - P1$  avec des polynômes d'interpolation de la vitesse d'un degré supérieur à ceux de la pression, dans le but d'éviter un blocage du à la contrainte d'incompressibilité. Pour le modèle 3D, on choisit un élément classique à 27 noeuds pour la vitesse, et 8 noeuds pour la pression (Fig. III.9). Pour le modèle 2D, on choisit un élément classique à 9 noeuds pour la vitesse, et 4 noeuds pour la pression (Fig. III.10).

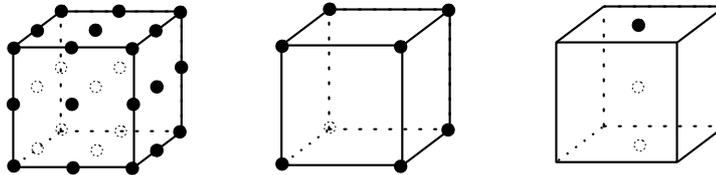


FIG. III.9 – Mailles 3D pour la discrétisation du fluide (gauche), de la pression (milieu) et de la structure (droite)

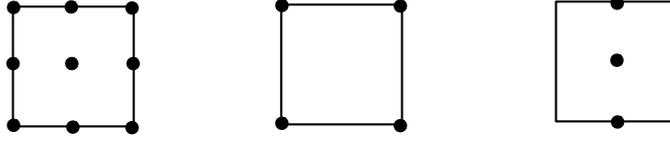


FIG. III.10 – Mailles 2D pour la discrétisation du fluide (gauche), de la pression (milieu) et de la structure (droite)

On approche les inconnues continues par les inconnues discrètes ( $\mathbb{U}_{yi}$ ,  $\mathbb{U}_{zi}$ ,  $\mathbb{O}_{yi}$ ,  $\mathbb{O}_{zi}$ ,  $\mathbb{V}_{xi}$ ,  $\mathbb{V}_{yi}$ ,  $\mathbb{V}_{zi}$  et  $\mathbb{P}_i$ ) multipliées par les fonctions d'interpolation ( $\varphi_{si}(x)$ ,  $\varphi_{fi}(x, y, z)$  et  $\varphi_{pi}(x, y, z)$ ). Pour la structure :

$$u_y(x) = \sum_{i=1}^3 \mathbb{U}_{yi} \varphi_{si}(x), u_z(x) = \sum_{i=1}^3 \mathbb{U}_{zi} \varphi_{si}(x), \quad (\text{III.101})$$

$$\theta_y(x) = \sum_{i=1}^3 \mathbb{O}_{yi} \varphi_{si}(x), \theta_z(x) = \sum_{i=1}^3 \mathbb{O}_{zi} \varphi_{si}(x). \quad (\text{III.102})$$

Et pour le fluide :

$$V_{eqx}(x, y, z) = \sum_{i=1}^n \mathbb{V}_{xi} \varphi_{fi}(x, y, z), \quad (\text{III.103})$$

$$V_{eqy}(x, y, z) = \sum_{i=1}^n \mathbb{V}_{yi} \varphi_{fi}(x, y, z), \quad (\text{III.104})$$

$$V_{eqz}(x, y, z) = \sum_{i=1}^n \mathbb{V}_{zi} \varphi_{fi}(x, y, z), \quad (\text{III.105})$$

$$P_{eq}(x, y, z) = \sum_{i=1}^m \mathbb{P}_i \varphi_{pi}(x, y, z), \quad (\text{III.106})$$

où  $n = 9$  et  $m = 4$  dans le cas 2D, et  $n = 27$  et  $m = 8$  dans le cas 3D. On exprime, les inconnues discrètes et les fonctions d'interpolation, sous la forme de vecteurs :

$$\mathbb{U}_{\mathbf{Ye}} = \begin{pmatrix} \mathbb{U}_{y1} \\ \mathbb{U}_{y2} \\ \mathbb{U}_{y3} \end{pmatrix}, \mathbb{U}_{\mathbf{Ze}} = \begin{pmatrix} \mathbb{U}_{z1} \\ \mathbb{U}_{z2} \\ \mathbb{U}_{z3} \end{pmatrix}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}} = \begin{pmatrix} \mathbb{O}_{y1} \\ \mathbb{O}_{y2} \\ \mathbb{O}_{y3} \end{pmatrix}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}} = \begin{pmatrix} \mathbb{O}_{z1} \\ \mathbb{O}_{z2} \\ \mathbb{O}_{z3} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.107})$$

$$\mathbb{V}_{\mathbf{Xe}} = \begin{pmatrix} \mathbb{V}_{x1} \\ \vdots \\ \mathbb{V}_{xn} \end{pmatrix}, \mathbb{V}_{\mathbf{Ye}} = \begin{pmatrix} \mathbb{V}_{y1} \\ \vdots \\ \mathbb{V}_{yn} \end{pmatrix}, \mathbb{V}_{\mathbf{Ze}} = \begin{pmatrix} \mathbb{V}_{z1} \\ \vdots \\ \mathbb{V}_{zn} \end{pmatrix}, \mathbb{P}_{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{P}_m \end{pmatrix}, \quad (\text{III.108})$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{s1}(x) \\ \varphi_{s2}(x) \\ \varphi_{s3}(x) \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \varphi_{f1}(x, y, z) \\ \vdots \\ \varphi_{fn}(x, y, z) \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{p}}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \varphi_{p1}(x, y, z) \\ \vdots \\ \varphi_{pm}(x, y, z) \end{pmatrix}. \quad (\text{III.109})$$

## III.5.1.b Ecriture des matrices élémentaires structures

On développe ici les expressions matricielles élémentaires de la discrétisation spatiale des équations de la structure. L'intégration des fonctions d'interpolation est faite numériquement par la méthode des points de Gauss. Pour les termes d'inertie :

$$\int_{L_e} m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} \delta u_y dx + \int_{L_e} m_{FA} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} \delta u_z dx = \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{M1}_{se} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}}{dt^2} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{M1}_{se} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Ze}}}{dt^2}, \quad (\text{III.110})$$

$$\int_{L_e} I_{FA} \frac{\partial^2 \theta_{eq}}{\partial t^2} \delta \theta dx = \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{M2}_{se} \frac{d^2 \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}}{dt^2} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{M2}_{se} \frac{d^2 \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}}{dt^2}. \quad (\text{III.111})$$

Pour l'énergie de flexion :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{L_e} \mathbf{M} \frac{\partial \delta \boldsymbol{\theta}}{\partial x} dx &= \frac{1}{2} \int_{L_e} \left[ E_1 I \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} + E_2 I \left| \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} \right| \left( \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} \right) + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t \partial x} \right] \frac{\partial \delta \theta_y}{\partial x} dx \\ &+ \frac{1}{2} \int_{L_e} \left[ E_1 I \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} + E_2 I \left| \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} \right| \left( \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} \right) + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t \partial x} \right] \frac{\partial \delta \theta_z}{\partial x} dx, \end{aligned} \quad (\text{III.112})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{L_e} \mathbf{M} \frac{\partial \delta \boldsymbol{\theta}}{\partial x} dx &= \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{K1}_e (\mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}) \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{K1}_e (\mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}) \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}} \\ &+ \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{C1}_e \frac{d \mathbb{O}_{\mathbf{Ye}}}{dt} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{C1}_e \frac{d \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}}{dt}. \end{aligned} \quad (\text{III.113})$$

Pour l'énergie de cisaillement :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{L_e} Q_y \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_z \right) dx &= \\ \frac{1}{2} \int_{L_e} G_1 S_{FA} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_y \right) dx & \\ + \frac{1}{2} \int_{L_e} G_2 S_{FA} \left| \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right| \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_z \right) dx & \\ + \frac{1}{2} \int_{L_e} \mu_G S_{FA} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_z \right) dx, & \end{aligned} \quad (\text{III.114})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{L_e} Q_z \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx &= \\ \frac{1}{2} \int_{L_e} G_1 S_{FA} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right) \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx & \\ + \frac{1}{2} \int_{L_e} G_2 S_{FA} \left| \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right| \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right) \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx & \\ + \frac{1}{2} \int_{L_e} \mu_G S_{FA} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + \theta_{eqy} \right) \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx, & \end{aligned} \quad (\text{III.115})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{L_e} Q_y \left( \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} - \delta \theta_z \right) dx &= \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{K2}_e (\mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}) \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{K3}_e (\mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}) \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}} \\ &- \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{K4}_e (\mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}) \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{K4}_e (\mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}})^T \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}} \\ &+ \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{C2}_e \frac{d \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}}{dt} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{C3}_e \frac{d \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}}{dt} \\ &- \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}^T \mathbf{C4}_e \frac{d \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}}{dt} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Ye}}^T \mathbf{C4}_e^T \frac{d \mathbb{O}_{\mathbf{Ze}}}{dt}, \end{aligned} \quad (\text{III.116})$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \int_{L_e} Q_z \left( \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} + \delta \theta_y \right) dx &= \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K5}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K6}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e} \\
&+ \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K7}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K7}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e})^T \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e} \\
&+ \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C2}_e \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} + \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C3}_e \frac{d\mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} \\
&+ \delta \mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C4}_e \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C4}_e^T \frac{d\mathbb{O}_{\mathbf{Y}_e}}{dt}. \tag{III.117}
\end{aligned}$$

Pour le terme force d'impact, la matrice de raideur est une matrice diagonale, et présente soit un zéro sur la diagonale s'il n'y a pas impact, soit  $k_{impact}$  si il y contact sur le noeud concerné.

$$F_{impact_y} \delta u_y + F_{impact_z} \delta u_z = \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K8}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K8}_e(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}. \tag{III.118}$$

Pour les termes dus à la tension :

$$- \int_{L_e} T_0 \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial x} \frac{\partial \delta u_y}{\partial x} dx - \int_{L_e} T_0 \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial x} \frac{\partial \delta u_z}{\partial x} dx = \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K9}_e \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K9}_e \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}. \tag{III.119}$$

Pour les termes d'interaction fluide-structure, relatifs à la direction  $\mathbf{e}_y$  :

$$\begin{aligned}
&\int_{V_e} \frac{1}{S} (F_{I_y} + F_{N_y} + F_{D_y} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eq_y}}{\partial x^2}) \delta u_y d\Omega = \\
&\int_{V_e} \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial t} - V_{eq_y} \right) + V_{eq_x}^2 \frac{\partial^2 u_{eq_y}}{\partial x^2} + 2V_{eq_x} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial t} - V_{eq_y} \right) \right) \delta u_y d\Omega \\
&\quad + \int_{V_e} \frac{1}{2S} \rho DC_N V_{eq_x} \left( \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial t} - V_{eq_y} + V_{eq_x} \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial x} \right) \delta u_y d\Omega \\
&\quad + \int_{V_e} \frac{1}{S} \left( C_D \left( \frac{\partial u_{eq_y}}{\partial t} - V_{eq_y} \right) + x \frac{1}{2} \rho DC_T V_{eq_x}^2 \frac{\partial^2 u_{eq_y}}{\partial x^2} \right) \delta u_y d\Omega \tag{III.120}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{M}_{sie} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt^2} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C5}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K10}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e} \\
&\quad - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{M}_{ife} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F1}_{ife}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e} \\
&+ \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C6}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{K11}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F2}_{ife}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}. \tag{III.121}
\end{aligned}$$

Pour les termes d'interaction fluide-structure, relatifs à la direction  $\mathbf{e}_z$  :

$$\begin{aligned}
&\int_{V_e} \frac{1}{S} (F_{I_z} + F_{N_z} + F_{D_z} - x F_{L_x} \frac{\partial^2 u_{eq_z}}{\partial x^2}) \delta u_z d\Omega = \\
&\int_{V_e} \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial t} - V_{eq_z} \right) + V_{eq_x}^2 \frac{\partial^2 u_{eq_z}}{\partial x^2} + 2V_{eq_x} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial t} - V_{eq_z} \right) \right) \delta u_z d\Omega \\
&\quad + \int_{V_e} \frac{1}{2S} \rho DC_N V_{eq_x} \left( \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial t} - V_{eq_z} + V_{eq_x} \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial x} \right) \delta u_z d\Omega \\
&\quad + \int_{V_e} \frac{1}{S} \left( C_D \left( \frac{\partial u_{eq_z}}{\partial t} - V_{eq_z} \right) + x \frac{1}{2} \rho DC_T V_{eq_x}^2 \frac{\partial^2 u_{eq_z}}{\partial x^2} \right) \delta u_z d\Omega \tag{III.122}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{M}_{sie} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt^2} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C5}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K10}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e} \\
&\quad - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{M}_{ife} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F1}_{ife}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e} \\
&+ \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C6}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} + \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{K11}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e} - \delta \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F2}_{ife}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}. \tag{III.123}
\end{aligned}$$

Pour le couple relatif aux termes d'interaction fluide-structure :

$$\int_{L_e} \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \text{FA}} \delta \boldsymbol{\theta} dx = \int_{V_e} (y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z) \wedge F_{L_x} \delta \boldsymbol{\theta} d\Omega, \quad (\text{III.124})$$

$$= \int_{V_e} \frac{1}{S} (z F_{L_x} \delta \theta_y - y F_{L_x} \delta \theta_z) d\Omega, \quad (\text{III.125})$$

$$= \int_{V_e} \left( z \frac{1}{2S} \rho D C_T V_{eqx}^2 \delta \theta_y - y \frac{1}{2S} \rho D C_T V_{eqx}^2 \delta \theta_z \right) d\Omega, \quad (\text{III.126})$$

$$= \delta \mathbf{O}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F3}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e} - \delta \mathbf{O}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F4}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}. \quad (\text{III.127})$$

### III.5.1.c Ecriture des matrices élémentaires fluides

On développe ici les expressions matricielles élémentaires de la discrétisation spatiale des équations du fluide. L'intégration des fonctions d'interpolation est faite numériquement par la méthode des points de Gauss. Pour le terme d'inertie :

$$\int_{V_e} \rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} \cdot \delta \mathbf{V} d\Omega = \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{M}_{\text{fe}} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{M}_{\text{fe}} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{M}_{\text{fe}} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}}{dt}. \quad (\text{III.128})$$

Pour le terme de convection :

$$\begin{aligned} \int_{V_e} \rho_{eq} \text{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} \cdot \delta \mathbf{V} d\Omega &= \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{N}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e} \\ &+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{N}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e} \\ &+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{N}_e(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}. \end{aligned} \quad (\text{III.129})$$

Pour le terme relatif aux effets de la pression :

$$\int_{V_e} P_{eq} \nabla \delta \mathbf{V} d\Omega = \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{B}_{\text{xe}} \mathbb{P}_e + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{B}_{\text{ye}} \mathbb{P}_e + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{B}_{\text{ze}} \mathbb{P}_e. \quad (\text{III.130})$$

Pour le terme de diffusion :

$$\int_{V_e} \mu_{teq} \nabla \mathbf{V}_{eq} \nabla \delta \mathbf{V} d\Omega = \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{D}_e \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{D}_e \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{D}_e \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}. \quad (\text{III.131})$$

Pour les termes relatifs à la formulation ALE :

$$\begin{aligned} \int_{V_e} 2\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \nabla \mathbf{V}_{eq} \delta \mathbf{V} d\Omega &= \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{yse}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{zise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} \\ &+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{yse}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{zise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} \\ &+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{yse}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C1}_{\text{zise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt}, \end{aligned} \quad (\text{III.132})$$

$$\int_{V_e} \rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \delta \mathbf{V} d\Omega = \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C2}_{\text{ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C2}_{\text{ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt}. \quad (\text{III.133})$$

Pour les termes d'interaction fluide-structure, relatifs à la direction  $\mathbf{e}_y$  :

$$\begin{aligned}
\int_{V_e} \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} \cdot \mathbf{e}_y \delta V_y d\Omega &= \int_{V_e} \frac{1}{2S} \rho D V_{eqx} C_N \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \delta V_{eqy} d\Omega \\
&+ \int_{V_e} \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho D (C_N + C_T) V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} + C_D \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \delta V_{eqy} d\Omega \\
+ \int_{V_e} \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \delta V_{eqy} d\Omega \\
&= \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{M}_{\text{ise}} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt^2} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C}_{\text{3ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} \\
&- \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{M}_{\text{fie}} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} - \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F}_{\text{1ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F}_{\text{2ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e} \\
+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{C}_{\text{4ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}}{dt} - \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F}_{\text{3ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_e}^T \mathbf{F}_{\text{4ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{U}_{\mathbf{Y}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}. \tag{III.134}
\end{aligned}$$

Pour les termes d'interaction fluide-structure, relatifs à la direction  $\mathbf{e}_z$  :

$$\begin{aligned}
\int_{V_e} \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} \cdot \mathbf{e}_z \delta V_z d\Omega &= \int_{V_e} \frac{1}{2S} \rho D V_{eqx} C_N \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \delta V_{eqz} d\Omega \\
&+ \int_{V_e} \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho D (C_N + C_T) V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} + C_D \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \delta V_{eqz} d\Omega \\
+ \int_{V_e} \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \delta V_{eqz} d\Omega \\
&= \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{M}_{\text{ise}} \frac{d^2 \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt^2} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C}_{\text{3ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} \\
&- \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{M}_{\text{fie}} \frac{d\mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} - \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F}_{\text{1ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F}_{\text{2ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e} \\
+ \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{C}_{\text{4ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \frac{d\mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}}{dt} - \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F}_{\text{3ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e} + \delta \mathbb{V}_{\mathbf{Z}_e}^T \mathbf{F}_{\text{4ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}, \mathbb{U}_{\mathbf{Z}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}. \tag{III.135}
\end{aligned}$$

Pour les termes d'interaction fluide-structure, relatifs à la direction  $\mathbf{e}_x$  :

$$\int_{V_e} \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} \cdot \mathbf{e}_x \delta V_x d\Omega = \int_{V_e} \frac{1}{2} \rho D C_T V_{eqx}^2 \delta V_{eqx} d\Omega = \delta \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}^T \mathbf{F}_{\text{5ise}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}) \mathbb{V}_{\mathbf{X}_e}. \tag{III.136}$$

Le détail des matrices élémentaires exprimées à partir des fonctions d'interpolation est donné en Annexe A.

### III.5.1.d Assemblage des matrices élémentaires

Le maillage étant régulier l'assemblage des matrices élémentaires est simple et facilement programmable. Les matrices relatives au couplage nécessitent cependant un traitement spécial de sorte à respecter la superposition de plusieurs mailles fluide à une maille structure, par exemple sur la figure III.11, la maille structure S1 est superposée aux mailles fluide F1, F2, F3, F4 et F5. Dans la suite du chapitre les matrices sans l'indice  $e$  correspondent aux matrices assemblées.

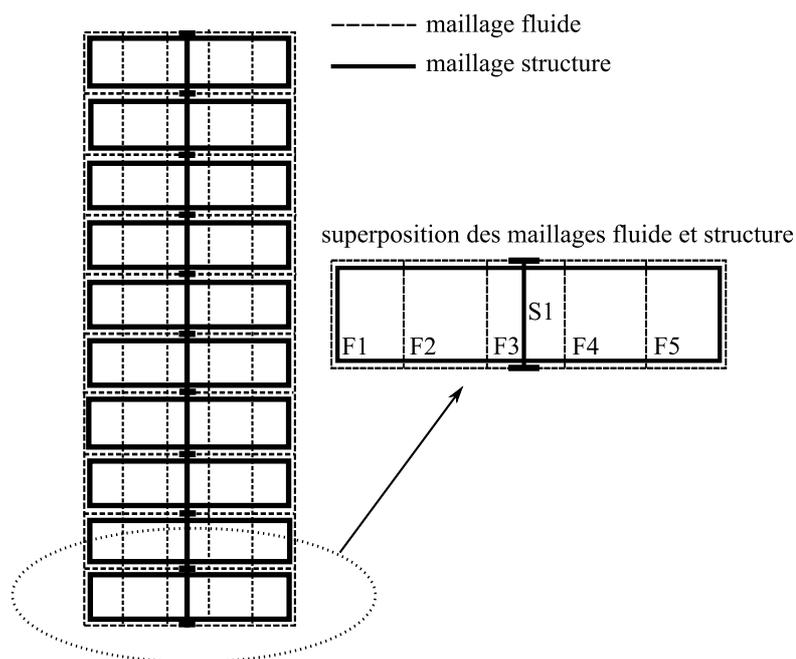


FIG. III.11 – Maillage d'un assemblage combustible

### III.5.1.e Ecriture réduite

On peut ainsi écrire le problème variationnel (III.99), (III.100) et (III.98) de façon approchée sous forme matricielle :

on cherche  $\mathbb{U}$ ,  $\mathbb{V}$  et  $\mathbb{P}$  solution du système,

$$\mathbf{M}_S \frac{\partial^2 \mathbb{U}}{\partial t^2} + \mathbf{C}(\mathbb{V}) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \mathbf{K}(\mathbb{V}, \mathbb{U}) \mathbb{U} = \mathbf{M}_{IF} \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial t} + \mathbf{F}_{IF}(\mathbb{V}) \mathbb{V}, \quad (\text{III.137})$$

$$\mathbf{M}_F \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial t} + \mathbf{N}(\mathbb{V}) \mathbb{V} + \mathbf{D} \mathbb{V} + \mathbf{B} \mathbb{P}, = \mathbf{M}_{IS} \frac{\partial^2 \mathbb{U}}{\partial t^2} + \mathbf{C}_{IS}(\mathbb{V}) \frac{\partial \mathbb{U}}{\partial t} + \mathbf{F}_{IS}(\mathbb{V}, \mathbb{U}) \mathbb{V}, \quad (\text{III.138})$$

$$\mathbf{B}^T \mathbb{V} = 0, \quad (\text{III.139})$$

où

$$\mathbb{U} = \begin{pmatrix} \mathbb{U}_Y \\ \mathbb{U}_Z \\ \mathbb{O}_Y \\ \mathbb{O}_Z \end{pmatrix}, \mathbb{V} = \begin{pmatrix} \mathbb{V}_X \\ \mathbb{V}_Y \\ \mathbb{V}_Z \end{pmatrix}, \quad (\text{III.140})$$

$$\mathbf{M}_S = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{1s} + \mathbf{M}_{si} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{1s} + \mathbf{M}_{si} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{2s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_{2s} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.141})$$

$$\mathbf{K}(\mathbb{V}, \mathbb{U}) = \begin{pmatrix} \mathbf{K2}(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Z}}) \\ +\mathbf{K8}(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}}) + \mathbf{K9} \\ +\mathbf{K10}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ +\mathbf{K11}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ 0 \\ 0 \\ -\mathbf{K4}(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Z}}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{K5}(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}}) \\ +\mathbf{K8}(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}}) + \mathbf{K9} \\ +\mathbf{K10}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ +\mathbf{K11}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{K7}(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}}) \\ \mathbf{K1}(\mathbb{O}_{\mathbf{Y}}) \\ +\mathbf{K6}(\mathbb{U}_{\mathbf{Z}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Y}}) \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{K4}(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Z}})^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{K1}(\mathbb{O}_{\mathbf{Z}}) \\ +\mathbf{K3}(\mathbb{U}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{O}_{\mathbf{Z}}) \end{pmatrix} \quad (\text{III.142})$$

$$\mathbf{C}(\mathbb{V}) = \begin{pmatrix} \mathbf{C2} + \mathbf{C5}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ +\mathbf{C6}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ 0 \\ 0 \\ -\mathbf{C4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{C4} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{C2} + \mathbf{C5}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ +\mathbf{C6}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{C4} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{C4}^T \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{C1} + \mathbf{C3} \\ \mathbf{C1} + \mathbf{C3} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.143})$$

$$\mathbf{M}_{\text{IF}} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{M}_{\text{if}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{\text{if}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{III.144})$$

$$\mathbf{F}_{\text{IF}}(\mathbb{V}) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{F1}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{F2}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{F1}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{F2}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{F3}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & 0 & 0 \\ \mathbf{F4}_{\text{ife}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{III.145})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{f}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{\mathbf{f}} + \mathbf{M}_{\mathbf{fi}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{\mathbf{f}} + \mathbf{M}_{\mathbf{fi}} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.146})$$

$$\mathbf{N}(\mathbb{V}) = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{\mathbf{a}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_{\mathbf{a}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{N}_{\mathbf{a}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Y}}, \mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) \end{pmatrix}, \quad (\text{III.147})$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{a}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_{\mathbf{a}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_{\mathbf{a}} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.148})$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{B}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{B}_{\mathbf{z}} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.149})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{IS}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{M}_{\mathbf{is}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{\mathbf{is}} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{III.150})$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}) = \begin{pmatrix} \mathbf{C1y}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{C2}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) & \mathbf{C1z}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{C2}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & 0 & 0 \\ +\mathbf{C3x}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) & +\mathbf{C3x}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & & \\ \mathbf{C1y}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) + \mathbf{C3y}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) & \mathbf{C1z}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) + \mathbf{C3y}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & 0 & 0 \\ +\mathbf{C4}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{C5}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & & & \\ \mathbf{C1y}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) + \mathbf{C3z}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Y}}) & \mathbf{C1z}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) + \mathbf{C3z}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{Z}}) & 0 & 0 \\ & +\mathbf{C4}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) + \mathbf{C5}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & & \end{pmatrix}, \quad (\text{III.151})$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}, \mathbb{U}) = \begin{pmatrix} \mathbf{F5}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & 0 & 0 \\ -\mathbf{F2}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{U}_{\mathbf{Y}}) - \mathbf{F4}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{U}_{\mathbf{Y}}) & \mathbf{F1}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & 0 \\ & +\mathbf{F3}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) & \\ -\mathbf{F2}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{U}_{\mathbf{Z}}) - \mathbf{F4}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}, \mathbb{U}_{\mathbf{Z}}) & 0 & \mathbf{F1}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \\ & & +\mathbf{F3}_{\mathbf{is}}(\mathbb{V}_{\mathbf{X}}) \end{pmatrix}. \quad (\text{III.152})$$

### III.5.2 Discrétisation temporelle

Pour l'intégration temporelle des équations discrétisées, on choisit des algorithmes d'ordre deux, largement utilisés, et dont la convergence a été prouvée mathématiquement, ce qui nous conduit aux choix suivants :

Pour le fluide on choisit un schéma d'intégration temporelle de Uzawa :

$$\begin{aligned} & [\mathbf{M}_{\mathbf{F}} + \alpha\Delta t (\mathbf{N}(\mathbb{V}_{k+1}) + \mathbf{D} - \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}))] \mathbf{v}_{k+1} + \alpha\Delta t \mathbf{B}\mathbb{P}_{k+1} \\ & = [\mathbf{M}_{\mathbf{F}} - (1 - \alpha)\Delta t (\mathbf{N}(\mathbb{V}_k) + \mathbf{D} - \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_k, \mathbb{U}_k))] \mathbf{v}_k - (1 - \alpha)\Delta t \mathbf{B}\mathbb{P}_k \\ & \quad + \alpha\Delta t \left[ \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_{k+1} + \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{k+1}) \frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_{k+1} \right] \\ & \quad + (1 - \alpha)\Delta t \left[ \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_k + \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_k) \frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_k \right], \end{aligned} \quad (\text{III.153})$$

$$\mathbf{B}^T \mathbb{V}_{k+1} = 0. \quad (\text{III.154})$$

Pour la structure, on choisit un schéma d'intégration temporelle de Newmark :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{S}} \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_{k+1} + \mathbf{C}(\mathbb{V}_{k+1}) \frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_{k+1} + \mathbf{K}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}) \mathbb{U}_{k+1} = \mathbf{M}_{\mathbf{IF}} \frac{d\mathbb{V}}{dt} \Big|_{k+1} + \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_{k+1}) \mathbb{V}_{k+1}, \quad (\text{III.155})$$

$$\mathbb{U}_{k+1} = \mathbb{U}_k + \Delta t \frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_k + \frac{\Delta t^2}{2} \left[ (1 - 2\beta) \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_k + 2\beta \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_{k+1} \right], \quad (\text{III.156})$$

$$\frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_{k+1} = \frac{d\mathbb{U}}{dt} \Big|_k + \Delta t \left[ (1 - \gamma) \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_k + \gamma \frac{d^2\mathbb{U}}{dt^2} \Big|_{k+1} \right], \quad (\text{III.157})$$

$$\frac{d\mathbb{V}}{dt} \Big|_{k+1} = \frac{\mathbb{V}_{k+1} - \mathbb{V}_k}{\Delta t}. \quad (\text{III.158})$$

Le pas de temps  $\Delta t$  est le même pour les deux schémas. On peut alors écrire le système sous la forme matricielle, et pour chaque pas de temps il nous faut résoudre le système :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}) & \alpha\Delta t \mathbf{B} & \mathbf{H}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}) \\ \mathbf{B}^T & 0 & 0 \\ \mathbf{H}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}) & 0 & \mathbf{A}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbb{V}_{k+1} \\ \mathbb{P}_{k+1} \\ \mathbb{U}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}) + \mathbf{G}_{\mathbf{k}} \\ 0 \\ \mathbf{F}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}) + \mathbf{L}_{\mathbf{k}} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.159})$$

avec :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}) = \mathbf{M}_{\mathbf{F}} + \alpha \Delta t (\mathbf{N}(\mathbb{V}_{k+1}) + \mathbf{D} - \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1})), \quad (\text{III.160})$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}) = \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{k+1}) \left( \Delta t^2 \alpha \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \frac{d^2 \mathbb{U}}{dt^2}_k + \Delta t \alpha \left( 1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{d\mathbb{U}}{dt}_k - \frac{\alpha \gamma}{\beta} \mathbb{U}_k \right), \quad (\text{III.161})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\mathbf{k}} &= [\mathbf{M}_{\mathbf{F}} - (1 - \alpha) \Delta t (\mathbf{N}(\mathbb{V}_k) + \mathbf{D} - \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_k, \mathbb{U}_k))] \mathbb{V}_k - (1 - \alpha) \Delta t \mathbf{B} \mathbb{P}_k \\ &\quad - \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \left( \frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbb{U}_k + \frac{\alpha}{\beta} \frac{d\mathbb{U}}{dt}_k + \alpha \Delta t \frac{1 - 2\beta}{2\beta} \frac{d^2 \mathbb{U}}{dt^2}_k \right) \\ &\quad + (1 - \alpha) \Delta t \left[ \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \frac{d^2 \mathbb{U}}{dt^2}_k + \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_k) \frac{d\mathbb{U}}{dt}_k \right], \end{aligned} \quad (\text{III.162})$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{F}}(\mathbb{V}_{k+1}) = -\frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} - \frac{\alpha \gamma}{\beta} \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{k+1}), \quad (\text{III.163})$$

et :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}) = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M}_{\mathbf{S}} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C}(\mathbb{V}_{k+1}) + \mathbf{K}(\mathbb{V}_{k+1}, \mathbb{U}_{k+1}), \quad (\text{III.164})$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}) = \mathbf{C}(\mathbb{V}_{k+1}) \left[ \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbb{U}_k - \left( 1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{d\mathbb{U}}{dt}_k - \Delta t \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \frac{d^2 \mathbb{U}}{dt^2}_k \right], \quad (\text{III.165})$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{k}} = \mathbf{M}_{\mathbf{S}} \left[ \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbb{U}_k + \frac{1}{\beta \Delta t} \frac{d\mathbb{U}}{dt}_k + \frac{1 - 2\beta}{2\beta} \frac{d^2 \mathbb{U}}{dt^2}_k \right] - \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}_{\mathbf{IF}} \mathbb{V}_k, \quad (\text{III.166})$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{S}}(\mathbb{V}_{k+1}) = -\frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}_{\mathbf{IF}} - \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_{k+1}). \quad (\text{III.167})$$

### III.5.3 Mise en oeuvre

Le modèle numérique est codé à l'aide du logiciel SCILAB. L'intégration, sur les éléments des fonctions d'interpolation, nécessaires au calcul des matrices élémentaires (Annexe A), est effectuée numériquement à l'aide de la méthode des points de Gauss. L'assemblage des matrices est lui aussi codé à sous SCILAB. Le système (III.159) est résolu par une méthode de Newton qui implique le calcul de la Jacobienne du système. Le calcul numérique de la Jacobienne à partir du système (III.159) consommant la majorité du temps de calcul, celle-ci est calculée à partir de l'assemblage des matrices Jacobiennes élémentaires. Enfin le système linéaire impliquant la Jacobienne assemblée est résolu à l'aide de la Quasi Minimal Residual Method sans préconditionnement, cette fonction est déjà implémentée dans SCILAB sous le nom *qmr*.

Chaque pas de temps nécessite plusieurs itérations, à chacune d'elles l'on effectue trois opérations : assemblage du système (III.159), assemblage de la Jacobienne et résolution du système linéaire. Chacune de ces opérations compte approximativement pour un tiers du temps de calcul global.

### III.5.4 Etude paramétrique

On propose ici de caractériser la stabilité du modèle numérique. On étudie dans un premier temps la sensibilité des résultats numériques aux paramètres de discrétisation, et dans un deuxième temps aux paramètres physiques, sur le cas de deux assemblages combustibles soumis à un écoulement axial. L'assemblage de gauche est écarté de sa position d'équilibre, tandis que celui de droite est resté libre, et à  $t = 0$  on lâche l'assemblage combustible de gauche, qui oscillant librement va induire une perturbation de l'écoulement du fluide, qui à son tour va provoquer le déplacement de l'assemblage combustible de droite. Cette configuration correspond aux essais ECHASSE qu'on peut retrouver au Chapitre IV

### III.5.4.a Paramètres de discrétisation

On observe que les résultats sont très stables vis à vis du paramètre  $\Delta t$ , la convergence est atteinte très rapidement (Fig. III.12 gauche). La figure III.12 (droite) montre le déplacement de l'assemblage lâché pour plusieurs maillages, on constate que les résultats sont acceptables pour 8 mailles dans le sens radial, et 6 mailles dans le sens axial.

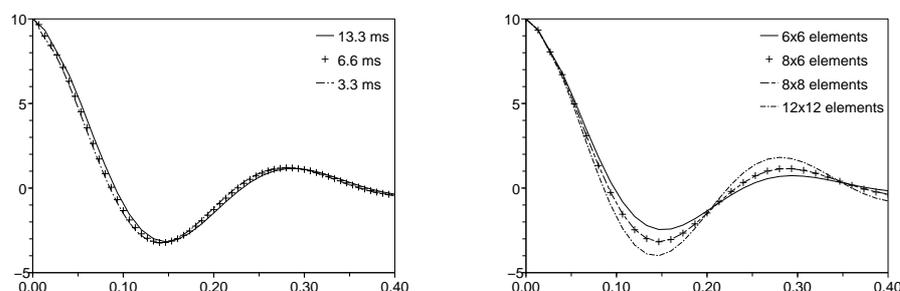


FIG. III.12 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en eau sous écoulement à  $2.4 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$ , pour plusieurs discrétisations temporelles (gauche) et spatiales (droite)

### III.5.4.b Simulation 3D

Des simulations 3D ont été effectuées. On constate que pour une discrétisation en hauteur et en largeur données la convergence vis à vis de la troisième dimension, est atteinte pour une maille. La figure III.13 compare un calcul 2D avec un calcul 3D pour une même discrétisation en hauteur et en largeur, on constate que le calcul 3D est très proche du calcul 2D. La figure III.14 montre le champ de vitesse fluide dans un plan horizontal médian, on observe qu'il n'y a que peu de redistributions de la vitesse, dans la direction orthogonale à la direction des déplacements des assemblages. On peut conclure de cette étude numérique que les simulations 3D apportent peu d'information par rapport aux simulations 2D, dans le cas d'assemblages disposés en ligne.

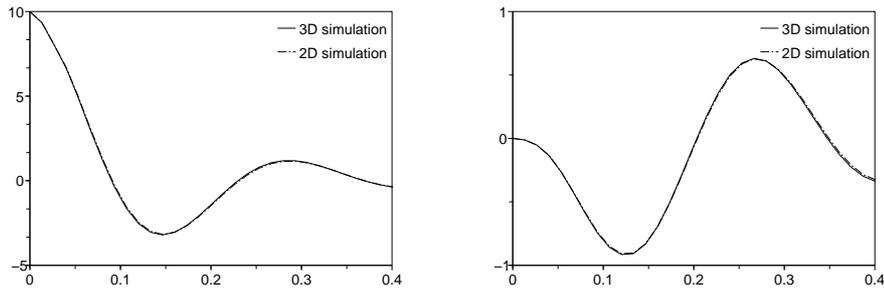


FIG. III.13 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille des assemblages combustibles gauche (à gauche) et droite (à droite) en eau sous écoulement à  $3 m/s$  : comparaison simulation 2D/3D

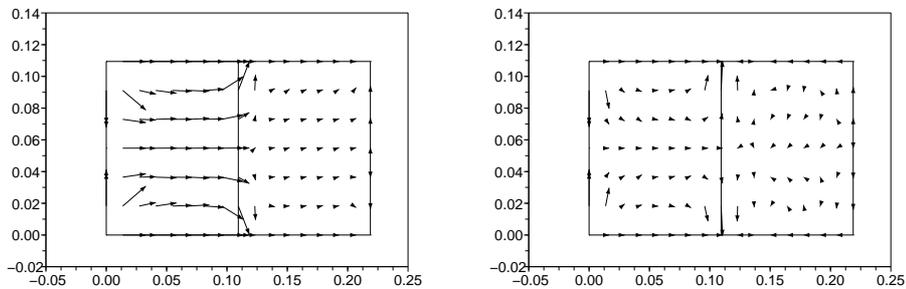


FIG. III.14 – Estimation numérique du champ de vitesse du fluide dans le plan médian, à  $t = 0.09 s$  (gauche) et  $t = 0.15 s$  (droite)

### III.5.4.c Paramètres physiques

Des simulations ont été effectuées, pour voir l'influence des termes de couplages et du terme de viscosité turbulente. La viscosité turbulente, n'a pas d'influence en dessous d'un certain seuil qui se situe autour de  $10 kg.m^2/s$  qui est une valeur déjà très élevée (à comparer avec la viscosité de l'eau :  $\mu = 0.001 kg.m^2/s$ ) ; nous confirmons donc notre hypothèse selon laquelle l'évaluation précise de ce paramètre n'est pas nécessaire. On observe cependant que pour des valeurs très élevées et non réalistes, une augmentation de  $\mu_{Teq}$  entraîne une augmentation de l'amortissement et du couplage (Fig. III.15). Les paramètres  $C_D$ ,  $C_T$  et  $C_N$  ont la même influence, ils augmentent l'amortissement et le couplage quand leurs valeurs augmentent, cette observation paraît logique, puisque plus les efforts de couplage sont grands, plus le fluide va récupérer l'énergie de l'assemblage lâché pour en restituer une partie à l'assemblage au repos (Fig. III.16, III.17, III.18). Enfin le paramètre  $m_f$  augmente la masse de la structure et du fluide, on observe donc un décalage en fréquence (Fig. III.19).

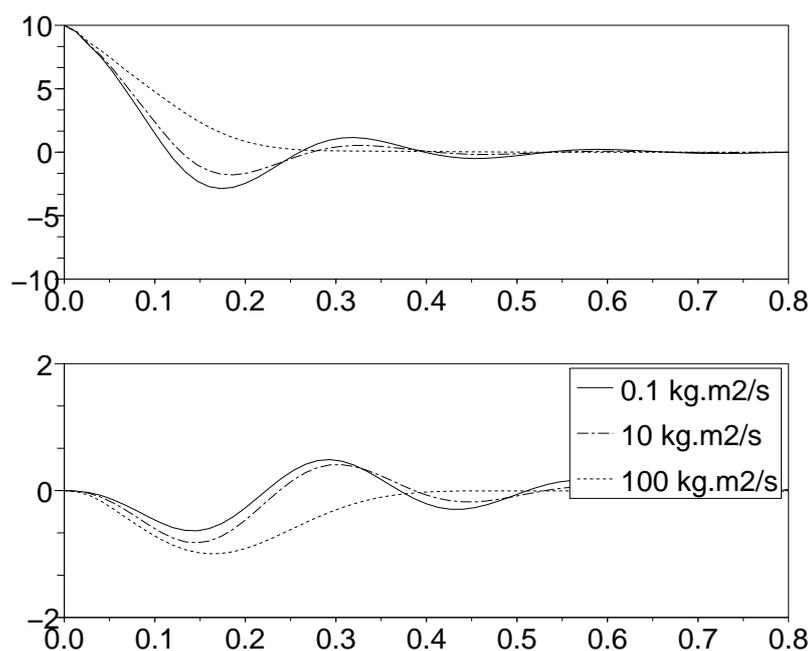


FIG. III.15 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de  $\mu_{Teq}$

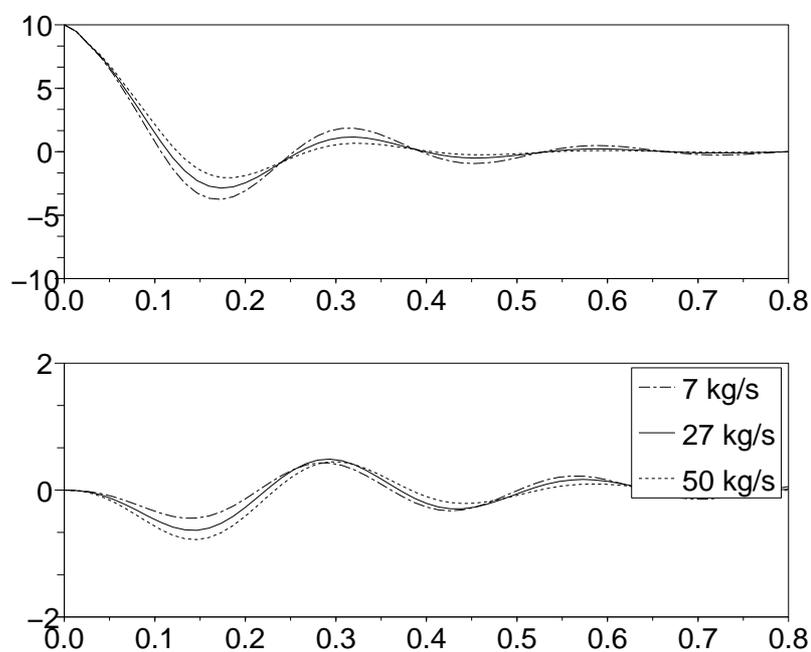


FIG. III.16 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de  $C_D$

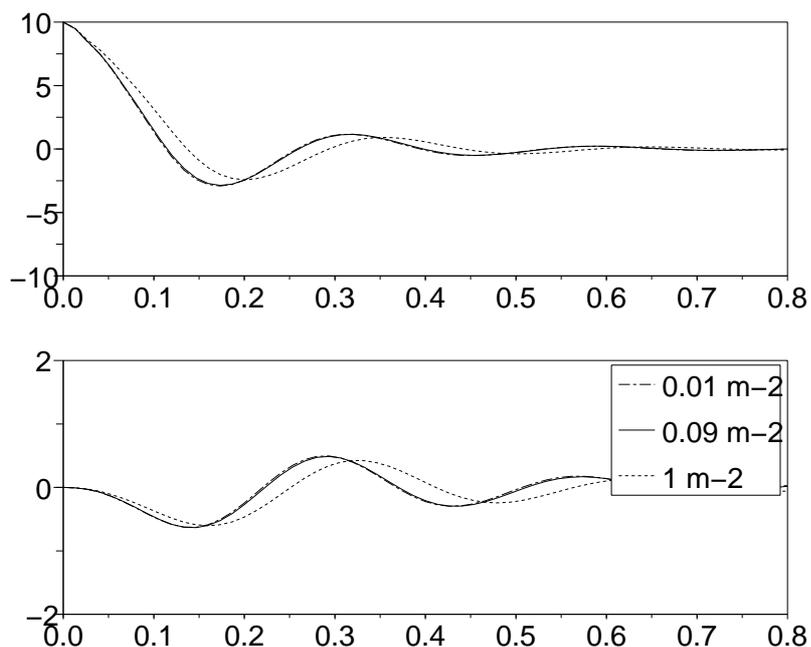


FIG. III.17 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 \text{ m/s}$  pour une amplitude de lâcher de  $10 \text{ mm}$ , pour plusieurs valeurs de  $C_T$

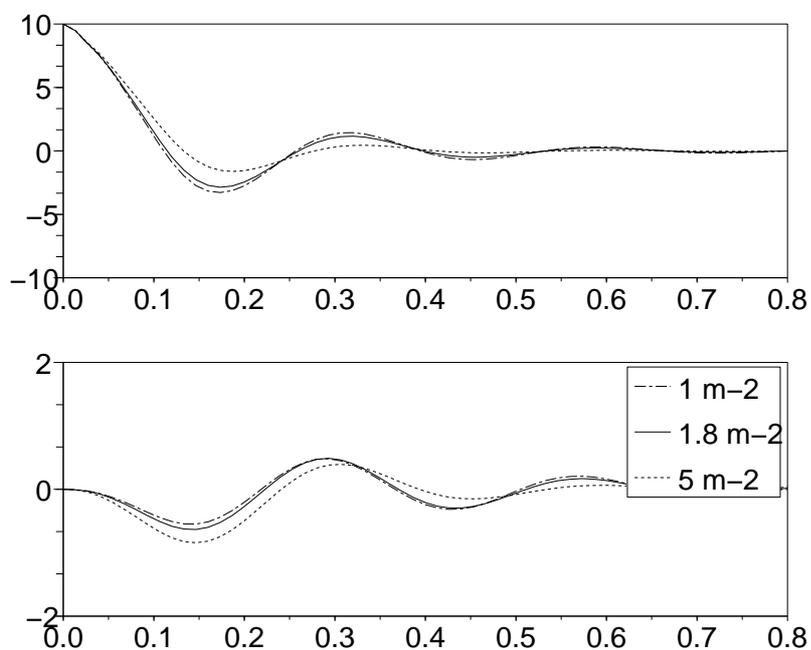


FIG. III.18 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 \text{ m/s}$  pour une amplitude de lâcher de  $10 \text{ mm}$ , pour plusieurs valeurs de  $C_N$

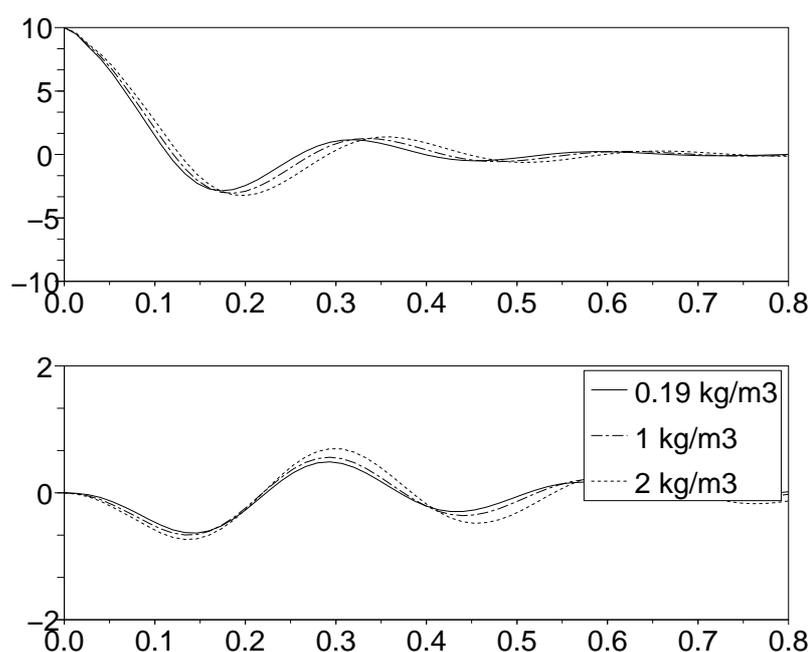


FIG. III.19 – Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à 2.4 m/s pour une amplitude de lâcher de 10 mm, pour plusieurs valeurs de  $m_f$

#### III.5.4.d Instabilité

La force de couplage, dont l'expression est basée sur le modèle de Païdoussis, rend compte de l'instabilité fluide-élastique sous écoulement axial. Cette instabilité a pu être observée par le calcul, on observe une vitesse critique au delà de laquelle le système diverge (Fig. III.20). L'observation de la déformée pour les vitesses d'écoulement élevées (Fig. III.21) montre que l'amplitude de déplacement est plus importante loin de l'entrée du fluide.

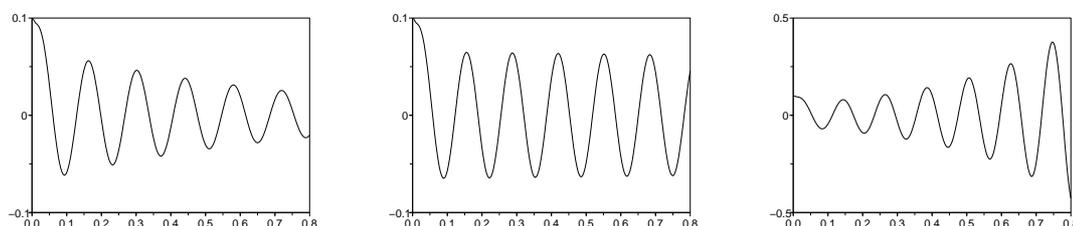


FIG. III.20 – Déplacements (mm) en fonction du temps (s) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche pour 33 m/s en régime amorti (gauche), pour 33.9 m/s en régime critique (milieu) et pour 35.5 m/s en régime instable (droite)

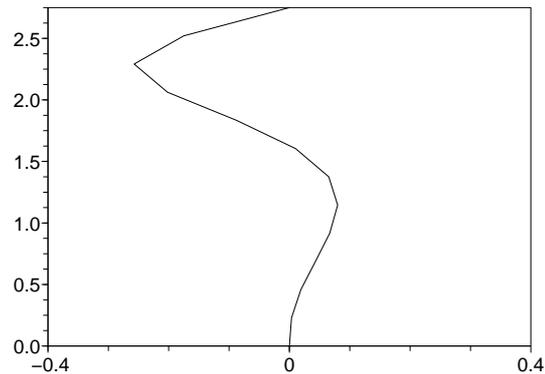


FIG. III.21 – Déformée d'un assemblage combustible soumis à un écoulement axial élevé pour le régime critique

### III.6 Conclusion du chapitre

Nous avons établi, dans ce chapitre, un modèle numérique d'un coeur de réacteur. Ce modèle a pour vocation, de décrire le comportement mécanique global d'un coeur de réacteur à eau pressurisée, et d'estimer les forces d'impact entre assemblages lors d'un séisme. Ce modèle fait appel à un certain nombre de domaines, les milieux poreux, la modélisation de la turbulence, tubes et réseau de tubes soumis à un écoulement axial, interaction fluide-structure, modélisation de phénomènes de contact par lois de comportement globales. Le fluide et la structure sont modélisés, et leur interaction est basée sur les efforts subis par un cylindre soumis à un écoulement axial. La principale limitation du modèle, réside dans l'hypothèse, selon laquelle les crayons combustibles ont un écartement constant dans le temps et l'espace. En effet, cette hypothèse n'est plus vérifiée à la frontière entre deux assemblages combustibles, ainsi de l'écartement de deux assemblages, va naître un couloir fluide, dans lequel la vitesse du fluide va augmenter et ainsi induire des efforts fluides, certainement différents de ceux modélisés ici.

# Chapitre IV

## Validation expérimentale sur essais antérieurs

---

*Ce chapitre est consacré à la validation expérimentale du modèle proposé dans ce mémoire, sur des essais réalisés précédemment au CEA. Deux séries d'essais sont proposées, les essais ECHASSE et les essais CADIX. Le dispositif ECHASSE, présente deux assemblages combustibles échelle réduite soumis à un écoulement axial. L'assemblage combustible de gauche est écarté de sa position d'équilibre et lâché, tandis que l'assemblage combustible de droite est initialement au repos. Ainsi, les oscillations de l'assemblage combustible de gauche, entraînent le déplacement de celui de droite, par couplage via le fluide et/ou par contact au niveau des grilles. Les essais sont réalisés pour différentes amplitudes de lâcher, en air et en eau pour différentes vitesses d'écoulement. Les simulations numériques 2D, sont alors comparées aux données expérimentales. Le modèle reproduit l'effet de la vitesse d'écoulement sur l'amortissement des assemblages combustibles, il reproduit aussi le couplage entre assemblages bien que celui-ci soit surestimé pour les grandes vitesses d'écoulement. Le dispositif CADIX, présente six assemblages combustibles, échelle un, immergés dans une eau stagnante. Le dispositif est placé sur une table vibrante permettant de simuler un séisme. Les essais sont réalisés pour différentes configurations de confinement, pour plusieurs historiques de chargement à plusieurs niveaux. Les forces d'impact et les déplacements issus des simulations numériques 2D sont comparés aux données expérimentales. Le modèle rend compte de l'influence du niveau d'excitation sur le maximum de la force d'impact.*

---

## Sommaire

---

<b>IV.1 Introduction</b>	<b>65</b>
<b>IV.2 Dispositif experimental ECHASSE</b>	<b>65</b>
IV.2.1 Conditions limites	65
IV.2.2 Identification des constantes	66
IV.2.3 Comparaison expérience théorie	68
IV.2.3.a Essai en air	68
IV.2.3.b Essai en air avec impact	70
IV.2.3.c Essai en eau	71
IV.2.3.d Essai en eau avec impact	73
<b>IV.3 Dispositif experimental CADIX</b>	<b>73</b>
IV.3.1 Modèle de la force de couplage	75
IV.3.2 Conditions limites	76
IV.3.3 Identification des constantes	76
IV.3.4 Comparaison expérience théorie	77
IV.3.4.a En air	77
IV.3.4.b En eau	79
IV.3.5 Comparaison modèle linéaire et non linéaire	82
<b>IV.4 Conclusion du chapitre</b>	<b>83</b>

---

## IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la simulation numérique des dispositifs expérimentaux ECHASSE et CADIX. ECHASSE présente deux assemblages combustibles, échelle réduite, soumis à un écoulement axial, un des deux assemblages combustibles est écarté de sa position d'équilibre et lâché pour venir impacter l'autre assemblage combustible. CADIX présente six assemblages combustibles, échelle un, en eau stagnante, la ligne d'assemblages est posée sur une table vibrante pouvant simuler une excitation sismique. Les données expérimentales sont comparées aux simulations numériques.

## IV.2 Dispositif experimental ECHASSE

Le dispositif expérimental ECHASSE, a été initialement conçu, pour rendre compte de l'existence d'un effet lame fluide lors d'un choc entre deux assemblages combustibles au niveau des grilles. Le dispositif présente deux assemblages, échelle réduite, pouvant être soumis à un écoulement axial (Fig. IV.1). Les déplacements des grilles des assemblages combustibles sont mesurés à l'aide de capteurs optiques. Un des assemblages combustibles, se voit imposé un déplacement initial, au niveau de la troisième grille et à  $t = 0$  on lâche l'assemblage combustible, celui-ci vient impacter contre l'autre assemblage combustible initialement au repos. Les essais ont été réalisés pour différentes valeurs de déplacement initial, allant de 1 mm à 12 mm, et pour différentes valeurs de vitesses d'écoulement, allant du fluide au repos à un écoulement de 5.2m/s. L'écartement entre assemblages, et entre assemblages et confinement, est de l'ordre du millimètre, excepté pour le confinement coté assemblage lâché (bypass) qui lui est de l'ordre du centimètre pour permettre le déplacement initial. Les essais ont mis en évidence, l'absence de phénomène de lame fluide, les grilles lors de l'impact ne sont pas parallèles, mais le couplage entre assemblages, via le transport de fluide a été observé, ces essais nous fournissent donc des données intéressantes pour valider notre modèle.

Les essais ont été réalisés au LHC au CEA de CADRACHE en 1999. Un descriptif plus poussé du dispositif est donné par Pont (1998), et les résultats et interprétations d'essais sont disponibles dans Vallory (1999 et 2000) et Collard (2000).

### IV.2.1 Conditions limites

Les assemblages sont considérés encastrés, on bloque ainsi les déplacements et les rotations en pied et en tête, des deux assemblages. La vitesse du fluide est imposée en pied et en tête, tandis que sur les parois, seule la composante normale est imposée égale à zéro. Le profil de la vitesse en entrée et en sortie est imposé homogène, ceci constitue une approximation compte tenu du bypass qui va modifier le profil de vitesse. En effet la perte de charge dans le bypass étant moins importante que dans les assemblages, la vitesse va y être plus grande, le profil de vitesse n'est donc ni homogène ni symétrique.

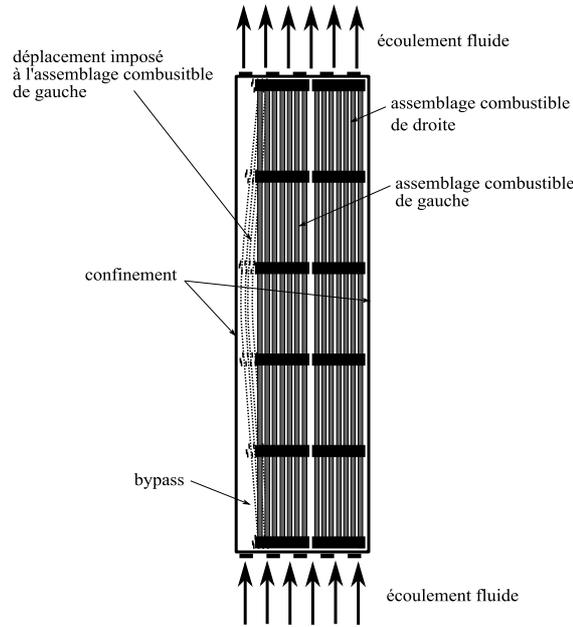


FIG. IV.1 – Dispositif expérimental ECHASSE

## IV.2.2 Identification des constantes

Les constantes d'inertie et géométriques de la structure ( $m_{ac}$ ,  $I_{fa}$ ,  $S_{fa}$ , et  $I$ ) sont calculées analytiquement :

$$m_{ac} = \frac{\text{Masse Total Assemblage}}{\text{Longueur Assemblage}}, \quad (\text{IV.1})$$

$$S_{fa} = \text{Largeur}_{grille}^2, \quad (\text{IV.2})$$

$$I = \frac{\text{Largeur}_{grille}^4}{12}, \quad (\text{IV.3})$$

$$\rho_{sequ} = \frac{m_{ac}}{S_{fa}}, \quad (\text{IV.4})$$

$$I_{fa} = \rho_{sequ} I. \quad (\text{IV.5})$$

Les constantes structures, liées aux lois de comportement, sont identifiées à partir des essais en air, par une méthode d'optimisation de type gradient conjugué où la fonction à minimiser est la différence entre la courbe expérimentale et la courbe calculée, et est fonction de  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_G$  et  $\mu_E$  :

$$F_{cout}(G_1, G_2, E_1, E_2, \mu_G, \mu_E) = \sum_{i=1}^{N_{echantillon}} \frac{|d_{exp}(ti) - d_{cal}(ti, G_1, G_2, E_1, E_2, \mu_G, \mu_E)|}{|d_{exp}(ti)|}. \quad (\text{IV.6})$$

Les constantes structures, sont identifiées à partir de l'essai en air pour une amplitude initiale de 10 mm, le jeu de constantes ainsi obtenu, est utilisé pour simuler les autres amplitudes et les essais en eau. On observe expérimentalement une diminution de la raideur quand l'amplitude augmente, on trouvera donc que les constantes  $E_2$  et  $G_2$  sont négatives.

La porosité est égale à la fraction volumique de la structure :

$$\phi = \frac{\text{nombre crayon} * \pi r_{crayon}^2}{S_{fa}}. \quad (\text{IV.7})$$

Le fluide s'écoulant dans les assemblages étant de l'eau nous avons :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad (\text{IV.8})$$

$$\mu = 0.001 \text{ kg.m}^2/\text{s}. \quad (\text{IV.9})$$

La viscosité turbulente est choisie arbitrairement mais de telle sorte que la viscosité dynamique soit négligeable :

$$\mu_T = 100\mu. \quad (\text{IV.10})$$

L'estimation de  $\mu_T$  nécessiterait des calculs locaux, cependant une étude paramétrique (voir paragraphe III.5.4.c) a montré que cette grandeur a peu d'influence sur les résultats, ainsi la méconnaissance de cette valeur ne porte pas préjudice, et son estimation précise semble inutile dans le cadre de cette étude.

La constante, relative à la masse ajoutée  $m_f$ , est dans un premier temps, prise égale à la masse du volume de fluide déplacé, on sait que cette valeur est exacte dans le cas d'un solide dans un milieu fluide infini. Dans le cas d'un confinement cette expression n'est plus juste, la masse ajoutée augmente avec le resserrement du confinement, ainsi la valeur de  $m_f$  est ajustée de façon à recoller avec la fréquence propre du système. Les constantes de couplages,  $C_D$ ,  $C_N$  et  $C_T$  sont dans un premier temps, identifiées à partir d'essais de perte de charge axial et transverse sur des réseaux de tubes pour différentes vitesses d'écoulement (Peybernes 2006 et Vallory 2005 et 1996). En suite les constantes sont ajustées de façon à reproduire au mieux l'amortissement de l'assemblage combustible lâché.  $C_D$  est identifié à partir de l'essai en eau stagnante.  $C_N$  et  $C_T$  sont identifiés à partir de l'essai en eau sous écoulement à 5.2 m/s. Le jeu de constantes ainsi obtenu est utilisé pour simuler les autres vitesses d'écoulement. Les constantes du modèle utilisées dans cette partie, sont récapitulées dans les tableaux IV.1 à IV.4 :

TAB. IV.1 – Constantes géométriques et massiques relatives à la structure

$m_{fa}$	$I_{fa}$	$S_{fa}$	$I$	Longueur Assemblage	Largeur grille
50 kg/m	0.59 kg.m	1.19e – 2 m <sup>2</sup>	1.19e – 5 m <sup>4</sup>	2.75 m	10.9 cm

TAB. IV.2 – Constantes relatives aux lois de comportement de la structure

$G_1$	$G_2$	$E_1$	$E_2$	$\mu_G$	$\mu_E$	$k_{impact}$
1.38e7 Pa	-3.22e8 Pa	4.35e8 Pa	-5.99e9 Pa	5.6e4 Pa.s	3.3e6 Pa.s	3.e3 N/m

TAB. IV.3 – Constantes du fluide

$\rho$	$\rho_{eq}$	$\mu_{Teq}$
1000 kg/m <sup>3</sup>	532.44 kg/m <sup>3</sup>	0.1 kg.m <sup>2</sup> /s

TAB. IV.4 – Constantes relatives au couplage fluide-structure

$m_f$	$C_T$	$C_N$	$C_D$	$D$	$S$
0.19 kg/m <sup>3</sup>	0.09 m <sup>-2</sup>	1.8 m <sup>-2</sup>	27 kg/s	0.01 m	1.e – 4 m <sup>2</sup>

### IV.2.3 Comparaison expérience théorie

Nous comparons ici les simulations numériques aux essais, différentes configurations sont proposées : en air, en eau stagnante, en eau sous écoulement pour plusieurs vitesses d'écoulement, et pour chaque configuration plusieurs amplitudes de lâcher. Les simulations sont effectuées avec le modèle numérique 2D pour 6 mailles dans la direction axiale et 8 mailles dans la direction radiale (4 mailles par assemblage), et pour un pas de temps  $\Delta t = 13.3 \text{ ms}$ . On peut voir sur la figure IV.2 le maillage utilisé pour les simulations. Pour des raisons de lisibilité, l'ensemble des résultats est reporté en Annexe B.

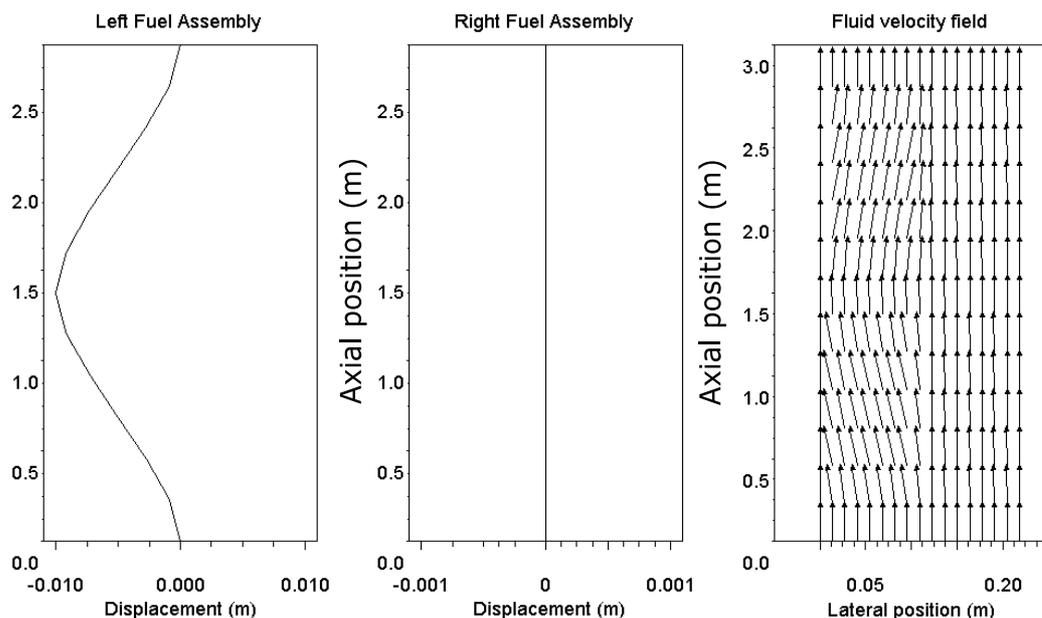


FIG. IV.2 – Exemple de maillage pour simulation numérique 2D à l'instant initial

#### IV.2.3.a Essai en air

Les essais en air, comparés aux simulations sont présentés en figures IV.3 et IV.4. La non linéarité de raideur nous permet de bien recoller à l'expérience en terme de fréquence, celle-ci diminuant quand l'amplitude augmente. Les résultats sont un peu moins bons en ce qui concerne l'amplitude, en effet celle-ci est bien reproduite pour les grands déplacements, alors que pour les petits déplacements l'amortissement semble être surestimé, ceci s'explique par le fait que le modèle d'amortissement structure est linéaire alors qu'il a été montré (Pisapia 2004) que l'amortissement dépendait de l'amplitude. Le but du modèle étant de reproduire la dynamique avec la présence du fluide, et l'amortissement fluide étant prédominant devant l'amortissement structure, une erreur sur ce dernier apparaît peu pénalisante.

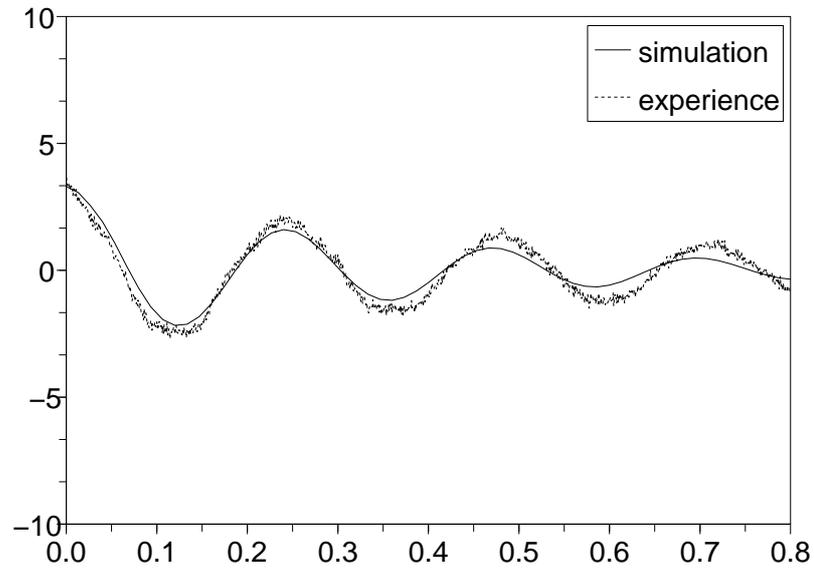


FIG. IV.3 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $3\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

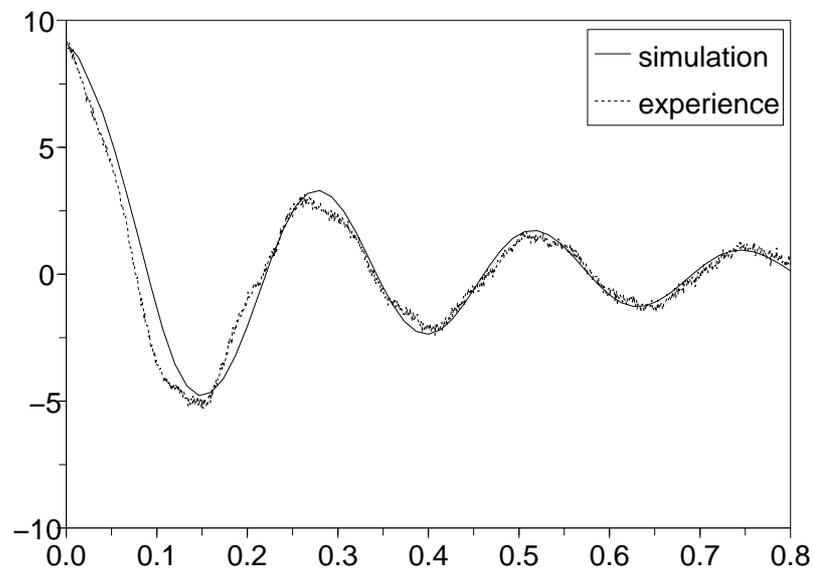


FIG. IV.4 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $10\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

### IV.2.3.b Essai en air avec impact

On présente ici des essais en air (Fig. IV.5 et IV.6) où l'assemblage combustible lâché vient impacter l'autre assemblage combustible. Ces essais ont permis de recalibrer la raideur d'impact. Les simulations numériques semblent bien reproduire les essais, on remarque que l'amortissement est toujours surestimé pour les petits déplacements. Pour les grands déplacements et donc une force d'impact importante, l'énergie transmise à l'assemblage combustible initialement au repos est sous-estimée, ceci pourrait être corrigé avec une raideur de contact non linéaire.

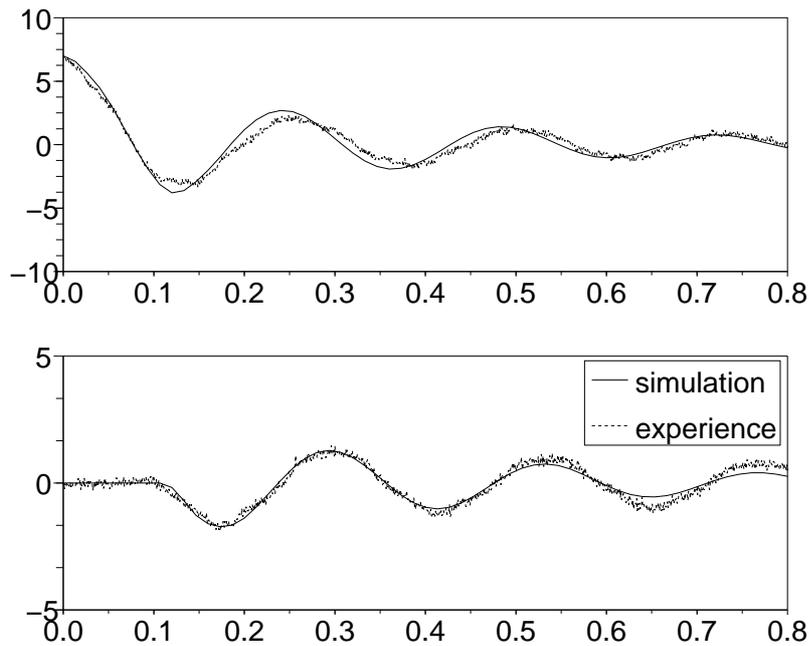


FIG. IV.5 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $7\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

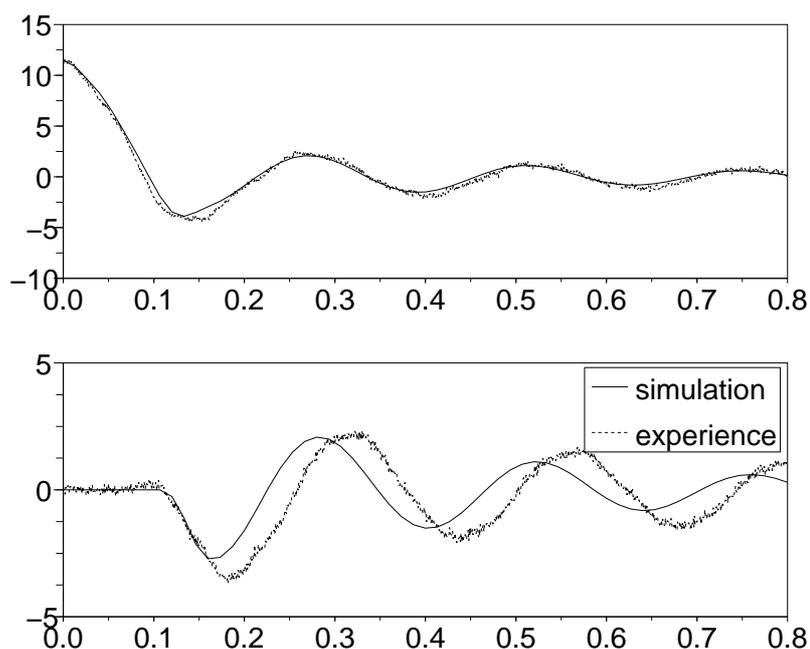


FIG. IV.6 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $12\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

#### IV.2.3.c Essai en eau

Les essais en eau comparés aux simulations sont présentés en figures IV.7 et IV.8. En premier lieu, on observe qu'à l'instant initial, la déformation de l'assemblage combustible lâché provoque une déviation du flux, qui induit un très faible déplacement de l'assemblage combustible au repos ; ce décalage avant lâcher est observé au cours des expériences, il est d'autant plus important que la vitesse d'écoulement est grande, l'assemblage au repos se déplace globalement vers l'assemblage lâché.

On constate que l'effet de la vitesse d'écoulement sur l'amortissement de l'assemblage combustible lâché est bien reproduit. En revanche, le déplacement de l'assemblage combustible initialement au repos, semble moins bien reproduit, en effet si le couplage est bien reproduit pour une vitesse d'écoulement de  $2.4\text{ m/s}$ , il est surestimé pour des vitesses d'écoulement plus importantes. Cet écart entre expérience et calcul peut s'expliquer par la présence du bypass dans le dispositif expérimental. En effet, le bypass du côté de l'assemblage lâché, (nécessaire à l'établissement du déplacement initial) induit une dissymétrie du dispositif qui n'est pas prise en compte dans le modèle. Cette dissymétrie du dispositif, va entraîner une dissymétrie du profil de l'écoulement, la vitesse va être plus importante dans le bypass, et donc le débit traversant l'assemblage combustible lâché sera plus important que dans l'assemblage au repos, alors que le modèle impose une vitesse homogène en entrée. Ce phénomène va être d'autant plus important que la vitesse d'écoulement sera élevée (compte tenu du caractère non linéaire des forces fluide dans le réseau de tubes), ce qui explique que le modèle ne reproduit pas bien le couplage pour des vitesses d'écoulement élevées.

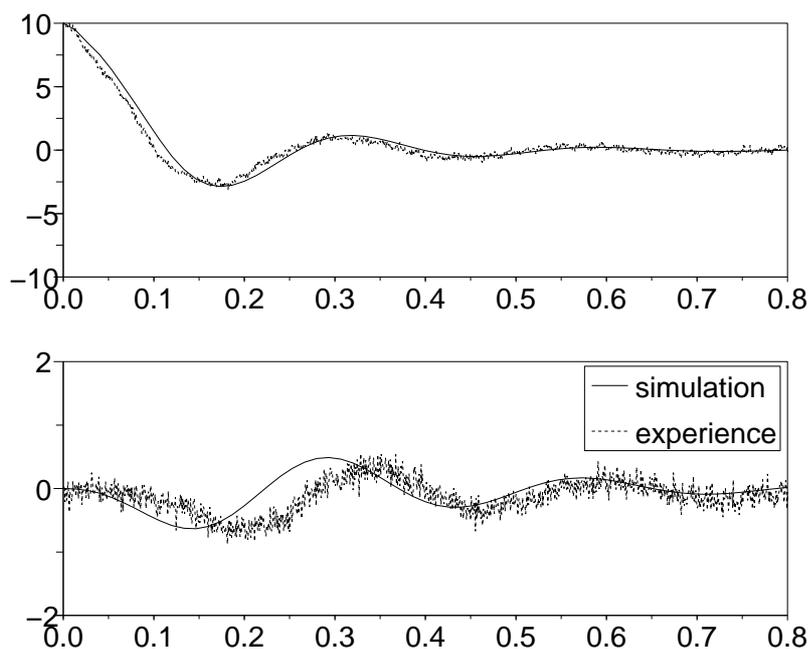


FIG. IV.7 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

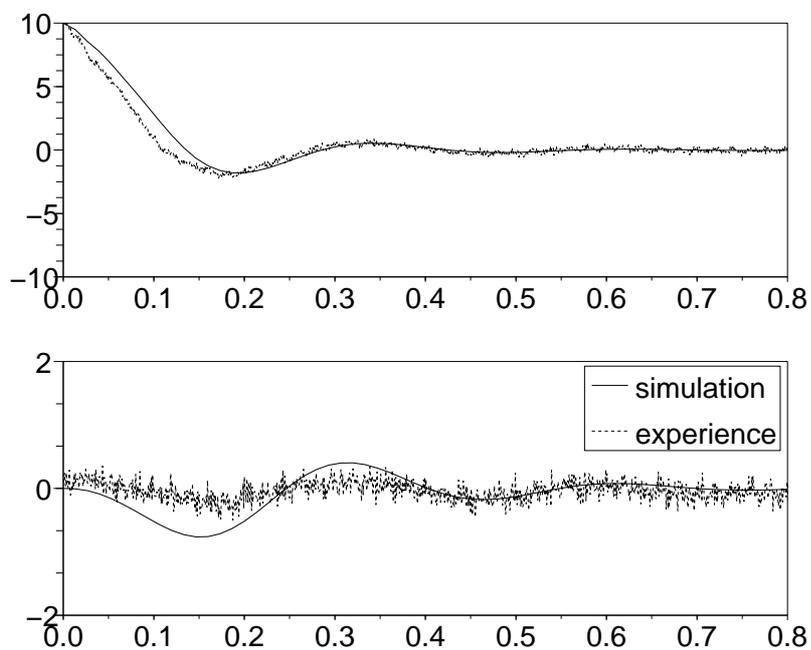


FIG. IV.8 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $5.2 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

#### IV.2.3.d Essai en eau avec impact

Ici on présente un essai en eau avec impact entre assemblages (Fig. IV.9). On remarque que le couplage fluide est surestimé et intervient avant l'impact, et qu'il retarde l'impact par rapport aux données expérimentales. Cependant, les résultats numériques montrent des résultats satisfaisants compte tenu de la non adéquation du dispositif expérimental, avec la mise en évidence du couplage entre assemblages.

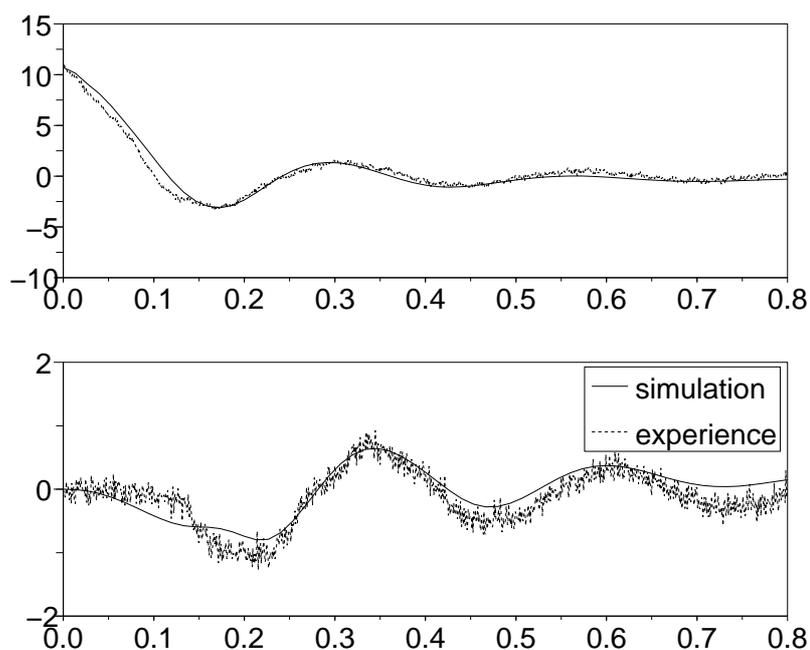


FIG. IV.9 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $1.2 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  avec impact : comparaison expérience/simulation 2D

### IV.3 Dispositif experimental CADIX

Le dispositif expérimental, présente six assemblages combustibles, échelle un, immergés dans une eau stagnante. Les assemblages, sont sur une table vibrante, pouvant simuler un séisme. Les assemblages combustibles sont confinés. Des capteurs de force sont situés aux extrémités de la ligne (Fig. IV.10) de manière à mesurer les forces d'impact lors d'un choc, entre les grilles des assemblages combustibles et la paroi. Des capteurs de déplacements sont situés sur chaque grille des assemblages aux extrémités, tandis qu'un capteur de déplacement est situé au niveau de la quatrième grille pour les autres assemblages. Les capteurs étant fixés au bâti, les déplacements mesurés sont les déplacements relatifs des grilles, par rapport à la table vibrante. Un accéléromètre est fixé à la table vibrante. Les essais ont été faits avec et sans eau, pour plusieurs excitations sismique à plusieurs niveaux, le niveau nominal étant  $0.4 g$  ( $3.9 m/s^2$ ). Les essais en eau sont réalisés pour deux confinements avec  $g = 1.5 mm$  et  $g = 2 mm$  (Fig. IV.11).

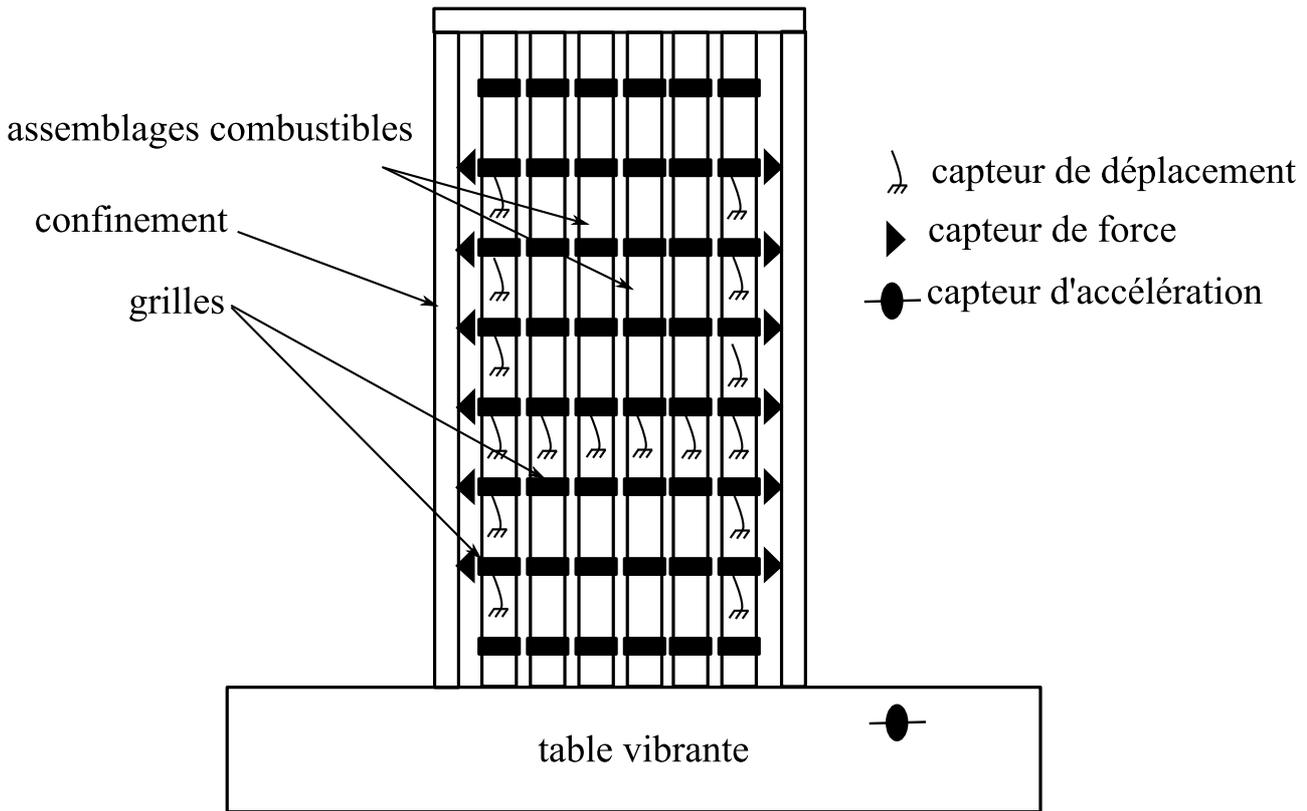


FIG. IV.10 – Dispositif expérimental CADIX

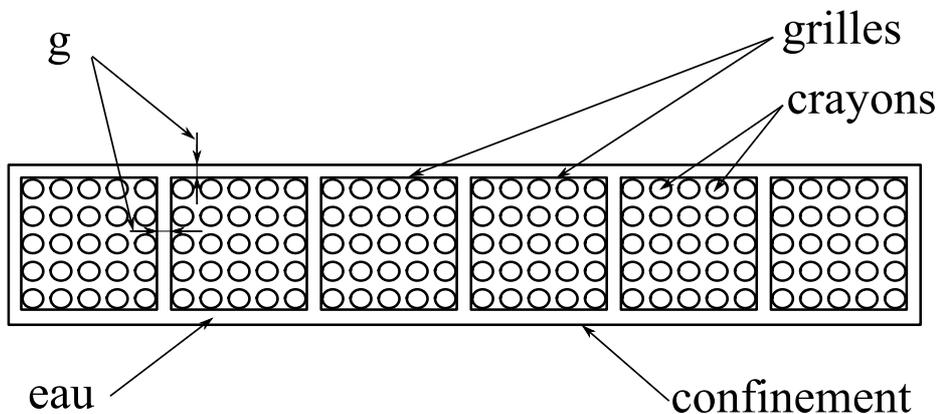


FIG. IV.11 – Dispositif expérimental CADIX (vue de dessus)

Pour la validation de notre modèle, nous nous limitons à l'étude de deux excitations intitulées *FRA3* et *EDF3* dont les évolutions temporelles et les spectres, peuvent être observés en figures IV.12 et IV.13.

Les essais ont été réalisés au laboratoire EMSI au CEA de SACLAY en 2000. Un descriptif plus poussé du dispositif, ainsi que les résultats et interprétations d'essais, sont disponibles dans Broc (2001) et Queval (2002).

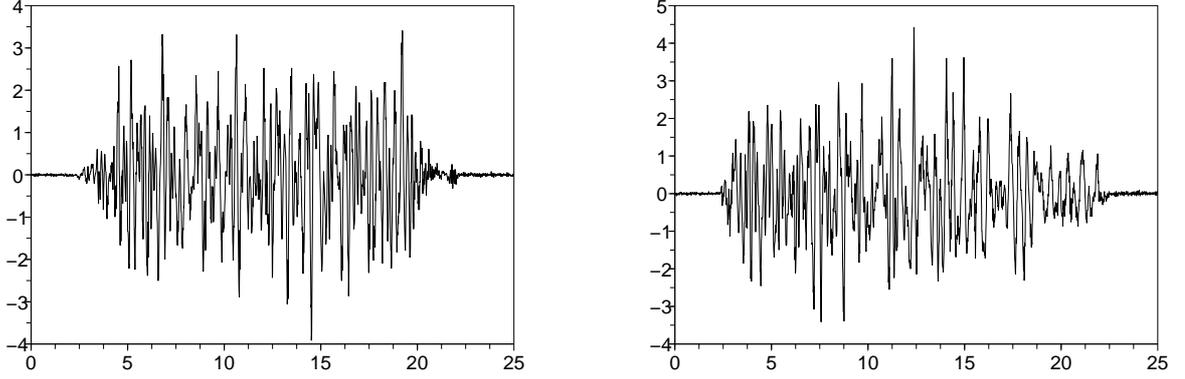


FIG. IV.12 – Accélération ( $m/s^2$ ) en fonction du temps ( $s$ ) imposée à la table vibrante, excitation *FRA3* à gauche et *EDF3* à droite

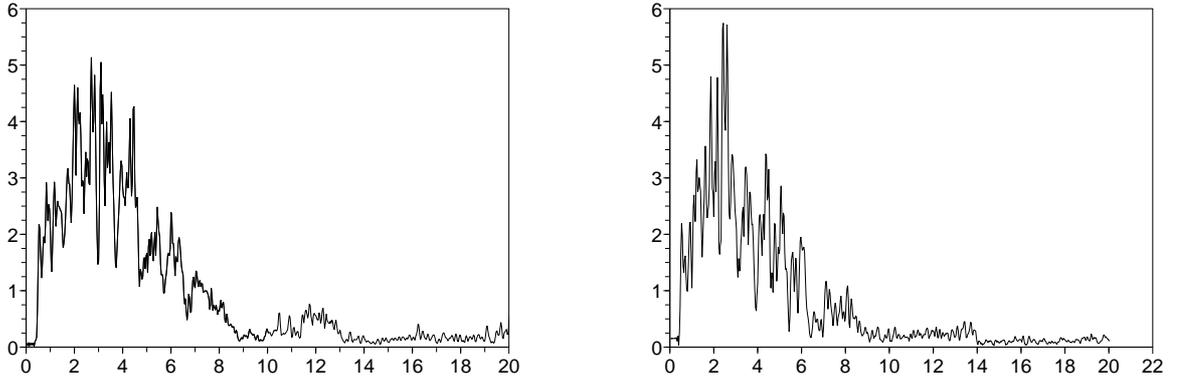


FIG. IV.13 – Spectre fréquentiel ( $Hz$ ) des excitations *FRA3* (gauche) et *EDF3* (droite)

### IV.3.1 Modèle de la force de couplage

Le dispositif expérimental considéré dans ce chapitre, présente une eau stagnante, le modèle choisi au paragraphe III.4.4.a n'est plus adapté, puisque celui ci s'appliquait au cas sous écoulement. Nous choisissons donc de revenir au modèle de Morison (1950) qu'on modifie en introduisant la vitesse relative du fluide par rapport à la structure, (III.81) devient alors :

$$\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} = -\frac{1}{S}(\mathbf{F}_{\mathbf{I}_M} + \mathbf{F}_{\mathbf{D}_M}), \quad (\text{IV.11})$$

avec

$$\mathbf{F}_{\mathbf{I}} = -m_{f_M} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \mathbf{e}_y - m_{f_M} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \mathbf{e}_z, \quad (\text{IV.12})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\mathbf{D}} = & -C_{D_M} \left| \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right| \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \mathbf{e}_y \\ & -C_{D_M} \left| \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right| \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Le modèle établi au paragraphe III.4.4.a peut toutefois être utilisé, il présente cependant les inconvénients d'alourdir le calcul, le modèle étant plus compliqué, et de modéliser l'amortissement de façon linéaire, puisque le terme prépondérant va devenir  $\mathbf{F}_D$ . Une comparaison des modèles est proposée au paragraphe IV.3.5.

### IV.3.2 Conditions limites

Les rotations des noeuds aux extrémités des assemblages sont fixées, les déplacements en ces mêmes noeuds sont imposés égaux au déplacement du bâti, on formule ainsi l'hypothèse que le haut et le bas de la structure ont le même mouvement. De même, on impose la composante normale de la vitesse du fluide aux parois, la vitesse étant celle du bâti. La vitesse en haut et en bas, est, elle laissée libre, avec une seule condition de non pénétration des parois.

### IV.3.3 Identification des constantes

Les constantes d'inertie et géométriques de la structure ( $m_{ac}$ ,  $I_{fa}$ ,  $S_{fa}$ , et  $I$ ) sont calculées analytiquement :

$$m_{ac} = \frac{\text{Masse Total Assemblage}}{\text{Longueur Assemblage}}, \quad (\text{IV.14})$$

$$S_{fa} = \text{Largeur}_{grille}^2, \quad (\text{IV.15})$$

$$I = \frac{\text{Largeur}_{grille}^4}{12}, \quad (\text{IV.16})$$

$$\rho_{sequ} = \frac{m_{ac}}{S_{fa}}, \quad (\text{IV.17})$$

$$I_{fa} = \rho_{sequ} I. \quad (\text{IV.18})$$

Les constantes structures liées aux lois de comportement, sont identifiées à partir des essais en air, par une méthode d'optimisation de type gradient conjugué, où la fonction à minimiser est la différence entre la courbe expérimentale et la courbe calculée, et est fonction de  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_G$ ,  $\mu_E$  et  $k_{impact}$  :

$$F_{cout}(G_1, G_2, E_1, E_2, \mu_G, \mu_E) = \sum_{i=1}^{N_{echantillon}} \frac{|d_{exp}(ti) - d_{cal}(ti, G_1, G_2, E_1, E_2, \mu_G, \mu_E, k_{impact})|}{|d_{exp}(ti)|}. \quad (\text{IV.19})$$

Les constantes structures sont identifiées à partir de l'essai en air *EDF3* pour un niveau d'excitation de 0.18 g, le jeu de constantes ainsi obtenu, est utilisé pour simuler les autres niveaux d'excitation et les essais en eau. On observe expérimentalement une diminution de la raideur quand l'amplitude augmente, on trouvera donc que les constantes  $E_2$  et  $G_2$  sont négatives.

La porosité est égale à la fraction volumique de la structure :

$$\phi = \frac{\text{nombre crayon} * \pi r_{crayon}^2}{S_{fa}}. \quad (\text{IV.20})$$

Le fluide s'écoulant dans les assemblages, étant de l'eau nous avons :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad (\text{IV.21})$$

$$\mu = 0.001 \text{ kg.m}^2/\text{s}. \quad (\text{IV.22})$$

La viscosité turbulente est choisie arbitrairement, mais de telle sorte que la viscosité dynamique soit négligeable :

$$\mu_T = 100\mu. \quad (\text{IV.23})$$

La constante relative à la masse ajoutée  $m_{fM}$ , est dans un premier temps, prise égale à la masse du volume de fluide déplacé, et dans un deuxième temps, ajustée de façon à recoller avec la fréquence propre du système. La constante de couplage  $C_{DM}$  est dans un premier temps identifiée à partir d'essais de perte de charge transverse sur des réseaux de tubes, pour différentes vitesses d'écoulement (Peybernes 2006). En suite, la constante est ajustée, de façon à reproduire au mieux l'amortissement des assemblages combustibles.  $C_{DM}$  est identifié à partir de l'essai en eau EDF3 pour un niveau d'excitation de 0.4 g, la constante ainsi obtenue est utilisée pour simuler les autres niveaux d'excitation. Les constantes du modèle, utilisées dans ce chapitre, sont récapitulées dans les tableaux IV.5 à IV.8 :

TAB. IV.5 – Constantes géométriques et massiques relatives à la structure

$m_{fa}$	$I_{fa}$	$S_{fa}$	$I$	Longueur Assemblage	Largeur grille
197.1 kg/m	0.75 kg.m	4.56e - 2 m <sup>2</sup>	1.73e - 4 m <sup>4</sup>	4.06 m	21.35 cm

TAB. IV.6 – Constantes relatives aux lois de comportement de la structure

$G_1$	$G_2$	$E_1$	$E_2$	$\mu_G$	$\mu_E$	$k_{impact}$
1.38e7 Pa	-3.22e7 Pa	4.35e8 Pa	-3.74e8 Pa	16.8e4 Pa.s	9.9e6 Pa.s	4.e7 N/m

TAB. IV.7 – Constantes du fluide

$\rho$	$\rho_{eq}$	$\mu_{Teq}$
1000 kg/m <sup>3</sup>	532.44 kg/m <sup>3</sup>	0.1 kg.m <sup>2</sup> /s

TAB. IV.8 – Constantes relatives au couplage fluide-structure

$m_{fM}$	$C_{DM}$	$D$	$S$
1.44 kg/m <sup>3</sup>	4000 kg/m	0.01 m	1.e - 4 m <sup>2</sup>

### IV.3.4 Comparaison expérience théorie

Les simulations sont effectuées avec le modèle numérique 2D pour 6 mailles, dans la direction axiale et 6 mailles dans la direction radiale (une maille par assemblage), et pour un pas de temps  $\Delta t = 12.5$  ms. On peut voir sur la figure IV.14 le maillage utilisé pour les simulations.

#### IV.3.4.a En air

On peut voir sur la figure IV.16 un résultat d'essai en air comparé à une simulation (pour des raisons de lisibilité l'intégralité des calculs à été reporté en Annexe C). Les déplacements

obtenus par les simulations, sont en accord avec les résultats d'essais. La figure IV.15 présente la force maximale d'impact obtenue par simulation et par l'expérience, pour différents niveaux d'excitation. On observe que la force d'impact, est sous-estimée, pour des excitations importantes. Cette différence, provient sûrement, de la modélisation de l'amortissement de la structure, en effet cette dernière est modélisée de façon linéaire, or il a été observé expérimentalement (Pisapia 2004) que l'amortissement diminuait avec l'amplitude, ainsi l'amortissement étant surestimé l'assemblage vient impacter la paroi avec moins de vitesse, et donc la force d'impact est moins importante.

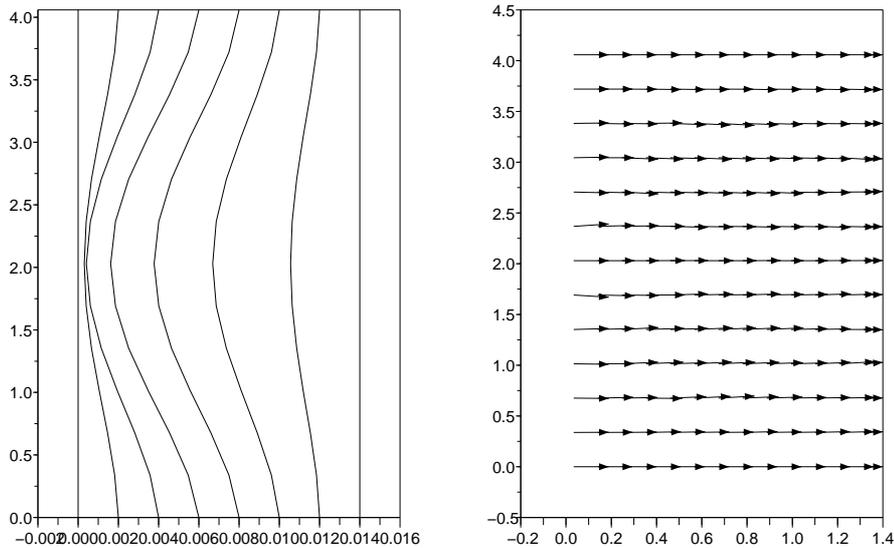


FIG. IV.14 – Maillage 2D utilisé pour les simulations numériques

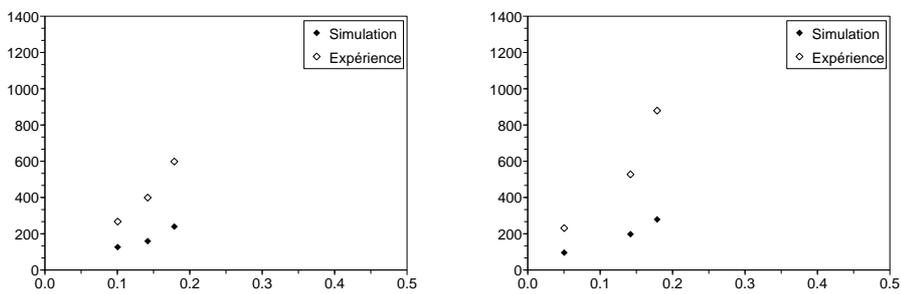


FIG. IV.15 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en air, comparaison expérience/simulation

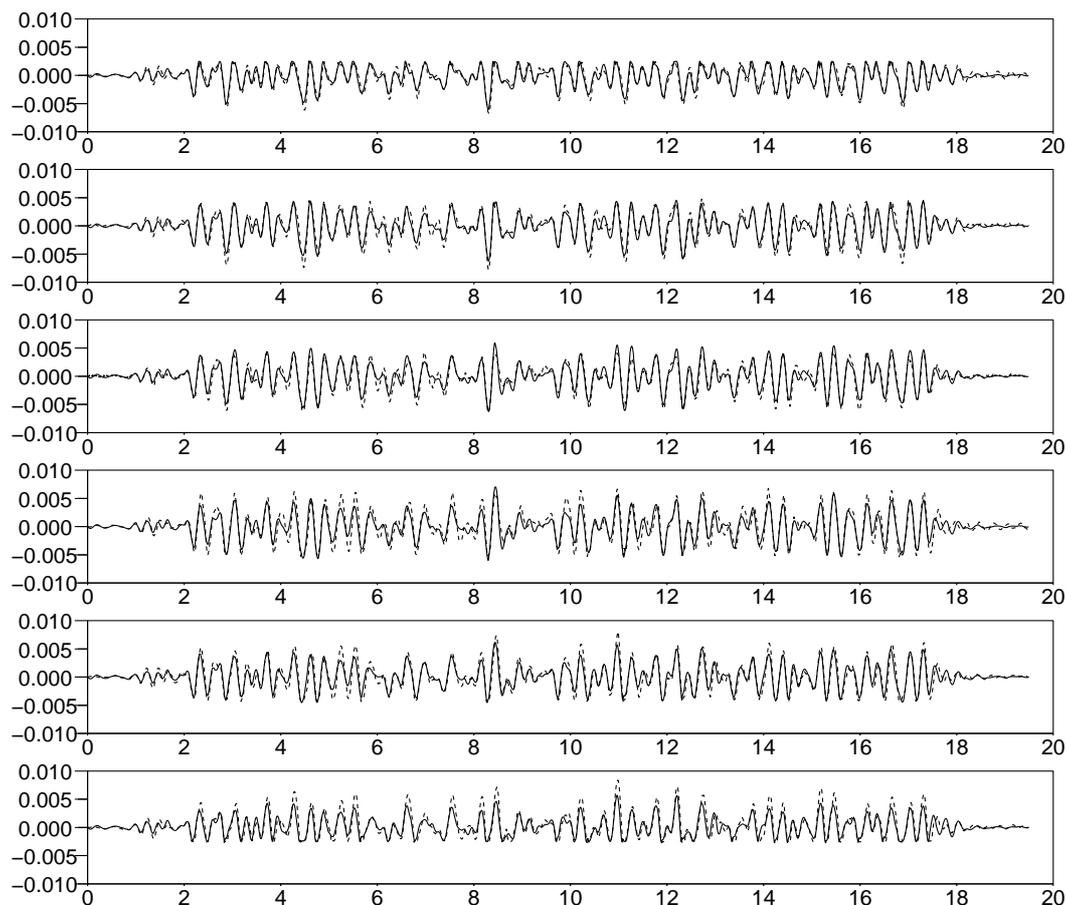


FIG. IV.16 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.18 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

#### IV.3.4.b En eau

On compare dans ce paragraphe les essais en eau avec les simulations 2D. On peut observer sur la figure IV.17 un exemple de simulation, comparé avec l'essai correspondant. Les déplacements, obtenus par les simulations, sont en accord avec les résultats d'essais. On remarquera cependant que les déplacements des assemblages situés aux extrémités sont sous-estimés, ceci fait ressortir la faiblesse du modèle, à reproduire ce qui se passe au niveau de l'interface entre un assemblage et la paroi, en effet la zone fluide créée par l'écartement de l'assemblage de la paroi, doit induire des forces sur l'assemblage, non prises en compte dans le modèle proposé ici. La figure IV.18 montre l'évolution dans le temps de la force d'impact entre une grille et le confinement, on observe que certains chocs ne sont pas reproduits et que les chocs reproduits montrent un léger retard par rapport à l'expérience. Les figures IV.19 et IV.20 présentent la force maximale obtenue au cours d'un essai, comparée à celle obtenue par les simulations, les résultats semblent bien plus convaincants, que pour le cas en air. Cette observation conforte notre hypothèse, selon la-quelle, une modélisation simplifiée de l'amortissement structure, a peu d'influence sur la dynamique en eau.

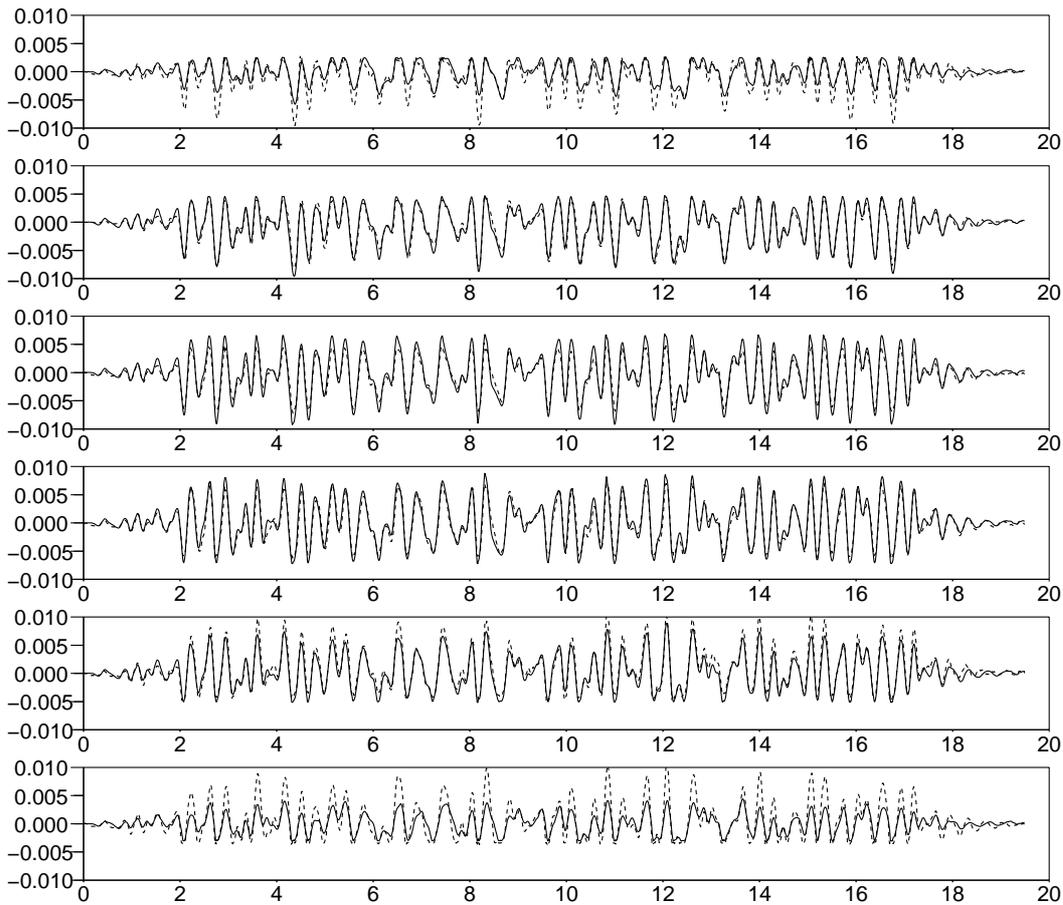


FIG. IV.17 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.4 g$  avec un confinement à  $2 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

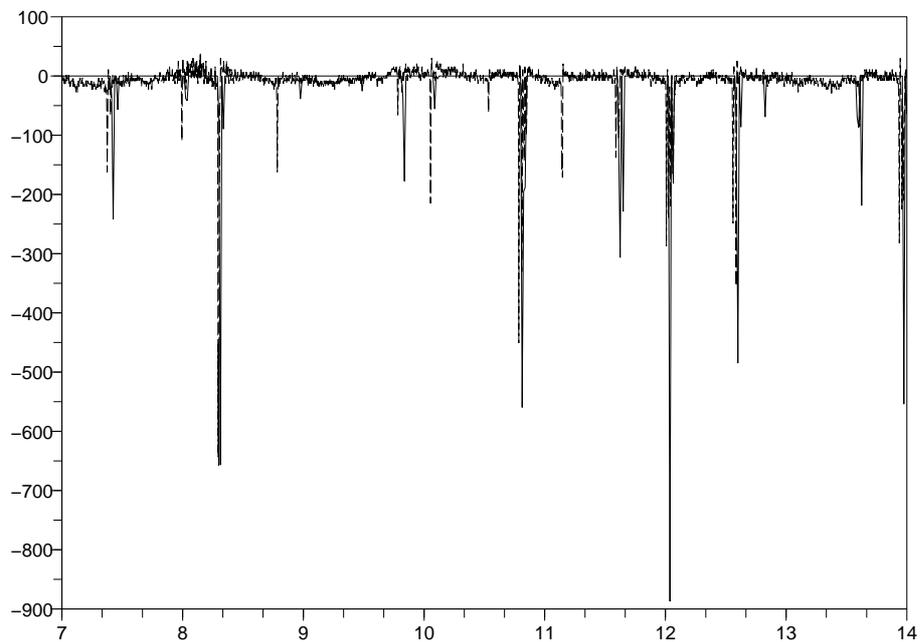
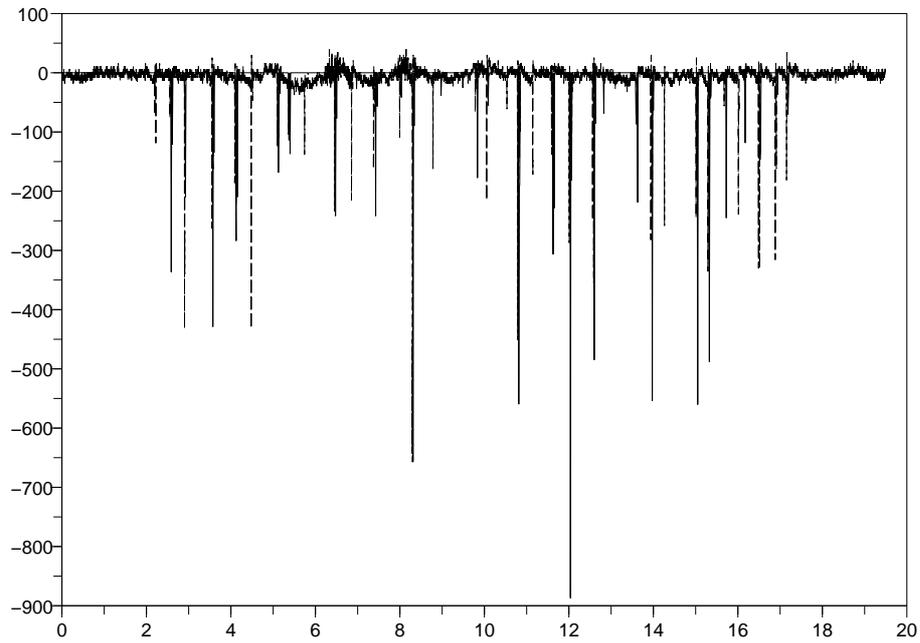


FIG. IV.18 – Force d'impact ( $daN$ ) en fonction du temps ( $s$ ) entre le confinement et la quatrième grille de l'assemblage combustible à l'extrémité gauche en eau pour une excitation  $FRA3$  de  $0.4 g$  avec un confinement à  $2 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

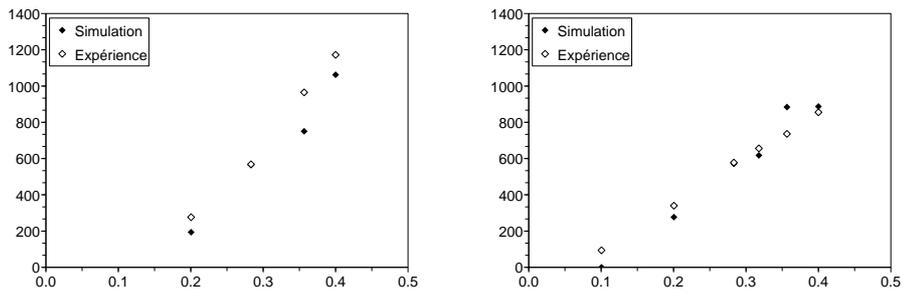


FIG. IV.19 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation

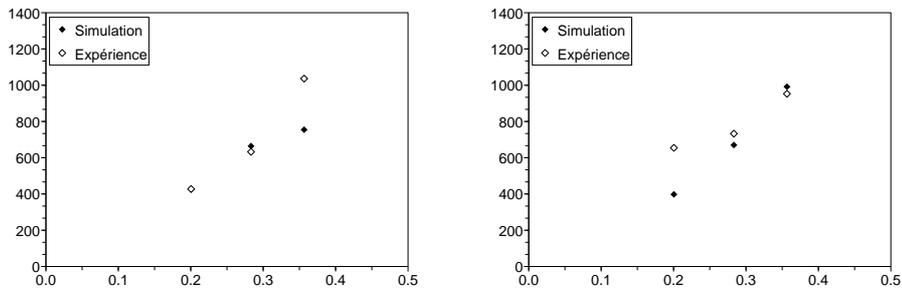


FIG. IV.20 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation

### IV.3.5 Comparaison modèle linéaire et non linéaire

Des simulations avec le modèle établi au Chapitre III et les constantes de couplage présentées dans le tableau IV.9 ont été menées et comparées aux données expérimentales et au modèle prenant en compte, une force de couplage fluide-structure plus simple, bien que non linéaire (cf IV.3.1). Dans le modèle initial l'absence d'écoulement, fait que, le terme prépondérant devient  $\mathbf{F}_D$  qui est linéaire, nous comparons donc un modèle linéaire à un modèle quadratique. Il apparaît sur la figure IV.21 que le modèle non linéaire donne des résultats plus proche de l'expérience.

TAB. IV.9 – Constantes relatives au couplage fluide/structure

$m_f$	$C_T$	$C_N$	$C_D$	$D$	$S$
$1.44\text{ kg/m}^3$	$0\text{ m}^{-2}$	$0\text{ m}^{-2}$	$100\text{ kg/s}$	$0.01\text{ m}$	$1.e - 4\text{ m}^2$

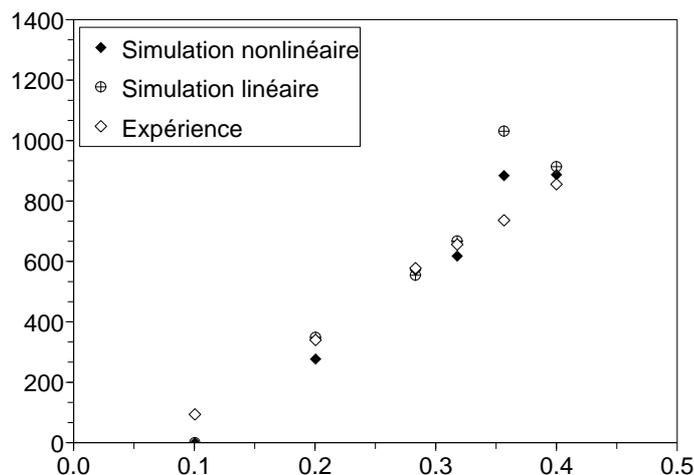


FIG. IV.21 – Maximum de la force d’impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d’excitation ( $g$ ) *FRA3* à droite, en eau pour un confinement de  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation linéaire/non linéaire

## IV.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, on a validé le modèle sur deux types d’essais expérimentaux, le premier (ECHASSE) présente deux assemblages combustibles soumis à un écoulement axial, le deuxième présente six assemblages combustibles immergés dans une eau stagnante soumis à un chargement sismique.

Pour le cas des essais ECHASSE, les simulations numériques 2D reproduisent bien les déplacements des assemblages. Le caractère non linéaire de la structure illustré par un fréquence d’oscillation variant avec l’amplitude est bien reproduit. Les effets du fluide, à savoir le phénomène de masse ajoutée, ainsi que l’augmentation de l’amortissement avec la vitesse d’écoulement, sont eux aussi bien reproduits par le calcul. En revanche le couplage entre assemblages est lui moins bien reproduit, en effet le couplage semble surestimé pour de grandes vitesses d’écoulement, tout en restant du même ordre de grandeur. Cette différence est due au bypass du dispositif expérimental qui n’est pas pris en compte dans le modèle. En effet ce dernier induit un profil de vitesse non homogène et une dissymétrie de l’écoulement. Les essais ECHASSE sont une base de validation du modèle, mais la limitation des essais réside dans le faible nombre d’assemblages, le modèle étant basé sur l’homogénéité du réseau de crayons, le modèle sera d’autant plus proche de la réalité que le nombre de crayons et donc d’assemblages, sera élevé.

Pour le cas des essais CADIX, le modèle reproduit bien le comportement dynamique des assemblages combustibles en air et en eau. Cependant on remarque que dans le cas en eau, les déplacements des assemblages combustibles situés aux extrémités sont mal reproduits, ceci semble être dû à la limitation du modèle qui ne tient pas compte des zones de fluide pures. On remarquera aussi que la force d’impact est bien estimée dans le cas des essais en eau mais pas dans le cas en air, ceci étant dû au modèle d’amortissement structure linéaire.



# Chapitre V

## Réalisation des essais COUPLAGE et validation

---

*Ce chapitre est consacré aux essais COUPLAGE. Le dispositif COUPLAGE présente neuf assemblages combustibles (disposés en 3 par 3) échelle réduite, soumis à un écoulement axial, le déplacement de l'assemblage combustible central est imposé tandis que les autres sont fixés à l'aide de tiges, on vient alors mesurer l'effort dans les tiges. Les essais sont réalisés pour plusieurs vitesses d'écoulement et plusieurs amplitudes de déplacement, on met alors en lumière, l'influence de ces paramètres sur le couplage entre assemblages et entre files d'assemblages. Les résultats montrent que le couplage entre assemblages combustibles, dans le sens orthogonal à la direction d'excitation, n'est pas négligeable, on observe aussi une augmentation de la raideur en fonction de la vitesse d'écoulement, et un couplage statique sous écoulement. Les résultats expérimentaux sont alors comparés aux simulations numériques 2D et 3D. Les simulations numériques ne reproduisent pas le raidissement sous écoulement, cependant l'ordre de grandeur et le rapport entre couplage dans le sens d'excitation et couplage d'une file à l'autre est respecté.*

---

**Sommaire**

---

<b>V.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>87</b>
<b>V.2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>87</b>
<b>V.3</b>	<b>Observations expérimentales</b>	<b>90</b>
<b>V.4</b>	<b>Validation</b>	<b>93</b>
V.4.1	Conditions limites	94
V.4.2	Identification des constantes	94
V.4.3	Comparaison expérience/simulation	96
V.4.3.a	Discussion	98
<b>V.5</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>102</b>

---

## V.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous montrons les résultats des essais COUPLAGE réalisés dans le cadre de la thèse. Le dispositif COUPLAGE présente neuf assemblages combustibles, échelle réduite, soumis à un écoulement axial, le déplacement de l'assemblage combustible central est imposé, tandis que les autres, sont fixés à l'aide de tiges, on vient alors mesurer l'effort dans les tiges. Les essais sont réalisés pour plusieurs vitesses d'écoulement et plusieurs amplitudes de déplacement, on met alors en lumière l'influence de ces paramètres sur le couplage entre assemblages et entre files d'assemblages. Les résultats expérimentaux, sont alors comparés aux simulations numériques 2D et 3D.

## V.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental COUPLAGE présente un réseau de 3 par 3 assemblages combustibles, échelle réduite, soumis à un écoulement axial (Fig. V.1). Chaque assemblage est constitué de 16 crayons longs de 2.5 *m* pour un diamètre d'environ 1 *cm* (réseau 4 par 4) maintenu par une grille et deux embouts.

La grille est collée, tandis que les embouts en pied et en tête sont vissés aux crayons, ainsi les crayons ne peuvent plus glisser dans les grilles. Ceci permet de minimiser l'amortissement structure, de sorte à maximiser l'importance des forces fluide. La grille du milieu de chaque assemblage, est reliée au bâti par le biais d'une tige, ainsi les tiges qui maintiennent les assemblages combustibles du milieu traversent ceux du bord (Fig. V.2). Les assemblages sont vissés à la plaque supérieure du coeur, tandis que la liaison avec la plaque inférieure est assurée par des pions de centrage. Un vérin est relié à la tige de l'assemblage combustible central, celui ci permet d'imposer un déplacement à l'assemblage, les autres restant immobiles. On notera que certaines tiges traversent un assemblage ce qui a pour effet d'introduire un frottement entre la tige et l'assemblage traversé, et ce en dépit des précautions prises pour éviter ce phénomène.

Quatre capteurs de forces à jauges de déformation, sont placés au niveau de certaines tiges. Les capteurs sont montés rotulé-rotulé (Fig. V.3) de sorte à ce qu'il ne travaillent qu'en traction-compression. Les capteurs fonctionnent entre -100 *N* et 100 *N*. Dans un premier temps des capteurs fonctionnant entre -10 *N* et 10 *N* avaient été montés sur les assemblages non-excités, les forces de couplage étant de cet ordre de grandeur. Cependant, ces capteurs plus fragiles plastifiaient facilement, lors du montage. La pose de ces capteurs plus précis a donc été abandonnée.

Les capteurs mesurent les efforts notés  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$  et  $f_4(t)$  subis par les assemblages dans la direction  $\mathbf{e}_z$  qui est aussi la direction d'excitation.

Les essais sont réalisés pour plusieurs amplitudes de déplacement et plusieurs vitesses d'écoulement. Le déplacement imposé à l'assemblage central (noté  $u_4(t)$ ) est un sinus balayé allant de 0 *Hz* à 4 *Hz*, la fréquence de résonance des assemblages se trouvant aux alentours de 2 *Hz*.

$$u_4(t) = a_0 \sin \left( \frac{\pi(f_S - f_I)}{T_s} t^2 + 2\pi f_I t \right) \mathbf{e}_z, \quad (\text{V.1})$$

où  $a_0$  est l'amplitude,  $f_I = 0$  *Hz*,  $f_S = 4$  *Hz*,  $T_s = 300$  s est la durée du balayage.

La limite de 4 *Hz* est imposée par le capteur lié à l'assemblage central, en effet au delà de cette fréquence l'effort subit par le capteur devient trop important et risque de dépasser la limite des 100 *N*. Un capteur de débit, en amont de la veine d'essai, nous donne accès à la vitesse d'écoulement.

L'écart entre assemblage est de 5 mm tandis que la largeur de la grille est de 54 mm, les zones de fluide pures occupent donc une part non négligeable du volume total.

Les essais ont été réalisés au LHC au CEA de CADRACHE dans le cadre de la thèse.

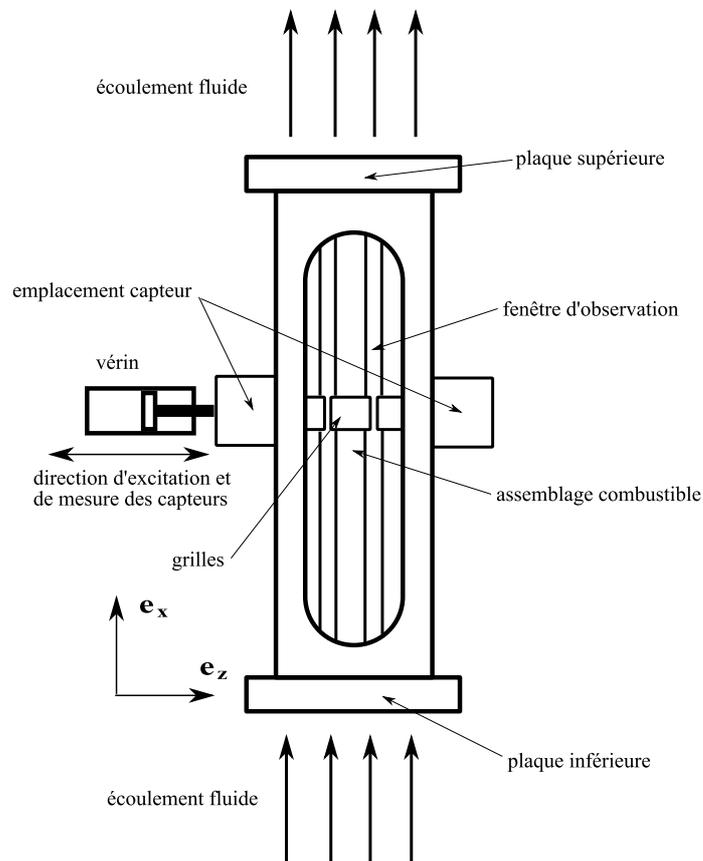


FIG. V.1 – Dispositif expérimental Couplage

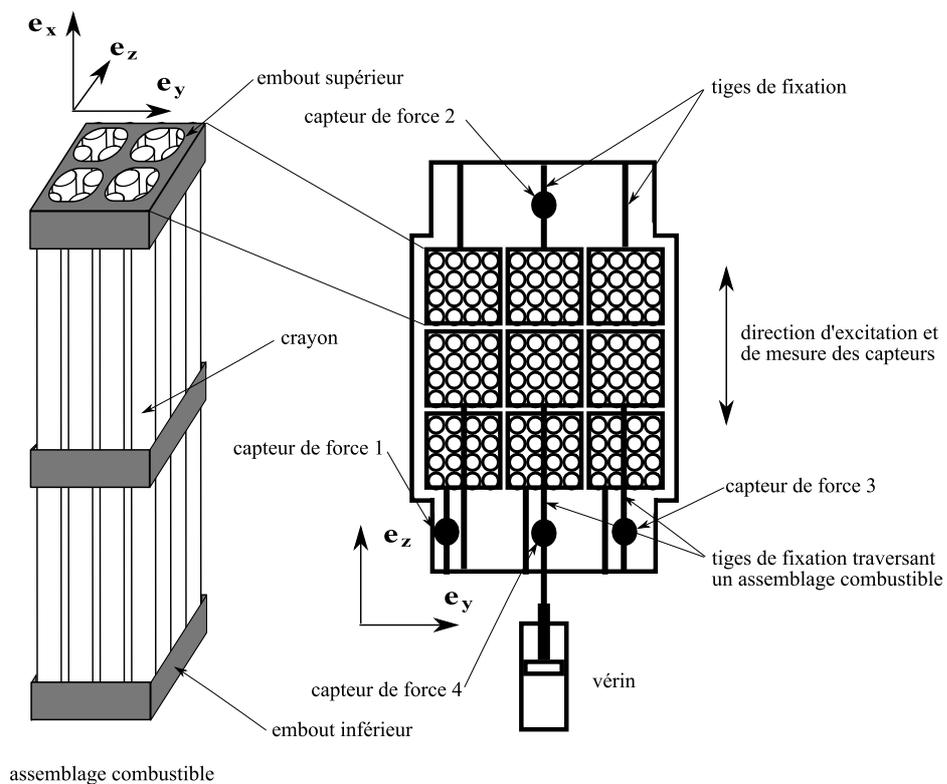


FIG. V.2 – Dispositif expérimental Couplage (vue en coupe)

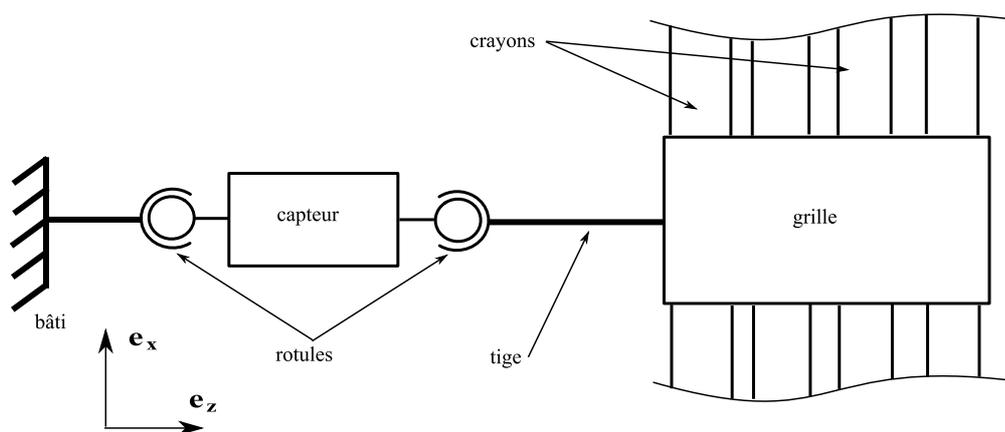


FIG. V.3 – Montage des capteurs

### V.3 Observations expérimentales

Des essais quasi-statiques ont été réalisés en air et en eau, sous écoulement, pour caractériser la raideur de l'assemblage central (Fig. V.4). Ces essais montrent que la raideur de la structure est linéaire, ceci étant dû au fait que les grilles sont collées aux crayons, il n'y a donc pas de frottement grilles-crayons. Il apparaît cependant un phénomène d'hystérésis dû au frottement entre la tige reliée à l'assemblage combustible central, et l'assemblage qu'elle traverse. On observe aussi, que l'écoulement induit un raidissement de l'assemblage.

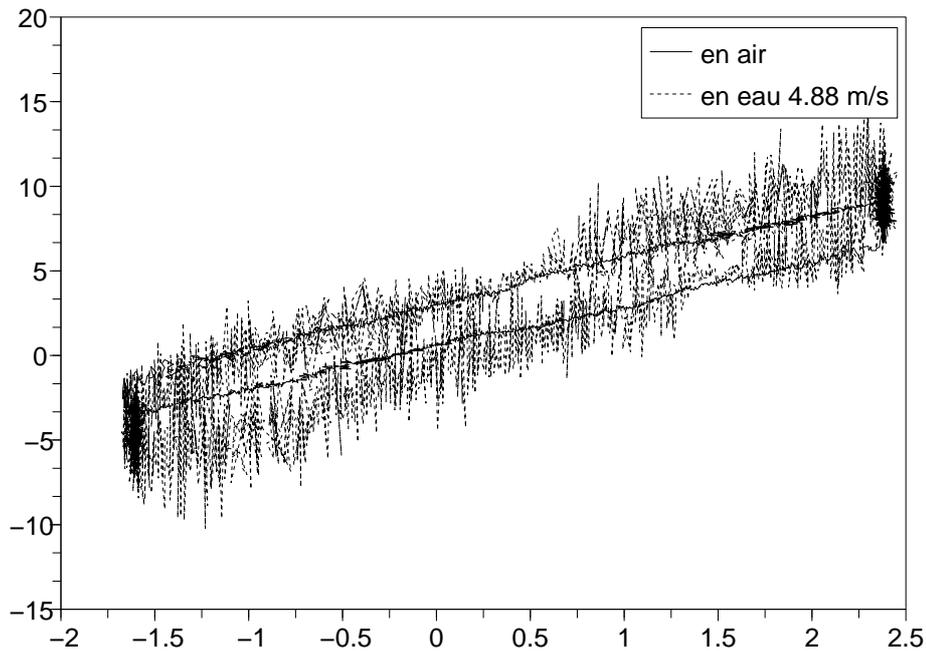


FIG. V.4 – Force relevée par le capteur 4 ( $N$ ) en fonction du déplacement du vérin ( $mm$ ) en quasi-statique

Les essais dynamiques en sinus balayé, ont été réalisés pour trois valeurs d'amplitude  $a_0$  ( $1\text{ mm}$ ,  $1.5\text{ mm}$  et  $2\text{ mm}$ ), en air, en eau stagnante, et en eau sous écoulement pour 5 vitesses d'écoulement (de  $1.65\text{ m/s}$  à  $4.88\text{ m/s}$ ).

L'écoulement du fluide induit une force ( $f_2(t)$ ) dont le spectre est présenté en figure V.5. La première partie du spectre ( $0$  à  $4\text{ Hz}$ ) correspond à la fréquence d'excitation, et caractérise donc le couplage entre assemblages. La seconde partie du spectre, est indépendante du couplage et est observée même sans excitation de l'assemblage central. L'intensité de la force augmente avec la vitesse d'écoulement, et devient prépondérante devant l'effort de couplage entre assemblages, cependant cette force a une composante spectrale au dessus du domaine d'excitation, il est alors possible de découpler l'effet du couplage de cette force fluide. On remarque aussi, un léger glissement du spectre vers les basses fréquences, quand la vitesse d'écoulement augmente.

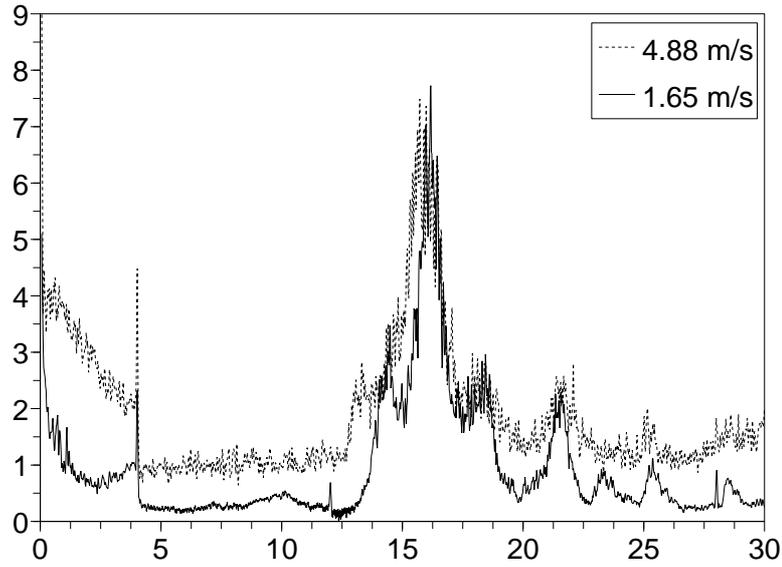


FIG. V.5 – FFT de la force relevée par le capteur 2 (N) en fonction de la fréquence (Hz) pour deux vitesses d'écoulement

Les figures V.6, V.7 et V.8 montrent les fonctions de transfert ( $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega)$ ,  $H_3(\omega)$  et  $H_4(\omega)$ ) entre les forces relevées par les capteurs ( $F_1(\omega)$ ,  $F_2(\omega)$ ,  $F_3(\omega)$  et  $F_4(\omega)$ ) et le déplacement imposé ( $U_4(\omega)$ ).

$$F_1(\omega) = FFT(f_1(t)), F_2(\omega) = FFT(f_2(t)), F_3(\omega) = FFT(f_3(t)), F_4(\omega) = FFT(f_4(t)), \quad (V.2)$$

$$U_4(\omega) = FFT(u_4(t)), \quad (V.3)$$

$$H_1(\omega) = \frac{F_1(\omega)}{U_4(\omega)}, H_2(\omega) = \frac{F_2(\omega)}{U_4(\omega)}, H_3(\omega) = \frac{F_3(\omega)}{U_4(\omega)}, \quad (V.4)$$

$$H_4(\omega) = \frac{U_4(\omega)}{F_4(\omega)}, \quad (V.5)$$

on remarquera que  $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega)$  et  $H_3(\omega)$  sont homogènes à une raideur ( $N/m$ ), tandis que  $H_4(\omega)$  est homogène à une souplesse ( $m/N$ ). L'ensemble des résultats peut être trouvé en Annexe D.

La figure V.6 présente les résultats expérimentaux pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s et pour plusieurs amplitudes. En dépit du bruit dû à l'écoulement, le couplage entre assemblages est observable. Il apparaît que le couplage, dans le sens transverse à la direction d'excitation, n'est pas négligeable ( $H_3$  en bas à gauche), et devient même prépondérant, face au couplage dans le sens longitudinal à la direction d'excitation ( $H_2$  en haut à droite) au delà de 3 Hz, tandis que le couplage avec les assemblages situés dans les coins, est le moins important. On remarque que le couplage est présent pour un déplacement quasi-statique, et que le couplage dans le sens transverse à la direction d'excitation, et dans les coins augmente avec la fréquence d'excitation, tandis que le couplage dans le sens d'excitation, diminue quand la fréquence augmente. Il semble que l'augmentation de l'amplitude induit, une diminution de l'amortissement sur l'assemblage combustible central. Ceci est dû au frottement sec, entre la tige reliée au verin et l'assemblage qu'elle traverse, et n'est pas à mettre sur le compte d'un effet du fluide.

Le couplage semble diminuer quand l'amplitude augmente. L'amplitude semble avoir aussi une influence sur l'amortissement de l'assemblage combustible central, toutefois cette observation doit être mise en rapport avec le frottement sec, dû au frottement de la tige, qui induit un amortissement non proportionnel, dont l'importance relative augmente quand l'amplitude diminue.

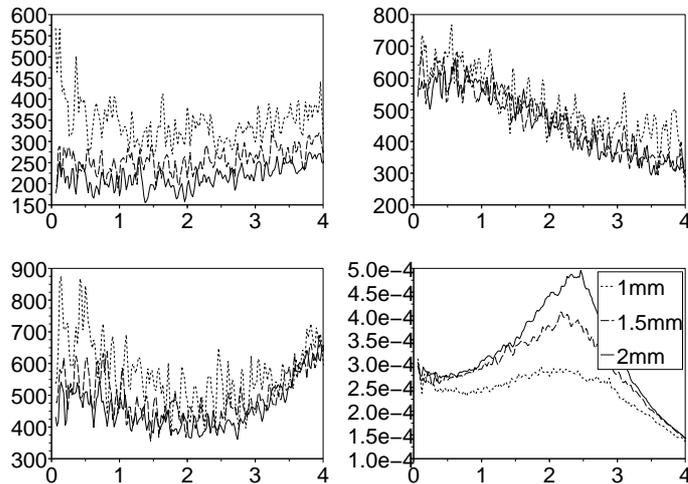


FIG. V.6 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$  et pour plusieurs amplitudes

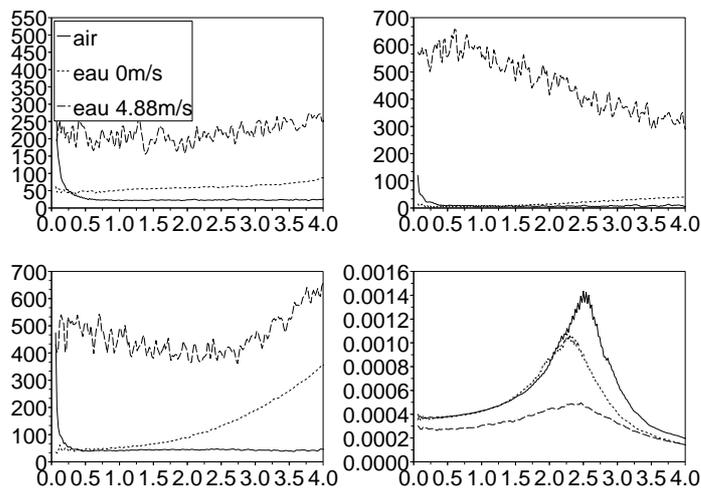


FIG. V.7 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en air, en eau et en eau sous écoulement

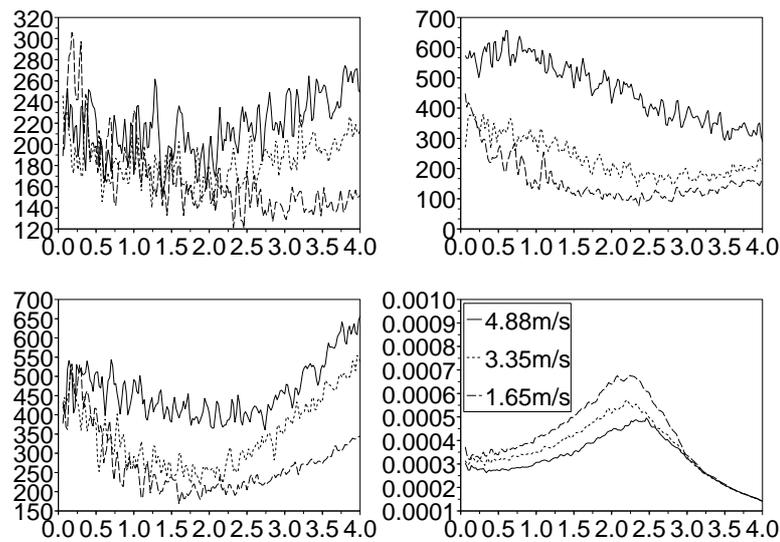


FIG. V.8 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence (Hz),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de 2 mm et pour plusieurs vitesses d'écoulement

La figure V.7 compare les essais en air, en eau stagnante et en eau sous écoulement. On retrouve un résultat connu : la présence du fluide induit un amortissement supplémentaire ainsi qu'une masse ajoutée, et l'écoulement accentue le phénomène d'amortissement (Pisapia 2004). On retrouve l'observation faite sur la figure V.4 où la raideur augmente pour une eau sous écoulement tout en remarquant que l'eau stagnante n'induit pas de modification de la raideur. La modification de la raideur a pu être observée dans les essais CAMEOL (Collard 2004) pour un assemblage en fin de vie, avec un confinement latéral de 20 mm pour une largeur d'assemblage de 215 mm, soit à peu près la même proportion de zones de fluide pures que dans les essais COUPLAGE.

Le couplage est bien plus important en eau sous écoulement, qu'en eau stagnante, surtout pour le couplage dans le sens d'excitation. Le phénomène de couplage statique, n'est pas observé pour l'eau stagnante. Contrairement au cas sous écoulement, le couplage radial et dans les coins en eau stagnante, est plus important que le couplage dans le sens d'excitation.

La figure V.8 montre l'influence de la vitesse d'écoulement. L'augmentation de la raideur de l'assemblage sous écoulement, semble être un phénomène continu et augmente en même temps que la vitesse d'écoulement augmente. Un autre résultat classique est que l'amortissement augmente quand la vitesse d'écoulement augmente, et il en est de même pour le couplage. Pour chaque assemblage, le couplage présente un minimum pour une certaine valeur de la fréquence d'excitation, et la valeur de cette fréquence augmente quand la vitesse d'écoulement augmente.

## V.4 Validation

Dans cette partie, nous proposons de reproduire par le calcul le dispositif expérimental COUPLAGE. Les simulations sont effectuées avec le modèle numérique 3D pour 4 mailles dans

la direction axiale et 3 mailles dans chaque direction radiale (une maille par assemblage) et pour un pas de temps  $\Delta t = 20 \text{ ms}$ .

### V.4.1 Conditions limites

Les assemblages sont considérés encastés, on bloque ainsi les déplacements et les rotations en pied et en tête des neuf assemblages. On impose le déplacement du noeud médian de l'assemblage central, tandis que, les déplacements des noeuds médians des autres assemblages sont imposés nuls. La vitesse du fluide est imposée en pied et en tête, tandis que sur les parois la composante normale est imposée égale à zéro. Le profil de la vitesse est imposé homogène en entrée et sortie.

### V.4.2 Identification des constantes

Les constantes d'inertie et géométriques de la structure ( $m_{ac}$ ,  $I_{fa}$ ,  $S_{fa}$ , et  $I$ ) sont calculées analytiquement :

$$m_{ac} = \frac{\text{Masse Total Assemblage}}{\text{Longueur Assemblage}}, \quad (\text{V.6})$$

$$S_{fa} = \text{Largeur}_{grille}^2, \quad (\text{V.7})$$

$$I = \frac{\text{Largeur}_{grille}^4}{12}, \quad (\text{V.8})$$

$$\rho_{sequ} = \frac{m_{ac}}{S_{fa}}, \quad (\text{V.9})$$

$$I_{fa} = \rho_{sequ} I. \quad (\text{V.10})$$

Le comportement de la structure étant linéaire nous avons  $G_2 = 0$  et  $E_2 = 0$ , de plus les grilles étant collées aux crayons, l'hypothèse d'Euler-Bernoulli devient valide nous avons donc  $G_1 = E_1/(2(1+\nu))$ , où  $\nu$  est le coefficient de poisson et  $\nu = 0.5$ . Il ne reste finalement qu'à identifier  $E_1$ ,  $\mu_G$  et  $\mu_E$ . On identifie alors, les constantes relatives à la structure, à partir des essais en air par une méthode d'optimisation de type gradient conjugué. La fonction à minimiser, est la différence entre la force mesurée et la force calculée de l'assemblage central (Fig. V.9), et est fonction de  $E_1$ ,  $\mu_G$  et  $\mu_E$  :

$$F_{cout}(E_1, \mu_G, \mu_E) = \sum_{i=1}^{N_{echantillon}} \frac{|f_{exp}(ti) - f_{cal}(ti, E_1, \mu_G, \mu_E)|}{|d_{exp}(ti)|}. \quad (\text{V.11})$$

Les constantes structures sont identifiées à partir de l'essai dynamique en air pour une amplitude de  $2 \text{ mm}$ , le jeu de constantes ainsi obtenu est utilisé pour simuler les essais en eau.

La porosité est égale à la fraction volumique de la structure :

$$\phi = \frac{\text{nombre crayon} * \pi r_{crayon}^2}{S_{fa}}. \quad (\text{V.12})$$

Le fluide s'écoulant dans les assemblages étant de l'eau nous avons :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad (\text{V.13})$$

$$\mu = 0.001 \text{ kg.m}^2/\text{s}. \quad (\text{V.14})$$

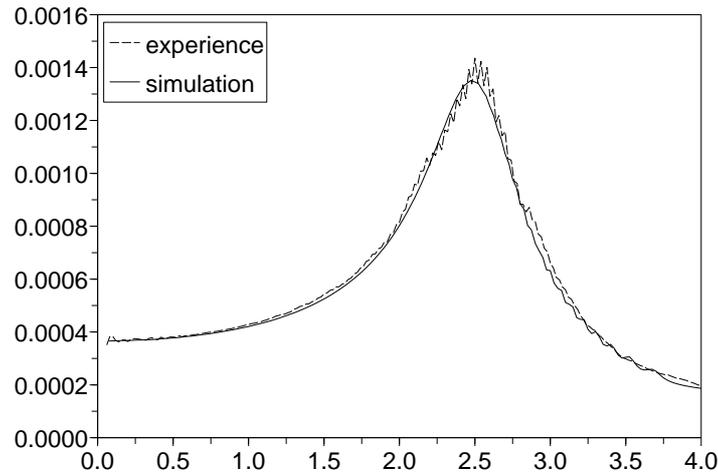


FIG. V.9 – Identification des constantes structures à partir de l’essai en air pour une amplitude de déplacement de 2 mm

La viscosité turbulente est choisie arbitrairement mais de telle sorte que la viscosité dynamique soit négligeable :

$$\mu_T = 100\mu. \quad (\text{V.15})$$

La constante de masse ajoutée  $m_f$ , est dans un premier temps, prise égale à la masse du volume de fluide déplacé, et dans un second temps, ajustée de façon à recoller avec la fréquence propre du système. Les constantes de couplages,  $C_D$ ,  $C_N$ , et  $C_T$  sont dans un premier temps identifiées à partir d’essais de perte de charge axiale et transverse sur des réseaux de tubes pour différentes vitesses d’écoulement (Peybernes 2006 et Vallory 2005 et 1996). En suite, les constantes sont ajustées, de façon à reproduire au mieux l’amortissement des assemblages combustibles. Cette opération est effectuée pour le modèle 2D et le modèle 3D, le modèle 2D ne reproduisant pas tout le dispositif expérimental, les constantes de couplage pour les deux sont différentes.  $C_D$  est identifié à partir de l’essai en eau stagnante.  $C_N$  et  $C_T$  sont identifiés à partir de l’essai en eau sous écoulement à 4.88 m/s. Le jeu de constantes ainsi obtenu est utilisé pour simuler les autres vitesses d’écoulement. Les constantes du modèle utilisées dans ce chapitre sont récapitulées dans les tableaux V.1 à V.4 :

TAB. V.1 – Constantes géométriques et massiques relatives à la structure

$m_{fa}$	$I_{fa}$	$S_{fa}$	$I$	Longueur Assemblage	Largeur grille
23.4 kg/m	0.0019 kg.m	$2.95e - 3 \text{ m}^2$	$7e - 7 \text{ m}^4$	2.52 m	5.43 cm

TAB. V.2 – Constantes relatives aux lois de comportement de la structure

$G_1$	$G_2$	$E_1$	$E_2$	$\mu_G$	$\mu_E$	$k_{impact}$
1.696e8 Pa	0 Pa	5.089e8 Pa	0 Pa	3.25e5 Pa.s	1.92e7 Pa.s	0 N/m

TAB. V.3 – Constantes du fluide

$\rho$	$\rho_{eq}$	$\mu_{Teq}$
1000 $kg/m^3$	532.44 $kg/m^3$	0.1 $kg.m^2/s$

TAB. V.4 – Constantes de couplage fluide-structure relatives aux calculs 2D

$m_f$	$C_T$	$C_N$	$C_D$	$D$	$S$
0.078 $kg/m^3$	0.045 $m^{-2}$	0.9 $m^{-2}$	7 $kg/s$	0.01 $m$	1.e – 4 $m^2$

TAB. V.5 – Constantes de couplage fluide-structure relatives aux calculs 3D

$m_f$	$C_T$	$C_N$	$C_D$	$D$	$S$
0.078 $kg/m^3$	0.029 $m^{-2}$	0.57 $m^{-2}$	1.5 $kg/s$	0.01 $m$	1.e – 4 $m^2$

### V.4.3 Comparaison expérience/simulation

On présente ici les résultats de simulations 3D (Fig. V.10 à V.13) effectuées avec les coefficients des tableaux V.1, V.2, V.3 et V.5 qu'on compare aux données expérimentales.

Les résultats en eau stagnante (Fig. V.10) montrent que le couplage est assez bien reproduit, bien que le couplage dans le sens d'excitation soit quelque peu surestimé. On notera cependant que le couplage dans le sens transverse, donné par la simulation, est supérieur au couplage dans le sens d'excitation, ceci étant aussi observé expérimentalement.

Les résultats en eau sous écoulement (Fig. V.11 à V.13) montrent que le couplage est bien reproduit, en effet le couplage à basse fréquence est reproduit, et l'évolution fréquentielle des forces de couplage, qui diminue dans un premier temps, pour augmenter dans un deuxième temps quand la fréquence augmente, est aussi reproduite. On remarquera aussi que, le rapport entre couplage dans le sens transverse et dans le sens longitudinal à la direction d'excitation, est respecté. Enfin, l'influence de la vitesse d'écoulement sur l'amortissement et le couplage est reproduite.

On notera cependant, certaines divergences entre expériences et simulations, d'une part l'augmentation de la raideur avec la vitesse d'écoulement n'est pas reproduite, et d'autre part le couplage est quelque fois surestimé ou sous-estimé, en particulier pour une faible vitesse d'écoulement (Fig. V.11). De plus les simulations montrent que l'amplitude du déplacement n'a aucune influence, ni sur l'assemblage excité, ni sur le couplage.

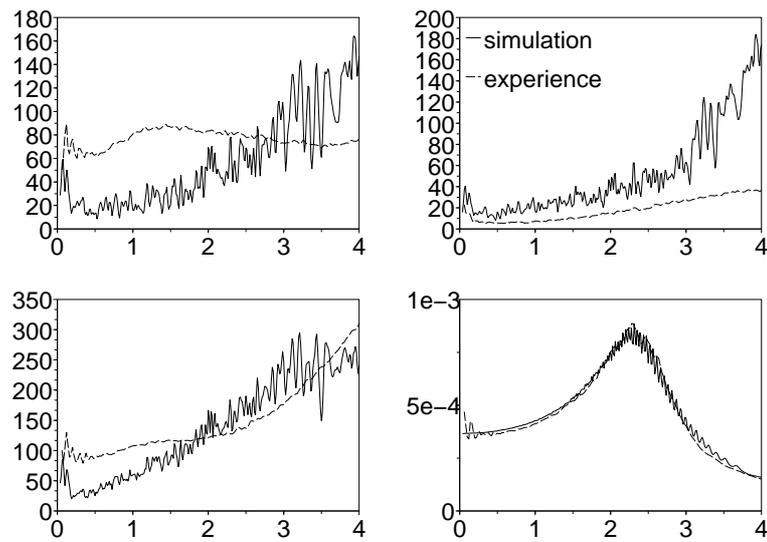


FIG. V.10 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante ; comparaison expérience/simulation 3D

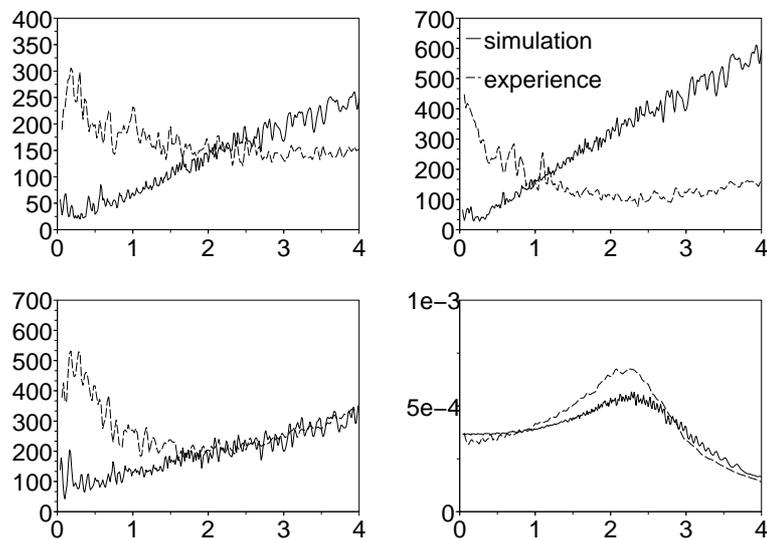


FIG. V.11 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $1.65\text{ m/s}$  ; comparaison expérience/simulation 3D

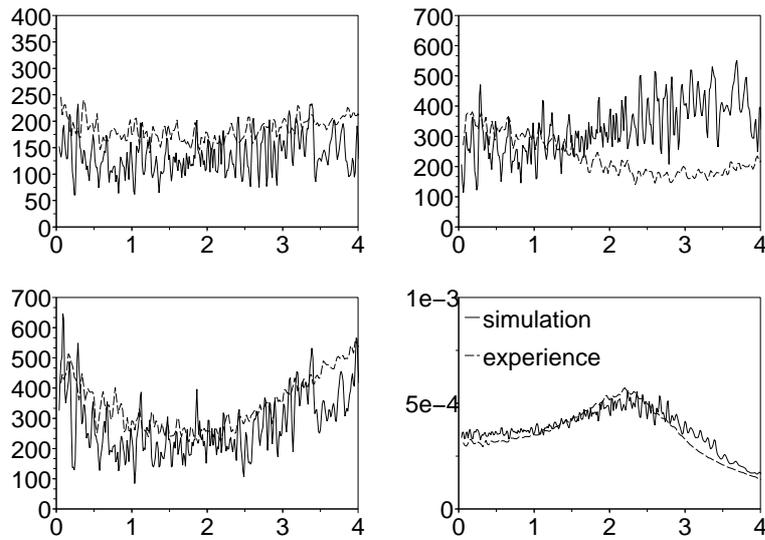


FIG. V.12 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $3.35\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D

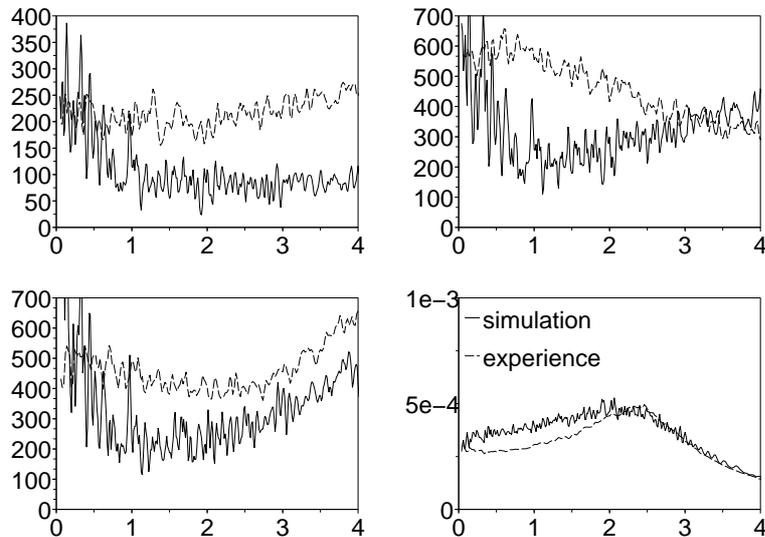


FIG. V.13 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D

#### V.4.3.a Discussion

Nous avons effectué des calculs 2D simulant une seule ligne de trois assemblages dans le sens d'excitation (Fig. V.14 et V.15), il en résulte d'une part que le couplage est largement surestimé

dans le cas eau stagnante et d'autre part que le couplage à basse fréquence n'est pas du tout reproduit dans le cas en eau sous écoulement. Ceci confirme le caractère 3D du couplage entre assemblages, ainsi la limitation au calcul d'une ligne d'assemblages ne peut rendre totalement compte du comportement d'un coeur.

Le modèle ne tient pas compte du raidissement des assemblages sous écoulement, au contraire la force de traînée fluide axiale due à l'écoulement, induit une diminution de la raideur (Fig. V.16). Ceci illustre la présence d'une force fluide non modélisée, certainement due à la présence de zones de fluide pures.

Nous avons modifié la raideur  $E$  et la constante relative à la masse ajoutée  $m_f$  pour pouvoir recalibrer les simulations aux expériences pour chaque valeur de vitesse d'écoulement, les coefficients obtenus sont répertoriés dans le tableau V.6 et présentés en figures V.18 à V.19. La modification de la raideur et de la masse ajoutée permet de mieux reproduire le comportement de l'assemblage combustible central. Les résultats à faible vitesse d'écoulement sont améliorés, le couplage entre assemblage est bien reproduit. Si la modification de la raideur et de la masse ajoutée, permet d'améliorer les résultats à faible vitesse (Fig. V.18), elle dégrade en revanche ceux à vitesse élevée, en effet pour un écoulement de  $4.88 \text{ m/s}$  le couplage à basse fréquence n'est plus reproduit (Fig. V.19).

L'ensemble des résultats peut être trouvé en Annexe D.

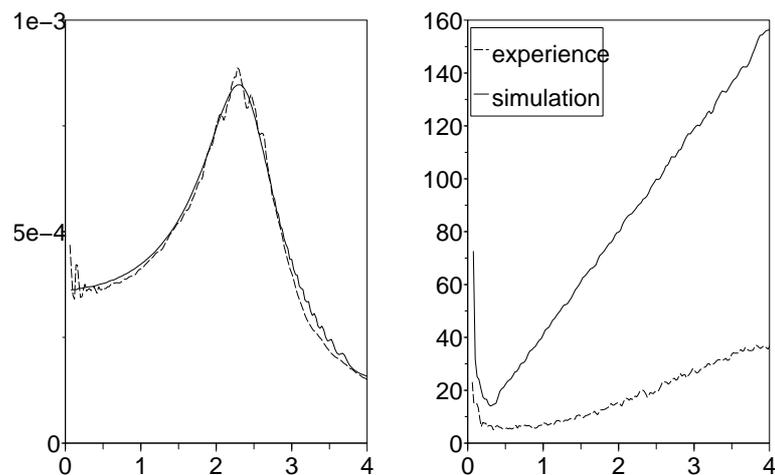


FIG. V.14 – Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $\text{Hz}$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $\text{N/m}$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $\text{m/N}$ , pour une amplitude de  $2 \text{ mm}$  en eau stagnante, comparaison expérience/simulation 2D

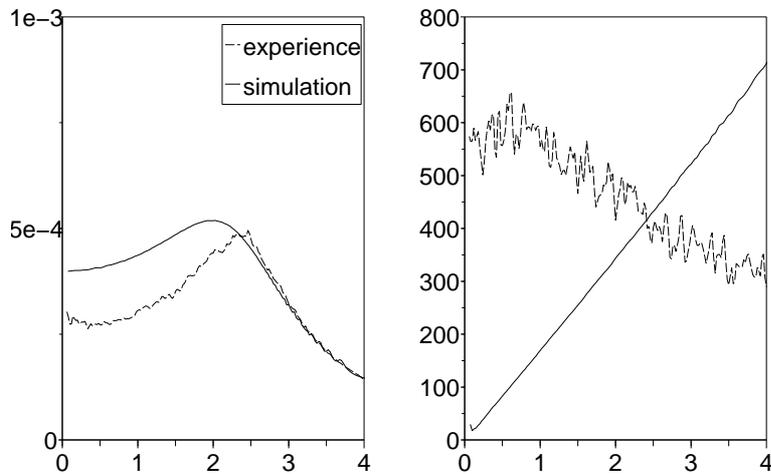


FIG. V.15 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2 mm$  en eau sous écoulement à  $4.88 m/s$ , comparaison expérience/simulation 2D

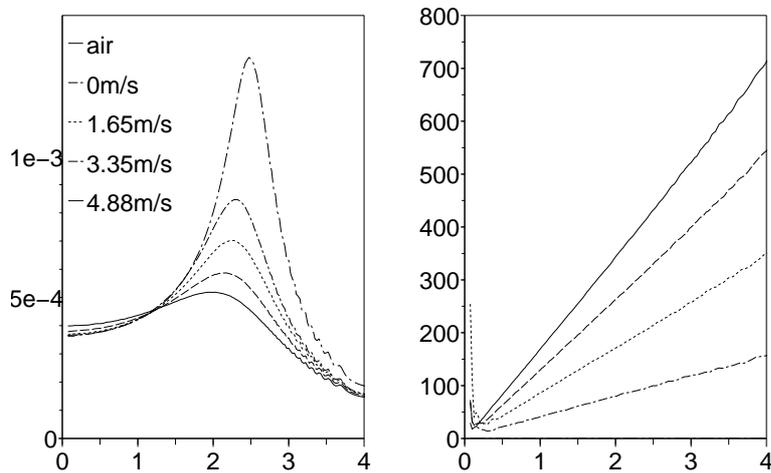
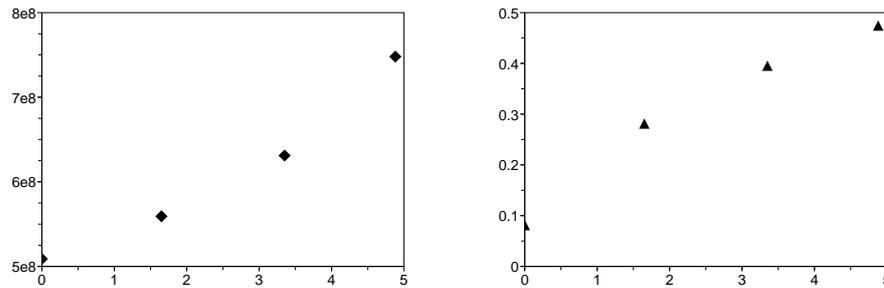
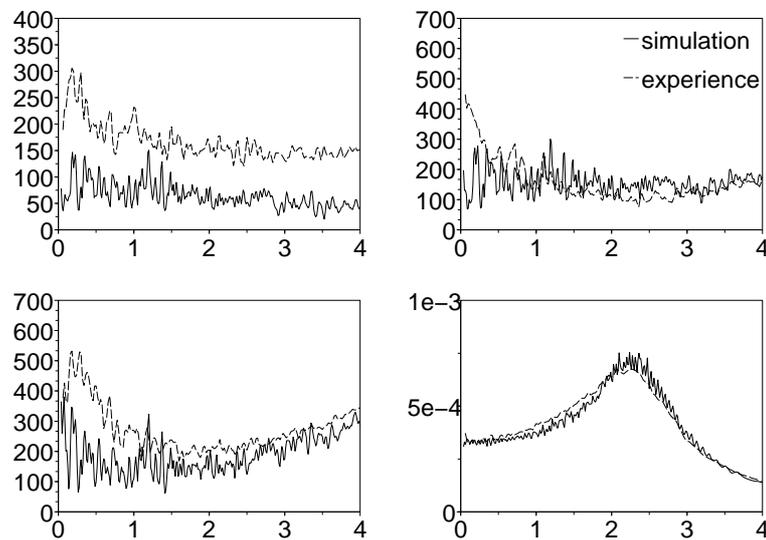


FIG. V.16 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages simulées par un calcul 2D et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2 mm$  en air, en eau stagnante, en eau sous écoulement à  $1.65 m/s$ ,  $3.35 m/s$  et  $4.88 m/s$

TAB. V.6 – Constantes relatives au couplage fluide/structure

$v_{bc}$	0 m/s	1.65 m/s	3.35 m/s	4.88 m/s
$E$	5.089e8 Pa	5.592e8 Pa	6.310e8 Pa	7.480e8 Pa
$m_f$	0.078 kg/m <sup>3</sup>	0.278 kg/m <sup>3</sup>	0.392 kg/m <sup>3</sup>	0.471 kg/m <sup>3</sup>

FIG. V.17 – Evolution des coefficients  $E$  (en Pa à gauche) et  $m_f$  (en kg/m<sup>3</sup> à droite) en fonction de la vitesse (en m/s) pour recaler les simulations aux expériencesFIG. V.18 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 1.65 m/s ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées

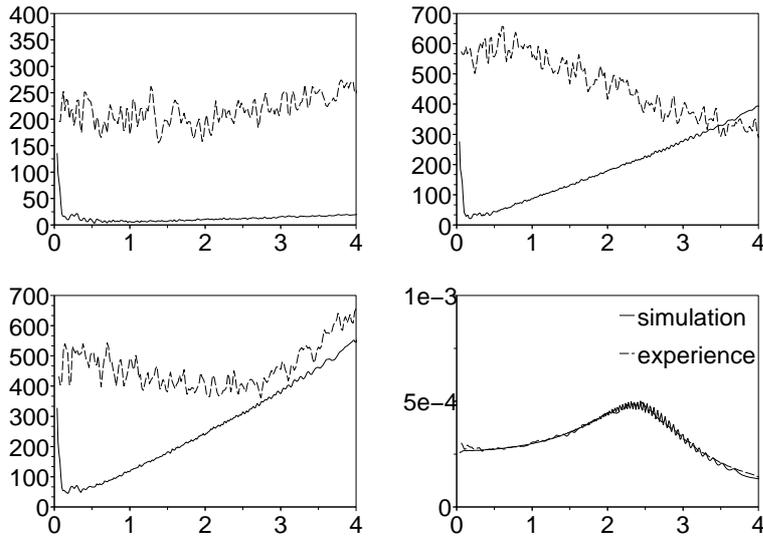


FIG. V.19 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées

## V.5 Conclusion du chapitre

Les essais COUPLAGE ont permis de mettre en évidence, le couplage d'une ligne d'assemblages à l'autre, et l'influence de la vitesse d'écoulement sur ce dernier. On a pu observer aussi un raidissement de l'assemblage sous l'effet de l'écoulement. Des calculs 2D et 3D ont été effectués pour simuler les essais COUPLAGE. Les calculs n'ont pu reproduire la modification de raideur, cependant, le couplage d'une ligne d'assemblages à l'autre, est reproduit, bien que l'on observe certaines différences. Ces différences entre les expériences et les simulations peuvent provenir des zones de fluide pures, qui apparaissent non négligeables dans le cas du dispositif COUPLAGE.

# Chapitre VI

## Analyse par Décomposition sur Modes Propres

---

*Ce chapitre est consacré à l'analyse des résultats issus du modèle numérique proposé dans le mémoire par une Décomposition sur Modes Propres (POD). La POD permet d'obtenir les modes (POM) les plus énergétiques. Les calculs relatifs aux essais ECHASSE sont alors analysés, on étudie l'influence de la vitesse d'écoulement, de l'amplitude de lâcher et de la présence d'impact sur les POM et leur distribution énergétique. Les calculs relatifs aux essais CADIX sont eux aussi analysés, et l'influence du niveau d'excitation sur les POM et leur distribution énergétique est étudiée. La POD est appliquée au système fluide-structure couplés et aux systèmes fluide et structure séparément, la décomposition sur les systèmes séparés permet de dégager des POM structure plus pertinents, et met en évidence la différence de comportement des deux systèmes. Une réduction de modèle sur les POM est proposée pour reproduire les calculs relatifs aux essais COUPLAGE, cependant le modèle réduit ne reproduit pas les calculs initiaux.*

---

## Sommaire

---

<b>VI.1 Introduction</b>	<b>105</b>
<b>VI.2 Décomposition sur Modes Propres</b>	<b>105</b>
<b>VI.3 Analyse des résultats numériques</b>	<b>106</b>
VI.3.1 Essais ECHASSE	106
VI.3.2 Essais CADIX	111
<b>VI.4 Réduction de modèle</b>	<b>117</b>
VI.4.1 Modèle numérique	117
VI.4.2 Résultats	119
<b>VI.5 Conclusion</b>	<b>123</b>

---

## VI.1 Introduction

Nous proposons ici, d'analyser les résultats numériques des chapitres précédents à l'aide d'une Décomposition sur Modes Propres Orthogonaux (POD). Cette méthode permet de dégager les modes les plus énergétiques. La POD est appliquée sur le système complet (fluide et structure) et sur les systèmes fluide et structure, séparément. Enfin, une réduction du modèle initial sur ces modes, est proposée dans le but de réduire les temps de calcul.

## VI.2 Décomposition sur Modes Propres

La Décomposition sur modes Propres Orthogonaux (ou Proper Orthogonal Decomposition : POD) est un outil mathématique pour dégager les modes contenant le plus d'énergie. Elle s'applique aux résultats numériques et expérimentaux.

Considérons le champ spatial à un instant  $t$   $\mathbf{W}(t) = (\mathbf{w}(x_1, t), \dots, \mathbf{w}(x_{N_n}, t))$  où  $N_n$  est le nombre d'inconnues discrètes ou de capteurs. Nous soustrayons à  $\mathbf{W}$  sa valeur moyenne, pour obtenir les fluctuations  $\tilde{\mathbf{W}}$  :

$$\tilde{\mathbf{W}}(t_i) = \mathbf{W}(t_i) - \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{W}(t_k), \quad (\text{VI.1})$$

où  $N_s$  est le nombre de pas temps.

La POD vise à chercher le champs  $\Phi$  le plus caractéristique, en terme d'énergie, du jeu de donnée  $\tilde{\mathbf{W}}$ . Ce qui revient à trouver une base orthogonale, maximisant la moyenne temporelle du produit interne :

$$\text{Maximiser } \left\langle \left| \left( \tilde{\mathbf{W}}, \Phi \right) \right| \right\rangle, \text{ avec } \|\Phi\| = 1, \quad (\text{VI.2})$$

où  $\langle \cdot \rangle$  est la moyenne temporelle,  $(\cdot, \cdot)$  est le produit vectoriel,  $|\cdot|$  est la valeur absolue et  $\|\cdot\|$  est la norme.

On peut alors écrire le champ sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{W}}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t) \Phi_k, \quad (\text{VI.3})$$

où les  $\Phi_k$  sont les modes propres (POM), et  $a_k(t)$  est l'évolution temporelle (POC) du  $k^{\text{ième}}$  POM.

Considérons la matrice résultat  $\mathbf{X}$ , telle que :

$$\mathbf{X} = [\tilde{\mathbf{W}}(t_1)^T, \dots, \tilde{\mathbf{W}}(t_{N_s})^T]. \quad (\text{VI.4})$$

Kershen et al. (2005) montrent que le problème (VI.2) revient à factoriser la matrice  $\mathbf{X}$  à l'aide de la décomposition en valeurs singulières (SVD) :

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T, \quad (\text{VI.5})$$

où  $\mathbf{U}$  est une matrice  $(N_n \times N_n)$  orthogonale, dont les vecteurs colonnes sont les modes propres  $\Phi_i$ ,  $\mathbf{S}$  est une matrice  $(N_n \times N_s)$  pseudo-diagonale, dont les éléments sont les valeurs singulières  $\sigma_i$  et  $\mathbf{V}$  est une matrice  $(N_s \times N_s)$  orthogonale.

La part d'énergie capturée par chaque mode  $\Phi_i$  est donnée par :

$$e_i = \frac{\sigma_i^2}{\sum_{k=1}^{N_n} \sigma_k^2}. \quad (\text{VI.6})$$

Les  $a_i(t)$  sont données par les lignes de la matrice  $\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{V}^T$  :

$$a_i(t_j) = \mathbf{R}_{ij}. \quad (\text{VI.7})$$

Pour plus de précisions sur la méthode POD on pourra consulter Graham and Kevrekidis (1996), Païdoussis et al. (2005), Bellizzi et Sampaio (2006)

## VI.3 Analyse des résultats numériques

La décomposition sur modes propres orthogonaux ,a été appliquée sur les résultats numériques relatifs aux essais ECHASSE et CADIX. On applique la décomposition au système couplé fluide-structure ( $\mathbf{W}(t_i) = [\mathbf{V}(t_i), \mathbb{P}(t_i), \mathbf{U}(t_i)]$ ) dans un premier temps puis aux systèmes fluide ( $\mathbf{W}(t_i) = [\mathbf{V}(t_i), \mathbb{P}(t_i)]$ ) et structure ( $\mathbf{W}(t_i) = \mathbf{U}(t_i)$ ) séparément.

### VI.3.1 Essais ECHASSE

La décomposition sur modes propres orthogonaux, a été appliquée sur les résultats numériques proposés en Section IV.2 relatifs aux essais ECHASSE. Les tableaux VI.1 à VI.6 récapitulent le pourcentage d'énergie capturée par chaque mode, pour les simulations en eau en fonction de la vitesse d'écoulement, et de la présence ou non d'impact.

On observe dans un premier temps, que la part du premier mode diminue au profit des modes supérieurs quand la vitesse d'écoulement augmente. La présence d'impact a le même effet, mais plus prononcé pour le calcul en eau stagnante (Tab. VI.4 à VI.6), tandis que la présence d'écoulement tend cette fois-ci à réduire la part énergétique des modes supérieurs, ceci étant probablement dû à l'effet de l'amortissement ,qui réduit la force d'impact.

Le premier mode reste identique, qu'on soit en eau sous écoulement ou en eau stagnante. Les déformées des modes 2 et 3 du système structure (Fig. VI.2) montrent une dissymétrie pour une eau sous écoulement, cette dissymétrie augmentant quand la vitesse du fluide augmente. L'écoulement fait glisser le 3<sup>ème</sup> mode (cf figure VI.2 1<sup>ère</sup> ligne) en seconde position. Si le premier mode ressemble au mode propre de la structure linéaire associée, on ne peut pas en dire autant des modes supérieurs qui sont liés au caractère non linéaire de la structure.

Les modes fluide obtenus avec le système fluide-structure, semblent être les mêmes que ceux obtenus avec le système fluide, tandis que les modes structure sont différents, si l'on compare les systèmes fluide-structure et structure. Ceci s'explique par le fait que, le fluide prédomine du point de vue énergétique au regard de la POD.

TAB. VI.1 – Energie capturée par POM pour le système fluide-structure sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	0 m/s	2.4 m/s	3.5 m/s	4.8 m/s	5.2 m/s
1 <sup>er</sup> POM	97.26%	96.60%	95.78%	94.32%	93.83%
2 <sup>nd</sup> POM	1.02%	1.29%	1.75%	2.97%	3.41%
3 <sup>eme</sup> POM	0.61%	1.15%	1.32%	1.40%	1.42%
4 <sup>eme</sup> POM	0.40%	0.42%	0.70%	0.82%	0.83%

TAB. VI.2 – Energie capturée par POM pour le système fluide sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	0 m/s	2.4 m/s	3.5 m/s	4.8 m/s	5.2 m/s
1 <sup>er</sup> POM	97.33%	96.69%	95.88%	94.41%	93.92%
2 <sup>nd</sup> POM	1.01%	1.27%	1.70%	2.91%	3.35%
3 <sup>eme</sup> POM	0.62%	1.14%	1.32%	1.41%	1.42%
4 <sup>eme</sup> POM	0.40%	0.37%	0.68%	0.82%	0.83%

TAB. VI.3 – Energie capturée par POM pour le système structure sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	0 m/s	2.4 m/s	3.5 m/s	4.8 m/s	5.2 m/s
1 <sup>er</sup> POM	98.74%	97.74%	97.54%	97.36%	97.31%
2 <sup>nd</sup> POM	0.80%	1.19%	1.35%	1.47%	1.49%
3 <sup>eme</sup> POM	0.45%	1.01%	1.04%	1.06%	1.07%
4 <sup>eme</sup> POM	0.01%	0.05%	0.06%	0.09%	0.11%

TAB. VI.4 – Energie capturée par POM pour le système fluide-structure avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	0 m/s	1.2 m/s
1 <sup>er</sup> POM	77.62%	93.09%
2 <sup>nd</sup> POM	19.57%	5.66%
3 <sup>eme</sup> POM	1.02%	0.86%
4 <sup>eme</sup> POM	0.76%	0.20%

TAB. VI.5 – Energie capturée par POM pour le système fluide avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	0 m/s	1.2 m/s
1 <sup>er</sup> POM	77.66%	93.15%
2 <sup>nd</sup> POM	19.57%	5.66%
3 <sup>eme</sup> POM	1.02%	0.85%
4 <sup>eme</sup> POM	0.76%	0.19%

TAB. VI.6 – Energie capturée par POM pour le système structure avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement

<i>Vitesse d'écoulement</i>	<i>0 m/s</i>	<i>1.2 m/s</i>
<i>1<sup>er</sup> POM</i>	80.66%	94.13%
<i>2<sup>nd</sup> POM</i>	18.59%	4.96%
<i>3<sup>eme</sup> POM</i>	0.72%	0.89%
<i>4<sup>eme</sup> POM</i>	0.02%	0.02%

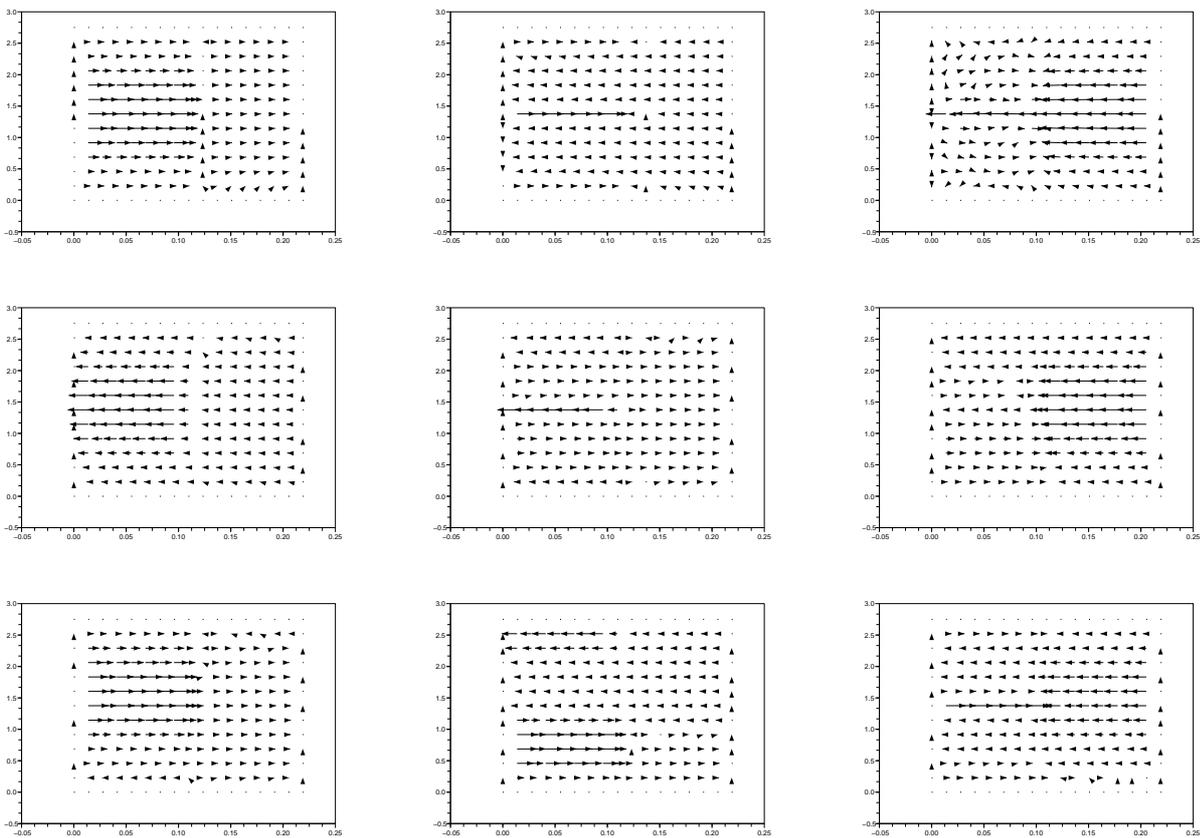


FIG. VI.1 – POM pour le système fluide sans impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 2.4m/s, 5.2m/s

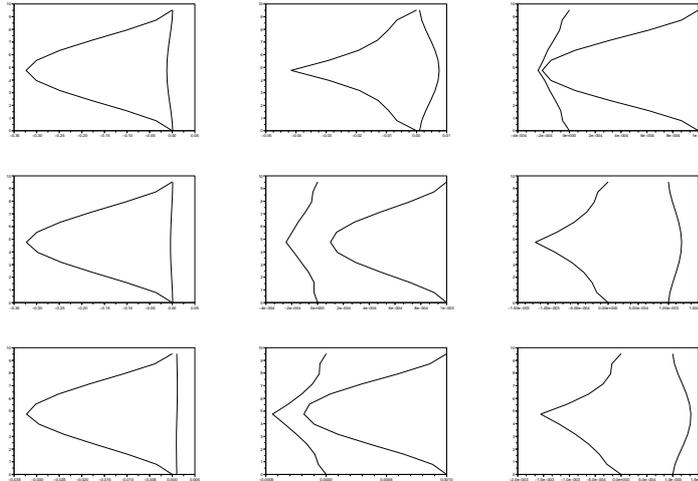


FIG. VI.2 – POM pour le système structure sans impact, de gauche à droite :  $1^{er}$  au  $3^{eme}$  mode, de haut en bas  $0m/s$ ,  $2.4m/s$ ,  $5.2m/s$

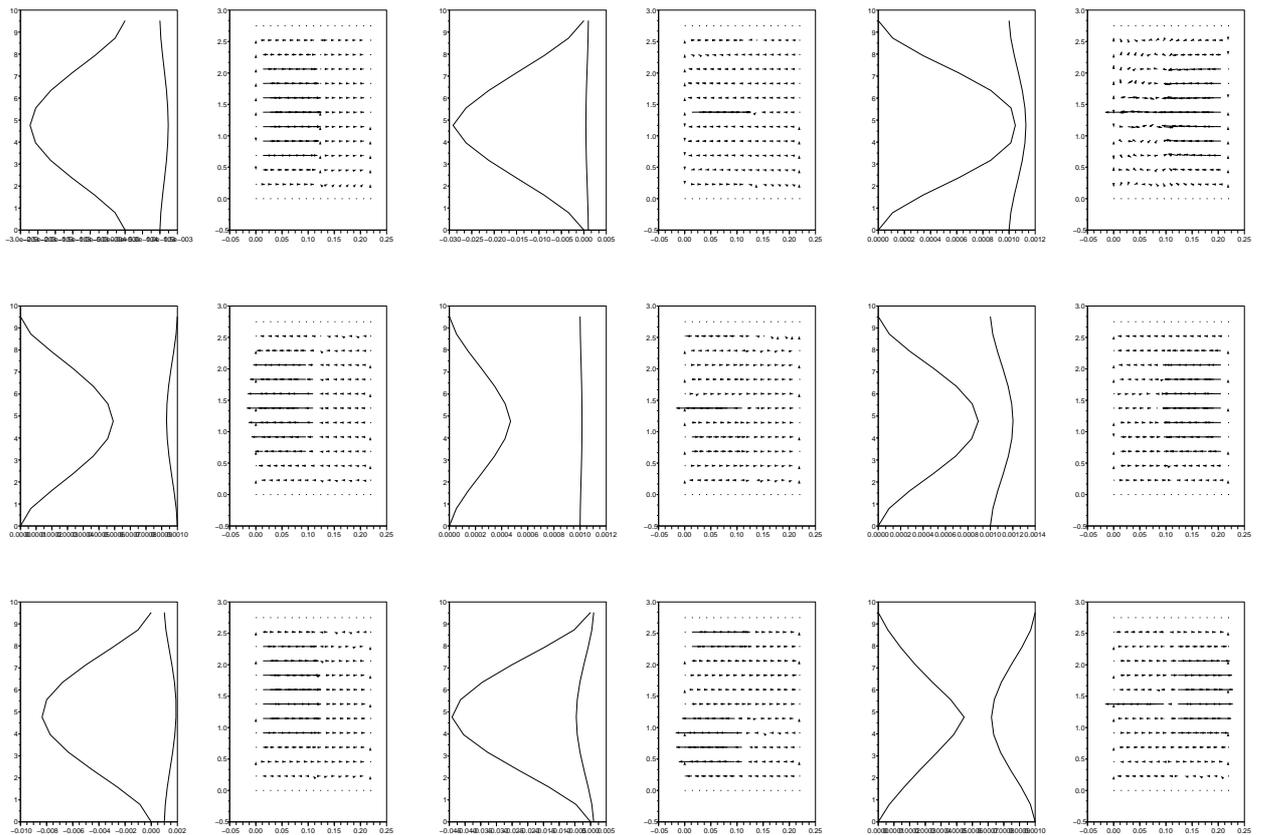


FIG. VI.3 – POM pour le système fluide-structure sans impact, de gauche à droite :  $1^{er}$  au  $3^{eme}$  mode, de haut en bas  $0m/s$ ,  $2.4m/s$ ,  $5.2m/s$

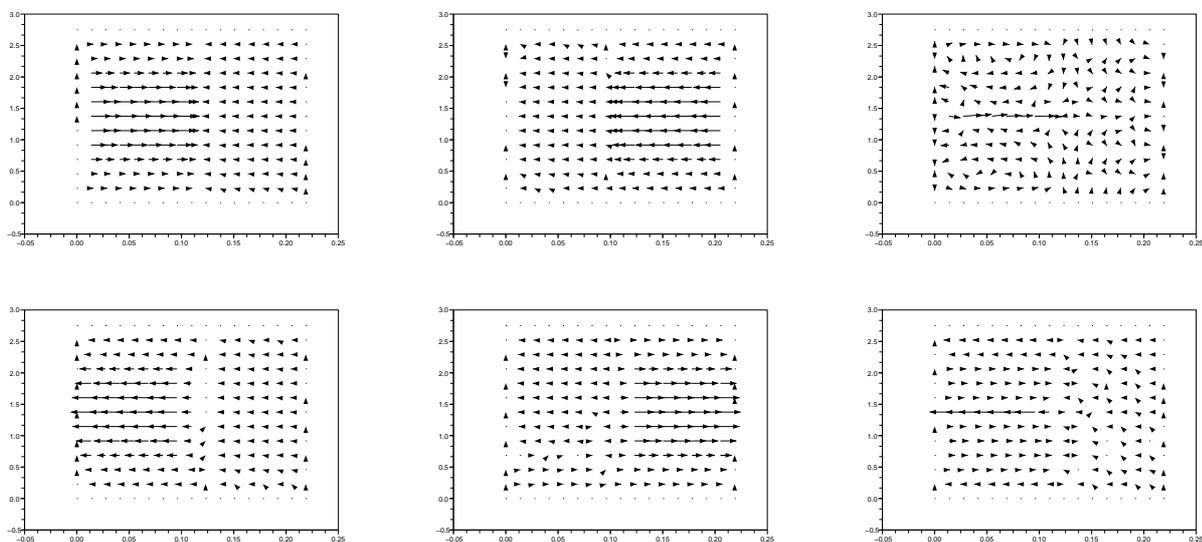


FIG. VI.4 – POM pour le système fluide avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s

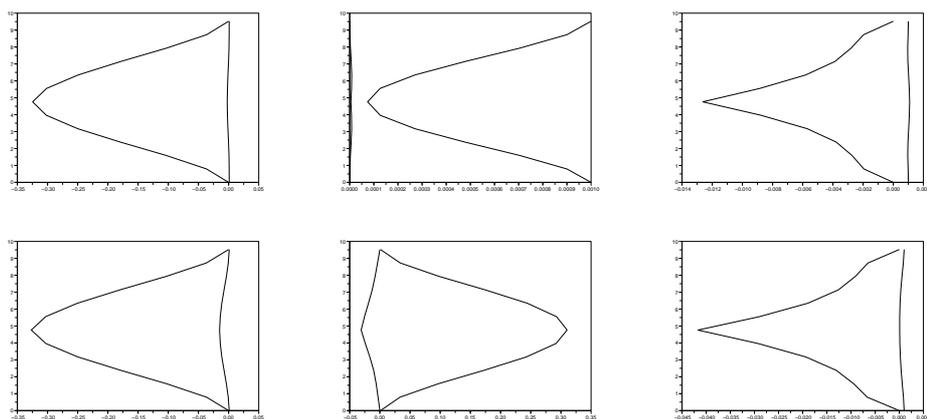


FIG. VI.5 – POM pour le système structure avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s

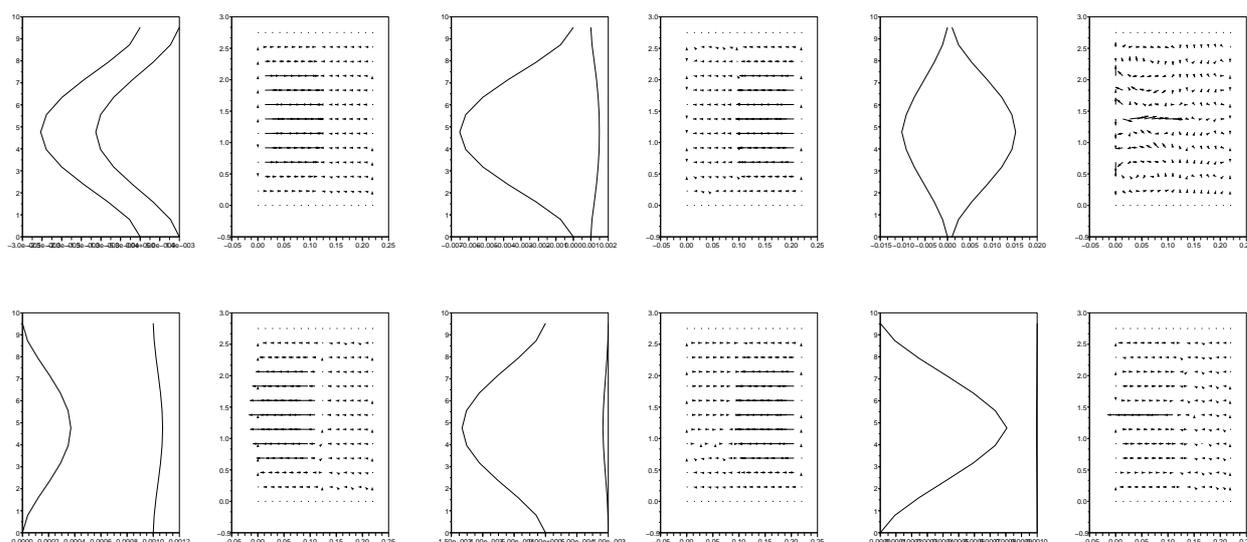


FIG. VI.6 – POM pour le système fluide-structure avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s

### VI.3.2 Essais CADIX

La décomposition sur modes propres orthogonaux, a été appliquée sur les résultats numériques proposés en Section IV.3 relatifs aux essais CADIX avec le chargement *FRA3*. On applique la décomposition au système couplé fluide structure ( $\mathbf{W}(t_i) = [\mathbf{V}_{\text{eq}}(t_i), \mathbf{u}_{\text{eq}}(t_i)]$ ) dans un premier temps, puis aux systèmes fluide ( $\mathbf{W}(t_i) = \mathbf{V}_{\text{eq}}(t_i)$ ) et structure ( $\mathbf{W}(t_i) = \mathbf{u}_{\text{eq}}(t_i)$ ) séparément.

Les tableaux VI.7 à VI.9 récapitulent le pourcentage d'énergie capturée par chaque mode, pour les simulations en eau, en fonction du niveau d'excitation.

On constate que la contribution des modes supérieurs augmente en même temps que le niveau d'excitation. D'autre part, la part relative au premier mode est moins importante que dans les simulations des essais ECHASSE en ce qui concerne les systèmes fluide et fluide-structure, tandis qu'on observe le phénomène inverse pour le système structure.

Les modes structure semblent être des combinaisons linéaires des 1<sup>er</sup> et 3<sup>eme</sup> modes propres de la structure linéaire associée (Fig. VI.9), le problème étant symétrique on n'observe pas de 2<sup>nd</sup> mode.

Les modes fluide obtenus avec le système fluide-structure, semblent être les mêmes que ceux obtenus avec le système fluide, tandis que les modes structure sont différents si l'on compare les systèmes fluide-structure et structure. Ceci s'explique par le fait que, le fluide prédomine du point de vue énergétique au regard de la POD.

La distribution énergétique semble la même pour les systèmes fluide et fluide-structure, tandis qu'il en est tout autrement pour le système structure seul. Dans le système structure le premier mode capture plus de 99% de l'énergie, alors qu'il en capture moins de 88% dans le système fluide-structure. On observe dans le système fluide-structure que la part d'énergie capturée par le premier mode diminue quand le niveau d'excitation augmente, ceci rend compte de l'excitation des modes supérieurs par les impacts.

On retrouve la concordance des systèmes fluide et fluide-structure sur les contenus fréquen-

tiels des premiers POM qui sont identiques, alors que ceux du système structure sont bien différents (Fig. VI.10). Ceci illustre la différence entre les constantes de temps, du fluide et de la structure.

Les reconstructions avec un nombre fini de POM montrent qu'il faut beaucoup plus de POM dans le cas du système fluide-structure, pour reproduire le déplacement de la structure que dans le cas du système structure (Fig. VI.11 et VI.12).

TAB. VI.7 – Energie capturée par POM pour le système fluide-structure pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3

<i>Niveau d'excitation</i>	0.1 g	0.2 g	0.28 g	0.32 g	0.36 g	0.4 g
1 <sup>st</sup> POM	86.04%	81.87%	87.43%	79.86%	80.61%	77.83%
2 <sup>nd</sup> POM	7.57%	10.63%	6.16%	13.84%	13.30%	16.35%
3 <sup>th</sup> POM	5.13%	5.25%	4.39%	3.63%	3.31%	2.90%
4 <sup>th</sup> POM	0.94%	1.66%	1.30%	1.64%	1.79%	1.37%

TAB. VI.8 – Energie capturée par POM pour le système fluide pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3

<i>Niveau d'excitation</i>	0.1 g	0.2 g	0.28 g	0.32 g	0.36 g	0.4 g
1 <sup>st</sup> POM	88.46%	84.51%	89.35%	81.99%	82.93%	79.09%
2 <sup>nd</sup> POM	7.73%	9.44%	5.41%	13.06%	12.43%	16.34%
3 <sup>th</sup> POM	3.47%	5.39%	4.46%	3.69%	3.35%	2.90%
4 <sup>th</sup> POM	0.24%	0.22%	0.24%	0.59%	0.57%	0.98%

TAB. VI.9 – Energie capturée par POM pour le système structure pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3

<i>Niveau d'excitation</i>	0.1 g	0.2 g	0.28 g	0.32 g	0.36 g	0.4 g
1 <sup>st</sup> POM	99.07%	99.43%	99.31%	99.52%	99.59%	99.40%
2 <sup>nd</sup> POM	0.89%	0.55%	0.65%	0.44%	0.37%	0.53%
3 <sup>th</sup> POM	0.03%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.04%
4 <sup>th</sup> POM	0.002%	0.01%	0.02%	0.01%	0.01%	0.02%

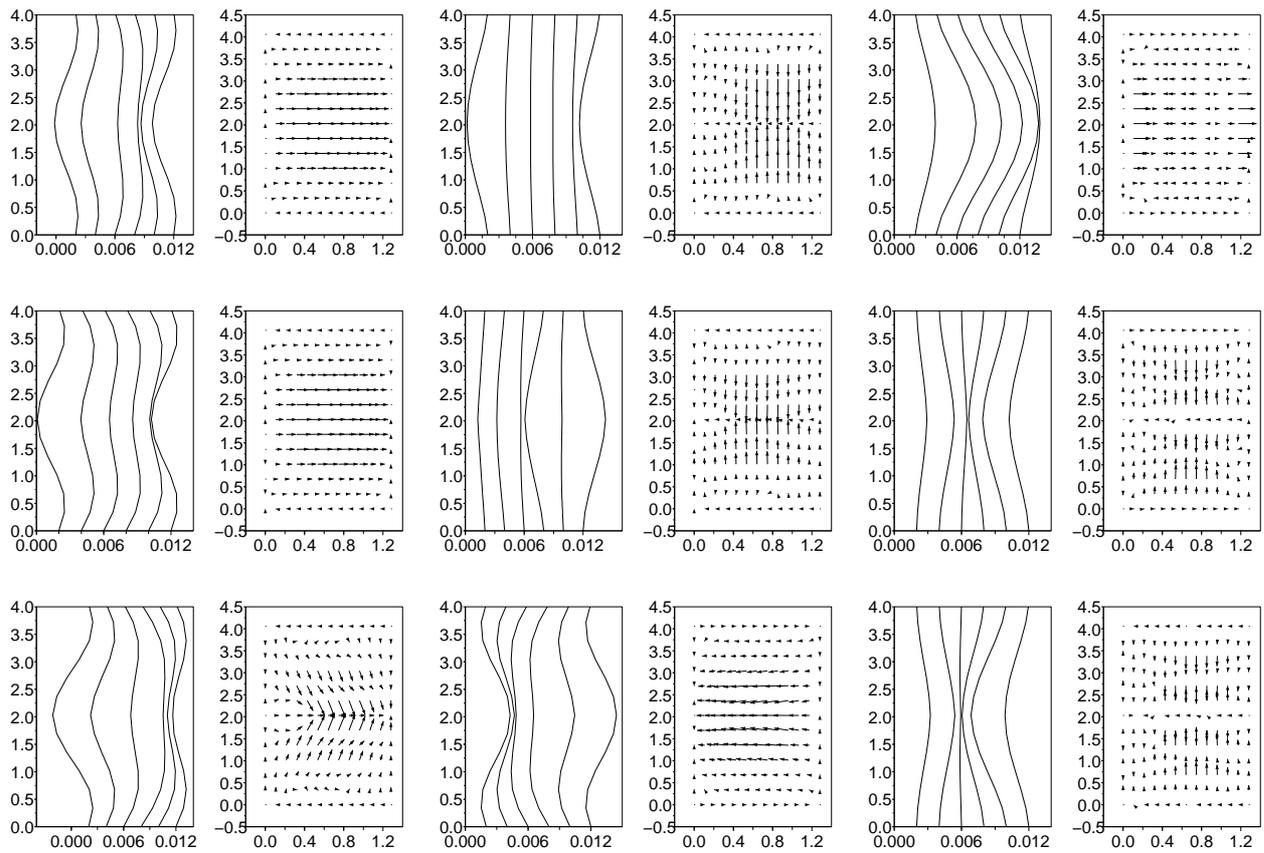


FIG. VI.7 – POM pour le système fluide-structure, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>ème</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1  $g$ , 0.28  $g$  et 0.4  $g$

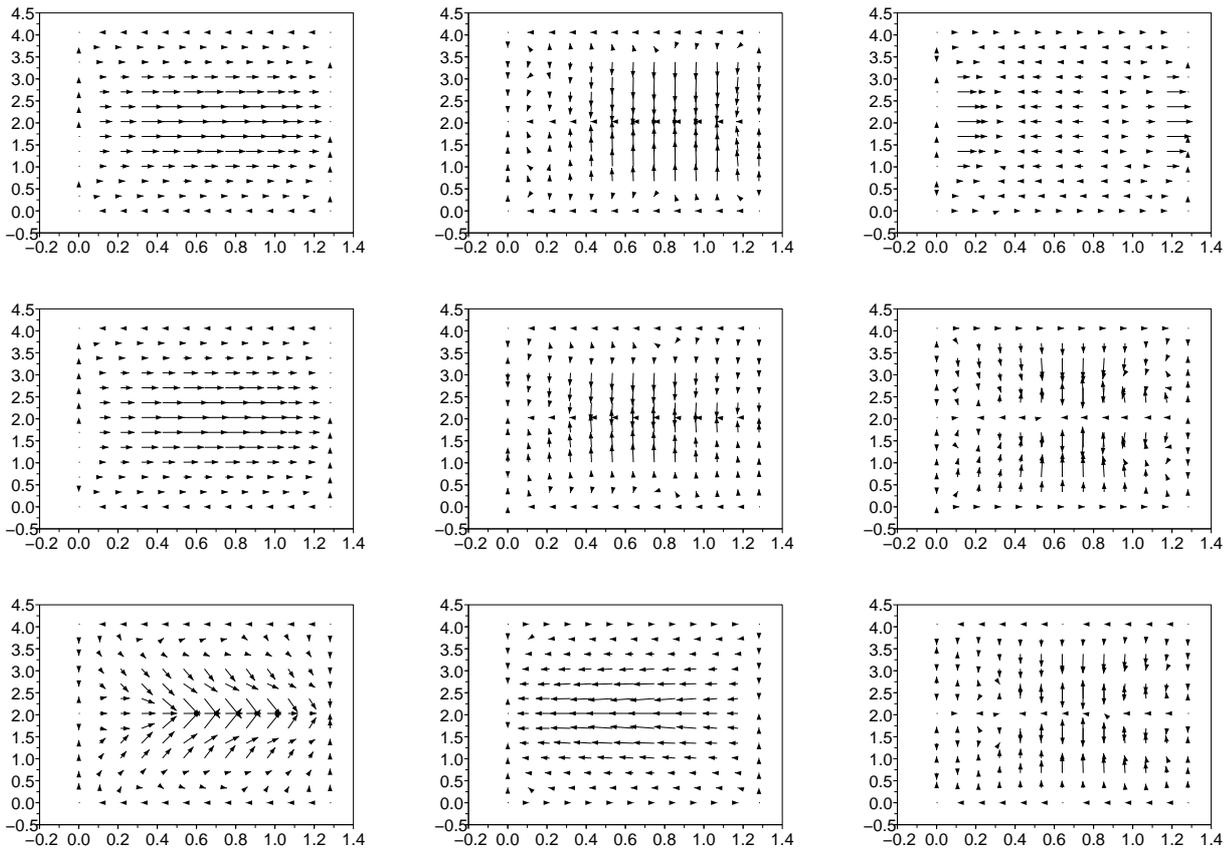


FIG. VI.8 – POM pour le système fluide, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>ème</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1  $g$ , 0.28  $g$  et 0.4  $g$

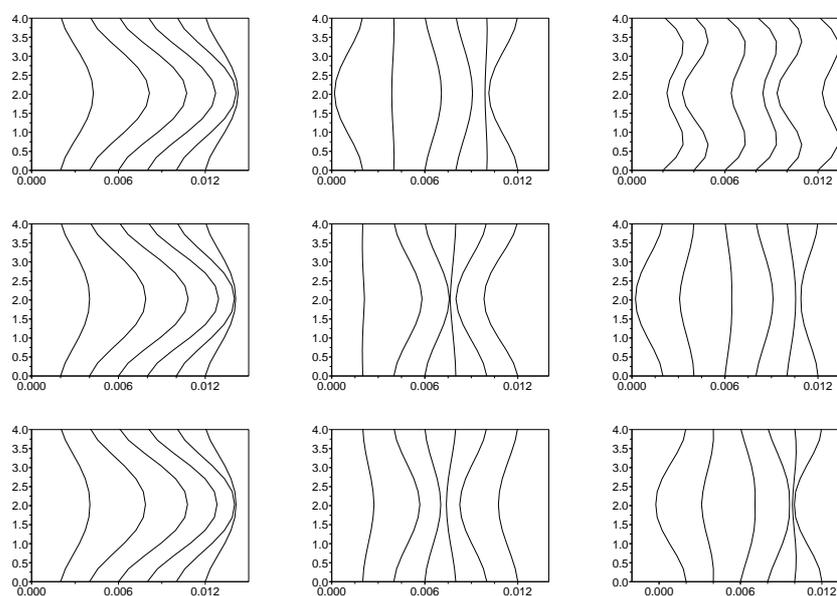


FIG. VI.9 – POM pour le système structure, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>ème</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1  $g$ , 0.28  $g$  et 0.4  $g$

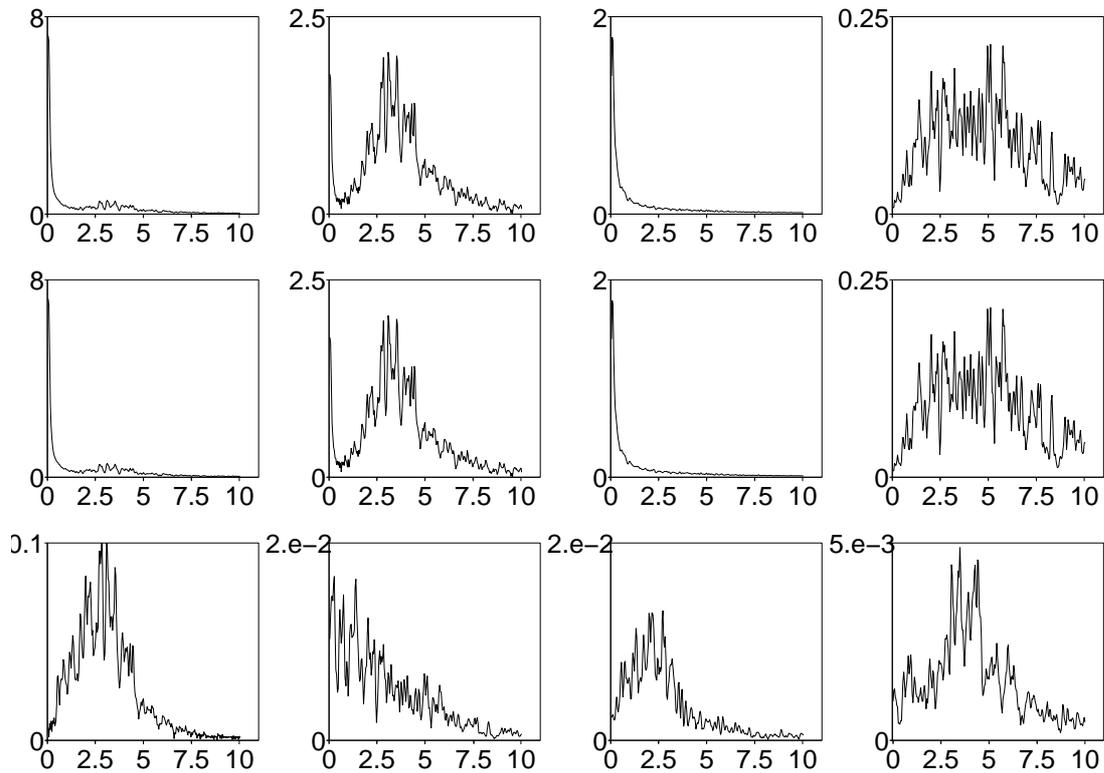


FIG. VI.10 – Module de la FFT des évolutions des quatre premiers modes (de gauche à droite  $\alpha_1(t)$ ,  $\alpha_2(t)$ ,  $\alpha_3(t)$ ,  $\alpha_4(t)$ ) en fonction de la fréquence (Hz), pour le système fluide-structure (haut), pour le système fluide (milieu), pour le système structure (bas), pour un niveau d'excitation de  $0.4 g$

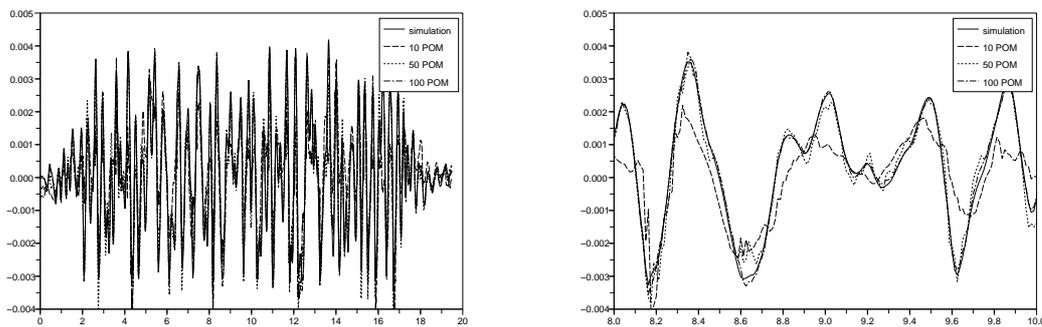


FIG. VI.11 – Déplacement (m) de la quatrième grille du premier assemblage combustible en fonction du temps (s) pour un niveau d'excitation de  $0.4 g$ ; reconstruction avec 10, 50 et 100 POM pour le système fluide-structure

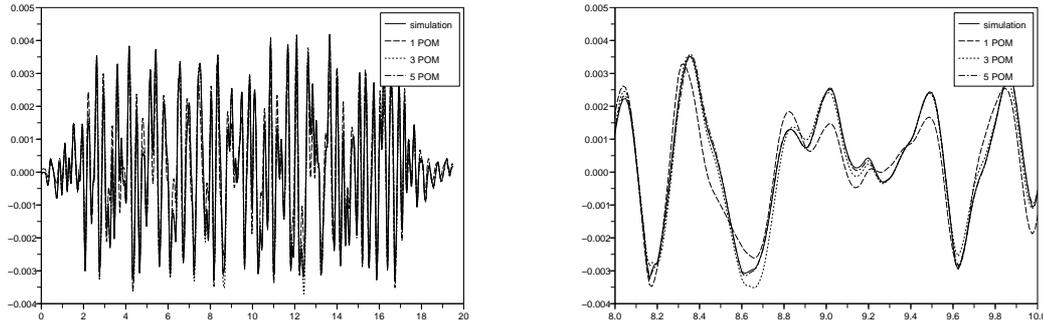


FIG. VI.12 – Déplacement (m) de la quatrième grille du premier assemblage combustible en fonction du temps (s) pour un niveau d'excitation de  $0.4 g$  ; reconstruction avec 1, 3 et 5 POM pour le système structure

## VI.4 Réduction de modèle

### VI.4.1 Modèle numérique

On propose ici une réduction du modèle numérique, établi au Chapitre III, par projection sur les POM dans le cadre des essais COUPLAGE. Aux vues des résultats sur la reconstruction des simulations des essais CADIX, nous adoptons une décomposition des systèmes fluide et structure séparés.

La décomposition donne :

$$\mathbf{U} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{s_k}(t) \Phi_{u_k} + \mathbf{U}_M, \quad \mathbf{V} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{f_k}(t) \Phi_{v_k} + \mathbf{V}_M, \quad \mathbf{P} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{p_k}(t) \Phi_{p_k} + \mathbf{P}_M, \quad (\text{VI.8})$$

où les  $\Phi_{u_k}$  (respectivement  $\Phi_{v_k}$  et  $\Phi_{p_k}$ ) sont les POM structure (respectivement vitesse fluide et pression fluide), et  $\mathbf{U}_M$  (respectivement  $\mathbf{V}_M$  et  $\mathbf{P}_M$ ) est la valeur moyenne de  $\mathbf{U}$  (respectivement  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{P}$ ).

Nous nous limiterons à un nombre fini de POM,  $M_s$  pour la structure et  $M_f$  pour le fluide. Nous choisissons le cas des essais COUPLAGE en raison du caractère linéaire de la structure, toutes les matrices dépendantes des inconnues dans (III.137) et (III.138) sont des formes linéaires ou bilinéaires, au contraire des matrices issues du modèle de raideur non linéaire des assemblages, qui fait intervenir des valeurs absolues. La prise en compte de ce modèle est possible, mais complexifie la démarche de réduction du modèle. Il est à noter que la condition d'incompressibilité (III.139) est directement satisfaite par les POM fluide, il n'est donc pas nécessaire d'en tenir compte.

On remplace (VI.8) dans (III.137) et (III.138) en utilisant les propriétés linéaires et bilinéaires des opérateurs, et on projete (III.137) sur chacun des POM structure et (III.138) sur chacun des POM fluide,  $\forall i$  :

$$\begin{aligned}
& \Phi_{u_i}^T \sum_{k=1}^{M_s} \left( \mathbf{M}_S \frac{\partial^2 a_{s_k}}{\partial t^2} \Phi_{u_k} + \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{C}(\Phi_{v_k}) + \mathbf{C}(\mathbb{V}_M) \right) \frac{\partial a_{s_k}}{\partial t} \Phi_{u_k} \right) \\
& + \Phi_{u_i}^T \sum_{k=1}^{M_s} \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{K}(\Phi_{v_k}) + \mathbf{K}(\mathbb{V}_M) \right) a_{s_k} \Phi_{u_k} + \Phi_{u_i}^T \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{K}(\Phi_{v_k}) + \mathbf{K}(\mathbb{V}_M) \right) \mathbb{U}_M = \\
& \Phi_{u_i}^T \sum_{k=1}^{M_f} \mathbf{M}_{\mathbf{IF}} \frac{\partial a_{f_k}}{\partial t} \Phi_{v_k} + \Phi_{u_i}^T \sum_{k=1}^{M_f} \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\Phi_{v_j}) + \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_M) \right) a_{f_k} \Phi_{v_k} \\
& \quad + \Phi_{u_i}^T \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\Phi_{v_j}) + \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_M) \right) \mathbb{V}_M, \quad (\text{VI.9})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Phi_{v_i}^T \sum_{k=1}^{M_f} \left( \mathbf{M}_F \frac{\partial a_{f_k}}{\partial t} \Phi_{v_k} + \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{N}(\Phi_{v_j}) + \mathbf{N}(\mathbb{V}_M) + \mathbf{D} \right) a_{f_k} \Phi_{v_k} + \mathbf{B} a_{f_k} \Phi_{p_k} \right) \\
& \quad + \Phi_{v_i}^T \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{N}(\Phi_{v_j}) + \mathbf{N}(\mathbb{V}_M) + \mathbf{D} \right) \mathbb{V}_M + \Phi_{v_i}^T \mathbf{B} \mathbb{P}_M \\
& = \Phi_{v_i}^T \sum_{k=1}^{M_s} \left( \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \frac{\partial^2 a_{s_k}}{\partial t^2} \Phi_{u_k} + \left( \sum_{j=1}^{M_f} a_{f_j} \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_k}) + \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_M) \right) \frac{\partial a_{s_k}}{\partial t} \Phi_{u_k} \right) \\
& + \Phi_{v_i}^T \sum_{k=1}^{M_f} \left( \left( \sum_{j=1}^{M_f} \sum_{l=1}^{M_s} a_{f_j} a_{s_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_j}, \Phi_{u_l}) + \sum_{l=1}^{M_s} a_{s_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_M, \Phi_{u_l}) \right) a_{f_k} \Phi_{v_k} \right) \\
& \quad + \Phi_{v_i}^T \sum_{k=1}^{M_f} \left( \left( \sum_{l=1}^{M_f} a_{f_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_i}, \mathbb{U}_M) + \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_M, \mathbb{U}_M) \right) a_{f_k} \Phi_{v_k} \right) \\
& \quad + \Phi_{v_i}^T \left( \sum_{j=1}^{M_f} \sum_{l=1}^{M_s} a_{f_j} a_{s_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_j}, \Phi_{u_l}) + \sum_{l=1}^{M_s} a_{s_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_M, \Phi_{u_l}) \right) \mathbb{V}_M \\
& \quad + \Phi_{v_i}^T \left( \sum_{l=1}^{M_f} a_{f_l} \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_i}, \mathbb{U}_M) + \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_M, \mathbb{U}_M) \right) \mathbb{V}_M. \quad (\text{VI.10})
\end{aligned}$$

On peut alors écrire (VI.9) et (VI.10) sous la forme réduite, où les inconnues  $\mathbb{A}_S = (a_{s_1}, \dots, a_{s_{M_s}})^T$  et  $\mathbb{A}_F = (a_{f_1}, \dots, a_{f_{M_f}})^T$  sont solution du problème :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RS}} \frac{\partial^2 \mathbb{A}_S}{\partial t^2} + \mathbf{C}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_F) \frac{\partial \mathbb{A}_S}{\partial t} + \mathbf{K}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_F) \mathbb{A}_S = \mathbf{M}_{\mathbf{RIF}} \frac{\partial \mathbb{A}_F}{\partial t} + \mathbf{F}_{\mathbf{RIF}}(\mathbb{A}_F) \mathbb{A}_F + \mathbf{R}_S(\mathbb{A}_F), \quad (\text{VI.11})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RF}} \frac{\partial \mathbb{A}_F}{\partial t} + \mathbf{N}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_F) \mathbb{A}_F = \mathbf{M}_{\mathbf{RIS}} \frac{\partial^2 \mathbb{A}_S}{\partial t^2} + \mathbf{C}_{\mathbf{RIS}}(\mathbb{A}_F) \frac{\partial \mathbb{A}_S}{\partial t} + \mathbf{F}_{\mathbf{RIS}}(\mathbb{A}_F, \mathbb{A}_S) \mathbb{A}_F + \mathbf{R}_F(\mathbb{A}_F, \mathbb{A}_S), \quad (\text{VI.12})$$

le détail des matrices est présenté en Annexe E. Les équations (VI.11) et (VI.12) sont discrétisées temporellement par un schéma aux différences finies d'ordre cinq, le même schéma étant utilisé pour le fluide et la structure. Les conditions limites du fluide sont comprises dans les POM

( $\Phi_{v_k}$ ) et dans le terme moyenné ( $\mathbb{V}_M$ ). Pour la structure les conditions limites imposées nulles, à savoir les déplacements et rotations aux extrémités, et le déplacement des noeuds médians des assemblages combustibles latéraux, sont eux aussi comprises dans les POM ( $\Phi_{u_k}$ ). Il reste donc à imposer le déplacement du noeud médian de l'assemblage combustible central, on note  $i$  l'indice de ce noeud. Pour reproduire les calculs des essais COUPLAGE il faut donc vérifier :

$$\sum_{k=1}^{M_s} a_{s_k}(t)\Phi_{u_{k_i}} + \mathbb{U}_{M_i} = u_4(t). \quad (\text{VI.13})$$

Le problème ainsi posé, est plus facile à résoudre, d'une part grâce à la réduction du nombre d'inconnues, et d'autre part parce que l'opération fastidieuse d'assemblage des matrices est réalisée une seule fois au début du calcul pour chaque POM. Ainsi cette méthode devient très avantageuse si l'on a peu de POM et beaucoup de pas de temps à calculer.

## VI.4.2 Résultats

Nous proposons dans cette section, de reproduire le calcul simulant l'essai COUPLAGE pour une amplitude de 2 mm, et une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s. Les POM sont calculés à partir du calcul réalisé avec le modèle initial, on reproduit alors le calcul à l'aide du modèle réduit. Les  $a_{s_k}$  et  $a_{f_k}$  ainsi obtenus nous permettent de remonter aux grandeurs physiques du problème à l'aide de la formule (VI.8).

Les résultats présentés ici sont obtenus pour  $M_s = 40$  et  $M_f = 60$ . On recalcule, à posteriori, les POM sur les résultats du modèle réduit. On observe que la distribution énergétique n'est plus la même, en effet le premier POM fluide capture plus d'énergie au détriment des POM supérieurs (Tab. VI.10), tandis que l'effet inverse est observé pour les POM structure (Tab. VI.11). Les POM eux-même sont différents (Fig. VI.13 et VI.14).

En dépit du nombre élevé de POM utilisé pour le calcul, les résultats du modèle réduit ne convergent pas vers ceux du modèle initial. Si le déplacement de l'assemblage combustible central est assez bien reproduit (Fig. VI.15 et VI.17), il n'en est pas de même pour les assemblages combustibles latéraux (Fig. VI.16 et VI.18).

La réduction de modèle a aussi été effectuée pour une décomposition globale, en considérant le système couplé fluide-structure ( $\mathbf{W}(t_i) = [\mathbb{V}(t_i), \mathbb{P}(t_i), \mathbb{U}(t_i)]$ ), le modèle numérique associé est instable, la convergence à chaque pas de temps n'est pas assurée.

La réduction de modèle n'est ici pas concluante, des études supplémentaires peuvent être envisagées, comme appliquer d'autres schémas d'intégration temporelle. Cependant le problème peut provenir de la différence de comportement entre le fluide et la structure, on pourrait aussi appliquer des schémas différents pour le fluide et la structure et même des pas de temps différents. On pourrait enfin envisager de résoudre les équations de la structure en vitesse, l'inhomogénéité des inconnues (déplacement pour la structure et vitesse pour le fluide) pourrait être une source d'erreurs.

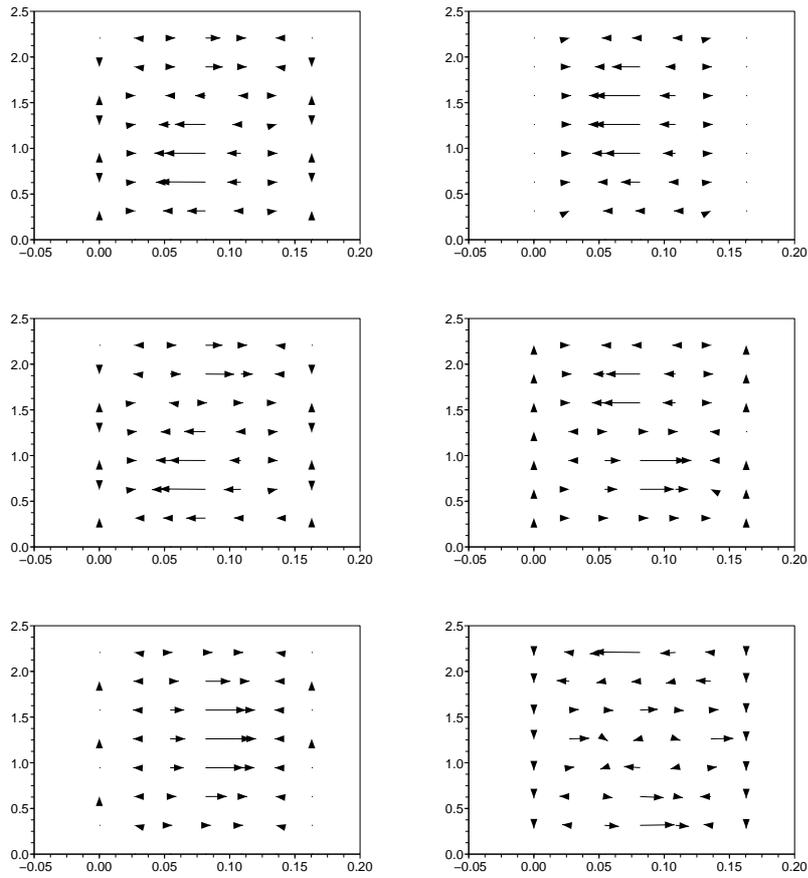


FIG. VI.13 – POM pour le système fluide, de haut en bas :  $1^{er}$  au  $3^{eme}$  mode, pour une vitesse d'écoulement de  $4.88 \text{ m/s}$ , sur les résultats du modèle numérique initial (gauche) comparé au modèle réduit (droite)

TAB. VI.10 – Energie capturée par POM pour le système structure pour une vitesse d'écoulement de  $4.88 \text{ m/s}$ , sur les résultats du modèle numérique initial comparé au modèle réduit

	modèle initial	modèle réduit
$1^{st} \text{ POM}$	76.71%	99.37%
$2^{nd} \text{ POM}$	19.43%	0.52%
$3^{th} \text{ POM}$	3.31%	0.08%

TAB. VI.11 – Energie capturée par POM pour le système fluide pour une vitesse d'écoulement de  $4.88 \text{ m/s}$ , sur les résultats du modèle numérique initial comparé au modèle réduit

	modèle initial	modèle réduit
$1^{st} \text{ POM}$	99.98%	98.70%
$2^{nd} \text{ POM}$	0.02%	1.29%
$3^{th} \text{ POM}$	0.005%	0.007%

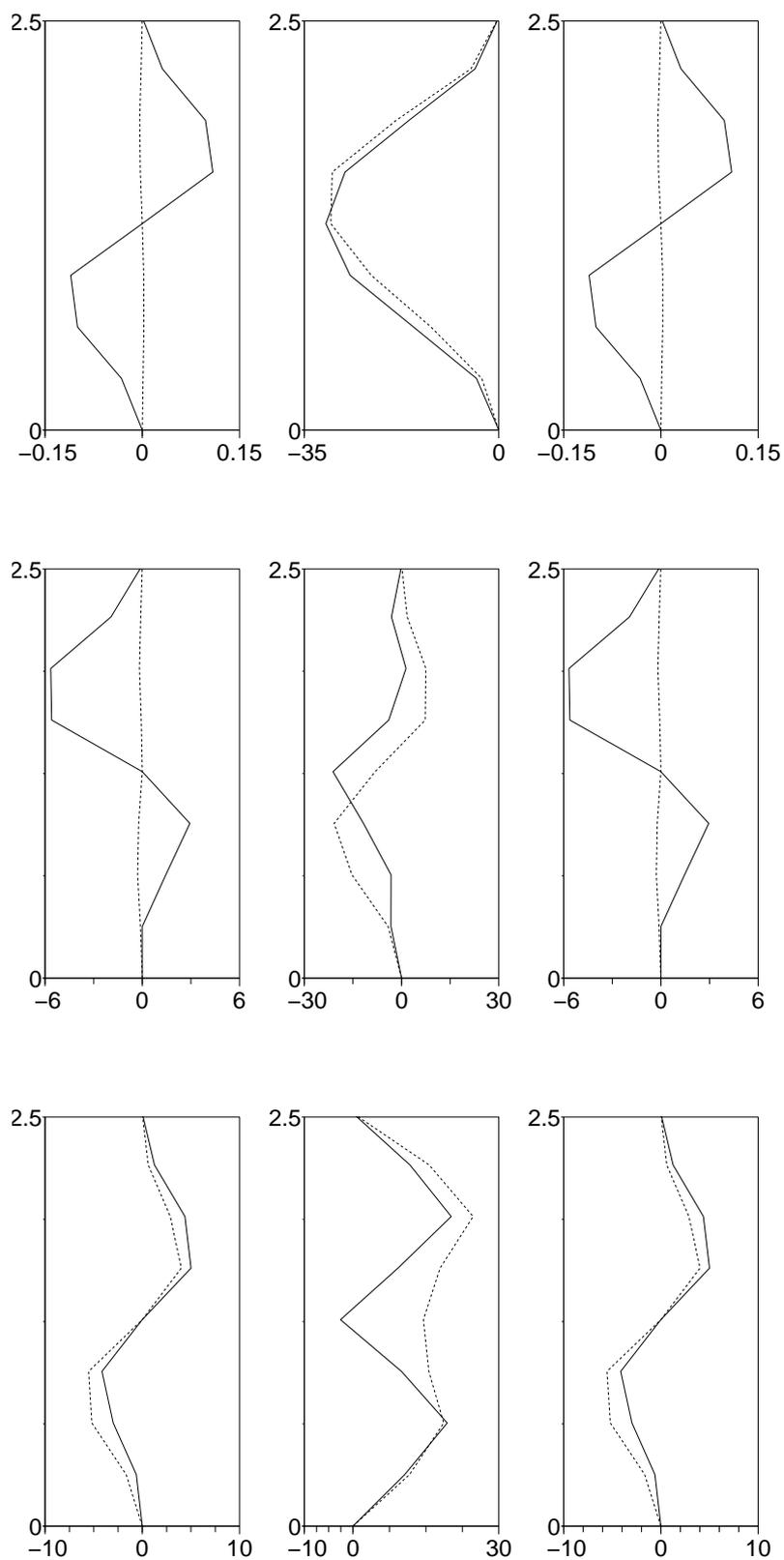


FIG. VI.14 – POM pour le système structure, de haut en bas : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s, sur les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue)

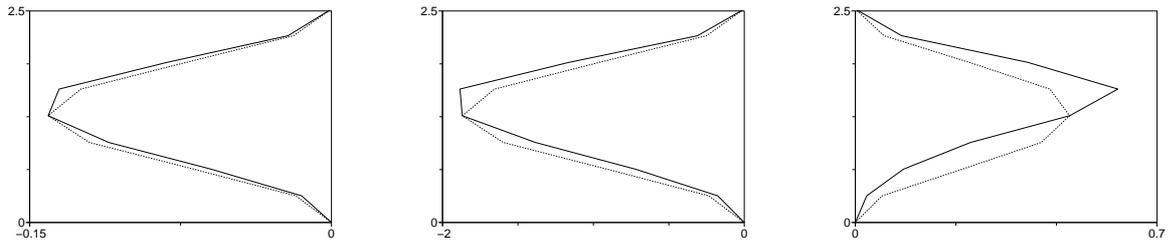


FIG. VI.15 – Déformée de l'assemblage combustible central à  $0.6\text{ s}$ ,  $6\text{ s}$  et  $30\text{ s}$ , obtenue avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparée au modèle réduit (ligne continue)

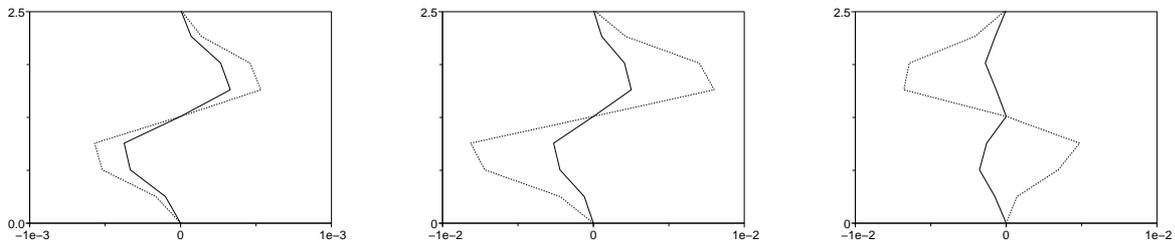


FIG. VI.16 – Déformée de l'assemblage combustible lateral à  $0.6\text{ s}$ ,  $6\text{ s}$  et  $30\text{ s}$ , obtenue avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparée au modèle réduit (ligne continue)

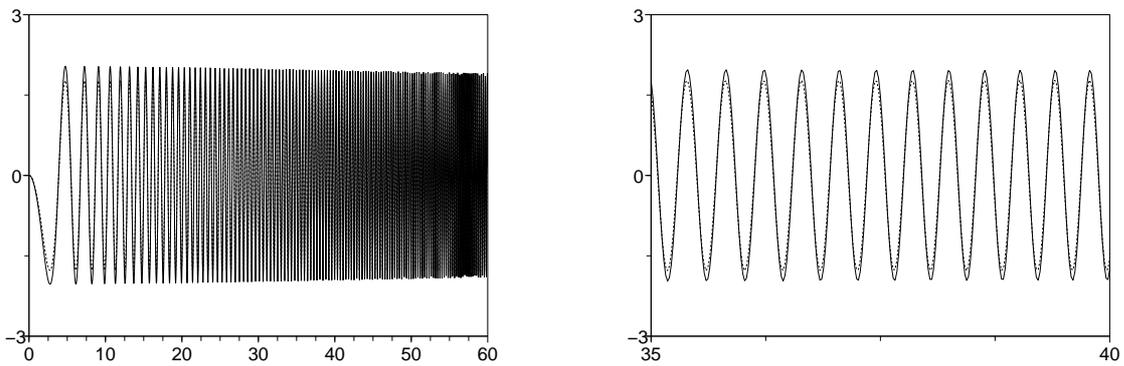


FIG. VI.17 – Déplacement (m) du noeud se trouvant au dessus du noeud médian de l'assemblage combustible central en fonction du temps (s), obtenu avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue)

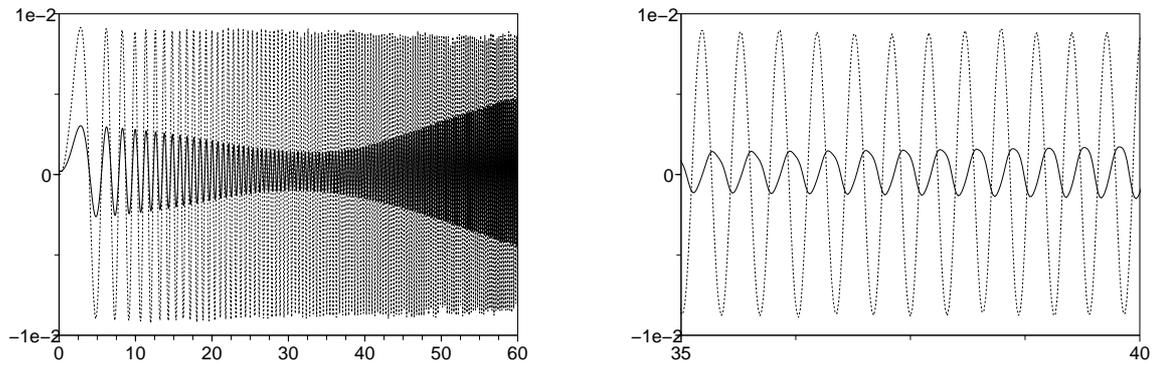


FIG. VI.18 – Déplacement (m) du noeud se trouvant au dessus du noeud médian de l'assemblage combustible latéral en fonction du temps (s), obtenu avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue)

## VI.5 Conclusion

L'analyse par POD, nous renseigne sur l'influence des paramètres d'entrée sur les POM, et la distribution énergétique. Il apparaît que plus l'on fournit d'énergie au système plus la part d'énergie capturée par les POM d'ordre élevé augmente. La décomposition appliquée au système fluide-structure, est moins pertinente que deux décompositions séparées des systèmes fluide et structure. En effet, pour une décomposition couplée, le fluide accapare une grande partie de l'énergie au détriment des POM structure, les POM structure ainsi obtenus ne sont pas caractéristiques. Enfin, une réduction de modèle sur les POM est proposée, mais ne permet pas de retrouver les résultats obtenus avec le modèle initial.



# Chapitre VII

## Conclusion générale

Nous avons proposé, dans ce mémoire, un modèle de coeur de réacteur basé sur une approche milieu poreux. Cette approche, nous permet d'établir les équations gouvernant le comportement d'un fluide équivalent et d'une structure équivalente, tout deux définis sur tout le domaine. Ainsi, en chaque point du domaine coexistent une grandeur fluide et une grandeur structure, qui sont couplées par une force volumique issue de l'expression proposée par Païdoussis, des efforts s'exerçant sur un tube soumis à un écoulement axial. Chaque assemblage combustible équivalent est assimilé à une poutre dont la loi de comportement viscoélastique non linéaire tient compte des phénomènes de contact et friction des liaisons grilles-crayons. Les équations ainsi obtenues sont résolues à l'aide d'une méthode éléments finis, le modèle numérique en découlant est stable vis à vis des discrétisations spatiale et temporelle.

Le modèle a été validé sur trois séries d'essais issues des dispositifs ECHASSE, CADIX et COUPLAGE. La comparaison des simulations avec les essais ECHASSE (deux assemblages combustibles sous écoulement) ont montré que le modèle reproduisait bien l'influence de la vitesse d'écoulement sur l'amortissement et le couplage entre assemblages combustibles, bien que ce dernier soit surestimé pour les grandes vitesses d'écoulement. On a pu aussi observer que la loi de comportement proposée, que l'on pourrait qualifier de simple, comparée au phénomène de contact-friction au niveau des liaisons grilles-crayons, reproduit de façon satisfaisante le comportement de la structure en air. La comparaison des simulations avec les essais CADIX (six assemblages combustibles en eau stagnante) a montré d'une part que la dynamique des assemblages combustibles sous chargement sismique était bien reproduite et d'autre part que les forces d'impact pouvaient être estimées de façon satisfaisante. Il apparaît cependant que les forces d'impact observées lors des essais en air, sont sous-estimées par les simulations, ce qui montre la limitation de la loi de comportement appliquée à la structure. Il est aussi à noter que les simulations en eau reproduisent moins bien le déplacement des assemblages combustibles situés aux extrémités. La comparaison des simulations avec les essais COUPLAGE (réseau de trois par trois assemblages combustibles sous écoulement) a montré que le modèle reproduisait bien le couplage entre assemblages dans le sens d'excitation et dans le sens transverse, et l'influence de la vitesse d'écoulement pour des fréquences d'excitation élevées. Le modèle est cependant incapable de reproduire le raidissement des assemblages en fonction de la vitesse d'écoulement et le couplage entre assemblages à basse fréquence.

L'analyse POD proposée, a montré que plus on fournissait d'énergie au système, plus les modes élevés capturaient une part importante de l'énergie globale. On a pu aussi observer qu'une décomposition séparée des systèmes fluide et structure était nécessaire à l'obtention de

résultats caractéristiques. Enfin, la réduction du modèle sur les modes orthogonaux n'est pas concluante et ne permet pas de reproduire les calculs obtenus avec le modèle initial.

Le modèle proposé est établi à partir d'hypothèses, l'une d'entre elles, selon laquelle la distance entre deux crayons reste constante, n'est pas vérifiée aux interfaces entre assemblages ou entre le confinement et les assemblages. La mise en défaut de cette hypothèse forte, pourrait justifier certaines différences observées entre les expériences et les simulations, la surestimation du couplage pour les grandes vitesses d'écoulement dans les essais ECHASSE, le déplacement des assemblages combustibles situés aux extrémités moins bien reproduit dans les essais CADIX, et enfin le raidissement des assemblages en fonction de la vitesse d'écoulement et le couplage entre assemblages à basse fréquence dans les essais COUPLAGE. Ainsi on pourrait améliorer le modèle par la reprise des équations moyennées en tenant compte de cet effet de façon locale, en introduisant une variation locale de la porosité au niveau du moyennage des équations de Navier-Stokes.

Enfin il serait intéressant de continuer les investigations sur la réduction de modèle par projection sur les modes orthogonaux issus de la POD, en essayant différents schémas d'intégrations, ou encore en réalisant la décomposition de la structure sur la vitesse et non sur le déplacement comme il est proposé dans ce mémoire.

# Table des figures

III.1	Schéma d'un coeur de réacteur . . . . .	27
III.2	Méthode de modélisation par milieu poreux . . . . .	28
III.3	Crayon soumis à un écoulement principalement axial . . . . .	29
III.4	Volume de contrôle pour la moyenne spatiale . . . . .	32
III.5	(a) Modélisation d'un assemblage combustible par un milieu poreux ;(b) Cinématique d'une poutre de Timoshenko . . . . .	37
III.6	Modèle d'impact pour 4 assemblages combustibles munis de 3 grilles chacun . . .	42
III.7	Modélisation de la force de couplage fluide-structure . . . . .	43
III.8	Les echelles du problème . . . . .	46
III.9	Mailles 3D pour la discrétisation du fluide (gauche), de la pression (milieu) et de la structure (droite) . . . . .	47
III.10	Mailles 2D pour la discrétisation du fluide (gauche), de la pression (milieu) et de la structure (droite) . . . . .	48
III.11	Maillage d'un assemblage combustible . . . . .	53
III.12	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en eau sous écoulement à $2.4 m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10 mm$ , pour plusieurs discrétisations temporelles (gauche) et spatiales (droite) . . . . .	57
III.13	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille des assemblages combustibles gauche (à gauche) et droite (à droite) en eau sous écoulement à $3 m/s$ : comparaison simulation 2D/3D . . . . .	58
III.14	Estimation numérique du champ de vitesse du fluide dans le plan médian, à $t = 0.09 s$ (gauche) et $t = 0.15 s$ (droite) . . . . .	58
III.15	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $2.4 m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de $\mu_{Teq}$ . . .	59
III.16	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $2.4 m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de $C_D$ . . .	59
III.17	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $2.4 m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de $C_T$ . . .	60
III.18	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $2.4 m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10 mm$ , pour plusieurs valeurs de $C_N$ . . .	60

III.19	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à 2.4 m/s pour une amplitude de lâcher de 10 mm, pour plusieurs valeurs de $m_f$ . . . . .	61
III.20	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche pour 33 m/s en régime amorti (gauche), pour 33.9 m/s en régime critique (milieu) et pour 35.5 m/s en régime instable (droite) . . . . .	61
III.21	Déformée d'un assemblage combustible soumis à un écoulement axial élevé pour le régime critique . . . . .	62
IV.1	Dispositif experimental ECHASSE . . . . .	66
IV.2	Exemple de maillage pour simulation numérique 2D à l'instant initial . . . . .	68
IV.3	Déplacement (mm) en fonction du temps (s) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de 3 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	69
IV.4	Déplacement (mm) en fonction du temps (s) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de 10 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	69
IV.5	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de 7 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	70
IV.6	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de 12 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	71
IV.7	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à 2.4 m/s pour une amplitude de lâcher de 10 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	72
IV.8	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à 5.2 m/s pour une amplitude de lâcher de 10 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	72
IV.9	Déplacements (mm) en fonction du temps (s) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à 1.2 m/s pour une amplitude de lâcher de 10 mm avec impact : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	73
IV.10	Dispositif expérimental CADIX . . . . .	74
IV.11	Dispositif expérimental CADIX (vue de dessus) . . . . .	74
IV.12	Accélération ( $m/s^2$ ) en fonction du temps (s) imposée à la table vibrante, excitation FRA3 à gauche et EDF3 à droite . . . . .	75
IV.13	Spectre fréquentiel (Hz) des excitations FRA3 (gauche) et EDF3 (droite) . . . . .	75
IV.14	Maillage 2D utilisé pour les simulations numériques . . . . .	78
IV.15	Maximum de la force d'impact (daN) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation (g) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en air, comparaison expérience/simulation . . . . .	78

IV.16 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.18 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . . 79

IV.17 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.4 g$  avec un confinement à  $2 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . . 80

IV.18 Force d'impact ( $daN$ ) en fonction du temps ( $s$ ) entre le confinement et la quatrième grille de l'assemblage combustible à l'extrémité gauche en eau pour une excitation  $FRA3$  de  $0.4 g$  avec un confinement à  $2 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . . 81

IV.19 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ )  $EDF3$  à gauche et  $FRA3$  à droite, en eau pour un confinement de  $2 mm$ , comparaison expérience/simulation 82

IV.20 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ )  $EDF3$  à gauche et  $FRA3$  à droite, en eau pour un confinement de  $1.5 mm$ , comparaison expérience/simulation 82

IV.21 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ )  $FRA3$  à droite, en eau pour un confinement de  $2 mm$ , comparaison expérience/simulation linéaire/non linéaire 83

V.1 Dispositif expérimental Couplage . . . . . 88

V.2 Dispositif expérimental Couplage (vue en coupe) . . . . . 89

V.3 Montage des capteurs . . . . . 89

V.4 Force relevée par le capteur 4 ( $N$ ) en fonction du déplacement du vérin ( $mm$ ) en quasi-statique . . . . . 90

V.5 FFT de la force relevée par le capteur 2 ( $N$ ) en fonction de la fréquence ( $Hz$ ) pour deux vitesses d'écoulement . . . . . 91

V.6 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88 m/s$  et pour plusieurs amplitudes 92

V.7 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2 mm$  en air, en eau et en eau sous écoulement . . . 92

V.8 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de  $2 mm$  et pour plusieurs vitesses d'écoulement 93

V.9 Identification des constantes structures à partir de l'essai en air pour une amplitude de déplacement de  $2 mm$  . . . . . 95

V.10 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante; comparaison expérience/simulation 3D . . . . . 97

V.11	Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_1(\omega)$ (en haut à gauche), $H_2(\omega)$ (en haut à droite) et $H_3(\omega)$ (en bas à gauche) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (en bas à droite) en $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de $1.65 m/s$ ; comparaison expérience/simulation 3D . . . . .	97
V.12	Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_1(\omega)$ (en haut à gauche), $H_2(\omega)$ (en haut à droite) et $H_3(\omega)$ (en bas à gauche) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (en bas à droite) en $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de $3.35 m/s$ ; comparaison expérience/simulation 3D . . . . .	98
V.13	Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_1(\omega)$ (en haut à gauche), $H_2(\omega)$ (en haut à droite) et $H_3(\omega)$ (en bas à gauche) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (en bas à droite) en $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de $4.88 m/s$ ; comparaison expérience/simulation 3D . . . . .	98
V.14	Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_2(\omega)$ (à droite) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (à gauche) en $m/N$ , pour une amplitude de $2 mm$ en eau stagnante, comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	99
V.15	Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_2(\omega)$ (à droite) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (à gauche) en $m/N$ , pour une amplitude de $2 mm$ en eau sous écoulement à $4.88 m/s$ , comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	100
V.16	Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages simulées par un calcul 2D et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_2(\omega)$ (à droite) et $H_4(\omega)$ (à gauche) en $m/N$ , pour une amplitude de $2 mm$ en air, en eau stagnante, en eau sous écoulement à $1.65 m/s$ , $3.35 m/s$ et $4.88 m/s$ . . . . .	100
V.17	Evolution des coefficients $E$ (en $Pa$ à gauche) et $m_f$ (en $kg/m^3$ à droite) en fonction de la vitesse (en $m/s$ ) pour recaller les simulations aux expériences . . . . .	101
V.18	Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_1(\omega)$ (en haut à gauche), $H_2(\omega)$ (en haut à droite) et $H_3(\omega)$ (en bas à gauche) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (en bas à droite) en $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de $1.65 m/s$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées	101
V.19	Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ), $H_1(\omega)$ (en haut à gauche), $H_2(\omega)$ (en haut à droite) et $H_3(\omega)$ (en bas à gauche) en $N/m$ et $H_4(\omega)$ (en bas à droite) en $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de $4.88 m/s$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées	102
VI.1	POM pour le système fluide sans impact, de gauche à droite : $1^{er}$ au $3^{eme}$ mode, de haut en bas $0m/s$ , $2.4m/s$ , $5.2m/s$ . . . . .	108
VI.2	POM pour le système structure sans impact, de gauche à droite : $1^{er}$ au $3^{eme}$ mode, de haut en bas $0m/s$ , $2.4m/s$ , $5.2m/s$ . . . . .	109
VI.3	POM pour le système fluide-structure sans impact, de gauche à droite : $1^{er}$ au $3^{eme}$ mode, de haut en bas $0m/s$ , $2.4m/s$ , $5.2m/s$ . . . . .	109

VI.4 POM pour le système fluide avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s . . . . . 110

VI.5 POM pour le système structure avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s . . . . . 110

VI.6 POM pour le système fluide-structure avec impact, de gauche à droite : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, de haut en bas 0m/s, 1.2m/s . . . . . 111

VI.7 POM pour le système fluide-structure, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>eme</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1 g, 0.28 g et 0.4 g . . . . . 113

VI.8 POM pour le système fluide, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>eme</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1 g, 0.28 g et 0.4 g . . . . . 114

VI.9 POM pour le système structure, de gauche à droite 1<sup>er</sup>, 2<sup>nd</sup> et 3<sup>eme</sup> modes, pour les niveaux d'excitation, de haut en bas 0.1 g, 0.28 g et 0.4 g . . . . . 115

VI.10 Module de la FFT des évolutions des quatre premiers modes (de gauche à droite  $\alpha_1(t)$ ,  $\alpha_2(t)$ ,  $\alpha_3(t)$ ,  $\alpha_4(t)$ ) en fonction de la fréquence (Hz), pour le système fluide-structure (haut), pour le système fluide (milieu), pour le système structure (bas), pour un niveau d'excitation de 0.4 g . . . . . 116

VI.11 Déplacement (m) de la quatrième grille du premier assemblage combustible en fonction du temps (s) pour un niveau d'excitation de 0.4 g ; reconstruction avec 10, 50 et 100 POM pour le système fluide-structure . . . . . 116

VI.12 Déplacement (m) de la quatrième grille du premier assemblage combustible en fonction du temps (s) pour un niveau d'excitation de 0.4 g ; reconstruction avec 1, 3 et 5 POM pour le système structure . . . . . 117

VI.13 POM pour le système fluide, de haut en bas : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s, sur les résultats du modèle numérique initial (gauche) comparé au modèle réduit (droite) . . . . . 120

VI.14 POM pour le système structure, de haut en bas : 1<sup>er</sup> au 3<sup>eme</sup> mode, pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s, sur les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue) . . . . . 121

VI.15 Déformée de l'assemblage combustible central à 0.6 s, 6 s et 30 s, obtenue avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparée au modèle réduit (ligne continue) . . . . . 122

VI.16 Déformée de l'assemblage combustible lateral à 0.6 s, 6 s et 30 s, obtenue avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparée au modèle réduit (ligne continue) . . . . . 122

VI.17 Déplacement (m) du noeud se trouvant au dessus du noeud médian de l'assemblage combustible central en fonction du temps (s), obtenu avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue) . . . . . 122

VI.18 Déplacement (m) du noeud se trouvant au dessus du noeud médian de l'assemblage combustible latéral en fonction du temps (s), obtenu avec les résultats du modèle numérique initial (ligne pointillée) comparé au modèle réduit (ligne continue) . . . . . 123

B.1 Déplacement (mm) en fonction du temps (s) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de 1 mm : comparaison expérience/simulation 2D . . . . . 155

B.2	Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de $2\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	156
B.3	Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de $3\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	157
B.4	Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de $6\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	157
B.5	Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	158
B.6	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de $3\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	158
B.7	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de $5\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	159
B.8	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de $7\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	159
B.9	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de $12\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	160
B.10	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau au repos pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	160
B.11	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $2.4\ m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	161
B.12	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $3.5\ m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	161
B.13	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $4.8\ m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	162
B.14	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $5.2\ m/s$ pour une amplitude de lâcher de $10\ mm$ : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	162

B.15	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau au repos pour une amplitude de lâcher de $10\text{ mm}$ avec impact : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	163
B.16	Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à $1.2\text{ m/s}$ pour une amplitude de lâcher de $10\text{ mm}$ avec impact : comparaison expérience/simulation 2D . . . . .	163
C.1	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.05\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	165
C.2	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.14\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	166
C.3	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.18\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	166
C.4	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $EDF3$ de $0.10\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	167
C.5	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $EDF3$ de $0.14\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	167
C.6	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $EDF3$ de $0.18\text{ g}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	168
C.7	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.1\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	169
C.8	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.2\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	170
C.9	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.28\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	170
C.10	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.32\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	171
C.11	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.36\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	171
C.12	Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation $FRA3$ de $0.4\text{ g}$ avec un confinement à $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	172

C.13 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.2 $g$ avec un confinement à 2 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	172
C.14 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.0.28 $g$ avec un confinement à 2 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	173
C.15 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.36 $g$ avec un confinement à 2 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	173
C.16 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.4 $g$ avec un confinement à 2 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	174
C.17 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>FRA3</i> de 0.2 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	175
C.18 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>FRA3</i> de 0.28 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	176
C.19 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>FRA3</i> de 0.36 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	176
C.20 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.2 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	177
C.21 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.28 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	177
C.22 Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation <i>EDF3</i> de 0.36 $g$ avec un confinement à 1.5 $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu) . . . . .	178
C.23 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) <i>EDF3</i> à gauche et <i>FRA3</i> à droite, en air, comparaison expérience/simulation . . . . .	179
C.24 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) <i>EDF3</i> à gauche et <i>FRA3</i> à droite, en air, comparaison expérience/simulation . . . . .	179
C.25 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) <i>EDF3</i> à gauche et <i>FRA3</i> à droite, en eau pour un confinement de 2 $mm$ , comparaison expérience/simulation . . . . .	180
C.26 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) <i>EDF3</i> à gauche et <i>FRA3</i> à droite, en eau pour un confinement de 2 $mm$ , comparaison expérience/simulation . . . . .	180

C.27 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 1.5 mm, comparaison expérience/simulation . . . . . 180

C.28 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 1.5 mm, comparaison expérience/simulation 181

C.29 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 2 mm, comparaison expérience/simulation linéaire/nonlinéaire . . . . . 181

C.30 Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 2 mm, comparaison expérience/simulation linéaire/nonlinéaire . . . . . 181

D.1 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en air et pour plusieurs amplitudes . . . . . 183

D.2 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante et pour plusieurs amplitudes . . . . . 184

D.3 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 1.65 m/s et pour plusieurs amplitudes 184

D.4 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 2.49 m/s et pour plusieurs amplitudes 185

D.5 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 3.35 m/s et pour plusieurs amplitudes 185

D.6 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 4.24 m/s et pour plusieurs amplitudes 186

D.7 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s et pour plusieurs amplitudes 186

- D.8 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de 2 mm et pour plusieurs vitesses d'écoulement 187
- D.9 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de 1.5 mm et pour plusieurs vitesses d'écoulement 187
- D.10 Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de 1 mm et pour plusieurs vitesses d'écoulement 188
- D.11 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante; comparaison expérience/simulation 3D . . . . . 189
- D.12 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 1.65 m/s; comparaison expérience/simulation 3D . . . . . 189
- D.13 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 3.35 m/s; comparaison expérience/simulation 3D . . . . . 190
- D.14 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 4.88 m/s; comparaison expérience/simulation 3D . . . . . 190
- D.15 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 1.65 m/s; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées 191
- D.16 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de 3.35 m/s; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées 192

D.17 Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées 192

D.18 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau stagnante, comparaison expérience/simulation 2D . . . . . 193

D.19 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $1.65\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D . . . . . 193

D.20 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $3.35\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D . . . . . 194

D.21 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $4.88\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D . . . . . 194

D.22 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $1.65\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées . . . . . 195

D.23 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $3.35\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées . . . . . 196

D.24 Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $4.88\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées . . . . . 196



# Liste des tableaux

IV.1	Constantes géométriques et massiques relatives à la structure . . . . .	67
IV.2	Constantes relatives aux lois de comportement de la structure . . . . .	67
IV.3	Constantes du fluide . . . . .	67
IV.4	Constantes relatives au couplage fluide-structure . . . . .	67
IV.5	Constantes géométriques et massiques relatives à la structure . . . . .	77
IV.6	Constantes relatives aux lois de comportement de la structure . . . . .	77
IV.7	Constantes du fluide . . . . .	77
IV.8	Constantes relatives au couplage fluide-structure . . . . .	77
IV.9	Constantes relatives au couplage fluide/structure . . . . .	82
V.1	Constantes géométriques et massiques relatives à la structure . . . . .	95
V.2	Constantes relatives aux lois de comportement de la structure . . . . .	95
V.3	Constantes du fluide . . . . .	96
V.4	Constantes de couplage fluide-structure relatives aux calculs 2D . . . . .	96
V.5	Constantes de couplage fluide-structure relatives aux calculs 3D . . . . .	96
V.6	Constantes relatives au couplage fluide/structure . . . . .	101
VI.1	Energie capturée par POM pour le système fluide-structure sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	107
VI.2	Energie capturée par POM pour le système fluide sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	107
VI.3	Energie capturée par POM pour le système structure sans impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	107
VI.4	Energie capturée par POM pour le système fluide-structure avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	107
VI.5	Energie capturée par POM pour le système fluide avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	107
VI.6	Energie capturée par POM pour le système structure avec impact pour plusieurs vitesses d'écoulement . . . . .	108
VI.7	Energie capturée par POM pour le système fluide-structure pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3 . . . . .	112
VI.8	Energie capturée par POM pour le système fluide pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3 . . . . .	112
VI.9	Energie capturée par POM pour le système structure pour plusieurs niveaux d'excitation des essais FRA3 . . . . .	112

VI.10	Energie capturée par POM pour le système structure pour une vitesse d'écoulement de $4.88 \text{ m/s}$ , sur les résultats du modèle numérique initial comparé au modèle réduit . . . . .	120
VI.11	Energie capturée par POM pour le système fluide pour une vitesse d'écoulement de $4.88 \text{ m/s}$ , sur les résultats du modèle numérique initial comparé au modèle réduit	120

# Bibliographie

- Allan, F.M., Hamdan, M.H., 2002. Fluid mechanics of the interface region between two porous layers. *Applied Mathematics and Computation* 128 p.37-43.
- Antohe, B.V., Lage, J.L., 1997. A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 40(13) p.3013-3024.
- Avramenko, A.A., Kuznetsov, A.V., Basok, B.I., Blinov, D.G., 2005. Investigation of stability of a laminar flow in a parallel-plate channel filled with a fluid saturated porous medium. *Physics of Fluids* 17.
- Axisa, F., 2001. Modélisation des systèmes mécaniques, Tome 3 : Interactions Fluide-Structure. HERMES SCIENCE PUBLICATIONS, Paris.
- Baglietto, E., Ninokata, H., 2004. A turbulence model study for simulating flow inside tight lattice rod bundles. *International Journal of Multiphase Flow* 6 p.1-24.
- Banerjee, S., Chan, A.M.C., 1980. Analyse of the averaged and local instantaneous formulations. *International Journal of Multiphase Flow* 6, 1-24.
- Barsamian, H.R., Hassan, Y.A., 1997. Large eddy simulation of turbulent crossflow in tube bundles. *Nuclear Engineering and Design* 172 p.103-122.
- Beaud, F., 1997. An analytical model for the prediction of fluidelastic forces in a rod bundle subjected to axial flow : theory, experimental validation and application to PWR fuel assemblies. 5<sup>th</sup> International Conference on Nuclear Engineering Nice, France, ICONE5-2290.
- Bellizzi, S., Sampaio R., 2006. POMs analysis obtained from Karhunen-Loève expansion for randomly vibrating systems. *Journal of Sound and Vibration* 297, p. 774-793.
- Ben Jedida, A., 1993. Etude du comportement sismique d'un coeur de réacteur Nucléaire de type REP. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- Benner, J., 1985. Homogenized model for fluid-structure interaction of the pressurized water reactor core internals during blowdown. *Nuclear Engineering and Design* 86 p.383-391.
- Braga, E.J., de Lemos, M.J.S., 2004. Turbulent natural convection in a porous square cavity computed with a macroscopic k- $\epsilon$  model. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 p.5639-5650.

- Bramble, J.H., Pasciak, J.E., 1997. Iterative techniques for time dependent Stokes Problems. *Computers Math. Applic.* 33 p.13-30.
- Bristeau, M.O., Glowinski, R., Mantel, B., Périaux, J., Perrier, P., 1985. Numerical methods for incompressible and compressible Navier-Stokes problems. *Finite Elements in Fluid Volume 6* John Willey & Sons Ltd.
- Broc, D., Queval, J.C, Viallet, E., 2003. Seismic behaviour of a PWR reactor core : fluid structure interaction effects. *Transactions of the 17<sup>th</sup> International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17) Prague, Czech Republic.*
- Broc, D., 2001. Comportement sismique d'assemblage REP : influence du confinement hydraulique. *Note Technique DM2S/SEMT/EMSI/RT/01-046/A.*
- Brochard, D., 1993. Synthèse et bilan de l'action bi-partite CEA-FRAMATOME sur l'analyse sismique des cœurs REP. *Rapport DMT/93/405.*
- Carey, G.F., Krishnan, R., 1985. Penalty approximation, iteration, and continuation for Navier-Stokes problems. *Finite Elements in Fluid Volume 6* John Willey & Sons Ltd.
- Casadei, F., Halleux, J.P., 1995. An algorithm for permanent fluid-structure interaction in explicit transient dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 128 p.231-289.
- Caughey, D.A., 2001. Implicit multigrid computation of unsteady flows past cylinders of square cross-section. *Computers and Fluids* 30 p.939-960.
- Chan, E.C, Lien, F.S., 2005. Permeability effects of turbulent flow through a porous insert in a backward-facing-step channel. *Transp Porous Med* 59, p.47-71.
- Chatelain, A., 2004. Simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents avec transferts de chaleur. *Thèse de doctorat de l'INPG.*
- Chen, S.S., Wambsganss, M.W., 1972. Parallel-flow induced vibrations of fuel rods. *Nuclear Engineering and Design* 18 p.253-278.
- Chen, S.S., Wambsganss, M.W., 1970. Response of a flexible rod to near-field flow. *n Noise Proceedings of Conference on Flow-Induced Vibrations in Reactors System Components, ANL-7685.*
- Chen, S.S., 1970. Free vibration of a coupled fluid/structural system. *Journal of Sound and Vibration* 21 p.387-398.
- Colin, E., Etienne, S., Pelletier, D., Borggaard, J., 2005. Application of a sensitivity equation method to turbulent flows with heat transfer. *International Journal of Thermal Sciences* 44 p.1024-1038.
- Collard, B., 2004. Compte rendu des essais CAMEOL, caractérisation mécanique d'un assemblage AFA3GL sous écoulement. *Note Technique DEN/DTN/STRI/LHC/21-2000.*

- Collard, B., Pisapia, S., Bellizzi, S., Witters, F., 2003. PWR fuel assembly modal testing and analysis. Symposium of Flow-Induced Vibration ASME PVP Conference, Cleveland, Ohio, USA.
- Collard, B., Vallory., J., 2001. Impact forces on a core shroud of an exited PWR fuel assembly. 9th International Conference on Nuclear Engineering Nice Acropolis, France.
- Collard, B., 2000. ECHASSE, analyse des essais d'impact d'un assemblage sur une paroi, recherche d'un effet lame fluide. Note Technique DEC/SH2C/LHC 2000 - 16.
- Conca, C., Osses, A., Planchard, J., 1997. Added mass and damping in fluid-structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 146 p.387-405.
- Costa, V.A.F, Oliveira, M.S.A, Sousa, A.C.M., 2004. Numerical simulation of non-Darcian flows through spaces partially filled with a porous medium. *Computers and Srtucures* 82 p.1535-1541. 2004.
- Damak, K., Ayadi, A., Zeghmati, B., Schmitz, P., 2004. A new Navier-Stokes and Darcy's law combined model for fluid flow in crossflow filtration tubular membranes. *Desalination* 161 p.67-77.
- Das, D.B., Nassehi, V., Wakeman, R.J., 2002. A finite volume model for the hydrodynamics of combined free and porous flow in sub-surface regions. *Advances in Environmental Research* 7 p.35-58.
- Delhaye, J.M., Giot, M., Riethmuller, M.L., 1981. Thermohydraulics of two-phase systems for industrial design and nuclear engineering. In : A von Karman Institute Book. Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Book Company, New York Chapters 5 and 7.
- Demkowicz, L., Oden, J.T., Strouboulis, T., 1985 An adaptative p-version finite element method for transient flow problems with moving boundaries. *Finite Elements in Fluide-Volume 6*, Edited by R.H. Gallagher, G.F. Carey, J.T. Oden, and O.C. Zienkiewicz. John Wiley & Son Ltd.
- Donéa, J., 1983. Arbitrary Lagrangian Eulerian fnite element methods, in : T. Belytschko, T.J.R. Hughes (Eds.), *Computer Methods for Transient Analysis*, Elsevier Science Publishers, 1983, p.473-516.
- Duarte, F., Gormaz, R., Natesan, S., 2004. Arbitrary Lagrangian-Eulerian method for Navier-Sokes equations with moving boundaries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 p.4819-4836.
- Ferrey, P., 2002. Modèles aux tensions de Reynolds avec prise en comptede l'intermittence de frontière. Thèse de doctorat de l'Université de Poitiers.
- Fontaine, B., Politopoulos, I., 2000. A non linear model for the PWR fuel assembly seismic analysis. *Nuclear Engineering and Design* 195 p.321-329.
- Fourar, M., Radilla, G., Lenormand, R., Moyne, C., 2004. On the non-linear behavior of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media. *Advances in Water ressources* 27 p.669-677.

- Gibert, R.J., 1988. Vibrations des structures Interactions avec les fluides sources d'excitation aléatoires. Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'Electricité de France, Eyrolles, Paris, France.
- Graham, M.D, Kevrekidis, I.G, 1996. Alternative approaches to the Karhunen-Love decomposition for model reduction and data analysis. *Computers chem. Engng* Vol. 20, No. 5, pp. 495-506.
- Haldar, S.C., Mohanty, A.K., Dubey, M.R., 2000. Laminar free convection in open-ended vertical 7-rod bundles : experiments and porous model. *Nuclear Engineering and Design* 198 p.295-305.
- Hassan, Y.A., Barsamian, H.R., 2004 Tube bundle flows with the large Eddy simulation technique in curvilinear coordinates. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 p.3057-3071
- Hinderks, M., Ungoreit, H., Kremer, G., 2001. Improved method to demonstrate the structural integrity of high density fuel storage racks. *Nuclear Engineering and Design* 206 p.177-184.
- Hinze, J.O, 1975. *Turbulence*. McGraw-Hill.
- Hübner, B., Walhorn, E., Dinkler, D., 2004. A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite element. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 p.2087-2104.
- Huvelin, F., Girao de Morais, M.V., Baj, F., Magnaud, J.P., Longatte, E., Souli, M., 2007. Numerical simulation of tube bundle vibrations under cross flows. *Proceedings of PVP 2007 : ASME Pressure Vessels and Piping Division conference, San Antonio, Texas USA* paper 26595.
- Ilinca, F., Hetu, J.F., Pelletier, D., 1998. A unified finite element algorithm for two-equation models of turbulence. *Computers and Fluids* 27 p.291-310.
- Jacquelin, E., Brochard, D., Trollat, C., Jézéquel, L., 1996. Homogenization of a non-linear array of confined beams. *Nuclear Engineering and Design* 165 (1996) p.213-223.
- Jacquelin, E., Lainé, J.P., Trollat, C., Jézéquel, L., 1998. Modelling the behaviour of a PWR core by a homogenization technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 155 p.1-13.
- Jansen, K.E., Whiting, C.H., Hulbert, G.M., 2000. A generalized- $\alpha$  method for integrating the filtered Navier-Stokes equations with a stabilized finite element method. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering* 190 p.305-319.
- Kerschen, G., Golinval, J.C., Vakakis, A., Bergman, L., 2005. The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems : an overview. *Nonlinear Dynamics, Special issue on Reduced Order Models : Methods and Applications*, 41 p. 141-170.
- Kim, H.K., Lee, J.S., 2001. Development of core seismic analysis models for KNGR fuel assemblies associated with 0.3 g seismic loads. *Nuclear Engineering and Design* 212 p.201-210.

- Kim, H.K., Park, N.K., Jang, Y.K., Kim, J.I., Kim, K.T., 2005. A seismic analysis of korean standard PWR fuels under transition core conditions. Proceeding of the 2005 International Meeting on Water Reactor Fuel Performance, Kyoto, Japan track no. :5 /paper no. :1089.
- Kobelkov, G.M., Olshanskii, M.A., 2000. Effective preconditioning of Uzawa type schemes for a generalized Stokes problem. Numer. Math. 86 p.443-470.
- Krenk, S., 2006. Energy conservation in Newmark based time integration algorithms. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 195 p.6110-6124.
- de Langre, E., Beaufils, B., Antunes, J., 1991. The numerical prediction of vibrations in tube bundles induced by cross-flow turbulence. IMECHE International Conference on Flow-Induced Vibrations, Brighton, England, May 20-22, 1991.
- de Langre, E., Guerin, A., Grisez, O., 1995. Modélisation du comportement vibratoire en air d'un assemblage combustible. Rapport DMT 95/353.
- de Langre, E., Hadj-Sadok, C., Beaufils, B., 1992. Non-linear vibration induced by fluidelastic forces in tube bundles. ASME Symposium on Flow-Induced Vibrations and Noise, Anaheim, USA, PVP-Vol. 242, 1992.
- Langtangen, H.P., Mardal, K.A., Winther, R., 2002. Numerical methods for incompressible viscous flow. Advances in Water Resources 25 p.1125-1146.
- Lartigue, G., 2004. Simulation des grandes échelles et instabilités de combustion. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Leclaire, P., Horoshenkov, K.V., Cummings, A., 2001. Transverse vibrations of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid. Journal of Sound and Vibration 247(1) p.1-18.
- Legier, J.P., 2001. Simulation numériques des instabilités de combustion dans les foyers aéronautiques. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Lesieur, M., 1993. Turbulence in fluids. Kluwer Academic Publishers.
- Lévêque, E, 2004. Contribution à la description de l'agitation turbulente d'un fluide visqueux incompressible. Habilitation à diriger des recherches Université Claude Bernard Lyon 1.
- Lighthill, M.J., 1960. Note on the swimming and slender fish. Journal of Fluid Mechanics 9, 305-317.
- Lighthill, M.J., 1986. Fundamentals concerning wave loading on offshore structures. Journal of Fluid Mechanics 173, 667-681.
- Lopes, J.L., Païdoussis, M.P., Semler, C., 2002. Linear and nonlinear dynamics of cantilevered cylinders in axial flow. Part 2 : the equations of motion. Journal of Fluid and Structures 16, 715-737.
- Lu, J.F., Jeng, D.S., Williams, S., 2008. A 2.5-D dynamic model for a saturated porous medium : Part I. Green's function. International Journal of Solids and Structures 45 (2008) p.378-391.

- Martí Moreno, M., 2000. Simulation des efforts aléatoires exercés par un écoulement annulaire. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI.
- Mesgouez, A., Lefeuvre-Mesgouez, G., 2007. Study of transient poroviscoelastic soil motions by semi-analytical and numerical approaches. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Article in press.
- Modarres-Sadeghi, Y., Païdoussis, M.P., Semler, C., 2005. A nonlinear model for an extensible slender flexible cylinder subjected to axial flow. *Journal of Fluids and Structures* 21 p.609-627.
- Moreira, M., Antunes, J., 2002. A simplified linearized model for the fluid-coupled vibrations of spent nuclear fuel racks. *Journal of Fluids and Structures* 16(7) p.971-987.
- Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W., Schaaf, S.A., 1950. The forces exerted by surface waves on piles. *Petroleum Transactions, AIME* 189, 149-157.
- Mureithi, N.W., Zhang, C., Ruël, M., Pettigrew, M.J., 2005. Fluidelastic instability tests on an array of tubes preferentially flexible in the flow direction. *Journal of Fluids and Structures* 21 p.75-87.
- Nassehi, V., Hanspal, N.S., Waghode, A.N., Ruziwa, W.R., Wakeman, R.J., 2005. Finite-element modelling of combined free/porous flow regimes : simulation of flow through pleated cartridge filters. *Chemical Engineering Science* 60 p.995-1006.
- Nehari, D., Armenio, V., Ballio, F., Adjlout, L., 2004. A 3D investigation of the dynamic loads over an array of in-line cylinders at low KC and Re numbers. *Ocean Engineering* 31 p.1503-1535.
- Ni, M.J., Komori, S., Morley, N., 2003. Projection methods for the calculation of incompressible unsteady flows. *Numerical Heat Transfert Part B* 44 p.533-551.
- Nochetto, R.H., Pyo, J.H., 2005. The gauge-Uzawa finite element method. Part I : The Navier-Stokes equations. *SIAM J. Numer. Anal.* 43 p.1043-1068.
- Olshanskii, M.A., 1999. An iterative solver for the Oseen problem and numerical solution of incompressible Navier-Stokes Equations. *Numer. Linear Algebra Appl.* 6 p.353-378.
- Onate, E., Garcia, J., Idelsohn, S.R., 2004. Ship hydrodynamics. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, John Willey & Sons Ltd.
- Païdoussis, M.P., 2006. Real-life experiences with flow-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures* 22 p.741-755
- Païdoussis, M.P., Sarkar, A., Semler, C., 2005. A horizontal fluid-conveying cantilever : spatial coherent structures, beam modes and jumps in stability diagram. *Journal of Sound and Vibration* 280 (2005) 141-157.
- Païdoussis, M.P., Grinevich, E., Adamovicy, D., Semler, C., 2001. Linear and nonlinear dynamics of cantilevered cylinders in axial flow. Part 1 : physical dynamics. *Journal of Fluids and Structures* 16(6), p.691-713.

- Païdoussis, M.P., 1972. Vibration of cylindrical structures induced by axial flow. Cycle de Conférences sur l'Aero-Hydro-Elasticite Ermenonville.
- Païdoussis, M.P., 1969. An experimental study of vibration of flexible cylinders induced by nominally axial flow. Nuclear Science and Engineering 35 p.127-138.
- Païdoussis, M.P., 1966. Dynamics of flexible slender cylinders in axial flow part 1 theory. Journal of Fluids Mechanics 26 p.717-736.
- Peybernes, J., 2006. Etude des efforts hydrauliques transverses transmis aux assemblages combustibles REP : synthèse de l'action DELTA (2002-2005). Note Technique DEN/DTN/STRI/LHC/2006/04.
- Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 2001. Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer 44 p.1081-1093.
- Pettigrew, M.J., Zhang, C., Mureithi, N.W., Pamfil, D., 2005. Detailed flow and force measurements in a rotated triangular tube bundle subjected to two-phase cross-flow. Journal of Fluids and Structures 20 p.567-575.
- Pisapia, S., 2004. Etude du comportement vibratoire non-linéaire d'un assemblage combustible de réacteur à eau pressurisée. Thèse de doctorat de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille.
- Pisapia, S., Collard, B., Bellizzi, S., Mori, V., 2003. Modal testing and identification of a PWR fuel assembly. Transactions of the 17<sup>th</sup> International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17) Prague, Czech Republic.
- Planchard, J., 1985. Vibrations of nuclear fuel assemblies : a simplified model. Nuclear Engineering and Design 86 p.383-391.
- Pomîrleanu, R.O., 2005. Spectral response to harmonic excitation of rods in a confined nuclear fuel mini-bundle. Proceedings of PVP 2005 : ASME Pressure Vessels and Piping Division conference, Denver Colorado paper 71486.
- Pont, T., 1998. Description du dispositif expérimental ECHASSE. Note Technique DEC/SECA/LHC 98/028.
- Queval, J.C., 2002. Essais sismiques d'une rangée de 6 assemblage REP echelle 1. Note Technique DM2S/SEMT/EMSI/RT/02-035/A.
- Quiles, J.M., 1997. Homogénéisation périodique appliquée à la mécanique des sols. Thèse de doctorat de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille.
- Radi, E., Loret, B., 2008. Mode I intersonic crack propagation in poroelastic media Mechanics of Materials 40 (2008) p.524-548.
- Randriamampianina, A., Schiestel, R., Wilson, M., 2004. The turbulent flow in an enclosed corotating disk pair : axisymmetric numerical simulation and Reynolds stress modelling. International Journal of Heat and Fluid Flow 25 p.897-914.

- Reavis, J.R., 1969. Vibration correlation for maximum fuel-element displacement in parallel turbulent flow. *Nuclear Science and Engineering* 38 p.63-69.
- Rebelle, J., 1998. Contribution à la modélisation du comportement vibratoire non-linéaire d'un assemblage combustible R.E.P. Thèse de doctorat de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille.
- Rigaudeau, J., 1997. Grid modelling and strength criterion in the lateral response of PWR fuel assemblies under accident conditions. 5<sup>th</sup> International Conference on Nuclear Engineering Nice, France, ICONE5-2568.
- Robbe, M.F., Bliard, F., 2002. A porosity method to describe the influence of internal structures on a fluid flow in case of fast dynamics problems. *Nuclear Engineering and Design*, 215, 217-242.
- Sarpkaya, T., 2001. On the force decompositions of Lighthill and Morison. *Journal of Fluids and Structures* 15 p.227-233.
- Scheinder, K., Farge, M., 2005. Numerical simulation of the transient flow behaviour in tube bundles using a volume penalization method. *Journal of Fluids and Structures* 20, p.555-566.
- Selle, L., 2004. Simulation aux grandes échelles des interactions flamme/acoustique dans un écoulement vrillé. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Semler, C., Lopesy, J.L., Auguz, N., Païdoussis, M.P., 2001. Linear and nonlinear dynamics of cantilevered cylinders in axial flow. Part 3 : nonlinear dynamics. *Journal of Fluids and Structures* 16(6), p.739-759.
- Soulaimani, A., Fortin, M., Ouellet, Y., Dhatt, G., Bertrand, F., 1987. Simple continuous pressure element for two- and three-dimensional incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 62 p.47-69.
- Scheistel, R., 1998. Les écoulements turbulents modélisation et simulation. Hermes.
- Sharma, N., Chen, Y., Patankar, N.A., 2004. A distributed lagrange multiplier based computational method for the simulation of particulate-stokes flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194 p.4716-4730.
- Schulz, K.W., Kallinderis, Y., 1998. Unsteady flow interaction for incompressible flows using deformable hybrid grids. *Journal of Computational Physics* 143 p.569-597.
- Smagorinsky, J. 1963. General circulation experiments with primitive equations. *Mon. Weather Rev.*, 91, 216-241.
- Stabel, J., Ren, M., 2001. Fluid-structure-interaction for the analysis of the dynamics of fuel storage racks in the case of seismic loads. *Nuclear Engineering and Design* 206 p.167-176.
- Stein, E., de Brost, R., Hughes, T.J.R, 2004. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. Volume 3 : Fluids. John Wiley & Sons, Ltd.
- Taylor, G.I., 1952. Analysis of the swimming of long and narrow animals. *Proceeding of the Royal Society London* A214, 158-184.

- Terada, K., Ito, T., Kikuchi, N., 1998. Characterisation of the mechanical behaviors of solid-fluid mixture by the homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 153 p.223-257.
- Tezduyar, T.E., 2004. Finite element methods for fluid dynamics with moving boundaries and interfaces. *Encyclopedia of Computational Mechanics. Volume 3 : Fluids*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester.
- Turek, S., 1997. On discrete projection methods for the incompressible Navier-Stokes equations : an algorithmical approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 143 p.271-288.
- Vendhan, C.P., Bhattacharyya, S.K., Sudarsan, K., 1997. Stability characteristics of slender flexible cylinders in axial flow by the finite element method. *Journal of Sound and Vibration* 208 p.587-601.
- Vermorel, O., 2003. Etude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargé en particule. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Viallet, E., Bolsee, G., Ladouceur, B., Goubin, T., Rigaudeau, J., 2003. Validation of PWR core seismic models with shaking table tests on interacting scale 1fuel assemblies. *Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17)* Prague, Czech Republic.
- Vallory, J., 2005. HTP LX - Compte rendu de caractérisation hydraulique (perte de charge) dans l'installation HERMES P. Note Technique DEN/DTN/STRI/LHC 2005 - 01.
- Vallory, J., 2000. Compte rendu des essais d'impact de deux assemblages entre eux et sur la paroi sous écoulement. Note Technique DEC/SH2C/LHC 2000 - 017.
- Vallory, J., 1999. Rapport des essais d'impact d'assemblages sur une paroi. Note Technique DEC/SH2C/LHC 1999 - 011.
- Vallory, J., 1996. Compte rendu définitif des essais de perte de charge et d'endurance sur l'assemblage X1-CH DODECIX dans HERMES P. Note Technique DEC/SECA/LHC 96/35.
- Zaidi, K., Abbès, B., Teodosiu, C., 1996. Finite element simulation of mold filling maker particles and the  $k-\varepsilon$  model of turbulence. *Computer Methods Applied Mechanics and Engineering* 134 p.241-247.
- Zhang, Q., Hisada, T., 2001. Analysis of fluid-structure interaction problems with structural buckling and large domain changes by ALE finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190 p.6341-6357.
- Zhang, R.J., Nie, G.H., Hou, S.H., Chan, C.K., 2002. Determination of added fluid area in the homogenization model of beam bundles. *International Journal of Solids and Structures* 39 p.5837-5850.
- Zhang, R.J., Wang, W.G., Hou, S.H., Chan, C.K., 2001. Seismic analysis of nuclear reactor core. *Computers and Structures* 79 p.1395-1404.

- Zhang, R.J., 1998. Structural homogenized analysis for a nuclear reactor core. *Nuclear Engineering and Design* 183 p.151-156.
- Zhang, H., Zhang, X., Ji, S., Guo, Y., Ledezma, G., Elabbasi, N., deCougny, H., 2003. Recent development of fluid-structure interaction capabilities in the ADINA system. *Computers and Structures* 81 p.1071-1085.
- Zhou, C.Y, Graham, J.M.R., 2000. A numerical study of cylinders in waves and currents. *Journal of Fluids and Structures* 14 p.403-428.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., 2000. *The finite element method* [3 volumes]. New York : McGraw-Hill.

# Annexe A

## Matrices élémentaires relatives au modèle numérique

Les matrices élémentaires utilisées dans le modèle numérique (paragraphe III.5.1.b et III.5.1.c) sont exprimées ici à partir des fonctions d'interpolation  $\varphi_s(x)$ ,  $\varphi_f(x, y, z)$  et  $\varphi_p(x, y, z)$

### A.1 Matrices élémentaires structure

On développe ici le détail des matrices élémentaires relatives aux équations de la structure en fonction des fonctions d'interpolations :

$$\mathbf{M1}_{se} = \frac{m_{FA}}{2} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{M2}_{se} = \frac{I_{FA}}{2} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{M}_{sie} = \frac{m_f S_{FA}}{S} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K1}_e(\Theta) &= \frac{1}{2} E_1 I \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx \\ &+ \frac{1}{2} E_2 I \int_{L_e} \left| \Theta^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \right| \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K2}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2} G_1 S_{FA} \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx \\ &+ \frac{1}{2} G_2 S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} - \Theta^T \varphi_s(x) \right| \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K3}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2} G_1 S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx \\ &+ \frac{1}{2} G_2 S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} - \Theta^T \varphi_s(x) \right| \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K4}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2} G_1 S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx \\ &+ \frac{1}{2} G_2 S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} - \Theta^T \varphi_s(x) \right| \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)^T}{\partial x} dx, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K5}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2}G_1S_{FA} \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx \\
 &+ \frac{1}{2}G_2S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} + \Theta^T \varphi_s(x) \right| \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.8})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K6}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2}G_1S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx \\
 &+ \frac{1}{2}G_2S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} + \Theta^T \varphi_s(x) \right| \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.9})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K7}_e(\mathbf{U}, \Theta) &= \frac{1}{2}G_1S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx \\
 &+ \frac{1}{2}G_2S_{FA} \int_{L_e} \left| \mathbf{U}^T \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} + \Theta^T \varphi_s(x) \right| \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.10})
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{K9}_e = T_0 \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K11}_e(\mathbf{V}) &= \frac{\rho DC_N}{2S} \int_{V_e} (\mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z))^2 \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx dy dz \\
 &+ \frac{\rho DC_T}{2S} \int_{V_e} x (\mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z))^2 \varphi_s(x) \frac{\partial^2 \varphi_s(x)}{\partial x^2} dx dy dz, \quad (\text{A.12})
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{C1}_e = \frac{1}{2}\mu EI \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{C2}_e = \frac{1}{2}\mu_G S_{FA} \int_{L_e} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{C3}_e = \frac{1}{2}\mu_G S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{C4}_e = \frac{1}{2}\mu_G S_{FA} \int_{L_e} \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx, \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{C5}_e(\mathbf{V}) = \frac{2m_f}{S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial x} dx dy dz, \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C6}_e(\mathbf{V}) &= \frac{\rho DC_N}{2S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx dy dz \\
 &+ \frac{S_{FACD}}{S} \int_{L_e} \varphi_s(x) \varphi_s(x)^T dx, \quad (\text{A.18})
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_{\text{ife}} = \frac{m_f}{S} \int_{V_e} \varphi_s(x) \varphi_f(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{F1}_{\text{ife}}(\mathbf{V}) = \frac{2m_f}{S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \frac{\partial \varphi_f(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz, \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F2}_{\text{ife}}(\mathbf{V}) &= \frac{\rho DC_N}{2S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \varphi_f(x, y, z)^T dx dy dz \\
 &+ \frac{C_D}{S} \int_{V_e} \varphi_s(x) \varphi_f(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.21})
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{F3}_{\text{ife}}(\mathbf{V}) = \frac{\rho DC_T}{2S} \int_{V_e} z \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \varphi_f(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{F4}_{\text{ife}}(\mathbf{V}) = \frac{\rho DC_T}{2S} \int_{V_e} y \mathbf{V}^T \varphi_f(x, y, z) \varphi_s(x) \varphi_f(x, y, z)^T dx dy dz. \quad (\text{A.23})$$

## A.2 Matrices élémentaires fluide

On développe ici le détail des matrices élémentaires relatives aux équations du fluide en fonction des fonctions d'interpolation :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{f}\mathbf{e}} = \rho_{eq} \int_{V_e} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{f}\mathbf{ie}} = \frac{m_f}{S} \int_{V_e} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{\mathbf{e}}(\mathbf{V}_{\mathbf{x}\mathbf{e}}, \mathbf{V}_{\mathbf{y}\mathbf{e}}, \mathbf{V}_{\mathbf{z}\mathbf{e}}) &= \rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}_{\mathbf{x}\mathbf{e}}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz \\ &+ \rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}_{\mathbf{y}\mathbf{e}}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial y} dx dy dz \\ &+ \rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}_{\mathbf{z}\mathbf{e}}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial z} dx dy dz, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{x}\mathbf{e}} = \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial x} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{p}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{y}\mathbf{e}} = \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial y} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{p}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.28})$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{z}\mathbf{e}} = \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial z} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{p}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\mathbf{e}} &= \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial x} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz \\ &+ \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial y} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial y} dx dy dz \\ &+ \int_{V_e} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial z} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial z} dx dy dz, \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{C1}_{\mathbf{y}\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) = 2\rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial y} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)^T dx dy dz, \quad (\text{A.31})$$

$$\mathbf{C1}_{\mathbf{z}\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) = 2\rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial z} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)^T dx dy dz, \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{C2}_{\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) = \rho_{eq} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)}{\partial x} dx dy dz, \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{C3}_{\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) = \frac{2m_f}{S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)}{\partial x} dx dy dz, \quad (\text{A.34})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C4}_{\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) &= \frac{\rho DC_N}{2S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)^T dx dy dz \\ &+ \frac{C_D}{S} \int_{V_e} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)^T dx dy dz, \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{ise}} = \frac{m_f}{S} \int_{V_e} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)^T dx dy dz, \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{F1}_{\mathbf{ise}}(\mathbf{V}) = \frac{2m_f}{S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)}{\partial x} dx dy dz, \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{F2}_{\mathbf{ise}}(\mathbf{V}, \mathbf{U}) = \frac{m_f}{S} \int_{V_e} (\mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)) (\mathbf{U}^T \frac{\partial^2 \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)}{\partial x^2}) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz, \quad (\text{A.38})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F3}_{\text{ise}}(\mathbf{V}) &= \frac{\rho DC_N}{2S} \int_{V_e} \mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz \\
&+ \frac{C_D}{S} \int_{V_e} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz, \tag{A.39}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F4}_{\text{ise}}(\mathbf{V}, \mathbf{U}) &= \frac{\rho D(C_T)}{2S} \int_{V_e} (\mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)) \left( \mathbf{U} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)}{\partial x} \right) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz \\
&+ \frac{\rho D(C_N)}{2S} \int_{V_e} (\mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)) \left( \mathbf{U} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{s}}(x)}{\partial x} \right) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz, \tag{A.40}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{F5}_{\text{ise}}(\mathbf{V}) = \frac{\rho DC_T}{2S} \int_{V_e} (\mathbf{V}^T \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z) \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{f}}(x, y, z)^T dx dy dz. \tag{A.41}$$

## Annexe B

# Comparaison expérience simulation du dispositif ECHASSE

On présente ici l'ensemble des calculs comparés aux données expérimentales relatives au dispositif ECHASSE.

### B.1 Essai en air

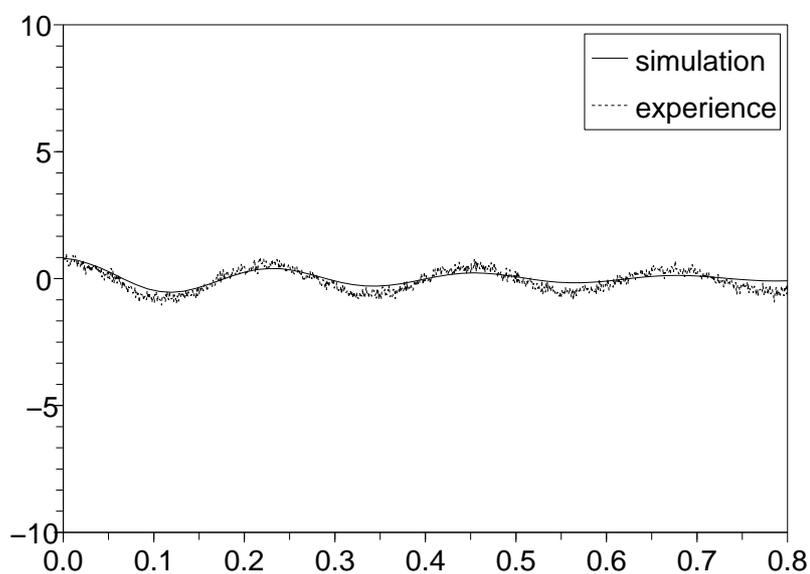


FIG. B.1 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de 1  $mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

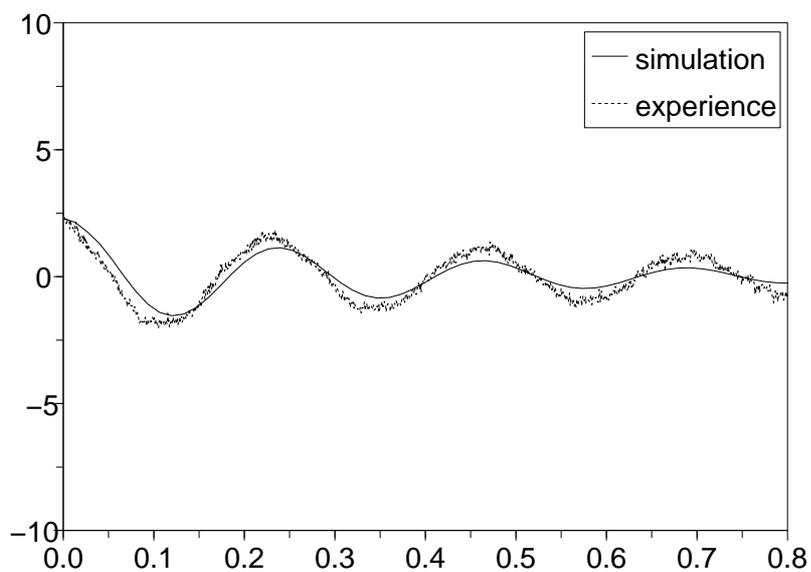


FIG. B.2 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $2\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

## B.2 Essai en eau

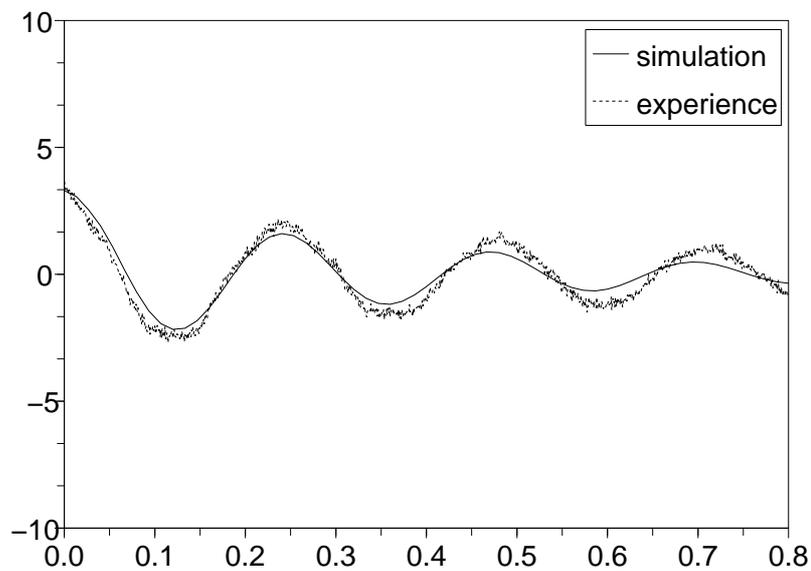


FIG. B.3 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $3\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

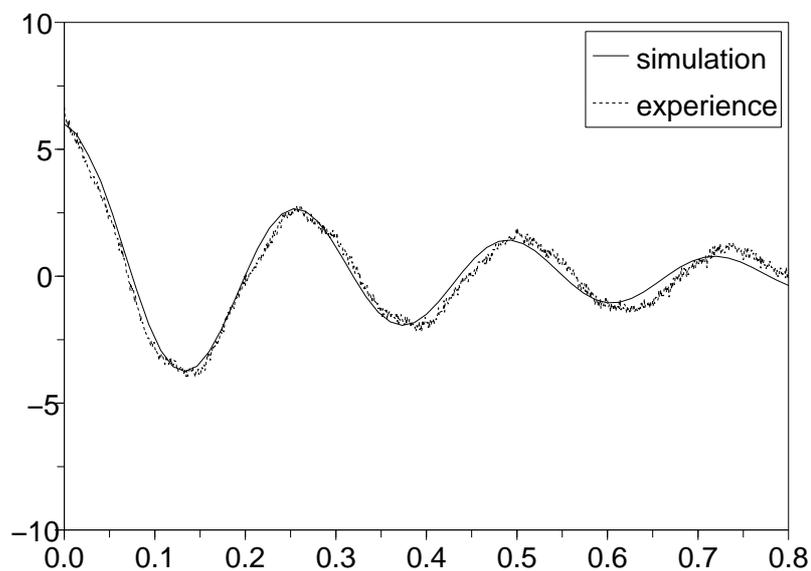


FIG. B.4 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l'assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $6\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

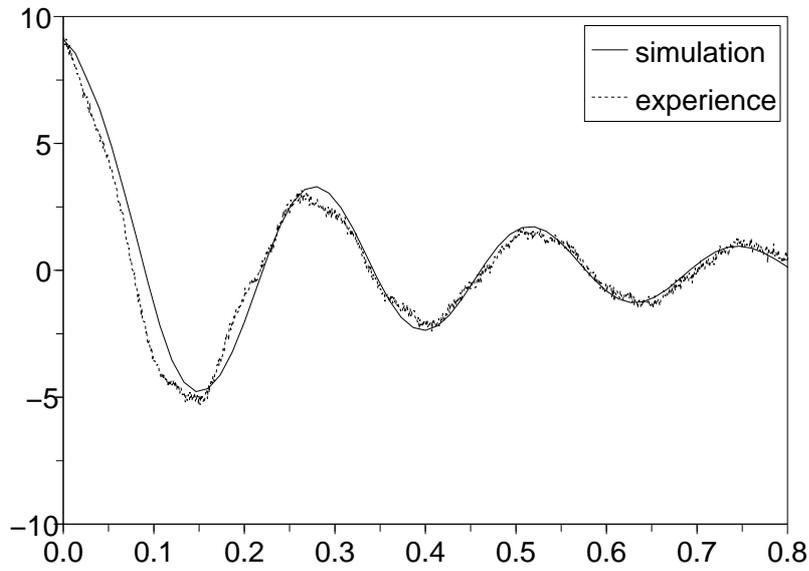


FIG. B.5 – Déplacement ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) de la troisième grille de l’assemblage combustible gauche en air pour une amplitude de lâcher de  $10\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

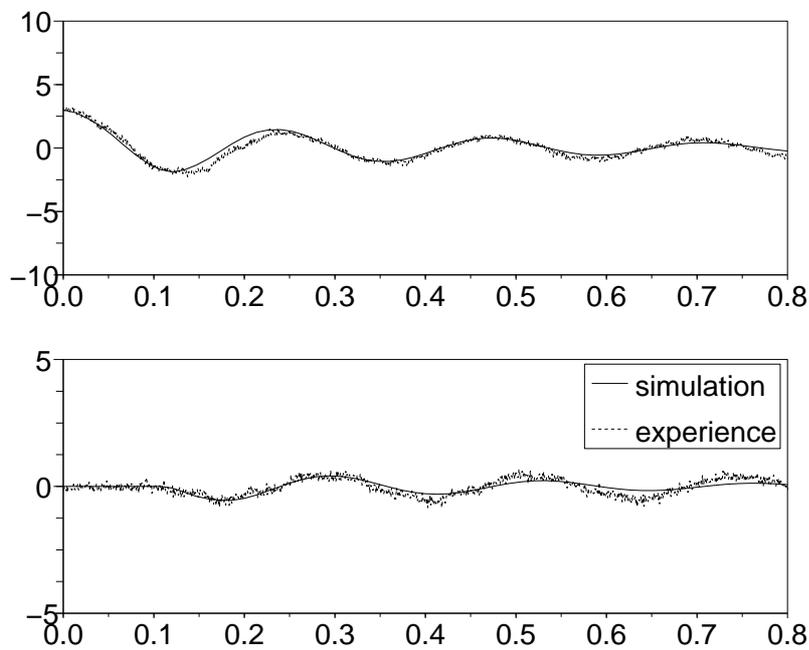


FIG. B.6 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $3\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

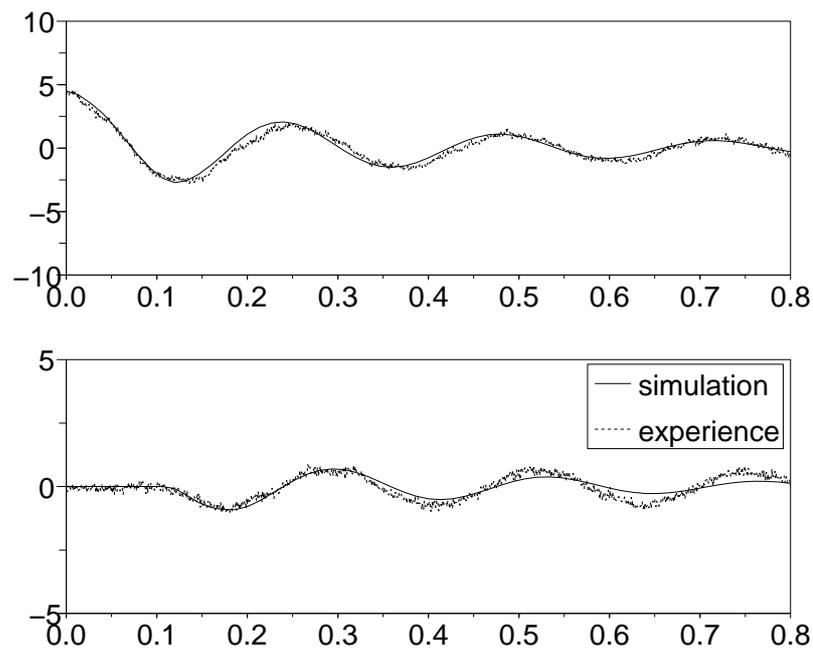


FIG. B.7 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $5\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

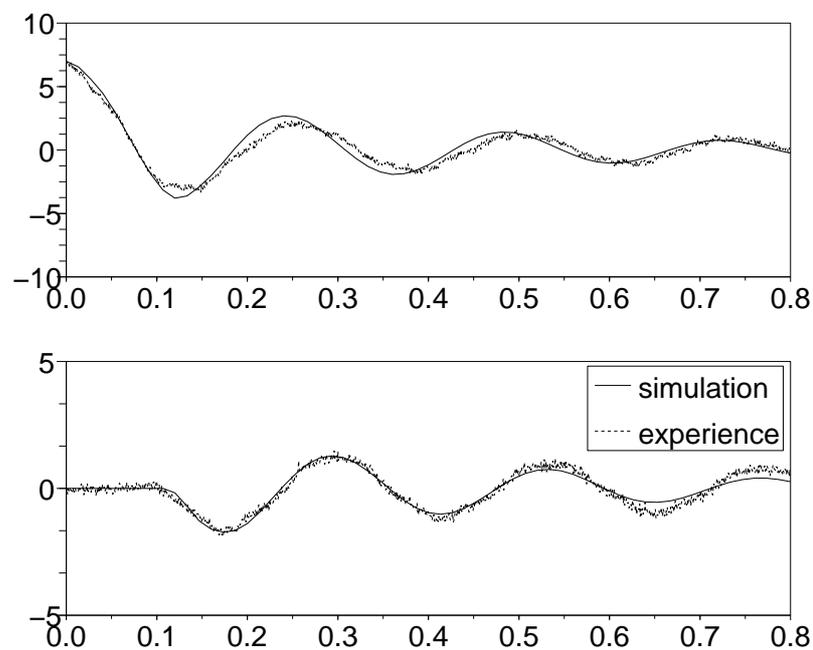


FIG. B.8 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $7\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

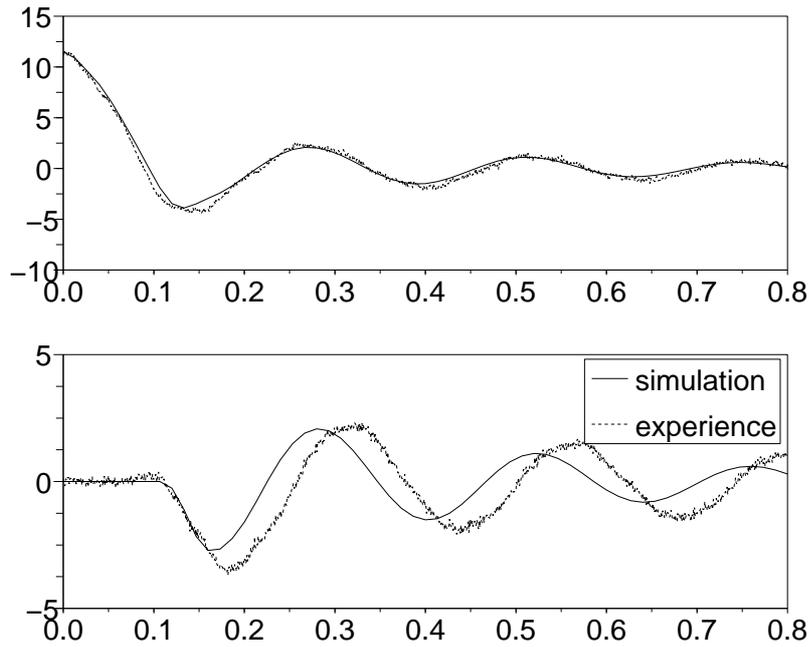


FIG. B.9 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en air pour une amplitude de lâcher de  $12\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

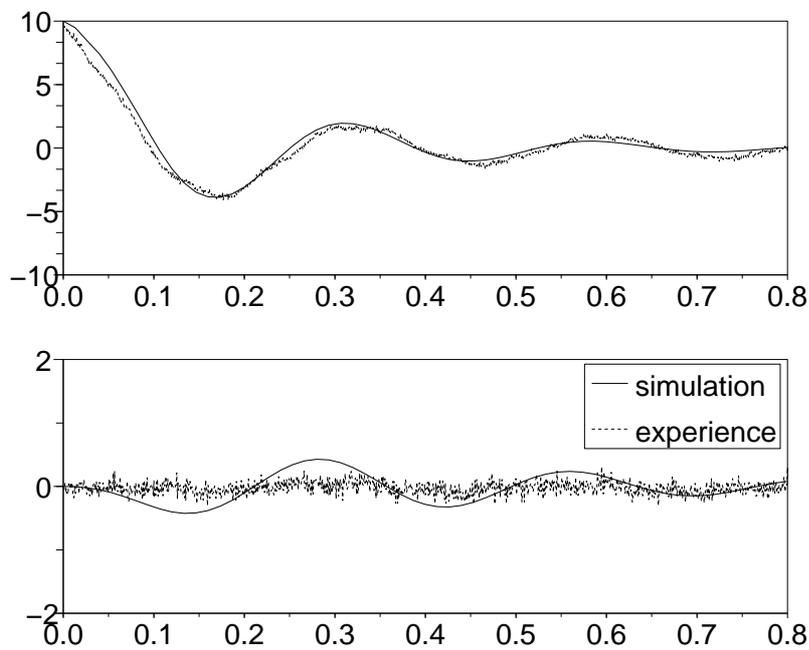


FIG. B.10 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau au repos pour une amplitude de lâcher de  $10\text{ mm}$  : comparaison expérience/simulation 2D

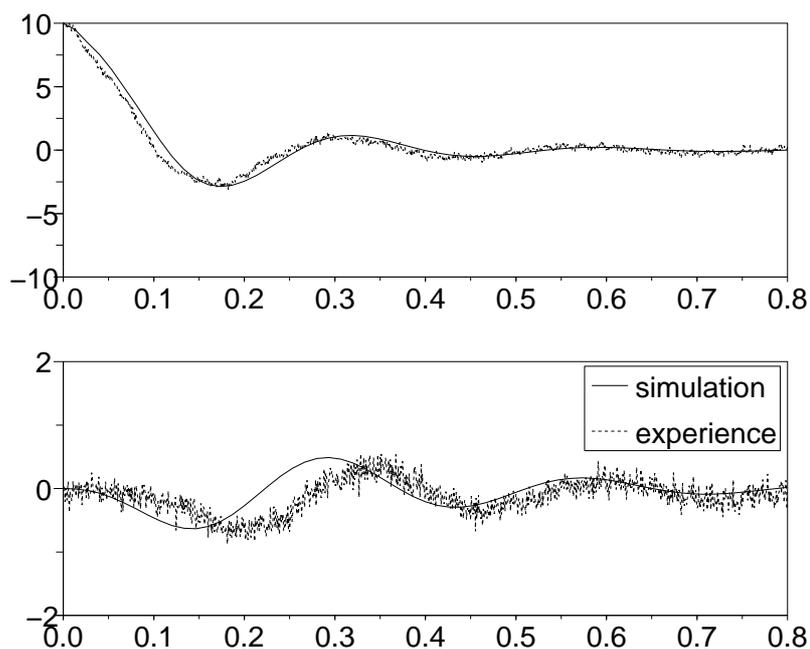


FIG. B.11 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $2.4 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

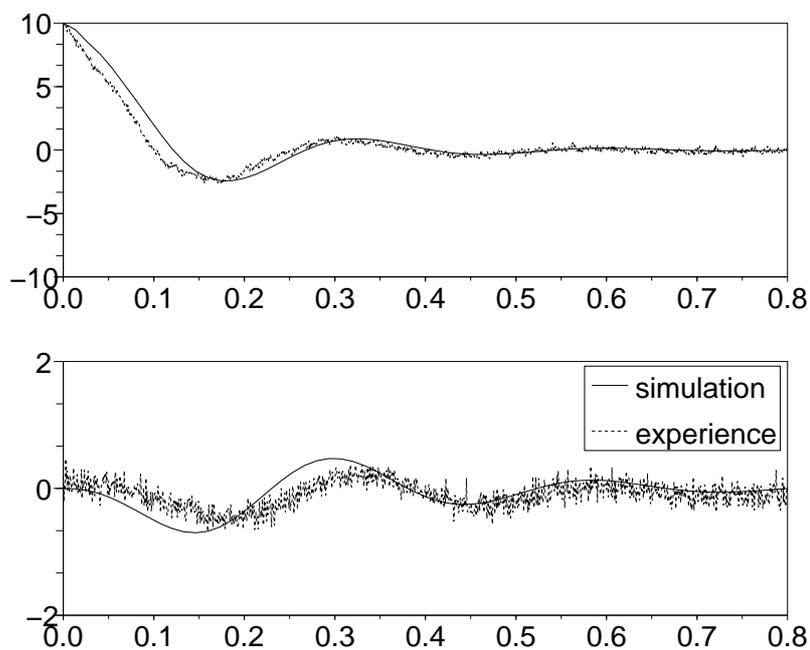


FIG. B.12 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $3.5 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

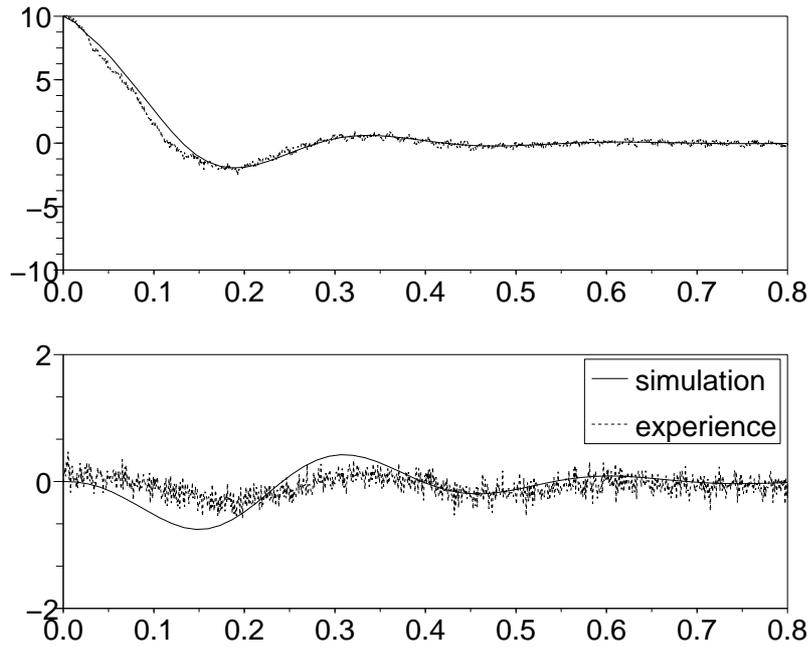


FIG. B.13 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $4.8 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

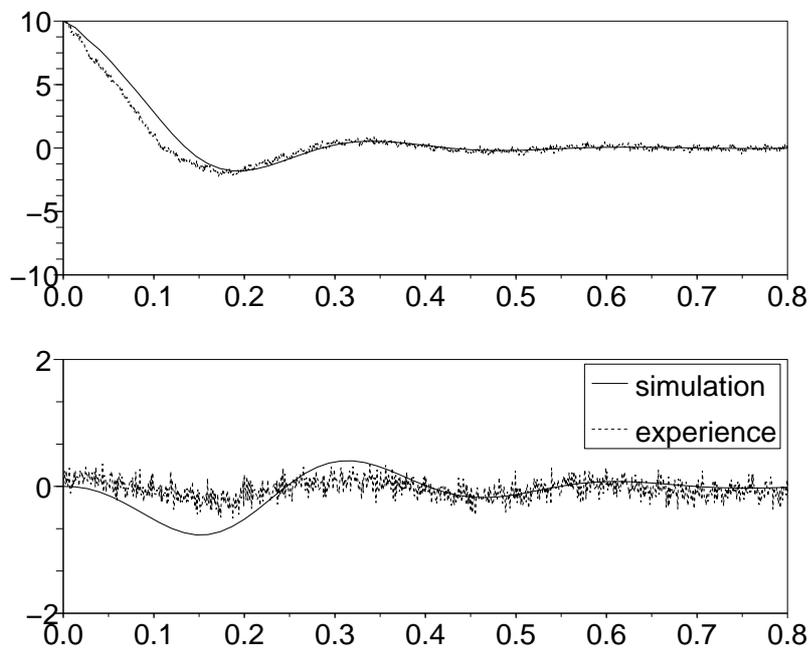


FIG. B.14 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $5.2 m/s$  pour une amplitude de lâcher de  $10 mm$  : comparaison expérience/simulation 2D

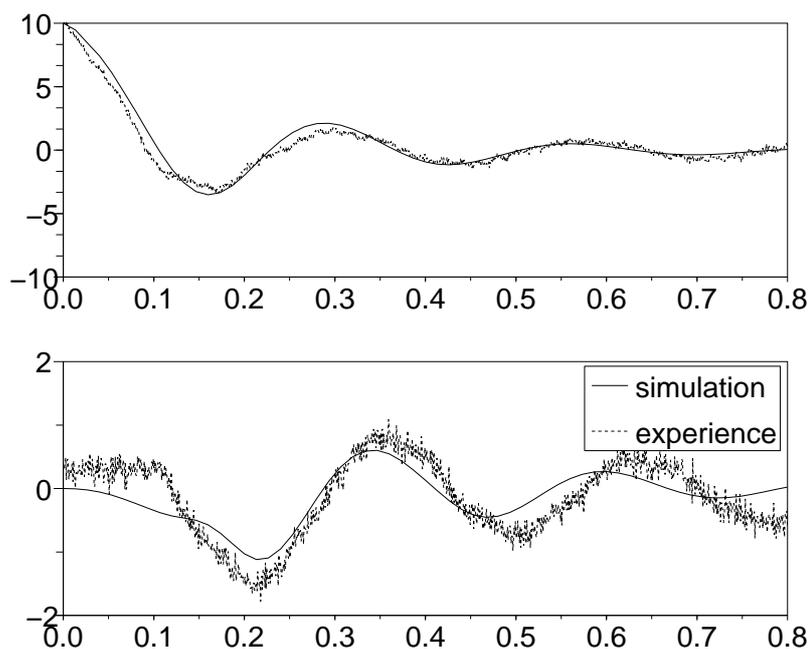


FIG. B.15 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau au repos pour une amplitude de lâcher de  $10\text{ mm}$  avec impact : comparaison expérience/simulation 2D

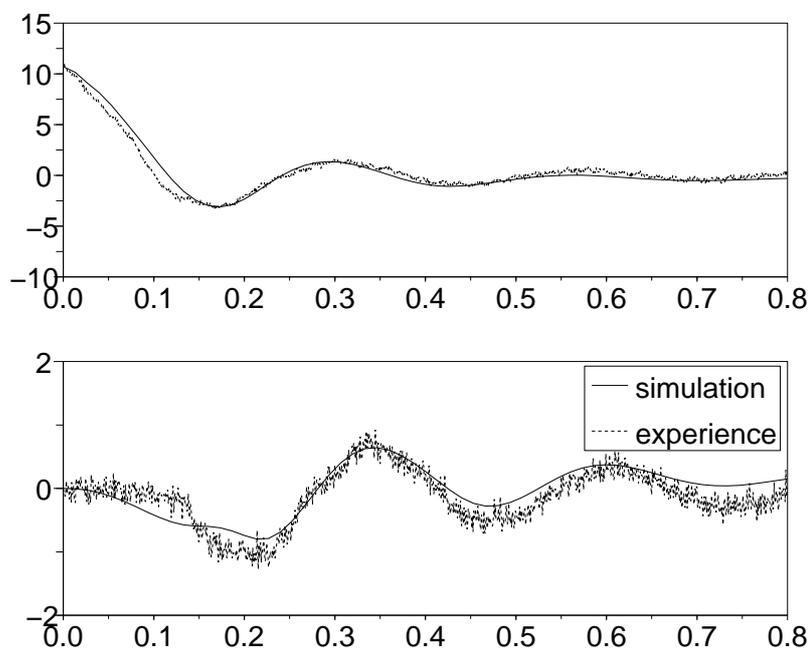


FIG. B.16 – Déplacements ( $mm$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des troisièmes grilles des assemblages combustibles gauche (haut) et droite (bas) en eau sous écoulement à  $1.2\text{ m/s}$  pour une amplitude de lâcher de  $10\text{ mm}$  avec impact : comparaison expérience/simulation 2D



# Annexe C

## Comparaison expérience simulation du dispositif CADIX

On présente ici l'ensemble des calculs comparés aux données expérimentales relatives au dispositif CADIX.

### C.1 Essai en air

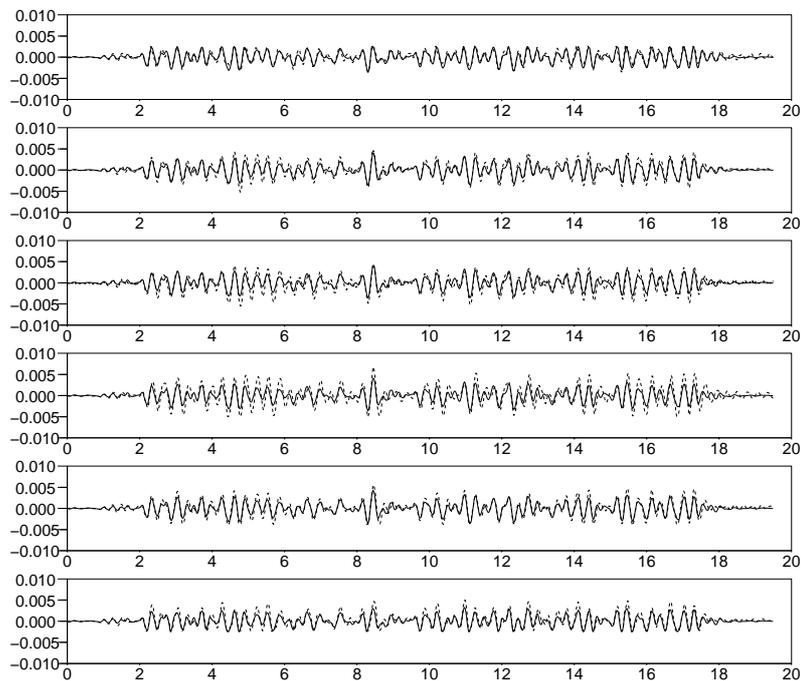


FIG. C.1 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.05 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

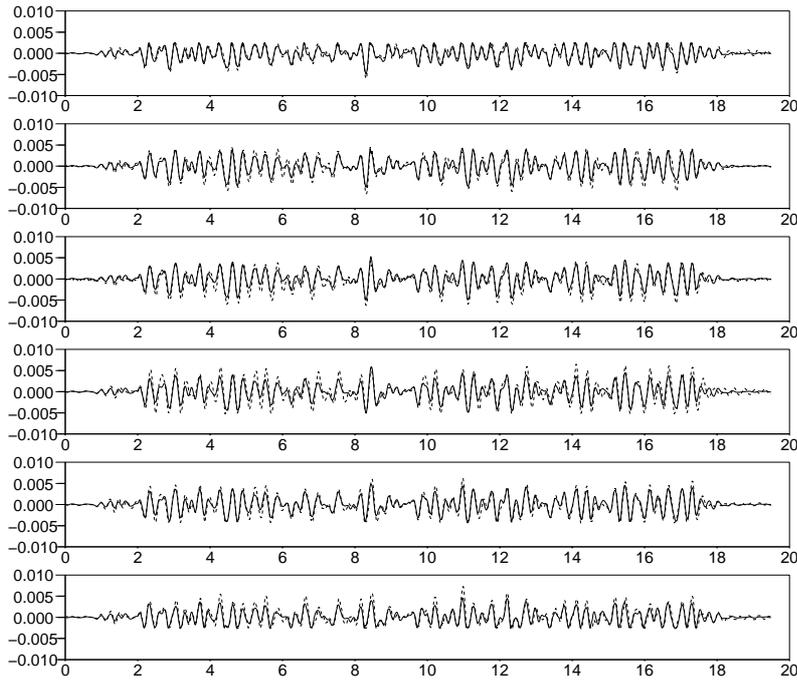


FIG. C.2 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.14\ g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

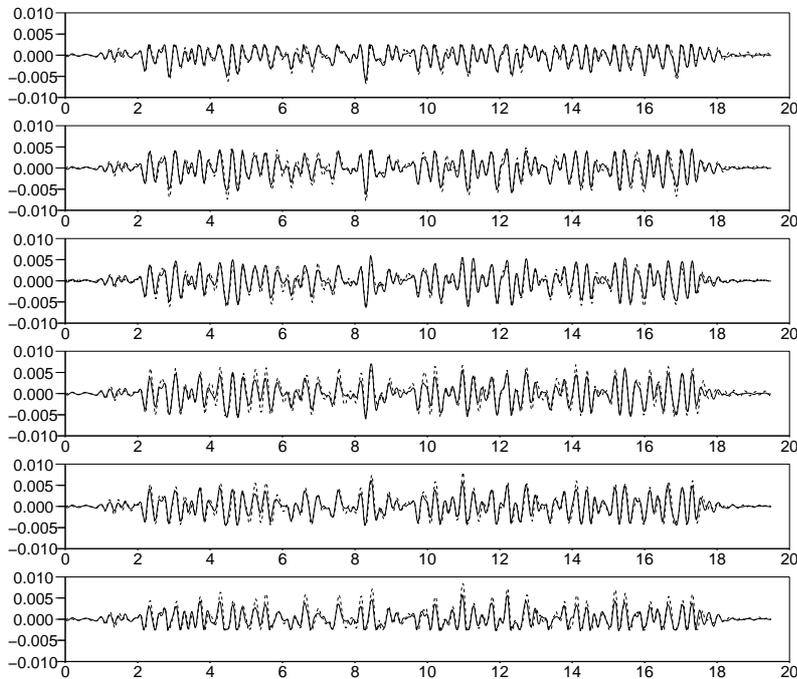


FIG. C.3 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.18\ g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

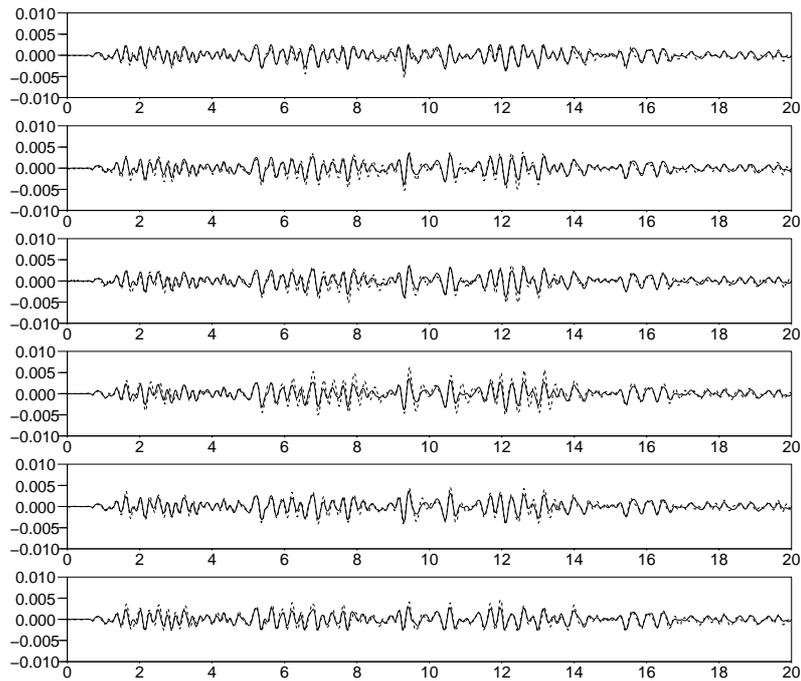


FIG. C.4 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $EDF3$  de  $0.10 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

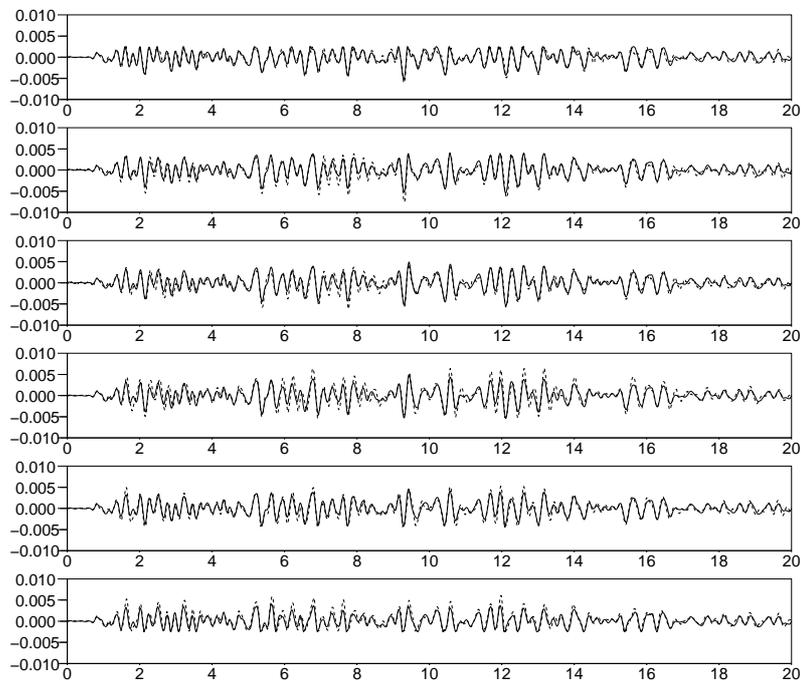


FIG. C.5 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $EDF3$  de  $0.14 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

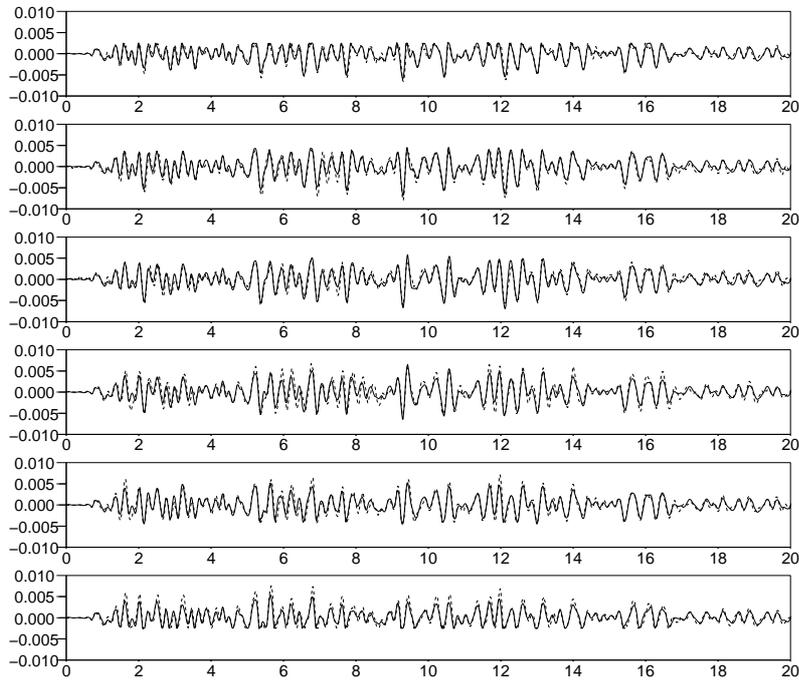


FIG. C.6 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation EDF3 de  $0.18 g$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

## C.2 Essai en eau avec confinement à 2 mm

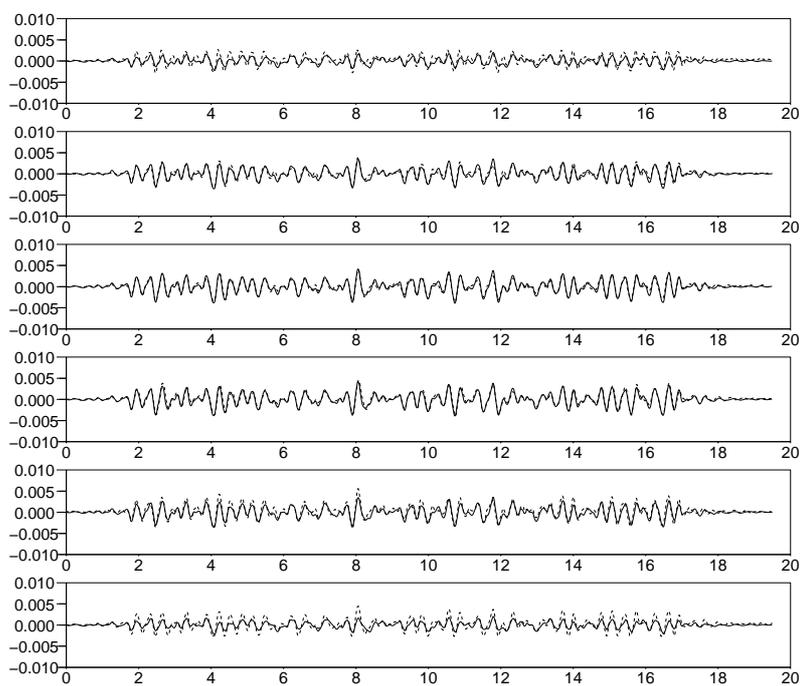


FIG. C.7 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *FRA3* de 0.1  $g$  avec un confinement à 2  $mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

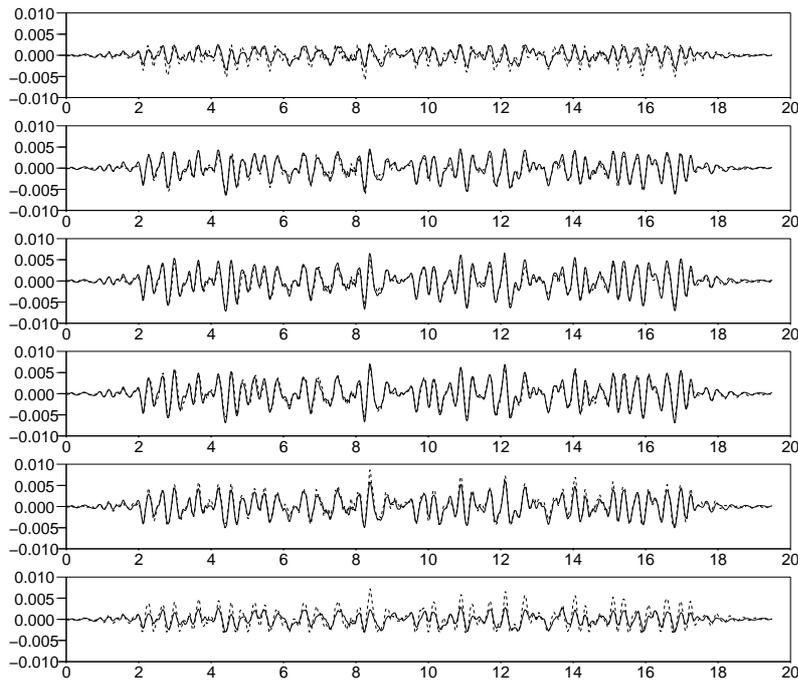


FIG. C.8 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.2\ g$  avec un confinement à  $2\ mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

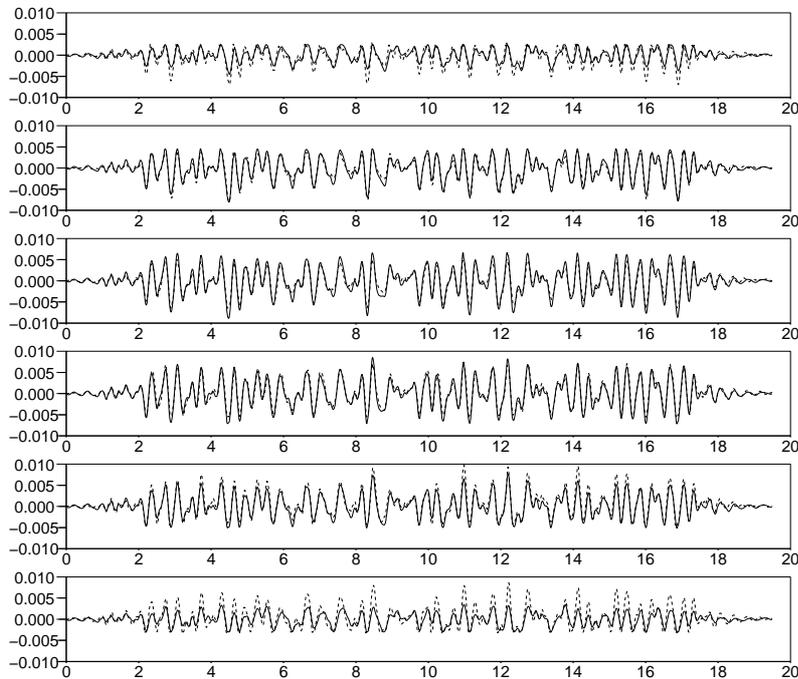


FIG. C.9 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.28\ g$  avec un confinement à  $2\ mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

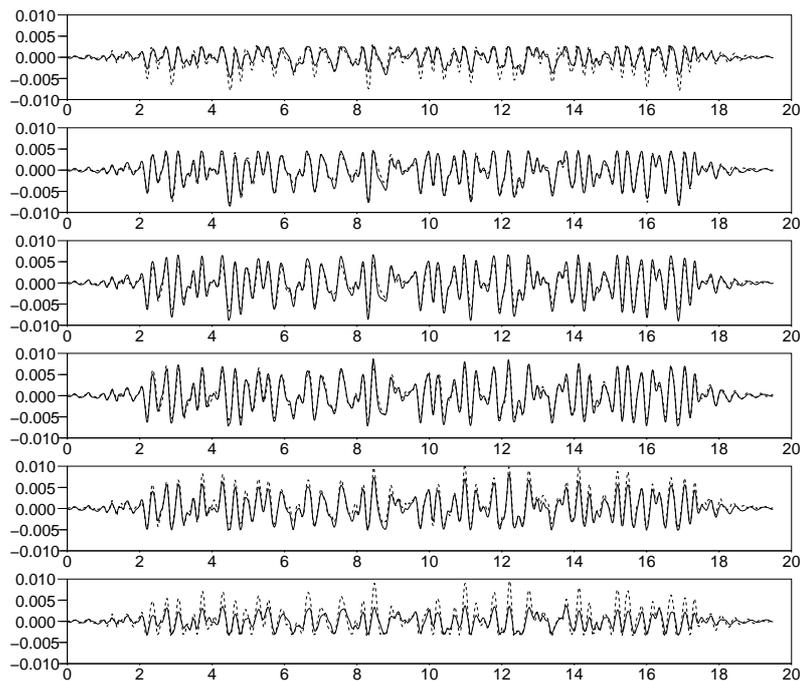


FIG. C.10 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.32\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

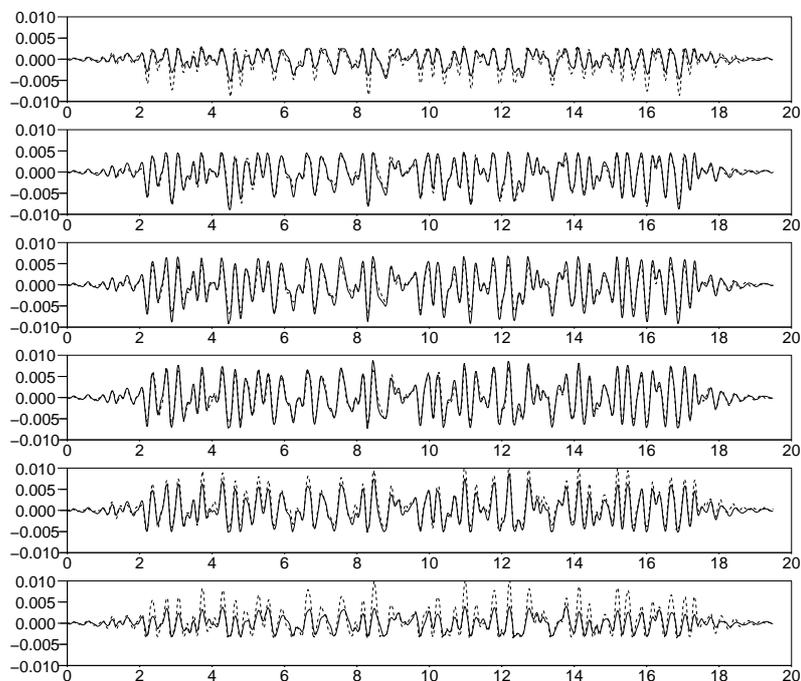


FIG. C.11 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.36\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

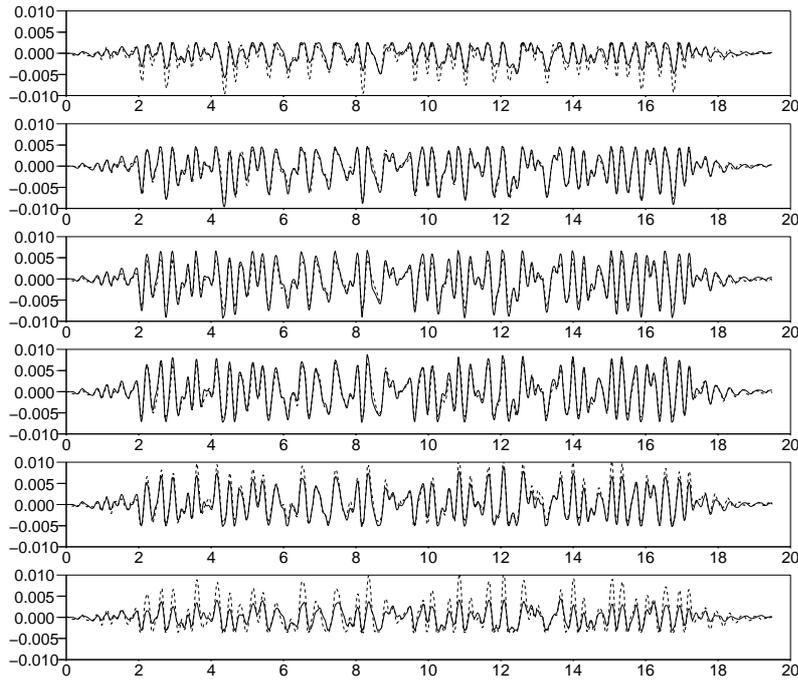


FIG. C.12 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *FRA3* de  $0.4\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

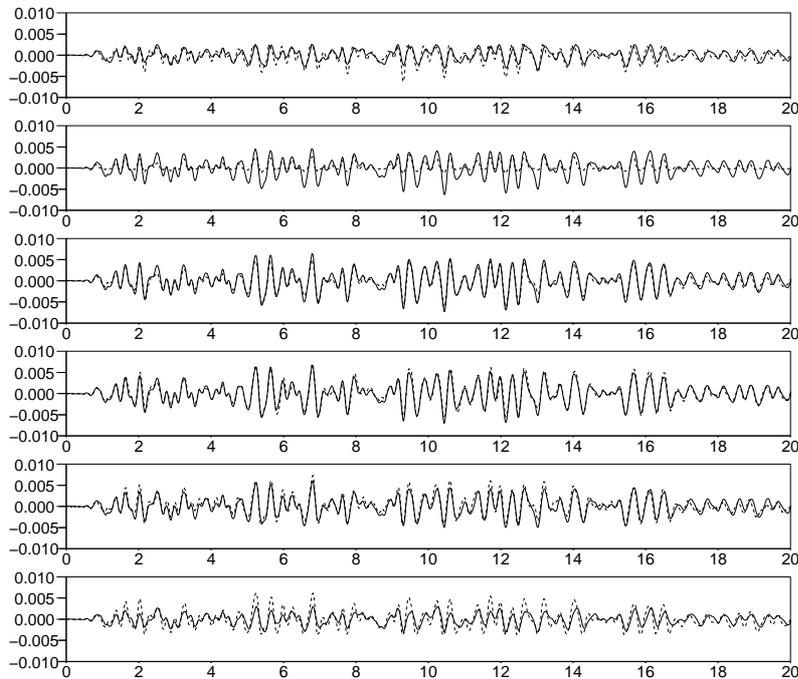


FIG. C.13 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.2\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

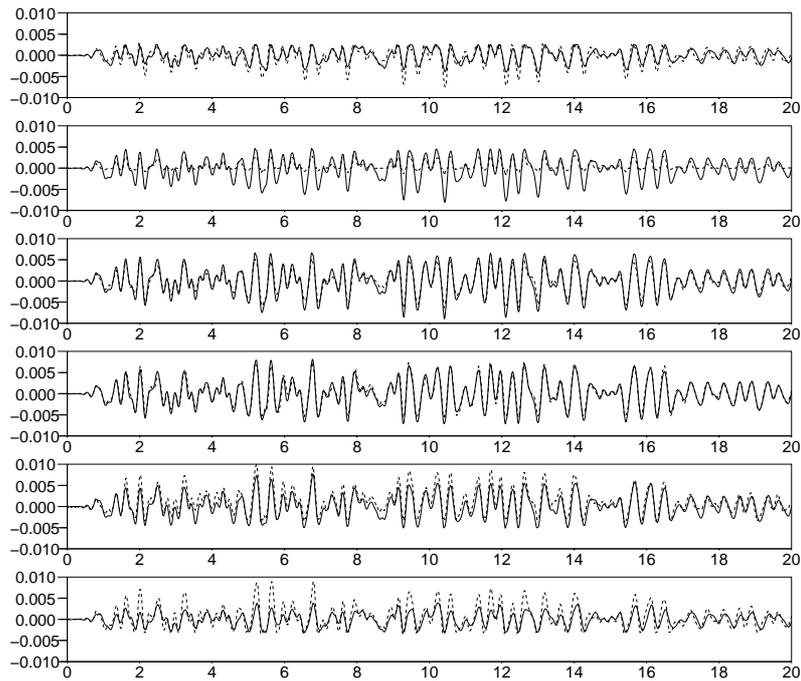


FIG. C.14 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.028\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

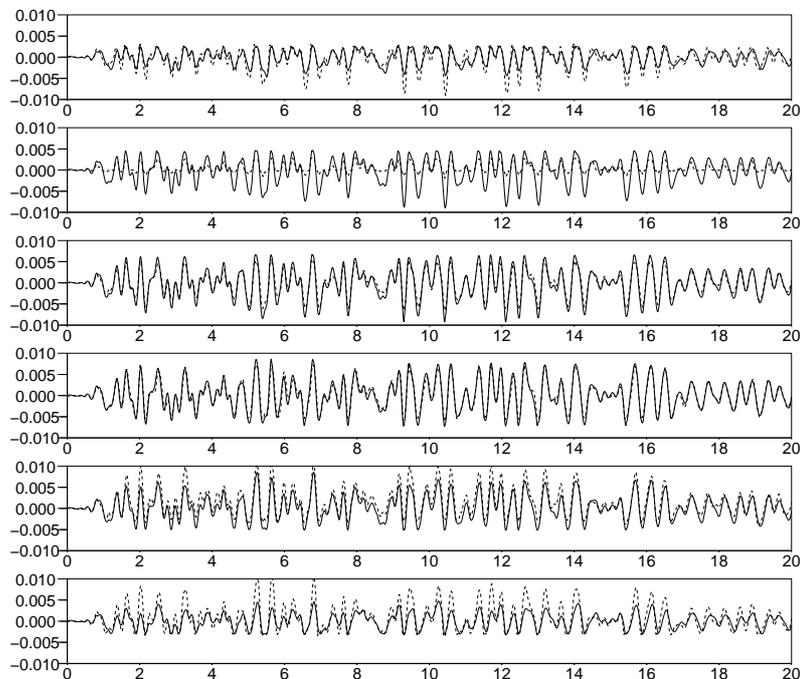


FIG. C.15 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.36\text{ g}$  avec un confinement à  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

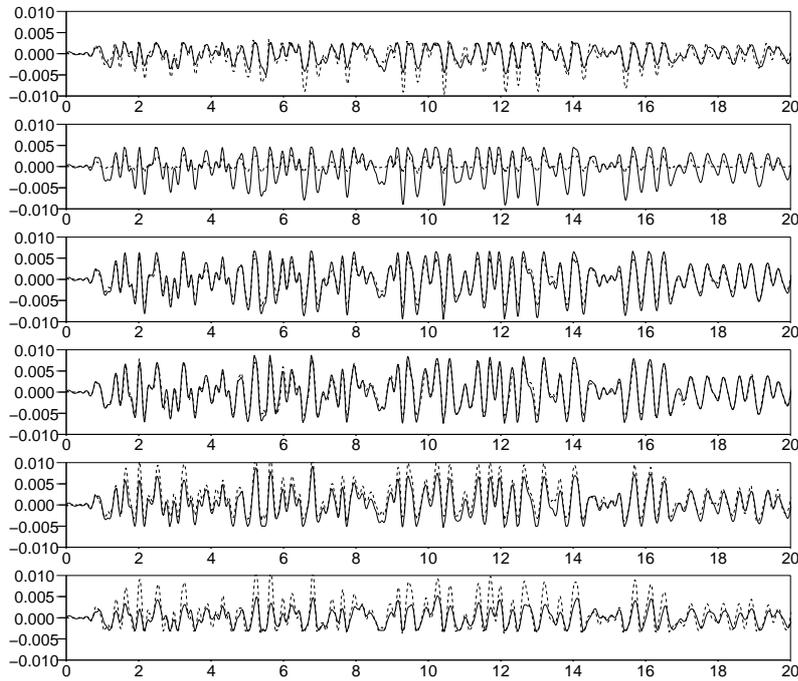


FIG. C.16 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.4 g$  avec un confinement à  $2 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

### C.3 Essai en eau avec confinement à 1.5 mm

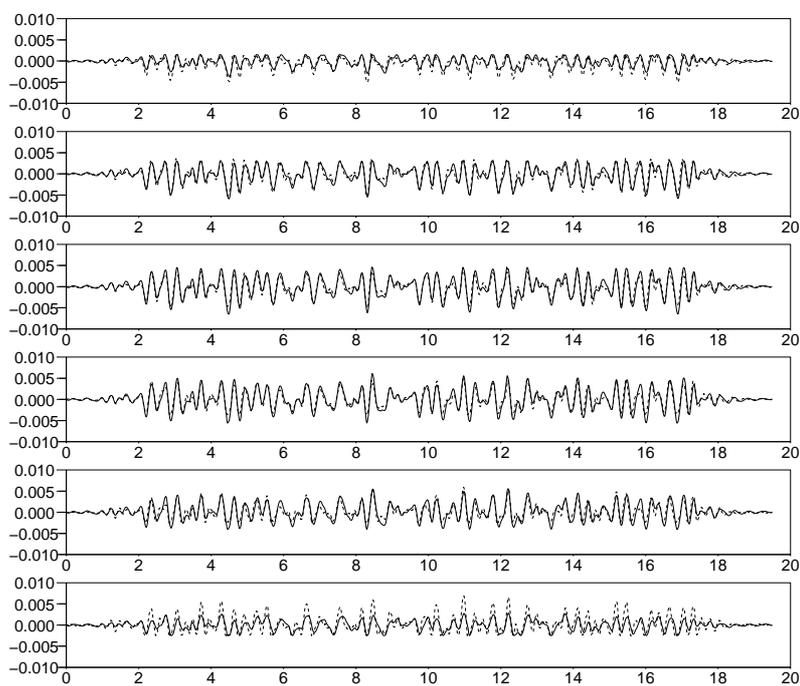


FIG. C.17 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation  $FRA3$  de  $0.2 g$  avec un confinement à  $1.5 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

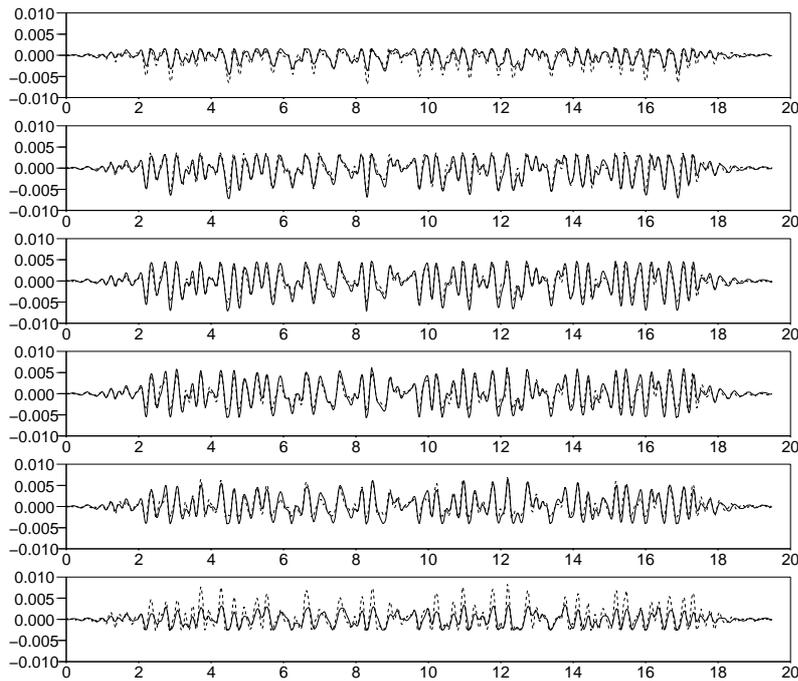


FIG. C.18 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *FRA3* de  $0.28\text{ g}$  avec un confinement à  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

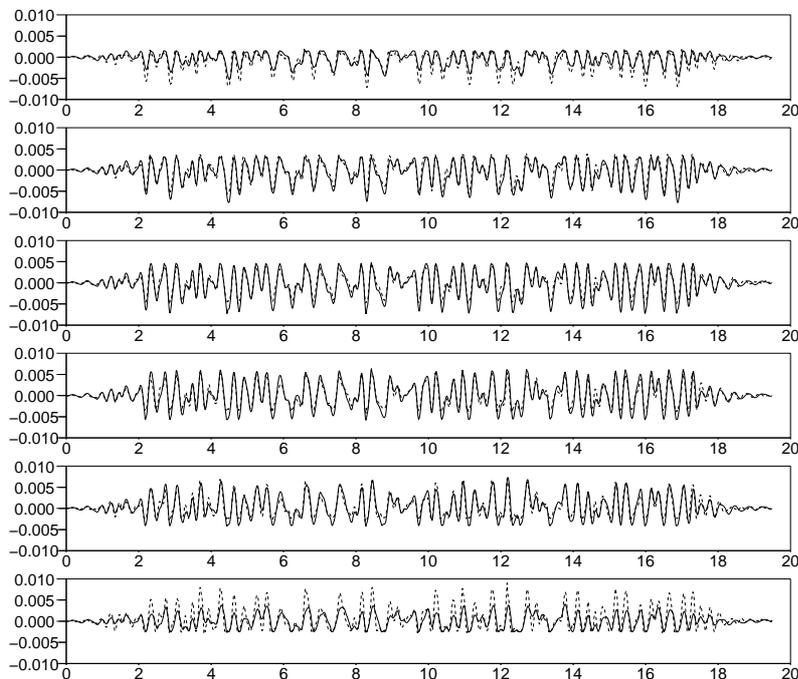


FIG. C.19 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *FRA3* de  $0.36\text{ g}$  avec un confinement à  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

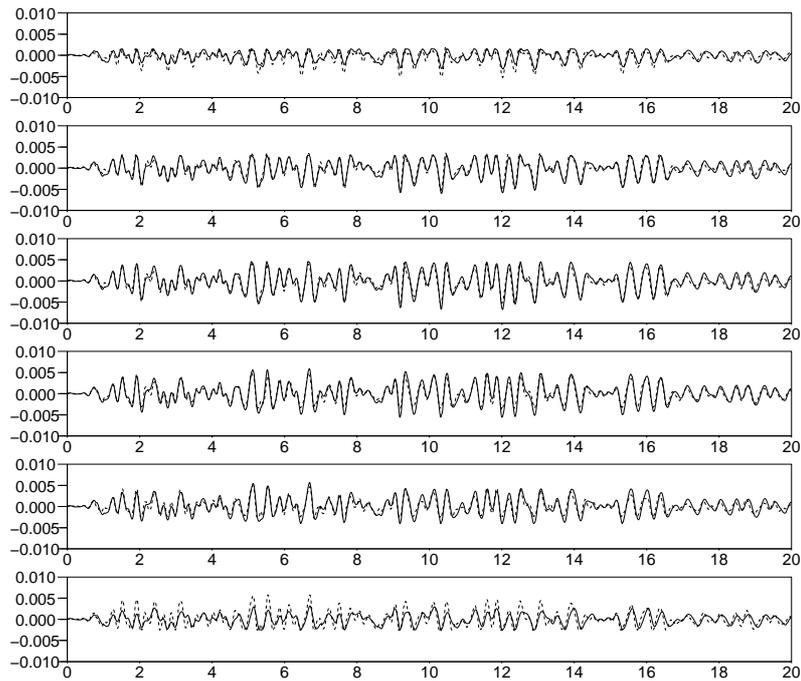


FIG. C.20 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.2\text{ g}$  avec un confinement à  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

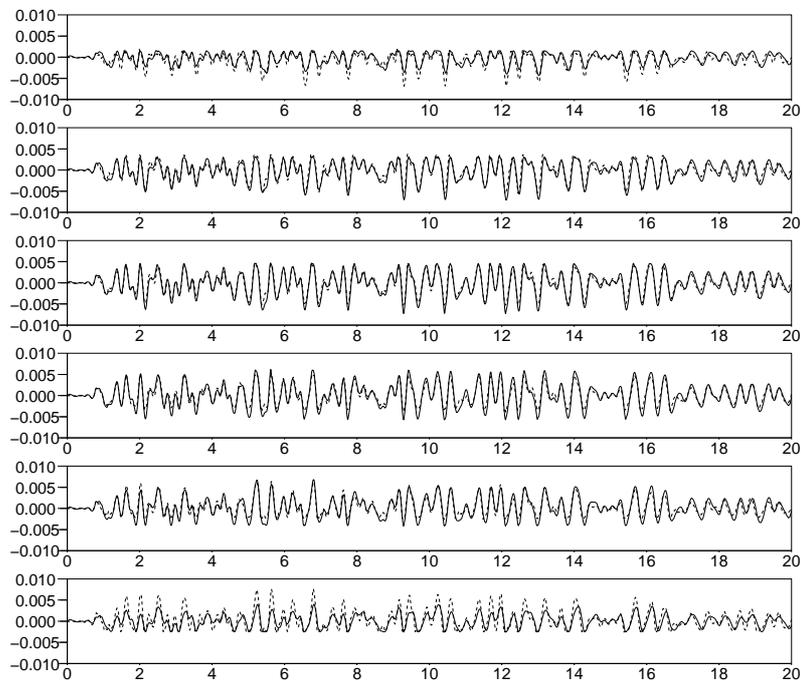


FIG. C.21 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.28\text{ g}$  avec un confinement à  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

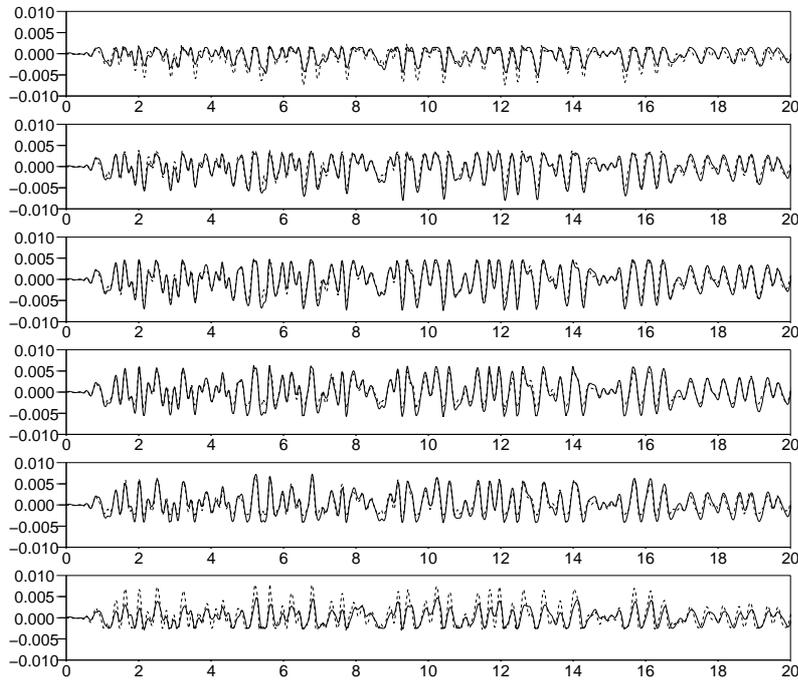


FIG. C.22 – Déplacements ( $m$ ) en fonction du temps ( $s$ ) des quatrièmes grilles des assemblages combustibles en air pour une excitation *EDF3* de  $0.36 g$  avec un confinement à  $1.5 mm$ , comparaison expérience (trait pointillé)/simulation (trait continu)

## C.4 Maximum des force d'impact

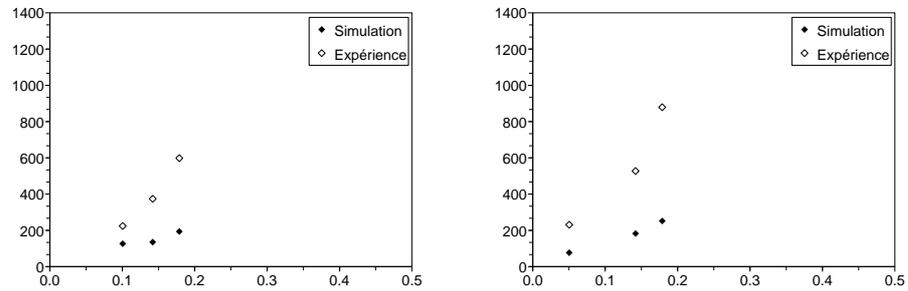


FIG. C.23 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en air, comparaison expérience/simulation

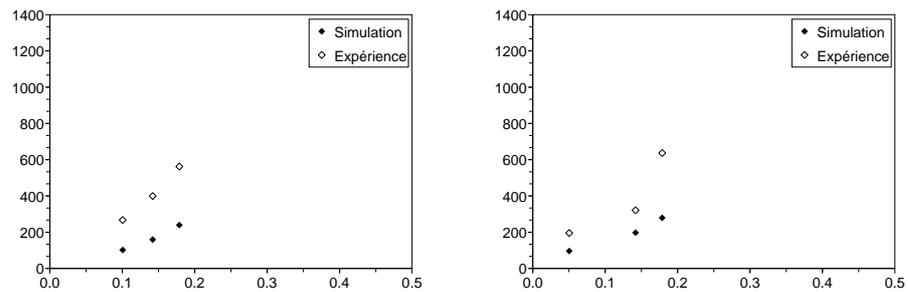


FIG. C.24 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en air, comparaison expérience/simulation

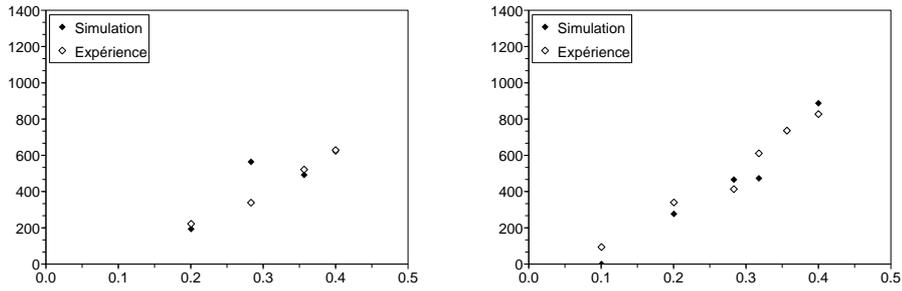


FIG. C.25 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 2 mm, comparaison expérience/simulation

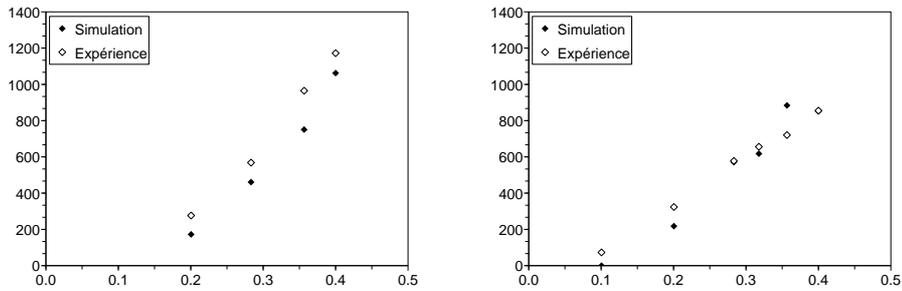


FIG. C.26 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 2 mm, comparaison expérience/simulation

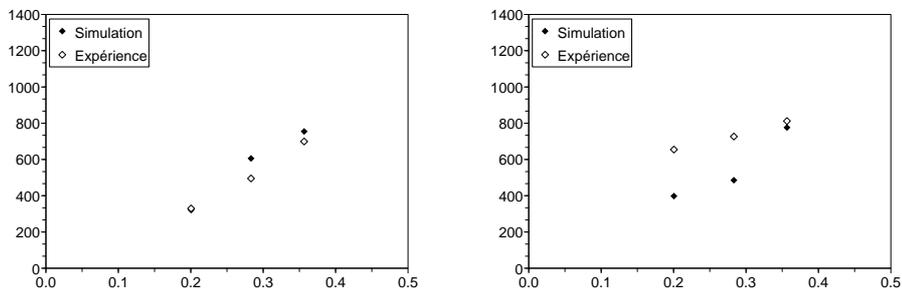


FIG. C.27 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de 1.5 mm, comparaison expérience/simulation

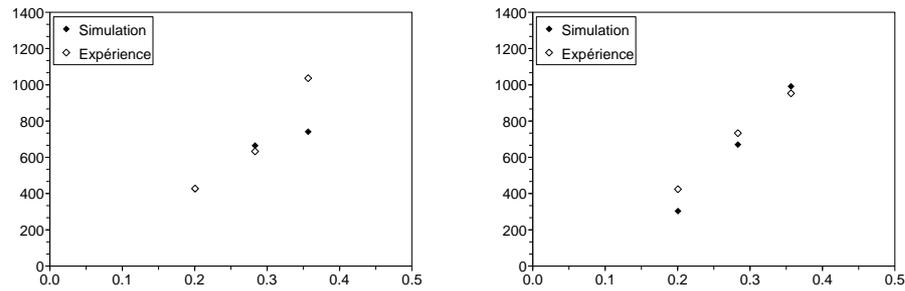


FIG. C.28 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de  $1.5\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation

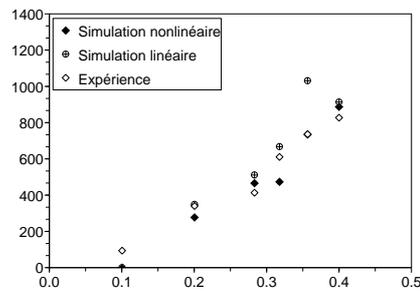


FIG. C.29 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement gauche et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation linéaire/nonlinéaire

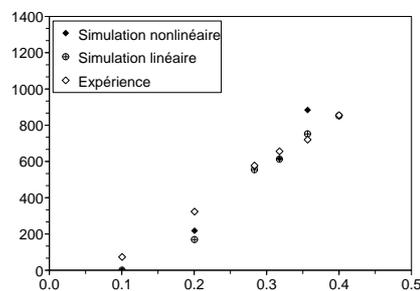


FIG. C.30 – Maximum de la force d'impact ( $daN$ ) entre le confinement droit et les assemblages combustibles en fonction du niveau d'excitation ( $g$ ) EDF3 à gauche et FRA3 à droite, en eau pour un confinement de  $2\text{ mm}$ , comparaison expérience/simulation linéaire/nonlinéaire



# Annexe D

## COUPLAGE

### D.1 Résultats des essais COUPLAGE

On présente ici l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus à l'aide du dispositif COUPLAGE.

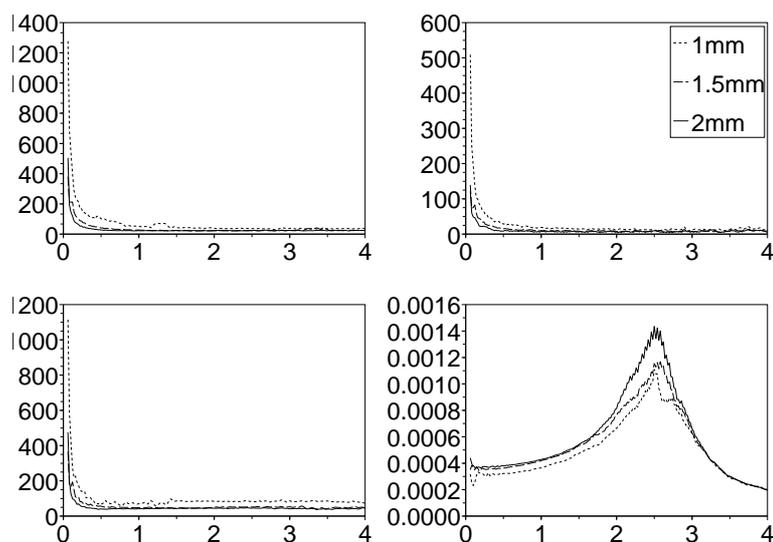


FIG. D.1 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en air et pour plusieurs amplitudes

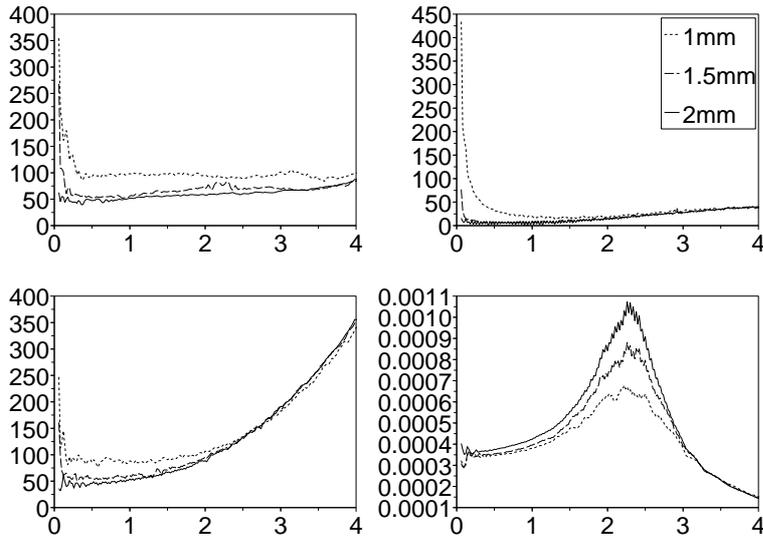


FIG. D.2 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante et pour plusieurs amplitudes

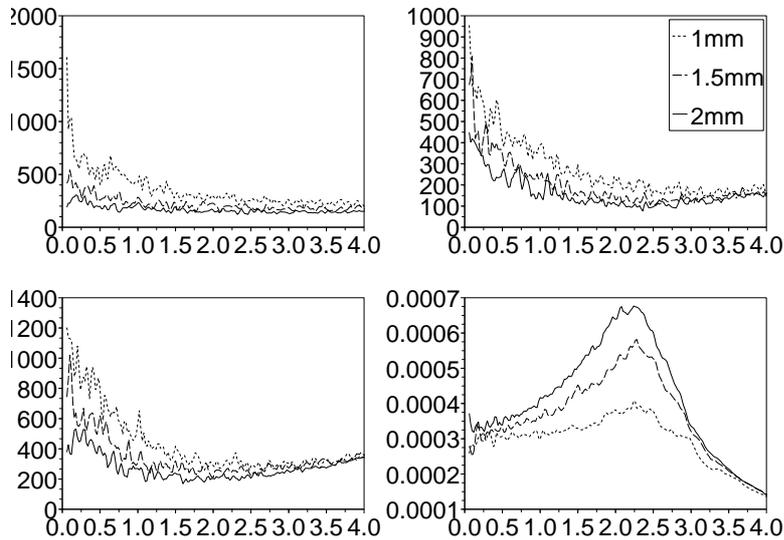


FIG. D.3 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $1.65\ m/s$  et pour plusieurs amplitudes

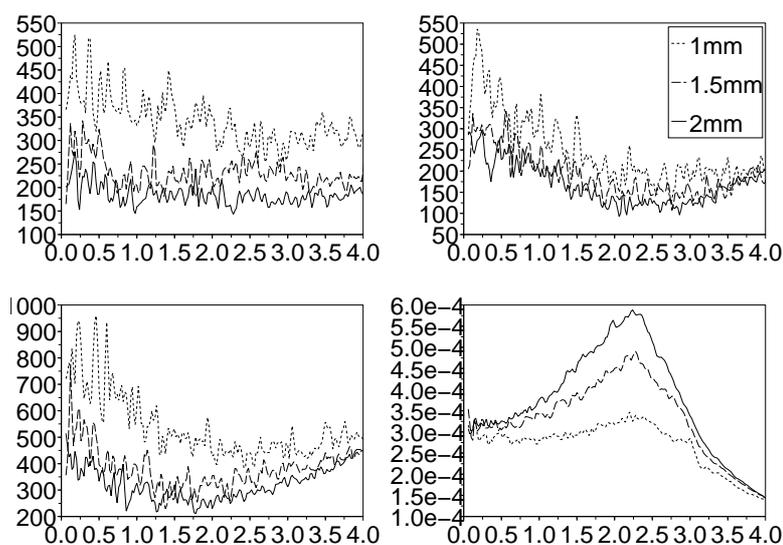


FIG. D.4 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $2.49\text{ m/s}$  et pour plusieurs amplitudes

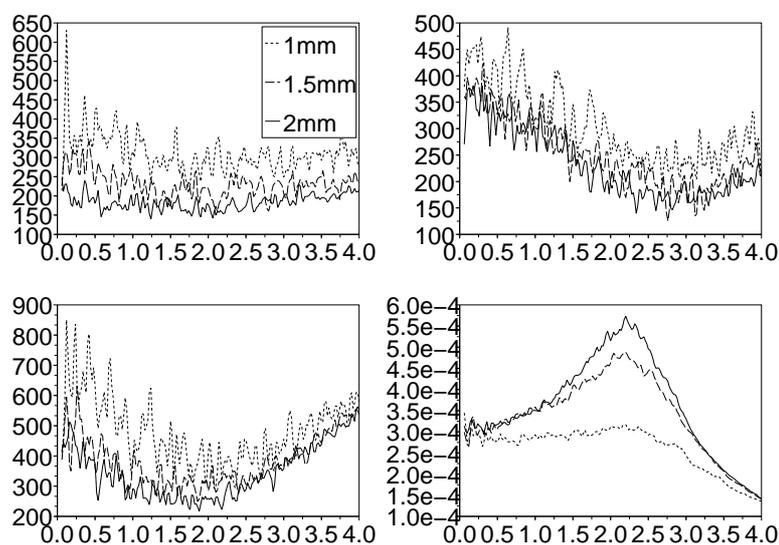


FIG. D.5 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $3.35\text{ m/s}$  et pour plusieurs amplitudes

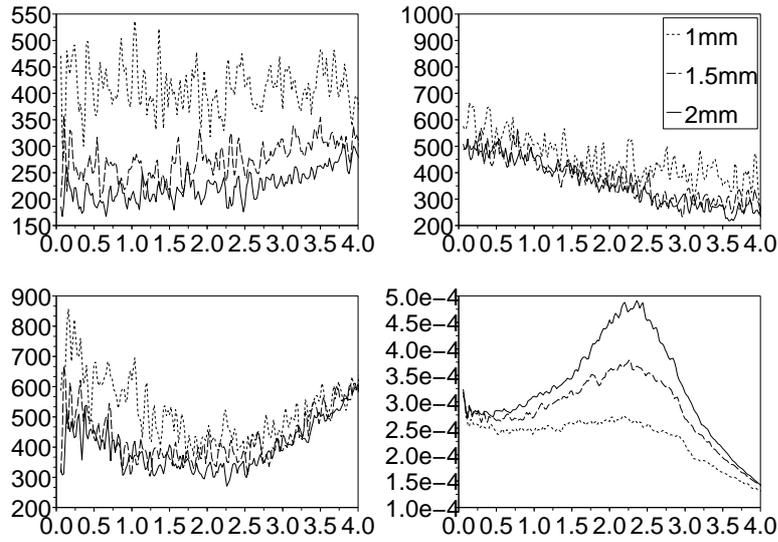


FIG. D.6 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.24\text{ m/s}$  et pour plusieurs amplitudes

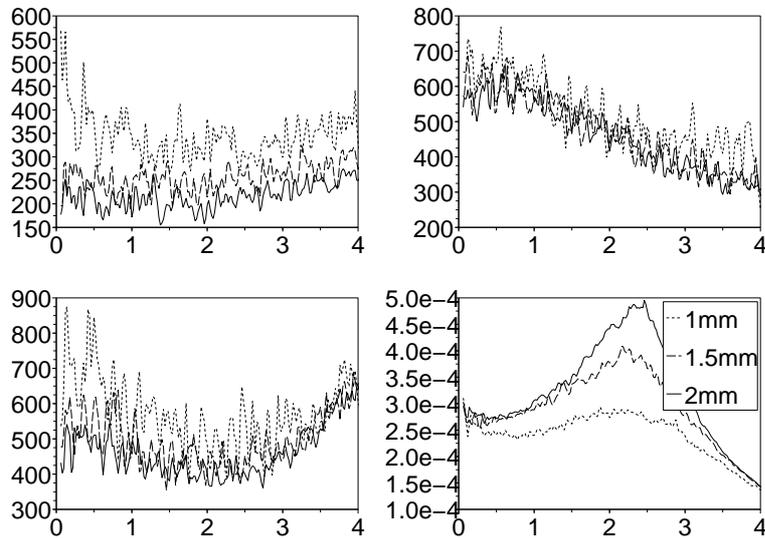


FIG. D.7 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$  et pour plusieurs amplitudes

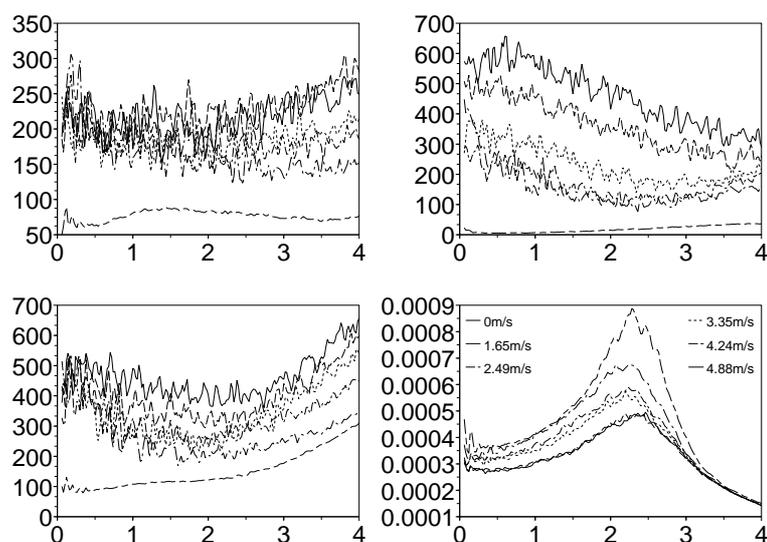


FIG. D.8 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  et pour plusieurs vitesses d'écoulement

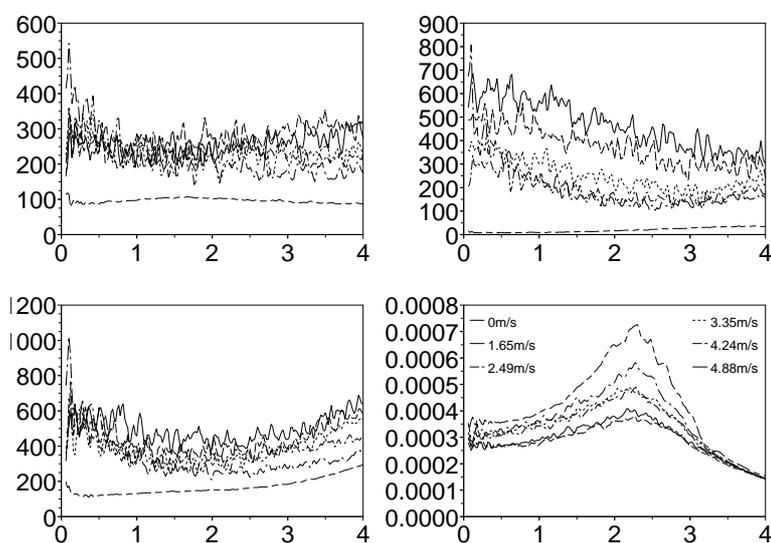


FIG. D.9 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de  $1.5\text{ mm}$  et pour plusieurs vitesses d'écoulement

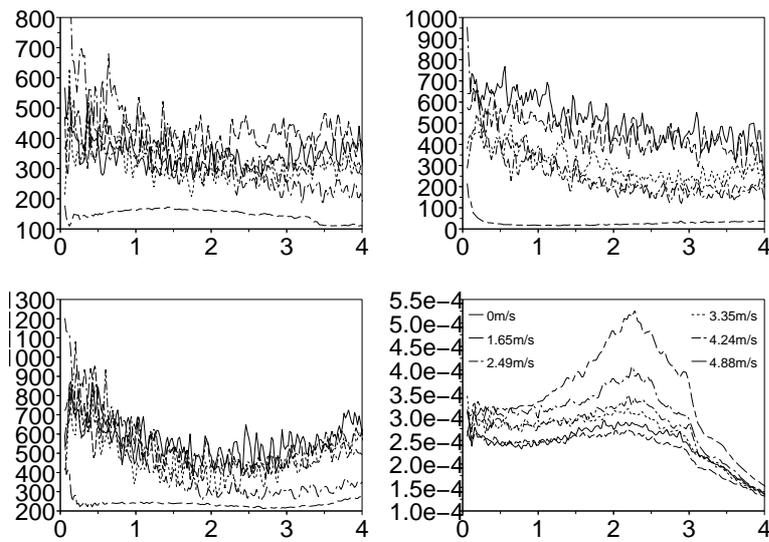


FIG. D.10 – Fonction de transfert entre les forces données par les capteurs et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une amplitude de  $1\text{ mm}$  et pour plusieurs vitesses d'écoulement

## D.2 Simulations des essais COUPLAGE

On présente ici l'ensemble des simulations des essais COUPLAGE.

### D.2.1 Simulation 3D

On présente ici les résultats de simulations 3D effectuées avec les coefficients des tableaux V.1, V.2, V.3 et V.5 qu'on compare aux données expérimentales.

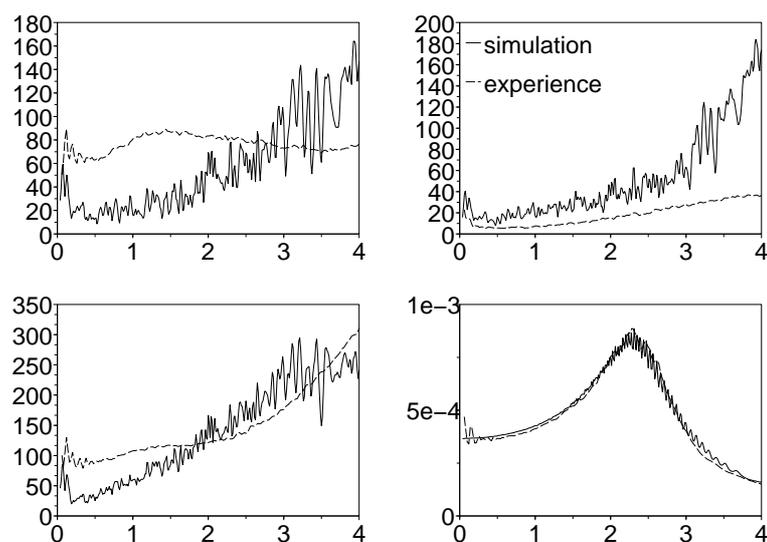


FIG. D.11 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau stagnante ; comparaison expérience/simulation 3D

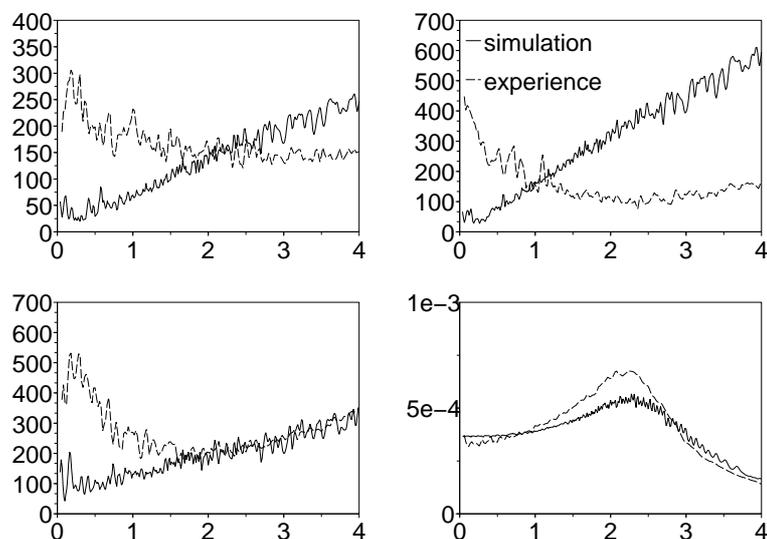


FIG. D.12 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $1.65\ m/s$  ; comparaison expérience/simulation 3D

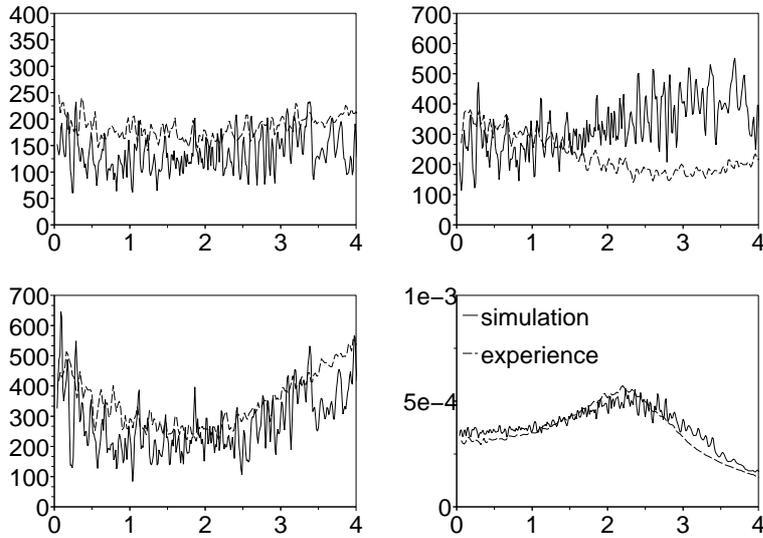


FIG. D.13 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $3.35\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D

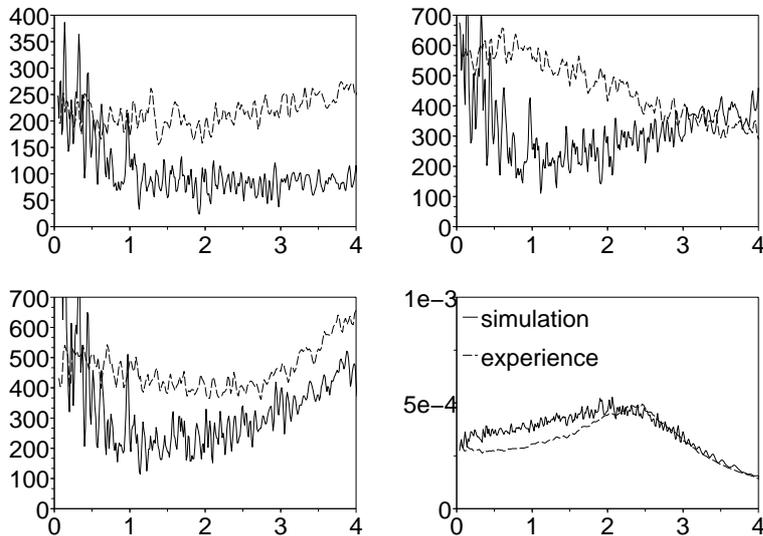


FIG. D.14 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D

### D.2.2 Simulation 3D avec raideur et masse ajoutée modifiée

On présente ici les résultats de simulations 3D effectuées avec les coefficients des tableaux V.1, V.2, V.3 et V.5, avec modification de la raideur et de la masse ajoutée (Tab. V.6) qu'on compare aux données expérimentales.

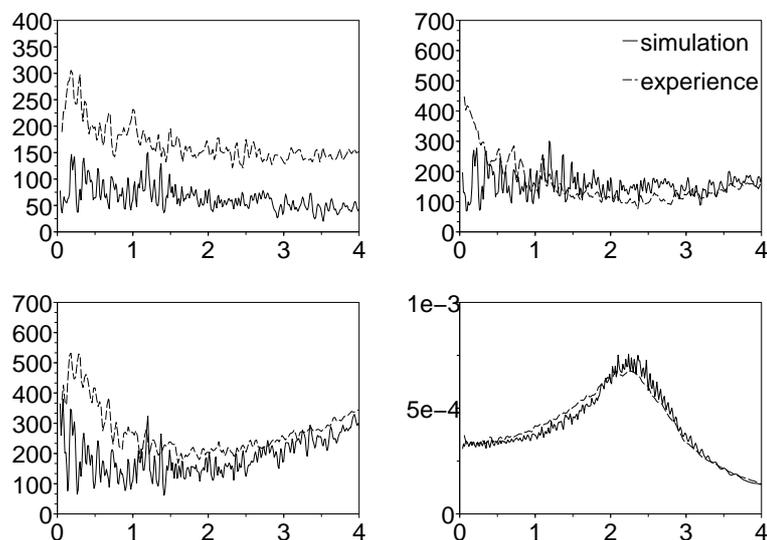


FIG. D.15 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence (Hz),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $1.65\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées

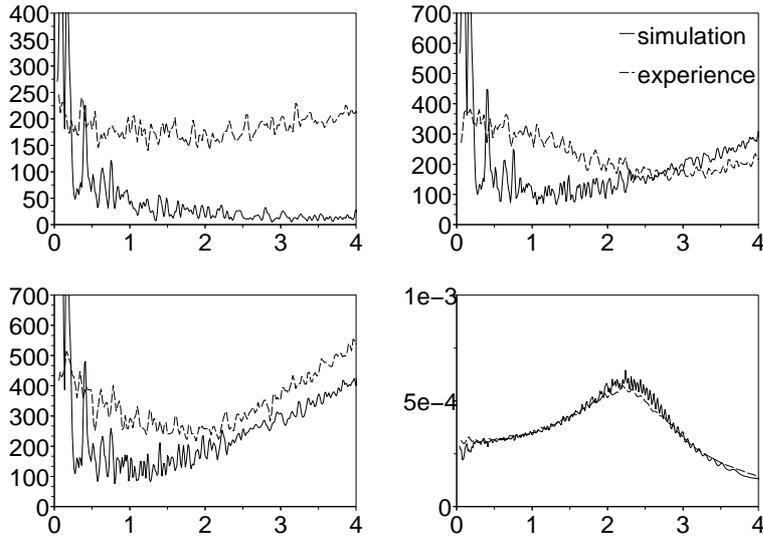


FIG. D.16 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $3.35\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées

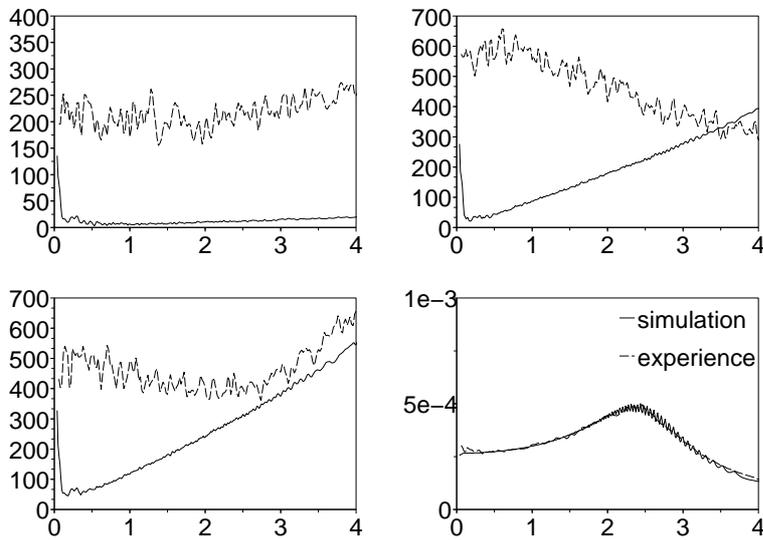


FIG. D.17 – Fonction de transfert entre les forces appliquées aux centres des assemblages combustibles et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_1(\omega)$  (en haut à gauche),  $H_2(\omega)$  (en haut à droite) et  $H_3(\omega)$  (en bas à gauche) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (en bas à droite) en  $m/N$ , en eau pour une vitesse d'écoulement de  $4.88\text{ m/s}$ ; comparaison expérience/simulation 3D effectuée avec les masse et raideur modifiées

### D.2.3 Simulation 2D

On présente ici les résultats de simulations 3D effectuées avec les coefficients des tableaux V.1 à V.4 qu'on compare aux données expérimentales.

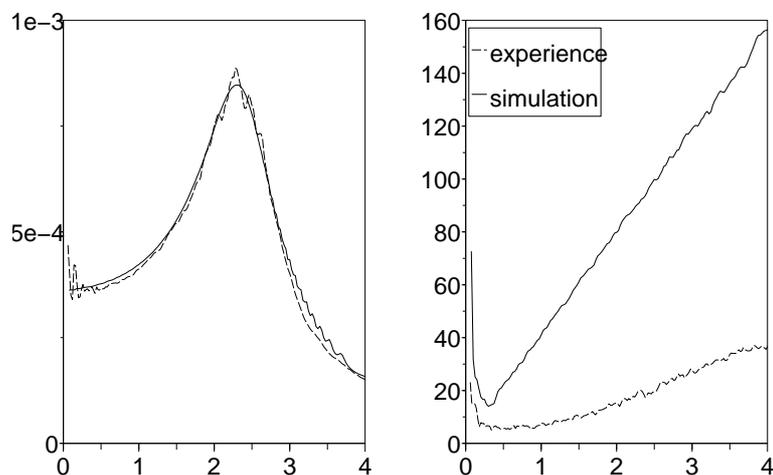


FIG. D.18 – Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau stagnante, comparaison expérience/simulation 2D

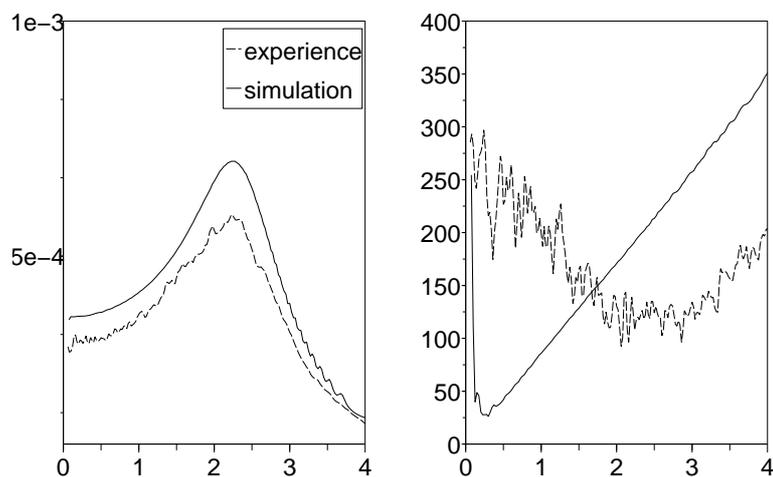


FIG. D.19 – Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $1.65\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D

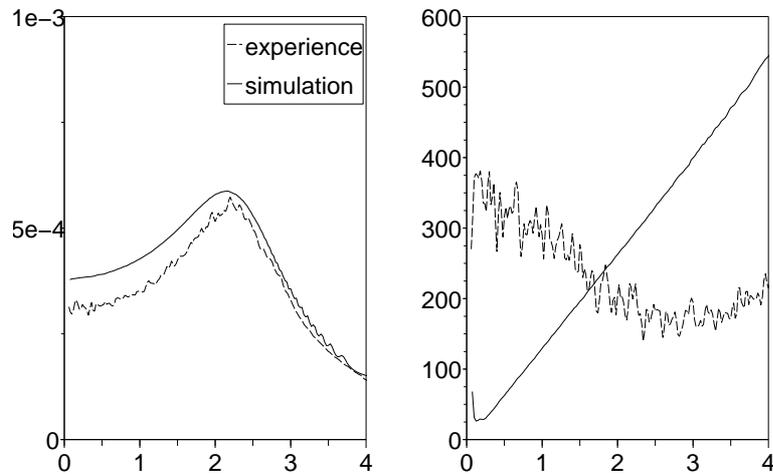


FIG. D.20 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $3.35\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D

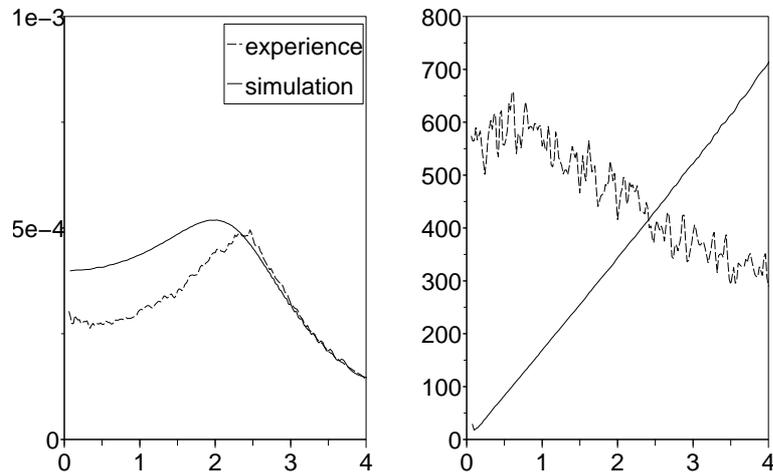


FIG. D.21 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $4.88\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D

### D.2.4 Simulation 2D avec raideur et masse ajoutée modifiée

On présente ici les résultats de simulations 3D effectuées avec les coefficients des tableaux V.1 à V.4, avec modification de la raideur et de la masse ajoutée (Tab. V.6) qu'on compare aux données expérimentales.

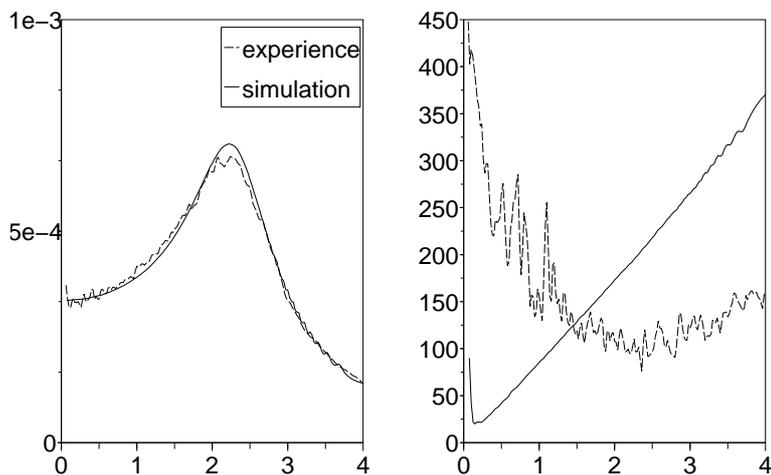


FIG. D.22 – Fonction de transfert entre les forces s'appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2\text{ mm}$  en eau sous écoulement à  $1.65\text{ m/s}$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées

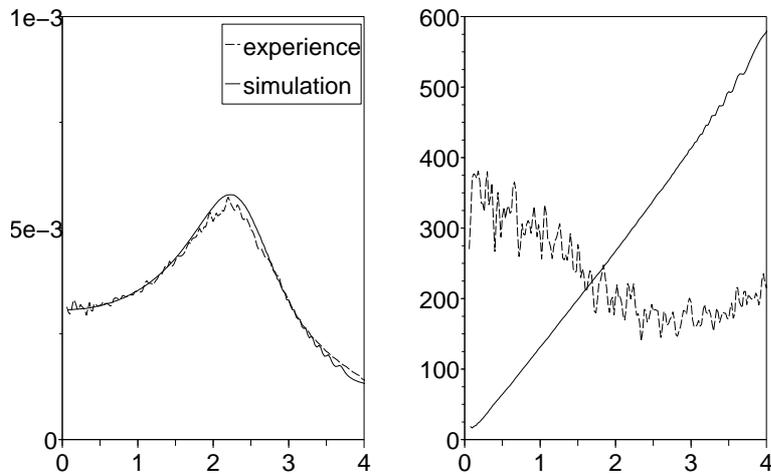


FIG. D.23 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2 mm$  en eau sous écoulement à  $3.35 m/s$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées

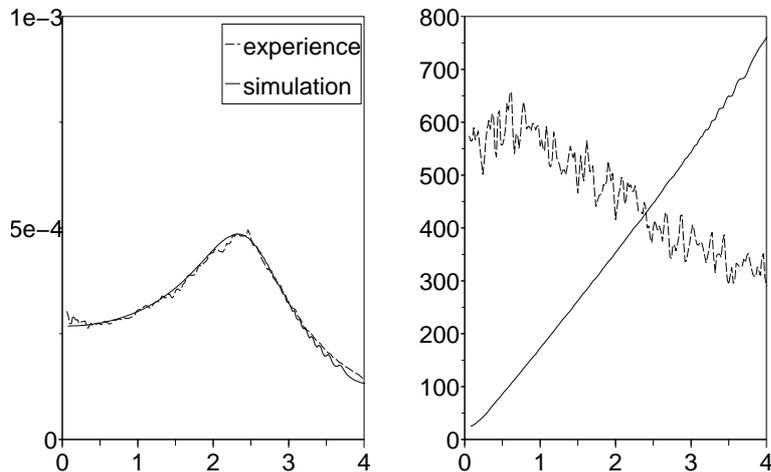


FIG. D.24 – Fonction de transfert entre les forces s’appliquant sur les assemblages et le déplacement imposé en fonction de la fréquence ( $Hz$ ),  $H_2(\omega)$  (à droite) en  $N/m$  et  $H_4(\omega)$  (à gauche) en  $m/N$ , pour une amplitude de  $2 mm$  en eau sous écoulement à  $4.88 m/s$ , comparaison expérience/simulation 2D effectuée avec les masse et raideur modifiées

# Annexe E

## Réduction du modèle par analyse POD

### E.1 Détail des matrices

On présente ici le détail des matrices utilisée dans (VI.12) et (VI.12) :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RS}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{M}_{\mathbf{S}} \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}, \quad (\text{E.1})$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{C}(\Phi_{v_k}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{C}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}, \quad (\text{E.2})$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}(\Phi_{v_k}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}, \quad (\text{E.3})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RIF}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{M}_{\mathbf{IF}} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}, \quad (\text{E.4})$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{RIF}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\Phi_{v_k}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}, \quad (\text{E.5})$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{S}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \left( \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\Phi_{v_k}) \mathbb{V}_{\mathbf{M}} - \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}(\Phi_{v_k}) \mathbb{U}_{\mathbf{M}} \right) + \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IF}}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbb{V}_{\mathbf{M}} - \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}^T \mathbf{K}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbb{U}_{\mathbf{M}}, \quad (\text{E.6})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RF}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{M}_{\mathbf{F}} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}, \quad (\text{E.7})$$

$$\mathbf{N}_{\mathbf{R}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{N}(\Phi_{v_k}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{N}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{D} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{B} \mathbf{Q}_{\mathbf{P}}, \quad (\text{E.8})$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{RIS}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{M}_{\mathbf{IS}} \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}, \quad (\text{E.9})$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{RIS}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}) = \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_k}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{U}}, \quad (\text{E.10})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\mathbf{RIS}}(\mathbb{A}_{\mathbf{F}}, \mathbb{A}_{\mathbf{S}}) &= \sum_{k=1}^{M_f} \sum_{j=1}^{M_s} a_{f_k} a_{s_j} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_k}, \Phi_{u_j}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \sum_{j=1}^{M_s} a_{s_j} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}, \Phi_{u_j}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} \\ &+ \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\Phi_{v_k}, \mathbb{U}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}^T \mathbf{F}_{\mathbf{IS}}(\mathbb{V}_{\mathbf{M}}, \mathbb{U}_{\mathbf{M}}) \mathbf{Q}_{\mathbf{V}}, \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_F(\mathbb{A}_F, \mathbb{A}_S) &= \sum_{k=1}^{M_f} \sum_{j=1}^{M_s} a_{f_k} a_{s_j} \mathbf{Q}_V^T \mathbf{F}_{\text{IS}}(\Phi_{v_k}, \Phi_{u_j}) \mathbb{V}_M + \sum_{j=1}^{M_s} a_{s_j} \mathbf{Q}_V^T \mathbf{F}_{\text{IS}}(\mathbb{V}_M, \Phi_{u_j}) \mathbb{V}_M \\
&+ \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_V^T \mathbf{F}_{\text{IS}}(\Phi_{v_k}, \mathbb{U}_M) \mathbb{V}_M + \mathbf{F}_{\text{IS}}(\mathbb{V}_M, \mathbb{U}_M) \mathbb{V}_M \\
&- \sum_{k=1}^{M_f} a_{f_k} \mathbf{Q}_V^T \mathbf{N}(\Phi_{v_k}) \mathbb{V}_M - \mathbf{Q}_V^T \mathbf{N}(\mathbb{V}_M) \mathbb{V}_M - \mathbf{Q}_V^T \mathbf{D} \mathbb{V}_M - \mathbf{Q}_V^T \mathbf{B} \mathbb{P}_M, \quad (\text{E.12})
\end{aligned}$$

avec  $\mathbf{Q}_U = (\Phi_{u_1}, \dots, \Phi_{u_{M_s}})$ ,  $\mathbf{Q}_V = (\Phi_{v_1}, \dots, \Phi_{v_{M_f}})$ ,  $\mathbf{Q}_P = (\Phi_{p_1}, \dots, \Phi_{p_{M_f}})$ .

## E.2 Schéma d'intégration différence finies

On présente ici les schéma d'intégration temporelle utilisés pour discrétiser les équations (VI.11) et (VI.12) :

$$\frac{\partial^2 \mathbb{A}_k}{\partial t^2} = \frac{1}{\Delta t} (a_0 \mathbb{A}_S k + a_1 \mathbb{A}_{k-1} + a_2 \mathbb{A}_{k-2} + a_3 \mathbb{A}_{k-3} + a_4 \mathbb{A}_{k-4} + a_5 \mathbb{A}_{k-5}) \quad (\text{E.13})$$

$$\frac{\partial \mathbb{A}_k}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (b_0 \mathbb{A}_k + b_1 \mathbb{A}_{k-1} + b_2 \mathbb{A}_{k-2} + b_3 \mathbb{A}_{k-3} + b_4 \mathbb{A}_{k-4}), \quad (\text{E.14})$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps et l'indice  $k$  réfère au  $k^{\text{ème}}$  pas de temps, avec

$$a_0 = \frac{45}{12}, \quad a_1 = -\frac{77}{6}, \quad a_2 = \frac{107}{6}, \quad a_3 = -13, \quad a_4 = \frac{61}{12}, \quad a_5 = -\frac{5}{6}, \quad (\text{E.15})$$

$$b_0 = \frac{25}{12}, \quad b_1 = -4, \quad b_2 = 3, \quad b_3 = -\frac{4}{3}, \quad b_4 = \frac{1}{4}. \quad (\text{E.16})$$



# Résumé

Le dimensionnement au séisme, du coeur d'un réacteur à eau pressurisée, est une préoccupation majeure de l'industrie du nucléaire.

Nous proposons, dans ce mémoire de thèse, d'établir les équations globales, du comportement du coeur, par une approche milieu poreux. Les équations locales, du fluide et de la structure, sont moyennées sur un volume de contrôle, nous définissons ainsi un fluide équivalent et une structure équivalente, dont les inconnues sont définies sur tout le domaine spatial. Le caractère non linéaire des assemblages combustibles est modélisé par une loi de comportement visco-élastique quadratique. Le couplage fluide-structure est pris en compte par une force volumique dont l'expression est issue de formules empiriques des forces fluides s'exerçant sur un tube soumis à un écoulement axial. Les équations ainsi obtenues sont résolues à l'aide d'une méthode éléments finis.

Une validation du modèle est proposée sur trois séries d'essais. La première présente deux assemblages combustibles soumis à un écoulement axial. L'un des deux assemblages est écarté de sa position d'équilibre et lâché, tandis que l'autre est laissé au repos. La deuxième met en oeuvre six assemblages en ligne, immergés dans une eau stagnante, posés sur une table vibrante pouvant simuler un séisme. Enfin, la dernière propose neuf assemblages, disposés en un réseau trois par trois, soumis à un écoulement axial. Le déplacement de l'assemblage central est imposé. Les simulations sont en accord avec les expériences ; le modèle reproduit l'influence de la vitesse d'écoulement du fluide sur la dynamique et le couplage des assemblages.

# Abstract

The designing of a pressurized water reactor core subjected to seismic loading, is a major concern of the nuclear industry.

We propose, in this PhD report, to establish the global behaviour equations of the core, in term of a porous medium. Local equations of fluid and structure are space averaged on a control volume, thus we define an equivalent fluid and an equivalent structure, of which unknowns are defined on the whole space. The non-linear fuel assemblies behaviour is modelled by a visco-elastic constitutive law. The fluid-structure coupling is accounted for by a body force, the expression of that force is based on empirical formula of fluid forces acting on a tube subject to an axial flow. The resulting equations are solved using a finite element method.

A validation of the model, on three experimental device, is proposed. The first one presents two fuel assemblies subjected to axial flow. One of the two fuel assemblies is deviated from its position of equilibrium and released, while the other is at rest. The second one presents a six assemblies row, immersed in water, placed on a shaking table that can simulate seismic loading. Finally, the last one presents nine fuel assemblies network, arranged in a three by three, subject to an axial flow. The displacement of the central fuel assembly is imposed. The simulations are in agreement with the experiments, the model reproduces the influence of the flow of fluid on the dynamics and coupling of the fuel assemblies.