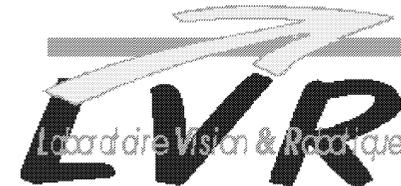


Contribution à la commande prédictive

des systèmes à paramètres répartis non linéaires

Thèse soutenue par : Pascal DUFOUR
Directeur de thèse : Pr. Youssefi TOURE



Plan

- Position de l'étude :
 - + Classe de systèmes considérée
 - + Objectifs de commande
- Stratégie de commande :
 - + Stratégie de commande prédictive
 - + Problématiques de commande sous contraintes hors ligne et en temps réel
- Méthode de résolution :
 - + Prise en compte des contraintes
 - + Problématiques de commande non contraintes hors ligne et en temps réel
 - + Algorithme utilisé pour la commande en temps réel
- Résultats :
 - + en simulation de commande hors ligne
 - + expérimentaux de commande en temps réel

Contexte

Conduite de procédés de plus en plus complexes :

↪ nécessité d'une **description** de plus en plus **fine**

↪ modèles de plus en plus complexes :

- aspect dynamique
- comportements physiques non linéaires
- **variables indépendantes d'espace**

↪ systèmes **non linéaires** d'équations **aux dérivées partielles**.

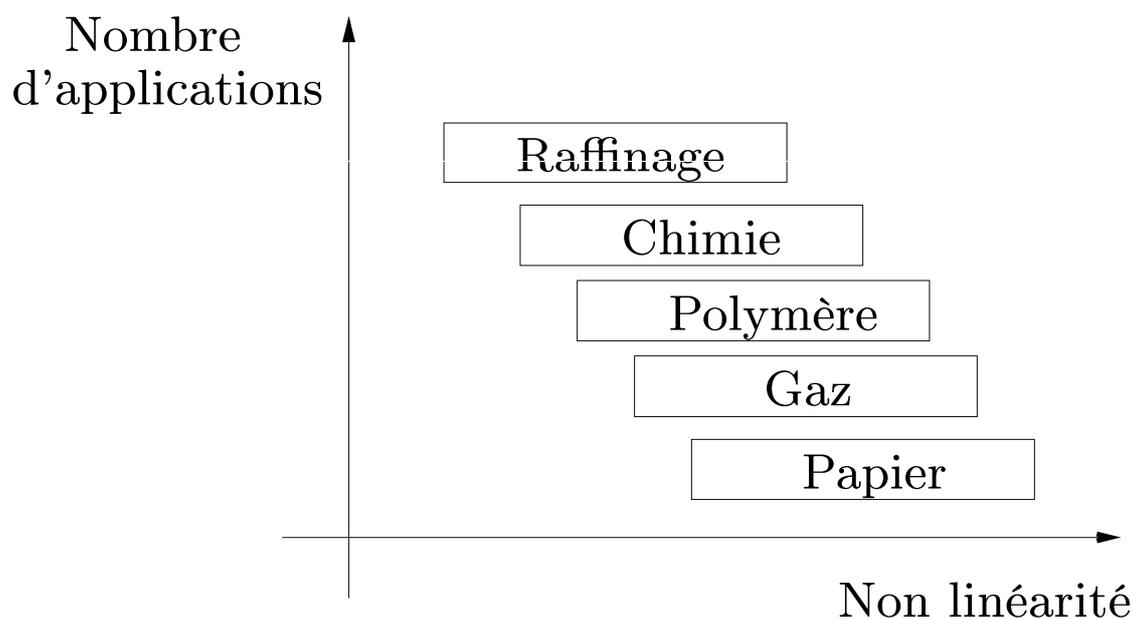
Objectifs

Étendre l'utilisation de la stratégie de **commande prédictive** de systèmes décrits par des **équations aux dérivées ordinaires** à des systèmes décrits par des **équations aux dérivées partielles** .

Applications industrielles

de la commande prédictive

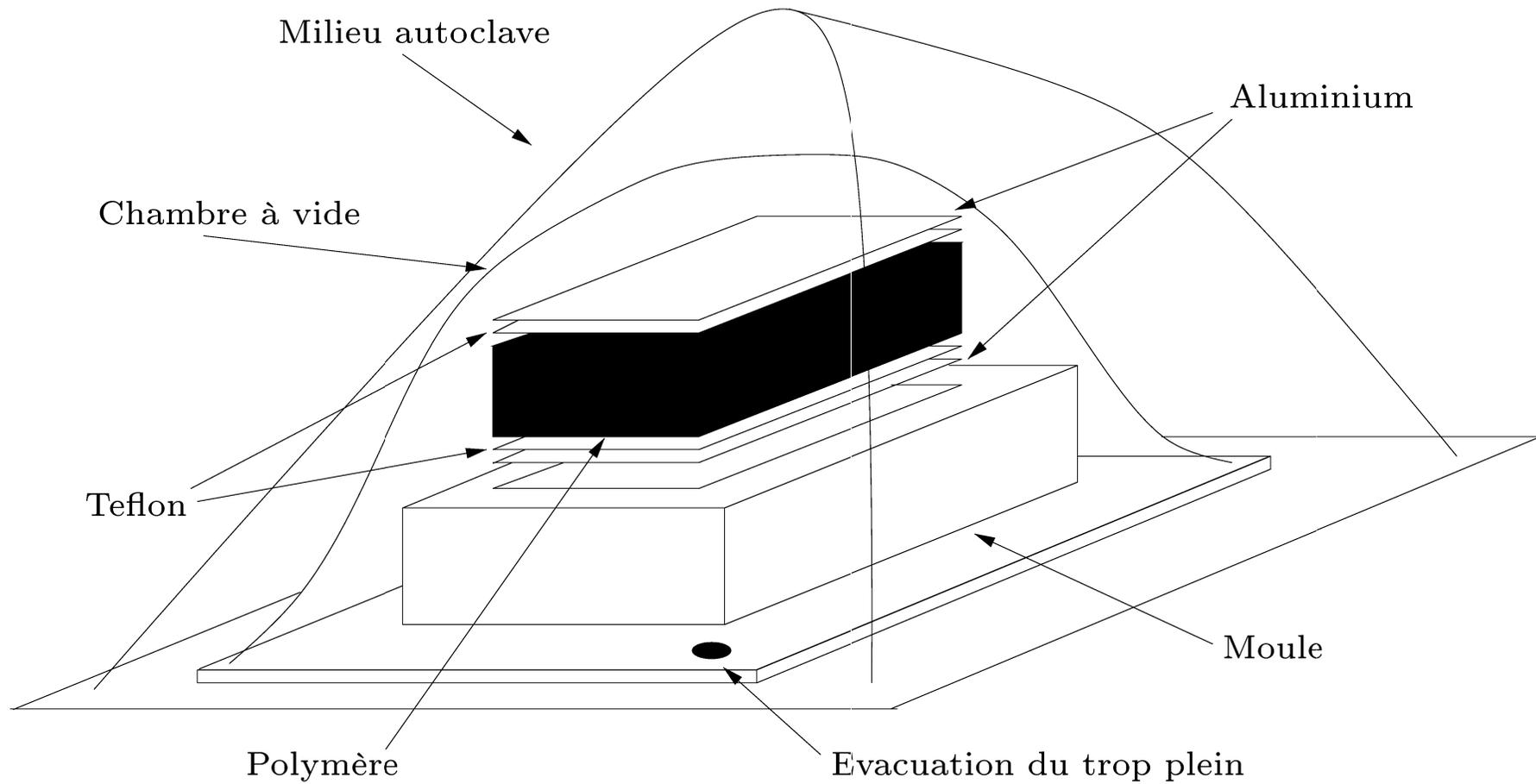
Domaines	Nombre d'applications
Raffinage	1513
Chimie	520
Alimentaire	50
Papier	46
Air et gaz	28
Polymère	16
Autre	85
Total	2258



Démarche

- Analyser des **problèmes concrets** existants en **Génie des Procédés**.
- Étudier la faisabilité, les difficultés rencontrées pour l'extension de la stratégie de commande prédictive.
- Proposer si possible une **méthode** pour **une classe de ce type** de systèmes.

Procédé de cuisson par autoclave

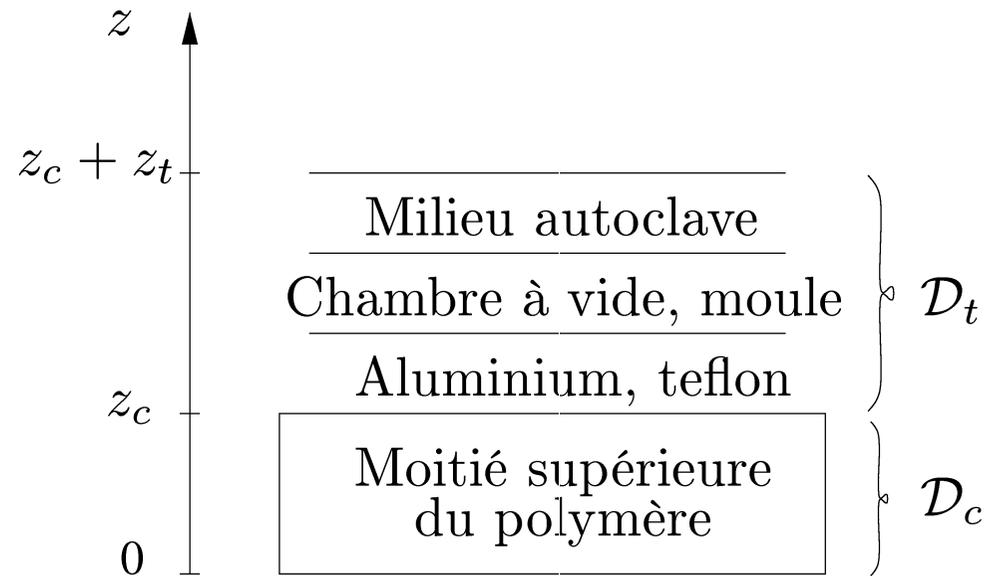


Problématique

Détermination de la conduite optimale sujette aux contraintes :

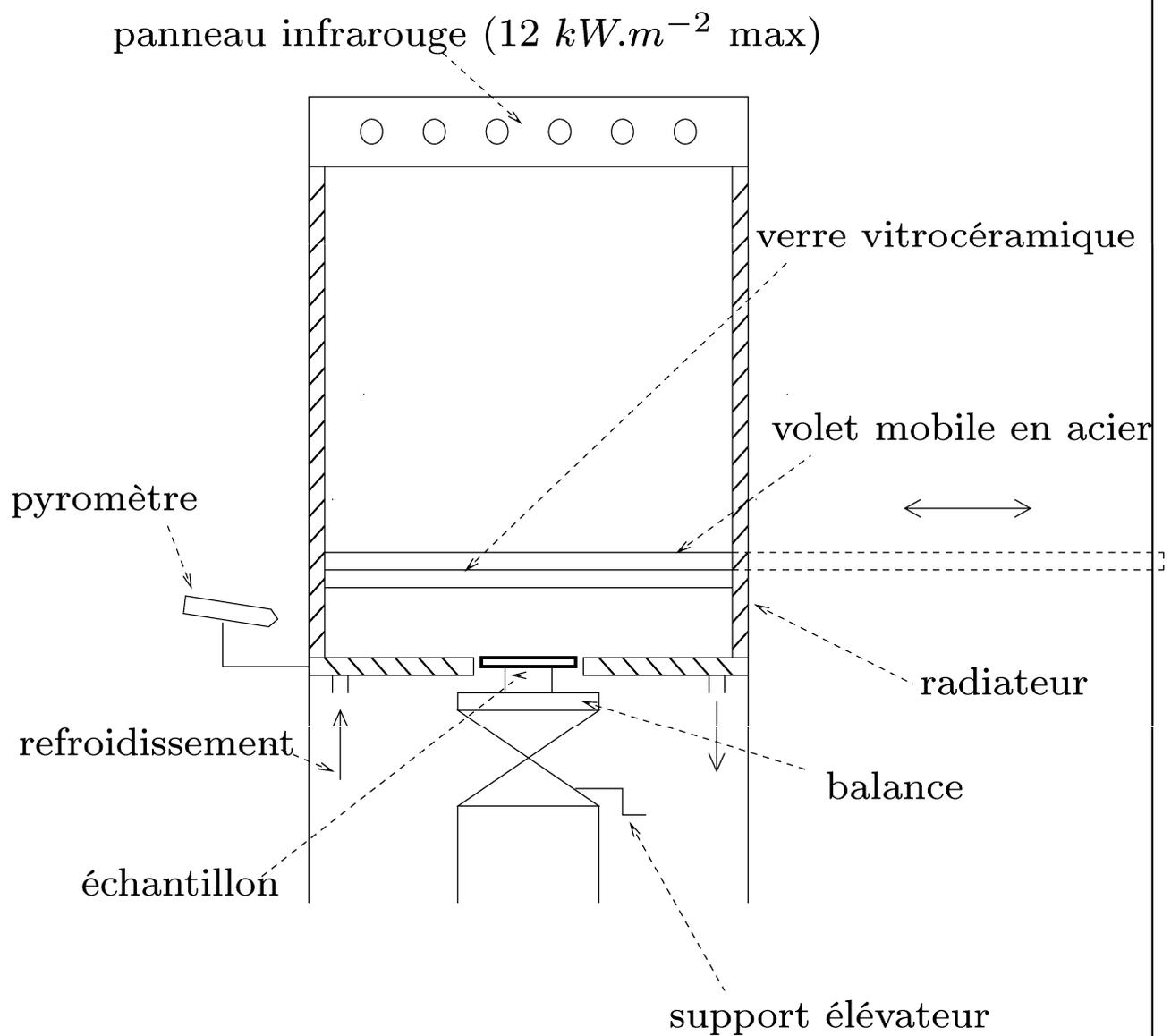
- la cuisson soit effective en temps minimal
- la différence de température entre les surfaces et le centre soit minimale
- la fin de cuisson se fasse de l'intérieur vers l'extérieur

Domaines spatiaux

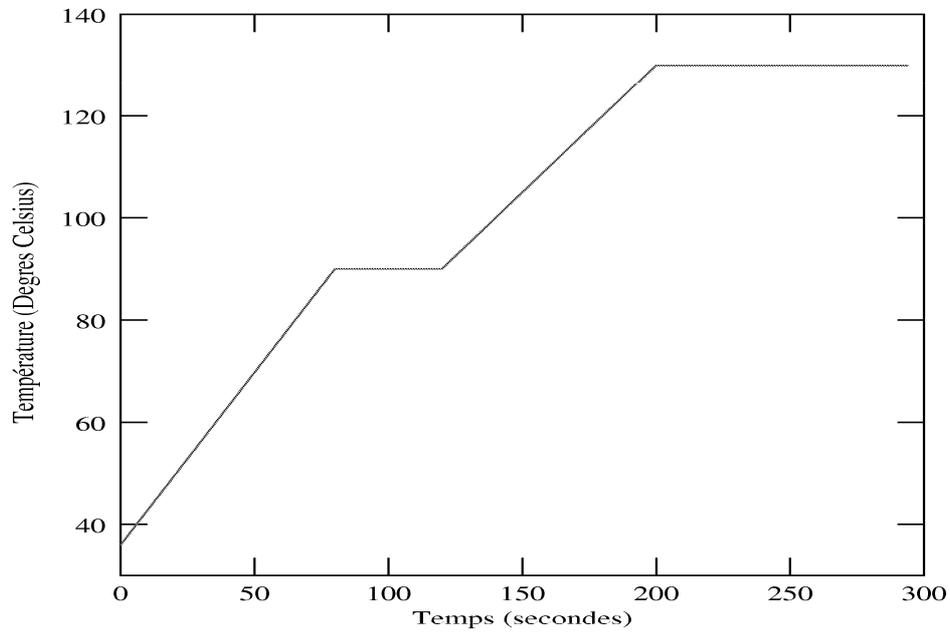


Séchage de peinture

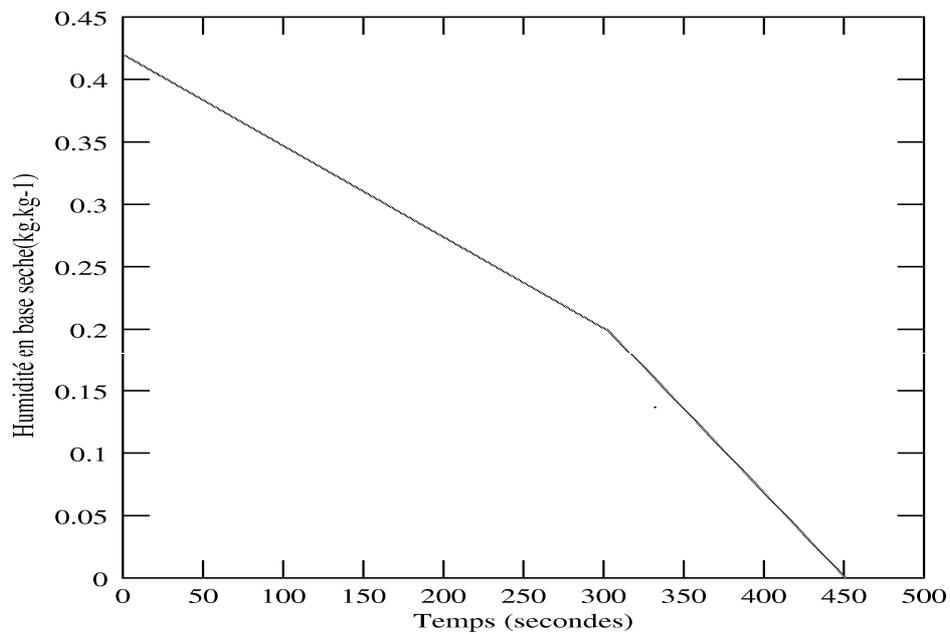
par rayonnement infrarouge



Problématique de commande

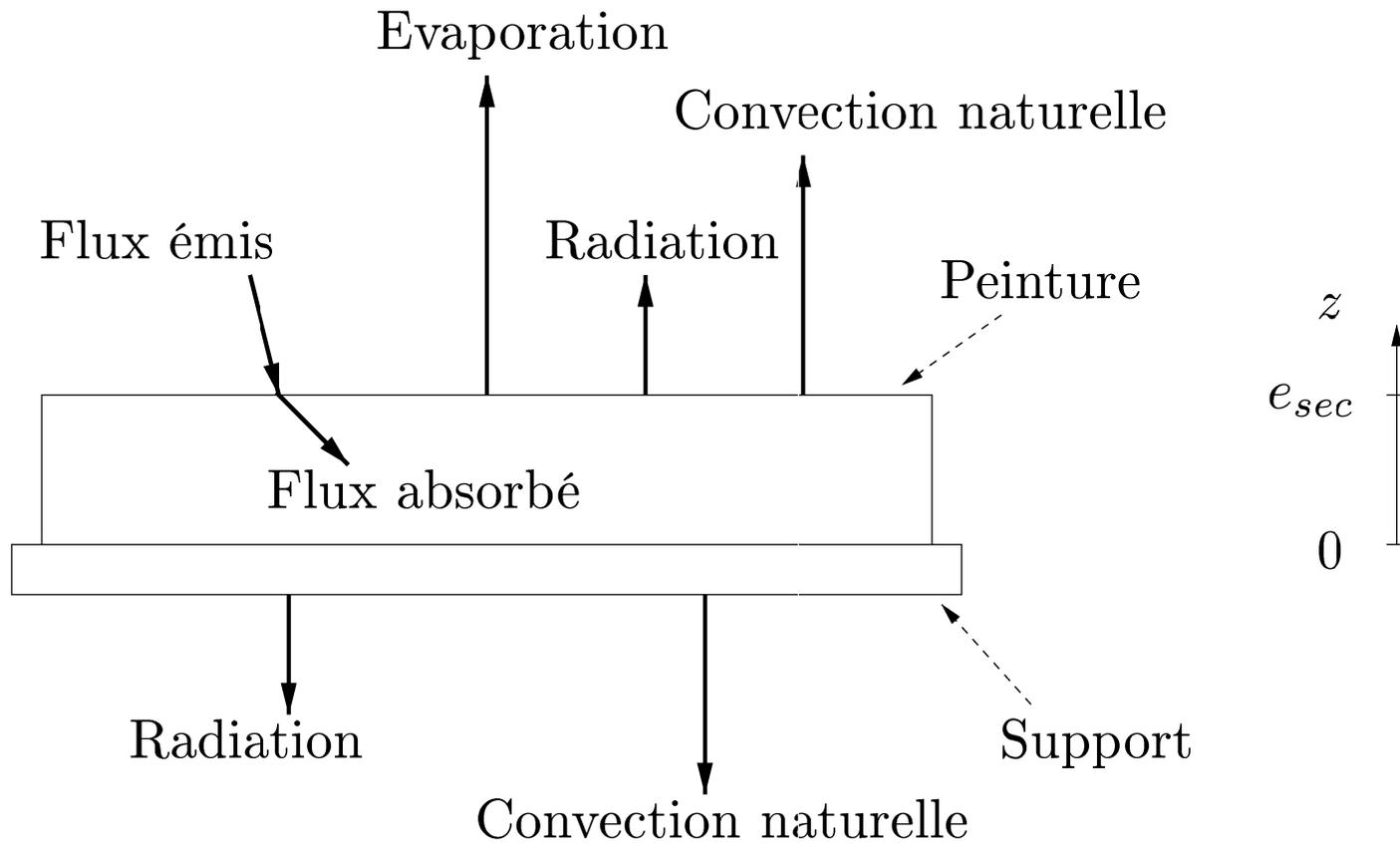


Trajectoire de référence en température



Trajectoire de référence en humidité

Domaines spatiaux



Classe formelle de systèmes

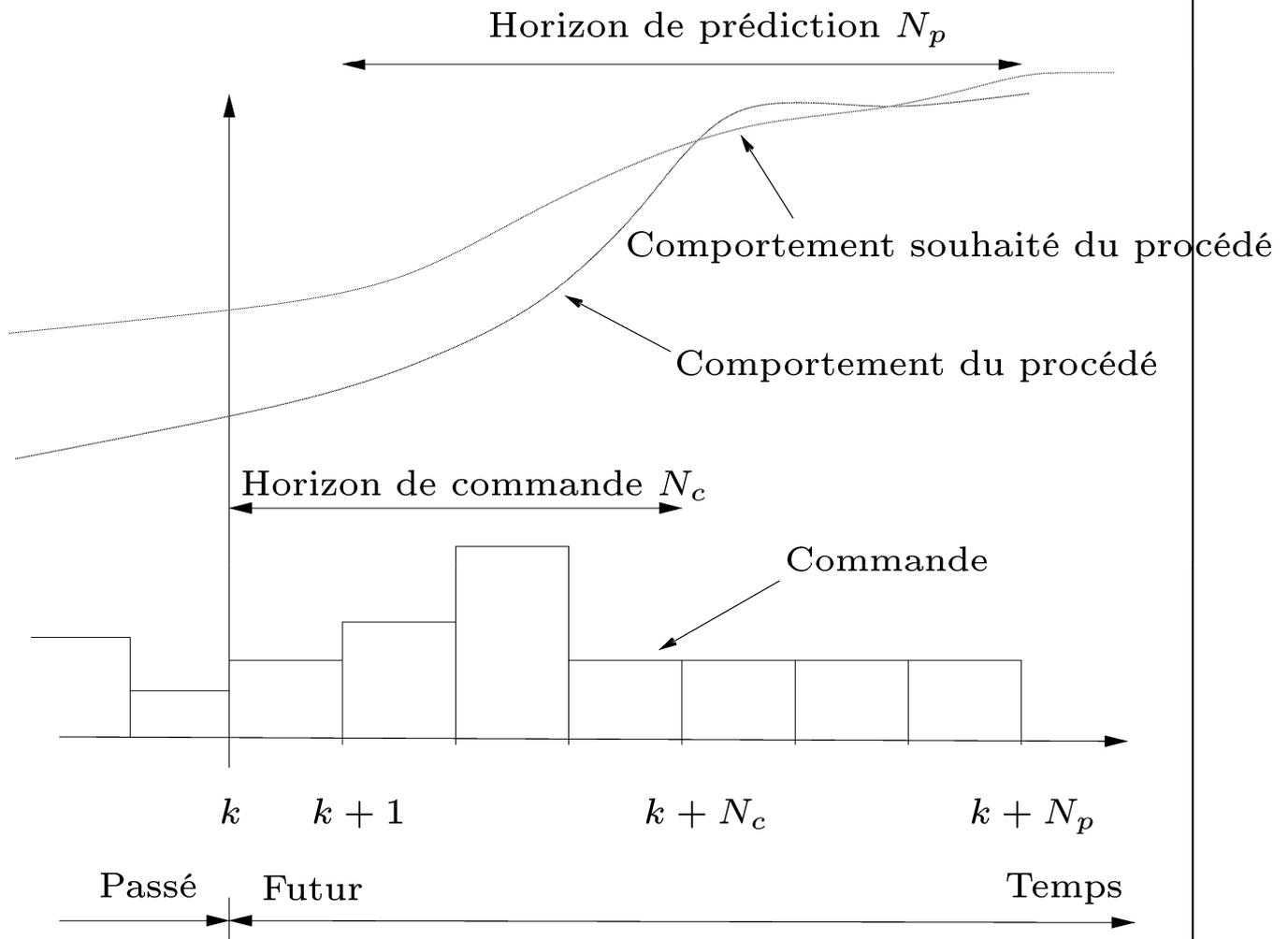
non linéaires considérée

$$(\mathcal{S}_{NL}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial t} = F_d(x) \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\ F_b(x, u) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\ y_m = Cx \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\ x(z, 0) = x_i(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{array} \right. \quad (1)$$

avec les opérateurs F_d et F_b :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_d(.) = \left| \begin{array}{l} A(., \nabla.) \text{ pour } (\mathcal{S}_1) \\ A + f(.) \text{ pour } (\mathcal{S}_2) \end{array} \right. \\ F_b(., u) = \left| \begin{array}{l} h(., u) + B(., \nabla.) \text{ pour } (\mathcal{S}_1) \\ h(., u) + B \text{ pour } (\mathcal{S}_2) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2)$$

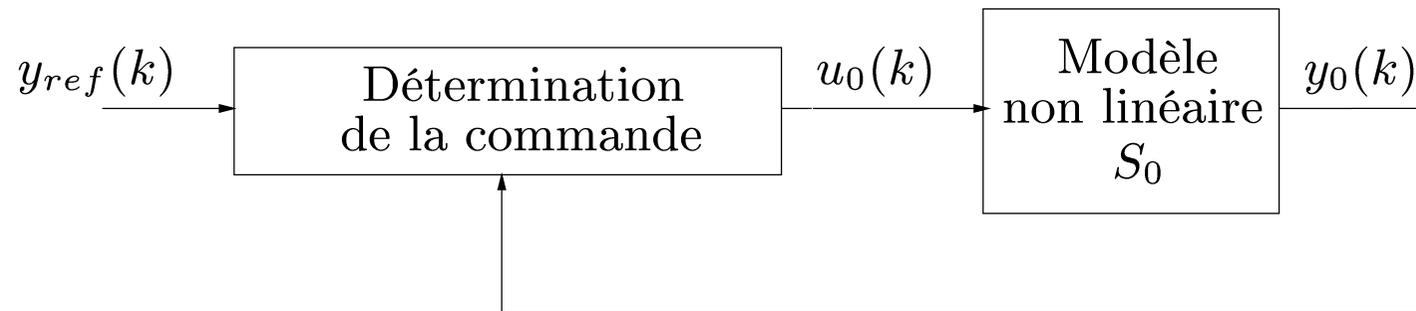
Stratégie de commande prédictive



Problèmes engendrés :

- aspect temps réel
- synthèse : choix des horizons
- aspects structurels (faisabilité a priori, stabilité)

Structure de commande hors ligne



Problème de commande hors ligne sous contraintes

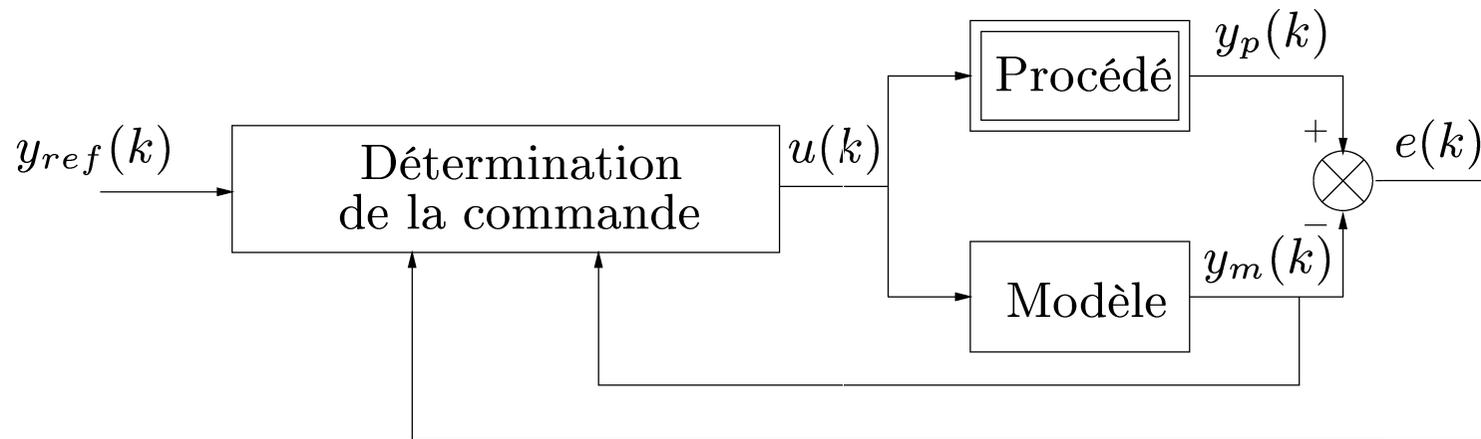
$$\min_{\tilde{u}_0} J(\tilde{u}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(u_0(j-1), y_0(j))$$

$$\tilde{u}_0 = [u_0(k) \dots u_0(k + N_c - 1)]^T$$

$$c_i(u_0(j-1), y_0(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} = \{k+1, \dots, k+N_p\})$$

$$(\mathcal{S}_0) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\ F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\ y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\ x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{array} \right. \quad (3)$$

Structure de commande en temps réel par modèle interne



Commande en temps réel :

modèle de variation

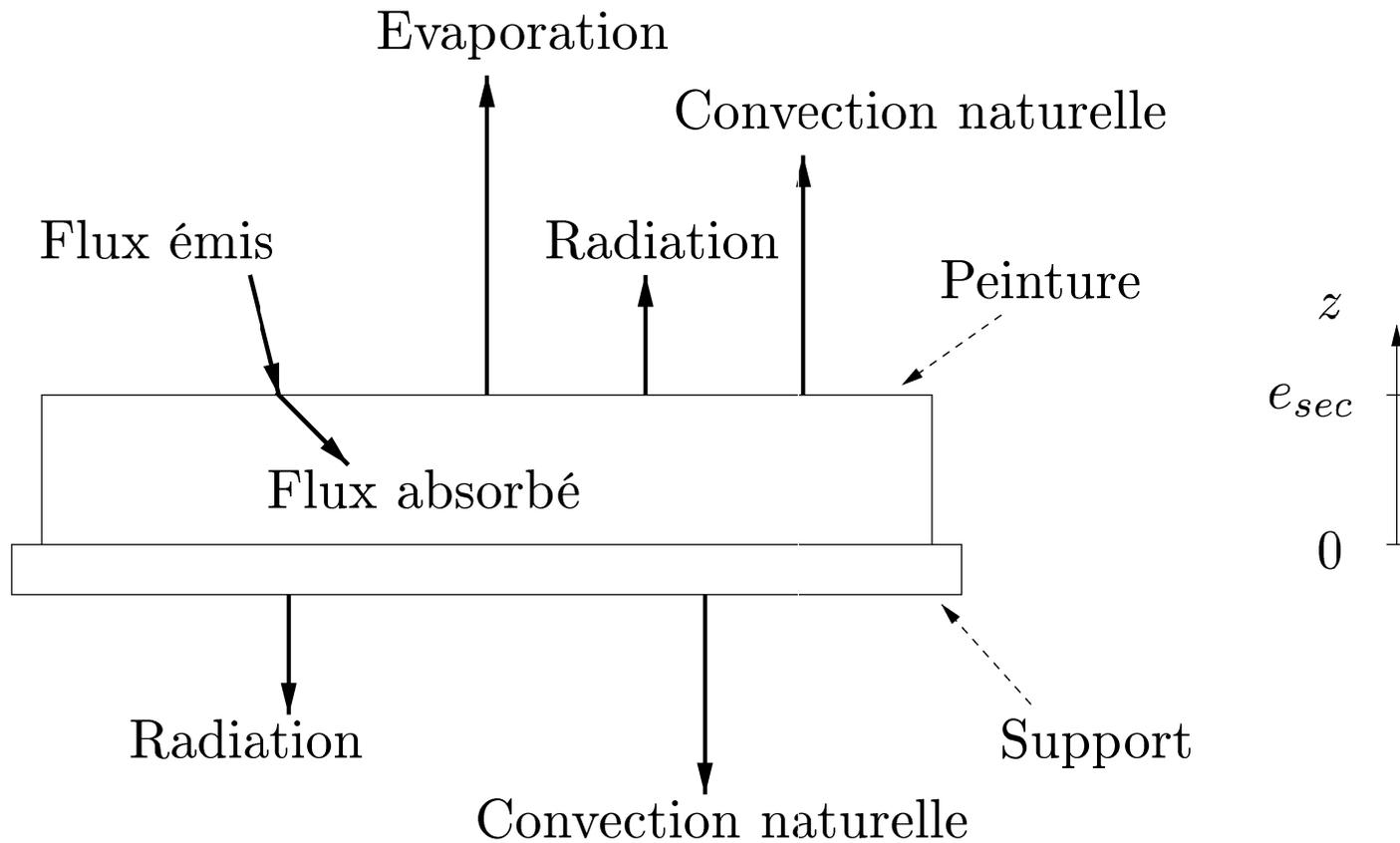
En **linéarisant** le modèle autour de (\mathcal{S}_0) caractérisé par (u_0, x_0, y_0) , la définition des variations vérifiant :

$$\begin{cases} u(k) = u_0(k) + \Delta u(k) \\ x(k) = x_0(k) + \Delta x(k) \\ y_m(k) = y_0(k) + \Delta y_m(k) \end{cases} \quad (4)$$

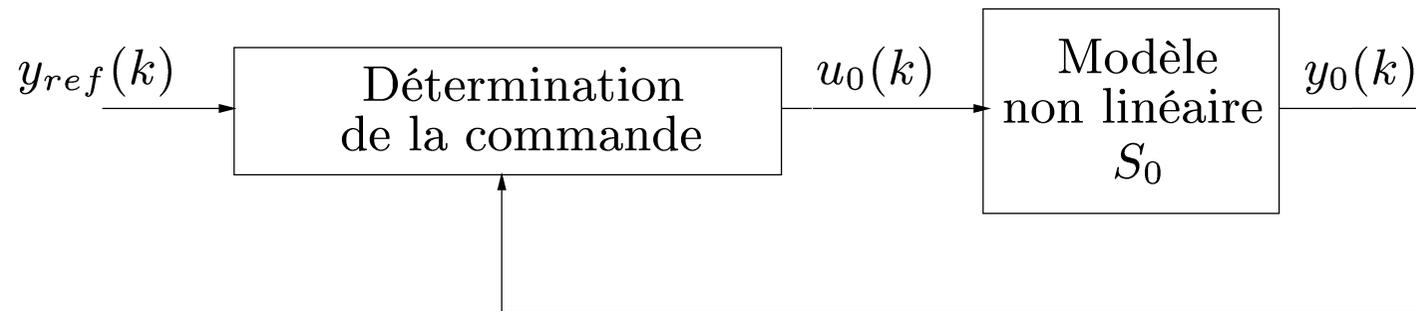
permet d'obtenir :

$$(\mathcal{S}_{LTV}) \begin{cases} \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\ \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\ \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\ \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{cases} \quad (5)$$

Domaines spatiaux



Structure de commande hors ligne



Problème de commande hors ligne sous contraintes

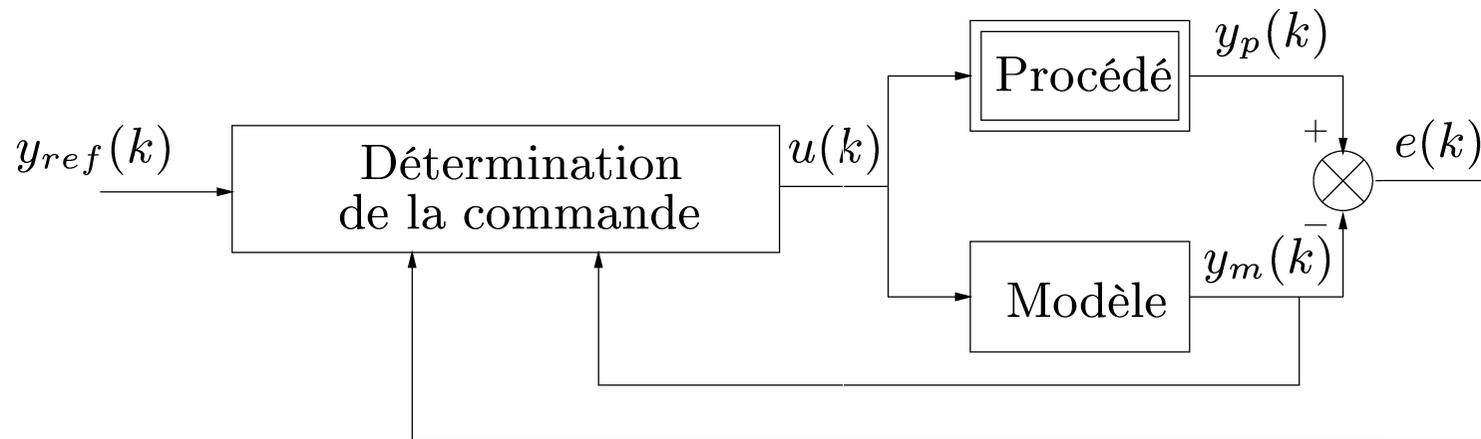
$$\min_{\tilde{u}_0} J(\tilde{u}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(u_0(j-1), y_0(j))$$

$$\tilde{u}_0 = [u_0(k) \dots u_0(k + N_c - 1)]^T$$

$$c_i(u_0(j-1), y_0(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} = \{k+1, \dots, k+N_p\})$$

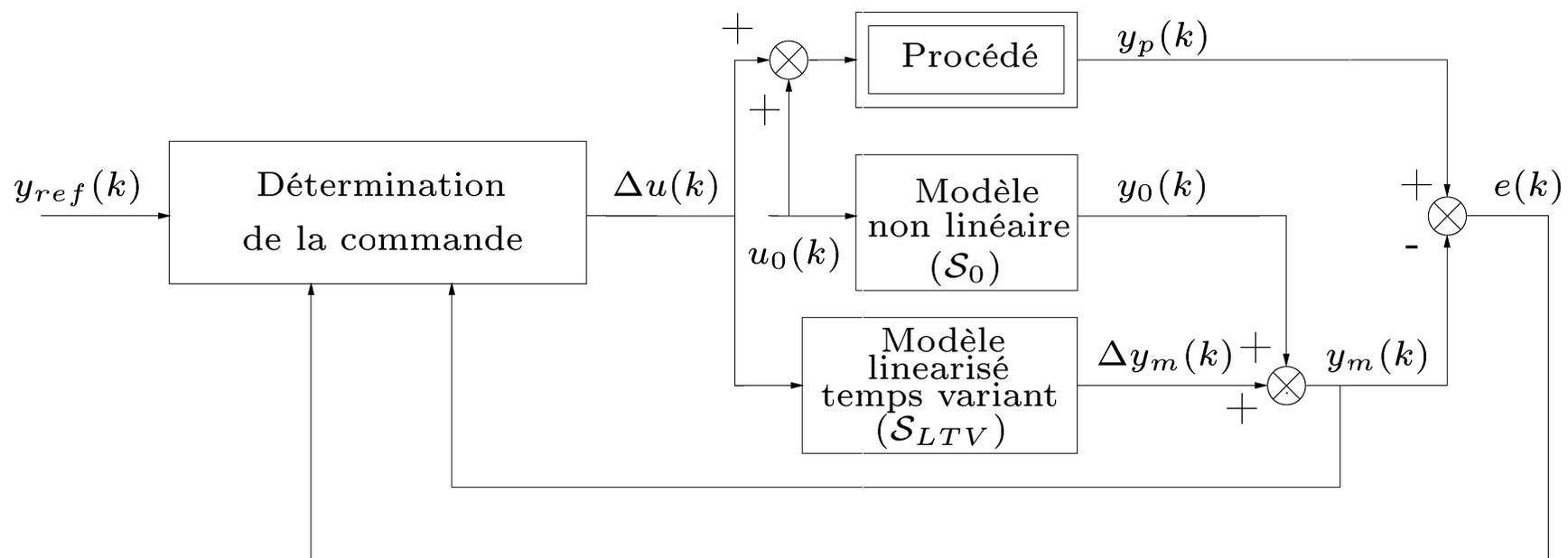
$$\left. \begin{array}{l}
 (\mathcal{S}_0) \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\
 F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\
 y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\
 x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{array} \right.
 \end{array} \right\} \quad (3)$$

Structure de commande en temps réel par modèle interne



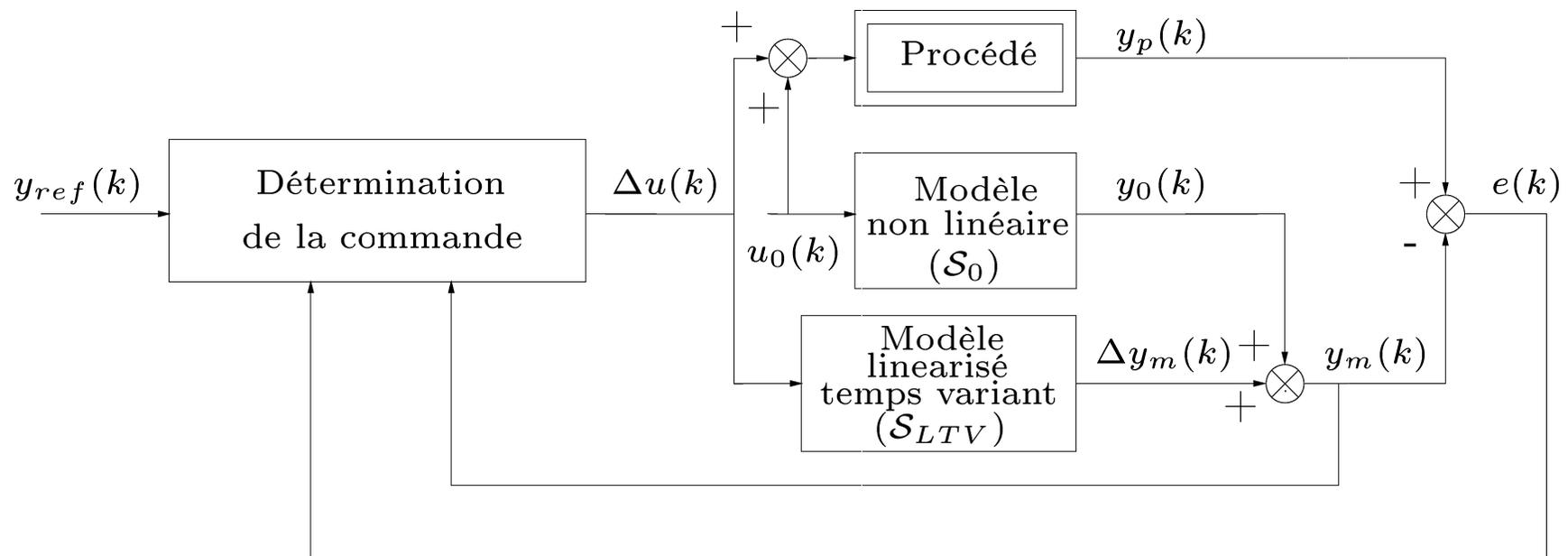
Structure de commande en temps réel

par modèle interne linéarisé temps variant



Structure de commande en temps réel

par modèle interne linéarisé temps variant



Problème de commande en temps réel sous contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{\Delta \tilde{u}} J(\Delta \tilde{u}) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(\Delta u(j-1), \Delta y_m(j)) \\
 \Delta \tilde{u} = [\Delta u(k) \dots \Delta u(k + N_c - 1)]^T \\
 c_i(\Delta u(j-1), \Delta y_m(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}) \\
 (\mathcal{S}_{LTV}) \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\
 \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(S_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\
 \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\
 \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (6)$$

Pour les contraintes dures :

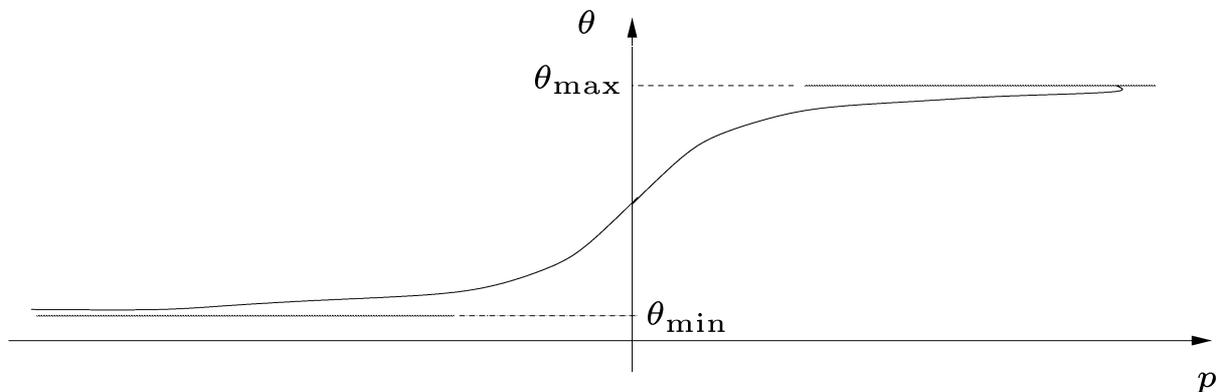
méthode de transformation

A partir de la variable contrainte θ :

$$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$$

on introduit une nouvelle variable non contrainte p telle que :

$$\theta = f(p) = \frac{1}{2}(\theta_{\max} + \theta_{\min}) + \frac{1}{2}(\theta_{\max} - \theta_{\min}) \tanh(p)$$



Pour les contraintes souples :

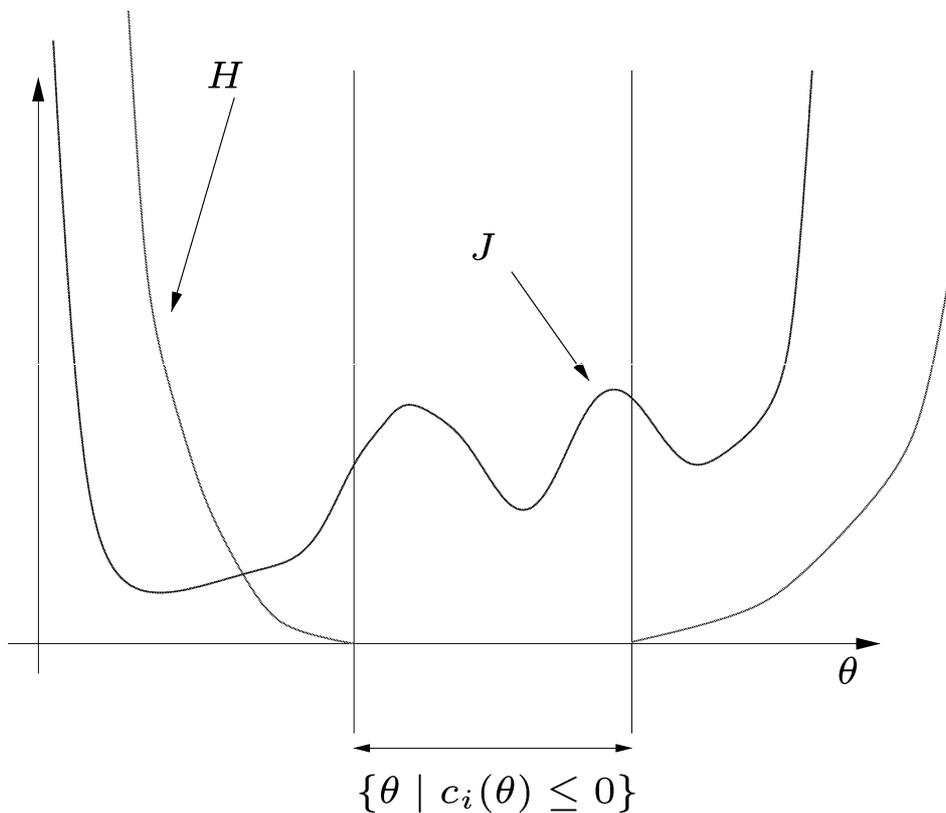
méthode de pénalités externes

A partir des $n_{co.ext}$ contraintes considérées :

$$c_i(\theta) \leq 0 \quad (7)$$

on définit le nouveau critère à minimiser :

$$\begin{cases} h_i(c_i(\theta)) = \max^2[0, c_i(\theta)] \\ H(c_i(\theta)) = \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h_i(c_i(\theta)) \\ J_{tot}(\theta) = J(\theta) + wH(c_i(\theta)) \end{cases} \quad (8)$$



Problème final de commande hors ligne pénalisé

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{\tilde{p}_0} J_{tot}(\tilde{p}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \{g(p_0(j-1), y_0(j)) + w \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h(c_i(p_0(j-1), y_0(j)))\} \\
 \tilde{p}_0 = [p_0(k) \dots p_0(k + N_c - 1)]^T \\
 u_0(.) = f(p_0(.)) \\
 (\mathcal{S}_0) \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\
 F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\
 y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\
 x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (9)$$

Problème final de commande en temps réel pénalisé

$$\min_{\Delta \tilde{p}} J_{tot}(\Delta \tilde{p}) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \{g(\Delta p(j-1), \Delta y_m(j)) + w \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h(c_i(\Delta p(j-1), \Delta y_m(j)))\}$$

$$\Delta \tilde{p} = [\Delta p(k) \dots \Delta p(k + N_c - 1)]^T$$

$$\Delta u(.) = f(\Delta p(.))$$

$$(\mathcal{S}_{LTV}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times]0, +\infty[\\ \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(S_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times]0, +\infty[\\ \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times]0, +\infty[\\ \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{array} \right.$$

Résolution du problème d'optimisation pénalisé

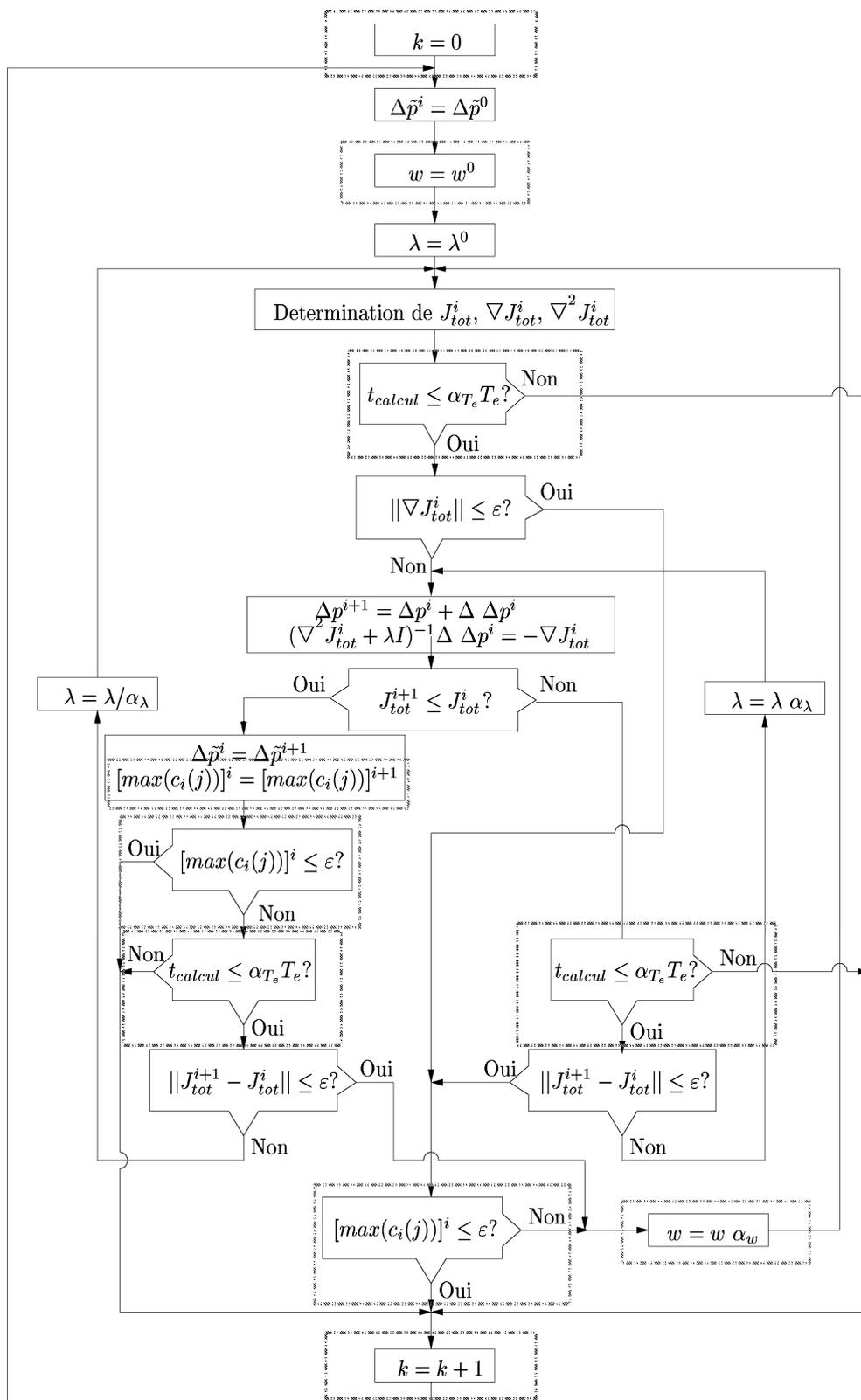
Avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt :

$$\begin{cases} \theta^{i+1} = \theta^i + \Delta\theta^i & (\text{avec } \theta = \tilde{p}_0 \text{ ou } \theta = \Delta\tilde{p}) \\ (\nabla^2 J_{tot}^i + \lambda I)\Delta\theta^i = -\nabla J_{tot}^i \end{cases} \quad (11)$$

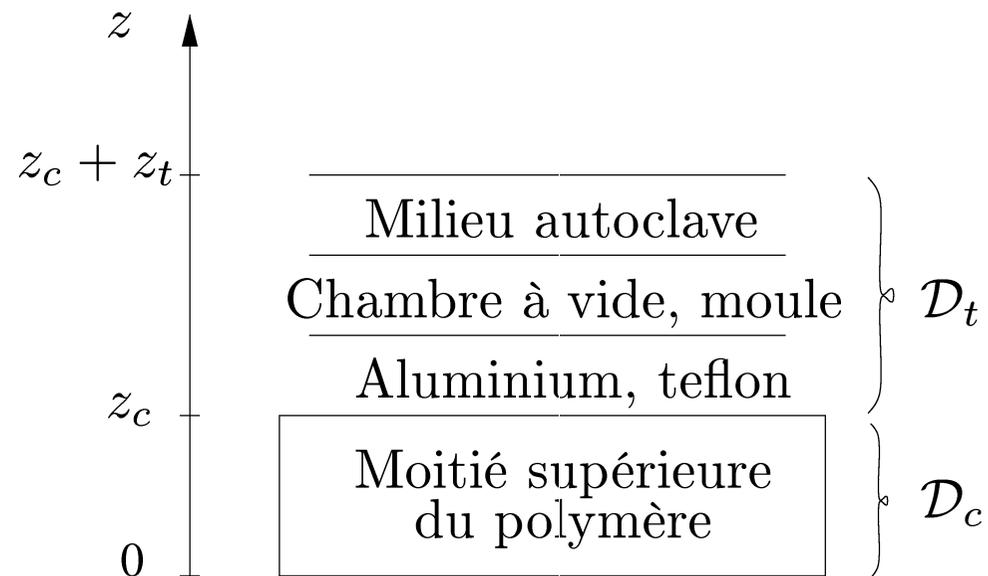
Il est nécessaire de :

- résoudre le modèle (dans les deux cas)
- résoudre les N_c modèles de sensibilités :
 - effectué a priori si le modèle est linéaire (commande en temps réel)
 - effectué à chaque instant et à chaque itération si le modèle est non linéaire (problème d'optimisation hors ligne)

Algorithme de commande



Procédé d'autoclave : domaines spatiaux



Modèle non linéaire

à commande frontière

$$\left. \begin{aligned} \rho_t c_{p_t} \frac{\partial T}{\partial t} &= k_t \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \text{ sur } \mathcal{D}_t, t > 0 \\ \rho_c c_{p_c} \frac{\partial T}{\partial t} &= k_c \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho_c (-\Delta H_r) r \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= r \\ r &= A e^{-\frac{E_a}{RT}} \alpha^m (1 - \alpha)^n \end{aligned} \right\} \text{ sur } \mathcal{D}_c, t > 0$$

avec les conditions aux limites :

$$\left. \begin{aligned} T(z_c + z_t, t) &= T_a(t) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(z_c^-, t) &= \frac{k_t}{k_c} \frac{\partial T}{\partial z}(z_c^+, t) \\ T(z_c^-, t) &= T(z_c^+, t) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(0, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ avec } t > 0$$

avec les conditions initiales :

$$T(z, 0) = T_0 \text{ avec } z \in \mathcal{D}_c \cup \mathcal{D}_t$$

$$\alpha(z, 0) = 0^+ \text{ avec } z \in \mathcal{D}_c$$

Problème d'optimisation sous contraintes

$$\min_{\tilde{T}_a} J(\tilde{T}_a) = \frac{1}{2} \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \frac{1}{[r(0, j)]^2} \quad (12)$$

avec :

$$\tilde{T}_a = [T_a(k) \dots T_a(k + N_c - 1)]^T \quad (13)$$

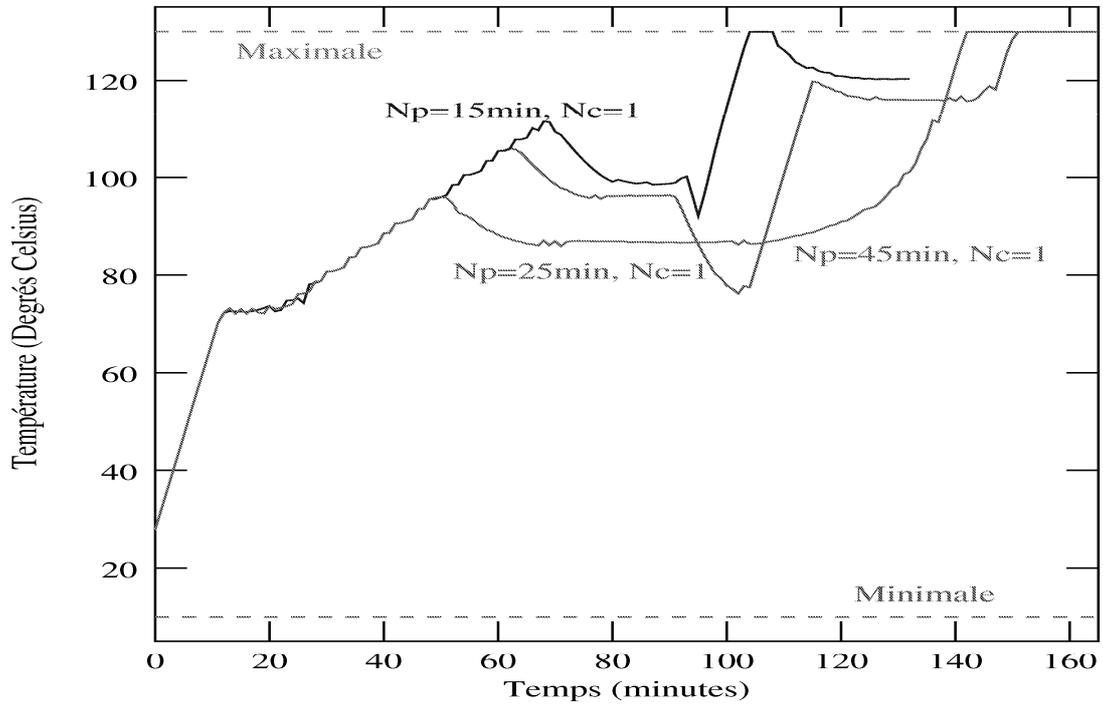
avec les contraintes :

$$T_{a. \min} \leq T_a(j - 1) \leq T_{a. \max} \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (14)$$

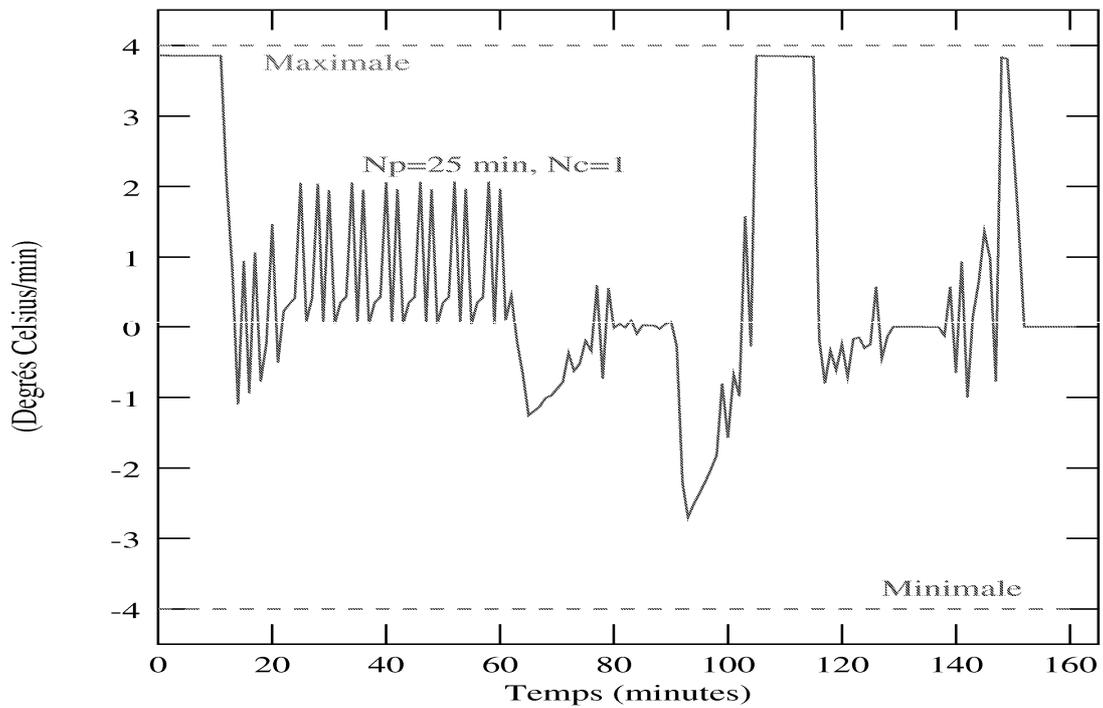
$$\Delta T_{a. \min} \leq \frac{T_a(j-1) - T_a(j-2)}{T_e} \leq \Delta T_{a. \max} \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (15)$$

$$\Delta T_{\min}(j) \leq T(z_c, j) - T(0, j) \leq \Delta T_{\max}(j) \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (16)$$

Résultats

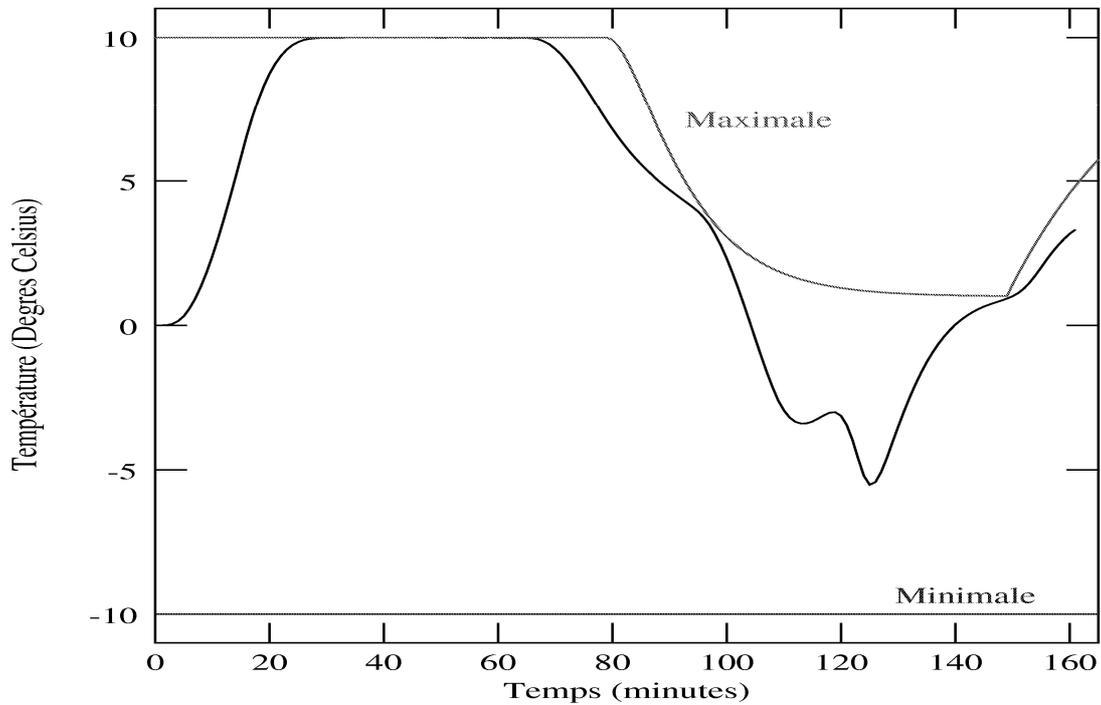


Amplitude de la commande

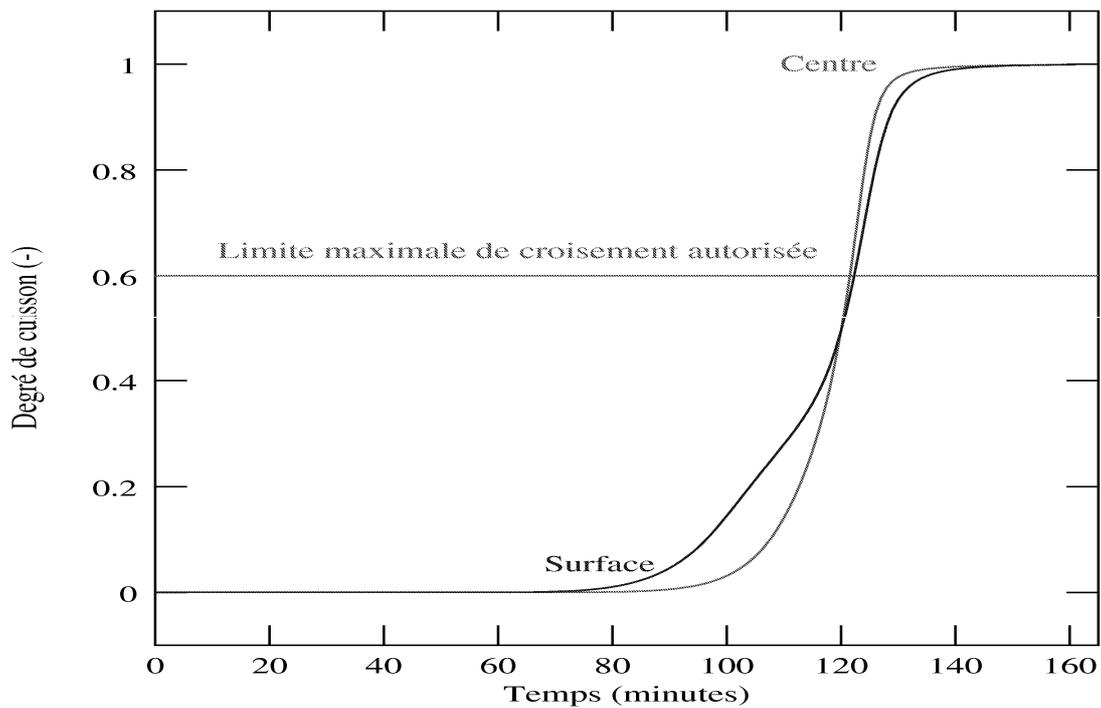


Vitesse de la commande

Résultats avec $N_p = 25$ min, $N_c = 1$

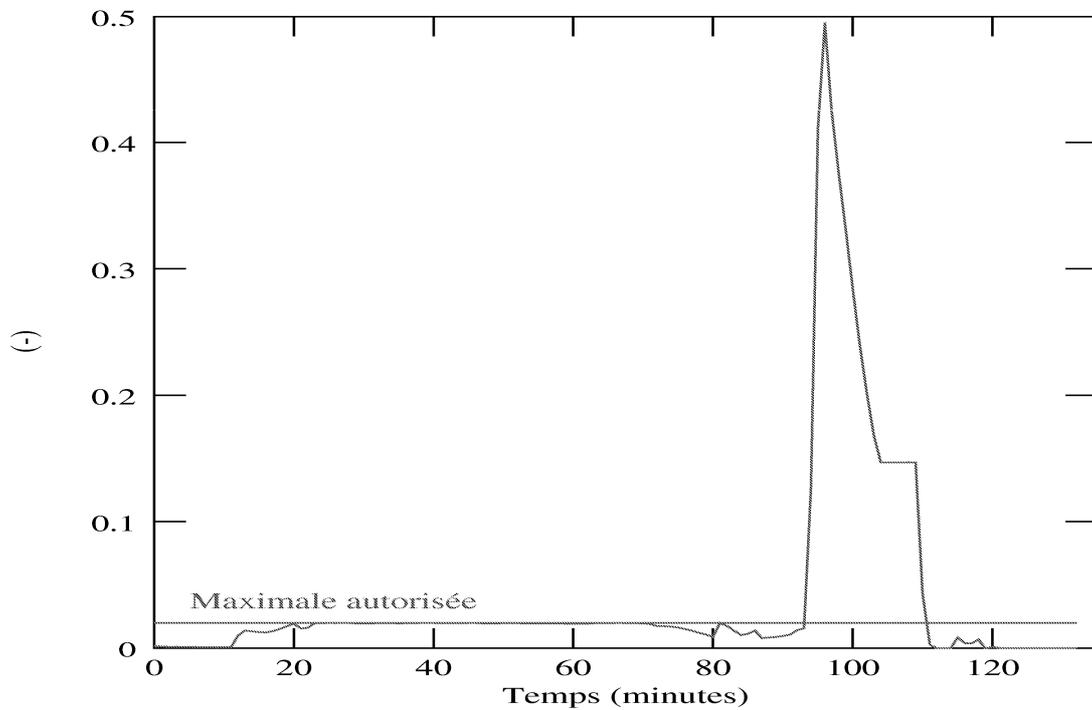


Différence de température entre la surface et le centre

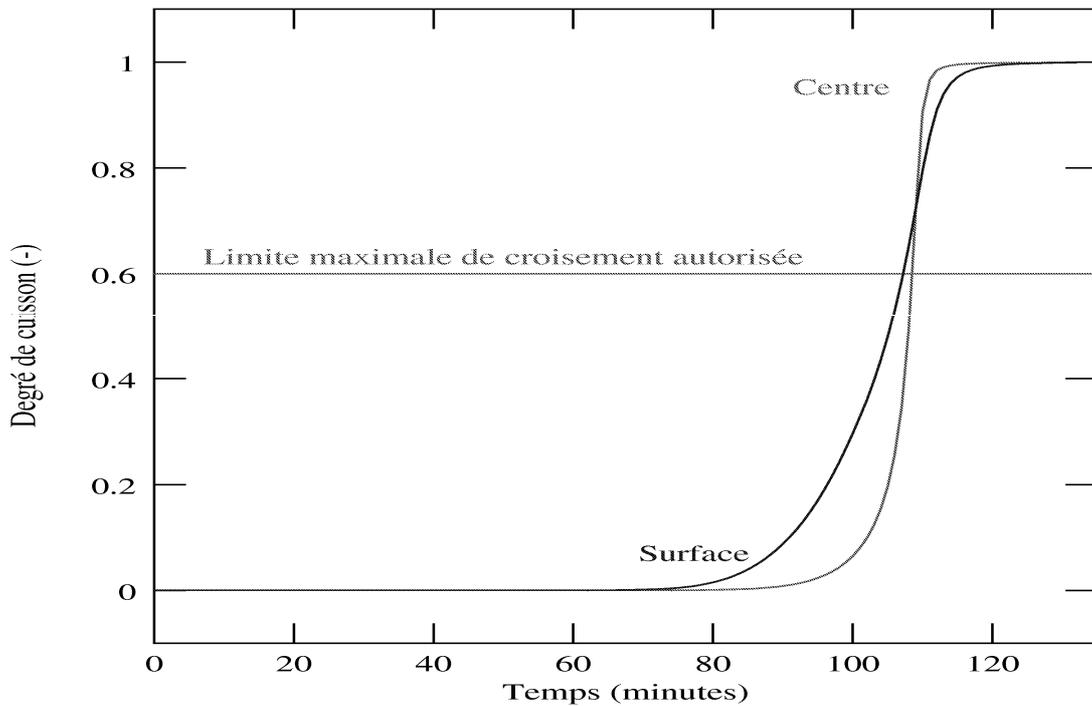


Degrés de cuisson

Résultats avec $N_p = 15$ min, $N_c = 1$

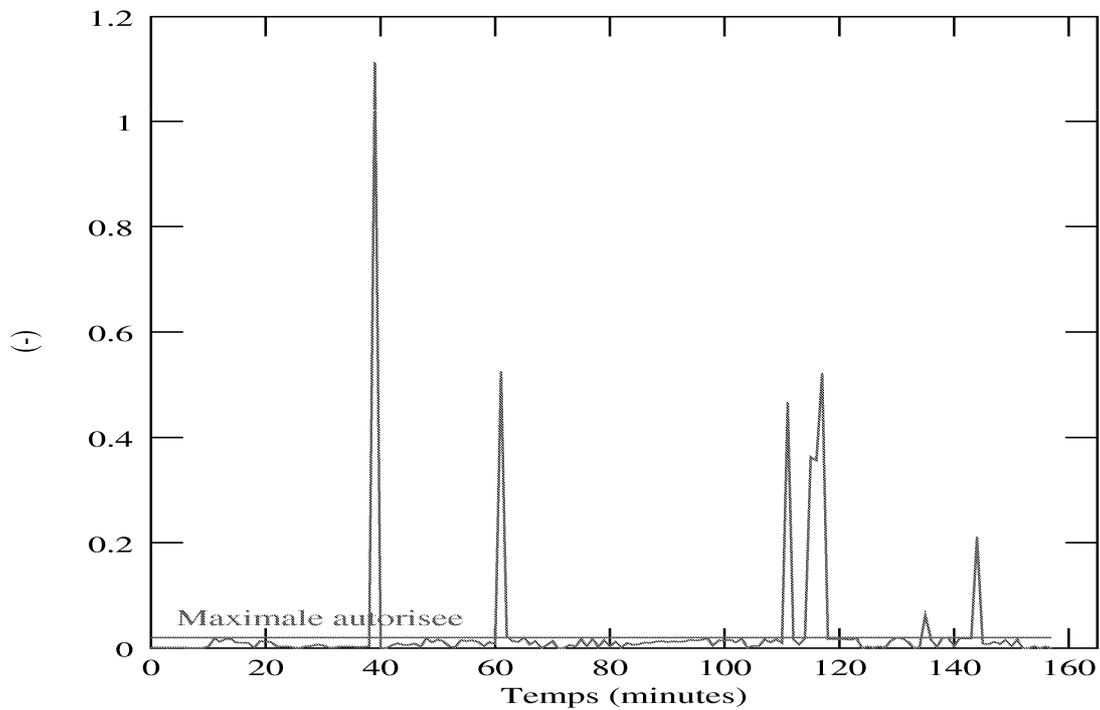


Valeur max. des contraintes sur l'horizon de prédiction

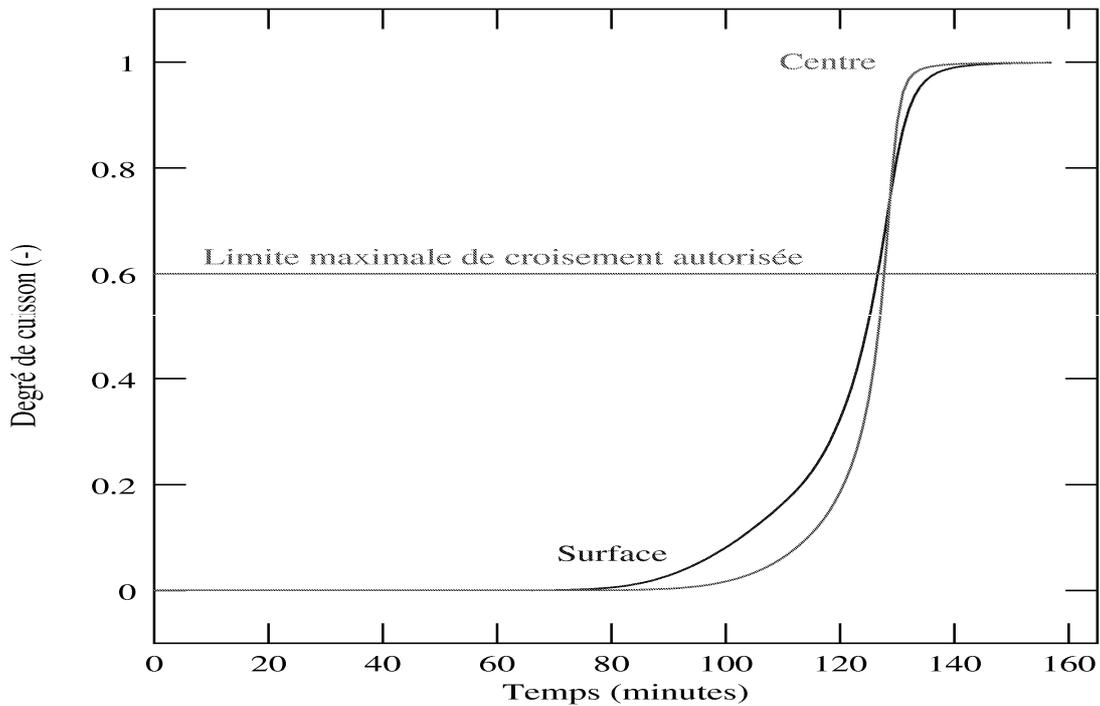


Degrés de cuisson

Résultats avec $N_p = 25$ min, $N_c = 10$

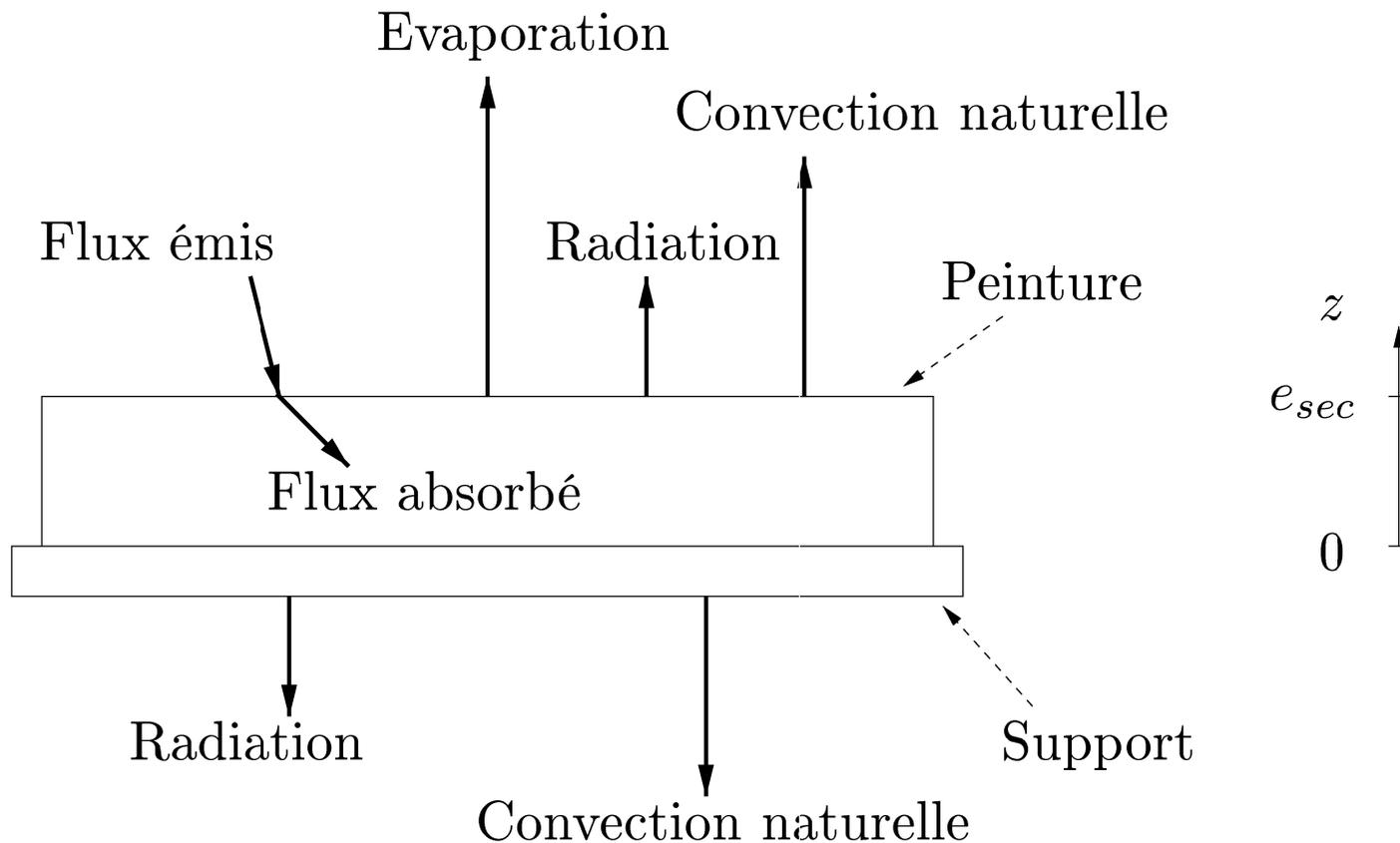


Valeur max. des contraintes sur l'horizon de prédiction



Degrés de cuisson

Séchage de peinture : domaines spatiaux



Bilan énergétique

Hypothèse : **uniformité de la température T .**

$$\begin{cases} (\rho_p C_p(\bar{\chi}, T)e_p + \rho_s C_s e_s) \frac{\partial T}{\partial t} = - \sum_{i=1}^5 P_i + P_{abs} \\ T(0) = T_0 \end{cases} \quad (17)$$

avec les différentes pertes P_i :

$$\begin{cases} P_1 = h_c(T - T_{air}), P_2 = \sigma_2(T^4 - T_{air}^4) \\ P_3 = h_c(T - T_{sup}), P_4 = \sigma_4(T^4 - T_{sup}^4) \\ P_5 = l_v(T)\dot{m}(\bar{\chi}, T) \end{cases} \quad (18)$$

et la puissance radiative absorbée :

$$P_{abs} = \alpha_{ir}(\bar{\chi})\varphi_{ir}(t) \quad (19)$$

Bilan massique

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [D_{eff}(\chi, T) \frac{\partial \chi}{\partial z}] \text{ pour } 0 < z < e_{sec}, t > 0$$

$$\text{avec } D_{eff}(\chi, T) = \frac{D_0 \exp\left(\frac{-a}{\chi}\right) \exp\left(\frac{-Ea}{RT}\right)}{(1+\phi\chi)^2}$$

avec les conditions aux limites :

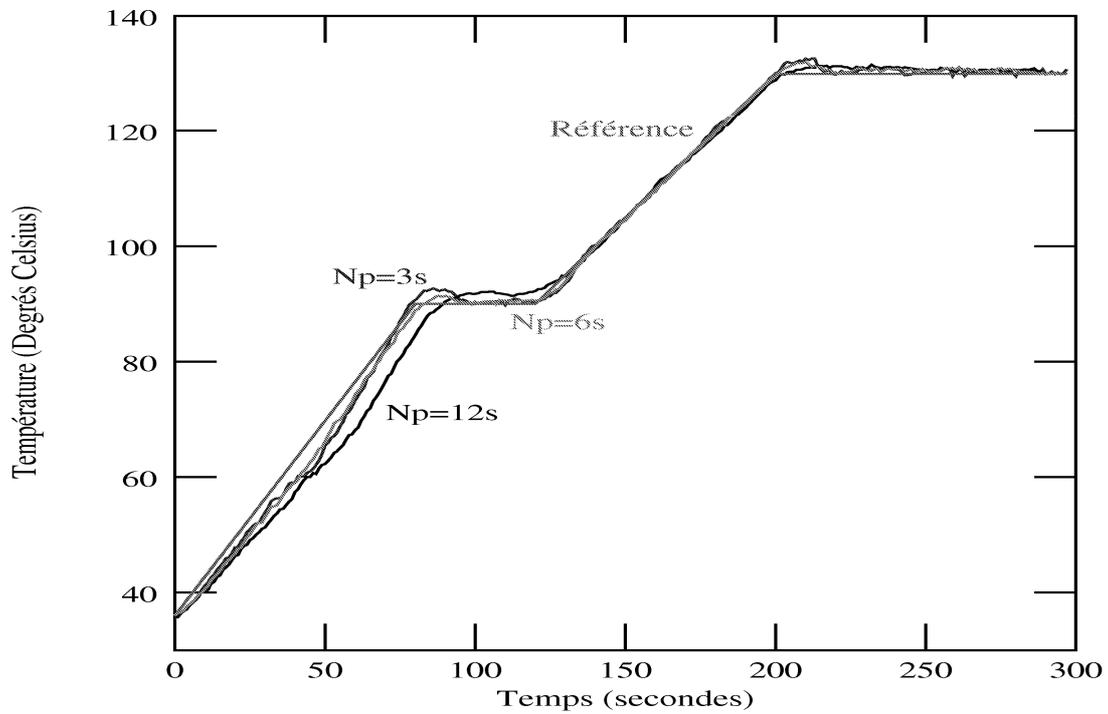
$$-D_{eff}(\chi, T) \frac{\partial \chi}{\partial z} = \frac{\dot{m}(\bar{\chi}, T)}{\rho} \text{ pour } z = e_{sec}, t > 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial z} = 0 \text{ pour } z = 0, t > 0$$

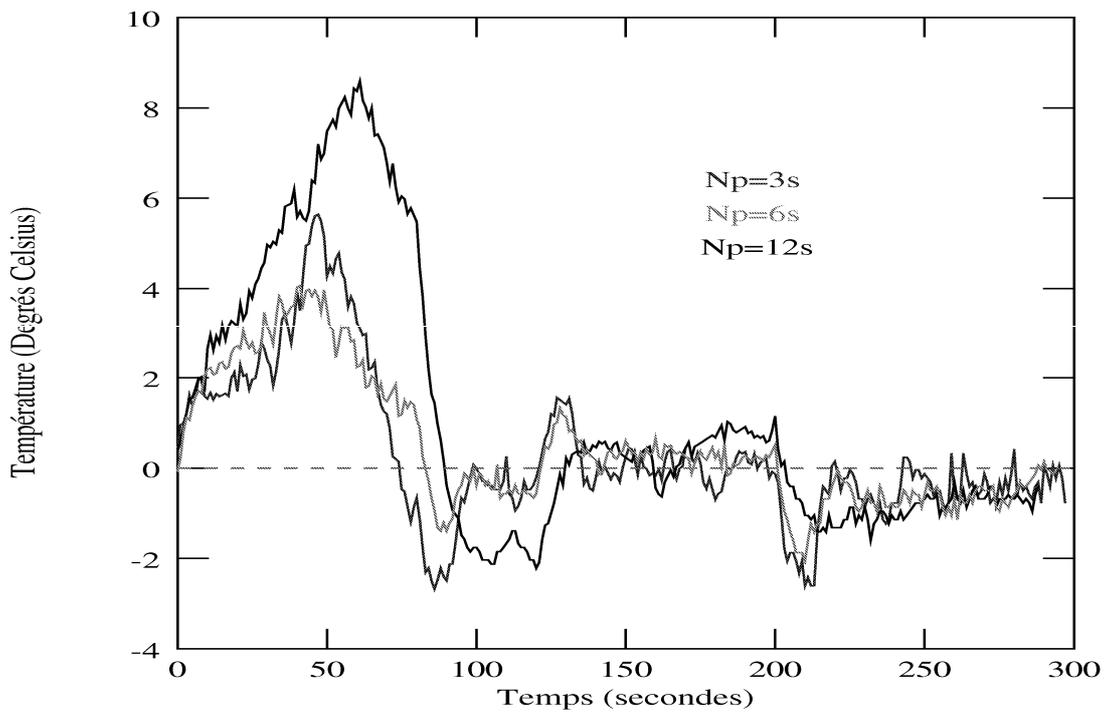
avec la condition initiale :

$$\chi(z, 0) = x_i(z) \text{ pour } 0 \leq z \leq e_{sec}$$

Trajectoire de température

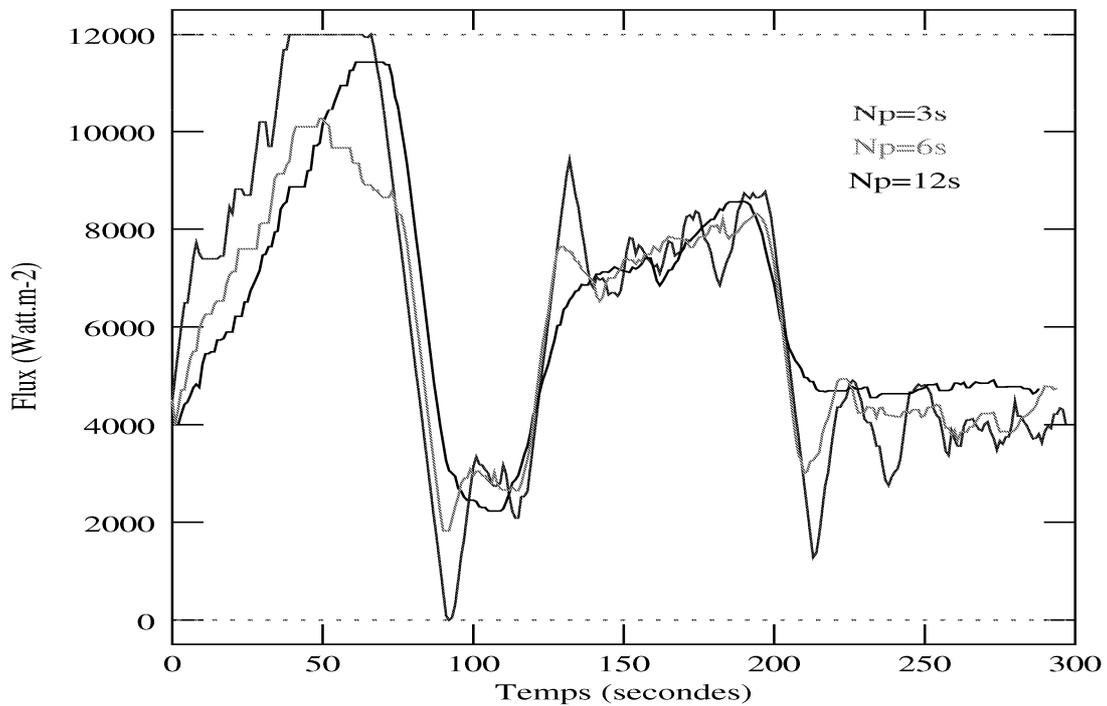


Poursuite de trajectoire

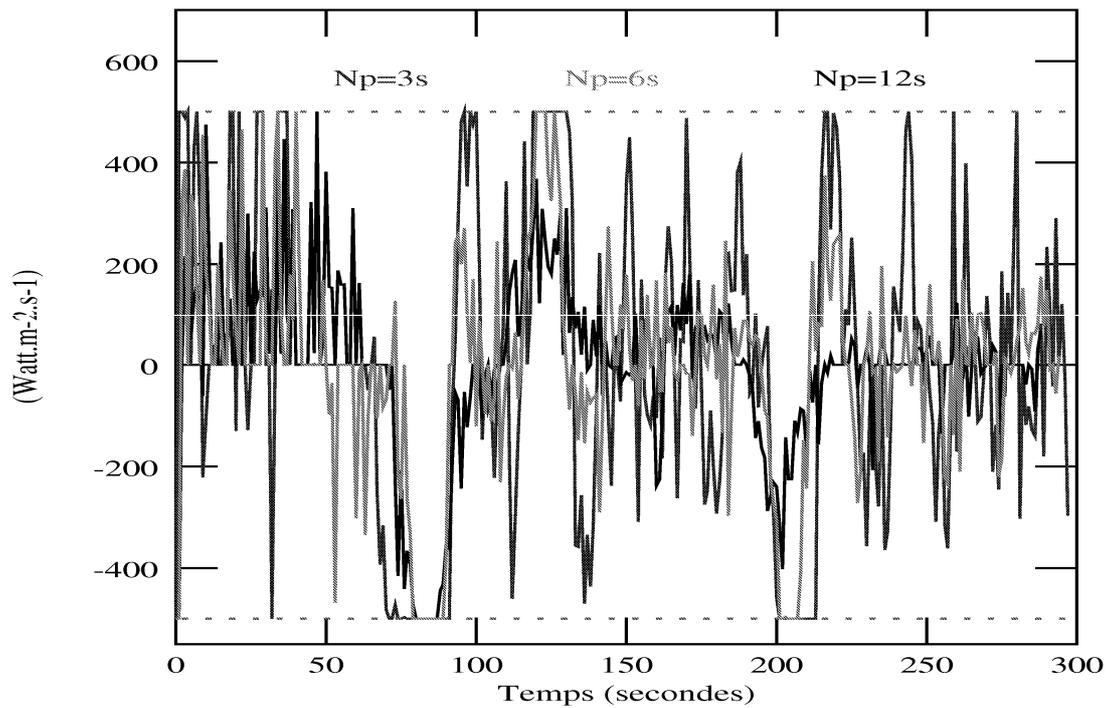


Écart de poursuite

Trajectoire de température

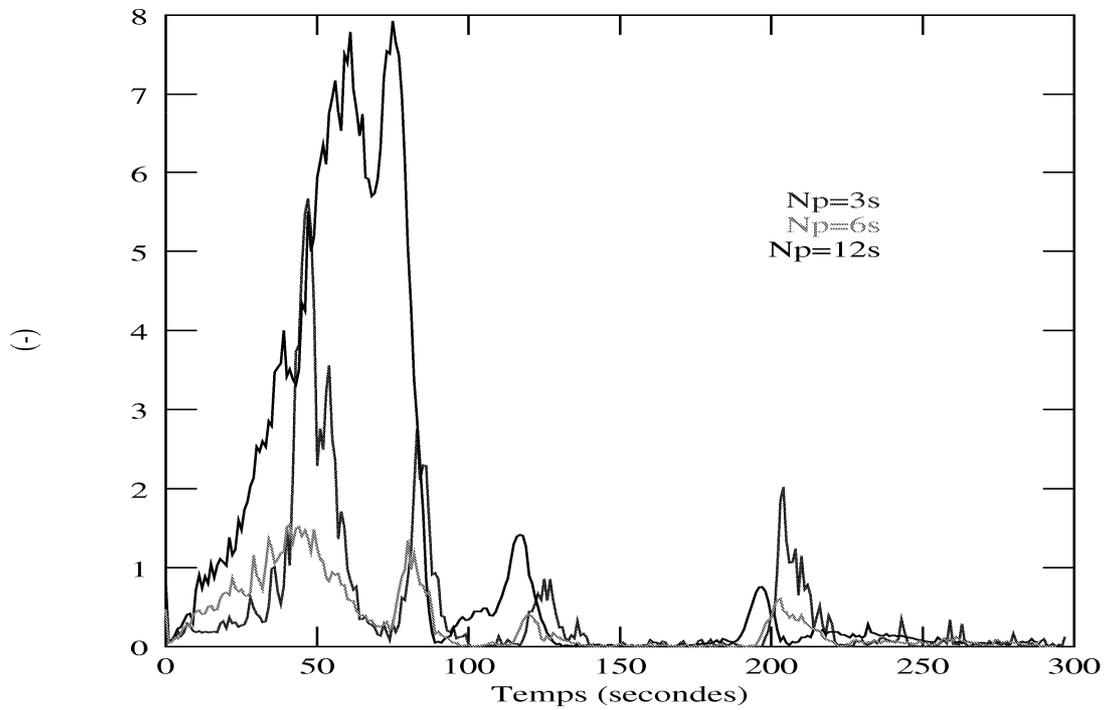


Amplitude de la commande

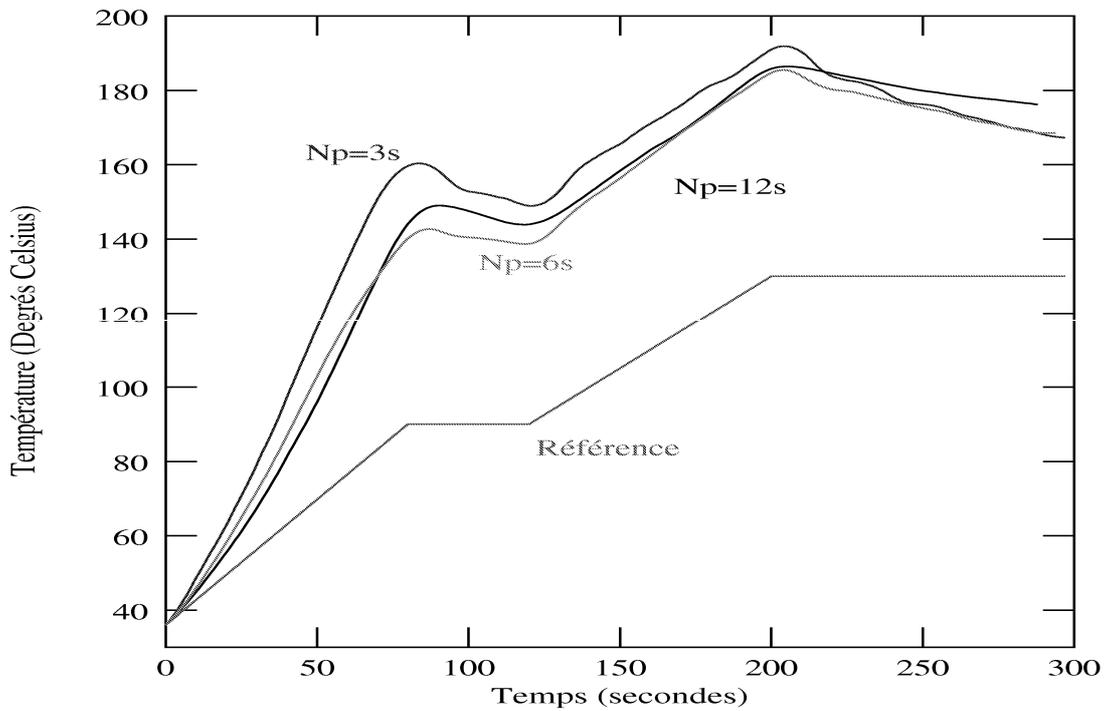


Vitesse de la commande

Trajectoire de température

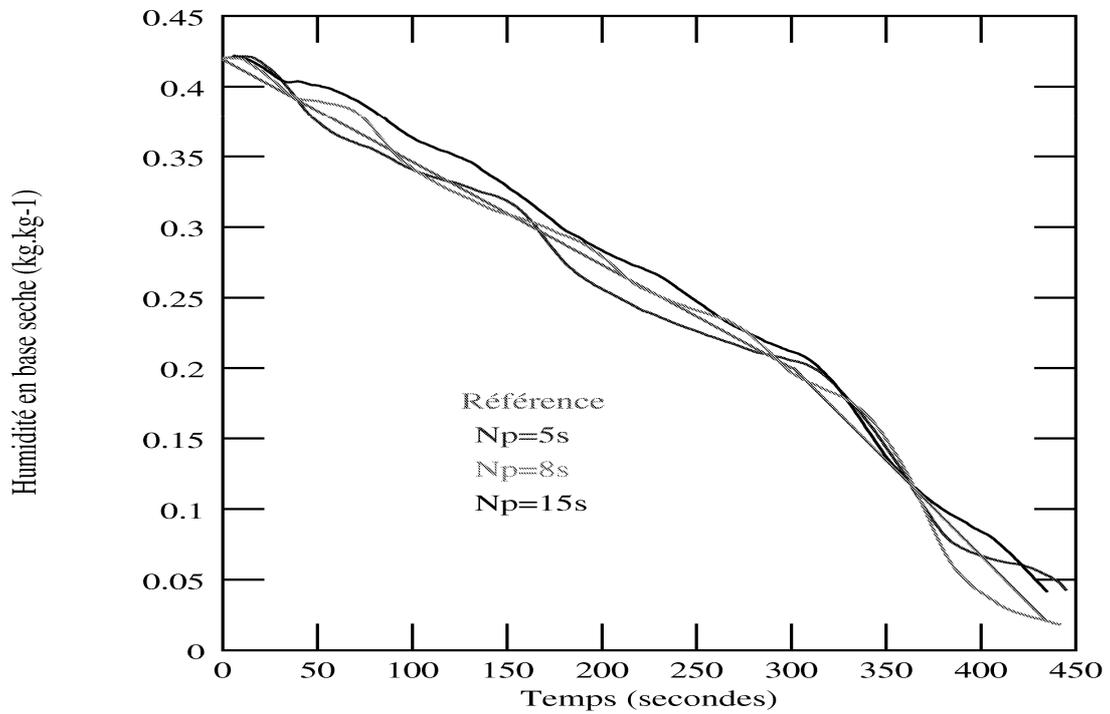


Critère de performance normalisé

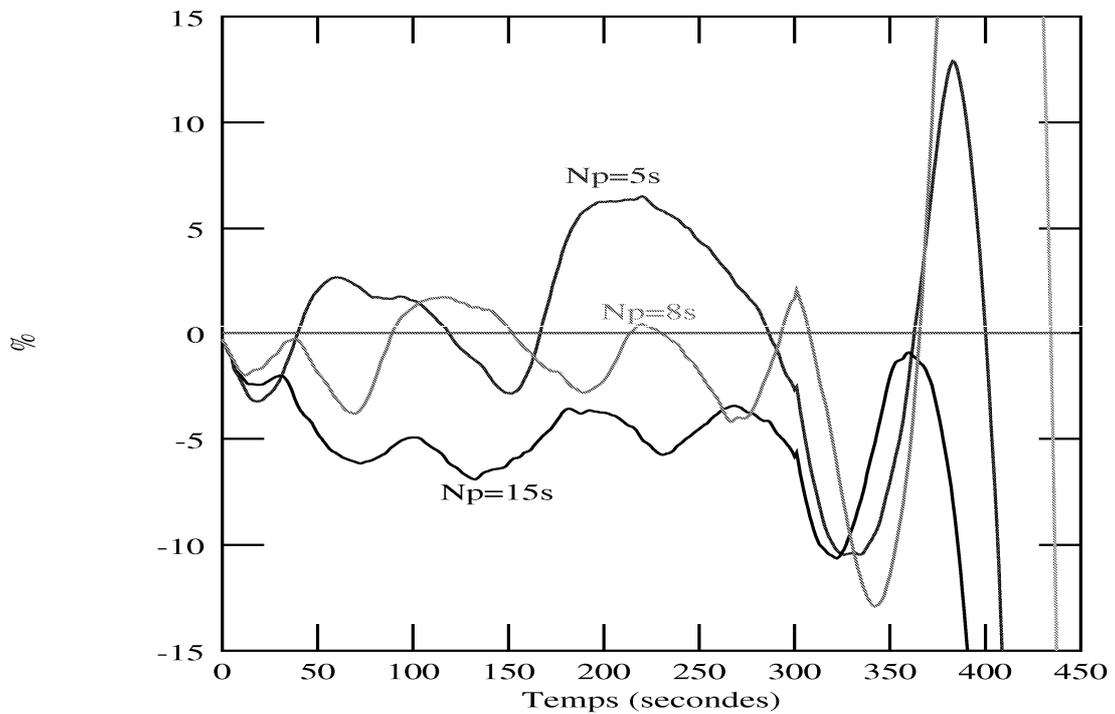


Sortie du modèle

Trajectoire d'humidité

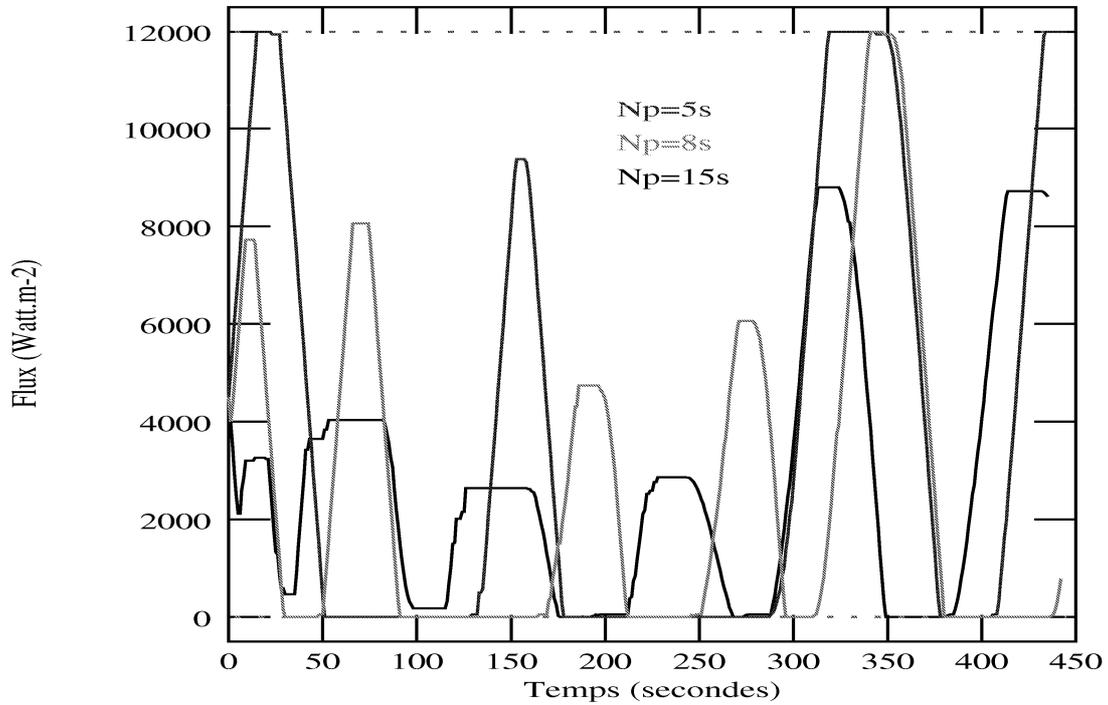


Poursuite de trajectoire

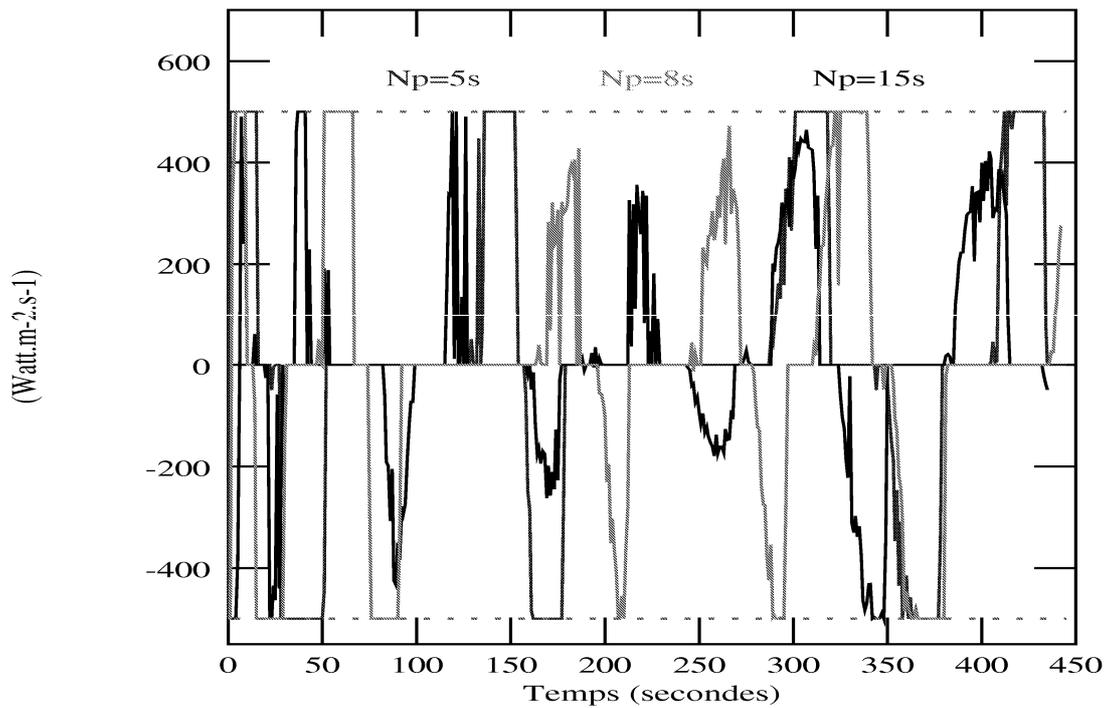


Écart de poursuite

Trajectoire d'humidité

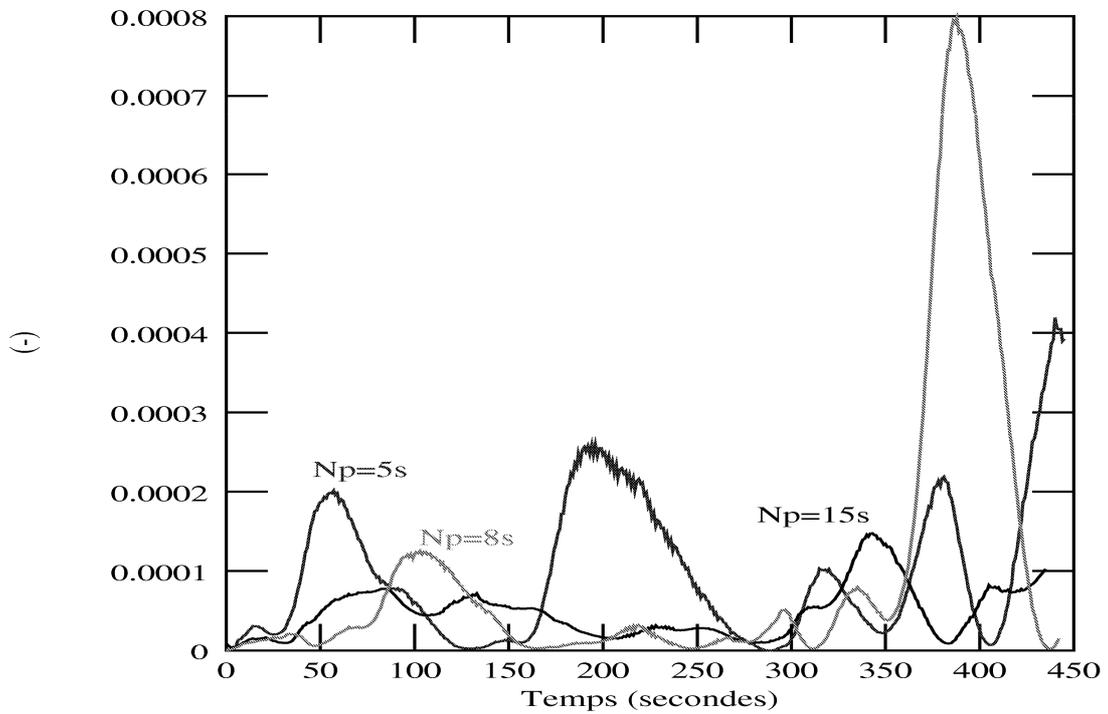


Amplitude de la commande

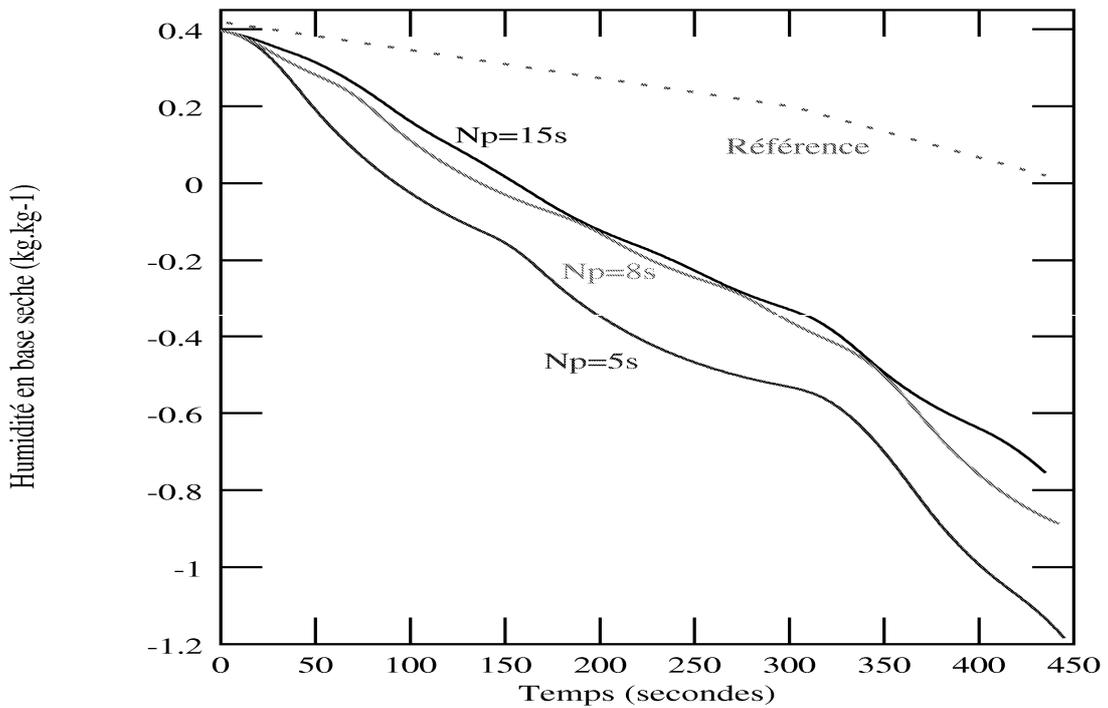


Vitesse de la commande

Trajectoire d'humidité



Critère de performance normalisé



Sortie du modèle

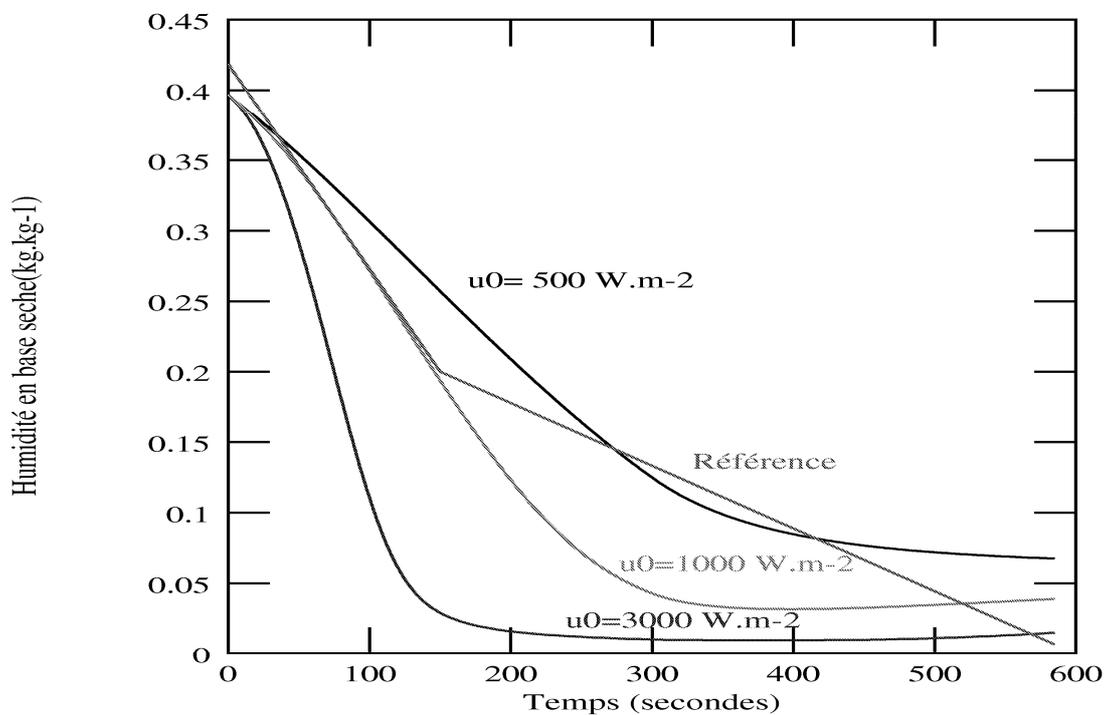
Conclusions

- Extension de l'utilisation de la structure de commande prédictive à des problèmes concrets :
 - ↪ comportements physiques fortement non linéaires
 - ↪ systèmes d'équations aux dérivées partielles
- Prise en compte de l'aspect temps réel :
 - ↪ détermination hors-ligne d'un comportement a priori nominal
 - ↪ comportement ajusté en temps réel
- Influence des horizons :
 - ↪ interprétation du comportement
 - ↪ aspect pluridisciplinaire

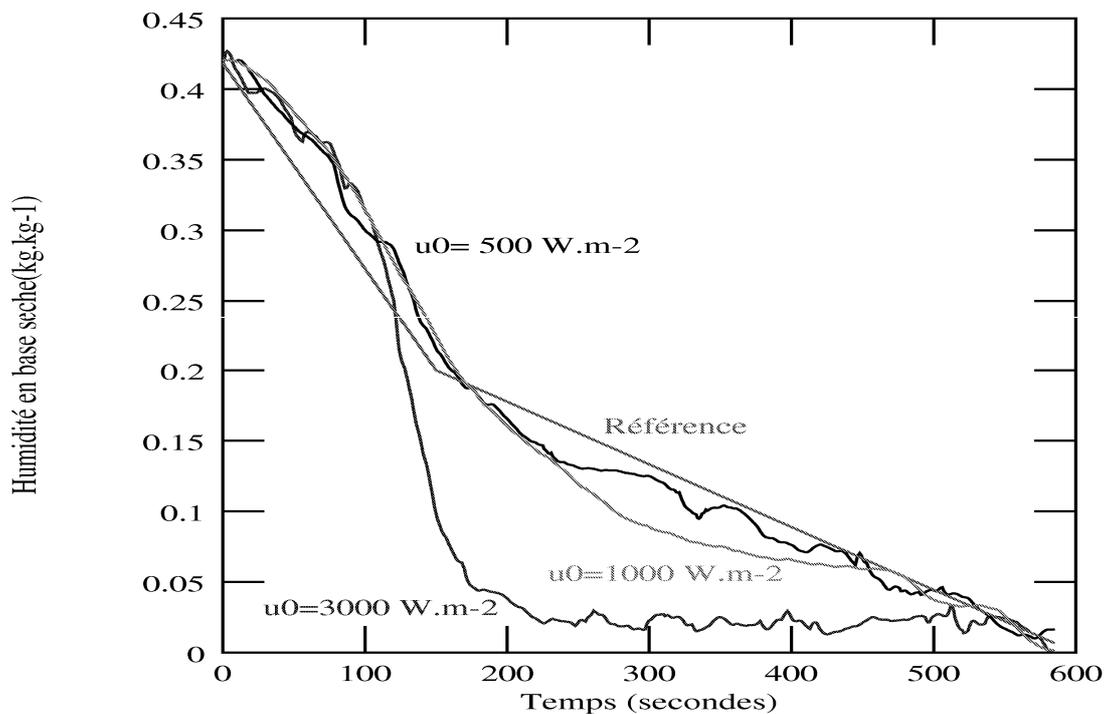
Perspectives

- Pour des grandeurs non mesurées ou trop bruitées : observateur à horizon glissant passé
- Stabilité de la boucle fermée

Trajectoire d'humidité (2)



Sortie du modèle (\mathcal{S}_0)



Poursuite de trajectoire