

Les accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et leur application médicale en protonthérapie.

Joris Fourrier

▶ **To cite this version:**

Joris Fourrier. Les accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et leur application médicale en protonthérapie.. Physique des accélérateurs [physics.acc-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008. Français. NNT : . tel-00338177

HAL Id: tel-00338177

https://theses.hal.science/tel-00338177

Submitted on 11 Nov 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE 1

THESE

présentée par

Joris FOURRIER

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : Physique

Les accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et leur application médicale en protonthérapie.

Date de soutenance : le 17 octobre 2008

Composition du jury :

Jacques BALOSSO	Co-directeur de thèse
J. Scott BERG	Rapporteur
Johann COLLOT	Examinateur
Marie-Emmanuelle COUPRIE	Présidente
Jean-Luc LANCELOT	Examinateur
François MEOT	Directeur de thèse
Laurent NADOLSKI	Rapporteur

LPSC 08-141

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE 1

THESE

présentée par

Joris FOURRIER

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : Physique

Les accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et leur application médicale en protonthérapie.

Date de soutenance : le 17 octobre 2008

Composition du jury :

Jacques BALOSSO	Co-directeur de thèse
J. Scott BERG	Rapporteur
Johann COLLOT	Examinateur
Marie-Emmanuelle COUPRIE	Présidente
Jean-Luc LANCELOT	Examinateur
François MEOT	Directeur de thèse
Laurent NADOLSKI	Rapporteur

Thèse réalisée au Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble dans le cadre du projet RACCAM.

« At first we thought the chief advantage of this configuration was that it is sufficiently complicated that it is hard to show that it will not work. »

Keith R. Symon à propos des FFAG à focalisation invariante et à optique spirale

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Johann Collot et Serge Kox, respectivement ancien et actuel directeur du Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble, pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire ainsi que Jean-Marie De Conto et Maud Baylac pour m'avoir permis d'intégrer le Service Accélérateurs du LPSC.

J'exprime toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse François Méot pour m'avoir encadré tout au long de ces trois années, et pour sa forte contribution à ces travaux. Ses connaissances, son expérience ainsi que sa disponibilité m'ont beaucoup aidé et m'ont énormément enrichi. De même, je tiens à remercier mon co-directeur de thèse Jacques Balosso pour son apport du point de vue médical et pour m'avoir enseigné les principes de la radiothérapie.

Je remercie grandement toutes les personnes avec lesquelles j'ai eu la chance de travailler au sein du projet RACCAM : Jaroslaw Pasternak, Bruno Autin, Emmanuel Froidefond, Jean-Luc Lancelot, Damien Neuvéglise, Thomas Planche, William Beeckman, Frédéric Forest, Pierre Mandrillon, Jérôme Mandrillon, Mathieu Conjat, Franck Lemuet, les membres de SIGMAPHI, de AIMA-DEVELOPPEMENT, du CHU de Grenoble, du Centre Léon Bérard et du Centre Antoine Lacassagne, ainsi que les stagiaires ayant apporté leur pierre à l'édifice : Florence Martinache, Matthias Grim, Abdulhamid Chaikh, Jean-Baptiste Lagrange et Boris Brun.

Mes remerciements vont à tous les membres du jury de thèse dont Marie-Emmanuelle Couprie, et notamment aux deux rapporteurs J. Scott Berg et Laurent Nadolski pour la lecture et la correction de ce document.

Je tiens également à remercier les membres du Rutherford Appleton Laboratory pour m'avoir accueilli durant mon séjour en Angleterre, en particulier Christopher Prior, Graham Rees et Shinji Machida. De même, je veux remercier les membres de l'Institut KURRI pour leur accueil lors de ma visite au Japon, en particulier le Professeur Mori. Enfin, je salue les membres de la communauté des accélérateurs FFAG que j'ai eu la chance de rencontrer.

Je n'oublie pas de remercier Yolanda Gomez-Martinez, Marie-Louise Lombard, Jean-Claude Ravel, Michel Fruneau, Mahfoud Yamouni, Michel Planet, Roger Micoud, Denis Grondin, Olivier Doyen, ainsi que les membres du Service des Sources d'Ions, du bureau d'étude et du Groupe Plasma du LPSC avec qui j'ai partagé de nombreux cafés, repas et discussions.

Enfin, merci à ma famille et mes amis pour m'avoir apporté leur soutien durant ces trois années, en particulier Karen qui m'a supporté, et le groupe 3 sans qui je n'aurais pu converger.

Table des matières

INTRODUCTION **1**

1. ONCOLOGIE ET PROTONTHERAPIE **5**

1.1. Introduction à l'oncologie et à la radiothérapie **5**
1.1.1. Les cancers 5
1.1.2. Naissance de la radiothérapie 8
1.1.3. Place de la radiothérapie dans les traitements cancéreux 11
1.1.4. Notions de radiobiologie 13

1.2. Radiothérapie conventionnelle : rayons X et électrons **21**
1.2.1. Principe de fonctionnement, interaction matière – rayonnement 21
1.2.2. Les techniques d'irradiation par faisceaux de rayons X et électrons 27

1.3. Protonthérapie et hadronthérapie **29**
1.3.1. Historique, installations existantes et à venir 29
1.3.2. Principe de fonctionnement, interaction matière - rayonnement 30
1.3.3. Distinction des effets des protons, neutrons et ions légers 34
1.3.4. Simulation numérique du pic de Bragg 38
1.3.5. Cahier des charges médical 46

2. INTRODUCTION AUX ACCELERATEURS FFAG **51**

2.1. Historique **51**
2.1.1. Naissance du concept : 1954-1967 51
2.1.2. La renaissance des FFAG à focalisation invariante : 1999 à nos jours 53

2.2. Les projets FFAG actuels **56**
2.2.1. L'usine à neutrinos 56
2.2.2. EMMA: Electron model with many applications 58
2.2.3. PRISM: Phase rotated intense slow muon source 59
2.2.4. ERIT: Energy recovery internal target FFAG 60

2.3. Le projet RACCAM **61**
2.3.1. Objectifs de RACCAM 61
2.3.2. Organisation 62
2.3.3. Faits marquants 62

3. DYNAMIQUE DANS LES ACCELERATEURS FFAG **65**

3.1. Dynamique transverse **65**
3.1.1. Equations linéaires du mouvement 65
3.1.2. Matrices de transfert 69
3.1.3. Oscillations bêtatroniques 75
3.1.4. Loi de champ magnétique dans les FFAG à focalisation invariante 80

3.2. Dynamique longitudinale **83**
3.2.1. Mouvement longitudinal 83
3.2.2. Energie de transition 84
3.2.3. Mouvement synchrotron 85
3.2.4. Applications aux FFAG à focalisation invariante 85

4. OUTILS DE CALCUL DEVELOPPES POUR L'ETUDE D'UN FFAG SPIRAL 89

4.1. Modélisation matricielle de la cellule FFAG spiral 89

4.2. Champ magnétique d'un aimant FFAG spiral 93
4.2.1. Loi de champ radial 94
4.2.2. Champs de fuite 95
4.2.3. Champ et dérivées de plan médian à une position arbitraire 98
4.2.4. Calcul du champ et des dérivées hors plan médian 101

4.3. Outils d'étude de la dynamique faisceau 101
4.3.1. Paramètres à étudier 101
4.3.2. Automatisation de la recherche des paramètres dynamiques 108

4.4. Modélisation TOSCA 3D 111
4.4.1. Calcul du profil de l'aimant et extrusion 3D 111
4.4.2. Chanfreins variables et plaques de garde 112
4.4.3. Bobines 115
4.4.4. Conditions aux limites et symétries 116
4.4.5. Cartes de champ et intensité de courant variable dans les bobines 116

5. RECHERCHE DES PARAMETRES DE L'OPTIQUE FFAG SPIRAL 119

5.1. Contraintes concernant le choix des paramètres 119
5.1.1. Contraintes d'encombrement 119
5.1.2. Contraintes de dynamique 123
5.1.3. Contraintes technologiques 123

5.2. Etude à 8 cellules : modélisation TOSCA et ajustement de « FFAG-SPI » 124
5.2.1. Etude préliminaire 124
5.2.2. Etude de tracé de trajectoires : choix des paramètres 126
5.2.3. Ajustement du modèle « FFAG-SPI » au modèle TOSCA 127

5.3. Etude à 10 cellules : choix des paramètres de l'anneau FFAG spiral 128
5.3.1. Etude préliminaire 128
5.3.2. Comparaison $k \approx 5$ et $k \approx 8$ 130

5.4. Point de fonctionnement, performances 134
5.4.1. Nombres d'onde 134
5.4.2. Ouvertures dynamiques 136
5.4.3. Accélération 136

5.5. Aimant prototype : énergie variable, limitations 139
5.5.1. Caractéristiques 139
5.5.2. Dynamique faisceau 141
5.5.3. Améliorations envisagées 144

6. DESCRIPTION DE L'INSTALLATION DE PROTONTHERAPIE 149

6.1. Injecteur cyclotron 149

6.2. Anneau FFAG 151
6.2.1. Système d'injection 151
6.2.2. Système accélérateur 152
6.2.3. Système d'extraction 153
6.2.4. Perspectives 153

CONCLUSION 155

Introduction

Le projet RACCAM pour Recherche en accélérateurs et applications médicales vise à l'étude et au développement d'accélérateurs de particules à champ fixe et gradients alternés FFAG (pour « Fixed Field Alternating Gradient » en anglais) pour la physique des hautes énergies et les applications médicales, notamment dans le traitement radiologique de tumeurs cancéreuses à l'aide de faisceaux de protons : protonthérapie, ou d'ions légers : hadronthérapie.

Cette thèse relève du domaine de la physique des accélérateurs FFAG dits à focalisation invariante, pour lesquels les nombres d'onde sont maintenus constants durant l'accélération, mais également du domaine de la physique médicale. En effet, ce travail de doctorat s'inscrit dans le cadre du projet RACCAM et a permis l'écriture d'un cahier des charges médical en protonthérapie mais également le développement d'un anneau FFAG à focalisation invariante dont les faces magnétiques suivent une forme de spirale logarithmique, FFAG spiral, pour l'accélération de protons dans la gamme des 200 MeV. Ce développement a donné lieu à la construction d'un aimant constitutif de cet anneau par l'industriel SIGMAPHI dans le but de le soumettre à des mesures magnétiques afin de de valider les outils de modélisation mis au point.

Le premier chapitre est une introduction à l'oncologie qui est la spécialité médicale chargée de l'étude, du diagnostic et du traitement des cancers. Nous introduirons des notions de radiobiologie afin de comprendre les effets des rayonnements ionisants sur les cellules cancéreuses en radiothérapie. Puis nous développerons les principes de la protonthérapie avant de présenter des outils de calculs permettant d'obtenir une relation entre le nombre de protons envoyés au patient pour le traitement et la dose reçue par celui-ci avant de conclure sur un cahier des charges médical pour la protonthérapie.

Le deuxième chapitre porte sur l'historique des accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et les projets impliquant ce type de machines dans le monde.

Le troisième chapitre rappelle les concepts de dynamique faisceau dans un accélérateur circulaire avant de s'intéresser particulièrement aux accélérateurs FFAG à focalisation invariante. Nous présenterons à ce stade leur loi de champ magnétique caractéristique.

Le quatrième chapitre présente les différents outils de modélisation et simulation numérique développés pour l'étude et la conception d'un accélérateur FFAG spiral. Nous présenterons la modélisation matricielle de la cellule de FFAG spiral avant de nous intéresser au développement de méthodes en tracé de trajectoires apporté au code d'optique corpusculaire Zgoubi. Puis nous exposerons les méthodes automatiques de recherche des paramètres d'optique mises au point et utilisées pour l'étude de l'anneau avant d'introduire le principe de modélisation en 3D par éléments finis d'un aimant FFAG spiral.

Le cinquième chapitre présente la recherche des paramètres de l'optique de l'anneau FFAG spiral avant de conclure sur les spécifications de l'aimant prototype actuellement en construction et sur les améliorations à apporter au modèle magnétique 3D.

Le sixième et dernier chapitre donne le principe de fonctionnement des autres composantes de l'installation de protonthérapie : un injecteur cyclotron à énergie variable ainsi que les systèmes d'injection, d'extraction et d'accélération.

Chapitre 1

Oncologie et protonthérapie

Sommaire

1.1	Introduction à l'oncologie et à la radiothérapie	5
1.2	Radiothérapie conventionnelle : rayons X et électrons	21
1.3	Protonthérapie et hadronthérapie	29

Chapitre 1

Oncologie et protonthérapie

En 2003, on recensait près de 280 000 nouveaux cas de cancers en France et environ 150 000 décès ont été causés par cette maladie. La recherche contre le cancer s'organise par l'intermédiaire d'un réseau de 20 Centres Régionaux de Lutte Contre le Cancer (CRLCC) [1] comme le Centre Léon Bérard de Lyon [2] ou le centre Antoine Lacassagne de Nice [3] et d'un réseau de Centres Hospitaliers Universitaires (CHU) – comme le CHU de Grenoble [4]. Les différents traitements pour soigner le cancer en France sont la chirurgie ablative, la chimiothérapie et la radiothérapie. Ils sont le plus souvent couplés entre eux pour soigner les patients le plus efficacement possible. Le cancer représente 10% des pathologies en France et 12% des dépenses de santé. La radiothérapie contribue à la moitié des guérisons en ne demandant que 10% des dépenses de santé concernant le cancer. Cette méthode de traitement est donc très efficace pour un coût réduit et est en constante évolution pour améliorer les taux de guérison des patients. Dans ce chapitre, nous allons rappeler les grands principes de la radiothérapie des cancers puis nous allons détailler deux techniques d'irradiation : la radiothérapie conventionnelle à l'aide de rayons X et d'électrons puis l'hadronthérapie utilisant des neutrons, des protons ou des ions légers. Nous présenterons alors des outils mathématiques développés pendant cette thèse permettant de déterminer la profondeur de pénétration de particules chargées dans le corps humain. Puis nous nous intéresserons en particulier aux protons dont nous estimerons le nombre nécessaire pour atteindre une dose d'irradiation donnée. Enfin nous conclurons sur l'écriture d'un cahier des charges médical pour la protonthérapie.

1.1. Introduction à l'oncologie et à la radiothérapie

1.1.1. Les cancers

La lutte contre les cancers représente une priorité de santé publique comme l'atteste le « plan Cancer » [5] mis en place en 2003 par l'ancien président de la République Jacques Chirac. Il est important de parler « des » cancers et non pas « du » cancer du fait qu'en fonction des organes atteints, les patients et médecins ont affaire à des maladies différentes dans leurs origines, leurs développements, leurs conséquences et leur traitement.

Un cancer est une pathologie de la régulation de la croissance tissulaire qui se traduit par la prolifération de certaines cellules dans l'organisme. La prolifération contrôlée des cellules

est nécessaire au bon fonctionnement de notre organisme, par exemple pour la réparation de tissus endommagés à la suite d'une plaie ou à cause du vieillissement. Dans le cas d'un cancer, les systèmes de contrôle de cette prolifération sont défaillants. Il s'agit d'une pathologie tissulaire voire globale de l'organisme puisqu'elle implique les tissus en prolifération anarchique ainsi que les systèmes immunitaire, endocrinien et neurobiologique.

L'établissement du phénotype cancéreux humain nécessite au moins :

- La perte de la régulation du cycle cellulaire en cas d'anomalie du génome. La protéine p53 permet de contrôler l'intégrité du génome. Si le patrimoine génétique contenu dans la cellule est endommagé, cette protéine va ou bien stopper le cycle cellulaire afin que la cellule se répare ou bien déclencher la mort cellulaire, ou apoptose, si les lésions ne sont pas réparables. La perte de cette régulation par p53 permet à une cellule cancéreuse de poursuivre son cycle et ses divisions cellulaires, ou mitoses, entraînant une prolifération cancéreuse. La perte de p53 est à l'origine de plus de 80% des cancers.

- L'expression de l'enzyme télomérase. Cette enzyme est chargée de récupérer les fragments de chromosomes perdus pendant la mitose. L'extrémité des chromosomes est perdue lors de la duplication de ceux-ci avant la mitose et les gènes perdus ne sont pas récupérés. Ainsi, au fur et à mesure des divisions, le génome possède de plus en plus d'anomalies et la cellule arrête son cycle cellulaire ou déclenche son apoptose, grâce à la fonction p53 par exemple. En conséquence, une cellule normale finit toujours par mourir, faute de réparation suffisante du génome. Dans le cas où la télomérase est exprimée dans une cellule cancéreuse, la réparation des fragments de chromosomes manquants se fait systématiquement après chaque division cellulaire, rendant la cellule cancéreuse immortelle puisqu'elle peut se multiplier à l'infini. L'activation de la télomérase est présente dans plus de 90% des cancers.

- La mutation d'un gène suppresseur de tumeurs en gène accélérateur de la prolifération cellulaire.

La formation d'une tumeur a des causes vasculaires. En effet, si une tumeur ne peut pas construire un système de vaisseaux sanguins avec le reste de l'organisme, elle ne peut pas se développer. Mais, si la vascularisation existe et reste faible, le manque d'oxygène va provoquer la mort des cellules saines. Une vascularisation réduite provoque donc une sélection des cellules les plus instables. Enfin, ces zones hypoxiques sont très radiorésistantes, c'est-à-dire très difficilement curables par la radiothérapie.

Le développement d'un cancer se fait en différentes phases qui peuvent apparaître successivement ou simultanément. La première phase est appelée phase locale ou phase T (pour « Tumor size » en anglais) pendant laquelle se forment des dysplasies, altérations de l'architecture et de la fonction d'un tissu cellulaire à renouvellement rapide, et des carcinomes, cancers des muqueuses. La détection de ces dysplasies ou carcinomes se fait par

examen de prélèvements de tissus, ou biopsie. Cette phase T renseigne sur les différentes étapes de grossissement et de vascularisation de la tumeur (voir Figure 1.1) jusqu'à sa détection visible et peut être soignée par chirurgie ablative.

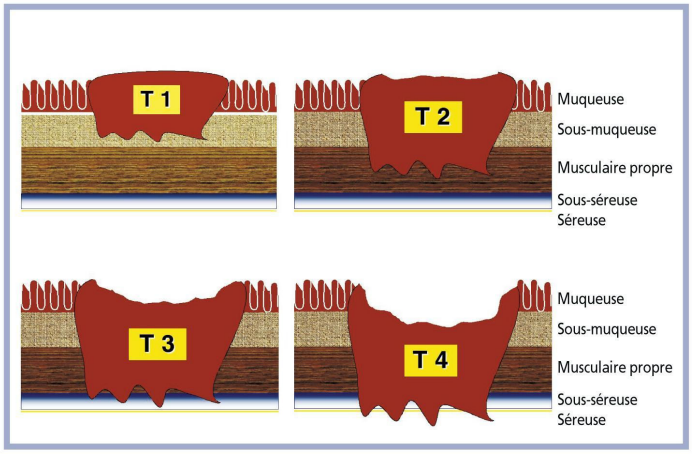


Figure 1.1 : **Représentation schématique des 4 stades primitifs d'une tumeur de muqueuse (intestinale par exemple) dans la classification TNM. [6] (voir Tableau 1.1)**

La deuxième phase de développement d'un cancer est la phase locorégionale ou phase N (pour « Node status » en anglais) qui correspond à une atteinte lymphatique régionale. Les cellules cancéreuses sont drainées par le système lymphatique qui transporte les anticorps et les macrophages du système immunitaire. Les ganglions lymphatiques sont situés le long de ce système et sont des cibles privilégiées pour la fixation de cellules cancéreuses. Ainsi, des cellules provenant d'une tumeur en phase T et empruntant le système lymphatique vont se loger dans les ganglions les plus proches et provoquer leur gonflement. Le cancer a ainsi atteint la phase locorégionale (ou phase N) car la progression de la tumeur s'est étendue à une région plus grande que le tissu d'origine. A ce stade, la probabilité de guérison est inférieure à celle de la phase locale (ou phase T). Le traitement de la phase N demande un acte chirurgical d'ablation de la tumeur et une radiothérapie de la région infectée par les cellules cancéreuses afin d'arrêter la propagation.

La troisième phase de développement d'un cancer est nommée la phase disséminée métastatique ou phase M (pour « Metastasis » en anglais). Une métastase est la croissance d'une cellule cancéreuse à distance du site atteint au départ. Ces métastases pouvant circuler dans le système sanguin, elles se développent de préférence dans les organes fortement irrigués par le sang : les poumons, le foie, les os et le cerveau par exemple. Les métastases sont le stade le plus grave d'un cancer puisque le traitement chirurgical et par radiothérapie ne peut pas empêcher avec certitude le nouveau développement de métastases dans l'organisme plusieurs années après la fin du traitement.

Ces trois phases ont donné lieu à la classification TNM (voir Tableau 1.1) qui est la plus utilisée dans le monde. Elle décrit l'extension de la tumeur primitive (phase T), l'absence ou

la présence de métastases aux ganglions avoisinants (phase N) et l'absence ou la présence de métastases à distance (phase M).

Phase	Classement de la phase	Description de l'atteinte tumorale
Locale T	*T0*	Pas de tumeur primitive.
	T1	Tumeur primitive inférieure à 7cm.
	T2	Tumeur primitive supérieure à 7cm.
	T3	Envahissement des tissus en dehors de l'organe d'origine sans atteinte des organes voisins.
	T4	Envahissement des tissus en dehors de l'organe d'origine avec atteinte des organes voisins.
Locorégionale N	*N0*	Aucun ganglion lymphatique atteint.
	N1	Au moins un ganglion lymphatique atteint.
Métastatique M	*M0*	Pas de métastase.
	M1	Présence de métastases.

Tableau 1.1 : **Classification TNM des phases de développements des tumeurs cancéreuses.**

La mort d'un patient atteint d'un cancer résulte de l'altération profonde de son état général ou de la destruction d'une fonction vitale par la maladie locorégionale ou les métastases.

La lutte contre le cancer passe tout d'abord par la prévention :

- Primaire : en évitant les comportements à risque, en soignant son alimentation, en ne s'exposant pas à des produits toxiques, radioactifs et en réduisant sa consommation d'alcool et de tabac qui représente 50% des causes de cancers en France.
- Secondaire : en dépistant les tumeurs au stade le plus précoce avant de les traiter.
- Tertiaire : en surveillant les patients traités pendant les mois et les années suivant la rémission afin d'éviter une rechute ou de détecter l'apparition de métastases.

Le financement de la recherche se fait par l'intermédiaire du « Plan cancer » [5], grâce à l'INCa (Institut National du Cancer) [7], à des établissements de recherche : l'INSERM (Institut National de la Santé Et de la Recherche Médicale) [8] et le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) [9], à l'industrie pharmaceutique et à des associations caritatives. Les acteurs de la lutte regroupent également les métiers médicaux : médecins et personnels de soin.

1.1.2. Naissance de la radiothérapie

La fin du 19ème siècle a vu la découverte de nouveaux phénomènes physiques qui ont révolutionné la médecine. En 1895, Wilhelm Conrad Roentgen découvre les rayons X en projetant des électrons accélérés par un champ électrique sur une cible de tungstène dans un tube à vide. De ce phénomène physique est née la radiologie (voir Figure 1.2). En 1896, Henri Becquerel découvre la radioactivité naturelle et en 1898, Pierre et Marie Curie mettent en évidence les propriétés du radium et du polonium. Dès le début du 20ème siècle, Marie Curie est persuadée que les cancers peuvent être soignés grâce aux rayons X et aux rayonnements

radioactifs. Cependant, les premiers tubes à rayons X, de faible énergie, étaient limités aux traitements de tumeurs peu profondes (inférieures à 1 cm) comme les cancers de la peau soignés dès 1899 en Suède. De plus, l'énergie et la direction de ces faisceaux de rayons X étaient peu précises provoquant l'irradiation de tissus sains entourant la tumeur et l'apparition d'effets secondaires d'irradiation comme des brûlures et des cancers radio-induits.

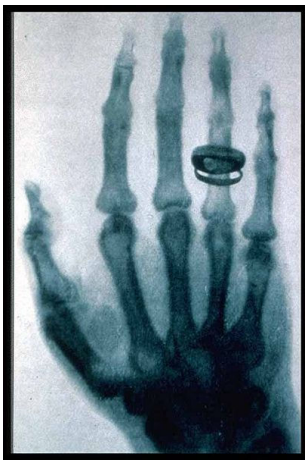


Figure 1.2 : **Radiographie de la main de Alfred von Kolliker effectuée en 1896 par Wilhem Conrad Roentgen. [10]**

Le radium et le radon peuvent être utilisés pour traiter des tumeurs plus profondes mais ces radioéléments sont difficiles à conditionner et à utiliser. La solution pour les traitements est de placer le radium dans de fines aiguilles et le radon dans des tubes en verre. Ces aiguilles ou tubes sont ensuite implantés dans ou autour de la tumeur à soigner. Cette technique a été nommée la curiethérapie (voir Figure 1.3) en hommage à Pierre et Marie Curie.

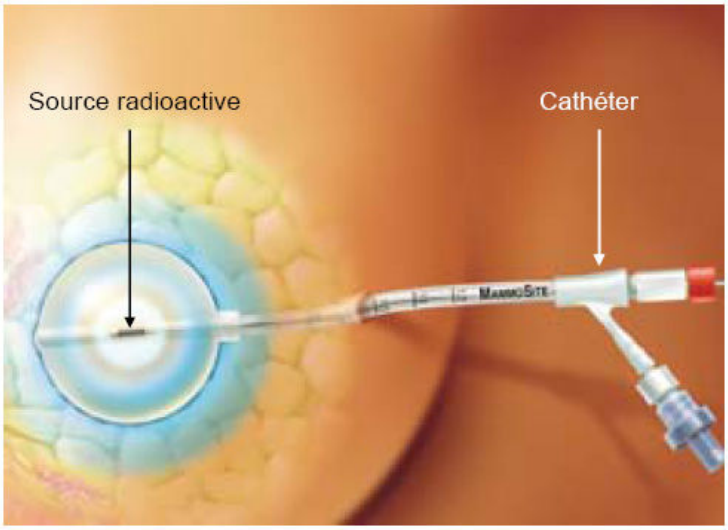


Figure 1.3 : **Illustration de l'implantation d'une capsule contenant une source radioactive pour le traitement d'une tumeur du sein par curiethérapie. [11]**

Grâce à la curiethérapie, de nombreux cancers furent traités tels que les tumeurs de la langue, de l'utérus et du sein. En 1934, Irène et Frédéric Joliot-Curie découvrent la radioactivité artificielle et la possibilité de fabriquer des radioéléments grâce à des piles atomiques. Cette mise en évidence va entraîner l'abandon progressif de l'utilisation du radium au profit de radioéléments artificiels pour la curiethérapie.

Le milieu des années 40 a connu la fabrication de sources de cobalt 60 et de césium 137. En 1955, les premiers appareils de télécobalthérapie sont utilisés. Les sources de cobalt 60 produisent des faisceaux de rayons gamma de haute énergie plus pénétrants que les rayons X et donnent une définition plus précise du faisceau. La profondeur de pénétration et les bordures latérales du champ d'irradiation sont donc mieux définies et moins de dose est déposée dans les tissus sains environnant la tumeur. L'inconvénient de cette technique est la décroissance radioactive du cobalt 60 obligeant à changer la source régulièrement.

Vers la fin des années 60, les accélérateurs d'électrons font leur apparition. Ceux-ci sont plus performants que les sources de cobalt car ils produisent des faisceaux extrêmement fins permettant de les orienter avec précision. Les électrons peuvent être utilisés directement pour traiter les premiers centimètres de la surface du patient mais ils peuvent également être projetés sur une cible de tungstène, produisant ainsi des rayons X pour effectuer des irradiations plus profondes. Les accélérateurs médicaux d'électrons actuels (voir Figure 1.4) fournissent des faisceaux compris entre 4 et 30 MeV. En multipliant les incidences, la dose peut être concentrée en épargnant les tissus sains superficiels (voir Figure 1.21). Actuellement, les accélérateurs linéaires d'électrons sont les équipements les plus utilisés pour la radiothérapie en France.

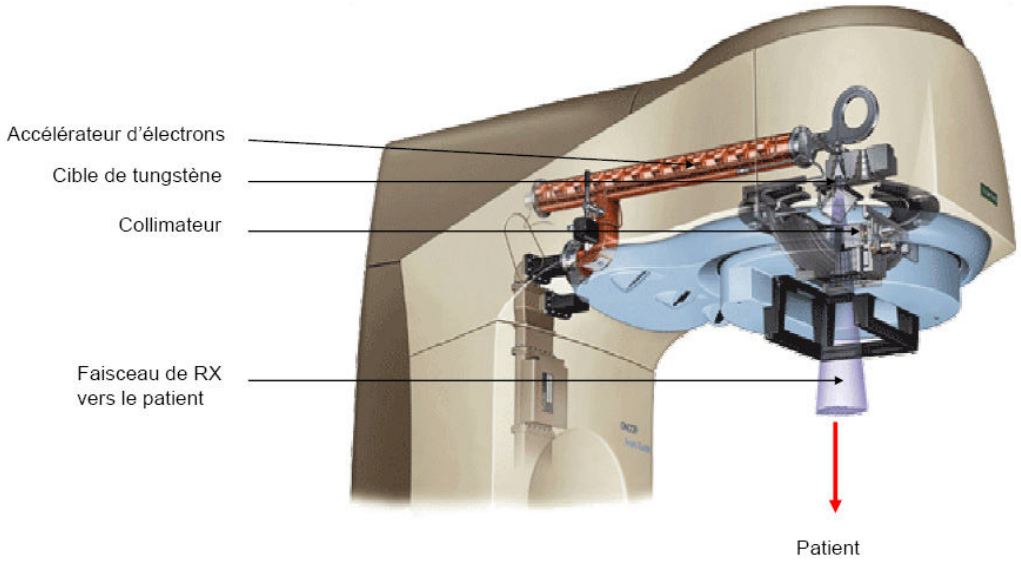


Figure 1.4 : **Schéma de principe d'un accélérateur d'électrons médical produisant un faisceau de rayons X après bombardement d'une cible de tungstène.**

La dernière évolution s'appelle le *Cyberknife* [12] qui associe un accélérateur linéaire miniaturisé et un bras robotisé afin d'orienter le faisceau en 3 dimensions autour du patient (voir Figure 1.5) et de multiplier encore les incidences. Un système d'imagerie numérique permet de déterminer le volume tumoral en temps réel afin de l'irradier précisément et de protéger les tissus sains. Un *Cyberknife* est par exemple utilisé au centre Antoine Lacassagne [3] actuellement.

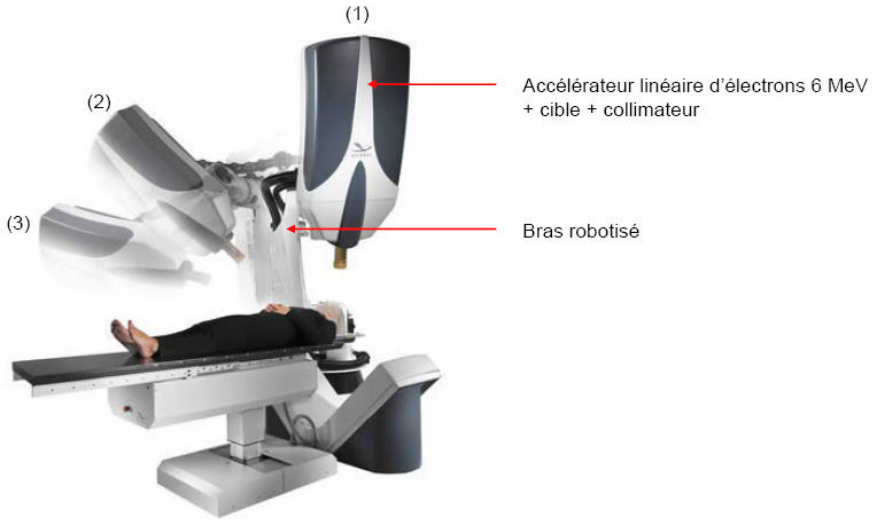


Figure 1.5 : **Système de radiothérapie par rayons X *Cyberknife* pour trois positions successives d'irradiation autour du patient.**

L'historique de la radiothérapie utilisant des faisceaux de protons : protonthérapie, et d'ions légers : hadronthérapie sera développée en section 1.3.1.

1.1.3. Place de la radiothérapie dans les traitements cancéreux

De nos jours, les traitements anticancéreux par radiothérapie sont associés à la chirurgie et à la chimiothérapie. La radiothérapie peut être effectuée ou bien avant la chirurgie pour réduire la taille de la tumeur préalablement à son ablation ou bien après la chirurgie pour éliminer les cellules cancéreuses résiduelles et réduire les risques de récidives. De la même manière, la chimiothérapie et la radiothérapie peuvent être associées pendant un traitement afin d'accélérer la mort des cellules cancéreuses locorégionales. Lorsque chaque modalité thérapeutique est efficace indépendamment l'une de l'autre, il y a un effet additif qui peut être maximal si les deux traitements sont optimisés pour générer le moins de toxicité possible. La chimiothérapie peut également réduire les risques de récidives métastatiques après un traitement par radiothérapie grâce à son action globale dans l'organisme.

Les radiothérapeutes ont plusieurs techniques pour soigner les cancers et ils doivent choisir la mieux adaptée à chaque tumeur. Les accélérateurs linéaires d'électrons sont utilisés en cas de cancers profonds. Les équipements à cobalt étaient utilisés dans certains cas comme les cancers du sein et des régions ORL mais ils ont été rapidement remplacés par de petits

accélérateurs à électrons plus performants. Les accélérateurs à protons peuvent être utilisés pour de nombreuses indications notamment lorsque la dose d'irradiation doit être conditionnée au volume de la tumeur et doit rester faible dans les tissus environnants. Cela est parfaitement indiqué dans les cas où la tumeur est proche d'organes radiosensibles : cancers oculaires, régions ORL ou proches de la colonne vertébrale. Les principes et avantages de la protonthérapie seront développés dans la section 1.3. Enfin, les accélérateurs délivrant des ions légers comme l'hélium ou le carbone sont utilisés pour le traitement de tumeurs radiorésistantes aux rayons X et aux protons.

Le but de la radiothérapie est de détruire les cellules cancéreuses, malheureusement les cellules saines sont également irradiées provoquant certains effets secondaires. Les effets dépendent de la zone traitée et de la dose administrée. Les réactions les plus fréquentes lors d'une radiothérapie sont :

- sur la peau, des inflammations locales de la zone irradiée.
- sur les cheveux et la pilosité, une dépilation locale.
- sur le tube digestif, des nausées et vomissements après les premières séances d'irradiation.
- dans la gorge et la bouche, une diminution du débit salivaire et une possible altération du sens du goût.

Les enjeux de la radiothérapie du 21ème siècle sont donc de limiter ces effets secondaires en définissant mieux la zone tumorale, en ciblant mieux l'irradiation au niveau de cette région tumorale et en choisissant la dose adaptée. Pour cela, la radiothérapie bénéficie des progrès de l'imagerie médicale, des équipements et de l'informatique. Tout d'abord, la zone tumorale peut être bien mieux définie grâce aux progrès de l'imagerie, notamment des scanners et de l'imagerie par résonance magnétique (IRM).

Le scanner permet le diagnostic tumoral et est devenu un examen indispensable du bilan pré-thérapeutique. Il détermine le volume de l'extension et les rapports de la tumeur avec les tissus sains en effectuant des coupes de l'organisme sur lesquelles le radiothérapeute dessine les contours de la tumeur et des organes sains. Actuellement, cette opération de ciblage de la tumeur se fait manuellement mais une amélioration des logiciels de reconnaissance graphique autorise une automatisation de la procédure. De cette manière, le volume 3D de la tumeur et des tissus avoisinants est établi et le volume d'irradiation est déterminé au millimètre près en recherchant le meilleur compromis entre efficacité et toxicité. Des marges de sécurité sont néanmoins prises afin de tenir compte des cellules cancéreuses non visibles, des mouvements de la tumeur avec la respiration et des défauts de positionnement du patient au cours des séances successives. Ces marges accroissent le volume irradié et exposent une proportion plus importante de tissus sains aux radiations.

Les appareils de radiothérapie actuels utilisent plusieurs champs d'irradiation en tournant autour des patients et en s'arrêtant à des positions prédéfinies par le planning de traitement pour délivrer à chaque fois une partie de la dose totale. La superposition des champs, associée à des collimateurs éventuellement multilames et mobiles (voir section

1.2.2), produit une dose homogène dans un volume de forme complexe et permet d'accroître l'efficacité de la radiothérapie au niveau de la tumeur, tout en restreignant les risques d'effets secondaires dans les tissus sains.

Le planning de traitement doit donc déterminer l'énergie et l'orientation des faisceaux afin que leur action concordante soit localisée dans la zone tumorale. Le succès d'une radiothérapie dépend de la précision avec laquelle est délivrée la dose dans la tumeur. Une dose inférieure de 5 à 10% à la dose optimale provoque une élimination incomplète des cellules tumorales et augmente les risques de récidive. A l'inverse, une dose supérieure de 5 à 10% à la dose optimale peut provoquer des complications cliniques comme des inflammations, des troubles physiologiques ou un cancer radio-induit dans les mois ou années suivant le traitement.

Le radiothérapeute choisit donc la dose totale, le nombre de séances : le fractionnement et la durée du traitement : l'étalement. Plusieurs facteurs entrent en jeu tels que l'état de santé du patient, son âge, la nature et la localisation de la tumeur. En effet, les cellules cancéreuses en fonction de leur type ne réagissent pas de la même manière aux rayonnements ; elles sont plus ou moins radiosensibles. En France à l'heure actuelle la dose moyenne par séance est de 2 Gy (1 Gray étant la dose absorbée par un milieu homogène d'une masse d'1 kg soumis à un rayonnement ionisant apportant une énergie d'1 J). Le fractionnement divise la dose totale d'irradiation en plusieurs dizaines de séances régulièrement réparties sur 6 à 8 semaines. Ainsi, les tissus sains peuvent se restaurer comme nous le verrons en section 1.1.4.

La réussite du traitement dépend donc de la personnalisation de celui-ci au niveau de la dose totale délivrée, du volume irradié, du débit de dose, du nombre de fractions et de la durée du traitement.

1.1.4. Notions de radiobiologie

a) Lésions cellulaires provoquées par des radiations ionisantes

La réussite d'un traitement de radiothérapie est un compromis entre le fait de vouloir tuer les cellules cancéreuses tout en épargnant au maximum les tissus sains environnants. Ces traitements sont basés sur la connaissance des effets des radiations ionisantes sur les tumeurs et les organes sains, effets qu'étudie la radiobiologie. La molécule d'acide désoxyribonucléique, l'ADN, est au cœur des conséquences biologiques des rayonnements puisqu'elle en est la cible principale. La mort cellulaire, l'apparition de mutations ainsi que la naissance d'un cancer sont les conséquences des lésions infligées à l'ADN par les rayonnements. La lésion la plus simple est la rupture d'un unique brin d'ADN, nommée cassure simple-brin (voir Figure 1.6). Cette détérioration de l'ADN est facile à réparer car le brin complémentaire de la molécule reste intact et la séquence génétique peut être reconstituée. Une autre cassure, plus rare, peut également se produire. Il s'agit d'une cassure

double-brin pour laquelle plusieurs ruptures de la molécule se produisent en vis-à-vis (voir Figure 1.6). La réparation est alors plus difficile car les deux brins complémentaires sont détériorés.

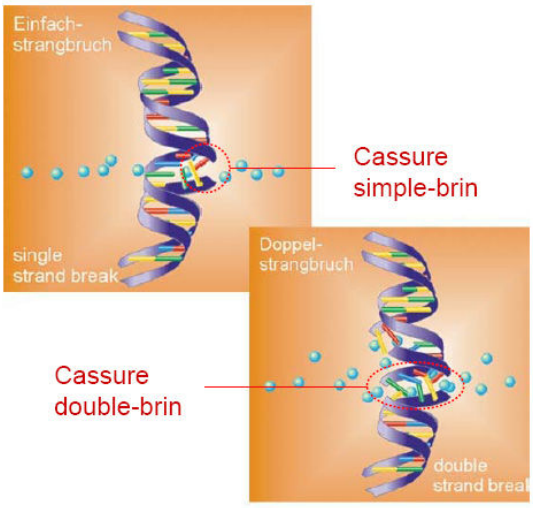


Figure 1.6 : **Schéma de cassures d'ADN simple-brin et double-brin.**

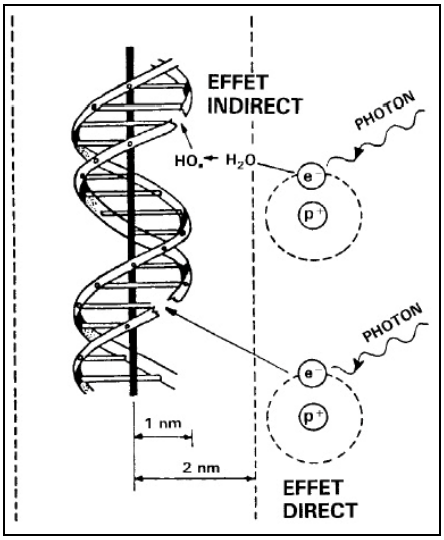


Figure 1.7 : **Effets direct et indirect des particules incidentes (ici un photon) sur la molécule d'ADN. [13]**

Le mécanisme de ces lésions est le suivant. Une particule incidente (photon, électron ou hadron) éjecte par un transfert d'énergie un électron de la couche superficielle d'un atome présent dans la cellule. Cet électron secondaire va perdre son énergie dans une suite de collisions dont certaines peuvent se produire avec la molécule d'ADN provoquant son ionisation et la rupture d'un brin. Cette lésion est appelée effet direct (voir Figure 1.7) mais il ne s'agit pas de l'effet principal. Le plus souvent, la particule incidente ionise une molécule d'eau, l'eau étant en grande quantité dans les cellules (elle représente 70% de la masse du corps). Cette ionisation provoque la radiolyse de l'eau et la création de radicaux libres $OH^{\cdot}$ qui vont détériorer la molécule d'ADN en rompant un ou plusieurs brins (voir Figure 1.7).

Dès la détection de ces lésions, les mécanismes de réparation de la cellule vont s'activer. L'ADN peut alors ou bien être réparé fidèlement à l'original, ou bien être modifié pendant la réparation faisant apparaître une mutation. Dès lors cette mutation va ou bien provoquer la mort de la cellule dans la majorité des cas de figure, ou bien engendrer une cellule pouvant évoluer vers un phénotype cancéreux : dérégulation de la prolifération, immortalisation et inactivation de l'apoptose. L'apoptose est l'autodestruction de la cellule, elle est activée à partir du moment où des lésions sont détectées au niveau de l'ADN. Si les réparations sont rapides, c'est-à-dire lorsque les radiolésions sont peu importantes, l'apoptose est interrompue avant son point de non-retour. Au contraire, si les lésions sont trop importantes au niveau du génome, l'apoptose aura lieu avant la réparation totale des dégâts présents dans l'ADN. Cette

mort cellulaire empêche ainsi la transmission de lésions de la cellule originelle aux générations suivantes. C'est cette mort cellulaire que vise la radiothérapie.

La probabilité qu'une cellule soit atteinte de lésions létales augmente avec la dose de rayonnement. Un modèle, appelé modèle linéaire quadratique [13] (voir Figure 1.8), permet de relier la probabilité de survie des cellules après irradiation à la dose délivrée et est adapté à un grand nombre de cas :

$$S = \exp\left(-\left(\alpha D + \beta D^2\right)\right) \tag{1.1}$$

où S est le taux de survie des cellules irradiées, D est la dose délivrée et α, β sont respectivement les coefficients linéaires et quadratiques de la dose. On peut distinguer deux zones : la première correspond aux faibles doses pour lesquelles le taux de cellules survivantes est inversement proportionnel à la dose, la relation dose-survie est donc linéaire. A l'inverse, la seconde zone correspondant aux fortes doses voit la relation entre la dose et la survie devenir curvilinéaire et non plus linéaire. La courbe présente un épaulement (voir Figure 1.8). En effet, les mécanismes de réparation sont rapidement saturés et les rayons deviennent de plus en plus efficaces.

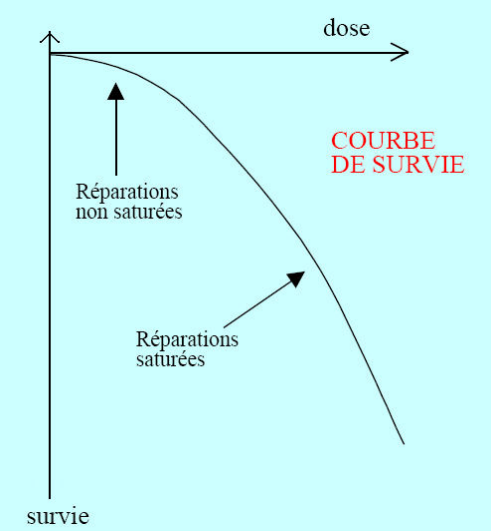


Figure 1.8 : **Courbe du logarithme de la survie (ln S) en fonction de la dose pour le modèle linéaire quadratique. [14]**

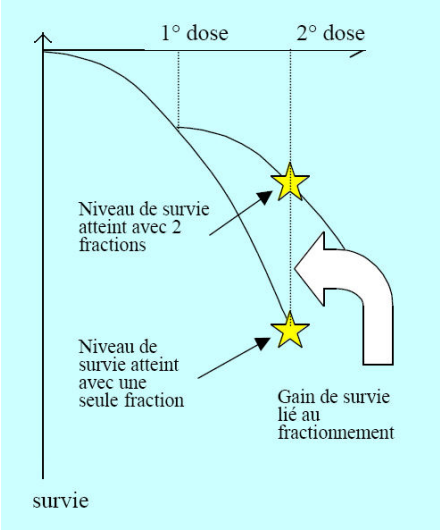


Figure 1.9 : **Gain de survie lié au fractionnement de la dose totale administrée à une cellule. [14]**

En divisant la dose totale apportée en plusieurs fractions identiques espacées de quelques heures, les réparations débutées après la première irradiation auront le temps de se terminer avant que la dose suivante soit administrée. Ainsi, la seconde fraction sera donnée à des cellules survivantes réparées et donc capables de se réparer à nouveau en cas de nouvelle irradiation. En conséquence, la dose fractionnée aura tué moins de cellules que la même dose

délivrée en une seule fois. Le fractionnement permet donc de diminuer les effets des rayonnements sur les cellules saines, il protège ainsi les tissus (voir Figure 1.9).

Les différentes cellules de l'organisme n'ont pas les mêmes capacités de réparation des lésions radio-induites. Ces capacités dépendent fortement du caractère de différentiation et de la capacité de prolifération de la cellule. Les tissus à renouvellement rapide (de quelques jours à quelques semaines) comme les cellules de la peau (renouvellement en 3 ou 4 semaines) se divisent fréquemment et ont ainsi moins de capacités de réparation. En conséquence, le fractionnement n'apporte que peu de gain de survie car les réparations sont limitées (voir Figure 1.10 gauche). A l'inverse, les cellules à renouvellement lent (supérieur à 6 mois) comme les cellules du foie (renouvellement en 400 jours) ont de fortes capacités de réparation et le fractionnement est particulièrement efficace pour le gain de survie (voir Figure 1.10 droite).

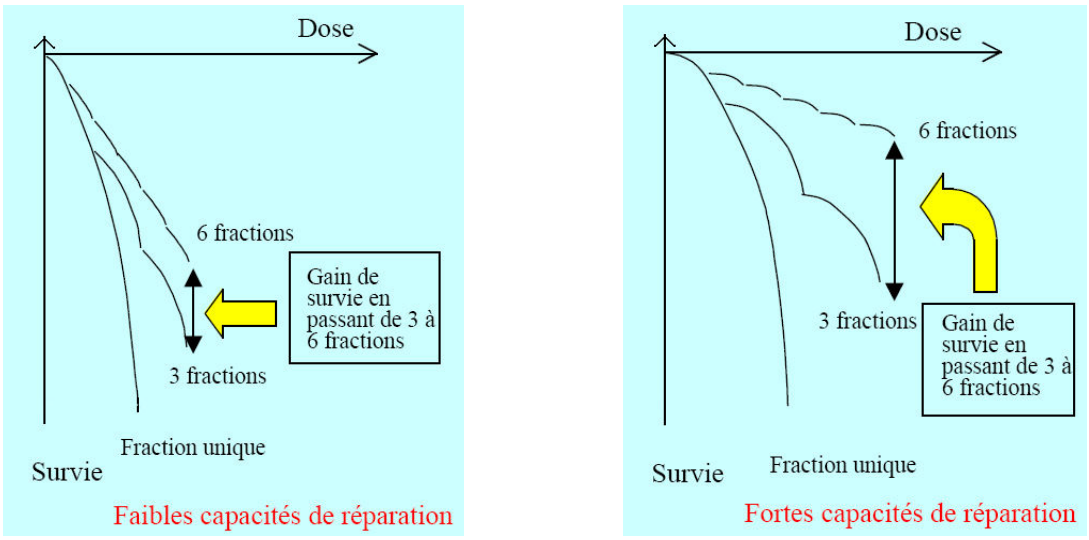


Figure 1.10 : **Effet du fractionnement sur la survie des cellules en fonction de leurs capacités de réparation. [14]**

Les capacités de réparation des cellules cancéreuses sont en général inférieures à celles des cellules saines. Ainsi, le fractionnement de la dose permet de meilleures réparations dans les tissus sains que dans les tissus tumoraux. On dit que le fractionnement protège les organes sains par rapport aux tumeurs.

b) Effets des radiations sur les tissus sains

Une séance d'irradiation va affecter en même temps les tissus sains et les tissus tumoraux. Voyons les effets des rayons sur ces différents tissus et intéressons nous tout d'abord aux cellules non cancéreuses. On distingue deux types de tissus sains : les tissus à renouvellement rapide et les tissus à renouvellement lent. Les tissus à renouvellement rapide ont une structure hiérarchique généralement composée de trois compartiments : le premier étant formé de cellules souches, le second de cellules en prolifération (compartiment

d'amplification) et le troisième de cellules fonctionnelles (voir Figure 1.11). Prenons l'exemple de l'épiderme (couche supérieure de la peau) où la base est composée de cellules souches, la couche intermédiaire de kératinocytes (cellules produisant la kératine et assurant la dureté de la peau) et la couche superficielle de lamelle de kératine (voir Figure 1.12).

Les cellules souches se divisent afin de renouveler les couches supérieures de l'épiderme en fonction des agressions subies (coupures, brûlures). Chaque division cellulaire produit un kératinocyte et une cellule souche fille remplaçant la cellule souche originelle. Ce kératinocyte va ensuite se diviser plusieurs fois pendant la phase d'amplification pour augmenter le nombre de ces cellules qui vont finalement migrer vers la surface afin d'assurer l'étanchéité de la peau. Le flux cellulaire se fait toujours dans la même direction du compartiment souche vers le compartiment fonctionnel (voir Figure 1.11).

Les tissus à renouvellement lent, eux, n'ont pas une architecture hiérarchique aussi précise. Une cellule fonctionnelle peut en effet se transformer en cellule souche pour réagir à une perte cellulaire (voir Figure 1.11). Après la mitose de la cellule souche, chaque cellule fille se différencie en cellule fonctionnelle afin d'assurer son rôle dans l'organe. Le foie et les muscles sont des exemples de tissus à renouvellement lent qui peuvent remplacer, à la demande, une partie de l'organe détruit.

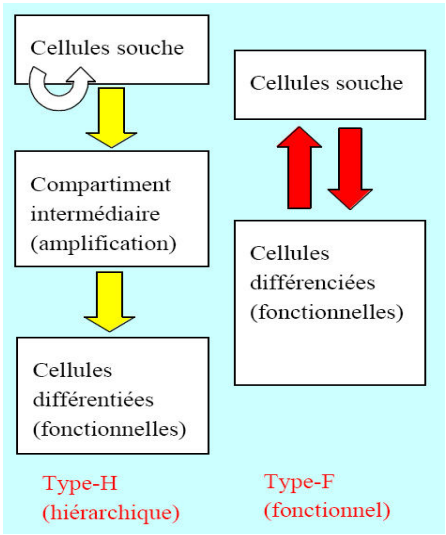


Figure 1.11 : **Architectures fonctionnelles des tissus à renouvellement rapide et lent. [14]**

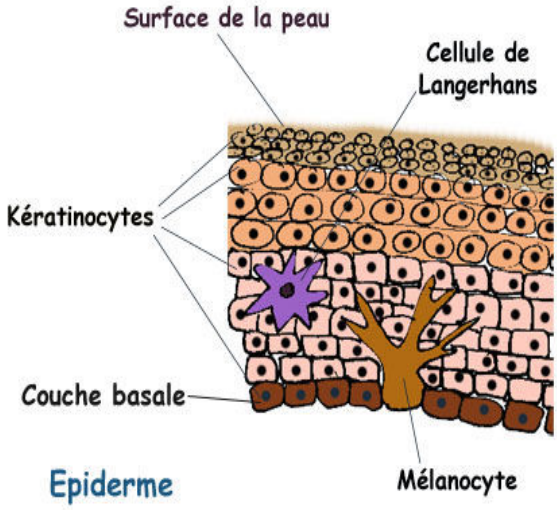


Figure 1.12 : **Coupe schématique de l'épiderme. [15]**

La réponse d'un tissu à renouvellement rapide à une dose de rayonnement se traduit par des effets dits aigus pouvant durer quelques semaines après l'irradiation. L'impact de l'irradiation sur les cellules fonctionnelles ou différenciées est nul, en effet, celles-ci ne prolifèrent pas et ne mourront pas lors des mitoses suivant l'irradiation puisque cette mitose est quasi-inexistante. L'activité métabolique des cellules fonctionnelles n'est donc absolument pas affectée et se poursuit normalement.

Au contraire, les cellules souches atteintes de lésions létales vont mourir lors de la division cellulaire suivante, provoquant ainsi un déficit de cellules d'expansion issues des cellules souches. Ces cellules d'expansion ont pour rôle de remplacer les cellules fonctionnelles qui disparaissent au cours du temps. En conséquence, après un délai égal au temps s'écoulant entre la division d'une cellule souche et l'arrivée de la nouvelle cellule différenciée dans le compartiment fonctionnel, le nombre de cellules fonctionnelles va diminuer et l'activité métabolique va se réduire et provoquer des effets aigus comme des rougeurs, des inflammations, des douleurs ou des dysfonctionnements des muqueuses : par exemple la perte du sens du goût lors d'une irradiation ORL. Ce délai pouvant durer plusieurs jours à plusieurs semaines est appelé « temps de transit ».

Ainsi, il existe un temps de latence entre l'irradiation et l'apparition d'un effet aigu. Cependant, si la dose de rayonnement est faible, une proportion réduite de cellules souches sera atteinte de lésions létales et les cellules survivantes pourront compenser cette petite perte. Le remplacement des cellules fonctionnelles ne sera donc pas perturbé, de même que l'activité métabolique. Il existe donc un seuil de dose d'irradiation en dessous duquel aucun effet aigu n'est observable. Au-delà de ce seuil, les effets sont d'autant plus importants que le nombre de cellules souches tuées est grand. La guérison de l'organe irradié ne se fera que lorsque les cellules souches survivantes auront effectué suffisamment de mitoses afin de repeupler les compartiments d'expansion et fonctionnel. Si le nombre de cellules souches survivantes est grand, la guérison sera rapide mais si peu de cellules souches ont survécu, la guérison sera plus longue. La durée d'un effet aigu dépend donc de la dose administrée.

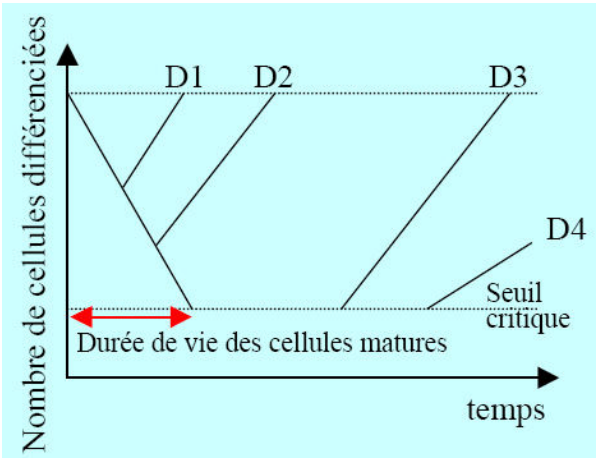


Figure 1.13 : **Temps de guérison en fonction de la dose administrée. [14]**

La Figure 1.13 illustre les principes exprimés précédemment. Pour la dose administrée D1, le nombre de cellules fonctionnelles est légèrement diminué mais la prolifération permet de compenser cette perte et la fonction de l'organe n'est pas altérée. De même, la dose D2, bien qu'elle soit plus forte que D1, ne produit pas d'effet clinique car le nombre de cellules fonctionnelles ne passe pas sous le seuil critique. La compensation peut encore se faire en accélérant la prolifération des cellules du compartiment d'expansion. Au contraire, pour la

dose D3, le seuil critique est franchi et l'activité métabolique sera rompue pendant un certain temps, temps qui sera encore plus long pour une dose D4 encore plus élevée.

Nous voyons donc la présence d'un temps de latence entre l'irradiation et l'apparition d'effets aigus et d'un seuil de dose en dessous duquel aucun effet aigu n'est cliniquement observé. La durée de ces effets est proportionnelle à la dose reçue. Enfin, lorsque la fonction métabolique est altérée, il suffit de quelques cellules souches pour repeupler les compartiments d'expansion et fonctionnel et restituer son intégrité à l'organe. Les effets aigus sont donc en général réversibles.

Voyons maintenant les effets tardifs caractéristiques de l'irradiation d'un tissu à renouvellement lent. La hiérarchie entre compartiment souche et compartiment fonctionnel n'est pas aussi marquée pour les tissus à renouvellement lent que pour les tissus à renouvellement rapide (voir Figure 1.11). Par ailleurs, il n'existe pas de modèle simple pour décrire les réactions des tissus à renouvellement lent aux rayonnements mais plusieurs principes peuvent être néanmoins formulés. Tout d'abord, un effet tardif apparaît après un délai d'autant plus court que la dose est forte. Toutefois, ce temps de latence est de 6 mois au minimum et peut atteindre une trentaine d'année alors qu'il ne dure que quelques jours ou semaines pour les tissus à renouvellement rapide. Ensuite, il existe un seuil en dessous duquel l'observation d'un effet tardif est exceptionnelle. Enfin, un effet tardif est en général irréversible. L'irréversibilité ainsi que le temps de latence élevé sont dus à la faible capacité de prolifération des cellules souches des tissus à renouvellement lent afin de compenser les pertes cellulaires postérieures à l'irradiation.

c) Effets des radiations sur les tissus cancéreux

Nous avons vu précédemment les caractéristiques principales des cellules cancéreuses. La première est qu'elles sont immortelles alors que les cellules saines ont une durée de vie limitée correspondant à un nombre fini de mitoses. La deuxième caractéristique veut que les modifications génomiques ne provoquent pas la mort cellulaire. Ainsi, le nombre de mutations augmente avec les mitoses successives provoquant l'apparition d'un phénotype cancéreux de plus en plus agressif. La troisième caractéristique est que la prolifération cellulaire cancéreuse n'est pas régulée par l'organisme. Concernant l'architecture des tissus cancéreux, on ne distingue que l'un de ceux décrits précédemment (voir Figure 1.11) : le compartiment d'amplification. Cependant, les anomalies de l'ADN des cellules tumorales altèrent la viabilité des mitoses. Les divisions cellulaires sont donc moins efficaces dans une tumeur que dans des tissus sains.

Par ailleurs, une tumeur en développement doit subvenir à ses besoins énergétiques, notamment en oxygène et nutriments, en stimulant la croissance de vaisseaux sanguins pour se vasculariser. Cependant, cette vascularisation n'est pas parfaite et certaines régions de la zone tumorale sont hypoxiques et mal nourries. Ainsi, seule une partie des cellules cancéreuses sont en cycle, celles qui se trouvent dans des zones perfusées. Dans les autres

zones où l'apport en oxygène est réduit, les cellules ne meurent pas mais ne parviennent pas à se diviser pour autant. Il est admis que cette situation provoque le développement d'un phénotype cancéreux plus agressif. Dans certains cas, la circulation sanguine dans les zones sous-vascularisées peut s'interrompre pendant quelques minutes. Or l'efficacité des rayonnements sur l'altération de l'ADN et sur la destruction est fortement améliorée par la présence d'oxygène. De ce fait, une zone tumorale hypoxique sera fortement radiorésistante. Pour tuer un même nombre de cellules cancéreuses, il faut en général trois fois plus de dose si ces cellules sont hypoxiques que si elles sont oxygénées.

La vascularisation variant avec le temps, il est probable que certaines zones tumorales soient hypoxiques pendant l'irradiation et puissent survivre après la séance. Cependant, la vascularisation étant chaotique, il est possible que la même zone hypoxique soit à nouveau alimentée en oxygène lors de l'irradiation suivante et donc radiosensible. Le fractionnement permet donc également d'atténuer le phénomène de radiorésistance des tissus hypoxiques.

d) Influence de la durée du traitement

La réussite du traitement par radiothérapie est un compromis entre les effets toxiques des rayons sur les tumeurs, à savoir la destruction de celles-ci, et les conséquences sur les tissus sains, c'est-à-dire les effets secondaires aigus. Le fractionnement permet d'obtenir le meilleur équilibre entre l'efficacité antitumorale et le respect de l'intégrité des cellules saines. Dès lors que les réparations sont plus aisées dans les tissus sains que dans les tissus malades, il est préférable de recourir à un grand nombre de petites fractions plutôt qu'à un nombre réduit de fractions à forte dose.

Un tissu cancéreux en croissance possède un certain nombre de cellules en cycle mitotique augmentant la population tumorale dans le tissu. Le traitement de radiothérapie ralentit ce cycle mais ne l'interrompt pas totalement. Le fractionnement détruit des cellules cancéreuses mais l'intervalle entre deux séances d'irradiation autorise un repeuplement des cellules tuées. L'efficacité du traitement est donc réduite par cette repopulation. La limitation du fractionnement provient du temps nécessaire aux tissus sains pour se réparer, ce temps oblige les radiothérapeutes à attendre entre 6 heures et 24 heures en fonction du traitement, durée correspondant au temps de réparation des radio-lésions de l'ADN au niveau de chaque cellules, soit une limite de une ou deux séances par jours.

Par conséquent, plus le nombre de fractions augmente, plus la durée du traitement grandit également. Cependant, une plus longue durée de traitement laisse le temps à la tumeur de proliférer dans les tissus et au final le nombre de cellules à tuer sera plus important qu'au début du fractionnement. On ne peut donc pas allonger indéfiniment le traitement et il faut trouver un compromis entre un temps de traitement total suffisamment court pour empêcher la prolifération tumorale et un nombre de fractions suffisamment grand pour protéger les tissus sains.

La maîtrise de la durée du traitement est donc primordiale dans le succès d'une radiothérapie. Tout arrêt non planifié demande nécessairement une récupération de dose pour compenser la repopulation des cellules cancéreuses provoquant bien sûr des risques accrus d'effets secondaires. Pour autant, le critère peut également porter sur le fait de limiter la dose totale administrée au patient afin de conserver une bonne tolérance envers les effets secondaires. Mais, cela se fait au détriment de la probabilité de guérison. En conséquence, si une interruption du traitement est prévisible, il vaut mieux retarder le début de la radiothérapie et ne pas l'interrompre.

Ainsi, la réussite d'une radiothérapie demande la spécification de trois paramètres : la dose totale, le niveau de fractionnement et l'étalement des séances. Le schéma moyen de radiothérapie exclusive (sans chirurgie ni chimiothérapie) pour un traitement de la prostate ou des poumons est une dose totale de 60 Gy donnée en 30 fractions de 2 Gy étalées sur 6 semaines à raison de 5 séances par semaine. Nous allons maintenant décrire les phénomènes physiques intervenant en radiothérapie conventionnelle et en hadronthérapie ainsi que les avantages de ces deux formes de radiothérapie.

1.2. Radiothérapie conventionnelle : rayons X et électrons

1.2.1. Principe de fonctionnement, interaction matière – rayonnement

La radiothérapie est basée sur la rupture directe ou indirecte de la molécule d'ADN par l'intermédiaire de faisceaux de particules. Nous allons introduire les phénomènes physiques mis en jeu pour ioniser cet ADN ou les molécules d'eau avoisinantes dans le cas de la radiothérapie dite conventionnelle (rayons X et électrons), c'est-à-dire les interactions entre les rayonnements ionisants et la matière irradiée, le corps humain ici. L'eau composant 70% du corps humain, la matière irradiée sera assimilée à de l'eau.

a) Radiations électromagnétiques : rayons X

Un rayonnement électromagnétique peut être caractérisé par l'un des paramètres suivants, paramètres reliés entre eux par la vitesse de la lumière c et la constante de Planck h :

- sa longueur d'onde λ
- sa fréquence ν :

$$\lambda \nu = c \tag{1.2}$$

- son énergie E :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{1.3}$$

Considérons le faisceau étroit d'un rayonnement électromagnétique tel que des rayons X frappant une cible composée d'un corps simple. L'atténuation de ce faisceau dépend de l'épaisseur de la cible, de la nature et de l'état physique (solide, liquide ou gazeux) du milieu irradié ainsi que de l'énergie et du nombre de photons incidents. Cette atténuation suit une loi exponentielle :

$$-\frac{dN}{N_0} = \mu dx \tag{1.4}$$

avec N_0 les nombre de photons incidents et dN le nombre de photons absorbés dans la cible d'épaisseur dx et de coefficient linéique d'atténuation μ. Ce coefficient μ dépend de l'énergie des photons incidents et de la nature du matériau traversé.

On définit également le libre parcours moyen R (pour « range » en anglais) des photons dans un milieu :

$$R = \frac{1}{\mu} \tag{1.5}$$

Le coefficient μ dépend également de l'état physique du matériau, en effet, l'atténuation d'un faisceau de photons ne sera pas la même dans 1 mm d'eau liquide et dans 1 mm de vapeur d'eau. On introduit donc le coefficient massique d'atténuation μ/ρ qui prend en compte l'état physique du milieu traversé, ρ étant la masse volumique de la cible. On peut ainsi écrire en intégrant la relation (1.4) :

$$N(x) = N_0 \exp\left(-\frac{\mu}{\rho}\rho x\right) \tag{1.6}$$

Les photons peuvent interagir avec les noyaux ou les électrons constituant le milieu traversé. Les interactions avec les noyaux peuvent être de deux sortes [16] :

- réaction photonucléaire
- production de paires électrons – positons (effet de matérialisation)

Les interactions avec les électrons sont, elles, de trois sortes :

- diffusion Rayleigh
- effet photoélectrique
- diffusion Compton

La diffusion Rayleigh est une diffusion élastique des photons donc sans perte d'énergie. Elle ne sera donc pas traitée ici puisque son effet est nul pour la radiothérapie. La réaction photonucléaire nécessite des énergies de photons supérieures à 30 MeV, énergie maximale

délivrée par les accélérateurs à électrons et cible de tungstène (voir Figure 1.4) et ne sera pas traitée non plus.

Les trois interactions auxquelles nous allons nous intéresser sont donc :

- l'effet photoélectrique φ
- l'effet de matérialisation π
- la diffusion Compton χ

auxquelles sont associés respectivement les coefficients linéiques d'atténuation μ_φ, μ_χ et μ_π.

Le coefficient d'atténuation μ du milieu est ainsi la somme des trois effets partiels :

$$\mu = \mu_\varphi + \mu_\chi + \mu_\pi \tag{1.7}$$

L'effet photoélectrique correspond à une absorption complète du photon incident par le matériau bombardé. Le transfert de l'énergie du photon au milieu se fait grâce à une collision entre ce photon et un électron appartenant à un atome du matériau. Lors de cette collision, l'énergie $h\nu_1$ du photon absorbé permet d'arracher l'électron de son orbite, l'énergie apportée par le rayonnement à l'électron est alors supérieure ou égale à l'énergie de liaison E_l. Par ailleurs, le photon incident communique la partie restante de son énergie à l'électron sous la forme d'énergie cinétique E_k de telle sorte que :

$$h\nu_1 = E_k + E_l \tag{1.8}$$

L'effet de matérialisation donne lieu à la création d'une paire électron – positon lorsque le photon incident pénètre dans le champ coulombien d'un noyau. L'énergie du photon incident est convertie en énergie de création d'un électron et d'un anti-électron égale à $2m_0c^2$ ainsi qu'en énergie cinétique transférée aux deux particules créées (E_- et E_+ respectivement pour l'électron et le positon) :

$$h\nu_1 = 2m_0c^2 + E_- + E_+ \tag{1.9}$$

L'électron créé est ralenti par la matière tandis que le positon s'annihile avec un électron du milieu produisant deux photons de 511 keV.

Enfin, la diffusion Compton est un transfert partiel de l'énergie d'un photon à un électron. Le photon incident est ainsi diffusé, selon une direction de diffusion formant un angle θ avec la direction du photon incident, avec une longueur d'onde λ_2 supérieure à la longueur d'onde initiale λ_1. Ce décalage en longueur d'onde s'écrit :

$$\Delta\lambda = \left(\frac{h}{m_e c}\right)(1-\cos\theta) \tag{1.10}$$

L'électron de Compton, appelé aussi électron de recul, est éjecté avec une énergie E_k et un angle φ (voir Figure 1.14). Cet électron de recul peut à nouveau ioniser d'autres atomes du milieu si son énergie cinétique est suffisante.

Le corps humain étant composé à 70% d'eau, la cible irradiée par les photons peut être considérée comme un volume aqueux. L'énergie des photons provenant des accélérateurs linéaires étant comprise entre 0.1 et 30 MeV, l'interaction prédominante est l'effet Compton.

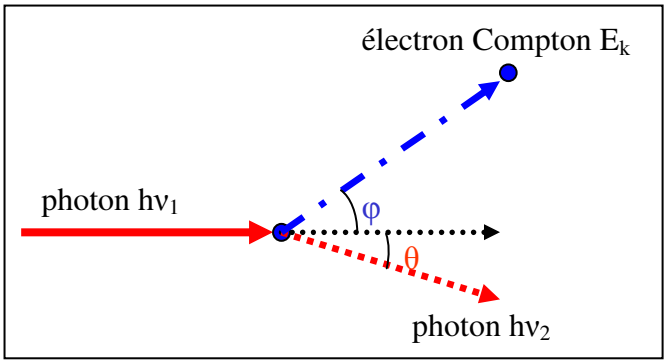


Figure 1.14 : **Principe de la diffusion Compton.**

Pour finir, dans le cas d'un matériau irradié composé de corps simples Z_i dont les coefficients linéaires d'atténuation partiels valent respectivement $(\mu/\rho)_i$ et présents avec des fractions massiques a_i, le coefficient linéique d'absorption total s'écrit :

$$\frac{\mu}{\rho} = \sum_i a_i \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_i \tag{1.11}$$

Un faisceau de photons n'étant jamais purement monoénergétique, il faut prendre en compte un faisceau polyénergétique pour le calcul de l'atténuation. Ainsi, à chaque énergie E_i correspondent un nombre de particules incidentes $N_{i,0}$ et une valeur μ_i du coefficient linéaire d'absorption. L'atténuation totale s'écrit :

$$N(x) = \sum_i N_{i,0} \exp(-\mu_i x) \tag{1.12}$$

Les faisceaux de photons sont donc atténués le long de leur parcours tout en ionisant la matière. Les propriétés ionisantes des rayons X sont ainsi utilisées en radiothérapie conventionnelle mais la longue distance d'atténuation de ces rayons dans le corps entraîne des inconvénients que nous développerons par la suite.

b) Effet des électrons sur la matière

Lorsqu'un électron traverse la matière, il interagit avec le noyau atomique ou les électrons du cortège par l'intermédiaire de forces coulombiennes. Lors de ces collisions, l'électron incident perd de son énergie cinétique et est dévié de sa direction initiale. Les collisions de l'électron incident peuvent être élastiques ou inélastiques mais nous ne nous intéresserons qu'aux collisions inélastiques puisqu'elles entraînent une perte d'énergie. Le type d'interaction entre l'électron et l'atome de rayon a dépend de la distance entre cet atome et la trajectoire de l'électron incident [16]. Cette distance b est appelée le paramètre d'impact (voir Figure 1.15).

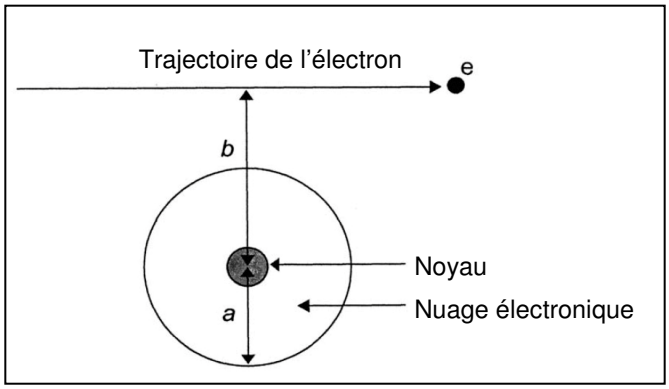


Figure 1.15 : **Interaction d'un électron avec un atome.**

Pour $b << a$, l'électron subit une collision avec le noyau atomique et émet un photon de freinage (« Bremsstrahlung ») dont l'énergie est comprise entre zéro et l'énergie cinétique de l'électron incident. L'énergie de ce photon de freinage dépend du paramètre d'impact b, elle sera d'autant plus grande que b sera petit. Dans le cas où $b >> a$, l'électron incident subit une faible collision avec le nuage électronique de l'atome rencontré et perd en conséquence peu d'énergie. Enfin, pour $b \approx a$, l'électron entre en collision avec un électron du cortège et perd une grande fraction de son énergie cinétique. L'électron heurté peut être soit éjecté de l'atome, soit déplacé sur une orbite extérieure de l'atome.

Cette perte d'énergie à travers la matière peut être décrite par le pouvoir d'arrêt massique (S/ρ) qui représente la perte d'énergie cinétique par unité de longueur de trajectoire :

$$\left(\frac{S}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho}\frac{dE_k}{dx} \tag{1.13}$$

Ce pouvoir d'arrêt se décompose entre les pertes d'énergie par collision électron – noyau et les collisions électron – nuage électronique, chacune décrite respectivement par les pouvoirs d'arrêt massique de radiation (« Bremsstrahlung ») et de collisions :

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)=\left(\frac{S}{\rho}\right)_{radiation}+\left(\frac{S}{\rho}\right)_{collision} \tag{1.14}$$

Enfin, le pouvoir d'arrêt permet le calcul de la profondeur de pénétration (ou « range » en anglais) des électrons dans un milieu de densité ρ, selon (1.15) :

$$R=\frac{1}{\rho}\int_0^{E_k}\left(\frac{S}{\rho}(E)\right)_{total}^{-1}dE \tag{1.15}$$

Par exemple, un faisceau d'électrons de 5 MeV dirigé sur le corps humain, composé de 70% d'eau ($\rho = 1$ g. cm^{-1}) aura une profondeur de pénétration de 3 cm environ (voir Figure 1.16). En comparaison, un photon de 1 MeV aura un libre parcours moyen dans l'eau de 14 cm environ. Les électrons seront donc utilisés sur des tumeurs en surface pendant que les indications des photons seront les cancers profonds.

On définit également le transfert linéique d'énergie (TLE) comme l'énergie moyenne déposée par les électrons sur une distance donnée. Cette notion de TLE sera développée plus en détail dans la section 1.3 traitant de l'hadronthérapie. En effet, la définition est valable pour toutes les particules qu'elles soient neutres comme les neutrons ou chargées comme les électrons, les protons ou les ions.

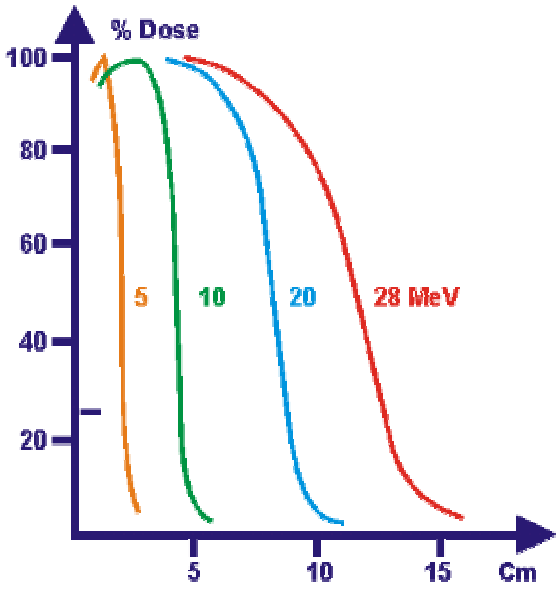


Figure 1.16 : **Distribution de dose déposée par des électrons de 5, 10, 20 et 28 MeV en fonction de la distance dans l'eau. [17]**

1.2.2. Les techniques d'irradiation par faisceaux de rayons X et électrons

Nous n'allons pas entrer davantage dans les détails des interactions rayonnement – matière pour les photons et électrons qui sont développés dans la référence [16]. Nous allons nous recentrer sur les machines permettant les irradiations en radiothérapie et leurs différents modes de fonctionnement destinés à assurer un contrôle maximal du dépôt de la dose dans la tumeur et une dose réduite dans les tissus sains environnants.

Les machines les plus utilisées actuellement en France sont des accélérateurs linéaires d'électrons. Elles permettent la production de faisceaux d'électrons jusqu'à 30 MeV environ pour le traitement des tumeurs peu profondes du fait de la perte rapide d'énergie des électrons dans les tissus humains ainsi que des photons d'énergie maximale aux alentours de 30 MeV pour les tumeurs profondes. Pour une irradiation à l'aide d'électrons, ceux-ci viennent directement de l'accélérateur linéaire, ils sont collimatés et dirigés vers le patient. La production des photons se fait en projetant les électrons issus de l'accélérateur sur une cible de tungstène puis en collimatant les photons en amont du patient.

La radiothérapie conventionnelle se pratiquait jusqu'à récemment en utilisant des collimateurs en plomb afin d'adapter la forme du faisceau à la forme de la tumeur pour obtenir le maximum de dose dans les tissus malades en épargnant les tissus sains. Cette technique nécessite la fabrication d'éléments à géométrie complexe et non réutilisables d'un patient à l'autre. Par ailleurs, la qualité du dépôt de dose dans la tumeur est limitée. Une amélioration de la mise en forme du faisceau permet une meilleure qualité balistique et une diminution de la dose dans les organes sains. Par conséquent, la dose totale dans la tumeur peut être augmentée. La radiothérapie conformationnelle permet ce gain thérapeutique. Elle consiste à multiplier les incidences et à modeler le faisceau irradiant à l'aide de collimateurs formés de lames manoeuvrables individuellement par ordinateur (voir Figure 1.17). Ainsi, la section irradiée se rapproche le plus possible de la section tumorale.

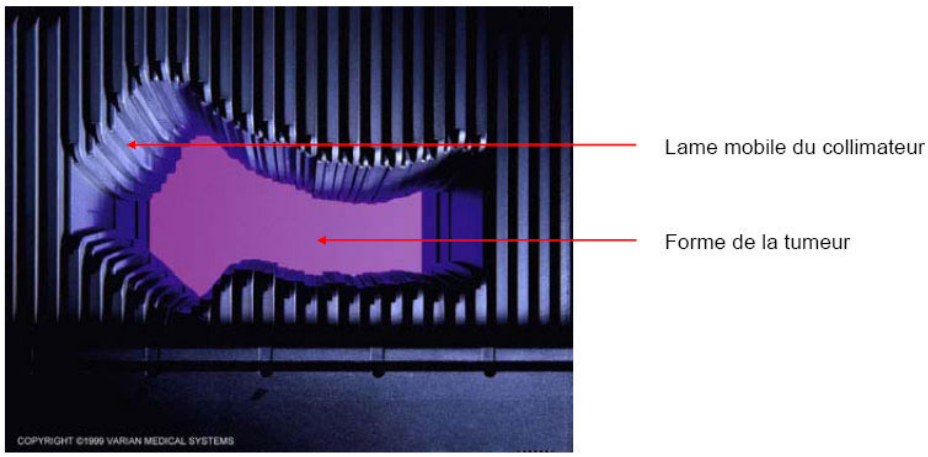


Figure 1.17 : **Collimateur multilame. [18]**

Une autre avancée de la radiothérapie conventionnelle est la radiothérapie conformationnelle avec modulation d'intensité [19] ou IMRT (pour « Intensity Modulated Radio Therapy » en anglais). Contrairement à la radiothérapie classique où l'intensité du faisceau devait être fixe lors de l'irradiation, l'IMRT consiste à faire varier l'intensité pendant le traitement radiologique. Cette technique permet encore d'augmenter la précision du volume irradié par rapport à la radiothérapie conformationnelle ; elle autorise également l'irradiation de volumes très complexes.

La prise en compte des mouvements respiratoires lors de l'irradiation est une autre grande amélioration de la radiothérapie conventionnelle. La radiothérapie asservie à la respiration rend possible la diminution des marges de sécurité d'irradiation prises par les radiothérapeutes lors du planning de traitement. En effet, les mouvements des organes sous l'effet du gonflement et de la compression des poumons pendant les phases d'inspiration et d'expiration peuvent atteindre plusieurs centimètres. Ces marges de sécurité de 1 ou 2 cm entraînent l'irradiation de volumes sains. La radiothérapie asservie à la respiration est donc une grande avancée [20]. Deux techniques sont proposées :

- le blocage de la respiration du patient pendant le traitement.
- le déclenchement de l'irradiation à un niveau respiratoire donné grâce à des capteurs ; le patient continue ainsi à respirer librement.

La radiothérapie conventionnelle a donc connu de grandes évolutions durant ces dernières années en voyant l'amélioration de la définition du volume irradié par l'utilisation de plusieurs faisceaux grâce aux appareils rotatifs (voir Figures 1.4 et 1.5), par les collimateurs multilames pilotés informatiquement, par la modulation d'intensité et par l'asservissement respiratoire.

La radiothérapie conventionnelle par faisceaux d'électrons et de rayons X est aujourd'hui largement utilisée pour soigner de nombreux cancers. Son efficacité a été prouvée mais il reste à apporter de nombreuses améliorations, notamment l'augmentation de la dose délivrée dans le volume tumoral en épargnant encore davantage les tissus sains voisins de la tumeur. Pour cela, les radiothérapeutes utilisent des particules plus lourdes, à savoir les protons, les neutrons et les ions légers (hélium, carbone) qui présentent une meilleure balistique et / ou une meilleure efficacité dans la mort des cellules cancéreuses, en particulier celles radiorésistantes. Il s'agit de l'hadronthérapie.

1.3. Protonthérapie et hadronthérapie

L'hadronthérapie en général et la protonthérapie en particulier sont des techniques d'irradiation dans le traitement des cancers qui apportent de grandes améliorations par rapport à la radiothérapie conventionnelle par rayons X et électrons. En particulier, la balistique des protons et des ions légers comme les ions carbone est beaucoup plus précise que celle des photons ou électrons. Par ailleurs, les ions carbone permettent de tuer des cellules cancéreuses radiorésistantes aux rayons X et aux protons et d'envisager le traitement de nouvelles pathologies cancéreuses. Nous allons tout d'abord rappeler l'histoire de la protonthérapie et de l'hadronthérapie dans le monde (Etats-Unis, Japon et France en particulier) ainsi que les centres existants ou en projet. Nous développerons ensuite le principe d'interaction matière – particules chargées, notamment les notions de pic de Bragg et de transfert linéique d'énergie. Ces notions nous amèneront à distinguer les effets des protons, des neutrons et des ions légers comme le carbone sur les cellules cancéreuses. Puis nous présenterons des outils mathématiques permettant l'étude des effets des protons sur le corps humain. Nous estimerons grâce à ceux-ci le nombre de protons nécessaires pour l'irradiation d'un volume tumoral à une dose donnée. Enfin nous développerons un cahier des charges médical pour la protonthérapie qui servira dans le dimensionnement d'un accélérateur FFAG (voir Chapitre 5).

1.3.1. Historique, installations existantes et à venir

Les Etats-Unis furent le premier pays à proposer l'utilisation de faisceaux de protons provenant d'un accélérateur de particules – un cyclotron en l'occurrence – pour le traitement de pathologies cancéreuses au Harvard Cyclotron Laboratory [21] [22] (HCL) dès 1946. Puis le Berkeley Radiation Laboratory [23] commença également ses premiers traitements en 1954. En 1961 naissait la collaboration entre le Harvard Cyclotron Laboratory et le Massachusetts General Hospital [24] qui dura quarante ans et permit de soigner plus de 9000 patients. En 1990 ouvrait le Loma Linda University Medical Center [25] en Californie qui utilise un accélérateur synchrotron à protons. Les derniers centres construits aux Etats-Unis furent en 2001 le Francis H. Burr Proton Therapy Center [26] du Massachusetts General Hospital qui reprit le flambeau du HCL, en 2006 le M. D. Anderson Cancer Center [27] de Houston, Texas et le University of Florida Proton Therapy Institute [28] de Jacksonville en Floride.

Le Japon fait également figure de pionnier puisque dès 1979 le Proton Medical Research Center de l'Université de Tsukuba [29] traitait son premier patient grâce à un faisceau de protons provenant d'un synchrotron. Le Japon compte actuellement de nombreux centres de traitements par protons ou ions légers comme le National Institute of Radiological Sciences [30] de Chiba, le Hyogo Ion Beam Medical Center [31] et le Wakasa Wan Energy Research Center [32] de Tsuruga. En Asie, la Chine et la Corée du Sud ont également construit des centres de protonthérapie : respectivement le Wanjie Proton Therapy Center [33] à Zibo et le

National Cancer Center [34] de Ilsan, près de Séoul. Nous ne développerons pas plus la liste des centres de hadronthérapie dans le monde, on pourra pour cela se référer à [35] [36], pour nous intéresser plus particulièrement aux projets en France et en Europe.

La protonthérapie est apparue en Europe en 1957 au laboratoire d'Uppsala [37] en Suède et elle compte à l'heure actuelle plusieurs centres de hadronthérapie en opération ou en construction [35] [36] en Suisse, au Paul Scherrer Institute [38] de Villigen, en Allemagne, au laboratoire GSI [39] de Darmstadt ainsi qu'à Heidelberg [40], Berlin [41], Munich [42] et Essen [43], en Italie avec le centre CNAO [44] à Pavie et en Autriche avec le projet MedAustron [45].

En France, les premiers traitements par faisceaux de protons furent réalisés en 1991 au Laboratoire du Cyclotron [46] du Centre Antoine Lacassagne de Nice [3] qui utilise un cyclotron de 65 MeV pour le traitement des tumeurs oculaires et au Centre de Protonthérapie d'Orsay [47], en région parisienne qui utilisait un synchrocyclotron de 200 MeV qui sera remplacé par un cyclotron accélérant des protons à 230 MeV. Deux projets de centres de traitement par protons et ions carbone sont à l'étude en France : les projets ETOILE [48] à Lyon et ARCHANE [49] à Caen.

Le domaine de l'hadronthérapie par protons ou ions légers est actuellement en plein essor en Europe, aux Etats-Unis et en Asie et voit de nombreux centres ouvrir leurs portes ou être au stade de projets avancés. Les avantages de l'utilisation de ces faisceaux seront développés après avoir effectué une revue des phénomènes physiques mis en jeu lors de l'irradiation du corps humain par cess particules (protons, carbone et neutrons dans notre étude).

1.3.2. Principe de fonctionnement, interaction matière - rayonnement

Nous allons maintenant nous intéresser aux interactions entre des particules neutres ou chargées et la matière et plus précisément avec l'eau. Une particule est caractérisée par sa charge électrique $\pm Ne$, sa masse au repos m_0 et l'une des grandeurs suivantes :

- son énergie totale $E = mc^2$
- sa vitesse v
- son énergie cinétique $E_k = (m - m_0)c^2$
- sa masse en mouvement m

Ces grandeurs peuvent être reliées par l'équation suivante :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{1.16}$$

L'étude des processus de ralentissement des particules dans la matière demande d'abord d'opposer les particules chargées (protons, ions) et les neutrons. Les particules chargées électriquement sont essentiellement ralenties par interaction coulombienne avec les électrons de la matière traversée et la rencontre avec un noyau est exceptionnelle. Au contraire, les neutrons n'ayant pas de charge électrique interagissent avec les noyaux qui absorbent leur énergie cinétique [16].

a) Ralentissement des particules chargées par la matière

Contrairement aux photons qui perdent leur énergie lors d'un nombre restreint de collisions, les particules chargées demandent un grand nombre d'interactions avant d'être stoppées. En effet, les chocs avec les électrons du milieu ne transmettent qu'une faible énergie à ces derniers, trop faible pour dévier la particule incidente. Sa trajectoire reste sensiblement rectiligne le long de son parcours. Les électrons subissant les chocs sont ou bien extraits du cortège électronique et éjectés de l'atome entraînant l'ionisation secondaire des atomes du milieu, ou bien déplacés d'une orbite électronique à une autre provoquant l'excitation de l'atome cible.

On définit ainsi le transfert linéique d'énergie (TLE ou LET pour « Linear Energy Transfer » en anglais) comme la perte d'énergie par unité de longueur de trajectoire des particules chargées incidentes sous l'effet des chocs avec les électrons. Il s'agit de l'énergie moyenne perdue $(-dE/dx)$ par la particule lors de sa traversée de la matière sur une distance dx. Le TLE permet d'évaluer la capacité d'ionisations produites par la particule le long de sa trajectoire. On peut l'écrire de la manière suivante [50] et nous utiliserons cette formule pour les simulations que nous présenterons par la suite :

$$\left|-\frac{dE}{dx}\right| = 2\pi N_a r_e^2 m_0 c^2 \rho \frac{Z}{A}\frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_0\gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2}\right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C_S}{Z}\right] \qquad (1.17)$$

avec :

- N_a : le nombre d'Avogadro
- r_e : le rayon classique de l'électron
- m_0 : la masse de l'électron au repos
- c : la vitesse de la lumière dans le vide
- ρ : la densité du matériau irradié
- Z , A : les numéro atomique et masse atomique du matériau irradié
- z : la charge de la particule incidente
- β : la vitesse v de la particule normalisée par la vitesse de la lumière, $\beta = v/c$
- γ : le facteur de Lorentz, $\gamma^2 = \left(1-\beta^2\right)^{-1}$
- $W_{\max}$: le transfert maximum d'énergie lors d'une collision
- I : la valeur moyenne du potentiel d'ionisation des atomes interagissant avec la particule
- δ : le facteur de correction de densité
- C_S : le facteur de correction de couche électronique

Cette formule de Bethe-Bloch permet de dresser les courbes de Bragg qui décrivent la variation de la perte d'énergie $(-dE/dx)$ en fonction de la distance parcourue par la particule incidente. La Figure 1.18 présente les relations dose –profondeur de pénétration pour des rayons γ, des rayons X, des neutrons, des protons et des ions carbone. On voit que pour les protonset les ions carbone le TLE augmente lorsque la particule ralentit dans la matière pour former ce que l'on nomme le pic de Bragg où le TLE atteint son maximum et ou l'ionisation du matériau est la plus grande. Par ailleurs, le pic de Bragg pour les ions carbone est plus étroit que celui pour les protons, ce qui apporte un avantage balistique pour les ions carbone.

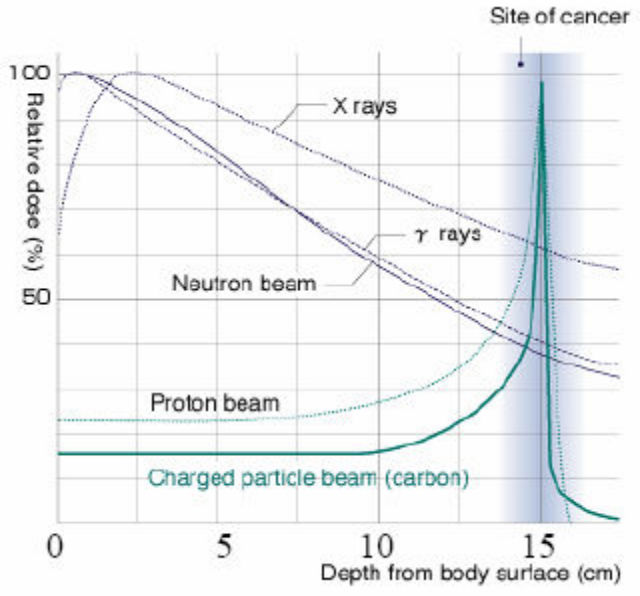


Figure 1.18 : **Courbes dose - profondeur pour des rayons X, des rayons γ, des neutrons, des protons et des ions carbone. [30]**

La profondeur pour laquelle le pic de Bragg atteint son maximum est définie comme le parcours des protons dans l'eau. De nombreux programmes et tables existent pour calculer la profondeur de pénétration des protons et ions dans l'eau et dans différents tissus du corps en fonction de leur énergie. La Figure 1.19 illustre l'utilisation de ces outils pour le calcul de la profondeur de pénétration des protons dans l'eau en fonction de leur énergie. On voit que la gamme d'énergie intéressante pour le traitement de tumeurs entre 4 et 38 cm se situe entre 70 et 250 MeV. Cette gamme d'énergie a son importance dans le choix des paramètres d'un accélérateur de particules accélérant des protons pour la radiothérapie comme nous le verrons à la fin de ce chapitre et au Chapitre 5.

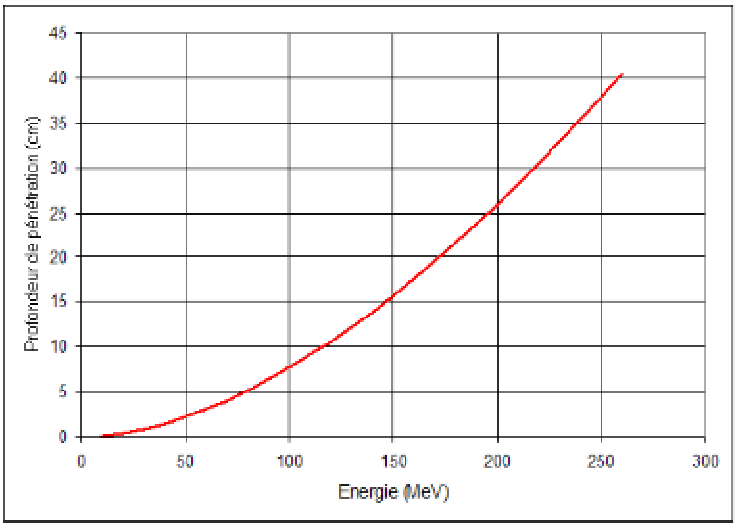


Figure 1.19 : **Profondeur de pénétration des protons dans l'eau en fonction de leur énergie cinétique calculée à l'aide des outils présentés en section 1.3.4.**

Le ralentissement des protons et des ions légers comme le carbone dans l'eau se caractérise donc par un dépôt d'énergie fortement concentré sur une petite distance en fin de parcours appelé pic de Bragg. La majeure partie de la dose peut ainsi être concentrée dans le volume tumoral tout en épargnant les tissus sains environnants. Par ailleurs, la décroissance du dépôt de dose après le pic est très rapide notamment pour les protons donnant à ces particules un grand potentiel de traitement de tumeurs situées à proximité d'organes ou tissus radiosensibles. Les mélanomes de l'œil peuvent par exemple être soignés efficacement avec des protons tout en épargnant le nerf optique qui est très radiosensible.

Les ions légers comme l'hélium ou le carbone apportent des améliorations par rapport aux protons en terme de balistique (voir Figures 1.18 et 1.22), ainsi que du nombre d'ionisations et des effets biologiques sur les cellules cancéreuses comme nous le verrons.

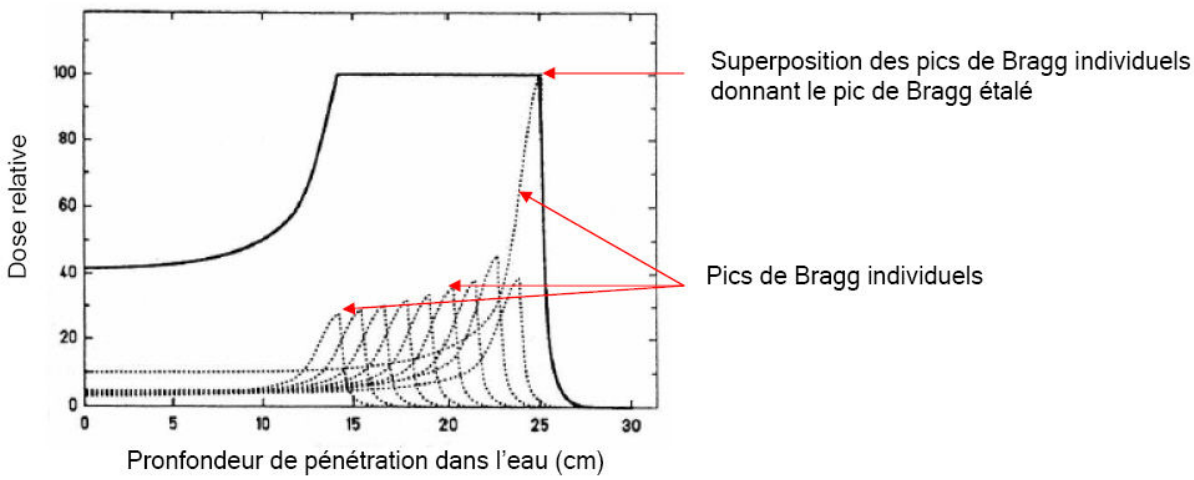


Figure 1.20 : **Pic de Bragg étalé par superposition de plusieurs pics en variant l'énergie des particules.**

Le pic de Bragg est très étroit par rapport à la taille de la tumeur cancéreuse. Afin de pouvoir irradier la totalité de la tumeur, ce pic de Bragg doit être étalé. Pour ce faire, on superpose plusieurs pics de Bragg en faisant varier leur profondeur et donc en faisant varier l'énergie des particules incidentes (voir Figure 1.20). L'intensité de chaque faisceau de particules d'énergies différentes doit donc être calculée précisément afin d'obtenir un plateau (SOBP pour « Spread Out Bragg Peak » en anglais) le plus constant possible, garantissant une dose homogène dans le volume tumoral (voir section 1.3.4).

b) Ralentissement des neutrons par la matière

Nous ne nous intéresserons qu'aux neutrons dits « rapides », c'est-à-dire ayant une énergie cinétique supérieure à 0.8 MeV. Ces neutrons peuvent interagir avec les noyaux du milieu irradié par deux processus : la diffusion, qui peut être élastique ou inélastique, et la capture. Ces interactions dans le milieu cellulaire provoquent l'émission de particules secondaires telles que des protons, des particules α ou des fragments nucléaires comme l'hydrogène, l'oxygène ou le carbone. Dans le cas de la neutronthérapie, ces particules secondaires vont ioniser les molécules d'eau des cellules et provoquer des lésions de l'ADN. L'avantage des neutrons est leur transfert linéique d'énergie qui est 50 fois supérieur à celui des rayons X dans l'eau rendant les effets directs et indirects sur l'ADN plus efficaces mais ils ne présentent pas de dépôt en forme de pic au contraire des particules chargées (protons et ions), voir Figure 1.18.

Une technique d'irradiation utilisant des neutrons permet néanmoins d'obtenir une meilleure balistique que celle présentée à la Figure 1.18. La BNCT (« Boron Neutron Capture Therapy » en anglais) est une méthode de traitement des cancers [51]. Cette technique consiste à marquer les tumeurs cancéreuses par des composés chimiques auxquels sont associés des atomes de bore ^{10}B qui se fixent de manière préférentielle sur les cellules cancéreuses puis à les bombarder de neutrons de faible énergie. En absorbant un neutron, le bore produit par désintégration une particule alpha et un ion lithium qui déposent la quasi-totalité de leur énergie dans la cellule, soit une distance inférieure à 10 μm. Ainsi, la dose sera délivrée dans les cellules cancéreuses en épargnant les tissus sains.

1.3.3. Distinction des effets des protons, neutrons et ions légers

a) Aspects balistiques

Nous avons vu que les neutrons ne déposent pas leur énergie sous forme de pic de Bragg. La balistique de ces particules est proche de celle des rayons γ (voir Figure 1.18) rendant difficile le contrôle du dépôt de la dose dans le volume tumoral exclusivement. L'avantage du neutron apparaît dans ses effets biologiques comme cela sera développé

ultérieurement. Les indications de neutronthérapie ne sont cependant pas très nombreuses : tumeurs cérébrales radiorésistantes et tumeurs des glandes salivaires.

La Figure 1.21 illustre l'amélioration balistique des protons en comparaison des rayons X. On peut voir à gauche la distribution de dose dans le corps humain en utilisant quatre faisceaux de rayons X issus d'un accélérateur d'électrons de 10 MeV et à droite la distribution de dose à l'aide de deux faisceaux de protons. La plus forte concentration de la dose, en rouge, est parfaitement ciblée dans le volume tumoral pour les protons alors que les photons déposent une grande quantité de dose en dehors de celui-ci.

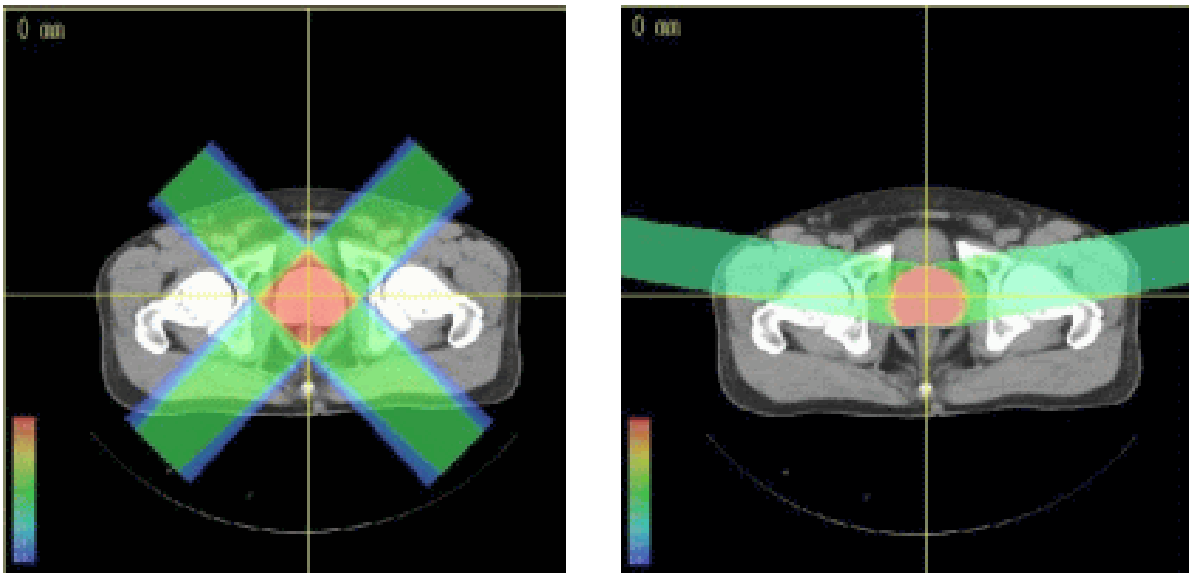


Figure 1.21 : **Distribution de dose pour des faisceaux de rayons X (gauche) et de protons (droite). [32]**

Dans le cas des ions légers en général et pour le carbone en particulier, le pic de Bragg à une profondeur donnée est plus étroit que pour les protons à la même profondeur (voir Figure 1.18). Enfin, la diffusion latérale du faisceau de carbone dans l'eau est plus réduite que celle des protons (voir Figure 1.22). Le faisceau de carbone reste donc extrêmement fin lors de la traversée des tissus superficiels avant d'atteindre la tumeur et épargne ainsi mieux les tissus sains que les protons. Par contre, la décroissance du dépôt de dose n'est pas immédiate et une dose résiduelle est observable à l'arrière du pic du carbone (voir Figure 1.18). Cette dose résiduelle est due à un phénomène de fragmentation lors des interactions nucléaires des ions avec la matière. Cet effet peut être un inconvénient du fait de la dose résiduelle mais il peut être vu comme un avantage car certains projectiles issus de la fragmentation sont des émetteurs de positrons permettant l'imagerie du volume-cible en temps réel et une amélioration de la précision balistique [52].

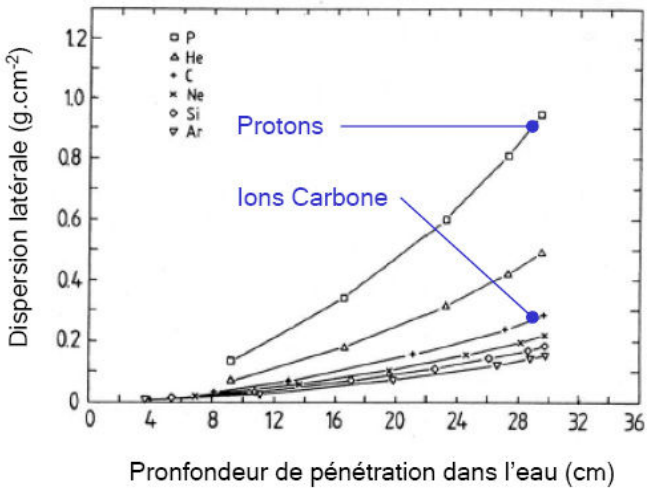


Figure 1.22 : **Diffusion latérale des protons et des ions carbone en fonction du parcours.**

b) Aspects biologiques

Les faisceaux de particules chargées sont caractérisés par leur transfert linéique d'énergie. Ce TLE est directement lié au nombre d'ionisations au voisinage de l'ADN. En effet, plus le TLE d'un faisceau de particules est grand, plus le nombre d'ionisations sera important et plus les dégâts cellulaires seront létaux. On distingue ainsi les particules à faible TLE, inférieur à 50 keV/µm (photons, électrons, protons) et celles à grand TLE, supérieur à 50 keV/µm (neutrons, ions légers). Les avantages des faisceaux de particules à fort TLE sont une réparation génomique plus difficile pour les cellules cancéreuses ainsi qu'une meilleure réponse aux irradiations des cellules cancéreuses hypoxiques par rapport aux faisceaux à faible TLE.

Il existe différentes grandeurs décrivant les réponses biologiques des cellules aux rayonnements ionisants. Tout d'abord l'effet oxygène (OER pour « Oxygen Enhancement Ratio » en anglais) est le rapport de la dose nécessaire pour obtenir un certain effet biologique en situation d'hypoxie sur la dose nécessaire pour obtenir le même effet en situation oxygénée.

$$OER = \left.\frac{D_{hypoxie}}{D_{oxygénée}}\right|_{iso-effet} \tag{1.18}$$

Cet effet oxygène dépend du TLE et donc des particules (voir Figure 1.23). Typiquement, l'OER vaut entre 2 et 3 pour les particules à faible TLE. Cela signifie que pour des rayons X il faut trois fois plus de dose pour tuer une cellule hypoxique par rapport à une cellule oxygénée. Cette valeur d'OER se situe entre 1 et 2 pour les faisceaux à grand TLE. Ainsi, on peut diminuer la dose nécessaire pour éliminer des cellules cancéreuses hypoxiques par l'utilisation d'ions carbone par exemple et donc mieux épargner les tissus sains.

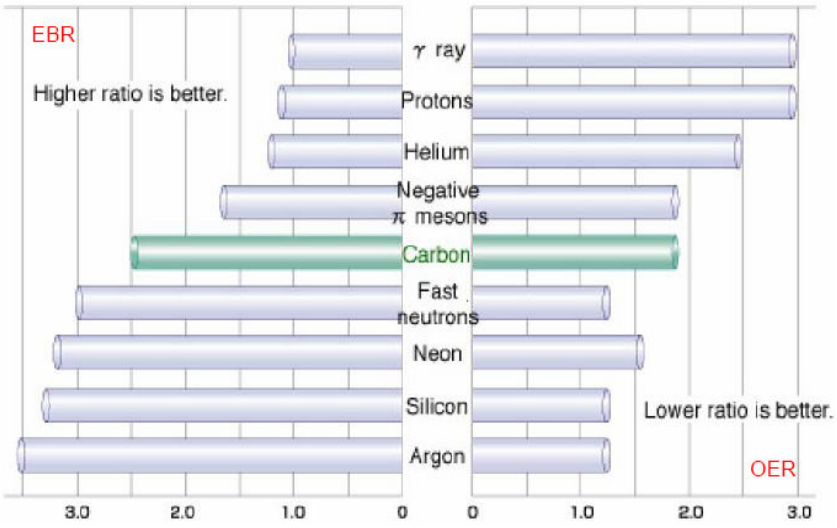


Figure 1.23 : **Efficacité biologique relative (EBR) et effet oxygène (OER) pour différentes particules. [30]**

Le second paramètre descriptif de la réponse biologique aux irradiations est l'efficacité biologique relative (EBR ou RBE pour « Relative Biological Effectiveness » en anglais). Il s'agit du rapport de la dose de rayons X nécessaire pour obtenir un effet biologique donné sur la dose du rayonnement étudié (protons, carbone ou autre) nécessaire pour obtenir le même effet. L'EBR dépend du transfert linéique d'énergie et donc des particules incidentes (voir Figures 1.23 et 1.24).

$$EBR = \frac{D_{RX}}{D_i}\bigg|_{iso-effet} \tag{1.19}$$

Les valeurs typiques d'EBR pour les particules de radiothérapie sont comprises entre 1 et 1.3 pour les protons et entre 1.5 et 3.5 pour les ions carbone.

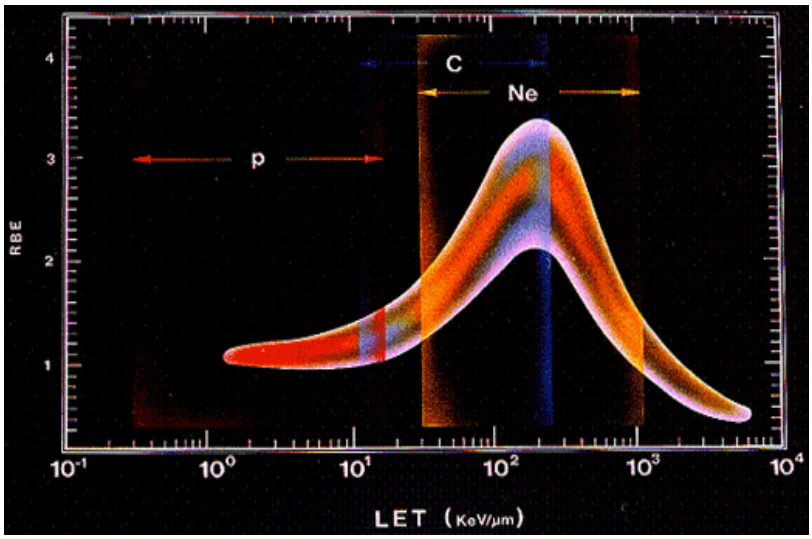


Figure 1.24 : **Efficacité biologique relative (RBE) en fonction du transfert linéique d'énergie (LET) pour différentes particules. [53]**

La Figure 1.24 illustre la relation entre l'efficacité biologique relative et le transfert linéique d'énergie. Nous voyons que le transfert énergétique des protons ne dépasse pas $10\,keV/\mu m$ de sorte que l'EBR reste inférieur à 1.3. Au contraire, les ions carbone ont un TLE plus fort les rendant plus efficaces radiobiologiquement puisque l'EBR peut atteindre 3.5 au maximum. Cette différence est également visible en Figure 1.23 qui compare différentes particules en fonction de leurs efficacités biologiques relatives et de leurs effets oxygène. Nous avons vu précédemment qu'un fort EBR est préférable pour pouvoir traiter les tumeurs radiorésistantes alors qu'un faible OER est recherché afin de diminuer la dose d'irradiation. Les ions légers comme le carbone, le néon ou l'argon sont donc de bons moyens de traiter les cancers radiorésistants tandis que les protons, malgré leur EBR plus faible restent très intéressants dans les traitements classiques actuellement opérés par les rayons X.

Les ions légers tels que les ions carbone sont donc particulièrement indiqués pour le traitement de tumeurs radiorésistantes. Ces pathologies ne sont cependant pas les plus nombreuses en radiothérapie. Les protons peuvent améliorer la radiothérapie conventionnelle puisqu'ils peuvent prendre en charge de nombreuses pathologies actuellement soignées par les rayons X et les électrons. Les avantages balistiques des protons sur les rayons X sont réels et peuvent à terme amener au remplacement des accélérateurs linéaires d'électrons par des accélérateurs à protons dès lors que les technologies et les coûts de traitement seront maîtrisés [54].

1.3.4. Simulation numérique du pic de Bragg

Dans cette section, nous allons utiliser la formule de Bethe-Bloch (1.17) afin de construire le pic de Bragg théorique. Puis nous prendrons en compte le fait que la perte d'énergie est distribuée selon une loi statistique, gaussienne dans notre étude, afin de modéliser de manière plus réaliste le pic de Bragg. Enfin, nous nous intéresserons à la construction du pic de Bragg étalé pour déterminer le nombre de protons nécessaires pour obtenir la dose voulue dans le volume d'irradiation, un paramètre fondamental dans le dimensionnement de l'installation de protonthérapie. Cela nous amènera enfin à rédiger un cahier des charges médical en protonthérapie imposant des contraintes techniques à l'accélérateur de particules à l'étude dans cette thèse.

a) Formule de Bethe-Bloch : pic de Bragg infini

La formule de Bethe-Bloch (1.17) décrit la perte d'énergie linéaire de particules chargées (des protons dans notre étude) au travers d'un matériau (l'eau dans notre cas). Un programme de calcul de cette fonction de Bethe-Bloch a été écrit à l'aide du logiciel Mathematica [55]. Ce programme [56] permet la détermination du transfert linéique d'énergie, du pic de Bragg et le calcul du parcours des protons dans l'eau (ou « Range » en anglais) par intégration de l'équation (1.17) :

$$R = \int_0^{E_k} \frac{1}{dE/dx} dE \tag{1.20}$$

La Figure 1.25 présente la perte linéaire d'énergie d'un proton dans l'eau en fonction de son énergie cinétique obtenue à l'aide de ce programme. Nous voyons que cette perte d'énergie augmente rapidement lorsque l'énergie cinétique diminue. Ainsi, lorsque le proton ralentit dans l'eau, il perd de plus en plus d'énergie, le maximum étant atteint en fin de parcours. Ce phénomène constitue le pic de Bragg qui est illustré sur la Figure 1.26 pour un proton de 180 MeV dans l'eau. Le pic de Bragg tend vers l'infini en fin de parcours. Notre modélisation fait intervenir la distribution statistique de la perte d'énergie comme nous le verrons par la suite. Néanmoins, nous pouvons calculer, à l'aide de l'équation (1.20), la profondeur de pénétration des protons dans l'eau en fonction de l'énergie cinétique (voir Figure 1.19).

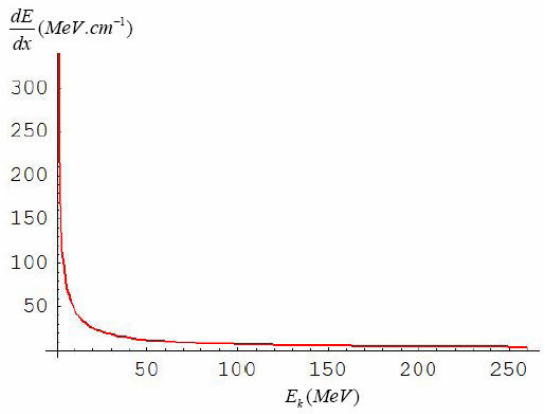


Figure 1.25 : **Perte d'énergie linéaire d'un proton dans l'eau en fonction de son énergie cinétique.**

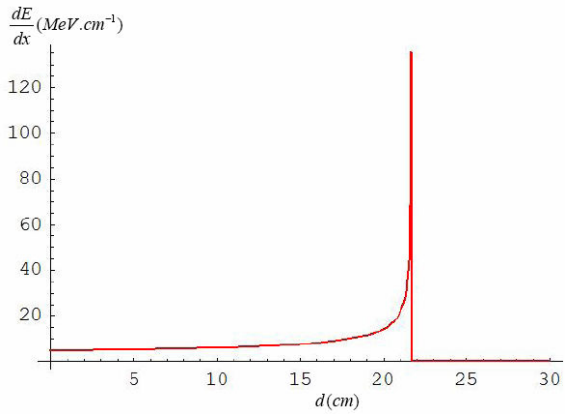


Figure 1.26 : **Pic de Bragg calculé à partir de la fonction de Bethe-Bloch (1.17) pour un proton de 180 MeV.**

b) Pic de Bragg réaliste : distribution de la perte d'énergie

La perte d'énergie linéaire définie précédemment est une perte d'énergie moyenne. En réalité, la perte d'énergie n'est pas strictement égale à cette perte moyenne. Un faisceau mono-énergétique ayant traversé une épaisseur de matériau va présenter une distribution en énergie plutôt qu'un pic de Dirac [50]. Cette distribution en énergie à une profondeur x du matériau peut être considérée comme équivalente à une distribution de particules, à l'entrée du matériau (x=0), dont l'énergie cinétique suit une loi gaussienne centrée sur l'énergie étudiée (180 MeV pour les illustrations).

La Figure 1.27 montre la distribution gaussienne de 10^4 particules dont les énergies cinétiques sont centrées autour de 180 MeV. Cette distribution équivalente permet de simuler la perte d'énergie en forme de pic de Bragg d'un faisceau mono-énergétique en prenant en

compte la diffusion des particules. L'écart type de la distribution en énergie est calculé à l'aide de la relation suivante [50] :

$$\sigma_0^2 = 4\pi N_a r_e^2 (m_e c^2)^2 \rho \frac{Z}{A}\left(\frac{1-\frac{1}{2}\beta^2}{1-\beta^2}\right) \tag{1.21}$$

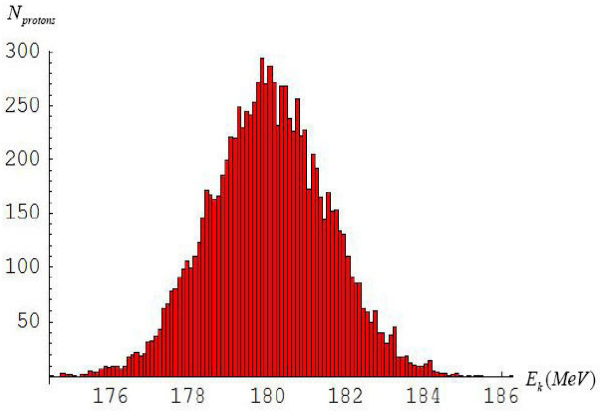


Figure 1.27 : **Distribution gaussienne d'énergie cinétique centrée autour de 180 MeV pour le calcul du pic de Bragg.**

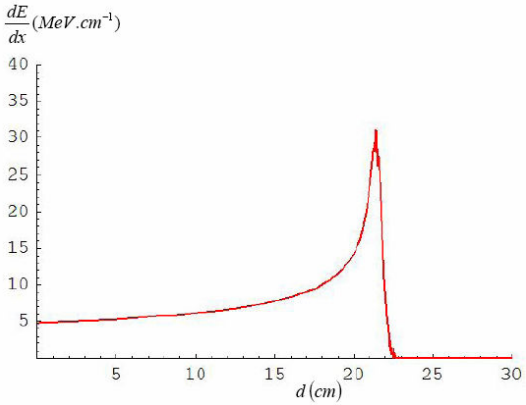


Figure 1.28 : **Pic de Bragg calculé à partir de la distribution gaussienne pour un proton de 180 MeV.**

Cette distribution permet de tracer le pic de Bragg de la Figure 1.28 en effectuant la moyenne des pics de Bragg calculés pour chaque énergie cinétique de la distribution. Le maximum de ce pic est borné tandis que le TLE en amont du pic reste le même dans les deux calculs. Cette méthode est à la base du calcul du pic de Bragg étalé et du nombre de protons nécessaires pour obtenir la dose d'irradiation voulue.

c) Pic de Bragg étalé, relation dose – nombre de protons

La largeur du pic de Bragg à mi-hauteur s'étale sur une distance inférieure à 2 cm, or l'épaisseur du volume tumoral peut atteindre 10 voire 20 cm. Il s'agit donc à l'aide de ce principe physique de pic de Bragg d'irradier de manière uniforme (c'est-à-dire avec la même dose) un grand volume. Pour cela, considérons un volume tumoral « idéal » [57] correspondant à un cube de 10 cm d'arête et intéressons nous à la distribution longitudinale de la dose d'irradiation, la distribution transverse étant supposée uniforme. Afin de former un plateau d'irradiation de dose constante sur une profondeur de 10 cm, nous devons superposer plusieurs pics de Bragg à différentes profondeurs en modulant la hauteur de chacun d'entre eux afin de réaliser le plateau ou pic de Bragg étalé (SOBP), voir Figure 1.20. Nous devons donc définir les bornes inférieure et supérieure de ce SOBP afin de pouvoir subdiviser l'épaisseur de 10 cm en 20 segments de 0.5 cm (voir Figure 1.33), dans un schéma standard d'irradiation convenu avec Jacques Balosso [57]. Chaque point de ces segments correspond à une profondeur de pic de Bragg et donc à une énergie à délivrer par l'accélérateur.

Le TLE en un point d'observation dépend donc de la contribution de chaque pic de Bragg en fonction de sa profondeur et de son intensité. En fixant les profondeurs de ces pics, il nous reste à déterminer les intensités de chaque pic afin d'obtenir le TLE constant sur la profondeur de 10 cm (voir Figures 1.29 à 1.31). La relation entre le TLE dans le plateau et l'intensité de chaque pic i, à savoir le nombre de particules d'énergie E_i, peut être décrite par une relation matricielle. En effet, le TLE en un point j peut se calculer de la manière suivante :

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_j = \sum_{i=1}^{20} N_i \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_i,j} \tag{1.22}$$

où :

- $\left(\frac{dE}{dx}\right)_j$ est le TLE total au point d'observation j du pic de Bragg étalé
- $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_i,j}$ est le TLE d'une particule d'énergie E_i au point d'observation j
- N_i est le nombre de particules d'énergie E_i

On peut donc appliquer cette relation à tous les points d'observation en écrivant la relation matricielle $B = A \times N$ où B est un vecteur constant correspondant aux TLE dans le SOBP, N est le vecteur des intensités de chaque pic de Bragg à déterminer pour avoir le pic de Bragg étalé et A est la matrice reliant B et N :

$$\begin{pmatrix} \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_1} \\ \vdots \\ \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_j} \\ \vdots \\ \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_1,E_1} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_1,E_i} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_1,E_{20}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_j,E_1} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_j,E_i} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_j,E_{20}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_n,E_1} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_n,E_i} & \cdots & \left.\frac{dE}{dx}\right|_{X_n,E_{20}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_i \\ \vdots \\ N_{20} \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

En déterminant la matrice A au moyen de la formule de Bethe-Bloch, nous pouvons calculer la matrice pseudo-inverse de A afin de déterminer le vecteur N donnant les intensités des pics de Bragg individuels. En normalisant le SOBP obtenu au nombre total de particules prises en compte dans le calcul ($N_1 + ... + N_i + ... + N_{20}$), nous pouvons construire un pic de Bragg étalé normalisé à une particule et déterminé le TLE dans le plateau (voir Figures 1.29 à 1.31).

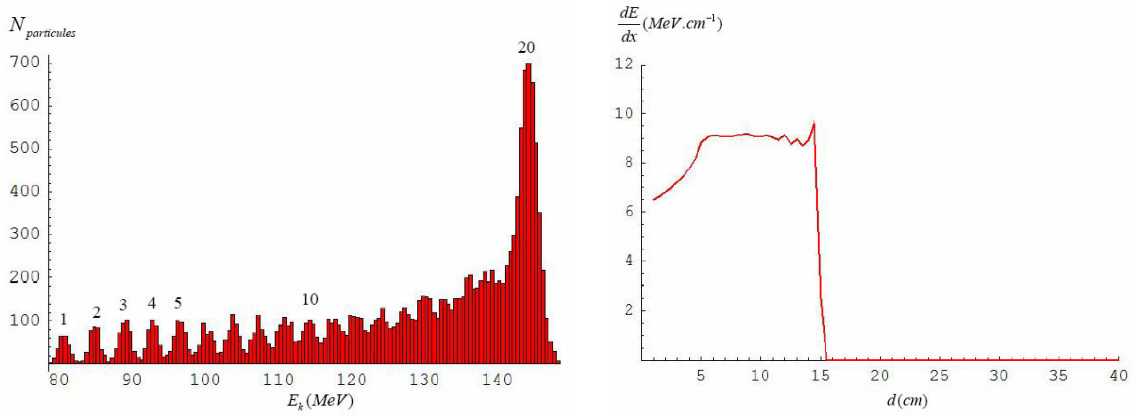


Figure 1.29 : **Distribution en énergie des protons et pic de Bragg étalé entre 5 et 15 cm d'eau.**

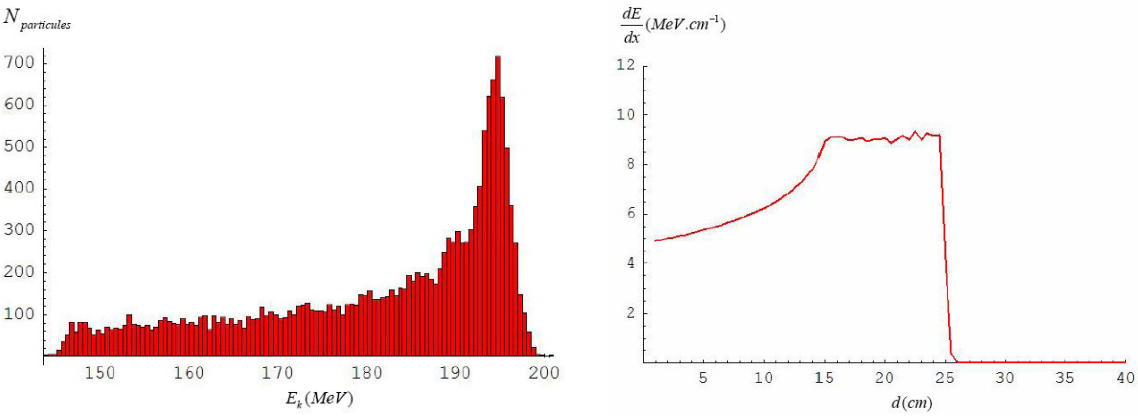


Figure 1.30 : **Distribution en énergie des protons et pic de Bragg étalé entre 15 et 25 cm d'eau.**

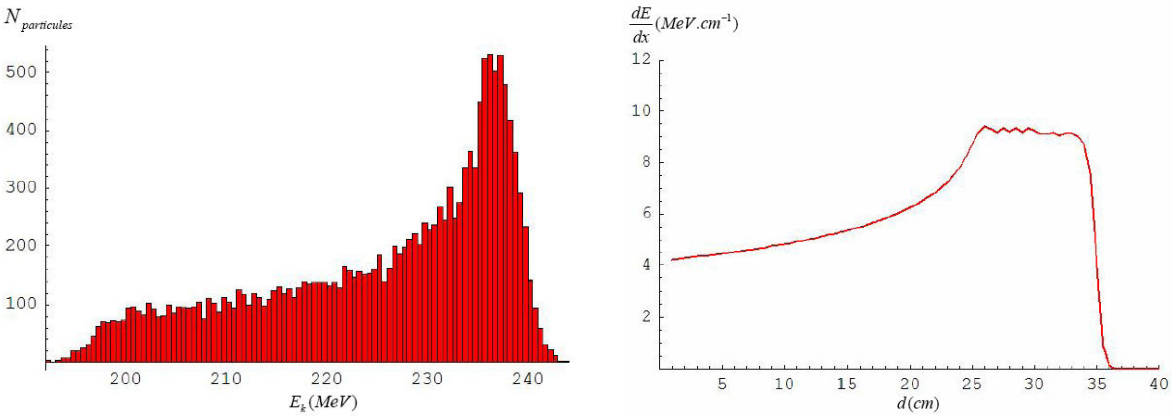


Figure 1.31 : **Distribution en énergie des protons et pic de Bragg étalé entre 25 et 35 cm d'eau.**

A partir de ce TLE par particule, nous pouvons calculer l'énergie déposée par particule dans le volume en intégrant ce TLE sur l'épaisseur du SOBP (10 cm ici) pour enfin déterminer le nombre de protons devant bombarder la cible afin d'atteindre la dose recherchée.

Les Figures 1.29 à 1.31 présentent les intensités à apporter dans chacun des vingt pics individuels afin de former les pics de Bragg étalés entre 5 et 15 cm, entre 15 et 25 cm et entre 25 et 35 cm d'eau. Nous voyons que l'intensité la plus importante se situe au plus profond de la zone à irradier, donc pour l'énergie la plus grande. Chaque image à droite représente le transfert linéaire d'énergie massique pour la distribution en énergie à gauche, le tout normalisé par le nombre total de particules envoyées pour former le SOBP.

Nous obtenons ainsi un transfert linéaire d'énergie normalisé à une particule qui déposerait toute son énergie en forme de SOBP. Nous pouvons ensuite calculer le nombre de particules nécessaires pour atteindre la dose demandée, à partir de ces données.

Il est à noter que la hauteur du plateau est la même pour les trois profondeurs à l'étude et vaut :

$$\frac{dE}{dx} = 9.2 \text{ MeV cm}^{-1}$$

La dose physique est définie comme l'énergie absorbée par unité de masse dE/dm en Gy ou J/kg. En prenant en considération un cube de volume élémentaire V=1x1x1 cm^3 de masse volumique $\rho = 1$ g cm^{-3} (eau liquide), nous pouvons calculer l'énergie nécessaire pour déposer une dose $D = 1$ Gy dans ce volume :

$$E = D\rho V = 10^{-3} \text{ J} = 6.25\times10^{9} \text{ MeV}$$

où E est l'énergie que doivent déposer N particules pour obtenir la dose D dans le volume V.

La particule formant le pic de Bragg étalé a un transfert d'énergie linéique de 9.2 MeV cm^{-1} et dépose donc $E_1 = 9.2$ MeV dans le volume élémentaire de 1 cm de profondeur. Nous pouvons alors déterminer le nombre N de protons nécessaires pour obtenir une dose de 1 Gy dans ce volume de 1 cm^3 :

$$N = E/E_1 = 6.8\times10^{8} \text{ protons pour 1 cm}^3.$$

Ce qui revient à dire qu'il faut $N = 6.8\times10^{11}$ protons dans 1 dm^3 ou 1 L.

Cette valeur déterminée à l'aide de notre programme Mathematica est à comparer aux données existantes dans le domaine de la radiothérapie. Le rapport médical du projet ETOILE [58] donne un ordre de grandeur de 3×10^{11} protons pour 1 Gy dans 1 L. Des sources

japonaises [59] et françaises [60] nous donnent le chiffre de 10×10^{11} protons pour 1 Gy dans 1 L. Notre évaluation se situe donc entre ces deux références. Nous pouvons donc conclure sur l'ordre de grandeur du nombre de protons nécessaires à l'obtention d'une dose de 1 Gy dans 1 L. Une étude plus précise peut être entreprise comme suite de cette thèse à l'aide d'un programme de simulation Monte-Carlo comme Geant 4 [61].

d) Irradiation « bunch to pixel »

Le volume tumoral peut être divisé en volumes élémentaires (ou « pixels » en anglais) qui sont irradiés individuellement par un paquet de protons (ou « bunch » en anglais) provenant de l'accélérateur. Cette technique d'irradiation dite « bunch to pixel » ou « Spot scanning » [62] a été expérimentée au laboratoire PSI [38].

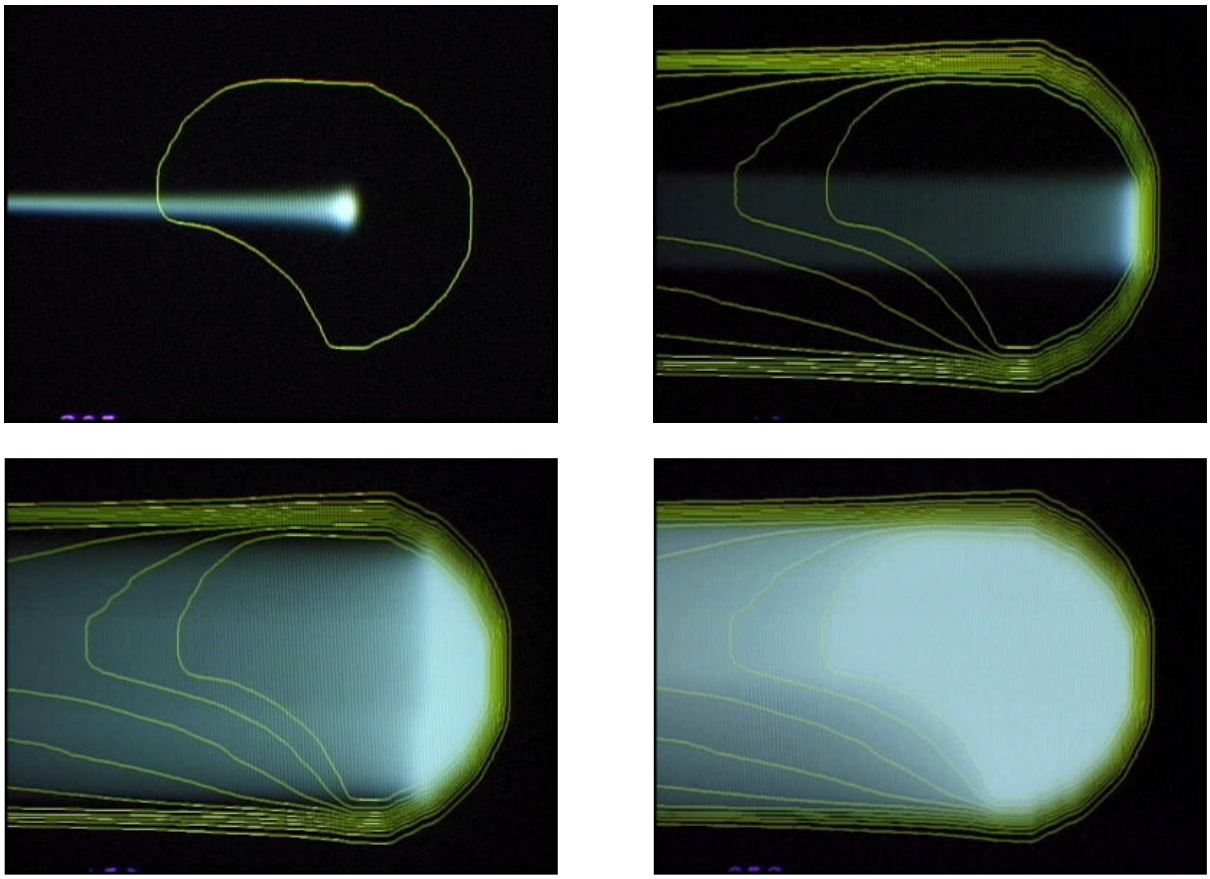


Figure 1.32 : **Technique d'irradiation «Spot scanning » développée au laboratoire PSI. [62]**
Haut gauche : Volume tumoral à irradier et trace d'un faisceau de protons déposant sa dose en pic de Bragg.
Haut droite : Superposition de plusieurs faisceaux de même énergie pour l'irradiation uniforme d'une couche de la tumeur.
Bas gauche : Irradiation des couches moins profondes de la tumeur par changement de l'énergie des protons.
Bas droite : Distribution finale de la dose dans la tumeur qui est parfaitement uniforme. Les autres lignes représentent les lignes d'isodose.

Dans cette technique, chaque volume élémentaire peut recevoir le nombre de protons voulu afin d'obtenir une distribution de dose uniforme dans tout le volume tumoral. Elle permet également l'irradiation de volumes à géométrie complexe, ce qui est le cas pour la plupart des tumeurs (voir Figure 1.32).

Le volume tumoral est divisé en plusieurs couches selon la profondeur, correspondant à plusieurs énergies des protons. Chaque couche est subdivisée en « pixels » qui sont irradiés l'un après l'autre avec des intensités différentes afin d'obtenir une dose uniforme. La variation d'intensité est contrôlée au niveau de la source de protons tandis que l'orientation des faisceaux dans la tumeur est contrôlée par des aimants de déviation situés en amont du patient.

La Figure 1.32 présente l'illustration de cette technique « Spot scanning » mise au point au laboratoire PSI.

Dans notre étude, nous allons considérer un volume tumoral simple sous la forme d'un cube de 10 cm d'arête, chacune divisée en 20 pixels, donnant un nombre de 8000 pixels à irradier (voir Figure 1.33). Nous souhaitons que le volume tumoral soit entièrement irradié en moins d'une minute, à quoi il faut rajouter 0.1 s pour le passage d'une profondeur à l'autre correspondant à un changement en énergie des particules délivrées par l'accélérateur. Cela implique une irradiation des 8000 pixels en 60 s soit une fréquence de répétition minimale de l'accélérateur de 133 Hz. Ce changement d'énergie rapide sera pris en considération au Chapitre 5 tandis que nous reviendrons sur la notion de fréquence de répétition au Chapitre 6.

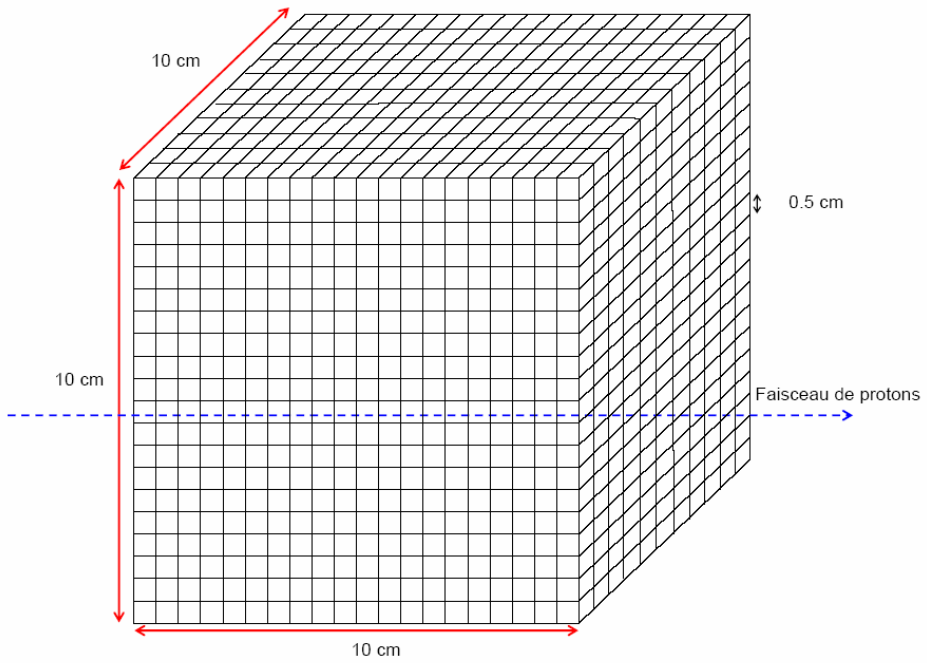


Figure 1.33 : **Volume tumoral considéré dans notre étude, 10x10x10 cm^3 divisé en 8000 « pixels ».**

1.3.5. Cahier des charges médical

Nous pouvons à ce stade dresser le cahier des charges médical d'une installation de radiothérapie au Tableau 1.2.

Profondeur de pénétration	entre 4 et 20 cm, extensible jusqu'à 30 cm
Champ d'irradiation transverse	au moins 10x10 cm^2 jusqu'à 25x25 cm^2
Débit de dose	$\geq$ 5 Gy/min dans 1 L
Temps d'irradiation du volume tumoral	$\leq$ 1 min
Précision de la dose dans le volume tumoral	+/- 3%
Disponibilité de l'installation	$\geq$ 97%
Variation de la profondeur de pénétration	Rapide, $\leq$ 0.1 s

Tableau 1.2 : **Cahier des charges médical pour une installation de protonthérapie convenu en concertation avec des médecins radiothérapeutes. [54] [57]**

La profondeur de pénétration limitée à 21 cm dans notre étude correspond à la profondeur recherchée par le Centre Antoine Lacassagne dans l'optique d'une possible extension de leur installation de protonthérapie [63]. Augmenter la profondeur de pénétration pour une installation complète revient à augmenter l'énergie finale et donc la taille de l'accélérateur FFAG comme nous le verrons au Chapitre 5. Toute notre étude sera donc basée sur une profondeur de pénétration comprise entre 4 et 20 cm (plus une marge de sécurité) pour un débit de dose de 5 Gy/min dans 1 L.

A cela s'ajoutent les contraintes économiques pour qu'une installation de protonthérapie soit viable :

- une très grande disponibilité et flexibilité de l'installation
- une taille réduite de l'accélérateur principal
- une maintenance simple et peu coûteuse
- une utilisation simple ne demandant qu'un seul opérateur
- une possible adaptabilité aux ions légers : hélium, carbone.

Ces contraintes ajoutées à notre décision d'étudier une installation de démonstration de radiothérapie donnent les spécifications techniques présentées au Tableau 1.3.

Energie d'extraction	entre 70 et 180 MeV en protons, correspondant à une profondeur de pénétration de 21.6 cm, supérieure aux 20 cm requis pour conserver une marge de sécurité
Taux de répétition	de l'ordre de 100 Hz pour l'irradiation « bunch to pixel » en moins d'1 min
Possibilité d'accélérer d'autres particules	ions hélium et carbone pour des traitements médicaux ou de la radiobiologie
Variation de l'énergie du faisceau	100 ms
Variation de l'intensité du faisceau	De « bunch » à « bunch »
Nombre de protons par minute	3.4×10^{12} pour un débit de dose de 5 Gy/min dans 1 L
Diamètre de l'accélérateur principal	$\leq$ 10 m

Tableau 1.3 : **Spécifications techniques de l'installation de protonthérapie à l'étude.**

Les principales avancées proposées au moyen d'un accélérateur FFAG sont de grands débits de dose et l'extraction à énergie variable sans l'utilisation de dégradeurs de faisceaux et de systèmes de sélection d'énergie, au contraire de ce que font les cyclotrons [64], tout en conservant une taille de machine raisonnable pour des questions d'encombrement et de coût de construction.

Chapitre 2

Introduction aux accélérateurs FFAG

Sommaire

2.1	Historique	51
2.2	Les projets FFAG actuels	56
2.3	Le projet RACCAM	61

Chapitre 2

Introduction aux accélérateurs FFAG

Les accélérateurs synchrotrons à champ fixe et gradient alterné FFAG (de l'anglais « Fixed Field Alternating Gradient ») ont connu deux grandes périodes. La première s'est déroulée aux Etats-Unis dans les années 50 et 60, la deuxième a débuté à la fin des années 90, et se poursuit actuellement aux Etats-Unis, au Japon et en Europe. Dans ce chapitre, nous allons en particulier revenir sur l'historique des FFAG dits à focalisation invariante dans le monde de la physique des accélérateurs. Puis nous présenterons les projets de FFAG à l'étude et en construction avant de nous intéresser au projet français RACCAM (Recherche en ACCélérateurs et Applications Médicales) financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) [65].

2.1. Historique

2.1.1. Naissance du concept : 1954-1967

L'association MURA (pour « Midwestern Universities Research Association » en anglais) a été créée en 1954 aux Etats-Unis afin d'étudier la faisabilité d'un accélérateur de particules pouvant atteindre des énergies de plusieurs GeV [66]. MURA a permis l'étude, la mise au point et la construction des tout premiers accélérateurs FFAG à focalisation invariante pour lesquels les nombres d'onde restent constant avec l'accélération (voir Chapitres 3 et 4). Cette institution s'est ainsi placée comme laboratoire de référence dans le domaine des accélérateurs à focalisation forte et accélération synchrone. Trois machines à électrons utilisant différentes optiques ont été construites durant cette période. Les chercheurs de MURA ont développé les théories de dynamique faisceau à l'aide de formalismes analytiques et de calculs numériques et ils ont expérimenté des systèmes d'injection et d'accélération [66]. Certaines études ont été poussées jusqu'à la modélisation des effets de charge d'espace dans le cadre d'un projet de collisionneur.

La première machine, Mark II, accélérait des électrons de 20 keV à 400 keV. Cet accélérateur dit à « optique radiale » a fonctionné à partir de 1956 et a permis des études d'injection de faisceau, d'accélération par noyau bêtatron ou par un système radiofréquence et d'ingénierie concernant la forme de l'entrefer et les moyens de produire la loi radiale de champ magnétique donnant une machine à focalisation invariante que nous développerons en détails à la section 3.2. La Figure 2.1 illustre ce concept de FFAG à secteur radial, la cellule

est composée de deux aimants à indice, l'un focalisant horizontalement (défocalisant verticalement) et l'autre défocalisant horizontalement (focalisant verticalement), assurant ainsi la focalisation alternée.

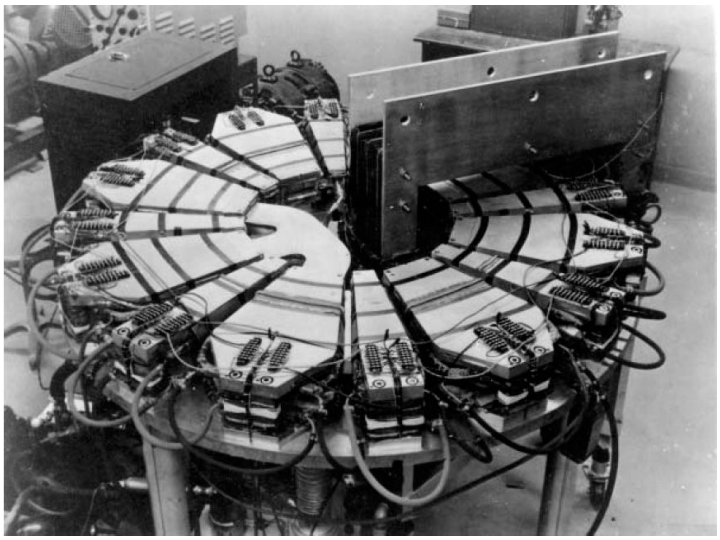


Figure 2.1 : **Accélérateur FFAG à secteur radial Mark II, association MURA, USA, 1956. [66]**

En 1957, le deuxième accélérateur FFAG de MURA accélérait des électrons de 35 keV à 180 keV au moyen de six cellules chacune composée d'un unique aimant dont les faces magnétiques ont une forme de spirale logarithmique (voir Figure 2.2). Dans ce FFAG Mark V dit à « optique spirale » (voir Chapitre 4), l'aimant assure les focalisations alternées dans les plans horizontal et vertical (voir section 3.2). Le signe constant du champ magnétique rend ces machines à « optique spirale » beaucoup plus compactes que les précédentes à « optique radiale ». Mark V a permis à l'équipe MURA de mettre au point des modèles analytiques et des calculs numériques d'orbites fermées et de champs magnétiques qui font aujourd'hui encore école [67].

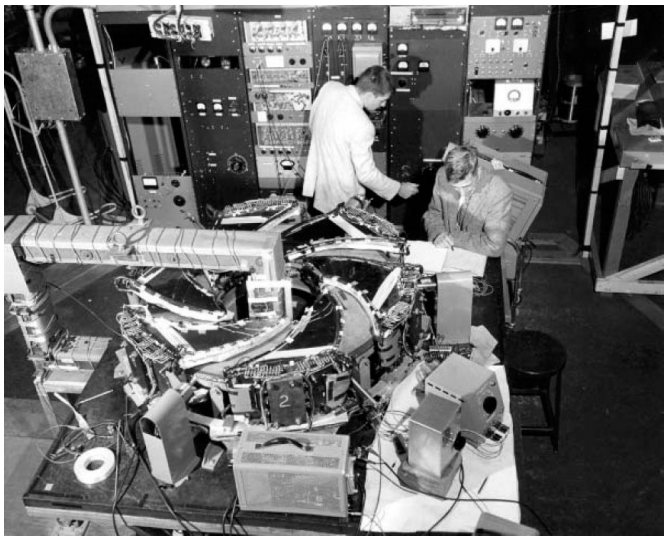


Figure 2.2 : **Accélérateur FFAG à secteur spiral Mark V, association MURA, USA, 1957. [66]**

Le troisième FFAG, à « optique radiale », permettait d'accélérer deux faisceaux d'électrons entre 0.1 et 50 MeV en sens inverse dans le même anneau afin d'évaluer la faisabilité d'un collisionneur (voir Figure 2.3). En fonctionnement à partir de 1961, ce fut le dernier accélérateur FFAG construit à MURA avant la fermeture du laboratoire en 1967. Les principales raisons de l'arrêt des activités FFAG aux Etats-Unis furent la mise au point des synchrotrons pulsés et anneaux de collision. Les recherches concernant les FFAG à focalisation invariante ont ensuite connu une période de veille pour renaître dans les années 90 au Japon.

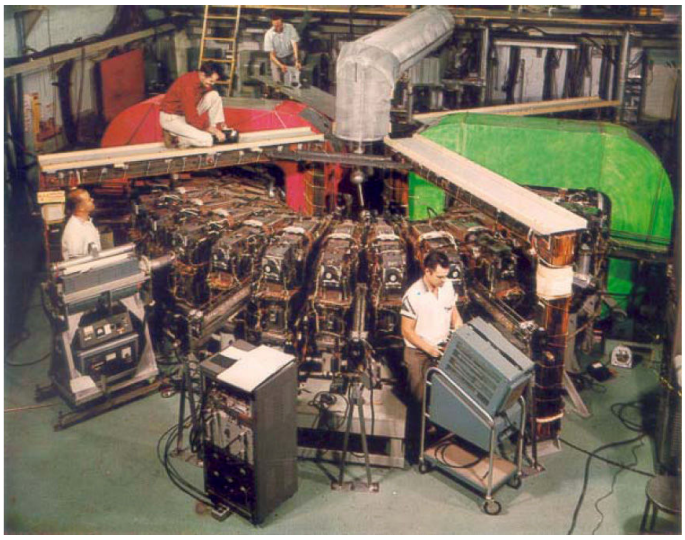


Figure 2.3 : **Accélérateur FFAG à secteur radial de 50 MeV, association MURA, USA, 1961. [66]**

2.1.2. La renaissance des FFAG à focalisation invariante : 1999 à nos jours

Nous pouvons distinguer deux familles d'accélérateurs FFAG, la première regroupe les FFAG à focalisation invariante, comme les machines de MURA que nous avons vues précédemment, dont les nombres d'onde transverses restent constants pendant l'accélération (voir section 3.1.4). La deuxième concerne les FFAG à focalisation non-invariante, dont les nombres d'onde transverses varient avec l'énergie. Nous allons dans cette thèse privilégier l'étude des FFAG à focalisation invariante. Les FFAG à focalisation non-invariante seront abordés rapidement en section 2.2 puisqu'ils constituent une part importante de la R&D en cours dans le domaine des FFAG en Europe, aux Etats-Unis (essentiellement à Fermilab et à BNL) et au Canada (TRIUMF) mais leur étude ne sera pas développée ici. La recherche concernant les FFAG à focalisation invariante a repris dans les années 90 au Japon au laboratoire KEK [68].

Les accélérateurs FFAG se distinguent par rapport aux autres grandes classes d'accélérateurs circulaires que sont les cyclotrons [69] et les synchrotrons [70] et ils

possèdent certaines propriétés intéressantes. Une propriété fondamentale des FFAG est que le champ magnétique dans les aimants est fixe pendant le processus d'accélération, contrairement aux synchrotrons pulsés dans lesquels le champ magnétique augmente en synchronisme avec l'accélération des particules. Dans les cas où l'accélération doit se faire extrêmement rapidement, par exemple pour accélérer des particules dont la durée de vie est courte comme les muons [71], la technologie des synchrotrons n'est pas adaptée du fait des limitations dans le changement d'intensité de champ magnétique avec le temps. Le champ magnétique fixe pendant l'accélération permet également de concevoir des accélérateurs à fort taux de répétition (quelques centaines de Hz) intéressant les domaines des faisceaux de forte intensité en protons [72] ou électrons.

Un FFAG à focalisation invariante accélérant des protons de 50 keV à 500 keV a été développé comme preuve de principe dans le laboratoire japonais KEK en 1999 [73]. Cette machine POP (« Proof Of Principle » en anglais) est basée sur une optique radiale dont la cellule est composée d'un triplet d'aimants défocalisant / focalisant / défocalisant (DFD), (voir Figure 2.4).

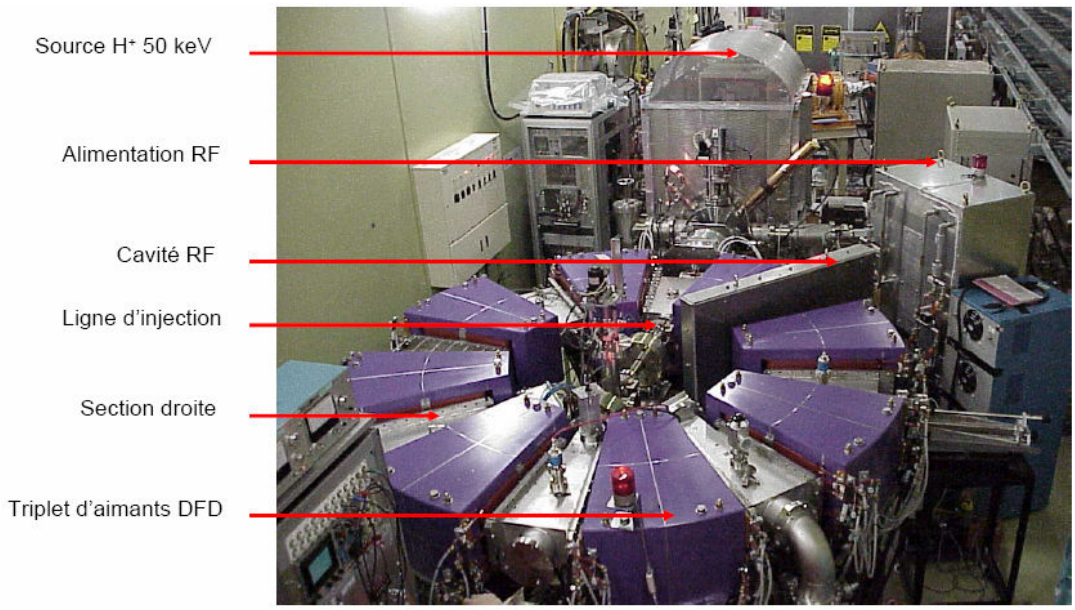


Figure 2.4 : **Accélérateur FFAG POP à secteur radial de 500 keV, KEK, Japon. [74]**

Elle a permis de prouver la faisabilité de l'injection, de la capture, de l'accélération, à l'aide d'une cavité à large bande de fréquence, et de l'extraction [75] dans un FFAG à protons. Par ailleurs, ce projet a nécessité le développement de modèles magnétiques utilisant des logiciels de simulations numériques par éléments finis comme TOSCA [76]. La comparaison de ces modélisations avec les mesures magnétiques sur les aimants a démontré le très bon accord entre les modèles et les mesures [73]. De plus, des outils de simulation des trajectoires des particules par intégration numérique pas à pas ont été développés pour ces études.

Par ailleurs un grand travail de R&D concernant l'accélération radiofréquence (RF) a été réalisé permettant d'obtenir un cycle d'accélération d'environ 1 ms donnant un taux de répétition de l'ordre de 1 kHz. Une cavité accélératrice à large bande de fréquence et à fort gradient a été développée à partir d'une technologie d'alliages magnétiques. L'accélérateur POP a ainsi participé à la renaissance des machines FFAG à focalisation invariante dans le monde des accélérateurs et de l'intérêt grandissant des physiciens des accélérateurs pour ces machines [77].

Consécutivement au succès de POP, le laboratoire KEK a construit un accélérateur FFAG à « optique radiale » accélérant des protons de 12 à 150 MeV (voir Figure 2.5) dont la cellule est composée d'un triplet DFD [78]. Un injecteur cyclotron délivre des ions H^- à 12 MeV extraits par « stripping » pour obtenir un faisceau de protons pour injection dans le FFAG. Le but de cette machine est de démontrer la possibilité d'utiliser les FFAG pour différentes applications parmi lesquelles la protonthérapie ou les réacteurs pilotés par des accélérateurs (voir ci-après) [79]. Un nouveau type d'aimant n'ayant pas de culasse de retour a été mis au point afin d'insérer plus facilement les systèmes d'injection et d'extraction [80]. Cet accélérateur FFAG a atteint un taux de répétition de 120 Hz.



Figure 2.5 : **Accélérateur FFAG 150 MeV à secteur radial, KEK, Japon.**
Gauche : vue de l'injecteur cyclotron 12 MeV et de l'anneau 150MeV. [81]
Droite : vue d'un triplet d'aimants sans culasse de retour du FFAG 150MeV. [80]

Une troisième installation de FFAG en protons est en construction au Japon, à l'Institut KURRI (de l'anglais « Kyoto University Research Reactor Institute ») [82]. Il s'agit d'une cascade d'accélérateurs à focalisation invariante (voir Figure 2.6) alimentée par une source d'ions H^+ de 0.1 MeV, comportant un injecteur FFAG à « optique spirale » de 2.5 MeV, un booster FFAG à « optique radiale » de 20 MeV et enfin un anneau principal FFAG à « optique radiale » de 150 MeV, ce dernier étant la copie du FFAG 150 MeV de KEK présenté précédemment [83]. Cette installation doit permettre d'étudier la physique de réacteurs nucléaires pilotés par une source de neutrons de spallation: ADSR (pour « Accelerator Driven System Reactor » en anglais) [84].

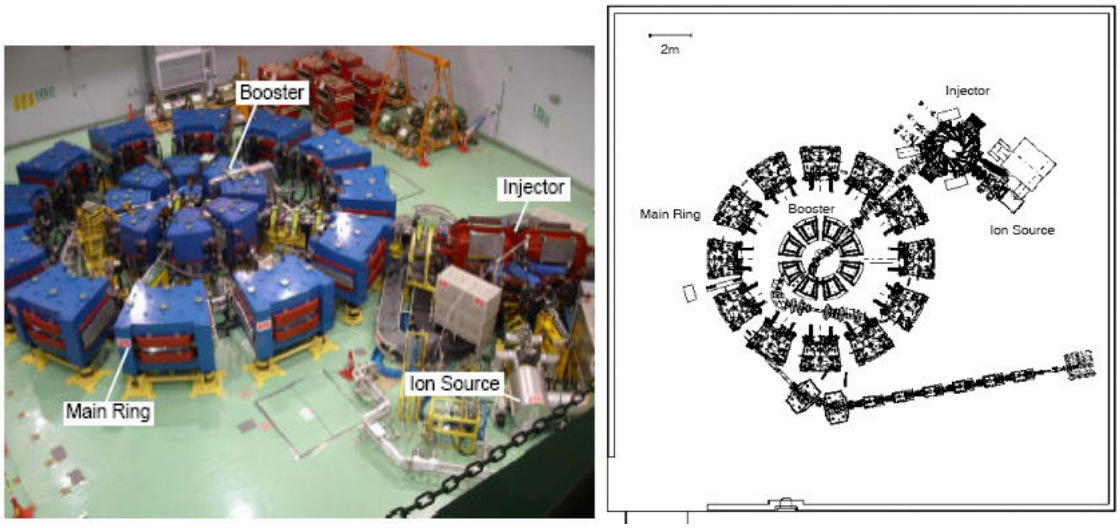


Figure 2.6 : **Accélérateur FFAG 150 MeV à secteur radial pour ADSR, KURRI, Japon. [83]**
Gauche : Vue de la cascade d'accélérateurs FFAG.
Droite : Schéma d'installation avec source d'ions, accélérateurs et ligne de transfert.

La renaissance des machines FFAG à focalisation invariante a donc eu lieu au Japon grâce au travail du laboratoire KEK sur les machines POP et FFAG 150 MeV puis à l'Institut KURRI dans le cadre de recherches sur les réacteurs nucléaires. Les activités de R&D concernant les FFAG à focalisation non-invariante ont, elles, débuté à la fin des années 1990 aux Etats-Unis et au Canada dans le cadre des études sur l'usine à neutrinos [85] [86]. Les activités de R&D sur les FFAG à focalisation invariante et non-invariante ont ouvert de nouvelles voies dans l'utilisation de ces machines à champ fixe, tout d'abord dans le domaine de la physique des hautes énergies, notamment dans le cadre de projets d'usines à neutrino [71]. Par ailleurs, les accélérateurs FFAG ouvrent de nouvelles perspectives pour l'hadronthérapie, comme l'accélération d'ions légers [87] (protons, hélium, carbone, etc.) et dans le domaine de la BNCT [51].

2.2. Les projets FFAG actuels

2.2.1. L'usine à neutrinos

Le projet d'usine à neutrinos [88] a pour objectif la production d'un flux intense de neutrinos dirigé vers de grands détecteurs afin d'étudier la physique des neutrinos. Ces faisceaux de neutrinos de haute énergie proviennent de la désintégration des muons :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_\mu$$
$$\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$$

Le principe de l'usine à neutrinos est le suivant : un faisceau de protons de haute énergie et de forte puissance frappant une cible produit des pions qui se désintègrent en muons, ces muons sont capturés puis accélérés jusqu'à plusieurs GeV avant d'être stockés dans un anneau de décroissance. Du fait de leur courte durée de vie (2.2 µs au repos), l'accélération des muons doit être rapide. Les FFAG sont donc envisagés pour cela. D'autre part, l'accélération des muons demande une très grande acceptance dynamique, contrainte à laquelle peuvent répondre également les FFAG [89]. Deux projets d'usines à neutrinos sont à l'étude : l'un au Japon : NuFactJ [90], le second dans le cadre d'une collaboration associant Japon, Etats-Unis et Europe : IDS-NuFact [91] . Les schémas de ces deux projets sont présentés en Figure 2.7.

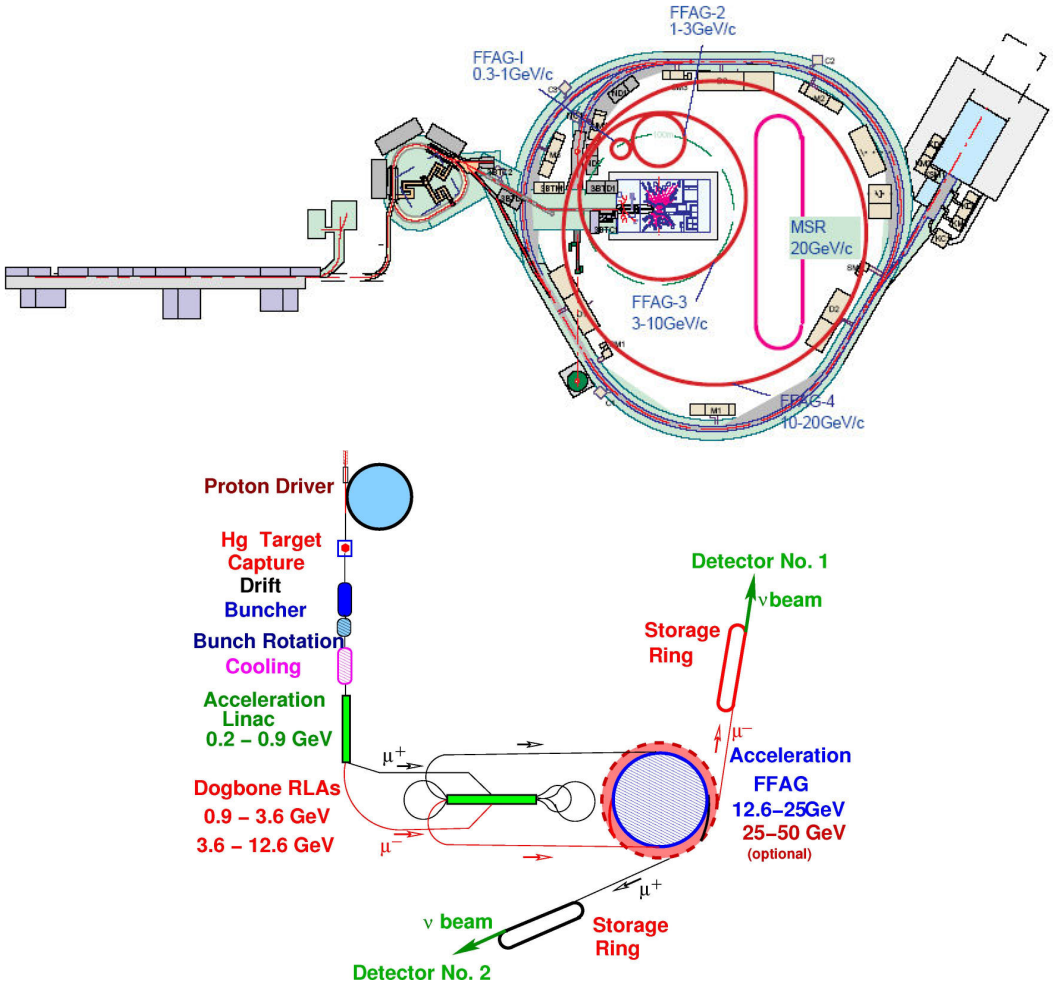


Figure 2.7 : **Schémas des projets d'usines à neutrinos.**
Haut : NuFactJ (Japon). [90]
Bas : IDS-NuFact (USA - Europe). [91]

Ces structures se composent d'un système d'accélération de faisceaux de protons de haute énergie et de forte puissance en amont de la cible de production des muons et d'un système de capture, refroidissement et accélération des muons en aval de cette même cible. Des accélérateurs FFAG sont proposés pour amener les muons à une énergie de plusieurs dizaines GeV, la valeur maximale variant en fonction des demandes de la physique des

neutrinos. Le projet IDS-NuFact propose l'utilisation de FFAG à focalisation non-invariante pour une accélération des muons de 12.6 à 25 GeV puis de 25 à 50 GeV. Le projet NuFactJ utilise une cascade de quatre FFAG à focalisation invariante afin d'amener le faisceau de 0.3 à 20 GeV.

Dans le cadre de ces projets d'usines à neutrinos, des accélérateurs FFAG sont en cours d'étude ou de construction afin de faire la preuve de leur capacité à accélérer ou manipuler les faisceaux de muons. Nous allons maintenant décrire ces nouveaux projets.

2.2.2. EMMA: « Electron Model with Many Applications »

Le programme d'usines à neutrinos IDS-NuFact est basé sur la méthode des FFAG à focalisation non-invariante qui utilise des aimants plus simples de conception que ceux des FFAG à focalisation invariante. En contrepartie de cette simplicité des aimants, la dynamique des faisceaux de particules dans ces FFAG est à étudier attentivement puisque de nombreuses résonances sont traversées pendant l'accélération du faisceau. La solution est de faire traverser ces résonances le plus rapidement possible en maximisant le nombre de cavités accélératrices radiofréquences dans l'anneau. Ainsi, de nouvelles techniques et technologies doivent être étudiées avant l'éventuelle construction d'un accélérateur à muons basé sur la méthode des FFAG à focalisation non-invariante. Dans ce but, la fabrication d'un accélérateur à électrons a été financée par le Royaume-Uni. Ce projet est mené en collaboration avec des laboratoires nord-américains, européens et japonais [92] [93]. Cet accélérateur EMMA accélérera des électrons de 10 à 20 MeV afin de modéliser l'accélération de muons (voir Figure 2.8).

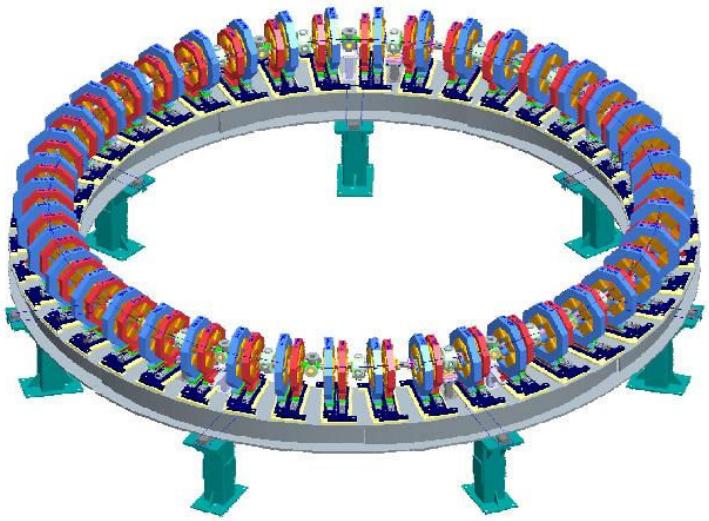


Figure 2.8 : **Schéma de l'accélérateur FFAG à focalisation non-invariante EMMA. [94]**

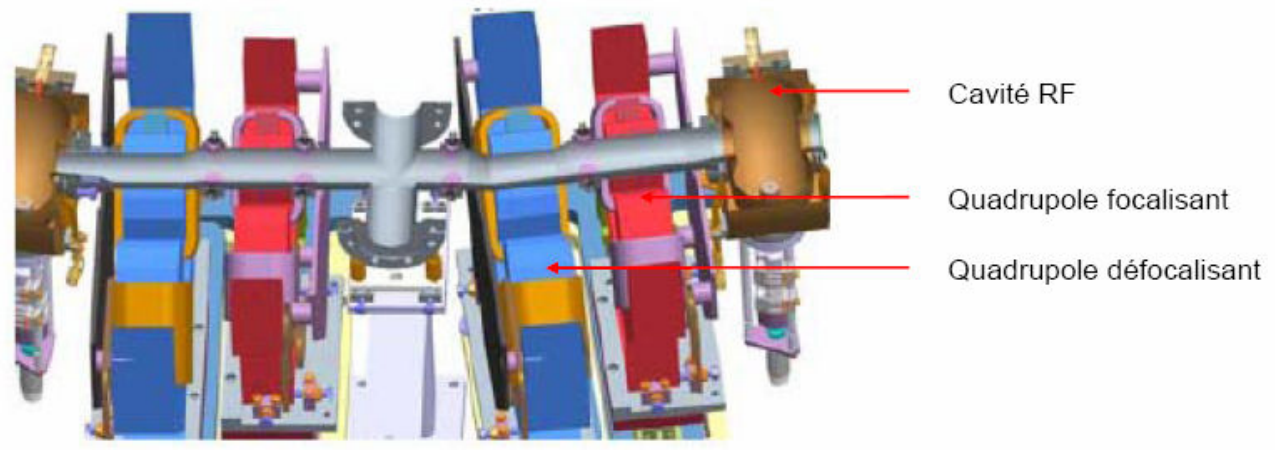


Figure 2.9 : **Vue de deux cellules de l'accélérateur FFAG à focalisation non-invariante EMMA comprenant un doublet d'aimants focalisant et défocalisant et une cavité RF. [93]**

Le but de cette machine est d'étudier la dynamique faisceau, l'accélération ultrarapide, la traversée de résonances pendant l'accélération et les effets de défauts de champs et d'alignement sur la dynamique. Les aimants et les cavités accélératrices (voir Figure 2.9) sont en cours de construction, l'assemblage commencera en 2008 et le commissionnement est prévu pour le second semestre 2009. Précisons que EMMA fait partie du projet CONFORM (« COnstruction of a Non-scaling FFAG for Oncology, Research and Medecine ») [95] qui inclut également un projet de conception d'accélérateur de protons pour des applications médicales : PAMELA (« Particle Accelerator for MEdicaL Applications »).

2.2.3. PRISM: « Phase Rotated Intense Slow Muon » source

PRISM [96] est une installation de source intense de muons de basse énergie et de faible dispersion en énergie en construction au Japon pour la physique des muons. Afin de réduire au maximum la dispersion en énergie des muons provenant de la cible de production (par rotation dans l'espace des phases longitudinal), un anneau FFAG à focalisation invariante composé de 10 triplets d'aimants à « secteur radial » et de 8 cavités radiofréquences à fort gradient (voir Figure 2.10) est en construction [97]. Cet accélérateur relève plusieurs challenges comme la construction d'aimants ayant une grande ouverture d'entrefer (30 cm) pour accepter de larges faisceaux de muons, et de cavités RF à fort gradient (supérieur à 150 kV/m).

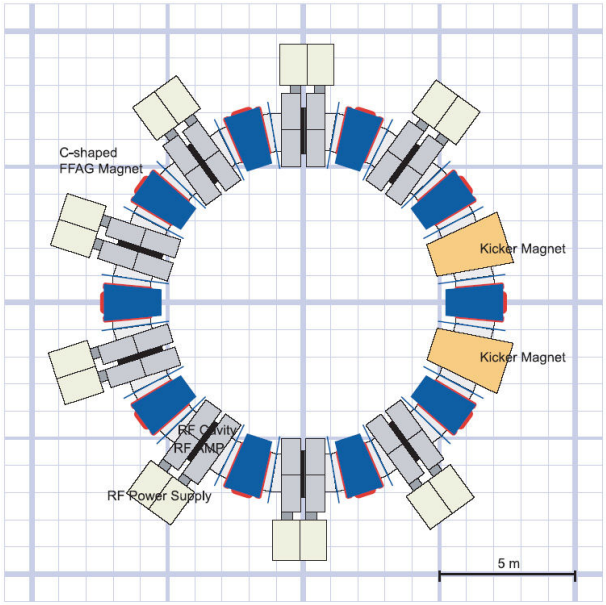


Figure 2.10 : **Schéma de l'accélérateur FFAG pour le projet PRISM. [97]**

2.2.4. ERIT: « Energy Recovery Internal Target » FFAG

La BNCT, méthode de traitement des cancers par utilisation de faisceaux de neutrons (voir section 1.3.2, p34), demande une source fiable de neutrons de faible énergie; la solution depuis plusieurs années est d'utiliser un faisceau de neutrons provenant d'un réacteur nucléaire. Une autre solution est de fabriquer des sources de neutrons de spallation à l'aide d'accélérateurs de particules.

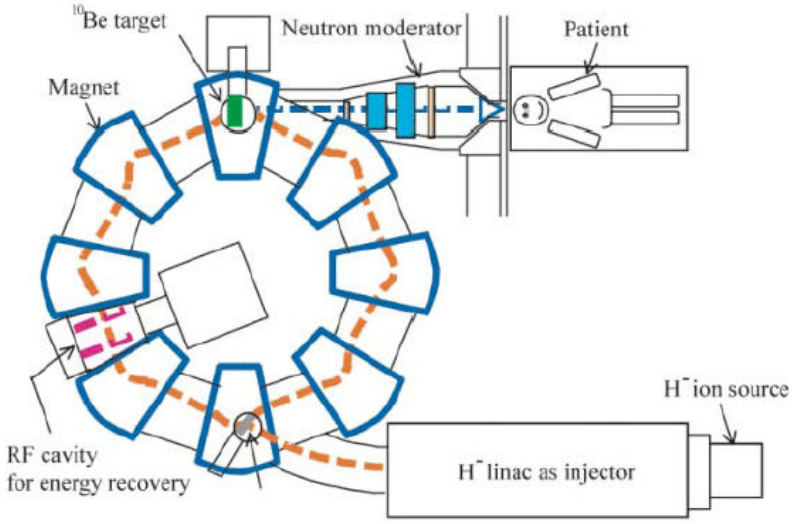


Figure 2.11 : **Schéma de l'accélérateur FFAG-ERIT pour la BNCT. [98]**

Le projet ERIT (pour « Energy / Emittance Recovery Internal Target » en anglais) (voir Figure 2.11) est un accélérateur à champ fixe produisant des neutrons à l'aide d'une cible de béryllium interne [98] [99]. Le faisceau de protons stockés, de 11 MeV et de 20mA, produit

des neutrons en frappant la cible. La compensation de la perte d'énergie du faisceau de protons à la traversée de la cible est assurée par le système d'accélération radiofréquence.

Il existe donc plusieurs projets en cours de construction ou en fonctionnement impliquant des accélérateurs FFAG dans le monde. Certains relèvent de la physique des hautes énergies, des muons et des neutrinos comme les usines à neutrinos, EMMA et PRISM. D'autres concernent l'étude des systèmes ADSR comme à KURRI. Enfin des projets s'intéressent aux éventuelles applications médicales des FFAG comme PAMELA au Royaume-Uni, ERIT au Japon et RACCAM en France qui fait l'objet de cette thèse.

2.3. Le projet RACCAM

En France, le LPSC (Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie) [100] de Grenoble affilié à l'IN2P3 (Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules) [101], au CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) [9], à l'UJF (Université Joseph Fourier) [102] et à l'INPG (Institut National Polytechnique de Grenoble) [103], collabore dans des projets internationaux concernant les FFAG depuis 2005. Le projet RACCAM (Recherche en ACCélérateurs et Applications Médicales) [65] [104] est une prolongation de ces activités. RACCAM est un projet financé par l'Agence Nationale de la Recherche pour une durée de trois ans courant de 2006 à 2008 et dont les grandes directions de recherche concernent l'usine à neutrinos et l'application médicale. Ces deux aspects apparaîtront dans le détail des objectifs de RACCAM ci-après.

2.3.1. Objectifs de RACCAM

Les objectifs de RACCAM peuvent être décrits en trois axes. Le premier objectif est de poursuivre les collaborations internationales entreprises auparavant dans les études concernant les FFAG, en particulier les usines à neutrinos et le modèle en électron EMMA. RACCAM a comme deuxième objectif de former des ingénieurs et des chercheurs dans le domaine de la R&D concernant les FFAG, notamment en dynamique faisceau, développement de codes de simulation de trajectoire et utilisation d'outils de simulation magnétiques 3D par éléments finis comme TOSCA [76]. Enfin, le troisième objectif de RACCAM est d'étudier la possibilité d'applications en hadronthérapie des FFAG. Dans cette optique, un travail de prototypage d'un aimant de FFAG à focalisation invariante a été entrepris, cet aimant étant celui d'une possible machine médicale de traitement par protonthérapie à énergie variable dont la gamme d'énergie d'extraction se situe entre 70 et 180 MeV.

2.3.2. Organisation

RACCAM regroupe à l'origine trois entités venant de domaines différents : un laboratoire de recherche fondamentale – le LPSC Grenoble [100], des centres de traitement de cancer – le service de cancérologie du CHU de Grenoble [4] et le Centre Léon Bérard de Lyon [2], ainsi qu'une entreprise fabriquant des aimants d'accélérateurs de particules – SIGMAPHI [105] de Vannes. Le LPSC s'est principalement chargé des études théoriques de dynamique faisceau, des développements de codes, des choix de paramètres, d'une partie de la modélisation magnétique ainsi que d'études de physique médicale. Le CHU de Grenoble s'est impliqué dans la définition des contraintes médicales de la protonthérapie sur la conception de la machine. SIGMAPHI s'est chargé de la modélisation magnétique de l'aimant, de sa construction et des mesures magnétiques.

2.3.3. Faits marquants

Au cours des avancées du projet, de nouveaux partenaires s'y sont associés, prouvant l'intérêt porté au domaine des FFAG pour la protonthérapie. Ces nouveaux partenaires sont le Centre Antoine Lacassagne de Nice [3], AIMA-DEVELOPPEMENT [106], industriel en cyclotrons (associée au Centre Antoine Lacassagne) et l'industriel IBA [107]. Ce dernier fournit aujourd'hui plus de la moitié des centres de traitement par protons avec ses cyclotrons pour la protonthérapie et a souhaité collaborer à RACCAM afin d'apporter son expérience dans les accélérateurs et le traitement radiologique des tumeurs. AIMA-DEVELOPPEMENT et le Centre Antoine Lacassagne ont rejoint le projet car une étude d'une nouvelle installation d'irradiation par protons dans la gamme 200 MeV est envisagée pour compléter le cyclotron existant de 65 MeV utilisé aux traitements de l'œil.

Chapitre 3

Dynamique dans les accélérateurs FFAG

Sommaire

3.1	Dynamique transverse	65
3.2	Dynamique longitudinale	83

Chapitre 3

Dynamique dans les accélérateurs FFAG

Les accélérateurs FFAG font partie de la famille des accélérateurs circulaires. Nous allons dans ce chapitre revenir sur la théorie de la dynamique transverse dans l'approximation linéaire afin d'introduire les équations du mouvement, le formalisme matriciel ainsi que les grandeurs utilisées pour décrire le comportement des particules dans un anneau. Nous appliquerons ensuite ces principes aux accélérateurs FFAG à focalisation invariante pour en déduire la loi de champ magnétique caractéristique de ces machines et introduire leurs nombres d'onde théoriques. Puis nous décrirons le principe de la dynamique longitudinale dans les FFAG à l'étude dans le but d'introduire les résultats de simulation d'accélération dans le Chapitre 5 et de présenter les configurations envisagées pour le système accélérateur au Chapitre 6.

3.1. Dynamique transverse

3.1.1. Equations linéaires du mouvement

Dans un accélérateur circulaire, les particules sont guidées autour de l'anneau selon une succession de sections droites et d'arcs de cercle grâce à des aimants de courbure dipolaires. Ces particules sont en même temps focalisées autour d'une orbite de référence, l'orbite fermée, au moyen d'aimants de focalisation quadripolaires. Le rayon de courbure ρ_0 des trajectoires est défini selon la relation :

$$B_z \rho_0 = \frac{p_0}{q} = B\rho \tag{3.1}$$

où B_z est le champ magnétique vertical dans les aimants dipolaires, q la charge des particules et p_0 leur impulsion de référence :

$$p_0 = \frac{\sqrt{E_k\left(E_k + 2E_0\right)}}{c} \tag{3.2}$$

avec E_k, E_0 les énergies cinétique et au repos des particules et c la vitesse de la lumière.

On définit ainsi la rigidité magnétique $B\rho$ d'une particule et la force de déviation $1/\rho$. On décrit le mouvement des particules dans le repère curviligne (0, x, s, z) attaché à l'orbite de référence (voir Figure 3.1). Les plans (0, x, s) et (0, x, z) sont ainsi définis respectivement comme les plans horizontal et vertical par la suite.

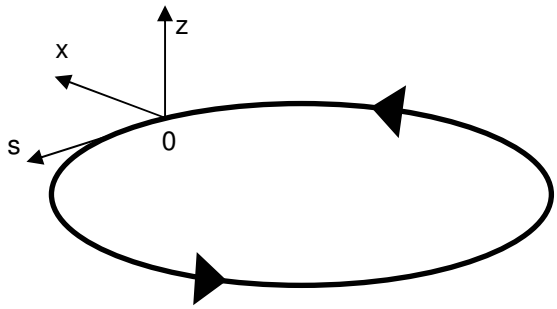


Figure 3.1 : **Repère curviligne dans un accélérateur circulaire.**

Lors de son passage au travers d'un aimant quadripolaire, une particule subit l'influence de champs magnétiques transverses [108] :

$$B_x = -Gz \qquad B_z = -Gx \tag{3.3}$$

où $G = dB/dx > 0$ est le gradient du champ magnétique. Une particule de vitesse v et de charge $q > 0$ se dirigeant vers le plan du dessin (voir Figure 3.2) est alors focalisée dans le plan horizontal et défocalisée dans le plan vertical sous l'effet des composantes de la force de Lorentz :

$$F_x = qvB_z = -qvGx \qquad F_z = -qvB_x = qvGz \tag{3.4}$$

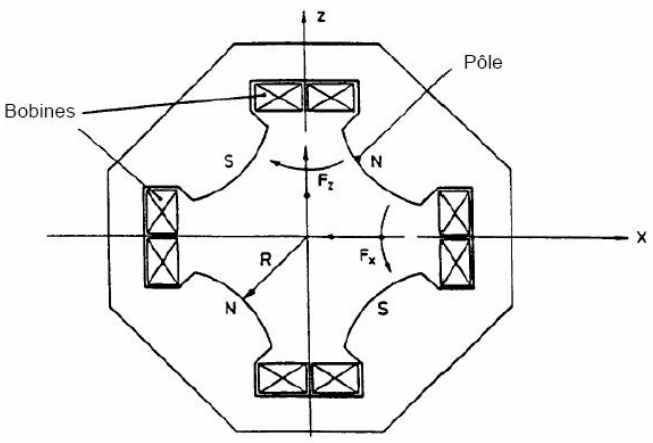


Figure 3.2 : **Coupe d'un aimant quadripolaire. [108]**

L'effet inverse s'obtient en modifiant la polarité de l'aimant quadripolaire. Un effet global de focalisation découle de la succession de ces champs magnétiques focalisants et défocalisants, cet effet est appelé focalisation par gradient alterné [109]. On définit la force de focalisation K par :

$$K = \frac{G}{B\rho} \tag{3.5}$$

Nous avons traité les aimants dipolaires et quadripolaires comme des éléments séparés. Les aimants à fonctions combinées possèdent en même temps ces deux composantes de champ et l'on peut définir l'indice de champ n en combinant les forces de déviation $1/\rho$ et de focalisation K :

$$n = K \cdot \rho^2 = \frac{\rho}{B_z}\frac{dB_z}{dx} \tag{3.6}$$

Les aimants de FFAG à focalisation invariante présentent un champ de la forme $B_z = B_{z0}(r/r_0)^k$, voir section 3.1.4, qui contient une infinité de multipoles dont les composantes dipolaires et quadripolaires.

On peut ainsi écrire les équations du mouvement dans l'approximation paraxiale qui suppose une faible divergence du faisceau de particules par rapport à son axe de propagation [108] :

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{ds^2} - (K - \frac{1}{\rho^2})x = \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{p_0} \\ &\frac{d^2z}{ds^2} + Kz = 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

où Δp est l'écart en impulsion d'une particule par rapport à l'impulsion de référence p_0. En combinant (3.6) et (3.7), on obtient :

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{p_0} \\ &\frac{d^2z}{ds^2} + K_z(s)z = 0 \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} K_x(s) &= \frac{1-n}{\rho^2} \\ K_z(s) &= \frac{n}{\rho^2} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Considérons l'équation faisant intervenir la variable x. La solution de cette équation différentielle est la somme de la solution générale x_h de l'équation homogène et d'une solution particulière x_i de l'équation non-homogène comme suit :

$$x(s) = x_h(s) + x_i(s) \tag{3.9}$$

de telle sorte que :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_h}{ds^2} + K_x(s) x_h &= 0 \\ \frac{d^2 x_i}{ds^2} + K_x(s) x_i &= \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{p_0} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Définissons maintenant la fonction de dispersion comme :

$$D(s) = \frac{x_i(s)}{\Delta p / p_0} \tag{3.11}$$

La solution générale de l'équation du mouvement s'écrit alors :

$$x(s) = C(s)\, x_0 + S(s) x_0' + D(s)\frac{\Delta p}{p_0} \tag{3.12}$$

où x_0, x_0' sont respectivement les valeurs initiales de $x_h(s)$ et $x_h'(s)$ en $s = s_0$ et $C(s)$, $S(s)$ sont deux solutions de l'équation homogène (3.10). On montre que $C(s)$ et $S(s)$ sont linéairement indépendantes [108] et que l'on peut définir les conditions initiales suivantes :

$$C_0 = 1,\ C_0' = 0,\ S_0 = 0,\ S_0' = 1 \tag{3.13}$$

$$D_0 = D_0' = 0 \tag{3.14}$$

Les fonctions $C(s)$ et $S(s)$ qui répondent à ces conditions, font intervenir les fonctions trigonométriques ou hyperboliques.

Les positions et angles $x(s)$, $x'(s)$ et l'écart relatif en impulsion $\Delta p / p_0$ peuvent être reliés aux conditions initiales par une transformation matricielle :

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \dfrac{\Delta p}{p_0} \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C & S & D \\ C' & S' & D' \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \dfrac{\Delta p}{p_0} \end{pmatrix}_{s_0} \tag{3.15}$$

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_{s_0} \tag{3.16}$$

Les équations (3.15) et (3.16) permettent d'introduire la notion de matrice de transfert d'un élément optique dont le plan horizontal est dispersif et le plan vertical non-dispersif. Nous conserverons cette hypothèse dans la suite de notre étude.

3.1.2. Matrices de transfert

Nous allons dans cette section décrire les matrices de transfert des éléments optiques les plus utilisés dans le domaine des accélérateurs synchrotrons et introduire les matrices de transfert que nous utiliserons par la suite pour décrire les cellules FFAG à focalisation invariante. La notation matricielle est particulièrement intéressante dans l'étude des FFAG puisque les cellules magnétiques peuvent être décomposées en éléments magnétiques simples dont chaque terme $K(s)$, voir Equation (3.8), est constant le long de chaque élément optique pris indépendamment. La matrice de la cellule complète est ainsi le produit des matrices de transfert de chaque élément optique. Par ailleurs, les équations du mouvement étant découplées au premier ordre, les études de dynamique dans les plans horizontal et vertical sont indépendantes et on peut définir les matrices de transfert horizontale et verticale de manière indépendante.

a) Modèle de bord en échelon (« hard edge »)

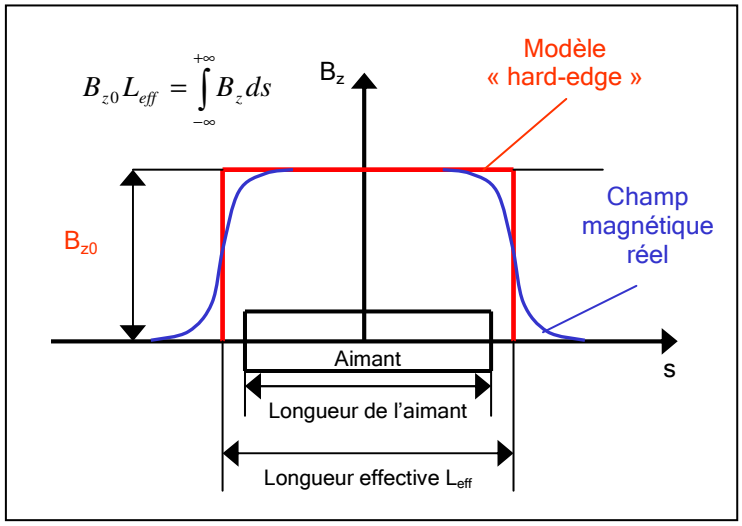


Figure 3.3 : **Modèle de bord en échelon (« hard edge ») de champ magnétique.**

Dans le formalisme matriciel, le modèle de bord en échelon (ou « hard edge » en anglais) suppose que les champs magnétiques sont indépendants de s dans chacun des éléments optiques et que ces mêmes champs tombent à zéro sur une distance nulle aux extrémités des aimants. Ainsi, dans ce modèle, le champ magnétique réel est remplacé par un champ magnétique uniforme réparti sur une longueur effective L_{eff} de telle sorte que

l'intégrale de champ dans l'aimant soit égale au produit du champ magnétique maximum dans l'aimant par la longueur effective (voir Figure 3.3).

La validité du modèle « hard edge » est limitée, notamment concernant l'effet des tombées de champ réelles pour le mouvement vertical. Cependant, l'introduction d'une correction de champ de fuite au premier ordre nous permettra d'utiliser le formalisme matriciel comme point de départ à une étude des paramètres d'un FFAG. L'étude précise des paramètres et de la dynamique faisceau nécessite de recourir à des méthodes d'intégration pas à pas des trajectoires des particules dans les champs magnétiques des aimants comme nous le verrons au Chapitre 4.

b) Sections droites

Une section droite est définie comme une région de l'espace où ne règne aucun champ magnétique donc aucune force de déviation ou de focalisation. Par conséquent, le terme $K(s)$ de l'équation (3.8) est nul et l'équation du mouvement se réduit à $u'' = 0$ ($u = x$ ou z) dont la solution est $u' = u'_0 = cste$ qui donne par intégration $u = u'_0 s + u_0$. Pour obtenir la matrice de transfert de l'élément complet, il faut substituer à s la longueur L de la section droite. Nous pouvons résumer ces deux dernières équations sous la forme matricielle suivante pour les plans horizontal et vertical :

$$M_x = M_z = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

c) Aimants à fonctions combinées

Les fonctions $C(s)$ et $S(s)$ sont les solutions de l'équation différentielle suivante :

$$u'' + K_u u = 0 \quad \begin{cases} K_u = -K + \dfrac{1}{\rho^2} & pour\ u = x \\ K_u = K & pour\ u = z \end{cases} \tag{3.18}$$

avec $K = \dfrac{1}{B\rho}\dfrac{dB_z}{dx}$.

En posant $\phi_u = s\sqrt{|K_u|}$, nous pouvons écrire les matrices de transfert de l'aimant [108] :

$$M_{corps} = \begin{pmatrix} \cos(\phi_u) & \frac{1}{\sqrt{|K_u|}}\sin(\phi_u) \\ -\sqrt{|K_u|}\sin(\phi_u) & \cos(\phi_u) \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan focalisant} \qquad (3.19)$$

$$M_{corps} = \begin{pmatrix} \cosh(\phi_u) & \frac{1}{\sqrt{|K_u|}}\sinh(\phi_u) \\ \sqrt{|K_u|}\sinh(\phi_u) & \cosh(\phi_u) \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan défocalisant} \qquad (3.20)$$

et la fonction de dispersion dans le plan horizontal :

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho|K_x|}(1-\cos(\phi_x)) \\ \frac{1}{\rho\sqrt{|K_x|}}\sin(\phi_x) \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan focalisant} \qquad (3.21)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\rho|K_x|}(1-\cosh(\phi_x)) \\ \frac{1}{\rho\sqrt{|K_x|}}\sinh(\phi_x) \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan défocalisant} \qquad (3.22)$$

sachant que le plan vertical est non-dispersif.

Pour obtenir la matrice de transfert de l'aimant complet de longueur L, il suffit de remplacer s par L dans l'expression $\phi_u = s\sqrt{|K_u|}$. Dans le cas des FFAG à focalisation invariante, nous utiliserons cette matrice de transfert d'un aimant à fonctions combinées pour modéliser l'optique au premier ordre.

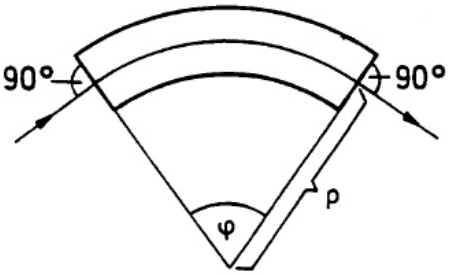


Figure 3.4 : **Aimant secteur avec faces magnétiques perpendiculaires à la référence. [108]**

Par ailleurs, ces matrices de transfert (3.19) et (3.20) décrivent des aimants dont les faces magnétiques amont et aval sont perpendiculaires à la trajectoire de référence (voir

Figure 3.4). En pratique, les faces magnétiques ne sont pas perpendiculaires à la référence afin d'ajouter une focalisation supplémentaire : la focalisation de coin que nous décrirons par la suite.

d) Aimants quadripolaires, approximation lentille mince

Un aimant quadripolaire est également un cas particulier d'aimant à fonctions combinées ayant un rayon de courbure $\rho = +\infty$ correspondant à une force de déviation $1/\rho = 0$. De ce fait, le terme de dispersion vaut zéro et $\phi = L\sqrt{|K|}$. Les matrices de transfert de l'aimant quadripolaire ont la même forme que les matrices (3.19) et (3.20) en remplaçant K_u par K :

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi) & \frac{1}{\sqrt{|K|}}\sin(\phi) & 0 \\ -\sqrt{|K|}\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan focalisant} \tag{3.23}$$

$$\begin{pmatrix} \cosh(\phi) & \frac{1}{\sqrt{|K|}}\sinh(\phi) & 0 \\ \sqrt{|K|}\sinh(\phi) & \cosh(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan défocalisant} \tag{3.24}$$

Pratiquement, ces matrices de transfert d'aimants quadripolaires peuvent être simplifiées en introduisant l'approximation de lentille mince. En effet, dans de nombreux cas, la longueur focale f de l'aimant est beaucoup plus grande que sa longueur L :

$$f = \left|\frac{1}{KL}\right| >> L \tag{3.25}$$

Ainsi, la valeur de $\phi = L\sqrt{K}$ tend vers zéro et on obtient les matrices de transfert de lentilles minces suivantes :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan focalisant} \tag{3.26}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{pour le plan défocalisant} \tag{3.27}$$

e) Focalisation de coin

Nous avons vu que les faces magnétiques ne sont en général pas perpendiculaires à la référence. Une face magnétique inclinée peut être modélisée par ce que l'on appelle un coin, ce coin s'ajoutant à la face magnétique secteur (voir Figure 3.5).

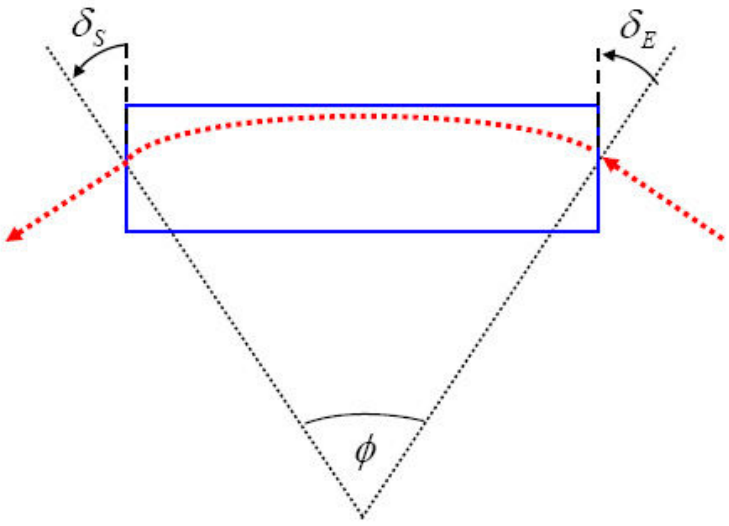


Figure 3.5 : **Exemple de focalisation de coin pour un aimant dipolaire rectangulaire.**

Dans le cas d'un aimant rectangulaire (voir Figure 3.5), une particule circulant sur une trajectoire de rayon intérieur par rapport à l'orbite de référence verra une intégrale de champ plus grande que celle dans le cas d'un aimant secteur et sera donc plus déviée dans le plan horizontal. A l'inverse, une particule circulant sur un rayon extérieur sera moins déviée que dans un aimant secteur. Le faisceau de particules sera donc globalement défocalisé horizontalement par le coin. Le coin va ainsi diminuer la focalisation intrinsèque de l'aimant.

Le coin agit donc comme une lentille de longueur focale $\rho/\tan(\delta)$, où ρ est le rayon de courbure dans l'aimant et δ, « angle de coin », est l'angle entre la face magnétique secteur et la face magnétique inclinée (respectivement δ_E et δ_S pour les faces d'entrée et de sortie). La convention d'orientation de δ_E et δ_S est indiquée Figure 3.5.

La matrice de transfert du coin est une matrice de lentille mince :

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{\tan(\delta)}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad M_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{\tan(\delta)}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

La matrice de transfert d'un aimant dipolaire avec focalisation de coin sera donc :

$$M_{aimant} = M_{coin\ S} \cdot M_{corps} \cdot M_{coin\ E} \tag{3.29}$$

où M_{corps}, $M_{coin\ E}$ et $M_{coin\ S}$ sont respectivement les matrices de transfert du corps de l'aimant et des coins d'entrée et de sortie.

Le modèle de bord en échelon peut être amélioré en ajoutant une correction dans le plan vertical prenant en compte la forme réelle de la tombée de champ (voir Figure 3.3). Cette correction de champ de fuite [110] revient à modifier les angles de coin d'entrée et de sortie dans la matrice de coin verticale, (3.28), qui peut être réécrite :

$$M_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{\tan(\delta-\psi)}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ avec } \psi = I_1 \frac{\lambda}{\rho} \frac{1+\sin^2(\delta)}{\cos(\delta)} \tag{3.30}$$

où δ est l'angle de coin, λ caractérise la longueur des champs de fuite, ρ est le rayon de courbure de la trajectoire des particules et I_1 est une intégrale caractérisant la forme des champs de fuite :

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_z(s)\left[B_{z0} - B_z(s)\right]}{\lambda B_{z0}^2} ds \tag{3.31}$$

où $B_z(s)$ est le champ magnétique en fonction de la coordonnée longitudinale s et B_{z0} est le champ magnétique dans le corps de l'aimant (voir Figure 3.3).

Nous pouvons ainsi avoir une première approche de l'effet de la forme de l'entrefer (ou « gap » en anglais) et des champs de fuite sur l'évolution du nombre d'onde vertical avec l'énergie à l'aide du formalisme matriciel avant d'utiliser des outils plus précis de simulation numérique comme nous le verrons au Chapitre 4.

3.1.3. Oscillations bêtatroniques

a) Stabilité du mouvement des particules autour de l'anneau

Nous avons vu que l'optique matricielle permet de décrire un accélérateur circulaire de plan médian $z = 0$ composé de champs dipolaires et quadripolaires guidant et focalisant les particules autour de l'anneau. Nous avons défini une orbite d'équilibre ou orbite fermée et écrit les équations du mouvement (3.7). Les paramètres $K(s)$ et $\rho(s)$ sont des fonctions périodiques de s. Dans l'immédiat, nous allons considérer les seules particules d'impulsion p_0, c'est-à-dire $\Delta p = 0$. Le cas des particules présentant un écart en impulsion sera introduit plus loin. Nous pouvons ainsi réécrire les équations du mouvement (3.7) sous la forme d'une équation à coefficients périodiques, dite équation de Hill :

$$\begin{aligned} &u'' + K_u(s)u = \frac{\Delta p}{p_0} = 0 \qquad \text{avec} \quad u = x \text{ ou } z \\ &K_u(s+L) = K_u(s) \end{aligned} \tag{3.32}$$

où $K_u(s)$ est une fonction périodique dont la période L est définie par la circonférence C d'un accélérateur composé de N cellules identiques de telle sorte que : $C = N \cdot L$.

Pour $K_u(s)$ positif, l'équation de Hill a deux solutions indépendantes. Nous avons précédemment défini en (3.12) les fonctions $C(s)$ et $S(s)$ et nous pouvons écrire les solutions de l'équation de Hill sous la forme :

$$\begin{pmatrix} u \\ u' \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ u' \end{pmatrix}_{s_0} = M(s/s_0) \begin{pmatrix} u \\ u' \end{pmatrix}_{s_0} \tag{3.33}$$

Les solutions $C(s)$ et $S(s)$ satisfont à la relation $\det(M) = 1$, où $\det(M)$ est le déterminant de la matrice M, relation que nous utiliserons par la suite. Le produit matriciel permet d'obtenir respectivement la matrice de transfert d'une révolution complète à N cellules et la matrice de transfert de n révolutions :

$$(M(s))^N \quad \text{et} \quad (M(s))^{n \cdot N}$$

La stabilité du mouvement des particules est assurée si et seulement si les éléments de la matrice $(M(s))^{n \cdot N}$ restent bornés lorsque n tend vers l'infini. En introduisant la notion de valeurs propres λ_p de la matrice M, nous pouvons écrire que ces valeurs propres sont les solutions de l'équation suivante :

$$\det(M - \lambda_p I) = \lambda_p^2 - \lambda_p(a+d) + (ad - bc) = 0 \tag{3.34}$$

$$\text{pour } M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ et } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nous écrivons alors :

$$\cos(\mu) = \frac{1}{2} Tr(M) = \frac{1}{2}(a+d) \tag{3.35}$$

où $Tr(M)$ est la trace de la matrice M.

Nous pouvons écrire les conditions de stabilité [111] :

- Si $|Tr(M)| < 2$, μ est réel et le mouvement est stable.
- Si $|Tr(M)| > 2$, μ est complexe et le mouvement est instable.
- Si $|Tr(M)| = 2$, la solution de (3.32) est une combinaison linéaire d'une solution stable périodique et d'une solution indéfiniment croissante. Le mouvement est donc instable.

En supposant $\sin(\mu) \neq 0$, nous pouvons introduire la matrice de Twiss :

$$M = I\cos(\mu) + J\sin(\mu) \tag{3.36}$$

$$\text{où } J = \begin{pmatrix} \alpha(s) & \beta(s) \\ -\gamma(s) & -\alpha(s) \end{pmatrix} \text{ avec } \alpha(s) = \frac{a-d}{2\sin(\mu)},\ \beta(s) = \frac{b}{\sin(\mu)} \text{ et } \gamma(s) = \frac{-c}{\sin(\mu)}$$

La relation $\det(M) = 1$ permet d'écrire l'équation reliant les paramètres de Twiss α, β et γ :

$$\gamma(s) = \frac{1+\alpha(s)^2}{\beta(s)} \tag{3.37}$$

On peut finalement définir l'avance de phase par période μ, période de longueur L :

$$\mu = \int_s^{s+L} \frac{dt}{\beta(t)} \tag{3.38}$$

On définit enfin la dispersion périodique en appliquant les conditions de périodicité (3.32) aux équations (3.11) et (3.12) donnant :

$$D(s+L) = D(s) \quad \text{et} \quad D'(s+L) = D'(s) \tag{3.39}$$

b) Nombres d'onde

Le nombre d'onde Q est le nombre d'oscillations bêtatroniques par révolution. En considérant un accélérateur composé de N périodes, on peut écrire :

$$Q = \frac{N\mu}{2\pi} \tag{3.40}$$

On appelle point de travail ou de fonctionnement le couple (Q_h, Q_v) qu'on porte dans le diagramme des nombres d'onde. Le couple (Q_h, Q_v) caractérise les réglages de la focalisation. Il est essentiel de bien situer le point de fonctionnement. En effet, l'espace (Q_h, Q_v) contient de nombreuses lignes interdites ainsi que leur voisinage dont l'origine et l'étendue dépendent de l'importance des défauts et des non-linéarités du champ magnétique. Ces lignes dites de résonances ont la forme :

$$mQ_h + nQ_v = p \ , \ m \, , \ n \text{ et } p \text{ entiers} \tag{3.41}$$

$|m| + |n|$: ordre de la résonance (voir Tableau 3.1)
p : fréquence de l'excitation

$\|m\| + \|n\|$	Ligne de résonance
1	Dipolaire
2	Quadripolaire
3	Sextupolaire
4	Octupolaire
5	Décapolaire
6	Dodécapolaire

Tableau 3.1 : **Ordres des résonances.**

n impair correspond à des multipoles tournés. Les résonances pour lesquelles p est un multiple du nombre de cellules N sont appelées résonances systématiques.

c) Solutions de l'équation de Hill

En appliquant ensuite le théorème de Floquet que nous ne développerons pas ici, [108], nous pouvons écrire les solutions réelles des équations de Hill décrivant le mouvement des particules au voisinage de l'orbite fermée :

$$u(s) = \sqrt{\beta(s)\varepsilon}\cos(\phi(s) - \phi_0)$$
$$u'(s) = -\frac{\varepsilon}{\sqrt{\beta(s)}}[\sin(\phi(s) - \phi_0) + \alpha(s)\cos(\phi(s) - \phi_0)] \quad (3.42)$$

$$\text{avec } \phi(s) = \int_{s_0}^{s} \frac{dt}{\beta(t)},\ \alpha(s) = -\frac{1}{2}\frac{d\beta}{ds}.$$

où $\phi(s)$ est la phase bêtatron, ϕ_0 une phase de référence.

Les particules décrivent donc des oscillations dans les plans horizontal et vertical avec des amplitudes et des fréquences distinctes. Les trajectoires peuvent ainsi être décrites dans l'espace des phases (u,u') où u est respectivement x (ou $r - r_0$ à la section 3.1.4) pour le mouvement horizontal et z pour le mouvement vertical.

La surface de l'ellipse dans l'espace des phases est conservée pour une énergie donnée (rappelons notre hypothèse $\Delta p = 0$). Cela nous permet de définir la notion d'émittance ε telle que l'aire de l'ellipse vaut $\pi\varepsilon$.

On peut définir les dimensions de l'ellipse d'équation :

$$\gamma u^2 + 2\alpha u u' + \beta u'^2 = \varepsilon \quad (3.43)$$

à la position s dans l'espace des phases (u,u'), voir Figure 3.6.

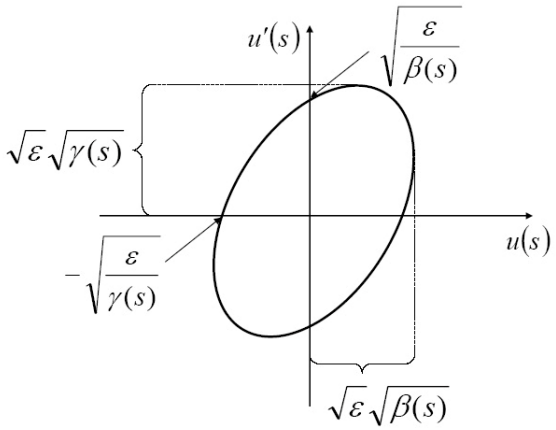


Figure 3.6 : **Dimensions de l'ellipse à la position s dans l'espace des phases. [108]**

On définit enfin l'émittance normalisée ε_N qui est constante pendant l'accélération :

$$\varepsilon_N = \frac{\varepsilon}{\beta\gamma} \quad (3.44)$$

où β et γ sont respectivement la vitesse de la particule normalisée par la vitesse de la lumière et le facteur de Lorentz.

d) Facteur de compression des moments

Plaçons nous maintenant dans le cas d'une particule qui n'a pas la même impulsion que la particule de référence. L'équation du mouvement horizontal pour une particule ayant un écart en impulsion $\Delta p = p - p_0$ s'écrit :

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{p_0} \tag{3.45}$$

Une particule d'impulsion $p \neq p_0$ aura une orbite de référence différente de l'orbite fermée définie précédemment pour $\Delta p = 0$. Cette nouvelle orbite d'équilibre est appelée orbite fermée chromatique. La Figure 3.7 schématise cette notion d'orbite fermée chromatique par rapport à l'orbite de référence et aux oscillations bêtatroniques autour de l'orbite fermée. Les particules d'impulsion p effectuent des oscillations bêtatroniques autour de celle-ci.

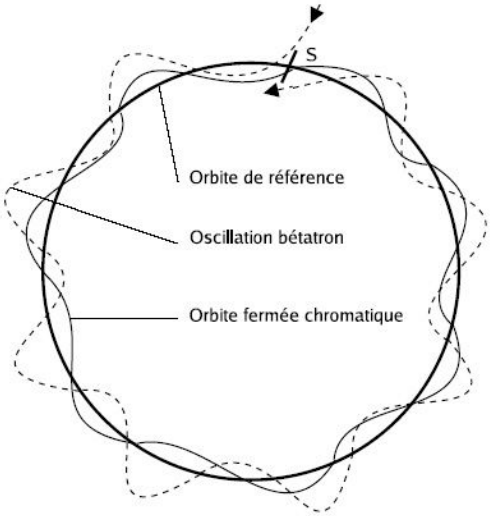


Figure 3.7 : **Représentation d'une orbite fermée de référence, d'oscillations bêtatroniques autour de cette orbite et d'une orbite fermée chromatique. [89]**

La longueur de l'orbite fermée chromatique est donc différente de celle de l'orbite de référence et l'allongement d'orbite ΔC en fonction de l'écart en impulsion est déterminé au premier ordre par le facteur de compression des moments :

$$\alpha_C = \frac{\Delta C}{C_0} \Big/ \frac{\Delta p}{p_0} \tag{3.46}$$

Notons que dans notre étude des FFAG à focalisation invariante, $\alpha_C = 1/(k+1)$.

e) Chromaticité

L'équation (3.5) montre que la force de focalisation des aimants quadripolaires dépend de l'impulsion des particules, entraînant ainsi une variation des nombres d'onde en fonction de l'écart en impulsion appelée chromaticité, au premier ordre :

$$\xi = \frac{\Delta Q}{Q} \Big/ \frac{\Delta p}{p_0} \tag{3.47}$$

3.1.4. Loi de champ magnétique dans les FFAG à focalisation invariante

La cellule d'un anneau FFAG à focalisation invariante est composée d'un ou plusieurs aimants à fonctions combinées séparés par des sections droites. Dans le cas des FFAG à « secteur radial », un assemblage d'aimants focalisants et défocalisants (voir Figure 2.1) est utilisé alors que les FFAG à « secteur spiral » ont une cellule à un seul aimant (voir Figure 2.2). La focalisation par gradient alterné résulte de la succession d'aimants à fonctions combinées ayant des champs magnétiques de signes opposés pour les FFAG à secteur radial et de la focalisation de coin pour les FFAG à secteur spiral. Rappelons la théorie de la géométrie des orbites dans les FFAG à focalisation invariante.

Définissons tout d'abord le repère polaire (r, θ, z) pour notre étude à la Figure 3.8.

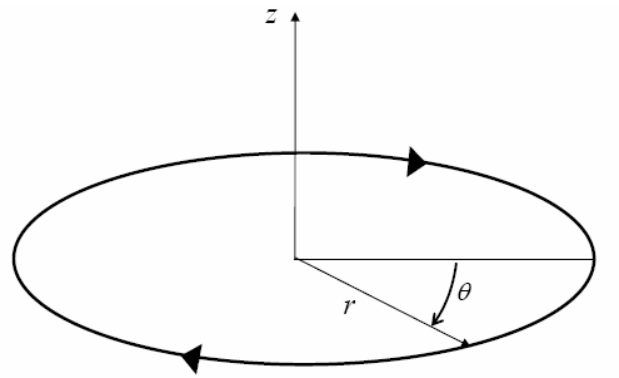


Figure 3.8 : **Repère polaire utilisé pour l'étude des FFAG à focalisation invariante.**

L'équation de Hill obtenue à partir de l'équation (3.8) s'écrit :

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = 0 \\ &\frac{d^2z}{ds^2} + K_z(s)z = 0 \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} K_x(s) &= \frac{1-n(s)}{\rho(s)^2} \\ K_z(s) &= \frac{n(s)}{\rho(s)^2} \end{aligned} \tag{3.48}$$

En faisant l'approximation $s = \theta r$, où r le rayon moyen de l'orbite par rapport au centre de la machine, l'équation (3.48) devient dans le repère (r, θ) :

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{d\theta^2} + \frac{r^2}{\rho(r,\theta)^2}\left[1 - n(r,\theta)\right]x = 0 \\ &\frac{d^2z}{d\theta^2} + \frac{r^2}{\rho(r,\theta)^2}n(r,\theta)\,z = 0 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Pour un angle θ donné, une focalisation horizontale et verticale constante par rapport à l'impulsion est équivalente à :

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{r^2}{\rho(r,\theta)^2}\left[1 - n(r,\theta)\right]\right)\Bigg|_\theta = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dp}\left(\frac{r^2}{\rho(r,\theta)^2}n(r,\theta)\right)\Bigg|_\theta = 0 \tag{3.50}$$

Une condition suffisante est donnée par :

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{r}{\rho(r,\theta)}\right)\Bigg|_\theta = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dp}\left(n(r,\theta)\right)\Big|_\theta = 0 \tag{3.51}$$

La première condition, appelée condition de similitude géométrique (des orbites d'énergies différentes sont homothétiques par rapport au centre de la machine), indique que le rapport entre le rayon de l'orbite et le rayon de courbure est indépendant de l'impulsion des particules. La seconde condition impose que des particules d'impulsions différentes voient le même indice de champ magnétique et nous pouvons écrire à partir de l'équation (3.6) :

$$n = \frac{\rho}{B_z}\frac{dB_z}{dx} = cste \tag{3.52}$$

et définir l'indice géométrique :

$$k = \frac{r}{B_z}\frac{dB_z}{dx} = \frac{r}{B_z}\frac{dB_z}{dr} = cste \tag{3.53}$$

sachant que le rapport r/ρ est constant et que la déviation autour de l'orbite fermée de rayon r_0 est $x = r - r_0$ donnant alors $dx = dr$.

L'équation (3.53) impliquant $n/\rho = k/r$ et la relation (3.6), $n = K \cdot \rho^2$, permettent de relier la force de focalisation K et l'indice k de la loi de champ magnétique :

$$K = \frac{k}{\rho r} \tag{3.54}$$

En conséquence, la dépendance radiale du champ magnétique B_z doit être de la forme :

$$B_z(r) = B_{z0}\left(\frac{r}{r_0}\right)^k \tag{3.55}$$

où B_{z0} est le champ magnétique de référence dans l'aimant FFAG sur une orbite de référence r_0 et nous pouvons écrire la propriété d'homothétie des rayons des orbites dans un FFAG à focalisation invariante :

$$r = r_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{1+k}} \tag{3.56}$$

Nous pouvons introduire ici les expressions théoriques, au premier ordre, des nombres d'onde horizontal et vertical dans un anneau FFAG spiral [112] [113] :

$$Q_h = \sqrt{1+k} \tag{3.57}$$

$$Q_v = \sqrt{-k + F^2\left(1 + 2\tan^2(\zeta)\right)} \tag{3.58}$$

avec $F^2 = 2\dfrac{\left\langle B_z^2\right\rangle - \left\langle B_z\right\rangle^2}{\left\langle B_z\right\rangle^2}$ le « flutter » magnétique qui est une mesure de l'écart type du champ magnétique, k l'indice de champ géométrique et ζ l'angle spiral (voir Figure 4.1).
Ces nombres d'onde des FFAG à focalisation invariante ne varient pas avec l'énergie, on définit ainsi la propriété de « chromaticité zéro ».

Le « flutter » magnétique mesure l'étendue de la tombée du champ magnétique. Nous pouvons ici voir l'évolution des nombres d'onde Q_h et Q_v en fonction de l'indice de champ géométrique et de l'angle spiral. Le nombre d'onde horizontal augmente ainsi avec le paramètre k et ne dépend pas, au premier ordre, de la valeur de ζ tandis que la valeur de Q_v diminue avec celle de k et augmente avec celle de ζ. Nous pourrons illustrer ces évolutions au Chapitre 5.

Nous avons ici introduit la loi de champ magnétique caractéristique des aimants de FFAG à focalisation invariante. Cette loi de champ est utilisée dans les modèles développés dans le cadre du projet RACCAM (voir Chapitre 4). Nous allons maintenant présenter plus brièvement les principes d'accélération dans ces FFAG pour l'application médicale.

3.2. Dynamique longitudinale

Afin de pouvoir décrire l'accélération dans les FFAG à focalisation invariante, nous allons d'abord rappeler quelques principes de dynamique longitudinale [114].

3.2.1. Mouvement longitudinal

Une particule, de charge q, traversant une cavité accélératrice radiofréquence (voir Figure 2.4), où règne une tension V, voit son énergie augmenter d'une quantité qV.

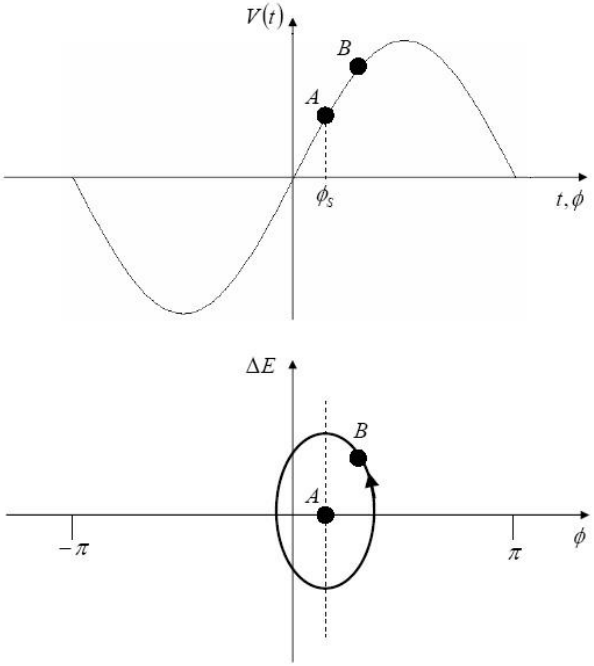


Figure 3.9 : **Tension accélératrice pour les particules A (synchrone) et B (en retard) et représentation du mouvement synchrotron dans l'espace des phases longitudinal ($\gamma < \gamma_{tr}$).**

Un modèle simple de la tension accélératrice utilisée dans les accélérateurs FFAG présente la forme d'un signal sinusoïdal (voir Figure 3.9) :

$$V(t) = \hat{V} \sin(\phi(t)) \tag{3.59}$$

où $\hat{V}$ est l'amplitude maximale du signal et $\phi(t)$ est la phase de la particule à son entrée dans la cavité.

Une particule circule sur son orbite fermée autour de la machine avec une période ou une fréquence :

$$\tau_{rev} = \frac{C}{\beta c}, \qquad f_{rev} = \frac{\beta c}{C} \tag{3.60}$$

où C est la longueur de l'orbite fermée et βc est la vitesse. La particule synchrone d'impulsion p_s est définie comme celle arrivant toujours avec la même phase $\phi(t) = \phi_s$. Pour cela, la fréquence RF f_{RF} doit être un harmonique h de f_{rev} :

$$f_{RF} = h f_{rev} \tag{3.61}$$

3.2.2. Energie de transition

On définit le facteur de glissement de phase η comme [111] [114] :

$$\eta = \frac{\Delta f_{rev}/f_{rev}}{\Delta p/p_s} = -\frac{\Delta \tau_{rev}/\tau_{rev}}{\Delta p/p_s} = \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_{tr}^2} = \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_C \tag{3.62}$$

où $\Delta f/f$, $\Delta p/p_s$ sont les écarts relatifs en fréquence et en impulsion, γ, γ_{tr} représentent l'énergie de la particule et l'énergie de transition et α_C est le facteur de compression des moments.

Si $\gamma < \gamma_{tr}$, $\eta > 0$ la durée du tour pour une particule d'impulsion $p > p_s$ est plus courte que celle de la particule synchrone alors qu'elle est plus longue pour une particule d'impulsion $p < p_s$.

Une particule B, Figure 3.9, arrivant en retard par rapport à la particule synchrone A ($t_B > t_A$) subira un gain en énergie supérieur ($\Delta E_B > \Delta E_A$). Cette différence lui permet de rejoindre et de dépasser la particule synchrone. A l'inverse, si $t_A > t_B$ alors $\Delta E_A > \Delta E_B$. La particule B va ainsi osciller autour de la particule synchrone. L'espace des phases longitudinal $(\phi, \Delta E)$ permet d'observer cette oscillation. Le mouvement est donc stable autour de A.

Si $\gamma > \gamma_{tr}$, $\eta < 0$ le mouvement est instable. Nous verrons que dans le cadre du FFAG pour la protonthérapie, $\gamma < \gamma_{tr}$, on se place donc dans les conditions de la Figure 3.9.

3.2.3. Mouvement synchrotron

Le mouvement de la particule B de phase ϕ (voir Figure 3.9) peut être décrit avec l'équation différentielle suivante [115] :

$$\frac{1}{2}\ddot{\phi} + \frac{2\pi h \eta\, q\hat{V}}{E_s \tau_0^2 \beta_s^2}\left(\cos\phi + \phi \sin\phi_s\right) = cste \tag{3.63}$$

où h est la constante de Planck, η le facteur de glissement de phase, q la charge de la particule, $\hat{V}$ l'amplitude maximale de la tension accélératrice, E_s l'énergie de la particule synchrone, τ_0 le facteur de temps de transit, que nous ne développerons pas, β_s la vitesse de la particule synchrone normalisée par la vitesse de la lumière et ϕ_s la phase de la particule synchrone.

Le nombre d'onde synchrotron, défini comme le nombre d'oscillations synchrotron de la particule pendant une révolution, est alors [115] :

$$Q_s = \sqrt{-\frac{h\eta}{2\pi \beta_s^2 E_s} q\hat{V}\cos\phi_s} \tag{3.64}$$

3.2.4. Applications aux FFAG à focalisation invariante

L'accélération dans les FFAG à focalisation invariante peut se faire à l'aide de cavités radiofréquences. Une forte tension d'accélération (quelques kV crête) est nécessaire afin d'atteindre de forts taux de répétition et d'augmenter ainsi l'intensité moyenne des faisceaux. Rappelons que les particules spiralent vers l'extérieur de l'anneau FFAG pendant leur accélération. De plus, certaines applications, comme la protonthérapie ou les études ADSR utilisent des faisceaux de protons tels que $\beta = v/c < 1$. En conséquence, la période et la fréquence de révolution τ_{rev} et f_{rev}, Eq. (3.60), varient avec l'énergie des particules. La fréquence RF, Eq. (3.61), doit ainsi augmenter pendant le cycle d'accélération, par exemple entre 1.858 et 7.538 MHz dans notre conception d'un anneau pour la protonthérapie.

Des cavités à fort gradient, basées sur une technologie d'alliages magnétiques (« MA core » en anglais) ont été développées pour des anneaux FFAG [116] [117]. Ces cavités fonctionnent dans une large gamme en fréquences et permettent des ouvertures radiales très grandes. Ces propriétés les rendent intéressantes pour les FFAG à focalisation invariante où la fréquence RF doit être augmentée pendant le cycle d'accélération et où l'excursion radiale des orbites peut atteindre plusieurs dizaines de centimètres.

La phase RF $\phi(t) = 2\pi \int_0^t f_{RF}(u)du$ [118], à l'arrivée de la particule dans la cavité à l'instant t, est calculée par interpolation de la fréquence f_{RF} à partir de la loi des fréquences de révolution. Cette dernière est déterminée en calculant la période de révolution $\tau_{rev} = \frac{2\pi r}{\beta c}$ à partir de la loi (3.56) et de $E = \frac{pc}{\beta}$ donnant :

$$\tau_{rev} = \tau_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{-k}{k+1}} \frac{E}{E_0} \tag{3.65}$$

Par ailleurs, sachant que $C = 2\pi r$ et en différenciant l'équation (3.56), le facteur de compression des moments, Eq. (3.46), vaut :

$$\alpha_C = \frac{\Delta C}{C_0} \frac{p_0}{\Delta p} = \frac{\Delta r}{r_0} \frac{p_0}{\Delta p} = \frac{1}{1+k} \tag{3.66}$$

Il est donc indépendant de l'énergie et l'énergie de transition γ_{tr}, Eq. (3.62), est également constante. Par ailleurs, nous verrons au Chapitre 5 que $k = 5.00$ dans l'anneau FFAG, donnant $\gamma_{tr} = 2.449$, or l'énergie maximale des protons vaut $\gamma = 1.192 < \gamma_{tr}$ (180 MeV) ce qui assure qu'il n'y a pas de traversée de γ_{tr} pendant l'accélération.

En calculant la phase RF et en définissant les valeurs de la tension crête $\hat{V}$ et de la phase synchrone ϕ_S, nous pouvons déterminer la tension accélératrice vue par la particule, et simuler l'accélération de particules dans un anneau FFAG par intégration numérique (voir Chapitres 5 et 6).

Chapitre 4

Outils de calcul développés pour l'étude d'un FFAG spiral

Sommaire

4.1	Modélisation matricielle de la cellule FFAG spiral	89
4.2	Champ magnétique d'un aimant FFAG spiral	93
4.3	Outils d'étude de la dynamique faisceau	101
4.4	Modélisation TOSCA 3D	111

Chapitre 4

Outils de calcul développés pour l'étude d'un FFAG spiral

Un des objectifs de cette thèse est la construction d'un prototype d'aimant FFAG d'une machine de protonthérapie fonctionnant à énergie variable dans la gamme 70 à 200 MeV. Pour cela l'étude d'un anneau FFAG à focalisation invariante et à « optique spirale » a été effectuée afin de définir les paramètres de l'aimant. La technologie particulière d'un aimant à faces spiralées a été choisie en raison de ses avantages en terme de dynamique faisceau et de compacité de la machine. La phase d'étude théorique précédant la construction a consisté dans la mise au point d'outils de simulation numérique de dynamique des particules dans ce type d'aimant, dans l'étude de nombreuses configurations de paramètres et dans la détermination des spécifications finales de l'aimant. Avant de détailler la recherche des paramètres de l'anneau FFAG et de l'aimant construit (voir Chapitre 5), nous allons présenter les différents outils de modélisation et de simulation développés.

Nous débuterons par les modèles matriciels développés avec Mathematica et le module BeamOptics [119] puis nous décrirons les outils de tracé de trajectoires basés sur le code Zgoubi [120] [121] en nous intéressant en particulier à la routine « FFAG-SPI » introduite dans ce code afin de modéliser le champ magnétique dans un aimant FFAG spiral. Des outils de simulation automatique de dynamique faisceau mis au point et utilisant la routine « FFAG-SPI » seront ensuite présentés. Enfin, les méthodes de construction des modèles magnétiques par éléments finis, TOSCA 3D, seront décrites. Nous comparerons la dynamique obtenue au moyen de ces différents modèles que nous ajusterons éventuellement afin d'obtenir des résultats en accord entre eux.

4.1. Modélisation matricielle de la cellule FFAG spiral

A partir des matrices de transfert introduites au Chapitre 3, nous pouvons modéliser une cellule de FFAG à focalisation invariante et à « optique spirale ». BeamOptics [119], basé sur Mathematica [55], est un programme analytique permettant de décrire les éléments optiques d'une machine, tels les aimants à fonctions combinées, les sections droites et les lentilles minces (avec une possible correction de champ de fuite), et d'effectuer des études de dynamique faisceau. Nous n'allons utiliser qu'une partie des possibilités de ce code pour déterminer les matrices de transfert, les nombres d'onde, les fonctions bêtatroniques et de dispersion.

ρ (m)	Rayon de courbure de la trajectoire de la particule	$\rho = \frac{B\rho}{B_Z}$
r (m)	Rayon de la trajectoire par rapport au centre de l'anneau	$r = \rho \frac{\sin(\phi/2)}{\sin(\beta/2)}$
N	Nombre d'aimants (et de cellules) dans l'anneau	
ϕ (rad)	Angle de déviation de l'aimant	$\phi = \frac{2\pi}{N}$
k	Indice géométrique de l'aimant	Tel que $B_z(r) = B_{z0}\left(\frac{r}{r_0}\right)^k$, Eq. (3.55)
p_f	Facteur de remplissage magnétique de la cellule	Rapport de l'ouverture de l'aimant sur l'angle de déviation
β (rad)	Ouverture de l'aimant	$\beta = \phi p_f$
ζ (rad)	Angle spiral	Angle entre un rayon machine et la tangente à la spirale
L_B (m)	Longueur magnétique	$L_B = \rho\phi$
L_d (m)	Longueur d'une demi section droite	$L_d = r\sin\left(\frac{\phi-\beta}{2}\right)$
K (m^{-2})	Force quadripolaire	$K = \frac{k}{\rho r}$
δ_E (rad)	Angle de coin d'entrée	$\delta_E = \frac{\pi}{N}(1-p_f)+\zeta$
δ_S (rad)	Angle de coin de sortie	$\delta_S = \frac{\pi}{N}(1-p_f)-\zeta$

Tableau 4.1 : **Ingrédients entrants dans le calcul de la matrice de transfert de la cellule FFAG spiral.**

Le Tableau 4.1 et la Figure 4.1 présentent la géométrie de la cellule FFAG spiral. Nous utiliserons par la suite une notation définissant des valeurs de références, l'indice « $\#_0$ » correspondant à l'énergie d'extraction.

Afin d'assurer la focalisation invariante du coin, les angles δ_E et δ_S doivent rester constants. La forme des faces magnétiques résulte de cette contrainte et suit l'équation d'une spirale logarithmique [122] :

$$r = r_0 \exp\left(\frac{\theta}{\tan(\zeta)}\right) \tag{4.1}$$

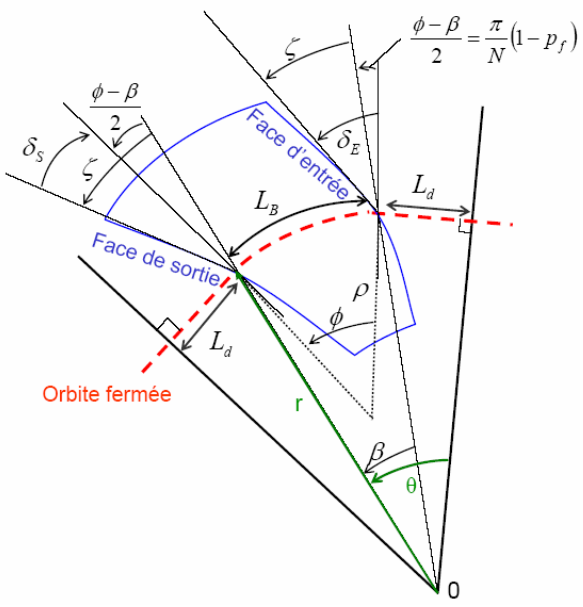


Figure 4.1 : **Schéma de principe d'un aimant FFAG spiral dans un repère de coordonnées polaires et ingrédients entrants dans le calcul de la matrice de transfert.**

Les matrices de transfert horizontale et verticale de la cellule FFAG spiral sont les suivantes :

$$M^{h} = M^{h}_{\substack{\text{section}\\droite}} \cdot M^{h}_{coin\ S} \cdot M^{h}_{corps} \cdot M^{h}_{coin\ E} \cdot M^{h}_{\substack{\text{section}\\droite}} \tag{4.2}$$

$$M^{v} = M^{v}_{\substack{\text{section}\\droite}} \cdot M^{v}_{coin\ S} \cdot M^{v}_{corps} \cdot M^{v}_{coin\ E} \cdot M^{v}_{\substack{\text{section}\\droite}} \tag{4.3}$$

où $M^{h}_{\substack{\text{section}\\droite}}$, $M^{v}_{\substack{\text{section}\\droite}}$ et M^{h}_{corps}, M^{v}_{corps} sont les matrices de transfert des demi-sections droites et du corps de l'aimant, respectivement pour les plans horizontal et vertical. Ces matrices sont obtenues en appliquant les paramètres du Tableau 4.1 aux matrices (3.17), (3.19) et (3.20).

Les matrices de coin d'entrée et de sortie s'écrivent :

dans le plan horizontal : $M^{h}_{coin\ E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\tan\delta_E}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $M^{h}_{coin\ S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\tan\delta_S}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

dans le plan vertical : $M^{v}_{coin\ E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\tan(\delta_E-\psi)}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $M^{v}_{coin\ S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\tan(\delta_S-\psi)}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

La correction de champ de fuite (3.30) est utilisée dans le modèle matriciel afin de tenir compte de la variation du nombre d'onde avec la longueur des champs de fuite. Cette correction ψ dépend de l'intégrale I_1, Eq. (3.31), donc de la forme des tombées de champ et du rapport λ/ρ. Si ψ dépend du rayon, la focalisation verticale en dépend alors également et la propriété de « chromaticité zéro » dans le plan vertical n'est plus assurée.

On considère cette intégrale I_1 constante pour tout rayon, ce qui sera vérifié dans les modèles TOSCA, section 4.4. La correction ψ dépend alors uniquement du rapport λ/ρ. Si ce rapport est indépendant du rayon r (donc de l'énergie) alors la correction ψ et la focalisation verticale le seront aussi. C'est le cas si la longueur de champ de fuite λ est proportionnel au rayon de courbure ρ et donc au rayon r, en vertu de la relation $r = \rho \dfrac{\sin(\phi/2)}{\sin(\beta/2)}$ du Tableau 4.1. Il a été observé pendant les études que la valeur de λ est du même ordre de grandeur que la hauteur g de l'entrefer. Ainsi, en rendant g proportionnel au rayon des orbites (entrefer linéaire), la focalisation verticale est constante, la focalisation horizontale restant inchangée au premier ordre.

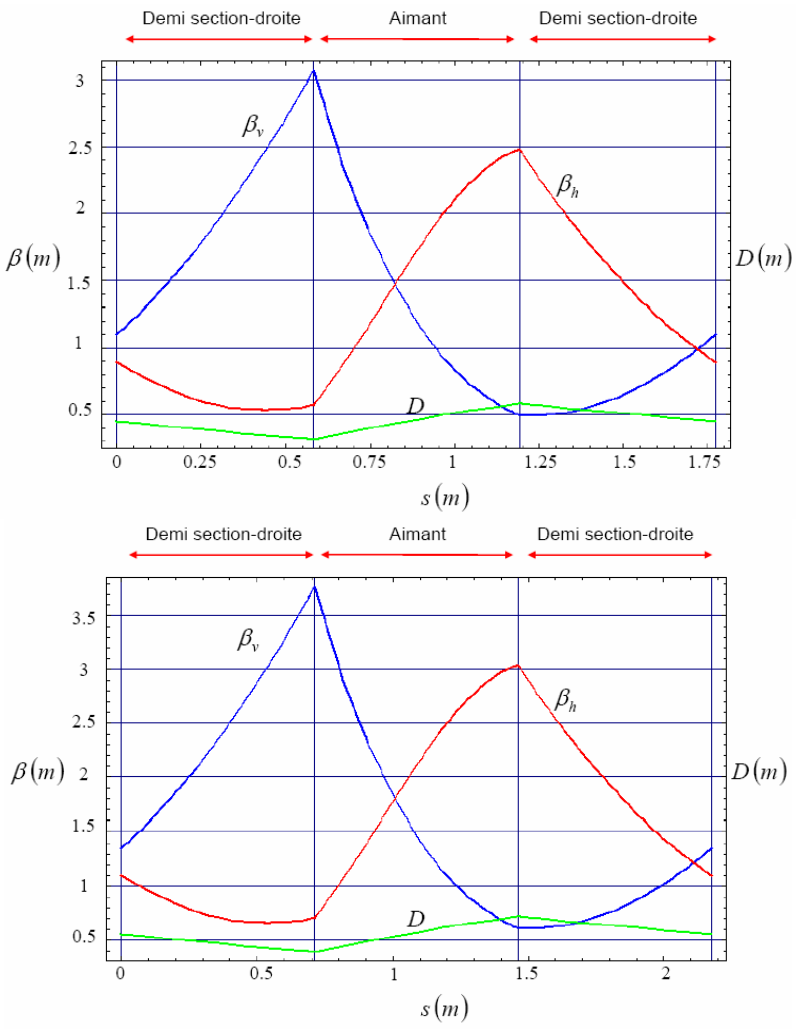


Figure 4.2 : **Fonctions bêtatroniques et de dispersion de la cellule FFAG du prototype d'aimant aux rayons d'injection (haut) et d'extraction (bas).**

A l'aide du modèle matriciel, nous pouvons calculer les fonctions bêtatroniques, la fonction de dispersion (voir Figure 4.2) ainsi que les nombres d'onde à différentes énergies à partir des matrices de transfert.

4.2. Champ magnétique d'un aimant FFAG spiral

Zgoubi est un code de tracé de trajectoires pas à pas basé sur l'intégration numérique de l'équation de Lorentz :

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{4.4}$$

Nous nous sommes inspirés de la construction de la routine « FFAG » modélisant le champ magnétique dans un FFAG à « optique radiale » [89] [123] [124], pour écrire une procédure modélisant un FFAG à « optique spirale » : « FFAG-SPI » [118]. Dans cette section, nous allons d'abord détailler la modélisation du champ magnétique vertical et le calcul de celui-ci en tout point du plan médian. Puis seront rappelées les méthodes d'interpolation et de développement en séries de Taylor, présentes dans le code Zgoubi, permettant de calculer le champ magnétique et ses dérivées en tout point (r, θ, z) de la trajectoire. Les ingrédients entrant dans le calcul du champ sont indiqués sur la Figure 4.3 ainsi que dans les Tableaux 4.1 et 4.2.

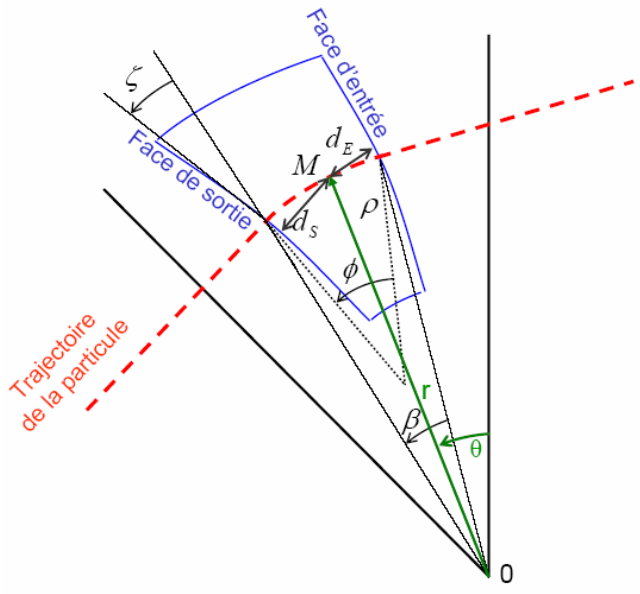


Figure 4.3 : **Schéma de principe d'un aimant FFAG spiral dans un repère de coordonnées polaires et ingrédients entrants dans le calcul du champ magnétique $B_z(r, \theta)$ dans le modèle « FFAG-SPI ».**

Le champ magnétique dans le plan médian $z = 0$ d'un aimant FFAG à secteur spiral est écrit sous la forme :

$$B_z(r,\theta) = B_z(r)F(r,\theta) \tag{4.5}$$

où B_{z0} est un champ magnétique de référence pris au rayon de référence r_0 (voir Tableau 4.2). Les facteurs $B_z(r) = B_{z0}(r/r_0)^k$, Eq. (3.55), et $F(r,\theta)$ modélisent respectivement les dépendances radiale et azimutale du champ B_z. Leurs expressions seront développées ci-après.

$(B\rho)_0$	Rigidité magnétique de référence (T.m)	
B_{z0}	Champ magnétique « hard edge » à E_{k0} (T)	$B_{z0} = \dfrac{(B\rho)_0}{\rho_0}$
M	Projeté dans le plan médian de la position de la particule de coordonnées : • cylindriques (r,θ) • cartésiennes (X_M, Y_M)	$X_M = r\cos(\theta)$ $Y_M = r\sin(\theta)$
d_E	Distance du point M à la face d'entrée de l'aimant	
d_S	Distance du point M à la face de sortie de l'aimant	
g / λ	Hauteur de l'entrefer (m) / Longueur des champs de fuite (m)	
C_i	Coefficients de Enge	
κ	Indice de la loi d'ouverture d'entrefer	

Tableau 4.2 : **Ingrédients entrants dans le calcul du champ magnétique $B_z(r,\theta)$ dans le modèle « FFAG-SPI ». (voir Figure 4.3)**

4.2.1. Loi de champ radial

La dépendance radiale $B_z(r)$ du champ magnétique dans le FFAG à secteur spiral est exprimée de la manière suivante:

$$B_z(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{k(r)} \tag{4.6}$$

Comme nous l'avons vu au Chapitre 3, la loi de champ magnétique (3.55) donne les propriétés de chromaticité nulle et d'orbites homothétiques de l'optique des FFAG à focalisation invariante. Même si k est pris constant lors de nos études, suivant l'hypothèse de Symon et Kerst [122], nous autorisons toutefois ce paramètre à être dépendant de r. Cette propriété pourrait permettre d'effectuer des ajustements de focalisation horizontale et

verticale en corrigeant localement l'indice géométrique k à l'aide de bobines de corrections placées sur les pôles de l'aimant (voir Chapitre 5).

4.2.2. Champs de fuite

Les faces magnétiques d'entrée et de sortie (voir Figure 4.3) ont une forme spirale régie par l'équation (4.1). Dans notre étude, ζ est maintenu constant. Cependant, la dépendance radiale de l'angle spiral peut être prise en compte dans le modèle « FFAG-SPI » afin de corriger les éventuelles perturbations de focalisation et de chromaticité produites par la présence de champs de fuite. Cette dépendance radiale sera abordée au Chapitre 5 dans les discussions concernant les aimants à angle spiral variable avec le rayon.

La tombée de champ magnétique au niveau d'une face magnétique i peut s'écrire selon le modèle de Enge de champs de fuite [125]:

$$F_i(d_i) = \frac{1}{1+\exp(P(d_i))} \quad \text{avec} \quad P(d_i) = C_0 + C_1\left(\frac{d_i}{\lambda}\right) + C_2\left(\frac{d_i}{\lambda}\right)^2 + \ldots + C_5\left(\frac{d_i}{\lambda}\right)^5 \quad (4.7)$$

où d_i est la distance du point de calcul $M(X_M, Y_M)$ à la face magnétique (respectivement d_E et d_S pour les faces d'entrée et de sortie, voir Figure 4.3), λ la longueur des champs de fuite et les coefficients C_0 à C_5 sont les coefficients de Enge.

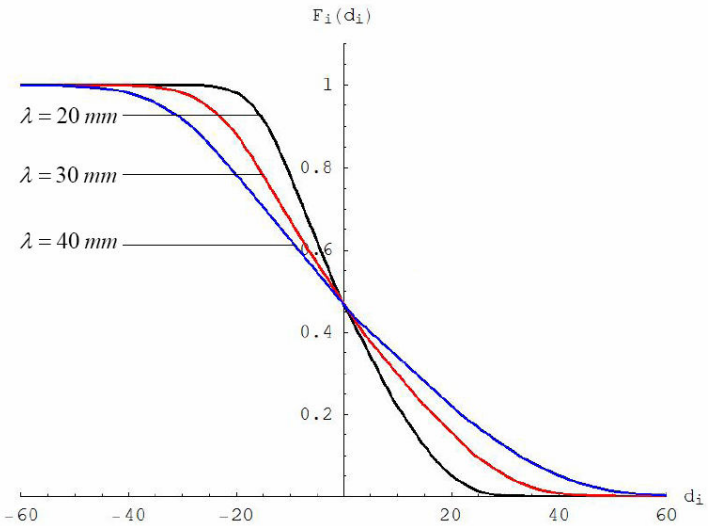


Figure 4.4 : **Variation de la fonction de tombée de champ magnétique (4.7) en fonction de la longueur de champs de fuite λ.**

La Figure 4.4 montre la forme de la tombée de champ à un rayon donné dans la machine en fonction de la valeur de la longueur de champ de fuite λ.

d_i dépend de (r,θ) et est calculé de la manière suivante. La spirale i d'équation (4.1) dans le repère (r,θ) est décrite suivant une équation paramétrique :

$$\begin{cases} x_i = \exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i) \\ y_i = \exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i) \end{cases} \tag{4.8}$$

avec $b = 1/\tan(\zeta)$, ζ étant constant. Soit S_i un point de la spirale ; un vecteur directeur de la tangente à cette spirale en S_i s'écrit:

$$\vec{T}_i = \begin{pmatrix} b\exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i) - \exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i) \\ b\exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i) + \exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i) \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

La définition d'une distance à une courbe veut que le vecteur $\overrightarrow{MS_i}$ et le vecteur tangent $\vec{T}_i$ au point S_i de coordonnées (x_i, y_i) soient orthogonaux. Le calcul de la distance à la face spirale revient à calculer l'angle θ_i, répondant à cette condition $\vec{T}_i \cdot \overrightarrow{MS_i} = 0$:

$$\begin{aligned} &[X_m - \exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i)] \times [b\exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i) - \exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i)] \\ &+ [Y_m - \exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i)] \times [b\exp(b\theta_i) r_0 \sin(\theta_i) + \exp(b\theta_i) r_0 \cos(\theta_i)] = 0 \end{aligned} \tag{4.10}$$

θ_i est déterminé de manière numérique par résolution de l'équation (4.10) par la méthode de Newton de recherche de racines d'une fonction [126]. Une fois θ_i connu, on peut calculer (x_i, y_i) et la distance d_i par :

$$d_i = \sqrt{(x_i - X_M)^2 + (y_i - Y_M)^2} \tag{4.11}$$

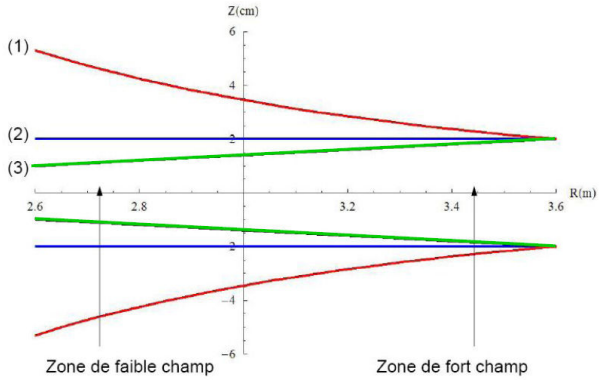


Figure 4.5 : **Formes d'entrefer étudiées pour l'aimant FFAG spiral.**
(1) : « gap shaping »
(2) : entrefer à faces parallèles
(3) : entrefer linéaire

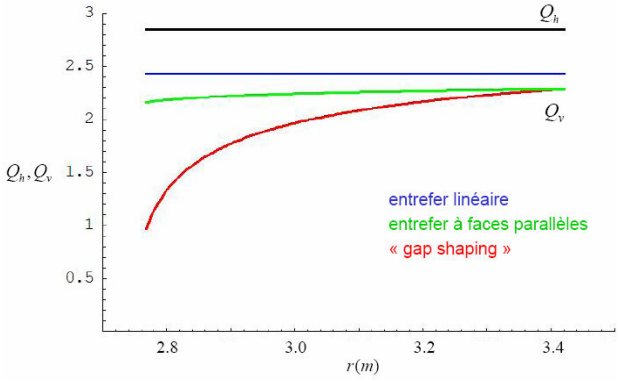


Figure 4.6 : **Nombres d'onde en fonction du rayon pour différentes formes d'entrefer dans le modèle « FFAG-SPI ».**

La longueur de champ de fuite λ étant du même ordre de grandeur que la hauteur d'entrefer g, nous pouvons modéliser différentes configurations d'entrefer avec λ dépendant du rayon r. Les différentes formes d'entrefer sont les suivantes (voir Figure 4.5) :

$$g(r) = g_0 (r_0/r)^{\kappa}, \kappa \approx k \quad \text{« gap shaping »} \tag{4.12}$$

$$g(r) = g_0 = cste, \kappa = 0 \quad \text{entrefer à faces parallèles} \tag{4.13}$$

$$g(r) = g_0 (r/r_0), \kappa = -1 \quad \text{entrefer linéaire} \tag{4.14}$$

La technique dite du « gap shaping » revient à créer la loi de champ magnétique radiale $B_z(r) = B_{z0}(r/r_0)^k$ grâce à la forme de l'entrefer qui suit une loi $g(r) = g_0 (r/r_0)^{-\kappa}$ [80], avec g_0 la hauteur de l'entrefer au rayon r_0 et κ l'indice de la loi d'ouverture d'entrefer. La seconde technique correspond à un entrefer d'hauteur constante g_0 ($\kappa = 0$). La troisième est celle où l'entrefer est fonction linéaire du rayon r ($\kappa = -1$).

Ces deux dernières techniques nécessitent une distribution de courants sur le pôle afin de générer la loi radiale de champ [122], [127]. Nous avons vu au chapitre précédent que la longueur de champ de fuite λ et donc la hauteur g interviennent dans le terme de correction de la focalisation de coin. En particulier, la configuration en « gap » linéaire présente l'intérêt de rendre cette correction de champ de fuite indépendante du rayon et ainsi d'obtenir un nombre d'onde vertical indépendant de r et de l'énergie (voir Figure 4.6).

Enfin, les faces d'entrée et de sortie ont leurs propres facteurs de forme $F_E(r,\theta)$ et $F_S(r,\theta)$. Le facteur de forme calculé à la position de la particule peut s'écrire :

$$F(r,\theta) = F_E(r,\theta) \times F_S(r,\theta) \tag{4.15}$$

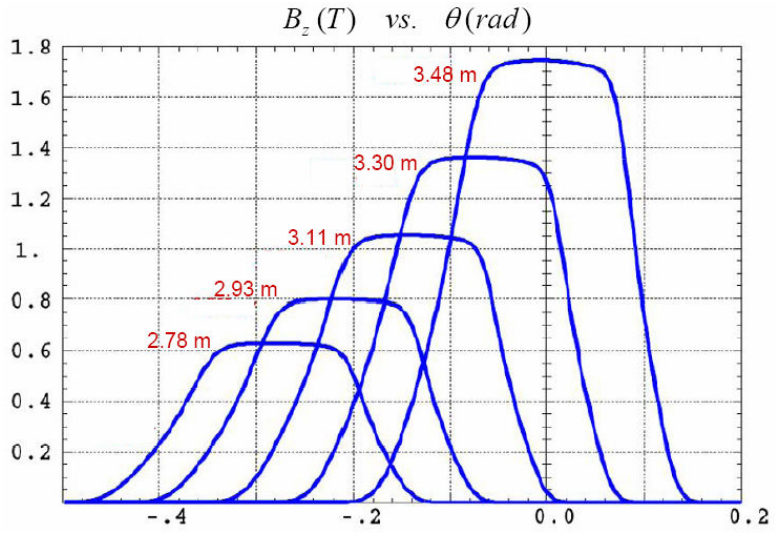


Figure 4.7 : **Champ magnétique à différents rayons dans le modèle « FFAG-SPI ».**

La Figure 4.7 montre le champ magnétique dans l'aimant à différents rayons. La variation du champ magnétique d'un rayon à l'autre est obtenue grâce à la loi radiale (4.6). Les tombées de champ magnétique sont calculées à l'aide de l'équation (4.15). L'étendue des champs de fuite peut être modifiée en jouant sur le paramètre λ tandis que leur forme dépend des coefficients de Enge C_0 à C_5.

L'équation (4.5) permet de dresser une carte de champ magnétique de plan médian de l'aimant FFAG à « optique spirale » comme le montre la Figure 4.8.

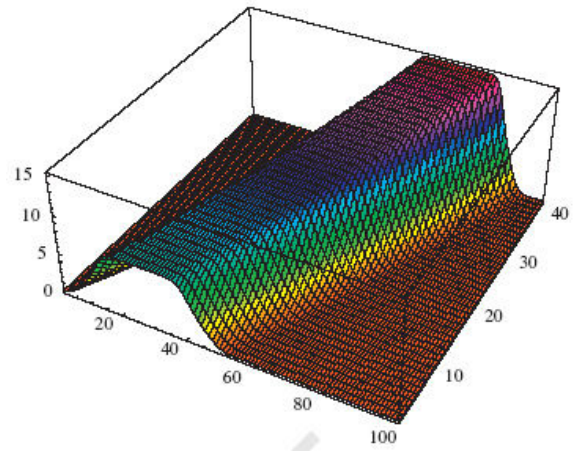


Figure 4.8 : **Carte de champ magnétique d'un aimant FFAG à « optique spirale » obtenue à partir de l'équation (4.5).**

4.2.3. Champ et dérivées de plan médian à une position arbitraire

A la manière de la routine « FFAG » [89] [123] [124], « FFAG-SPI » permet de simuler plusieurs aimants FFAG séparés par des sections droites en prenant en compte le recouvrement des champs de fuite [118]. Le champ magnétique à une position (r,θ) et ses dérivées sont calculés en additionnant les contributions des n aimants voisins suivant les équations (4.16) et (4.17).

$$B_z(r,\theta) = \sum_{j=1}^{n} B_{z,j}(r) F_j(r,\theta) \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial^{k+l} B_z(r,\theta)}{\partial\theta^k \partial r^l} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^{k+l} B_{z,j}(r,\theta)}{\partial\theta^k \partial r^l} \tag{4.17}$$

Le calcul du champ magnétique et de ses dérivées peut se faire de deux manières :

- A partir d'une grille « volante ». Dans ce cas, à chaque pas d'intégration, le code Zgoubi calcule B_z aux $n \times n$ ($n = 3$ ou 5) nœuds d'une grille d'interpolation « volante » dont le centre est la projection du point de coordonnées (r, θ, z) sur le plan médian $z = 0$. Ensuite, le champ magnétique et ses dérivées sont obtenus par interpolation (voir Figure 4.9 gauche).

- En utilisant une carte de champ 2D de plan médian de l'aimant complet (voir Figure 4.8). Ici, le champ magnétique B_z est calculé avant la simulation de tracé de trajectoire sur un ensemble de points formant la carte de champ. Le code Zgoubi calcule alors le champ magnétique et ses dérivées en $(r, \theta, z = 0)$ par interpolation polynomiale comme précédemment (voir Figure 4.9 droite).

Une troisième méthode est envisageable. Elle est basée sur un calcul purement analytique de $B_z(r, \theta)$ et de ses dérivées comme cela avait été fait pour les FFAG à « optique radiale » [89].

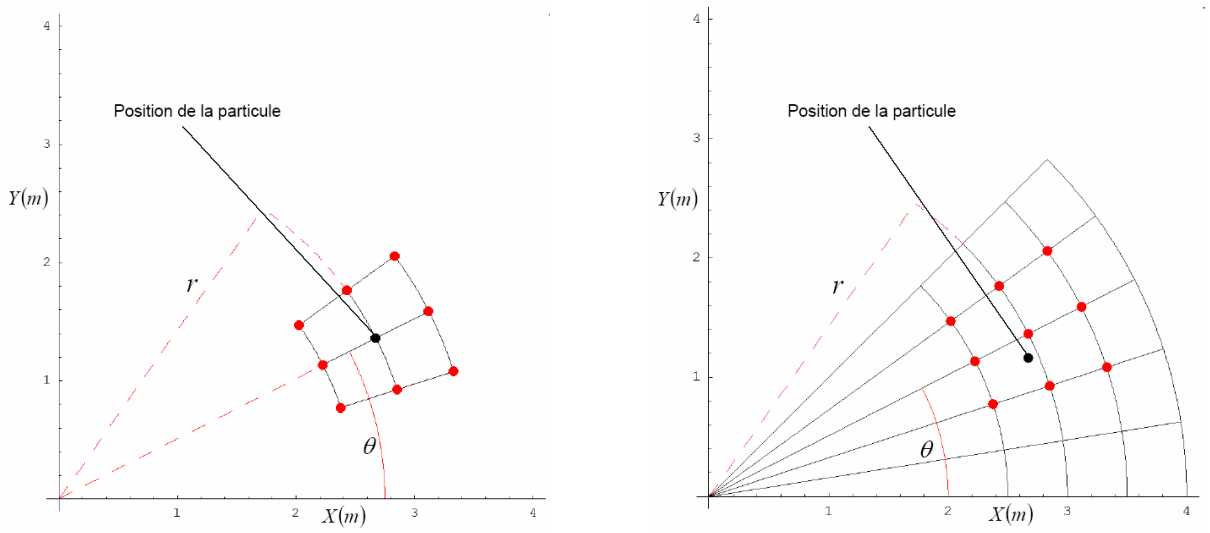


Figure 4.9 : **Grilles d'interpolation numérique utilisées par Zgoubi.**
Gauche : Grille « volante ».
Droite : Carte de champ complète.

La première méthode a l'avantage de permettre de varier les paramètres de l'aimant modélisé et ainsi d'utiliser des procédures d'ajustement de paramètres intégrées dans le code Zgoubi (procédure « FIT » [121]). Mais le fait de devoir calculer le champ aux $n \times n$ nœuds augmente le temps de calcul. La deuxième méthode permet un tracé de trajectoire plus rapide puisque les champs sont seulement lus et non calculés aux $n \times n$ nœuds mais elle est moins flexible car elle demande le calcul d'une carte de champ complète pour chaque jeu de paramètres.

Les deux méthodes présentent une excellente précision de calcul dépendant du pas d'intégration et de la taille du maillage des grilles d'interpolation. La troisième méthode, analytique, regroupe tous ces avantages de vitesse de calcul, de précision et de flexibilité au changement de paramètres.

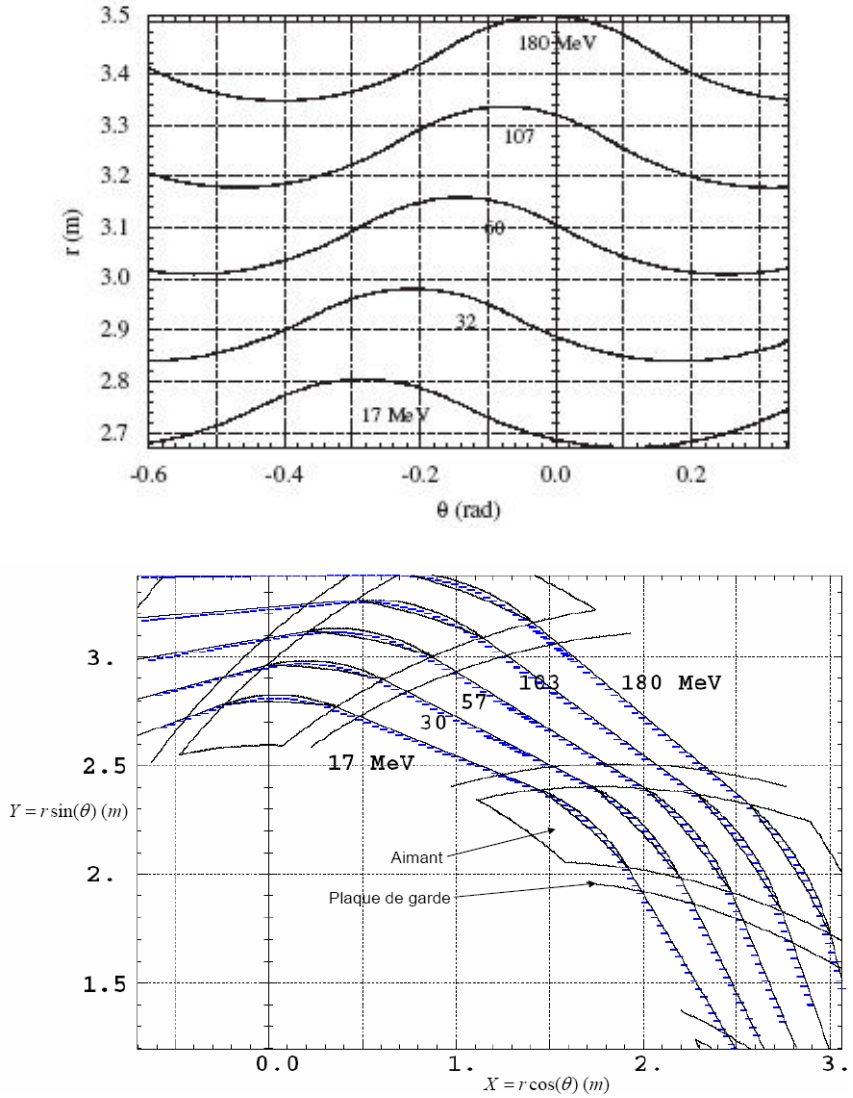


Figure 4.10 : **Position des orbites fermées dans une cellule par rapport au centre de la machine.**
Haut : Repère (r,θ).
Bas : Repère (X,Y) avec trace des aimants et plaques de garde.

La Figure 4.10 présente les trajectoires de particules calculées à partir de ces méthodes numériques (lignes noires continues). La représentation dans le repère (X,Y) permet de les comparer avec les trajectoires théoriques calculées par l'approximation linéaire du formalisme matriciel (lignes pointillées bleues). Dans cette approximation, les orbites sont supposées être des arcs de cercle, ce qui n'est pas le cas dans la réalité du fait de la valeur du facteur de remplissage $p_f < 1$ et des champs de fuite. Néanmoins, les deux types de trajectoires sont très proches rendant l'approximation linéaire fiable pour des études préliminaires. Ce résultat valide ainsi l'approximation $s = \theta r$ (voir section 3.1.4) qui conduit aux lois (3.55), (3.56)

relatives aux FFAG à focalisation invariante. Nous comparerons à nouveau la méthode matricielle et la méthode de tracé de trajectoires par intégration numérique dans la section 4.3.1.

4.2.4. Calcul du champ et des dérivées hors plan médian

A partir de la connaissance du champ et de ses dérivées de plan médian, les valeurs hors plan médian sont obtenues par une extrapolation faisant intervenir les équations de Maxwell [121].

4.3. Outils d'étude de la dynamique faisceau

En parallèle à l'implantation de la routine « FFAG-SPI » dans le code Zgoubi, des outils de simulations automatiques de dynamique faisceau dans des aimants FFAG ainsi que des outils d'optimisation basés sur ces derniers ont été mis au point. Les études de dynamique demandent de nombreuses simulations, répétitives, afin de déterminer les paramètres tels que les orbites fermées, les nombres d'onde, les ouvertures dynamiques et la variation des nombres d'onde avec l'amplitude des oscillations bêtatroniques. Ces opérations itératives ont été automatisées afin de pouvoir étudier les configurations de paramètres possibles pour l'anneau et l'aimant. Nous allons ici montrer les outils mis au point et leur principe de fonctionnement. Ces procédures sont également utilisées pour l'étude de la dynamique faisceau à partir de cartes de champ magnétique TOSCA 3D. Les figures présentées dans cette section ont été obtenues avec des paramètres particuliers de l'optique, qui ne seront pas systématiquement précisés, le but étant avant tout de permettre la compréhension des méthodes de recherche.

4.3.1. Paramètres à étudier

a) Orbites fermées

Le point de départ de l'étude de la dynamique faisceau dans un accélérateur de particules est la connaissance des orbites de référence ou orbites fermées. Dans le cas des FFAG à focalisation invariante où les orbites fermées varient avec l'énergie, il est important de déterminer l'orbite fermée à une énergie donnée. A partir de ces orbites de référence, nous pouvons ensuite déterminer les nombres d'onde, les ouvertures dynamiques, la variation des nombres d'onde avec l'amplitude et nous pouvons entamer les études d'accélération et de transmission et rechercher les géométries d'implantation des systèmes d'injection et d'extraction, qui sont tous des éléments à prendre en compte dans la définition des paramètres du dipôle spiral de la cellule de base de l'anneau. Nous allons décrire le cheminement mis en œuvre pour la détermination de ces trajectoires de référence.

Le code Zgoubi demande d'entrer les coordonnées initiales des particules le long d'un rayon machine correspondant à l'entrée de la cellule magnétique. Ces conditions initiales concernent les grandeurs transverses (r_0, r_0') et (z_0, z_0') et longitudinal s_0 (voir Figure 3.1) et la rigidité magnétique de la particule. Pour notre étude, nous nous intéressons d'abord au mouvement horizontal puisque les orbites fermées se situent dans le plan médian.

Nous avons vu au Chapitre 3 que les particules ont des trajectoires oscillantes autour de leur orbite de référence. Dans l'hypothèse paraxiale, ces trajectoires sont portées dans l'espace des phases (r, r') par des ellipses dont le centre (r_C, r_C') définit l'orbite fermée. La détermination de l'orbite de référence revient donc à suivre une particule d'énergie donnée pendant plusieurs révolutions (typiquement quelques dizaines de cellules) autour de l'anneau, à tracer sa trajectoire dans l'espace (r, r') et à déterminer le centre (r_C, r_C') de l'ellipse (voir Figure 4.11). Le procédé converge avec précision en quelques itérations.

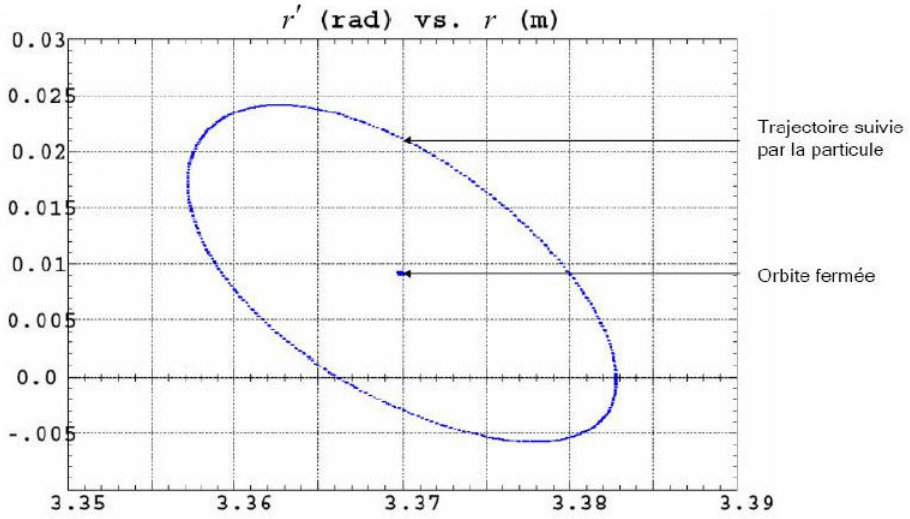


Figure 4.11 : **Principe de la recherche d'orbite fermée.**
Espace des phases horizontal à l'entrée de la cellule magnétique.

b) Nombres d'onde

Les nombres d'onde horizontal et vertical sont déterminés à partir de la simulation de la trajectoire d'une particule à proximité de l'orbite fermée.

Les résonances systématiques d'ordre $|m| + |n| \leq 3$, Eq. (3.41), sont celles qui réduisent le plus les ouvertures dynamiques des faisceaux de particules dans notre type de machine. Nous souhaitons que le point de fonctionnement de l'anneau soit éloigné des lignes de résonances systématiques d'ordre $|m| + |n| \leq 3$. Les résonances non-systématiques sont également prises en compte dans les études de point de fonctionnement.

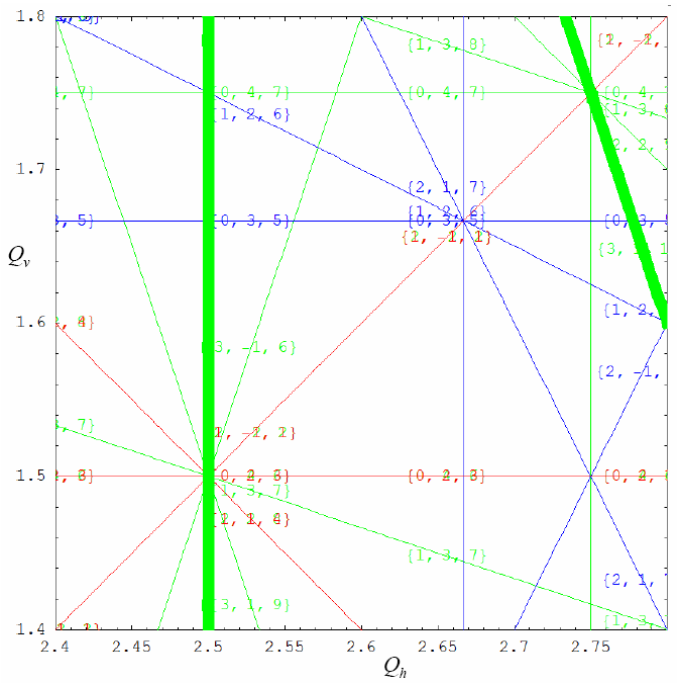


Figure 4.12 : **Exemple de diagramme de nombres d'onde.**
Lignes de résonances quadripolaires (rouge), sextupolaires (bleu), octupolaires (vert).
Les deux lignes de résonances systématiques sont représentées en trait gras.

La Figure 4.12 montre un diagramme de nombres d'ondes typiquement utilisé dans le cadre du projet RACCAM. Les lignes de résonance systématiques et non-systématiques, droites et tournées, sont représentées avec des couleurs différentes en fonction de leur ordre et les paramètres m, n et p sont indiqués entre parenthèses. Les résonances systématiques proches, $4Q_h = 10$ et $3Q_h + Q_v = 10$, sont indiquées en trait gras.

Nous devons donc précisément déterminer les nombres d'onde des particules à toutes les énergies afin de vérifier que les paramètres de l'anneau ne conduisent pas le faisceau à circuler près d'une résonance dangereuse. Pour calculer le couple (Q_h, Q_v) à partir de simulations par intégration numérique, on dispose de deux méthodes :

- Une méthode qui consiste à calculer les coefficients de la matrice de transfert de la cellule du FFAG modélisé par « FFAG-SPI » ou par une carte de champ magnétique.

- Une analyse fréquentielle des oscillations bêtatroniques qui repose sur une analyse de Fourier, à partir d'une simulation sur un grand nombre de cellules (une centaine de passages dans la cellule FFAG suffit généralement).

La première méthode n'est valable que dans l'approximation paraxiale, définie au Chapitre 3, où les particules étudiées sont proches de l'orbite fermée. Elle sera utilisée pour déterminer les nombres d'onde de particules proches de l'orbite fermée. Pour celles plus éloignées, pour les études de variation des nombres d'onde avec l'amplitude par exemple, la seconde méthode sera privilégiée. La première méthode est plus rapide et les deux méthodes

présentent une excellente précision de calcul ; elles sont en très bon accord concernant les trajectoires paraxiales.

La Figure 4.13 présente l'allure typique de la zone de stabilité du mouvement périodique d'une cellule FFAG spiral. Pour chaque couple (k,ζ), les nombres d'onde sont calculés avec BeamOptics puis avec Zgoubi (ici à l'aide de l'analyse fréquentielle décrite ci-dessus). Chaque configuration stable est reportée dans un repère (k,ζ) avec des cercles pour le code matriciel BeamOptics et des triangles pour le code Zgoubi. Le rectangle rouge représente un point de fonctionnement étudié lors de la recherche des paramètres de l'anneau FFAG à « optique spirale ».

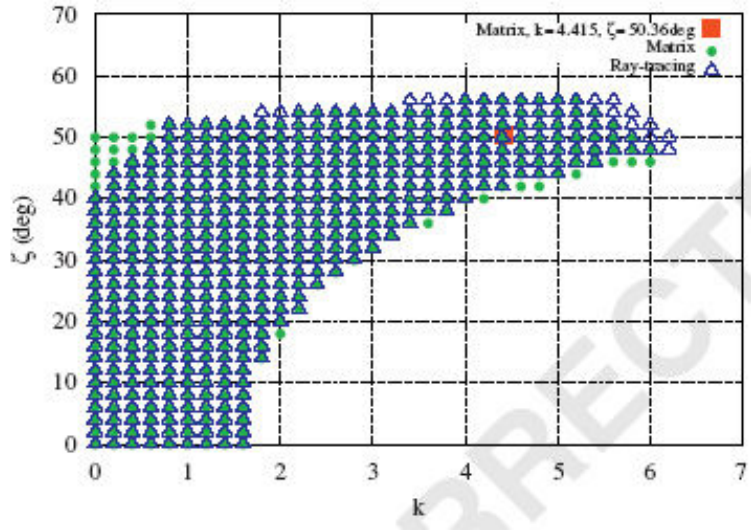


Figure 4.13 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le domaine** (k,ζ)

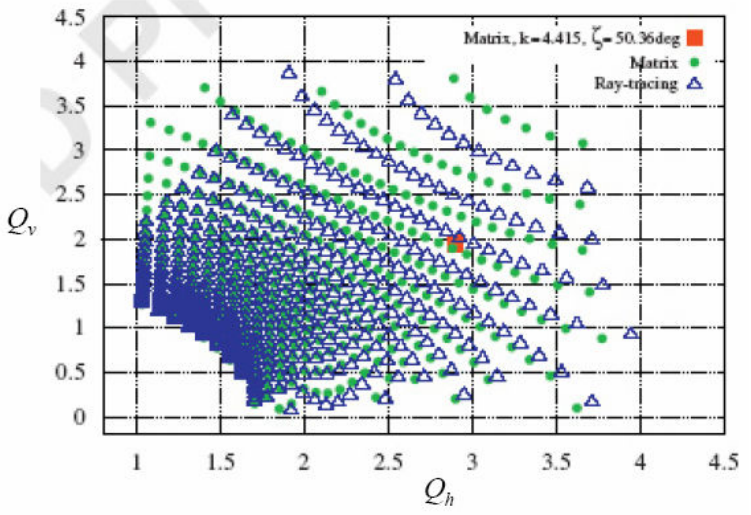


Figure 4.14 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le domaine** (Q_h, Q_v)

La Figure 4.14 compare les nombres d'onde (Q_h, Q_v) calculés pour chaque configuration (k,ζ) stable pour les codes BeamOptics (cercles) et Zgoubi (triangles).

L'accord n'est pas parfait : des différences apparaissent, qui s'amplifient pour de grandes valeurs d'indice de champ k et d'angle spiral ζ. La limite de validité du code matriciel, qui veut que les rayons des orbites soient constants (voir Figure 4.10 droite), et les effets perturbatifs des champs de fuite quand les particules traversent de grandes zones de tombées de champ pour les grandes valeurs de ζ expliquent ces différences.

c) Ouvertures dynamiques

L'étape suivante de l'étude de la dynamique faisceau est la détermination des ouvertures (ou acceptances) dynamiques transverses de la machine, c'est-à-dire la valeur maximale de l'invariant associé au mouvement, pour laquelle le mouvement reste stable indéfiniment (en pratique quelques centaines de cellules) ce qui correspond aux dimensions maximales des faisceaux qui peuvent circuler dans l'anneau. On cherche ainsi pour chaque énergie les trajectoires stables les plus éloignées de l'orbite fermée et ce selon les directions horizontale et verticale. Nous nous intéresserons à trois méthodes de représentation de l'ouverture dynamique :

- La recherche de limite de stabilité horizontale r_{lim} (à r' fixé), voir Figure 4.15, consiste à trouver la trajectoire la plus éloignée de l'orbite fermée pour laquelle le mouvement est stable sur plusieurs centaines de cellules (typiquement 300 cellules dans notre étude).La recherche est effectuée avec une excursion verticale z très faible, mais non nulle, pour pouvoir observer d'éventuels phénomènes de couplage entre les mouvements horizontal et vertical. Cette limite de stabilité définit l'ouverture dynamique horizontale dans l'espace des phases (r, r') et permet d'étudier l'influence de lignes de résonances sur cette ouverture (voir Figure 4.17).

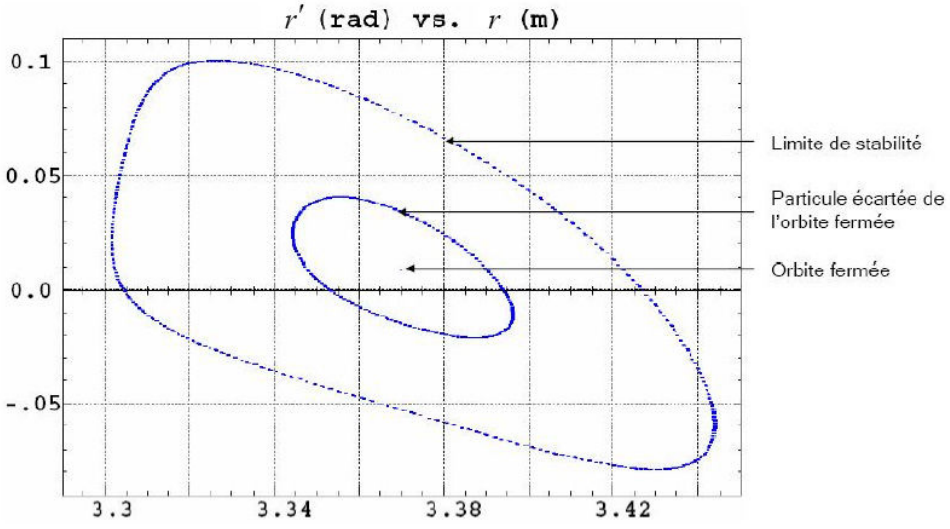


Figure 4.15 : **Principe de recherche de la limite de stabilité horizontale. Espace des phases horizontal à l'entrée de la cellule magnétique.**
$\varepsilon_h = 2252$ mm.mrad

- La limite de stabilité verticale $z_{\lim}$ (à z' fixé) est le maximum d'amplitude des trajectoires dans le plan vertical. On recherche cette fois la trajectoire stable la plus éloignée du plan médian $z = 0$ comme le montre la Figure 4.16. Cette limite de stabilité verticale définit l'ouverture dynamique verticale dans l'espace des phases (z, z').

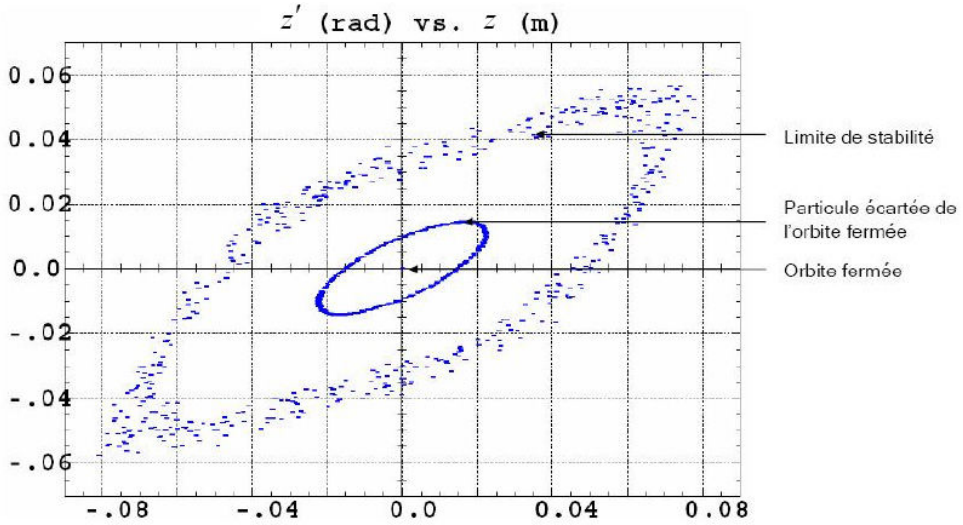


Figure 4.16 : **Principe de recherche de la limite de stabilité verticale. Espace des phases vertical à l'entrée de la cellule magnétique.**
ε_v = 2248 mm.mrad

Les limites de stabilité ne forment en général pas des ellipses mais sont déformées sous l'effet des non-linéarités du champ. La Figure 4.15 montre la déformation des trajectoires dans l'espace des phases horizontal pour un point de fonctionnement proche d'une résonance sextupolaire. Nous pouvons déterminer la surface délimitée par cet invariant dans l'espace des phases, c'est-à-dire l'émittance qui sera définie comme l'acceptance (ou ouverture) dynamique horizontale de la machine. Pour cela, la forme de la trajectoire dessinée dans l'espace des phases est assimilée à un polygone à n sommets, chaque sommet de coordonnées (x_i, y_i) du polygone étant un point de la trajectoire. La surface d'un polygone à n sommets quelconque se calcule grâce à l'équation suivante [128] :

$$A = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n-1}\left(x_{i+1}y_i - x_i y_{i+1}\right) \tag{4.18}$$

La recherche du point de fonctionnement demande donc des nombres d'onde (Q_h, Q_v) éloignés de résonances nuisibles et de grandes acceptances dynamiques. En variant les paramètres (k, ζ), on change la valeur de (Q_h, Q_v). Les acceptances dynamiques dans les deux plans sont alors calculées et leurs valeurs sont reportées dans le diagramme des nombres d'onde sous la forme de disques grisés. Une grande acceptance est ici matérialisée par à un disque tendant vers le noir tandis qu'une faible acceptance est représentée par un disque tendant vers le blanc. On peut ainsi visualiser la différence d'ouverture dynamique selon les régions du diagramme (Q_h, Q_v).

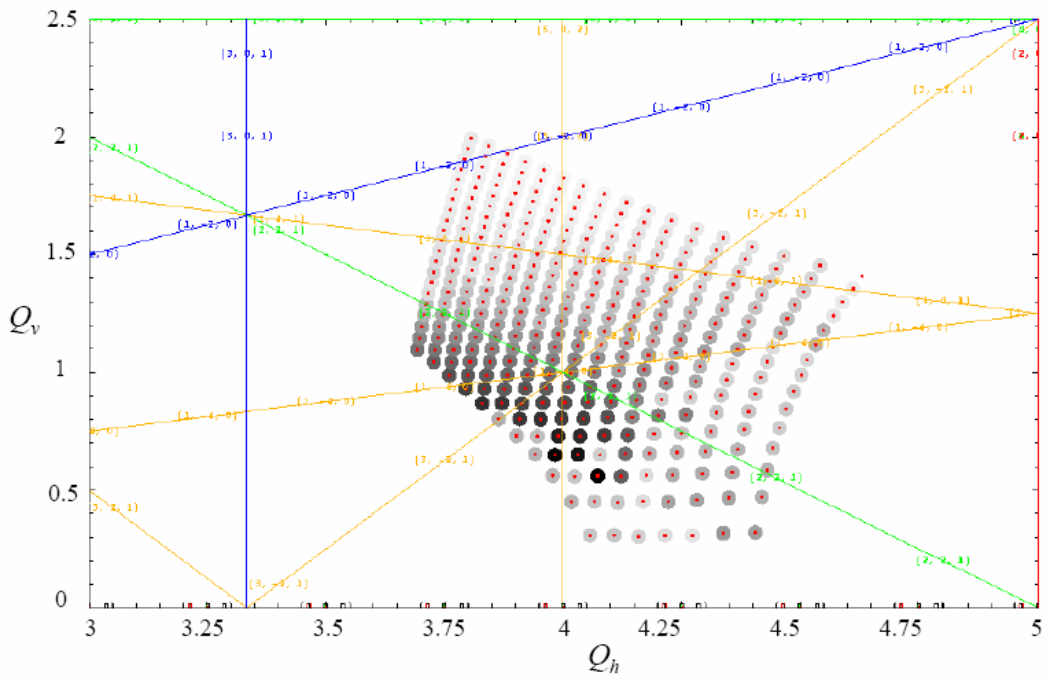


Figure 4.17 : **Acceptance dynamique horizontale en fonction du point de fonctionnement dans le diagramme des nombres d'onde.**

La Figure 4.17 permet de voir l'effet néfaste de la résonance sextupolaire systématique $Q_h - 2\,Q_v = 0$ en bleu. En effet, les ouvertures dynamiques tendent vers zéro à proximité de cette ligne de résonance.

- Enfin, les ouvertures dynamiques géométriques peuvent être calculées en reprenant les méthodes vues aux points précédents. Il s'agit de déterminer l'enveloppe maximale du faisceau dans l'espace $(r - r_{OF}, z)$, r_{OF} étant le rayon de l'orbite fermée à l'énergie étudiée. Du fait de la symétrie de plan médian, seules les valeurs positives de z sont calculées.

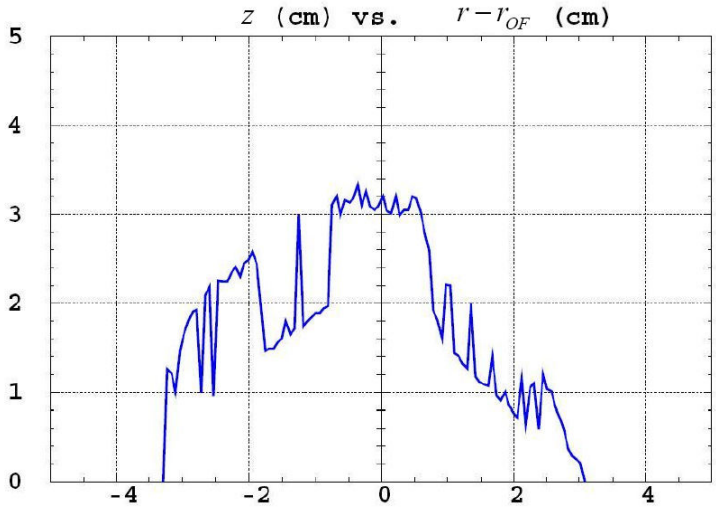


Figure 4.18 : **Ouverture dynamique dans le repère $(r - r_{OF}, z)$ à l'entrée de la cellule magnétique.**

La Figure 4.18 présente l'ouverture dynamique dans le plan $(r - r_{OF}, z)$. et permet de contrôler que les paramètres de l'anneau donnent des ouvertures acceptables compte tenu de l'émittance des faisceaux de protons à manipuler. Les pics sont dus à la résolution de la méthode qui est limitée à une centaine de points du fait des temps de calcul.

d) Variation des nombres d'onde avec l'amplitude

Une particule circulant sur une trajectoire éloignée de son orbite de référence subit des oscillations bêtatroniques de grandes amplitudes et dont les fréquences (ou nombres d'onde) peuvent être très différentes de celles de l'orbite fermée. Ainsi, une particule peut voir ses nombres d'onde se rapprocher de résonances dangereuses et être perdue. Il est intéressant de connaître les résonances sur lesquelles sont perdues ces particules, notamment lors de la recherche des limites de stabilité. Pour déterminer cette variation des nombres d'onde avec l'amplitude des oscillations bêtatroniques, une routine a été développée produisant les résultats typiques représentés en Figure 4.19. Pour l'application en protonthérapie où nous considérerons des émittances horizontales maximales de l'ordre de 30π mm.mrad (voir Chapitre 5), la variation des nombres d'onde avec l'amplitude des oscillations bêtatroniques restera réduite.

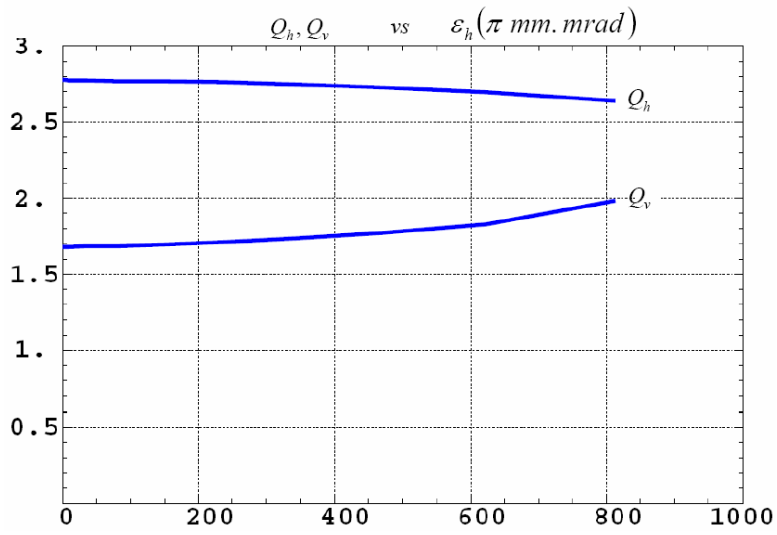


Figure 4.19 : **Exemple de variation des nombres d'onde avec l'amplitude des oscillations bêtatroniques horizontales.**

4.3.2. Automatisation de la recherche des paramètres dynamiques

Une procédure de recherche automatique des paramètres dynamiques a été mise au point afin d'étudier les caractéristiques de familles d'anneaux FFAG. La procédure automatique génère un fichier de données, à partir des spécifications géométriques et magnétiques de l'anneau (voir Tableaux 4.1, 4.2 et Figure 4.3) et des propriétés des particules. Puis elle lance le code d'intégration numérique, analyse les fichiers résultats et effectue plusieurs itérations

afin de déterminer les orbites fermées, nombres d'onde, ouvertures dynamiques et la variation des nombres d'onde avec l'amplitude.

L'étude des paramètres se fait automatiquement en effectuant le balayage des valeurs (k,ζ) qui permet de déplacer les points de fonctionnement dans le diagramme des nombres d'onde (voir Figure 4.14). Cette automatisation permet la recherche des points de fonctionnement optimaux. On peut ainsi étudier l'évolution des nombres d'onde et des ouvertures dynamiques en fonction de l'énergie des particules.

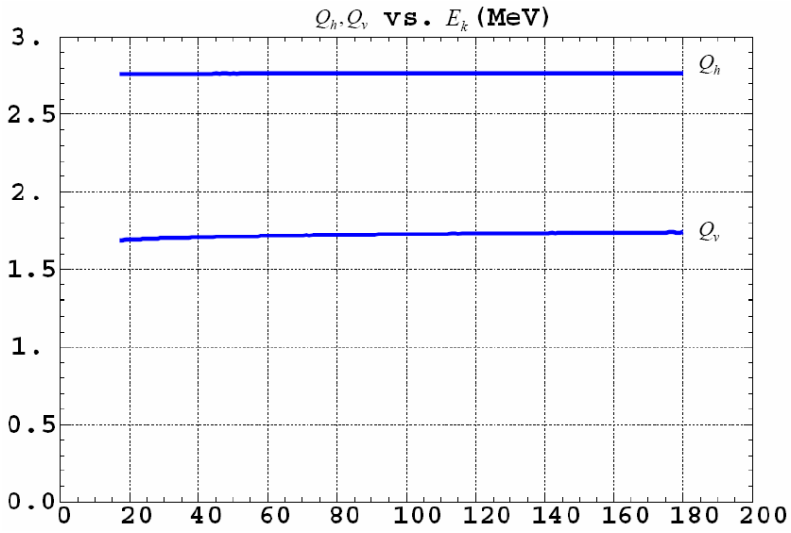


Figure 4.20 : **Exemple de nombres d'onde, obtenus par tracé de trajectoires et par analyse de Fourier, en fonction de l'énergie cinétique des protons pour un modèle « FFAG-SPI » à entrefer linéaire.**

La Figure 4.20 montre l'évolution des nombres d'onde avec l'énergie des protons dans le cas d'un modèle de FFAG à « optique spirale » dont l'entrefer augmente linéairement avec le rayon de la machine, Eq. (4.14).

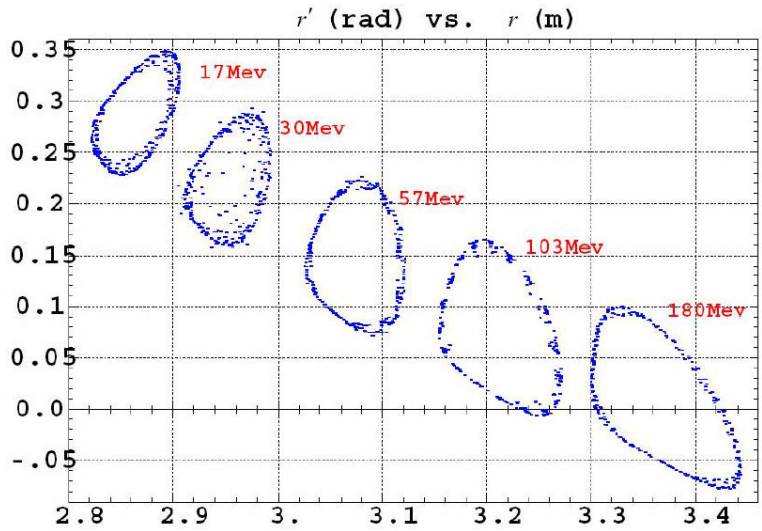


Figure 4.21 : **Exemple de limites de stabilité horizontales à différentes énergies. Espace des phases horizontal à l'entrée de la cellule magnétique.**

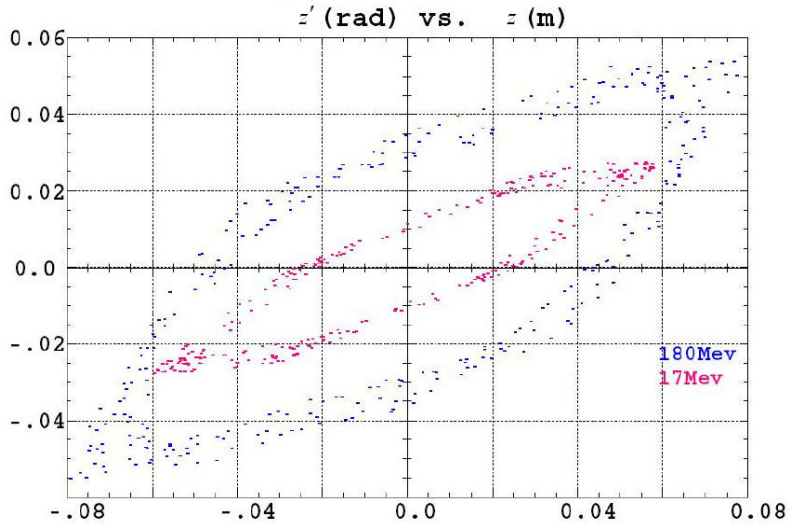


Figure 4.22 : **Exemple de limites de stabilité verticales à deux énergies. Espace des phases horizontal à l'entrée de la cellule magnétique.**

Les Figures 4.21 et 4.22, obtenues avec le modèle « FFAG-SPI », donnent les acceptances dynamiques horizontales et verticales en fonction de l'énergie des particules. Des phénomènes de couplage non-linéaire sont visibles, notamment à la Figure 4.21 pour l'énergie de 30 MeV.

Les outils de modélisation et de simulation des trajectoires de particules dans des aimants FFAG à focalisation invariante à faces spiralées mis au point durant cette thèse ont été activement utilisés pour déterminer les paramètres de l'anneau FFAG du projet RACCAM et établir les spécifications du prototype d'aimant à construire. Les résultats obtenus à l'aide de ces outils seront présentés dans le Chapitre 5 où nous allons développer le processus de recherche des paramètres de l'anneau FFAG spiral.

Les modèles matriciels de BeamOptics et les modèles de champ magnétique de la routine « FFAG-SPI » sont toutefois limités puisqu'ils ne prennent en compte ni la géométrie 3D d'un aimant réel incluant les retours de flux, les chanfreins, les plaques de gardes et les bobines (voir section 4.4), ni les propriétés magnétiques du fer de la culasse, notamment les problèmes de saturation. Nous utiliserons donc aussi les modèles magnétiques 3D développés à l'aide du logiciel TOSCA [76] par SIGMAPHI dans le cadre de la collaboration RACCAM. La section suivante résume le principe de la construction de ces modèles par éléments finis.

4.4. Modélisation TOSCA 3D

Deux types d'aimants FFAG spiral sont à l'étude pour le prototypage d'aimant avec des solutions technologiques différentes pour l'obtention de la loi de champ magnétique (3.55) : la première est basée sur la technologie de « gap shaping » [129] et la seconde utilise un « gap » à faces parallèles avec des conducteurs distribués sur les pôles pour obtenir la loi de champ [127]. Nous n'allons ici présenter que la méthode « gap shaping ».

Ces modèles permettent ensuite d'effectuer des simulations par tracé de trajectoires, au moyen du code Zgoubi, dans les cartes de champ magnétique 3D ainsi obtenues. Ces simulations permettent d'étudier la dynamique faisceau puis d'ajuster les modèles matriciels et « FFAG-SPI » aux résultats obtenus par TOSCA. Enfin, nous utiliserons un modèle TOSCA dans le Chapitre 5 lorsque nous décrirons le fonctionnement à énergie variable de l'anneau FFAG.

4.4.1. Calcul du profil de l'aimant et extrusion 3D

La première étape consiste à déterminer le profil du pôle, c'est-à-dire la forme de l'entrefer à l'aide de calculs 2D [130]. Afin d'approcher la loi de champ théorique $B \propto r^k$, Eq. (3.55), un aimant est tout d'abord modélisé avec un entrefer dont la hauteur varie comme r^{-k}. Un processus itératif ajuste la forme du pôle afin que la valeur du champ magnétique s'approche de la loi théorique avec un précision relative inférieure à 10^{-5}. Le profil 2D de l'aimant est ainsi obtenu, Figure 4.23.

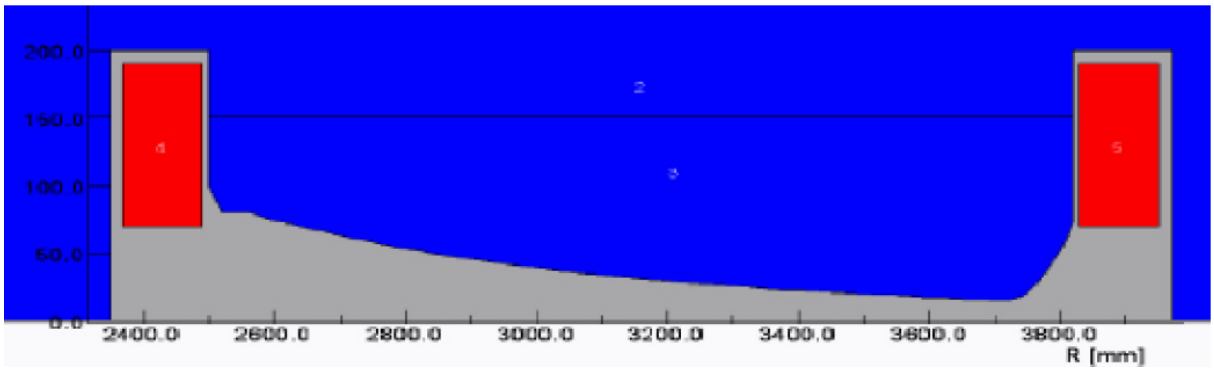


Figure 4.23 : **Vue de côté de l'entrefer obtenu après les calculs 2D.**

Cette étude 2D permet de déterminer la hauteur de la culasse et des retours de flux. On complète celle-ci par une vue de dessus de l'aimant qui définit la forme spirale de l'aimant ainsi que les dimensions azimutales de la culasse et des retours [130]. Une extrusion est faite à partir de ces deux vues afin d'obtenir une géométrie 3D de l'aimant.

4.4.2. Chanfreins variables et plaques de garde

a) Découpe des chanfreins variables

L'aimant modélisé est du type « gap shaping ». Ce type d'entrefer qui se réduit avec le rayon ne permet pas de conserver la focalisation invariante dans le plan vertical. Pour corriger cela, un chanfrein dont la largeur augmente linéairement avec le rayon [130] est défini dans le modèle. L'effet de ce chanfrein variable (voir Figure 4.24) est d'augmenter localement la longueur des champs de fuite avec le rayon afin de compenser l'effet de fermeture de l'entrefer. Cette technique du chanfrein variable permet donc de réduire l'excursion du nombre d'onde vertical par rapport à un modèle où le chanfrein est de largeur constante (voir Figure 4.25). Cette découpe est effectuée sur la géométrie 3D à l'aide d'outils OPERA.

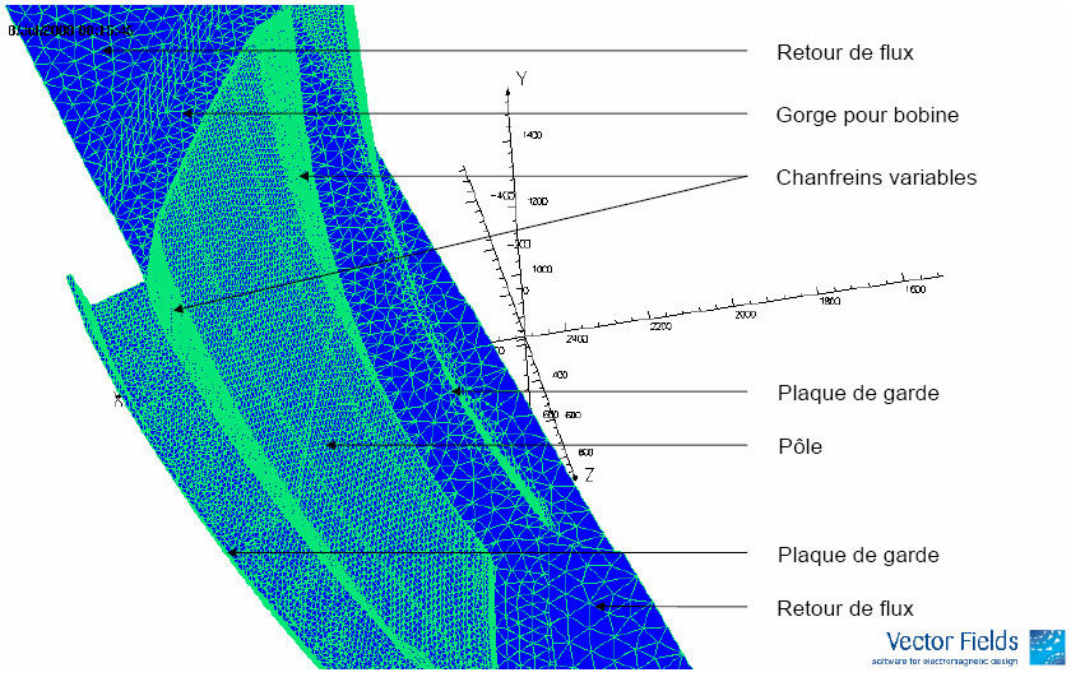


Figure 4.24 : **Modèle TOSCA 3D avec chanfreins variables et plaques de garde magnétiques.**

La Figure 4.25 présente une comparaison des nombres d'onde entre deux modèles TOSCA, l'un ayant un chanfrein constant avec le rayon, l'autre un chanfrein dont la largeur augmente linéairement avec le rayon. L'excursion du nombre d'onde vertical entre les énergies d'injection et d'extraction est substantiellement réduite sous l'effet du chanfrein variable. Les deux modèles sont construits avec les paramètres présentés au Tableau 4.3. Les fluctuations sont dues à la méthode de maillage utilisée dans TOSCA et à un contrôle local des valeurs de l'indice de champ k et de l'angle spiral ζ [129].

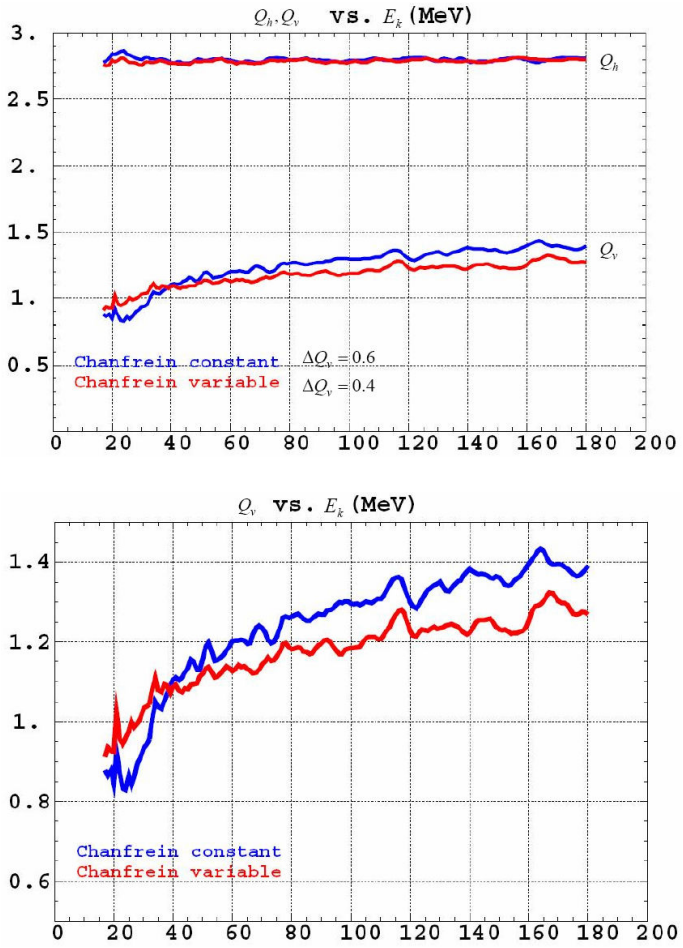


Figure 4.25 : **Effet du chanfrein variable sur le nombre d'onde vertical.**

Ces paramètres ont été déterminés après une étude préliminaire réalisée au moyen du modèle « FFAG-SPI » afin de déterminer des points de fonctionnement intéressants pour ces premières études de modèles TOSCA. Nous reviendrons sur ces recherches de paramètres pour modélisation TOSCA au Chapitre 5.

E_{k0}	180 MeV
B_{z0}	1.5 T
N	8
p_f	0.38
r_0	3.4825 m
ζ	50.36°
k	4.415
g	40 mm au rayon r_0

Tableau 4.3 : **Paramètres des modèles TOSCA 3D pour l'étude des effets du chanfrein variable et des plaque de garde magnétique.**

b) *Plaques de gardes*

Afin encore de modifier la longueur des champs de fuite, des plaques de garde magnétiques sont montées en court-circuit magnétique sur la culasse de l'aimant (voir Figure 4.24). Ces plaques guident les lignes de champ de fuite afin de réduire localement leur longueur, ce qui revient à augmenter la valeur du « flutter » magnétique, Eq. (3.58) et la focalisation verticale (voir Figure 4.26).

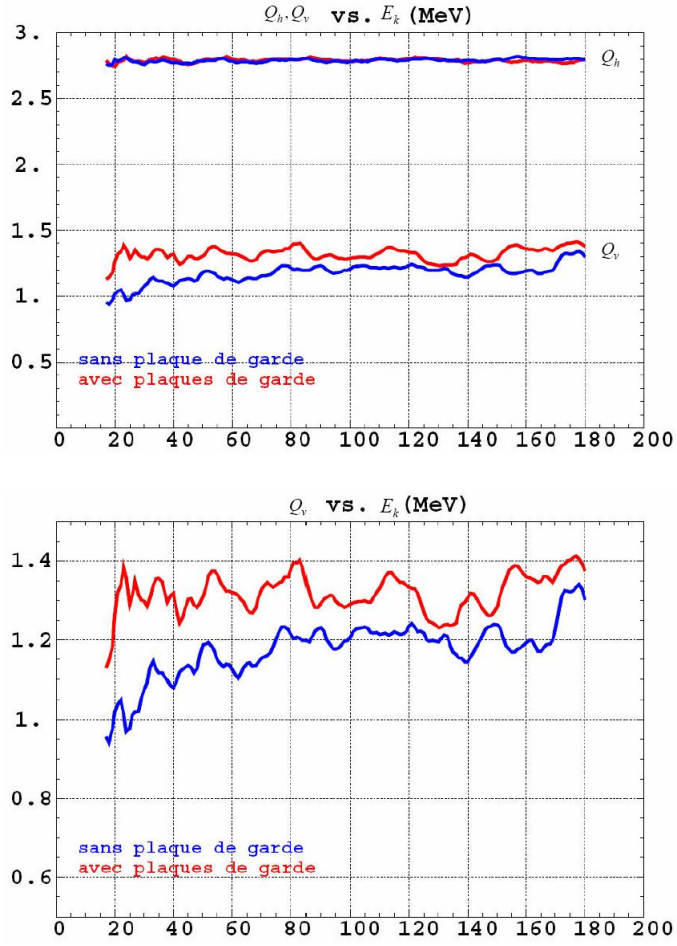


Figure 4.26 : **Effet des plaques de garde sur le nombre d'onde vertical.**

La Figure 4.26 présente une comparaison entre deux modèles TOSCA avec et sans plaques de garde magnétique, les deux modèles ayant cette fois un chanfrein variable. Les paramètres des modèles sont donnés au Tableau 4.3. Les plaques de garde augmentent bien la focalisation verticale.

c) Effets sur la correction de champ de fuite

Nous avons vu à la section 4.1 que nous souhaitons que l'intégrale I_1 de l'équation (3.31) soit constante avec r afin que la correction de champ de fuite ne dépende que du rapport λ/ρ. Nous pouvons voir que cela est réalisé, entre les rayons d'injection et d'extraction, à la Figure 4.27 qui présente I_1 en fonction de r calculée aux faces d'entrée et de sortie d'un modèle TOSCA à 10 cellules $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$, voir section 5.3.2.

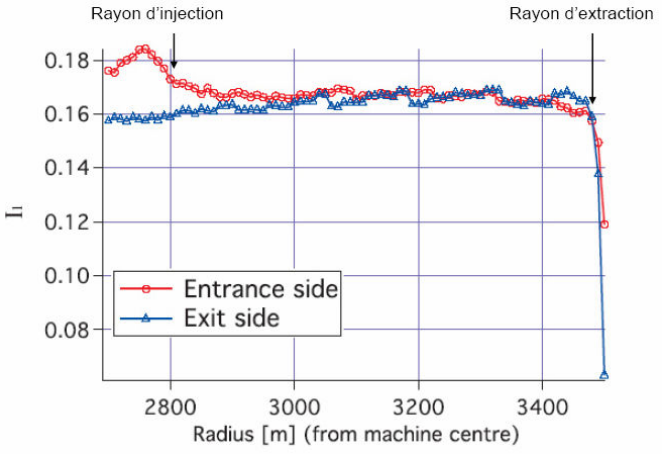


Figure 4.27 : **Dépendance en r de I_1 calculée dans un modèle TOSCA.**

4.4.3. Bobines

Les bobines de courant sont construites directement en 3D [130] à l'aide du logiciel TOSCA et ajoutées à la géométrie (voir Figure 4.28).

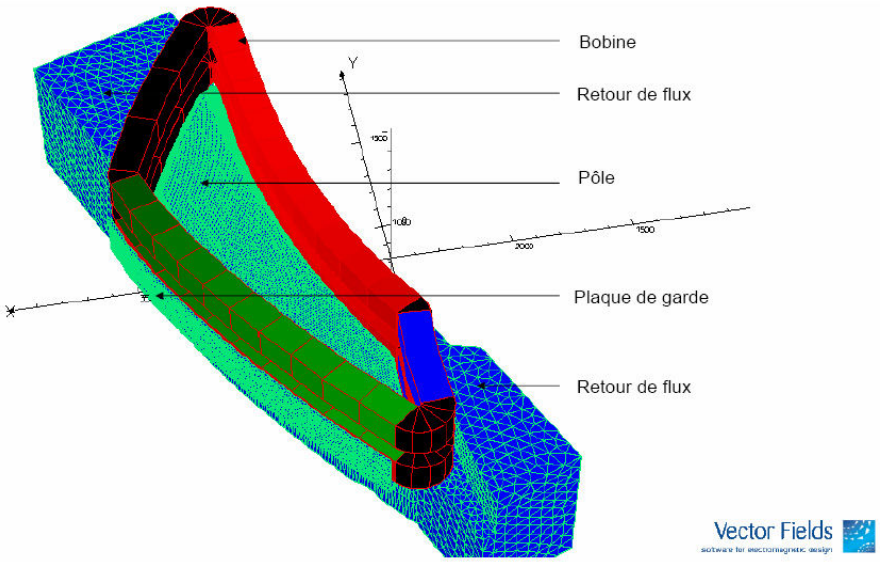


Figure 4.28 : **Modèle TOSCA 3D avec bobines.**

4.4.4. Conditions aux limites et symétries

Le modèle décrit la cellule entière, incluant l'aimant et les demi-sections droites de part et d'autre de l'aimant. Différentes conditions aux limites sont appliquées. La première est la condition de Neumann : les lignes de champ magnétique sont perpendiculaires au plan médian $z = 0$. La deuxième est une condition de périodicité $2\pi/N$ le long de lignes spirales dans les sections droites. Enfin, des conditions aux limites à l'infini sont appliquées pour lesquelles le champ magnétique tend vers zéro lorsque la distance d'observation devient infinie. A ce stade, la géométrie 3D est définie et peut être maillée. Une fois le maillage effectué, des cartes de champ magnétique de plan médian ou 3D peuvent être calculées à partir du modèle TOSCA.

4.4.5. Cartes de champ et intensité de courant variable dans les bobines

A partir des modèles TOSCA 3D fournis par SIGMAPHI, nous avons pu générer des cartes de champ magnétique en réglant arbitrairement le courant électrique dans les bobines afin d'effectuer des études de l'anneau FFAG pour un fonctionnement à énergie variable (voir section 5.5.2).

Chapitre 5

Recherche des paramètres

de l'optique FFAG spiral

Sommaire

5.1	Contraintes concernant le choix des paramètres	119
5.2	Etude à 8 cellules : modélisation TOSCA et ajustement de « FFAG-SPI »	124
5.3	Etude à 10 cellules : choix des paramètres de l'anneau FFAG spiral	128
5.4	Point de fonctionnement, performances	134
5.5	Aimant prototype : énergie variable, limitations	139

Chapitre 5

Recherche des paramètres de l'optique FFAG spiral

Nous allons dans ce chapitre développer la démarche de recherche des paramètres de l'anneau FFAG spiral et du prototype d'aimant actuellement en construction. Les différentes contraintes prises en compte seront rappelées. Puis nous présenterons l'étude d'un anneau à huit cellules ayant permis de déterminer un premier jeu de paramètres pour construire les premiers modèles TOSCA. Cette étude à huit cellules permettra également de présenter le processus de recherche de points de fonctionnement. Enfin, nous nous intéresserons à l'étude d'une configuration d'anneau à dix cellules qui nous a permis de converger vers les spécifications de l'anneau et de l'aimant prototype.

5.1. Contraintes concernant le choix des paramètres

De nombreux paramètres technologiques et de dynamique faisceau sont à prendre en compte lors de l'étude et du dimensionnement de l'anneau FFAG tels le nombre d'aimants dans l'anneau, le diamètre de la machine, l'ouverture angulaire et l'extension radiale des aimant, leur poids, leur coût ainsi que les nombres d'onde, les ouvertures dynamiques et l'accélération du faisceau.

5.1.1. Contraintes d'encombrement

La profondeur de pénétration de 21.6 cm (voir Chapitre 1) impose une énergie d'extraction de 180 MeV correspondant à une rigidité magnétique $B\rho = 2.0295$ T.m.

Nous allons travailler avec les conditions suivantes : $(B\rho)_0 = 2.0295$ T.m et $(B\rho)_{inj} = 0.5985$ T.m, rigidités magnétiques aux énergies d'extraction : 180 MeV et d'injection : 17 MeV. La dimension de l'anneau dépend du rayon de l'orbite d'extraction r_0, donc de la rigidité $(B\rho)_0$, du champ magnétique B_{z0}, du nombre de cellules N et du facteur de remplissage magnétique p_f (voir Tableaux 4.1 et 4.2) par la relation suivante :

$$r_0 = \frac{(B\rho)_0}{B_{z0}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}{\sin\left(p_f \frac{\pi}{N}\right)} \tag{5.1}$$

La Figure 5.1 présente l'évolution de r_0 en fonction de B_{z0} et N, sachant que p_f est fixé. Le passage d'un anneau de six cellules à douze cellules ne change que très peu r_0. B_{z0} est donc un paramètre important pour diminuer le diamètre de l'anneau FFAG tandis que N a une influence plus réduite. Un champ $B_{z0} > 1.3$ T est nécessaire pour que le diamètre de la machine n'excède pas 8 m. Nous utiliserons en particulier les valeurs de 1.5 T pour les modèles à 8 cellules et de 1.7 T pour les modèles à 10 cellules que nous présenterons.

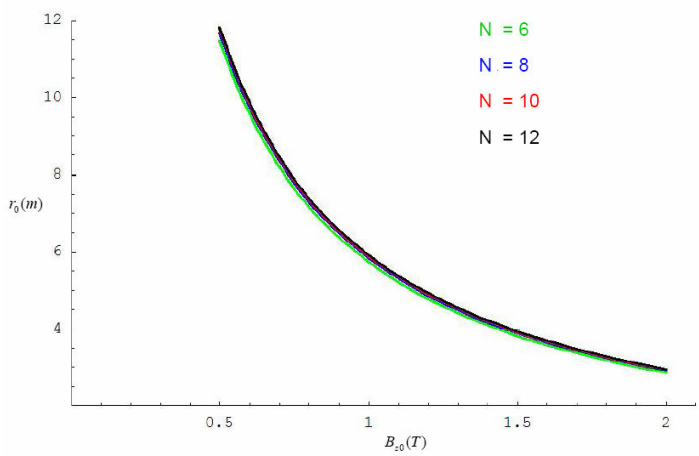


Figure 5.1 : **Rayon de référence r_0 en fonction du champ magnétique B_{z0} et du nombre de cellules N ($p_f = 0.34$).**

La Figure 5.2 montre l'évolution de r_0 en fonction de p_f et de N, sachant que p_f est fixé. p_f est donc également un paramètre important dans la réduction des dimensions de l'anneau au contraire N. Un facteur de remplissage minimum p_f de 0.3 est nécessaire pour que le diamètre reste inférieur à 8 m. Les valeurs utilisées dans la suite seront de 0.38 (8 cellules) et 0.34 (10 cellules).

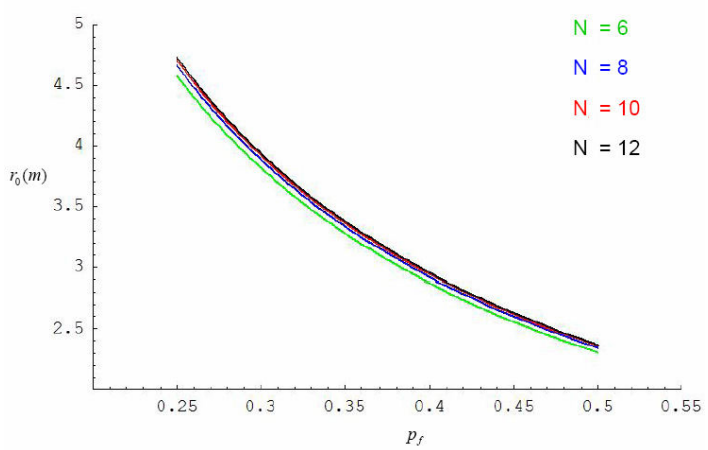


Figure 5.2 : **Rayon de référence r_0 en fonction du facteur de remplissage magnétique p_f et du nombre de cellules N ($B_{z0} = 1.7\ T$).**

L'excursion radiale Δr des orbites dans l'aimant entre les rayons d'injection et d'extraction, calculée à partir de l'équation (3.56), s'écrit:

$$\Delta r = r_0 - r_{inj} = r_0 \left[1 - \left(\frac{(B\rho)_{inj}}{(B\rho)_0} \right)^{\frac{1}{k+1}} \right] \tag{5.2}$$

où r_{inj} est le rayon de l'orbite d'injection.

Afin d'obtenir une excursion d'orbite inférieure à 1 m, l'indice géométrique k doit être supérieur à 2.5 (voir Figure 5.3). Nous étudierons des valeurs proches de $k = 4$ dans l'étude à 8 cellules ainsi que $k = 5$ et $k = 8$ dans l'étude à 10 cellules.

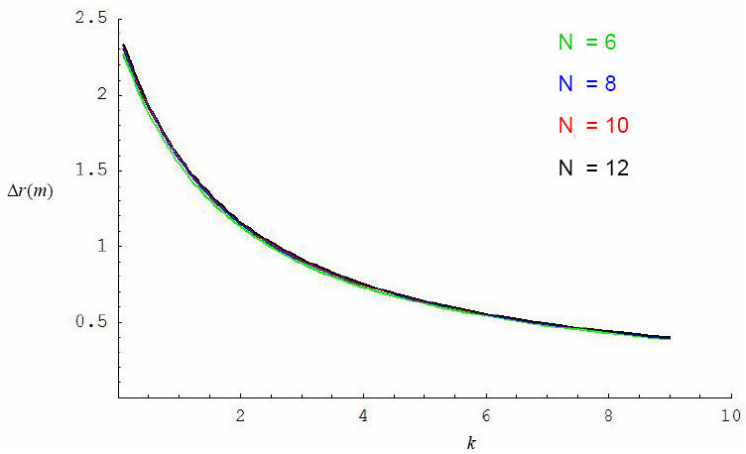


Figure 5.3 : **Excursion radiale Δr en fonction de l'indice géométrique de l'aimant k et du nombre de cellules N ($p_f = 0.34$ et $B_{z0} = 1.7\ T$).**

Les longueurs des sections droites L_d et magnétiques L_B, définies au Tableau 4.1 et à la Figure 4.1, dépendent également de p_f. La Figure 5.4 présente la réduction de la longueur des sections droite sous l'effet de l'augmentation du facteur de remplissage magnétique.

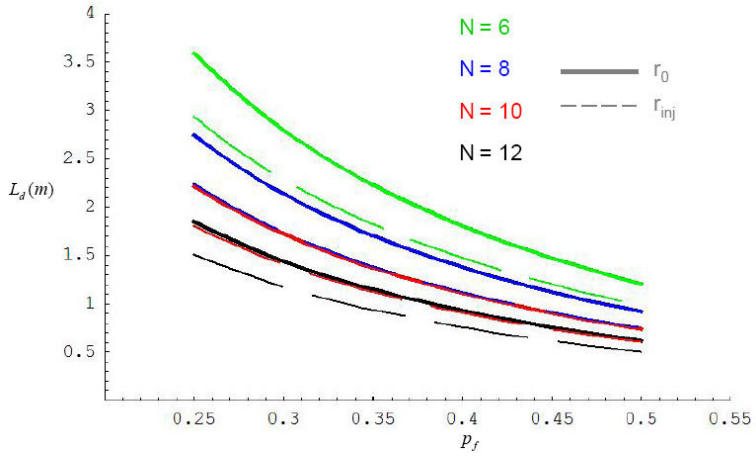


Figure 5.4 : **Longueur de la section droite L_d aux rayons d'injection et d'extraction en fonction du facteur de remplissage p_f et du nombre de cellules N ($k = 5$ et $B_{z0} = 1.7\ T$).**

Un nombre réduit de cellules laisse plus d'espace entre les aimants. Cependant, un nombre minimum de sections droites est nécessaire pour implanter les systèmes de manipulation de faisceaux à l'injection et à l'extraction ainsi que le système accélérateur et les diagnostics. Un nombre de 8 ou 10 cellules est un bon choix pour avoir des sections droites de plus d'1 m.

Augmenter le facteur de remplissage p_f permet d'augmenter l'ouverture angulaire des aimants et réduit l'étendue relative des champs de fuite, mais au détriment de la longueur des sections droites. La gamme $0.3 < p_f < 0.45$ est un bon compromis.

Enfin, l'angle spiral ζ ne doit pas excéder 55° pour faciliter la conception de l'aimant ainsi que l'installation de cavités RF dans les sections droites.

Nous souhaitons proposer une machine ayant un diamètre réduit et des dimensions d'aimants minimisées (dans le but de limiter leur coût), avec un nombre suffisant de sections droites afin d'insérer les systèmes d'injection, d'accélération, d'extraction et d'instrumentation. Ces contraintes d'encombrement imposent, dès le début des études que nous allons présenter, des limites aux valeurs des paramètres principaux : B_{z0}, N, p_f, k et ζ sachant que l'énergie de référence des particules est de 180 MeV.

5.1.2. Contraintes de dynamique

Les nombres d'onde horizontal et vertical doivent être éloignés de toute résonance systématique et non-systématique d'ordre $|m|+|n| \le 3$ afin de ne pas subir une réduction de l'ouverture dynamique ou une perte du faisceau.

Comme nous le verrons au Chapitre 6, les protons sont accélérés jusqu'à leur énergie d'injection dans le FFAG, énergie variable entre 5.5 et 17 MeV, au moyen d'un cyclotron. Ce dernier délivre des faisceaux de protons dont les émittances transverses normalisées valent 0.3π mm.mrad en horizontal et 0.5π mm.mrad en vertical, indépendamment de l'énergie de production (voir Tableau 6.1). Ces émittances normalisées correspondent à des émittances d'injection à 17 MeV de 1.5π mm.mrad en horizontal et 2.5π mm.mrad en vertical. Par ailleurs, un système d'injection multitours, dans le plan horizontal, est proposé pour l'installation de protonthérapie afin d'augmenter l'intensité du faisceau de protons dans le FFAG et la dose au patient.

Des études montrent que cette injection multitours entraîne un grossissement de l'émittance d'injection horizontale à 17 MeV d'un facteur 20 au maximum [131]. L'accélérateur FFAG doit ainsi pouvoir accepter des faisceaux de protons ayant des émittance transverses de 30π mm.mrad en horizontal et 2.5π mm.mrad en vertical, les acceptances transverses de l'anneau doivent donc être grandes comparées à ces émittances. Les études étant faites sans introduire de défauts, nous avons décidé que l'anneau FFAG devait présenter une acceptance dynamique transverse minimale 40 fois supérieure aux émittances des faisceaux considérés, soit 1200π mm.mrad en horizontal et 100π mm.mrad en vertical.

5.1.3. Contraintes technologiques

Comme nous le verrons au Chapitre 5, l'anneau FFAG doit pouvoir extraire des protons à des énergies variables afin de pouvoir irradier les différentes couches du volume tumoral (voir Figure 1.33). Pour cela, le champ magnétique dans les aimants est globalement changé dans les aimants FFAG d'un cycle d'accélération à l'autre. Afin d'assurer une variation en profondeur de 5 mm du pic de Bragg dans la tumeur, le champ magnétique dans l'anneau doit varier d'environ 10^{-2} T en moins d'une seconde. En conservant une marge de sécurité, une variation du champ magnétique avec le temps $\dot{B}_z = dB_z/dt$ de l'ordre de 0.1 T/s est donc nécessaire pour l'opération à énergie variable. Même si cette variation reste faible, l'aimant FFAG doit impérativement être feuilleté afin de réduire les courants de Foucault dans le fer et de réduire le temps de stabilisation du champ magnétique. Par ailleurs, un aimant feuilleté est plus facile à construire qu'un aimant en fer massif.

5.2. Etude à 8 cellules : modélisation TOSCA et ajustement de « FFAG-SPI »

Les études d'un anneau à huit cellules ont permis de déterminer un point de fonctionnement pour débuter la modélisation 3D d'un aimant FFAG spiral (voir Chapitre 4). Ce jeu de paramètre n'est pas celui retenu pour le prototype en construction et pour la conception finale de l'anneau mais il nous a permis de mettre en place les procédures de modélisation TOSCA et d'ajuster le modèle « FFAG-SPI » au modèle TOSCA à partir des résultats de dynamique faisceau, en particulier concernant les nombres d'onde. Il nous a permis aussi d'évaluer l'évolution du comportement de l'optique au passage des paramètres 8 cellules aux paramètres 10 cellules.

5.2.1. Etude préliminaire

A l'aide de BeamOptics, nous avons d'abord déterminé les zones de stabilité du mouvement bêtatronique dans les diagrammes (k,ζ) et (Q_h,Q_v), voir Figures 5.5 et 5.6 , pour ensuite nous intéresser à une zone plus réduite pour les études de tracé de trajectoire à l'aide de Zgoubi. Les paramètres de cette étude BeamOptics sont indiqués au Tableau 5.1.

E_{k0}	180 MeV
B_{z0}	1.5 T
N	8
p_f	0.38
r_0	3.4825 m
ζ	$0° < \zeta < 70°$
k	$0 < k < 10$
λ	40 mm au rayon r_0

Tableau 5.1 : **Paramètres de l'étude préliminaire à 8 cellules de l'anneau FFAG.**

La Figure 5.5 présente la zone de stabilité dans le diagramme (k,ζ) de l'étude à 8 cellules (voir Tableau 5.1) déterminée à l'aide de BeamOptics à partir des paramètres du Tableau 5.1.

La Figure 5.6 montre les nombres d'onde (Q_h,Q_v) correspondant aux couples (k,ζ) de la Figure 5.5. Les lignes de résonances systématiques dipolaires $Q_h = 0$ et $Q_v = 0$, quadripolaires (rouge), sextupolaires (bleu) et octupolaires (vert) droites et tournées sont représentées.

Une augmentation de ζ permet essentiellement d'augmenter Q_v tandis qu'une hausse de k augmente Q_h et diminue Q_v. Ces évolutions des nombres d'onde avec les paramètres

(k,ζ) correspondent à celles attendues à partir des expressions théoriques des nombres d'onde (3.57) et (3.58) présentées en section 3.1.4.

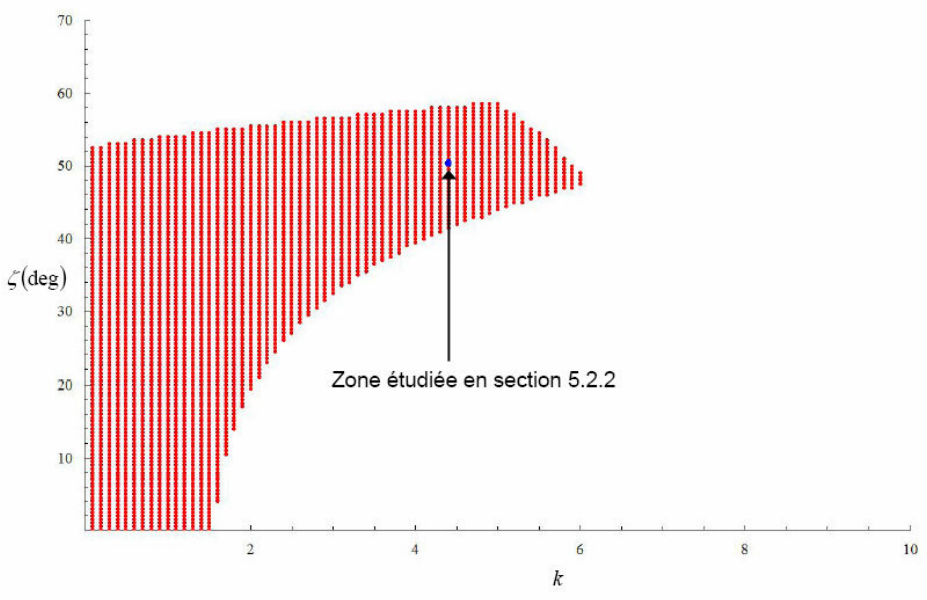


Figure 5.5 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le diagramme (k,ζ) pour l'étude à 8 cellules.**

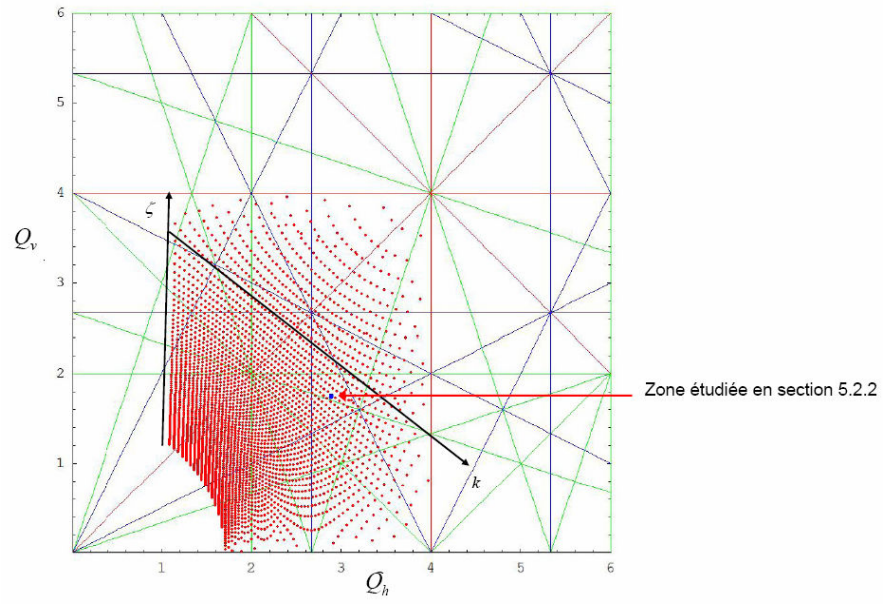


Figure 5.6 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le diagramme (Q_h, Q_v) pour l'étude à 8 cellules.**

La réduction de la taille des aimants oblige à augmenter k et par conséquent ζ afin de conserver une focalisation verticale suffisamment forte : $Q_v > 1$. Par ailleurs, le faisceau doit avoir des nombres d'onde éloignés de résonances systématiques, notamment les résonances sextupolaires $3Q_h = 8$ et $Q_h - 2Q_v = 0$ ici. A ce stade, nous avons choisi une zone d'étude

autour du point de fonctionnement $(Q_h, Q_v) =$ (2.8, 1.8), en bleu en Figures 5.5 et 5.6, pour laquelle des études de tracé de trajectoire ont été effectuées avec le code Zgoubi afin de définir les paramètres du modèle TOSCA.

5.2.2. Etude de tracé de trajectoires : choix des paramètres

L'étude consiste à reprendre les paramètres du Tableau 5.1 et à calculer les ouvertures dynamiques d'un grand nombre de couples (k, ζ) tels que $4 \le k \le 5$ et $48° \le \zeta \le 52°$, permettant de balayer (Q_h, Q_v) autour de (2.8, 1.8), et à choisir le point de fonctionnement le mieux adapté.

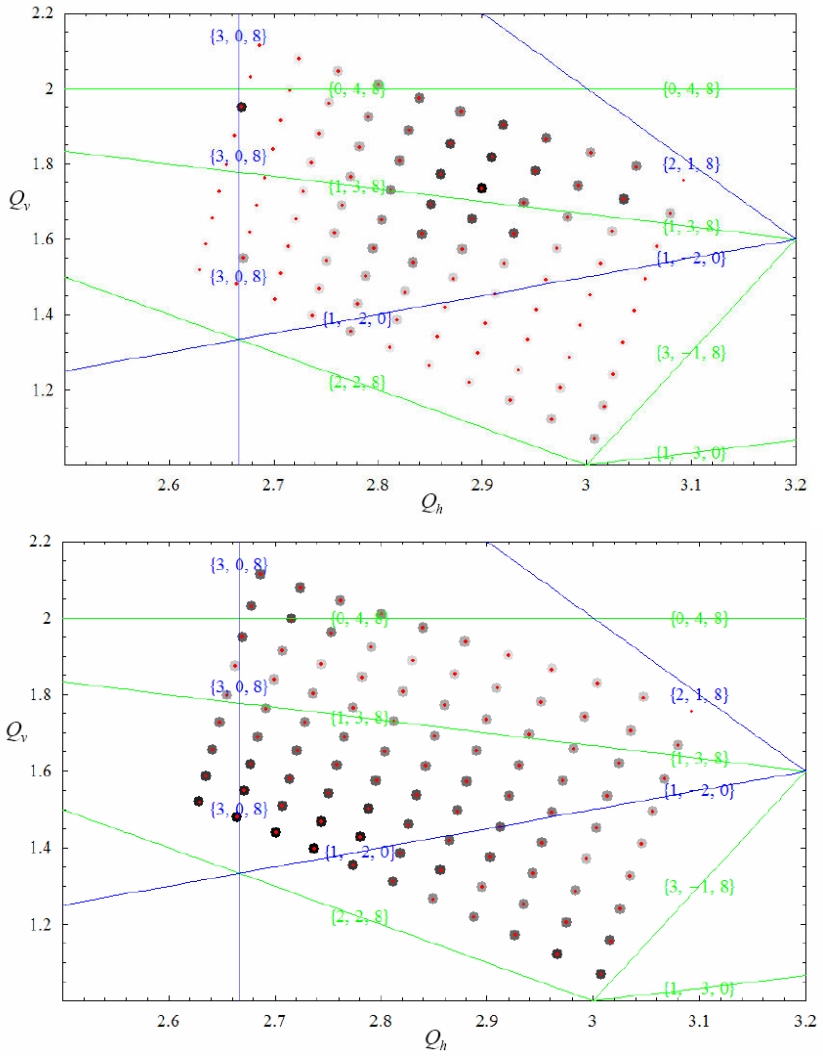


Figure 5.7 : **Ouvertures dynamiques pour différents points de fonctionnement dans le diagramme des nombres d'onde autour de $(Q_h, Q_v) = (2.8, 1.8)$.**

Haut : ouvertures horizontales

Bas : ouvertures verticales

La Figure 5.7 présente les résultats de cette étude. Chaque point rouge correspond à un point d'étude dans le diagramme des nombres d'onde. Les disques correspondent aux ouvertures dynamiques horizontale (haut) et verticale (bas) pour chacun des couples (Q_h, Q_v). Plus les disques sont sombres, plus les ouvertures sont grandes. L'absence apparente de disque indique que les ouvertures dynamiques sont très faibles. Nous avons choisi le point de fonctionnement éloigné des lignes de résonances sextupolaires (bleu) $(k, \zeta) =$ (4.415, 50.36°) donnant $(Q_h, Q_v) =$ (2.815, 1.701) ainsi qu'une excursion radiale $\Delta r = 0.703$ m.

5.2.3. Ajustement du modèle « FFAG-SPI » au modèle TOSCA

Nous avons déjà vu aux Figures 4.25 et 4.26 que la dynamique dans les deux modèles « FFAG-SPI » et TOSCA diffère du fait de la technologie « gap shaping » et chanfreins variables. Le nombre d'onde vertical calculé à partir de TOSCA est inférieur à celui prévu par « FFAG-SPI » et n'est pas constant. Ces différences proviennent des longueurs de champ de fuite λ et de leur évolution avec r. Afin d'accorder les modèles, λ est ajusté dans « FFAG-SPI » à partir des résultats de TOSCA. Pour cela, une loi régissant λ en fonction de r est introduite dans « FFAG-SPI » afin que les évolutions des nombres d'onde soient proches entre les deux modèles :

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{\kappa} \tag{5.3}$$

La Figure 5.8 présente le résultat de cet ajustement pour lequel $\lambda_0 = 8.95$ cm et $\kappa = 0.62$.

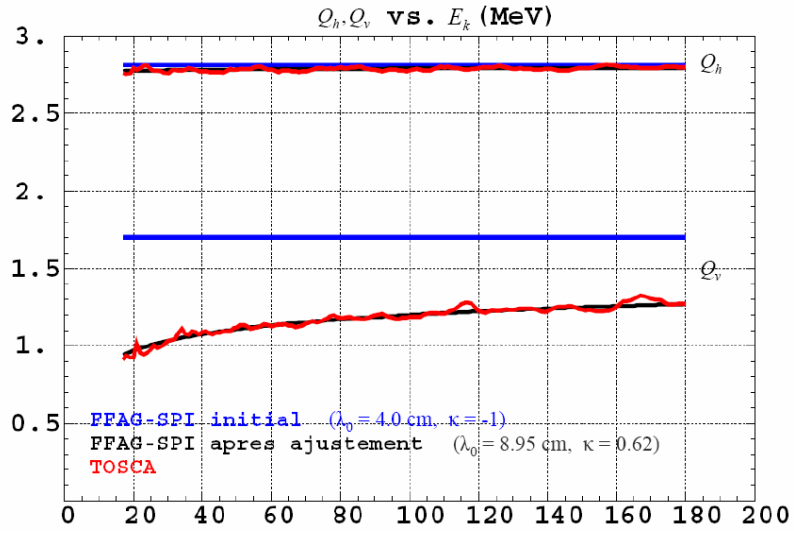


Figure 5.8 : **Nombres d'onde en fonction de l'énergie pour** $(k, \zeta) = (4.415, 50.36°)$.

La Figure 5.9 présente une comparaison des ouvertures dynamiques horizontales entre les modèles TOSCA et « FFAG-SPI » ainsi ajusté. Les trajectoires rouges et bleues sont

décalées artificiellement pour une meilleure clarté. Nous voyons que l'accord est bon entre les deux et le modèle « FFAG-SPI » peut donc être utilisé pour la recherche des paramètres magnétiques de l'anneau FFAG en accompagnement de la construction de modèles TOSCA.

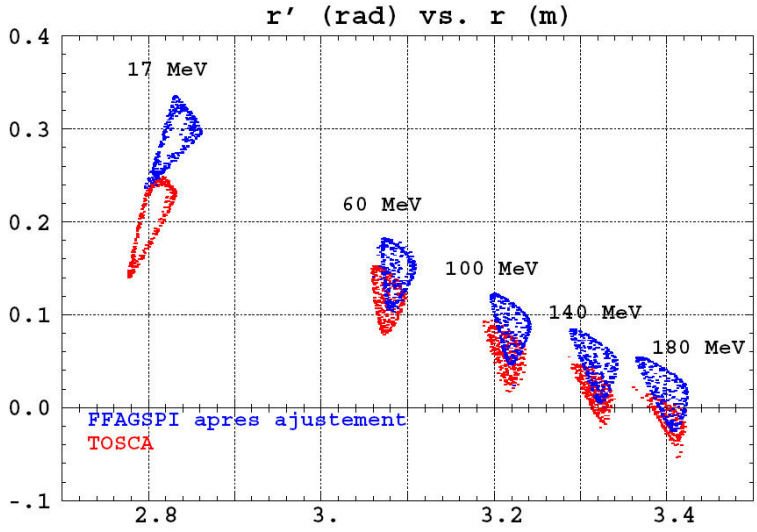


Figure 5.9 : **Comparaison des ouvertures dynamiques entre TOSCA et « FFAG-SPI ».**

La construction des premiers modèles TOSCA et l'étude des effets des chanfreins et plaques de gardes (voir Chapitre 4) ont donc été réalisées avec ce point de fonctionnement $(k,\zeta) = (4.415, 50.36°)$.

5.3. Etude à 10 cellules : choix des paramètres de l'anneau FFAG spiral

5.3.1. Etude préliminaire

En parallèle au développement des premiers modèles TOSCA, la recherche des paramètres de l'anneau FFAG s'est poursuivie sur une configuration à dix cellules. Le passage de huit à dix cellules a été décidé afin de disposer de deux sections droites supplémentaires pour l'insertion éventuelle de deux cavités accélératrices (voir Chapitre 6), d'un système d'injection multitours, du système d'extraction et d'instrumentation. Une étude préliminaire à l'aide de BeamOptics a été faite afin de rechercher des zones intéressantes dans le diagramme des nombres d'onde. Nous n'allons pas revenir en détail sur ces études préliminaires, nous allons simplement présenter les résultats et nos choix pour la suite de la recherche des paramètres. Le Tableau 5.2 présente les paramètres de cette étude.

E_{k0}	180 MeV
B_{z0}	1.7 T
N	10
p_f	0.34
r_0	3.4603 m
ζ	$0° < \zeta < 70°$
k	$0 < k < 10$
λ_0	83 mm au rayon r_0 (déterminé à partir d'un modèle TOSCA)
κ	-0.52 (déterminé à partir d'un modèle TOSCA)

Tableau 5.2 : **Paramètres de l'étude préliminaire à 10 cellules de l'anneau FFAG.**

Afin que la machine soit compacte avec des sections droites suffisamment longues, B_{z0} a été porté à 1.7 T et p_f réduit à 0.34. La Figure 5.10 présente la zone de stabilité dans le diagramme (k,ζ) de l'étude à 10 cellules et la Figure 5.11 montre les nombres d'onde associés.

Nous avons décidé de procéder à l'étude de deux configurations : l'une autour du point $(Q_H, Q_V) = (2.8,\ 1.8)$ correspondant à $(k,\zeta) = (5,\ 53°)$, l'autre autour de $(Q_H, Q_V) = (3.8,\ 1.2)$, correspondant à $(k,\zeta) = (8,\ 57°)$ pour évaluer la possibilité d'un aimant plus court : $\Delta r = 0.637$ m pour $k = 5$ et $\Delta r = 0.439$ m pour $k = 8$. L'inconvénient d'une forte valeur de l'indice géométrique k est un fort angle spiral qui rend difficile le placement des cavités accélératrices et des aimants des systèmes d'injection et d'extraction. En outre, les non-linéarités de champ réduisent fortement l'ouverture dynamique.

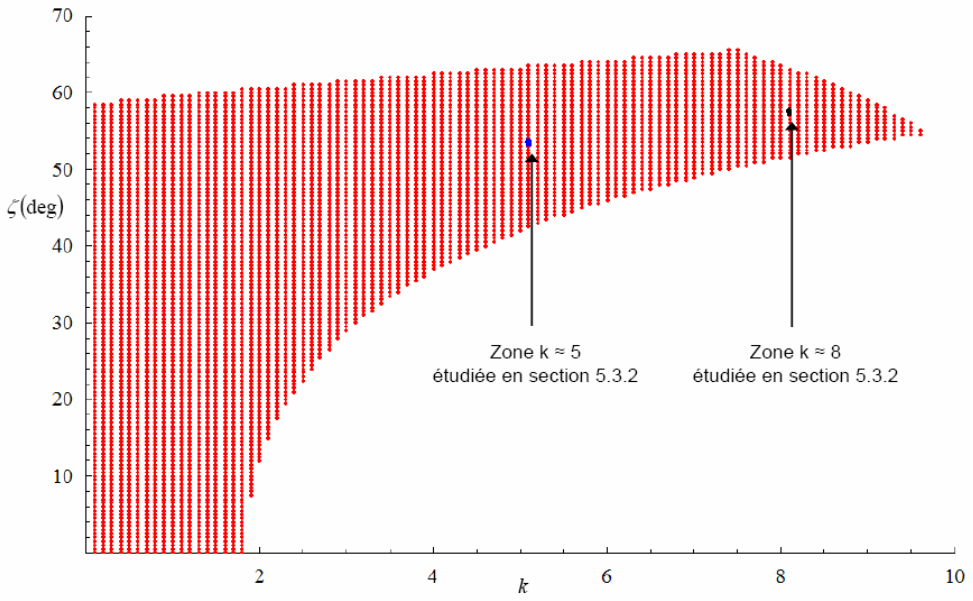


Figure 5.10 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le diagramme (k,ζ) pour l'étude à 10 cellules.**

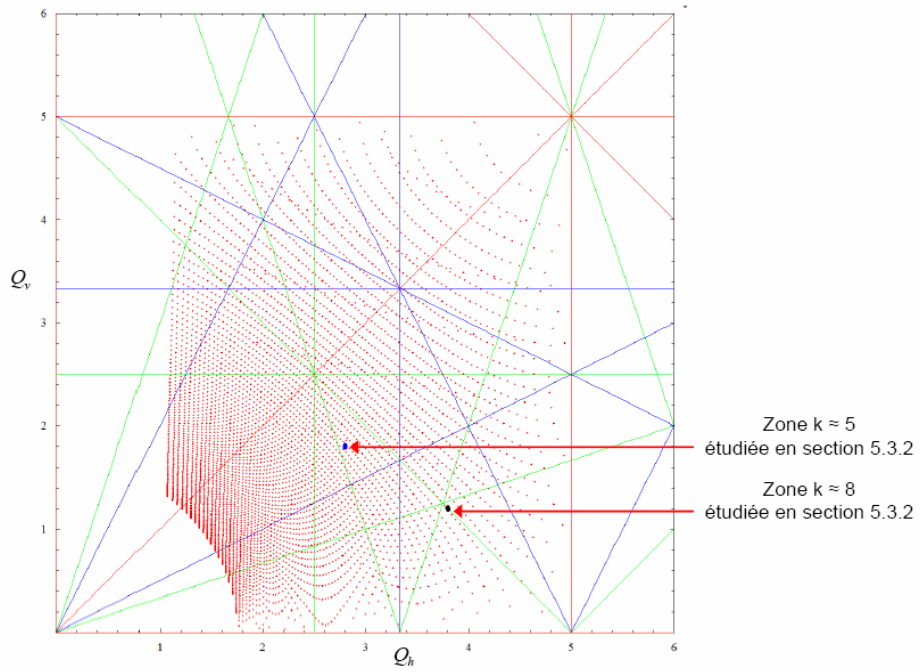


Figure 5.11 : **Zone de stabilité du mouvement périodique dans le diagramme (Q_h, Q_v) pour l'étude à 10 cellules.**

5.3.2. Comparaison k ≈ 5 et k ≈ 8

L'étude à dix cellules se concentre donc sur deux régions du diagramme de fonctionnement pour $k \approx 5$ et $k \approx 8$. Un balayage de (k, ζ) et un calcul des ouvertures dynamiques ont été effectués sur ces deux zones afin de déterminer, dans chacune, un point de fonctionnement. La Figure 5.10 montre que la région $k \approx 8$ est proche de la limite de la région de stabilité. Par ailleurs, les non-linéarités du champ étant plus importantes, nous nous attendons à ce que les ouvertures dynamiques soient plus réduites que pour $k \approx 5$.

Nous allons d'abord présenter l'étude autour de $k = 5$ et le couple (k, ζ) choisi puis nous présenterons simplement (k, ζ) obtenu pour l'étude autour de $k = 8$, celle-ci étant analogue.

a) Etude autour de $k = 5$

Le balayage des paramètres (k, ζ) et le calcul des ouvertures dynamiques ont été réalisés selon les spécifications du Tableau 5.2 avec $4.5 < k < 5.5$, $50° < \zeta < 55°$.

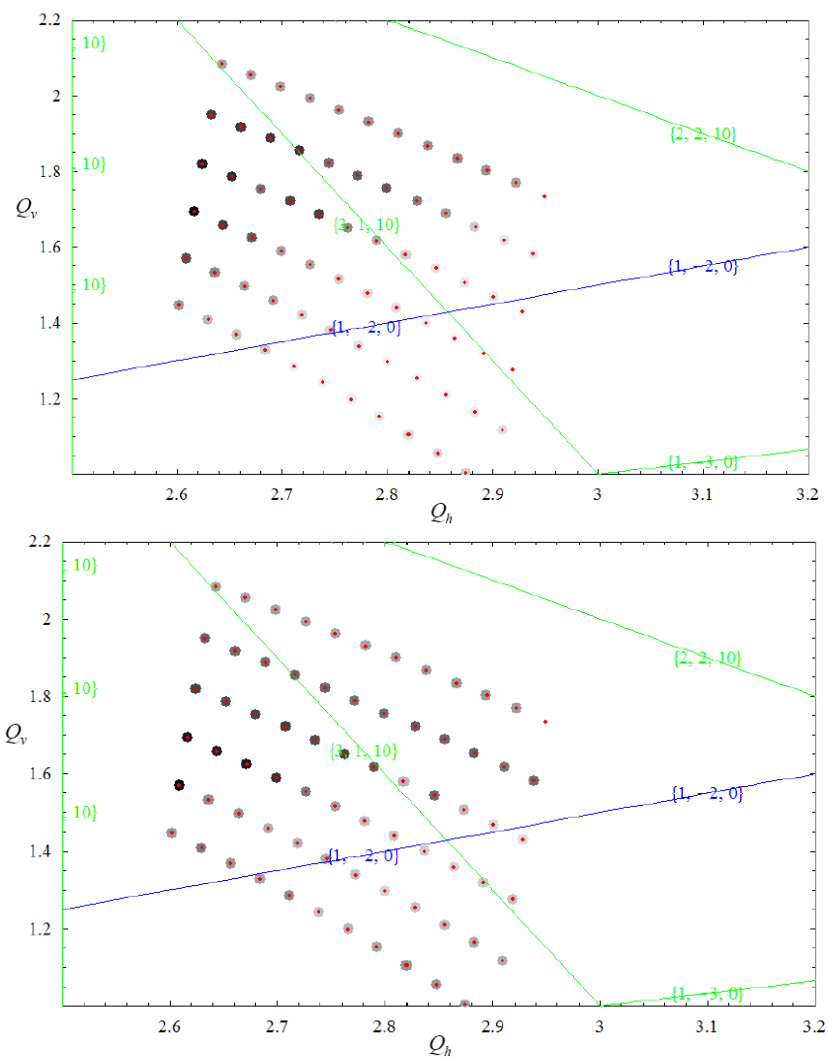


Figure 5.12 : **Ouvertures dynamiques pour différents points de fonctionnement dans le diagramme des nombres d'onde autour de** $(Q_h, Q_v) = (2.8, 1.8)$.

Haut : ouvertures horizontales

Bas : ouvertures verticales

La Figure 5.12 présente les ouvertures dynamiques dans le diagramme des nombres d'onde pour les paramètres du Tableau 5.2. L'effet de la résonance sextupolaire systématique $Q_h - 2Q_v = 0$ est visible : les ouvertures dynamiques sont fortement réduites à proximité de cette ligne de résonance. Le point de fonctionnement de l'anneau doit donc se situer en dehors de cette zone. Le couple $(k, \zeta) =$ (5.15, 53.5°) donnant $(Q_h, Q_v) =$ (2.812, 1.723) à 180 MeV (voir Figure 5.13) est un bon candidat dans la gamme $k \approx 5$.

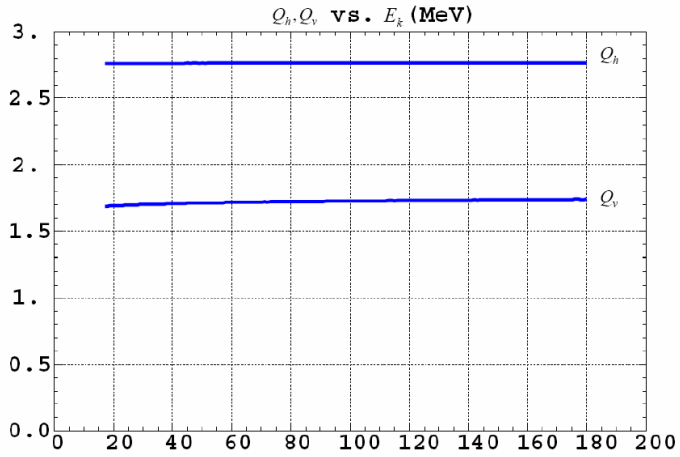


Figure 5.13 : **Nombres d'onde en fonction de l'énergie pour** $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$.

Le Tableau 5.3 ainsi que les Figures 5.14 et 5.15 présentent les ouvertures dynamiques à différentes énergies de l'anneau FFAG spiral à 10 cellules, $(k,\zeta)=$ (5.15, 53.5°). Les ouvertures sont très grandes puisque $\varepsilon_h > 1500\pi$ mm.mrad et $\varepsilon_v > 800\pi$ mm.mrad. Ce point de fonctionnement est donc un bon candidat pour l'application en protonthérapie.

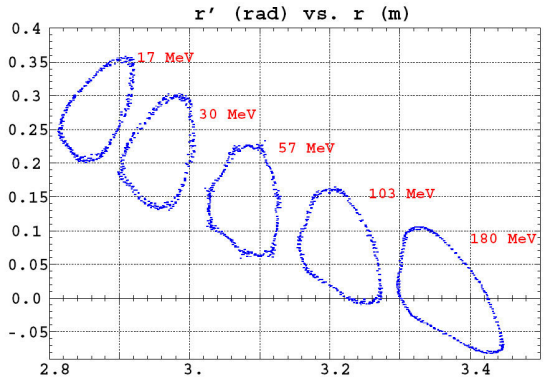


Figure 5.14 : **Ouvertures dynamiques horizontales à différentes énergies pour** $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$.

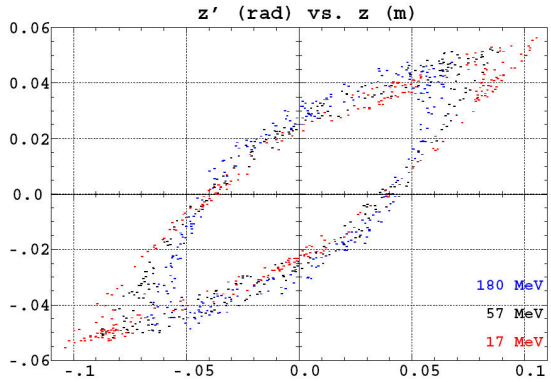


Figure 5.15 : **Ouvertures dynamiques verticales à différentes énergies pour** $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$.

E_k (MeV) Energie cinétique	ε_h (π mm.mrad) Acceptance horizontale	ε_v (π mm.mrad) Acceptance verticale
180	2730	881
103	2206	854
57	2006	933
30	1949	874
17	1595	951

Tableau 5.3 : **Ouvertures dynamiques horizontales et verticales à différentes énergies pour** $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$. **(voir Figures 5.14 et 5.15)**

b) Etude autour de $k = 8$

Comme pour l'étude autour de $k = 5$, un balayage des paramètres (k, ζ) a été effectué, avec les paramètres du Tableau 5.2, pour calculer les ouvertures dynamiques autour de $k = 8$. Un point de fonctionnement $(k, \zeta) =$ (8.1, 57.5°), donnant $(Q_h, Q_v) =$ (3.738, 1.171) à 180 MeV (voir Figure 5.16), a été choisi pour la comparaison des deux régions d'étude : $k \approx 5$ et $k \approx 8$.

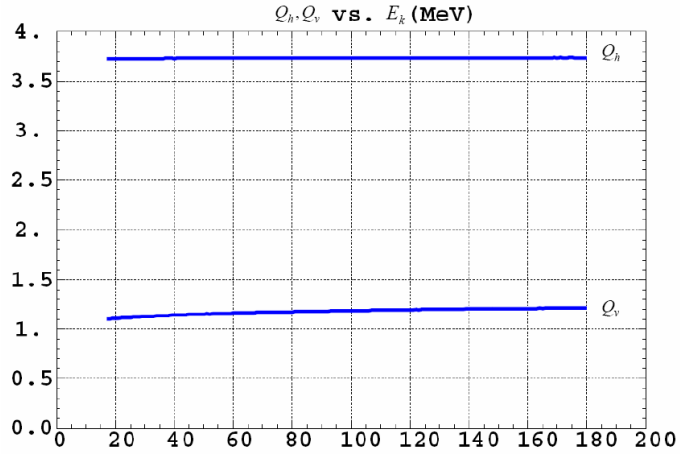


Figure 5.16 : **Nombres d'onde en fonction de l'énergie pour** $(k, \zeta) = (8.1, 57.5°)$.

Le Tableau 5.4 ainsi que les Figures 5.17 et 5.18 présentent les ouvertures dynamiques à différentes énergies de l'anneau FFAG spiral à 10 cellules, $(k, \zeta) =$ (8.1, 57.5°). Les ouvertures verticales sont grandes $\varepsilon_v > 300\pi$ mm.mrad mais les ouvertures horizontales sont inférieures à la valeur minimale de 1200π mm.mrad que nous nous sommes fixés comme critère. Par ailleurs, une configuration avec $k \geq 8$ et $\zeta \geq 57°$ rend plus difficile la mise en place de cavités accélératrices et des systèmes d'injection et extraction.

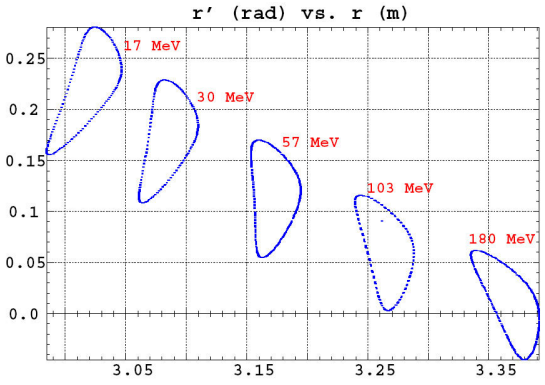


Figure 5.17 : **Ouvertures dynamiques horizontales à différentes énergies pour** $(k, \zeta) = (8.1, 57.5°)$.

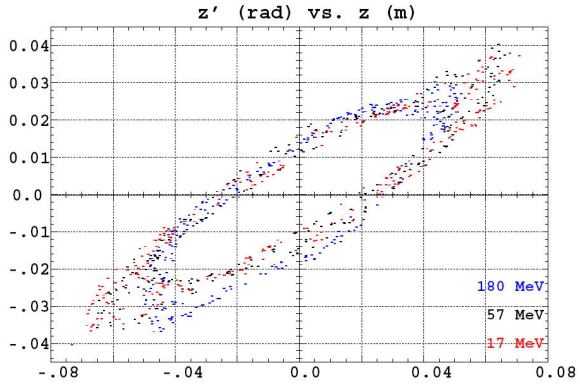


Figure 5.18 : **Ouvertures dynamiques verticales à différentes énergies pour** $(k, \zeta) = (8.1, 57.5°)$.

E_k (MeV) Energie cinétique	ε_h (π mm.mrad) Acceptance horizontale	ε_v (π mm.mrad) Acceptance verticale
180	526	373
103	541	349
57	601	356
30	625	352
17	661	361

Tableau 5.4 : **Ouvertures dynamiques horizontales et verticales à différentes énergies pour $(k,\zeta)=(8.1,57.5°)$. (voir Figures 5.17 et 5.18)**

5.4. Point de fonctionnement, performances

Le choix du point de fonctionnement de l'anneau s'est porté sur la région $(k,\zeta)\approx$ (5.15, 53.5°). Une étude finale d'optimisation du point de fonctionnement nous a permis de converger vers les spécifications de l'anneau FFAG et de l'aimant prototype pour lesquels $(k,\zeta)=$ (5.00, 53.7°).

5.4.1. Nombres d'onde

La Figure 5.19 présente l'évolution des nombres d'onde avec l'énergie dans le modèle « FFAG-SPI ». La technique du chanfrein variable a permis de réduire l'excursion du nombre d'onde vertical à une valeur $\Delta Q_v < 0.05$ mais elle ne permet pas à elle seule d'obtenir $\Delta Q_v = 0$. La limite de l'effet du chanfrein variable a donc été atteinte mais d'autres techniques sont envisageables pour réduire encore ΔQ_v, nous y reviendrons à la fin de ce chapitre. Cette excursion du nombre d'onde vertical est particulièrement visible à la Figure 5.20 qui présente la trace du faisceau de protons accéléré entre 17 et 180 MeV dans le diagramme des nombres d'onde, étude effectuée au moyen du modèle « FFAG-SPI ».

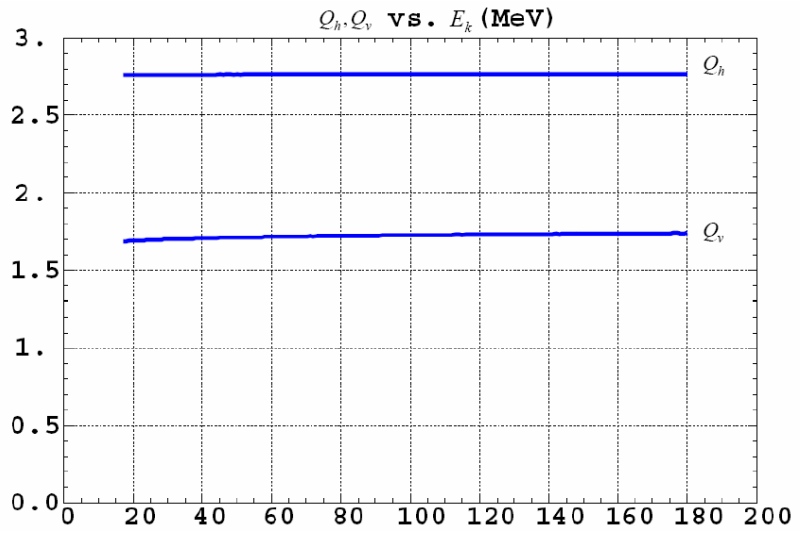


Figure 5.19 : **Nombres d'onde en fonction de l'énergie du modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype.**

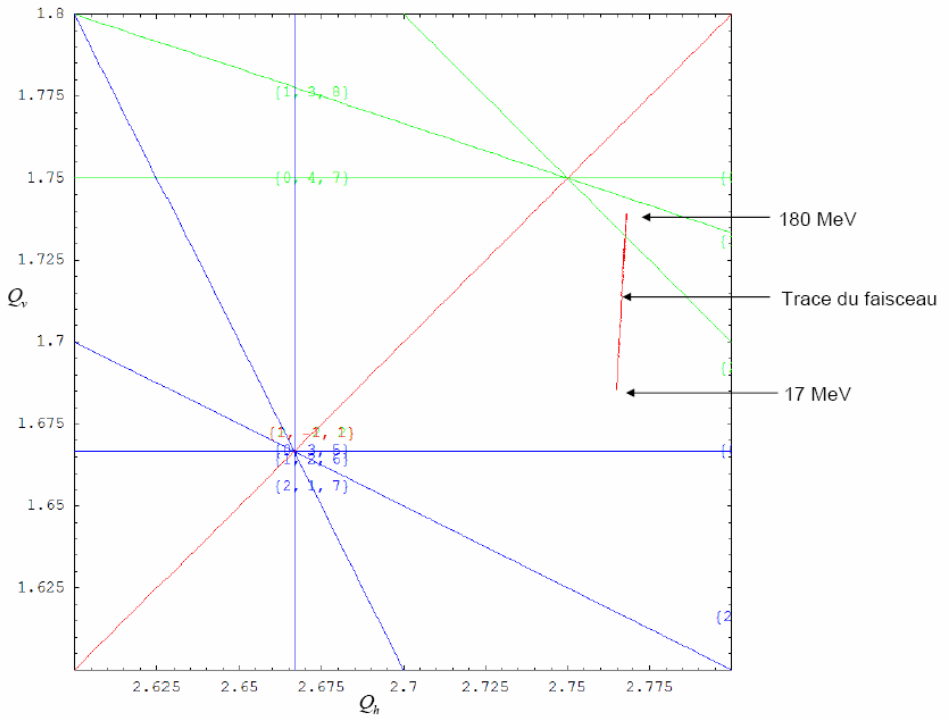


Figure 5.20 : **Nombres d'onde dans le diagramme non-systématique des résonances du modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype.**

Néanmoins, l'excursion du nombre d'onde vertical est suffisamment réduite pour que le faisceau reste éloigné de toute résonance systématique et non-systématique d'ordre $|m+n| \leq 3$ lors de son accélération entre 17 et 180 MeV, Figure 5.20.

5.4.2. Ouvertures dynamiques

Les ouvertures dynamiques au voisinage du point de fonctionnement sont grandes comme le prévoyait notre précédente étude concernant les paramètres $(k,\zeta)=(5.15,53.5°)$ et sont donc adaptées à nos critères définis en section 5.1.2. Le Tableau 5.5 ainsi que les Figures 5.21et 5.22 présentent ces ouvertures dynamiques.

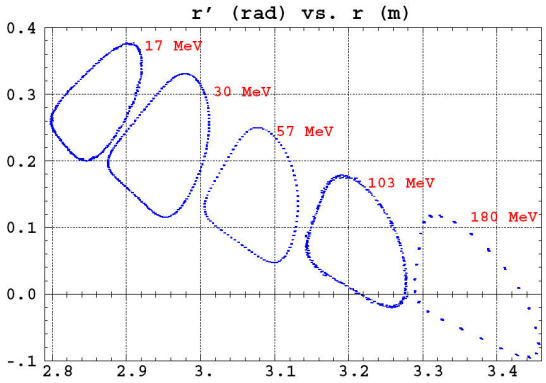


Figure 5.21 : **Ouvertures dynamiques horizontales à différentes énergies du modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype.**

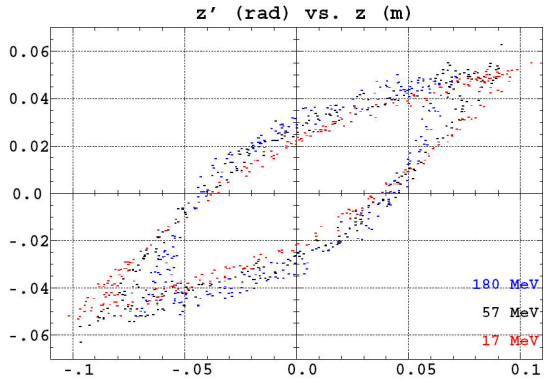


Figure 5.22 : **Ouvertures dynamiques verticales à différentes énergies du modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype.**

E_k (MeV) Energie cinétique	ε_h (π mm.mrad) Acceptance horizontale	ε_v (π mm.mrad) Acceptance verticale
180	3524	947
103	2921	995
57	2914	1041
30	3147	921
17	2095	890

Tableau 5.5 : **Ouvertures dynamiques horizontales et verticales à différentes énergies dans le modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype. (voir Figures 5.21 et 5.22)**

5.4.3. Accélération

L'accélération dans l'anneau FFAG a été étudiée à partir du formalisme présenté au Chapitre 4. Le mouvement des particules est simulé par intégration numérique. Les paramètres RF sont présentés au Tableau 5.6.

Energie d'injection	17 MeV
Energie d'extraction	180 MeV
Harmonique	1
Fréquence RF (inj / extr)	3.03 / 7.54 MHz
Nombre de cavités	1
Tension crête	6 kV
Phase synchrone	30°
Temps d'accélération	9.74 ms (voir Figure 5.23)
Nombre de tours	55000
Fréquence de cyclage	>100 Hz

Tableau 5.6 : **Paramètres RF pour l'étude d'accélération dans le modèle « FFAG-SPI » de l'aimant prototype.**

Une particule d'énergie 17 MeV est lancée sur les invariants de Courant-Snyder horizontal et vertical suivants :

- $(\alpha_h, \beta_h, \varepsilon_h) =$ (-0.655, 0.844 m, $100\,\pi$ mm.mrad)
- $(\alpha_v, \beta_v, \varepsilon_v) =$ (-2.02, 4.31 m, $10^{-3}\,\pi$ mm.mrad)

Les simulations ont été effectuée pour un faisceau d'émittance horizontale de 100π mm.mrad à l'injection afin d'assurer la transmission d'un faisceau d'émittance 30π mm.mrad selon nos critères. L'émittance verticale de $10^{-3}\,\pi$ mm.mrad est introduite afin de mettre en évidence un éventuel grossissement de celle-ci qui traduirait des phénomènes de couplage entre les mouvements horizontal et vertical.

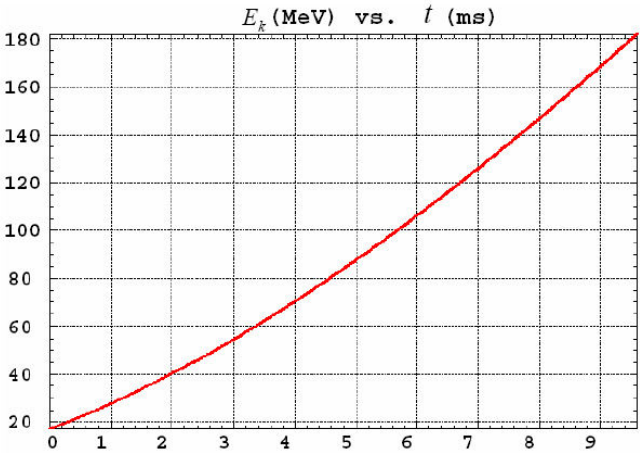


Figure 5.23 : **Energie cinétique de la particule accélérée de 17 à 180 MeV en fonction du temps.**

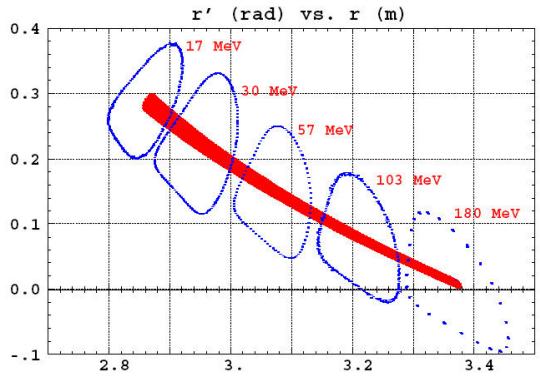


Figure 5.24 : **Trajectoire de la particule accélérée dans l'espace des phases horizontal.**

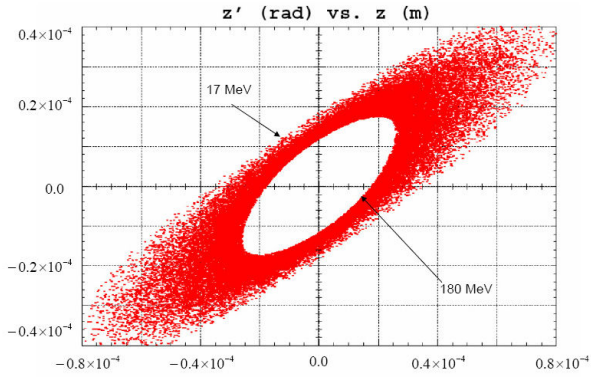


Figure 5.25 : **Trajectoire de la particule accélérée dans l'espace des phases vertical.**

Les Figures 5.24 et 5.25 présentent l'accélération de cette particule respectivement dans les espaces des phases horizontal et vertical. Les ouvertures dynamiques horizontales sont indiquées sur la Figure 5.24. Ces ouvertures sont très grandes par rapport à la trace de la particule dans cet espace des phases. Un faisceau de particules d'émittance horizontale 100π mm.mrad peut donc être accéléré dans cet anneau FFAG. Nous voyons également l'amortissement adiabatique du mouvement horizontal pendant l'accélération et aucun phénomène de couplage entre les plans transverses n'est visible.

Une étude analogue a été faite pour la transmission dans le plan vertical avec des invariants horizontal et vertical sont inversés par rapport au cas précédent :

- $(\alpha_h, \beta_h, \varepsilon_h) =$ (-0.655, 0.844 m, $10^{-3}\,\pi$ mm.mrad)
- $(\alpha_v, \beta_v, \varepsilon_v) =$ (-2.02, 4.31 m, $20\,\pi$ mm.mrad)

De même que précédemment, une émittance verticale de 20π mm.mrad a été introduite afin de garantir la transmission d'un faisceau d'émittance 2.5π mm.mrad selon nos critères.

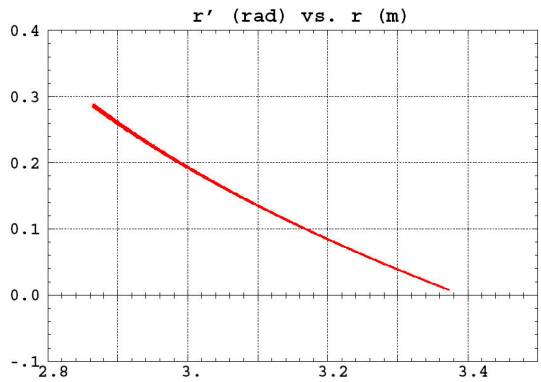


Figure 5.26 : **Trajectoire de la particule accélérée dans l'espace des phases horizontal.**

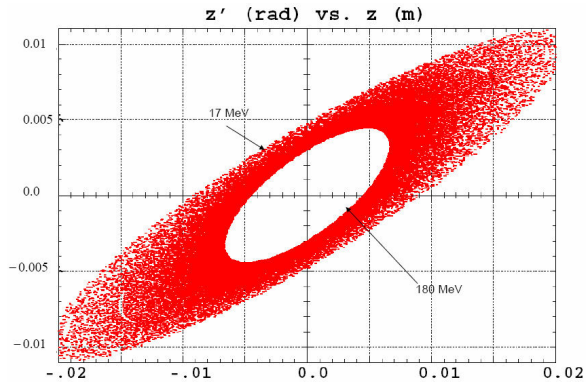


Figure 5.27 : **Trajectoire de la particule accélérée dans l'espace des phases vertical.**

Les Figures 5.26, 5.27 présentent respectivement les trajectoires de la particule dans les espaces des phases transverses. La particule est transmise du rayon d'injection vers le rayon d'extraction sans qu'aucun phénomène de couplage ne soit observé.

Le point de fonctionnement choisi pour l'anneau FFAG spiral et le prototype d'aimant, à l'aide du modèle « FFAG-SPI » répond donc à nos contraintes de dynamiques faisceau pour une machine de protonthérapie. En effet, le faisceau se situe loin de toute résonance nuisible et les ouvertures dynamiques sont très grandes par rapport aux tailles de faisceaux envisagés dans l'application médicale. La transmission de particules sur des invariants de respectivement 100π mm.mrad en horizontal et 20π mm.mrad en vertical a été vérifiée. La construction du prototype d'aimant a donc été lancée sur la base de ces études et nous allons présenter les résultats de dynamique faisceau dans le modèle TOSCA du prototype. Nous verrons en particulier les limitations du modèle magnétique. Nous pourrons alors formuler des propositions d'amélioration.

5.5. Aimant prototype : énergie variable, limitations

5.5.1. Caractéristiques

Les études précédentes ont permis de converger vers les paramètres de l'aimant prototype actuellement en construction chez SIGMAPHI (voir Tableau 5.7).

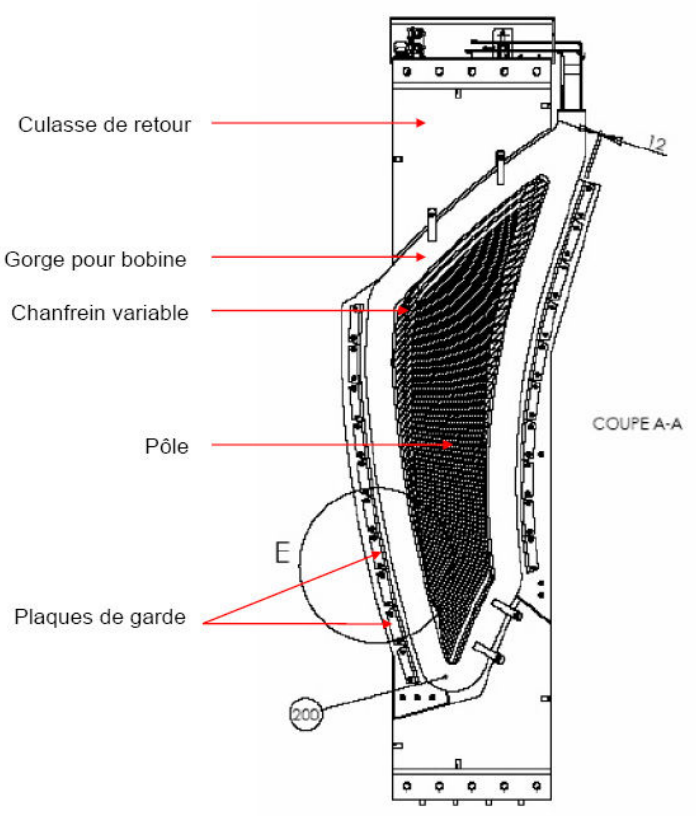


Figure 5.28 : **Vue de l'aimant RACCAM en construction.**

Une forme en parallélépipède de la culasse de l'aimant (voir Figures 4.28 et 5.28) a été retenue afin de minimiser le volume de fer et le coût de l'aimant. La lamination doit permettre de changer rapidement le champ magnétique dans l'aimant pour son opération à énergie variable (voir section 5.5.2). La mesure de variation du champ magnétique fera partie d'une campagne de mesures magnétiques de l'aimant programmée pour le mois de septembre 2008.

La dimension radiale de l'aimant a été minimisée afin de limiter son coût. La conséquence est une possible réduction de la zone de bon champ qui sera observée dans la section suivante.

Type	« gap shaping »
Facteur de remplissage p_f	0.34
Indice géométrique k	5.0
Angle spiral ζ	53.7°
Rayons min / max de la zone de bon champ	2.78 m / 3.47 m
Champ magnétique maximum au rayon max à 180 MeV	1.7 T
Angle de déviation ϕ	36°
Ouverture de l'aimant β	12.24°
Entrefer aux rayons d'injection / d'extraction	116 mm / 40 mm
Forme de la culasse	Parallélipédique, laminée
Epaisseur des laminations	1.5 mm
Dimensions hors tout L x l x H	3368 mm x 710 mm x 1126 mm
Poids de l'aimant	18 t
Section de la bobine	117 mm x 118 mm
Poids	262 kg
Résistance à 20°C	0.323 Ω
Tension	153 V
Courant	225 A
Puissance dissipée totale	34.5 kW
Nombre de circuits de refroidissement	6
Débit d'eau total	12.35 l/min
Température de l'eau en entrée / sortie	25°C / 43°C

Tableau 5.7 : **Paramètres de l'aimant FFAG spiral en construction.**

5.5.2. Dynamique faisceau

L'étude de la dynamique faisceau dans l'anneau FFAG spiral pour différentes énergies d'extraction a été effectuée par intégration numérique dans le modèle TOSCA du prototype. Le fonctionnement à énergie variable du FFAG consiste à changer globalement le champ magnétique dans les aimants d'un cycle d'accélération à l'autre en ajustant le courant dans les bobines. Ces différents courants dans les bobines peuvent être modélisés dans TOSCA et les trajectoires des particules peuvent être simulées afin de comparer la dynamique faisceau pour différents modes opératoires.

Mode	Energie d'injection / extraction	B_{z0}
100%	17 – 180 MeV	1.71 T
90%	13 – 157 MeV	1.59 T
80%	11 – 130 MeV	1.43 T
70%	9 – 102 MeV	1.25 T
60%	6 – 76 MeV	1.07 T

Tableau 5.8 : **Modes d'opération étudiés dans le modèle TOSCA de l'aimant prototype en construction ; énergies d'injection, d'extraction et champ maximal correspondants.**

Le mode de référence, correspondant à l'accélération de protons de 17 à 180 MeV, nécessite un courant de 225 A [132] (mode 100%). Les autres modes, à énergie d'extraction inférieure, demandent des courants réduits. Leurs valeurs respectives pour notre étude sont 90, 80, 70 et 60% du courant nominal. Le Tableau 5.8 montre les champs magnétiques maxima ainsi que les gammes d'énergie de chaque mode étudié.

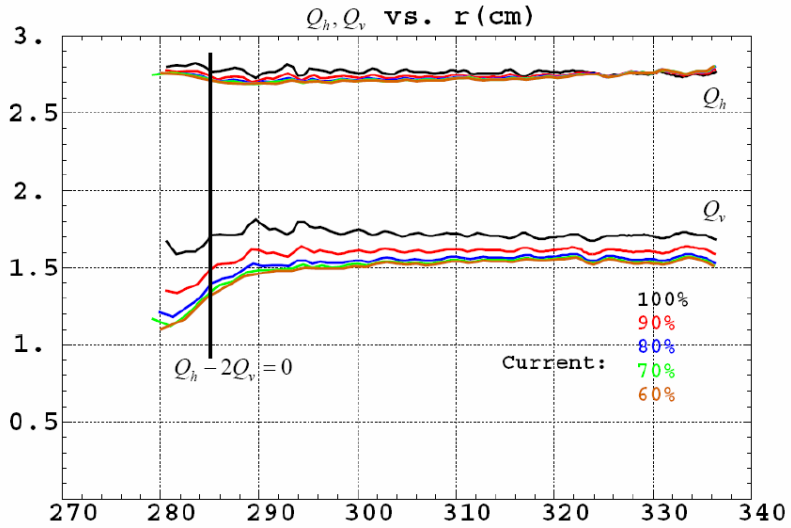


Figure 5.29 : **Nombres d'onde en fonction du rayon pour les différents modes d'opération à énergie variable dans le modèle TOSCA de l'aimant prototype.**

La Figure 5.29 représente les nombres d'onde en fonction du rayon des orbites dans la machine pour les différents modes. L'évolution du nombre d'onde horizontal avec le rayon est sensiblement la même pour les 5 modes tandis que des différences apparaissent entre les modes pour l'évolution du nombre d'onde vertical. Nous voyons en effet que la courbe noire (mode 100%) est décalée par rapport à la courbe marron (60%).

L'explication se trouve en Figure 5.30 qui montre les champs magnétiques vus par des particules sur leurs orbites fermées pour différents modes. Le mode 100% (et 90% non représenté) présente des pics négatifs de champ alors que les autres modes (60% est représenté) n'en ont pas.

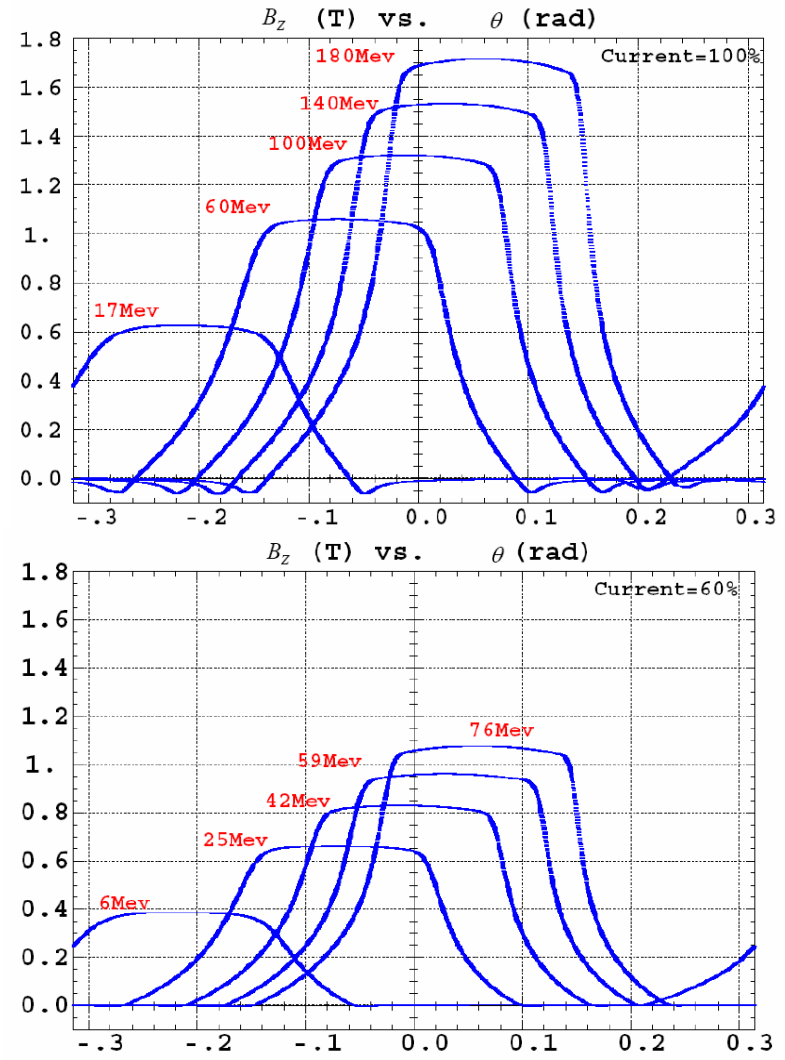


Figure 5.30 : **Champs magnétiques vus par des protons de différentes énergies sur leurs orbites fermées pour les modes d'opération 100% et 60 %.**

Ces pics modifient la longueur des champs de fuite λ, la valeur de l'intégrale I_1 et donc le « flutter » magnétique F^2 présentés au Chapitre 3 et donc la focalisation et les nombres d'onde verticaux. Ces pics négatifs sont dus à la saturation du fer des aimants lorsque le champ magnétique maximal dépasse 1.5 T [133]. La modélisation des aimants avec un champ

maximal de 1.7 T était voulue pour vérifier ce phénomène de saturation dans les modèles TOSCA et l'aimant prototype et quantifier la limite de ces saturations.

Ces différences de nombre d'onde vertical induisent une dimension prohibitive du faisceau dans l'espace des nombres d'onde. En effet, pour les modes 60 à 80% le faisceau traverse la résonance de couplage $Q_h - 2Q_v = 0$.

L'étude de l'accélération de particules pour ces modes permet de voir l'effet de cette résonance. La Figure 5.31 présente, dans l'espace des phases horizontal, la trajectoire d'une particule accélérée entre 17 et 180 MeV avec des invariants de Courant-Snyder à 17 MeV d'émittances $(\varepsilon_h, \varepsilon_v) =$ (100 π mm.mrad, 10^{-3} π mm.mrad).

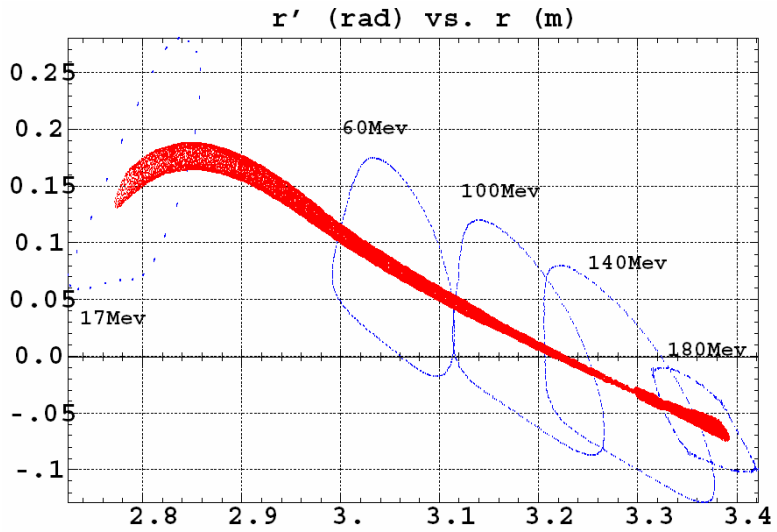


Figure 5.31 : **Trajectoire de la particule accélérée de 17 à 180 MeV dans l'espace des phases horizontal.**

La comparaison de cette Figure 5.31 avec la Figure 5.24 montre que la trajectoire est différente vers l'orbite d'injection puisque le modèle TOSCA présente un épaulement. Cet épaulement provient d'un défaut de champ magnétique dans la région d'injection. La région d'extraction présente un accroissement de l'émittance, également dû à un défaut de champ magnétique. Cet effet était attendu puisque nous avions choisi de réduire la dimension radiale de la zone de bon champ dans l'aimant prototype afin de réduire ses dimensions et son coût. La mesure de la dimension de la zone de bon champ fera partie de la campagne de mesures du mois de septembre 2008. Néanmoins, dans la zone de bon champ, l'accélération de la particule se fait correctement et la trajectoire reste bien à l'intérieur des ouvertures dynamiques représentées.

La même étude de transmission a été faite entre 6 et 76 MeV pour le mode 60%. Une particule est lancée à 6 MeV avec les paramètres :
$(\varepsilon_h, \varepsilon_v) =$ (100 π π mm.mrad, 10^{-3} mm.mrad).

Cette particule est accélérée jusqu'à 76 MeV et son excursion verticale est représentée en fonction de son énergie à la Figure 5.32. La traversée de la résonance $Q_h - 2Q_v = 0$ est alors visible : à 9 MeV, l'excursion verticale de la particule augmente fortement. La résonance entraîne un phénomène de couplage des mouvements transverses provoquant cette augmentation de l'excursion verticale. Des solutions sont d'ors et déjà envisagées pour corriger ce type de difficulté comme nous le verrons.

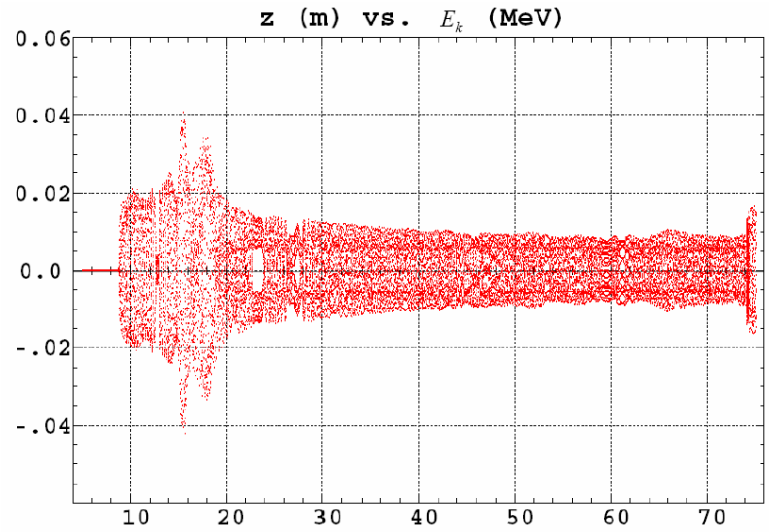


Figure 5.32 : **Coordonnée verticale z de la particule pendant son accélération de 6 à 76 MeV.**

5.5.3. Améliorations envisagées

Le premier changement à apporter est l'augmentation de la dimension radiale de la zone de bon champ afin de repousser les limites de bon champ au-delà des orbites d'injection et d'extraction entraînant des dimensions et un coût plus importants de l'aimant.

La deuxième amélioration à apporter concerne l'excursion de nombre d'onde vertical afin que l'anneau FFAG soit à focalisation invariante. Cette excursion a été minimisée par la technique du chanfrein variable qui a cependant atteint ses limites. Plusieurs solutions sont envisageables :

- Rendre l'angle spiral variable avec le rayon afin de changer localement la focalisation verticale. Dans ce cas, une correction de la focalisation horizontale est nécessaire pour compenser l'effet de l'angle spiral ζ sur le nombre d'onde vertical Q_v. L'ajout de bobines de courants sur le pôle de l'aimant pour modifier localement le gradient est alors envisageable.

- Utiliser des plaques de garde actives, c'est-à-dire bobinées par un conducteur, afin de créer localement un champ magnétique opposé au champ principal pour corriger

localement la longueur des champs de fuite λ, la valeur de l'intégrale I_1 et donc le « flutter » magnétique F^2.

- Utiliser la technologie d'entrefer constant avec des conducteurs distribués sur les pôles afin de réduire l'excursion de Q_v par rapport au « gap shaping ». Dans ce cas, la technique du chanfrein variable peut permettre de rendre Q_v constant.

- Accepter cette excursion Q_v et placer le point de fonctionnement de telle manière que le faisceau ne traverse pas de résonance pendant l'accélération comme cela a été fait à la section 5.4.1.

La troisième limitation est le phénomène de saturation de l'aimant et la variation de la focalisation d'un mode de fonctionnement à énergie variable à l'autre. Pour contourner cette difficulté, il est envisagé :

- Soit de réduire le champ magnétique maximal en dessous de 1.5 T afin de s'affranchir de cette saturation, cette réduction ayant comme conséquence immédiate l'accroissement du diamètre de la machine.

- Soit de corriger localement les pics de champs magnétiques négatifs observés à la Figure 5.30 par l'ajout de plaques de garde actives.

Enfin, les études présentées ayant été effectuées sur une machine supposée parfaite, des études complémentaires en présence de défauts de positionnement et de champ magnétique doivent être effectuées afin de s'assurer du bon fonctionnement de l'anneau FFAG en présence de défauts, en particulier, s'assurer que les ouvertures dynamiques en présence de défauts restent grandes comparées aux dimensions des faisceaux.

Chapitre 6

Description de l'installation de protonthérapie

Sommaire

6.1 Injecteur cyclotron 149

6.2 Anneau FFAG 151

Chapitre 6

Description de l'installation de protonthérapie

Les spécifications de l'aimant prototype de l'accélérateur FFAG spiral pour une installation de protonthérapie, et de l'aimant en construction, ont été choisies au Chapitre 5. Nous allons maintenant décrire cette installation en introduisant les principes de fonctionnement des autres composants tels l'injecteur cyclotron, les systèmes d'injection, d'extraction et d'accélération, la description de l'aimant FFAG ayant été faite au Chapitre 5. Certains détails des composants de l'installation et des études associées n'étant pas développés dans ce chapitre, le lecteur est invité à se reporter aux références indiquées. La Figure 6.1 présente une vue en perspective de l'installation. Le système d'extraction n'est pas représenté.

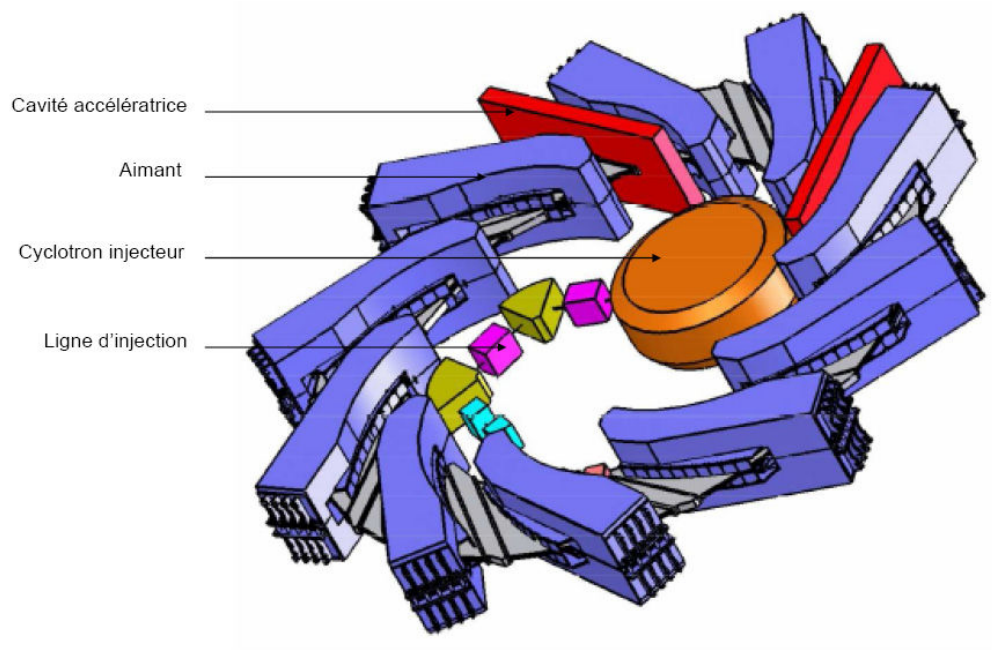


Figure 6.1 : **Schéma de l'installation pour la protonthérapie.**

6.1. Injecteur cyclotron

L'installation de radiothérapie est basée sur un accélérateur synchrotron FFAG délivrant des protons avec une énergie variable comprise entre 70 et 180 MeV. Pour cela, l'anneau FFAG nécessite un injecteur pouvant délivrer des protons entre 5.5 MeV et 17 MeV, afin de conserver un rapport de 3.39 entre les impulsions d'injection et d'extraction, avec une

intensité suffisante pour atteindre le débit de dose de 5 Gy/min dans 1 L. L'utilisation d'un cyclotron à énergie d'extraction variable comme injecteur dans l'anneau FFAG est proposée. Cet injecteur est actuellement à l'étude chez AIMA-DEVELOPEMENT [106] et nous allons résumer ses principales caractéristiques.

La source associée au cyclotron l'alimente en ions H^- qui sont accélérés en spiralant vers l'extérieur de la machine. L'extraction se fait au moyen d'une fine feuille de « stripping » à travers laquelle ces ions H^- perdent leurs électrons pour devenir des ions H^+ extraits vers la ligne d'injection de l'anneau FFAG (voir Figure 6.1). Le changement d'énergie des protons extraits s'obtient en déplaçant radialement le système de « stripping » afin d'intercepter des orbites différentes et donc des énergies différentes dans le cyclotron [134] (voir Figure 6.1).

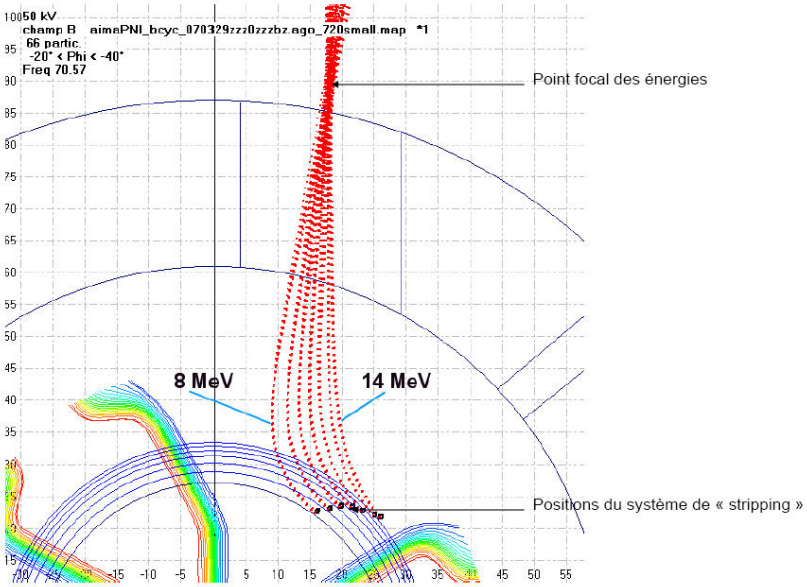


Figure 6.2 : **Trajectoires des protons de différentes énergies extraits du cyclotron et positions du système de « stripping ». [134]**

Le Tableau 6.1 résume les spécifications du cyclotron injecteur.

Particules	Ions H^+
Energie	5.5 – 17 MeV
Dispersion en énergie	$3x10^{-3}$
Courant maximum extrait	170 μA continu
Emittance horizontale normalisée max	0.3 π mm.mrad
Emittance verticale normalisée max	0.5 π mm.mrad
Temps d'accélération	$\leq 1\,\mu s$
Nombre de protons par paquet	$1.5x10^7$

Tableau 6.1 : **Caractéristiques du cyclotron injecteur. [134]**

6.2. Anneau FFAG

6.2.1. Système d'injection

Des simulations d'injection sur un tour et multitours ont été effectuées [135]. La première méthode demande l'utilisation d'un aimant déviateur rapide (« kicker ») et d'un aimant à septum et pourrait être utilisée pour l'irradiation de tumeurs avec des débits de dose réduits (< 5 Gy/min). La dose de 5 Gy peut alors être atteinte en effectuant un balayage multiple de la tumeur permettant d'irradier plusieurs fois chaque « pixel » (voir Figure 1.33). La seconde méthode devrait être valable pour les forts débits de dose d'au moins 5 Gy/min et demande l'emploi de deux aimants de déviation d'orbite fermée d'injection, d'un aimant à septum et d'un déviateur électrostatique [131].

La Figure 6.3 représente la géométrie du système d'injection multitours et la séparation entre le faisceau injecté et le faisceau stocké dans le FFAG, au droit de la sortie de l'aimant à septum, pour trois positions différentes de l'aimant déviateur dans la section droite aval. La simulation porte sur des émittances horizontales de 10π mm.mrad pour le faisceau injecté et de 100π mm.mrad pour le faisceau stocké [136].

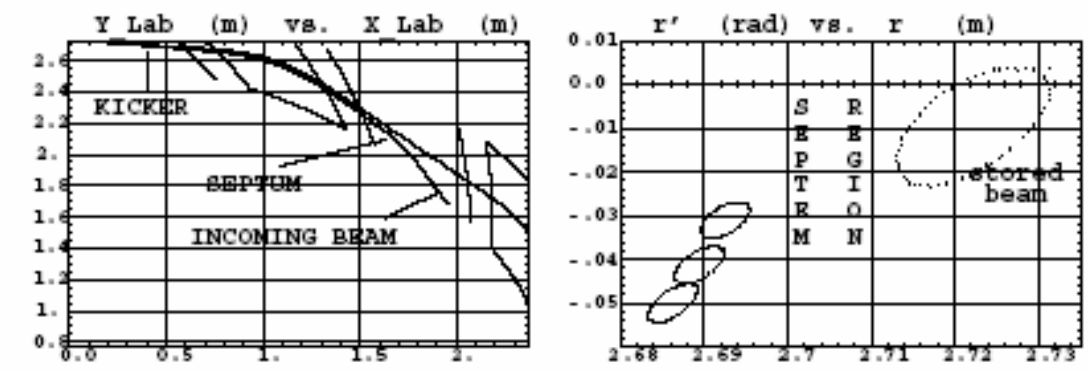


Figure 6.3 : **Géométrie du système d'injection et séparation des faisceaux injecté et stocké au droit de la sortie de l'aimant à septum pour trois positions de l'aimant déviateur. [136]**

Des études plus précises de l'injection dans le FFAG sont en cours afin de déterminer le débit de dose pouvant être atteint pour les deux méthodes. Par ailleurs, le processus de capture par empilement bêtatronique (« betatron stacking » en anglais) des paquets provenant de l'injecteur cyclotron dans le cas de l'injection multitours a fait l'objet d'études de principe [131]. La Figure 6.4 présente ce principe d'empilement bêtatronique en cours duquel plusieurs paquets provenant de l'injecteur sont injectés et capturés dans l'anneau FFAG. Cette injection multitours a pour conséquence un accroissement de l'émittance horizontale du faisceau comparé à une injection sur un tour. Cet accroissement avait été pris en compte en section 5.1.2 lors de la définition des acceptances dynamiques minimales de l'anneau FFAG.

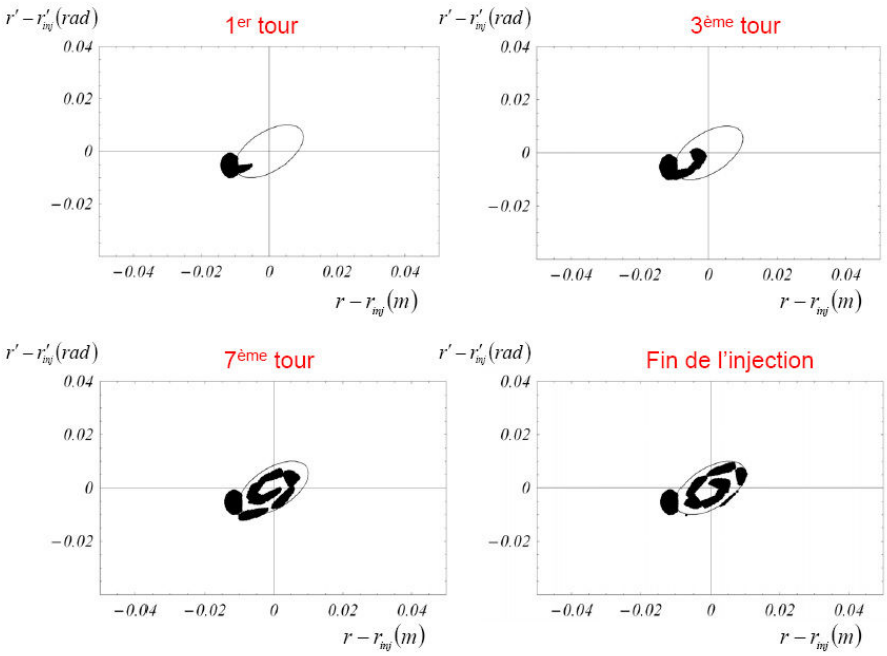


Figure 6.4 : **Principe de l'empilement bêtatronique pour l'injection multitours.**

6.2.2. Système accélérateur

Des études concernant un principe de cavités RF pour l'anneau FFAG RACCAM ont été entreprises au Japon [137], au laboratoire KEK [68]. La difficulté consiste à introduire une ou plusieurs cavités dans les sections droites. En effet, la forme en spirale de l'espace libre entre les aimants demande des cavités relativement étroites ($\leq 0.5m$) qui pourraient également être inclinées. Par ailleurs, les orbites dans l'anneau sont homothétiques mais elles sont également décalées les unes par rapport aux autres par une rotation d'angle θ donné par l'équation (4.1). Ainsi, dans le cas où le « gap » accélérateur, c'est-à-dire la zone dans la cavité où s'applique la tension accélératrice, a une forme droite, les orbites fermées ne sont pas perpendiculaires à ce dernier et les particules peuvent subir une déviation transverse introduite par le champ électrique de la cavité.

Pour remédier à cela, deux solutions, qui peuvent être combinées, sont envisagées :

- Utiliser un intervalle (ou « gap ») accélérateur courbé de telle manière que toutes les orbites fermées le traversent à angle droit, annulant alors les déviations transverses.

- Ajouter une seconde cavité accélératrice décalée de π en avance de phase bêtatron par rapport à la première compensant alors les déviations transverses. L'ajout d'une cavité permet également de doubler la tension accélératrice et donc de doubler le taux de répétition de la machine afin d'atteindre la gamme de 200 Hz pour un fonctionnement à forte dose d'irradiation. La Figure 6.1 présente cette configuration à deux cavités.

Par ailleurs, la fonction de dispersion dans les sections droites, où doivent être placée les cavités, n'est pas nulle et un phénomène de couplage entre les mouvements longitudinal et horizontal, appelé couplage synchro-bêtatron, peut en résulter sous l'effet de la relation entre la coordonnée horizontale de la particule et son impulsion relative à l'impulsion de référence, voir Eq. (3.11). Des études sont en cours afin d'évaluer la présence et les éventuelles conséquences de ce couplage

6.2.3. Système d'extraction

De même que pour l'injection, des simulations de l'extraction des protons ont été entreprises. La méthode employée est une extraction sur un tour à l'aide d'un aimant déviateur et d'un aimant à septum afin d'avoir une extraction rapide dans le but d'irradier chaque volume élémentaire de la tumeur (« pixel ») par un paquet de protons (« bunch ») provenant de l'accélérateur [62] : mode d'irradiation « bunch to pixel ».

La Figure 6.5 présente la géométrie du système d'extraction ainsi que la séparation des faisceaux stocké et extrait au niveau du septum, et ce pour trois différentes positions de l'aimant déviateur [136].

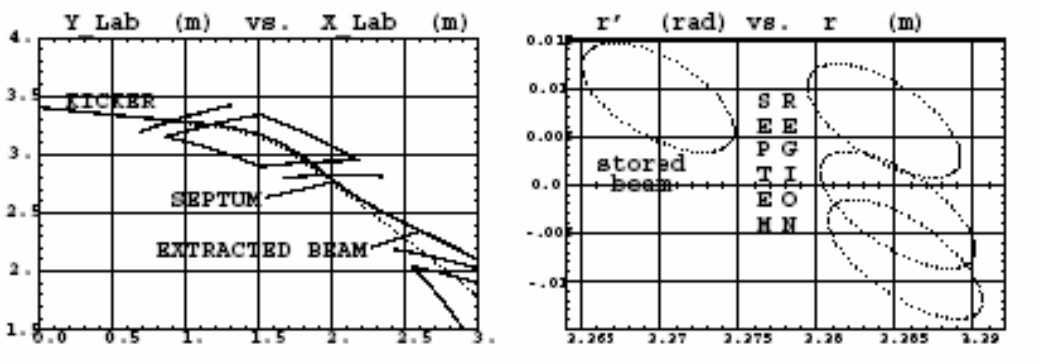


Figure 6.5 : **Géométrie du système d'extraction et séparation des faisceaux stocké et extrait au droit de la sortie de l'aimant à septum pour trois positions de l'aimant déviateur. [136]**

6.2.4. Perspectives

Les études de l'installation de protonthérapie basée sur un anneau FFAG spiral se poursuivent notamment concernant l'injection, l'extraction et l'accélération avec la problématique de cavités RF inclinées dans les sections droites. Dans le même temps, la construction de l'aimant prototype sera terminée et une phase de mesure magnétique est prévue afin de le qualifier et de comparer le champ magnétique et la dynamique faisceau entre les modélisations TOSCA et les mesures.

Conclusion

Ces travaux de thèse se sont inscrits dans les domaines de la physique médicale et de la physique des accélérateurs dans le cadre du projet RACCAM.

Concernant la physique médicale, nous avons étudié les principes de la radiologie des cancers et les propriétés de l'interaction entre des particules chargées, comme les protons ou les ions légers, et la matière afin de développer des outils de simulation du pic de Bragg étalé en protonthérapie. Nous avons ainsi pu évaluer le nombre de protons nécessaires à l'obtention d'une dose de 1 Gy dans un volume tumoral de 1 L et écrire un cahier des charges médical pour la protonthérapie.

Le travail concernant la physique des accélérateurs a été le plus important. Les objectifs étaient l'étude de la dynamique faisceau dans les accélérateurs à champ fixe et gradient alternés FFAG à focalisation invariante dont les faces sont spiralées, le développement d'outils de modélisation et de simulation numérique de la trajectoire des particules dans de telles structures magnétiques et la recherche des paramètres d'un anneau FFAG spiral pour l'accélération de protons jusqu'à une énergie comprise entre 70 et 180 MeV dans le cadre de l'étude d'une installation de protonthérapie.

Plusieurs outils de travail ont ainsi été mis au point. Le premier relève du formalisme matriciel et permet de modéliser une cellule d'aimant FFAG spiral à l'aide du code BeamOptics pour déterminer en première approximation les matrices de transfert, les fonctions bêtatroniques et de dispersion ainsi que les nombres d'onde de la cellule. Le deuxième concerne les développements entrepris sur le code de tracé de trajectoires par intégration numérique Zgoubi, notamment la modélisation du champ magnétique dans un aimant FFAG spiral à partir de la connaissance de la loi de champ radiale et de la forme des tombées de champs suivant le modèle de Enge : « FFAG-SPI ». Le troisième est un ensemble de procédures automatiques de recherche des paramètres d'une cellule FFAG spiral. Ces outils utilisant la procédure « FFAG-SPI » permettent l'étude des nombreuses configurations de paramètres et de la dynamique faisceau (nombres d'onde, ouvertures dynamiques et accélération) dans le but de déterminer les spécifications d'un anneau FFAG spiral. Enfin, la modélisation 3D par éléments finis à l'aide du logiciel TOSCA réalisée par SIGMAPHI en collaboration avec le LPSC a été présentée.

Tous ces outils ont été intensivement utilisés pour la recherche des paramètres de l'anneau FFAG spiral pour l'installation de protonthérapie. Les résultats de cette recherche ont montré que nous avons convergé vers un jeu de paramètres répondant aux contraintes médicales et d'encombrement. De plus, la dynamique faisceau de ce point de fonctionnement est conforme à nos attentes : des nombres d'onde horizontaux et verticaux éloignés de toute résonance nuisible qui risquerait d'entraîner une diminution des ouvertures dynamiques ou

une perte de faisceau et des acceptances dynamiques suffisamment grandes pour l'accélération de faisceaux de protons pour l'irradiation de tumeurs cancéreuses. Cette recherche a permis le lancement de la construction d'un aimant de l'anneau FFAG spiral par SIGMAPHI.

Des améliorations dans la conception de l'aimant et du modèle 3D TOSCA sont envisagées afin d'augmenter l'étendue radiale de la zone de bon champ et de réduire les effets de saturation de l'aimant sur le nombre d'onde vertical.

Ces études ont été conclues par un schéma de principe d'une installation de protonthérapie basée sur un injecteur à énergie variable et un FFAG incluant la manipulation du faisceau depuis l'injection jusqu'à l'extraction.

Les travaux du projet RACCAM vont se prolonger jusqu'à la phase de mesures magnétiques de l'aimant en construction. Les objectifs de ces mesures sont de valider les outils développés, notamment les modèles 3D par éléments finis mais également d'évaluer le bon fonctionnement d'un tel aimant, en particulier son opération à champ magnétique variable. Dans le même temps, les études concernant les composantes de l'installation de protonthérapie vont se poursuivre, en particulier sur le cyclotron à énergie variable et les systèmes de manipulation de faisceau pour l'injection, l'extraction et l'accélération.

Bibliographie

[1] Site Internet de la Fédération Nationale de Lutte Contre le Cancer: www.fnclcc.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[2] Site Internet du Centre Léon Bérard de Lyon : http://oncora1.lyon.fnclcc.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[3] Site Internet du Centre Antoine Lacassagne de Nice : www.centreantoinelacassagne.org/ [réf. du 22 novembre 2007].

[4] Site Internet du Centre Hospitalier Universitaire de Grenoble : http://www.chu-grenoble.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[5] Brochure de présentation du « plan Cancer » : http://www.sante.gouv.fr/htm/dossiers/cancer/ [réf. du 22 novembre 2007].

[6] http://www.swisscancer.ch/darmkrebs_nie/bilder/brosch_fr.jpg [réf. du 22 novembre 2007].

[7] Site Internet de l'Institut National du Cancer : www.e-cancer.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[8] Site Internet de l'Institut National de la Santé Et de la Recherche Médicale : www.inserm.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[9] Site Internet du Centre National de la Recherche Scientifique : www.cnrs.fr/ [réf. du 22 novembre 2007].

[10] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e4/Roentgen-x-ray-von-kollikers-hand.jpg [réf. du 22 novembre 2007].

[11] http://www.dramendola.com/Images/Cropped%20nipple%20breast%20illustration.jpg [réf. du 22 novembre 2007].

[12] Site Internet de la société Accuray commercialisant le système *Cyberknife* : http://www.accuray.com/Products/Cyberknife/Overview.aspx [réf du 25 juillet 2008].

[13] CINOTTI, L. *Radiobiologie*. Cours du Centre d'Exploration et de Recherche Médicale par Emission de Positons : http://www.cermep.fr/ [réf du 13 décembre 2007].

[14] SCALLIET, P. *Introduction aux radiations ionisantes.* Cours de l'Université Catholique de Louvain, Belgique : http://www.icampus.ucl.ac.be/courses/MEDI2206/document/Med2209.html [réf du 13 décembre 2007].

[15] http://www.teteamodeler.com/sante/soleil/vichy/imagevy/peau4.jpg [réf du 13 décembre 2007].

[16] FOOS, J. *Manuel de radioactivité à l'usage des utilisateurs, volume 2 : les désintégrations radioactives ; les interactions rayonnements-matière ; les applications de la radioactivité.* Formascience, 1994, 310p, ISBN 2909336042.

[17] http://www.oncoprof.net/Generale2000/g08_Radiotherapie/Images/electrons.gif [réf du 14 août 2008].

[18] http://www.varian.com/media/oncology/products/clinac/images/mlc1.jpg [réf du 14 août 2008].

[19] Agence nationale d'accréditation et d'évaluation en santé. *Evaluation de la radiothérapie conformationnelle avec modulation d'intensité. Rapport d'étape*. 2003. http://www.has-sante.fr/portail/upload/docs/application/pdf/Radioth_modulat_intensite_Rap.pdf [réf du 14 août 2008].

[20] Service Presse de l'Institut Curie. *La radiothérapie asservie à la respiration : une première européenne à l'Institut Curie*. http://www.curie.fr/upload/presse/cp_180304_fr.pdf [réf du 14 août 2008].

[21] WILSON, R. R. *A brief history of the Harvard University Cyclotrons*. Harvard University Press, 2004, 208p, ISBN 067401460X.

[22] WILSON, R. R. *Radiological use of fast protons*. **In** Radiology, Vol.47, 1946.

[23] YARRIS, Lynn. *Ernest Lawrence's cyclotron: invention for the ages*. http://www.lbl.gov/Science-Articles/Archive/early-years.html [réf du 26 mars 2008].

[24] CHAPMAN, P. *Proton beam radiosurgery at MGH/Harvard*. http://neurosurgery.mgh.harvard.edu/ProtonBeam/ [réf du 26 mars 2008].

[25] Site Internet du Loma Linda University Medical Center: http://www.protons.com/about-us/history.html [réf du 26 mars 2008].

[26] Site Internet du Francis H. Burr Proton Therapy Center : http://www.massgeneral.org/cancer/about/providers/radiation/proton/index.asp [Réf du 25 juillet 2008].

[27] Site Internet du M. D. Anderson Cancer Center : http://www.mdanderson.org/care_centers/radiationonco/ptc/ [Réf du 25 juillet 2008].

[28] Site Internet du University of Florida Proton Therapy Insitute : http://www.floridaproton.org/ [Réf du 25 juillet 2008].

[29] Site Internet du Proton Medical Research Center de l'Université de Tsukuba : http://www.pmrc.tsukuba.ac.jp/engRadiotherapy.html [Réf du 25 juillet 2008].

[30] Site Internet du National Institute of Radiological Science de Chiba : http://www.nirs.go.jp/ENG/research/charged_particle/index.shtml [Réf du 25 juillet 2008].

[31] Site Internet du Hyogo Ion Beam Medical Center : http://www.hibmc.shingu.hyogo.jp/english/aisatu-e_top.htm [Réf du 25 juillet 2008].

[32] Site Internet du Wasag Wan Energy Research Center : http://www.werc.or.jp/english/reseadeve/activities/therapy/protontherapy/index.htm [Réf du 25 juillet 2008].

[33] Site Internet du Wanjie Proton Therapy Center : http://www.wanjiehospital.com/ [Réf du 25 juillet 2008].

[34] KIM, J. *Proton therapy facility project in National cancer center, Korea*. **In** Journal of the Korean Society, Vol. 43, September 2003.

[35] LAGNIEL, J. M. *Status of the Hadrontherapy Projects in Europe.* **In** Proceedings of the 22nd Particle Accelerator Conference, Albuquerque, USA, 25-29 June 2007.

[36] Site Internet du Particle Therapy Co-Operative Group (PTCOG) : http://ptcog.web.psi.ch/linksC.html [Réf du 25 juillet 2008].

[37] Site Internet du Svedberg Laboratory : http://www.tsl.uu.se/ [réf du 26 mars 2008].

[38] Site Internet du Centre de Protonthérapie du Paul Scherrer Institute (PSI) : http://p-therapie.web.psi.ch/e/index.html [Réf du 25 juillet 2008].

[39] Site Internet du Biophysics Research Group du Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI): http://bio.gsi.de/home.html [Réf du 25 juillet 2008].

[40] Site Internet du Heidelberger Ionenstrahl-Therapie: http://www.klinikum.uni-heidelberg.de/Heidelberger-Ionenstrahlen-Therapie-HIT.1165.0.html [Réf du 25 juillet 2008].

[41] Site Internet du Hein-Meitner Institut: http://www.hmi.de/pt/index_en.html [Réf du 25 juillet 2008].

[42] Site Internet du Rinecker Proton Therapy Center : http://www.rptc.de/english/index.htm [Réf du 25 juillet 2008].

[43] Site Internet du West German Proton Therapy Center de Essen : http://www.uk-essen.de/wpe/ [Réf du 25 juillet 2008].

[44] Site Internet de la fondation TERA et du Centre d'hadronthérapie italien (CNAO) : http://www.tera.it [Réf du 25 juillet 2008].

[45] Site Internet du projet MedAustron : http://www.medaustron.at/pages/en/basisEN.html [Réf du 25 juillet 2008].

[46] Site Internet du Laboratoire du Cyclotron du Centre Antoine Lacassagne : http://213.30.181.69/cal/departement/radiotherapie/site_ouest/rto_f.htm [réf du 07 janvier 2008].

[47] Site Internet du Centre de Protonthérapie d'Orsay : http://protontherapie.curie.info/ [Réf du 25 juillet 2008].

[48] Site Internet du Centre national d'hadronthérapie par ions carbone ETOILE : http://www.centre-etoile.org/ [Réf du 25 juillet 2008].

[49] Site Internet du Centre européen de recherche et développement en hadronthérapie ARCHADE : http://www.archade.fr [Réf du 25 juillet 2008].

[50] LEO, W. R. *Techniques for nuclear and particle physics experiments - a how-to approach.* Springer-Verlag Edition, 1994, 378p, ISBN 3540572805.

[51] *The basics of boron neutron capture therapy*. Massachusetts Institute of Technology. http://web.mit.edu/nrl/www/bnct/info/description/description.html [réf. du 14 novembre 2007].

[52] *Proposal for a dedicated ion beam facility for cancer therapy.* Universitätsklinik Heidelberg, Deutsches Krebsforschungszentrum Heidelberg, Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) Darmstadt, 1998.

[53] http://www.extreme-light-infrastructure.eu/images/hadron-therapy/image008.gif [réf du 25 juillet 2008].

[54] BALOSSO, J. *Medical requirements for FFAG as proton beam sources*. Workshop FFAG07, Grenoble, France. 12-17 Avril 2007.

[55] WOLFRAM, S. *The Mathematica book,* 3rd ed. Wolfram Media / Cambridge University Press, 1996.

[56] CHAIKH, A. Simulation du dépôt d'énergie de fasiceaux de protons dans l'eau pour l'hadronthérapie. Rapport interne RACCAM, 2006.

[57] BALOSSO, J. Private communication.

[58] Projet ETOILE. *Volume 1: Medical and economic aspects. Associated research.* Rapport LYCEN 2002-01, Rapport DAPNIA 02-06, Juillet 2002.

[59] MORI. Y. *A review of fixed field alternating gradient accelerators developments in Japan.* Séminaire au Laboratoire de Physique Subatomique et Cosmologie de Grenoble, Octobre 2004.

[60] MEYRONINC, S. *Which place for heavy charged particles in radiotherapy ?* **In** Proceedings of CERN Accelerator School, Particle accelerators for medicine and industry, Pruhonice, Czech Republic, 9 - 17 May 2001. http://cas.web.cern.ch/cas/Proc-Unpubl/Pruhonice.htm [réf du 25 juillet 2008]

[61] Site Internet du logiciel Geant 4 : http://geant4.web.cern.ch/geant4/ [réf du 25 juillet 2008].

[62] PEDRONI, E. et al. *The 200 MeV proton therapy project at the Paul Scherrer Institute : Conceptual Design and Practical Realisation*. **In** Medical Physics, Vol. 22, January 2005.

[63] MANDRILLON, P. RACCAM meeting, Centre Antoine Lacassagne, Nice, France, 10th October 2006.
http://lpsc.in2p3.fr/service_accelerateurs/raccam_meeting_october_2006.htm
[réf du 25 juillet 2008].

[64] FLANZ, J. B and MGH technical team ; IBA proton therapy group. *Operation of a cyclotron based proton therapy facility.* **In** Proceedings of the Cyclotrons and their Applications Conference, Tokyo, Japan, 18-22 October 2004.

[65] Projet ANR NT05-1_41854. Site Internet du projet RACCAM:
http://wwwlpsc.in2p3.fr/RACCAM/ [réf du 07 janvier 2008].

[66] SYMON, K. R. *MURA days*. **In** Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference, Portland, Oregon, USA, 12-16 May 2003.

[67] COLE, F. T. O Camelot ! *A memoir of the MURA years.* **In** Proceedings of the Cyclotrons and their Applications Conference, East Lansing, USA, 13-17 May 2001.

[68] Site Internet du laboratoire Japonais KEK : http://www.kek.jp/intra-e/ [réf du 07 janvier 2008]

[69] HEIKKINEN, P. *Cyclotrons.* **In** Proceedings of the CERN Accelerator School, 5th general accelerator physics course, Vol. II, university of Jyväskylä, Finland, 7-18 September 1992, Yellow Report CERN-94-01-V-2.

[70] BRYANT, P J. ; JOHNSEN, K. *The principles of circular accelerators and storage rings.* Cambridge University Press, 1993, 383p, ISBN 0-521-35578-8.

[71] MACHIDA, S. *FFAG based neutrino factory.* **In** Proceedings of the 2nd Asian Particle Accelerator Conference, Beijing, China, 17-21 September 2001.

[72] MORI, Y. *FFAG proton driver for muon source.* **In** Nucl. Instr. and Methods Phys. Res. A 451, 2000, p. 300-303.

[73] AIBA, M. *Development of a FFAG proton synchrotron.* **In** Proceedings of the European Particle Accelerator Conference, Vienna, Austria, 26-30 June 2000.

[74] http://hadron.kek.jp/FFAG/FFAG_CLUB/PoP_FFAG.JPG [réf du 01 août 2008].

[75] YONEMURA, Y. et al. *Beam extraction of the POP FFAG with a massless septum.* **In** Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference, Portland, USA, 12-16 May 2003.

[76] Site Internet de Vector Field: http://www.vectorfields.com/ [réf du 07 janvier 2008].

[77] CRADDOCK, M. *The rebirth of the FFAG*. **In** CERN Courier, July/August 2004.

[78] MACHIDA S. ; MORI Y. ; MUTO A. et al. *Commissioning of 150MeV FFAG synchrotron.* **In** Proceedings of the European Particle Accelerator Conference, Lucerne, Switzerland, 5-9 July 2004.

[79] MORI, Y. OKABE, K. *Developments of FFAG accelerators in Japan.* **In** Proceedings of the Cyclotrons and their Applications Conference, Giardini Naxos, Italy, 30 September – 5 October 2007.

[80] ADACHI, T. ; AIBA M. ; KOBA, K. et al. *A 150 MeV FFAG synchrotron with « return-yoke free » magnet.* **In** Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago, USA, 18-22 June 2001.

[81] MACHIDA, S. et al. *Status of 150 MeV FFAG synchrotron*. **In** Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference, Portland, USA, 12-16 May 2003.

[82] Site Internet de l'Institut KURRI : http://www.rri.kyoto-u.ac.jp/en/ [réf du 07 janvier 2008]

[83] TANIGAKI, M. ; MORI Y. ; INOUE M. et al. *Present status of the FFAG accelerators in KURRI for ADS study*. **In** Proceedings of the 2007 Asian Particle Accelerator Conference, Indore, India, 29 January – 2 February 2007.

[84] Nuclear energy agency. *Accelerator-driven systems (ADS) and fast reactors (FR) in advanced nuclear fuel cycles, A comparative study, 2002*. http://www.nea.fr/html/ndd/reports/2002/nea3109.html [réf. du 14 novembre 2007].

[85] JOHNSTONE, C. ; WAN, W. ; GARREN, A. *Fixed field circular accelerator designs.* **In** Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York, USA, 29 March – 2 April 1999.

[86] BERG, S. et al. *Review of current FFAG lattice studies in North America.* **In** Proceedings of the Cyclotrons and their Applications Conference, Tokyo, Japan, 18-22 October 2004.

[87] AMALDI, U. *Hadrontherapy in the world*. Nuclear physics european collaboration committee report, 2001.

[88] GEER, S. *Neutrino beams from muon storage rings : characteristics and physics potential.* **In** Workshop on physics at the first muon collider and at the front end of a muon collider, Batavia, USA, November 1997.

[89] LEMUET, F. *Collecte et accélération des muons pour le projet d'une usine à neutrinos*. Thèse de doctorat, Université Paris 11, Avril 2007.

[90] NuFactJ working group. *A feasibility study of a neutrino factory in Japan, Version 1.0*. 24 May 2001. http://www-prism.kek.jp/nufactj/index.html [réf du 15 novembre 2007]

[91] ZISMAN, M. S. et al. *Accelerator design concept for future neutrino facilities.* February 2008. http://www.cap.bnl.gov/mumu/project/IDS/documents/ISS-AcceleratorWG-final.pdf [réf du 30 juin 2008].

[92] KEIL, E. ; BERG, J. S. ; SESSLER, A. M. *Electron model of an FFAG muon accelerator*. 17 Aug 2004, CERN-AB-2004-060.

[93] BLISS, N. et al. *Technical description and status of the EMMA non-scaling FFAG*. **In** Proceedings of the 18th International Conference on Cyclotrons and their Applications, Messina, Italy, 30 September – 5 October 2007.

[94] BARLOW, R. EMMA / BASROC / CONFORM etc: FFAG developments at the Cockroft institute. 26 November 2007. www.cockcroft.ac.uk/events/CI_SAC_Nov_07/Monday/Barlow%20FFAG%20development.pdf [réf du 01 août 2008].

[95] Site Internet du projet CONFORM : https://www.conform.ac.uk/ [réf du 07 janvier 2008]

[96] The PRISM project – A muon source of the world-highest brightness by phase rotation –, LOI for nuclear and particle physics experiments at the J-PARC, 2003.

[97] SATO, A. et al. *Design and construction status of an FFAG for the PRISM project*. **In** Proceedings of the 17th International Conference on Cyclotrons and their Applications, Tokyo, Japan, 18 – 22 October 2004.

[98] OKABE, K. ; MUTO, M. ; MORI, Y. *Development of FFAG-ERIT ring*. **In** Proceedings of the 10th European Particle Accelerator Conference, Edinburgh, UK, 26-30 June 2006.

[99] OKABE, K. ; MORI, Y. ; SATO, Y. *Development of FFAG-ERIT system for BNCT*. **In** Proceedings of the 18th International Conference on Cyclotrons and their Applications, Messina, Italy, 30 September – 5 October 2007.

[100] Site Internet du Laboratoire de PhysiqueS et de Cosmologie: http://lpsc.in2p3.fr/ [réf du 25 juillet 2008].

[101] Site Internet de l'Institut de Physique Nucléaire et de Physique des Particules : http://www.in2p3.fr/ [réf du 25 juillet 2008].

[102] Site Internet de l'Université Joseph Fourier : http://www.ujf-grenoble.fr/ [réf du 25 juillet 2008].

[103] Site Internet de l'Institut National Polytechnique de Grenoble : http://www.grenoble-inp.fr/ [réf du 25 juillet 2008].

[104] MEOT, F. et al. *The FFAG R&D and medical application project RACCAM*. **In** Proceedings of the 10th European Particle Accelerator Conference, Edinburgh, UK, 26-30 June 2006.

[105] Site Internet de SIGMAPHI : http://www.sigmaphi.fr/ [réf du 07 janvier 2008].

[106] Site Internet d'AIMA-DEVELOPPEMENT : http://www.aima.fr/ [réf du 07 janvier 2008].

[107] Site Internet de IBA : www.iba-worldwide.com/ [réf du 07 janvier 2008].

[108] ROSSBACH, J. ; SCHMUSER, P. *Basic course on accelerator optics.* **In** Proceedings of the 5th general accelerator physics course. CERN Accelerator School. University of Jyväskylä, Finland, 7-18 September 1992, Yellow Report CERN 94-01.

[109] COURANT, E. D. ; SNYDER, H. S. *Theory of the alternating-gradient synchrotron.* **In** Annals of Physics 3, 1958.

[110] BROWN, K. *A first-and second-order matrix theory for the design of beam transport systems and charged particle spectrometers*. SLAC 75, Revision 3, 1972.

[111] LELEUX, G. *Accélérateurs circulaires.* Laboratoire national Saturne, CEA-Saclay, Juin 1978.

[112] COLE, F. T. *Typical designs of high-energy FFAG accelerators.* Rapport MURA-545, 1994. http://lss.fnal.gov/archive/other/mura/MURA-545.pdf [réf du 01 août 2008].

[113] MEADS, P. F. *Scaling FFAGs and the « smooth approximation »*. February 2003. http://www.cap.bnl.gov/mumu/conf/ffag-021028/PMeads-030204.pdf [réf du 01 août 2008].

[114] WILSON, E. *An introduction to particle accelerators*. Oxford University Press, 2001, 268p, ISBN 0198508298.

[115] CHAO, A W. ; TIGNER, M. *Handbook of accelerator physics and engineering. 3rd printing.* 2006, 740p, ISBN 9789810235003

[116] TAKAGI, A. et al. *Radio frequency acceleration system for 150 MeV FFAG*. **In** Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference, Portland, USA, 12-16 May 2003.

[117] OHMORI, C. et al. *High field gradient RF system for bunch rotation in PRISM-FFAG.* **In** Proceedings of the 11th European Particle Accelerator Conference, Genoa, Italy, 23-27 June 2008.

[118] FOURRIER, J. et al. *Spiral FFAG lattice design tools. Application to 6-D tracking in a protontherapy class lattice.* **In** Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A 589, 2008, p. 133-142.

[119] AUTIN, B. et al. *BeamOptics, a program for analytical beam optics.* Yellow Report CERN 98-06. 1998.

[120] MEOT, F. *The ray-tracing code Zgoubi.* **In** Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., A 427, 1999, p. 353-356.

[121] MEOT, F. ; VALERO, S. *Zgoubi user's guide.* CEA DAPNIA SEA-97-13 et FERMILAB-TM-2010, 1997.

[122] SYMON, K. R. ; KERST, D. W. et al. *Fixed-field alternating-gradient particle accelerators.* **In** Phys.Rev. 103, 1956, p. 1837.

[123] LEMUET, F. ; MEOT, F. ; VERDIER, A. *Numerical methods for 6-D dynamic simulations in FFAG rings.* **In** Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. 149, 2005, p. 313-315.

[124] LEMUET, F. ; MEOT, F. *Developments in the ray-tracing code Zgoubi for 6-D multiturn tracking in FFAG rings*. **In** Nucl. Instrum. Methods Nucl. Phys. Res., A 547, 2005, p. 638-651.

[125] ENGE, H. A. *Deflecting magnets*. **In** Focusing of charged particles, vol. 2. Academic Press, New York, London, 1967, p240.

[126] PRESS, W. H. et al. *Numerical recipes. The art of scientific computing.* Cambridge University Press, 1986, p254, ISBN 0521308119.

[127] AUTIN, et al. *Magnet simulations for medical FFAG.* **In** Proceedings of the 10th European Particle Accelerator Conference, Edinburgh, UK, 26-30 June 2006.

[128] BOURKE, P. *Calculating the area and centroid of a polygon.* http://local.wasp.uwa.edu.au/~pbourke/geometry/polyarea/ [réf du 7 mai 2008]

[129] PLANCHE, T. et al. *3D magnetic calculation methods for spiral scaling FFAG magnet design.* **In** Proceedings of the 22nd Particle Accelerator Conference, Albuquerque, USA, 25-29 June 2007.

[130] PLANCHE, T. et al. *Design of the RACCAM magnet prototype.* LPSC Internal Report. LPSC 08-72, 2008.

[131] PASTERNAK, J. *Medical spiral FFAG (RACCAM ring).* Workshop FFAG07, Grenoble, France. 12-17 Avril 2007.

[132] RACCAM technical notes. http://wwwlpsc.in2p3.fr/RACCAM/ [réf du 25 juillet 2008]

[133] NEUVEGLISE, D. Private communication.

[134] CONJAT, M. ; MANDRILLON, J. *Injector cyclotron for a medical FFAG*. Workshop FFAG07, Grenoble, France. 12-17 Avril 2007.

[135] MEOT, F. et al. *The RACCAM project. Variable energy proton FFAG for hadrontherapy.* 2008. Rapport interne LPSC-08-73, 2008.To be submitted to Nucl. Instrum. Methods Nucl. Phys. Res. A.

[136] MEOT, F. et al. *Variable energy, high dose rate, protontherapy FFAG accelerator facility.* **In** Proceedings of the 11th European Particle Accelerator Conference, Genoa, Italy, 23-27 June 2008.

[137] OHMORI, C. et al. *High field gradient RF system for a spiral FFAG, RACCAM.* **In** Proceedings of the 11th European Particle Accelerator Conference, Genoa, Italy, 23-27 June 2008.

Les accélérateurs à champ fixe et gradient alterné FFAG et leur application médicale en protonthérapie.

La radiothérapie utilise des faisceaux de particules dans le but d'irradier et d'éliminer les tumeurs cancéreuses tout en épargnant au maximum les tissus sains. La perte d'énergie en forme de pic de Bragg des protons dans la matière permet une amélioration balistique du dépôt de la dose par rapport aux rayons X. Le volume irradié peut ainsi être précisément ajusté au volume tumoral. Cette thèse, dans le cadre du projet RACCAM, vise à étudier et à mettre au point le design d'une installation de protonthérapie basée sur un accélérateur de particules à champ fixe et à gradient alterné FFAG dans le but de construire un aimant FFAG à secteur spiral pour validation.

Nous présentons tout d'abord la protonthérapie pour définir un cahier des charges médicales définissant les critères techniques d'une installation de protonthérapie. Puis nous introduisons les accélérateurs FFAG par une présentation des projets passés et en cours dans le monde avant de développer la théorie de la dynamique faisceau dans le cas de l'optique à focalisation invariante. Nous décrivons ensuite les outils de modélisation et simulation mis au point pour étudier cette dynamique faisceau dans une optique FFAG à focalisation invariante et à secteur spiral. Nous expliquons par la suite la recherche des paramètres de l'optique ayant abouti à la construction d'un aimant prototype. Enfin, nous décrivons l'installation de protonthérapie du projet RACCAM depuis le cyclotron injecteur jusqu'au système d'extraction.

Mots clefs :
Radiothérapie, protonthérapie, pic de Bragg, dépôt de dose, cahier des charges, accélérateur FFAG, focalisation invariante, aimant à secteur spiral, dynamique faisceau, modélisation, simulation numérique, prototypage.

Fixed field alternating gradient accelerators and their medical application in proton therapy.

Radiotherapy uses particle beams to irradiate and kill cancer tumors while sparing healthy tissues. Bragg peak shape of the proton energy loss in matter allows a ballistic improvement of the dose deposition compared with X rays. Thus, the irradiated volume can be precisely adjusted to the tumour. This thesis, in the frame of the RACCAM project, aims to the study and the design of a proton therapy installation based on a fixed field alternating gradient (FFAG) accelerator in order to build a spiral sector FFAG magnet for validation.

First, we present proton therapy to define medical specifications leading to the technical specifications of a proton therapy installation. Secondly, we introduce FFAG accelerators through their past and on-going projects which are on their way around the world before developing the beam dynamic theories in the case of invariant focusing optics (scaling FFAG). We describe modelling and simulation tools developed to study the dynamics in a spiral scaling FFAG accelerator. Then we explain the spiral optic parameter search which has leaded to the construction of a magnet prototype. Finally, we describe the RACCAM project proton therapy installation starting from the injector cyclotron and ending with the extraction system.

Key words:
Radio therapy, proton therapy, Bragg peak, dose deposition, specifications, FFAG accelerator, invariant focusing, spiral sector magnet, beam dynamics, modelling, numerical simulation, prototyping.