



Approches géométriques par modèles de Voronoï en segmentation d'images

Mahmoud Melkemi

► To cite this version:

Mahmoud Melkemi. Approches géométriques par modèles de Voronoï en segmentation d'images. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1992. Français. NNT: . tel-00340917

HAL Id: tel-00340917

<https://theses.hal.science/tel-00340917>

Submitted on 24 Nov 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

PRESENTEE PAR
Mahmoud MELKEMI

POUR OBTENIR LE TITRE DE
DOCTEUR
DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER.
GRENOBLE 1
(arrêté ministériel du 5 juillet 1984)

MATHEMATIQUES APPLIQUEES

APPROCHES GEOMETRIQUES PAR MODELES DE VORONOI EN SEGMENTATION D'IMAGES

Soutenue le **6 Février 1992**

devant le jury composé de :

P.J. LAURENT	Président
A. GAGALOWICZ	Rapporteur
B. LACOLLE	Rapporteur
P. BOLON	Examineur
J.M. CHASSERY	Examineur
J.P. COCQUEREZ	Examineur

**APPROCHES
GEOMETRIQUES PAR
MODELES DE VORONOI
EN SEGMENTATION D'IMAGES**

A la mémoire de mon père

AVANT PROPOS

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe de Reconnaissance des Formes et de Microscopie Quantitative du laboratoire TIM3-IMAG.

Que Monsieur le Professeur P.J. LAURENT, trouve ici l'expression de mes remerciements pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Monsieur J.M. CHASSERY Directeur de Recherche au CNRS, qui a dirigé mes travaux de recherche, veuillez bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour son soutien, ses qualités humaines, sa disponibilité et sa patience tout au long de cette thèse, car il a su l'animer par de très nombreux encouragements et par des conseils qu'il n'a cessé de me prodiguer.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur A. GAGALOWICZ Directeur de Recherche à l'INRIA-Recquencourt pour ses conseils dans le domaine de la segmentation d'images et à Monsieur B. LACOLLE Maître de Conférences à l'UJF Grenoble 1 pour m'avoir fait découvrir la géométrie algorithmique. Qu'ils en soient également remerciés pour avoir accepté le lourd travail de rapporteurs de cette thèse.

Je remercie vivement Monsieur J.P. COCQUEREZ Professeur à l'ENSEA (Cergy-Pontoise) et P. BOLON Maître de Conférences à l'Université de SAVOIE (Annecy) qui ont bien voulu porter un jugement à ce travail en acceptant de faire partie du jury.

Enfin, j'exprime toute ma sympathie à tous mes amis pour leur soutien moral constant.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	3
--------------------------	----------

Chapitre 1

DIAGRAMME DE VORONOI : GENERALITES ET RAPPELS

1.INTRODUCTION	8
2. DEFINITIONS	8
3 PROPRIETES DU DIAGRAMME DE VORONOI	10
4. STRUCTURE DE DONNEES	11
5. TRIANGULATION DE DELAUNAY	12
6. CONSTRUCTION DU DIAGRAMME DE VORONOI	13
6.1. Méthode de "Divide and Conquer"	13
6.2. Méthode d'incrémentation.....	16
6.3. Méthode d'incrémentation quaternaire.....	18
6.4. Nouvelle approche dynamique.....	23
6.5. Méthodes discrètes pour le calcul du DVP	29
6.5.1. Transformation de distance.....	29
6.5.2. Algorithmes pour calculer la transformation de distance.....	31
6.5.3. Application à la construction du diagramme de Voronoï.....	34

7. DIAGRAMME DE VORONOI : APPLICATIONS.....	35
8. GENERALISATION DU DIAGRAMME DE VORONOI.....	37
9. CONCLUSION.....	38

Chapitre 2

UN MODELE DE SEGMENTATION PAR DIAGRAMME DE VORONOI

1. INTRODUCTION.....	40
2. SEGMENTATION D'IMAGES.....	41
2.1. Segmentation par classification.....	42
2.2. Approches pyramidales.....	43
2.3. Segmentation par contrôle géométrique.....	43
2.4. Segmentation par croissance de régions.....	44
3. SEGMENTATION D'IMAGES PAR MODELE DE VORONOI.....	49
3.1. La Structure de données utilisée	50
3.2. Mesure d'homogénéité.....	52
3.3. Génération des premiers germes.....	52
3.4. Phase de partition.....	53
3.5. Phase de fusion.....	54
3.6. Résultats expérimentaux.....	56
4. CONCLUSION.....	60

Chapitre 3

APPROXIMATION DU DIAGRAMME DE VORONOI GENERALISE A L'AIDE DU DIAGRAMME DE VORONOI PONCTUEL

1. INTRODUCTION.....	62
2. DEFINITIONS ET GENERALITES.....	63
2.1. Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Eléments	63
2.2. Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes.....	65
2.3. Diagramme de Voronoï basé sur les polygones.....	67
3. BISSECTRICES	69
4. ETUDE DU DVG EN GEOMETRIE ALGORITHMIQUE	70
5. APPROXIMATION DU DVG A L'AIDE DU DVP.....	72
5.1. Discrétisation des formes polygonales.....	72
5.2. Propriétés.....	73
5.3. Construction du Diagramme de Voronoï basé sur les Segments.....	77
5.3.1. Discrétisation des segments	77

5.3.2. Extraction de l'approximation du Diagramme de Voronoï basé sur les segments.....	78
5.4. Construction du Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes.....	79
6. RESULTATS DE L'ALGORITHME.....	81
7. PERSPECTIVES ET APPLICATION EN ANALYSE D'IMAGES.....	85
7.1. Calcul du squelette, d'exosquelette et du SKIZ.....	85
7.2. Construction du diagramme de Voronoï généralisé 3D.....	85
7.3. Autres applications envisageables.....	85
8. CONCLUSION.....	87

Chapitre 4

PROCESSUS DE SEGMENTATION REGIONS-FRONTIERES FONDE SUR UNE REPRESENTATION PAR VORONOI GENERALISE

1. INTRODUCTION.....	90
2. DETECTION DE CONTOURS.....	91
2.1. Extraction des points de contours.....	93
2.2. Détection de contour par filtrage optimal.....	94
2.2.1. Modélisation de CANNY.....	95
2.2.2. Filtre optimal de DERICHE.....	96
3. SEGMENTATION REGIONS EN UTILISANT LES CONTOURS.....	97
3.1. Connexion de contour par méthodes d'optimisation.....	97
3.2. Fermeture de contour et coopération de régions et frontières.....	98
4. COOPERATION ENTRE DES CONTOURS ET DES REGIONS DE VORONOI.....	104
4.1. Etape d'initialisation.....	105
4.2. Etape de partition.....	107
4.3. Phase de fusion.....	109
5. UTILISATION DE L'APPROXIMATION DU DIAGRAMME DE VORONOI GENERALISE.....	109
5.1. Représentation polygonale des contours.....	110
5.2. Discrétisation des lignes polygonales fictives.....	110
5.3. Génération de nouveaux germes.....	113
5.4. Extraction de régions.....	114
6. RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	114
7. CONCLUSION.....	117

Chapitre 5**APPLICATION DE LA SEGMENTATION A LA DETECTION
D'EVENEMENTS EN IMAGERIE MULTI-SOURCES**

1. INTRODUCTION.....	120
2. TRAITEMENT DES DEGRADATIONS.....	120
2.1. Présentation générale.....	120
2.2. Correction radiométrique.....	121
2.3. Filtrage des textures et de craquelures.....	122
2.4. Traitement de cassures.....	122
2.5. Restauration de régions.....	123
3. DETECTION DES EVENEMENTS EN IMAGERIE MULTISOURCES	124
3.1. Notion d'événements.....	124
3.2. Définitions.....	125
3.3. Travaux de HEITZ.....	126
4. LES PHASES DE L'ALGORITHME PROPOSE	127
4.1. Partitionnement parallèle des deux images	127
4.2. Etape de détection	129
5. RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	130
6. CONCLUSION.....	132
 CONCLUSION	 133
ANNEXES.....	135
BIBLIOGRAPHIE.....	141

LISTE DES FIGURES

1.1 Illustration de la définition d'un diagramme de Voronoï	9
1.2 Illustration du cercle de Delaunay	11
1.3 Structure de données	12
1.4 Triangulation de Delaunay	13
1.5 Schéma illustrant la recherche des arêtes extrêmes de σ	15
1.6 Exemple sur la construction de la chaîne σ	15
1.7 Schéma explicatif de la modification locale du diagramme après insertion d'un nouveau germe	17
1.8 Mauvais choix de $M_i(0)$	18
1.9 Numérotation des cellules	20
1.10 Exemple de la répartition des germes dans l'arbre T	21
1.11 Illustration de l'ordre d'insertion de germes et le choix correspondant à $M_i(0)$	22
1.12 Schéma explicatif des quatre étapes de la PROCEDURE A	24
1.13 Illustration de la condition (C2)	26
1.14 Illustration de la condition (C3)	27
1.15 Exemple du sommet q_{ijm}	28
1.16 Exemple de transformation de distance	30
1.17 Masques de pondération représentant les distances discrètes	31
1.18 Illustration du fonctionnement de l'algorithme parallèle pour la distance d_8	32
1.19 Masques de pondération	33
1.20 Illustration du fonctionnement de l'algorithme séquentiel	34

1.21 Exemples de diagrammes de Voronoï discrets	35
2.1 Exemple d'un graphe d'adjacence	46
2.2 Représentation par quadtree	47
2.3 Segmentation par Quadtree	47
2.4 Les couples d'une frontière de deux régions adjacentes	48
2.5 Mémorisation du diagramme de Voronoï sous forme d'une image	51
2.6 Exemple de boîte associée à un polygone de Voronoï	51
2.7 Illustration de génération de diagrammes de Voronoï par un processus de POISSON	52
2.8 Génération de nouveaux germes	53
2.9 Illustration de la définition de germe inutile	56
2.10 Illustration du résultat obtenu en utilisant le quadtree et le diagramme de Voronoï ..	57
2.11 Illustration sur une image élémentaire (image 1) du processus de segmentation	58
2.12 Illustration de la méthode sur une image réelle	59
2.13 Segmentation d'une image réelle	59
3.1 Décomposition d'un polygone en un ensemble d'éléments	64
3.2 Exemple d'un diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les éléments de trois polygones	65
3.3 Partie extérieure du DVGC	66
3.4 Partie intérieure du DVGC	66
3.5 Exemple du DVGC	67
3.6 Diagramme de Voronoï d'un ensemble de polygones (DVPL)	68
3.7 Diagramme de Voronoï d'un ensemble de segments	68
3.8 Exemples de Bissectrices. entre les éléments e_1 et e_2	70
3.9 Diagramme de Voronoï généralisé obtenu par l'algorithme de HU	71
3.10 Exemple de discrétisation d'un segment	73
3.11 Illustration des diagrammes DVP_h et DVG_h construits sur un ensemble de points obtenus par discrétisation	74
3.12 Description de la distribution des germes au voisinage du point Q	75
3.13 La surface limitée par [AB] et l'approximation de la bissectrice	76
3.14 Cas de deux segments	77
3.15 Structure de données	79
3.16 Exemple d'étiquetage des germes des polygones	80
3.17 Exemple des lacunes selon différentes configurations de l'angle au sommet	81
3.18 Exemple d'un résultat de l'algorithme avec différents pas	82
3.19 Résultat de l'algorithme sur 91 segments	83
3.20 Le DVG avec correction des lacunes	83
3.21 DVG d'un polygone	84

3.22 DVG de 14 polygones.....	84
3.23 Segmentation de formes présentées par un nuage de points	86
3.24 Formes représentées par un ensemble de segments	86
3.25 Exemple d'une forme géométriques formée d'une ligne polygonale et d'un arc...	87
4.1 Masque de détection de contours	92
4.2 Illustration de la détection de contours par le filtre de DERICHE	97
4.3 Exemples de configurations d'une extrémité d'un contour	98
4.4 Connexion de contours par l'algorithme de proximité	100
4.5 Illustration de l'élimination des contours [PAVLIDIS 90] l'Elimination du contour e ₁ nécessite l'élimination du contour e ₂	101
4.6 Segmentation par quadtree en tenant compte des contours	102
4.7 Type d'initialisation que nous proposons	102
4.8 Initialisation utilisée par notre approche. Les contours obtenus sont portés par les frontières des régions	103
4.9 Affectation de lignes polygonales fictives à un contour	104
4.10 Bissectrice de lignes polygonales fictives	106
4.11 Diagramme de Voronoï des lignes polygonales fictives	107
4.12 Domaines où on ne génère pas de nouveaux germes	108
4.13 Division d'une région par insertion de nouveaux germes	109
4.14 Exemple de la discrétisation des lignes polygonales	110
4.15 Choix de la distance dis	111
4.16 Exemple d'une autre distribution des germes	112
4.17 Etiquetage utilisé pour extraire les approximations des contours	113
4.18 Illustration de l'algorithme sur une image réelle	115
4.19 Résultat de l'algorithme sur une autre image	116
5.1 Cassure verticale et direction de restauration horizontale	122
5.2 Exemples d'images présentant des dégradations macroscopiques et la restauration associée.....	123
5.3 Région restaurée à partir d'une zone d'apprentissage	124
5.4 Exemple d'événement	125
5.5 Exemple d'insertion de germes à un diagramme par rapport à un autre	128
5.6 Illustration de la méthode de détection d'événements sur un exemple élémentaire .	130
5.7 Illustration de la détection d'événements sur un cas réel pris dans le domaine de la peinture des oeuvres d'art	131
5.8 Autres exemples de détection de différences	132

ABSTRACT

This thesis deals with the geometrical modelisations exploited for solving the problem of image segmentation and the problem of event detection in multisource imaging. The geometrical structure used is a punctual Voronoi diagram. First of all, we present a region segmentation approach based on the use of Voronoi tessellation. Three main steps describe this algorithm: initialization, split and merge steps. Such a tool is also used in order to provide a solution for the problem of multisource image analysis. The second segmentation approach is based on a cooperative process between edges and regions. The proposed method consists on the generation of an initial partition for which edges are included in frontiers of Voronoi regions. This partition is followed by split and merge operations. The data structure used for the realisation of this algorithm is the Generalized Voronoi diagram. For its computation, we propose a new method providing an approximation of this structure. The algorithm is based on the use of a classical punctual Voronoi diagram associated to seeds generated on detected contours.

Keywords : Computational Geometry-Image Segmentation-Punctual Voronoi Diagram- Generalized Voronoi Diagram-Cooperative Process-Event Detection.

RESUME

Cette thèse décrit l'exploitation d'approches géométriques pour résoudre le problème de segmentation d'images, ainsi que le problème de détection d'événements en imagerie multi-sources. La structure géométrique utilisée est le diagramme de Voronoï Ponctuel.

Nous abordons tout d'abord une première approche de segmentation d'images en polygones de Voronoï dont l'algorithme fonctionne en trois étapes : une phase d'initialisation, une phase de partition et une phase de fusion. Ce processus de segmentation est utilisé pour détecter les différences entre des images acquises dans différents domaines de radiométrie.

Nous présentons une seconde technique de segmentation fondée sur le processus de coopération d'un détecteur de frontières et d'un détecteur de régions. Cette approche utilise le diagramme de Voronoï généralisé pour générer une partition initiale dont les frontières des régions s'appuient sur les contours initialement détectés. Pour réaliser cette segmentation nous avons proposé un algorithme de calcul d'une approximation du diagramme de Voronoï généralisé en utilisant le diagramme de Voronoï ponctuel.

Mots Clés : Géométrie Algorithmique - Segmentation d'images - Diagramme de Voronoï Ponctuel - Diagramme de Voronoï Généralisé - Coopération de processus - Détection d'événements

INTRODUCTION

L'*analyse d'images* est une discipline dont le but est la description du contenu d'une image, en vue de l'interprétation et de la prise d'une décision. Ce domaine touche divers champs d'applications, en l'occurrence, les applications industrielles et commerciales (Robotique, Reconnaissance de caractères, de codes et de signatures), l'imagerie aérienne et satellitaire, l'imagerie biomédicale, etc.

Le traitement et l'analyse des images tirent profit de plusieurs secteurs de recherche telles que le traitement du signal, les statistiques, l'informatique etc. Récemment certaines solutions de problèmes d'imagerie ont été obtenues en utilisant des algorithmes géométriques permettant d'orienter et de contrôler le processus du traitement. Le générateur de telles approches est appelé *Géométrie Algorithmique*. L'objectif de cette discipline est la conception d'algorithmes efficaces (faible complexité, fonctionnement dans tous les cas) pour résoudre des problèmes à caractères géométriques. L'un des outils utilisés en imagerie pour la manipulation et la description des entités géométriques est appelé *diagramme de Voronoï*. Cette structure est un graphe qui engendre des informations de proximité entre points ou entre formes géométriques dans un cadre plus général. Précisément, le diagramme de Voronoï ponctuel est défini à partir d'un ensemble de points appelés *germes*. Il consiste à diviser le plan en polygones convexes

(dans le cas de la distance euclidienne) associés aux germes. Chaque polygone est formé de l'ensemble des points les plus proches du germe associé que des autres. Cet outil est largement utilisé en imagerie (Cf. CHAP.1.7). Ceci est dû aux algorithmes efficaces permettant sa construction, ainsi qu'à ses nombreuses propriétés.

Le travail présenté au travers de ce mémoire s'inscrit dans le contexte des approches qui traitent des problèmes d'imagerie en utilisant une représentation géométrique. Le diagramme de Voronoï est l'outil de base adapté aux divers problèmes abordés. Une grande partie de ce travail s'intéresse au problème de segmentation d'images. La *segmentation d'images* est la première étape pour l'interprétation des objets présents dans une scène. Formellement, la segmentation peut être associée à la génération d'une partition de l'image en régions vérifiant un prédicat d'homogénéité. Ces régions doivent être maximales dans le sens où l'union de deux régions adjacentes ne vérifie pas le prédicat d'homogénéité. L'objectif fixé par la communauté scientifique est la recherche de techniques de segmentation en régions dont les contours sont simples et réguliers. Il est utopique de chercher une approche de segmentation universelle, car les images proviennent de domaines variés (image aérienne ou satellitaire, image médicale, etc) et par conséquent elles sont de natures très différentes. En revanche, les techniques définies sont destinées à une classe précise d'images et un type d'application donné. Les approches de segmentation sont classées selon diverses catégories. On peut citer par exemple, la segmentation par classification, par croissances de région, par détection de frontières, par coopération de régions frontières etc.

L'objectif de la première approche de segmentation décrite dans ce document est de définir un modèle qui s'intègre dans la famille des méthodes de division et fusion de régions. Sur la base d'une partition aléatoire, on converge vers une partition où chaque élément représente une approximation d'une partie de l'image selon des critères d'ordre statistique précisés ultérieurement. L'originalité de cette approche réside dans l'utilisation de formes irrégulières (polygones convexes) au lieu des carrés utilisés dans les approches fondées sur le partitionnement quadtree.

Le développement de ce travail s'est orienté vers les techniques de segmentation par coopération des algorithmes de détection de contours et de détection de régions. L'objectif de ce type d'approches est de combiner les avantages des deux techniques pour générer, assez rapidement, une segmentation "performante".

Notre suggestion est de détecter les contours d'une image, puis, de définir une partition dont les frontières des zones s'appuient sur les réseaux de contours détectés initialement. La structure de données associée à chaque région permettra d'effectuer les opérations de division et de fusion. Afin d'intégrer les contours initiaux dans un tel environnement, nous proposons d'utiliser le diagramme de Voronoï généralisé basé sur les lignes polygonales. Il s'agit de générer un diagramme contenant les contours de départ. Pour obtenir un tel diagramme, une distribution de lignes polygonales fictives est introduite (Cf. CHAP.4).

Par ailleurs, le problème réside dans la disponibilité d'approches géométriques pour réaliser cette technique de segmentation. En effet, on ne trouve pas d'algorithmes dynamiques calculant le diagramme de Voronoï généralisé basé sur des lignes polygonales. Aussi, face à notre besoin d'exploitation d'un tel outil, nous avons développé une approche fondée sur le calcul d'une approximation de cette structure. Cette technique est basée sur l'utilisation du diagramme de Voronoï ponctuel. On montre qu'avec une distribution donnée de germes l'ensemble d'arêtes de Voronoï est une union disjointe de deux types d'arêtes dont l'un de ces sous-ensembles fournit une approximation du diagramme de Voronoï généralisé. L'algorithme de calcul de cette approximation est adaptée à l'approche de segmentation par coopération de frontières et régions.

La dernière partie de ce travail concerne l'application de la segmentation par polygones de Voronoï au problème de la détection des différences entre images acquises dans des domaines de radiométrie différents. L'approche développée est appliquée dans le domaine des œuvres d'art. Il s'agit de localiser les sous-peintures de l'œuvre dissimulées par une composition postérieure.

Ce document comporte cinq chapitres, regroupant des notions géométriques et des solutions suggérées aux problèmes d'applications en analyse d'images.

Puisque le diagramme de Voronoï est l'outil fondamental utilisé dans toutes nos applications, nous avons jugé important de réserver le *premier chapitre* au rappel des définitions et des propriétés de cette structure, ainsi qu'à une présentation des principaux algorithmes permettant sa construction. Nous évoquons, également, les diverses applications réalisées ainsi que les multiples concepts de généralisation.

Le *chapitre 2* aborde la première application concernant la segmentation en polygones de Voronoï. On trouve une description de certaines classes de méthodes de segmentation en régions. On insistera sur la méthode de croissance de région basée sur l'utilisation du quadtree. Après cette description, on présente les différentes étapes de l'algorithme de segmentation fondé sur la partition de Voronoï. Différents exemples illustrant le fonctionnement de l'algorithme sont fournis.

Le *chapitre 3* se focalise sur l'exploitation du diagramme de Voronoï ponctuel pour résoudre le problème de la construction approchée du diagramme de Voronoï généralisé, où les germes sont associés à des lignes polygonales. Ce chapitre développe l'outil utilisé dans la segmentation par coopération frontières et régions. Dans cette partie, on rappelle les définitions concernant le diagramme de Voronoï généralisé suivi d'une bibliographie sur l'étude de ce problème en géométrie algorithmique. Puis, on propose une approche de construction d'une approximation du diagramme de Voronoï généralisé suivie de différents résultats illustratifs.

Le *chapitre 4* s'intéresse à la segmentation par coopération frontières et régions. Tout d'abord, on décrit les différents développements des techniques de détection de contours ainsi que les approches de segmentation exploitant un opérateur de détection de frontières. Puis on présente une approche nouvelle pour segmenter des images par un processus de coopération frontières et régions en utilisant l'algorithme de construction du diagramme de Voronoï généralisé décrit dans le chapitre 3.

Le *chapitre 5* présente une application de la segmentation en polygones de Voronoï. Il s'agit de la détection des changements inter-images entre deux images multi-sources. On décrit différents types de dégradations de l'image d'une œuvre d'art et on présente une étude géométrique appliquée à la détection d'événements.

CHAPITRE 1.

DIAGRAMME DE VORONOI : GENERALITES ET RAPPELS

Ce chapitre a pour objectif la présentation du diagramme de Voronoï qui sera le mode de représentation utilisé pour contrôler le processus de segmentation dans un environnement de division et fusion. Ce modèle de partition sera également utilisé pour calculer une approximation du diagramme de Voronoï Généralisé, en vue de définir la segmentation par coopération frontières et régions. On présente les définitions nécessaires au diagramme, ainsi que les algorithmes de construction dans les domaines continu et discret. On décrit également une bibliographie concernant quelques applications du diagramme de Voronoï et certains aspects de généralisation.

1. INTRODUCTION

La géométrie algorithmique est un domaine en plein essor. Elle consiste à résoudre, par des algorithmes performants, des problèmes à caractère géométrique. L'un des premiers aspects de cette discipline a été décrit en 1975 par SHAMOS [SHAMOS 75] en s'ouvrant sur les problèmes de complexité algorithmique. Depuis, la géométrie algorithmique a connu un développement important. Parmi les axes explorés par la communauté scientifique, on peut citer entre autres, les problèmes de convexité, les problèmes d'intersection et les problèmes de proximité [LACOLLE 88]. La motivation des chercheurs pour résoudre ces problèmes réside dans la forte demande de solutions performantes aux problèmes de représentation, de manipulation et d'interprétation des données géométriques. A titre d'exemple, on peut évoquer la recherche d'algorithmes aux problèmes à base de manipulation de rectangles pour la conception des circuits VLSI, la recherche de chemin sans collision en robotique, les applications en CAO (utilisation par exemple des courbes de Bezier). On peut compléter cette liste par d'autres domaines d'intérêt tels que l'écologie, l'archéologie, la géographie et l'imagerie.

Dans ce chapitre, on se focalise sur la présentation d'un outil de mesure de proximité appelé diagramme de Voronoï. Cette introduction est suivie par une description des définitions ainsi que des principaux algorithmes permettant de calculer cette structure.

2. DEFINITIONS

Soit $S = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ un ensemble de n points du plan euclidien $\mathbb{R}^2$.

- On appelle *polygone de Voronoï* associé au point M_i , l'ensemble des points du plan les plus proches de M_i que des autres points de S . Formellement on peut écrire:

$$P(M_i) = \{ M \in \mathbb{R}^2 / d(M, M_i) < d(M, M_j) \text{ pour } j \neq i \}$$

où $d(M, M_i)$ représente la distance euclidienne dans $\mathbb{R}^2$.

Si on désigne par $H(M_i, M_j)$ le demi plan contenant le point M_i et défini par la médiatrice du segment $[M_i M_j]$, alors le polygone de Voronoï $P(M_i)$ associé au point M_i est l'intersection des demi-plans $H(M_i, M_j)$ pour tout j différent de i .

$$P(M_i) = \bigcap_{j \neq i} H(M_i, M_j) \quad (1)$$

• On appelle *diagramme de Voronoï ponctuel* de l'ensemble S , noté $DVP(S)$, le graphe planaire formé par les frontières des polygones $P(M_i)$. Ces frontières sont notées $Fr(P(M_i))$ (Cf. figure 1.1).

$$DVP(S) = \{M \in \mathbb{R}^2; \exists i, j \text{ avec } i \neq j \text{ tel que } M \in Fr(P(M_i)) \text{ et } M \in Fr(P(M_j))\}$$

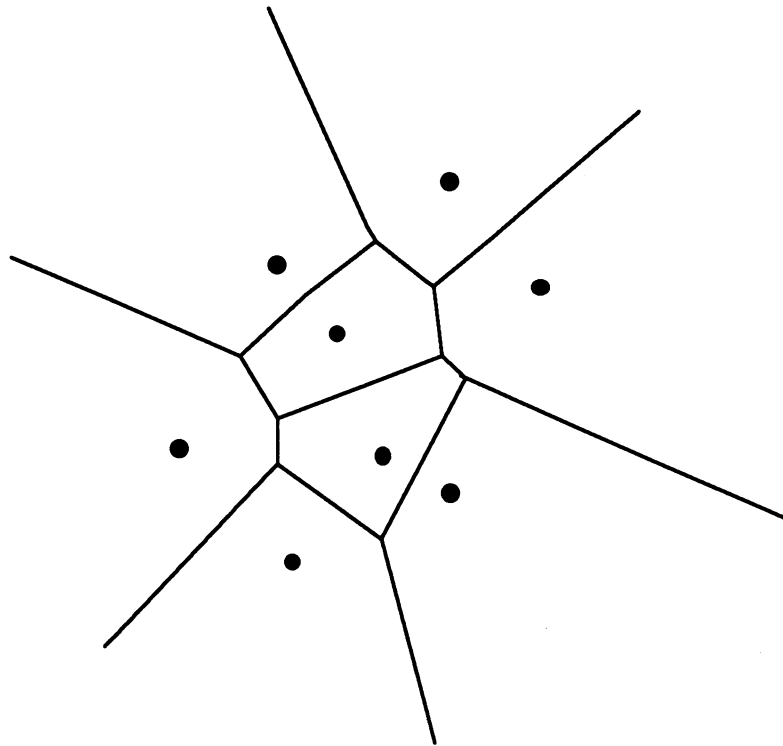


Figure 1.1. Illustration de la définition d'un diagramme de Voronoï

Les éléments de S sont appelés les *germes*. On appelle *sommets de Voronoï* les sommets du diagramme de Voronoï et *arêtes de Voronoï* les arêtes du diagramme. Deux germes sont voisins si les polygones associés partagent une arête commune.

3. PROPRIETES DU DIAGRAMME DE VORONOI

Le diagramme de Voronoï vérifie un certain nombre de propriétés importantes pour sa construction et son exploitation. Parmi ces propriétés, on peut citer :

1. Une arête de Voronoï est une partie de la médiatrice séparant deux germes de l'ensemble S .
2. $P(M_i)$ est un polygone convexe contenant en son intérieur le point M_i . La convexité de $P(M_i)$ est déduite du fait que les hyperplans $H(M_i, M_j)$ sont convexes et $P(M_i)$ vérifie la relation (1).
3. Les frontières de deux régions de Voronoï ont au plus une arête commune.
4. Une arête de Voronoï est constituée soit d'un segment de droite reliant deux sommets soit d'une demi droite dont l'extrémité est un sommet de Voronoï.

D'autres propriétés du diagramme de Voronoï ne sont vérifiées que sous l'hypothèse suivante:

Hypothèse (E) : Il n'existe pas dans S quatre points co-circulaires.

5. Sous l'hypothèse (E), tout sommet de Voronoï est commun à exactement trois arêtes de Voronoï.
6. Chaque sommet de Voronoï est le centre d'un cercle défini par trois points de S . Ce cercle est appelé *cercle de Delaunay*. (Cf. figure 1.2)

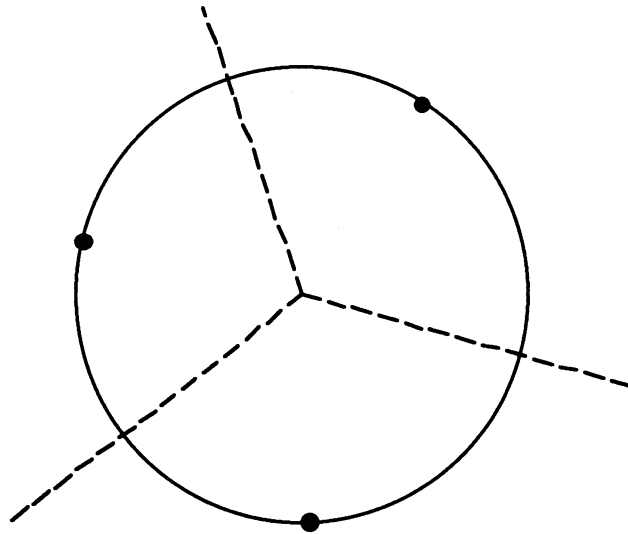


Figure 1.2. Illustration du cercle de Delaunay

7. Le polygone de Voronoï $P(M_i)$ est non borné si et seulement si le point M_i appartient à la frontière de l'enveloppe convexe de S .

4. STRUCTURE DE DONNEES

On présente dans ce paragraphe la structure de données utilisée. Le choix d'une bonne structure de données est important pour l'efficacité des algorithmes de construction et d'exploitation.

A chaque germe, on associe un indice permettant de l'identifier. Comme le diagramme de Voronoï est associé à un ensemble de polygones deux à deux distincts, on représente le diagramme par un tableau de polygones. L'élément i du tableau correspond au polygone $P(M_i)$. Ce polygone est représenté par un enregistrement composé de deux champs: le premier contient les coordonnées du germe M_i , le second contient une liste doublement chaînée d'arêtes. Chaque élément de la liste représente une arête et contient les champs suivants :

- Les sommets de l'arête.
- Le numéro du germe voisin.
- Un pointeur *suiv* qui pointe vers l'arête suivante et un pointeur *prec* qui pointe vers l'arête précédente.

Un exemple explicatif est fourni en figure 1.3

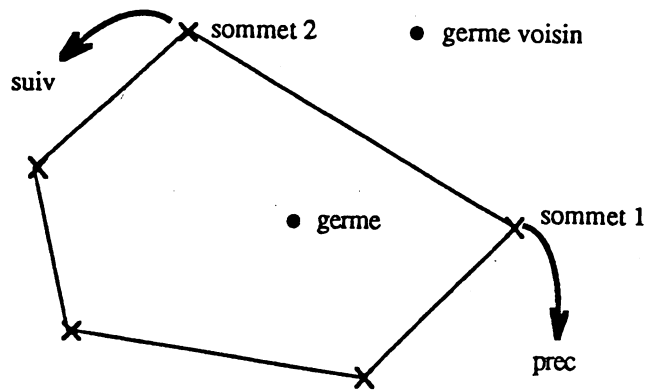


Figure 1.3 Structure de données
(Extrait de [CHASSERY 91a])

5. TRIANGULATION DE DELAUNAY

Une triangulation est un ensemble d'arêtes reliant les points de l'ensemble de germes S vérifiant les deux propriétés suivantes:

- (A) Deux arêtes ne se coupent pas sauf éventuellement aux extrémités.
- (B) L'insertion d'une arête au graphe contredit la propriété (A).

Une *triangulation de Delaunay* est une triangulation où le cercle circonscrit d'un triangle ne contient aucun point de l'ensemble des germes dans son intérieur.

Si l'hypothèse (E) (Cf. §3) est vérifiée, alors la triangulation de Delaunay est définie d'une manière unique. La triangulation de Delaunay est le dual du diagramme de Voronoï. Elle est obtenue à partir du diagramme de Voronoï en reliant les germes voisins (Cf. figure 1.4).

Plusieurs graphes dérivés de la triangulation de Delaunay sont définis et utilisés dans plusieurs domaines d'applications. On peut citer, le graphe de GABRIEL introduit par K. GABRIEL [GABRIEL 69]. Ce graphe est un sous graphe de la triangulation de Delaunay. Les arêtes de ce graphe peuvent être calculées à partir du diagramme de Voronoï selon un critère de visibilité entre germes voisins au travers de l'arête commune. On peut citer également le graphe de voisinage relatif introduit par G.TOUSSAINT [TOUSSAINT 80] ainsi que l'arbre de

recouvrement minimal [PREPARATA 88] défini comme arbre de longueur totale minimale (somme des longueurs des arêtes reliant les germes).

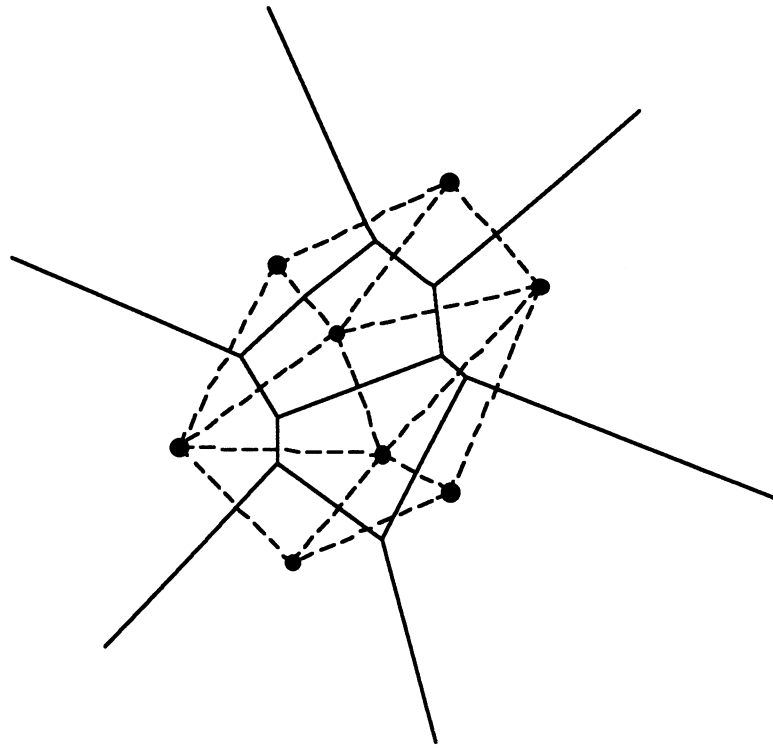


Figure 1.4 Triangulation de Delaunay

6. CONSTRUCTION DU DIAGRAMME DE VORONOI

Plusieurs algorithmes concernant la construction du diagramme de Voronoï, ont été décrits dans la littérature, relevant de différentes méthodes dont on présente les principes majeurs.

6.1 Méthode de “Divide and Conquer”

La méthode récursive connue sous le nom de "Divide and Conquer" [BENTLEY 78], [PREPARATA 88] est une des méthodes les plus connues pour la construction du diagramme de Voronoï. L'intérêt de cette approche concerne la complexité algorithmique qui est réduite à $O(n \log n)$ où n désigne le nombre de germes. Cependant dès à présent on peut mentionner qu'un des inconvénients majeurs de cette approche réside dans la non adaptabilité au problème de remise à jour du diagramme par insertion de germes. Dans ce sous-paragraphe on présente les étapes fondamentales de la construction du diagramme par cet algorithme.

Supposons que l'ensemble des germes S vérifie l'hypothèse (E). L'algorithme de "Divide and Conquer" est composé de trois étapes.

ETAPE 1. Diviser l'ensemble S en deux sous-ensembles S_1 et S_2 approximativement de même taille et linéairement séparables, c'est à dire, tous les points de S_2 sont à droite de ceux de S_1 et réciproquement. Lorsque l'on traverse l'ensemble S par une ligne polygonale orientée et monotone selon une direction, cette ligne sera désignée sous le terme de chaîne polygonale par la suite.

ETAPE 2. Construire récursivement les sous diagrammes $DVP(S_1)$ et $DVP(S_2)$.

ETAPE 3. Fusionner les diagrammes $DVP(S_1)$ et $DVP(S_2)$. Cette fusion se réalise par la construction d'une chaîne polygonale notée σ , préalablement mentionnée à l'étape 1.

La chaîne σ est formée d'un ensemble d'arêtes de Voronoï, où chaque arête est commune aux frontières d'un polygone de S_1 et d'un polygone de S_2 . SHAMOS a montré que si S_1 et S_2 sont linéairement séparés alors, σ est monotone et le diagramme $DVP(S)$ peut être obtenu en superposant les diagrammes $DVP(S_1)$ et $DVP(S_2)$ et en supprimant les arêtes de $DVP(S_1)$ et celles de $DVP(S_2)$ situées respectivement à droite et à gauche de σ . La construction de σ se présente en deux phases :

1. CALCUL DES ARETES EXTREMES DE σ

Soient $ENC(S_1)$ et $ENC(S_2)$ les deux enveloppes convexes des ensembles S_1 et S_2 . L'enveloppe convexe de l'union de S_1 et S_2 fait apparaître deux segments D_1 et D_2 connectant les enveloppes convexes $ENC(S_1)$ et $ENC(S_2)$. Chacun de ces segments a une extrémité dans $ENC(S_1)$ et une autre dans $ENC(S_2)$. Comme cela est illustré en figure 1.5, on désigne par p_1 et p_2 les extrémités de D_1 qui sont respectivement dans S_1 et S_2 . Les arêtes extrêmes de σ sont alors associées aux demi-droites supportées par les médiatrices de D_1 et D_2 (Cf. figure 1.5).

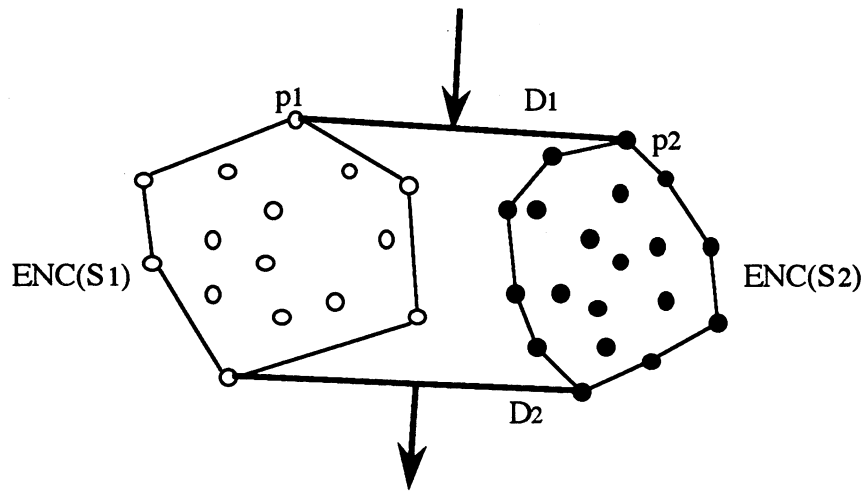


Figure 1.5. Schéma illustrant la recherche des arêtes extrêmes de σ

2. DIRECTION DE σ

On commence, au préalable, par la recherche de l'une des médiatrices des segments D1 et D2. Supposons que l'on choisisse la médiatrice de D1. Après avoir traversé le segment $[p_1 p_2]$, cette droite rencontre une arête appartenant soit au diagramme DVP(S1) soit au diagramme DVP(S2). Supposons que cette arête appartienne au diagramme DVP(S1) comme il est illustré en figure 1.6. Dans DVP(S1), cette arête sépare deux germes : p_1 (extrémité de D1) et un autre noté q . L'intersection de la médiatrice de D1 et de l'arête séparant p_1 et q fournit l'origine de la seconde arête de la chaîne σ . La deuxième extrémité de la seconde arête de σ est déterminée par un raisonnement similaire, en remplaçant le segment D1 par le segment $[p_2 q]$ et en recherchant l'intersection avec une arête des diagrammes DVP(S1) et DVP(S2).

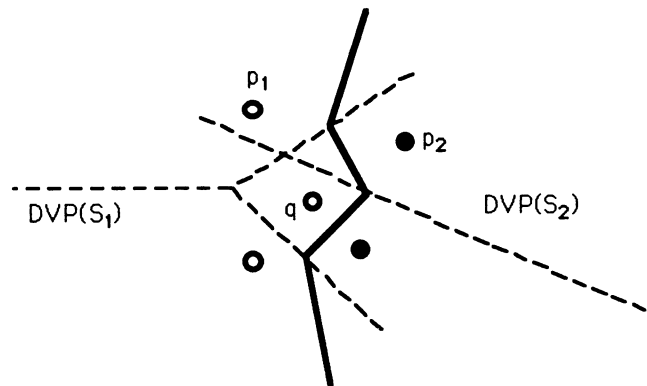


Figure 1.6. Exemple sur la construction de la chaîne σ

6.2 Méthode d'incrémentation

Ce type d'approche a été proposé par GREEN et SIBSON [GREEN 78] puis amélioré par OHYA, IRI et MUROTA [OHYA 84]. L'idée de l'algorithme d'incrémentation consiste à calculer le diagramme DVP_k de k germes $M_1, M_2, \dots, M_k$ à partir d'une part du diagramme DVP_{k-1} et d'autre part de l'insertion du nouveau germe M_k . Cette insertion est réalisée en deux phases.

PHASE 1 : Recherche du germe $M_{N(k)}$ le plus proche de M_k . Cette recherche s'effectue selon l'algorithme décrit ci-dessous.

DEBUT

Choisir un germe $M_{i(0)}$. Poser $i=i(0)$; ($1 \leq i(0) \leq k-1$)

Traitement

Si $d(M_k, M_i) \leq d(M_k, M_j)$ pour chaque M_j voisin de M_i alors

poser $N(k) = i$ sinon poser $i = j$ pour l'indice j tel que:

$d(M_k, M_j) = \min \{d(M_k, M_j') / M_j' \text{ voisin de } M_i \text{ dans } DVP_{k-1}\}$

et recommencer le traitement.

FIN

PHASE 2 : Calcul de la médiatrice du segment orienté joignant $M_{N(k)}$ à M_k . L'orientation du segment $M_{N(k)} M_k$ induit une orientation pour la médiatrice qui coupe l'arête associée au polygone $P(M_{N(k)})$ (Cf. figure 1.7).

On note par $M_{k'}$ le germe voisin de $M_{N(k)}$ relatif à cette arête. Ensuite, on considère la médiatrice du segment $[M_k, M_{k'}]$ et on réitère le processus jusqu'à l'obtention de toutes les arêtes associées au polygone du germe M_k .

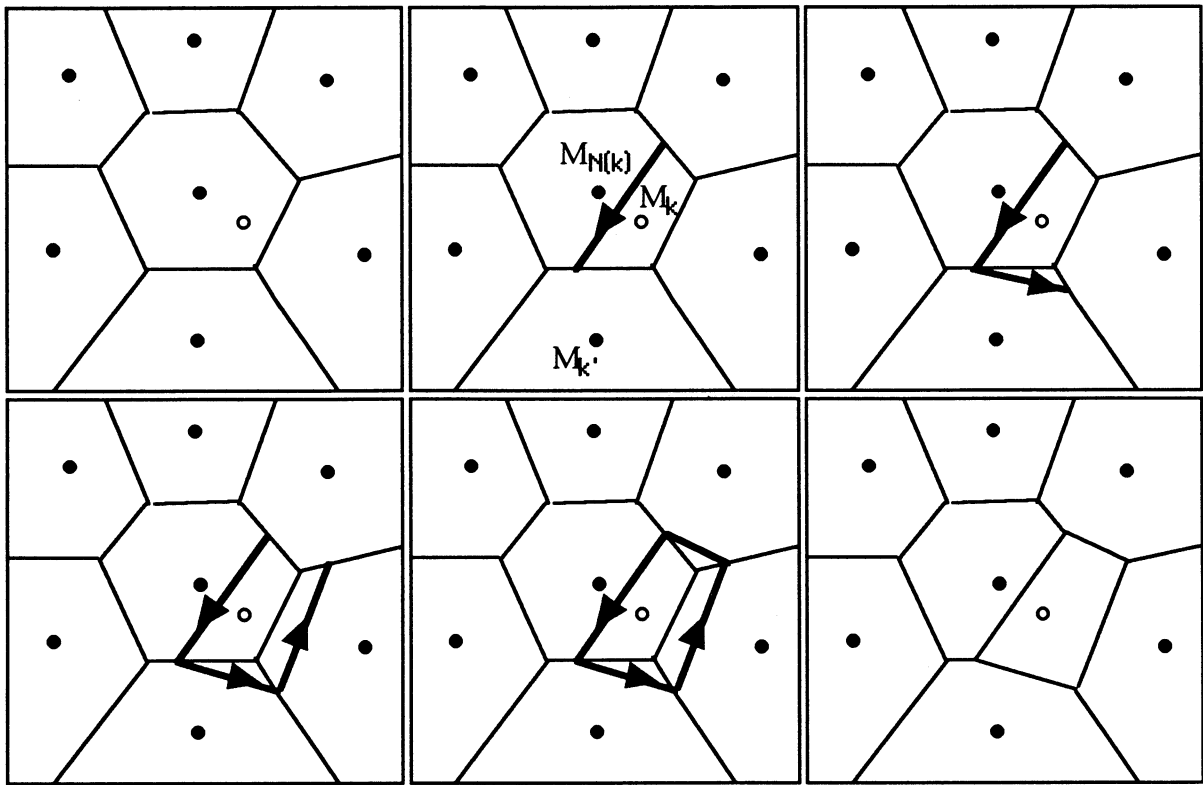


Figure 1.7. Schéma explicatif de la modification locale du diagramme après insertion d'un nouveau germe.

L'efficacité de l'algorithme décrit dans la phase 1 dépend du choix du point initial $M_{i(0)}$ (Cf. figure 1.8). L'amélioration introduite par OHYA, IRI et MUROTA consiste à définir le point $M_{i(0)}$ de tel sorte que la recherche du germe d'indice $N(k)$ soit effectuée en moyenne en un nombre constant d'étapes. Pour cela, on définit un ordre d'insertion des germes obtenu par utilisation d'un arbre quaternaire. Dans le paragraphe suivant, on décrit l'approche définissant cet ordre d'insertion des germes.

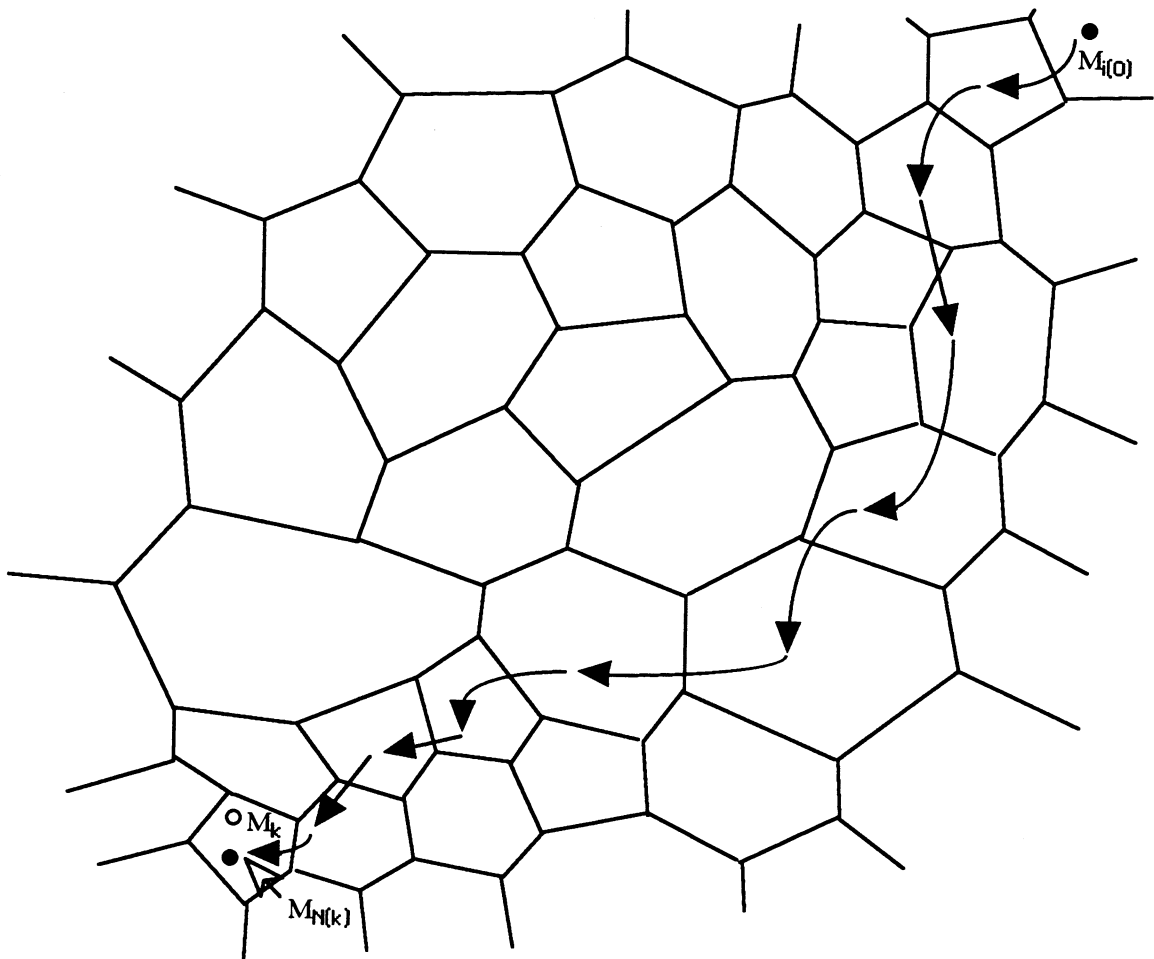


Figure 1.8 Mauvais choix de $M_i(0)$

6.3 Méthode d'incrémentation quaternaire

Etant donnés n germes dans un carré unité C défini par :

$$C = \{(x,y) / 0 < x < 1 \text{ et } 0 < y < 1\}$$

On partitionne C en K^2 cellules, en divisant chaque côté de C en K intervalles égaux, avec K entier défini de la manière suivante:

$K = 2^P$ avec $P = \lceil \log_4(a^2 n) \rceil$ où $\lceil x \rceil$ désigne la partie entière d'un réel x , a est une constante généralement prise égale à 1.

L'ordre dans lequel les germes sont insérés, est déterminé par un arbre quaternaire T de profondeur P . Le nombre de feuilles de T est égal au nombre de cellules de C ($K^2 = 4^P$ feuilles). Un nœud de T situé à une profondeur h correspond à un carré de côté 2^{-h} de C . Quatre nœuds consécutifs, à une

profondeur donnée, ont un père commun. Les feuilles de T sont numérotées de 0 à $4^P - 1$ de gauche à droite.

Pour chaque cellule dans C, on associe un numéro r (qui correspond au numéro de la feuille r de T) et des coordonnées (i(r),j(r)). L'adresse (i(r),j(r)) de la cellule numéro r est calculée par l'algorithme suivant dont la complexité est en $O(n)$.

DEBUT

$c = \text{ENT}(2^P/3)$, $l(0) = c$, $J(0) = c$, $u = (-1)^{P+1}$, $m = 1$, $r = 0$, $s = 2*c + u$,

pour t=1 à P **faire**

DEBUT

pour p=1 à m **faire** { $r = r+1$, $l(r) = s - l(r-m)$, $J(r) = J(r-m)$ }

$m = 2*m$,

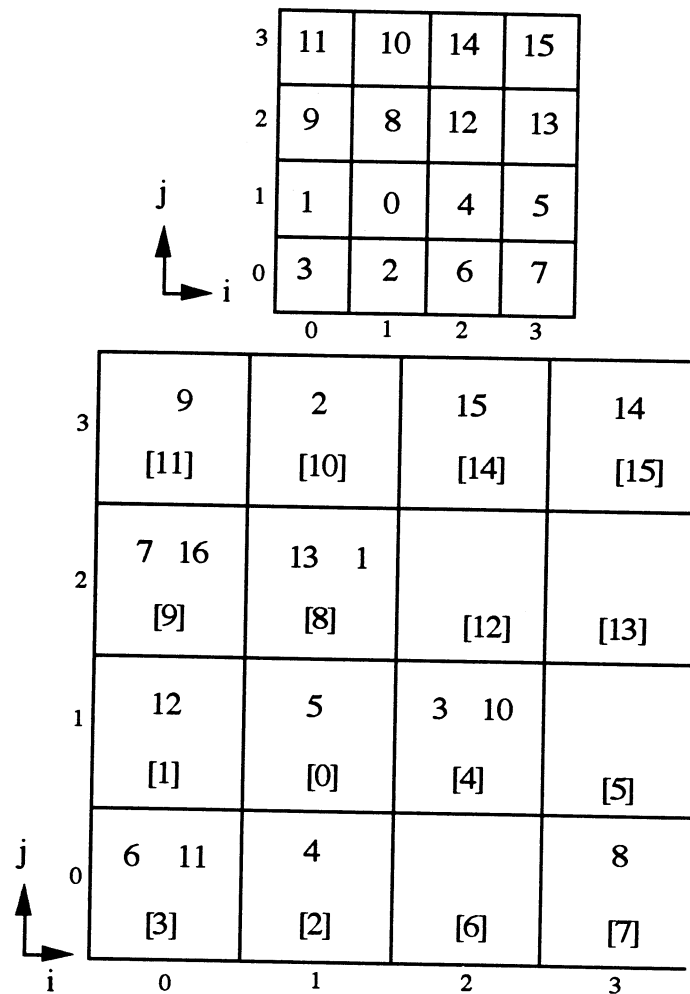
pour p=1 à m **faire** { $r = r+1$; $l(r) = l(r-m)$, $J(r) = s - J(r-m)$ }

$m = 2*m$, $u = -2*u$, $s = s + u$

FIN

FIN

Un exemple de numérotation de 16 cellules de C est fourni en figure 1.9

**Figure 1.9 Numérotation des cellules**

Les chiffres entre crochets représentent les numéros des cellules et les autres représentent les germes

On associe à chaque feuille de l'arbre les germes de la cellule correspondante dans C. Puis, par un balayage des feuilles de la gauche vers la droite, on recherche le premier germe situé dans une des feuilles et on le place dans tous les nœuds pères de cette feuille non encore affectés. On obtient alors un arbre T dont les feuilles peuvent contenir plusieurs germes et tout nœud non vide possède un père non vide.

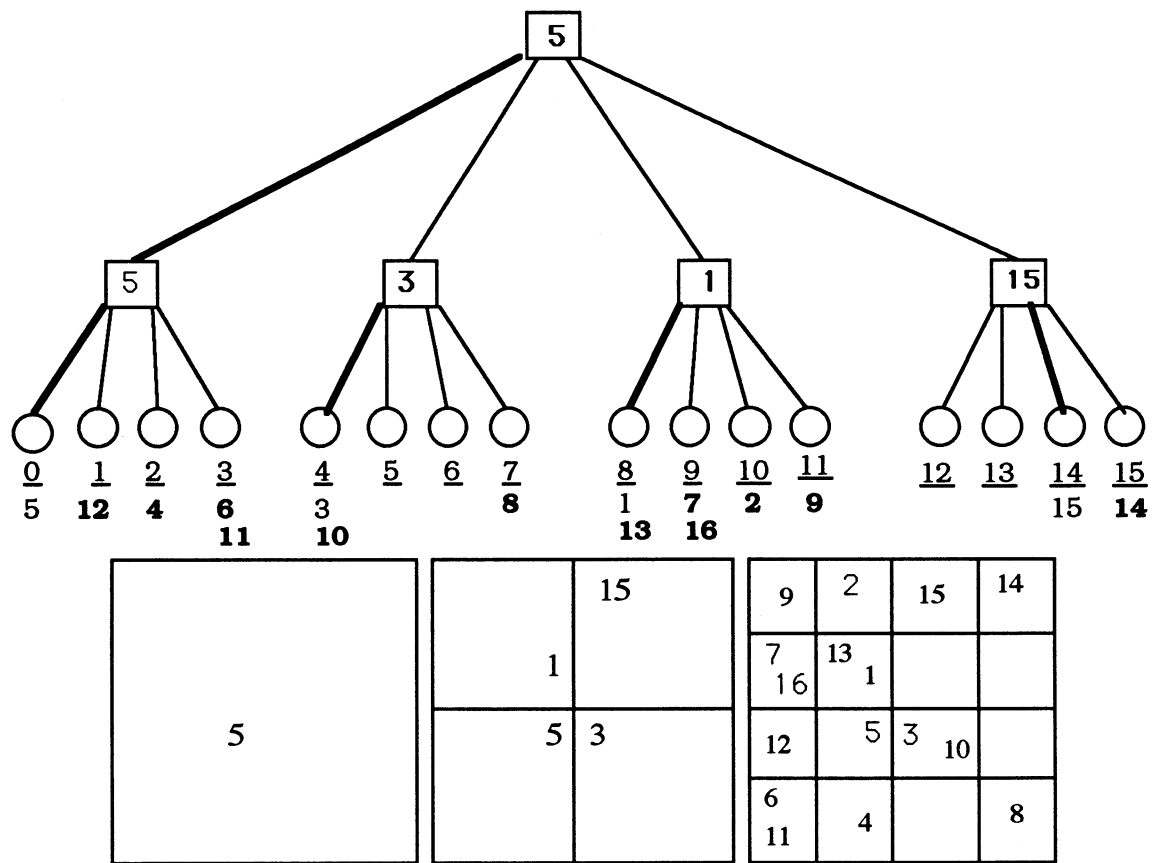


Figure 1.10 Exemple de la répartition des germes dans l'arbre T

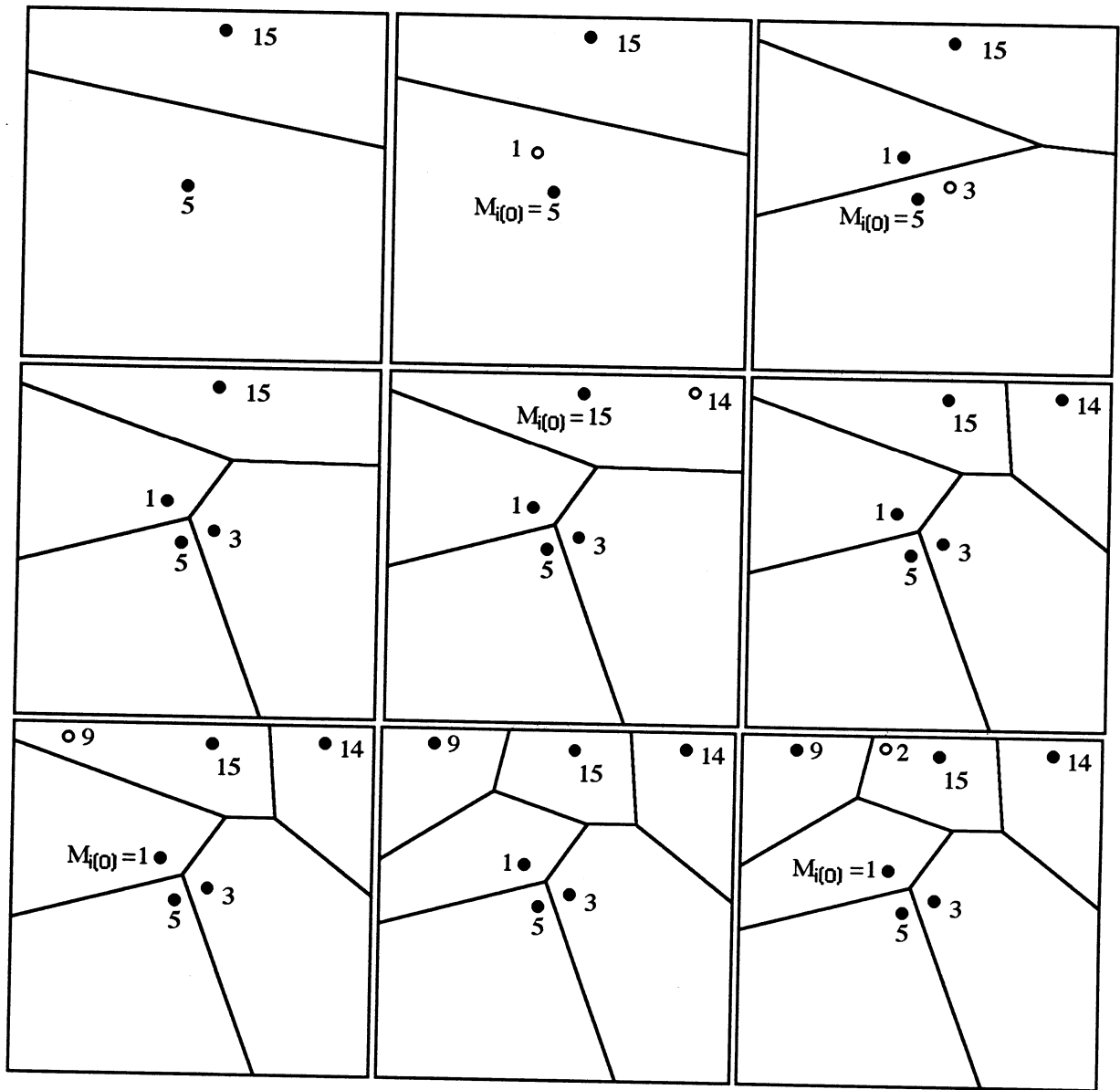


Figure 1.11. Illustration de l'ordre d'insertion de germes et le choix correspondant à $M_{i(0)}$.

L'ordre d'insertion des germes est donné par un balayage "largeur d'abord" de l'arbre T depuis la racine jusqu'aux feuilles et pour chaque niveau par un balayage de la droite vers la gauche. Chaque fois où un nœud est rencontré avec un nouveau germe, on l'ajoute au diagramme déjà construit. Le nœud père du nœud considéré contient un germe déjà inséré au diagramme. Ce germe est alors pris pour $M_{i(0)}$ utilisé dans l'algorithme décrit dans l'étape 1. Dans le cas de la figure 1.10. On obtient l'ordre d'insertion des germes suivant :

Nouveau germe	5	15	1	3	14	9	2	7	16	13	8	10	6	11	4	12
$M_i(0)$		5	5	5	15	1	1	1	7	1	3	3	5	6	5	5

6.4 Nouvelle approche dynamique

SUGIHARA et IRI ont proposé, récemment, un nouveau moyen d'insérer un germe M_k au diagramme DVP_{k-1} [SUGIHARA 89]. Le schéma de la procédure d'insertion est décrit de la manière suivante:

PROCEDURE A

(A1) Soit T un sous ensemble de l'ensemble des sommets du diagramme DVP_{k-1} dont on verra ultérieurement la construction.

(A2) Pour chaque arête du diagramme DVP_{k-1} ayant une extrémité dans T , on génère un nouveau sommet sur cette arête.

(A3) Construire les arêtes qui connectent les sommets ainsi générés à l'étape (A2), telles que ces nouvelles arêtes forment un cycle contenant à l'intérieur les sommets de T .

(A4) Supprimer les sommets de T et les arêtes qui se trouvent à l'intérieur du cycle construit à l'étape (A3).

Un schéma explicatif des quatre étapes est illustré dans la figure 1.12.

Si l'ensemble des sommets T est calculé d'une manière correcte, la région obtenue par la procédure A correspond au polygone de Voronoï associé au nouveau germe M_k . Par la suite, on présente les conditions que doit satisfaire T pour que la procédure A calcule correctement le polygone d'un nouveau germe.

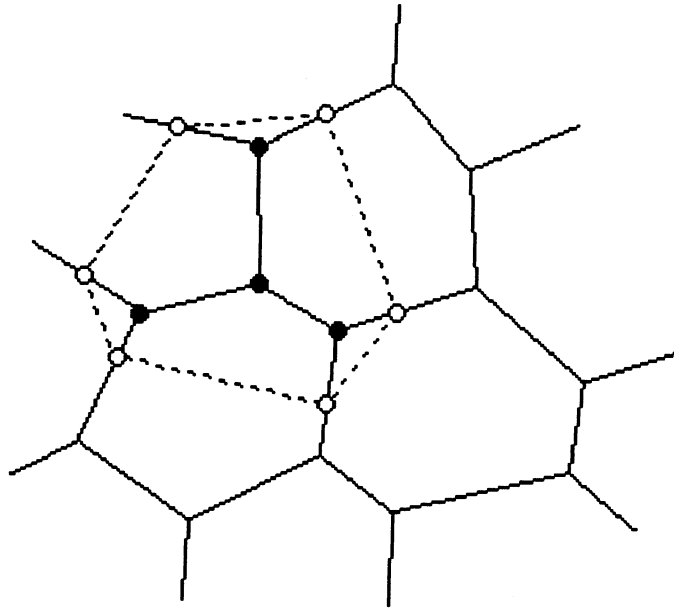


Figure 1.12 Schéma explicatif des quatre étapes de la PROCEDURE A

● Désignent les sommets de T

Les segments pointillés désignent les arêtes générées à l'étape A3

La première étape pour la construction du diagramme DVP_n consiste à ajouter trois germes fictifs, tels que ces points soient les seuls situés sur l'enveloppe convexe de tous les germes. Par conséquent tous les polygones associés aux germes "réels" seront bornés (Cf. CHAP 1.3). Cette insertion des germes fictifs est importante car le schéma de la procédure A est conçu pour calculer des polygones bornés.

On désigne par $G(T)$ le sous graphe de DVP_{k-1} formé par les sommets de T et les arêtes joignant ces sommets. On qualifie un cycle C de *cycle élémentaire* si C ne contient en son intérieur, ni des sommets, ni des arêtes (le cycle élémentaire correspond à la frontière d'un polygone de Voronoï).

Soit M_k un nouveau germe, l'ensemble T des sommets contenus dans le polygone associé à M_k vérifie les conditions suivantes :

(C1) T est non vide

(C2) $G(T)$ est un arbre.

(C3) Pour tout cycle élémentaire C de DVP_{k-1} , $C \cap G(T)$ est connexe. $C \cap G(T)$ est un graphe formé par les arêtes et les sommets communs à C et $G(T)$.

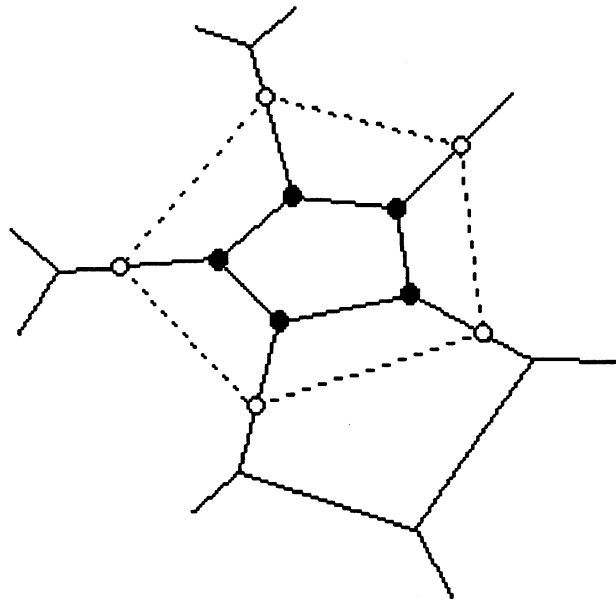
Les justifications de ces trois conditions sont les suivantes :

Condition (C1)

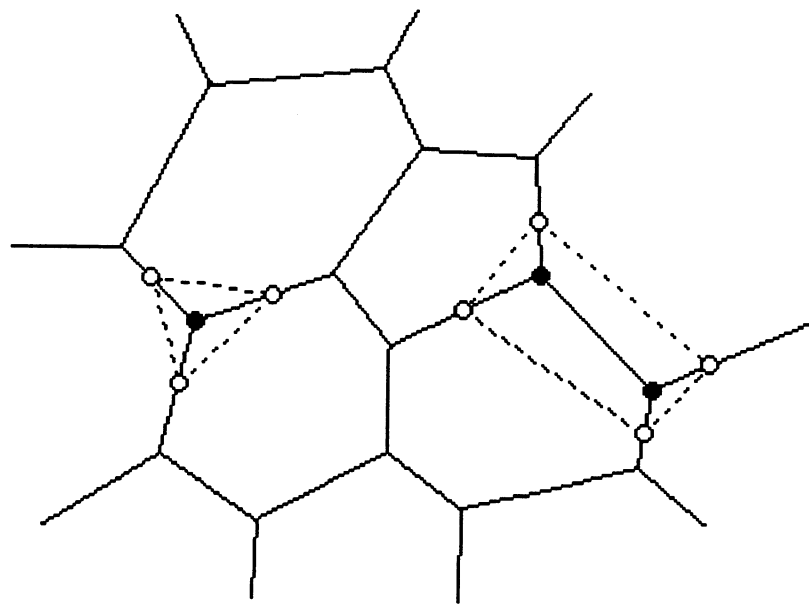
Elle est nécessaire car le nouveau germe M_k a nécessairement un polygone différent des régions associées aux germes $M_1, \dots, M_{k-1}$.

Condition (C2)

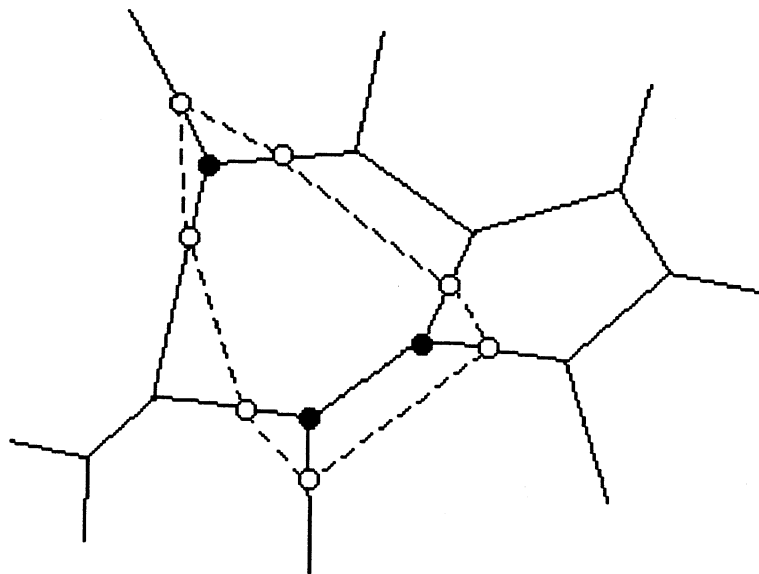
Supposons que $G(T)$ soit un cycle, alors un polygone de Voronoï associé à un ancien germe est supprimé (Cf. figure 1.13a). Ceci est une contradiction. Par ailleurs, si $G(T)$ est non connexe alors la région associée au germe M_k ou à un ancien germe est formée de plusieurs régions différentes (Cf. figure 1.13b, c). Donc $G(T)$ ne peut être qu'un arbre.



a



b



c

Figure 1.13. Illustration de la condition (C2)

Condition (C3)

Si $C \cap G(T)$ n'est pas connexe, comme dans le cas de la figure 1.14 (C désigne le cycle qui correspond à la frontière d'un polygone $P(M_i)$), alors les polygones de Voronoï $P(M_i)$ et $P(M_k)$ ont deux ou plusieurs arêtes communes. Ceci contredit la propriété 3 (Cf. CHAP 1.3).

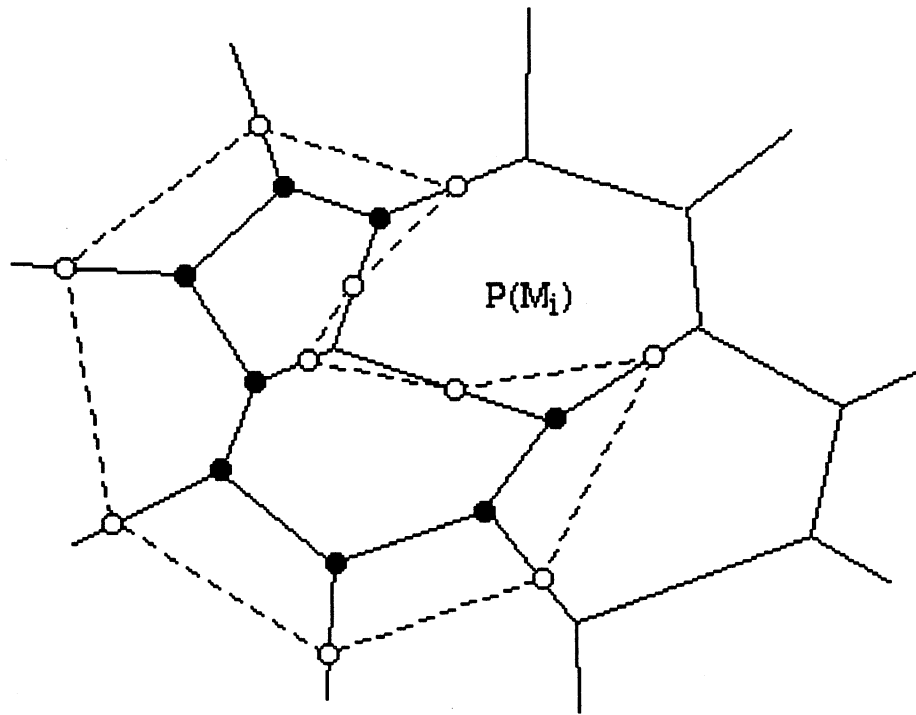


Figure 1.14. Illustration de la condition (C3)

On décrit, par la suite, la construction de l'ensemble T qui correspond à l'étape (A1) de la procédure A.

CONSTRUCTION DE L'ENSEMBLE T .

Soit M_k le nouveau germe inséré, l'ensemble T correspond à l'ensemble des sommets situés à l'intérieur du nouveau polygone $P(M_k)$. Etant donnés trois germes M_i , M_j , M_m dont les polygones de Voronoï associés sont deux à deux adjacents, on note par q_{ijm} le sommet commun aux polygones $P(M_i)$, $P(M_j)$, $P(M_m)$ décrits dans le sens trigonométrique (Cf. figure 1.15).

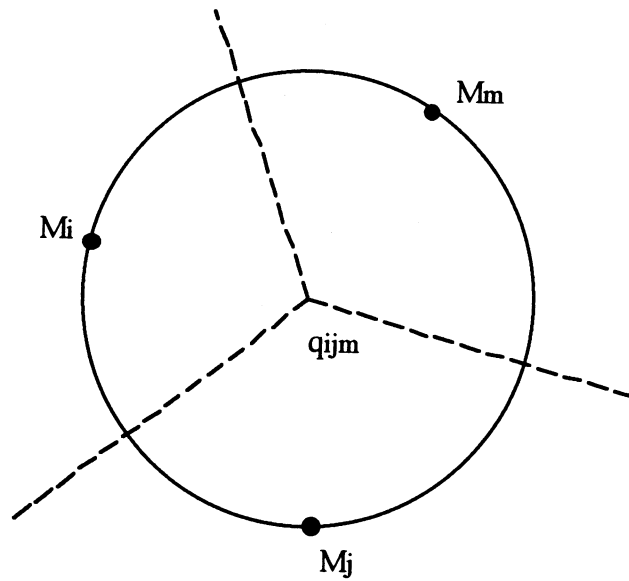


Figure 1.15 Exemple du sommet q_{ijm}

Le sommet q_{ijm} est à l'intérieur du polygone $P(M_k)$ si et seulement si, le cercle circonscrit aux trois germes M_i, M_j, M_m contient le germe M_k . Cette propriété se traduit numériquement de la manière suivante:

Le cercle passant par M_i, M_j, M_m peut être exprimé à l'aide du déterminant suivant :

$$D(M_i, M_j, M_m, M) = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & (x_i^2 + y_i^2)/2 \\ 1 & x_j & y_j & (x_j^2 + y_j^2)/2 \\ 1 & x_m & y_m & (x_m^2 + y_m^2)/2 \\ 1 & x & y & (x^2 + y^2)/2 \end{vmatrix}$$

où $(x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_m, y_m), (x, y)$ désignent respectivement les coordonnées des points M_i, M_j, M_m, M .

Le point M_k est situé à l'intérieur du cercle passant par M_i, M_j, M_m si $D(M_i, M_j, M_m, M_k) < 0$. Il est situé sur le cercle si $D(M_i, M_j, M_m, M_k) = 0$ et il est situé à l'extérieur si $D(M_i, M_j, M_m, M_k) > 0$. On déduit donc que le sommet q_{ijm} appartient à T si $D(M_i, M_j, M_m, M_k) < 0$.

La procédure qui permet la construction de T est définie comme suit et notée procédure B :

PROCEDURE B

(B1) Trouver le germe $M_{N(k)}$ dont le polygone contient M_k .

Parmi les sommets q_{ijm} de $P(M_{N(k)})$, trouver celui qui correspond à la plus petite valeur de $D(M_i, M_j, M_m, M_k)$. Soit T le singleton contenant ce sommet.

(B2) Tant qu'on peut rajouter des sommets à T faire **B2.1**

B2.1. Pour chaque sommet q_{ijm} connecté à un élément de T , Si $D(M_i, M_j, M_m, M_k) < 0$ et $T \cup \{q_{ijm}\}$ vérifie les conditions (C2) et (C3) alors ajouter q_{ijm} à T .

La construction du diagramme DVP_n s'effectue alors par le calcul préalable du diagramme DVP_3 associé aux germes fictifs. Puis par insertion on effectue la construction des diagrammes $DVP_4, DVP_5, \dots, DVP_n$ en utilisant la procédure A. La procédure B est utilisée à l'étape A1.

Pour avoir plus de détails sur cette approche, précisément sur les tests des conditions C2 et C3 ainsi que les méthodes de calcul du déterminant D , nous renvoyons le lecteur à l'article [SUGIHARA 89].

Afin de compléter cette présentation algorithmique, nous signalons que dans la littérature, on rencontre d'autres algorithmes de construction du diagramme de Voronoï tels que la technique du "sweepline" proposée par [FORTUNE 86] et l'algorithme dynamique décrit dans [GOWDA 83].

6.5. Méthodes discrètes pour le calcul du DVP

Le diagramme de Voronoï peut être construit directement dans le plan discret, plan de représentation des coordonnées des points image. Ces méthodes discrètes sont fondées sur la propagation de courbes de niveaux à partir des germes en utilisant des distances discrètes. Dans ce paragraphe, on présente le concept de propagation de courbes de niveaux, connu sous le nom de *transformation de distance*, puis on présente l'algorithme de construction du diagramme de Voronoï selon l'approche discrète.

6.5.1 Transformation de distance

Une transformation de distance est une conversion d'une image binaire contenant des formes, en une image de distance telle que la valeur de chaque point correspond à la distance de ce point à la forme la plus proche. Cette image

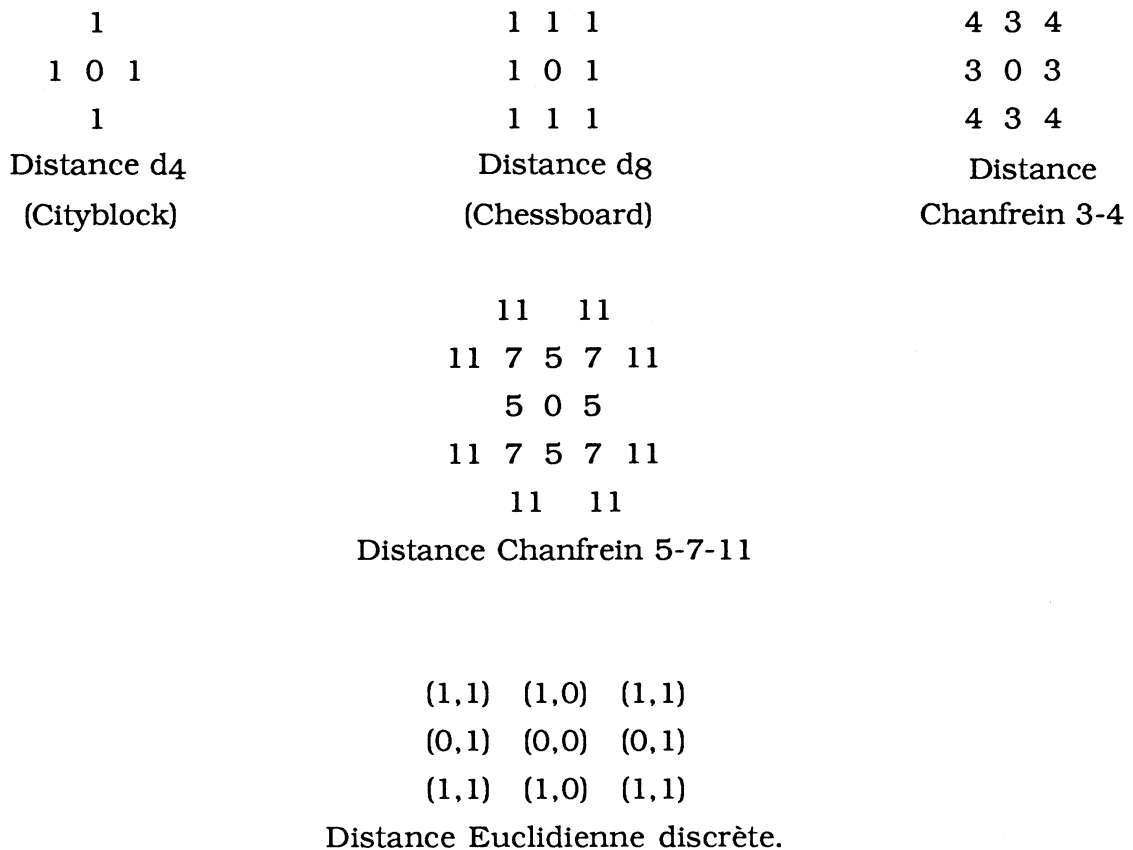


Figure 1.17. Masques de pondération représentant les distances discrètes

Les boules associées aux distances d_4 et d_8 sont respectivement des losanges et des carrés. L'utilisation de ces distances pour approximer la distance euclidienne s'avère inefficace. Les distances Chanfrein 3-4 et Chanfrein 5-7-11 fournissent une bonne approximation de la distance euclidienne. Les pondérations données par leurs masques sont obtenues par une minimisation de la différence entre la distance euclidienne et une distance discrète [BORGEFORS 86], [THIEL 91].

Le dernier masque représente la distance euclidienne discrète [DANIELSON 80]. L'usage de cette métrique consiste à propager une étiquette à deux composantes : la distance en abscisse et la distance en ordonnée. La somme des carrés de ces deux valeurs fournit le carré de la distance euclidienne.

6.5.2 Algorithmes pour calculer la transformation de distance

Deux types d'approches ont été développées. L'approche parallèle introduite en 1968 [ROSENFELD 68] et l'approche séquentielle proposée en 1966 [ROSENFELD 66].

1. APPROCHE PARALLELE

L'algorithme parallèle est associé à un processus itératif. A chaque itération, on effectue un parcours de l'image en appliquant sur chaque point le masque de distance et en évaluant la nouvelle valeur associée à ce point. Le test d'arrêt de l'algorithme correspond à l'invariance de toutes les valeurs des points de l'image distance d'une itération à l'autre (Cf. figure 1.18). L'évaluation de la valeur distance est effectuée de la manière suivante :

On désigne par $V_{i,j}^m$ la valeur distance associée au point (i,j) au cours de l'itération m.

$V_{i,j}^m$ est évaluée par :

$$V_{i,j}^m = \min_{(k,r) \in \text{masque}} (V_{i+k,j+r}^{m-1} + c(k,r))$$

$c(k,r)$ correspond à la valeur poids du masque associée aux coordonnées (k,r).

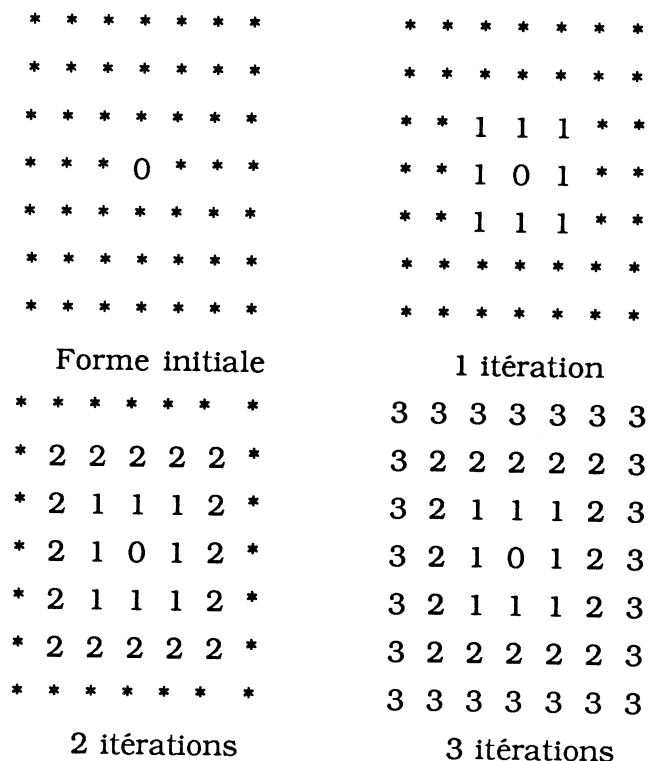


Figure 1.18 Illustration du fonctionnement de l'algorithme parallèle pour la distance d_8

On remarque que le nombre d'itérations dépend de la complexité des formes présentes dans l'image.

2. APPROCHE SEQUENTIELLE

L'algorithme séquentiel s'effectue en deux passages sur l'image. Le premier passage consiste à appliquer un "masque Avant" (Cf. figure 1.19) par parcours de l'image de gauche à droite et de haut en bas. Le second se fait par application d'un "masque Arrière" par parcours de l'image de droite à gauche et de bas en haut.

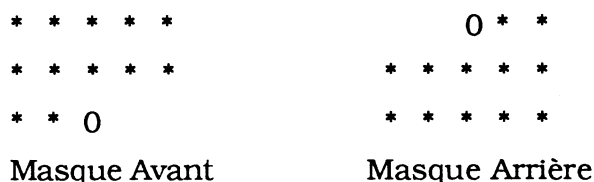


Figure 1.19 Masques de pondération

(*) est remplacée par la valeur de pondération d'un masque 5x5.

Formellement, l'algorithme séquentiel s'écrit de la manière suivante :

Balayage Avant:

Pour $i = (taille + 1)/2$ à nblignes **faire**

Pour $j = (taille + 1)/2$ à nbcolonnes **faire**

$$V_{i,j} = \min_{(k,r) \in \text{masque avant}} (V_{i+k,j+r} + c(k,r))$$

Balayage Arrière

Pour $i = nblignes - (taille-1)/2$ à 1 **faire**

Pour $j = nbcolonnes - (taille-1)/2$ à 1 **faire**

$$V_{i,j} = \min_{(k,r) \in \text{masque arriere}} (V_{i+k,j+r} + c(k,r))$$

nblignes, nbcolonnes et taille désignent respectivement le nombre de lignes, le nombre de colonnes de l'image et la taille du masque utilisé.

* * * * *	3 3 3 3 3 3
* * * * *	3 2 2 2 2 3
* * * * *	3 2 1 1 1 2 3
* * * 0 1 2 3	3 2 1 0 1 2 3
* * 1 1 1 2 3	3 2 1 1 1 2 3
* 2 2 2 2 2 3	3 2 2 2 2 2 3
3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3

Figure 1.20 Illustration du fonctionnement de l'algorithme séquentiel.

6.5.3 Application à la construction du diagramme de Voronoï

On dispose d'un ensemble de germes discrets (à coordonnées entières) portant chacun une étiquette (numéro d'apparition par exemple). On utilise une image C contenant les germes et une image D qui contiendra les distances des points aux germes les plus proches.

Les images C et D sont initialisées selon le procédé suivant :

Si le point (i,j) n'est pas un germe alors $C(i,j) = 0$ et $D(i,j) = \text{l'infini}$, sinon $C(i,j) = \text{le numéro du germe}$ et $D(i,j) = 0$. Le calcul du diagramme de Voronoï s'effectue par utilisation de l'un des processus, parallèle ou séquentiel. L'idée de l'algorithme est d'associer, à chaque point de C le numéro du point voisin, qui propage la distance minimale. Au cours de l'algorithme l'image C évolue de la manière suivante :

Si le point (i,j) n'a pas encore été affecté, la valeur de $C(i,j)$ reste égale à zéro. Par ailleurs, si (i,j) est à égale distance de deux germes différents alors $C(i,j)$ prend la valeur -1, sinon on compare la valeur de $D(i,j)$ à la nouvelle distance calculée et on associe à $C(i,j)$ le numéro du germe le plus proche.

En sortie, $D(i,j)$ contient la distance de (i,j) au germe le plus proche. L'image C contient le diagramme de Voronoï, où les points de chaque polygone portent comme étiquette celle du germe associé.

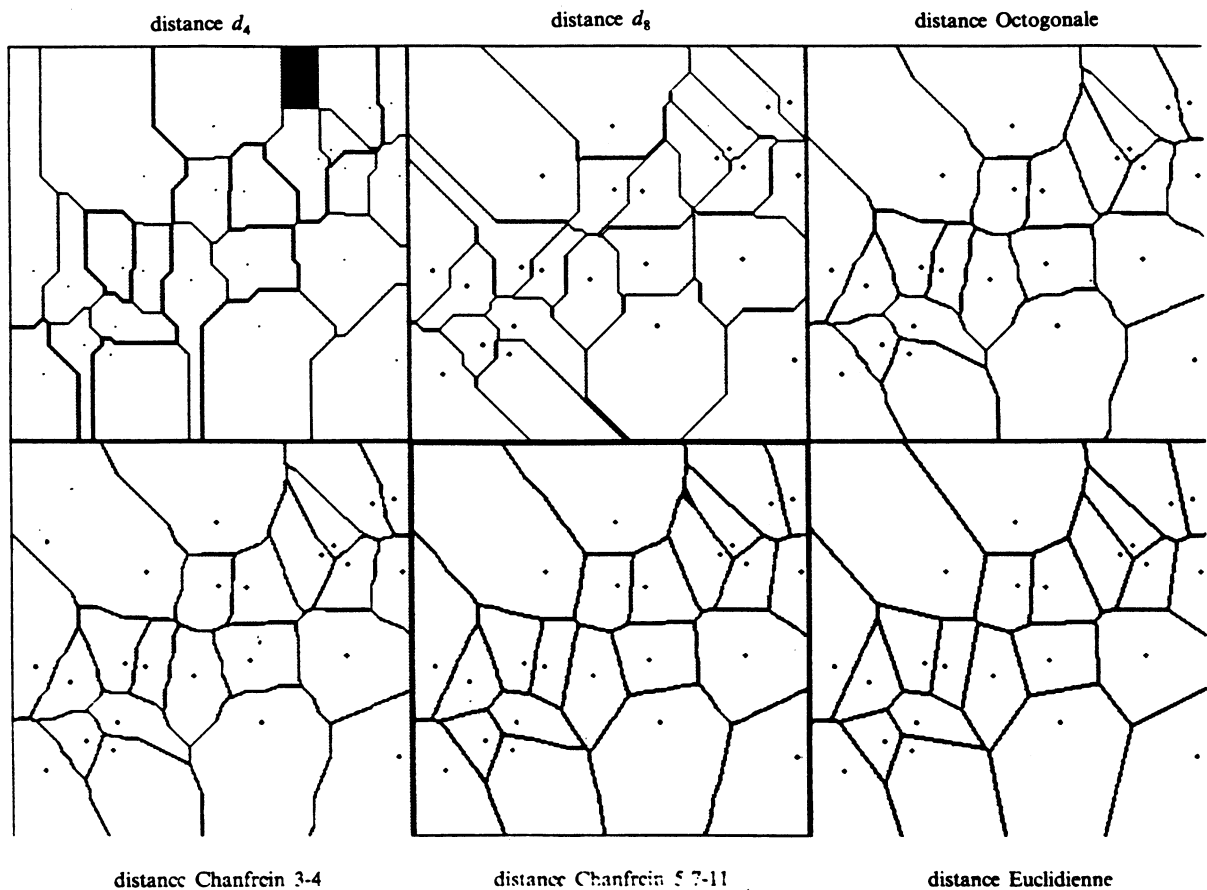


Figure 1.21 Exemples de diagrammes de Voronoï discrets.

7. DIAGRAMME DE VORONOI : APPLICATIONS

De nombreux travaux ont été fondés sur l'utilisation du diagramme de Voronoï. Le premier domaine d'application du diagramme de Voronoï est la géométrie algorithmique [TOUSSAINT 80], [PREPARATA 88]. En effet, des solutions optimales, ont été fournies pour des problèmes de nature géométrique. Parmi ces solutions, on peut citer :

- La recherche d'un plus proche voisin de chaque germe dont la solution consiste à construire le pavage du plan en polygones de Voronoï, suivi par la recherche, au niveau de chaque polygone, du voisin le plus proche. Le même raisonnement est utilisé pour calculer la distance minimale entre deux ensembles de points.
- Le calcul du diagramme de Voronoï d'un ensemble de points dans le plan, permet la construction de la triangulation de Delaunay associée au même

ensemble de points. En effet, elle est obtenue, en reliant chaque germe à tous ses voisins. Les sous graphes de la triangulation de Delaunay, tel que le graphe de Gabriel ou l'arbre de longueur minimale, peuvent être également calculés en utilisant le diagramme de Voronoï.

- La propriété (7) (Cf. CHAP 1.3) du diagramme de Voronoï, permet de trouver l'enveloppe convexe d'un ensemble de points.

Par ailleurs, le diagramme de Voronoï est un outil utilisé également pour résoudre des problèmes d'optimisation géographique. Une application consiste à déterminer les emplacements d'un nombre donné d'équipements de telle sorte que le coût total d'accès aux équipements par les habitants soit minimal. Les détails de cette application sont décrits dans [ASANO 85].

Dans le domaine de reconnaissance de formes, le diagramme de Voronoï et son dual jouent un rôle important. Le diagramme de Voronoï a été utilisé pour la décomposition de formes en polygones convexes [SCHACHTER 78]. Il a été utilisé également pour l'identification de formes présentes dans une image binaire [KUBLER 89]. Dans le domaine de l'analyse des scènes de biologie, Le diagramme représente un outil topographique pour l'étude de la sociologie cellulaire. Il est exploité pour étudier la distribution et la corrélation entre les cellules. Les détails de cette approche sont présentés dans [MARCELPOIL 91].

AHUJA [AHUJA 82],[AHUJA 89], a proposé une approche pour l'identification des formes représentées par des nuages de points "Dot Patterns". D'autre part, il a introduit une technique pour le codage et la compression d'images binaires [AHUJA 85]. L'image est représentée approximativement par un pavage en polygones de Voronoï, où chaque polygone reçoit la valeur image majoritaire des points qu'il contient. Ce travail a été étendu par la suite aux images de niveaux de gris [ROM 88]. Une technique "dual" concernant le codage d'images en niveaux de gris a été fondée sur la triangulation de Delaunay [ZHAOYANG 89]. Récemment le diagramme de Voronoï a été utilisé pour la segmentation de textures. Des vecteurs sont associés à chaque polygone de Voronoï, puis utilisés pour l'initialisation d'un processus d'étiquetage permettant d'identifier les régions texturées [TECERYAN 90].

8. GENERALISATION DU DIAGRAMME DE VORONOI

Le diagramme de Voronoï a fait l'objet de nombreuses généralisations, dont l'intérêt est de développer une variété plus large d'outils géométriques. Le diagramme de Voronoï a été généralisé dans divers sens :

- Plusieurs algorithmes ont été développés pour calculer le diagramme de Voronoï pour les distances dans les espaces L^1 , L^∞ et L^p . [LEE 80a] [LEE 80b] [KLEIN 88].

- *Le diagramme de Voronoï pondéré* : Cette généralisation consiste à calculer le diagramme de Voronoï pour un ensemble de germes pondérés par des poids positifs [AURENHAMER 84],[AURENHAMER 86]. Dans ce cas, la distance Euclidienne est remplacée par la distance d_μ définie ainsi:

$$d_\mu(p,M) = d(p,M)/\mu(M)$$

où p est un point du plan et M est un germe affecté du poids $\mu(M)$.

- Un autre concept de généralisation est appelé Diagramme d'ordre k . Il consiste à calculer une région associée à K germes donnés. Cette région est définie comme l'ensemble des points du plan les plus proches des K germes vis-à-vis des autres. Un certain nombre d'algorithmes ont été décrits dans [CHAZELLE 87] [ROSENBERGER 88] [LEE 82].

- Le concept du diagramme de Voronoï 2D a été étendu à des dimensions supérieures à deux. Par exemple en 3D la région associée à un germe est un polyèdre formé par l'ensemble des points de l'espace $\mathbb{R}^3$ les plus proches du germe associé. Un certain nombre d'algorithmes ont été développés pour construire le diagramme de Voronoï 3D et son dual, [DWYER 88] [WATSON 81] [BOYER 81] [BERTIN 90]. Le diagramme de Voronoï 3D commence à prendre une dimension importante dans le domaine d'analyse d'images essentiellement pour la représentation des images 3D volumiques [BERTIN 91].

- Un autre aspect de généralisation du diagramme de Voronoï concerne le remplacement des germes ponctuels par des entités géométriques ayant une forme donnée (segments, arcs, polygones, etc) [HU 91a]. La définition de la région de Voronoï associée à une forme géométrique est l'ensemble des points les plus

proches (au sens de la distance Euclidienne) de cette forme vis à vis des autres objets. Ce concept de généralisation est repris plus en détail dans le chapitre 3.

9. CONCLUSION

A travers ce chapitre, on a présenté le Diagramme de Voronoï Ponctuel (DVP), qui constitue l'outil de base utilisé pour la réalisation des applications présentées dans les prochains chapitres. On a mis l'accent sur les algorithmes incrémentaux, qui sont adaptés aux problèmes abordés dans ce mémoire, à savoir de modifier, par insertion ou suppression, l'ensemble des germes.

CHAPITRE 2.

UN MODELE DE SEGMENTATION PAR DIAGRAMME DE VORONOI

Ce chapitre présente une technique de segmentation basée sur une partition en polygones de Voronoï. L'objectif est l'amélioration des méthodes de segmentation, fondées sur la structure du quadtree, dont l'inconvénient est l'utilisation des carrés (formes de structure géométrique rigide) pour représenter les régions. Le diagramme de Voronoï nous permet de remplacer la structure de carré par celle de polygone convexe qui peut prendre diverses formes. Les algorithmes de construction du diagramme de Voronoï sont exploités pour intégrer la segmentation dans un environnement de division et fusion. Les détails de cette approche sont décrits dans le paragraphe 3 de ce chapitre.

1. INTRODUCTION

Afin d'interpréter les objets présents dans une image, les systèmes de vision par ordinateur utilisent en première étape une technique appelée *segmentation d'images*. Une segmentation d'images est associée à la recherche d'une partition en régions telle que les régions obtenues sont homogènes selon des critères dépendant de la luminance ou de la texture. L'union de deux régions adjacentes doit avoir une réponse négative à l'opérateur caractérisant l'homogénéité. Aboutir à une telle segmentation n'est pas une tâche facile. En effet la difficulté provient de la diversité des images et de la complexité des phénomènes physiques intervenant dans leur formation. Par conséquent, il est souvent délicat, de définir d'une part des critères d'homogénéité permettant de localiser d'une manière efficace les objets, et d'autre part, de fournir des approches s'appliquant à de larges classes de scènes. Néanmoins, plusieurs techniques ont été suggérées afin d'accomplir au mieux la tâche de la segmentation. Ces approches sont classées selon plusieurs catégories dont on présente les caractéristiques essentielles :

Les méthodes de classifications qui consistent à effectuer une classification dans l'espace de luminance puis par seuillage à extraire une partition de l'image [WESZKA 78], [HARALICK 85], [MAITRE 91], [CELEUX 89], [LEE 90].

Une deuxième classe est appelée segmentation par croissance de régions qui consiste à regrouper itérativement l'ensemble connexe de pixels jusqu'à l'obtention de régions maximales selon un critère d'homogénéité [GAGALOWICZ 85], [VINET 91]. Ce type d'approche engendre les techniques qui opèrent par un processus de division et de fusion.

D'autres approches sont fondées sur la structure pyramidale dont les niveaux de la pyramide sont associés à différentes résolutions de l'image [MONTANVERT 91]. Une autre catégorie utilise, pour la segmentation, des entités géométriques pour contrôler le traitement. Parmi ces techniques, on rencontre celles qui exploitent les contours actifs "snakes" [KASS 87], ou d'autres méthodes qui imposent à la segmentation des contraintes géométriques telles que la convexité [CHASSERY 84].

Une dernière classe concerne la segmentation par coopération de détection de contours et de régions [WROBEL 87], [PAVLIDIS 90], [VINET 91]. Les frontières, obtenues par un opérateur de détection, sont utilisées comme contraintes au processus de segmentation en régions. Ce type de segmentation sera repris plus en détail dans le chapitre 4.

Dans ce chapitre, on présente une segmentation opérant par une phase de

division suivie d'une phase de fusion [CHASSERY 91b]. Une approche duale, utilisant la triangulation de Delaunay, a été décrite dans [CHEN 91]. La différence fondamentale de notre approche vis à vis des méthodes décrites dans [HOROWITZ 76] et [GAGALOWICZ 85] concerne l'utilisation du polygone de Voronoï, comme élément de surface de base, au lieu du carré. L'avantage de l'utilisation d'un polygone réside dans la diversité des formes qu'il peut acquérir. Par conséquent les contours des régions de la segmentation seront plus diversifiés que ceux obtenus par le quadtree (Les contours obtenus par le quadtree sont composés de segments verticaux et horizontaux).

Ce chapitre est divisé en deux parties. La première concerne la présentation globale des différentes techniques utilisées pour la segmentation en régions. On insistera particulièrement sur les approches croissance de régions fondées sur l'utilisation du carré comme région de base pour effectuer les mesures d'homogénéité. La deuxième partie présente la segmentation basée sur le diagramme de Voronoï. Les différentes étapes de l'algorithme sont présentées en détail. A la fin de cette partie, on retrouve certaines illustrations décrivant les différentes étapes de l'algorithme.

2. SEGMENTATION D'IMAGES

La segmentation d'images est l'un des sujets de recherche les plus actifs en traitement des images (plus du tiers des publications dans les revues traitent de ce point). Malgré tous ces efforts, il n'existe pas de segmentation universelle. Chaque approche de segmentation n'est efficace que pour un type d'images donné associées à une application bien spécifique. Avant de décrire les différentes techniques de segmentation, on présente la définition de la segmentation.

HOROWITZ et al. ont donné une définition formelle à la segmentation basée sur un prédicat d'homogénéité. Cette définition est la suivante :

Soit I une image carrée, R un sous ensemble de I . Un prédicat d'homogénéité $Pred(R)$ peut prendre deux valeurs VRAI ou FAUX. Le choix est attribué en fonction des propriétés que possèdent les éléments de la région R .

DEFINITION

Une segmentation S d'une image I relativement à un prédicat $Pred$ est une partition de I en n ensemble disjoints non vides: $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$, tels que:

1. $I = \bigcup_{i=1, \dots, n} R_i$
2. Pour tout $j \in \{1, \dots, n\}$, R_j est un ensemble connexe.
3. Pour tout $j \in \{1, \dots, n\}$, $Pred(R_j) = \text{VRAI}$.
4. Pour tout $j \in \{1, \dots, n\}$ et $k \in \{1, \dots, n\}$ tel que $j \neq k, R_j$ adjacent à R_k $Pred(R_j \cup R_k) = \text{FAUX}$

La première condition implique que chaque point de l'image appartient à une région et une seule. La deuxième condition est une contrainte de connexité imposée aux régions. La troisième condition demande que les régions de l'image segmentée soient homogènes. La condition 4 exprime que les régions vérifiant le prédicat d'homogénéité, ont une taille maximale.

2.1 Segmentation par classification

Cette classe d'approches est souvent utilisée pour isoler un objet du fond ou parfois plusieurs objets d'une scène. Ce type d'approche consiste à déterminer une classification des pixels dans l'espace des luminances, en utilisant les niveaux de gris présents dans l'image. Suite à la phase de détection (classification), la phase de mise en correspondance est obtenue par l'extraction des composantes connexes de pixels d'une même classe. Souvent, la classification des luminances s'opère à partir de l'histogramme des niveaux de gris. On effectue une recherche des modes et des vallées correspondantes. Ainsi la partition de l'histogramme correspond à l'ensemble des intervalles entre les vallées. La difficulté de ces approches est la détermination des seuils qui définissent la classification de l'espace de luminance. Certaines approches procèdent par amélioration d'histogramme afin de le rendre aisément segmentable [ROSENFELD 81], [OHLANDER 75]. D'autres techniques sont destinées à segmenter une image contenant un objet. L'objectif consiste à déterminer le meilleur seuil permettant d'extraire l'objet. Un exemple d'une technique opérant selon ce schéma est décrit dans [CHOW 72]. La méthode proposée consiste à partitionner l'image en blocs, calculer l'histogramme et déterminer un seuil pour chaque bloc. Un seuil adaptatif, permettant de classer chaque pixel, est défini par une interpolation des seuils calculés. Différentes discussions et une étude assez complète sur les techniques de segmentation par

classification peuvent être trouvées dans [HARALICK 85],[WESZKA 75], [MAITRE 91], [KITTLER 85], [LEE 90]. Il ressortira que la segmentation par classification s'avère efficace pour des images peu complexes, c'est à dire, des images contenant des objets de taille assez grande (supérieur à 20 pixels), contrastées et présentant un fond uniforme. Cette technique fournit des résultats moins satisfaisants pour des images bruitées et texturées contenant un nombre important d'objets.

2.2 Approches pyramidales

Ces techniques consistent à décomposer l'image selon une pyramide de résolutions décroissantes. Le niveau bas est la résolution maximale de l'image. La résolution diminue au niveau immédiatement supérieur (par exemple, la résolution est divisée par 4 en regroupant les points 2 par 2). La technique de segmentation pyramidale tire profit de la faible résolution des niveaux supérieurs de la pyramide pour accélérer la détection des régions. L'application de ce processus est décrit dans [TANIMOTO 75], On utilise un opérateur de détection de contours à un niveau supérieur de la pyramide, les contours obtenus à ce niveau sont affinés au niveau inférieur. On continue ce processus jusqu'au niveau le plus bas. D'autres approches de segmentation exploitant la structure pyramidale ont été décrites dans [HONG 82], [HONG 84], [MONTANVERT 91].

2.3 Segmentation par contrôle géométrique

Ces techniques concernent l'utilisation d'éléments géométriques pour contrôler le processus de segmentation ainsi que l'exploitation d'algorithmes géométriques. La segmentation d'images cytologiques est un exemple de ce type d'approche [CHASSERY 84], [GARBAY 86], [CHASSERY 91a]. L'image cytologique traitée contient des cellules de forme globalement convexe. La méthode fonctionne selon un procédé de croissance de régions avec un contrôle de convexité. Un autre exemple concerne les approches utilisant des contours appelés contours actifs ou "snakes" [KASS 87] [DURBIN 87]. On place une courbe de contour au voisinage de la forme à détecter. Cette courbe évolue en fonction du contenu de l'image. La déformation de la courbe est effectuée sous le contrôle d'une fonction d'énergie qui dépend de la variation de la courbure et du gradient image au voisinage de la courbe [KASS 87]. Selon un principe similaire au précédent, une segmentation d'images contenant des cellules a été réalisée en utilisant des contours fermés donnés sous une forme polygonale [CHASSERY 91c].

2.4 Segmentation par croissance de régions

Ces techniques s'inscrivent dans le cadre des approches fondées sur le regroupement d'ensembles de points connexes. La formation des régions est effectuée d'une manière itérative en utilisant un critère d'homogénéité.

Certaines méthodes de croissance de régions fonctionnent selon le principe suivant : on utilise un graphe où chaque nœud correspond à un pixel. Deux nœuds sont reliés par un arc s'ils sont "similaires". La segmentation correspond à l'extraction des composantes connexes maximales du graphe. Divers critères de similarités entre deux pixels sont décrits dans [BRAYANT 79],[ASANO 81]. D'autres techniques de croissance de régions fonctionnent par regroupement d'ensembles connexes de points. PONG et al. [PONG 84] décrivent un processus de fusion des régions obtenues par une segmentation initiale présentée dans [HARALICK 81]. Par ailleurs BRICE et al. [BRICE 70] suggèrent en première étape de partitionner l'image en un ensemble de pixels de même intensité. En deuxième étape, il définit un processus de regroupement des régions adjacentes ayant une frontière commune de faible contraste.

Une méthodologie de segmentation appelée "Split and Merge" opère en deux étapes fondamentales. La phase de partition consiste à diviser les régions révélées non homogènes (selon un critère donné) et la phase de fusion consiste à regrouper les régions vérifiant un critère de similarité. L'une des approches, qui sert souvent de référence, est la technique proposée par HOROWITZ et al. [HOROWITZ 76], [PAVLIDIS 77] fondée sur l'utilisation du quadtree. Cette méthodologie a été améliorée en définissant une hiérarchie de fusion [GAGALOWICZ 85]. Dans ce qui suit nous décrivons les différentes étapes de cette segmentation fondée sur l'utilisation du quadtree.

GAGALOWICZ et al. [GAGALOWICZ 85] ont développé une approche améliorant la technique décrite dans [HOROWITZ 76]. En l'occurrence, ils ont rajouté une contrainte d'optimisation contrôlant la qualité d'une segmentation. Cette condition est la suivante :

on désigne par C la fonction caractérisant la qualité globale d'une segmentation S et par Q une fonction qui caractérise la qualité d'une région (c'est-à-dire un élément de S).

Comme exemple d'une fonction Q on peut citer la variance des niveaux de gris d'une région.

$$Q(R) = \sum_{(r, k) \in R} (I(r, k) - m)^2 / \text{CARD}(R).$$

$$m = (\sum_{(r, k) \in R} I(r, k)) / \text{CARD}(R)$$

CARD(R) désigne le cardinal de l'ensemble de pixels de la région R.

La fonction C est définie en fonction de Q par:

$$C(S) = C(Q(R_1), \dots, Q(R_n))$$

La condition d'optimisation est formulée par :

Parmi toutes les segmentations S vérifiant les conditions **1, 2, 3, 4** présentées dans la définition de la segmentation, on cherche une segmentation S_{opt} qui minimise la fonction de qualité C. C'est-à-dire, trouver S_{opt} tel que :

$$C(S_{\text{opt}}) \leq C(S) \quad \forall S \in \mathcal{S}(I)$$

où $\mathcal{S}(I)$ est l'ensemble de toutes les segmentations possibles de I.

Un exemple d'une fonction C est la moyenne arithmétique des valeurs $Q(R_1), Q(R_2), \dots, Q(R_n)$.

GAGALOWICZ et al. [GAGALOWICZ 85] ont proposé un algorithme fondé sur l'optimisation de la fonction de qualité de la segmentation. Pour des raisons de complexité, l'algorithme effectue une optimisation locale de la segmentation. Pour cela, on utilise une suite hiérarchique de critères de fusion. L'algorithme utilise une initialisation de la segmentation par un quadtree et manipule un graphe d'adjacence valué pour effectuer les opérations de fusion.

Après une partition initiale (cette initialisation sera décrite ultérieurement) de l'image, on construit un graphe d'adjacence décrivant les relations de voisinage entre les régions. Chaque sommet du graphe correspond à une région et chaque arc traduit une relation d'adjacence entre deux régions. Le graphe d'adjacence conserve les informations géométriques (surface, centre de gravité) et les informations photométriques (moyenne, variance) relatives aux régions (Cf. figure 2.1). On crée en même temps une liste de couples de régions adjacentes vérifiant le prédicat d'homogénéité. Les couples de régions sont rangés dans un ordre croissant par rapport au coût du prédicat P. L'algorithme de fusion est décrit ainsi:

Construire le graphe d'adjacence de la partition initiale

Construire la liste L des couples de régions adjacentes
ordonnée selon le coût relatif à P.

Tant que (La première paire de L vérifie le prédicat de fusion P) **faire**

Réunir les régions du premier couple de L

Mettre à jour le graphe d'adjacence et la liste.

Fin tant que

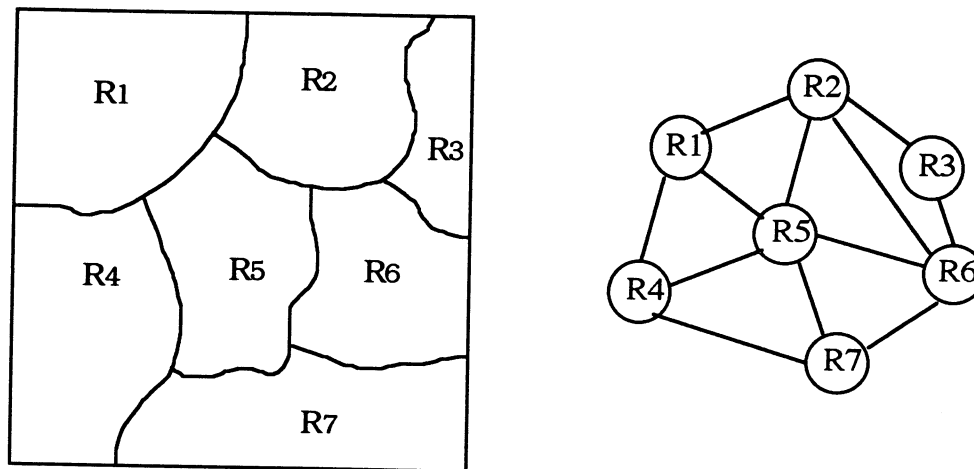


Figure 2.1 Exemple d'un graphe d'adjacence

L'étape qui précède cet algorithme est la phase d'initialisation. L'approche utilisée est celle introduite par [HOROWITZ 76]. L'image est décrite sous forme d'un quadtree (arbre quaternaire). Le niveau 0 de l'arbre correspond à l'image originale. Le passage à un niveau immédiatement supérieur correspond à une résolution inférieure de l'image (Cf. figure 2.2) (pour plus de détails sur le quadtree, voir [SAMET 81], [CHASSERY 91a]). On crée une image de labels qui représentera la segmentation de l'image. On associe à chaque point de cette image le label de la région à laquelle il appartient. Les régions obtenues par l'algorithme de quadtree sont de forme carré. Le principe de ce processus est décrit dans l'algorithme suivant :

Etant donné un prédicat P .

On pose $N_v = 0$ (La meilleure résolution de l'image).

Pour tous les quadrants C du niveau N_v

Si ($P(C)$ est VRAI) **alors**

Fusionner les régions

Mettre à jour l'image de labels.

Fin pour

Tant que l'on a fait une fusion, $N_v = N_v + 1$

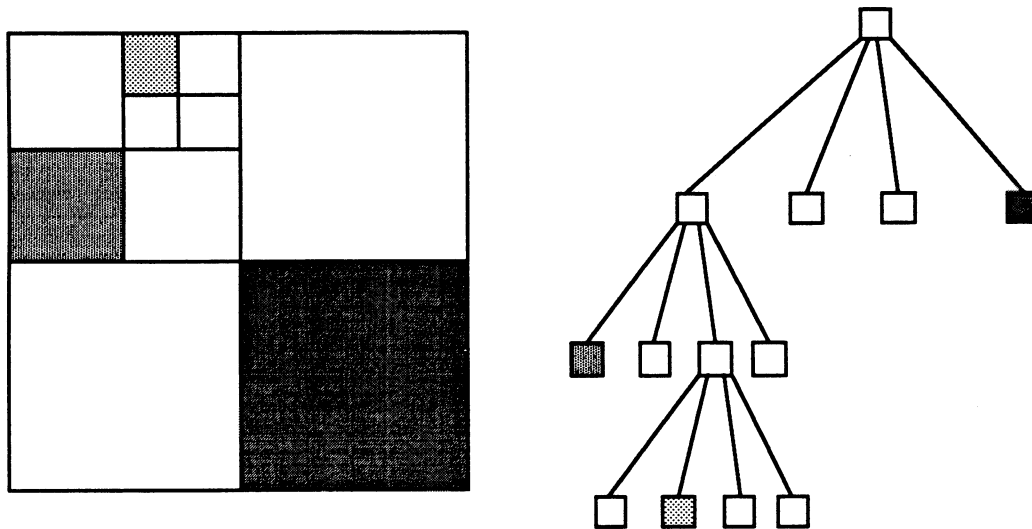
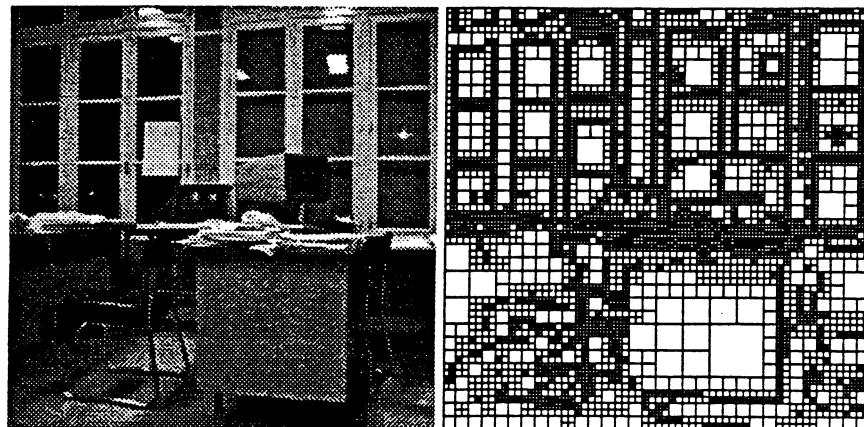


Figure 2.2 Représentation par quadtree

Le résultat d'un tel algorithme est illustré dans la figure 2.3 extraite de la thèse de [VINET 91].



a : Image originale.

b : Segmentation par quadtree.

Figure 2.3 Segmentation par Quadtree
(Extrait de [VINET 91])

EXEMPLES DE PREDICATS D'HOMOGENEITE

Il n'est pas facile de déterminer les critères d'homogénéité pour définir une approche de segmentation s'appliquant à une grande classe d'images. Ceci est dû d'une part à la nature de la scène traitée et d'autre part aux divers facteurs physiques intervenant dans la formation de l'image. Parmi les critères utilisés par plusieurs méthodes de segmentation, on peut citer :

- L'amplitude des variations des niveaux de gris au sein d'une région. Cette amplitude est obtenue en calculant la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale des niveaux de gris [GAGALOWICZ 85].

$\text{Pred1}(R) = \text{VRAI}$ si $\max_{(i,j) \in R} I(i,j) - \min_{(i,j) \in R} I(i,j) < s_1$; où s_1 est un seuil.

$$(i,j) \in R \quad (i,j) \in R$$

- La variance des niveaux de gris associée à une région.

$\text{Pred2}(R) = \text{VRAI}$ si $\sum_{(l,k) \in R} (I(l,k) - m)^2 / \text{CARD}(R) < s_2$

où s_2 est un seuil, m la valeur moyenne des niveaux de gris affectés à R .

- Un critère d'homogénéité utilisé pour la fusion de régions, fondé sur la mesure du contraste au niveau de la frontière de deux régions adjacentes. Soit $F(R_1, R_2)$ l'ensemble des couples de points définissant la frontière de R_1 et R_2 . On désigne par NF le cardinal des couples $F(R_1, R_2)$.

$\text{Pred}(R_1 \cup R_2) = \text{VRAI}$ si $\sum (|I(i,j) - I(l,k)|) / NF < s_3$

$$((i,j), (k,l)) \in F(R_1, R_2)$$

111111-22222

111111-222222

11111-2222222

111111-2222222

Figure 2.4 Les couples d'une frontière de deux régions adjacentes
(Les couples des pixels testés sont ceux représentés par 1-2)

Dans [ZUCKER 76], on trouve des critères plutôt géométriques que photométriques, tels que le critère qui prend en compte la longueur de la frontière séparant les régions candidates à la fusion.

3. SEGMENTATION D'IMAGES PAR MODELE DE VORONOI

Dans ce paragraphe, on présente une nouvelle représentation de données pour segmenter des images dans un environnement géométrique. Une méthodologie de segmentation est réalisée par partitionnement de l'image en polygones de Voronoï, d'une part pour localiser les objets, et d'autre part pour fournir une bonne approximation des formes par l'organisation des polygones. La méthode s'inscrit dans un processus itératif de division et fusion. Une différence vis-à-vis des méthodes de partition et de fusion [PAVLIDIS 77], concerne l'initialisation. L'intérêt d'initialiser avec des polygones de Voronoï se justifie par une plus grande diversité de formes (polygones) vis-à-vis des carrés, tout en conservant un critère géométrique (convexité). Ces polygones sont soumis à des tests fondés sur des critères d'homogénéité et de similarité.

L'algorithme proposé est itératif. Dans un premier temps on initialise la position des germes par un processus de Poisson. Dans un deuxième temps on rajoute des germes aux polygones ne vérifiant pas la condition d'homogénéité. Le principe de l'algorithme est le suivant :

- INITIALISATION

Ensemencer le support de l'image avec un faible nombre de points et calculer le diagramme de Voronoï associé.

Calculer la moyenne des pixels à l'intérieur de chaque polygone, ainsi que le prédicat d'homogénéité.

- PHASE ITERATIVE DE DIVISION

Partitionner les polygones non homogènes, par insertion de germes dans ces polygones.

Mettre à jour le diagramme de Voronoï au niveau des germes ajoutés;

Rechercher les nouveaux polygones non homogènes.

- CONVERGENCE

Tous les polygones sont homogènes ou la taille des polygones ne permet pas d'insérer de nouveaux germes.

- PHASE DE FUSION

Supprimer les germes inutiles. Le concept de germe inutile sera défini ultérieurement.

Avant de détailler ces différentes étapes, nous présentons l'intégration de la structure de données utilisée.

3.1 La structure de données utilisée

Le diagramme de Voronoï est mémorisé sous forme d'un tableau de polygones. On associe à chaque polygone $P(M_k)$ les champs suivants:

- Les coordonnées du germe M_k

- Une liste d'arêtes doublement chaînées décrivant les arêtes du polygone.
- La représentation de la liste d'arêtes est décrite dans le chapitre 1.4 .

- Les attributs caractérisant l'homogénéité du polygone $P(M_k)$.

On mémorise la moyenne des niveaux de gris des points situés à l'intérieur de $P(M_k)$ et la variance associée.

- Le prédicat d'homogénéité.

Pour calculer les attributs d'homogénéité associés à chaque polygone, on génère le diagramme sous forme d'une image. On associe à chaque point d'un polygone le numéro de son germe. Un exemple d'un tel diagramme est fourni en figure 2.5.

```

1 1 1 1 1 2 2 2
1 1 1 1 2 2 2 2
1 1 * 1 2 2 2 2
1 1 1 1 2 * 2 2
3 3 3 3 2 2 2 2
3 3 3 3 3 2 2 2
3 3 * 3 3 3 2 2
3 3 3 3 3 3 2 2

```

Figure 2.5 Mémorisation du diagramme de Voronoï sous forme d'une image
 (*) désigne la position du germe et sa région est l'ensemble des points ayant le numéro du germe

Pour le passage d'un diagramme de Voronoï continu à un diagramme discret, on procède par l'un des deux processus : le premier consiste à discrétiser les arêtes de Voronoï, puis on effectue un étiquetage des régions de Voronoï correspondantes. Le second procédé [BERTIN 91] fonctionne de la manière suivante : tout d'abord, on associe à chaque polygone le plus petit rectangle qui le contient (Cf. figure 2.6). Puis pour chaque germe M_i , on explore ligne par ligne le rectangle associé à $P(M_i)$. Pour chaque point du rectangle, on cherche le germe le plus proche, en utilisant l'algorithme décrit dans le chapitre 1.6, et on affecte, à ce point, le numéro de ce germe.

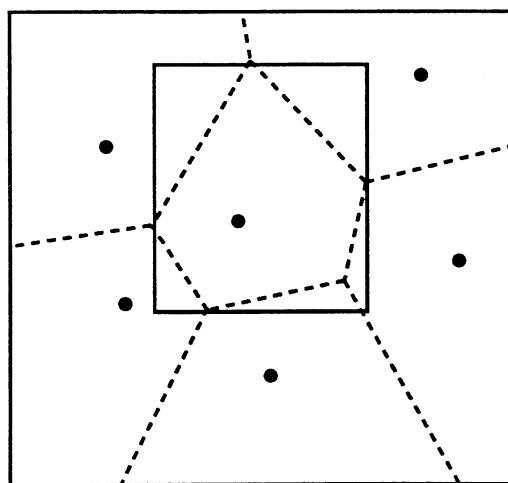


Figure 2.6 Exemple de boîte associée à un polygone de Voronoï

3.2. Mesure d'homogénéité

Le critère d'homogénéité utilisé pour chaque région peut être défini ainsi: un polygone de Voronoï P est *homogène* si :

1. La variance $\sigma^2(P)$ des niveaux de gris associés aux points images inclus dans P est inférieure à un seuil préfixé.
2. La proportion $\alpha(P)$ des points dont le niveau se situe hors de l'intervalle $[m(P) - \sigma(P), m(P) + \sigma(P)]$, où $m(P)$ est la valeur moyenne des niveaux de gris des points de P , ne dépasse pas un pourcentage fixé noté α .

3.3. Génération des premiers germes

L'initialisation de la segmentation consiste à partitionner l'image d'une manière aléatoire. Ce type d'initialisation a été utilisé par AHUJA pour le codage d'images binaires [AHUJA 85]. Pour cela on génère un ensemble de germes. On calcule le diagramme de Voronoï et on l'applique à l'image en associant aux points de chaque polygone la moyenne des niveaux de gris des points qu'il contient. Afin de réaliser une répartition uniforme des germes sur le support de l'image [GURGEY 87], on utilise un processus de Poisson décrit dans l'ANNEXE A.

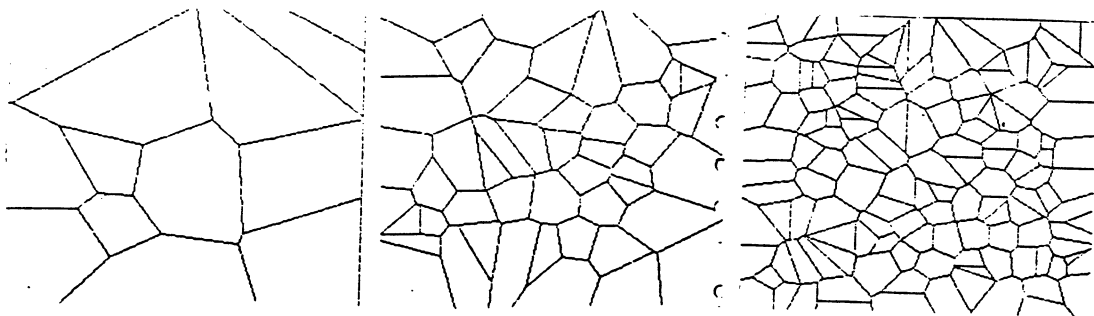


Figure 2.7. Illustration de génération de diagrammes de Voronoï par un processus de POISSON

Le nombre de germes des diagrammes de gauche à droite 13, 51, 136.

Après la construction du diagramme de Voronoï à partir des germes générés, on affecte à chaque polygone la moyenne des valeurs images des points qu'il contient.

3.4. Phase de partition

L'algorithme de division consiste à partitionner chaque région où le prédicat d'homogénéité associé prend la valeur FAUX. Le partitionnement d'un polygone non homogène est opéré par insertion de nouveaux germes au niveau de ce polygone.

Diverses façons d'insérer des germes peuvent être définies. On a choisi de situer les nouveaux germes sur les segments joignant le germe concerné aux sommets du polygone associé. Les coordonnées (x, y) d'un nouveau germe M généré à l'intérieur d'un polygone $P(M_k)$ sont définies par :

$$x = (x_k + 2.x_s)/3 \text{ et } y = (y_k + 2.y_s)/3$$

où (x_s, y_s) désignent les coordonnées du sommet de Voronoï s et (x_k, y_k) celles du germe M_k (Cf. figure 2.8)

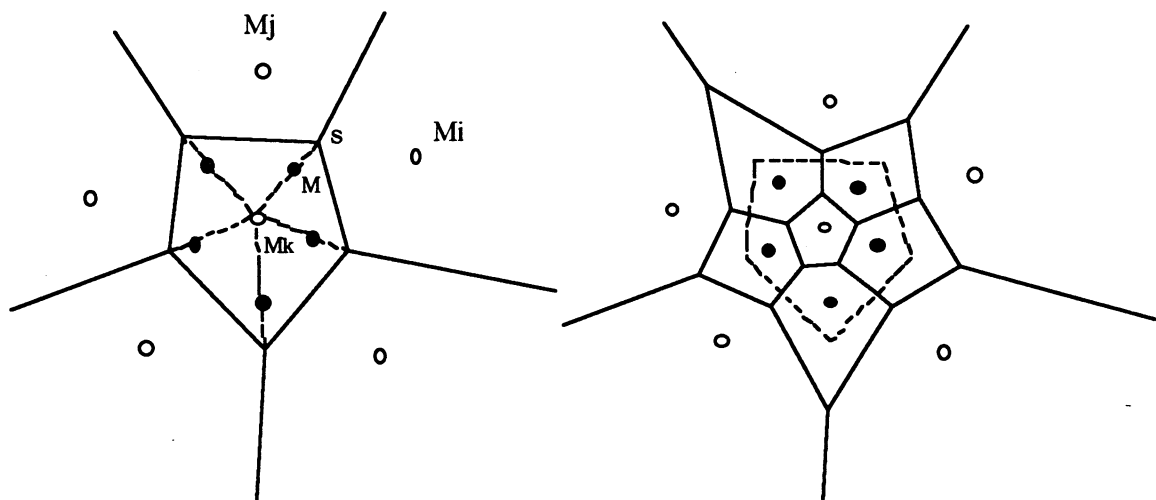


Figure 2.8 Génération de nouveaux germes

1) Nouveaux germes situés aux niveaux des segments joignant le germe aux sommets de Voronoï 2) Remise à jour du diagramme.

Afin que les nouveaux germes générés ne soient pas trop près des anciens germes, on insère un germe M (Cf. figure 2.8) au diagramme de Voronoï s'il vérifie la condition suivante :

$$d^2(M, M_k) > d_{\min} \text{ et } d^2(M, M_i) > d_{\min} \text{ et } d^2(M, M_j) > d_{\min}$$

$d_{\min}$ est un seuil de distance fixé ($d_{\min}$ est pris entre 10 et 14 pour les exemples qui seront présentés).

Cette manière d'insérer des germes garantit la division d'un polygone non homogène. Par ailleurs cette division modifie également les polygones voisins. Cela ne constitue pas un inconvénient car l'étape de fusion permettra de supprimer tous les polygones homogènes entourés par des polygones également homogènes.

On comprend à ce niveau l'intérêt d'avoir choisi une méthode de construction des diagrammes de Voronoï qui soit adaptée à l'insertion locale de nouveaux germes. Cette étape se poursuit jusqu'à ce que chaque polygone soit homogène compte tenu du prédicat d'homogénéité.

3.5. Phase de fusion

La phase de partition fournit une approximation de l'image par un ensemble de polygones. On distingue deux classes de polygones: les polygones homogènes et les polygones non homogènes de petite taille concentrés essentiellement au niveau des frontières des objets.

Au sein de la partition obtenue, on peut trouver un polygone homogène dont tous ses voisins (au sens d'adjacence par arête) sont également homogènes et similaires au polygone central. L'existence d'un tel polygone est inutile car son élimination ne perturbe pas la segmentation. L'élimination d'un tel polygone est alors opérée en définissant la notion de germe inutile.

Soit M un germe, $P(M)$ le polygone associé à M et $m(M)$ la moyenne des niveaux de gris associée à $P(M)$. Soit v le germe d'un polygone voisin au polygone $P(M)$. On note par $l(M,v)$ la longueur de l'arête commune entre les polygones $P(M)$ et $P(v)$ (Cf. figure 2.9).

DEFINITION

On dit qu'un germe M est *inutile* si son polygone associé vérifie les conditions suivantes :

- a) Le polygone $P(M)$ associé au germe M est homogène.
- b) Pour tout polygone voisin homogène, la différence entre les moyennes du polygone $P(M)$ et du polygone voisin est inférieure à un seuil fixé noté err .
- c) La somme des longueurs des arêtes séparant le polygone $P(M)$ et les polygones voisins non homogènes, normalisée par le périmètre est inférieure à un seuil fixé.

Formellement, ceci se traduit par les conditions :

- a) $P(M)$ est homogène.
- b) Si v est un germe voisin de M et si P_v est homogène alors

$$| m(M) - m(v) | < err$$

$$c) \frac{\sum_{\substack{P(v) \text{ non homogène} \\ v \text{ germe voisin de } M}} l(M, v)}{\sum_{v \text{ germe voisin de } M} l(M, v)} < \text{seuil}$$

La condition a) demande que le polygone à supprimer soit homogène. Cette condition est nécessaire pour toute opération de fusion. Au niveau de la condition b) on effectue un test de similarité entre le polygone et ses voisins. La condition c) exprime qu'on peut supprimer un polygone ayant des voisins non homogènes sous une contrainte dépendant des longueurs des arêtes séparant ce polygone et ses voisins non homogènes. Le seuil donné dans la condition c) est pris très faible (0.01 , 0.05), afin d'éviter de générer des grandes régions non homogènes.

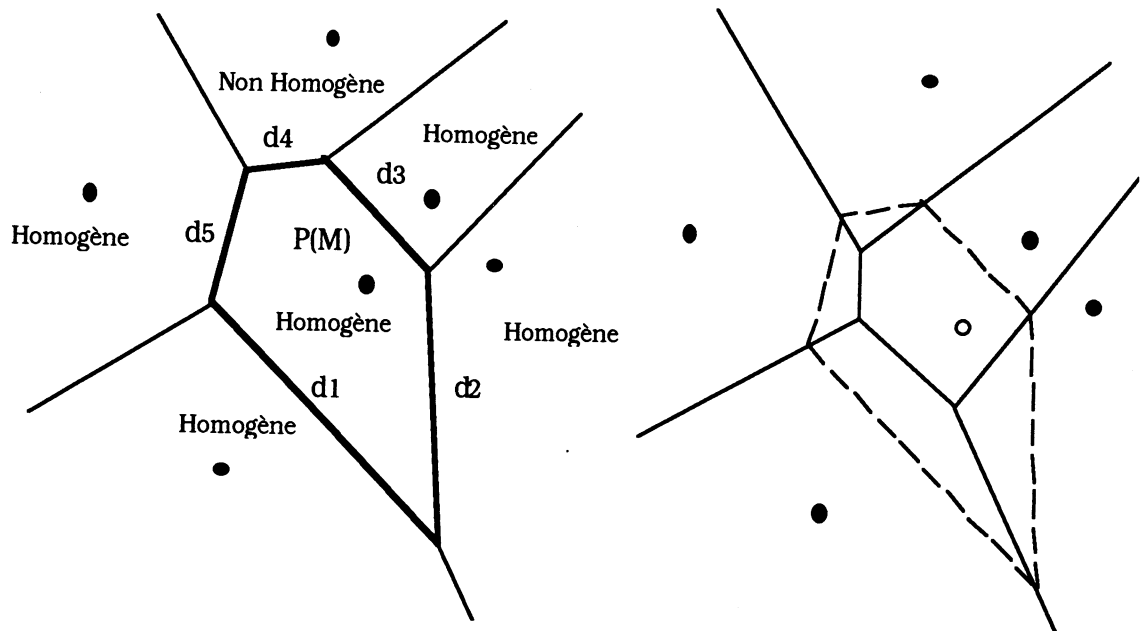


Figure 2.9 Illustration de la définition de germe inutile
La condition c correspond à $d4/(d1+d2+d3+d4+d5) < \text{seuil}$

Un exemple explicatif de la définition précédente est donné en figure 2.9. La suppression des germes inutiles ne perturbe pas la représentation de l'image et elle en fournit une bonne approximation avec moins de polygones. Lorsqu'un germe est supprimé, les polygones adjacents se réorganisent pour combler la région associée au polygone éliminé.

En figure 2.11 une illustration de cette phase de fusion est fournie au niveau de la dernière image. On constate que les polygones ont tendance à s'organiser selon la géométrie des formes présentes dans l'image. Cette organisation est rendue indépendante de la phase d'initialisation grâce à la phase de fusion.

3.6 Résultats expérimentaux

Le diagramme de Voronoï semble mieux adapté à la distribution au sein de l'image que le quadtree. Concrètement sur une même image (Cf. Figure 2.10), on obtient environ 500 régions en utilisant le diagramme de Voronoï et on obtient environ 2000 régions en utilisant le quadtree. Le seuil de variance utilisé pour les deux types de partitionnement est identique et fixé à 13 dans cet exemple.

Une présentation illustrant la méthode est fournie en figure 2.12 pour la segmentation d'une image réelle. La phase de partition a été obtenue au terme de 3 itérations et on peut voir également sur le résultat obtenu après l'étape de

fusion une correspondance entre la forme de la figure segmentée et la distribution des polygones. Le temps de calcul concernant la segmentation de cette image est situé entre 1 et 2 minutes sur une station APOLLO DN3000.

Pour plus d'information, le temps de calcul du diagramme de Voronoï associé à 1000 germes est situé entre 1 et 2 secondes et ce diagramme occupe environ 60 Koctets.

La phase de fusion est suivie d'une phase d'extraction de régions. La phase d'extraction de régions peut être effectuée en utilisant un graphe d'adjacence. Le principe de l'extraction d'une région, que nous avons utilisé, est le suivant : A partir d'un polygone initial, on effectue des tests de similarité entre ce polygone et ses voisins. Chaque polygone voisin vérifiant le critère de similarité est inséré dans la région puis utilisé d'une manière analogue afin d'insérer éventuellement ses polygones voisins. Un exemple d'extraction de régions en utilisant cette procédure est fourni dans la figure 2.13.

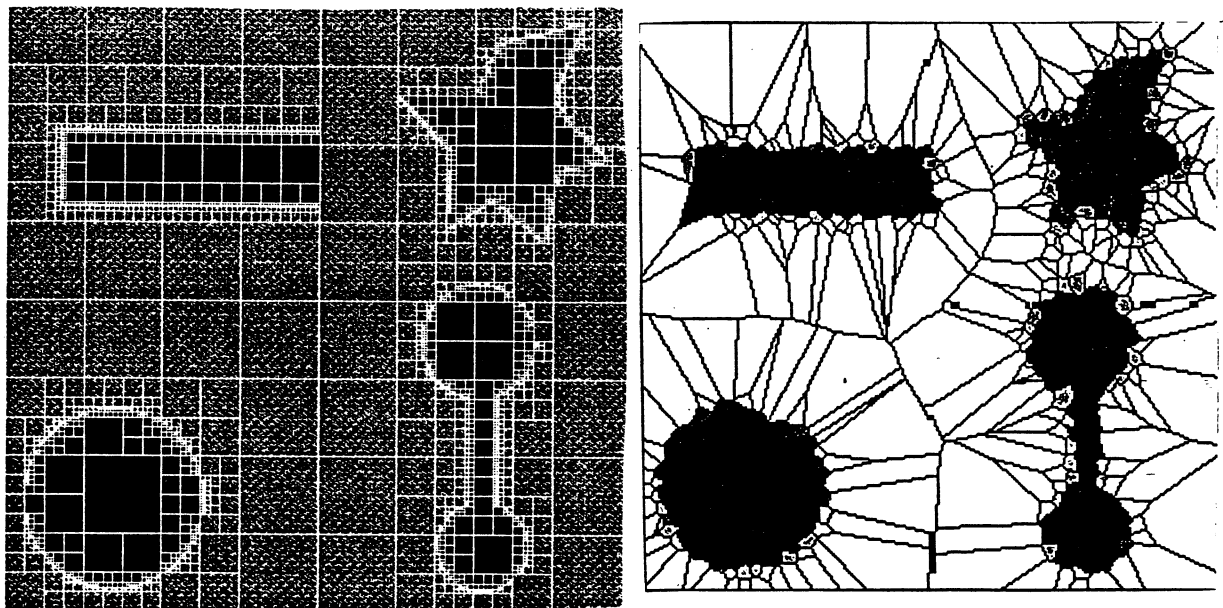


Figure 2.10 Illustration du résultat obtenu en utilisant le quadtree et le diagramme de Voronoï

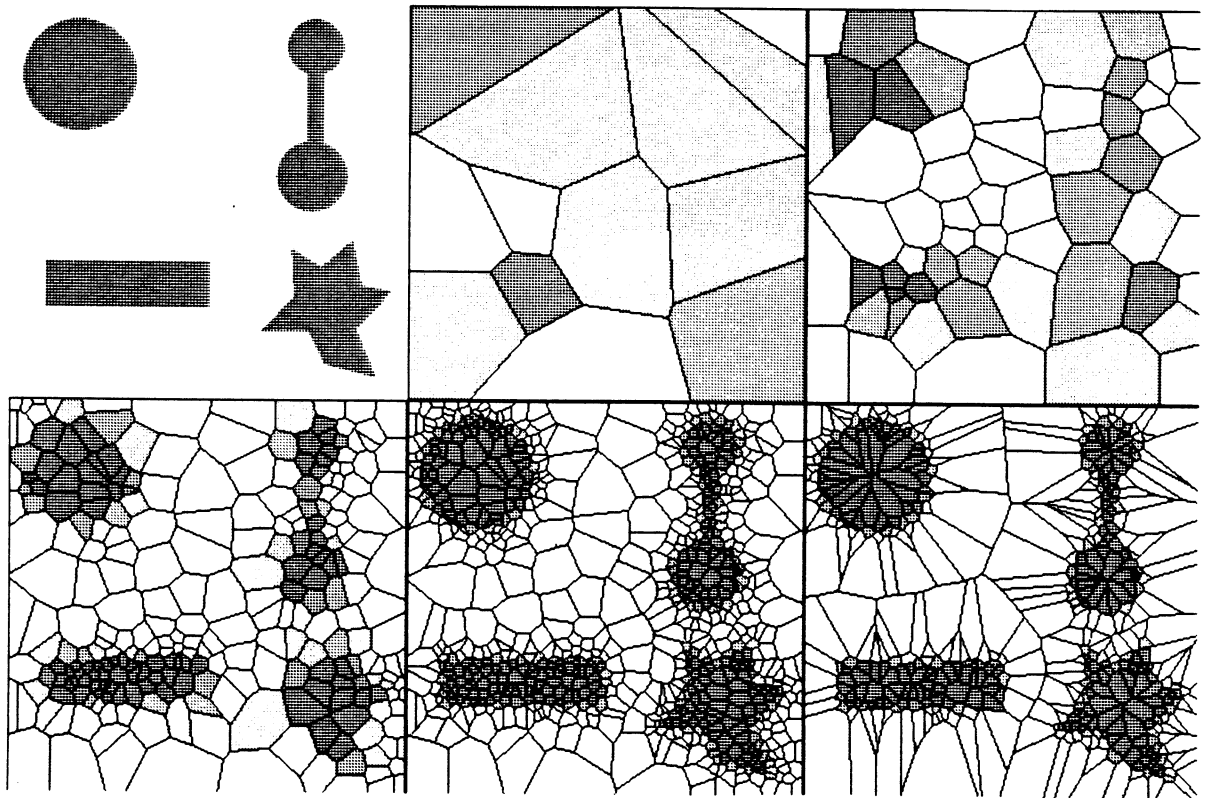


Figure 2.11 Illustration sur une image élémentaire (image 1)

du processus de segmentation.

La phase d'initialisation (image2) met en œuvre 13 germes. La phase itérative est illustrée avec les images 3 à 5 avec respectivement 60 - 268 - 781 germes. Après la phase de fusion l'image est représentée avec 490 germes (image 6). On remarquera la topographie des polygones traduisant la forme des objets à segmenter. La moyenne des variances des polygones décroît de 1394 à 390. Le seuil qui définit l'homogénéité d'un polygone est donné à chaque itération. Les seuils utilisés pour cette image sont 800, 400, 50 pour les étapes 2-3, 3-4 et 4-5.

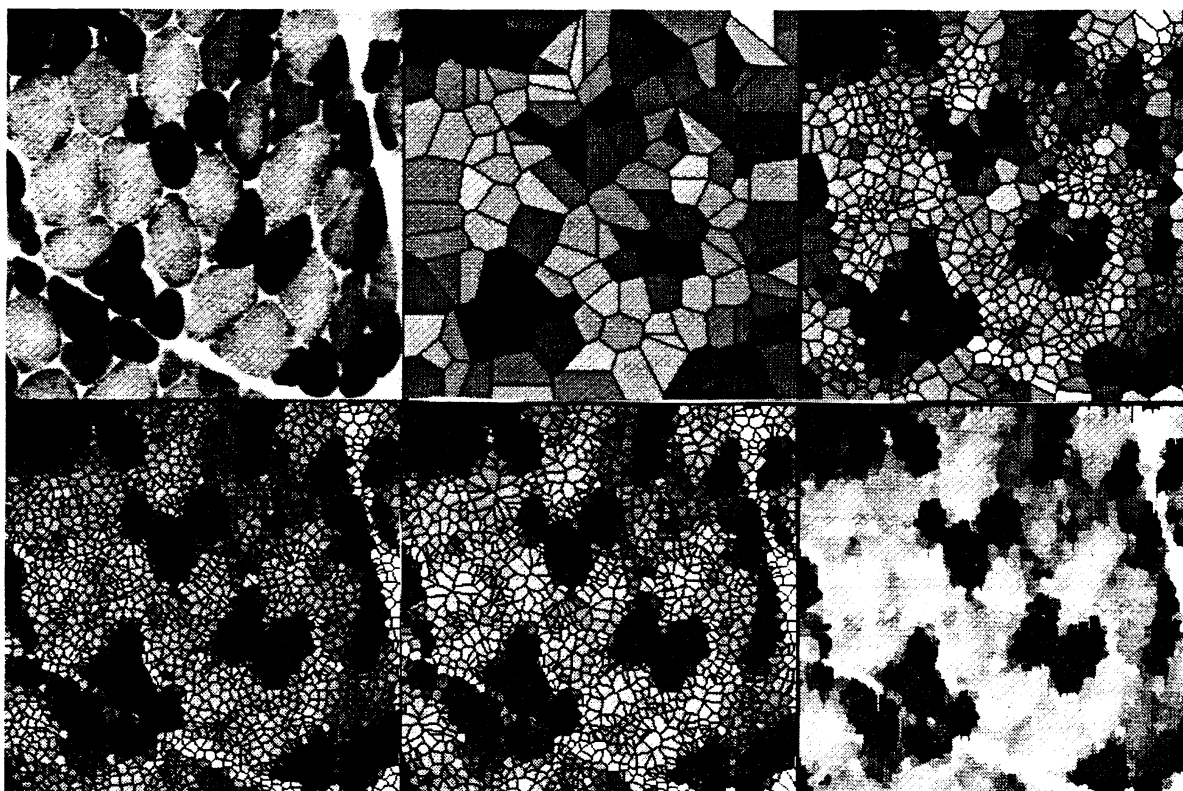


Figure 2.12 Illustration de la méthode sur une image réelle.

Au cours des phases de division, le nombre de germes passe successivement de 136 à 902 puis 2224. Après la phase de fusion il reste 1800 germes. La moyenne des variances sur les polygones décroît de 1553 à 406.

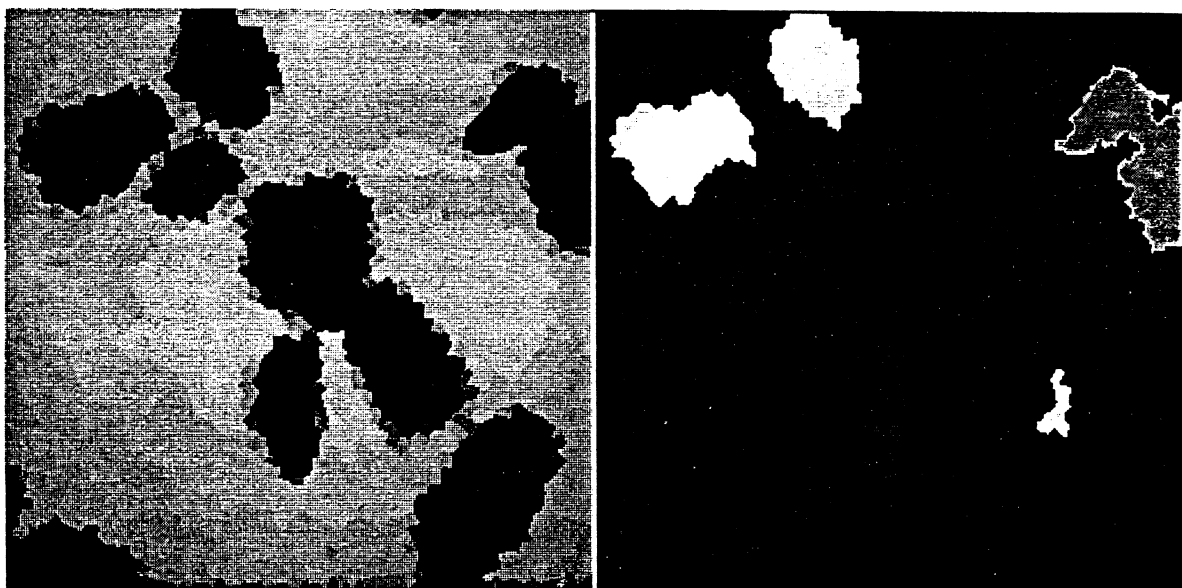


Figure 2.13 Segmentation d'une image réelle

4. CONCLUSION

La représentation du support image à l'aide du diagramme de Voronoï fournit une approximation locale en terme de régions homogènes à géométrie convexe dans un environnement de structuration de données de type graphe. Cet environnement a été exploité pour fournir une approche de type segmentation dynamique du support image. Cette approche rentre dans le cadre des suggestions pour l'amélioration de la segmentation fondée sur l'utilisation du modèle quadtree.

CHAPITRE 3.

APPROXIMATION DU DIAGRAMME DE VORONOI GENERALISE A L'AIDE DU DIAGRAMME DE VORONOI PONCTUEL

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une approche de segmentation en régions polygonales. Dans la même perspective, nous avons orienté notre travail vers la segmentation par processus de coopération frontières et régions. L'idée consiste à obtenir, une segmentation initiale dont les régions s'appuient sur des frontières obtenues par un opérateur de détection de contours. Ensuite, on associe aux régions une structure de données permettant d'exercer les opérations de partition et de fusion. La structure que nous proposons est le diagramme de Voronoï généralisé basé sur des lignes polygonales. A travers ce chapitre, nous développons une approche de l'estimation du diagramme de Voronoï Généralisé d'un ensemble d'objets polygonaux, fondée sur l'utilisation du diagramme de Voronoï d'un ensemble de points satisfaisant une distribution donnée. L'approche développée est adaptée pour réaliser la segmentation par coopération régions-frontières qui sera présentée dans le chapitre 4.

1. INTRODUCTION

Parmi les sujets les plus récents en géométrie algorithmique, on peut citer celui de la construction du diagramme de Voronoï généralisé, généralisation dans le sens où l'on remplace les germes ponctuels par des formes polygonales. Malgré l'intérêt que porte la communauté scientifique à cet axe de recherche, divers problèmes restent sans solutions. Les travaux de recherches réalisés pendant ces deux dernières décennies concernent le diagramme de Voronoï d'un ensemble de segments [DRYSDALE 79], [LEE 81], [YAP 87]. La plupart des algorithmes fonctionnent selon le principe de "Divide and Conquer" donc non adaptés à la modification des germes. Par ailleurs, on trouve peu d'approches concernant la construction du diagramme de Voronoï d'un ensemble de polygones. Certains travaux traitent de cas particuliers en fonction de la distribution des polygones [SRINIVASAN 87] [MESHKAT 87]. Dans l'approche proposée par LEE [LEE 82] seul le calcul du diagramme de l'intérieur d'un polygone est fourni. Récemment, HU [HU 91a] décrit, dans le cadre de sa thèse, un algorithme pour construire le diagramme complet (intérieur et extérieur) associé à un ensemble de polygones disjoints. Néanmoins, le sujet du diagramme de Voronoï généralisé est loin d'être épuisé, car plusieurs problèmes sont ouverts, dont notamment celui de la réalisation d'algorithmes calculant itérativement un diagramme associé à des polygones ou à des lignes polygonales.

L'absence et le besoin de tels outils dans le cadre de notre approche, nous a poussé à concevoir une méthode, fondée sur l'utilisation du diagramme de Voronoï ponctuel, pour estimer celui des objets polygonaux [MELKEMI 90]. Le principe consiste à générer judicieusement des points sur les frontières des objets polygonaux puis à utiliser le diagramme de Voronoï sur ces germes pour construire une approximation du diagramme de Voronoï généralisé des objets. Une approche similaire de distribution de points sur la frontière d'une forme pour estimer le squelette en utilisant la triangulation de Delaunay est décrite dans [FAUGERAS 90] et, en utilisant le diagramme de Voronoï, ce problème a été également étudié dans [BRANDT 91], [KUBLER 89].

L'approximation du diagramme de Voronoï des polygones, par notre approche, est obtenue par une suite d'arêtes de Voronoï extraites du diagramme de Voronoï ponctuel. Du fait de la discrétisation, le diagramme obtenu n'est pas complet. Une procédure permettant de compléter le diagramme est définie. Au début de ce chapitre, on rappelle les définitions nécessaires au diagramme de Voronoï généralisé ainsi qu'une description des études effectuées en géométrie

algorithmique pour le calculer. Ceci sera suivi par la présentation détaillée de notre algorithme et des illustrations des résultats pratiques.

2. DEFINITIONS ET GENERALITES

Soit $E = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ un ensemble d'objets formé de polygones simples, de lignes polygonales ou de segments.

- On désigne par *élément* un point ou un segment ouvert.
- Si on note par $d(p, q)$ la distance euclidienne entre deux points p et q , la distance D entre un point p et un objet S est alors définie par :

$$D(p, S) = \inf_{q \in S} \{d(p, q)\}$$

Dans le cas où S est un segment d'extrémités A et B alors la distance d'un point p au segment $S = [A, B]$ est exprimée en fonction de la projection du point p sur la droite supportant $[A, B]$. Cette projection est notée $P(p, [A, B])$.

La distance de p à S est donnée par :

$D(p, [A, B]) = d(p, P(p, [A, B]))$ si la projection $P(p, [A, B])$ appartient au segment $[A, B]$

= distance de p au point d'extrémité (A ou B) le plus proche de la projection sinon.

2.1. Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Eléments

On considère que les objets $P_1, P_2, \dots, P_n$ de l'ensemble E sont des polygones simples. On décompose la frontière de chaque polygone P_i de E en un ensemble d'éléments (les sommets et les arêtes) (Cf. figure 3.1).

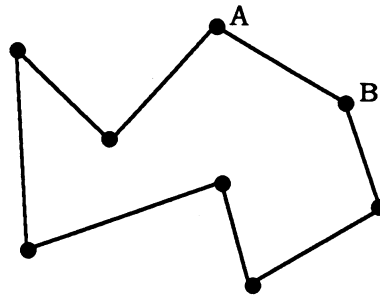


Figure 3.1 Décomposition d'un polygone en un ensemble d'éléments
 L'arête $[A,B]$ est un élément de type "segment ouvert" et les sommets A, B sont des éléments de type points.

- La région de Voronoï $R(e)$ associée à l'élément e de type *point* est définie de la manière suivante : On suppose que e est un sommet commun aux segments e_1 et e_2 . On désigne par :

$H(e, e_1)$ le demi plan défini par la droite perpendiculaire à e_1 , passant par e et ne contenant aucun point de e_1 . $H(e, e_2)$ est défini de la même manière.

La région de Voronoï $R(e)$ associée à l'élément e est définie par :

$$R(e) = H(e, e_1) \cap H(e, e_2)$$

- La région de Voronoï $R(e)$ associée à l'élément e de type *segment ouvert*, appartenant à un polygone P de E , est l'ensemble des points du plan les plus proches de e vis-à-vis des autres éléments des polygones de E .

$$R(e) = \{p \in \mathbb{R}^2 / D(p, e) < D(p, e') \text{ pour tout élément } e' \neq e \text{ et } e' \in P \text{ et } P \in E\}$$

- La partition du plan en régions de Voronoï, associées aux éléments des polygones de E , est définie sous le terme de *Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Eléments* (noté **DVGE**) de l'ensemble des polygones de E [HU 91a]. Un exemple d'un tel diagramme est fourni dans la figure 3.2.

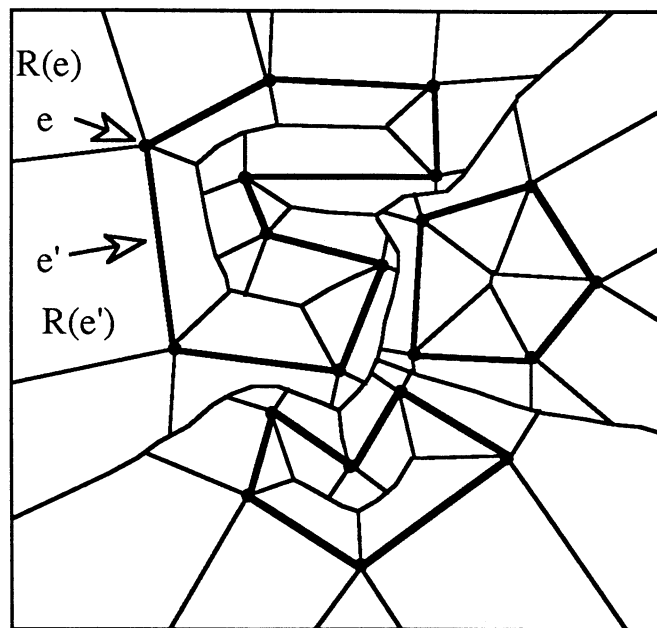


Figure 3.2 Exemple d'un diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les éléments

2.2 Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes

On appelle *Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes* (noté **DVGC**) la partie du diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les éléments obtenue en éliminant les régions associées aux éléments de type point. Le DVGC est composé de deux parties (Cf. Figure 3.5). La première est située à l'extérieur des polygones et elle correspond au concept d'exosquelette (Cf. Figure 3.3). La deuxième partie est située à l'intérieur des polygones et elle correspond aux squelettes associés aux objets (Cf. Figure 3.4) [HU 91b].

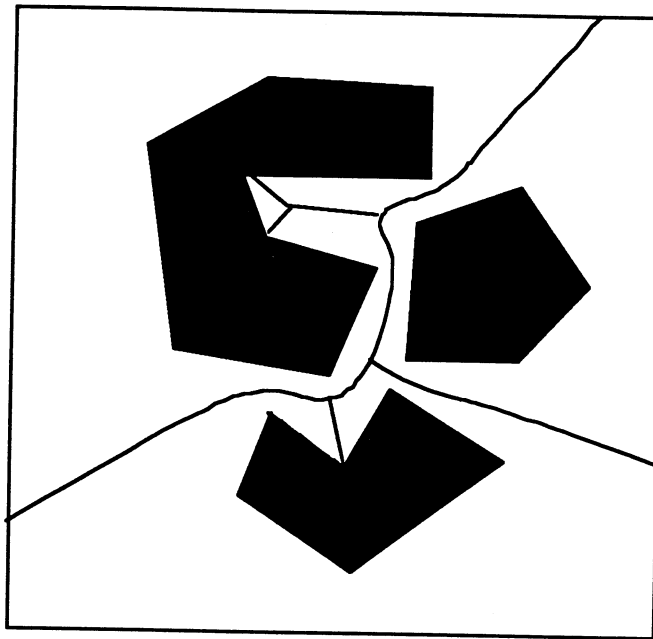


Figure 3.3 Partie extérieure du DVGC

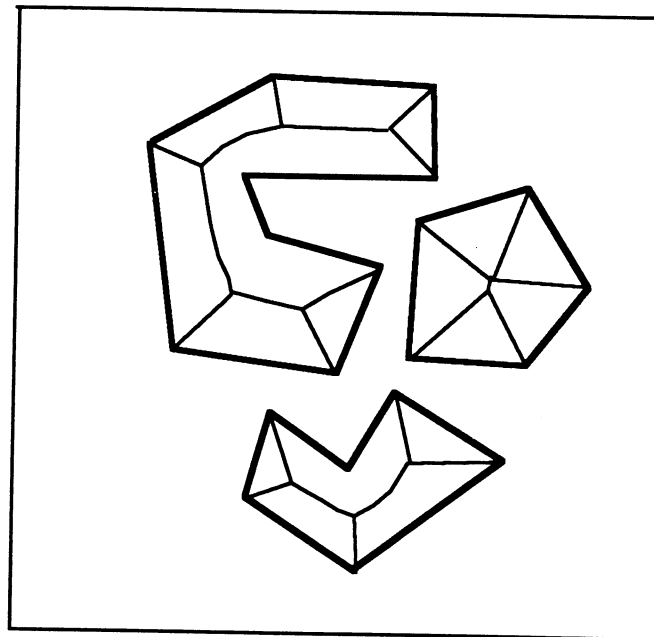


Figure 3.4 Partie intérieure du DVGC

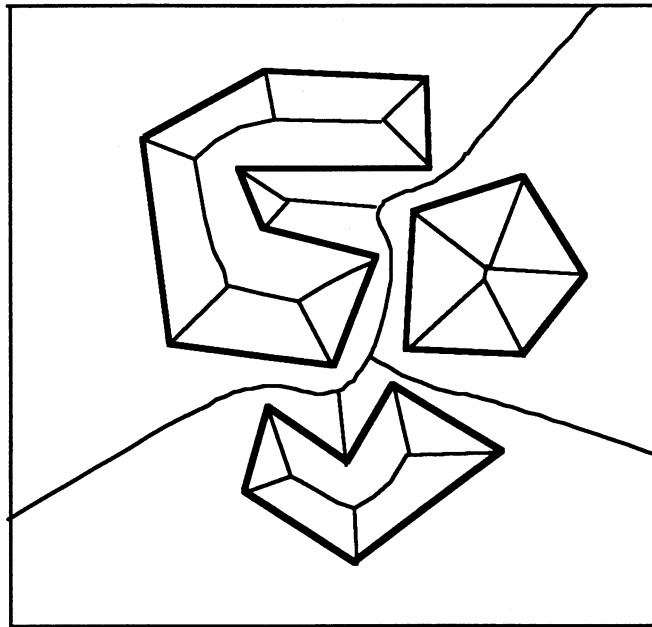


Figure 3.5 Exemple du DVGC

2.3 Diagramme de Voronoï basé sur les Polygones

La région de Voronoï associée à un polygone P est l'ensemble des points plus proches de P que des autres polygones de E .

$$R(P) = \{ M \in \mathbb{R}^2 / D(M, P) < D(M, P') \text{ pour tout } P' \in E \text{ et } P' \neq P \}$$

Le diagramme de Voronoï basé sur les polygones, noté DVPL, est la partition du plan $\mathbb{R}^2$ générée par les régions des polygones de E . (Cf. figure 3.6). Il est également connu sous le terme de SKIZ (Squelette par Zones d'Influences) [SERRA 82].

Dans le cas où E est un ensemble de segments. Le diagramme de Voronoï de l'ensemble des segments (DVS) est définie d'une manière analogue au DVPL. La région de Voronoï associée à un segment s est définie par

$$R(s) = \{ M \in \mathbb{R}^2 / D(M, s) < D(M, s') \text{ pour tout } s' \in E \text{ et } s' \neq s \}$$

Un exemple d'un tel diagramme est illustré dans la figure 3.7

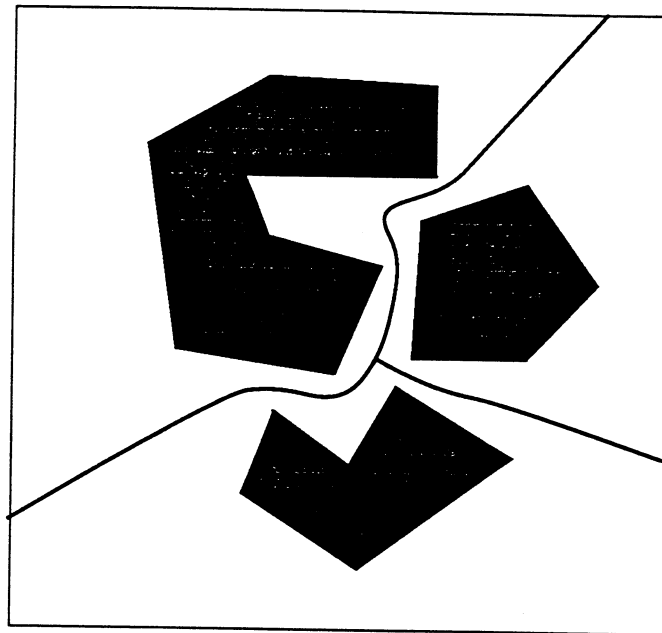


Figure 3.6 Diagramme de Voronoï d'un ensemble de polygones (DVPL)

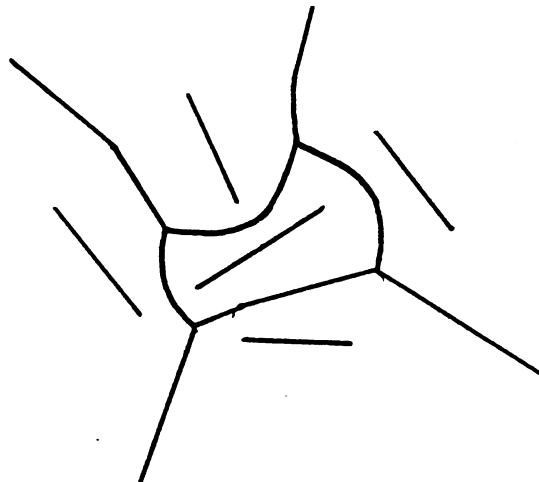


Figure 3.7 Diagramme de Voronoï d'un ensemble de segments.

Les diagrammes de Voronoï définis précédemment sont reliés par la relation suivante :

$$DVPL \subseteq DVGC \subsetneq DVGE$$

Le diagramme DVPL est un sous diagramme du diagramme DVGC. Ils sont identiques dans le cas de segments. Le diagramme DVGE contient toutes les informations précédentes. L'inclusion du diagramme DVGC est stricte car le diagramme DVGE définit en plus les régions associées aux sommets des polygones.

3. BISSECTRICES

DEFINITION

La bissectrice entre deux éléments (point ou segment ouvert) est formée de l'ensemble des points équidistants des deux éléments.

Pour la construction d'un diagramme de Voronoï ponctuel, on manipule des bissectrices simples séparant les germes, qui sont des médiatrices. Lorsque l'on est en présence de deux segments ou d'un segment et d'un point, ces bissectrices prennent des formes diverses. Dans ce paragraphe, on décrit le type des bissectrices séparant deux éléments.

Si deux éléments e_1, e_2 sont respectivement un point et un segment. La bissectrice est alors une courbe composée de trois parties, un arc de parabole (dont le foyer et la direction sont le point et le segment) et deux demi-droites qui sont les médiatrices des segments joignant les extrémités du segment e_2 au point e_1 (Cf. figure 3.8a). Dans le cas où le point e_1 appartient à la droite qui porte le segment e_2 et ne coïncide pas avec l'une de ses extrémités alors la bissectrice correspond à une droite perpendiculaire au segment e_2 (Cf. figure 3.8b). Par ailleurs, si les éléments sont des segments alors la bissectrice est formée de trois types : arcs paraboliques, segments et demi-droites (Cf. figure 3.8, c).

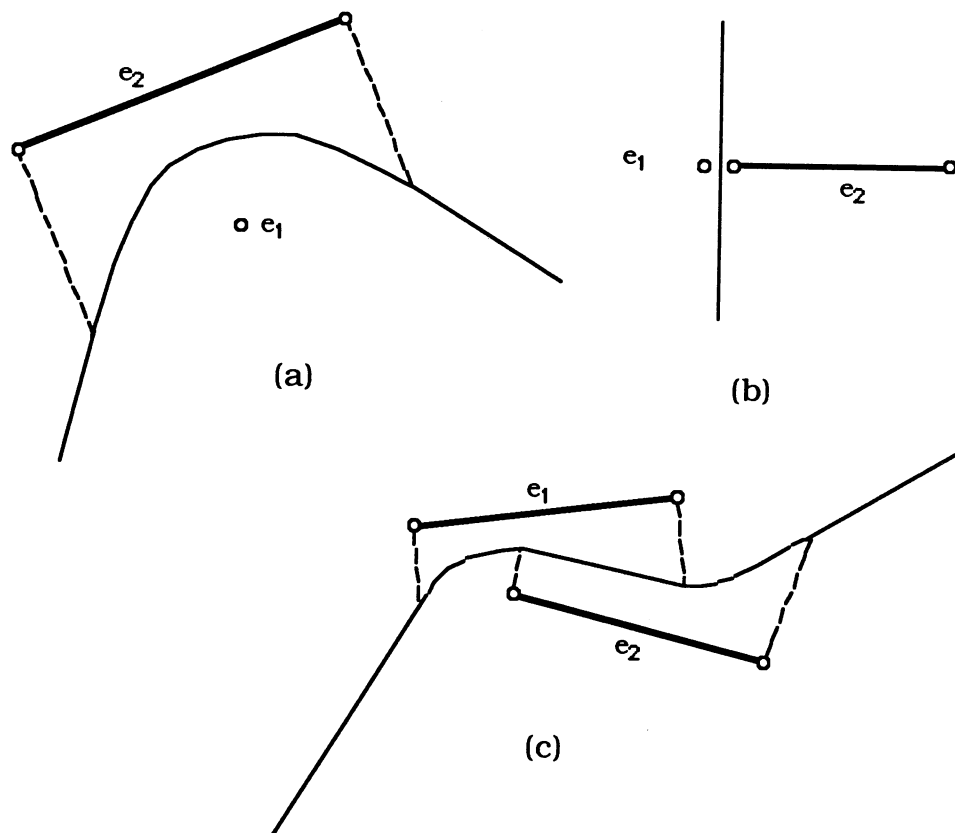


Figure 3..8 Exemples de Bissectrices. entre les éléments e_1 et e_2

4. ETUDE DU DVG EN GEOMETRIE ALGORITHMIQUE

La construction du diagramme de Voronoï généralisé d'un ensemble d'objets, ayant des formes géométriques données, présente des difficultés supplémentaires par rapport au calcul du diagramme de Voronoï d'un ensemble de points. Notamment pour ce qui concerne la manipulation des bissectrices séparant ces objets. Par ailleurs, différents algorithmes concernant la construction du diagramme de Voronoï d'un ensemble de segments ont été décrits. Le modèle souvent utilisé par ces approches est le processus "Divide and Conquer". LEE et DRYSDALE [LEE 81] ont proposé un algorithme en complexité $O(n \log^2 n)$ où n est le nombre de segments. Plus tard YAP [YAP 87] décrit un algorithme avec une complexité réduite à $O(n \log n)$. Dans le cas d'un ensemble de polygones, on rencontre peu d'algorithmes calculant le diagramme de Voronoï associé. Ceci est dû naturellement à la difficulté du problème généré par la diversité des situations possibles et la diversité des formes polygonales. Toutefois, LEE décrit un algorithme de type "Divide and Conquer" pour calculer le diagramme basé sur les éléments situés à l'intérieur d'un polygone. HU présente dans sa thèse [HU 91a]

l'un des premiers travaux, de construction du diagramme de Voronoï d'un ensemble de polygones disjoints. Le diagramme à l'intérieur est obtenu par une version améliorée de l'algorithme de LEE. L'algorithme utilisé exploite une approche "Divide and Conquer" sur la base de la division du polygone en chaîne. Par ailleurs, le diagramme associé à l'extérieur est obtenu par un algorithme utilisant à la fois le modèle "Divide and Conquer" et un modèle incrémental (Cf. figure 3.9).

Malgré tous ces travaux, on ne dispose pas d'algorithmes à implémentation simple fonctionnant dans tous les cas, pour calculer le diagramme de Voronoï d'un ensemble d'objets polygonaux. On ne dispose pas également d'algorithmes itératifs permettant d'insérer d'une manière dynamique un segment ou un polygone, à un diagramme déjà calculé (excepté l'approche calculant d'une manière dynamique le DVG d'un ensemble de segments [AMET 90]). Néanmoins, la demande de tels outils en reconnaissance de formes est ressentie de plus en plus. En effet, ce type de diagramme représente un moyen efficace pour maîtriser les liens de proximité entre des objets de formes polygonales. Les diverses applications du diagramme de Voronoï ponctuel constituent un signe de l'importance de telles structures dans le domaine de l'imagerie (Plusieurs applications du diagramme de Voronoï ont été décrites dans le Chapitre 1 paragraphe 7).

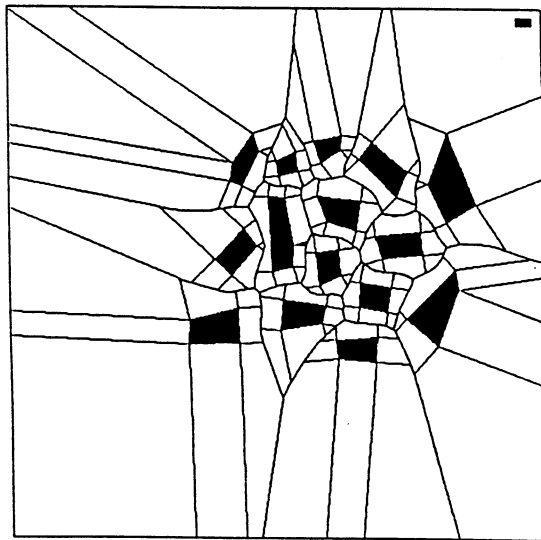


Figure 3.9 Diagramme de Voronoï généralisé obtenu par l'algorithme de HU
(Extrait de [HU 91a])

Afin de pouvoir exploiter l'intérêt du DVG, nous avons développé une approche de construction d'une approximation du diagramme de Voronoï généralisé. Le principe consiste à bénéficier des travaux effectués pour le calcul du DVP en positionnant judicieusement les points sur les frontières des polygones.

5. APPROXIMATION DU DVG A L'AIDE DU DVP

Le principe global de l'algorithme est le suivant :

On effectue, au préalable, une discrétisation "régulière" de la frontière des objets. A partir des points sélectionnés, on calcule le diagramme de Voronoï en utilisant un algorithme dynamique. On montre alors que le diagramme de Voronoï ponctuel ainsi obtenu réalise une approximation du diagramme DVGC de l'ensemble des objets considérés. Chaque bissectrice est approximée par une suite d'arêtes de Voronoï, et chaque arête converge vers un point de la bissectrice exacte associée au diagramme DVGC.

NOTATIONS

- On désigne par h le pas de discrétisation des frontières des polygones ou des segments.
- On note par DVP_h le diagramme de Voronoï ponctuel de l'ensemble des points sélectionnés.
- On note par $DVGC_h$ l'approximation du diagramme de Voronoï généralisé basé sur les chaînes.
- On note par V , l'ensemble des arêtes du diagramme DVP_h coupant les frontières des objets polygonaux (Cf. figure 3.11).

5.1 Discrétisation des formes polygonales

La discrétisation de pas h d'un segment est obtenue de la façon suivante: soit un segment S d'extrémités A et B . Les points $P_0, P_1, \dots, P_k, \dots, P_n$, issus de la discrétisation (Cf. Figure 3.10) de S sont définis selon l'expression suivante :

$$P_0 = A, P_n = B.$$

$$P_{k+1} = P_k + h (B - A) / d(A, B)$$

pour $k = 0, 1, \dots, n-1$ avec la condition :

$$h/2 \leq d(B, P_{n-1}) < 3h/2$$

La discrétisation de la frontière d'un polygone est obtenue par la discrétisation de chaque arête. Les sommets du polygone font partie de l'ensemble des points issus de la discrétisation. Quand h décroît, la discrétisation devient de plus en plus dense.

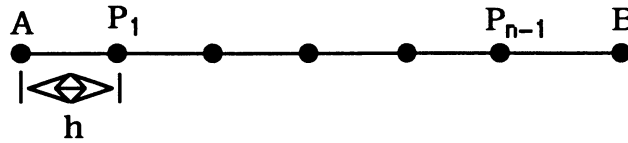


Figure 3.10 Exemple de discrétisation d'un segment

5.2 Propriétés

1. L'ensemble des arêtes du diagramme DVP_h est composé du sous ensemble V et de l'approximation $DVGC_h$

$$DVP_h(E) = DVGC_h(E) \cup V \text{ avec } V \cap DVGC_h(E) = \emptyset .$$

On rappelle que V est l'ensemble des arêtes du diagramme DVP_h coupant les frontières des objets polygonaux.

2. L'ensemble des arêtes $DVGC_h(E)$ du diagramme $DVP_h(E)$ fournissent une bonne approximation du diagramme de Voronoï généralisé basé sur les chaînes DVGC.

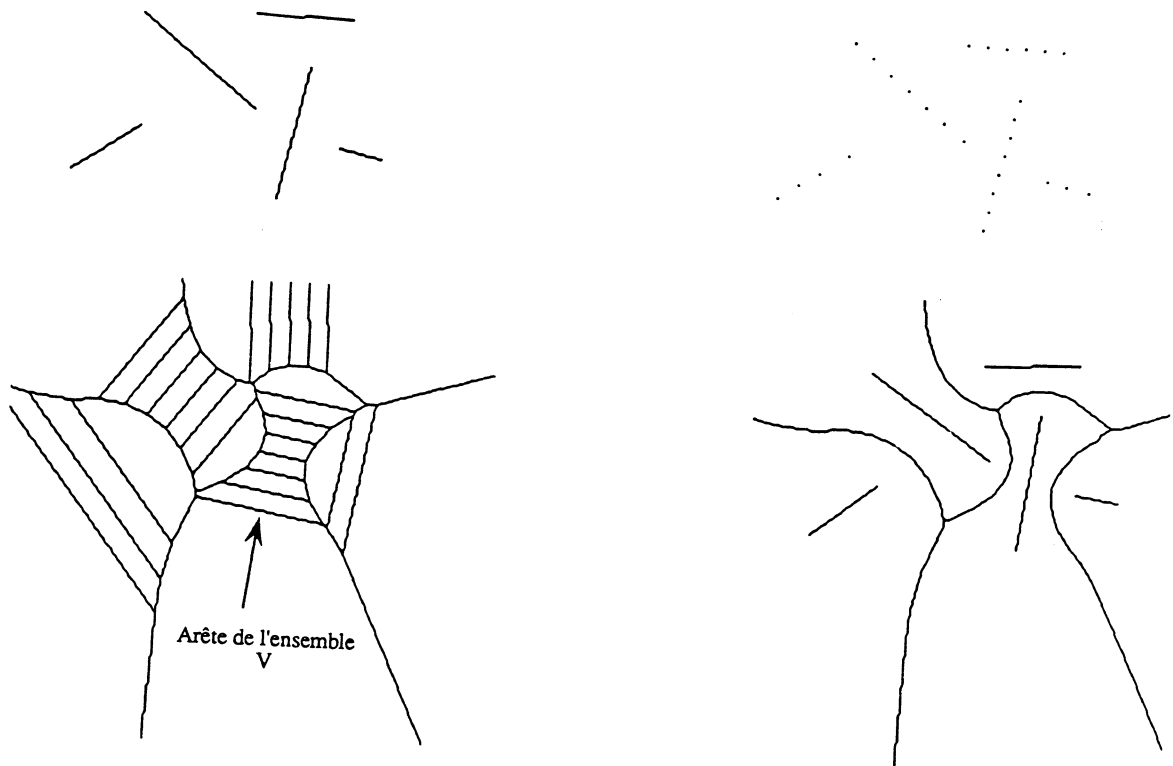


Figure 3.11 Illustration des diagrammes DVP_h et DVG_h construits sur un ensemble de points obtenus par discrétisation.

DEMONSTRATION

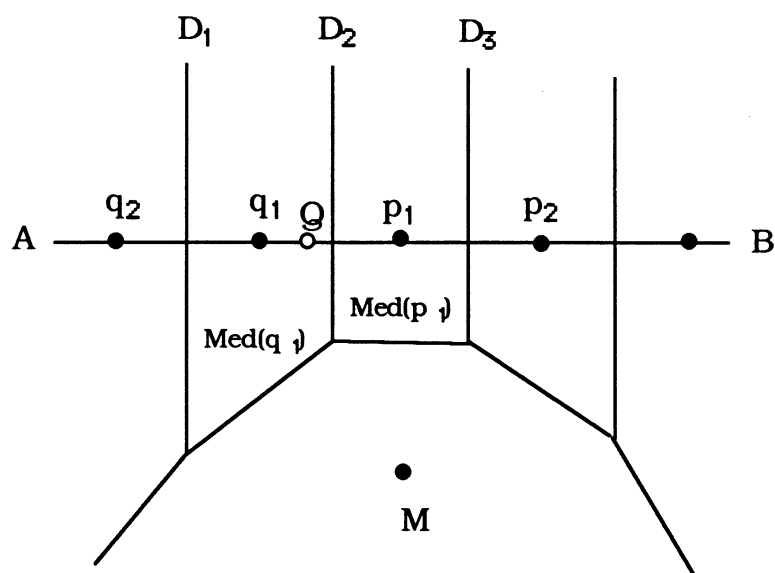
1. Le diagramme DVP_h est formé de deux types d'arêtes. Les arêtes qui séparent deux germes d'un même segment constituent le premier type. Le deuxième type est composé d'arêtes séparant des germes de deux segments différents. Le premier type d'arêtes forme les arêtes de l'ensemble V . Dans la deuxième partie de la démonstration, il ressortira que le second type d'arêtes fournit l'approximation du diagramme DVGC.

2. Le diagramme DVGC est formé d'un ensemble de portions de bissectrices entre deux éléments. Ces derniers sont un point et un segment ou deux segments. Donc la démonstration de la propriété **2** est réduite au cas de deux éléments.

2.1. CAS D'UN POINT ET D'UN SEGMENT

On montre que l'approximation de la bissectrice d'un point et d'un segment tend vers la bissectrice exacte de ces éléments.

Soient les éléments, un point M et un segment $[AB]$. Soit P un point quelconque de la parabole de foyer M et de directrice $[AB]$. Soit Q sa projection sur $[AB]$. On désigne par p_1 et p_2 les germes les plus proches situés à droite de Q , et par q_1 , q_2 les germes les plus proches situés à gauche de Q (Cf. figure 3.12). On note par $\text{Med}(q_1)$, $\text{Med}(p_1)$ les arêtes de Voronoï associées respectivement aux couples de germes (M, q_1) et (M, p_1) . Soient D_1 , D_2 , D_3 les arêtes associées respectivement aux couples de germes (q_2, q_1) , (q_1, p_1) , (p_1, p_2) . Quand h tend vers zéro (donc les points p_1 , p_2 , q_1 , q_2 deviennent de plus en plus proches de Q), les arêtes D_1 , D_2 , D_3 se confondent avec la droite perpendiculaire à $[AB]$ en Q . Les arêtes $\text{Med}(q_1)$, $\text{Med}(p_1)$ sont réduites à un point p' tel que : $d(p', Q) = d(p', M)$. De plus, ce point p' appartient à la droite perpendiculaire à $[AB]$ en Q par conséquent Q est la projection de p' sur $[AB]$. Donc p' est confondu avec P . On en déduit qu'au voisinage d'un point quelconque Q de $[AB]$, les longueurs des arêtes $\text{Med}(q_1)$, $\text{Med}(p_1)$ tendent vers zéro et elles se réduisent à un point P de la bissectrice exacte.



**Figure 3.12 Description de la distribution des germes
au voisinage du point Q**

ETUDE DE L'ERREUR DE L'APPROXIMATION

Afin d'estimer l'évolution de l'approximation en fonction du pas h , on calcule l'aire de la région limitée par le segment $[AB]$ et la bissectrice. On peut montrer que la somme des aires des trapèzes, définis par les polygones des germes limités par le segment, tend vers l'aire limitée par la parabole et le segment (Cf. figure 3.13).

Pour cela, on considère le repère orthonormé d'origine l'extrémité A , et d'axes Ax , Ay . On désigne par a la longueur du segment $[AB]$ et (x_0, y_0) les coordonnées du point M et par Σ l'aire délimitée par le segment $[AB]$ c'est-à-dire $x = 0$, $x = a$ et la bissectrice. Si on prend pour pas de discrétisation h la valeur a/n (n est un entier donné), on note alors par Σ_n l'aire délimitée par le segment $[AB]$ et l'approximation de la bissectrice. Nous obtenons :

$$\Sigma = \frac{a^3}{6y_0} - \frac{x_0}{2y_0} a^2 + \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2y_0} a$$

$$\Sigma_n = \frac{c_1}{n^2} + \frac{c_2}{n} + \frac{n(n-1)(2n-1)}{2n^3} \frac{a^3}{6y_0} - \frac{n(n-1)}{n^2} \frac{x_0}{2y_0} a^2 + \frac{n-1}{n} \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2y_0} a$$

où c_1 et c_2 sont des constantes qui ne dépendent pas de n . Nous remarquons que quand n tend vers l'infini Σ_n converge vers Σ .

Les calculs de Σ et Σ_n sont décrits dans l'ANNEXE B.

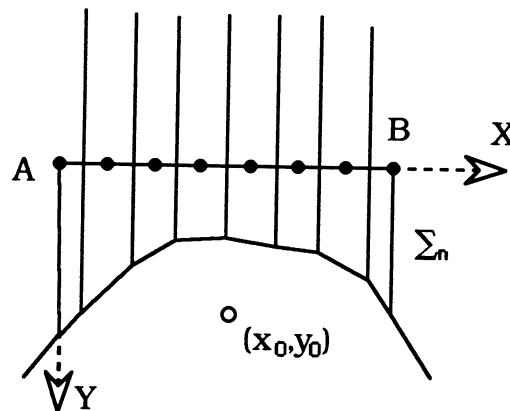


Figure 3.13 La surface limitée par $[AB]$ et l'approximation de la bissectrice

2.2 CAS DE DEUX SEGMENTS

La démonstration décrite dans 2.1 peut s'étendre au cas de deux segments dont la bissectrice est formée de portions d'arcs paraboliques, de segments et de demi-droites. Pour les portions de type arc parabolique, la démonstration de convergence est identique à celle présentée en 2.1. Les demi-droites de la bissectrice sont obtenues d'une manière exacte. Les portions qui nécessitent un complément de preuve de convergence sont les segments. Pour ce cas, la démonstration est similaire à celle présentée en 2.1. En effet, on considère un point P appartenant à la bissectrice. On désigne par Q et Q' les projections du point P sur les deux segments, (Cf. figure 3.14). On considère les germes les plus proches de Q et Q' (comme dans le cas décrit précédemment) et on peut montrer que le sommet de Voronoï p' (Cf. figure 3.14) tend vers P quand h tend vers zéro.

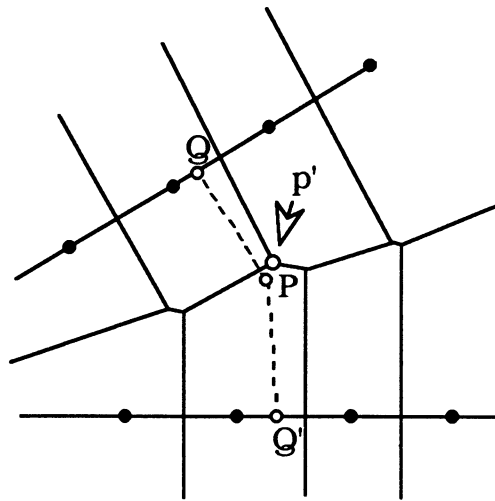


Figure 3.14 Cas de deux segments

5.3 Construction du DVS (Diagramme de Voronoï basé sur les Segments)

Soit E un ensemble de segments $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ où S_i est un segment d'extrémité A_i et B_i . Sur la base des propriétés fournies dans la partie précédente, l'algorithme de construction de l'approximation du Diagramme de Voronoï basé sur les Segments DVS_h se réalise en deux étapes.

5.3.1 Discrétisation des segments

On discrétise les segments $S_i = [A_i, B_i]$ ($i = 1, \dots, n$). On génère une suite ordonnée de points définie de la manière suivante : le segment S_1 fournit la suite ordonnée de germes, $M(1) = A_1, M(2), \dots, M(N_1 - 1), M(N_1) = B_1$. Les points associés au

segment S_2 sont notés $M(N_1+1) = A_2, \dots, M(N_2) = B_2$. D'une manière analogue, on désigne par $M(N_{i-1}+1) = A_i, \dots, M(N_i) = B_i$, les germes associés au segment S_i ($i=2, \dots, n$). On affecte à chaque germe le numéro du segment auquel il appartient. Après la discrétisation, on obtient un ensemble de germes étiquetés. On calcule le diagramme de Voronoï de cet ensemble de germes à l'aide d'un algorithme incrémental.

5.3.2 Extraction de l'approximation du DVS

Cette étape consiste à déterminer l'ensemble des arêtes de DVS_h qui fournissent une approximation du diagramme de Voronoï des éléments de E . Ceci est réalisé en éliminant les arêtes de l'ensemble V qui coupent les segments. Une arête de V est une arête du DVP_h séparant deux germes appartenant à une même frontière donc ayant le même label.

L'insertion d'un nouveau segment au diagramme DVS déjà calculé peut être effectuée en modifiant localement le diagramme DVP associé. En effet, supposons que nous avons calculé le diagramme de Voronoï DVS_k de k segments $S_1, S_2, \dots, S_k$. On veut insérer un nouveau segment S_{k+1} au diagramme DVS_k . A l'étape k , on mémorise le diagramme de Voronoï ponctuel DVP_k calculé à partir des germes issus de la discrétisation des segments $S_1, S_2, \dots, S_k$. L'algorithme pour insérer le segment S_{k+1} est conçu ainsi :

- Après la discrétisation du segment S_{k+1} , on obtient l'ensemble des points $M(N_k+1), \dots, M(N_{k+1})$
- Insérer itérativement $M(N_k+1), \dots, M(N_{k+1})$ au diagramme DVP_k . On obtient ainsi le diagramme ponctuel DVP_{k+1} .
- Avec un balayage du diagramme DVP_{k+1} , on supprime les arêtes séparant des germes ayant le même label. On obtient alors le diagramme DVS_{k+1} .

Selon le schéma de cet algorithme, on peut insérer un segment sans recalculer le diagramme de Voronoï ponctuel associé.

STRUCTURE DE DONNEES

Le DVS obtenu après la troisième phase est une information visuelle. On peut rajouter un traitement qui permet d'identifier par une liste d'arêtes chaque région associée à chaque segment. Ce traitement est le suivant :

Un segment est représenté par un nombre de germes, donnés dans un ordre

consécutif. Par un balayage du DVP_h on peut identifier toutes les régions de Voronoï associées aux segments. On considère le premier germe du DVP. Ce germe a un label qui correspond au numéro du segment auquel il appartient. On parcourt la liste d'arêtes du polygone associé à ce germe. Si une arête de ce polygone sépare deux germes de labels différents alors on l'inserte dans la liste associée au segment, et on mémorise également le numéro qui indique le segment voisin par rapport à l'arête en cours. Par ailleurs, si l'arête sépare deux germes de même label alors on passe à l'arête suivante. Ainsi, en parcourant toutes les listes des arêtes des polygones associées aux germes d'un segment, on construit la liste d'arêtes qui identifie la région du segment. Dans la figure 3.15, la liste correspond aux arêtes qui décrivent la région du segment représenté en ligne pointillée.

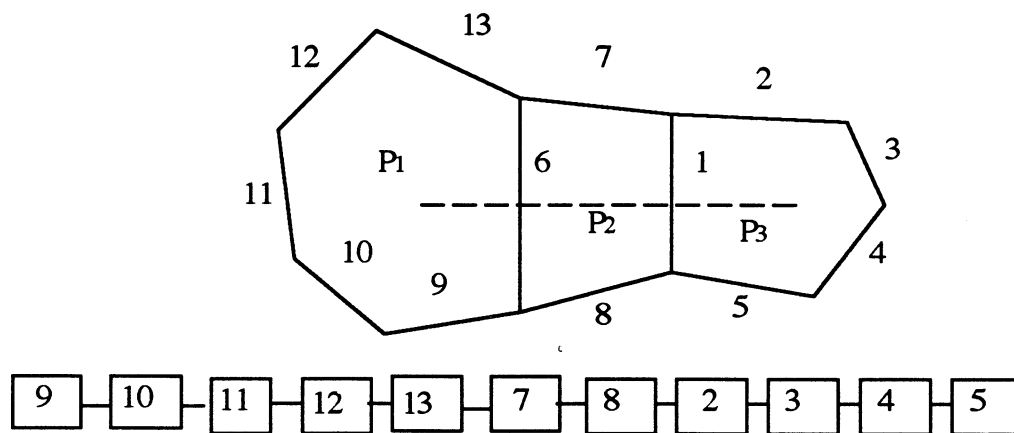


Figure 3.15 Structure de données

5.4 Construction du Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes

L'algorithme de construction du Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les Chaînes (DVGC) est similaire à celui des segments. La différence réside, d'une part dans l'identification des arêtes inutiles, d'autre part dans la génération d'un diagramme "sans lacunes". En effet le diagramme obtenu est incomplet au niveau de la connexion du diagramme aux sommets des polygones (Cf. figure 3.17). On appelle ces imprécisions des lacunes.

Les étapes de l'algorithme sont les suivantes :

ETAPE 1. On note par $A(1), A(2), A(3), \dots, A(K_1)$ les arêtes du polygone P_1 , par $A(K_1+1), \dots, A(K_2)$ les arêtes de P_2 , et par, $A(K_{i-1}+1), \dots, A(K_i)$ les arêtes de P_i ($i=2, \dots, n$). La discrétisation d'un polygone P_i est effectuée par la discrétisation de chaque arête de P_i . On associe à chaque germe d'une arête A_k le label k excepté les extrémités de cette arête. Par ailleurs, à chaque sommet partagé entre deux arêtes A_k et A_{k+1} on affecte les deux labels $(k, k+1)$. (Cf. figure 3.16).

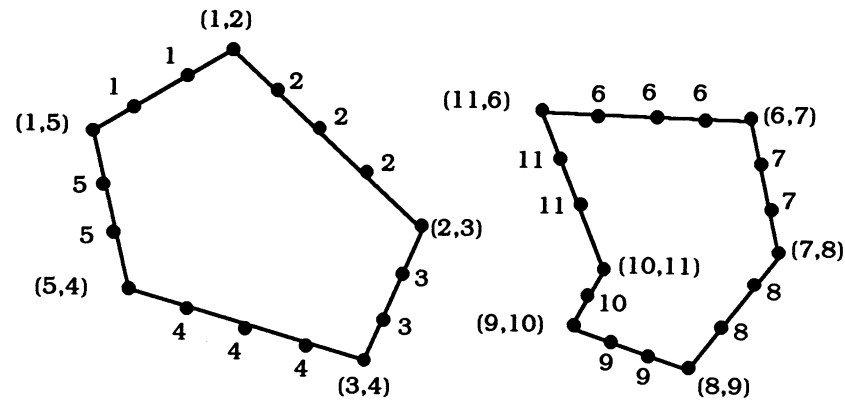


Figure 3.16 Exemple d'étiquetage des germes des polygones

ETAPE 2. On calcule le diagramme de Voronoï ponctuel $DVP(E)$.

ETAPE 3. Cette étape consiste à supprimer les arêtes inutiles.

pour $i = 1$ à nbgerme **faire** (nbgerme désigne le nombre de germes)

Rechercher la liste d'arêtes du polygone associé au germe M_i .

Parcourir cette liste.

Si l'arête partage deux germes ayant un même label et ne sont pas des sommets
alors cette arête est inutile.

Si l'un des deux germes est un sommet, ayant un label identique à l'étiquette
associée à l'autre germe, **alors** cette arête est inutile.

Dans les autres cas, les arêtes sont des éléments de l'approximation du DVGC.

Comme dans le cas des segments, l'insertion d'un polygone P_{k+1} au diagramme $DVGC_k$ revient à insérer des germes issus de discrétisation de P_{k+1} au diagramme DVP_k .

Les lacunes du diagramme sont l'effet de la discrétisation et elles dépendent des angles associés aux sommets des polygones (Cf. figure 3.17). Les morceaux manquant du diagramme sont de type segment. Pour compléter le diagramme au niveau d'un sommet s , on calcule l'intersection des arêtes de Voronoï séparant le germe s et ses voisins p et q (Cf. figure 3.17). Ce point d'intersection est relié au

sommet s . Un exemple réel est présenté ultérieurement, illustrant le type de lacunes et le diagramme après l'insertion des segments qui comblerent ces lacunes.

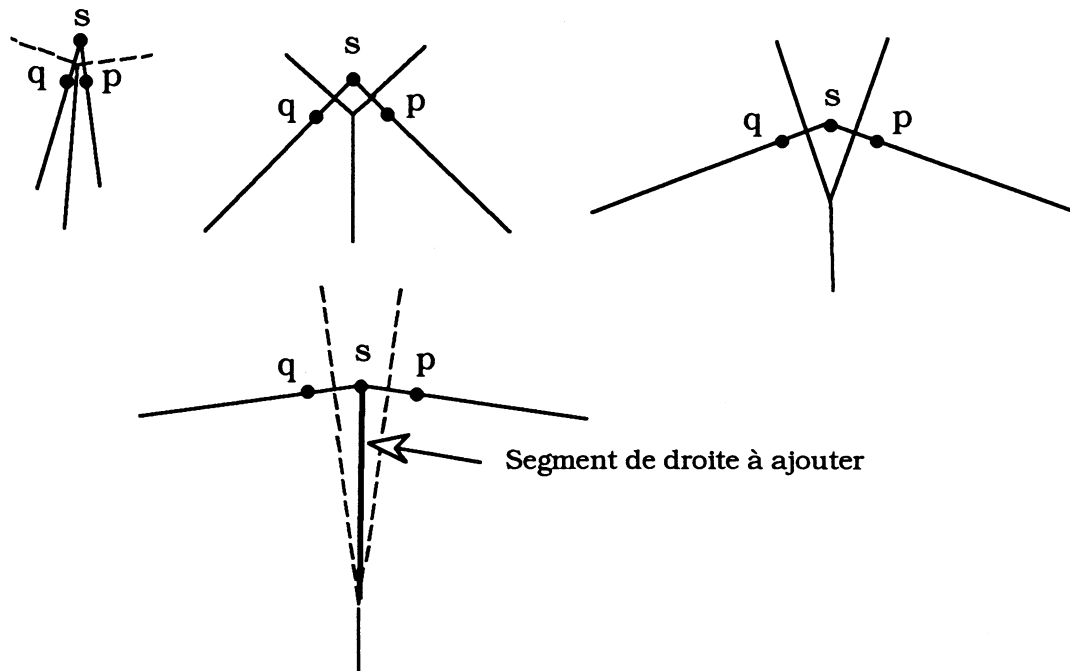


Figure 3.17 Exemple des lacunes selon différentes configurations de l'angle au sommet

6. RESULTATS DE L'ALGORITHME

Plusieurs résultats ont été obtenus sur un ensemble de segments et de polygones.

La figure 3.18 illustre le résultat de l'algorithme appliqué à deux segments en utilisant différents pas de discrétisation. La figure 3.19 est le résultat de l'algorithme obtenu sur 91 segments, avec $h=2$ et un nombre de germes égal à 1010 points. La figure 3.20 montre le diagramme DVGC de 3 polygones et de 2 segments ($h=2$, nombre de germes = 555) la dernière illustration de cette figure montre le DVGC avec correction des lacunes. La figure 3.21 illustre le DVGC associé à un polygone ($h=2$, nombre de germes = 898). La figure 3.22 est un exemple du résultat de l'algorithme sur 14 polygones ($h=2$ et nombre de germe= 1299).

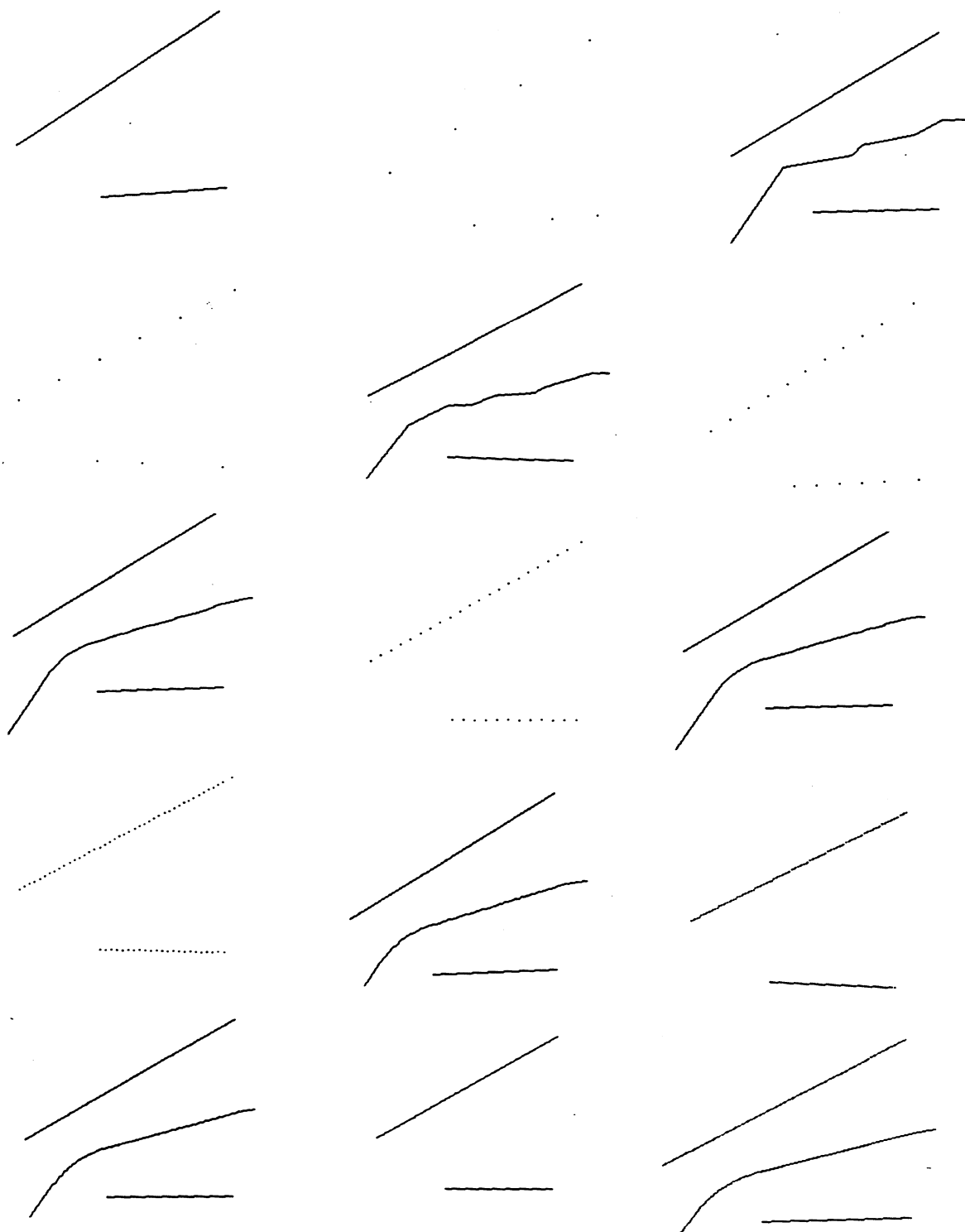


Figure 3.18 Exemple d'un résultat de l'algorithme avec différents pas

De gauche à droite et de haut en bas :

Deux segments, 7 germes obtenus avec $h = 70$, approximation de la bissectrice associée, 9 germes obtenus avec $h = 40$, bissectrice associée, 17 germes obtenus avec $h = 20$, approximation de la bissectrice associée, 34 germes obtenus avec $h = 10$, approximation de la bissectrice associée, 66 germes obtenus avec $h = 5$, approximation de la bissectrice associée, 164 germes obtenus avec $h = 2$, approximation de la bissectrice associée. 327 germes obtenus avec $h = 1$, approximation de la bissectrice associée.

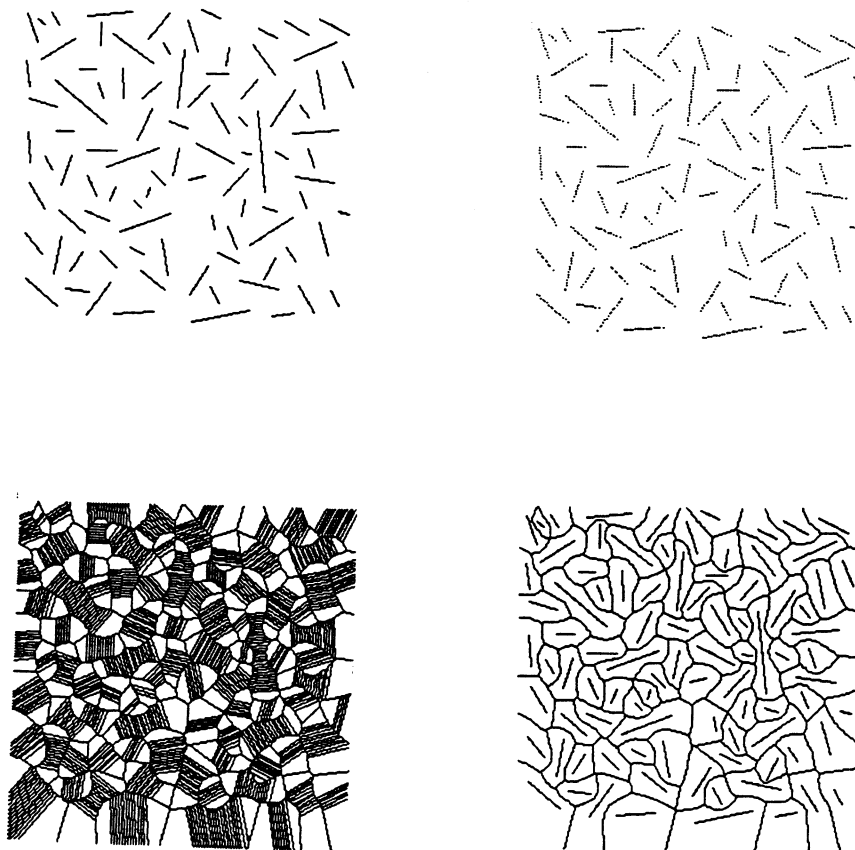


Figure 3.19 Résultat de l'algorithme sur 91 segments

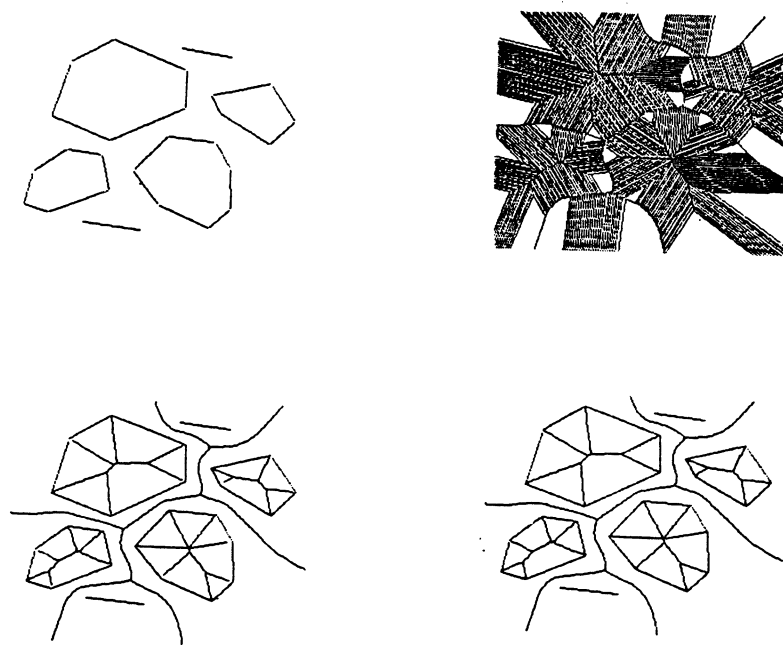


Figure 3.20 Le DVG avec correction des lacunes

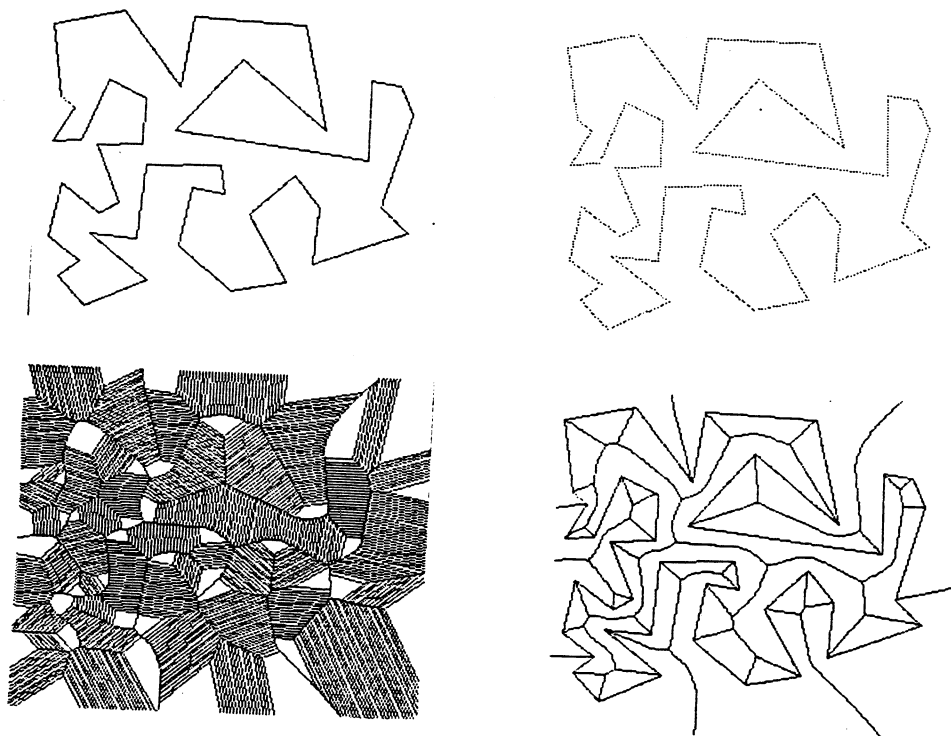


Figure 3.21 DVG d'un polygone

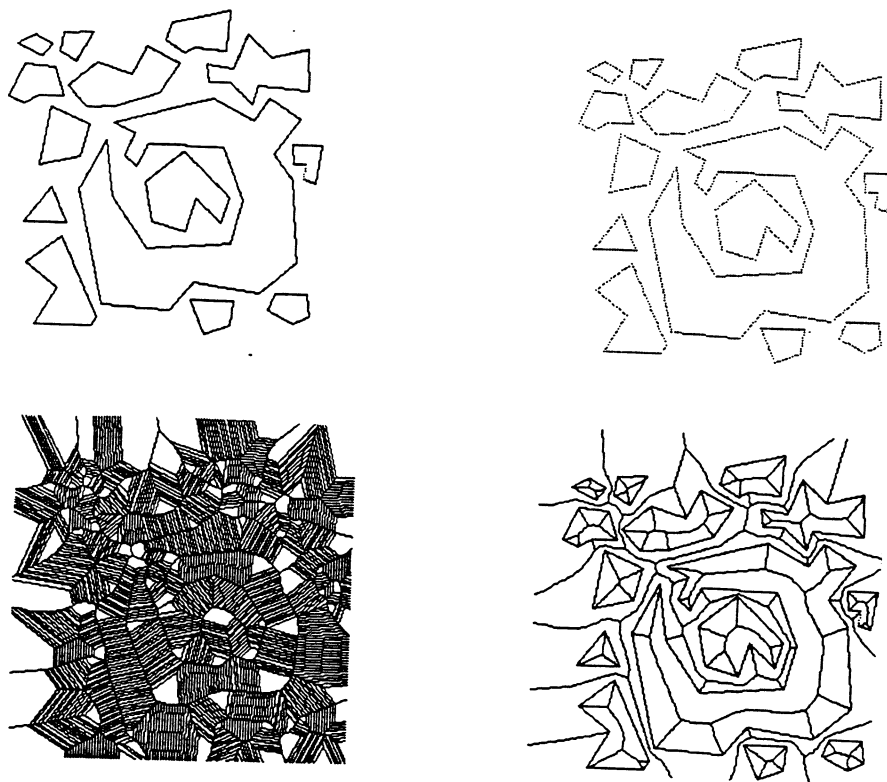


Figure 3.22 DVG de 14 polygones

7. PERSPECTIVE ET APPLICATION EN ANALYSE D'IMAGES

7.1. Calcul du squelette, d'exosquelette et du SKIZ

Le squelette est un type de représentation minimale d'un ensemble sous forme de ligne d'épaisseur unité [BLUM 64] . De nombreux travaux calculant le squelette avec différentes approches ont été décrites dans [PAVLIDIS 80], [MONTANVERT 87] [ARCELLI 86] [ARCELLI 81] [XIA 89]. Le squelette d'une forme peut être estimé en utilisant un processus géométrique à base de diagramme de Voronoï [HU 91a]. On peut par conséquent utiliser le diagramme de Voronoï sur l'ensemble des frontières discrétisées selon un procédé analogue à celui décrit dans le paragraphe 5.

7.2. Construction du diagramme de Voronoï généralisé 3D

Le calcul d'une approximation du diagramme de Voronoï 3D d'un ensemble de segments, de polygones, de morceaux de plans, de polyèdres est désormais possible, bénéficiant d'un algorithme de construction du diagramme de Voronoï 3D pour un ensemble de points [BERTIN 90], [BERTIN 91]. Cet outil peut être appliqué afin de calculer les diagrammes cités précédemment. Pour la construction de telles structures, on utilise le même principe que celui de l'algorithme décrit dans le cas de 2D au paragraphe 5. Cette application est la première, à ma connaissance, qui permet de décrire les informations de proximité entre des objets 3D.

7.3 Autres applications envisageables

Dans ce qui suit, on présente des suggestions d'application du Diagramme de Voronoï Généralisé.

- Le Diagramme de Voronoï Généralisé est exploité pour développer la segmentation des images où les formes sont représentées par un nuage de points "Dot patterns". Cette segmentation est fondée sur l'utilisation du diagramme de Voronoï ponctuel, en effectuant des mesures de densité et en définissant des paramètres de formes [MARCELPOIL 91], [AHUJA 89]. En figure 3.23, on illustre un exemple de formes représentées par des nuages de points ainsi que le diagramme de Voronoï puis l'identification des objets. En perspective, ce travail peut s'étendre à l'extraction des objets représentés à titre d'exemple par un nuage d'objets polygonaux. Afin d'effectuer des mesures de densité et de calculer les paramètres de formes associés aux régions de Voronoï, on suggère d'utiliser le

diagramme de Voronoï généralisé (Cf. figure 3.24).

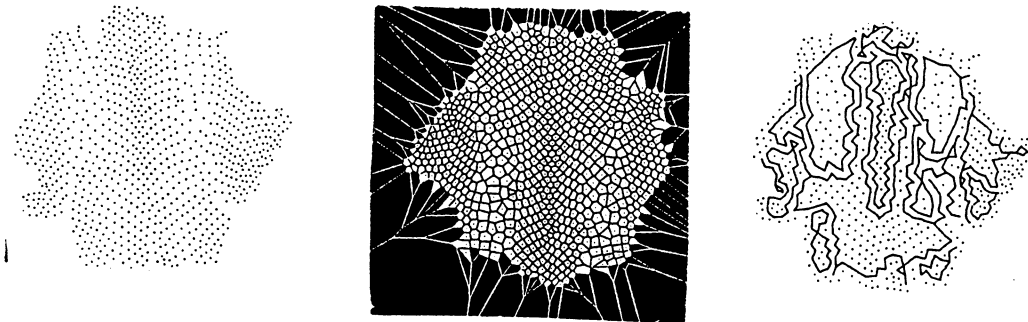


Figure 3.23. Segmentation de formes présentées par un nuage de points
(Voir [MARCELOIL 91])

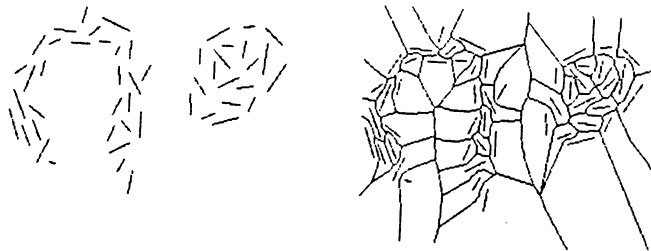


Figure 3.24. Formes représentées par un ensemble de segments

- Afin de calculer le diagramme de Voronoï généralisé d'objets dont la frontière est formée de lignes polygonales et d'arcs à géométrie inconnue (Cf figure 3.25), on peut envisager de combiner deux approches : l'approche par discrétisation des frontières (décrite dans le paragraphe 5) pour estimer la partie du diagramme associée aux arcs et l'approche calculant le diagramme de Voronoï basé sur les objets polygonaux pour calculer la partie associée aux lignes polygonales (par exemple celle décrite dans [HU 91a]).

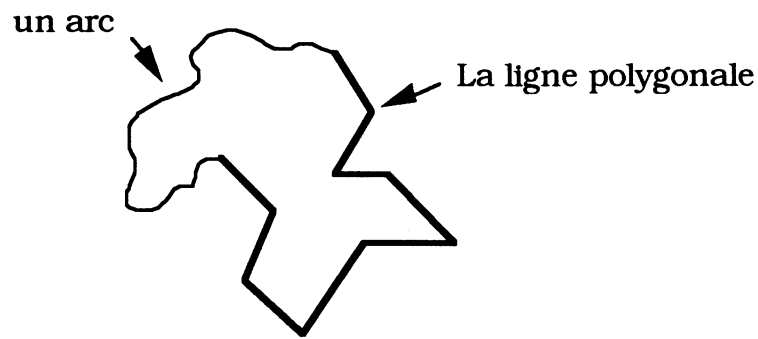


Figure 3.25 Exemple d'une forme géométrique formée d'une ligne polygonale et d' un arc

8. CONCLUSION

Afin de compenser l'absence d'algorithmes dynamiques pour la construction du DVG d'un ensemble d'objets polygonaux, on a proposé d'en évaluer une approximation. Le principe de cet algorithme peut être exploité pour construire le DVG en 3D. L'inconvénient de cette approche est sa dépendance vis à vis de la taille des objets. Ultérieurement, on peut envisager d'améliorer cette approche en réduisant le nombre de germes. Cette approche est adaptée à la segmentation par coopération frontières et régions détaillée au CHAP 4.

CHAPITRE 4.

PROCESSUS DE SEGMENTATION REGIONS-FRONTIERES FONDE SUR UNE REPRESENTATION DE VORONOI GENERALISE

On décrit dans ce chapitre, une approche de segmentation utilisant à la fois la détection de contours et une segmentation en régions. Il s'agit de générer une partition de l'image telle que les régions s'appuient sur des frontières détectées par un opérateur de détection de contours. La suite de la segmentation consiste à effectuer les opérations de partition et de fusion. La partition initiale est réalisée en utilisant le diagramme de Voronoï généralisé basé sur des lignes polygonales dont la distribution est définie ultérieurement. L'avantage de cette technique réside dans l'exploitation, dès l'initialisation, des informations obtenues par la détection de contour.

1. INTRODUCTION

Les concepts de la segmentation en régions et de la détection de contours sont des processus duaux. En effet, un contour fermé définit une région et une région est délimitée par un contour. Par ailleurs, les algorithmes associés aboutissent à des résultats différents. Cette différence est due aux principes du fonctionnement de ces algorithmes. En l'occurrence, la segmentation en régions est fondée sur la détection de zones homogènes, et les algorithmes de détection de frontières utilisent la recherche de discontinuités locales de la fonction des niveaux de gris de l'image. Néanmoins, les deux techniques sont complémentaires car des informations peuvent être obtenues par une segmentation en régions et non perçues par la détection de contours et réciproquement. La dualité et la complémentarité des processus de segmentation en régions et de la détection de contours sont à l'origine de nouvelles techniques combinant la détection de frontières et la segmentation en régions.

Parmi les approches œuvrant dans ce sens, on peut citer celles qui consistent à segmenter l'image en utilisant une carte de contours et un processus de fermeture de frontières. En l'occurrence, on trouve celles qui utilisent des algorithmes d'optimisations [FABRE 88], [MAITRE 91], on trouve également, un algorithme fondé sur la recherche du meilleur chemin selon une fonction dépendant du gradient [DERICHE 87a]. Malheureusement, les techniques de détection de contours donnent souvent un certain nombre de contours parasites. Par conséquent, la segmentation par fermeture de contours ne respecte pas nécessairement les conditions de la définition de la segmentation décrite dans le CHAP 2.2.

Une autre catégorie d'approches combine la détection de contours et la segmentation en régions. Il s'agit de contrôler la segmentation en zones homogènes en utilisant des informations obtenues par un opérateur de détection de frontières. Par exemple, l'algorithme de [PAVLIDIS 90] qui consiste à définir une sur-segmentation de l'image par modèle quadtree [HOROWITZ 76]. Les contours sont ajustés ou supprimés en utilisant des fonctions de mesures de contraste et de lissage. Un autre type d'approche avec les algorithmes décrits dans [WROBEL 87][VINET 91] fait évoluer une carte de contours dans un environnement de segmentation par croissance hiérarchique de régions.

Dans cette perspective, nous présentons une approche de segmentation utilisant des primitives géométriques et une carte de contours évoluant dans un

environnement de "Split and Merge". L'idée consiste à définir une partition initiale de l'image dont les contours détectés sont contenus dans les frontières des régions. Cette partition initiale est maîtrisée par une structure de données permettant d'exercer les opérations de partition des zones non homogènes et de fusion de régions similaires. Afin d'intégrer les contours initiaux dans un tel environnement, on utilise le diagramme de Voronoï généralisé basé sur des lignes polygonales. On définit une distribution adéquate de lignes polygonales telle que le diagramme de Voronoï associé contient les contours initiaux.

Faute de disposer d'algorithmes dynamiques calculant le diagramme de Voronoï pour des lignes polygonales, la réalisation pratique est effectuée en adaptant l'algorithme décrit dans le CHAP.3.

Ce chapitre est composé de trois parties. La première effectue un rappel de quelques méthodes de détection de contours où on insiste sur les approches les plus récentes et celles utilisées dans la mise en œuvre de notre méthode. La deuxième partie décrit certaines techniques de segmentation fondées sur la détection de contours. La troisième partie est consacrée à notre contribution au problème de la segmentation par coopération frontières et régions.

2. DETECTION DE CONTOURS

On décrit dans cette partie quelques méthodes de détection de contours. Les contours d'une image sont couramment associés aux passages par zéro du Laplacien ou à l'extraction des extréma locaux de la norme du gradient de la fonction des niveaux de gris. En pratique, ces approches ne conduisent pas nécessairement à une bonne détection de contours. Cette difficulté provient des bruits importants présents dans une image. Pour cette raison la plupart des méthodes de détection de contours utilisent un prétraitement avant de passer à la détection [BOLON 91], [BOLON 90a], [BOLON 90b]. Ce prétraitement consiste à effectuer une opération de lissage, comme le lissage de NAGAO [NAGAO 79], ou des transformations d'histogrammes [HUMMEL 77], [KAUTSKY 84]. On insiste ici sur des méthodes combinant lissage par filtrage linéaire et dérivation.

Le résultat de la détection d'un contour varie selon le type de l'image et le modèle utilisé. Il dépend également de l'estimation du gradient ou du Laplacien. Le calcul du gradient ou du Laplacien est une opération délicate car l'image n'est pas une fonction réelle connue en tout point mais une fonction échantillonnée. Par conséquent les opérations de dérivation ne peuvent pas être effectuées de

manière exacte. En général, pour calculer le gradient ou le Laplacien d'une image numérique, on utilise les différences finies, ce qui est loin de représenter une bonne approximation d'une dérivation de l'image.

Les premières approches de détection de contours sont les méthodes de convolution utilisant des masques locaux tels que les masques de SOBEL, de GRADIENT, de ROBERT et de PREWITT (Cf. figure 4.1).

1	-1	-1	0
0	0	1	0

1	0	0	-1
0	-1	1	0

1	0	-1	-1	-1	-1
1	0	-1	0	0	0
1	0	-1	1	1	1

1	0	-1	-1	-2	-1
2	0	-2	0	0	0
1	0	-1	1	2	1

Figure 4.1 Masque de détection de contours
 (a) Masques GRADIENT (b) Masques de ROBERT
 (c) Masques de PREWITT (d) Masques de SOBEL

La détection des contours revient à trouver des méthodes "pertinentes" pour estimer le gradient ou le Laplacien. Récemment des techniques fondées sur le filtrage linéaire ont été mises en œuvre afin de fournir de bonnes approximations des opérateurs gradient et Laplacien. Ce type de filtrage est mieux adapté aux images présentant un bruit blanc Gaussien. L'hypothèse de ce type de bruit est raisonnable pour la plupart des images. Cependant certains bruits nécessitent un lissage non linéaire comme le bruit impulsionnel pour lequel l'utilisation du filtrage médian est plus efficace [MONGA 89].

Soit un filtre linéaire de réponse impulsionnelle f et I un signal. Une propriété de la convolution permet de déterminer la dérivée du signal convolué $(I*f)$ par dérivation d'un des membres du produit de convolution.

$$(I*f)' = I*f' \text{ et } (I*f)'' = I*f''$$

Avec cette propriété, les approches gradient et Laplacien se ramènent à déterminer un filtre de lissage de réponse $F(x,y)$, et à lui appliquer le calcul des dérivées premières et secondes.

2.1 Extraction des points de contours

Dans le cas du gradient, on dispose de la valeur de la norme du gradient en chaque point de l'image. L'extraction des points de contour peut s'effectuer dans certains cas par seuillage sur la norme du gradient. Mais pour la plupart des images, cette méthode de seuillage global s'avère inefficace. Un autre moyen utilisé, consiste à rechercher les extréma locaux de la norme du gradient. Cette approche consiste à extraire les maxima de la norme du gradient dans la direction du gradient.

Soit M un point de l'image et $GRAD(M)$ son gradient. Soient M_1 , M_2 deux points de la droite passant par M et de vecteur directeur $GRAD(M)$. M_1 et M_2 sont pris d'une façon symétrique par rapport à M et avec un seuil de distance d généralement égal à 1, l'un dans la direction du gradient et l'autre dans la direction opposée.

Les valeurs de gradient aux points M_1 et M_2 sont calculées par interpolation linéaire avec leurs voisins. Le point M est un point de contour si :

$NORM(GRAD(M)) > NORM(GRAD(M_2))$ et $NORM(GRAD(M)) > NORM(GRAD(M_1))$
 où $NORM(GRAD(M))$ désigne la norme de $GRAD(M)$.

Après la phase d'extraction des extréma locaux on obtient une image dont les contours peuvent être entrecoupés. La phase de seuillage par hystérésis consiste à améliorer les contours par élimination des artefacts. Ceci se fait par la recherche, au préalable, des contours de forte réponse de gradient définie par un seuil haut s_h et ceux de faible réponse de gradient définie par un seuil bas s_b . Puis, on définit le seuillage qui consiste à éliminer toutes les chaînes contours n'ayant pas au moins un point dont la norme du gradient est supérieure au seuil haut s_h [DERICHE 87a].

Dans le cas du Laplacien, les points de contour sont localisés par des passages par zéro du Laplacien. Les passages par zéro du Laplacien sont déterminés par un changement de signe en ces points. Après l'extraction des passages par zéro du Laplacien une étape de seuillage est nécessaire pour éliminer les points de trop faible gradient. Dans cette étape on peut également utiliser un algorithme de seuillage tel que le seuillage par hystérésis.

2.2 Détection de contours par filtrage optimal

En général, il est difficile d'évaluer la performance d'un opérateur de détection de contours. Les résultats obtenus sont jugés d'une façon non objective, car, d'une part le jugement se fait par estimation visuelle et d'autre part les images tests sont limitées en type [MONGA 89].

Par conséquent, il s'avère indispensable de définir des critères de performances d'un opérateur de détection utilisant un modèle de contour et un modèle de bruit. Dans ces conditions, les performances d'un opérateur de détection de contours ont été caractérisées selon trois critères.

- *Critère de détection* : L'opérateur donne une réponse au voisinage d'un contour.
- *Critère de localisation* : Ce critère concerne la précision avec laquelle le contour est détecté.
- *Réponse unique* : Le contour doit provoquer une réponse unique de l'opérateur.

2.2.1 Modélisation de CANNY

CANNY [CANNY 83] se place dans ce contexte d'évaluation de la performance d'un opérateur. Il reprend la modélisation d'un signal monodimensionnel associé à une fonction échelon d'amplitude A noyée dans un bruit additif noté η , blanc et Gaussien de variance η_0 :

$$I(x) = A \cdot u(x) + \eta(x)$$

avec $u(x) = 1$ si $x > 0$ et $u(x) = 0$ autrement.

La modélisation de CANNY consiste à déterminer une réponse impulsionnelle $f(x)$ du filtre qui détecte et localise au mieux les transitions de la fonction I . A partir de cette modélisation, CANNY a concrétisé les critères de performances par des formulations mathématiques :

- La bonne détection revient à maximiser l'expression Σ obtenue à partir du rapport signal sur bruit.

$$\frac{A}{\eta_0} \times \frac{\int_{-\infty}^0 f(x) dx}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx \right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{A}{\eta_0} \Sigma$$

- La bonne localisation consiste à minimiser la variance de la position des passages par zéro. Ceci revient à maximiser l'expression λ .

$$\frac{A}{\eta_0} \times \frac{|f'(0)|}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx \right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{A}{\eta_0} \lambda$$

CANNY a calculé l'opérateur qui maximise le produit $\Sigma \cdot \lambda$ sur une fenêtre $[-a, a]$ sous la contrainte du troisième critère, qui exige une réponse unique au point contour. Il a trouvé la solution du type suivant :

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin \omega x + a_2 e^{\alpha x} \cos \omega x + a_3 e^{-\alpha x} \sin \omega x + a_4 e^{-\alpha x} \cos \omega x$$

Comme la mise en œuvre de l'opérateur le plus performant est difficile, CANNY

l'approxime par la dérivée d'une Gaussienne.

2.2.2. Filtre optimal de DERICHE

Sur la base des mêmes critères définis par CANNY, DERICHE [DERICHE 87b] a défini un filtre qui s'implémente récursivement. La fonction utilisée est de la forme suivante :

$$f(x) = -c x e^{-\alpha |x|}$$

Dans le cas bidimensionnel l'intégrale de $f(x)$ est aussi implémentable récursivement. Cette fonction intégrale est donnée par :

$$h(x) = -k (a|x| + 1) e^{-\alpha |x|}$$

Ces fonctions sont utilisées pour le calcul des composantes du gradient en x et en y . On procède de la manière suivante :

Le gradient en x est calculé en convoluant l'image avec l'opérateur suivant :

$$G_x(x,y) = k (a|y| + 1) e^{-\alpha |y|} \cdot c_1 x e^{-\alpha |x|}$$

Cette opération se traduit par un lissage de l'image dans la direction y puis par un calcul de la dérivée selon la direction x . Pour calculer le gradient en y , on procède de façon analogue.

A partir des composantes du gradient calculées en chaque point de l'image, on peut déterminer en chaque point la norme du gradient et sa direction. L'extraction des contours se fait par la recherche des extréma locaux dans la direction du gradient et par application du seuillage par hystérésis pour éliminer les contours entrecoupés (Cf § 2.1). Les illustrations de la figure 4.2 montrent l'application de l'opérateur de DERICHE.

D'autres filtres comparables à celui de DERICHE ont été définis comme le filtre de SHEN et CASTAN [SHEN 86] obtenu par optimisation d'un critère équivalent à celui présenté par CANNY.



Figure 4.2. Illustration de la détection de contours par le filtre de DERICHE

3. SEGMENTATION REGIONS EN UTILISANT LES CONTOURS

Dans ce paragraphe, on décrit deux approches utilisant la détection de contours pour la segmentation en régions. Nous présentons ci-dessous des méthodes fondées sur des processus de connexion de contours et des méthodes de segmentation par coopération frontières et régions.

3.1 Connexion de contours par méthodes d'optimisation

Ces méthodes s'appuient sur des techniques d'optimisation pour définir un processus de fermeture de contour. Une approche a été conçue pour l'analyse des images de tunnels ferroviaires [FABRE 88]. Le problème consiste à raccorder un ensemble de contours discontinus donnés sous forme d'arcs. Le fonctionnement de l'algorithme nécessite la précision de l'arc de départ et de l'arc d'arrivée. Il s'agit de trouver le meilleur chemin de raccordement des deux arcs. Ces arcs sont donnés sous forme d'une liste de segments. L'algorithme utilise une structure de graphe dont les segments sont les nœuds. La reconnexion revient à rechercher le plus court chemin dans un graphe entre le nœud de départ et le nœud d'arrivée. Pour la recherche du plus court chemin dans un graphe, on utilise l'algorithme classique connu sous le nom de l'algorithme de DIJKSTRA. Cette approche est destinée à une application précise et il est délicat

de l'appliquer à un type quelconque d'image car il est nécessaire de définir à chaque fois l'arc de départ et celui d'arrivée.

D'autres méthodes s'appuient sur des approches d'optimisation dont les principes sont décrits dans [MONTANARI 71] [MARTELLI 76]. Il s'agit de rechercher le chemin qui permet de minimiser une fonction de coût global en tenant compte de la courbure des contours et de l'orientation des angles [COOPER 80], [MAITRE 78]. MAITRE décrit une approche de connexion de frontières [MAITRE 78]. Les fermetures à courte distance sont opérées en reliant les extrémités des contours. Les fermetures de contours à longue distance sont effectuées par une méthode similaire à celle décrite dans [MARTELLI 76]. Les approches utilisant ces techniques d'optimisation ont généralement une mise en œuvre délicate et précisément dans le cadre de l'élaboration de la fonction de coût; elles nécessitent beaucoup de place mémoire et un temps d'exécution prohibitif [MAITRE 91].

3.2 Fermeture de contour et coopération régions-frontières

FERMETURE DE CONTOURS

DERICHE et COCQUEREZ [DERICHE 87a] proposent une approche de segmentation par fermeture de contours dont le principe est le suivant :

Après la détection de contours en utilisant le filtre optimal de DERICHE, on obtient des contours de taille d'un pixel et on mémorise les gradients en chaque point. Les extrémités de contours sont identifiées par un nombre limité de configurations d'un voisinage (Cf. figure 4.3). Chaque configuration définit une direction d'exploration en vue de la fermeture.

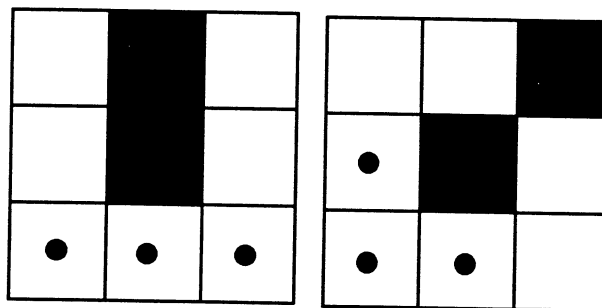


Figure 4.3. Exemples de configurations d'une extrémité d'un contour.
les autres configurations sont obtenues par rotation. Les points en noirs représentent les voisins à examiner. Les cases sombres représentent les points contours.

Le fonctionnement de l'algorithme consiste à explorer l'image ligne par ligne et de haut en bas. A chaque fois qu'une extrémité est rencontrée, la procédure de fermeture est mise en œuvre. Une fois la condition d'arrêt satisfaite, le balayage de l'image reprend où il s'était arrêté.

La fermeture effectuée par l'algorithme est fondée sur l'élaboration d'un chemin issu d'un point d'extrémité, en examinant trois de ses voisins (Cf. figure 4.3). Une extrémité est considérée comme la racine d'un arbre dont les branches sont les chemins possibles et les sommets sont étiquetés par la norme du gradient. Par une exploration en "largeur d'abord" de l'arbre jusqu'à une profondeur donnée, on détermine le voisin origine du meilleur trajet de fermeture. Le critère de sélection est fondé sur une fonction de coût liée à la norme de gradient.

Les tentatives de fermeture peuvent être infructueuses et par conséquent, une élimination des contours qui ne forment pas des régions est effectuée.

Ensuite, afin d'obtenir une image où chaque région est identifiée par un label, on passe par l'extraction de composantes connexes après la fermeture de contours.

Avant de développer notre approche de segmentation par coopération de frontières et régions, on présente une approche de connexion de frontières fondée sur des critères de proximités. Le principe de cette approche est le suivant :

On considère les extrémités des arcs contours comme des germes. On construit le diagramme de Voronoï associé aux germes. Pour chaque extrémité M , on calcule deux candidats à la connexion. D'une part, on cherche l'extrémité d'un autre contour la plus proche de M . D'autre part, on cherche, s'il existe, le point d'un autre contour dans le polygone de Voronoï $P(M)$, le plus proche de l'extrémité M . A l'aide des deux points calculés, on connecte, s'il n'y a pas d'intersection, le point M au point le plus proche des deux. S'il y a un point d'intersection, alors on connecte M à ce point d'intersection. Un exemple de connexion de frontières obtenu en utilisant cet algorithme est illustré ci-dessous.

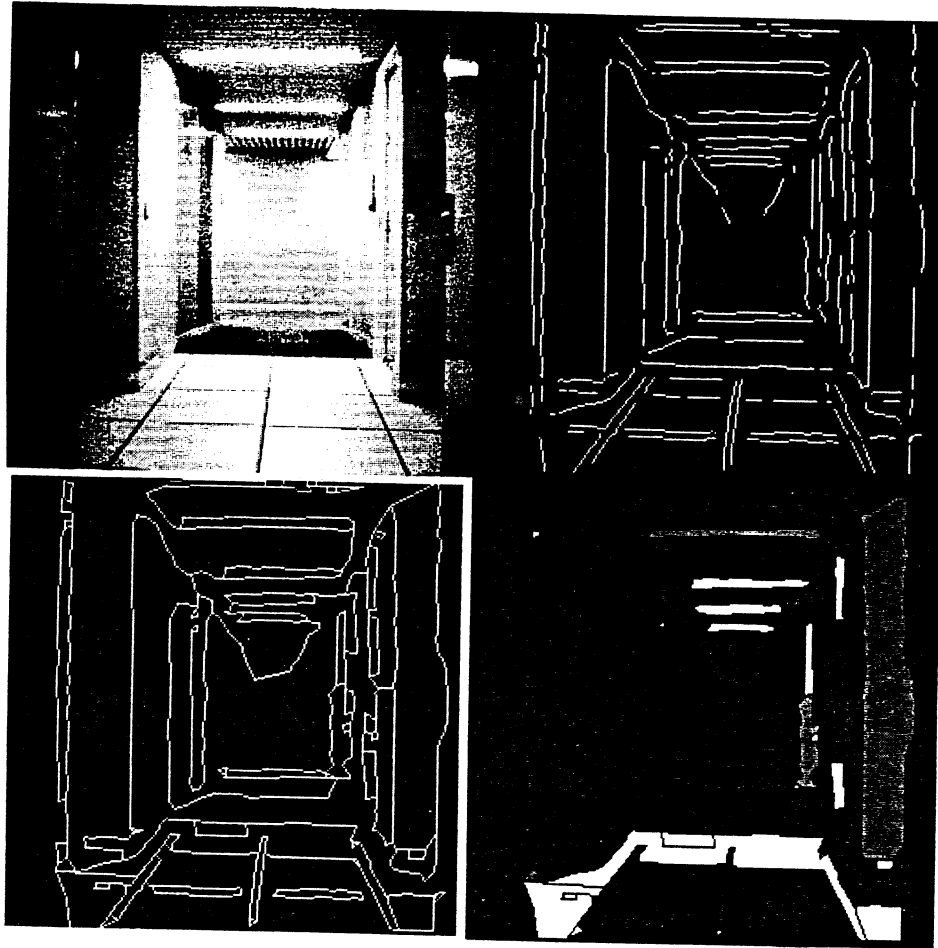


Figure 4.4 Connexion de contours par l'algorithme de proximité

COOPERATION REGIONS-FRONTIERES

Une récente approche de segmentation par coopération de régions et frontières est décrite dans [PAVLIDIS 90]. L'approche fonctionne en deux étapes principales. On commence par une sur-segmentation de l'image en utilisant l'approche de "Split and Merge" décrite dans [HOROWITZ 76]. La méthode de croissance de régions utilisée génère trois types d'erreurs :

- Une frontière d'une région ne correspond pas à un contour réel.
- Présence d'un vrai contour au voisinage d'une frontière d'une région.
- Il existe un élément de contour sans présence d'aucune frontière d'une région dans son voisinage.

Pour corriger ces erreurs PAVLIDIS et al. utilisent des critères qui combinent des mesures de contraste et une fonction de lissage le long des frontières .

L'inconvénient de cette approche concerne l'élimination d'un contour en tenant compte du sens d'existence des autres (Cf. figure 4.5).

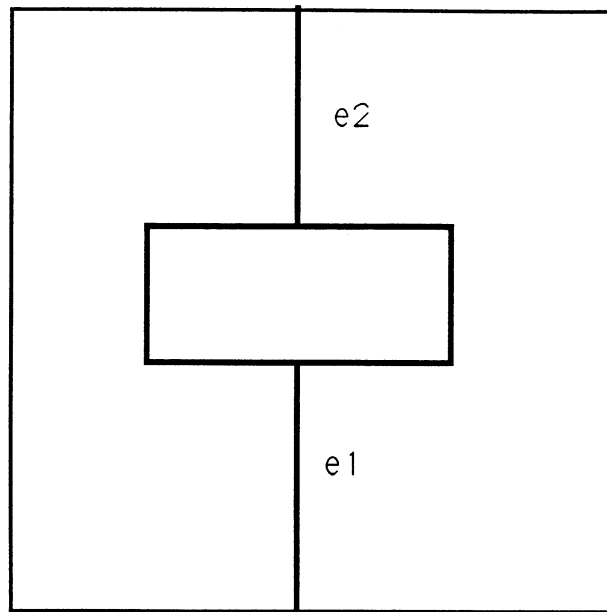


Figure 4.5 Illustration de l'élimination des contours [PAVLIDIS 90]
l'Elimination du contour e₁ nécessite l'élimination du contour e₂

Une autre technique de segmentation par coopération régions et frontières a été décrite dans [VINET 91], [WROBEL 87]. Cette approche utilise une segmentation de croissance de régions [GAGALOWICZ 85] guidée par une carte de contours. L'algorithme fonctionne en deux étapes principales : une phase de partition qui consiste à diviser une région R ne vérifiant pas le prédicat P suivant :

$P(R) = \{(\max R - \min R) < s \text{ et } R \text{ ne contient aucun point contour}\}$

maxR, minR désignent le maximum et le minimum des niveaux de gris dans la région R.

La seconde phase de l'algorithme est un processus de regroupement. Il consiste à définir une fusion hiérarchique en tenant compte des contours. Un prédicat de fusion utilisé est le suivant :

$P(R_1, R_2) = [\text{Variance } (R_1 \cup R_2) < s \text{ et } F(R_1, R_2)/C(R_1, R_2) < t]$

$F(R_1, R_2)$ = longueur de la frontière entre R_1 et R_2 .

$C(R_1, R_2)$ = nombre de points de contour situés sur la frontière entre R_1 et R_2 .

Atteindre le contour en utilisant le quadtree génère un nombre important de régions inutiles. Un exemple d'un tel partitionnement est fourni en figure 4.6

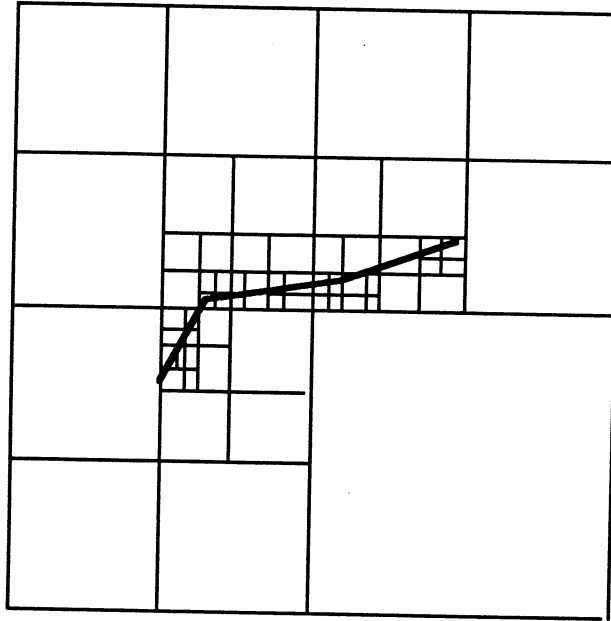


Figure 4.6 Segmentation par quadtree en tenant compte des contours

Dans ce qui suit, nous présentons notre contribution au développement de ce type d'approches. Nous proposons de démarrer la segmentation sur un nombre minimum de régions. Concrètement, pour le contour de la figure 4.6, on se propose de générer exactement deux régions (Cf. figure 4.7).

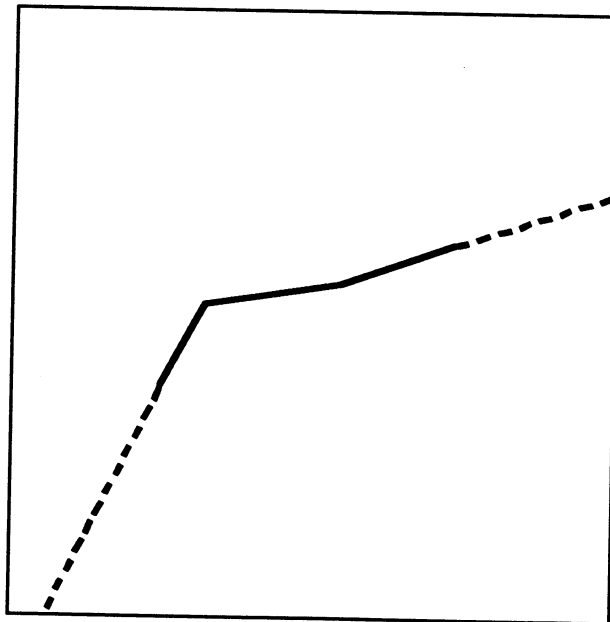


Figure 4.7 Type d'initialisation que nous proposons

Afin de réaliser cette initialisation, nous proposons d'utiliser le diagramme de Voronoï généralisé basé sur les lignes polygonales. Le résultat de ce type

généralisé basé sur les lignes polygonales est illustré en figure 4.8

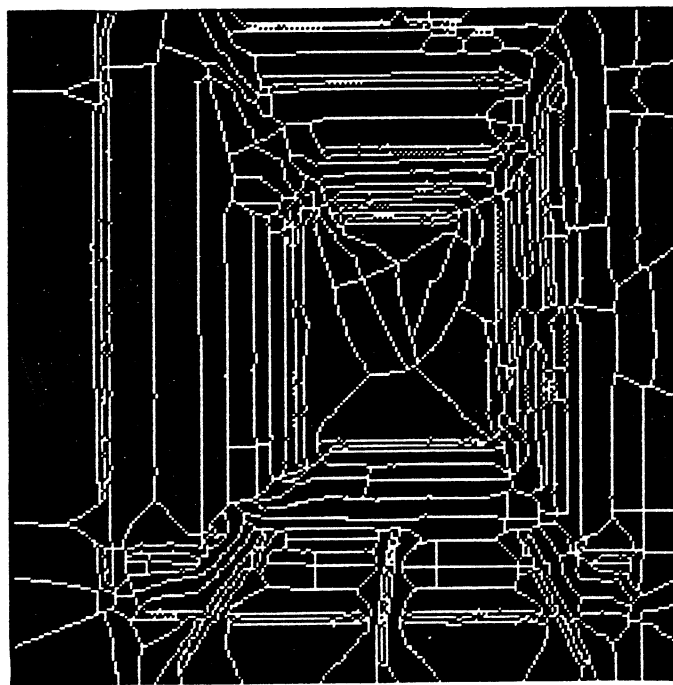
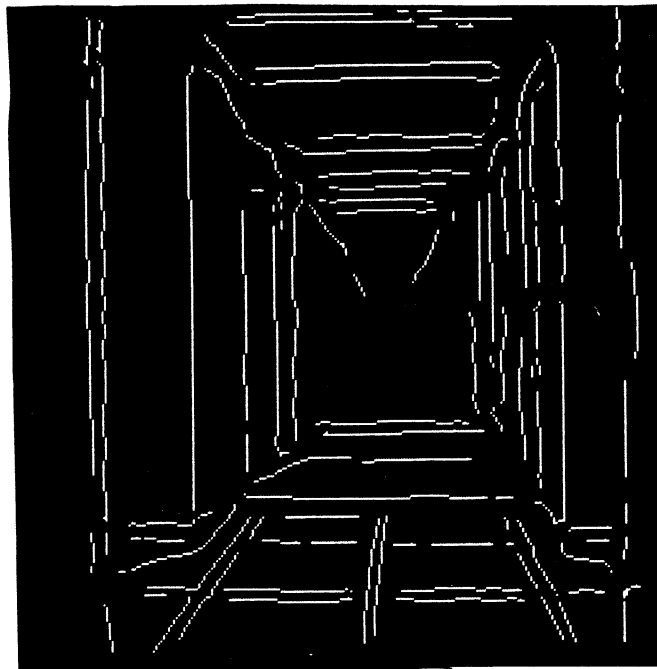


Figure 4.8 Initialisation utilisée par notre approche
Les contours obtenus sont portés par les frontières des régions

4. COOPERATION ENTRE CONTOURS ET REGIONS DE VORONOI

L'objectif consiste à définir une segmentation en régions fondée sur une détection optimale de contour. Il s'agit de développer une segmentation, initialisée sur une partition de l'image en zones s'appuyant sur des frontières obtenues par un opérateur de détection de contours. Les étapes suivantes de la segmentation sont les opérations de partition et de fusion qui consistent à diviser les régions "non homogènes" et fusionner les régions "similaires". L'avantage de la segmentation proposée réside dans son initialisation. En effet, les points de forte variation de contraste (généralement les points séparant deux régions différentes) font partie des frontières des régions générées au départ. Cette différence vis-à-vis des autres méthodes de croissance de régions est importante car on exploite dès le départ des contours "pertinents" détectés par des opérateurs optimaux. La difficulté du problème réside dans l'intégration des contours dans un environnement dont la structure de données permet d'exercer des opérations de partition et de regroupement. Afin d'aboutir à de telles exigences, on propose l'utilisation du diagramme de Voronoï généralisé basé sur des lignes polygonales. Le schéma global de l'algorithme de segmentation est alors le suivant :

INITIALISATION

On détecte les frontières de l'image par utilisation d'un opérateur de détection de contours. On détermine une approximation des contours par des lignes polygonales. On associe à chaque contour deux lignes polygonales équidistantes à celui-ci. Puis on calcule le diagramme de Voronoï de ces lignes polygonales .

ETAPE DE PARTITION (PHASE ITERATIVE)

On divise les régions non homogènes sans que la modification du diagramme ne détruise l'approximation des contours initiaux. Cette division peut s'opérer en insérant des points au diagramme de Voronoï associé aux lignes polygonales fictives. On effectue une mise à jour du diagramme de Voronoï généralisé. On cherche de nouvelles régions non homogènes.

CONDITION D'ARRET

A la fin du processus itératif, on obtient des régions homogènes et des régions non homogènes. Ces dernières sont de faibles tailles et ne permettent pas l'insertion de nouveaux points.

ETAPE DE FUSION

Cette étape consiste à déterminer les régions de la segmentation. La qualité de la segmentation dépendra des critères utilisés.

Les détails des étapes de l'algorithme sont décrits ci-dessous d'une manière générale et seront explicités au cours du paragraphe suivant.

4.1 Etape d'initialisation

Après la détection des contours, on les représente sous forme de lignes polygonales. On associe à chaque contour deux lignes polygonales fictives parallèles et équidistantes à ce contour. La raison pour laquelle on utilise deux lignes polygonales fictives équidistantes du contour réside dans le fait que le contour devient ainsi élément du diagramme de Voronoï associé aux lignes polygonales fictives. Supposons que le contour est formé d'une suite de segments $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$. Pour chaque segment D_i de la ligne polygonale, on associe deux segments D^1_i, D^2_i , parallèles à (D_i) et situés à une distance (dis) égale de (D_i) . Les segments $D^1_1, D^1_2, D^1_3 \dots D^1_n$, forment une ligne polygonale dont les sommets sont les intersections des segments D^1_i, D^1_{i+1} . Dans la figure 4.9, on présente un exemple d'une telle affectation.

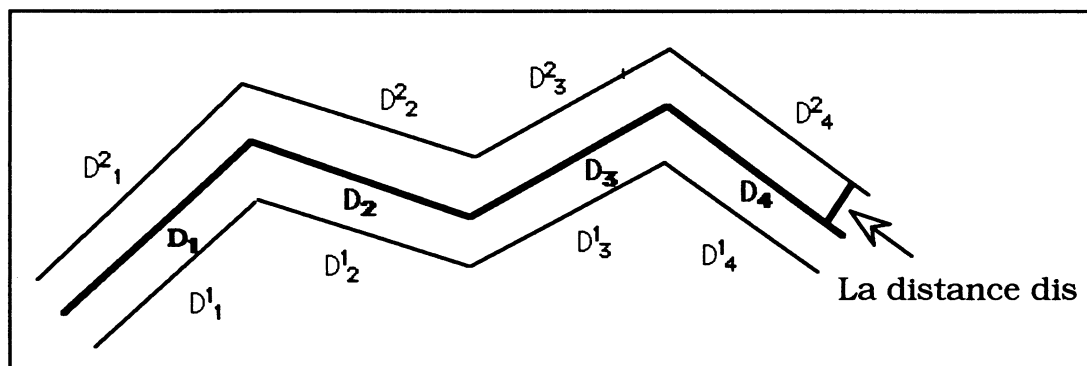


Figure 4.9 Affectation de lignes polygonales fictives à un contour

Les lignes polygonales sont définies pour chaque contour. La bissectrice de deux lignes polygonales fictives contient le contour avec une légère imprécision au niveau des sommets de l'approximation (Cf. figure 4.10). Le diagramme de Voronoï des lignes polygonales fournit une partition de l'image en régions s'appuyant sur les frontières détectées par l'opérateur de détection de contours. Un schéma illustrant le partitionnement obtenu en utilisant le diagramme de

Voronoi associé aux lignes polygonales fictives est fourni dans la figure 4.11. Afin de déterminer les mesures d'homogénéité au niveau de chaque région, on représente le diagramme calculé sous forme d'une image. Comme dans le cas du chapitre 2.3, on effectue un étiquetage des régions générées par le diagramme, en affectant aux pixels de chaque zone le numéro de sa ligne polygonale.

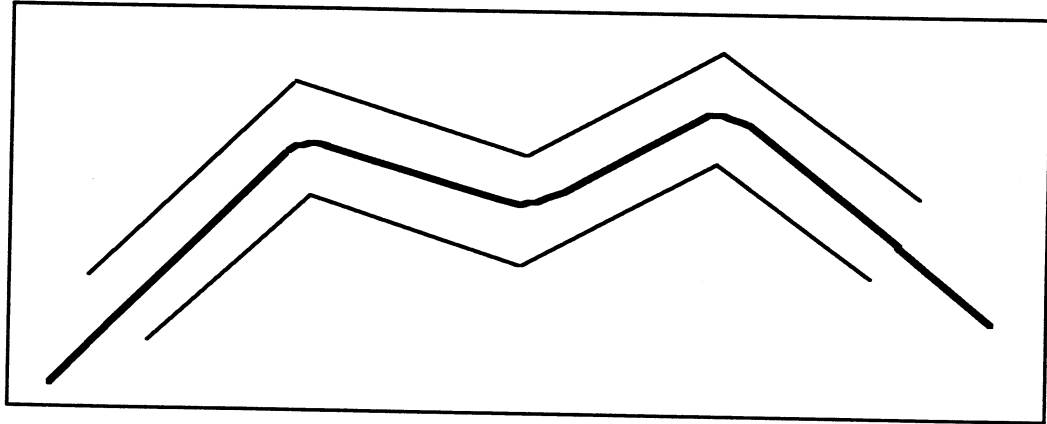


Figure 4.10 Bissectrice de lignes polygonales fictives

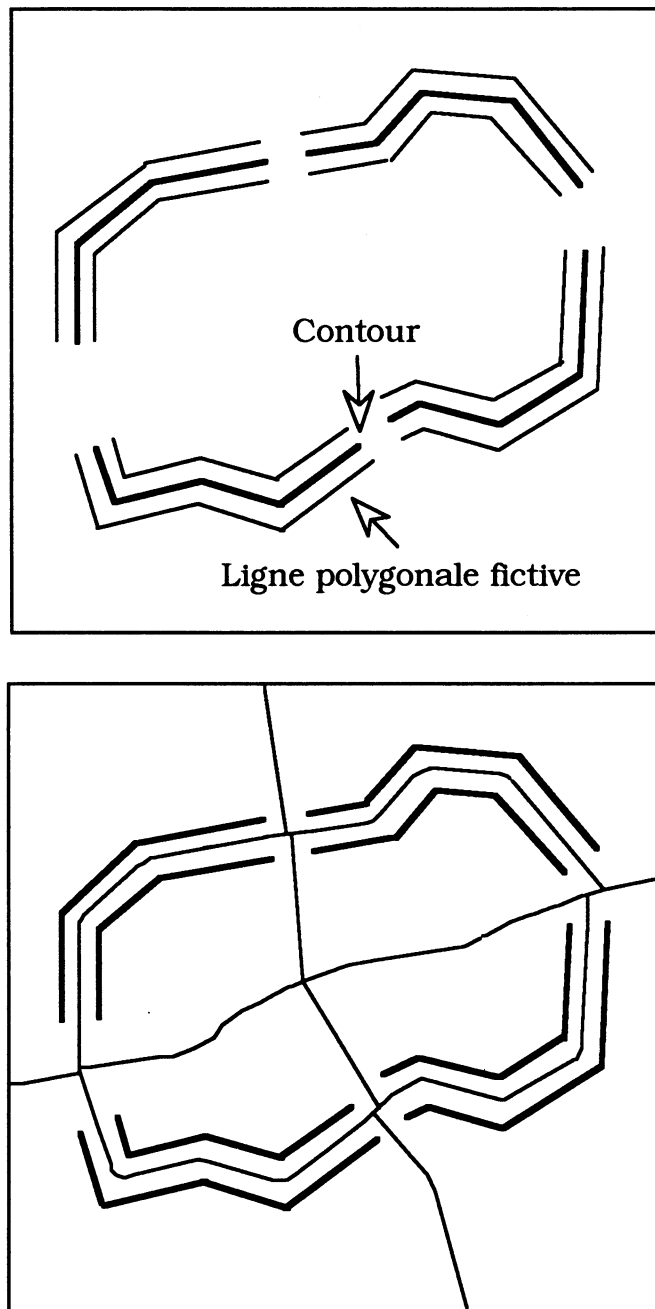


Figure 4.11 Diagramme de Voronoï des lignes polygonales fictives

4.2 Etape de partition

La réalisation des opérations de division, nécessite d'exploiter un algorithme dynamique calculant le diagramme de Voronoï basé sur les lignes polygonales. Plus précisément, on utilise un algorithme qui permet l'insertion d'objets (par exemple des points) avec une modification locale du diagramme. Le rôle de cette étape consiste à réduire par division la taille des régions révélées non homogènes selon un opérateur de mesure d'homogénéité. La division d'une

région non homogène s'opère par l'ajout de germes de type points au niveau de cette région. Le positionnement des nouveaux points peut s'effectuer d'une manière similaire à celle décrite au chapitre 2.3. Par ailleurs, la partition d'une zone est soumise à la contrainte suivante : on doit diviser la région sans détruire l'approximation des contours obtenus initialement. Afin de respecter cette contrainte, on ne génère pas de germes au niveau des domaines limités par les lignes polygonales fictives. Un exemple de tels domaines est fourni dans la figure 4.12. Ils sont représentés par les régions hachurées. L'étape de division des régions non homogènes se poursuit jusqu'à l'obtention de régions homogènes ou éventuellement de régions non homogènes mais de faibles tailles. La figure 4.13 est un schéma du processus de division d'une région par insertion de germes.

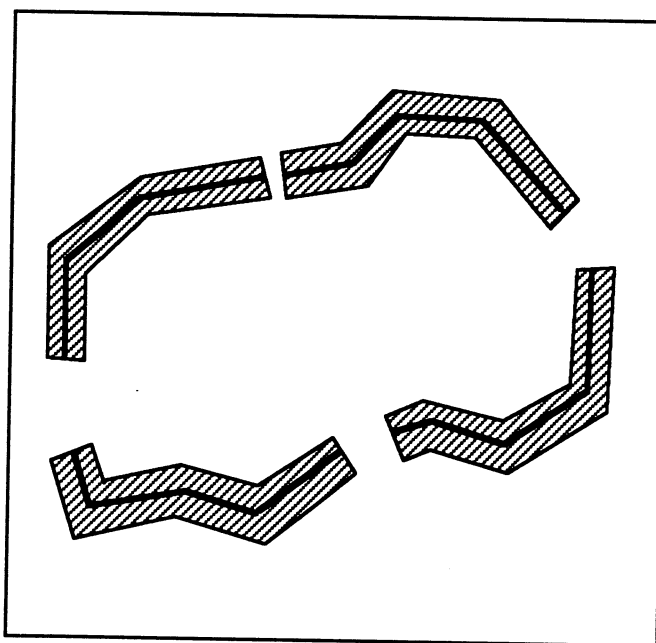


Figure 4.12 Domaines où on ne génère pas de nouveaux germes.

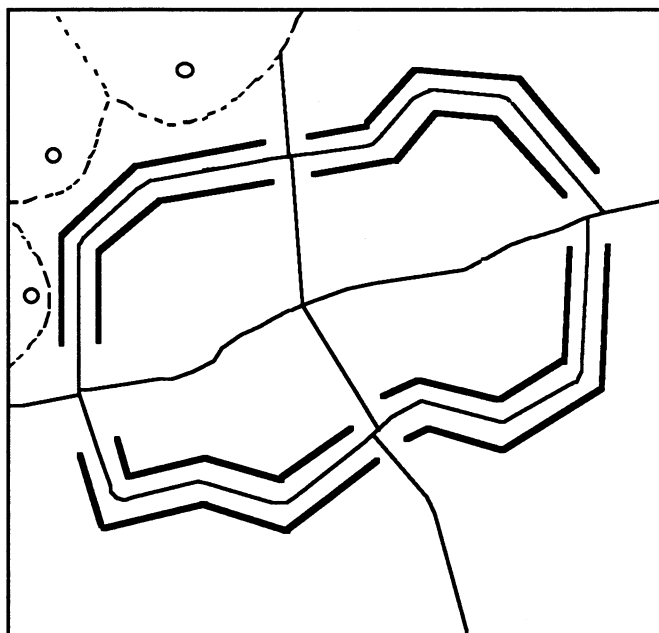


Figure 4.13 Division d'une région par insertion de nouveaux germes

4.3 Phase de fusion

Selon le même principe que celui décrit dans le chapitre 2.3, on construit chaque région de la segmentation finale par des tests de similarité effectués sur une région de Voronoï donnée et ses voisins immédiats. Les tests de similarité entre les régions adjacentes doivent tenir compte des contours détectés initialement. Un exemple d'un tel critère de fusion est décrit par [VINET 91].

5. UTILISATION DE L'APPROXIMATION DU DVG

La difficulté de la réalisation de cette approche réside dans la recherche d'outils géométriques permettant de calculer le diagramme de Voronoï basé sur des lignes polygonales fictives, d'une manière dynamique et avec une complexité faible. Actuellement, on ne dispose pas "à ma connaissance" d'algorithmes permettant de remplir cette tâche. Faute de disponibilité d'un tel outil et pour réaliser cette segmentation, on utilise l'algorithme décrit dans le chapitre 3 qui permet le calcul d'une approximation du diagramme de Voronoï d'un ensemble d'objets polygonaux. Cette approche est adaptée à ce problème, en l'occurrence, pour générer une partition de l'image en régions de Voronoï dont les frontières contiennent les contours détectés initialement. Les différentes étapes de cette

segmentation sont décrites ci-dessous.

5.1 Représentation polygonale des contours

La première étape consiste à détecter les contours, en utilisant, par exemple, le filtre optimal de DERICHE. On approxime chaque contour par une ligne polygonale. Diverses techniques ont été décrites pour fournir cette approximation. Parmi ces techniques, on peut citer les approches fondées sur les changements de direction. Elles consistent à extraire les points de forte courbure [ROSENFELD 73], [TEN 89]. Une autre approche appelée approximation par découpage récursif comporte deux phases : une étape de découpage et une phase de regroupement des segments. L'étape de découpage consiste à déterminer des points appelés points de cassure (qui constituent les sommets de l'approximation polygonale) [PAVLIDIS 74]. La phase de regroupement fusionne les segments adjacents obtenus par le découpage. Cette étape élimine certains sommets de l'approximation polygonale. Ces techniques sont détaillées dans [CHASSERY 91a].

5.2 Discrétisation des lignes polygonales fictives

Au cours de la phase d'initialisation décrite dans le paragraphe 4.1, on affecte à chaque contour deux lignes polygonales. Afin de calculer une approximation du diagramme de Voronoï associé aux lignes polygonales, on effectue une discrétisation de ces lignes polygonales de la même manière que celle décrite dans le chapitre 3.

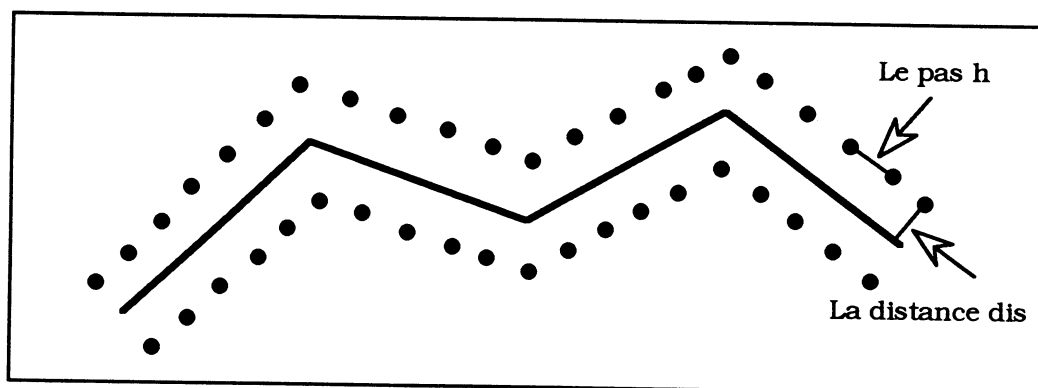


Figure 4.14 Exemple de la discrétisation des lignes polygonales

La figure 4.14 illustre la discrétisation des lignes polygonales fictives avec un pas h et à une distance dis du contour. Cette distance est choisie suffisamment faible afin d'éviter de grandes erreurs d'approximation (Cf. figure 4.15). Pour nos réalisations expérimentales, on prend pour la distance dis une valeur située entre 1,2 et 1,5.

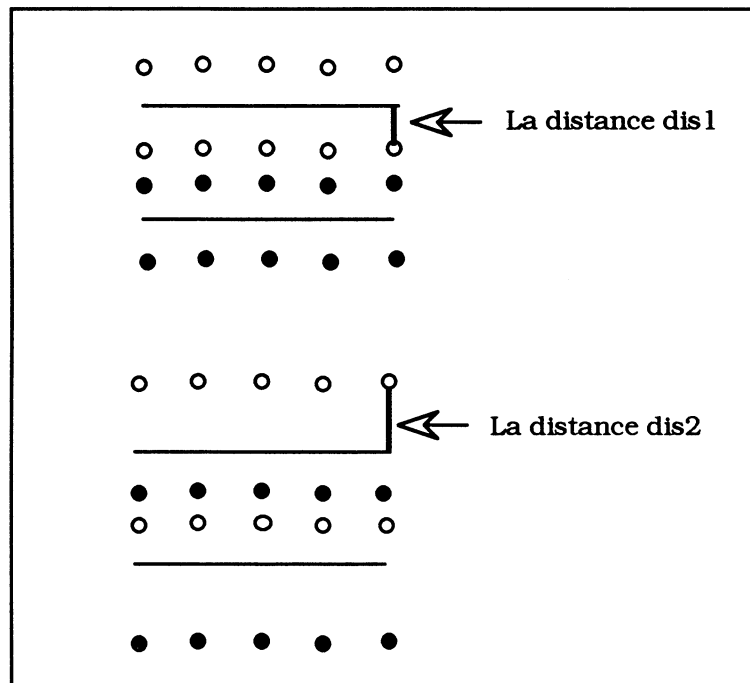


Figure 4.15 Choix de la distance dis
Le choix de $dis = dis2$ n'est pas correcte

REMARQUE La distribution des lignes polygonales fictives (définie dans 4.1) n'est pas unique, dans le sens où l'on peut trouver d'autres distributions dont les séparateurs contiennent les contours détectés initialement. Un exemple d'une telle distribution est fourni dans la figure 4.16. L'avantage de la distribution choisie précédemment permet de concevoir une segmentation automatique et ne nécessite aucune analyse sur la distribution des contours.

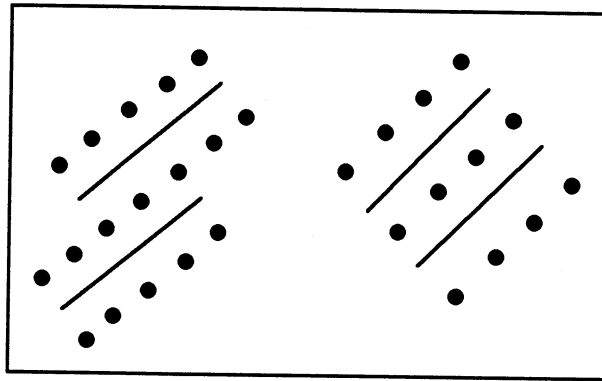


Figure 4.16 Exemple d'une autre distribution des germes

Après, le calcul du diagramme de Voronoï ponctuel contenant l'approximation des contours, on associe à chaque polygone la moyenne des niveaux de gris des points qu'il contient. Pour extraire l'approximation du diagramme Voronoï des lignes polygonales fictives, et afin de déterminer l'approximation des contours, on utilise les labels associés à chaque germe de la discrétisation.

L'extraction du diagramme de Voronoï des lignes polygonales est effectuée en affectant aux germes d'une ligne polygonale le même label. Une arête de l'approximation sépare deux germes ayant des labels différents.

Par ailleurs, l'approximation des contours est obtenue en procédant de la manière suivante : soient $(C_1, C_2), (C_3, C_4), \dots, (C_{2i-1}, C_{2i}), \dots, (C_{2n-1}, C_{2n})$ des couples de lignes polygonales associées aux contours identifiés par les numéros $1, 2, \dots, 1, \dots, n$. n est le nombre de contours. On associe aux points de la ligne C_{2i-1} le label $1 + 3(i-1)$ et aux points de la ligne C_{2i} le label $2 + 3(i-1)$, ($i = 1, \dots, n$). Un exemple est fourni dans la figure 4.17. L'approximation des contours est obtenue ainsi : Chaque arête séparant deux germes ayant deux labels consécutifs (de différence égale à 1) appartient à l'approximation du contour.

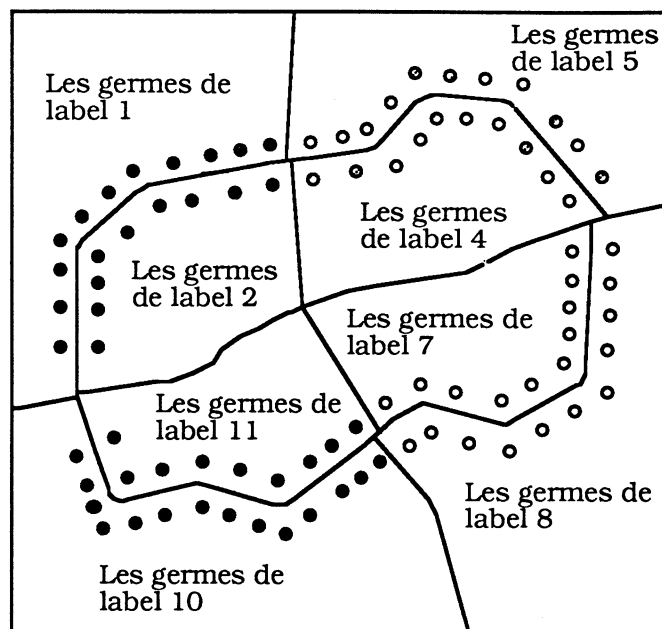


Figure 4.17 Etiquetage utilisé pour extraire les approximations des contours

5.3 Génération de nouveaux germes

La partition obtenue après la phase d'initialisation ne représente pas une segmentation vérifiant les critères définissant une segmentation (Cf. CHAP 2.3). Cette étape consiste à diviser des régions non homogènes. La mesure d'homogénéité utilisée est la même que celle décrite dans le CHAP.2. Le processus de division d'une région est opéré en insérant des germes au niveau de chaque polygone de Voronoï non homogène. L'insertion est réalisée comme dans le cas décrit au chapitre 2. Par ailleurs, l'insertion des nouveaux germes doit s'effectuer sans détruire l'approximation des contours initiaux. C'est à dire les germes sont générés à l'extérieur des domaines limités par les lignes polygonales. Afin d'ajouter un nouveau germe M dans un polygone associé au germe M_k et d'éviter de le mettre dans ces domaines, on définit la contrainte d'insertion suivante : un germe M est inséré si la condition suivante est réalisée : $d^2(M, M_k) > dis^2 + h^2$, où h est le pas de discrétisation et dis la distance de la ligne polygonale au contour associé.

5.4 Extraction de régions

L'extraction des régions peut s'effectuer selon l'étape de fusion décrite dans la partie 4.3. Cependant ceci nécessite une étude approfondie sur les divers tests de similarité opérés sur les régions adjacentes. Ces tests doivent tenir compte du type de l'image étudiée, des contours détectés initialement (longueur du contour, mesure de variation du gradient de part et d'autre du contour etc), des degrés d'homogénéité des régions adjacentes à ce contour etc. Ce type de fusion peut être mis œuvre ultérieurement en utilisant à titre d'exemple les prédicats décrits dans la méthode de croissance hiérarchique de région [VINET 91]. On peut s'inspirer également de l'approche décrite dans [PAVLIDIS 90]. Au niveau de la réalisation pratique, nous avons utilisé un processus de fermeture de frontières.

Dès la phase d'initialisation, quelques effets de fermeture de frontières sont obtenus par prolongement des séparateurs contenant les contours. Certaines prolongations de contours sont abusives. Elles sont ajustées après la phase de partition. Les ouvertures de contours, qui subsistent, sont comblées par un processus géométrique de fermeture.

6. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Détaillons ces différentes étapes en se reportant à la figure 4.18. La figure 4.18b présente le résultat de la détection de frontières appliquée sur l'image initiale présentée en figure 4.18a. Après insertion des lignes polygonales fictives et discrétisation de ces lignes en 5000 germes, nous présentons en figure 4.18c le partitionnement en régions de Voronoï. On voit apparaître l'exosquelette, ainsi que les prolongements de contours. En ne conservant que la partie de l'exosquelette portée par les contours, on obtient la figure 4.18d sur laquelle on constate aisément des opérations de fermeture de contours.

La figure 4.18e illustre la représentation région où chaque région correspond à un polygone de Voronoï issu de la figure 4.18c. Par insertion de germes dans les régions non homogènes, on obtient les différentes étapes illustrées en figure 4.18g et 4.18i. Sur cette dernière, on a obtenu une partition avec 6500 germes. Comme pour le cas de la figure 4.18d, on présente en 4.18f et 4.18i, les résultats illustrant l'évolution de l'exosquelette porté par les contours. On constate outre les aspects de fermeture que certains contours se trouvent être réajustés (notamment raccourcis) par rapport à l'étape 4.18d, ceci étant lié au fait que les régions avoisinantes des extrémités de ces contours ont nécessité une phase de

division. Un résultat similaire est présenté dans la figure 4.19.

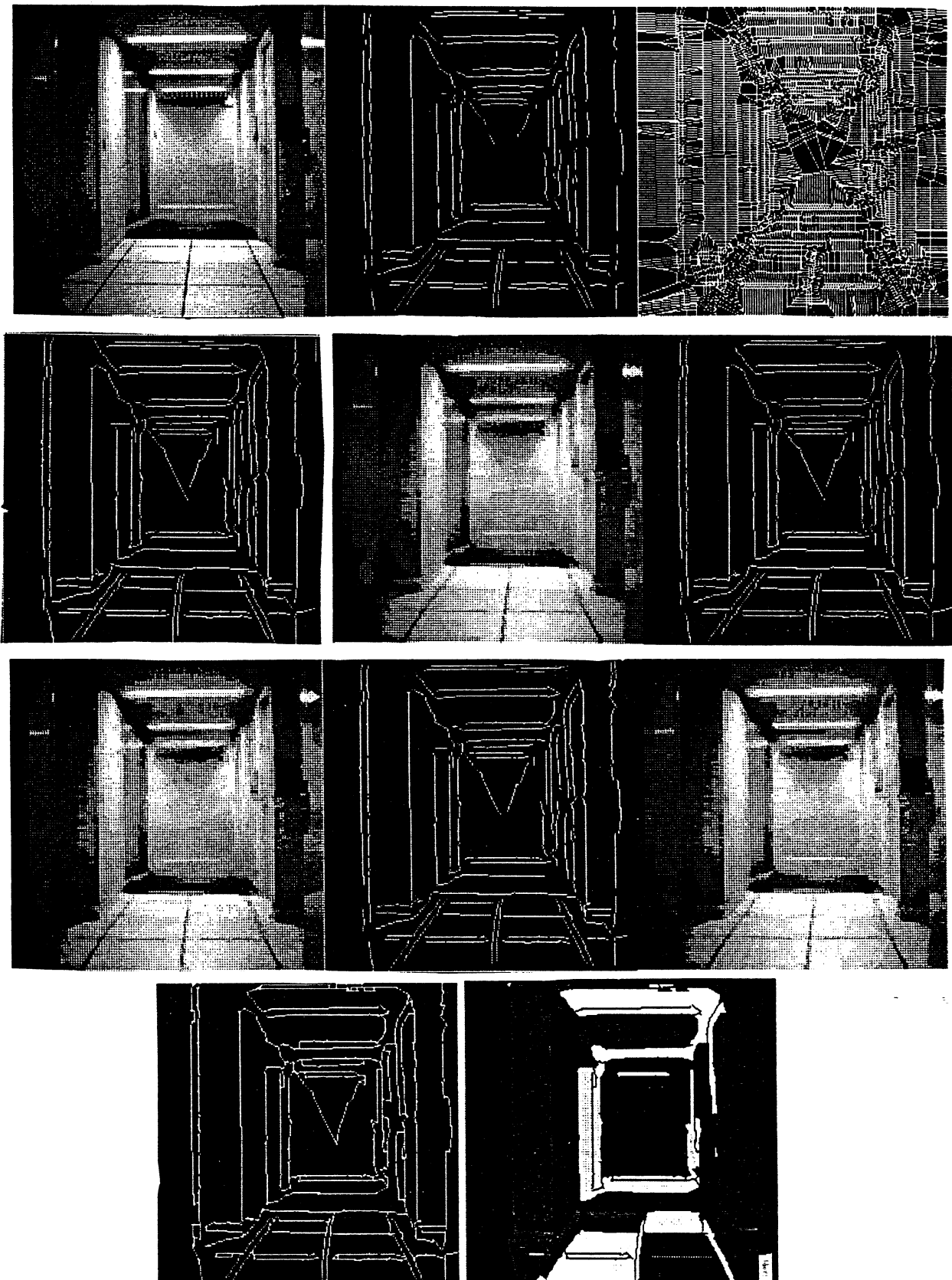


Figure 4.18 Illustration de l'algorithme sur une image réelle

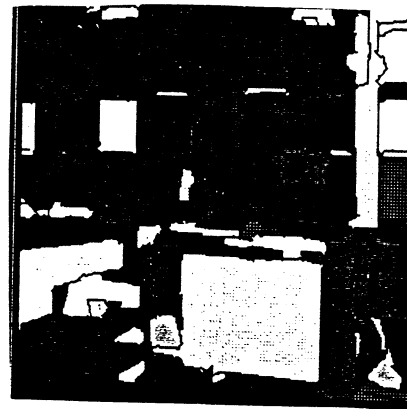


Figure 4.19 Résultat de l'algorithme sur une autre image.

7. CONCLUSION

Notre méthode de segmentation consiste à générer dès l'initialisation une partition de l'image en régions dont les contours contiennent les frontières, détectées initialement. Par conséquent, nous disposons d'une partition ayant des informations pertinentes intégrée dans un environnement de division et fusion. L'intérêt de ce type de procédé est d'exploiter les avantages des techniques de détection de contours et de la segmentation en régions. L'approche présentée utilise l'algorithme de construction du diagramme de Voronoï généralisé basé sur les lignes polygonales (Cf. CHAP3). En perspective et afin d'améliorer cette technique, il est intéressant de concevoir un algorithme dynamique permettant de calculer le diagramme de Voronoï généralisé basé sur les lignes polygonales. On peut adapter, dans un premier temps, l'algorithme de construction dynamique du Diagramme de Voronoï d'un ensemble de Segments [AMET 90].

CHAPITRE 5.

APPLICATION DE LA SEGMENTATION A LA DETECTION D'EVENEMENTS EN IMAGERIE MULTI-SOURCES

Ce chapitre s'inscrit dans le cadre des applications de la segmentation en polygones de Voronoï. Cette application consiste à détecter les différences en termes de présence d'objets dans une image et non pas dans l'autre. Dans le domaine des œuvres d'art, les sous-peintures d'un tableau constituent la différence à déceler en comparant les images d'une œuvre acquises dans des domaines de radiométrie différents. On présente les divers types de dégradations et les traitements d'atténuation associés. Le dernier paragraphe décrit les différentes étapes de l'algorithme appliqué à la détection d'événements et les résultats obtenus.

1. INTRODUCTION

L'objectif consiste à localiser des différences entre deux images issues d'observations à différentes radiométries. L'application d'une telle étude concerne la localisation des sous peintures d'une œuvre d'art (c'est-à-dire les compositions antérieures qui sont recouvertes par la composition finale). Le traitement est effectué à partir de deux images (image visible et image infra-rouge).

Par ailleurs, certaines œuvres d'arts présentent des dégradations (craquelures, cassures, tâches, etc). L'atténuation des dégradations est le prétraitement opéré avant de passer à l'étape de la détection des sous peintures. Le problème de la détection d'événements a été étudié par HEITZ [HEITZ 87]. Dans cette perspective, nous proposons une approche de comparaison d'images multi-sources pour lesquelles les différences à détecter sont souvent d'ordre géométrique. L'approche proposée est fondée sur le partitionnement de Voronoï et s'inscrit dans le cadre des extensions de la segmentation en polygones de Voronoï décrite dans le CHAP.2.

Ce chapitre comporte trois parties. On présente tout d'abord les différents traitements des dégradations. Puis les méthodes de détection d'événements. On décrit enfin les étapes de notre algorithme suivi des résultats expérimentaux obtenus.

2. TRAITEMENTS DES DEGRADATIONS

2.1 Présentation générale

Cette partie est consacrée au traitement des différents types de dégradations dans les images d'œuvres d'arts. Un tel traitement consiste à dégager tout effet parasite dû à différents niveaux de dégradations. L'enjeu d'un tel traitement est de faciliter la lisibilité des images dont les dégradations gênent l'interprétation de quelques éléments significatifs. Elle facilite également la détection des changements inter-images. Les différents types de dégradations que peut manifester une image d'œuvre d'art sont décrits ci-dessous :

- *Dégradations microscopiques (craquelures)* : Les craquelures sont des dégradations présentes sur la surface de la peinture. Elles consistent essentiellement en un bruit additif. Les traitements de filtrage utilisés visent à supprimer les textures associées aux craquelures.
- *Dégradations macroscopiques (cassures)* : Ces dégradations sont généralement linéaires. Elles sont dues à une altération du support de l'œuvre d'art. Le traitement associé à ce type de dégradation est de récupérer les informations perdues dans les zones atteintes.
- Certaines images d'œuvres d'arts sont obtenues après un montage par balayage. Les images correspondantes présentent des transitions entre les mosaïques d'assemblages. Le problème consiste à supprimer les frontières entre les éléments assemblés.
- D'autres œuvres sont atteintes par des dégradations sous forme de tâches dues aux phénomènes physiques comme l'humidité. La restauration des zones dégradées est opérée par la modification de la dynamique des niveaux de gris sans changement de la structure des objets.

2.2 Correction radiométrique

Les mosaïques d'assemblages sont souvent utilisées en imagerie satellitaire [HEBERT 85]. Elles interviennent également dans le domaine des œuvres d'art.

La correction radiométrique consiste à atténuer les transitions brutales entre les éléments de mosaïque. L'objectif d'un tel traitement n'est pas seulement d'ordre esthétique, mais doit permettre d'obtenir une cohérence globale de l'image et doit faciliter d'autres traitements tel que la détection d'événements. Parmi les techniques de correction radiométrique, on mentionne un processus de correction réalisé en trois phases. La première consiste en une égalisation des histogrammes, des éléments de la mosaïque. La phase suivante consiste à déterminer les frontières optimales du découpage dans les zones de recouvrement. Enfin, un lissage est défini en minimisant les discontinuités intervenant au niveau des frontières [MILGRAM 75], [MILGRAM 77]. PELEG définit une méthode itérative fondée sur une fonction de correction qui permet d'éliminer des frontières parasites et qui manifeste des variations faibles en dehors des transitions entre éléments de la mosaïque. La méthode de relaxation est utilisée pour estimer cette fonction de correction. La lenteur de convergence de la méthode de relaxation et le temps d'exécution de l'algorithme constituent

des inconvénients majeurs de cette méthode [PELEG 81].

2.3 Filtrage des textures et de craquelures

Le filtrage fait l'objet d'une littérature abondante. On peut citer les approches classiques qui consistent à passer dans le domaine de Fourier, puis à opérer dans ce domaine fréquentiel des traitements définissant la correction souhaitée. L'image filtrée est obtenue par le passage à la transformée inverse [RINDFLEISH 71], [LORRE 77]. Ces méthodes sont efficaces sur les scènes qui manifestent des bruits périodiques (par exemple les textures). Une importante bibliographie concernant ce sujet est décrite dans la thèse de HEITZ [HEITZ 88].

Dans le cadre d'œuvres d'art, certaines méthodes de filtrages sont adaptées afin de supprimer les bruits et les textures issues des supports de l'œuvre étudiée (toile ou bois). Généralement ces méthodes utilisent la modélisation additive où l'image dégradée est considérée comme la somme de l'image non dégradée et d'un bruit blanc [LACOUME 87]. Un exemple d'une telle approche utilise la modélisation autorégressive afin de supprimer les dégradations microscopiques (craquelures) [HU 88].

2.4 Traitement de cassures

Certaines images présentent des dégradations macroscopiques généralement linéaires appelées cassures dues à une altération du support de l'œuvre [HU 88]. La restitution de l'information perdue, suite à la dégradation de l'image, est opérée en utilisant des approches de traitement d'images numériques. L'une de ces techniques consiste à sélectionner une droite qui servira de direction de restauration pour explorer les pixels de la cassure. Ainsi, on définit le processus d'extrapolation à partir des valeurs voisines de la cassure (Cf. figure 5.1).

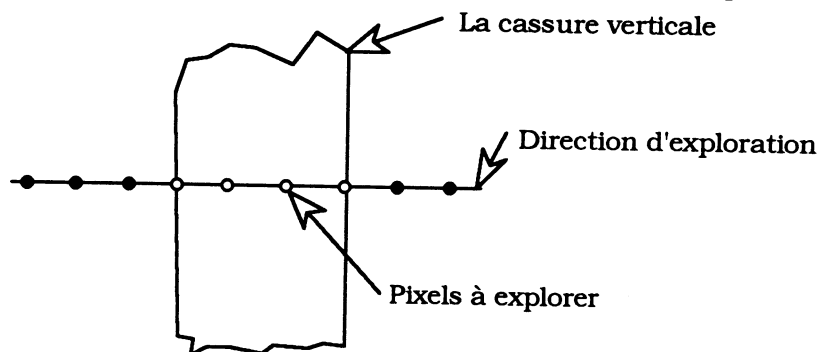


Figure 5.1 Cassure verticale et direction de restauration horizontale

A chaque balayage qui traverse la cassure, le processus d'exploration vise à restaurer les valeurs des pixels de la cassure définis par la ligne de restauration. Les valeurs des points de la cassure sont obtenues par des méthodes d'interpolation.

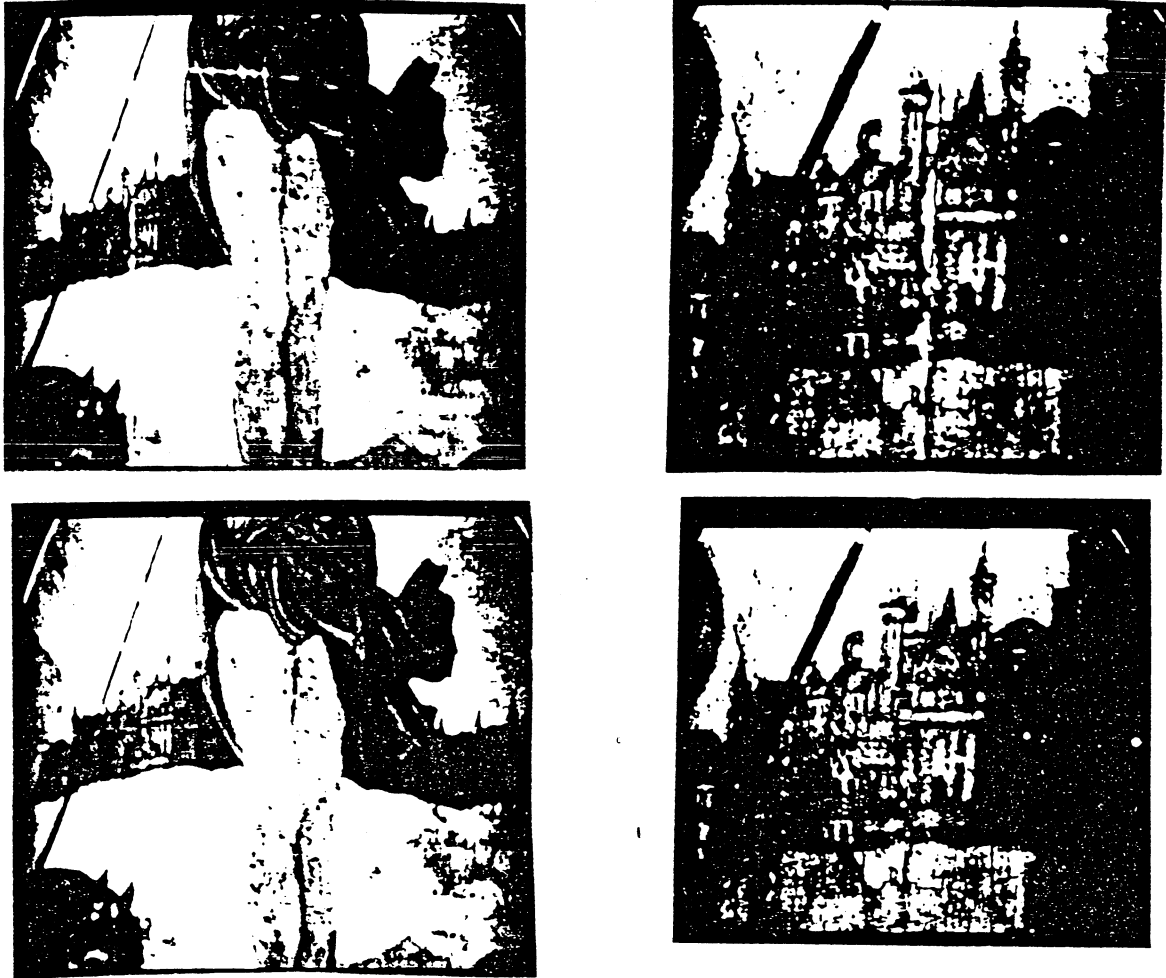


Figure 5.2 Exemples d'images présentant des dégradations macroscopiques et la restauration associée.

(Extrait de [HU 88])

2.5. Restauration de régions

Ce traitement vise à corriger les altérations locales générées par des phénomènes physiques tels que l'humidité. Ces altérations se traduisent par la dégradation des couleurs du tableau. Le traitement consiste à délimiter la région atteinte ainsi qu'une zone d'apprentissage. L'objectif est de modifier l'histogramme de la région atteinte de sorte que l'histogramme résultant ressemble à l'histogramme de la région d'apprentissage. Cette transformation est connue sous le nom de spécification d'histogramme. Elle consiste à modifier les niveaux de gris de l'image en préservant leur ordre. La fonction de transformation est déterminée à

partir de l'histogramme d'apprentissage. Les détails d'une telle transformation sont décrits dans [GONZALEZ 87].

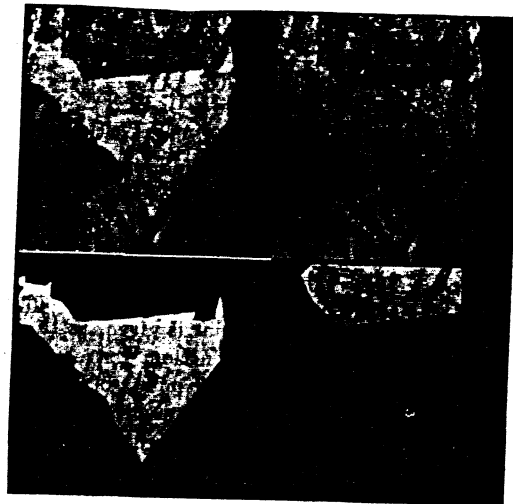


Figure 5.3 Région restaurée à partir d'une zone d'apprentissage

3. DETECTION DES EVENEMENTS EN IMAGERIE MULTI-SOURCES

Au niveau des extensions effectuées sur l'utilisation de la méthode de segmentation en polygones de Voronoï (Cf. CHAP.2), on propose une approche au problème de la comparaison d'images multi-sources pour lesquelles les différences à détecter sont souvent de nature géométrique plutôt que radiométrique. Des exemples concrets peuvent être donnés en surveillance d'environnement ainsi que dans le domaine des oeuvres d'art en analyse de repeints détectables par imagerie Infra-Rouge.

3.1 Notion d'événements

Du fait de la différence des conditions de saisies radiométriques, l'utilisation de méthodes fondées sur des différences algébriques s'avère non concluante. La notion d'événements telle qu'elle est décrite par HEITZ [HEITZ 88], est définie comme une modification de structure entre les 2 images analysées. Pour cela différents modèles de détection ont été abordés nécessitant une analyse des images par un processus de segmentation de type frontières suivi d'une comparaison entre les structures obtenues.

Un inconvénient majeur de ce type d'approches concerne la sensibilité des détecteurs de frontières ainsi que la difficulté à concevoir une approche d'étude des différences entre les configurations de contours obtenus.

Une autre approche également étudiée par HEITZ concerne l'utilisation de processus markoviens pour la modélisation de chacune de ces images et la recherche de différences au niveau des modèles ainsi obtenus. Cette approche semble très prometteuse sur les exemples cités et montre l'avantage de pouvoir tenir compte simultanément des deux images en vue de l'étude des dissimilarités.

C'est dans cet esprit que nous orientons l'utilisation de la segmentation en diagramme de Voronoï pour cette étude de différences. La méthode consiste dans un premier temps à segmenter les deux images selon le principe présenté précédemment. Ensuite, les partitions obtenues sont comparées au niveau des diagrammes de Voronoï tant sur la base des structures géométriques que sur la base des valeurs d'intensité.

3.2 Définitions

- Les images multi-sources sont des images prises d'un même point de vue géométrique par des capteurs différents. Par exemple, une des images se situe dans le domaine visible et la seconde dans le domaine non visible (soit Ultra-Violet soit Infra-Rouge).
- Un événement est une différence significative entre deux vues d'une même scène se traduisant par l'apparition d'objets dans une image et non dans l'autre.

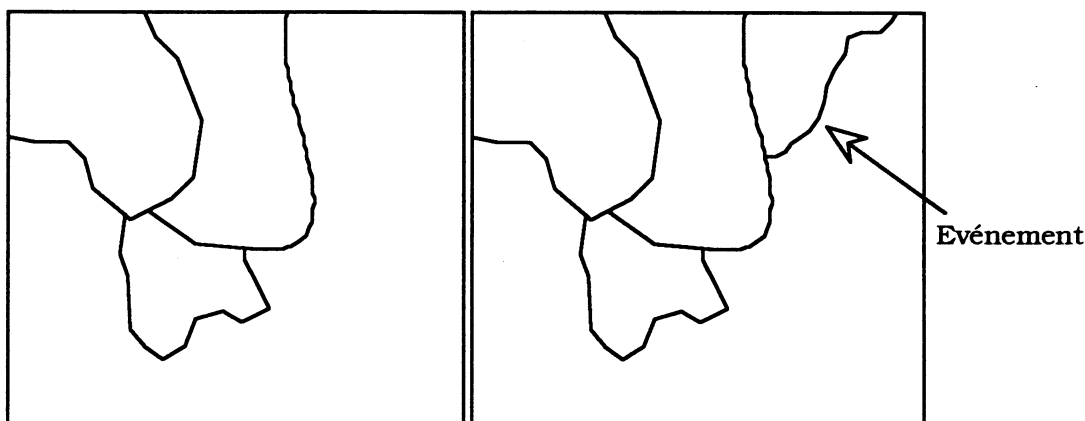


Figure 5.4 Exemple d'événement

3.3 Travaux de HEITZ

La première méthode utilise un modèle à deux niveaux. Dans le niveau supérieur, on suppose que les événements contribuent de façon additive à l'image analysée donc

$$S(x,y) = E(x,y) + C(x,y)$$

où $S(x,y)$ désigne l'image analysée qui correspond à l'image radiographique et $C(x,y)$ désigne la contribution de l'image de référence (l'image visible) à l'image analysée. $E(x,y)$ désigne les événements qui coïncident avec les sous peintures.

Le modèle additif ne permet pas la prise en compte de tous les phénomènes physiques intervenant en imagerie multi-sources ; ce qui réduit le champ d'application de la méthode à certaines classes d'images.

Au premier niveau, on utilise une segmentation qui ne permet pas de vérifier certaines hypothèses faites sur les réseaux de contours des deux images [HEITZ 88]. Au second niveau, l'image R est décomposée en deux composantes. La première est la composante moyenne estimée par les valeurs moyennes R_m des niveaux de gris de la zone. La deuxième composante est appelée composante centrée de texture R_t . Par identification on aboutit aux relations suivantes :

$$C(x,y) = C_m(x,y) + C_t(x,y)$$

$$E(x,y) = E_m(x,y) + E_t(x,y)$$

où C est la contribution de l'image visible à l'image radiographique, E désigne les événements qu'on veut détecter.

La suite de la méthode consiste à mettre les différentes composantes en relations pour déterminer, sur chaque zone de l'image segmentée, les composantes E_m et E_t qui définissent les événements à détecter.

Cette première approche dépend d'une étape de segmentation souvent délicate et mal adaptée aux exigences de l'algorithme. Par conséquent, HEITZ oriente ces recherches vers des techniques permettant de prendre une décision à un niveau local. En l'occurrence, la seconde approche concerne l'utilisation de la

classification bayésienne qui permet d'estimer ponctuellement la contribution d'un éventuel changement.

4. LES PHASES DE L'ALGORITHME PROPOSE

La méthode proposée fonctionne en deux étapes que nous détaillons après avoir présenté une phase de prétraitement. Cette phase consiste à effectuer une transformation de la dynamique des niveaux de gris d'une image en fonction de l'autre. Cette transformation permet de réduire l'écart entre les niveaux de gris des deux images en préservant les formes des objets constituant les deux images. Cette transformation est identique à celle décrite dans le paragraphe 2.5 en prenant une des images comme zone d'apprentissage.

4.1. Partitionnement parallèle des deux images

Cette première étape consiste à construire les diagrammes de Voronoï des partitions des deux images. Au niveau de cette étape, nous sommes amenés à définir des seuils caractérisant la notion de polygone homogène et la notion de polygone semblable (associée à la notion de germes inutiles).

Tout d'abord, on partitionne l'image visible et l'image infra-rouge, en générant des germes par un processus de Poisson comme ceci a été décrit dans le chapitre 2.4. La même distribution de germes est utilisée pour les deux images. On obtient ainsi deux images partitionnées en polygones tels que les points de chaque polygone soient affectés par la moyenne des valeurs images des pixels qui lui appartiennent. La phase de partition de chacune des images est menée en parallèle au niveau des itérations. Cette phase consiste à faire évoluer les partitionnements par test des mesures d'homogénéité de chaque polygone. On divise chaque polygone par insertion de nouveaux germes. On utilise à ce stade de présentation les mêmes seuils définissant les prédicats sur les deux images. Le processus de segmentation est arrêté simultanément sur les deux images dès l'instant où la différence du nombre de germes entre les deux images (à un même niveau d'itération) dépasse un seuil prédéfini. Cela signifie que l'on est en présence d'une localisation d'événements qui conditionne des distributions différentes des polygones de Voronoï sur chacune des deux images.

Les différentes phases de cette étape se résument ci-dessous :

INITIALISATION

Ensemencer les supports des deux images avec une même distribution de germes.

PHASE ITERATIVE

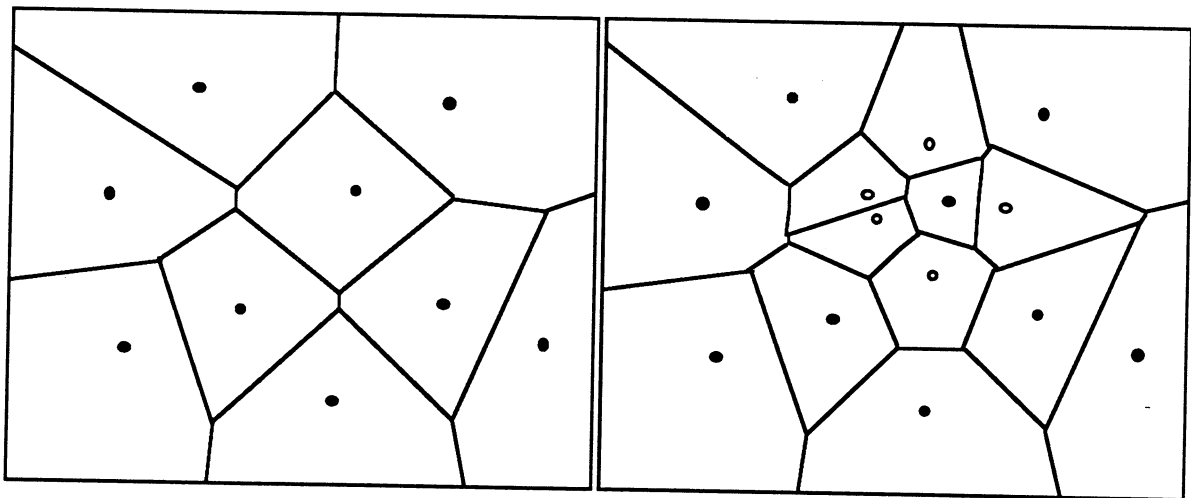
Insérer des germes aux polygones non homogènes des deux diagrammes.

Remise à jour des deux diagrammes de Voronoï.

Déterminer les nouveaux polygones non homogènes.

CONVERGENCE

La différence des nombres de germes des deux diagrammes de Voronoï dépasse un seuil donné.



**Figure 5.5 Exemple d'insertion de germes
à un diagramme par rapport à un autre**

4.2 Etape de détection

Cette étape fournit la localisation des différences entre les images. Pour cela, on utilise les structures des diagrammes de Voronoï des deux images, en s'affranchissant des valeurs de niveaux d'intensité. Ainsi, si un objet est présent dans une image et absent dans l'autre, les structures des diagrammes seront différentes. Les étapes de l'algorithme comparant les deux diagrammes sont données ci-dessous.

COMPARAISON DES DEUX DIAGRAMMES DE VORONOI

On note par DVP_1 le diagramme de Voronoï associé à la première image composé des polygones P^1_i , $i=1, \dots, N_1$ où N_1 désigne le nombre de germes associés. De même pour $DVP_2=(P^2_i)$, $i=1, \dots, N_2$ associé à la seconde image et composé de N_2 germes. Les deux diagrammes sont situés dans un même référentiel.

DEFINITIONS

Soient P^1_i (respectivement P^2_j) un polygone du diagramme DVP_1 (respectivement DVP_2). Soient g_i et g_j les germes associés.

Le polygone P^2_j est défini comme étant *vor-équivalent* à P^1_i si et seulement si g_j (pris comme point de la première image) appartient à P^1_i .

Le principe de l'algorithme consiste pour chaque germe g_2 du diagramme DVP_2 à rechercher le polygone P^1_i de DVP_1 qui le contient. On compare alors les polygones P^2_j et P^1_i . Nous nous limitons dans cet algorithme à comparer les surfaces des polygones de Voronoï.

Supposons que $N_2 > N_1$, l'algorithme de comparaison est alors décrit de cette manière :

On note par C_1 et C_2 les tableaux représentant respectivement les deux diagrammes DVP_1 et DVP_2 .

Pour $i = 1$ à N_2 faire

$l = C_1(x_i, y_i)$ (x_i, y_i) sont les coordonnées du germe P^2_i

Si $| \text{surface de } (P^1_i) - \text{surface de } (P^2_i) | < \text{seuil}$ **alors** éliminer cette région

sinon cette région présente un événement.

5. RESULTATS ET DISCUSSIONS

On présente en figure 5.6 et 5.7, deux exemples d'illustrations de la méthode, d'une part sur un cas "artificiel" et d'autre part sur un cas réel.

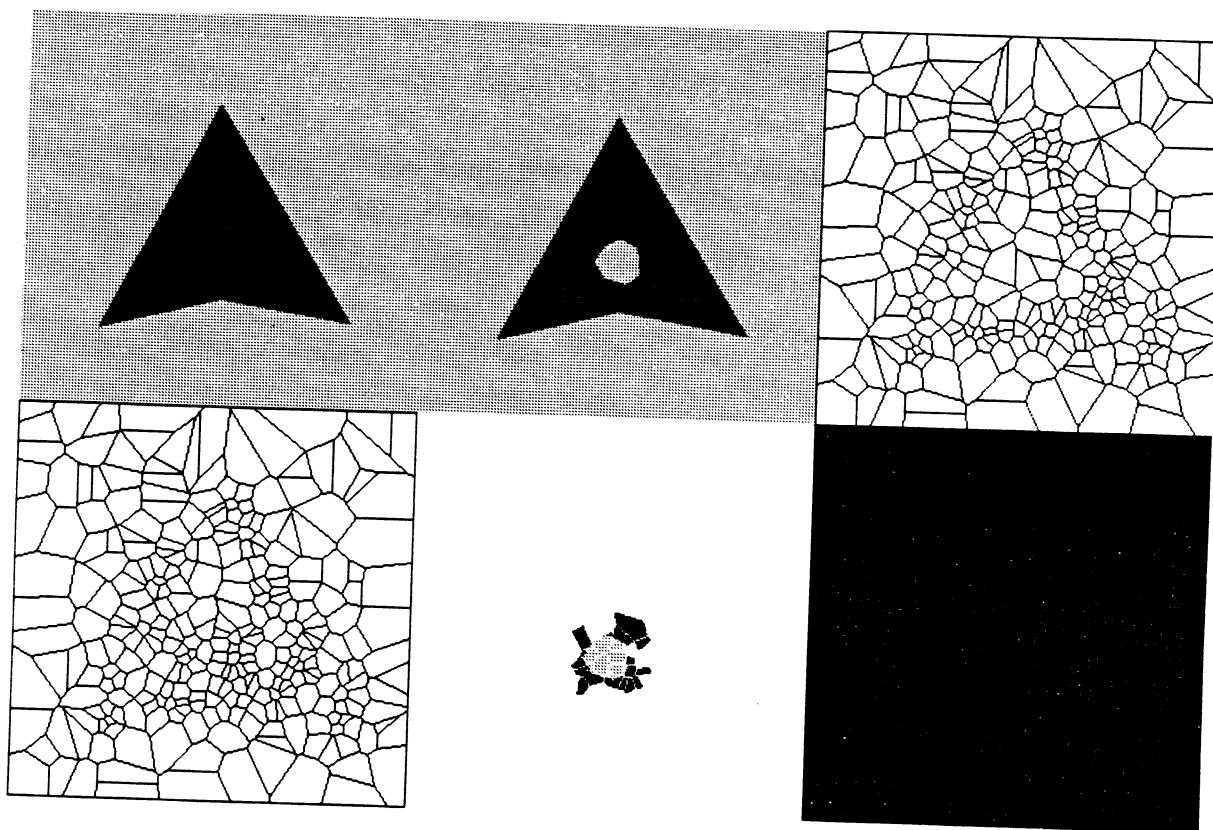


Figure 5.6 Illustration de la méthode de détection d'événements sur un exemple élémentaire.

Le diagramme de Voronoï de la première image contient 263 germes. Celui de la seconde image contient 290 germes. La dernière image localise la différence d'objets entre les images 1 et 2.

La figure 5.6 présente un exemple "artificiel" où la seconde image est obtenue à partir de la première en simulant une différence.

Le deuxième cas (figure 5.7) est issu d'un couple visible et infra-rouge. Ce cas illustre le problème de la différence entre l'acquisition visible et l'acquisition infra-rouge sur une image réelle. Les différences sont illustrées par la dégradation de la couche visible et par l'introduction d'une composition surajoutée.

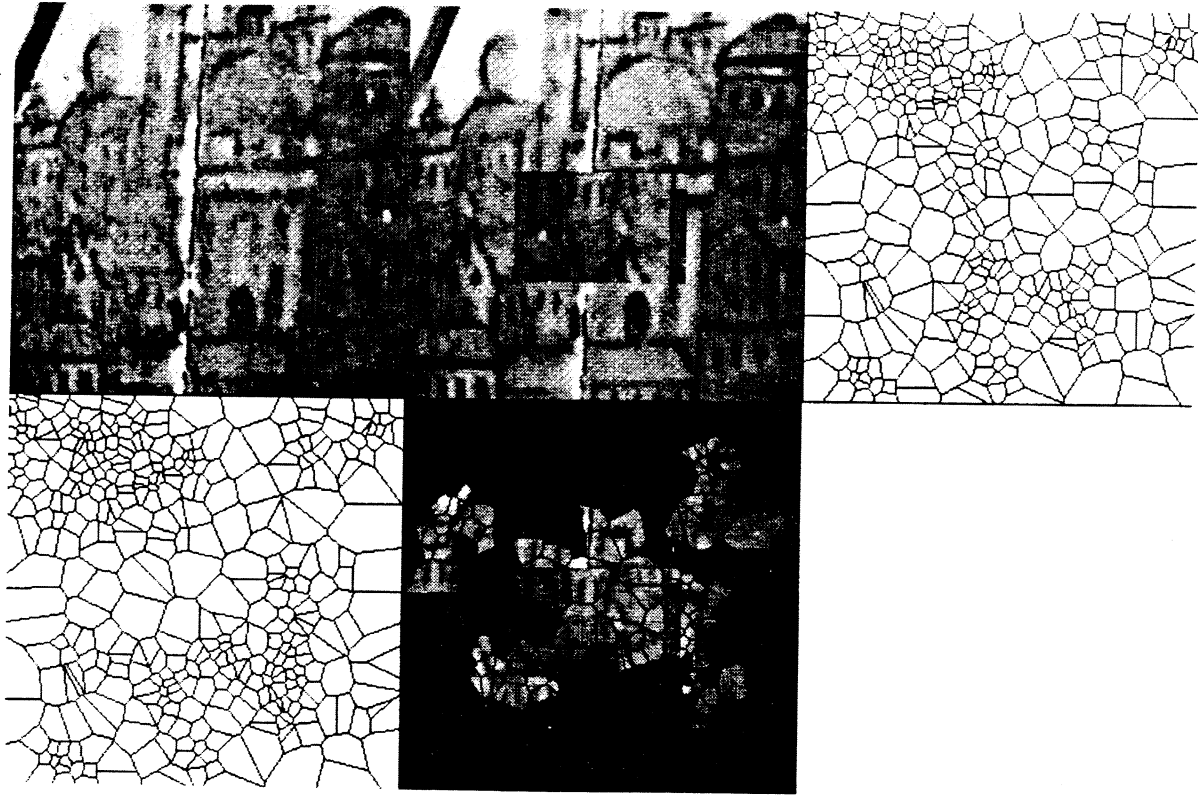


Figure 5.7 Illustration de la détection d'événements sur un cas réel pris dans le domaine de la peinture des oeuvres d'art.
Image 1: Image visible. Image 2: Image infra-rouge modifiée par une composition surajoutée. Image 3: Diagramme de Voronoï sur l'image visible. Image 4: Diagramme de Voronoï sur l'image Infra-rouge. Image 5: Résultat de la méthode de détection d'événements. Le seuil de différence entre les surfaces des polygones est pris égal à 50 pixels.

Dans la figure 5.8, on présente deux autres exemples, illustrant le fonctionnement de la méthode. Chaque exemple est représenté par les cinq images :

- La saisie dans le domaine visible,
- La saisie dans le domaine Infra-Rouge,
- Le DVP sur l'image visible,
- Le DVP sur l'image Infra-Rouge.
- Le résultat de la méthode de la détection de différences.

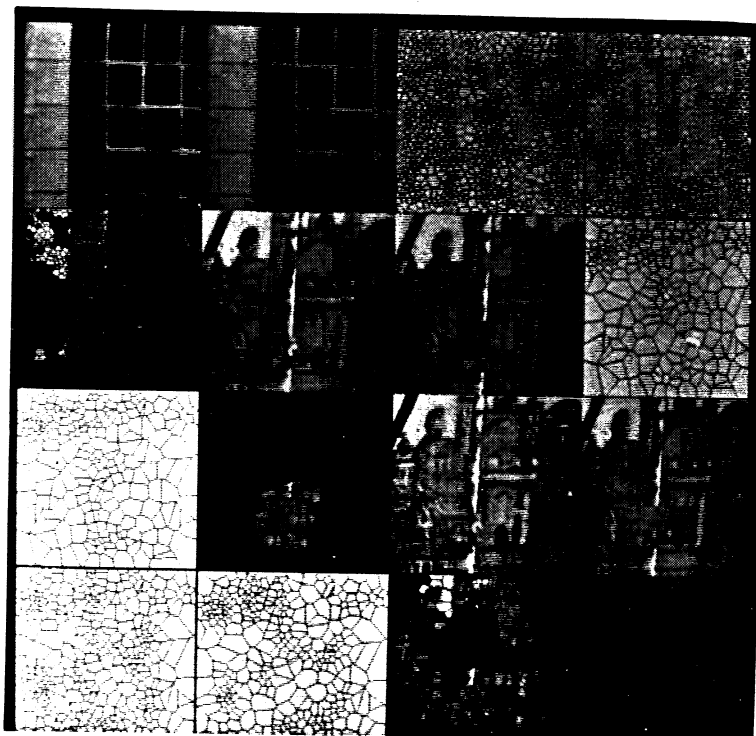


Figure 5.8 Autres exemples de détection de différences

6. CONCLUSION

L'approche présentée est une application de l'utilisation de la segmentation en polygones de Voronoï. Il s'agit d'effectuer une comparaison des images d'une même scène acquise dans des domaines de radiométrie différents. L'approche décrite rentre dans le cadre d'applications du traitement d'images dans le domaine d'œuvres d'art. La détection d'événements proposée est indépendante de la différence de radiométrie et ne tient compte que de la différence en organisation structurelle des composantes des images.

CONCLUSION

Ce travail est consacré principalement au problème de la segmentation. Parallèlement, nous avons abordé, d'une part, la construction du diagramme de Voronoï généralisé d'un ensemble de polygones, dont l'algorithme est adapté à la réalisation d'un algorithme de segmentation par coopération frontière-région. D'autre part, une approche de détection de différences entre images multi-sources a été décrite, en utilisant un des processus de segmentation développé.

Pour le problème de la segmentation, nous avons proposé des modélisations géométriques utilisant les diagrammes de Voronoï. Deux approches ont été présentées.

La première approche consiste à adapter le diagramme de Voronoï, afin de générer une partition de l'image en régions homogènes, à géométrie convexe. L'algorithme est initialisé sur une partition aléatoire du support de l'image. On fait évoluer cette partition itérativement par division des polygones révélés non homogènes. Cette étape est suivie d'une phase de fusion éliminant ainsi les régions inutiles. L'avantage de cette approche est l'utilisation de régions à géométrie convexe et qui prennent diverses formes. On obtient ainsi des contours plus réguliers que ceux obtenus par le modèle quadtree.

Une extension de l'utilisation d'une telle représentation a été effectuée pour le problème de comparaison d'images acquises selon différents niveaux de radiométrie. L'approche développée rentre dans le cadre des œuvres d'arts.

La seconde approche de segmentation consiste à faire coopérer les processus de détection de contours et de segmentation en régions. La méthode proposée génère une partition initiale de l'image. Les contours des régions obtenues contiennent les frontières détectées. Cette partition est obtenue en utilisant le Diagramme de Voronoï Généralisé basé sur les lignes polygonales. En effet, on définit une distribution de lignes polygonales de telle sorte que le diagramme passe par les contours initiaux. D'une manière similaire à la segmentation précédente, on exploite la structure de données du Diagramme de Voronoï Généralisé pour opérer les étapes de division et de fusion des régions, en tenant compte des contours détectés initialement. L'avantage de cette approche est le fait d'intégrer des contours dès l'initialisation, contours obtenus par un opérateur performant, puis d'exploiter par la suite un procédé de segmentation de "Split and Merge". Ce type de technique a pour intérêt d'exploiter les avantages d'un opérateur de détection de frontières et d'un détecteur de régions.

Puisqu'on ne dispose pas d'algorithmes de calcul, d'une manière dynamique, du DVG basé sur les lignes polygonales, nous avons développé une approche de construction du Diagramme de Voronoï Généralisé d'un ensemble d'objets polygonaux. Le principe consiste à bénéficier des algorithmes performants pour le calcul du Diagramme de Voronoï Ponctuel, en positionnant ces points sur les frontières des polygones. Nous avons montré que le Diagramme de Voronoï Ponctuel obtenu contient une approximation du Diagramme de Voronoï Généralisé. L'intérêt de cette approche est de combler le besoin de tels outils et aussi d'étendre le même principe de l'algorithme au cas 3D. D'autres applications envisageables ont été abordées dans le CHAP 3.

ANNEXES

ANNEXE A

Le processus de POISSON est défini de la manière suivante :

DEFINITION

1. Le nombre d'événements, dans une région planaire A d'aire $\mathcal{A}(A)$, suit une distribution de POISSON de paramètre $\lambda \cdot \mathcal{A}(A)$.
2. Etant donnés n événements x_i dans une région A , les x_i forment un échantillon de la loi uniforme sur A .

Le principe de l'algorithme pour la génération des germes selon la loi uniforme est décrit en trois étapes :

- On donne un nombre N_b qui sera utilisé comme paramètre d'une loi de POISSON, c'est à dire $N_b = \lambda \cdot \mathcal{A}(A)$.
- On tire une variable aléatoire N de la loi de POISSON de moyenne N_b .
- On tire un échantillon de N réalisations de la loi uniforme. Ces N réalisations représentent les germes définissant la première partition de l'image.

Simulation d'une variable aléatoire suivant la loi uniforme

On utilise une congruence linéaire donnant des nombres pseudo-aléatoires :

$$X_{n+1} = (a X_n + b) \bmod m,$$

où $a = 62\,605$, $b = 113\,218\,009$, $m = 536\,870\,912$, $X_0 = 7\,774\,755$.

L'observation uniforme dans $[0, 1]$ est donnée par : $U_i = X_i/m$.

Un algorithme de simulation d'une variable aléatoire suivant la loi de POISSON est défini en appliquant le théorème suivant :

THEOREME

Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires réelles indépendantes de loi exponentielle de paramètre λ . On définit une variable N par :

- $N = 0$ si $X_1 > 1$
- $N = k$ si $X_1 + X_2 + \dots + X_k \leq 1$ et $X_1 + X_2 + \dots + X_k + X_{k+1} > 1$.

Alors N est une variable aléatoire de la loi de Poisson de paramètre λ .

L'algorithme fondé sur l'application du théorème précédent est décrit de la manière suivante :

Poser $N = 0$

Tirer u suivant la loi uniforme dans $[0, 1]$.

1: **Si** $u < e^{-\lambda}$ **alors**
début

Tirer v suivant la loi uniforme dans $[0, 1]$.

Poser $u = u.v$

Poser $N = N + 1$

aller à 1

fin

2: Fin de l'algorithme, N est l'observation de Poisson cherchée.

ANNEXE B

Dans cette annexe, nous fournissons les détails concernant les surfaces Σ et Σ_n . La bissectrice séparant le point $M(x_0, y_0)$ et le segment $[A, B]$ a pour équation :

$$y = (x_0^2 + y_0^2)/2.y_0 - (x_0/y_0).x + x^2/2.y_0$$

La surface limitée par la bissectrice et le segment d'extrémités $x = 0$ et $x = a$ est donnée par :

$$\Sigma = \int_0^a \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{2y_0} - \frac{x_0}{y_0}x + \frac{x^2}{2y_0} \right) dx$$

$$\Sigma = \frac{x_0^2 + y_0^2}{2y_0}a - \frac{x_0}{2y_0}a^2 + \frac{a^3}{6y_0}$$

L'aire Σ_n limitée par l'approximation de la bissectrice et le segment $[A, B]$ est calculée de la manière suivante.

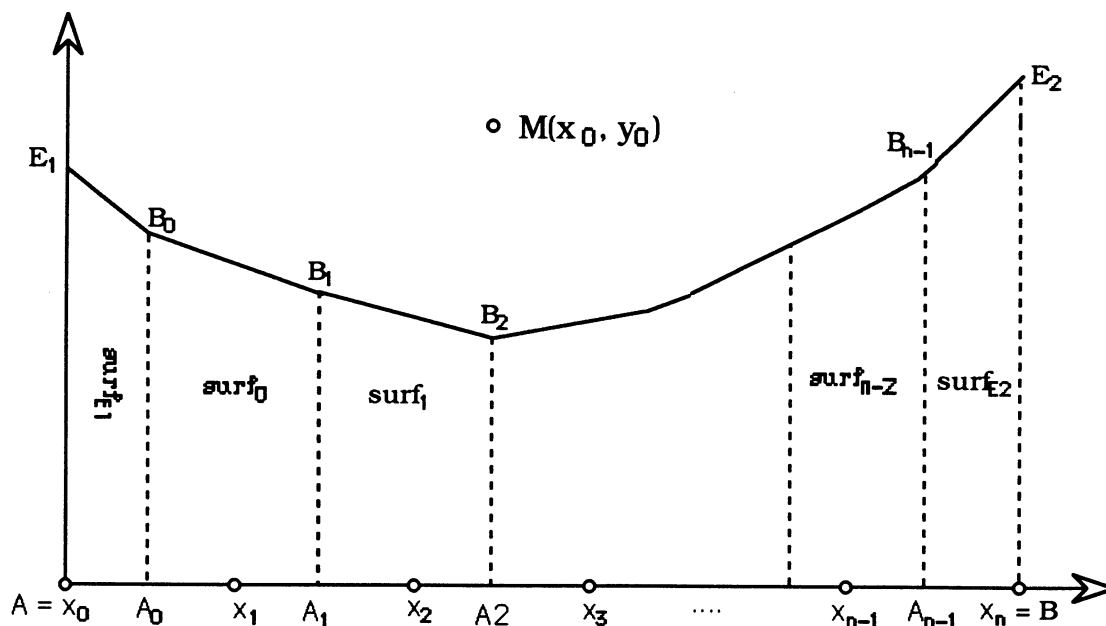


FIGURE A. Surface Σ_n

Les germes sont notés : $X_0 = A, \dots, X_n = B$.

Les coordonnées de X_i sont $(i \cdot a/n, 0) \quad i = 0, \dots, n$.

Les coordonnées de A_i sont $((2i+1)/2)(a/n, 0) \quad i = 0, \dots, n-1$.

Les coordonnées de B_i sont

$$\left(\frac{(2i+1)a}{2n}, \frac{1}{2y_0} [y_0^2 + x_0^2 + i^2 \frac{a^2}{n^2} + i \frac{a^2}{n^2} - 2ix_0 \frac{a}{n} - x_0 \frac{a}{n}] \right) \quad n=0, \dots, n-1$$

Les coordonnées de E_1 sont $(0, (x_0^2 + y_0^2)/2 \cdot y_0)$

Les coordonnées de E_2 sont $(a, ((x_0 - a)^2 + y_0^2)/2 \cdot y_0)$

Les surfaces surf_{E_1} et surf_{E_2} et $\text{surf}_i, i = 0, \dots, n-2$ sont calculées en utilisant la formule suivante : la surface d'un polygone simple P de sommets $M_1(x_1, y_1), \dots, M_m(x_m, y_m), M_{m+1} = M_1$

$$\text{surface}(P) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (x_i + x_{i+1})(y_{i+1} - y_i)$$

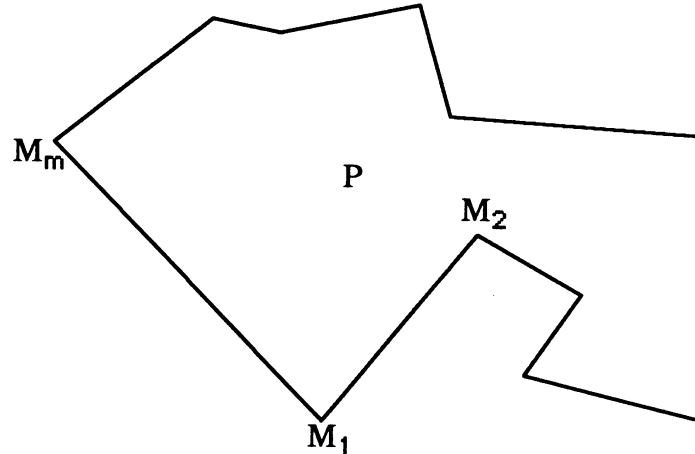


FIGURE B. Un polygone P

$$\text{surf}_{i-1} = \frac{x_0^2 + y_0^2}{2y_0} \frac{a}{n} - \frac{ix_0 a^2}{y_0 n^2} + \frac{i^2 a^3}{2 \cdot y_0 n^3}, \quad i=1, \dots, n-1$$

$$\text{surf}_{E_1} = \frac{x_0^2 + y_0^2}{4y_0} \frac{a}{n} - \frac{x_0 a^2}{8y_0 n^2}$$

$$\text{surf}_{E_2} = \frac{x_0^2 + y_0^2}{4y_0} \frac{a}{n} - \frac{x_0 a^2}{8y_0 n^2} + \frac{a^3}{n^2} \frac{1}{8y_0}$$

La surface Σ_n est calculée ainsi :

$$\Sigma_n = \text{surf}_{E_1} + \text{surf}_{E_2} + \sum_{i=1}^{n-1} \text{surf}_{i-1}$$

$$\Sigma_n = \frac{c_1}{n^2} + \frac{c_2}{n} + \frac{n(n-1)(2n-1)}{2n^3} \frac{a^3}{6y_0} - \frac{n(n-1)}{n^2} \frac{x_0}{2y_0} a^2 + \frac{n-1}{n} \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2y_0} a$$

$$c_1 = \frac{a^3 x_0}{8y_0} - \frac{a^2 x_0}{4y_0}$$

$$c_2 = a \cdot \frac{x_0^2 + y_0^2}{2y_0}$$

L'erreur globale est donnée par $E_n = | \Sigma - \Sigma_n |$

Les erreurs aux sommets B_i sont données par :

$$E_{B_i} = |y_{B_i} - y(x_{B_i})| = \left| \frac{1}{8y_0} \right| h^2$$

BIBLIOGRAPHIE

- [AHUJA 82] N.AHUJA, *Dot Pattern processing using Voronoi neighborhoods*, IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell. PAMI-4, 3, pp. 336-343, 1982.
- [AHUJA 85] N.AHUJA, B.AN and B.SCHACHTER, *Image representation using Voronoi tessellation*. Computer Vision Graphics and Image processing, 1985, Vol 29, pp 286-295, 1985.
- [AHUJA 89] N. AHUJA and M. TUCERYAN, *Extraction of early perceptual structure in dot patterns: integrating region, boundary, and component gestalt*, Computer vision graphics and image processing, 48, 304-356, 1989.
- [AMET 90] H.AMET, J.D. BOISSONNAT, R. SCHOTT, *Calcul dynamique du diagramme de Voronoi d'un ensemble de segments*, Journées Géométrie algorithmique, pp 143-153, INRIA Sophia-Antipolis (Nice) 1990.
- [ARCELLI 81] C.ARCELLI, L.P. CORDELLA, S. LEVIALDI, *From local maxima to connected skeletons*, IEEE trans. PAMI, 3, 2, 134-143, 1981.
- [ARCELLI 85] C.ARCELLI, G.SANNITI DI BAJA, *A width-independent fast thinning algorithm*, IEEE tran. PAMI, 7, 4, 463-474, 1985.
- [ASANO 81] T. ASANO and N. YOKOYA, *Image segmentation sheme for low level computer vision*, Pattern recognition, 14, 267-273, 1981.
- [ASANO 85] ASANO, M. EDAHIRO, H.IMAI, M.IRI and K. MUROTA, *Practical use of Bucketing Techniques in Computational Geometry*, Computational geometry.

- G.T.Toussaint ed. Elsevier Science Publishers (North-Holland), pp 153-195, 1985.
- [AURENHAMMER 84] F. AURENHAMMER and EDELSBRUNNER, *An optimal algorithm for constructing the weighted Voronoi diagram in the plane*, Pattern Recognition, 17, 2, 251-257, 1984.
- [AURENHAMMER 86] F. AURENHAMMER, *The one dimensional weighted Voronoi diagram*, Info. Process. Letters. 22, 119-123, 1986
- [BENTLEY 78] J.L.BENTLEY and M.I.SHAMOS, *Divide and conquer for linear expected time*, Information Processing Letters, Vol 7, 2, pp 87-91, 1978.
- [BERTIN 90] E. BERTIN, *Diagramme de Voronoi 3D*, Rapport de DEA de Mathématiques Appliquées, UJF, Grenoble 1990.
- [BERTIN 91] E. BERTIN et J.M. CHASSERY, *Diagramme de Voronoi 3D: Construction et application en imagerie 3D*. 803-808, AFCET RFIA, 8^e Congrès 1991.
- [BLUM 64] H.BLUM, *A transformation for extracting new descriptors for shape*, Symp. on Models for the perception of speech and visual form. BOSTON, 362-380, 1964.
- [BOLON 90a] P. BOLON, A. RAJI, P. LAMBERT, M. MOUHOUB, *Symmetrical recursive median filters, application to noise reduction and edges detection*. In signal processing V, theories and applications, Torres Masgrau Lagunas Eds., pp 813-816, Elsevier 1990.
- [BOLON 90a] P. BOLON, J.L. FRUTTAZ, *Adaptive order filter. Application to edge enhancement of noisy images*. In signal processing V, theories and applications, Torres Masgrau Lagunas Eds., pp 817-820, Elsevier 1990
- [BOLON 91] P. BOLON, *Prétraitements*, Dans le Rapport de segmentation d'images, pp. 2-1/2-28, GDR 134 Trait. du signal et images (CNRS), Décembre 1991.
- [BORGEFORS 86] G. BORGEFORS, *Distance transformations in digital images*, CVGIP, 34, 344-371, 1986.

- [BOWYER 81] A. BOWYER, *Computing direchlet tessellations*, The computer J. vol. 24, 2, 162-166, 1981.
- [BRANDT 91] J.W. BRANDT, V.R. ALGAZI, *Computing a stable, connected skeleton from discrete data*, 666-667, Proc. of Computer Vision and Pattern Recognition (IEEE), 1991.
- [BRICE 70] C. BRICE, C. FENEMA, *Scene analysis using regions*, Artif. Inell., 205-226, 1970
- [BRYANT 79] J. BRYANT, *On the clustering of multidimensional pictorial data*, Pattern Recognition, 11, 115-125, 1979.
- [CANNY 83] J.F. CANNY, *Finding edges and lines in image*, MIT, Artif. Intel. Lab, Cambridge, TR-720, 1983.
- [CELEUX 89] G. CELEUX, E. DIDAY, G. GOVAERT, Y. LECHEVALLIER, H. RALAMBONDRAINY. *Classification automatique des données*, DUNOD, Paris, 1989.
- [CHASSERY 84] J.M. CHASSERY, C. GARBAY, *An iterative segmentation method based on a contextual color and shape criterion*, IEEE trans. PAMI, 6, 794-800. 1984
- [CHASSERY 89a] J.M. CHASSERY et M. MELKEMI, *Segmentation d'image dans un environnement de diagramme de Voronoi*, Congrès PIXIM 89, HERMES ed. pp 187-199, Paris, 1989.
- [CHASSERY 89b] J.M. CHASSERY et M. MELKEMI, *Segmentation d'image en diagramme de Voronoi. Application à la detection d'événements en imagerie multi-sources*, 7ième Congrès Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle. AFCET-INRIA ed. Vol 2, 781-790, Paris, 1989.
- [CHASSERY 89c] J.M. CHASSERY et M. MELKEMI, H.T. HU, Y. CHRYSOULAKIS and A. ALEXOPOULOU, *Image analysis applied to arts paintings in multisource environment*. The 5th Internat. Conf. on Image Analysis and Processing pp. 49-53 Positano, Italy 20-22 sep. 1989.

- [CHASSERY 89d] J.M.CHASSERY et M.MELKEMI *A segmentation method using Voronoi diagrams in split and merge environment* . The 5th Internat. Conf. on Image Analysis and Processing, 44-48, Positano, Italy 20-22 sep. 1989.
- [CHASSERY 91a] J.M. CHASSERY, A. MONTANVERT, *Géométrie discrète en analyse d'images*, Serie- Image, pp. 358 Ed. HERMES 1991.
- [CHASSERY 91b] J.M.CHASSERY et M.MELKEMI, *Diagramme de Voronoï appliqué à la segmentation d'images et à la détection d'événements en imagerie multi-sources..* Traitement de Signal, 8, 3, 154-161.1991
- [CHASSERY 91c] J.M. CHASSERY, *Segmentation d'images : Approche géométrique et rupture de modèle*. 13^e GRETSI, 1029-1032, 1991
- [CHAZELLE 87] B. CHAZELLE and EDELSBRUNNER, *An improved algorithm for constructing K-th order Voronoi diagrams*, IEEE trans. Comput. C-36, 11, 1349-1354, 1987.
- [CHEN 91] X. CHEN and F. SCHMITT, *Split and Merge Image Segmentation Based on Delaunay Triangulation*, Proc. of the 7th Scandinavian Conf. On Image Analysis, Vol II, 910-916, 1991.
- [CHOW 72] C.K. CHOW and T. KANEKO, *Boundary detection of radiographic images by thresholding method*, Frontiers of pattern recognition (S.Watanabe Ed), pp. 61-82, Academic press, New York,1972.
- [COCQUEREZ 85] J.P. COCQUEREZ, J. DEVARS, *Détection de contours dans les images aériennes : nouveaux opérateurs*. Traitement du signal, 2, 1, 45-65, 1985.
- [COCQUEREZ 90] J.P. COCQUEREZ, *Segmentation d'images*, 64-97, Cours et Conférences, PARIGRAPH 1990.
- [COOPER 80] D.B. COOPER, H. ELLIOTT, F. COHEN, L. REISS, P. SYMOSEK, *Stochastic boundary estimation and objects recognition*, CGIP, 12, 326-356, 1980.

- [DANIELSON 80] P.E. DANIELSON, *Euclidean distance mapping*, CVGIP,7, 227-248,1980.
- [DERICHE 87a] R. DERICHE, J.P. COCQUEREZ, *Extraction de composantes connexes basée sur une détection optimale des contours*, CESTA 1987, Paris.
- [DERICHE 87b] R.DERICHE, *Using CANNY's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector*, Inter. Jour. of Comp. Vis.,1,167-187,1987
- [DRYSDALE 79] R.L. DRYSDALE, *Generalized Voronoi diagrams and geometric searching*, Ph.D thesis, Standford Univ. 1979.
- [DURBIN 87] R. DURBIN, D. WILLSHAW, *An analogue approach to the travelling salesman problem using an elastic net method*, Nature, 326, 689-691, April 1987.
- [DWYER 88] R.A. DWYER, *Higher-dimensional Voronoi diagrams in linear expected time*. Technical Report CMU-CS-88-100 Carnegie-Mellon University, 1988.
- [FABRE 88] P. FABRE et F. ALBERT et P. LOUW, *Reconnexion de contours utilisant le parcours optimal d'un graphe : applications aux images de tunnels*, 379-389, PIXIM88 Paris.
- [FORTUNE 86] S. FORTUNE, *A sweepline algorithm for Voronoi diagrams*, Proc. of 2nd Annu. symp. on Computational Geometry. 313-322. Yorktown Heights, NY, june1986.
- [GABRIEL 69] K.R. GABRIEL and R.R SOKAL, *A new statstical approach to geographic variations analysis*, Systematic Zoology, 18, 259-278, 1969.
- [GARBAY 86] C. GARBAY, *Image structure representation and processing : discussion of some segmentation methods in cytology*, IEEE trans. PAMI, 8(12), 140-146, 1986

- [GAGALOWICZ 85] A. GAGALOWICZ et O. MONGA, *Un algorithme de segmentation hiérarchique*. 5ième Congrès Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle. AFCET-INRIA ed.Vol 1, pp 163-177, Grenoble 1985.
- [GONZALEZ 87] G. GONZALEZ and P. WINTZ, *Digital image processing*, Addison Wesley, 1987.
- [GREEN 78] P.J. GREEN and R.SIBSON, *Computing Dirichlet Tessellation in the plane*, The Compute Journal, Vol 21, pp 168-173, 1978.
- [GURGEY 87] S. GURGEY, D. LESMANNE, *Méthodes géométriques de partitionnement appliquées à l'analyse d'image*. Rapport de projet ENSIMAG, 1987
- [HARALICK 81] R.M HARALICK, L.T WATSON, *A facet model for image data*, CGIP,15, 113-129, 1981.
- [HARALICK 85] R.M. HARALICK, L. SHAPIRO, *Image segmentation techniques*, CVGIP 29, 100-132, 1985.
- [HEBERT 85] P. HEBERT and B.ROUGE, *Digital Image Mosaics*, Proc of image science '85. Conference,Helsinki, Finland, 11-14-june 1985.
- [HEITZ 88] F. HEITZ, *Restitution de la radiographie d'un tableau dissimulé par une composition postérieure. Contribution à la détection de changements en imagerie multisource*. Nouvelle Thèse. ENST . PARIS Octobre 1988.
- [HONG 82] T. H. HONG, M. SHNEIER, A. ROSENFELD, *Border extraction using linked edge pyramids*, IEEE Tans. on systems, man, and cybernetics, SMC-12, 5, 1982.
- [HONG 84] T.H. HONG, A. ROSENFELD, *Compact region extraction using weighted pixel linking in a pyramid*. IEEE trans. on PAMI, 6,2,1984.
- [HOROWITZ 76] S.L. HOROWITZ, T. PAVLIDIS, *Picture segmentation by tree traversal algorithm*. J. ACM, 23, 368-388, 1976.

- [HUMMEL 77] R.A. HUMMEL, *Image enhancement by histogram modification*, CGIP,6, 184-195,1977.
- [HU 88] H. T. HU *simulation informatique pour la restauration des œuvres peintes* Rapport de stage IMAG, Grenoble, Déc 1989.
- [HU 89] H. T. HU and J. M. CHASSERY, *Diagrammes de Voronoi Généralisés: Premiers Résultats*, Rapport de Recherche No.RR 799-M, IMAG, Grenoble, Déc 1989.
- [HU 91a] H.T. HU, *Diagramme de Voronoi généralisé pour un ensemble de polygones*, thèse UJF grenoble, 1991.
- [HU 91b] H.T. HU, J.M.CHASSERY, *Squelette et diagramme de Voronoi généralisé en compréhension de formes*. 859-864, AFCET RFIA, 8^e Congrès 1991.
- [KASS 87] M. KASS, A. WITKIN, D. TERZOPOULOS, *Snakes : active contour models*, Proc. of the 1st Int. Conf. on Computer Vision, 259-268, 1987
- [KAUTSKY 84] J. KAUTSKY, N.N. NICHOLS,D.L. JUPP, *Smoothed histogram modification for image processing*. CGIP, 26, 271-291, 1984.
- [KITTLER 85] J. KITTLER, J. ILLINGWORTH, J. FOGLEIN, *Threshold selection based on a simple image statistic*, CVGIP 30,125-147, 1985.
- [KLEIN 87] R. KLEIN, *Concrete and abstract Voronoi diagrams*, Ed. G.Goos ans J. Hartmanis, Springer-Verlag, 1987.
- [KLEIN 88] R.KLEIN and D. WOOD, *Voronoi diagrams based on general metrics in the plane (extended abstract)*, Lecture notes in comput. Sci.,294,281-291, STACS 1988.
- [KUBLER 89] O. KUBLER, F. KLEIN, R. OGNIOWICZ and U. KIENHOLZ, *Isolation and identification of abutting and overlapping objects in binary images* Proc. of the 5th Internat. Conf. on Image Analysis and proc., pp 340-347, 20-22 sept.,1989, Positano, Italy.

- [LACOLLE 88] B. LACOLLE, *Géométrie algorithmique : Présentation, spécificité et complexité*, Journées de Géométrie Discrète, Géométrie algorithmique, Passage du discret au continu. Grenoble, 21-23 Nov., 1988.
- [LACOUME 87] J.L. LACOUME, Modèles et traitements de signaux multidimensionnels, Conférence invitée, 11e Colloque GRETSI, 1F-14F, 1987.
- [LEE 80a] D.T.LEE, *Two-dimensional Voronoi diagrams in L_p metric*, J. ACM, 27, 4, 604-618, 1980.
- [LEE 80b] D.T.LEE and WONG, *Voronoi diagram in L_1 (L_∞) metrics with two-dimensional storage applications*, SIAM J. Comput., 9, 1, 1980.
- [LEE 81] D.T.LEE and R. L. DRYSDALE *Generalization of Voronoi diagrams in the plane* SIAM J. Comput., 10, 1, 1981.
- [LEE 82] D.T.LEE, *On k -nearest neighbor Voronoi diagrams in the plane*, IEEE trans. Computers, c-31, 478-487, 1982.
- [LEE 90] S.U. LEE, S.Y. CHUNG and R.H. PARK, *Comparative Performance study of several Global thresholding techniques for segmentation*, CVGIP, 52, 171-190, 1990.
- [LORRE 77] J.J. LORRE and D.J. LYNN, *Digital enhancement of images of the shroud of turin*. Proc. of the Us Committee on Research of the Shroud of Turin. Albuquerque, pp 154-182., New Mexico 1977.
- [MAITRE 78] H. MAITRE, B. FAUST, *Détection de contours d'images dans un but de reconnaissance des formes*, AFCET-Chatenay Malabry, 456-465.
- [MAITRE 91] H. MAITRE, *Segmentation d'images*, Notes de cours, ENST Paris 1991.
- [MARCELPOIL 91] R. MARCELPOIL, Y. USSON, J.M.CHASSERY, *Segmentation Morphologique incluant des paramètres d'ordre et desordre : Quantification par Diagramme de Voronoï et application à la sociologie cellulaire*. 967-972, AFCET RFIA, 8^e Congrès 1991.

- [MARTELLI 76] A. MARTELLI, *An application of heuristics search methods to edge and contour detection*, Comm. of the ACM, 19, 73-83, 1976.
- [MESHKAT 87] S.N. MESHKAT and C. M. SAKKAS, *Voronoi diagram for multiply-connected polygonal domains II : implementation and applications* IBM J. Res. Develop., 31,3, 373-381 ,1987.
- [MELKEMI 90] M. MELKEMI, H. HU, E. BERTIN et J.M. CHASSERY, *Voronoi ponctuel, généralisé et 3D approches algorithmiques et applications en analyse d'image*. 154-163, Journées Géométrie algorithmique INRIA Sophia-Antipolis (Nice) 1990.
- [MELKEMI 91] M.MELKEMI et J.M.CHASSERY, *Processus de segmentation frontière-région fondé sur une représentation par Voronoi généralisé*. 973-978, AFCET RFIA, 8^e Congrès 1991.
- [MILGRAM 75] D.L. MILGRAM, *Computer methods for creating photomosaics*. IEEE Trans on comp., 24,1113-1119,1975.
- [MILGRAM 77] D.L. MILGRAM, *Adaptative technique for photomosaicking*. IEEE Trans.On comp., 1175-1180, 1977.
- [MONGA 87] O.MONGA, *An optimal region growing algorithm for image segmentation*. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Vol 1, 3 , pp 351-376, 1987.
- [MONGA 89] O.MONGA, *Segmentation d'images*, COURS PIXIM 89.
- [MONTANARI 71] U. MONTANARI, *On the optimal detection of curves in noisy pictures*, Comm. of ACM, 14, 335-345, 1971.
- [MONTANVERT 87] A. MONTANVERT, *Contribution au traitement de formes discrètes. Squelettes et codage par graphe de la ligne médiane*, Thèse de l'université UJF et INPG, Grenoble I. 1987

- [MONTANVERT 91] A. MONTANVERT, P. MEER, A. ROSENFELD, *Hierarchical image analysis using irregular tessellations*. IEEE trans. PAMI, 13, 4, 307-316. 1991.
- [NAGAO 79] M. NAGAO, T. MATSUYAMA, *Edge preserving smoothing*, CVGIP, 9, 394-407, 1979.
- [OHLANDER 75] R. OHLANDER, *Analysis of naturel scenes*, Ph'D Dissertation Carnegie-Mellon University- Pittsburgh 1975.
- [OHYA 84] T.OHYA, M.IRI, K.MUROTA *A fast Voronoi diagram algorithm with quaternary tree bucketing*, Information Processing Letters, Vol 18, pp 227-231, 1984.
- [PAVLIDIS 74] T. PAVLIDIS, S.L. HOROWITZ, *Segmentation of plane curves*, IEEE trans. on computers, 23, 8, 860-870, 1974.
- [PAVLIDIS 77] T. PAVLIDIS, *Structural pattern recognition*, Springer verlag, 1977.
- [PAVLIDIS 80] T.PAVLIDIS, *A thinning algorithm for discrete binary images*, CGIP, 13, 142-157, 1980.
- [PAVLIDIS 90] T. PAVLIDIS, Y.T. LIOW, *Integrating région growing and edge detection*, IEEE trans. on PAMI, 12, 3, 226-233, 1990
- [PELEG 81] S. PELEG, *Elimination of seams from photomosaics*, Comput. Vision Graph. Image Process., 16, 90-94, 1981.
- [PONG 84] T.C. PONG, L.G. SHAPIRO, L.T. WATSON, R.M. HARALICK, *Experiments in segmentation using a facet model region grower*, CVGIP, 25, 1984.
- [PREPARATA 88] F.P.PREPARATA and M.I.SHAMOS, *Computational geometry, an introduction* Texts and Monographs in Computer Science, Elsevier Science Publishers (North-Holland) 1987.
- [RINDFLEISH 71] T.C. RINDFLEISH, J. A. DUNNE, H.J. FRIENDEN, W. D. STROMBERG and R. M. RUIZ, *Digital Processing of the mariner 6 and 7 pictures*. J. Geophysical Research, 76, 2, 394-417, 1971.

- [ROM 88] H.ROM and S.PELEG *Image representation using Voronoi tessellation: Adaptive and secure.*, Proceed. of Computer Vision and pattern Recognition, Ann Arbor. Michigan, pp 282-285, 1988.
- [ROSENBERGER 88] H. ROSENBERGER, *Order-k Voronoi diagrams of sites with additive weights in the plane*, technical Report UIUCDCS-R-88-1431, Dep. of Comput. sci. Univer. of Illinois at Urbana-Champaign, 1988.
- [ROSENFELD 66] A. ROSENFELD and J. PFALTZ, *sequential operations in digital picture processing*, J.Assoc. Comput. Mach., 13, 471-494, 1966.
- [ROSENFELD 68] A.ROSENFELD and J. PFALTZ, *Distance functions on digital pictures*, Pattern Recognit., 1, 1, 1968.
- [ROSENFELD 73] A. ROSENFELD, E.JOHNSTON, *Angle detection on digital curves*, IEEE trans. on computers, 875-878, 1973.
- [ROSENFELD 81] A. ROSENFELD, C. SMITH, *Thresholding using relaxation*, IEEE PAMI, PAMI-3, 5, 1981.
- [SAMET 81] H. SAMET, *Connected component labeling using quadtree*, J. of ACM, 23, 3, 487-501, 1981.
- [SCHACHTER 78] B.SCHACHTER, *Decomposition of polygons into convex sets*. IEEE. trans. Comp., vol. C-27, p. 1078 - 1082, Novembre 1978.
- [SERRA 82] J. SERRA *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.
- [SHAMOS 75] M.I. SHAMOS, *Geometric complexity*, In proc. of the 7th ACM symposium on Theory of computing, New York, pp. 224-233, 1975.
- [SHEN 86] J.SHEN, S. CASTAN, *An optimal linear operator for edge detection*, Proc. CVPR, 109-114, Miami 1986.
- [SRINIVASAN 87] V.SRINIVASAN, and L.R.NACKMAN, *Voronoi diagram for multiply-connected polygonal domains : Algorithm*" IBM J. Res. Develop., 31,3, 361-372, 1987.

- [SUGIHARA 89] K.SUGIHARA and M.IRI, *Construction of the Voronoi Diagram for One Million Generators in Single-Precision Arithmetic*. First Canadian Conference on Computational Geometry, August 21-25, 1989, Montreal, Canada.
- [TANIMOTO 75] S. TANIMOTO, T. PAVLIDIS, *A hierarchical data structure for picture processing*, CGIP,4, 104-119, 1975
- [TEN 89] C.H. TEN, R.T. CHIN, *On the detection of dominant points on digital curves*, IEEE trans. on PAMI, 11, 8, 859-872, 1989.
- [THIEL 91] E. THIEL et A. MONTANVERT, *Approximation discrète de la distance euclidienne pour l'analyse d'image : étude et amélioration des distances du chanfrein*. 829-839, AFCET RFIA, 8^e Congrès 1991.
- [TOUSSAINT 80] G.T. TOUSSAINT, *the relative neighborhood graph of finite planar set*, Pattern Recognition, pp. 1324-1347, 1980.
- [TOUSSAINT 85] G.T. TOUSSAINT, *Computational Geometry*, Machine Intelligence and Pattern Recognition, North-Holland (Amsterdam), 1985.
- [TUCERYAN 90] M.TUCERYAN and K.JAIN *Texture segmentation using Voronoi polygons*. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol 12, 2, pp 211-216, 1990.
- [TUCERYAN 91] M. TUCERYAN and T. CHORZEMPA, *Relative sensitivity of family of closest-point graphics in computer vision applications*, Pattern Recognition, 24, 5, 361-373, 1991.
- [VINET 91] L.VINET, *Segmentation et mise en correspondance de régions de paires d'images stéréoscopiques*. these, Univ. Paris IX, Dauphiné 1991.
- [WATSON 81] D.F. WATSON, *Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes*, the computer J., 24, 2, 167-172, 1981.
- [WESZKA 78] J.S. WESZKA, *A survey of threshold selection techniques*, Computer Graphics and image processing, 7, 259-265, 1978.

- [WROBEL 87] B. WROBEL, O. MONGA, *Segmentation d'images naturelles. Coopération entre un détecteur de contours et un détecteur de régions*. 11e Colloque GRETSI, Nice, 1987.
- [XIA 89] Y. XIA, *Skeletonization via the realisation of the fire front's propagation and extinction in digital binary shapes*, IEEE tran. on PAMI, 11, 10, 1076-1086, 1989.
- [YAP 87] C. K. YAP *An $O(n \log n)$ algorithm for the Voronoi diagram of a set of simple curve segments* Discrete & Computational Geometry, No.2, pp. 365-393, 1987.
- [ZHAOYANG 89] L. ZHAOYANG, *Application of Delaunay triangulation in image coding*, The 5th Internat. Conf. on Image Analysis and Processing pp.49-53 Positano, Italy 20-22 sep. 1989.
- [ZUCKER 76] S.W. ZUCKER, *Region growing: Childhood and adolescence*. CGIP, 5, 382-399, 1976.

RESUME

Cette thèse décrit l'exploitation d'approches géométriques pour résoudre le problème de segmentation d'images, ainsi que le problème de détection d'événements en imagerie multi-sources. La structure géométrique utilisée est le diagramme de Voronoï Ponctuel.

Nous abordons tout d'abord une première approche de segmentation d'images en polygones de Voronoï dont l'algorithme fonctionne en trois étapes : une phase d'initialisation, une phase de partition et une phase de fusion. Ce processus de segmentation est utilisé pour détecter les différences entre des images acquises dans différents domaines de radiométrie.

Nous présentons une seconde technique de segmentation fondée sur le processus de coopération d'un détecteur de frontières et d'un détecteur de régions. Cette approche utilise le diagramme de Voronoï généralisé pour générer une partition initiale dont les frontières des régions s'appuient sur les contours initialement détectés. Pour réaliser cette segmentation nous avons proposé un algorithme de calcul d'une approximation du diagramme de Voronoï généralisé en utilisant le diagramme de Voronoï ponctuel.

Mots Clés : Géométrie Algorithmique - Segmentation d'images - Diagramme de Voronoï Ponctuel - Diagramme de Voronoï Généralisé - Coopération de processus - Détection d'événements