Modélisation et simulation d'un réseau de neurones formels : implantation sur machine parallèle "hypercube FPS T-40

Djamel Benaouda

THESE

présentée par

Djamel BENAOUDA

pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I
(arrêté ministériel du 5 Juillet 1984)
"Mathématiques Appliquées"

MODELISATION ET SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES FORMELS

Implantation sur machine parallèle
"Hypercube FPS T-40"

Thèse soutenue le *29 Janvier 1992* devant la commission d'examen :

Président : **A. LE BRETON**

Examinateurs : **M. COSNARD**
M. COTTRELL
J. DEMONGEOT
J. L. MARTIEL
J. L. SOLER

Thèse préparée au sein du laboratoire TIMB - TIM3 - IMAG.

A mes parents,
à mes frères et sœurs
et à mes grands-parents.

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Monsieur A. LE BRETON, Professeur à l'Université Joseph Fourier - Grenoble I, qui me fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.

Je remercie tout spécialement mon Directeur de Recherche, Monsieur J. DEMONGEOT, Professeur à l'Université Joseph Fourier - Grenoble I, qui m'a accueilli au sein de l'Equipe Traitement d'Information et Modélisation en Biomédecine (TIMB), Institut IMAG. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance pour ses conseils, sa confiance, ses qualités humaines et scientifiques.

Je remercie Monsieur M. COSNARD, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (ENSL) et Madame M. COTTRELL, Professeur à l'Université de Paris I , pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse et pour le temps qu'ils m'ont consacré.

Je voudrais remercier Monsieur J. L. SOLER, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), qui a bien voulu particiter à ce jury. Qu'il reçoive ici mes plus vifs remerciements pour sa gentillesse et pour ses qualités humaines.

Je remercie enfin Monsieur J. L. MARTIEL, chercheur à l'INSERM, spécialiste dans la modélisation des réseaux de neurones réels, qui a bien voulu marquer par sa présence son intérêt pour la simulation des réseaux de neurones formels.

Mes remerciements vont à tous mes amis qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de cette thèse. Je pense particulièrement à mes amis ATIF Karim, TOUZENE Abderezak et FALLOT Pierre, pour les moments agréables que nous avons passés ensembles durant mon séjour en France. Qu'ils sachent que je leur en suis très reconnaissant.

Je remercie également ma grand-mère et mes parents pour la bonne éducation qu'ils m'ont prodiguée pendant ma jeunesse et pour leur soutien moral durant cette thèse.

Enfin, j'adresse mes remerciements à tous les membres du service de la scolarité de l'U.J.F et du service de reprographie de l'Institut IMAG.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I -1. Introduction générale

Depuis quelques années, nous assistons à de grands progrès dans le domaine de l'informatique, tels que l'apparition de machines parallèles implémentées sur des circuits micro-électroniques à haute intégration comme le *"VLSI"*, et récemment sur de nouvelles technologies, les circuits optoélectroniques, ce qui a permis d'accélérer le temps de calcul *(cf. Chap. III)*. Ces nouvelles architectures sont très différentes des machines séquentielles ou conventionnelles, la structure fondamentale de ces dernières, conçue par *J. Von Neumann* dès *1948 (cf. J. Von Neumann (66))*, étant fondée sur des réseaux d'automates dits cellulaires. Le but de ces recherches est de construire un jour des machines capables de résoudre des problèmes inaccessibles aux ordinateurs conventionnels ou classiques et notamment des machines spécialisées : machines capables d'imiter ou mimer certaines capacités de notre cerveau !

De nombreux travaux ont été développés dans ce sens par beaucoup de chercheurs tels que *W. McCulloch et W. Pitts (43) (Chicago), F. Rosenblatt (58) (Cornell), B. Widrow et M. Hoff (60) (Stanford)*, puis entre les années *1960/1980*, comme *M. Minsky, S. Papert, S. Amari, K. Fukushima et S. Grossberg et enfin J. Hopfield (82, 84, 85) (CIT), J. A. Anderson (83) (Brown), T. Kohonen (84) (Helsinki), T. Sejnowski (84) (J. Hopkins), G. Hinton (84) (Carnegie-Mellon), C. R. Rosenberg (85) (Princeton), C. Von der Malsburg (86) (Göttingen), F. Fogelman-Soulié (85, 87) (Orsay), Y. Le Cun (87) (Paris VI)*, et bien d'autres, sur ce qu'ils ont convenu d'appeler *"Réseaux de neurones formels"* ou tout simplement sur la modélisation mathématique des systèmes biologiques de traitement de données.

Pour l'heure, les chercheurs en sont à la construction de circuits neuronaux ou de simulateurs spécialisés de réseaux de neurones de taille réduite, comportant notamment de vrais réseaux de processeurs parallèles. En particulier, des mémoires associatives ont été conçues et réalisées sur des circuits micro-électroniques ; ainsi dans les laboratoires *Bell* de la firme américaine *AT&T (New Jersey), Joshua Alspector* et ses collègues ont réalisé le premier prototype d'un réseau nommé *"Machine de Boltzmann"* comportant six neurones et conçu par *G. Hinton, T. Sejnowski et D. H. Akley en 1984*. Beaucoup d'autres ont été réalisées, notamment sur de nouvelles technologies telles que

l'optoélectronique. Bien entendu, ces derniers simulateurs sont des calculateurs analogiques, contrairement aux ordinateurs qui sont des calculateurs numériques ; cela signifie que, au lieu de traiter l'information sous forme d'impulsions électriques représentant les chiffres binaires *"0"* et *"1"*, le circuit traite directement l'information contenue dans l'intensité et le sens de parcours des courants qui le traversent. En France, un réseau de neurones réalisé sous forme de circuit intégré numérique est à l'étude à l'Ecole Polytechnique et à l'ESPCI (Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles) depuis 1987, notamment dans le cadre du projet européen lancé depuis cette date et intitulé : *BRAIN (Basic Research in Artificial Intelligence and Neurocomputing).*

La question qu'on peut se poser est : l'approche réseaux de neurones formels est-elle mode passagère, donc destinée à disparaître comme le perceptron des années *1960*, ou est-elle un bouleversement dans la manière de concevoir le traitement de l'information ? Vus les progrès enregistrés en très peu temps dans le monde, en particulier aux Etats-Unis, i.e. l'apparition des nouveaux concepts de circuits micro-électroniques et optiques, et vu le nombre croissant de chercheurs qui s'intéressent à ce domaine, on peut répondre qu'il s'agit d'une voie prometteuse.

L'étude de ces modèles que sont les réseaux de neurones formels ou artificiels, fait appel à différents domaines :

- la neurobiologie (neurone, mémoire, apprentissage, ...),
- l'informatique,
- la micro-électronique,
- les mathématiques, en particulier la théorie des probabilités.

Tous les réseaux de neurones formels s'inspirent de certaines caractéristiques des neurones réels ou biologiques : par exemple, les systèmes sensoriels tels que le système de la vision sont organisés en plusieurs couches neuronales, avec des couches de traitement intermédiaire comportant des neurones dits cachés, i.e. des neurones non reliés directement avec l'extérieur, d'où la notion de réseaux multicouches. De plus, le cerveau humain possède une autre caractéristique essentielle, autre que son organisation en couches : sa structure permet la recirculation de l'information, de telle sorte que les décisions sont prises étape par étape, i.e. le cerveau est vu comme un système dynamique déterministe ou stochastique, qui n'atteint son état d'équilibre ou attracteur qu'au bout d'un nombre fini ou non d'étapes, lorsqu'il est soumis à un stimulus extérieur. C'est cette caractéristique qui a inspiré *J. Hopfield (1982)* dans ses réseaux de neurones fortement connectés. Ces derniers sont appelés systèmes *"coopératifs"*, dont les applications essentielles sont la reconnaissance de formes, l'optimisation combinatoire,...

Tout d'abord, nous allons donner brièvement quelques explications sur le fonctionnement de notre cerveau. En effet, notre cerveau est constitué d'un très grand nombre de neurones ou unités biologiques, de l'ordre de cent milliards, qui, de plus, sont extrêmement interconnectés : chacun reçoit et envoie des informations ou des signaux à plusieurs milliers de ses congénères, à l'aide de ramifications appelées *"dendrites"*. L'information passe d'un neurone à un autre par l'intermédiaire de *"synapses"*. Les connexions peuvent être de nature excitatrice ou inhibitrice : dans le premier cas, le neurone émetteur aura tendance à activer le neurone récepteur, et, dans le second cas, le neurone émetteur aura tendance à inhiber l'activité du neurone récepteur. Ensuite, chaque neurone prend une décision simple : à partir des influx excitateurs et inhibiteurs (somme pondérée par l'efficacité synaptique correspondante) qui lui parviennent des autres neurones, il décide de transmettre lui-même un influx soit excitateur, soit inhibiteur, et ceci en quelques millisecondes. Cette rapidité de réaction est essentiellement due au fonctionnement collectif et simultané des neurones.

Le neurone formel est un modèle particulier du neurone réel, conçu par *W. McCulloch et W. Pitts en 1943* : c'est un élément binaire dont l'état est *"+1" (actif) ou "-1" (inactif)*. Il recalcule son état à chaque instant, en fonction des influences de tous les autres neurones formels auxquels il est relié. Autrement dit, il calcule l'influence globale, en multipliant les signaux *"+1"* ou *"-1"* issus des autres neurones, par l'efficacité synaptique correspondante, et en additionnant le tout. Enfin, il décide d'émettre un signal *"+1"* si la somme est supérieure à un certain seuil, et, sinon, un signal *"-1" (cf. Figure 1)*.

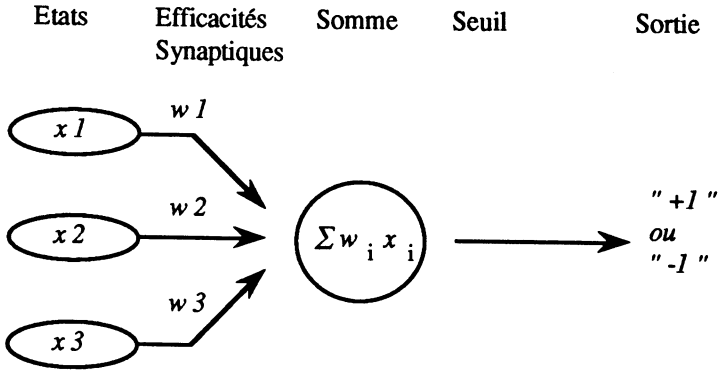


Figure 1 : *Un neurone formel ou artificiel est caractérisé par son état actif "+1" ou inactif "-1", par un seuil interne et par l'efficacité de ses connexions avec ses semblables au niveau de ses synapses (analogues à celles du système nerveux). Le neurone formel recalcule son état à chaque instant, en fonction des influences de tous les congénères auxquels il est relié. Il multiplie la valeur de l'état de chacun de ses congénères par l'efficacité synaptique correspondante, et additionne le tout. Enfin, il compare cette somme à un seuil qui lui est propre et en déduit son nouvel état : "+1" si la somme est supérieure à un certain seuil, "-1" sinon.*

Ainsi, chaque neurone formel est caractérisé, d'une part, par l'ensemble des efficacités synaptiques de ses liaisons avec tous les autres neurones et, d'autre part, par le seuil qui régit sa prise de décision.

La simulation sur ordinateur classique ou même sur micro-ordinateur d'un tel réseau de neurones est très simple. Il suffit, pour chaque neurone, de stocker un certain nombre de valeurs numériques : son état à un instant donné, les efficacités synaptiques qui le concernent et la valeur de son seuil interne. Quant au calcul de l'influence globale du réseau sur chaque neurone et la comparaison au seuil, ils se font d'une manière élémentaire. Le seul problème est alors d'effectuer tous ces calculs extrêmement rapidement, ce qui est pratiquement impossible sur un ordinateur conventionnel tel que : *PC, VAX, SUN,* etc..., dès que le nombre de neurones dans le réseau simulé dépasse quelques centaines. Par conséquent, un gain de temps de calcul est actuellement nécessaire. Face à cet obstacle, un bon compromis est fourni par l'utilisation des machines dites massivement parallèles telles que : *"la connection machine"*, commercialisée par la société américaine *"Thinking Machine Inc."* à *65536* processeurs, *l'hypercupe [FPS]* à 32 processeurs, le *T-Node (Telmat)* à *128* processeurs, etc... Ceci nous a conduit à paralléliser notre algorithme et à l'implémenter sur la machine parallèle *"hypercube [FPS] T-40"* de *TIM3-IMAG*, comportant *32* processeurs pouvant travailler en parallèle *(cf. Chap IV).*

Ces ordinateurs parallèles se sont révélés extrêmement efficaces pour effectuer des calculs à grande vitesse. Mais ils sont beaucoup moins adaptés que le cerveau humain pour résoudre certains problèmes, par exemple reconnaître des symboles manuscrits, ce qui est une tâche facile pour un jeune enfant : seuls les ordinateurs les plus puissants réussissent à obtenir des performances acceptables. Pourquoi ? Parce que les informations ne sont pas traitées de la même manière.

Le problème crucial consiste à trouver des règles d'apprentissage permettant aux réseaux de neurones formels de remplir correctement une tâche bien définie, autrement dit de mettre au point une procédure permettant de calculer les efficacités synaptiques afin que le réseau remplisse une tâche qui lui est assignée ! l'exemple le plus simple est *"la règle de Hebb"*, conçue par *D. O. Hebb* en *1949 (cf. D. O. Hebb (49)).*

Les applications de ce que pourrait faire concrètement un tel réseau sont nombreuses : le réseau le plus spectaculaire *"Net Talk"*, conçu en *1985 par T. Sejnowski et C. R. Rosenberg*, qui parvient progressivement à prononcer des mots en

anglais, sans qu'on lui enseigne explicitement les règles de la phonétique ; le réseau de *Kohonen (84)*, utilisé grâce à la fonction de mémoire associative, pour la classification d'images ; le réseau de système expert d'aide au diagnostic médical, mis au point par *Y. Le Cun en 1987* ; le réseau sur la mémoire de visages, réalisé par *Rousset et al. (88)*, etc... Considérons maintenant les réseaux les plus simples, par exemple ceux qui miment la capacité de ce qu'on appelle la *"mémoire associative"*, tel celui conçu par *J. Hopfield* en *1982*. Leur tâche est de mémoriser un certain nombre de *"patrons"*, par exemple des lettres ou des chiffres manuscrits, de telle sorte que, si l'on présente au réseau une configuration détériorée, par exemple une lettre incomplète ou quelque peu déformée, il peut la restituer en faisant fonctionner collectivement ses neurones. Ce type de réseaux est notamment utilisé pour la correction automatique d'erreurs, pour la reconnaissance des formes et de la parole et les problèmes d'optimisation combinatoire.

Le réseau de neurones formels le plus simple est composé de deux couches de neurones : la première comporte des neurones d'entrée ou récepteurs, et la seconde comporte des neurones de sortie *(cf. Figure 2)*. Les neurones de la première couche n'effectuent aucun traitement, leur rôle étant simplement de recevoir et de transmettre l'information à mémoriser, et ceux de la seconde couche sont capables de calculer leur état en fonction des informations provenant des neurones d'entrée et ne sont pas connectés entre eux.

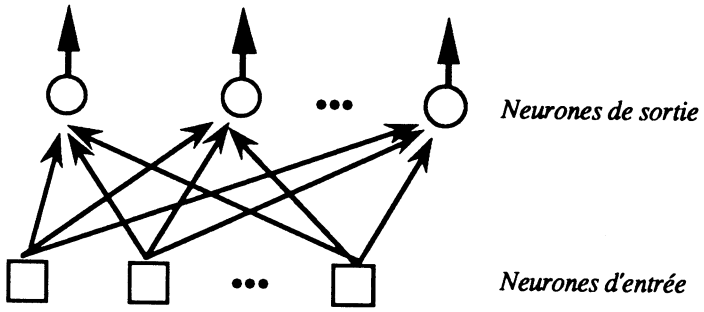


Figure 2 : *Réseau de neurones simple. Les neurones (en carrés) représente des entrées qui reçoivent les informations extérieures à identifier et d'autre neurones (en cercles) effectuent les calculs et fournissent la réponse du réseau. Ces derniers ne sont pas connectés entre eux.*

Deux règles d'apprentissage ont été proposées, entre *1950* et *1960*, sur ces réseaux simples : l'une d'elles, due à *B. Widrow et M. Hoff* est appelée règle de *"Widrow-Hoff"* ou encore algorithme de gradient, et l'autre, due à *F. Rosenblatt* est appelée règle du *"perceptron"*. Le réseau est ainsi soumis à un apprentissage dit supervisé. Il existe aussi des réseaux dits non-supervisés, consistant à laisser le réseau évoluer en modifiant lui-même ses efficacités synaptiques selon une règle donnée, par exemple celle de *Hebb*, sans imposer aucune contrainte extérieure au réseau.

Les réseaux dits multicouches sont destinés à résoudre des problèmes plus complexes, cela par analogie à des systèmes sensoriels tels que le système de la vision, organisés en plus de deux couches : une couche de neurones récepteurs, dans la rétine par exemple, une couche de neurones moteurs reliés aux muscles et, entre les deux, des couches de traitements intermédiaires comportant des unités dites *"cachées" (cf. Figure 3)*. Il s'avère impossible d'utiliser les deux règles d'apprentissage citées plus haut pour calculer les efficacités synaptiques, à cause de l'existence des unités cachées. Dès 1984, une généralisation de la règle de *" Widrow-Hoff "*, connue sous le nom de méthode de *"rétro-propagation du gradient"*, a permis de surmonter cet obstacle. Peu avant celle-ci, on connaissait une règle d'apprentissage du même type utilisée dans la machine de Boltzmann conçue par *Hinton, Sejnowski et Ackley*, en *1984*. Cette règle consiste à imposer une configuration aux neurones d'entrées, à observer la réponse du réseau, puis à calculer les efficacités synaptiques de façon à minimiser l'écart qui sépare la réponse réelle de la réponse souhaitée, par une méthode de gradient. Ce calcul se fait couche par couche, de la sortie vers l'entrée, d'où le nom rétro-propagation.

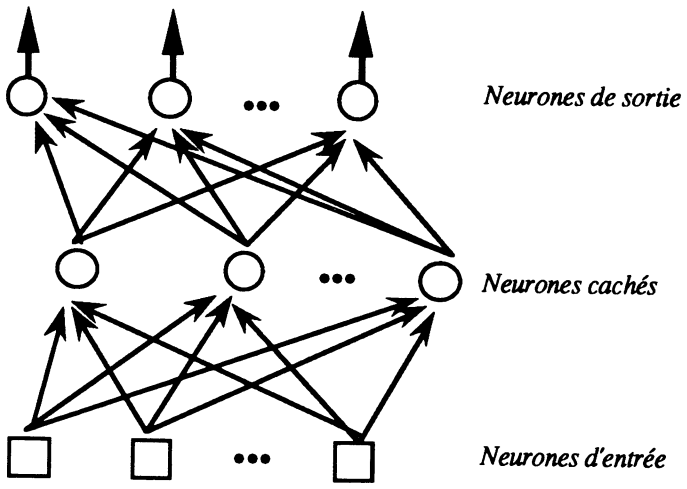


Figure 3 : *Réseau multicouches de neurones formels, dans lesquels les neurones effectuant les calculs ne sont pas tous directement reliés à l'extérieur ; les neurones représentés au milieu sont des neurones cachés. Il n'existe aucune connexion entre les neurones d'une même couche.*

L'un des exemples d'application les plus connus de cette méthode d'apprentissage est le réseau *"Net Talk"*. Il y a aussi l'exemple de la *"machine de Boltzmann"*, qui fut le premier réseau d'apprentissage à faire intervenir des neurones aléatoires ou probabilistes, i.e. à perturber le fonctionnement des neurones, à chaque étape du calcul, par l'intermédiaire d'un bruit. Dans ce réseau, les neurones ne sont pas organisés en couches ; par contre, ils sont totalement interconnectés.

L'algorithme d'apprentissage par rétro-propagation connaît à présent des améliorations et des variantes. Cependant, certains problèmes posés par les réseaux multicouches ne sont pas encore résolus, comme par exemple le choix du nombre optimal de couches cachées et d'unités par couche !

Outre son organisation en couches, le cerveau fonctionne apparemment comme un système dynamique, qui n'atteint pas instantanément un état d'équilibre lorsqu'il est soumis à un stimulus extérieur. Cette propriété a inspiré *J. Hopfield*, dès *1982*. Il a proposé un modèle de réseau de neurones formels totalement interconnectés, où chaque neurone reçoit des informations de tous les autres neurones et envoie lui-même des signaux à tous les autres neurones *(cf. Figure 4)*.

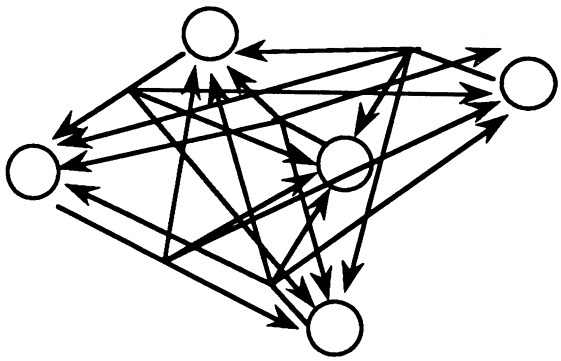


Figure 4 : *Réseau de neurones d'Hopfield dit totalement interconnecté. Les neurones jouent un rôle d'entrée et de sortie.*

La caractéristique essentielle du comportement du réseau de *Hopfield* réside dans l'existence d'états stables dits *"attracteurs"*. En fait, lorsque la phase d'apprentissage (par exemple du type Widrow-Hoff) est achevée, i.e. lorsque le réseau a mémorisé les prototypes imposés, il est capable de reconnaître une configuration inconnue qui lui est présentée. En effet, à partir de cette configuration, les neurones recalculent leur état et le réseau évolue ainsi, en passant par des états transitoires, vers une configuration stable. Si la configuration inconnue ressemble à l'un des prototypes déjà mémorisés, le réseau aboutira à ce prototype, i.e. le prototype en question "attire" à lui toutes les versions incomplètes ou déformées, d'où son nom *"d'attracteur"*. Il se peut que le réseau aboutisse à un état qui n'est pas l'un des prototypes, mais ressemble à l'un d'eux.

Comment cela marche-t-il ? L'idée vient de la physique, particulièrement des systèmes magnétiques désordonnés. En s'inspirant de la théorie des verres de spins, qui réside essentiellement dans l'existence d'une fonction énergie, dont les états d'équilibre correspondent aux configurations pour lesquelles cette énergie prend des valeurs minimales, *J. Hopfield* a montré qu'il est possible de décrire mathématiquement les

réseaux de neurones formels totalement interconnectés comme s'il s'agissait de verres de spins. Comme dans l'exemple des mémoires associatives, le réseau calcule ses efficacités synaptiques de telle sorte que les prototypes qu'il doit mémoriser soient des états stables attracteurs d'énergie minimum.

Cette notion d'énergie minimun a également conduit à utiliser ces réseaux, i.e. les réseaux de neurones complètement interconnectés, pour résoudre d'autres problèmes, et plus particulièrement les problèmes dits *"d'optimisation combinatoire"*, qui sont caractérisés par un très grand nombre de solutions parmi lesquelles il faut trouver la meilleure, ou tout au moins l'une des meilleures. L'exemple le plus connu posé sous cette forme, par *J. Hopfield et D. Tank* en *1985*, est le problème dit *"du voyageur de commerce"*.

I -2. Plan général de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans la continuité du travail de T. Hervé *(cf. T. Hervé (87))*, effectué en collaboration avec l'Institut de la Communication Parlée (ICP) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG). Il consiste à modéliser un réseau neuronal situé en aval de la cochlée, qui constitue les premières couches de traitement des signaux de la parole issus du système auditif périphérique, plus particulièrement de la membrane basilaire. Ces signaux représentent l'information neuronale véhiculée sur des fibres du nerf auditif. L'activité de ces fibres est décrite par l'enregistrement de trains de spikes : cette activité constitue l'entrée à traiter par ce réseau. Cette entrée est modélisée par un champ aléatoire binaire bidimensionnel tenant compte des aspects temporel, spatial et stochastique du signal neuronal. Autrement dit, l'information neuronale délivrée par la membrane basilaire est non seulement temporelle, mais aussi répartie spatialement sur plusieurs fibres et, enfin, la nature stochastique du signal provient du fait que la fibre ne répond pas forcément à un même stimulus acoustique par un même train de spikes.

Le cadre général du travail présenté concerne la modélisation mathématique du réseau de neurones en question, la description de la machine parallèle à mémoire distribuées *"Hypercube FPS T-40"* utilisée comme outil de nos simulations, l'implantation du modèle neuronal sur cette machine parallèle et enfin les réalisations et interprétations de résultats de simulation. Ces travaux sont présentés en quatre chapitres comme suit :

Le premier chapitre s'inscrit dans le cadre général des réseaux de neurones, en commençant par les premiers modèles fondés sur des réseaux dits d'automates à seuil conçus par *W. S. McCulloch* et *W. Pitts* dès *1943*, des réseaux dits d'automates cellulaires conçus par *J. Von Neumann* dès *1948*, etc...

Le deuxième chapitre introduit la mesure de Gibbs, champs aléatoires et modèles de réseaux (déterministes et stochastiques). Puis, il présente l'étude du problème d'ergodicité des réseaux de neurones probabilistes. Dans les cas simples, notre modèle de réseau de neurones en mode d'itération parallèle (resp. séquentielle) est ergodique et converge vers une unique mesure invariante μ_P (resp. μ_S) , en réponse à une entrée stationnaire. Ces mesures s'écrivent comme suit :

$$\bullet\ \mu_P(x) = \frac{\sum_{y\in\Gamma} e^{< Wx,\ y >}}{Z} \qquad \bullet\ \mu_S(x) = \frac{e^{< Wx,\ x >}}{Z}$$

pour chaque configuration $x\in\ \Gamma=\{0,1\}^{\Omega}$, avec $\Omega=\{1,..,n\}$.

où $< , >$ désigne le produit scalaire standard, $W=(W_{ij})$ la matrice (nxn) (constante dans le temps) des poids des connexions, $\Gamma=\{0,1\}^{\Omega}$ l'ensemble de toutes les configurations possibles de cardinal 2^n, Z la constante de normalisation et n le nombre de neurones formels.

Nous remarquons que les mesures μ_P and μ_S sont différentes pour certaines valeurs de $W=(W_{ij})$, par exemple on a :

$$\lim_{W_{11}\to -\infty} \delta(\mu_P, \mu_S) = +\infty$$ où δ est la distance de Kullback.

Le troisième chapitre concerne l'environnement technique où nos simulations de réseaux de neurones ont été effectuées. Il consiste en une description générale du principe du parallélisme et en une présentation détaillée de la machine parallèle à mémoire distribuées *"Hypercube FPS T-40"* (32 processeurs) du laboratoire *TIM3-IMAG.*

Enfin, le quatrième chapitre comprend l'implantation de l'algorithme du réseau de neurones sur la machine parallèle *"Hypercube FPS T-40"*, l'expérimention numérique et l'interprétation des résultats numériques. Ensuite, on a représenté graphiquement ces résultats, à l'aide de mesures statistiques adéquates résumant le comportement dynamique du réseau, sur station de travail *VINIX* (ordinateur spécialisé dans le traitement d'images) du laboratoire *TIMB-TIM3-IMAG.*

CHAPITRE II

RESEAUX D'AUTOMATES ET MODELES NEURONAUX

II -1. Introduction

C'est en *1948* que *J. Von Neumann (cf. J. Von Neumann (66))* a introduit les réseaux d'automates, intitulés : *"Réseaux d'automates cellulaires"*, conçus pour modéliser le problème de l'auto-reproduction : leur structure est fondée sur le déroulement séquentiel des tâches, c'est-à-dire que seuls peu d'éléments de la machine sont actifs, les autres étant en attente *(cf. chap III)*. Par suite, dans les années *80*, il est apparu de nouvelles machines à architecture parallèle implémentée sur des circuits à haute intégration, tels que les nouvelles technologies *"VLSI"*, ce qui a permis d'accélérer le temps de calcul. Citons quelques exemples de machines à architecture parallèle : *"la connection machine"* construite dans le laboratoire d'intelligence artificielle de l'université *MIT (cf. Hillis (82)(84))*, *"la machine de Boltzman"* de l'université *Carnegie Mellon (cf. Hinton & al. (81)(84))* ou la machine à architecture systolique de l'université Carnegie Mellon également *(cf. Kung (82) et Leiserson (83))*, etc...

Ensuite, dans d'autres domaines tels que la biologie, la physique, etc..., les chercheurs se sont trouvés confrontés à des systèmes de plus en plus compliqués, pour lesquels les méthodes heuristiques échouaient, d'où l'utilisation de méthodes type réseaux d'automates. Au point de vue mathématique, ces réseaux d'automates sont des systèmes dynamiques discrets : en espace et en temps d'évolution. Ils fournissent des solutions alternatives intéressantes par rapport aux modèles classiques fondés sur des systèmes dynamiques continus.

On représente, d'une manière formelle, les réseaux d'automates cellulaires par une application $F : E^{\Omega} \dashrightarrow E^{\Omega}$, où E et Ω sont respectivement l'espace d'état et l'ensemble cellulaire supposés finis, dont toutes les composantes sont identiques et définies localement par :

$$\exists\, V \subset \Omega\,, \exists f : E^{\Omega} \dashrightarrow E^{\Omega}$$

$$\forall\, i \in \Omega\,, \forall\, x \in E^{\Omega}, F_i(x) = f(x|_{i+V}), \text{ avec } F = (F_i)_{i \in \Omega}\,,$$

où $x|_{i+V}$ est la configuration ayant même composantes que x sur $i+V$ et valant 0 en dehors de $i+V$.

Plusieurs travaux ont été consacrés à l'étude du comportement de ces réseaux *(cf. Demongeot & al. (83), Wolfram (83), etc...)*, à l'existence d'un modèle de réseau

d'automates cellulaires à 2 dimensions capable de réaliser une machine de Turing universelle, connu sous le nom *"le modèle du jeu de la vie" (cf. Berlekamp & al. (82), Conway (70))*, introduit par Conway en *1970*, et les réseaux booléens introduit par les biologistes Kauffman et Thomas *(cf. Kauffman (72), Thomas (79))*, ainsi que les réseaux de verres de spins *(cf. Hopfield (82))*, etc...

D'une manière générale, un réseau d'automates cellulaires est un ensemble d'automates ou sites localement interconnectés qui évoluent dans le temps (échelle discrète) en différents modes d'itérations *(cf. § II -3. 4)*. Concernant leur dynamique d'évolution, elle est vue comme étant une succession d'états, dans le temps, de chaînes (réseau à une dimension) ou de boîtes (réseau à deux dimensions). Le système peut atteindre des cycles limites (ou comportements périodiques) ou points fixes (configurations stables). Par exemple, ces types de comportement ont été observés par la chaîne (réseau d'automates cellulaires à une dimension) du physicien S. Wolfram *(cf. Wolfram (83))* qui cherchait à modéliser les propriétés d'auto-organisation de nombreux systèmes physiques, chimiques ou biologiques, ainsi que dans l'exemple du mathématicien Conway *(cf. Berlekamp & al. (82), Conway (70))* qui a proposé le modèle de *"jeu de la vie"* fondé sur des règles simples (réseau d'automates cellulaires à deux dimensions), cherchant à modéliser la dynamique des populations d'organismes vivants.

Voyons ensuite la classe des réseaux d'automates à seuils. Les premiers pionniers du domaine, *McCulloch & Pitts (cf. McCulloch & Pitts (43))*, avaient introduit, en *1943*, les premières notions *"d'automates à seuils"* dans le cadre de la modélisation de l'activité de la cellule nerveuse (ou neurone). En effet, ils modélisaient le neurone (ou la cellule nerveuse) par un neurone artificiel (ou formel), i.e. un automate à seuil dont les entrées représentent les signaux issus par d'autres neurones, et le seuil représente le seuil d'excitabilité du neurone en question. L'écriture mathématique de l'équation d'évolution est la suivante : un automate à seuil est une application $F : \{0,1\}^n \dashrightarrow \{0,1\}^n$ avec

$$\forall x \in \{0,1\}^n , \qquad F(x_1, ..., x_n) = \begin{cases} 1 , & si \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \geq \theta \\ 0 , & si \sum_{j=1}^{n} a_j x_j < \theta \end{cases}$$

où $\theta \in \mathbb{R}$ est le seuil d'excitabilité du neurone, $a_j \in \mathbb{R}$ sont les poids des synapses qui relient le neurone avec les autres neurones *"j"* (si $a_j \leq 0$, la liaison est inhibitrice ; sinon, la liaison est excitatrice) et n est le nombre total des entrées issues des autres neurones.

Le premier réseau de neurones formels ou automates à seuil était destiné à résoudre des problèmes simples, par exemple à mimer la fonction de mémoire associative dont fait preuve notre cerveau. Cette dernière consiste à faire mémoriser un certain nombre d'informations, par exemple des lettres, chiffres manuscrits, etc..., par un tel réseau, et ensuite le réseau est capable de retrouver ces informations ou identifier des informations incomplètes. Ce réseau comporte deux couches de neurones formels. La première couche contient des neurones dits d'entrée ou récepteurs, leur rôle consistant à recevoir et à transmettre l'information à mémoriser. Les neurones de la deuxième couche sont capables de calculer leur propre état en fonction des informations provenant des neurones récepteurs, mais ne sont pas connectés entre eux : ce sont eux qui contribuent à la fonction de décision du réseau.

La question qui se pose est : comment le réseau réalise-t-il la fonction de mémoire associative ? ou comment s'assurer qu'il remplisse correctement cette tâche ? D'une manière générale, le problème crucial consiste à trouver des règles d'apprentissage adaptées permettant aux réseaux de neurones formels de remplir une tâche bien définie. Précisement, il consiste à mettre au point une procédure permettant de calculer les efficacités synaptiques. Dès *1949*, le neurophysiologiste *D. O. Hebb (cf. D. O. Hebb (49))* a émis l'hypothèse que les neurones réels ou biologiques s'auto-organisent dans leurs connexions sous l'effet des stimuli qu'ils reçoivent. Cette auto-organisation repose sur un principe simple : l'efficacité d'une synapse activatrice (resp. inhibitrice) se renforce lorsque les neurones qu'elle relie ont tendance à être actifs en même temps, c'est-à-dire en phase (resp. en opposition de phase) ; elle s'atténue dans le cas contraire.

Ensuite, dans les années *1950/1960*, trois chercheurs ont introduit deux règles d'apprentissage adaptées à de tels réseaux. L'une d'elle, conçue par *B. Widrow et M. Hoff*, est appelée règle de *" Widrow-Hoff "*. Et l'autre, conçue par *F. Rosenblatt*, est appelée règle du *"perceptron"*. Le réseau est ici soumis à un apprentissage dit supervisé. En quoi consiste-t-il ? Dans la première règle, il s'agit de modifier les efficacités synaptiques de tous les neurones par un algorithme type gradient ; dans la deuxième règle, il s'agit de modifier les efficacités synaptiques des neurones qui fournissent une réponse incorrecte par un mécanisme type punition.

Ces réseaux étaient censés résoudre des problèmes simples. Pour les problèmes plus complexes, une solution consiste à organiser la décision en plusieurs étapes, ce qui revient un réseau à plusieurs couches. Le perceptron est le premier réseau organisé en trois couches : deux couches entrée/sortie et une couche de traitement intermédiaire contenant des neurones dits cachés, conçu par *Minsky & Papert (cf. M. Minsky & S. Papert (69))* pour la reconnaissance de formes. Dans un premier temps, on ne pouvait

pas utiliser les deux règles citées plus haut, à cause de l'existence des couches de traitement intermédiaires.

Après l'échec du perceptron *(cf. Minsky & Papert (69))*, dans les années *1970*, l'Intelligence Artificielle s'est développée, qui a pour but justement de résoudre les problèmes imposées par les performances des ordinateurs disponibles. De nombreux chercheurs ont investi dans ce domaine pour se dégager de certains obstacles imposés. Ils ont proposé des architectures très proches de la philosophie du perceptron. Certains d'entre eux, en s'inspirant de la physique du solide, utilisent les concepts de la théorie des verres de spins et de la mécanique statistique *(cf. R. Maynard et al. (81))*, et proposent des architectures capables de réaliser des fonctions de mémoire associative *(cf. J. Hopfield (82), G.E.Hinton et al.(81), F. Fogelman et al. (85, 87))*, de satisfaction de contraintes *(cf. G.E. Hinton et al. (84))*, des problèmes d'optimisation combinatoire *(cf. J. Hopfield & D.Tank (85))*, etc...

Enfin, citons les travaux *J.P. Changeux et al. (cf. Changeux (84))* dans le domaine de la neurophysiologie, ainsi que la réalisation de mémoires associatives, de machines de reconnaissance, de classification *(cf. T. Kohonen (84), ...)*.

Parallèlement, les études théoriques sur les réseaux d'automates à seuil s'approfondissent *(cf. Goles (80)(82), Goles & Olivos (81), Goles & Tchuente (83), Fogelman (85), Robert (86), etc...)*. L'une des propriétés les plus utilisées dans la pratique est la suivante :

soit $F : \{0,1\}^n \dashrightarrow \{0,1\}^n$ un réseau à seuil, de matrice de poids synaptiques $A=(a_{ij})$, alors le réseau à dynamique d'itération séquentielle n'admet que des points fixes (limites), à condition que A soit symétrique à éléments diagonaux non-négatifs *(cf. Goles & Olivos (81))*. Ces points fixes sont utilisés dans les machines étudiées par *Hopfield (cf. Hopfield (82)), Huberman (cf. Huberman (84))*.

Dans ce chapitre, nous présentons une introduction neurobiologique concernant la cellule nerveuse (anatomie, fonctions,...), et quelques rappels et résultats théoriques : mesure de Gibbs, réseaux d'automates, champs aléatoires et étude du comportement dynamique des réseaux d'automates à seuil. Enfin, nous étudions un modèle de réseau de neurones situé en amont du nerf auditif, qui représente les premières couches de traitement de l'information (signaux de la parole) issue de la cochlée faisant partie du système de perception périphérique de la voie auditive. Cette information est modélisée par un champ aléatoire binaire bidimensionnel tenant compte des aspects temporel, spatial et stochastique du signal neuronal.

II -2. Introduction à la Neurobiologie de la Cellule Nerveuse

II -2.1 Anatomie et Fonction de la Cellule Nerveuse

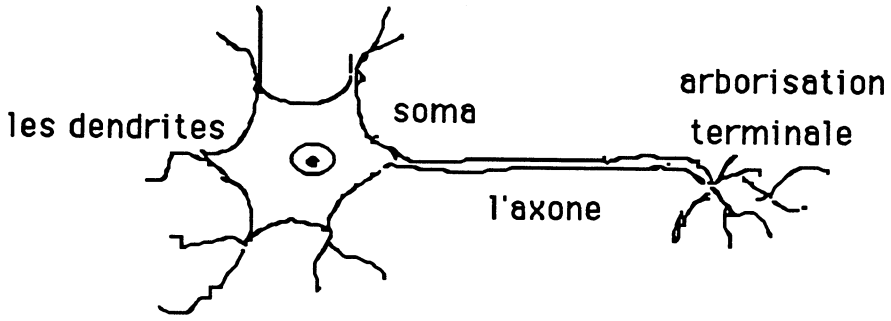


Figure 1: *La cellule nerveuse (ou neurone). Le neurone reçoit des signaux provenant de plusieurs milliers de ses semblables par ses dendrites, il décide d'émettre ou non un signal à ses semblables le long de son axone. Les points de contact entre deux neurones sont appelés synapses.*

Dans le cerveau humain, il y a environ *100* milliards de neurones multiformes *(cf. Delmas (70), Figure 1)*. La cellule nerveuse est constituée de trois parties :

- *Les dendrites,*
- *Le soma (corps cellulaire),*
- *L'axone.*

II -2.1.1 Les Dendrites

Ce sont de fines extensions tubulaires, se terminant par des synapses. Grâce à elles, le neurone collectionne des signaux provenant des neurones voisins. En effet, ces synapses libèrent une substance chimique (neuro-médiateur) qui provoque une variation locale du potentiel membranaire. Pour l'ingénieur, tout se passe comme si le signal transmis par une synapse était pondéré par un coefficient positif ou négatif que l'on appelle ***"le poids synaptique"***. Si ce coefficient est positif, cela signifie que la synapse considérée a tendance à exciter le neurone (post-synaptique), sinon le neurone va être inhibé. Le signal transmis se déplace ensuite vers le soma .

II -2.1.2 Le Soma

Il renferme tous les éléments biochimiques de la cellule. Il reçoit des signaux électriques issus des autres neurones à travers les dendrites par l'intermédiaire des synapses, puis il les traite jusqu'à ce qu'une sommation dite spatio-temporelle s'opère.

Le neurone délivre alors une impulsion dite ***"potentiel d'action"*** ou ***"spike"*** une fois que cette somme franchit un certain seuil. Si c'est le cas, il sera impossible (physiologiquement) pour le neurone de décharger à nouveau pendant une certaine période qui suit l'émission d'un spike. Cette période est dite réfractaire. Enfin, ce potentiel d'action se propage le long de l'axone.

II -2.1.3 L'axone

Il est le prolongement du soma. Il se termine par des arborisations terminales qui vont établir des connexions avec les autres neurones suivants. Pour l'ingénieur, l'axone est comme une ligne de transmission sans perte. En effet, l'apparition d'un potentiel d'action venant du soma traverse l'axone à une vitesse constante et à une amplitude constante.

II -2.2 Le Rôle de la Membrane Basilaire

En réponse à un stimulus acoustique , le message sonore va franchir la voie auditive jusqu'à la membrane basilaire située à l'intérieur de la cochlée *(cf. Figure 2)*. Ce même message va subir ensuite une véritable analyse fréquentielle par cette membrane. En effet, le long de cette dernière, il existe des récepteurs sensitifs qui convertissent les vibrations en information électrochimique déclenchant les influx nerveux dans les fibres du nerf auditif.

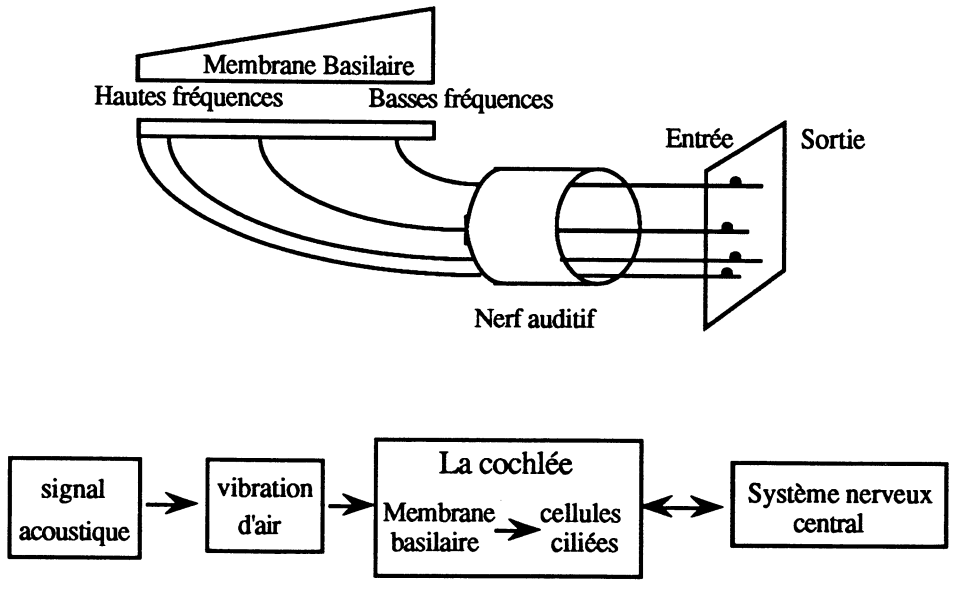


Figure 2 : *Traitement de la parole (Système Auditif Humain)*

II -3. Réseaux d'automates et Champs aléatoires

II -3.1 Mesures de Gibbs

II -3.1.1 Définitions

Définition 3.1. : ***Mesure de Gibbs***

Une mesure de probabilité μ sur $\{0,1\}^{\Omega}$ est appelée mesure de Gibbs associée au potentiel U, définie de $\{0,1\}^{\Omega}$ vers $\mathbb{R}$ avec $U(\emptyset) = 0$, si l'on a :

$$\mu : \{0,1\}^{\Omega} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$X \longmapsto \mu(X) = \frac{e^{U(X)}}{Z}, \text{ où}$$

$Z = \sum_{Y \subset \Omega} e^{U(Y)}$ *est la constante de normalistion.*

μ est encore appelée l'état de Gibbs associé au potentiel U.

Définitions 3.2. : ***Potentiel de Gibbs et Potentiel d'interaction***

Un potentiel de Gibbs est une application de $\{0,1\}^{\Omega}$ vers $\mathbb{R}$; si U est un potentiel sur $\{0,1\}^{\Omega}$, alors on définit le potentiel d'interaction J_U standard comme étant une application :

$$J_U : \{0,1\}^{\Omega} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$X \longmapsto J_U(X) = \sum_{Y \subset X} (-1)^{|X \setminus Y|} . U(Y) \quad \text{, avec}$$

$U(Y) = log[\mu(Y)] - log[\mu(\emptyset)]$, *où μ est la mesure de Gibbs correspondante.*

Inversement, par la formule d'inversion de Mœbius (cf. Barra (81)), on a :

$$U(X) = \sum_{Y \subset X} J_U(Y), \text{ avec } J_U(\emptyset) = 0.$$

II -3.2 Réseaux d'automates aléatoires

II -3.2.1 Définitions

Définition 3.3. : ***Automate Aléatoire***

Un automate aléatoire A est un triplet d'ensembles (E, X, Y) associé à une paire de fonctions (F,G), tels que :

$A = [\ (E, X, Y), (\ F, G\ )\ ]$, *où*

- *E est l' ensemble des états*
- *X est l'ensemble d'entrées*
- *Y est l'ensemble des sorties*
- *F est une application telle que :*

$F : X \times E^2 \dashrightarrow [0,1]$

$(x,p,q) \mapsto F(x,p,q)$,

F est la probabilité de passer de l'état "p" à l'état "q", quand l'entrée est "x", vérifiant :

$$\forall x \in X\ ,\ \forall p \in E\ ,\ on\ a \quad \sum_{q \in E} F(x, p, q) = 1$$

- *G est une application telle que :*

$G : E \times Y \dashrightarrow [0,1]$

$(p, y) \mapsto G(p, y)$,

G est la probabilité d'avoir "y" comme sortie correspondant à l'état "p", vérifiant :

$$\forall p \in E, on\ a \quad \sum_{y \in Y} G(p, y) = 1$$

Définition 3.4. : *Réseaux d'automates aléatoires*

Un réseau d'automates aléatoires R est un ensemble fini de sites (ou cellules) Ω associé à une paire de fonctions (S,T), tels que :

$$R = [\ \Omega, (\ S, T\ )\ ], \quad où$$

- S est une application telle que :

$$S : \Omega \dashrightarrow \Sigma$$

$$\omega \mapsto S(\omega),$$

est l'automate associé au site $\omega \in \Omega$, tel que :

$$S(\omega) = [\ (\ E, X_\omega, Y\ ), (\ F_\omega, G_\omega\ )\ ]$$

- T est une application telle que :

$$T : \Omega \times Y^\Omega \dashrightarrow X$$

$$(\omega, f\ ) \mapsto T(\ \omega, f\ ),$$

est l'entrée enregistrée au site ω, quand chaque site $u \in \Omega$ donne une sortie $f(u) \in Y$, où $S(\omega)$ est définie dans la définition 3.3.

• *CAS PARTICULIER* *: Réseaux d'automates aléatoires binaires*

On prend : $E=Y=\{0,1\}$, $\Omega \subset \mathbb{Z}^d$ (fini), donc on peut identifier l'ensemble $\{0,1\}^\Omega$ à $P[\Omega]$ (i.e. l'ensemble des parties de Ω) et $X_\omega = \{0,1\}^{N(\omega)}$, où $N(\omega)$ est l'ensemble des voisins du site ω.

On définit donc le réseau R comme suit :

1) $\forall \omega \in \Omega$, $S(\omega) = [\ (\ E, X_\omega, Y\ ), (\ F_\omega, G\ )\ ]$, *où* $\forall \omega \in \Omega$, $G_\omega = G$,
vérifiant : pour tout $p, y \in \{0,1\}$,

$$G(\ p, y) = \begin{cases} 1, & si\ p = y \\ 0, & si\ p \neq y \end{cases}$$

et $F_\omega(D, p, q)$, la probabilité du transition de l'état *"p"* vers l'état *"q"*, quand l'entrée est $D \subset N(\omega)$, est définie par un certain potentiel U sur $\{0,1\}^\Omega$ comme suit :

$$\forall p \in \{0,1\},\ \forall D \subset N(\omega),\ F_\omega(D, p, q) = \frac{e^{U(\ D \cup |q\omega|\ )}}{e^{U(\ D \cup |q\omega|\ )} + e^{U(\ D \cup |(1-q)\omega|\ )}},$$

$$où \quad D \cup |q\omega| = \begin{cases} D \cup |\omega|, & si\ q = 1 \\ D \setminus |\omega|, & si\ q = 0 \end{cases}$$

2) $T(\ \omega, f\ ) = \{ f(u)\ \}_{u \in N(\omega)}$
si $N(\omega) = \{\omega_j\}_{j=1, n}$, *alors* $T(\ \omega, f\ ) = \{ f(\omega_1), ..., f(\omega_n)\ \}$.

Ensuite, nous nous intéressons à l'évolution du réseau R dont la dynamique d'itération est séquentielle telle que :

le processus d'évolution associé au réseau R est un processus de Markov sur $P[\Omega]$. Soit $\{\omega_1, ..., \omega_{|\Omega|}\}$ un ordre sur Ω et soit $f_k \in \{0,1\}^{\Omega}$ l'état du réseau à l'itération k *(où* $k \in \mathbb{N}$*)* (autrement dit c'est la configuration du réseau à l'étape k) ; alors, l'état du réseau R à l'itération $k+1$ est donnée, selon la règle de transition, par le système suivant :

$$f_{k+1}(\omega_i) = \begin{cases} f_k(\omega_i), & si\ i \neq (k+1)\ mod\ |\Omega| \\ tiré\ selon\ "RTL", & si\ i = (k+1)\ mod\ |\Omega| \end{cases}$$

où *"R T L"* est la Règle de Transition Locale, définie par la probabilité de transition suivante :

$$F_{\omega_i}[\,T(\omega_i, f_k), f_k(\omega_i), .].$$

Ainsi, l'ordre choisi sur la boîte Ω détermine un parcours de ω_1 à $\omega_{|\Omega|}$, chaque itération de ce parcours correspondant au changement d'un site (et un seul) de Ω associé à cette itération.

Le sous-processus associé au réseau R, correspondant aux itérations $0, |\Omega|, 2|\Omega|, ... k|\Omega|, ...$, est un processus de Markov homogène qui admet, asymptotiquement, une unique mesure invariante μ, telle que *(cf. Proposition 3.2., ci-après)* :

$$\mu(X) = \frac{e^{U(X)}}{Z}, \text{ où } Z \text{ est la constante de normalisation.}$$

c'est-à-dire que μ est solution du système d'équation $\mu = \mu.M$, ou encore que μ est le vecteur propre à gauche de la matrice de transition M du processus de Markov associé à la valeur propre $\lambda=1$.

II -3.2.2 Ergodicité et Mesure Invariante du Réseau

Proposition 3.1. : *Le processus de Markov associé au réseau R pris au temps 0, $|\Omega|$, $2|\Omega|$, ... $k|\Omega|$, ... est ergodique.*

Preuve : D'après Demongeot (85), soit M la matrice de transition du processus $(X_{k|\Omega|})_{k\in \mathbb{N}}$ associé au réseau R, telle que :

$$M = \prod_{i=1}^{|\Omega|} M_{\omega_i}$$

où M_{ω_i} est la matrice de transition de l'itération i -1 à l'itération i.
Supposons que les éléments de $P[\Omega]$ sont rangés suivant l'ordre lexicographique obtenu à partir de l'arrangement $\{ \omega_1,..., \omega_{|\Omega|} \}$ choisi sur Ω.

$(M_{\omega_i})_{P,Q}$ est le terme général de la matrice de transition M_{ω_i}. Il représente la probabilité de passer de l'état P, à l'itération i-1, à l'état Q, à l'itération i, telle que :

$$(M_{\omega_i})_{P,Q} = \begin{cases} 0, & si\ |P \Delta Q| > 1 \\ F_{\omega_i}[P \cap N(\omega_i), \mathbb{1}_P(\omega_i), \mathbb{1}_Q(\omega_i)], & sinon \end{cases}$$

Par conséquent, le terme général de la matrice M s'écrit comme suit :

$$M_{P,Q} = \prod_{i=1}^{|\Omega|} (M_{\omega_i})_{P_i, P_{i+1}}, \quad où$$

$P_1 = P$

.

.

$P_i = (P \setminus ((P \setminus Q) \cap A_i)) \cup ((Q \setminus P) \cap A_i)$, avec $A_i = \{\omega_1, ..., \omega_{i-1}\}$; $|\Omega| > i > 1$

.

.

$P_{|\Omega|} = Q$

Or, pour tout $P,Q \subset \Omega$, $M_{P,Q} > 0$; d'où, d'après le théorème de Perron-Frobènius *(cf. Karlin et al. (75))*, le processus $(X_{k|\Omega|})_{k\in \mathbb{N}}$ est ergodique.

Proposition 3.2. : *L'unique mesure invariante μ du processus de Markov $(X_{k/\Omega/})_{k\in\mathbb{N}}$ associé au réseau R est la mesure de Gibbs associée au potentiel U.*

Preuve : D'après Demongeot (85), puisque *M* est irréductible et primitive, à cause de sa stricte-positivité *(cf. Gantmacher (59))*, alors il existe une unique mesure invariante qui correspond au comportement asymptotique du réseau *R*. Pour cela, il suffit de vérifier que la mesure de *Gibbs* associée au potentiel *U* est invariante pour *M*, donc pour chaque facteur M_{ω_i}.

En effet, par définition de F_{ω_i}, on a :

$$(M_{\omega_i})_{P,\, P\cup/\,\omega_i/} = F_{\omega_i}[P\cap N(\omega_i), \mathbb{1}_P(\omega_i), 1]$$

$$= \mu[\,/\omega_i/\,/\,P\cap N(\omega_i)\,]$$

où μ est la mesure de *Gibbs* associée au potentiel *U*, comme celui de F_{ω_i}.

Et aussi on a :

$$(M_{\omega_i})_{P,\, P\setminus/\omega_i/} = 1 - (M_{\omega_i})_{P,\, P\cup/\,\omega_i/}$$

d'où μ est invariante pour chaque M_{ω_i}, donc pour *M*.

• *LA VITESSE DE CONVERGENCE DU PROCESSUS* :

On définit l'entropie *"H"* de *Kolmogorov-Sinaï* du processus de Markov $(X_{k/\Omega/})_{k\in\mathbb{N}}$, associé au réseau *R*, de matrice de transition *M*, par :

$$H = -\sum_{P\subset\Omega}\mu(P)\sum_{Q\subset\Omega}(M)_{P,Q}\log[(M)_{P,Q}]\ ,$$

où μ est la mesure asymptotique du réseau *R*.
Etant donnée μ_0 une mesure de probabilité initiale sur $P[\Omega]$, alors μ_k est obtenue à l'itération $k/\Omega/$ du processus de Markov de matrice de transition *M*, par :

$$\mu_k = \mu_0 M^k,$$

où μ_0 est un vecteur transposé $2^{/\Omega/}$*-dimensionnel*. On déduit ensuite une borne de la vitesse de la convergence du processus en appliquant la proposition suivante :

Proposition 3.3. : *Si δ désigne la distance de Kullback sur les mesures de probabilités sur P[Ω], alors il existe un λ ($\lambda > 0$) et K dans $\mathbb{N}$ assez grand, tel que :*

$$\delta(\mu_0 M^k, \mu) \leq \lambda\, k\, H \; ; \quad \forall\, k > K$$

Preuve : c'est une application directe de *Goldstein (81) et Tuljapurkar (82).*

La connaissance de l'entropie *"H"* donne une borne supérieure de la vitesse de convergence vers la mesure asymptotique μ (la mesure invariante). Malheureusement, il est difficile de calculer cette entropie dès que la taille du réseau est importante de l'ordre de *32x32* (cas où $\Omega \subset \mathbb{Z}^2$). Par conséquent, on ne peut exploiter le résultat donné par la proposition ci-dessus.

Remarque 3.1. : *Le problème de passage à la limite thermodynamique consiste à étudier les mesures limites obtenues en faisant tendre Ω vers $\mathbb{Z}^d$ (i.e. un réseau infini). On dit qu'il y a une transition de phase, si le cardinal des mesures limites est strictement supérieur à 1 (cf. Spitzer, Preston, Ruelle, Dobrushin, Landford).*

II -3.3. Champs Aléatoires et Processus de Harris

II -3.3.1 Définitions *(D'après Demongeot (85))*

Définition 3.5. : *Champ Aléatoire*

Un champ aléatoire C sur Ω est une famille de variables aléatoires $\{C_\omega\}_{\omega\in\Omega}$, à valeurs dans E, telle qu'il existe un espace de probabilité (Λ, $\mathcal{A}$, P), avec :

$$C = \{C_\omega\}_{\omega\in\Omega} : (\Lambda, \mathcal{A}, P) \dashrightarrow (E^\Omega, \mathcal{B}(\Omega), P_C),$$

où $\mathcal{B}(\Omega)$ est la tribu borélienne sur E^Ω engendrée par les cylindres finis (cf. Fricot (85)) et P_C est la mesure canonique du vecteur aléatoire $\{C_\omega\}_{\omega\in\Omega}$.

Remarque 3.2. : *Champ aléatoire binaire*

Si le champ aléatoire est binaire, on prend E = {0,1} ; de plus, si Ω est un sous-ensemble fini de $\mathbb{Z}^d$, $\mathcal{B}(\Omega)$ est l'ensemble de tous les sous-ensemble de $\{0,1\}^\Omega$, i.e. $\mathcal{B}(\Omega)=P[\{0,1\}^\Omega]$. Ensuite, on confond l'espace canonique $\{0,1\}^\Omega$ avec $P[\Omega]$, dès que Ω est fini.

D'après le théorème de Hammersley-Clifford (cf. Besag (74)), pour chaque mesure canonique de probabilité P_C ($P_C > 0$) d'un champ aléatoire C sur Ω (fini), P_C est la mesure de Gibbs associée à un certain potentiel U, défini de $P[\Omega]$ vers $\mathbb{R}$.

Remarque 3.3. : *(cf. Proposition 3.1. ; cf. Remarque 3.2.), on dit que le réseau R réalise asymptotiquement le champ aléatoire $\{C_\omega\}_{\omega\in\Omega}$.*

Définition 3.6. : *Critère Markovien spatial*

Un champ aléatoire binaire est un champ Markovien spatial, si sa mesure canonique P_C vérifie :

1) P_C est strictement positive sur $\mathcal{B}(\Omega)$

2) $\forall\omega\in\Omega$, $\forall A\subset\Omega$, $P_C(|\omega|\,|\,A) = P_C(|\omega|\,|\,A\cap N(\omega))$,

où $N(\omega)$ est l'ensemble des voisins de ω.

Définition 3.7. : ***Critère de renouvellement spatial***

Un champ aléatoire binaire est un champ de renouvellement spatial, si sa mesure canonique P_C vérifie :

1) P_C *est strictement positive sur* $\mathcal{B}(\Omega)$

2) $\forall \omega \in \Omega,\ \forall A \subset \Omega,\ P_C\ (\ |\omega|\,|A\ ) = P_C\ (\ |\omega|\,|A_\omega)$,

avec $A_\omega = \{\ a \in A\ ;\ d(a,\ \omega) = d(\omega,\ A\ )\ \}$, *où* $d(\ \omega,\ A\ ) = \inf_{a \in A} d(\ \omega, a\ )$ *et où d est la distance de Manhattan.*

Définition 3.8. : ***Semi-groupe*** $\{P_t\}$

$\{P_t\}$ $(t \geq 0)$ *est un semi-groupe, si, pour tout* $t \geq 0$, P_t *de* $P[\Omega] \times P[\Omega]$ *dans* $[0, 1]$, *vérifie les propriétés suivantes :*

1) $P_t\ (A\ ,\ B) \geq 0$ *, pour tout* $A, B \in P[\Omega]$

2) $\sum_{B \subset \Omega} P_t\ (A\ ,\ B) = 1$ *, pour tout* $A \in P[\Omega]$

3) $P_{t+s}\ (A\ ,\ B) = \sum_{C \subset \Omega} P_t\ (A\ ,\ C).P_s\ (C\ ,\ B)$, $\forall A, B \in P[\Omega]\ ;\ s\ ,\ t \geq 0$

4) $\lim_{t \to 0^+} P_t\ (A\ ,\ B) = \begin{cases} 1\ , & si\ A = B \\ 0\ , & si\ A \neq B \end{cases}$, *pour tout* $A, B \in P[\Omega]$

ayant cela, le semi-groupe $\{P_t\}$ a la propriété suivante :
sachant que la configuration est *"A"* à l'instant *'s'*, la probabilité pour que la configuration soit *"B"* à l'instant *'t+s'* est $P_t\ (A, B)$, cela quelque soit *'s'*.

Définition 3.9. : *Générateur du Semi-groupe* $\{P_t\}$

G est un générateur associé au semi-groupe $\{P_t\}$, *s'il vérifie les propriétés suivantes :*

1) $G\ (A\ ,\ B) \geq 0$ *, pour tout* $A \neq B$ *dans* $P[\Omega]$

2) $\sum_{B \subset \Omega} G\ (A\ ,\ B) = 0$ *, pour tout* $A \in P[\Omega]$

3) $P_t\ (A, B) = e^{\,t\,G}(A, B)$, $\forall A\ ,\ B \in P[\Omega]$ *et* $\forall\ t\ \geq 0$

Définition 3.10. : ***Processus de contact de Harris***

Un processus de Markov sur $P[\Omega]$ est appelé processus de contact de Harris, si son semi-groupe de transition $\{P_t\}$ de naissance et de mort vérifie :

$\forall A, B \subset \Omega$, $P_t(A, B) = e^{t\,G}(A, B)$,

où G est le générateur associé à $\{P_t\}$, *tel que :*

1) $G(A, B) = 0$, *si* $|A \Delta B| > 1$

2) $G(A, A \cup |\omega|) = \beta(\omega, A)$, *si* $\omega \notin A$

3) $G(A \cup |\omega|, A) = \alpha(\omega, A)$, *si* $\omega \notin A$

4) $G(A, A) = - \sum_{B \neq A} G(A, B)$,

où β est une probabilité de Ω x $(P[\Omega] \setminus \{\Omega\})$ vers]0, 1[, appelée le taux de naissance et où α est une probabilité de Ω x $(P[\Omega] \setminus \{\Omega\})$ vers]0, 1[, appelée le taux de mort.

Note : *On a utilisé le terme "de naissance et de mort" par analogie aux modèles épidémiologiques (cf. Fricot (85)), i.e. soit A la configuration des sites "malades et sains" ; passer de l'état "sain" à l'état "malade" sera consideré comme étant une "mort" et inversement "naissance".*

Définition 3.11. : *Le semi-groupe $\{P_t\}$ est dit de renouvellement de naissance et de mort, si son générateur associé vérifie :*

1) $G(A, A \cup |\omega|) = \beta(\omega, A) = \beta(\omega, A_\omega)$, *si* $\omega \notin A$

2) $G(A \cup |\omega|, A) = \alpha(\omega, A) = \alpha(\omega, A_\omega)$, *si* $\omega \notin A$

où $A_\omega = \{ a \in A \, ; \, d(a, \omega) = d(\omega, A) \}$

Définition 3.12. : *Le semi-groupe $\{P_t\}$ est dit Markovien de naissance et de mort, si son générateur associé vérifie :*

1) $G(A, A \cup |\omega|) = \beta(\omega, A) = \beta(\omega, A \cap N(\omega))$, *si* $\omega \notin A$

2) $G(A \cup |\omega|, A) = \alpha(\omega, A) = \alpha(\omega, A \cap N(\omega))$, *si* $\omega \notin A$

où $N(\omega)$ est l'ensemble des sites voisins de ω.

Définition 3.13. : *Le semi-groupe $\{P_t\}$ de générateur G, irréductible, est dit réversible dans le temps, si pour tout A, $B \in P[\Omega]$:*

$$\mu(A)\, G(A, B) = \mu(B)\, G(B, A),$$

où μ est la probabilité stationnaire du processus $\{P_t\}$, ($t \geq 0$), c'est-à-dire vérifie :

$$\sum_{A \subset \Omega} \mu(A)\, G(A, B) = 0\ ,\ \forall B \subset \Omega \ \textit{(cf. Spitzer(74))}$$

II -3.3.2 Convergence

Proposition 3.4. : *Soit $\{P_t\}$ un semi-groupe de renouvellement de naissance et de mort, réversible dans le temps, alors : la mesure de Gibbs associée au potentiel U, tel que :*

$$\forall A \subset \Omega\ ;\ \omega \notin A\ ,\ e^{U(A \cup |\omega|)\, -\, U(A)} = \frac{\beta(\omega, A)}{\alpha(\omega, A)},$$

est l'unique mesure invariante pour le processus de contact de Harris défini par β et α (taux de naissance et de mort).

Proposition 3.5. : *Le réseau d'automates aléatoires R (cf. § II -3.2.2) associé au potentiel U, réalise le processus de contact de Harris défini par β et α.*

Preuves :

1-) pour la démonstration de la proposition 3.4. : *voir Fricot(85).*

2-) pour la démonstration de la proposition 3.5.: c'est une application directe de la proposition 3.2. et de la proposition 3.4. .

Par conséquent, les deux mesures invariantes du réseau d'automates aléatoires R et celle du processus de contact de Harris ont une expression commune qui est la mesure de Gibbs associée au potentiel U.

II -3.4 Présentation Générale des Réseaux à Seuil

II -3.4.1 Définitions *(D'après Fogelman (85) et Robert (86))*

Définition 3.14. : *Réseau à dynamique synchrone (parallèle)*
Soit un réseau d'automates binaires à seuil, i.e. la donnée d'une application F de $\{0,1\}^n$ vers $\{0,1\}^n$, alors on définit le processus discret d'itération parallèle associé au réseau, à partir d'un état initial x^0, par le système suivant :

$$\forall t \geq 0,\ x(t+1) = F[x(t)],\ x(0) = x^0$$

ou encore :

$$\forall i \in \{1,...,n\},\ \forall t \geq 0,\quad x_i(t+1) = F_i[x_1(t),..., x_n(t)],\quad x_i(0) = x_i^0$$

Cela signifie que les automates du réseau changent d'état en parallèle.

Remarque 3.4. : *ce type d'itérations correspond à la méthode de Jacobi sur F ou à la méthode des approximations successives en analyse numérique.*

Définition 3.15. : *Réseau à dynamique séquentielle*
Soit F l'application définie ci-dessus, on définit le processus d'itération séquentielle par : Soit " σ " une fonction de permutation de $\{1, ..., n\}$ vers $\{1, ..., n\}$, telle que :

$\forall t \geq 0,\ x[t+1] = F_\sigma[x(t)],\quad x(0) = x^0$, *c'est-à-dire par convention :*

$x_{\sigma^{-1}(1)}(t+1) = F_{\sigma^{-1}(1)}[x_1(t),.., x_n(t)]$

$x_{\sigma^{-1}(k)}(t+1) = F_{\sigma^{-1}(k)}[x_{\sigma^{-1}(1)}(t+1),.., x_{\sigma^{-1}(k-1)}(t+1), x_{\sigma^{-1}(k)}(t),..,x_{\sigma^{-1}(n)}(t)]$,

$\forall k \in \{2, ..., n\}$

Cela signifie que les automates du réseau changent d'état l'un après l'autre dans l'ordre donné par la permutation " σ ".

Remarque 3.5. : *ce type d'itérations correspond à la méthode de Gauss Seidel dans la résolution des systèmes linéaires.*

Définition 3.16. : *Réseau à dynamique bloc séquentielle*

Soit F l'application définie ci-dessus ; on définit le processus d'itération bloc séquentielle ou partiellement parallèle par :

soit (S_k), $k = 1,.., L$, *une partition de l'ensemble des automates du réseau, ordonnée, telle que:*

$$\left| \bigcup_{k=1}^{L} S_k \right| = n \quad (\text{où } |X| : \text{ signifie le cardinal de l'ensemble } X)$$

alors :

$$\forall t \geq 0,\ x(t+1) = F_{(S_k)}[x(t)],\quad x(0) = x^0 \quad \text{où :}$$

$$\forall i \in S_k,\ \forall k \in \{1,.., L\},\ \forall t \geq 0,\quad x_i(t+1) = F_i[z^k(t)] \quad \text{avec } z^k(t) = (z_j^k(t))_j, \text{ tels que:}$$

- *si* $k=1$, $z^1(t) = (x_1(t),.., x_n(t))$,

- *si* $k \in \{2, .., L\}$, $z_j^k(t) = \begin{cases} x_j(t+1), & \text{si } j \in \bigcup_{i=1}^{k-1} S_i \\ x_j(t), & \text{sinon} \end{cases}$

Définition 3.17. : *Réseau à dynamique stochastique*

Soit F l'application définie précédemment ; on définit le processus d'itération aléatoire par :

Pour tout processus stochastique (I_t), $t \geq 0$, *à valeurs dans* $\{1, ..., n\}$, *on a :*

$$\forall t \geq 0,\ x(t+1) = F_{(I_t)}[x(t)],\ x(0) = x^0$$

$$\text{avec} \qquad x_i(t+1) = \begin{cases} x_i(t), & \text{si } i \neq I_t(\omega) \\ F_i(x(t)), & \text{si } i = I_t(\omega) \end{cases}$$

c'est-à-dire que le réseau est à dynamique séquentielle avec un choix aléatoire successif des automates "i", où l'automate "i" change d'état et les autres restent inchangés dans l'itération 'i', selon l'ordre donné par le processus aléatoire (I_t).

Remarques 3.6. :

- Toute itération séquentielle est une itération aléatoire où (I_t) est un processus périodique de période n.
- l'itération chaotiques est un cas particulier des itérations aléatoire (cf. F. Robert (76)).
- Les itérations aléatoires ou chaotiques ont été considérablement utilisées dans les problèmes des verres de spins (cf. J.J. Hopfield(82)).

II -3.4.2 Comportement Dynamique des Réseaux à Seuil

Soit $F : \{0,1\}^n \dashrightarrow \{0,1\}^n$ un réseau à seuil où les composantes (F_i), $i = 1,.., n$, sont des fonctions à seuil telles que : $\forall i \in \{1, ..., n\}$, $\forall x \in \{0,1\}^n$

$$F_i(x_1, ..., x_n) = \begin{cases} 1, & si \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq \theta_i \\ 0, & si \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < \theta_i \end{cases}$$

où $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}$ est une matrice carrée $(n \times n)$ et $\theta = (\theta_i) \in \mathbb{R}$ est un vecteur seuil.
Comme $\{0,1\}^n$ est fini, alors le processus $(x(t))$, $t \geq 0$, tel que : $x(t+1) = F[x(t)]$, $t \geq 0$, et $\forall x(0) = x^0 \in \{0,1\}^n$, est périodique de période p, si l'on a :

$$\forall x^0 \in \{0,1\}^n, \exists p,T > 0, \forall t \geq T, \quad x(t+p) = x(t) \qquad (1)$$

Soit T l'infimum des temps vérifiant (1).

Par suite, on définit le cycle limite par $\bar{x}=(x^1, .., x^p)$ avec $x^1=x(T)$, .., $x^p=x(T+p-1)$, T et p sont appelés respectivement la longueur du transitoire et la période du cycle limite (ou longueur du cycle limite). En effet, pour un cycle limite $\bar{x}$, défini comme ci-dessus, on définit $S_{\bar{x}}$ l'ensemble des automates (ou les éléments du réseau) stables au cours du cycle limite $\bar{x}$ par :

$$\begin{cases} S_{\bar{x}} \subset \{1,.., n\}, & tel\ que : \\ \forall i \in S_{\bar{x}}, \forall t \in \{1,.., p\}, & x_i^t = x_i^1 \end{cases}$$

et les automates non-stables (ou oscillants) sont définis par : $\{1,.., n\} \setminus S_{\bar{x}}$. Par suite on définit le <u>*cœur stable*</u> par :

$$SC = \bigcap_{\bar{x}} S_{\bar{x}} \qquad (Stable\ Core)$$

et le cœur oscillant est défini par :

$$OC = \bigcap_{\bar{x}} (\{1,..,n\} \setminus S_{\bar{x}})$$

Atlan et al. (81) et Fogelman et al. (82) ont montré que le cœur stable est très robuste, de telle sorte qu'il résiste aux perturbations du réseau ou à l'introduction d'un bruit blanc sur le réseau.

Le procédé le plus puissant pour étudier le comportement dynamique discret consiste à exhiber une fonction *'E'* strictement décroissante dite fonction *d'énergie* , introduite par *J. Hopfield (cf. J. Hopfield(82)*, analogue à celle des verres de spins, telle que :

$E(x^0) > E(x^1) > ... > E(x^r) = E(x^{r+k}), \quad \forall k \geq 1.$

En particulier cette méthode a donné des résultats intéressants pour ce qui concerne les réseaux d'automates à seuil.
Posons :

- $E(X) = - (1/2).\, X'A\, X + X'\theta = - (1/2).\langle AX, X\rangle + \langle \theta, X\rangle, \ \forall X \in \{0,1\}^n$
- $2\, E(X,Y) = - \langle AY, X\rangle + \langle \theta, X+Y\rangle, \ \forall X,Y \in \{0,1\}^n$

où X' est le vecteur transposé de x, où $A = (a_{ij})$ et θ définissent le réseau à seuil et où <,> est le produit scalaire classique (ou standard).

Les fonctions *'E'* définies ci-dessus sont des fonctions discrètes analogues aux fonctions de Lyapunov, qui sont généralement utilisées pour étudier des systèmes dynamiques continus.

Des chercheurs tels que *Fogelman, Goles, Weisbuch et Pellegrin (83-84)* ont trouvé des résultats intéressants en ce qui concerne la caractérisation du cycle limite (période et longueur du transitoire du cycle) de ces réseaux.

Soit $F(A,\theta)$ le réseau déterministe à seuil où les F_i sont des fonctions à seuil strictes (car on peut toujours se ramener à celui ci) où :

$$F_i (x_1 , ..., x_n) = \begin{cases} 1 , & si \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j > \theta_i \\ 0 , & si \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \theta_i \end{cases}$$

et où $A = (a_{ij})$ est la matrice de connexions ou d'interactions carrée $(n \times n)$, et $\theta = (\theta_i) \in \mathbb{R}$ est un vecteur seuil.

Citons donc quelques résultats établis selon le mode d'itération utilisé :

1) *Cas d'itérations séquentielles*

Proposition 3.6. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations séquentielles ; si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn) dont les éléments diagonaux sont non-négatifs, alors on a :*

i) $p = 1$ *(seulement des points fixes)*

ii) $$T \leq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i} |a_{ij}| + 2 \left(\sum_{i=1}^{n} |a_{ii}| + \sum_{i=1}^{n} |\theta_i| \right)$$

où p et T sont respectivement la période du cycle limite et la longueur du transitoire de la dynamique.

Remarque 3.7. : *Le corollaire suivant est un cas très intéressant dont l'application est par exemple le problème des verres de spins, ...*

Corollaire 3.1. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations séquentielles ; si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn), avec (a_{ij}) dans l'ensemble $\{-1,0,+1\}$, $\forall i,j \in \{1, ..., n\}$, et dont les éléments diagonaux sont non-négatifs, alors on a :*

$$T \leq 3 \sum_{i=1}^{n} |V(i)| + 2 \sum_{i=1}^{n} |a_{ii}| \leq n(3n-1) \text{ (borne quadratique),}$$

où $|V(i)| = card\{j \in \{1, ..., n\} \mid a_{ij} \neq 0, j \neq i\}$.

De plus, si $|V(i)| \leq K$, $\forall i \in \{1, ..., n\}$ *(uniformément en i),*

alors : $T \leq (3K + 2)n$ *(borne linéaire).*

Preuves : *(cf. F. Fogelman et al.(83))*

2) *Cas d'itérations bloc séquentielles*

Proposition 3.7. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations bloc séquentielles ; si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn) et si les $A_k = (a_{ij})$, $i, j \in S_k$, sont non-négatifs, où (S_k), $k=1, ..., L$, est une partition ordonnée de l'ensemble $\{1, ..., n\}$, alors on a :*

i) $$T \leq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| + 2 \sum_{i=1}^{n} |\theta_i|$$

Corollaire 3.2. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations bloc séquentielles ; si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn), avec $(a_{ij}) \in \{-1,0,+1\}$, $\forall i, j \in \{1,.., n\}$, et si les $A_k=(a_{ij})$, $i, j \in S_k$, sont non-négatifs, où (S_k), $k=1, ..., L$, est une partition ordonnée de l'ensemble $\{1, ..., n\}$, alors on a :*

i) $p = 1$ *(la dynamique a seulement des points fixes)*

ii) $T \leq 3n^2$ *(borne quadratique)*

De plus, si $|V(i)| = card\{j \in \{1, ..., n\} / a_{ij} \neq 0,\} \leq K$, $\forall i \in \{1, ..., n\}$ (uniformément en i), alors :

$T \leq (3K)n$ *(borne linéaire)*

Preuves : *(cf. F. Fogelman et al.(84))*

3) *Cas d'itérations parallèles*

Proposition 3.8. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations parallèles ; et si $A=(a_{ij})$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn), alors on a :*

i) $p \leq 2$

si $A=(a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ on a de plus : $p = 1$ *et*

ii) $$T \leq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| + 2 \sum_{i=1}^{n} |\theta_i|$$

iii) si $(a_{ij}) \in \{-1,0,+1\}$, $\forall i,j \in \{1, ..., n\}$, alors :

$T \leq 3n^2$ *(borne quadratique)*

De plus, si $|V(i)| = card\{j \in \{1,..,n\} / a_{ij} \neq 0,\} = K$, $\forall i \in \{1, ..., n\}$, alors :

$T \leq (3K)n$ *(une borne linéaire)*

Preuve : *(cf. F. Fogelman et al.(84), Goles & Olivos(80)).*

Remarque 3.8. : *Dans le cas où $A = (a_{ij})$ est seulement symétrique, alors le réseau à seuil $F(A,\theta)$, à dynamique séquentielle, peut avoir des cycles de longueur $p > 1$, i.e. il y en a plus que de points fixes (cf. F. Fogelman et al.(84)).*

4) *Cas d'itérations aléatoires*

Proposition 3.9. : *Soit $F(A,\theta)$ un réseau déterministe à dynamique d'itérations aléatoires et si $A = (a_{ij}) \in \mathbb{Z}$ est une matrice de connexions carrée symétrique (nxn) dont les éléments diagonaux sont non-négatifs, et soit (I_t) un processus aléatoire à valeurs dans $\{1, ..., n\}$, alors l'itération aléatoire associée au réseau $F(A,\theta)$ n'a que des points fixes.*

Preuve : D'après la proposition 3.6., il existe une fonction énergie E telle que : E est strictement décroissante, i.e. $x(t+1) \neq x(t) \Rightarrow E[x(t+1)] < E[x(t)]$ où
$\forall x \in \{0, 1\}^n$, $E(x) = -(1/2) \sum_{i=1,n} x_i \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j + \sum_{i=1,n} (\theta_i - a_{ii}) x_i$; *pour la preuve voir Fogelman et al. (83).*

Supposons que l'itération admet un cycle de longueur $p > 1$. Soit alors $\bar{x} = (x^1, .., x^p)$ le cycle limite de l'itération ; comme l'énergie E est strictement décroissante au cours des itérations, alors : $E(x^1) > ... > E(x^p) > E(x^1)$ qui est impossible, d'où le résultat.

Remarque 3.9. : *Si le processus (I_t) ne visite pas assez souvent certains éléments de $\{1,..,n\}$, il peut arriver que le point fixe de l'itération aléatoire ne soit pas le point fixe de l'itération séquentielle.*

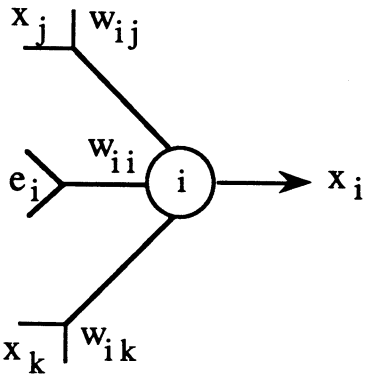
• *CAS PARTICULIER* :

Il s'agit de réseaux à seuil $F(A,\theta)$ dont la matrice d'interconnexion *"A"* est non symétrique (quelconque) à valeurs dans $\{-1,0,+1\}$ (analogue aux verres de spins). Le comportement dynamique de ces réseaux peut être cyclique de longueur grande, d'où l'existence *d'un cœur stable* et *d'un cœur oscillant*.

II -4 le modèle neuronal

II -4.1 Introduction

D'après ce qui précède, on choisit Ω (l'ensemble des sites ou neurones de réseau) comme étant une sous-boîte de $\mathbb{Z}^2$, telle que $\Omega=[1,..., taille]x[1,..., taille]$, sur lequel notre réseau est représenté. Le réseau est donc le siège d'une succession de configurations binaires où l'état *"1" (resp. "0")* représente l'activité (resp. non-activité) du neurone.



$$X_i = f_i(H_i)$$

$$A_i = \sum_{j \in N(i)} W_{ij} X_j + W_{ii}\, e_i$$

$$H_i = A_i - \theta_i$$

Figure 3 : *X_i est l'état de sortie du neurone "i". W_{ij} est le poids de connexion du neurone "j" vers le neurone "i". A_i est une somme pondérée issue des neurones voisins correspondant à l'entrée totale du neurone "i" (appelée fonction d'Harmonie). H_i est une fonction appelée fonction Hamiltonienne. f_i est la fonction de décision qui varie d'un modèle à l'autre : dans notre cas, $f_i(\xi)= \mathbb{1}(\xi)$ où $\mathbb{1}$ est une fonction indicatrice sur $[0, +\infty]$ ou encore $f_i(\xi)$ est respectivement la fonction de Heaviside dans le modèle des réseaux déterministes et la variable aléatoire de loi de Bernoulli $\mathcal{B}[e^{\xi}/(1+e^{\xi})]$ dans le modèle des réseaux non-déterministes.*

Le réseau est donc un système de calcul distribué dont les éléments sont des unités de calcul qui reçoivent des entrées à travers des voisins et ensuite qui produisent leur état de sortie. Autrement dit, le réseau est un ensemble de neurones interconnectés dont chaque neurone *"i"* est en connexion avec plusieurs neurones. Un de ces neurones est à l'origine de la fibre d'entrée *"e_i" (cf. Figure 3)* délivrant une information extérieure dite : *innovation extérieure* et les autres sont les sorties (ou états internes) des neurones voisins

" x_j ", pondérés par des poids synaptiques $W_{ij} \in [-1,+1]^{N(i)}$ (ou poids d'interaction du neurone *"j"* vers le neurone *"i"*) qu'on a privilégiés, selon le choix de la topologie (ou structure) de connexion (dans notre cas : sphères de Manhattan centrée en *"i"* , lieu des points situés à égal distance de *"i"* pour la norme L_1, *(cf. §IV -2.4 et Figure 7))*. Le neurone ensuite calcule son entrée totale dite somme pondérée *"A_i"* (appelée aussi : *fonction Harmonie*), et il sera actif dès lors que cette somme franchit un certain seuil *"θ_i"* et inactif dans le cas contraire (cas d'un réseau à seuil déterministe, cf. *§ II -3.5*) ou bien l'état du neurone sera tiré selon une loi de Bernoulli $B[e^{Hi} / (1+e^{Hi})]$, où H_i est une fonction appelée : *fonction Hamiltonienne* (cas d'un réseau non-déterministe ou stochastique, *cf. Figure 3).*

II -4.2 Présentation du modèle

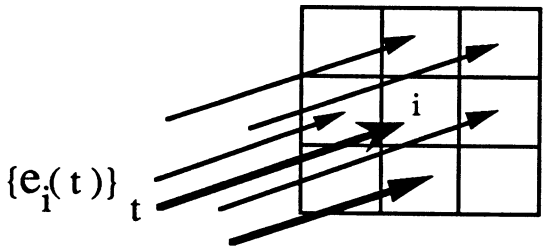


Figure 4 : *Réseau à innovation*

Soit $x_i\ (t\ )$, l'état interne du neurone *"i"* à l'instant *"t"* et $e_i\ (t+1)$, l'innovation à l'instant *"t+1" (cf. Figure 4).*

Le problème : cherchons une fonction itérative qui fait passer l'état du neurone "i" de $x_i(t)$ à $x_i(t+1)$ en fonction des voisins du neurone "i"

Soit *N(i)* l'ensemble des voisins (sphères de Manhattan de rayon 1 et 2 en général). On envisage deux cas :

1) - *cas déterministe* :

Cherchons la fonction F telle que : $X_i\ (t+1) = F_i\left[X_j\ (\ t\ ), j \in N(i)\ ;\ e_i\ (t+1)\right]\ ;\ \forall\, i \in \Omega$

2) - *cas stochastique* :

Cherchons la probabilité conditionnelle *"P"* telle que :

$$P = Prob\left\{X_i\ (t+1) = 1 \mid (X_j\ (t), j \in N(i)\ ;\ e_i\ (t+1)\right\};\ \forall i \in \Omega$$

• ***Calcul de la fonction Harmonie "$A_i(t)$" :***

$$A_i(t) = \sum_{j \in N(i)} W_{ij}(t) X_j(t) + \ldots$$

où W_{ij} sont des coefficients pondérateurs et $X_i(t)$ est l'état interne du neurone *"i"* à l'instant *"t"*.

• ***Calcul de la fonction Hamiltonienne "$H_i(t)$" :***

les termes d'ordre supérieur à deux de la fonction $A_i(t)$ sont négligeables parce qu'on se limitera aux configurations singletons et paires. Par suite, on aura la forme de la fonction *"H_i"* comme suit :

$$H_i(t) = A_i(t-1) + W_{ii}(t-1)\, e_i(t) - \theta_i(t) \; ; \quad t \geq 1$$

• ***Loi des efficacités synaptiques (ou loi de plasticité) :***

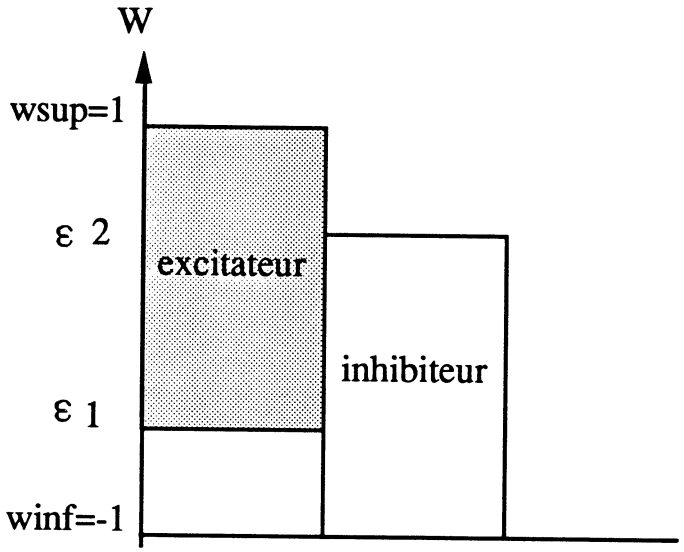


Figure 5 : *domaine des poids synaptiques*

Nous avons choisi une évolution des efficacités synaptiques, induite par la règle de Hebb (introduite par le physiologiste *Hebb*). Ainsi, on a fixé les valeurs des poids synapses excitatrices (resp. inhibitrices) entre $\varepsilon 1$ et $Wsup=1$ (resp. entre $Winf=-1$ et $\varepsilon 2$), pour des raisons neuro-physiologiques *(cf. Figure 5)*.

• ***Interconnectivité :***

Dans un réseau à *"n"* neurones , il y a *n(n-1)/2* liaisons deux à deux entre *"n"* neurones. En privilégiant des liaisons à courte distance, on a arbitrairement utilisé la définition d'un champ radial isotrope à inhibition latérale *(cf. Figure 6).*

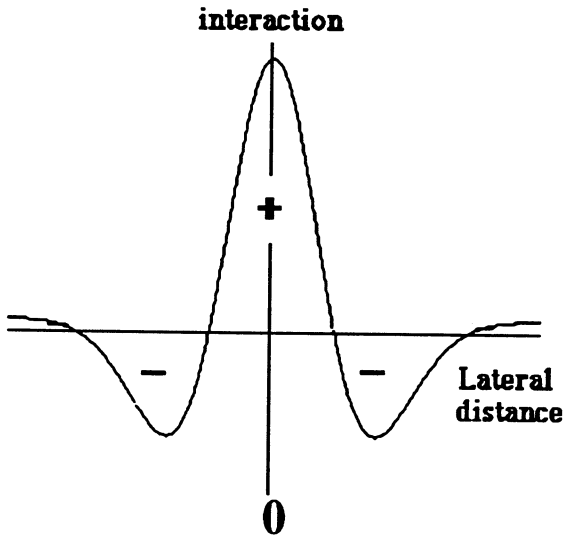


Figure 6 : *loi d'interactions spatiale en ' chapeau Mexicain '*
" + " excitation , " - " inhibition

Les interactions s'inspirent de la loi dite en *" chapeau mexicain"* de sorte que le neurone sera excité par les neurones les plus proches et inhibé par les neurones les plus éloignés. Dans notre cas, le neurone est excité par quatre neurones (sphère de Manhattan de rayon1) et inhibé par huit neurones (sphère de Manhattan de rayon 2) *(cf. Figure 7).*

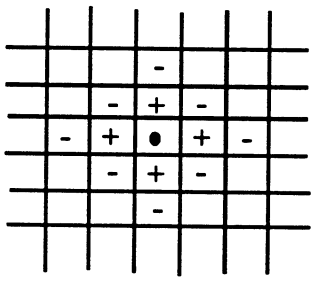


Figure 7 : *schéma des connexions inter-neurones*
"+" excitation (manhattan 1)
"- " inhibition (manhattan 2)

• ***La fonction neurone :***

On peut répondre aux questions posées précédemment de la manière suivante : soit *'k'* le temps discrétisé tel que $t = k.\Delta t$ et $\theta_i(k)$ le seuil du neurone *"i"* à l'instant *'k'* ; soit $X_j(k-1)$, pour $j \in N(i)$, les états internes des neurones voisins (sphères de Manhattan). On définit donc l'état de sortie du neurone *"i"* à l'instant *'k'* par :

1) ***Cas déterministe :***

$$\begin{cases} X_i(k) = \mathbb{1}\left(\dfrac{e^{H_i(k)}}{1+e^{H_i(k)}} - \dfrac{1}{2} \right) \\ \text{où } \mathbb{1}(x) = \begin{cases} 1 \ , \ si\ x > 0 \\ 0 \ , \ si\ x \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

2) ***Cas stochastique :***

$$P = Prob\left\{ X_i(k) = 1 \,|\, X_j(k-1) \ ; j \in N(i) \ , \ e_i(k) \right\} = \frac{e^{H_i(k)}}{1+e^{H_i(k)}}$$

où H_i est la fonction Hamiltonienne associée au réseau *(cf. pp. 36).*

Note : *pour plus de détails voir chapitre IV : Implantation et Réalisation.*

• ***L'algorithme du Réseau :***

A partir d'un état initial du réseau : X^0, on s'intéresse au processus d'évolution du type Hebbien suivant :

$$X(k+1) = F\left[X(k) \ ; e(k+1) \right] \ , \quad \forall\, k \geq 0 \ , X(0) = X^0 \ ,$$

où F est déterministe ou non-déterministe, selon le cas des réseaux traités.

Définition 4.1. : *Un réseau d'apprentissage du type Hebbien appelé apprentissage non-dirigé, est la donnée d'une famille* $\{ \Psi_X \}_{X \in \{0,1\}^\Omega}$ *de fonctions, telles que :*

$$\Psi_X : [-1,+1]^{|\Omega|^2} \dashrightarrow [-1,+1]^{|\Omega|^2}$$
$$W \mapsto \Psi_X(W),$$

où $\Psi_X(W) = \{\Psi_{x_i, x_j}(w_{ij})\}_{i,j \in \Omega}$ *telles que :*

$\Psi_{0,0}(w_{ij}) = w_{ij}$
$\Psi_{0,1}(w_{ij}) = \Psi_{1,0}(w_{ij})$ *est une contraction sur* $[-1,+1]$
$\Psi_{1,1}(w_{ij}) =$ *est une dilatation sur* $[-1,+1]$

Remarque 4.1.: *Dans nos simulations (cf. chapitre IV), on a pris* Ψ_X *comme suit :*

$$\Psi_{x_i^k, x_j^k}(w_{ij}(k)) = w_{ij}(k) + \alpha.f(w_{ij}(k)).\lambda(x_i(k), x_j(k)),$$
avec $x_j(k) = e_i(k+1)$, *si* $j = i$, *où*

$$\begin{cases} \lambda(0,0) = 0 \\ \lambda(0,1) = \lambda(1,0) = a \\ \lambda(1,1) = b \end{cases}$$

et où a et b sont des constantes bien choisies (cf. chapitre IV)

Enfin, le système d'évolution du réseau s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} x_i^{k+1} = F(H_i(k)); i \in \Omega \\ W_{ij}(k+1) = \Psi_{x_i^k, x_j^k}(W_{ij}(k)); si\ j = i, x_j^k = e_i^{k+1}; i,j \in \Omega \\ \theta_i(k+1) = \varphi(\theta_i(k) - \alpha A_i(k)); i \in \Omega \end{cases}$$

où Ψ_X est la fonction du type *Hebb*, définie ci-dessus, et φ est une fonction bornée de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

II -4.3. Convergence et Mesures Invariantes *(d'après O. François (90))*

• ***Rappels :***

On a vu, dans le cas des réseaux déterministes à seuil *(cf. § II -3.5)*, que le comportement dynamique, dans différents modes d'itérations, converge vers des états (ou des configurations) stables (des points fixes) ou vers des cycles limites (comportement périodique), après un certain temps (appelé temps transitoire). Parfois, le système d'évolution peut avoir un comportement *"chaotique"*, c'est-à-dire que le système explore successivement un très grand nombre de configurations possibles.

Si la taille du réseau est $|\Omega|=n$, alors on a a priori 2^n configurations possible à observer, ce qui représente une grande variété de comportements possibles différents. En réalité, le biologiste *S.A. Kauffman*, et beaucoup d'autres, ont observé par des simulations sur ordinateur que le réseau aléatoire binaire, d'interconnectivité d'ordre *2* itéré en parallèle, adopte un comportement périodique, après une période transitoire, de durée faible. Ainsi, les simulations montrent que :

1)- la période du cycle est en moyenne de l'ordre de $\sqrt{n}$, ce qui représente une réduction énorme par rapport aux 2^n configurations possibles a priori.
2)- le nombre de cycles limites différents est en moyenne égal à $\sqrt{n}\ /\ 2$, ce qui représente un très petit nombre de comportements possibles par rapport à la taille du réseau .

Notes :
- On suppose que $W = (w_{ij})$ est une matrice de connexions régulières (invariantes par translation), $\theta^k = \theta$ et que les tirages des états des neurones sont indépendants.

- On note : ${}^t\{i\} = (0_1.., 1_i, ..0_n)$,

$$H_i(x) = \sum_{j \in \Omega} w_{ij}\, x_j^k - \theta_i = \langle Wx, \{i\}\rangle - \langle \theta, \{i\}\rangle ,$$

où $\langle\ ,\ \rangle$ désigne le produit scalaire classique (ou standard).

En ce qui concerne les réseaux non-déterministes, on a vu que *(cf. § II -3.3)* le processus d'itération purement séquentielle admet une unique mesure invariante, qui s'installe après un régime transitoire ; c'est la mesure de *Gibbs* associée à un certain potentiel *U*, tel que :

$$\mu_S(x) = \frac{e^{U(x)}}{Z}$$

où $U(x) = \langle Wx, x\rangle - \langle \theta, x\rangle$ et où Z est la constante de normalisation.

Dans la suite nous allons traiter le cas d'un processus d'itération totalement parallèle et partiellement parallèle (ou bloc-séquentielle), pour les réseaux, simples, totalement connectés *(cf. pp. 40)*.

La règle du changement d'état pour chaque neurone est choisie non-déterministe (appelée aussi : *Règle de Transition Locale* - notée par : *"RTL"*) : c'est la probabilité pour que le neurone *"i"* soit dans l'état *'1'* à l'instant *'k+1'* sachant l'état du réseau à l'instant *'k'*, notée :

$$Prob\{X_i(k+1) = 1 \ / \ X(k) = x\} = \frac{e^{\left(\sum_{j\in\Omega} w_{ij} x_j^k - \theta_i\right)}}{1+ e^{\left(\sum_{j\in\Omega} w_{ij} x_j^k - \theta_i\right)}}$$

D'une manière générale : le neurone *"i"* est soumis à la règle de transition locale si :

$$Prob\{X_i(k+1) = y_i \ / \ X(k) = x\} = \frac{e^{y_i \left(\sum_{j\in\Omega} w_{ij} x_j^k - \theta_i\right)}}{1+ e^{\left(\sum_{j\in\Omega} w_{ij} x_j^k - \theta_i\right)}}, \ \forall y_i \in \{0, 1\}$$

où $W = (w_{ij})$ est la matrice des poids synaptique et $\theta = (\theta_i)$ est le vecteur seuil.

• ***Cas d'un processus d'itération totalement parallèle :***

Le processus $\{X(t)\}_{t \geq 0}$, correspondant au réseau non-déterministe est un processus de Markov homogène ; soit M sa matrice de transition.

Proposition 4.1. : *Le processus d'itération {X(t)} totalement parallèle est ergodique.*

Preuve : Soit M la matrice de transition du processus $\{X(t)\}$; puisque les tirages sont indépendants, alors, pour tout $x, y \in \{0, 1\}^{\Omega}$, on a :

$$M(x, y) = Prob\{X(k+1) = y \ / \ X(k) = x\}$$

$$\Rightarrow \quad M(x, y) = Prob\{\bigcap_{i\in\Omega} X_i(k+1) = y_i \ / \ X(k) = x\}$$

$$\Rightarrow \quad M(x, y) = \prod_{i\in\Omega} Prob\{X_i(k+1) = y_i \ / \ X(k) = x\}$$

$$d'où \quad M(x,y) = \frac{e^{<Wx,\,y> - <\theta,\,y>}}{\prod_{i\in\Omega}(1 + e^{<Wx,\,\{i\}> - <\theta,\,\{i\}>})} > 0\ ,\ \forall x, y \in \{0,1\}^{\Omega}$$

En vertu du théorème de *Perron-Frobenius*, le processus $\{X(k)\}$ est ergodique.

Proposition 4.2. : *Supposons que la matrice de connexions $W = (w_{ij})$ est symétrique et que $\theta = 0$, alors la mesure de Gibbs μ associée au potentiel U est invariante pour le processus d'itération totalement parallèle, et est telle que, en posant $\Gamma = \{0,1\}^{\Omega}$, l'on ait :*

$$\mu_p(x) = \frac{\sum_{y\in\Gamma} e^{<Wx,\,y>}}{Z}\ ,\ \text{où } Z \text{ est la constante de normalisation},$$

$$et\ où \quad U(x) = \sum_{i\in\Omega} log\,(1 + e^{<Wx,\,\{i\}>})$$

Preuve: D'après la proposition *4.1.*, la matrice de transition M du processus $\{X(k)\}$ s'écrit de manière générale, pour un seuil θ non nul :

$$M(x,y) = \frac{e^{<Wx,\,y> - <\theta,\,y>}}{d(x,\theta)}\ ,\ où\ d(x,\theta) = \prod_{i\in\Omega}(1 + e^{<Wx,\,\{i\}> - <\theta,\,\{i\}>})$$

En effet, du fait que $M(x, .)$ est une probabilité, alors $d(x, \theta)$ peut s'écrire aussi comme suit :

$$d(x,\theta) = \sum_{S\in\Gamma} e^{<Wx,\,S> - <\theta,\,S>} = \prod_{i\in\Omega}(1 + e^{<Wx,\,\{i\}> - <\theta,\,\{i\}>})$$

$$\Rightarrow \sum_{S\in\Gamma} e^{<Wx,\,S> - <\theta,\,S>} \cdot M(x,y) = e^{<Wx,\,y> - <\theta,\,y>}$$

$$\Rightarrow \sum_{X\in\Gamma}\sum_{S\in\Gamma} e^{<Wx,\,S> - <\theta,\,S>} \cdot M(x,y) = \sum_{X\in\Gamma} e^{<Wx,\,y> - <\theta,\,y>} \qquad (*)$$

• Si on suppose que le seuil est nul, i.e. $\theta = 0$, alors l'équation *(*)* peut s'écrire comme suit :

$$\sum_{X\in\Gamma}\sum_{S\in\Gamma} e^{<Wx,\,S>} \,.\, M(x,y) = \sum_{X\in\Gamma} e^{<Wx,\,y>}$$

$$\Rightarrow \sum_{X\in\Gamma}\sum_{S\in\Gamma} e^{<Wx,\,S>} \,.\, M(x,y) = \sum_{X\in\Gamma} e^{<Wy,\,x>} \quad \textit{(car W est symétrique)}$$

$$\Rightarrow \sum_{X\in\Gamma} \mu_p(x).\, M(x,y) = \mu_p(y)$$

d'où μ_p est invariante par M.

Remarque 4.3. : *On peut se ramener dans la proposition 4.2. au cas où le vecteur seuil θ sera non nul de la manière suivante :*

$$\forall \bar{X}\in\Gamma^* = \{0,1\}^{[1..n+1]},\ H_i(\bar{X}) = \Sigma_j\, \bar{w}_{ij}\,\bar{x}_j = <\bar{W}\,\bar{X},\{i\}>$$

avec :

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} W & -\theta \\ -\,{}^t\theta & 0 \end{pmatrix}$$

$${}^t\bar{X} = (x_1, .., x_i, .., x_n, 1), \quad \text{et} \quad {}^t\{i\} = (0_1, .., 1_i, .., 0_{n+1}).$$

• ***Cas d'un processus d'itérations partiellement parallèles :***

D'après Fogelman (85), soit Ω une sous-boîte de $\mathbb{Z}^2$ constituant le réseau de neurones et soit $\{\Omega_i\}$, $i=1,..., N$, une partition de Ω dont chaque Ω_i contient des éléments non deux à deux connectés, c'est à dire : $\forall k, j\in\Omega_i,\ w_{kj} = 0$.
On définit alors le processus $\{X(t)\}$ d'itération partiellement parallèle par :

$$\forall t \geq 1,\ X(t) = F_{\{\Omega_i\}}(X(t-1)),\ X(0) = X^0,$$

où X^0 est l'état initiale du réseau et où :

$$\forall t \geq 1, \forall i\in\Omega,\ X_i(t) = \begin{cases} x_i(t-1), & \text{si } i\notin\Omega_{t \bmod(N)} \\ \textit{tiré selon la règle "RTL"}, & \text{si } i\in\Omega_{t \bmod(N)} \end{cases}$$

Remarque 4.4.: *Le processus {X(t)} d'itérations partiellement parallèles est un processus de Markov non-homogène. Par contre, le sous processus {X(tN)} est un processus de Markov homogène.*

Proposition 4.3.: *Le processus $\{X(tN)\}_{k\in\mathbb{N}}$ d'itérations partiellement parallèle est ergodique.*

Preuve: Soit M la matrice de transition du processus $\{X(tN)\}$; puisque les tirages sont supposés indépendants, alors on peut écrire M sous la forme suivante :

$$M = \prod_{i=1}^{N} M_i$$

où M_i est la matrice de transition de l'étape ti à l'étape $(t+1)i$ donnée par :

$$M_i\ (x, y) = \begin{cases} 0, & si\ x \neq y\ \ sur\ \Omega \setminus \Omega_i \\ \prod_{k\in\Omega_i} \dfrac{e^{y_k\left(\sum_{j\in\Omega} w_{kj} x_j^t - \theta_k\right)}}{1+e^{\left(\sum_{j\in\Omega} w_{kj} x_j^t - \theta_k\right)}}, & sinon \end{cases}$$

Or, $M_i(x, y)$ peut s'écrire aussi comme : $\forall x, y \in \{0,1\}^{\Omega}$

$$M_i\ (x, y) = \begin{cases} 0, & si\ x \neq y\ \ sur\ \Omega \setminus \Omega_i \\ \dfrac{e^{<Wx,\ y^i> - <\theta,\ y^i>}}{d_i(x,\ \theta)}, & sinon \end{cases}$$

où $y^i = (y_{i,k})_{k\in\Omega}$, *avec* $y_{i,k} = y_k$, *si* $k\in\Omega_i$;

$$y_{i,k} = 0, \quad sinon$$

et où

$$d_i(x, \theta) = \prod_{k \in \Omega_i} (1 + e^{<Wx, \{k\}> - < \theta, \{k\}>})$$

Par conséquent :

$$\forall x, y \in \{0,1\}^{\Omega}, \quad M(x, y) = \prod_{i=1}^{N} M_i(E_i, E_{i-1}), \text{ où}$$

$$E_i = (X - \tilde{X}^i) \cup \tilde{Y}^i, \text{ avec } \begin{cases} \tilde{X}^i = \bigcup_{j \le i} (X \cap \Omega_j), \ \tilde{X}^0 = 0 \\ \tilde{Y}^i = \bigcup_{j \le i} (Y \cap \Omega_j), \ \tilde{Y}^0 = 0 \end{cases}$$

Comme M est irréductible, c'est-à-dire $\forall x, y \in \{0,1\}^{\Omega}\ M(x, y) > 0$, d'après le théorème de *Perron-Frobenius*, le processus $\{X(tN)\}$ est ergodique.

Proposition 4.4. : *Si* $\forall i=1..N,\ \forall k,j \in \Omega_i,\ w_{kj} = 0$ *(i.e. les éléments de* Ω_i *sont non deux à deux connectés), alors la mesure de Gibbs* μ *est l'unique mesure invariante pour le processus d'itération partiellement parallèle, telle que :*

$\mu_S(x) = \dfrac{e^{<Wx, x> - < \theta, x>}}{Z}$, *où Z est la constante de normalisation .*

Preuve *:* D'après la proposition *4.3.*, il existe une unique mesure μ, telle que : $\mu = \mu M$ (en vertu du théorème de *Perron-Frobénius*).

Il reste maintenant à montrer que la mesure de Gibbs $\mu(x) = \dfrac{e^{U(x)}}{Z}$, associée au potentiel U : $U(x) = <Wx, x> - <\theta, x>$, est invariante à gauche par la matrice M ; en fait, elle l'est pour chaque M_i, $i = 1,..., N$, c'est-à-dire :

$$\mu(x) = \sum_{y \in \Omega} \mu(y)\, M_i(y, x)$$

En posant $\Gamma=\{0,1\}^{\Omega}$ et $\Gamma_i=\{0,1\}^{\Omega_i}$, nous avons :

- Soit $x\in\Gamma$, tel que $x = 0$ sur Ω_i

$$\mu(x) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \mu(x\cup y^i)\, M_i(x\cup y^i, x)$$

$$\Rightarrow \quad \mu(x) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \frac{\mu(x\cup y^i)}{d_i(x\cup y^i, \theta)}$$

$$\Rightarrow \quad \mu(x) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \frac{\mu(x\cup y^i)}{d_i(x, \theta)} \qquad (car\ w_{k,j}=0\ ,\forall k,j\in\Omega_i)$$

Soit ensuite $u^i\in\Gamma_i$,

$$\mu(x\cup u^i) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \mu(x\cup y^i)\, M_i(x\cup y^i, x\cup u^i)$$

$$\Rightarrow \quad \mu(x\cup u^i) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \mu(x\cup y^i)\, \frac{e^{<W(x\cup y^i),\, u^i> - <\theta,\, u^i>}}{d_i(x\cup y^i, \theta)}$$

$$\Rightarrow \quad \mu(x\cup u^i) = \sum_{y^i\in\Gamma^i} \mu(x\cup y^i)\, \frac{e^{<Wx,\, u^i> - <\theta,\, u^i>}}{d_i(x, \theta)} \qquad (car\ w_{k,j}=0\ ,\forall k,j\in\Omega_i)$$

$$\Rightarrow \quad \mu(x\cup u^i) = \mu(x)\, e^{<Wx,\, u^i> - <\theta,\, u^i>} \qquad (\oplus)$$

- De même, si $x = s^i \neq 0$ sur Ω_i, si on pose $z = x - s^i$ sur Ω_i, alors on revient au cas précédent, i.e. $z = 0$ sur Ω_i.

Par suite, on vérifie aisément que $\mu(x) = \dfrac{e^{<Wx,\, x> - <\theta,\, x>}}{Z}$ est solution du système d'équations donné par la relation $(\oplus)$, d'où $\mu = \mu_S$ est invariante par M.

Remarque 4.5. *: On remarque que les deux mesures invariantes μ_S et μ_P peuvent être très différentes pour certaines valeurs de la matrice de connexions $W=(w_{ij})$; par exemple on a :*

$$\lim_{w_{11}\to-\infty} \delta(\mu_P, \mu_S) = +\infty \ ,\ où\ \delta\ est\ la\ distance\ de\ Kullback.$$

II -4.4 Estimation de la Mesure Gibbs

Notation : *On note la configuration nulle par "∅".*

On dit que la configuration $A \in \{0, 1\}^{\Omega}$ est singleton (ou configuration *1-ton*) si elle possède un seul neurone excité *"1"*, paire (ou configuration *2-ton*) si elle possède deux neurones excités *"1"*, triplet (ou configuration *3-ton*) si elle possède trois neurones excités *"1"*, etc...

Dans un réseau à $|\Omega| = N$ neurones, il y a 2^N configurations possibles telles que : N configurations possibles sont des *1-ton* (singletons), C_N^2 configurations possibles sont des *2-ton* (paires), C_N^3 configurations possibles sont des *3-ton* (triplets), ..., C_N^k configurations possibles sont des *k-ton.*

EXEMPLE : Si $N = 32 \times 32$

Il y a $2^{(32)^2}$ configurations possibles :
$N = 1024$ configurations de *1-ton* (singleton),
$C_N^2 = 523776$ configurations de *2-ton* (paires),
etc...

• ***Calcul des potentiels d'interactions***

- Si $A = \{i\}$ (configuration singleton)

$$J_U[\{i\}] = \log\left[\frac{\mu(\{i\})}{\mu(\varnothing)}\right]$$

- Si $A = \{i, j\}$ (configuration paire)

$$J_U[\{i,j\}] = -\log\left[\frac{\mu(\{i\})}{\mu(\varnothing)}\right] - \log\left[\frac{\mu(\{j\})}{\mu(\varnothing)}\right] + \log\left[\frac{\mu(\{i,j\})}{\mu(\varnothing)}\right]$$

Pour estimer la mesure de Gibbs associée à la dynamique du réseau, il faut mesurer (ou estimer) tous les potentiels d'interactions du réseau de $N=taille^2$ neurones qui correspondent au total à 2^N configurations potentielles. Or, d'après ce qui précède, il est impossible de calculer tout ces potentiels, car on serait submergé par les calculs. Pour éviter tout cela, il nous suffit de ne laisser apparaître que des configurations singletons, paires et triplets. Pour cela il, suffit de choisir une bonne valeur du paramètre *"Δt"* (le pas d'échantillonnage de la dynamique du réseau) suffisamment petit *(cf. §IV -2.9)*.

Dans la pratique *(cf. § IV -3.2.3, § IV -3.2.4)*, on estime les potentiels d'interaction durant un certain temps *"T"* assez long, où $T = (iter\_max).\Delta t$, en remplaçant la mesure μ dans les relations précédentes par sa mesure empirique (ou fréquence empirique) μ^*.

On calcule donc J_U^* *et* U^* par :

$$U^*(A) = log\,[\,\mu^*(A)\,] - log\,[\,\mu^*(\varnothing)\,]$$

$$\Rightarrow U^*(A) = \sum_{B \subset A} J_U^*(B)\,,\ avec\ J_U(\varnothing) = 0.$$

Et ensuite, on applique la formule d'inversion classique de Mœbius :

$$J_U^*(A) = \sum_{B \subset A} (-1)^{|A \setminus B|}\, U^*(B)$$

où $|A \setminus B|$ est le nombre de *"1"* qui sont dans la configuration *"A"* et qui ne sont pas dans *"B" (cf. B. D. Ripley (88))*.

CHAPITRE III

DESCRIPTION DE LA MACHINE PARALLELE UTILISEE : "L'HYPERCUBE [FPS] T-40"

III -1. Introduction

Depuis Von Neumann, les ordinateurs ont évolué dans le sens d'une augmentation des performances de leurs divers composants (contrôle, traitement, mémoire). Les machines séquentielles arrivent maintenant près des limites physiques de leur rapidité. L'introduction du parallélisme devient alors nécessaire pour accélérer les traitements.

Les fabriquants de super-calculateurs s'intéressent ainsi à cette nouvelle idée de parallélisme, et proposent des performances à un coût inférieur à celui des meilleures machines séquentielles du moment. Parmi les super-calculateurs disponibles sur le marché, apparaissent ainsi des machines multiprocesseurs. L'hypercube *[FPS] T-40 (cf. Figure 1)* fait partie de ces machines et possède un parallélisme massif (virtuel car la machine est extensible de $8=2^3$ jusqu'à $16384=2^{14}$ *processeurs*) entre les processeurs.

Dans ce chapitre, on présente une introduction globale sur le parallélisme et notamment sur le type d'ordinateur utilisé le long de cette thèse : l'hypercube *[FPS] T-40* (à 32 processeurs) couplé à un *Micro-Vax* dont le système d'exploitation est UNIX.

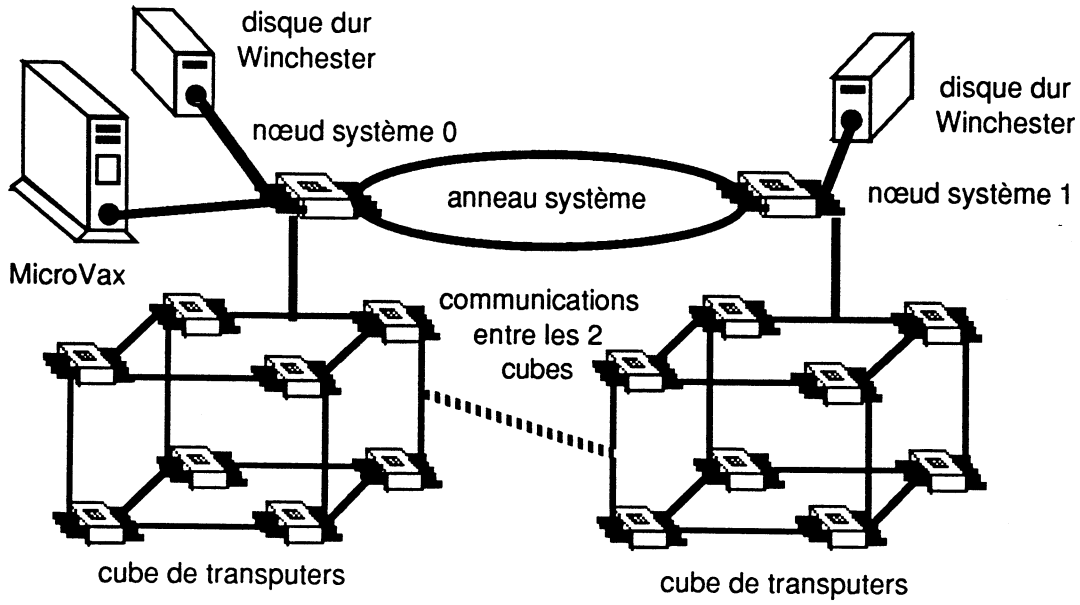


Figure 1 : *Organisation générale du T - 20*

III -2. Une vue globale sur le parallélisme

III -2.1 Introduction au parallélisme

Au fur et à mesure que nous affinons les modèles mathématiques, les calculs que nous aurions besoin d'effectuer sont de plus en plus complexes. En outre, les ordinateurs scientifiques réclament de plus en plus de performances. En effet, le calcul scientifique demande des ordinateurs de plus en plus puissants pour améliorer le traitement de modèles proches de la réalité que ce soit pour étudier le comportement aérodynamique d'un avion, la fission ou la fusion de particules nucléaires, l'évolution d'un cyclone, l'interprétation d'images ou de la voix humaine, etc... Ces opérations sont de plus en plus coûteuses.

Si l'on prend comme base le million d'opérations flottantes par secondes (le mégaflop), on obtient les chiffres suivants : *100* pour l'aérodynamique, plus de *200* pour les études sur les plasmas, *500* pour la conception d'une centrale nucléaire, très supérieur à *1000* pour les prévisions météorologiques. Or, pour mener des calculs de cette taille à bien, même pour les plus puissants des ordinateurs actuels, il faut un temps relativement long : de quelques heures à plusieurs semaines, suivant les cas.

Si l'on regarde la plupart des calculs qui sont effectués par les ordinateurs monoprocesseurs, on constate qu'une part très importante du temps machine est destiné à un petit nombre de tâches bien spécifiques telles que : transformation de Fourier, produit ou inversion de matrices, résolution des systèmes linéaires, etc... ; si on pouvait les accélérer, on gagnerait beaucoup. Cependant, ces dernières années, sont apparues des machines basées sur les réalisations de circuits intégrés qui ont pu gagner un temps énorme. Malheureusement, ces techniques se rapprochent de leur limites ; il faut donc envisager de nouvelles techniques. L'une d'entre elles est la technique des super-calculateurs parallèles tels que : ***HYPERCUBE*** *(T-série, [FPS], n-cube),* ***T-Node***, ***MasPar***, ***CONNECTION MACHINE***, etc... Même si on ne peut plus espérer une amélioration au niveau des performances d'un seul processeur, on pourra gagner du temps si on distribue une tâche de calcul à plusieurs processeurs travaillant en parallèle. Mais ces machines sont encore des calculateurs non spécialisés.

Certains chercheurs *(de l'université de Carnegie Mellon, U.S.A) (cf. Kung(82) et Leiserson(83)), (cf. Quinton & al.(89))*, ont développé la notion des réseaux, dits *réseaux systoliques*, qui ont pour objectif de rendre ces calculateurs plus spécifiques. Ces réseaux sont des réseaux d'automates cellulaires réalisés par des circuits ***VLSI*** *(Very Large Scale Integrated Circuit)*. On peut envisager une structure de calcul très rapide à partir d'un ordinateur hôte, qui relie des réseaux chargés des calculs spécifiques les plus coûteux, implémentés en *VLSI*.

Pour répondre à ces besoins, les constructeurs s'appuyaient traditionnellement sur les progrès des circuits intégrés. Cependant, la technologie ***VLSI*** actuelle, avec des circuits intégrés au silicium tend à arriver à ses limites : les niveaux d'intégration sont très élevés et les connexions entre circuits sont raccourcies au maximum. On pourra sans aucun doute encore gagner de la vitesse avec cette technologie, mais sans aucun rapport avec les gains du passé.

Une première solution envisageable peut être de changer de technologie, c'est-à-dire d'utiliser de nouveaux matériaux semi-conducteurs comme *l'arséniure de Gallium (AsGa)*, des transistors à base métallique ou encore des matériaux supra-conducteurs. Mais à l'heure actuelle, ces techniques restent expérimentales et de plus sont très chères par rapport aux technologies traditionnelles du silicium.

Une seconde approche, en vue d'augmenter les performances d'un ordinateur, consiste à bouleverser sa composition classique. En effet, le modèle cité par *John VON NEUMANN en 1945* décrit un ordinateur comme une machine éminemment séquentielle : les instructions sont extraites de la mémoire, décodées, puis exécutées, puis les résultats sont rangés en mémoire avant de passer à l'instruction suivante. Il peut donc être fort intéressant d'introduire un certain parallélisme dans la structure des ordinateurs, tant au niveau de l'architecture globale par l'utilisation de plusieurs processeurs qu'au niveau du processeur local. Les algorithmes et les méthodes qui seront utilisés sur ce type d'ordinateurs seront donc d'une conception nouvelle, puisqu'ils manipulent de nouveaux concepts. On pourra se permettre d'exécuter simultanément plusieurs instructions et donc d'accélérer notablement les calculs.

Une description plus complète des divers composants d'un ordinateur classique pourra permettre une meilleure compréhension des bouleversement apportés par les machines parallèles. La machine de *John VON NEUMANN*, encore appelée machine ***SISD*** *(Single Instruction Single Data)*, correspond à un seul flot d'instructions et un seul

flot de données ; elle comprend un processeur (l'unité de traitement) et une mémoire *(cf. Figure 2)*. Celle-ci est organisée en *"cellules"*, accessibles individuellement via un nombre (l'adresse de la cellule), qui contiennent les instructions du programme et les données nécessaires à son exécution.

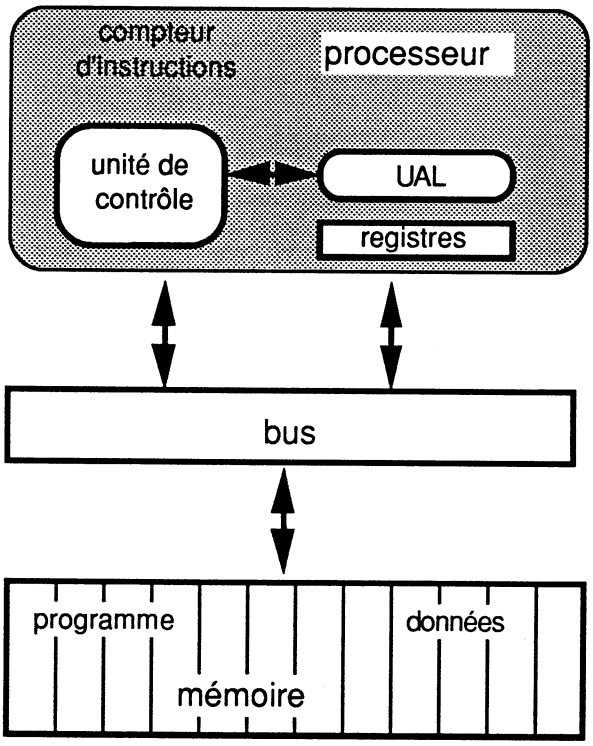


Figure 2 : *ordinateur séquentiel*

Le ***processeur***, qui constitue la partie active de la machine, est constitué de quatre unités principales :

- ***Le compteur d'instructions*** *(ou compteur ordinal),*
- ***L'unité de contrôle*** *(encore appelée unité de commande),*
- ***L'unité arithmétique et logique et les registres.***

L'unité de contrôle, véritable chef d'orchestre de l'ordinateur, consulte le compteur d'instructions pour lire en mémoire la nouvelle instruction qu'il décode et exécute. Suivant le type d'instruction, une donnée peut être lue ou écrite en mémoire ou une opération effectuée.

Les registres sont de petites unités de mémoire à accès très rapide où sont généralement stockées les données les plus utilisées.

L'unité arithmétique et logique ***(UAL)*** exécute les calculs ; elle est généralement munie de circuits câblés qui lui permettent de réaliser de façon matérielle les principales opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division).

Le ***bus*** permet une gestion efficace des communications entre les diverses parties de l'ordinateur :

- ***Processeur,***
- ***mémoire ,***
- ***entrées / sorties.***

L'idée qui préside au parallélisme est simple : si diverses parties d'un algorithme sont indépendantes et que l'on dispose de plusieurs unités de traitement, alors elles peuvent être effectuées simultanément sur les diverses unités. Il faut cependant s'assurer que les dites parties sont bien indépendantes et qu'elles n'auront pas besoin d'avoir simultanément accès aux mêmes données.

Il est bien évident qu'il existe de nombreux styles d'architectures parallèles : ceux-ci dépendent de la façon dont les instructions sont exécutées, des topologies de communication des processeurs, et de la structure de la mémoire *(cf. Quinton (85))*.

Une des classifications les plus communes décompose le parallélisme en trois classes, suivant le mode de contrôle des instructions élémentaires, en distinguant les flots de données et les flots d'instructions. On a alors les architectures ***pipeline***, ***SIMD et MIMD***.

Les fabriquants de super-calculateurs s'intéressent à ces nouvelles idées et les mettent en application en proposant sur le marché des ordinateurs parallèles aux performances élevées à un coût inférieur à celui des meilleures machines séquentielles du moment.

Le constructeur ***[FPS]*** *(Floating Point System)* se situe dans cette lignée en proposant plusieurs machines multiprocesseurs (les T-series machines) dont le *T-40*, *[FPS] (cf. Figure 3)* sur lequel on a implanté notre algorithme.

III -3. Présentation du *T-40 [FPS]*

En raison de leurs performances et de leur capacité de mémoire, les ordinateurs parallèles de type hypercube deviennent de sérieux concurents dans la course aux Mégaflops, pour les applications scientifiques *(cf. Figure 1, Figure 3).*

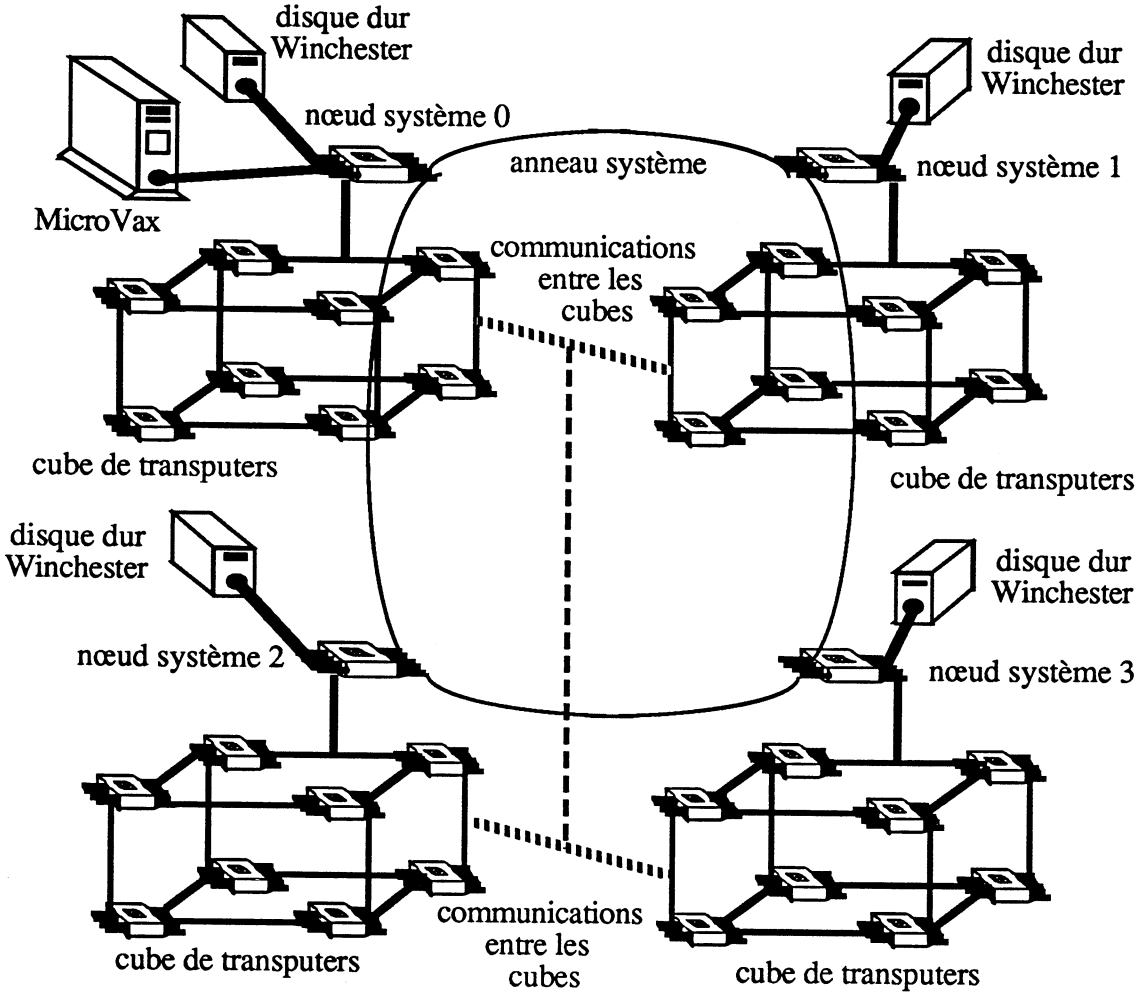


Figure 3 : *Le T-40, une machine parallèle à mémoire distribuée*

III -3.1 Généralités

Les T-series machines exploitent à fond une nouvelle architecture de machines parallèles, de sorte que ses composantes (ou processeurs) sont arrangées d'une manière optimale dans un hypercube.

Une *T-series* machine peut être considérée comme une architecture *n-cube* $=\{0,1\}^n$ où chaque sommet correspond à un processeur. Il y a au total $N = 2^n$ processeurs dans une *T-series* machine de dimension *n*. Chaque processeur possède un numéro *"p"* dit absolu $(0 \leq p \leq N-1)$ qui correspond à une valeur décimale de ce numéro écrit en base binaire *(* ce qu'on appelle un *code de Gray) (cf. Figure 4)*. Les liens entre ces processeurs sont des arrêtes du n-cube, de sorte qu'un processeur ne communique qu'avec ses $n=log_2(N)$ voisins et, s'il communique avec d'autres non directement voisins, cette communication se fait par des processeurs intermédiaires. On dit que deux processeurs sont physiquement voisins, si et seulement si, en écriture binaire, leurs numéros diffèrent exactement d'un bit (en code de Gray). Un *4-cube* est une machine hypercube comportant *16* processeurs, ce qui correspond à une machine *T-20*. Dans les *T-series* machines, le nombre de processeurs peut varier de $8=2^3$ jusqu'à $16384=2^{14}$ processeurs.

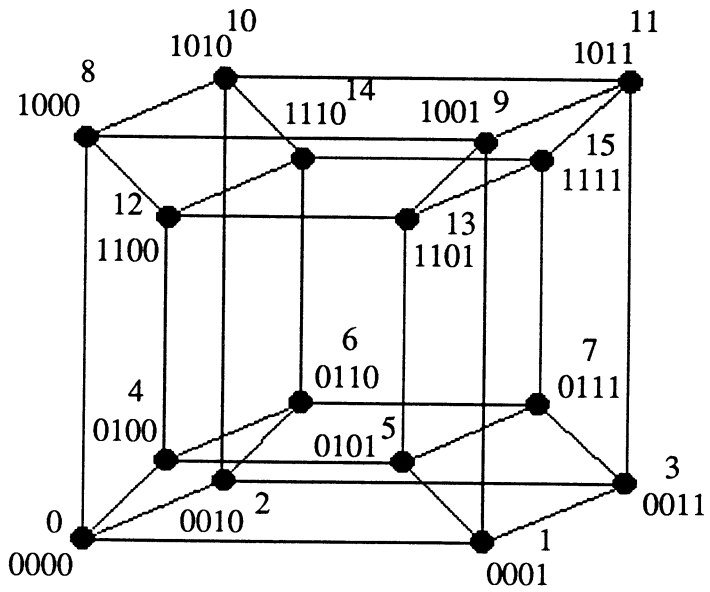


Figure 4 : *hypercube T-20 de dimension 4.*

La *T-series* machine est une machine, conçue par *M. J. Flynn en 1966 (cf. Flynn(66))*, ***MIMD*** *(Multiple Instruction Multiple Data)* asynchrone, à mémoire distribuée ***(un Mégaoctet de mémoire vive pour chaque processeur*** *(cf.*

Tourancheau et al.(88))), i.e. chaque processeur d'une T-series machine a sa propre mémoire accessible que par lui-même, par opposition aux architectures à mémoires partagées où tous les processeurs ont accès à une mémoire centrale.

Comme la mémoire d'une *T-series* machine n'est pas partagée, les processeurs doivent s'échanger ou se communiquer entre eux. Par suite, chaque processeur envoie un message à un autre processeur à travers au plus $n=log_2(N)$ liens, N étant le nombre de processeurs de la *T-series* machine *n-cube*, i.e. une communication se fait par un envoi de messages *(cf. Hwang et al.(84))*.

La *T-series* de ***[FPS]*** est un système de conception modulaire où chaque module est constitué d'un cube de dimension *3* (*8* processeurs) relié à un nœud système par un bus (link-bus) et aux autres modules par canaux suivant la topologie hypercube. Le nœud système a pour fonction de gérer, d'une part l'échange entre son module et son disque dur de ***Winchester***, d'autre part la communication entre les processeurs de ce module et la machine hôte (ici c'est un Micro-Vax).

Les nœuds système sont reliés entre eux par une structure d'anneau, et chacun d'entre eux possède un disque dur de Winchester. Les entrées/sorties entre le *T-40* et le Micro-Vax s'effectuent par un bus connecté au nœud système *"0"*, qui est le processeur privilégié pour les communications vers la machine hôte.

Ce système modulaire permet de construire aisément des systèmes plus importants en augmentant la dimension de l'hypercube *(Le T-200 à Los Alamos, U.S.A,* comprend *128* processeurs).

L'hypercube ***T-40*** est relié à un mini-ordinateur hôte, servant d'interface avec les utilisateurs, qui est un ***Micro-Vax*** (fabriqué par Digital Equipment Corporation) supportant jusqu'à 7 utilisateurs simultanément.

Le système d'exploitation est ***ULTRIX ou VMS*** *(cf. UNIX(83))*, et le Micro-Vax est relié au réseau local grenoblois via Ethernet.

- **Les performances théoriques du système :**

  * ***au niveau calcul :*** la *"peak performance"* de calcul en parallèle de chaque processeur atteint 12 Mflops (Millions d'opérations flottantes par seconde).
  * ***au niveau du transfert de données*** *:* chaque processeur peut recevoir et émettre simultanément *692* Koctets par canal et par seconde (5 Moctets pour les 4 canaux en communication bidirectionnelle).

III -3.2 Structure d'un processeur

un processeur, encore appelé noeud de l'hypercube, est composé de 3 parties :

* ***un transputer*** *(micro-processeur T-414 fabriqué par INMOS)*, spécialisé dans les communications, qui gère les communications entre les processeurs voisins ou avec un nœud système. Il joue aussi le rôle d'unité arithmétique et logique, et assure le contrôle du programme.
* ***une unité de calcul vectoriel VPU*** *(Vector Processing Unit)* permet des calculs très rapides en virgules flottantes (grâce à un pipeline sur l'additionneur, le multiplieur et les registres *(cf. Figure 5))* sur des vecteurs réels codés sur 32 bits et sur *64* bits (format IEEE double précision).
* ***une mémoire vidéo*** *(1Moctet)* très performante à double accès aléatoire vers le transputer et série vers les registres du *VPU*.
* ***un multiplexeur :*** pour augmenter la capacité de communication entre les processeurs où chaque processeur a 4 canaux (entrées/sorties) bidirectionnels actifs.

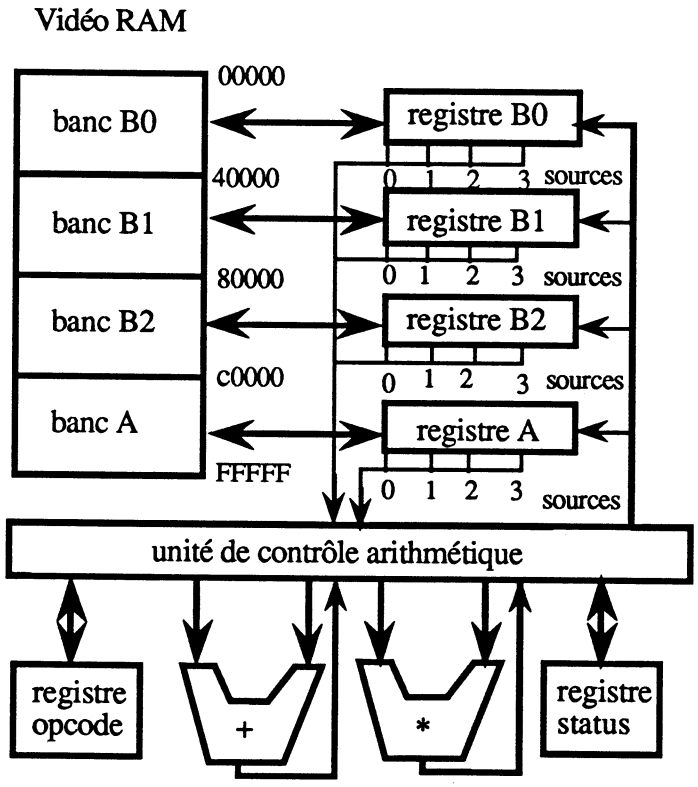


Figure 5 : *Organisation des composantes du VPU et de la mémoire*

Toutes ces composantes sont rangées sur une seule carte, réalisée en circuit *VLSI*.

III -3.3 Structure d'un nœud système

un nœud système est constitué de 2 parties principales :

* ***une mémoire*** (disque dur de Winchester *85* Moctets).
* ***un transputer*** (de contrôle).

Le nœud système sert d'interface avec la machine hôte (le Micro-Vax) pour ce qui concerne les entrées/sorties et assure le contrôle des données sur son disque. Lors de l'exécution, le nœud système *"0"* charge le code reçu du Micro-Vax sur tous les processeurs de son cube et le transmet aux autres nœuds via l'anneau système, chacun le distribuant sur son cube. Par conséquent, tous les processeurs connaissent le même code, mais ils ont cependant un numéro absolu dans l'architecture ; cela leur permet de n'exécuter que la partie du code les concernant grâce à une instruction conditionnelle explicite du programmeur.

III -3.4 Les communications

Sur chaque nœud, la gestion des communications est assurée par le transputer. Celui-ci possède 4 canaux de communications bidirectionnels (émission et réception) *(cf. Figure 6)*. Afin d'augmenter la capacité du système, ces *4* sorties ont été multiplexées avec un élément à *4* sorties. Ainsi, chaque processeur dispose donc de 16 canaux de communications ; cependant, seuls *4* d'entre eux peuvent être utilisés simultanément (un multiplexeur ne pouvant avoir qu' une seule de ses entrées actives).

Dans l'hypercube, *2* processeurs sont *"physiquement"* voisins lorsque leur écriture binaire diffère d'un seul bit ***(en code de Gray)*** *(cf. Y. Saad et al.(88))*.

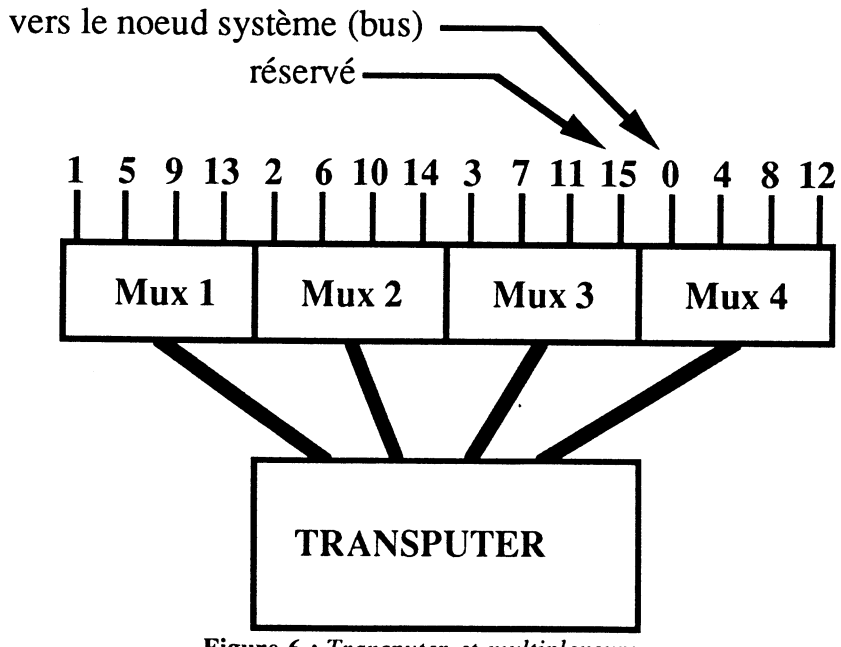


Figure 6 : *Transputer et multiplexeurs*

Les multiplexeurs étant configurés à chaque communication, on obtient un temps d'initialisation β, qui est beaucoup plus élevé que le temps de transfert des données ; comme le montre le modèle proposé par *Y. Saad 1986*, le coût d'une communication est donné par :

$$t = \beta + \tau n$$

On obtient sur le ***T-40*** les valeurs β=*830* et τ=*1.43 micro-secondes (cf. Kuppuswani et al.(88))*, n étant le nombre d'octets transférés.

*** Communication :**

Une communication entre processeurs s'effectue en trois étapes :

i) - Choisir de la configuration,
ii) - Définir les canaux de communication,
iii) - Utiliser les fonctions de communication.

i) <u>Topologie</u> :

Les différentes configurations possibles, décrites dans *(Poplawski(88))*, sont :
- Le tore à une dimension(configuration anneau),
- Le tore à deux dimensions (configuration grille),
- L'hypercube de dimension ≤ 5.

De plus, suivant la topologie, on peut connaître l'emplacement relatif du processeur dans la topologie considérée. Ainsi, dans l'hypercube, les processeurs sont numérotés selon le code de Gray et, dans l'anneau, deux voisins ont des numéros qui diffèrent de 1 bit.

ii) <u>Chemins de communication</u> :

Pour communiquer entre processeurs sur une topologie, il faut définir un chemin qui utilise l'un des 4 canaux physiques. Lors de la définition d'un chemin, on peut spécifier si la communication sera blocante ou non, c'est-à-dire si le processeur doit attendre la fin de la communication avant de continuer à travailler ou s'il peut le faire simultanément.

iii) Fonctions de communication :

Il existe différentes routines de communication permettant chacune d'atteindre un nombre divers de processeurs. On peut ainsi communiquer :

- D'un processeur à un autre ***(OTO( ) : one-to-one)***
- D'un processeur à tous les autres ***(OTA( ) : one-to-all)***
- De tous les processeurs à tous les autres ***(ATA( ) : all-to-all)***

Le transfert des données se faisant octet par octet, il faut donc préciser le nombre d'octets à transférer. Les fonctions de communication ne manipulent que des adresses dans la mémoire.

Si on veut communiquer avec un processeur qui n'est pas voisin immédiat, il faut construire un chemin ou routage, où l'on se déplace d'un bit différent en un bit différent dans l'écriture binaire.

* Communication Entre Hôte et Processeurs :

Les communications entre les processeurs d'un cube et le noeud système associé sont assurées par un bus, et sont donc "mono-utilisateur" ; l'accès du noeud système est géré par un logiciel arbitre. Pour effectuer une entrée/sortie, il faut créer la connexion physique entre le processeur et le bus, appeller la routine *[FPS]* d'entrée/sortie qui convient et, enfin, débloquer le multiplexeur. On peut (entre autres) lire ou écrire à l'écran :

- ***Des caractères,***
- ***des chaînes de caractères,***
- ***des entiers,***
- ***des réels codés sur 64 bits.***

*** Communication entre les nœuds système et les processeurs :**

Chacun des nœuds système possède un disque dur de *Winchester* où il est possible pour l'utilisateur de stocker des fichiers (pourvu que ceux-ci soient au format adéquat). On dispose ainsi des procédures classiques de traitement des fichiers :

- ***ouverture du fichier,***
- ***lecture dans le fichier,***
- ***écriture dans le fichier,***
- ***fermeture du fichier.***

III -3.5 La Mémoire

Sur le *T-40*, chaque processeur possède *1 Méga-octet* de mémoire vive d'accès très rapide depuis le *VPU* , ainsi que *2 Kilo-octets* internes au transputer. La mémoire principale est du type *vidéo RAM* à double accès, série depuis le *VPU* et aléatoire depuis le transputer. La mémoire est adressable par mots de *32* bits, mais les *"blocs"* de transfert peuvent être plus importants *(jusqu'à 1024 octets).*

La mémoire est découpée en quatre bancs égaux, chacun étant associé à un registre vectoriel. L'accès série à la mémoire permet le transfert simultané d'une tranche d'un des bancs mémoire dans les registres vectoriels *(cf. Figure 7).*

Les quatre bancs, numérotés *A, B2, B1, B0,* ont *256* tranches de *1024* octets, soit *256*128* réels (un réel étant codé sur *8* octets en double précision), les adresses allant de *00000 à FFFFF*. Les extrémités de la mémoire (bas du banc *B0* et sommet du banc *A*) sont réservées au système qui les utilise lors des appels des routines *"generic"* ou *"single node"*. Le code du programme est chargé dans la partie basse du banc *B0* (au dessus de la tranche réservée au système).

L'accès aléatoire se fait en *3* cycles du *VPU* pour *4* octets, soit *13.33* Méga-octets par seconde (MO/s). Il est possible d'effectuer des transferts de blocs ou d'éléments à incrément régulier dans la mémoire.

L'accès série se fait avec les registres vectoriels. A chaque banc de la mémoire est associé un registre. Les bancs sont découpés en *256* tranches de *1024* octets ; lors des accès séries (lecture ou écriture), une tranche complète de *1024* octets est chargée

(respectivement déchargée) dans un registre (respectivement dans la mémoire). La vitesse de transfert est importante : une tranche de *1024* octets est transmise en *3* cycles du *VPU* ; on a donc un débit de *3.4* GO/s.

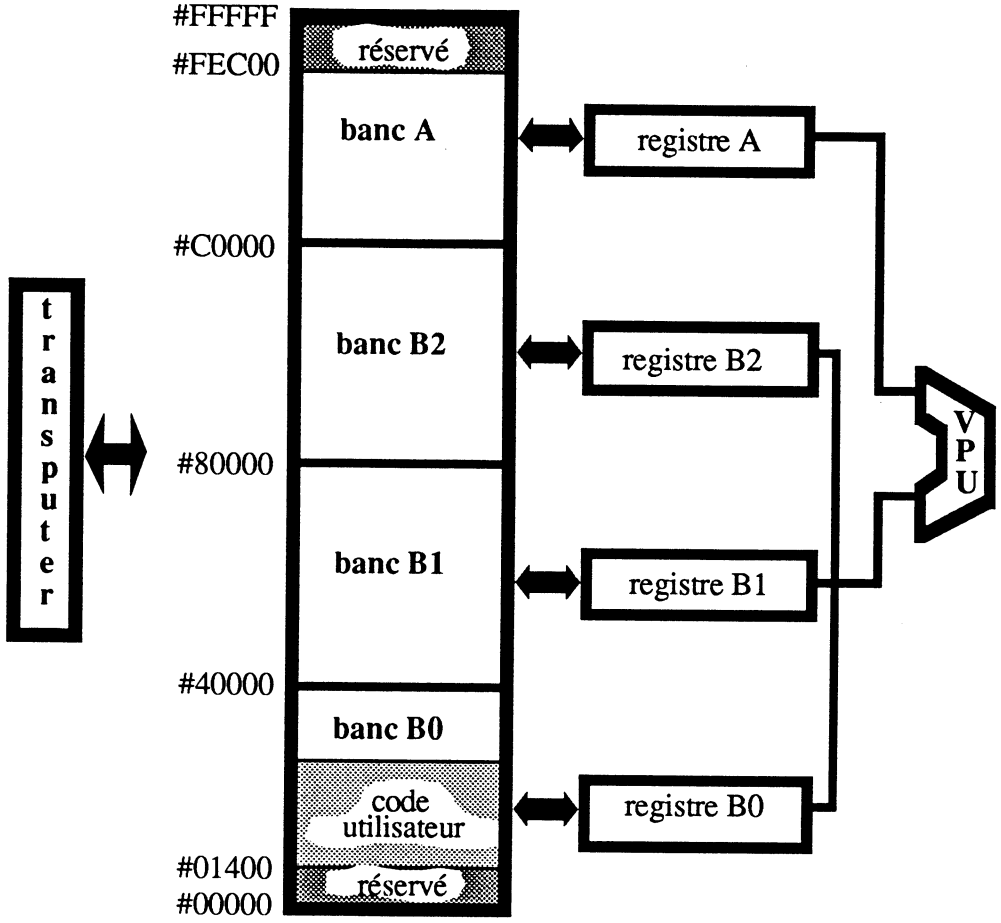


Figure 7 : *Schéma de la mémoire et ses accès*

III -3.6 L'unité du calcul vectoriel *"VPU"*

Le *V P U (Vector Processing Unit)* permet des calculs très rapides en virgule flottante (sur des réels codés sur *64* bits, contrairement au transputer qui ne traite ses calculs que sur *32* bits).

Le *V P U* est conçu pour des opérations vectorielles ou matricielles très rapide. Il a une puissance théorique de l'ordre de *12* MFlops (Millions d'opérations flottantes par seconde) et on peut en pratique arriver à une réalisation de *10* à *11* MFlops.

Le *V P U* contient, d'une part des routines de haut niveau : *"Single Node Routines" et "Generic Routines"* qui effectuent des opérations vectorielles complexes telles que l'exponentielle sur des vecteurs (ces routines sont écrites en langage *"Occam"*), d'autre part, des routines de bas niveau, telles que *"Vector Forms" ou "Parameter Block Routines"*, qui permettent aux utilisateurs de manipuler les composantes du *VPU*. Dans ce niveau, on peut obtenir une meilleure performance, mais ceci nécessite une maîtrise et profonde connaissance du *VPU*. Lors de l'utilisation, toutes les variables en paramètres de ces fonctions doivent être bien placées en mémoire, i.e. dans les fichiers notés : *[Nom_fich].loc*.

III -3.7 Les langages

Les langages disponibles, sont : *Occam, Fortran 77 et "C" standard* auxquels viennent s'ajouter les fonctions ***[FPS]*** pour les communications et l'accès à l'unité de calcul vectoriel, le *"VPU" (Vector Processing Unit)*.

III -3.8 Fonctionnement de la *T-series* machine

Une *T-series* machine est une machine mono-utilisateur accessible via un Micro-Vax sous le système d'exploitation *Ultrix ou VMS*. Les langages de programmation sont Occam, Fortran *77* et *"C"* standard. Le programme est compilé sous l'allocation du *T-series* par la commande : *"tasg"*, pour fournir des codes d'exécution du programme ou encore pour charger le programme dans les processeurs et, ensuite, il faut se désallouer en tapant la commande: *"tdasg"*. Chaque processeur identifie son numéro absolu ou son numéro relatif dans la configuration choisie. Les processeurs travaillent d'une manière indépendante ou asynchrone, tant qu'il n'y a pas une communication à faire entre processeurs. Dans les communications, les processeurs se synchronisent et les communications se font par émission de messages à travers des canaux où l'un envoie et l'autre reçoit. Une communication ne peut se réaliser que par un accord mutuel. Chaque processeur possède quatre *(4)* canaux de communication bidirectionnels *(entrées/sorties)* et chaque canal est multiplexé avec *4* autres canaux. Donc, chaque processeur possède *16* liens possibles de communication, mais au maximum *4* à la fois sont actifs, du fait que le transputer ne supporte que *4* communications parallèles. Comme on l'a vu au paragraphe *(III -3.4)*, les communications coûtent cher ; ainsi, une meilleure réalisation des

communications en temps a été testée par *G. Villard (cf. G. Villard (88))*, en montrant qu'en langage *Occam* , la vitesse de communication sur un seul canal peut atteindre *0.937* Moctets/s, lorsque la taille du message est plus d'un Koctets, contre une vitesse normale de l'ordre de *0.66* Moctets/s.

• ***Exécution d'un programme*** **:**

Pour lancer un programme, souvent on utilise une exécution en batch, qui consiste à écrire un fichier de commandes, sous l'éditeur *vi* , *ed* ou *emacs*,..., qui contient un ensemble d'instructions, exécutables l'une après l'autre, à effectuer :

Exemple : écriture d'un batch

vi batch.com :

sleep 1800 (exécution des instructions au bout de 1800 secondes *)*

date

tasg (allocation de la T-series *)*

tboot (initialisation de la T-series *)*

MAXTIME 30000 (le temps par défaut est de 3600 secondes *)*

ttrun projet.exe < donnee > sortie.txt

tboot (ré-initialisation de la T-series pour d'autres utilisateurs *)*

tdasg (désallocation de la T-series*)*

date

Pour lancer le batch, on tape : ***batch &***

CHAPITRE IV

IMPLANTATION DE RESEAUX NEURONAUX SUR LA MACHINE PARALLELE HYPERCUBE T-40 ET REALISATIONS

IV -1. Introduction

Ce chapitre concerne l'implantation d'un réseau de neurones bidimensionnel sur la machine parallèle hypercube *T-40 [FPS]*. En effet, notre algorithme est prêt à se paralléliser d'une manière simple sur cette machine *(cf. Chap. III et Figure 1)*. Donc, on a implémenté (en perfectionnant L. Martel et al. (88)) un programme traitant des réseaux carrés dont les tailles correspondantes sont : *8x8, 16x16 32x32, 64x64 et 128x128* neurones. On peut aller au delà, mais on risque de surpasser la place mémoire, qui est au total de un Mégaoctet pour chaque processeur. Le programme est écrit en langage *"C"* standard.

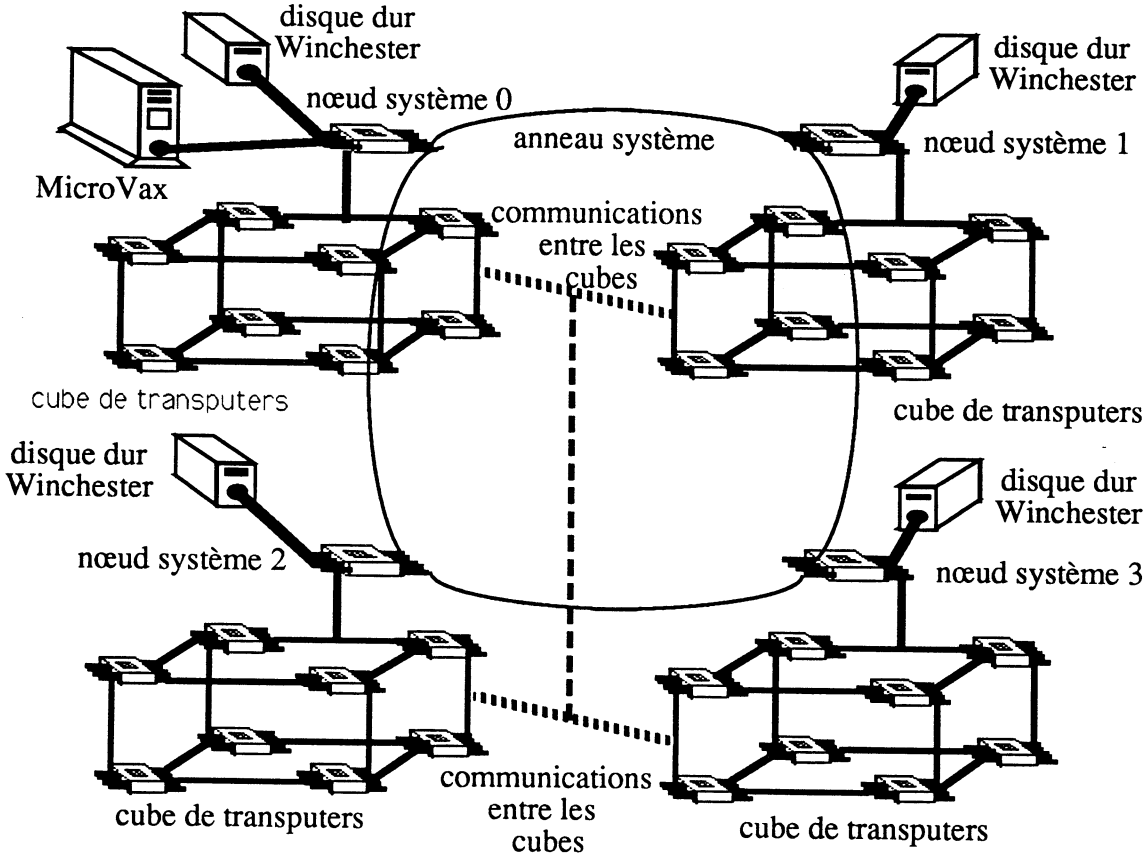


Figure 1 : *l'hypercube T-40 [FPS]*

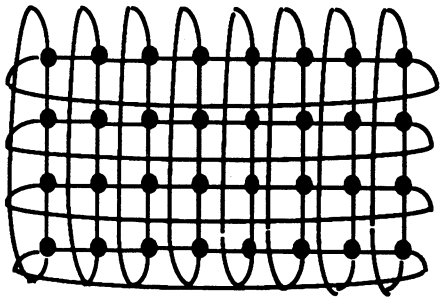


Figure 2 : *la grille (4 x 8) à 32 processeurs*

IV -2. Implantation de l'algorithme

IV -2.1 Le neurone

D'après ce qui précède, le neurone est connecté à plusieurs neurones voisins (sphères de Manhattan) et, sur ce neurone, il arrive ce qu'on appelle une stimulation extérieure, délivrant une information extérieure dite : *"innovation extérieure"*, qui excite le neurone en question (par la fibre d'entrée). Cette innovation est modélisée par un processus de renouvellement ponctuel délivrant un train de spikes selon une loi de densité de probabilité *"f_i "* qui représente la loi des durées inter-spikes, i.e. la durée entre deux excitations successives, simulée par une réalisation de la loi *"f_i" (cf. Figure 9)*. On a choisi comme type de densité une loi Normale ou une loi rectangulaire dissymétrique *(cf. Figure 5, Figure 8)*. Le neurone ensuite calcule son entrée totale *"A_i" (cf. §II -4.2)*, qui est fonction des états internes *"x_j"* des neurones voisins, de l'innovation *"e_i"*, des poids d'interactions *"w_{ij}"* et du seuil *"θ_i"*. En sortie, le neurone *"i"* délivre un spike ou pas, selon la règle d'évolution locale choisie (déterministe ou non-déterministe) *(cf. § II -4.2)*. On définit ainsi la structure de type neurone qui est implémentée par :

```
struct neurone
 {
 int     entree  ;
 double  poids_mahn1[4]  ;
 double  poids_mahn2[8]  ;
 double  poids_fibre  ;
 double  seuil ;
 double  refract  ;
 double  sortie  ;
 }
```

Par suite, l'ensemble de neurones interconnectés forme ce qu'on appelle un réseau de neurones, qui est décrit dans le paragraphe suivant.

IV -2.2 Le réseau de neurones

Un réseau est donc un ensemble de neurones interconnectés. Soit $\Omega=[1..taille]x[1..taille]$ la sous-boîte carrée sur lequel notre réseau est implémenté, comprenant $N=(taille)^2$ neurones. On a implémenté le réseau sur trois types de configurations de l'hypercube *[FPS] T-40*, cela pour une raison bien objective : l'étude du degré de parallélisme de l'algorithme du réseau. On a trouvé que, pour les réseaux de taille supérieure ou égale à $32x32=1024$ neurones, le speed-up (ou l'accélération) par rapport au temps d'exécution sur un seul processeur (i.e. temps séquentiel) dépend linéairement du nombre de processeurs *(cf. §IV -3.1)*. Les configurations sont des tores à deux dimensions comportant *4 (resp. 16 et 32)* processeurs, de sorte qu'on confie à chaque processeur $N/4$ (resp. $N/16$ et $N/32$) neurones, autrement dit que chaque processeur gère une sous-boîte*[taille/2]x[taille/2] (resp. [taille/4]x[taille/4] et [taille/4]x[taille/8])*.

Chaque processeur dispose d'une taille maximale fixée à *32 x 32*, à cause de la place mémoire du processeur qui est au total de 1 Mégaoctet *(cf. chap. III)*. On en déduit la structure du réseau implémentée par : ***struct neurone reseau[32][32] ;***

Ensuite, nous allons décrire chacun des éléments du réseau en détail :

IV -2.3 Génération des entrées

IV -2.3.1 Génération d'un train de spikes

**** Rappel théorique :***

Soit *"Y"* une variable aléatoire de loi uniforme sur *[0, 1]* et *"y"* une valeur observée par cette variable *(cf. Figure 3)*.

Posons $X = F^{-1}(Y)$, où *"F"* est la fonction de répartition supposée bijective de la densité de probabilité *" f "*, alors la loi de la variable aléatoire *" X "* suit bien la densité donnée par *" f "*.

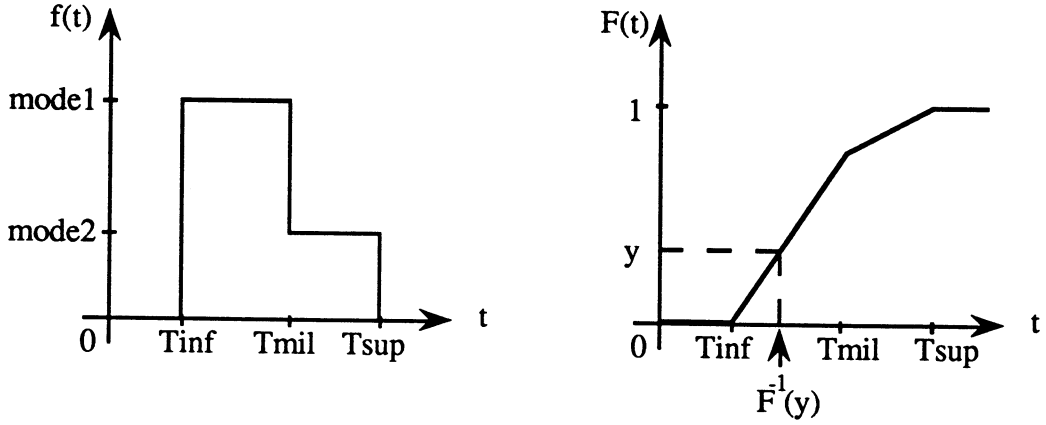


Figure 3 : *La densité dissymétrique unimodale " f " et sa fonction de répartition " F "*

En effet, calculons la fonction de répartition de " X ", notée " $F_X(t)$" :

$$F_X(t) = Prob\{ X \leq t \}$$

$$\Rightarrow \quad F_X(t) = Prob\{ F^{-1}(Y) \leq t \}$$

$$\Rightarrow \quad F_X(t) = Prob\{ Y \leq F(t) \} \quad (\textit{car } F \textit{ est croissante})$$

$$\Rightarrow \quad F_X(t) = F(t) \; ; \; \forall t \in \mathbb{R} \quad (\textit{car } Y \textit{ suit une loi uniforme sur } [0, 1])$$

Par conséquent : $F_X = F$ et donc $f_X = f$, ce qui implique que la loi de *"X"* suit bien la loi de densité de probabilité " f ".

**** La technique de génération :***

On génère ainsi un train de spikes à l'aide d'un processus de renouvellement ponctuel, tel que sa densité de renouvellement est " f " *(cf. Figure 4)*, qui représente la loi des intervalles inter-spikes. Or, la réalisation du premier intervalle inter-spike joue un rôle important dans la stationnarité du processus de renouvellement en question.

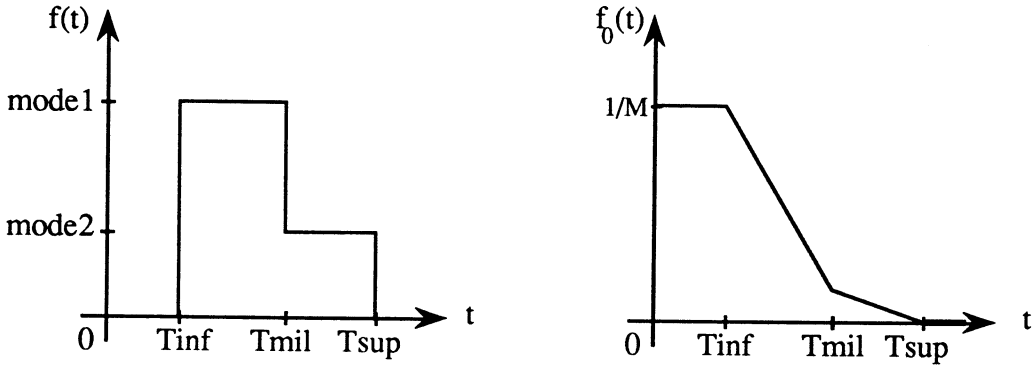


Figure 4 : *densités de probabilités " f " et " f_0 "*

Pour cela, la génération du premier intervalle inter-spike doit être traitée séparément. On choisit donc " $f_0(t)$" la densité de probabilité générant ce premier intervalle, telle que *(cf. Figure 4)* :

$$f_0(t) = \frac{1 - F(t)}{M}, \qquad où \quad M = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t)\, dt = \int_{0}^{+\infty} [1 - F(t)]\, dt$$

On a ainsi implémenté deux densités différentes, la première est la densité Normale (ou de Gauss), notée : $N(M, \sigma)$, et l'autre est la densité rectangulaire dissymétrique, notée : $d(m)$.

Soit " $F(t)$" *(resp. "$F_0(t)$")* une fonction de répartition de la densité de renouvellement " $f(t)$" *(resp. "$f_0(t)$")* ; étant donné *{"y " }* une série de réalisations de la variable aléatoire " Y " de loi uniforme sur *[0, 1]*, alors, à chaque *"y"*, on associe un

intervalle de durée *"x"* telle que $x=F^{-1}(y)$. Dans la pratique, *"y"* est généré par un générateur pseudo-aléatoire sur *[0, 1]*, celui du *"VPU"*, par appel de la routine suivante :

" Single Node Routines " : VRAND (&t , &y, 1, 1)
(Vector Random Number Generator) [T-S].

Tout le problème réside dans l'inversion de la fonction de répartition *"F" (resp. "F_0")*. Néanmoins, dans la pratique, on applique une méthode dite : *"méthode dichotomique"*, pour passer de *"y"* à *"x"*, qui sera détaillée par la suite. Cependant, la qualité de cette technique de génération repose essentiellement sur la finesse de l'échantillonnage de la fonction de densité *"f(t)" (resp. "$f_0(t)$")* et surtout de la qualité du générateur des nombres pseudo-aléatoires.

- ***La loi normale*** : $N(M, \sigma)$
  de moyenne " M " et d'écart-type " σ " *(cf. Figure 5)*

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, exp\left[-\frac{(t - M)^2}{2\sigma^2} \right]$$

Remarque : *On choisit "$M > 3\ \sigma$" afin de correspondre à une réalité neuro-biologique. On prend le temps positif, puisque la partie négative de la loi normale n'a aucune signification physique.*

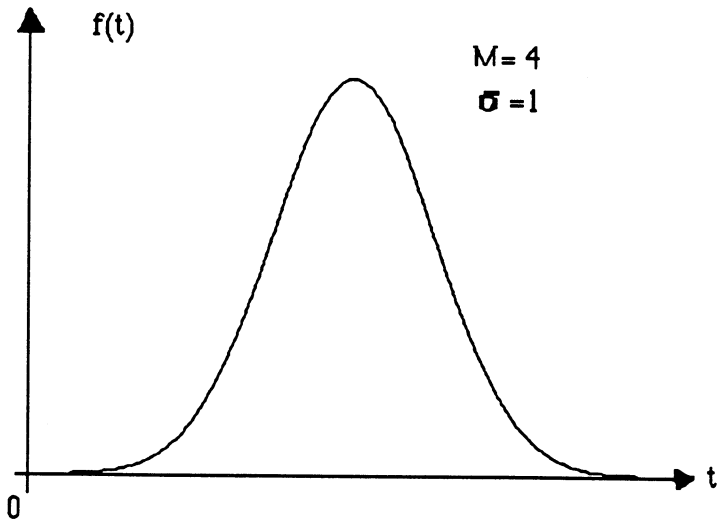


Figure 5 : *La loi de Gauss*

Environ *99.7%* de l'information de la loi gaussienne est contenue dans l'intervalle *[M- 3σ, M+ 3σ]* ; comme on a supposé que $M > 3\ \sigma$ (cf. remarque ci-dessus), nous choisissons l'intervalle des réalisations comme suit : *[0, M+ 3σ]*.

• ***Calcul des inverses de F et de F_0 :***

1) Il se fait par saisie graphique (dite : tablette digitale) de la courbe de la densité de Gauss *" f "*, i.e. on prend un pas *"δ"* d'échantillonnage de *" f "* de l'ordre de : *(M+3σ)* divisé par *1000*. Ensuite, on calcule les valeurs de la fonction de répartition *" F"* correspondant aux abscisses discrètes *0, δ, 2δ, .., 1000δ,* qui est résumé par l'algorithme suivant *(cf. Figure 6):*

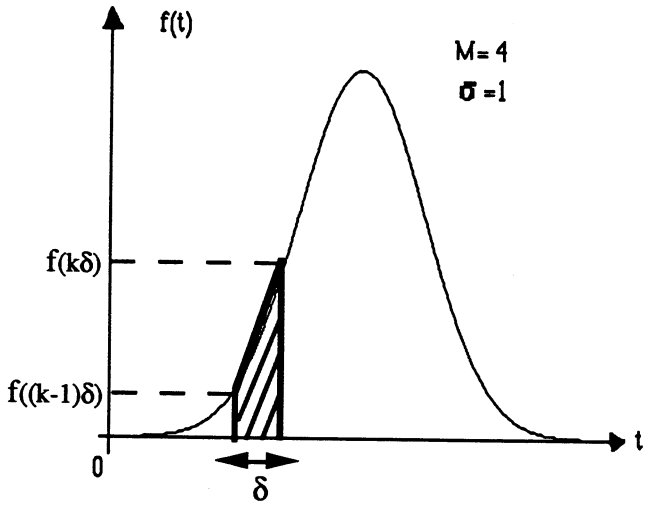


Figure 6 : *Echantillonnage de la densité " f "*

• ***Fonct_repart ( )***
Début
f(0) = 0 ;
I(0) = 0 ;
F(0) = 0 ;
Boucle *: For (k=1; k≤1000; k++)*
Début
F(kδ) = I(k-1)+δ[f((k-1)δ)+f(kδ)]/2;
I(k) = F(k δ) ;
Fin
Fin

En ce qui concerne les valeurs de *"F_0"*, elles sont données par la relation suivante:
F_0(k δ) = [1 - F(k δ)] /M, pour tout $k \in \{0, ..., 1000\}$.

Enfin, on rassemble ces trois informations dans un tableau:*"tab_fonction[1001]"* qui contient l'abscisse, l'ordonnée de la fonction de répartition *" F"* et l'ordonnée de la fonction de répartition *" F_0"*. d'où l'implémentation *(cf. Figure 7)* :

```
struct image
 {
 double  abscisse  ;
 double  ordonnee  ;
 double  ordonnee0  ;
 }  tab_fonction[1001]  ;
```

x1	F(x1)	F0 (x1)
|	|	|
|	|	|
|	|	|
x1000	F(x1000)	F0 (x1000)

Figure 7 : *tab_fonction[1001]*

2) Ce calcul des inverses de *"F"* ou de *"F_0"* se fait par une recherche dite : *dichotomique* dans la table de discrétisation donnée par *" tab_fonction[1001]"*. On décrit cette méthode par l'algorithme récursif ci-après :

•***Fonct_1(min, max, y)***

Début
p=1000/2 ;
Si $F(x_P) \geq y$ *alors*
Début
Si $F(x_{P-1}) \leq y$ *alors*
Début
Si y est proche de $F(x_{P-1})$ *alors* *{résultat =* x_{P-1}*}*
Sinon *{résultat =* x_P*}*
Fin
Sinon *{résultat = Fonct_1(min, p, y)}*
Fin
Sinon
Début
Si $F(x_{P+1}) \geq y$ *alors*
Début
Si y est proche de $F(x_{P+1})$ *alors* *{résultat =* x_{P+1}*}*
Sinon *{résultat =* x_P*}*
Fin
Sinon *{résultat = Fonct_1(p, max, y)}*
Fin
Fonct_1(min, max, y) = résultat ;
Fin

(**Le procédé dichotomique** *)*

• ***Fonct_repart_1(y)***

Début
Si $y \geq F(x_{1000})$ *alors* $F\_1(y) = x_{1000}$;
Sinon $F\_1(y) = Fonct\_1(0, 1000, y)$;
Fin

De même pour " F_0^{-1} ", il suffit de remplacer *"F"* par *"F_0"* dans l'algorithme précédent.

• ***La loi rectangulaire dissymétrique (bimodale)***

définie par *(cf. Figure 8)* :

$$f(t) = \begin{cases} 0, & si\ t < Tinf \\ mode1, & si\ Tinf \leq t < Tmil \\ mode2, & si\ Tmil \leq t < Tsup \\ 0, & si\ t \geq Tsup \end{cases}$$

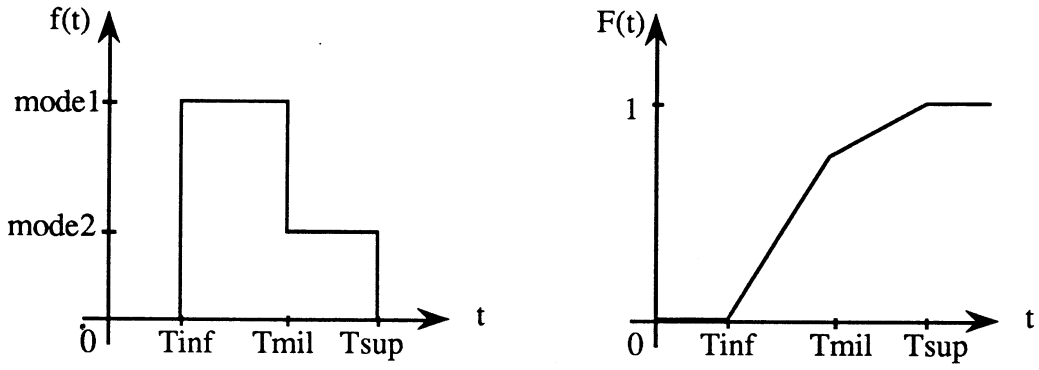


Figure 8 : *loi rectangulaire dissymétrique*

" *f* " est telle que : $mode1.(Tmil - Tinf) + mode2.(Tsup - Tmil) = 1 \quad (*)$

cela parce que " *f(t)* " est une densité de probabilité, c'est-à-dire :

$\int_0^{+\infty} f(t)\,dt = 1$ et sa moyenne est donnée par : $m = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t)\,dt = \int_0^{+\infty} [1-F(t)]\,dt$

Nous conservons les paramètres : *mode1, Tinf, Tmil* et *Tsup,* puisque le cinquième paramètre *mode2* est déduit directement par la relation *(*)* .

• ***Calcul des inverses de F et de F_0 :***

1) On procède de la même façon que celle décrite dans le cas de la densité de Gauss, sauf en ce qui concerne le pas d'échantillonnage δ, qui est égal à *Tsup /1000*. Les valeurs de la fonction de répartition *"F"*, correspondant aux abscisses discrètes *Tinf, Tinf+δ, Tinf+2δ, ..., Tinf+1000δ,* sont données d'une manière précise, car on connaît explicitement la fonction *"F"*, qui définie par *(cf. Figure 8)* :

$$F(t) = \begin{cases} 0, & si\ t < Tinf \\ model.(t - Tinf), & si\ Tinf \le t < Tmil \\ mode2(Tmil-Tinf)+mode2(t-Tmil), & si\ Tmil \le t < Tsup \\ 0, & si\ t \ge Tsup \end{cases}$$

En ce qui concerne les valeurs de *"F_0"*, elles sont données par la relation suivante :

$F_0(k\delta) = [1 - F(k\delta)]\ /m$, pour tout $k \in \{0, ...,1000\}$.

On aura par suite un tableau *" tab_fonction[1001]"* contenant abscisse, ordonnée de *"F"* et ordonnée de *" F_0"*.

2) Ce calcul des inverses de *" F"* ou de *" F_0"* se fait de la même façon que précédemment (cf. cas de la loi gaussienne), c'est-à-dire par une recherche dite *dichotomique*, dans la table de discrétisation donnée par *"tab_fonction[1001]"*. Néanmoins, on peut implémenter directement *" F^{-1}"* par son expression explicite, qui est la suivante :

$$F^{-1}(t) = \begin{cases} Tinf, & si\ t = 0 \\ Tinf + \dfrac{t}{model}, & si\ 0 < t < model(Tmil-Tinf) \\ Tmil + \left[\dfrac{t - model(Tmil-Tinf)}{mode2}\right], & si\ model(Tmil-Tinf) \le t < 1 \\ Tsup, & si\ t = 1 \end{cases}$$

• ***Calcul des entrées $\{ e_i(t) \}$: (pour "i" fixé)***

On obtient le train de spikes suivant *(cf. Figure 9)* :

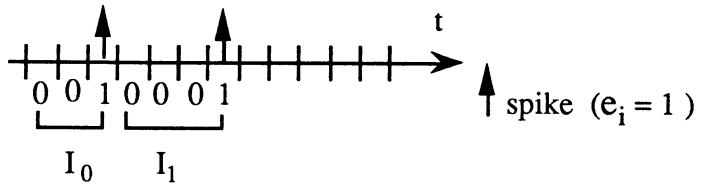


Figure 9 : *Train de spikes*

- Initialisation du processus générant les entrées :

En effet, soit *"y "* un nombre tiré au hasard selon la loi uniforme sur *[0, 1]*, donnée par la routine *"VRAND (&t, &y, 1, 1)"*, et soit I_0 *(cf. Figure 9)* le premier intervalle inter-spike généré par la loi *"f_0"*, i.e. I_0 est l'entier le plus proche du réel *"$F_0^{-1}(y)/\Delta t$"*, où Δt est le pas d'échantillonnage du réseau. Pour transformer un réel en entier le plus proche de lui, on a écrit une fonction *"arrondi( )"* en utilisant une routine dans le *"VPU" :"GENERIC ROUTINES" : VO(&loc_reel, AF_XFIX, loc_ent,VP_NULL,1) (Vector Operation) [T-S].*

```
• arrondi ( )
  Début
    reel_inter_spike = F0-1(y)/Δt ;
    VO(&reel_inter_spike, AF_XFIX, entier, VP_NULL, 1) ;
    test = reel_inter_spike - entier ;
    Si test ≤ 0.5   alors {résultat = entier } ;
    Sinon    {résultat = entier + 1} ;
  Fin

• init_inter_spike( )
  Début
    VRAND(&t, &y, 1, 1) ;
    reel_inter_spike = F0-1(y)/Δt ;
    comptr_intervalle = arrondi( ) ;
    I0 = comptr_intervalle ;
    ei(0) = 0 ;     (* l'entrée du neurone "i" à l'instant '0' *)
  Fin
```

- L'algorithme générant les entrées :

```
• gener_train_spikes ( )
  Début
    init_inter_spike( ) ;
    Boucle ( 1≤t ≤nb_iter_max )
      Début
        Si comptr_intervalle = 0   alors
          Début
            (* on tire un autre nombre "y" pseudo-aléatoire *)
            VRAND(&t, &y, 1, 1) ;
            reel_inter_spike = F-1(y)/Δt ;
            comptr_intervalle = arrondi( ) ;
            It = comptr_intervalle ;
            ei(t ) = 1 ;     (* l'entrée du neurone "i" à l'instant 't' *)
          Fin
        Sinon
          Début
            comptr_intervalle = comptr_intervalle - 1 ;
            ei(t ) = 0 ;
          Fin
      Fin
  Fin
```

IV -2.4 Connexions et Communications

Notre réseau est une grande matrice subdivisée en *4 (resp. 16 et 32)* sous-boîtes, chacune correspondant à un processeur. L'idée d'utiliser une grille à deux dimensions projetée sur les *4 (resp. 16 et 32)* processeurs de l'hypercube est inspirée par la structure plane du réseau traité. Comme le réseau est un ensemble de neurones interconnectés, ce découpage en sous-boîtes nécessite donc des communications entre les processeurs. En effet, par découpe et répartition du réseau carré initial en sous-boîtes plus petites sur les processeurs et du fait qu'un neurone évolue en fonction des états internes de ses neurones voisins (sphères de Manhattan), certains neurones ont des voisins dans les processeurs directement voisins (grille à deux dimensions donc quatre voisins directs), mais aussi dans un processeur non directement voisin distant de deux étapes de communications. Ce type de communication n'est nécessaire que pour les quatre coins de la sous-boîte dévolue à chaque processeur.

Toutefois, il faut limiter ces communications qui coûtent cher. Le temps de communication est *"$\beta + \tau n$ micro-secondes"*, *"β"* étant le temps d'initialisation et *"n"* étant le nombre d'octets, où *β=830 micro-secondes* et *τ=1.43 micro-secondes*. Etant donné un neurone *"i"*, l'information qu' on doit récupérer est l'état interne des neurones voisins *N(i)* (sphères de Manhattan) à la date *'k'* pour que le neurone puisse calculer son état de sortie à la date *'k+1'*. On comprend donc qu'à l'itération *'k'*, on doive stocker les états internes des neurones appartenant au voisinage considéré, pour préparer l'itération *'k+1'*.

On constate que beaucoup de neurones possèdent des voisins en commun à l'extérieur comme à l'intérieur du processeur. De plus, le coût de communication étant cher en temps, on a décidé de communiquer l'information sous forme compacte au lieu d'effectuer une distinction pour chaque neurone ou encore en les stockant dans un tableau noté :

int memor[36][36]

dont la taille inclut non seulement la sous-matrice *reseau[32][32]* traitée par chaque processeur, mais encore :

- les quatre bandes périphériques de largeur deux où seront recopiées les valeurs de sorties des neurones des processeurs voisins, suite à une communication d'ordre un.
- les quatre valeurs de sortie des voisins de la sphère de rayon 2 des quatre neurones de coin du processeur, suite à une communication d'ordre deux (en deux étapes).

Par conséquent, on aura, à chaque itération, une fois les communication entre les processeurs effectuées, toute l'information nécessaire au traitement des neurones d'un processeur stockée dans le tableau *"memor[36][36]"*.

Pour faciliter le mode de programmation, on a cherché un codage astucieux pour retrouver les coordonnées du $k^{ème}$ neurone voisin *(i, j)* à partir des coordonnées *(x, y)* du neurone à étudier *(cf. figure 10)*. En effet, soit un neurone de coordonnées *(x, y)* dans le sous-réseau *"reseau[32][32]"*, et soit *(i, j)* les coordonnées du neurone voisin *"numéro k"* sur la sphère de rayon 1 ou 2. Pour retrouver les nouvelles coordonnées dans la matrice *"memor[36][36]"*, il suffit d'ajouter 2 unités à chacune des coordonnées du sous-réseau *"reseau[32][32]"*.

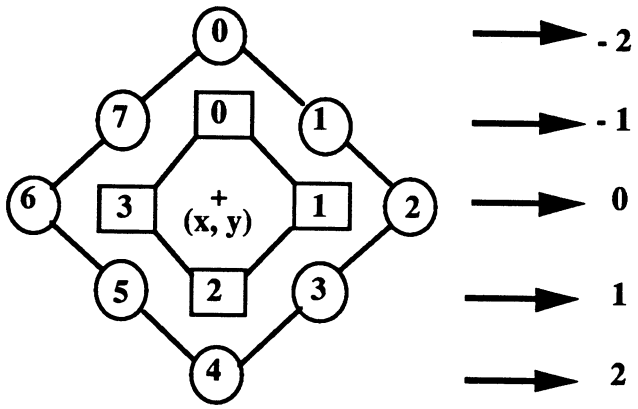


Figure 10 : *code des coordonnées du neurone N° k*

• formulation en langage "C " :

```
static init_code ( )
 {
 int  k ;
 code_mahn1[0] = -1  ;
 code_mahn1[1] =  0  ;
 code_mahn1[2] =  1  ;
 code_mahn1[3] =  0  ;
 code_mahn2[0] = -2  ;
 for ( k = 1; k <= 4; k++ )  code_mahn2[k] = code_mahn2[k-1] +1 ;
 for ( k = 5; k <= 7; k++ )  code_mahn2[k] = code_mahn2[k-1] - 1 ;
 }
```

Les coordonnées *(i, j)* du neurone voisin N° *k* de la sphère de rayon 1 dans la table *memor[36][36]* sont :

$$\begin{cases} i = x + 2 + code\_mahn1[k] \\ j = y + 2 + code\_mahn1[(k+1) mod 4] \end{cases}$$

Les coordonnées *(i, j)* du neurone voisin N° k de la sphère de rayon 2 dans la table *memor[36][36]* sont :

$$\begin{cases} i = x + 2 + code\_mahn2[k] \\ j = y + 2 + code\_mahn2[(k+2) mod 8] \end{cases}$$

**** Fonctions de communication :***

On a utilisé deux types de fonctions de communication :

i)- Les communications *ONE-TO-ONE* :" *OTO_X ( )* "

ii)- Les communications *ONE-TO-ALL* : " *OTA_1D ( )* "

i) Les communications ONE-TO-ONE : " OTO_X ( ) "

Il s'agit de communications entre deux processeurs. Une communication ne peut s'effectuer que sous les conditions suivantes (cf. chap.III) :

- Définir une topologie sous laquelle l'hypercube est configuré,
- Définir les canaux de la communication,
- Utiliser les fonctions de communication.

- ***Définir la topologie que l'on va utiliser :***

  - Tore à une dimension (configuration anneau), défini par :
    config_torus_1d (Taille, &descript)

  - Tore à deux dimension (configuration grille), défini par :
    config_torus_2d (Taille_1,Taille_2, &descript)

  - Hypercube, défini par :
    config_hyp (dimension, &descript)

où

Taille : le nombre de processeurs (en puissance de 2) dans la configuration.

Taille_1 : le nombre de processeurs (en puissance de 2) dans une dimension de la configuration.

Taille_2 : le nombre de processeurs (en puissance de 2) dans une autre dimension de la configuration.

descript : le descripteur de la topologie.

& : signifie l'adresse d'une variable en langage *'C'*.

• ***Définir les canaux de la communication :***

lien = open_l (descript, param, mode)

• ***Appeler les fonctions de communication :***

OTO_X (lien, dim, depar, arri, &depar, &arri, N),

OTA_1D(lien, dim, depar, &depar, &arri, N).

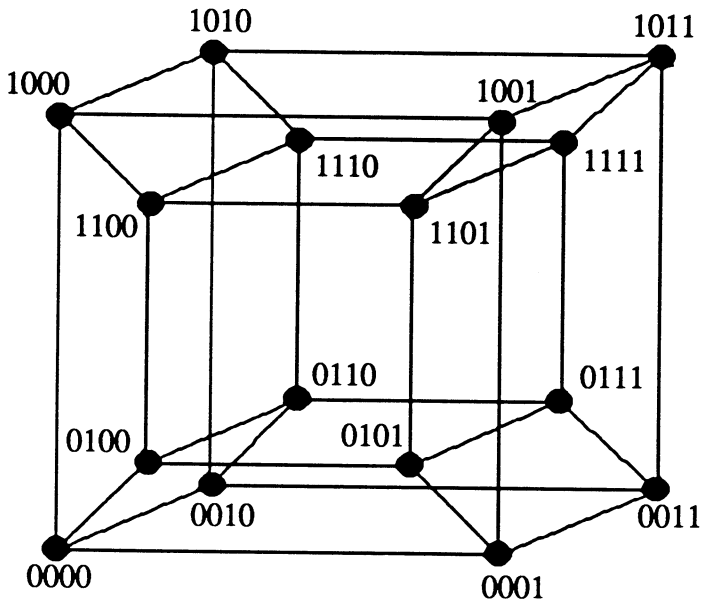


Figure 11 : *codes de Gray d'un hypercube T - 20*

Dans le cas où on configure l'hypercube en grille *"4 x 4"*, on construit nous-même les emplacements absolus des processeurs, en respectant la condition qu'on va rappeler *(cf. Figure 11) :*

"Deux processeurs sont voisins 'physiquement', lorsque leurs numéros en écriture binaire ne diffèrent que d'un seul bit (règle connue sous le nom code de gray)".

La formulation en langage 'C' :

• ***cas de grille (2 x 2) :***

```
init_config_tore _1 ( )
 {
 char *td_hyp ;
 int  line ;
 config_hyp( 2, &td_hyp ) ;
 line = open_l ( td_hyp, 2, OTOX ) ;
 }
```

• ***cas de grille (4 x 4)*** :

```
init_config_tore ( )
   {
   char *td_hyp ;
   int  line ;
   config_hyp(4, &td_hyp) ;
   init_grille ( ) ;
   line = open_l (td_hyp, 2, OTOX) ;
   }
```

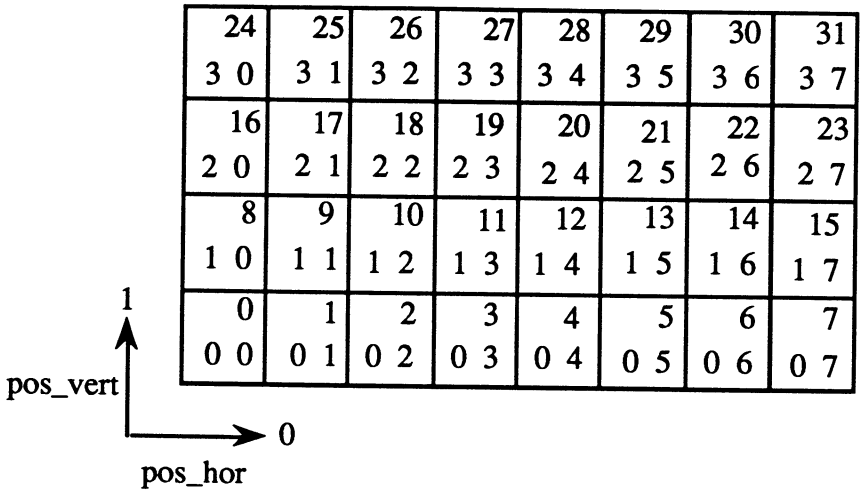


Figure 12 : *positions et coordonnées des processeurs dans la grille (4 x 8)*

• ***cas de grille (4 x 8)*** *: (cf. Figure 12)*

```
init_config_tore_3 ( )
  {
  char *td_tore ;
  int line ;
  int pos_vert, pos_hor, pos_proc ;
  config_torus_2d( 8, 4, &td_tore) ;
  /* pour la gestion des communications sur le tore_2d */
  line = open_l (td_tore, 0, OTOX) ;
  /* position relative du processeur dans le tore_2d */
  pos_vert = config_pos(td_tore, 1) ;
  pos_hor =  config_pos(td_tore, 0) ;
  /* numérotage (relatif) des processeurs par ligne */
  pos_proc = pos_vert * 8 + pos_hor ;
  }
```

Note : *Pour le premier [resp. le deuxième] cas, nous voulons configurer une grille de 4 [resp. 16] processeurs, or l'hypercube "T-40" configure automatiquement quatre [resp. deux] grilles à 4 [resp. 16] processeurs. Mais, grâce à une instruction conditionnelle dans le programme, on utilisera une seule grille.*

0 0000	4 0100	12 1100	8 1000
1 0001	5 0101	13 1101	9 1001
3 0011	7 0111	15 1111	11 1011
2 0010	6 0110	14 1110	10 1010

Figure 13 : *grille (4 x 4) par codes de Gray*

En ce qui concerne le cas de la grille *(4 x 4) (cf. Figure 13)*, chaque processeur, sous la topologie hypercube, possède quatre directions de communication (*4* dimensions), allant de *0* à *3* ; pour définir la valeur d'une direction d'un processeur par rapport aux voisins, il suffit de lui associer le numéro du bit qui diffère entre chacun d'eux, soit alors : dim_dessus, dim_dessous, dim_droite et dim_gauche. Par exemple, en définissant les directions du processeur N° *14* dans la grille ci-dessus, il vient :

dim_dessus = 0
dim_dessous = 1
dim_droite = 2
dim_gauche = 3

Il reste ensuite à définir la position relative d'un processeur sur l'une de ses dimensions de communication : c'est la valeur du bit correspondant à cette dimension. Soit alors : pos_dessus, pos_dessous, pos_droite et pos_gauche ; ce sont des variables définissant les quatre positions relatives d'un processeur sur les dimensions définies ci-dessus. Il vient par exemple, toujours le processeur N° *14* :

pos_dessus = 0
pos_dessous = 1
pos_droite = 1
pos_gauche = 1

0 0	0 1	0 2	0 3
1 0	1 1	1 2	1 3
2 0	2 1	2 2	2 3
3 0	3 1	3 2	3 3

Figure 14 : *coordonnées des processeurs (pos_vert , pos_hor) dans la grille (4x4) à 16 processeurs*

Finalement, on a associé à chaque processeur des coordonnées pos_vert et pos_hor afin d'identifier ce processeur dans la grille considérée *(cf. Figure 14)*, telles que la première composante signifie sa position verticale et l'autre sa composante horizontale. Par exemple, le processeur N° *14* a pour coordonnées :

pos_vert = 3
pos_hor = 2

Remarque : *En ce qui concerne la construction de la grille (4x8), on a utilisé la* ***grille*** *propre à l'hypercube T-40* ***"config_torus_2d( )"****, tout en manipulant seulement les positions relatives des processeurs dans le tore (cf. § IV - 2.4).*

Après avoir construit cette topologie de la grille en question, on est capable donc d'appeler la fonction de communication citée plus haut ***OTO_X ( )*** , en précisant ses paramètres comme suit :

- Le lien de communication (les canaux de communication) ,
- La direction de communication (représentée par : dim_dessus, ...) ,
- L'emplacement (relatif) du processeur émetteur sur cette direction ,
- L'emplacement (relatif) du processeur récepteur sur cette direction ,
- L'adresse de départ de la donnée à transférer ,
- L'adresse d'arrivée de la donnée à recevoir ,
- Le nombre d'octets à transférer .

Une telle communication est valable si et seulement si les processeurs en question sont mutuellement informés et également d'accord, c'est-à-dire si l'un précise la quantité d'envoi et l'autre attend cette quantité. Illustrons cela par l'exemple suivant : une communication entre le processeur N° *14* et le processeur N° *10* ; supposons que le processeur N° *14* envoie ses quatre dernières valeurs du tableau *"int T[10] "* à valeurs entières au processeur N° *10* dans le même tableau *"T[10]"*, on a alors :

```
/* procédure de communication à droite */
proc_droite ( )
  {
  IF ( posabs = 14 )
    {
    /* Envoie du processeur N°14 */
    OTO_X( line, dim_droite, pos_droite, 1-pos_droite, &T[6], &T[0],4x4);
   wait_l (line) ;
   }
 ELSE {
  /* Réception du processeur N°10 */
  OTO_X(line, dim_gauche, 1-pos_gauche,pos_gauche, &T[6], &T[0],4x4);
   /* ne pas faire d'autres communications */
   /* tant que ce n'est pas terminée       */
   wait_l (line) ;
    } }
```

ii) Les communications ONE-TO-ALL : "OTA_1D "

La topologie utilisée ici est la procédure [cf. *(i)*] :

config_torus_1d (Nombre , &td_anneau)

Nombre = 16 ou 32 selon le cas traité *(cf. Figure 15).*

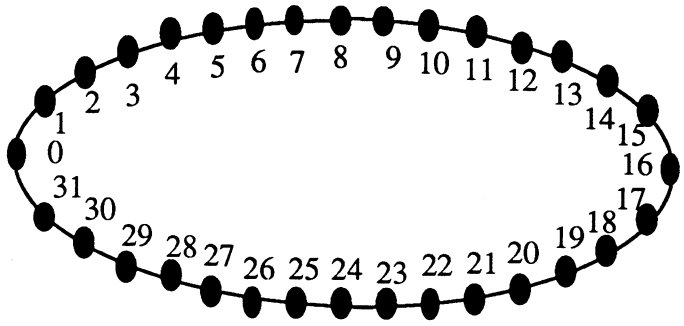


Figure 15 : *configuration d'anneau à 32 processeurs*

On a confié au processeur N° *0* le soin de transmettre l'ensemble des paramètres communs à tous les processeurs tels que : la taille du réseau, le critère d'évolution du réseau, ..., puisque c'est le processeur commun dans toutes les configurations choisies par l'utilisateur.

Du fait du même principe que dans ***i)***, pour utiliser la fonction de communication ***"OTA_1D"***, il faut choisir la configuration *(cf. Figure 15)* et puis définir les canaux de communication. Il s'agit en fait de la communication d'un processeur à tous les autres processeurs, ce qui implique l'écriture suivante :

La formulation en langage "C' :

• ***cas de grille (2 x 2) :***

```
init_config_anneau_1( )
 {
 char *td_anneau ;
 int line_anneau , pos ;
 config_torus_1d (4, &td_anneau) ;
 pos = config_pos ( td_anneau , 0) ;
 line_anneau = open_1(td_anneau, 2, 0X0002);
 }
```

• ***cas de grille (4 x 4)*** :

```
init_config_anneau_2 ( )
 {
 char *td_anneau ;
 int line_anneau , pos ;
 config_torus_1d (16, &td_anneau) ;
 pos = config_pos ( td_anneau , 0) ;
 line_anneau = open_l(td_anneau, 2, 0X0002);
 }
```

• ***cas de grille (4 x 8)*** :

```
init_config_anneau_3 ( )
 {
 char *td_anneau ;
 int line_anneau , pos ;
 config_torus_1d (32, &td_anneau) ;
 pos = config_pos ( td_anneau , 0) ;
 line_anneau = open_l(td_anneau, 2, 0X0002);
 }
```

Remarque : *On peut ne pas utiliser ces procédures "configurations d'anneaux" décrites ci-dessus, cela nous permet de gagner du temps au niveau des communications entre processeurs, en faisant lire les données par tous les processeurs.*

Dans le cas où le processeur *"0"* lit les données, puis les transmet aux autres processeurs selon la configuration d'anneau donnée, on peut l'expliquer comme suit. Si le processeur envoie par exemple la valeur *"taille"* (la taille du réseau traité) à tous les processeurs dans l'anneau comprenant *16* processeurs. On fait donc appel à la fonction suivante :

```
main ( )

 {
 (*partie déclaration *)
 init_config_anneau ( )
 IF ( pos = 0 )
  {
  /* Envoie du processeur N° 0 */
  OTA_1D(line_anneau, 0, 0, &taille, &taille, 4 ) ;
  wait_l ( line_anneau) ;
  }
 ELSE
  {
  /* Réception des autres processeurs */
  OTA_1D(line_anneau, 0, 0, &taille, &taille, 4 ) ;
  wait_l ( line_anneau) ;
  }
 }
```

IV -2.5 Evolution des poids synaptiques

On a choisi une règle qui est celle de Hebb *(cf. §II -4.2, Figure 16)* donnée par :

$$\Psi_{x_i^k,\, x_j^k}(w_{ij}(k)) = w_{ij}(k) + f(w_{ij}(k)).\lambda(x_i(k), x_j(k)),$$

$$W_{ij}(k+1) = \begin{cases} \Psi_{x_i^k,\, x_j^k}(w_{ij}(k)), & Si\ j \neq i \\ \Psi_{x_i^k,\, e_j^{k+1}}(w_{ij}(k)), & Si\ j = i \end{cases}$$

- En réalité, $w_{ij}(k) = w_{ij}(k_0)$, $\forall k \in \{k_0, .., k_0+K\}$; $\forall k_0 \geq 1$, où $K = T/\Delta t$, T est appelée *"période d'inertie"*

spike à l'instant t sur la synapse Wij	synapse Wij	spike à l'instant t+1 émis par le neurone i	évolution de | Wij |
1	excitatrice	1	↗
1	excitatrice	0	↘
1	inhibitrice	1	↘
1	inhibitrice	0	↗
0	excitatrice	1	↘
0	excitatrice	0	↘
0	inhibitrice	1	↘
0	inhibitrice	0	↘

Figure 16 : *les variations des poids synaptiques*

• ***Implémentation des poids synaptiques excitateurs avec saturation :***

$$W_{ij}(k+1) = Sup\{Inf[\ \Psi_{x_i^k,\, x_j^{k+1}}(w_{ij}(k))\ ;\ 1]\ ,\ \varepsilon 1\}\ ,\ k \geq 0$$

avec :

$$\begin{cases} \lambda(0,1) = -\dfrac{Sg(w_{ij}(k))}{a.f(w_{ij}(k))}\, e^{-K}\ ;\ K > 0 \\ \lambda(0,0) = \lambda(1,0) = -\ epsilon \\ \lambda(1,1) = Nfois.epsilon \end{cases}$$

• ***Implémentation des poids synaptiques inhibiteurs avec saturation :***

$$W_{il}(k+1) = Inf\{Sup\,[\Psi_{x_i^k,\, x_l^k(w_{il}(k))}\ ;\ -\ 1]\ ,\ \varepsilon 2\}\ ,\ k \geq 0$$

avec :

$$\begin{cases} \lambda(1,1) = -\dfrac{Sg(w_{il}(k))}{a.f(w_{il}(k))}\, e^{-K}\ ;\ K > 0 \\ \lambda(0,0) = \lambda(1,0) = epsilon \\ \lambda(0,1) = -\ Nfois.epsilon \end{cases}$$

où $Sg(x)$ = " *signe de x* " et où *Nfois, epsilon* et $f(.)$ sont des paramètres de l'équation Hebbienne (cf. §IV -2.9).

On a implémenté trois types de fonctions différentes "f" dans l'équation de Hebb :

$$f(w) = \begin{cases} w & (\textit{linéaire}) \\ \dfrac{w}{w+1} & (\textit{homographique}) \\ 1 & (\textit{constante}) \end{cases}$$

IV -2.6 **Evolution du seuil :** φ est prise ici égale à l'identité.

Le seuil évolue comme suit :

pour $k = 0$, $\theta_i(0) = \theta_i^0$ *(le seuil initial)*
pour $k \geq 1$,
Début
Si $x_i(k) = 1$ *alors* $\theta_i(k) = 1.8$;
Sinon
Début
$\theta_i(k) = \theta_i(k-1) - a.A_i(k-1)$;
Si $\theta_i(k) < 0$ *alors* $\theta_i(k) = 0$;
Sinon { *Si* $\theta_i(k) > 5$ *alors* $\theta_i(k) = 5$ }
Fin
Fin

IV -2.7 **Période réfractaire**

C'est le temps du repos du neurone. Après l'émission d'un spike par le neurone ($x_i(k) = 1$), il est impossible pour le neurone de décharger durant cette période. On a pris *"period_ref=1.2 (ms)"*

IV -2.8 Fonction neurone

Dans la pratique, on calcule la sortie *"$x_i(k+1)$"* du neurone *"i"* à l'instant *'k+1'* par deux modes d'évolution *(cf. §II -2.4)* :

1) <u>Cas déterministe</u> :

$$\begin{cases} X_i(k) = \mathbb{1}\left(\dfrac{e^{H_i(k)}}{1+e^{H_i(k)}} - \dfrac{1}{2}\right) \\ \text{où } \mathbb{1}(x) = \begin{cases} 1\ , & si\ x > 0 \\ 0\ , & si\ x \le 0 \end{cases} \end{cases}$$

2) <u>Cas stochastique</u> :

$$P = Prob\left\{ X_i(k) = 1 \mid X_j(k-1)\ ;\ j \in N(i)\ ,\ e_i(k) \right\} = \frac{e^{H_i(k)}}{1+e^{H_i(k)}}$$

où $H_i(k)$ est la fonction Hamiltonienne associée au réseau.

Dans le cas stochastique, on tire de façon aléatoire un nombre $\alpha \in [\,0\ ,1\,]$ selon la loi uniforme sur *[0,1]* :

$$x_i(k) = \begin{cases} 0 & si\ \ \alpha \ge P \\ 1 & si\ \ \alpha < P \end{cases}$$

IV -2.9 Initialisation des paramètres de l'algorithme

- $x_i^0 = 0\ ;\ \forall i \in \Omega$
- *poids synaptiques :*
  $w_{ii}^0 = 0.75$ (fibre d'entrée)
  $w_{ij}^0 = 0.50$ (j ∈ sphère Manhattan 1)
  $w_{il}^0 = -0.50$ (l ∈ sphère Manhattan 2)
  Nfois = 16
  ε1 = +0.20
  ε2 = - 0.20
- *Tinertie = 3 (ms)*
- *K = 5* (cf. § IV 2.5)
- *période réfractaire = 1.20 (ms)*
- *le pas d'échantillonnage : Δt = 0.01 ou 0.1 (ms)*
- *seuil* : $\theta_i^0(0) = 2.5$

IV -2.10 Récapitulation de l'algorithme du réseau

• ***Initialisation du réseau***

- initialisation des structures de données :
  (• poids synaptiques : synapses excitatrices, inhibitrices et fibre d'entrée,
  • seuil, refract, Tinertie, period_ref, ...) ,
- lecture et transfert des paramètres : communication *"ota_1d( )"* ,
- génération des entrées (génération d'un train inter-spikes),

• ***Boucle*** (Nombre d'itérations)

- transfert des états de neurones "coins" : communication *"oto_x ( )"* en *2* étapes,
- parcours de la sous-boîte,
- BOUCLE (sur chaque neurone)
  • test sur la fin d'un intervalle inter-spikes généré :
  si c'est *"oui" alors entree = 1,* ensuite générer un nouvel intervalle.
  si c'est *"non" alors entree = 0,* ensuite décrémenter le compteur repérant la fin d'intervalle inter-spikes.
  • communications (récupération de l'information voisine)
  • calcul de la fonction d'harmonie *(cf. §II -4.2)* $A(t) = (A_i(t))_i$
  • calcul de la fonction hamiltonnienne *(cf. §II -4.2)* $H(t) = (H_i(t))_i$
  • calcul de la sortie (état de sortie du neurone)
  • évolution du seuil
  • évolution des poids synaptiques
  • stockage sur des fichiers binaires *"outij.bin"* (des configurations codées non nulles)
  • stockage sur des fichiers binaires *"innij.bin"*, dans le cas où on veut répéter les mêmes simulations

• stockage sur des fichiers textes " *outij.txt* " (des configurations décodées non nulles)
• affichage du temps d'exécution total
• affichage du temps de communication total

IV -3. Réalisations

IV -3.1 Exécutions sur machine parallèle *(T-40)*

On a observé le réseau pendant *10 ms* avec pas d'échantillonnage : $\Delta t=0.01$ *(ms)*, autrement dit, en temps discret, pendant $Kmax=1000$ itérations.

On définit l'accélération ou le *"speed-up"* d'une exécution sur une machine à n ={4, 16, 32} processeurs comme étant le quotient de T:1proc (temps d'exécution sur un seul processeur) divisé par T:nproc (temps d'exécution sur "n" processeur).

IV -3.1.1 Comparaisons des temps d'exécution de l'algorithme

Taille	T:1proc	T:4proc	T:16proc	T:32proc
8 x 8	*1676.651*	*473.728*	*142.161*	*93.025*
16 x 16	*6712.306*	*1796.253*	*475.757*	*265.722*
32 x 32	*26475.274*	*7055.309*	*1801.067*	*934.676*
64 x 64	*104769.086*	*27797.403*	*7048.447*	*3571.929*
128 x 128	*416421.264*	*110339.884*	*27954.440*	*14040.209*
256 x 256	*1660002.32*	*439605.804*	*111405.717*	*55753.125*

Tableau 1 : *Temps d'exécution (secondes)*

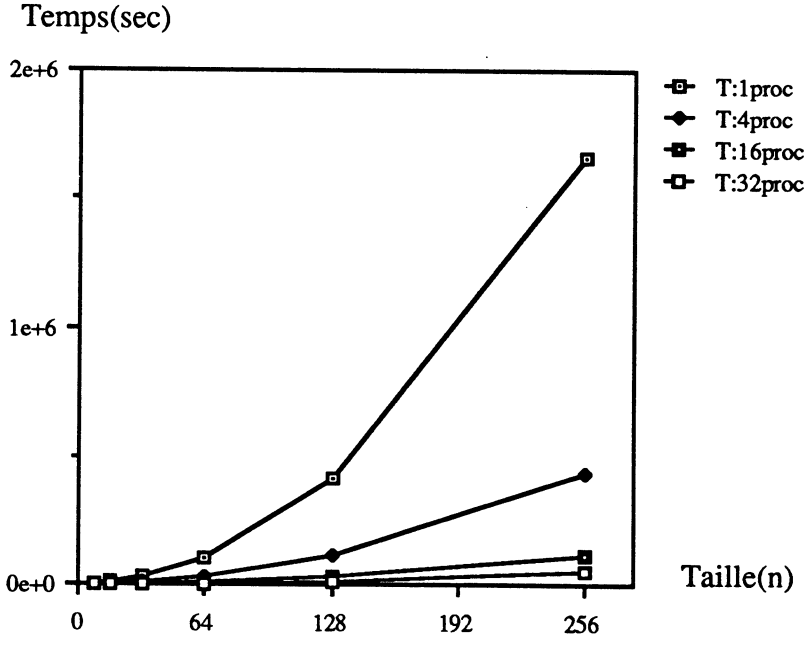


Figure 1 : *Temps d'exécution du réseau de taille (nxn)*

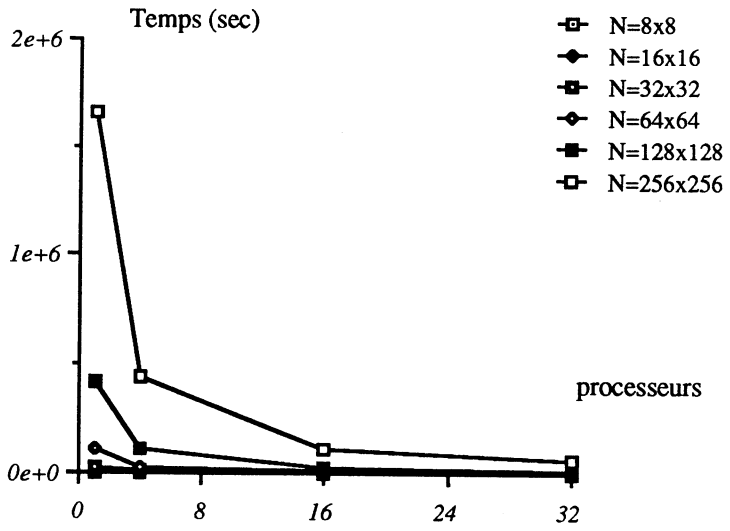


Figure 2 : *Temps d'exécution du réseau de taille (N)*

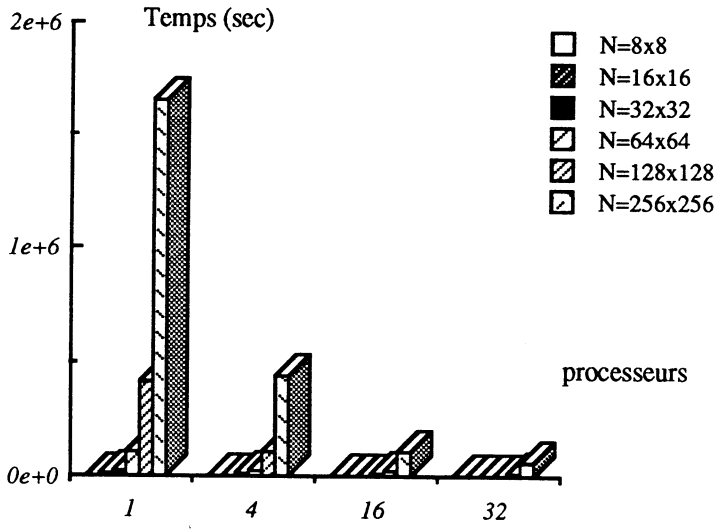


Figure 3 : *Temps d'exécution du réseau de taille (N)*

Dans les figures *1*, *2* et *3*, on voit que l'algorithme implémenté sur la machine parallèle de *32* processeurs est deux fois plus rapide que sur celle de *16* processeurs.

IV -3.1.2 Accélérations

Taille	Speed : 4p	Speed : 16p	Speed : 32p
8 x 8	*3.539*	*11.794*	*18.024*
16 x 16	*3.737*	*14.108*	*25.261*
32 x 32	*3.752*	*14.699*	*28.326*
64 x 64	*3.777*	*14.897*	*29.396*
128 x 128	*3.774*	*14.896*	*29.659*
256 x 256	*3.776*	*14.900*	*29.774*

Tableau 2 : *Accélération " le speed_up "*

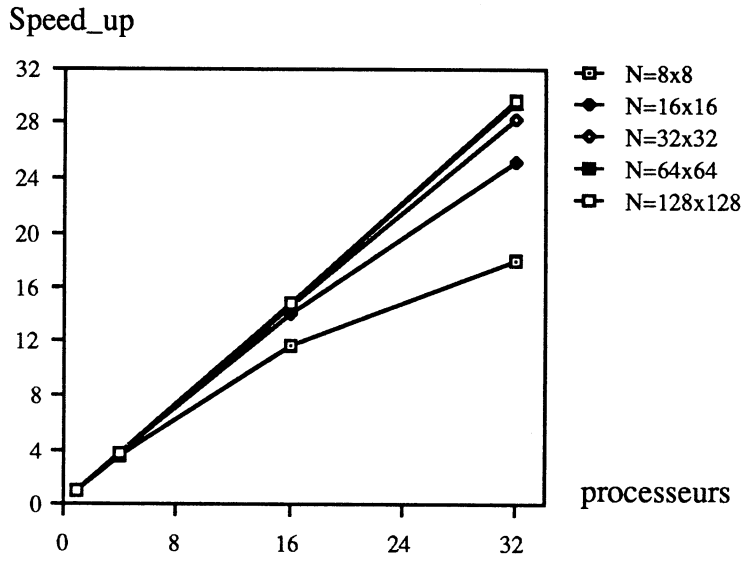


Figure 4 : *Accélération du réseau de taille (N)*

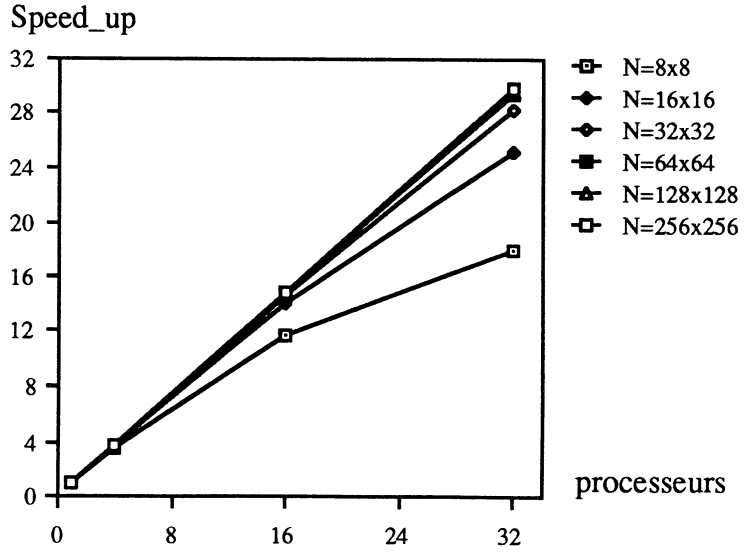


Figure 5 : *Accélération du réseau de taille (N)*

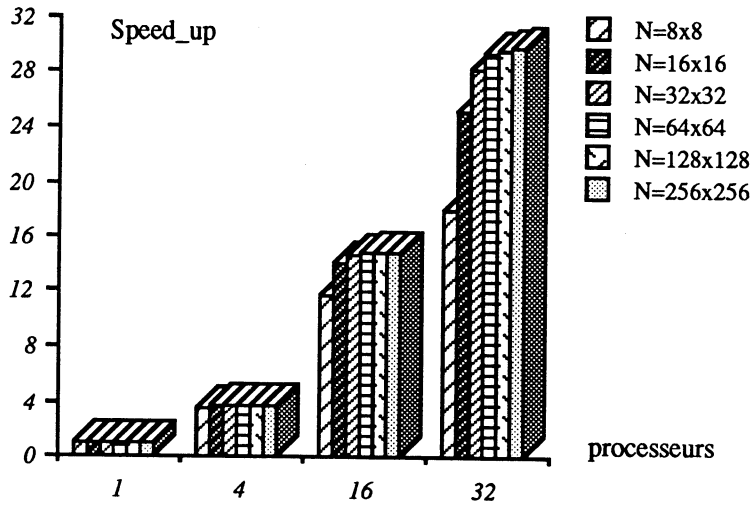


Figure 6 : *Accélération du réseau de taille (N)*

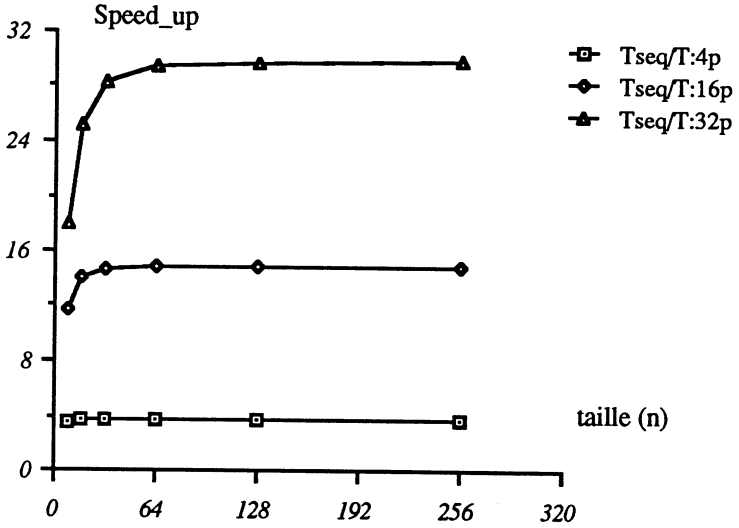


Figure 7 : *Accélération du réseau de taille (nxn)*

Dans les figures 4 et 5, on voit que le *"speed-up"* dépend linéairement du nombre de processeurs, dès que la taille du réseau dépasse *"32x32"* neurones, la droite correspondante se rapproche de la première bissectrice, donc de l'efficacité maximale.

Dans les figures 6 et 7, on voit que le *"speed-up"* se stabilise, dès que la taille du réseau atteint une valeur seuil, fonction du nombre N de processeurs, ce seuil augmentant de manière quasi-linéaire avec N, et se rapprochant de 8N, lorsque N approche et dépasse 32.

On remarque que l'accélération *"speed_up"* maximale est donc atteinte pour des réseaux de grande taille. Par exemple, pour le réseau de neurones de taille *"256x256"*, on a obtenu une accélération de *"29.774"* sur *32* processeurs *(cf. Tableau 2)*.

IV -3.1.3 Comparaison des temps de communication

Taille	Tcom : 4p	Tcom : 16p	Tcom : 32p
8 x 8	*38.051*	*32.341*	*36.910*
16 x 16	*52.186*	*40.266*	*46.245*
32 x 32	*80.561*	*56.920*	*64.293*
64 x 64	*191.036*	*84.978*	*99.028*

Tableau 3 : *Temps de communication (secondes)*

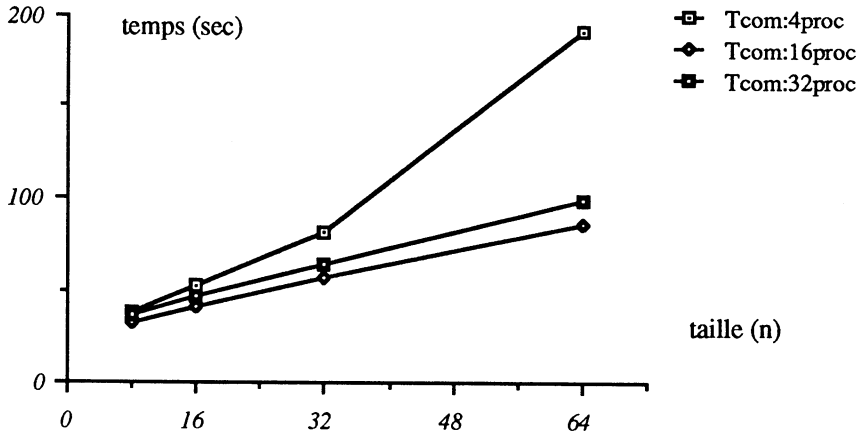


Figure 8 : *Temps de communication du réseau de taille (nxn)*

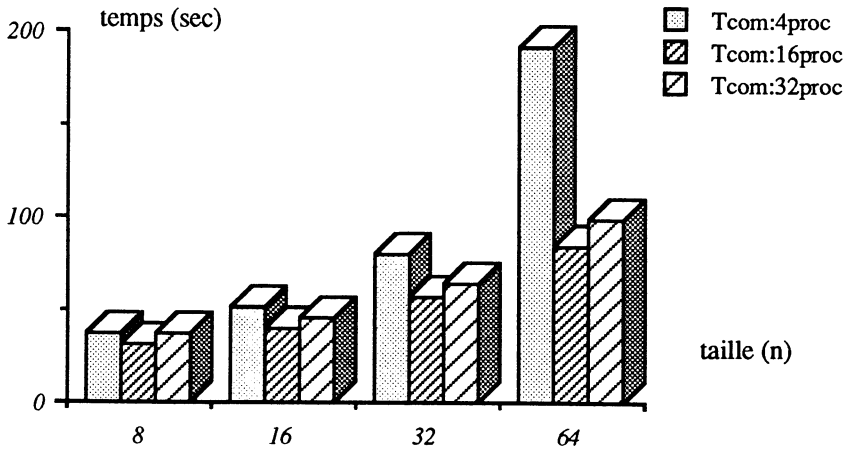


Figure 9 : *Temps de communication du réseau de taille (nxn)*

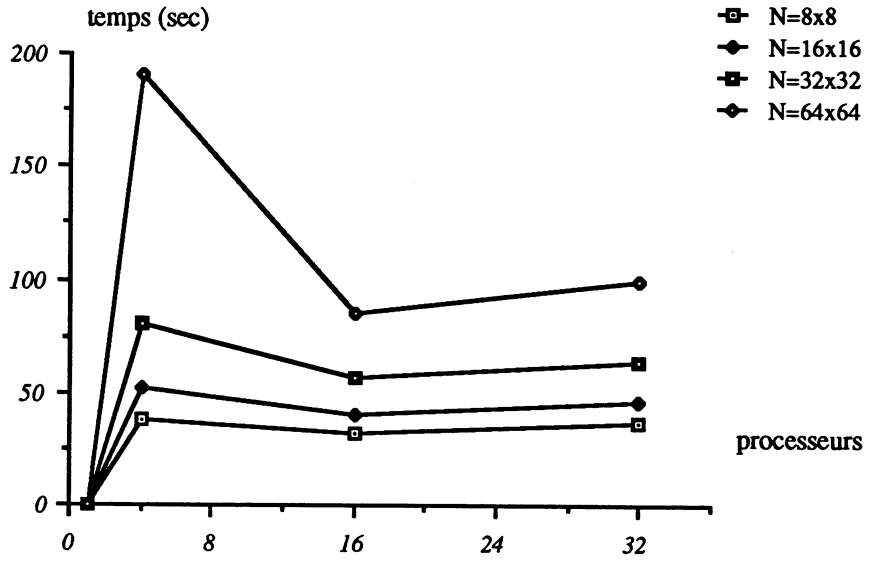


Figure 10 : *Temps de communication du réseau de taille (N)*

Dans les figures *8 et 9*, on voit que le temps de communication croît dès que la taille du réseau croît. Par ailleurs, dans la figure 10, on constate que le temps de communication correspondant à *16* processeurs est inférieur à celui correspondant à 4 processeurs, mais contrairement à ce que l'on pourrait penser, il est aussi inférieur (quoique légèrement) à celui correspondant à *32* processeurs. Cela est dû au multiplexage des liens entre transputers sur un hypercube de *32* processeurs.

IV -3.2 Comparaisons et Résultats de Simulation

IV -3.2.1 Estimations et Tests des lois asymptotiques des configurations

On a observé des réseaux de tailles *8x8, 16x16, 32x32, 64x64* et *128x128*, en différents modes d'implémentation (parallèle et bloc-séquentiel), pendant 10200 itérations, après le temps de convergence. On note *"n-uplet"* la configuration où *"n"* neurones sont chargés (ou excités) en même temps *(cf. tableaux et graphiques)*.

Dans le premier paragraphe, on a représenté les histogrammes correspondants aux évolutions des réseaux de taille et mode d'implémentation différents.

Dans le second paragraphe, on a estimé ces lois d'évolutions par des fonctionnelles, dites : *" fonctions à noyaux " (cf. Khelladi et al. (87), A. Berlinet(86) et Annexe 1).* Ensuite, on les a testées contre des lois usuelles (type : Poisson, Binomiale, Gauss, ...), par un test, appelé : *"test de Khi-deux" (cf. Annexe 1).* D'après les tests effectués, on a

toujours rejeté l'hypothèse que "la loi observée est la loi théorique". Sauf si l'on compare les lois tronquées en 0, auquel cas on obtient une adéquation à la loi de Poisson conditionnelle à l'observation non vide. Pour cela, on a préféré présenter dans ce manuscrit une seule illustration, numérique et graphique, dans le cas du réseau de taille *"32x32"* en modes parallèle et bloc-séquentiel, les deux modes donnant d'ailleurs des résultats voisins jusqu'à la taille *"128x128"* pour laquelle ils commencent à avoir des lois différentes. Cette différence ne fait que s'affirmer lorsque la taille augmente *(cf. surtout Figure 26)*. Nous observons, sur simulation numérique, un résultat du même type que celui démontré dans un cas simple pp. 40-42 ci-dessus ; nous reviendrons sur ces différences p. 162, en montrant pourquoi les itérations parallèles chargent plus les amas de petites ou de grandes tailles, les itérations bloc-séquentielles privilégiant les configurations comportant des amas de taille moyenne.

Envisageons d'abord les histogrammes d'évolution des réseaux de neurones : nous partirons en abscisse la taille n d'un n-uplet et en ordonnée la fréquence avec laquelle a été observé de manière isolée l'occurrence d'un n-uplet, c'est-à-dire la fréquence de la taille de la configuration observée.

Nous nous intéressons :

1) aux différences existant entre modes de mise à jour parallèle et bloc-séquentiel.

2) aux lois classiques (Poisson, etc...) susceptibles d'être sous-jacentes aux observations.

C'est pourquoi nous donnerons successivement systématiquement les histogrammes parallèle et bloc-séquentiel, et nous ferons des tests d'adéquation de ces histogrammes à toutes les lois de distribution classiques.

1°- Histogrammes des lois asymptotiques des configurations des réseaux

• Réseau à comportement parallèle de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	*7320*
1	*2422*
2	*406*
3	*48*
4	*3*
5	*0*

Tableau 4

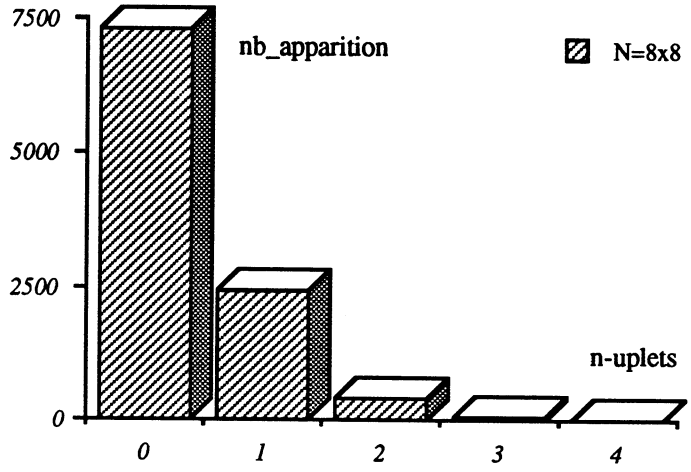


Figure 12

• Réseau à comportement bloc–séquentiel de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	*7330*
1	*2141*
2	*404*
3	*42*
4	*6*
5	*1*
6	*0*

Tableau 5

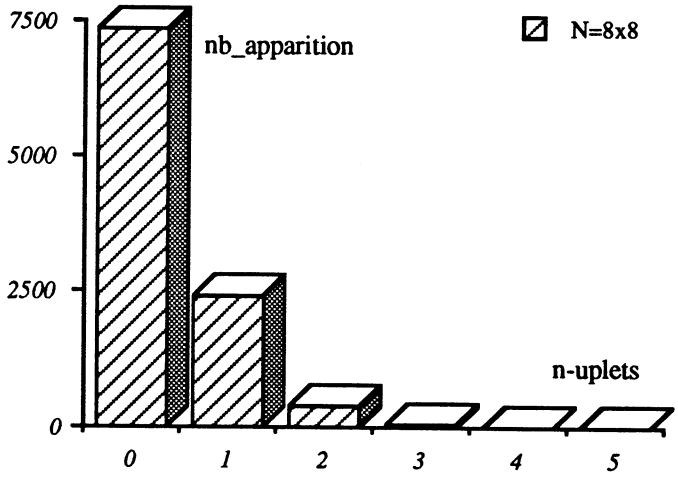


Figure 13

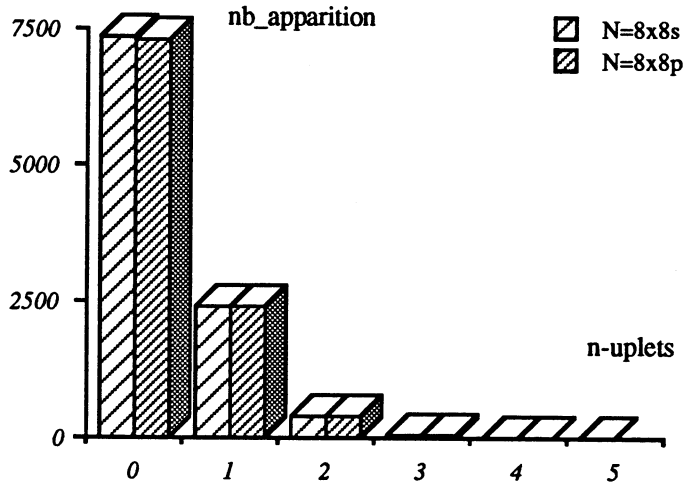


Figure 14 : Courbes simultanées (12 et 13)

• Réseau à comportement parallèle de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	2850
1	3763
2	2606
3	1096
4	371
5	84
6	22
7	7
8	1
9	0

Tableau 6

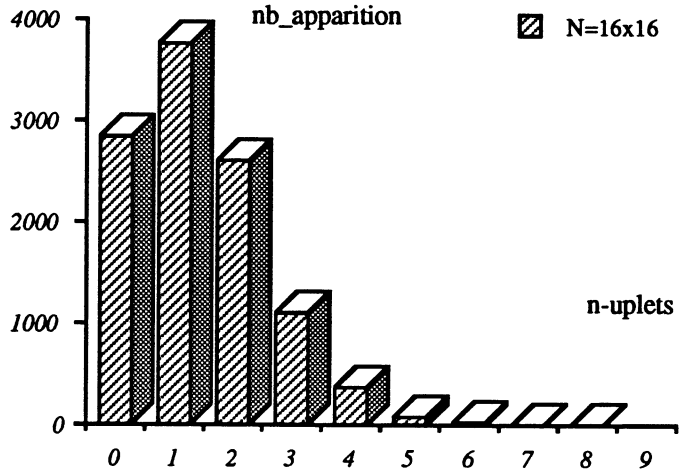


Figure 15

• Réseau à comportement bloc – séquentiel de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	2757
1	3558
2	2300
3	1101
4	364
5	100
6	17
7	3
8	0

Tableau 7

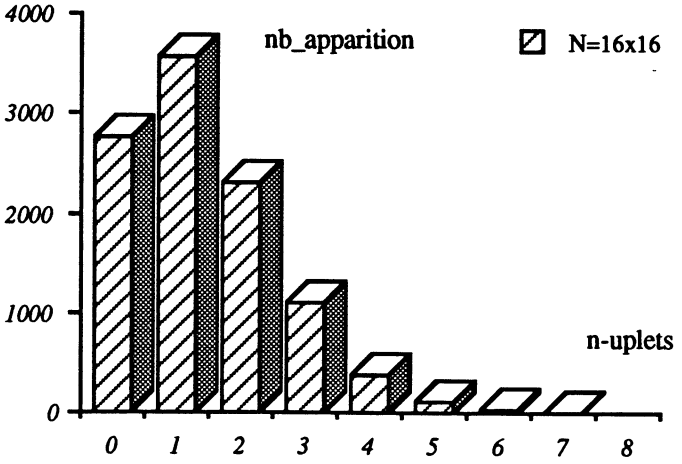


Figure 16

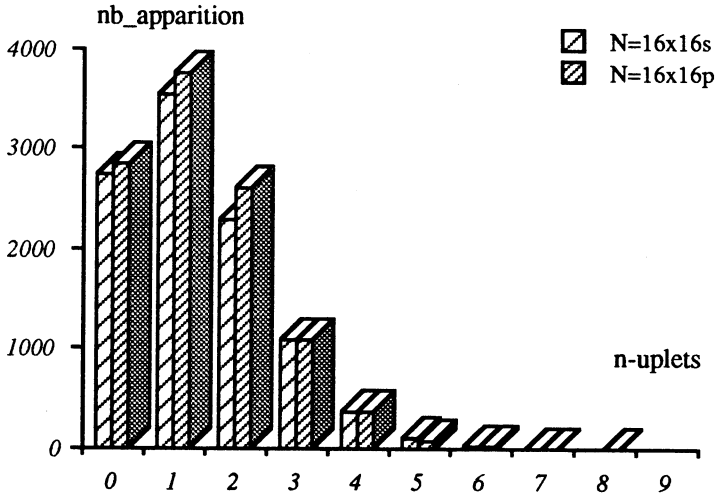


Figure 17 : Courbes simultanées (15 et 16)

• Réseau à comportement parallèle de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	86
1	300
2	712
3	1188
4	1715
5	1732
6	1516
7	1223
8	805
9	449
10	270
11	116
12	50
13	25
14	5
15	6

Tableau 8

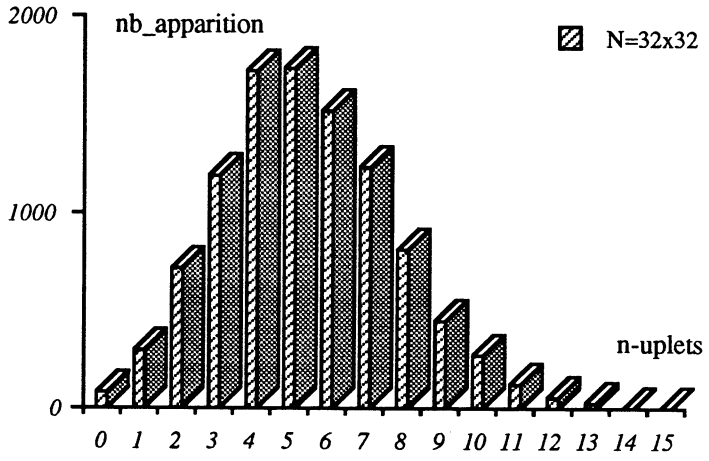


Figure 18

• Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille (N)

n-uplets	nb_apparition
0	94
1	280
2	706
3	1241
4	1616
5	1746
6	1529
7	1202
8	817
9	495
10	256
11	118
12	68
13	24
14	7
15	1

Tableau 9

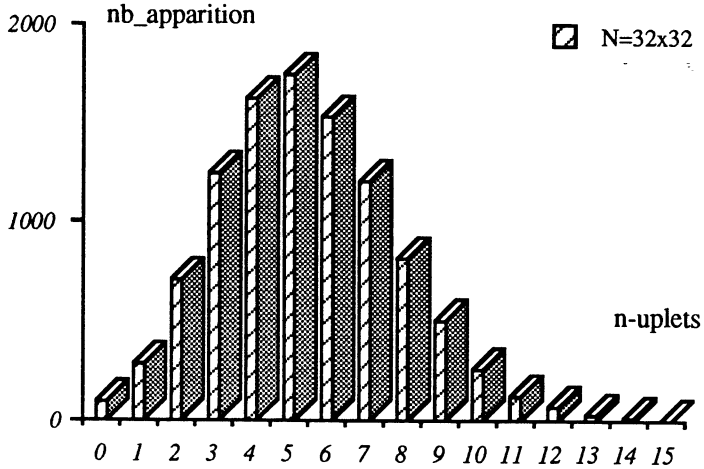


Figure 19

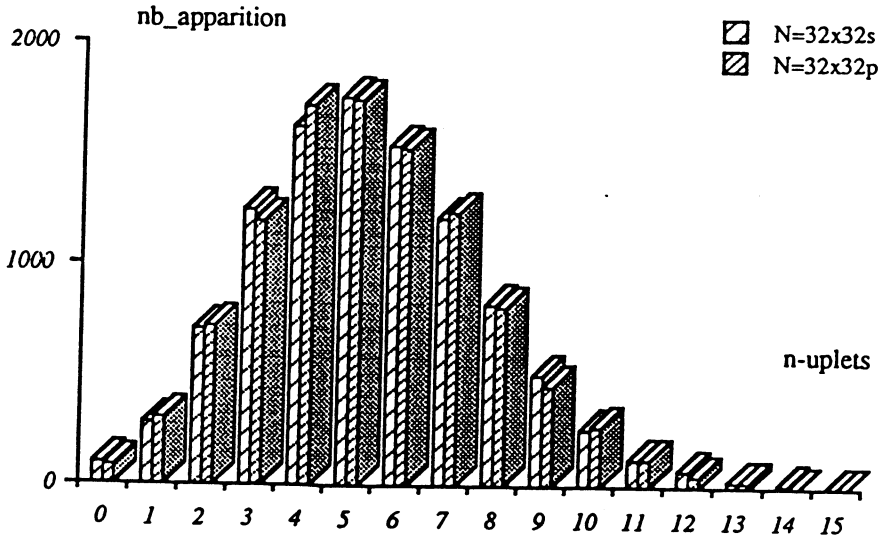


Figure 20 : Courbes simultanées(18 et 19)

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0	22	11	74	22	780	33	62
1	4	12	124	23	796	34	36
2	6	13	198	24	673	35	31
3	6	14	295	25	596	36	15
4	3	15	381	26	484	37	8
5	8	16	466	27	385	38	2
6	6	17	581	28	350	39	1
7	17	18	676	29	220	40	0
8	18	19	754	30	173	41	0
9	30	20	843	31	111	42	1
10	36	21	848	32	80	43	0

Tableau 10 : *Réseau en mode parallèle de taille N =64 x 64*

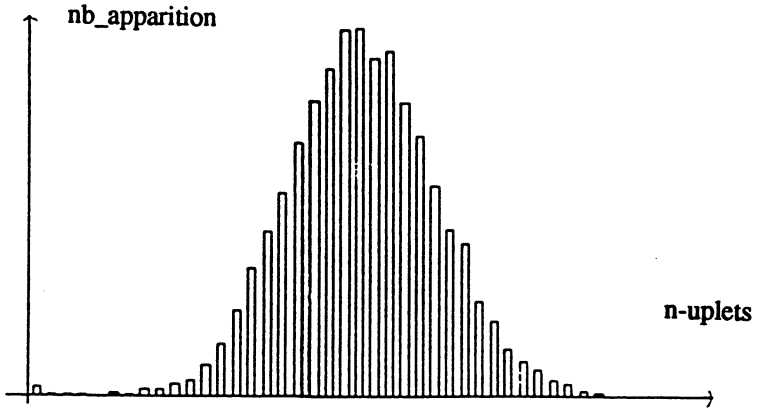


Figure 21 : *Réseau en mode parallèle taille (N)*

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0	*26*	*11*	*75*	*22*	*809*	*33*	*50*
1	*1*	*12*	*116*	*23*	*769*	*34*	*40*
2	*5*	*13*	*193*	*24*	*673*	*35*	*28*
3	*5*	*14*	*260*	*25*	*612*	*36*	*16*
4	*5*	*15*	*388*	*26*	*449*	*37*	*9*
5	*8*	*16*	*492*	*27*	*392*	*38*	*4*
6	*7*	*17*	*583*	*28*	*302*	*39*	*1*
7	*11*	*18*	*713*	*29*	*247*	*40*	*3*
8	*15*	*19*	*776*	*30*	*183*	*41*	*1*
9	*31*	*20*	*818*	*31*	*117*	*42*	*3*
10	*66*	*21*	*821*	*32*	*75*	*43*	*1*

Tableau 11 : *Réseau en mode bloc-séquentiel de taille N =64 x 64*

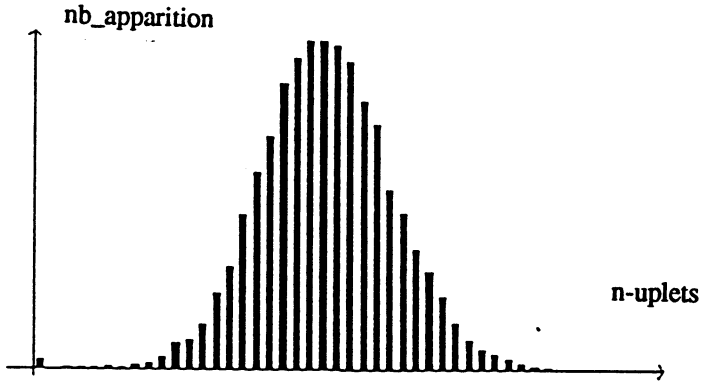


Figure 22 : *Réseau en mode bloc-séquentiel de taille (N)*

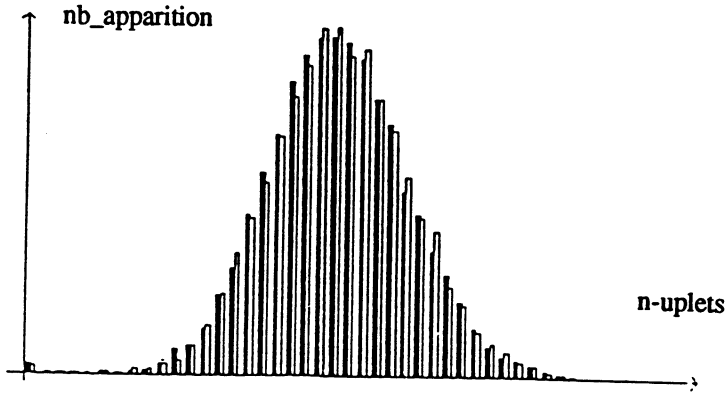


Figure 23: *Courbes simultanées 21 et 22*

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0	26	25	1	50	5	75	231	100	157
1	2	26	3	51	7	76	250	101	145
2	2	27	2	52	8	77	227	102	117
3	1	28	0	53	11	78	260	103	102
4	1	29	0	54	13	79	309	104	97
5	0	30	0	55	14	80	308	105	67
6	2	31	1	56	20	81	349	106	61
7	1	32	3	57	21	82	344	107	47
8	2	33	0	58	21	83	356	108	51
9	1	34	0	59	28	84	348	109	30
10	1	35	2	60	32	85	359	110	24
11	1	36	1	61	40	86	410	111	17
12	0	37	4	62	38	87	382	112	19
13	1	38	4	63	49	88	378	113	17
14	1	39	2	64	57	89	356	114	7
15	1	40	2	65	65	90	366	115	9
16	0	41	2	66	70	91	373	116	4
17	0	42	3	67	63	92	311	117	5
18	0	43	2	68	97	93	291	118	3
19	0	44	5	69	106	94	285	119	1
20	1	45	2	70	144	95	254	120	2
21	0	46	7	71	146	96	227	121	2
22	3	47	0	72	149	97	208	122	1
23	1	48	7	73	185	98	193	123	2
24	2	49	6	74	170	99	173	124	1

Tableau 12 : Réseau en mode parallèle de taille $N = 128 \times 128$

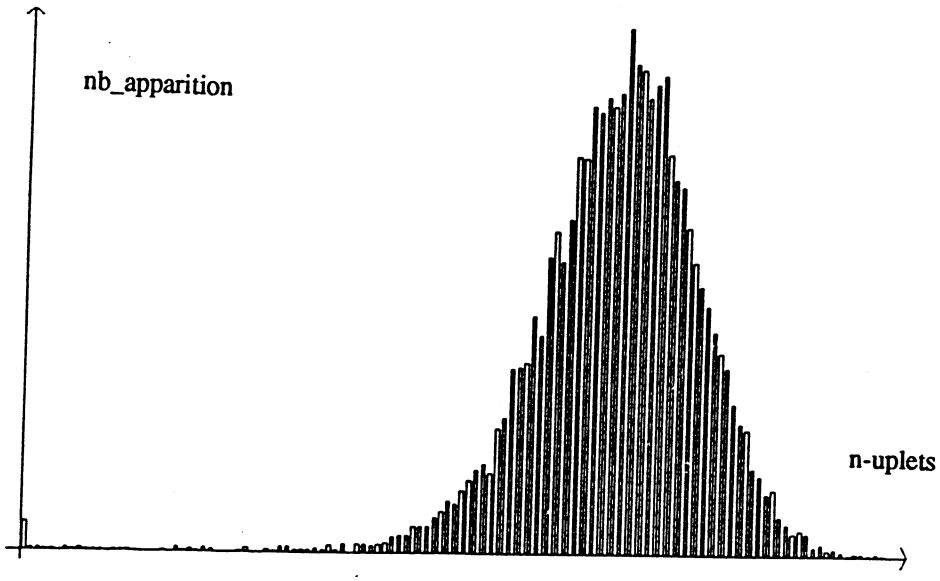


Figure 24 : *Réseau en mode parallèle taille (N)*

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0	22	25	0	50	4	75	282	100	117
1	2	26	2	51	7	76	314	101	86
2	0	27	0	52	11	77	308	102	79
3	3	28	4	53	11	78	316	103	75
4	1	29	1	54	9	79	325	104	47
5	1	30	1	55	14	80	372	105	63
6	0	31	1	56	23	81	341	106	38
7	1	32	2	57	19	82	378	107	33
8	1	33	0	58	33	83	361	108	29
9	1	34	2	59	45	84	335	109	20
10	1	35	3	60	44	85	355	110	12
11	0	36	0	61	39	86	363	111	17
12	0	37	5	62	47	87	344	112	5
13	1	38	4	63	84	88	319	113	7
14	0	39	0	64	86	89	308	114	5
15	2	40	0	65	82	90	304	115	7
16	1	41	3	66	15	91	302	116	3
17	0	42	1	67	126	92	274	117	3
18	2	43	1	68	144	93	241	118	2
19	2	44	1	69	163	94	226	119	4
20	0	45	1	70	181	95	219	120	0
21	0	46	2	71	213	96	183	121	0
22	1	47	3	72	203	97	170	122	1
23	2	48	8	73	247	98	158	123	0
24	3	49	8	74	248	99	149	124	2

Tableau 13 : *Réseau en mode bloc-séquentiel de taille N =128 x 128*

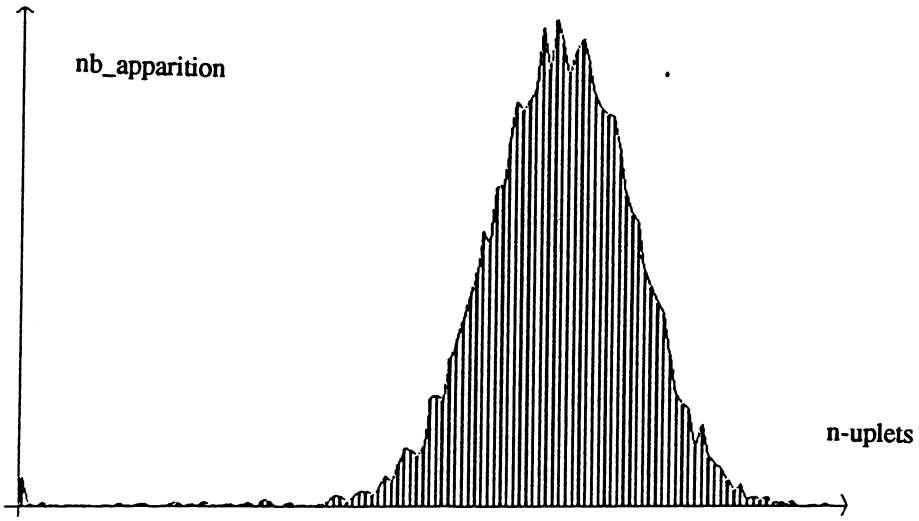


Figure 25 : Réseau en mode bloc séquentiel de taille (N)

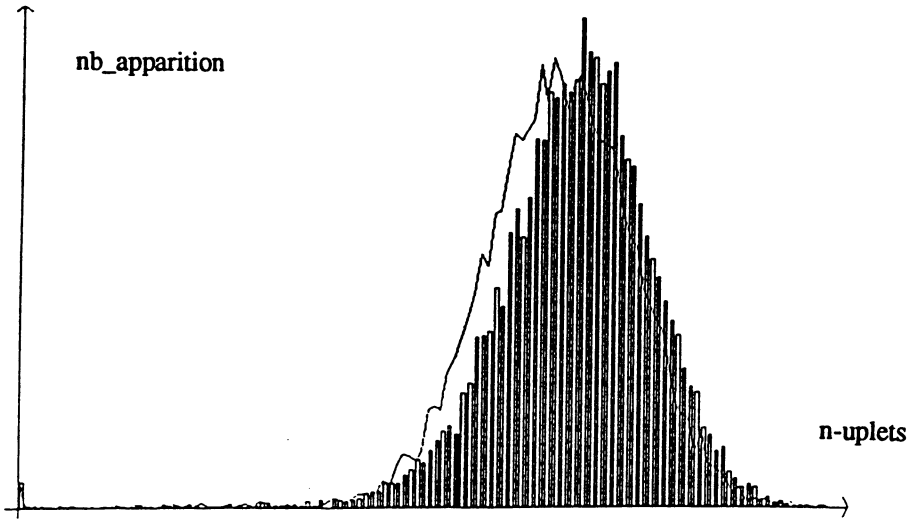


Figure 26 : Courbes simultanées 24 et 25

La conclusion de l'observation des figures 12 à 26 est que l'histogramme des fréquences des tailles des configurations observées est moins dispersé en mode bloc-séquentiel qu'en mode parallèle et que le maximum de fréquence en mode bloc-séquentiel est atteint pour une taille inférieure à celui du mode parallèle.

Nous commenterons cette observation en proposant une explication (pp. 162) du fait que les fréquences des configurations de taille intermédiaire sont plus importantes dans le cas bloc-séquentiel que dans le cas parallèle et que le mode parallèle charge plus de configurations de taille faible ou grande.

Dans la Figure 26, on remarque que la courbe des fréquences, dans le cas parallèle, est décalée vers la droite par rapport à celle dans le cas bloc-séquentiel. Ce qui explique la différence entre ces deux échantillons. Nous validons cette différence par un test statistique significatif en comparant les deux moyennes correspondants comme suit :

Test des moyennes :

Soit Moy_{par} (resp. Moy_{seq}) la moyenne de l'échantillon en mode parallèle (resp. moyenne de l'échantillon en mode bloc-séquentiel) et de même pour Var_{par} et Var_{seq} (les variances associées).

• Le test consiste à tester l'hypothèse H_0 : " $Moy_{par} = Moy_{seq}$ " contre H_1 : " $Moy_{par} \neq Moy_{seq}$ " par un test des moyennes en calculant la statistique T telle que :

$$T = \frac{Moy_{par} - Moy_{seq}}{\sqrt{\frac{Var_{par}}{N_{par}} + \frac{Var_{seq}}{N_{seq}}}} \rightarrow N(0,1)$$

où N_{par} et N_{seq} sont des tailles d'échantillon.

et on a : Prob { $/N(0, 1)/ > 1.96$ } = α = 5%, la probabilité de rejetter l'hypothèse H_0 à un risque de 1ère espèce α.

Dans notre cas : $Moy_{par} = 84.82$ $Moy_{seq} = 82.52$

$Var_{par} = 163.02$ $Var_{seq} = 155.84$

$N_{par} = 10200$ $N_{seq} = 10200$

alors on a T = 13.03 > 1.96, par conséquent on rejette l'hypothèse H_0.

n-uplets	sortie	entrée
0	*101*	*6567*
1	*366*	*4349*
2	*1008*	*2604*
3	*1773*	*1028*
4	*2364*	*335*
5	*2523*	*87*
6	*2321*	*23*
7	*1840*	*4*
8	*1203*	*2*
9	*771*	*0*
10	*398*	*0*
11	*182*	*0*
12	*94*	*0*
13	*36*	*0*
14	*18*	*0*
15	*2*	*0*
16	*0*	*0*

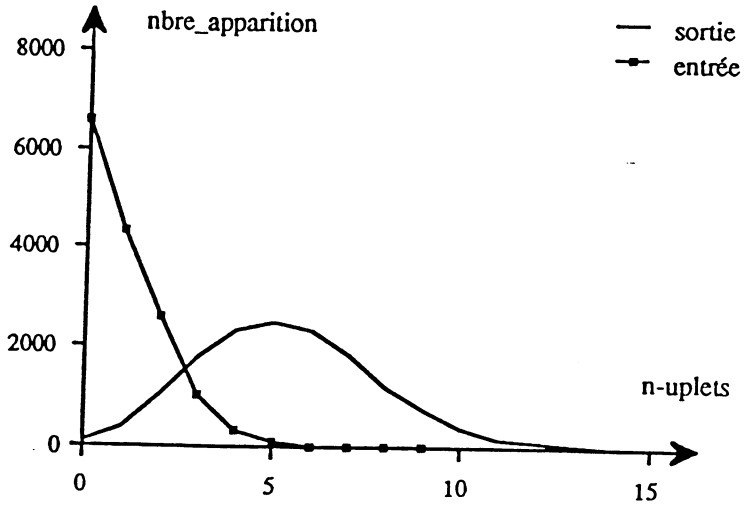


Figure 27 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d'implémentation parallèle (ou synchrone). Le réseau est observé pendant 15000 itérations (ou 150 millisecondes pour un pas d'échantillonnage Δt=0.01 ms). L'entrée (ou l'innovation extérieure) est non homogène en temps, c'est-à-dire que les neurones du réseau reçoivent des entrées qui sont générées par deux lois de densité de probabilité de Gauss N(m, σ^2) de moyenne "m" et de variance "σ^2", telles que : pendant les premières 9000 itérations, m=8 et σ^2=2 et, pendant les autres 6000 itérations, m=20 et σ^2=2 (cf. § IV -2.3.1).*

n-uplets	sortie	entrée
0	*101*	*4216*
1	*376*	*5274*
2	*994*	*3449*
3	*1764*	*1427*
4	*2380*	*472*
5	*2551*	*122*
6	*2307*	*34*
7	*1813*	*4*
8	*1237*	*1*
9	*734*	*0*
10	*377*	*0*
11	*205*	*0*
12	*94*	*0*
13	*42*	*0*
14	*18*	*0*
15	*5*	*0*
16	*0*	*0*
17	*0*	*0*

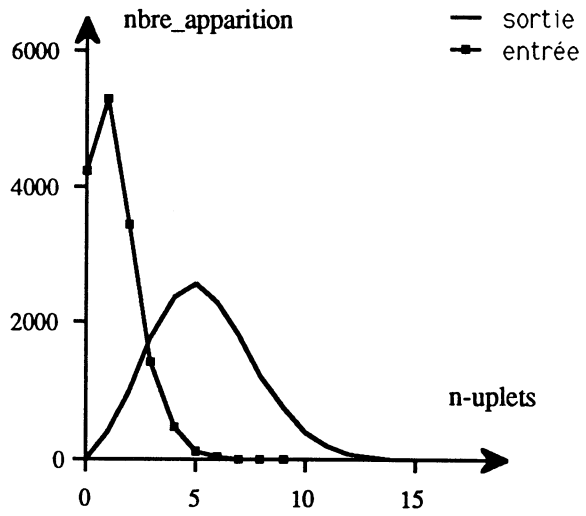


Figure 28 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d'implémentation parallèle (ou synchrone). Le réseau est observé pendant 15000 itérations (ou 150 ms pour un pas d'échantillonnage Δt= 0.01 ms). L'entrée (ou l'innovation extérieure) est homogène, c'est-à-dire que les neurones du réseau reçoivent des entrées générées par une même loi de densité de probabilité de Gauss N (m, σ^2) de moyenne "m" et de variance "σ^2" telles que : pendant toute la période d'observation , m=8 et σ^2=2 (cf. § IV -2.3.1).*

n-uplets	sortie-par	sortie-bseq	entrée
0	*91*	*97*	*5115*
1	*405*	*364*	*5408*
2	*1002*	*1038*	*2981*
3	*1709*	*1768*	*1120*
4	*2346*	*2389*	*299*
5	*2620*	*2555*	*61*
6	*2344*	*2275*	*11*
7	*1811*	*1800*	*3*
8	*1189*	*1247*	*1*
9	*737*	*757*	*0*
10	*394*	*384*	*0*
11	*209*	*198*	*0*
12	*83*	*80*	*0*
13	*43*	*29*	*0*
14	*14*	*13*	*0*
15	*3*	*6*	*0*
16	*0*	*0*	*0*

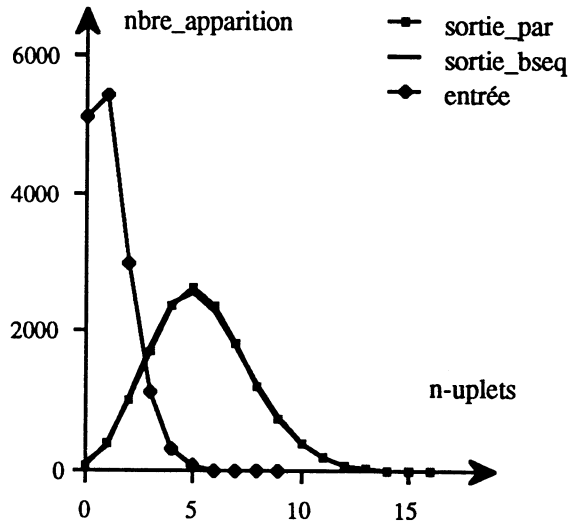


Figure 29 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en modes d'implémentations parallèle (sortie_par) et bloc-séquentiel (sortie_bseq). Le réseau est observé pendant 15000 itérations (ou 150 ms pour un pas d'échantillonnage $\Delta t=0.01$ ms). L'entrée (ou l'innovation extérieure) est non homogène en espace, c'est-à-dire que les neurones du réseau reçoivent des entrées qui sont générées par des lois différentes. Dans notre cas, les trois premiers quarts du réseau reçoivent des entrées générées par la densité de probabilité de Gauss $N(m,\sigma^2)$ de moyenne "m=8" et de variance "σ^2=2", et dans l'autre quart du réseau, elles sont générées par la même famille de lois, mais avec une moyenne "m=20" et une variance "σ^2=2." (cf § IV -2.3.1).*

n-uplets	sortie-Wcst	sortie-Wvar	entrée
0	*133*	*101*	*9361*
1	*492*	*385*	*4053*
2	*1217*	*1070*	*1200*
3	*2099*	*1781*	*312*
4	*2597*	*2417*	*57*
5	*2656*	*2516*	*17*
6	*2071*	*2317*	*0*
7	*1554*	*1741*	*0*
8	*1049*	*1242*	*0*
9	*602*	*695*	*0*
10	*276*	*412*	*0*
11	*154*	*180*	*0*
12	*59*	*87*	*0*
13	*43*	*34*	*0*
14	*30*	*14*	*0*
15	*7*	*6*	*0*
16	*4*	*2*	*0*
17	*0*	*0*	*0*

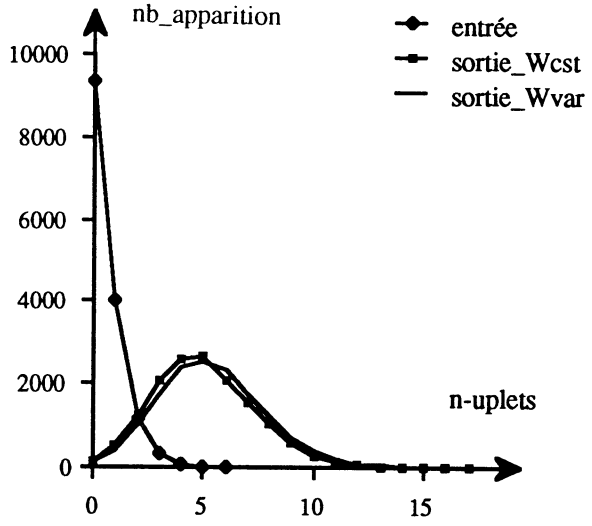


Figure 30 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d'implémentation parallèle (ou synchrone). Le réseau est observé pendant 15000 itérations (ou 150 ms pour un pas d'échantillonnage Δt= 0.01 ms). L'entrée (ou l' innovation extérieure) est homogène, c'est-à-dire que les neurones du réseau reçoivent des entrées générées par une même loi de densité de probabilité de Gauss N(m, σ^2) de moyenne "m=20" et de variance "σ^2=2", (cf. § IV -2.3.1). Pendant toute la période d'observation, d'une part, on a laissé les poids synaptiques constants (sortie_Wcst) et d'autre part, on a pris des poids synaptiques variables selon la règle de Hebb (cf. § IV -2.5).*

Conclusions :

a) le *"transfert"* non linéaire dû au réseau donne une variance de sortie d'autant plus grande que la variance d'entrée l'est *(Figures 29 et 30)*, ce qui était un résultat attendu (comparable à ce qui s'observe pour les réseaux réels).

b) sur un réseau *32x32*, la variabilité des poids a plus d'influence que le mode d'implémentation *(Figures 29et 30)*, ce qui n'était pas évident au départ et restait à montrer.

dans les pages qui suivent (pp. 106-126), nous allons tester systématiquement l'adéquation des histogrammes des réseaux *32x32* (en mode parallèle, puis en bloc-séquentiel) à des lois de distribution classiques : Poisson, binomiale, Gauss, Gamma, khi-deux et Weibull.

Le seul test où l'on peut accepter avec un seuil de significativité correct (1%) l'adéquation est celui (pp. 126) à une loi de Weibull, à condition de supprimer l'occurence de la configuration vide (taille 0). L'analogie avec un phénomène de veillissement (modélisé en générale par une loi du Weibull) est difficile à formuler, car il n'y a pas d'apparente relation entre les tailles des configurations observées et les durées de vie d'un système aléatoire associé. Le transfert réalisé entre une loi renouvelante géométrique en entrée et une loi de Weibull en sortie peut peut-être s'expliquer par l'intégration spatiale d'une loi temporelle sans mémoire.

2°- Tests des lois d'évolution des réseaux de neurones

* *Test contre une loi de Poisson :*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

Réseau de neurones de taille            ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations               ( Kmax)     ---> 10200

Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele          --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact           ---> par

Entrez le nombre total d'observations   (Np)        ---> 20
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

Entrez le type de densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)    --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)          --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l    --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)      --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson          --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale           --> Entrez 'b'
                                   Votre choix     ---> p

Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32pkhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32ppoisth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.2981
* moyenne géométrique       = 4.7271
* SQRT(variance empirique) = 2.3436

* Le pas optimal de la densite a noyau:  H0 = 0.1472
* Le pas utilise :  H0 = H0*coef (optimal)  = 0.3385
* la some des Tnoy[i] :                some   = 1.0098

* la loi théorique est la loi Poisson( 5.30 )
```

xi	ni	pi	npi	khi2i
0	86	0.0050	51.0092	24.0027
1	300	0.0265	270.2537	3.2741
2	712	0.0702	715.9205	0.0215
3	1188	0.1240	1264.3484	4.6103
4	1715	0.1642	1674.6728	0.9711
5	1732	0.1740	1774.5293	1.0193
6	1516	0.1536	1566.9500	1.6567
7	1223	0.1163	1185.9880	1.1551
8	805	0.0770	785.4409	0.4871
9	449	0.0453	462.3749	0.3869
10	270	0.0240	244.9725	2.5569
11	116	0.0116	117.9907	0.0336
12	50	0.0051	52.0943	0.0842
13	25	0.0021	21.2310	0.6691
14	5	0.0008	8.0346} 12.2153	0.0504
15	6	0.0003	2.8379	--
16	1	0.0001	0.9397	--
17	0	0.0000	0.2929	--
18	1	0.0000	0.0862	--
19	0	0.0000	0.0240	--
som	10200	1		40.9789

```
* la statistique du Khi-deux calculee =  40.9789
* le degré de liberté de khi-deux = 13
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(13) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Poisson (5.30) (cf. Figure 31).

* la loi théorique est la loi Poisson(5.34)

xi	ni	pi	npi		khi2i
1	300	0.0255	258.3488		6.7150
2	712	0.0682	690.2031		0.6884
3	1188	0.1215	1229.2949		1.3872
4	1715	0.1624	1642.0883		3.2374
5	1732	0.1735	1754.7972		0.2962
6	1516	0.1545	1562.7018		1.3957
7	1223	0.1179	1192.8298		0.7631
8	805	0.0788	796.6892		0.0867
9	449	0.0468	472.9844		1.2162
10	270	0.0250	252.7245		1.1809
11	116	0.0121	122.7595		0.3722
12	50	0.0054	54.6606		0.3974
13	25	0.0022	22.4663		0.2857
14	5	0.0008	8.5744	13.0912	0.0006
15	6	0.0003	3.0543		--
16	1	0.0001	1.0200		--
17	0	0.0000	0.3206		--
18	1	0.0000	0.0952		--
19	0	0.0000	0.0268		--
som	10114	1			18.0227

* la statistique du Khi-deux calculee = 18.0227
* le degré de liberté de khi-deux = 12

Decision 2 :

$\forall \alpha \leq 10\ \%$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(12) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T < A_\alpha$. Donc, on accepte l'hypothèse que la loi soit une loi de Poisson (5.34) (cf. Figure 31).

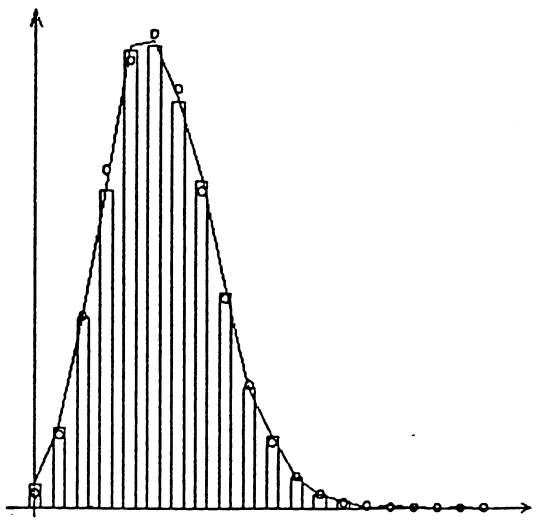


Figure 31 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Poisson (P[5.30]) en symboles ronds dont le paramètre est estimé à partir de l'échantillon. Dans le tableau juste au-dessus, on a supprimé la première observation " 0-uplet " (la configuration vide), ce qui a induit une acceptation de l'hypothèse de Poisson.*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

 Réseau de neurones de taille            ( taille)   ---> 32 x 32
 Nombre total d'itérations               ( Kmax)     ---> 10200

 Type de mode d'implementation du reseau :
     mode parallele         --> note par 'par'
     mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                       Votre choix exact             ---> bseq

 Entrez le nombre total d'observations    (Np)        ---> 17
 Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

 Entrez  le  type  de  densite theorique :
     Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
     Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
     Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
     Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
     Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
     Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                     Votre  choix    ---> p

 Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
 Nom du fichier lecture                             ---> 32skhi2.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32spoisth.dat

 * moyenne arithmétique      = 5.3223
 * moyenne géométrique       = 4.7496
 * SQRT(variance empirique) = 2.3534

 * Le pas optimal de la densite a noyau:  H0 = 0.1476
 * Le pas utilise :  H0 = H0*coef (optimal)  = 0.3394
 * la some des Tnoy[i] :                some   = 1.0072


 * la loi théorique est la loi Poisson( 5.32 )
```

xi	ni	pi	npi	khi2i
0	94	0.0049	49.7937	39.2459
1	280	0.0260	265.0147	0.8474
2	706	0.0691	705.2378	0.0008
3	1241	0.1227	1251.1518	0.0824
4	1616	0.1632	1664.7372	1.4268
5	1746	0.1737	1772.0311	0.3824
6	1529	0.1541	1571.8669	1.1690
7	1202	0.1172	1195.1252	0.0395
8	817	0.0780	795.0951	0.6035
9	495	0.0461	470.1888	1.3093
10	256	0.0245	250.2464	0.1323
11	118	0.0119	121.0796	0.0783
12	68	0.0053	53.7014	3.8072
13	24	0.0022	21.9856	0.1846
14	7	0.0008	8.3581) 12.3101	1.5091
15	1	0.0003	2.9656	--
16	0	0.0001	0.9865	--
som	10200	1		50.8185

```
 * la statistique du Khi-deux calculee =  50.8185
 * le degré  de  liberté  de  khi-deux = 13
```

Decision 3 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(13) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Poisson (5.32) (cf. Figure 32).

* la loi théorique est la loi Poisson(5.37)

xi	ni	pi	npi	khi2i
1	280	0.0250	252.2147	3.0610
2	706	0.0670	677.4183	1.2059
3	1241	0.1200	1212.9761	0.6474
4	1616	0.1612	1628.9539	0.1030
5	1746	0.1732	1750.0697	0.0095
6	1529	0.1550	1566.8255	0.9132
7	1202	0.1190	1202.3728	0.0001
8	817	0.0799	807.3572	0.1152
9	495	0.0477	481.8809	0.3572
10	256	0.0256	258.8548	0.0315
11	118	0.0125	126.4096	0.5595
12	68	0.0056	56.5868	2.3020
13	24	0.0023	23.3824	0.0163
14	7	0.0009	8.9718 13.2634	2.0887
15	1	0.0003	3.2129	--
16	0	0.0001	1.0787	--
som	10106	1		11.4103

* la statistique du Khi-deux calculee = 11.4103
* le degré de liberté de khi-deux = 12

Decision 4 :

$\forall \alpha \leq 50\ \%$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P [\chi^2 (12) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T < A_\alpha$. Donc, on accepte l'hypothèse que la loi soit une loi de Poisson (5.37) (cf. Figure 32).

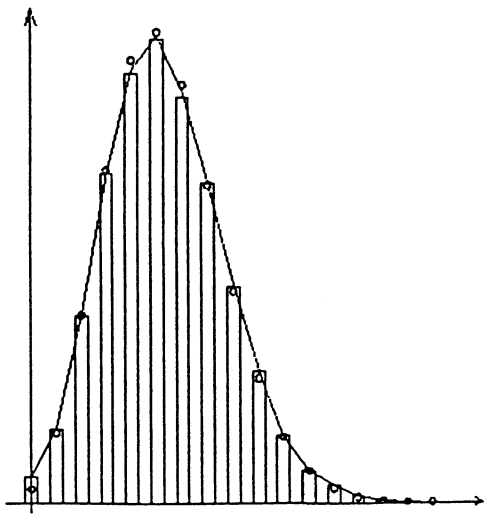


Figure 32 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Poisson (P[5.32]) en symboles ronds dont le paramètre est estimé à partir de l'échantillon. Dans le tableau juste au-dessus, on a supprimé la première observation " 0-uplet " (la configuration vide), ce qui a induit une acceptation de l'hypothèse de Poisson.*

*** Test contre une loi Binomiale :**

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                ----------------------------

Réseau de neurones de taille                ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                   ( Kmax)     ---> 10200

Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele          --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact               ---> par

Entrez le nombre total d'observations   (Np)        ---> 20
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

Entrez le type de densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)      --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)            --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l      --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)        --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson            --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale             --> Entrez 'b'
                                    Votre choix     ---> b

Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32pkhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32pbinoth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.2981
* moyenne géométrique       = 4.7271
* SQRT(variance empirique) = 2.3436

* Le pas optimal de la densite a noyau:  H0 = 0.1472
* Le pas utilise :  H0 = H0*coef (optimal)  = 0.3385
* la some des Tnoy[i] :                some   = 1.0098

* la loi théorique est la loi Binomiale(19, 0.28)
```

xi	ni	pi	npi		khi2i
0	86	0.0020	20.4689		209.7976
1	300	0.0147	150.3805		148.8623
2	712	0.0513	523.3325		68.0169
3	1188	0.1124	1146.6977		1.4876
4	1715	0.1739	1773.5872		1.9353
5	1732	0.2017	2057.3936		51.4637
6	1516	0.1820	1856.2555		62.3695
7	1223	0.1307	1332.9893		9.0756
8	805	0.0758	773.1460		1.3124
9	449	0.0358	365.3888		19.1326
10	270	0.0139	141.2859		117.2609
11	116	0.0044	44.6984		113.7381
12	50	0.0011	11.5224	14.3756	377.0651
13	25	0.0002	2.3991		--
14	5	0.0000	0.3976		--
15	6	0.0000	0.0512		--
16	1	0.0000	0.0050		--
17	0	0.0000	0.0003		--
18	1	0.0000	0.0000		--
19	0	0.0000	0.0000		--
som	10200	1			1181.5175

```
* la statistique du Khi-deux calculee = 1181.5175
* le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi Binomiale (19 , 0.28) (cf. Figure 33).

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

Réseau de neurones de taille          ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations             ( Kmax)     ---> 10200

Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele        --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                    Votre choix exact             ---> bseq

Entrez le nombre total d'observations   (Np)      ---> 17
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

Entrez le type de densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                    Votre choix   ---> b

Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32skhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32sbinoth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.3223
* moyenne géométrique       = 4.7496
* SQRT(variance empirique)  = 2.3534

* Le pas optimal de la densite a noyau:  H0 = 0.1476
* Le pas utilise :  H0 = H0*coef (optimal)  = 0.3394
* la some des Tnoy[i] :                some   = 1.0072

* la loi théorique est la loi Binomiale(16, 0.33)
```

xi	ni	pi	npi		khi2i
0	94	0.0015	15.7889		387.4209
1	280	0.0123	125.9184		188.5437
2	706	0.0461	470.7244		117.5945
3	1241	0.1073	1094.9382		19.4842
4	1616	0.1739	1773.7365		14.0273
5	1746	0.2080	2121.8588		66.5783
6	1529	0.1901	1938.9831		86.6878
7	1202	0.1354	1380.6771		23.1231
8	817	0.0759	774.2135		2.3646
9	495	0.0336	343.0239		67.3328
10	256	0.0117	119.6847		155.2569
11	118	0.0032	32.5397		224.4481
12	68	0.0007	6.7580)	7.9127	1071.6968
13	24	0.0001	1.0365		--
14	7	0.0000	0.1107		--
15	1	0.0000	0.0074		--
16	0	0.0000	0.0002		--
som	10200	1			2424.5590

```
* la statistique du Khi-deux calculee = 2424.5590
* le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 2 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi Binomiale (16 , 0.33) (cf. Figure 34).

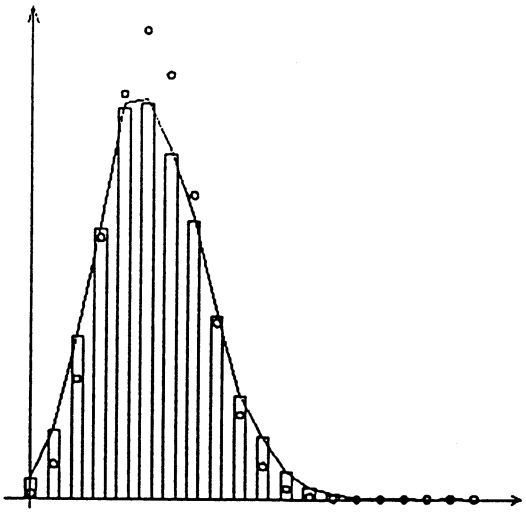


Figure 33 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi Binomiale (B[16 , 0.33]) en symboles ronds dont le paramètre est estimé à partir de l'échantillon.*

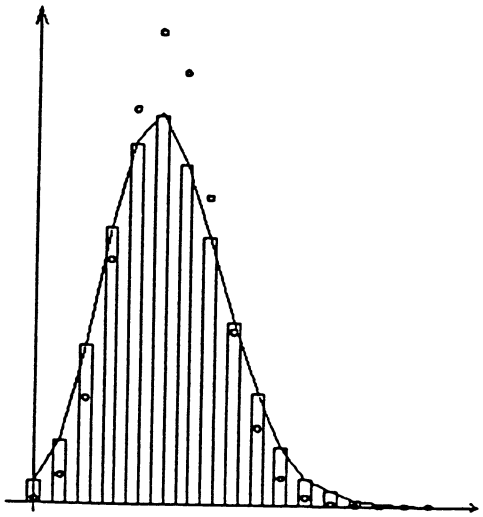


Figure 34 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi Binomiale (B[16 , 0.33]) en symboles ronds dont le paramètre est estimé à partir de l'échantillon.*

** Test contre une loi de Gauss :*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                ----------------------------
Réseau de neurones de taille                ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                   ( Kmax)     ---> 10200
Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele          --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact               ---> par
Entrez le nombre total d'observations    (Np)           ---> 20
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30
Entrez  le  type  de  densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                   Votre  choix     ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32pkhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32pgausth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.2981
* moyenne géométrique       = 4.7271
* SQRT(variance empirique) = 2.3436

* Test de normalite :
    Si X une v.a. suivant une loi normale alors :
     - Le Skewness=E((X-EX)**3)/sigma**3   = 0 (symétrie),
     - Le Kurtosis=E((X-EX)**4)/sigma**4-3 = 0 (forme gauss),
   ------------------------------------
   |  loi gauss | Skewness | Kurtosis |
   ------------------------------------
   |  theorique |     0    |     0    |
   ------------------------------------
   |  calculé   |   0.403  |   0.233  |
   ------------------------------------

* la loi théorique est la loi Gauss(5.30, 2.34)
   ------------------------------------------------------------------
   |  xi  |  ni  |   pi   |          npi          |    khi2i    |
   ------------------------------------------------------------------
   |   0  |   86 | 0.0136 |  139.0411             |   20.2340   |
   |   1  |  300 | 0.0322 |  328.7795             |    2.5192   |
   |   2  |  712 | 0.0637 |  649.7488             |    5.9642   |
   |   3  | 1188 | 0.1052 | 1073.2049             |   12.2790   |
   |   4  | 1715 | 0.1453 | 1481.5951             |   36.7697   |
   |   5  | 1732 | 0.1676 | 1709.5698             |    0.2943   |
   |   6  | 1516 | 0.1616 | 1648.8009             |   10.6963   |
   |   7  | 1223 | 0.1303 | 1329.1195             |    8.4728   |
   |   8  |  805 | 0.0878 |  895.5126             |    9.1484   |
   |   9  |  449 | 0.0494 |  504.2953             |    6.0631   |
   |  10  |  270 | 0.0233 |  237.3491             |    4.4916   |
   |  11  |  116 | 0.0092 |   93.3605             |    5.4900   |
   |  12  |   50 | 0.0030 |   30.6902             |   12.1493   |
   |  13  |   25 | 0.0008 |    8.4312} 10.8065    |   68.4292   |
   |  14  |    5 | 0.0002 |    1.9356             |    --       |
   |  15  |    6 | 0.0000 |    0.3713             |    --       |
   |  16  |    1 | 0.0000 |    0.0595             |    --       |
   |  17  |    0 | 0.0000 |    0.0080             |    --       |
   |  18  |    1 | 0.0000 |    0.0009             |    --       |
   |  19  |    0 | 0.0000 |    0.0000             |    --       |
   ------------------------------------------------------------------
   | som  | 10200|    1   |                       |  203.0012   |
   ------------------------------------------------------------------
* la statistique du Khi-deux calculee = 203.0012
* le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Gauss (5.30 , 2.34) (cf. Figure 35).

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                ----------------------------

Réseau de neurones de taille              ( taille)    ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                 ( Kmax)      ---> 10200
Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele          --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact              ---> bseq
Entrez le nombre total d'observations   (Np)           ---> 17
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30
Entrez le type de densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                   Votre choix     ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32skhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32sgausth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.3223
* moyenne géométrique       = 4.7496
* SQRT(variance empirique) = 2.3534

* Test de normalite :
   Si X une v.a. suivant une loi normale alors :
    - Le Skewness=E((X-EX)**3)/sigma**3   = 0 (symétrie),
    - Le Kurtosis=E((X-EX)**4)/sigma**4-3 = 0 (forme gauss),

  ---------------------------------
  | loi gauss | Skewness | Kurtosis |
  ---------------------------------
  | theorique |     0    |     0    |
  ---------------------------------
  | calculé   |   0.367  |   0.052  |
  ---------------------------------

* la loi théorique est la loi Gauss(5.32, 2.35)

  ------------------------------------------------------------
  | xi |  ni  |  pi    |          npi          |   khi2i    |
  ------------------------------------------------------------
  |  0 |   94 | 0.0135 |  138.1793             |   14.1252  |
  |  1 |  280 | 0.0319 |  325.8333             |    6.4471  |
  |  2 |  706 | 0.0630 |  643.0842             |    6.1553  |
  |  3 | 1241 | 0.1042 | 1062.3729             |   30.0343  |
  |  4 | 1616 | 0.1440 | 1469.0480             |   14.6999  |
  |  5 | 1746 | 0.1667 | 1700.3777             |    1.2241  |
  |  6 | 1529 | 0.1615 | 1647.4750             |    8.5199  |
  |  7 | 1202 | 0.1310 | 1336.1244             |   13.4638  |
  |  8 |  817 | 0.0889 |  907.0411             |    8.9383  |
  |  9 |  495 | 0.0505 |  515.4108             |    0.8083  |
  | 10 |  256 | 0.0240 |  245.1380             |    0.4813  |
  | 11 |  118 | 0.0096 |   97.5849             |    4.2709  |
  | 12 |   68 | 0.0032 |   32.5131             |   38.7328  |
  | 13 |   24 | 0.0009 |    9.0662) 11.6629    |   35.4630  |
  | 14 |    7 | 0.0002 |    2.1158             |    --      |
  | 15 |    1 | 0.0000 |    0.4132             |    --      |
  | 16 |    0 | 0.0000 |    0.0675             |    --      |
  ------------------------------------------------------------
  | som | 10200 |   1   |                       |  183.3643  |
  ------------------------------------------------------------
* la statistique du Khi-deux calculee = 183.3643
* le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 2 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Gauss (5.32 , 2.35) (cf. Figure 36).

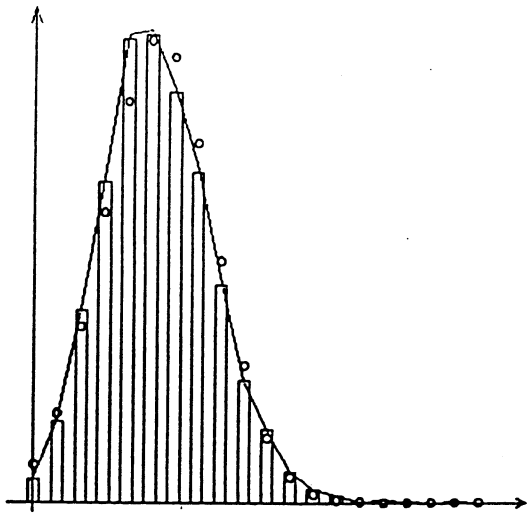


Figure 35 : *Réseau de neurones de taille N=32 x 32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Gauss (N [5.30 , 2.34]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon.*

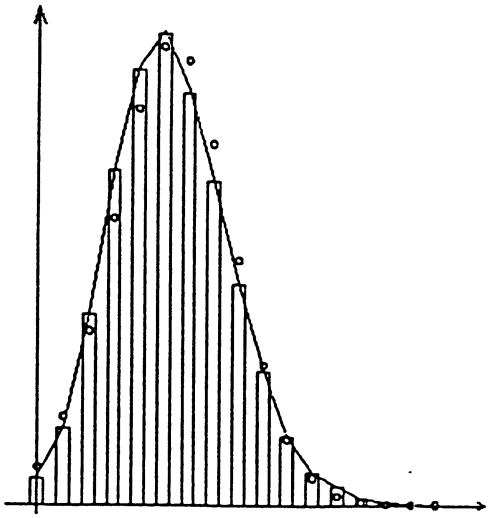


Figure 36 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Gauss (N [5.32, 2.35]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon.*

** Test contre une loi Gamma :*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-
 Réseau de neurones de taille              ( taille)    ---> 32 x 32
 Nombre total d'itérations                 ( Kmax)      ---> 10200
 Type de mode d'implementation du reseau :
     mode parallele          --> note par 'par'
     mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact               ---> par
 Entrez le nombre total d'observations    (Np)          ---> 20
 Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.32
 Entrez le type de densite theorique :
     Densite Normale(m,sigma)      --> Entrez 'n'
     Densite Gamma(a,b)            --> Entrez 'g'
     Densite Khi-deux a n d°l      --> Entrez 'k'
     Densite Weibull(m,a,b)        --> Entrez 'w'
     Densite de Poisson            --> Entrez 'p'
     Densite Binomiale             --> Entrez 'b'
                                     Votre choix     ---> g
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> o
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
 Nom du fichier lecture                             ---> 32pkhi2.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite a noyau       ---> 32pgamano.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32pgamath.dat

 * moyenne arithmétique      = 5.2981
 * moyenne géométrique       = 4.7271
 * SQRT(variance empirique) = 2.3436

 * Estimations des parametres d'une loi Gamma(a,b):
```

loi gamma	a	b
Moment	5.111	1.037
Max-Vrais	4.543	1.166
M.V (Newton)	4.544	1.166

* la loi théorique est la loi Gamma(4.54, 1.17)

xi	ni	pi	npi		khi2i
0	86	0.0008	8.3675		720.2658
1	300	0.0199	202.8122		46.5725
2	712	0.0855	872.1081		29.3938
3	1188	0.1511	1540.8547		80.8035
4	1715	0.1781	1816.6295		5.6856
5	1732	0.1673	1706.3129		0.3867
6	1516	0.1359	1386.3426		12.1262
7	1223	0.0999	1018.7524		40.9492
8	805	0.0682	695.5007		17.2395
9	449	0.0440	448.8445		0.0001
10	270	0.0272	277.0897		0.1814
11	116	0.0162	165.0263		14.5648
12	50	0.0094	95.4143		21.6158
13	25	0.0053	53.8106		15.4254
14	5	0.0029	29.7113		20.5527
15	6	0.0016	16.1082		6.3431
16	1	0.0008	8.5955		6.7118
17	0	0.0004	4.5231	8.0824	6.2061
18	1	0.0002	2.3508		--
19	0	0.0001	1.2085		--
som	10200	1			1045.0239

```
 * la statistique du Khi-deux calculee = 1045.0239
 * le degré de liberté de khi-deux = 15
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(15) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi Gamma (4.54 , 1.17) (cf. Figure 37).

* la loi théorique est la loi Gamma(4.73, 1.13)

xi	ni	pi	npi		khi2i
1	300	0.0175	176.5837		86.2570
2	712	0.0815	824.7340		15.4098
3	1188	0.1508	1525.2833		74.5829
4	1715	0.1824	1845.2948		9.2000
5	1732	0.1738	1757.8160		0.3791
6	1516	0.1421	1437.4275		4.2949
7	1223	0.1046	1057.4689		25.9114
8	805	0.0712	719.9014		10.0594
9	449	0.0457	461.8908		0.3598
10	270	0.0280	282.8119		0.5804
11	116	0.0165	166.7349		15.4379
12	50	0.0094	95.2777		21.5168
13	25	0.0052	53.0357		14.8202
14	5	0.0029	28.8702		19.7361
15	6	0.0015	15.4161		5.7514
16	1	0.0008	8.0952		6.2188
17	0	0.0004	4.1888}	7.4084	5.5433
18	1	0.0002	2.1394		--
19	0	0.0001	1.0801		--
som	10114	1			316.0591

* la statistique du Khi-deux calculee = 316.0591
* le degré de liberté de khi-deux = 14

Decision 2 :

$\forall \alpha > 0$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(14) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T < A_\alpha$. Donc, on rejette toujours l'hypothèse que la loi soit une loi Gamma (4.73 , 1.13) (cf. Figure 37).

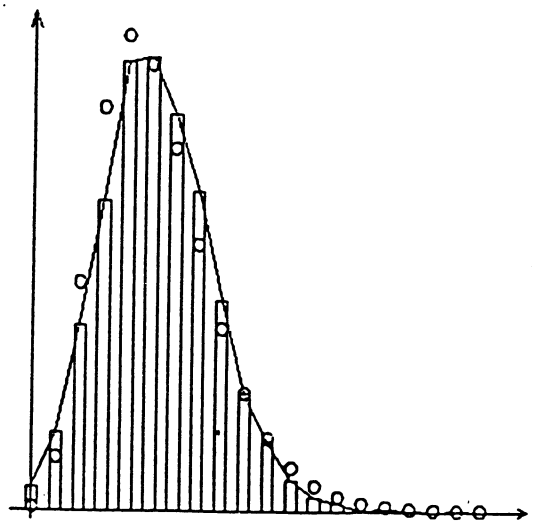


Figure 37 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi Gamma (Γ[4.54 , 1.16]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Si on supprime la première observation "0-uplet", on rejette toujours l'hypothèse d'une loi gamma. Par contre, on remarque que la statistique du khi-deux a diminué plus de 70% par rapport à celle de l'échantillon non tronqué (voir tableau juste au-dessus).*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

Réseau de neurones de taille              ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                 ( Kmax)     ---> 10200
Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele        --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact             ---> bseq
Entrez le nombre total d'observations   (Np)          ---> 17
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.32

Entrez  le  type  de  densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                   Votre  choix    ---> g
Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> o
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32skhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite a noyau       ---> 32sgamano.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32sgamath.dat

* moyenne arithmétique      = 5.3223
* moyenne géométrique       = 4.7496
* SQRT(variance empirique) = 2.3534

* Estimations des parametres d'une loi Gamma(a,b):
```

loi gamma	a	b
Moment	5.114	1.041
Max-Vrais	4.552	1.169
M.V (Newton)	4.553	1.169

```
* la loi théorique est la loi Gamma(4.55, 1.17)
```

xi	ni	pi	npi	khi2i
0	94	0.0008	8.0963	911.4565
1	280	0.0195	198.6452	33.3187
2	706	0.0843	860.1076	27.6118
3	1241	0.1498	1527.9716	53.8967
4	1616	0.1774	1809.8128	20.7554
5	1746	0.1673	1706.9598	0.8929
6	1529	0.1365	1392.1618	13.4501
7	1202	0.1007	1026.6953	29.9327
8	817	0.0690	703.3146	18.3764
9	495	0.0446	455.3754	3.4479
10	256	0.0276	282.0136	2.3996
11	118	0.0165	168.4774	15.1235
12	68	0.0096	97.7036	9.0304
13	24	0.0054	55.2646	17.6872
14	7	0.0030	30.6028	18.2039
15	1	0.0016	16.6390	14.6991
16	0	0.0009	8.9038	8.9038
som	10200	1		1199.1867

```
* la statistique du Khi-deux calculee = 1199.1867
* le degré de liberté de khi-deux = 14
```

Decision 3 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P [\chi^2(14) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi Gamma (4.55 , 1.17) (cf. Figure 38).

* la loi théorique est la loi Gamma(4.76, 1.13)

xi	ni	pi	npi	khi2i
1	280	0.0169	170.4538	70.4025
2	706	0.0801	809.1065	13.1391
3	1241	0.1497	1512.4009	48.7030
4	1616	0.1824	1843.6572	28.1114
5	1746	0.1748	1766.4229	0.2361
6	1529	0.1436	1451.0971	4.1823
7	1202	0.1060	1071.5301	15.8861
8	817	0.0724	731.7588	9.9296
9	495	0.0466	470.7459	1.2496
10	256	0.0286	288.8913	3.7448
11	118	0.0169	170.6557	16.2469
12	68	0.0097	97.6863	9.0215
13	24	0.0054	54.4587	17.0355
14	7	0.0029	29.6843	17.3350
15	1	0.0016	15.8695	13.9325
16	0	0.0008	8.3420	8.3420
som	10106	1		277.4979

* la statistique du Khi-deux calculee = 277.4979
* le degré de liberté de khi-deux = 13

Decision 4 :

$\forall \alpha > 0$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P [\chi^2(12) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette toujours l'hypothèse que la loi soit une loi Gamma (4.76 , 1.13) (cf. Figure 38).

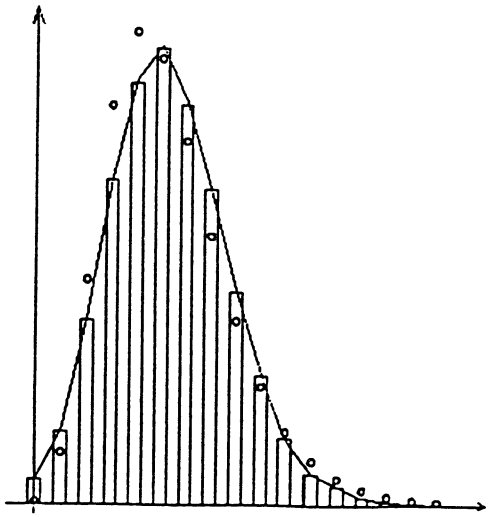


Figure 38 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi Gamma (Γ [4.55, 1.17]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Si on supprime la première observation "0-uplet", on rejette toujours l'hypothèse d'une loi gamma. Par contre, on remarque que la statistique du khi-deux a diminué plus de 75% par rapport à celle de l'échantillon non tronqué (voir tableau juste au-dessus).*

**** Test contre une loi de Khi-deux :***

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

 Réseau de neurones de taille              ( taille)   ---> 32 x 32
 Nombre total d'itérations                 ( Kmax)     ---> 10200
 Type de mode d'implementation du reseau :
     mode parallele          --> note par 'par'
     mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                       Votre choix exact               ---> par

 Entrez le nombre total d'observations    (Np)          ---> 20
 Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

 Entrez  le  type  de  densite theorique :
     Densite Normale(m,sigma)      --> Entrez 'n'
     Densite Gamma(a,b)            --> Entrez 'g'
     Densite Khi-deux a n d°l      --> Entrez 'k'
     Densite Weibull(m,a,b)        --> Entrez 'w'
     Densite de Poisson            --> Entrez 'p'
     Densite Binomiale             --> Entrez 'b'
                                     Votre  choix      ---> k
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n)  ---> o
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n)  ---> o
 Nom du fichier lecture                              ---> 32pkhi2.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite a noyau        ---> 32pkhi2no.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite theorique      ---> 32pkhi2th.dat

 * moyenne arithmétique      = 5.2981
 * moyenne géométrique       = 4.7271
 * SQRT(variance empirique) = 2.3436

 * la loi théorique est la loi Khi2( 5 )
```

xi	ni	pi	npi	khi2i
0	86	0.0191	195.1918	61.0828
1	300	0.0791	806.3426	317.9577
2	712	0.1366	1393.0588	332.9659
3	1188	0.1531	1561.6937	89.4202
4	1715	0.1435	1463.7418	43.1297
5	1732	0.1219	1243.7629	191.6567
6	1516	0.0974	993.3519	274.9892
7	1223	0.0745	760.1923	281.7590
8	805	0.0553	563.8772	103.1079
9	449	0.0400	408.4124	4.0336
10	270	0.0285	290.3072	1.4205
11	116	0.0199	203.2464	37.4517
12	50	0.0138	140.5226	58.3133
13	25	0.0094	96.1395	52.6405
14	5	0.0064	65.1883	55.5718
15	6	0.0043	43.8619	32.6827
16	1	0.0029	29.3150	27.3491
17	0	0.0019	19.4773	19.4773
18	1	0.0013	12.8736	10.9513
19	0	0.0008	8.4693	8.4693
som	10200	1		2004.4302

```
 * la statistique du Khi-deux calculee = 2004.4302
 * le degré de liberté de khi-deux = 19
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(19) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Khi-deux (5) (cf. Figure 39).

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

Réseau de neurones de taille              ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                 ( Kmax)     ---> 10200

Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele         --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                      Votre choix exact               ---> bseq

Entrez le nombre total d'observations   (Np)          ---> 17
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.30

Entrez le type de densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                    Votre choix     ---> k

Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> o
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32skhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite a noyau       ---> 32skhi2no.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32skhi2th.dat

* moyenne arithmétique      = 5.3223
* moyenne géométrique       = 4.7496
* SQRT(variance empirique) = 2.3534

* la loi théorique est la loi Khi2( 5 )
```

xi	ni	pi	npi	khi2i
0	94	0.0191	195.1918	52.4601
1	280	0.0791	806.3426	343.5717
2	706	0.1366	1393.0588	338.8585
3	1241	0.1531	1561.6937	65.8544
4	1616	0.1435	1463.7418	15.8379
5	1746	0.1219	1243.7629	202.8057
6	1529	0.0974	993.3519	288.8391
7	1202	0.0745	760.1923	256.7694
8	817	0.0553	563.8772	113.6261
9	495	0.0400	408.4124	18.3575
10	256	0.0285	290.3072	4.0543
11	118	0.0199	203.2464	35.7544
12	68	0.0138	140.5226	37.4283
13	24	0.0094	96.1395	54.1308
14	7	0.0064	65.1883	51.9400
15	1	0.0043	43.8619	41.8847
16	0	0.0029	29.3150	29.3150
som	10200	1		1951.4878

```
* la statistique du Khi-deux calculee = 1951.4878
* le degré de liberté de khi-deux = 16
```

Decision 2 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(16) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Khi-deux (5) (cf. Figure 40).

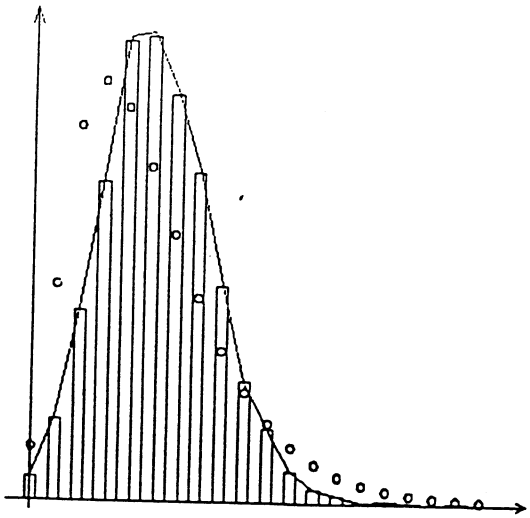


Figure 39 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Khi-deux ($\chi^2[5]$) en symboles ronds.*

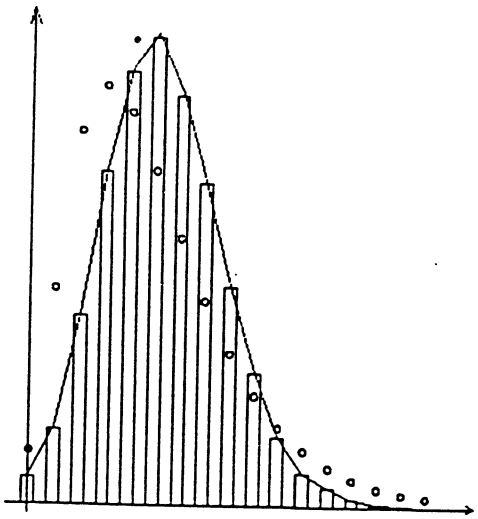


Figure 40 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Khi-deux ($\chi^2[5]$) en symboles ronds.*

** Test contre une loi de Weibull :*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-

Réseau de neurones de taille              ( taille)   ---> 32 x 32
Nombre total d'itérations                 ( Kmax)     ---> 10200
Type de mode d'implementation du reseau :
    mode parallele          --> note par 'par'
    mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact             ---> par
Entrez le nombre total d'observations    (Np)         ---> 20
Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.32
Entrez  le  type  de  densite theorique :
    Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
    Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
    Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
    Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
    Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
    Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                   Votre  choix    ---> w
Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> o
Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
Nom du fichier lecture                             ---> 32pkhi2.dat
Nom du fichier ecriture pour densite a noyau       ---> 32pweibno.dat
Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> 32pweibth.dat

* moyenne arithmétique      = 5.2981
* moyenne géométrique       = 4.7271
* SQRT(variance empirique) = 2.3436

* Estimations des parametres d'une loi weibull(m,a,c):
     ---------------------------------------------
     | loi weibull |     m    |     a    |    c    |
     ---------------------------------------------
     |  Graphique  |   0.000  |  11.443  |   1.849 |
     ---------------------------------------------
     |  Max-Vrais  |   0.000  |   5.984  |   2.429 |
     ---------------------------------------------
* la loi théorique est la loi Weibull(0.00, 5.98, 2.43)
  ------------------------------------------------------------
  |  xi  |  ni   |   pi   |          npi          |  khi2i   |
  ------------------------------------------------------------
  |   0  |   86  | 0.0024 |   24.5195             |  154.1565 |
  |   1  |  300  | 0.0317 |  323.3698             |    1.6889 |
  |   2  |  712  | 0.0790 |  805.6233             |   10.8802 |
  |   3  | 1188  | 0.1249 | 1273.6056             |    5.7540 |
  |   4  | 1715  | 0.1557 | 1588.4383             |   10.0840 |
  |   5  | 1732  | 0.1635 | 1667.8557             |    2.4669 |
  |   6  | 1516  | 0.1483 | 1512.2216             |    0.0094 |
  |   7  | 1223  | 0.1173 | 1196.7529             |    0.5756 |
  |   8  |  805  | 0.0814 |  830.1441             |    0.7616 |
  |   9  |  449  | 0.0495 |  505.2054             |    6.2530 |
  |  10  |  270  | 0.0264 |  269.5157             |    0.0009 |
  |  11  |  116  | 0.0123 |  125.8056             |    0.7643 |
  |  12  |   50  | 0.0050 |   51.2575             |    0.0308 |
  |  13  |   25  | 0.0018 |   18.1780             |    2.5602 |
  |  14  |    5  | 0.0005 |    5.5946)  7.5068    |    4.0197 |
  |  15  |    6  | 0.0001 |    1.4896             |    --     |
  |  16  |    1  | 0.0000 |    0.3420             |    --     |
  |  17  |    0  | 0.0000 |    0.0675             |    --     |
  |  18  |    1  | 0.0000 |    0.0114             |    --     |
  |  19  |    0  | 0.0000 |    0.0017             |    --     |
  ------------------------------------------------------------
  | som  | 10200 |    1   |                       |  200.0062 |
  ------------------------------------------------------------
* la statistique du Khi-deux calculee = 200.0062
* le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 1 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(12) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Weibull [0.0 , 5.98 , 2.43] (cf. Figure 41).

* la loi théorique est la loi Weibull(0.00, 6.02, 2.48)

xi	ni	pi	npi		khi2i
1	300	0.0294	297.2089		0.0262
2	712	0.0756	765.1066		3.6862
3	1188	0.1223	1237.1173		1.9501
4	1715	0.1552	1569.7598		13.4382
5	1732	0.1651	1669.9637		2.3045
6	1516	0.1511	1527.7234		0.0900
7	1223	0.1201	1214.2739		0.0627
8	805	0.0832	841.5420		1.5868
9	449	0.0503	508.6453		6.9942
10	270	0.0265	267.6948		0.0199
11	116	0.0121	122.3518		0.3298
12	50	0.0048	48.4092		0.0523
13	25	0.0016	16.5213		4.3513
14	5	0.0005	4.8453)	6.3776	6.8767
15	6	0.0001	1.2164		--
16	1	0.0000	0.2604		--
17	0	0.0000	0.0473		--
18	1	0.0000	0.0073		--
19	0	0.0000	0.0009		--
som	10114	1			41.7687

* la statistique du Khi-deux calculee = 41.7687
* le degré de liberté de khi-deux = 11

Decision 2 :

$\forall \alpha > 0$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(12) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Weibull [0.0 , 6.02 , 2.48] (cf. Figure 41).

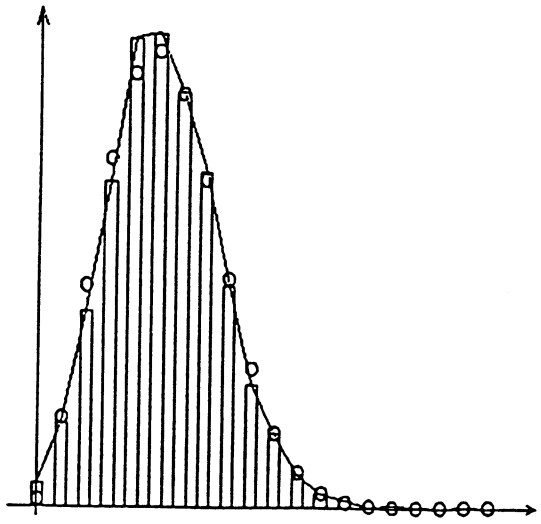


Figure 41 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d'itération parallèle. Représentation simultanée des graphiques suivants: l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Weibull (W [0.0, 5.98, 2.43]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Même quand on a supprimé la première observation "0-uplet", voir tableau juste au-dessus, on a toujours rejeté l'hypothèse d'une loi de weibull. Par contre, on remarque que la statistique du khi-deux a diminué plus de 80% par rapport à celle de l'échantillon non tronqué (voir tableau juste au dessus).*

```
                TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX
                ----------------------------

 Réseau de neurones de taille              ( taille)   ---> 32 x 32
 Nombre total d'itérations                 ( Kmax)     ---> 10200

 Type de mode d'implementation du reseau :
     mode parallele         --> note par 'par'
     mode block-sequentiel --> note par 'bseq'
                        Votre choix exact              ---> bseq

 Entrez le nombre total d'observations   (Np)          ---> 17
 Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> 2.32
 Entrez  le  type  de  densite theorique :
     Densite Normale(m,sigma)     --> Entrez 'n'
     Densite Gamma(a,b)           --> Entrez 'g'
     Densite Khi-deux a n d°l     --> Entrez 'k'
     Densite Weibull(m,a,b)       --> Entrez 'w'
     Densite de Poisson           --> Entrez 'p'
     Densite Binomiale            --> Entrez 'b'
                                     Votre  choix      ---> w
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> n
 Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> o
 Nom du fichier lecture                              ---> 32skhi2.dat
 Nom du fichier ecriture pour densite theorique      ---> 32sweibth.dat

 * moyenne arithmétique      = 5.3223
 * moyenne géométrique       = 4.7496
 * SQRT(variance empirique) = 2.3534

 * Estimations des parametres d'une loi weibull(m,a,c):
      ---------------------------------------------
      | loi weibull |    m    |    a    |    c    |
      ---------------------------------------------
      |  Graphique  |  0.000  |  9.770  |  1.906  |
      ---------------------------------------------
      |  Max-Vrais  |  0.000  |  6.013  |  2.436  |
      ---------------------------------------------

 * la loi théorique est la loi Weibull(0.00, 6.01, 2.44)
   ------------------------------------------------------------
   |  xi  |   ni   |   pi   |          npi          |  khi2i  |
   ------------------------------------------------------------
   |   0  |    94  | 0.0023 |    23.8064           |  206.9665 |
   |   1  |   280  | 0.0311 |   316.7612           |    4.2663 |
   |   2  |   706  | 0.0778 |   793.5970           |    9.6689 |
   |   3  |  1241  | 0.1236 |  1260.3144           |    0.2960 |
   |   4  |  1616  | 0.1548 |  1578.7352           |    0.8796 |
   |   5  |  1746  | 0.1632 |  1665.0455           |    3.9360 |
   |   6  |  1529  | 0.1487 |  1516.6233           |    0.1010 |
   |   7  |  1202  | 0.1182 |  1205.9439           |    0.0129 |
   |   8  |   817  | 0.0824 |   840.5951           |    0.6623 |
   |   9  |   495  | 0.0504 |   514.0906           |    0.7089 |
   |  10  |   256  | 0.0270 |   275.6095           |    1.3952 |
   |  11  |   118  | 0.0127 |   129.2764           |    0.9836 |
   |  12  |    68  | 0.0052 |    52.9207           |    4.2967 |
   |  13  |    24  | 0.0018 |    18.8526           |    1.4054 |
   |  14  |     7  | 0.0006 |     5.8267)  7.7430  |    0.0085 |
   |  15  |     1  | 0.0002 |     1.5574           |    --     |
   |  16  |     0  | 0.0000 |     0.3588           |    --     |
   ------------------------------------------------------------
   | som  | 10200  |   1    |                      |  235.5879 |
   ------------------------------------------------------------

 * la statistique du Khi-deux calculee = 235.5879
 * le degré de liberté de khi-deux = 11
```

Decision 3 :

$\forall \alpha > 0.001$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T > A_\alpha$. Donc, on rejette l'hypothèse que la loi soit une loi de Weibull [0.0 , 6.01 , 2.44] (cf. Figure 42).

* la loi théorique est la loi Weibull(0.00, 6.06, 2.49)

xi	ni	pi	npi		khi2i
1	280	0.0285	288.3402		0.2412
2	706	0.0741	749.2002		2.4910
3	1241	0.1207	1219.9956		0.3616
4	1616	0.1541	1557.8222		2.1727
5	1746	0.1650	1667.1339		3.7309
6	1529	0.1518	1533.7760		0.0149
7	1202	0.1213	1225.5759		0.4535
8	817	0.0845	853.5132		1.5620
9	495	0.0513	518.0883		1.0289
10	256	0.0271	273.6265		1.1355
11	118	0.0124	125.3897		0.4355
12	68	0.0049	49.6869		6.7497
13	24	0.0017	16.9618		2.9204
14	7	0.0005	4.9687)	6.4777	0.3578
15	1	0.0001	1.2439		--
16	0	0.0000	0.2651		--
som	10106	1			23.6556

* la statistique du Khi-deux calculee = 23.6556
* le degré de liberté de khi-deux = 11

Decision 4 :

pour $\alpha = 1\ \%$ (le risque de 1ère espèce) tel que $P[\chi^2(11) > A_\alpha] = \alpha$, la statistique du Khi-deux " T " est telle que : $T < A_\alpha$. Donc, on accepte l'hypothèse que la loi soit une loi de Weibull [0.0 , 6.06 , 2.49] (cf. Figure 42).

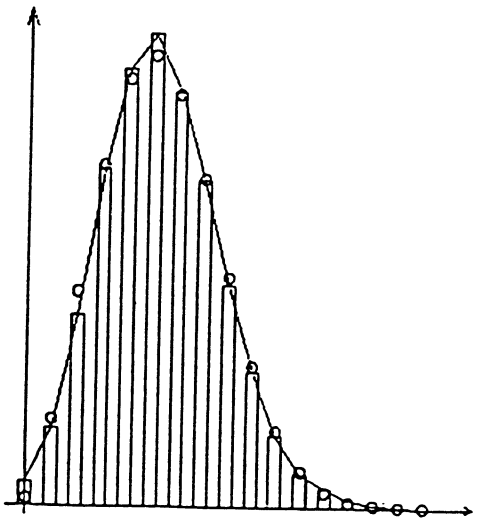


Figure 42 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Représentation simultanée des graphiques suivants : l'histogramme de l'échantillon (non tronqué), l'estimation à noyau, en ligne continue, et la densité théorique de la loi de Weibull (W [0.0, 6.01, 2.44]) en symboles ronds dont les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Par contre dans le tableau juste au-dessus, on a supprimé la première observation "0-uplet", ce qui a induit une acceptation de l'hypothèse d'une loi de Weibull pour un risque de 1 %.*

IV -3.2.2 Temps de convergence

**** Calcul de la longueur du transitoire***

On laisse évoluer des systèmes de réseaux de neurones de tailles différentes *(cf. VI - 3.2.1 § 1°)*, tenant compte des aspects temporels, spatiaux et stochastiques de l'information neuronale ; plus précisément, ces systèmes évoluent selon un critère *"Markovien-spatial"*, i.e.

$Prob\{x_i(t) \in \{0, 1\} \mid X = (x_i(t\text{-}1))\} = Prob\{x_i(t) \in \{0, 1\} \mid X \cap N_{i\ (t\text{-}1)}\}$, avec :

Si l'on posons : $i = (i1, i2)$, sont les coordonnées du site *"i"* dans la boîte Ω du réseau telle que :

$N_i = \{ j ; d[(i1, i2), (j1, j2)] \leq 2 \}$ où $d = |i1\text{-}j1| + |i2\text{-}j2|$ est appelée distance de Manhattan.

Cette Probabilité de transition, locale (en chaque site), dépend de la connectique inter-neuronale des poids d'inter-connections et du seuil du neurone *"i"* lui-même. Ces systèmes convergent vers un état stable de Gibbs en réponse à un champ d'entrée stationnaire. L'état de Gibbs est obtenu après un régime transitoire dont on essaiera dans la suite de déterminer la fin.

Le problème majeur du processus de simulation est donc : comment choisir les règles (ou critères) d'arrêt déterminant la fin du transitoire du processus neuronal ?. Dans notre cas, si le processus x(t) est ergidique, alors le temps de convergence est déterminé dès l'installation de la mesure de Gibbs. Pour cela, on a choisi deux critères d'arrêts basés sur la stabilité des estimations des potentiels d'interaction, selon les situations des réseaux en question :

• Le premier cas consiste à tester la stabilité des configurations de singletons (ou des configurations *1-uplets*). La convergence du système est donc basée sur la convergence de la statistique *"Icv (t ,t')"* (ou indice de convergence, ou encore écart moyen relatif) :

$$I_{cv}(t, t') = \frac{1}{N} \sum_{1\text{-uplets}} \frac{\left| J_U^*(A, t) - J_U^*(A, t - t') \right|}{\left| J_U^*(A, t) \right|}, \qquad [(B)\text{-}1]$$

où $J^*_U(A,t) = Log(N_A) - Log(N_\emptyset)$ et où N_A , $N_\emptyset$ sont respectivement les fréquences d'apparitions de *"A"* et du videà l'instant *"t"*, N étant le nombre de neurones dans le réseau.

Cet indice de convergence est appliqué seulement à des réseaux de tailles *8x8* et *16x16*, cela pour une simple raison : c'est que, dans les deux tailles, les configurations de singletons observées sont importantes *(cf. IV -3.2.1 §1°)*.

En ce qui concerne l'évolution de *"Icv"* en fonction de *" t' "*, selon les tailles des réseaux et les modes d'implémentations, voir les graphiques ci-dessous *(* cf. Figures *43, 44, 45, 46, 47 et 48)*.

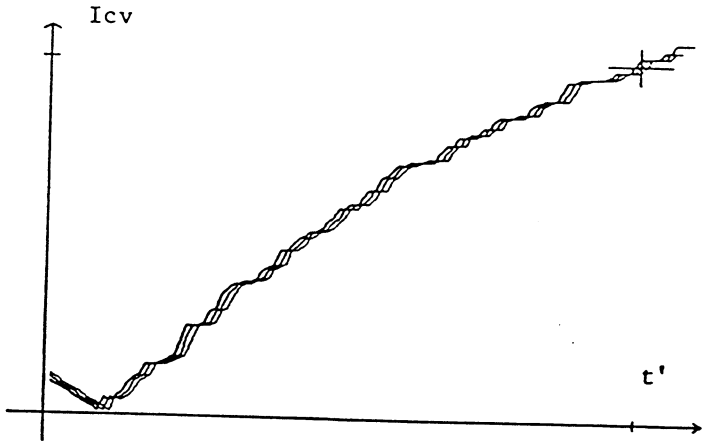


Figure 43 : *Réseau de neurones de taille N=8x8 en mode d'implémentation parallèle. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ =100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv (t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t = Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv = 2595 itérations données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t = Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t = Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

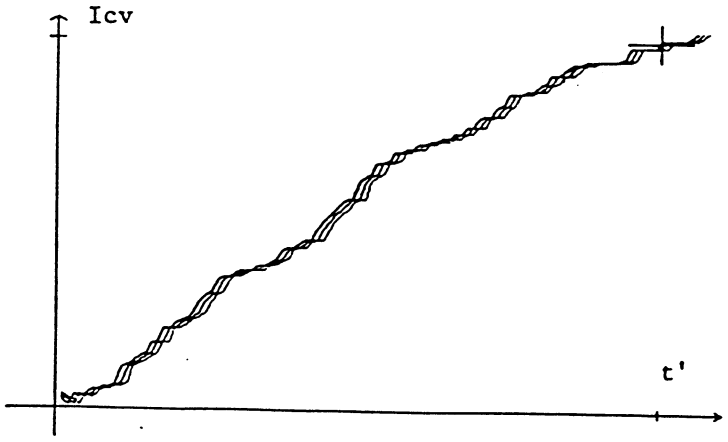


Figure 44 : *Réseau de neurones de taille N=8x8 en mode d'implémentation bloc-séquentiel. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ =100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=2599 itérations données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t=Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

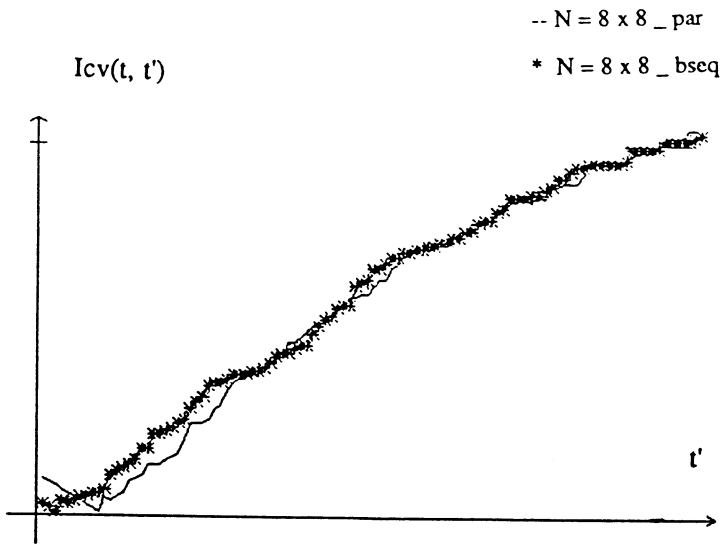


Figure 45 : *Réseau de neurones de taille N=8x8. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t=Tcvs (correspond au réseau en mode d'implémentation bloc-séquentiel) et t=Tcvp (correspond au réseau en mode d'implémentation parallèle) fixés (cf. (B)-1).*

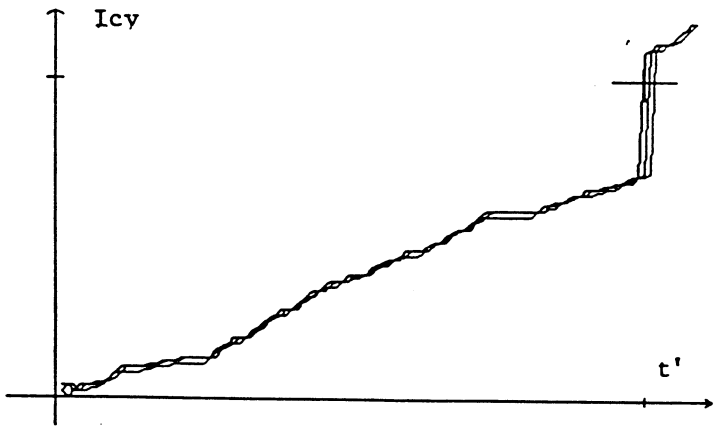


Figure 46 : *Réseau de neurones de taille N=16x16 en mode d' implémentation parallèle. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires $(t', Icv(t, t'))_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=3690 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t=Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

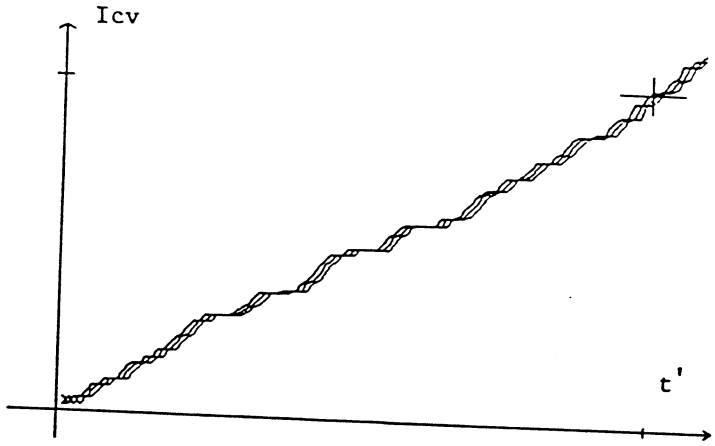


Figure 47 : *Réseau de neurones de taille N=16x16 en mode d' implémentation bloc-séquentiel. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=2753 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t=Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

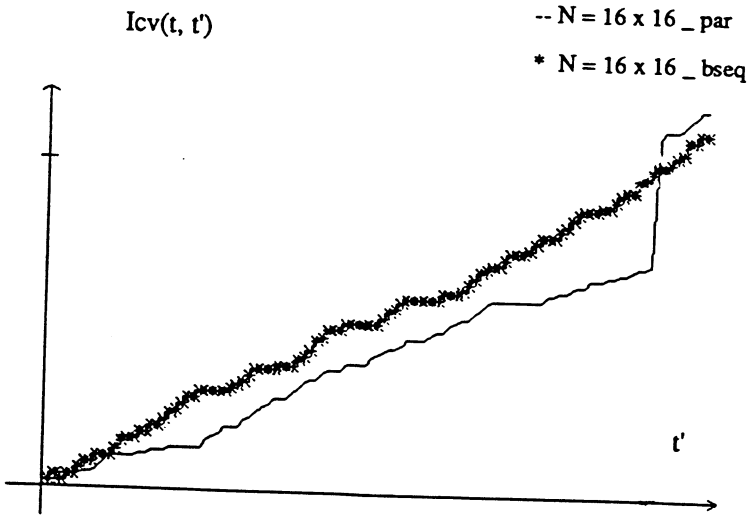


Figure 48 : *Réseau de neurones de taille N=16x16. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t=Tcvs (correspond au réseau en mode d'implémentation bloc-séquentiel) et t=Tcvp (correspond au réseau en mode d'implémentation parallèle) fixés (cf. (B)-1).*

En résumé, dans ce premier cas, l'indice de convergence croît plus vite initialement en mode séquentiel, mais les temps d'arrêt sont sensiblement les mêmes.

• Le second cas, concernant les autres tailles, consiste à tester la stabilité des potentiels des configurations les plus apparues dans les réseaux correspondants.

Exemple : dans le réseau de taille *N=32x32* neurones, les configurations les plus apparues sont les configurations *5*-uplets, etc...*(cf. § IV 3.2.1 $ 1°)*.
et l'indice de convergence est défini par :

$$I'_{cv}(t,t') = \sum_{A \in C(A)} \frac{|U^*(A,t) - U^*(A,t-t')|}{|U^*(A,t)|} \qquad [(B)\text{-}2]$$

où C(A) désignant l'ensemble des C_N^M *configurations dont le cardinal M et le plus apparu, et* $U^*(A,t) = Log(N_A) - Log(N_\emptyset)$ *(cf. 1° cas).*

En ce qui concerne l'évolution de *" I ' cv "* en fonction de *" t ' "*, selon les tailles des réseaux et les modes d'implémentation, voir graphiques ci-dessous *(cf. Figures 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 et 57).*

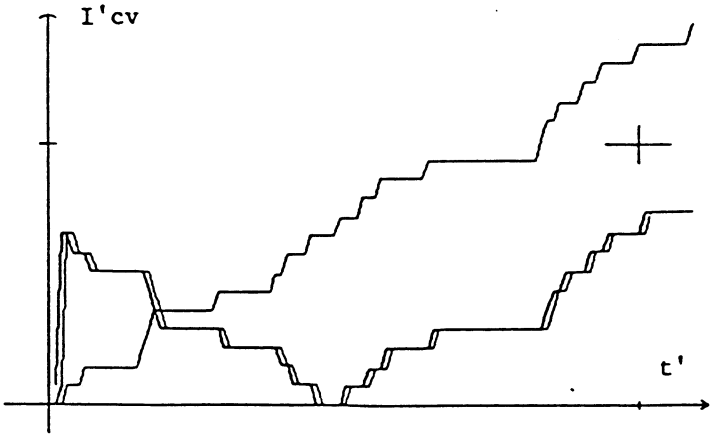


Figure 49 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d'implémentation parallèle. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et*

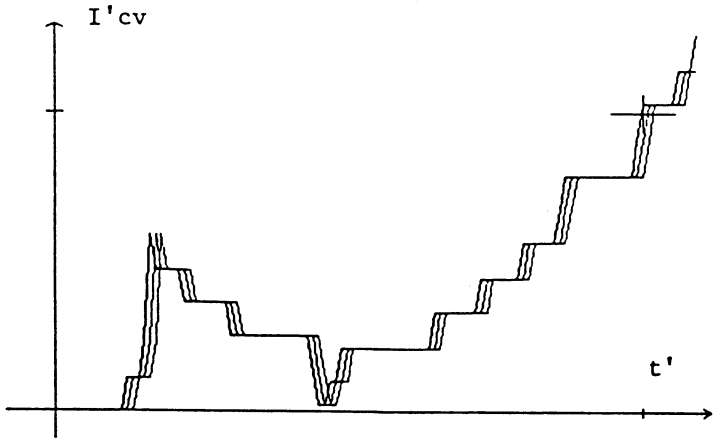


Figure 50 : *Réseau de neurones de taille N=32x32 en mode d' implémentation bloc-séquentiel. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=2719 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t =Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

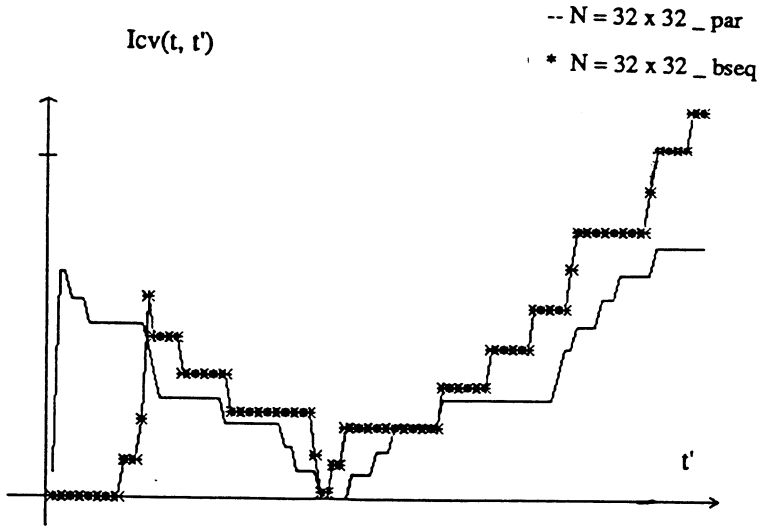


Figure 51 : *Réseau de neurones de taille N=32x32. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t=Tcvs (correspond au réseau en mode d'implémentation bloc-séquentiel) et t=Tcvp (correspond au réseau en mode d'implémentation parallèle) fixés (cf. (B)-1).*

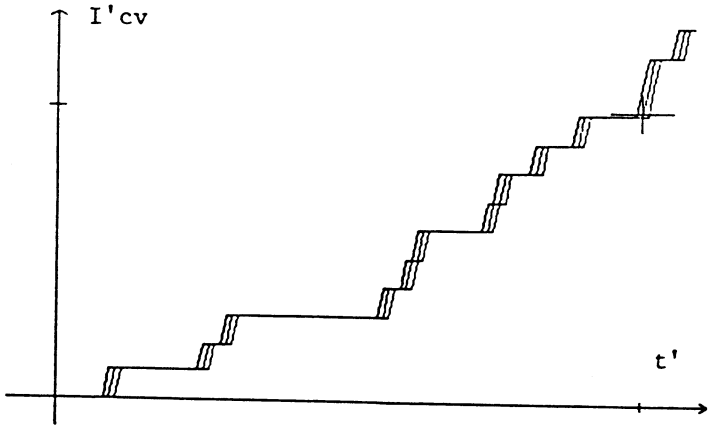


Figure 52 : *Réseau de neurones de taille N=64x64 en mode d' implémentation parallèle. Evolution de l'indice de convergence Icv(t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv = 4515 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t=Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

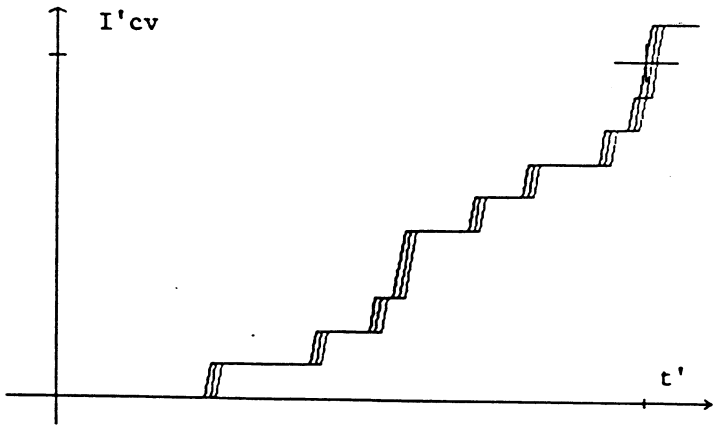


Figure 53 : *Réseau de neurones de taille N=64 x 64 en mode d'implémentation bloc-séquentiel. Evolution de l'indice de convergence Icv (t, t') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=4935 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t= Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t = Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

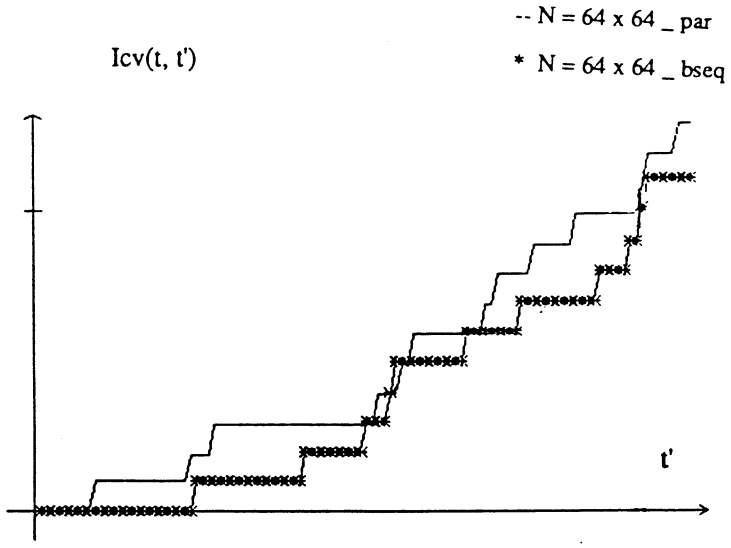


Figure 54 : *Réseau de neurones de taille N =64 x 64. Evolution de l'indice de convergence I cv (t, t') en fonction de t', avec t=Tcvs (correspond au réseau en mode d'implémentation bloc-séquentiel) et t=Tcvp (correspond au réseau en mode d'implémentation parallèle) fixés (cf. (B)-1).*

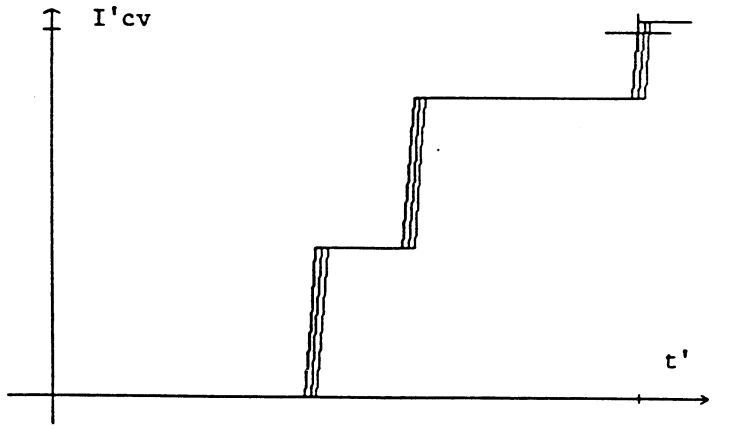


Figure 55 : *Réseau de neurones de taille N =128 x 128 en mode d'implémentation parallèle. Evolution de l'indice de convergence Icv (t, t ') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%) (cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv = 6315 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t=Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

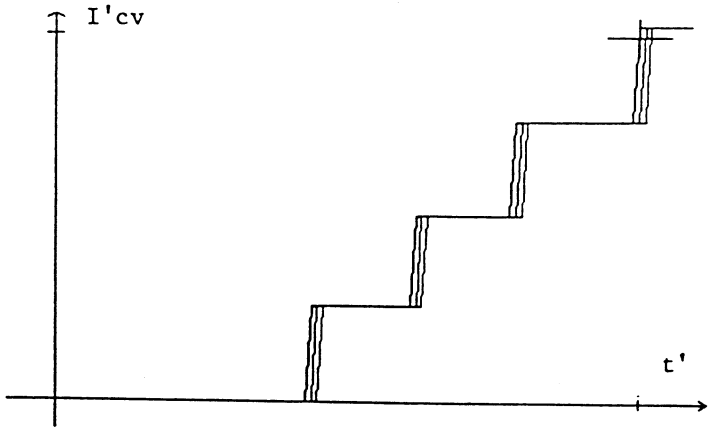


Figure 56 : *Réseau de neurones de taille N=128 x 128 en mode d'implémentation bloc-séquentiel. Evolution de l'indice de convergence Icv (t, t ') en fonction de t', avec t fixé (cf. (B)-1). La croix représente les coordonnées du point critique (δ=100, α=1%)(cf. (B)-3). Les trajectoires (t', Icv(t, t'))$_t$ sont quasiment décroissantes quand t croît. Ces courbes correspondent respectivement aux valeurs de t=Tcv-1, Tcv et Tcv+1, où Tcv=5159 itérations qui sont données par la relation ((B)-3) (cf. Figure 58). La trajectoire qui correspond à la valeur de t=Tcv-1 ne vérifie pas la condition de la relation ((B)-3). Donc, la trajectoire associée à la valeur t = Tcv est bien minimale au sens de la relation ((B)-3).*

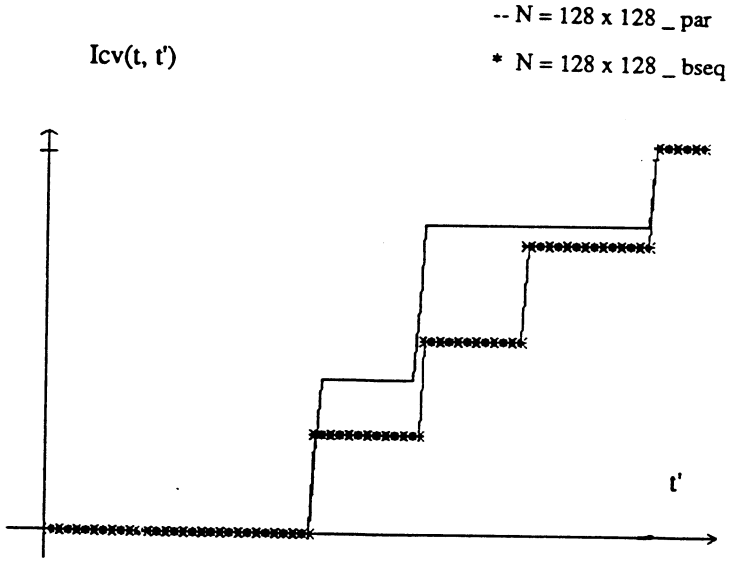


Figure 57 : *Réseau de neurones de taille N =128 x 128. Evolution de l'indice de convergence Icv (t, t') en fonction de t', avec t = Tcvs (correspond au réseau en mode d'implémentation bloc-séquentiel) et t=Tcvp (correspond au réseau en mode d'implémentation parallèle) fixés (cf. (B)-1).*

Enfin, le temps de convergence du système, noté par *Tcv* *(cf. Figure 58)*, est calculé par :

$$Tcv = \underset{t \geq 1}{Inf} \{ A_{\alpha, \delta}(t, t') \} , \qquad [(B)\text{-}3]$$

où $A_{\alpha, \delta}(t, t') = \{ t \geq 1 ; \forall t' \leq \delta , Icv(t, t') \leq \alpha \}$

Application :

(cf. Figure 58) le temps de convergence *(Tcv)*, en unité d' itérations, correspond aux paramètres : $\alpha = 1\%$ et $\delta = 100$.

Taille	Tcvp	Tcvs
8x8	2595	2599
16x16	3690	2753
32x32	3669	2719
64x64	4515	4935
128x128	6315	5159

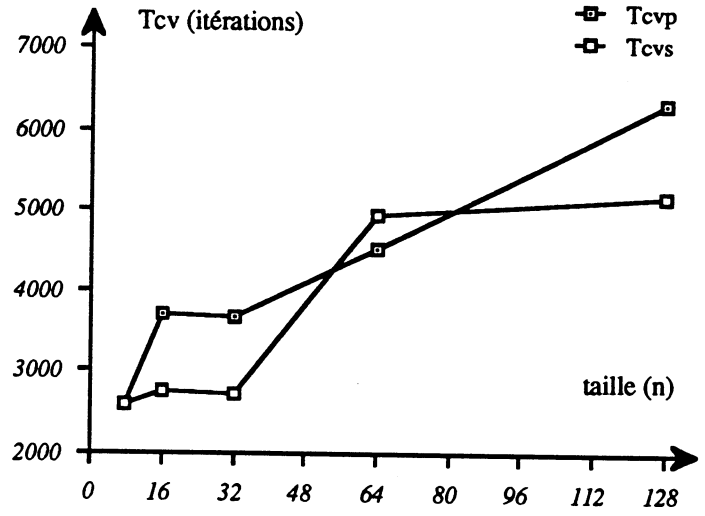


Figure 58 : *Temps de convergence des réseaux en modes parallèle et bloc-séquentiel*

En conclusion, comme ci-dessus, les temps de convergence sont plus importants en mode parallèle ; ceci correspond à une augmentation plus rapide de l'indice de convergence en mode séquentiel.

IV -3.2.3 Visualisation des potentiels d'interaction (singletons et paires)

Selon les tailles des réseaux, on a visualisé les potentiels d'interaction, singletons et paires, en fonction de leurs valeurs. En effet, les potentiels d'interaction de singletons sont représentés par des carrés pleins de dimension décroissante, i.e. la dimension du carré est proportionnelle à la valeur du potentiel en ce site, et les potentiels d'interaction de paires sont représentés par des barres (ou des segments). Dans la représentation des potentiels d'interaction de paires, on les a, dans le premier cas, représentés par des barres de surface décroissante, i.e. la surface de la barre, est proportionnelle à la valeurs du potentiel en le couple de sites (i, j) et, dans le deuxième cas, on a transféré les images (singletons et paires) sur un ordinateur spécialisé dans le traitement d'images ***(VINIX)***, pour représenter les potentiels d'interaction de paires en segments simples, mais en fausse couleur. On n'a pas présenté les images du premier cas dans ce manuscrit, et cela pour des raisons de visibilité, i.e. on ne voyait plus les représentations des potentiels de singletons, représentés par des carrés pleins. Par contre, on a présenté que quelques photos des potentiels d'interaction de singletons et de paires en fausse couleur *(cf. Annexe 2)*, les autres images étant présentées en noir et blanc (mais pas en photos). Les valeurs des potentiels d'interaction de singletons et de paires sont données par, qui sont notées respectivement par : J^*_S , J^*_P , sont données par :

$$J^*_S(\{i\}) = \log\left[\frac{Nbre\ de\ \{i\}\ apparus}{Nbre\ de\ \varnothing\ apparus}\right] ,$$

$$J^*_P(\{i,j\}) = -\left(J^*_S(\{i\}) + J^*_S(\{j\})\right) + \log\left[\frac{Nbre\ de\ \{i\ ,\ j\ \}\ apparus}{Nbre\ de\ \varnothing\ apparus}\right] .$$

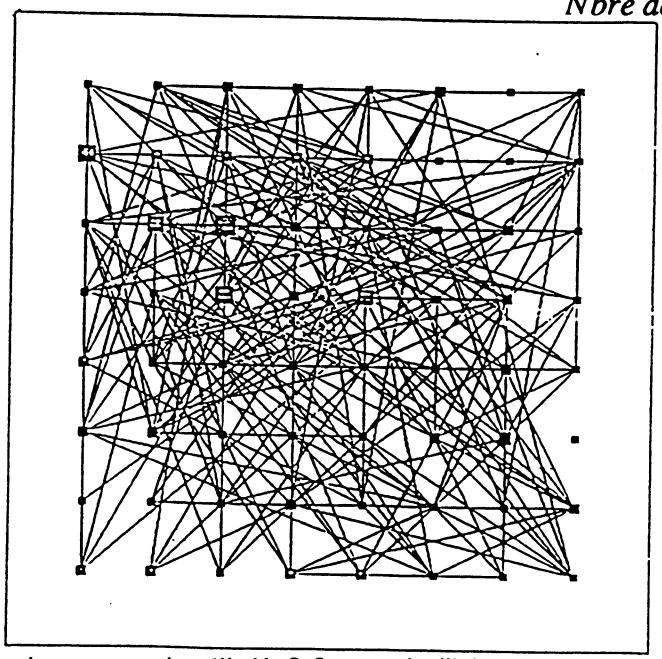


Figure 59: *Réseau de neurones de taille N=8x8 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure* 58*). Représentation des potentiels d' interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des barres). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

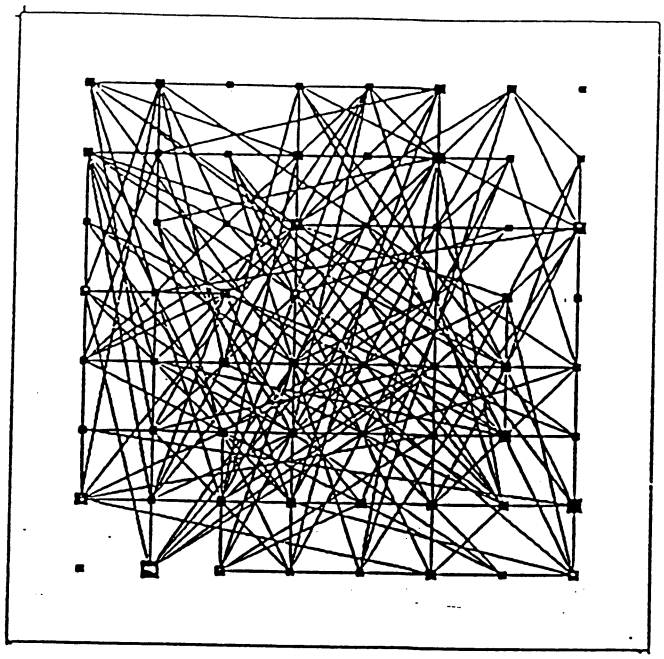


Figure 60 : *Réseau de neurones de taille N=8x8 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des potentiels d'interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des segments). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

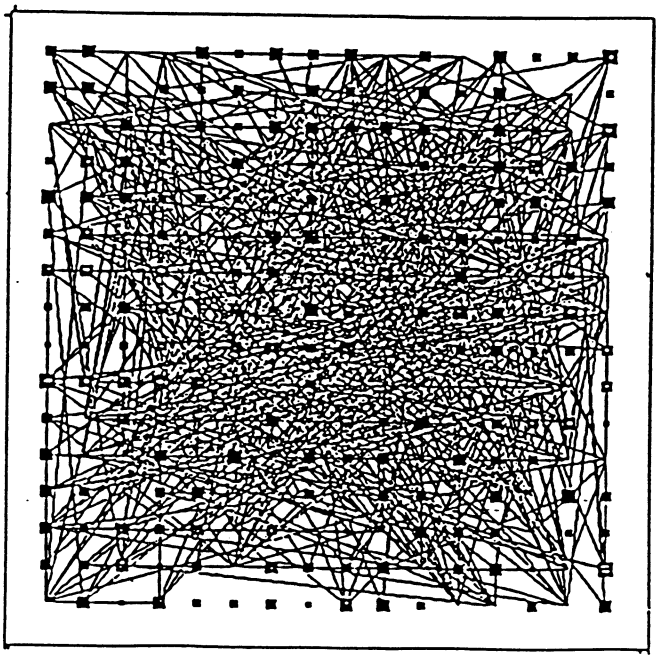


Figure 61 : *Réseau de neurones de taille N =16 x 16 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des potentiels d'interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des segments). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

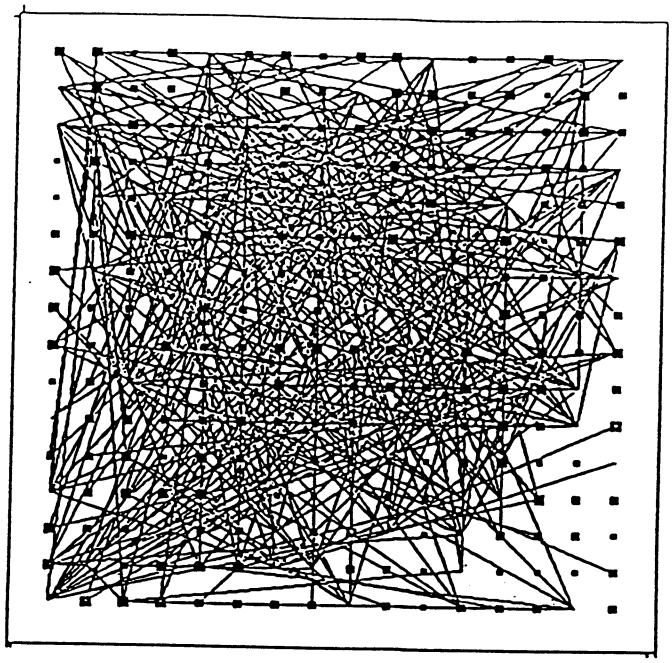


Figure 62 : *Réseau de neurones de taille N =16 x 16 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des potentiels d'interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des segments). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

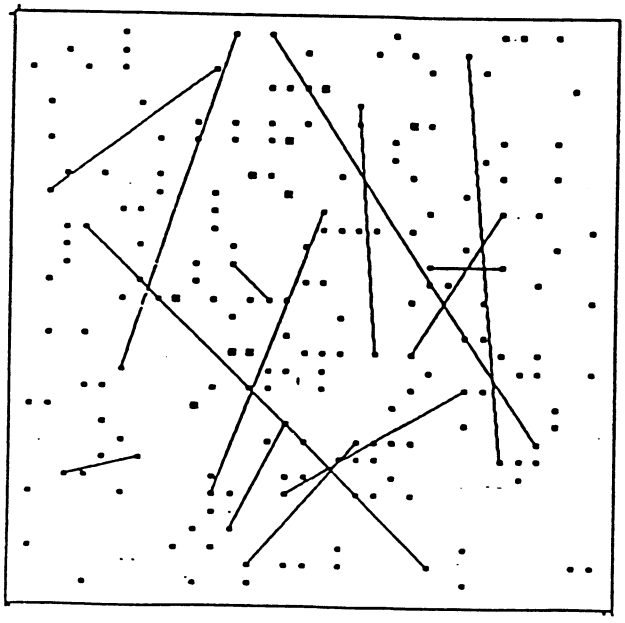


Figure 63 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des potentiels d'interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des segments). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

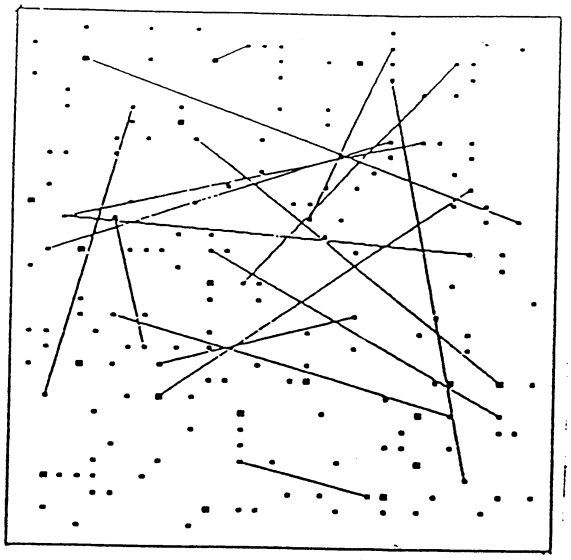


Figure 65 : *Réseau de neurones de taille N =32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des potentiels d'interaction de singletons par des carrés pleins (resp. de paires par des segments). Ces potentiels sont normalisés. L'intensité des potentiels d'interaction de singletons est proportionnelle à la taille des carrés pleins ainsi représentés.*

IV -3.2.4 Cliques et Amas du réseau

Dans ce paragraphe, nous allons définir deux types de caractères spatiaux du réseau selon la topologie des voisinages.

Définition : *Cliques*
Soit V un système de voisinages sur Ω , la configuration "C" de P(Ω) est dites configuration clique relativement à V, si pour tout couple de sites (i, j) de "C" avec i≠j, alors "i" et "j" sont voisins au sens V.

Définition : *Amas*
Soit V un système de voisinages sur Ω , la configuration "C" de P(Ω) est dite configuration amas relativement à V, si pour tout site "i" de "C", il existe au moins un site "j" de "C", où j ≠ i, tel que "i" et "j" sont voisins au sens V.

Remarque : *Toute configuration clique est une configuration amas. L'inverse est faux, par définition même.*

Applications :

On a choisi la topologie de voisinages : *V = Sphères de Manhattan (cf. § II -5.3.2).* Dans un réseau de *N* sites, du fait de cette topologie, on ne peut avoir que *4* types de cliques, c'est à dire des cliques d'ordres : *1, 2, 3* et *4*, qui sont notées respectivement par :*1*-cliques, *2*-cliques, *3*-cliques et *4*-cliques.

Par exemple si *N=64* sites, alors au total il y a *(64x1)* configurations *1*-cliques, *(64x6)* configurations *2*-cliques, *(64x10)* configurations *3*-cliques et *(64x6)* configurations *4*-cliques.

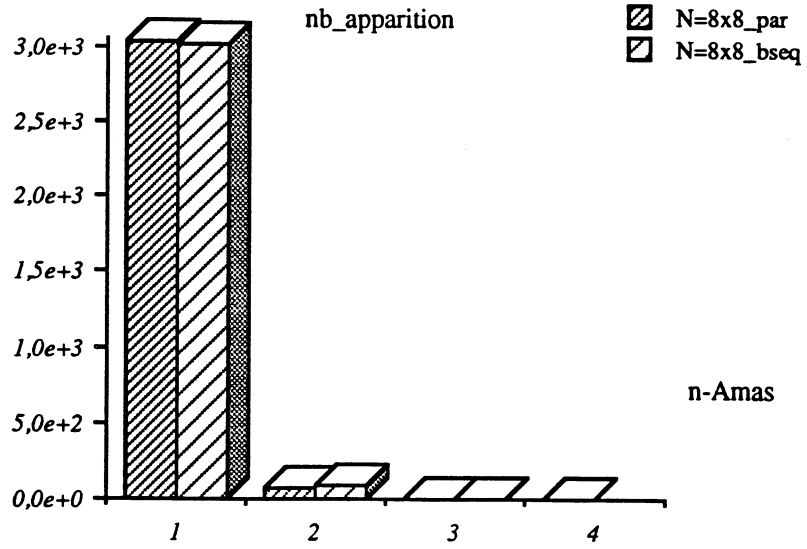
(A) - Histogrammes d'évolution

• *Réseau à comportement parallèle de taille N=8x8*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*3040*	*1*	*3040*
2	*75*	*2*	*75*
3	*1*	*3*	*4*
4	*0*	*4*	*1*

• *Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille N=8x8*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*3023*	*1*	*3023*
2	*87*	*2*	*87*
3	*2*	*3*	*4*
4	*0*	*4*	*0*

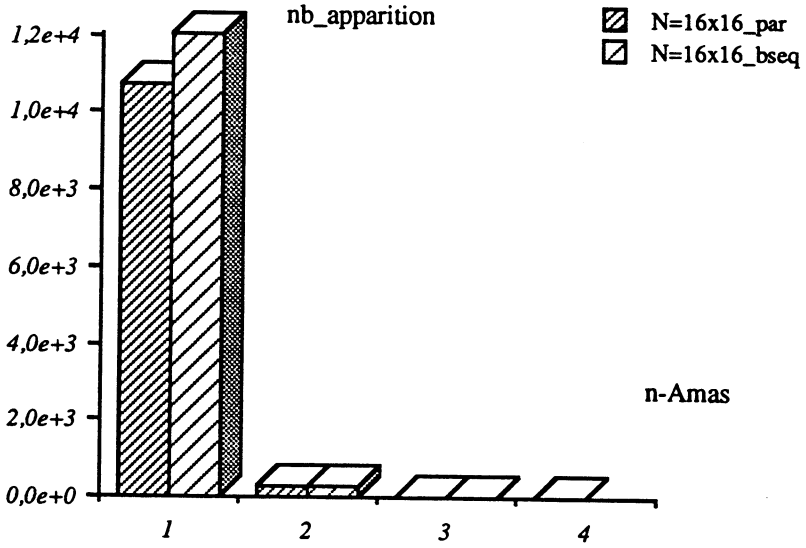


• *Réseau à comportement parallèle de taille N=16x16*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*10736*	*1*	*10736*
2	*309*	*2*	*309*
3	*3*	*3*	*6*
4	*0*	*4*	*1*

• *Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille N=16x16*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*12045*	*1*	*12045*
2	*298*	*2*	*298*
3	*4*	*3*	*13*
4	*0*	*4*	*0*

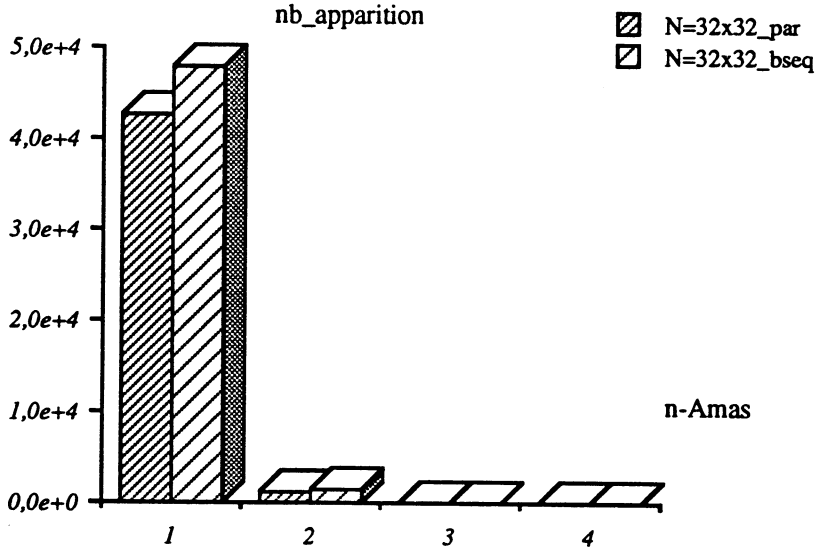


• *Réseau à comportement parallèle de taille N=32x32*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*42724*	*1*	*42724*
2	*1299*	*2*	*1299*
3	*9*	*3*	*49*
4	*0*	*4*	*2*

• *Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille N=32x32*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*47813*	*1*	*47813*
2	*1482*	*2*	*1482*
3	*11*	*3*	*64*
4	*0*	*4*	*1*

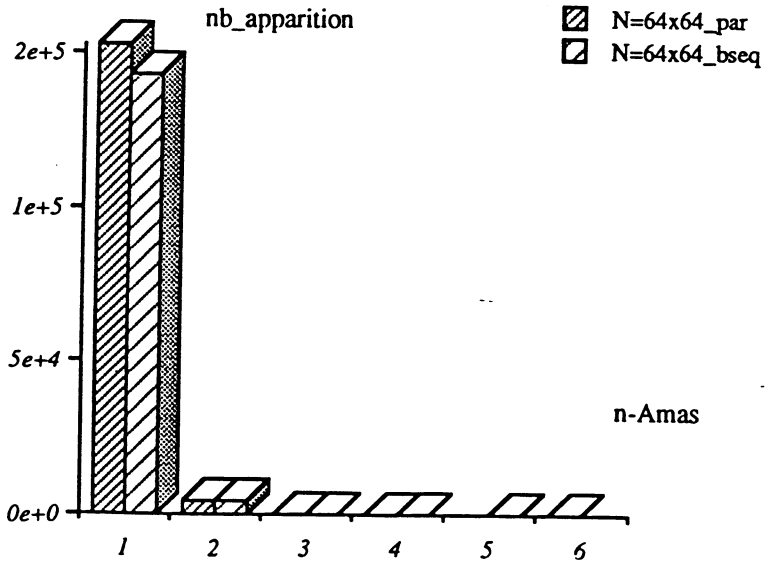


• *Réseau à comportement parallèle de taille N=64x64*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*152564*	*1*	*152564*
2	*4606*	*2*	*4606*
3	*39*	*3*	*182*
4	*0*	*4*	*7*
5	*0*	*5*	*0*
6	*0*	*6*	*1*

• *Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille N=64x64*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*143745*	*1*	*143745*
2	*4422*	*2*	*4422*
3	*37*	*3*	*186*
4	*1*	*4*	*9*
5	*0*	*5*	*2*
6	*0*	*6*	*0*

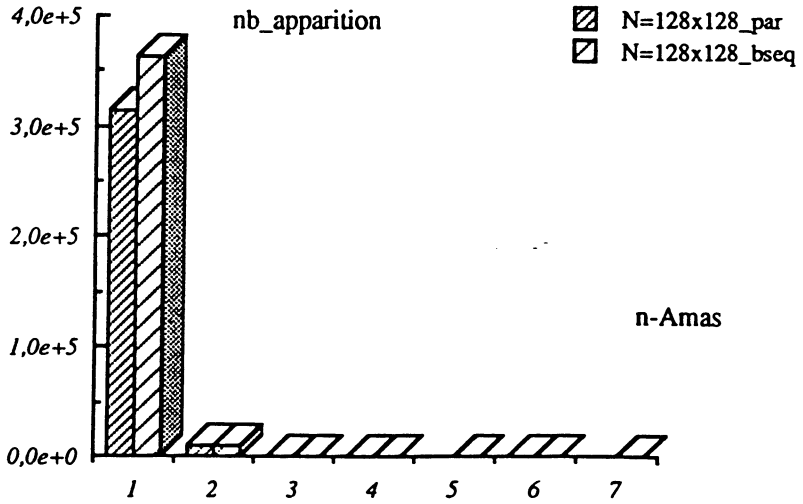


• *Réseau à comportement parallèle de taille N=128x128*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*314702*	*1*	*314702*
2	*9643*	*2*	*9643*
3	*75*	*3*	*346*
4	*0*	*4*	*18*
5	*0*	*5*	*0*
6	*0*	*6*	*8*

• *Réseau à comportement bloc-séquentiel de taille N=128x128*

n-cliques (n)	nb_appar	n-amas (n)	nb_appar
1	*363032*	*1*	*363032*
2	*10822*	*2*	*10822*
3	*103*	*3*	*411*
4	*0*	*4*	*16*
5	*0*	*5*	*1*
6	*0*	*6*	*5*
7	*0*	*7*	*1*
8	*0*	*8*	*1*
9	*0*	*9*	*2*



(B) - Visualisation des Cliques et Amas

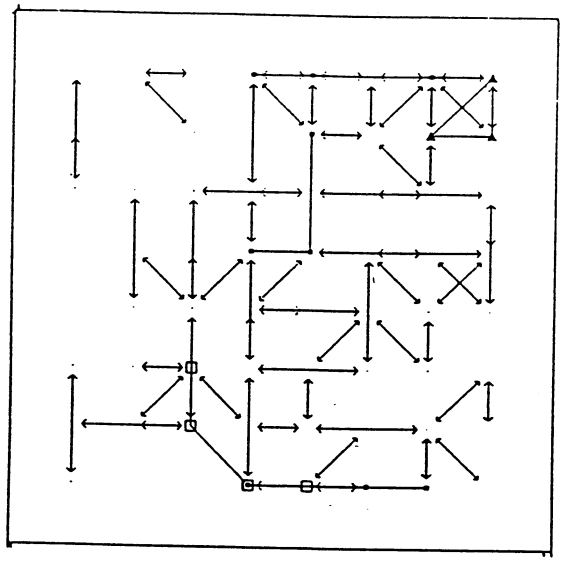


Figure 65 : *Réseau de neurones de taille N =8x8 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant(12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (75) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques), (1) 3-cliques en triangles pleins, (3) 3-amas (non cliques) en carrés pleins et (1) 4-amas (non cliques) en carré vide.*

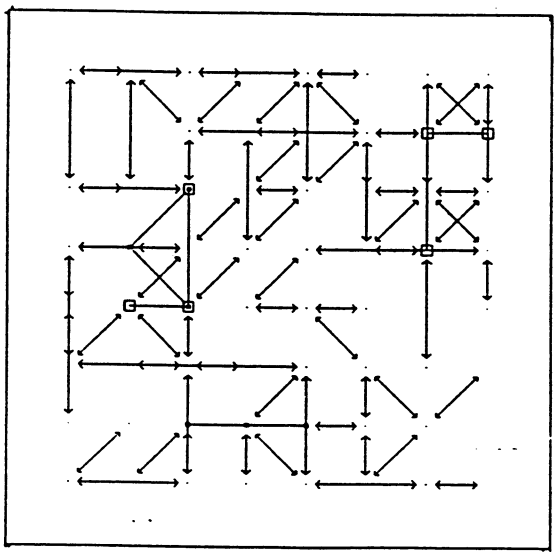


Figure 66 : *Réseau de neurones de taille N =8x8 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (87) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques), (2) 3-cliques en carrés pleins et (2) 3-amas (non cliques) en carrés vides.*

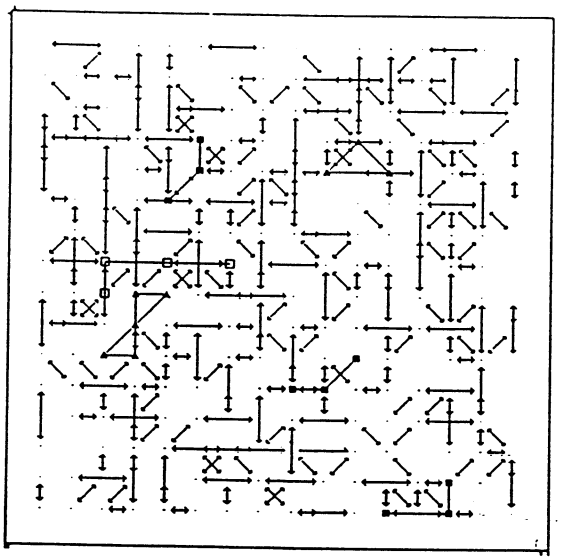


Figure 67 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (309) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques), (3) 3-cliques en triangle pleins, (3) 3-amas (non cliques) en carrés pleins et (1) 4-amas (non cliques) en carré vide.*

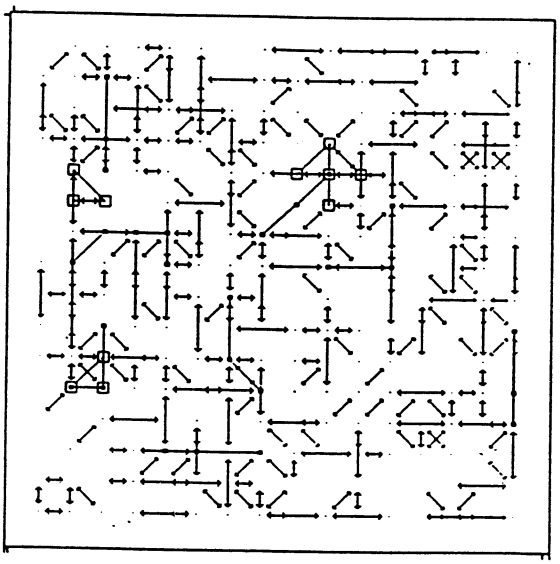


Figure 68 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (298) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques), (4) 3-cliques en carrés vides et (9) 3-amas (non cliques) en carrés pleins.*

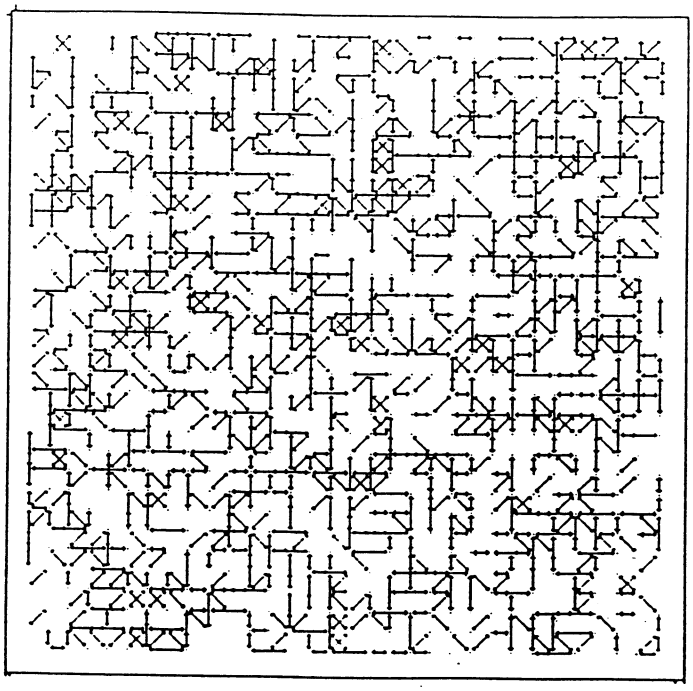


Figure 69 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations (1299) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques).*

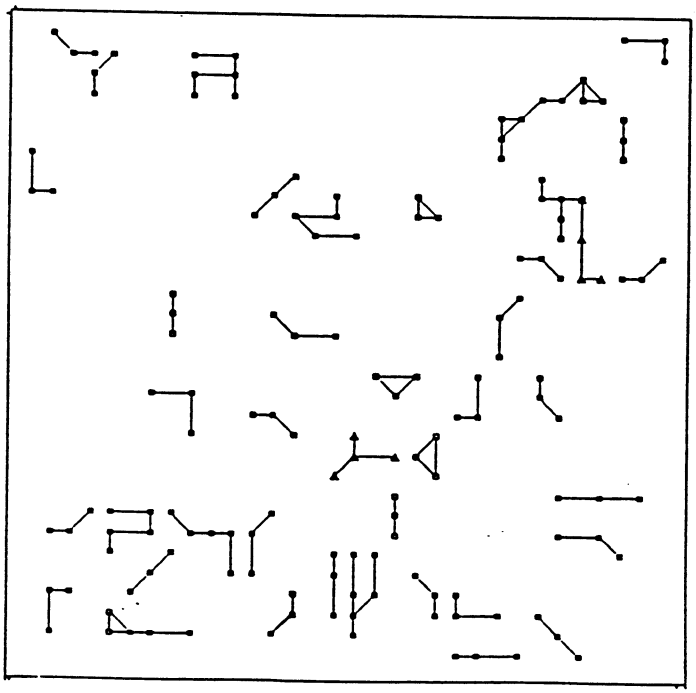


Figure 70 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (9) 3-cliques en carrés vides et (40) 3-amas (non cliques) en carrés pleins et (2) 4-amas (non cliques) en triangles pleins.*

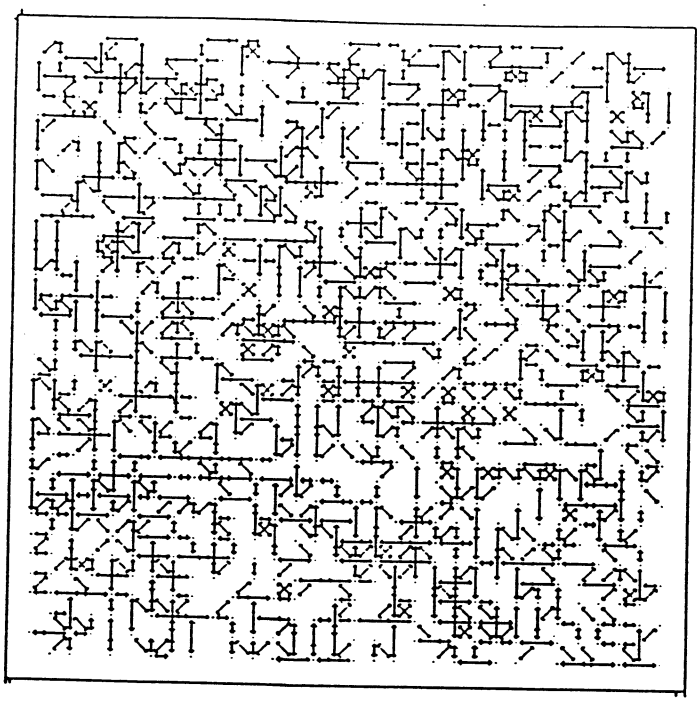


Figure 71 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations (1482) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques).*

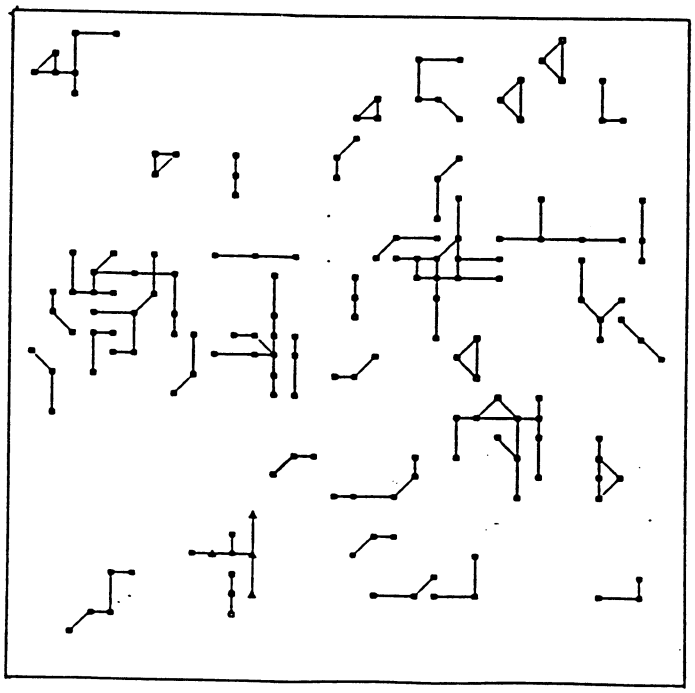


Figure 72 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (11) 3-cliques en carrés vides et (53) 3-amas (non cliques) en carrés pleins et (1) 4-amas (non cliques) en triangle plein.*

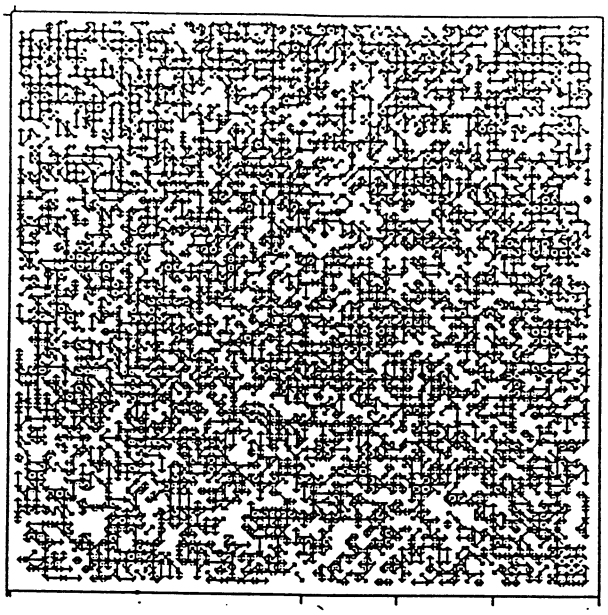


Figure 73 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations (4606) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques).*

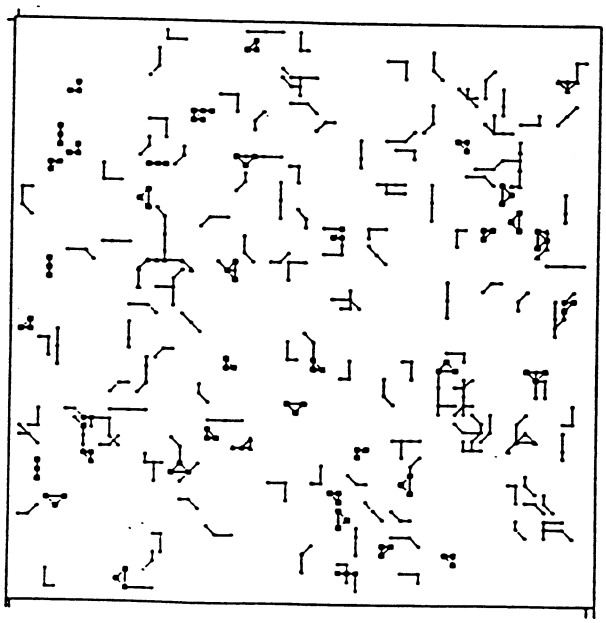


Figure 74 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (39) 3-cliques en carrés vides et (143) 3-amas (non cliques) en carrés pleins, (1) 4-cliques en triangles vide et (6) 4-amas (non cliques) en triangles pleins.*

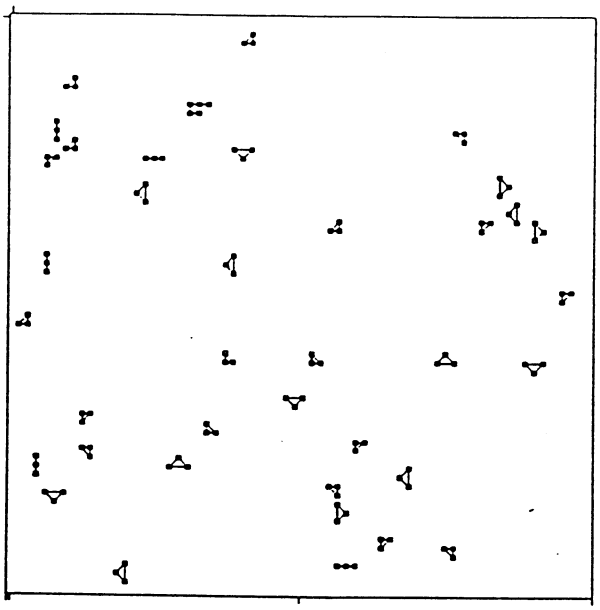


Figure 75 : *Réseau de neurones de taille N =64x64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (39) 3-cliques en carrés vides.*

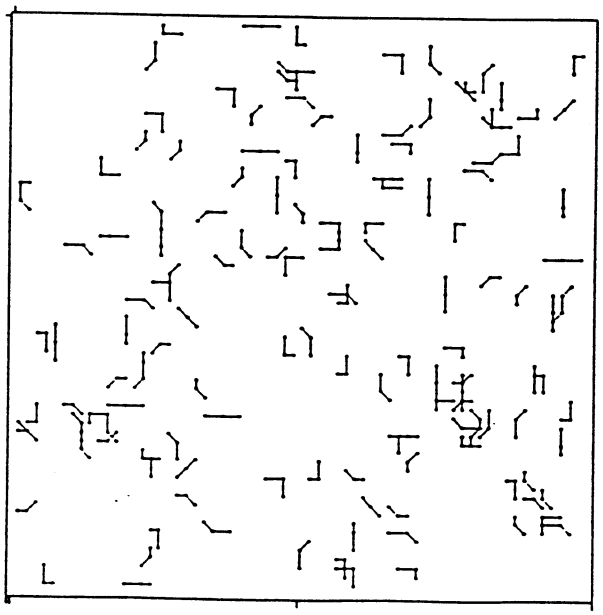


Figure 76 : *Réseau de neurones de taille N=64x64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (143) 3-amas (non cliques) en carrés pleins.*

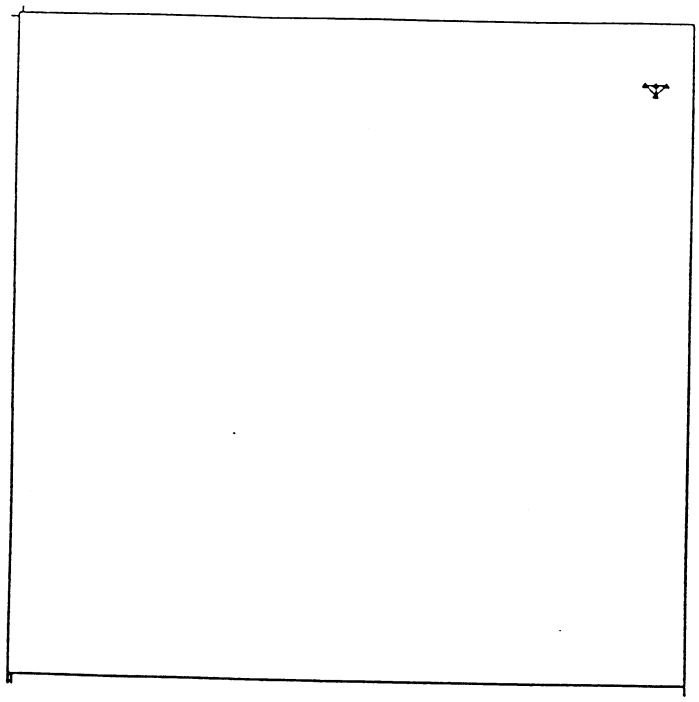


Figure 77 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (1) 4-cliques en triangle vide.*

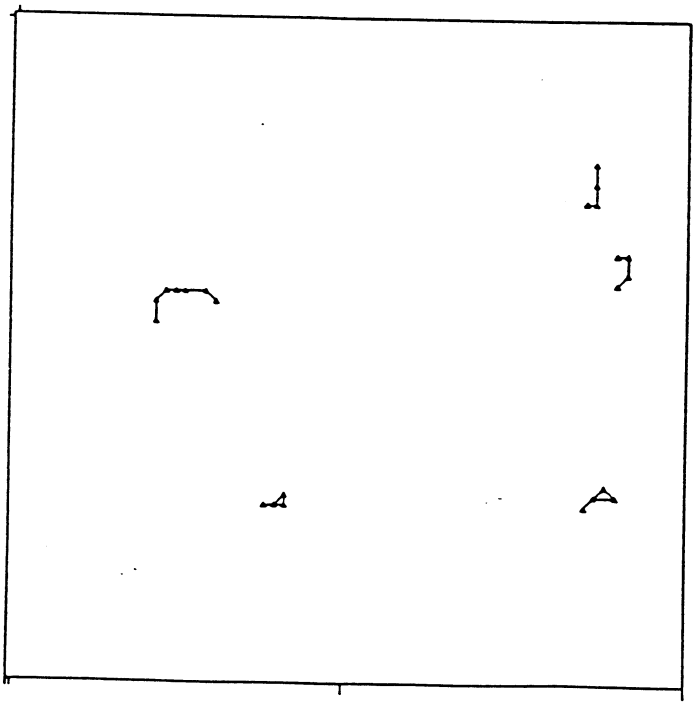


Figure 78 : *Réseau de neurones de taille N=64 x 64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (6) 4-amas (non cliques) en triangles pleins.*

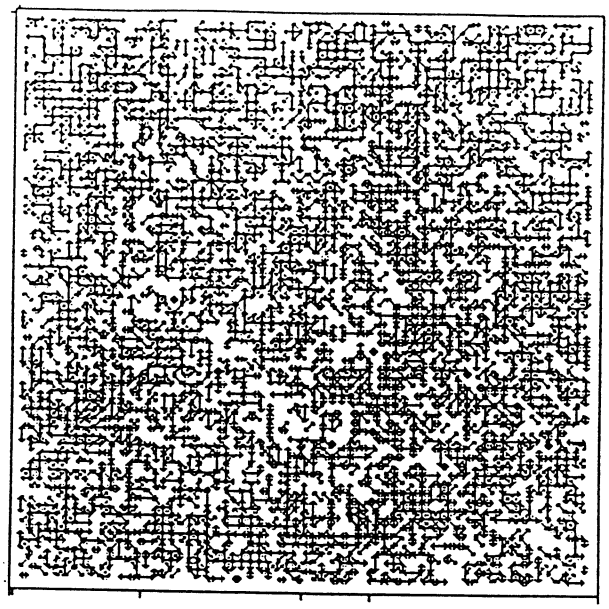


Figure 79 : *Réseau de neurones de taille N=64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations (4422) 2-cliques en flèches double sens (y compris les identiques).*

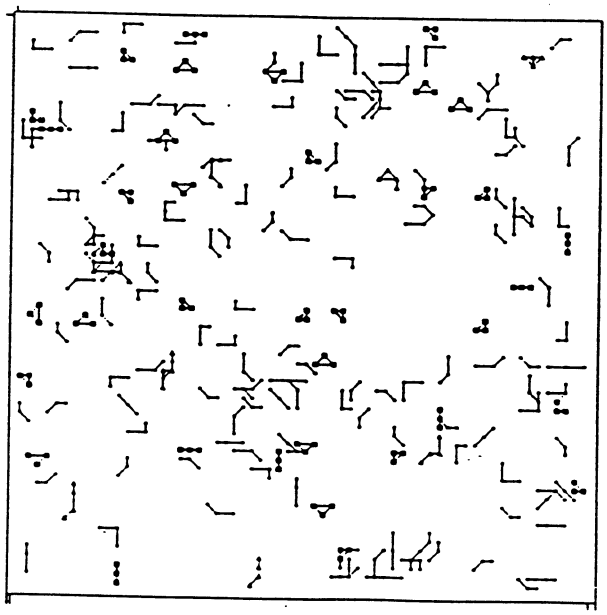


Figure 80 : *Réseau de neurones de taille N=64x64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation simultanée des configurations suivantes : (37) 3-cliques en carrés vides et (149) 3-amas (non cliques) en carrés pleins, (1) 4-cliques en triangles vide et (8) 4-amas (non cliques) en triangles pleins.*

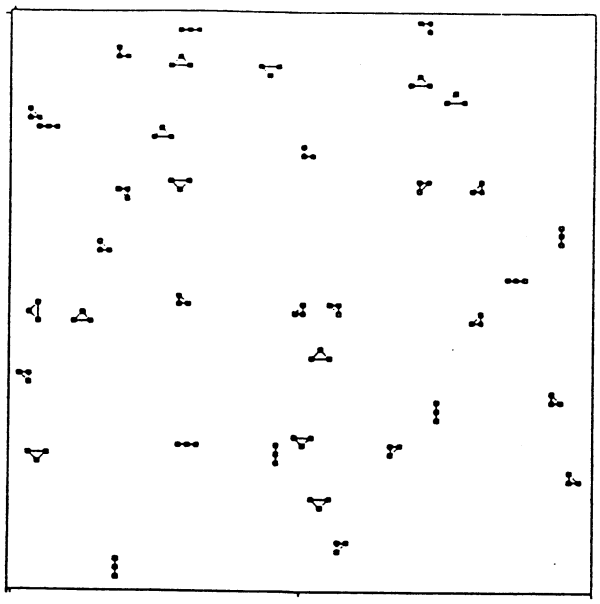


Figure 81 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure* 58 *). Représentation des configurations : (37) 3-cliques en carrés vides.*

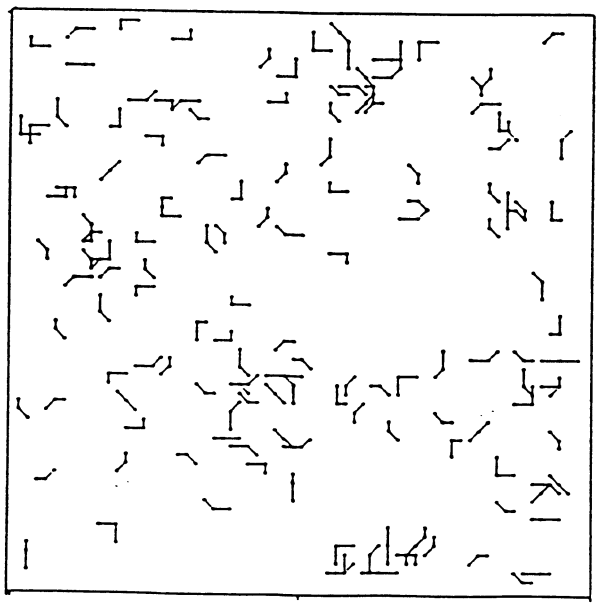


Figure 82 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure* 58*). Représentation des configurations : (149) 3-amas (non cliques) en carrés pleins.*

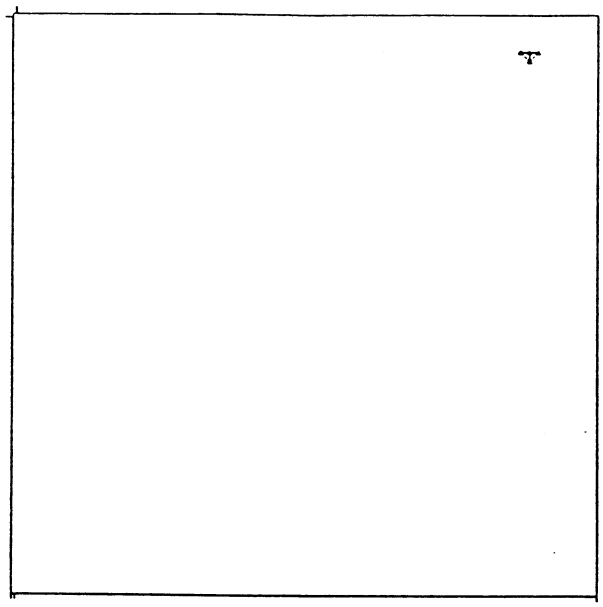


Figure 83 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (1) 4-cliques en triangle vide.*

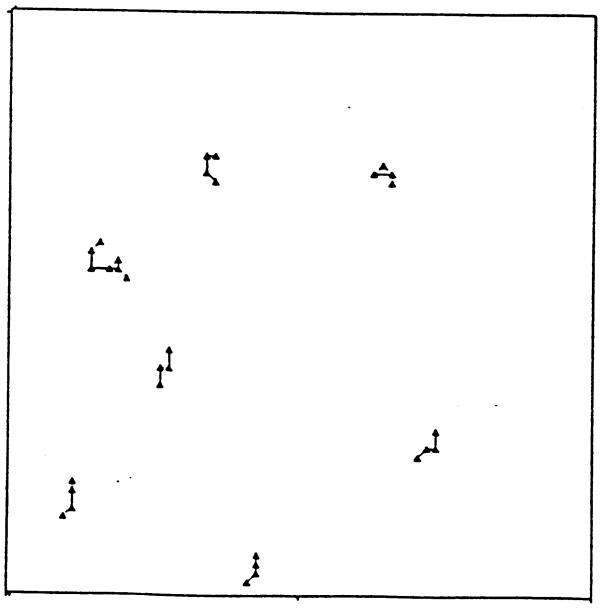


Figure 84 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (8) 4-amas (non cliques) en triangles pleins.*

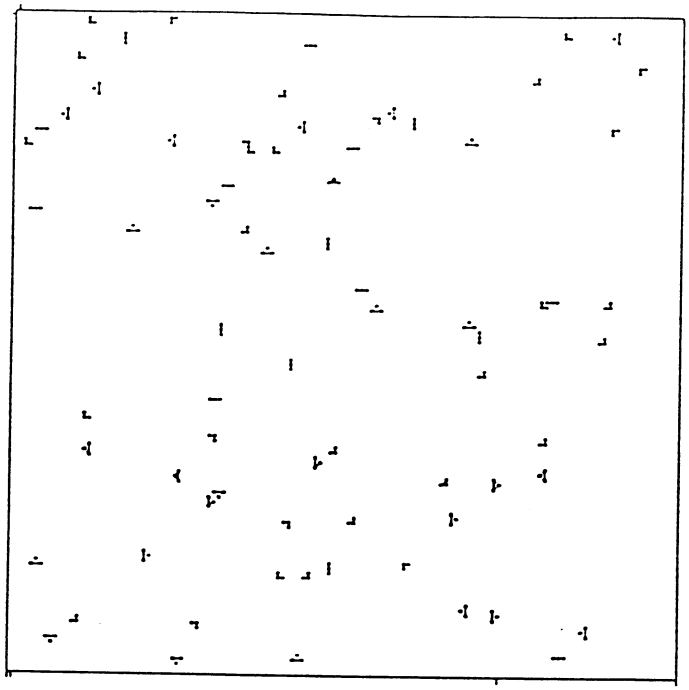


Figure 85 : *Réseau de neurones de taille N = 128 x 128 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (10200-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (75) 3-cliques en carrés pleins.*

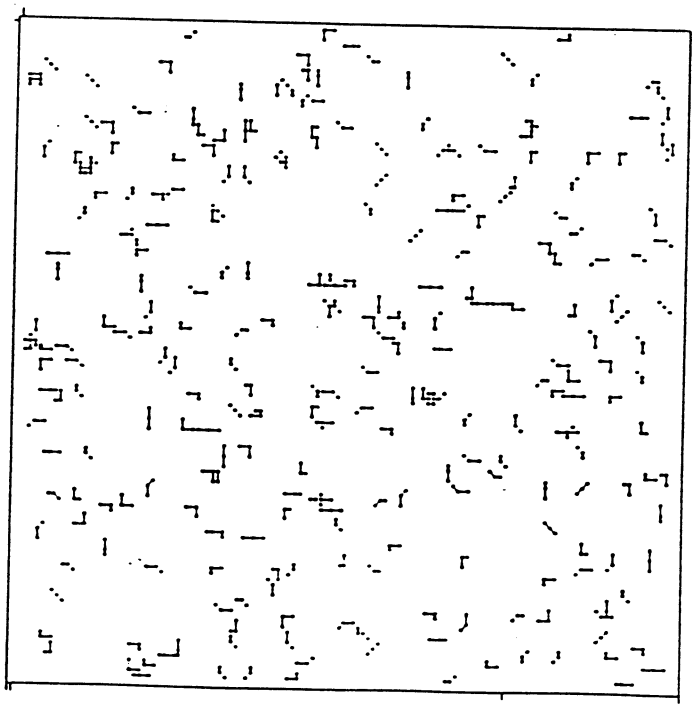


Figure 86 : *Réseau de neurones de taille N = 128 x 128 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (10200-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (271) 3-amas (non cliques) en carrés pleins.*

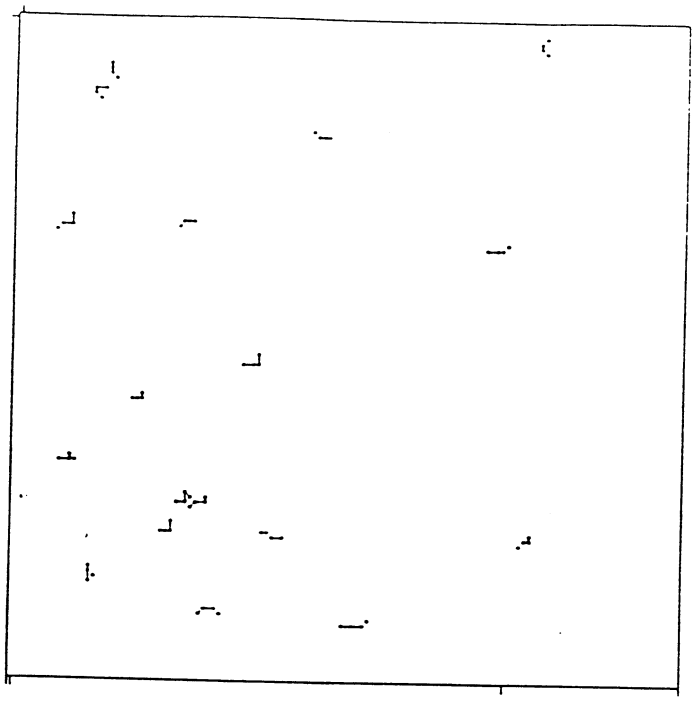


Figure 87 : *Réseau de neurones de taille N = 128 x 128 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (10200-Tcvp) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (18) 4-amas (non cliques) en carrés pleins.*

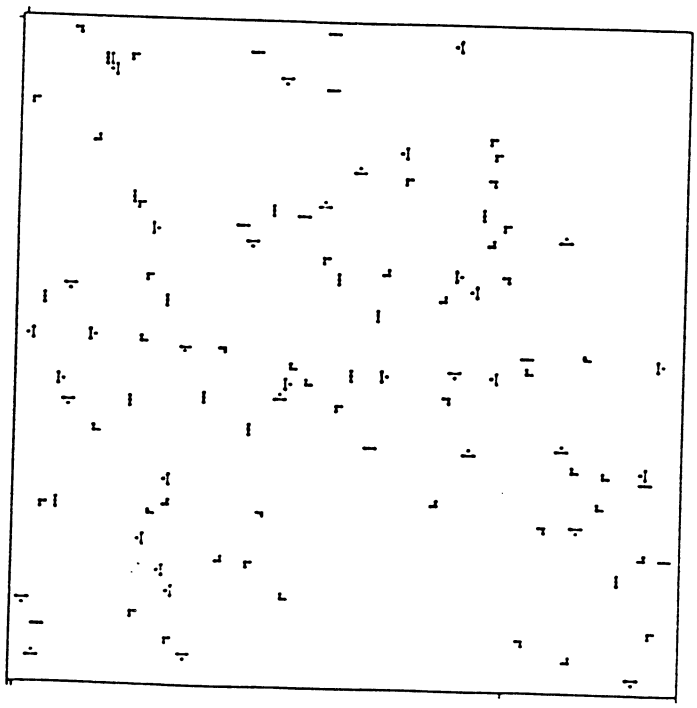


Figure 88 : *Réseau de neurones de taille N =128 x 128 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (10200-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (103) 3-cliques carrés pleins.*

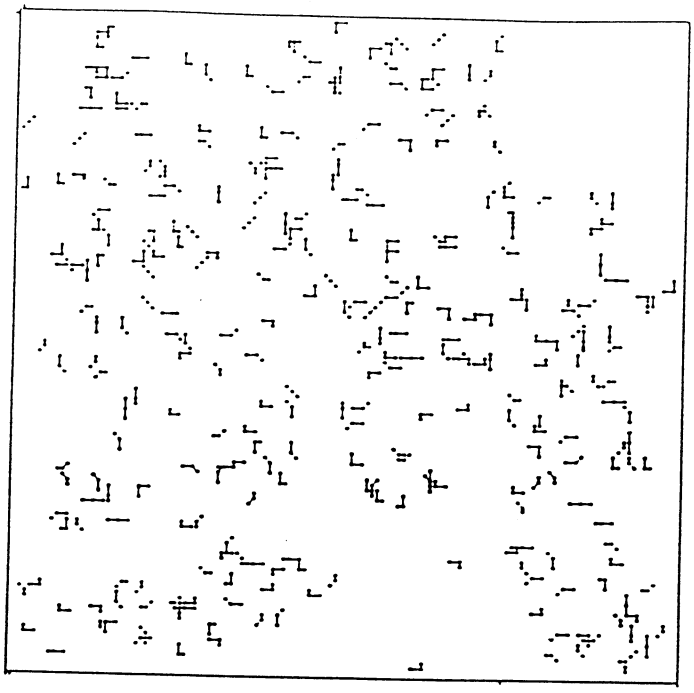


Figure 89 : *Réseau de neurones de taille N = 128 x 128 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (10200-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (308) 3-amas (non cliques) en carrés pleins.*

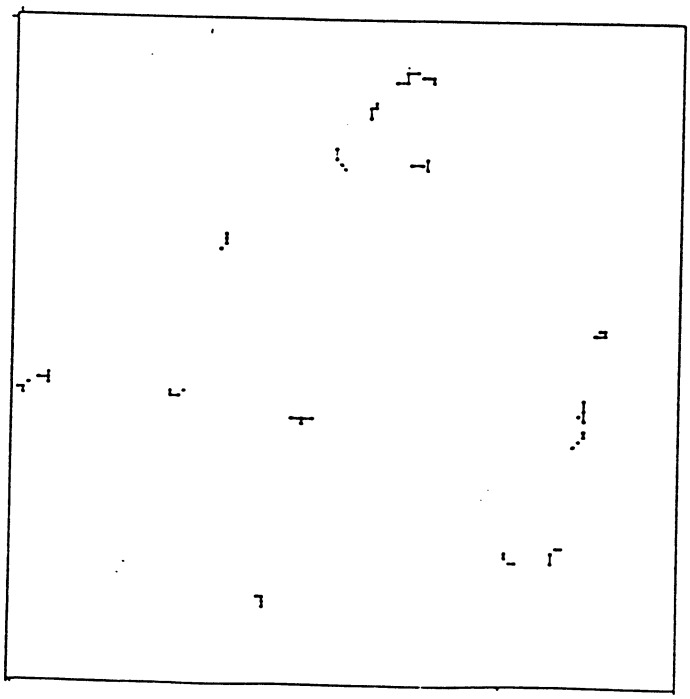


Figure 90 : *Réseau de neurones de taille N =128 x 128 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (10200-Tcvs) itérations (cf. Figure 58). Représentation des configurations : (16) 4-amas en carrés pleins.*

IV -3.2.4 Tests de validation de la mesure de Gibbs

soit μ_{emp} , la mesure empirique du réseau, telle que : $\mu_{emp}(A)$=*(nombre de A apparus)/K, où K* est l' intervalle du temps pendant lequel le réseau évolue. A partir de cette mesure empirique, on calcule, par exemple, les potentiels d'interaction de singletons, de paires et de triplets , notés respectivement par : J^*_S , J^*_P et J^*_T, tels que :

$$J^*_S(\{i\}) = \log\left[\frac{\mu_{emp}(\{i\})}{\mu_{emp}(\varnothing)}\right],$$

$$J^*_P(\{i,j\}) = -\left(J^*_S(\{i\}) + J^*_S(\{j\})\right) + \log\left[\frac{\mu_{emp}(\{i,j\})}{\mu_{emp}(\varnothing)}\right],$$

$$J^*_T(\{i,j,k\}) = +\left(J^*_S(\{i\}) + J^*_S(\{j\}) + J^*_S(\{k\})\right)$$

$$-\left(J^*_P(\{i,j\}) + J^*_P(\{i,k\}) + J^*_P(\{k,j\})\right)$$

$$+\log\left[\frac{\mu_{emp}(\{i,j,k\})}{\mu_{emp}(\varnothing)}\right].$$

Cela nous permet de calculer la mesure μ_{SP} (la mesure reconstituée seulement par des potentiels d'interaction de singletons et de paires) sur les configurations triplets (ou *3*-uplets), telle que :

$$\mu_{SP}(\{i,j,k\}) = P_0 \, Exp\left[\sum_{A \subseteq \{i,j\}} J^*_U(A)\right], \text{ où } P_0 = \mu_{emp}(\varnothing)$$

et où $J^*_U(A)$ est le potentiel d'interaction empirique de la configuration " *A* ".

• Le premier test consiste à comparer les deux mesures μ_{emp} et μ_{SP} sur les configurations *3*-uplets à l'aide d'une distance appelée : la distance de *"Kullback"*, telle que :

$$dkull(\mu^*_{emp}, \mu^*_{SP}) = \sum_{3\text{-uplets}} \left[\mu^*_{emp}(\{i,j,k\}) - \mu^*_{SP}(\{i,j,k\})\right] \log\left[\frac{\mu^*_{emp}(\{i,j,k\})}{\mu^*_{SP}(\{i,j,k\})}\right]$$

où μ^*_{emp} et μ^*_{SP} sont respectivement des mesures normalisées.

• Le second test consiste à calculer les potentiels de singletons en cliques, ainsi que leur moyenne, et ensuite les comparer aux anciens.

Applications :

Ces expériences ont été faites en deux modes d'implémentation différents (parallèle, bloc-séquentiel). Elles sont résumées dans les tableaux suivants :

D'abord expliquons les éléments des tableaux en questions :

* *taille* : est la taille du réseau,
* *Kmax* : est le nombre maximum d'itérations,
* *Tcv* : est le temps de convergence (ou début du régime stationnaire),
* *Ntrip* : est le nombre de configurations triplets pendant *(Kmax - Tcv)* itérations,
* *Nvide* : est le nombre de configurations vides pendant (Kmax - Tcv) itérations,
* $P_0 = \mu_{emp}(\emptyset) = (nombre\ de\ \emptyset\ apparus) / (Kmax - Tcv)$,
* $\overline{\mu}_{emp} = \frac{1}{Ntrip} \sum_{triplets} \mu_{emp}(A)$,
* $\overline{\mu}_{S,P} = \frac{1}{Ntrip} \sum_{triplets} \mu_{S,P}(A)$,
* *Jsmin* : est le minimum des potentiels d'interaction de singletons pendant Kmax itérations,
* *Jsmax* : est le maximum des potentiels d'interaction de singletons pendant Kmax itérations,
* *Jsmin_c* : est le minimum des potentiels d'interaction de singletons en cliques pendant Kmax itérations,
* *Jsmax_cl* : est le maximum des potentiels d'interaction de singletons en cliques pendant Kmax itérations,
* *Ordre* : est la valeur de rééchantillonnage, i.e. rééchantillonner les *"n-cliques"* jusqu' à la configuration *"Ordre-uplets"*.

**** Résultats du test N° 1 :***

taille	*8x8*	*16x16*	*32x32*
Kmax	*15000*	*15000*	*25000*
Tcv	*2595*	*3690*	*2979*
Ntrip	*55*	*1216*	*2647*
Nvide	*8803*	*2846*	*118*
P_0	*7.10 E-01*	*2.52 E-01*	*5.36 E-03*
$\overline{\mu}_{emp}$	*8.07 E-05*	*8.83 E-05*	*4.54 E-03*
$\overline{\mu}_{sp}$	*8.21 E-05*	*8.84 E-05*	*4.54 E-05*
dkull	*1.52 E-01*	*1.87 E-01*	*1.29 E-01*

Tableau 14 : *Réseau à comportement parallèle*

**** Résultats du test N° 2 :***

taille	*8x8*	*16x16*	*32x32*
Kmax	*15000*	*15000*	*15000*
Ordre	*10*	*10*	*20*
Jsmin	*-9.0613*	*-8.0567*	*-4.5218*
Jsmax	*-5.0910*	*-4.7986*	*-3.4232*
Jsmin_cl	*-11.662*	*-11.556*	*-12.091*
Jsmax_cl	*-7.4722*	*-7.3515*	*-7.8564*

Tableau 15 : *Réseau à comportement parallèle*

taille	*8x8*	*16x16*	*32x32*
Kmax	*15000*	*15000*	*15000*
Ordre	*10*	*10*	*20*
Jsmin	*-9.0604*	*-8.0774*	*-4.5951*
Jsmax	*-5.0531*	*-4.7816*	*-3.4965*
Jsmin_cl	*-11.662*	*-11.556*	*-12.090*
Jsmax_cl	*-7.4427*	*-7.3667*	*-7.8415*

Tableau 16 : *Réseau à comportement bloc-séquentiel*

***Remarque** : Pour les tailles 64 x 64 et 128 x 128, on a de faibles apparitions de singletons, sans échantillonnage par cliques (cf. IV -3.2.1 § 1). Pour cette raison, les comparaisons, dans le cas de ces tailles, n' ont pas eu lieu. Par exemple dans le cas du réseau de taille 32x32, on a observé 311 configurations singletons (sans cliques) contre 1024 de singletons (avec cliques), d'où l'écart entre ces deux types d'échantillonnages.*

En conclusion, nous observons que la reconstructibilité de la mesure de Gibbs à partir uniquement de ses potentiels de singletons et de paires augmente avec la taille du réseau, ce qui justifie a posteriori le choix de représentation fait en (Hervé et al. (90a)). Dans les Figures 67-92, on observe, comme nous l'avions remarqué plus haut pour les histogrammes d'apparition des singletons, paires, ..., que le mode parallèle privilégie les cliques et amas de cardinal faible ou de cardinal grand, alors que le mode bloc-séquentiel privilégie les cliques et amas de cardinal moyen, ce que l'on peut résumer ainsi : le mode parallèle montre plus de neurones en activité, mais moins d'interactions de paires. Si l'on est dans le cas simple de la p. 40, dans lequel les poids n'évoluent pas et dans lequel la matrice W est symétrique, alors, un simple calcul montre que le potentiel de singletons s'écrit :

- dans le cas bloc-séquentiel choisi ici (à éléments d'un bloc non voisins) :

$$J_U^S(\{i\}) = \log(e^{W_{ii}})$$

- dans le cas parallèle :

$$J_U^P(\{i\}) = \log(1 + e^{W_{ii}}),$$

à condition de choisir dans les deux cas $J_U^P(\varnothing) = J_U^S(\varnothing) = 0$.

Ceci nous prouve que, dans ce cas simple, le mode parallèle présente bien une plus grande activité des neurones que le mode bloc-séquentiel, mais une moins grande interaction de paires.

Dans les cas les plus complexes (évolution hebbienne des poids, W non symétrique), les simulations numériques ont montré le même phénomène (cf. Figures 67-92 et Annexe 2 ; cf. aussi Hervé et al. (90b), dans lequel une diminution de synchronisme, entraînée par une diminution de la période réfractaire, diminue l'activité, mais renforce les interactions de paires) ; il serait donc très intéressant maintenant d'essayer de prouver théoriquement ce résultat dans les réseaux complexes à poids variables non symétriques. Une approche thermodynamique (François (90)) permettrait sans doute de progresser dans cette direction.

ANNEXE 1

Méthode d'estimation, test du Khi-deux et Programmes

PARTIE (A)

Méthode d'estimation et test du Khi-deux

1° - Méthode d'estimation fonctionnelle : Méthode du Noyau

Soient $X_0, ..., X_p$, *i.i.d* de loi f, $(p+1)$ modalités, $n_0, ..., n_p$, $(p+1)$ effectifs observés et $n = \sum n_i$; $i = 1, ..., p$, la taille totale de l'échantillon.

D'après un théorème *(cf. A. Berlinet (86))*, après avoir vérifié les conditions imposées il existe un noyau K_E et un pas H_0 optimaux, tels que : l'estimateur f_n converge vers f où

$$f_n(x) = \frac{1}{n H_0} \sum_{i=0}^{p} n_i K_E\left(\frac{x - x_i}{H_0}\right)$$

$$avec\ H_0 = \left[\frac{\int K_E(x)\, dx}{\left[\int x^2 K_E(x)\, dx\right]^2 \int [f''(x)]^2 dx} \right]^{\frac{1}{5}} . n^{-\frac{1}{5}}$$

et où K_E est appelé noyau d'Epanéchnikov et f'' est la dérivée seconde de la densité f.

Définition : On définit *eff (K)*, l'efficacité d'un noyau K par rapport à K_E *(noyau d'Epanéchnikov)*, par :

$$eff(K) = \left[\frac{C(K_E)}{C(K)}\right] \text{ , où}$$

$$C(K) = \left[\int x^2 K(x)\, dx\right]^{\frac{2}{5}} \left[\int (K(x))^2 dx\right]^{\frac{4}{5}}$$

Dans la pratique, on a pris le noyau K *(cf. Figure 1)* tel que son efficacité par rapport au noyau optimal K_E est : $eff(K) = 1.001$ asymptotiquement ; il est défini par :

$$K(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi^2 - 8}}{4} \cos\left[\frac{\sqrt{\pi^2 - 8}}{2} x\right], & si \mid x \mid \leq \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 - 8}} \\ 0 \quad , & sinon \end{cases}$$

$$et \int x^2 K(x)\, dx = 1 \,, \int (K(x))^2\, dx = \frac{\pi\sqrt{\pi^2 - 8}}{16}$$

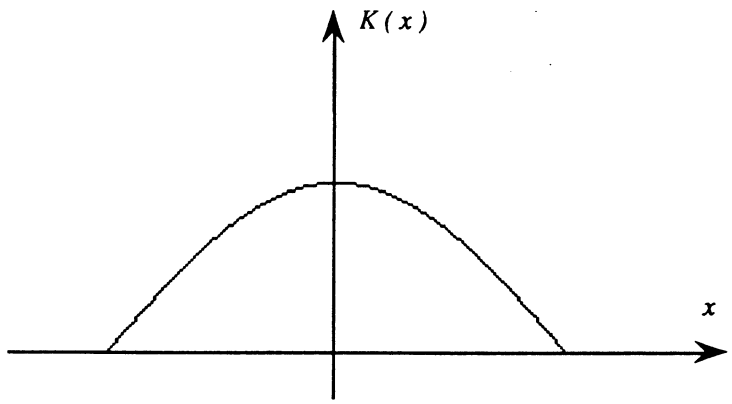


Figure 1 : *Densité du noyau "K"*

*** *Calcul pratique du pas "H_0" :***

Le calcul est fait en deux étapes :

$1°$ - calculons la première estimation $f_{n1}(x)$ comme suit :

$$f_{n1}(x) = \frac{1}{n H_1} \sum_{i=0}^{p} n_i K\left(\frac{x - x_i}{H_1}\right) \text{ où } H_1 = \frac{S}{n^{\frac{1}{5}}}$$

et où S^2 est la variance empirique de l'échantillon.

2°- remplaçons f par f_{n1} dans la formule du H_0 donnée ci-dessus.

Après un long calcul, on a trouvé la formule explicite de H_0 comme suit :

$$H_0 = \left[\frac{16\,\pi\, n\,(H_1)^5}{A + b \sum_{i=0}^{p} n_i^2} \right]^{\frac{1}{5}} \cdot \frac{b}{\pi}$$

$$\text{où } A = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{j=i+1}^{p} n_i\, n_j \int \left[\cos\left(2\,a\,x + a\frac{x_i - x_j}{H_1}\right) + \cos\left(a\frac{x_i - x_j}{H_1}\, x\right) \right] dx$$

$$\left\{ |x| \le b \right\} \cap \left\{ \left| x + \frac{x_i - x_j}{H_1} \right| \le b \right\}$$

$$\text{et où } b = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 - 8}}\,,\ a = \frac{\sqrt{\pi^2 - 8}}{2}$$

Notamment, on a implémenté cette méthode sur le *Vax6000 (cf. annexe 1-partie (B))*.

2° - Lois usuelles et Test du Khi-deux :

* Lois usuelles utilisées :

1 - Loi Normale : $\mathcal{N}(m, \sigma)$

$$f_{\mathcal{N}(m,\sigma)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{[x-m]^2}{2\sigma^2}}\, \mathbb{1}_{\mathbb{R}}(x)$$

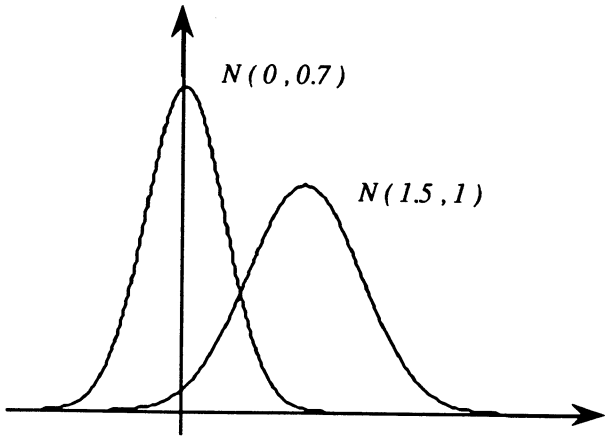


Figure 2 : Densité de la loi Normale : $\mathcal{N}(m, \sigma)$

2 - Loi Log-Normale : $L\mathcal{N}\ (m\ ,\ \sigma)$

$$f_{L\mathcal{N}(m\ ,\ \sigma)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma x}\, e^{-\frac{[\log(x) - m]^2}{2\sigma^2}}\, \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+^*}(x)$$

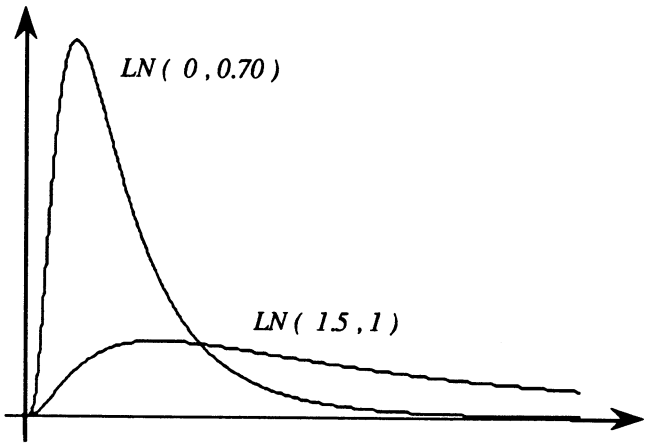


Figure 3 : *Densité de la loi Log-Normale : $L\mathcal{N}\ (m\ ,\ \sigma)$*

3 - Loi Gamma : $\Gamma\ (a\ ,\ b)$

$$f_{\Gamma(a\ ,\ b)}(x) = \frac{1}{b^a\,\Gamma(a)}\, x^{a-1}\, e^{-\frac{x}{b}}\, \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$$

$$\text{avec}\quad \Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1}\, e^{-x}\, dx$$

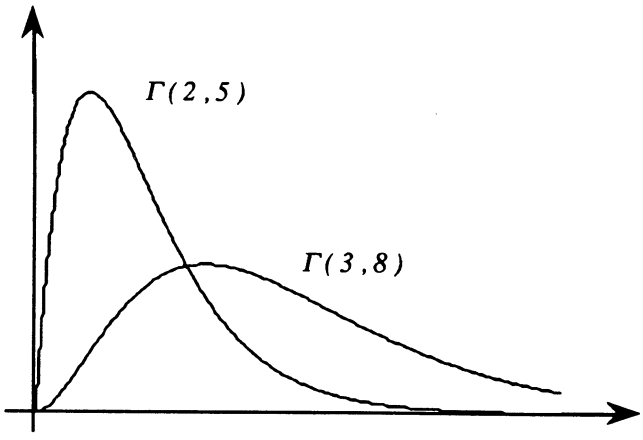


Figure 4 : *Densité de la loi Gamma : $\Gamma\ (a\ ,\ b)$*

4 - Loi Log-Gamma : $L\Gamma(a)$

$$f_{L\Gamma(a)}(x) = \frac{1}{\Gamma(a)} e^{(ax - e^x)} \mathbb{1}_{\mathbb{R}}(x)$$

$$\text{avec } \Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$$

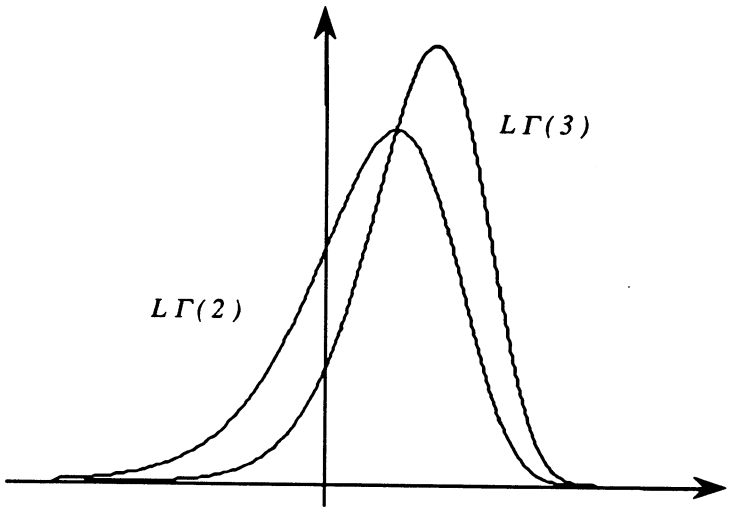


Figure 5 : *Densité de la loi Log-Gamma : $L\Gamma(a)$*

5 - Loi Khi-deux à n d° de libertés: $\chi^2(n) = \Gamma(n/2, 2)$

$$f_{\chi^2(n)}(x) = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{(n/2)-1} e^{-\frac{x}{2}} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x)$$

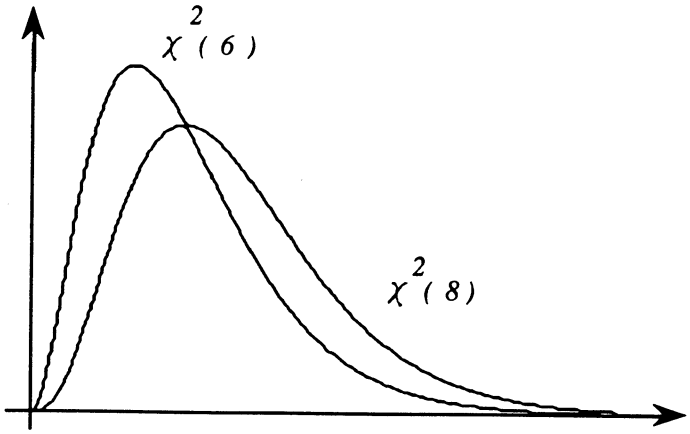


Figure 6 : *Densité de la loi du Khi-deux $\chi^2(n)$*

6 - Loi de Weibull : $\mathcal{W}eib(m, a, c)$

$$f_{\mathcal{W}eib\,(m\,,\,a\,,\,c\,)}(x) = \frac{c}{a}\left[\frac{x-m}{a}\right]^{c-1} e^{-\left[\frac{x-m}{a}\right]^{c}} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(x-m)$$

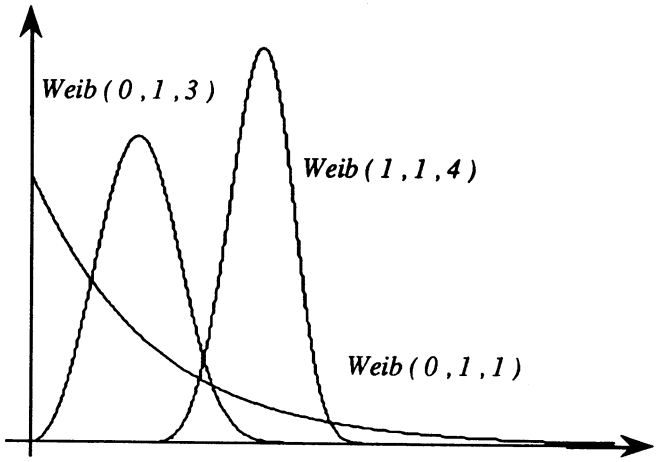


Figure 7 : *Densité de la loi de Weibull : $\mathcal{W}eib\,(m\,,\,a\,,\,c)$*

7 - Loi de Poisson : $\mathcal{P}(\lambda)$

$$\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ \mathcal{P}(\lambda)[n] = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

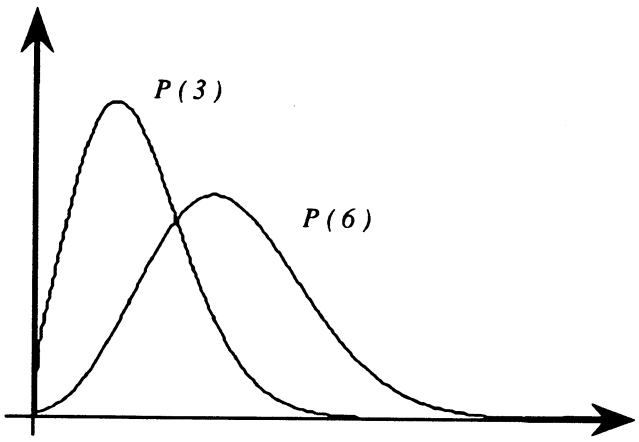


Figure 8 : *Densité de la de loi Poisson : $\mathcal{P}(\lambda)$*

8 - Loi Binomiale : $\mathcal{B}$ *(N, p)*

$$\forall N \in N^{*}, \forall n \in \{ 0, .., N \} \ \forall P \in [0, 1]$$

$$\mathcal{B} (N , P) [n] = C_N^n \ P^{\,n} (1 - P)^{N - n}$$

où $C_N^n = \dfrac{N!}{(N- n)!\ n!}$

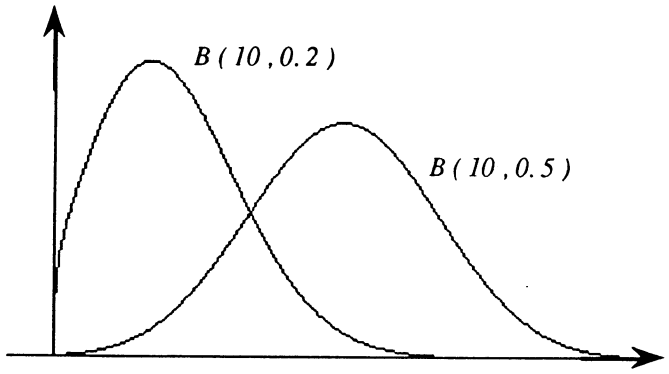


Figure 9 : *Densité de la loi Binomiale :* $\mathcal{B}$ *(N , p)*

* Test du Khi-deux :

Soient $X_0, \ldots, X_p$, *i.i.d* de loi *f*, *(p+1)* modalités, $n_0, \ldots, n_p$, *(p+1)* effectifs observés et $n=\sum n_i \ ; i = 0,\ldots, p$, la taille totale de l'échantillon. On calcule les fréquences théoriques $(P_i) \ ; i = 0, \ldots, p$, de la loi par rapport à laquelle on teste notre échantillon ; ses paramètres sont estimés à partir de l 'échantillon en question, tels que :

- $P_i = Prob (\{ x_i \})$ (cas d'une loi discrète)
- $Pi = F(x_i + \varepsilon) - F(x_i - \varepsilon)$ (cas d'une loi continue)

où F est la fonction de répartition et où 2ε est la taille de la fenêtre de l'histogramme des $(X_i) \ ; i = 0, \ldots, p$.

La statistique T observée du Khi-deux est donnée par :

$$T = \sum_{i=0}^{p} \frac{(n .p_i - n_i)^{2}}{n .p_i}$$

En vertu d'un résultat probabiliste, la loi de la statistique T, quand n, la taille de l'échantillon, est assez grand, suit une loi du $\chi^2[(p+1) -1-nb]$, où nb est le nombre de paramètres estimés.

Enfin, le test du Khi-deux consiste à tester l'hypothèse H_0 : *"la loi de l'échantillon est la loi théorique" contre l'alternative* H_1 : *"elle ne l'est pas"*. Donc, on rejette l'hypothèse *"*H_0*"* dès que la valeur de la statistique observée T a franchi un certain seuil A_α, donné selon un risque α (appelé risque du premier espèce, donné en unité de pourcentage), sinon on accepte *"*H_1*"*, c'est-à-dire que l'on détermine A_α par :

$Prob\{\chi^2[(p+1) -1-nb] \geq A_\alpha\} = \alpha$ alors

* Si $T \geq A_\alpha$, *on rejette l'hypothèse "*H_0*"* ,
* Sinon, *on accepte l'hypothèse "*H_0*" (cf. Figure 10).*

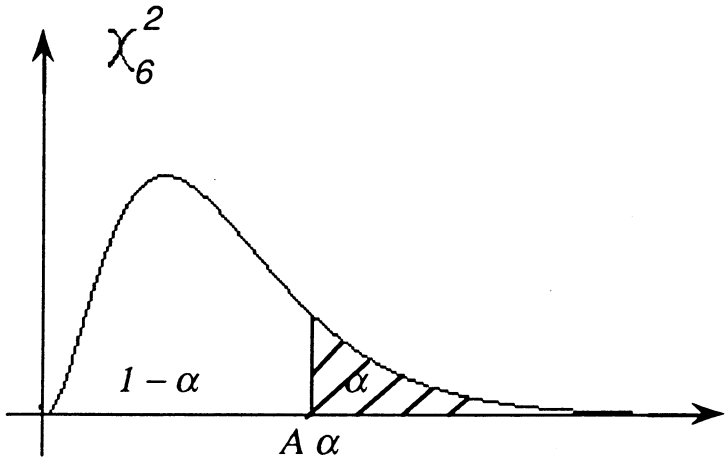


Figure 10 : *Régions d'acceptation et de rejet*

Remarque : *Cette annexe a été réalisée en consultant plusieurs ouvrages et revues (cf. Jagdish & al. (76), Berlinet(86), Lawless(82), Johnson & al. (70), Khelladi & al. (87)).*

PARTIE (B)

Progammes en langage "C"

```
/*************************************************************************/
/*                      programme   TEST_LOIS.C :                        */
/*************************************************************************/

#include stdio
#include math
#define racine2pi 2.506628275
#define pi 3.141592653589793239
#define DSpi 0.636619772367581343   /* 2/pi */

double mgeom;
double Gamga[20];

int KK;

int  dim2,nbpar;

int Kmax;          /* Nombre total d'itérations                          */
int taille;        /* La taille du réseau global                         */

char f_lect[40],f_out1[40],f_out2[40],mode[40];
char choix1,choix2;
char choixproc,param;

int T[101],G[101],Q[101],Tint[101];

int degre;        /* le dégre de liberté d'une loi de khi2               */

double moy,sigma;
double spi;

double ach,bch;    /* estimation par "moment" de la loi Gamma            */
double ga,gb;      /* les parametres estimés de la loi Gamma             */
double wm,wa,wc;   /* les parametres estimés de la loi Weibull           */

double agr,cgr;    /* les estimateurs graphique, estimés par la droite   */
                   /* de henry.Utilisés comme etant le point départ de la*/
                   /* methode itérative de Newton-Raphson.               */

double Tth[201],Tnoy[201],TT[201],GG[201];
double nT[201],nQ[201],nTint[201],xx[201],yy[201];
double Tx[201],h0;

double coef;       /* la correction du pas de la densite a noyau         */
double delta;      /* le pas de discretisation                           */
double khideux;    /* la statistique du khi2 observee                    */
double kh2[101];   /* ((ni-npi)*(ni-npi))/npi                            */

int pp;            /* il y a (p+1) observations                          */
int N;             /* some des effectifs observes                        */
int Np;            /* nombre d'observations                              */
int N2;            /* som des ni(effectif) au carres                     */

FILE *fichin,*fichout1;       /*     pointeurs du fichier de lecture    */
FILE *fichout2;               /*       et ecriture                      */

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_init()                                      */
/*-----------------------------------------------------------------------*/
proc_init()
  {
    printf("                  TEST D'HYPOTHESE DU KHI-DEUX \n");
    printf("                  -=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-\n\n");
    printf("      Réseau de neurones de taille          ( taille)   ---> ");
    scanf("%d",&taille);
    printf("%d x %d\n",taille,taille);
    printf("      Nombre total d'itérations             ( Kmax)     ---> ");
    scanf("\n%d",&Kmax);
    printf("%d\n\n",Kmax);

    printf("      Type de mode d'implementation du reseau :\n");
    printf("          mode parallele        --> note par 'par'\n");
    printf("          mode block-sequentiel --> note par 'bseq'\n");
    printf("                                    Votre choix exact          ---> ");
    scanf("\n%s",&mode);
    printf("%s\n\n",mode);

    printf("      Entrez le nombre total d'observations   (Np)        ---> ");
    scanf("\n%d",&Np);
    printf("%d\n",Np);

    printf("      Entrez le coefficient de correction du pas H0(coef)---> ");
    scanf("\n%f",&coef);
    printf("%.2f\n\n",coef);

    printf("      Entrez  le  type  de  densite theorique :\n");
    printf("          Densite Normale(m,sigma)    --> Entrez 'n'\n");
    printf("          Densite Gamma(a,b)          --> Entrez 'g'\n");
    printf("          Densite Khi-deux a n d°l    --> Entrez 'k'\n");
    printf("          Densite Weibull(m,a,b)      --> Entrez 'w'\n");
    printf("          Densite de Poisson          --> Entrez 'p'\n");
    printf("          Densite Binomiale           --> Entrez 'b'\n");
    printf("                                          Votre  choix    ---> ");
    scanf("\n%c",&choixproc);
    printf("%c\n\n",choixproc);

    if(choixproc=='w')
      {
      printf("      Voulez-vous estimer le parametre de location m(o/n)---> ");
      scanf("\n%c",&param);
      printf("%c\n",param);
      }

    printf("      Voulez-vous ouvrir le fichier densite a noyau(o/n) ---> ");
    scanf("\n%c",&choix1);
    printf("%c\n",choix1);

    printf("      Voulez-vous ouvrir le fichier densite theoriq(o/n) ---> ");
    scanf("\n%c",&choix2);
    printf("%c\n",choix2);

  }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : choix_in_out()                                   */
/*-----------------------------------------------------------------------*/
choix_in_out()
 {
    printf("      Nom du fichier lecture                                 ---> ");
    scanf("\n%s",&f_lect);
    printf("%s\n",f_lect);
    if( (fichin=fopen(f_lect,"r"))==0 )
      {printf("      Erreur de lecture !\n");}

 if(choix1=='o')
   {
    printf("      Nom du fichier ecriture pour densite a noyau       ---> ");
    scanf("\n%s",&f_out1);
    printf("%s\n",f_out1);
    if( (fichout1=fopen(f_out1,"w"))==0 )
      {printf("      Erreur d'ecriture !\n");}
   }

 if(choix2=='o')
   {
    printf("      Nom du fichier ecriture pour densite theorique     ---> ");
```

```
    scanf("\n%s",&f_out2);
    printf("%s\n",f_out2);
    if( (fichout2=fopen(f_out2,"w"))==0 )
      {printf("      Erreur d'ecriture !\n");}
   }
 }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_lecture()                                     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
proc_lecture()
   {
    int i;

    N=0;
    i=0;

    while( i < Np )
        {
           fscanf(fichin,"%d  %d",&G[i],&T[i]);
           /*printf("T[%d] = %d\n",G[i],T[i]);*/
           N+=T[i];
           i++;
        }
    pp=i-1;
    /*printf("pp = %d\tN = %d\n\n",pp,N);*/

    fclose(fichin);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_ecriture()                                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
proc_ecriture(ptr_out,T1,T2,n)
FILE *ptr_out;
double T1[101],T2[101];
int n;
   {
    int i;

    i=0;
    while( i<=n )
        {
           fprintf(ptr_out,"%.2f  %.4f",T1[i],T2[i]);
           fprintf(ptr_out,"\n");
           /*printf("T[%.2f] = %e\n",T1[i],T2[i]);*/

           i++;
        }
    printf("\n");
    fclose(ptr_out);
   }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : puissance()                                        */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double puissance(a,k)
    int k;
    double a;
        {
          int i;
          double puiss;

          puiss=1;
          for(i=1;i<=k;i++)
            {
              puiss*=a;
            }
          return(puiss);
        }
```

```
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : init_parametres()                                  */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
init_parametres()
   {
    int i;

    double som,mgeo;
    double som2,som3,som4;
    double skew,kurt,tamp;

    mgeom=1;
    som=0.0;som2=0.0;
    som3=0.0;som4=0.0;
    N2=0;

    for(i=0;i<=pp;i++)
      {
         N2+= T[i];
         som += G[i]*T[i];
         som2 += G[i]*G[i]*T[i];
         som3 += puissance((double)G[i],3)*T[i];
         som4 += puissance((double)G[i],4)*T[i];
         mgeom *= exp(log((double)G[i])*((double)T[i]/N));
      }
    /*mgeo=exp(log(fabs(mgeo))/N);*/
    moy=som/N;
    som2/=N;
    som3/=N;
    som4/=N;
    sigma=sqrt(som2-moy*moy);
    /*printf("sigma = %.4f\n",sigma);*/
    sigma=sqrt((double)N/((double)N+1))*sigma;

   printf("\n");
   printf("      * moyenne arithmétique      = %.4f\n",moy);
   printf("      * moyenne géométrique       = %.4f\n",mgeom);
   printf("      * SQRT(variance empirique)  = %.4f\n",sigma);
   printf("\n");

    if( choixproc=='n')
     {
       tamp=puissance(moy,3);
       skew=som3-3*som2*moy+2*tamp;
       tamp=puissance(sigma,3);
       skew/=tamp;
       tamp=puissance(moy,4);
       kurt=som4-4*som3*moy+6*som2*moy*moy-3*tamp;
       tamp=puissance(sigma,4);
       kurt/=tamp;
       kurt-=3;

printf("      * Test de normalite :\n\n");
printf("          Si X une v.a. suivant une loi normale alors :\n");
printf("           - Le Skewness=E((X-EX)**3)/sigma**3   = 0 (symétrie),\n");
printf("           - Le Kurtosis=E((X-EX)**4)/sigma**4-3 = 0 (forme gauss),\n");


      printf("\n\n          ------------------------------------\n");
        printf("          |  loi gauss | Skewness | Kurtosis |\n");
        printf("          ------------------------------------\n");
        printf("          |  theorique |     0    |     0    |\n");
        printf("          ------------------------------------\n");
        printf("          |  calculé   |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",skew,kurt);
        printf("          ------------------------------------\n\n");
     }
```

```
    if( choixproc=='b')
       { moy/=pp;}
  }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : factoriel()                                        */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
int factoriel(s)
    int s;
        {
          int i,res;

          res=1;
          for(i=s;i>0;i--)
            {
              res*=i;
            }
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : poisson()                                          */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double poisson(e,n)
    double e;
    int n;
        {
          double res;

          /*printf("moy= %e\n",moy);*/
          res=puissance(e,n);
          res*=exp(-e);
          res/=factoriel(n);
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : combinatoire()                                     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double combinatoire(i,m)
    int i,m;
        {
          double res;
          int d,nu,j;

          nu=1;
          j=0;
          while(j<i)
            {
              nu*=(m-j);
              j++;
            }
          d=factoriel(i);
          res=(double)nu/(double)d;

          return(res);
        }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : binomiale()                                        */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double binomiale(i,m,p)
    int i,m;
    double p;
        {
          double res,moy2;
          int j;

          moy2=1-p;j=m-i;

          res=puissance(p,i);
          res*=puissance(moy2,j);
          res*=combinatoire(i,m);

          return(res);
        }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : MMoy()                                             */
/*          cette fonction calcule la moyenne empirique d'un echantillon*/
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double MMoy(T1,n)
double T1[201];
int n;
        {
          double s;
          int i;

          s=0;
          for(i=0;i<=n;i++)
             { s+=T1[i];}
          s/=n;
          return(s);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : Cov()                                              */
/*          cette fonction calcule la covariance de T1 et T2               */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double Cov(T1,T2,n)
double T1[201],T2[201];
int n;
        {
          double res,sxy;
          int i;

          sxy=0;
          for(i=0;i<=n;i++)
             { sxy+=T1[i]*T2[i];}
          res=sxy/n-MMoy(T1,n)*MMoy(T2,n);
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : fct()                                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double fct(x)
    double x;
        {
          double res;

          res=log(log(1./(1. - x)));
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : Estim_m()                                          */
/*          cette procedure calcule l'estimation de location "m" d'une     */
/*          loi de Weibull(m,a,c) par le Max-vraisemblance.                */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
Estim_m()
        {
          int i;

             if(param=='o')
               {
                 nbpar= 3;
                 wm=(double)G[0];   /*  minimum des observations G[i] */
               }
             else
```

```
            {
              nbpar= 2;
              wm=0.0;
            }

          for(i=1;i<=pp;i++)
            {
              xx[i]=log((double)G[i]-wm);
              yy[i]=fct((double)i/(pp+1));
            }
           xx[0]=xx[1];
           yy[0]=yy[1];
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : Estim_Graph()                                      */
/*          cette procedure calcule l'estimation de "a","c" d'une loi      */
/*          de Weibull(m,a,c) par l'ajustement de la droite de henry.      */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
Estim_Graph(T1,T2,n)
   double T1[201],T2[201];
   int n;
        {
          double res,coefcorr;

          cgr=Cov(T1,T2,n)/Cov(T1,T1,n);
          res=MMoy(T2,n)-cgr*MMoy(T1,n);
          coefcorr=Cov(T1,T2,n)/sqrt(Cov(T1,T1,n)*Cov(T2,T2,n));

          agr=exp(-res/cgr);
        /*printf("Les parametres estimes par la droite de Henry sont :\n\n");
          printf("wm = %e  agr = %e  cgr = %e\n\n",wm,agr,cgr);
          printf("le coefficient de correlation : R0 = %e\n",coefcorr);*/
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : fct_Phy()                                          */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double fct_Phy(T1,T2,p)
    double T1[201],T2[201];
    int p;
        {
          double d,e,f,g,h,u,phi,phiprime,res;
          int i;
          d=0;e=0;f=0;g=0;
          for(i=0;i<=p;i++)
            {
              h=log(T1[i]);
              u=exp(h*wc);
              d+=u*h*T2[i];
              e+=u*T2[i];
              f+=h*T2[i];
              g+=u*h*h*T2[i];
            }
          phi=1./wc + f/N - d/e;
          phiprime= -1./(wc*wc) - g/e + (d/e)*(d/e);

          res = wc - phi/phiprime;
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : Estim_a()                                          */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double Estim_a(T1,T2,p)
    double T1[201],T2[201];
    int p;
        {
          double s,res;
          int i;

          s=0;
          for(i=0;i<=p;i++)
             { s+=T2[i]*exp(wc*log(T1[i]));}

          res=exp(log(s/N)/wc);
          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : Newton()                                           */
/*          cette procedure calcule l'estimation de "a","c" d'une loi      */
/*          de Weibull(m,a,c) par methode iterative de Newton-Raphson.     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
Newton(T1,T2,p)
   double T1[201],T2[201];
   int p;
        {
          double eps,c1;
          int iter;

          wa=agr;
          wc=cgr;
          eps=1;
          iter=0;
          /*printf("la valeur initiale de wc est : %.6f\n",wc);*/

          while(eps>1.0E-06)
             {
               c1=wc;
               wc=fct_Phy(T1,T2,p);
               eps=fabs(wc-c1);
               iter++;
               /*printf("Iteration Numero:%d\twc = %.6f\n",iter,wc);*/
             }
          wa=Estim_a(T1,T2,p);
          /*printf("Les parametres estimes par Max-vraisemblance sont :\n\n");
          printf("wm = %e  wa = %e  wc = %e\n\n",wm,wa,wc);*/

        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : Frweibull()                                        */
/*            cette fonction calcule la fonction de répartition            */
/*            de la loi de Weibull(wm,wa,wc).                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double Frweibull(x)
    double x;
        {
          double res;

          if(x>wm)
            {
              res= exp(wc*log((x-wm)/wa));
              res=1.0 - exp(-res);
            }
          else
            { res=0.0;}

          return(res);
        }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : Frgauss_normale()                                  */
/*            cette fonction calcule la fonction de répartition            */
/*            de la loi normale centrée et réduite.                        */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double Frgauss_normale(x)
    double x;
        {
          double res;
```

```
        double C1,C2,C3,C4,C5,C6;
        double X1,U,U2,U3,V,W;

        C1= 0.31938153;
        C2= -0.356563782;
        C3= 1.78147937;
        C4= -1.821255978;
        C5= 1.330274429;
        C6= 0.2316419;

        /*x=(x-moy)/sigma;*/

        if(x>6)
           {res=0.99999999;}
        if(x<-6)
           {res=0.000000001;}
        if( (x>=-6) && (x<=6) )
           {
             X1=x;
             if(x<0)
                {x= -x;}
             U=1.0/(1+C6*x);
             U2=U*U;
             U3=U2*U;
             V =exp(-(x*x)/2)/racine2pi;
             W =1 - V*(C1*U + C2*U2 + C3*U3 + C4*U2*U2 + C5*U2*U3);
             if(X1<0)
                  {res= 1 - W;}
             else
                  {res=W;}
           }

        return(res);

      }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Estimations des parametres de la loi Gamma(a,b) par la         */
/*        méthode du maximum de vraisemblance :                            */
/*        On utilise deux méthodes pour résoudre le systeme du max-        */
/*        -imum de vraisemblance :                                         */
/*           1) Utiliser une approximation polynomiale pour résoudre       */
/*              l'un des parametres et déduisons l'autre.                  */
/*           2) Utiliser la méthode de Newton-Raphson ou la méthode        */
/*              des Scores (Scoring method),a partit d'une solution        */
/*              initiale donnee par la methode des moments.                */
/*                                                                         */
/*   (see J.F. Lawless(1982),"Statistical Models & Methods for Lifetime    */
/*      Data",Wiley. (Pofessor at the University of Waterloo - CANADA)     */
/*   (see also the procedure in this programme :"init_parametres"     )    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          procedure  :      estimates_Gamma()                            */
/*            The maximum likelihood estimates of the parameters (a,b)     */
/*          are solutions of the likelihood equations :                    */
/*             1) ga*gb = moy                                              */
/*             2) log(ga) - f(ga) = log(moy/mgeom)                         */
/*     where f(ga) = dlog[gamma(ga)]/dga and mgeom is the geometric mean   */
/*     and moy is the arithmetic mean.                                     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
estimates_Gamma()
        {
          double s,tamp;
          double C1;

          /*printf("avant s ---> moy=%.4f  mgeom=%.4f\n",moy,mgeom);*/
          tamp = moy/mgeom;
          /*printf("tamp = moy/mgeom = %.6f\n",tamp);*/
          s=log(tamp);
          /*printf("apres s\n");
          printf("\nS = log[moy/mgeo] = %.6f\n",s);*/

      /* A very close approximation to "a" is given by the empirically */
      /* determined formulas ( see Johnson and Kotz (1970).The relative*/
      /* error of these formulas is claimed to be less than 0.0001.    */

          if(s<=0)
               {
                 ga=ach;
                 gb=bch;
               }
          else
               {
                 if((s>0) && (s<=0.5772))
                   {ga=(0.5000876 + 0.1648852*s - 0.0544274*s*s)/s;}

                 if((s>0.5772) && (s<=17))
                   {
                     C1=(17.79728 + 11.968477*s + s*s)*s;
                     ga=8.898919 + 9.059950*s + 0.9775373*s*s;
                     ga/=C1;
                   }

                 gb=moy/ga;

               }

        /*printf("loi Gamma(a,b) --> aChap= %.4f bchap= %.4f\n",ga,gb);*/

        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : fct_Phy_gamma()                                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double fct_Phy_gamma()
        {
          double d,e,s,phi,phiprime,res;

          s=log(moy/mgeom);
          e=ga*ga*ga;
          d=e*ga*ga;

          phi=1./2+1./(12*ga)-1./(120*e)+1./(252*d)-s*ga;
          phiprime= -1./(2*ga)-1./(6*ga*ga)+1./(30*e*ga)-1./(42*d*ga);
          res = ga - phi/phiprime;

          return(res);
        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : Newton_gamma()                                     */
/*          cette procedure calcule l'estimation de "a","b" d'une loi      */
/*          de Gamma(a,b) par la méthode itérative de Newton-Raphson.      */
/*          qui consiste à itérer l'équation suivante:                     */
/*           - cherchons "a" tel que : la fonction phi(a) = 0 ?            */
/*           - la solution est donnée par la méthode de Newton :           */
/*           a[0] = ach( ach étant par exemple l'estimation par moment     */
/*           a[i+1] = a[i] - phi(a[i])/phiprime(a[i]),                     */
/*          on arrête l'itération dés que |a[i+1]- a[i]|<=1.0E-06          */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
Newton_gamma()
        {
          double eps,c1;
          int iter;

          ga=ach;
          eps=1;
          iter=0;
```

```
        /*printf("la valeur initiale de ga est : %.6f\n",ga);*/

        while(eps>1.0E-06)
            {
              c1=ga;
              ga=fct_Phy_gamma();
              eps=fabs(ga-c1);
              iter++;
              /*printf("Iteration Numero:%d\tga = %.6f\n",iter,ga);*/
            }

        gb=moy/ga;
      /*printf("Les parametres estimés par Max-vrais (Newton) sont :\n\n");
       printf("ga = %e  gb = %e\n\n",ga,gb);*/

       }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction   :      gamma()                                      */
/*          calcule l'integrale d'Euler.                                   */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double gamma(z)
    double x;
        {
          double res,y,c1,c2,c3,c4;
          double c5,c6,c7,c8;

          c1=0.0016063118;
          c2=0.0051589951;
          c3=0.0044511400;
          c4=0.0721101567;
          c5=0.0821117404;
          c6=0.4117741955;
          c7=0.4227874605;
          c8=0.9999999758;

          res=1;
          y=x;
          if( y==0 )
             {
               res= 1.0E+18;
               goto one;
             }
     two :
          if(y<2.0)
            {
               res/=y;
               y+=1;
               goto two;
            }

   three :
          if(y==2.0)
            { goto one;}
          if(y>=3.0)
            {
               y-=1;
               res*=y;
               goto three;
            }

          y-=2;
          res=(((((((c1*y+c2)*y+c3)*y+c4)*y*c5)*y+c6)*y+c7)*y+c8)*res;

    one :
          return(res);

        }
```

```
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : densite_gamma(x)                                   */
/*          cette fonction calcule: la densite de la loi Gamma(ga,gb)      */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double densite_gamma(x,Gaga,nl)
double x;
double Gaga[20];
int nl;
   {
          int i;
          double res,tampon;

          if(x==0)
            {res=0;}
          else
            {
              res=exp((-x/gb)+(ga-1)*log(fabs(x)));
              tampon=exp(ga*log(fabs(gb)));
              res/=tampon;
              for(i=0;i<=nl;i++)
                {res/=Gaga[i];}
            }

          return(res);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : Frgamma()                                          */
/*          cette fonction calcule: Fr(b)-Fr(a)=Prob(x appartient [a,b]    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double Frgamma(a,b,Gaga,nl)
double a,b;
double Gaga[20];
int nl;
   {
          double res,tampon,abs,ord,delta2;
          int i;

          res=0.0;
          tampon=densite_gamma(a,Gaga,nl);
          delta2=(b-a)/100;

          i=1;
          while(i<=100)
              {
                abs = a + i*delta2;
                ord = densite_gamma(abs,Gaga,nl);
                res += delta2*((tampon + ord)/2);
                tampon = ord;
                i++;
              }

          return(res);
        }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Estimation d'une loi de densité par la méthode du noyau.       */
/*          (cf. BENAOUDA et al.,rapport de D.E.A. Statistique (1987)).    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : calcul_h0()                                        */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
calcul_h0()
   {
     int i,j;
     double a,b;
     double borne,In,I1,I2;
```

```
    double test,h1,nu,d;

    h1=sigma/exp(log((double)N)/5);

    a=sqrt(pi*pi-8)/2;
    b=pi/(2*a);

    borne=2*b*h1;

    In=0.0;

    for(i=0;i<=pp-1;i++)
     {
       for(j=i+1;j<=pp;j++)
         {
           test=(double)(G[i]-G[j]);
           if(test>0.0)
            {
              if( test < borne )
               {
                 I1=cos(a*(test/h1))*(2*b-test/h1);
                 I2=sin(a*(2*b-test/h1))/a;
                 In+=(I1+I2)*T[i]*T[j];
               }
            }
           else
            {
              if( test > -borne )
               {
                 I1=cos(a*(test/h1))*(2*b+test/h1);
                 I2=sin(a*(2*b+test/h1))/a;
                 In+=(I1+I2)*T[i]*T[j];
               }
            }

         }
     }
    nu=16*pi*N*puissance(h1,5);
    d =N2*b+In;
    h0=exp(log(fabs(nu/d))/5)*b;
    h0/=pi;
  }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : noyau()                                            */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double noyau(x)
  double x;
  {
    double res,s,s2;

    s =pi/sqrt(pi*pi-8);
    s2=sqrt(pi*pi-8)/4;

    if( (x<=s) && (x>= -s) )
        { res=s2*cos(2*s2*x);}
    else
        { res =0.0; }

    return(res);
  }


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction  : densite_empir()                                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
double densite_empir(x,h)
  double x,h;
  {
    double res;
    int i;

    res=0.0;
    for(i=0;i<=pp;i++)
       { res+=(double)T[i]*noyau((x-(double)G[i])/h);}

    res/=(N*h);

    return(res);
  }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : density_estimates()                                */
/*          cette procedure calcule la densite empirique a noyau           */
/*          d'un echantillon.                                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
density_estimates()
  {
    int i;
    double sum;

    sum=0.0;

    calcul_h0();
  printf("      * Le pas optimal de la densite a noyau:  H0 = %.4f\n",h0);
    h0*=coef;
  printf("      * Le pas utilise :  H0 = H0*coef (optimal)  = %.4f\n",h0);

    for(i=0;i<=pp;i++)
     {
       Tx[i] = (double)G[i];
       Tnoy[i] = densite_empir(Tx[i],h0);
       sum+=Tnoy[i];
       /*printf("Tx[%4d]=%7.4f   Ty[%4d]=%7.4f\n",i,Tx[i],i,Tnoy[i]);*/
     }
  printf("      * la some des Tnoy[i] :              some   = %.4f\n",sum);
  printf("\n");
  }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Fonction   :      arrondi(x)                                   */
/*          cette procedure calcule l'entier le plus proche du             */
/*          reel x                                                         */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
int arrondi(x)
    double x;
        {
           int res;
           double test;

           res=(int)x + 1;
           test=(double)res-x;
           if(test<=0.5)
                 { return(res); }
           else
                 { return(res-1); }

        }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_khi_deux()                                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
proc_khi_deux(nb)
  int nb;
   {
     int i;

  spi=0.0;
  khideux=0.0;
```

```
    degre=0;

    for(i=0;i<=pp;i++)
     {
      spi+=nT[i];

      if(nTint[i] >= 5 )
       {
        degre++;
        kh2[i]=(((double)Tint[i]-nTint[i])*((double)Tint[i]-nTint[i]))/nTint[i];
        khideux += kh2[i];
       }
     }
   spi/=N;
   spi=arrondi(spi);
   degre -= (nb+1);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_traitement1()                                 */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
proc_traitement1(t)
  int t;
  {
       double s,sn;
       int pos[101],j1,i,k,j,cptr;

       j1=0;
       for(i=0;i<=t-1;i++)
           {
             if(nT[i]<5)
               {
                 pos[j1]=i;
                 j1++;
               }
           }
    /*printf("j1 = %d\n",j1);*/

    if(j1!=0)
     {
         i=0;
         while(i<pos[0])
          {
            Tint[i] = T[i];
            nTint[i]= nT[i];
            i++;
          }
        i=0;
        while(i<=j1-1)
           {
             sn = T[pos[i]];
             s = nT[pos[i]];
             j=pos[i]+1;

             while(j<=t-1)
               {
                 s += nT[j];
                 sn += T[j];
                 if(s>=5)
                    {
                      Q[j] = sn;
                      nQ[j] = s;
                      Tint[j]=Q[j];
                      nTint[j]=nQ[j];
                      cptr = j;
                      break;
                    }
                 j++;
               }

             i++;
             k=i;
             while(k<=j1-1)
               {
                 if(pos[k]<=j)
                    {i++;}
                 k++;
               }
           }
             k=cptr+1;
             while(k<=t-1)
               {
                 Tint[k] = T[k];
                 nTint[k] = nT[k];
                 k++;
               }
     }
    else
        {
          for(i=0;i<=t-1;i++)
             {
              Tint[i] = T[i];
              nTint[i]= nT[i];
             }
        }

  }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : proc_traitement2()                                 */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
proc_traitement2(t)
  int t;
    {
      double s,sn;
      int pos[101],j1,i,k,j,cptr;

      j1=0;
      for(i=t;i<=pp;i++)
         {
           if(nT[i]<5)
             {
               pos[j1]=i;
               j1++;
             }
         }

   /*printf("j1 = %d\n",j1);*/

   if(j1!=0)
    {
        i=pos[j1-1]+1;
        while(i<=pp)
         {
           Tint[i] = T[i];
           nTint[i]= nT[i];
           i++;
         }

       i=j1-1;
       while(i>=0)
         {
           sn = T[pos[i]];
           s = nT[pos[i]];
           j=pos[i]-1;

           while(j>=t)
```

```
            {
              s += nT[j];
              sn += T[j];
              if(s>=5)
                 {
                   Q[j] = sn;
                   nQ[j] = s;
                   Tint[j] = Q[j];
                   nTint[j] = nQ[j];
                   cptr = j;
                   break;
                 }
              j--;
            }

          i--;
          k=i;
          while(k>=0)
            {
              if(pos[k]>=j)
                 {i--;}
              k--;
            }
        }
          k=cptr-1;
          while(k>=t)
            {
              Tint[k] = T[k];
              nTint[k] = nT[k];
              k--;
            }
    }
   else
       {
         for(i=t;i<=pp;i++)
            {
             Tint[i] = T[i];
             nTint[i]= nT[i];
            }
       }
  }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : init_tableau()                                     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
init_tableau()
  {
   int i;

       for(i=0;i<=pp;i++)
          {
            Q[i] = 0;
            nQ[i] = 0.0;
            Tint[i] = 0;
            nTint[i] = 0.0;
            kh2[i]=0.0;
          }
  }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          Procedure : imprime_tab3()                                     */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
imprime_tab3()
  {
   int i;

   printf("\n\n");
printf("         ------------------------------------------------------\n");
printf("         |  xi  |   ni  |   pi   |          npi       |   khi2i   |\n");
printf("         ------------------------------------------------------\n");
  for(i=0;i<=pp;i++)
    {
printf("      ");
if(nTint[i]!=0.0)
{
if(nQ[i]!=0.0)
   {
printf("   | %3d  | %4d  | %6.4f | %9.4f)%8.4f |",G[i],T[i],nT[i]/N,nT[i],nQ[i])
;
printf(" %9.4f |\n",kh2[i]);
   }
else
   {
printf("   | %3d  | %4d  | %6.4f | %9.4f          |",G[i],T[i],nT[i]/N,nT[i]);
printf(" %9.4f |\n",kh2[i]);
   }
}
else
{
printf("   | %3d  | %4d  | %6.4f | %9.4f          |",G[i],T[i],nT[i]/N,nT[i]);
printf("    --     |\n",kh2[i]);
}
    }/* fin for() */

printf("         ------------------------------------------------------\n");
printf("         | som  | %5d |   %2d   |                    | %9.4f |\n",N,(int
)spi,khideux);
printf("         ------------------------------------------------------\n");

printf("\n      * la statistique du Khi-deux calculee = %8.4f\n",khideux);
printf("      * le degré de liberté de khi-deux = %d\n\n",degre);

  }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*          programme principal : main()                                   */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
main()
  {

   int i,j,n2,k,p1;
   double test,y,x1,a1,b1,inter,res;
   double deux,prod,produit;
   int nga;


   for(i=0;i<=19;i++)
    { Gamga[i]=1; }

   proc_init();
   choix_in_out();
   proc_lecture();
   init_parametres();
   init_tableau();

   if(pp>10)
    {
     if( (pp%2)==0 )
      { p1 = pp/2; }
     else
      { p1 = (pp+1)/2; }
    }
   else
    {p1=0;}

   /*printf("choixproc = '%c'\n",choixproc);*/
```

```
switch(choixproc)
    {
      case 'n' :
          {
           nbpar = 2;
           i=0;
           while(i<=pp)
             {
               a1=(double)G[i] - 0.5;
               b1=(double)G[i] + 0.5;
               a1=(a1-moy)/sigma;
               b1=(b1-moy)/sigma;
               Tth[i]= Frgauss_normale(b1)-Frgauss_normale(a1);
               nT[i]=N*Tth[i];
               i++;
             }

           density_estimates();
           proc_traitement1(p1);
           proc_traitement2(p1);
           proc_khi_deux(nbpar);
printf("\n\n");
printf("      * la loi théorique est la loi Gauss(%.2f, %.2f)",moy,sigma);
printf("\n\n");
           imprime_tab3();

           if(choix1=='o')
              {
                 /*printf("---- densite a noyau----\n");*/
                 proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);
              }
           if(choix2=='o')
               {
                 /*printf("---- densite theorique ----\n");*/
                 proc_ecriture(fichout2,Tx,Tth,pp);
               }
           break;
          }

      case 'k' :
          {
           nbpar=0;
           n2=arrondi(moy);

           if(n2==0)
            {n2++;}

           ga=(double)n2/2;
           gb=2.0;

           nga=(int)ga;

           nga=(int)ga;
           a1=fabs(ga-(double)nga);
           /*printf("ga=%f  nga=%d  a1=%f\n",ga,nga,a1);*/

           if((a1>0.30) && (a1<0.70))
             {
              k=0;
              i=1;
              prod=1;
              while(i<=nga)
              {
                j=i;
                while(j<=nga)
                   {
                     /*printf("%d-0.5 = %f\n",j,(double)j-0.5);*/
                     prod*=((double)j - 0.50);
                     if(prod>1.0E+22)
                        {
                           /*printf("j = %d   prod = %e\n",j,prod);*/
                           Gamga[k]=prod;
                           k++;
                           break;
                        }
                     j++;
                   }
                i=j+1;
              }
              Gamga[k]=prod*sqrt(pi);
              KK=k;
              /*printf("KK = %d\n",KK);
              j=0;
              while(j<=k)
                  {
                    printf("Gamga[%d] = %e\n",j,Gamga[j]);
                    j++;
                  }
              */
             }
           else
             {
              nga=arrondi(ga);
              /*printf("nga = %d\n",nga);*/
              nga-=1;
              k=0;
              i=0;
              while(i<nga)
              {
                prod=1;
                j=i;
                while(j<nga)
                   {
                     /*printf("nga-%d = %d\n",j,nga-j);*/
                     prod*=(nga-j);
                     if(prod>1.0E+22)
                        {
                           /*printf("prod = %e\n",prod);*/
                           Gamga[k]=prod;
                           k++;
                           break;
                        }
                     j++;
                   }
                i=j+1;
              }
             Gamga[k]=prod;
             /*printf("k = %d\n",k);*/
              KK=k;
             /*printf("KK = %d\n",KK);
              j=0;
              while(j<=k)
                   {
                     printf("Gamga[%d] = %e\n",j,Gamga[j]);
                     j++;
                   }*/
              }
              produit=1;
              j=0;
              while(j<=k)
                   {
                     produit*=Gamga[j];
                     j++;
                   }

printf("      * La valeur de l'intégrale d'Euler au point a      :\n\n");
```

```
printf("              - Gamma( %.3f ) = %.4f  [approximation]\n",ga,gamma(ga));
printf("              - Gamma( %.3f ) = %.4f  [explicite     ]\n\n",ga,produit);


              i=0;
              while(i<=pp)
                {
                  al=(double)G[i]-0.5;
                  bl=(double)G[i]+0.5;
                  Tth[i]= Frgamma(al,bl,Gamga,KK);
                  nT[i]=N*Tth[i];
                  i++;
                }

              density_estimates();
              proc_traitement1(pl);
              proc_traitement2(pl);
              proc_khi_deux(nbpar);
  printf("\n\n");
  printf("      * la loi théorique est la loi Khi2( %d )",n2);
  printf("\n\n");
              imprime_tab3();

             if(choix1=='o')
                 {
                   /*printf("---- densite a noyau----\n");*/
                   proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);
                 }
              if(choix2=='o')
                  {
                   /*printf("---- densite theorique ----\n");*/
                   proc_ecriture(fichout2,Tx,Tth,pp);
                  }
              break;
            }

        case 'g' :
            {
              nbpar = 2;
              al=moy;
              bl=sigma;
              ach=(al*al)/(bl*bl);
              bch=(bl*bl)/al;
              estimates_Gamma();
       printf("      * Estimations des parametres d'une loi Gamma(a,b):\n\n");
       printf("              ---------------------------------------\n");
       printf("              |  loi gamma    |     a    |     b    |\n");
       printf("              ---------------------------------------\n");
       printf("              |  Moment       |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",ach,bch);
       printf("              ---------------------------------------\n");
       printf("              |  Max-Vrais    |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",ga,gb);
       printf("              ---------------------------------------\n");

              Newton_gamma();

       printf("              |  M.V (Newton) |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",ga,gb);
       printf("              ---------------------------------------\n\n");

              KK=0;
              Gamga[KK]=gamma(ga);

              i=0;
              while(i<=pp)
                {
                  al=(double)G[i]-0.5;
                  bl=(double)G[i]+0.5;
                  Tth[i]= Frgamma(al,bl,Gamga,KK);
                  nT[i]=N*Tth[i];
                  i++;
                }
              density_estimates();
              proc_traitement1(pl);
              proc_traitement2(pl);
              proc_khi_deux(nbpar);
  printf("\n\n");
  printf("      * la loi théorique est la loi Gamma(%.2f, %.2f)",ga,gb);
  printf("\n\n");
              imprime_tab3();

              if(choix1=='o')
                 {
                   /*printf("---- densite a noyau----\n");*/
                   proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);
                 }
              if(choix2=='o')
                  {
                   /*printf("---- densite theorique ----\n");*/
                   proc_ecriture(fichout2,Tx,Tth,pp);
                  }
              break;
            }

        case 'w' :
            {

              for(i=0;i<=pp;i++)
                 {
                   GG[i]=G[i];
                   TT[i]=T[i];
                 }

              Estim_m();
              /*printf("      * wm = %.2f\n",wm);*/
              Estim_Graph(xx,yy,pp);
              Newton(GG,TT,pp);

  printf("\n\n");
  printf("      * Estimations des parametres d'une loi weibull(m,a,c):\n\n");
  printf("              ---------------------------------------------------\n");
  printf("              | loi weibull |     m     |     a     |     c     |\n");
  printf("              ---------------------------------------------------\n");
  printf("              |  Graphique  |  %6.3f  |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",wm,agr,cgr
);
  printf("              ---------------------------------------------------\n");
  printf("              |  Max-Vrais  |  %6.3f  |  %6.3f  |  %6.3f  |\n",wm,wa,wc);
  printf("              ---------------------------------------------------\n\n");
  printf("\n");

              i=0;
              while(i<=pp)
                {
                  al=(double)G[i]-0.5;
                  bl=(double)G[i]+0.5;
                  Tth[i]= Frweibull(bl)-Frweibull(al);
                  nT[i]=N*Tth[i];
                  i++;
                }

              density_estimates();
              proc_traitement1(pl);
              proc_traitement2(pl);
              proc_khi_deux(nbpar);
  printf("\n\n");
  printf("      * la loi théorique est la loi Weibull(%.2f, %.2f, %.2f)",wm,wa,w
c);
  printf("\n\n");
```

```
            imprime_tab3();

            if(choix1=='o')
               {
                  /*printf("---- densite a noyau----\n");*/
                  proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);
               }
            if(choix2=='o')
                {
                  /*printf("---- densite theorique ----\n");*/
                  proc_ecriture(fichout2.Tx,Tth,pp);
                }
            break;
          }

       case 'p' :
           {
            nbpar = 1;
            i=0;
            Tth[i]= poisson(moy,G[i]);
            nT[i]=N*Tth[i];

            i=1;
            while(i<=pp)
              {
                Tth[i]= (moy/G[i])*Tth[i-1];
                nT[i]=N*Tth[i];
                i++;
              }

            density_estimates();
            proc_traitement1(p1);
            proc_traitement2(p1);
            proc_khi_deux(nbpar);
printf("\n\n");
printf("      * la loi théorique est la loi Poisson( %.2f )",moy);
printf("\n\n");
            imprime_tab3();

            if(choix1=='o')
               {proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);}
            if(choix2=='o')
               {proc_ecriture(fichout2,Tx,Tth,pp);}
            break;
          }

       case 'b' :
           {
            nbpar = 1;
            i=0;

            Tth[i]= binomiale(G[i],pp,moy);
            nT[i]=N*Tth[i];

            i=1;
            while(i<=pp)
              {
                Tth[i]=(((pp-G[i-1])*moy)/(G[i]*(1-moy)))*Tth[i-1] ;
                nT[i]=N*Tth[i];
                i++;
              }

            density_estimates();
            proc_traitement1(p1);
            proc_traitement2(p1);
            proc_khi_deux(nbpar);
printf("\n\n");
printf("      * la loi théorique est la loi Binomiale(%d, %.2f)",pp,moy);
printf("\n\n");
            imprime_tab3();

            if(choix1=='o')
               {proc_ecriture(fichout1,Tx,Tnoy,pp);}
            if(choix2=='o')
               {proc_ecriture(fichout2,Tx,Tth,pp);}
            break;
          }

    } /* fin switch(choixproc) */
} /* fin main( ) */
```

ANNEXE 2

Visualisations, schémas des exécutions et programmes

PARTIE (A)

Visualisations des potentiels d'interactions, Cliques et Amas des réseaux en couleurs

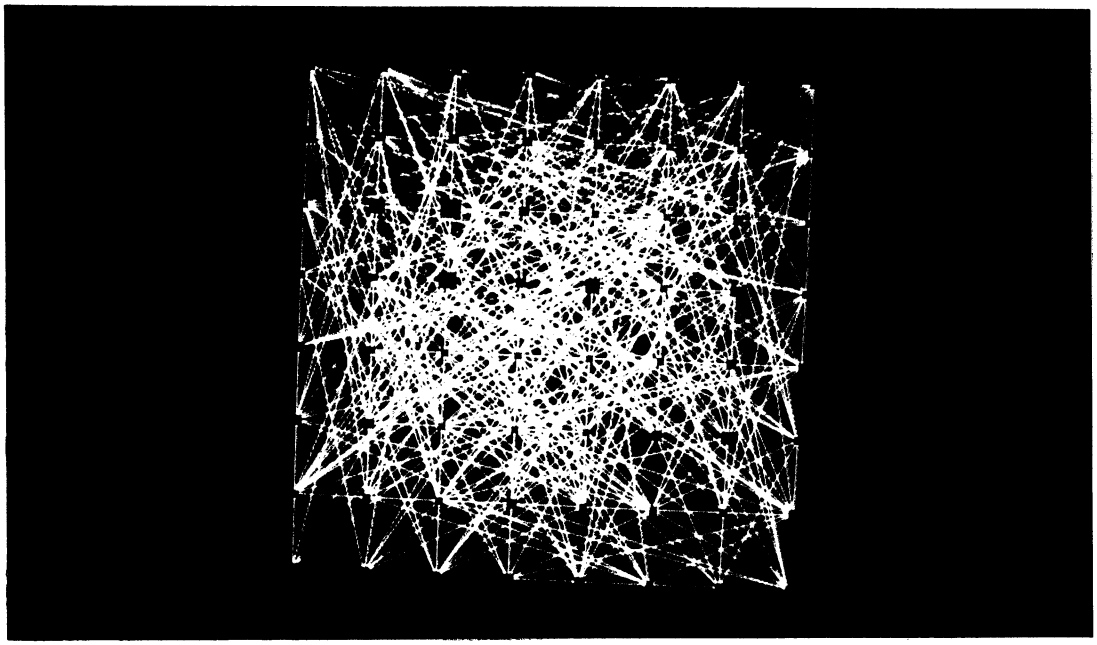


Figure 1 : *Réseau de neurones de taille N = 8 x 8 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Vu qu'il y a plusieurs niveaux de potentiels d'interaction de singletons, on les a regroupés par bloc et, ensuite, on les a représentés par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel commun. Représentation des potentiels d'interaction de paires par des barres vertes.*

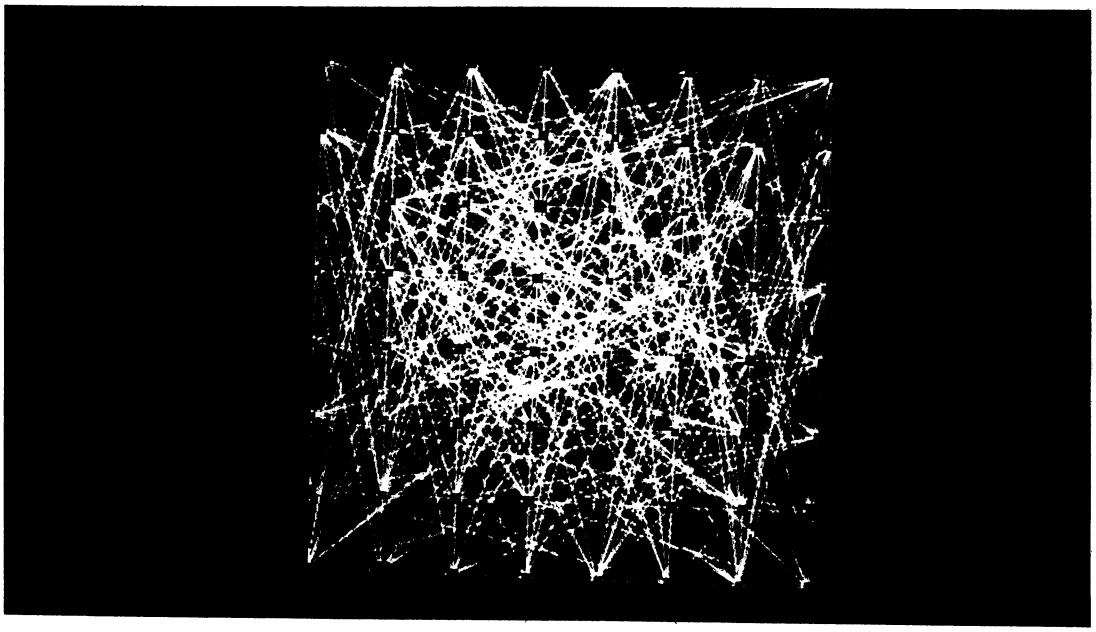


Figure 2 : *Réseau de neurones de taille N = 8 x 8 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Vu qu'il y a plusieurs niveaux de potentiels d'interaction de singletons, on les a regroupés par bloc et, ensuite, on les a représentés par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel commun. Représentation des potentiels d'interaction de paires par des barres vertes.*

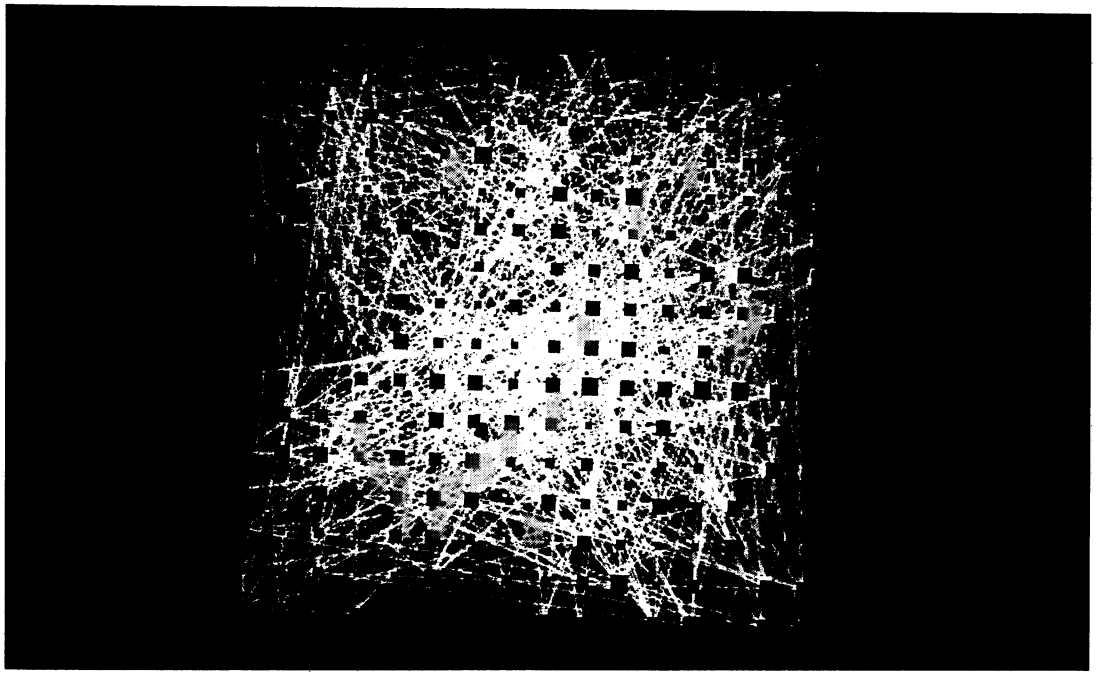


Figure 3 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Vu qu'il y a plusieurs niveaux de potentiels d'interaction de singletons, on les a regroupés par bloc et, ensuite, on les a représentés par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel commun. Représentation des potentiels d'interaction de paires, à partir d'un certain seuil, par des barres vertes.*

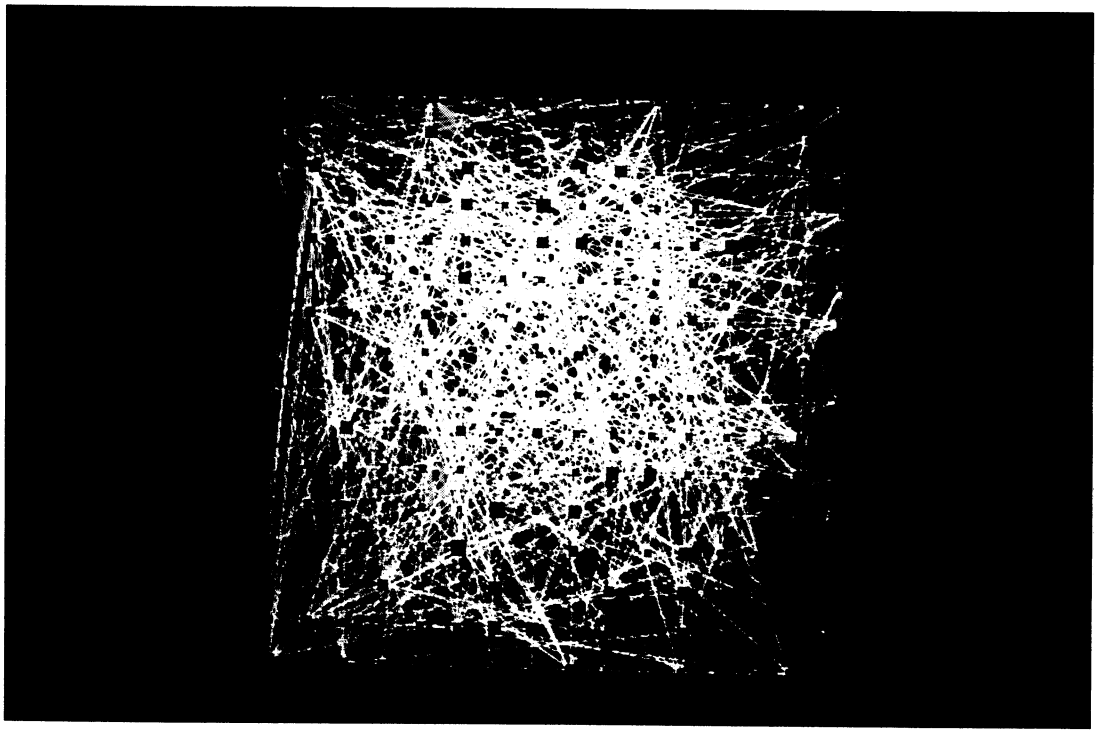


Figure 4 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000-Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Vu qu'il y a plusieurs niveaux de potentiels d'interaction de singletons, on les a regroupés par bloc et, ensuite, on les a représentés par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel commun. Représentation des potentiels d'interaction de paires, à partir d'un certain seuil, par des barres vertes.*

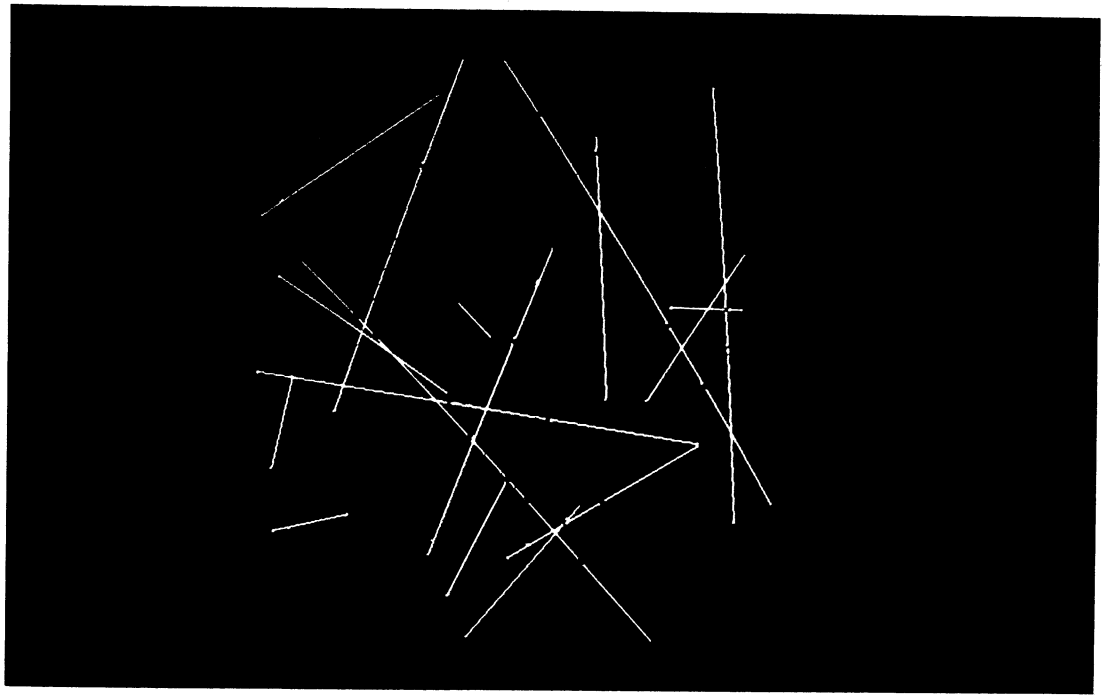


Figure 5 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation de potentiels d'interaction de singletons par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel (resp. de paires par des barres vertes).*

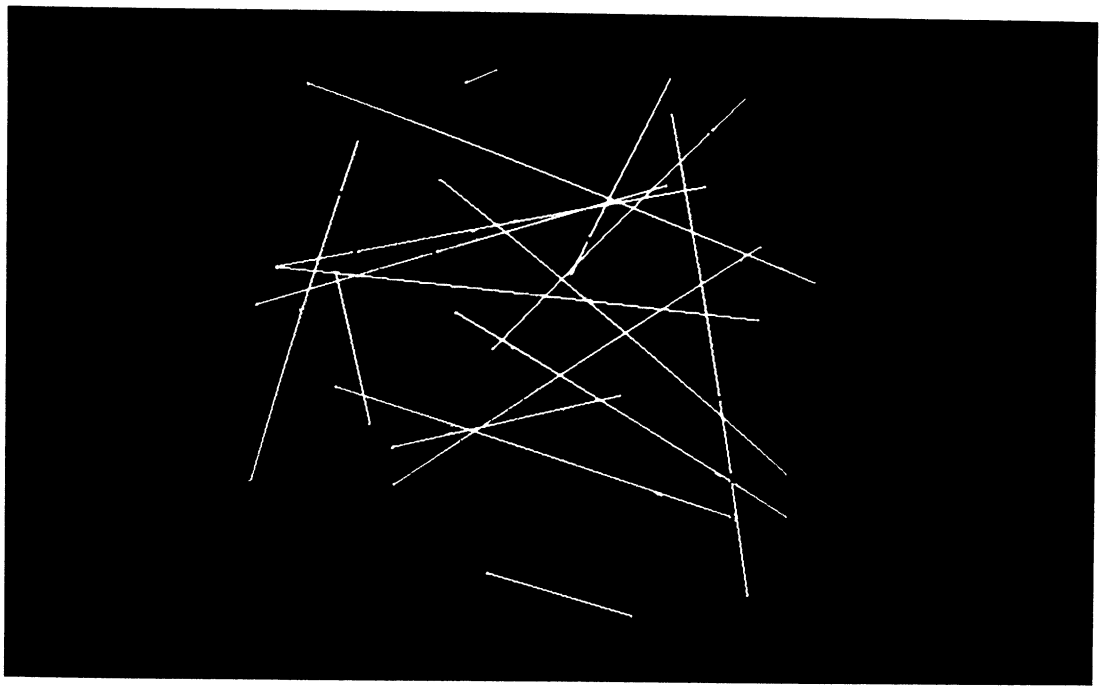


Figure 6 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000 - Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation de potentiels d'interaction de singletons par des carrés rouges dont la dimension est proportionnelle à la valeur du potentiel (resp. de paires par des barres vertes).*

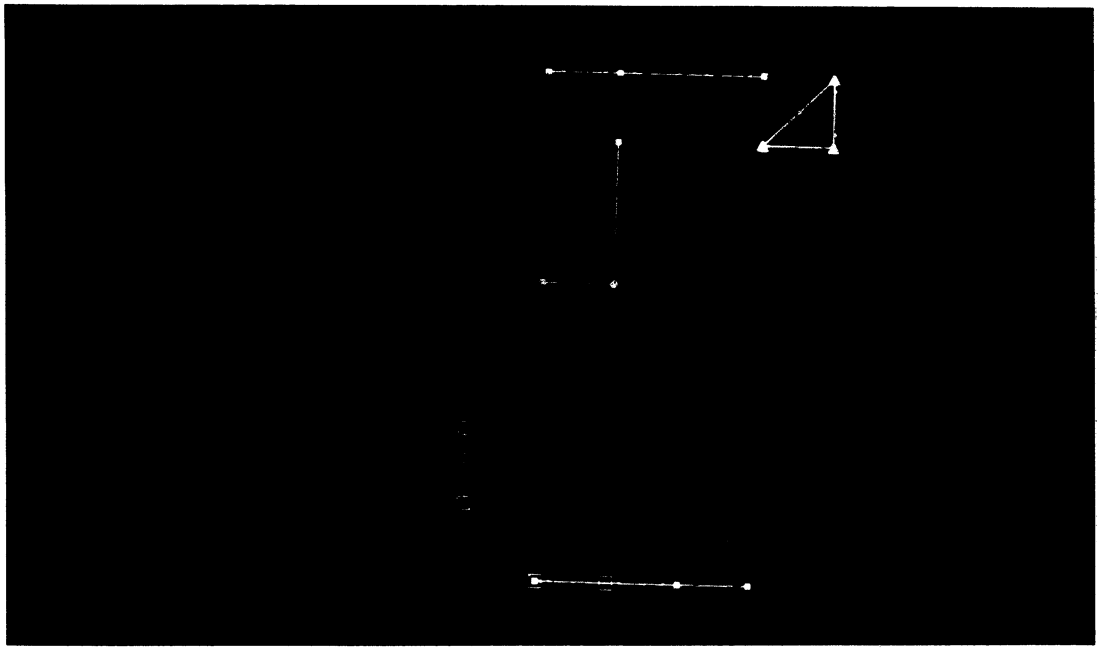


Figure 7 : *Réseau de neurones de taille N = 8 x 8 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000 - Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (75) 2-cliques (en flèches rouges), (1) 3-cliques (en triangle vert), (3) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts clairs) et (1) 4-amas non cliques (en carré vide marron).*

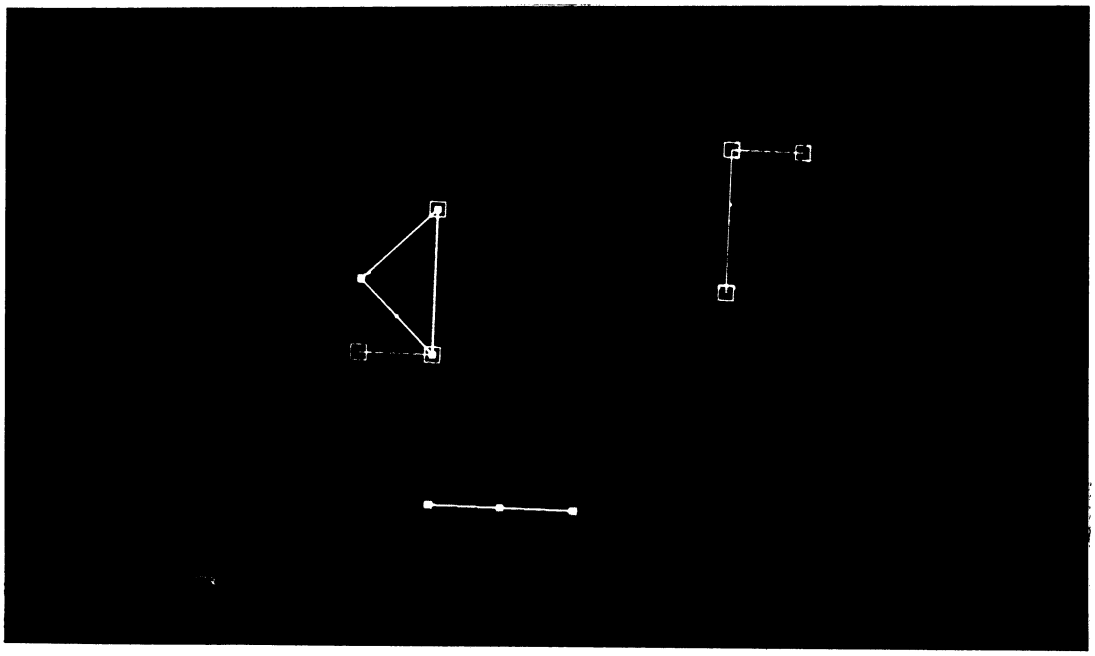


Figure 8 : *Réseau de neurones de taille N = 8 x 8 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000 - Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (87) 2-cliques (en flèches rouges), (2) 3-cliques (en carrés pleins vert) et (2) 3-amas non cliques (en carrés vides verts clairs).*

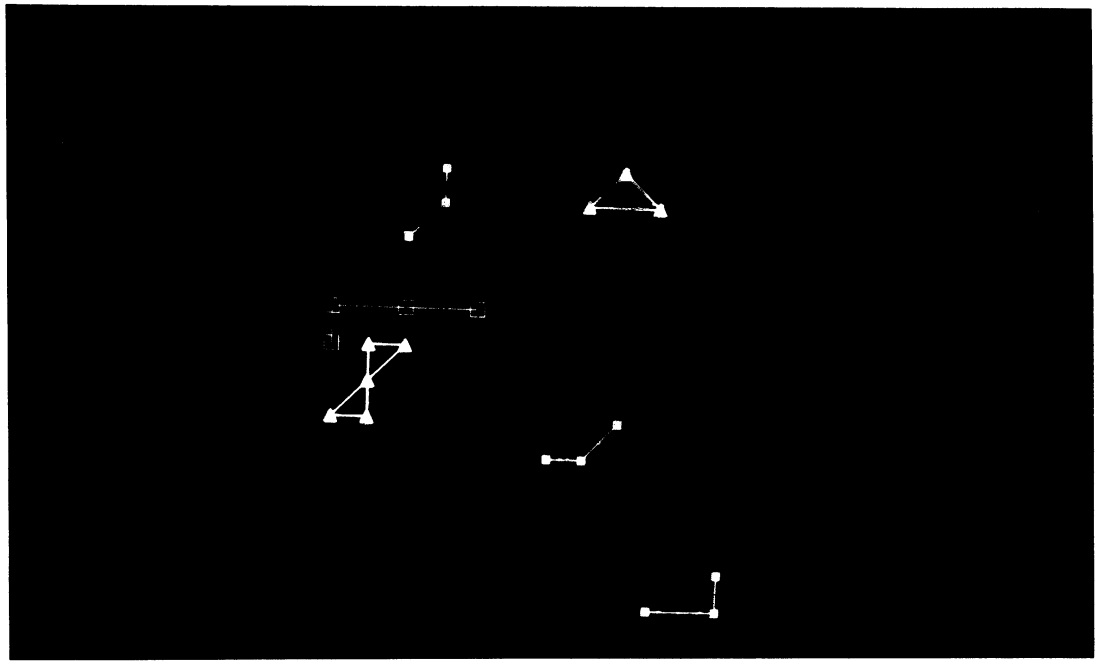


Figure 9 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000 - Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (309) 2-cliques (en flèches rouges), (3) 3-cliques (en triangle vert), (3) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts clairs) et (1) 4-amas non cliques (en carré vide marron).*

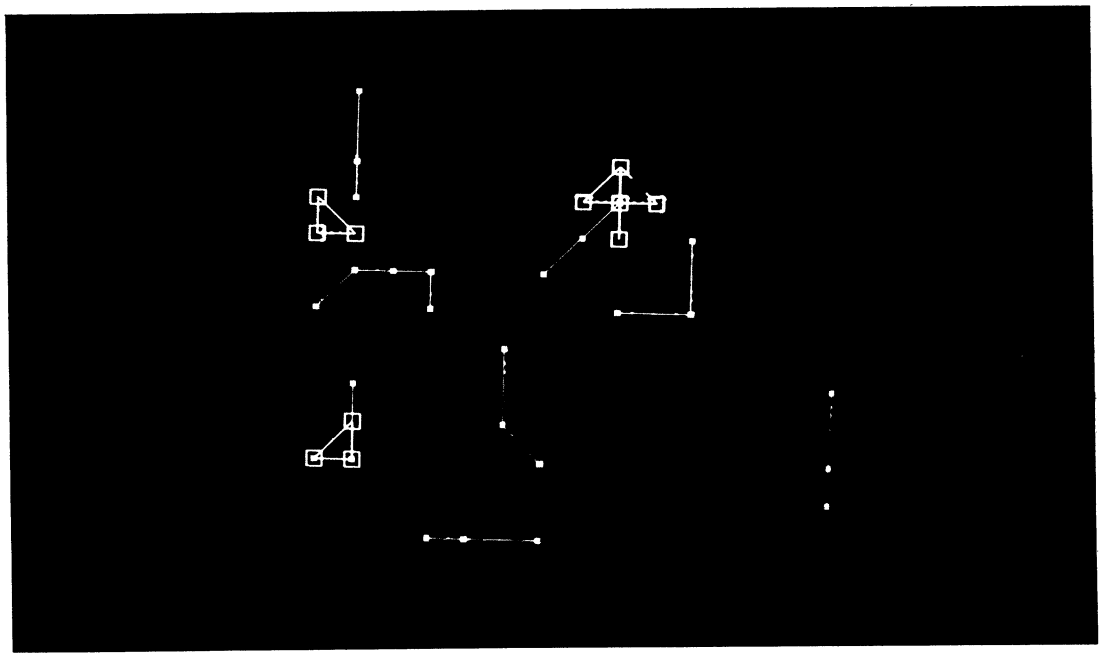


Figure 10 : *Réseau de neurones de taille N = 16 x 16 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000 - Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (298) 2-cliques (en flèches rouges), (4) 3-cliques (en carrés vides verts) et (9) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts clairs).*

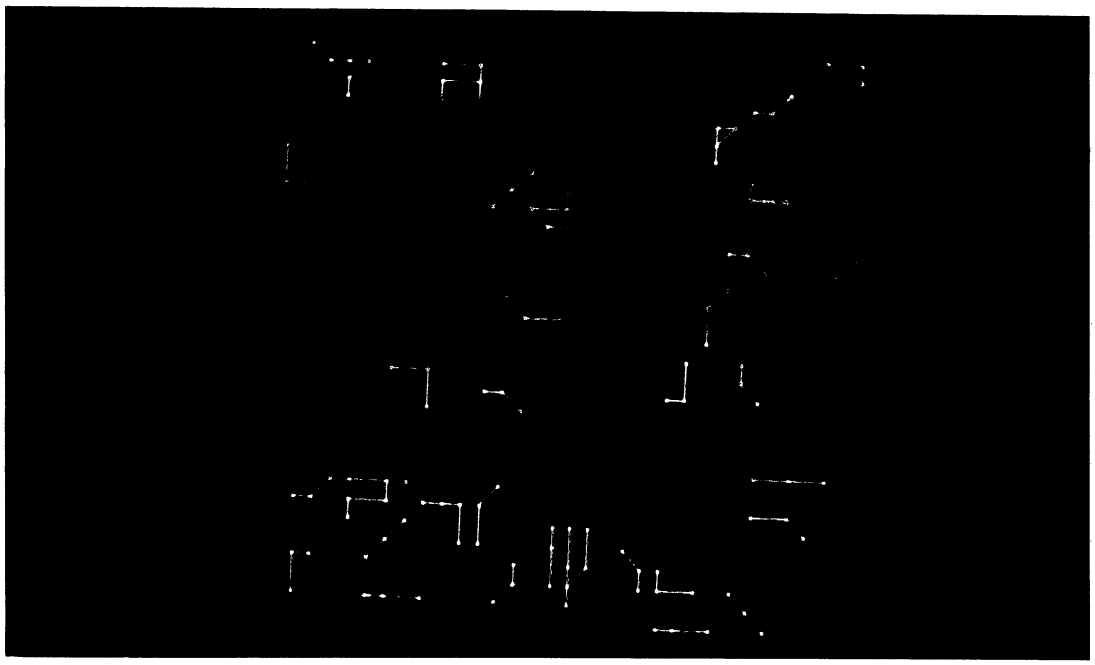


Figure 11 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000 - Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (9) 3-cliques (en carrés vides rouges), (40) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts) et (2) 4-amas non cliques (en triangles vides marron).*

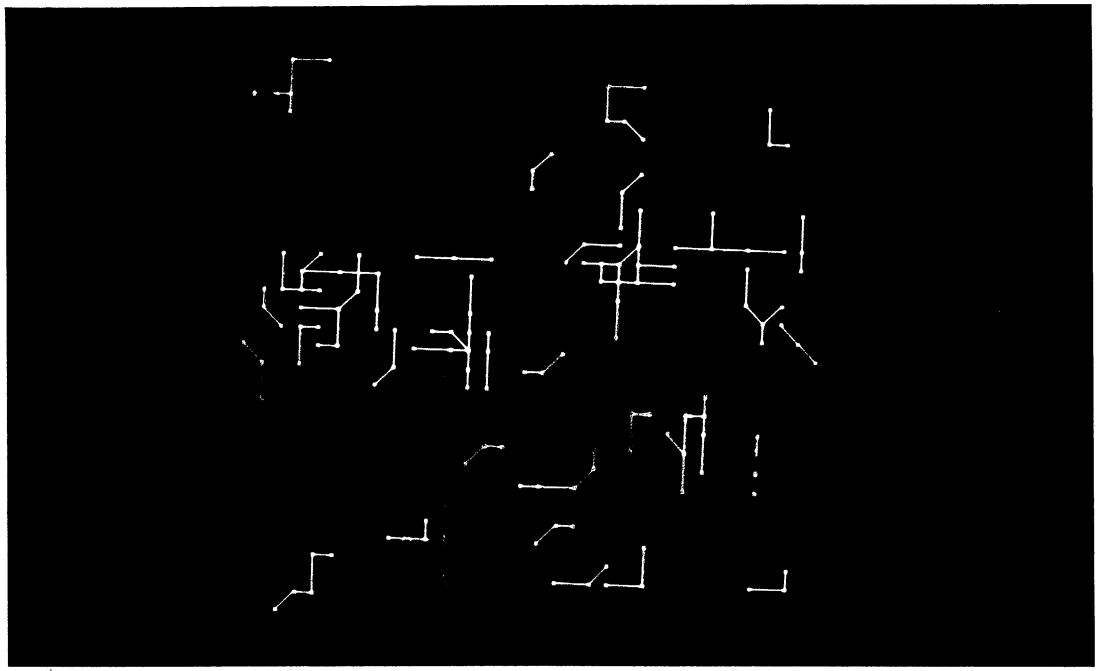


Figure 12 : *Réseau de neurones de taille N = 32 x 32 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000 - Tcvs) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (11) 3-cliques (en carrés vides rouges), (53) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts) et (1) 4-amas non cliques (en triangle vide marron).*

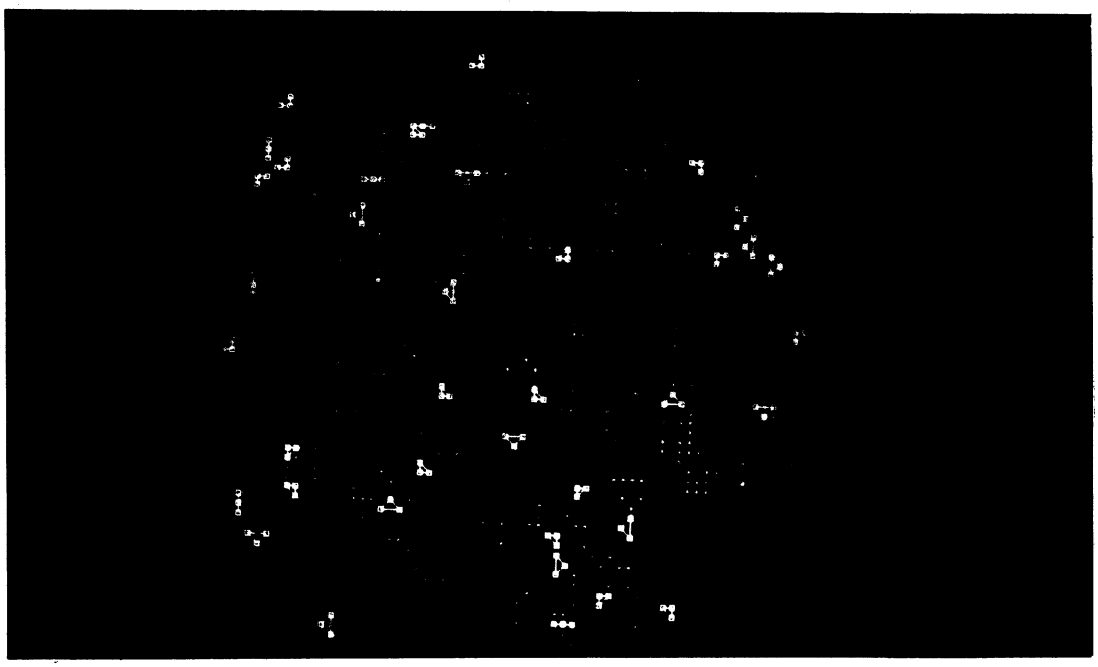


Figure 13 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération parallèle. Evolution pendant (12000-Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (39) 3-cliques (en carrés vides verts), (143) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts clairs), (1) 4-cliques (en triangle plein marron) et (6) 4-amas non cliques (en triangles vides rouges).*

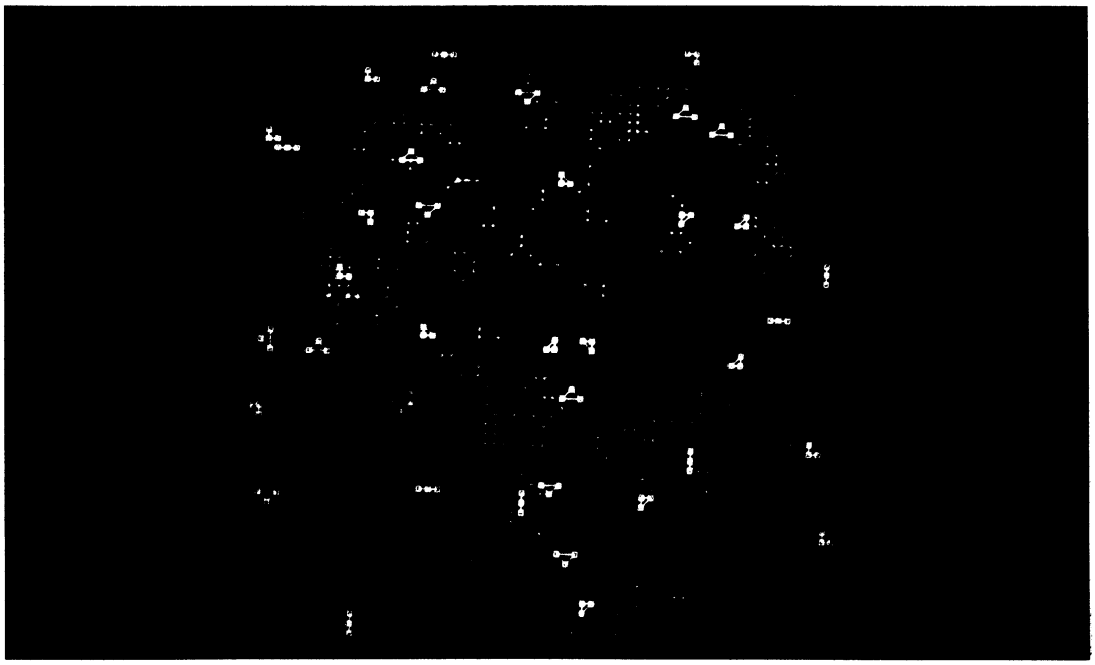


Figure 14 : *Réseau de neurones de taille N = 64 x 64 en mode d'itération bloc-séquentiel. Evolution pendant (12000 - Tcvp) itérations (cf. §IV -3.2.2, Figure 58). Représentation simultanée des configurations : (37) 3-cliques (en carrés vides verts), (149) 3-amas non cliques (en carrés pleins verts clairs), (1) 4-cliques (en triangle plein marron) et (8) 4-amas non cliques (en triangles vides rouges).*

PARTIE (B)

Schémas des exécutions et programmes

* SCHEMAS DES EXECUTIONS DES PROGRAMMES

I - Calculs et visualisations des potentiels d'interactions :

Cela est résumé en lançant le *"BATCH"* suivant :

$ SU / LOG=[BENAOUDA] POT.COM

où *"POT.COM"* est un ensemble de commandes suivant :

• *POT.COM :*

```
$ SET DEF D$USER 0 : [BENAOUDA]
$ COPY [BENAOUDA.HYPERCUBE.PAR32] OUT*.* [BENAOUDA]
$ SET VER                                          ! 1ère exécution
$ ASS / USER   32PLECT.TXT   SYS $ OUTPUT
$ RUN LECT
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
PAR                         ! mode d'itération
$ SET NOVER
$ DEL OUT*.* ; 1
$ PRINT 32PLECT.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ SET VER                                          ! 2ème exécution
$ ASS / USER   32PPOT.TXT   SYS $ OUTPUT
$ RUN POTENTIELS
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
PAR                         ! mode d'itération
2669                        ! Tcvp le début des tests
$ SET NOVER
$ PRINT 32PPOT.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ RUN TRANSFERT                                    ! 3ème exécution
$ RUN VISU_IMAGE
$ EXIT
```

Commentaires :

1° La 1ère exécution du batch :

- *Lecture des 16 fichiers binaires " OUTIJ.BIN " provenant de l'hypercube T -40.*
- *Obtention d'un fichier binaire " SG_PAIRE.ENT " :*

Il contient successivement, jusqu'à Kmax itérations, les informations suivantes :

- Le numéro de l'itération courante " n0_it ",

- Le nombre de neurones excités " nb_un ",

- Les coordonnées des neurones excités de la configuration d'ordre "k" où k=1,2.

2° La 2ème exécution du batch :

- *Lecture du fichier binaire " SG_PAIRE.ENT " (généré par 1°).*
- *Obtention de 2 fichiers binaires :*

- " JSGLTN.IMA" :

Il contient successivement, à partir de Tcv jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des singletons et leurs potentiels d'interaction normalisés.

- " JPAIRE.IMA" :

Il contient successivement, à partir de Tcv jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des paires et leurs potentiels d'interaction normalisés.

3° La 3ème exécution du batch :

- *transformer les fichiers suivants :*

- " JSGLTN.IMA" en " JSGLTN_FOR.IMA"

- " JPAIRE.IMA" en " JPAIRE_FOR.IMA"

c'est-à-dire, que l'on a regroupé l'information des singletons (resp. des paires) en lignes et cela pour facilter la lecture dans un programme écrit en langage "FORTRAN".

- *Obtention de 2 images (512 x 512) suivantes :*

- " IMA _ PA.DAT " : Représentation des paires par des barres,

- "NEURAL.DAT " : Représentation des singletons par des carrés pleins en différentes dimensions et des paires par des barres.

II - Calculs et visualisations des cliques et amas du réseau :

Cela est résumé en lançant le *"BATCH"* suivant :

$ SU / LOG=[BENAOUDA] AMAS.COM

où *" AMAS.COM "* est un ensemble de commandes suivant :

• *AMAS.COM :*

```
$ SET DEF D$USER 0 : [BENAOUDA]
$ COPY [BENAOUDA.HYPERCUBE.PAR32] OUT*.* [BENAOUDA]
$ SET VER                                          ! 1ère exécution
$ ASS / USER  32PCREA_MARKOV.TXT  SYS $ OUTPUT
$ RUN CREA_MARKOV
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
20                          ! l'Ordre de reéchantillonnage
PAR                         ! mode d'itération
$ SET NOVER
$ DEL OUT*.* ; 1
$ PRINT 32PCREA_MARKOV.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ SET VER                                          ! 2ème exécution
$ ASS / USER  32PAMAS2.TXT  SYS $ OUTPUT
$ RUN AMAS
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
20                          ! l'Ordre de reéchantillonnage
2669                        ! Tcvp le début des tests
PAR                         ! mode d'itération
$ SET NOVER
$ PRINT 32PAMAS2.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ SET VER                                          ! 3ème exécution
$ ASS / USER  32PVISU_AMAS.TXT  SYS $ OUTPUT
$ RUN VISU_AMAS
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
20                          ! l'Ordre de reéchantillonnage
PAR                         ! mode d'itération
$ SET NOVER
$ PRINT 32PVISU_AMAS.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ SET VER                                          ! 4ème exécution
$ ASS / USER  32PVISU_CLIQ.TXT  SYS $ OUTPUT
$ RUN VISU_CLIQ
32                          ! taille du réseau
12000                       ! Kmax itérations
20                          ! l'Ordre de reéchantillonnage
PAR                         ! mode d'itération
$ SET NOVER
$ PRINT 32PVISU_CLIQ.TXT / QUEUE = LCHU _ ANSI
$ RUN TRANSFERT2                                   ! 5ème exécution
$ RUN TRANSFERT3
$ RUN 64 IMAGE_AMAS4
$ RUN 64 IMAGE_AMAS3
$ RUN IMA_FLECH
$ RUN IMA_FLECH2
$ EXIT
```

Commentaires :

1° La 1ère exécution du batch :

- *Lecture des 16 fichiers binaires " OUTIJ.BIN " provenant de l'hypercube T -40.*
- *Obtention d'un fichier binaire " MARKOV.ENT " :*

Il contient successivement, jusqu'à Kmax itérations, les informations suivantes :

- *Le numéro de l'itération courante " n0_it ",*
- *Le nombre de neurones excités " nb_un ",*
- *Les coordonnées des neurones excités de la configuration d'ordre "k" où k = 1, ...,Ordre.*

2° La 2ème exécution du batch :

- *Lecture du fichier binaire " MARKOV.ENT " (généré par 1°).*
- *Obtention de 2 fichiers binaires :*

- *" SPTQ_CLIQ.ENT " :*

Il contient successivement, à partir de Tcv jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : n-cliques, où n = 1, ..., 4, si elles existent !, i.e. les singletons, les paires, les triplets et les quadruplets en cliques, ainsi que leur nombre d'apparitions.

- *" AMAS.ENT " :*

Il contient successivement, à partir de Tcv jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : n-amas, où n ≥ 3, si elles existent !, et aussi leur nombre d'apparitions.

3° La 3ème exécution du batch :

- *Lecture du fichier binaire " AMAS.ENT " (généré par 2°).*
- *Obtention de 2 fichiers binaires :*

- *" TR_AMA.IMA " :*

Il contient successivement, jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : 3-amas, ainsi que leur nombre d'apparitions.

- *" QU_AMA.IMA " :*

Il contient successivement, jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : 4-amas, aussi leur nombre d'apparitions.

4° La 4ème exécution du batch :

- *Lecture du fichier binaire " SPTQ_CLIQ.ENT " (généré par 2°).*
- *Obtention de 2 fichiers binaires :*

  - *" PA.IMA " :*

  Il contient successivement, jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : 2-cliques, ainsi que leur nombre d'apparitions.

  - *" TR.IMA " :*

  Il contient successivement, jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : 3-cliques, ainsi que leur nombre d'apparitions.

  - *" QU.IMA " :*

  Il contient successivement, jusqu'à la fin du fichier lecture, les coordonnées des configurations : 4-cliques, ainsi que leur nombre d'apparitions.

5° La 5ème exécution du batch :

- *transformer les fichiers suivants :*
  - *" PA.IMA" en " PA_FOR.IMA"*
  - *" TR.IMA" en " TR_FOR.IMA"*
  - *" QU.IMA" en " QU_FOR.IMA"*
  - *" TR_AMA.IMA" en " TR_AMA_FOR.IMA"*
  - *" QU_AMA.IMA" en " QU_AMA_FOR.IMA"*

  même explication donnée dans (I).
- *Obtention des images (512 x 512) suivantes :*
  - *"IMA _PA.DAT" : Représentation des 2-cliques par des flèches double sens,*
  - *"IMA _TR.DAT" : Représentation des 3-cliques par des carrés, triangles,*
  - *"IMA _QU.DAT" : Représentation des 4-cliques par des carrés, triangles,*
  - *"IMA _TRAMA.DAT" : Représentation des 3-amas par des carrés, riangles,*
  - *"IMA _QUAMA.DAT" : Représentation des 4-amas par des carrés, triangles,*
  - *"IMA _TQAMA.DAT" : Addition des images ci-dessus sauf celle des paires,*
  - *"IMA _PT.DAT " : Addition des images ci-dessus avec celle des paires.*

*** programmes :**

Ces programmes sont implémentés, en langages "C" et " FORTRAN", sur le Vax-6000 dont le système d'exploitation est VMS.

```
/*************************************************************************/
/*              LECT.C :                                                 */
/*                       lit les 16 fichiers  binaires   'outij.bin'     */
/*      provenant de  l'hypercube  et reconstitue  le champ de sortie    */
/*      globale du reseau contenant que des configurations SINGLETONS    */
/*      et PAIRES, stockees dans un fichier ' SG_PAIRE.ENT ' :           */
/*            - Numero d'iteration,                                      */
/*            - Nombre de neurones excites,                              */
/*            - les coordonnees des neurones excites,                    */
/*            - ect...                                                   */
/*************************************************************************/

#include stdio


extern LIB$INIT_TIMER();
extern LIB$SHOW_TIMER();

int nb_iter[4][4];/* Numero d'iteration courrante sur le processeurij   */

int nb_unit[4][4];/* Nombre de neurones excites sur le processeurij     */

unsigned int conv[4][4][32];/* Tableaux de conversion des ss_matrices   */

int k[16],l[16];            /* reperant la position vertical et horizontal
                               du processeur  dans la grille dont la sous
                               matrice n'est pas vide                   */

int sortie[128][128];

int Kmax;          /*    nombre total d'iterations                     */

int taille;        /* la taille du reseau global                       */

int N;             /* la taille des sous matrices dans chaque processeur*/

int nb_tot_un;     /*nombre total de 1 a l'iteration Itmin dans la matrice
                     globale du reseau                                  */
int Itmin;         /* numero d'iteration courant     du reseau         */

/* ---------------- pointeurs des fichiers a lire ----------------------*/
static FILE *f00,*f01,*f02,*f03,*f10,*f11,*f12,*f13,*f20,*f21,*f22,*f23,
            *f30,*f31,*f32,*f33;

/* ---------------  pointeur  du fichier de sortie  --------------------*/
static FILE *fsortie;


/*************************************************************************/
/*                       fonctions et procedures                         */
/*************************************************************************/

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*      fonction  itmin: -calcule l'iteration courrante sur les 16       */
/*                       fichiers outij.bin                              */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int it_min()
  {
           int min;
           int i,j;

           min=nb_iter[0][0];

           for (i=0;i<=3;i++)
                 for (j=0;j<=3;j++)
                       {
                         if  (nb_iter[i][j]<=min)
                                 {min=nb_iter[i][j];}
                       }
            return min;
  }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                       fonction lire_entier :                          */
/*          lit un entier de type int sur le fichier outij .bin          */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int lire_entier(I,J)
int I,J;
 {
          int x;
               x=0;
               if ((I==0) && (J==0) && (feof(f00)==0)) { fread(&x,4,1,f00);}
               if ((I==0) && (J==1) && (feof(f01)==0)) { fread(&x,4,1,f01);}
               if ((I==0) && (J==2) && (feof(f02)==0)) { fread(&x,4,1,f02);}
               if ((I==0) && (J==3) && (feof(f03)==0)) { fread(&x,4,1,f03);}
               if ((I==1) && (J==0) && (feof(f10)==0)) { fread(&x,4,1,f10);}
               if ((I==1) && (J==1) && (feof(f11)==0)) { fread(&x,4,1,f11);}
               if ((I==1) && (J==2) && (feof(f12)==0)) { fread(&x,4,1,f12);}
               if ((I==1) && (J==3) && (feof(f13)==0)) { fread(&x,4,1,f13);}
               if ((I==2) && (J==0) && (feof(f20)==0)) { fread(&x,4,1,f20);}
               if ((I==2) && (J==1) && (feof(f21)==0)) { fread(&x,4,1,f21);}
               if ((I==2) && (J==2) && (feof(f22)==0)) { fread(&x,4,1,f22);}
               if ((I==2) && (J==3) && (feof(f23)==0)) { fread(&x,4,1,f23);}
               if ((I==3) && (J==0) && (feof(f30)==0)) { fread(&x,4,1,f30);}
               if ((I==3) && (J==1) && (feof(f31)==0)) { fread(&x,4,1,f31);}
               if ((I==3) && (J==2) && (feof(f32)==0)) { fread(&x,4,1,f32);}
               if ((I==3) && (J==3) && (feof(f33)==0)) { fread(&x,4,1,f33);}
          return x;
 }


/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*              procedure stock_matrice : si la configuration            */
/*   globale est un singleton ou une paire , elle ecrit la position des  */
/*   neurones excites sur le fichier de sortie                           */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

stock_matrice(I,J)
int I,J;

     {
          int nb_max;
          int p,s;
          int posv,posh;
          int compt_bit;
          int compt_ent;
          unsigned int conv1[32];

          if(N > 4)
              {nb_max=(N*N/32)-1;}
          else
              {nb_max=0;}

          compt_ent=0;

          if ((I==0) && (J==0) && (feof(f00)==0))
              {
                while (compt_ent<=nb_max)
                  {
                   fread(&conv[0][0][compt_ent],4,1,f00);
                   compt_ent+=1;
                  }
              }
          if ((I==0) && (J==1) && (feof(f01)==0))
```

```
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][1][compt_ent],4,1,f01);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==0) && (J==2) && (feof(f02)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][2][compt_ent],4,1,f02);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==0) && (J==3) && (feof(f03)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][3][compt_ent],4,1,f03);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==0) && (feof(f10)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][0][compt_ent],4,1,f10);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==1) && (feof(f11)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][1][compt_ent],4,1,f11);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==2) && (feof(f12)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][2][compt_ent],4,1,f12);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==3) && (feof(f13)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][3][compt_ent],4,1,f13);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==0) && (feof(f20)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][0][compt_ent],4,1,f20);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==1) && (feof(f21)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][1][compt_ent],4,1,f21);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==2) && (feof(f22)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][2][compt_ent],4,1,f22);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==3) && (feof(f23)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][3][compt_ent],4,1,f23);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3)  && (J==0) && (feof(f30)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][0][compt_ent],4,1,f30);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==1) && (feof(f31)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][1][compt_ent],4,1,f31);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==2) && (feof(f32)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][2][compt_ent],4,1,f32);
         compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==3) && (feof(f33)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][3][compt_ent],4,1,f33);
         compt_ent+=1;
      }
    }

compt_ent=0;
while (compt_ent<=nb_max)
      {
        conv1[compt_ent]= conv[I][J][compt_ent];
        compt_ent+=1;
      }

/* decodage */

p=N-1;
s=N-1;
if(nb_tot_un<=2)
  {
   /*pour des reseaux de tailles 8 x 8  */
   if(N==2)
    {
      for(compt_bit=1;compt_bit<=4;compt_bit++)
       {
        if (((conv1[0])%2)==1)
            {
              posv=N*I+p;
              posh=N*J+s;
              fwrite(&posv,4,1,fsortie);
              fwrite(&posh,4,1,fsortie);
              sortie[posv][posh]=1;
            }
        conv1[0]/=2;
        s--;
        if (s<0)
            {
```

```
                p--;
                s=N-1;
              }
          }
        } /* fin if(N==2)*/

       /*pour des reseaux de tailles 16 x 16  */

       if(N==4)
        {
         for(compt_bit=1;compt_bit<=16;compt_bit++)
           {
            if (((convl[0])%2)==1)
                {
                  posv=N*I+p;
                  posh=N*J+s;
                  fwrite(&posv,4,1,fsortie);
                  fwrite(&posh,4,1,fsortie);
                  sortie[posv][posh]=1;
                }
            convl[0]/=2;
            s--;
            if (s<0)
              {
                p--;
                s=N-1;
              }
           }
        } /* fin if(N==4)*/

       if(N > 4)
        {
          for(compt_ent=nb_max;compt_ent>=0;compt_ent--)
            {
             for(compt_bit=1;compt_bit<=32;compt_bit++)
              {
               if (((convl[compt_ent])%2)==1)
                     {
                        posv=N*I+p;
                        posh=N*J+s;
                        fwrite(&posv,4,1,fsortie);
                        fwrite(&posh,4,1,fsortie);
                        sortie[posv][posh]=1;
                     }
               convl[compt_ent]/=2;
               s--;
               if (s<0)
                    {
                      p--;
                      s=N-1;
                    }
              }
            }
        } /* fin if(N>4) */

      }  /* fin if(nb_tot_un<=2) */

       compt_ent=0;
       while (compt_ent<=nb_max)
        {
         conv[I][J][compt_ent]=0;
         compt_ent+=1;
        }

  }  /* fin procedure stock_matrice( ) */

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                    procedure init ()    :                               */
```

```
/*              initialisation de la matrice globale                       */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

init_matrice()
  {
     int i,j;

     for(i=0;i<=taille-1;i++)
         {
          for(j=0;j<=taille-1;j++)
            { sortie[i][j]=0; }
         }
  }


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure ecrire_matrice() :                       */
/*                  ecrire la matrice globale du reseau                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

imprime_matrice()
  {
     int i,j;

     printf("\n\n    Iteration numero %d\n",Itmin);
     printf("    Nombre de neurones excites %d\n",nb_tot_un);

     if(N==4)
       {printf("\n    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

     for (i=0;i<=taille-1;i++)
        {
          printf("    -");
          for (j=0;j<=taille-1;j++)
             { printf(" %d",sortie[i][j]);}

          printf(" -\n");
        }

     if(N==4)
       {printf("    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

  }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure ouvre_fich :                             */
/*              initialisation des pointeurs d'entree                      */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

ouvrefich()
 {
   f00=fopen("out00.bin","r");
   f01=fopen("out01.bin","r");
   f02=fopen("out02.bin","r");
   f03=fopen("out03.bin","r");
   f10=fopen("out10.bin","r");
   f11=fopen("out11.bin","r");
   f12=fopen("out12.bin","r");
   f13=fopen("out13.bin","r");
   f20=fopen("out20.bin","r");
   f21=fopen("out21.bin","r");
   f22=fopen("out22.bin","r");
   f23=fopen("out23.bin","r");
   f30=fopen("out30.bin","r");
   f31=fopen("out31.bin","r");
   f32=fopen("out32.bin","r");
   f33=fopen("out33.bin","r");
 }
```

```
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure  ferme_fich :                            */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

fermefich()
 {
   fclose(f00);
   fclose(f01);
   fclose(f02);
   fclose(f03);
   fclose(f10);
   fclose(f11);
   fclose(f12);
   fclose(f13);
   fclose(f20);
   fclose(f21);
   fclose(f22);
   fclose(f23);
   fclose(f30);
   fclose(f31);
   fclose(f32);
   fclose(f33);
  }


/*************************************************************************/
/*                    programme principal                                */
/*************************************************************************/

 main()
  {
   char lec[40];
   int i,j,s,p;
   int Itlast;
   int Nvide;
   int Nsgltn;
   int Npaire;
   int kk;

   Nvide=0;Nsgltn=0;Npaire=0;
   Itlast=1;
   nb_tot_un=0;
   kk=0;

printf("             ***SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES***\n\n\n");
printf("Lecture  des fichiers de  simulations outij.bin  et reconstitue un\n");
printf("fichier contenant des  configurations Singletons et Paires dont le\n");
printf("nom est : 'SG_PAIRE.ENT', genere par le programme:'lect.c'\n");

   printf("\nEntrez la taille du reseau         (taille)       ---> ");
   scanf("%d",&taille);
   printf("%d x %d\n",taille,taille);

   printf("Entrez le nombre d'iterations        (Kmax)         ---> ");
   scanf("\n%d",&Kmax);
   printf("%d\n\n",Kmax);

   printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
   printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
   printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
   printf("                                Votre choix exact   ---> ");
   scanf("\n%s",&lect);
   printf("%s\n",lect);

   N=taille/4;

   ouvrefich();

   fsortie=fopen("sg_paire.ent","w");

   for(i=0;i<=3;i++)
             {
                for (j=0;j<=3;j++)
                 {
                  nb_iter[i][j]=lire_entier(i,j);
                  nb_unit[i][j]=lire_entier(i,j);
                 }
             }

   Itmin=it_min();

   init_matrice();
   /*LIB$INIT_TIMER();*/

   while (Itmin<=Kmax)
         {
                p=0;
                for (i=0;i<=3;i++)
                  for (j=0;j<=3;j++)
                        {
                          if (nb_iter[i][j]==Itmin)
                                {
                                  k[p]=i;
                                  l[p]=j;
                                  nb_tot_un+=nb_unit[i][j];
                                  p++;
                                }
                        }
                p-=1;

                Nvide+=Itmin-Itlast;
                Itlast=Itmin+1 ;

                fwrite(&Itmin,4,1,fsortie);
                fwrite(&nb_tot_un,4,1,fsortie);

                if (nb_tot_un<=2)
                    {
                       if (nb_tot_un==1)
                                { Nsgltn+=1;}
                       else
                                {Npaire+=1;}
                    }

                s=0;
                while (s<=p)
                    {
                         stock_matrice(k[s],l[s]);
                         nb_iter[k[s]][l[s]]=lire_entier(k[s],l[s]);
                         nb_unit[k[s]][l[s]]=lire_entier(k[s],l[s]);
                         if(nb_iter[k[s]][l[s]]==0)
                              {nb_iter[k[s]][l[s]]=30000;}
                         s++;
                    }

                /*imprime_matrice();
                init_matrice();*/

                nb_tot_un=0;
                Itmin=it_min();
                if(Itmin==30000) {break;}

         }/* fin while(itmin<Kmax) */

fermefich();
```

```
    fclose(fsortie);

    printf("\n -----> Nombre total de configurations de vides      = %d\n",Nvide);
    printf(" -----> Nombre total de configurations de singletons = %d\n",Nsgltn);
    printf(" -----> Nombre total de configurations de paires     = %d\n",Npaire);

} /* fin main( ) */
```

```
/*************************************************************************/
/*       programme   potentiels.c :                                      */
/*    calcule les potentiels de singleton et de paire ,les normalise     */
/*    puis genere 2 fichiers :  "Jsgltn.ima" & "Jpaire.ima"              */
/*************************************************************************/

/*-------------------- parametres du programme : ------------------------*/
/*      kmax :nombre d'iterations de la simulation                       */
/*      fich : fichier lu = "sg_paire.ent"                               */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

#include stdio
#define taille 5000
#define eps    1.0e-02
#include math

int Kmax;          /* Nombre total d'iterations                          */
int N;             /* La taille du reseau global                         */

int Seuil=0;       /* Seuil entier du nombre d'apparitions de singletons */
int Nvide;         /*     Nombre d'apparition de la configuration vide   */
int dim;           /*     Dimension courrante du tableau des paires      */

int Jsgltn[128][128];  /*          Potentiels de singleton normalises    */
int paire[taille][4];  /*          vecteur paire[s]=(i1,j1,i2,j2)        */
int Jpaire[taille];    /*          potentiels de paire normalises        */

FILE *fich;            /*          pointeur du fichier de lecture        */
FILE *fsgltn,*fpaire;  /*          pointeurs des fichiers d'ecriture     */

double Js[128][128];    /*          valeur reelle des pots de sgltns     */
double Jslast[128][128];/*                anterieure " "   "   "          */

double moyenne;         /*          nombre moyen d'excitations           */
double dj;

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                     fonction lire_entier :                            */
/*             lit et retourne un entier du fichier de lecture           */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int lire_entier()
            {
                  int x;

                  fread(&x,4,1,fich);
                  return x;
            }



/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                   procedure pot_sgltn :                               */
/*             calcule les potentiels de singletons                      */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

pot_sgltn()
        {
            int i,j;
            int nbsg2;

            nbsg2=0;
            for (i=0;i<=N-1;i++)
                  for (j=0;j<=N-1;j++)
                      {
                        if (Jsgltn[i][j]>Seuil)
                          {Js[i][j]=log(Jsgltn[i][j])-log(Nvide);
                           nbsg2++;
                          }
                        else
                          {Js[i][j]=0;}

                      }
            printf("nbsg2 = %d\t",nbsg2);
        }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                     procedure normalisation :                         */
/*  calcule les potentiels de singletons de paires et les normalise      */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

normalisation()
     {
            int i,j;
            int s;
            int sup;
            double Jsmax,Jsmin,Jpmax,Jpmin,Jp1,Jp2;
            double Jp[taille];
            int nbpaire2;

            nbpaire2=0;
            sup=28000;
            /*sup=256;*/
            Jsmax=1.;Jpmax=0.;Jpmin=100.;

            for (i=0;i<=N-1;i++)
               for (j=0;j<=N-1;j++)
                   {
                     if (Jsgltn[i][j]>=Jsmax)
                        { Jsmax= Jsgltn[i][j] ;}
                   }


            printf("Nvide= %d \t dim+1= %d \n",Nvide,dim);

            pot_sgltn();

            Jsmax = log(Jsmax)-log(Nvide);
            Jsmin = -log(Nvide);

            s=0;
            while (Jpaire[s]!=0)
             {
               Jp1=Js[paire[s][0]][paire[s][1]];
               Jp2=Js[paire[s][2]][paire[s][3]];

               if((Jp1!=0) && (Jp2!=0) )
                {
                  Jp[s]= ((-Jp1-Jp2)+log(Jpaire[s]))-log(Nvide);
                  if (Jp[s]>=Jpmax) { Jpmax=Jp[s];}
                  if (Jp[s]<=Jpmin) { Jpmin=Jp[s];}
                  /*printf("Jp[ %d ]= %.6f\n",s,Jp[s]);*/
                  nbpaire2++;
                }
               s++;
             }
             printf("nbpaire2 = %d\n",nbpaire2);

            printf("s+1= %d\n",s);

            printf("Jpmin= %e\t Jpmax= %e\n",Jpmin,Jpmax);

            /*if(Jpmin-Jpmax) {Jpmin=Jpmax-1;}
            dj=(Jpmax-Jpmin);
            if (dj<eps) {Jpmin=Jpmax-1;}
            printf("Jpmax-Jpmin= %e\n",Jpmax-Jpmin);*/
```

```
                s=0;
                while (Jpaire[s]!=0)
                        {
                                if (Jp[s]!=0)
                                  {
                                    Jp[s]=(Jp[s]-Jpmin)*sup/(Jpmax-Jpmin+1);
                                    Jpaire[s] = Jp[s]+4000;
                                    /*Jpaire[s] = Jp[s];
                                    printf("Jpaire[ %d ]= %d\n",s,Jpaire[s]);*/
                                  }
                                else
                                  {Jpaire[s]=0;}
                                s++;
                        }

                Jpaire[s] =  33333;

                printf("Jsmin= %e\t Jsmax= %e\n",Jsmin,Jsmax);
                /*if (Jsmin==Jsmax) {Jsmin=Jsmax-1;}
                dj=(Jsmax-Jsmin);
                if (dj<eps) {Jsmin=Jsmax-1;}
                printf("Jsmax-Jsmin= %e\n",Jsmax-Jsmin);*/

                for (i=0;i<=N-1;i++)
                    for(j=0;j<=N-1;j++)
                        {
                          if (Js[i][j] != 0)
                            {
                              Js[i][j]=(Js[i][j]-Jsmin)*sup/(Jsmax-Jsmin+1);
                              /*Jsgltn[i][j] = Js[i][j];*/
                              Jsgltn[i][j] = Js[i][j]+4000;
                              /*printf("%d\t%d\t%d\n",i,j,Jsgltn[i][j]);*/

                            }
                          else

                              {Jsgltn[i][j]=0;}
                        }

      }


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                    procedure stock_sgltn :                              */
/* stocke dans le fichier "Jsgltn.ima" les singletons et leur potentiel    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

stock_sgltn()
 {
   int i,j,x,nbsing;

   nbsing = 0;

   fsgltn = fopen("Jsgltn.ima","w");

if(N==16)
  {printf("\n    - - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

    for (i=0;i<=N-1;i++)
      {
        printf("    -");
        for (j=0;j<=N-1;j++)
          {
            if (Jsgltn[i][j]!=0)
                {
                  fwrite(&i,4,1,fsgltn);
                  fwrite(&j,4,1,fsgltn);
                  fwrite(&Jsgltn[i][j],4,1,fsgltn);
                  printf(" 1");
                  nbsing++;
                }
            else        {printf("  ");}
          }
        printf(" -\n");
      }

if(N==16)
  {printf("    - - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

   x=77777;
   printf("\nnb singletons = %d\n",nbsing);
   fwrite(&x,4,1,fsgltn);
   fclose(fsgltn);
 }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure stock_paire:                             */
/*       stocke dans "Jpaire.ima" les paires et leur potentiel             */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

stock_paire()
   {
      int i,s,x,nbpaire;

      s=0; nbpaire=0;

      fpaire=fopen("Jpaire.ima","w");

      while ( Jpaire[s]!=33333)
         {
           if (Jpaire[s]!=0)
             {
               for (i=0;i<=3;i++)
                  {fwrite(&paire[s][i],4,1,fpaire);}
               fwrite(&Jpaire[s],4,1,fpaire);
               nbpaire++;
             }
           s++;
         }
      printf("nb paires = %d\n",nbpaire);
      x=33333;
      fwrite(&x,4,1,fpaire);
      fclose(fpaire);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure initialisation :                         */
/*              initialise les parametres globaux du programme             */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

initialisation()
    {
      int i,j;

      dim=0;Nvide=0;moyenne=0.0;

      for(i=0;i<=N-1;i++)
        for(j=0;j<=N-1;j++)
          {Jsgltn[i][j]=0;}

    }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      programme principal                                */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
```

```
main()
  {
        char lect[40];
        int i,j,s;
        int i1,j1,i2,j2;
        int Itlast;
        int drapeau,flag;
        int n0_it,nb_un;
        int K1,Np;

       printf("Entrez la taille du reseau (N)                 ---> ");
       scanf("%d",&N);
       printf("%d x %d\n",N,N);

       printf("Entrez le nombre total d'itérations (Kmax)     ---> ");
       scanf("\n%d",&Kmax);
       printf("%d\n",Kmax);

       printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
       printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
       printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
       printf("                          Votre choix exact   ---> ");
       scanf("\n%s",&lect);
       printf("%s\n",lect);

       printf("Entrez le debut d'estimation (K1)              ---> ");
       scanf("\n%d",&K1);
       printf("%d\n\n",K1);

       Itlast=1;flag=0;
       Np=0;
       initialisation();

       for (i=0;i<=N-1;i++)
          for (j=0;j<=N-1;j++)
               {Jslast[i][j]=0.0;}

       fich=fopen("sg_paire.ent","r");

       n0_it=lire_entier();
       Nvide+=n0_it-Itlast;

       while ( (n0_it<Kmax) && (feof(fich)==0) )
           {
               nb_un=lire_entier();
               moyenne+=nb_un;

               if (nb_un==1)
                       {
                        i1=lire_entier();
                        j1=lire_entier();
                        Jsgltn[i1][j1]+=1;
                       }
               if (nb_un==2)
                       {
                         i1=lire_entier();
                         j1=lire_entier();
                         i2=lire_entier();
                         j2=lire_entier();

                         s=0;
                         drapeau=0;
                         while (s<dim)
                          {
                    if (  ((paire[s][0]==i1)&&(paire[s][1]==j1)&&(paire[s][2]==i2)
&&(paire[s][3]==j2)) || ((paire[s][0]==i2)&&(paire[s][1]==j2)&&(paire[s][2]==i1)
&&(paire[s][3]==j1)) )
                                {
                                   Np++;
                                   Jpaire[s]+=1;
                                   drapeau=1;
                                   break;
                                }
                           else
                             {s++;}
                          }
                       if (drapeau==0)
                                {
                                 paire[dim][0]=i1;
                                 paire[dim][1]=j1;
                                 paire[dim][2]=i2;
                                 paire[dim][3]=j2;
                                 Jpaire[dim]=1;
                                 dim+=1;
                                }
                       }

                       Itlast=n0_it;
                       n0_it=lire_entier();
                       Nvide+=n0_it-Itlast-1;
                       if (flag==0)
                        {if (n0_it>=K1) {initialisation();flag=1;Np=0;}}

           } /* fin while(n0_it <Kmax) */

       if (drapeau==1) {dim+=1;}
       for (i=0;i<=3;i++)  { paire[dim][i]=0;}
       Jpaire[dim]=0;

       printf("Np  = %d\n",Np);

       printf("normalisation\n"); normalisation();
       printf("stock sgltn\n");stock_sgltn();
       printf("stock paire\n");stock_paire();

       moyenne/=(n0_it-K1);
       printf("moyenne = %e\n",moyenne);

       fclose(fich);

}
```

```
c        transcr.for

         subroutine ecrifor1(im,tab)
         integer i
         integer tab(10000),dim5
         character *40 fich

         fich='Jpaire_for.ima'
         open(1,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=101,
     -   form='unformatted')
         dim5=im/5
         type *,'im,dim5',im,dim5
         do i=1,dim5
         write(1)(tab((i-1)*5+k),k=1,5)
         end do
         goto 110
101      type *,'erreur ouverture 1'

110      close(1)
         return
         end

         subroutine ecrifor2(im,tab)
         integer i,dim3
         integer tab(10000)
         character *40 fich
         fich='Jsgltn_for.ima'
         open(2,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=102,
     -   form='unformatted')

         dim3=im/3
         type *,'im,dim3',im,dim3
         do i=1,dim3
         write(2)(tab((i-1)*3+k),k=1,3)
         end do
         goto 120
102      type *,'erreur ouverture 2'

120      close(2)
         return
         end
```

```
/*************************************************************************/
/*          TRANSFERT.C :                                                */
/*      transforme l'ecriture d'un fichier en un fichier equivalent      */
/*     mais regroupant les informations ligne par ligne.                 */
/*                                                                       */
/*      Ce programme est linke avec le fichier fortran "transcr.for".    */
/*     La compilation se fait donc comme suit :                          */
/*          * $ fort transcr                                             */
/*          * $ fort transfert                                           */
/*          * $ link transfert,transcr.obj                               */
/*************************************************************************/

#include stdio

extern ecrifor1();
extern ecrifor2();

main()
{
FILE *fich;
int x;
int t[25000];
int s;

s=0;x=0;

fich=fopen("Jpaire.ima","r");

while ( x!=33333 )
 {
   fread(&x,4,1,fich);
   t[s]=x;
   s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de paire(normalises)= %d\n",s);
ecrifor1(&s,t);

s=0;x=0;

fich=fopen("Jsgltn.ima","r");

while (x!=77777)
 {
  fread(&x,4,1,fich);
  t[s]=x;
  s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de singletons (normalises)= %d\n",s);
ecrifor2(&s,t);
}
```

```
c       programme : visu_image.for

c       Ce programme visualise les potentiels d'interactions de singltons
c       en carres pleins dans differentes dimensions, ceci en fonction de
c       la valeur du potentiel, et ensuite les potentiels  d'interactions
c       de paires en barres (ou segments).

c       Ce  programme est  linke  avec  module (bib.for) qui contient des
c       procedures graphiques ecrites en langage 'FORTRAN'.
c       La compilation se fait donc comme suit :
c               * $ fort bib
c               * $ fort visu_image
c               * $ link visu_image,bib.obj

        byte   res(512)
        logical positif(512,512)
        integer *2 image(512,512),min1,min2,m,ima,imi,jj,sd
        integer *2 max1,tab(20),compt,ii,rr,i,j,tempon,plouf
        real  sn,sq,dsq,h1,h2
        character *40 file_in,file_out2,file_out,fsing_in
        common /logique/ positif,image,ival

        fsing_in = 'Jsgltn_for.ima'
        file_in = 'Jpaire_for.ima'
        file_out = 'ima_pa'
        file_out2 = 'neural'

        open (unit=1,file=file_in,err=101,status='old',form='unformatted')
        open (unit=3,file=fsing_in,err=102,status='old',form='unformatted')
        type *,'ok, fichiers', file_in,' ouverts'
        open (2,file=file_out,access='sequential',status='unknown',err=103,
     -  form='unformatted',recl=128,recordtype='fixed')
        type *,'ok, fichier', file_out,' ouvert'
        open (4,file='neural',access='sequential',status='unknown',err=104,
     -  form='unformatted',recl=128,recordtype='fixed')
        type *,'ok, fichier', file_out2,' ouvert'

c       pour un reseau de taille N=32x32

        call cgl$set_window(0.,33.,0.,33.)

c*--------------------------------------------------------------*
c*   lecture et visualisation en barres du fichier des          *
c*   paires : 'Jpaire_for.ima'                                  *
c*--------------------------------------------------------------*


10001   read (1,end=200)i1,j1,i2,j2,ival
        ival = abs(ival)
c       if(ival .lt. 9000) then
c       type *,i1,j1,i2,j2,ival
        ri1=i1+1
        ri2=i2+1
        rj1=j1+1
        rj2=j2+1
        ival = 40
        call cgl$move_abs_2(ri1,rj1)
        call cgl$line_ssint(ri2,rj2)
c        endif
        go to 10001
200     continue
        close(1)


c*--------------------------------------------------------------*
c*   normalisation de l'image des paires                        *
c*--------------------------------------------------------------*

        min1= image(1,1)
        max1= image(1,1)
        do j=1,512
        do i=1,512
           if (image(i,j).gt.0) then
                min1=min(min1,image(i,j))
                max1=max(max1,image(i,j))
           endif
        end do
        end do
        min1=max1
        type *,'min,max',min1,max1
        r=63./(max1-min1+1)

        do i=1,512
                do j=1,512
                   if (image(i,j).gt.0) then
                        image(i,j)=(image(i,j)-min1)*r+64   !54
                   endif
                end do
        end do
c*--------------------------------------------------------------*
c       ecriture du fichier paires :  ima_pa.dat               *
c*--------------------------------------------------------------*
        do i=1,512
                do j=1,512
                        m=image(i,j)
                        res(j)=m
                end do
                write(2)res
        end do
        close(2)

c*--------------------------------------------------------------*
c*   lecture et visualisation en carres pleins du fichier des   *
c*   singletons : 'Jsgltn_for.ima'                              *
c*--------------------------------------------------------------*
c       initialisation du  tableau image
        do i=1,512
                do j=1,512
                        image(i,j)= 0
                end do
        end do


        compt=0
        i=1
20000   read (3,end=2001)is1,js1,ival
c       type *,is1,js1,ival
        tab(i)=ival
        compt = compt + 1
        do ii=1,i
           do jj=1,i
              if( tab(jj).eq.tab(ii).and.jj.gt.ii ) then
                   i = i - 1
                   compt = compt - 1
              endif
           enddo
        enddo
        i = i + 1
        go to 20000
2001    continue
        close(3)

c       type *,'compt=',compt
c       do i=1,compt
c          type *,'tab(',i,')=',tab(i)
c       enddo
```

```
c*      tri par ordre croissant

        min1=tab(1)
        ii=1

         do i=1,compt-1
           do j=i,compt
              if(tab(j) .le. min1) then
                 min1=tab(j)
                 ii=j
              endif
           enddo
           tampon=tab(ii)
           tab(ii)=tab(i)
           tab(i)=tampon
           min1=tab(i+1)
         enddo

c*      tableau trié
        type *,' '
        type *,'tri par ordre croissant'
        do i=1,compt
           type *,'tab(',i,')=',tab(i)
        enddo

c* réouverture du fichier lecture 'fsing_in'

        open (3,file=fsing_in,err=102,status='old',form='unformatted')


2       read (3,end=2000)is1,js1,ival
        ris1=is1+1
        rjs1=js1+1
        ival =  abs(ival)
c        if(ival.lt.30000) then
           do i=1,compt
               if(ival .eq. tab(i)) then
c              if(ival .lt. (tab(i)+6000)) then
                  irayon = 2*i
                  ival = 80
                  call cgl$move_abs_2(ris1,rjs1)
                  call cgl$quadrilatere_ssint(ris1,rjs1,irayon)
c                 call cgl$quadrivide_ssint(ris1,rjs1,irayon)
                  go to 2
              endif
           enddo
c        endif
        go to 2
2000    continue

c*--------------------------------------------------------------*
c*   normalisation de l'image des singletons                    *
c*--------------------------------------------------------------*

20      min1= image(1,1)
        max1= image(1,1)
        do j=1,512
        do i=1,512
           if (image(i,j).gt.0) then
                min1=min(min1,image(i,j))
                max1=max(max1,image(i,j))
           endif
        end do
        end do
        min1=max1
        type *,'min,max',min1,max1
        r=63./(max1-min1+1)
```

```
        do i=1,512
                do j=1,512
                   if (image(i,j).gt.0) then
                        image(i,j)=(image(i,j)-min1)*r+124  !54
                   endif
                end do
        end do
        close(3)


c*--------------------------------------------------------------*
c*   addition de l'image "singltons" et l'image "paires"        *
c*--------------------------------------------------------------*
        file_in = 'ima_pa'
        open (1,file=file_in,access='sequential',status='old',err=104,
     -  form='unformatted',recl=128,recordtype='fixed')
        type *,'ok, fichier', file_in,' ouvert'

         do i=1,512
5        read (1,end=5000)res
           do j=1,512
              m=res(j)
              if (image(i,j).eq.0) then
                 image(i,j)=m
              else
                 image(i,j)=image(i,j) !+64
              endif
           end do
         end do
         go to 5
5000     continue
c*--------------------------------------------------------------*
c       ecriture du fichier :  neural.dat                       *
c*--------------------------------------------------------------*

         do i=1,512
                do j=1,512
                        m=image(i,j)
                        res(j)=m
                end do
                write(4)res
         end do
         close(4)

3        continue
         call exit

c*--------------------------------------------------------------*
c       messages d 'erreur                                      *
c*--------------------------------------------------------------*
104      type *,'pb ouverture fichier sortie  neural.dat '
103      type *,'pb ouverture fichier sortie  ima_pa.dat '
102      type *,'pb ouverture fichier singletons'
101      type *,'pb ouverture fichier paires'
         end
```

```
/*************************************************************************/
/*      CREA_MARKOV.C :                                                  */
/*                      lit les 16 fichiers  binaires   'outij.bin'      */
/*      provenant de  l'hypercube  et reconstitue  le champ de sortie    */
/*      globale du reseau contenant que des configurations SINGLETONS,   */
/*      PAIRES, TRIPLETS, QUADRUPLETS, ect...jusqu'a Ordre-UPLETS :      */
/*      stockees dans un fichier '   MARKOV.ENT   ',  tels que :         */
/*            - Numero d'iteration,                                      */
/*            - Nombre de neurones excites,                              */
/*            - les coordonnees des neurones excites,                    */
/*              ect...                                                   */
/*************************************************************************/

#include stdio

int nb_iter[4][4];/* Numero d'iteration courrante sur le processeurij   */

int nb_unit[4][4];/* Nombre de neurones excites sur le processeurij     */

unsigned int conv[4][4][32];/* Tableaux de conversion des ss_matrices   */

int k[16],l[16];            /* reperant la position vertical et horizontal
                               du processeur  dans la grille dont la sous
                               matrice n'est pas vide                   */

int Kmax;          /*    nombre total d'iterations                     */

int N     ;        /* la taille des sous matrices dans chaque processeur*/

int taille;        /* la taille du reseau global                       */

int sortie[128][128];

int Ordre;

int nb_tot_un;     /*nombre total de 1 a l'iteration Itmin dans la matrice
                     globale du reseau                                  */

/* ---------------- pointeurs des fichiers a lire ----------------------*/
static FILE *f00,*f01,*f02,*f03,*f10,*f11,*f12,*f13,*f20,*f21,*f22,*f23,
                    *f30,*f31,*f32,*f33;

/* ---------------  pointeur  du fichier de sortie  --------------------*/
static FILE *fsortie;

int Itmin;         /*   l'iteration courant   du reseau                */

/*************************************************************************/
/*                      fonctions et procedures                          */
/*************************************************************************/

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*      fonction  itmin: -calcule l'iteration courrante sur les 16       */
/*                       fichiers outij.bin                              */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int it_min()
  {
           int min;
           int i,j;

           min=nb_iter[0][0];

           for (i=0;i<=3;i++)
                 for (j=0;j<=3;j++)
                       {
                         if  (nb_iter[i][j]<=min)
                           {min=nb_iter[i][j];}
                       }
           return min;
  }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      fonction lire_entier :                           */
/*          lit un entier de type int sur le fichier outij .bin          */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int lire_entier(I,J)
int I,J;
 {
          int x;
               x=0;
               if ((I==0) && (J==0) && (feof(f00)==0)) { fread(&x,4,1,f00);}
               if ((I==0) && (J==1) && (feof(f01)==0)) { fread(&x,4,1,f01);}
               if ((I==0) && (J==2) && (feof(f02)==0)) { fread(&x,4,1,f02);}
               if ((I==0) && (J==3) && (feof(f03)==0)) { fread(&x,4,1,f03);}
               if ((I==1) && (J==0) && (feof(f10)==0)) { fread(&x,4,1,f10);}
               if ((I==1) && (J==1) && (feof(f11)==0)) { fread(&x,4,1,f11);}
               if ((I==1) && (J==2) && (feof(f12)==0)) { fread(&x,4,1,f12);}
               if ((I==1) && (J==3) && (feof(f13)==0)) { fread(&x,4,1,f13);}
               if ((I==2) && (J==0) && (feof(f20)==0)) { fread(&x,4,1,f20);}
               if ((I==2) && (J==1) && (feof(f21)==0)) { fread(&x,4,1,f21);}
               if ((I==2) && (J==2) && (feof(f22)==0)) { fread(&x,4,1,f22);}
               if ((I==2) && (J==3) && (feof(f23)==0)) { fread(&x,4,1,f23);}
               if ((I==3) && (J==0) && (feof(f30)==0)) { fread(&x,4,1,f30);}
               if ((I==3) && (J==1) && (feof(f31)==0)) { fread(&x,4,1,f31);}
               if ((I==3) && (J==2) && (feof(f32)==0)) { fread(&x,4,1,f32);}
               if ((I==3) && (J==3) && (feof(f33)==0)) { fread(&x,4,1,f33);}
          return x;
 }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*              procedure stock_matrice :                                */
/*              ecrit la position de neurones excites sur le fichier de  */
/*              sortie                                                   */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

stock_matrice(I,J)
int I,J;

     {
          int nb_max;    /* la sous-matrice est codee dans un fichier
                            binaire sur N*N bits , on  recupere ce
                            codage dans N*N/32 entiers                  */


          int p,s;
          int posv,posh;
          int compt_bit;
          int compt_ent;
          unsigned int conv1[32];

          if(N > 4)
              {nb_max=(N*N/32)-1;}
          else
              {nb_max=0;}

          compt_ent=0;

          if ((I==0) && (J==0) && (feof(f00)==0))
              {
                while (compt_ent<=nb_max)
                 {
                  fread(&conv[0][0][compt_ent],4,1,f00);
                  compt_ent+=1;
                 }
```

```
    }
if ((I==0) && (J==1) && (feof(f01)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][1][compt_ent],4,1,f01);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==0) && (J==2) && (feof(f02)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][2][compt_ent],4,1,f02);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==0) && (J==3) && (feof(f03)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[0][3][compt_ent],4,1,f03);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==0) && (feof(f10)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][0][compt_ent],4,1,f10);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==1) && (feof(f11)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][1][compt_ent],4,1,f11);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==2) && (feof(f12)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][2][compt_ent],4,1,f12);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==1) && (J==3) && (feof(f13)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[1][3][compt_ent],4,1,f13);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==0) && (feof(f20)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][0][compt_ent],4,1,f20);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==1) && (feof(f21)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][1][compt_ent],4,1,f21);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==2) && (J==2) && (feof(f22)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][2][compt_ent],4,1,f22);
        compt_ent+=1;
      }
    }

if ((I==2) && (J==3) && (feof(f23)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[2][3][compt_ent],4,1,f23);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3)  && (J==0) && (feof(f30)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][0][compt_ent],4,1,f30);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==1) && (feof(f31)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][1][compt_ent],4,1,f31);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==2) && (feof(f32)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][2][compt_ent],4,1,f32);
        compt_ent+=1;
      }
    }
if ((I==3) && (J==3) && (feof(f33)==0))
    { while (compt_ent<=nb_max)
      {
        fread(&conv[3][3][compt_ent],4,1,f33);
        compt_ent+=1;
      }
    }

compt_ent=0;
while (compt_ent<=nb_max)
      {
        conv1[compt_ent]= conv[I][J][compt_ent];
        compt_ent+=1;
      }

/* decodage */

p=N-1;
s=N-1;
if(nb_tot_un<=Ordre)
  {
   /*pour des reseaux de tailles 8 x 8  */
   if(N==2)
    {
      for(compt_bit=1;compt_bit<=4;compt_bit++)
       {
        if (((conv1[0])%2)==1)
            {
              posv=N*I+p;
              posh=N*J+s;
              fwrite(&posv,4,1,fsortie);
              fwrite(&posh,4,1,fsortie);
            }
        conv1[0]/=2;
        s--;
        if (s<0)
```

```
            {
              p--;
              s=N-1;
            }
        }
    } /* fin if(N==2)*/

  /*pour des reseaux de tailles 16 x 16  */

  if(N==4)
   {
    for(compt_bit=1;compt_bit<=16;compt_bit++)
      {
       if (((conv1[0])%2)==1)
           {
             posv=N*I+p;
             posh=N*J+s;
             fwrite(&posv,4,1,fsortie);
             fwrite(&posh,4,1,fsortie);
             sortie[posv][posh]=1;
           }
       else
           {
             posv=N*I+p;
             posh=N*J+s;
             sortie[posv][posh]=0;
           }
       conv1[0]/=2;
       s--;
       if (s<0)
         {
           p--;
           s=N-1;
         }
      }
   } /* fin if(N==4)*/

  if(N > 4)
   {
     for(compt_ent=nb_max;compt_ent>=0;compt_ent--)
       {
        for(compt_bit=1;compt_bit<=32;compt_bit++)
         {
          if (((conv1[compt_ent])%2)==1)
                {
                   posv=N*I+p;
                   posh=N*J+s;
                   fwrite(&posv,4,1,fsortie);
                   fwrite(&posh,4,1,fsortie);
                }
         conv1[compt_ent]/=2;
         s--;
         if (s<0)
                {
                  p--;
                  s=N-1;
                }
         }
       }
   } /* fin if(N>4) */

}  /* fin if(nb_tot_un<=2) */

   compt_ent=0;
   while (compt_ent<=nb_max)
    {
     conv[I][J][compt_ent]=0;
     compt_ent+=1;
                }

    } /* fin procedure stock_matrice( ) */

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure init ()     :                            */
/*              initialisation de la matrice globale                       */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

init_matrice()
  {
     int i,j;

     for(i=0;i<=taille-1;i++)
         {
          for(j=0;j<=taille-1;j++)
            { sortie[i][j]=0; }
         }
  }


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure ecrire_matrice() :                       */
/*                   ecrire la matrice globale du reseau                   */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

ecrire_matrice()
  {
     int i,j;

     printf("\n\n    Iteration numero %d\n",Itmin);
     printf("    Nombre de neurones excites %d\n",nb_tot_un);

     if(N==4)
       {printf("\n    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

     for (i=0;i<=taille-1;i++)
        {
          printf("    -");
          for (j=0;j<=taille-1;j++)
             { printf(" %d",sortie[i][j]);}

          printf(" -\n");
        }

     if(N==4)
       {printf("    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

  }


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure ouvre_fich :                             */
/*              initialisation des pointeurs d'entree                      */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

ouvrefich()
 {
   f00=fopen("out00.bin","r");
   f01=fopen("out01.bin","r");
   f02=fopen("out02.bin","r");
   f03=fopen("out03.bin","r");
   f10=fopen("out10.bin","r");
   f11=fopen("out11.bin","r");
   f12=fopen("out12.bin","r");
   f13=fopen("out13.bin","r");
   f20=fopen("out20.bin","r");
   f21=fopen("out21.bin","r");
```

```
    f22=fopen("out22.bin","r");
    f23=fopen("out23.bin","r");
    f30=fopen("out30.bin","r");
    f31=fopen("out31.bin","r");
    f32=fopen("out32.bin","r");
    f33=fopen("out33.bin","r");
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure  ferme_fich :                            */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

fermefich()
 {
   fclose(f00);
   fclose(f01);
   fclose(f02);
   fclose(f03);
   fclose(f10);
   fclose(f11);
   fclose(f12);
   fclose(f13);
   fclose(f20);
   fclose(f21);
   fclose(f22);
   fclose(f23);
   fclose(f30);
   fclose(f31);
   fclose(f32);
   fclose(f33);
  }


/*************************************************************************/
/*                    programme principal                                */
/*************************************************************************/

 main()
{
   char lect[40];
   int i,j,s,t;
   int Itlast;
   int Nvide,nbit;
   int p,Kmax,T[200];
   int Nsgltn;
   double som;

printf("\n\n             ***SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES***\n\n\n");
printf("Lecture  des fichiers de  simulations outij.bin  et reconstitue un\n");
printf("fichier contenant des configurations Singletons, Paires, Triplets,\n");
printf("ect...dont le nom est : 'MARKOV.ENT', genere par:'crea_markov.c'\n\n");


   printf("Entrez la taille du reseau           ( taille )     ---> ");
   scanf("%d",&taille);
   printf("%d x %d\n",taille,taille);

   printf("Entrez le nombre total d'iterations  ( Kmax )       ---> ");
   scanf("\n%d",&Kmax);
   printf("%d\n",Kmax);

   printf("Ordre de reechantillonnage           ( Ordre )      ---> ");
   scanf("\n%d",&Ordre);
   printf("%d\n\n",Ordre);

   printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
   printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
   printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
```

```
printf("                                        Votre choix exact   ---> ");
scanf("\n%s",&lect);
printf("%s\n",lect);

N = taille/4;
printf("\n N = %d\n",N);

for(i=0;i<=Ordre;i++)
     {T[i]=0;}
Nvide=0;
Nsgltn=0;
s = 0;

som=0.0;
Itlast=1;
nb_tot_un=0;
t=0;

ouvrefich();

fsortie=fopen("markov.ent","w");

for(i=0;i<=3;i++)
     { for (j=0;j<=3;j++)
               {
                 nb_iter[i][j]=lire_entier(i,j);
                 nb_unit[i][j]=lire_entier(i,j);
               }
     }


 Itmin=it_min();

 printf("\n Itmin = %d\n",Itmin);

 while ( Itmin<=Kmax )
     {
         p=0;
         for (i=0;i<=3;i++)
              {
                for (j=0;j<=3;j++)
                      { if (nb_iter[i][j]==Itmin)
                              { k[p]=i;
                                l[p]=j;
                                nb_tot_un += nb_unit[i][j];
                                p++;
                              }
                      }
              }
         p-=1;

         Nvide+=Itmin-Itlast;

         Itlast=Itmin+1 ;

          fwrite(&Itmin,4,1,fsortie);
          fwrite(&nb_tot_un,4,1,fsortie);
          som += nb_tot_un;

          for(i=1;i<=Ordre;i++)
              {if(nb_tot_un==i) {T[i]+=1;break;}}

         s=0;

         while (s<=p)
                    {
                     stock_matrice(k[s],l[s]);
                     nb_iter[k[s]][l[s]]=lire_entier(k[s],l[s]);
```

```
                        nb_unit[k[s]][l[s]]=lire_entier(k[s],l[s]);

                        if (nb_iter[k[s]][l[s]]==0)
                         { nb_iter[k[s]][l[s]]=30000;}

                        s++;
                       }

            nb_tot_un=0;
            s=0;
            t++;
            Itmin=it_min();
            /*printf("\n Itmin = %d\n",Itmin);*/
            if (Itmin==30000) { break;}
        }
    fermefich();
    fclose(fsortie);

    T[0]=Nvide;
    printf("\n\n");
      printf(" Nbre iter(config non nulles) = %d\n",t);
      printf(" La somme des un              = %.2f\n",som);
    printf("\n Nombre moyen de 1             = %.6f\n\n\n",som/(t+Nvide));
    for(i=0;i<=Ordre;i++)
     {printf("\n  T[ %d ] = %d",i,T[i]);}

}
```

```
/*************************************************************************/
/*       AMAS.C    :                                                     */
/*                    lit le fichier -      MARKOV.ENT - donne par le    */
/*       programme - CREA_MARKOV.C - en groupant  les configurations     */
/*       Singletons et Paires en  clique (critere markovien spacial)     */
/*       stockees dans un fichier : 'SPTQ_CLIQ.ENT'et 'AMAS.ENT'         */
/*             - Numero d'iteration,                                     */
/*             - Nombre de neurones excites,                             */
/*             - Les coordonnees des neurones excitees,                  */
/*             - ect...                                                  */
/*                                                                       */
/*************************************************************************/

#include stdio
#include math

int neurone[200][2];/* tableau des neurone excite et ses coordonnees */
int n0_lu;          /* numero d'iteration lu du :fich_markov.ent     */
int n0_it;          /* numero d'iteration translate                  */

int Ordre;          /* Nombre total de configurations stockees:snglton,
                       paires, triplets,ect...                       */

int Kmax;           /* Nombre total d'iterations                     */

int N;              /* La taille du reseau global                    */

int sortie[128][128];
int pos[5];
int Tiso[151],Tres[151],Tamp[151],Amas[51],cliq[6];
int i1,i2,s,nb;
int T[200][200];

double som1,som2;

/*-------------pointeurs des fichiers d'entree et sortie-------------*/
static FILE *fichin,*fichout,*fichout2;

/*************************************************************************/
/*                  fonctions et procedures                              */
/*************************************************************************/

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*     fonction minimum : calcule le minimum entre deux entiers          */
/*-----------------------------------------------------------------------*/
int minimum(a,b)
 int a,b;
   {
     int m;
     if (a<=b) {m=a;}
     else      {m=b;}
   return m;
   }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*  fonction d_manhattan : calcule la distance entre deux points         */
/*        appelee la distance de manhattan                               */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int d_manhattan(ii1,jj1,ii2,jj2)
 int ii1,jj1,ii2,jj2;
 {
   int d,di,dj;
   di=minimum(abs(ii1-ii2),ii1+abs((N-1)-ii1));
   dj=minimum(abs(jj1-jj2),jj1+abs((N-1)-jj1));
   d=di+dj;
   return d;
 }
```

```
/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*               procedure amas_1() :                                    */
/*               cette procedure stocke les 1-cliques                    */
/*-----------------------------------------------------------------------*/
amas_1( )
 {
  int i,j;
  int test;
  int flag;
  static int bib;
  int n_un;

    i1=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
        test=0;
        for (j=0;j<=nb-1;j++)
            {
                if (T[i][j]>2)  {test+=1;}
            }

        if (test==nb-1)
                        {
                         cliq[1]+=1;
                         Amas[1]+=1;
                         Tiso[i1]=i;
                         i1++;
                         n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+s;
                         fwrite(&n0_it,4,1,fichout);
                         n_un=1;
                         fwrite(&n_un,4,1,fichout);
                         fwrite(&neurone[i][0],4,1,fichout);
                         fwrite(&neurone[i][1],4,1,fichout);
                         s++;
                        }

      }/* for (i=0;i<=nb-1;i++) */

    i2=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
         bib=0;
         j=0;
         while(j<=i1-1)
            {
              if(Tiso[j]==i)
                 {bib=1;break;}
              j++;
            }
         if (bib==0)
             {Tres[i2]=i;i2++;}
      }

 }/* fin amas_1() */

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*               procedure amas_2() :                                    */
/*               cette procedure stocke les 2-cliques                    */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

amas_2( )
 {
  int i,j,s,ii,t1;
  int test;
  int flag;
  static int bib;
  int n_un;
```

```
   i1=0;
   for(i=0;i<=nb-1;i++)
     {
       ii=0;
       flag=0;
       test=0;
       for (j=0;j<=nb-1;j++)
           {
               if ( (T[Tres[i]][Tres[j]]<=2) && (j>i) )
                     {
                      test+=1;
                      pos[ii]=Tres[j];
                      ii++;
                     }
           }

       if (test==1)
           {
            t1=0;
             while(t1<=nb-1)
              {
               if( (T[pos[0]][Tres[t1]]>2) && (T[Tres[i]][Tres[t1]]>2)
                && (Tres[t1]!=pos[0]) && (Tres[t1]!=Tres[i]) )
                           {flag+=1;}
               t1++;
              }

             if(flag==nb-2)
              {
               cliq[2]+=1;
               Amas[2]+=1;
               Tiso[i1]=Tres[i];
               Tiso[i1+1]=pos[0];
               i1+=2;
               n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+s;
               fwrite(&n0_it,4,1,fichout);
               n_un=2;

               fwrite(&n_un,4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[Tres[i]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[Tres[i]][1],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[0]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[0]][1],4,1,fichout);
               s++;
              }
           }
   } /* for (i=0;i<=nb-1;i++) */

   for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
         Tamp[i]=Tres[i];
      }

   i2=0;
   for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
         bib=0;
         j=0;
         while(j<=i1-1)
            {
              if(Tamp[i]==Tiso[j])
                 {bib=1;break;}
              j++;
            }
         if (bib==0)
             {Tres[i2]=Tamp[i];i2++;}
      }
```

```
  }/* fin amas_2() */

/*-------------------------------------------------------------------*/
/*                procedure amas_3() :                               */
/*                cette procedure stocke les 3-cliques               */
/*-------------------------------------------------------------------*/

amas_3( )
 {
  int i,j,s,ii,t1;
  int test;
  int flag;
  static int bib;
  int n_un;

    i1=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
        ii=0;
        flag=0;
        test=0;
        for (j=0;j<=nb-1;j++)
            {
                if ( (T[Tres[i]][Tres[j]]<=2) && (j>i) )
                      {
                       test+=1;
                       pos[ii]=Tres[j];
                       ii++;
                      }
            }

        if (test==2)
          {
           if( (T[pos[0]][pos[1]]<=2) )
             {
              t1=0;
              while(t1<=nb-1)
                {
                 if( (T[pos[0]][Tres[t1]]>2) && (T[pos[1]][Tres[t1]]>2)
                  && (T[Tres[i]][Tres[t1]]>2)    )
                             {flag+=1;}
                 t1++;
                }

               if(flag==nb-3)
                {
                 cliq[3]+=1;
                 Amas[3]+=1;
                 Tiso[i1]=Tres[i];
                 Tiso[i1+1]=pos[0];
                 Tiso[i1+2]=pos[1];
                 i1+=3;
                 n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+s;
                 fwrite(&n0_it,4,1,fichout);
                 n_un=3;
                 fwrite(&n_un,4,1,fichout);

                 fwrite(&neurone[Tres[i]][0],4,1,fichout);
                 fwrite(&neurone[Tres[i]][1],4,1,fichout);
                 fwrite(&neurone[pos[0]][0],4,1,fichout);
                 fwrite(&neurone[pos[0]][1],4,1,fichout);
                 fwrite(&neurone[pos[1]][0],4,1,fichout);
                 fwrite(&neurone[pos[1]][1],4,1,fichout);
                 s++;
                }
             }
          }
```

```
      } /* for (i=0;i<=nb-1;i++) */

    for(i=0;i<=nb-1;i++)
       {
          Tamp[i]=Tres[i];
       }

    i2=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
       {
          bib=0;
          j=0;
          while(j<=il-1)
             {
               if(Tamp[i]==Tiso[j])
                  {bib=1;break;}
               j++;
             }
          if (bib==0)
              {Tres[i2]=Tamp[i];i2++;}
       }

 }/* fin amas_3() */

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*               procedure amas_4() :                                      */
/*               cette procedure stocke les 4-cliques                      */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

amas_4( )
 {
  int i,j,s,ii,t1;
  int test;
  int flag;
  int n_un;
  static int bib;

    il=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
      {
        ii=0;
        flag=0;
        test=0;
        for (j=0;j<=nb-1;j++)
            {
                if ( (T[Tres[i]][Tres[j]]<=2) && (j>i) )
                      {
                        test+=1;
                        pos[ii]=Tres[j];
                        ii++;
                      }
            }
        /*printf("test = %d\ttest1 = %d\n",test,test1);*/


        if (test==3)
          {
           if( (T[pos[0]][pos[1]]<=2) && (T[pos[0]][pos[2]]<=2)
             && (T[pos[1]][pos[2]]<=2) )
             {
             t1=0;
             while(t1<=nb-1)
               {
                if( (T[pos[0]][Tres[t1]]>2) && (T[pos[1]][Tres[t1]]>2)
                 && (T[pos[2]][Tres[t1]]>2) && (T[Tres[i]][Tres[t1]]>2) )
                           {flag+=1;}
                t1++;
                }
             if(flag==nb-4)
              {
               cliq[4]+=1;
               Amas[4]+=1;
               Tiso[il]=Tres[i];
               Tiso[il+1]=pos[0];
               Tiso[il+2]=pos[1];
               Tiso[il+3]=pos[2];
               il+=4;
               n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+s;
               fwrite(&n0_it,4,1,fichout);
               n_un=4;
               fwrite(&n_un,4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[Tres[i]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[Tres[i]][1],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[0]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[0]][1],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[1]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[1]][1],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[2]][0],4,1,fichout);
               fwrite(&neurone[pos[2]][1],4,1,fichout);
               s++;
              }
            }
          }
    } /* for (i=0;i<=nb-1;i++) */

    for(i=0;i<=nb-1;i++)
       {
          Tamp[i]=Tres[i];
       }

    i2=0;
    for(i=0;i<=nb-1;i++)
       {
          bib=0;
          j=0;
          while(j<=il-1)
             {
               if(Tamp[i]==Tiso[j])
                  {bib=1;break;}
               j++;
             }
          if (bib==0)
              {Tres[i2]=Tamp[i];i2++;}
       }

 }/* fin amas_4() */

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*     procedure les_amas() :                                              */
/*     stocke les neurones excites en cliques  et en amas.                 */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
les_amas( )
 {
  int i,j;

  s=1;

  for(i=0;i<=nb-1;i++)
      for (j=0;j<=nb-1;j++)
          {
T[i][j]=d_manhattan(neurone[i][0],neurone[i][1],neurone[j][0],neurone[j][1]);
          }

  som1 += nb;
```

```
   amas_1();

   nb=i2;
   amas_2();

   nb=i2;
   amas_3();

   nb=i2;
   amas_4();

   nb=i2;

   n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+s;

   fwrite(&n0_it,4,1,fichout2);
   fwrite(&nb,4,1,fichout2);

   for (i=0;i<=nb-1;i++)
     {
       fwrite(&neurone[Tres[i]][0],4,1,fichout2);
       fwrite(&neurone[Tres[i]][1],4,1,fichout2);
     }

   for (i=1;i<=20;i++)
     {
       if(i==nb) { Amas[i] += 1; break; }
     }
   nb=0;
  } /* fin amas(nb) */

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*            imprime_mat() :                                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
init_mat()
    {
      int i,j;

                for (i=0;i<=N-1;i++)
                     for (j=0;j<=N-1;j++)
                        {sortie[i][j]=0;}
    }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*            imprime_mat() :                                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/
imprime_mat()
    {
      int i,j;

              if(N==16)
               {printf("\n    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

              if(N==8)
               {printf("\n    - - - - - - - - -\n");}

               for (i=0;i<=N-1;i++)
                  {
                     printf("    -");
                     for (j=0;j<=N-1;j++)

                        {
                          if(sortie[i][j]==1)
                                {printf(" 1");}
                          else
                                {printf("  ");}
                        }
                     printf(" -\n");
                  }

              if(N==16)
               {printf("    - - - - - - - - - - - - - - - - -\n");}

              if(N==8)
               {printf("    - - - - - - - - -\n");}
    }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*     procedure lire_entier() :                                           */
/*     lit un entier sur le fichier "markov.ent".                          */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

int lire_entier()
{
 int x;
 fread(&x,4,1,fichin);
 return x;
}

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*               programme principal                                       */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

main()
 {
   char lect[40];
   int i,j,K1;
   int flat;

printf("\n\n            ***SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES***\n\n\n");
printf("Lecture  du fichier ' MARKOV.ENT ' et reconstitue  deux fichiers ,\n");
printf("nomes par : ' SPTQ_CLIQ.ENT ' et 'AMAS.ENT ' qui contiennent resp-\n");
printf("ectivement des 1-cliques(singletons), 2-cliques(paires), 3-cliques\n");
printf("(triplets) et 4-cliques(quadruplets)et l'autre contient les 3-amas\n");
printf("ect... Ces fichiers sont generes par : 'Amas.c'\n\n");


   printf("Entrez la taille du reseau           (    N    )     ---> ");
   scanf("%d",&N);
   printf("%d x %d\n",N,N);

   printf("Entrez le nombre total d'iterations  ( Kmax )       ---> ");
   scanf("\n%d",&Kmax);
   printf("%d\n",Kmax);

   printf("Ordre de reechantillonnage           ( Ordre )      ---> ");
   scanf("\n%d",&Ordre);
   printf("%d\n",Ordre);

   printf("Entrer le debut du test           (  K1 = Tcv )     ---> ");
   scanf("\n%d",&K1);
   printf("%d\n\n",K1);

   printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
   printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
   printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
   printf("                                Votre choix exact   ---> ");
   scanf("\n%s",&lect);
   printf("%s\n",lect);

   fichin=fopen("markov.ent","r");

   fichout = fopen("sptq_cliq.ent","w");
   fichout2 = fopen("amas.ent","w");

   som1=0.;som2=0.;
```

```
  for (i=0;i<=50;i++)
   { Amas[i]=0;}
  for (i=0;i<=5;i++)
   { cliq[i]=0;}

  for (i=0;i<=150;i++)
   { Tiso[i]=200;Tres[i]=200;Tamp[i]=200;}

  flat=0;

  n0_lu=lire_entier();

  while( (n0_lu<=Kmax) && (feof(fichin)==0) )
    {
       nb=lire_entier();

       if (nb<=Ordre)
         {
           for (i=0;i<=nb-1;i++)
             {
               neurone[i][0]=lire_entier();
               neurone[i][1]=lire_entier();
               /*sortie[neurone[i][0]][neurone[i][1]]=1;*/
             }

           /*imprime_mat();
           init_mat();*/

           if(flat==1) {les_amas();}

           if(flat==0)
            {
              if(n0_lu>=K1)
                {
                  flat=1;
                }
            }

         }
       else
         {
           if(flat==1)
             {
               n0_it=Ordre*(n0_lu-1)+1;
               fwrite(&n0_it,4,1,fichout);
               fwrite(&nb,4,1,fichout);
               fwrite(&n0_it,4,1,fichout2);
               fwrite(&nb,4,1,fichout2);
             }

           if(flat==0)
            {
              if(n0_lu>=K1)
                {
                  flat=1;
                }
            }
         }

       n0_lu=lire_entier();

    }

for (i=1;i<=20;i++)
  { som2 += i*Amas[i];}

printf("\n* HISTOGRAMME DES n-CLIQUES :\n");

  for (i=1;i<=4;i++)
   { printf("\n Nombre de %d-cliques = %d",i,cliq[i]);}

  printf("\n\n --> som1(Nbre d'activites totale ) = %d\n",(int)som1);
  printf(" --> som2(Nbre d'activites en amas) = %d\n\n",(int)som2);

  printf("\n* HISTOGRAMME DES n-AMAS :\n");
  for (i=1;i<=20;i++)
    { printf("\n Nombre de %d-Amas = %d",i,Amas[i]);}

  fclose(fichout);
  fclose(fichout2);
  fclose(fichin);
}
```

```
/*************************************************************************/
/*      VISU_AMAS.C :                                                    */
/*                        lit  le  fichier  "AMAS.ENT"                   */
/*      donnes par le programme : amas.c et genere deux fichiers:        */
/*          - pour 3-amas ---> "tr_ama.ima"                              */
/*          - pour 4-amas ---> "qu_ama.ima"                              */
/*************************************************************************/

#include stdio
#include math
#define taille 6000

int N;                  /*La taille du reseau global                    */
int Nvide;              /*Nombre d'apparition de la configuration vide*/
int dim2,dim3,dim4;
int  Jsgltn[128][128];     /*    Potentiels de singleton                 */
int  T[128][128],Tq[128][128];

int paire[taille][4];      /*    vecteur paire[s]=(i1,j1,i2,j2)          */
int  Npaire[taille];

int triplet[taille][6];
int Ntriplet[taille];

int quad[taille][10];
int Nquad[taille];

int ent[6],ent2[10];


static FILE *fich;              /*      pointeur du fichier de lecture */
static FILE *fich_tr,*fich_qu;

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*     fonction minimum : calcule le minimum entre deux entiers          */
/*-----------------------------------------------------------------------*/
int minimum(a,b)
 int a,b;
   {
     int m;
     if (a<=b) {m=a;}
     else      {m=b;}
   return m;
   }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*  fonction d_manhattan : calcule la distance entre deux points         */
/*        appelee la distance de manhattan                               */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int d_manhattan(iil,jj1,ii2,jj2)
 int iil,jj1,ii2,jj2;
 {
   int d,di,dj;
   di=minimum(abs(iil-ii2),iil+abs((N-1)-iil));
   dj=minimum(abs(jj1-jj2),jj1+abs((N-1)-jj1));
   d=di+dj;
   return d;
 }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      fonction lire_entier :                           */
/*              lit et retourne un entier du fichier de lecture          */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

int lire_entier()
     {
              int x;
              fread(&x,4,1,fich);
              return x;
     }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                        procedure initialisation :                     */
/*              initialise les parametres globaux du programme           */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

initialisation()
{
int i,j;


 for(i=0;i<=N-1;i++)
    for(j=0;j<=N-1;j++)
      {
       T[i][j]=0;
       Tq[i][j]=0;
      }

 for(j=0;j<=taille-1;j++)
   {
       Ntriplet[j]=0;
       Nquad[j]=0;
   }

}
/*-----------------------------------------------------------------------*/
affect_T()
{
   int s;

   s=0;
   while (s<8)
     {
      T[ent2[s]][ent2[s+1]]=1;
      s+=2;
     }
}
/*-----------------------------------------------------------------------*/
init_T()
{
   int s;

   s=0;
   while (s<8)
     {T[ent2[s]][ent2[s+1]]=0;
      s+=2;
     }
}

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure stock_triplet (en amas)                */
/*              stocke dans "tr.ima" les triplets                        */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

stock_triplet()
   {
        int i,s,x,nbtrip;

        nbtrip=0;

        fich_tr=fopen("tr_ama.ima","w");
        s=0;
        while ( s<dim3 )
           {
                   for (i=0;i<=5;i++)
```

```
                    {fwrite(&triplet[s][i],4,1,fich_tr);}

                fwrite(&Ntriplet[s],4,1,fich_tr);
                nbtrip++;
                s++;
          }
       printf("nb triplets = %d\n",nbtrip);
       z=44444;
       fwrite(&z,4,1,fich_tr);
       fclose(fich_tr);
   }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                    procedure stock_quadruplets (en amas)                */
/*            stocke dans "qu.ima" les quadruplets                         */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

stock_quadruplet()
   {
       int i,s,x,nbquad;

       nbquad=0;

       fich_qu=fopen("qu_ama.ima","w");
       s=0;
       while ( s<dim4 )
          {
                for (i=0;i<=7;i++)
                   {fwrite(&quad[s][i],4,1,fich_qu);}
                fwrite(&Nquad[s],4,1,fich_qu);
                nbquad++;
                s++;
          }
       printf("nb quadruplets = %d\n",nbquad);
       z=55555;
       fwrite(&z,4,1,fich_qu);
       fclose(fich_qu);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                  programme principal                                    */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

main()
{
 char lect[40];
 int i,j,s,k,k1,k2,t;
 int i1,j1,i2,j2;
 int Itlast;
 int test[6];
 int ss,m,jj,ii,x,testi;
 int pos[10],TT[10][10],I[10],neurone[10][2];
 int drapeau3,drapeau4;
 int nb_un,Kmax,n0_it,K1;
 int flat,out,Ordre;
 int Nt,Nqq;

printf("\n\n             ***SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES***\n\n\n");
printf("Lecture du fichier'AMAS.ENT' et reconstitue deux fichiers qui sont,\n");
printf("resp.'TR_AMA.IMA'(paires en amas) , 'QU_AMA.IMA' (triplet en amas),\n");
printf("generes par : 'VISU_amas.C'\n\n\n");


   printf("Entrez la taille du reseau          (    N    )     ---> ");
   scanf("%d",&N);
   printf("%d x %d\n",N,N);

   printf("Entrez le nombre total d'iterations  ( Kmax )       ---> ");
   scanf("\n%d",&Kmax);
   printf("%d\n",Kmax);

   printf("Ordre de reechantillonnage           ( Ordre )      ---> ");
   scanf("\n%d",&Ordre);
   printf("%d\n\n",Ordre);

   printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
   printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
   printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
   printf("                                Votre choix exact   ---> ");
   scanf("\n%s",&lect);
   printf("%s\n",lect);

 dim3=0;dim4=0;
 Nt=0;Nqq=0;

Itlast=1;t=0;flat=1;
initialisation();

fich=fopen("amas.ent","r");

n0_it=lire_entier();

while (feof(fich)==0)

   {
       nb_un=lire_entier();

       if (nb_un==3)
             {
              for (i=0;i<=5;i++)
                 {ent[i]=lire_entier();}

              s=0;
              drapeau3=0;

              while (s<dim3)
               {
                for (i=0;i<=5;i++) {test[i]=0;}

                for (i=0;i<=5;i++)
                 {
                  if (triplet[s][i]==ent[i])
                    {test[0]+=1;}
                  if (triplet[s][i]==ent[(i+2)%6])
                    {test[1]+=1;}
                  if (triplet[s][i]==ent[(i+4)%6])
                    {test[2]+=1;}
                 }
               if ( (triplet[s][0]==ent[0]) && (triplet[s][1]==ent[1])
                 && (triplet[s][2]==ent[4]) && (triplet[s][3]==ent[5])
                 && (triplet[s][4]==ent[2]) && (triplet[s][5]==ent[3]) )
                    {test[3]=6;}
              if (  (triplet[s][0]==ent[4]) && (triplet[s][1]==ent[5])
                 && (triplet[s][2]==ent[2]) && (triplet[s][3]==ent[3])
                 && (triplet[s][4]==ent[0]) && (triplet[s][5]==ent[1]) )
                    {test[4]=6;}
              if (  (triplet[s][0]==ent[2]) && (triplet[s][1]==ent[3])
                 && (triplet[s][2]==ent[0]) && (triplet[s][3]==ent[1])
                 && (triplet[s][4]==ent[4]) && (triplet[s][5]==ent[5]) )
                    {test[5]=6;}

    if ( (test[0]==6) || (test[1]==6) || (test[2]==6) || (test[3]==6)
        || (test[4]==6) || (test[5]==6) )

                              {
                                   Nt+=1;
                                   Ntriplet[s]+=1;
```

```
                        drapeau3=1;
                        break;
                      }
          else {s++;}
           }

          if (drapeau3==0)
                {
                  for (i=0;i<=5;i++)
                        {triplet[dim3][i]=ent[i];}
                  Ntriplet[dim3]=1;
                  dim3+=1;
                }
        }

if (nb_un==4)
       {
        for (i=0;i<=7;i++)
           {ent2[i]=lire_entier();}

          out=0;
          drapeau4=0;

          affect_T();

          s=0;
          while (s<dim4)
           {
             i=0;
             while (i<8)
               {Tq[quad[s][i]][quad[s][i+1]]=1;
                i+=2;
               }

             for(i=0;i<=N-1;i++)
               for(j=0;j<=N-1;j++)
                {
                  if(T[i][j]!=Tq[i][j])
                     {out=1;break;}
                }

             if(out==0)
                {
                  Nqq+=1;
                  Nquad[s]+=1;
                  drapeau4=1;
                  init_T();
                  i=0;
                  while (i<8)
                   {Tq[quad[s][i]][quad[s][i+1]]=0;
                    i+=2;
                   }
                  break;
                }
             else
                {
                  i=0;
                  while (i<8)
                   {Tq[quad[s][i]][quad[s][i+1]]=0;
                    i+=2;
                   }
                  s++;out=0;
                }
          }   /*fin while(s<dim4) */

       if (drapeau4==0)
             {
               for(i=0;i<=7;i++)
                        {quad[dim4][i]=ent2[i];}
                  Nquad[dim4]=1;
                  dim4+=1;
                  init_T();
                }
           }

       if (nb_un>4)
             {
              for (i=0;i<=nb_un-1;i++)
                 {
                   k1=lire_entier();
                   k2=lire_entier();
                 }
              Itlast=n0_it;
              n0_it=lire_entier();
              Nvide+=n0_it-Itlast-1;
              /*if(flat==0) {if(n0_it>=K1) {initialisation();flat=1;}}*/
    }


       fich_tr=fopen("tr_ama.ima","w");
       s=0;
       while ( s<dim3 )
          {
            jj=0;
            for (i=0;i<=2;i++)
              {
               neurone[i][0]=triplet[s][jj];
               neurone[i][1]=triplet[s][jj+1];
               jj+=2;
              }
  for(i=0;i<=2;i++)
      for (j=0;j<=2;j++)
         {
TT[i][j]=d_manhattan(neurone[i][0],neurone[i][1],neurone[j][0],neurone[j][1]);
         }

              for(i=0;i<=2;i++)
               {
                ii=0;
                testi=0;
                for (j=0;j<=2;j++)
                 {
                   if ( (TT[i][j]<=2) && (j!=i) )
                    {testi+=1;pos[ii]=j;ii++;}
                 }

                if(testi==2)
                  {
                    fwrite(&neurone[pos[0]][0],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&neurone[pos[0]][1],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&neurone[i][0],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&neurone[i][1],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&neurone[pos[1]][0],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&neurone[pos[1]][1],4,1,fich_tr);
                    fwrite(&Ntriplet[s],4,1,fich_tr);
                    break;
                  }
               }/* fin for(i=0;i<=2;i++) */

          s++;

         } /* while ( s<dim3 )*/
       x=44444;
       fwrite(&x,4,1,fich_tr);
```

```
        fclose(fich_tr);


        fich_qu=fopen("qu_ama.ima","w");
        s=0;
        while ( s<dim4 )
           {
             jj=0;
             for (i=0;i<=3;i++)
               {
                neurone[i][0]=quad[s][jj];
                neurone[i][1]=quad[s][jj+1];
                jj+=2;
               }
  for(i=0;i<=3;i++)
      for (j=0;j<=3;j++)
        {
TT[i][j]=d_manhattan(neurone[i][0],neurone[i][1],neurone[j][0],neurone[j][1]);
        }
                m=0;
                for(i=0;i<=3;i++)
                 {
                  ii=0;
                  testi=0;
                  for (j=0;j<=3;j++)
                   {
                     if ( (TT[i][j]<=2) && (j>i) )
                      {testi+=1;pos[ii]=i;
                       pos[ii+1]=j;ii+=2;
                      }
                   }
                  ss=0;
                  while(ss<testi)
                    {
                      for (j=0;j<ii;j++)
                         {I[m]=pos[j];m++;}
                      ss++;
                    }
                 }/* for(i=0;i<=3;i++) */

                ss=0;
                while(ss<m)
                  {
                    fwrite(&neurone[I[ss]][0],4,1,fich_qu);
                    fwrite(&neurone[I[ss]][1],4,1,fich_qu);
                    fwrite(&neurone[I[ss+1]][0],4,1,fich_qu);
                    fwrite(&neurone[I[ss+1]][1],4,1,fich_qu);
                    fwrite(&Nquad[s],4,1,fich_qu);
                    ss+=2;
                  }
             s++;
           } /* while ( s<dim4 ) */
        x=55555;
        fwrite(&x,4,1,fich_qu);
        fclose(fich_qu);


 printf( "\n\n\nNbre triplets_amas =%d\tNt( triplets repetees) = %d\n",dim3,Nt);
 printf( "Nbre quadruplets_amas =%d\tNq(quadruplets repetees) = %d\n",dim4,Nqq);

}
```

```
/*************************************************************************/
/*      VISU_CLIQ.C :                                                    */
/*                        lit  le  fichier "SPQT_CLIQ.ENT"               */
/*      donnes par le programme : amas.c et genere trois fichiers:       */
/*         - pour 2-cliques ---> "pa.ima"                                */
/*         - pour 3-cliques ---> "tr.ima"                                */
/*         - pour 4-cliques ---> "qu.ima"                                */
/*************************************************************************/

#include stdio
#include math
#define taille 6000

int N;                      /*La taille du reseau global                 */
int Nvide;                  /*Nombre d'apparition de la configuration vide*/
int dim2,dim3,dim4;

int  Jsgltn[128][128];      /*    Potentiels de singleton                */
int  T[128][128],Tq[128][128];

int paire[taille][4];       /*    vecteur paire[s]=(i1,j1,i2,j2)         */
int  Npaire[taille];

int triplet[taille][6];
int Ntriplet[taille];

int qua[taille][8];
int Nqua[taille];

int ent[6],ent2[8];


static FILE *fich;                /*      pointeur du fichier de lecture */
static FILE *fich_pa,*fich_tr,*fich_qu;

/*-------------------------------------------------------------------  */
/*                      fonction lire_entier :                         */
/*              lit et retourne un entier du fichier de lecture        */
/*-------------------------------------------------------------------  */

int lire_entier()
     {
               int x;
               fread(&x,4,1,fich);
               return x;
     }

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure initialisation :                       */
/*              initialise les parametres globaux du programme           */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

initialisation()
{
int i,j;


 for(i=0;i<=N-1;i++)
    for(j=0;j<=N-1;j++)
     {
      T[i][j]=0;
      Tq[i][j]=0;
     }

 for(j=0;j<=taille-1;j++)
   {
       Npaire[j]=0;
       Ntriplet[j]=0;
       Nqua[j]=0;
    }

}
/*-----------------------------------------------------------------------*/
affect_T()
{
   int s;

   s=0;
   while (s<=7)
     {
      T[ent2[s]][ent2[s+1]]=1;
      s+=2;
     }
}
/*-----------------------------------------------------------------------*/
init_T()
{
   int s;

   s=0;
   while (s<=7)
     {
      T[ent2[s]][ent2[s+1]]=0;
      s+=2;
     }
}

/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure stock_paire:                           */
/*       stocke dans "pa.ima" les paires et leur potentiel               */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

stock_paire()
   {
        int i,s,x,nbpaire;

        nbpaire=0;

        fich_pa=fopen("pa.ima","w");
        s=0;
        while ( s<=dim2-1 )
           {
                for (i=0;i<=3;i++)
                   {fwrite(&paire[s][i],4,1,fich_pa);}
                fwrite(&Npaire[s],4,1,fich_pa);
                nbpaire++;
                s++;
           }
        printf("\nNbre 2-cliques(paires) = %d\n",nbpaire);
        x=33333;
        fwrite(&x,4,1,fich_pa);
        fclose(fich_pa);
   }
/*-----------------------------------------------------------------------*/
/*                      procedure stock_triplet (en clique)              */
/*             stocke dans "tr.ima" les triplets                         */
/*-----------------------------------------------------------------------*/

stock_triplet()
   {
        int i,s,x,nbtrip,k;

        nbtrip=0;

        fich_tr=fopen("tr.ima","w");
        s=0;
```

```
        while ( s<=dim3-1 )
           {
                    for (i=0;i<=5;i++)
                       {fwrite(&triplet[s][i],4,1,fich_tr);}
                    fwrite(&Ntriplet[s],4,1,fich_tr);
                    nbtrip++;
                    s++;
           }
        printf("\nNbre 3-cliques(triplets) = %d\n",nbtrip);
        x=44444;
        fwrite(&x,4,1,fich_tr);
        fclose(fich_tr);
   }
/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                    procedure stock_quadruplets (en clique)              */
/*            stocke dans "qu.ima" les quadruplets                         */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

stock_quadruplet()
   {
        int i,s,x,nbquad;

        nbquad=0;

        fich_qu=fopen("qu.ima","w");
        s=0;
        while ( s<=dim4-1 )
           {
                    for (i=0;i<=7;i++)
                       {
                        fwrite(&qua[s][i],4,1,fich_qu);
                       }
                    fwrite(&Nqua[s],4,1,fich_qu);
                    nbquad++;
                    s++;
           }
        printf("\nNbre 4-cliques(quadruplets) = %d\n",nbquad);
        x=55555;
        fwrite(&x,4,1,fich_qu);
        fclose(fich_qu);
   }

/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*             corps du programme principal                                */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

main()
{
 char lect[40];
 int i,j,s,t,k;
 int i1,j1,i2,j2;
 int Itlast;
 int test[6];
 int drapeau2,drapeau3,drapeau4;
 int nb_un,Kmax,n0_it,K1;
 int flat,outt,Ordre;
 int Nqq,Np,Nt;

printf("\n\n              ***SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES***\n\n\n");
printf("Lecture  du fichier' SPTQ_CLIQ.ENT ' et reconstitue trois fichiers,\n");
printf("sont resp.'PA.IMA'(paires en cliques),'Tr.IMA'(triplet en cliques),\n");
printf("et 'QU.IMA'(quadruplets en cliques), generes par : 'VISU_CLIQ.C'\n");


   printf("\n\n\nEntrez la taille du reseau           (    N    )    ---> ");
   scanf("%d",&N);
   printf("%d x %d\n",N,N);

   printf("Entrez le nombre total d'iterations  ( Kmax )       ---> ");
   scanf("\n%d",&Kmax);
   printf("%d\n",Kmax);

   printf("Ordre de reechantillonnage           ( Ordre )      ---> ");
   scanf("\n%d",&Ordre);
   printf("%d\n\n",Ordre);

   printf("Entrez le type de mode d'implementation du reseau :\n");
   printf("Implementation Parallele        --> Entrer ' par '\n");
   printf("Implementation Block-sequentiel --> Entrer ' bseq '\n\n");
   printf("                                Votre choix exact   ---> ");
   scanf("\n%s",&lect);
   printf("%s\n",lect);


 Itlast=1;t=0;flat=1;
 outt=0;
 Nqq=0;Np=0;Nt=0;
 dim2=0;dim3=0;dim4=0;


 initialisation();

 fich=fopen("sptq_cliq.ent","r");

 n0_it=lire_entier();
 printf("n0_it = %d\n",n0_it);


while (feof(fich)==0)

    {
        nb_un=lire_entier();

        if (nb_un==1)
                {
                  i1=lire_entier();
                  j1=lire_entier();
                  Jsgltn[i1][j1]+=1;
                }

        if (nb_un==2)
                {
                  i1=lire_entier();
                  j1=lire_entier();
                  i2=lire_entier();
                  j2=lire_entier();

                  s=0;
                  drapeau2=0;

                  while (s<dim2)
                   {
                   if (  ((paire[s][0]==i1)&&(paire[s][1]==j1)&&(paire[s][2]==i2)
&&(paire[s][3]==j2)) || ((paire[s][0]==i2)&&(paire[s][1]==j2)&&(paire[s][2]==i1)
&&(paire[s][3]==j1)) )
                                {
                                      Np+=1;
                                      Npaire[s]+=1;
                                      drapeau2=1;
                                      break;
                                }
                   else {s++;}
                   }

                  if (drapeau2==0)
                       {
```

```
                    paire[dim2][0]=i1;
                    paire[dim2][1]=j1;
                    paire[dim2][2]=i2;
                    paire[dim2][3]=j2;
                    Npaire[dim2]=1;
                    dim2+=1;
                  }
            }

    if (nb_un==3)
          {
           for (i=0;i<=5;i++)
              {ent[i]=lire_entier();}

            s=0;
            drapeau3=0;

            while (s<dim3)
             {
              for (i=0;i<=5;i++) {test[i]=0;}

              for (i=0;i<=5;i++)
               {
                if (triplet[s][i]==ent[i])
                  {test[0]+=1;}
                if (triplet[s][i]==ent[(i+2)%6])
                  {test[1]+=1;}
                if (triplet[s][i]==ent[(i+4)%6])
                  {test[2]+=1;}
               }
            if ( (triplet[s][0]==ent[0]) && (triplet[s][1]==ent[1])
              && (triplet[s][2]==ent[4]) && (triplet[s][3]==ent[5])
              && (triplet[s][4]==ent[2]) && (triplet[s][5]==ent[3]) )
                 {test[3]=6;}
           if (  (triplet[s][0]==ent[4]) && (triplet[s][1]==ent[5])
              && (triplet[s][2]==ent[2]) && (triplet[s][3]==ent[3])
              && (triplet[s][4]==ent[0]) && (triplet[s][5]==ent[1]) )
                 {test[4]=6;}
           if (  (triplet[s][0]==ent[2]) && (triplet[s][1]==ent[3])
              && (triplet[s][2]==ent[0]) && (triplet[s][3]==ent[1])
              && (triplet[s][4]==ent[4]) && (triplet[s][5]==ent[5]) )
                 {test[5]=6;}

if ( (test[0]==6) || (test[1]==6) || (test[2]==6) || (test[3]==6)
   || (test[4]==6) || (test[5]==6) )

                    {
                          Nt+=1;
                          Ntriplet[s]+=1;
                          drapeau3=1;
                          break;
                    }
            else {s++;}
             }

            if (drapeau3==0)
                  {
                    for (i=0;i<=5;i++)
                          {triplet[dim3][i]=ent[i];}
                    Ntriplet[dim3]=1;
                    dim3+=1;
                  }
          }

    if (nb_un==4)
          {
            for (i=0;i<=7;i++)
              {
                ent2[i]=lire_entier();
              }
            outt=0;
            drapeau4=0;

            affect_T();

            s=0;
            while (s<=dim4-1)
             {
              i=0;
              while (i<=7)
                 {
                  Tq[qua[s][i]][qua[s][i+1]]=1;
                  i+=2;
                 }

               for(i=0;i<=N-1;i++)
                 for(j=0;j<=N-1;j++)
                   {
                    if(T[i][j]!=Tq[i][j])
                       {outt=1;}
                   }
               if(outt==0)
                  {
                    Nqq+=1;
                    Nqua[s]+=1;
                    drapeau4=1;
                    init_T();
                    i=0;
                    while (i<=7)
                     {
                      Tq[qua[s][i]][qua[s][i+1]]=0;
                      i+=2;
                     }
                    break;
                  }
               if(outt==1)
                  {
                    i=0;
                    while (i<=7)
                     {
                      Tq[qua[s][i]][qua[s][i+1]]=0;
                      i+=2;
                     }
                    s++;
                    outt=0;
                  }
             }/* fin while(s<dim4) */

            if (drapeau4==0)
                  {
                    for(i=0;i<=7;i++)
                     {
                      qua[dim4][i]=ent2[i];
                     }
                    Nqua[dim4]=1;
                    dim4+=1;
                    init_T();
                  }
            }

            Itlast=n0_it;
            n0_it=lire_entier();
            Nvide+=n0_it-Itlast-1;
      }
fclose(fich);
```

```
  stock_paire();
  stock_triplet();
  stock_quadruplet();


  printf( "\n*Np( paires     repetees)= %d\n",Np);
  printf( "*Nt( triplet    repetees)= %d\n",Nt);
  printf( "*Nq(quadruplets repetees)= %d\n",Nqq);

}
```

```
c       transcr2.for

        subroutine ecrifor1(im,tab)
        integer i
        integer tab(10000),dim5
        character *40 fich

        fich='pa_for.ima'
        open(1,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=101,
     -  form='unformatted')
        dim5=im/5
        type *,'im,dim5',im,dim5
        do i=1,dim5
        write(1)(tab((i-1)*5+k),k=1,5)
        end do
        goto 110
101     type *,'erreur ouverture 1'

110     close(1)
        return
        end

        subroutine ecrifor2(im,tab)
        integer i,dim7
        integer tab(10000)
        character *40 fich
        fich='tr_for.ima'
        open(2,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=102,
     -  form='unformatted')

        dim7=im/7
        type *,'im,dim7',im,dim7
        do i=1,dim7
        write(2)(tab((i-1)*7+k),k=1,7)
        end do
        goto 120
102     type *,'erreur ouverture 2'

120     close(2)
        return
        end

        subroutine ecrifor3(im,tab)
        integer i,dim9
        integer tab(10000)
        character *40 fich
        fich='qu_for.ima'
        open(3,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=103,
     -  form='unformatted')

        dim9=im/9
        type *,'im,dim9',im,dim9
        do i=1,dim9
        write(3)(tab((i-1)*9+k),k=1,9)
        end do
        goto 130
103     type *,'erreur ouverture 3'

130     close(3)
        return
        end
```

```
c        transcr3.for

         subroutine ecrifor2(im,tab)
         integer i
         integer tab(10000),dim5
         character *40 fich

         fich='qu_ama_for.ima'
         open(1,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=101,
     -   form='unformatted')
         dim5=im/5
         type *,'im,dim5',im,dim5
         do i=1,dim5
         write(1)(tab((i-1)*5+k),k=1,5)
         end do
         goto 110
101      type *,'erreur ouverture 1'

110      close(1)
         return
         end

         subroutine ecrifor1(im,tab)
         integer i,dim7
         integer tab(10000)
         character *40 fich
         fich='tr_ama_for.ima'
         open(2,file=fich,access='sequential',status='unknown',err=102,
     -   form='unformatted')

         dim7=im/7
         type *,'im,dim7',im,dim7
         do i=1,dim7
         write(2)(tab((i-1)*7+k),k=1,7)
         end do
         goto 120
102      type *,'erreur ouverture 2'

120      close(2)
         return
         end
```

```
/*********************************************************************/
/*          TRANSFERT2.C :                                           */
/*      transforme l'ecriture d'un fichier en un fichier equivalent  */
/*     mais regroupant les informations ligne par ligne.             */
/*                                                                   */
/*      Ce programme est linke avec le fichier fortran "transcr.for".*/
/*     La compilation se fait donc comme suit :                      */
/*          * $ fort transcr2                                        */
/*          * $ fort transfert2                                      */
/*          * $ link transfert2,transcr2.obj                         */
/*********************************************************************/

#include stdio

extern ecrifor1();
extern ecrifor2();
extern ecrifor3();

main()
{
FILE *fich;
int x;
int t[300000];
int s;


s=0;x=0;

fich=fopen("pa.ima","r");

while ( x!=33333 )
 {
   fread(&x,4,1,fich);
   t[s]=x;
   s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de paires = %d\n",s);
ecrifor1(&s,t);

s=0;x=0;

fich=fopen("tr.ima","r");

while (x!=44444)
 {
  fread(&x,4,1,fich);
  t[s]=x;
  s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de triplets = %d\n",s);
ecrifor2(&s,t);

s=0;x=0;

fich=fopen("qu.ima","r");

while (x!=55555)
 {
  fread(&x,4,1,fich);
  t[s]=x;
  s++;
 }
s--;
fclose(fich);

printf("Nombre de quadruplets = %d\n",s);
ecrifor3(&s,t);
}
```

```
/*********************************************************************/
/*          TRANSFERT3.C :                                           */
/*      transforme l'ecriture d'un fichier en un fichier equivalent  */
/*     mais regroupant les informations ligne par ligne.             */
/*                                                                   */
/*      Ce programme est linke avec le fichier fortran "transcr.for".*/
/*     La compilation se fait donc comme suit :                      */
/*          * $ fort transcr3                                        */
/*          * $ fort transfert3                                      */
/*          * $ link transfert3,transcr3.obj                         */
/*********************************************************************/
#include stdio

extern ecrifor1();
extern ecrifor2();

main()
{
FILE *fich;
int x;
int t[300000];
int s;


s=0;x=0;

fich=fopen("tr_ama.ima","r");

while ( x!=44444 )
 {
   fread(&x,4,1,fich);
   t[s]=x;
   s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de triplets ( en amas)= %d\n",s);
ecrifor1(&s,t);

s=0;x=0;

fich=fopen("qu_ama.ima","r");

while (x!=55555)
 {
  fread(&x,4,1,fich);
  t[s]=x;
  s++;
 }
s--;
fclose(fich);
printf("Nombre de quadruplets (en amas) = %d\n",s);
ecrifor2(&s,t);

}
```

ANNEXE 3

programme principal de l'algorithme neuronal implémenté sur l'hypercube T-40

```
/*********************************************************/
/***                                                   ***/
/***                                                   ***/
/***        SIMULATION D'UN RESEAU DE NEURONES         ***/
/***                 module principal                  ***/
/***                                                   ***/
/*********************************************************/


#include<libc.h>
#include "declar.inc"

int i,K,K1;                /* donne le numero de l'iteration courante*/
long tdebut,tfin,tdebut1;  /*pour le calcul du temps d'execution du programme*/
double ttot,somt;
double duree_com;          /* pour le calcul de la duree des communications */
int posabs,dim,nb_un;

            /* variables passees dans le locator */

double LOC_dec,LOC_inter;           /* voir modules synapse1.c et synapse2.c */
double LOC_result_exp,LOC_HGLOBAL;  /* voir module hamilt.c */
double LOC_alea,LOC_int_spike_reel; /* voir module entree.c */
int LOC_ent[2];                     /* voir module entree.c */
double LOC_argument,LOC_exponent;   /* voir module densite.c */

/* variables importees */
extern double memor_poids[32][32][13];/* def dans synapse1.c */
extern char *td_hyp, *td_tore;        /* definie dans init.c */
extern int KMAX;                      /* definie dans init.c */
extern int TAILLE;                    /* definie dans init.c */
extern char process;                  /* definie dans init.c */
extern int duree;                     /* definie dans init.c */
extern int Tinertie;                  /* definie dans init.c */
extern int cptr_un;                   /* def  dans parcours.c*/
extern int pos;                       /* definie dans init.c */
extern int cptr_un_fibre;             /* def dans parcours.c */
extern char stock_mat;                /*definie dans  init.c */
/*extern char stock_entree;              definie dans init.c */
/*extern char lire_entree;               definie dans init.c */

             /* procedures importees */

extern gere_ecr_matrices();           /* definie dans init.c */
extern init_reseau_2();               /* definie dans init.c */
extern init_reseau();                 /* definie dans init.c */
extern init_config_tore_anneau();     /* definie dans init.c */
extern init_config_tore_anneau_2();   /* definie dans init.c */
extern init_config_tore_anneau_3();   /* definie dans init.c */
extern choix();                       /* definie dans init.c */
extern lecture();                     /* definie dans init.c */
/*extern lect_param();                   definie dans init.c */
extern init_transfert();              /* definie dans init.c */
extern transfert();                   /* definie dans init.c */
extern transfer();                    /* definie dans init.c */
extern procdessus();                  /* def dans  comvert.c */
extern dessus();                      /* def dans  comvert.c */
extern proc_dessus();                 /* def dans  comvert.c */
extern procdessous();                 /* def dans  comvert.c */
extern dessous();                     /* def dans  comvert.c */
extern proc_dessous();                /* def dans  comvert.c */
extern procdroite();                  /* def dans  comvert.c */
extern droite();                      /* def dans  comvert.c */
extern proc_droite();                 /* def dans  comvert.c */
extern procgauche();                  /* def dans  comvert.c */
extern gauche();                      /* def dans  comvert.c */
extern proc_gauche();                 /* def dans  comvert.c */
extern proccoin();                    /* def dans coin.c     */
extern proc_coin();                   /* def dans coin.c     */
extern coins();                       /* def dans coin.c     */
extern parcours_reseau();             /* def dans parcours.c */
extern imprime();                     /* def dans parcours.c */

extern init_fich_out();              /*def dans gerefichout.c */
extern gere_fich_out();              /*def dans gerefichout.c */
extern close_fich_out();             /*def dans gerefichout.c */
/*extern gere_ecr_fich_in();            def dans gerefichin.c */
/*extern gere_lect_fich_in();           def dans gerefichin.c */
/*extern close_ecr_fich_in();           def dans gerefichin.c */
/*extern close_lect_fich_in();          def dans gerefichin.c */


/*-------------------------------------------------------------------------*/
/*                main() : programme pricipal                              */
/*-------------------------------------------------------------------------*/

main ()
{
int x,y,j,k;
/*int posabs,dim;*/
getinfo(&posabs,&posabs,&dim);
i=0;
duree_com=0.;
choix();

switch(process)
{
 case 'u' :
 {
 init_config_tore_anneau();
 if (posabs == 0 )
  {
   init_reseau_2();
   gettime(&tdebut);
   /*init_fich_out();*/
   for (K=1;K<=KMAX;K++)
    {
     for(j=0;j<=1;j++)
       for(k=0;k<=N+1;k++)
          {
           memor[j][k]=memor[j+N][k];
           memor[j+2+N][k]=memor[j+2][k];
          }
     for(k=0;k<=1;k++)
       for(j=2;j<=N+1;j++)
          {
           memor[j][k]=memor[j][k+N];
           memor[j][k+2+N]=memor[j][k+2];
          }
     memor[1][1]=memor[N+1][N+1];
     memor[N+2][N+2]=memor[2][2];
     memor[N+2][1]=memor[2][N+1];
     memor[1][N+2]=memor[N+1][2];

     /*if (lire_entree=='o') {gere_lect_fich_in(K);}*/
     parcours_reseau();
     if (duree<Tinertie)
       {duree+=1;}
     else
       {duree=1;}
     for (x=0;x<=M-1;x++)
        for (y=0;y<=N-1;y++)
           {memor[x+2][y+2]=sorties[x][y];}
     /*gere_fich_out(K,cptr_un);*/
     /*if (stock_entree=='o') {gere_ecr_fich_in(K,cptr_un_fibre);}*/
     /*imprime(); */
```

```
    }
    /*close_fich_out();*/
    /*if (stock_entree=='o')
         {close_ecr_fich_in();}
    else
         {if (lire_entree=='o') {close_lect_fich_in();}}*/
    gettime(&tfin);
    ttot=(tfin-tdebut)*0.000064;
    keep_h();
    writestr_h(" Temps d'execution en secondes : ",STDOUT);
    writer64_h(ttot,4,4,STDOUT);
    writeln_h(STDOUT);
    release_h();
    }  /* fin if(posabs ==0)  */
  break;
  } /* fin case 'u' : */

case 'q' :
 {
 if (posabs <  4 )
  {
   init_config_tore_anneau_3();
   lecture();
   N=TAILLE/2;
   M=N;
   init_reseau();
   if (pos==0) {gettime(&tdebut);}
   /*init_fich_out();*/
   for (K=1;K<=KMAX;K++)
    {
     transfert();
     /*if (lire_entree=='o') {gere_lect_fich_in(K);}*/
     dessus();
     dessous();
     droite();
     gauche();
     proc_coin();
     parcours_reseau();
     if (duree<Tinertie)
       {duree+=1;}
     else
       {duree=1;}
     for (x=0;x<=M-1;x++)
        for (y=0;y<=N-1;y++)
           {memor[x+2][y+2]=sorties[x][y];}
     /*gere_fich_out(K,cptr_un);*/
     /*if (stock_entree=='o') {gere_ecr_fich_in(K,cptr_un_fibre);}*/
     /*imprime(); */
    }
   /*close_fich_out();*/
   /*if (stock_entree=='o')
              {close_ecr_fich_in();}
     else
              {if (lire_entree=='o') {close_lect_fich_in();}}*/
    if (pos==0) {gettime(&tfin);
              ttot=(tfin-tdebut)*0.000064;
              duree_com/=1000000.;
              keep_h();
              writestr_h(" Temps d'execution en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(ttot,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              writestr_h(" Temps de communication en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(duree_com,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              release_h();
             }

    }  /* fin if(posabs <4)  */
      close_l(line);
      config_free(td_hyp);
    break;
    } /* fin case 'q': */


case 's' :
{
if (posabs <  16)
 {
 init_config_tore_anneau();
 lecture();
 /*lect_param();*/
 N=TAILLE/4;
 M=N;
 init_reseau();
 nb_un=0;
 init_fich_out();
 if (pos==0)
  {
 printf("Temps de transfert des donnees en sec:%.4f\n",duree_com/1000000.);
 gettime(&tdebut);
  }
duree_com=0.;
K1=1;
for (K=K1;K<=KMAX;K++)
    {
     init_transfert();
     /*if (lire_entree=='o') {gere_lect_fich_in(K);}*/
     procdessus();
     procdessous();
     procdroite();
     procgauche();
     proccoin();
     /*if(pos_vert==0 && pos_hor==0)
       {printf(" je suis le proc: %d %d\titer = %d \n",pos_vert,pos_hor,K);}*/
     parcours_reseau();
     if (duree<Tinertie)
       {duree+=1;}
     else
       {duree=1;}
     /* pour l'iteration parallele masssive */
       for (x=0;x<=M-1;x++)
         for (y=0;y<=N-1;y++)
           {memor[x+2][y+2]=sorties[x][y];}
     gere_fich_out(K,cptr_un);
     nb_un +=cptr_un ;
     /*if (stock_entree=='o') {gere_ecr_fich_in(K,cptr_un_fibre);}*/
    /* imprime();*/
     }
     close_fich_out();
  /*if (stock_entree=='o')
     {close_ecr_fich_in();}
  else
     {if (lire_entree=='o') {close_lect_fich_in();}}*/

  if (pos==0) {gettime(&tfin);
              ttot=(tfin-tdebut)*0.000064;
              duree_com/=1000000.;
              keep_h();
              writestr_h(" Temps d'execution en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(ttot,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              writestr_h(" Temps de communication en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(duree_com,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              release_h();
             }
```

```
    if(stock_mat=='o')
     {gere_ecr_matrices();}
    keep_h();
    printf("nbre de un total ds:%d =%d \n",posabs,nb_un);
    release_h();
      }  /* fin if(posabs < 16)   */
     close_l(line);
     config_free(td_hyp);
   break;
   } /* fin case 's': */

case 't' :
{
init_config_tore_anneau_2();
lecture();
M=TAILLE/4;
N=TAILLE/8;
init_reseau();
/*init_fich_out();*/
nb_un=0;
j=1;
somt=0.;
if (pos==0)
  {
 gettime(&tdebut);
 tdebut1=tdebut;
  }
duree_com=0.;
for (K=1;K<=KMAX;K++)
    {
     transfer();
     /*if (lire_entree=='o') {gere_lect_fich_in(K);}*/
     proc_dessus();
     proc_dessous();
     proc_droite();
     proc_gauche();
     coins();
     parcours_reseau();
     if (duree<Tinertie)
       {duree+=1;}
     else
       {duree=1;}
     /* pour l'iteration parallele massive */
     for (x=0;x<=M-1;x++)
        for (y=0;y<=N-1;y++)
           {memor[x+2][y+2]=sorties[x][y];}
     /*gere_fich_out(K,cptr_un);*/
     /*if (stock_entree=='o') {gere_ecr_fich_in(K,cptr_un_fibre);}*/
     /*imprime(); */
     if(pos==0)
       {
       nb_un +=cptr_un ;
       }
     }
   /*close_fich_out();*/
   /*if (stock_entree=='o')
              {close_ecr_fich_in();}
    else
              {if (lire_entree=='o') {close_lect_fich_in();}}*/
    if (pos==0) {gettime(&tfin);
              printf("nbre de un total ds0 :%d \n",nb_un);
              printf("la somme des temps : %.4f \n" ,somt);
              ttot=(tfin-tdebut1)*0.000064;
              duree_com/=1000000.;
              keep_h();
              writestr_h(" Temps d'execution en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(ttot,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              writestr_h(" Temps de communication en secondes : ",STDOUT);
              writer64_h(duree_com,4,4,STDOUT);
              writeln_h(STDOUT);
              release_h();
             }

    close_l(lien);
    config_free(td_tore);
  break;
  } /* fin case 't' : */

 }/* fin switch()   */

} /* fin main()    */
```

BIBLIOGRAPHIE :

M. A. Arbib (64), " Brains, Machines and Mathematics ", Mc Graw hill, (1964).

H. Atlan (72), " L'Organisation Biologique et la Théorie de l'Information ", Hermann, (1972).

H. Atlan, F. Fogelman, J. Salamon, G. Weisbuch (81), " Random Boolean Networks", Cybernetics and Systems, 12, pp 103-121, (1981).

J. R. Barra (81), " Mathematical Basis of Statistics ", Academic press, (1981).

A. Berlinet (86), " Estimation Fonctionnelle ", Cours de D.E.A, Grenoble, (1986).

E. R. Berlekamp, J. H. Conway et R. K. Guy (82), " Winning Ways ", Academic press, (1982).

J. Besag (74), " Spatial Interaction and Statistical Analysis of Lattice Systems ", J. Royal Statist.Soc., B 36, pp 192-254, (1974).

J. P. Changeux(84), " L'Homme Neuronal ", Fayard, (1984).

M. Cosnard(83), " Contribution à l'Etude du Comportement Itératif des Transformations Unidimensionnelles ", Thèse d'état , Grenoble I, (1983).

P. Dallos (73), " The Auditory Periphery ", Academic press, New York, (1973).

J. Demongeot (81), "Asymptotic Inference for Markov Random Fields on $\mathbb{Z}^d$", Springer Series in Synergetics, 9, pp 254-267, (1981).

J. Demongeot (87), " Random Automata Networks ", Automata Networks in Computer Science, F. Fogelman et al. (eds), Manchester University press, (1987).

J. Demongeot (85), " Random Automata and Random Fields ", In Dynamical Systems and Cellular Automata, J. Demongeot et al. (eds), Academic Press, London, pp 99-110, (1984).

J. Demongeot (81), " Etude Asymptotique d'un Processus de Contagion ", dans Biométrie et Epidémiologie, J. M. Legay et al. (eds), INRA, Paris, pp 52-143, (1981).

J. Demongeot (83)a, " Coupling of Markov Process and Holley's Inequalities for Gibbs Measures ", in Proc. of The IXth Prague Conference, Academia, Prague, pp 9-18, (1983).

J. Demongeot (83)b, " Systèmes Dynamiques et Champs Aléatoires : Application en Biologie Fondamentale ", Thèse d'état, Grenoble I, (1983).

J. Demongeot (85), " Markov Processes and Population Entropy ", J. Math. Biol., (1985).

J. Demongeot, M. Tchuente (87), " Dynamical Systems and Cellular Automata ", in Encyclopedia of Physical Science and Technology, Academic Press, New York, Vol 4, pp 464-469, (1987).

J. Demongeot, J. Fricot (86), " Random Fields and Spatial Renewal Potentials ", in Disordered Systems and Biological Organization, E. Bienenstock et al. (eds), NATO ASI Series, Springer Verlag, New York, Vol F 20, (1986).

E. E. Doberkat (81), " Stochastic Automata : Stability, Non Determinism and Prediction", Springer Verlag, (1981).

J. L. Doob (53), " Stochastic Processes ", New York, Wiley, (1953).

J. Durbin (76), " Kolmogorov-Smirnov Tests when Parameters are Estimated ", In Empirical Distributions and Processes, P. Gaussler and P. Revesz, Eds. Lescture Notes in Mathematics, N° 566, Berlin : Springer-Verlag, (1976).

E. B. Dynkin (63), " Théories des Processus Markoviens ", DUNOD, Paris, (1963).

M. J. Flynn (66), " Very High-Speed Computing System ", Proc. IEEE, 54, pp. 1901-1909, (1966).

F. Fogelman (85), " Contribution à une Théorie du Calcul sur Réseaux ", Thèse d'état, Grenoble I, (1985).

F. Fogelman, E. Goles, G. Weisbuch (82), " Specific Roles of The Different Boolean Mappings in Random Networks ", Bull. Math. Biol., Vol 44, N° 5, pp 715-730, (1982).

F. Fogelman, E. Goles, G. Weisbuch (83), " Transient Length in Sequential Iteration of Threshold Functions ", Discrete Applied Math, 6, pp 95-98, (1983).

F. Fogelman, E. Goles, D. Pellegrin (84), " Decreasing Energy Function as a Tool for Studying Threshold Networks ", Discrete Applied Math, (1984).

F. Fogelman, P. Gallinari, Y. Le Cun, S. Thira (87), " Automata Networks and Artificial Intelligence ", In F. Fogelman and al. Eds. : Automata Networks In Computer Science, Manchester University Press, (1987).

O. François (90), " Ergodicité des Processus Neuronaux ", CRAS, 310, pp 435-440, (1990).

J. C. Frauenthal (80), " Mathematical Modeling in Epidemiology ", Springer Verlag, New York, (1980).

[FPS] " Floating Point System Technical Publication Staff" T-series C and Fortran reference manual, release C001.

F. R. Gantmacher (59), " Applications of The Theory of Matrices ", Interscience publisher, New York, (1959).

D. Geman, S. Geman (84), " Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions and Bayesian Restoration Of Images ", IEEE PAMI Transaction, 6, pp 721-741, (1984).

S. Goldstein (81), " Entropy Increase in Dynamical Systems ", Israel Journal of Math, 38, pp 241-256, (1981).

E. Goles, J. Olivos (80), " Periodic Behaviour of Generalized Threshold Functions ", Comm. Discrete Applied Math, 30, pp 187-189, (1980).

E. Goles, J. Olivos (81), " Comportement Périodique des Fonctions à Seuil et Applications", Discrete Applied Math, 3, (1981).

E. Goles (82), " Fixed Point Behaviour of Threshold Functions on a Finite Set ", Siam J. on discrete Math., 3, 4, (1982).

E. Goles (83), " Dynamical Behaviour of Neural Networks ", R. R., IMAG, Grenoble, 386, (1983).

E. Goles (85), " Comportement Dynamique de Réseau d'Automates ", Thèse d'état, Grenoble I, (1985).

E. Goles, M. Tchuente (83), " Iterative Behaviour of Generalized Majority Functions ", Math. Soc. Sci., 4, pp 179-204, (1983).

E. Goles, J. Olivos (81), " The Convergence of Symmetric Threshold Automata ", Information and Control, 51, N° 2, (1981).

P. L. Gengoux, D. Trystram (89), " Comprendre l'Informatique Numérique ", édition Lavoisier, (1989).

J. L. Gustafson, S. Hawkinson and K. Scott (86), " The Architecture of a Homogenous Vector Supercomputer ", J. of Par. and Distri. Computing, 3, pp 297-304, (1986).

A. Herscovici (88), " Introduction Aux Grands Ordinateurs Scientifiques ", édition Eyrolles, (1988).

D. O. Hebb (49), " The Organization of Behavior ", New York, Wiley , (1949).

T. Hervé (87), " Champ Aléatoire et Information Neuronale : Application aux Voies Auditives", Thèse, INPG, Grenoble, (1987).

T. Hervé, J. M. Dolmazon and J. Demongeot (90 a), " Random Field and Neural Information ", Proc. Natl. Acad. Sci., U.S.A, Vol. 87, pp 806-810, (1990).

T. Hervé, T. Irino and H. Kawahara (90 b), " Representing Temporal Information in Auditory Periphery based on Random Field Theory ", Technical Report, H-90-40, Acoustical Soc. Japan, (1990).

W. D. Hillis (82), " New Computer Architecture and Their Relationship to Physics or why Computer Science is no Good ", International Journal of Theoritical Physics, Vol. 21, N° 3-4, pp 255-262, (1982).

W. D. Hillis (84), " The Connection Machine : A Computer Architecture Based on Cellular Automata ", Physica D, 10, pp 213-228, (1984).

G. E. Hinton, J. A. Anderson (Ed.) (81), " Parallel Models of Associative Memory ", (1981).

G. E. Hinton, T. Sejnowski, D. H. Ackley (84), " Boltzman Machines : Constraint Satisfaction Networks That Learn ", Carnegie Mellon University, Cognitive Science, 9, pp 147-169, (1984).

J. J. Hopfield (82), " Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities ", Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 79, pp 2554-2558, (1982).

J. J. Hopfield (84), " Neurons with Graded Response Have Collective Computational Properties Like Those of Two-State Neurons ", Proc. Nat. Acad. Sci. USA, Vol 80, pp 3088-3092, (1984).

J. J. Hopfield, D. W. Tank (85), " Neural Computation of Decisions in Optimization Problems ", Biological Cibernetics, Springer-Verlag, pp 141-152, (1985).

B. A. Huberman, T. Hogg (84), " Adaptative and Self-Repair in Parallel Computing Systems ", Phy. Rev. Letters, Vol. 52, N° 12, pp 1048-1051, (1984).

K. Hwang, F. Briggs (84), " Parallel Processing And Computer Architecture ", Mc Graw Hill, (1984).

K. Patel Jagdish, C.H. Kapadia and D.B. Owen (76), " Handbook of Statistical Distributions ", Statistics : Textbooks and Monographs, Vol. 20, Marcel Dekker, Inc, (1976).

N.L. Johson and S. Kotz (70), " Continuous Univariate Distributions ", Houghton Mifflin, Boston, Massachussetts, Vol. 1 and 2, (1970).

S. Karlin, H. M. Taylor (75), " A First Course in Stochastic Processes ", Academic Press, Inc, (1975).

S. A. Kauffman (72), " The Organization of Cellular Genetic Control Systems ", In Lectures on Mathematics in the Life Science, Eds J. D. Cowan, Vol 3, pp 363-116, (1972).

M. Khelladi, D. Benaouda (87), " Etude Statistiques d'un Processus Autorégressif d'Ordre Un Complexe ", Mémoire de D.E.A, Grenoble, (1987).

S. Kirkpatrick, C. D. Gellat, M. P. Vecchi (83), " Optimization by Simulated Annealing", Science, 220, pp 671-680, (1983).

T. Kohonen (84), " Self-Organization and Associative Memory ", Springer Verlag, (1984).

K. Krickeberg (81), " Processus Ponctuel ", Ecole d'été de Saint Flour X, Lecture Note in Mathematics, 929, pp 205-313, (1981).

H. T. Kung (82), " Why Systolic Architectures ? ", Computer, Vol. 15, pp 37-46, (1982).

K. Kuppuswani, B. Tourancheau (88), " Evaluation The Performances On The [FPS] T-Series Hypercube Computer ", Research Report IMAG, 708 -I, Grenoble, (1988).

B. Lacolle (84), " Sur Certaines Méthodes de la Physique Statistique ", Thèse d'état, Grenoble I, (1984).

J.F. Lawless (82), " Statistical Models and Methods for Lifetime Data ", John willey &Sons, (1982).

Y. Le Cun (87), " Modèles Connexionnistes de l'Apprentissage ", Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI, (1987).

C. E. Leiserson (83), " Area Efficient VLSI Computation ", The MIT press, (1983).

M. Loeve (62), " Probability Theory II, Graduate Texts in Mathematics ", Springer Verlag, New York, (1962).

L. Martel & C. Soulier (88), " Simulation de Réseaux de Neurones sur Hypercube ", Rapport Projet 3ème année ENSIMAG, INPG, Grenoble, (1988).

W. S. McCulloch, W. Pitts (43), " A Logical Calculus of The Ideas Immanent in Nervous Activity ", Bull. Math. Biophysics, 5, pp 115-133, (1943).

R. Maynard & R. Rammal (81), " Ground State Structure of the Random Frustration Model in Two Dimensions ", In Numerical Methods in the Study of Critical Phenomena, Della Dora, Demongeot and Lacolle Ed., Springer Verlag, pp 104-116, (1981).

M. Milgram (82), " Contribution aux Réseaux d'Automates ", thèse d'état, Compiègne, (1982).

M. Minsky, S. Papert (69), " Perceptrons, An Introduction To Computational geometry ", The MIT Press, (1969).

J. Neveu (77), " Processus Ponctuel ", Ecole d'été de Saint Flour VI, Lecture Note in Mathematics, 598, pp 300-447, (1977).

A. Paz (71), " Introduction To Probabilistic Automata ", Academic press, New York, (1971).

D. Pellegrin (86), " Algorithmes discrets et Réseaux d'Automates ", Thèse, Grenoble I, (1986).

P. Peretto (84), " Collective Properties of Neural Networks, a Statistical Physics Approach", Biol. Cybernetics, 50, pp 51-62, (1984).

D. A. Poplawski (88), " Mapping Rings And Grids Onto The FPS T-Series Hypercube Computer ", Parallel Computing, 7, pp. 1-10, (1988).

J. C. Preston (74), " Gibbs States on Countable Sets ", Cambridge University Press, Cambridge, (1974).

B. Prum (86), " Processus sur un Réseau et Mesure de Gibbs ", Edition Masson, (1986).

P. Quinton, Y. Robert (89), " Algorithmes et Architectures Systoliques ", Edition Masson, (1989).

P. Quinton (85), " Les Hyper - Ordinateurs ", La Recherche, N° 167, (1985).

B. D. Ripley (88), " Statistical Inference for Spatial Processes ", Cambridge Un. Press, (1988).

F. Robert (76), " Contraction en Norme Vectorielle, Convergence d'Itérations Chaotiques pour des Equations Non Linéaires de Point Fixe à Plusieurs Variables ", Linear Algebra and its Application, 13, pp 11-35, (1976).

F. Robert (78), " Théorème de Perron Frobenius et Stein Rosenberg booléens ", Linear Algebra and its Application, 19, pp 237-250, (1978).

F. Robert (86), " Discrete Iteration ", Springer Verlag, (1986).

Y. Saad, M. H. Shultz (88), " Toplogical Properties Of Hypercubes ", IEEE Transactions on computers,Vol 37, N° 7, (1988).

F. Spitzer (74), " Introduction Aux Processus de Markov à paramètres dans $\mathbb{Z}^d$ ", Lecture Note in Mathematics, 390, pp 89-114, (1974).

M. Tchuente (82), " Contribution à l'Etude des Méthodes de Calcul pour des Systèmes de Type Coopératif ", Thèse d'état, Grenoble, (1982).

R. Thomas (79), Eds., " Kinetic Logic, A Boolean Approach to the Analysis of Complex Regulatory Systems ", Lecture Notes in Biomathematics, Vol 29, Springer-Verlag, (1979).

D. Trystram (88), " Quelques Résultats de Complexité en Algorithmique Parallèle et Systolique ", Thèse INPG, (1988).

[T-S] : T-Series, " Math Library Manual ", Release C.

B. Tourancheau, G. Villard (88), " Manuel d'Utilisation De L'Hypercube FPS T-40 ", Polycopié INPG, (1988).

S. D. Tuljapurkar (82), " Why Use Population Entropy ? It Determines The Rate of Convergence ", J. Math. Biol., 13, pp 325-345, (1982).

A. M. Turing (36), " On Computable Numbers ", Proc. London Math. Soc., 2, pp 230-265, (1936).

[UNIX], " Unix 4.2 BSD Kit De Base, Langage de Commande, Edition de Texte ", Courier et Donjon, Polycopié IMAG, (1983).

G. Villard (88), " Calcul Formel et Parallèle : Résolution de Systèmes Linéaires ", Thèse INPG, (1988).

J. Von Neumann (66), " Theory Of Self-Reproducing Automata ", Burks, A. W. ed., University of Illinois Press, Urbana Champaign, (1966).

S. Wang, A. Schreiber, S. Rousset (89), " Connectionnist Modelling of a Cognitive Model of Face Identification : Simulation of Context Effects ", Proceeding of IJCNN (International Joint Conference of Neural Networks , (1989).

S. Wang (89)," Réseaux Multicouches de Neurones Artificiels ", Thèse INPG, (1989).

B. Widrow, M. E. Hoff (60), " Adaptative Switching Circuits ", 1960 WESCON Convention Recod Part IV, 96-104, IRE, (1960).

S. Wolfram (83), " Statistical Mechanics of Cellular Automata ", Review of modern physics, Vol. 55, pp 601-644, (1983).

Abstract :

This thesis consists in modeling of the neural networks located at downstream of the cochlear nucleus which constitutes the first layer of speech signals treatment coming from the peripheral auditory system, particularly from the basilar membrane. These signals represent the neuronal information carried by the auditory nerve fibers. The activity of these fibers is described through the recording of spike trains that constitutes the input to be treated by the network. The input is modeled by a two-dimensional binary random field (renewal stochastic point processes). This modeling takes into account the nature of the temporal, spatial and stochastic neuronal signal.

The general framework presented concerns the mathematical modeling of our neural network, the description of the parallel distributed memory machine *"Hypercube FPS T-40"* used as tool of the simulations, the implementation of the neural network on this parallel machine and finally the realization and interpretation of the simulation results. These topics are presented in four chapters as follows :

The first chapter concerns the general frame of the neural network, starting by the first models based on the threshold automata networks conceived by *W. S. McCulloch* and *W. Pitts* since *1943*, cellular automata networks conceived by *J. Von Neumann* since *1948*, etc...

The second chapter introduces the Gibbs measure, random fields and network models (deterministic and stochastic). Then, it presents the study on the ergodicity problem of the probabilistic neural networks. In the simple cases, our model of the neural network in parallel (resp. sequential) iteration mode is ergodic and converges to the unique invariant measure μ_P (resp. μ_S), in response to the stationary input.

The third chapter concerns the technical environment where the simulations of the neural network have been realized. It presents a general survey of the parallelization principles and an introduction to the parallel distributed memory machine *"Hypercube FPS T-40"*.

Finally, the fourth chapter concerns the implementation of the neural network algorithm on the parallel machine *"Hypercube FPS T-40"*, the numerical experimentations and the interpretation of the numerical results. The results are visualized graphically on a workstation *VINIX* (Image Processing) using the appropriate statistical measures which summarize the dynamical behaviour of the neural network.

Key words and phrases :

Stochastic Neural Networks, Automata Networks, Auditory System, Gibbs Measure, Random Fields, Ergodicity, Parallel Machine *"Hypercube FPS T-40"*, *VINIX* Workstation.