



**HAL**  
open science

# Optimisation de la tête d'extrusion pour la fabrication de pièces thermoplastiques

Nadhir Lebaal

► **To cite this version:**

Nadhir Lebaal. Optimisation de la tête d'extrusion pour la fabrication de pièces thermoplastiques. Mécanique [physics.med-ph]. Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2007. Français. NNT: . tel-00343764

**HAL Id: tel-00343764**

**<https://theses.hal.science/tel-00343764>**

Submitted on 2 Dec 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





## **Avant-Propos**

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein de l'Equipe de Recherche en Mécanique et Plasturgie (ERMeP) de l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception de Saint-Dié-des-Vosges (InSIC), et un tiers de temps au sein du Centre de Recherche Outillage, Matériaux et Procédés (CROMeP) de l'école des mines d'Albi-Carmaux sous la direction du Professeur Fabrice Schmidt.

Je tiens à lui témoigner ma profonde gratitude pour le suivi scientifique de ce travail. Par sa compétence, son expérience, il a su me montrer l'importance de comprendre le fond des choses et d'avoir toujours un but clair à l'esprit.

Je remercie vivement Monsieur Stephan Puissant, Maître de recherche au GIP-InSIC, d'avoir contribué à ce travail en tant que codirecteur de thèse. Il m'a régulièrement suivi, je lui suis très reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoignée et le temps qu'il m'a consacré.

Je remercie très sincèrement Monsieur le professeur Jean-Louis Batoz de l'intérêt qu'il a bien voulu me témoigner en président le jury de thèse.

J'exprime ma gratitude à Messieurs Francisco Chinesta et Bruno Vergnes d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont voulu porter à ce travail. Leur lecture approfondie de la thèse, leurs remarques et interrogations judicieuses m'ont été très précieuses. Mes remerciements vont aussi à Messieurs Abdesselam Dahoun et Daniel Schläfli pour leur participation au jury.

Je remercie également la société Maillefer Extrusion (Suisse), en particulier Daniel Schläfli, responsable R&D, pour la réalisation de la filière optimale et pour les mesures expérimentales.

Je voudrais également adresser ma profonde gratitude à mes collègues Lanouar Ben-ayed, Maelle Guichon et Maxime Bordival pour les nombreuses et fructueuses discussions qu'on a échangé notamment dans le domaine d'optimisation.

Je tiens à remercier tous les thésards et tout le personnel de l'InSIC et du CROMeP qui par leur gentillesse et leurs compétences m'ont permis de réaliser cette étude dans d'excellentes conditions. Un grand merci à mon épouse Leila, à Edith Durand et Arnaud Delamézière pour les relectures.

Je n'oublie pas bien entendu mes parents, ainsi que ma femme, ma fille, mes frères et sœurs, et mes amis, qui m'ont soutenu et aidé à continuer dans les moments difficiles et pour m'avoir encouragé au cours de ces trois années.

Que tous ceux qui m'ont soutenu ou qui, d'une manière ou d'une autre ont contribué à l'élaboration de ce travail trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

## Résumé

Au cours de cette étude, différents aspects d'optimisation ont été abordés. L'objectif de nos travaux de recherches est d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie des filières, par la maîtrise et l'optimisation des paramètres géométrique et opératoires. Dans cette étude l'optimisation a été effectuée en utilisant un logiciel commercial Rem3D<sup>®</sup>, basé sur la méthode des éléments finis.

Une procédure d'optimisation, basée sur la méthode de surface de réponse, a été proposée. Celle-ci nous a permis de résoudre un problème d'optimisation implicite dont l'évaluation des fonctions est très coûteuse en temps de calcul. Pour cela, toutes les fonctions sont écrites sous une forme explicite en utilisant soit l'approximation diffuse ou l'interpolation Krigeage. Compte tenu de la présence des contraintes non linéaires, un algorithme itératif de type SQP, a été utilisé. Pour localiser l'optimum global avec précision et à moindre coût, une procédure d'échantillonnage auto adaptatif de l'espace de recherche a été appliquée et plusieurs stratégies permettant de réactualiser les approximations et le point initial ont été adoptées.

Dans la première étape l'objectif était d'identifier le comportement rhéologique d'une matière plastique en production. La comparaison avec des mesures en rhéométrie capillaire nous a permis de vérifier la pertinence des paramètres rhéologique obtenus par optimisation.

Les résultats de trois autres applications mettent en évidence l'intérêt de l'optimisation des paramètres géométriques et opératoires du procédé d'extrusion.

Une filière optimisée numériquement pour une gamme différente de polymère a été réalisée et une comparaison expérimentale a permis de valider toute la procédure de simulation et d'optimisation mise en place. Les résultats expérimentaux et de simulations montrent une bonne homogénéisation de la répartition des vitesses à la sortie de la filière optimale pour une gamme très large de débits et pour différents polymères.

**Mots-clés :** Optimisation, Extrusion, Filière, Rhéologie, Polymères, Simulation numérique, SQP, Diffuse, Krigeage, Plan d'expérience.

## **Abstract**

During this study, various aspects of process parameters optimization are considered. The objective of our research tasks is to homogenize the velocity distribution on the outlet side of the die, through the control and the optimization of the geometrical parameters and operating conditions, in order to obtain a "defects free workpiece". In this study optimization was carried out by using commercial software Rem3D<sup>®</sup>, based on the three-dimensional finite element method.

An optimization procedure, based on the response surface method, was proposed. This one enabled us to solve an implicit optimization problem whose evaluation of the objective and constraints functions requires several hours of CPU time. For that, all the functions are written in an explicit form by using either the diffuse approximation or the Kriging interpolation. Due to the presence of the nonlinear constraints, an iterative algorithm of type SQP, was used. To find the global optimum with precision and at lower cost, an auto-adaptive strategy of the research space is applied and several strategies making it possible to reactualize the approximations and the initial point were adopted.

In the first stage the objective was to identify the rheological behavior of a plastic using in situ experimental data. The comparison with measurements in capillary rheometry enabled us to check the rheological relevance of the parameters obtained by optimization.

The results of three other applications highlight the interest of the optimization of the geometrical and operational parameters of the extrusion process.

A die optimized numerically for multiple operating conditions and materials was produced. An experimental comparison allowed us to validate the whole procedures of simulation and optimization put in place. The experimental results and simulations show a good velocity distribution on the outlet side of the optimal die for a great range of flows and for various polymers.



**Key-Words:** Optimization, Extrusion, Die, Rheology, Polymers, Numerical simulation, SQP, Diffuse, Kriging, Design of experiment.

# Table des matières

Chapitre	Page
<b>Avant-Propos</b> .....	i
<b>Résumé</b> .....	iii
<b>Abstract</b> .....	v
<b>Table des matières</b> .....	vii
<b>Notations</b> .....	xi
<b>Chapitre I. Généralités</b> .....	5
I.1. Introduction.....	5
I.2. Les différentes géométries de filières d'extrusion.....	8
I.2.1. Filières plates.....	8
I.2.1.1. Les filières "porte-manteau".....	8
I.2.1.2. Les filières en "T".....	9
I.2.1.3. La filière "queue de carpe".....	9
I.2.2. Filières cylindriques.....	10
I.2.2.1. Filière à ailettes (mandrin et noyau).....	10
I.2.2.2. Filière hélicoïdale.....	11
I.2.2.3. Filière type porte manteau (coat hanger die).....	12
I.2.3. Filières de profilés.....	12
I.3. Défauts d'extrusion.....	13
I.3.1. Défaut de déformation d'extrudat.....	13
I.3.1.1. Défaut de surface.....	14
I.3.1.2. Le défaut « bouchon » ou « défaut oscillant ».....	14
I.3.1.3. Défaut de volume.....	15
I.3.2. Les lignes de soudure.....	15
I.3.3. Dégradation du polymère.....	16
I.3.4. Les surépaisseurs (mauvaise répartition des vitesses).....	16
I.4. La modélisation du procédé d'extrusion.....	17
I.4.1. Les lois de comportement.....	19
I.4.1.1. Comportement newtonien.....	19
I.4.1.2. Comportement pseudo plastique.....	19
I.4.1.3. La variation de la viscosité avec la température.....	21
I.4.1.4. Loi de comportement viscoélastique.....	22
I.5. La simulation du procédé d'extrusion.....	22
I.5.1. Les modèles bidimensionnels (2D couche mince).....	23
I.5.2. Les modèles tridimensionnels (3D approche volumique).....	24
I.5.3. Formulation numérique du problème mécanique dans Rem3D®.....	25
I.5.3.1. Discrétisation du problème mécanique.....	26
I.5.3.2. Discrétisation spatiale.....	26
I.5.3.3. Algorithmes de résolution.....	28
I.5.3.4. Couplage thermomécanique.....	29
I.6. Conclusion du chapitre.....	30
<b>Chapitre II. Méthodes d'optimisation et stratégies appliquées dans notre travail</b> .....	31
II.1. Méthodes et stratégies d'optimisation.....	31
II.1.1. Problème d'optimisation.....	32
II.1.2. Fonction objectif.....	33

II.1.3. Espace de recherche (limitations) .....	33
II.1.4. Conditions d'optimalité .....	34
II.1.5. Normalisation .....	35
II.2. Classification des Méthodes d'optimisations .....	36
II.2.1. Méthodes déterministes .....	38
II.2.1.1. Méthodes d'optimisation sans contraintes .....	38
II.2.1.2. Méthodes d'optimisation sous contraintes .....	41
II.2.2. Méthodes non déterministes (Stochastiques) .....	47
II.2.3. Méthodes probabilistes (Plan d'expérience & surface de réponse) .....	50
II.2.3.1. Plan d'expérience .....	50
II.2.3.2. Méthode de surface de réponse .....	51
II.3. Procédure d'optimisation appliquée dans ce travail .....	55
II.3.1. Plans d'expériences .....	55
II.3.1.1. Calcul des effets .....	56
II.3.1.2. Estimation des termes d'interactions .....	56
II.3.1.3. Plan composite .....	57
II.3.2. Méthodes d'approximation et d'interpolation .....	59
II.3.2.1. Méthode de Krigeage .....	59
II.3.2.2. Méthode de l'Approximation diffuse .....	62
II.3.3. Stratégie d'optimisation et validation .....	65
II.3.3.1. Influence du nombre de points : .....	66
II.3.3.2. Procédure d'optimisation .....	69
Influence du point initial sur la convergence .....	71
II.4. Conclusion du chapitre .....	74
<b>Chapitre III. Identification des paramètres rhéologiques.</b> .....	<b>75</b>
III.1. Introduction .....	75
III.2. Théorie de dépouillement .....	75
III.2.1. Rhéomètre capillaire .....	76
III.2.2. Correction de la pression .....	77
III.3. Expérimentation .....	79
III.3.1. Mesures et données expérimentales pour la filière capillaire .....	79
III.3.2. Mesures et données expérimentales pour la filière plate .....	80
III.4. Formulation du problème d'optimisation .....	80
III.4.1. Variables d'optimisation et fonction objectif .....	81
III.4.2. Procédure d'optimisation .....	81
III.5. Résultats d'optimisation .....	82
III.5.1. Résultat 1 (Approximation diffuse) .....	82
III.5.2. Résultat 2 (Interpolation Krigeage « Plan 15 ») .....	84
III.5.3. Résultat 3 (Interpolation Krigeage « Plan 35 ») .....	86
III.5.4. Comparaison des trois méthodes .....	88
III.6. Conclusion du chapitre .....	92
<b>Chapitre IV. Optimisation géométrique d'une filière porte manteau.</b> .....	<b>93</b>
IV.1. Préambule bibliographique .....	93
IV.2. Formulation du problème d'optimisation .....	95
IV.2.1. Données et conditions aux limites .....	96
IV.2.2. Influence de la taille du maillage .....	96
IV.2.3. Fonction objectif et contrainte .....	99
IV.2.4. Variables d'optimisation .....	100
IV.2.5. Etude des effets et des interactions .....	102
IV.2.5.1. Etude des effets des variables d'optimisation .....	103

IV.2.5.2. Etude des interactions entre les variables d'optimisation.....	106
IV.2.6. Automatisation de la procédure d'optimisation :.....	107
IV.3. Application numérique .....	109
IV.3.1. Minimisation de la variation des vitesses à la sortie de la filière .....	109
IV.3.1.1. Résultats d'optimisation .....	109
IV.3.1.2. Conclusion partielle .....	117
IV.3.2. Minimisation de la perte de charge dans la filière .....	118
IV.3.2.1. Fonction objectif et contrainte .....	118
IV.3.2.2. Résultats d'optimisation : .....	118
IV.3.2.3. Conclusion partielle:.....	124
IV.4. Conclusion du chapitre:.....	124
<b>Chapitre V. Optimisation de la température de régulation d'une filière porte manteau.</b>	<b>127</b>
V.1. Variables d'optimisation .....	128
V.2. Fonction objectif et contrainte .....	129
V.3. Etude des effets .....	130
V.4. Application numérique.....	132
V.5. Conclusion du chapitre.....	140
<b>Chapitre VI. Optimisation de filière de câblerie et validation expérimentale.</b>	<b>141</b>
VI.1. Modèle de conception de filière .....	142
VI.2. Application 1 .....	144
VI.2.1. Mesure et données expérimentales .....	144
VI.2.1.1. Filière expérimentale .....	144
VI.2.1.2. Matière utilisée .....	145
VI.2.1.3. Mesures expérimentales et validation numérique.....	147
VI.2.2. Formulation du problème d'optimisation .....	152
VI.2.2.1. Fonction objectif et contrainte .....	152
VI.2.2.2. Variables d'optimisation.....	153
VI.2.3. Résultats d'optimisation .....	155
VI.3. Application 2 .....	158
VI.3.1. Données et conditions aux limites .....	158
VI.3.2. Variables d'optimisation.....	159
VI.3.3. Résultats d'optimisation .....	161
VI.3.3.1. Etude des effets du débit et de la température sur la répartition des vitesses .....	165
VI.3.4. Mesures et validations expérimentales .....	167
VI.4. Conclusion du chapitre .....	173
<b>Conclusion et perspectives.</b>	<b>175</b>
<b>Bibliographie.</b>	<b>179</b>
<b>Annexe A.</b>	<b>193</b>
A. Etude des effets et d'interactions (paramètres rhéologiques): .....	193
A.1. Etude des effets : .....	193
A.2. Etude des interactions:.....	194
<b>Annexe B.</b>	<b>197</b>
B. Etude des effets et d'interactions distributeur (application1): .....	197
B.1. Etude des effets :.....	197
B.2. Etude des interactions:.....	198
<b>Annexe C.</b>	<b>199</b>
C. Etude des effets et d'interactions distributeur (application2): .....	199
C.1. Etude des effets et interactions cas1 (H(x)) :.....	199

C.2. Etude des effets et interactions cas2 ( $\hat{H}(y)$ ):.....200  
C.3. Comparaison des effet et d'interaction cas1  $H(x)$  et cas2  $H(y)$ :.....202

## Notations

$a$	paramètre de la loi Carreau-Yassuda
$a_f$	rapport de forme
$\hat{a}$	coefficient de diffusion
$\alpha$	position des points en étoile du plan d'expérience
$\tilde{a}, \tilde{\alpha}$	vecteurs des coefficients de la fonction approchée
$B$	approximation de l'inverse de Hessien
$\beta$	coefficient de thermo dépendance
$c$	chaleur spécifique
$\hat{c}$	paramètres de dilatation.
$C^{FR}$	coefficient de Fletcher-Reeves.
$C_{1G}, C_{2G}, C_1, C_2$	coefficients dépendant du polymère.
$d^k$	direction de descente à l'itération k
$\hat{d}_i$	distance entre le point $x$ et les autres points voisins $x_i$
$E$	énergie d'activation
$E$	Ecart relatif global.
$e$	énergie spécifique interne,
$\bar{E}$	effet moyen
$\varepsilon_{ev}$	tolérance sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière.
$\varepsilon_v$	tolérance sur le vecteur de solution.
$\varepsilon_r$	erreur sur le résidu
$\dot{\varepsilon}$	tenseur des vitesses de déformation,
$\varepsilon_{ev}$	tolérance sur l'homogénéité de la répartition des vitesses
$\Delta\xi$	élément de longueur suivant la direction du canal de répartition
$F$	vecteur d'évaluations de la fonction
$f$	Fonction objectif
$f_p$	facteur de forme
$f^m$	densité massique des forces extérieures,
$\dot{f}$	le terme source.
$\bar{f}$	moyenne des résultats des réponses
$\tilde{f}$	fonction approchée
$\nabla f(x)$	gradient
$\nabla^2 f(x)$	Hessien
$\Phi$	fonction unidimensionnelle
$G, \bar{r}$	fonctions de pénalisation

$g^{Kr}$	fonction de corrélation
$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement généralisé
$\dot{\gamma}_0$	taux de cisaillement de référence
$\dot{\gamma}_p$	taux de cisaillement réel à la paroi
$\dot{\gamma}_{app}$	taux de cisaillement apparent
$\dot{\gamma}_t$	taux de cisaillement dans la région de faible épaisseur
$\dot{\gamma}_r$	taux de cisaillement dans le canal de répartition
$h$	contraintes d'égalité
$H$	épaisseur du canal de répartition
$\hat{I}$	interaction
$k$	itération
$\kappa, \mu$	multiplicateurs de Lagrange des contraintes d'inégalités et d'égalités
$L(x, \kappa, \mu)$	Lagrangien de $f(x)$
$\lambda$	déplacement suivant la direction de descente
$m$	indices de pseudo-plasticité
$N^b$	fonction d'interpolation de type bulle,
$N_p$	nombre de points d'évaluation
$Nr$	nombre des réponses associées à une variable ou combinaison de variables.
$N^s$	nombre de nœud à la sortie de la filière.
$N_i^l$	la fonction d'interpolation d'ordre l associée au noeud i
$Nn$ et $Nel$	nombre de noeuds et d'élément du maillage
$Npm$	nombre de point de mesure
$\eta$	viscosité du fluide,
$\eta_0$	viscosité Newtonienne (consistance du liquide)
$\eta_G$	viscosité à la température de transition vitreuse
$P$	pression
$P^e$	pression à l'entrée de la filière.
$P_0^e$	pression à l'entrée de la filière initiale.
$\hat{P}$	base polynomiale
$P_{exp}$	pression expérimentale
$P_{cal}$	pression calculée
$\Delta P$	perte de charge
$Q$	débit massique
$\bar{q}$	flux de chaleur
$Q_v$	débit volumique.

$r(x)$	vecteur de corrélation
$R$	constante des gaz parfaits.
$\hat{R}$	matrice de corrélation
$r_w$	rayon du domaine d'influence de la fonction de pondération
$R_s$	résidu
$\mathfrak{R}^n$	l'espace de recherche borné
$\rho$	masse volumique,
$s$	déviateur des contraintes
$\sigma$	tenseur des contraintes
$T$	température
$t$	temps
$T_{ref}$	température de référence.
$T_f$	température de filière
$T_m$	température de matière
$T_G$	température de transition vitreuse
$\bar{T}$	moyenne générale
$\tau_p$	contrainte de cisaillement à la paroi
$\tau_s$	contrainte de cisaillement critique
$v$	vitesse
$\bar{v}^s$	vitesse moyenne à la sortie de la filière.
$v_i^s$	vitesse à la sortie de la filière.
$\bar{v}_T$	vitesse moyenne dans l'épaisseur dans la région de faible épaisseur
$\bar{v}_r$	vitesse moyenne dans l'épaisseur dans le canal de répartition
$W$	largeur du canal de répartition
$\hat{w}$	fonction poids,
$\hat{W}$	Matrice de pondération
$\dot{\omega}$	apport d'énergie par dissipation visqueuse.
$\Omega$	domaine matériel contenant le polymère fondu.
$\psi$	fonction pénalisé équivalente sans contrainte
$\delta_y$	accroissements du point courant et du gradient
$Z(x)$	fluctuation aléatoire.
*	symbole désignant les quantités virtuelles





## **Introduction générale**

Il existe une demande croissante dans le monde industriel pour des procédures d'optimisation permettant de déterminer les paramètres des procédés optimaux lors des opérations de mise en forme et principalement dans notre cas l'extrusion des matières plastiques. Ces paramètres doivent répondre à des critères précis de forme, de qualité (absence des défauts), ou d'économie. Jusqu'à présent, cette analyse paramétrique est le plus souvent réalisée par des moyens empiriques, essentiellement basés sur les connaissances acquises par un personnel métier qualifié, et nécessite le recours à des phases de mise au point passant par la réalisation d'outils d'essais augmentant de ce fait les coûts et les délais de fabrication.

Pour déterminer les paramètres de procédé optimaux, la simulation numérique des procédés de mise en forme s'est imposée comme un outil indispensable. En donnant accès à des grandeurs difficilement accessibles par l'expérience, elle améliore la compréhension du procédé. Loin d'être un substitut à l'expérience, la simulation numérique permet un gain de temps et une économie substantielle en réduisant le nombre d'expériences à mener en analysant le procédé, avant qu'il ne soit réellement mis en œuvre. Mais l'obtention des paramètres optimums est souvent le résultat d'un fastidieux travail d'essais erreurs, durant lequel les différentes solutions sont testées et modifiées. On peut parler désormais d'un outil d'aide à la conception.

Toutefois, la complexité des pièces, le comportement des matières plastiques, et les exigences de qualités, augmentent, conduisant de ce fait à un nombre élevé d'essais numériques tandis que le temps de simulation est souvent très élevé pour des simulations tridimensionnelles.

Cependant, si la recherche du critère de qualité est faite sans méthodologie spécifique, elle peut aisément conduire à une solution qui ne sera pas optimale, vis-à-vis des critères définis. Cette recherche risque également de nécessiter un grand nombre de simulation, ce qui peut conduire à des temps de simulation très importants. Il apparaît donc important de définir une méthodologie d'optimisation automatique et numérique afin de respecter le(s) critère(s) de qualité défini(s). Cette optimisation s'articule principalement autour d'un logiciel de simulation; elle requiert également la définition d'un ensemble de variables de conception, d'une ou de plusieurs fonctions objectifs et contraintes, ainsi qu'un algorithme et une procédure d'optimisation adaptée au problème posé.

De nombreuses études ont été menées sur l'optimisation de filière d'extrusion [CHU97], [SMI98b], [ULY02], [ANT02], [SMI03a], [XIA04], [SIE06]. Toutefois, ces études sont principalement réalisées avec des approches 2D. Elles ne permettent pas d'aborder la majorité des cas réels. De plus, la majorité des algorithmes d'optimisation utilisés nécessitent un grand nombre de simulations, augmentant de ce fait le temps de calcul. Ce travail de thèse a pour but de palier ce défaut, en abordant ici l'optimisation en 3D. Celle-ci doit s'appliquer à

différentes géométries et différents problèmes d'optimisations, en utilisant des algorithmes et des stratégies d'optimisation permettant d'éviter les extrema locaux. Ceci sans augmenter de ce fait le temps de calcul qui devient pénalisant pour des simulations tridimensionnelles.

L'objectif de la thèse est de résoudre le problème d'optimisation des filières d'extrusion, en utilisant une méthode d'optimisation robuste et efficace développée et testée pour différentes stratégies.

Ce travail nécessite de porter notre attention sur trois aspects importants. Le premier consiste à identifier une méthodologie d'optimisation, permettant de surmonter les difficultés des problèmes d'optimisation, formulés pour chaque application particulière. Un deuxième aspect concerne la définition des fonctions objectifs, et/ou limitations, destinées à être utilisées pour la formulation d'un problème d'optimisation global assurant une quantification mathématique des défauts. Le troisième aspect, plus technique, consiste à coupler et automatiser la méthodologie d'optimisation adoptée ainsi que les critères de qualité avec un logiciel de calcul par éléments finis, en l'occurrence Rem3D<sup>®</sup>.

La thèse est composée de six chapitres (Fig.1):

Le premier chapitre, «Généralités», vise à présenter globalement le procédé d'extrusion et les principaux défauts qui peuvent apparaître, puis les équations régissant le problème d'extrusion, les méthodes de résolution et à situer la thèse dans son contexte scientifique.

Le second chapitre, «Méthode et stratégie d'optimisation», présente un état de l'art des méthodes d'optimisation appliquées dans le cas de l'optimisation en mise en forme, et une description de la procédure d'optimisation développée et testée. Cette procédure est basée sur un algorithme d'optimisation itératif avec deux méthodes d'approximation.

Le troisième chapitre, «Identification des paramètres rhéologiques», est consacré à la validation de la méthode d'optimisation et des différentes stratégies proposées, afin de proposer une méthodologie permettant d'identifier le comportement rhéologique d'une matière plastique sur une ligne d'extrusion, sans employer de mesures conventionnelles.

Les deux chapitres suivants IV et V présentent des applications de la méthode d'optimisation développée pour deux problèmes différents. Le premier concerne l'optimisation géométrique et le second l'optimisation des paramètres opératoires (température de régulation).

Dans le sixième chapitre "Optimisation de filière de câblerie et validation expérimentale" sont présentés les résultats des simulations en extrusion et d'optimisation géométrique. Deux applications ont été étudiées sur lesquelles des comparaisons expérimentales sont testées et validées.

Notre travail se termine par une conclusion qui récapitule les principaux points développés dans cette thèse. Puis nous tracerons les perspectives de ce travail.

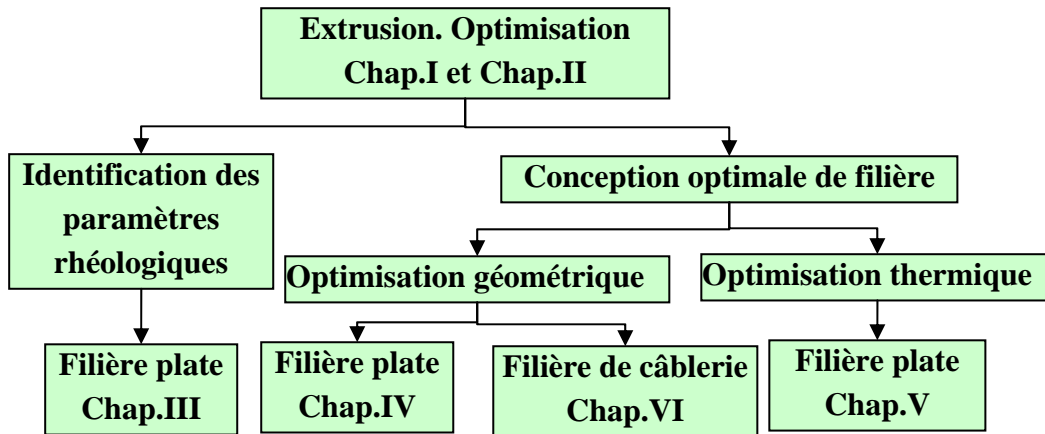


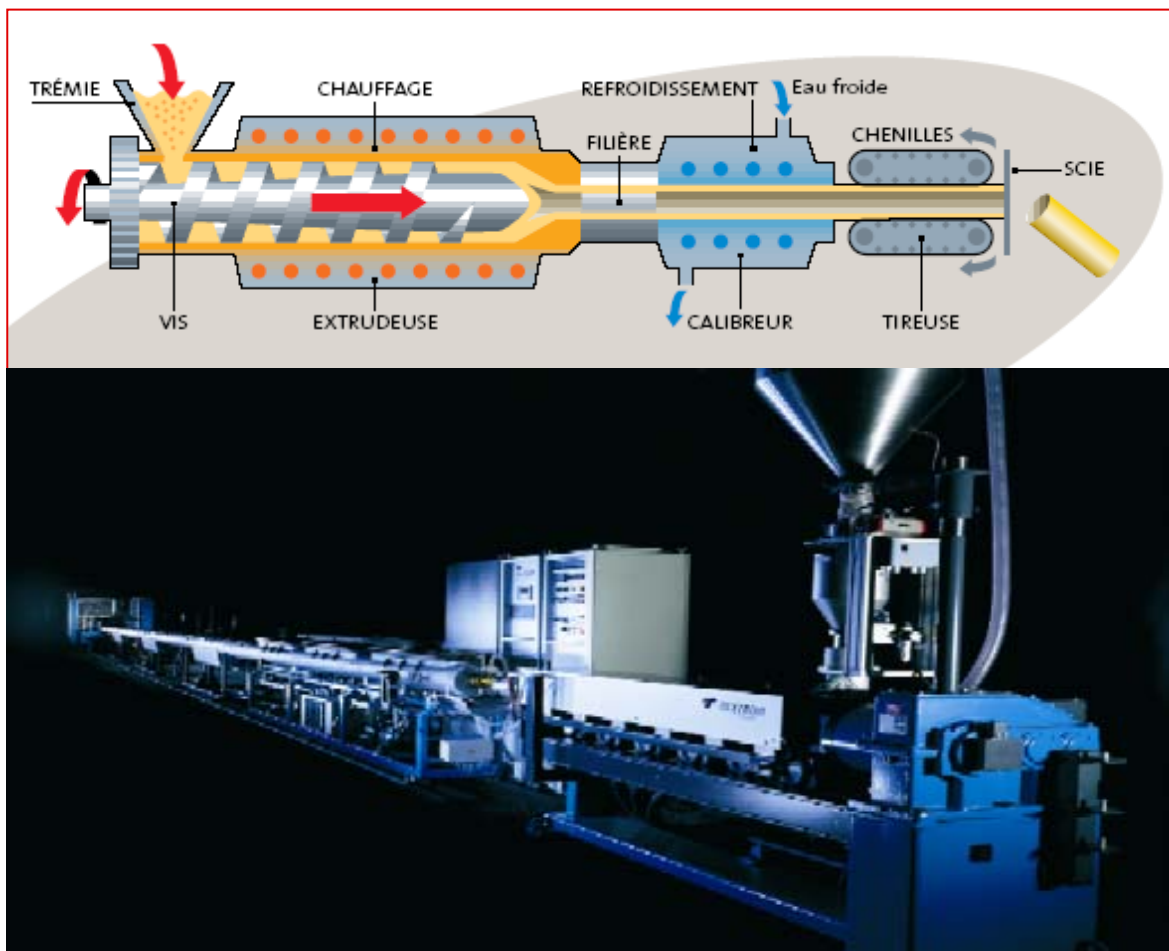
Figure 1. Organigramme des principales applications.



# Chapitre I. Généralités

## I.1. Introduction

L'extrusion est actuellement un procédé de mise en forme très utilisé dans le secteur de la mécanique. Ce procédé consiste à faire passer de manière continue un polymère fondu à travers une filière pour obtenir une forme donnée de section constante. On obtient ainsi un grand nombre de produits finis ou semi-finis, (films, plaques, feuilles, tubes, câbles, profilés)



**Figure I. 1.** Principe de fonctionnement d'une extrudeuse [GIR00].

Dans l'extrudeuse (Fig. I.1), la matière est ajoutée dans la trémie sous forme de poudre ou de granules. La trémie alimente en continu la vis sans fin, qui assure à la fois le chauffage, le malaxage, la mise en pression et le dosage du polymère, qui est refoulé sous pression dans la tête d'extrusion. La tête contient une filière qui donne la forme de la pièce, puis la pièce plastique est ensuite refroidie à l'eau ou à l'air, pour prendre sa forme finale. Les dispositifs de tirage entraînent le polymère qui se refroidit, soit pour l'enrouler en bobine, soit pour

permettre de le couper à la longueur.

La consommation mondiale des matières plastiques (Fig. I.2) suit un rythme de croissance deux fois supérieur à celui des autres matériaux. L'innovation a permis aux matières plastiques d'acquiescer des qualités qui les imposent sur de nombreux marchés: automobile, emballage, bâtiment, industrie électrique et électronique, aéronautique ou médico-chirurgical.

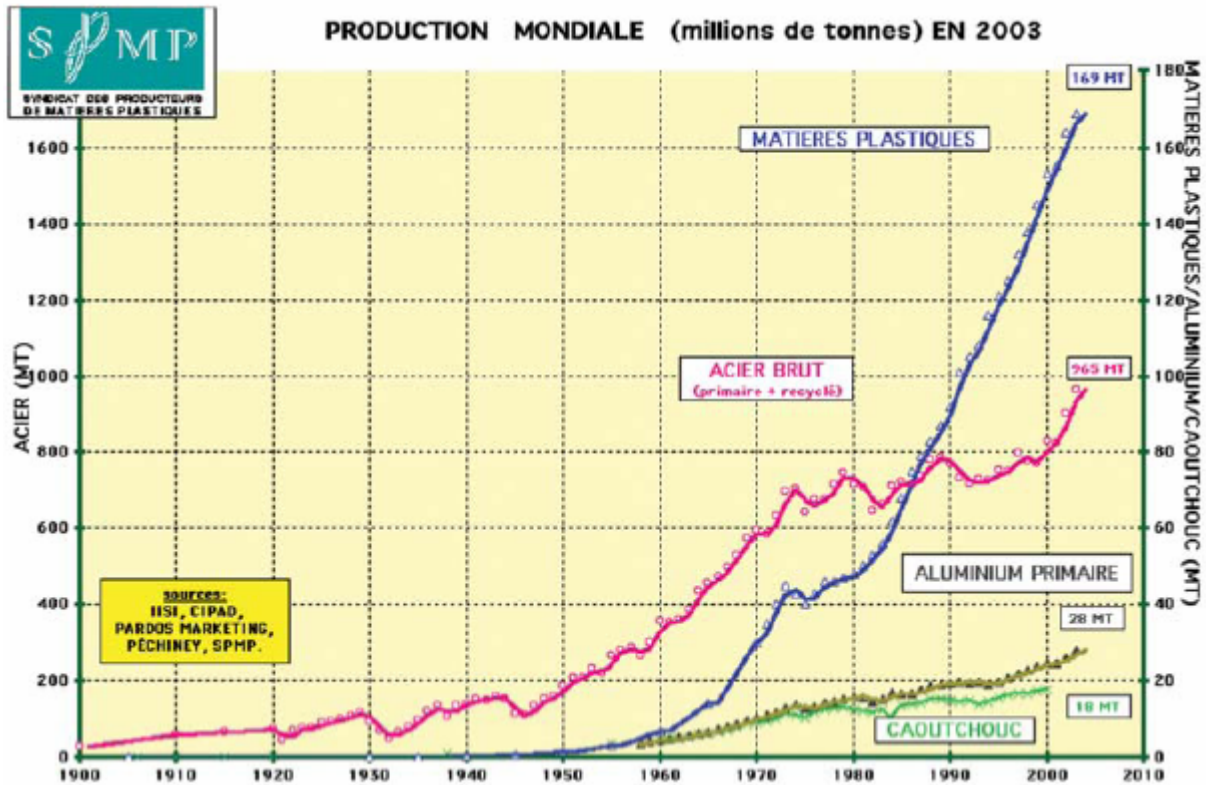


Figure I. 2. Production mondiale en matériaux [SYN03].

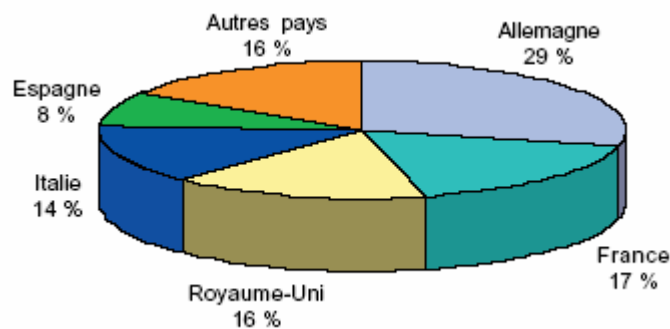


Figure I. 3. La plasturgie dans l'Union européenne (répartition du chiffre d'affaires) [SES04].

L'Europe est la deuxième zone de production mondiale, derrière les États-Unis. En Europe (Fig. I.3), la plasturgie est dominée par l'Allemagne qui réalise 30% du chiffre d'affaire communautaire. La France, le Royaume-Uni et l'Italie sont au coude à coude, mais avec une production inférieure à celle de l'Allemagne.

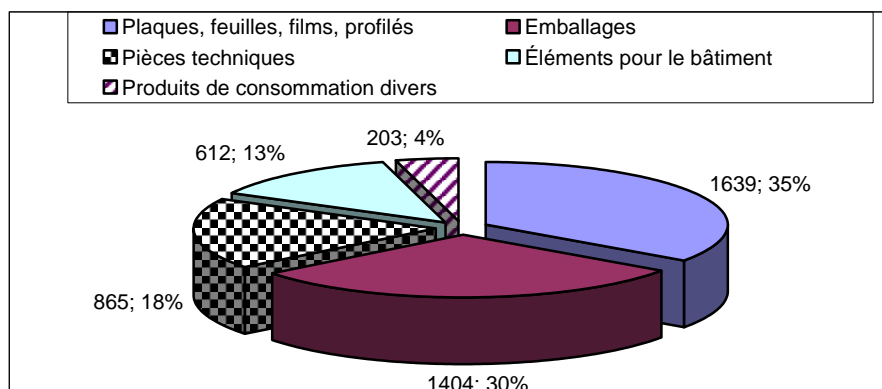


Figure I. 4. Principaux produits transformés en milliers de tonnes [SES05].

Depuis 1995, la plasturgie française suit un rythme de croissance supérieur à celui de l'ensemble de l'industrie manufacturière. Les principaux produits transformés (Fig. I.4) sont les plaques, feuilles, films et profilés, qui représentent en 2005 plus 35% de l'ensemble des produits transformés. En 2007 (Fig. I.5), nous constatons une augmentation de 16%, par rapport à l'an 2000, pour les tubes, tuyaux et profilés et de 8% pour les plaque feuilles et films.

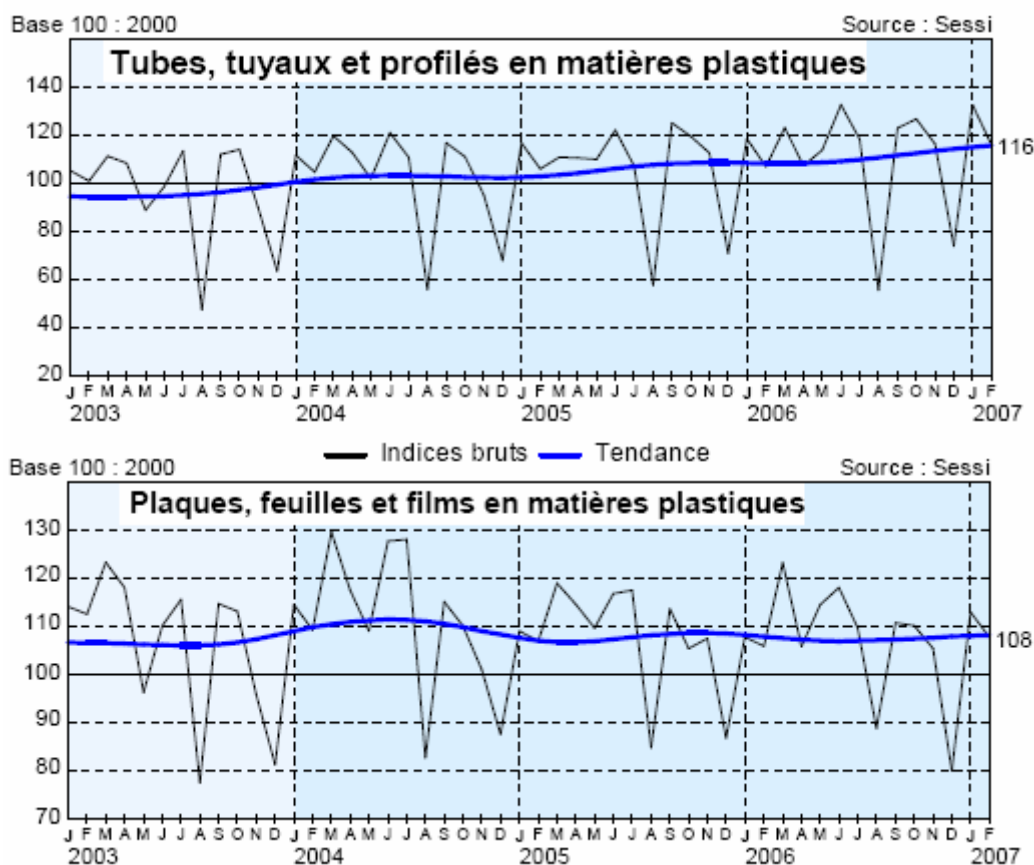


Figure I. 5. Séries d'indices mensuels des produits transformés [SES07].



## I.2. Les différentes géométries de filières d'extrusion

Le rôle que doit assurer une filière d'extrusion est de fournir à la sortie de l'outillage un produit parfaitement uniforme. Pour cela, la conception de ces outillages doit permettre de réaliser une distribution des vitesses uniformes pour des débits élevés. Cette conception a longtemps été réalisée par l'expérience des bureaux d'études et des utilisateurs. Toutefois une approche plus scientifique du problème, et qui se développe avec les moyens informatiques, permet aujourd'hui de conforter l'expérience des praticiens et d'aborder la conception des filières d'extrusion de manière rationnelle et performante. Différents types de filière sont utilisés afin d'obtenir un grand nombre de produits (films, plaques, feuilles, tubes, câbles, profilés). Nous allons détailler les différentes filières dans le paragraphe suivant.

### I.2.1. Filières plates

Les filières plates sont utilisées pour fabriquer des feuilles et des plaques d'épaisseur comprise entre 0,2 et 25 mm, sur des largeurs allant de quelques centimètres à plusieurs mètres. Le polymère fondu provenant de l'extrudeuse, pénètre au centre de la filière. Puis, il est reparti de façon régulière et symétrique de chaque côté de la filière, dans un canal de section variable appelé canal de distribution ou encore manifold. Celui-ci va permettre une distribution uniforme sur toute la largeur de l'outillage. Des corrections éventuelles peuvent être apportées au moyen de la barre d'étranglement, ainsi qu'au moyen des lèvres finales flexibles, réglables en épaisseur.

Afin d'obtenir un écoulement de polymère le plus régulier possible le long de la largeur de la filière, la géométrie du canal de répartition doit être conçue en prenant en compte d'une part les propriétés rhéologiques et thermiques du polymère, et d'autre part les conditions opératoires. Ces règles de conception aboutissent à la définition d'une géométrie particulière du canal de répartition. Il existe plusieurs types de géométries (Fig. I.6), les plus utilisées sont:

- ✓ filière en T (T-die, en anglais) ;
- ✓ filière « queue de carpe » (fish tail die, en anglais) ;
- ✓ filière porte-manteau (coathanger die, en anglais).

#### I.2.1.1. Les filières "porte-manteau"

Les filières "porte-manteau" sont les plus fréquemment rencontrées aujourd'hui. La principale raison est que cette géométrie, lorsqu'elle est bien conçue, permet d'obtenir une bonne distribution de la perte de charge sur la largeur, de façon peu dépendante des conditions opératoires et sans s'appuyer de façon systématique sur les dispositifs de correction. Son

principal inconvénient est le coût de réalisation en raison de la complexité de la géométrie à usiner.

### I.2.1.2. Les filières en "T"

Les filières en T sont très simples à réaliser ; elles sont plus fréquemment rencontrées dans l'extrusion couchage. Ce type de filière n'est pas recommandé pour les polymères sensibles à la dégradation thermique, puisque cette géométrie favorise les zones de stagnation du polymère fondu.

### I.2.1.3. La filière "queue de carpe"

La filière "queue de carpe" se situe entre les deux autres systèmes en terme de compromis coût/qualité de distribution. Comme la filière en T, la filière « queue de carpe » nécessite l'incorporation de systèmes additionnels permettant l'ajustement du flux afin d'améliorer l'uniformité de l'écoulement sur la largeur.

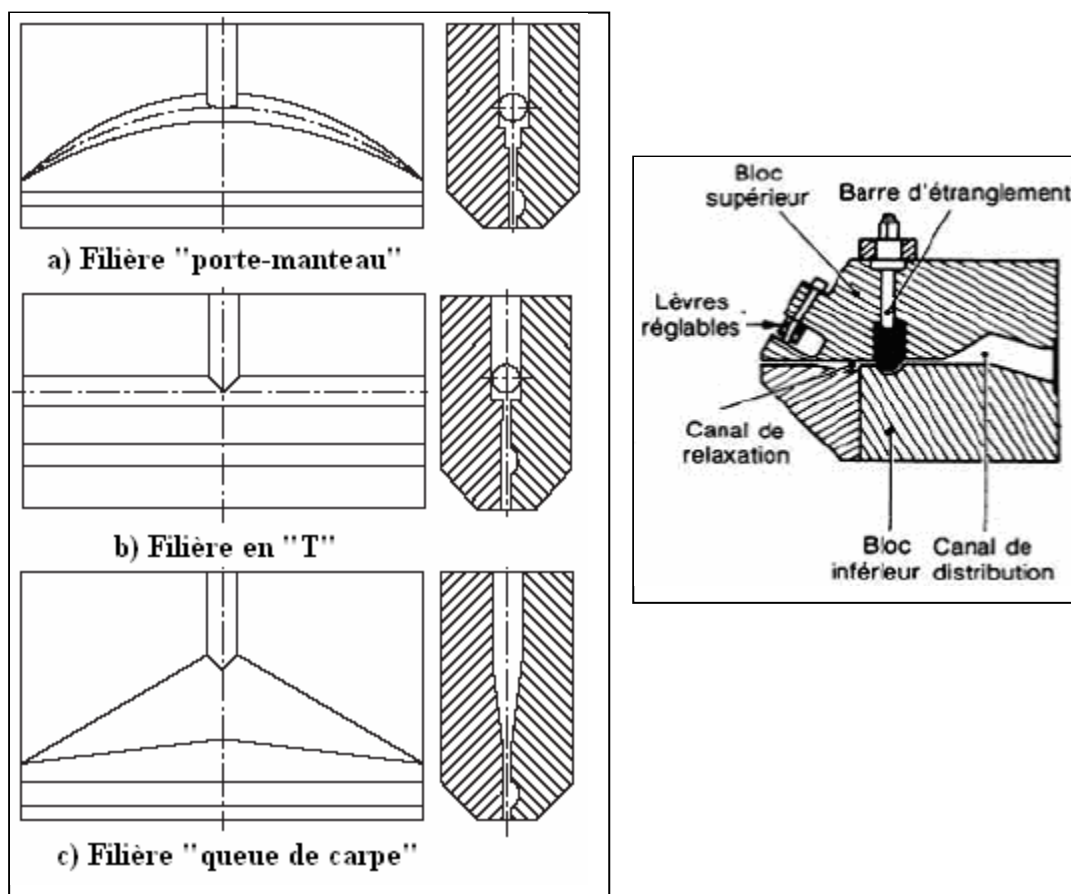
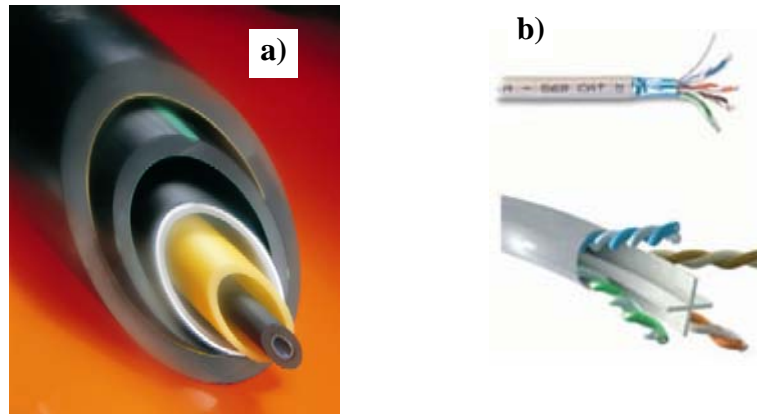


Figure I. 6. Schéma des différentes filières plates [SIL05],[VER95].

## I.2.2. Filières cylindriques

Il existe plusieurs types de géométries. Elles sont destinées à la fabrication d'un grand nombre de produits (Fig. I.7), comme les films de faible épaisseur, les tubes à différents usages (médical, transport de gaz et d'eau), isolation et gainage des câbles téléphoniques et électriques.



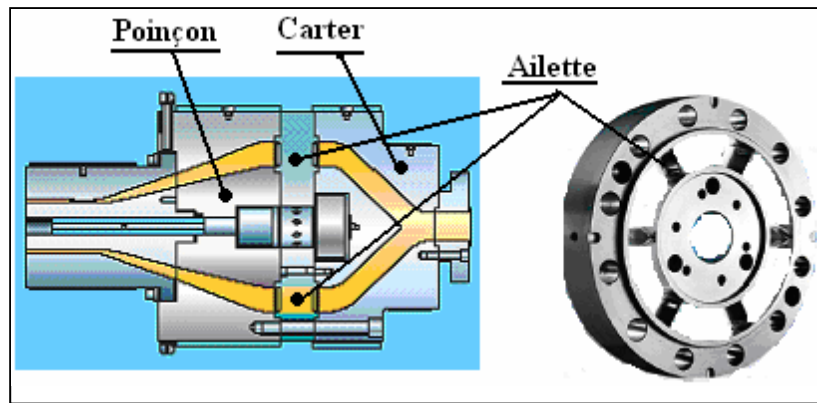
**Figure I. 7.** *Produit réalisés par des filières d'extrusion (tubes(a)[GIR00], câbleries(b) [PUI06]).*

Il existe plusieurs types de géométries. Les plus importantes sont connues sous le nom de :

- ✓ Filière mandrin et noyau ou filière à ailettes (tubes) ;
- ✓ Filière hélicoïdale (tubes, câblerie, films) ;
- ✓ Filière type porte manteau (tubes, câblerie).

### I.2.2.1. Filière à ailettes (mandrin et noyau)

Les filières à ailettes (Fig. I.8) sont destinées à la fabrication de tubes. Elle permettent de couvrir une gamme très large de produits, depuis les tubes à usage médical de quelques millimètres de diamètre jusqu'aux tubes qui peuvent atteindre 2 m de diamètre.

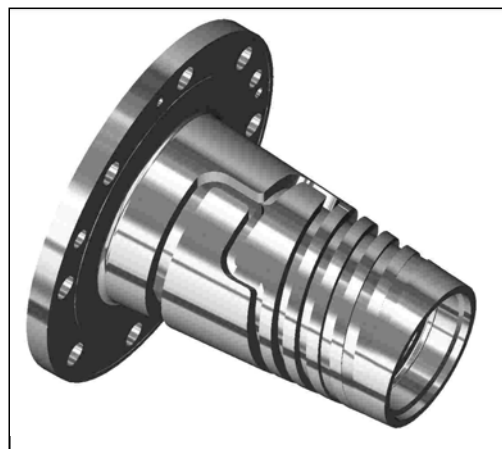


**Figure I. 8.** Filière à ailettes (mandrin et noyau) [BAT05].

Le poinçon est relié au carter par des ailettes réparties sur la périphérie. Le polymère est séparé pendant l'écoulement dans la filière par des ailettes, se ressoude ensuite en aval de celles-ci, mais risque de créer des lignes de soudure.

#### I.2.2.2. Filière hélicoïdale

Les filières hélicoïdales (Fig. I.9) sont utilisées pour la réalisation de films de faible épaisseur (entre 10 et 300  $\mu\text{m}$ ). Ce type de filière a été étendu pour la fabrication de tubes de différent diamètre. Le polymère fondu se répartit à la périphérie du poinçon par des canaux radiaux. Chacun de ces canaux débouchant dans un chenal hélicoïdal, usiné autour du poinçon, avec une profondeur qui diminue suivant le sens de l'écoulement, alors que le jeu entre le poinçon et le carter de la filière augmente. On obtient ainsi une bonne distribution du polymère sur toute la périphérie de la filière, tout en évitant les lignes de soudure. L'un des désavantages de ces géométries est le risque de stagnation de la matière sur les contours externes des canaux hélicoïdaux.



**Figure I. 9.** Filière hélicoïdale [SCH00].

### I.2.2.3. Filière type porte manteau (coat hanger die)

Ces filières (Fig. I.10) sont utilisées pour la fabrication de tubes de différente épaisseur. Le même type de filière est également destiné à réaliser l'isolation et le gainage des câbles électriques ou téléphoniques (Fig.I.11). Le même principe s'applique à tous les types de fabrication, qui vont des câbles d'énergie haute tension à forte épaisseur d'isolant (quelques centimètres) aux câbles téléphoniques (quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur). Le câble ou le conducteur à isoler est guidé par le poinçon et se déplace perpendiculairement à l'extrudeuse. Le polymère est réparti autour du poinçon, généralement grâce au canal de répartition, puis est cisailé entre la paroi de la filière et le conducteur en mouvement. L'avantage est qu'elles permettent d'assurer une bonne distribution de la matière sur toute la périphérie de la filière avec moins de risque de stagnation de la matière.

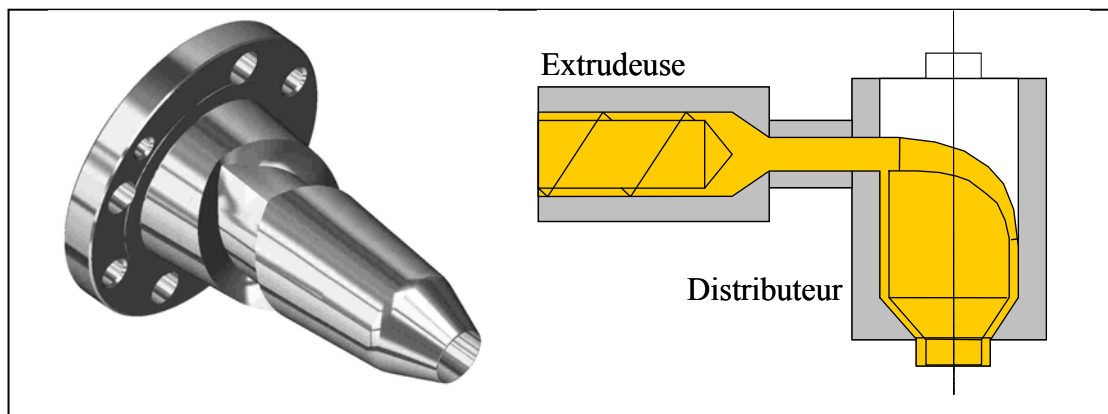


Figure I. 10. Filière (Distributeur) type porte-manteau [SCH00].

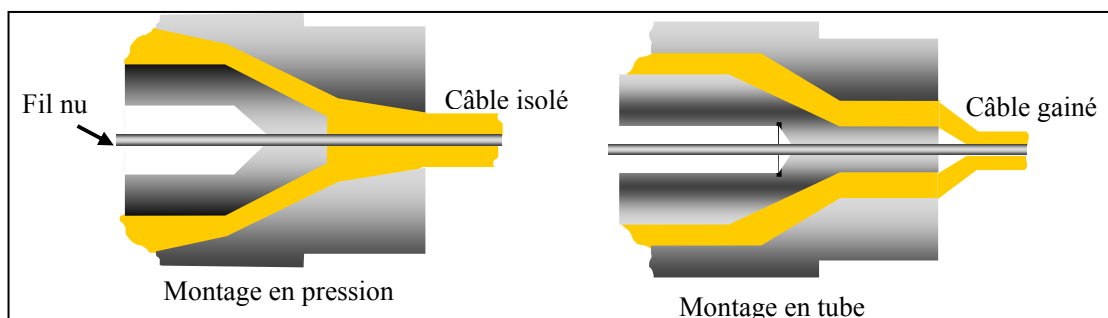


Figure I. 11. Montage en câblerie [SCH00].

### I.2.3. Filières de profilés

Elles sont destinées à la fabrication des pièces de forme généralement complexe. Du fait de la variété de formes réalisées, il n'existe pas de géométrie type. En effet, une filière de profilés (Fig. I.12) est souvent constituée d'une plaque de quelques centimètres d'épaisseur, dans

laquelle est usinée la forme à réaliser de façon à égaliser les vitesses d'écoulement entre les différentes zones du profilé.

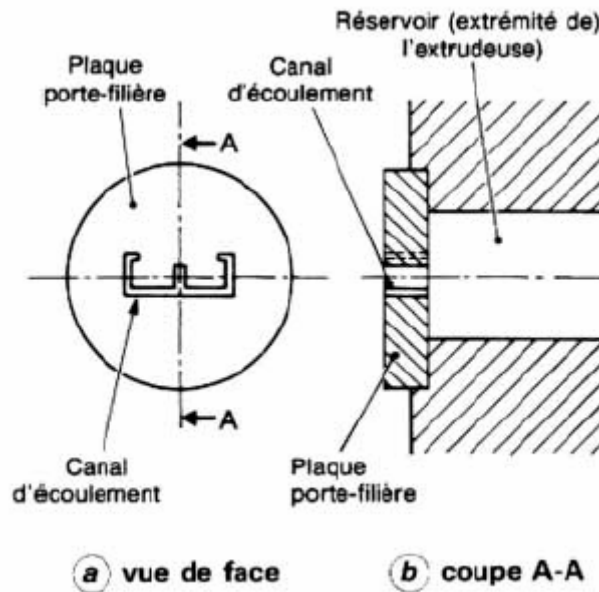


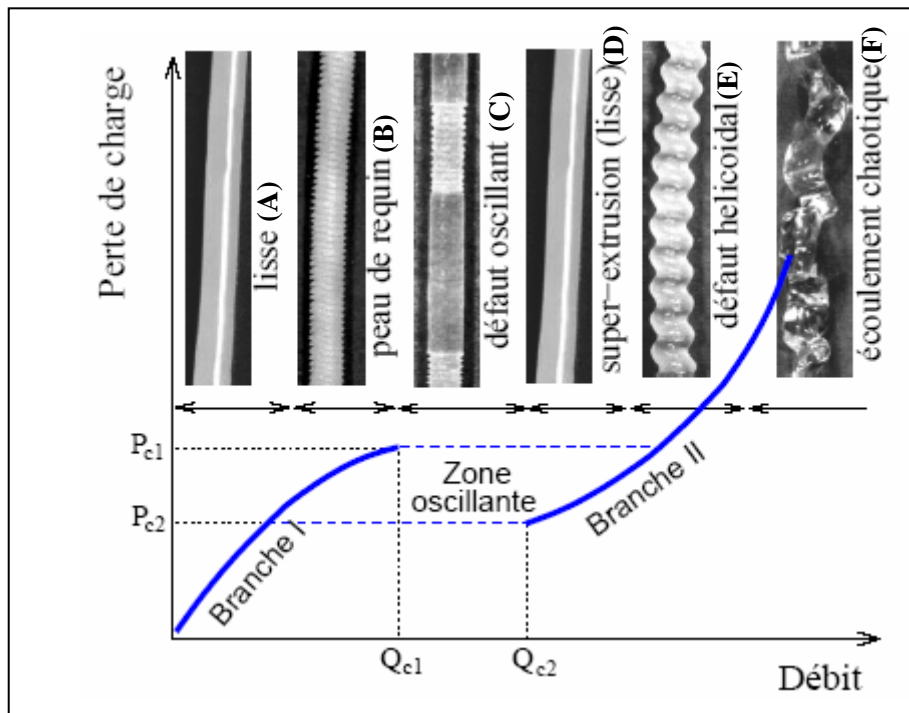
Figure I. 12. Filières de profilés [VER95].

### I.3. Défauts d'extrusion

#### I.3.1. Défaut de déformation d'extrudat

Ces défauts d'extrusion [ROB01], [CHR02], [GOU02] sont souvent observés pendant l'extrusion à grande vitesse des matériaux thermoplastiques. Diverses formes de déformations d'extrudat peuvent être identifiées. On distingue généralement trois grands types de défauts (Fig. I.13) : les défauts de surface qui sont désignés par « peau de requin » et ceux de volume par « rupture d'extrudât ». Les combinaisons des déformations de surface et de volume se produisent également et sont connues sous le nom de défaut « bouchon » ou « défaut oscillant ». La figure I.12 illustre un schéma typique d'une courbe d'écoulement qu'on obtient avec un polyéthylène linéaire. Elle indique les différentes zones de l'écoulement avec les morphologies correspondantes qui peuvent être observées sur l'extrudat lorsque le débit augmente. Cependant, dans la pratique industrielle, les déformations de surface sont perçues comme le problème le plus important parce qu'elles apparaissent en premier et qu'elles limitent le débit de l'extrusion.

Des mesures correctives permettent de différer l'apparition des déformations d'extrudat à un débit d'extrusion plus élevé. Diverses solutions sont disponibles, mais elles ne sont intéressantes que si elles demeurent économiquement acceptables. Dans la pratique, on augmente la température d'extrusion ou le thermoplastique est mélangé avec un polymère semblable de viscosité inférieure ou des additifs sont ajoutés pour faciliter l'écoulement.



**Figure I. 13.** Apparition des défauts d'extrusion sur la courbe d'écoulement d'un polyéthylène linéaire [ROB01].

### I.3.1.1. Défaut de surface

Le défaut de "peau de requin" se manifeste d'abord par la formation de rayures à la surface de l'extrudat. Ce défaut de surface d'abord inorganisé envahit progressivement la totalité de la surface qui perd sa brillance et sa transparence. Les rayures superficielles se développent et se rejoignent pour former des plis organisés et périodiques (Fig.I.13-B) [GOU02]. C'est généralement une instabilité de surface de faible amplitude et de grande fréquence. Le degré de rugosité de surface change selon le débit, le type de refroidissement (par exemple à l'eau, à l'air) et la nature du polymère.

### I.3.1.2. Le défaut « bouchon » ou « défaut oscillant »

Le défaut « bouchon » ou « défaut oscillant » se présente comme une succession régulière et périodique de zones lisses et de zones en peau de requin (Fig. 13-C). On le désigne également par le terme de défaut oscillant à cause des fluctuations du débit et de la perte de charge dans la filière. Il est admis que ces oscillations sont dues à l'apparition d'un glissement macroscopique du polymère en écoulement. Il peut s'en suivre une région pseudo-stable dite zone de super-extrusion (Fig.I.13-D) où l'extrudat est lisse et transparent comme pour les

faibles débits.

### I.3.1.3. Défaut de volume

Les déformations de volume diffèrent des déformations de surface principalement parce qu'elles se produisent dans tout l'extrudat.

Elles peuvent avoir un aspect onduleux de forme hélicoïdale (Fig. I.13-E). La spirale peut être extrêmement régulière, présenter une périodicité reproductible et elle a souvent une surface lisse. L'extrudat peut également être tordu avec des déformations de surface superposées. Le mouvement hélicoïdal de l'extrudat entier est typiquement de basse amplitude et de basse fréquence.

Dans d'autres cas, aux débits très élevés, l'extrudât peut devenir fortement tordu ou prendre une forme très irrégulière (Fig. I.13-F). Ceci est parfois mentionné comme défaut chaotique.

### I.3.2. Les lignes de soudure

La ligne de soudure (Fig. I.14) est générée lors de la rencontre de deux fronts d'écoulement de matière fondue et la relaxation n'est pas suffisante. C'est également à cet endroit que s'accumulent toutes les impuretés. Ce défaut affaiblit considérablement les performances mécaniques du produit fini (pression exercée sur les tubes).

Les filières hélicoïdale sont généralement utilisées afin d'éviter la formation des lignes de soudure normale à la surface (Fig.I.14-A). Ainsi, on obtient des lignes de soudure réparties sur la circonférence de manière à supporter les pressions normales à la surface du tube (Fig.I.14-B).



**Figure I. 14.** Lignes de soudure [SCH00]

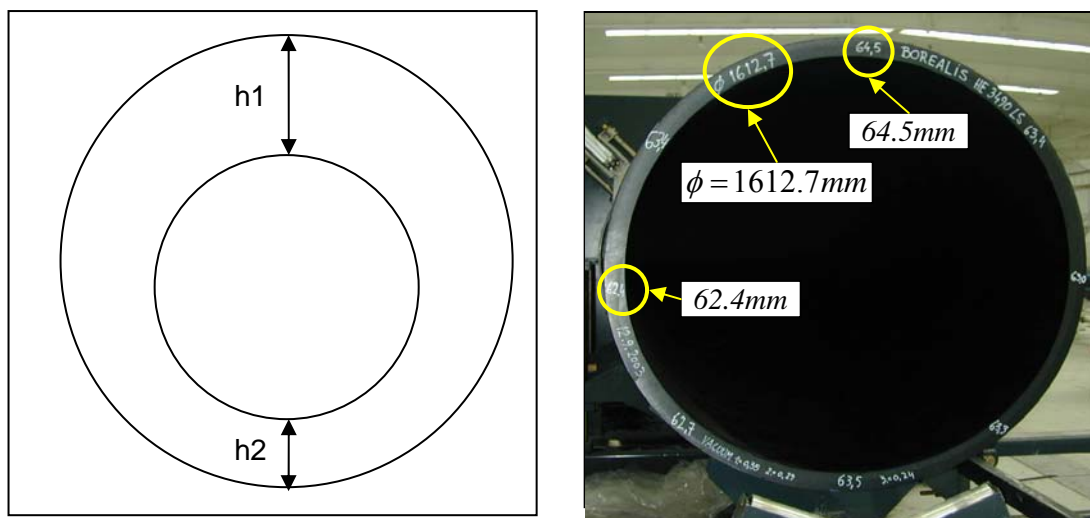


### I.3.3. Dégradation du polymère

A cause des zones de stagnation, un temps de séjour important à des températures élevées, le polymère se dégrade et fragilise le produit extrudé.

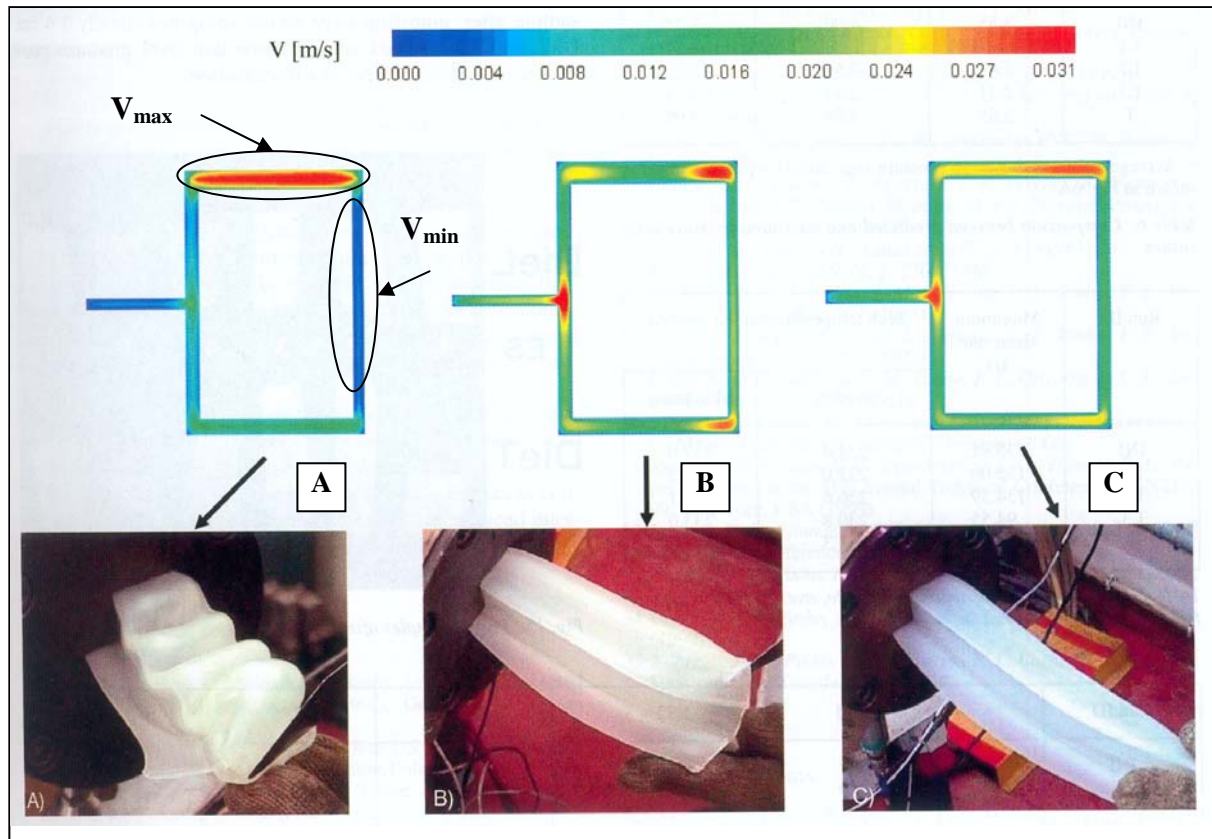
### I.3.4. Les surépaisseurs (mauvaise répartition des vitesses)

Le rôle principal que doit assurer une filière d'extrusion est de fournir à la sortie de l'outillage un produit, parfaitement uniforme du point de vue de la répartition des vitesses et des températures. L'écoulement dans une filière est donc un problème de distribution et la conception géométrique de ces outillages doit permettre de réaliser cette distribution au mieux, pour des conditions de débit le plus élevé possible. Le phénomène de la mauvaise distribution des vitesses se traduit souvent par une vitesse plus importante dans une partie et moins dans l'autre, considérant la vitesse d'étirage, ce phénomène engendre la présence à la sortie des surépaisseurs, une surconsommation de matière préjudiciable d'un point de vue économique.



**Figure I. 15.** répartition des épaisseurs dans un tube [CIN05]

Ce défaut de mauvaise répartition des vitesses est dû à la mauvaise conception du canal de répartition, provoquant ainsi pour des filières plates ou de tubes, des épaisseurs non homogènes suivant toute la largeur ou le périmètre de la filière (Fig.I.15). Pour des filières de câblerie cela se traduit par l'obtention d'une couche d'isolant non uniforme.



**Figure I. 16.** Mauvaise distribution des vitesses pour une filière de profilé [NÓB04].

La figure I.16, montre la distribution des vitesses dans une filière de profilé. Nous constatons que les vitesses sont plus importantes dans une zone que dans l'autre (Fig. I.16-A), provoquant ainsi une distorsion du profilé et des surépaisseurs à la sortie. En homogénéisant leur répartition (Fig. I.16-B, -C), on obtient un produit homogène.

#### I.4. La modélisation du procédé d'extrusion

Un polymère fondu est assimilable à un milieu continu, aussi son écoulement dans les filières est régi par les principes fondamentaux de la mécanique des milieux continus. La matière extrudée doit donc vérifier :

La conservation de la masse:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (\text{I.1})$$

La conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{dv}{dt} - \nabla \cdot \sigma = \rho f^m \quad (\text{I.2})$$

La conservation d'énergie:

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot q + \dot{\omega} \quad (\text{I.3})$$

Où  $\rho$  désigne la masse volumique,  $v$  la vitesse d'une particule matérielle,  $\sigma$  le tenseur des contraintes,  $f^m$  la densité massique des forces extérieures,  $e$  l'énergie spécifique interne,  $q$  le flux de chaleur et  $\dot{\omega}$  l'apport d'énergie par dissipation visqueuse.

Le système (I.1)-(I.2) est fermé par la relation constitutive entre contraintes et déformations données par la loi de comportement :

$$\sigma = -PI + s \quad (\text{I.4})$$

Avec :

$$s = 2\eta(\dot{\gamma}, T)\dot{\varepsilon}(v) \quad (\text{I.5})$$

Où  $\eta$  représente la viscosité du fluide,  $\dot{\varepsilon}$  le tenseur des vitesses de déformation,  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement généralisé,  $T$  la température.

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \sum_{i,j=1}^3 \dot{\varepsilon}_{ij}^2} \quad (\text{I.6})$$

Classiquement on simplifie ces équations en s'appuyant sur les deux hypothèses suivantes :

Le polymère fondu peut être considéré comme un matériau incompressible ;

Les forces extérieures (forces de masse et d'inertie) sont négligeables devant les forces intérieures (forces visqueuses).

Les équations de conservation se simplifient comme suit:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma = 0 \\ \nabla \cdot v = 0 \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Notons  $\Omega$  le domaine matériel contenant le polymère fondu. Si on remplace  $\sigma$  par son expression dans le système (I.7), on montre que le problème d'écoulement à résoudre se ramène à un problème de Stokes généralisé :

Trouver le champs de vitesse  $v(x)$ , pression  $p(x)$  et température  $T(x)$  tels que  $\forall(x) \in \Omega$

$$\begin{cases} \nabla \cdot (2\eta(\dot{\gamma})\dot{\epsilon}(v)) - \nabla p = 0 \\ \nabla \cdot \vec{v} = 0 \\ \rho \hat{c} \frac{dT}{dt} = -\nabla \cdot q + \sigma : \dot{\epsilon}(v) \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

### I.4.1. Les lois de comportement

La loi de comportement est une relation entre le tenseur des contraintes et le tenseur des vitesses de déformation, qui traduit le comportement rhéologique du milieu. Pour les polymères, les principales lois de comportement utilisées sont les suivantes :

#### I.4.1.1. Comportement newtonien

Le comportement newtonien défini par Newton dans le cas du cisaillement d'un liquide visqueux entre deux plaques, a été mis en équation par Navier en 1823. Il traduit la proportionnalité entre le déviateur des contraintes et le tenseur des vitesses de déformation :

$$\underline{\underline{s}} = 2\eta_0 \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \quad (\text{I.9})$$

$\eta_0$  est la viscosité newtonienne (constante), exprimée en Pa.s.

#### I.4.1.2. Comportement pseudo plastique

Il est reconnu expérimentalement que les polymères fondus n'ont pas un comportement newtonien : leur viscosité n'est pas constante mais évolue avec le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Pour des cisaillements faibles, la viscosité atteint un palier, appelé palier newtonien. Au-delà de ce palier, elle décroît lorsque le cisaillement augmente.

Ce comportement peut être décrit, aux forts taux de cisaillement en approximant en coordonnées logarithmiques la courbe  $\eta = f(\dot{\gamma})$  par une droite (loi de type puissance (Fig.I.17)).

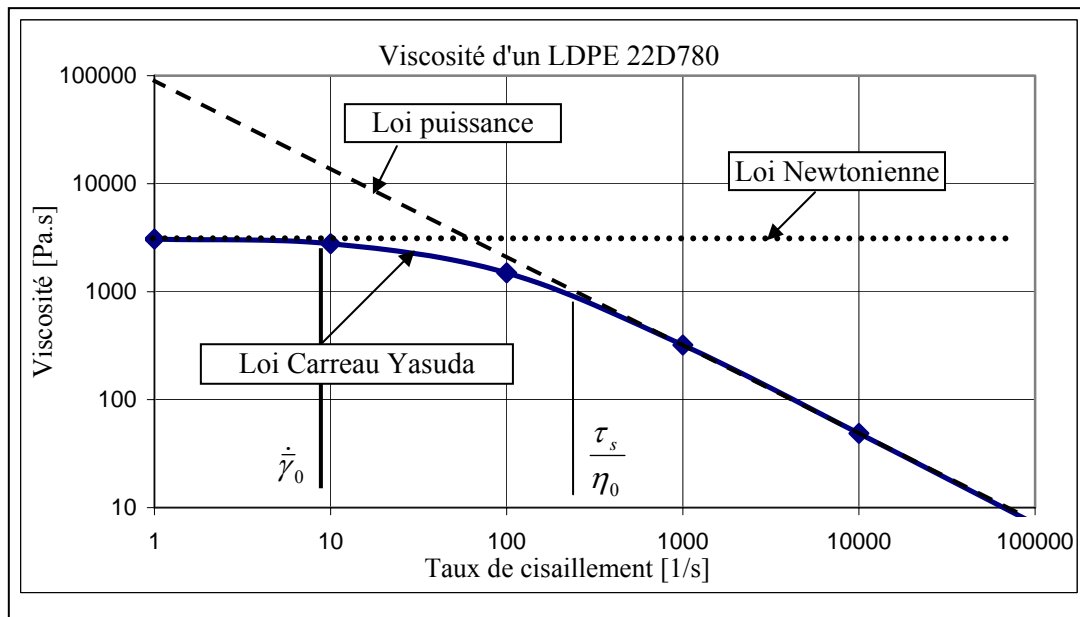


Figure I. 17. Viscosité d'un LDPE 22H780 à  $T = 220^\circ$ .

✓ **Loi de type puissance (Oswald-De Waele Law)**

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_0 (\dot{\gamma})^{m-1} \quad (\text{I.10})$$

$m$  est l'indice de pseudo-plasticité. Pour un comportement newtonien,  $m=1$ , un comportement plastique  $m=0$ . Le défaut de cette modélisation est qu'elle fait tendre la viscosité vers l'infini lorsque  $\dot{\gamma}$  tend vers 0. Pour décrire le comportement typique des polymères fondus, diverses lois semi-empiriques ont été utilisées (loi de Cross, Carreau, Carreau-Yasuda).

✓ **Loi de Cross**

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{\eta_0}{\tau_s} \dot{\gamma}\right)^{1-m}} \quad (\text{I.11})$$

Le rapport  $\frac{\tau_s}{\eta_0}$  est le taux critique de cisaillement caractérisant la transition entre le plateau newtonien et la droite donnée par la loi puissance, à laquelle la viscosité commence à diminuer (Fig. I.17).

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\eta_0 \frac{\dot{\gamma}}{\tau_s}\right)^{1-m}} \quad (\text{I.12})$$

✓ **Loi de Carreau**

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_0 \left( 1 + \left( \eta_0 \frac{\dot{\gamma}}{\tau_s} \right)^2 \right)^{\frac{m-1}{2}} \quad (\text{I.13})$$

✓ **Loi de Carreau Yasuda**

$$\eta = \eta_0 \left[ 1 + \left( \eta_0 \frac{\dot{\gamma}}{\tau_s} \right)^a \right]^{\frac{(m-1)}{a}} \quad (\text{I.14})$$

Le paramètre ( $a$ ) représente la largeur de la région de transition entre  $\eta_0$  et la région de loi puissance (Fig.I.17).

**I.4.1.3. La variation de la viscosité avec la température**

La viscosité dépend aussi fortement de la température (Fig. I.18) : le paramètre  $\eta_0$  peut varier notablement d'une température à une autre. La façon la plus simple et la plus courante de tenir compte de ce phénomène est d'utiliser une loi d'Arrhenius.

✓ **Loi d'Arrhenius**

$$\eta_0(T) = \eta_0(T_{ref}) \exp \left[ \frac{E}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) \right] \quad (\text{I.15})$$

Où  $E$  est l'énergie d'activation,  $R$  est la constante des gaz parfaits et  $T_{ref}$  est la température de référence.

✓ **Loi de W.L.F (William, Landel, Ferry)**

Applicable aux polymères amorphes entre la température de transition vitreuse  $T_G$  et  $T_G + 100^\circ\text{C}$  [AGA86].

$$\eta(T) = \eta_G \exp \left( \frac{-C_{1G}(T - T_G)}{C_{2G} + T - T_G} \right) \frac{T \rho}{T_G \rho_G} \quad (\text{I.16})$$

$\eta_G$  et  $\rho_G$  sont la viscosité et la masse volumique à la température  $T_G$ ,  $C_{1G}$  et  $C_{2G}$  sont des coefficients dépendant du polymère.

Ou encore [BAL03]

$$\eta_0(T) = \eta_0(T_{ref}) \exp \left[ \frac{C_1(T_{ref} - T_G)}{C_2 + (T_{ref} - T_G)} - \frac{C_1(T - T_G)}{C_2 + (T - T_G)} \right] \quad (I.17)$$

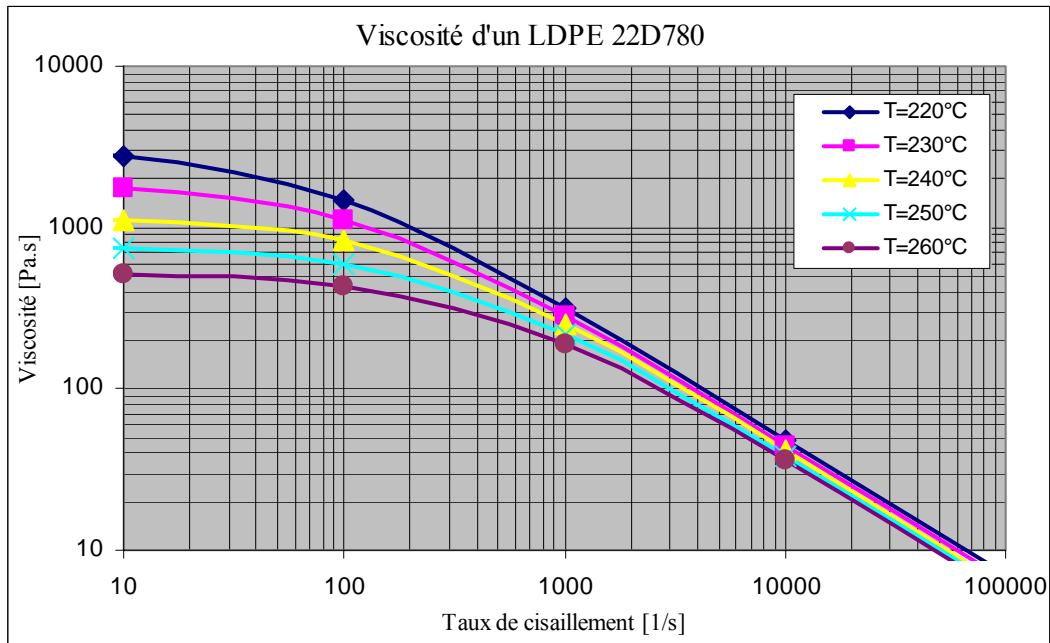


Figure I. 18. Variation de la viscosité en fonction de la température.

#### I.4.1.4. Loi de comportement viscoélastique

Il existe un très grand nombre de lois de comportement rhéologique permettant de rendre compte du comportement d'un polymère fondu (voir par exemple [AGA, 96]). Ces modèles (Loi Maxwell, White-Metzner...) ont pour objectif de décrire les propriétés viscoélastiques du fluide qui le distinguent d'un fluide purement visqueux : dépendance du comportement en fonction du temps, effet Weissenberg, comportement singulier sous sollicitation elongationnelle.

## I.5. La simulation du procédé d'extrusion

Côté modélisation, il existe actuellement plusieurs logiciels de simulation numérique des écoulements des matières plastiques fondues (extrusion et/ou injection), utilisant des approches simplifiées tels que les approximations de la lubrification hydrodynamique (Cadmould<sup>®</sup>), qui sont rapides mais de précision limitée. En revanche, d'autres logiciels telles que (Rem3D<sup>®</sup>, POLYFOW<sup>®</sup>, PELDOM<sup>®</sup>, HYPERXtrude, Dieflow<sup>®</sup> ...), utilisant la

simulation de ces écoulement en trois dimensions, sont plus précis et nous permettent de prévoir les défauts qui peuvent apparaître, mais le calcul est plus long. Dans ces circonstances, il est impératif d'étudier l'influence du maillage sur le temps de calcul.

### I.5.1. Les modèles bidimensionnels (2D couche mince)

Les modèles 2D couche mince, aussi appelés modèles 2,5D ou modèles de Hele-Shaw, ont été développés sur une modélisation plus simplifiée que celle que nous utiliserons. Ces approximations (cinématiques) consistent à supposer que les termes d'élongation sont petits devant les termes de cisaillement et que la pression est uniforme dans l'épaisseur de l'écoulement. Ces modèles reprennent les approximations de la lubrification hydrodynamique et les appliquent à des écoulements tridimensionnels. S'appuyant sur le fait que les géométries présentent de faibles épaisseurs  $h$  par rapport aux autres dimensions  $L$  soit :

$$\frac{h}{L} \ll 1 \quad (\text{I.18})$$

Mais aussi que ces épaisseurs présentent de faibles variations soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial x} \ll 1 \\ \frac{\partial h}{\partial y} \ll 1 \end{array} \right. \quad (\text{I.19})$$

C'est sur cette modélisation que reposent certains logiciels de simulation du procédé (extrusion, injection) actuels. Le champ de vitesse est obtenu à partir du champ de pression calculé par intégration (équation d'équilibre). Les méthodes numériques utilisées pour résoudre l'équation en pression dans le plan sont variées (différences finies, volumes ou éléments finis). De nombreuses variantes ont été développées à partir de ce formalisme: calculs thermomécaniques et prise en compte de la viscosité des matériaux permettent par exemple d'affiner les résultats. Plusieurs auteurs ont étudié l'écoulement en extrusion à l'aide des modèles de Hele-Shaw. Vergnes [VER79] utilise les approximations de la lubrification hydrodynamique pour modéliser l'écoulement dans une filière de câblerie. Puissant et al. [PUI94] utilisent la filière plate type «porte manteaux » pour simuler l'écoulement isotherme en coextrusion de plusieurs polymères. CHEN et al. [CHE97b] ont étudié à l'aide d'un modèle 2D non isotherme, l'influence des conditions opératoires, le type de matériaux, et la géométrie de la filière sur la distribution des vitesses à la sortie d'une filière de profilé. Smith et al [SMI98a], [SMI03a], [SMI03b], ont utilisé le même modèle (approximation de la lubrification hydrodynamique) pour résoudre l'écoulement isotherme newtonien et non newtonien dans une filière plate. Néanmoins, certaines limitations persistent. La première est naturellement la contrainte de se restreindre aux cas qui ne mettent pas en défaut les



approximations de la lubrification hydrodynamique. La seconde, pénalisante dans le cas d'une utilisation industrielle, est la difficulté à choisir et définir la fibre neutre (demi-épaisseur) sur laquelle on va effectuer le calcul.

### I.5.2. Les modèles tridimensionnels (3D approche volumique)

Plusieurs méthodes numériques sont utilisées pour la résolution des écoulements tridimensionnels, adaptées au problème de Stokes ou de Stokes généralisé: la méthode des volumes finis est, par exemple, largement répandue car elle permet une implantation simple des lois physiques complexes. Cependant, elle devient délicate à manipuler pour des géométries complexes. Dans ce cadre, on peut citer Nobrega et al. [NOB04], Carneiro et al. [CAR04] qui ont modélisé à l'aide de la méthode des volumes finis des écoulements tridimensionnels dans une filière de profilé afin d'optimiser la répartition des vitesses à la sortie. D'autres méthodes telle que la méthode des éléments frontières ne nécessitent pas le maillage du domaine. Ces méthodes n'ont pas, à ce jour, atteint le potentiel des méthodes éléments finis (voir l'étude de Busuladzic [BUS04] qui utilise la méthode des éléments frontières pour modéliser l'écoulement tridimensionnel Newtonien du mélange des polymères). Khayat et al. [KHA95] utilisent les éléments frontières sur des cas tridimensionnels de petites dimensions.

La méthode des éléments finis est largement utilisée dans la simulation des écoulements des polymères fondus, elle est plus adaptée pour des géométries complexes. Dans ce cadre, on peut citer Wang [WAN91] qui l'utilise pour résoudre l'écoulement visqueux et isotherme, afin d'étudier l'influence de la géométrie d'une filière plate sur la pression et sur la répartition des vitesses à la sortie de filières. Gifford [GIF97] utilise un logiciel basé sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle "Dieflow", qui permet de simuler l'écoulement en extrusion et/ou en coextrusion [GIF00], avec prise en compte de la flexion des lèvres à la sortie de la filière [GIF98]. Reifchneider [REI02] utilise un logiciel HyperXtrude, afin d'analyser et optimiser la répartition des vitesses à la sortie d'une filière plate.

Vaddiraju et al. [VAD04], Reifschneider et al. [REI04] ont utilisé un logiciel de simulation tridimensionnel Polyflow®, afin de simuler l'écoulement en surface libre à la sortie d'une filière de profilé. Gifford [GIF01a] [GIF01b] a fait une étude théorique sur l'effet du glissement sur la répartition des vitesses à la sortie d'une filière plate en changeant les conditions aux limites dans une analyse tridimensionnelle (Dieflow®). Sun et Gupta [SUN04] utilisent le logiciel PELDOM® [GUP99] basé sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle, afin de simuler l'écoulement dans une filière plate type porte manteau. Ils ont étudié l'effet viscoélastique d'un polyéthylène basse densité «PEBD», sur la répartition des vitesses à la sortie d'une filière plate ainsi que sur la pression et la température. Les phénomènes viscoélastiques sont surtout importants dans les écoulements à surface libre (en sortie de la filière par exemple) ou lorsque la géométrie évolue de façon brutale. Pour cela, dans cette étude seulement le comportement visqueux est considéré.

Selon SUN et Gupta [SUN03a] [SUN03b] et Gupta [GUP03], l'effet viscoélastique n'a pas d'influence sur la distribution de vitesse à la sortie d'une filière plate. Les équations constitutives utilisées dans REM3D<sup>®</sup> donnent une expression de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et de la température.

Par la suite, nous nous limiterons à la description des méthodes éléments finis utilisée dans le logiciel Rem3D<sup>®</sup>. Plus précisément, nous nous concentrerons sur les méthodes éléments finis dites « méthodes mixtes », c'est à dire pour lesquelles les champs de vitesse et de pression sont déterminés simultanément.

Il y a d'autres approches qui consistent à traiter le terme d'incompressibilité par pénalisation. Son principe repose sur la dissociation des résolutions en vitesse et en pression (en faisant disparaître la dépendance en pression dans l'équation d'équilibre). Mais cette méthode a plusieurs inconvénients surtout lorsque l'on s'intéresse à des cas tridimensionnels et le système matriciel du problème pénalisé (obtenu après application du principe des puissances virtuelles) est mal conditionné pour être traité par un solveur itératif. Ce sont ces quelques observations qui ont mené au développement dans le logiciel Rem3D<sup>®</sup> de méthodes mixtes pour le problème de Stokes et/ou de Stokes généralisé.

### I.5.3. Formulation numérique du problème mécanique dans Rem3D<sup>®</sup>

Rem3D<sup>®</sup> est un logiciel commercial développé par le CEMEF et Transvalor, basé sur la méthode des éléments finis dans une formulation mixte en vitesse/pression. De nombreux projets ont participé au développement de ce logiciel notamment les travaux de [PIC98], [PIC99], [BIG01], [BAT02], [SIL04]. Nous nous contentons ici de lister quelques fonctionnalités.

Mailleurs :

Rem3D<sup>®</sup> utilise des éléments 3D tétraédriques, linéaires et non-structurés. On trouve aussi un mailleur surfacique, un mailleur STL, un mailleur Anisotrope [GRU04],

Solveur :

- ✓ le solveur mixte mini-élément P1+/P1 (vitesse, pression) qui résout les équations de Navier-Stokes [BIG01] compressibles et viscoplastiques [SIL04],
- ✓ le solveur mixte Galerkin discontinu P0/P0+ (température, flux) [BAT04] qui résout l'équation de la chaleur.
- ✓ le solveur Galerkin discontinu P0 qui résout les équations d'advection : l'équation de transport [BAT02], et l'équation d'évolution de l'orientation macromoléculaire [SIL04].

Les procédés industriels que peut modéliser Rem3D<sup>®</sup> [SIL03], [GRU04]:

- ✓ l'extrusion et l'injection (remplissage, compactage et refroidissement) des thermoplastiques, des thermo-durcissables et des élastomères [SIL04].
- ✓ toutes les variantes multi domaines de l'extrusion et de l'injection, à savoir : la co-extrusion, la co-injection, l'injection assistée gaz ou eau, le surmoulage et l'injection avec fibres;
- ✓ d'autres procédés multi domaines, comme : la fonderie, l'expansion de mousses polymères [BRU04] et le filage de fibre de verre [RIN04].

Une méthode mixte, comme toute méthode éléments finis, requiert le choix d'une discrétisation :

### I.5.3.1. Discrétisation du problème mécanique

Le principe des puissances virtuelles, forme faible de la conservation de la quantité de mouvement, appliqué au domaine  $\Omega$  occupé par la matière et associé à la forme faible de la condition d'incompressibilité, donne la formulation faible mixte en vitesse et pression du problème mécanique.

Elle consiste à trouver le couple  $(v, p)$ , tel que pour tout  $(v^*, p^*)$  le système suivant soit résolu :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v) : \varepsilon(v^*) d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot v^* d\Omega = - \int_{\partial\Omega} \tau(v) \cdot v^* \partial\Omega \\ - \int_{\Omega} p^* \nabla \cdot v d\Omega = 0 \end{array} \right. \quad (I.20)$$

où  $\tau$  représente le vecteur des contraintes.

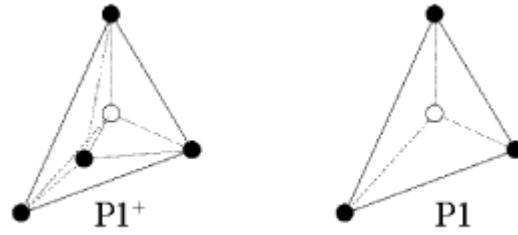
### I.5.3.2. Discrétisation spatiale

La méthode des éléments finis consiste à décomposer le domaine global  $\Omega$  en un ensemble de sous domaines appelés éléments. Pour cela, le domaine  $\Omega$  va être approximé en un domaine  $\Omega_h$ .  $\Omega_h^e$  est noté comme étant l'élément  $e$  du maillage  $T_h$  tel que :

$$\Omega_h = \bigcup_{e \in T_h} \Omega_h^e \quad (I.21)$$

Le MINI-élément ( $P1+ / P1$ ) [ARN84], compatible à pression continue est utilisé dans ce logiciel de calcul [BIG01], [SIL04]. La discrétisation à pression continue aboutit à un système

matriciel plus petit et donc mieux adapté au 3D. De plus elle se prête bien aux résolutions itératives, ce qui est un avantage considérable, car un solveur itératif est plus efficace qu'un solveur direct pour le traitement des cas tridimensionnels.



**Figure I. 19.** Schéma de principe de l'élément P1+/P1 [SILO4].

L'élément P1+/P1 utilise une interpolation linéaire en vitesse et en pression. Il a la particularité de posséder des degrés de liberté additionnels en vitesse supplémentaire en son centre appelé « bulle ». La fonction bulle est linéaire continue sur les sous-tétraèdres et s'annule sur les faces du tétraèdre [COU91]. Les champs de vitesse et de pression discrets s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} v = v^l + v^b = \sum_{i=1}^{Nn} v_i^l N_i^l + \sum_{j=1}^{Nel} v_j^b N_j^b \\ P = \sum_{i=1}^{Nn} P_i N_i^l \end{array} \right. \quad (\text{I.22})$$

où  $Nn$  et  $Nel$  sont respectivement le nombre de noeuds et d'élément du maillage, la fonction  $N_i^l$  est la fonction d'interpolation d'ordre 1 associée au noeud  $i$  et  $N_j^b$  est la fonction d'interpolation de type bulle, linéaire sur chacun des 4 sous-tétraèdres valant 1 au centre et 0 sur les faces extérieures.

De plus, la formulation faible mixte posée précédemment est simplifiée par application du principe d'orthogonalité avec des éléments P1+/P1. Il consiste à écrire que pour un tenseur constant  $M$  dans l'élément et pour tout champ de type bulle, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega^{elem}} M : \nabla v^b d\Omega = 0 \\ \int_{\Omega^{elem}} \nabla v^b : \nabla v^l d\Omega = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I.23})$$

Il est possible d'écrire dans le cadre de la formulation vitesse/pression :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^l + v^b) : \varepsilon(v_i^*) d\Omega = \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^l) : \varepsilon(v_i^*) d\Omega \\ \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^l + v^b) : \varepsilon(v_b^*) d\Omega = \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^b) : \varepsilon(v_b^*) d\Omega \end{array} \right. \quad (\text{I.24})$$

Le principe des puissances virtuelles appliqué au champ de vitesse ainsi décomposé donne après vérification du principe d'orthogonalité le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^l) : \varepsilon(v_l^*) d\Omega - \int_{\partial\Omega} p \nabla(v_l^*) d\Omega = - \int \tau(v^l) : v_l^* d\partial\Omega \\ \int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^b) : \varepsilon(v_b^*) d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla(v_b^*) d\Omega = 0 \\ - \int_{\Omega} p^* \nabla(v^l) d\Omega - \int_{\Omega} p^* \nabla(v^b) d\Omega = 0 \end{array} \right. \quad (I.25)$$

### I.5.3.3. Algorithmes de résolution

Le système global sous forme matricielle à résoudre est le suivant :

$$\begin{pmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A_b & B_b \\ B^T & B_b^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_l \\ V_b \\ P_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (I.26)$$

où

- $V_l$  est le vecteur contenant les composantes des vitesses en chaque sommet des tétraèdres,
- $V_b$  est le vecteur contenant les composantes des vitesses aux nœuds internes ;
- $P_l$  est le vecteur des degrés de liberté en pression,
- $A$  est la matrice symétrique associée à la forme discrète du terme:  $\int_{\Omega_h} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^l) : \varepsilon(v_l^*) d\Omega$
- $A_b$  est la matrice symétrique associée à la forme discrète du terme :  $\int_{\Omega} 2\eta(\dot{\gamma}) \varepsilon(v^b) : \varepsilon(v_b^*) d\Omega$
- $B$  est associé au terme :  $-\int_{\Omega} p \nabla \cdot v_l^* d\Omega$
- $B_b$  est associé au terme :  $-\int_{\Omega} p (\nabla \cdot v_b^*) d\Omega$
- $F$  exprime les conditions aux limites.

Par une technique de condensation, les degrés de liberté liés à la bulle sont éliminés.

On obtient ainsi une formulation mixte en vitesse-pression avec pour seules inconnues les valeurs nodales des trois composantes de la vitesse et des pressions en chaque sommet du tétraèdre. Cette technique d'élimination des degrés de liberté supplémentaires permet de se ramener localement à une approximation du type  $(P1+ / P1)$ . Les contributions élémentaires

du sous-système se réduisent alors à :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_l \\ P_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.27})$$

$$\text{Où } C = -B_b^T (A_b)^{-1} B_b$$

Dans le cas d'un comportement pseudo plastique,  $A(v)$  dépend des vitesses nodales. Donc le système est non linéaire. Il sera résolu par la méthode de Newton-Raphson.

Le résidu est défini par :

$$R_s(V, P) = \begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ P \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.28})$$

La méthode de Newton permet de résoudre :

$$\frac{\partial R_s(V^k, P^k)}{\partial V} \delta V^k = -R_s(V^k, P^k) \quad (\text{I.29})$$

et :

$$(V^{k+1}, P^{k+1}) = (V^k, P^k) + (\delta V^k, \delta P^k) \quad (\text{I.30})$$

avec  $k$  indice d'itération. La valeur de  $(\delta V, \delta P)$  est calculée avec une tolérance  $\varepsilon_r$  d'erreur sur le résiduel et  $(V, P)$  sont mis à jour par  $(V, P) + (\delta V, \delta P)$ . Le processus continue jusqu'à ce que  $\frac{|(\delta V, \delta P)|}{|(V, P)|} < \varepsilon_v$  soit vérifié où  $\varepsilon_v$  est la tolérance sur le vecteur de solution.

Dans le logiciel Rem3D<sup>®</sup>, la résolution du système se fait de manière itérative par la méthode GMRES. L'intérêt d'une méthode itérative par rapport à une méthode directe est considérable, non seulement en terme de temps de calcul mais aussi en terme du coût de stockage.

#### I.5.3.4. Couplage thermomécanique

Dans la section précédente, l'écoulement incompressible isotherme d'un fluide visqueux a été considéré. Dans le cas visqueux, la viscosité dynamique est fonction de la vitesse de déformation, mais également de la température  $T$ . L'équation de la chaleur est une équation de convection-diffusion. Les techniques classiques de Galerkin produisent des instabilités numériques, alors que les problèmes de diffusion peuvent causer des oscillations pendant le traitement des chocs thermiques (par exemple le cas de l'injection). Pour éviter des difficultés

de stabilité dues à la convection, la méthode discontinue de Galerkin d'Espace-Temps (STDG) présentée par [BAT04] est utilisée car elle est stable pour des problèmes de forte convection. L'équation d'équilibre de la température peut être écrite :

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T + \nabla \cdot q = \dot{f} \\ q + \hat{a} \nabla T = 0 \end{cases} \quad (\text{I.31})$$

Avec  $\hat{a}$  coefficient de diffusion  $\hat{a} = \frac{k}{\rho \hat{c}}$ ,  $f$  le terme source  $\dot{f} = \frac{1}{\rho \hat{c}} \sigma : \varepsilon$ .

Ces équations sont résolues par découplage des différents problèmes [SIL03]: un solveur mécanique qui détermine la vitesse et la pression en tout point du maillage; un solveur thermique qui détermine la température. Le modèle spatial utilise une technique Galerkin/Galerkin discontinu, avec une formulation mixte P1+/P1 en vitesse/pression et P0/P0+ en température/flux de chaleur.

## I.6. Conclusion du chapitre

Nous avons présenté dans ce chapitre une vue générale sur le procédé d'extrusion et les défauts qui peuvent apparaître. La simulation numérique tridimensionnelle en utilisant le logiciel Rem3D<sup>®</sup> nous permet d'aborder la majorité des cas réels, et de prévoir ces défauts avec plus de précision.

Toutefois, la complexité des pièces, exige des temps de simulation élevés. Afin de minimiser ces défauts, et de limiter le nombre de simulation, il s'avère nécessaire de choisir une stratégie d'optimisation efficace.

Dans le chapitre qui suit, nous allons présenter un état de l'art des méthodes d'optimisation appliquées dans le cas de l'optimisation en mise en forme, et une description de la procédure d'optimisation développée.

## Chapitre II. Méthodes d'optimisation et stratégies appliquées dans notre travail.

Ce chapitre expose les caractéristiques principales des méthodes et stratégies adoptées pour la résolution des problèmes d'optimisation. Nous débuterons par une présentation des méthodes d'optimisation les plus connues et les plus utilisées ainsi que les fonctions de qualité qui peuvent être définies et utilisées pour la formulation d'un problème d'optimisation en extrusion. Ensuite, nous nous attarderons sur la méthode et les stratégies d'optimisations adaptées dans notre travail pour optimiser le procédé et/ou la géométrie des filières d'extrusion.

### II.1. Méthodes et stratégies d'optimisation

L'écoulement du polymère au cours du procédé d'extrusion est complexe, les défauts d'extrusion dépendent de nombreux paramètres tels que :

- La géométrie de la filière ;
- Les conditions opératoires : pression, débit et température ;
- Les paramètres matériaux tel que l'indice de pseudo plasticité.

Les défauts d'extrusion doivent alors être pris en compte le plus rapidement possible dans la mise en forme des matières plastiques, et spécialement dans notre cas pour l'extrusion. Ceci permettra d'apporter des modifications sur la géométrie de la tête d'extrusion et/ou modifier la température de régulation et le débit, pour éviter les défauts comme les lignes de soudure, la mauvaise répartition des vitesses, les problèmes de stagnation.

L'optimisation repose sur l'idée de transformer le problème de conception optimale en un problème de minimisation. A partir de ces résultats, on définit des critères d'optimisation. Si l'un des critères d'optimisation n'est pas respecté, on modifie alors le processus en changeant les valeurs de certains paramètres d'entrée. Pour chaque critère retenu, la mesure de la « non qualité » du procédé est obtenue par son expression mathématique  $f$  (fonction coût). Le vecteur optimal des paramètres  $x$  est alors solution du problème.

Pour réduire le nombre des pièces défectueuses et pour faciliter la mise au point des outils, il s'avère nécessaire d'arriver à une meilleure compréhension de l'influence de différents paramètres du procédé sur la qualité de la pièce. Ainsi, la maîtrise et l'optimisation de certains paramètres géométriques ou opératoires du procédé permettent d'améliorer la qualité des pièces et la robustesse du procédé. En effet, la réussite du procédé d'extrusion repose généralement sur un minutieux travail de mise au point. L'utilisation de la simulation numérique couplée avec un algorithme d'optimisation mathématique permet une analyse



qualitative (répartition des vitesses à la sortie des filières, débit, temps de séjours) et une mise au point automatique et virtuelle. Avant de formuler le problème d'optimisation, il faut s'interroger sur l'objectif recherché : les fonctions objectifs, les contraintes et les variables à optimiser.

### II.1.1. Problème d'optimisation

L'optimisation est un outil important en sciences appliquées et pour l'analyse des systèmes physiques. Pour utiliser cet outil, on doit d'abord identifier quelques objectifs. Ces objectifs peuvent être par exemple une consommation, un rendement, un coût, une durée de développement, ou n'importe quelle quantité ou combinaison de quantités qui peut être représentée avec une valeur algébrique. Dans la vie courante, nous sommes fréquemment confrontés à des problèmes d'optimisation plus ou moins complexes. Ces problèmes peuvent être exprimés par la définition d'une fonction objectif (on dit aussi: fonction coût ou fonction profit), que l'on cherche à optimiser (minimiser ou maximiser) par rapport aux variables (degrés de liberté ou facteur) concernées dans un espace borné et souvent en présence de contraintes, soit d'inégalité de type  $g_i(x) \leq 0$  et/ou d'égalité de type  $h_j(x) = 0$ . Ainsi, un problème général d'optimisation peut être formulé de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f(x), x = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \\ g_i(x) \geq 0 \quad i = 1, \dots, m_g \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, m_h \\ \text{avec } x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{array} \right. \quad (\text{II.1})$$

$f(x)$  est le critère à minimiser appelé fonction objectif ;

$x$  est un vecteur à  $n$  variables qui représentent les paramètres du problème à optimiser;

$g_i(x)$  et  $h_j(x)$  représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité ;

$x_{\min}$  et  $x_{\max}$  désignent les contraintes de domaine ;

$\mathfrak{R}^n$  est l'espace de recherche borné par les contraintes de domaine.

La solution d'un problème d'optimisation est alors donnée par un ensemble de paramètres  $x^*$  pour lesquels la fonction objectif  $f$  présente une valeur minimale, en respectant les limitations d'égalité, d'inégalité et de domaine.

On appelle solution optimale de l'équation (II.1) une solution qui minimise  $f(x)$  sur l'ensemble de toutes les solutions. Il est souvent possible de caractériser les optimums locaux d'un problème, en vérifiant les conditions d'optimalité nécessaires et/ou suffisantes. Par contre, il est impossible de caractériser un optimum global sauf dans le cas très particulier des programmations mathématiques convexes. Selon les caractéristiques du problème

d'optimisation, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution pour identifier sa solution.

La construction d'un modèle approprié est le premier travail à faire, souvent c'est l'étape la plus importante dans le processus d'optimisation. Si le modèle est très simplifié, il ne pourra pas représenter le problème pratique, mais s'il est très complexe il deviendra très difficile à résoudre. La connaissance et l'intuition du modélisateur sont importantes aussi bien dans la formulation d'un modèle avec un degré approprié de complexité que dans l'interprétation des résultats du processus d'optimisation. Dès que le modèle a été formulé, un algorithme d'optimisation peut être utilisé pour la résolution du problème.

Il n'existe pas un algorithme d'optimisation universel. Il existe plutôt beaucoup d'algorithmes adaptés à des types particuliers de problèmes d'optimisation. Il est alors laissé à la responsabilité de l'utilisateur le choix d'un algorithme qui soit approprié pour son application. Ce choix est fondamental, il peut déterminer le succès ou l'échec dans la recherche de la solution optimale et peut aussi influencer beaucoup le temps de calcul nécessaire à l'estimation de la solution.

### II.1.2. Fonction objectif

Un algorithme d'optimisation nécessite généralement la définition d'une fonction rendant compte de la pertinence des solutions potentielles, à partir des grandeurs à optimiser. Nous la nommerons fonction objectif. L'algorithme convergera vers un optimum de cette fonction, quelle que soit sa définition. La solution dépendra donc de la pertinence de la " question " posée. La fonction  $f$  doit donc exprimer le désir de l'utilisateur sous forme d'une fonction mathématique à plusieurs variables  $x_1, \dots, x_n$ . Sa définition peut être simplement analytique, ou elle peut faire appel à un modèle numérique du dispositif étudié.

### II.1.3. Espace de recherche (limitations)

Il est généralement nécessaire de définir un espace de recherche fini. Cette limitation de l'espace de recherche est faite de manière à ce que les intervalles de définition des variables soient en général naturellement limités. Par exemple, les quantités telles que la densité ou le taux d'intérêt sur un prêt ne peuvent pas être négatifs. De plus, on a souvent une idée des ordres de grandeur des variables du problème.

Nous désignerons par  $x_i^{\min}$  et  $x_i^{\max}$  les bornes de chaque variable  $x_i$  :

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \quad (\text{II.2})$$

### II.1.4. Conditions d'optimalité

Avant de considérer les différents algorithmes d'optimisation, nous allons résumer brièvement les conditions qui permettent d'atteindre l'optimum désiré [MIN83a], [NAC98].

Si  $f(x)$  est une fonction deux fois continûment différentiable de  $\mathfrak{R}^n$ , une condition nécessaire pour que  $x^*$  soit un minimum local de  $f$  est :

- Le gradient  $\{\nabla f(x^*)\} = \{0\}$  ( $x^*$  est un point stationnaire de la fonction  $f(x)$ ) (II.3)

- Le Hessian  $\nabla^2 f(x^*) = \frac{\partial^2 f(x^*)}{\partial x_i \partial x_j}$  est une matrice semi-définie positive. (II.4)

Le point  $x^*$  est appelé aussi minimum local fort de  $f(x)$  si le Hessian est défini positif en  $x^*$ .

La définition d'un optimum global  $x^*$  d'une fonction  $f(x)$  est:

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n, x \neq x^* \quad (\text{II.5})$$

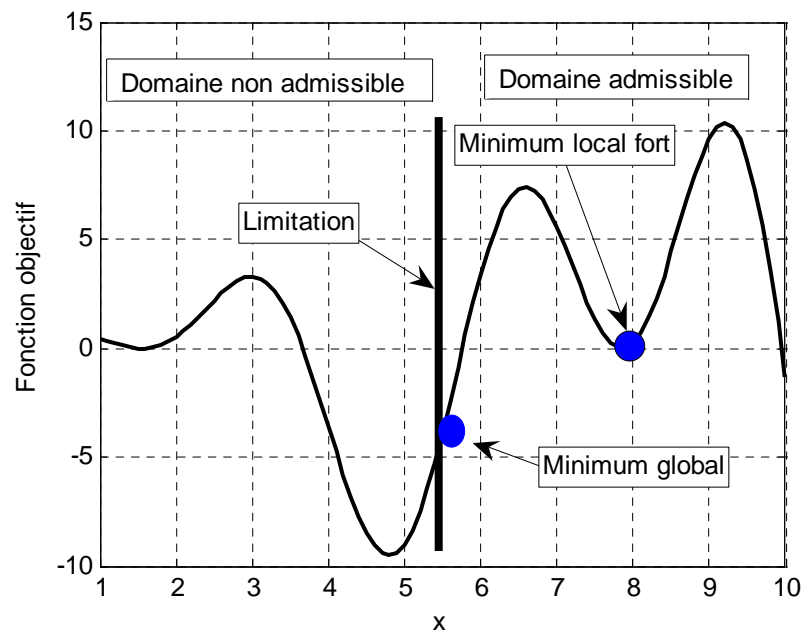


Figure II. 1. Différents types de minima dans le cas unidimensionnel.

On peut remarquer sur la figure II.1, que la situation pour les problèmes d'optimisation avec contraintes est beaucoup plus complexe. La présence d'une limitation géométrique sous forme d'une simple borne sur les valeurs permises pour les variables, fait que le minimum global peut prendre une valeur extrême, un extremum. Il faut noter que certaines méthodes de traitement des limitations transforment le problème d'optimisation en un autre problème équivalent sans contraintes, mais avec une fonction objectif différente.

### II.1.5. Normalisation

Pour améliorer la vitesse de convergence et éviter les difficultés numériques il est souhaitable d'homogénéiser les quantités utilisées par l'algorithme d'optimisation (fonction objectif, limitations et variables de conception) en les rendant adimensionnelles et normalisées.

La normalisation des variables joue un rôle très important non seulement sur la convergence d'un algorithme d'optimisation mais aussi sur la qualité de la solution optimale. En général il s'agit d'une transformation linéaire des variables originales en un nouveau jeu de variables appelées variables transformées. Le choix de ces deux quantités peut se faire de manière à réaliser différents objectifs :

- Éviter les erreurs d'arrondis de la machine.
- Remédier à l'instabilité de l'algorithme d'optimisation lorsqu'il existe des écarts trop importants entre les variables (exemple :  $x_1 = 10^{-5}$ ,  $x_2 = 10^{+4}$ ).

Ainsi, nous utilisons des variables centrées réduites,  $x_i^c$ . Centrées pour indiquer le changement d'origine du domaine et réduites pour signaler la modification de l'unité :

$$x_i^c = \frac{x_i^r - \bar{x}_i}{P_i} \quad (\text{II.6})$$

$$P_i^x = \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{2} \quad (\text{II.7})$$

avec la moyenne arithmétique :

$$\bar{x}_i = \frac{x_i^{\max} + x_i^{\min}}{2} \quad (\text{II.8})$$

$x_i^{\min}$  et  $x_i^{\max}$  sont les limites inférieure et supérieure et  $x_i^r$  est la variable courante mesurée en unités habituelles.

On aura donc :  $x_i^c \in [-1 \ 1]$ . L'intérêt de ce changement est de présenter le domaine d'étude de la même manière quelle que soit la plage de variation et de manipuler des variables de conception sans unité.

La valeur de la fonction limitation est aussi comprise entre -1 et 1. Elle est positive si la condition n'est pas respectée et négative sinon :

$$g_i = \frac{g_i}{\max(|g_i|)} \quad (\text{II.9})$$

Par contre la valeur de la fonction objectif est inférieure à 1 si la fonction objectif diminue par rapport à sa valeur initiale  $f^0$  sinon elle est supérieure à 1, avec  $f^i \geq 0$ . La fonction objectif normalisée est définie par :

$$f = \frac{f^i}{f^0} \quad (\text{II.10})$$

Il faut noter que l'utilisation de ces techniques de normalisation, nécessite la modification de l'expression du gradient et du Hessien, lorsqu'ils sont nécessaires à l'algorithme d'optimisation utilisé.

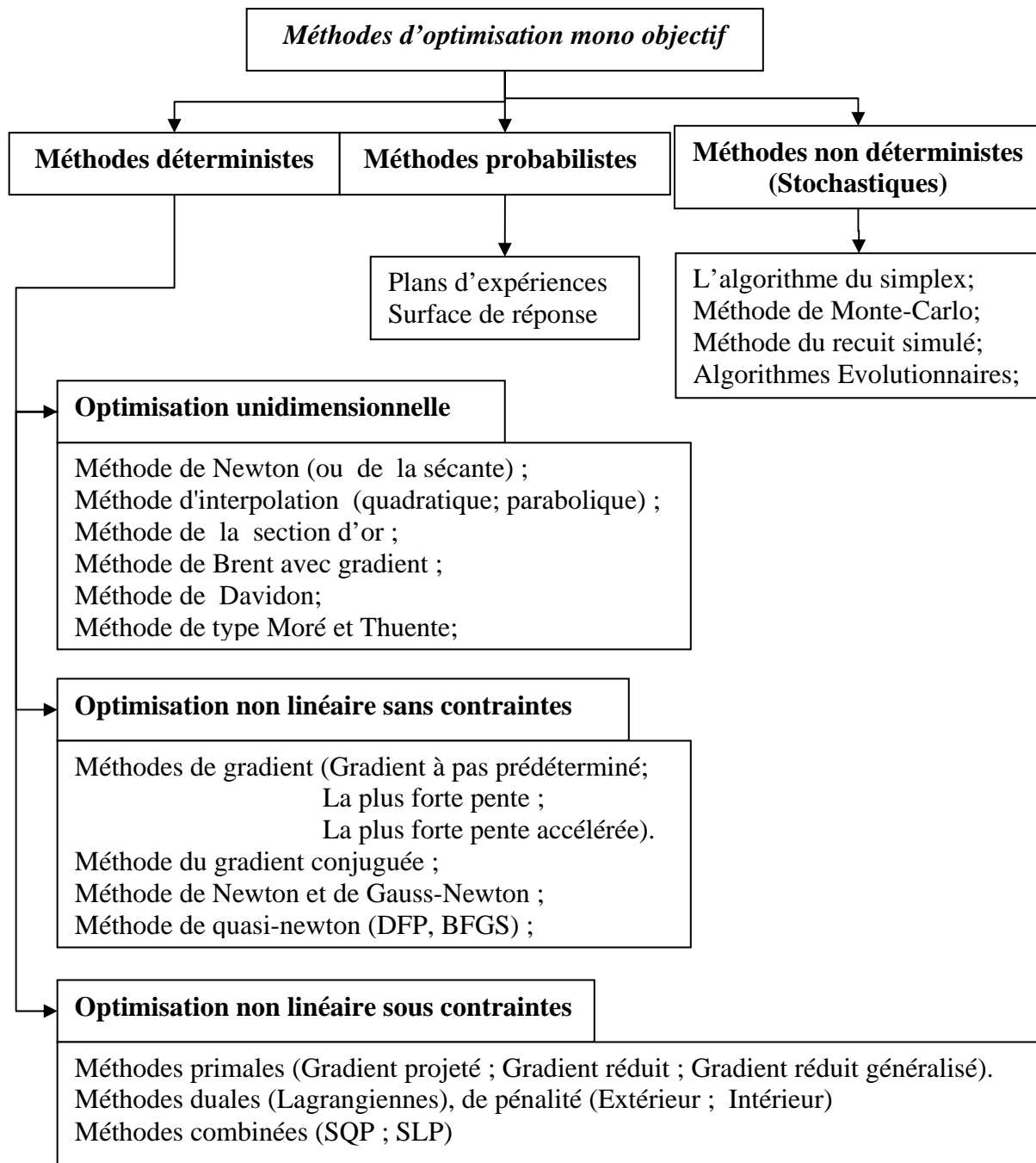
## II.2. Classification des Méthodes d'optimisations

Une fois définie la fonction à optimiser, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé. Selon le problème, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution, pour trouver le minimum (Fig.II.2).

Cependant, beaucoup de méthodes ne sont valables que pour certains types de problèmes. Ainsi, il est important de bien connaître les caractéristiques du problème posé, afin d'identifier la technique appropriée pour sa résolution. Les problèmes d'optimisation sont classés en fonction des caractéristiques mathématiques de la fonction objectif, des limitations et des variables d'optimisation. Différentes manières permettent de classer les méthodes d'optimisation :

- Optimisation avec ou sans contrainte ;
- Optimisation locale ou globale ;
- Optimisation stochastique ou déterministe ;
- Optimisation continue ou discrète.

La distinction la plus importante du point de vue de l'optimisation numérique multidirectionnelle est celle entre les problèmes avec contraintes et ceux sans contraintes.



**Figure II. 2.** Classification des méthodes d'optimisation.

Nous allons examiner dans un premier temps les méthodes qui nécessitent la connaissance des dérivées (d'ordre 1 ou 2) des fonctions et des contraintes, on les appellent aussi méthodes déterministes, en commençant par les algorithmes classiques de minimisation sans contrainte, certaines de ces techniques servant de base aux algorithmes de minimisation du problème général (avec contraintes). Nous examinerons ensuite les méthodes pour lesquelles aucun calcul de dérivée n'est nécessaire (méthodes stochastique) ainsi que les méthodes probabilistes.

### II.2.1. Méthodes déterministes

Ces méthodes utilisent souvent les propriétés de la fonction à optimiser, telles que :  $f$  est continue et dérivable en tout point du domaine des solutions; selon l'utilisation des dérivées de la fonction objectif par rapport aux variables. Ces méthodes permettent d'accélérer la localisation du point d'optimisation, une fois que la direction de recherche de la solution est déterminée. Il existe deux grandes stratégies de choix de la direction de descente  $d$  au point  $x$  :

$$\text{La stratégie de Cauchy : } d = -\nabla f(x) \quad (\text{II.11})$$

$$\text{La stratégie de Newton : } d = -(\nabla^2 f(x))^{-1} \nabla f(x) \quad (\text{II.12})$$

La première conduit aux algorithmes de gradient, la seconde aux algorithmes newtoniens. La stratégie de Cauchy calcule la direction,  $d = -\nabla f(x)$ , pour laquelle:  $\nabla f(x)^T d = -\|\nabla f(x)\|^2$ .

$d$  est une direction de descente dès que  $\nabla^2 f(x)$  est définie positive.

Les algorithmes newtoniens ont une vitesse de convergence quadratique. Ils sont donc plus rapides que les algorithmes de gradient. Mais ils sont plus coûteux, et surtout moins robustes : loin d'un minimum local, la direction de Newton n'est plus nécessairement une direction de descente.

#### II.2.1.1. Méthodes d'optimisation sans contraintes

On se propose ici de résoudre le problème :

$$\begin{cases} \text{minimiser} & f(x) \\ x \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Le déroulement d'un algorithme itératif d'optimisation sans contrainte peut se résumer, pour chaque itération  $k$ , de la manière suivante :

- a) recherche d'une direction  $d$ .
- b) calcul du déplacement  $\lambda_k$  à effectuer dans la direction  $d_k$ , pour minimiser  $f(x_k + \lambda_k d_k)$ .
- c) actualisation pour l'itération suivante :  $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$

L'étape a) consiste à déterminer une direction de descente, c'est à dire vérifiant :

$$d_k \cdot \nabla f(x_k) < 0 \quad (\text{II.14})$$

L'étape b) constitue un problème d'optimisation unidimensionnel sans contrainte dont les méthodes usuelles de résolution sont présentées dans [MIN83a], [BON97].

$$\begin{cases} \text{Min } \Phi(\lambda) \\ \lambda \in \mathfrak{R}^+ \end{cases} \text{ avec } \Phi(\lambda) = f(x_k + \lambda d_k) \quad (\text{II.15})$$

### ✓ Méthode de gradient

Les méthodes de gradient utilisent les informations fournies par les dérivées premières de la fonction objectif. On considère donc une fonction  $f$  continue, à dérivées premières continues. Ces méthodes consistent à chercher un point  $(x^*)$  stationnaire tel que  $(\nabla f(x^*) = 0$  par des procédures itératives. La direction normalisée  $d$  de plus forte décroissance de  $f$  au voisinage d'un point  $x$  est donnée par :

$$d = -\frac{\nabla f(x)}{\|\nabla f(x)\|} \quad (\text{II.16})$$

A chaque itération  $k$ , on calcule  $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$  où  $d_k$  est la direction de déplacement choisie. Cette méthode est très simple à implanter. En revanche, lorsque l'on s'approche du minimum, le gradient tend vers zéro et la vitesse de convergence diminue très fortement.

### ✓ Méthode du gradient conjugué (C.G)

Il s'agit d'une méthode de plus profonde descente où, à chaque itération, on corrige les directions de descente de manière à accélérer la convergence de la méthode. C'est l'une des méthodes les plus employées pour l'optimisation multidimensionnelle. Cette méthode a été conçue à l'origine pour la minimisation des fonctions quadratiques et convexes. Suite à des améliorations introduites, la méthode a été étendue pour le cas général. [FLE87, MIN83b].

La direction de descente,  $d_k$ , dépend des itérations précédentes, dans le cas de la méthode dite de Fletcher-Reeves.

$$d_k = -\nabla f(x_k) + C_{k-1}^{FR} d_{k-1} \quad (\text{II.17})$$

Le coefficient,  $C_k$ , est écrit sous la forme :

$$C_k^{FR} = \frac{\langle \nabla f(x_{k+1}) | \nabla f(x_{k+1}) \rangle}{\langle \nabla f(x_k) | \nabla f(x_k) \rangle} \quad (\text{II.18})$$

Si on n'obtient pas une direction de descente, on réinitialise le gradient pour s'assurer de la convergence de cette méthode. La méthode de gradient conjugué est rapide et emploie peu de stockage. En revanche, la convergence peut devenir très difficile pour des problèmes de grandes tailles.



### ✓ Méthode de Newton

Cette méthode est reconnue pour être une des plus efficaces pour les fonctions quadratiques [BON97]. Pour une fonction non linéaire quelconque, cette méthode ne converge pas nécessairement vers un minimum global. De plus, elle nécessite le calcul du vecteur gradient et de l'inverse du Hessien de la fonction objectif (lequel doit être strictement défini positif) qui s'avère le plus souvent coûteux et très difficile à réaliser. Afin de contourner cette difficulté une approximation de la matrice Hessienne est souvent utilisée, qui est à la base des algorithmes de Gauss-Newton [BON97]. Il est largement utilisé en identification de paramètres rhéologiques [GAV96] [GHO98] [YOS98]. Dans ce type de problème, la fonction à minimiser est l'écart entre des prédictions et des mesures. Diot et al [DIO03] ont utilisés pour cela un code OPTPAR qui est un module d'optimisation de type Gauss-Newton, pour l'identification des paramètres rhéologiques en appelant un logiciel de calcul par éléments finis Forge2<sup>®</sup>.

Toutes les variantes de la méthode de Newton consiste à calculer  $x_{k+1}$ , de manière à minimiser une approximation quadratique locale,  $\tilde{f}(x)$ , de la fonction objectif :

$$\tilde{f}(x) = f(x_k) + \nabla f(x_k)^T x + \frac{1}{2} x^T \nabla^2 f(x_k) x \quad (\text{II.19})$$

La formule itérative se déduit telle que :

$$x_{k+1} = x_k - [\nabla^2 f(x_k)]^{-1} \nabla f(x_k) \quad (\text{II.20})$$

Pour améliorer les propriétés de convergence de la méthode de Newton, de nombreuses méthodes vont porter sur la reformulation de l'équation (II.20).

### ✓ Méthode de quasi-Newton

Dans de nombreux problèmes, le calcul et l'inversion du Hessien de la fonction objectif, à chaque étape de l'algorithme, risquent de rendre la méthode trop coûteuse.

Les méthodes de type quasi-Newton pallient cette difficulté en remplaçant le Hessien ou, directement, son inverse par une approximation actualisée à chaque étape en fonction de l'évolution de l'algorithme. Ainsi, l'approximation  $B_{k+1}$  de l'inverse du Hessien au point  $x_k$  est calculée à partir de l'approximation précédente  $B_k$  et des accroissements :  $\delta_k = x_{k+1} - x_k$ , et :  $y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$  du point courant et du gradient de telle sorte que la matrice  $B_k$  reste symétrie, définie positive, et vérifie la relation caractéristique des méthodes de type Quasi-Newton :

$$B_k y_k = \delta_k \quad (\text{II.21})$$

La stratégie la plus simple pour vérifier la relation (II.21) consiste à actualiser l'approximation de l'inverse de Hessien  $B_k$  suivant la formule utilisée par l'algorithme de :

#### Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k \cdot y_k \cdot y_k^T \cdot B_k}{y_k^T \cdot B_k \cdot y_k} + \frac{\delta_k \cdot \delta_k^T}{\delta_k^T \cdot y_k} \quad (\text{II.22})$$

#### Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno (abrégé en BFGS)

$$B_{k+1} = B_k - \frac{\delta_k \cdot y_k^T \cdot B_k + B_k \cdot y_k \cdot \delta_k^T}{\delta_k^T \cdot y_k} + \left[ 1 + \frac{y_k^T \cdot B_k \cdot y_k}{\delta_k^T \cdot y_k} \right] \frac{\delta_k \cdot \delta_k^T}{\delta_k^T \cdot y_k} \quad (\text{II.23})$$

Cet algorithme est peu sensible aux imprécisions de la procédure de recherche linéaire. Ceci permet de s'affranchir d'une recherche linéaire exacte dont la résolution est souvent aussi coûteuse que celle du problème initial. Néanmoins, la convergence globale n'est assurée que si l'algorithme est périodiquement réinitialisé. Pour un problème d'extrusion, Kusiak et Thompson [KUS89] ont ainsi mis en évidence l'efficacité des méthodes de quasi-Newton en comparant une méthode DFP, un algorithme du gradient et une méthode d'ordre 0. Formeent et al. [FOR05] afin de minimiser les défaut de repli dans le procédé de forgeage, ont utilisé et comparé un algorithme BFGS avec un algorithmes d'ordre 0 et un algorithme hybride en ce qui concerne l'efficacité et la vitesse de convergence. La méthode BFGS semble la plus adaptée aux problèmes d'optimisation en mise en forme. Dans le cas de l'extrusion des matières plastiques, Ettinger et al. [ETT04] ont utilisé cet algorithme pour homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie d'une filière de profilé. De même Sun et Gupta [SUN03] l'ont utilisé pour optimiser la géométrie d'une filière plate en modifiant la fonction objectif par une pondération pour prendre en compte une contrainte sur la pression. Sienz et al [SIE06] ont comparé un algorithme BFGS avec d'autres algorithmes d'ordre zéro en ce qui concerne l'efficacité et la capacité d'obtenir une répartition homogène des vitesses en optimisant la géométrie d'une barre d'étranglement d'une filière plate.

### **II.2.1.2. Méthodes d'optimisation sous contraintes**

La plupart des méthodes d'optimisation sous contraintes [BON97] existantes en programmation non linéaire peuvent se classer en trois groupes:

Les méthodes primales (ou directes) ;

Les méthodes duales (utilisant la notion de dualité) ;

Les méthodes combinées (conjointes).

Nous allons maintenant nous intéresser à la condition nécessaire et suffisante d'optimalité locale, dites conditions de *Kuhn* et *Tucker*, pour des problèmes de type :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ \quad g_i(x) \leq 0 \quad \forall i \in I = \{1, 2, \dots, m_g\} \\ \quad h_j(x) = 0 \quad \forall j \in J = \{1, 2, \dots, m_h\} \\ x \in \mathfrak{R}^n \end{array} \right. \quad (\text{II.24})$$

Dans le cas où les fonctions  $f$ ,  $g_i$  ( $i \in I$ ) et  $h_j$  ( $j \in J$ ) sont convexes et continûment différentiables et pour que  $x^*$  soit un optimum global de (x) il faut et il suffit qu'en  $x^*$  les conditions suivantes soient vérifiées :

Il existe des scalaires  $\kappa_i^* \geq 0 \quad \forall i \in I$  et  $\mu_j^* \quad \forall j \in J$  ( $\mu_j^*$  non contraints en signe) tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla L(x^*, \kappa^*, \mu^*) = \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^{m_g} \kappa_i^* \nabla g_i(x^*) + \sum_{j=1}^{m_h} \mu_j^* \nabla h_j(x^*) = 0 \\ \kappa_i^* g_i(x^*) = 0 \quad \forall i \in I \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

où la fonction lagrangien  $L(x, \kappa, \mu)$  est définie par :

$$L(x, \kappa, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_g} \kappa_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{m_h} \mu_j h_j(x) . \quad (\text{II.26})$$

où  $\kappa$  et  $\mu$  sont respectivement les multiplicateurs de Lagrange des contraintes d'inégalités et d'égalités.

### ✓ Méthodes primales

Les méthodes primales opèrent directement sur le problème donné. Elles engendrent une séquence de solutions satisfaisant les contraintes, en assurant une décroissance monotone de la fonction à minimiser. Elles sont difficiles à mettre en œuvre pour des contraintes non linéaires et la convergence globale est souvent difficile à obtenir. Parmi ces méthodes on peut citer les méthodes de directions réalisables, du gradient projeté ou des réduits [MIN83].

### ✓ Méthodes duales

Les méthodes duales proposent de ramener le problème initial à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans limitation. On distingue principalement les méthodes de pénalités (intérieure, extérieure), les méthodes lagrangiennes classiques et généralisées [MIN83].

Les méthodes de pénalités constituent une famille d'algorithmes particulièrement intéressants du point de vue de la simplicité. Le principe de base de ces méthodes consiste à transformer le

problème initial de l'équation (II.27) en une suite de problèmes d'optimisation pénalisé équivalent sans contrainte, équation (II.28).

$$\begin{cases} \text{minimiser} & f(x) \\ & g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m_g) \\ x \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

$$\begin{cases} \text{minimiser} & \psi(x, r) = f(x) + \sum_{j=1}^{m_g} \bar{r}(g_j(x)) \\ x \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Où la fonction  $\sum_{j=1}^{m_g} \bar{r}(g_j(x))$  est appelée fonction de pénalisation

Soit  $r$  la fonction définie par :

$$\begin{cases} \bar{r}(y) = 0 & \text{si } y \leq 0 \\ \bar{r}(y) = +\infty & \text{si } y > 0 \end{cases} \quad (y \in \mathfrak{R}) \quad (\text{II.29})$$

Les deux variantes les plus courantes et les plus utilisées, selon la définition de la fonction de pénalisation, sont les méthodes de pénalités extérieures et les méthodes de pénalités intérieures [MIN83]. Elles sont efficaces pour obtenir rapidement de bonnes solutions approchées d'un problème initial (équation (II.27)) ainsi que de bonnes approximations des multiplicateurs optimaux de *Kuhn* et *Tucker*. Cependant elles souffrent essentiellement du mauvais conditionnement de la fonction objectif transformée et des difficultés numériques, d'où un faible intérêt pratique. D'autre part, elles ne permettent généralement pas d'obtenir une précision élevée, car ceci nécessite de choisir des coefficients de pénalités très grands (pénalités extérieures) ou très petits (pénalités intérieures).

Dans ce cadre, on peut citer Sun et Gupta [SUN04] qui ont utilisé une méthode de pénalité intérieure pour minimiser l'écart relatif des vitesses à la sortie d'une filière plate, tout en évitant que la pression n'augmente pendant le processus d'optimisation. Nobrega et al. [NOB01], Carneiro et al. [CAR01] ont optimisé la géométrie d'une filière de profilé afin d'obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie, avec une contrainte imposée sur un rapport de forme de la filière. Ils ont utilisé une méthode de pénalité avec 75% de pondération sur la répartition des vitesses et 25% sur le rapport de forme. Pour minimiser la fonction objectif, ils ont utilisé un algorithme de recherche itérative. Smith et al [SMI98b] ont optimisé la géométrie d'une filière plate pour assurer une répartition uniforme du temps de séjours de la matière et des vitesses à la sortie avec une tolérance imposée. La fonction objectif est définie par une fonction de pénalité. Les sensibilités requises pour l'optimisation (BFGS) ont été calculées et comparées par différentiation directe et par la méthode de l'état adjoint. Ettinger et al. [ETT04] ont optimisé la géométrie d'une filière de profilé pour

homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie en utilisant l'algorithme BFGS, et ils ont comparé l'efficacité de cet algorithme avec d'autres méthodes d'optimisation à base d'approximations.

### ✓ Méthodes combinées

Comme nous l'avons exposé, les méthodes de pénalités ont souvent des difficultés numériques et un mauvais conditionnement de la fonction  $\psi(x, r)$  au voisinage de l'optimum (précision et choix des coefficients de pénalités).

Les méthodes combinées et en particulier celles de type SQP (Sequential Quadratic Programming) [BOG95], sont considérées comme les plus robustes et les plus efficaces pour la résolution des problèmes de programmation mathématique avec fonction objectif et contraintes fortement non linéaires.

Cette méthode se décompose en 4 principales parties (Fig. II.3) :

- Calcul de la fonction et du gradient au point actuel,
- Calcul de la direction d'avancée :
- Calcul du pas qui permet une diminution suffisante d'une fonction de mérite quantifiant l'objectif et les contraintes par une minimisation unidimensionnelle.
- Calcul du point suivant et approximation de la matrice Hessienne pour l'itération suivante.

De nombreux ouvrages et articles, qui ont été publiés sur ces méthodes d'optimisation [BON97] [FLE06] [BOG95], montrent leurs propriétés fondamentales qui font leur intérêt pratique. La plus intéressante est qu'elles ne nécessitent pas une solution initiale qui satisfait toutes les contraintes du problème. Cette méthode est largement diffusée dans le domaine des procédés de mise en forme. On la trouve en effet aussi bien appliquée aux problèmes d'optimisation en extrusion [SMI03a], [XIA04], [ULY02], [ULY99], [MIH98], en injection [MAT04], en emboutissage [NAC98].

Xiaorong et al. [XIA04] ont optimisé la géométrie d'une filière plate pour minimiser la pression à l'entrée de la filière avec une contrainte pour assurer une répartition homogène des vitesses à la sortie de la filière. Smith et al [SMI98a], [SMI03b], ont modélisé l'écoulement isotherme newtonien et non newtonien dans une filière plate type porte manteau, en utilisant les approximations de la lubrification hydrodynamique. Ils ont optimisé la filière pour minimiser la pression à l'entrée tout en assurant une répartition uniforme des vitesses à la sortie avec une tolérance imposée. Le même auteur [SMI03a] a minimisé la longueur de la filière en imposant des contraintes pour homogénéiser la répartition des vitesses et le temps de séjours. Une troisième contrainte a été imposée pour respecter la variation de l'épaisseur dans la filière.

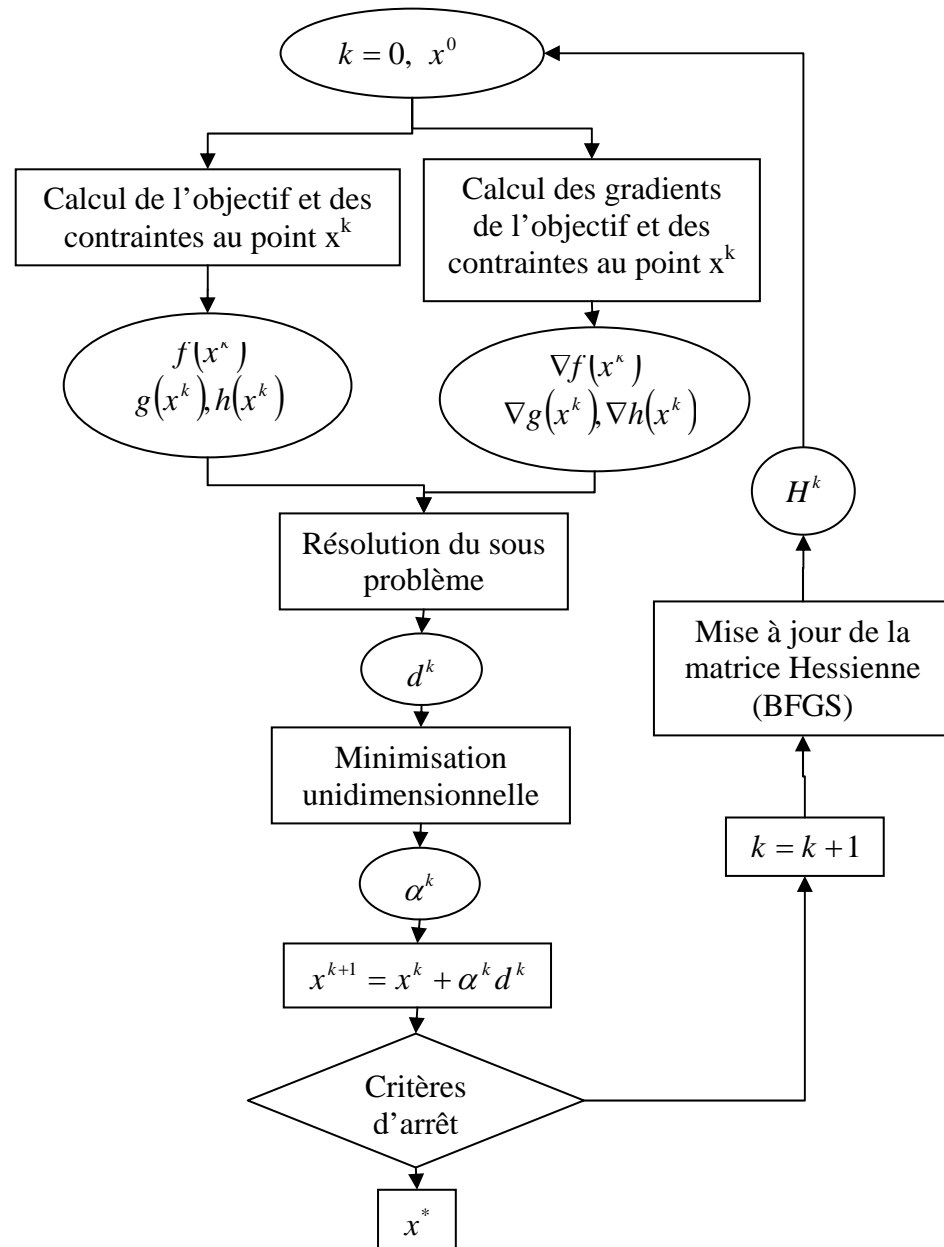


Figure II. 3. Algorithme SQP.

Le principe de base de ces méthodes est de formuler le problème initial en un point donné par un sous problème de programmation quadratique, en approximant la fonction objectif par une forme quadratique et en linéarisant les contraintes. Une fois que l'on connaît les gradients de l'objectif et des contraintes au point  $x$  à l'itération  $k$ , un problème non linéaire peut s'approcher au point  $x^k$  par un problème quadratique à contraintes linéaires. Pour tenir compte des non linéarités dans les limitations et en même temps les linéariser dans le sous problème quadratique, la méthode SQP utilise une expression quadratique du Lagrangien  $L$  et le problème de l'équation (II.24) est transformé en:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad i \in I = \{1, 2, \dots, m_g\} \\ h_j(x) = 0 \quad j \in J = \{1, 2, \dots, m_h\} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \min \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k + \nabla L^T(x_k, \kappa_k, \mu_k) d_k \\ \nabla h^T(x_k) d_k = -h(x_k) \\ \nabla g^T(x_k) d_k \leq -g(x_k) \end{array} \right. \quad (\text{II.30})$$

Le problème est toujours approximé en remplaçant  $\nabla L^T(x_k, \kappa_k, \mu_k) d_k$  par  $\nabla f^T(x_k) d_k$  et le sous problème quadratique devient finalement:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \tilde{f}(d) = \frac{1}{2} d_k^T H_k d_k + \nabla f^T(x_k) d_k \\ \nabla h^T(x_k) d_k = -h(x_k) \\ \nabla g^T(x_k) d_k \leq -g(x_k) \end{array} \right. \quad (\text{II.31})$$

La solution  $d_k$  de ce sous problème quadratique est utilisée pour générer une nouvelle solution  $x_{k+1}$  en faisant un pas  $\lambda_k$  sur cette direction  $d_k$ .

$H_k$  est la matrice Hessienne de la fonction Lagrangienne  $L(x, \kappa, \mu)$  à l'itération  $k$  et non de la fonction objectif seule.

$$H(x, \kappa, \mu) = \nabla_x^2 L(x, \kappa, \mu) = \nabla^2 f(x) + \sum_{i=1}^{m_g} \kappa_i \nabla^2 g_i(x) + \sum_{j=1}^{m_h} \mu_j \nabla^2 h_j(x) \quad (\text{II.32})$$

A chaque itération une approximation définie positive de la matrice hessienne est calculée par la méthode BFGS.

Les avantages de ces méthodes sont [BOG95]:

Les points successifs (y compris le point initial) ne sont pas forcément solution (ce qui est utile car la condition du point initial qui respecte les contraintes est difficile à respecter).

La solution repose sur la résolution d'un système quadratique à l'aide de procédures simples et connues.

L'algorithme BFGS est utilisé pour le calcul de la matrice Hessienne, la convergence est donc super linéaire (au lieu de quadratique lorsque la matrice est exacte). La convergence est assurée par le maintien des matrices Hessiennes successives définies positives.

Le tableau II.1 récapitule les principales méthodes d'optimisation sous contraintes utilisées dans le cas du procédé d'extrusion. Nous précisons la méthode et/ou l'algorithme d'optimisation utilisée ainsi que les variables d'optimisation, la fonction objectif, et les contraintes dans chaque étude.

**Tableau II. 1.** Optimisation sous contraintes en extrusion.

Auteur	Méthodes d'optimisation	Variables d'optimisation	Fonction objectif	Contraintes	Méthode de calcul
[BOY03]	G.P	Géométrie	L'énergie		M.E.F 2D
[SMI98b]	BFGS (DOT <sup>®</sup> ) + pénalité	Géométrie	Répartition des vitesses	Temps de séjours	M.E.F 2D
[NOB01] [CAR01]	Gradient+ pénalité	Géométrie	Répartition des vitesses	Rapport de forme	M.V.F 3D
[SUN04]	B.F.G.S+ pénalité	Géométrie	Répartition des vitesses	Pression	M.E.F.3D "PELDOM"
[SMI98a] [XIA04]	SQP (DOT <sup>®</sup> ) +AS	Géométrie	Pression	Répartition vitesses	M.E.F 2D
[SMI03b]	SQP. + S.L.P (DOT <sup>®</sup> ) et AS	Géométrie +Matière +Température	Pression	Répartition vitesses Rapport de forme	M.E.F 2D
[SMI03a]	S.Q.P (DOT <sup>®</sup> ) +AS	Géométrie	Longueur de la filière	Répartition vitesses Temps de séjours Rapport de forme	M.E.F 2D
[ULY02] [ULY99]	S.Q.P+AS	Géométrie	Répartition des débits		M.E.F 2D
[MIH98]	S.Q.P	Géométrie	Energie Diamètre du fil	Géométriques Force	M.E.F "ABAQUS"
[YAN01]	S.Q.P	Pression interne déplacement	Variation de l'épaisseur	La distance entre la forme désirée	M.E.F

(AS) (Analyse de Sensibilité), S.L.P (Sequential Linear Programming), DOT<sup>®</sup> Logiciel d'optimisation (Design Optimization Tools)

### II.2.2. Méthodes non déterministes (Stochastiques)

Ces algorithmes ne nécessitent pas le calcul du gradient de la fonction coût. Ils font appel à des tirages d'un nombre aléatoire de jeux de variables pour lesquelles les fonctions objectif et limitations sont évaluées. Ces méthodes sont souvent très faciles à mettre en oeuvre puisqu'elles ne nécessitent que des calculs directs de la fonction objectif sans avoir besoin des informations sur les dérivées. Le nombre d'évaluation des fonctions constitue une des faiblesses de ces méthodes. Les algorithmes les plus connus de cette catégorie sont les algorithmes évolutionnaires, l'algorithme du recuit simulé, l'algorithme de Monte-Carlo et la méthode du simplex. La plupart de ces algorithmes sont des méthodes d'optimisation globales, sauf celui du simplex.



### ✓ L'algorithme du simplexe

A chaque itération, un jeu de points est généré, en éliminant le point correspondant à la plus forte valeur de  $f$ , et en déterminant un nouveau point à l'aide de l'opération de réflexion. La position de ce point est ensuite modifiée par contraction ou expansion suivant la valeur de  $f$  en ce point. Lorsque l'on est proche de la valeur optimale et qu'aucune des opérations précédentes n'est satisfaisante, les points sont contractés suivant toutes les directions, en réduisant la zone de recherche.

Cet algorithme a été utilisé par Noberga et al [NOB04] pour l'optimisation d'une géométrie d'une filière de profilé. L'algorithme d'optimisation a été couplé automatiquement avec un logiciel de calcul par volume fini en 3D. Deux stratégies d'optimisation ont été appliquées soit en optimisant la longueur ou l'épaisseur des canaux en utilisant 5 variables d'optimisation. Les paramètres géométriques optimum de la filière qui donnent une répartition homogène des vitesses à la sortie ont été déterminés respectivement au prix de 43 heures et de 111 heures de temps CPU.

D'autres applications de cet algorithme ont été proposées. Coupez et Nouatin [COU99] l'utilisent pour optimiser le profil du champ de vitesse dans un procédé d'injection 3D. Ils ont fait varier deux paramètres qui représentent les angles d'injection. La convergence est réalisée en 12 itérations. Lee et al [LEE00] l'utilisent pour homogénéiser la taille des grains dans le procédé d'extrusion à chaud. Pour cela, ils optimisent la forme de la filière qui est décrite à l'aide d'une courbe de Bezier.

### ✓ Méthode de Monte-Carlo

Seuls les déplacements aléatoires permettant de diminuer la fonction objectif sont acceptés. Pour obtenir des résultats statistiquement fiables, il est nécessaire de réaliser un grand nombre d'évaluations de la fonction (à partir de nombreux points de départ) et ce nombre doit être d'autant plus grand que le nombre de paramètres est élevé. Une telle méthode est donc avantageuse par sa simplicité mais nécessite un temps de calcul pénalisant.

L'algorithme correspondant s'écrit donc simplement :

1. Générer un point initial  $x$ ,
2. Générer un point  $x_0$  par une opération aléatoire sur  $x$ ,
3. Si  $f(x_0)$  est meilleur que  $f(x)$ , alors  $x = x_0$  et retour en 1. Sinon retour en 2.

### ✓ Méthode du recuit simulé

Cette méthode a été développée par analogie à la physique (procédés de recuit des matériaux) [DRE03]. Le principe est d'effectuer des déplacements aléatoires à partir d'un point initial. Si

un déplacement mène à une valeur plus petite de la fonction objectif, il est accepté. Sinon, il est accepté avec une certaine probabilité.

### ✓ Algorithmes Evolutionnaires (AE)

Les Algorithmes Evolutionnaires (AE) sont inspirés de la génétique et des mécanismes de la sélection naturelle basés sur la théorie de l'évolution de Darwin. On cherche alors la meilleure combinaison de ces valeurs pour obtenir le maximum d'adéquation. A chaque génération, une nouvelle population du même nombre d'individus est créée par :

1. évaluation des individus (calcul de la valeur de la fonction de chaque individu),
2. sélection des individus les plus forts (la valeur de la fonction est la plus grande),
3. reproduction par croisement entre les individus les plus forts et mutation (modification aléatoire de certains paramètres).

En général, ils sont divisés en quatre catégories principales :

- Algorithmes Génétiques (AG) qui s'appuient avant tout sur une représentation binaire des individus.
- Stratégies d'Evolution (SE) qui s'appuient sur une représentation en nombres réels et de dimension fixe des individus, ainsi que sur un opérateur de mutation gaussienne.
- Programmation Génétique (PG) qui consiste à faire évoluer des individus dont la structure est similaire à celle des programmes informatiques.
- Programmation Evolutionnaire (PE) cherche la relation entre les parents et leurs descendants plutôt que sur les opérateurs génétiques.

Ce sont des méthodes d'optimisation globales. Leur robustesse et leur souplesse permettent d'aborder les problèmes les plus difficiles. De plus, leur capacité à travailler sur des espaces de recherche discret ainsi que leur faible besoin d'information sur le problème (seulement la fonction coût) offrent un large champ d'application. Ils ont donc été appliqués avec succès à de nombreux problèmes notamment en génie civil [SAH05a], [SAH05b], en optimisation de forme en emboutissage [BAH05], en forgeage [DO06], en extrusion à chaud des matériaux métalliques [LI04a], [ANT02]. Dans le cas de l'extrusion des matières plastiques, Michaeli et al [MIC01], [MIC04] ont optimisé une géométrie d'une filière plate et une filière de profilé en utilisant la stratégie évolutionnaire. Pour simuler l'écoulement dans la filière ils ont couplé la méthode des éléments finis avec la méthode FAN (Flow Analysis Network) pour diminuer le temps de calcul. Sienz et al [SIE06] ont utilisé un AG pour optimiser la géométrie de la barre d'étranglement d'une filière plate afin d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie. Chung et Hwang [CHU97] ont utilisé l'algorithme génétique pour l'optimisation de filières d'extrusion. La forme de la filière est décrite à l'aide d'une courbe spline. Les auteurs proposent de résoudre indépendamment trois problèmes : minimisation de la force d'extrusion, homogénéisation des déformations sur le produit

extrudé et minimisation du pic de pression en entrée de filière, à l'aide d'un algorithme à population réduite.

Le principal inconvénient des A.G. est leur coût. Ils nécessitent en effet un grand nombre d'évaluations pour aboutir à l'optimum : c'est la conséquence de la non utilisation d'autre information sur la fonction.

Le tableau II.2 récapitule les principales Méthodes d'optimisation non déterministes utilisées dans le cas du procédé d'extrusion. Nous précisons la méthode et/ou l'algorithme d'optimisation utilisé ainsi que les variables d'optimisation, et la fonction objectif dans chaque étude.

**Tableau II. 2.** *Optimisation stochastique en extrusion.*

Auteur	Méthode d'optimisation	Variables d'optimisation	Fonction objectif	Méthodes de calcul
[NOB04a] [CAR04]	Simplex	Géométrie	Répartition des vitesses	M.V.F
[SIE 06]	A.G	Géométrie	Répartition des vitesses	M.E.F 2D
[MIC04]	A.E	Géométrie	Répartition des vitesses	(M.E.F & FAN )3D
[YU04]	AG	Géométrie	Répartition d'épaisseur	M.E.F BlowSim
[CHU97]	AG	Géométrie	Minimisation Force et pression Homogénéisation des déformations	M.E.F 2D
[LI04]	AG	Température Vitesse de déformation, Pression	Force de déformation	N.N.A
[ANT02]	A.G	Géométrie	Energie	M.E.F 2D

### II.2.3. Méthodes probabilistes (Plan d'expérience & surface de réponse)

#### II.2.3.1. Plan d'expérience

A l'origine, les plans d'expériences ont été créés pour s'appliquer au traitement des données expérimentales. Grâce à eux, l'expérimentateur peut répondre aux questions :

Comment sélectionner les expériences à faire et quelle est la meilleure stratégie pour aboutir le plus rapidement possible aux résultats espérés avec une bonne précision, en évitant des expériences inutiles, et conduire à la modélisation et à l'optimisation des phénomènes étudiés.

Une littérature abondante existe sur les plans d'expériences, mais dans le cas de calcul numérique, tous les aspects liés aux erreurs de mesure sont sans objet. Grâce au plan

d'expériences, nous pouvons éviter des évaluations de la fonction coûts inutiles et économiser le temps de résolution. Les plans d'expériences, notamment la méthode Taguchi [ALE95], [MOH05], [IDR02], permettent d'obtenir des renseignements précieux sur les variables importantes du procédé afin d'atteindre les objectifs recherchés. Les effets des différents facteurs peuvent être représentés sur des graphiques pour favoriser la discussion et conduire à l'identification de ceux influents et au développement d'un modèle approché pour la modélisation.

Dans ce cadre, Chen et al. [CHE97b] ont montré, en utilisant la méthode de Taguchi, que les conditions opératoires, le type des matériaux, et la géométrie de la filière ont une grande influence sur la distribution des vitesses à la sortie d'une filière de profilé. Cependant 5 grands facteurs influencent la répartition des vitesses : le matériau (l'indice de pseudo-plasticité pour une loi puissance), le débit, et trois paramètres géométriques de la filière. Nobrega et al. [NOB03] ont étudié l'influence de la géométrie d'une filière de profilé pour des conditions opératoires et rhéologiques différentes afin d'obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie. [YU04] a déterminé l'influence des variables d'optimisation sur la répartition de l'épaisseur dans le cas de l'extrusion soufflage des bouteilles. Dans le procédé d'extrusion à chaud plusieurs auteurs ont étudié l'influence des conditions opératoires et de la géométrie sur la qualité du produit ou sur la contrainte [KO01], [JOU93], [MIL04], [CHE97a]. Duan et al [DUA04] ont étudié, dans le cas de l'extrusion à chaud de l'aluminium, l'influence des paramètres d'optimisation sur l'occurrence des fissures par la combinaison de la méthode de Taguchi avec un logiciel de calcul par éléments finis. Hsiang et Kuo [HSI03], à partir des résultats expérimentaux d'extrusion à chaud des feuilles d'alliage de magnésium, ont étudié à l'aide de la méthode de Taguchi divers paramètres du procédé, pour augmenter la résistance à la traction des feuilles de magnésium extrudé. Ayad et al. [AYA05], déterminent les paramètres de comportement du matériau et du procédé les plus importants afin de diminuer la dimension du problème d'optimisation.

Dans le domaine d'optimisation numérique, un plan d'expériences peut être utilisé comme un support ou une étape préliminaire à l'optimisation par la méthode de surface de réponse (*Response surface methods RSM*).

### II.2.3.2. Méthode de surface de réponse

La méthode de surface de réponse (*RSM*) [MYR02, SIE06, BON05a, BAH05] consiste à construire une expression approchée  $\tilde{f}$  de la fonction coût à partir d'un nombre limité d'évaluations de la fonction réelle. Dans la majorité des problèmes d'optimisation, les fonctions objectif et contraintes sont implicites par rapport aux variables d'optimisation : leurs évaluations sont synonymes d'analyses (éléments finis, volume finis,...) et constituent, de loin, l'opération la plus coûteuse de la procédure d'optimisation. De ce fait, les méthodes les plus efficaces font appel aux concepts d'approximation. Elles remplacent le problème de

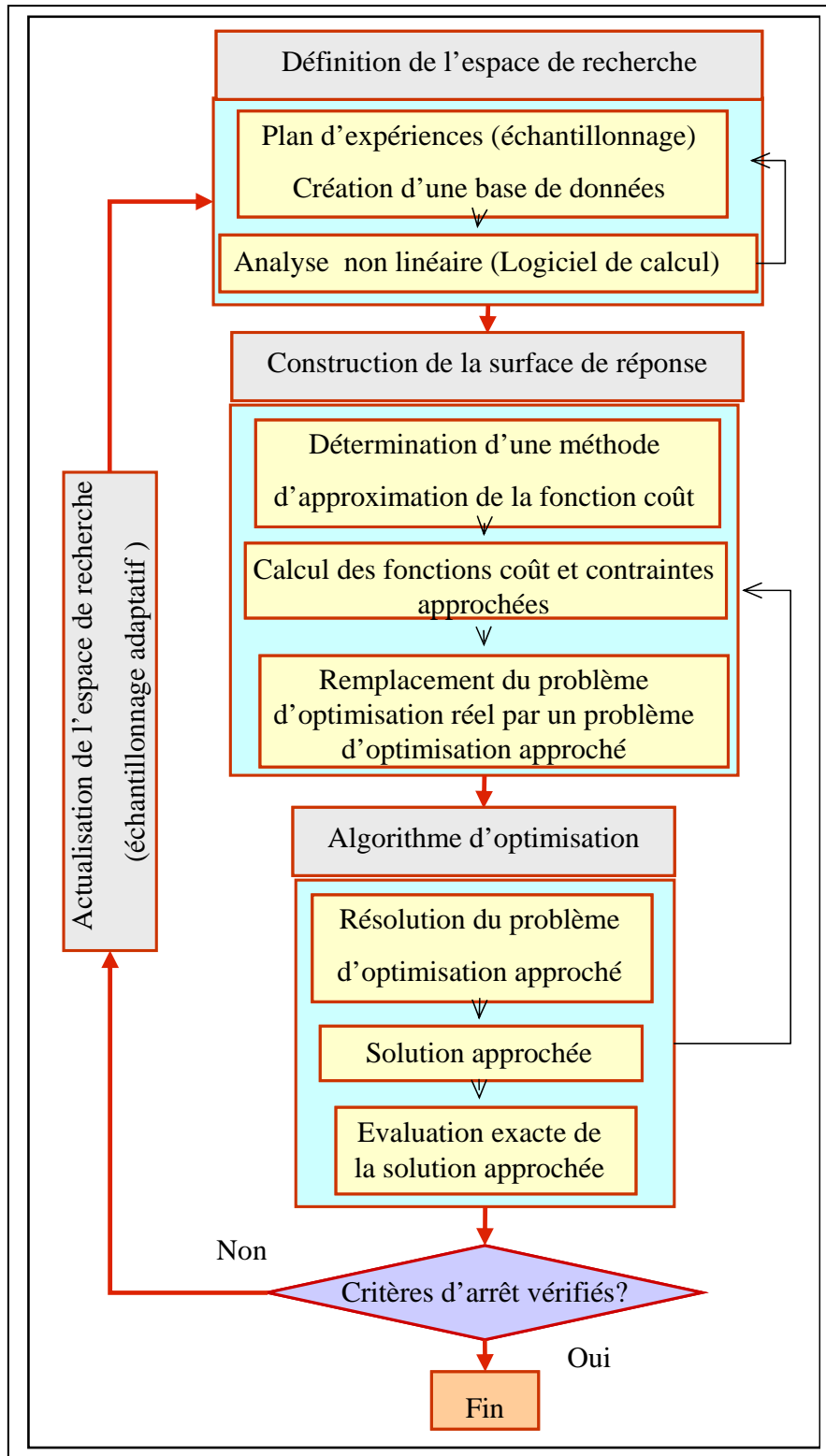
conception initial par une série de problèmes approchés et explicites. L'approximation de la réponse est construite à partir des points d'évaluation choisis par l'utilisateur en fonction de la méthode d'approximation utilisée (diffuse [FAS04], Krigeage, splines, ...) et/ou en fonction du plans d'expérience choisis. Le choix du plan d'expérience, les modes d'interpolation, ainsi que l'algorithme d'optimisation constituent les éléments déterminant de ces méthodes. La qualité de la solution obtenue est en grande partie fonction de ces paramètres.

Un des avantages de la méthode (*RSM*) est de définir par avance un nombre limité de points d'évaluation disposé selon un plan d'expérience [GOU99], [MON05], [LEE01], dans lequel toutes les variables pertinentes varient systématiquement. De plus, la démarche d'optimisation utilisant cette méthode est rapide puisque l'approximation est explicite. L'ensemble  $k_0$  de points d'évaluation  $\{x^0\}$  de départ est choisi en fonction des limitations du domaine de recherche en utilisant un plan d'expérience et la fonction  $\tilde{f}^0$  est construite en utilisant une méthode d'approximation à partir de  $f(x_i^0), i = 1, \dots, n^0$ . La minimisation de  $\tilde{f}^0$  donne une première approximation du minimum de  $f$ . Pour minimiser  $\tilde{f}^0$  on peut utiliser des méthodes faisant un grand nombre d'appels à la fonction, car l'évaluation fréquente de la fonction approchée ne pose pas de problèmes. Néanmoins, le nombre de simulations nécessaires à une bonne approximation reste généralement élevé pour un grand nombre de variables.

Le schéma général de la résolution du problème d'optimisation par la méthode de surface de réponse est illustré sur la Figure II.4.

Dans le domaine de la mise en forme, les méthodes de surface de réponse ont été employées pour résoudre différents problèmes d'optimisation. Bonte et al. [BON05b] ont utilisé une méthode de surface de réponse, en utilisant à chaque itération d'optimisation le plan factoriel complet et "Latin Hypercube Design" (LHD). La fonction coût et les contraintes sont approximées en construisant sept méta-modèles à base de différentes régressions polynomiales.

Labergere [LAB03] utilise des surfaces de réponses pour trouver le trajet optimal de l'effort de serre flan. Ben Ayed et al. [BEN05b] ont aussi utilisé la méthode de surface de réponse avec un plan composite centré, pour l'optimisation des efforts de serre-flan en emboutissage. Les méthodes des moindres carrés puis moindres carrés mobiles sont utilisées pour approximer la valeur de fonction coût et contraintes. Un algorithme d'optimisation de type SQP est ensuite utilisé pour trouver l'optimum global du problème. Une approche semblable a été utilisée par Ayad et al. [AYA05], pour l'optimisation du procédé de ségrégation de poudre lors du moulage par injection métallique. Ils construisent la surface de réponse à l'aide d'une approximation basée sur la méthode des moindres carrés mobiles qui sera minimisée grâce à un algorithme génétique. Naceur et al. [NAC04] ont utilisé une méthode de surface de réponse à base d'approximation diffuse pour faire l'optimisation du procédé d'emboutissage.



**Figure II. 4.** Schéma général de la méthode (RSM)

Pour l'optimisation des filières d'extrusion Reddy et al [RED99] ont présenté une approche qui permet d'optimiser la forme d'une filière de profilé afin d'assurer une répartition homogène des vitesses à la sortie. Pour cela, ils ont utilisé un programme en éléments finis

avec la méthode d'optimisation de surface de réponse à base d'une approximation quadratique. La convergence est obtenue à la 26<sup>ème</sup> itération. Reifschneider [REI02] a optimisé la forme du canal de distribution d'une filière plate pour assurer une répartition homogène des débits à la sortie. Un programme de calcul en éléments finis HyperXtrude couplée avec la méthode de surface de réponse ont été utilisés. Une comparaison expérimentale a été réalisée avec la géométrie optimale obtenue à la 9<sup>ème</sup> itération. Lee et Yang [LEE06] ont proposé une méthode d'optimisation basée sur le principe de la méthode surface de réponse. Ils ont approximé la fonction objectif afin qu'elle soit définie positive, ce qui donne un seul minimum. La méthode du gradient conjugué est ensuite utilisée pour minimiser l'approximation. Sienz et al [SIE06] ont couplé l'écoulement de polymère et le calcul des flexions des lèvres de filière dues à la pression. Trois méthodes d'optimisation sont appliquées (Une technique d'approximation multipoint, un algorithme génétique et une méthode d'optimisation BFGS) pour déterminer le profil de barre d'étranglement afin d'assurer une distribution homogène des vitesses à la sortie de la filière. Les méthodes d'optimisation sont comparées en ce qui concerne l'efficacité et la capacité d'obtenir un optimum global. Les variables d'optimisation représentent la géométrie de la barre d'étranglement, qui est représentée par une approximation B Spline.

Le tableau II.3 récapitule les principales Méthodes d'optimisation probabiliste utilisées dans le cas du procédé d'extrusion.

**Tableau II. 3.** *Optimisation probabiliste en extrusion.*

Auteur	Méthodes d'optimisation	Fonction objectif	Variables d'optimisation	Méthodes de calcul
[CHE97a]	Taguchi	Qualité du produit	Paramètres opératoires	Expérimentale
[HSI03]	Taguchi	Propriété mécanique	composition du matériau	Expérimentale
[CHE 97b]	Taguchi	Répartition des vitesses	Géométrie et Paramètres opératoires	M.E.F 2D
[MIL 04]	Taguchi	Contraintes	Géométrie	M.E.F 2D FORGE2
[DUA04]	Taguchi	Qualité du produit	Géométrie et Paramètres opératoires	M.E.F 2D et 3D FORGE 2 et 3
[NOB03]	Taguchi	Répartition des vitesses	Géométrie	M.V.F 3D
[YU04]	fuzzy neural-Taguchi	Répartition d'épaisseur	Géométrie	M.E.F BlowSim
[LEE06]	Approximation (G.N)+ G.C	Répartition des débits	Géométrie	M.E.F 3D
[RED99] [REI02] [SIE06]	R.S.M	Répartition des vitesses	Géométrie	M.E.F 3D M.E.F 2D

## II.3. Procédure d'optimisation appliquée dans ce travail

L'optimisation par surface de réponse [MYR02] est une méthode robuste car elle est basée sur une évaluation de la fonction coût en un nombre limité d'évaluation de la fonction objectif. Le calcul de la fonction et des limitations s'obtient de manière implicite (par éléments finis, volumes finis, différences finies..) ce qui est très coûteux en général. C'est pour cette raison que les méthodes d'optimisation basées sur des algorithmes génétiques ne sont pas utilisables en pratique. Les méthodes de gradient telles que BFGS, SQP, exigent le calcul des gradients des fonctions, ce qui prend du temps. Le calcul des gradients par le schéma classique des différences finies n'est pas efficace et il est inutilisable dans la pratique. D'une part, en raison du coût élevé, d'autre part par manque de stabilité de la dérivée lorsque la fonction est polluée par un bruit de haute fréquence. Par conséquent, on cherche une méthode d'optimisation robuste qui permette de résoudre les inconvénients du schéma habituel et qui est efficace dans la résolution de problèmes industriels. Etant donné que le nombre de variable est faible et que nous utilisons des calculs tridimensionnels pour l'évaluation des fonctions objectif et contraintes (calcul lent), nous avons choisi d'utiliser la méthode de surface de réponse.

Cette section présentera l'algorithme d'optimisation et les différentes stratégies et méthodes choisies pour résoudre nos problèmes d'optimisation de filière d'extrusion et pour l'identification des matières plastiques.

Nous allons présenter tout d'abord les différents plans d'expérience utilisés pour les différentes applications, ensuite les deux méthodes utilisées pour construire les fonctions approchées soit : fonction objectif ou contraintes. Finalement, nous présentons les stratégies et la validation sur une fonction test.

Pour minimiser la fonction approchée, nous utilisons le sous-programme d'optimisation `fmincon` de Matlab<sup>®</sup> basé sur les méthodes S.Q.P qui sont, à ce jours, parmi les plus robustes et les plus efficaces pour la résolution des problèmes avec fonctions objectif et contraintes fortement non linéaires.

### II.3.1. Plans d'expériences

Un plan d'expérience [GOU99] [GOU01] est un outil d'aide à l'expérimentation qui permet d'obtenir des résultats de qualité et de fiabilité maximales en optimisant : le choix, l'organisation et l'interprétation des résultats d'essais. Ils nous permettent, en fournissant un ensemble des données dans un nombre fini de points définis préalablement, d'établir une relation explicite de la réponse en fonction des variables étudiées.



Pour calculer les effets et les interactions des variables d'optimisation sur la fonction objectif et contraintes, on doit construire un tableau de réponses en choisissant un plan d'expérience.

### II.3.1.1. Calcul des effets

Les effets moyens ( $\bar{E}$ ) doivent être calculés par rapport à une moyenne arithmétique de tous les résultats ( $\bar{T}$ ) et une réponse moyenne pour chaque niveau de variable ( $\bar{f}$ ). L'effet moyen de la variable A au niveau k est estimé par :

$$\bar{E}_{A_k} = \overline{f(A_k)} - \bar{T} \quad (\text{II.33})$$

L'estimation de chaque effet des variables se fait par la même formule quel que soit le nombre de niveaux associé à la variable.

La moyenne arithmétique se calcule comme suit :

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} \quad (\text{II.34})$$

Avec  $f_i$  la réponse pour chaque point du plan d'expérience, et n le nombre de point dans le plan d'expérience.

La réponse moyenne pour chaque niveau de variable correspond à la moyenne des résultats de toutes les réponses où la variable se trouve à ce niveau (k).

$$\overline{f(A_k)} = \frac{\sum \text{des résultats } f \text{ associés à } A_k}{\text{Nombre de résultats associés à } A_k} = \frac{\sum_{1 \leq i \leq r(A_k)} f_i A_k}{Nr(A_k)} \quad (\text{II.35})$$

### II.3.1.2. Estimation des termes d'interactions

Les interactions entre les variables peuvent être classées en trois catégories, interactions très fortes, fortes ou négligeables selon qu'elles appartiennent à l'un ou l'autre des cas suivant :

Lorsque au moins l'une des deux variables a des effets non faibles dont le sens s'inverse en fonction des niveaux pris par l'autre variable, nous dirons que ces deux variables sont en interaction très forte.

Lorsque les effets moyens des deux variables ne sont pas faibles et que les effets de l'une dépendent fortement des niveaux pris par les autres et réciproquement, sans s'inverser, nous dirons que ces deux variables sont en interaction forte.

Lorsque les effets de l'une des variables ne dépendent pas ou ne dépendent que très faiblement des niveaux pris par l'autre variable, et réciproquement, nous dirons que ces deux variables sont en interaction faible ou négligeable.

Le terme  $\hat{I}(AB)_{kl}$  de l'interaction entre les deux variables  $A$  et  $B$  lorsque  $A$  est au niveau  $k$  et  $B$  au niveau  $l$  est estimé par l'expression:

$$\hat{I}(AB)_{kl} = \overline{f(A_k; B_l)} - \bar{T} - \bar{E}_{A_k} - \bar{E}_{B_l} \quad (\text{II.36})$$

où  $\overline{f(A_k; B_l)}$  représente la moyenne de tous les résultats lorsque à la fois  $A$  est au niveau  $k$  et  $B$  au niveau  $l$ , soit :

$$\overline{f(A_k; B_l)} = \frac{\sum_{1 \leq i \leq r(A_k; B_l)} f_i(A_k; B_l)}{Nr(A_k; B_l)} \quad (\text{II.37})$$

$Nr(A_k; B_l)$  est le nombre des réponses associées à la combinaison  $(A_k B_l)$ .

Notre étude s'est portée sur les plans d'expériences [SCH98] permettant de trouver une réponse en fonction des variables (Plans de Doehlert, Plans composites, Plans quadratiques gigognes, Plans optimaux, Plans de Box-Behnken, Plan factoriel complet, etc.). Nous avons choisi d'utiliser un plan composite dans la suite de nos travaux d'optimisation.

### II.3.1.3. Plan composite

Un plan composite (Fig. II.5) est constitué essentiellement de trois parties :

- Un plan factoriel à deux niveaux par variable  $nf = 2^n$  (1, 2, 3 et 4);
- Deux points en étoile situés sur les axes de chaque variable  $n_e = 2n$  (5, 6, 7 et 8).
- Un point situé au centre du domaine de recherche (9) ;

Le nombre totale des points d'un plan composite est de  $N_p = nf + n_e + 1$ . Selon la position des points en étoile  $\alpha$ , il y a trois classes de plans composites :

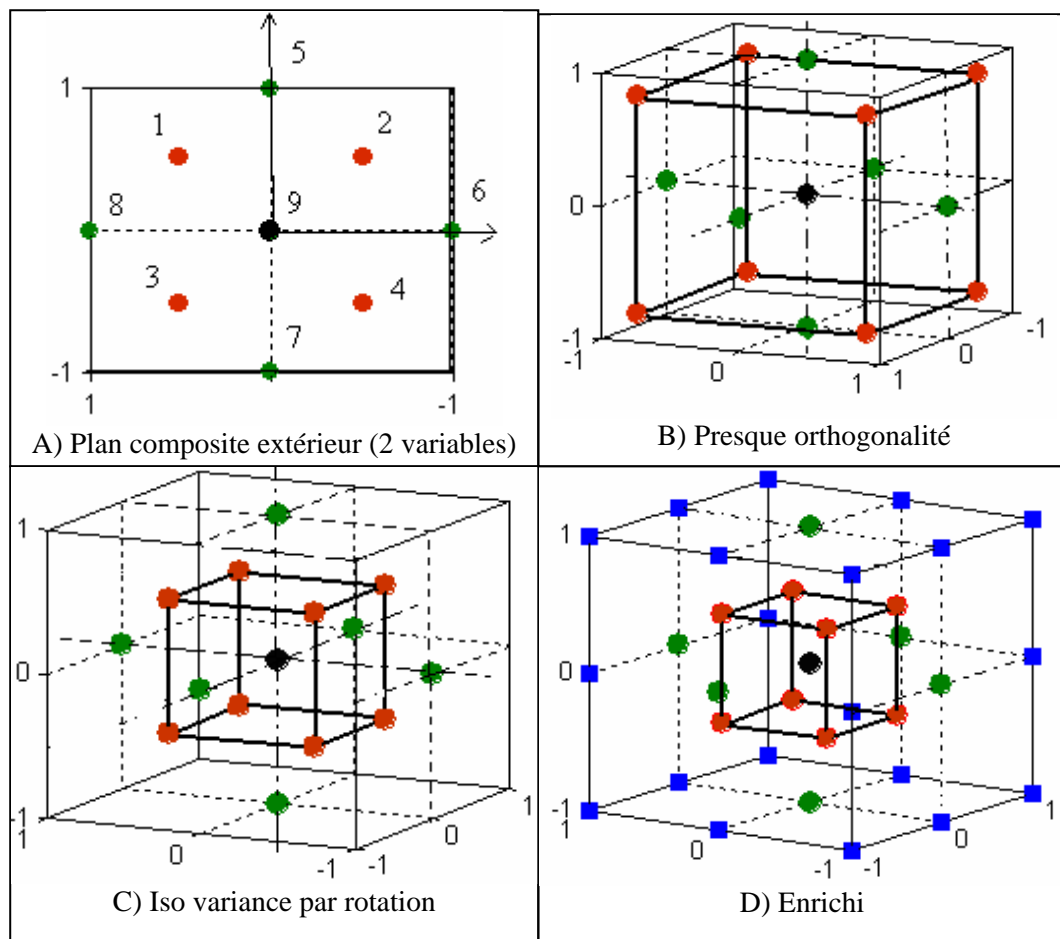
- Plan central composite à faces centrées :  $\alpha = 1$  en coordonnées centrées réduites.
- Plan central composite intérieur  $\alpha < 1$
- Plan central composite extérieur  $\alpha > 1$

Un plan composite enrichi est constitué d'un plan composite extérieur plus un plan factoriel complet  $3^n$ . Les points en étoile ainsi que le point central du plan composite extérieur sont les

mêmes points du plan factoriel complet (les facettes et le point central) ce qui donne 35 points de calcul:

- Un plan factoriel à deux niveaux par variable;
- Un plan factoriel complet (trois niveaux par variable  $3^n$ ).

L'intérêt des plans composites réside dans le fait qu'ils prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont inexplicables par un modèle du premier degré. En effet, ils se prêtent bien au déroulement séquentiel de l'étude du modèle mathématique. On effectue une première étude qui est basée sur une approximation de premier degré de la réponse, en utilisant un plan factoriel complet  $2^n$ . Sinon on entreprend les points supplémentaires (points en étoile et point central) pour établir un modèle du second degré ou plus. Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par variable: le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile.



**Figure II. 5.** Schéma d'un plan composite, A : extérieur pour deux variables. B : Presque orthogonalité pour 3 variables ; C : Iso variance par rotation ; D: Enrichi.

La figure II.5 illustre les différents types de plan d'expérience utilisé dans ce travail, la position des points en étoile  $\alpha$  est calculée pour chaque plan par:

$$\text{Critère de presque orthogonalité } \alpha = \left( \frac{nf * (\sqrt{N_p} - \sqrt{nf})^2}{4} \right)^{1/4} \quad (\text{II.38})$$

$$\text{Critère d'isovariance par rotation } \alpha = N_p^{1/4} \quad (\text{II.39})$$

Après avoir sélectionné le plan d'expérience il nous reste donc à spécifier le modèle mathématique à utiliser et l'algorithme d'optimisation adéquat.

Ces dernières années, plusieurs méthodes d'approximation et/ou d'interpolations ont été utilisées (Radial Basic Function ([MOH02]), Méthode de Krigeage ([SAK04], [LI04b], [RAM07], etc.), Méthode diffuse ([BEN05c], [NAC03], [VIL91], [LIE04]; etc.), Méta-modél [VON03], [DO06], etc.). Elles permettent ainsi d'approcher des données issues d'une série de calcul numérique en fonction d'un nombre fini de variables indépendantes.

### II.3.2. Méthodes d'approximation et d'interpolation

Actuellement, les approximations jouent un rôle important dans l'optimisation multidisciplinaire pour la conception des nouveaux produits en offrant l'information suffisante d'un processus à un coût relativement bas. La plupart des stratégies approximatives sont séquentielles, dans lesquelles une optimisation d'un problème approximatif est itérativement répétée jusqu'à la convergence. En général, on ne trouve jamais l'optimum global d'un problème implicite, mais un point dans son voisinage en lequel la fonction objectif est plus faible. Beaucoup de travaux ont utilisé la méthode de surface de réponse avec des modèles et des stratégies d'approximation plus au moins différents [PAR06, LEE01, RUI05, DEL02, FOR06, BEN05a].

#### II.3.2.1. Méthode de Krigeage

L'origine du Krigeage remonte à D.G. Krige au début des années cinquante. Elle s'est avérée une technique d'interpolation très puissante. Elle peut s'étendre facilement aux cas bidimensionnels et tridimensionnels. Le Krigeage a été introduit pour répondre aux besoins de la prospection minière. Il servait à reconstituer la position d'un filon de minerai à partir de concentration obtenue par forgeage.

Nous nous limitons à présenter le Krigeage comme une technique d'interpolation, qui permet de représenter efficacement les fonctions complexes (courbes, surfaces,...). Cette méthode [SAK03], [KAY05] est appliquée dans notre travail pour représenter la surface de réponse sous une forme explicite, en fonction des variables d'optimisation.

Le Krigeage représente une combinaison d'un modèle global plus un terme de départ :

La fonction  $\tilde{f}(x)$  passe par les  $n$  points d'interpolation qui s'écrivent :

$$\tilde{f}(x) = \hat{P}^T(x)\tilde{a} + Z(x) \quad (\text{II.40})$$

où  $\hat{P}(x) = [\hat{p}_1(x), \dots, \hat{p}_m(x)]^T$  est le vecteur des  $m$  fonctions de base du modèle,  $\hat{p}_i(x)$ , et  $\tilde{a} = [\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m]^T$  le vecteur des coefficients  $\tilde{a}_i$ .  $\tilde{f}(x)$  est la fonction approchée inconnue, et  $Z(x)$  est appelée fluctuation aléatoire.

Le premier terme de l'équation (II.40) ( $\hat{P}^T(x)\tilde{a}$ ) est appelé dérive. Elle est interprétée comme une première approximation de la fonction à interpoler. La fluctuation aléatoire  $Z(x)$  est une correction de la dérive permettant à la courbe de passer par les points d'interpolation.

Pour  $x$  variables indépendantes,  $\tilde{a}$  est calculé en fonction des  $N_p$  évaluations de la fonction, comme suit :

$$\tilde{a} = (\hat{P}^T \hat{R}^{-1} \hat{P})^{-1} \hat{P}^T \hat{R}^{-1} F \quad (\text{II.41})$$

où  $\hat{R}$  est la matrice de corrélation :

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{R}(x_1, x_1) & \cdots & \hat{R}(x_1, x_{N_p}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}(x_{N_p}, x_1) & \cdots & \hat{R}(x_{N_p}, x_{N_p}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

Les coefficients  $\hat{R}(x_i, x_j)$  sont donnés typiquement par une relation de la forme :

$$\hat{R}_{i,j} = g^{Kr}(|x_i - x_j|) \quad (\text{II.43})$$

Par rapport à d'autres méthodes d'interpolation, le Krigeage se distingue par ses caractéristiques statistiques d'estimation des coefficients. On obtient les coefficients  $\hat{R}(x_i, x_j)$  à partir d'une fonction de corrélation  $g$  qui varie selon la distance entre les abscisses  $x_i$  et  $x_j$ .

Le choix de la fonction  $g^{Kr}(h) = g^{Kr}(|\bar{x} - \bar{x}^j|)$  est spécifié par l'utilisateur. C'est ce qui détermine les propriétés de la courbe de Krigeage. Dans la littérature nous trouvons plusieurs fonctions ([KAY05], [ZER05], etc.).

Dans notre cas on a utilisé les fonctions suivantes [TRO98], [FOR95] [TEE07] :

$$\checkmark \text{ Dans le cas unidimensionnel } g^{Kr}(h) = h^3 \quad (\text{II.44})$$

$$\checkmark \text{ Dans le cas bidimensionnel } g^{Kr}(h) = h^2 \ln(h) \quad (\text{II.45})$$

$$\checkmark \text{ Dans le cas tridimensionnel } g^{Kr}(h) = h \quad (\text{II.46})$$

Le second terme de l'équation (II.40) s'écrit :

$$Z(x) = r^T(x)\tilde{\alpha} \quad (\text{II.47})$$

$\tilde{\alpha}$  est défini par la relation suivante :

$$\tilde{\alpha} = \hat{R}^{-1}(F - Pa) \quad (\text{II.48})$$

avec :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \tilde{\alpha}_j = 0 \\ \sum_{j=1}^n \tilde{\alpha}_j \cdot x_j = 0 \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

$r^T(x)$  est un vecteur représentant la corrélation entre le point  $x$  et l'ensemble des points d'évaluation connus  $x_i$  :

$$r^T(x) = \left\{ \hat{R}(x, x_1), \dots, \hat{R}(x, x_{N_p}) \right\} \quad (\text{II.50})$$

Lorsqu'on applique le Krigage à des mesures expérimentales, il est quelquefois utile d'avoir la possibilité d'éliminer une donnée qui paraît aberrante, en y attachant un poids variable suivant la fiabilité de la mesure.

Une façon de contourner cette technique est de pondérer les résultats de calcul pour tous les points du plan d'expériences pour donner plus d'importance aux points de calcul qui se trouvent près du minimum.

Sur le plan pratique, cela se fait en modifiant la diagonale de la matrice de corrélation  $\hat{R}$  :

$$\hat{R}(x) = \begin{bmatrix} \hat{R}(x_1, x_1) & \cdots & \hat{R}(x_1, x_{N_p}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}(x_{N_p}, x_1) & \cdots & \hat{R}(x_{N_p}, x_{N_p}) \end{bmatrix} + \hat{W}(x) \quad (\text{II.51})$$

avec :

$$\hat{W}(x) = \begin{bmatrix} \hat{w}(x - x_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{w}(x - x_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{w}(x - x_{N_p}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

La fonction poids (fonction d'influence)  $\hat{w}(x - x_i)$ , utilisée dans la matrice  $\hat{W}$ , exprime le degré de fiabilité attaché à chaque calcul. Plus elle est grande, moins on tient compte de ce calcul dans la fonction approchée. Ces fonctions assurent la localité et la continuité de l'approximation.

### II.3.2.2. Méthode de l'Approximation diffuse

Dans cette section nous présentons l'AD en 2D [ARM01, LIE03, WU05]; sur la base polynomiale quadratique, ensuite, nous présenterons les différentes fonctions poids qui permettent de rendre l'approximation locale.

L'expression vectorielle de l'approximation diffuse [NAY92], [LIE04] s'écrit comme suit :

$$\tilde{f}(x) = \hat{P}(x)^T \tilde{a}(x) \quad (\text{II.53})$$

avec  $x = [x \ y]$  le vecteur de variables et la base polynomiale au point  $i$  est définie par:

$$\hat{P}_i^T = \left[ 1 \quad (x_i - x_0) \quad (y_i - y_0) \quad \frac{1}{2}(x_i - x_0)^2 \quad (x_i - x_0)(y_i - y_0) \quad \frac{1}{2}(y_i - y_0)^2 \right] \quad (\text{II.54})$$

$$\tilde{a}^T = \langle \tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3, \tilde{a}_4, \tilde{a}_5 \rangle \quad (\text{II.55})$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\tilde{f}_i = \tilde{a}_0 + x_i b + \frac{1}{2} x_i H x_i^T \quad (\text{II.56})$$

$$b(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{f}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad H(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad x = [x \ y] \quad (\text{II.57})$$

En 2D, les matrices Hessienne  $H$  et le vecteur gradient  $b$  peuvent s'écrire sous la forme:

$$H = \begin{bmatrix} \tilde{a}_3 & \tilde{a}_4 \\ \tilde{a}_4 & \tilde{a}_5 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.58})$$

Nous chercherons les coefficients  $\tilde{a}_i$  de l'approximation  $\tilde{f}$  de la fonction  $f(x)$  avec des fonctions de base  $\hat{P}(x)$  et les valeurs de la fonction  $F$  sur une collection de points  $x_i$  « voisins » du point  $x$ .

Les coefficients  $\tilde{a}(x)$  sont déterminés par minimisation de l'expression ci-dessous par la méthode des moindres carrés :

$$R_s(\tilde{a}) = \frac{1}{2} (F - \hat{P} \cdot \tilde{a})^T \cdot \hat{W} \cdot (F - \hat{P} \tilde{a}) \quad (\text{II.59})$$

Les matrices  $F$ ,  $\hat{P}$  sont définies par :

$$F^T = \langle f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_{N_p}) \rangle \quad (\text{II.60})$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \hat{P}_1^T \\ \hat{P}_2^T \\ \vdots \\ \hat{P}_{N_p}^T \end{bmatrix}_{N_p \times m} \quad (\text{II.61})$$

où  $R_s(\tilde{a})$  est l'erreur entre la fonction d'approximation et la fonction « réelle »,  $n$  est le nombre des points d'évaluation (nœuds) et  $\hat{w}(x - x_i)$  des fonctions de pondération. Ces fonctions assurent la localité et la continuité de l'approximation et sont choisies telles que  $\hat{w}_i > 0$  à l'intérieur du domaine d'influence du nœud  $i$  et  $\hat{w}_i = 0$  ailleurs. Le domaine d'influence est choisi assez restreint pour assurer la localité de l'approximation, mais suffisamment grand pour que l'approximation soit définie en tout point. La minimisation de  $R_s(x)$  donne:

$$\frac{\partial R_s}{\partial \tilde{a}} = A(x) \cdot \tilde{a}(x) - B(x) \cdot F = 0 \quad (\text{II.62})$$

avec :

$$A(x) = \hat{P}^T \hat{W}(x) \hat{P} \quad (\text{II.63})$$

$$B(x) = \hat{P}^T \hat{W}(x) \quad (\text{II.64})$$

Ainsi nous avons :

$$\tilde{a}(x) = A^{-1}(x) B(x) F \quad (\text{II.65})$$

Les coefficients,  $\tilde{a}(x)$ , dépendent du point  $x$ , autour duquel l'approximation est construite. Il s'agit donc d'une approximation locale qui est précise uniquement au voisinage du point  $x$ . Cela engendre dans certains cas la convergence de l'algorithme d'optimisation vers un optimum local.



Dans la méthode classique de moindres carrés, l'erreur (le résidu) entre l'approximation et les valeurs connues s'écrit comme pour l'approximation diffuse mais elle ne dépend pas de la position du point  $x$ . La matrice  $\hat{W}$ , est remplacée par une matrice identité. Les coefficients  $\tilde{a}(x)$ , ne dépendent donc pas du point  $x$ , et l'approximation obtenue est globale sur le domaine d'étude.

L'approximation diffuse représente exactement les monômes de la base  $\hat{P}(x)$ . Différentes variantes d'AD, notamment l'Interpolation Diffuse, peuvent être obtenues par un choix des fonctions de pondération.

La fonction poids  $\hat{w}(x - x_i)$ , est une fonction qui décroît avec la distance  $\hat{d}_i$  entre le nœud auquel elle est associée et le point  $x$ , où la fonction est approchée. Voici quelques fonctions très employées [BEL96], [LIE03] :

$$\checkmark \text{ une gaussienne tronquée : } \hat{w}_i(\bar{x}) = \begin{cases} e^{-(\hat{d}_i/\hat{c})^2} & \text{si } \hat{d}_i \leq r_w \\ 0 & \text{si } \hat{d}_i \geq r_w \end{cases} \quad (\text{II.66})$$

$$\checkmark \text{ une gaussienne modifiée: } \hat{w}_i(\bar{x}) = \begin{cases} \left( \frac{e^{-(\hat{d}_i/\hat{c})^2} - e^{-(r_w/\hat{c})^2}}{1 - e^{-(r_w/\hat{c})^2}} \right) & \text{si } \hat{d}_i \leq r_w \\ 0 & \text{si } \hat{d}_i \geq r_w \end{cases} \quad (\text{II.67})$$

$$\checkmark \text{ une spline d'ordre 3: } \hat{w}_i(\bar{x}) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4\hat{d}_i^2 + 4\hat{d}_i^3 & \text{si } \hat{d}_i \leq \frac{r_w}{2} \\ 1 - 6\hat{d}_i^2 + 8\hat{d}_i^3 - 3\hat{d}_i^4 & \text{si } \frac{r_w}{2} < \hat{d}_i \leq r_w \end{cases} \quad (\text{II.68})$$

$$\checkmark \text{ une spline d'ordre 4 : } \hat{w}_i(\bar{x}) = \begin{cases} 1 - 6\hat{d}_i^2 + 8\hat{d}_i^3 - 3\hat{d}_i^4 & \text{si } \hat{d}_i \leq r_w \\ 0 & \text{si } \hat{d}_i \geq r_w \end{cases} \quad (\text{II.69})$$

avec :

$$\hat{d}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_v} (x^j - x_i^j)^2} = \sqrt{(x - x_i)^2} \quad (\text{II.70})$$

$\hat{d}_i$  est la distance entre le point  $x$  et les autres points voisins  $x_i$  dans le domaine de rayon  $r_w$  et  $\hat{c}$  représente le paramètre de dilatation.

Par la suite nous utiliserons la deuxième fonction poids "gaussienne modifiée", avec un support circulaire. Le paramètre de dilatation  $\hat{c}$  contrôle la courbure de la surface approchée en modifiant l'allure de la fonction poids (Fig. II.6).  $\hat{c}$  est égale à  $r_w/4$ .

Dans le cas du Krigage, la fonction poids est prise de façon à être croissante en fonction de la distance  $\hat{d}_i$  :

$$\hat{w}_i(\vec{x}) = \begin{cases} 1 - \frac{e^{-(\hat{d}_i/c)^2} - e^{-(r_w/\hat{c})^2}}{1 - e^{-(r_w/\hat{c})^2}} & \text{si } \hat{d}_i \leq r_w \\ 1 & \text{si } \hat{d}_i \geq r_w \end{cases} \quad (\text{II.71})$$

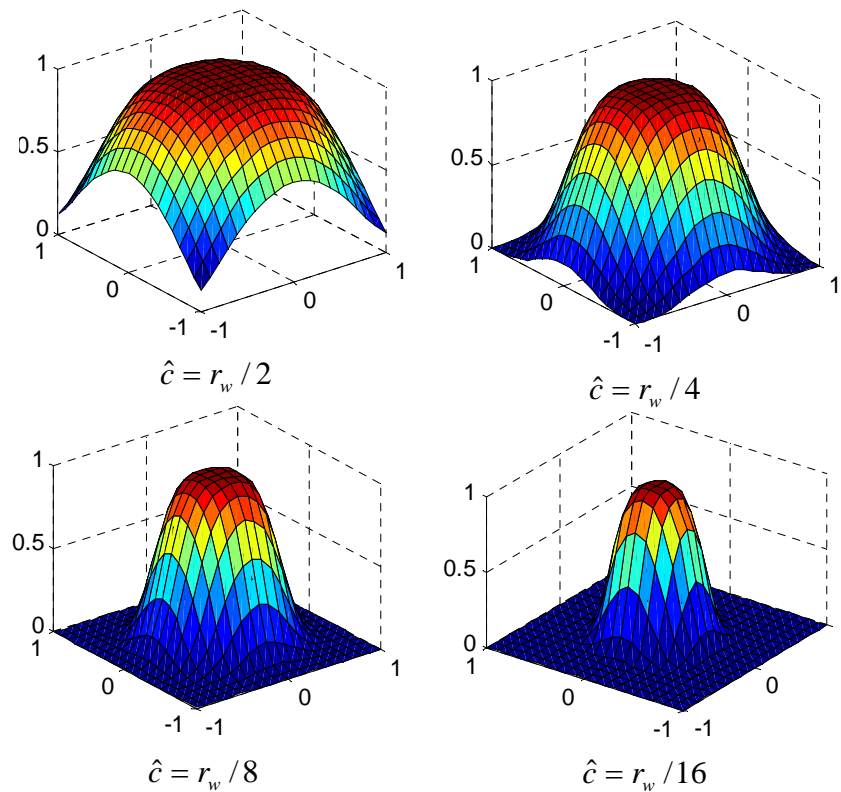


Figure II. 6. Influence du paramètre  $c$  sur la courbure de la fonction poids.

Pour ce qui concerne le choix des fonctions de base, théoriquement, n'importe quelle fonction peut être présente dans le vecteur des fonctions de base. En pratique, le choix est limité à un certain ordre. Dans la suite, nous utilisons une base linéaire pour l'interpolation Krigage, et quadratique pour l'approximation diffuse. La raison de ce choix, est qu'elles sont plus précises, ne sont pas très coûteuses en temps de calcul et qu'elles sont faciles à mettre en œuvre.

### II.3.3. Stratégie d'optimisation et validation

La procédure de résolution (Fig. II.7) a été testée sur une fonction unidimensionnelle. Cette fonction est choisie comme test de validation en raison de sa forte courbure:

$$f = x \sin(x) + x \cos(2x) \quad (\text{II.72})$$

Cette fonction possède un minimum global au point  $x^* = [4.795]$ , où  $f'(x^*) = 0$ .

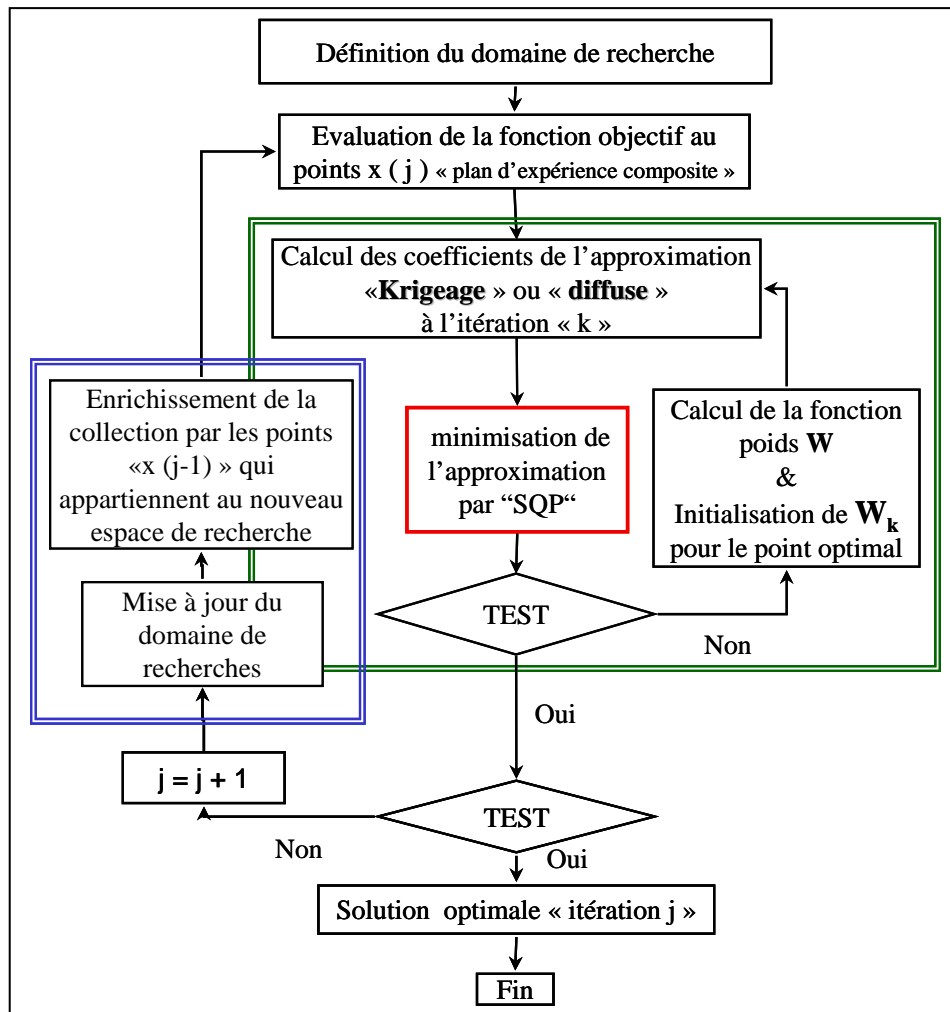


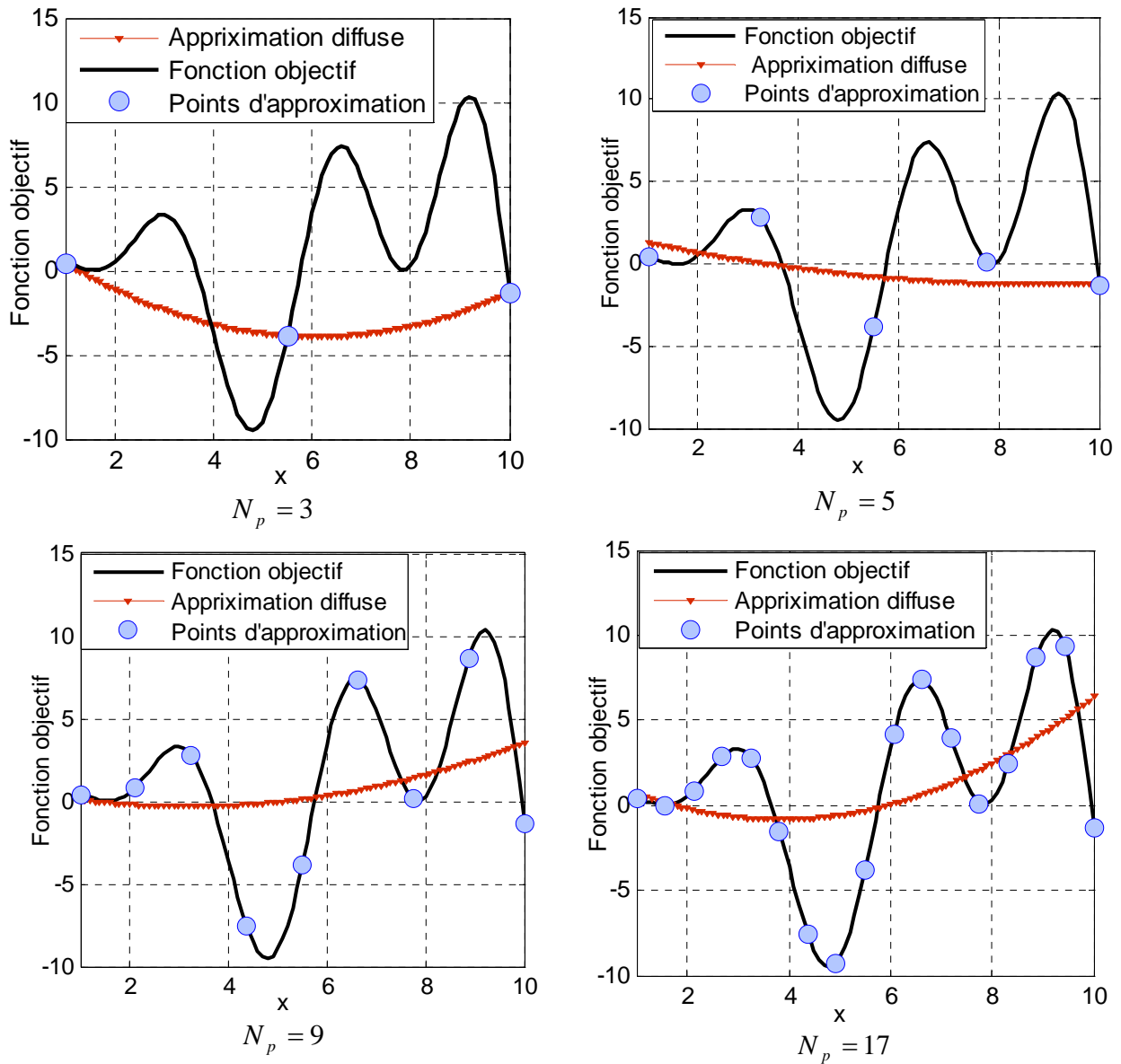
Figure II. 7. Algorithme d'optimisation.

Avant la résolution du problème d'optimisation approché nous allons étudier l'influence du nombre de points d'échantillonnage sur la fonction approchée.

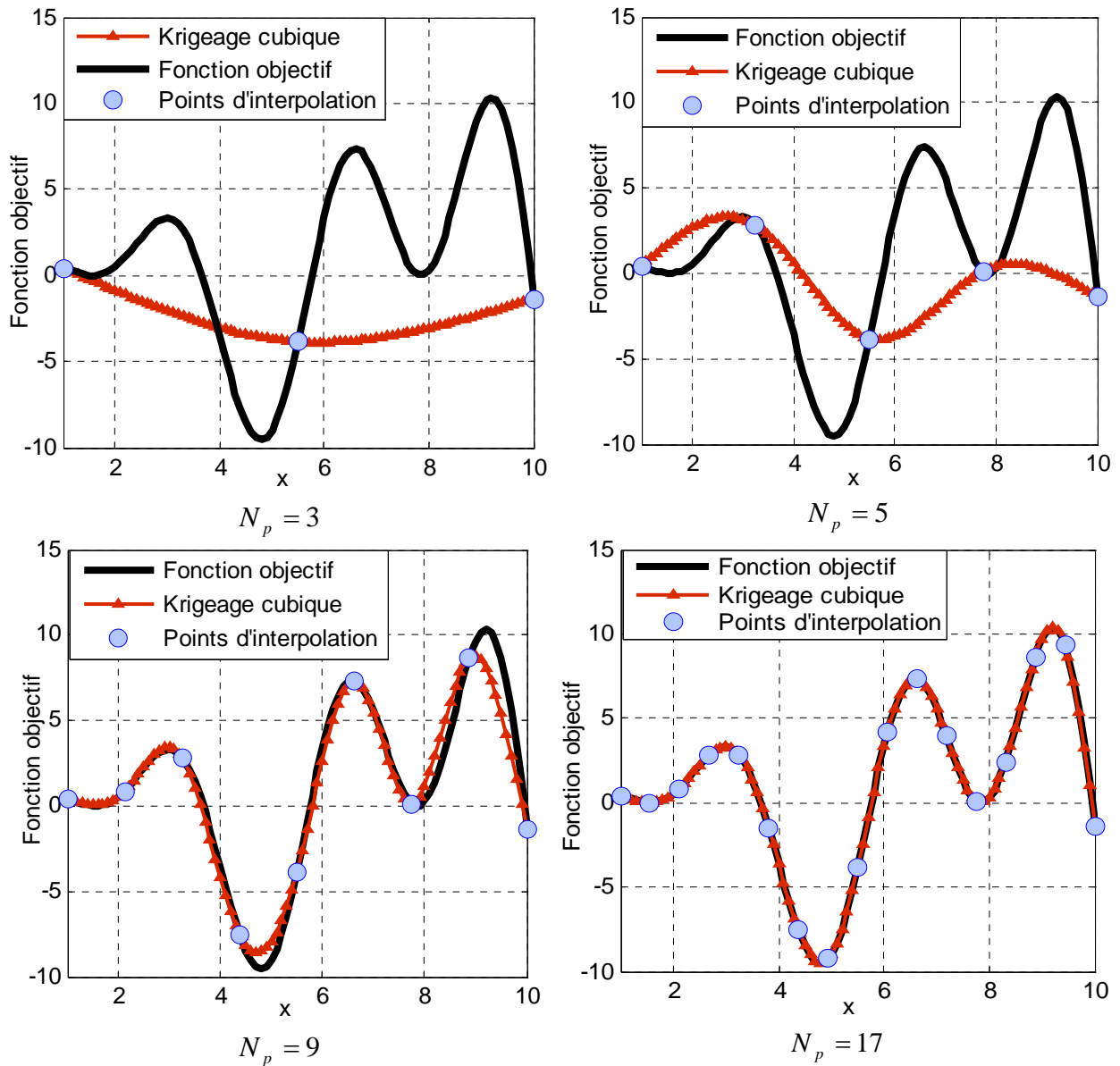
### II.3.3.1. Influence du nombre de points :

Afin de quantifier l'influence du nombre de points d'échantillonnage ( $N_p$ ) sur la qualité et la précision de la fonction approchée, nous comparons les courbes obtenues avec l'approximation diffuse et l'interpolation Krigage, avec des échantillonnages de différents niveaux. Nous avons représenté sur la figure II.8 différentes fonctions approchées obtenues par la méthode d'approximation diffuse globale avec une base polynomiale quadratique.

Différents points d'échantillonnage ont été testés  $N_p = \langle 3 \ 5 \ 9 \ 17 \rangle$ . On remarque que l'approximation diffuse est moins précise dans le domaine global même si le nombre de points d'échantillonnage est grand.



**Figure II.8.** Influence des points d'échantillonnage sur la précision de l'approximation diffuse.



**Figure II.9.** Influence des points d'échantillonnage sur la précision de l'interpolation Krigeage

La figure II.9. illustre l'influence du nombre de points d'échantillonnage sur l'interpolation Krigeage. Pour  $N_p = 3$  (3 points d'échantillonnage) l'interpolation obtenue est moins précise. Cependant, en augmentant le nombre de points, l'interpolation devient de plus en plus précise, jusqu'à ce qu'elle concorde parfaitement avec la fonction objectif.

Comme le calcul des réponses est implicite en fonction des variables d'optimisation, le temps de calcul est pénalisant. Pour un choix judicieux de la position et du nombre de points d'échantillonnage nous utilisons le plan composite.

### II.3.3.2. Procédure d'optimisation

Pour la résolution du problème d'optimisation approchée, nous utilisons un algorithme de type SQP. Cet algorithme a été couplé avec deux méthodes (diffuse et le Krigeage):

#### *Procédure pour l'approximation diffuse*

L'Approximation Diffuse (A.D), avec l'utilisation d'une fonction poids nous permet d'avoir une approximation précise localement. Cette méthode peut nous éloigner de la solution optimale globale, dans le cas où la fonction à optimiser présente plusieurs optimum locaux. Or, si nous utilisons AD sans fonction poids, nous obtiendrons une approximation globale (Fig. II.8). Avec celle-ci, on aura plus de chance de converger vers un point plus près de l'optimum global quel que soit le point de départ (voir l'exemple figure II.10). Cependant, puisque l'approximation n'est pas précise, il est évident que la solution obtenue présente un décalage non négligeable par rapport à la solution exacte.

Pour pallier les inconvénients de la méthode de AD avec fonction poids (locale) et celle sans fonction de pondération (globale), nous avons combiné ces deux méthodes. D'abord, nous utilisons la méthode diffuse sans fonction poids pour la première approximation, ce qui nous permet d'avoir une approximation globale de l'espace de recherche afin de localiser l'endroit où se trouve l'optimum global. Une fois que nous avons atteint le point optimal de celle-ci, nous réactualisons l'approximation en utilisant la méthode diffuse locale (avec la fonction poids) jusqu'au moment où le point optimal obtenu par deux approximations successives est le même avec une tolérance de  $10^{-6}$ .

Etant donné que l'AD n'est précise que localement, nous limitons son domaine de validité en réactualisant les bornes. Le domaine de validité est défini par les points d'évaluation qui ont été utilisés pour le calcul des coefficients de l'approximation. Ceci permet d'éviter la divergence de l'algorithme lors d'une approximation concave par exemple. D'autre part, après chaque nouvelle approximation, nous réduisons le domaine de recherche autour du minimum, ainsi que la zone d'influence des fonctions poids. Dans une deuxième étape, nous évaluons la fonction réelle au point optimal  $x_{\min}^k$  et nous diminuons le domaine de recherche au voisinage de ce dernier. On enrichit ensuite la collection  $\{x^k\}$  avec les points du voisinage  $\mathcal{R}_{\min}^{x^k}$ . Donnant un nouvel ensemble  $\{x^{k+1}\} = \{x^k\} \cup \mathcal{R}_{\min}^{x^k}$  à l'étape  $k+1$  de l'algorithme. A l'itération  $k+1$  on construit donc l'approximation  $\tilde{f}^{k+1}$  à partir de  $\{x^{k+1}\}$ . Le nombre de points d'évaluation considérés augmente du fait d'enrichir la collection  $\{x^k\}$  avec les points du voisinage. Ceci mène à un échantillonnage adaptatif de la fonction coût et augmente la précision lorsqu'on s'approche de l'optimum.

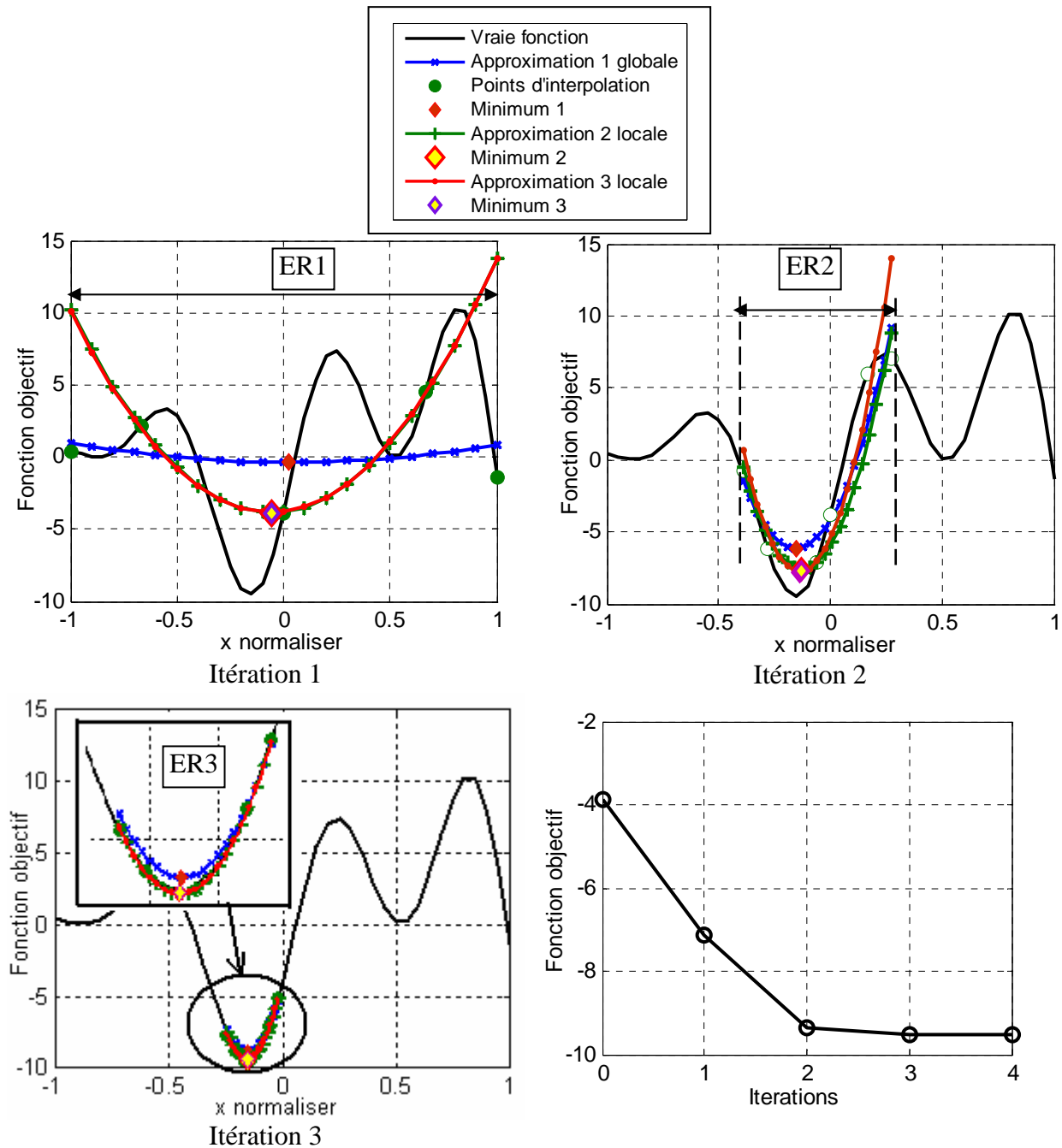


Figure II. 10. Minimisation de la fonction test en utilisant l'approximation diffuse.

Nous présentons sur la figure II.10 les détails de convergence de la méthode de surface de réponse basée sur l'approximation diffuse avec un plan composite de 5 points d'échantillonnage sur tout le domaine de recherche. Puis, on diminue le domaine de la fonction par  $1/3$ . Si à l'itération  $k + 1$  la variation de la fonction objectif est inférieure à  $10^{-3}$  la procédure d'optimisation est arrêtée et la solution est affichée à l'itération  $k$ . On remarque qu'on a obtenu le minimum dès la 3<sup>ième</sup> itération ( $x = 4.79$  et  $f = -9.51$ ).

### Procédure pour l'interpolation Krigage

Etant donné que l'interpolation Krigage passe par tous les points d'évaluation, ceci rend la fonction approchée fortement non linéaire (plusieurs minima locaux). Cette approche peut nous éloigner du minimum global de la fonction approchée, dans le cas où l'algorithme SQP converge vers un optimum local, si le point de départ est éloigné. Nous allons étudier l'influence du point initial sur la convergence de l'algorithme d'optimisation, notamment l'algorithme SQP.

#### *Influence du point initial sur la convergence*

Dans cette section nous examinerons et analyserons l'influence du point initial sur la convergence de l'algorithme d'optimisation vers un optimum global dans le cas de la méthode de surface de réponse basée sur l'interpolation Krigage. Une fois l'approximation de la fonction objectif construite, nous utilisons l'algorithme SQP pour minimiser cette fonction approchée. Comme nous l'avons vu, l'algorithme SQP nécessite un point initial comme point de départ. On a testé différents points  $x_0 = \langle 2.5 \ 5 \ 7.5 \ 10 \rangle$  comme points de départ. Différent cas d'optimisation sont illustrés sur la figure II.11, selon la position du point initial.

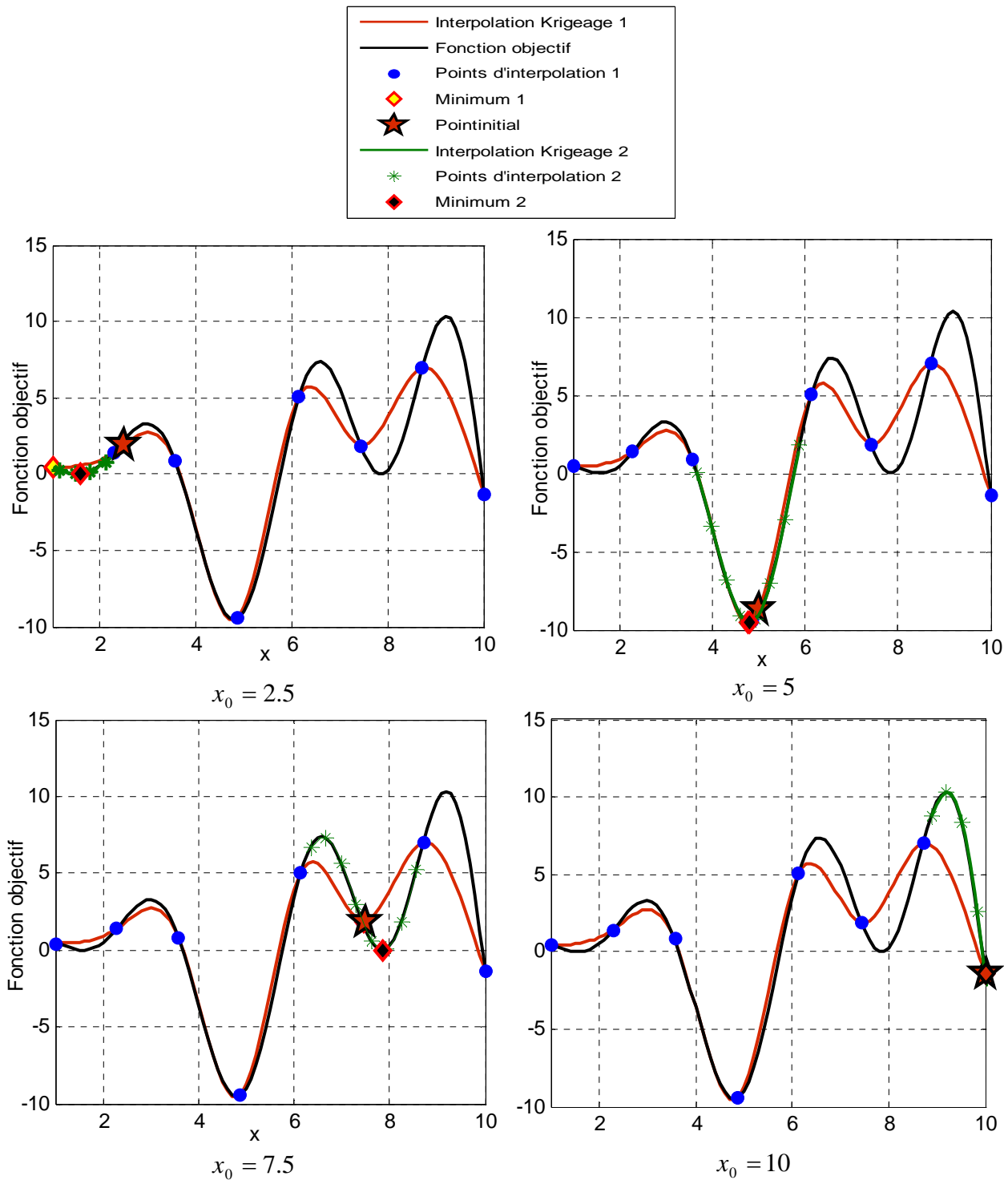
On constate que si le point initial est loin du minimum global le risque de converger vers un optimum local est important. Lorsqu'on minimise la fonction approchée obtenue par l'interpolation Krigage avec les points de départ  $x_0 = 2.5$  ;  $x_0 = 7.5$  ;  $x_0 = 10$ , l'algorithme d'optimisation converge vers des minima locaux (tableau II.4). Avec le point de départ  $x_0 = 5$ , l'algorithme d'optimisation converge vers l'optimum global ce qui donne une valeur de la fonction objectif  $f = -9.5$ .

**Tableau II. 4.** Minimisation de la fonction test.

Point initial	$x_0 = 2.5$	$x_0 = 5$	$x_0 = 7.5$	$x_0 = 10$
Optimum	1.57	4.8	7.85	10
Fonction objectif $f$	0	-9.5	$-2.7 \cdot 10^{-4}$	-1.36

Cependant, puisque l'évaluation successive de la fonction approchée ne prend pas beaucoup de temps de calcul afin d'éviter la convergence vers un optimum local, pour chaque itération, une fois la fonction approchée construite, on utilise une procédure automatique qui permet de minimiser la fonction approchée par l'algorithme SQP à partir de chaque point du plan d'expérience comme point de départ. On prend ensuite la meilleure solution approchée parmi celles obtenues par les différentes optimisations. Puis une autre fonction approchée est construite en prenant en compte la fonction poids (W) qui permet de rendre l'approximation précise localement (centré au tour du meilleur minimum). Puis, une autre minimisation est réalisée avec le point initial qui représente le meilleur optimum. Finalement, une autre évaluation exacte est réalisée pour obtenir la réponse réelle à l'itération d'optimisation.





**Figure II.11.** Influence du point initial sur la convergence.

Une stratégie adaptative de l'espace de recherche (ER) est appliquée pour permettre de localiser l'optimum global puis réactualiser l'espace de recherche en le diminuant par 1/3 afin d'accélérer la convergence. Un nouveau plan d'expérience est lancé automatiquement autour de l'optimum. Un enrichissement de l'interpolation est fait par la récupération des réponses déjà calculées qui se trouvent dans le nouveau espace de recherche.

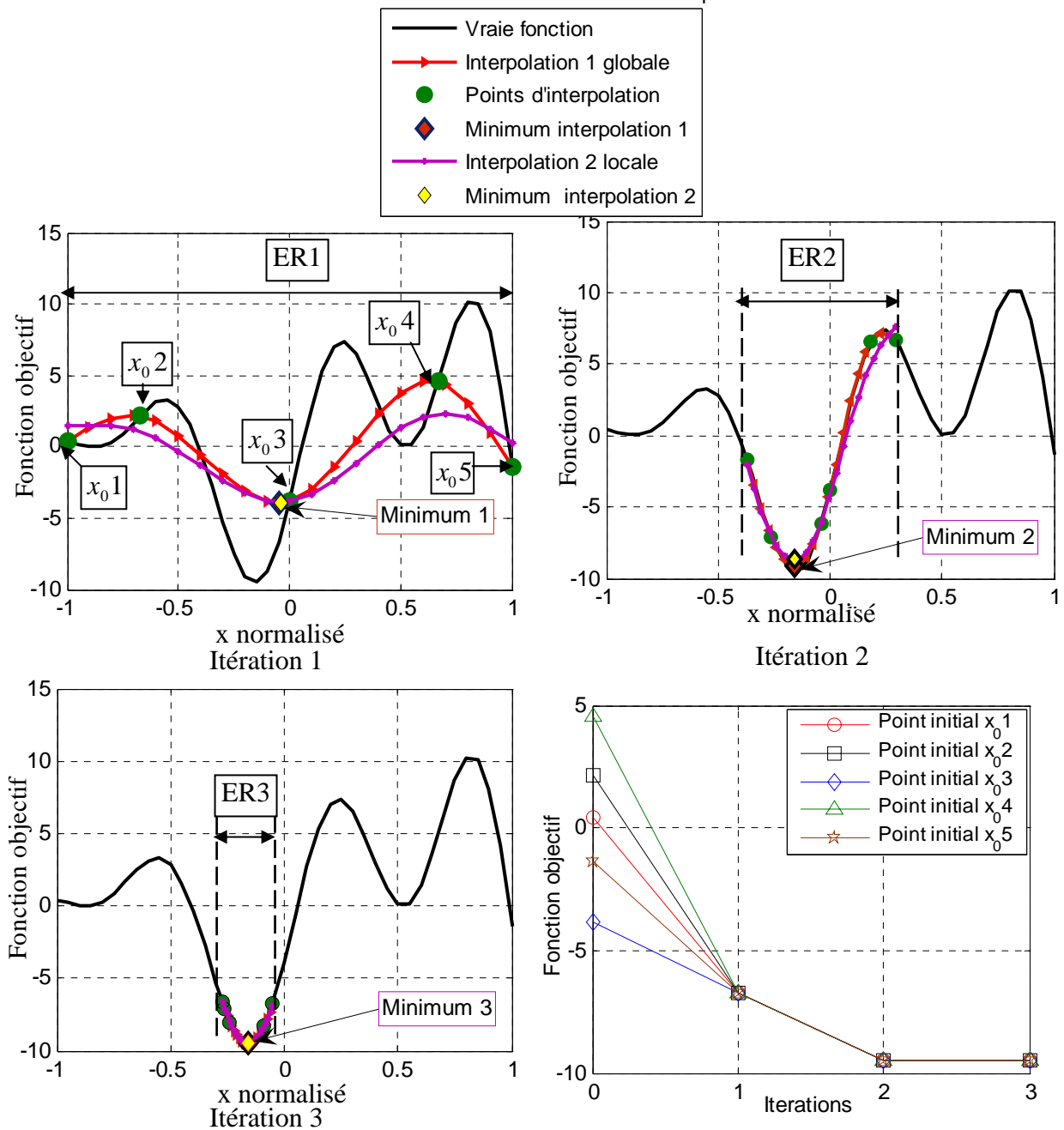


Figure II. 12. Minimisation de la fonction test en utilisant l'interpolation Krigée.

Nous présentons sur la figure II.12 la procédure d'optimisation adoptée pour la minimisation de la fonction test par la méthode de surface de réponse basée sur l'interpolation Krigée. On constate que cette stratégie permet de localiser rapidement le minimum, et ce dès la deuxième itération. On remarque qu'avec les différentes stratégies adoptées, quel que soit le point de départ, la solution optimale est la même.

## II.4. Conclusion du chapitre

Nous avons présenté dans ce chapitre une analyse sur les différents algorithmes d'optimisation existants en mise en forme. En fonction de cette analyse, nous avons choisi la méthode de surface de réponse. Celle-ci nous permet de résoudre un problème d'optimisation implicite dont l'évaluation des fonctions (objectif et contrainte) est très coûteuse en temps de calcul. Pour cela, toutes les fonctions sont écrites sous une forme explicite en utilisant soit l'approximation diffuse [VIL91] ou l'interpolation Krigeage [KAY05].

Compte tenu de la présence des contraintes non linéaires, un algorithme itératif de type SQP, a été utilisé et couplé avec la méthode de surface de réponse.

Le problème des minima locaux a également été abordé. L'algorithme SQP est peu fiable lorsque la fonction présente plusieurs optimum. Pour localiser l'optimum global avec précision et à moindre coût, plusieurs stratégies ont été adoptées. Celles-ci permettent de réactualiser l'approximation, le point initial et d'effectuer un échantillonnage auto adaptatif de l'espace de recherche, par la mémoire des évaluations précédentes. On obtient ainsi une méthode d'optimisation globale qui fournit le meilleur optimum quel que soit le point de départ, pour laquelle on maîtrise à l'avance le coût de calcul.

Dans le chapitre qui suit, afin de comparer et de valider les différentes stratégies d'optimisation, nous allons coupler l'algorithme d'optimisation avec le logiciel de calcul par éléments finis Rem3D<sup>®</sup>, pour identifier le comportement rhéologique des polymères fondus.

## Chapitre III. Identification des paramètres rhéologiques.

### III.1. Introduction

L'un des objectifs de ce chapitre est de valider notre méthode d'optimisation surface de réponse et d'étudier l'influence du plan d'expérience et de la méthode d'approximation sur la précision des résultats et sur la vitesse de convergence.

Le deuxième objectif est d'utiliser notre méthode d'optimisation de surfaces de réponse pour identifier le comportement rhéologique d'une matière plastique sur une ligne d'extrusion, sans employer des mesures conventionnelles sur rhéomètres capillaires. Choissant une des lois rhéologiques, [AGA86], [AGA96], [RAO91], nous identifierons les paramètres de celles-ci à partir des mesures de pressions, débit et de température, obtenues dans une filière plate. Ainsi, on minimise l'écart entre les pressions mesurées et celles calculées par un logiciel de simulation tridimensionnelle (Rem3D<sup>®</sup>).

Pour cette raison, dans ce chapitre nous rappelons quelques méthodes de dépouillement qui permettent d'identifier le comportement rhéologique des polymères fondus. Nous disposons de données rhéologiques obtenues en utilisant un rhéomètre capillaire, établies par le fabricant Bayer, d'une part ; et des données rhéologiques identifiées chez Maillefer extrusion à partir d'une filière capillaire en utilisant une méthode de dépouillement semi analytique.

Finalement, nous appliquerons notre méthode d'optimisation de surface de réponse pour identifier les coefficients rhéologiques de la matière plastique fondue.

Trois résultats d'optimisations seront présentés [LEB05a], [LEB05b]. D'abord en utilisant l'approximation diffuse, puis l'interpolation Krigage avec deux plans d'expérience différents (plan composite et plan enrichi). Pour cela, on va coupler cette méthode d'optimisation avec un logiciel de calcul par éléments finis Rem3D<sup>®</sup>, qui permet de simuler l'écoulement de polymères dans des filières tridimensionnelles.

### III.2. Théorie de dépouillement

Ces théories ont pour but de calculer la viscosité du polymère fondu à partir des mesures expérimentales effectuées lors de différents tests rhéologiques. Les grandeurs expérimentales sont ici une perte de charge  $\Delta P$  et un débit volumique  $Q_v$ .

Les hypothèses du dépouillement sont les hypothèses classiques de l'écoulement de Poiseuille:

- Le fluide est incompressible.

- L'écoulement est laminaire, isotherme et établi. A cause de la forte viscosité des polymères fondus, le nombre de Reynolds reste faible même à fort débit.
- Il n'y a pas de glissement à la paroi.
- Enfin, on considère que les effets de la pression et de la température (auto-échauffement par dissipation visqueuse) sur la viscosité sont négligeables aux régimes expérimentaux classiques.

Dans le cas où l'on utilise la méthode d'optimisation, surface de réponse, pour identifier le comportement rhéologique, les calculs des pressions dans la filière plate se font par le logiciel Rem3D<sup>®</sup>, lequel prend en compte l'auto échauffement par dissipation visqueuse.

### III.2.1. Rhéomètre capillaire

La rhéométrie capillaire est l'une des principales méthodes d'étude des propriétés des thermoplastiques [MOU91], [ROB01]. L'analyse menée par EISENSCHITZ et al. (1929), RABINOWITCH et reprise par SAVINS et al. (1962) permet de déterminer la relation entre contrainte et taux de cisaillement en paroi à partir des mesures expérimentales (perte de charge et débit) dans un capillaire sans faire d'hypothèse sur la loi de comportement du polymère.

La contrainte de cisaillement (cission) à la paroi du tube est reliée à la perte de charge dans le tube par la relation :

$$\tau_p = \frac{R\Delta p}{2L} \quad (\text{III.1})$$

Le taux de cisaillement apparent en paroi est donné par la relation:

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{4Q_v}{\pi R^3} \quad (\text{III.2})$$

Le taux de cisaillement réel à la paroi du tube s'écrit :

$$\dot{\gamma}_p = \frac{3}{4} \left( \frac{4Q_v}{\pi R^3} \right) \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{d \log \dot{\gamma}_{app}}{d \log \tau_p} \right) \quad (\text{III.3})$$

Pour une mesure expérimentale  $(Q, \Delta p)$  donnée, la cission à la paroi est calculée à partir de l'équation (III.1). La valeur locale de  $\frac{d \log \tau_p}{d \log \dot{\gamma}_{app}}$  est déterminée graphiquement à partir du tracé logarithmique de  $\tau_p$  en fonction de  $\dot{\gamma}_{app}$ . En menant la même opération pour différents couples de valeur expérimentales  $Q_v, \Delta p$ , la caractérisation complète en viscosité est obtenue. Pour un

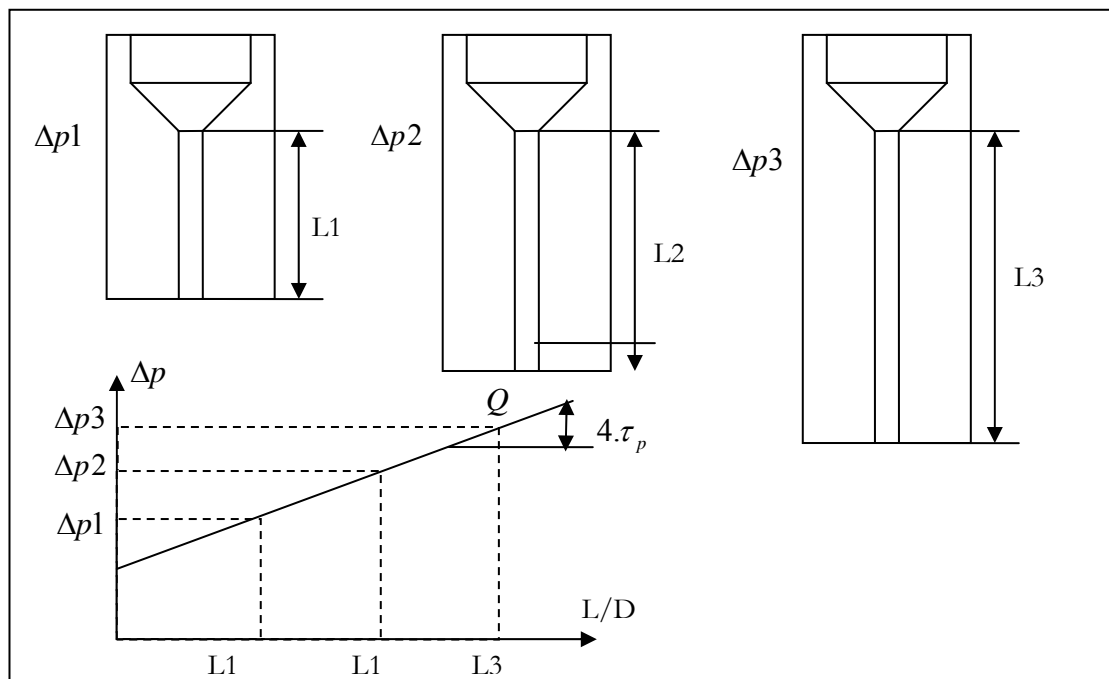
comportement pseudoplastique en loi puissance, le rapport  $\frac{d \log \tau_p}{d \log \dot{\gamma}_{app}}$  est l'indice de pseudoplasticité  $m$ .

L'équation (III.3) donne alors l'expression de Rabinowitsch :

$$\dot{\gamma}_p = \frac{3m+1}{4m} \left( \frac{4Q_v}{\pi R^3} \right) \quad (\text{III.4})$$

### III.2.2. Correction de la pression

Un problème est lié aux faibles dimensions des capillaires qui rendent difficile l'installation des capteurs de pression. La mesure est réalisée en pratique dans un réservoir en amont de diamètre beaucoup plus grand. Il existe deux principales méthodes pour rendre compte des effets d'entrée et de sortie. La correction par un capillaire orifice et la correction de BAGLEY (1957). D'après [ROB01], la technique de BAGLEY permet de mieux déceler les erreurs de mesure par rapport à la correction par une filière orifice. BAGLEY (1957), partant de l'équilibre des forces dans un tube, proposa d'utiliser au moins trois capillaires de même diamètre et de longueur différentes (Fig. III.1).



**Figure III. 1.** Correction de la pression par la méthode de Bagley.

Pour chaque capillaire, la courbe expérimentale  $\left( \frac{4 \cdot Q_v}{\pi R^3}, \Delta P \right)$  est déterminée. La différence de la perte de charge entre deux écoulements identiques mais de longueurs différentes est

uniquement dû à l'effet de la longueur d'écoulement supplémentaire. En traçant le graphe de la pression en fonction du rapport  $L/D$ , pour plusieurs débits  $\Delta P = \hat{f}(L/D)$ , on obtient des droites dont la contrainte à la paroi est obtenue à partir de la pente qui représente  $4\tau_p$ . L'ordonnée à l'origine représente la perte de charge dans le convergent. Le taux de cisaillement est déterminé à partir de l'équation (III.4).

Un autre test rhéologique est parfois utilisé à l'aide d'une filière plate de longueur  $L$ , de largeur  $W$  et d'épaisseur  $h$ . Pour éviter les corrections de la pression, il est possible d'implanter des capteurs de pression le long de l'écoulement dans une filière plate permettant de mesurer directement la perte de charge. Par contre, il est nécessaire de choisir un rapport de forme (largeur sur épaisseur supérieur à 10) pour négliger les effets de bord [HUN96]. La méthode de dépouillement est similaire à celle employée en rhéomètre capillaire. La contrainte en paroi est calculée par :

$$\tau_p = \Delta p \frac{h}{2L} \quad (\text{III.5})$$

Le taux de cisaillement apparent en paroi est donné par la relation:

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{6Q_v}{W h^2} \quad (\text{III.6})$$

Le taux de cisaillement réel à la paroi s'écrit:

$$\dot{\gamma}_p = \frac{2}{3} \left( \frac{6Q_v}{W h^2} \right) \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{d \log \dot{\gamma}_{app}}{d \log \tau_p} \right) \quad (\text{III.7})$$

Pour un comportement viscoplastique en loi puissance :

$$\dot{\gamma}_p = \frac{2m+1}{3m} \left( \frac{6Q_v}{W h^2} \right) \quad (\text{III.8})$$

En pratique, à partir des courbes d'écoulement de la contrainte à la paroi en fonction du taux de cisaillement apparent, on calcule localement  $m$  puis on corrige la valeur du taux de cisaillement à la paroi. La relation entre  $\tau_p$  et  $\dot{\gamma}_p$  donne directement la valeur de la viscosité.

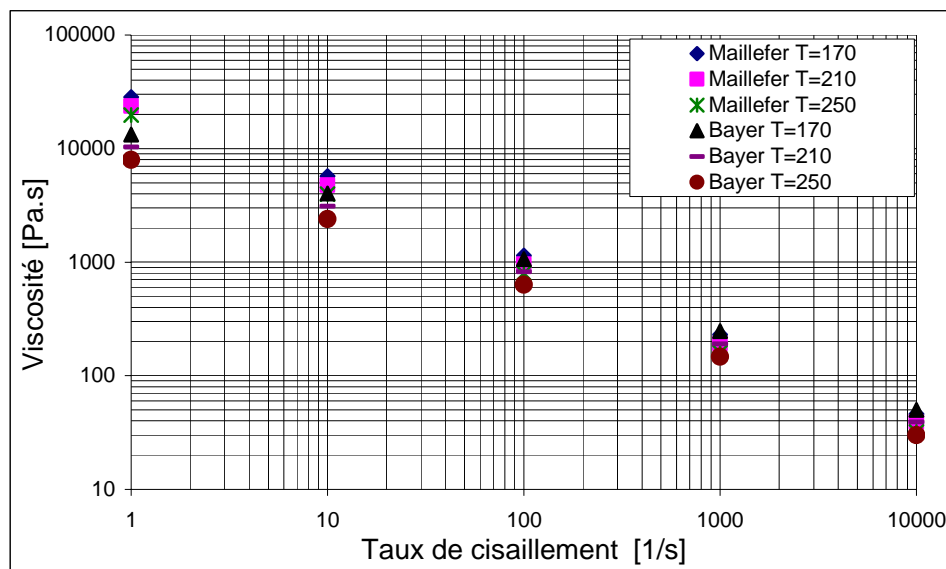
Il existe d'autres approches semi analytiques qui permettent de calculer la viscosité du polymère fondu à partir des mesures expérimentales [GEI84], [GEI89]. D'autres méthodes permettent de mettre en évidence et de quantifier la vitesse de glissement [DIM02], [HER03] et sa dépendance avec la géométrie [MOU91],

### III.3. Expérimentation

#### III.3.1. Mesures et données expérimentales pour la filière capillaire

La matière utilisée pour la caractérisation rhéologique est un polyéthylène basse densité référencé PEBD 22D760 (fabricant Bayer). Pour cette matière, nous disposons de données rhéologiques établies par le fabricant, d'une part, et des points de mesures de viscosité donnés par Maillefer extrusion d'autre part. Les mesures du fabricant ont été réalisées sur un rhéomètre capillaire. Les données Maillefer ont été réalisées sur une filière capillaire constituée d'une partie cylindrique de 20 mm de diamètre, dans laquelle est mesurée la pression, d'une partie conique d'entrée et de sortie, et de la partie filière proprement dite. Les pertes de charge entre les points de mesure et la filière sont prises en compte par la correction de la pression en utilisant la méthode de Bagley. Le dépouillement a été réalisé en utilisant la méthode de dépouillement semi-analytique [GEI84].

La figure III.2 représente les courbes de viscosité obtenues en utilisant une filière capillaire chez Maillefer extrusion et la viscosité donnée par le fabricant « Bayer » pour différentes températures. On remarque que les courbes sont quasi-linéaires ce qui implique qu'une loi puissance permet de représenter correctement le comportement rhéologique de cette matière. Pour comparer les résultats obtenus par optimisation, on va prendre comme référence les courbes de viscosité données par le fabricant « Bayer ».



**Figure III. 2.** Viscosité donnée par le fabricant «Bayer» et déterminée par filière capillaire chez Maillefer extrusion.



### III.3.2. Mesures et données expérimentales pour la filière plate

La mesure de la viscosité ne peut s'obtenir directement, car les trois paramètres pour la loi puissance sont inconnus. Par contre, trois grandeurs physiques reliées à la viscosité telles que la pression, la température et le débit massique sont directement mesurables. Une filière plate a été développée chez Maillefer Extrusion [SCH97] (Fig. III.3), équipée de sondes de pression distantes de 100 mm. Sur une extrudeuse standard, une première série d'essais a été réalisée à deux épaisseurs différentes en changeant la filière pour couvrir une gamme suffisante de taux de cisaillement (tableau III.1), pour faire des caractérisations rhéologiques. Les points expérimentaux sont obtenus à différents débits, pour une seule matière, un polyéthylène base densité (PEBD 22D760) (Tableau III.1).

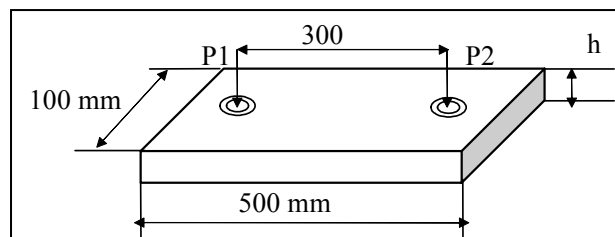


Figure III. 3. Géométrie de la filière.

Tableau III. 1. Données expérimentales pour les deux épaisseurs de la filière (5mm et 10mm)

Mesures	Q [Kg/h]	T[°C]	$\Delta P$ [bar]	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	h [mm]
1	10,9	185	12,7	779	10
2	69,2	195	26	772	10
3	189,5	210	34,3	761	10
4	339,5	229	36,7	755	10
5	11,2	166	53	779	5
6	60	175	99	779	5
7	143	192	125	773	5
8	239	210	138	767	5

### III.4. Formulation du problème d'optimisation

La viscosité dynamique est une propriété très importante pour caractériser la rhéologie des polymères fondus. Notre objectif est d'identifier la rhéologie d'une matière plastique directement en série de production, sans employer des mesures conventionnelles sur des rhéomètres capillaires. Choissant une des lois rhéologiques, nous identifions les paramètres rhéologiques à partir des mesures de pressions obtenues dans cette filière. Puis on minimise l'écart entre les pressions mesurées ( $p_{mes}$ ) sur la filière plate, et les pressions calculées ( $p_{cal}$ )

par le logiciel de simulation tridimensionnelle par éléments finis REM3D® [REM04], qui permet de calculer les pressions à partir des débits, des températures, et de la géométrie (Tab.III.1), tout en faisant varier les paramètres de la loi de rhéologie. Le nombre d'éléments et de nœud de maillage est présenté sur le tableau III.2.

**Tableau III. 2.** Nombres de nœud et d'éléments du maillage éléments finit.

Nœuds	Eléments	h [mm]
4110	18537	5
6892	33702	10

### III.4.1. Variables d'optimisation et fonction objectif

Le but de cette simulation est de déterminer les paramètres rhéologiques pour une loi puissance avec une thermodépendance type Arrhenius, qui permettent d'obtenir des pressions (obtenues par calcul) proches des pressions mesurées. Pour cela, on va minimiser l'écart entre les pressions calculées et les pressions mesurées. Nous avons choisi comme variable d'optimisation la rhéologie du polymère qui se définit par  $\eta_0$ ,  $m$  et  $\beta = \frac{E}{R}$ . La fonction objectif représente la valeur de la somme des écarts au carré des pressions pour chaque point de mesure ( $N_{pm}$ ).

$$f = \sum_{N_{pm}} \left[ (p_{exp}^{N_{pm}} - p_{cal}^{N_{pm}}) / p_{exp}^{N_{pm}} \right]^2 \quad (III.9)$$

### III.4.2. Procédure d'optimisation

Le but de cette technique est de chercher le minimum global dans tout le domaine de recherche, en limitant les variables par des contraintes de bord pour que les variables  $\eta_0$ ,  $m$  et  $\beta$  ne dépassent pas certaines valeurs qui sont loin de la plage de la majorité des polymères. Dans notre cas, on a respectivement  $400 Pa.s^m \leq \eta_0 \leq 20000 Pa.s^m$ ,  $0.2 \leq m \leq 1$  et  $500 K \leq \beta \leq 3000 K$ .

Nous avons appliqué la méthode d'optimisation surface de réponse décrite au chapitre II, en utilisant dans la première application, l'approximation diffuse, ensuite l'interpolation Krigeage dans la deuxième, et dans la troisième application en changeant le plan d'expérience.

Deux plans d'expérience sont utilisés pour les 3 variables :

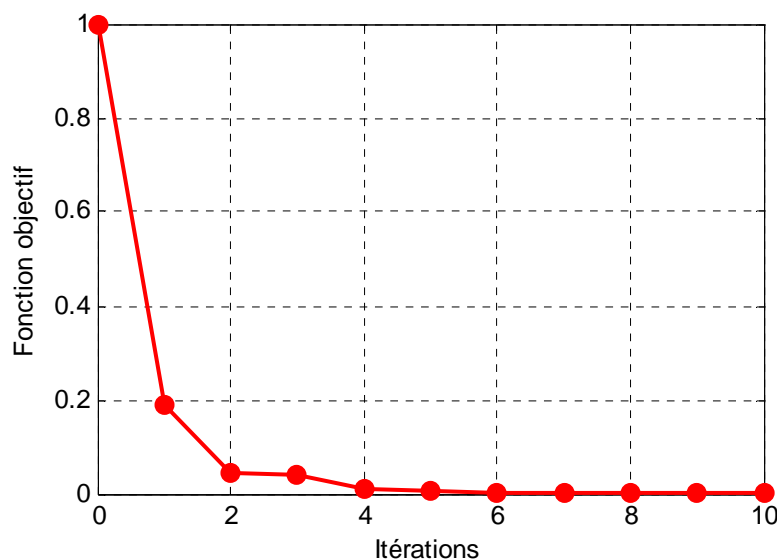
- Un plan composite extérieure (Critère d'iso-variance par rotation) 15 points.
- Un plan composite enrichi (35 points).

On normalise les différents paramètres à optimiser, pour éviter les erreurs d'arrondis de l'ordinateur, et pour remédier à l'instabilité de l'algorithme d'optimisation car il existe des écarts trop importants entre les variables, ( $\eta_0 \cong 10^4 \text{ Pa.s}$  et  $m \cong 10^{-1}$ ). Après normalisation, les variables d'optimisation sont comprises entre [-1 et 1]. En utilisant le plan composite extérieur, ou le plan enrichi, on aura 5 niveaux par variables. Une études des effets et d'interaction des variables d'optimisation sur la fonction objectif est présentée au annexe A.

## III.5. Résultats d'optimisation

### III.5.1. Résultat 1 (Approximation diffuse)

La figure III.4, représente l'évolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations au cours du processus d'optimisation. La solution optimale, qui représente l'écart minimal entre les pressions calculées par REM3D<sup>®</sup> et les pressions mesurées, est obtenue après 10 itérations. Avec l'utilisation du plan d'expérience composite, on a réalisé 150 évaluations de la fonction coût. La valeur de la fonction objectif est de  $3,04 \cdot 10^{-2}$ , qui correspond à la fonction objectif normalisé de  $3,17 \cdot 10^{-3}$ , avec  $\eta_0 = 8556 \text{ Pa.s}^m$ ,  $m = 0.444$  et  $\beta = 1521 \text{ K}$ . Le temps CPU est de 28h20, sur une machine Pentium IV, 2.4 GHz, 1 Go Ram. On remarque qu'à partir de la 6<sup>ème</sup> itération (90 évaluations de la fonction coût), la variation de la fonction objectif est faible. La valeur de la fonction objectif à la 6<sup>ème</sup> itération correspond à  $3,48 \cdot 10^{-2}$  « valeur normalisée  $3.63 \cdot 10^{-3}$  », avec  $\eta_0 = 8398 \text{ Pa.s}^m$ ,  $m = 0.447$  et  $\beta = 1519 \text{ K}$ , pour un temps CPU de 17h00.



**Figure III. 4.** Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations (approximation diffuse).

La figure III.5 nous permet de comparer les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D<sup>®</sup>, pour deux épaisseurs différentes de la filières plate, à différents débits, et différentes

températures. Les pressions sont calculées à partir des coefficients de la loi rhéologique optimums obtenus par optimisation en utilisant la méthode surface de réponse avec l'approximation diffuse et un plan composite (15 points de calcul). On remarque qu'on a pu obtenir des écarts faible entre les pressions mesurées et les pressions calculées, sauf à la pression de 36.7 bar. Cette pression correspond au débit le plus élevé pour la filière de 10 mm d'épaisseur. L'écart relatif global moyen est de 5.3%.

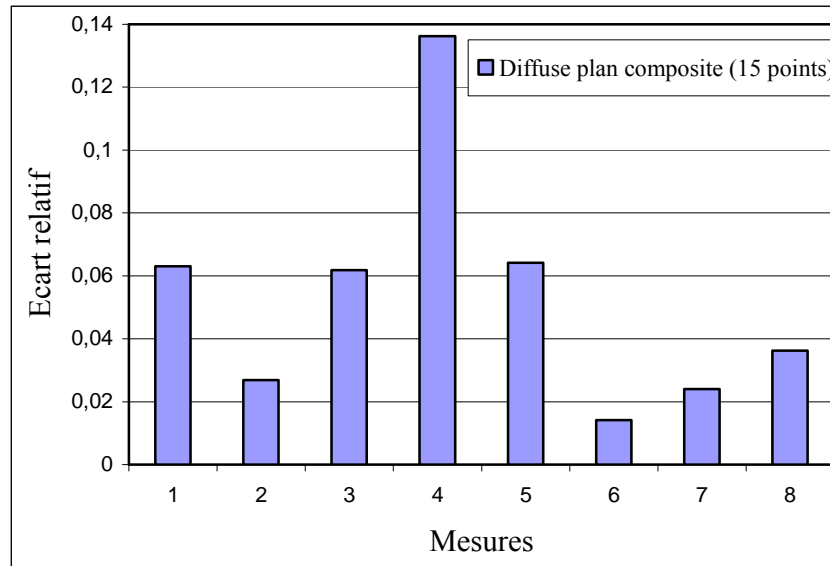


Figure III. 5. Ecart relatifs entre les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D®.

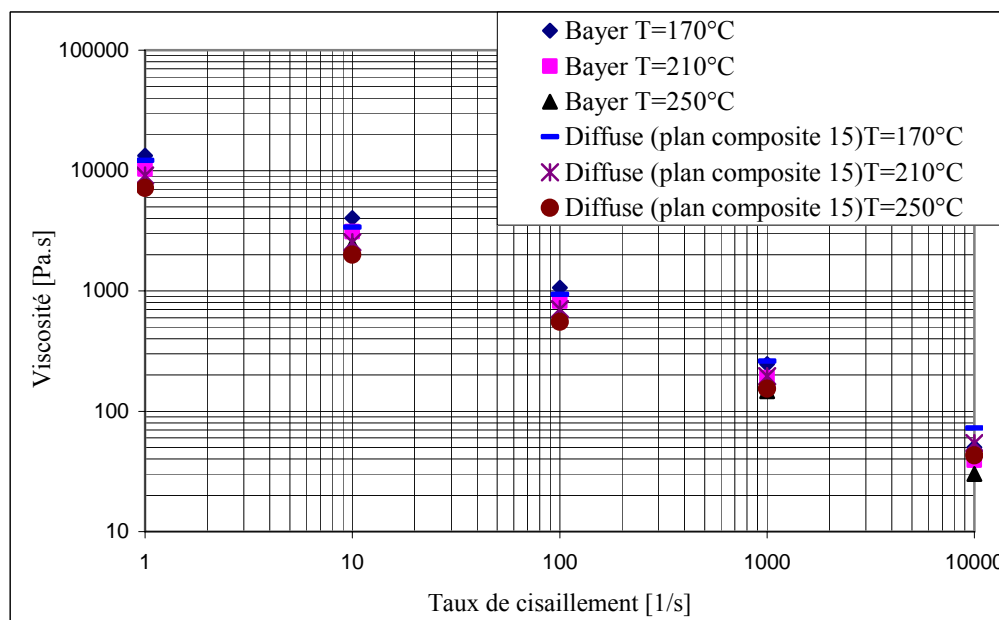
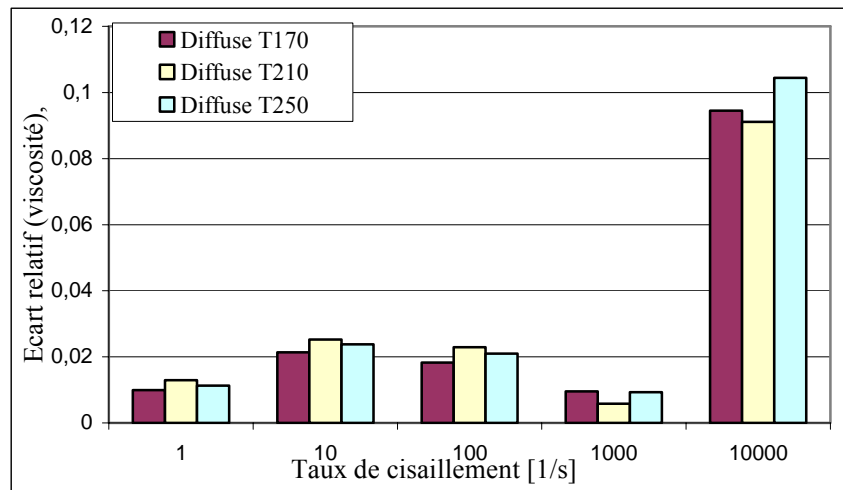


Figure III. 6. Courbe de viscosité donnée par Bayer (rhéomètre capillaire) et déterminée par optimisation (diffuse avec plan composite).

La figure III.6 représente les courbes de viscosités en fonction du taux de cisaillement pour différentes températures. Deux groupes de courbes de viscosités sont présentées: le premier

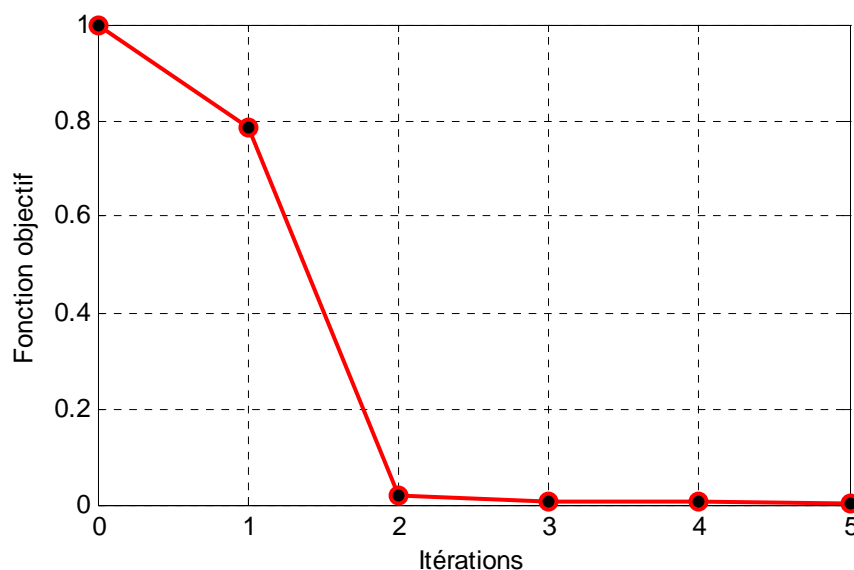
correspond aux viscosités données par Bayer. Le deuxième groupe correspond à la viscosité calculée à l'aide des coefficients de la loi rhéologique obtenue par la méthode d'optimisation en utilisant l'approximation diffuse. On constate que les valeurs de viscosité sont en bon accord avec les valeurs obtenues en rhéomètre capillaire. Les écarts relatif sont illustrés sur la figure III.7, avec un écart relatif global moyen de 3.2%. L'accord est moins bon dans la zone à fort taux de cisaillement et est de l'ordre de 9 à 10 %, a cause de la pente  $m$  qui est légèrement supérieure.



**Figure III. 7.** *Ecart relatif entre les valeurs de viscosité (rhéomètre capillaire) et déterminée par optimisation (diffuse avec plan composite).*

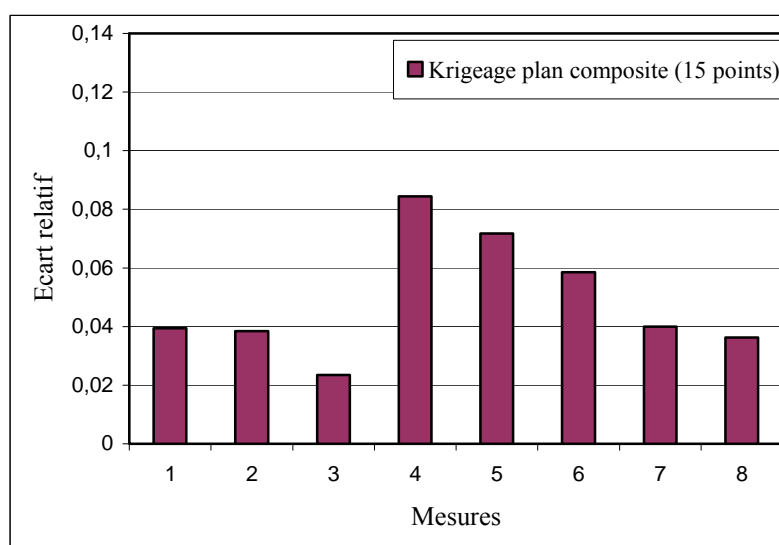
### III.5.2. Résultat 2 (Interpolation Krigage « Plan 15 »)

Nous avons présenté sur la figure III.8, l'allure de convergence de la fonction objectif au cours des itérations. Ce calcul utilise la méthode de surface de réponse avec l'interpolation Krigage en utilisant un plan d'expérience composite, qui correspond à 15 points de calcul. L'optimum est obtenu à la cinquième itération, ce qui fait 75 calculs de la vraie fonction coût. La valeur de la fonction objectif est  $2,21 \cdot 10^{-2}$ , qui correspond à une valeur normalisée de  $2,3 \cdot 10^{-3}$ , avec  $\eta_0 = 8990 \text{ Pa.s}^m$ ,  $m = 0.42$  et  $\beta = 1486 \text{ K}$ . Le temps CPU est de 14h10, sur une machine Pentium IV, 2.4 GHz, 1 Go Ram. On constate, à partir de la courbes de convergence, que l'interpolation Krigage permis de détecter l'optimum plus rapidement (5 itérations) que l'approximation diffuse et avec plus de précision.



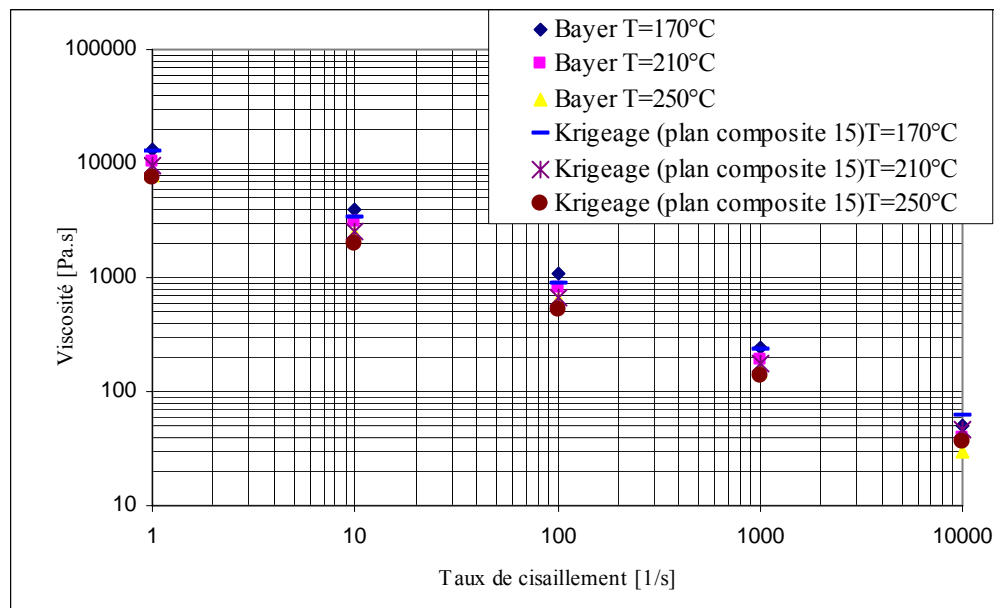
**Figure III. 8.** Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations en utilisant l'interpolation Krigage « plan de 15 points ».

La figure III.9 nous permet de comparer les écart relatif entre les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D<sup>®</sup>. On constate que les écarts relatifs sont inférieure à 9%, avec un moyenne de l'écart relatif globale de 4.9%.

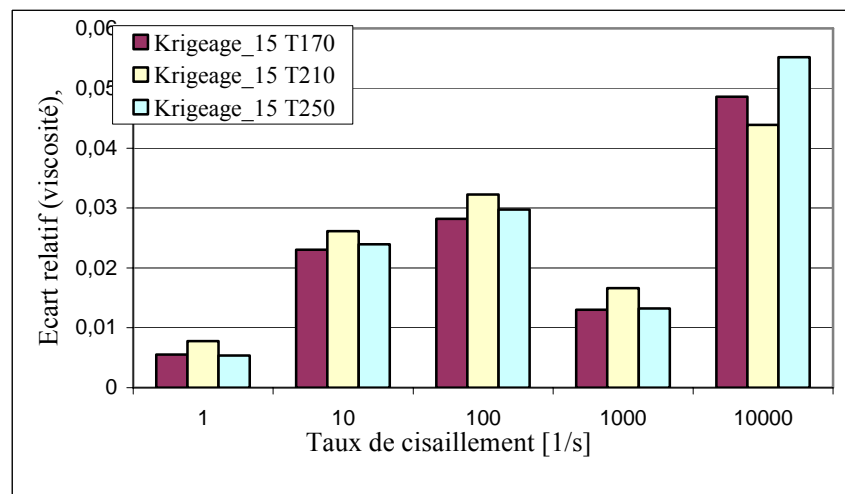


**Figure III. 9.** Ecarts relatifs entre les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D<sup>®</sup>.

De la même façon, on a représenté sur la figure III.10, les viscosités obtenues a partir des coefficients déterminés par la méthode d'optimisation. Les écarts relatifs entre les valeurs de viscosité en fonction des températures sont représentés sur la figure III.11. On constate que l'écart relatif est de l'ordre de 3% sauf à fort taux de cisaillement. Dans ce cas on observe une légère augmentation de l'ordre de 5%. Cela est dû à la loi puissance utilisée pour approximer le comportement rhéologique. On note que la moyenne des écarts relatifs est de 2.48%.



**Figure III. 10.** Courbe de viscosité donnée par Bayer (rhéomètre capillaire) et déterminée par optimisation.

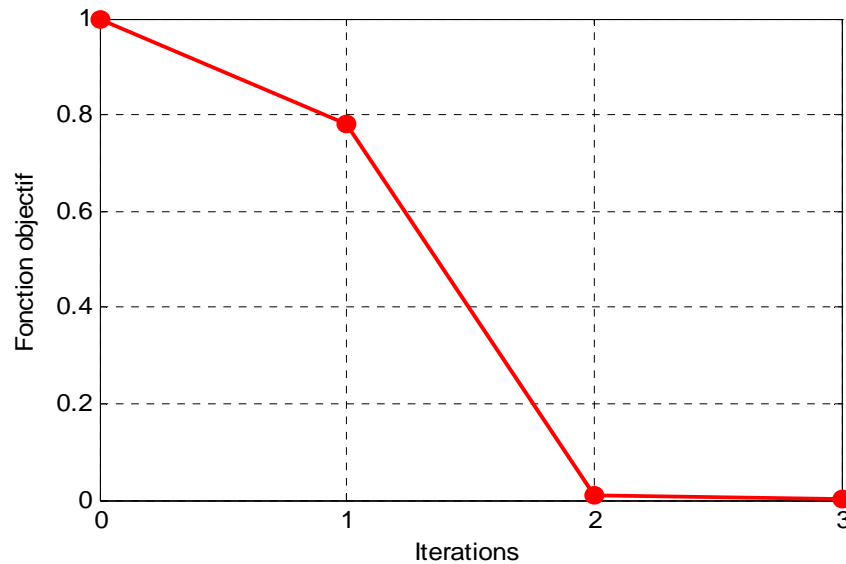


**Figure III. 11.** Ecart relatif entre les viscosités, rhéomètre capillaire et Krigage (plan composite).

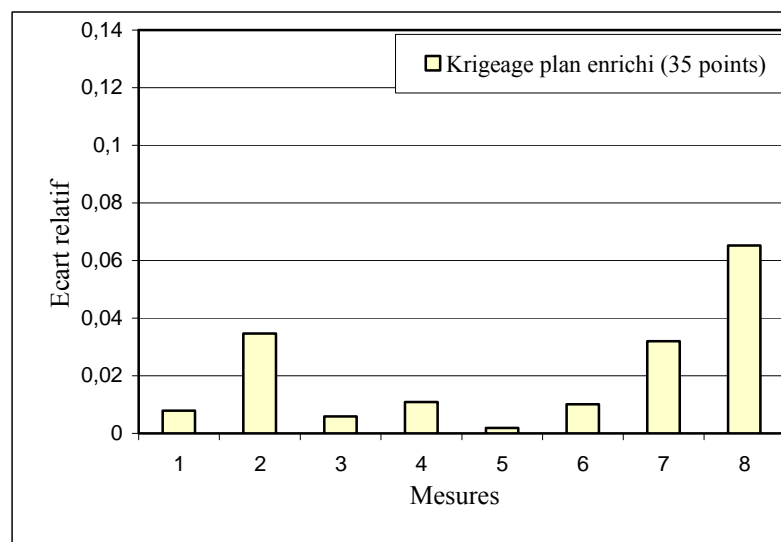
### III.5.3. Résultat 3 (Interpolation Krigage « Plan 35 »)

La figure III.12 illustre l'allure de convergence de la fonction objectif au cours des itérations. Ce calcul utilise la méthode de surface de réponse avec l'interpolation Krigage en utilisant un plan d'expérience enrichi de 35 points de calcul. La solution optimale, qui représente l'écart minimal entre les pressions calculées par REM3D<sup>®</sup> et les pressions mesurées, est obtenue à la troisième itération, qui correspond à 105 calculs de la vraie fonction coût. La valeur de la fonction objectif est  $7,49 \cdot 10^{-3}$ , qui correspond à une valeur normalisée de  $7,79 \cdot 10^{-4}$ , avec  $\eta_0 = 8580 \text{ Pa.s}^m$ ,  $m = 0.418$  et  $\beta = 1985 \text{ K}$ . Le temps CPU est de 19h30, sur une machine

Pentium IV, 2.4 GHz, 1 Go Ram. On constate que la convergence est obtenue à la troisième itération avec encore plus de précision que les deux autres stratégies (approximation diffuse et l'interpolation Krigeage avec plan de 15 points). Par contre, en utilisant le plan enrichi qui nécessite 35 points de calcul, on a fait 105 calcul de la fonction objectif. Ceci augmente le temps CPU par rapport au résultats obtenus avec le plan composite qui ne nécessite que 15 points de calcul.



**Figure III. 12.** Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations en utilisant l'interpolation Krigeage « plan de 35 points ».

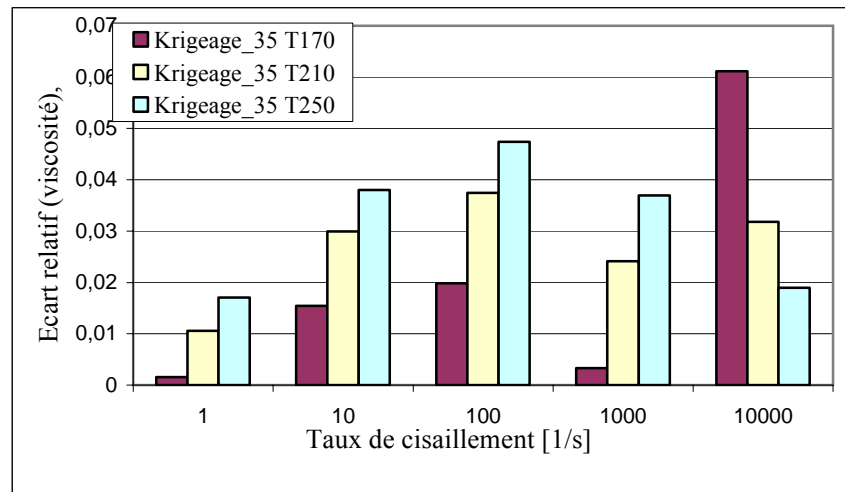


**Figure III. 13.** Ecarts relatifs entre les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D® (optimisation par surface de réponse avec l'Interpolation Krigeage « Plan enrichi 35 »).

On illustre dans la figure III.13, l'écart relatif entre les pressions mesurées et les pressions obtenues par Rem3D® en utilisant la méthode de surface de réponse avec l'interpolation Krigeage. Ces résultats sont obtenus en utilisant un plan composite enrichi, ce qui permet de donner une bonne précision de la fonction approchée. On remarque que les écarts relatifs sont



inférieurs à 4%, sauf à grande pression. On observe un écart de 6,5 %, ce qui correspond au débit le plus élevé pour la filière de 5 mm d'épaisseur (fort taux de cisaillement). La moyenne de l'écart relatif globale est de 2.1%.



**Figure III. 14.** *Ecarts relatifs entre les points de viscosité donnée par Bayer et déterminée par optimisation.*

Les écarts relatifs entre les valeurs de viscosités sont représentés la figure III.14. On constate que l'utilisation de l'interpolation Krigage avec le plan enrichi donne des écarts relatifs faibles, avec une moyenne de 2.6%.

#### III.5.4. Comparaison des trois méthodes

Nous présentons sur la figure III.15 les trois courbes de convergence de la fonction objectif au cours des itérations d'optimisation. On constate à partir des courbes de convergence que l'interpolation Krigage permet de détecter l'optimum plus rapidement (3 et 5 itérations respectivement pour le plan de 35 et de 15 points). De plus, la précision est meilleure par rapport au résultat obtenu en utilisant l'approximation diffuse.

Il est clair que les trois méthodes donnent de bons résultats et convergent bien, malgré la grande non linéarité de la fonction objectif. Cette non linéarité est due à la grande variation des pressions en fonction des trois paramètres rhéologique «  $\eta_0, m$  et  $\beta$  » et de leurs interactions (Annexe A). On peut noter que les pressions varient pour les différents débits et températures pour les deux épaisseurs de la filière. Comme la fonction objectif représente l'écart relatif global entre les pressions mesurées et calculées, la somme de ces écarts rend aussi la fonction objectif fortement non linéaire.

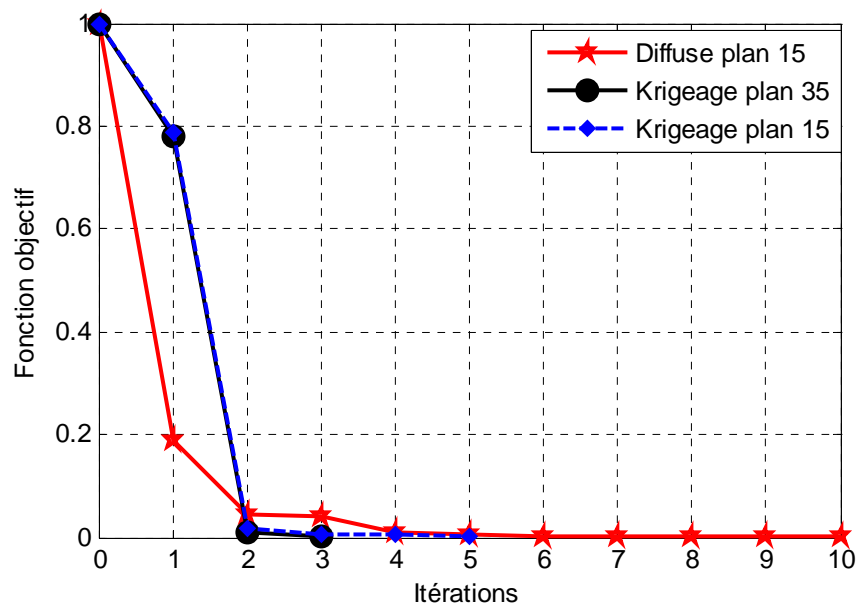


Figure III. 15. Courbe de convergence durant les itérations d'optimisation.

Les graphiques des figures (III.16, III.17, et III.18) représentent respectivement les évolutions des paramètres de la loi rhéologique «  $\eta_0, m$  et  $\beta$  », au cours des itérations d'optimisation pour les trois cas. On note que le point initial (itération 0) correspond à la moyenne du domaine de recherche pour chaque variable d'optimisation.

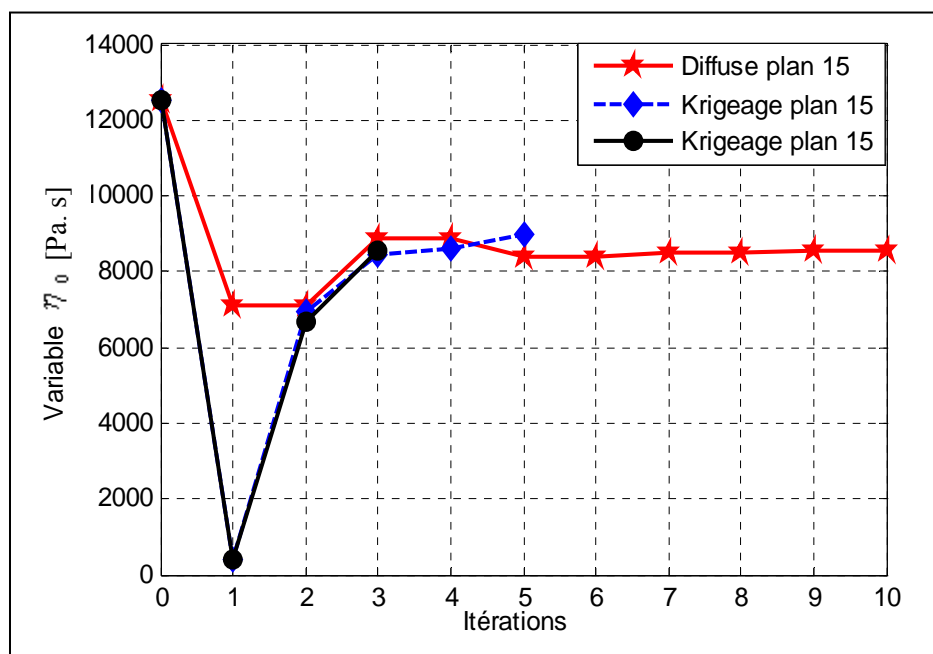
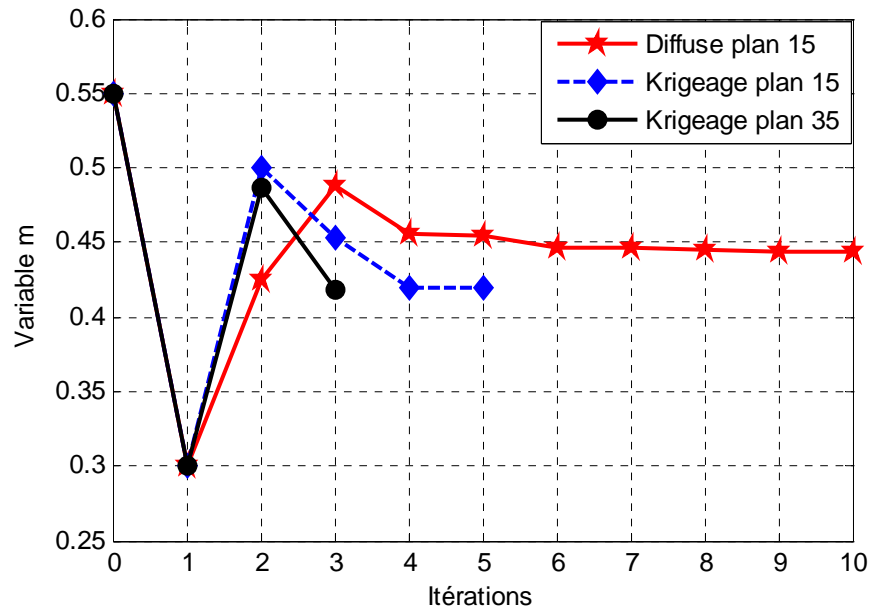


Figure III. 16. Evolution du paramètre  $\eta_0$  durant les itérations d'optimisation.

La figure III.16 représente l'évolution du paramètre  $\eta_0$  en fonction des itérations d'optimisation. On constate qu'à la première itération, en utilisant l'interpolation Krigeage, la variable  $\eta_0$  a varié fortement, et dans la même direction que l'approximation diffuse. A la

deuxième itération, la variation semble aller dans la bonne direction pour converger vers des solutions proche pour les trois cas d'optimisation.



**Figure III. 17.** Evolution du paramètre  $m$  durant les itérations d'optimisation.

Pour la variation «  $m$  » (Fig. III.17), On constate qu'à la première itération la valeur de la variable  $m$  correspond au minimum du domaine de recherche. Cette valeur a été détectée par l'étude des effets et des interactions (Annexe A : variable B figure A.1). Avec l'utilisation de l'interpolation Krigeage (pour les deux plans d'expérience), on obtient la même valeur à la fin des itérations. Par contre, en utilisant l'approximation diffuse, la variable  $m$  a légèrement augmenté, ce qui est illustré par la pente de la courbe de viscosité (Fig. III.6).

De la même manière, nous étudions maintenant l'évolution de la variable «  $\beta$  » (Fig. III.18). On remarque que le point de convergence, en utilisant l'approximation Krigeage avec le plan enrichi de 35 points nous donne une valeur plus importante. Ceci est illustré par les écarts entre les courbes de viscosité pour les différentes températures. En annexe A nous avons montré dans l'étude des effets et des interactions des variables d'optimisation (Fig. A.1 et A.2) que les niveaux min et max de la variable  $\beta(C)$  donnent le minimum de la fonction objectif. Ceci s'explique par les directions différentes obtenues en utilisant l'interpolation Krigeage, avec les deux plans.

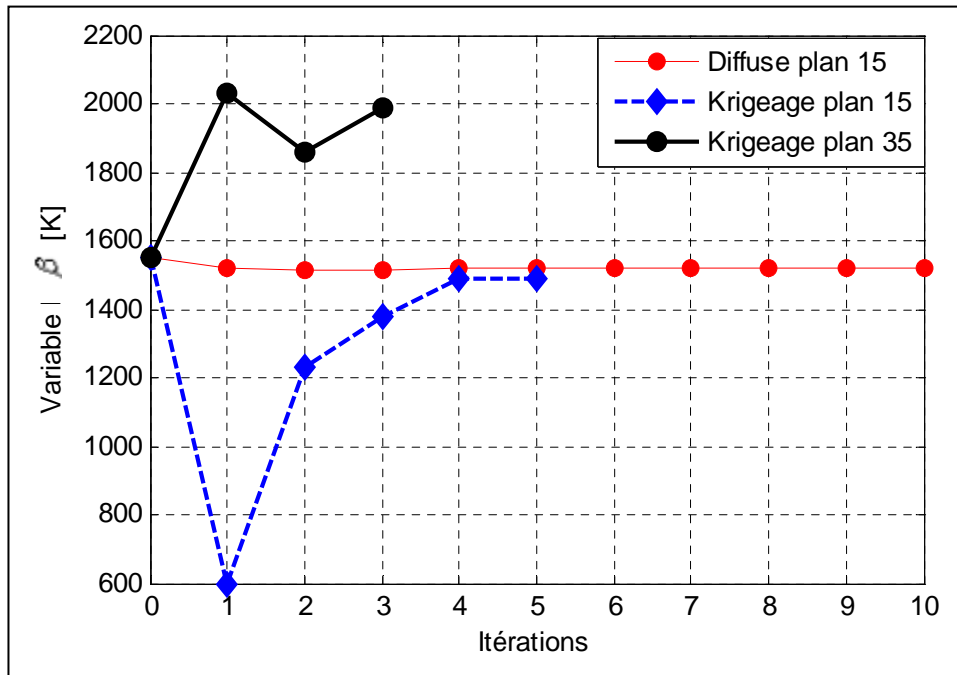


Figure III. 18. Evolution du paramètre  $\beta$  durant les itérations d'optimisation.

Les écarts relatifs entre les pressions mesurées et les pressions calculées par Rem3D<sup>®</sup> en utilisant les paramètres optimums de la loi rhéologique pour les trois résultats sont présentés dans la figure III.19. On constate que les écarts les plus importants sont ceux des paramètres rhéologiques obtenus en utilisant l'approximation diffuse. Les écarts les plus faibles correspondent à l'utilisation de l'interpolation Krigeage, avec le plan enrichi de 35 points.

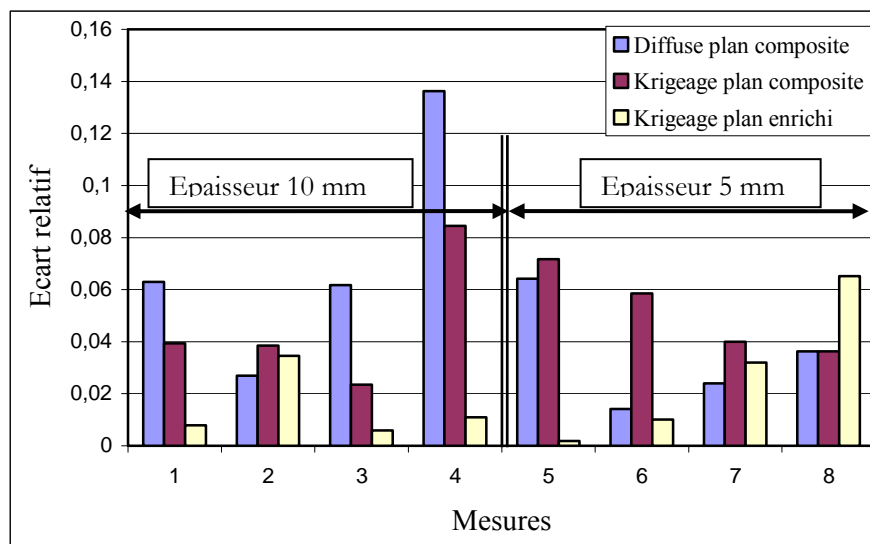


Figure III. 19. Ecart relatif entre les pressions mesurées et les pressions calculées.

Concernant la figure III.19, il est important de souligner que les valeurs des écarts relatif en utilisant l'interpolation Krigeage avec le plan enrichi sont inférieurs à 4% sauf pour le point de mesure correspondant au débit le plus élevé pour la filière de 5 mm d'épaisseur. Ce point de mesure correspond à un écoulement à fort taux de cisaillement. Les différentes valeurs de la pression calculées sont présentées dans le tableau ci-dessous. Ces pressions sont calculées à partir des coefficients de la loi rhéologique déterminé par la méthode d'optimisation surface de réponse, en fonction du plan d'expérience et de la méthode d'approximation.

**Tableau III. 3.** Perte de charge mesurées et calculées par les coefficients identifiés par les trois résultats d'optimisation.

Mesures	Pression [bar] expérimentale	Pression [bar] diffuse plan composite	Pression [bar] Krigeage plan composite	Pression [bar] Krigeage plan enrichi
1	12,7	11,9	12,2	12,6
2	26	25,3	25	25,1
3	34	36,1	34,8	33,8
4	36,7	41,7	39,8	37,1
5	53	49,6	49,2	53,1
6	99	97,6	93,2	98,0
7	125	128	120	121
8	138	143	133	129

### III.6. Conclusion du chapitre

La méthode de surface de réponse nous permet de déterminer la rhéologie d'une matière plastique fondue directement en série de production. Elle nous permet également d'identifier les paramètres rhéologiques, à partir de la vraie géométrie, même si cette géométrie est complexe. On peut ainsi éviter de faire des hypothèses simplificatrices comme par exemple de négliger l'auto-échauffement par dissipation visqueuse. En effet, à des taux de cisaillement élevés, le polymère s'échauffe et cette hypothèse simplificatrice n'est plus valable [STE04].

Cette méthode d'identification nous a permis aussi de valider notre méthode d'optimisation, considérant la forte non linéarité de la fonction objectif, et d'étudier l'influence de la méthode d'approximation et du plan d'expérience sur la précision des résultats et sur la vitesse de convergence.

Par la suite nous continuerons d'utiliser la méthode surface de réponse avec l'interpolation Krigeage, car elle donne une bonne précision et une vitesse de convergence plus rapide que l'approximation diffuse.

## Chapitre IV. Optimisation géométrique d'une filière porte manteau.

### IV.1. Préambule bibliographique

Actuellement, la plupart des problèmes d'optimisation de paramètres d'un procédé font appel à la simulation numérique pour évaluer la fonction objectif et les contraintes. Ces fonctions peuvent être de dimensions similaires ou différentes (géométriques, ou physiques: débit, température, pression, ...), il est donc souhaitable de les homogénéiser. D'autre part, selon la méthodologie d'optimisation employée, la résolution de ces problèmes peut nécessiter un nombre d'analyses (éléments finis, volume finis...) assez considérable, en particulier si nous utilisons des méthodes stochastiques, par exemple les Algorithmes Génétiques [SIE06], [MIC04]. D'autres auteurs ont utilisé des algorithmes hybride [SAH05a], comme la méthode de Stratégie d'évolution avec méta-modèle [DO06], qui consiste à utiliser des méthodes d'approximation ou d'interpolation dans le but de diminuer le nombre d'évaluations (simulations) des fonctions objectif et limitations. Dans ce contexte, selon Labergère [LAB03], la solution idéale consiste à utiliser la méthode de surface de réponse [MYR02] pour mener à bien l'optimisation, ce qui permet de réduire le nombre d'évaluation de la fonction objectif.

Le premier objectif de la conception géométrique des filières d'extrusion est d'obtenir une distribution uniforme de vitesse à la sortie de la filière. La géométrie d'une filière plate « porte manteaux » va être optimisée afin d'homogénéiser la répartition des vitesses à sa sortie. Une filière plate est généralement employée pour extruder des feuilles et des plaques d'épaisseur différentes. Si la géométrie du canal de répartition n'est pas conçue correctement, la vitesse à la sortie de la filière peut ne pas être uniforme, ce qui peut mener à une variation de l'épaisseur des plaques à travers la largeur de la filière.

Souvent, le nombre de variables impliquées et leurs interactions empêchent toute optimisation selon la méthode d'essais erreurs, car le nombre d'évaluations à effectuer serait beaucoup trop élevé. Hurez et al. [HUR96] ont utilisé une méthode d'essais erreurs pour ajuster la géométrie d'une filière de profilé afin d'assurer une répartition homogène des débits à la sortie. Vaddiraju et al. [VAD04], Reifschneider et al. [REI04a] ont utilisé une méthode d'extrusion inverse, en utilisant un logiciel de simulation tridimensionnel (Polyflow<sup>®</sup>) afin d'optimiser la géométrie d'une filière de profilés pour trouver la forme désirée du profilé en surface libre à la sortie de la filière. Lightfoot et Gallo [LIG03] ont utilisé une méthode d'essais erreurs à l'aide du logiciel Polyflow<sup>®</sup> en modifiant la surface de la filière et du mandrin pour assurer une distribution uniforme d'épaisseur de parois dans le procédé de soufflage des bouteilles en plastiques. Gifford [GIF02], à l'aide du logiciel Dieflow, a pris en compte les effets de flexion des lèvres de la filière à la sortie. Par une méthode d'essai erreur, il a modifié légèrement la

géométrie d'une filière de profilé afin d'homogénéiser la répartition des débits à la sortie. Les plans d'expériences, notamment la méthode Taguchi [ALE95], [MON05], permettent d'obtenir des renseignements précieux sur les variables importantes du procédé afin d'atteindre les objectifs recherchés. Les effets des différents facteurs peuvent être représentés sur des graphiques pour favoriser la discussion et conduire à l'identification de ceux qui sont influant pour minimiser les défauts.

Dans ce cadre, on peut citer CHEN et al. [CHE97b] qui ont montré, à l'aide de la méthode de Taguchi, que les conditions opératoires, le type de matériaux, et la géométrie de la filière ont une grande influence sur la distribution des vitesses à la sortie d'une filière de profilé. Reifschneider [REI02] utilise une méthode de surface de réponse, couplée automatiquement à une méthode des éléments finis pour simuler l'écoulement des polymères en trois dimensions dans le cas d'une filière plate. Pour obtenir une répartition homogène des débits à la sortie de la filière, il utilise comme variables d'optimisation deux angles, qui représentent la géométrie du canal de répartition. Les paramètres optimums sont utilisés pour réaliser cette filière. Des mesures expérimentales ont été établies avec un maximum d'écarts relatifs sur la répartition des débits de 12.5%. Reddy et al. [RED99] utilisent la même démarche pour optimiser la répartition des vitesses à la sortie d'une filière de profilé.

Smith [SMI03b] utilise l'approximation de la lubrification hydrodynamique pour résoudre l'écoulement purement visqueux et isotherme dans une filière plate afin d'optimiser la géométrie pour deux matériaux différents. Deux algorithmes d'optimisation avec contrainte sont utilisés (SQP et SLP) et comparés. Le problème d'optimisation consiste à minimiser la perte de charge dans la filière, avec une contrainte imposée pour qu'une répartition homogène des vitesses soit obtenue à la sortie de la filière avec une tolérance imposée. Le même auteur [SMI03a] a optimisé la même géométrie en utilisant l'algorithme SQP pour minimiser la longueur de la filière en imposant des contraintes sur le temps de séjour, la répartition des vitesses et sur la variation de l'épaisseur suivant l'écoulement.

Sun et al. [SUN04] ont optimisé la géométrie d'une filière plate type porte manteau, en utilisant un algorithme BFGS. Dix variables d'optimisation sont utilisées pour homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie de la filière. La fonction objectif a été modifiée en utilisant une fonction de pénalité pour prendre en compte une contrainte en pression pour qu'elle n'augmente pas durant le processus d'optimisation. La simulation de l'écoulement est faite par le logiciel PELDOM<sup>®</sup> (éléments finis). Le même algorithme d'optimisation (BFGS + pénalité) a été utilisé par Smith et al. [SMI98b] pour homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie d'une filière plate avec une contrainte sur le temps de séjour de la matière pour éviter la dégradation de la matière.

## IV.2. Formulation du problème d'optimisation

Nous avons adopté deux démarches pour l'optimisation géométrique d'une filière porte manteau [PUI94](Fig. IV.1). Dans la première, nous minimisons l'écart entre les vitesses à la sortie de la filière et la vitesse moyenne, sur toute la largeur de la filière, en utilisant une fonction contrainte sur la pression pour que la pression ne dépasse pas une certaine valeur imposée. Dans la seconde démarche, un nouveau problème d'optimisation est formulé, qui consiste à minimiser la perte de charge dans la filière, comme fonction objectif, tout en utilisant une fonction contrainte sur la répartition des vitesses, pour qu'une répartition homogène des vitesses soit obtenue à la sortie de la filière. Pour ces deux démarches, on a utilisé la méthode de surface de réponse avec l'interpolation Krigage, et deux plans d'expérience différents. Le premier est un plan d'expérience composite extérieur (5 niveaux pour chaque variable) ce qui donne pour 3 variables d'optimisation 15 points (15 analyses EF). Le second est un plan composite enrichi, ce qui donne 35 points. Les simulations numériques ont été réalisées sous Rem3D<sup>®</sup>. Par symétrie seule une demi filière est modélisée. Les calculs sont effectués sur une machine Pentium IV, 3 GHz, et 1 Go Ram.

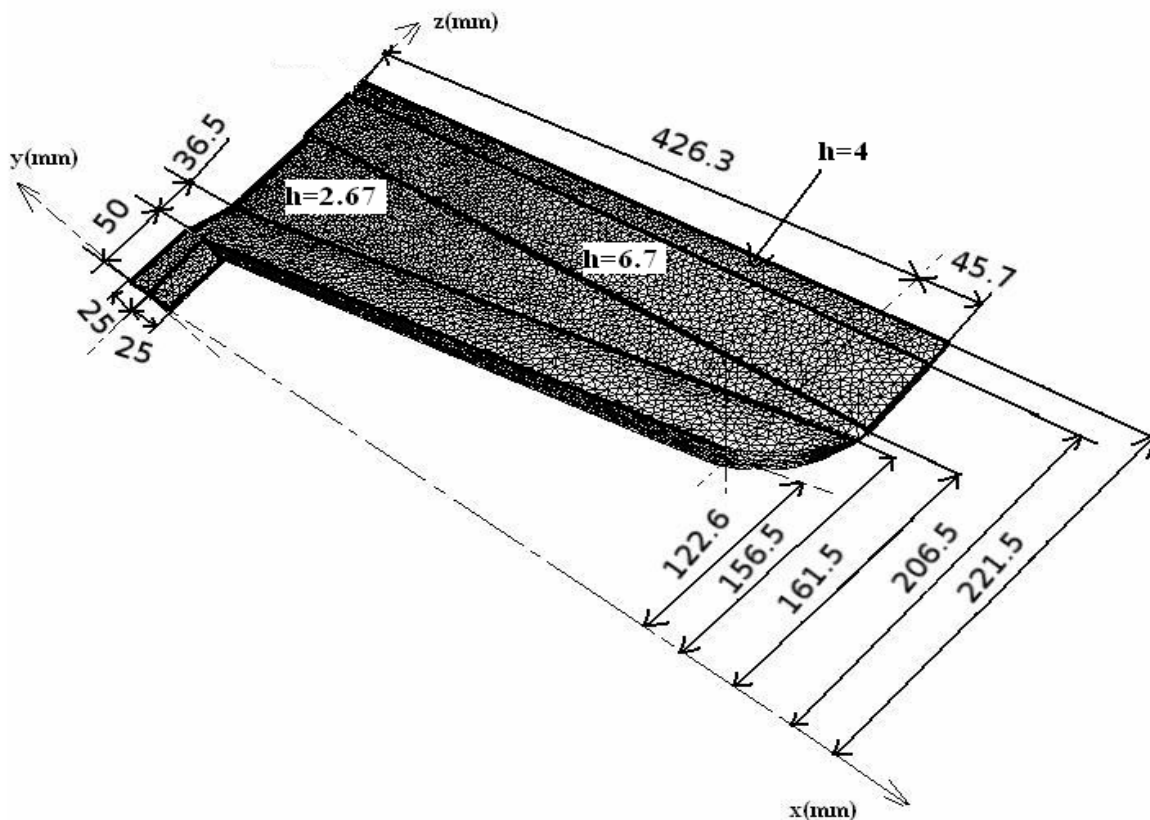


Figure IV. 1. Schéma d'une filière porte manteau avec un exemple de maillage E.F.



### IV.2.1. Données et conditions aux limites

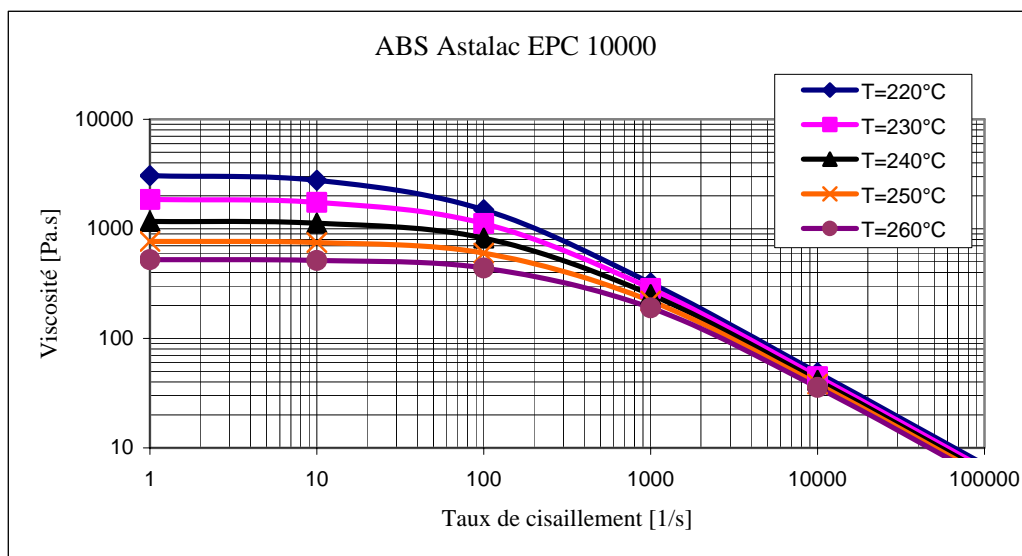
Dans ce chapitre, nous allons optimiser la géométrie d'une filière plate pour un polymère thermoplastique Acrylonitrile Butadiene Styrene (ABS). Son nom commercial est Astalac EPC 10000. Les paramètres rhéologiques de l'ABS sont référés dans le tableau IV. 1. Le modèle de viscosité de Carreau Yasuda avec une thermo-dépendance Arrhenius (Fig. IV.2) est employé pour caractériser la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et de la température.

Les simulations sont effectuées dans les conditions suivantes :

- Un débit volumique  $Q_v = 50000 \text{ mm}^3/\text{s}$ ;
- Température du polymère à l'entrée de la filière  $T_m = 240 \text{ °C}$ .
- Température de la filière constante  $T_f = 230 \text{ °C}$ .

**Tableau IV. 1.** Paramètres rhéologiques du ABS Astalac EPC 10000.

$\eta_0$ [Pa.s <sup>m</sup> ]	$m$	$a$	$\tau_s$ [Pa]	$T_{\text{ref}}$ [K]	$\beta$ [K]
717	0.159	1	224062	525	11703



**Figure VI. 2.** Courbe de viscosité d'un ABS Astalac EPC 10000 (loi Carreau Yasuda & Arrhenius).

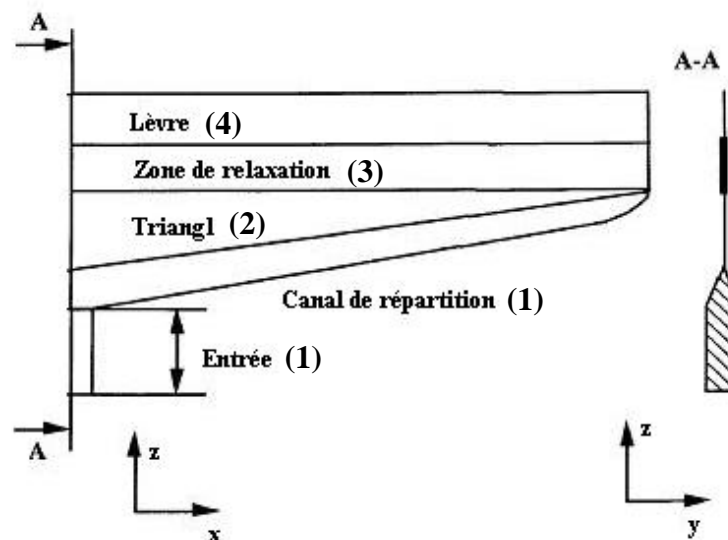
### IV.2.2. Influence de la taille du maillage

La qualité du maillage joue un rôle important, pour l'étude des problèmes de mise en forme des polymères. Les éléments utilisés dans REM3D<sup>®</sup> sont des éléments 3D tétraédriques, linéaires et non structurés. Le maillage anisotrope [BIG00], [GRU04], [GRU05], disponible dans Rem3D<sup>®</sup> permet de réaliser un maillage dont les éléments présentent un allongement

dans une (ou plusieurs) direction(s) privilégiée(s). Ceci permet d'optimiser le rapport qualité/coût du calcul. En tenant compte des conditions de symétrie, nous allons modéliser uniquement une demi filière.

Dans cette section, nous examinerons et analyserons l'effet de la densité du maillage sur le temps CPU ainsi que sur certains résultats: variations de la pression maximale, répartition des vitesses à la sortie de la filière.

La distribution du maillage a été améliorée en divisant la filière en quatre zones. La première zone représente l'entrée de la filière et le canal de répartition, les autres zones (2, 3, 4) représentent les parties plates de faible épaisseur de la filière, qui sont respectivement, le triangle, la zone de relaxation, et les lèvres, comme l'indique la figure IV.3. Sur ces zones nous allons imposer différentes tailles d'éléments finis, soit en utilisant le maillage volumique de taille constante suivant les directions ou le maillage volumique anisotrope avec une taille d'élément qui varie suivant chaque direction. Pour respecter un certain nombre de nœud sur l'épaisseur vu le grand rapport de forme (Fig. IV.1) (épaisseur sur largeur) le maillage anisotrope est privilégié. Sept maillages ont été analysés. Dans le tableau IV.2, nous présentons les caractéristiques et les particularités de chaque maillage: taille des éléments suivant chaque direction et pour les différentes zones, nombre de nœuds et d'éléments, temps CPU et perte de charge dans la filière.



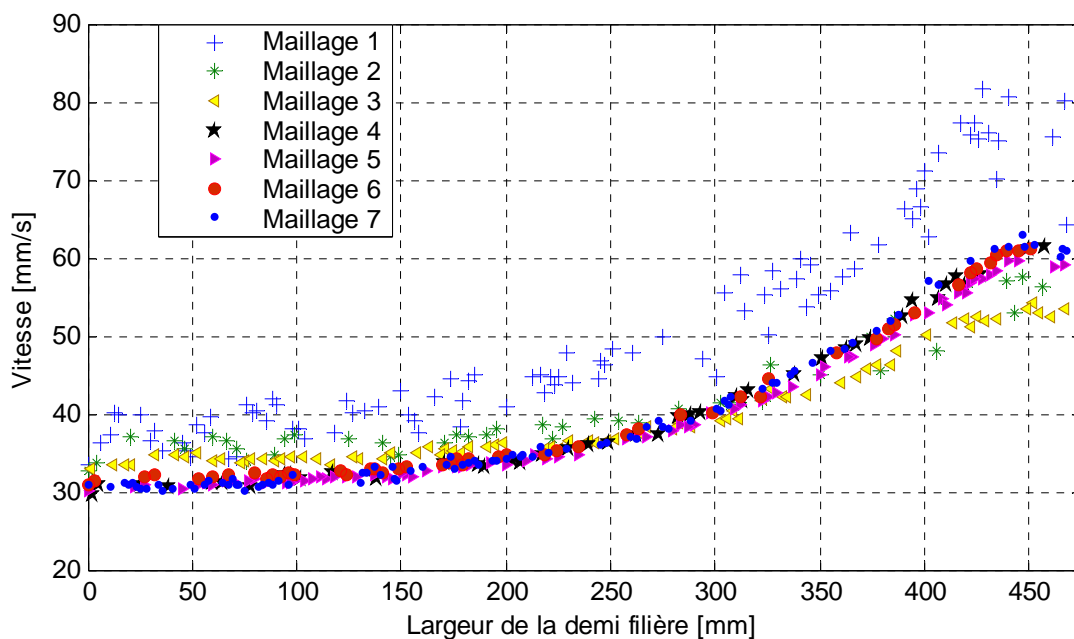
**Figure IV. 3.** Les différentes zones de maillage dans la filière porte manteau.

Nous comparons la pression obtenue par les différents maillages avec celle obtenue par le maillage le plus fin pris comme référence. Ainsi, nous constatons, d'après les résultats obtenus (Tab. IV.2), qu'en raffinant le maillage et en utilisant un maillage adapté pour chaque zone, l'écart entre les pressions devient négligeable, en revanche le temps CPU devient plus important.

Afin de quantifier l'influence de la densité du maillage sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière, on a représenté sur la figure IV.4 les résultats correspondants aux différents maillages. Nous constatons que les courbes de distribution des vitesses à la sortie de la filière aboutissent toutes, en raffinant le maillage, à des valeurs très proches. On remarque que même avec le maillage fin de taille constante (maillage1) l'hétérogénéité en vitesse est importante. En analysant de plus près les courbes, nous constatons qu'une stabilisation des résultats est établie à partir du maillage 4.

**Tableau IV. 2.** Caractéristiques des différents maillages utilisés.

Maillage	Taille des éléments [mm] suivant chaque direction pour les différentes Zones												Nœuds	Eléments	Pression [MPa]	Temps CPU [min]
	Zone 1			Zone 2			Zone 3			Zone 4						
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z				
(1)	4	4	4	2	2	2	2	2	2	1	1	1	135357	659761	4.87	267
(2)	6	3	7	6	1.5	6	6	1.5	6	5	1	5	20708	94113	3.95	14
(3)	6	4	6	6	1	6	6	1.5	6	3	0.75	3	24380	112209	3.98	26
(4)	6	4	6	4	0.75	4	5	1	5	3	0.5	3	35837	176806	4.44	49
(5)	5	2	5	4	0.75	4	4	1	4	3	0.5	3	60356	302588	4.43	85
(6)	4	1	4	2	0.5	2	2	0.5	2	2	0.37	2	104208	532018	4.48	192
Référence (7)	2	1	2	1	0.37	1	1	0.37	1	1	0.37	1	220888	1146689	4.46	431



**Figure IV. 4.** Effets du maillage sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière.

Pour trouver le rapport qualité temps CPU le plus approprié pour les différents maillages, nous constatons que la combinaison entre le type de maillage, la taille des éléments et le choix des différentes zones de maillage correspond au maillage 4 qui donne le minimum d'erreur avec le minimum de temps CPU (voir tableau IV.2).

### IV.2.3. Fonction objectif et contrainte

La première démarche, consiste à déterminer la géométrie de la filière optimale, permettant d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie, en évitant que la pression à l'entrée de la filière augmente par rapport à la pression  $P_0$  obtenue par la géométrie initiale. On peut aussi imposer une contrainte plus sévère sur la pression, cette condition est traduite par une fonction contrainte ( $g$ ).

$$\begin{cases} \min f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où  $f$  et  $g$  sont respectivement la fonction objectif, et contrainte.  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$  sont les limites inférieures et supérieures des variables géométrique de la filière porte manteau.

La fonction objectif est définie de façon à éviter les oscillations dues au profil de Poiseuille sur l'épaisseur et au contact collant (vitesse nulle à la paroi). Elle représente l'écart relatif global ( $E$ ) entre la vitesse moyenne ( $\bar{v}^s$ ) et la vitesse ( $v_i^s$ ) de chaque nœud ( $N^s$ ) du plan moyen, sur toute la largeur à la sortie de la filière. Ainsi, elle est normalisée par rapport à l'écart relatif global obtenu dans la géométrie initiale ( $E_0$ ).

$$f = \frac{E}{E_0} \quad (\text{IV.2})$$

$$E = \left( \frac{1}{N^s} \sum_{i=1}^{N^s} \left( \frac{|v_i^s - \bar{v}^s|}{\bar{v}^s} \right) \right) \quad (\text{IV.3})$$

$$\bar{v}^s = \frac{1}{N^s} \sum_{i=1}^{N^s} v_i^s \quad (\text{IV.4})$$

La fonction contrainte est choisie de façon à rester négative, si la pression est inférieure à une valeur imposée ( $Cont \times P_0^e$ ), sinon elle sera positive.

$$g = \frac{P^e - (Cont \times P_0^e)}{(Cont \times P_0^e)} \quad (\text{IV.5})$$

$P^e$  : pression à l'entrée de la géométrie modifiée.

$P_0^e$  : pression à l'entrée de la géométrie initiale.

Avec :  $0 < Cont \leq 1$

Si  $Cont = 1$  : La pression ne doit pas augmenter par rapport à la pression initiale.

Si  $0 < Cont < 1$  : la pression doit être encore plus faible par rapport à la pression initiale.

#### IV.2.4. Variables d'optimisation

La conception d'une filière plate est basée sur les valeurs des divers paramètres géométriques, qui sont montrés sur la figure IV.1.

Les variables d'optimisation (A, B, C et D) correspondent à la géométrie de la filière porte manteau. La première variable A représente la longueur du canal de répartition, la deuxième variable B représente l'ouverture du canal de répartition, la troisième variable C représente l'épaisseur du canal et la quatrième variable D représente l'épaisseur de la zone de relaxation (Fig. IV.5). Chaque variable a ses limitations géométriques, qui sont choisie de façon à élargir au maximum le domaine de recherche, afin d'assurer que le minimum global se situe à l'intérieur de ce dernier. Ces limitations représentent des contraintes technologique qui sont respectivement:  $30 \leq A \leq 110mm$ ,  $50 \leq B \leq 140mm$ ,  $5 \leq C \leq 45mm$  et  $4 \leq D \leq 15mm$ . Pendant le processus d'optimisation, un sous programme Matlab<sup>®</sup>, que nous avons développé, nous permet de générer la CAO et donc de changer la géométrie de la pièce automatiquement (canal de répartition et la zone de relaxation).

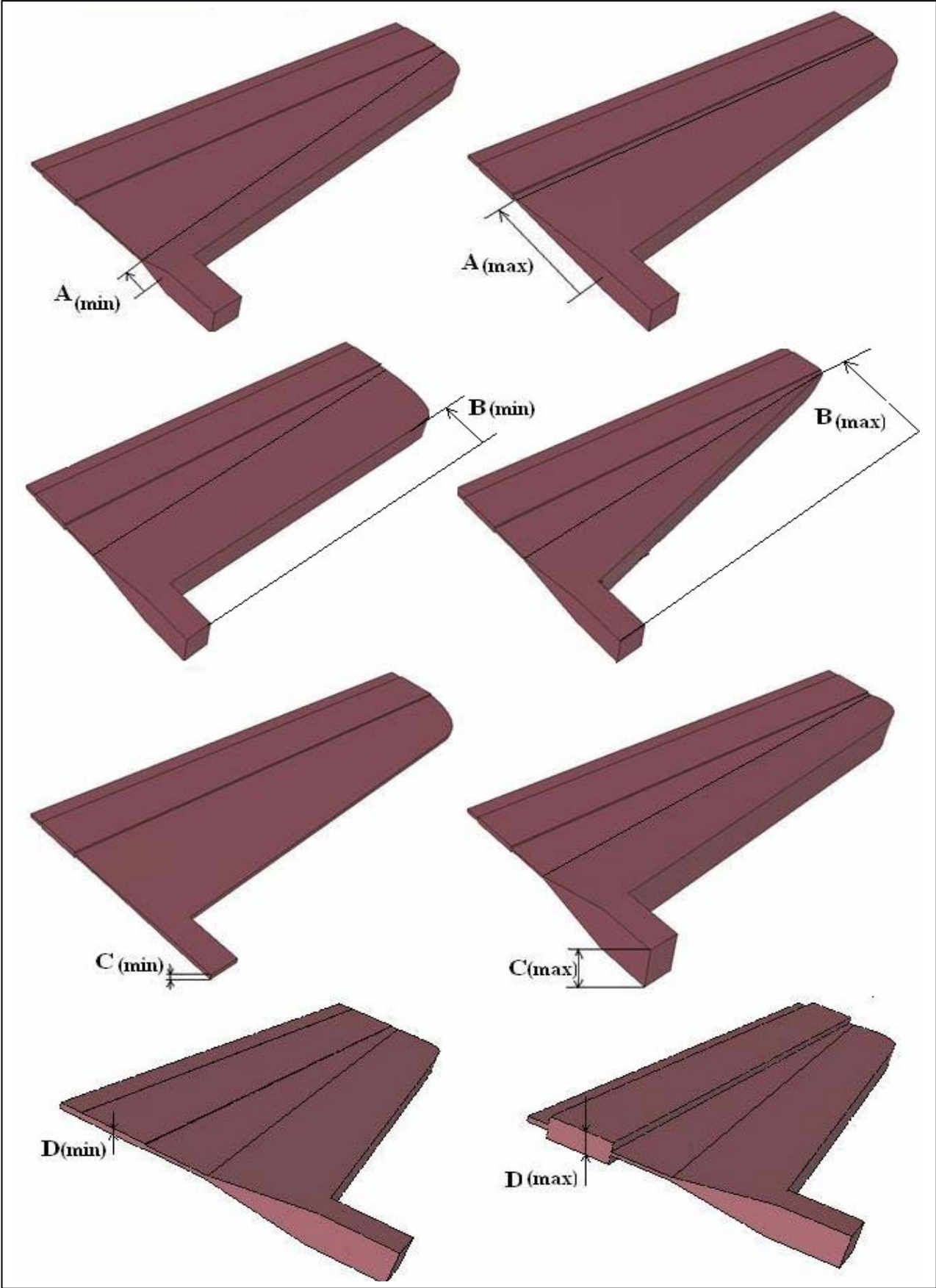


Figure IV. 5. Variables d'optimisation.

Dans la première étape pour changer la géométrie du canal de répartition, on fait un maillage surfacique. Puisqu'on connaît la position des nœuds, on cherche à déterminer les coordonnées de tous les nœuds, qui appartiennent aux deux surfaces S1 et S2 (Fig. IV.6). Pour cela, on utilise l'approximation diffuse avec une interpolation linéaire.  $\hat{P} = [1 \quad x \quad y \quad xy]$ .

Cette méthode nous permet à partir des coordonnées des nœuds de déterminer les surfaces S1, S2 et tous les nœuds qui appartiennent à ces deux surfaces. Pour changer la géométrie du canal de répartition, on détermine les nouvelles surfaces (S1<sub>i</sub>) et (S2<sub>i</sub>) à partir des nouveaux paramètres d'optimisation A<sub>i</sub>, B<sub>i</sub>, C<sub>i</sub>. Puis, on effectue un changement de coordonnées de tous

les nœuds  $N_i \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}$  qui appartiennent aux surfaces S1, et S2 pour qu'ils se translatent dans les

nouvelles surfaces S1<sub>i</sub> et S2<sub>i</sub>, qui représentent la nouvelle géométrie. Pour la surface S3 (zone de relaxation), on fait une simple translation des nœuds suivant l'épaisseur, à partir de la variable D, qui correspond à l'épaisseur de la zone de relaxation. La même procédure est appliquée sur l'autre face de la filière.

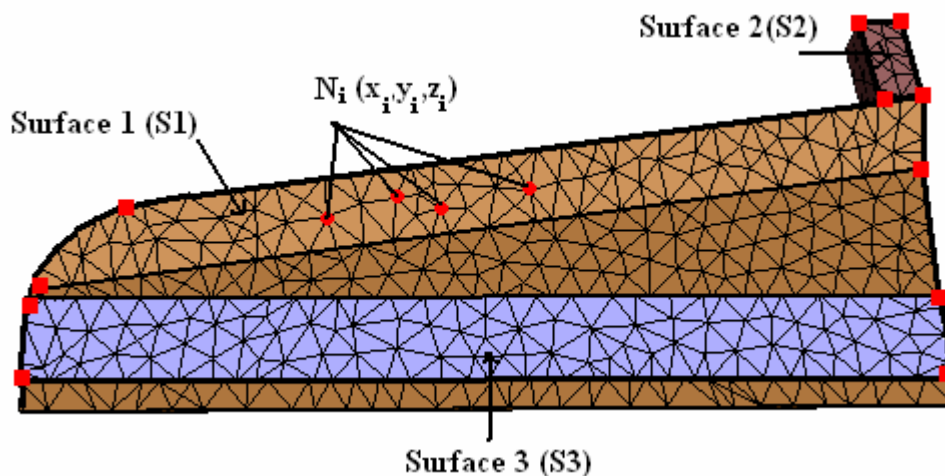
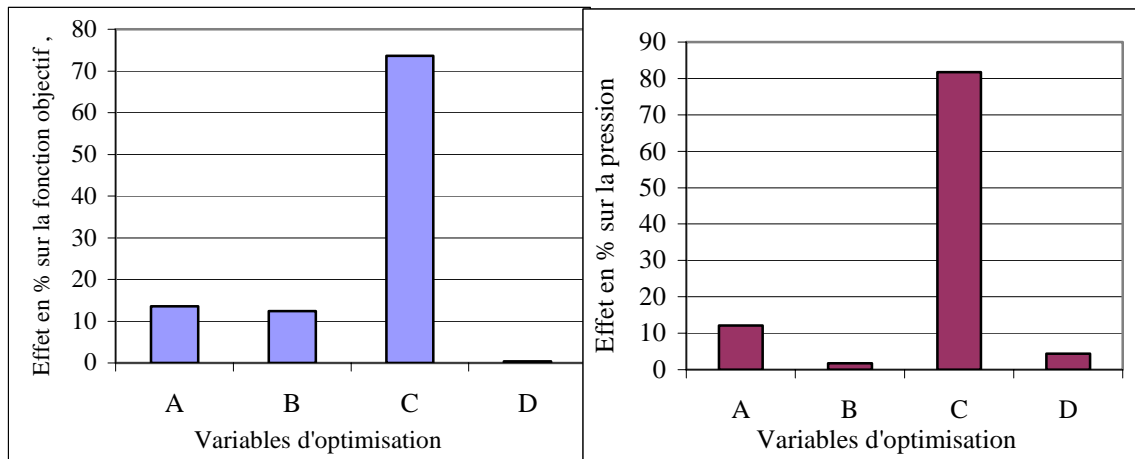


Figure IV. 6. Procédure pour le changement de la géométrie.

#### IV.2.5. Etude des effets et des interactions

La première étude consiste à étudier l'influence des quatre variables d'optimisation sur la fonction objectif et sur la fonction contrainte. Pour cela, on a calculé l'effet de chaque variable sur tout le domaine de recherche en étudiant la contribution de chaque variable à la variation de la réponse « fonction objectif ou contrainte » indépendamment des autres variables en utilisant les points en étoile du plan composite. Pour quatre variables, il faut huit calculs de la vraie fonction objectif et contrainte. On a représenté sur la figure IV.7 l'effet en pourcentage des variables d'optimisations sur les fonctions objectif et contrainte.



**Figure IV. 7.** Effets en % des quatre variables sur la fonction objectif et contrainte (pression).

On constate que la variable D, qui représente l'épaisseur de la zone de relaxation, a un effet négligeable sur la fonction objectif. Par contre la variable C a le plus grand effet sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière de l'ordre de 70%, ensuite les variables A et B. Concernant leurs effets sur la fonction contrainte (pression) on remarque que la variable B a moins d'influence sur la fonction contrainte, puis la variable D. En revanche la variable C a toujours plus d'effet.

Le premier objectif dans la conception des filières d'extrusion est d'obtenir à la sortie une répartition des vitesses parfaitement homogène. On a constaté que la variable D a un effet négligeable sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière. Cette étude nous a permis de limiter le nombre de variable en ne choisissant que les variables qui ont un effet marquant sur la variation de la répartition des vitesses. Ainsi, nous limiterons le nombre de variable de 4 à 3 variables d'optimisation A, B et C, pour résoudre le problème d'optimisation.

#### IV.2.5.1. Etude des effets des variables d'optimisation

Pour une étude plus précise sur les effets et interactions des variables d'optimisation sur la fonction objectif et contrainte, on utilise les calculs des réponses obtenus par le plan d'expérience composite extérieur à 5 niveaux par variable (Tab.IV3). Les différents niveaux sont représentés par les niveaux de 1 à 5 qui donnent respectivement les valeurs du minimum au maximum de chaque variable. On peut estimer les effets moyens des variables d'optimisation « variables géométrique A, B et C » et de leurs interactions en utilisant la méthode des plan d'expérience (voir chapitre II) notamment la méthode de Taguchi [ALE95].

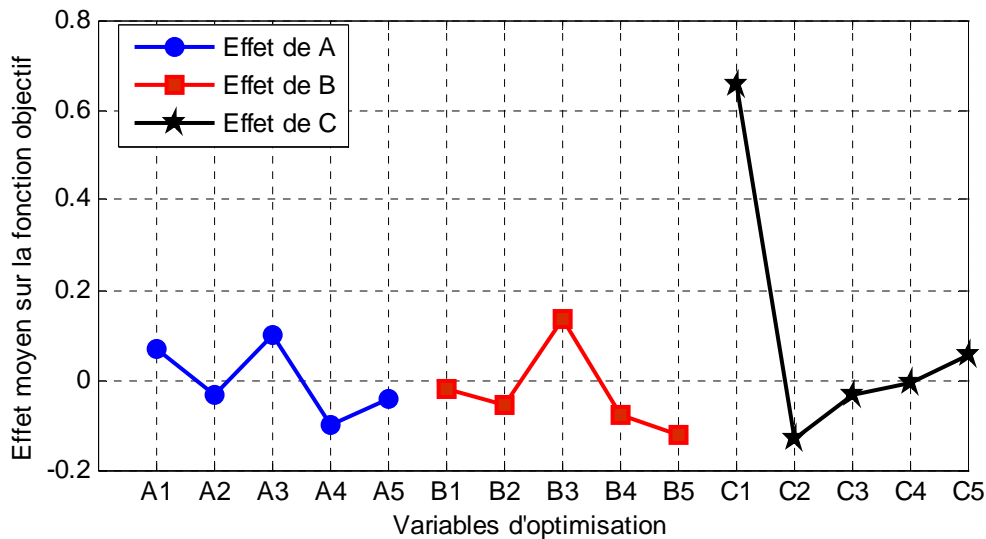


**Tableau IV. 3.** Réponses de la fonction objectif et contrainte pour le plan composite extérieur 5 niveaux par variable (Critère d'iso variance par rotation).

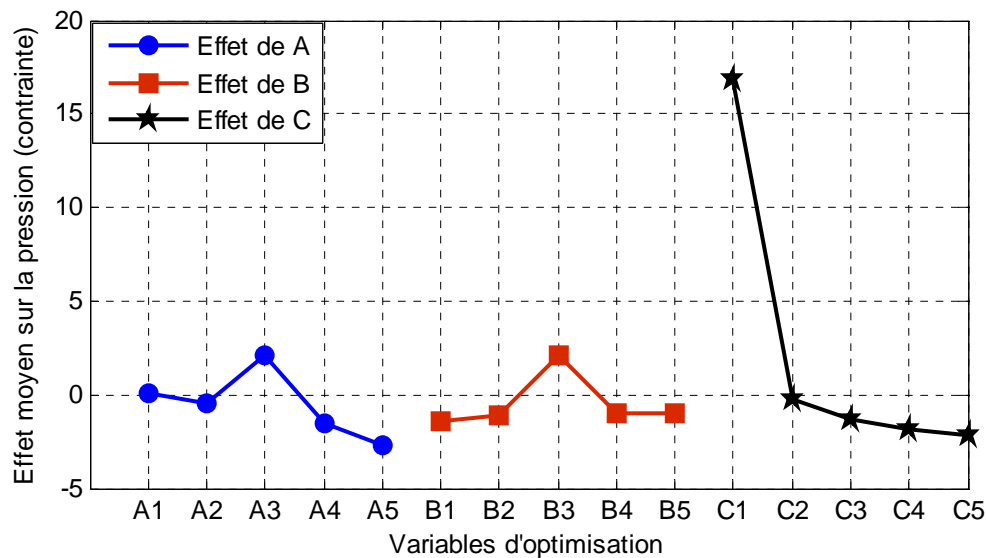
Réponses	A	B	C	$f$	Pression [bar]
1	$2(-1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	<b>9.04</b>	<b>46.75</b>
2	$4(+1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	<b>4.42</b>	<b>34.8</b>
3	$2(-1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	<b>3.65</b>	<b>49.90</b>
4	$4(+1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	<b>8.34</b>	<b>35.69</b>
5	$2(-1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	<b>28.28</b>	<b>29.09</b>
6	$4(+1/\alpha)$	$2(-1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	<b>12.90</b>	<b>21.11</b>
7	$2(-1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	<b>22.73</b>	<b>30.12</b>
8	$4(+1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	$4(+1/\alpha)$	<b>11.30</b>	<b>21.51</b>
9	3 (0)	3 (0)	3 (0)	<b>13.73</b>	<b>29.5</b>
10	1 (-1)	3 (0)	3 (0)	<b>26.15</b>	<b>45.07</b>
11	5 (+1)	3 (0)	3 (0)	<b>15.04</b>	<b>16.99</b>
12	3 (0)	1 (-1)	3 (0)	<b>17.07</b>	<b>29.43</b>
13	3 (0)	5 (+1)	3 (0)	<b>6.94</b>	<b>33.43</b>
14	3 (0)	3 (0)	1 (-1)	<b>84.85</b>	<b>212.0</b>
15	3 (0)	3 (0)	5 (+1)	<b>24.63</b>	<b>22.29</b>

La figure IV.8 illustre l'effet moyen des variables d'optimisation sur la fonction objectif aux différents niveaux. On constate que les trois variables géométriques A, B, C ont des effets considérables sur la fonction objectif, avec des variations fortement non linéaires en fonction des différents niveaux, et plus particulièrement la variable A. On remarque que la variable « C » qui représente l'épaisseur du canal de répartition a un effet plus important au niveau 1 (l'épaisseur minimale du canal de répartition, voir figure IV.5). Cet effet présente une valeur maximale, laquelle correspond à une mauvaise répartition des vitesses à la sortie de la filière. Pour les autres niveaux (de 2 à 5), on constate que l'effet apparaît moyen et de même ordre de grandeur que les autres variables (A et B).

On remarque, à partir de la même figure, que les variables A et B ont une variation non linéaire suivant les différents niveaux. Ceci implique qu'un modèle mathématique linéaire ou quadratique ne peut pas représenter efficacement la fonction objectif. On constate que le niveau 2 de la variable C, le niveau 4 de la variable A et le niveau 5 de la variable B donnent une valeur faible de la fonction objectif.



**Figure IV. 8.** Effets des variables d'optimisation sur la fonction objectif.



**Figure IV. 9.** Effets des variables d'optimisation sur la pression (fonction contrainte).

L'effet moyen des variables d'optimisation sur la fonction contrainte, aux différents niveaux, est représenté sur la figure IV.9. On constate que l'effet de la variable C au niveau 1 est le plus important. Si l'épaisseur du canal de répartition est faible (C1), on a besoin de plus de pression pour extruder la matière plastique. Pour les autres niveaux de la variable C, on constate que l'effet est moins important par rapport à son effet au premier niveau, et que la fonction contrainte diminue progressivement avec l'augmentation de l'épaisseur du canal de répartition. Concernant la variable A, on constate que son effet sur la fonction contrainte est moins important, et que le minimum de la pression correspond au niveau 5. Ce niveau correspond à la profondeur maximale du canal de répartition (figure IV.5). Pour cette conception de la géométrie de la filière plate, la matière extrudée subit moins de rétrécissement au niveau du canal de répartition et s'écoule plus facilement, ce qui explique la diminution de la pression. Pour la variable B on constate que son effet est faible sur la

pression, et qu'il y a peu de variation entre les niveaux (1, 2, 4, et 5). Pour le niveau 3 des variables A et B, la valeur de l'effet moyen a augmenté à cause de la prise en compte de la valeur maximale de l'effet de la variable C au niveau 1 (voir tableau IV.3).

Après une première analyse, on peut constater que le minimum global de la fonction objectif peut se situer au voisinage de la combinaison de « A4, B5, C2 » et le minimum de la fonction contrainte correspond à la combinaison de « A5, B1, C5 ».

Selon le profil des courbes des effets, on est renseigné sur les zones où la variable a une grande influence et celles où celle-ci est moindre. En effet, lorsque la pente de la courbe est importante, la variable a une grande influence sur la fonction, par exemple la variable C entre le niveau 1 et 2. A l'inverse si la pente est faible, la variable a peu d'influence. Grâce à cela, on peut augmenter ou réduire les intervalles de tolérance requise lors de la réalisation de la filière. Si après optimisation, la valeur optimale de la variable C se situe entre les niveaux 1 et 2, la variable est très influente, il est recommandé de réduire au maximum l'intervalle de tolérance et vice versa.

#### **IV.2.5.2. Etude des interactions entre les variables d'optimisation**

Il convient à présent d'analyser les interactions entre les variables d'optimisation sur la fonction objectif et sur la contrainte. Pour mieux analyser ces interactions, on a utilisé les réponses obtenues à partir du plan factoriel à deux niveaux par variable qui est représenté par les niveaux 2 et 4 (réponses de 1 à 8) voir tableau IV.3.

A partir de la figure IV.10, on peut étudier les interactions aux divers combinaisons possibles des trois variables d'optimisations sur la fonction objectif. On a représenté les interactions, entre les différentes variables AB, AC, et BC, par les réponses moyennes (Fig. IV.10a) et par les valeurs de leurs interactions (Fig. IV.10b). On constate que l'effet de la variable A (Fig. IV.10a) dépend fortement des niveaux pris par la variable B et réciproquement. L'effet de la variable C, qui n'est pas faible, dépend des niveaux de la variable A. Nous dirons alors qu'il y a une forte interaction entre les deux combinaisons des variables «AB», et «AC». Ces interactions sont illustrées sur la figure IV. 10b. Concernant l'interaction entre B et C, on remarque que les deux droites sont presque parallèles (Fig. IV.10a). Cela implique que les interactions entre les deux variables B et C sont faibles.

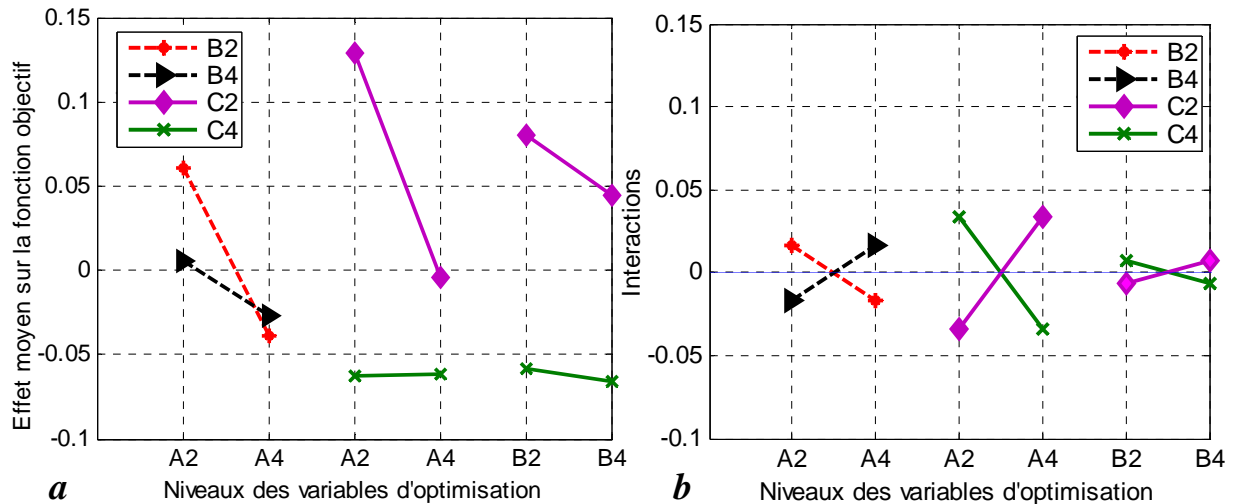


Figure IV. 10. Représentation graphique des interactions, des variables sur la fonction objectif.

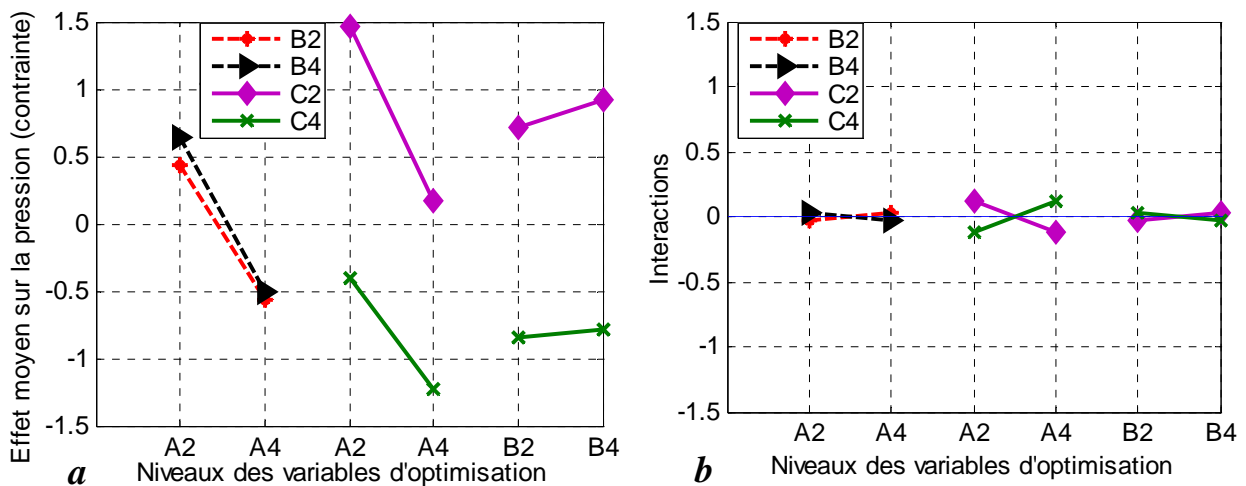


Figure IV. 11. Représentation graphique des interactions, des variables sur la pression.

La même étude est faite pour les interactions entre les variables d'optimisation sur la fonction contrainte (Fig. IV.11). On constate à partir des effets moyens (Fig. IV.11a), que les droites pour chacune des combinaisons de variables sont presque parallèles. Cela implique que les interactions entre les couples de variables «AB», «AC», et «BC» sont faibles (Fig. IV.11b).

#### IV.2.6. Automatisation de la procédure d'optimisation :

Le travail d'optimisation et de simulation dans le cadre d'un environnement industriel implique certaines contraintes particulières. Si nous souhaitons utiliser la méthode d'optimisation développée dans le cadre de cette thèse, il est nécessaire que celle-ci soit fiable et robuste. L'utilisateur doit avoir à sa disposition un outil lui permettant d'être plus efficace

dans son travail. Cette nécessité d'efficacité est fondamentale. L'outil proposé doit également être simple d'utilisation pour que l'utilisateur puisse aisément s'en servir.

La création et la définition de nouvelles géométries est un travail long et délicat. C'est pourquoi, nous avons développées un programme sur Matlab<sup>®</sup>, qui permet de créer de nouvelles géométries automatiquement à partir des variables d'optimisation, sans utiliser un logiciel de CAO.

Afin de gagner du temps lors de la phase d'optimisation et de disposer d'un moyen de contrôle facile et efficace de REM3D<sup>®</sup> ( Pre-processeur GLPre)/ REM3D<sup>®</sup> (Solveur), il est nécessaire d'utiliser toutes les possibilités d'automatisation offertes par ce logiciel via Matlab<sup>®</sup>. La figure IV.12, montre un schéma du principe de fonctionnement et des interactions possibles de Matlab<sup>®</sup> avec REM3D<sup>®</sup>/GLpre et REM3D<sup>®</sup>/Solveur.

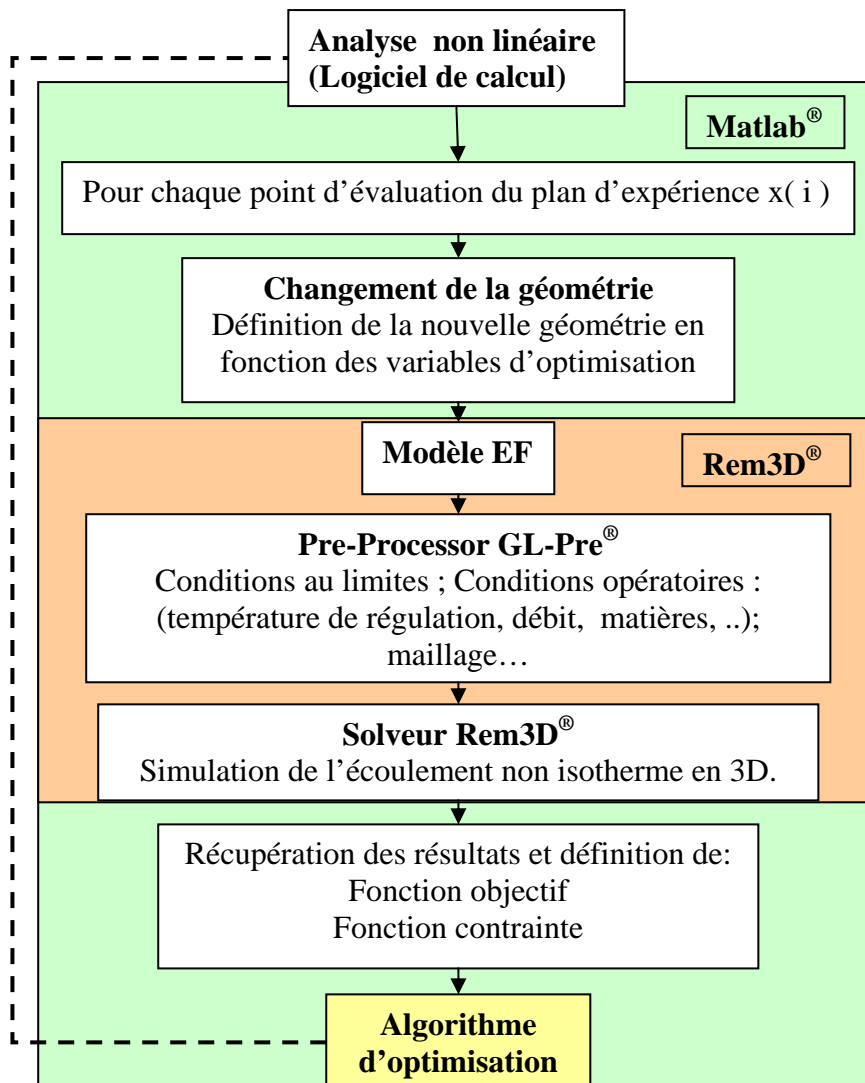


Figure IV. 12. Automatisation de la procédure d'optimisation.

En fait, il est possible d'automatiser toutes les tâches effectuées habituellement à l'aide de l'interface graphique de la création du modèle EF, jusqu'à la récupération des résultats. Matlab® offre la possibilité de lancer des exécutables. Ce fait nous permet de coupler Matlab® avec REM3D®. Avec des scripts, on est capable d'ajuster n'importe quel paramètre du modèle EF et de récupérer toute sorte de grandeurs disponibles dans le fichier de sortie ".in3". Les résultats peuvent être récupérés et écrits dans un autre format (fichier .unv) à l'aide de Glpre. Nous verrons dans la suite la procédure d'optimisation que nous avons mise en place pour l'optimisation de la géométrie.

### IV.3. Application numérique

#### IV.3.1. Minimisation de la variation des vitesses à la sortie de la filière

Comme premier exemple d'application, la géométrie de la filière porte manteau est optimisée avec comme fonction objectif la répartition des vitesses à la sortie de la filière, et une fonction contrainte sur la pression à l'entrée de celle-ci. La répartition des vitesses des différentes géométries sera comparée avec les résultats de la géométrie initiale [PUI94] (Fig.IV.1). Ceci correspond aux valeurs des trois variables géométriques  $A_0=36.5$  mm,  $B_0=112.6$  mm et  $C_0=25$  mm. La pression obtenue dans la géométrie initiale est de  $P_0^e = 4.48MPa$ .

##### IV.3.1.1. Résultats d'optimisation

Nous allons présenter dans ce paragraphe trois résultats d'optimisation obtenus en utilisant la méthode surface de réponse avec l'interpolation Krigage [LEB06], pour lesquelles le plan d'expérience et les contraintes imposées sur la pression sont différents. Les trois cas sont décrits ci-dessous:

Cas 1: Optimisation avec un plan enrichi de 35 points, une contrainte sur la pression est imposée pour laquelle la pression dans la filière optimale doit être inférieure ou égale à  $0.5 \times P_0^e$  (**Cont=0.5**).

Cas 2: Optimisation avec le même plan enrichi de 35 points, la contrainte imposée sur la pression est plus sévère. La pression dans la géométrie optimale doit être inférieure ou égale à  $0.35 \times P_0^e$  (**Cont=0.35**).

Cas 3: Optimisation avec un plan composite de 15 points. La pression dans la filière optimale doit être inférieure ou égale à  $0.5 \times P_0^e$  (**Cont=0.5**).

Une synthèse des résultats d'optimisation obtenue pour les trois cas d'optimisation, est reportée dans le tableau IV.4.

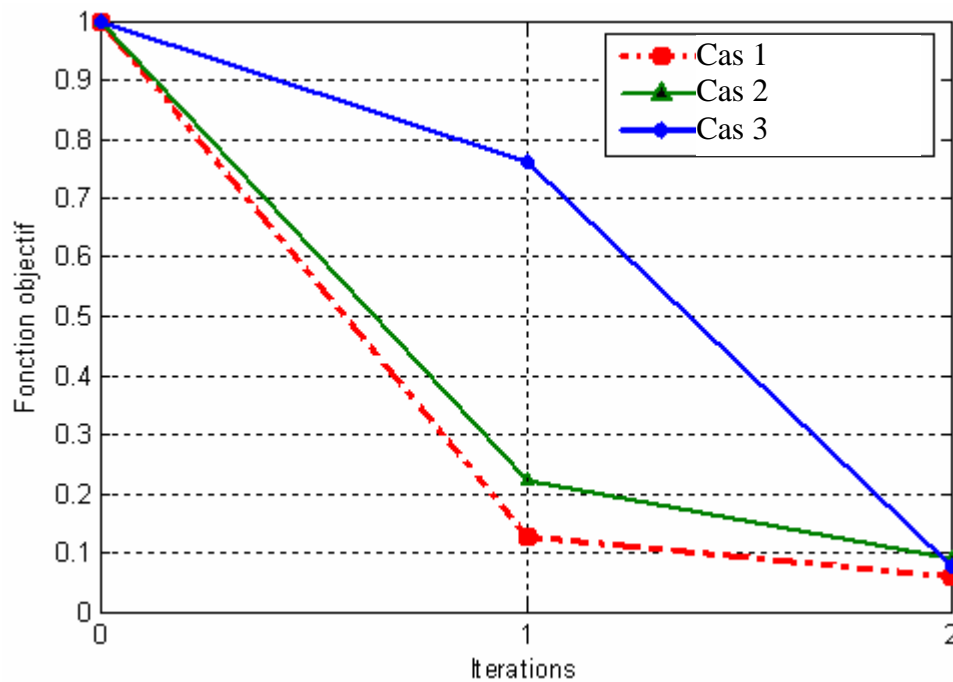
**Tableau IV. 4.** Synthèse des résultats.

Cas d'optimisation		Cas 1		Cas 2		Cas 3	
Temps de calcul CPU		3 jours et 16 heures		3 jours et 16 heures		1 jour et 5 heures	
Itérations	Initiale	1	2	1	2	1	2
Fonction objectif	<b>1</b>	0.12	<b>0.049</b>	0.22	<b>0.09</b>	0.76	<b>0.077</b>
Amélioration en répartition des vitesses	-	-	<b>95%</b>	-	<b>91%</b>	-	<b>92%</b>
$P^e / P_0^e$ (contrainte)	<b>1</b>	0.71	<b>0.48</b>	0.49	<b>0.38</b>	0.27	<b>0.32</b>
Gain en pression	-	-	<b>52%</b>	-	<b>62%</b>	-	<b>68%</b>
Ecart relatif global	<b>21.5%</b>	-	<b>1.04%</b>	-	<b>1.93 %</b>	-	<b>1.66 %</b>
Variable A [mm]	<b>36.5</b>	85.28	<b>96.6</b>	92.7	<b>103.08</b>	110	<b>103.61</b>
Variable B [mm]	<b>112.6</b>	77.79	<b>76.15</b>	80.3	<b>72.74</b>	140	<b>120.19</b>
Variable C [mm]	<b>25</b>	19.07	<b>25.47</b>	26.5	<b>31.4</b>	45	<b>41.8</b>

D'après ce tableau, pour les deux premiers cas d'optimisation (plan de 35 points), la fonction objectif a fortement diminué dans la première itération (Fig. IV.13), à cause de la précision de l'interpolation Krigeage. Par contre, pour le plan de 15 points (cas3), elle a faiblement diminué. D'une part, à cause de la grande non linéarité de la fonction objectif, d'autre part, par manque de points d'évaluation pour le domaine de recherche global. On peut constater sur la figure IV.13, que l'on atteint l'optimum à la deuxième itération. Ceci implique une convergence très rapide, avec des écarts relatifs très faibles suivant toute la largeur de la demi filière (Fig. IV.14). Ceci représente, une bonne répartition des vitesses à la sortie de la filière. La fonction objectif est alors réduite à:

- **95 %** de sa valeur initiale, pour le premier cas 1 ;
- **91 %** de sa valeur initiale, pour le deuxième cas 2 ;
- **92 %** de sa valeur initiale, pour le troisième cas 3.

Cependant, la contrainte imposée sur la pression, permet de diminuer la pression dans la filière, de plus que 50% pour les trois cas d'optimisation.



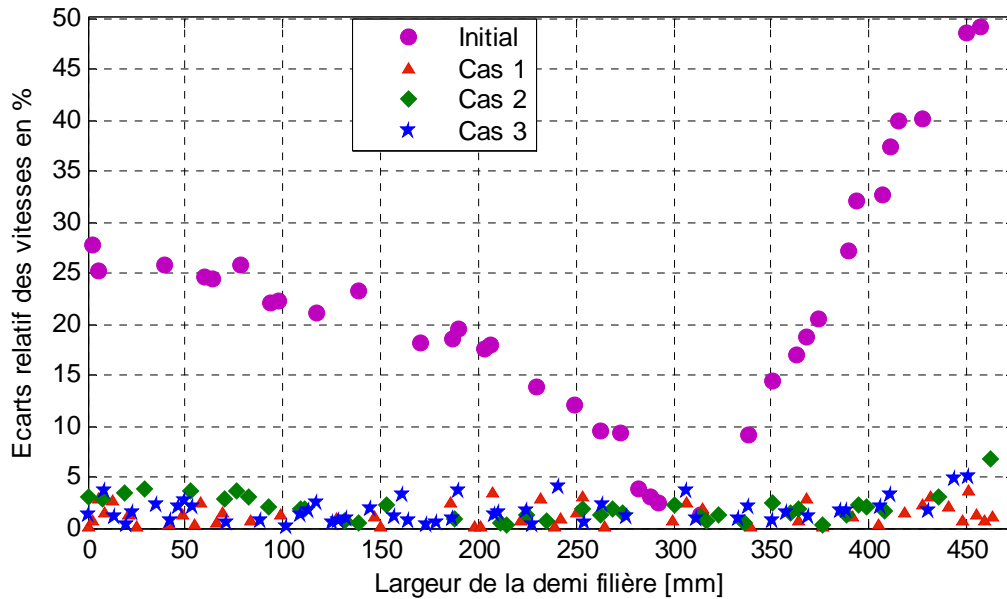
**Figure IV. 13.** Evolutions des fonctions objectifs ( $f$ ) durant les itérations d'optimisation.

Nous représentons sur figure IV.13, l'allure de convergence des fonctions objectifs ( $f$ ) pour les trois cas d'optimisation. L'écart relatif global des vitesses à la sortie de la filière, est représenté sur la figure IV.14, pour la géométrie initiale et pour les trois géométries obtenues après optimisation (cas1, 2 et 3). Les paramètres optimums obtenus sont donnés dans le tableau IV.4.

La robustesse de l'algorithme d'optimisation a été montrée par la capacité à chercher une solution optimale, permettant de respecter les contraintes et de diminuer la fonction objectif de plus de 90%, avec peu d'itérations (la solution optimale est obtenue au bout de deux itérations pour les trois cas).

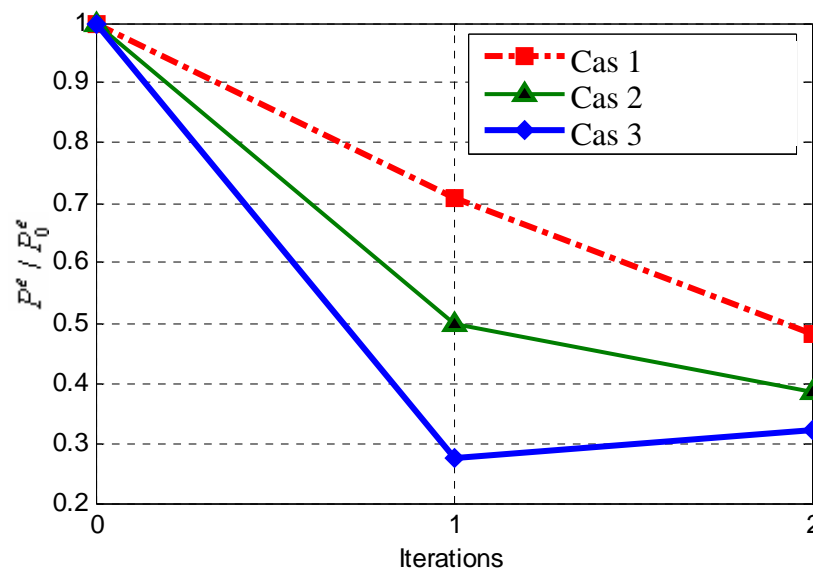
Si on compare les résultats obtenus avec le plan d'expérience enrichi de 35 points (cas1 et 2) on constate que la fonction objectif la plus faible est obtenue en imposant une contrainte moins sévère sur la pression (cas 1). En revanche, avec une contrainte sévère sur la pression (cas 2), la fonction objectif est légèrement supérieure. On se rend compte, pour cet exemple, que l'évolution de la fonction objectif dépend de la contrainte imposée sur la pression. Pour respecter la contrainte imposée dans le cas où la contrainte est plus sévère, la fonction objectif a légèrement augmenté pour assurer une diminution de la pression.





**Figure IV. 14.** *Ecart relatif des vitesses à la sortie de la filière pour les trois cas d'optimisation.*

Concernant les résultats obtenus avec la même contrainte imposée sur la pression, mais en utilisant deux plans d'expériences différents (cas 1 et 3), on constate que le plan enrichi (35 points) offre le meilleur minimum, (on a une diminution de 95%). Néanmoins, le temps de calcul est supérieur de 67% par rapport au plan de 15 points (cas 3) qui donne une diminution de 92% de la fonction objectif.

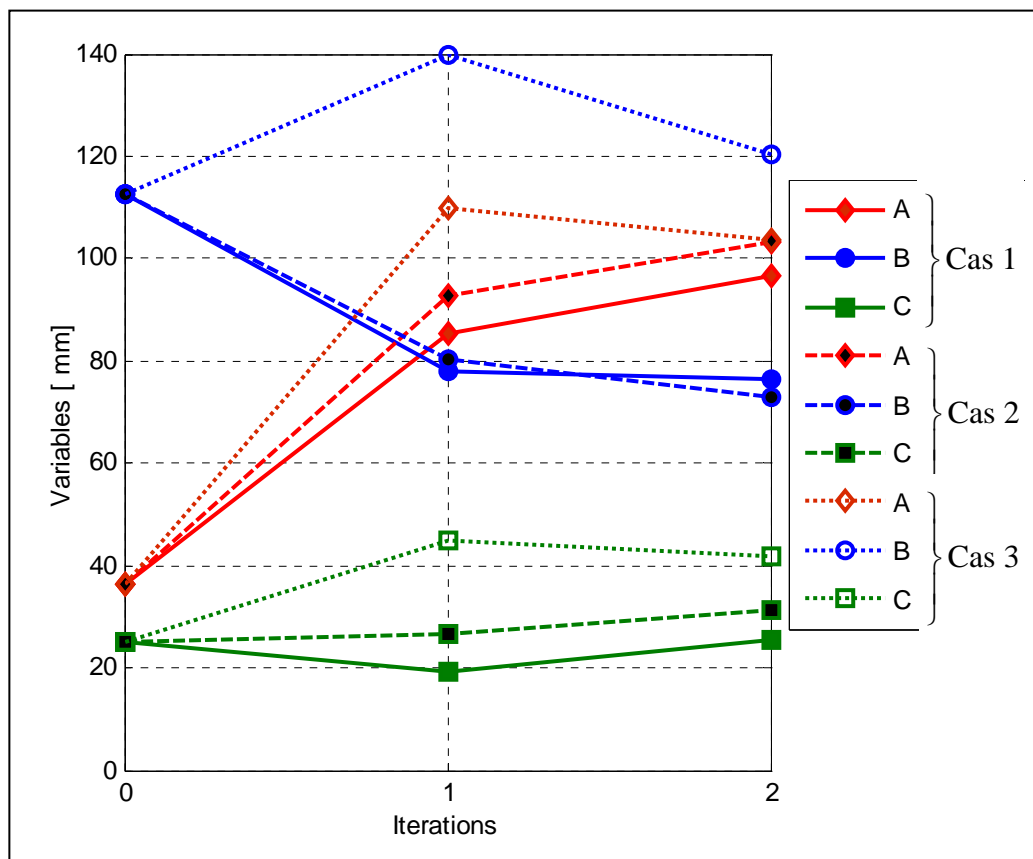


**Figure IV. 15.** *Evolutions des contraintes ( $P/P_0$ ) durant les itérations d'optimisation.*

La figure IV.15 représente les contraintes de pression sous une forme de  $(P^e / P_0^e)$  au cours des itérations d'optimisation. On constate que les valeurs de  $P^e / P_0^e$  sont parfois supérieures à la contrainte imposée. Nous obtenons ce cas de figure à la première itération pour les deux

plans de 35 points avec les contraintes imposées de  $0.5 \times P_0^e$  (cas1) et  $0.35 \times P_0^e$  (cas 2). Ceci est explicable par le fait que la contrainte est mieux vérifiée sur la fonction approximée ( $P^e / P_0^e$ ), que sur la vraie fonction. Puisque le domaine de recherche dans la première itération est plus large, la fonction approximée à la première itération n'est pas précise. On note qu'après chaque itération d'optimisation un calcul de la vraie fonction est réalisé avec les paramètres optimums.

A la deuxième itération d'optimisation, on remarque que les contraintes sont respectées. Il convient de noter que la pression diminue pendant les itérations d'optimisation pour les différents résultats. Dans le cas 1, la pression diminue de 30% dans la première itération puis de 52 % dans la deuxième (Fig.IV.15). On constate pour le cas2, que la pression a diminué de 51% à la première itération puis 62% à cause de la contrainte imposée. Dans le dernier résultats obtenus avec le cas 3, on constate que la pression chute fortement de 73% dans la première itération, mais avec une mauvaise répartition des vitesses à la sortie, puis à la deuxième itération la pression augmente un peu pour obtenir une chute totale de 68% avec une bonne répartition des vitesses (Fig. IV.14).



**Figure IV. 16.** Evolutions des paramètres à optimiser durant les itérations d'optimisation

Le graphique (Fig. IV.16) représente l'évolution des variables d'optimisation au cours des itérations d'optimisation. Pour améliorer l'uniformité des vitesses à la sortie de la filière, la

profondeur du canal de répartition (variable A) a convergé vers la même solution pour les trois méthodes (voir tableau IV.4). On constate qu'elle a augmenté respectivement de la valeur initiale de 36.5 mm à 96.6 mm, 103.1 mm, 103.6 mm. L'ouverture du canal de répartition (Variable B) a convergé vers la même solution pour les deux résultats utilisant le plan de 35 points. Par contre, la valeur optimale obtenue en utilisant le plan de 15 points, semble converger vers l'extrémité du domaine de recherche, à la première itération. Elle semble piégée dans un optimum local de la vraie fonction. Cela est dû, d'une part, à l'interpolation obtenue en utilisant le plan composite, qui est moins précise, par rapport à l'interpolation obtenue en utilisant le plan enrichi. D'autre part, l'étude des effets et d'interactions des variables d'optimisation sur les fonctions objectif et contrainte, permet de constater que le maximum de la variable B conduit à une fonction objectif plus faible, et que les variables « A » et « C » ont plus d'interactions que la variable B (Fig. IV10, Fig. IV11 ). C'est ce qui explique l'écart entre la valeur de la variable « B » obtenus en utilisant le plan enrichi (35 points) et le plan composite (15 points). Pour l'épaisseur du canal de répartition (variable C), on constate qu'elle a faiblement varié dans le cas1, malgré son effet important sur la fonction objectif et la fonction contrainte.

Avec le cas 2, en utilisant le même plan enrichi (35 points), avec une contrainte sévère ( $\text{cont}=0.35$ ), l'épaisseur du canal de répartition (variable C) a augmenté de 25 à 31.4 mm. Cette augmentation permet de diminuer la pression pour respecter la contrainte imposée (résultats 2). Pour le plan de 15 point, l'épaisseur du canal a augmenté de 25 mm à 41.8 mm.

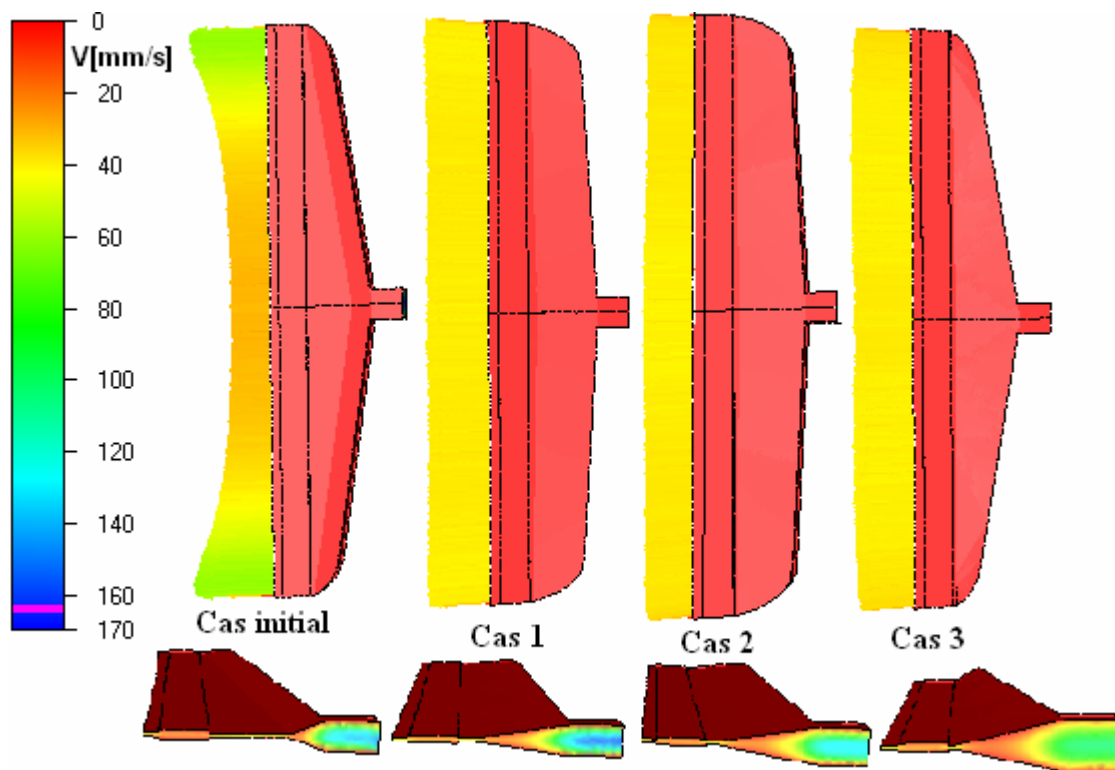


Figure IV. 17. Répartition des vitesses dans les différentes géométries.

Pour une comparaison précise, il est évident que la répartition des vitesses dans la géométrie initiale (Fig. IV.17 Initial) n'est pas homogène. On remarque qu'au milieu de la filière, les vitesses sont plus faibles de l'ordre de 35% par rapport à la moyenne. Par contre, dans les deux parties proches de l'extrémité de la filière, on observe une augmentation des vitesses jusqu'à 50% (Fig. IV.14). Après optimisation, on constate que les vitesses sont bien homogènes sur toute la largeur à la sortie de la filière, pour les trois cas d'optimisation (Cas 1, 2 et 3).

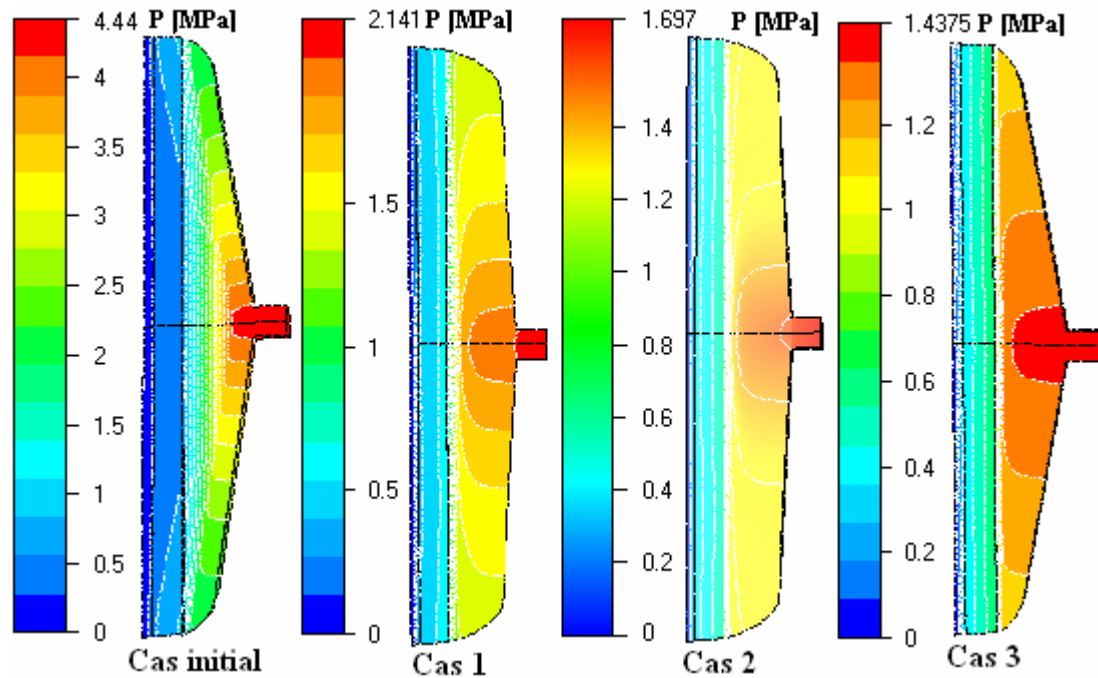


Figure IV. 18. Pression dans les différentes géométries.

La distribution de la pression dans la géométrie initiale et après optimisation, pour les trois cas d'optimisation est représentée sous forme d'isocouleurs sur la figure IV.18. La pression à l'entrée de la filière initiale est de 4.423 MPa (Fig. IV.18-Cas initial). Il convient de noter que la pression diminue pour les différents cas. Dans le cas 1, la pression à l'entrée est de 2.14 MPa, ce qui donne un gain en de 52 %. La géométrie optimale obtenue par le cas 2, donne une pression de 1.69 Mpa. Cette diminution représente un gain de 62%. Dans le dernier cas (3) on constate que la pression chute de 68%, ce qui donne une pression de 1.44 MPa. On remarque que la pression « fonction contrainte » dans la géométrie optimale obtenue en utilisant le plan de 15 points est plus faible que la pression obtenue avec le plan de 35 points, à cause de l'épaisseur plus importante du canal de répartition.

La distribution de température sur le plan moyen de la filière est illustrée sur la figure IV.19 pour la géométrie initiale, et après optimisation pour les trois cas. Cependant, dans la géométrie initiale, on note que comme le polymère coule plus vers le bord en raison du chauffage par cisaillement, la température est plus élevée près du bord et plus faible au milieu de la filière (fig.IV.19-Cas initial). Par comparaison, la distribution des températures est uniforme dans la filière optimale (fig.IV.19-Cas 1, 2 et 3), en raison de la distribution

homogène des vitesses (due à l'échauffement par cisaillement) en sortie de la filière pour les géométries optimales.

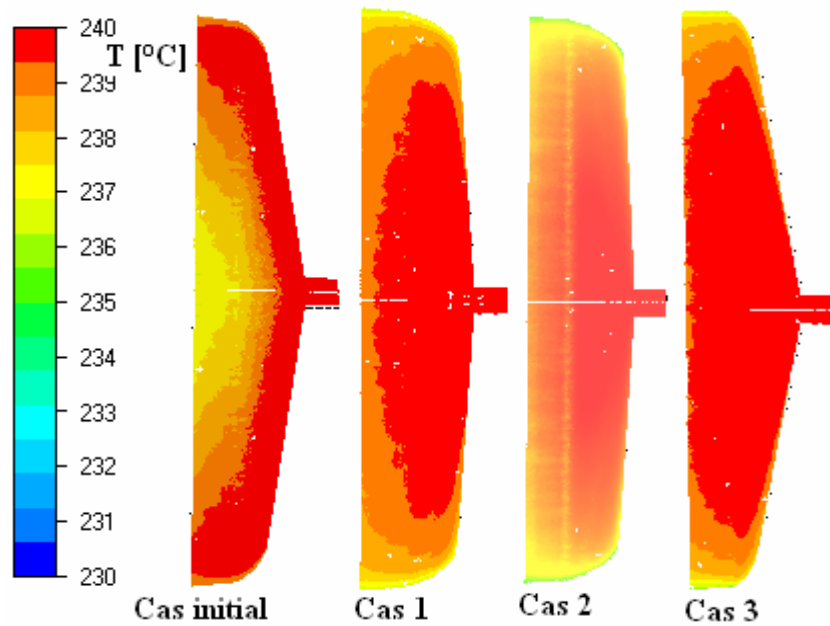


Figure IV. 19. Distribution des températures dans les différentes géométries.

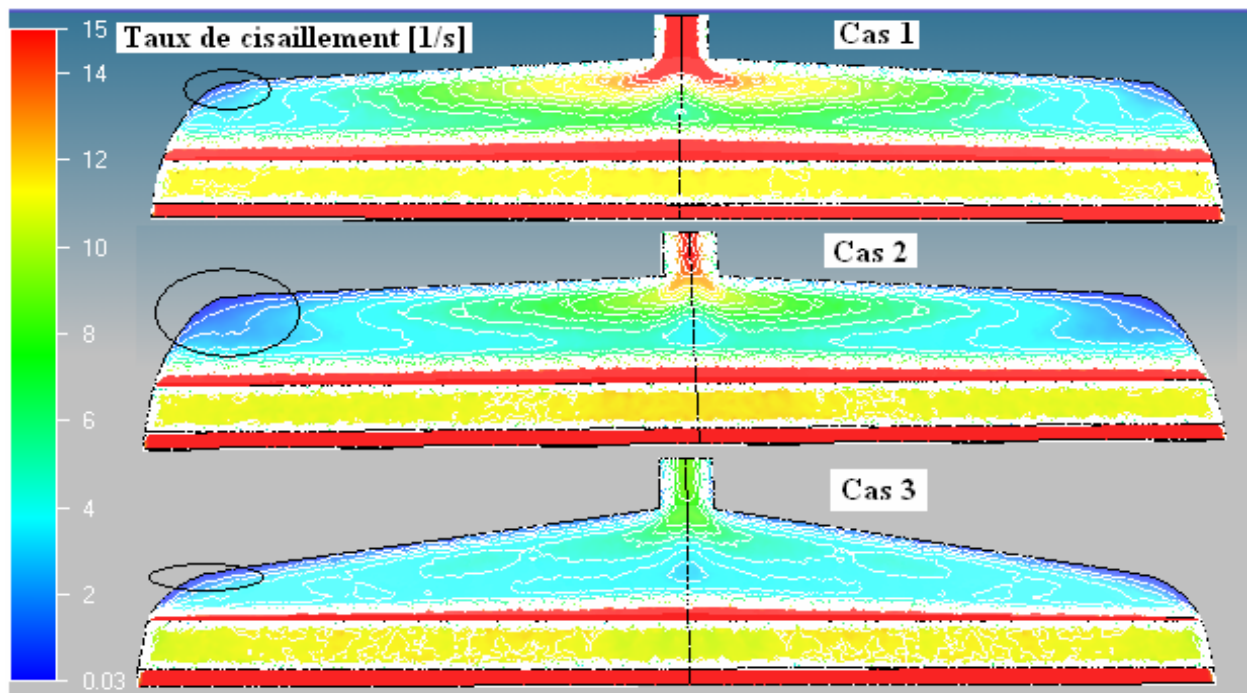


Figure IV. 20. Taux de cisaillement dans les géométries optimales.

Nous constatons d'après la figure IV.20, que le taux de cisaillement présente une zone avec un risque de stagnation avec un cisaillement très faible sur les extrémités, près du contour externe du canal de répartition. Cette zone est plus localisée sur la géométrie optimale obtenue dans le cas-2.

### IV.3.1.2. Conclusion partielle

La méthode d'optimisation appliquée avec les différentes stratégies nous a permis d'obtenir des géométries optimales à la deuxième itération avec des temps de calcul très satisfaisants pour des calculs en trois dimensions. Les filières optimales donnent une bonne répartition des vitesses à la sortie avec une diminution de la pression pour le même débit. Une comparaison qualitative nous permet de constater qu'on a pu obtenir dans les cas 1, 2 et 3 des gains d'homogénéité sur la répartition des vitesses respectives de 95%, 91% et 92%, par rapport à la géométrie initiale avec une diminution de la pression respectives de 52%, 62% et 68%. L'utilisation des deux plans d'expérience et des contraintes différentes sur la pression nous permettront de comparer les différents résultats obtenus après optimisation.

Dans le tableau IV.5, on reporte une synthèse des résultats obtenus (Plan d'expérience, contrainte, temps CPU, nombre d'itérations, Gain en pression et en homogénéité des vitesses à la sortie de la filière).

**Tableau IV. 5.** Comparaison entre les trois méthodes.

Cas d'optimisation	Cas 1	Cas 2	Cas 3
Plan d'expérience	<b>Composite enrichi</b>	<b>Composite enrichi</b>	<b>Composite extérieur</b>
Temps de calcul CPU	3 jours et 16 heures	3 jours et 16 heures	1 jour et 5 heures
Itérations	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
Fonction objectif	<b>0.049</b>	<b>0.09</b>	<b>0.077</b>
Gain en répartition des vitesses	<b>95%</b>	<b>91%</b>	<b>92%</b>
Gain en pression	<b>52%</b>	<b>62%</b>	<b>68%</b>

Le meilleur compromis est de choisir le plan composite de 15 points qui donne des résultats satisfaisant avec un temps de calcul CPU, très inférieur à celui du plan enrichi de 35 points.

### IV.3.2. Minimisation de la perte de charge dans la filière

#### IV.3.2.1. Fonction objectif et contrainte

Le problème d'optimisation que nous avons formulé pour la deuxième démarche consiste à déterminer la géométrie optimale, ( $A$ ,  $B$  et  $C$ ) permettant de minimiser la fonction objectif, ( $f$ ), représentant la pression en entrée de la filière, et d'éviter par l'intermédiaire d'une fonction contrainte ( $g$ ) la mauvaise répartition des vitesses à la sortie de la filière:

$$\begin{cases} \min f = \frac{P^e}{P_0^e} \\ \text{avec } g \leq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

La fonction contrainte est choisie sous cette forme :

$$g = \frac{E - \varepsilon_{ev}}{E_0} \quad (\text{IV.7})$$

$\varepsilon_{ev}$  : représente la tolérance à imposer sur l'homogénéité de la répartition des vitesses à la sortie de la filière (l'écart relatif global).

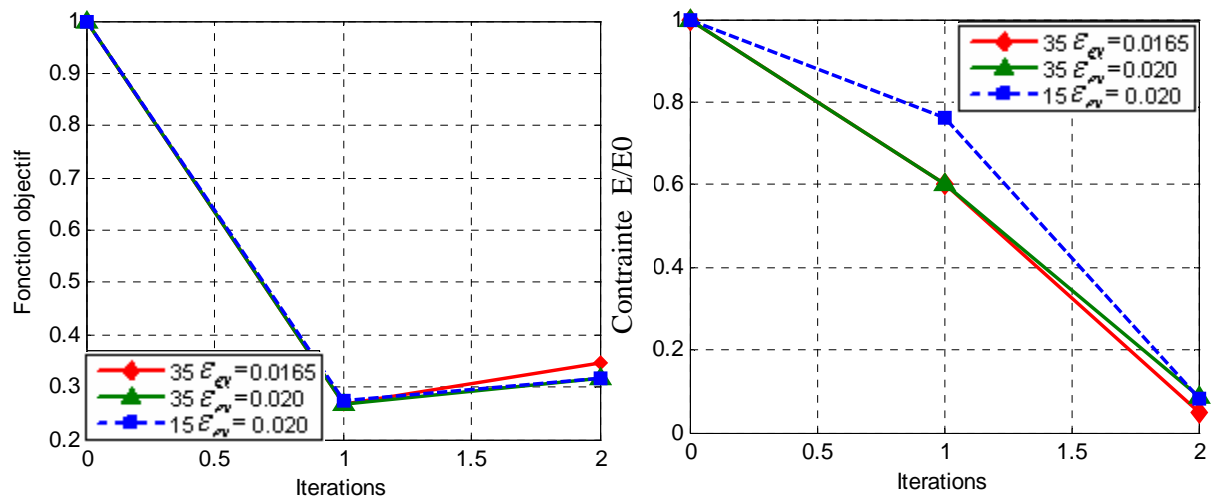
La fonction contrainte ( $g$ ) est choisie de façon à être négative si l'écart relatif global des vitesses ( $E$ ) est inférieur à une certaine tolérance ( $\varepsilon_{ev}$ ). Elle sera positive si cet écart est supérieur à cette tolérance.

#### IV.3.2.2. Résultats d'optimisation :

Le processus d'optimisation est réalisé en 2 itérations, avec un temps de calcul CPU, sur une machine Pentium IV, 3 GHz, 1 Go Ram, de 3 jours et 16 heures pour le plan enrichi , et de 1 jour et 5 heures pour le plan composite. Dans la première itération la contrainte imposée sur la tolérance en répartition des vitesses, est de:  $\varepsilon_{ev} = 0.05$ . Puis, dans la deuxième itération, on a fait varier cette tolérance à des valeurs plus faibles. Pour le premier plan (plan enrichi « 35 points »), on a pu imposer une tolérance jusqu'à  $\varepsilon_{ev} = 0.0165$  sur l'écart relatif global des vitesses, en revanche, avec le plan composite « 15 points », le minimum de tolérance qu'on a pu imposer est de  $\varepsilon_{ev} = 0.02$ .

Nous avons représenté, les courbes de convergence, au cours des itérations d'optimisation, des fonctions objectifs et contraintes (Fig. IV.21). Les résultats présentés sur ces deux figures sont obtenus par les deux plans d'expérience (plan enrichi « 35 points » et le plan composite

« 15 points ») avec, deux contraintes (tolérance  $\varepsilon_{ev}$ ) imposées sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière ( $\varepsilon_{ev} = 0.0165$ ,  $\varepsilon_{ev} = 0.02$ ).



**Figure IV. 21.** Evolutions de la fonction objectif, et contrainte, durant les itérations d'optimisation, en fonction de la tolérance  $\varepsilon_{ev}$ , pour les deux plans d'expériences.

On remarque que, dans la première itération, avec une tolérance imposée de  $\varepsilon_{ev} = 0.05$ , on obtient une diminution de la fonction objectif de 73%. En revanche, à la deuxième itération la fonction objectif augmente un peu, pendant que la fonction contrainte diminue encore plus, à cause des contraintes (tolérance plus faible) imposées sur la répartition des vitesses.

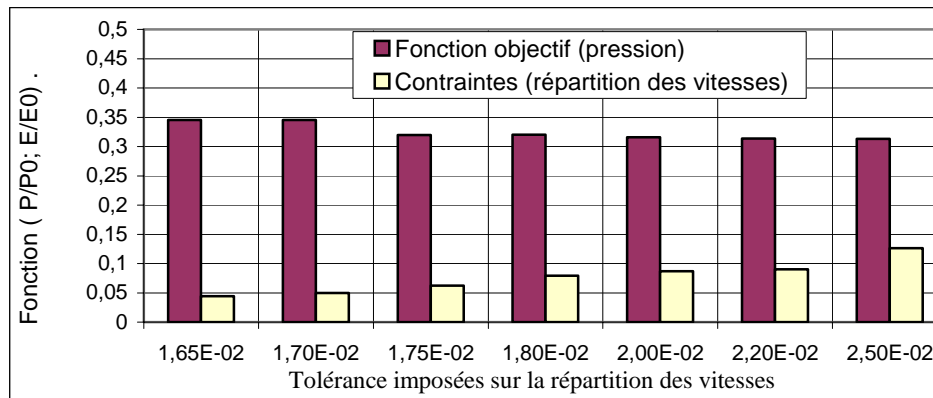
Une synthèse des résultats d'optimisation obtenue pour les deux plans utilisés (plan enrichi, et plan composite), est reportée sur le tableau IV.6. D'après ce tableau, les différentes stratégies, réduisent la pression par rapport à la pression obtenue dans la géométrie initiale. Cependant, la contrainte imposée ( $\varepsilon_{ev}$ ), permet d'améliorer la répartition des vitesses à la sortie de la filière.

**Tableau IV. 6.** Synthèse des résultats d'optimisation avec différentes contraintes imposées.

	Initiale	Plan composite enrichi (35 points)			Plan composite (15 points)	
Temps de calcul CPU		3 jours et 16 heures			1 jour et 5 heures	
Tolérance imposée	-	$\varepsilon_{ev} = 0.0165$	$\varepsilon_{ev} = 0.02$	$\varepsilon_{ev} = 0.025$	$\varepsilon_{ev} = 0.02$	$\varepsilon_{ev} = 0.025$
Fonction objectif	<b>1</b>	<b>0.345</b>	<b>0.316</b>	<b>0.313</b>	<b>0.318</b>	<b>0.314</b>
Amélioration	-	<b>65.5%</b>	<b>68.4%</b>	<b>68.7%</b>	<b>68.2%</b>	<b>68.6%</b>
Contrainte(E/E0)	<b>1</b>	<b><math>4.4 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b><math>8.7 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b><math>12.6 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b><math>8.2 \cdot 10^{-2}</math></b>	<b><math>9.24 \cdot 10^{-2}</math></b>
Amélioration	-	<b>95.6%</b>	<b>91.3%</b>	<b>87.4%</b>	<b>92%</b>	<b>91%</b>
Variable A [mm]	<b>36.5</b>	<b>102.75</b>	<b>103.98</b>	<b>104.61</b>	<b>103.67</b>	<b>104.24</b>
Variable B [mm]	<b>112.6</b>	<b>112.49</b>	<b>120.23</b>	<b>120.23</b>	<b>120.91</b>	<b>120.64</b>
Variable C [mm]	<b>25</b>	<b>36.64</b>	<b>41.8</b>	<b>41.82</b>	<b>41.46</b>	<b>41.56</b>

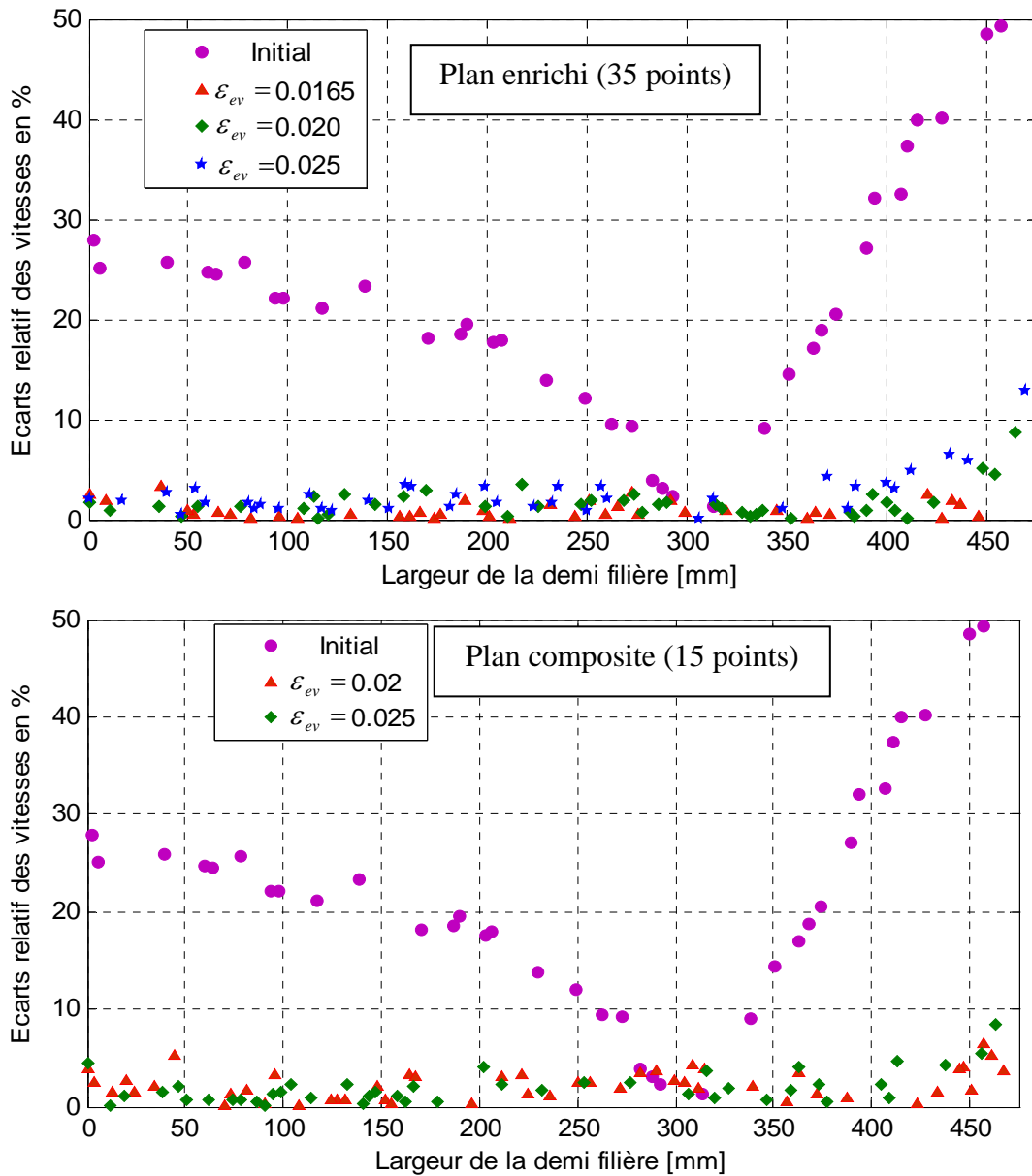


On constate qu'avec le plan enrichi (35 points), on peut obtenir une répartition plus homogène en imposant une contrainte plus sévère sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière (Fig. IV.21). En revanche, en utilisant le plan de 15 points on ne peut pas imposer une contrainte inférieure à 2% car la fonction approximée avec ce plan n'est pas aussi précise. En plus, elle est positive sur tout le domaine de recherche, si la contrainte est inférieure à 2%. Pour cette raison, on n'arrive pas à trouver l'optimum qui respecte la contrainte imposée.



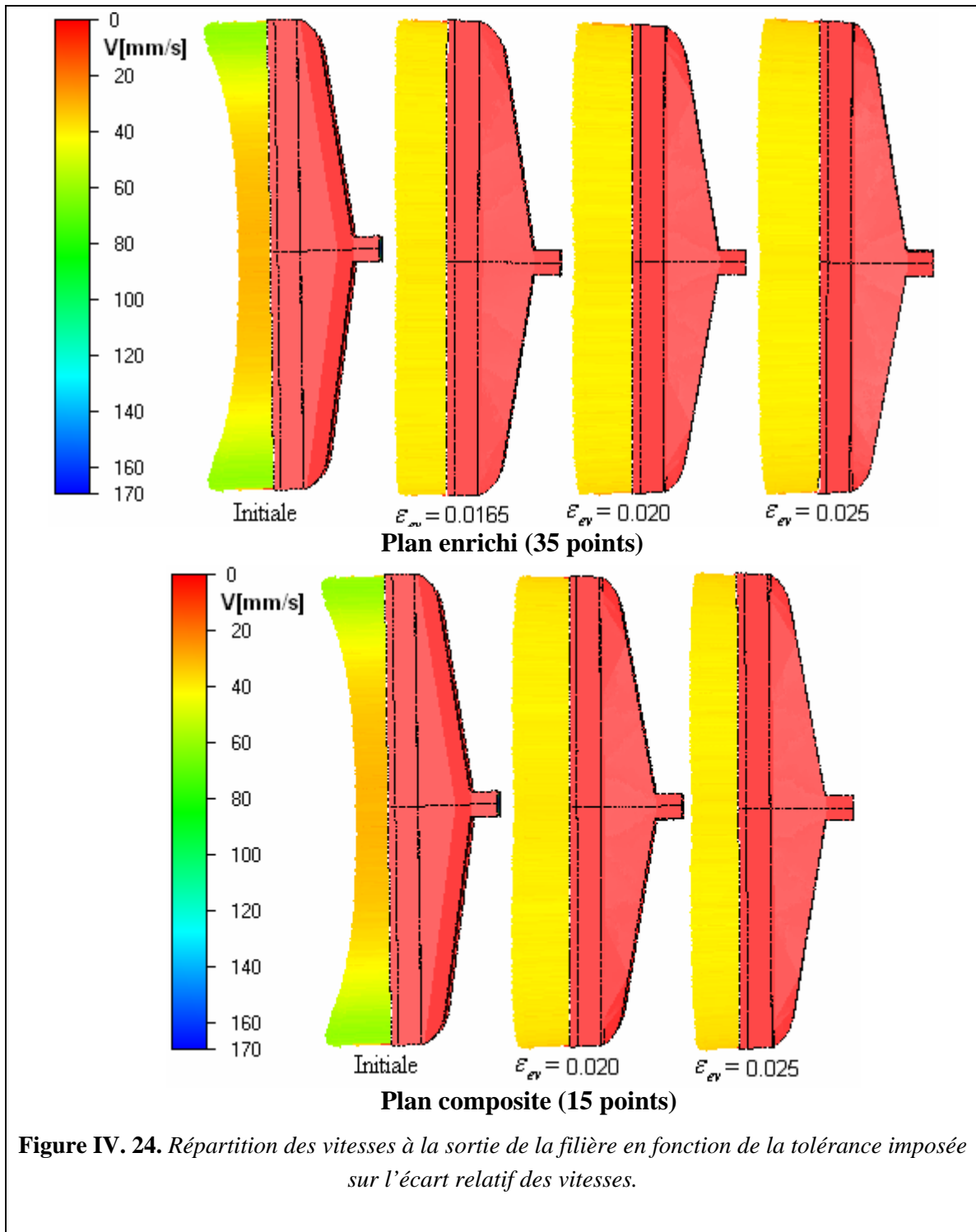
**Figure IV. 22.** Résultats de la fonction objectif ( $P/P_0$ ) et de l'écart relatif globale des vitesse normalisé ( $E/E_0$ ) en fonction des contraintes imposées sur la répartition (Plan de 35 points).

La figure IV.22 permet de visualiser les valeurs de la fonction objectif ( $P^e / P_0^e$ ) et l'écart relatif global des vitesse normalisée ( $E/E_0$ ), en fonction des contraintes imposées sur la tolérance en répartition des vitesses. On remarque que plus la tolérance est faible, plus la répartition des vitesses est homogène, ce qui donne  $E/E_0$  faible. En revanche lorsqu'on augmente la valeur de la tolérance sur la répartition des vitesses, la fonction objectif ( $P/P_0$ ) diminue. Ceci est dû au processus d'optimisation qui cherche à satisfaire la contrainte ( $g$ ) c'est à dire, une bonne homogénéisation des vitesses à la sortie de la filière avec une certaine tolérance imposée, tout en minimisant la fonction objectif  $f$  (la pression à l'entrée de la filière).

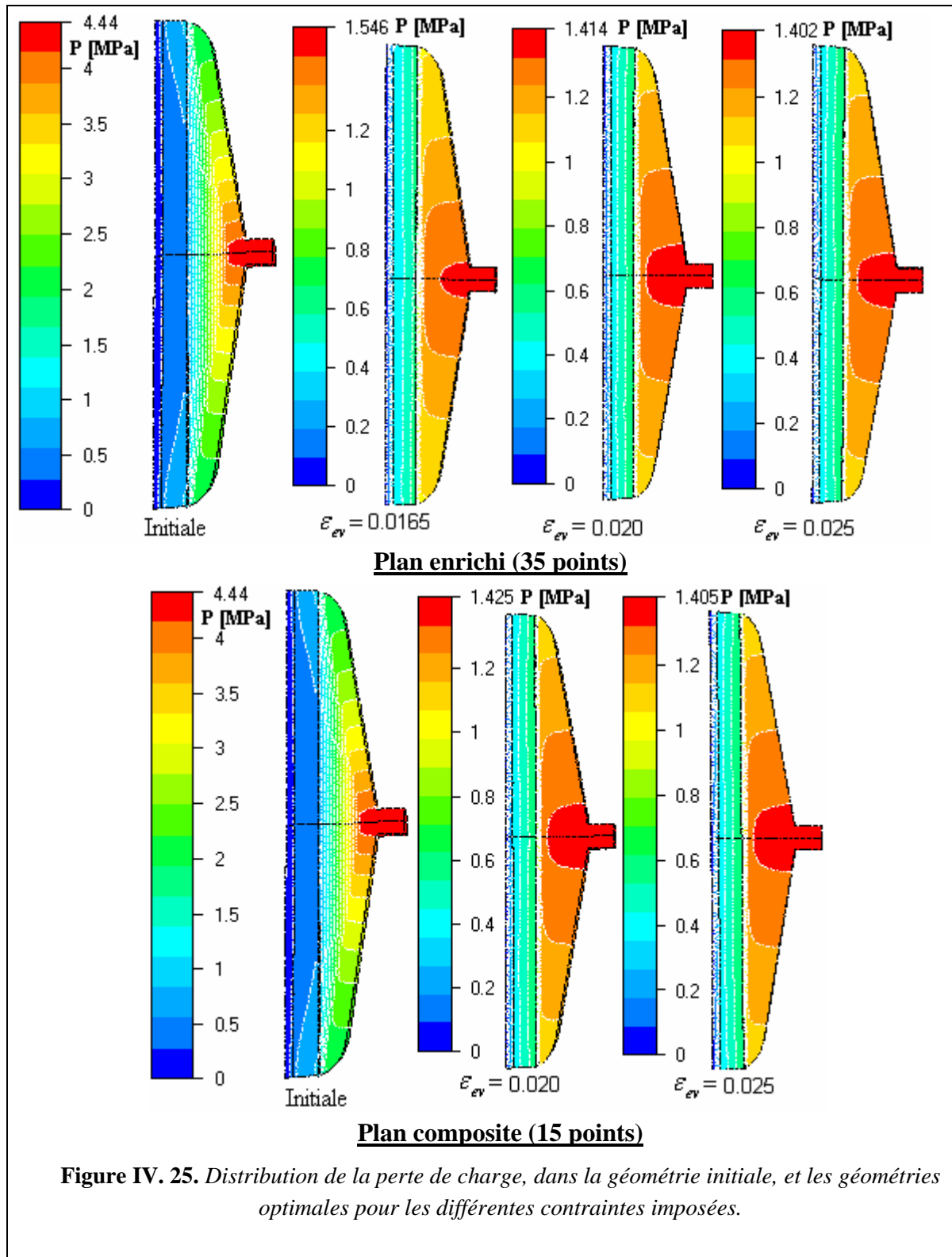


**Figure IV. 23.** Répartition des écarts relatifs à la sortie de la filière en fonction de la tolérance imposée sur la répartition des vitesses.

La figure IV.23 illustre l'écart relatif des vitesses à la sortie de la filière, pour la géométrie initiale, et après optimisation. On remarque que l'écart relatif est faible suivant toute la largeur de la filière. Cela se traduit par une répartition homogène. En imposant une contrainte de 1.65%, l'écart relatif est inférieur à 5% sur toute la largeur. Pour une tolérance imposée de 2% et 2.5%, la répartition est homogène sauf à l'extrémité de la filière, où on observe un écart, de l'ordre de 10%.



La figure IV.24, permet de comparer la répartition des vitesses à la sortie des différentes géométries obtenues avant et après optimisation en fonction des différentes contraintes imposées  $\varepsilon_{ev}$ . On constate que le profil de la répartition des vitesses, après optimisation est homogène, ce qui nous permet d'obtenir une épaisseur de plaque plus homogène, sur toute la largeur de la filière. Pour les géométries obtenues avec des tolérances moins sévères ( $\varepsilon_{ev} = 0.02$  et  $\varepsilon_{ev} = 0.025$ ), on observe des vitesses plus faibles sur l'extrémité.



La figure IV.25, illustre la distribution des pressions sur les différentes géométries (initiale et après optimisation). On remarque que la pression est plus faible pour les géométries optimales. On observe bien que plus la contrainte imposée est sévère (tolérance plus faible), plus la pression augmente. Ceci est cohérent avec les résultats de la figure IV22.

### IV.3.2.3. Conclusion partielle:

Des résultats très satisfaisants sont obtenus en utilisant la variation de la pression comme fonction objectif, et la répartition des vitesses à la sortie de la filière comme fonction contrainte. La fonction objectif n'est pas fortement non linéaire, et le minimum est obtenu facilement, et à la première itération. Il reste le choix de la valeur de la contrainte à imposer sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière. L'utilisation des deux plans d'expérience nous permet de comparer les deux résultats obtenus après optimisation. Les solutions convergent à la deuxième itération, ce qui fait 76 calculs par éléments finis (calcul de la vraie fonction coût) en utilisant le plan composite enrichi de 35 points. Le temps CPU global est de 3 jours et 16 heures. L'utilisation du plan composite de 15 points nous permet de diminuer le temps de calcul global en diminuant le nombre d'évaluation de la vraie fonction coût. Le nombre total d'évaluation de la vraie fonction coût est de 31 calcul par éléments finis ce qui donne un temps CPU global de 1 jour et 5 heures sur une machine Pentium IV, 3 GHz, 1 Go Ram. En revanche la répartition est légèrement moins bonne en utilisant le plan de 15 points par rapport aux résultats obtenus en utilisant le plan de 35 points.

## IV.4. Conclusion du chapitre:

L'étude des sensibilités des variables nous a permis de diminuer le nombre de variables en analysant leurs effets et interactions sur la pression et sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière.

La prise en compte des contraintes non linéaires a été étudiée. Les résultats obtenus avec les différents exemples d'optimisation montrent que notre stratégie d'optimisation est bien adaptée aux contraintes non linéaires. L'interpolation Krigeage, a permis de bien approximer la fonction objectif et la contrainte. La réactualisation du point initial de l'algorithme SQP à partir de chaque point d'échantillonnage permet d'éviter les minima locaux et de remédier au problème souvent posé du point initial (la solution est la même quelle que soit la géométrie initiale). L'échantillonnage auto adaptatif de l'espace de recherche augmente la précision à moindre coût, lorsqu'on approche de l'optimum.

Deux stratégies ont été appliquées avec différents plans d'expériences :

- ❖ La première consiste à minimiser l'écart relatif global des vitesses à la sortie de la filière pour obtenir une répartition homogène des vitesses. Une contrainte non linéaire sur la pression a été appliquée afin que la pression à l'entrée de la filière diminue pendant les itérations d'optimisation. Ceci résulte en une géométrie optimale permettant à la fois d'assurer une répartition homogène des vitesses tout en diminuant la pression. Ceci permet d'avoir moins d'usure sur l'outillage (durée de vie plus grande) ou d'augmenter le débit (gain de production).

- ❖ La deuxième stratégie consiste à minimiser la pression à l'entrée de la filière tout en prenant en compte une contrainte sur les vitesses à la sortie de la filière. Ceci permet d'obtenir le minimum de la pression pour une géométrie qui assure une répartition homogène des vitesses avec une tolérance imposée.

On a constaté que la deuxième stratégie donne le meilleur résultat pour la pression. Néanmoins il est préférable d'utiliser la première stratégie car elle évite de choisir la tolérance à imposer sur la répartition des vitesses. Pour affiner cette étude il faudra tester d'autres géométries.



## Chapitre V. Optimisation de la température de régulation d'une filière porte manteau.

L'objectif de ce chapitre est d'optimiser la température de régulation d'une filière porte manteau d'une façon hétérogène, (c'est-à-dire la température de régulation peut ne pas être constante dans toute la filière), pour obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie de la filière.

Le problème observé dans cette filière est la présence, à la sortie, de surépaisseurs, une surconsommation de matière préjudiciable d'un point de vue économique. Ce défaut est dû à la mauvaise conception du canal de répartition, provoquant ainsi des vitesses plus importantes sur le bord et plus faibles au milieu de la filière. À ce stade du procédé, afin de garder la même géométrie, en évitant la conception et la réalisation d'une nouvelle filière, il semble très important de réguler thermiquement la filière. Par exemple, par une circulation de fluide caloporteur, et/ou, par des thermocouples afin de pouvoir mieux contrôler la température de la matière. La régulation de la température de la matière nous permet de contrôler localement la viscosité, laquelle influe sur les débits dans les différentes zones.

La plupart des travaux réalisés sur l'optimisation de filière utilisent les paramètres géométriques pour obtenir une distribution homogène des vitesses à la sortie de la filière. Dans le cadre de l'optimisation des paramètres physiques comme les températures de régulation, on peut mentionner Vergnes et al. [VER95]. Les auteurs se sont intéressés à la fabrication d'un tube de 100 mm de diamètre, d'épaisseur 5 mm, sur une extrudeuse bivis. Un problème rencontré au cours de cette fabrication est la présence, dans la section du tube, des surépaisseurs symétriques. Ce défaut est dû à l'existence, à l'entrée de la filière, de deux zones plus chaudes d'environ 10°C que le reste du polymère, liées à l'écoulement dans l'extrudeuse bivis. Ces zones chaudes se séparent pour s'écouler de chaque côté du poinçon, donnant naissance, du fait de leur plus faible viscosité, à des débits locaux plus importants et donc à des surépaisseurs en sortie.

Ils ont constaté que la température à la sortie reste relativement hétérogène et que les zones chaudes donnent lieu à un sur-débit d'environ 10 %, alors que les zones plus froides donnent un sous-débit du même ordre de grandeur. Pour obtenir une distribution homogène des débit a la sortie de la filière, au lieu d'imposer une température de régulation homogène de 185°C, ils ont imposé une température de régulation hétérogène de 200°C en regard des zones froides et de 180°C en regard des zones chaudes. Les résultats montrent qu'avec cette température de régulation hétérogène, ils ont obtenu une distribution d'épaisseur pratiquement homogène tout autour de la filière. Cette possibilité de régulation thermique hétérogène a été appliquée et existe au niveau industriel.



Schläfli [SCH95] a fait une étude expérimentale sur l'effet de la différence de la température entre la matière et la filière, sur la répartition des vitesses à la sortie d'une filière cylindrique type porte-manteau. Il a constaté que la différence de température a un effet plus important sur la zone finale du canal de répartition à cause des temps de séjours plus important.

Fradette et al. [FRA95] ont utilisé la méthode du gradient conjugué de Fletcher Reeves dans le cas de la régulation thermique des filières d'extrusion, pour optimiser la position et la taille des canaux de refroidissement de filière d'extrusion de profilés PVC. L'objectif recherché est de minimiser la température moyenne pour diminuer le temps de refroidissement et uniformiser les températures pour améliorer la qualité. La méthode des éléments fictifs a été utilisée.

## V.1. Variables d'optimisation

Dans le but de garder la même géométrie, et d'obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie de la filière, nous avons formulé un problème d'optimisation, qui consiste à optimiser la température de régulation de la filière plate. Pour cette procédure, la géométrie de la filière ainsi que le maillage restent constants (voir chapitre IV). Par contre, trois grandeurs physiques, qui représentent les températures de régulation, vont être utilisées comme variables d'optimisation, pour obtenir une répartition homogène de la matière à la sortie de la filière. 6 températures de régulation «  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_a$ ,  $T_b$  et  $T_c$  » sont imposées suivant la largeur de la filière (Fig.V.1). Pour diminuer le nombre de variables d'optimisation, on a utilisé une courbe de contrôle obtenue par le Krigage, pour permettre de contrôler les variables d'optimisation, et de diminuer le nombre de variable à 3.

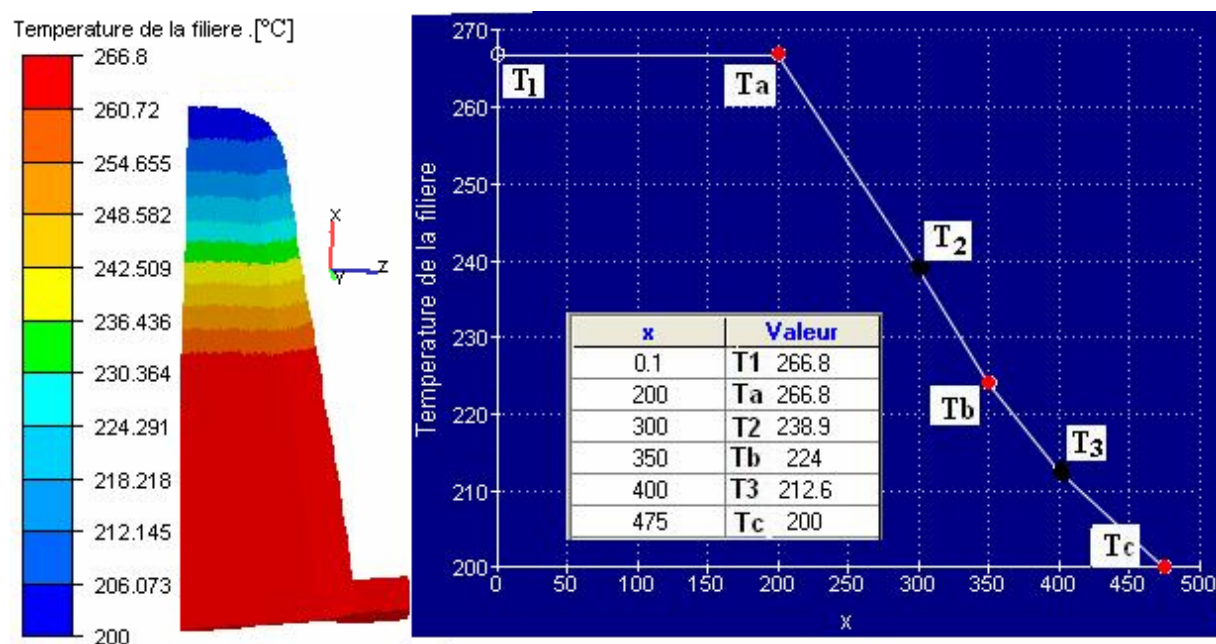


Figure V. 1. Distribution des températures de régulation suivant la largeur de la filière.

Parmi les 6 variables d'optimisation  $T_a$ ,  $T_b$  et  $T_c$  sont actives alors que  $T_1$ ,  $T_2$ , et  $T_3$  sont passives. C'est-à-dire que  $T_1$  varie comme  $T_a$ , ce qui donne une température constante  $T_a = T_1$ , sur la distance de 0 à 200 mm, de la largeur de la filière.

A partir des trois températures (variables actives), on peut tracer une courbe à l'aide de l'interpolation Krigage pour représenter d'autres températures de régulation (variables passives). Les autres températures  $T_2$  et  $T_3$  sont déterminées à partir de la courbe d'interpolation Krigage, en fonction de  $T_a$ ,  $T_b$ ,  $T_c$  et de la distance suivant la largeur de la filière.

$$\begin{cases} T_1 = T_a \\ T_2 = f(T_a, T_b, T_c, X) \\ T_3 = f(T_a, T_b, T_c, X) \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

**Tableau V. 1.** Position des températures de régulation suivant la largeur de la filière.

Température	$T_1$	$T_a$	$T_2$	$T_b$	$T_3$	$T_c$
Distance suivant la largeur de la filière $X$ [mm]	0	200	300	350	400	475

Le problème d'optimisation est ainsi un problème à trois paramètres ( $T_a$ ,  $T_b$ , et  $T_c$ ). On peut aussi lui ajouter les conditions de bords appliquées pour que les températures ne dépassent pas une certaine valeur. Initialement la température de régulation est constante suivant toute la largeur de la filière  $T_f = T_a = T_b = T_c = 230^\circ\text{C}$ . Un débit volumique de 50000 mm<sup>3</sup>/s a été imposé à l'entrée. Or, pour la température de régulation initiale (Chapitre IV), on a observé une répartition de vitesse médiocre. Les vitesses sont plus importantes de l'ordre de 50% au bord et plus faible de l'ordre de 25 % au centre de la filière par rapport à la vitesse moyenne.

Pendant le processus d'optimisation, les températures de régulation, peuvent varier entre 200 et 280°C. La figure V.1 illustre les variables d'optimisation imposées suivant la largeur de la filière. Du fait de la symétrie, on n'a représenté qu'une demi filière.

## V.2. Fonction objectif et contrainte

Ce problème consiste à déterminer les températures de régulation optimales de cette filière de façon à ce que la fonction objectif basée sur la répartition des vitesses à la sortie soit minimale, l'épaisseur des plaques sera alors constante et homogène. Ceci représente un gain de matière très important vu la quantité des plaques extrudées chaque année. La fonction objectif ( $f$ ) représente l'écart relatif global sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière (Paragraphe IV.2.3). Afin d'assurer que la pression à l'entrée de la filière ( $P^e$ ) n'augmente pas par rapport à la pression obtenue par la régulation initiale ( $P_0^e$ ), une fonction

contrainte ( $g$ ) basée sur la pression à l'entrée de la filière est utilisée. Ce problème d'optimisation est représenté par l'équation (V.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f(x) = \frac{E}{E_0} \\ g(x) = \frac{P^e - P_0^e}{P_0^e} \leq 0 \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{array} \right. \quad (\text{V.2})$$

$x_{\min}$  et  $x_{\max}$  sont les limites inférieures et supérieures des variables d'optimisation, avec :

$$x_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} Ta_{\min} = 200^\circ\text{C} \\ Tb_{\min} = 200^\circ\text{C} \\ Tc_{\min} = 200^\circ\text{C} \end{array} \right\} \text{ et } x_{\max} = \left\{ \begin{array}{l} Ta_{\max} = 280^\circ\text{C} \\ Tb_{\max} = 280^\circ\text{C} \\ Tc_{\max} = 280^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (\text{V.3})$$

### V.3. Etude des effets

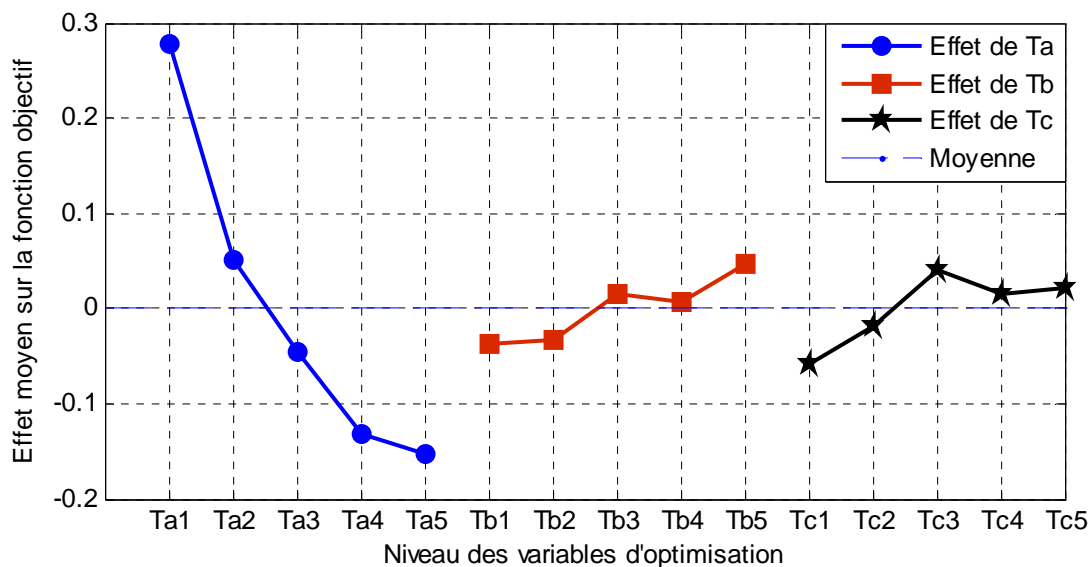
**Tableau V. 2.** Réponses de la fonction objectif et contrainte pour le plan composite extérieur 5 niveaux par variable (Critère d'iso variance par rotation).

Réponses	Ta	Tb	Tc	E en %	$g$	Pression [bar]
1	2(-1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	<b>23.4</b>	<b>0.1978</b>	<b>5.33</b>
2	4(+1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	<b>7.04</b>	<b>-0.189</b>	<b>4.36</b>
3	2(-1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	<b>30.84</b>	<b>0.1109</b>	<b>4.94</b>
4	4(+1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	<b>9.95</b>	<b>-0.0859</b>	<b>4.06</b>
5	2(-1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	<b>27.52</b>	<b>0.1758</b>	<b>5.23</b>
6	4(+1/ $\alpha$ )	2(-1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	<b>11.92</b>	<b>-0.0374</b>	<b>4.28</b>
7	2(-1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	<b>32.51</b>	<b>0.0937</b>	<b>4.86</b>
8	4(+1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	4(+1/ $\alpha$ )	<b>12.51</b>	<b>-0.1</b>	<b>4.00</b>
9	3 (0)	3 (0)	3 (0)	<b>16.57</b>	<b>0.0361</b>	<b>4.61</b>
10	1 (-1)	3 (0)	3 (0)	<b>51.32</b>	<b>0.3503</b>	<b>6.01</b>
11	5 (+1)	3 (0)	3 (0)	<b>8.14</b>	<b>-0.1804</b>	<b>3.64</b>
12	3 (0)	1 (-1)	3 (0)	<b>16.98</b>	<b>0.1407</b>	<b>5.07</b>
13	3 (0)	5 (+1)	3 (0)	<b>25.40</b>	<b>-0.0490</b>	<b>4.23</b>
14	3 (0)	3 (0)	1 (-1)	<b>13.70</b>	<b>0.0558</b>	<b>4.70</b>
15	3 (0)	3 (0)	5 (+1)	<b>21.75</b>	<b>0.0111</b>	<b>4.50</b>

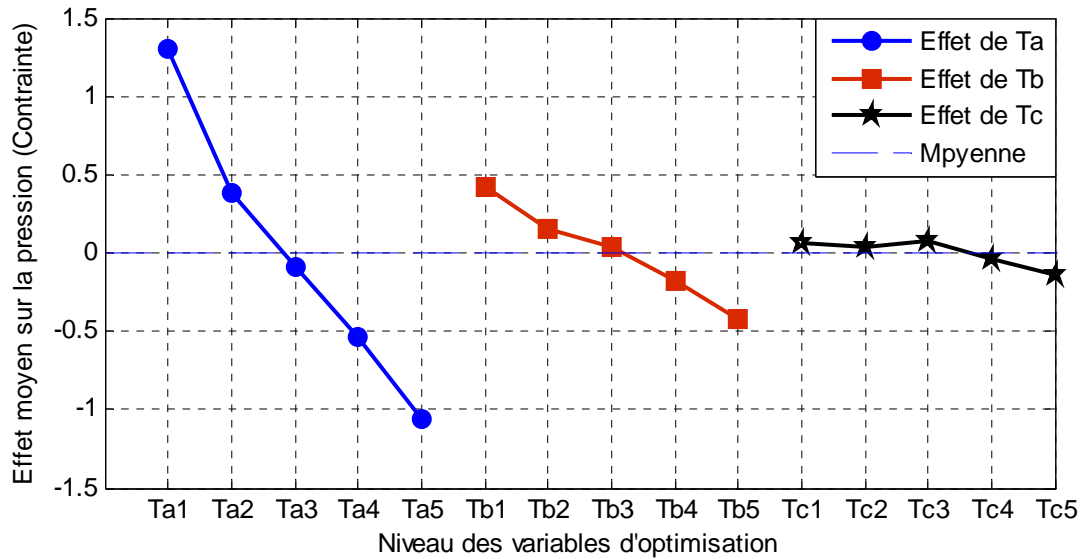
Pour calculer les effets de chaque variable, on utilise les calculs des réponses obtenus par le plan composite extérieur (Tabl. V.2), ce qui donne 5 niveaux par variable.

Les effets relatifs des variables d'optimisation (températures de régulation  $T_a$ ,  $T_b$ , et  $T_c$ ) et leurs interactions sur la répartition des vitesses et sur la pression à l'entrée de la filière plate sont estimés en utilisant la méthode de Taguchi.

La figure V.2 représente l'effet moyen des variables d'optimisation sur la fonction objectif (répartition des vitesses à la sortie de la filière). On constate que la température «  $T_a$  » a l'effet le plus important sur la répartition des vitesses. Cette température est située au milieu de la filière, là où les vitesses sont les plus faibles. Pour les autres températures,  $T_b$  et  $T_c$  apparaissent comme ayant des effets moins importants. Nous constatons que la combinaison qui offre le minimum de la fonction objectif, correspond au maximum de la température  $T_a$ , et le minimum des températures  $T_b$ , et  $T_c$ . Cela implique que la température au milieu de la filière est plus élevée. Ceci permet de diminuer la viscosité du polymère, pour s'écouler plus facilement au milieu. A cet endroit, où l'entrefer est plus faible, cela compense le manque de débit sur cette zone. En revanche, pour les zones situées sur le bord de la filière (vitesses plus importantes), les températures de régulation  $T_b$  et  $T_c$ , qui sont faibles, engendrent une augmentation de la viscosité, et donc une diminution du débit.



**Figure V. 2.** Effets des variables d'optimisation sur la fonction objectif.



**Figure V. 3.** Effets des variables d'optimisation sur la pression.

Concernant leurs effets sur la pression (Fig. V.3) on peut les classer par ordre décroissant. Le plus grand effet sur la variation de la pression est donné par Ta, puis Tb et finalement Tc qui a l'effet le plus faible. La combinaison, des variables d'optimisation, qui offre le minimum de la fonction contrainte (pression), correspond au maximum des températures de régulation. Cela permet d'augmenter la température du polymère. En conséquent, sa viscosité diminue, ce qui favorise son écoulement avec moins de perte de charge.

## V.4. Application numérique

La stratégie d'optimisation appliquée consiste à utiliser la méthode d'optimisation surface de réponse avec l'interpolation Krigage, (cf. chapitre II).

Deux résultats sont présentés en utilisant deux plans d'expériences différents:

Cas 1 : L'optimisation est réalisée en utilisant un plan composite (15 points de calcul).

Cas 2 : On a utilisé un plan composite enrichi qui représente 35 points de calcul.

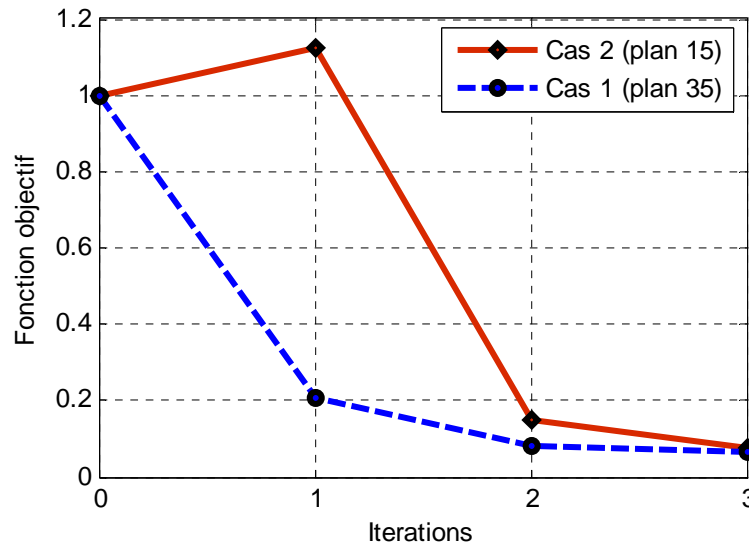
Le processus d'optimisation est réalisé en 3 itérations, donc une convergence très rapide pour les deux résultats. Ces calculs ont pris un temps de calcul CPU de 5 jours et 9 heures pour le plan de 35 points et de 2 jours et 9 heures pour le plan de 15 points sur une machine Pentium IV, 3 GHz, 1 Go Ram.

**Tableau V.3.** Synthèse des résultats pour les deux cas d'optimisation.

Plan composite	Initiale	Cas 1			Cas 2		
		Plan enrichi (35 points)			Plan composite (15 points)		
Temps de calcul CPU		5 jours et 9 heures			2 jours et 9 heures		
Itérations	<b>0</b>	1	2	<b>3</b>	1	2	<b>3</b>
Fonction objectif	<b>1</b>	0.209	0.083	<b>0.064</b>	1.13	0.149	<b>0.076</b>
Ecart relatif global	<b>21%</b>	4.35%	1.73%	<b>1.33%</b>	23.5%	3.1%	<b>1.58%</b>
Amélioration en répartition des vitesses	-	-	-	<b>93.6%</b>	-	-	<b>92.4%</b>
Fonction contrainte ( $P^e / P_0^e$ )	<b>1</b>	0.68	0.71	<b>0.73</b>	0.83	0.89	<b>0.84</b>
Gain en pression	-	-	-	<b>27%</b>	-	-	<b>16%</b>
Pression [MPa]	<b>4.426</b>	3.032	3.158	<b>3.223</b>	3.678	3.947	<b>3.742</b>
Température T <sub>1</sub> [°C]	<b>230</b>	280	280	<b>276</b>	280	256	<b>260.5</b>
Température Ta [°C]	<b>230</b>	280	280	<b>276</b>	280	256	<b>260.5</b>
Température T <sub>2</sub> [°C]	<b>230</b>	-	-	<b>266</b>	-	-	<b>246</b>
Température Tb [°C]	<b>230</b>	274	257	<b>257</b>	200	224	<b>235</b>
Température T <sub>3</sub> [°C]	<b>230</b>	-	-	<b>244.5</b>	-	-	<b>222</b>
Température Tc [°C]	<b>230</b>	293.5	227.5	<b>224</b>	200	200	<b>200</b>

Les résultats pour la fonction objectif (répartition des vitesses à la sortie de la filière) et la fonction contrainte (pression) sont normalisés par rapport aux résultats obtenus avec la même géométrie en imposant une température de régulation constante sur toute la largeur de la filière (Ta=Tb=Tc=230°C).

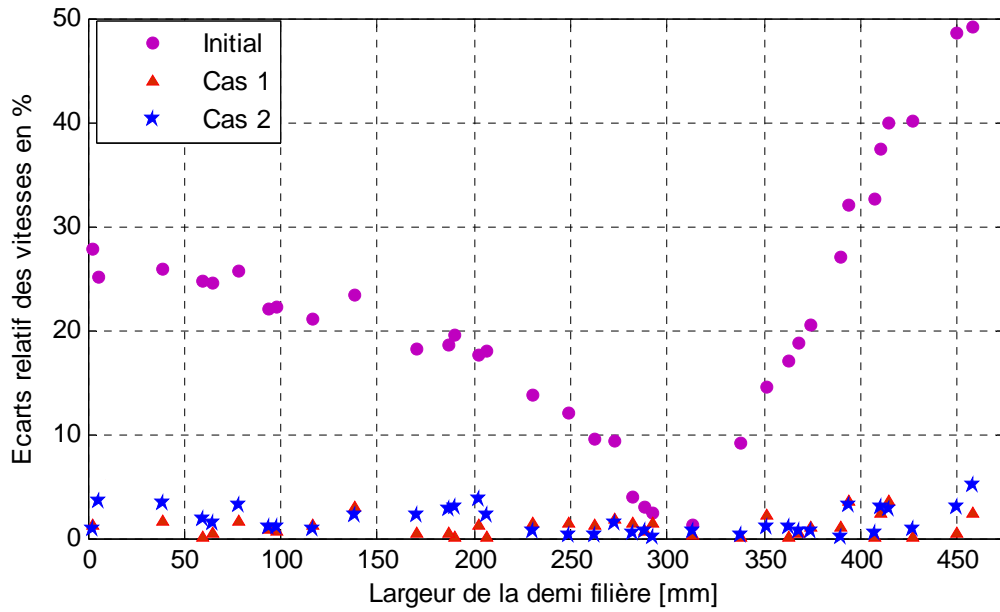
Un premier regard au tableau V.3 montre qu'avec les deux résultats, on trouve des solutions très satisfaisantes, et que la valeur de la fonction coût est réduite de plus que 92%. Les contraintes sur la pression sont respectées pour les deux solutions, ainsi que la répartition des vitesses qui est meilleure. La solution optimale est obtenue après trois itérations pour les deux résultats. En revanche, le temps de calcul est plus important en utilisant le plan enrichi (cas1). Avec l'utilisation du plan composite (cas2), on peut obtenir un gain de temps de l'ordre de 66%. Les paramètres optimaux obtenus sont donnés dans le tableau V.3.



**Figure V. 4.** Evolutions des fonctions objectifs ( $E/E_0$ ) durant les itérations d'optimisation.

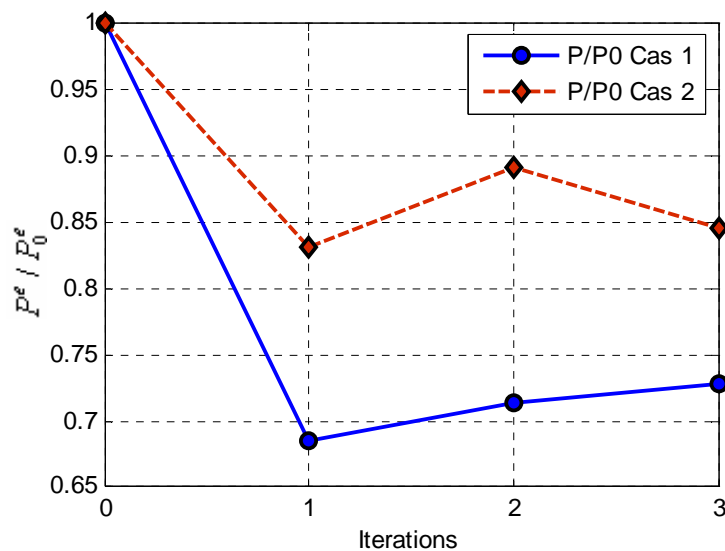
La figure V.4 représente l'évolution des fonctions objectifs ( $E/E_0$ ) pour les deux résultats d'optimisation (cas1 et cas2). On constate qu'avec l'utilisation du plan composite enrichi de 35 points on obtient une diminution de 80% de la fonction objectif à la première itération, grâce à la bonne interpolation obtenue par le Krigage. A la deuxième et troisième itération, la fonction objectif diminue progressivement jusqu'à obtenir un gain d'homogénéité de 93.5% par rapport à la répartition des vitesses obtenue initialement.

Avec l'utilisation du plan composite de 15 points, à la première itération la solution obtenue (écart relatif global) est supérieure à la solution initiale obtenue avec une température de régulation constante. Cela est dû au manque de points d'évaluation pour le domaine de recherche qui varie entre 200 et 280°C, ce qui rend l'approximation moins précise. Par contre, à la deuxième itération, la fonction objectif diminue de 85%, puis de 92.4% à la troisième itération. La stratégie d'échantillonnage adaptatif permet d'enrichir l'approximation et de la rendre plus précise lorsqu'on s'approche de l'optimum.



**Figure V. 5.** *Ecart relatif des vitesses à la sortie de la filière.*

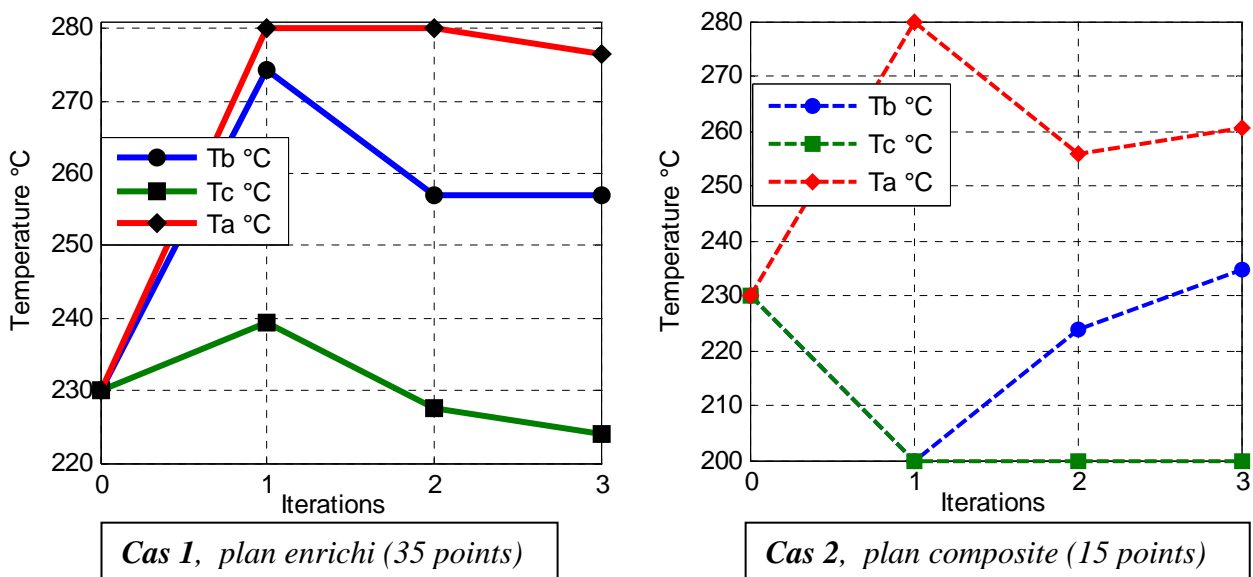
La figure V.5 représente les résultats des écarts relatifs sur la répartition des vitesses obtenue avec l'utilisation des deux plans (cas1 et cas2). Il est clair que la répartition des vitesses obtenue avec la régulation de température initiale ( $T$  constante  $=230^{\circ}\text{C}$ ) donne des écarts relatif plus importants, de l'ordre de 25% au centre de la filière et de l'ordre de 50% aux extrémités. Ces écarts relatifs importants, se traduisent par des vitesses plus faibles au centre de la filière, et des vitesses plus important sur le bord. Après optimisation, on constate que la répartition de vitesses est homogène sur toute la largeur de la filière. Les écarts relatifs sont inférieurs à 5 % sur toute la largeur de la filière.



**Figure V. 6.** *Evolutions des contraintes ( $P^e / P_0^e$ ) durant les itérations d'optimisation.*

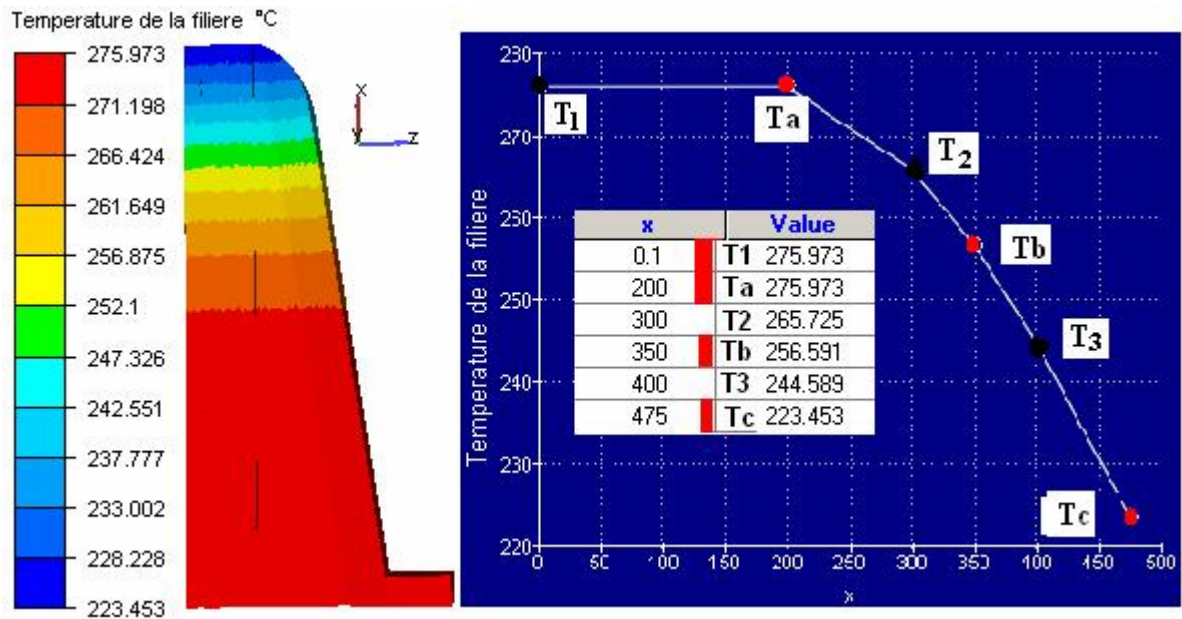


La figure V.6 montre que la contrainte sur la pression est respectée pour les deux résultats (cas1 et cas2). Cette contrainte représente le rapport entre la pression dans chaque itération et la pression obtenue à la régulation de température initiale ( $P^e / P_0^e$ ). Le problème d'optimisation a été formulé de façon à ce que le rapport  $P^e / P_0^e$  reste inférieur à 1 pour chaque itération, ce qui donne une diminution de la pression. On constate d'après la courbe qui représente l'évolution des contraintes en fonction des itérations d'optimisation, qu'on obtient un gain de pression de l'ordre de 27% à la 3<sup>ième</sup> itération pour le plan enrichi (cas1). En revanche, le gain de pression obtenu en utilisant un plan composite (cas2) est plus faible, il représente 15% par rapport à la pression initiale.

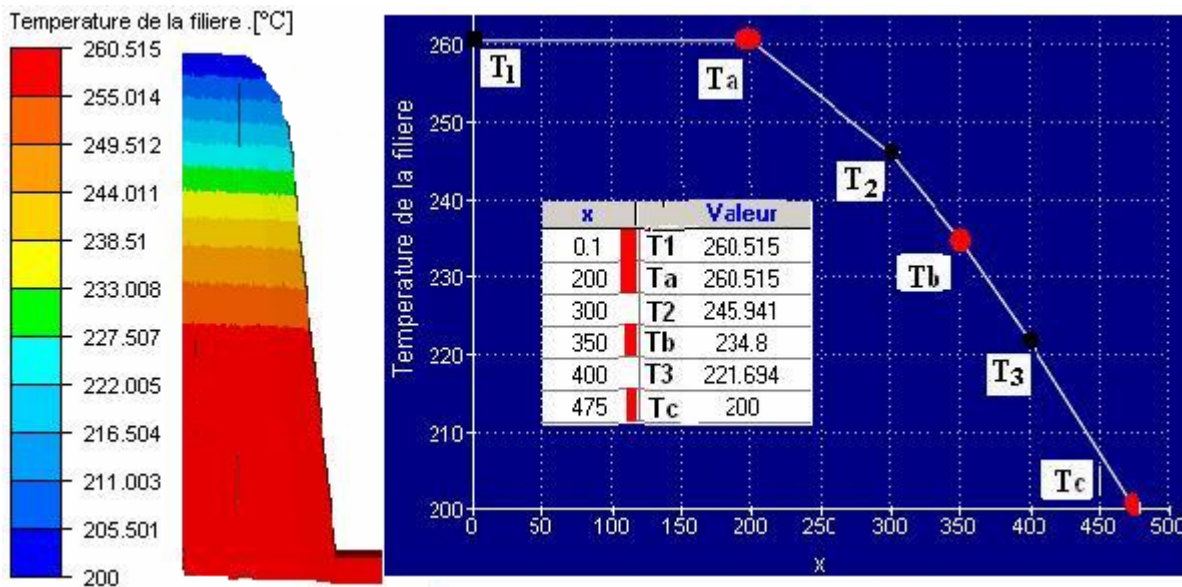


**Figure V. 7.** Evolutions des températures de régulation durant les itérations d'optimisation

Le graphique (Fig.V.7) représente l'évolution des variables d'optimisation (températures de régulation) au cours des itérations d'optimisation. Les solutions des deux résultats sont différentes, par contre elles ont la même allure. On constate que les températures de régulation obtenues par la première optimisation (cas1) sont plus élevées. La température au centre de la filière (Ta) est de l'ordre de 276°C, puis elle décroît suivant la largeur de la filière comme illustré sur la figure V.8 jusqu'à la température la plus faible au bord de la filière Tc, qui est égale à 223.5°C. On constate que la différence de températures entre «Ta, Tb» et «Tb, Tc», est respectivement 19°C et 33°C.

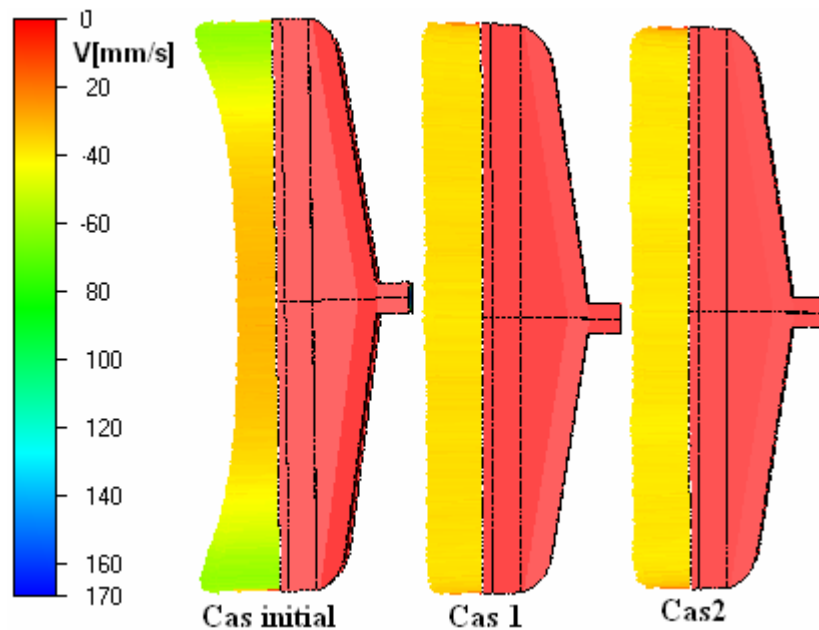


**Figure V. 8.** Distribution des températures de régulation dans la filière plate optimale Cas 1 (résultat obtenu par le plan enrichi « 35 points »).



**Figure V. 9.** Distribution des températures de régulation dans la filière plate optimale Cas 2 (résultat obtenu par le plan composite « 15 points »).

Pour le Cas2, on remarque que les températures sont plus faible (Fig. V.9). Par contre, les différences de température entre les différentes zones sont un peu plus forte. Ces différences représentent 25°C et 35°C respectivement entre les températures « Ta Tb » et entre « Tb Tc », (voir tableau V.3).



**Figure V. 10.** Répartition des vitesses pour les différentes températures de régulation.

La figure V.10, montre la distribution des vitesses à la sortie de la filière plate, dans le cas de la température de régulation initiale, et après optimisation.

On retrouve que la température de régulation initiale (Fig.V.10- cas initial) donne une répartition des vitesses qui n'est pas homogène. On constate qu'au milieu de la filière les vitesses sont plus faibles, par contre dans les deux parties proches de l'extrémité de la filière on observe une augmentation des vitesses jusqu'à 50%. La solution optimale obtenue pour les deux optimisations (cas1, cas2), représente des températures de régulation plus chaudes au centre de la filière. Les débits locaux y sont plus importants et une compensation du manque du débit est donc obtenue par rapport à la régulation initiale. En revanche, les températures sont plus faibles sur le bord pour augmenter la viscosité du polymère. Ceci engendre une diminution du débit vers le bord. Avec ces températures de régulation optimales, on a pu obtenir un équilibre qui permet de donner une distribution des vitesses homogène suivant toute la largeur à la sortie de la filière (Fig.10 cas1 et cas2).

La figure V.11, montre les isovaleurs de pression dans la filière plate, pour la température de régulation initiale et après optimisation. On constate que la pression (fonction contrainte) est plus faible pour les deux résultats (cas1, et cas2). Les températures de régulation optimales obtenues en utilisant le plan enrichi (cas1) sont plus élevées. Ceci fait diminuer la viscosité du polymère et implique donc une différence de pression plus faible (voir l'étude des effets des variables sur la pression figure V.3). Le gain en pression obtenu représente 27%, par rapport à la pression obtenue en imposant une température constante (cas initial). En revanche, les températures de régulation obtenues par le cas2 sont plus faibles par rapport au cas1. Ceci engendre une diminution plus faible de la pression (16%).

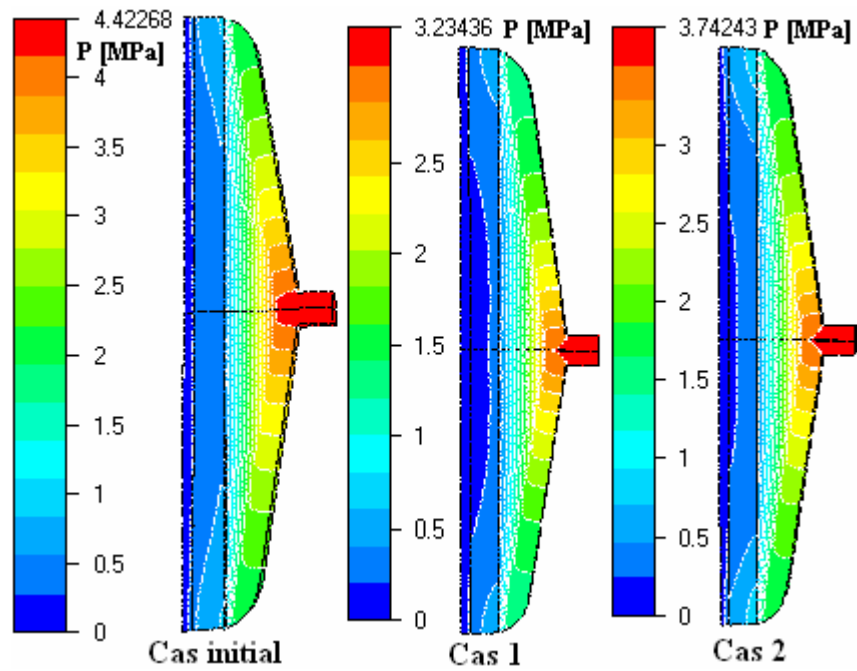


Figure V. 11. Pression pour les différentes températures de régulation.

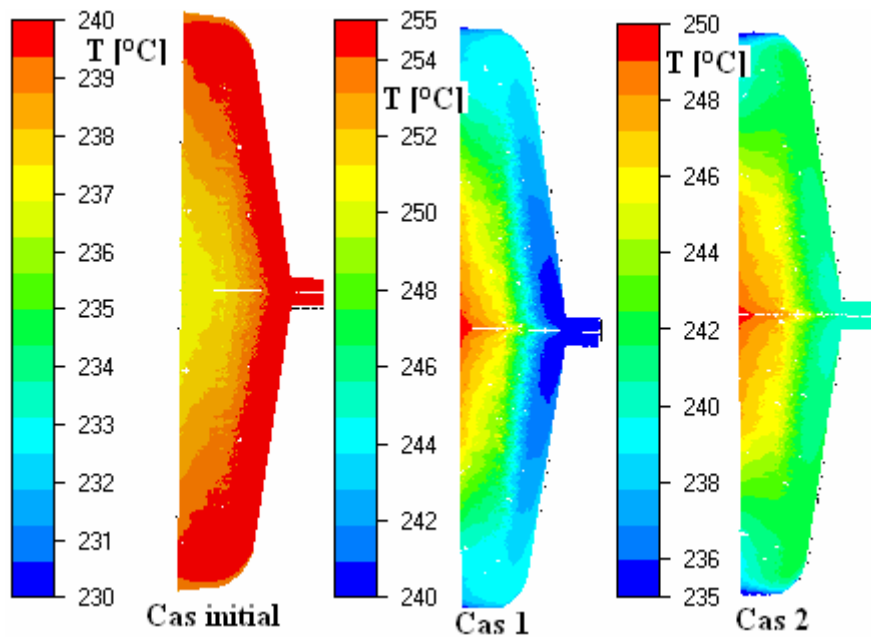


Figure V. 12. Distribution des températures dans le plan moyen de la filière pour les différentes températures de régulation.

La figure V.12 illustre la distribution des températures dans le plan moyen de la filière pour les différentes températures de régulation (cas initial, cas1, et cas2). On constate que pour la température de régulation initiale (température de régulation constante), la température du polymère est plus élevée sur le bord et moins élevée au milieu de la filière. Cette différence de température qui reste faible ( $\Delta T_{initiale} = 3^{\circ}\text{C}$ ), est due à la dissipation visqueuse. Cependant, on note que la différence de température du polymère obtenue par les températures de

régulation optimales est plus importante suivant la largeur de la filière, à cause des températures de régulation imposées. La différence de température est de  $10^{\circ}\text{C}$  pour les deux optimisations ( $\Delta T_B \approx \Delta T_C \approx 10^{\circ}\text{C}$ ). On en déduit donc que le chauffage de la matière se fait principalement par conduction. Cette différence de température peut engendrer des difficultés pendant l'étirage et le refroidissement à la sortie de la filière.

## V.5. Conclusion du chapitre

La procédure a été appliquée afin d'optimiser la distribution des températures de régulation d'une filière d'extrusion type porte manteau. L'avantage d'une telle approche réside dans sa facilité de mise en œuvre par rapport à l'optimisation géométrique. Une courbe de contrôle a été introduite afin de ramener le nombre de variables à 3 tout en gardant 6 températures de régulation.

Deux cas d'optimisation ont été réalisés en fonction du plan d'expérience utilisé. Les deux résultats montre une amélioration de la répartition des vitesses supérieure à 92% par rapport à la solution de référence. La prise en compte de la contrainte non linéaire a permis de diminuer la pression en fin d'optimisation. Néanmoins l'inconvénient réside dans la différence des températures à la sortie de la filière. Ceci risque d'engendrer des difficultés pendant les opérations d'étirage et de refroidissement.

Dans la suite nous allons optimiser la géométrie d'une filière cylindrique et procéder à des validations expérimentales.

## Chapitre VI. Optimisation de filière de câblerie et validation expérimentale.

Dans ce chapitre, la procédure d'optimisation décrite précédemment est utilisée sur deux applications afin d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie de la filière (tête de câblerie) pour différents polymères. Deux exemples avec validation expérimentale seront présentés (Tab. VI.1) :

- ✓ Le premier exemple (Application 1) est une filière (distributeur) faisait partie d'une série de conceptions différentes réalisée chez Maillefer Extrusion pour tester la portée du modèle proposé par Winter et Fritz [WIN86] (plus de détails au paragraphe suivant). Ce modèle permet de donner une géométrie de la filière, assurant une distribution homogène des vitesses à la sortie pour une gamme de matières différentes. Une filière de diamètre 106mm et de largeur du canal de répartition constante a été réalisée, et des mesures expérimentales sont établies pour deux matières différentes [SCH95]. Les résultats de simulation numérique, obtenus en utilisant le logiciel Rem3D<sup>®</sup>, sont ensuite validés par comparaison à des mesures expérimentales. Après la validation, nous utilisons la procédure d'optimisation afin d'améliorer la répartition des vitesses à la sortie de la filière en ajustant certains paramètres géométriques de celle-ci.
- ✓ Le deuxième exemple (Application 2) consiste à optimiser la géométrie de la filière pour un diamètre de 55 mm et de longueur de 95 mm (limitations géométriques imposées par Maillefer Extrusion). Enfin les résultats de simulation et d'optimisation seront validés par comparaison à des mesures expérimentales obtenues avec la géométrie de la filière optimale.

**Tableau VI. 1.** Exemples d'optimisations.

	Application 1	Application 2
Diamètre de la filière	$\phi = 106$ mm	$\phi = 55$ mm
Mesures expérimentales	Avant optimisation	Après optimisation

Au cours de cette étude, l'optimisation de la géométrie des deux filières a été réalisée en utilisant une méthode de surface de réponse basée sur l'interpolation Krigeage, un plan d'expérience de type composite et le logiciel de simulation numérique tridimensionnel Rem3D<sup>®</sup>.

Pour pouvoir aborder une gamme plus vaste de problèmes d'optimisation, nous avons adopté deux démarches pour l'optimisation géométrique des filières de câbleries. Dans les deux

démarches nous utilisons d'abord le modèle de Winter et Fritz [WIN86], afin de déterminer le contour du canal de répartition. Puis la procédure d'optimisation est employée pour optimiser la géométrie de la filière (largeur  $W$  et l'épaisseur  $H$  du canal de répartition) afin d'obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie de la filière.

## VI.1. Modèle de conception de filière

Pour définir la géométrie de la filière, Winter et Fritz. [WIN86] présentent un modèle basé sur des hypothèses concernant l'écoulement du polymère dans la cavité d'une filière type porte manteau. Ce modèle unidimensionnel permet de donner la géométrie du canal de distribution (Fig. VI.1) qui assure une répartition homogène des vitesses à la sortie de la filière. Avec le choix d'une largeur  $b$  (pour une géométrie cylindrique  $b$  représente un périmètre), de l'entrefer  $h$  et de la largeur du canal de répartition  $W$ , on peut déterminer le contour  $y(x)$  et la variation de l'épaisseur du canal de répartition  $H(x)$ .

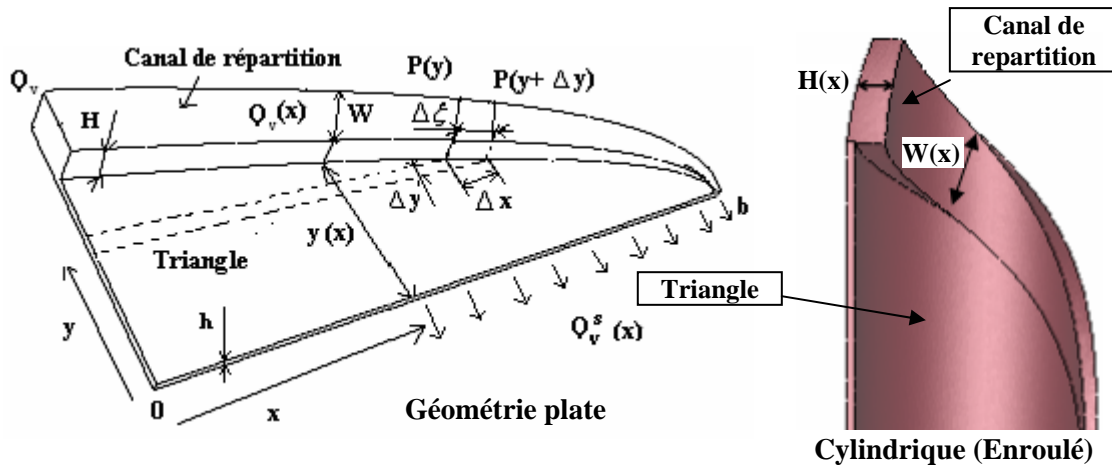


Figure VI. 1. Schéma d'un distributeur (géométrie plate, enroulé).

Pour un distributeur de circonférence  $2b$  et d'entrefer  $h$ , le débit volumique peut être exprimé par :

$$Q_v = 2bh \bar{v}_t \quad (\text{VI.1})$$

avec  $\bar{v}_t$  la vitesse moyenne dans le triangle

Winter et Fritz [WIN86] supposent que le débit entrant en un point donné dans le canal de répartition  $Q_v(x)$ , est égal au débit total sortant  $Q_v^s(x)$  de ce point jusqu'au bord de la filière  $(b-x)$  (Fig. VI.1).

$$Q_v(x) = H(x)W(x) \bar{v}_r = (b-x)h\bar{v}_t \quad (\text{VI.2})$$

avec  $\bar{v}_r$  la vitesse moyenne dans le canal de répartition

Une autre hypothèse, estimant l'égalité des pertes de charge dans le canal de répartition et dans la région de faible épaisseur, a été utilisée afin d'assurer une distribution uniforme des vitesses à la sortie de la filière.

$$\left(\frac{dp}{dy}\right)_i = \left(\frac{dp}{d\xi}\right)_r \frac{\Delta\xi}{\Delta y} \quad (\text{VI.3})$$

avec  $\Delta\xi$  l'élément de longueur suivant la direction du canal de répartition (Fig.VI.1):

$$\Delta\xi = \Delta y \sqrt{1 + (dy/dx)^2} \quad (\text{VI.4})$$

En combinant les deux équations (VI.3 et VI.4), on peut relier le contour du canal de répartition avec le gradient de pression :

$$dy/dx = - \left[ \left( \frac{(dp/dy)_i}{(dp/d\xi)_r} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2} \quad (\text{VI.5})$$

Pour un écoulement isotherme, le gradient de pression ( $\Delta p$ ) dans la direction de l'écoulement et le taux de cisaillement à la paroi ( $\dot{\gamma}_p$ ) sont calculés pour une loi puissance par :

$$\Delta p = - \frac{2\eta_0 \dot{\gamma}_0}{h} \left( -\dot{\gamma}_p / \dot{\gamma}_0 \right)^m \quad (\text{VI.6})$$

$$\dot{\gamma}_p = -(1/m + 2)2\bar{v}/h \quad (\text{VI.7})$$

avec  $\bar{v}$  la vitesse moyenne dans l'épaisseur.

En prenant en compte l'effet de bord dans le canal de répartition, Winter et al. [WIN86] réussissent à exprimer le gradient de pression en utilisant un facteur de forme  $f_p(a_f, m)$  qui dépend du rapport de forme  $a_f = W/H$  et de l'exposant  $m$  pour une loi puissance [HUN96].

$$\Delta p = - \frac{2\eta_0 \dot{\gamma}_0}{h} \left( -\dot{\gamma}_p / (f_p \dot{\gamma}_0) \right)^m \text{ avec } f_p \leq 1 \quad (\text{VI.8})$$

Dans le cas où la géométrie du canal de répartition est rectangulaire, l'écoulement dans celui-ci est semblable à l'écoulement dans le triangle. Les changements de la viscosité affectent l'écoulement dans les deux régions de la même manière. Par conséquent, la géométrie du canal de répartition n'est pas sensible à la viscosité du polymère. En revanche elle est sensible à l'indice de pseudo plasticité  $m$  (la pente de la courbe de viscosité).



Avec cette géométrie le rapport du gradient de pression dans le canal de répartition et dans le triangle est le suivant :

$$\dot{\gamma}_t = \dot{\gamma}_r / f_p \quad (\text{VI.9})$$

où  $\dot{\gamma}_t$  et  $\dot{\gamma}_r$  sont respectivement les taux de cisaillement dans la région de faible épaisseur (triangle) et dans le canal de répartition.

En égalisant l'équation (VI.7) pour le canal de répartition et le triangle, puis en éliminant les vitesses moyennes par l'équation (VI.2), on trouve une expression de l'épaisseur du canal de répartition suivant la largeur de la filière (périmètre  $x$ ).

$$H(x) = h \sqrt{(b-x) / (W(x) f_p(x))} \quad (\text{VI.10})$$

Pour un canal de répartition de largeur constante  $W \gg H$ , le facteur de forme  $f_p$  est égal à l'unité et la géométrie ne dépend pas de l'indice de pseudo plasticité  $m$ . L'épaisseur du canal de répartition est alors donné par :

$$H(x) = h \sqrt{(b-x) / W} \quad (\text{VI.11})$$

Le contour peut être calculé analytiquement par :

$$y(x) = 2W \sqrt{(b-x) / W - 1} \quad (\text{VI.12})$$

## VI.2. Application 1

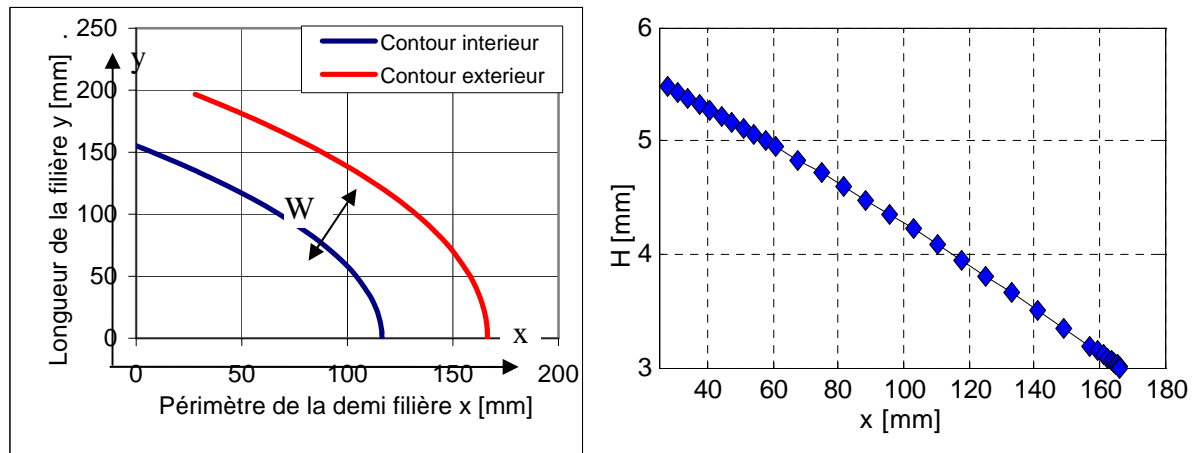
### VI.2.1. Mesure et données expérimentales

#### VI.2.1.1. Filière expérimentale

Une filière a été réalisée chez Maillefer extrusion, pour tester la portée du modèle de conception proposé par Winter et Fritz [WIN86]. Pour un diamètre de filière de 106 mm, un entrefer  $h=3$  mm et une largeur du canal de répartition constante  $W=50$  mm, le contour et la variation de l'épaisseur du canal de répartition sont calculés à partir des équations VI.11 et VI.12. La figure VI.2 illustre les contours (interne et externe) ainsi que la variation de l'épaisseur du canal de répartition.

L'épaisseur du canal de répartition à l'entrée de la filière est deux fois supérieure à celle à la sortie. Selon le modèle, en raison du rapport de forme plus important ( $a_f = W / H$ ), la

répartition des vitesses à la sortie de cette filière devrait être insensible au changement du polymère et du débit. L'un des inconvénients de cette conception est que le canal de répartition a une longueur plus importante.



**Figure VI. 2.** Contour et répartition de l'épaisseur du canal de répartition (distributeur réalisé chez Maillefer Extrusion).

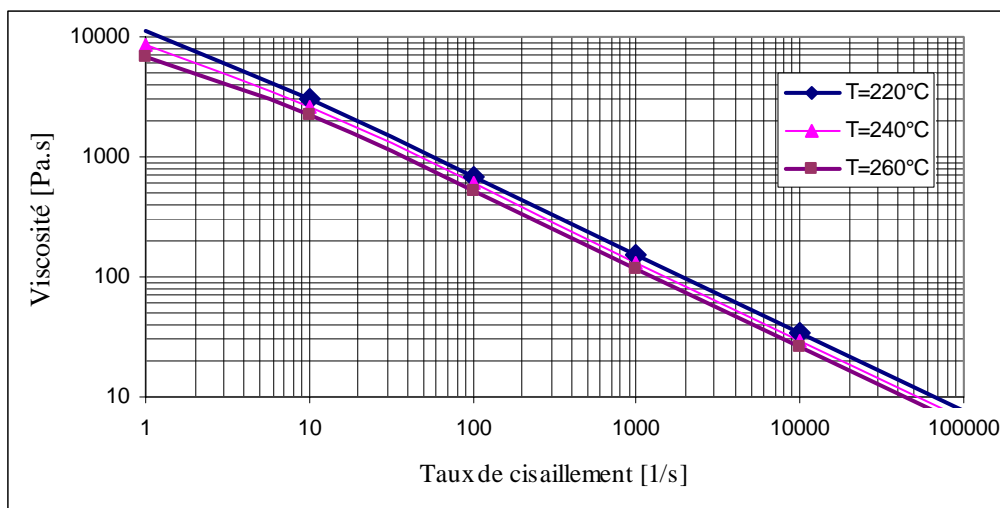
### VI.2.1.2. Matière utilisée

D'après Winter et Fritz [WIN86] et Schläfli [SCH95], la répartition des vitesses à la sortie des filières d'extrusion dépend de la pente de la courbe de viscosité. Ceci rend la répartition des vitesses sensible à la matière extrudée et au débit.

Deux types de polymères sont sélectionnés pour cet exemple. Un polyéthylène base densité (PEBD) référencé Lupolen 1812D (Fig. VI.3) est utilisé à cause de son comportement rhéologique. On constate que les courbes de viscosité sont quasi linéaires et que la thermodépendance de la viscosité est relativement faible. Les propriétés rhéologiques (Tab.VI.2) sont données par Maillfer extrusion [SCH95] et obtenues par la librairie de Rem3D<sup>®</sup> (MatDB<sup>®</sup>), pour une loi Carreau -Yasuda -Arrhenius.

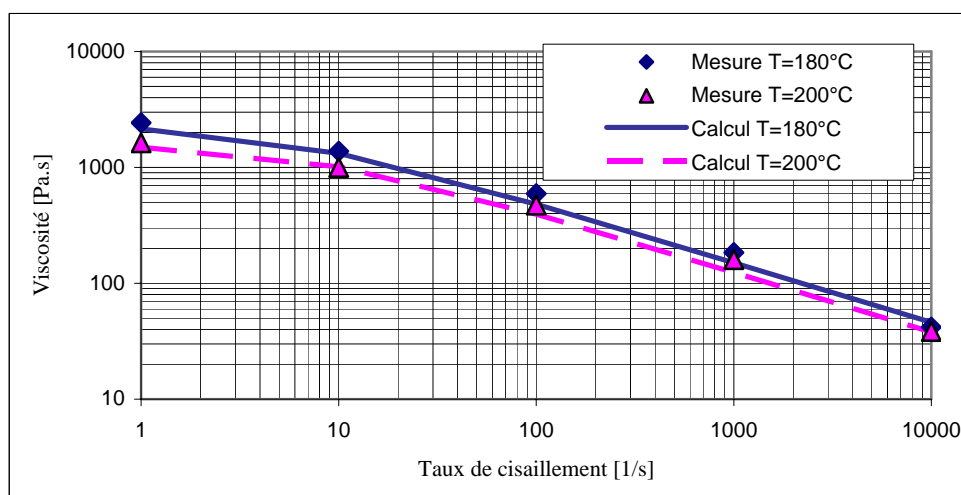
**Tableau VI. 2.** Paramètres rhéologiques du Lupolene 1812D.

$\eta_0$ [Pa.s <sup>m</sup> ]	$m$	$a$	$\tau_s$ [Pa]	$T_{ref}$ [K]	$\beta$ [K]
202281	0,347	1	10555	423	6156



**Figure VI. 3.** Viscosité du PEBD (Lupolen 1812D) "Carreau Yasuda & Arrhenius".

La deuxième matière utilisée est un polyéthylène base densité référencé PEBD 22H760. La figure VI.4 représente les courbes de viscosité données par Maillefer Extrusion à deux températures et les courbes de viscosité calculées avec la loi Carreau -Yasuda –Arrhenius.



**Figure VI. 4.** Viscosité du PEBD (22H760) "Carreau Yasuda & Arrhenius".

On constate que pour des cisaillements faibles, la viscosité atteint un palier newtonien. Au-delà de ce palier elle décroît lorsque le cisaillement augmente. En constate aussi que la thermodépendance de la viscosité est importante par rapport au Lupolène 1812D.

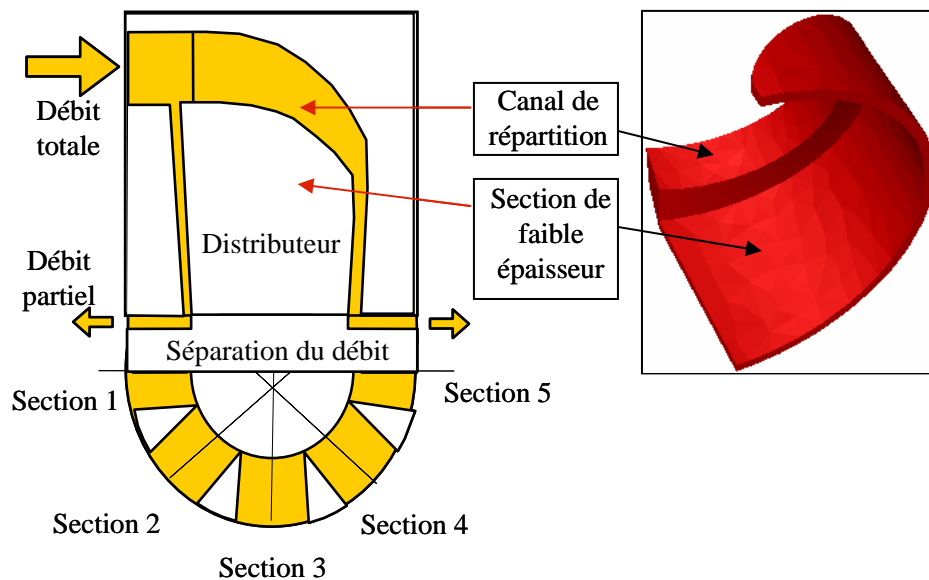
Les paramètres rhéologiques du PEBD 22H760 loi Carreau -Yasuda –Arrhenius sont donnés au tableau VI.3.

**Tableau VI. 3.** Paramètres rhéologiques PEBD 22H 760.

$\eta_0$ [Pa.s <sup>m</sup> ]	$m$	$a$	$\tau_s$ [Pa]	$T_{ref}$ [K]	$\beta$ [K]
202281	0,48	1	11243	307	4232

### VI.2.1.3. Mesures expérimentales et validation numérique

Les mesures ont été réalisées chez Maillefer Extrusion sur une extrudeuse de diamètre de vis de 80 mm (80 mm, 24D). L'extrudeuse est équipée de capteurs de pression et de température. À la sortie du distributeur, un séparateur d'écoulement divise le débit en 8 bandes (sections). La répartition de la matière est établie par la mesure du débit massique à des périodes de 36 secondes pour chaque débit partiel. La figure VI.5 illustre le schéma du distributeur et du séparateur de débit. Afin d'obtenir une résistance minimale à l'écoulement (pression) et pour ne pas influencer la distribution de la matière l'épaisseur du séparateur a été fixée à 6 mm. Il est à noter qu'une longueur d'outillage de 30 mm est utilisée après le canal de distribution. De ce fait, la ligne d'extrusion (la filière et l'outillage) présentera une résistance à l'écoulement plus significative, qui permettra d'améliorer la distribution finale de la matière à la sortie de la filière.



**Figure VI. 5.** Schéma du distributeur et du séparateur de débit.

Deux séries des mesures ont été réalisées pour deux matières différentes. Ces mesures sont reportées dans le tableau VI.4.

**Tableau VI. 4.** Mesures expérimentales.

Mesures	1	2
Matière	PEBD (1812D)	PEBD (22H760)
Température de la filière ( $T_f$ ) [°C]	194	185
Température de la matière ( $T_m$ ) [°C]	193	188
$Q_1$ [kg/h]	17,87	16,77
$Q_2$ [kg/h]	18,05	16,92
$Q_3$ [kg/h]	17,77	16,62
$Q_4$ [kg/h]	15,84	14,85
$Q_5$ [kg/h]	12,78	12,19
$Q_6$ [kg/h]	15,16	14,19
$Q_7$ [kg/h]	17,1	15,78
$Q_8$ [kg/h]	17,59	16,32
$Q_T$ [kg/h]	132,16	123,64
$Q_v$ [ $mm^3 / s$ ]	47738	44660

Par symétrie, les mesures de débit sur les secteurs 1 et 5 restent inchangées. En revanche, pour les secteurs 2, 3, et 4 on prend respectivement la moyenne des mesures de débit établies pour les sections (2 et 8); (3 et 7); (4 et 6).

Puisque les section  $S_i$  sont constantes, la vitesse moyenne adimensionnelle mesurée ( $\bar{v}_{mes}^a$ ) peut être déterminée pour chaque section  $S$  à partir des débits :

$$\bar{v}_{mes}^a = \frac{\bar{v}_{mes}}{\bar{v}_{moy}} = \frac{\bar{v}_{mes} S}{\frac{S}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \bar{v}_{mes}^i} = \frac{Q}{Q_{moy}} \quad (VI.13)$$

Les simulations numériques ont été réalisées sous Rem3D<sup>®</sup>. Par symétrie seule une demi filière est modélisée pour les deux matières. Les données opératoires ( $Q_v$ ,  $T_f$  et  $T_m$ ) sont reportées au tableau VI.4. Le maillage a été sélectionné après une série d'analyses EF en se basant sur les constats de l'étude du Chapitre IV (paragraphe IV.2.2). Le nombre et la taille des éléments sélectionnés sont reportés au tableau VI.5.

**Tableau VI. 5.** Paramètres du maillage.

Taille des éléments			Noeuds	Eléments	Triangles
Longueur	Périmètre	Epaisseur			
3 mm	2 mm	0.75 mm	51512	252593	33260

Pour chaque section, la vitesse moyenne adimensionnelle  $\bar{v}^a$  (simulation) est définie par :

$$\bar{v}_i^a = \left| \frac{\bar{v}_i^s}{\bar{v}} \right| \quad (\text{VI.14})$$

$$\text{avec : } \bar{v}_i^s = \frac{1}{N^s} \sum_{j=1}^{N^s} v_j^s \quad (\text{VI.15})$$

où  $\bar{v}$  et  $\bar{v}_i^s$  sont respectivement la vitesse moyenne globale et la vitesse moyenne pour chaque section  $i$  (secteur),  $v_j^s$  est la vitesse dans chaque nœud  $j$  qui appartient à la section  $S_i$  et  $N^s$  est le nombre de nœud pour chaque section à la sortie de la filière.

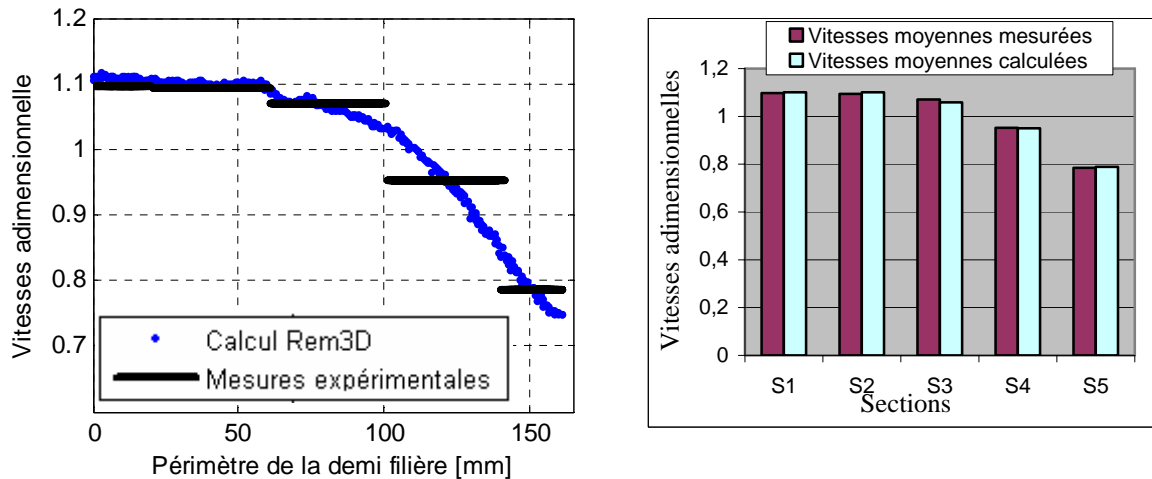
L'écart relatif global  $E_g^s$  des vitesses moyennes à la sortie de la filière est calculé par la somme des écarts relatif dans chaque section :

$$E_g^s = \sum_{i=1}^{N_s} E_i^s = \sum_{i=1}^{N_s} 100 \cdot |\bar{v}_i^a - 1| \quad (\text{VI.16})$$

Le tableau VI.6 indique les vitesses moyennes adimensionnelles mesurées et calculées par simulation (Rem3D<sup>®</sup>), pour chaque section à la sortie de la filière.

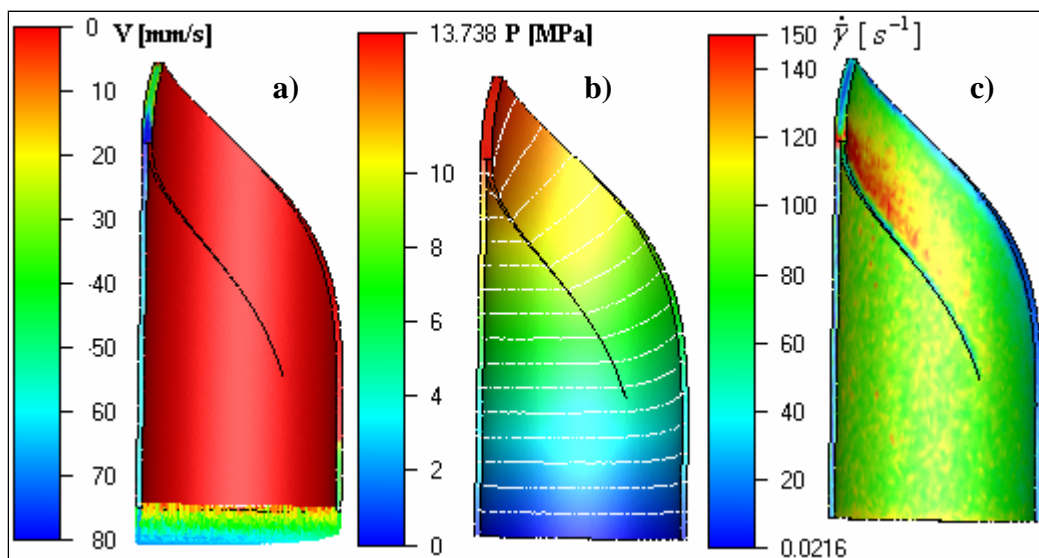
**Tableau VI. 6.** Mesures expérimentales et simulation numérique.

Mesures	1		2	
Matière	PEBD Lupolène1812D		PEBD 22H760	
Vitesses moyennes	Vitesses mesurées $\bar{v}_{mes}^a$	Vitesses calculées $\bar{v}^a$	Vitesses mesurées $\bar{v}_{mes}^a$	Vitesses calculées $\bar{v}^a$
$S_1$	1,098	1.101	1,099	1.078
$S_2$	1,094	1.101	1,089	1.068
$S_3$	1,071	1.059	1,062	1.042
$S_4$	0,952	0.950	0,951	0.960
$S_5$	0,785	0.789	0,799	0.852
$E_g^s$	52.6	52.23	49.93	37.61
Moyenne	1	1	1	1



**Figure VI. 6.** Répartition des vitesses, comparaison expérimentale et simulation (PEBD 1812D).

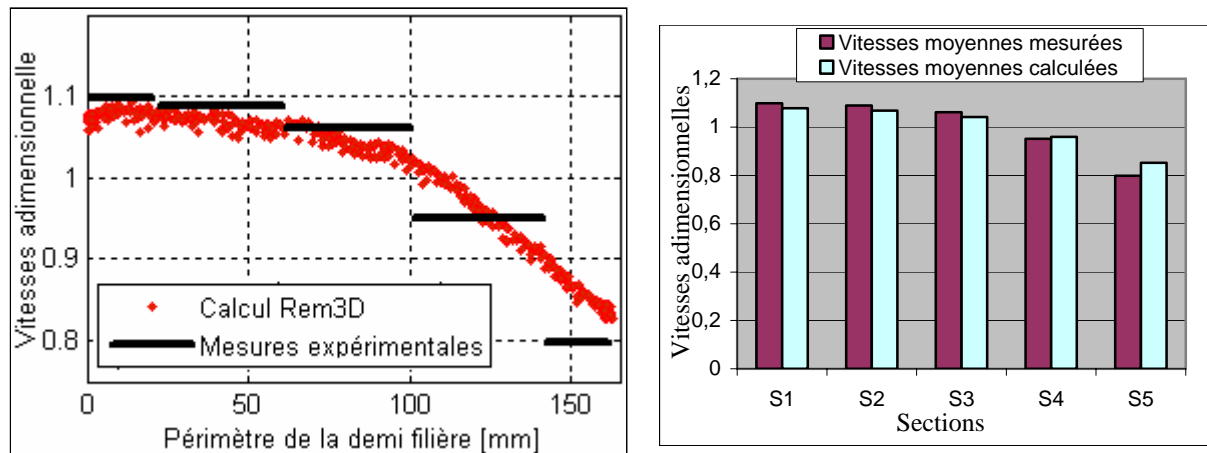
La figure VI.6 illustre la répartition des vitesses mesurées et calculées pour la conception de la géométrie initiale réalisée chez Maillefer extrusion. Cet exemple met en évidence la présence d'une mauvaise répartition des vitesses à la sortie de la filière. Les vitesses sont plus importantes dans les sections (1, 2, et 3) et plus faibles dans les sections (4, et 5). Cependant, nous notons une parfaite concordance entre les résultats numérique et expérimental. (Fig. VI.6).



**Figure VI. 7.** Résultats de simulation Rem3D® (PEBD Lupolène 1812D)  
a) répartition des vitesses, b) pression, c) taux de cisaillement.

La figure VI.7 présente les distributions des vitesses, des pressions et des taux de cisaillement dans la géométrie initiale. Les répartitions des vitesses obtenues par la simulation tridimensionnelle et par les mesures expérimentales montrent la faiblesse du modèle de conception unidimensionnel présenté par Winter et Fritz. Nous constatons que la répartition

des vitesses n'est pas homogène. Les chemins d'écoulement entre les contours interne et externe deviennent sensiblement différents, et l'écoulement dans le canal de répartition ne peut plus être traité comme un écoulement unidimensionnel. Les propriétés locales de l'écoulement à travers le canal de distribution ne sont plus constantes. Ceci est illustré par la répartition du taux de cisaillement (Fig.VI.7-c), qui montre deux zones de taux de cisaillement différentes, une zone avec un risque de stagnation (cisaillement très faible) près du contour externe du canal de répartition.

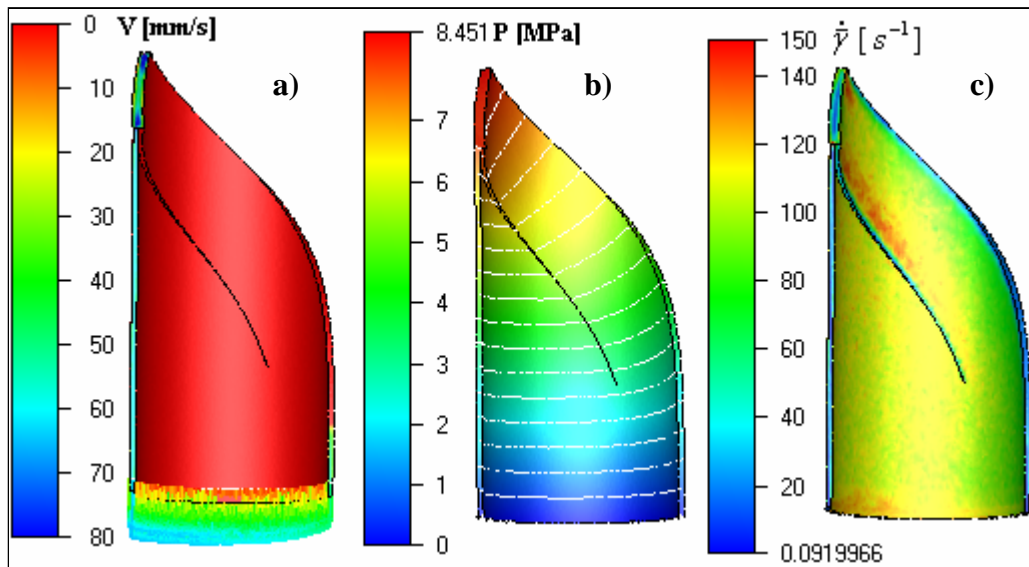


**Figure VI. 8.** Répartition des vitesses, comparaison expérimentale et simulation (PEBD 22H760).

Le même phénomène est observé sur la figure VI.8. Cette figure illustre la répartition des vitesses obtenue par des mesures expérimentales et par simulation en utilisant Rem3D®. La matière utilisée pour cet exemple est du PEBD 22H760 à un débit de 124Kg/h. Nous constatons avec cette étude, que la matière a une faible influence sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière.

Comme prévu par le modèle de conception unidimensionnelle [WIN86], l'effet du facteur de forme est beaucoup plus faible. Cependant, la dépendance, même faible, à la matière observée (Fig. VI.8) n'est pas prévue par la théorie; elle est due au caractère tridimensionnel de l'écoulement dans le canal de répartition. Clairement, les effets tridimensionnels (Fig. VI.9) sont importants pour de telles conceptions, mais ils ne sont pas pris en compte dans le modèle de conception unidimensionnelle [WIN86]. Notons que le résultat de distribution pourrait être amélioré, en concevant un canal de distribution avec une largeur légèrement plus grande que celle requise. Le canal de distribution assure alors un écoulement plus uniforme à la sortie de la filière.





**Figure VI.9.** Résultats de simulation Rem3D® (PEBD 22H760)

a) répartition des vitesses, b) pression, c) taux de cisaillement.

## VI.2.2. Formulation du problème d'optimisation

### VI.2.2.1. Fonction objectif et contrainte

Ce problème d'optimisation consiste à déterminer la géométrie optimale du canal de répartition, permettant d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie de la filière pour une gamme de matières différentes. Ceci en évitant que la pression à l'entrée de la filière ne dépasse pas  $P_0^e$  (obtenue par la géométrie initiale). Cette condition est traduite par une fonction contrainte ( $g$ ). La fonction objectif est choisie de façon à représenter l'écart relatif  $E$  des vitesses à la sortie de la filière. Ainsi elle est normalisée par rapport à l'écart relatif des vitesses obtenues dans la conception initiale  $E_0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f(x) = \frac{E}{E_0} \\ g(x) = \frac{P^e - P_0^e}{P_0^e} \leq 0 \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{array} \right. \quad (\text{V.17})$$

où  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$  sont respectivement les limites inférieures et supérieures des variables d'optimisation.

### VI.2.2.2. Variables d'optimisation

Pour un diamètre de filière de  $\phi = 106\text{ mm}$  ( $b=166.5$ ), un entrefer  $h=3\text{ mm}$  et une largeur du canal de répartition initiale  $W_0 = 50\text{ mm}$  (constante), le contour  $y(x)$  et la variation de l'épaisseur du canal de répartition sont calculés à partir des équations VI.11 et VI.12.

Pendant la procédure d'optimisation, le contour extérieur de la filière (déterminé par les paramètres initiaux) reste constant. En conséquence, deux variables vont être optimisées afin d'assurer une meilleur répartition des vitesses à la sortie de la filière : la variation de l'épaisseur  $H$  et de la largeur  $W$  du canal de répartition (Fig. VI.10).

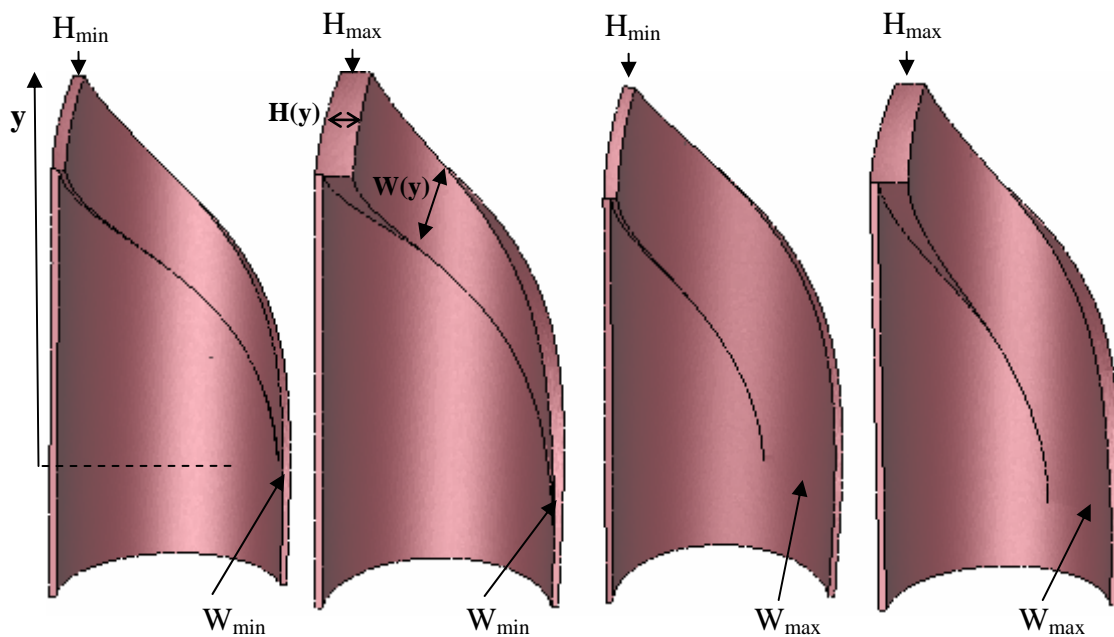


Figure VI. 10. Variables d'optimisation  $W$  et  $H(y)$ .

Initialement, la largeur  $W_0$  du canal de répartition est constante. Par contre, durant la procédure d'optimisation,  $W$  varie linéairement suivant la longueur ( $y$ ) du canal de répartition.

$$W(y) = \hat{P}(y)a \quad (\text{VI.18})$$

avec  $\hat{P} = [1 \quad y]$  le vecteur des fonctions de base et  $a = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix}$  le vecteur des coefficients qui sont déterminées par les conditions aux limites suivantes :

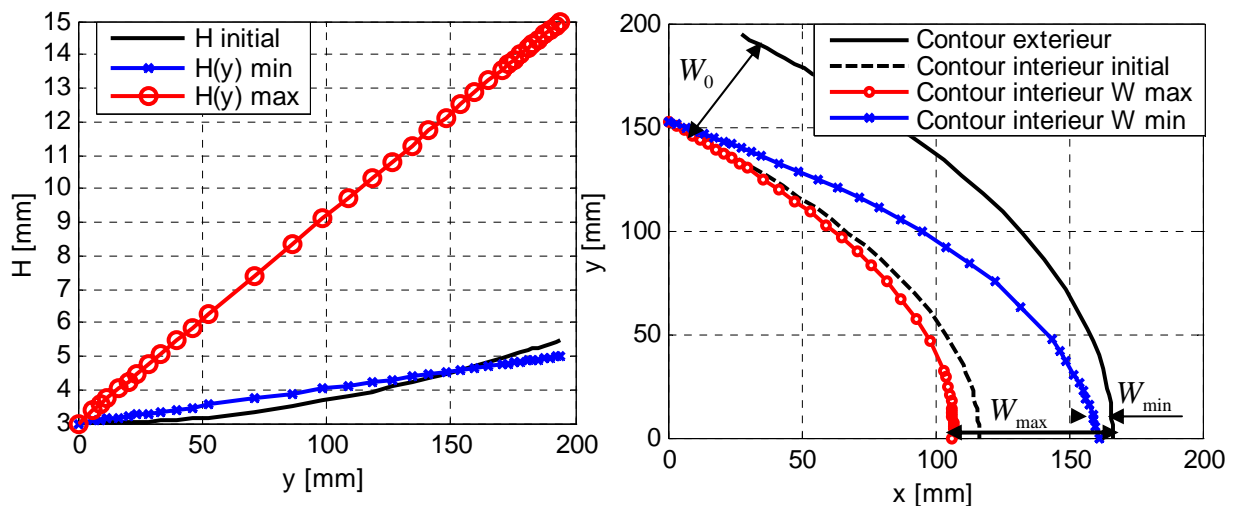
$$\begin{cases} W(y_{\max}) = W_0 \\ W(0) = W^k \end{cases} \quad (\text{VI.19})$$

avec  $W_0 = 50\text{mm}$  la largeur initiale du canal de répartition à l'entrée de la filière, et  $W^k$  la largeur du canal de répartition à la sortie de la filière. Cette dernière peut varier pendant la procédure d'optimisation.

La deuxième variable  $H$  (épaisseur du canal de répartition) varie linéairement suivant la longueur de la filière avec :

$$\begin{cases} H(y_{\max}) = H^k \\ H(0) = h \end{cases} \quad (\text{VI.20})$$

avec  $h$  l'entrefer à la sortie de la filière, et  $H^k$  l'épaisseur à l'entrée de la filière. Cette deuxième variable peut varier pendant la procédure d'optimisation. Chaque variable a ses limitations géométriques qui sont respectivement :  $5 \leq W^k \leq 60\text{mm}$ .  $5 \leq H^k \leq 15\text{mm}$  (Fig. VI.11).



**Figure VI. 11.** Variation de l'épaisseur  $H$  et la largeur  $W$  suivant la longueur de la filière ( $y$ ).

Afin d'automatiser la procédure d'optimisation et pour gagner du temps, un sous-programme permettant de traiter la CAO et de changer la géométrie de la pièce automatiquement a été développé dans un environnement Matlab<sup>®</sup>. A partir du modèle unidimensionnel [WIN86] nous obtenons le contour de la filière, puis avec les variables d'optimisation nous obtenons les variations de l'épaisseur et de la largeur du canal de répartition. Pour traiter la CAO nous générons à partir du contour, la largeur et l'épaisseur du canal de répartition un maillage tridimensionnel pour une géométrie en forme plate. Finalement, nous concevons la géométrie enroulée pour une filière de câblerie.

### VI.2.3. Résultats d'optimisation

Après une étude de sensibilité (Annexe B), nous avons montré l'importance de chacune des variables d'optimisation sur les deux fonctions (objectif et contrainte). Le premier exemple d'optimisation concerne l'amélioration de la géométrie de la filière de câblerie réalisée chez Maillefer Extrusion, afin d'obtenir une répartition des vitesses homogène et insensible au changement de la matière. Par simulation et avec les mesures expérimentales nous avons constaté, pour les deux matières utilisées, que les vitesses sont plus importante de l'ordre de 10 % sur la section 1 (coté extrudeuse) est plus faible de l'ordre de 20% sur la section 5 (coté opérateur).

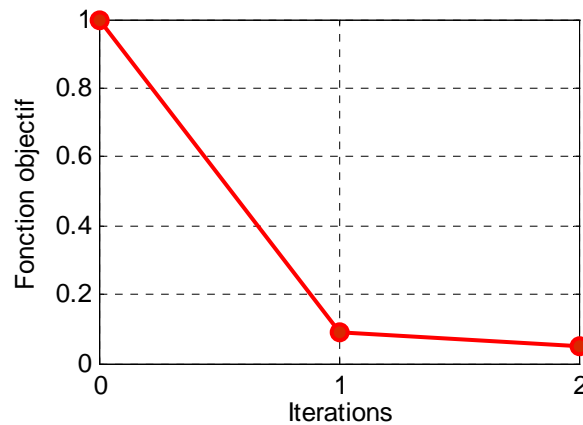
L'exemple d'optimisation a été réalisé pour la matière PEBD Lupolene 1812D et avec un débit de 132 kg/h. Par symétrie, une seule demi filière est modélisée. Afin de montrer l'amélioration de la répartition des vitesses (fonction objectif) par rapport à la conception initiale, nous avons reporté sur la courbe de convergence la valeur de la fonction objectif correspondante à la géométrie initiale de la filière ( $W_0 = 50$  constante suivant toute la longueur de la filière, et  $H_0 = 5.51$  à  $y=0$ ). La pression obtenue dans la géométrie initiale est de 13.74 MPa. La contrainte sur la pression a été imposée pour que la pression dans la géométrie optimale ne dépasse pas  $P_0^e = 14$  MPa. Les résultats d'optimisation sont réalisés sur une machine Pentium D, 3.4 GHz, 3 Go Ram.

**Tableau VI. 7.** Synthèse des résultats.

Géométrie	Initiale	Optimale
Temps de calcul CPU		12h30min
N simulation	-	19
N itérations	<b>0</b>	<b>2</b>
Ecart relatif global $E$	<b>8.76 %</b>	<b>0.81 %</b>
Fonction objectif $f$	<b>1</b>	<b>0.09</b>
Amélioration en répartition des vitesses	-	<b>91%</b>
Fonction contrainte	0.98	0.99
Ecart relatif global des vitesses moyenne $E_g^s$	<b>52.23</b>	<b>2.68</b>
Amélioration en répartition des vitesses moyenne	-	<b>95%</b>
Variable W [mm]	<b>50</b>	<b>18.5</b>
Variable H [mm]	<b>5.51</b>	<b>5.5</b>

Le tableau VI.7 présente une synthèse des résultats obtenus avec les géométries initiale et optimale. Avec la géométrie optimale de la filière nous avons un écart relatif global très faible de l'ordre de 0.81%, qui est équivalent à une amélioration de l'ordre de 91% par rapport à la géométrie de référence. En terme de vitesses moyennes partielles aux différentes sections à la sortie de la filière, on a une amélioration de 95% par rapport aux mesures expérimentales.

Nous constatons que la variable H n'a pas changée. En revanche, la largeur W du canal de répartition a fortement changé pour converger vers la solution 18.5mm.



**Figure VI. 12.** Convergence de la fonction objectif durant les itérations d'optimisation.

La figure VI.12 présente la courbe de convergence de la fonction objectif. On observe une diminution très forte de la fonction objectif dès la première itération (amélioration de 90% par rapport à la référence), puis une stabilisation des résultats pour converger vers la solution optimale avec une diminution de 91% à la deuxième itération.

**Tableau VI. 8.** Ecart relatif (Mesures expérimentales et calcul).

Mesures	1			2		
Matière	Lupolene 1812D			LDPE 22H760		
Géométrie	Initiale		Optimale	Initiale		Optimale
Ecart relatif	Exp	Calcul	Calcul	Exp	Calcul	Calcul
$E_1^s$	9.76 %	10.12 %	<b>0.94 %</b>	9.89 %	7.8 %	<b>0.87 %</b>
$E_2^s$	9.45 %	10.1 %	<b>0.22 %</b>	8.91 %	6.82 %	<b>0.23 %</b>
$E_3^s$	7.09 %	5.89 %	<b>0.11 %</b>	6.16 %	4.18 %	<b>0.13 %</b>
$E_4^s$	4.8 %	5.01 %	<b>0.18 %</b>	4.85 %	4.02 %	<b>0.1 %</b>
$E_5^s$	21.5 %	21.11 %	<b>1.23 %</b>	20.12 %	14.79 %	<b>1 %</b>
Ecart relatif Global $E_g^s$	<b>52.58 %</b>	<b>52.23 %</b>	<b>2.68 %</b>	<b>49.93 %</b>	<b>37.61 %</b>	<b>2.34 %</b>

Le tableau VI.8 indique les écarts relatifs des vitesses avant et après optimisation pour deux polymères de rhéologie différentes. Nous constatons sur la figure VI.13 que, après optimisation l'écart relatif des vitesses moyennes pour chaque section a diminué de façon considérable. Ceci implique une répartition meilleure sur la filière optimale pour les deux matières (Lupolene 1812D et le 22H760).

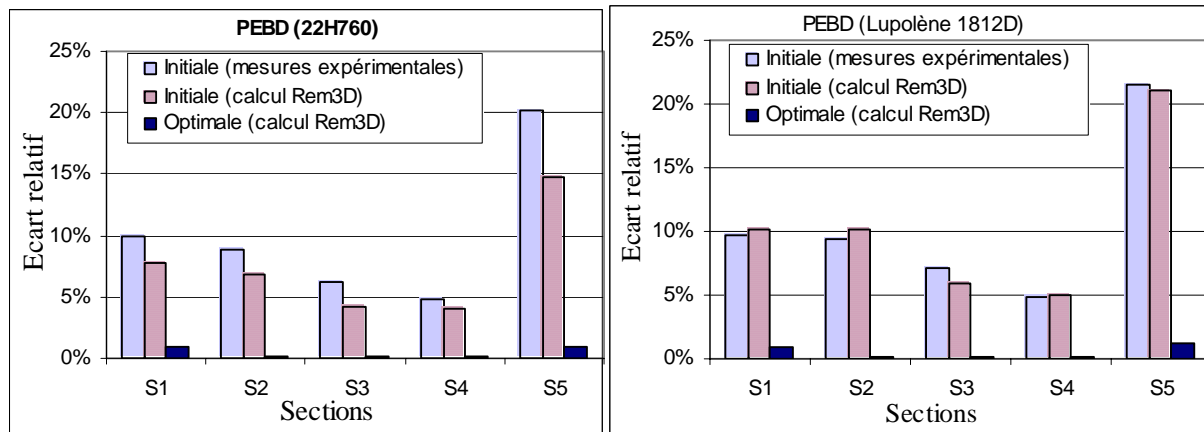


Figure VI.13. Ecart relatif des vitesses moyennes avant et après optimisation.

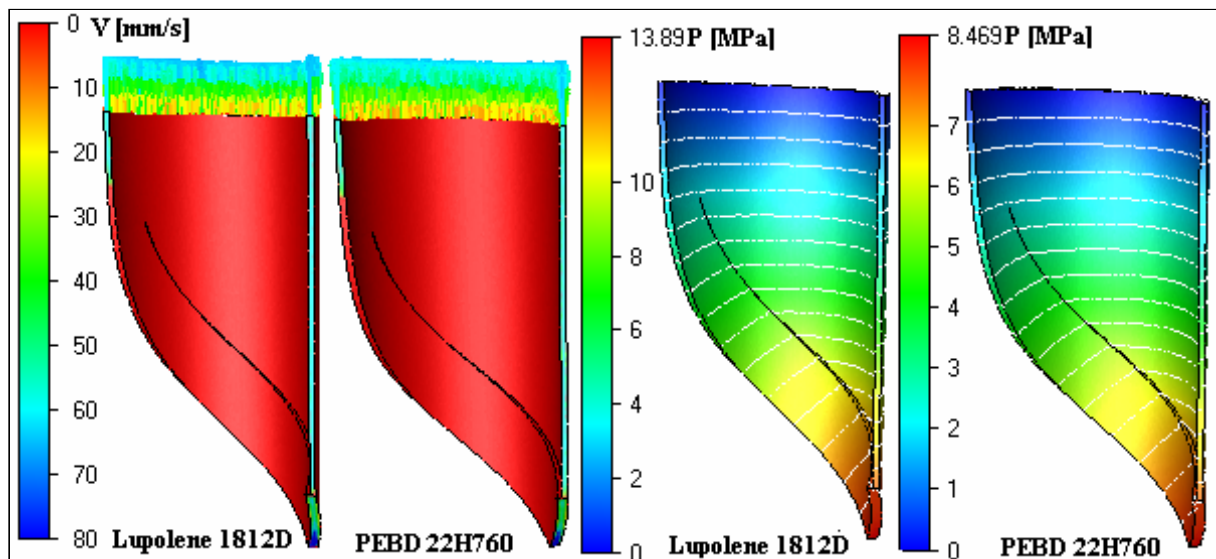


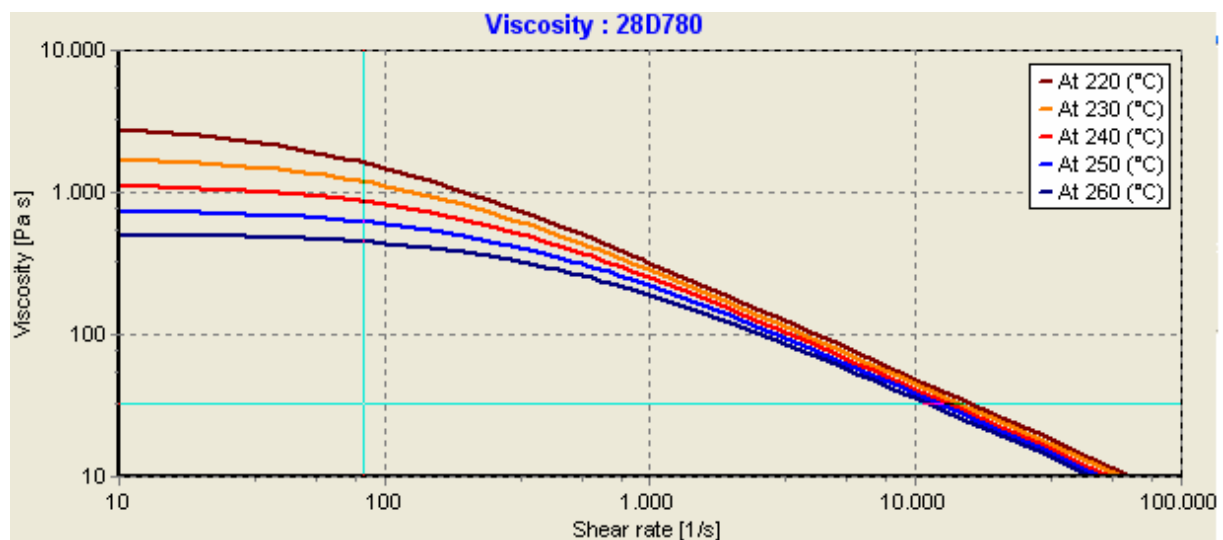
Figure VI.14. Répartition des vitesses et de la pression dans la géométrie optimale.

Nous constatons sur la figure VI.14 que la matière a peu d'influence sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière. Ainsi, nous obtenons une bonne répartition avec la géométrie optimale pour les deux polymères, même si leur comportement rhéologique est différent. On remarque que la contrainte imposée en pression est respectée puisque la pression n'a pas dépassé la pression initiale imposée  $P_0^e = 14$  MPa. La pression est plus élevée dans le cas du Lupolène 1812D et elle est plus faible pour le 22H760.

## VI.3. Application 2

### VI.3.1. Données et conditions aux limites

Dans cette application nous allons optimiser la géométrie d'une filière de câblerie d'un diamètre de  $\phi = 55$  mm et d'entrefer  $h = 3$  mm. Les paramètres rhéologiques du polymère (nom commercial PEBD 22D780) sont référés dans le tableau VI.9. Le modèle de viscosité de Carreau Yasuda avec une thermo-dépendance Arrhenius est employé pour caractériser la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et de la température (Fig. VI.15). Nous constatons que le plateau newtonien est bien visible à faible taux de cisaillement avec une thermo-dépendance relativement forte.



**Figure VI. 15.** Courbe de viscosité d'un PEBD 22D780 (loi Carreau Yasuda & Arrhenius).

Par symétrie, seulement une demi filière est modélisée pour un débit de 120 kg/h. On a donc un débit volumique de  $Q_v = 34400$  mm<sup>3</sup>/s. La température du polymère ( $T_m$ ) à l'entrée et de la filière ( $T_f$ ) sont respectivement  $T_m = 180$  °C et  $T_f = 185$  °C.

**Tableau VI. 9.** Paramètres rhéologiques du PEBD 22D780.

$\eta_0$ [Pa.s <sup>m</sup> ]	$m$	$a$	$\tau_s$ [Pa]	$T_{ref}$ [K]	$\beta$ [K]
717	0.159	1	224062	525	11703

### VI.3.2. Variables d'optimisation

La spécificité des exemples industriels réside principalement dans leur complexité. En effet, il s'agit bien souvent des pièces de grande dimension, nécessitant des temps de simulation importants avec des contraintes géométriques liées à la réalisation.

Dans le cadre de notre application, durant la procédure d'optimisation, nous avons appliqué plusieurs contraintes géométriques liées au procédé de réalisation et à la géométrie de l'outillage (corps de tête imposé).

On a des contraintes géométriques imposées par les outils d'usinage. Ces contraintes représentent le rayon de fraise ( $R_f$ ), et le diamètre de la fraise ( $D$ ) (Fig. VI.16).

Le canal de répartition sera usiné par une fraise de diamètre de 8 mm. Ceci implique que la largeur minimale du canal de répartition  $W_{\min}$  ne doit pas être inférieure à 8 mm. La deuxième contrainte représente le rayon de la fraise  $R_f = 3$  mm qui sera pris en compte durant la création de la géométrie.

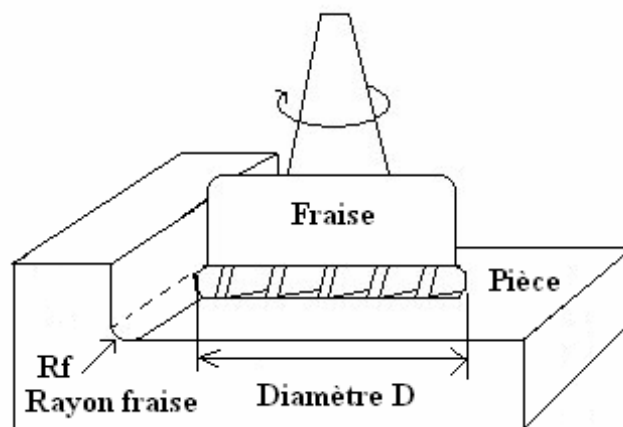


Figure VI. 16. Exemple du diamètre  $D$  et rayon de fraise.

Nous avons également d'autres limitations géométriques liées à l'utilisation d'un corps de tête disponible chez Maillefer Extrusion. Ce dernier doit être adapté à la filière optimale. Pour cela, plusieurs contraintes géométriques doivent être imposées (Fig. VI.17). La largeur à l'entrée  $W_{\text{entré}}$  doit être égale à 20 mm, la longueur ( $y$ ) maximale du canal de distribution ne doit pas dépasser les 85 mm. La longueur totale de la filière est de 95 mm. La longueur totale de l'écoulement avant le séparateur du débit est de 112.5mm. Afin d'obtenir une longueur du canal de répartition qui ne dépasse pas la longueur imposée de 85 mm, nous avons calculé le contour  $y(x)$  du canal de répartition pour une largeur constante du canal de répartition  $W = 10$  mm.



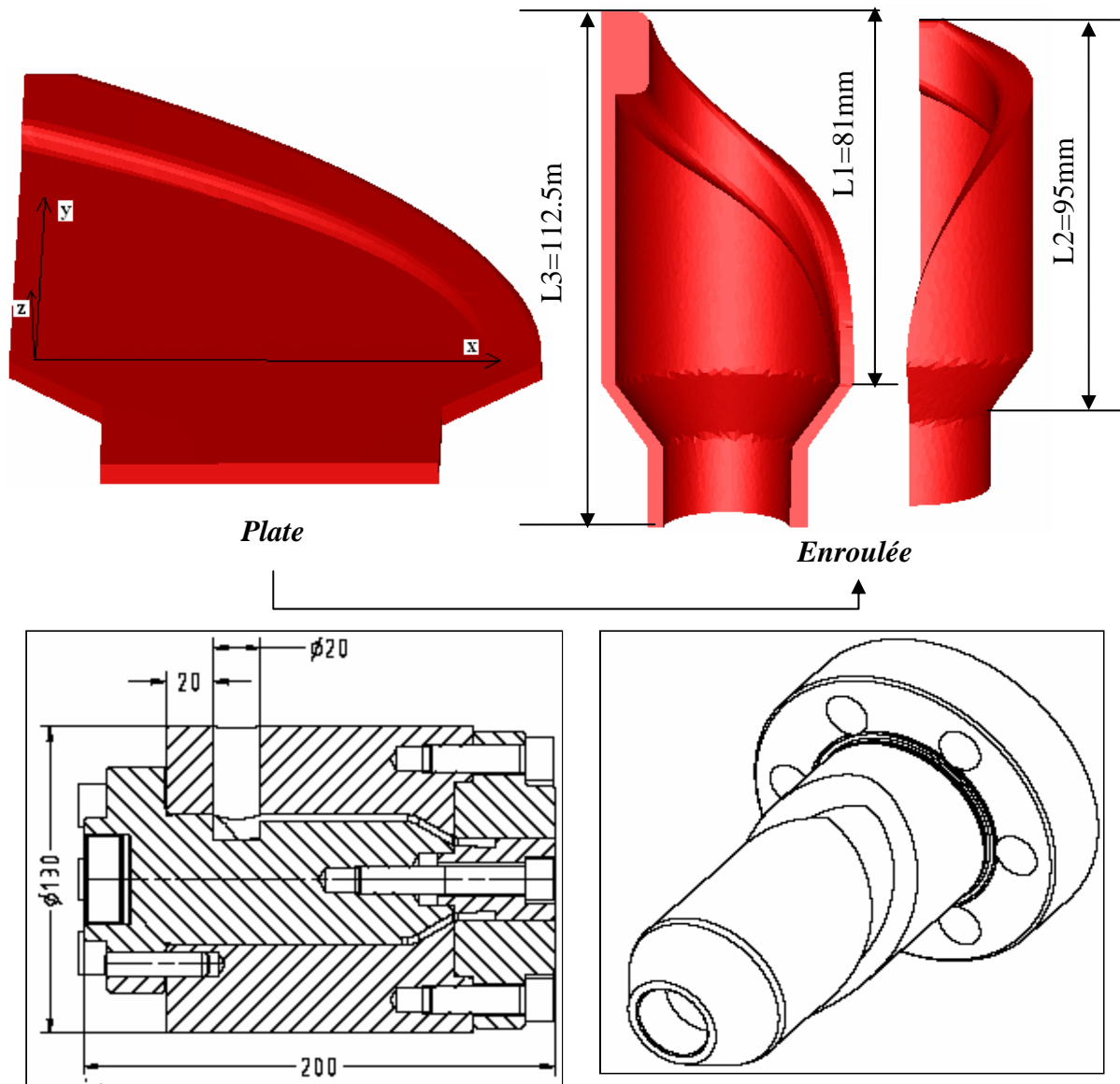


Figure VI. 17. Génération de la filière en 3D et du corps de tête.

Deux cas sont proposés pour optimiser la géométrie du canal de répartition.

Le première (cas1) consiste à varier l'épaisseur du canal de répartition linéairement suivant le périmètre de la filière ( $H(x)$ ):

$$H_i(x) = c_0 x_i + c_1 \tag{VI.21}$$

les constantes  $c_0, c_1$  sont déterminées par les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} H(0) = H^k \\ H(x_{\max}) = h \end{cases} \tag{VI.22}$$

Le deuxième (cas2) permet de varier H linéairement suivant la longueur de la filière (H(y)):

$$\begin{cases} H(y_{\max}) = H^k \\ H(0) = h \end{cases} \quad (\text{VI.23})$$

avec : h l'entrefer à la sortie de la filière et  $H^k$  l'épaisseur à l'entrée de la filière. Cette deuxième variable peut varier pendant la procédure d'optimisation avec des contraintes de bords qui sont :  $5 \leq H^k \leq 15 \text{ mm}$ .

Pour les deux cas la largeur du canal de répartition (variable W) varie linéairement suivant la longueur de la filière (y). La largeur du canal de répartition à l'entrée de la filière doit être égale à  $W_{\text{entré}} = 20 \text{ mm}$  et à la sortie elle ne doit pas être inférieure au diamètre de la fraise. Cette dernière est limitée par  $8 \leq W^k \leq 20 \text{ mm}$ .

### VI.3.3. Résultats d'optimisation

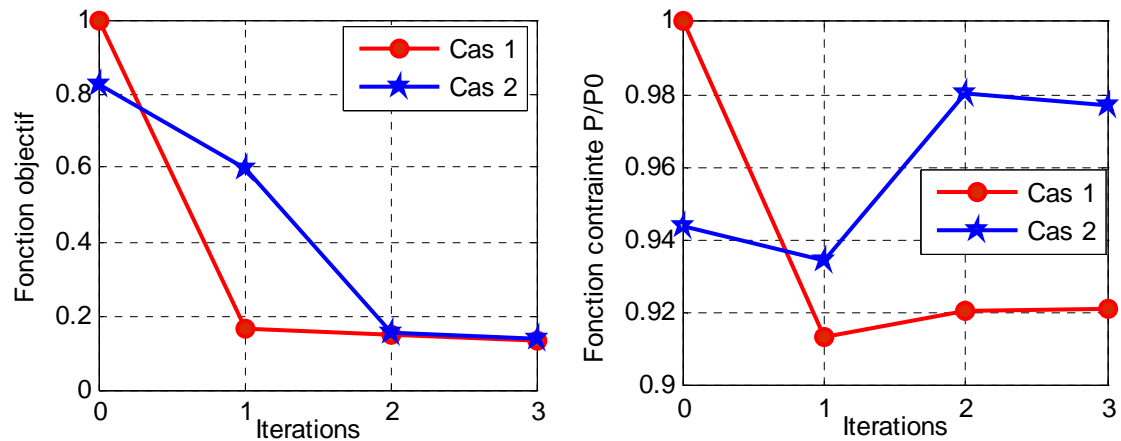
Nous avons présenté en Annexe C une étude des effets et d'interaction des variables d'optimisation. Cette étude, a permis de montrer que l'interaction entre les variables d'optimisation est plus importante dans le cas 2. Ceci, indique que la non linéarité de la fonction à minimiser est plus importante par rapport au cas1.

Une synthèse des résultats d'optimisation obtenus pour les deux cas, est reportée dans le tableau VI.10. D'après ce tableau, nous constatons une amélioration de la fonction objectif par rapport à la conception initiale de 87% et 86% respectivement pour les cas 1 et 2. Cependant, la contrainte imposée sur la pression permet de limiter l'augmentation de la pression dans la filière optimale. Nous constatons que la contrainte est respectée et que la pression a diminué de 8 % et 3 % respectivement pour le cas 1 et 2.

**Tableau VI. 10.** Synthèse des résultats.

Cas d'optimisation	Initiale	Cas 1 W, H(x)	Cas 2 W, H(y)
Temps de calcul CPU		18h40	18h16
Itérations	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
Fonction objectif $f$	<b>1</b>	<b>0.134</b>	<b>0.14</b>
Amélioration en répartition des vitesses	-	<b>87 %</b>	<b>86 %</b>
Fonction contrainte P/P0	<b>1</b>	0.92	0.97
Ecart relatif global $E$	<b>19.77</b>	<b>2.65%</b>	<b>2.77 %</b>
Ecart relatif global des vitesses moyenne $E_g^s$	<b>115.25</b>	<b>14.68</b>	<b>13.2</b>
Variable W [mm]	<b>20</b>	8.03	8
Variable H [mm]	<b>7</b>	10.36	7.23

La meilleure solution proposée par notre algorithme d'optimisation dans le cas 1 est de 2.65% d'écart relatif global, ce qui correspond au jeu de paramètre  $W= 8.03\text{mm}$ , et  $H(x) =10.36$  à  $x=0$ . Dans le cas 2, la meilleure solution représente un écart relatif de 2.77%. Cette solution correspond au jeu de variable  $W=8\text{ mm}$  et une épaisseur plus faible de  $H(y)=7.23\text{ mm}$  à  $y=0$ .



**Figure VI. 18.** Evolution de la fonction objectif et contrainte durant les itérations d'optimisation.

L'évolution des fonctions objectif et contrainte pour les deux cas d'optimisations est représentée sur la figure VI.18. Nous constatons dans le premier cas d'optimisation que la fonction objectif a fortement diminué de l'ordre de 80% à la première itération, puis elle se stabilise à la troisième itération pour converger vers 0.134. Ceci, correspond à 28 calculs E.F. Concernant le deuxième cas d'optimisation, nous constatons que la convergence est progressive. L'optimum est alors détecté à la troisième itération avec la même diminution de la fonction objectif que dans le cas 1. Cela implique une convergence très rapide, avec des écarts relatifs relativement faibles, ce qui représente une bonne amélioration de la répartition des vitesses à la sortie de la filière (Fig. VI.18). La fonction objectif est alors réduite de :

- 87 % de sa valeur initiale, pour la première optimisation (cas 1),
- 86 % de sa valeur initiale, pour la deuxième optimisation (cas 2).

La figure VI.19-A, illustre la répartition des vitesses sous forme adimensionnelle ( $v/\bar{v}$ ) à la sortie de la filière, pour la conception de la géométrie initiale et après optimisation (cas 1 et cas 2). Nous constatons qu'on arrive à diminuer la variation de la répartition des vitesses par rapport à la conception initiale. En revanche nous observons une légère irrégularité de distribution, pour les deux cas. Cela est dû à la longueur courte du canal de répartition (contrainte géométrique).

Cependant, pour un choix judicieux de la géométrie optimale à réaliser, il convient d'observer la différence entre les deux répartitions obtenues :

- Pour le cas 1, une légère variation de la répartition des vitesses est observée sur l'extrémité de la filière (coté opérateur). Cela peut s'améliorer avec la longueur additionnelle de l'outillage, dont l'effet doit améliorer la distribution finale de la matière en sortie de filière.
- Pour le cas 2, nous constatons qu'une légère variation de la répartition des vitesses est observée au milieu de la demi filière (secteur 3). Les vitesses sont faibles de l'ordre de 4% sur le secteur 3 et un peu élevées sur les extrémités (secteur 1 coté extrudeuse et 5 coté opérateur). Ce défaut appelé défaut «oreille» est plus difficile à améliorer.

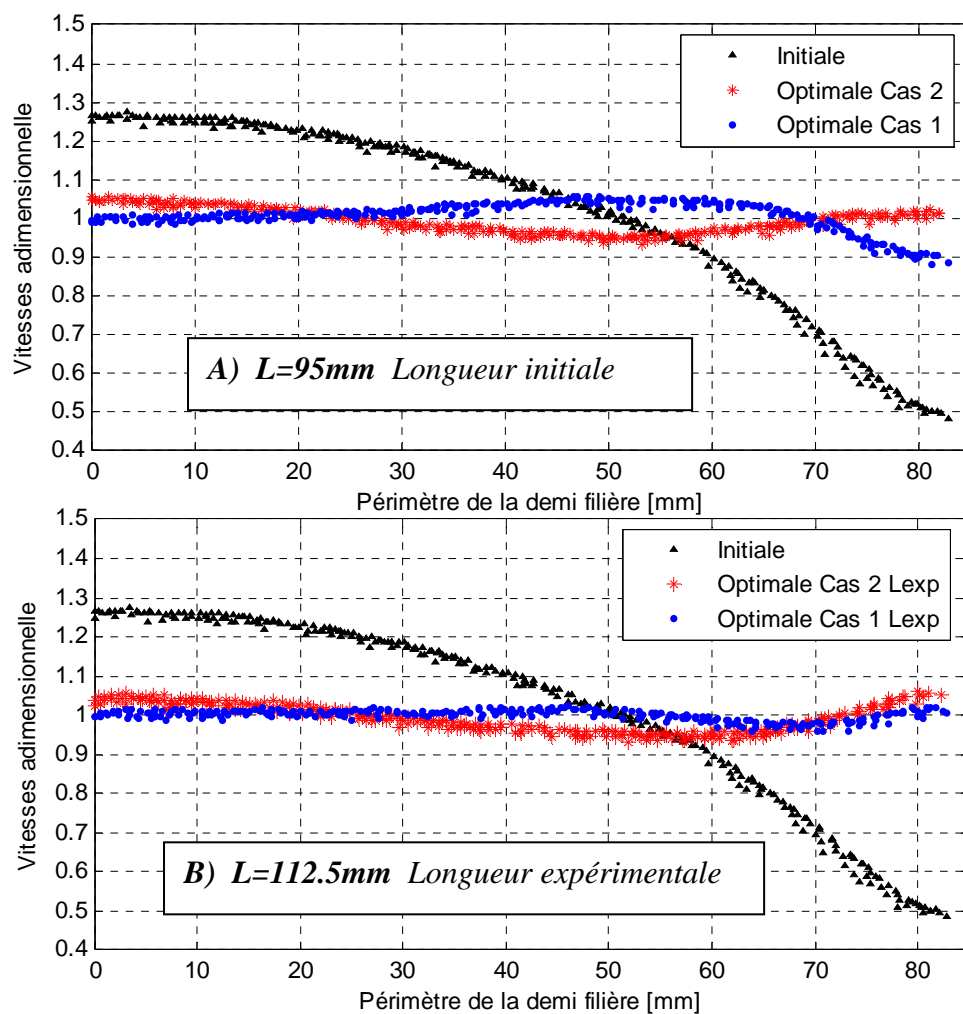


Figure VI. 19. Répartition des vitesses adimensionnelles à la sortie de la filière.

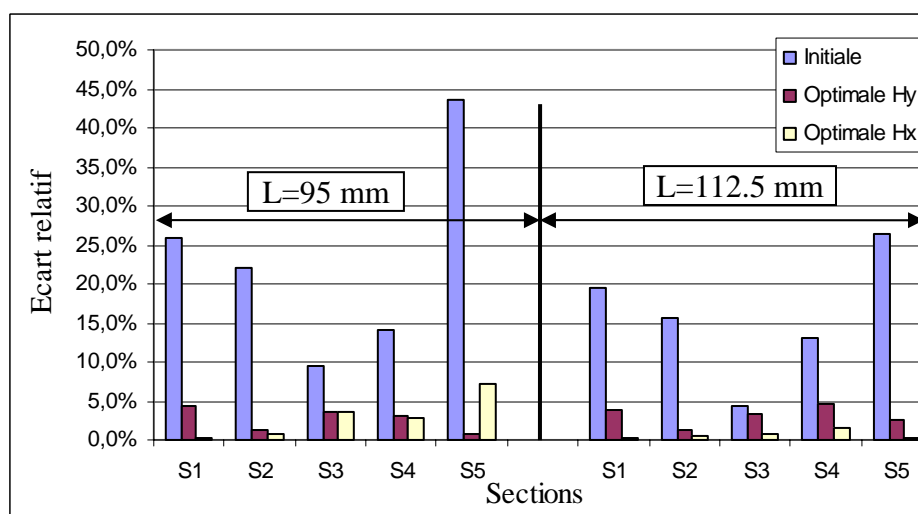
La conception de la filière donne une longueur de 95 mm; la partie avant le séparateur du débit à une longueur de 17.5 mm. L'ensemble donne une longueur d'écoulement totale de 112.5 mm.

La figure VI.19-B illustre la répartition des vitesses pour la longueur d'écoulement réelle (nous avons ajouté une longueur supplémentaire de 17.5 mm sur les deux filières optimales). Nous constatons que la répartition des vitesses pour la filière optimale (cas1) est améliorée et la variation des vitesses s'est équilibrée. En revanche, pour la filière optimale (cas2) nous n'avons pas obtenu d'amélioration sur la répartition des vitesses.

Le tableau VI.11, indique les écarts relatifs des vitesses moyennes à la sortie de la filière pour chaque section. Les résultats sont obtenus pour les deux géométries optimales (cas1 et 2) avec deux longueurs d'écoulement : 95 mm et 112.5 mm (longueur expérimentale).

**Tableau VI. 11.** *Ecarts relatifs des vitesses pour la géométrie initiale et optimale (cas1 et 2).*

Matière	LDPE 28D780				
Débit	120 [kg/h]				
	Ecart relatif				
Géométrie	Initiale	Optimale Cas1 H(x)	<b>Optimale Cas1 Lexp</b>	Optimale Cas2 H(y)	<b>Optimale Cas2 Lexp</b>
$E_1^s$	<b>25.86 %</b>	0.23 %	<b>0.33 %</b>	4,36 %	<b>3.86 %</b>
$E_2^s$	<b>22.17 %</b>	0.86 %	<b>0.61 %</b>	1,41 %	<b>1.33 %</b>
$E_3^s$	<b>9.59 %</b>	3.7 %	<b>0.85 %</b>	3,49 %	<b>3.26 %</b>
$E_4^s$	<b>14.12 %</b>	2.78 %	<b>0.32 %</b>	3,12 %	<b>4.49 %</b>
$E_5^s$	<b>43.51 %</b>	7.10 %	<b>0.79 %</b>	0,84 %	<b>2.56 %</b>
Ecart relatif global des vitesses moyennes $E_g^s$	<b>115.25</b>	14.68	<b>3.96</b>	13.2	<b>15.5</b>
Moyenne ( $E_g^s/5$ )	<b>23.05 %</b>	2.9 %	<b>0.79%</b>	2.6 %	<b>3.1 %</b>
Ecart relatif global $E$	<b>19.77 %</b>	<b>2.65 %</b>	<b>1.11 %</b>	2.77 %	<b>3.18 %</b>



**Figure VI. 20.** *Ecarts relatifs des vitesses pour chaque section à la sortie de la filière.*

La figure VI.20 illustre les écarts relatifs des vitesses pour la géométrie initiale et après optimisation, avec deux longueurs d'écoulement différentes. Nous constatons qu'avec la longueur d'écoulement réelle (longueur expérimentale de 112.5 mm) la répartition des vitesses est devenue bien homogène (des écarts relatifs négligeables) pour le cas 1. En revanche, la répartition des vitesses dans la deuxième filière optimale (cas2) n'a pas subi d'amélioration.

### VI.3.3.1. Etude des effets du débit et de la température sur la répartition des vitesses

Les résultats de simulation obtenus par la géométrie optimale pour le PEBD 22D780 à différents débits et à différentes températures sont résumés sur la figure VI.21. Les facteurs importants représentés dans le diagramme sont l'influence du débit  $Q_i$  et de la différence de température  $\Delta T = T_m - T_f$  entre la filière ( $T_f$ ) et la matière ( $T_m$ ) sur le résultat de distribution des vitesses à la sortie de la filière (écart relatif).

Pour un débit faible ( $Q1 = 60 [kg/h]$ ), on observe une influence de  $\Delta T$ . Si la matière est plus chaude que la filière ( $\Delta T = +10^\circ C$ ), l'écart relatif est de l'ordre de 5%, alors que, lorsque la matière est plus froide que la filière ( $\Delta T = -5^\circ C$ ), cet écart diminue (inférieur à 1.5%). Lorsque les débits augmentent ( $Q2 = 120 [kg/h]$  et  $Q3 = 240 [kg/h]$ ), l'influence de  $\Delta T$  sur les écarts relatifs des vitesses diminue.

Pour des débits faibles, la différence d'écart relatif croissante avec  $\Delta T$ , peut être explicable par le temps de séjour plus important et par la thermo-dépendance élevée de la viscosité. Au contraire, pour des hauts débits, le temps de séjour est plus faible. Ceci, expliquerait l'influence minimale de  $\Delta T$  sur les écarts relatifs des vitesses.

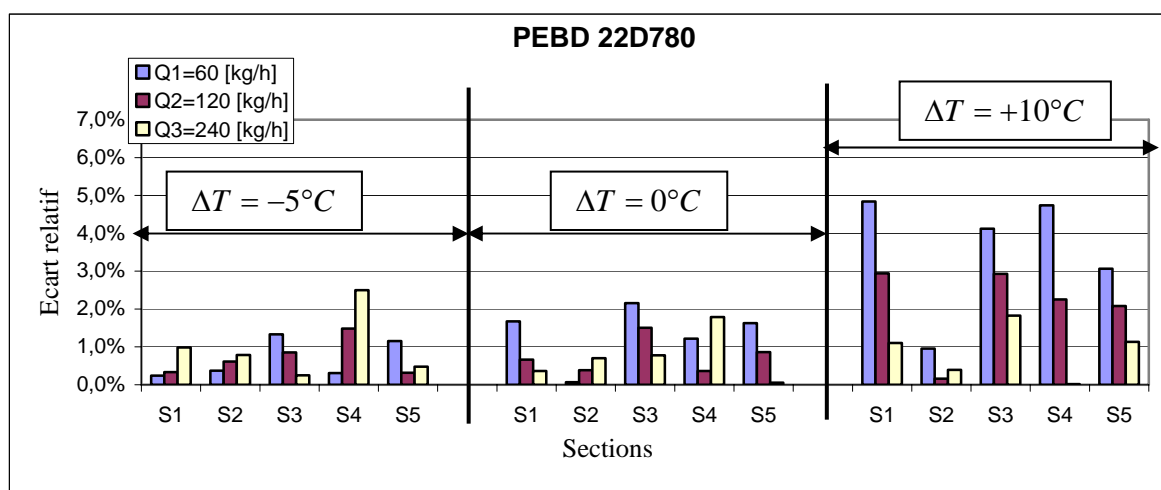


Figure VI. 21. Influence du débit  $Q$  et de la différence de température  $\Delta T$  (matière, filière) sur l'écart relatif des vitesses moyenne à sortie de la filière.

La même étude est faite pour la deuxième matière. Les résultats pour le Lupolène 1812D sont représentés sur la figure VI.22. Pour un débit donné,  $\Delta T$  a une faible influence sur l'écart relatif des vitesses. De plus pour un  $\Delta T$  donné l'écart relatif est similaire quel que soit le débit.

Pour un écoulement avec  $\Delta T = 0^\circ\text{C}$ , nous constatons que le maximum des écarts relatifs des vitesses ne dépasse pas 1.5%.

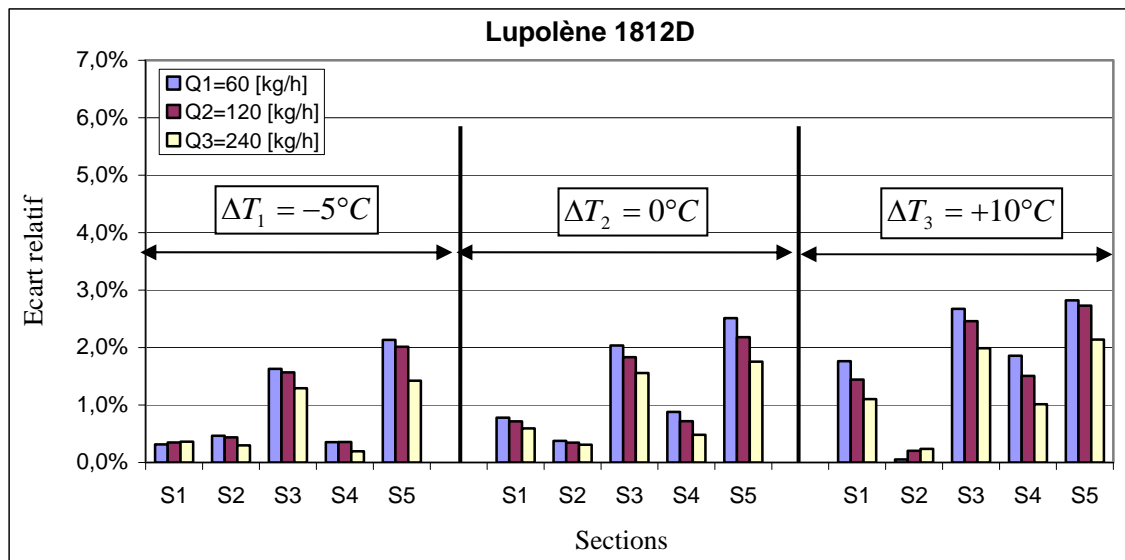


Figure VI. 22. Influence du débit  $Q$  et de  $\Delta T$  sur l'écart relatif des vitesses.

La différence entre les deux polymères est minimale en terme de répartition des vitesses. La fonction objectif est clairement améliorée pour les deux matières. Nous constatons pour un écoulement  $\Delta T = 0$  que le maximum d'écart relatif de vitesses à la sortie de la filière est inférieur à 3%.

Nous avons tracé sur la figure VI.23, à l'aide de la méthode de Taguchi, l'effet du débit et de  $\Delta T$  sur l'écart relatif global des vitesses moyennes à la sortie de la filière.

Nous constatons, que l'effet de  $\Delta T$  et du débit  $Q$  sont plus faibles pour le Lupolène 1812D, par rapport au PEBD 22D780. La faible influence du débit  $Q$  et de  $\Delta T$  est liée à la faible thermodépendance de la viscosité et à son comportement linéaire en fonction du taux de cisaillement (Fig. VI.3). On remarque sur la figure VI.23 que, l'écart relatif est plus faible (meilleure répartition) à fort débit (Q2 et Q3), et lorsque la température de la filière ( $T_f$ ) est plus élevée que celle de la matière ( $T_m$ ) ( $\Delta T < 0$ ).

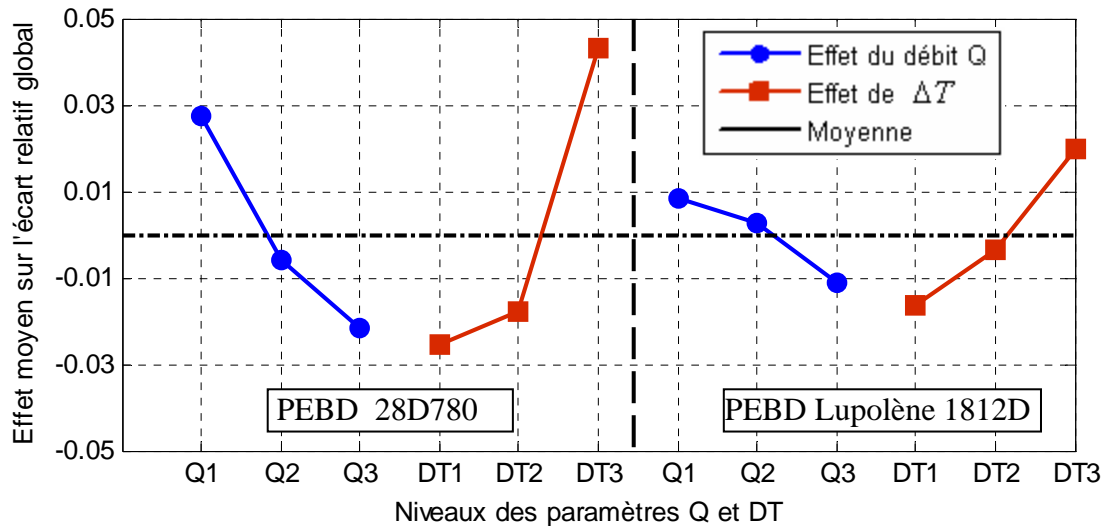


Figure VI. 23. Effet du débit  $Q$  et de  $\Delta T$  sur l'écart relatif des vitesses.

### VI.3.4. Mesures et validations expérimentales

Le montage expérimental se compose d'une extrudeuse monovis (diamètre de vis 45mm) munie d'une filière de tube (distributeur) et d'un dispositif de séparation de débit. Les pertes de charge ont été enregistrées par un système d'acquisition rapide des pressions. Des thermocouples ont été installés sur le corps de tête. La filière optimale (cas1) a été réalisée chez Maillfer extrusion. Deux séries des mesures sont réalisées pour la matière (PEBD 28D780), à deux débits différents. A cause des difficultés des mesures, le débit maximal qu'on a pu mesurer correspond à 85.76 [kg/h]. À la sortie du distributeur, un séparateur de flux divise le débit en 8 sections suivant le sens d'écoulement de la matière (figure VI.24).

La répartition de la matière est réalisée par la mesure du débit massique à des périodes de 60 secondes pour chaque débit partiel. Afin de minimiser l'erreur des mesures de débit pour chaque série, on prend une moyenne de trois mesures. Seule les mesures de débits correspondent à 150 et 200 tr/min est présenté dans tableau VI.12.



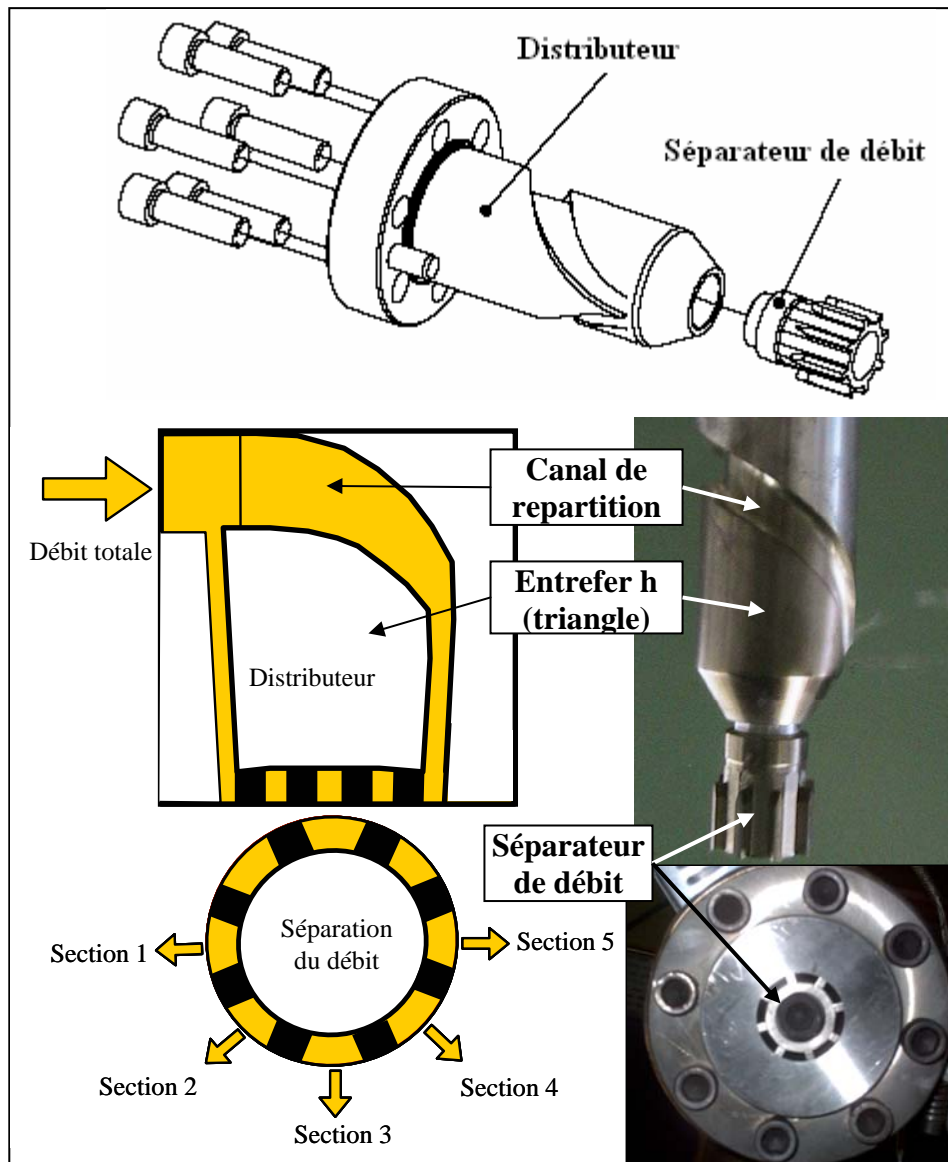


Figure VI. 24. Géométrie de la filière et du séparateur de débit.

Tableau VI. 12. Mesures expérimentales du débit sur la géométrie optimale.

Matière	PEBD 28D780	
Mesures	1	2
N tr/min	150	200
$T_f$ [°C]	187	190
$Q_1$ [kg/h]	8.33	11.31
$Q_2$ [kg/h]	7.94	10.64
$Q_3$ [kg/h]	7.87	10.53
$Q_4$ [kg/h]	7.85	10.52
$Q_5$ [kg/h]	8.11	10.97
$Q_6$ [kg/h]	7.87	10.56
$Q_7$ [kg/h]	7.93	10.60
$Q_8$ [kg/h]	7.94	10.61
Q total [kg/h]	63.84	85.76

Par symétrie, et comme il a été décrit précédemment, on ne garde que les mesures de débit sur les sections de 1 à 5. Nous présentons dans le tableau VI.13, les vitesses adimensionnelles mesurées à partir des débits.

**Tableau VI. 13.** Mesures de débit et vitesses moyennes adimensionnelles pour chaque section.

Mesures	1		2	
N Tr/min	150		200	
	Débit [kg/h]	Vitesses adimensionnelles $\bar{v}_{mes}^a$	Débit [kg/h]	Vitesses adimensionnelles $\bar{v}_{mes}^a$
$S_1$	8.33	1.037	11.31	1.047
$S_2$	7.94	0.989	10.63	0.984
$S_3$	7.90	0.983	10.57	0.978
$S_4$	7.86	0.979	10.54	0.975
$S_5$	8.11	1.01	10.98	1.016
Moyenne	8.02	1	10.80	1
$E_g^s$	9.62	9.62	12.57	12.57

Les résultats de simulation numérique (calcul Rem3D<sup>®</sup>) sont obtenus pour les mêmes débits mesurés sur la filière optimale. Par symétrie seule une demi filière est modélisée pour la moitié du débit total. Les figures (VI.25, VI.26) présentes les distributions des vitesses, des pressions et des taux de cisaillement dans la géométrie optimale pour deux débits  $Q_1 = 63.8/2$  [kg / h] et  $Q_2 = 85.5/2$  [kg / h]).

La répartition des vitesses obtenue par les simulations montre une bonne répartition des vitesses à la sortie de la filière. Nous constatons que les chemins d'écoulement entre les contours interne et externe du canal de répartition sont différents le taux de cisaillement n'est pas constant suivant la largeur W du canal de répartition), et l'écoulement ne peut plus être traité comme un écoulement unidimensionnel.

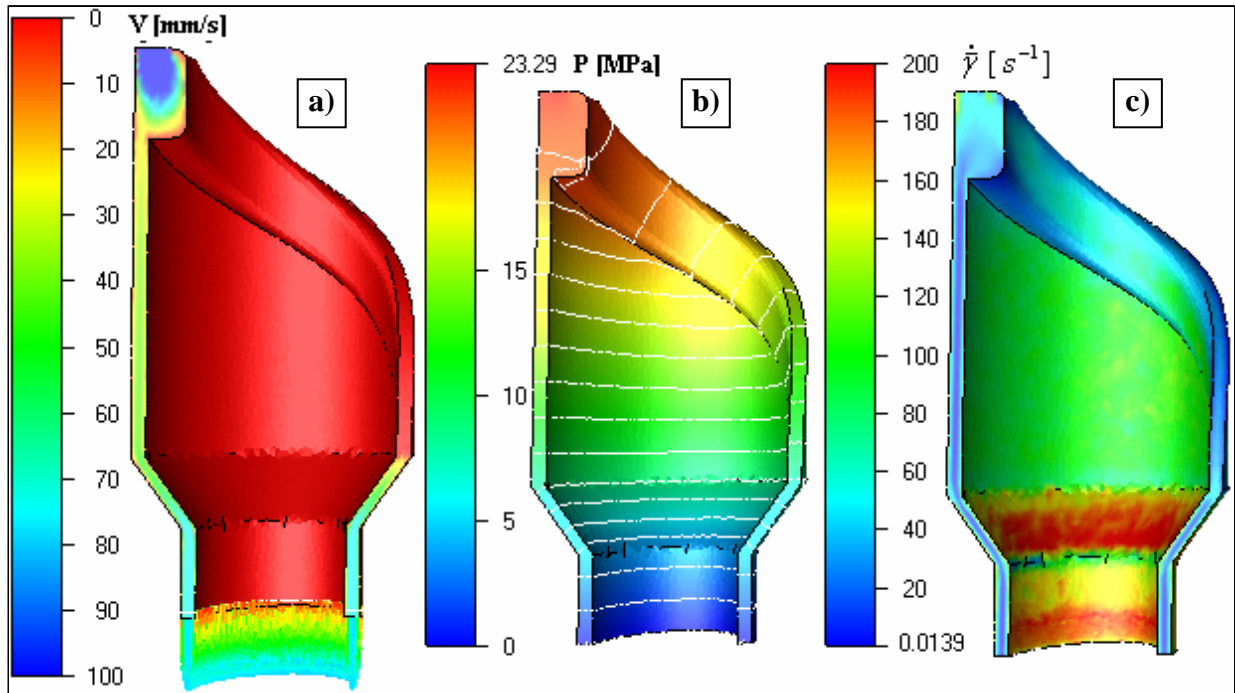


Figure VI. 25. Résultats de simulation Rem3D® (Débit  $Q_1 = 63.8/2$  [kg / h])

a) répartition des vitesses, b) pression, c) taux de cisaillement.

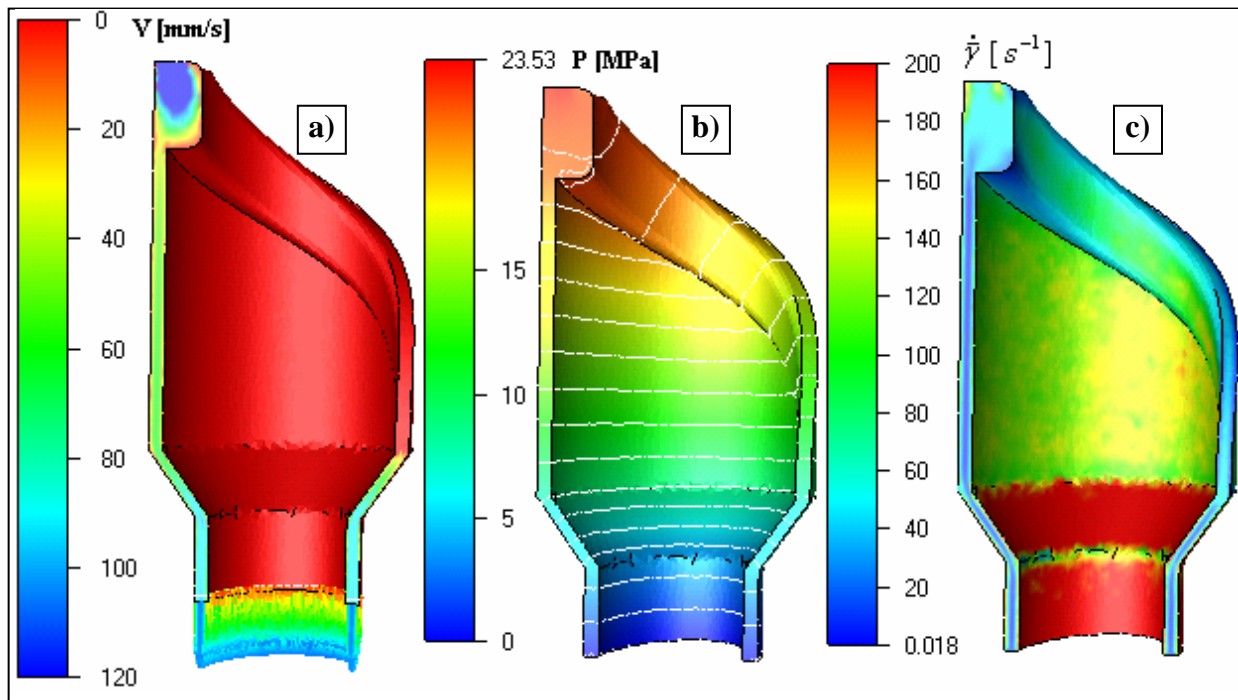


Figure VI. 26. Résultats de simulation Rem3D® (Débit  $Q_2 = 85.5/2$  [kg / h])

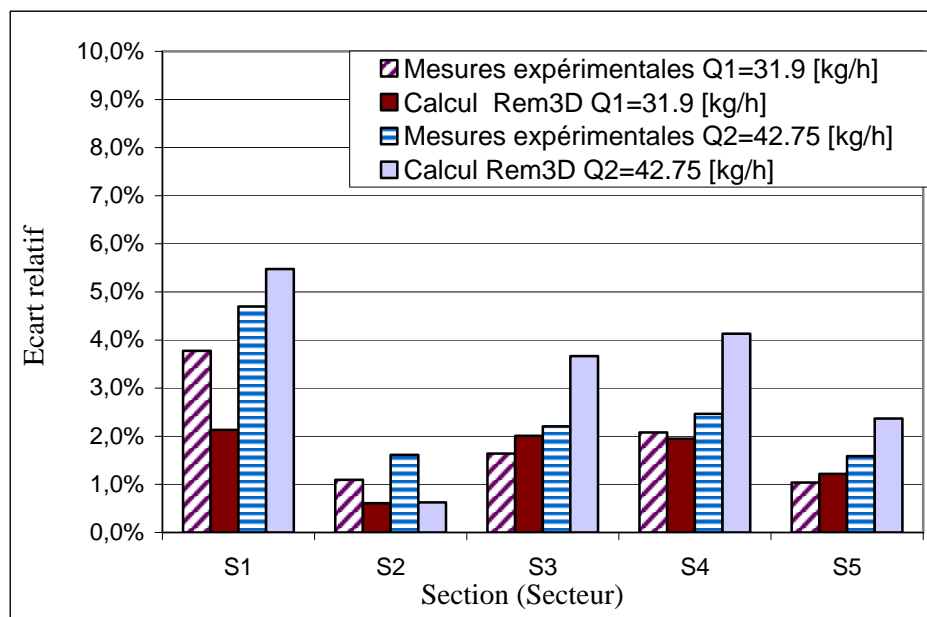
a) répartition des vitesses, b) pression, c) taux de cisaillement.

Le tableau ci-dessous indique les écarts relatifs des vitesses moyennes calculées et mesurées expérimentalement pour chaque section à la sortie de la filière optimale.

**Tableau VI. 14.** *Écarts relatifs des vitesses à la sortie de la géométrie optimale.*

Matière	LDPE 28D780			
	(63.8/2) [kg/h]		(85.5/2) [kg/h]	
Débit				
Géométrie	Mesures	Calcul	Mesures	Calculs
$E_1^s$	3.7 %	2.1 %	4.7 %	5.4 %
$E_2^s$	1.1 %	0.6 %	1,6 %	0.6 %
$E_3^s$	1.6 %	2 %	2.2 %	3,6 %
$E_4^s$	2.1 %	1.9 %	2.5 %	4.1 %
$E_5^s$	1 %	1.2 %	1.6 %	2.3 %
Ecart relatif global $E_g^s$	9.5	7.8	12.6	16
Moyenne ( $E_g^s/5$ )	1.9 %	1.56 %	2.52 %	3.2 %

La figure VI.27 illustre les écarts relatifs des vitesses moyennes mesurées et calculées pour chaque section à la sortie de la filière. Nous constatons que les mesures expérimentales réalisées pour la géométrie optimale indiquent une bonne répartition des vitesses à la sortie de la filière, avec des écarts relatifs inférieurs à 5%. La simulation numérique (calcul Rem3D<sup>®</sup>) indique le même ordre de grandeur des écarts relatifs. Nous constatons que le maximum de la différence entre les écarts relatifs mesurés et calculés est de l'ordre de 1.5%.

**Figure VI. 27.** *Ecart relatif des vitesses pour chaque section (mesure expérimentale et simulation).*

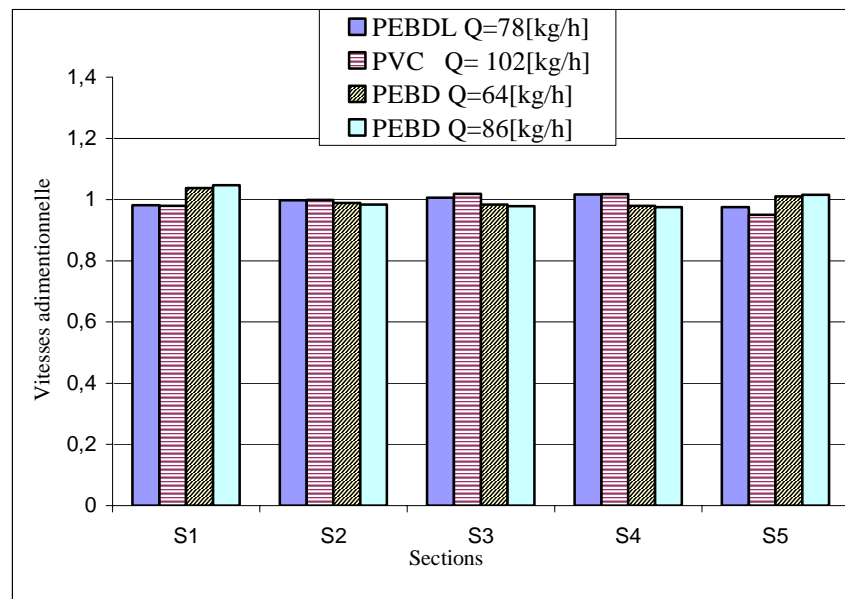
La géométrie de la filière a été optimisée pour un débit élevé ( $Q = 120 [kg/h]$ ). Nous avons montré que lorsque le débit augmente (resp. diminue) la répartition s'améliore (resp. se dégrade) (Fig. VI.23). Or pour des faibles débits nous avons de bonnes répartitions de vitesses (mesures expérimentales et calcul) (Fig.VI.27). Ceci implique que la procédure

d'optimisation adoptée permet d'obtenir une géométrie donnant une bonne répartition des vitesses pour une plage de débit importante.

Des mesures expérimentales ont été réalisées sur la filière optimale pour différents polymères et à différents débits. Trois polymères ont été sélectionnés afin de comparer la sensibilité de la répartition des vitesses, pour une large gamme de matière (Tab.VI.15).

**Tableau VI. 15.** Mesures expérimentales du débit sur la géométrie optimale.

Matière	PEBDL LLN 1004 YB	PVC FKS 910 R	PEBD 28D780	
N tr/min	200	150	150	200
Tf [°C]	185	171	187	190
Q <sub>1</sub> [kg/h]	9.72	12.47	8.33	11.31
Q <sub>2</sub> [kg/h]	9.88	12.74	7.94	10.64
Q <sub>3</sub> [kg/h]	9.99	12.97	7.87	10.53
Q <sub>4</sub> [kg/h]	10.06	13.01	7.85	10.52
Q <sub>5</sub> [kg/h]	9.65	12.10	8.11	10.97
Q <sub>6</sub> [kg/h]	10.06	12.91	7.87	10.56
Q <sub>7</sub> [kg/h]	9.95	12.99	7.93	10.60
Q <sub>8</sub> [kg/h]	9.88	12.74	7.94	10.61
Q total [kg/h]	79.2	101.92	63.84	85.76



**Figure VI. 28.** Ecarts relatifs des vitesses pour chaque section (mesure expérimentale et simulation).

Sur la figure VI.28 nous illustrons la répartition des vitesses moyennes sous forme adimensionnelle. Par symétrie nous présentons que les sections de 1 à 5. Ainsi nous constatons que la filière optimale donne une bonne répartition des vitesses pour les trois polymères, un polyéthylène basse densité linéaire (PEBDL), un polychlorure de vinyle (PVC) et un polyéthylène basse densité pour deux débits différents (PEBD).

Ceci implique que la filière optimale permet d'obtenir une bonne répartition des vitesses pour une large gamme de polymère et pour une plage de débit importante.

## VI.4. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, deux applications industrielles ont été présentées. Il s'agissait de trouver la géométrie optimale de la filière de tube, permettant d'obtenir une répartition homogène des vitesses à la sortie. Tout d'abord, une filière de diamètre 106 mm (application1) qui nous a permis de valider expérimentalement l'étape de simulation numérique et la fonction objectif utilisée (répartition des vitesses à la sortie de la filière).

Deux matières différentes ont été testées pour lesquelles les répartitions des vitesses sont en bon accord avec les mesures réalisées.

Nous avons présenté une comparaison de la répartition des vitesses sur la géométrie initiale pour deux matières. Cette comparaison indique que la répartition des vitesses donne des résultats proches des mesures expérimentales.

La filière initiale obtenue à l'aide du modèle de Winter et Fritz [WIN86] donne une mauvaise répartition des vitesses à la sortie de la filière (dû aux effets tridimensionnels). Néanmoins cette filière induit une faible sensibilité de la répartition des vitesses pour différents polymères. Cette particularité nous a permis d'optimiser la géométrie de la filière afin d'obtenir une répartition homogène des vitesses pour différents polymères.

Dans la deuxième application en partant d'un périmètre  $b$ , un entrefer  $h$ , et des contraintes géométriques dues à la réalisation, nous avons déterminé le jeu de variables géométriques conduisant à une solution optimale. Les résultats montrent une amélioration de la répartition des vitesses, pour deux polymères qui ont un comportement rhéologique différent. Ensuite nous avons analysé et comparé, à l'aide de la méthode de Taguchi, les effets des conditions opératoires (débit, température) sur la répartition des vitesses, pour les deux polymères.

La filière optimale a été réalisée et une comparaison expérimentale a permis de valider toute la procédure de simulation et d'optimisation mise en place. Les résultats expérimentaux et de simulation montrent que la filière optimale permet d'assurer une bonne répartition des vitesses à la sortie, pour différents polymères.



## Conclusion et perspectives.

La simulation numérique et l'optimisation des paramètres du procédé d'extrusion sont deux domaines de recherche et de développement en perpétuelle évolution. Du fait de la croissance rapide des performances des ordinateurs et de la concurrence, les attentes et les exigences industrielles sont de plus en plus grandes en particulier au niveau de la qualité des pièces et de la rentabilité du procédé.

Au cours de cette étude, différents aspects d'optimisation ont été abordés. L'objectif de nos travaux de recherches est d'homogénéiser la répartition des vitesses à la sortie de la filière, par la maîtrise et l'optimisation des paramètres géométrique et opératoires. Pour parvenir à cet objectif, il s'avère nécessaire de choisir des critères de qualité fiables et une stratégie d'optimisation qui doit tenir compte, de la nature du problème d'optimisation traité (type et nombre de variables, non linéarité des fonctions objectifs et contraintes), des spécificités de l'outil de simulation utilisé, et aussi du temps de calcul. Dans cette étude l'optimisation a été effectuée en utilisant un logiciel commercial Rem3D<sup>®</sup>, basé sur la méthode des éléments finis tridimensionnelle.

Pour choisir la méthode la plus adaptée à notre problème, nous avons présenté et analysé différents algorithmes d'optimisation dans le chapitre II. En fonction de cette analyse, nous avons choisi la méthode de surface de réponse. Celle-ci nous a permis de résoudre un problème d'optimisation implicite dont l'évaluation des fonctions (objectif et limitations) est très coûteuse en temps de calcul. Pour cela, toutes les fonctions sont écrites sous une forme explicite en utilisant soit l'approximation diffuse ou l'interpolation Krigage. Compte tenu de la présence des contraintes non linéaires, un algorithme itératif de type SQP, a été utilisé et couplé avec la méthode de surface de réponse. Enfin, pour localiser l'optimum global avec précision et à moindre coût, plusieurs stratégies permettant de réactualiser l'approximation, le point initial et l'espace de recherche ont été testées. L'utilisation de l'échantillonnage auto adaptatif de l'espace de recherche, qui augmente la précision à moindre coût lorsqu'on approche de l'optimum, a été validée.

La méthode de paramétrisation de la géométrie de la filière par l'approximation diffuse procure, de manière simple, une facilité dans la définition des paramètres géométrique et permet un remaillage automatique en fonction des variables d'optimisations. De plus, La procédure d'optimisation a été complètement automatisée. Les calculs EF, définis préalablement dans le cadre d'un plan d'expérience, sont exécutés en utilisant un environnement Matlab<sup>®</sup>. Ce dernier permet de modifier les valeurs des variables d'optimisation dans le modèle EF, puis de lancer le calcul, de récupérer les résultats et de générer un ou plusieurs fichiers dans lesquels il y a toutes les grandeurs nécessaires pour le



calcul des fonctions définies dans le problème d'optimisation. La procédure de localisation de l'optimum est effectuée après chaque série d'analyse EF.

L'étude de sensibilité nous a permis d'analyser l'influence des variables d'optimisations. Pour la filière plate elle a montré que la zone de relaxation a peu d'influence sur l'uniformité de la répartition des vitesses en sortie de filière. Cette étude a donc permis de diminuer le nombre de variables nécessaires à l'optimisation. Les effets des variables d'optimisations sur la fonction objectif et contrainte permettent de nous indiquer les zones où la variable a une grande influence. Ainsi, une épaisseur faible du canal de répartition de la filière plate a une grande influence sur la répartition des vitesses et sur la pression. Grâce à cela, on doit réduire les intervalles de tolérance requis lors de la réalisation de la filière.

Dans cette thèse, quatre applications ont été traitées dans le cadre de l'optimisation des paramètres du procédé d'extrusion. Le problème des minima locaux a été traité pour les différentes applications. La prise en compte des contraintes non linéaires a été étudiée. Les résultats obtenus montrent que la stratégie d'optimisation est bien adaptée aux problèmes d'optimisation avec des fonctions objectif et contrainte non linéaires. Afin d'avoir un calcul EF à la fois précis et rapide une étude de la densité du maillage est nécessaire avant d'entamer la phase d'optimisation. Pour valider notre modèle EF, les résultats des simulations ont été confrontés à des résultats expérimentaux pour la plupart des applications traitées.

La première application (identification des paramètres rhéologiques), nous a permis d'atteindre deux objectifs :

- De valider notre méthode d'optimisation, et d'étudier l'influence de la méthode d'approximation et du plan d'expérience sur la précision des résultats et sur la vitesse de convergence.
- De déterminer la rhéologie d'une matière plastique directement en série de production et en conditions industrielles.

La comparaison avec des mesures en rhéométrie capillaire nous a permis de vérifier la pertinence des paramètres rhéologique obtenus par optimisation.

Les résultats des trois autres applications mettent en évidence l'intérêt de l'optimisation des paramètres géométriques et opératoires du procédé d'extrusion,

La deuxième application concerne l'optimisation géométrique d'une filière plate. Dans cette application deux stratégies d'optimisation ont été formulées et la prise en compte des contraintes non linéaires a été étudiée.

- La première consiste à minimiser l'écart relatif global des vitesses à la sortie de la filière pour obtenir une répartition homogène des vitesses. Une contrainte non linéaire sur la pression a été appliquée afin que la pression à l'entrée de la filière diminue pendant les itérations d'optimisation.

- La deuxième stratégie consiste à minimiser la pression à l'entrée de la filière tout en prenant en compte une contrainte sur la tolérance en répartition des vitesses.

Ceci résulte en une géométrie optimale permettant à la fois d'assurer une répartition homogène des vitesses tout en diminuant la pression. Ceci permet d'avoir moins d'usure sur l'outillage (durée de vie plus grande) ou d'augmenter le débit pour la même pression (gain de production).

Les deux résultats obtenus montrent que la procédure d'optimisation est bien adaptée aux contraintes non linéaires. Néanmoins il est préférable d'utiliser la première stratégie car elle évite de choisir la tolérance à imposer sur la répartition des vitesses.

L'optimisation des températures de régulation d'une filière plate a été formulée pour la troisième application. L'avantage d'une telle approche réside dans sa facilité de mise en œuvre par rapport à l'optimisation géométrique. Néanmoins l'inconvénient réside dans la différence des températures de la matière à la sortie de la filière. Ceci risque d'engendrer des difficultés pendant les opérations d'étirage et de refroidissement.

La quatrième application à permet de valider expérimentalement la partie simulation et le critère de qualité formulé sur la répartition des vitesses à la sortie de la filière.

Une filière optimisée numériquement pour une gamme différente de polymère a été réalisée et une comparaison expérimentale a permis de valider toute la procédure de simulation et d'optimisation mise en place. Les résultats expérimentaux et de simulations montrent une parfaite homogénéisation de la répartition des vitesses à la sortie de la filière optimale pour une gamme très large de débits et pour différents polymères.

Les résultats intéressants obtenus dans le cadre de ce travail amènent à envisager plusieurs pistes de développements futurs :

Un axe de recherche pourrait être l'intégration d'une loi de comportement viscoélastique et l'étude de nouvelles fonctions coût significatives traduisant des critères de qualité tels que la dégradation des polymères (par une fonction de temps de séjours de la matière) ou encore des contraintes sur les défauts volumiques et surfaciques (par une valeur critique de la différence des contraintes normale (DCN) ou les vitesses de déformations [COM04]).

La poursuite du travail de cette thèse par l'optimisation de la géométrie d'une filière hélicoïdale dont les différents canaux pourraient être optimisés grâce à la procédure décrite au chapitre VI.

Valider la méthode d'identification des paramètres rhéologique sur une géométrie plus complexe et pour une loi de comportement viscoélastique.

L'étude de la robustesse de notre procédure d'optimisation par une comparaison avec d'autres méthodes d'optimisation (tels que réalisés dans cette thèse).



## Bibliographie.

- [AGA86] J. F. Agassant P. Avenas, J. PH. Sergent, "La mise en forme des matières plastiques", Technique de documentation -Lavoisier, Paris, 1989.
- [AGA96] J.F Agassant, P. Avenas, J.Ph Sergent, B. Vergnes, M. Vincent, "La mise en forme de matières plastique", 2e édition, Technique de documentation, 1996.
- [ALE95] J. Alexis, "Pratique industrielle de la méthode Taguchi", AFNOR, Paris, 1995.
- [ANT02] C. A. C. Antonio, N. M. Dourado, "Metal-forming process optimization by inverse evolutionary search", *Journal of Materials Processing Technology*, 121, pp.403–413, 2002.
- [ARM01] M. G. Armentano, R. G. Durán, "Error estimates for moving least square approximations", *Applied Numerical Mathematics*, 37, pp. 397–416, 2001.
- [ARN84] D.N. Arnold, F. Brezzi, and M. Fortin. "A stable finite element for Stokes equations", *Calcolo*, 21, pp.337–344, 1984.
- [AYA05] G. Ayad, T. Barriere, J;C. Gelin, J. Song, B. Liu, D. Renault, "Optimization of the PIM process: Segregation in injection and the parameters for sintering simulation", In proceedings of APOMAT, pp. 164-173, Morschach, Switzerland 2005.
- [BAH05] R. Bahloul, S. B. Eléchi, P. D. Santo, A. Potiron, "Optimisation of L-bending process : a comparison between Response Surface, Moving Least Squares and Evolution Strategies Methods", In Proceedings of APOMAT, pp. 120-131, Morschach, Switzerland 2005.
- [BAL03] G. Balasubrahman, D. Kazmer, "Thermal control of melt flow in cylindrical geometries", In: SPE Annual Technical Conference, pp. 387-391, 2003.
- [BAT02] S. Batkam. "Thermique multidomaines en simulation numérique du remplissage 3D". Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2002.
- [BAT04] S. Batkam, J. Bruchon, and T. Coupeuz. "A space-time discontinuous Galerkin method for convection and diffusion in injection moulding". *International Journal of Forming Processes*, 7, pp.11–33, 2004.
- [BAT05] Battenfeild Extrusionstechnik, "Installations d'extrusion de tubes", Symposium tube, 2005.
- [BEL96] T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming, P. Krysl, "Meshless methods: An overview and recent developments", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 139 pp. 3-47, 1996

- [BEN05a] L. Ben Ayed, "Modélisation numérique de l'emboutissage et optimisation des outils serre-flan", Thèse de doctorat, université de technologie de Compiegne, 2005.
- [BEN05b] Ben Ayed L., Delamézière A., Batoz J.L., Knopf-Lenoir C., "Optimization of the blankholder force distribution with application to the stamping of a car front door panel (Numisheet'99)", 6<sup>th</sup> International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes, NUMISHEET'05, Detroit, Michigan, USA, 15-19, 2005.
- [BEN05c] Ben Ayed L., Delamézière A., Batoz J.L., Knopf-Lenoir C., "Optimization of the blankholder force distribution in deep drawing", APOMAT Conference, Automatic Process Optimization in Materials Technology, Morschach, Switzerland, 30-31, 2005.
- [BIG01] E. Bigot. "Simulation tridimensionnelle du remplissage de corps mince par injection", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2001.
- [BIG00] E. Bigot, T. Coupez, "Capture of 3d moving free surfaces and material interfaces by mesh deformation", European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2000 Barcelona, 2000.
- [BOG95] P.T. Boggs, J.W. Tolle. "Sequential quadratic programming", *Acta Numerica*, pp.1-51, 1995.
- [BON97] J. F. Bonnans, J. C. Gilbert, C. Lemaréchal, C. Dagastizabal, "Optimisation numérique: aspects théories et pratiques", *Mathématique et applications 27*, ed. Springer, 1997.
- [BON05a] M. H. A. Bonté, A. H. van den Boogaard, J. Huétink, "Metamodelling techniques for the optimisation of metal forming processes". In *Proceedings of ESAFORM*, pp. 155-158, Cluj-Napoca, Romania, 2005.
- [BON05b] M. H. A. Bonté, A. H. van den Boogaard, J. Huétink, "Solving optimisation problems in metal forming using finite element simulation and metamodelling techniques". In *Proceedings of APOMAT*, pp. 242-251, Morschach, Switzerland, 2005.
- [BRO03] H. Brod, "Residence time optimised choice of tube diameters and slit heights in distribution systems for non-Newtonian liquids", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 111, pp.107–125, 2003.
- [BRU04] J. Bruchon, "Etude de la formation d'une structure de mousse par simulation directe de l'expansion de bulles dans une matrice liquide polymère", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.

- [BUS04] I. Busuladzic, "Modélisation des éléments de mélange en extrusion par la méthode des éléments de frontières", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [CAR04] O.S. Carneiro, J. M. Nóbrega, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, "Automatic balancing of profile extrusion dies: Experimental assessment", In: SPE Annual Technical Conference, pp 91-95, 2004.
- [CAR01] O. S. Carneiro, J. M. Nóbrega, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, "Computer aided rheological design of extrusion die for profiles", Journal of Materials Processing Technology 114, pp. 75–86, 2001.
- [CHE97a] R.S. Chen, H. H. Lee, C.Y. Yu, "Application of Taguchi's method on the optimal process design of an injection molded PC/PBT automobile bumper", Composite Structures, 39, pp. 209-214, 1997
- [CHE97b] C. Chen, P. Jen, F.S. Lai, "Optimization of the Coathanger manifold via computer simulation and orthogonal array method", Polymer Engineering and Science, 37, No.1 pp 188-196, 1997.
- [COM04] C. Combeaud, "Etude des instabilités volumiques en extrusion de polystyrène et polypropylène", Thèse Doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [CHU97] J.S. Chung, S.M. Hwang, "Application of a genetic algorithm to the optimal design of the die shape in extrusion", Journal of Materials Processing Technology, 72, pp. 69–77, 1997.
- [CIN05] Cincinnati Extrusion, "Large pipe extrusion", Symposium tube, 2005.
- [COU91] T. Coupez "Grandes transformations et remaillage automatique", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1991.
- [COU99] T. Coupez, A.I. Nouatin, "Optimisation of Forming by using the Simplex Method and Preliminary Results on an Explicit 3D Viscoelastic Solution", In Proceedings of ESAFORM, pp. 477-480, Guimarães, 1999.
- [DEL02] Delamézière A., Naceur H., Breitkopf P., Knopf-Lenoir C., Batoz J.L., Villon P., "Faisabilité en emboutissage : Optimisation du matériau par surface de réponse", Mécanique & Industries, 3, pp. 93-98, 2002.
- [DIM02] F. Dimier, B. Vergnes, M. Vincent, "Le glissement à la paroi d'un mélange de caoutchouc naturel", Rhéologie, 1, pp. 35-39, 2002.
- [DIO03] Stéphanie Diot, Adinel Gavrus, Dominique Guines, Eric Ragneau, "Identification du comportement d'un acier en compression : du quasi-statique au dynamique" "Identification of a steel compression behaviour: from quasi static approach to dynamic one", Mécanique & Industries, 4, pp. 519–524, 2003.

- [DO06] M. Tien T. DO, "Optimisation de forme en forgeage 3D", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [DRE03] J. Dreoo, A. Petrowski, P. Siarry, E. Taillard. "Métaheuristique pour l'optimisation difficile", Hermès, 2003.
- [DUA04] X. Duan, X. Velay, T. Sheppard, "Application of finite element method in the hot extrusion of aluminium alloys", *Materials Science and Engineering A369*, pp. 66–75, 2004.
- [ETT04] H. J. Ettinger, J. Siertz, J. F. T. Pittman, A. Polynkin, "Parameterization and optimisation strategies for the automated design of a PVC profile extrusion dies", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 28, pp. 180-194, 2004.
- [FAS04] G. E. Fasshauer, "Toward approximate moving least squares approximation with irregularly spaced centers", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 193, pp.1231–1243, 2004.
- [FLE87] R. Fletcher, "Practical methods of optimization", Second Edition, by John Wiley & Sons Ltd., 1987.
- [FLE06] R. Fletcher, "Practical methods of optimization", Second Edition, by John Wiley & Sons, 2006.
- [FOR05] L. Formeent, T. T. Do, A. Habbal, M. Bouzaiane, "Optimization of forging sequences using gradient, non-gradient and hybrid algorithms". In proceedings of APOMAT, pp. 218-225, Morschach, Switzerland, 2005.
- [FOR06] J. Forsberg, L. Nilsson, "Evaluation of response surface methodologies used in crashworthiness optimization", *International Journal of Impact Engineering*, 32, pp.759–777, 2006.
- [FOR95] A. Fortin, "Analyse numérique pour ingénieurs", Editions Ecole Polytechnique de Montréal, 1995.
- [FRA95] L. Fradette, P.A Tanguy, F. Thibault, P. Sheehy, D. Blouin, P. Hurez, "Optimal-Design in Profile Extrusion Calibration", *Journal of Polymer Engineering*, 14(4), pp. 295-322, 1995.
- [GAV96] A. Gavras, E. Massoni, J.L. Chenot, "An inverse analysis using a finite element model for identification of rheological parameters", *Journal of Materials Processing Technology*, 60, pp.447-454, 1996.
- [GEI89] K. Geiger, "Sonderdruck aus Kautschuk and Gummi Kunststoffe". 42, pp. 273-283, 1989.
- [GEI84] K. Geiger, H. Kuhnle, "Analytische Berechnung einfacher Scherströmungen aufgrund eines Fließgesetzes vom Carreauschen Typ", *Rheologica Acta*, 23, pp. 355-367, 1984.

- [GHO98] O. Ghouati , J.C. Gelin, "Identification of material parameters directly from metal forming processes", *Journal of Materials Processing Technology* 80–81 560–564, 1998.
- [GIF97] W.A. Gifford, "The use of three-dimensional computational fluid dynamics in the design of extrusion dies", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 16, pp. 661-674, 1997.
- [GIF98] W.A. Gifford , "A three-dimensional analysis of the effect of die body deflection in the design of extrusion dies", In: *SPE Annual Technical Conference*, 44, pp. 290, 1998.
- [GIF00] W.A. Gifford, "A three-dimensional analysis of coextrusion in a single manifold flat die", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp175, 2000.
- [GIF01a] W.A. Gifford, "The effect of wall slip on the performance of flat extrusion dies", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp. 130, 2001.
- [GIF01b] W.A. Gifford, "The effect of wall slip on the performance of flat extrusion dies", *Polymer Engineering and Science*, 41, pp. 1886-1892, 2001.
- [GIF02] W.A. Gifford, "The use of three-dimensional computation fluid dynamic in the design of profile dies", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp. 778, 2002.
- [GIR00] A. Giraud, "Presentation of Pipe Products", *International Technical Symposium*, 2000.
- [GOU99] J. Goupy, "Plans d'expériences pour surfaces de réponse", *Industries Techniques*, Paris, 1999.
- [GOU01] J. Goupy, "Introduction aux plans d'expériences", *Industries Techniques*, Paris, 2001.
- [GOU02] Y. Goutille, C. Raveyre et J. Guillet, "Conditions d'extrusion et défaut de rupture d'extrudat", *Rhéologie*, 1, pp. 40-50, 2002.
- [GRU04] C. Gruau, "Génération de métriques pour adaptation anisotrope de maillages, applications à la mise en forme des matériaux", *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [GRU05] C. Gruau, T. Coupez. "3D tetrahedral, unstructured and anisotropic mesh generation with adaptation to natural and multidomain metric", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 194, pp. 4951-4976, 2005.
- [GUP99] M. Gupta, "Effect of elongational viscosity on the die design for plastic extrusion", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp.595, 1999.
- [GUP03] M. Gupta., "Effect of elongational viscosity on die design for plastic extrusion", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp.290-294, 2003.
- [HER03] H. Hervet, L. Léger, "Flow with slip at the wall: from simple to complex fluids", *Comptes rendus. Physique*, 4, pp. 241-249, 2003.



- [HUR96] P. Hurez., P. A. Tanguy, D. Blouin., "A new design procedure for profile die", *Polymer Engineering and Science*, 36, pp. 626-635, 1996.
- [HUN96] M.A. Huneault, P.G. Lafleur, P.J. Carreau, "Evaluation of the Fan Technique for Profile Die Design", *International Polymer Processing*, 11, pp. 50-57, 1996.
- [HSI03] S. H. Hsiang, J. L. Kuo, "An investigation on the hot extrusion process of magnesium alloy sheet", *Journal of Materials Processing Technology*, 140, pp. 6–12, 2003.
- [HUN96] M. A. Huneault, P. G. Lafleur, P. J. Carreau, "Evaluation of the FAN Technique for Profile Die Design", *International Polymer Processing*, 11, pp. 50-57, 1996.
- [IDR02] A. Idris, A.F. Ismail, M.Y. Noordin, S.J. Shilton, "Optimisation of cellulose acetate hollow fibre reverse osmosis membrane production using Taguchi Method", *Journal of Membrane Science*, 205, pp. 223-237, 2002.
- [JOU93] M. S. Joun, S. M. Hwang, "Optimal process design in steady-state metal forming by finite element method-II. Application to die profile design in extrusion". *International journal of machine tools & manufacture*, 33, pp.63-70, 1993.
- [KAY05] I. Kaymaz, "Application of Kriging method to structural reliability problems", *Structural Safety*, 27, pp.133–151, 2005.
- [KEL04] G. Keltz, "Contribution à l'optimisation des procédés d'emboutissage de tôles en construction automobile", Thèse de Doctorat, Université de Franche Comte, 2004.
- [KAY95] R.E. Khayat, A. Derdouri, L.P. Hebert, "A three-dimensional boundary-element approach to gas-assisted injection molding", *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 57, pp. 253-270, 1995.
- [KO01] B. D. Ko, D. J. Kim, S. H. Lee, B. B. Hwang, "The influence of die geometry on the radial extrusion processes", *Journal of materials Processing Technology*, 113, pp.109-114, 2001.
- [KUS89] J. Kusiak, E. G. Thompson, "Optimization techniques for extrusion die shape design", *Numiform'89*, pp. 569-574. Balkema Rotterdam, 1989.
- [LAB03] C. Labergere, "Contributions à la modélisation, à l'optimisation et au contrôle des procédés d'hydroformage de tubes et flans", Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2003.
- [LEB04a] N. Lebaal, S. Puissant, F. Schmidt, "Déterminations des paramètres d'une loi de viscosité pseudoplastique à l'aide de mesures sur une filière d'extrusion", 9ème Journée de la Matière Condensée, Nancy, 2004.

- [LEB04b] N. Lebaal, F. Schmidt, S. Puissant, "Méthode de l'approximation diffuse appliquée à l'optimisation de la tête d'extrusion", Séminaire Optimisation, Albi, 2004.
- [LEB05a] N. Lebaal, S. Puissant, F. Schmidt, "Rheological parameters identification using in situ experimental data of a flat die extrusion", Journal of Materials Processing Technology, 164-165, pp. 1524-1529, 2005.
- [LEB05b] N. Lebaal, F. Schmidt, S. Puissant, "Identification des paramètres rhéologiques à l'aide d'une méthode d'optimisation appliquée à l'extrusion 3D", 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes, Septembre 2005.
- [LEB05c] N. Lebaal, S. Puissant, F. Schmidt, "Rheological parameters identification using in-situ experimental data of a flat die extrusion", 8th International Conference on advances in materials and processing technologies, AMPT, Gliwice-Wisla, Poland, 2005.
- [LEB06] N. Lebaal, F. Schmidt, S. Puissant, "Optimization of 3D die extrusion using response surface method", Proceedings of the 9th international ESAFORM conference, pp. 703-706, Glasgow, UK, 2006.
- [LEE00] S.K. Lee , D.C. Ko , B.M. Kim, "Optimal die profile design for uniform microstructure in hot extruded product", International Journal of Machine Tools & Manufacture, 40, pp. 1457–1478, 2000.
- [LEE01] J. Lee, P. Hajela, "Application of classifier systems in improving response surface based approximations for design optimization", Computers and Structures, 79, 333-344, 2001.
- [LEE06] S.R. Lee, D.Y. Yang, "Shape optimization of flow in three-dimensional extrusion processes by an approximation scheme based on state variable linearization", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 66, pp.1691-1716, 2003.
- [LI04a] H.J. Li , L.H. Qi , H.M. Han, L.J. Guo, "Neural network modeling and optimization of semi-solid extrusion for aluminum matrix composites", Journal of Materials Processing Technology, 151, pp.126–132, 2004.
- [LI 04b] H. Li , Q.X. Wang, K.Y. Lam, "Development of a novel meshless Local Kriging (LoKriging) method for structural dynamic analysis", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193, pp. 2599–2619, 2004.
- [LIE03] K. M. Liew, Y. Q. Huang, J. N. Reddy, "Vibration analysis of symmetrically laminated plates based on FSDT using the moving least squares differential quadrature method", Computer methods in applied mechanic and engineering, pp. 2203-2222, 2003.

- [LIE04] K.M. Liew, Y.Q. Huang, J.N. Reddy, "Analysis of general shaped thin plates by the moving least-squares differential quadrature method", *Finite Elements in Analysis and Design*, 40, pp.1453–1474, 2004.
- [LIG03] J.E.M. Lightfoot, V.A. Gallo, "Optimization of extrusion blow molding ovalized tooling", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp. 3394, 2003.
- [MAT04] E. Mathey, "Optimisation numérique du refroidissement des moules d'injection de thermoplastiques basée sur la simulation des transferts thermiques par la méthode des éléments des frontières", Thèse de doctorat, Université de Toulouse III- Paul Sabatier, 2004.
- [MIC01] W. Michaeli, S. Kaul, T. Wolff, "Computer aided optimisation of extrusion dies", *Journal of Polymer Engineering*, 21, pp. 225-237, 2001.
- [MIC04] W. Michaeli, S. Kaul, "Approch of automatic extrusion die optimisation", *Journal of Polymer Engineering*, 24, pp.123-136, 2004.
- [MIH98] A. Mihelič, B. Štok, "Tool Design Optimization in Extrusion Processes", *Computers and Structures*, 68, pp. 283-293, 1998.
- [MIL04] A.A. Milenin, S. Berski, G. Banaszek, H. Dyja, "Theoretical analysis and optimisation of parameters in extrusion process of explosive cladded bimetallic rods", *Journal of Materials Processing Technology*, 157–158, pp.208–212, 2004.
- [MIN83a] M. Minoux. "Programmation mathématique : théorie et algorithmes", *Collection Technique et Scientifique des Télécommunications*. Tome 1, ed. Dunod, 1983.
- [MIN83b] M. Minoux. "Programmation mathématique : théorie et algorithmes", *Collection Technique et Scientifique des Télécommunications*. Tome 2, ed. Dunod, 1983.
- [MOH02] Mohammed F.H., Russel R.B., Sanjay B.J, "Metamodeling: Radial basis functions, versus polynomials", *European Journal of Operational Research*, 138, pp.142-154, 2002.
- [MOH05] T. Mohammadi, A. Pak, Z. Nourian, M. Taherkhani, "Experimental design in mullite microfilter preparation", *Desalination*, 184 () 57–64, 2005.
- [MON05] D. C. Montgomery, "Design and analysis of experiments", John wiley & Sons, INC, USA, 2005.
- [MOU91] P. Mourniac, "Le problème du glissement à la paroi dans les écoulements de mélanges d'élastomères", Thèse de Doctorat, Ecole des mines de Paris, 1991.
- [MYR02] R. H. Myers, D. C. Montgomery, "Response surface methodology, Process and product optimization using designed experiments", second edition, Wiley-interscience publication, USA, 2002.

- [NAC98] H. Naceur, "Optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles", Thèse de doctorat, université de technologie de Compiègne, 1998.
- [NAC03] H. Naceur, P. Breitkopf, C. Knopf-Lenoir, P. Villon, "Méthode de surface de réponse pour l'optimisation de forme des surface additionnelles de pièces embouties", Sixième colloque national en calcul des structures, TOME III, pp215-222, Giens, France, 2003.
- [NAC04] H. Naceur, S. Ben Elechi, C. Knopf-Lenoir, J.L. Batoz, "Response surface methodology for the design of sheet metal forming parameters to control springback effects using the inverse approach", Materials Processing and Design: Modeling, Simulation and Applications, NUMIFORM'04, pp. 1991-1996, OSU, Columbus, Ohio, USA, 2004.
- [NÓB01] J. M. Nóbrega, O. S. Carneiro., F. T. Pinho, P. J. Oliveira, "Flow balancing of profile extrusion dies", In: SPE Annual Technical Conference, pp 31-35, 2001.
- [NÓB04] J. M. Nóbrega, O. S. Carneiro, F. T. Pinho, P. J. Oliveira, "Flow Balancing in extrusion dies for thermoplastic profiles", International Polymer Processing, 19, pp. 225-235, 2004.
- [NÓB03] J. M. Nóbrega., O. S. Carneiro., P. J. Oliveira., F. T. Pinho., "Sensitivity of flow distribution and flow patterns in profile extrusion dies", In: SPE Annual Technical Conference, pp310-314, 2003.
- [NAY92] B. Nayroles, G. Touzot, P. Villon, "Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements", Computational Mechanics, 10, pp.307-318,1992.
- [PUI92] S. PUISSANT. "Etude numérique et expérimentale de la coextrusion des polymères dans une filière plate", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992.
- [PUI94] S. Puissant., Y. Demay., B. Vergnes., J. F. Agassant, "Two-dimensional multilayer coextrusion flow in a flat Coat-Hanger die. PartI: Modeling", Polymer Engineering and Science, 34, pp. 201-208, 1994.
- [PUI06] S. Puissant, P.-Y. Bonvin, "Lignes d'extrusion en câblerie. Câbles. Etapes de fabrication", Techniques de l'ingénieur, traité Plastiques et Composites, AM 3 641, 2006.
- [PIC98] E. Pichelin, T. Coupez, "Finite element solution of the 3D mold filling problem for viscous incompressible fluid", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 163, pp.359-371, 1998.
- [PIC99] E. Pichelin, T. Coupez, "A Taylor discontinuous Galerkin method for the thermal solution in 3D mold filling", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 178, pp.153-169, 1999.

- [PAR06] K. Park , P.-K. Oh, H.-J. Lim, "The application of the CFD and Kriging method to an optimization of heat sink", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, pp. 3439–3447, 2006.
- [RAM07] Ramesh S.V. Teegavarapu, "Use of universal function approximation in variance-dependent surface interpolation method: An application in hydrology, *Journal of Hydrology*", Vol.332, pp.16-29. 2007.
- [RAO91] N.S. Rao, "Design formulas for plastics engineers", Hanser Publishers, Minich, 1991.
- [RAU94] C. Rauwendahl, "Polymer Extrusion", 3rd Ed, Hanser Publishers, Munich, 1994.
- [RED99] M.P. Reddy, E.G. Schaub, L. G. Reifschneider, H. L. Thomas, "Design and optimisation of three dimensional extrusion dies using adaptative finite element method", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp 622-626, 1999.
- [REI02] L.G. Reifschneider, "Automated sheet die design", In: *SPE Annual Technical Conference*, 2002.
- [REI04a] L. Reifschneider, M. Kostic, S.R. Vaddiraju, "Computational design of U-profile die calibrator", In: *SPE Annual Technical Conference*, pp 246-250, 2004.
- [REI04b] J.M.A. Reina, M.Á.S. Pérez, C.G. Gayab, "Parametric classification based on technico-economic approaches to optimize the design and manufacturing of hot forged parts", *Journal of Materials Processing Technology*, 150, pp. 223–233, 2004.
- [REM04] REM3D, User's Manuals Version 2-2, Transvalor, 2004.
- [RIN04] D. Rinaldi-Mareel. Amélioration des propriétés optiques des fibres de verre utilisées en télécommunication", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [ROB01] L. Robert, "Instabilité oscillante de polyéthylènes linéaires: observations et interprétations", Thèse de doctorat, Ecole des mines de Paris, 2001.
- [RUI05] J. Ruiz-Alzola, C. Alberola-Lopez, C.-F. Westin, "Kriging filters for multidimensional signal processing", *Signal Processing*, 85, pp.413–439, 2005.
- [SAH05a] M.G. Sahab a, A.F. Ashour b, V.V. Toropovc, "A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete flat slab buildings", *Computers and Structures*, 83, pp. 551–559, 2005
- [SAH05b] M.G. Sahaba, A.F. Ashourb, V.V. Toropovc "Cost optimisation of reinforced concrete flat slab buildings", *Engineering Structures*, 27, pp. 313–322, 2005.

- [SAI82] P. Saillard, "Les phénomènes thermiques dans les outillages d'extrusion de matières plastiques", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1982.
- [SAK03] S. Sakata, F. Ashida, M. Zako, "Structural optimization using Kriging approximation", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 192, pp.923–939, 2003.
- [SAK04] S. Sakata, F. Ashida, M. Zako, "An efficient algorithm for Kriging approximation and optimization with large-scale sampling data", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 193, pp.385–404, 2004.
- [SCH97] D. Schläfli, "Filière rhéométriques théorie/filière plate", rapport interne, Nokia Maillefer, 1997.
- [SCH95] D. Schläfli, "Analysis of polymer flow through coat-hanger melt distributors". *International Polymer Processing*, 10, pp.195, 1995.
- [SCH98] D. Schläfli, "Design and analysis of spiral mandrel dies for wire coating application", In: *SPE Annual Technical Conference*, Atlanta, 1998.
- [SCH00] D. Schläfli, "Plastics Extrusion-A short Overview", *International Technical Symposium*, 2000.
- [SCH98] P. Schimmerling, J. C. Sission, A. Zaïdi, "Pratique des plans d'expériences", *technique & documentation*, Paris, 1998.
- [SES04] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie, "La plasturgie à l'heure européenne Coopération et internationalisation", Le 4 pages des statistiques industrielles, <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/> (2004).
- [SES05] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie; "L'industrie de la plasturgie et du caoutchouc industriel", <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/> (2005).
- [SES07] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie; "Les séries d'indices mensuels de l'activité F46 - Transformation des matières plastiques", <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/> (2007).
- [SIE06] J. Sienz, S.J. Bates, J.F.T. Pittman, "Flow restrictor design for extrusion slit dies for a range of materials: Simulation and comparison of optimization techniques", *Finite Elements in Analysis and Design*, 42, pp.430–453, 2006.
- [SIL04] L. Silva, "Viscoelastic compressible flow and applications in 3D injection molding simulation", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.

- [SIL03] L. Silva, M. Barré, H. Digonnet, C. Gruau, A. Rodriguez-Villa, J.FAgassant, T. Coupez, "Avancement et perspectives dans la simulation numérique tridimensionnelle de l'injection de polymères", Congrès français de mécanique, Nice, France, 2003.
- [SIL05] D. SILAGY, "Extrusion de film à plat : cast film", Techniques de l'Ingénieur, traité plastique et composites, AM 3 707, 2005.
- [SMI03a] D.E. Smith, "Design sensitivity analysis and optimization for polymer sheet extrusion and mold filing processes", International Journal for Numerical Methods In Engineering, 57, pp.1381-1411, 2003.
- [SMI03b] D.E. Smith, "An optimisation-based approach to compute sheeting die designs for multiple operating conditions", In: SPE Annual Technical Conference, pp.315-319, 2003.
- [SMI98a] D.E. Smith, D.A. Tortorelliav, C.L. Tucker, "Optimal design for polymer extrusion. Part I: Sensitivity analysis for nonlinear steady-state systems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 167, pp.283-302, 1998.
- [SMI98b] D.E. Smith, D.A. Tortorelliav, C.L. Tucker, "Optimal design for polymer extrusion. Part II: Sensitivity analysis for weakly-coupled nonlinear steady-state systems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 167, pp. 303-323, 1998.
- [STE04] P. Steeman, W. Zoetelief, H. Cao, "Rheological properties of optical fiber coating resins at high shear rates", Intern Wire & Cable Symposium, pp. 532-535, 2004.
- [SUN03a] Y. Sun, M. Gupta., "Effect of elongational viscosity on the flow in flat die, International Polymer Processing, 18, pp. 356-361, 2003.
- [SUN03b] Y. Sun and M. Gupta, "An analysis of the effect of elongational viscosity on the flow in a flat die" In: SPE Annual Technical Conference, pp.540, 2003.
- [SUN04] Y. Sun., M. Gupta., "Optimization of a flat die geometry", In: SPE Annual Technical Conference, 3, pp.3307-3311, 2004.
- [SYN03] Syndicat des Producteurs de Matières Plastiques, "Matières plastiques chiffres 2003", <http://www.lesplastiques.com>, 2003.
- [TEE07] R.S.V. Teegavarapu, "Use of universal function approximation in variance-dependent surface interpolation method: An application in hydrology", Journal of Hydrology, 332, pp.16-29. 2007.
- [TRO98] F. Trochu, P. Terriault, "Nonlinear modelling of hysteretic material laws by dual Kriging and application", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 151, pp. 545-558, 1998.

- [ULY02] P. Ulysse, "Extrusion die design for flow balance using FE and optimization methods", *International Journal of Mechanical Sciences*, 44, pp.319–341, 2002.
- [ULY99] P. Ulysse. "Optimal extrusion die design to achieve flow balance", *International journal of machine tools and manufacture*, 39, pp. 1047-1064, 1999.
- [VAD04] S.R. Vaddiraju, M. Kostic, L. Reifschneider, A. Pla-Dalmau, V. Rykalin, A. Bross, "Extrusion simulation and experimental validation to optimize precision die design" In: *SPE Annual Technical Conference*, pp76-80, 2004.
- [VER79] B. Vergnes, "Modélisation de l'écoulement d'un polymère dans une filière de cablerie Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris, 1979.
- [VER95] B. Vergnes, J. F. Agassant "Modélisation des écoulements dans les filières d'extrusion". *Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites*, A3 655, pp. 1-19, 1995.
- [VIE99] D. Vieilledent, « Optimisation des outils en forgeage à chaud par simulation éléments finis et méthode inverse. Application à des problèmes industriels », Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieur des Mines de Paris, 1999.
- [VIL91] Villon P., "Contribution à l'optimisation", Thèse d'état, Université de Technologie de Compiègne, 1991.
- [VON03] Vonk N.A., Nielen M., Kleijnen J.P.C., "Sensitivity analysis by experimental design and metamodelling: Case study on simulation in national animal disease control", *European Journal of Operational Research.*, 146, pp433–443 (2003).
- [WAN91] Y. WANG, "The flow distribution of molten polymers in slit dies and coathanger die through three-dimensional finite element analysis", *Polymer Engineering and Science*, 31, pp 204-212, 1991.
- [WIN86] H.H. Winter, H.G.Fritz, "Design of dies for the extrusion of sheets and annular parisons: The distribution problem", *Polymer Engineering and Science*, 26, pp.543-553, 1986.
- [WU05] L. Wu, H. Li, D. Wang, "Vibration analysis of generally laminated composite plates by the moving least squares differential quadrature method", *Composite Structures*, 68, pp.319-330, 2005.
- [XIA04] Y. Xiaorong, S. Changyu, L. Chuntai, W. Lixia, "Optimal design for polymer sheeting dies", *Chinese journal of computational mechanics*, 21, pp. 253\_256, 2004.
- [YAN01] J.-B. Yang, B.-H. Jeon, S.-I. Oh, "Design sensitivity analysis and optimization of the hydroforming process", *Journal of Materials Processing Technology*, 113, pp. 666–672, 2001.



- [YOS98] F. Yoshida, M. Urabe, V.V. Toropov, "Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests", *International journal of mechanical sciences*, 40, pp. 237-249, 1998.
- [YU98] Y.W. Yu., T. J. Liu, "A simple numerical approach for the optimal design of an extrusion die", *Journal of Polymer Research*, 5, pp.1-7, 1998.
- [YU04] J.C. Yu, X.X. Chen, T.R. Hung, F. Thibault, "Optimization of extrusion blow molding processes using soft computing and Taguich's method", *Journal of intelligent Manufacturing*, 15, 625-634, 2004.
- [ZER05] L. Zerpa, N. Queipo, S. Pintos, J.L. Salager, "An optimization methodology for alkaline-surfactant-polymer flooding processes using field scale numerical simulations and multiple surrogates", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 47, pp.197– 208, 2005.

## Annexe A.

### A. Etude des effets et d'interactions (paramètres rhéologiques):

A partir des résultats des réponses obtenus par le plan composite extérieur on obtient 5 niveaux par variables (tableau A.1). On a estimé les effets moyens (effets relatifs) des variables d'optimisation (les coefficients de la loi rhéologique) et de leurs interactions en utilisant la méthode de Taguchi [MON05], (chapitre II). Nous avons représenté les variables  $\eta_0$ ,  $m$  et  $\beta$  respectivement par A, B, et C pour les différents niveaux (de 1 à 5).

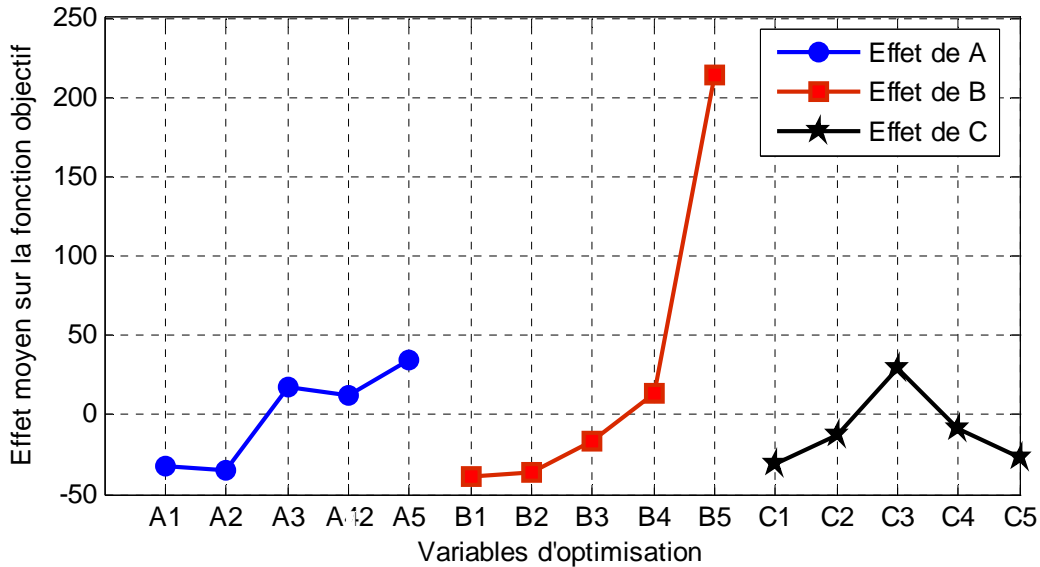
**Tableau A. 1.** Réponses de la fonction objectif et contrainte pour le plan composite extérieur 5 niveaux par variable (Critère d'iso variance par rotation).

Réponses	A ( $\eta_0$ )	B ( $m$ )	C ( $\beta$ )	E Ecart relatif ( $f$ )
1	2 (-1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	0.395
2	4 (+1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	5.5
3	2 (-1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	8.64
4	4 (+1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	90
5	2 (-1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	0.176
6	4 (+1/ $\alpha$ )	2 (-1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	7.28
7	2 (-1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	10.1
8	4 (+1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	4 (+1/ $\alpha$ )	103
9	3 (0)	3 (0)	3 (0)	9.61
10	1 (-1)	3 (0)	3 (0)	6.8
11	5 (+1)	3 (0)	3 (0)	74.1
12	3 (0)	1 (-1)	3 (0)	0.528
13	3 (0)	5 (+1)	3 (0)	253
14	3 (0)	3 (0)	1 (-1)	7.71
15	3 (0)	3 (0)	5 (+1)	12.8

#### A.1. Etude des effets :

A partir de la figure A.1, on peut constater que les variables A, B, et C, ont des effets sur la fonction objectif. On remarque à partir de ce graphe que la variable B (l'indice de pseudo-plasticité,  $m$ ) apparaît comme ayant l'effet le plus important, et plus précisément dans le niveau 5 (maximum de la valeur moyenne de la fonction objectif). Les variables A et C ( $\eta_0$  et  $\beta$ ) apparaissent comme ayant des effets moyens sur la fonction objectif. Quant à leurs effets en fonction des différents niveaux, on constate que les niveaux 1 et 2 de la variable A correspondent au minimum de la valeur moyenne de la fonction objectif, et les niveaux 1 et 5 de la variable C correspondent au minimum de la valeur moyenne de la fonction objectif. On

remarque aussi que leur variation n'est pas linéaire, ce qui implique qu'un modèle mathématique linéaire ne peut pas représenter efficacement la fonction objectif.



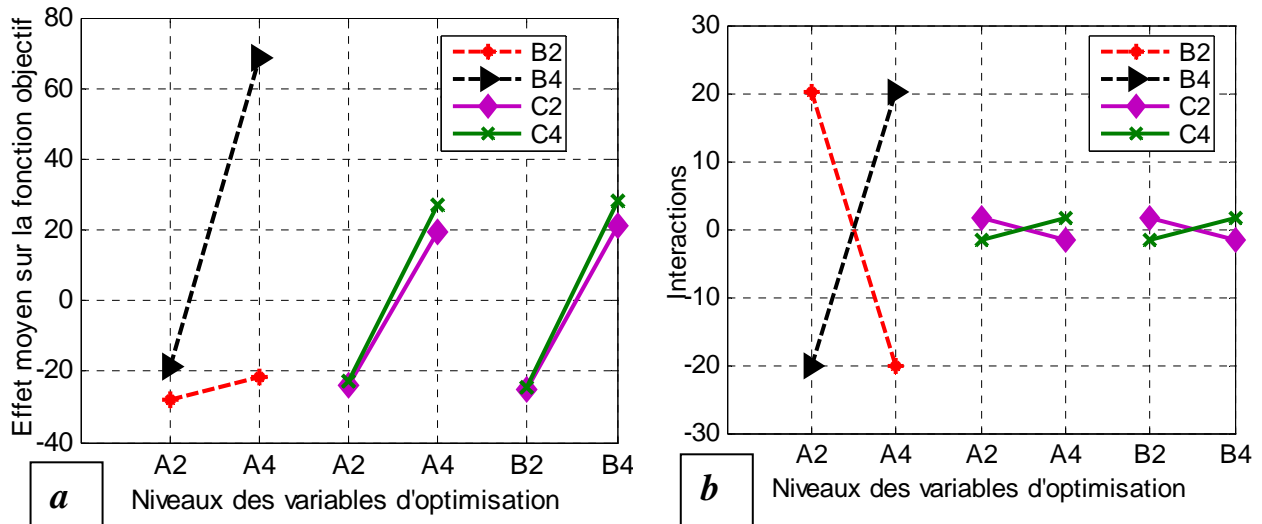
**Figure A. 1.** *Effet des variables sur la fonction objectif*

Dans notre étude on cherche le minimum de la fonction objectif dans le domaine de recherche borné entre  $[-1$  et  $1]$  qui correspond respectivement aux niveaux  $[1$  et  $5]$ . La combinaison correspondant à ce minimum peut figurer ou non dans le plan d'expérience. A première vue, on constate que la combinaison correspondant au minimum de la fonction objectif, est de A2, B1, C1 et cette solution ne figure pas dans le plan d'expérience, on dit qu'elle est hors plan.

### **A.2. Etude des interactions:**

Pour étudier les interaction entre les différentes variables on utilise le plan factoriel a deux niveau par variable qui est représenté par les niveaux 2 et 4 (réponses de 1 à 8) voir tableau A.1.

A partir de la figure A.2, on peut étudier les interactions entre les différentes variables sur la fonction objectif. Si l'effet d'une variable dépend du niveau des autres variables, il y a une interaction entre ces deux variables. Deux manières de représenter les interactions, entre les différentes variables AB, AC, et BC existent. Soit par les réponses moyennes (figure A.2a) soit par les valeurs des interactions (figure A.2b).



**Figure A. 2.** Représentation graphique des interactions, entre AB, AC, et BC pour les niveaux 2 et 4.

On constate à partir de la figure A.2a, que l'effet de la variable A dépend fortement des niveaux pris par la variable B et réciproquement. Nous dirons alors qu'il y a une forte interaction entre les variables A et B, ce qui est représenté dans la figure A.2b. Concernant l'interaction de AC et BC, on remarque que les effets de l'une des variables ne dépend que très faiblement des niveaux pris par l'autre variable, et que les deux droites sont presque parallèles (figure A.2a). Cela implique que les interactions entre les deux couples des variables AC et BC sont faibles (figure A.2b).



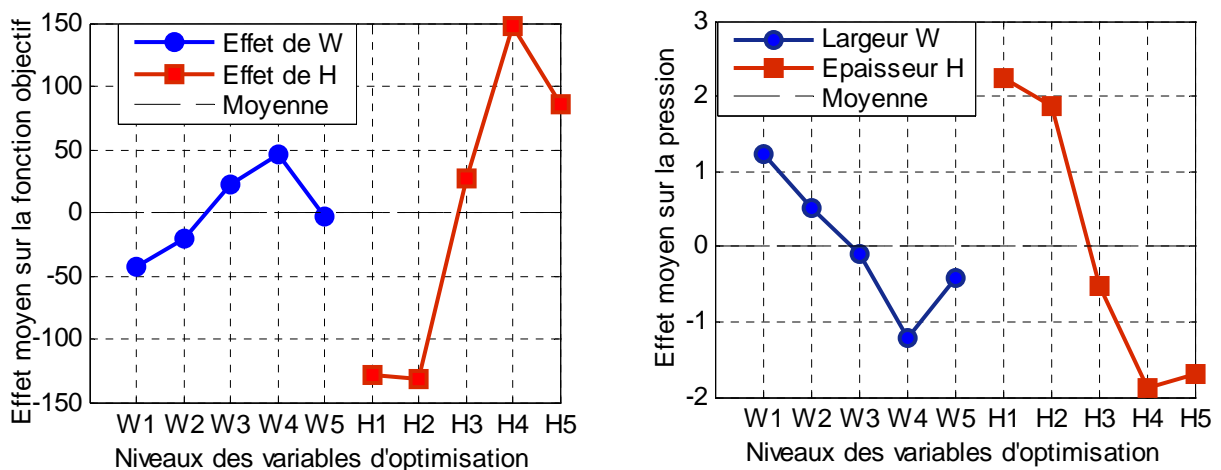
## Annexe B.

**B. Etude des effets et d'interactions distributeur (application1):**

Pour étudier les effets et interactions des variables d'optimisation sur la fonction objectif et contrainte, on a représenté sur le tableau B.1, les réponses (écarts des vitesses moyenne dans chaque section  $E_s$ , l'écart relative globale  $E$ , pression) qui correspond aux différents niveaux des variables d'optimisation:

**Tableau B. 1.** Réponses de la fonction objectif et pression en fonction des variables  $W$  et  $H$

Réponses	W	H(x)	$E_s$	$E$	Pression [MPa]
1	1(-1)	1(-1)	26.45	4.8	14.29
2	5(+1)	1(-1)	39.97	9.06	12.85
3	1(-1)	5(+1)	214.33	38.48	10.01
4	5(+1)	5(+1)	278.11	57.27	7.56
5	3(0)	3(0)	215.02	40.19	10.06
6	2(- $\alpha$ )	3(0)	142.23	25.74	11.35
7	4(+ $\alpha$ )	3(0)	208.36	41.84	9.26
8	3(0)	2(- $\alpha$ )	29.24	5.75	13.11
9	3(0)	4(+ $\alpha$ )	309.15	57.86	8.58

**B.1. Etude des effets :**

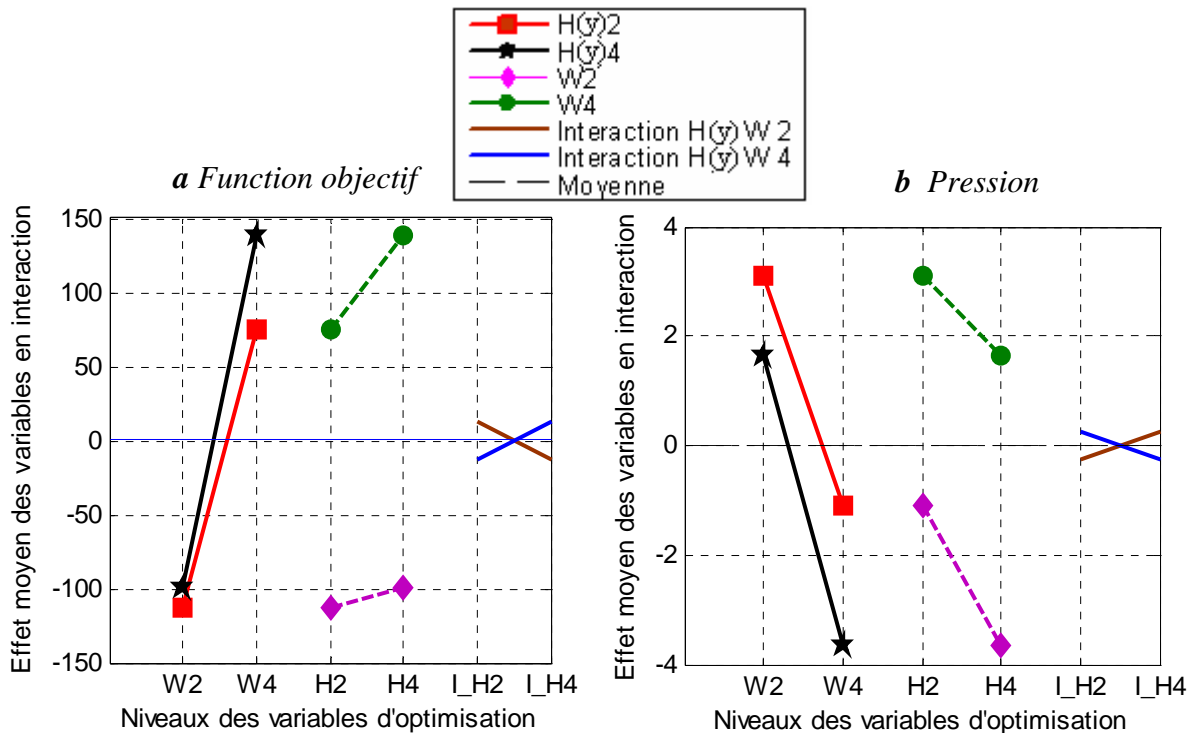
**Figure B. 1.** Effets des variables d'optimisation  $W$  et  $H$  sur la fonction objectif et contrainte

La figure B.1, illustre les effets moyen des variables d'optimisation sur la fonction objectif et sur la pression, aux différents niveaux. On constate a partir de cette figure que l'épaisseur du canal de répartition (variable  $H$ ) a un effet plus important que la largeur ( $W$ ). Le minimum de

la fonction objectif correspond aux niveaux les plus faibles des variables W et H. En revanche le minimum de la pression (Contrainte) correspond au maximum des variables W et H, ce qui donne les niveaux 4 et 5.

### B.2. Etude des interactions:

Il convient a présent d'analyser les interactions entre les variables d'optimisation W et H sur la fonction objectif et sur la contrainte. Pour mieux analyser ces interactions on a étudié les réponses obtenus en utilisant le plan factoriel a deux niveau par variable qui est représenté par les niveaux 1 et 5 (réponses de 1 à 4) voir tableau B. 1.



**Figure B. 2.** Représentation graphique de l'interaction, WH avec W puis H en abscisse

On constate a partir de la figure B. 2a, que l'effet sur la fonction objectif de la variable W dépend des niveaux pris par la variable H et réciproquement, nous constatons alors qu'il y a une interaction entre les variables «W et H». Ces interactions sont calculée et illustré sur la même figure. Concernant leurs interactions sur la pression, on remarque qu'elle est faible et que les deux droites sont presque parallèle (figure B. 2b).

## Annexe C.

**C. Etude des effets et d'interactions distributeur (application2):****C.1. Etude des effets et interactions cas1 (H(x)) :**

Afin d'étudier les effets et interactions des variables d'optimisation sur la fonction objectif et contraintes, on utilise les calculs des réponses obtenues par le plan d'expérience composite. Les différents niveaux sont représentés de 1 à 5. Le tableau C.1 indique les variables d'optimisation aux différents niveaux, les réponses de l'écart relatif global des vitesses  $E$  et des vitesses moyennes  $E_g^s$ , finalement la pression à l'entrée de la filière.

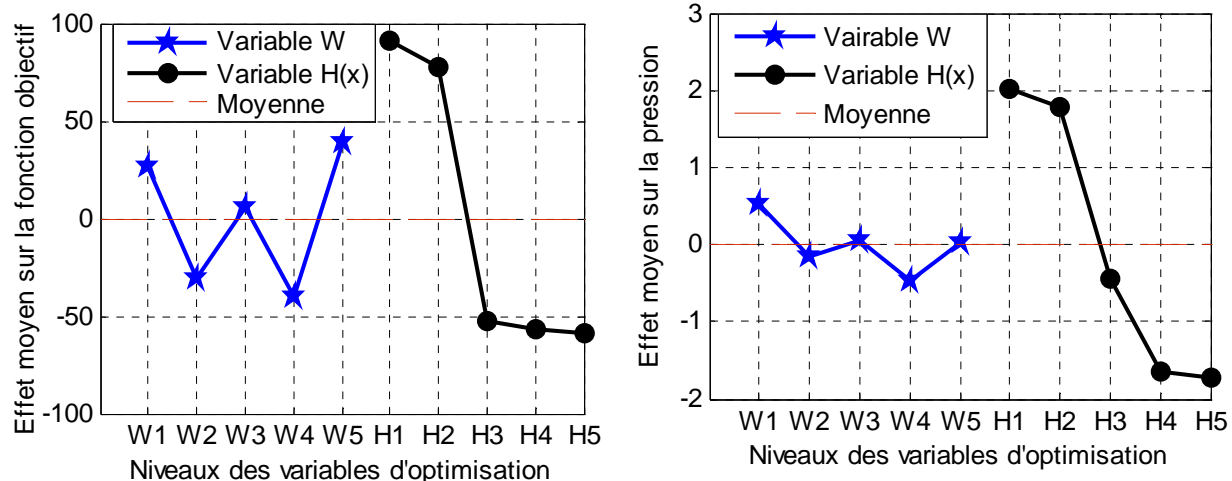
**Tableau C. 1.** Réponses de la fonction objectif et contrainte pour le plan composite 5 niveaux par variable (Critère de presque orthogonalité).

Réponses	W(y)	H(x)	$E$	$E_g^s$	Pression [bar]
1	1(-1)	1(-1)	<b>39.28</b>	<b>204.83</b>	<b>30.8</b>
2	5(+1)	1(-1)	<b>37.21</b>	<b>201.62</b>	<b>30.12</b>
3	1(-1)	5(+1)	<b>7.7</b>	<b>38.26</b>	<b>24.38</b>
4	5(+1)	5(+1)	<b>14.39</b>	<b>66.55</b>	<b>23.36</b>
5	3(0)	3(0)	<b>9.28</b>	<b>56.75</b>	<b>26.22</b>
6	2(- $\alpha$ )	3(0)	<b>10.04</b>	<b>63.96</b>	<b>26.38</b>
7	4(+ $\alpha$ )	3(0)	<b>9.22</b>	<b>55.35</b>	<b>25.86</b>
8	3(0)	2(- $\alpha$ )	<b>35.47</b>	<b>189.08</b>	<b>30.05</b>
9	3(0)	4(+ $\alpha$ )	<b>11.25</b>	<b>54.96</b>	<b>24.03</b>

Les effets des variables d'optimisation, sont illustrés sur la figure C.1. On constate que l'épaisseur du canal de répartition H(x) a plus d'effet sur la fonction objectif et sur la pression. Pour la variable W, on constate qu'elle a un effet faible sur la pression.

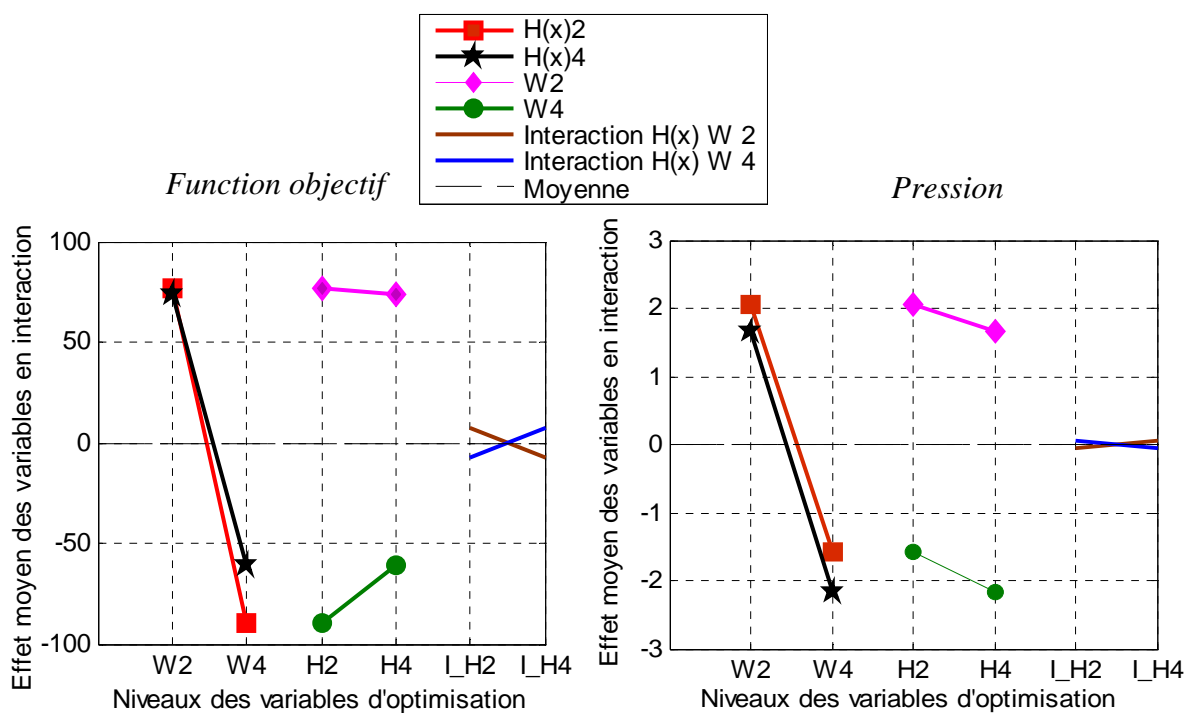
A partir de ce premier plan d'expérience, on constate que la combinaison correspondant au minimum de la fonction objectif, se trouve au voisinage de W au niveau 4 et de H(x) au niveau 3. Le minimum de la fonction contrainte (pression) correspond à la combinaison de « W4, H5 ».





**Figure C. 1.** Effets des variables d'optimisation  $W$  et  $H(x)$  sur la fonction objectif et contrainte

On constate d'après la figure C.2, que l'interaction entre les deux variable  $W$  et  $H(x)$  est moyenne sur la fonction objectif et faible sur la pression.



**Figure C. 2.** Représentation graphique des interactions, des variables  $W$  et  $H(x)$

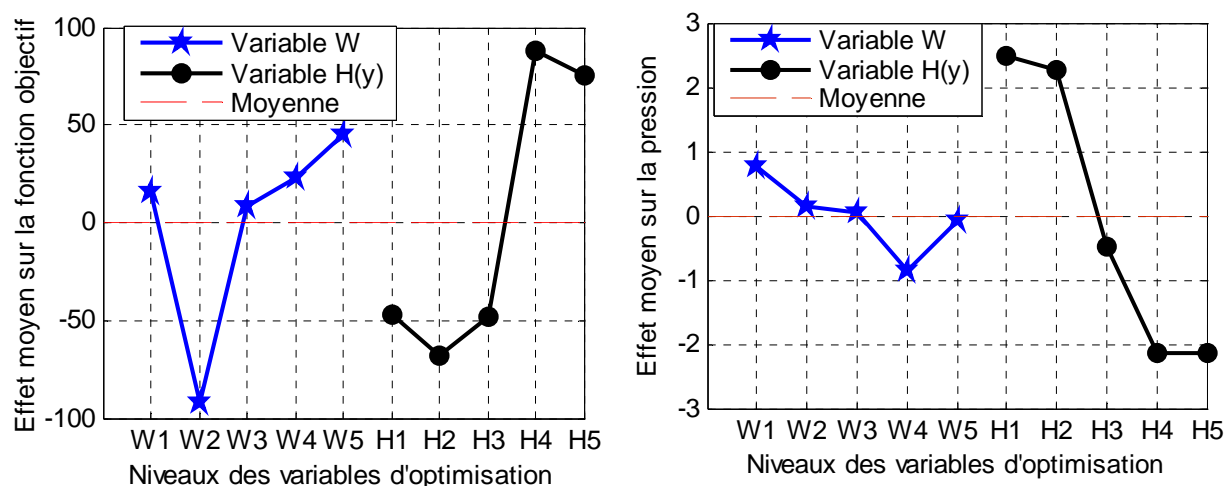
### C.2. Etude des effets et interactions cas2 ( $H(y)$ ):

La même étude est appliquée sur le deuxième cas d'optimisation avec  $H$  qui varie suivant la longueur de la filière  $H(y)$ . Le tableau C.2 indique les réponses des écarts relatif sur la

répartition des vitesses et la pression à l'entrée de la filière aux différents niveaux des variables d'optimisation.

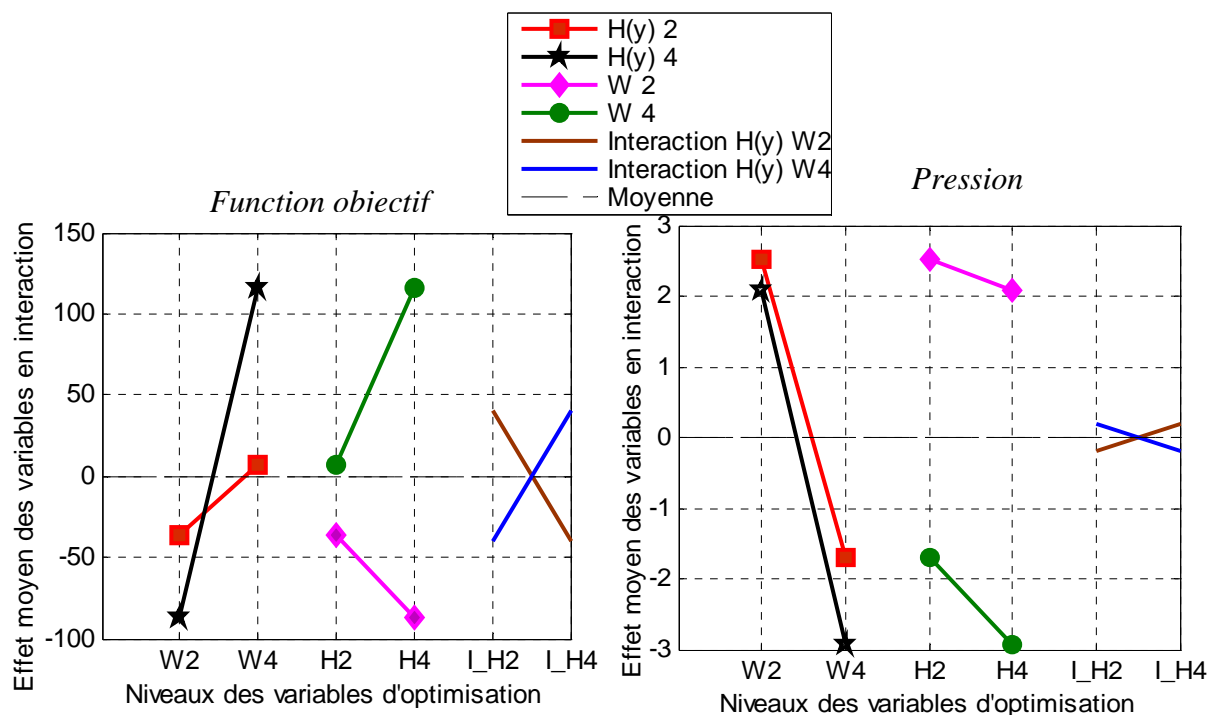
**Tableau C. 2.** Réponses de la fonction objectif et contrainte pour le plan composite de 5 niveaux par variable (Critère de presque orthogonalité).

Réponses	W(y)	H(y)	$E$	$E_g^s$	Pression [bar]
1	1(-1)	1(-1)	30.1	162.24	30.14
2	5(+1)	1(-1)	20.64	111.09	29.37
3	1(-1)	5(+1)	36.65	205.15	22.68
4	5(+1)	5(+1)	59.53	313.42	20.5
5	3(0)	3(0)	25.67	140.92	24.67
6	2(- $\alpha$ )	3(0)	13.88	75.52	25.33
7	4(+ $\alpha$ )	3(0)	36.33	190.57	23.55
8	3(0)	2(- $\alpha$ )	21.69	116.03	29.35
9	3(0)	4(+ $\alpha$ )	50.87	272.41	21.56



**Figure C. 3.** Effets des variables d'optimisation  $W$  et  $H(y)$  sur la fonction objectif et contrainte

L'effet des variables  $W$  et  $H(y)$  sur les fonctions objectif et contrainte, est représenté sur la figure C.3. On constate que l'effet de la largeur du canal de répartition (variable  $W$ ) est plus important sur la fonction objectif, et moins important sur la fonction contrainte (pression). En revanche, l'effet de l'épaisseur du canal de répartition (variable  $H(y)$ ) est considérable sur les deux fonctions objectif et contrainte. D'après la même figure, on constate que le minimum de la fonction objectif correspond au niveau 2 pour les deux variables d'optimisation. Concernant le minimum de la fonction contrainte (pression), il correspond au maximum des variables  $W$  et  $H(y)$ .



**Figure C. 4.** Représentation graphique des interactions, des variables  $W$  et  $H(y)$

Les interactions entre les variables d'optimisation  $W$  et  $H(y)$  sur la fonction objectif et sur la contrainte sont représentées sur la figure C.4. Nous constatons qu'il y a une très forte interaction entre les deux variables d'optimisation sur la fonction objectif. Cela est illustré par les deux droites qui se croisent. Cette forte interaction implique la non-linéarité de la fonction objectif. Concernant leurs interactions sur la pression, on constate qu'elle est moins importante.

### C.3. Comparaison des effets et d'interaction cas1 $H(x)$ et cas2 $H(y)$ :

Pour une comparaison entre les interactions des variables  $W$  et  $H$ , quand  $H$  varie suivant le périmètre de la filière  $H(x)$  (figure C.2) et quand  $H$  varie suivant la longueur de la filière  $H(y)$  (figure C.4). Nous constatons que l'interaction est plus importante dans le cas où l'épaisseur du canal de répartition varie suivant la longueur de la filière ( $H(y)$ ). Nous constatons aussi, que la non linéarité de la fonction à minimiser est plus importante quand l'épaisseur du canal de répartition  $H$  varie suivant  $y$ .

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

oOo

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Francisco CHINESTA, Professeur, LMSP, ENSAM, Paris**

**Monsieur Bruno VERGNES, Maître de Recherche, ENSMP, CEMEF, Sophia Antipolis**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur LEBAAL Nadhir**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Optimisation de la tête d'extrusion pour la fabrication de pièces thermoplastiques"**

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 31 mai 2007

Le Président de l'I.N.P.L.

F. LAURENT



NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANDŒUVRE CEDEX