

# Injection d'un Laser à Electrons Libres: exemples de UVSOR-II, SPARC et perspectives pour ARC EN CIEL Marie Labat

# ► To cite this version:

Marie Labat. Injection d'un Laser à Electrons Libres: exemples de UVSOR-II, SPARC et perspectives pour ARC EN CIEL. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. Français. NNT: . tel-00344898

# HAL Id: tel-00344898 https://theses.hal.science/tel-00344898v1

Submitted on 6 Dec 2008  $\,$ 

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. N $^\circ$ d'ORDRE: 9116

# UNIVERSITÉ PARIS SUD U. F. R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE Présentée Pour obtenir

# Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY

par

Marie Labat

# Sujet : Injection d'un Laser à Électrons Libres : Exemples de SPARC, UVSOR-II et perspectives pour ARC-EN-CIEL

Soutenue le 19 Septembre 2008 devant la Commission d'examen :

Serge Marie-Emmanuelle Giovanni Luca Jean-Michel Guy Bielawski Couprie De Ninno Giannessi Ortega Wormser Rapporteur Directrice de thèse Rapporteur Examinateur Examinateur Président du jury

Mis en page avec la classe thloria.

## Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au laboratoire du SPAM (CEA Saclay) puis au Synchrotron SOLEIL sous la direction de Marie-Emmanuelle Couprie. Je tiens à lui adresser mes tous premiers remerciements. Marie-Emmanuelle m'a d'emblée, sans ménagement, embarquée dans le monde de la recherche avec un entrain et un dynamisme sans faille. Tout en disposant d'une large autonomie, j'ai bénéficié d'un encadrement rigoureux et structuré qui me sera, j'en suis sûre, précieux pour la suite. J'ai travaillé dur, très dur, mais avec quel plaisir!

Je remercie ensuite l'ensemble des membres du Jury : Serge Bielawski, qui a guidé mes premiers pas dans le monde du non linéaire; Bertrand Carré, mon responsable CEA, qui a sû garder un oeil attentif sur mon travail de thèse : vos conseils avisés m'ont permis de revenir de Berlin, en vie...; Giovanni De Ninno, qui aura toujours pour moi la plus "belle" façon d'enseigner le LEL; Luca Giannessi, qui a sû contenir mes impatiences pendant deux ans et maintenir mon attachement au projet SPARC; Jean-Michel Ortega, à qui je dois mon entrée dans la communauté; Guy Wormser pour son enthousiasme et son intérêt si prompt à évaluer mon travail.

Je remercie l'ensembe du SPAM, sous la direction de Cécile Reynaud, pour son aide dans l'élaboration de la source harmonique pour SPARC. Merci à Guillaume Lambert de m'avoir si bien préparé le terrain; sans Michel Bougeard, Eric Caprin, André Fillon, Didier Guyader, Gilles Le Chevallier et son fils, je ne serais jamais venue à bout de ce maudit jet et de ces 3789 satanés boulons...; sans l'ensemble du groupe serveur, Jean-François Hergott, Michel Perdrix, Olivier Gobert et Fabien Lepetit, pas un seul photon ne serait entré dans l'enceinte, et sans Olivier Tcherbakoff, pas un seul photon n'en serait ressorti...

Je remercie également le Synchrotron SOLEIL et son groupe GMI, où j'ai été accueillie en cours de thèse. Jean-Claude Denard m'a permis de découvrir, avec Lodovico Cassinari et Dominique Pedeau, la joie des runs de nuit à la lumière d'une streak... Oleg Chubar, Alexandre Loulergue, et Ryutaro Nagaoka m'ont fait l'honneur de leur collaboration. Fabien Briquez devrait, rapidement j'espère, prendre le relais. Amor Nadji, Pascale Brunelle et Marie-Agnès Tordeux ont toujours répondu à mes questions les plus naïves avec une patience d'or. Sans Laurent Nadolski, je n'aurais jamais pû générer 97 Go dans le ventre de Métis et congestionner l'outil de travail commun... Pardon Laurent... Un grand merci également à Jean-Marc Filhol, qui m'a laissée m'épanouir dans le bureau Visiteurs à l'étage des Chefs... Je remercie enfin José Vétéran, Fabrice Marteau et Olivier Marcouillé de m'avoir accompagnée si courageusement, chaque semaine, par tous les temps, sur les sentiers escarpés de la fôret de Saint-Aubin, et je félicite Sabine Podgorny d'être venue à bout du si fameux *Document ARC-EN-CIEL*...

Je remercie mes collègues de UVSOR-II, sous la direction de M. Katoh, qui ont rendu possibles les expériences de générations d'harmoniques sur lesquelles repose finalement cette thèse. M. Hosaka, A. Mochihashi et Y. Shimada ont enduré mes crises de nerfs aussi répétées qu'injustifiées, m'ont transmis l'essentiel de mon savoir-faire expérimental, et m'ont initiée aux plaisirs du poisson cru et du saké chaud...

Je remercie ensuite mes collègues de SPARC, et en particulier Luigi Palumbo. Nous avons entamé une collaboration qui j'espère sera fructueuse.

Je remercie mes collègues de Lille, Nicolas Joly et Christophe Szwaj qui se battent cou-

rageusement à mes côtés sur un sentier semé de bifurcations...

Je remercie chaudement Christelle Bruni, ma première collaboratrice féminine. Tu me guides au quotidien avec bonne humeur, pédagogie et, surtout, dynamisme!

Je remercie aussi David Garzella, pour sa présence. Nos discussions m'ont beaucoup aidée à garder un regard clair sur mon travail de thèse, et ton exemple m'a été précieux pour la compréhension de "l'italien"...

Enfin, sans la collaboration officieuse d'Evelyne Miot les dimanches et jour fériés, sans mon nègre Xavier Épiard, sans le soutien pyschologique de ma nombreuse famille et sans la relecture méritoire de mes deux parents, je n'aurais pas pu vivre une telle aventure...

"Science avec patience, Le supplice est sûr." A. Rimbaud, L'Éternité (1872).

# Table des matières

Chapitre 1					
Généra	Généralités sur les LEL				
1.1	Introd	uction au Laser à Électrons Libres	5		
1.2	Les ac	célérateurs : sources d'électrons relativistes	6		
	1.2.1	Les accélérateurs linéaires (LINAC)	6		
	1.2.2	Les anneaux de stockage	8		
	1.2.3	Les boucles de re–circulation (ERL)	14		
1.3	Les on	duleurs	15		
1.4	L'onde	e lumineuse	17		
	1.4.1	Cas de l'émission spontanée	18		
	1.4.2	Cas d'un champ externe	20		
1.5	L'amp	lification d'une onde lumineuse dans un LEL	21		
	1.5.1	De la modulation à la saturation	21		
	1.5.2	Le gain du LEL	22		
	1.5.3	La longueur de gain du LEL	23		
1.6	Les co	nfigurations de LELs	24		
	1.6.1	Les configurations de LELs en faible gain	24		
	1.6.2	Les configurations de LELs en fort gain	26		
1.7	Calcul	du rayonnement d'un LEL	30		
	1.7.1	Cinématique des électrons dans l'onduleur	30		
	1.7.2	Calcul du rayonnement en configuration GHC	32		
	1.7.3	Calcul du rayonnement en configuration SASE ou amplificateur injecté	33		
	1.7.4	Calcul du rayonnement en configuration HGHG	37		
	1.7.5	La génération d'harmoniques	39		
1.8	Cohére	ence du LEL	42		
	1.8.1	Cohérence temporelle	42		
	1.8.2	Cohérence spatiale	45		
1.9	Les co	des numériques	46		

	1.9.1	PERSEO	•		46
	1.9.2	GENESIS	•		46
	1.9.3	MEDUSA	•		47
	1.9.4	Autres	•		47
1.10	État d	e l'art des LELs	•		47

# Chapitre 2

## Injection d'un LEL sur anneau de stockage

2.1	Dispo	positif expérimental		
	2.1.1	L'anneau de stockage UVSOR-II	51	
	2.1.2	Le Klystron Optique	52	
	2.1.3	Le laser injecté	54	
	2.1.4	Procédés d'alignement du LEL	54	
	2.1.5	Diagnostics	58	
2.2	Génér	ation des harmoniques 2, 3 et 4	62	
	2.2.1	Premiers résultats : Génération de l'harmonique 3 en configuration plane	62	
	2.2.2	Génération des harmoniques 2, 3 et 4 en configuration plane $\ldots \ldots \ldots$	65	
	2.2.3	Génération des harmoniques 2 et 3 en configuration hélicoïdale $\ .\ .\ .$ .	65	
2.3	Dynai	mique électronique en configuration de GHC	66	
	2.3.1	Simulation de l'interaction	67	
	2.3.2	Effet global sur la distribution électronique	68	
	2.3.3	Dynamique d'équilibre	69	
	2.3.4	Aspect local du chauffage	71	
	2.3.5	Effet du laser en fonction du courant	74	
2.4	Optin	nisation de la génération d'harmoniques	77	
	2.4.1	Optimisation de l'entrefer de l'onduleur	77	
	2.4.2	Optimisation de la polarisation du laser	84	
	2.4.3	Optimisation en fonction de la focalisation du laser injecté	90	
2.5	Carac	térisation spectrale du rayonnement harmonique	92	
	2.5.1	Le spectre de l'émission spontanée	92	
	2.5.2	Le spectre des harmoniques cohérentes	92	
	2.5.3	Formation de raies latérales	96	
	2.5.4	Caractérisation de la longueur d'onde du LEL en configuration GHC	100	
	2.5.5	Largeur spectrale des harmoniques	106	
2.6	Cohér	rence des harmoniques générées	109	
	2.6.1	Cohérence temporelle	109	
	2.6.2	Cohérence spatiale	109	

2.7	Distril	bution angulaire du rayonnement harmonique	115
	2.7.1	Distribution angulaire de l'émission spontanée	115
	2.7.2	Distribution angulaire des harmoniques cohérentes	128
 Chapit	tre 3		
Injecti	on d'u	n LEL en configuration HGHG	
3.1	Une n	ouvelle source d'injection : les harmoniques générées dans les gaz	137
	3.1.1	Harmoniques 3, 5, 7 d'ordre faible : régime perturbatif	139
	3.1.2	Harmoniques d'ordre élevé : régime tunnel	139
	3.1.3	Qualité de faisceau	144
	3.1.4	Accordabilité des harmoniques	145
	~	<b>D</b>	

	3.1.5	Perspectives
3.2	Injecti	on du LEL de SPARC
	3.2.1	Le LEL de SPARC
	3.2.2	La source harmonique pour SPARC
	3.2.3	Test de la source harmonique au CEA-Saclay
	3.2.4	Test de la source harmonique in–situ à SPARC $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfil$
	3.2.5	Réglages d'injection
3.3	Étude	s prévues du LEL en mode injecté
	3.3.1	Spécificité de l'injection d'une source harmonique
	3.3.2	Vers de nouvelles configurations de LEL

# Chapitre 4

# Perspectives pour ARC-EN-CIEL

4.1	Le pro	ojet ARC-EN-CIEL
	4.1.1	Présentation du complexe accélérateur
	4.1.2	Intérêt et applications principales du projet
4.2	Les or	nduleurs d'ARC–EN–CIEL
	4.2.1	Les onduleurs disponibles
	4.2.2	Les longueurs d'onde accessibles
	4.2.3	Choix des onduleurs pour les LEL
	4.2.4	Choix des onduleurs pour l'émission spontanée sur les boucles de re-
		circulation
4.3	Perfor	mances des sources d'ARC–EN–CIEL
	4.3.1	Le rayonnement des onduleurs
	4.3.2	Le rayonnement du LEL oscillateur
	4.3.3	Le rayonnement des LEL HGHG

Conclu	sion		<b>211</b>
	4.4.6	État d'avancement de l'étude du nouveau régime	209
	4.4.5	Caractérisation du nouveau régime de propagation avec le code PERSEO	205
	4.4.4	Vers un nouveau régime de propagation	203
	4.4.3	Démonstration expérimentale de la superradiance	202
	4.4.2	Les lois d'échelle de la superradiance	201
	4.4.1	Introduction au régime de superradiance	200
4.4	Propag	gation d'une impulsion lumineuse dans un LEL en régime de fort gain	199
	4.3.4	Sensibilité des LEL HGHG aux paramètres de l'expérience	190

#### Conclusion

## Bibliographie

 $\mathbf{215}$ 

# Annexe A

# Modèle analytique pour la Génération d'Harmoniques Cohérentes

Annexe B						
Fréquences synchrotron						
B.1	La fréquence synchrotron "anneau" : $f_S$					
B.2	La fréquence synchrotron "LEL" : $f_{S-lel}$					
B.3	Conclusion					
Annex	e C					
Calcul	de rayonnement avec SRW					
C.1	Paramétrage de la simulation avec SRW					
	C.1.1 Le faisceau d'électrons					
	C.1.2 Le klystron optique $\ldots \ldots 240$					
C.2	Calcul de l'émission spontanée du klystron optique					

C.2.1	Structure d'observation	240
C.2.2	Spectre de l'émission spontanée	242

## Annexe D

Modèle analytique pour l'étude du nouveau régime

## Table des notations

# Chapitre 1

# Généralités sur les LEL

# 1.1 Introduction au Laser à Électrons Libres

Un laser est une source de lumière monochromatique, cohérente, polarisée. Ces propriétés sont recherchées dans le cadre de nombreuses applications tant industrielles que scientifiques. C'est dans le domaine scientifique que la demande en caractéristiques extrêmes (courtes longueurs d'onde, courtes durées d'impulsions, haute puissance, etc...) est la plus pressante et exigeante.

Le principe d'un laser repose sur l'amplification d'un rayonnement issu d'un mécanisme issu de l'émission spontanée. Dans le cas des lasers dits "conventionnels", le milieu amplificateur est un ensemble d'atomes sous forme solide ou gazeuse. La longueur d'onde du rayonnement est fixée par les niveaux d'énergie atomiques, et n'est donc pas accordable. À un milieu amplificateur correspond une longueur d'onde laser  $\lambda$ , limitée aux alentours de 800 nm. La multiplication en fréquence dans les cristaux permet de la diviser par trois, voire quatre, mais guère au-delà [1]. D'autres techniques doivent être mises en œuvre pour accéder au domaine de l'UV et des rayons X.

Le principe du laser à Électrons Libres (LEL) fut proposé par J.M.J. Madey en 1971 [2] et démontré en 1977 [3]. Le milieu amplificateur est constitué d'électrons relativistes traversant un champ magnétique périodique permanent. Les particules chargées soumises ainsi à une accélération transverse produisent un rayonnement spontané dit rayonnement synchrotron [4]. L'onde électromagnétique produite interagit avec l'ensemble des électrons et extrait leur énergie cinétique, ce qui permet son amplification exponentielle.

Le LEL présente les avantages suivants :

- Une puissance crête élevée : la puissance crête délivrée par les LELs est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle disponible sur les centres de rayonnement synchrotron. Ceci permet l'étude de phénomènes non linéaires tels que le peuplement d'états excités, l'absorption multiphotonique, la sommation de fréquences, etc..
- Des durées d'impulsions courtes : cette caractéristique est notamment très utile à la réalisation d'expériences pompe-sonde rapides.
- Une largeur de raie étroite : la largeur de raies des impulsions est au moins inférieure à 0.5% et peut atteindre 0.01% dans certaines configurations, ce qui permet de reconnaître la signature spectroscopique de la plupart des molécules et ainsi de réaliser un grand nombre d'expériences de spectroscopie, linéaires ou non.
- Une bonne cohérence spatiale : ceci permet notamment des études d'imagerie ou d'interférométrie.
- Une bonne accordabilité : contrairement aux lasers conventionnels, la longueur d'onde du



FIG. 1.1 – Schéma de principe d'un accélérateur linéaire (LINAC).

rayonnement, dépendant des caractéristiques du champ magnétique et de l'énergie des électrons, est accordable. Les LELs peuvent couvrir une large gamme spectrale, allant de l'infra-rouge lointain à l'XUV [1–100 nm] en passant par le visible.

Ainsi, en alliant les propriétés des lasers traditionnels (monochromaticité, cohérence) à une gamme spectrale étendue jusqu'à l'XUV, les LELs sont des sources de lumière de fort potentiel pour la communauté scientifique.

Dans cette première partie, sont rappelés les principes de base d'un Laser à Electrons Libres. Après un bref état de l'art, le travail de thèse est ensuite situé dans le contexte général des LELs, puis plus précisement dans celui des LELs en configuration dite "injectée".

## 1.2 Les accélérateurs : sources d'électrons relativistes

Un laser à électrons libres nécessite dans sa configuration la plus simple : un accélérateur pour créer les électrons relativistes et un onduleur pour créer le champ magnétique périodique. Les accélérateurs peuvent être linéaires - comme celui du premier LEL - circulaires (anneau de stockage), ou à recirculation. D'autres accélérateurs sont possibles, bien que moins utilisés, comme le microtron et le Van de Graaf.

### 1.2.1 Les accélérateurs linéaires (LINAC)

La production d'un faisceau d'électrons relativistes dans un accélérateur linéaire (voir Fig. 1.1) est réalisée par étapes :

- Émission des électrons;
- Accélération à l'aide de champs électriques;
- Focalisation afin de limiter les dimensions transverses du faisceau;
- Compression afin de réduire la durée du paquet d'électrons (pour une utilisation LEL);
- Déflexion dans la direction désirée.

Émission – Il existe plusieurs sources de particules chargées. Dans le cas d'un injecteur thermo-ionique (traditionnel), les électrons sont émis par une cathode métallique portée à haute température. Dans le cas d'un photo-injecteur, un laser est focalisé sur une cathode et arrache des paquets d'électrons par effet photo-électrique.

Accélération – Les électrons ainsi émis pénètrent dans une cavité dite résonnante, constituée d'une ou plusieurs cellules. La géométrie de cette cavité permet de contenir les oscillations d'une onde électromagnétique RF dont la composante sur l'axe accélère les paquets d'électrons. La

cavité est entourée d'un solénoïde permettant la compensation de la charge d'espace. Le faisceau collimaté entre alors dans les cavités accélératrices. Plusieurs cavités peuvent être disposées les unes à la suite des autres afin d'accroître l'énergie finale des particules. Une cavité accélératrice est constituée d'un empilement de cellules de hauteur constante. Dans chaque cellule règne un champ électromagnétique alternatif à haute fréquence (HF) délivré par des klystrons. Il existe deux types de cavités. Dans les cavités à ondes progressives, l'onde HF se propage d'une entrée vers une sortie à l'aide de coupleurs. Dans les cavité. À condition que leur temps de passage soit correctement synchronisé avec l'oscillation du champ électrique, les particules sont accélérées à chaque traversée d'une cellule.

Lorsque la fréquence de production des paquets d'électrons devient trop élevée (typiquement au-delà de 100 Hz), il est nécessaire de refroidir les cavités, voire de passer à une technologie dite supra-conductrice. Les cavités sont alors placées à l'intérieur de cryomodules permettant le refroidissement à des températures de l'ordre de 2 K.

Focalisation – Des éléments peuvent également être insérés entre les cavités pour limiter la divergence du faisceau sous l'effet de la charge d'espace. En optique, la combinaison d'une lentille convergente et d'une lentille divergente permet un effet focalisateur dans les deux directions (horizontale x et verticale y). De même, une combinaison d'un champ magnétique en x et d'un champ en y constitue un dispositif appelé quadrupôle et la combinaison de deux quadrupôles à 90° assure la focalisation d'un paquet d'électrons. Des sextupôles sont généralement ajoutés notamment pour corriger les erreurs des quadrupôles. Quadrupôles et sextupôles recollimatent le faisceau entre deux phases d'accélération. Les dimensions transverses sont ainsi contrôlées et minimisées tout au long de l'accélération.

Compression – Il est également possible de comprimer longitudinalement, c'est-à-dire temporellement, le faisceau. Deux méthodes sont généralement employées : la compression magnétique [5], et la compression dite par "velocity bunching" [6, 7]. Dans le cas de la compression magnétique, quatre dipôles constituent une chicane magnétique sur la trajectoire du faisceau [8]. Cette déviation force les électrons d'énergie plus élevée à parcourir une distance plus longue et ainsi à "être rattrapés" par les électrons d'énergie moins élevée. Au sortir de la chicane, la distribution est raccourcie. Cependant, les aimants induisent de nombreuses distorsions de la distribution des électrons tant en énergie qu'en phase et dégradent ainsi ses qualités. Le "velocity bunching" constitue une méthode alternative de compression rectiligne utilisant le champ RF à la sortie du photo-injecteur. Dans une cavité accélératrice dédiée à cet effet, la phase du champ RF peut être ajustée de sorte que, alors que le faisceau est encore à relativement basse énergie, la distribution est comprimée longitudinalement.

En sortie de l'accélérateur, le faisceau est caractérisé par un ensemble de grandeurs mesurables :

- E l'énergie des électrons;
- $-\sigma_e$  la longueur du paquet d'électrons (largeur RMS de la distribution);
- $-\sigma_{x,y}$  les dimensions transverses du paquet d'électrons (largeurs RMS de la distribution);
- $-\sigma'_{x,y}$  la divergence du paquet d'électrons (exprimée en rad);
- $\epsilon_{x,y}$  l'émittance : la surface occupée par les particules dans un plan de l'espace des phases. À chaque particule, on peut associer un point dans les espaces  $(x, \frac{dx}{dt})$  et  $(y, \frac{dy}{dt})$ , dits espaces des phases. Dans chaque plan, la surface occupée par ces familles de points définit l'extension en phase ou l'émittance faisceau. L'émittance est conservée lorsque le transport sans accélération est linéaire (conséquence du théorème de Liouville) et se calcule de façon pratique à l'aide des dimensions transverses et de la divergence du faisceau :  $\epsilon_{x,y} = \pi \sigma_{x,y} \sigma'_{x,y}$ .



FIG. 1.2 – Schéma de principe d'un anneau de stockage.

L'émittance normalisée est également souvent utilisée :  $\epsilon_{n-x,y} = \gamma \epsilon_{x,y}$ , avec  $\gamma$  le facteur de Lorentz;

- Q la charge du paquet d'électrons;
   Î le courant crête, défini par Î = Q/\sqrt{2\pi \sigma\_{\sigma\_{e}}};
   I le courant moyen, défini par I = Q/T\_{ac}, où 1/T\_{ac} est la fréquence de répétition de l'accélérateur;
- $-\sigma_{\gamma}$  la dispersion relative en énergie des électrons par rapport à l'énergie nominale du faisceau (largeur RMS de la distribution).

Déflexion – Finalement, les paquets d'électrons peuvent être déviés (à l'aide de dipôles) et focalisés sur une cible, ou directement transportés vers les onduleurs afin de produire du rayonnement (configuration utilisée pour les LELs sur accélérateur linéaire), ou encore injectés dans un accélérateur circulaire afin d'être stockés (configuration utilisée pour les LELs sur anneau).

#### 1.2.2Les anneaux de stockage

Un anneau de stockage (voir Figure 1.2) est une succession d'éléments magnétiques permettant à des électrons relativistes de circuler sur une trajectoire fermée. La première génération date des années 1960 et 1970, et correspond aux installations dérivées de la physique des particules, comme DCI [9] à Orsay. La deuxième génération correspond aux installations conçues et construites dans les années 1980 spécifiquement pour la production de rayonnement synchrotron dans les aimants de courbures et les éléments d'insertion (onduleurs et wigglers insérés dans les sections droites de l'anneau de stockage), comme Super–ACO [10] à Orsay et UVSOR [11] à Okazaki (Japon). Les synchrotrons de troisième génération, comme SOLEIL [12] (Saint-Aubin) et l'ESRF [13] (Grenoble), datent des années 1990 à nos jours, et se caractérisent par un nombre élévé d'éléments d'insertions, une très faible émittance permettant un rayonnement de haute brillance.

L'orbite des électrons est maintenue à l'aide d'aimants de courbure (dipôles) et de lentilles magnétiques (quadrupôles) qui assurent respectivement le guidage et la focalisation du faisceau. La focalisation des lentilles magnétiques engendre des oscillations dans le plan transverse autour de l'orbite de référence, dites oscillations betatrons. Dans les aimants de courbure et les éléments d'insertions, les électrons émettent un rayonnement dit rayonnement synchrotron et perdent ainsi une certaine quantité d'énergie. Le rayonnement synchrotron est étudié depuis les années 60 comme source de lumière pour un large champ d'applications scientifiques [4]. Afin de pouvoir stocker les électrons avec une optique magnétique constante, la perte d'énergie sur un tour est compensée par l'apport d'un champ électromagnétique radio-fréquence (RF) stocké dans une cavité. Le champ périodique RF regroupe les électrons en paquets qui circulent dans l'anneau. La combinaison d'une perte d'énergie due au rayonnement synchrotron et d'un gain d'énergie dû à la cavité RF entraîne des oscillations en énergie et en position autour de la particule de référence, dite particule synchrone (particule à l'énergie nominale pour l'optique magnétique de la machine, en phase avec l'onde RF). Ces oscillations sont dites oscillations synchrotrons. Les oscillations synchrotrons sont amorties avec un temps caractéristique  $\tau_S$ , le temps d'amortissement synchrotron, qui dépend du champ RF et de l'énergie des électrons.

L'orbite des électrons est déterminée par les aimants de courbure (dipôles) qui génèrent un champ magnétique constant sur une portion de la trajectoire. Lorsque les électrons pénètrent dans l'aimant, ils subissent la force de Lorentz  $\vec{F} = e\vec{v_e} \times \vec{B}$  et suivent une trajectoire circulaire caractérisée par un rayon de courbure :  $\rho_D = \frac{E}{ecB}$ . e est la charge,  $\vec{v_e}$  la vitesse et E l'énergie nominale des électrons,  $\vec{B}$  est le champ magnétique crée dans les dipôles et c la vitesse de la lumière Le champ magnétique dans les dipôles est adapté à l'énergie des électrons. En suivant une trajectoire courbée, les électrons émettent du rayonnement synchrotron et perdent ainsi de l'énergie. La quantité d'énergie perdue par tour s'écrit [14] :

$$U_0 = \frac{C_\gamma E^4}{\rho_D},\tag{1.1}$$

avec  $C_{\gamma} = \frac{4\pi r_e}{3(mc^2)^3} \approx 8.858 \times 10^{-5} \text{ [m GeV}^{-3}\text{]}, r_e$  le rayon classique de l'électron et *m* la masse de l'électron.

Lorsque l'énergie d'un électron varie de  $\Delta E$  par rapport à l'énergie nominale E, sa trajectoire est modifiée de  $\Delta L$  par rapport à la trajectoire de référence L selon :

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{\Delta E}{E},\tag{1.2}$$

avec  $\alpha$  le facteur de compression des moments, défini selon :

$$\alpha = \frac{1}{\rho_D L} \int_L \eta_x(s) ds, \tag{1.3}$$

avec  $\eta_x$  la fonction de dispersion [14], qui crée un couplage entre le déplacement dans la direction horizontale x et l'énergie à la coordonnée s le long de la trajectoire.

#### La dispersion en énergie

Le rayonnement électromagnétique est un processus quantique et le champ électromagnétique est donc quantifié. Chaque émission d'un quantum de rayonnement correspond à un saut discontinu en énergie. Ces variations discontinues en énergie perturbent la trajectoire de l'électron. L'accumulation de perturbations génère un certain niveau de bruit au niveau des oscillations en énergie qui vient accroître la déviation standard de la distribution en énergie, c'est–à–dire la dispersion en énergie. Afin de donner une estimation de la dispersion en énergie, on considère que les électrons émettent de façon aléatoire le long de l'anneau et que le nombre de photons émis suit la loi de distribution de Poisson. La dispersion relative moyenne en énergie, également appelée dispersion relative naturelle en énergie,  $\sigma_{\gamma,0}$ , qui prend en compte le bruit de l'émission quantique, est définie comme le nombre moyen de quanta émis pendant une période d'amortissement synchrontron  $\tau_S$ :

$$\sigma_{\gamma,0} \approx \sqrt{Eu_c},\tag{1.4}$$

avec  $u_c$  l'énergie critique d'un photon. Elle est définie comme l'énergie qui divise la puissance rayonnée dans un dipôle en deux parties égales :

$$u_c = \frac{3}{4\pi} \frac{hc\gamma^3}{4\pi\rho_D}.\tag{1.5}$$

Une formulation plus précise, prenant en compte les propriétés géométriques du champ magnétique dans les dipôles, peut être obtenue à partir de la relation [14] :

$$\sigma_{\gamma,0}^2 = \frac{C_q \left\langle G^3 \right\rangle \gamma^2}{J_\epsilon \left\langle G^2 \right\rangle}.$$
(1.6)

 $C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\bar{h}}{mc} \approx 8.84 \times 10^{-13} \text{ [m]}$  est une constante quantique. Cette expression est plus difficile à calculer puisqu'elle nécessite l'intégration de :

$$\langle G^n \rangle = \oint G(s)^n \frac{ds}{L},\tag{1.7}$$

avec G(s) = 1/R(s) la fonction dite de courbure, R le rayon de la trajectoire à la coordonnée s,  $J_{\epsilon} = 2 + D$ , et D un nombre petit devant 1 défini par l'optique magnétique de la machine.

#### Mouvement synchrotron longitudinal

Nous avons introduit les oscillations synchrotrons, dues au rayonnement synchrotron et à l'effet de la cavité RF. Ces oscillations en énergie peuvent être décrites à l'aide d'une équation différentielle.

La particule synchrone possède une phase constante par rapport au champ RF et reçoit une énergie U(t) égale à l'énergie perdue par tour  $U_0$ :

$$U_0 = e \ V_{RF} \ \sin(\phi_S). \tag{1.8}$$

 $\phi_S$  est la phase de la particule synchrone et  $V_{RF}$  le potentiel électrique crête dans la cavité. La variation d'énergie sur un tour est :

$$\Delta E = eV_{RF}sin(2\pi f_{RF}\tau + \phi_S) - U(\Delta E) \tag{1.9}$$

avec  $f_{RF}$  la fréquence du champ RF,  $\tau$  la position relative de l'électron par rapport à la particule synchrone, et  $U(\Delta E)$  l'énergie perdue par l'électron sur un tour. Pour de petites variations d'énergie, l'expression précédente peut être linéarisée :

$$\Delta E \approx eV_{RF}sin(\phi_S) + eV_{RF}2\pi f_{RF}cos(\phi_S)\tau - (U_0 + \Delta E\frac{dU}{dE}).$$
(1.10)

Cette expression se simplifie et s'écrit sous la forme d'une équation différentielle :

$$\frac{d\Delta E}{dt} = \frac{2\pi e V_{RF} cos(\phi_S)}{T_0} \tau - \frac{1}{T_0} \frac{dU}{dE} \Delta E, \qquad (1.11)$$

avec  $T_0$  la période de révolution des électrons dans l'anneau. Cette dernière équation peut être couplée à une équation différentielle portant sur la position de l'électron obtenue à partir de l'équation (1.2) :

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{\alpha \Delta E}{E}.$$
(1.12)

Les équations couplées se simplifient en dérivant l'équation (1.12) et en remplaçant le terme de droite de l'équation (1.11):

$$\frac{d^2\tau}{dt^2} - \frac{1}{T_0}\frac{dU}{dE}\frac{d\tau}{dt} + \frac{eV_{RF}2\pi f_{RF}\cos(\phi_S)\alpha}{ET_0} = 0.$$
 (1.13)

Cette équation est une équation différentielle du second ordre, dont la solution est une fonction oscillante avec amortissement :

$$\tau(t) = Ae^{-2\alpha_s t} \cos(\Omega_S t + \phi), \qquad (1.14)$$

avec  $\Omega_S^2 = \frac{eV_{RF}2\pi f_{RF}\cos(\phi_S)\alpha}{ET_0}$  le carré de la fréquence synchrotron et  $\alpha_s = \frac{1}{2T_0}\frac{dU}{dE}$ . Le temps d'amortissement synchrotron correspond ainsi à :  $\tau_S = \frac{1}{\alpha_s} \approx \frac{ET_0}{U_0}$ . Les électrons oscillent de façon incohérente en position et en énergie autour de la particule synchrone à la pulsation  $\Omega_S$ . Ces oscillations sont amorties avec le temps caractéristique  $\tau_S$  et excitées par l'émission quantique. Les électrons ne sont pas statiques dans le paquet et le paquet d'électrons peut être décrit à l'aide de distributions gaussiennes en énergie et en position à partir de l'amplitude moyenne des oscillations. La déviation standard de la distribution correspond à la longueur RMS de la distribution :

$$\sigma_{e,0} = \frac{\alpha}{2\pi f_S} \sigma_{\gamma,0}.$$
(1.15)

 $\sigma_{e,0}$  est la longueur naturelle du paquet ( $\sigma_e$  étant la longueur du paquet) et  $\sigma_{\gamma,0}$  la dispersion relative naturelle en énergie ( $\sigma_{\gamma}$  étant la dispersion relative en énergie). Dans un anneau de stockage, la dispersion en énergie due au bruit de l'émission quantique limite donc généralement la durée du paquet à la dizaine de picosecondes. Cependant,  $\sigma_{e,0}$  étant également proportionnelle à  $\alpha$ , l'opération avec un faible  $\alpha$  permet d'atteindre des durées de l'ordre de quelques picosecondes [15, 16]. Cette méthode est toutefois rapidement limitée à courant non nul par l'apparition, à très faible  $\alpha$ , d'instabilités qui allongent la distribution.

Le système RF se caractérise également par l'acceptance en énergie,  $\Delta E_{RF}$ , définie comme la variation maximale en énergie que peut subir un électron sans être perdu. Pour un système RF constitué d'une seule cavité, l'expression analytique de l'acceptance en énergie est obtenue à partir de la relation (1.9) :

$$\Delta E_{RF} = \sqrt{\frac{2U_0 E}{\pi \alpha k_h} (\sqrt{q^2 - 1} - \arccos(1/q))},$$
(1.16)

avec  $k_h = f_{RF}T_0$ , le ratio entre la fréquence RF et la fréquence de révolution des électrons, et  $q = \frac{eV_{RF}}{U_0}$ .

#### Mouvement betatron transverse

Le mouvement des électrons dans le plan transverse est essentiellement dû aux effets des quadrupôles et des dipôles. La fonction de dispersion,  $\eta_x(s)$ , décrit l'écart en position x d'un électron d'énergie  $E + \Delta E$  par rapport à la particule synchrone :

$$x = \eta_x(s) \frac{\Delta E}{E}.$$
(1.17)

Les équations décrivant le mouvement transverse des électrons sont [14] :

$$x'' + K_x x = \frac{1}{\rho_D(s)} \frac{\Delta E}{E}$$

$$y'' + K_y y = 0$$
(1.18)

Les solutions homogènes du système sont les solutions typiques de l'oscillateur harmonique :

$$x(s) = \sqrt{\epsilon_x \beta_x} \cos(\phi_x(s) + \phi_{0x})$$

$$y(s) = \sqrt{\epsilon_y \beta_y} \cos(\phi_y(s) + \phi_{0y}.$$
(1.19)

 $\epsilon_{x,y}$  est l'émittance dans le plan transverse et  $\beta_{x,y}$  les fonctions betatrons, définies uniquement par les propriétés focalisantes de la machine. La phase betatron  $\phi_{x,y}(s)$  est définie par la relation suivante [14] :

$$\phi_{x,y}(s) = \int_0^s \frac{ds'}{\beta_{x,y}(s')},$$
(1.20)

et  $\phi_{0,x,y}$  la phase betatron initiale.

Le mouvement des électrons dans l'espace des phases (i,i'), avec i=x ou y et  $i' = \frac{di}{ds}$ , est délimité par une ellipse dont la surface correspond à l'émittance transverse du faisceau. L'émittance transverse peut être calculée à partir du maximum de déviation  $(x'_{max}(s) = (\frac{dx}{ds})_{max}, y'_{max}(s) = (\frac{dy}{ds})_{max})$ ,

$$\epsilon_i = i_{max} i'_{max}.\tag{1.21}$$

L'émittance transverse totale,  $\epsilon_{tot} = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2}$ , est, comme dans le cas d'un LINAC, un paramètre fondamental de l'anneau de stockage, qui caractérise la qualité transverse du faisceau et donc la qualité de la source de rayonnement synchrotron.

Comme le mouvement longitudinal, le mouvement transverse des électrons est un mouvement d'oscillations autour de la particule synchrone. La déviation standard de la distribution en amplitude des oscillations représente la taille transverse du faisceau. Elle s'exprime de la façon suivante, en supposant que les effets de la focalisation ne sont pas corrélés avec les effets du rayonnement synchrotron de sorte que les deux effets s'additionnent quadratiquement :

$$\sigma_x = \sqrt{\epsilon_x \eta_x + \eta_x^2 \sigma_\gamma^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\epsilon_y \eta_y}$$
(1.22)

#### Temps de vie des électrons

Les interactions des électrons entre eux ou avec leur environnement peuvent les dévier de leur orbite et entraîner leur perte. C'est pour cette raison que le temps de vie est limité dans un anneau. Trois interactions sont principalement responsables de la limitation du temps de vie [17] :

- La diffusion sur les particules résiduelles de gaz dans la chambre à vide. Les interactions entre les électrons relativistes et les molécules de gaz résiduel correspondent à deux mécanismes : la diffusion Rutherford (choc élastique) et la diffusion Bremsstrahlung (choc inélastique). Dans les anneaux de stockage, en raison de l'énergie élevée des électrons, la contribution principale est celle des chocs élastiques. Pour réduire la probabilité de cette interaction, le niveau de vide dans les chambres doit atteindre 10<sup>-11</sup> mbar (ultra vide).
- Le temps de vie quantique : l'émission quantique peut provoquer des oscillations d'une amplitude telle que les électrons viennent percuter les parois de la chambre. En particulier, considérant que la distribution des électrons dans l'espace des phases est gaussienne, la queue de la distribution est tronquée par l'acceptance longitudinale et transverse de la machine. Le temps de vie quantique s'écrit :

$$\tau_{quantum} = \tau_S(2\zeta^{-1})e^{\zeta},\tag{1.23}$$

avec  $\zeta = \frac{A^2}{2\sigma^2}$  et *A* l'acceptance transverse ou l'acceptance en énergie de la cavité RF, et  $\sigma$  la valeur RMS de l'émittance (resp. de la dispersion en énergie) dans le cas transverse (resp. longitudinal). En général, le temps de vie quantique dans un anneau de stockage est considéré comme infini.

– La diffusion interne, dite effet Touschek [18] : la diffusion des électrons à l'intérieur du paquet peut induire des variations d'énergie d'amplitude supérieure à l'acceptance du système RF, entraînant la perte des électrons diffusés. Le temps de vie Touschek, considérant un paquet de  $N_e$  électrons de dimensions  $\sigma_{x,y,e}$  à l'énergie E est défini par :

$$\tau_T = \frac{8\pi\sigma_x\sigma_y\sigma_e\gamma^2\Delta E_{RF}^3}{N_e cr_e^2 D(\varsigma)},\tag{1.24}$$

avec :

$$D(\varsigma) = \sqrt{\varsigma} \left(-\frac{3}{2}e^{-\varsigma} + \frac{\varsigma}{2}\int_{\varsigma}^{\infty} du \frac{\ln(u)e^{-u}}{u} + \frac{1}{2}(3\varsigma - \varsigma\ln(2)\int_{\varsigma}^{\infty} du \frac{e^{-u}}{u})\right)$$
$$\varsigma = \left(\frac{\Delta E_{RF}\beta_x}{\gamma\sigma_x}\right)^2.$$

Le temps de vie Touschek est un facteur important dans les anneaux de stockage car inversement proportionnel à la densité électronique. C'est donc un facteur limitant le courant qui peut être stocké dans l'anneau.

En résumé, dans un anneau de stockage, le temps de vie est essentiellement déterminé par le temps de vie Touschek. Celui-ci dépend du carré de l'énergie des électrons. Ainsi, le temps de vie typique des anneaux de stockage fonctionnant à une énergie de l'ordre du GeV est de quelques dizaines d'heures. Lorsqu'un LEL fonctionne sur un anneau, il induit une dispersion en énergie supplémentaire ainsi qu'un allongement de paquet, ce qui entraîne une augmentation du temps de vie.

#### Distributions statiques des électrons et champ de sillage

Le comportement général des électrons stockés dans un anneau a été décrit dans les paragraphes précédents. Les électrons oscillent dans les plans transverses et longitudinaux; ces oscillations sont amorties mais la nature quantique de l'émission de rayonnement synchrotron entretient leur excitation. Les déviations standard des oscillations déterminent les dimensions du faisceau. Les distributions sont gaussiennes. La dynamique électronique est également perturbée par les effets de l'interaction des électrons avec le champ électromagnétique généré par les électrons relativistes et réfléchi par les parois de la chambre à vide. Ce champ peut interagir avec le paquet d'électrons qui l'a généré ou avec le suivant. Ce champ, dit champ de sillage, est une source d'instabilités pour les électrons. Si ces instabilités sont amorties, le faisceau reste perturbé, sinon, le faisceau est perdu. L'instabilité micro-onde, dans le plan longitudinal, est une instabilité due au champ de sillage dans le domaine micro-onde. Lorsque cette instabilité est amortie, les caractéristiques du faisceau sont modifiées : déformation et allongement de la distribution dans le plan longitudinal.

La re-circulation dans la machine induit une dynamique spécifique des électrons. La distribution électronique se comporte comme un oscillateur harmonique. Dans le cas d'une excitation maintenue, la distribution peut atteindre un régime stable de saturation. Dans le cas d'une excitation ponctuelle (temporellement), la distribution peut revenir à son état initial après une série d'oscillations de relaxation.



FIG. 1.3 – Schéma de principe d'une boucle de re-circulation (ERL).

#### 1.2.3 Les boucles de re-circulation (ERL)

La qualité des sources de rayons X sur anneau de stockage a très rapidement évolué après l'avènement des machines dites de  $3^{\grave{e}me}$  génération, dédiées et optimisées pour la production de ces longueurs d'onde. Les progrès en termes de physique machine (émittance, ...) et d'éléments d'insertion ont permis d'augmenter la brillance des faisceaux de photons de façon exponentielle. La technologie des anneaux de stockage arrive cependant à maturité. Les faisceaux produits sont juste à l'équilibre entre excitation quantique et amortissement synchrotron, équilibre qui limite les dimensions transverses et longitudinale des paquets, ainsi que leur temps de vie. Les besoins de certains utilisateurs, notamment en termes de courte durée d'impulsion et de brillance élevée, ne peuvent plus être satisfaits par ce type d'installation.

Les LINACs peuvent produire des faisceaux de très petites dimensions transverses et longitudinale. Cependant, la puissance requise pour la production de forts courants devient rapidement exorbitante, et limite la plupart des machines à un fonctionnement à faible courant moyen (de l'ordre du mA). Cependant, les forts courants moyens sont également très recherchés par beaucoup d'utilisateurs.

Une solution possible est l'économie d'énergie. Un mécanisme de récupération d'énergie avec des LINACs supraconducteurs fut proposé dès 1965 par M. Tigner [19]. Le concept fut validé pour la première fois à Stanford SCA/FEL [20] en 1987.

Une boucle de re-circulation utilise le principe de récupération d'énergie des LINACs (voir le schéma de principe présenté en Figure 1.3) et combine ainsi les avantages du LINAC (impulsions courtes, faible émittance) et ceux des anneaux de stockage (fort courant moyen, haute cadence) sans en retrouver les inconvénients. L'ensemble est constitué d'un injecteur, de cavités accélératrices, d'une ligne de transport non plus circulaire, comme la plupart des anneaux, mais elliptique afin de pouvoir contenir la section droite du LINAC. L'injecteur introduit dans les cavités de l'accélérateur un faisceau de très basse émittance. Les cavités accélératrices portent ensuite le faisceau à plus haute énergie. En sortie des cavités, le faisceau suit la ligne de transport, et décrit une boucle. À son retour à l'entrée du LINAC, le faisceau est décalé en phase de 180° par rapport à l'onde RF et n'est donc plus accéléré mais décéléré dans le LINAC. L'énergie restituée aux cavités est utilisée pour accélérer les paquets suivants. (Si le faisceau n'est pas déphasé, il peut être de nouveau accéléré). En sortie du LINAC, le faisceau décéléré est dévié vers un arrêtoir, qui présente ainsi l'avantage (notamment pour la radioprotection) d'être à basse énergie.

La dynamique électronique dans les ERLs est assez complexe, et présente de nombreuses particularités par rapport à la dynamique électronique dans les anneaux et dans les LINACs, telles que les instabilités liées au phénomène de "Beam Break Up" [21].

Les ERLs peuvent être utilisés comme source de rayonnement synchrotron, comme collisionneur, etc... et bien entendu comme accélérateur pour des LELs.

A l'heure actuelle, quatre LELs fonctionnent sur des boucles de re-circulation : JAEA FEL [22] (Tokai, Japon), BINP FEL [23] (Novossibirsk, Russie), le prototype Alice de Daresbury [24] (Daresbury, Royaume Uni) et JLAB IR [25] (Newport, Etats-Unis). Plusieurs projets sont également à l'étude : ARC-EN-CIEL [26] (France), RHIC [27] à Brookhaven (New York, Etats-Unis), ELIC [28] à CEBAF (Newport, Etats-Unis), un projet à KAERI [29] (Corée), un à Cornell [30] (Ithaca, Etats-Unis), et également un au Japon [31].

#### Conclusion

La source d'électrons utilisée détermine les caractéristiques du faisceau et par conséquent celles du LEL. Dans de nombreuses configurations de LELs (détaillées par la suite), la durée d'impulsion du paquet détermine celle du rayonnement, et la génération de courtes longueurs d'onde est facilitée par des faisceaux de basse émittance. Sur anneau de stockage, les paquets d'électrons sont relativement longs (> ps) et de large émittance normalisée ( $\geq \pi$ .mm.mrad), n'autorisant que l'émission d'impulsions longues jusque dans le domaine VUV. Mais seuls les LELs sur anneau permettent à l'heure actuelle d'atteindre de hautes cadences (> MHz) et une très bonne stabilité. Sur LINAC, les paquets sont beaucoup plus courts (jusqu'à 10 fs), de faible émittance normalisée ( $\pi$ .mm.mrad), permettant d'atteindre le domaine du VUV et des rayons X. Mais les courants moyens sont faibles (quelques mA), et les taux de répétition restent encore inférieurs au kHz. Les ERLs sont les sources les plus prometteuses, alliant faible émittance, courte durée et fort courant moyen.

### 1.3 Les onduleurs

L'interaction onde-matière s'opère dans un onduleur [32] (voir Figure 1.4), une structure où règne un champ magnétique périodique permanent  $\vec{B}$  d'amplitude  $B_{0x,0y}$  et de période spatiale  $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$ . Dans le repère (x,y,z) :

$$B_x = B_{0x} cos(k_0 z)$$

$$B_y = -B_{0y} sin(k_0 z).$$
(1.25)

Le champ est généré par deux séries parallèles d'électro-aimants [33, 34] ou d'aimants permanents. Dans le cas d'un onduleur plan :  $B_x=0$ . Le champ magnétique est alors sinusoïdal dans le plan (Oyz). Dans le cas d'un onduleur hélicoïdal :  $B_{0x} = B_{0y} = B_0$ , et le champ est hélicoïdal. Lorsque  $B_{0x} \neq B_{0y} \neq B_0$ , le champ est elliptique.

L'amplitude  $B_{0x,0y}$  du champ magnétique dépend du type d'aimants utilisés, de leur période spatiale  $\lambda_0$  et de la distance entre les deux rangées : l'entrefer g. Dans le cas d'un onduleur standard avec des aimants permanents en NdFeB [32] :

$$B_{0x} = 2.076 \ e^{-3.24 \ g/\lambda_0} \ (plan), \tag{1.26}$$

$$B_{0x,0y} = 1.614 \times e^{-4.67 \ g/\lambda_0 + 0.620 \ (g/\lambda_0)^2} \ (h\acute{e}licoidal). \tag{1.27}$$



FIG. 1.4 – Trajectoire des électrons dans un onduleur. (a) Cas d'un onduleur plan : la trajectoire est une sinusoïde dans le plan (Oxz), (b) Cas d'un onduleur hélicoïdal : la trajectoire est une hélice autour de l'axe (Oz). Les aimants sont représentés par des parallelépipèdes, et la direction du champ magnétique est indiquée par les flèches.

Le paramètre de déflexion K de l'onduleur est défini par [35] :

$$K_{x,y} = \frac{e\lambda_0 B_{0x,0y}}{2\pi mc},\tag{1.28}$$

avec m la masse de l'électron, c la vitesse de la lumière. Ou encore, en unités pratiques :

$$K_{x,y} = 0.0934 \times B_{0x,0y}[T]\lambda_0[mm].$$
(1.29)

Dans l'onduleur, les électrons sont soumis à la force de Lorentz :

$$\frac{d(\gamma m \beta_e)}{dt} = e \vec{\beta_e} \times \vec{B},$$

avec  $\vec{\beta_e}$  la vites se normalisée de l'électron (par rapport à la vites se de la lumière).

Une première intégration de cette équation permet d'exprimer la vitesse des électrons dans l'onduleur :

$$\beta_{ex} = \frac{K_y}{\gamma} \cos(k_0 z)$$
  

$$\beta_{ey} = -\frac{K_x}{\gamma} \sin(k_0 z)$$
  

$$\beta_{ez} = \sqrt{\beta_e^2 - \beta_{ex}^2 - \beta_{ey}^2}$$
(1.30)

La vitesse longitudinale est constante dans un onduleur hélicoïdal, et sinusoïdale carrée dans un onduleur plan :

$$\beta_{ez} = \sqrt{1 - \frac{1 + K_{x=y}^2}{\gamma^2}} \quad (h\acute{e}licoidal) \tag{1.31}$$
$$\beta_{ez} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2} (1 + K_x^2 sin^2(k_0 z))} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma} (1 + \frac{K^2}{2} (1 - cos(2k_0 z)))} \quad (plan)$$

Et une seconde intégration permet d'accéder aux coordonnées des électrons :

$$x = \frac{K_y}{k_0 \gamma} \sin(k_0 z)$$
  

$$y = -\frac{K_x}{k_0 \gamma} \cos(k_0 z)$$
  

$$z = \beta_{ez} ct$$
(1.32)

Dans le cas d'un onduleur plan, les électrons suivent une trajectoire sinusoïdale dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. Dans le cas d'un onduleur hélicoïdal, les électrons décrivent une hélice autour de l'axe central de l'onduleur.

## 1.4 L'onde lumineuse

Considérons une onde lumineuse  $\vec{E}_L$  à la longueur d'onde  $\lambda_L$  se propageant parallèlement au faisceau d'électrons, afin d'effectuer un échange d'énergie avec les particules. Dans le champ magnétique de l'onduleur, la trajectoire des électrons est courbée à la période  $\lambda_0$  et l'amplitude  $\frac{K}{\gamma k_0}$ . Ainsi, lorsque les électrons avancent d'une période  $\lambda_0$  à la vitesse  $\beta_{ez}$ , l'onde lumineuse parcourt une distance  $\frac{c\lambda_0}{\beta_{ez}}$  (voir Figure 1.5). Afin de rester en phase, l'onde lumineuse doit se décaler d'exactement une longueur d'onde :  $\frac{\lambda_0}{\beta_{ez}} - \lambda_0 = \lambda_R = \lambda_L$ . C'est la condition dite de résonance, à laquelle est associée la longueur d'onde de résonance  $\lambda_R$ . Avec Eq.(1.31) :

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + K^2/2). \tag{1.33}$$

 $K = K_y$  dans le cas d'un onduleur plan et  $K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$  dans le cas d'un onduleur hélicoïdal. Le rayonnement d'un LEL est donc fixé à la longueur d'onde  $\lambda_R$ , qui peut être ajustée en variant l'énergie  $\gamma$  des électrons et/ou le paramètre de déflexion K de l'onduleur. L'onde lumineuse provient soit de l'émission spontanée, spontanée stockée (dans une cavité optique) ou stimulée des électrons dans l'onduleur, soit d'une source externe, et détermine ainsi la configuration générale du LEL : non-injectée, ou injectée. Par la suite, on utilisera les notations suivantes pour une onde lumineuse plane  $\vec{E_L}$  dans le repère (x,y,z) :

$$E_{L,x} = \left| \vec{E}_L \right| \times \cos(k_L z - \omega_L t + \phi_0) \tag{1.34}$$

$$E_{L,y} = \left| \vec{E}_L \right| \times \sin(k_L z - \omega_L t + \phi_0) \tag{1.35}$$

(1.36)

avec  $k_L = \frac{2\pi}{\lambda_L}$  le vecteur d'onde,  $\omega_L$  la pulsation et  $\phi_0$  la phase relative de l'onde par rapport aux électrons. L'amplitude du champ dépend de la puissance moyenne  $P_L$ , de la durée d'impulsion (RMS)  $\sigma_L$ , du taux de répétition  $f_{rep}$  et de la longueur de Rayleigh  $Z_R = \frac{\pi w_0}{\lambda_L}$ ,  $w_0$  étant le rayon en  $1/e^2$  du faisceau au point de focalisation :

$$\left|\vec{E}_L\right| \propto \sqrt{\frac{P_L \ e^{-t^2/2\sigma_L^2}}{f_{rep} \ \sigma_L \ Z_R}}.$$
(1.37)



FIG. 1.5 – Illustration de la condition de résonance. Lorsque les électrons avancent d'une période  $\lambda_0$  dans l'onduleur, l'onde électromagnétique avance de  $\lambda_0 + \lambda_R$ : l'électron est dépassé par une période lumineuse. Les flèches verticales indiquent le sens (le signe) du champ électrique de l'onde lumineuse. Grâce aux oscillations dans le champ de l'onduleur, les électrons perçoivent une champ de sens constant le long de leur trajectoire. L'onde lumineuse et les électrons restent en phase.

#### 1.4.1 Cas de l'émission spontanée

Des particules chargées soumises dans un onduleur à une accélération transverse produisent un rayonnement dit rayonnement synchrotron. Le calcul de l'énergie spectrale par angle solide  $d\Omega$  d'un paquet d'électrons fait appel à l'équation de Lienard-Wiechert [36]. Pour un onduleur plan [37] de N périodes :

$$I_{ond-plan} = \frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \left(\frac{KN\lambda_0}{2\gamma}\right)^2 \sum_{n \ impair} \frac{A_n^2}{\lambda^2} \ sinC^2(\delta_n), \tag{1.38}$$

avec :

$$A_n = J_{(n+1)/2}(n\xi) - J_{(n-1)/2}(n\xi), \quad \xi = \frac{K^2}{4(1+K^2/2)}, \quad (1.39)$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\delta_n = \pi N (\lambda_R / \lambda - n). \tag{1.40}$$

 $J_n$  sont les fonctions de Bessel d'ordre n. La puissance totale rayonnée par un onduleur est finalement définie par [35] :

$$P_{ond-plan}[kW] = 0.633B_0^2[T]E^4[GeV]I[A]N\lambda_0[m].$$
(1.41)

Le spectre du rayonnement d'un onduleur est constitué d'une série de raies discrètes, situées à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_R$  et sur ses harmoniques  $\lambda_R/n$ , de largeur  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{nN}$  pour un faisceau idéal. Un exemple est présenté en Figure 1.6. La structure du spectre dépend de la force de l'onduleur. Pour K < 1, le rayonnement est essentiellement sur le fondamental. Pour K > 1, le spectre est constitué du fondamental et des premières harmoniques. La contribution harmonique croît avec K. Pour K >> 1, le nombre d'harmoniques augmente considérablement, rendant le spectre quasi continu. L'onduleur est alors désigné par le terme de "wiggler".

Dans le cas d'un onduleur en configuration plane, les harmoniques d'ordre impair sont rayonnées sur l'axe, et les harmoniques d'ordre pair, hors axe. Dans le cas d'un onduleur en configuration hélicoïdale, seul le fondamental est rayonné sur l'axe. Toutes les harmoniques d'ordre  $n \ge 2$ sont émises hors axe. Cependant, les faisceaux d'électrons réels sont caractérisés par une émittance non nulle, correspondant à une taille et une divergence finies. La distribution angulaire du rayonnement résulte alors de la convolution de la distribution angulaire du rayonnement d'un simple électron avec la distribution du paquet d'électrons, entraînant la génération de rayonnement sur l'axe sur les harmoniques paires en configuration plane (voir Figure 1.6) et d'ordre n > 1 en configuration hélicoïdale. La distribution angulaire des harmoniques de l'émission spontanée sera étudiée plus en détail au Chapite 2.



FIG. 1.6 – Spectre du rayonnement d'un onduleur avec le faisceau d'ARC-EN-CIEL en phase 2. Rayonnement calculé à travers une ouverture rectangulaire de 5mm x 5mm avec SRW [38]. Paramètres du faisceau d'électrons : E=1 GeV, I=1500 A,  $\epsilon_{x,y}=1.2$  mm.mmrad,  $\beta_{x,y}=6$  m,  $\sigma_{\gamma}=4 \times 10^{-4}$ . Paramètres de l'onduleur :  $\lambda_0=20$  mm,  $N\lambda_0=6$  m, K=1.9. L'intensité relative des harmoniques dépend de l'émittance du faisceau d'électrons. Un faisceau d'émittance plus élevé conduirait à une intensité relative plus élevée sur les harmoniques paires. Inversement, un faisceau mono-électronique conduirait à une intensité nulle sur les harmoniques paires. La forme du spectre dépend ainsi fortement de l'émittance du faisceau d'électrons.

Dans le cas du klystron optique [39], deux onduleurs séparés par une section dispersive sont placés successivement sur le trajet des électrons (voir Figure 1.7). À l'aide d'un champ magnétique, la section dispersive dévie les électrons et les retarde par rapport à l'onde lumineuse émise dans le premier onduleur. Le temps de parcours Soit  $T_{e-SD}$  des électrons dans la section dispersive est généralement calculé en unité de période des onduleurs. La section dispersive est ainsi caractérisée par son nombre de périodes équivalentes  $N_d$  tel que :  $\beta_{ez}cT_{e-SD} = N_d\lambda_0$ . L'intensité du klystron est définie par :

$$I_{KO} = 2I_{ond}[1 + \cos(\alpha_{SD})], \qquad (1.42)$$

avec  $\alpha_{SD} = 2\pi (N + N_d) \frac{\gamma - \gamma_R}{\gamma_R}$ ,  $\gamma_R$  étant l'énergie de résonance, liée à la longueur d'onde de résonance.

Le rayonnement du premier onduleur interfère avec celui du second onduleur, conduisant à une modulation du spectre à la période  $\frac{\lambda_R}{N+N_d}$  sur chaque harmonique n. Le contraste entre les franges  $f_n$ , appelé taux de modulation, est défini de la façon suivante [40] :

$$f_n = f_0 e^{-8(n\pi(N+N_d)\sigma_\gamma)^2}$$
(1.43)

 $f_0$  est une constante proche de 1, prenant en compte les effets de dimensions transverses finies et la divergence du faisceau ainsi que les défauts de l'onduleur. L'analyse des spectres permet de mesurer expérimentalement la dispersion en énergie  $\sigma_{\gamma}$  du faisceau et  $N_d$ . Un exemple de spectre de klystron optique est donné en Figure 1.8.

La durée d'impulsion du rayonnement est identique à celle des paquets d'électrons.



FIG. 1.7 – Schéma de principe d'un klystron optique.



FIG. 1.8 – Spectre de l'émission spontanée produite dans le klystron optique de UVSOR-II. Entrefer de l'onduleur = 40.8 mm.  $\lambda_R$ = 773 nm. Largeur de l'enveloppe :  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{11}$ . L'écart à la valeur théorique ( $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{N} = \frac{1}{9}$ ) est probablement dû à un léger désalignement de l'axe magnétique d'un onduleur à l'autre. D'après la largeur des franges ( $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{N+N_d}$ ) :  $N_d \approx 96$ .

#### 1.4.2 Cas d'un champ externe

Il est également possible d'injecter dans l'onduleur un signal pour amorcer l'amplification. C'est le cas des LELs en configuration dite "injectée". Historiquement, les premières sources injectées furent des lasers infrarouges conventionnels (Nd :Yag [41] à 1064 nm,  $C0_2$  [42] à 10.6  $\mu m$ , et Ti :Sa [43] à 800 nm), éventuellement doublés en fréquence dans les cristaux. Afin d'accéder à des longueurs d'onde d'injection plus courtes, l'utilisation d'harmoniques générées dans les gaz a été proposée en 2004 [44, 45], et démontrée à 160 nm en 2006 [46]. Les caractéristiques de cette source seront détaillées dans le Chapitre 3. La puissance minimale requise n'est pas encore connue/admise de façon unanime. On considère généralement que celle–ci doit au moins dépasser le bruit de fond, c'est–à–dire l'intensité du faisceau à l'entrée de l'onduleur [47] :

$$\frac{\gamma m c^2}{e \sum_b} \hat{I},\tag{1.44}$$

 $\sum_{b}$  étant la section transverse du paquet d'électrons.

## 1.5 L'amplification d'une onde lumineuse dans un LEL

#### 1.5.1 De la modulation à la saturation

Le long de l'onduleur, l'onde lumineuse  $\vec{E}_L$  et les électrons interagissent et échangent une énergie :

$$\delta\gamma = -\frac{e}{mc} \int_{L_{int}} \vec{E}_L \cdot \vec{\beta_e} dt \tag{1.45}$$

avec  $L_{int}$  la longueur d'interaction. Cette interaction perturbe la trajectoire des électrons et modifie l'expression de leur vitesse transverse et longitudinale.  $\beta_{ex/ey}$  peut être développé en série selon l'amplitude de l'onde lumineuse :

$$\beta_{ex/ey} = \beta_{ex/ey,0} + \beta_{ex/ey,1}(E_L) + \beta_{ex/ey,2}(E_L^2) + \dots$$
(1.46)

Au premier ordre :  $\beta_{ex/ey} \approx \beta_{ex/ey,0}$ . Ainsi, dans le cas d'une onde lumineuse polarisée circulairement et d'un onduleur hélicoïdal :

$$\delta\gamma = -\frac{eE_LK}{\gamma mc} \int_{L_{int}} \cos[\phi]dt \tag{1.47}$$

$$\phi = k_0 z - (\omega_L t - k_L z - \phi_0) \tag{1.48}$$

 $\phi$  est la différence de phase entre les électrons et l'onde lumineuse.

Afin d'obtenir un échange d'énergie non nul, le produit  $\vec{E_L} \cdot \vec{\beta_e}$  doit être maintenu constant le long de l'onduleur, c'est-à-dire assurer  $d\phi/dz = 0$ , soit  $k_0 + \omega_L/c - \omega_L/v_z = 0$ , ou encore  $\lambda_L = \lambda_0 \times \frac{1-\beta_{ez}}{\beta_{ez}} = \lambda_R$ . C'est la condition de résonance déjà obtenue avec des considérations simples sur les trajectoires dans l'onduleur (cf. Eq.( 1.33)).

D'après (1.45) et (1.47), la phase initiale  $\phi_0$  d'un électron détermine le sens (le signe) de l'échange d'énergie : selon sa position longitudinale initiale le long du paquet, un électron gagne ou perd de l'énergie. La distribution électronique est ainsi modulée en énergie autour de phases distantes de  $2\pi$ , correspondant, dans le cas d'un onduleur hélicoïdal, à un maximum d'échange en énergie (normalisée)  $\Delta\gamma$  :

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2 mc^2}.$$
(1.49)

Dans le cas d'un onduleur plan, l'interaction mène de la même façon à une modulation en énergie, avec :

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2 mc^2} (J_0(\xi) - J_1(\xi)), \qquad (1.50)$$

avec  $J_0(\xi) - J_1(\xi)$  la différence des fonctions de Bessel d'argument  $\xi$ . Par la suite, on notera  $F(JJ(\xi)) = J_0(\xi) - J_1(\xi)$  pour des onduleurs plans, et  $F(JJ(\xi))=1$  pour des onduleurs hélicoïdaux.

Une représentation dans l'espace des phases (énergie en fonction de la phase relative des électrons) permet de visualiser ce processus de modulation (voir Figure 1.9 (a)).

Les électrons de plus haute énergie, plus rapides, rattrapent le long de l'onduleur les électrons de plus faible énergie, plus lents. La modulation en énergie est ainsi convertie en une modulation en densité à la période  $\lambda_R$  (voir Figure 1.9 (b)) et le paquet d'électrons est constitué d'une série de micro-paquets. Ce mouvement dans l'espace des phases est dit "mouvement synchrotron" et correspond à une rotation à la fréquence synchrotron  $f_S$  (voir Annexe B). Le rayonnement



FIG. 1.9 – Évolution dans l'espace des phases de l'onde lumineuse et de la distribution électronique le long de l'onduleur. (a) Modulation en énergie en début d'onduleur; (b) Modulation en densité en milieu d'onduleur; (c) Rayonnement cohérent des micro-paquets en deuxième moitié d'onduleur; (d) Saturation en fin d'onduleur.

de l'ensemble de la distribution modulée résulte alors de la somme cohérente des rayonnements produits par chaque micro-paquet (voir Figure 1.9 (c)).

Dans le cas d'une distribution initiale aléatoire des électrons, l'énergie moyenne échangée sur l'ensemble du paquet  $\langle \delta \gamma \rangle$  est nulle. En revanche, l'énergie échangée au carré  $\langle \delta \gamma^2 \rangle$  n'est pas nulle en moyenne au premier ordre. L'interaction entre les électrons et l'onde lumineuse induit une augmentation de la dispersion en énergie qui tend à réduire le pouvoir amplificateur des électrons. De plus, au second ordre,  $\langle \delta \gamma \rangle$  n'est plus nulle : les électrons perdent de l'énergie le long de l'onduleur. L'onde lumineuse s'amplifie au détriment de l'énergie cinétique des électrons. Lorsque cette perte devient trop importante, la condition de résonance n'est plus satisfaite, et l'amplification est interrompue : la saturation est atteinte (voir Figure 1.9 (d)). Les particules reprennent alors de l'énergie à l'onde lumineuse tout en poursuivant le mouvement de rotation dans l'espace des phases. La modulation en densité est dégradée –on parle alors de "sur-modulation" de l'espace des phases– et des raies latérales apparaissent dans le spectre du LEL (voir Chapitre 2).

#### 1.5.2 Le gain du LEL

Le gain du LEL G permet de caractériser le pouvoir d'amplification du paquet d'électrons dans un onduleur. Il est défini de la façon générale suivante :

$$G = \frac{|E_{L-final}|^2 - |E_{L-initial}|^2}{|E_{L-initial}|^2}.$$
 (1.51)

Le coefficient  $g_0$  dit de "faible gain - faible signal" permet de distinguer les différents régimes de gain du LEL :

$$g_0 = \frac{4\pi I}{I_A \sigma_x \sigma_y \sigma_e c} \lambda_0^2 K^2 (\frac{N}{\gamma})^3 F(JJ(\xi))^2.$$
(1.52)

 $I_A = ec/r_e \approx 17$  kA est le courant d'Alfven, avec  $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.817 \times 10^{-15}$  m, le rayon classique de l'électron. On note  $G_M$  le gain maximum, et  $G(g_0, \nu)$  le gain en fonction de  $g_0$  et

du paramètre de désaccord  $\nu = 2\pi N(1 - \frac{\lambda_R}{\lambda_L})$ . Ce paramètre permet de quantifier l'écart entre la longueur d'onde de résonance et la longueur d'onde du rayonnement amplifié du LEL. En effet, comme nous le verrons par la suite, le gain du LEL n'est pas toujours maximum pour  $\nu=0$ .

Lorsque  $g_0 \leq 10$ , le LEL est dit en régime "faible gain". Alors [48] :

$$G_M = G(g_0) \approx 0.85g_0 + 0.192g_0^2 + 4.23.10^{-3}g_0^3$$
$$G(g_0, \nu) = \sum_{p=1}^3 g_0^p g_p(\nu)$$
$$g_1(\nu) = \frac{2\pi}{\nu^3} [2(1 - \cos(\nu)) - \nu\sin(\nu)]$$

Pour un klystron optique, composé de deux onduleurs plans,  $g_0$  prend la forme suivante [40] :

$$g_{0,KO} = \frac{r_e \pi N_e (N\lambda_0 K)^2 (F(JJ(\xi)))^2 \tilde{I}(N+N_d)}{\sigma_x \sigma_y e c \gamma^3}$$
(1.53)

Lorsque  $g_0 > 10$ , le LEL est dit en régime de "fort gain". Alors [48] :

$$G_M \approx \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{3}(\pi g_0)^{1/3}} \right] exp[\sqrt{3}(\pi g_0)^{1/3}]$$
$$G(g_0, \nu) \approx \frac{1}{9} \left[ 1 + (6 - \sqrt{3\nu}) \frac{\nu}{9(\pi g_0)^{1/3}} \right] exp[\sqrt{3}(\pi g_0)^{1/3}]$$

Le paramètre  $\nu_M$  permettant d'atteindre le gain maximum est une fonction décroissante de  $g_0$ . Pour  $g_0 < 100$ , l'évolution est reproduite par la relation suivante :

$$\nu_M \cong 2.6 - 1.11[1 - exp(-0.14g_0)]$$

Ces calculs du gain du LEL sont menés à partir d'un modèle à 1D (une dimension). M. Xie a déterminé, par régression sur des calculs numériques à 3D, un facteur de correction  $F_{Xie}$  du gain [49] permettant de prendre en compte les effets 3D d'émittance, de dispersion en énergie et de diffraction. En régime de fort gain,  $G(g_0, \nu)$  devient  $F_{Xie} \times G(g_0, \nu)$  (voir § 1.7.3. Calcul du rayonnement en configuration SASE ou amplificateur injecté).

#### 1.5.3 La longueur de gain du LEL

Le gain du LEL correspond au pouvoir d'amplification des électrons dans l'onduleur. Dans la pratique, ce pouvoir d'amplification est également décrit à l'aide de la longueur de gain [50] :

$$L_{G_M} = \frac{\lambda_0}{4\pi\sqrt{3}\rho} \tag{1.54}$$

Le paramètre de Pierce  $\rho$  [51] est un paramètre clef de caractérisation d'un LEL. Il dépend des paramètres faisceau et de l'onduleur :

$$\rho = \left[\frac{K^2(F(JJ(\xi)))^2}{32} \frac{k_p^2}{k_0^2}\right]^{1/3},\tag{1.55}$$

où  $k_p = \sqrt{2\hat{I}/(\gamma^3 I_A \sigma_x \sigma_y)}$  est le vecteur d'onde d'oscillation plasma, et est lié au gain de la façon suivante :

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\pi g_0}{N^3}\right]^{1/3}.$$
(1.56)

Avec un faisceau d'électrons de haute énergie ( $\gamma \approx 300.8$ ), et de "bonne qualité" (faibles dimensions transverses  $\sigma_{x,y} \approx 250 \mu \text{m}$  et faible émittance  $\epsilon_n \approx 3\pi$ .mm.mrad, fort courant crête  $\hat{I} \approx 300 \text{ A}$ ), le paramètre de Pierce est de l'ordre de  $\approx 10^{-3}$ . Plus  $\rho$  est proche de 1, plus la qualité du faisceau est bonne, plus le gain est élevé et donc plus la longueur de gain est courte. La longueur d'onduleur nécessaire à la saturation du LEL (amplification de l'émission spontanée), dite "Longueur de saturation", est finalement définie par [49] :

$$L_{sat} = L_{G_M} \ln(\frac{P_{sat}}{P_0}) \tag{1.57}$$

où  $P_{sat}$  est la puissance atteinte à la saturation, et  $P_0$  la puissance initiale de l'onde lumineuse. La longueur de gain détermine la configuration de LEL utilisée pour atteindre la saturation.

### **1.6** Les configurations de LELs

En effet, dans le cas d'un LEL de faible gain, la longueur d'onduleur nécessaire pour atteindre la saturation est trop élevée ( $\approx$  km). Il faut recourir à des configurations par exemple en plusieurs passages pour atteindre la saturation. En revanche, dans le cas d'un LEL de fort gain, la longueur d'onduleur nécessaire est de l'ordre de quelques mètres, et la saturation peut être atteinte en un seul passage des électrons dans l'onduleur.

#### 1.6.1 Les configurations de LELs en faible gain

Les LELs basés sur un anneau de stockage ou sur les boucles de re-circulation sont généralement en faible gain.

#### Le LEL oscillateur

En configuration oscillateur [3] (voir Figure 1.10 (a)), une cavité optique est utilisée pour stocker l'émission spontanée émise par les paquets d'électrons traversant successivement la cavité. Le temps d'aller-retour de l'impulsion lumineuse est égal au temps séparant le passage de deux paquets, de façon à amplifier passage après passage l'onde stockée jusqu'à saturation. Le principe du LEL fut démontré dans cette configuration [3]. Le LEL oscillateur permet de générer un rayonnement de forte puissance moyenne (plusieurs kW) mais dans une gamme spectrale limitée par la réflectivité des miroirs de l'infrarouge au VUV.

On peut cependant citer une proposition récente de LEL oscillateur susceptible de rayonner à 1 Å [52]. Basée sur une boucle de re-circulation, cette configuration utilise une cavité formée de deux miroirs en incidence presque normale et un miroir en incidence rasante, permettant de stocker et d'amplifier un rayonnement dans la gamme des rayons X.

#### Le RAFEL

Le RAFEL [53] (Regenerative Amplifier Free Electron Laser) est une configuration de LEL oscillateur avec un gain plus élevé. L'onde lumineuse est stockée dans une cavité optique et amplifiée à chaque passage d'un paquet d'électrons dans l'onduleur. Le RAFEL se distingue de l'oscillateur "classique" par les critères suivants :

– Le gain du RAFEL est plus élevé (plusieurs centaines de % contre  $\approx 1$  %) et permet ainsi la saturation en quelques passages;



FIG. 1.10 – Configurations de LELs non-injectés. (a) Configuration oscillateur : À chaque passage dans l'onduleur, les électrons émettent un rayonnement spontané de faible intensité. Deux miroirs permettent de stocker ce rayonnement à l'intérieur d'un cavité optique alignée sur l'axe magnétique de l'onduleur. Lorsque le temps d'aller-retour dans la cavité optique correspond au temps séparant le passage de deux paquets d'électrons dans l'onduleur, l'impulsion stockée revient se superposer à chaque tour au rayonnement spontané. L'impulsion est ainsi amplifiée tour après tour. Comme dans un laser conventionnel, la saturation est atteinte lorsque le gain égalise les pertes dans la cavité. Lorsque les onduleurs sont en configuration plane, le LEL oscillateur rayonne également sur les harmoniques n impaires du fondamental, c'est-à-dire de la longueur d'onde de résonance. (b) Configuration SASE : À l'entrée de l'onduleur, les électrons émettent un rayonnement spontané de faible intensité. Le long de l'onduleur, l'échange d'énergie entre l'onde électromagnétique et les électrons entraîne une modulation en énergie de la distribution électronique, progressivement transformée en une modulation en densité. La structure en micro-paquets permet d'amplifier exponentiellement l'onde électromagnétique. La saturation est atteinte en fin d'onduleur, lorsque la modulation en densité se dégrade et que la perte en énergie des électrons au profit de l'onde lumineuse n'autorise plus d'interaction. Le LEL en SASE rayonne sur le fondamental et sur ses harmoniques n.

- La réflectivité nécessaire des optiques est nettement inférieure (environ 50 % contre plus de 90 %) et étend ainsi la gamme spectrale du rayonnement à l'UV voire à l'XUV;
- Du fait de cette faible réflectivité, le niveau de performance du LEL est moins sensible à la dégaradation des mirroirs;
- Le faible nombre de passages nécessaires à la saturation relache les contraintes en terme d'alignement des miroirs de la cavité.

Cette configuration a été démontrée dans l'infrarouge [54], des projets ont été étudiés dans l'UV [55, 56] et les rayons X [57].

#### Le LEL en configuration de Génération d'Harmoniques Cohérentes

Dans le cas de la Génération d'Harmoniques Cohérentes [58] (GHC), une impulsion lumineuse de forte intensité (supérieure à celle de l'émission spontanée de plusieurs ordres de grandeurs) est utilisée pour effectuer la modulation en énergie des électrons. La source injectée peut être l'impulsion LEL elle-même dans le cas d'un LEL oscillateur (on parle alors d'injection "interne"), soit une source laser externe (on parle alors d'injection "externe").

La source est injectée dans un premier onduleur, dit "modulateur", où se produit la modulation en énergie. La longueur d'onde de résonance du modulateur  $\lambda_R$  est accordée sur la longueur d'onde d'injection  $\lambda_L$ . Les électrons pénètrent ensuite dans une section dispersive [39], où règne sur une grande période un champ magnétique plus élevé. Dans cette "chicane magnétique", les électrons de haute énergie parcourent une distance plus longue que les électrons de faible énergie. La modulation en énergie est ainsi rapidement transformée en une modulation en densité à la longueur d'onde  $\lambda_L$  et sur ses harmoniques  $\lambda_L/h$ . Cette structure en micro-paquets permet aux électrons, lorsqu'ils pénètrent dans un deuxième onduleur, dit "radiateur", de produire un rayonnement cohérent. Lorsque la longueur d'onde de résonance du radiateur est accordée sur le fondamental  $\lambda_L$ , le rayonnement du LEL est généré à la longueur d'onde  $\lambda_L$  et sur ses harmoniques  $\lambda_L/n$  (voir Figure 1.13 (b)). La densité électronique étant également modulée aux harmoniques du fondamental, le radiateur peut être accordé sur une harmoniques  $(\lambda_L/h)/n$ (voir Figure 1.13 (c)). Cette configuration permet d'augmenter la multiplication en fréquence. L'intensité du rayonnement cohérent est proportionnelle à  $N_e^2$ ,  $N_e$  étant le nombre d'électrons.

Le LEL de UVSOR-II, étudié plus en détail dans le Chapitre 2, est un exemple de LEL en configuration de GHC.

#### **1.6.2** Les configurations de LELs en fort gain

#### Le LEL amplificateur en configuration SASE

Dans le cas des LELs amplificateurs en configuration SASE [59, 51] (Self Amplified Spontaneous Emission), le gain est suffisamment élevé pour que la saturation soit atteinte en un seul passage (voir Figure 1.10 (b)) (La longueur d'onduleur nécessaire reste cependant généralement élevée –de quelques dizaines à quelques centaines de mètres– rendant les installations peu compactes et donc coûteuses). Le processus d'amplification démarre à partir du bruit de fond de la distribution électronique, c'est–à–dire de l'émission spontanée. Cette émission module la distribution électronique à plusieurs fréquences dont certaines proches de la longueur d'onde de résonance. Ces fréquences sont excitées dans l'onduleur et initient le processus d'amplification [60].



FIG. 1.11 – Évolution de l'intensité lumineuse le long de l'onduleur. H1 : à la longueur d'onde fondamentale  $\lambda_R$ =500 nm, H3 : sur l'harmonique 3 ( $\lambda_R/3$ =166 nm), H5 : sur l'harmonique 5 ( $\lambda_R/5$ =100 nm). Etapes du processus d'amplification : (a) Modulation en énergie, (b) Modulation en densité, (c) Rayonnement cohérent, (d) Saturation. Simulation effectuée avec le code PERSEO et les paramètres suivants (LEL de SPARC en configuration SASE) : E=200 MeV,  $\hat{I}$ =100 A,  $\epsilon_n$ =1 $\pi$ .mm.mrad,  $\sigma_e$ =3.5 ps,  $\sigma_{\gamma} = 2 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda_0$ =28 mm, K=3.

L'évolution de la puissance du LEL le long de l'onduleur est alors décrite par la loi exponentielle suivante :

$$P \propto e^{z/L_{G_M}},\tag{1.58}$$

avec z la position le long de l'onduleur. La longueur d'onduleur nécessaire à la saturation du LEL en SASE est la longueur de saturation définie précédemment. Pour un faisceau de bonne qualité ( $\rho \approx 10^{-3}$ ) et un onduleur de courte période ( $\lambda_0=15$  mm), elle est de l'ordre de 9 m. L'évolution de la puissance du LEL le long de l'onduleur est illustrée en Figure 1.11.

L'interaction non linéaire entre l'onde lumineuse amplifiée et le paquet d'électrons entraîne la génération d'harmoniques non linéaires. La puissance de saturation décroît et la longueur de saturation croît avec l'ordre harmonique n (voir Figure 1.11).

En configuration SASE, il est possible d'atteindre des puissances crête de l'ordre du GW sur le fondamental et du MW sur les harmoniques. Le domaine spectral n'est plus limité par la reflectivité des optiques disponibles, comme dans le cas de l'oscillateur, et peut s'étendre jusqu'aux rayons X. À l'heure actuelle, la limitation en longueur d'onde vient de la technologie mature des onduleurs ( $\lambda_0 \geq 15$  mm, et  $K \leq 4$ ) et des accélérateurs ( $Q \leq 1$  nC,  $\sigma_e \geq 0.5$  ps,  $\epsilon \geq 1 \pi$ .mm.mrad).

Cependant, l'émission spontanée module la distribution électronique avec d'importantes fluctuations réparties aléatoirement dans le domaine temporel et spatial. Les électrons étant décorrélés, l'amplification cohérente se fait sur une très courte longueur par rapport à la longueur totale de la distribution. Le rayonnement généré par une telle distribution présente donc des amplitudes et des phases aléatoires dans le domaine temporel et spectral. Lorsque la saturation est atteinte, l'impulsion LEL est caractérisée par une enveloppe temporelle de largeur T et spectrale de largeur  $\Delta \omega \approx \rho \omega_R$ . Le spectre de l'impulsion de durée T contient ainsi des raies, dites "spikes", de largeur 1/T. De même, la distribution temporelle de l'impulsion de largeur spectrale  $\rho \omega_R$ contient des micro-impulsions de longueur  $1/\rho \omega_R$ . L'intensité relative de ces micro-structures varie fortement [61]. Le LEL en configuration SASE présente une faible cohérence temporelle.



FIG. 1.12 – Énergie par impulsion en fonction de la distance dans le radiateur pour deux puissances d'injection : (a) 1.8 MW et (b) 30 MW, dans le cas d'un LEL en configuration HGHG (NSLS DUV FEL). Les courbes solides correspondent à des simulations effectuées avec le code TDA [62]. Figure extraite de [43].

#### Le LEL amplificateur injecté

Lorsque le LEL n'amplifie plus l'émission spontanée des électrons, mais une source externe injectée dans l'onduleur, le LEL est dit en configuration "amplificateur injecté". La source externe est synchronisée et superposée spatialement au faisceau d'électrons à l'entrée de l'onduleur, et la longueur d'onde de résonance de l'onduleur  $\lambda_R$ , via l'entefer, est ajustée à la longueur d'onde de la source  $\lambda_L$  (accord spectral). Comme en SASE, le rayonnement du LEL est généré à la longueur de résonance de l'onduleur et sur ses harmoniques.

D'une part, l'injection permet de renforcer le processus de modulation en énergie des paquets : l'interaction avec une onde lumineuse d'intensité plus élevée que celle de l'émission spontanée est plus efficace. La longueur de saturation et par conséquent la longueur de l'onduleur sont réduites [43]. Dans l'exemple présenté en Figure 1.12, la réduction est de l'ordre de 20%. La puissance de saturation d'un LEL injecté est identique à la puissance de saturation définie dans le cas d'un LEL en configuration SASE, et peut donc atteindre, en régime de fort gain, des puissances de l'ordre du GW.

D'autre part, grâce à l'injection d'une source cohérente, les micro-paquets sont corrélés, rendant le rayonnement du LEL cohérent temporellement [63, 64].

Enfin, la stabilité en longueur d'onde et en puissance de la source injectée permet de stabiliser le rayonnement du LEL [65].

La source injectée peut être un laser conventionnel, éventuellement doublé ou triplé en fréquence dans des cristaux, ou une source harmonique, le critère principal de sélection étant sa cohérence (temporelle et spatiale), sa longueur d'onde, sa puissance et son accordabilité.

Le LEL amplificateur injecté, constitué d'un seul onduleur de période constante, est la configuration la plus simple de LEL injecté en régime de fort gain (voir Figure 1.13 (a)). Des configurations plus élaborées permettent d'accélérer davantage le processus de modulation et de favoriser la génération d'harmoniques d'ordre supérieur.



FIG. 1.13 – Configurations de LELs injectés. a) LEL amplificateur injecté (configuration du LEL installé sur le prototype de SCSS), b) LEL en configuration de génération d'harmoniques où modulateur et radiateur sont accordés sur le fondamental (configuration du LEL de UVSOR-II) et c) où le radiateur est accordé sur une harmonique du fondamental (configuration du LEL de LETTRA).
#### Le LEL en configuration de génération d'harmoniques : HGHG

C'est le cas de la configuration dite High-Gain Harmonic Generation [66] (HGHG). Comme pour la configuration GHC, une source externe est utilisée pour effectuer la modulation en énergie des électrons dans un modulateur. En revanche, le gain du LEL étant plus élevé, les besoins en terme de puissance injectée sont relaxés. Toujours comme pour la configuration GHC, la modulation en énergie est ensuite transformée en modulation en densité dans une section dispersive. Dans la première partie du radiateur, les électrons génèrent un rayonnement cohérent. Puis, grâce au gain élevé du LEL, ce rayonnement est amplifié exponentiellement jusqu'à ce que la saturation soit atteinte. La longueur d'onde de résonance du radiateur est généralement accordée sur une harmonique de la longueur d'onde  $\lambda_L/h$  et sur ses harmoniques  $(\lambda_L/h)/n$ .

Le LEL de SPARC, qui sera étudié plus en détail dans le Chapitre 3, ainsi que les principaux LELs d'ARC–EN–CIEL, présentés au Chapitre 4, sont des exemples de LELs en configuration HGHG.

#### Autre LEL en régime de fort gain

Une autre technique, dite de "Self-Seeding" [67], a également été proposée comme méthode d'injection d'un LEL en régime de fort gain. Dans cette configuration, le rayonnement issu d'un premier onduleur est filtré spectralement à l'aide d'un monochromateur et utilisé comme source d'injection pour un second onduleur. Ce schéma est, d'une part, difficile à mettre en œuvre, et d'autre part, conduit à un rayonnement très fluctuant en intensité tir à tir, en raison des fortes fluctuations du spectre en entrée du monochromateur (spectre de rayonnement type SASE).

Depuis l'avènement du LEL en 1977, les diverses configurations mises au point ont permis de raccourcir la longueur d'onde du rayonnement et d'améliorer les qualités du rayonnement, notamment en terme de cohérence temporelle.

#### 1.7 Calcul du rayonnement d'un LEL

Le rayonnement du LEL peut être, dans une certaine mesure, traité analytiquement. Le cas des LELs à plusieurs passages (oscillateur et RAFEL) ne sera pas traité. Nous ne présenterons ici que le cas des LELs en simple passage.

#### 1.7.1 Cinématique des électrons dans l'onduleur

La cinématique des électrons relativistes en présence du champ magnétique de l'onduleur  $\vec{B}$  et du champ électrique de l'onde lumineuse  $\vec{E}_L$  est régie par les deux premières équations de Lorentz :

$$\frac{d\vec{\beta_e}}{dt} = \frac{e}{\gamma mc} \vec{\beta_e} \times \vec{B} \tag{1.59}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{e}{mc}\vec{E_L}.\vec{\beta_e} \tag{1.60}$$

L'équation (1.59) détermine la trajectoire et l'équation (1.60) la variation d'énergie des électrons.

Avec les équations (1.30) et (1.34), l'expression (1.60) devient (dans le cas d'un onduleur hélicoïdal) :

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eK_{x,y}}{\gamma mc} E_L[\cos(k_0 z)\cos(k_L z - \omega_L t + \phi_0) - \sin(k_0 z)\sin(k_L z - \omega_L t + \phi_0)]$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eK_{x,y}}{\gamma mc} E_L \cos(\phi)$$
(1.61)

 $\phi = k_0 z + k_L z - \omega_L t + \phi_0$  est la phase relative des électrons dans le champ pondéromoteur de l'onde lumineuse (un champ est dit pondéromoteur lorsqu'il crée une force non linéaire qui s'exerce sur une particule chargée). Dans le cadre de l'approximation paraxiale (on néglige les variations de la vitesse longitudinale),  $\frac{d}{dt} \approx c\beta_{ez}\frac{d}{dz} \approx c\frac{d}{dz}$ , l'équation (1.61) devient :

$$\frac{d\gamma}{dz}(z,t) = -\frac{eK_{x,y}E_L}{\gamma mc^2} \cos(\phi(z,t))$$
(1.62)

Lorsque l'amplitude  $\frac{eK_{x,y}E_L}{\gamma mc^2}$  est constante, l'équation (1.62) correspond à l'équation du pendule. D'autre part, la phase relative  $\phi$  peut être ré-écrite de la façon suivante :

$$\phi(z,t) = k_0 z + k_L z - \omega_L t + \phi_0$$
  
$$\phi(z) = (k_0 + k_L (1 - \frac{1}{\beta_{ez}}))z + \phi_0$$

Après dérivation par rapport à z, on obtient une équation différentielle pour la phase :

$$\frac{d\phi}{dz}(z) = k_0 + k_L(1 - \frac{1}{\beta_{ez}(z)})$$

Puis, en remplaçant  $\beta_{ez}$  par son expression en fonction de K et  $\gamma$  (voir Eq.(1.31)) :

$$\frac{d\phi}{dz}(z) = (k_0 - k_L \frac{1 + K^2}{2\gamma^2(z)})$$

Avec  $\gamma_R$  l'énergie à la condition de résonance, la cinématique des électrons est finalement décrite par le système suivant :

$$\frac{d\phi}{dz}(z) = k_0 \left(1 - \frac{\gamma_R^2}{\gamma^2(z)}\right) \tag{1.63}$$

$$\frac{d\gamma}{dz}(z) = -\frac{eK_{x,y}E_L}{\gamma(z)mc^2}\cos(\phi(z))$$
(1.64)

Comme introduit précédemment (voir § 1.5.), l'échange d'énergie conduit à une modulation en énergie puis en phase du paquet d'électrons. Au premier ordre, l'échange d'énergie est nul : autant de particules perdent et gagnent de l'énergie. Mais au second ordre, la modulation du paquet modifie la phase de l'onde électromagnétique, ce qui permet, en moyenne, aux électrons de céder de l'énergie au profit de l'onde lumineuse.

Il est possible de prendre en compte dans ces deux équations, via la définition du champ magnétique dans l'onduleur, les effets d'émittance : naturellement, un paquet d'électrons de dimension finie diverge le long de l'onduleur. Des champs magnétiques de focalisation, générés soit par l'onduleur lui-même, soit à l'aide d'aimants supplémentaires, sont nécessaires pour maintenir sa taille constante. On notera  $\bar{\beta}$  la valeur moyenne de la force de focalisation le long de l'onduleur.

Cette phase d'échange d'énergie, conduisant à une modulation en énergie du paquet d'électrons, est commune à toutes les configurations de LELs, en faible et fort gain, et constitue le principe de base du rayonnement d'un LEL. Le calcul du rayonnement en configuration GHC, SASE, amplificateur injecté et HGHG est ensuite traité séparément.

#### 1.7.2 Calcul du rayonnement en configuration GHC

Un premier modèle analytique décrivant la génération d'harmoniques cohérentes en régime de faible gain a été developpé en 1982 [58] dans le cas où modulateur et radiateur sont accordés sur le fondamental. Ce modèle est détaillé en Annexe A. Le modèle developpé en 1991 [66], valable en régime de faible et de fort gain, est présenté ici.

En configuration GHC, une impulsion lumineuse intense est injectée dans un premier onduleur : le modulateur. L'intéraction entre le champ électrique de l'impulsion  $E_L$  et les électrons conduit à un échange d'énergie maximum  $\Delta \gamma$  qui s'écrit simplement :

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2 mc^2} F(JJ(\xi)).$$
(1.65)

D'après les équations de cinématique précédentes (voir Eq. (1.63)), l'avance de phase introduite dans le modulateur s'écrit :

$$\Delta\phi_{mod} \approx n \frac{2k_{0,mod}}{\gamma} \frac{1}{2} \Delta\gamma N_{mod} \lambda_{0,mod}, \qquad (1.66)$$

avec  $k_{0,mod} = \frac{2\pi}{\lambda_{0,mod}}$ ,  $\lambda_{0,mod}$  la période,  $N_{mod}$  le nombre de périodes du modulateur et n le numéro harmonique. Le facteur  $\frac{1}{2}$  tient compte du fait que le processus de modulation est en cours.

Afin de transformer la modulation en énergie en une modulation en densité, les électrons passent dans une section dispersive, caractérisée à l'aide de son nombre de périodes équivalentes  $N_d$ . L'avance de phase introduite par la section dispersive s'écrit :

$$\Delta\phi_{SD} \approx (\frac{d\phi}{d\gamma})_{disp} \Delta\gamma$$
$$\Delta\phi_{SD} \approx \frac{2k_{0,mod}}{\gamma} \frac{1}{2} \Delta\gamma N_d \lambda_{0,mod}.$$
(1.67)

L'avance de phase introduite dans le radiateur s'écrit :

$$\Delta\phi_{rad}(r,z) \approx \frac{2k_{0,rad}}{\gamma} \Delta\gamma z, \qquad (1.68)$$

avec  $k_{0,rad} = \frac{2\pi}{\lambda_{0,rad}}$ ,  $\lambda_{0,rad}$  la période du radiateur et z la distance parcourue dans le radiateur. Finalement, l'avance de phase totale introduite successivement dans le modulateur, la section dispersive puis le radiateur s'écrit :

$$\Delta \phi(z) = \Delta \phi_{mod} + \Delta \phi_{SD} + \Delta \phi_{rad}(r, z)$$
$$= \frac{2\pi}{\gamma} \Delta \gamma \times [N + N_d + \frac{2z}{\lambda_{0, rad}}].$$

La modulation en densité résultant de cette avance de phase est décrite à l'aide de la fonction de modulation  $b_n(r, z)$ :

$$b_n(r,z) = \left| \left\langle e^{-in\phi_j} \right\rangle \right|$$
$$= exp\left[-\frac{1}{2}n^2\sigma_\gamma^2 \left(\frac{d\phi}{d\gamma}\right)^2\right] \left| J_n[n\Delta\gamma(\frac{d\phi}{d\gamma})] \right|$$

32

avec  $\phi_j$  la phase relative de l'électron j définie précédemment. Ainsi, la modulation en densité peut être optimisée à l'aide de l'argument de la fonction de Bessel  $n\Delta\gamma(\frac{d\phi}{d\gamma})$ , c'est-à-dire l'avance de phase générée dans le modulateur, la section dispersive et le radiateur. Sachant que la fonction de Bessel  $J_n(x)$  atteint un maximum en  $x \approx 1.2n$ , la modulation en densité est optimale pour :

$$n\Delta\gamma(\frac{d\phi}{d\gamma}) \approx 1.2n.$$
 (1.69)

Dans la pratique, l'avance de phase est généralement ajustée via le pramètre  $N_d$  en faisant varier le champ magnétique dans la chicane. Dans le cas de UVSOR-II,  $N_d$  dépend de l'entrefer des onduleurs, et ne peut être ajusté indépendamment.

Grâce à la modulation en densité, la distribution électronique émet un rayonnement cohérent. Ce type de rayonnement est produit au cours de la phase de léthargie, soit sur une distance de deux longueurs de gain dans le radiateur :  $2L_{G_M,rad}$ . Au-delà de  $z = 2L_{G_M,rad}$ , le rayonnement cohérent est amplifié de façon exponentielle. Dans le cas d'un LEL de faible gain, cette phase n'est pas entamée, la longueur de gain étant de l'ordre de la longueur du radiateur. Lorsque le radiateur est accordé sur l'harmonique h du modulateur, la puissance du rayonnement cohérent sur l'harmonique n est proportionnelle au carré de la fonction de modulation  $b_{n \times h}(z)$ :

$$P_n^{coh}(z) = \frac{Z_0 4 b_{n \times h}^2(z) N_e^2 e^2 \gamma^2 N^2}{16\sqrt{2}\sigma_e^2} \frac{1}{k_L^2 \sigma_\perp^2} \frac{K^2}{(1+K^2/2)^2} \times [J_{\frac{n+1}{2}}(\frac{nK^2}{4+2K^2}) - J_{\frac{n-1}{2}}(\frac{nK^2}{4+2K^2})]^2,$$
(1.70)

avec  $Z_0 = 120\pi\Omega$  l'impédance du vide, N le nombre de périodes dans le radiateur, .

En résumé, l'injection d'une source externe permet la modulation en énergie puis en densité (notamment à l'aide d'une section dispersive) de la distribution électronique. Celle–ci rayonne alors de façon cohérente dans le radiateur. La puissance du rayonnement est proportionnelle au carré du courant crête (signature typique d'un rayonnement cohérent) et au carré de la fonction de modulation.

La modulation effectuée par le laser se faisant sur le fondamental et sur les harmoniques, le rayonnement cohérent est généré sur le fondamental du radiateur et sur ses harmoniques.

#### 1.7.3 Calcul du rayonnement en configuration SASE ou amplificateur injecté

Le rayonnement d'un LEL en configuration amplificateur : SASE ou injecté, peut être calculé de façon analytique.

#### a) Les équations couplées de Maxwell-Klimontovitch

En régime de fort gain, l'amplitude de l'onde lumineuse croît rapidement le long de l'onduleur. Les équations du pendule doivent donc être intégrées numériquement pas à pas dans l'onduleur. Une autre méthode consiste à utiliser l'équation de Maxwell pour décrire le champ électromagnétique transverse  $E_{L,x}$ , à savoir [68] :

$$\left(\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 - \nabla_{\perp}^2\right)E_{L,\nu}(\vec{x},t;z) = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2}\left(\frac{\partial j_x}{\partial t} + c^2\frac{\partial(en_e)}{\partial x}\right).$$
(1.71)

 $\nabla^2_{\perp}$  est le Laplacien transverse et  $\vec{x}$  le vecteur position en transverse. Le terme de droite, le terme source, correspond aux variations de densité de courant  $j_x = ec\beta_{xe}n_e$  et de densité de charge

 $n_e$  du paquet d'électrons. En régime de fort gain,  $c^2 \frac{\partial (en_e)}{\partial x}$  peut souvent être négligé par rapport à  $\frac{\partial j_x}{\partial t}$ . Le calcul se poursuit dans l'espace des fréquences  $\nu$ , où l'amplitude du champ devient  $E_{L,\nu}(\vec{x}; z)$ . En considérant que l'onde lumineuse suit une évolution lente à l'échelle d'une période de l'onduleur par rapport à son évolution sur la totalité des périodes de l'onduleur, le spectre du rayonnement est piqué autour de la fréquence de résonance, avec une largeur de bande  $\Delta \nu \ll 1$ et le terme d'ordre 2  $\left| \frac{\partial^2 E_{\nu}}{\partial^2 z} \right|$  négligé par rapport au terme d'ordre 1. (1.71) prend la forme d'une équation paraxiale [69] (équation de Helmholtz décrivant la propagation d'un faisceau gaussien dans un milieu non linéaire dans le cadre de l'approximation paraxiale [70]).

Le terme source, c'est-à-dire la dynamique du paquet d'électrons, est ensuite décrit à l'aide d'une fonction de distribution de Klimontovich [71] permettant de prendre en compte la distribution discrète des électrons :

$$F(\phi, \eta_{\gamma}, \vec{x}, \vec{p}; z), \tag{1.72}$$

régie par l'équation de continuité :

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \eta_{\gamma}} \frac{\partial \eta_{\gamma}}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \vec{x}} \frac{\partial \vec{x}}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \vec{p}} \frac{\partial \vec{p}}{\partial z} = 0.$$
(1.73)

 $\vec{x}$  et  $\vec{p}$  sont les vecteurs position et moment et  $\eta_{\gamma} = \frac{\gamma - \gamma_R}{\gamma_R}$ . En exprimant la densité de courant  $j_x$  en fonction de la fonction de distribution F dans (1.71), l'équation de Maxwell (1.71) et l'équation de continuité (1.73) forment le système d'équations couplées dit de "Maxwell-Klimontovich", qui va permettre de décrire l'évolution du LEL.

#### b) Résolution dans le régime exponentiel

Au cours de la première phase d'amplification, avant la saturation, les équations peuvent être linéarisées selon l'amplitude du champ électrique normalisée avec les paramètres décrivant le système (dans le cas d'un onduleur plan) :

$$a_{\nu}(\hat{x},\hat{z}) = \frac{eKF(JJ(\xi))}{4\gamma_R^2 mc^2 k_0 \rho} e^{-i\Delta\nu k_0 z} E_{L,\nu}$$
(1.74)

Les coordonnées normalisées sont :

$$\hat{z} = 2\rho k_0 z, \quad \hat{\eta}_{\gamma} = \eta_{\gamma}/\rho, \quad \hat{\nu} = \nu/\rho, \quad \hat{\vec{x}} = \vec{x}\sqrt{2k_L k_0 \rho}, \quad \hat{\vec{p}} = \vec{p}\sqrt{k_L/(2k_0 \rho)}$$
(1.75)

Cette linéarisation permet de simplifier le système de "Maxwell-Klimontovich", et de poser le problème dit "problème à 3D de la valeur initiale pour un LEL" [68]. On se réfère par la suite à ce problème à l'aide du symbole ( $\Box$ ). Il s'agit de résoudre une équation différentielle régissant l'évolution de la puissance du LEL le long de l'onduleur à partir d'un état initial donné, dépendant de la distribution électronique et d'un éventuel signal injecté.

#### b-i) Résolution du problème homogène $(\Box_0)$

Lorsque l'on considère le cas d'une distribution sans modulation initiale ni bruit de fond (F est remplacée par sa moyenne sur  $\phi$ ), le problème est dit homogène, et noté ( $\Box_0$ ). Une solution de la forme :  $A_n(\hat{x})e^{-i\mu_n\hat{z}}$  est recherchée.  $\mu_n$  est le coefficient de croissance et  $A_n(\hat{x})$  le profil transverse du mode n. Il existe de nombreuses solutions de cette forme, aussi  $a_{\nu}$  est exprimée sous la forme d'une somme des modes propres  $a_{\nu}(\hat{x}, \hat{z}) = \sum_{0}^{\infty} C_n A_n(\hat{x})e^{-i\mu_n\hat{z}}$ , avec  $C_n$  le coefficient d'expansion du mode. En régime de fort gain, un mode fondamental quasiment Gaussien avec le coefficient le plus élevé  $\operatorname{Im}(\mu_0)$  domine généralement les autres modes d'ordre supérieur,

de sorte que :  $a_{\nu}(\hat{x}, \hat{z}) \approx C_0 A_0(\hat{x}) e^{-i\mu_0 \hat{z}}$  quand  $\hat{z} >> 1$ .

Résolution de  $(\square_0)$  dans le cas du faisceau idéal :

On commence par traiter le cas "simple" du faisceau dit idéal. Le faisceau d'électrons est alors considéré parallèle, sans dispersion angulaire, uniforme selon z, de dimensions transverses infinies (et donc sans dépendance transverse) et de dispersion en énergie nulle. La résolution du système homogène conduit à :  $\mu^2(\mu - \Delta \hat{\nu}) = 1$ , dont une seule solution mène à l'amplification de  $a_{\nu}$  :  $\mu = (-1 + i\sqrt{3})/2$ . La puissance du LEL croît alors exponentiellement selon :

$$P \propto e^{z/L_{G_M}}.\tag{1.76}$$

On retrouve la longueur (essentielle) de gain  $L_{G_M} = \frac{\lambda_0}{4\pi\sqrt{3}\rho}$ , précédemment introduite.

Résolution de  $(\square_0)$  dans le cas d'un faisceau réaliste :

Dans ce cas, le faisceau est caractérisé par une émittance  $\epsilon$  finie, et décrit par des profils gaussiens en transverse et en énergie (de largeurs respectives  $\sigma_{x,y}$  et  $\sigma_{\gamma}$ ). Le mode fondamental  $A_0$ satisfait une relation de dispersion [72, 73] (déclinée à partir du système homogène ( $\Box_0$ ). Quatre paramètres fondamentaux permettent de définir entièrement  $A_0$  et le coefficient de croissance  $\mu_0$ :

 $\hat{\sigma_x}^2 = \sigma_x^2 2kk_0\rho = \frac{Z_R}{\sqrt{3}2L_{G_M}}$  caractérise les effets de diffraction. Pour limiter l'augmentation des dimensions transverses du faisceau, qui réduit l'interaction, le gain doit être suffisamment élevé :  $\hat{\sigma_x} > 1$ , c'est-à-dire  $Z_R > L_{G_M}$ .

 $\Delta \hat{\nu}$  prend en compte l'effet du désacord en fréquence (écart normalisé entre  $\lambda_L$  et  $\lambda_R$ ). Puisqu'un électron "recule" de  $\lambda_L$  à chaque période d'onduleur, si  $\lambda_L \neq \lambda_R$ , l'électron perçoit une onde avec une phase différente à chaque période. Pour préserver le gain, la dispersion en phase introduite par le désaccord spectral doit rester faible :  $\Delta \hat{\nu} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_R} \frac{1}{2\rho} < 1$ .

 $\hat{\sigma_{\gamma}}$  représente l'effet de la dispersion en énergie. Toujours pour préserver le gain, la dispersion en longueur d'onde de résonance induite par la dispersion en énergie doit rester faible :  $\hat{\sigma_{\gamma}} = \frac{\Delta\gamma}{\gamma\rho} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_R} \frac{1}{\rho} < 1$ , ou encore  $\sigma_{\gamma} < \rho$ .

 $\hat{\sigma_{\gamma}}\hat{k\beta}$  représente l'effet de la dispersion angulaire pour un faisceau d'émittance finie, avec  $\hat{k_{\beta}} = 1/(2k_0\bar{\beta}\rho)$ . De même, l'émittance doit satisfaire  $\epsilon < \frac{\lambda_R\beta}{4\pi L_{G_M}}$ .

Au vu de la définition de ces quatre paramètres, la longueur de gain  $L_{G_{M-3D}}$  apparaît comme une grandeur essentielle à la caractérisation du LEL :

$$L_{G_M-3D} = \frac{\lambda_0}{8Im(\mu_0)\pi\rho} = \frac{\lambda_0}{4\pi\sqrt{3}\rho}(1+\Lambda),$$
 (1.77)

A permettant de quantifier les effets de dégradation cités précédemment. Lorsque les quatre paramètres précédents sont connus, la résolution de la relation de dispersion à l'aide de méthodes variationnelles [74, 72, 73], d'un développement avec fonction orthogonale [75] ou encore d'outils numériques [73] permet de calculer  $\mu_0$ , et donc  $L_{G_M-3D}$ . Mais la résolution reste pointue. À partir de la solution variationnelle, Ming Xie [73, 49] a obtenu une formule par régression de la longueur de gain, dépendant des trois paramètres sans dimension  $\eta_d = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_x^2}$ ,  $\eta_\epsilon = \frac{2}{\sqrt{3}}\hat{k_\beta}\sigma_x^2$ et  $\eta_\gamma = \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{3}}$ , le quatrième paramètre, le detuning, servant à minimiser la longueur de gain. Le désaccord entre cette formule et les calculs numériques est typiquement de l'ordre de 10% [68].

#### b-ii) Résolution du problème inhomogène

Le "problème à 3D de la valeur initiale" ( $\Box$ ) pour un LEL peut être résolu dans le cas le plus général à l'aide de la méthode d'expansion du mode normal de Van Kampen [60, 76] (d'autres méthodes équivalentes peuvent être employées [77, 76]). Dans la limite d'un fort gain, seul le mode fondamental est conservé dans les équations, et  $a_{\nu}(\hat{x}, \hat{z})$  s'exprime ainsi :

$$a_{\nu}(\hat{x},\hat{z}) = e^{-i\mu_0\hat{z}}A_0(\hat{x})[TC(\mu_0,\nu) + ES(\mu_0,\nu)]$$
(1.78)

Le premier terme  $TC(\mu_0, \nu)$  décrit le procédé d'amplification à partir d'un signal cohérent injecté  $a_{\nu}(\hat{x}, 0)$  à la fréquence  $\omega_L$ . Le second terme  $ES(\mu_0, \nu)$  décrit le procédé d'amplification à partir du bruit de fond, c'est-à-dire le cas du SASE.

Après intégration sur les coordonnées transverses, et introduction de la dépendance spectrale de  $\mu_0$ , la puissance spectrale en régime de fort gain du LEL est obtenue dans le cas d'un faisceau d'électron uniforme de longueur  $T_e$ :

$$\frac{dP}{d\omega} = \frac{\gamma_R mc^3 n_0 \pi}{2\rho \omega_R^2 T_e} \int dx^2 \langle |a_\nu| \rangle^2$$
$$\frac{dP}{d\omega} = g_A \left[ \frac{dP_0}{d\omega} + g_S \frac{\rho \gamma_R mc^2}{2\pi} \right] exp(\frac{z}{L_G} - \frac{\Delta \omega^2}{2\sigma_\omega^2})$$
(1.79)

 $\frac{dP_0}{d\omega}$  représente la puissance spectrale injectée,  $\frac{\rho\gamma_R mc^2}{2\pi}$  la puissance spectrale du bruit de fond du SASE à 1D [60] correspondant à l'émission spontanée dans l'onduleur sur une distance de deux longueurs de gain [78].  $g_a$  (resp.  $g_S$ ) est un coefficient de couplage entre le mode fondamental et le signal injecté (resp. le bruit). On retrouve une somme de deux termes, l'un associé à l'injection d'un signal cohérent et l'autre associé au SASE.

Enfin  $\sigma_{\omega}$  est la largeur spectrale du LEL en SASE. Dans le cas à 1D, et pour un faisceau sans dispersion en énergie :  $g_A = 1/9$ ,  $g_S = 1$  et :

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\rho}{k_0 z}} \omega_L \tag{1.80}$$

Dans le cas de distributions électroniques plus générales, la largeur de raie décroît le long de l'onduleur pour atteindre typiquement  $\approx \rho \omega_R$  à la saturation. Au final, la puissance d'un LEL en SASE est définie ainsi :

$$P_{SASE} = g_A P_{e-utile} exp(\frac{z}{L_{G_M-3D}}), \qquad (1.81)$$

avec  $P_{e-utile} = g_S \sigma_\omega \frac{\rho_{\gamma_R mc^2}}{\sqrt{2\pi}}$  la puissance utile du bruit de fond pour le SASE.

#### b-iii) Utilisation du formalisme de Green

La méthode de Van Kampen et ses équivalents, cités précédemment, permettent de résoudre le "problème à 3D de la valeur initiale" ( $\Box$ ) dans le cas le plus général : le faisceau est réaliste et les dimensions transverses sont prises en compte. Les solutions obtenues sont notamment utiles pour l'étude de l'évolution des modes transverses du LEL et du phénomène de "guidage optique" (voir § 1.8.2. Cohérence spatiale).

Lorsque les dimensions transverses ne sont pas prises en compte, la relation de dispersion peut être résolue à l'aide d'une transformée de Laplace [79]. Le champ  $a_{\nu}(\hat{z})$  est ensuite obtenu par transformée de Laplace inverse, et développé en une somme de fonctions de Green [80, 81].

Cette méthode est actuellement de plus en plus utilisée, notamment pour traiter les questions de dérive en énergie de la distribution électronique [81, 82] ou en phase de l'impulsion injectée dans un LEL [64], ainsi que les questions de conservation de la cohérence dans un LEL injecté [64].

#### Résolution dans le régime saturé

Le régime de croissance exponentielle ne peut se maintenir indéfiniment : le LEL finit par saturer. Pour satisfaire la conservation de l'énergie du système, la puissance de l'onde croît au détriment de l'énergie des électrons. De plus, l'augmentation de la dispersion en énergie réduit considérablement le gain du LEL.

La saturation est due à des effets non linéaires, et peut être traitée à l'aide d'un modèle analytique quasi linéaire prenant en compte les termes du second ordre apparaissant dans l'équation de continuité pour la distribution des particules [60, 83]. Avec  $f = \frac{2k_0\rho^2}{k}F$  (F étant défini en (1.72)), la fonction de distribution peut s'écrire sous la forme d'une somme de deux termes :

$$f = f_0 + \int f_{\nu}(\hat{\eta}; \hat{z}) e^{i\nu\phi} d\nu + c.c., \qquad (1.82)$$

c.c. étant le complexe conjugué. Le premier terme représente la moyenne de f sur l'ensemble des  $\phi$  et le second terme la modulation de la distribution. Dans le cas du régime linéaire,  $\frac{\partial f_0}{\partial \hat{z}} = 0$  et  $|a_{\nu}|, |f_{\nu}| << 1$ . À présent,  $f_0$  dépend de la coordonnée  $\hat{z}$  le long de l'onduleur, et  $|a_{\nu}|, |f_{\nu}| \approx 1$ . La distribution initiale en énergie change rapidement selon  $\hat{z}$ , c'est-à-dire le long de l'onduleur. Le système de "Maxwell-Klimontovitch" peut être réécrit sous la forme de trois nouvelles équations différentielles, solubles numériquement lorsque les conditions initiales sont connues.

La puissance à la saturation est quasiment indépendante du niveau de signal initial. Dans le cas simple à 1D du faisceau sans dispersion en énergie :

$$P_{sat} = \rho P_e. \tag{1.83}$$

 $P_e = \frac{\gamma_R mc^2}{e} \hat{I}$  est la puissance du faisceau à l'entrée de l'onduleur. M. Xie [49] a également obtenu une formule par régression de la puissance de saturation pour le cas 3D :

$$P_{sat} \approx 1.6 \left(\frac{L_{G_M}}{L_{G_M - 3D}}\right)^2 \rho P_e = \frac{1.6}{(1 + \Lambda)^2} \rho P_e.$$
(1.84)

La longueur de saturation en SASE est obtenue en combinant les équations (1.84) et (1.81):

$$L_{sat} \approx L_{G_M-3D} \ln[\frac{P_{sat}}{g_A P_{e-utile}}].$$
(1.85)

En résumé, nous avons présenté une méthode de calcul de la puissance rayonnée dans un LEL amplificateur : SASE ou injecté. À partir du bruit de fond (cas du SASE) ou à partir d'un signal cohérent injecté (cas de l'amplificateur injecté), le rayonnement subit une amplification exponentielle le long de l'onduleur, dont le coefficient correspond à la longueur de gain de l'onduleur. Le LEL sature à un niveau de puissance équivalent en SASE et en injecté avec une largeur spectrale minimum.

#### 1.7.4 Calcul du rayonnement en configuration HGHG

Pour calculer de façon analytique le rayonnement du LEL en configuration HGHG, la modulation en densité obtenue à l'entrée du radiateur permet d'abord d'évaluer la puissance du rayonnement cohérent dans la phase de léthargie. Puis, l'amplification exponentielle telle que décrite dans le cas du SASE et de l'amplificateur injecté est appliquée au rayonnement cohérent en sortie de la phase de léthargie.



FIG. 1.14 – Évolution de la puissance du rayonnement d'un LEL en configuration HGHG sur le fondamental le long du radiateur : croissance quadratique pour la phase de génération de rayonnement cohérent, croissance exponentielle pour la phase d'amplification, puis croissance quadratique avant d'atteindre la saturation. Figure extraite de [66].

#### Génération de rayonnement cohérent

L'injection d'une source externe permet de moduler la distribution électronique en énergie puis en densité à l'aide d'une section dispersive (voir § 1.7.2.). À l'entrée du radiateur, c'est-àdire sur une distance  $z < 2L_{G_M}$ , le rayonnement généré est cohérent et de puissance  $P_n^{coh}$  sur l'harmonique n du radiateur.

#### Amplification exponentielle du rayonnement cohérent

Le rayonnement cohérent (comme l'émission spontanée dans le cas du SASE ou la source injectés dans le cas de l'amplificateur injecté) permet d'initier la phase d'amplification exponentielle dans un LEL en configuration HGHG. La puissance du mode fondamental évolue le long de l'onduleur selon :

$$P_{00}(z) = C_{00}P_1^{coh}(z = 2L_{G_M})e^{z/L_{G_M}},$$
(1.86)

avec  $C_{00}$  le coefficient de couplage entre l'émission cohérente et le mode fondamental guidé amplifié dans l'onduleur. En général,  $C_{00} \approx 1/5$ .

En sortie du régime exponentiel, le LEL sature pour une valeur de puissance identique à celle obtenue dans le cas du SASE (voir Eq. (1.84)) :  $P_{sat} \approx \frac{1.6}{(1+\Lambda)^2} \rho P_e$ .

L'évolution de la puissance dans le radiateur en configuration HGHG est illustrée en Figure 1.14.

#### 1.7.5 La génération d'harmoniques

La génération d'harmoniques est un aspect très important de la physique du LEL puisqu'elle permet d'atteindre des fréquences plus élevées. Dans le cas de la configuration GHC, nous avons vu que les harmoniques sont rayonnées grâce à la modulation en densité de la distribution électronique sur les harmoniques de la fréquence de modulation. De même, nous allons voir que les harmoniques sont générées naturellement dans un LEL en régime de fort gain : SASE, amplificateur injecté ou encore HGHG.

#### Génération d'harmoniques en mode plan

La génération d'harmoniques en mode plan avec un LEL peut être traitée analytiquement, en 3D, à l'aide des équations couplées de Maxwell-Klimontovich [84].

Dans un onduleur plan, les électrons décrivent une trajectoire (dans le référentiel du laboratoire) (voir Eq.(1.31)) qui n'est pas purement sinusoïdale : la vitesse longitudinale oscille avec une fréquence deux fois supérieure à la fréquence du champ magnétique dans l'onduleur. Le mouvement oscillatoire des électrons, inscrit dans la fonction de densité et donc dans le terme source des équations de Maxwell, crée des courants non nuls pour les harmoniques impaires de la longueur d'onde de résonance. Un rayonnement sur ces harmoniques impaires est ainsi généré, d'intensité maximale sur l'axe. La prise en compte du mouvement oscillatoire selon la dimension transverse conduit à la génération d'harmoniques d'ordre pair. D'intensité plus faible, elles sont très souvent négligées dans la littérature, et peu considérées expérimentalement.

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, en négligeant les oscillations betatrons dans le plan transverse et en moyennant le mouvement des électrons sur une période d'onduleur, l'équation différentielle décrivant l'évolution du champ électrique  $E_{L,n+\Delta\nu_n}(\vec{x},z)$  autour des harmoniques n de l'onde lumineuse dans l'onduleur, obtenue à partir des équations couplées de Maxwell-Klimontovich (voir Eq.(1.71) et (1.73)) s'écrit :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\nabla_{\perp}^2}{2ink_L}\right)E_{L,n+\Delta\nu_n}(\vec{x},z) = -\frac{eK_n n_e}{2\epsilon_0 \gamma}e^{i\Delta\nu_n k_0 z} \int \frac{d\phi}{2\pi}e^{-i\nu\phi} \int d^2p \int d\eta_{\gamma}F$$
(1.87)

avec :

$$K_n = K(-1)^{n-1}/2[J_{\frac{n-1}{2}}(n\xi) - J_{\frac{n+1}{2}}(n\xi)]$$
(1.88)

le coefficient de couplage sur l'harmonique n. De même que précédemment, on introduit les notations normalisées, et notamment le champ normalisé  $a_n$  sur l'harmonique n:

$$a_n(\hat{x}, \hat{z}) = -\frac{eK_n}{4\gamma_R^2 mc^2 k_0 \rho} e^{-i\Delta\nu_n k_0 z} E_{L,n+\Delta\nu_n}.$$
(1.89)

Ainsi, l'équation (1.87) devient :

$$\left(\frac{\partial}{\partial\hat{z}} + i\hat{\nu_n} + \frac{\hat{\nabla}_{\perp}^2}{2in}\right)a_n = \left(\frac{K_n}{K_1}\right)^2 \int \frac{2\rho d\phi}{2\pi} e^{-i\nu\phi} \int d^2p \int d\hat{\eta}_{\gamma} f(\hat{z},\phi,\hat{\eta}_{\gamma},\hat{x},\hat{p}) \tag{1.90}$$

avec

$$f = f_0 + \int_0^{\hat{z}} d\hat{s} \sum_n \int d(\hat{\nu}_n) e^{i\nu\phi^{(0)}} a_n(\hat{\nu}_n, \hat{x}^{(0)}, \hat{s}) \times \frac{\partial}{\partial\hat{\eta}_{\gamma}} f(\hat{s}, \phi^{(0)}, \hat{\eta}_{\gamma}, \hat{x}^{(0)}, \hat{p}^{(0)})$$
(1.91)

La notation <sup>(0)</sup> fait référence à la trajectoire des électrons non perturbée par le champ électrique.

#### Les harmoniques linéaires

Le système couplé des équations (1.90) et (1.91) peut se résoudre par la méthode des perturbations. Au premier ordre en amplitude sur les  $a_n$ , on peut remplacer f dans le membre de droite de l'équation (1.91) par :

$$f = \hat{f}_0 + \bar{f}_0 + \int_0^{\hat{z}} d\hat{s} \sum_n \int d(\hat{\nu}_n) e^{i\nu\phi^{(0)}} a_n(\hat{\nu}_n, \hat{x}^{(0)}, \hat{s}) \times \frac{\partial}{\partial\hat{\eta}_\gamma} \hat{f}_0(\hat{s}, \phi^{(0)}, \hat{\eta}_\gamma, \hat{x}^{(0)}, \hat{p}^{(0)})$$
(1.92)

 $\hat{f}_0$  est la distribution moyennée et  $\bar{f}_0$  contient le bruit de fond et la modulation en densité initiale (dans le cas d'un faisceau pré-modulé). En insérant (1.92) dans (1.90), on obtient l'équation différentielle qui régit la génération des harmoniques linéaires :

$$\left(\frac{\partial}{\partial\hat{z}} + i\hat{\nu}_{n} + \frac{\hat{\nabla}_{\perp}^{2}}{2in}\right)a_{n}^{L}(\hat{\nu}_{n}, \hat{x}, \hat{z}) 
- \left(\frac{K_{n}}{K_{1}}\right)^{2} \times \int d^{2}p \int d\hat{\eta}_{\gamma} \int_{0}^{\hat{z}} d\hat{s}e^{in\phi(\hat{s}-\hat{z})}a_{n}^{L}(\hat{\nu}_{n}, \hat{x}^{(0)}, \hat{s})\frac{\partial\hat{f}_{0}}{\partial\hat{\eta}_{\gamma}} 
= \left(\frac{K_{n}}{K_{1}}\right)^{2} \int d^{2}p \int d\hat{\eta}_{\gamma}\bar{f}_{0,n}(\hat{\nu}_{n}, \hat{c}, \hat{p}, \hat{\eta}_{\gamma})$$
(1.93)

avec  $\bar{f}_{0,n}(\hat{\nu}_n)$  la composante de Fourier à la fréquence  $\nu_n$  autour de l'harmonique n de  $\bar{f}_0$ . Chaque composante du champ autour de l'harmonique n est amplifiée de manière linéaire par elle-même, sans interaction avec les autres composantes de Fourier. On cherche ensuite une solution de la forme  $e^{-i\mu_n z} A_n^L(\hat{x})$  avec  $\mu_n$  le coefficient d'expansion du mode principal sur l'harmonique n et la suite du développement est similaire sur chaque harmonique au cas du fondamental présenté en détail au paragraphe § 1.7.3.

#### Les harmoniques non linéaires

Lorsque la distribution électronique est fortement modulée en densité, le spectre en fréquence de la distribution présente des composantes harmoniques de forte intensité. Il y a génération de rayonnement cohérent sur le fondamental et sur ses harmoniques. Pour introduire les interactions non linéaires, l'équation (1.90) est itérée jusqu'à un ordre arbitraire m en  $a_n$ , et :

$$f = \hat{f}_0 + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots f^{(m)}.$$
(1.94)

L'équation (1.90) devient alors :

$$\begin{aligned} &(\frac{\partial}{\partial \hat{z}} + i\hat{\nu}_{n} + \frac{\hat{\nabla}_{\perp}^{2}}{2in})a_{n} = (\frac{K_{n}}{K_{1}})^{2} \int d^{2}\hat{p} \int d\hat{\eta}_{\gamma} \sum_{h's} \int_{0}^{\hat{z}} d\hat{s}_{1}e^{in_{1}\phi(\hat{s}_{1}-\hat{z})} \int d(\hat{\nu}_{1})a_{n_{1}}(\hat{\nu}_{1},\hat{x}_{1},\hat{s}_{1}) \times \dots \\ &\times \int_{0}^{\hat{s}_{m-2}} d\hat{s}_{m-1} \int d(\hat{\nu}_{m-1})a_{n_{m-1}}(\hat{\nu}_{m-1},\hat{x}_{m-1},\hat{s}_{m-1}) \frac{\partial}{\partial\hat{\eta}_{\gamma}} [\bar{f}_{0,n_{m}} \\ &+ \int_{0}^{\hat{s}_{m-1}} d\hat{s}_{m} \times e^{in_{m}\phi(\hat{s}_{m}-\hat{z})} \int d(\hat{\nu}_{m})a_{n_{m}}(\hat{\nu}_{m},\hat{x}_{m},\hat{s}_{m}) \frac{\partial}{\partial\hat{\eta}_{\gamma}} ]\delta(-\hat{\nu}_{n}+\hat{\nu}_{1}+\ldots+\hat{\nu}_{m}) \end{aligned}$$
(1.95)

La somme sur les hs représente l'ensemble des interactions harmoniques telles que  $h_1 + ... + h_m = h$ . Parmi ces interactions, le cas  $h_m = h$  et tous les autres h égaux à 0 correspond au cas précédent de l'équation (1.93). La solution générale de l'équation (1.95) s'écrit sous la forme :  $a_n = a_n^L + a_n^{NL}$ , c'est-à-dire comme la somme d'une contribution linéaire et non linéaire.

 $a_n = a_n^L + a_n^{NL}$ , c'est-à-dire comme la somme d'une contribution linéaire et non linéaire. On suppose que  $\left|\int d\hat{\nu}_n e^{i\nu\phi}a_n\right| << \left|\int d\hat{\nu}_1 e^{i\nu\phi}a_1\right|$  pour |n| > 1, alors  $a_1 \approx a_1^L >> a_1^{NL}$ . Pour |n| > 1,  $a_n^L$  croît peu à partir de l'émission spontanée. On peut donc séparer les termes d'interactions non linéaires en deux groupes :

- ceux comprenant au moins un terme  $a_n^L(|n| > 1)$  ou  $\overline{f}_{0,n}$  qui ne vont générer des harmoniques non linéaires que de faible intensité et qui peuvent donc être le plus souvent ignorées;
- ceux comprenant une interaction entre  $a_1$  et  $a_n^{NL}(|n| > 1)$  qui vont générer des harmoniques de plus forte intensité, potentiellement supérieures aux harmoniques linéaires.

En conclusion, les harmoniques sont générées naturellement dans un LEL en régime de fort gain, en configuration SASE comme HGHG. Les harmoniques linéaires restent généralement de faible intensité. En revanche, les interactions non linéaires entre le mode fondamental et la distribution électronique entraînent la génération d'harmoniques non linéaires de plus forte intensité. Une forte modulation en densité de la distribution électronique permettant d'accentuer le phénomène, la configuration HGHG favorise la génération d'harmoniques.

#### Génération d'harmoniques en mode hélicoïdal

La génération d'harmoniques en mode hélicoïdal est très peu traitée dans la littérature. Pourtant, le rayonnement généré dans un onduleur hélicoïdal est polarisé circulairement, une caractéristique essentielle pour l'étude des propriétés de symétrie de la matière, notamment dans des domaines tels que le magnétisme [85] et l'exobiologie [86].

Un modèle analytique a récemment été developpé [87, 88] pour décrire la génération d'harmoniques en mode hélicoïdal. Comme dans le cas plan, il est basé sur la résolution des équations de Maxwell. Le terme source est également donné par la densité transverse de courant et la densité de charge. Une description macroscopique est utilisée. La résolution est effectuée à l'aide du formalisme de Green.

Dans un onduleur hélicoïdal, la vitesse longitudinale des électrons n'est plus oscillante, mais constante (voir Eq.(1.31)). La génération d'harmoniques impaires n'est donc pas privilégiée. En revanche, d'après [87, 88], seul le fondamental est rayonné sur l'axe. Toutes les harmoniques d'ordre  $n \geq 2$  sont générées hors axe.

Cette théorie s'oppose à celle qui repose sur le principe d'un second type de résonance, dite azimutale, apparaissant dans le cas des onduleurs hélicoïdaux : un mode azimutal de l'onde lumineuse est couplé avec la trajectoire hélicoïdale des électrons. Les simulations résultantes (code MEDUSA) mettent en évidence un rayonnement harmonique sur l'axe [89].

Récemment, des expériences effectuées sur le LEL d'ELETTRA en configuration GHC sont venues infirmer ce modèle et confirmer celui présenté dans [87, 88], avec l'observation d'un rayonnement hors axe [90]. Nos propres expériences vont également dans cette direction (voir Chapitre 2).

#### 1.8 Cohérence du LEL

La cohérence est l'ensemble des propriétés de corrélation d'un système ondulatoire. La cohérence spatiale décrit la corrélation de l'onde lumineuse en deux points distincts de l'espace. La cohérence temporelle décrit la corrélation de l'onde lumineuse à deux instants distincts. La longueur de cohérence  $L_{coh}$  est la distance maximale entre deux points de la source permettant de maintenir un certain degré de cohérence. Deux points sources distants de moins d'une longueur de cohérence sont capables de produire des interférences.

#### **1.8.1** Cohérence temporelle

En général, on peut définir la cohérence temporelle par [91] :

$$L_{coh} = \frac{\lambda_L^2}{2\sigma_{\lambda_L}},\tag{1.96}$$

avec  $\sigma_{\lambda_L}$  la largeur RMS du spectre du rayonnement. Lorsque la longueur de cohérence est égale à la durée d'impulsion, le rayonnement est totalement cohérent temporellement. C'est le cas d'une impulsion à la limite de Fourier, qui vérifie  $\Delta\omega\Delta t = 1/2$  (limite imposée par l'inégalité d'Heisenberg). Lorsque l'impulsion lumineuse n'est pas totalement cohérente :  $\Delta\omega\Delta t > 1/2$ .

#### Cohérence de l'émission spontanée

Dans le cas d'un faisceau d'électrons idéal, et avec une largeur spectrale relative du rayonnement sur l'harmonique n de  $\frac{1}{nN}$ , la longueur de cohérence de l'émission spontanée générée dans un onduleur est définie par la relation [92] :

$$L_{coh-und} = nN\lambda_L. \tag{1.97}$$

Dans le cas d'un klystron optique, la largeur spectrale relative étant réduite à  $\frac{1}{n(N+N_d)}$ , la longueur de cohérence devient :  $L_{coh-OK} = n(N+N_d)\lambda_L$ . Sur un anneau synchrotron de deuxième génération tel que UVSOR-II, la longueur des paquets est typiquement de  $\approx 90$  ps. Le rayonnement produit dans le klystron optique (avec  $N + N_d = 98$ ) est caractérisé par une longueur de cohérence  $L_{coh}/c=0.24$  ps (71  $\mu$ m) à 800 nm, et  $L_{coh}/c=0.71$  ps (214  $\mu$ m) à 266 nm.  $L_{coh}/c$ 



FIG. 1.15 – Structure typique dans le domaine (a) temporel et (b) spectral du rayonnement d'un LEL en configuration SASE. Figures extraites de [93].

(< 1 ps) est très inférieure à la longueur de paquet ( $\approx 90 \text{ ps}$ ) : la cohérence temporelle est faible. L'utilisation d'un grand nombre de périodes et des harmoniques d'ordre élevé permet sur certaines machines de troisième génération d'allonger la longueur de cohérence, mais la densité de puissance reste faible par rapport à celle d'un LEL.

#### Cohérence d'un LEL en configuration SASE

Le processus d'amplification dans un LEL en configuration SASE démarre à partir du "bruit" de la distribution électronique, c'est-à-dire de l'émission spontanée. Les propriétés temporelles du rayonnement généré sont donc de type stochastique [94, 93].

Le calcul au premier ordre de la fonction de corrélation pour le rayonnement en SASE, permet de définir la longueur de cohérence [93] :

$$L_{coh-SASE}(z) = \frac{c}{\sigma_{\omega-SASE}(z)}.$$
(1.98)

En général,  $L_{coh-SASE} \ll \sigma_e$ , de sorte que, dans le domaine temporel, l'impulsion est constituée d'une série d'impulsions de longueur  $L_{coh-SASE}$ , décorrélées, dont l'intensité relative fluctue fortement (voir Figure 1.15 (a)). La cohérence temporelle du LEL est faible. Dans le domaine des fréquences, le spectre est constitué de modes spectraux indépendants, des "spikes", de largeur inversement proportionnelle à la longueur du paquet d'électrons :  $2\pi/\sigma_e$  [68] (voir Figure 1.15 (b)). Dans le cas simple à 1D d'une distribution électronique sans dispersion en énergie, ni dépendance transverse, la largeur spectrale vaut [79, 80] :

$$\sigma_{\omega-SASE}(z) = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\rho}{k_0 z}}\omega_L,\tag{1.99}$$

et décroît jusqu'à atteindre  $\sigma_{\omega-SASE} = \rho \omega_L$  à la saturation. Finalement :

$$L_{coh-SASE} \approx \frac{\lambda_L}{2\pi\rho}.$$
 (1.100)

Dans le cas du LEL installé sur le prototype de SCSS [95],  $L_{coh-SASE} \approx 13 \mu \text{m}$  tandis que  $\sigma_e = 240 \mu \text{m}$ . Pour améliorer la cohérence temporelle en configuration SASE, il faut donc soit

utiliser des paquets très courts (de l'ordre d'une longueur de cohérence, c'est-à-dire  $\approx$  qq fs dans le domaine VUV et au-delà), ce qui reste difficile à réaliser dans la pratique, soit utiliser un monochromateur afin de ne retenir qu'un pic du spectre, mais les fluctuations en intensité augmentent alors de 100 %, et une majeure partie de l'énergie du rayonnement est perdue. En effet, la position des pics dans le spectre du LEL en configuration SASE variant tir à tir, l'intensité mesurée sur une faible largeur spectrale peut varier de 0 à l'intensité maximale du spectre. Une autre solution consiste à injecter le LEL.

#### Cohérence d'un LEL injecté

L'injection d'une impulsion de durée  $\sigma_L < \sigma_e$  (ce qui est facilement réalisable) permet de restreindre la durée d'impulsion du LEL de  $\sigma_e$ , comme dans le cas du SASE, à  $\sigma_L$ : seuls les électrons en interaction avec l'onde lumineuse sont à l'origine du rayonnement généré. C'est un premier facteur d'amélioration de la cohérence temporelle.

D'autre part, la cohérence longitudinale d'une onde lumineuse amplifiée dans un LEL est conservée pendant toute la durée du régime exponentiel [64]. Le LEL injecté à l'aide d'une impulsion cohérente est donc cohérent. La dimension longitudinale étant seule intéressante pour les considérations de cohérence temporelle, la démonstration analytique de la conservation de la cohérence est donnée dans le cas d'un modèle à 1D. Le problème initial est traité avec le formalisme de Green dans le cas d'un LEL injecté à l'aide d'une impulsion gaussienne de la forme :  $E_L(z = 0, t) = e^{-i\omega_L t - t^2/2\sigma_L^2}$ . Dans le régime exponentiel, le champ électrique de l'onde lumineuse devient :

$$E_L(z,t) = e^{i(k_0 z - \omega_L t)} e^{-[1/(4\sigma_L^2(z)) + i\varsigma(z)](t - z/v_g)^2},$$
(1.101)

avec :

$$v_g = \frac{\omega_L}{k_L + 2/3k_0} \tag{1.102}$$

la vitesse de groupe de l'onde lumineuse dans l'onduleur [96], et  $\zeta(z)$  la dérive en fréquence  $(d\omega_L/dt)$  de l'onde lumineuse (on a pris ici une dérivée initiale nulle). La caractérisation des propriétés longitudinales du LEL dans les domaines temporel et fréquentiel est menée à l'aide de la fonction de distribution de Wigner [97]  $W(t, \omega, z)$ . La durée d'impulsion  $\sigma_L(z)$  et la largeur spectrale  $\sigma_{\omega-L}(z)$  sont deux moments de la fonction de Wigner. Le calcul de  $W(t, \omega, z)$  pour le champ électrique défini par (1.101) permet de décrire leurs évolutions le long de l'onduleur selon :

$$\sigma_L(z) = \sqrt{\frac{4\sigma_{\omega-L}^2(z=0) + 6\sigma_{\omega-SASE}^2(z) + 12\sigma_L(z=0)^2\sigma_{\omega-SASE}^4(z)}{12\sigma_{\omega-SASE}^2(z)[\sigma_{\omega-L}^2(z=0) + \sigma_{\omega-SASE}^2(z)]}}$$
(1.103)

$$\sigma_{\omega-L}(z) = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{\omega-L}^2(z=0)} + \frac{1}{\sigma_{\omega-SASE}^2(z)}}^{-1},$$
(1.104)

avec  $\sigma_{\omega-L}$  la largeur spectrale de l'impulsion injectée. Initialement, le LEL a les mêmes caractéristiques que la source injectée. Le long de l'onduleur, l'interaction onde-électrons réduit ensuite progressivement la largeur spectrale, modifie la durée d'impulsion, et crée une dérive en fréquence. Au cours de l'évolution, l'émittance de la lumière, c'est-à-dire la surface dans l'espace des phases, délimitée par le contour de la fonction de Wigner à z donné, reste constante. La cohérence temporelle est préservée.

Dans le cas du LEL injecté, la longueur de cohérence devient donc :

$$L_{coh-inj}(z) = \frac{c}{\sigma_{\omega-L}(z)} = c_{\sqrt{\frac{1}{\sigma_{\omega-L}^2} + \frac{1}{\sigma_{\omega-SASE}^2(z)}}}.$$
 (1.105)

44



FIG. 1.16 – Spectre (une acquisition) du rayonnement du LEL (DUV-LEL de NSLS). Ligne noire : LEL en configuration HGHG, injecté avec une puissance de 30 MW. Bande passante : 0.1% FWHM. Ligne grise : LEL en configuration SASE (non injecté). L'espacement des pics ( $\approx$  4 nm) est utilisé pour estimer la longueur de la distribution électronique :  $T \approx 1$  ps [65]. Figure extraite de [98].

Contrairement au SASE, initialement la longueur de cohérence correspond à la longueur de cohérence de la source injectée, puis augmente progressivement le long de l'onduleur grâce au glissement de l'onde lumineuse le long du paquet d'électrons. À la saturation :

$$L_{coh-inj} = c_{\sqrt{\frac{1}{\sigma_{\omega-L}^2} + \frac{1}{\sigma_{\omega-SASE}^2}}},$$
(1.106)

et on vérifie bien  $L_{coh-inj} > L_{coh-SASE}$ . Les LELs injectés avec une source cohérente permettent donc d'obtenir un rayonnement cohérent temporellement sur la quasi totalité de la longueur d'impulsion. La distribution longitudinale est régulière (généralement gaussienne comme la distribution injectée), et le spectre monochromatique, comme illustré en Figure 1.16. L'injection d'un LEL par une source externe présente ainsi un intérêt essentiel : l'amélioration de la cohérence temporelle.

#### 1.8.2 Cohérence spatiale

Dans un LEL, l'interaction entre l'onde lumineuse et la distribution électronique conduit à un déphasage de l'onde. Ce déphasage peut, selon son signe, réfracter l'onde vers le centre du paquet d'électrons. En régime de fort gain, le paquet d'électrons est modulé à la période  $\lambda_L$ , correspondant à un milieu d'indice de réfraction n éventuellement supérieur à 1. Dans ce cas, le paquet d'électrons se comporte comme une fibre guidant l'onde lumineuse le long de l'onduleur. Ce "guidage optique" [99, 100] permet de limiter la diffraction de l'onde lumineuse dans le paquet d'électrons.

De plus, l'onde lumineuse amplifiée le long de l'onduleur dans un LEL en régime de fort gain peut être décrite comme la superposition de plusieurs modes propres. Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, chaque mode propre est caractérisé par un coefficient d'expansion  $\mu$  qui détermine la pente de l'amplification dans le régime exponentiel. Lorsque le mode fondamental est largement prédominant, ce qui est généralement le cas, la contribution des autres modes peut être négligée. Le profil transverse est alors entièrement déterminé par le mode fondamental et une excellente cohérence transverse est attendue en sortie de l'onduleur [73]. Le degré de cohérence transverse (contraste de la figure d'interférence obtenue à partir de deux fentes séparées d'une distance d) du LEL de TTF en configuration SASE est de 0.7 sur un diamètre de  $d \leq 1 \text{ mm}$  [101] (pour un faisceau de plus de 5 mm de diamètre). À notre connaissance, aucune étude théorique (analytique ou numérique) ni expérimentale n'a encore été menée afin de comparer la cohérence transverse des LELs en configuration SASE et injectée à la saturation.

La cohérence spatiale étant utile à de très nombreuses applications scientifiques (microscopie à balayage [102], interférométrie [103], holographie [104], imagerie par reconstruction de la phase [105]), cette thématique est d'un grand intérêt.

#### 1.9 Les codes numériques

Le traitement analytique permet d'appréhender la physique des LELs : distinction des régimes faible/fort gain, définition de la croissance exponentielle, de la saturation, phénomènes non linéaires de génération d'harmoniques, etc... Mais il n'est pas toujours évident à mettre en œuvre, et nécessite souvent des approximations afin de simplifier les calculs. Pour cette raison, de nombreux codes numériques ont été mis au point. Nous ne présenterons ici que les codes utilisés au cours du travail de thèse.

#### 1.9.1 PERSEO

PERSEO [106] est un code de simulation de LELs à 1D dépendant du temps. Un programme principal faisant appel à une librairie de fonctions disponibles sous l'environnement MATHCAD, résout les équations du pendule (pour la dynamique électronique) couplées à l'équation de Maxwell (pour l'onde lumineuse dans l'approximation d'une enveloppe lentement variable : l'amplitude du champ varie peu à l'échelle d'une période d'onduleur, et le spectre est supposé centré au voisinage de la résonance). Le calcul des harmoniques non linéaires est effectué dans le cas d'onduleurs plans. Le code étant 1D, les effets transverses (dus à l'émittance, etc..) sont pris en compte dans un facteur de correction appliqué à la dispersion en énergie. Les distributions longitudinales du paquet d'électrons et de l'onde lumineuse sont découpées en "tranches" afin de simuler à chaque pas dans l'onduleur le glissement de l'onde par rapport aux électrons, et donc d'inclure la dimension temporelle.

PERSEO permet de simuler toutes les configurations de LELs en fort gain et simple passage. Il est facile d'en extraire l'énergie, la puissance, la distribution longitudinale, et le spectre du rayonnement, et d'accéder à la distribution électronique dans l'espace des phases. Le calcul du rayonnement sur les harmoniques non linéaires est effectué seulement pour des onduleurs plans et sur les ordres impairs. L'inconvénient principal de ce code est sa limitation à une seule dimension.

#### 1.9.2 GENESIS

GENESIS [107] est un code de simulation dépendant du temps, et à trois dimensions.

La dynamique des électrons est décrite à l'aide de macroparticules dans l'espace des phases à 6D. La dynamique est régie par les équations de Lorentz dans les champs de l'onduleur et de l'onde lumineuse. Le champ électro-magnétique de l'onde lumineuse est décrit dans l'approximation paraxiale par l'équation de Maxwell. Comme dans PERSEO, les effets temporels sont pris en compte en découpant longitudinalement les distributions en tranches. Les distributions sont également définies dans le plan transverse (x,y) sur une grille. Le calcul du rayonnement sur les harmoniques non linéaires a été récemment ajouté dans le cas d'onduleurs plans sur les ordres impairs. Ce code permet la simulation de tous les types de LELs en simple passage, et permet d'accéder, comme pour PERSEO, à l'énergie, la puissance, la distribution longitudinale et au spectre du rayonnement sur chaque harmonique. Mais GENESIS permet en plus de mesurer l'influence de paramètres transverses tels que les dimensions relatives des faisceaux d'électrons, les effets de diffraction, de focalisation, de désalignement, etc... C'est un outil donc fort utile pour l'étude des LELs injectés.

#### 1.9.3 MEDUSA

MEDUSA [108, 109] est également un code de simulation à trois dimensions dépendant du temps, basé sur la résolution des équations de Lorentz couplées aux équations de champ (Maxwell). MEDUSA diffère de GENESIS essentiellement sur deux points. Le champ électromagnétique est représenté à l'aide d'une superposition de modes Gauss-Hermite, qui permet de simuler davantage de modes de propagation de l'onde lumineuse. D'autre part, la moyenne des champs rayonnés sur une période d'onduleur n'est plus imposée (comme dans le cas de PERSEO et GENESIS) dans le calcul de la dynamique électronique.

#### 1.9.4 Autres

D'autres codes sont également utilisés dans la communauté (GINGER [110], TDA [62], ...) mais n'ont pas été utilisés au cours de ce travail de thèse. GINGER est un code 3D multifréquences utilisant une représentation 2D axisymétrique du rayonnement. Les équations du mouvement sont moyennées sur chaque période d'onduleur. Il permet la simulation de LELs en configuration simple ou multi-passage avec un onduleur de une ou plusieurs sections et des optiques de transport du faisceau d'électrons. TDA3D est un code mono-fréquence. Il permet de simuler des distributions de rayonnement non axisymétriques, des optiques de focalisation type FODO (assemblage périodique d'une structure quadrupolaire focalisante puis défocalisante) et des quadrupôles, ainsi que des onduleurs en plusieurs sections.

#### 1.10 État de l'art des LELs

Le principe du LEL fut proposé par J.M.J. Madey en 1971 [2]. En 1977, la première oscillation LEL est obtenue à Stanford dans l'infrarouge sur un accélérateur linéaire [3]. La seconde expérience mise en place à Orsay sur l'anneau de stockage ACO permet d'atteindre le visible [111]. Dans le domaine infrarouge, les LELs sur accélérateurs linéaires sont à présent des centresserveurs. Les LELs en configuration oscillateur permettent de réaliser des sources compactes (utilisation d'onduleurs courts) avec un mode laser très reproductible. En revanche, l'absence de miroirs de haute réflectivité aux courtes longueurs d'onde cantonne les LELs oscillateurs dans une gamme spectrale allant de l'infra-rouge au proche UV.

Les autres configurations de LELs se développent en parallèle, en quête de rayonnement à plus courte longueur d'onde. La configuration SASE, proposée indépendamment en 1979 [59] et en 1984 [51] offre des perspectives attrayantes, n'étant pas limitée aux courtes longueurs d'onde par la technologie des miroirs. Jusqu'à présent, le record est établi en Allemagne sur le LEL de DESY, FLASH, à 13.5 nm [112, 113], puis 6.5 nm [114]. Le LEL de SCSS test accelerator fonctionne à 60 nm pour des utilisateurs. Quatre grands projets sont à l'heure actuelle en cours, visant l'obtention d'un laser sub–nanométrique : le projet européen EXFEL (European X-Ray Free Electron Laser) (sur le site de DESY, à Hambourg) : 0.1 à 5 nm [115], le projet coréen PAL XFEL : < nm [116], le projet américain LCLS (LINAC Coherent Light Source) sur le site de

SLAC à Stanford : 0.15 à 1.5 nm [117] et le projet japonais SCSS-XFEL sur le site de SPring–8 : 0.1 nm [118]. LCLS est d'ores et déjà en phase de commissioning et SCSS-XFEL en cours de construction.

La génération d'harmoniques cohérentes est proposée en 1982 [58]. Dans le cas de l'injection d'une source externe, la démonstration est donnée pour la première fois, dans l'UV, sur l'anneau de stockage ACO en 1987 [119, 120] : génération des harmoniques 3 et 5 d'un laser Nd :Yag (1064 nm), et des harmoniques 3 et 5 du laser doublé en fréquence (soit jusqu'à 106.4 nm). Des résultats similaires sont ensuite obtenus sur Super-ACO [121], et sur l'anneau en Suède Max-Lab [122]. La génération d'harmoniques cohérentes par l'injection d'un laser Ti :Sa (800 nm) est ensuite obtenue sur les anneaux de UVSOR-II et d'ELETTRA. La troisième harmonique est d'abord observée à UVSOR-II en 2005 [123], puis à ELETTRA en 2007 [124]. Dans la configuration "injection interne" (à l'aide du laser à électrons libres lui-même), la génération d'harmoniques cohérentes est démontrée pour la première fois en 2003 à Duke [125], jusqu'à 37 nm puis en 2004 à ELETTRA [126, 127], avec observation jusqu'à 220 nm.

En 1991, une nouvelle configuration est proposée, dite HGHG [66]. L'injection d'une source cohérente devrait permettre de rayonner à courte longueur d'onde, en remédiant à l'inconvénient principal du LEL en configuration SASE, à savoir sa structure temporelle chaotique. La première démonstration est donnée aux Etats-Unis à BNL (Brookhaven National Laboratory) [42] : un laser conventionnel de type CO<sub>2</sub> (10.6  $\mu$ m) est injecté et la seconde harmonique (5.3  $\mu$ m) est amplifiée jusqu'à saturation. Peu après, l'injection d'un laser (toujours conventionnel) Ti :Sa (800 nm) [98] et l'amplification de la troisième harmonique 3 (266 nm) permettent d'atteindre l'UV en configuration HGHG, avec les propriétés de cohérence temporelles attendues. Le rayonnement des harmoniques non linéaires jusqu'à 88 nm est d'emblée exploité par des utilisateurs [65]. On compte actuellement plusieurs dizaines d'expériences menées sur des LELs dans l'UV. En 2004, il est proposé d'utiliser une nouvelle source d'injection [44, 45] : les harmoniques générées dans un gaz rare. Cette source permet l'injection d'un rayonnement cohérent de qualité "laser" à des longueurs d'onde pouvant atteindre la fenêtre de l'eau. Les LELs en configuration HGHG peuvent dès lors rivaliser en longueur d'onde avec les LELs en configuration SASE. Le premier succès d'injection des harmoniques générées dans un gaz rare est obtenu en Décembre 2006 [46] sur le prototype SCSS (SPring-8 Compact SASE Source) au Japon : la cinquième harmonique d'un Ti :Sa générée dans le Xénon (160 nm) est amplifiée et les harmoniques non linéaires observées jusqu'à 32 nm.

De nombreux projets d'installations LELs à courtes longueurs d'onde sont prévus ou déjà en construction (voir Tableau 1.1).

Seuls les LELs en configuration HGHG offrent cohérence temporelle et spectrale, stabilité tir à tir, intensité élevée et polarisation variable à courtes longueurs d'onde : des critères essentiels pour de nombreuses applications scientifiques. Si les LELs en configuration SASE seront probablement les premiers LELs à rayonner en dessous du nm (le projet LCLS à Stanford devrait fournir les premiers photons LELs à 0.15 nm en 2009 [117, 128]), les LELs en configuration HGHG, notamment grâce au développement des sources VUV-XUV injectables, pourraient bien à terme les supplanter. Grâce aux sources HHG, il est envisageable d'injecter jusqu'à la fenêtre de l'eau. Au-delà, les sources cohérentes font encore défaut. En revanche, des configurations injectées dans l'XUV avec un ou plusieurs étages d'amplification pour la multiplication en fréquence, pourraient permettre d'atteindre la gamme des rayons X. Le self-seeding [67] et les LELs oscillateurs utilisant la réflexion de Bragg ou des miroirs à incidence rasante, sont également une alternative pour le domaine des rayons X, mais sont encore au stade de l'étude. À l'heure actuelle, trois projets sont d'ores et déjà basés sur l'injection d'harmoniques générées dans les gaz : SPARX [129], MIT-BATES [130], FERMI [131] et ARC-EN-CIEL [132]. Le proche avenir des

TAB. 1.1 – Sources LELs dans le domaine VUV à X. SCLinac : Superconducting Linear Accelerator, ERL : Energy Recovery Linac, T: durée d'impulsion du LEL (FWHM),  $\lambda$  : Gamme spectrale. Statut : "Com." pour Commissioning, "Fonct." pour en Fonctionnement, "Const." pour en Construction. Des références pour chacun des projets sont disponibles sur le site : http://arcenciel.synchrotron.fr/ArcEnCiel.

	E (GeV)	Accélérateur	Config.	Localisation	$\lambda$ (nm)	T (fs)	Statut
DUVFEL	0.3	LINAC	HGHG	BNL, USA	800 - 88	500	Fonct.
FLASH	0.4 - 1	SCLinac	SASE	DESY, Allemagne	40 - 6	25 - 200	Fonct.
BESSY FEL	2.3	SCLinac	HGHG	Berlin, Allemagne	50 - 1	20 - 40	Projet
SPARC	0.15 - 0.2	LINAC	SASE+HGHG	Frascati, Italie	500 - 100	6000	Const.
SPARX	1 - 1.5	LINAC	SASE	Frascati, Italie	14 - 3	30 - 100	Projet
FERMI	1.2	LINAC	HGHG	Trieste, Italie	100 - 10	40 - 1000	Const.
MAX - injector	0.5	LINAC	HGHG	Lund, Sweden	90	500 - 1000	Const.
MAX IV	3	LINAC	HGHG	Lund, Sweden	non déf.	non déf.	Projet
ARC-EN-CIEL 1	0.22	SCLinac	HGHG	France	30	200	Projet
ARC-EN-CIEL	1	SCLinac	HGHG	France	500 - 1	200	Projet
SCSS prot.	0.25	LINAC	SASE + seeding	Harima, Japon	400 - 60	130	Fonct.
SLS	6	LINAC	SASE	PSI, Suissu	0.1		Projet
LCLS	14.5	LINAC	SASE	Stanford, USA	1.5 - 0.15	230	Const.
E - XFEL	17	SCLinac	SASE	Hambourg, Allemagne	1.6 - 0.1	190	Projet
SCSS - XFEL	8	LINAC	SASE	Harima, Japon	0.1	100	Const.
PAL	3.7	LINAC	SASE	Pohang, Corée	5 - 0.1	300	Projet
WIFEL	2.2	LINAC	HGHG	Wisconsin, USA	32 - 1	10	Projet
LBNL FEL	2.5	LINAC	HGHG	Berkeley, USA	100 - 1	10	Projet

LELs semble donc plutôt tourné vers cette configuration.

Dans ce contexte, trois LELs ont été étudiés au cours du travail de thèse présenté ici : un LEL en configuration GHC, celui de UVSOR-II (Okazaki, Japon), et deux LELs en configuration HGHG, celui de SPARC (Frascati, Italie) et celui du projet ARC-EN-CIEL (France). Le LEL de UVSOR-II, basé sur un anneau de deuxième génération, n'est pas un LEL "d'avenir" : il ne peut fournir des résultats nouveaux en terme de puissance ou de longueur d'onde. Cependant, les configurations GHC et HGHG présentent de nombreuses problématiques communes :

- Techniques de synchronisation et d'alignement de la source injectée;
- Énergie minimum requise pour l'injection;
- Amélioration de la cohérence temporelle et spatiale grâce à l'injection;
- Optimisation du LEL injecté;
- Génération d'harmoniques non linéaires (paires et impaires).

La plupart des recherches sur les LELs en configuration GHC, que l'on peut obtenir à moindre coût, sont donc applicables aux LELs HGHG, et dès lors utiles pour le développement des LELs "du futur".

Le LEL de SPARC est une machine test plus proche de la définition d'un LEL "d'avenir" : en configuration HGHG, avec injection d'une source VUV générée dans un gaz rare. L'amplification

d'une source harmonique générée dans les gaz a été démontrée sur le LEL du prototype de SCSS, en configuration amplificateur [46]. Le LEL de SPARC permettra, lui, de démontrer l'amplification d'une source harmonique en configuration HGHG. D'autres configurations, dérivées plus complexes du HGHG, seront également testées pour la première fois.

Les deux exemples de UVSOR-II et de SPARC présentent des interêts complémentaires, qui permettent d'aborder de nombreux aspects de la physique du LEL. Les études menées dans la perspective du projet ARC-EN-CIEL complètent l'ensemble. La simulation d'un LEL en configuration HGHG injecté avec une source harmonique en utilisant des paramètres prospectifs (mais à priori accessibles), permet d'anticiper de nouveaux régimes de dynamique longitudinale, non étudiés auparavant dans la littérature.

### Chapitre 2

# Injection d'un LEL sur anneau de stockage

Ce chapitre est consacré à l'étude d'un LEL injecté en configuration de Génération d'Harmoniques Cohérentes sur un anneau de stockage : le LEL de UVSOR-II, situé à Okazaki, au Japon.

UVSOR-II est un anneau de stockage de deuxième génération, offrant un gain faible pour le LEL. Il ne s'agira donc pas ici de travaux visant à repousser les limites du LEL en termes de longueur d'onde, d'efficacité, de durée d'impulsion, etc... Le dispositif de génération d'harmoniques ayant été mis en place avec succès dès juillet–aôut 2005, nous avons pu mener, à raison de deux semaines par an, des expériences variées novatrices cherchant à améliorer la compréhension et donc la maîtrise du LEL injecté. Les études portent principalement sur les techniques d'injection (synchronisation, alignement spatial et accord spectral), sur l'amélioration de la cohérence grâce à l'injection d'une source laser, sur l'optimisation de l'injection, ainsi que sur la génération des harmoniques non linéaires paires et impaires. La plupart de ces travaux sont transposables aux LELs injectés en configuration HGHG, considérés, eux, comme les "sources du futur", et peuvent donc présenter un certain intérêt pour la communauté LEL et ses utilisateurs.

#### 2.1 Dispositif expérimental

#### 2.1.1 L'anneau de stockage UVSOR-II

L'énergie nominale du faisceau stocké à UVSOR-II est de 750 MeV. Pour le fonctionnement du LEL, deux autres modes sont utilisés : l'un à 600 et l'autre à 500 MeV, avec un seul paquet stocké dans l'anneau. Les caractéristiques principales du faisceau sont données dans le Tableau 2.1. Il est possible d'atteindre un courant moyen de 40 mA sans instabilité transverse (au-delà de cette valeur, les instabilités peuvent être neutralisées en ajustant la chromaticité des optiques). D'importantes modifications de l'anneau en 2003 [11] ont rendu possible le fonctionnement en mode chromatique ou achromatique : fonction de dispersion non nulle ou nulle dans le klystron optique. La GHC est effectuée en mode chromatique à 600 MeV et achromatique à 500 MeV. En raison de la déformation du puits de potentiel [133, 134], la longueur de paquet augmente avec le courant :  $\sigma_e = 84$  ps-RMS à 1 mA, et atteint 117 ps-RMS à 33 mA (à 600 MeV). La longueur de paquet est déduite de la distribution longitudinale de l'émission spontanée, mesurée avec une caméra à double balayage (Hamamatsu, C5680).

À UVSOR-II, le faisceau est notamment caractérisé par une large émittance (17.5 nm.rad à

Paramètre	Symbole	Valeur à 600 ${\rm MeV}$	Valeur à 500 ${\rm MeV}$
Circonférence de l'anneau (m)	$C_A$	53.2	53.2
Tension dans les cavités (kV)	$V_{RF}$	100	100
Fréquence RF (MHz)	$f_{RF}$	90.1	90.1
Numéro harmonique	$n_H$	16	16
Nombres de paquets stockés	$n_b$	1	1
Période de révolution (ns)	$T_0$	178	178
Fréquence de révolution (MHz)	$f_{rev}$	5.6	5.6
Courant moyen (mA)	Ι	0 - 40	0 - 40
Energie (MeV)	$\mathbf{E}$	600	508
Facteur de compression des moments	$\alpha_c$	0.028	
Fréquence synchrotron (kHz)	$f_S$	19.4	
Temps d'amortissement synchrotron (ms)	$ au_S$	20	
Fonction de dispersion dans l'anneau (m)	$\eta$	0.8 / 0	0
Dispersion en énergie naturelle $(10^{-4})$	$\sigma_{\gamma}$	3.4	2.8
Emittance (nm.rad)			
Totale	$\epsilon$	17.5 / 38	85
Horizontale	$(\epsilon_X)$		84
Verticale	$(\epsilon_Y)$		4.2
Dimensions transverses dans le Klystron			
Horizontale $(\mu m)$	$\sigma_X$	$500 \ / \ 550$	710
Verticale $(\mu m)$	$\sigma_Y$	28 / 38	110
Couplage estimé	(%)	3	5

TAB. 2.1 – Caractéristiques du faisceau d'électrons à UVSOR-II.

600 MeV et 85 nm.rad à 500 MeV), qui tend à réduire considérablement le gain dans le klystron. D'autre part, le faiceau est très dissymétrique : la dimension horizontale est environ 10 fois supérieure à la dimension verticale, ce qui limite le recouvrement avec le faisceau laser rond.

#### 2.1.2 Le Klystron Optique

L'anneau de stockage de UVSOR-II dispose depuis 1997 d'un klystron optique hélicoïdal, UNKO-3 [135, 136]. Son installation a permis de rendre variable la polarisation du LEL oscillateur existant, et d'étendre sa gamme spectrale vers l'UV [137]. Les utilisateurs actuels du LEL oscillateur disposent d'un rayonnement de 400 nm à 199 nm.

Dans sa configuration initiale, l'onduleur comporte trois rangées de 21 aimants permanents créant les composantes verticale et horizontale du champ magnétique. En configuration klystron optique, les trois périodes au centre de chaque rangée sont remplacées par un autre jeu d'aimants au champ magnétique plus fort, afin de créer une section dispersive [138]. La translation des rangées permet de varier la phase relative entre les composantes verticales et horizontales du champ magnétique, et ainsi de passer d'un champ sinusoïdal à hélicoïdal, en passant par elliptique. La polarisation du rayonnement généré dans l'onduleur étant directement liée à la forme du champ magnétique, le dispositif permet de passer d'une polarisation plane à circulaire, toujours continûment en passant par elliptique.

Paramètre	Valeur
Nombre de périodes	9
Période spatiale (cm)	11
Longueur de la section dispersive (cm)	33
Entrefer (mm)	30 - 230
Paramètre de déflexion maximal	$\leq 6.9$ (helicoïdal)
	$\leq 8.6 \text{ (plan)}$
Nombre de périodes équivalentes	80 - 140
$\eta$ au centre du KO (m)	0 / 0.8
$\beta_x; \beta_z \text{ in OK (m)}$	8;1.3/10;1.5
Champ magnétique crête (T)	0.75

TAB. 2.2 – Caractéristiques du klystron optique de UVSOR-II.

Toutefois, la mécanique de ce système ne permet pas de varier indépendamment l'entrefer dans chacun des deux onduleurs du klystron et dans la section dispersive. Ainsi, à un entrefer donné correspond une même longueur d'onde de résonance dans les deux onduleurs, et une seule longueur de section dispersive. Un schéma général de la structure est donné en Figure 2.1, et les caractéristiques principales du klystron sont résumées dans le Tableau 2.2.



FIG. 2.1 – Configuration des aimants permanents du klystron optique. La phase entre les trois rangées d'aimants peut être ajustée afin de faire varier la polarisation du rayonnement généré en sortie. Figure extraite de [135].

La longueur d'onde de résonance de l'onduleur a été mesurée en fonction de l'entrefer (voir Figure 2.2) en configuration plane. Une régression réalisée sur les données à partir des Eq. (1.28) et (1.26):

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + 1/2 \times [0.0934\lambda_0 a_{exp} e^{-b_{exp}g/\lambda_0}]^2), \qquad (2.1)$$

permet d'obtenir les valeurs expérimentales suivantes :  $a_{exp}=1.5$  et  $b_{exp}=2.55$ , légèrement inférieures aux valeurs théoriques [32] :  $a_{theo}=2.06$  et  $b_{theo}=3.24$ , correspondant à des champs magnétiques moins élevés.



FIG. 2.2 – Longueur d'onde de résonance du klystron optique en fonction de l'entrefer de l'onduleur en configuration plane. (•) Valeurs expérimentales mesurées à l'aide du spectromètre PMA 10, Hamamatsu, (–) Régression numérique à l'aide de l'Eq.(2.1).

#### 2.1.3 Le laser injecté

La source injectée est obtenue à partir d'un système laser femtoseconde à 800 nm commercialisé par Coherent. Ce système est constitué d'un oscillateur mode-locké en titane-sapphire (Ti :Sa) (Coherent, Mira 900-F) excité par un laser de pompe continu (Verdi–V5). Celui-ci alimente un amplificateur régénératif (Coherent, Legend HE), pompé par un laser déclenché à 1 kHz (Evolution-30). Les caractéristiques principales du laser sont résumées dans le Tableau 2.3.

Ce laser, initialement prévu pour les expériences de génération de Rayonnement Synchrotron Cohérent (CSR, Coherent Synchrotron Radiation) [139, 140, 141], n'est pas optimisé pour la génération d'harmoniques cohérentes. Il délivre en effet des durées d'impulsions très courtes ( $\leq$  ps) par rapport au paquet d'électrons ( $\approx$  90 ps). Cependant, son taux de répétition élevé (jusqu'à 1 kHz) présente un intérêt certain pour l'étude de la dynamique des électrons en présence du laser, et pour l'étude de la génération d'harmoniques cohérentes en général, les taux ayant été, dans les expériences précédentes, limités à 10 Hz [121].

La durée d'impulsion nominale du laser est de 130 fs–FWHM. En sortie de l'amplificateur, la translation du réseau du compresseur permet d'augmenter la durée jusqu'à 1.2 ps–FWHM. Cette opération ne modifie pas la largeur spectrale du laser ( $\Delta \lambda_L$ =13 nm–FWHM), fixée par la bande passante de l'amplificateur.

Le laser est initialement polarisé linéairement, ce qui convient à une injection dans l'onduleur en configuration plane. En revanche, pour la génération d'harmoniques avec l'onduleur en configuration hélicoïdale, une polarisation circulaire est requise (voir § 2.4. Optimisation de la génération d'harmoniques). L'installation d'une lame quart d'onde sur le trajet du laser (avant la lentille de focalisation) permet de passer d'une polarisation plane à elliptique ou circulaire. L'angle  $\theta$  entre la polarisation incidente et l'axe ordinaire de la lame est ajusté pour obtenir la polarisation souhaitée à l'aide d'un polariseur.

#### 2.1.4 Procédés d'alignement du LEL

L'interaction photons-électrons à l'origine de la génération d'harmoniques requiert un recouvrement spatial, temporel et spectral entre le faisceau laser et le paquet d'électrons dans le klystron optique.

TAB. 2.3 – Caractéristiques du laser injecté à UVSOR-II.					
Paramètre	Symbole	Valeur			
Énergie par impulsion (mJ)	-	2.5			
Durée d'impulsion (ps–FWHM)	$\Delta T_L$	0.13 à 1.2			
Taux de répétition (kHz)	$f_{rep}$	1			
Puissance moyenne (à 1 kHz)	$P_L$	$2 \mathrm{W}$			
Longueur d'onde (nm)	$\lambda_L$	800			
Largeur spectrale (nm–FWHM)	$\Delta \lambda_L$	13			
Diamètre faisceau (mm–FWHM)	$\phi_{Las}$	8			
Facteur de qualité gaussien	$M^2$	1.25			
Polarisation		Linéaire (plan horizontal)			

#### **Recouvrement spatial : alignement**



FIG. 2.3 – Transport du laser IR de la cabane laser à l'entrée du klystron optique. Les spécificités des miroirs sont données dans le Tableau 2.4. Mode de focalisation : a) Courte longueur de Rayleigh (CRL) avec  $(L_C)$  : f=+5m, b) Longue longueur de Rayleigh (LLR) avec  $(L_{L1})$  : f=-0.5m et  $(L_{L2})$  : f=1.0m. Lentille de focalisation pour l'imagerie :  $(L_i)$ , f=2.5m.

Le laser IR est transporté depuis la cabane laser jusqu'à l'entrée du klystron optique par l'intermédiaire de deux périscopes et de trois miroirs plans, puis focalisé dans le klystron optique. Deux modes de focalisation sont possibles :

- une focalisation forte, avec une lentille convergente (f=+5m). La longueur de Rayleigh est estimée à  $Z_R$ =0.15 m, et le waist au point focal à 200  $\mu m$ ;
- une focalisation lente, avec une lentille convergente (f=+1m) suivie d'une lentille divergente (f=-0.5 m). La longueur de Rayleigh est alors estimée à  $Z_R$ =1.5 m, et le waist au point focal à 600  $\mu m$ .

Le transport et les modes de focalisation sont représentés en Figure 2.3, et les caractéristiques

Miroirs IR	$\mathrm{M1/M2/M5/M6}$	M0/M3/M4
Référence	FLM1-30C05-800	TFM-50C08-800
Diamètre (mm)	30	50
Longueur d'onde (nm)	750-850	770-840
Largeur (mm)	5	5
Matériau	BK7	BK7
Planéité	$(\lambda/10)$	$(\lambda/10)$
Parallélisme	$\leq 5 \operatorname{arcsec}$	$\leq 3 \operatorname{arcmin}$
Réflectivité à 800 nm	> 95%	> 95%

TAB. 2.4 – Caractéristiques des optiques de transport pour le LEL injecté d'UVSOR-II.

des miroirs utilisés sont données dans le Tableau 2.4.

Deux méthodes sont utilisées pour aligner le faisceau IR sur la trajectoire des électrons : l'auto-collimation et l'imagerie (voir Figure 2.3). Dans le cas de l'auto-collimation, l'émission spontanée en sortie du klystron optique est transportée sur plusieurs mètres, puis focalisée et renvoyée sur le même axe dans les onduleurs. Une série d'iris permet de marquer le chemin de la lumière jusqu'à la cabane laser. Le laser est à son tour transporté vers les onduleurs, en passant par les iris précédemment placés. Les deux faisceaux sont ainsi superposés. Dans le cas de l'imagerie, une lentille convergente forme l'image des faisceaux dans le klystron optique sur une caméra. La translation de la caméra permet de visualiser l'intérieur du klystron optique sur toute sa longueur. Les deux derniers miroirs du périscope permettent alors d'ajuster la position du laser sur le faisceau d'électrons (visualisé par l'intermédiaire de son émission spontanée). La méthode basée sur l'imagerie permet non seulement de régler plus rapidement l'alignement, mais également de mesurer expérimentalement la taille relative des deux faisceaux le long du klystron. L'évolution des dimensions transverses des deux faisceaux mesurée ainsi est présentée en Figure 2.4. Cette Figure met en évidence la différence de taille, notamment en horizontal, entre le faisceau de photons et d'électrons. Quel que soit le mode de focalisation (forte ou lente), et le point de fonctionnement (600 ou 508 MeV), la dimension horizontale du paquet d'électrons est au moins deux fois supérieure à la dimension du laser.

#### **Recouvrement temporel**

Le signal RF à 90.1 MHz prélevé dans la cavité est délivré, après amplification, à un générateur synchrone et à des diviseurs de fréquence. Une boucle d'asservissement garantit le fonctionnement de l'oscillateur Ti :Sa à la fréquence RF avec une précision de  $\pm$  100 Hz. En sortie des diviseurs de fréquence, un signal à 1 kHz est transmis aux cellules de Pockels du laser déclenché permettant l'entrée des impulsions lumineuses dans l'amplificateur régénératif. L'injection des impulsions laser et le passage des électrons dans l'onduleur sont donc naturellement synchronisés sur la fréquence RF. Dans un premier temps, l'écart relatif est mesuré grossièrement (à quelques ns près) à l'aide d'une photodiode, et réduit avec un déphaseur en sortie du système RF qui décale le signal de synchronisation délivré au laser. L'écart résiduel est ensuite mesuré plus finement à l'aide d'une caméra à balayage de fente (Hamamatsu C5680), et réduit à 0  $\pm$  2 ps avec la ligne à retard optique installée sur le système laser.



FIG. 2.4 – Évolution des dimensions transverses (en unités arbitraires) des faisceaux IR et d'électrons. (a) Klystron optique en mode plan, E=600 MeV. (b) Klystron optique en mode hélicoïdal, E=508 MeV. Dimension du paquet d'électrons : ( $\blacktriangle$ ) Horizontale, ( $\bigstar$ ) Verticale. Dimension du laser : ( $\bullet$ ) Horizontale, ( $\circ$ ) Verticale ; Mode de focalisation du laser : Ligne continue : focalisation forte, et ligne discontinue : focalisation lente.



FIG. 2.5 – Dispositif de synchronisation du système laser avec le faisceau d'électrons. Générateur synchrone : Synchro-Lock AP. Le système de synchronisation (THAMWAY, A073-2417A) a été développé à UVSOR-II.

#### Accord spectral

L'accord spectral est nécessaire pour satisfaire la condition de résonance :  $\lambda_R = \lambda_L$ . À priori, celui-ci peut être obtenu en ajustant soit la longueur d'onde du laser injecté, soit la longueur d'onde de résonance de l'onduleur. Dans la pratique, il est plus facile d'ajuster la longueur d'onde de résonance, en modifiant l'entrefer de l'onduleur.



FIG. 2.6 – Dispositif expérimental pour la caractérisation du rayonnement en sortie du klystron optique. Les caractéristiques des optiques utilisées pour le transport et la sélection spectrale du rayonnement sont données dans le Tableau 2.5 et les détecteurs dans le Tableau 2.6. (I0) est situé à 9870 mm de l'entrée du radiateur. (L0) : Lentille convergente de focale f=5 m. (L2) – (I0)=1300 mm. (CCD2) – (L2)=460 mm.

#### 2.1.5 Diagnostics

Le rayonnement en sortie du klystron est transporté sur une table optique à l'aide de trois miroirs en aluminium, puis distribué vers plusieurs diagnostics à l'aide de lames séparatrices UV ou de miroirs en aluminium. Le principe général du montage est présenté en Figure 2.6, les caractéristiques des optiques correspondantes sont données dans le Tableau 2.5 et des détecteurs dans le Tableau 2.6.

#### Structure temporelle du rayonnement

Le rayonnement en sortie du klystron est constitué de l'émission spontanée, du laser infrarouge injecté, et de l'émission cohérente. La fréquence de révolution du faisceau d'électrons est de 5.6 MHz, correspondant à une période de 177 ns. L'émission spontanée est donc constituée d'une série d'impulsions séparées de 177 ns. La fréquence d'injection du laser est de 1 kHz, correspondant à une période de 1 ms. L'émission cohérente, comme le laser, est donc constituée d'une série d'impulsions séparées de 1 ms. Pour étudier le signal cohérent, il est donc nécessaire d'isoler l'impulsion cohérente à 1 kHz, de l'émission spontanée à 5.6 MHz. Tous les détecteurs avec un "temps de pose" supérieur à 100 ns sont donc à proscrire.

#### Mesure de l'intensité des harmoniques cohérentes

Pour la mesure de l'intensité (voir Figure 2.6), le rayonnement issu du klystron optique est envoyé sur un photomultiplicateur. À chaque harmonique correspond une ligne de diagnostic. Sur

Élement	Symbole	Constructeur	Modèle	Caractéristiques
Miroir	M1	Sigma Koki	TFAN-50C08-1	Miroir Aluminium
Miroir	M2	-	-	R=0% à 800 nm
Lame séparatrice	M3	Sigma Koki	PSCH-50C08-10	visible/IR
Périscope (2 x $M1$ )	P1	Sigma Koki	TFAN-50C08-1	Miroir Aluminium
Lentille	L1	Sigma Koki	SLSQ-30-200P	f=20  cm
Lentille	L2	Sigma Koki	SLSQ-30-300P	f=30  cm
Iris	IO			$0$ à $20~\mathrm{mm}$
Filtres :				
Passe bande	BP1	Opto Sigma corp.	VPF-25C-40-40-4000	$405~\mathrm{nm}/40$ nm-FWHM
Passe bande	BP2	Corion	P10405A-H972	$405~\mathrm{nm}/10$ nm-FWHM
Passe bande	BP3	CVI	CVI-F25-265.0-3-1.00	$265~\mathrm{nm}/25~\mathrm{nm}\text{-}\mathrm{FWHM}$
Passe bande	BP4	-	MA200nm	$200~\mathrm{nm}/?$ nm-FWHM
Filtre UV	uvf	Sigma Koki	UTVAF-50S-34U	$T_{\lambda>340nm} < 0.01\%$

TAB. 2.5 – Caractéristiques des optiques utilisées pour le transport du rayonnement en sortie du klystron optique vers les différents détecteurs.

TAB. 2.6 – Détecteurs utilisés pour la caractérisation du rayonnement en sortie du klystron optique. Rés. : résolution, théo. : théorique.

Élement	Symbole	Constructeur	Modèle	Caractéristiques
Photomultiplicateur	PM1	Hamamatsu	R928	200-900 nm
Phototube	PM2	Hamamatsu	R729	160-320 nm
Photodiode	PD	Electro-Optics Technology	ET-2030	300-900 nm
Oscilloscope	Osc	Tektronix	DPO4054	
Caméra à balayage	$\mathbf{SC}$	Hamamatsu	C5680	Rés. (théo) 2 ps
Caméra CCD	CCD1	Hamamatsu	-	pour l'alignement
Caméra CCD	CCD2	-	-	pour l'imagerie
	CCD2	Hamamatsu	C3077	Caméra
	CCD2	Hamamatsu	C4060	Contrôleur de la caméra
	CCD2	Hamamatsu	A2098	Intensificateur d'image
	CCD2	Hamamatsu	C4078	Contrôleur de l'intensificateur d'image
	CCD2	Hamamatsu	C4078	Module pour créer la "porte" temporelle
	CCD2	Stanford RS	DG535	Générateur d'impulsions
Spectromètre	$\mathbf{SP}$	Hamamatsu	PMA-10	Rés. (théo) 0.1 nm
Barette de photodiodes	А	Hamamatsu	-	Détecteur initial de SP
Caméra CCD	В	Hamamatsu	-	Dispositif CCD2

chaque ligne, le faisceau traverse un (voire deux) filtre(s) passe(s)-bande permettant la sélection spectrale, avant d'être focalisé sur le détecteur à l'aide d'une lentille en silice de courte focale.

Les signaux des photodétecteurs sont transmis à un oscilloscope, dont l'acquisition est synchronisée avec le système laser. Le temps de réponse des photodétecteurs étant typiquement de 30 ns, il est possible de visualiser l'émission tour à tour, et la synchronisation permet d'isoler l'impulsion correspondant à l'émission lors de l'injection du laser.

#### Mesures spectrales

Un spectromètre Hamamatsu PMA-10 est mis en place sur la table optique en sortie du klystron optique (voir Figure 2.6). La résolution théorique du détecteur est de 0.1 nm. Deux types de détecteurs peuvent être montés en sortie du spectromètre : une barette de photodiodes (A), ou une caméra (B). La barette de photodiodes (détecteur initial) permet l'enregistrement de spectres avec des temps d'exposition de l'ordre de la ms. Avec une résolution mesurée de 0.11 nm, il est principalement utilisé pour l'enregistrement des spectres de l'émission spontanée. Dans le cas du spectromètre (B), le détecteur est constitué d'une caméra CCD standard associée à un intensificateur d'images, et une tête de sélection temporelle. Le dispositif (CCD2, voir le Tableau 2.6) permettant d'accéder à des temps d'exposition très courts, jusqu'à 3 ns, il est utilisé pour l'enregistrement du spectre des harmoniques cohérentes.

#### Mesures de la distribution angulaire du rayonnement

Un dispositif d'imagerie a également été mis en place sur la table optique en sortie du klystron optique (voir Figure 2.6, dernière ligne optique) afin de mesurer la distribution angulaire du rayonnement du LEL. Une lentille focalisante (L2) forme l'image du faisceau au niveau de l'iris (I0) à l'entrée de la caméra intensifiée CCD2 introduite au paragraphe précédent. Selon l'harmonique étudiée, le faisceau est filtré spectralement à l'aide des filtres passe-bande BP1 pour l'harmonique 2 et BP3 pour l'harmonique 3.

#### Mesure des distributions longitudinales

Une caméra à double balayage de fente (C5680, Hamamatsu) permet d'effectuer des mesures longitudinales du rayonnement incident avec une résolution théorique de 2 ps. Le principe de l'instrument est illustré en Figure 2.7. Le rayonnement, une succession d'impulsions lumineuses, est focalisé à l'entrée de la caméra sur une fente ou un trou de quelques  $\mu m$ , et converti en une successions d'impulsions électriques via une photocathode. Chaque impulsion électrique générée est ensuite projetée verticalement grâce à un premier balayage vertical en champ électrique (la rampe en champ est typiquement appliquée sur une durée de l'ordre de la durée de l'impulsion). Les impulsions électriques sont également successivement décalées horizontalement grâce à un second balayage horizontal en champ électrique (cette seconde rampe en champ est appliquée sur une durée plus longue, correspondant au temps de pose de la caméra). Ce dispositif de double balayage permet de visualiser l'évolution des distributions dans le temps.

La caméra est tout d'abord utilisée pour l'ajustement du recouvrement temporel entre le laser et le paquet d'électrons. Une image du rayonnement issu de l'onduleur permet de visualiser les deux distributions longitudinales, et donc leur position relative (voir Fig. 2.8). De plus, la distribution longitudinale de l'impulsion lumineuse du paquet d'électrons est une réplique de la distribution électronique. Le détecteur permet donc également de suivre l'évolution de la distribution électronique du paquet en interaction avec le laser. Lorsque la lumière est extraite au niveau du klystron optique, les impulsions sont constituées de l'émission spontanée, des



FIG. 2.7 – Schéma de principe d'une caméra à double balayage de fente. Le balayage en temps dit "rapide" permet de visualiser les distributions longitudinales des impulsions lumineuses focalisées sur la caméra. Le balayage en temps dit "lent" permet de suivre l'évolution dans le temps de ces distributions.



FIG. 2.8 – Exemple d'image de caméra à balayage de fente permettant de visualiser les positions relatives du paquet d'électrons (distribution la plus longue) et de l'impulsion laser (distribution la plus courte).

harmoniques cohérentes, et du laser. Afin de s'affranchir des rayonnements cohérents, la lumière peut aussi être extraite en sortie d'un aimant de courbure situé en aval du klystron. Seule la distribution électronique est alors enregistrée.

#### 2.2 Génération des harmoniques 2, 3 et 4

Le dispositif expérimental pour la génération d'harmoniques cohérentes a été mis en place en juillet 2005. Les premiers photons cohérents ont été obtenus dès le mois d'août sur l'harmonique 3. La caractérisation du LEL a été menée au cours de deux sessions en novembre 2005 et mai 2006, et d'études plus spécifiques en mars et décembre 2007.

## 2.2.1 Premiers résultats : Génération de l'harmonique 3 en configuration plane

Les premiers résultats ont été obtenus en configuration plane : les onduleurs du klystron optiques sont réglés en mode plan (champ magnétique sinusoïdal), et les électrons sont stockés à une énergie de 600 MeV.

#### Le chauffage du paquet

Une fois le laser aligné temporellement, spatialement et spectralement sur le faisceau d'électrons, la première étape de la GHC est la modulation de la distribution électronique par le faisceau laser dans le modulateur. La Figure 2.9 illustre la distribution électronique simulée avec PERSEO dans l'espace des phases en sortie du modulateur. Sans injection du laser, le coefficient quantifiant le degré de modulation  $b_0 = \langle e^{-i\phi_i} \rangle$ , avec  $\phi_i$  la phase du  $i^{\text{me}}$  électron dans le champ laser, reste faible ( $< 2.5 \times 10^{-3}$ ). Avec injection du laser ( $P_L=0.5$  W et  $\Delta T_L=1.2$  ps), l'espace des phases est profondément modifié : la distribution en énergie est nettement modulée avec un coefficient  $b_0=0.25$  sur le fondamental, 0.05 sur l'harmonique 3. La modulation cause également une augmentation de la dispersion en énergie [142, 143] : le laser "chauffe" le paquet d'électrons. D'après la relation [14] (voir § 1.2.2. Les anneaux de stockage) :  $\sigma_e = \frac{\alpha_c}{2\pi f_s} \sigma_{\gamma}$ , le chauffage devrait entraîner un allongement du paquet [144, 145].

La période de révolution des électrons est de 177 ns, tandis que le laser est injecté toutes les ms, permettant ainsi la relaxation de la distribution électronique entre chaque injection (soit pendant plus de 5600 tours). À chaque injection, le laser chauffe une faible portion au centre (dans la dimension longitudinale) du paquet. Ces électrons relaxent ensuite jusqu'à l'injection suivante grâce au mouvement synchrotron. En mode GHC, le paquet d'électrons devrait donc subir, à chaque injection, un allongement suivi d'un raccourcissement.

La longueur de paquet a été mesurée sommairement dans un premier temps afin de vérifier ces considérations (une étude plus poussée, menée ultérieurement, est présentée en § 2.3. Dynamique électronique en configuration de GHC). Sans injection du laser, la longueur du paquet est de 80 ps–RMS. L'injection du laser entraîne un allongement de 4% avec  $P_L=1$  W (correspondant à 83 ps–RMS), et de 7.5% avec  $P_L=2W$  (correspondant à 85.4 ps–RMS). Comme attendu, le laser induit une modulation en énergie qui résulte en une augmentation de la dispersion en énergie puis de la longueur du paquet d'électrons. En revanche, le raccourcissement lié à une éventuelle relaxation n'a pas pu être observé, probablement en raison de la résolution temporelle limitée de l'instrument.

L'allongement de paquet est une manifestation de la GHC.

#### Obtention de la troisième harmonique cohérente

En sortie du klystron optique, le rayonnement est focalisé sur la fenêtre d'entrée d'un photomultiplicateur (voir § 2.1.5. Diagnostics). La Figure 2.10 présente un exemple du signal enregistré par le détecteur. Chaque pic correspond à l'émission sur la troisième harmonique du



FIG. 2.9 – Distribution électronique dans l'espace des phases en sortie du modulateur, simulée avec le code PERSEO. (a) Sans injection du laser. (b) Avec injection du laser :  $P_L$ =1.17 GW (correspondant à une puissance moyenne de 1.5 W). La séparatrice est proportionnelle à la racine carrée du champ électrique. Paramètres de la simulation :  $\epsilon_n$ =1 mm.mrad (émittance normalisée),  $\sigma_{\gamma} = 4.2.10^{-4}$ ,  $\sigma_L$ =512 fs, et paramètres des Tableaux 2.1 (avec E=600 MeV), 2.2, et 2.3.



FIG. 2.10 – Intensité du rayonnement sur la troisième harmonique en fonction du temps. Le signal du photomultiplicateur (R759, Hamamatsu) est synchronisé par le système laser. Le pic central correspond à l'émission du paquet d'électrons lorsque le laser est injecté dans le klystron optique, et les pics latéraux correspondent à l'émission un tour avant et un tour après l'injection du laser. L'injection a lieu toutes les ms, soit tous les 5682 tours.  $P_L=1.12$  W,  $\Delta T_L=1.12$  ps, I=2.43mA.



FIG. 2.11 – Intensité de la troisième harmonique cohérente en fonction du courant crête. ( $\triangle$ ) : L'émission cohérente correspond à la différence entre rayonnement avec et sans injection du laser en sortie d'onduleur. (–) Régression avec une fonction de la forme :  $y = ax^2$ .  $P_L=1.7$ W,  $\Phi_L=8$ mm,  $\Delta T_L=840$  ps.

paquet d'électrons lors d'un passage dans le klystron. Les pics sont donc séparés d'une période de révolution dans l'anneau : 177 ns. Le pic central correspond à l'émission du paquet chauffé par le laser et les deux pics latéraux à l'émission du paquet aux tours précédant et suivant l'injection du laser. Le pic central est quatre fois plus intense : le laser induit une modulation en énergie puis en densité du paquet d'électrons permettant la génération de rayonnement cohérent sur la troisième harmonique. L'amplification réelle du signal lumineux est en fait supérieure de plusieurs ordres de grandeur. En effet, le détecteur effectue une intégration spectrale et temporelle des impulsions. L'intégration spectrale entraîne une réduction d'un facteur  $\frac{\sigma_{\lambda-ES}}{\sigma_{\lambda-HC}} \approx 15$ , et l'intégration temporelle d'un facteur  $\frac{\sigma_e}{\sigma_L} \approx 211$ , soit au total d'un facteur 3165 de l'intensité du signal.  $\sigma_{\lambda-ES}$  (resp.  $\sigma_{\lambda-HC}$ ) et  $\sigma_e$  (resp.  $\sigma_L$ ) sont les largeurs spectrales et les durées des impulsions d'émission spontanée (resp. d'émission cohérente).

L'évolution de l'intensité du rayonnement "supplémentaire" sur la troisième harmonique en fonction du courant crête est présentée en Figure 2.11. La dépendance quadratique observée est une signature caractéristique d'un rayonnement cohérent. Le dispositif mis en place permet bien la génération d'harmoniques cohérentes. Aucun effet dû à l'allongement du paquet d'électrons avec le courant n'est observé. L'allongement du paquet est en effet pris en compte dans le calcul du courant crête :  $\hat{I} = \frac{I}{\sqrt{2\pi\sigma_e}}$ .

#### Observation de Rayonnement Synchrotron Cohérent (CSR)

Au cours des expériences de GHC, des bouffées de rayonnement CSR [139], émis dans le domaine TeraHertz [146, 147, 148, 149], ont été enregistrées en sortie du dipôle situé après le klystron optique, sur la ligne de lumière BL6B [150]. Le CSR est produit lorsque la longueur du paquet d'électrons devient inférieure ou égale à la longueur d'onde du rayonnement. Deux méthodes sont utilisées pour satisfaire ces conditions : en créant une micro-structure dans la distribution longitudinale du paquet à l'aide par exemple d'un laser de courte durée d'impulsion (mode "Slicing" [151]), ou en réduisant considérablement la longueur de paquet à l'aide de



FIG. 2.12 - a) Train d'impulsions TeraHertz enregistrées avec un bolomètre synchronisé avec le système laser. b) Profil temporel d'une impulsion terahertz mesuré avec le bolomètre. Figures expérimentales extraites de [141]. Le laser Ti :Sa servant à la génération d'harmoniques cohérentes est injecté dans le klystron optique, permettant la génération d'impulsions TeraHertz en sortie du dipôle de la ligne BL6B.

facteur de compression des moments  $\alpha$  très faible ( $\approx 10^{-4}$ ) (on rappelle en effet que, sur un anneau, la longueur de paquet à zéro courant est proportionnelle à  $\alpha$  (voir § 1.2.2. Les anneaux de stockage)). Dans ce mode, deux régimes de génération de rayonnement TeraHertz sont ensuite distingués [152] : le régime "continu" et le régime "discontinu" (par bouffées). La structure temporelle du rayonnement reflète le mode d'injection de l'anneau. Aussi, lorsque l'anneau est injecté en mode multi-paquets, le régime est "continu", avec une intensité du rayonnement générée stable, et un spectre étroit. Inversement, lorsque l'anneau est partiellement rempli avec un courant crête plus élevé, le rayonnement est émis de façon discontinue, permettant d'obtenir des pics d'intensité plus élevés avec une forte variation tir à tir et un spectre plus large. À UVSOR-II, le rayonnement CSR est généré soit en mode faible facteur de compression en régime discontinu [149], soit en mode "Slicing" avec l'injection du laser Ti :Sa dans le klystron [140, 141] (voir Figure 2.12). Ainsi, l'injection du laser permet de générer simultanément des harmoniques cohérentes dans l'UV proche en sortie du klystron, et du rayonnement cohérent dans le TeraHertz en sortie du dipôle suivant le klystron.

#### 2.2.2 Génération des harmoniques 2, 3 et 4 en configuration plane

En configuration plane, avec un gain de 0.15% (calculé avec Eq.(1.52), nous avons pu observer la génération de rayonnement cohérent sur les harmoniques 2, 3 et 4. La Figure 2.13 illustre un exemple de signal sur les harmoniques 2 et 4 en sortie du klystron.

#### 2.2.3 Génération des harmoniques 2 et 3 en configuration hélicoïdale

En configuration hélicoïdale, le champ magnétique dans les deux onduleurs du klystron optique est hélicoïdal. Si le paramètre de déflexion en mode plan peut atteindre  $K_x \approx 6$ , il ne dépasse pas  $K_{x,y} \approx 4$  en mode hélicoïdal. Avec E=600 MeV, la condition de résonance


FIG. 2.13 – Intensité du rayonnement sur les harmoniques a) 2 (enregistrée avec le détecteur R928, Hamamatsu) et b) 4 (enregistrée avec le détecteur R729, Hamamatsu), en fonction du temps. Configuration plane.  $P_L$ =1.5 W,  $\Delta T_L$ =1.2 ps–FWHM. a) I=0.7 mA , b) I=0.76 mA. Pour chaque harmonique, l'intensité est mesurée pour deux valeurs d'entrefer distinctes : l'une correspondant à la résonance (40.4 mm) et l'autre à l'extinction de l'émission spontanée (46 mm). Ainsi, le signal mesuré sur le pic central pour g=46 mm correspond au laser IR résiduel. Ce signal, ainsi que celui de l'émission spontanée sur les pics latéraux, sont retranchés au signal mesuré sur le pic central pour g=40.4mm afin de déduire la contribution des photons issus de la GHC.

 $\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K_x^2 + K_y^2}{2}\right)$  ne peut plus être satisfaite. Les électrons sont donc stockés à plus basse énergie, E=508 MeV, et la résonance est atteinte pour  $K_{x,y} \approx 3.8$ . Dans cette configuration, le gain est plus faible, 0.09 % (calculé avec Eq.(1.52)) de par une émittance plus élevée, et nous avons pu observer la génération de rayonnement cohérent seulement sur les harmoniques 2 et 3. La Figure 2.14 illustre un exemple de signal sur l'harmonique 2 en sortie du klystron.

# 2.3 Dynamique électronique en configuration de GHC

La génération d'harmoniques cohérentes repose sur l'interaction entre un paquet d'électrons relativistes et une source laser intense. Nous nous sommes donc intéréssés à l'effet de la source laser sur la distribution électronique.

De telles études ont déjà été menées dans le cas de LELs sur anneau en configuration oscillateur. Elles ont notamment permis de mettre en évidence l'augmentation de la dispersion en énergie de la distribution [142, 143] causée par l'impulsion LEL ps stockée dans la cavité optique. L'impulsion "chauffe" le paquet, induisant allongement et déformation [144, 145, 153], jusqu'à ce que la saturation du LEL soit atteinte. Des effets locaux sur la distribution électronique (à l'échelle microscopique) ont également été observés [154, 155]. Plus récemment, les expériences de femtoslicing à BESSY ont fourni les premiers résultats de l'effet d'une source laser fs sur un paquet stocké dans un anneau [156, 147], et ont révélé une déformation locale du profil longitudinal [147] de la distribution.

Nous avons analysé la réponse dynamique des électrons stockés dans un anneau à l'excitation d'une source laser ps de forte intensité (GW), en s'appuyant sur les résultats expérimentaux



FIG. 2.14 – Intensité du rayonnement sur l'harmonique 2 en fonction du temps. Configuration hélicoïdale.  $P_L=1.5$  W,  $\Delta T_L=1.2$  ps–FWHM, polarisation laser circulaire. I=2.8 mA.

obtenus à UVSOR-II et sur des simulations. Ces travaux ont permis de mettre en évidence une interaction localisée à l'origine d'une déformation du paquet, et de comprendre l'évolution de la distribution en fonction des paramètres de l'expérience.

# 2.3.1 Simulation de l'interaction

Les électrons sont décrits à l'aide de leur énergie et de leur position longitudinale, et leur évolution suivie passage après passage dans l'anneau, une approche connue dans le contexte des LELs sur anneau de stockage [157, 158]. Un terme supplémentaire d'excitation est ajouté afin de simuler l'interaction avec un laser extérieur. L'évolution de la  $j^{\rm ème}$  particule au tour n est déterminée par les relations suivantes :

$$\tau_{n+1,j} = \tau_{n,j} - \alpha T_0 \epsilon_{n,j} \tag{2.2}$$

$$\epsilon_{n+1,j} = \epsilon_{n,j} - U_0 + V_{RF,n,j} - D_{n,j} + R_{n,j} + ES + W_{mod,n,j}$$
(2.3)

avec  $\tau_{n,j}$  la position longitudinale relative et  $\epsilon_{n,j}$  l'énergie normalisée relative par rapport à la particule synchrone. Les variations en énergie sont converties par l'optique machine en déplacements longitudinaux, qui dépendent du facteur de compression des moments  $\alpha$  et de la période de révolution dans l'anneau  $T_0$ . À chaque tour, une particule perd une énergie  $U_0$  par rayonnement synchrotron, perte compensée par le champ  $V_{RF,n,j}$  délivré par la cavité RF. ES est l'émission spontanée dans le klystron optique [37]. L'émission quantique aléatoire  $R_{n,j}$  excite l'électron qui oscille alors à la fréquence synchrotron  $f_S (\approx \text{kHz})$  autour de la particule synchrone. L'amortissement de ces oscillations, au temps caractéristique  $\tau_S$  ( $\approx$  quelques dizaines de ms), est décrit par le terme  $D_{n,j}$ . L'influence de la chambre à vide n'est pas prise en compte, ce qui interdit les comparaisons avec les mesures réalisées à courant "non nul". Un terme supplémentaire conduisant à un allongement de paquet serait pour cela nécessaire.

L'interaction dans un onduleur plan entre les électrons et le laser extérieur induit un échange d'énergie  $\Delta\gamma$ , introduit au Chapitre 1 (voir §1.5.1. De la modulation à la saturation) :

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2 mc^2} (J_0(\xi) - J_1(\xi)).$$
(2.4)

67



FIG. 2.15 – Longueur de paquet mesurée à l'aide de la caméra à double balayage de fente pour plusieurs puissances de laser injecté. ( $\blacktriangle$ )  $P_L$ =1.5 W, ( $\Delta$ )  $P_L$ =1.4 W, ( $\bullet$ )  $P_L$ =1 W, ( $\circ$ )  $P_L$ =0.5 W, ( $\times$ ) Sans injection du laser.  $f_{rep}$ =1 kHz,  $\Delta T_L$ =1.2 ps–FWHM.

Chaque  $j^{\grave{e}me}$  électron à la position relative  $\tau_{n,j}$  avec une phase initiale  $\Phi_j$  perçoit un champ laser d'intensité  $E_L \exp(-\frac{\tau_{n,j}^2}{2\sigma_L^2}) \sin(\omega_L \tau_{n,j} + \Phi_j)$ . Le terme supplémentaire de chauffage (modification d'énergie)  $W_{mod,n,j}$  dû à l'injection du laser est donc défini de la manière suivante :

$$W_{mod,n,j} = F_f \frac{\Delta\gamma}{\gamma} exp(-\frac{\tau_{n,j}^2}{2\sigma_L^2}) \sin(\omega_L \tau_{n,j} + \Phi_j)$$
(2.5)

Le facteur de correction  $F_f$  [159] permet de simuler le recouvrement transverse entre le laser et le paquet d'électrons.

Ce modèle permet de simuler l'évolution tour par tour de la distribution électronique, afin d'étudier la réponse en dynamique aux impulsions laser injectées.

## 2.3.2 Effet global sur la distribution électronique

On s'intéresse en premier lieu à l'effet global sur la distribution, c'est-à-dire sur la longueur du paquet. Expérimentalement, la longueur de paquet est mesurée à l'aide de la caméra à double balayage de fente. À bas courant (1 mA), l'injection du laser pour la génération d'harmoniques  $(f_{rep}=1 \text{ kHz et } P_L=1.7 \text{ W})$  entraîne une nette augmentation de la longueur initiale de 83 ps-RMS à 93 ps-RMS. Cet allongement est relié au chauffage du laser, c'est-à-dire à l'augmentation de la dispersion en énergie. Comme illustré en Figure 2.15, l'allongement a également été mesuré (à plus fort courant) en fonction de la puissance du laser injecté, ajustée à l'aide de densités optiques. Une variation de la puissance de 0.5 à 1.5 W conduit à un allongement de 0.8 % à 6 % par rapport à la longueur de paquet sans injection.

Les longueurs simulées à zéro courant correspondent à la valeur théorique de la longueur de paquet dans l'anneau, soit 80 ps–RMS. Lorsque le laser est injecté pour la génération d'harmoniques ( $P_L=1.7$  W,  $f_{rep}=1$  kHz et  $\Delta T_L=1.2$  ps–FWHM), le modèle prédit un allongement de paquet de 80 à 107 ps–RMS, en accord qualitatif avec les mesures. De plus, l'allongement simulé dépend de la puissance injectée, une évolution prévisible d'après Eq.(2.4), toujours en accord qualitatif avec les observations expérimentales de la Figure 2.15.



FIG. 2.16 – Longueur de paquet mesurée avec la caméra à double balayage de fente. Ligne continue : le laser est injecté périodiquement à l'aide d'un stroboscope tournant à 2 Hz (injection du laser pendant 250 ms avec un taux de répétition  $f_{rep} = 1$  kHz et  $P_L=1.7$  W, puis blocage du laser pendant les 250 ms suivantes). Ligne en pointillés : pas d'injection du laser. I = 1 mA. La longueur de paquet à bas courant (sans injection) est supérieure à la valeur théorique en raison d'un réglage non optimisé de la tension dans la cavité RF. Les deux pics correspondant à l'injection du laser ne sont pas du même niveau d'intensité, probablement en raison du chauffage rémanent de la première injection. Les courbes sont lissées.

Le taux de répétition du laser est ensuite réduit à 100 Hz (la puissance moyenne devient 0.17 W, mais la puissance crête reste la même). Dans ces conditions, aucun allongement n'a pu être détecté expérimentalement. La simulation correspondante (avec  $f_{rep}=100$  Hz et  $P_L=0.17$  W), prévoit un allongement de 3.5 ps-RMS. En accord avec les observations, une si faible modification de la longueur de paquet ne peut être mesurée, puisqu'elle correspond à la limite de résolution de la caméra. Lorsque le taux de répétition du laser est suffisamment faible, la longueur de paquet décroit probablement de façon significative entre deux injections, de sorte que l'allongement moyen (sur plusieurs injections) est faible et par conséquent non mesurable.

Le modèle reproduit donc qualitativement les résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II : le laser induit, via un chauffage, un allongement de paquet, dont l'amplitude dépend des paramètres du laser (puissance et taux de répétition).

# 2.3.3 Dynamique d'équilibre

L'évolution en fonction du temps de la longueur de paquet a été mesurée alors que le laser était alternativement injecté et bloqué à l'aide d'un stroboscope tournant à 2 Hz. Comme illustré en Figure 2.16, la longueur de paquet oscille nettement à la fréquence d'injection (2 Hz). Lorsque le laser est injecté, la longueur de paquet augmente de 12 %; lorsque le laser est bloqué, la longueur diminue et retourne à sa valeur initiale par amortissement synchrotron.

La simulation présentée en Figure 2.17 montre l'évolution de la longueur de paquet de l'état initial (pas d'injection du laser) à l'état final en fonctionnement du LEL (avec injection du laser). Lorsque l'injection commence, la longueur moyenne augmente graduellement, tout en oscillant à la fréquence d'injection du laser, jusqu'à ce qu'un état d'équilibre caractérisé par une longueur de paquet moyenne constante soit atteint.



FIG. 2.17 – Évolution de la longueur de paquet d'un état initial sans injection du laser, vers un état avec injection du laser pour la génération d'harmoniques ( $P_L=1.7$  W et  $\Delta T_L=1.2$  ps– FWHM). (a)  $f_{rep}=100$  Hz,  $T_{90\%} \approx 20$  ms, (b)  $f_{rep}=1$  kHz,  $T_{90\%}=14$  ms, (c)  $f_{rep}=10$  kHz,  $T_{90\%}$ =11 ms. Simulation avec 15000 particules et les paramètres du Tableau 2.1.  $T_{90\%}$  est le temps nécessaire pour que la longueur de paquet atteigne 90% de sa longueur finale. Dans les encarts : le centre de masse ( $X_0$ ) oscille à 18 kHz, et la longueur de paquet ( $\sigma_L$ ) à 36 kHz.

Dans les trois cas simulés ( $f_{rep} = 100$  Hz, 1 kHz et 10 kHz), le temps de montée à l'équilibre reste inférieur à 25 ms. Une valeur limite de 100 ms a été mesurée expérimentalement à l'aide du stroboscope (voir Figure 2.16). Le temps de montée simulé décroît avec le taux de répétition  $f_{rep}$  (voir Figure 2.17) : il est de 20 ms à 100 Hz, 14 ms à 1 kHz, et de seulement 11 ms à 10 kHz. Ce comportement peut s'expliquer à l'aide d'un simple modèle d'évolution de la dispersion en énergie :  $\sigma_{\gamma,p+1} = \sigma_{\gamma,p} \ e^{-\Delta t/\tau_S} + \Delta \sigma_{\gamma}$ . Entre deux tirs laser consécutifs, notés p et séparés d'un temps  $\Delta t = 1/f_{rep}$ , la dispersion totale en énergie  $\sigma_{\gamma}$ , proportionnelle à la longueur de paquet à zéro courant, croît de  $\Delta \sigma_{\gamma}$  sous l'effet du laser. La vitesse de convergence de la suite  $(\sigma_{\gamma})_p$  est  $e^{-\Delta t/\tau_S}$ , qui décroît avec  $\Delta t$ . Ainsi, plus le taux de répétition du laser est élevé, plus l'équilibre est atteint rapidement.

A l'équilibre, la longueur de paquet n'est pas constante, mais oscille à deux échelles de temps différentes (voir Figure 2.17). Les oscillations lentes correspondent au taux de répétition du laser : à chaque injection, la longueur de paquet augmente puis diminue jusqu'à revenir à sa valeur juste avant injection. L'amplitude des oscillations est constante et dépend des paramètres du laser (puissance, et taux de répétition). Avec  $P_L=1.7$  W ( $\Delta T_L=1.2$  ps–FWHM) et un taux de répétition faible (100 Hz), le paquet d'électrons est presque rafraîchi : il retourne quasiment à sa longueur naturelle (sans injection laser) entre deux injections. Le rafraîchissement total est atteint pour des taux de répétition inférieurs à 25 Hz. Pour des taux de répétition plus élevés (1 kHz et 10 kHz), la compétition entre l'amortissement synchrotron et l'excitation laser permet d'atteindre un état d'équilibre final caractérisé par une longueur de paquet bien supérieure à la longueur naturelle. Les oscillations rapides correspondent au mouvement synchrotron. La longueur de paquet oscille à deux fois la fréquence synchrotron, et le centre de masse de la distribution oscille à la fréquence synchrotron (voir encart dans la Figure 2.17(c)).

En résumé, la distribution électronique répond à l'excitation du laser en atteignant un état d'équilibre chauffé. Une fois dans cet état, la distribution oscille à la fréquence d'injection du laser (1 kHz) et à la fréquence synchrotron (20 kHz). Les oscillations rapides permettent la relaxation entre deux injections. Dans le cas des LELs oscillateur, le chauffage conduit également à un équilibre, et l'état final dépend des caractéristiques initiales du paquet d'électrons, des pertes de la cavité optique, et de la fréquence de révolution des paquets dans l'anneau. La même évolution a été démontrée dans le cas des LELs en configuration GHC, mais dans ce cas, l'état final peut être ajusté à l'aide des paramètres du laser injecté (puissance et taux de répétition). La puissance des harmoniques cohérentes dépendant fortement de la distribution électronique [160, 161], ces résultats ouvrent des perspectives d'optimisation de la puissance crête et moyenne des harmoniques, via l'ajustement du chauffage. À titre d'exemple, une augmentation du taux de répétition du laser d'injection peut entraîner une augmentation de la puissance moyenne rayonnée mais également, un chauffage du paquet plus intense qui, en augmentant la dispersion en énergie et la longueur de paquet, réduit la puissance crête et moyenne.

# 2.3.4 Aspect local du chauffage

La longueur d'impulsion laser étant plus courte de près de deux ordres de grandeur par rapport à la longueur du paquet d'électrons, nous nous sommes intéressés à l'effet local sur la distribution. Les analyses précédentes dans le cas des LELs oscillateur [158, 155] et du Slicing [147] ont mis en évidence une empreinte localisée du laser sur la distribution. Si le profil en densité présente un "trou", c'est-à-dire un défaut d'électrons, et que ce "trou" persiste d'une injection laser à l'autre, l'émission cohérente, proportionnelle au carré du nombre d'électrons en interaction, pourrait être altérée.



FIG. 2.18 – Profils longitudinaux simulés : (a) Profil initial, sans injection du laser, (b) Profil deux tours après la première injection du laser, (c) Profil dans le régime saturé deux tours avant une injection laser, (d) Profil dans le régime saturé deux tours après une injection laser. Paramètres de simulation :  $f_{rep}=1$  kHz,  $P_L=8.5$  W,  $\Delta T_L=6$  ps–FWHM (optimisés pour produire un trou net dans la distribution), 15000 particules, et autres paramètres du Tableau 2.1.

Quels que soient les paramètres du laser, l'analyse des images enregistrées à l'aide de la caméra à double balayage de fente n'a pas permis de révéler de trou dans la limite des 2 ps-RMS de résolution et de la moyenne effectuée par le balayage horizontal (630  $\mu s$ ). Cependant, un aplatissement du sommet, ainsi qu'une augmentation de la densité sur les ailes de la distribution ont pu être observés (avec  $f_{rep}=1$  kHz,  $P_L=1.7$  W et  $\Delta T_L=1.2$  ps-FWHM) [153]. Les profils en fonctionnement du LEL ont ensuite été simulés, et un exemple typique est présenté en Figure 2.18. Sans injection du laser, la distribution présente un profil gaussien (a). La première injection crée une déformation au centre de la distribution (b) : un trou apparaît un tour après l'injection et persiste sur quelques tours (quelques  $\mu$ s). Les ailes de la distribution ne sont pas encore affectées et se superposent encore aux ailes de la distribution initiale (sans injection). Lorsque l'équilibre est atteint ((c) et (d)), chaque injection laser creuse toujours un trou (d) qui ne persiste que sur quelques tours. La profondeur du trou est cependant réduite, et la densité sur les ailes augmentée. L'évolution des profils montre que le laser est à l'origine d'une déformation de la distribution, un trou, qui disparaît entre deux injections. En accord avec les observations expérimentales, ce trou ne peut être détecté par la caméra à double balayage de fente qui effectue une moyenne sur 630  $\mu$ s, soit sur plusieurs centaines de tours. Les électrons chauffés par le laser sont déplacés du centre vers les ailes de la distribution.

La distribution des électrons dans l'espace des phases à deux dimensions, juste après une injection laser, est présentée en Figure 2.19(a). Dans une bande étroite au centre de la distribution, l'énergie des particules est modifiée de façon importante, en raison du chauffage laser. Entraînées par le mouvement synchrotron, ces particules effectuent des oscillations dans l'espace des phases avec une amplitude accrue, conduisant à d'importants déplacements longitudinaux, et finalement à un allongement de la distribution. Ce mouvement est à l'origine de la disparition rapide du trou dans le profil en densité du paquet d'électrons.

Le trou a ensuite été analysé dans l'espace des phases reconstruit [162] à partir de la densité électronique de la distribution  $N(\tau)$  (voir Figure 2.19(b)). Dans cette représentation, une variation de la densité électronique correspond à une oscillation de la trajectoire, dont l'amplitude  $A_{trou}$  est mesurable et reliée à l'importance du défaut.

Dans la perspective d'un contrôle du processus de chauffage, c'est-à-dire de limitation de la dégradation de la distribution électronique, l'influence des paramètres du laser injecté sur l'amplitude du trou  $A_{trou}$  a été simulée (voir Figure 2.20). Une augmentation du taux de répétition



FIG. 2.19 – Représentation de la distribution électronique dans : (a) l'espace des phases, (b) l'espace des phases reconstruit (à partir de  $N(\tau)$  et de sa dérivée  $\frac{dN(\tau)}{d\tau}$ ); l'amplitude de l'oscillation au niveau du trou est  $A_{trou} = 10.9 \times 10^{12}$  particules par unité de temps. Simulation de la distribution électronique en régime saturé, 2 tours après une injection du laser, correspondant au profil de la Figure 2.18(c).



FIG. 2.20 – (°) Longueur de paquet et ( $\blacktriangle$ ) amplitude de l'oscillation  $A_{trou}$  (moyenne du maximum et du minimum de la valeur absolue de la dérivée de la densité le long du profil déformé en régime saturé (2 tour après une injection laser) en fonction de (a)  $f_{rep}$  (avec  $P_L=1.7$  W,  $\Delta_L=1.2$  ps– FWHM), (b)  $\Delta T_L$  à puissance crête donnée (correspondant à  $P_L=1.7$  W et  $\Delta T_L=1.2$  ps–FWHM, avec  $f_{rep}=1$  kHz). Simulation avec 15000 particules et les paramètres du Tableau 2.1.

de l'injection du laser (voir Figure 2.20(a)) entraîne un allongement plus fort et une diminution de l'amplitude d'oscillation  $A_{trou}$ . Pour des valeurs élevées de  $f_{rep}$ , le laser ne déforme plus localement la distribution, l'ensemble du paquet étant d'ores et déjà très chauffé. Le mouvement synchrotron, en compétition avec l'excitation du laser, maintient le courant crête maximum au centre, autorisant (potentiellement) la génération d'un rayonnement de puissance moyenne élevée. Mais ce mouvement est également à l'origine du fort allongement de la distribution, et donc de la réduction de la densité électronique au centre, pouvant causer une baisse de la puissance crête.

À taux de répétition (1 kHz) et puissance donnés, une augmentation de la durée d'impulsion accentue à la fois l'allongement de paquet et l'amplitude du trou (voir Figure 2.20(b)). Une plus longue durée d'impulsion étend la zone de chauffage, augmente le nombre d'électrons en interaction et déforme ainsi davantage la distribution. Une augmentation de la durée d'impulsion du laser tend donc à réduire la puissance crête via la baisse de densité électronique au centre, et à l'accroître via l'augmentation du nombre d'émetteurs impliqués dans l'interaction. Des calculs supplémentaires de rayonnement LEL (par exemple à l'aide de PERSEO) seraient nécessaires pour déterminer l'effet prédominant et les conséquences sur le niveau de la puissance crête. Expérimentalement, une augmentation de la longueur d'impulsion à puissance moyenne constante conduit à une augmentation de la puissance délivrée sur la troisième harmonique.

Au final, la durée d'impulsion du laser injecté chauffe localement le paquet d'électrons à chaque injection. Selon les paramètres laser, le chauffage crée un trou dans la distribution de densité, qui disparaît grâce au mouvement synchrotron entre deux injections. Ces considérations de dynamiques locales peuvent donc être utilisées pour optimiser la puissance moyenne par rapport à la puissance crête à l'aide des paramètres d'injection du laser.

## 2.3.5 Effet du laser en fonction du courant



FIG. 2.21 – Moments de la distribution électronique (longueur de paquet, skewness et kurtosis) en fonction du courant, (o) Avec injection du laser à  $f_{rep}=1$  kHz,  $\Delta T_L=1.2$  ps et  $P_L=1.7$  W, (x) Sans injection du laser. Les profils ont été mesurés avec la caméra à double balayage de fente.

La Figure 2.21 illustre l'éffet du laser sur la distribution électronique en fonction du courant. La courbe principale représente l'évolution du moment d'ordre deux, c'est-à-dire de la longueur de paquet. Dans la gamme de courant utilisée pour la GHC, les électrons sont dans le régime dit de déformation du puits de potentiel (PWD, Potential Well Distortion) [133]. Comme attendu dans ce régime, la longueur de paquet sans injection du laser augmente avec le courant. En effet, l'amplitude du champ de sillage croît avec le courant, conduisant dans le cas d'un  $\alpha$  positif comme à UVSOR-II, à un allongement de paquet et des déformations du profil, tandis que la dispersion en énergie reste à peu près constante. En accord avec les résultats du paragraphe précédent, à faible courant l'injection du laser induit un fort allongement de paquet, qui diminue à plus fort courant. Aux alentours de 40 mA, l'allongement de paquet n'est plus mesurable. La courbe située en haut à gauche de la Figure 2.21 illustre le coefficient de skewness (obtenu à partir du moment d'ordre trois) en fonction du courant, coefficient caractéristique de la symétrie de la distribution. Lorsque le laser n'est pas injecté, le coefficient de skewness décroît avec le courant vers les valeurs négatives : en régime puits de potentiel, la croissance du champ de sillage avec le courant augmente les déformations et l'assymétrie des distributions. A faible courant, l'injection du laser entre en compétition avec les effets du régime PWD et les distributions tendent à redevenir plus symétriques. Là encore, ce phénomène s'atténue avec le courant, et disparaît aux alentours de 30 mA. La courbe en bas à droite de la Figure 2.21 illustre l'évolution du coefficient de kurtosis (obtenu à partir du moment d'ordre 4) en fonction du courant. Lorsque le laser n'est pas injecté, le coefficient de kurtosis décroît avec le courant, indiquant un applatissement local des distributions, effet attendu en régime PWD. Le coefficient de kurtosis augmente légèrement avec l'injection du laser, et cet effet disparaît progressivement à fort courant. L'analyse de l'évolution des moments d'ordre 2 à 4 des distributions permet de mettre en évidence l'atténuation de l'effet du laser injecté sur l'ensemble des distributions électroniques à fort courant. Cependant, dans le cas du LEL oscillateur de UVSOR-II [137], plus le courant est élevé, plus le chauffage du paquet est important. En effet, le gain croît avec le courant, permettant l'augmentation de la puissance intra-cavité et donc le chauffage des paquets par le LEL. Dans le cas des LELs GHC, la puissance du laser injecté et sa durée d'impulsion sont des constantes. Le chauffage ne dépend donc du courant que par l'intermédiaire du rétrécissement relatif de la durée d'impulsion du laser par rapport à la longueur de paquet. D'après la Figure 2.20, une longueur d'impulsion relativement plus courte induit un allongement plus faible. La décroissance de l'intensité du chauffage avec le courant résulte ainsi probablement de l'aspect local de l'interaction, accru à fort courant.

### Conclusion

Ces études ont permis de pousser l'analyse de la réponse dynamique d'un paquet d'électrons stocké dans un anneau à l'excitation d'un laser ps intense. Nous avons mis au point un code pour la simulation de l'interaction qui reproduit qualitativement les résultats expérimentaux (des comparaisons quantitatives nécéssiteraient d'une part, côté expérimental, des mesures plus précises des paramètres faisceaux et tour à tour de la distribution longitudinale des électrons, et d'autre part, côté simulation, l'intégration dans le code des effets d'impédance). Grâce aux simulations, nous avons démontré que le laser chauffe la distribution, la menant à un état final d'équilibre stable. Les électrons exhibent une dynamique à deux échelles : l'une à la période d'injection du laser, l'autre à la période du mouvement synchrotron. Le laser creuse un trou dans la distribution à chaque injection, qui se résorbe entre deux injections. L'état d'équilibre final dépend des paramètres d'injection du laser. L'ajustement du chauffage, c'est-à-dire de la dégradation de la distribution, pourra être utilisé pour l'optimisation du rayonnement généré. Le modèle mis au point, validé dans le cas d'un laser ps et d'un paquet de 100 ps, pourra être appliqué dans le contexte plus général des sources de troisième génération, avec un laser et un paquet d'électrons de même longueur, comme par exemple pour les expériences de Slicing [147]. Il peut notamment être utilisé pour évaluer les valeurs maximales de puissance, de taux de répétition et de longueur d'impulsion du laser injecté qui permettent une interaction, sans entraîner

la perte du paquet d'électrons. En effet, si l'amplitude d'oscillation dans l'espace des phases est trop élevée, et dépasse l'acceptance en énergie de la machine, le faisceau d'électrons est perdu. À UVSOR-II, lorsque l'acceptance est mal optimisée, le faisceau peut être tué avec  $P_L=1.7$  W et  $\Delta T_L=0.5$  ps.

# 2.4 Optimisation de la génération d'harmoniques

## 2.4.1 Optimisation de l'entrefer de l'onduleur

Pour qu'il y ait interaction entre le champ laser et le paquet d'électrons, la condition de résonance :  $\lambda_L \cong \lambda_R$  doit être satisfaite. La longueur d'onde du laser étant fixée,  $\lambda_R$  est ajustée à l'aide de l'entrefer de l'onduleur g. L'intensité des harmoniques 2, 3 et 4 a été mesurée en fonction de l'entrefer (voir Figure 2.22). Dans les trois cas observés, l'évolution est identique : l'intensité cohérente est nulle pour des valeurs d'entrefer inférieures à 39.5 mm, puis atteint un maximum entre 40.5 et 41 mm, et retombe à zéro au-delà d'un entrefer de 42.0 mm. Comme attendu, la génération d'harmoniques n'est obtenue qu'autour d'une longueur d'onde de résonance donnée. Les maxima mesurés sont de 40.8 mm pour H2, 40.5 pour H3 et 40.6 pour H4. D'après Eq.(2.1) :  $\lambda_R=780$  nm pour H2,  $\lambda_R(40.5mm)=784$  nm pour H3 et  $\lambda_R=773$  nm pour H4.



FIG. 2.22 – Intensité des harmoniques cohérentes en fonction de l'entrefer de l'onduleur. ( $\circ$ ) n=2, ( $\triangle$ ) n=3, ( $\bullet$ ) n=4.  $P_L=$  2W,  $\Phi_{Laser}=$  7 mm pour H3 et  $\Phi_{Laser}=$  15 mm pour H2 et H4,  $\Delta T_{Laser}=1$  ps,  $Z_R=1.5$  m. Normalisation à I=1 mA.

La longueur d'onde de résonance de l'onduleur est décalée de 16 à 27 nm par rapport à la longueur d'onde du laser, et semble dépendre du numéro harmonique.

Chaque phénomène peut être expliqué qualitativement : la dépendance harmonique de  $\lambda_R$  par la dépendance des fonctions de modulation, et le décalage de la résonance par la phase de Gouy [163].

#### L'optimisation de la modulation

La génération d'harmoniques cohérentes se déroule en trois temps : modulation du paquet en énergie dans le modulateur, modulation en densité dans la section dispersive puis rayonnement cohérent dans le radiateur. La modulation en énergie opérée par le laser est donc une étape déterminante pour les propriétés des harmoniques générées.

Le courant associé à la distribution électronique s'écrit :

$$I = e \frac{dn}{dt} = e \frac{dn}{dt_j} \frac{dt_j}{dt}$$
$$I = I_0 \frac{dt_j}{dt}$$

où n est la densité électronique,  $I_0$  le courant initial (sans modulation), t le temps dans le référentiel du laboratoire, et  $t_i$  le temps d'arrivée de l'électron j dans le modulateur. Au temps

initial  $t_j$ , l'électron j a parcouru une distance  $s(t_j) = 0$  dans l'onduleur. Au temps t, il a parcouru une distance s(t). Ainsi :

$$t = t_j + \frac{s(t)}{\beta_{ez}c} \tag{2.6}$$

Le temps  $\Delta t$  nécessaire à un électron pour traverser un onduleur plan de N périodes  $\lambda_0$  à la vitesse  $\beta_{ez}$  s'écrit :

$$\Delta t = \frac{s(\Delta t)}{\beta_{ez}c} = \int_0^{N\lambda_0} \frac{dz}{\beta_{ez}c}$$
$$\Delta t = \int \frac{dz}{c(1 - K^2/\gamma^2 \sin^2(k_0 z))^{1/2}}$$
$$\Delta t \approx \frac{N\lambda_0}{c} (1 + (K/2\gamma)^2)$$

On a négligé  $1/\gamma$  par rapport à  $K/\gamma$ . Dans le cas d'UVSOR-II, le temps  $\Delta t$  nécessaire à un électron pour traverser le modulateur et la section dispersive est donc :

$$\Delta t \approx \frac{(N+N_d)\lambda_0}{c} (1 + (K/2\gamma)^2)$$

Le courant I associé à la distribution électronique devient donc :

$$I = I_0 \frac{dt_j}{dt}$$

$$I = I_0 (\frac{dt}{dt_j})^{-1}$$

$$I = I_0 (1 + \frac{d\Delta t}{dt_j})^{-1}$$

$$I = I_0 (1 + \frac{\partial\Delta t}{\partial\gamma} \frac{\partial\gamma}{\partial t_j})^{-1}$$

$$I = e \frac{dn}{dt_j} (1 + \frac{(N+N_d)\lambda_0}{c} \frac{\partial}{\partial\gamma} [1 + (K/2\gamma)^2] \frac{\partial\gamma}{\partial t_j})^{-1}$$

D'autre part, l'échange d'énergie entre le las er et les électrons dans le modulateur induit une modulation en énergie de l'électron j:

$$\gamma_j = \gamma + \Delta \gamma \, \cos(\omega_L t_j)$$

D'où :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t_j} = -\omega_L \Delta \gamma \, \sin(\omega_L t_j)$$

Finalement :

$$I = I_0 [1 + \eta_m \, \sin(\omega_L t_j)]^{-1} \tag{2.7}$$

avec  $\eta_m$  le cœfficient de modulation<sup>1</sup>, défini par :

$$\eta_m = \frac{(N+N_d)\lambda_0}{c}\omega_L \Delta \gamma \frac{K^2}{\gamma^3}$$
(2.8)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La fonction de modulation –*bunching*– est définie selon [66] :  $b = 2exp[-1/2n^2\sigma_{\gamma}^2(\frac{d\phi}{d\gamma})^2]J_n(n\Delta\gamma\frac{d\phi}{d\gamma})$ , avec  $\phi$  la phase d'un électron relativement à l'onde lumineuse. Aussi, le coefficient de modulation défini ici,  $\eta_m$ , correspond à l'argument de la fonction de modulation  $\Delta\gamma\frac{d\phi}{d\gamma}$ .

Le développement en série de Fourier de l'expression (2.7) permet d'exprimer la densité électronique modulée  $n_e$  en fonction de la densité initiale  $n_{e0}$  et d'une somme de fonctions de Bessel d'argument  $n\eta_m$ , n étant l'ordre harmonique :

$$n_e(t) = n_{e0} [1 + 2\sum J_n(n\eta_m) \cos(n(\omega_L(t - 2\pi z/(c\beta_{ez})) + \pi/2))].$$
(2.9)

Ce développement fait apparaître des modulations de la densité le long de l'axe z, à des fréquences harmoniques du fondamental :  $n\omega_L c/\beta_{ez}$ . L'intensité de modulation à l'harmonique n est  $J_n(n\eta_m)$  maximum en  $n\eta_m=1.89$ . Aussi, lorsque n croît, le maximum est obtenu pour des  $\eta_m$  décroissants (voir Figure 2.23). La modulation optimale n'est donc pas obtenue simultanément (en terme de  $\eta_m$ ) sur toutes les harmoniques. Pour n=1,  $\eta_m=1.89$ , pour n=2,  $\eta_m=1.51$ , pour n=3,  $\eta_m=1.39$  et pour n=4,  $\eta_m=1.35$ .



FIG. 2.23 – Fonctions de Bessel en fonction du paramètre de modulation  $\eta_m$  et de l'harmonique n.

Le paramètre  $\eta_m$  dépend, via le paramètre de déflexion K, de l'entrefer g de l'onduleur (voir Eq.(2.1)) :  $K = 0.0934 \times \lambda_0 \times 1.5 \times e^{-2.55g/\lambda_0}$ . Avec  $\Delta \gamma = 0.73$  (ajustée pour obtenir un accord numérique sur H3), N=9 et  $N_d=90$ , et d'après Eq.(2.8), l'optimum pour H2 ( $\eta_m=1.51$ ) est atteint en g=38.8 mm, pour H3 en 40.5 mm, et pour H4 en 41.3 mm. En théorie, la valeur optimale de l'entrefer croît avec le numéro harmonique, et l'écart mesuré entre l'optimum de H2 et celui de H4 est de 2.5 mm. Une telle évolution n'a pu être mise en évidence expérimentalement. Certes, on observe une variation de l'entrefer optimum selon le numéro harmonique, mais sans direction constante. De plus les variations restent inférieures à 0.5 mm. Le calcul analytique conduit probablement à une surestimation du déphasage induit par le laser. L'imprécision de la mesure peut également être en cause (intégration spectrale et spatiale du rayonnement par le détecteur).

En revanche, ces simples considérations analytiques mettent en évidence la dépendance de l'optimum de modulation avec le numéro harmonique. Ainsi, à entrefer donné et puissance d'injection croissante, le taux de modulation optimal sera d'abord atteint sur l'harmonique 4, puis sur l'harmonique 3 et enfin sur l'harmonique 2. Pour une certaine puissance d'injection, il serait donc possible de dépasser l'optimum de modulation sur l'harmonique 3 (dégradation de la structure en micro-paquets sur l'harmonique 3), sans pour autant le dépasser sur l'harmonique 2 (voir paragraphes suivants).

Remarque sur la bande passante du LEL :

Les courbes de la Figure 2.22 sont une belle illustration de la condition de résonance :  $\lambda_L \cong \lambda_R$ . Lorsque l'onduleur n'est pas ajusté près de la longueur d'onde d'injection, il n'y a pas de génération d'harmoniques cohérentes. Il est donc possible de déduire de ces courbes une estimation de la bande passante du LEL. La largeur à mi-hauteur (en mm) est convertie avec l'Eq.(2.1) en une largeur à mi-hauteur en nm, puis ramenée à une bande passante spectrale relative (par rapport à  $\lambda_R = 784$  nm). On obtient  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_R} = 6.6\%$  pour H2, et  $\frac{\Delta\lambda_R}{\lambda_R} = 2.6\%$  pour H3 et H4. En théorie, la bande passante est environ égale au paramètre de Pierce  $\rho$ , soit à UVSOR-II :  $\rho = 0.08\%$  (E=600 MeV,  $\epsilon=27$  nm.rad,  $\hat{I}=7.8$  A). La bande passante est environ de la largeur spectrale du laser injecté, mais aussi de l'intégration spectrale effectuée par la mesure au photomultiplicateur à l'aide d'un simple filtre passe-bande de 10 nm de bande passante.

### La phase de Gouy

Le champ électrique associé à une onde électromagnétique gaussienne dans le mode fondamental, en coordonnées cylindriques r et z s'exprime ainsi :

$$E_L(r=0,z,t) = \frac{E_L}{w(z)} \times exp(i(k_L z - \psi(z)) - (\frac{r}{w_0 w(z)})^2 - i\frac{k_L}{2R(z)} - i\omega_L t),$$
(2.10)

avec  $w^2(z) = 1 + ((z - z_0)/Z_R)^2$ ,  $R(z) = z + Z_R^2/z$ ,  $\psi(z) = tan^{-1}(z/Z_R)$  la phase de Gouy [163],  $Z_R = \pi w_0^2/\lambda_L$ ,  $w_0$  le waist du faisceau, et  $z_0$  la position du waist dans l'onduleur.

Dans le cas d'un laser polarisé linéairement, et pour r = 0,

$$E_L(r,z,t) = \frac{E_L}{w(z)} \times exp(i(k_L z - \psi(z) - \omega_L t)).$$
(2.11)

L'énergie échangée entre les électrons et le champ las er s'écrit (voir Eq.(1.61), Chapitre 1), dans le cas d'une on de gaussienne :

$$E_{ech} = \int ec\beta_{e}.\vec{E}dz$$

$$E_{ech} = \int dz \; \frac{ec\beta_{e} \; E_{L}}{w(z)} \; \cos(\frac{2\pi z}{\lambda_{0}} + k_{L}z - \psi(z) - \omega_{L}t + \phi_{0})$$

$$E_{ech} = \int dz \; \frac{ec\beta_{e} \; E_{L}}{w(z)} \; \cos(\phi(z)) \tag{2.12}$$

La phase relative  $\phi$  des électrons par rapport à l'onde lumineuse s'exprime en fonction de z de la façon suivante :

$$\begin{split} \phi(z) &= \frac{2\pi z}{\lambda_0} + k_L z - \psi(z) - \omega_L t + \Phi_0 \\ \phi(z) &= \frac{2\pi z}{\lambda_0} + \frac{2\pi}{\lambda_L} [z - ct] - \psi(z) + \Phi_0 \\ \phi(z) &= \frac{2\pi z}{\lambda_0} + \frac{2\pi}{\lambda_L} [z - z/\beta_{ez}] - \psi(z) + \Phi_0 \\ \phi(z) &= \frac{2\pi z}{\lambda_0} + \frac{2\pi}{\lambda_L} z [1 - (1 + \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2})] - \psi(z) + \Phi_0 \\ \phi(z) &= \frac{2\pi z}{\lambda_0} - \frac{2\pi}{\lambda_L} z [\frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2}] - \psi(z) + \Phi_0 \end{split}$$

80

La longueur d'onde du laser  $k_L$ , la période de l'onduleur  $\lambda_0$  et l'énergie  $\gamma$  des électrons sont des paramètres fixes de l'expérience. En revanche, la longueur de Rayleigh  $Z_R$  (et donc le waist  $w_0$ ) et la position du waist du laser  $z_0$ , ainsi que le paramètre de déflexion de l'onduleur K, sont des variables ajustables pour les besoins de l'expérience. Une fois les paramètres laser fixés, le laser et les électrons interagissent dans l'onduleur et échangent une énergie  $E_{ech}$  qui ne dépend plus que de K et  $\phi_0$  la phase relative des électrons par rapport à l'onde lumineuse. Il est donc possible d'optimiser  $E_{ech}$ , et ainsi la génération d'harmoniques, à l'aide de K. Pour chaque valeur de K, les particules se regroupent ensuite autour de positions en phase  $\phi_{0,opt}$ , séparées de  $2\pi$ , qui maximisent  $E_{ech}$ . Selon la valeur de K, la bande passante du LEL étant finie, le maximum atteint n'est pas constant.

L'intégrale définie par (2.12) est discrétisée selon z le long de l'onduleur.  $\lambda_L$ ,  $Z_R$ ,  $z_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $\gamma$  sont définis comme des paramètres, et  $(K,\phi_0)$  comme les variables. À l'aide d'un outil d'optimisation implémenté sous le logiciciel statistique R [164], le calcul de  $E_{ech}$  peut être optimisé selon le couple  $(K,\phi_0)$ , ou plus simplement à K donné, selon  $\phi_0$ .

Dans le cas d'une onde plane,  $Z_R \to \infty$ , entraînant  $w(z) \to 1$  et  $\psi(z) \to 0$ . En prenant  $Z_R >> 1$ , par exemple  $Z_R=50$  m, l'échange d'énergie est optimisé pour le couple  $(K_{opt-P}=6.2; \phi_{0,opt-P}=3.4 \text{ rad})$ . Avec la relation de résonance "habituelle" (voir Eq.(1.33)), K=6.17. L'optimisation de l'échange d'énergie dans le cas d'une onde plane permet donc de retrouver la relation de résonance classique du LEL.  $E_{ech}$  est tracée en fonction de K en Figure 2.24 pour plusieurs valeurs de  $Z_R$  afin de visualiser les optima en K. (On remarque que ce type de simulation reproduit l'évolution de l'intensité des harmoniques en fonction de l'entrefer présentée au paragraphe précédent.) Lorsque  $Z_R$  augmente, la valeur de  $K_{opt}$  augmente. Ainsi, l'utilisation d'une onde gaussienne pour l'injection de l'onduleur entraîne un décalage vers le bleu (plus courte longueur d'onde) de la longueur d'onde de résonance qui maximise l'interaction.



FIG. 2.24 –  $E_{ech}$  en fonction de K, calculée et optimisée en fonction de  $\phi_0$  sous R selon l'équation (2.12), pour  $Z_R=0.15$ , 1.0, 1.5, 4 et 50 m.

L'évolution de  $K_{opt}$  en fonction de  $Z_R$  pour diverses positions du waist dans le modulateur est ensuite présentée en Figure 2.25. Lorsque  $Z_R$  augmente,  $K_{opt}$  converge vers la valeur  $K_{opt-P}=6.2$ , correspondant au cas plan. La valeur finale est atteinte aux environs de  $Z_R \approx 10$  m. Lorsque  $Z_R$  diminue,  $K_{opt}$  diminue, et s'écarte de la valeur obtenue dans le cas plan (ou par la relation

théorique (1.33)). Par ailleurs, plus la position du waist est proche du centre de l'onduleur (situé à  $z_0=0.5$  m), plus la variation de K est importante. En effet, dans le cas d'une focalisation forte  $(Z_R < 1 \text{ m})$ , l'intensité du laser décroit très rapidement de part et d'autre du point focal. L'intensité intégrée sur la section du faisceau à l'intérieur de l'onduleur est donc plus sensible aux variations de position du point focal. En Figure 2.25, les simulations sont également comparées aux résultats expérimentaux. Avec une longueur de Rayleigh de  $Z_R = 0.15$  m, pour  $z_0=1$  m (resp. 0.5 m), le résultat de la simulation est  $K_{opt} = 6.09$  (resp. 5.97). Expérimentalement, avec un  $Z_R$  théorique du laser injecté de 0.15 m, et une position du waist estimée à 0.5 m  $< z_0 < 1$  m, la résonance a été observée pour un entrefer de 40.45 mm sur l'harmonique 3, et 41.2 mm sur l'harmonique 2, correspondant à des valeurs de K de respectivement 6.03 et 5.93. La force de l'onduleur correspondante a été évaluée à l'aide de la relation établie expérimentalement (voir Eq.(2.1)). L'introduction de la phase de Gouy dans le calcul d'échange en énergie le long du modulateur permet donc d'expliquer (en partie) le décalage vers le bleu de la longueur d'onde de résonance. Pour  $Z_R=0.15$  m,  $\Delta K$  (par rapport au cas plan) est de l'ordre de 0.1 à 0.25 selon la position du point focal, correspondant à un décalage de l'entrefer optimal 0.75 à 1.6 mm, et de la longueur d'onde de résonance de 20 à 50 nm vers le bleu. L'incertitude sur l'accord entre modèle et expérience provient essentiellement de la méconnaissance des paramètres expérimentaux  $z_0$ et  $Z_R$ .



FIG. 2.25 –  $K_{opt}$  en fonction de  $Z_R$ , résultat de l'optimisation de  $E_{ech}$  en fonction du couple  $(K,\phi_0)$  sous R selon l'équation (2.12).

Nous avons ensuite modifié la longueur de Rayleigh du laser injecté, de  $Z_R=0.15$  à 1.5 m (valeurs calculées), et mesuré l'entrefer optimal pour la génération des harmoniques 2 et 3. On en déduit le paramètre de déflexion K correspondant. Les résultats sont présentés en Figure 2.26. Dans le cas de l'harmonique 3, K passe de 6.03 à 6.02. Cependant, un déplacement de même amplitude et dans le même sens est également enregistré sur le signal de l'émission spontanée. La variation de l'optimum, de  $\Delta K=0.01$ , n'est donc probablement pas liée à la variation de  $Z_R$ . Dans le cas de l'harmonique 2, K passe de 5.93 à 5.99, tandis que l'optimum pour l'émission spontanée ne change pas. En augmentant la longueur de Rayleigh, l'optimum en K diminue de  $\Delta K=0.06$ . Lorsque  $Z_R$  varie de 0.15 à 1.5 m, le  $K_{opt}$  simulé passe de 5.97 à 6.12 pour  $z_0=0.5$  m, et de 6.09 à 6.14 pour  $z_0=1$  m. Les mesures expérimentales sur l'harmonique 2 sont donc en

accord qualitatif avec les simulations : une augmentation de la longueur de Rayleigh décale le K optimal vers des valeurs plus élevées. Cependant, le décalage attendu est bien supérieur au décalage uniquement observé sur l'harmonique 2. Cet écart peut provenir de la méconnaissance des valeurs expérimentales de  $z_0$  et de  $Z_R$ .



FIG. 2.26 – Intensité mesurée sur les harmoniques cohérentes (a) 2 et (b) 3 en fonction de l'entrefer des onduleurs, pour deux valeurs de  $Z_R$ : (o)  $Z_R = 0.15$  m, et (×)  $Z_R = 1.5$  m. Intensités normalisées à I=1 mA.

### Conclusion

À partir d'un calcul simple d'échange d'énergie le long du premier onduleur, l'influence de la focalisation de la source laser a été mise en évidence sur la position de la résonance (la valeur de K optimale). La phase de Gouy, liée à l'utilisation d'une onde gaussienne focalisée dans l'onduleur, induit un décalage vers le bleu de la longueur d'onde de résonance de l'onduleur. Les résultats expérimentaux sont en accord qualitatif avec le modèle théorique.

Le modèle prévoit une forte dépendance, à la fois en la longueur de Rayleigh et en la position du point de focalisation de la source injectée. Le décalage en longueur d'onde vers le bleu est d'autant plus marqué que la longueur de Rayleigh est élevée et le waist proche du centre du modulateur. Ce modèle ne permet toutefois pas de comparer l'efficacité de l'échange d'énergie en fonction de  $Z_R$  et  $z_0$ , les dimensions transverses des faisceaux d'électrons et de photons n'étant pas prises en compte dans le calcul.

# 2.4.2 Optimisation de la polarisation du laser

La lame quart d'onde (voir § 2.1.4. Procédés d'alignement du LEL) sur le trajet du laser permet de varier la polarisation du laser de linéaire à circulaire. Avec le klystron en configuration hélicoïdale, nous avons mesuré l'intensité de la seconde harmonique en fonction de l'angle de polarisation  $\theta$  du laser (angle entre la polarisation incidente et l'axe ordinaire de la lame). Les résultats sont résumés en Figure 2.27.



FIG. 2.27 – Intensité normalisée de la seconde harmonique cohérente en fonction de l'angle de polarisation  $\theta$ . a) Laser en mode LLR (Longueur Longueur de Rayleigh ( $Z_R$ =1.5 m) : focalisation avec une lentille convergente de 1 m et une lentille divergente de -0.5 m) avec ( $\circ$ )  $P_L$ = 0.84 W et ( $\Box$ )  $P_L$ = 1.48 W. b) Laser en mode CLR (Courte Longueur de Rayleigh ( $Z_R$ =0.15 m) : focalisation avec une lentille convergente de 5 m) avec ( $\circ$ )  $P_L$ = 0.049 W, ( $\Box$ )  $P_L$ = 0.16 W, ( $\Delta$ )  $P_L$ = 0.32 W, (\*)  $P_L$ = 0.55 W.

Lorsque  $\theta = 0^{\circ}$ , le laser conserve sa polarisation linéaire initiale. La seconde harmonique cohérente est générée, mais avec une faible efficacité. L'intensité atteint un maximum pour une polarisation circulaire du laser (C+,  $\theta = 135^{\circ}$ ). Lorsque la polarisation est dans le sens contraire (C-,  $\theta = 45^{\circ}$  ou  $125^{\circ}$ ), l'harmonique cohérente disparaît. Pour des polarisations elliptiques du laser (valeurs intermédiaires de  $\theta$ ), l'intensité de l'harmonique cohérente reste en dessous du maximum. Cette évolution s'interprète simplement avec le modèle analytique à 1D suivant. En configuration hélicoïdale, le champ magnétique  $\vec{B}$  dans le klystron s'écrit :

$$B_x = B_{ox} cos(k_0 z)$$

$$B_y = -B_{oy} sin(k_0 z).$$
(2.13)

La première équation de Lorentz permet de déterminer la vitesse transverse des électrons :

$$\beta_x = \frac{K}{\gamma} \cos(k_0 z)$$

$$\beta_y = -\frac{K}{\gamma} \sin(k_0 z).$$
(2.14)

Le champ électrique du laser  $\vec{E}_L$  est naturellement polarisé linéairement :

$$E_{Lx} = E_L \cos(k_L z - \omega_L t + \phi_0)$$
$$E_{Ly} = 0$$

Après passage au travers d'une lame quart d'onde, le champ  $\vec{E}_L$  devient :

$$E_{Lx} = E_L sin(\theta) cos(k_L z - \omega_L t + \phi_0)$$

$$E_{Ly} = E_L cos(\theta) sin(k_L z - \omega_L t + \phi_0),$$
(2.15)

où  $\theta$  est l'angle entre le vecteur de polarisation incidente, et l'axe ordinaire de la lame quart d'onde. La polarisation du laser reste linéaire pour  $\theta = 0$ ,  $\frac{\pi}{2}$  et  $\pi$ , devient circulaire pour  $\theta = \frac{\pi}{4}$  et  $\frac{3\pi}{4}$ , et elliptique pour des valeurs intermédiaires.

La seconde équation de Lorentz permet d'expliciter l'échange d'énergie dans l'onduleur :

$$E_{ech} = -ec \int_{L_{int}} \vec{E}_L \cdot \vec{\beta}_e dt \tag{2.16}$$

En insérant (2.14) et (2.15) dans (2.16) :

$$E_{ech} = -\frac{ecE_LK}{\gamma} \int_{L_{int}} [\sin(\theta)\cos(k_0 z)\cos(k_L z - \omega_L t + \phi_0) - \cos(\theta)\sin(k_0 z)\sin(k_L z - \omega_L t + \phi_0)]dt$$

En exprimant t en fonction de  $z : t = c\beta_{ez}z$ ,  $E_{ech}$  devient :

$$E_{ech} = -\frac{eE_LK}{\gamma\beta_{ez}} \int_{L_{ond}} [\sin(\theta)\cos(k_0z)\cos(k_Lz(1-1/\beta_{ez})+\phi_0) - \cos(\theta)\sin(k_0z)\sin(k_Lz(1-1/\beta_{ez})+\phi_0)]dz$$

$$E_{ech} = -\frac{eE_LK}{\gamma\beta_{ez}} \int_{L_{int}} [\sin(\theta)\cos(k_0z)\cos(k_L\frac{1+K^2}{2\gamma^2}z+\phi_0) - \cos(\theta)\sin(k_0z)\sin(k_L\frac{1+K^2}{2\gamma^2}z+\phi_0)]dz \quad (2.17)$$

L'échange d'énergie en fonction de la polarisation du laser via l'angle  $\theta$  (Eq.(2.17)) est calculé et optimisé selon les mêmes variables K et  $\phi_0$  à l'aide du logiciel R (voir paragraphe précédent).

Avec une polarisation linéaire,  $\theta = 0$ , l'échange d'énergie est optimal pour le couple ( $K_{opt}=3.6$ ;  $\phi_{0,opt}=3.07$ ), en accord avec la valeur attendue d'après la relation de résonance "classique" (voir Eq.(1.33)). De plus, la valeur de  $K_{opt}$ , c'est-à-dire la position de la résonance, est indépendante de la polarisation du laser injecté (voir Figure 2.28). L'optimisation de  $E_{ech}$  est donc limitée le long de la variable  $\phi_0$  pour  $\theta$  donné, K étant fixé à 3.6. On notera par la suite  $\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L)$  l'échange d'énergie normalisé ( $\frac{E_{ech}}{mc^2}$ ) optimal obtenu par cette méthode de calcul.  $\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L)$  est une fonction de la polarisation  $\theta$ , proportionnelle à l'amplitude  $E_L$  du laser injecté.



FIG. 2.28 – Paramètre de déflexion K en fonction de la polarisation du laser injecté. K est le résultat d'une optimisation sous R de l'échange d'énergie  $\delta\gamma$  en fonction de K et  $\phi_0$ .



FIG. 2.29 – Echange d'énergie  $\Delta \gamma_{opt}$  en fonction de la polarisation  $\theta$  du laser injecté. L'échange d'énergie est optimisé pour K=3.6 selon le paramètre  $\phi_0$ .  $\sigma_L=1$  ps–FWHM,  $E_L = 3.98 \times 10^8$  V/m.

L'évolution de  $\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L)$  en fonction de  $\theta$  est présentée en Figure 2.29. L'échange d'énergie est maximal pour  $\theta = 135^{\circ}$ , correspondant à une polarisation circulaire du laser dans le même sens que celui du champ magnétique. Lorsque la polarisation est circulaire, mais dans le sens opposé, l'échange d'énergie est nul.

Le modèle simple de GHC développé au Chapitre 1 est ensuite utilisé pour évaluer le déphasage des électrons dans le radiateur induit par l'échange d'énergie :

$$\Delta \alpha_{SD} = 4\pi (N + N_d) \frac{\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L)}{\gamma}.$$
(2.18)

La puissance du rayonnement cohérent est ensuite exprimée en fonction de la puissance du rayonnement incohérent émis dans le klystron optique (l'émission spontanée)  $P_{Incoh}$  [125] :

$$P_{Coh} = P_{Incoh} \tilde{N}_e \kappa_n J_n^2 (n \Delta \alpha_{SD} (\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L)))$$
(2.19)

86

 $N_e$  est le nombre effectif d'émetteurs cohérents, obtenu à l'aide de simples considérations  $1D: N_e$  est le nombre d'électrons contenus dans la zone parcourue par le laser injecté le long de la distribution électronique au cours de l'interaction dans le modulateur. L'onde lumineuse se décalant d'une longueur  $\lambda_L$  après chaque période  $\lambda_0$  d'onduleur :

$$\tilde{N}_e = \frac{\hat{I}N\lambda_L}{ec}.$$
(2.20)

 $\kappa_n$  est un facteur correctif pour les effets 3D d'émittance :

$$\kappa_n \approx \frac{1}{\sqrt{1+\xi_x+\xi_x^2}} \frac{1}{\sqrt{1+\xi_y+\xi_y^2}},$$
(2.21)

avec  $\xi_{x,y} = \frac{4\pi n \epsilon_{x,y}}{\lambda_0}$ . En approximant le profil de l'impulsion lumineuse injectée par un profil gaussien, l'amplitude du champ électrique varie le long de la distribution électronique selon :

$$E_L(t) = E_L e^{-t^2/2\sigma_L^2}.$$
(2.22)

Cette dépendance longitudinale est prise en compte dans le calcul final de la puissance cohérente :

$$P_{Coh} = \int P_{Incoh} \tilde{N}_e \kappa_n J_n^2 (n \Delta \alpha_{SD} (\Delta \gamma_{opt}(\theta, E_L(t)))) dt$$
(2.23)

Finalement, on note  $R_0 = \frac{P_{Coh}}{P_{Incoh}}$  le rapport entre la puissance cohérente et incohérente du rayonnement.

En pratique, nous n'avons pas pu mesurer directement le rapport  $R_0$ . En effet, le détecteur (photomultiplicateur R928, Hamamatsu) intègre temporellement et spectralement l'impulsion détectée. Cet effet est pris en compte par un facteur correctif  $f_{PM}$  défini ainsi :

$$f_{PM} = \frac{\sigma_{H2}}{\sigma_e} \times \frac{\Delta \lambda_{Coh,2}}{\Delta \lambda_{Incoh,2}}.$$
(2.24)

 $\sigma_{H2}$  est la longueur d'impulsion de l'harmonique 2, supposée identique à  $\sigma_{Las}$ , et  $\Delta \lambda_{Incoh,2}$ (resp.  $\Delta \lambda_{Coh,2}$ ) est la largeur de raie à mi-hauteur du rayonnement incohérent (resp. cohérent) sur l'harmonique 2.  $\Delta \lambda_{Coh,2}$  a pu être mesuré expérimentalement (voir § 2.6.2. Le spectre des harmoniques cohérentes) :  $\Delta \lambda_{Coh,2} \approx 1.5$  nm. Ainsi, le rapport mesuré R correspond à :

$$R = f_{PM} \times R_0. \tag{2.25}$$

Un exemple de comparaison entre rapports R théorique et expérimental, est présenté en Figure 2.30. En accord avec les résultats expérimentaux, le rapport R calculé est maximum lorsque le vecteur de polarisation du laser suit l'évolution du vecteur vitesse des électrons, c'està-dire lorsque le laser est polarisé circulairement et tourne dans le même sens que le vecteur vitesse des électrons. L'émission cohérente disparaît pour une polarisation du laser dans le sens contraire. Nous avons ainsi démontré que dans le cas d'onduleurs hélicoïdaux, l'intensité de la seconde harmonique cohérente peut être optimisée à l'aide de la polarisation du laser injecté. De plus, comme la polarisation du laser (via la lame quart d'onde) et des onduleurs (via la phase des aimants) sont ajustables, un tel dispositif peut être envisagé pour fournir une lumière cohérente optimisée à polarisation totalement ajustable.



FIG. 2.30 –  $R/R_{max}$  sur la seconde harmonique en fonction de  $\theta$ . ( $\circ$ ) Données expérimentales avec des barres d'erreur de 10% correspondant aux fluctuations d'intensité principalement dues au transport du laser (Photomultiplicateur R928, Hamamatsu). (–) : Calcul avec Eq. (2.25).  $P_L=0.84$  W,  $\sigma_{Laser}=425$  fs–RMS,  $Z_R=1.5$  m.  $\sigma_e=90$  ps–RMS,  $\Delta\lambda_{Las}=2$  nm,  $\Delta\lambda_{SE}=22$  nm,  $f_{PM}=3.16 \times 10^{-4}$ . (L) : polarisation linéaire, (C+/-) : polarisation circulaire.



FIG.  $2.31 - R/R_{max}$  sur l'harmonique 2 en fonction de  $\theta$ .  $\sigma_{Laser}=425$  fs,  $Z_R=0.15$  m. (- $\bullet$ -) Expérience, (---) Calcul avec  $P_L=0.05$  W. (···•·) Expérience, (···) Calcul avec  $P_L=0.32$  W. Les barres d'erreur expérimentales de 30% correspondant aux fluctuations d'intensité principalement dues au transport du laser. Calcul avec Eq. (2.25),  $f_{det} = 3.16 \times 10^{-4}$ .

TAB. 2.7 – Largeur à mi-hauteur  $\Delta\theta$  et maximum des courbes R en fonction de  $\theta$  (voir Figure 2.30) pour plusieurs  $P_L$  et  $Z_R$ . Exp : expérience, Théo : calcul avec Eq. (2.25),  $f_{det} = 3.16 \times 10^{-4}$ .  $\Delta\gamma$  est réduit d'un facteur 0.4 afin de prendre en compte les pertes dûes au transport et au recouvrement transverse.

$P_L$ (W)	$Z_R$ (m)	$\Delta \theta$ (°) : Théo./Exp.	R : Théo./Exp.
0.05	0.15	68 / 68	0.20 / 0.54
0.13	0.15	78 / 136	$0.74 \ / \ 0.74$
0.32	0.15	116 / 140	$1.08 \ / \ 0.86$
0.55	0.15	132 / 147	$1.08 \ / \ 1.05$
0.84	1.5	73 / 73	$0.50 \ / \ 0.82$
1.48	1.5	84 / 128	$0.91 \ / \ 1.26$

Nous avons ensuite mesuré l'intensité de la seconde harmonique, toujours en fonction de l'angle de la lame quart d'onde  $\theta$ , pour différentes valeurs de puissance injectée et avec la courte focale (voir Figures 2.27 et 2.31). La largeur à mi-hauteur des courbes  $\Delta\theta$  croît avec la puissance laser injectée. Parallèlement, le sommet des courbes s'aplatit. D'après Eq. (2.23), l'intensité du rapport R dépend de la puissance laser via l'argument des fonctions de Bessel. Ces fonctions ne sont pas continûment croissantes : elles atteignent un maximum en  $n\Delta\alpha_{SD}=1.89$ . Une fois cet optimum dépassé,  $J_n$  décroît et, par conséquent, R décroît. Comme les cœfficients de modulation en densité de la distribution électronique sont proportionnels à  $J_n(n\Delta\alpha_{SD})$  ( $\Delta\alpha_{SD} = \eta_m$  lorsque l'on utilise  $1 + K^2 \approx K^2$  dans le cas d'un onduleur hélicoïdal), la décroissance de  $J_n(n\Delta\alpha_{SD})$ correspond à une sur-modulation, soit une dégradation de la distribution. Lorsque la puissance injectée est élevée, le maximum d'échange en énergie obtenu avec une polarisation du laser optimisée correspond à un argument  $n\Delta\alpha$  pour  $J_n(n\Delta\alpha_{SD})$  au-delà de l'optimum. Une polarisation légèrement désacordée (elliptique) réduit l'échange d'énergie et permet ainsi d'éviter une surmodulation de la densité électronique, et donc la diminution de R. En accord avec les résultats expérimentaux, les polarisations "optimales" en terme d'intensité du rapport d'intensité R sont décalées de la polarisation circulaire (C+) vers des polarisations elliptiques, ce qui élargit et aplatit les courbes.

L'analyse de la variation de l'intensité cohérente en fonction de  $\theta$  présentée en Figure 2.31 permet donc de révéler la sur-modulation de la densité électronique pour de fortes puissances injectées.

Les résultats de mesures et calculs supplémentaires de  $\Delta \theta$  et de R, pour plusieurs valeurs de puissance injectée et de longueur de Rayleigh, sont présentés dans le Tableau 2.7. La tendance illustrée en Figure 2.31 est confirmée : quelles que soient les conditions de focalisation, toute augmentation de la puissance du laser injectée cause un net élargissement des courbes :  $\Delta \theta$  augmente. Les écarts entre le modèle et l'expérience ( $\Delta \theta_{Exp} > \Delta \theta_{Theo}$ ) proviennent probablement de l'approximation 1D du modèle, qui ne prend pas totalement en compte l'évolution des tailles transverses des faisceaux dans l'onduleur. Plus la puissance injectée est élevée, plus l'intensité cohérente est élevée. Le rapport R maximal est obtenu pour  $P_L$  maximal, et l'efficacité de génération est supérieure avec une courte longueur de Rayleigh  $Z_R$ . Les calculs sont en accord avec ces observations : une focalisation forte favorise la génération d'harmoniques en terme de nombre de photons. Cependant, la saturation attendue au-delà de 0.4 W de puissance injectée n'a pas été détectée. Ceci peut être dû à une mauvaise évaluation des paramètres expérimentaux ou encore à la simplicité du modèle, qui n'inclut pas, par exemple, d'effets transverses. D'autre part, dans



FIG. 2.32 – Évolution du cœfficient de modulation moyen (sur la distribution électronique) sur la seconde harmonique en fonction de la distance parcourue dans le radiateur, pour deux modes de focalisation du laser injecté : (-..-)  $Z_R=4$  m, (-)  $Z_R=0.3$  m. Simulation avec le code GENESIS. Encarts : distribution longitudinale du cœfficient de modulation sur la seconde harmonique (Coef. Mod.) en sortie du radiateur; distribution électronique dans l'espace des phases (énergie normalisée  $\gamma$  en fonction de la phase relative  $\Phi$ ) en sortie du radiateur.

les simulations comme dans l'expérience, avec une grande longueur de Rayleigh  $Z_R$  et des puissances d'injection élevées,  $\Delta\theta$  est inférieure (courbe plus étroite) au cas d'une courte longueur de Rayleigh, indiquant une distribution moins "sur-modulée" et donc dégradée. L'augmentation des fluctuations de  $\approx 10\%$  avec la longue  $Z_R$ , à  $\approx 30\%$  avec la courte  $Z_R$  (voir Figure 2.31), renforce la conclusion qu'une forte focalisation peut dégrader les qualités du faisceau en terme de stabilité, et le profil de la distribution.

### 2.4.3 Optimisation en fonction de la focalisation du laser injecté

Les conclusions du paragraphe précédent nous ont incités à mener un travail de simulation avec un code à 3D, GENESIS [107], afin de vérifier l'effet de la focalisation sur la distribution électronique [165]. Ce code prend en compte l'évolution des dimensions des faisceaux d'électrons et de photons dans l'onduleur, et simule donc les variations du volume d'interaction dans le modulateur. Le faisceau laser est paramétré à l'aide de sa longueur de Rayleigh  $Z_R$  et le faisceau d'électrons à l'aide de ses dimensions à l'entrée dans l'onduleur et des fonctions magnétiques dans l'onduleur. Les simulations ont été réalisées en utilisant une polarisation linéaire du laser (imposée par le code), mais les résultats peuvent être appliqués au cas d'un laser polarisé circulairement. En effet, comme illustré en Figure 2.30, il n'y a pas de discontinuité de la génération d'harmoniques cohérentes en passant d'une polarisation linéaire à circulaire, et les cœfficients de modulation, calculés selon Eq. 2.18, montrent une évolution similaire en fonction de la puissance injectée  $P_L$  : un état final de modulation atteint avec une polarisation circulaire est obtenu avec une polarisation linéaire simplement en augmentant la puissance injectée. À titre d'exemple, dans le cas d'une courte longueur de Rayleigh, la sur-modulation est observée pour  $P_L > 0.23$ W (resp.  $P_L > 0.49$  W) avec une polarisation circulaire (resp. linéaire) du laser injecté.

La Figure 2.32 présente l'évolution des cœfficients de modulation sur la seconde harmonique

calculés avec GENESIS le long du radiateur pour deux  $Z_R$  différents. Avec une grande longueur de Rayleigh  $(Z_R = 4 \text{ m})$ , le coefficient de modulation moyen (sur l'ensemble de la distribution électronique) augmente progressivement le long du radiateur, et présente un profil longitudinal régulier et maximum au centre en sortie du radiateur. Avec une longueur de Rayleigh plus courte  $(Z_R = 0.3 \text{ m})$ , le coefficient de modulation moyen atteint un maximum en milieu de radiateur puis décroît. Le profil longitudinal final est creusé au centre, révélant une sur-modulation au centre de la distribution. Une représentation des distributions électroniques dans l'espace des phases est donnée dans les encarts de la Figure 2.32. La modulation, correspondant à la concentration locale de particules dans l'espace des phases, apparaît nettement brouillée en sortie de radiateur dans le cas d'une courte longueur de Rayleigh. Des simulations complémentaires ont montré que la puissance d'injection nécessaire pour observer une sur-modulation dans le radiateur avec  $Z_R$ = 0.3 m est dix fois inférieure (0.05 W) à celle nécessaire avec  $Z_R = 4 \text{ m}$  (0.5 W). Ces résultats sont en accord qualitatif avec nos mesures : la largeur des courbes  $\Delta \theta$  est identique pour  $P_L=0.84$ W avec  $Z_R = 1.5$  m, et pour  $P_L=0.05$  W avec  $Z_R = 0.15$  m. Nous avons ainsi confirmé que le mode de focalisation influe sur la modulation de la distribution électronique et, de plus, qu'une focalisation forte peut générer des sur-modulations locales de la distribution.

Comme mentionné au Chapitre 1, la sur-modulation (lorsque la saturation du LEL est atteinte) peut induire l'apparition de raies latérales dans le spectre du LEL. Cette manifestation de la sur-modulation a été observée dans le cas de LEL oscillateurs [166] pour des puissances intra-cavités élevées. Dans le cas des LEL en configuration SASE, les raies latérales apparaissent lorsque la distribution est sur-modulée dans le régime post-saturation [167]. De même pour les LEL en configuration GHC, la sur-modulation due à une injection avec une puissance laser élevée peut déformer le spectre. L'ajustement de la focalisation et de la polarisation du laser permet de limiter les effets de sur-modulation et donc de préserver la cohérence temporelle. Ces considérations seront confirmées par des mesures du spectre des harmoniques cohérentes générées à UVSOR-II (voir § 2.6. Caractérisation spectrale du rayonnement harmonique).

# 2.5 Caractérisation spectrale du rayonnement harmonique

La caractérisation spectrale a été effectuée en configuration plane.

### 2.5.1 Le spectre de l'émission spontanée



FIG. 2.33 – Spectre de l'émission spontanée produite dans le klystron optique sur l'harmonique 3. Entrefer : 40.8 mm. Mesure à l'aide du spectromètre PMA 10 (Hamamatsu). Largeur de l'enveloppe : 9.4 nm–FWHM. Largeur de la frange centrale : 0.92 nm-FWHM

Le spectre du rayonnement d'un onduleur est constitué d'une série de raies centrées sur les harmoniques de la longueur d'onde de résonance :  $\lambda_{R,n}$ . Le rayonnement d'un klystron optique étant le produit d'interférence du rayonnement des deux onduleurs successifs [39], le spectre est modulé sur le fondamental (voir Figure 1.6) et sur ses harmoniques (voir Figure 2.33). L'enveloppe d'une raie est typiquement d'une largeur  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{nN} \approx \frac{0.1}{n}$ , et les franges d'une largeur :  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{n(N+N_d)} \approx \frac{0.01}{n}$ . La longueur d'onde dépend de l'entrefer g via le paramètre K, et peut ainsi être ajustée sur une large gamme spectrale. La longueur d'onde de résonance en fonction de l'entrefer a été mesurée sur les harmoniques 2 et 3, les résultats étant présentés en Figure 2.34. Dans le cas de l'harmonique 3, la longueur d'onde de résonance décroît progressivement comme attendu avec l'entrefer. En revanche, dans le cas de l'harmonique 2, la longueur d'onde de résonance augmente de nouveau avec l'entrefer, au delà de 41.5 mm environ. Ceci est probablement dû à la contribution de rayonnement hors-axe. En effet, sur les harmoniques paires, la distribution angulaire du rayonnement est annulaire, et l'intensité intégrée sur une large ouverture ( $\approx$  mrad : diaphragme de 14 mm à 10 m en sortie d'onduleur).

### 2.5.2 Le spectre des harmoniques cohérentes

La structure spectrale des harmoniques cohérentes a été mesurée en fonction de divers paramètres de l'expérience, puis analysée et comparée à celle de l'émission spontanée. La Figure 2.35



FIG. 2.34 – Longueur d'onde de l'émission spontanée ( $\lambda_R$ ) sur les harmoniques (a) 2 et (b) 3. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics). Les différents symboles correspondent à des séries de mesures successives.



FIG. 2.35 – Spectres du rayonnement du klystron : (–) Avec injection du laser (émission spontanée et cohérente), (– –) Sans injection du laser (émission spontanée). (a) Spectre de l'harmonique 2 :  $P_L=2$  W,  $\Delta T_L=0.5$  ps–FWHM,  $\Delta \lambda_L=13$  nm,  $Z_R=1.5$  m, g=41.1 mm, I=2.25 mA,  $\Phi_{iris}=15$  mm. (3) Spectre de l'harmonique 3 :  $P_L=2$  W,  $\Delta T_L=1$  ps–FWHM,  $\Delta \lambda_L=13$  nm,  $Z_R=1.5$  m, g=40.5 mm, I=2.25 mA,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

présente des spectres typiques du rayonnement obtenu sur les harmoniques 2 et 3 avec injection du laser. Dans les conditions de la Figure 2.35, l'émission cohérente est générée autour de 266.5 nm sur l'harmonique 3, et autour de 413 nm sur l'harmonique 2, avec  $\Delta\lambda < 1$  nm.

Contrairement au cas de l'émission spontanée, la longueur d'onde du LEL (de l'émission cohérente) est indépendante de l'entrefer de l'onduleur. Comme illustré en Figure 2.36, la longueur d'onde varie de moins de 1.4 nm sur l'harmonique 2, de moins de 1.3 sur l'harmonique 3 (les faibles variations enregistrées sont probablement dues aux variations de pointé du laser dans l'onduleur).

La structure spectrale du LEL en configuration GHC est également différente de celle du LEL en configuration oscillateur. Dans ce cas, le gain est proportionnel à la dérivée du spectre de l'émission spontanée par rapport à la longueur d'onde du rayonnement (second théorème de Madey [2]). Lorsque l'entrefer g augmente, K et la longueur d'onde de résonance  $\lambda_R$  diminuent.



FIG. 2.36 – Longueur d'onde du rayonnement produit dans le klystron en fonction de g. Harmonique 2 : a) Sans, b) Avec injection du laser. Harmonique 3 : a) Sans, b) Avec injection du laser.  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $\Delta \lambda_L=13$  nm,  $Z_R=1.5$  m,  $\Phi_{iris}=15$  mm pour H2 et 7 mm pour H3. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).



FIG. 2.37 – Ligne continue (–) : Spectre de l'émission spontanée sur l'harmonique 3 (rayonnement du klystron sans injection du laser). Ligne discontinue (- -) : Dérivée du spectre d'émission spontanée sur l'harmonique 3 par rapport à la longueur d'onde (gain). Ligne pointillée (...) : Spectre de l'émission cohérente sur l'harmonique 3 (Rayonnement du klystron avec injection du laser). Valeur de l'entrefer : (a) g=40.1 mm, (b) g=40.3 mm, (c) g=40.5 mm, (d) g=40.8 mm.  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $\Delta \lambda_L=13$  nm,  $Z_R=1.5$  m,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

Le spectre d'émission spontanée, et par conséquent la courbe de gain, se déplacent vers le bleu. La courbe de gain peut subir un décalage supplémentaire lorsque l'onde lumineuse s'écarte du modèle de l'onde plane (on retrouve l'influence de la phase de Gouy), mais conserve la dépendance en g. Le LEL en configuration oscillateur rayonne à la longueur d'onde maximisant la courbe de gain qui dépend directement de g.

Dans le cas de UVSOR-II, la dérivée du spectre de l'émission spontanée, c'est-à-dire le gain, a été calculée pour plusieurs valeurs de l'entrefer (voir Figure 2.37). Lorsque l'entrefer augmente (de 40.1 à 40.8 mm), le spectre de l'émission spontanée, la courbe de gain et son maximum se décalent comme attendu vers le bleu. En revanche, le spectre de la troisième harmonique cohérente reste centré à 265.5 nm. Dans le cas du LEL en configuration GHC, la longueur d'onde du rayonnement est fixée par la longueur d'onde de modulation du paquet, c'est-à-dire par la longueur d'onde du laser injecté. L'accordabilité de ce LEL dépend de l'accordabilité de la source injectée. L'accord spectral entre longueur d'onde injectée et longueur d'onde de résonance doit toutefois être respecté pour garantir l'échange d'énergie dans le modulateur (voir § 2.5.).



FIG. 2.38 – Spectres typiques des harmoniques cohérentes lorsque des raies latérales apparaissent. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

### 2.5.3 Formation de raies latérales

Dans certaines conditions expérimentales, portant notamment sur les paramètres du laser injecté, la structure du spectre des harmoniques cohérentes peut être modifiée. Des raies latérales apparaissent de part et d'autre des raies principales présentées précédemment. Sur l'harmonique 2, les raies latérales sont situées autour de 411 et de 416.7 nm, de part et d'autre de la raie principale autour de 413 nm. Quels que soient les paramètres de l'expérience, l'intensité des raies latérales reste inférieure à 20% de l'intensité de la raie principale. Sur l'harmonique 3, les raies latérales sont situées autour de 264 et de 267 nm, de part et d'autre de la raie principale autour de 266 nm. Contrairement au cas de l'harmonique 2, lorsque les raies latérales apparaissent, la raie principale disparaît. La position des raies reste indépendante de l'entrefer de l'onduleur, c'est-à-dire de la courbe de gain (voir Figure 2.39).

L'apparition de raies latérales dans le spectre a déjà été observée sur différents LEL. En configuration oscillateur, des spectres complexes avec raies latérales ont été mesurés, caractérisés et simulés [168, 166]. Ces sous-structures dans le spectre pouvant dégrader la cohérence temporelle, plusieurs techniques ont été mises en place afin de les contrôler et de les supprimer [169, 170]. Des raies latérales ont également été observées lorsque le LEL atteint la saturation en configuration SASE sur le LEL d'APS [167], et en configuration injectée sur le LEL de SCSS test accelerator [46].

Quelle que soit la configuration considérée, les raies latérales du spectre sont la manifestation du mouvement non-linéaire des électrons dans les puits de potentiel créés par le champ électrique intense de l'onde lumineuse [171]. Placés en présence d'un champ électromagnétique, les électrons tournent dans l'espace des phases à la fréquence synchrotron  $\omega_S$  [172, 173] (voir Annexe B) définie dans le cas d'un onduleur plan par :

$$\omega_S = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{2.JJ.K}{1+K^2}} \sqrt{\frac{eE_L}{mk_L}}$$
(2.26)

La dynamique des particules est régie par l'amplitude du champ électrique de l'onde lumineuse  $E_L$  et l'amplitude du champ magnétique de l'onduleur via K. Plus le champ électrique de l'onde lumineuse  $E_L$  est élevé, plus les particules tournent vite. Dans le cas d'UVSOR-II, avec  $P_L = 1$  W,  $\Delta T_L = 1$  ps-FWHM et  $Z_R = 0.15$  m,  $E_L = 1.8 \times 10^9$  V.m<sup>-1</sup> et  $\omega_S = 2.4 \times 10^8$ 



FIG. 2.39 – Ligne continue (–) : Spectre de l'émission spontanée sur l'harmonique 3 (rayonnement du klystron sans injection du laser). Ligne discontinue (- -) : Dérivée du spectre d'émission spontanée sur l'harmonique 3 par rapport à la longueur d'onde (gain). Ligne pointillée (...) : Spectre de l'émission cohérente sur l'harmonique 3 (Rayonnement du klystron avec injection du laser). Valeur de l'entrefer : a) g=40.5 mm, (b) g=40.8 mm, (c) g=41 mm.  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

Hz. De plus, au cours d'un cycle (d'une période synchrotron), l'énergie des électrons varie d'une amplitude  $\delta\gamma$  dépendante de  $E_L$ .

L'interaction champ électrique/particules a lieu dans le klystron optique. Les particules traversent le klystron optique (en configuration plane) avec une vitesse moyenne :  $v_{ez} = c(1 - \frac{1+K^2/2}{2\gamma^2})$ , et donc en un temps caractéristique :  $T_{e-ond} = \frac{N_T \lambda_0}{v_{ez}} \approx \frac{N_T \lambda_0}{c} = 39.6$  ns.  $N_T$  représente le nombre total de périodes du klystron :  $2 \times N + N_d$ . Ce temps est associé à une fréquence caractéristique :  $\omega_{e-ond} = \frac{2\pi c}{N_T \lambda_0} = 1.58 \times 10^8$  Hz. Lorsque les électrons effectuent un tour complet dans l'espace des phases, la période synchrotron est égale au temps de traversée de l'onduleur, ou encore :  $\omega_S = \omega_{e-ond}$ . Il en est de même lorsque les électrons tournent suffisamment rapidement pour effectuer deux tours :  $\omega_S = 2 \times \omega_{e-ond}$ , etc...

L'espace des phases en sortie du klystron est simulé en Figure 2.40 à l'aide du code PERSEO pour diverses valeurs de la fréquence synchrotron, correspondant à plusieurs valeurs de puissance injectée. Plus la puissance injectée augmente, plus la fréquence synchrotron augmente. Les particules tournent plus rapidement dans l'espace des phases, et effectuent ainsi un plus grand nombre de tour(s) en un seul passage dans le klystron. Lorsque  $\omega_S < \omega_{e-ond}$ , les particules n'ont pas le temps d'effectuer un tour complet. Lorsque  $\omega_{e-ond} < \omega_S < 2 \times \omega_{e-ond}$ , les particules entament un deuxième cycle, etc... Au-delà de 5 W, on ne peut plus clairement distinguer le nombre de tours effectués. Ces simulations permettent de visualiser le mouvement synchrotron des particules dans le champ électrique du laser injecté, et de vérifier que la fréquence de rotation,  $\omega_S$ , augmente avec la puissance injectée.

En raison de l'écart entre la vitesse de propagation de la lumière et celle des électrons, l'onde lumineuse glisse le long du paquet d'électrons lorsque celui-ci traverse l'onduleur. En sortie d'onduleur, l'onde s'est décalée d'une longueur  $N_T\lambda_L$ , soit d'une durée  $N_T\lambda/c=288$  fs à UVSOR-II. Lorsque le rayonnement glisse le long de la distribution éléctronique, il est modulé par les variations en énergie des électrons à la fréquence  $\omega_S$ . Le mouvement synchrotron des particules dans l'espace des phases module donc l'impulsion lumineuse qui se déplace le long de la distribution à la fréquence synchrotron  $\omega_S$ , dépendante ainsi de la dynamique des particules dans le champ de l'onde  $(E_L)$ . Cette modulation est amplifiée lorsque les électrons effectuent un nombre entier de tours dans le klystron, c'est-à-dire lorsque  $T_{e-ond}$  est un multiple de la période synchrotron, soit lorsque  $\omega_S = p \omega_{e-ond}$ , p étant un entier naturel.

Le LEL est comparable qualitativement à une antenne "relativiste" : une antenne battant à la fréquence fixe  $\frac{c}{\lambda_0}$ , et se déplaçant à une vitesse  $v_{ez}$  proche de la vitesse de la lumière. Le rayonnement de l'antenne (observé dans le laboratoire) est généré à la fréquence  $\frac{c}{\lambda_R}$ . Ainsi, une modulation dans l'espace des phases à la fréquence synchrotron  $\omega_S$  dans le référentiel des électrons, se traduit dans le référentiel du laboratoire en une modulation à la fréquence  $\frac{2\gamma^2}{(1+K^2/2)}\omega_S$ . Dans le référentiel du laboratoire, le signal lumineux est donc modulé aux fréquences amplifiées :  $\Omega_{SB} = p \frac{2\gamma^2}{(1+K^2/2)}\omega_{e-ond} = p \frac{2\pi c}{N_T \lambda_L}$ . Dans le cas de UVSOR-II, l'application numérique conduit à :

-  $\Omega_{SB} = p \times 2.18 \times 10^{13}$  Hz sur le fondamental ( $\lambda_L$ =800 nm)

-  $\Omega_{SB}^{CD} = p \times 4.36 \times 10^{13}$  Hz sur l'harmonique 2 ( $\lambda_L$ =400 nm)

–  $\Omega_{SB} = p \times 6.54 \times 10^{13}$  Hz sur l'harmonique 3 ( $\lambda_L$ =266 nm)

Le spectre comporte des termes supplémentaires en  $\omega t \pm \Omega_{SB} t$ , correspondant à des raies situées à une distance  $\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \Omega_{SB}$  de part et d'autres des raies principales :

- $\Delta \lambda = p \times 7.4$  nm sur le fondamental ( $\lambda_L = 800$  nm)
- $\Delta \lambda = p \times 3.7$  nm sur l'harmonique 2 ( $\lambda_L$ =400 nm)
- $-\Delta\lambda = p \times 2.45 \text{ nm sur l'harmonique 3} (\lambda_L = 266 \text{ nm})$

Ces estimations sont en accord avec les résultats expérimentaux :  $\Delta\lambda$ =3.5 nm sur l'harmonique



FIG. 2.40 – Espace des phases des particules en sortie du klystron optique siumlé avec le code PERSEO. a)  $P_L=1.5$  W ( $\omega_S = 1.53 \times 10^8$ Hz= $0.96 \times \omega_{e-ond}$ ), b)  $P_L=3$  W ( $\omega_S = 1.8 \times 10^8$ Hz= $1.14 \times \omega_{e-ond}$ ), c)  $P_L=5$  W ( $\omega_S = 2.06 \times 10^8$ Hz= $1.3 \times \omega_{e-ond}$ ), d)  $P_L=7$  W ( $\omega_S = 2.24 \times 10^8$ Hz= $1.4 \times \omega_{e-ond}$ ), e)  $P_L=10$  W ( $\omega_S = 2.45 \times 10^8$ Hz= $1.55 \times \omega_{e-ond}$ ). Les valeurs de  $\omega_S$  sont calculées en utilisant la relation (2.26). Paramètres laser :  $\Delta T_L=1$  ps–FWHM. Paramètres faisceaux : E=600 MeV,  $\sigma_{\gamma} = 3.4 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_n=5$  mm.mrad,  $\hat{I}=7.8$  A. Paramètres onduleur : K=6.18,  $\lambda_0=11$  cm.



FIG. 2.41 – Spectres du rayonnement sur la troisième harmonique en sortie du klystron optique simulés avec le code PERSEO. a) (- - )  $P_L$ = 1.5 W et (--)  $P_L$ = 3 W. b) (--)  $P_L$ = 5 W et (- - )  $P_L$ = 7 W. Paramètres laser :  $\Delta T_L$ =1 ps–FWHM. Paramètres faisceaux : E=600 MeV,  $\sigma_{\gamma} = 3.4 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_n$ =5 mm.mrad,  $\hat{I}$ =7.8 A. Paramètres onduleur : K=6.18,  $\lambda_0$ =11 cm.

2 et  $\Delta \lambda = 2$  nm sur l'harmonique 3.

Les spectres présentés en Figure 2.41 correspondent au rayonnement sur l'harmonique 3 des particules représentées dans l'espace des phases en Figure 2.40. Avec  $P_L=1.5$  W, le spectre est monochromatique sur H3 (pas de raie latérale). Avec  $P_L=3$  W, le spectre présente trois raies : une raie centrale (267.24 nm) et deux raies latérales décalées de  $\pm$  0.2 nm. La raie centrale domine largement les raies latérales. Avec  $P_L=5$  W, le spectre présente cinq raies : une raie centrale (267.23 nm), une paire de raies latérales décalées de  $\pm$  0.2 nm, et une seconde paire de raies décalées de  $\pm$  0.3 nm. La raie centrale a quasiment disparu. La première paire (à 0.2 nm) de raies domine largement les autres raies (> facteur 4). Le phénomène se poursuit pour des puissances encore plus élevées.

L'apparition des raies latérales est bien corrélée au mouvement de rotation dans l'espace des phases : les premières raies latérales apparaissent lorsque la puissance injectée est suffisamment élevée pour que les particules aient le temps de faire un tour complet dans l'espace des phases. De plus, les raies apparaissent bien par paires et de façon discrète (p est un entier naturel qui croît par pas), correspondant à une modulation du signal lumineux à des fréquences  $\pm \Omega$ . La croissance des raies latérales se fait au détriment de la raie centrale initiale, en accord avec les résultats expérimentaux (disparition de la raie centrale sur l'harmonique 3, raies satellites dans le cas de l'harmonique 2). Cependant, les premières raies latérales simulées apparaissent décalées de 0.2 nm, tandis qu'expérimentalement, les raies sont décalées d'environ 2 nm (voir Figure 2.38). La fréquence correspondant à un tel décalage (0.2 nm) n'a pour l'instant pu être reliée à aucune fréquence connue.

### 2.5.4 Caractérisation de la longueur d'onde du LEL en configuration GHC

### a) Position des raies

Nous avons démontré au paragraphe précédent que la longueur d'onde du LEL, avec ou sans raie latérale, est indépendante de l'entrefer de l'onduleur, contrairement à la longueur d'onde de l'émission spontanée ou d'un LEL oscillateur. En effet, la longueur d'onde du LEL en configuration GHC correspond à la longueur d'onde de modulation de la densité électronique, et donc aux harmoniques de la longueur d'onde du laser. Toutefois, en fin d'onduleur, la modulation a causé



FIG. 2.42 – Évolution des longueurs d'onde des harmoniques cohérentes a) 2 et b) 3, en fonction de l'entrefer, pour différentes valeurs de la durée d'impulsion du laser injecté :  $\Delta T_L=0.25$ , 0.5 et 1 ps–FWHM.  $Z_R=0.15$  m,  $P_L=1.7$  W,  $\Phi_{iris}=14$  mm (resp. 7 mm) pour l'harmonique 2 (resp. 3). Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

une perte d'énergie des électrons qui entraîne un décalage du rayonnement vers les grandes longueurs d'onde (voir § 1.5.1.). L'amplitude de la modulation de la distribution est proportionnelle au champ électrique du laser injecté (voir § 1.5.1.). (En pratique, elle dépend également de la qualité de l'accord temporel, spatial et spectral. Une dégradation de l'alignement peut réduire l'efficacité de modulation, puis la perte d'énergie des électrons en fin d'onduleur et finalement modifier la longueur d'onde du rayonnement). La perte d'énergie en fin d'onduleur, correspondant à la variation d'énergie au second ordre, est plus élevée, conduisant à un rayonnement à plus grande longueur d'onde, c'est-à-dire à un décalage vers le rouge.

### Longueur de Rayleigh

Ce décalage spectral a pu être observé très nettement sur l'harmonique 2 dans le cas d'une augmentation du champ électrique via la réduction de la longueur de Rayleigh. À puissance injectée égale (2 W), la longueur d'onde de la raie principale sur l'harmonique 2 est autour de 412.2 nm avec  $Z_R=1.5$  m (voir Figure 2.36), et autour de 413 nm avec  $Z_R=0.15$  m (voir Figure 2.46). La réduction de  $Z_R$  entraîne une augmentation du champ électrique laser au point focal ( $E_L \propto \frac{1}{\sqrt{Z_R}}$ ), et ainsi une modulation plus forte au centre du paquet d'électrons. La perte d'énergie en fin d'onduleur est plus élevée, conduisant à un rayonnement à plus grande longueur d'onde.

### Durée d'impulsion

Le décalage de la longueur d'onde du LEL a également été mesuré dans le cas d'une augmentation du champ électrique via une réduction de la durée d'impulsion, sur les harmoniques 2 et 3 (voir Figure 2.42). Dans le cas de l'harmonique 2 (voir Figure 2.42(a)), quelque soit la durée d'impulsion entre 0.25 à 1 ps–FWHM, le spectre reste constitué de deux raies. En revanche, les raies (raie centrale autour de 414 nm et raie latérale autour de 411 nm) se décalent vers le rouge (augmentation de la longueur d'onde) lorsque la durée d'impulsion diminue. Pour des valeurs d'entrefer inférieures à 41 mm, la variation est de l'ordre de 0.8 nm de 0.25 à 0.5, et de 0.5 à 1 ps–FWHM sur la raie principale. Pour des valeurs d'entrefer plus élevées (supérieures à 41 mm), le décalage spectral n'est observé qu'entre 0.5 et 1 ps–FWHM avec une variation de 0.8 nm : l'échange d'énergie est probablement moins bien optimisé pour des valeurs d'entrefer
TAB. 2.8 – Longueurs d'onde du LEL sur l'harmonique 3 en fonction de la durée d'impulsion du laser.  $P_L=2$  W. Raie B. et R. pour raie bleue et rouge. Exp. et Calc. pour les valeurs Expérimentales et Calculées.  $\Delta\lambda$  est l'écart expérimental entre les raies B. et R. La position de la raie centrale à  $\Delta T_L=1$  ps–FWHM est calculée comme la moyenne des raies B. et R. expérimentales. La position des raies centrales suivantes est calculée en utilisant le décalage  $\delta\gamma$  estimé dans le cas de l'harmonique 2, et le calcul des positions des raies B. et R. utilise la position de la raie centrale calculée et de l'écart expérimental.

$\Delta T_L$ (ps-fwhm)	Raie B. (nm)	Raie centrale (nm)	Raie R. (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
(ps-FWHM)	Calc. / Exp.	Calc.	Calc. / Exp.	Exp.
1	264.6 / 264.6	265.9	$267.2 \ / \ 267.2$	2.6
0.5	$264.5 \ / \ 263.6$	266.43	$268.33 \ / \ 267.4$	3.8
0.25	$264.8 \ / \ 264.3$	266.94	$269.04 \ / \ 268.5$	4.2

au-delà de 41 mm, et l'effet d'une augmentation de la puissance injectée via la réduction de la durée d'impulsion ainsi atténué.

D'après la relation  $\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2}(1 + K^2/2)$ , une variation d'énergie  $\delta\gamma$  entraîne une variation de longueur d'onde  $\delta\lambda_R = \frac{2\delta\gamma}{\gamma}\lambda_R$ . Ainsi, un décalage spectral de 0.8 nm correspond à une perte d'énergie  $\Delta\gamma$ =1.17. Avec  $P_L$ =1.5 W et  $Z_R$ =0.15 m,  $\Delta\gamma$ =5.5. Le décalage spectral observé correspondrait à une perte d'énergie inférieure d'un facteur 4 à la variation d'énergie maximale théorique imposée par le laser.

La longueur d'onde du LEL dépend donc de la perte d'énergie en fin d'onduleur. Une réduction de la durée d'impulsion, en augmentant le champ électrique du laser injecté et ainsi la perte d'énergie des électrons dans l'onduleur, conduit à un rayonnement à plus grande longueur d'onde.

Dans le cas de l'harmonique 3, avec  $P_L=1.7$  W et  $Z_R=0.15$  m (voir Figure 2.42(b)), le spectre est constitué de deux raies latérales : l'une autour de 268 et l'autre de 264 nm. De même que dans le cas de l'harmonique 2, la durée d'impulsion ne modifie pas la structure du spectre mais la position des raies. En réduisant la durée d'impulsion de 1 à 0.25 ps–FWHM, la raie latérale autour de 268 nm se décale vers le rouge de 1.4 nm environ (de 267.1 à 268.5 nm). Le décalage observé entre 0.25 et 0.5 ps est supérieur au décalage observé entre 0.5 et 1 ps. La raie autour de 264 nm se décale vers le bleu en réduisant  $\Delta T_L$  de 1 à 0.5 ps–FWHM, puis revient vers le rouge en passant de 0.5 à 0.25 ps–FWHM. Les variations de longueur d'onde observées pour  $\Delta T_L=1$  ps–FWHM sont liées aux fluctuations en intensité des raies latérales qui, pour un entrefer proche de 41.8 mm (resp. 40.7 mm) pour l'harmonique 2 (resp. 3) sont d'un niveau voisin (voir Figures 2.45 et 2.46).

D'autre part, l'écartement des raies augmente avec la réduction de la durée d'impulsion :  $\Delta\lambda \approx 3.0$  nm (resp. 3.9 et 4.2 nm) lorsque  $\Delta T_L=1$  ps-FWHM (resp. 0.5 et 0.25 ps-FWHM). La fréquence synchrotron  $\omega_S$  est proportionnelle à la racine carrée du champ électrique et donc à  $(\frac{1}{\Delta T_L})^{1/4}$ . Ainsi, une réduction d'un facteur 4 sur la durée d'impulsion (de 1 à 0.25 ps-FWHM) correspond à une variation d'un facteur  $\approx 1.4$  sur la fréquence synchrotron. Si  $\Delta\lambda \propto \omega_S$ , une variation du même facteur est attendue sur la position relative des raies. Dans le cas d'un écart initial entre les raies (à 1 ps-FWHM) de 3.0 nm environ, correspondant à un décalage de 1.5 nm de chaque raie de part et d'autre du "centre" du spectre, on s'attend à mesurer un écart de 4.2 nm à 0.25 ps, en accord avec les résultats expérimentaux.

Dans le cas de la Figure 2.42(b), la raie centrale du LEL (autour de 266 nm) n'est pas



FIG. 2.43 – Évolution de la structure du spectre de la troisième harmonique cohérente en fonction de la puissance du laser injecté  $P_L$ , pour différentes valeurs d'entrefer : g=41 mm.  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

observée. Considérant les résultats obtenus sur l'harmonique 2, on suppose que l'énergie des électrons responsables du rayonnement cohérent varie de  $\delta\gamma$ =1.17 lorsque la durée d'impulsion varie de 0.25 à 0.5, et de 0.5 à 1 ps–FWHM. Dans le cas de l'harmonique 3, le décalage spectral correspondant est de 0.53 nm. Les longueurs d'onde du LEL attendues sur la base de ces considérations sont présentées dans le Tableau 2.8, et comparées aux valeurs expérimentales. L'évolution de la position des raies observée en Figure 2.42(b) résulte de la combinaison entre le décalage spectral croissant dû à l'augmentation de la perte d'énergie, et l'écartement croissant des raies dû à l'augmentation de la fréquence synchrotron, les deux phénomènes étant induits par l'augmentation du champ électrique laser via la réduction de la durée d'impulsion.

#### Conclusion

La position des raies du LEL est indépendante de l'entrefer de l'onduleur. Cependant, en régime saturé, elle dépend des paramètres d'injection du laser. En effet, un fort champ électrique (obtenu avec une forte focalisation ou une courte focale) peut entraîner des pertes en énergie conséquentes pour le faisceau d'électrons entraînant un décalage spectral vers les grandes longueurs d'onde.

#### b) Structure du spectre

Selon les conditions de l'expérience, le spectre possède ou non des raies latérales. Ces raies latérales sont la manifestation d'une sur-modulation de densité électronique, et sont donc obtenues, comme nous allons à présent l'illustrer, pour des valeurs élevées du champ électrique injecté. Une certaine forme de sélection spectrale pourra être également effectuée à l'aide de l'entrefer de l'onduleur.

#### Influence des paramètres laser

L'influence de la puissance du laser injecté sur la structure spectrale des harmoniques est présentée en Figure 2.43 dans le cas de l'harmonique 3.

Avec la durée d'impulsion maximale, une focalisation forte et une faible puissance d'injection (0.5 W), le spectre sur l'harmonique 3 est consituté d'une seule raie. Lorsque la puissance d'in-

jection augmente, des raies latérales apparaissent. Elles sont nettement observées pour  $P_L=1$  W. Ceci permet d'estimer le seuil expérimental d'apparition des raies latérales en puissance d'injection autour de 0.8 W. La valeur calculée à l'aide de l'Eq.(2.26) est de 0.25 W, en bon accord avec la mesure considérant que l'efficacité de transfert entre le laser et les électrons est limitée par la différence de tailles entre les faisceaux. D'après l'Eq.(2.26), la fréquence synchrotron augmente avec la puissance injectée. Cependant, en accord avec nos mesures expérimentales, le décalage attendu de 0.2 nm dû à une variation de 1 à 2 W, n'est pas mesurable. Ainsi, l'augmentation de la puissance du laser injectée modifie et complexifie la structure du spectre, qui passe d'une raie centrale à deux raies latérales.

On remarque également que les variations de position des raies en fonction de l'entrefer de l'onduleur, tout en restant faibles (<0.25 nm), diminuent avec la puissance injectée. En effet, la modification de l'entrefer de 40.4 à 41 mm modifie la position des raies de 0.7 nm avec  $P_L=0.4$ W, de 0.25 avec  $P_L=0.93$  W. Au-delà de  $P_L=1$  W, les variations ne sont plus détectables avec le spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics) (résolution : 0.2 nm). En régime saturé, la position des raies du LEL est indépendante du gain.

Un raisonnement similaire peut être appliqué pour la durée d'impulsion. À puissance moyenne donnée, la durée d'impulsion doit passer sous une valeur seuil pour que  $\omega_S$  soit suffisamment élevé. Expérimentalement, les raies sont déjà observées pour la valeur maximale de  $\Delta T_L=1$ ps-FWHM. Nous ne pouvons donc pas vérifier l'existence de ce seuil en durée d'impulsion.

Ni l'influence de l'accord temporel, ni celle de l'accord spatial n'ont été mesurées. Dans le cas de l'accord temporel, il serait en effet possible de varier le délai entre l'impulsion laser et le paquet d'électrons. D'après les analyses précédentes, on peut s'attendre à une baisse d'intensité des harmoniques due à une baisse du courant crête lorsque le laser est injecté sur les bords de la distribution sans variation de la longueur d'onde. Dans le cas de l'accord spatial, les montures ne permettent pas de modifier l'alignement du laser, sous peine de perdre le signal cohérent. On s'attendrait cependant à des effets similaires : pas de modification des longueurs d'ondes, mais une perte d'intensité du signal en raison d'une réduction du recouvrement dans l'onduleur, et donc du nombre d'émetteurs mis en phase.

#### Influence des paramètres de l'onduleur

Si l'entrefer ne modifie pas la position des raies relatives à chaque harmonique du LEL, il peut en revanche modifier la structure du spectre.

Dans le cas d'un spectre constitué d'une seule raie par harmonique, présenté en Figure 2.44, la longueur d'onde ne varie pas avec l'entrefer de l'onduleur. En revanche, l'efficacité de génération, elle, varie, et atteint un optimum (voir  $\S$  2.4.1).

Dans le cas où le spectre comporte deux raies latérales, l'évolution du spectre des harmoniques en fonction de l'entrefer est présentée en Figure 2.45. Sur l'harmonique 3, pour un faible entrefer (g < 40.3 mm), le LEL ne rayonne que sur la raie à 267 nm. Lorsque l'entrefer augmente, l'intensité croît sur la seconde raie à 264 nm. Les deux raies sont d'intensité équivalente autour de 40.5 mm. Au delà de 40.8 mm, la raie à 264 nm prédomine, et la raie à 267 nm s'estompe. Au-delà de 41 mm, le LEL ne rayonne plus que sur la raie à 264 nm.

La variation de l'entrefer permet d'ajuster la longueur d'onde de résonance, et donc d'accorder spectralement l'onduleur avec le laser injecté. La sélection de l'une ou l'autre des raies en désaccordant l'onduleur met en évidence la bande passante du LEL. Lorsque l'entrefer est fermé à moins de 40.1 mm, la raie à 264 nm disparaît. Lorsque l'entrefer est ouvert à plus de 41 mm, la raie à 267.5 nm disparaît. Une variation d'entrefer de 0.9 mm correspond à un décalage du spectre de 10 nm environ (calcul avec l'expression 2.1). La bande passante expérimentale est donc de  $(\frac{\Delta\lambda}{\lambda})_{exp} = 3.8 \times 10^{-2}$ , en accord avec la bande passante théorique définie par :



FIG. 2.44 – Évolution du spectre des harmoniques cohérentes en fonction de l'entrefer g de l'onduleur. a) Spectre de la deuxième harmonique, avec g=40.1 mm, g=40.5 mm, g=40.8 mm, et g=41.1 mm. b) Spectre de la troisième harmonique avec g=40.3 mm, g=40.5 mm, g=40.8 mm, et g=41.0 mm.  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=1.5$  m,  $\Phi_{iris}=14$  mm pour l'harmonique 2 et 7 mm pour l'harmonique 3. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).



FIG. 2.45 – Évolution du spectre de la troisième harmonique avec injection du laser en fonction de l'entrefer g de l'onduleur : a) g=40.3 mm, b) g=40.4 mm, c) g=40.5 mm, d) g=40.8 mm.  $P_L$ =2W,  $\Delta T_L$ =1 ps,  $Z_R$ =0.15 m,  $\Phi_{iris}$ =7 mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

 $(\frac{\Delta\lambda}{\lambda})_{theo} = \frac{1}{nN} = 3.7 \times 10^{-2}$  (pour un faisceau idéal).

Dans le cas de la seconde harmonique, le phénomène est moins marqué. Cependant, au-delà de 40.8 mm, on observe bien la disparition de la raie latérale à 411 nm, et l'apparition de celle à 417.5 nm.

#### Influence du courant

À titre de remarque, on vérifie expérimentalement (voir Figure 2.47) que la longueur d'onde du LEL injecté ne dépend pas du courant stocké dans l'anneau. La position des raies ne dépend



FIG. 2.46 – a) Évolution du spectre de la deuxième harmonique cohérente en fonction de l'entrefer g de l'onduleur : g=40.1 mm, g=40.5 mm, g=40.8 mm, g=41.0 mm. b) Longueurs d'onde de la deuxième harmonique cohérente en fonction de l'entrefer : raie centrale à 413 nm, raies latérales à 411 et 417 nm.  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=14$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

pas de la densité électronique.



FIG. 2.47 – Longueurs d'onde de la troisième harmonique cohérente en fonction du courant, pour trois valeurs d'entrefer : 41, 40.8 et 40.5 mm. Position des raies : 264.1 nm et 267.2 nm (moyennes sur l'échantillon).  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

#### 2.5.5 Largeur spectrale des harmoniques

La largeur spectrale des harmoniques cohérentes a été mesurée de façon systématique en fonction des divers paramètres de l'expérience. De même que la position, la largeur des raies ne dépend ni du courant (et donc de la distribution électronique) ni de l'entrefer (toujours dans la limite de la bande passante du LEL). En revanche, la largeur spectrale varie avec les paramètres d'injection du laser, comme la puissance (voir Figure 2.48). À faible puissance laser (< 0.5 W), le spectre est monochromatique. La largeur de raie augmente légèrement avec la puissance d'injection. À 0.38 W,  $\Delta\lambda$  est autour de 2 nm. Au-delà de (< 0.5 W), le spectre est constitué de largeur inférieure à la largeur de raie initiale (entre 0.6 et



FIG. 2.48 – a) Largeur et b) Position des raies de l'harmonique 3 en fonction de la puissance du laser injecté, pour différentes valeurs de l'entrefer.  $\Delta T_L=1$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=7$  mm. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

1.2 nm) et quasiment indépendante de la puissance injectée. La largeur de raie à 267 nm ( $\approx$  1.2 nm) est légèrement supérieure à celle à 264 nm ( $\approx$  0.6 nm). La largeur spectrale de la raie principale, uniquement observée pour g=40.8 mm, reste supérieure aux largeurs mesurées sur les raies latérales, et décroît légèrement avec la puissance (de 1.9 à 1.4 nm). On remarque également que la faible dépendance de la largeur de raie en l'entrefer à faible puissance disparaît totalement à forte puissance. Le LEL se stabilise à l'approche de la saturation.

Ainsi, la largeur de la raie principale (observée pour g=40.8 mm) décroît avec la puissance injectée : la cohérence temporelle du rayonnement s'améliore, puis augmente : la puissance injectée est trop élevée, conduisant à une sur-modulation de la distribution qui se traduit par une perte de cohérence temporelle. De plus, lorsque des raies latérales apparaissent, elles sont de largeur inférieure à la largeur de la raie principale. Leur largeur ne présente pas de variation sur la plage observée.

L'influence de la focalisation du laser sur la largeur spectrale est présentée en Figure 2.49 (a) dans le cas de l'harmonique 2. Pour g de 39.8 à 42 mm, la largeur de raie (raie principale,  $\approx$  412 nm) fluctue entre 1.13 et 2.5 nm avec  $Z_R=1.5$  m, et entre 1.3 et 3.2 nm pour  $Z_R=0.15$  m. Aucune différence significative ne peut être relevée. Dans le cas de l'harmonique 3, la comparaison expérimentale est plus difficile. En effet, à puissance d'injection égale, le spectre obtenu avec  $Z_R=0.15$  m (resp.  $Z_R=1.5$  m) est constitué des deux raies latérales (resp. de la raie principale uniquement) : les largeurs à comparer correspondent à des raies différentes. Les largeurs mesurées sont toutefois rassemblées dans la Figure 2.49 (b). On remarque que la largeur obtenue sur la raie principale avec  $Z_R$  est de l'ordre de celle obtenue sur les raies latérales avec  $Z_R=0.15$  m (fluctuant entre 0.65 et 2.5 nm). D'après les résultats des Figures 2.47 et 2.49 (b), l'utilisation d'un  $Z_R$  plus élevé, c'est-à-dire d'une focalisation moins forte, permet de réduire l'élargissement spectral sur la raie principale à 266 nm.

Expérimentalement, la largeur minimale mesurée sur l'harmonique 2 (raie principale) est de 0.95 nm (avec  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=0.5$  ps,  $Z_R=0.15$  m,  $\Phi_{iris}=14$  mm). Sur l'harmonique 3, les



FIG. 2.49 – Largeur de raie des harmoniques : a) 2 et b) 3 en fonction de l'entrefer de l'onduleur avec (o)  $Z_R=1.5 \text{ m et } (\times) Z_R=0.15 \text{ m}$ .  $P_L=2W$ ,  $\Delta T_L=1 \text{ ps}$ ,  $\Phi_{iris}=7 \text{ mm}$  pour l'harmonique 3 et 14 pour l'harmonique 2. Largeur de la raie principale ( $\approx 413 \text{ nm}$ ) pour l'harmonique 2. Largeur des raies latérales ( $\approx 264 \text{ et } 267 \text{ nm}$ ) avec  $Z_R=0.15 \text{ m}$ , et principale ( $\approx 266.5 \text{ nm}$ ) avec  $Z_R=1.5$ m pour l'harmonique 3. Mesure à l'aide du spectromètre équipé d'une caméra CCD (voir § 2.1.5. Diagnostics).

TAB. 2.9 – Largeurs minimales mesurées des raies sur l'harmonique 3 en fonction des paramètres d'injection du laser.

$\lambda$ (nm)	$\Delta\lambda~(\mathrm{nm-fwhm})$	$P_L$ (W)	$\Delta T_L$ (ps-fwhm)	$Z_R$ (m)	$g \ (\mathrm{mm})$	$\Phi_{iris}$ (mm)
266	1.1	2	1	1.5	40.5	7
264	0.6	1.7	1	0.15	41	7
267	0.9	2	0.5	0.15	40.5	7

largeurs minimales mesurées sont résumées dans le Tableau 2.9.

En utilisant un modèle analytique simple à 1D d'une distribution électronique modulée en densité par une impulsion lumineuse de durée  $\sigma_L$  à une période  $\lambda_L$ , la largeur de raie du rayonnement cohérent généré est définie par [160] :

$$\Delta\lambda_h = \frac{\lambda_L^2}{n^2 2\pi c \sqrt{2}\sigma_h} \tag{2.27}$$

avec  $\sigma_h = \frac{\sigma_e \sigma_L}{\sqrt{\sigma_e^2 \sigma_L^2}}$  la durée d'impulsion du rayonnement cohérent.

La relation  $\overline{2.27}$  n'étant vérifiée que pour une impulsion laser à la limite de Fourier,  $\sigma_h$  est évalué pour  $\Delta T$ =125 fs-FWHM, soit le cas le plus proche :  $\sigma_h \approx 64$  fs. Alors :  $\Delta \lambda_{h2} \approx 0.94$  nm, et  $\Delta \lambda_{h3} \approx 0.42$  nm. Les valeurs expérimentales obtenues sur l'ensemble des configurations testées sont supérieures (en moyenne d'un facteur 2 à 4) à ces prévisions (probablement en raison du réglage trop approximatif des paramètres expérimentaux : alignement du laser, fluctuation du pointer, réglage de l'axe magnétique, etc...). L'optimisation des paramètres d'injection du laser permet cependant d'atteindre la valeur théorique dans le cas de l'harmonique 2, et de s'en approcher à 0.6 nm dans le cas de l'harmonique 3.

#### Conclusion

Nous avons mesuré la structure spectrale des harmoniques cohérentes. En régime non saturé,

le LEL présente un spectre monochromatique sur chaque harmonique, dont la longueur d'onde dépend de la longueur d'onde du laser injectée, et non de la longueur d'onde de résonance du klystron optique. La largeur spectrale du LEL ( $\Delta\lambda < 1nm$ ) est nettement inférieure à la largeur du spectre de l'émission spontanée. En régime saturé, des raies latérales apparaissent dans le spectre. La déformation du spectre est contrôlée via les paramètres d'injection du laser (puissance, durée d'impulsion et focalisation).

### 2.6 Cohérence des harmoniques générées

La notion de cohérence (temporelle et spatiale) a été introduite au Chapitre 1 (voir §1.10. Cohérence du LEL).

#### 2.6.1 Cohérence temporelle

Une impulsion gaussienne est cohérente temporellement lorsque l'égalité  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = 0.44$  est vérifiée. L'évaluation de la cohérence temporelle requiert donc une mesure simultanée du spectre et de la durée de l'impulsion considérée. Les durées d'impulsion supérieures à 10 ps sont mesurées à l'aide de photodiodes rapides. Pour de plus courtes durées, des caméras à balayage peuvent être utilisées. Une autre approche repose sur la mesure de la fonction de corrélation. Seul le spectre du LEL injecté de UVSOR-II a pu être mesuré. Afin d'évaluer tout de même grossièrement l'évolution de la cohérence temporelle avec l'injection, nous supposons que la durée d'impulsion des harmoniques cohérentes correspond à la durée d'impulsion du laser injecté.

La durée d'impulsion minimale du laser (sans étirement après passage dans l'amplificateur) est de 125 fs–FWHM, avec  $\Delta \lambda_L = 13$  nm–FWHM. Ainsi,  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \approx 0.76 \approx 1.7 \times [0.44]$ , et l'impulsion laser est 1.7 fois au dessus de la limite de Fourier : le laser est quasiment cohérent temporellement.

Dans le cas de l'harmonique 2,  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \approx 850 \times [0.44]$  pour l'émission spontanée (en considérant une raie du spectre du klystron), et  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} > 2 \times [0.44]$  pour l'harmonique cohérente (voir résultats § 3.6.2). Dans le cas de l'harmonique 3,  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \approx 800 \times [0.44]$  pour l'émission spontanée (toujours en considérant une raie du spectre du klystron), et  $\Delta T c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} > 11 \times [0.44]$ pour l'harmonique cohérente (sur la raie principale à 266 nm, voir résultats § 3.6.2). L'injection permet de réduire considérablement (facteur  $\approx 400$  (resp. 70) pour l'harmonique 2 (resp. 3)) l'écart à la limite de Fourier, et donc d'améliorer la cohérence temporelle du rayonnement produit.

#### 2.6.2 Cohérence spatiale

La cohérence transverse d'une source lumineuse est utile à de nombreuses applications scientifiques. La focalisation à la limite de diffraction permet d'effectuer de la microscopie à balayage [102], les figures d'interférence sont utilisées pour l'interférométrie [103], l'holographie [104] et l'imagerie par mesure de phase [105]. La mesure de la cohérence transverse d'un LEL injecté présente donc un intérêt certain. Plusieurs techniques ont été implémentées avec succès pour la mesure de la cohérence du rayonnement d'un onduleur dans l'EUV. On peut citer la méthode de Thompson-Wolf [91], technique de diffraction à deux trous, mais également l'interférométrie à l'aide de deux miroirs de Fresnel [174], l'interférométrie Hanbury–Brown Twiss [175, 176], l'interférométrie de Fresnel avec une fente et un fil [177], ou encore la diffusion nucléaire [178]. Dans le cas d'UVSOR-II, la méthode simple des fentes d'Young [179] a été utilisée.

#### **Dispositif** expérimental



FIG. 2.50 – Dispositif expérimental pour la mesure de cohérence spatiale du rayonnement en sortie du klystron optique à l'aide de fentes d'Young. Distances en mm. (L) : lentille UV de longueur focale 2 m (SLSQ-30-2000P). Filtre PB (Passe Bande) : centré à 800 nm avec une largeur de 10 nm–FWHM pour l'étude du fondamental, centré à 405 nm avec une largeur de 50 nm–FWHM pour l'étude de H2 et centré à 265 avec une largeur de 10 nm–FWHM pour l'étude de l'émission spontanée : caméra CCD sensible à l'UV (UV Digital Camera C8484-16C, Hamamatsu). Détecteur pour l'étude du rayonnement du LEL : caméra CCD intensifiée avec porte temporelle (DH720–18F–03, iStar).

Le dispositif expérimental est illustré en Figure 2.50. En sortie du klystron optique, le faisceau passe au travers de deux fentes parallèles de largeur ajustable (de 50  $\mu$ m à 250  $\mu$ m par pas de 50  $\mu$ m), séparées d'une distance également ajustable (1. 3 ou 4 mm). Une lentille située derrière les fentes permet de focaliser le faisceau, filtré spectralement à l'aide de filtres passe-bande) sur un détecteur à deux dimensions : une caméra CCD. La période de révolution du paquet d'électrons dans l'anneau étant de 177 ns (5.6 MHz) en mode simple paquet, le détecteur reçoit une impulsion d'émission spontanée toutes les 177 ns. Une caméra standard est utilisée pour enregistrer la figure d'interférence produite par l'émission spontanée. Les temps de pose étant supérieurs à la ms, une figure d'interférence résulte de l'accumulation des figures de plusieurs centaines de passages successifs. Le laser étant injecté au kHz, une impulsion cohérente est générée toutes les ms, soit tous les 5600 tours. L'enregistrement de la figure d'interférence résultant de l'émission cohérente requiert donc la sélection d'une impulsion parmi 5600, séparées de ces voisines de 177ns, soit la réalisation d'une porte temporelle de largeur  $\approx 100$  ns, avec un rapport signal/bruit supérieur à 6000. Pour cela, une caméra CCD intensifiée avec porte temporelle a été utilisée.

#### Mesure de la cohérence spatiale avec des fentes d'Young

L'enregistrement des figures d'interférence produites par le rayonnement en sortie du LEL permet de mesurer le degré de cohérence mutuelle du rayonnement (temporelle et spatiale). En effet, la différence de chemin entre les rayons issus de chacune des fentes dépend non seulement de l'espace (via la différence de chemin chemin optique introduite par l'écartement des fentes) mais également du temps (via le temps d'arrivée des rayons lumineux sur les fentes). La différence de chemin optique est définie par :  $\Delta s = \sqrt{D^2 + (d/2 + x)^2} - \sqrt{D^2 + (d/2 - x)^2}$  avec x la position sur l'écran où se forme la figure d'interférence.  $\Delta s=1.7$  fs. La largeur spectrale du rayonnement de l'onduleur est typiquement de l'ordre de  $\Delta\lambda/\lambda = 1/nN$ , avec n le numéro harmonique. La longueur de cohérence est donc de  $nN\lambda$ , et le temps d'arrivée sur les fentes est petit comparé au décalage introduit par la différence de chemin optique. On considère donc que l'expérience des fentes d'Young permet de mesurer uniquement la cohérence transverse (spatiale) du rayonnement incident.

L'intensité du rayonnement après passage au travers des fentes d'Young s'écrit :

$$\begin{split} I(X) = &I_0 \left[ sinC(\frac{\pi w X}{\lambda D}) \right]^2 \times (1 + V \times sinC(\frac{\pi \Delta \lambda X}{\lambda D}) \times cos(\frac{2\pi d X}{\lambda D})) \\ + &I_{off}. \end{split}$$

V est la visibilité,  $\lambda$  la longueur d'onde du rayonnement analysé,  $\Delta \lambda$  sa largeur spectrale, D la distance entre les fentes et le plan d'observation. Les fentes ont une largeur w et sont séparées d'une distance d. X est la position dans le plan horizontal perpendiculaire à l'axe de rayonnement, X=0 étant le centre de la figure d'interférence.  $I_0$  and  $I_{off}$  (le bruit de fond) sont des constantes. Les deux termes  $\left[sinC(\frac{\pi wX}{\lambda D})\right]^2$  et  $cos(\frac{2\pi dX}{\lambda D})$  sont dus à la dimension finie des fentes, induisant de la diffraction.  $sinC(\frac{\pi \Delta \lambda x}{\lambda D})$  représente la largeur spectrale du rayonnement après le filtre passe bande. La relation (2.28) est vérifiée dans le cas de distribution gaussiennes de la densité d'électrons et de son rayonnement et lorsque les intensités issues de chaque fente sont égales [180].

La visibilité des franges V étant proportionnelle au premier ordre au degré de cohérence spatiale [181], elle est utilisée pour caractériser la cohérence transverse du rayonnement étudié. De plus, la mesure de V en fonction de la taille de cohérence  $\sigma_c$  et de la séparation des fentes d [182] :

$$V(d) = exp\left[-d^2/2\sigma_c^2\right],\tag{2.28}$$

permet une évaluation de la taille de la source  $\sigma_s$  [182] :

$$\sigma_c = \frac{\lambda D}{2\pi\sigma_s}.\tag{2.29}$$

#### Mesure de la cohérence de l'émission spontanée

La figure d'interférence est donnée en Figure 2.51. Une coupe longitudinale est effectuée sur les figures d'interférence. Une régression utilisant la relation (2.28) est ensuite effectuée sur le profil obtenu (voir Figure 2.52), V,  $I_0$ ,  $I_{off}$  étant les variables d'ajustement.

La visibilité des franges de l'émission spontanée est ainsi mesurée à trois longueurs d'onde différentes (voir Figure 2.53). À une longueur d'onde donnée, la visibilité décroit avec la séparation des fentes d, en accord avec Eq.(2.28). À une séparation d donnée, la visibilité croît avec la longueur d'onde. En effet, selonc Eq.(2.28), une plus courte longueur d'onde réduit la taille de cohérence et ainsi la visibilité des franges. À 266 nm (H3), avec 1 mm de séparation, la visibilité est de 0.35, correspondant à une longueur de cohérence de 680  $\mu m$ . Toujours à 266 nm, avec une séparation de 3 mm, les interférences ne sont plus détectables : la cohérence spatiale est perdue.

#### Mesure de la cohérence de la troisième harmonique cohérente

Une figure d'interférence associé au rayonnement de la troisième harmonique cohérente (avec injection du laser Ti :Sa) est illustrée en Figure 2.51 (b). L'injection du laser Ti :Sa modifie notablement la figure d'interférence. La troisième harmonique cohérente produit des franges au contraste, c'est-à-dire à la visibilité, nettement plus élevé (voir Figure 2.52).

La visibilité des franges associée a été mesurée en fonction du courant, avec et sans injection du laser (voir Figure 2.54) et n'a pas révélé de dépendance. Entre 1 et 20 mA, les deux visibilités (associées à l'émission spontanée et à l'harmonique cohérente) sont constantes : en moyenne 0.73 pour les harmoniques cohérentes, et 0.35 pour l'émission spontanée, correspondant à des



FIG. 2.51 – Figure d'interférence associée au rayonnement sur la troisième harmonique : (a) émission spontanée (sans injection du laser), (b) harmonique cohérente (avec injection du laser).  $P_L=1.6$  W. I=16 mA. Temps d'exposition du détecteur : (a) 0.3 s, (b) 0.9 s.

longueurs de cohérence respectivement de 1260 et 662  $\mu m$ . L'injection du laser a ainsi permis d'améliorer la visibilité d'un facteur voisin de 2 lorsque les fentes sont séparées d'1 mm. Le degré de cohérence transverse étant proportionnel à la visibilité, une amélioration nette de la cohérence spatiale est ainsi démontrée.

D'après Eq.(2.29) et Eq.(2.28), une augmentation de la visibilité correspond à une réduction de la taille de la source : de  $\sigma_s=128 \ \mu m$  (V=0.32) pour l'émission spontanée, à  $\sigma_s=69 \ \mu m$ (V=0.72) pour l'émission cohérente. Les fentes étant disposées verticalement,  $\sigma_s$  correspond à la dimension horizontale de la source. Ce résultat est en accord qualitatif avec l'observation des faisceaux dans l'onduleur. En effet, dans la dimension horizontale, le faisceau laser focalisé couvre à peine plus d'un tiers du faisceau d'électrons. L'émission cohérente étant produite par les électrons modulés en énergie par le laser, la taille de la source cohérente correspond à la taille du laser, nettement inférieure à la taille de la source incohérente, celle du paquet d'électrons.

Pour l'étude de la cohérence transverse du LEL à l'aide d'outils analytiques, il est envisagé de développer une nouvelle fonctionnalité du logiciel SRW : le calcul du rayonnement d'un faisceau modulé longitudinalement.



FIG. 2.52 – Profils longitudinaux des figures d'interférence de la figure 2.51 produites par le rayonnement sur la troisième harmonique : (a) émission spontanée (sans injection du laser Ti :Sa), (b) harmonique cohérente (avec injection du laser).



FIG. 2.53 – Visibilité des franges en fonction de la distance entre les fentes sur les trois premières harmoniques de l'émission spontanée : 800 nm (H1), 400 nm (H2) et 266 nm (H3).



FIG. 2.54 – Visibilité des franges en fonction du courant ( $\Delta$ ) de l'harmonique cohérente, (X) de l'émission spontanée. La visibilité a été obtenue à l'aide d'un fit du profil longitudinal de la figure d'interférence avec Eq.(2.28), V,  $I_0$ ,  $I_{off}$  étant les variables d'ajustement et D=2000 mm,  $\lambda=266$  nm,  $\Delta\lambda=10^{-5}$ , d=1 mm les constantes fixées.

## 2.7 Distribution angulaire du rayonnement harmonique

Selon la configuration du LEL et les caractéristiques attendues, le rayonnement harmonique est, ou non, désirable. Dans le cas des LELs en configuration oscillateur, la génération d'harmoniques sur l'axe peut entraîner la dégradation des miroirs de la cavité [183], et donc des performances sur le fondamental du LEL. Inversement, dans le cas des LELs en simple passage, la génération d'harmoniques est essentielle à l'extension de la gamme spectrale vers les courtes longueurs d'onde. Dans les deux cas, la connaissance de la distribution angulaire des harmoniques s'avère nécessaire. La distribution angulaire du rayonnement d'un onduleur en émission spontanée est entièrement décrite théoriquement [35] et simulée [38]. En revanche, si la distribution angulaire du LEL en configuration plane est relativement bien reproduite [184], elle reste assez controversée en mode hélicoïdal. Les simulations effectuées avec le code MEDUSA [108] mettent en évidence un rayonnement harmonique sur l'axe, tandis que le modèle analytique développé dans [87, 88] exclut la génération d'harmoniques sur l'axe. Un dispositif d'imagerie a été mis en place sur le LEL de UVSOR-II (voir § 2.1.5. Diagnostics) afin d'étudier la distribution angulaire du rayonnement en mode plan puis, et surtout, en mode hélicoïdal.

#### 2.7.1 Distribution angulaire de l'émission spontanée

#### Généralités

Distribution angulaire spectrale

La description théorique de la distribution angulaire du rayonnement d'un onduleur a été développée dans [35].

Le champ électrique  $\vec{E}$  rayonné dans un onduleur par un électron relativiste est obtenu à partir de la solution dite des potentiels retardés de Liénard–Wiechert des équations de Maxwell. Dans l'approximation des petits angles  $\theta_x, \theta_y \ll 1$  (le rayonnement est observé au voisinage de l'axe),  $\vec{E}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\vec{E}(x,y,z,\omega) = \frac{ie\omega N}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n(N-1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{h}_n(\theta_x,\theta_y) \frac{sin(\pi N((\omega/\omega_R) - n))}{\pi N((\omega/\omega_R) - n)} \exp[i\omega c(\theta_x x + \theta_y y) + z(1 + \theta_x^2/2 + \theta_y^2/2)] d\theta_x d\theta_y$$

Le champ résulte de la somme des contributions des harmoniques n du spectre. L'écriture sous la forme d'une somme est une conséquence de la périodicité du champ magnétique généré dans l'onduleur. La fonction  $\vec{h}_n$  ne dépend que de la direction  $(\theta_x, \theta_y)$ . Le terme  $\frac{\sin(\pi N((\omega/\omega_R) - n))}{\pi N((\omega/\omega_R) - n)}$ module l'intensité du rayonnement autour des harmoniques n de la fréquence de résonance  $\omega_R$ . La fréquence de résonance  $\omega_R$  dépend elle-même de la direction. Il est en fait plus pratique d'utiliser, plutôt que la fréquence, la longueur d'onde de résonance dont la dépendance en  $(\theta_x, \theta_y)$ est définie par :

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + K_x^2/2 + K_y^2/2 + \gamma^2 \theta_x^2 + \gamma^2 \theta_y^2)$$
(2.30)

Pour  $|\omega/\omega_R - n| \ll 1$ , le flux spectral sur l'harmonique n dans la direction  $(\theta_x, \theta_y)$  et selon le vecteur unitaire de polarisation  $\hat{u}$  s'exprime ainsi :

$$\frac{d\phi_n}{d\Omega}(\theta_x, \theta_y, \omega, \hat{u}) \propto \frac{I}{e} N^2 \left| \vec{h}_n^2(\theta_x, \theta_y) \hat{u}^* \right|^2 \left( \frac{\sin(\pi N((\omega/\omega_R) - n))}{\pi N((\omega/\omega_R) - n)} \right)^2$$
(2.31)

115

Le flux spectral apparaît comme le produit de deux fonctions : une fonction dite  $lobe \left| \vec{h}_n^2(\theta_x, \theta_y) \hat{u}^* \right|^2$ qui contient la contribution du champ magnétique de l'onduleur et une fonction *interférence*  $\left(\frac{\sin(\pi N((\omega/\omega_R)-n))}{\pi N((\omega/\omega_R)-n)}\right)^2$  qui dépend de l'angle  $\theta_x^2 + \theta_y^2$  via  $\omega_R$ .

Le rayonnement d'un électron à une fréquence  $\omega$  est distribué sur un cône centré sur l'axe de propagation de l'électron. À chaque cône correspond une harmonique et l'ouverture angulaire du cône augmente avec l'ordre harmonique n. Ainsi, le rayonnement d'un électron dans un onduleur est constitué d'une série d'anneaux concentriques dont le rayon croît avec l'ordre harmonique n (le centre du faisceau est dans le domaine des plus grandes longueurs d'onde). De plus, l'intensité le long de chaque anneau est modulée par la fonction *lobe*. Un exemple de distribution angulaire spectrale est présenté en Figure 2.55 (a). Lorsque le rayonnement est généré non plus par un faisceau d'électrons idéal (comportement identique à celui d'un seul électron) mais par un faisceau réel (avec une dispersion en énergie non nulle et une émittance finie), la distribution angulaire spectrale doit être convoluée avec la distribution angulaire et en énergie des électrons. Il en résulte un élargissement des anneaux, illustrée en Figure 2.55 (b).



FIG. 2.55 – Distribution angulaire spectrale du rayonnement aux longueurs d'onde (i) 260 nm (4.76867 eV) et (ii) 270 nm (4.59205 eV), obtenue avec un faisceau (a) Idéal, (b) Réel avec les paramètres faisceaux de UVSOR-II en mode plan (voir § 2.1.). Cas du klystron optique de UVSOR-II en mode plan, avec g=40.8 mm. Chaque anneau est associé à une seule harmonique du spectre. En (a)-i et (b)-i, on visualise les anneaux correspondant aux harmoniques 3 et 4. En (a)-ii et (b)-ii, on ne visualise que les harmoniques 4 et 5, l'énergie de photon sélectionnée étant trop basse pour l'harmonique 3. Simulation SRW [185].

Divergence du faisceau de photons

Il est possible, à partir de la relation (2.31), d'estimer la divergence minimale du faisceau de photons généré dans un onduleur par un seul électron (faisceau idéal). En effet, la divergence minimale est atteinte lorsque l'ouverture du cône d'émission est infiniment petite. Pour cela, la fréquence est proche de la fréquence de résonance sur l'axe  $n\omega_R(\theta_x = 0, \theta_y = 0)$ . Dans la limite des faibles angles  $\theta_x, \theta_y \ll 1$  et d'un grand nombre de périodes  $N \gg 1$ , la relation (2.31) devient :

$$\frac{d\phi_n}{d\Omega}(\theta_x,\theta_y,\omega,\hat{u}) \propto \frac{I}{e}N^2 \left|\vec{h}_n^2(0,0)\hat{u}^*\right|^2 (\frac{\sin(\Gamma)}{\Gamma})^2$$

avec

$$\Gamma = \pi n \frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{2} \times \frac{N\lambda_0}{\lambda_R(0,0)} + \pi N(\frac{\lambda_R(0,0)}{\lambda} - n)$$

La fonction  $(\frac{\sin(\Gamma)}{\Gamma})^2$  offre un minimum de divergence pour une fréquence légèrement inférieure à la fréquence de résonance. Cependant, à cette fréquence, le flux d'intensité spectral est inférieur au flux atteint à la résonance. Il existe un compromis entre faible divergence et intensité spectrale. Une régression avec une fonction gaussienne de largeur RMS  $\sigma'_{ph-i}$  de la fonction  $(\frac{\sin(\Gamma)}{\Gamma})^2$  à la fréquence de résonance conduit à la dispersion angulaire suivante :

$$\sigma_{ph-i}' = 0.69 \sqrt{\frac{\lambda_{R,n}}{N\lambda_0}} \approx \sqrt{\frac{\lambda_{R,n}}{2N\lambda_0}} \approx \frac{1}{2\gamma} \sqrt{\frac{1}{nN} (1 + K_x^2/2 + K_y^2/2)}$$
(2.32)

Pour un grand nombre de périodes, la divergence du faisceau de photons est très inférieure à  $1/\gamma$ , l'angle d'émission typique d'un dipôle ou d'un wiggler. Dans le cas général d'un faisceau d'électrons réel, la divergence du faisceau de photons  $\sigma'_{ph}$  est obtenue en sommant quadratiquement la divergence correspondant à un faisceau de photons pour un paquet d'électrons idéal et la divergence du faisceau d'électrons :

$$\sigma_{ph}' = \sqrt{\sigma_{ph-i}'^2 + \sigma_e'^2}$$
(2.33)

#### Taille du faisceau de photons

L'expression du flux spectral par unité de surface  $\frac{d\phi_n}{dS}$  permet aussi d'estimer la taille minimum du faisceau de photons au milieu de l'onduleur (considéré comme le point source). Dans la limite des faibles angles  $\theta_x, \theta_y \ll 1$  et au voisinage de la fréquence de résonance sur l'axe  $n\omega_R(\theta_x = 0, \theta_y = 0)$ , le flux spectral par unité de surface s'écrit :

$$\frac{d\phi_n}{dS}(r,\omega,\hat{u}) \propto \frac{I}{e} N^2 (\frac{\omega}{2\pi c})^2 \left| \vec{h}_n(0,0) \right|^2 \left| \int (\frac{\sin(\pi N((\omega/\omega_R(\theta)) - n))}{\pi N((\omega/\omega_R(\theta)) - n)}) J_0(\frac{\omega\theta r}{c}) \theta d\theta \right|^2$$
(2.34)

avec  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et  $\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ . Une régression de la fonction  $\frac{d\phi_n}{dS}(r, \omega_n, \hat{u})$  avec une gaussienne de largeur RMS  $\sigma_{ph-i}$  conduit à la taille de faisceau suivante :

$$\sigma_{ph-i} = \frac{2.740}{4\pi} \sqrt{\lambda_{R,n} N \lambda_0} \tag{2.35}$$

La taille d'un faisceau de photons généré par un faisceau d'électrons réel est obtenue en sommant quadratiquement la taille d'un faisceau de photons correspondant à un faisceau d'électrons idéal et la taille du faisceau d'électrons :

$$\sigma_{ph} = \sqrt{\sigma_{ph-i}^2 + \sigma_e^2} \tag{2.36}$$

117

La réunion des relations (2.32) et (2.35) permet d'obtenir l'émittance du faisceau de photons généré par un faisceau d'électrons idéal :

$$\epsilon_{ph-i} = \sigma_{ph-i} \sigma'_{ph-i} \approx 1.89 \sqrt{\frac{\lambda_{R,n}}{4\pi}}$$
(2.37)

Distribution angulaire intégrée



FIG. 2.56 – Effet d'un filtrage spectral sur la distribution angulaire du rayonnement sur l'harmonique 3 en mode plan, calculé avec SRW. Le filtre est défini par une fonction gaussienne centrée sur 265 nm et de largeur spectrale à mi-hauteur (a)  $\Delta\lambda=1$  nm, (b) 10 nm, (c) 25 nm, (d)  $\infty$  (la transmission du filtre est de 100 % sur la gamme spectrale intégrée). Intégration sur 50 énergies de photons réparties entre 5.6 eV (220 nm) et 4.0 eV (310 nm). (voir Annexe C).

L'intensité du rayonnement peut rarement être enregistrée à une fréquence unique  $\omega$ . Le mode de détection implique le plus souvent une intégration du signal sur une largeur spectrale  $\Delta\lambda$ . Dans le cas d'un monochromateur,  $\Delta\lambda$  peut atteindre  $\approx 0.01 \ nm$ . Dans le cas du dispositif d'imagerie installé à UVSOR-II (enregistrement de la distribution angulaire, voir § 2.1.5. Diagnostics),  $\Delta \lambda$  est fixé par la largeur spectrale des filtres passe-bande utilisés pour la sélection de l'harmonique ( $\Delta\lambda$ =25 nm autour de 265 nm pour l'harmonique 3 et  $\Delta\lambda$ =10 nm autour de 405 nm pour l'harmonique 2). L'effet de l'intégration spectrale est présentée en Figure 2.56. Pour un filtre de largeur  $\Delta \lambda = 1$  nm, la distribution angulaire reste nettement annulaire. Les anneaux correspondent aux contributions des harmoniques 3 et 4 du faisceau de photons considéré. Lorsque la largeur du filtre augmente, la largeur des anneaux augmente. D'après la relation (2.30), chaque longueur d'onde  $\lambda$  peut être associée à une longueur d'onde de résonance sur l'axe  $\lambda_R(0,0)$  et à un angle  $\theta$ , de sorte que  $\lambda = \lambda_R(0,0) + \frac{\lambda_0}{2}\theta^2$ . Lorsque le faisceau de photons est monochromatique, le rayonnement est émis sur le cône d'ouverture  $\theta$ . Lorsque le rayonnement devient polychromatique de largeur spectrale  $\Delta \lambda$ , le rayonnement est émis sur un ensemble de cônes dont les ouvertures varient sur  $\Delta\theta$  tel que  $\Delta\lambda = \lambda_0 \theta \Delta \theta$ . Ainsi, lorsque la largeur du filtre augmente, la largeur des anneaux augmente et la distribution angulaire devient "brouillée". Dans le cas de la Figure 2.56, la distribution tend vers une distribution en une tache uniforme, grossièrement ellipsoïdale et allongée dans la direction verticale.

#### Distribution angulaire de l'émission spontanée en mode plan

 $G\acute{e}n\acute{e}ralit\acute{e}s$ 

En mode plan, le champ magnétique est une sinusoïde dans le plan vertical (voir § 1.3. Les onduleurs) :  $K_x=0$  et  $K_y=K$ . Dans ce cas, la fonction  $\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)$  se réduit à :

$$\vec{h}_{n}(\theta_{x},\theta_{y}) = \frac{n}{\lambda_{R}} \int_{0}^{\lambda_{0}} \left[ \left( \frac{K}{\gamma} \cos(2\pi(z/\lambda_{0})) - \theta_{x} \right) \vec{x} - \theta_{y} \vec{y} \right] \\ \times \exp(2i\pi n \left( \frac{z}{\lambda_{0}} + \frac{-2\gamma \theta_{x} K \sin(2\pi(z/\lambda_{0})) + (K^{2}/4) \sin(4\pi(z/\lambda_{0}))}{2\pi (1 + (K^{2}/2) + \gamma^{2}(\theta_{x}^{2} + \theta_{y}^{2}))} \right)) dz$$
(2.38)

et la longueur d'onde de résonance devient :

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + K^2/2 + \gamma^2 \theta_x^2 + \gamma^2 \theta_y^2)$$
(2.39)

Sur l'axe,  $\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)$  se réduit encore à :

$$\begin{split} \vec{h}_n(0,0) &= \gamma \hat{u}_x \frac{nK}{1+K^2/2} [J_{(n+1)/2}(\frac{nK^2}{4+2K^2}) - J_{(n-1)/2}(\frac{nK^2}{4+2K^2})] \\ si \ n &= 1, \ 3, \ 5, \ \dots \\ \vec{h}_n(0,0) &= 0 \\ si \ n &= 2, \ 4, \ 6, \ \dots \end{split}$$

Finalement, l'expression du flux angulaire spectral sur l'axe en mode plan s'écrit :

$$\frac{d\phi_n}{d\Omega}(0,0,\omega_n,\hat{u}) \propto \frac{I}{e} N^2 \gamma^2 |\hat{u}_x \hat{u}^*|^2 F_n(K) \ si \ n = 1, \ 3, \ 5, \ \dots$$
$$\frac{d\phi_n}{d\Omega}(0,0,\omega_n,\hat{u}) = 0 \ si \ n = 2, \ 4, \ 6, \ \dots$$

avec :

$$F_n(K) = \frac{n^2 K^2}{(1+K^2/2)^2} [J_{(n-1)/2}(\frac{nK^2}{4+2K^2}) - J_{(n+1)/2}(\frac{nK^2}{4+2K^2})]^2$$
(2.40)

Le terme  $|\hat{u}_x \hat{u}^*|^2$  indique une polarisation horizontale. L'intensité du rayonnement sur l'axe est donc nulle pour les harmoniques paires. Seules les harmoniques impaires sont rayonnées sur l'axe. La distribution reste annulaire de par la fonction  $(\frac{\sin(nN(\omega/\omega_R-n))}{nN(\omega/\omega_R-n)})^2$ , et l'intensité le long des anneaux reste modulée par la fonction  $|\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)|$ .

#### Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 3

La distribution angulaire du rayonnement de l'émission spontanée sur l'harmonique 3 a été enregistrée à UVSOR-II à l'aide du dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5. Diagnostics). La valeur optimale de l'entrefer pour la génération de la troisième harmonique cohérente en mode plan est autour de 40.5 mm. La distribution angulaire expérimentale pour cette valeur d'entrefer est présentée en Figure 2.57 (a) et comparée au calcul avec SRW en Figure 2.57 (b). La distribution expérimentale est de forme elliptique, allongée dans la direction verticale, ce qui s'interprète de la façon suivante. Pour un entrefer de 40.5 mm, le rayonnement généré en mode plan présente une distribution grossièrement annulaire, dont l'ouverture moyenne dépend de la longueur d'onde centrale du filtre utilisé. La modulation de la fonction *lobe* crée un défaut d'intensité sur les bords gauche et droit de la distribution. Le "brouillage" (élargissement) de l'anneau est dû essentiellement à la largeur spectrale du filtre mais également à l'émittance du faisceau d'électrons. La mesure expérimentale est en bon accord avec la simulation SRW.



FIG. 2.57 – Distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 3 en mode plan. (a) Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics), (b) Simulation SRW (voir Annexe C). Entrefer : g=40.5 mm. Codes couleurs des images (a) Bleu=maximum et rouge=minimum d'intensité; (b) Blanc=maximum et noir=minimum.

D'autre part, les largeurs à mi-hauteur sont d'environ  $\Delta x \approx 5$  mm et  $\Delta y \approx 10$  mm. Avec  $\sigma'_e = 0.05$  mrad et d'après la relation (2.33), la divergence attendue du faisceau de photons sur l'harmonique 3 est  $\sigma'_{ph} = 363 \ \mu$ rad. De même, avec  $\sigma_e = 200 \ \mu$ m et d'après la relation (2.36), la taille attendue à la source du faisceau de photons est  $\sigma_{ph} = 230 \ \mu$ m. La dimension attendue au niveau de l'iris est donc de  $\sigma_{ph} = 3.5 \ \text{mm}$ , correspondant à une largeur à mi-hauteur de 8.2 mm en accord avec les résultats expérimentaux. La dimension horizontale mesurée est nettement inférieure à la dimension verticale en raison de l'extinction du signal due à la fonction *lobe* sur les bords droit et gauche de l'image.



FIG. 2.58 – Évolution de la distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 3 en mode plan en fonction de l'entrefer des onduleurs. (a) Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics), (b) Simulation SRW (voir Annexe C). Codes couleurs des images (a) Bleu foncé=maximum et rouge=minimum d'intensité; (b) Blanc=maximum et noir=minimum.

Cette distribution est ensuite étudiée en fonction de l'entrefer de l'onduleur. Comme illustré en Figure 2.58 (a), lorsque l'entrefer augmente, la distribution se scinde en deux lobes de part et d'autre de l'axe horizontal, qui s'écartent progressivement. L'ouverture angulaire sur l'axe vertical entre les deux lobes  $\theta_y$  est proche de 0 lorsque l'entrefer est inférieur à 40.5 mm, et d'environ 1.3 mrad (faisceau de 12 mm de diamètre à 9 m de l'entrée du radiateur) lorsque l'entrefer est de 41.4 mm. (Au-delà, l'iris d'environ 15.5 mm de diamètre coupe la distribution du rayonnement, et la position du centre des lobes n'est plus détectable). Cette évolution peut être interprétée de la façon suivante.

On considère pour commencer le cas d'un faisceau monochromatique à la longueur d'onde  $\lambda = 265$  nm correspondant au centre du filtre utilisé. D'après la relation (2.30), pour une valeur d'entrefer g correspondant à une valeur de paramètre de déflexion K, plusieurs cas sont envisageables :

- $-\lambda = \lambda_R(0,0)$ : le rayonnement est émis sur l'axe et la contribution des harmoniques d'ordre supérieur est éventuellement observable;
- $-\lambda < \lambda_R(0,0)$ : seule la contribution sur les harmoniques d'ordre supérieur est éventuellement observable;
- $\lambda > \lambda_R(0,0)$  c'est-à-dire  $\lambda = \lambda_R(0,0) + \frac{\lambda_0}{2}\theta^2$ : le rayonnement est émis hors-axe sur un cône d'ouverture angulaire  $\theta$  et la contribution des harmoniques d'ordre supérieur reste éventuellement observable.

D'après les simulations SRW, lorsque g=40.5 mm,  $\lambda = 265 \text{ nm} > \lambda_R(0,0)$ . L'ouverture du cône est faible mais non nulle (l'ouverture devient nulle pour des valeurs d'entrefer plus faibles). Lorsque l'entrefer g augmente, le paramètre de déflexion K diminue (voir § 1.3. Les onduleurs) et  $\lambda_R(0,0)$  diminue. La longueur d'onde observée étant constante, pour satisfaire la relation  $\lambda = \lambda_R(\theta_x, \theta_y)$  l'angle  $\theta$  augmente. Ainsi, lorsque l'entrefer augmente, l'ouverture angulaire du cône d'émission augmente. Les lobes (portions d'anneau de forte intensité lumineuse) s'écartent. Dans le cas d'un faisceau non monochromatique de largeur  $\Delta\lambda$ , la largeur des lobes augmente, contribuant à "brouiller" la distribution angulaire mais l'évolution en fonction de l'entrefer est identique. Pour un entrefer très ouvert (g=41.5 mm), les deux lobes sont nettement observés expérimentalement.

D'après la relation (2.30), l'angle d'ouverture  $\theta$  et le paramètre de déflexion K sont reliés par la relation suivante :

$$\theta = \sqrt{\frac{1}{2\gamma^2} (K_0^2 - K^2)} \tag{2.41}$$

 $K_0$  est le paramètre de déflexion permettant l'observation du rayonnement à  $\lambda$ =265 nm sur l'axe. De plus, K et l'entrefer g sont reliés par :

$$K = 0.0934 \times 2.07 \times e^{-3.24\frac{9}{\lambda_0}}\lambda_0.$$
(2.42)

. .

L'évolution de  $\theta$  en fonction de l'entrefer calculée avec les relations (2.41) et (2.42) est en bon accord avec les mesures expérimentales (voir Figure 2.59). Les distributions expérimentales sont également bien reproduites avec le programme de simulation SRW (voir Figure 2.58 (b)).

Comme illustré en Figure 2.60, la dimension horizontale  $\sigma_x$  (largeur RMS) du faisceau harmonique au niveau de l'iris ne varie pas de façon significative ( $\Delta \sigma_x < 0.4 \text{ mm}$ ) en fonction de l'entrefer. D'après les considérations précédentes, la taille du faisceau dépend essentiellement de l'ouverture du cône de rayonnement synchrotron et de la largeur spectrale du rayonnement. Or la variation de l'entrefer n'entraîne pas d'élargissement ou de rétrécissement du spectre de



FIG. 2.59 – Évolution de la dimension verticale  $\Delta y$  du rayonnement sur l'harmonique 3 en mode plan en fonction de l'entrefer de l'onduleur. (×) Calculée avec les relations (2.41) et (2.42), et selon  $\Delta y = D_{OK-iris} \times \Delta \theta$ , où  $D_{OK-iris} = 9$  m la distance entre l'entrée du radiateur et l'iris. (•) Mesurée expérimentalement : distance entre les maxima d'intensité des deux lobes (confondus pour g < 40.5 mm).

l'émission spontanée. La largeur spectrale reste constante, limitée par la largeur du filtre passebande. De même dans la dimension verticale, une fois la séparation en deux lobes effectuée, la dimension verticale  $\sigma_y$  (largeur RMS) des lobes reste constante avec l'entrefer.



FIG. 2.60 – Évolution des dimensions transverses du rayonnement sur l'harmonique 3 en mode plan. (a)  $\sigma_x$ , (b)  $\sigma_y$ . Dimensions des lobes (×) inférieur (en bas de l'iris) et ( $\triangle$ ) supérieur (en haut de l'iris). Les largeurs RMS sont calculées à partir de coupes longitudinales de largeur 1.5 mm centrées sur la position du maximum d'intensité de chacun des lobes.

#### Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 2

La distribution angulaire du rayonnement de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 a ensuite été étudiée. La valeur optimale de l'entrefer pour la génération de la seconde harmonique cohérente en mode plan est autour de 40.8 mm. La distribution angulaire expérimentale pour cette valeur d'entrefer est présentée en Figure 2.61 (a) et comparée au calcul avec SRW en Figure 2.61 (b). La distribution est de nouveau grossièrement annulaire, faisant apparaître deux lobes qui sont à présent de part et d'autre de l'axe vertical : l'intensité est maximale sur les bords



FIG. 2.61 – Distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 en mode plan. (a) Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics), (b) Simulation SRW (voir Annexe C). Entrefer : g=40.8 mm. Codes couleurs des images (a) Bleu foncé=maximum et rouge=minimum d'intensité; (b) Blanc=maximum et noir=minimum.

gauche et droit de l'image. Le rayonnement est nettement hors-axe. En effet, le rayonnement sur les harmoniques paires est hors-axe. La distribution d'un rayonnement monochromatique est annulaire, modulée par la fonction *lobe* qui atteint un maximum sur les bords droit et gauche de l'image. La largeur spectrale du rayonnement détecté correspond à la largeur du filtre passebande utilisé, soit  $\Delta \lambda = 10$  nm. Cette largeur spectrale ainsi que l'émittance du faisceau sont responsables de l'élargissement de l'anneau. Comme dans le cas de l'harmonique 3, la mesure expérimentale est en bon accord avec la simulation SRW. On retrouve dans les deux cas, pour un entrefer de 40.8 mm, une distance entre les maxima d'intensité de chaque lobe d'environ 10 mm pour une largeur à mi-hauteur de moins de 3 mm et une extinction du signal sur l'axe et sur les bords haut et bas de l'anneau.

D'autre part, la taille attendue au niveau de l'iris du faisceau de photons sur l'harmonique 2 avec les relations (2.33) et (2.36),  $\sigma'_e = 0.05$  mrad et  $\sigma_e = 200 \ \mu \text{m}$  est de  $\sigma_{ph} = 4.2 \ \text{mm}$ , correspondant à une largeur à mi-hauteur de 9.9 mm. Entre valeurs mesurées et calculées, les ordres de grandeur concordent, dans la mesure où l'anneau observé à  $g=40.8 \ \text{mm}$  ne sort pas de l'iris de 15.5 mm de diamètre.



FIG. 2.62 – Évolution de la distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 en mode plan en fonction de l'entrefer des onduleurs. (a) Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics), (b) Simulation SRW (voir Annexe C). Codes couleurs des images (a) Bleu foncé=maximum et rouge=minimum d'intensité; (b) Blanc=maximum et noir=minimum. Le léger décentrage de la distribution angulaire sur l'iris est probablement dû à un léger désalignement de la trajectoire des électrons, reproduit par la simulation.

Comme dans le cas de l'harmonique 3, la distribution angulaire sur l'harmonique 2 est nettement modifiée par les variations d'entrefer (voir Figure 2.62 (a)). Lorsque l'entrefer augmente, les deux lobes de part et d'autre de l'axe vertical s'écartent progressivement. L'ouverture angulaire entre les deux lobes sur l'axe horizontal  $\theta_x$  est d'environ 1 mrad lorsque l'entrefer est de 40.5 mm et de 1.72 mrad lorsque l'entrefer est de 41.2 mm. Au-delà de 41.2 mm, l'iris coupe la distribution du rayonnement et la position du centre des lobes n'est plus détectable. Lorsque l'entrefer augmente, le paramètre de déflexion K et donc  $\lambda_R(0,0)$  augmente. Pour satisfaire la relation  $\lambda = \lambda_R$ , l'angle d'émission  $\theta$  augmente.

Le surplus d'intensité observé sur le lobe gauche de la distribution pour des entrefers g > 41.2 mm est dû à un léger désalignement de la trajectoire des électrons dans le radiateur. L'effet est reproduit avec le calcul SRW.

Dans le cas de l'émission spontanée en mode plan, l'évolution de la distribution angulaire en fonction de l'entrefer s'interprète de façon similaire pour les harmoniques 2 et 3. De plus, les mesures expérimentales sont bien reproduites par les simulations avec SRW.

#### Distribution angulaire de l'émission spontanée en mode hélicoïdal

#### $G\acute{e}n\acute{e}ralit\acute{e}s$

En mode ellipsoïdal, le champ magnétique est constitué de deux composantes sinuoïdales de même période déphasées d'un angle  $\phi_B$ , l'une dans le plan vertical et l'autre dans le plan horizontal (voir § 1.3. Les onduleurs). Le champ et la trajectoire des électrons dans ce champ sont ellipsoïdaux. Le mode hélicoïdal correspond à un déphasage de  $\phi_B = \pi/2$ . La vitesse longitudinale des électrons et le rayon de leur trajectoire sont alors constants, permettant une polarisation parfaitement circulaire du rayonnement en sortie. En mode ellipsoïdal, la fonction  $\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)$  se réduit à :

$$\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y) = \frac{n}{\lambda_R} \int_0^{\lambda_0} \left[ \left( \frac{K_x}{\gamma} \cos(2\pi(z/\lambda_0)) - \theta_x \right) \vec{x} + \left( \frac{K_y}{\gamma} \cos(2\pi(z/\lambda_0) + \phi_B) - \theta_y \right) \vec{y} \right] \times \exp(2in\psi_B(z)) dz$$
(2.43)

avec  $\psi_B$  défini selon :

$$\psi_B(z) = 2\pi \frac{z}{\lambda_0} + \left[-2\gamma \theta_x K_x \sin(2\pi(z/\lambda_0)) - 2\gamma \theta_y K_y \sin(2\pi(z/\lambda_0) + \phi_B) + (K_x^2/4) \sin(4\pi(z/\lambda_0)) + (K_y^2/4) \sin(4\pi(z/\lambda_0) + 2\phi_B)\right]$$

$$/\left[1 + K_x^2 + K_y^2 + \gamma^2(\theta_x^2 + \theta_y^2)\right]$$
(2.44)

La longueur d'onde de résonance reste définie par la relation (2.30). Sur l'axe,  $\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)$  se réduit encore à :

$$\begin{split} \vec{h}_n(0,0) &= \gamma \frac{n[J_{(n+1)/2}(nd) - J_{(n-1)/2}(nd)]}{1 + K_x^2 + K_y^2} (K_x \hat{u}_x + K_y \hat{u}_y e^{i\phi_B}) \\ si \ n &= 1, \ 3, \ 5, \ \dots \\ \vec{h}_n(0,0) &= 0 \\ si \ n &= 2, \ 4, \ 6, \ \dots \end{split}$$

avec  $\hat{u}_x = (1,0)$  et  $\hat{u}_y = (0,1)$ , et d défini par :

$$d = \frac{[K_x^4 + K_y^4 + 2K_x^2 K_y^2 \cos(2\phi_B)]^{1/2}}{4 + 2K_x^2 + 2K_y^2}$$
(2.45)

126

Finalement, l'expression du flux angulaire spectral sur l'axe en mode ellipsoïdal s'écrit :

$$\frac{d\phi_n}{d\Omega}(0,0,\omega_n,\hat{u}) \propto \frac{I}{e}N^2F_n$$

avec :

$$F_n = \frac{n^2 \left| (K_x \hat{u}_x + K_y \hat{u}_y e^{i\phi_B}) \hat{u}^* \right|^2}{1 + K_x^2 / 2 + K_y^2 / 2} (J_{(n-1)/2}(nd) - J_{(n+1)/2}(nd))^2$$
  
si n = 1, 3, 5, ...  
$$F_n = 0$$
  
si n = 2, 4, 6, ...

La différence principale entre les onduleurs plans et ellipsoïdaux est observée au niveau de la polarisation du rayonnement en sortie. Les onduleurs ellipsoïdaux permettent de générer une large gamme de polarisations. Dans le cas d'un onduleur hélicoïdal,  $\phi_B = \frac{\pi}{2}$  et par suite : d=0. Or  $J_p(0)=0$  pour tout p non nul. Ainsi,  $\vec{h}_n(0,0)$  est nul pour tout n sauf n=1 : seul le fondamental est rayonné sur l'axe. Cette particularité limite l'accordabilité sur l'axe du rayonnement, mais peut se révéler avantageuse pour les LELs en configuration oscillateur dont les miroirs de la cavité pourraient être dégradés par un rayonnement harmonique sur l'axe.

La distribution reste annulaire car la fonction  $F_n$  dépend de  $\theta$ , et non indépendamment de  $\theta_x$  et  $\theta_y$  et l'intensité le long des anneaux reste modulée par la fonction  $\left|\vec{h}_n(\theta_x, \theta_y)\right|$ .

Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 2



FIG. 2.63 – Évolution de la distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 en mode hélicoïdal en fonction de l'entrefer des onduleurs. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics). Codes couleurs des images : Vert=maximum et rouge=minimum d'intensité.

En raison du faible gain en mode hélicoïdal (point de fonctionnement à 500 MeV avec une émittance élevée), seule la distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 a été étudiée. La valeur optimale de l'entrefer pour la génération de l'harmonique cohérente est autour de 36 mm. La distribution angulaire expérimentale pour cette valeur d'entrefer est présentée en Figure 2.63. La distribution (quoique de faible intensité) est de nouveau annulaire, mais ne semble pas présenter de modulation en intensité comme observé précédemment.

En mode hélicoïdal, le champ magnétique et son évolution en fonction de l'entrefer sont plus difficiles à extrapoler à partir d'une seule carte de champ disponible à g=36 mm. Le résultat



FIG. 2.64 – Distribution angulaire de l'émission spontanée sur l'harmonique 2 en mode hélicoïdal. Simulations SRW avec (a) la carte de champ expérimentale du klystron optique à g=36 mm (la longueur d'onde sur le fondamental obtenue avec SRW est à 891.973 nm (1.39 eV)), (b) une carte de champ définie avec les fonctions de SRW pour un champ crête dans les onduleurs de 0.35 T (la longueur d'onde sur le fondamental obtenue avec SRW est à 800 nm (1.55 eV)). Codes couleurs des images : Blanc=maximum et noir=minimum d'intensité. Les autres paramètres sont donnés en Annexe C.

de la simulation avec SRW en utilisant la carte de champ expérimentale est présenté en Figure 2.64. Une distribution grossièrement annulaire apparaît, légèrement décalée vers le haut de l'iris. L'anneau est légèrement modulé en intensité avec des maxima en haut et en bas de la distribution. La distribution simulée est décalée en position, plus brouillée et moins régulière que la distribution expérimentale. Une autre simulation est effectuée en utilisant une carte de champ calculée sous SRW (voir Figure 2.64 (b)). La distribution reste annulaire mais apparaît plus nette, centrée sur l'iris et faiblement modulée en intensité par la fonction *lobe* en accord avec les résultats expérimentaux.

L'étude de la distribution en fonction de l'entrefer est également présentée en Figure 2.63. De même que précédemment, l'ouverture angulaire du rayonnement augmente avec l'entrefer.

Les distributions expérimentales du rayonnement en émission spontanée sont bien comprises, à la fois en mode plan et hélicoïdal.

#### 2.7.2 Distribution angulaire des harmoniques cohérentes

La distribution angulaire des harmoniques cohérentes est ici étudiée. On s'intéresse notamment aux points communs et différences avec le cas de l'émission spontanée et à l'influence des paramètres d'injection.

#### Distribution angulaire des harmoniques cohérentes en mode plan

#### Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 3

La distribution angulaire de la troisième harmonique cohérente a été mesurée en fonction de deux paramètres de l'expérience : l'entrefer de l'onduleur et la puissance d'injection du laser.

L'évolution globale de la distribution du rayonnement en fonction de l'entrefer, présentée en Figure 2.65, est similaire à celle de l'émission spontanée. En effet, pour de faibles ouvertures de l'entrefer, la distribution est elliptique, allongée dans la direction verticale. Lorsque l'entrefer augmente, deux lobes apparaissent de façon symétrique de part et d'autre de l'axe horizontal,



FIG. 2.65 – Évolution de la distribution angulaire du rayonnement sur l'harmonique 3 en fonction de l'entrefer des onduleurs. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics) (a) de l'émission spontanée, (b) du rayonnement cohérent.  $P_L=1.7$  W,  $\Delta T_{Laser}=1$ ps–FWHM,  $Z_R=1.5$  m.

qui s'écartent progressivement. Les dimensions horizontale et verticale du faisceau (dans le cas d'une seule tâche et de deux lobes) sont réduites par rapport au cas de l'émission spontanée (voir Figure 2.66). Pour g=40.5 mm, la largeur  $\sigma_x$  (resp.  $\sigma_y$ ) du rayonnement passe de  $\approx 4.4$  mm (resp. 2.6 mm) dans le cas de l'émission spontanée à 2.0 mm (resp. 1.9 mm) dans le cas de l'émission cohérente. Ceci est probablement dû au rétrécissement du spectre du rayonnement cohérent (voir §.2.6. Caractérisation spectrale du rayonnement). En effet, la largeur spectrale du LEL sur l'harmonique 3 est de l'ordre de 2 nm, c'est-à-dire inférieure d'environ un facteur 5 à la largeur spectrale de l'émission spontanée, correspondant à une réduction de la taille transverse d'un facteur  $\sqrt{5}=2.2$ , en accord qualitatif avec les résultats expérimentaux. L'accord reste moins bon



FIG. 2.66 – Dimensions transverses des lobes ( $\triangle$ ) bas et ( $\blacktriangle$ ) haut en émission spontanée et des lobes ( $\circ$ ) bas et ( $\bullet$ ) haut en émission cohérente, du rayonnement sur l'harmonique 3 en mode plan en fonction de l'entrefer des onduleurs. Dimensions (a) horizontale et (b) verticale. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics).  $P_L=1.7$  W,  $\Delta T_{Laser}=1$  ps–FWHM,  $Z_R=1.5$  m.

pour la dimension verticale, la division en deux lobes, et donc l'allongement de la distribution, étant d'ores et déjà entamée à g=40.5 mm. La diminution des dimensions transverses du faisceau peut également être liée à une amélioration de la cohérence spatiale du rayonnement discutée au paragraphe précédent (voir § 2.8.2. Cohérence spatiale).



FIG. 2.67 – (a) Distribution angulaire et (b) Dimensions ( $\circ$ ) horizontale et ( $\times$ ) verticale (largeur RMS) du rayonnement cohérent sur l'harmonique 3 en mode plan en fonction de la puissance du laser injecté.  $\Delta T_L=1$  ps-,  $Z_R=1.5$  m, g=40.5 mm.

L'évolution de la distribution angulaire du LEL sur l'harmonique 3 en fonction de la puis-

sance du laser injecté est ensuite présentée en Figure 2.67. Aucune variation significative des dimensions transverses du faisceau n'est constatée et la forme globale du faisceau (ellipsoïdale) est conservée. Seule l'intensité du rayonnement augmente.

Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 2



FIG. 2.68 – Évolution de la distribution angulaire du rayonnement cohérent sur l'harmonique 2 en mode plan en fonction de l'entrefer des onduleurs. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics).  $P_L$ =1.7 W,  $\Delta T_{Laser}$ =1 ps–FwHM,  $Z_R$ =1.5 m.

La distribution angulaire du LEL sur l'harmonique 2, en fonction de l'entrefer, est présentée en Figure 2.68. Comme dans le cas précédent, la répartition en intensité est très similaire au cas de l'émission spontanée. Le rayonnement est nettement hors-axe, avec une forme grossièrement annulaire. Le rayon de l'anneau croît avec l'entrefer. Comme dans le cas de l'harmonique 3, les dimensions de faisceau sur l'harmonique 2 cohérente sont réduites par rapport au cas de l'émission spontanée. Pour un entrefer g=41.0 mm, l'ouverture angulaire est de 1.1 mrad dans le cas cohérent, de 1.7 mrad dans le cas spontané.

L'évolution de la distribution est finalement étudiée en fonction de la puissance du laser injecté (voir Figure 2.69). La forme générale de la distribution n'est pas modifiée et la position du maximum d'intensité sur chaque lobe reste constante. La largeur des lobes croît légèrement avec la puissance d'injection. En mode plan, la puissance d'injection ne modifie pas la distribution angulaire du rayonnement cohérent.

#### Distribution angulaire des harmoniques cohérentes en mode hélicoïdal

Résultats expérimentaux obtenus à UVSOR-II sur l'harmonique 2



FIG. 2.69 – Analyse de la distribution angulaire du rayonnement sur l'harmonique 2 en mode plan. (a) Position du maximum d'intensité du lobe ( $\circ$ ) gauche et (+) droit en fonction de la puissance du laser injecté. (b) Largeur RMS du lobe ( $\circ$ ) gauche et (+) droit en fonction de la puissance du laser injecté.  $\Delta T_L=1$  ps-,  $Z_R=1.5$  m, g=40.5 mm.

L'intensité des harmoniques cohérentes étant plus élevée que l'intensité de l'émission spontanée, la distribution enregistrée révèle des contours plus nets. Le rayonnement apparaît clairement hors-axe sur une large plage de valeurs d'entrefer (voir Figure 2.70). La distribution est "grossièrement annulaire". Contrairement au cas de l'émission spontanée, l'intensité le long de l'anneau est fortement modulée en intensité. Deux lobes apparaissent de part et d'autre de l'axe horizontal. La simulation SRW présentée en Figure 2.64 (b) révèle une légère modulation dans le même sens : maxima d'intensité en haut et en bas de l'image. L'intensité de l'émission spontanée est probablement trop faible pour pouvoir observer cette tendance, tandis que l'émission cohérente exacerbe cette tendance.

Une lame quart d'onde sur le trajet du laser permet de varier la polarisation de la source injectée de plane à circulaire. Nous avons vu précédemment (voir § 2.5.2. Optimisation de la polarisation du laser) qu'en mode hélicoïdal, la variation de la polarisation du laser permet d'optimiser l'intensité de la génération d'harmoniques. L'efficacité est maximale lorsque la polarisation du laser est circulaire et dans le même sens de rotation que le vecteur vitesse des électrons. On s'intéresse à présent à l'influence de la polarisation sur la distribution angulaire des harmoniques cohérentes.

Comme illustré en Figure 2.71, la structure de la distribution n'est pas modifiée par la variation de la polarisation. En revanche, comme attendu, l'intensité du rayonnement varie. On retrouve un maximum d'intensité pour une polarisation circulaire dans le sens (+) (sens de rotation du vecteur vitesse des électrons), une extinction du signal cohérent pour une polarisation circulaire dans le sens contraire (-) et une intensité intermédiaire pour des polarisations planes ou elliptiques (par exemple autour de  $\theta$ =80 et 150 ° dans le cas de la Figure 2.71). Les variations sont identiques dans le cas d'une focalisation faible et forte (respectivement Figure 2.71 (a) et (b)). Dans le cas d'une focalisation forte, le signal cohérent réapparaît plus "facilement" : pour des polarisations plus éloignées du cas optimal (circulaire (+)). En effet, après l'extinction en  $\theta$ =140 °, le signal est de nouveau détecté pour  $\theta$ =150 ° avec  $Z_R$ =0.15 m et pour seulement  $\theta$ =170 ° avec  $Z_R$ =1.5 m. Ces résultats sont également en accord avec les expériences précédentes (voir § 2.5.3. Optimisation en fonction de la focalisation du laser injecté) : à puissance d'injection donnée, l'intensité cohérente est plus élevée avec une focalisation forte du laser. Lorsque la



FIG. 2.70 – Évolution de la distribution angulaire du rayonnement cohérent sur l'harmonique 2 en mode hélicoïdal en fonction de l'entrefer des onduleurs. (a) Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics)  $Z_R=1.5$  m, (b)  $Z_R=0.15$  m.  $P_L=1.7$  W,  $\Delta T_{Laser}=1$ ps-FWHM. Codes couleurs des images : Bleu foncé=maximum et rouge=minimum d'intensité.



Chapitre 2. Injection d'un LEL sur anneau de stockage

FIG. 2.71 – Évolution de la distribution angulaire du rayonnement cohérent sur l'harmonique 2 en mode hélicoïdal en fonction de la polarisation du laser. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics). (a)  $Z_R$ =1.5 m et  $P_L$ =1.1 W, (b)  $Z_R$ =0.15 m et  $P_L$ =0.4 W.  $\Delta T_{Laser}$ =1 ps–FWHM.  $\theta$ : angle entre la polarisation incidente et l'axe ordinaire de la lame quart d'onde. Codes couleurs des images : Bleu foncé=maximum et rouge=minimum d'intensité.

GHC n'est pas optimisée (polarisation du laser injectée mal ajustée), le signal cohérent est plus facilement obtenu avec une focalisation forte.

L'harmonique 3



FIG. 2.72 – Distribution angulaire du rayonnement sur l'harmonique 3 en mode hélicoïdal. (a) Émission spontanée, (b) Émission cohérente. Mesure expérimentale avec le dispositif d'imagerie (voir § 2.1.5 Diagnostics).  $Z_R$ =1.5 m,  $P_L$ =1.1 W,  $\Delta T_{Laser}$ =1 ps–FWHM, g=36.3 mm.

En mode hélicoïdal, le gain (0.09 %) est nettement inférieur au gain en mode plan (0.15 %). Le signal sur la troisième harmonique est donc très faible. Le système d'imagerie permet de détecter une amplification du signal sur la troisième harmonique lorsque le laser est injecté (voir

Figure 2.72).

En résumé, nous avons étudié la distribution angulaire du LEL injecté en configuration GHC de UVSOR-II. La distribution générée est très similaire à celle de l'émission spontanée, avec une même forme globale et une même évolution avec l'entrefer des onduleurs du klystrons. En mode hélicoïdal, le rayonnement apparaît nettement hors axe sur les harmoniques 2 et 3. Ces résultats seraient donc en accord avec les résultats récemment obtenus sur le LEL en configuration GHC d'ELETTRA [90]. Dans le cas d'ELETTRA, le rayonnement cohérent est caractérisé à l'aide d'un spectromètre. Un iris placé en sortie du klystron permet de sélectionner l'ouverture angulaire de détection. En mode hélicoïdal, une extinction du signal est observée sur l'axe sur les harmoniques d'ordre  $n \geq 2$ . De plus, l'évolution de la puissance du LEL avec l'ouverture angulaire du rayonnement concorde avec le modèle théorique décrit dans [88] et [87]. Les récents résultats, tant expérimentaux que théoriques, tendent donc vers une distribution hors-axe des harmoniques d'ordre  $n \geq 2$  en mode hélicoïdal.

#### Conclusion intermédiaire sur le LEL de UVSOR-II

L'anneau de stockage UVSOR-II est un anneau de deuxième génération ne permettant pas l'obtention d'un rayonnement LEL performant selon les critères actuels (impulsions fs dans le domaine XUV). L'anneau de stockage de troisième génération ELETTRA permet d'obtenir, dans la même configuration de GHC, de meilleures performances. Le gain plus élevé ainsi que l'utilisation d'un spectromètre sous-vide permettent l'observation d'harmoniques cohérentes jusqu'à 132 nm (sixième harmonique du laser Ti :Sa injecté) [124]. De plus, les onduleurs du klystron servant à la GHC sont accordables indépendamment, de sorte qu'il est possible d'amplifier dans le radiateur des harmoniques d'ordre n > 1 de la longueur d'onde de résonance du modulateur (c'est-à-dire de la longueur d'onde injectée).

Cependant, nous avons pu mené à UVSOR-II des expériences originales. Grâce à la mise en place d'un dispositif d'imagerie, nous avons caractérisé la distribution angulaire en deux dimensions des harmoniques paires générées en mode hélicoïdal (à ELETTRA, seule l'intensité à travers un iris de diamètre variable placé sur l'axe du rayonnement a été mesurée [90]).

Nous avons de plus étudié la dynamique électronique, la structure spectrale des harmoniques cohérentes ainsi que leur degré de cohérence spatiale, et optimisé la génération d'harmoniques en mode hélicoïdal à l'aide de la polarisation et de la focalisation du laser injecté [165].

En termes de techniques d'injection, nous avons pu comparer deux méthodes d'alignement, la plus efficace s'étant révélée être celle du télescope, et éprouver la nécessité d'un détecteur rapide tel que la caméra à balayage de fentes pour la synchronisation. Par ailleurs, l'utilisation de montures plus stables et la protection sous capot de la ligne de transport du laser injecté permettrait d'améliorer de façon notable la stabilité de la génération d'harmoniques. En terme de diagnostics, l'installation de détecteurs rapides (temps de pose inférieur au temps de révolution des électrons dans l'anneau) a constitué un enjeu expérimental majeur. La mise en place en dernière année du spectromètre et du dispositif d'imagerie, utilisant tous deux une caméra CCD intensifiée avec un temps de pause inférieur à 10 ns, a permis une nette amélioration de la caractérisation du LEL.

Tous ces résultats contribuent à l'amélioration de la connaissance des LELs injectés en général. En effet, ils sont applicables aux LELs en configuration HGHG vers lequels se tournent d'ores et déjà les utilisateurs.

# Chapitre 3

# Injection d'un LEL en configuration HGHG

Avec le LEL de SPARC (Frascati, Italie) présenté dans ce chapitre, nous allons aborder des thématiques tournées vers la technologie d'injection à courte longueur d'onde d'un LEL en configuration HGHG.

Le principe des LELs injectés en configuration de génération d'harmoniques repose sur l'amplification et la multiplication en fréquence d'un signal injecté. Plus celui-ci est à courte longueur d'onde, plus le rayonnement LEL sera à courte longueur d'onde. Si les expériences d'injection ont commencé avec des lasers conventionnels dans l'infrarouge [42], la communauté LEL se tourne à présent vers des sources cohérentes dans le domaine XUV, et notamment vers les harmoniques générées dans les gaz (High-order Harmonics Genration, HHG). Leur utilisation fut proposée en 2004 [44, 45, 186]. La première injection dans un LEL d'une source harmonique fut réalisée avec succès fin 2006 [46] : l'amplification d'une impulsion harmonique dans un LEL est démontrée. Dans le cas de SPARC, il s'agira de démontrer l'amplification d'une impulsion harmonique en configuration HGHG, une étape supplémentaire pour la multiplication en fréquence dans un LEL. Des études complémentaires sur la spécificité de l'injection d'une source harmonique (influence de la structure temporelle attoseconde, etc...), ainsi que l'exploration d'autres configurations HGHG originales sont également envisagées.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description des propriétés générales d'une source harmonique (HHG). La source harmonique mise au point pour le LEL de SPARC est ensuite présentée, ainsi qu'un bref aperçu des utilisations prévues.

# 3.1 Une nouvelle source d'injection : les harmoniques générées dans les gaz

La génération d'harmoniques dans les gaz permet de couvrir le domaine VUV-XUV (266-3 nm, 5-400 eV) en polarisation linéaire avec un fort degré de cohérence spatiale et temporelle. La génération d'harmoniques a été démontrée initialement dans un cristal par P.A. Franken et al. (1961) [187] puis dans un gaz par G.H.C. New et J.F. Ward (1967) [188], rendant possible la génération de rayonnement cohérent à des longueurs d'onde où il n'existait pas de laser conventionnel. La première observation expérimentale des spectres harmoniques d'ordre élevé a eu lieu en 1987 quasi simultanément dans deux laboratoires à Chicago [189], et à Saclay [190].

La génération d'harmoniques résulte de l'interaction non-linéaire d'un milieu atomique avec une impulsion laser courte et intense. On s'intéresse ici à la génération d'harmoniques dans un


FIG. 3.1 – Schéma d'une expérience pour la génération d'harmoniques dans un gaz rare.



FIG. 3.2 – Spectre typique du rayonnement harmonique produit dans le néon.

gaz rare.

La génération nécessite un système las er polarisé linéairement, et capable de produire des intensités de  $10^{13-15}W/cm^2$ , correspondant au seuil d'ionisation du gaz employé. Ces performances sont accessibles avec les systèmes las ers IR actuels : 1-100 mJ pour des durées de 1 ps à quelques fs, à des taux de répétition allant de 10 Hz au kHz (énergie millijoule).

Les gaz rares employés sont typiquement l'argon, le xénon, le néon, ou encore l'hélium. L'interaction avec le champ laser peut être effectuée dans un jet pulsé [191], dans une cellule [192], ou encore dans une fibre creuse [193]. Ce schéma général d'une expérience de génération d'harmoniques est présenté en Figure 3.1.

Le rayonnement issu du milieu est composé d'une série d'harmoniques d'ordre impair de la fréquence fondamentale (fréquence du laser focalisé dans le gaz). Un spectre caractéristique du rayonnement harmonique est présenté en Figure 3.2. L'intensité des harmoniques décroît rapidement sur les premiers ordres. À partir de l'ordre 3, elle est quasiment constante, définissant la région du "plateau". Au-delà de la zone dite de "coupure", l'intensité décroît de nouveau très rapidement. La zone de coupure se situe au niveau des ordres élévés : selon le laser utilisé et les conditions de génération, la fréquence de coupure peut dépasser l'ordre 100, permettant ainsi d'accéder à de très courtes longueurs d'onde. La technologie Titane–Saphir (Ti :Sa), qui permet de générer des impulsions laser ultra-courtes a permis de repousser cette zone de coupure dans la fenêtre de l'eau entre 2.7 nm [194] et 4.5 nm [195]. Très récemment, des énergies supérieures à 10 nJ ont pu être obtenues entre 4.4 et 3.4 nm grâce à des techniques de quasi–accord de phase dans un capillaire rempli d'Argon [193].

L'objectif à long terme est d'injecter un LEL à plus courte longueur d'onde, soit à l'ordre harmonique le plus élevé possible. Pour les expériences préparatoires de SPARC, il est prévu d'amplifier les harmoniques 3 à 7 générées dans un gaz. En effet, les principes de génération dans un gaz des harmoniques d'ordre faible et d'ordre élevé sont assez proches et conduisent à des champs UV et extrême-UV ayant des propriétés comparables (polarisation non linéaire et cohérence du champ dans un milieu gazeux). Dans cette perspective, nous donnons ici une description générale très succinte de la génération d'harmoniques dans les gaz. Nous devrons cependant distinguer les harmoniques d'ordre faible, dont l'énergie  $q\hbar\omega$  (on notera  $q\omega$ ) est inférieure au potentiel d'ionisation  $I_P$  de l'atome qui les rayonne, des harmoniques d'ordre élevé, dont l'énergie  $q\omega$  est supérieure à  $I_P$ . En pratique, pour un laser IR à la longueur d'onde 800 nm correspondant à une fréquence  $\omega = 1.55$  eV et un milieu non linéaire de type gaz rare - le xénon a un potentiel  $I_P=12.7$  eV -, les harmoniques 3 à 7 peuvent être considérées comme "d'ordre faible".

## 3.1.1 Harmoniques 3, 5, 7 d'ordre faible : régime perturbatif

Le spectre en Figure 3.2 ne montre pas les ordres  $q \leq 15$ . Pour les ordres les plus faibles 3, 5, 7, le processus de génération est multiphotonique et perturbatif. L'intensité des pics harmoniques décroît rapidement avec l'ordre. La polarisation non linéaire  $\mathcal{P}_q^{NL}$  est induite par le champ laser en mélangeant – de façon perturbative – les états liés. Pour la  $3^{eme}$  harmonique par exemple, on peut écrire :

$$\mathcal{P}_{3}^{NL} = \chi^{(3)}(\omega) E_{L}^{3}, \qquad (3.1)$$

où  $E_L(\vec{r},t) = |E_L(\vec{r},t)| e^{-i\omega_0 t + i\phi(\vec{r},t)}$  est le champ laser,  $\chi^{(3)}$  est la susceptibilité non linéaire d'ordre 3 à la fréquence  $\omega$  du laser générateur. La polarisation non linéaire (terme source de l'équation générale de propagation d'un champ électromagnétique dans un milieu diélectrique) induit un champ électromagnétique résultant de la superposition du champ fondamental et des harmoniques générées, qui se construit de façon cohérente "vers l'avant", sous la condition d'accord de phase (égalité des vitesses de phase, c'est-à-dire égalité des vecteurs d'onde  $\vec{k}_q = q\vec{k}_1$ , respectivement associés au champ harmonique et à la polarisation non linéaire).

#### Propriétés temporelles et spatiales des harmoniques d'ordre faible "perturbatives"

D'après l'expression (3.1) et la condition d'accord de phase, on voit que le champ harmonique hérite directement des propriétés temporelles et spatiales du champ laser. En particulier, la durée des impulsions est de l'ordre de  $\tau_L/\sqrt{q}$ , où  $\tau_L$  est la durée de l'impulsion laser et les impulsions VUV sont proches de la limite de Fourier. De même, le champ VUV reflète en général les bonnes propriétés spatiales, de cohérence et de front d'onde, du laser générateur.

## 3.1.2 Harmoniques d'ordre élevé : régime tunnel

Les harmoniques de fréquence  $q\omega$  supérieure au potentiel d'ionisation sont générées à des éclairements laser I de l'ordre de ou supérieurs à  $10^{14}W/cm^2$ . L'atome peut être alors ionisé par effet tunnel. La polarisation non linéaire n'est plus induite par mélange d'états liés mais par mélange de l'état fondamental et des états du continuum qui sont couplés par effet tunnel.

La génération d'harmoniques d'ordre élevé dans les gaz est aujourd'hui bien comprise théoriquement. Le calcul quantique exact (résolution de l'équation de Schrödinger dépendant du temps : TDSE, Time Dependent Schrödinger Equation) [196, 197], ou dans l'approximation de champ fort (Strong Field Approximation, SFA) [198, 199], couplé à un code de propagation, permet de simuler la plupart des résultats expérimentaux. Une description plus simple, dite "modèle semi-classique en trois étapes", permet d'appréhender le phénomène de façon intuitive [200, 197].



## Modèle semi-classique en trois étapes

FIG. 3.3 – Génération d'harmoniques d'ordre élevé dans les gaz : schéma du modèle semiclassique en trois étapes : (1) Ionisation, (2) Accélération dans le champ électrique laser, (3) Recombinaison radiative.

Au niveau microscopique, la génération est dans ce cas décrite en trois étapes (voir Figure 3.3) :

- 1. Dans un premier temps, le champ laser intense "arrache", par effet tunnel, une fraction du paquet d'ondes électronique dans l'état fondamental, après abaissement de la barrière de potentiel coulombienne. Un paquet d'ondes électronique quasi-libre (POE) est ainsi éjecté dans le continuum avec une énergie cinétique initiale nulle.
- 2. Dans un deuxième temps, le POE est accéléré par le champ laser et acquiert une énergie cinétique  $E_{cin}$ . Lorsque le champ laser change de signe, il peut "rappeler" le POE vers le cœur parent qui lui a donné naissance.
- 3. La dernière étape a lieu si le POE entre en collision, ou est diffusé par le cœur. Il peut alors se recombiner radiativement avec la partie liée de la fonction d'onde dans l'état fondamental. Le surplus d'énergie est libéré sous la forme d'une impulsion de lumière dans l'extrême-

UV. La fréquence de l'impulsion UVX ultra-brève est donnée par  $\omega_X = \frac{1}{h}(I_p + E_{cin})$ .

L'énergie cinétique  $E_{cin}$  acquise par l'électron dépend de la phase du champ électrique laser au moment de l'émission, ainsi que du temps de retour  $\tau_r$  du POE (ou temps d'"excursion" du POE dans le continuum, entre son éjection de l'atome et sa recombinaison radiative)<sup>2</sup>. L'énergie cinétique maximale que peut acquérir le POE est  $E_{cinmax} = 3.2 U_p$ , où  $U_p = e^2 E_L^2 / 4m\omega_0^2$  est l'énergie potentielle pondéromotrice, c'est-à-dire l'énergie cinétique moyenne d'oscillation dans le champ laser  $E_L$  d'un électron libre sans énergie cinétique initiale. À cette énergie correspond une énergie maximum des photons issus de la recombinaison : l'énergie de "coupure"  $(I_p+3.2 U_p)$ . La répétition périodique du processus ci-dessus (avec changement de signe des champs) toutes les demi-périodes laser détermine la modulation spectrale discrète en harmoniques impaires de la fréquence laser. Dans la suite, nous considérons les grandeurs associées à un ordre q donné.

De manière semi-quantitative, on peut écrire la polarisation non linéaire d'ordre q,  $\mathcal{P}_q^{NL}$ , sous la forme :

$$\mathcal{P}_q^{NL} \propto |E\left(\vec{r},t\right)|^{q_{eff}} e^{-iq\omega_0 t + iq\phi\left(\vec{r},t\right) + i\Phi_q^{dip}\left(\vec{r},t\right)},\tag{3.2}$$

où  $q_{eff} < q$  est un ordre effectif de non linéarité,  $\Phi_q^{dip}(\vec{r}, t)$  la phase du dipôle atomique introduite par la trajectoire du POE dans le continuum. Nous rappelons quelques notions :

- Pour un ordre harmonique q donné, la phase du dipôle  $\Phi_q^{dip}(\vec{r},t)$  varie avec l'éclairement laser  $I(\vec{r},t): \Phi_q^{dip}(\vec{r},t) = \alpha_q I(\vec{r},t)$ , où  $\alpha_q$  est un coefficient qui dépend de la trajectoire du POE dans le continuum (le produit  $\alpha_q I \approx U_p \tau_q$ ).
- Pour un ordre harmonique q donné, deux trajectoires du POE, dites respectivement courte (1) et longue (2), contribuent à la polarisation non linéaire dans (3.2). À chaque trajectoire est associée un temps d'excursion, τ<sub>q,i</sub> où i = 1, 2, et donc un coefficient α<sub>q,i</sub>. La polarisation non linéaire est alors la somme des deux contributions P<sup>NL</sup><sub>q,1</sub> et P<sup>NL</sup><sub>q,2</sub>, qui diffèrent par les amplitudes et les phases Φ<sup>dip</sup><sub>q,1</sub> et Φ<sup>dip</sup><sub>q,2</sub>, α<sub>q,2</sub> > α<sub>q,1</sub>.
  Compte tenu des phases Φ<sup>dip</sup><sub>q,1,2</sub> différentes, les conditions d'accord de phase ne seront pas
- Compte tenu des phases  $\Phi_{q,1,2}^{aip}$  différentes, les conditions d'accord de phase ne seront pas les mêmes pour les contributions des trajectoires courte et longue. Ceci détermine a priori des propriétés spatiales différentes des champs rayonnés. C'est également le moyen, en contrôlant l'accord de phase par la géométrie de focalisation, de sélectionner une trajectoire. Pour les mêmes raisons, les propriétés temporelles/spectrales des champs rayonnés par  $\mathcal{P}_{q,1}^{NL}$  et  $\mathcal{P}_{q,2}^{NL}$  sont différentes.

# Structure temporelle des harmoniques d'ordre élevé

Dans le domaine temporel, le rayonnement harmonique possède une double structure : une enveloppe à l'échelle de la femtoseconde (correspondant à celle du laser) incluant un train d'impulsions attoseconde (APT, Attoseconde Pulse Train) séparées par une demi-période du fondamental. Cette structure est illustrée en Figure 3.4.

Des expériences récentes ont permis de générer une seule impulsion attoseconde à l'aide de portes en amplitude [201] ou en polarisation [202], ou encore en générant à l'aide d'un champ laser à deux couleurs [203].

Dans le domaine spectral (voir Figure 3.5) :

- À l'échelle du spectre d'ordre élevé complet (continu ou discret), la phase spectrale du champ varie quadratiquement avec l'ordre [204]; ce "chirp attoseconde" correspond à une

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Pour localiser les composantes spectrales  $E_{cin}$  du POE dans une fenêtre temporelle de temps de retour,  $\tau_r \pm \delta \tau_r$ , on suppose qu'elles ont une largeur  $\delta E_{cin}$  telle que  $\delta E_{cin} \delta \tau_r \approx \hbar$ 



FIG. 3.4 – Illustration de la structure temporelle du rayonnement harmonique.



FIG. 3.5 – Structure spectrale du rayonnement harmonique généré dans le néon. La mesure simultanée de l'intensité et de la phase spectrale utilise la technique RABITT [204].

dérive temporelle en fréquence dans l'impulsion attoseconde, qui reflète directement la dynamique du POE en fonction de  $E_{cin}$ .

- À l'échelle d'une harmonique, la phase temporelle (spectrale) varie aussi quadratiquement, en raison du terme  $\Phi_q^{dip}(\vec{r},t)$  qui dépend quadratiquement du temps par l'éclairement laser. Ce "chirp" harmonique (à l'échelle de l'enveloppe femtoseconde d'une harmonique) peut être compensé par un chirp initial de l'impulsion laser.

## Cohérence des harmoniques d'ordre élevé

Comme pour les ordres faibles en régime perturbatif, la génération d'harmoniques d'ordre élevé conserve, en première approximation, les propriétés de cohérence spatiale [205, 206, 207] et temporelle [208, 209, 210] du laser.

## Cohérence temporelle

La cohérence temporelle peut être caractérisée par le temps de cohérence  $T_{Coh}$  : si deux



FIG. 3.6 – Mesure de la cohérence temporelle de l'harmonique 17 (47 nm) d'un laser Ti :Sa (1 mJ, 60 fs) générée dans l'Argon [210]. Deux faisceaux lasers IR (1 mJ, 60 fs) bloqués en phase sont produits dans un interféromètre de type Michelson, et focalisés avec une lentille de 1 m de focale dans un jet d'Argon. Deux faisceaux harmoniques, également bloqués en phase, sont générés séparés dans l'espace et le temps, permettant la création d'interférences en champ lointain dépendantes du retard introduit dans l'interféromètre.

impulsions sont décalées temporellement d'une durée supérieure à  $T_{Coh}$ , elles n'interfèrent pas.

Le temps de cohérence est inversement proportionnel à la largeur spectrale  $\Delta \omega$  de l'impulsion harmonique. À partir de (3.2) (par transformée de Fourier), le temps de cohérence s'exprime, de manière semi–quantitative, sous la forme :

$$T_{coh,q} \propto \frac{\tau_L}{\sqrt{q_{eff}}} \left[ 1 + \alpha_q^2 I_2^2 \frac{\tau_L^4}{q_{eff}^2} \right]^{-\frac{1}{2}},$$
 (3.3)

où  $I_2 = \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2}$  au voisinage du maximum de l'impulsion laser. Ainsi, le temps de cohérence dépend de la durée de l'impulsion  $\tau_L$  et de l'éclairement I du laser, de l'ordre harmonique  $q_{eff}$ et du coefficient  $\alpha_q$ .  $\alpha_q$  dépendant de la trajectoire dans le continuum, avec  $\alpha_{q,1}$  associé à la trajectoire courte inférieur à  $\alpha_{q,2}$  associé à la trajectoire longue, le temps de cohérence associé à la trajectoire courte est supérieur au temps de cohérence associé à la trajectoire longue. La Figure 3.6 illustre simultanément la différence entre les propriétés spatiales (champ lointain) et les propriétés temporelles des deux contributions. La visibilité des franges de l'interférogramme est supérieure dans le cas du rayonnement issu de la trajectoire courte.

Les faisceaux harmoniques générés dans les gaz sont généralement caractérisés par des temps de cohérence voisins de la durée d'impulsion au niveau de la région centrale  $(T_{Coh,1})$ , assurant ainsi une excellente cohérence temporelle.

## Cohérence spatiale

Chaque source réelle possède une largeur spatiale finie. La cohérence spatiale correspond à la corrélation des champs en deux points distincts de la section transverse de la source. La Figure 3.7 illustre les résultats d'une caractérisation de la cohérence transverse du faisceau de l'harmonique 13 générée dans le xénon à l'aide d'un interféromètre à bi-miroir de Fresnel [206]. Dans des conditions de génération optimisées, pour un diamètre de faisceau d'environ 3 mm, un degré de cohérence supérieur à 0.5 est mesuré sur toute la pupille de 3 mm de diamètre.



FIG. 3.7 – Mesure du degré de cohérence spatiale de l'harmonique 13 générée dans le xénon [206]. La mesure est faite à l'aide d'un interféromètre à bi-miroir de Fresnel. La taille du faisceau est d'environ  $\Phi=3$  mm. Les dimensions de la pupille caractérisée sont de d=1 mm et d=2mm. Le degré de cohérence est optimisé en faisant varier la position relative du point de focalisation du laser dans le milieu générateur (un jet de gaz).

Plus récemment, une caractérisation de la cohérence spatiale des harmoniques 17 à 23 générées dans l'argon a été effectuée à l'aide d'un dispositif de trous d'Young [207]. Pour un faisceau de diamètre 1 mm, une visibilité de franges supérieure à 0.8 a été mesurée sur un diamètre de plus de 700  $\mu$ m.

Le rayonnement d'une source harmonique présente ainsi une cohérence spatiale élevée. Celleci reflète, à l'issue d'un processus de génération cohérent, la cohérence du laser fondamental.

#### 3.1.3 Qualité de faisceau

La qualité d'un faisceau lumineux peut être caractérisée à l'aide du facteur  $M^2 = \frac{2 \times w_0 \times \pi}{\lambda \times f}$ , avec  $w_0$  le waist,  $\lambda$  la longueur d'onde du faisceau, et f la focale utilisée. Lorsque  $M^2$  tend vers 1 par valeur supérieure, le faisceau tend vers un profil purement gaussien. Dans le cas d'un faisceau harmonique non-focalisé,  $M^2$  se situe généralement entre 1.2 et 2. Dans le cas d'un faisceau focalisé, celui-ci peut s'élever jusqu'à 4. L'optimisation des conditions de génération permet dans la plupart des cas d'atteindre des facteurs  $M^2$  inférieurs à 2.

La qualité du front d'onde des harmoniques générées dans les gaz permet leur focalisation sur des surfaces très réduites. En utilisant un miroir parabolique (f=70 mm), des impulsions de  $0.5 \ \mu$ J d'énergie à 62 nm ont été focalisées avec un diamètre de 2.5  $\mu$ m, correspondant à une intensité crête de  $10^{14}W/cm^2$ .

# 3.1.4 Accordabilité des harmoniques

Les harmoniques générées dans un gaz héritent des excellentes propriétés du champ laser générateur (cohérence, faible divergence, etc..). Cependant, le spectre du rayonnement généré est constitué d'une série discrète de raies rendant seules accessibles les fréquences multiples (d'un nombre impair) de la fréquence du fondamental. En tant que source de rayons X, les harmoniques générées dans les gaz délivrent des impulsions bien plus brèves que le rayonnement synchrotron, mais ne rivalisent pas encore en terme d'accordabilité. Dans le cas d'un LEL injecté, l'accordabilité du LEL repose essentiellement sur l'accordabilité de la source qui sert à l'injection. L'accordabilité apparaît donc comme un enjeu majeur dans le développement des sources harmoniques générées dans les gaz.

Plusieurs techniques ont été proposées pour rendre les harmoniques accordables.

Une première technique, qui semble s'imposer naturellement, utilise une fréquence fondamentale accordable. Cette accordabilité reste limitée pour un laser Ti :Sa (typiquement entre 700 et 900 nm) et suppose un réglage spécifique de toute la chaîne oscillateur/amplificateur : la longueur d'onde n'est donc pas en général continûment balayable en cours d'expérience. Quelques travaux ont cependant démontré la technique. Une complète accordabilité a été réalisée entre 220 et 8 nm en utilisant le rayonnement d'un OPA (Optical Parametric Amplifier) pompé par un laser Ti :Sa, dont la longueur d'onde variait entre 1.1 et 1.6  $\mu$ m [211]. Plus récemment, un système laser constitué d'un amplificateur PDA (travelling–wave pulsed–dye amplifier) injecté par un laser Ti :Sa (continu et accordable) et finalement amplifié dans des amplificateurs Ti :Sa a permis d'obtenir l'accordabilité des harmoniques entre 40 et 100 nm avec une largeur de raie de l'ordre de  $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-5}$  [212].

Une deuxième technique consiste à utiliser une impulsion laser résultant du mélange de deux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , avec  $\omega_2$  ajustable (le champ  $\omega_2$  a une amplitude de l'ordre du % devant celle du champ  $\omega_1$ ). Une accordabilité de 70% entre 180 et 18 nm a été obtenue en 1996, en combinant un laser Ti :Sa (pour  $\omega_1$ ) et un OPG (Optical Parametric Generator) (pour  $\omega_2$ ) [213]. Cependant, l'énergie par impulsion des harmoniques ainsi générées reste inférieure à celle des harmoniques générées avec la seule impulsion à  $\omega_1$ . Plus récemment, une autre méthode basée sur le mélange de fréquences a été proposée [214]. L'accordabilité serait dans ce cas obtenue en variant le délai entre les deux sources laser, et la largeur spectrale des raies contrôlée à l'aide de l'intensité du laser principal. Les simulations montrent une accordabilité de 50 à 150 eV.

Une troisième technique consiste à manipuler l'impulsion fondamentale - sa phase spectrale, son éclairement, sa focalisation. On utilise notamment le fait que la génération d'harmoniques se produit sur le front temporel montant de l'impulsion génératrice, avant qu'elle n'ionise fortement le gaz. En introduisant une dérive de fréquence dans l'impulsion (un chirp), on peut alors contrôler la fréquence des harmoniques générées dans le front montant. Cette technique a permis d'obtenir une complète accordabilité des harmoniques autour de 10 nm [215]. Il est également possible, en jouant de l'ionisation et de la dispersion spectrale de l'impulsion laser, qui dépendent des conditions de focalisation, de décaler le spectre des harmoniques [216]; cet ajustement tend également à élargir chaque raie du spectre. De façon plus générale, le contrôle adaptatif de l'impulsion las rgénératrice conduit à une bonne accordabilité des harmoniques, et à l'amplification sélective d'une fréquence particulière [217, 218, 219].

Les techniques d'obtention de l'accordabilité connaissent donc un développement rapide qui ouvre d'intéressantes perspectives pour l'accordabilité des LELs injectés avec une source HHG.

## 3.1.5 Perspectives

La génération d'harmoniques dans les gaz fournit une source dans le domaine XUV caractérisée par une haute cohérence temporelle et spatiale, une bonne qualité de front d'onde et une certaine accordabilité. Les exigences sur le laser de génération rendent sa mise en œuvre relativement aisée : un système laser IR délivrant des impulsions de 10 mJ en 100 fs permet de générer des impulsions d'environ 10  $\mu$ J jusqu'à 100 nm, et d'environ 10 nJ jusqu'à 10 nm. La Figure 3.8 présente les performances actuelles de la génération d'harmoniques dans les gaz avec un laser 10 mJ. Le développement des systèmes laser IR devrait permettre d'ici quelques années l'utilisation d'impulsions d'1 J. En considérant une simple loi d'échelle (vérifiée uniquement à faible énergie  $\approx$  10 mJ), une augmentation, à intensité constante, de l'énergie du laser de génération d'un facteur 100 devrait conduire à des impulsions harmoniques également 100 fois plus énergétiques. La Figure 3.9 indique les puissances crêtes escomptées avec les sources HHG en fonction de la puissance du laser de pompe infrarouge.



FIG. 3.8 – Performances actuelles de la génération d'harmoniques dans les gaz rares. Les énergies indiquées correspondent à l'énergie du laser de génération employé. (Figure de B. Carré).

La fenêtre de l'eau a d'ores et déjà été atteinte par la génération d'harmoniques dans les gaz : impulsions de 10 nJ à 4 nm en 2007 [193], impulsions de 40 fJ à 2.7 nm en 1997 [194], et impulsions de 100 fJ à 1 nm en 2005 [220]. La course aux courtes longueurs se poursuit. Il semble cependant que la génération d'harmoniques dans les gaz ne puisse délivrer des longueurs



FIG. 3.9 – Puissances crêtes escomptées avec les sources HHG en fonction de la puissance du laser de pompe. (Figure de H. Merdji).

d'onde au-delà du nm. Plusieurs autres voies ont été explorées, mais jusqu'à présent sans donner de résultats réellement satisfaisants : utilisation de laser de génération à plus grandes longueurs d'onde [211, 221] ou encore génération d'harmoniques dans les ions [222]. En revanche, la génération d'harmoniques sur cible solide pourrait atteindre le domaine des rayons X durs [223, 224].

# 3.2 Injection du LEL de SPARC

Le LEL de SPARC (Frascati, Italie) sera probablement le second LEL injecté à l'aide du rayonnement harmonique généré dans les gaz. Les expériences sur ce LEL permettront de démontrer l'amplification d'une source harmonique en configuration HGHG (l'amplification en configuration simple -un seul onduleur- ayant été démontrée sur SCSS test accelerator).

Dans le cadre du projet européen EUROFEL mettant en place une collaboration avec les laboratoires de l'ENEA (Ente Nazionale per l'Energia Atomica), de l'INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare) et de SOLEIL, nous avons réalisé au CEA - Saclay une source harmonique adaptée à l'injection du LEL de SPARC. Pour comprendre le cahier des charges de cette source, mis au point début 2005, la première partie de ce chapitre sera dédiée à une brève description du dispositif de SPARC.

# 3.2.1 Le LEL de SPARC

Le LEL de SPARC est implanté dans un hall situé sur le site de l'INFN, à Frascati (Italie). Le projet est piloté en collaboration par les deux institutions : l'INFN et l'ENEA. Le schéma d'implantation général du hall est présenté en Figure 3.10.



FIG. 3.10 – Schéma d'implantation générale de SPARC.

## L'accélérateur

L'accélérateur de SPARC est un LINAC (Linear Normal Conducting Accelerator) constitué d'un photo-injecteur [225, 226], d'un solénoïde de compensation d'émittance et de trois cavités accélératrices. L'accélérateur est représenté sur le schéma d'ensemble de la Figure 3.10.

## Le photo-injecteur

Le faisceau d'électrons est créé par effet photo-électrique en focalisant un laser UV sur une cathode [227]. Un schéma du système laser [228] est présenté en Figure 3.11. Dans un premier temps, la cathode est en cuivre simple garantissant l'uniformité de la distribution en sortie. Cependant, son faible rendement devrait conduire à son remplacement dans une seconde phase par une cathode en magnésium, au rendement nettement plus élevé mais plus difficile à mettre en œuvre. Les deux cathodes sont nettoyées au laser *in situ* (balayage de la cathode avec le faisceau



FIG. 3.11 – Système laser implanté à SPARC.

laser à intensité sous le seuil de dommage), un procédé reconnu pour améliorer le rendement des cathodes, et l'uniformité spatiale du faisceau produit en sortie [229].

Les impulsions laser sont délivrées sur la cathode avec un angle d'incidence de 72 degrés. Elles présentent un profil transverse uniforme. En effet, pour produire des paquets d'électrons avec une très faible émittance transverse ( $\approx 1 \text{ mm.mrad}$ ) et un fort courant crête, des impulsions laser de forte énergie d'une durée de quelques picosecondes, centrées à 266 nm, avec un profil temporel en créneau sont nécessaires au déclenchement du processus de photo-émission sur les cathodes métalliques. Ces impulsions sont mises en forme à partir d'un système laser infra-rouge standard Coherent, de la façon suivante [230].

Un oscillateur Ti :Sa (MIRA 900 s), pompé par un laser ND :YVO<sub>4</sub> (VERDI V5) de 5 W, génère des impulsions de 100 fs, 10 nJ, à 800 nm avec un taux de répétition de 79.33 MHz ( $36^{\grave{e}me}$  harmonique de la fréquence RF). Un filtre dispersif acousto-optique, dit DAZZLER [231], placé entre l'oscillateur et l'amplificateur modifie l'amplitude spectrale et la phase afin d'obtenir le profil temporel désiré.

L'amplificateur (HIDRA-50), basé sur le principe de l'amplification CPA (Chirp Pulse Amplification) [232], comporte un amplificateur régénératif, pompé à 1 kHz par une diode Nd :YLF (Evolution) doublée en fréquence, et un amplificateur multipassages, excité par un laser continu Nd :YAG. Le système délivre des impulsions à 800 nm de l'ordre de 50 mJ avec un taux de répétition de 10 Hz, converties, après passage dans un boitier de conversion en fréquence, en impulsions de l'ordre de 4 mJ dans l'UV proche (à 400 et 266 nm).

En fin de chaîne, un réseau [228] permet d'étirer temporellement les impulsions jusqu'à 8-12 ps.

Les électrons générés sont immédiatement accélérés dans la cavité 1.6 cellule en bande S à 2.856 GHz de l'injecteur RF. Le gradient de champ régnant dans la cavité, 120 MV/m, permet une première accélération jusqu'à une énergie de 6 MeV. À la sortie du photo-injecteur, une cavité en bande X résonante à 11.424 GHz en mode  $\pi/2$  (17 cellules, 9 cm de long) corrige la courbure de l'espace des phases longitudinal des électrons [233]. Le faisceau traverse ensuite le champ magnétique généré par un solénoïde constitué de quatre bobines. Cette étape permet de

compenser l'émittance créée par les forces de charge d'espace.

Une fois le commissioning du photo-injecteur achevé (fin 2006), les cavités accélératrices ont progressivement été mises en place.

## Les cavités accélératrices

Trois cavités accélératrices en bande S de type SLAC résonantes à 2.856 GHz, portent enfin les électrons à une énergie de 150 à 200 MeV. Les deux premières cavités, fabriquées au MHI (Japon), atteignent un gradient de champ de 25 MV/m, tandis que la troisième cavité, fabriquée par le SLAC (Stanford, États–Unis), atteint un gradient de 20 MV/m et effectue une compression rectiligne.

Les cavités ont été conditionnées entre septembre 2007 et janvier 2008. Les tests sur l'ensemble accélérateur sont en cours depuis février 2008, et devraient être achevés en mai 2008.

#### Caractéristiques finales du faisceau

En sortie du LINAC, plusieurs diagnostics ont été mis en place afin de caractériser le faisceau. La charge et la position du faisceau sont mesurées avec des cages de Faraday [225].

L'émittance et les paramètres de l'enveloppe faisceau ont été mesurés à l'aide d'un émittance mètre [234, 226, 235] lors de la phase de commissioning du photo-injecteur [225].

Après la cavité déflectrice, le faisceau peut être devié par un by-pass (cellule FODO : optique Focalisante puis Défocalisante) d'un angle de 15 degrés et dirigé vers un spectromètre. L'ensemble permet de reconstituer l'espace des phases à six dimensions du faisceau à la fois dans le plan vertical et horizontal [236], et d'accéder ainsi à l'énergie et à la dispersion en énergie du faisceau. (Le by-pass accueille également une chicane magnétique permettant d'effectuer des tests de compression magnétique).

Dans la ligne de transfert entre le LINAC et les onduleurs, une cavité déflectrice RF à onde stationnaire de 26 cm de long, développée à LNF (Laboratorio Nazionali di Frascati), permet de mesurer la longueur des paquets avec une précision de 40  $\mu$ m [237]. Au cours de la phase de commissioning du photo-injecteur, la mesure des longueurs de paquet était basée sur l'utilisation du rayonnement Cherenkov produit par les électrons à la traversée d'un bloc de 5 mm d'aérogel, focalisé sur une caméra à balayage de fente de 2 ps de résolution [225].

Les caractéristiques principales du faisceau en sortie de l'accélérateur sont résumées dans le tableau 3.1.

TAB. 3.1 – Caractéristiques attendues du faisce au d'électrons en sortie du LINAC de SPARC.

Paramètre	Symbole	Valeur
Énergie (MeV)	Е	150-200
Charge (nC)	$\mathbf{Q}$	1.1
Durée des paquets (ps, impulsions rectangulaires)	$L_e$	10
Fréquence RF (GHz)	$f_{RF}$	2.856
Fréquence de répétition (Hz)	$f_{acc}$	10
Courant crête (A)	Î	85 - 100
Dispersion en énergie totale (%)	$\sigma_{\gamma}$	$< 2.10^{-3}$
Dispersion en énergie par tranche $(\%)$	$\sigma_\gamma$	$< 1.10^{-3}$
Émittance totale (nm.rad)	$\epsilon_n$	2
Émittance par tranche (nm.rad)	$\epsilon_S$	1

TAB. 3.2 – Caractéristiques de l'onduleur de SPARC.		
Paramètre	Valeur	
Nombre de sections	6	
Nombre de périodes par section	77+1 (75+3)	
Période spatiale (cm)	2.8	
Longueur d'une section (m)	2.156	
Espace entre les sections (m)	0.36	
Entrefer $(nom/min/max, cm)$	0.87/0.6/2.5	
Paramètre de déflexion (nom./max)	$2.145 \ / \ 2.9$	

Chapitre 3. Injection d'un LEL en configuration HGHG

## Les sections d'onduleur

L'onduleur de SPARC [238] est un onduleur plan fabriqué par la société ACCEL (Allemagne). Il est constitué de six sections (voir Figure 3.12) dont l'entrefer peut être varié indépendamment. Les caractéristiques principales de chaque section de l'onduleur sont données dans le tableau 3.2.



FIG. 3.12 – Schéma d'une section de l'onduleur de SPARC.

Les performances du LEL dépendent directement de la trajectoire des électrons dans l'onduleur, et donc de la qualité/précision du champ magnétique qui la gouverne. L'alignement des sections est effectué à l'aide d'un Laser Tracker LTD500 (Leica Geosystems). Chaque section est ceinte d'une bobine magnétique qui corrige les éventuelles erreurs de champ. Entre chaque section, un déphaseur retarde le paquet d'électrons afin de le maintenir en phase avec l'onde lumineuse.

# 3.2.2 La source harmonique pour SPARC

Avec un faisceau d'électrons d'une énergie de 155 à 200 MeV, et un onduleur d'entrefer de 0.9 à 2.5 mm, la longueur d'onde de résonance du LEL de SPARC est dans l'intervalle : 500 à 108 nm. Il s'agit donc d'injecter les harmoniques 3, 5 et 7 (266, 160 et 114 nm) d'un laser Ti :Sa à 800 nm. D'après des simulations à l'aide du code PERSEO [106], la puissance minimale requise pour obtenir la saturation du LEL sur l'harmonique 3 est de 200 W et de 600 W sur l'harmonique 5. La source harmonique doit donc générer (au minimum) ces puissances en utilisant le système laser commercial COHERENT (Legend F-HE) installé à SPARC. Le faisceau est également mis en forme pour une focalisation dans la première section de l'onduleur. Finalement, le dispositif doit être compact, et se connecter sur la ligne de l'accélérateur de SPARC par l'intermédiaire d'un périscope, conçu et réalisé à l'ENEA, constitué de deux petites chambres (dites chambre basse et chambre haute).

### Design de la source

Les chambres pour la génération d'harmoniques ont été conçues au SPAM (Service des Photons Atomes et Molécules), laboratoire du CEA-IRAMIS à Saclay. Le groupe Attophysique du SPAM est spécialisé dans la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les gaz. La collaboration avec les experts du groupe, tant théoriciens qu'expérimentateurs, a largement facilité la mise au point d'un système adapté pour les besoins de l'injection du LEL de SPARC. Un schéma général est présenté en Figure 3.13.



FIG. 3.13 – Dispositif expérimental de génération et d'injection des harmoniques générées dans les gaz à SPARC.

L'enceinte de la source harmonique est constituée de trois chambres sous vide.

# La chambre de génération (CH1)

La génération d'harmoniques a lieu dans la première chambre (CH1, voir Figure 3.13) : le laser est focalisé à travers un hubbre dans une cellule pulsée. La cellule pulsée est composée d'une valve pulsée et d'une cellule métallique (voir Figure 3.14). La valve est un solénoïde General Valve Parker Hanninfin (Serie 9). Le courant dans le solénoïde, et donc l'ouverture de la valve, sont commandés par un contrôleur IOTA ONE Parker Hanninfin. Les caractéristiques principales de l'ensemble valve-contrôleur sont résumées dans le tableau 3.3.



FIG. 3.14 – (a) Valve pulsée et (b) Cellule utilisées pour la génération d'harmoniques dans les gaz. (c) Schéma de montage de la cellule pulsée.

Fournisseur valve	General Valve Parker Hanninfin
Référence de la valve	Serie 9
Founisseur du contrôleur	Instrumentation Parker Hanninfin
Référence du contrôleur	IOTA ONE
Diamètre de l'orifice	0.03 inches
Durée d'ouverture	entre 10 $\mu$ s et 1 s
Fréquence d'ouverture	jusqu'à 250 Hz

TAB. 3.3 – Caractéristiques de l'ensemble valve-contrôleur utilisé pour la génération d'harmoniques dans les gaz.

La cellule est un cylindre de 1 cm de diamètre, percée de deux trous diamétralement opposés de 0.8 mm de diamètre. La cellule est fixée sous la valve et permet le confinement d'un petit volume de gaz sous haute pression. Le gaz s'échappant progressivement par les deux trous est ensuite évacué par le système de pompage. L'ouverture de la valve, et donc l'injection de gaz dans la cellule, sont synchronisées avec l'injection du laser dans la cellule. En raison du temps de réaction de la valve, la commande d'ouverture est envoyée environ 2 ms avant le tir laser. Les temps d'ouverture sont typiquement de l'ordre de 1.5 ms.

Le gaz utilisé pour la génération d'harmoniques à SPARC est de l'argon. Une ligne en inox de 50 m environ, associée à deux détendeurs et une vanne, permet d'amener le gaz, stocké dans une bouteille située à l'extérieur du hall, à proximité des chambres de génération d'harmoniques. A l'entrée de la première chambre, la pression maximale disponible est de 20 bars. Une vanne aiguille et un détendeur permettent de réguler la pression de gaz à l'intérieur de la cellule pulsée. La pression n'est pas mesurée au niveau de la cellule, mais uniquement dans l'enceinte de la première chambre (elle s'élève typiquement à quelques  $10^{-3}$  mbar).

## La chambre intermédiaire (CH2)

Les harmoniques générées dans la cellule et le fondamental se propagent vers la seconde chambre (CH2). Cette chambre intermédiaire contient un miroir permettant de visualiser la position du faisceau utilisé pour l'alignement. De plus, deux diaphragmes de diamètre inférieur à 10 mm situés de part et d'autre de l'enceinte permettent d'effectuer un pompage différentiel abaissant la pression de plus de quatre ordres de grandeur entre la première et la dernière chambre.

## La chambre de mise en forme (CH3)

Dans la troisième chambre (CH3), deux miroirs sphériques ((MS1) et (MS2)) à incidence quasi-normale (< 1 degré) refocalisent le faisceau (voir Figure 3.15). Les rayons de courbure des miroirs ont été déterminés de sorte que le point de focalisation se trouve au centre de la première section de l'onduleur de SPARC. De plus, le second miroir sphérique (MS2) est équipé d'une monture motorisée sous vide MICOS comportant deux axes de rotation (MP20S HV) et une translation (MT-40 HV). La translation permet d'ajuster la position du point focal le long de la première section d'onduleur sur une distance d'environ 1 mètre. Un filtre monté sur un passage sous vide peut être placé sur le trajet du faisceau après le second miroir afin d'effectuer une sélection spectrale. Plusieurs jeux de miroirs et de filtres seront utilisés selon l'harmonique injectée (H3, H5 ou H7). Les configurations ainsi que leurs caractéristiques sont résumées dans le Tableau 3.4. Finalement, le faisceau ainsi mis en forme pénètre dans les chambres du périscope (CHP).



FIG. 3.15 – Schéma d'implantation des optiques de mise en forme et de transport du faisceau harmonique dans la troisième chambre de l'enceinte de génération d'harmonique de SPARC, et dans les chambres du périscope. (MS1) et (MS2) sont des miroirs sphériques, (MP1) et (MP2) sont des miroirs plans, et (F) un filtre passe-bande.

#### Les chambres du périscope (CHP)

Dans la chambre du bas, un miroir plan (MP1) à 45 degrés sur une monture motorisée dirige le faisceau vers la chambre du haut. Là, un second miroir (MP2) également équipé d'une monture motorisée, réalise l'injection à proprement parler du faisceau harmonique dans l'onduleur.

La Figure 3.16 résume l'évolution des dimensions du faisceau laser depuis la cellule pulsée jusque dans l'onduleur. Les dimensions du faisceaux d'électrons dans l'onduleur sont également représentées.

TAB. 3.4 – Caractéristiques des optiques utilisées pour la mise en forme et le transport du faisceau harmonique.  $R_C$ : Rayon de courbure, T : Transmission.

Optique	Matériau	Dimension (mm)	T@800 nm	T@266 nm	T@160 nm	$R_C$ (m)
Injection de H3 (1)						
MS1	Aluminium	$\Phi = 50.8$	0.88	0.87	0.50?	0.4
MS2	Aluminium	$\Phi = 50.8$	0.88	0.87	0.50?	0.3
MP1	Aluminium	$12.5 \ge 12.5$				$\infty$
MP2	Aluminium	$6 \ge 20$				$\infty$
F	Interférométrique	$\Phi = 12.5$	$< 10^{-4}$	0.20	$< 10^{-4}$	
Injection de H3 (2)						
MS1	Silice	$\Phi = 55$	< 0.03	0.99	< 0.03	
MS2	Silice	$\Phi = 55$	<3	99	<3	
MP1	Aluminium	$12.5 \ge 12.5$				$\infty$
MP2	Aluminium	$6 \ge 20$				$\infty$
F	Interférométrique	$\Phi = 12.5$	$< 10^{-4}$	0.20	$< 10^{-4}$	
Injection of H5 (1)						
MS1	Aluminium	$\Phi = 50.8$	0.88	0.87	0.50?	0.4
MS2	Aluminium	$\Phi = 50.8$	0.88	0.87	0.50?	0.3
MP1	Aluminium	$12.5 \ge 12.5$				$\infty$
MP2	Aluminium	6 x 20				$\infty$
F	MgF2	$\Phi = 30.48$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	0.20	



FIG. 3.16 – Évolution des dimensions transverses (rayon en  $1/e^2$ ) de la source injectée dans le cas de l'injection de la troisième harmonique (266 nm), et du faisceau d'électrons.

## 3.2.3 Test de la source harmonique au CEA-Saclay

Le dispositif de génération d'harmoniques a été testé au printemps 2006 au centre CEA de Saclay.

## Le laser infra-rouge

Le serveur laser LUCA [239] disponible au CEA/DSM/IRAMIS/SPAM à Saclay a été utilisé comme source infra-rouge de haute intensité pour tester la chambre de génération d'harmoniques. Les caractéristiques principales de ce laser, proches de celles du laser de SPARC, sont données dans le Tableau 3.5.

Paramètre	Valeur
Longueur d'onde (nm)	800
Largeur spectrale (nm–FWHM)	20
Durée d'impulsion (fs)	56.8
Énergie par impulsion (mJ)	50
Diamètre du faisceau (mm)	35

TAB. 3.5 – Caractéristiques du laser LUCA utilisé pour les tests de la chambre de génération d'harmoniques au CEA Saclay. La durée d'impulsion a été mesurée avec un autocorrélateur, en faisant l'hypothèse d'un profil temporel gaussien.

En sortie de la chaîne, le faisceau infrarouge est transporté hors de la cabane laser jusqu'à une table optique située à proximité de l'entrée de la chambre de génération d'harmoniques. Un iris nettoie les bords de la distribution, et une lentille plano-convexe de distance focale f=2 m, placée sur un banc de translation, focalise le faisceau dans la cellule pulsée située à l'intérieur de la première chambre. Le montage optique est présenté en Figure 3.17.



FIG. 3.17 – Transport et mise en forme du laser infrarouge pour la source harmonique lors des tests effectués au CEA. (L) : lentille plano convexe de distance focale f=2 m.

#### Dispositif de détection du signal harmonique

Le dispositif de détection du signal harmonique utilisé pour les tests au CEA-Saclay est donné en Figure 3.18.

Détection de la troisième harmonique



FIG. 3.18 – Dispositif de détection des harmoniques 3 et 5 mis en place pour la caractérisation de la source harmonique lors des tests effectués au CEA. (Photodiode : Det710, Thorlabs; PM : Photomultiplicateur R8486, Hamamatsu; (L) : Lentille en silice f=10 cm; (F) : Filtre interférentiel Melles Griot 03FIU115, centré à 266 nm; Prisme en LiF; Miroir en  $MgF_2$ ; Iris : diamètre 10 mm (resp. 5 mm) avant (resp. après) le prisme.

En sortie de la troisième enceinte (CH3), le faisceau harmonique est extrait de l'enceinte via un hublot en saphir. Le signal est transporté jusqu'à une table optique, où il est filtré spectralement à l'aide d'un filtre interférentiel centré sur 266 nm (10 nm–FWHM), et focalisé avec une lentille en silice (f=10 cm) sur une photodiode (DET710, Thorlabs) sensible à l'UV.

## Détection de la cinquième harmonique

En sortie de la troisième enceinte (CH3), est connectée une petite chambre équipée d'un prisme en LiF placé sur une rotation motorisée et d'un photomultiplicateur (R8486, Hamamatsu), le tout sous vide. Le faisceau est dispersé par le prisme, et la cinquième harmonique dirigée, seule, vers le détecteur. La géométrie de la chambre impose un angle de déviation de  $23^{\circ}$ pour la détection de l'harmonique 5.

#### Optimisation de la géométrie du milieu d'interaction

Initialement, la génération d'harmoniques devait avoir lieu dans un simple jet de gaz d'une ouverture de 0.5 mm et sans embout supplémentaire. Le nombre de photons générés ainsi dans l'UV s'est révélé inférieur au minimum requis (simulation PERSEO) pour l'injection du LEL de SPARC (génération de moins d'1  $\mu$ J). D'autres configurations ont donc été testées, afin d'améliorer l'efficacité de la source (voir Figure 3.19) :

- Jet et guide vertical : un cylindre de 5 mm de long a été accolé au jet de gaz, afin de diriger l'écoulement, et ainsi de réduire l'angle d'émission. Ceci permet d'augmenter localement la pression. L'efficacité de génération a été légèrement améliorée (≈ 10 %).
- 2. Jet et guide horizontal : en sortie du jet, le gaz est éjecté au centre d'un cylindre horizontal de 2 cm de long, 2 mm de diamètre. L'alignement du tube sur le trajet du laser s'est révélé trop laborieux, et menant souvent à des profils de faisceau harmonique dégradés et instables.

- 3. Cellule statique : En lieu et place du jet, une cellule cylindrique de 1 cm de long, percée de deux troux de 1 mm a été installée. Cette configuration a permis d'augmenter considérablement l'efficacité de génération, et d'améliorer le profil des harmoniques : plus stable, et plus homogène. Cependant, l'optimisation est restée limitée par le système de pompage. Avant d'atteindre l'optimum, l'augmentation de la pression dans la cellule causait l'arrêt automatique du système de pompage, en raison de la pression trop élevée régnant dans la chambre. Nous avons donc essayé la cellule pulsée.
- 4. Cellule pulsée : La cellule décrite précédemment est fixée sous le jet de gaz. Le gaz est injecté par bouffées de 1.3 ms, synchronisées avec les impulsions laser à 1 kHz. Cette configuration a permis d'atteindre un facteur de conversion conforme aux attentes  $(10^{-3})$  avec une bonne stabilité, et un profil quasiment parfaitement gaussien (voir § Mise en forme des harmoniques). C'est donc cette dernière configuration qui a été retenue.



FIG. 3.19 – Énergie mesurée de la troisième harmonique générée dans plusieurs configurations géométriques du milieu d'interaction.

# Optimisation de l'efficacité de génération

Ces tests préliminaires ont également permis de vérifier l'influence des paramètres du laser infrarouge sur la génération d'harmoniques. L'efficacité de génération a été mesurée en fonction de la puissance, de la durée d'impulsion, de la position du point de focalisation dans la cellule et du diamètre du laser, permettant la mise en évidence d'un optimum pour chaque paramètre [240, 241].

#### Optimisation en fonction du point de focalisation dans la cellule

D'après certaines observations expérimentales [242] et les prédictions théoriques [243], l'efficacité de génération présente deux maxima lorsque la position relative du point de focalisation du laser et de la cellule varie. Le premier maximum est obtenu lorsque le laser est divergent dans la cellule. L'accord de phase optimal est sur l'axe, et le champ harmonique construit selon l'axe de propagation avec un profil spatial quasi-gaussien. Le second maximum est obtenu lorsque le laser est focalisé après la cellule. L'accord de phase optimal est alors hors–axe et le profil spatial des harmoniques est annulaire, avec une faible intensité sur l'axe. Des mesures plus récentes ont mis en évidence le rôle prépondérant que peut jouer l'ionisation du milieu dans des conditions



FIG. 3.20 – Énergie de la troisième harmonique en fonction de la position relative du point de focalisation du laser IR par rapport à la cellule.  $E_{Laser}=2.5 \text{ mJ}, \phi_{Laser}=14 \text{ mm}, \text{Pression dans la chambre}=4.7 \times 10^{-3} \text{ mbar}.$ 

expérimentales différentes [244, 245], un processus qui était négligé dans les études précédentes. Un seul optimum est alors obtenu lorsque le laser est focalisé après le milieu gazeux.

Nos mesures, présentées en Figure 3.20, ont permis de mettre en évidence un seul optimum, pour une focalisation après la cellule. La position optimale du point focal du laser est localisée environ 1 cm après le centre de la cellule. Les harmoniques d'ordre faible sont optimisées en maximisant le volume d'interaction à l'aide de la défocalisation induite par l'ionisation.

Optimisation en fonction du diamètre du laser infra-rouge



FIG. 3.21 – Énergie de la troisième harmonique en fonction du diamète du laser IR.  $E_{Laser}=2.5$  mJ. (•)  $\Delta T_L=120$  fs, Pression dans la chambre=  $4.7 \times 10^{-3}$  mbar. ( $\Box$ )  $\Delta T_L=60$  fs, Pression dans la chambre=  $3.2 \times 10^{-3}$  mbar.

L'intensité de la troisième harmonique a ensuite été optimisée avec le diamètre du laser infra-

rouge [246, 247]. En réduisant l'ouverture du faisceau, à l'aide d'un diaphragme placé avant la lentille de focalisation sur le trajet du laser, l'énergie du laser diminue et la taille du faisceau au point focal augmente, réduisant ainsi l'intensité au point focal. En réduisant le diamètre du diaphragme, un optimum d'intensité sur la troisième harmonique est observé.

Comme illustré en Figure 3.21, avec une énergie laser constante de 2.5 mJ dans l'argon, le diamètre optimal du diaphragme est plus grand dans le cas d'une longue durée d'impulsion : 14 mm (resp. 18 mm) pour une durée de 60 fs (resp. 120 fs). Pour atteindre l'intensité requise pour la génération d'harmoniques dans l'argon, il faut compenser l'étirement temporel de l'impulsion par une plus petite tache focale. En effet, l'optimum à 60 fs correspond à un diamètre au point focal de 340  $\mu$ m, et à 120 fs de 279  $\mu$ m, correspondant dans les deux cas à une intensité de  $2 \times 10^{14} W/cm^2$ . La dimension réduite de la tache focale dans le cas d'une impulsion de 120 fs conduit à une intensité harmonique plus faible (moins de photons sont générés).

## Optimisation en fonction de la pression de gaz



FIG. 3.22 – Énergie de la troisième harmonique en fonction de la pression dans la première chambre.  $E_{Laser}=2.5$  mJ,  $\phi_{Laser}=13.5$  mm,  $\Delta T_L=60$  fs. Position du point focal : 1 cm après le centre de la cellule.

Nous nous sommes également intéressés à l'influence du niveau de pression dans la cellule sur l'intensité de la troisième harmonique (voir Figure 3.22). La génération d'harmoniques est un processus cohérent, l'intensité harmonique croît donc de façon quadratique à basse pression, sature puis décroît à plus forte pression [248, 245]. En effet, à haute pression le laser est défocalisé par la densité atomique élevée, réduisant ainsi l'efficacité de génération.

Avec la configuration en cellule pulsée, nous n'avons pas pu mettre en évidence d'optimum en faisant varier la pression dans la chambre. La pression  $P_{CH1}$  n'a pas pu être poussée au delà de  $5 \times 10^{-3}$  mbar. Une fois atteint le maximum de pression en sortie du détendeur, 20 bar, la pression demeure constante dans la chambre, probablement en raison de la faible conductance de la ligne ou de l'ouverture du jet. Il serait donc possible d'améliorer l'efficacité de génération en changeant l'ouverture de la valve, ou en allongeant le milieu de génération, c'est-à-dire le diamètre de la cellule. L'évolution de l'intensité de la troisième harmonique en fonction de la pression dans la chambre de génération est illustrée en Figure 3.22.

# Énergie des harmoniques

#### La troisième harmonique

L'énergie générée sur la troisième harmonique a été mesurée à l'aide de la photodiode calibrée (DET710, Thorlabs). Le filtre interférométrique rejette suffisamment la lumière infra-rouge pour que l'intensité mesurée puisse être totalement attribuée à la troisième harmonique. Les résultats ont été confirmés ultérieurement à l'aide d'un Digirad (mesureur de puissance sensible à des énergie de l'ordre du  $\mu$ J). Le tableau 3.6 résume les principaux résultats. Les deux configurations présentées correspondent à deux procédures distinctes d'optimisation : l'une utilisant des durées d'impulsion de 60 fs et l'autre de 120 fs. La seconde est moins efficace que la première, mais plus proche des conditions expérimentales prévues à SPARC.

Durée d'impulsion (fs–FWHM)	60	120
Énergie du laser (mJ)	2.5	2.5
Diamètre du laser (mm)	14	17 or 19
Position relative du point focal (cm)	+1.5	+1.5
Pression en sortie de bouteille (bar)	20	20
Pression dans (CH1) $(10^{-3} \text{ mbar})$	3.3	3.3
Énergie sur H3 ( $\mu$ J)	10	4

TAB. 3.6 – Énergie générée sur la troisième harmonique (H3) pour deux durées d'impulsion laser et paramètres d'optimisation correspondants.

#### La cinquième harmonique

Le spectromètre à prisme a été utilisé pour la mesure de l'énergie de la cinquième harmonique. La platine de rotation située sous le prisme permet de faire défiler les raies spectrales devant le détecteur et donc d'enregistrer les pics d'intensité successifs sur la troisième et la cinquième harmonique. L'intensité de la cinquième harmonique est comparée qualitativement à celle de la troisième harmonique (voir Figure 3.23). La mesure absolue en énergie est ensuite déduite des résultats du paragraphe précédent. Nous n'avons pas effectué de mesure absolue en énergie directement sur la cinquième harmonique, faute de détecteur calibré.

#### Mise en forme des harmoniques

Le mode de propagation du faisceau harmonique doit être connu et maîtrisé afin de pouvoir évaluer le recouvrement avec le faisceau d'électrons dans l'onduleur. Le faisceau de photons est mis en forme à l'aide de deux miroirs sphériques métalliques de rayon de courbure 400 et 300 mm. La distance entre les miroirs est d'environ 38 cm. Le profil spatial de la troisième harmonique a été mesuré à l'aide d'une caméra CCD. Comme l'illustre la Figure 3.24, le faisceau présente un mode homogène, dont les coupes transverses révèlent le profil gaussien.

De plus, la Figure 3.25 montre l'évolution de la troisième harmonique depuis la sortie de la chambre de mise en forme (CH3) sur une distance de 8.5 m pour une durée d'impulsion du laser IR de 120 fs. Le système optique mis au point permet de focaliser, comme requis, le faisceau à 7.5 m environ de la source, c'est-à-dire à l'emplacement prévu de la première section de l'onduleur de SPARC. L'angle d'incidence (2°) induit des aberrations astigmatiques. La taille au point focal est de 660  $\mu$ m. La régression avec un modèle théorique de propagation d'une onde gaussienne permet d'estimer le paramètre  $M^2$  : 1.3, et la taille du faisceau sur la troisième harmonique à la source : 172  $\mu$ m, correspondant à un diamètre initial du laser IR de 18 mm. Finalement,



FIG. 3.23 – Énergie de la troisième et de la cinquième harmoniques en fonction de l'énergie du laser IR.



FIG. 3.24 – Image CCD de la troisième harmonique au point focal.

l'ajustement de la distance entre les miroirs à l'aide de la translation permet de déplacer le point focal de la troisième harmonique sur une distance de 1 m, un déplacement d'1 mm du second miroir correspondant à un déplacement de 0.8 m du point focal dans l'onduleur.

## Conclusion intermédiaire

Ces expériences préliminaires ont permis de valider le dispositif, et d'optimiser la géométrie de confinement du gaz, pour aboutir au choix de la cellule pulsée. Une caractérisation complète du dispositif a été effectuée afin de se familiariser avec les techniques de génération, et les facteurs clef d'optimisation. Après cette validation, la source a été transportée dans le hall de SPARC (janvier 2007) et implantée sur l'accélérateur. Le dispositif a de nouveau été testé in-situ en



FIG. 3.25 – Évolution de la taille du faisceau sur l'harmonique 3 ( $\Box$ ) Vertical, et ( $\circ$ ) Horizontal.  $\Delta T_L=120$  fs. Ligne continue : fit quasi gaussien.

novembre 2007.

# 3.2.4 Test de la source harmonique in-situ à SPARC

# Le laser pour la génération d'harmoniques à SPARC

A SPARC, les harmoniques dans les gaz sont générées avec le même système laser que celui utilisé pour le photo-injecteur. En effet, en sortie de l'oscillateur, le faisceau est scindé en deux. Le premier bras est transporté vers l'amplificateur dédié à la mise en forme des impulsions qui seront focalisées sur la cathode. Le second bras est transporté dans une seconde cabane laser vers un amplificateur régénératif Coherent-Legend-F-HE.

Les caractéristiques principales de cette branche laser sont résumées dans le tableau 3.7.

Paramètre	Symbole	Valeur
Énergie par impulsion (mJ)	$E_{Las}$	2.5
Longueur d'onde (nm)	$\lambda_L$	800
Largeur spectrale (nm)	$\Delta\lambda_L$	10
Durée d'impulsion (fs–FWHM)	$\Delta T_L$	120
Taux de répétition (Hz)	$f_{rep}$	10
Diamètre faisceau (mm–FWHM)	$\phi_{Las}$	11
Facteur de qualité gaussien	${ m M}^2$	1.25

TAB. 3.7 – Caractéristiques du faisceau laser IR utilisé à SPARC pour la génération d'harmoniques dans les gaz, après l'amplificateur régénératif.

En sortie de l'amplificateur, le faisceau est transporté hors de la cabane laser jusqu'à une table optique située à proximité de l'entrée de la chambre de génération d'harmoniques. Un système afocal constitué de deux lentilles simples permet de varier le diamètre du faisceau, un iris nettoie les bords de la distribution, et une lentille plano-convexe de distance focale f=2 m, placée sur un banc de translation, focalise finalement le faisceau dans la cellule pulsée située à l'intérieur de la chambre (voir Figure 3.26).



FIG. 3.26 – Transport et mise en forme du laser IR pour la génération d'harmoniques dans les gaz à SPARC. (L) : lentille plano-convexe de longueur focale 2 m. ( $L_{A1}$ ), lentille plano-convexe de longueur focale 260 mm, et ( $L_{A2}$ ), lentille concave-concave de longueur focale - 180 mm, séparées de 76 mm, constituent le système afocal. Le diamètre faisceau est augmenté d'un facteur 1.3 (de 11.2 à 14.7 mm).

## Première caractérisation de la troisième harmonique

Une caractérisation sommaire de la troisième harmonique a été effectuée lors de la mise en place de la source sur l'accélérateur (novembre 2007).

Le faisceau harmonique généré dans la cellule pulsée est défléchi à l'aide d'un miroir plan escamotable vers une table optique située à l'extérieur de l'enceinte sous vide. Après filtrage spectral à l'aide d'un filtre interférentiel (Melles Griot, 03FIU115, centré à 266 nm), la troisième harmonique est focalisée sur la photodiode (DET710, Thorlabs) sensible à l'UV. Comme au cours des tests effectués au CEA, cette mesure de l'intensité a permis d'optimiser la génération d'harmoniques en fonction de divers paramètres : position du point focal du laser par rapport à la cellule, durée d'impulsion du laser, pression de gaz dans la cellule, synchronisation de l'injection de gaz dans la cellule avec les tirs laser, durée d'injection de gaz.

L'intensité absolue obtenue après ces premières optimisations a été mesurée à l'aide d'un mesureur de puissance calibré (Molectron, Model 33-05, 3V/mJ). Avec 2.3 mJ par impulsion

laser, l'énergie générée sur la troisième harmonique est estimée à  $2.5 \pm 0.5 \ \mu$ J.

Le profil spatial de la troisième harmonique a également pu être enregistré (toujours sur la table optique, après le filtre interférentiel) à l'aide d'un appareil photo (Canon IXUS 800 IS). Les images (voir Figure 3.27) révèlent un profil homogène.



Axe horizontal (unit. arb.)

FIG. 3.27 – Profil transverse de la troisième harmonique, obtenu sur la table optique en sortie de l'enceinte, après filtrage spectral. La photo est prise à l'aide d'un appareil Canon IXUS 800 IS.

Un spectromètre (Ocean Optics, Inc.) de 0.3 nm de résolution est implanté temporairement à l'extérieur des enceintes, sur la même table optique que la photodiode. Un exemple de spectre de la troisième harmonique est présenté en Figure 3.28. Celui-ci est centré à 268 nm, avec une largeur spectrale de 1.8 nm–FWHM.



FIG. 3.28 – Spectre de la troisième harmonique. Mesure effectuée avec un spectromètre Ocean Optics, Inc.

Ces tests in-situ ont essentiellement permis de vérifier le bon fonctionnement, après déménagement, de la source harmonique. Une caractérisation plus approfondie de la source devra être effectuée avant de procéder aux expériences d'injection du LEL.

# 3.2.5 Réglages d'injection

L'interaction entre le faisceau harmonique injecté et le paquet d'électrons requiert un recouvrement temporel, spatial et spectral précis. Nous présentons ici brièvement les dispositifs d'alignement prévus à SPARC.

#### **Recouvrement spatial**

Afin d'assurer le recouvrement spatial, le faisceau harmonique est aligné sur la trajectoire des électrons (l'axe magnétique). La position du paquet d'électrons tout le long de l'onduleur est repérée sur les écrans YAG placés dans les six chambres de diagnostics, situées entre chaque section d'onduleur (voir Figure 3.29). Le faisceau harmonique, filtré spectralement autour de la troisième harmonique, est ensuite transporté dans l'onduleur, et aligné dans les repères à l'aide des deux miroirs plans du périscope. En principe, la sensibilité des écrans YAG ne permet pas de visualiser un rayonnement dans le visible, et impose donc un alignement dans l'UV proche, c'est-à-dire avec le faisceau harmonique. Cependant, étant donné l'intensité du laser infrarouge, il n'est pas exclu que l'alignement soit également possible simplement avec le faisceau infrarouge.



FIG. 3.29 – Schéma d'une chambre de diagnostic. Une chambre est installée entre chaque section d'onduleur, et en sortie du dernier onduleur. Une translation motorisée permet de positionner un écran YAG sur l'axe du faisceau.

#### **Recouvrement temporel**

Une horloge indépendante (oscillateur : modèle SMT de Rhode and Schwarz) délivre une référence à 79.33 MHz à l'oscillateur principal. Les deux branches laser, pour le photo-injecteur et pour la génération d'harmoniques, ainsi que les composants RF sont synchronisés par cet oscillateur. L'injection des impulsions harmoniques se retrouve ainsi "naturellement" synchronisée avec l'arrivée des paquets d'électrons dans l'onduleur. Un schéma détaillé du système de synchronisation est donné en Figure 3.30. Le décalage temporel entre les faisceaux de photons et d'électrons est visualisé, comme sur le LEL d'UVSOR-II, à l'aide d'une caméra à balayage de fente d'une résolution de 2 ps-FWHM située en fin d'onduleur. Une ligne optique à retard en entrée de l'amplificateur du laser IR est utilisée pour déplacer temporellement l'impulsion IR, et donc l'impulsion harmonique, et pallier ainsi le retard.

Exigence du LEL injecté en terme de synchronisation/stabilité temporelle

L'échange d'énergie entre la source injectée et le paquet d'électrons est maximal lorsque les maxima des deux distributions temporelles sont superposées. Les fluctuations induites au niveau des cavités accélératrices sont estimées de l'ordre de 250 fs–RMS, et de l'ordre de 350



FIG. 3.30 – Schéma de synchronisation du LEL de SPARC.

fs-RMS au niveau de l'oscillateur. Des simulations ont été effectuées avec le code PERSEO, afin de déterminer la stabilité temporelle exigée pour le LEL injecté. Les résultats sont résumés en Figure 3.31.



FIG. 3.31 – Évolution de la puissance crête du LEL en fonction de la position relative de l'impulsion injectée par rapport au paquet d'électrons  $\Delta T$ . Paramètres de simulations : Source injectée à 160 nm, avec  $P_L$ =600 W,  $\sigma_L$ =130 fs–FWHM; Faisceau d'électrons :  $\sigma_{\gamma} = 2.10^{-4}$ , Q=1.25 nC,  $\hat{I}$ =100 A,  $\sigma_e$ =5 ps–RMS (profil gaussien); onduleur : K=1.23,  $\lambda_R$ =160 nm.

Dans le cas d'une distribution électronique gaussienne de largeur  $\sigma_e=5$  ps–RMS, la puissance du LEL sur le fondamental à 160 nm chute de 10% lorsque les deux faisceaux sont désynchronisés de plus de 1.1 ps. On remarque que l'influence de la désynchronisation n'est pas symétrique : le système est plus sensible à une désynchronisation vers l'arrière - impulsion lumineuse en "retard" par rapport au paquet d'électrons - qu'à une désynchronisation vers l'avant - impulsion lumineuse en avance. En effet, l'onde lumineuse se déplace naturellement vers l'avant de la distribution et une réduction de sa vitesse relative de propagation permet de compenser une éventuelle avance. Sachant que la distribution escomptée est plate et de largeur 10 ps, ces simulations prévoient avec une large marge d'erreur que des fluctuations temporelles inférieures à 0.5 ps, et donc celles attendues au niveau des cavités et de l'oscillateur, ne devraient pas être problématiques.

Cependant, d'autres éléments peuvent générer des variations du temps d'arrivée dans l'onduleur, notamment les élévations locales de température.

#### Accord spectral

Le spectre des harmoniques injectées est ajustable, en théorie, via l'accordabilité du système laser IR. Dans la pratique, l'accord spectral est réalisé via la variation du paramètre de déflexion de l'onduleur K, c'est-à-dire via la variation de l'entrefer g.

#### Diagnostics pour le LEL de SPARC

La caractérisation du LEL de SPARC sera principalement effectuée à l'aide d'un spectromètre sous vide développé au Laboratoire LUXOR (Laboratory for UV and X-Ray Optical Research, Padova, Italie), sensible aux rayonnements de 40 à 500 nm [249, 250, 251, 252, 253, 254, 255].

Les impulsions lumineuses sont focalisées sur la fente d'entrée du spectromètre à l'aide d'un miroir concave. Le rayonnement est ensuite transmis en incidence normale à un réseau de haute réflectivité. Selon la gamme spectrale étudiée, trois types de réseau peuvent être utilisés : Au, Pt, Al+MgF2 ou SiC. Le spectre est projeté sur l'écran d'une caméra CCD (Roper Scientific) de 1340 x 1340 pixels de 20  $\mu$ m. La résolution de l'instrument dépend du réseau utilisé : 0.034 nm/pixel de 150 à 550 nm, 0.017 nm/pixel de 100 à 350 nm, et 0.0084 nm/pixel de 50 à 150 nm. L'instrument calibré est installé dans le hall de l'accélérateur en sortie de l'onduleur (voir Figure 3.32).



FIG. 3.32 – Spectromètre pour la caractérisation du rayonnement du LEL en sortie de l'onduleur. Instrument développé au Laboratoire LUXOR. À gauche, une photographie de l'instrument dans le hall de l'accélérateur; à droite, une représentation 3D de l'intérieur de l'instrument.

# 3.3 Études prévues du LEL en mode injecté

Le démarrage du LEL de SPARC était initialement prévu en mai 2006. Le commissioning du photo-injecteur a été achevé au printemps 2006, l'installation et le conditionnement des cavités ont été réalisés ensuite entre mai 2006 et janvier 2007. Les cinq dernières sections d'onduleurs

ont été mises en place durant cette même période. Les tests de l'accélérateur (du canon à la sortie des cavités) sont en cours depuis janvier 2007. Les onduleurs ont été installés en juillet 2008. Les premières émissions spontanées dans l'onduleur sont donc attendues pour l'hiver 2008. La caractérisation complète du LEL en mode SASE sera effectuée avant de passer aux expériences d'injection : injection des harmoniques générées dans les cristaux, mais surtout injection de la source harmonique mise au point.

# 3.3.1 Spécificité de l'injection d'une source harmonique

Si la source harmonique possède les propriétés classiques d'une source laser (cohérence, etc..), elle possède également des particularités dont l'influence sur la physique du LEL sera étudiée.

En particulier, le spectre d'une source harmonique est constitué d'une série discrète de raies séparées de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{q}$ , q étant le numéro de l'harmonique dans les gaz. La question suivante se pose dès lors : que se passe-t-il lorsque l'ensemble du spectre est injecté : l'ensemble des raies est-il amplifié, ou seulement quelques raies, voire une seule raie? L'amplification est-elle plus efficace lorsqu'une sélection spectrale est opérée au préalable?

D'après des simulations numériques effectuées en parallèle par L. Giannessi et al. [256] avec le code PERSEO et B. McNeil et al. [257] avec le code GENESIS, puis par J. Wu et al. [258], l'injection de l'ensemble des raies du spectre ne devrait pas modifier les propriétés spectrales du LEL : rayonnement en sortie d'onduleur à la longueur d'onde de résonance et sur ses harmoniques (voir Figure 3.33) (au contraire, la sélection spectrale d'une seule harmonique avec un filtre interférentiel trop étroit (< 10 nm–FWHM) pourrait conduire à un allongement de l'impulsion [256]). Le gain du LEL effectuerait naturellement la sélection spectrale avec une bande passante typiquement de l'ordre de  $\rho \approx 10^{-3}$ . À moins d'injecter des harmoniques d'ordre très élevé (q>1000 et donc  $\rho << \frac{1}{q}$ ), une seule harmoniques est amplifiée. Parallèlement, dans le domaine temporel, la structure atto-seconde de la source harmonique est lissée : l'impulsion finale serait une simple gaussienne, correspondant à l'enveloppe temporelle de l'impulsion injectée.

Ces prévisions théoriques pourront être vérifiées expérimentalement dans le domaine spectral sur le LEL de SPARC (à SCSS test accelerator, l'injection a été effectuée sans filtrage spectral, mais n'a pas été comparée à une injection avec filtrage spectral [46]).

#### 3.3.2 Vers de nouvelles configurations de LEL

Un des enjeux majeurs pour le LEL en général est d'atteindre le domaine des très courtes longueurs d'ondes (XUV aux rayons–X), tout en maintenant les propriétés de cohérence temporelle et de stabilité. Les configurations successivement proposées permettent de réduire la longueur d'onde finale du rayonnement. A partir de la configuration HGHG, il est possible de complexifier les schémas afin d'augmenter la multiplication en fréquence tout en préservant la qualité du faisceau d'électrons le long des divers étages d'onduleurs.

## La cascade harmonique

La cascade harmonique a été proposée par L. Giannessi et al. en 2006 [259]. Un schéma de principe est présenté en Figure 3.34. Dans cette configuration, une source externe est injectée à la longueur d'onde  $\lambda_1$ . Le modulateur est ajusté à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_1$  et le radiateur est à  $\lambda_2$ .  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  ont une harmonique en commun : respectivement l'harmonique m et n, de sorte que  $\frac{\lambda_1}{m} = \frac{\lambda_2}{n}$ . En sortie du radiateur, le rayonnement est généré à la longueur d'onde  $\frac{\lambda_2}{h} = \frac{n}{hm}\lambda_1$ . Le facteur de multiplication en fréquence est donc de  $\frac{n}{m.h}$ .



Chapitre 3. Injection d'un LEL en configuration HGHG



FIG. 3.33 – Évolution d'une impulsion harmonique générée dans les gaz le long de l'onduleur de SPARC. Simulation effectuée par L. Giannessi avec le code PERSEO. Paramètres de la simulation : accélérateur et onduleur de SPARC, injection d'une impulsion type HHG de 600 W. L'onduleur est accordé à 160 nm.



FIG. 3.34 – Schéma de principe d'une cascade harmonique. La source est injectée à  $\lambda_1$ . Le modulateur est ajusté à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_1$ . Le radiateur est ajusté à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_2$ .  $\lambda_1$  et  $\lambda_1$  ont une harmonique en commun : respectivement l'harmonique m et n, de sorte que  $\frac{\lambda_1}{m} = \frac{\lambda_2}{n}$ . Finalement, le rayonnement est généré à la longueur d'onde  $\lambda_2 = \frac{n}{m}\lambda_1$  et sur ses harmoniques  $\frac{\lambda_2}{h}$ . Paramètres prévus à SPARC :  $\lambda_1=266$  nm,  $\lambda_2=200$  nm  $(\frac{\lambda_1}{4}=\frac{\lambda_2}{3}=66.6$  nm).

Le principe de la cascade harmonique sera pour la première fois démontré à SPARC. Une configuration LEL envisagée pour les expériences est donnée en Figure 3.34.

# La technique HGHG dite de "paquet frais"



FIG. 3.35 – Schéma de principe d'une configuration utilisant la technique dite du "paquet frais". Paramètres prévus à SPARC :  $\lambda_1$ =400 nm,  $\lambda_2$ =200 nm,  $\lambda_3$ =380-390 nm,  $\lambda_4$ =100 nm.

En configuration HGHG, le paquet d'électrons est modulé dans un premier onduleur (le modulateur), puis rayonne dans un second onduleur (le radiateur) sur une harmonique de la longueur d'onde de résonance du modulateur. Le paquet d'électrons peut ensuite pénétrer dans un second modulateur, injecté avec le rayonnement (fondamental ou harmonique) généré dans le radiateur précédent, et répéter ainsi une configuration HGHG. On parle alors de de HGHG en cascade. L'augmentation de la dispersion en énergie au fur et à mesure des étages de la cascade augmente cependant rapidement, et peut limiter les performances du LEL dans les étages supérieurs.

La technique dite du "paquet frais" ("fresh bunch technique" [260]) permet de limiter cette augmentation de la dispersion en énergie, et donc la dégradation du faisceau. Un schéma de principe est présenté en Figure 3.35. Une source externe, de longueur  $\sigma_L$  est injectée à la longueur d'onde  $\lambda_1$  dans la première section d'onduleur, ajustée à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_1$ . L'impulsion lumineuse, plus courte que le paquet d'électrons ( $\sigma_L < \sigma_e$ ) recouvre et module le début de la distribution électronique. Les électrons pénètrent ensuite dans une seconde section d'onduleur, utilisée comme radiateur à la longueur d'onde  $\lambda_2 = \lambda_1/n$ . La partie modulée en énergie à la longueur d'onde  $\lambda_1$  produit un rayonnement à la longueur d'onde  $\lambda_2$ , tout en voyant sa dispersion en énergie croître. Dans une section dispersive, les électrons sont ensuite retardés par rapport à l'onde lumineuse, d'une longueur supérieure à  $\sigma_L$ . Ainsi, en entrant dans un nouveau modulateur à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_2$ , l'onde lumineuse issue du premier radiateur interagit avec une zone "fraîche" de la distribution électronique. Cette zone présente une faible dispersion en énergie (la dispersion initiale), et peut donc être efficacement modulée à la longueur d'onde  $\lambda_2$ , et rayonner à la longueur d'onde  $\lambda_4/m$  dans la dernière section d'onduleur, utilisée comme radiateur.

Cette technique sera également testée à SPARC. Dans un premier temps, les expériences seront menées à 400 nm avec la seconde harmonique du laser infrarouge générée dans un cristal (les paramètres de l'expérience sont donnés dans la légende de la Figure 3.35), mais on pourra par la suite utiliser la source harmonique pour éprouver la technique à plus courte longueur d'onde.

## Conclusion intermédiaire sur le LEL de SPARC

Une source harmonique a été réalisée au CEA - Saclay pour le LEL de SPARC. La source a été testée sur le serveur LUCA puis transportée dans le hall de l'accélérateur de SPARC. La source a ensuite de nouveau été testée avec le laser de SPARC. Le cahier des charges a été rempli par le SPAM. L'accélérateur est actuellement en cours de commissioning et les premières expériences
d'injections sont prévues pour la fin de l'année 2008. Ce travail a permis de regrouper deux communautés, LEL et HHG, autour d'une réalisation commune, dont les résultats scientifiques sont attendus avec impatience.

## Chapitre 4

# Perspectives pour ARC-EN-CIEL

Le projet français ARC-EN-CIEL [132] (Accelerator Radiation Complex for ENhanced Coherent Extended Light) propose une source de rayonnement de quatrième génération pour produire une émission cohérente femtoseconde dans la gamme spectrale s'étendant du VUV aux rayons X. Grâce à sa très grande brillance et ses paquets ultra-courts, ARC-EN-CIEL ouvre des perspectives nouvelles pour l'étude des processus non linéaires et des dynamiques ultra-rapides. L'exploration de ces phénomènes, limitée jusqu'alors par l'emploi de lasers visibles, pourra être étendue à des longueurs d'onde plus courtes (domaine VUV et X mous). Le domaine des X durs devrait être couvert par la source européenne EXFEL à Hambourg opérant à 17 GeV, énergie plus de dix fois supérieure à celle d'ARC-EN-CIEL. Un intérêt croissant se porte vers les impulsions femtosecondes pour les études dynamiques de phénomènes ultra-rapides. La quatrième génération propose du rayonnement femtoseconde sur des accélérateurs simple passage, afin de s'affranchir de l'allongement des paquets intrinsèque sur des anneaux. Deux types d'accélérateurs peuvent être utilisés : les accélérateurs linéaires (LINACs) et les boucles de recirculation (ERLs), tous deux présentés au Chapitre 1. Sur les accélérateurs linéaires sont généralement installés des LEL, et sur les boucles, des onduleurs qui rayonnent en émission spontanée.

Le projet ARC–EN–CIEL comporte, entre autres sources de rayonnement, un LEL en configuration oscillateur et plusieurs LEL en configuration HGHG injectés avec une source harmonique générée dans les gaz. Ce concept d'injection est au cœur du projet, et a motivé la mise en place de deux collaborations internationales pour en obtenir la démonstration expérimentale : une collaboration franco–japonaise (SOLEIL/CEA – SCSS) pour l'injection du LEL de SCSS test accelerator (Harima, Japon), et une collaboration franco–italienne (SOLEIL/CEA – ENEA/INFN) pour l'injection du LEL de SPARC (voir Chapitre précédent). La collaboration franco–japonaise a d'ores et déjà conduit à un succès [46], et les fruits de la collaboration franco–italienne sont attendus pour l'hiver 2008.

L'idée du projet ARC-EN-CIEL naît début 2002, lorsque le projet de construction d'un LEL sur la section droite de la future source de troisième génération SOLEIL [261] est abandonné (annonce de janvier 2002). Un premier rapport est transmis au Département des Sciences de la Matière du CEA fin 2002, faisant d'ores et déjà mention de l'utilisation d'une source harmonique pour l'injection des LEL en configuration HGHG. Un pré-Avant-Projet-Sommaire est mis au point début 2003. À la demande du Ministère, un premier *workshop* est organisé en février 2004 pour prospecter les applications des sources accordables VUV-X fs combinant accélérateurs et lasers : *slicing* à SOLEIL et projet ARC-EN-CIEL [I.1-1]. Le *workshop* rassemble plus de 150 participants. Pour ARC-EN-CIEL, les utilisateurs, interrogés par le biais d'un questionnaire, souhaitent une source accordable, une bonne résolution spectrale (1-0.01%),

une cohérence transverse élevée (pour pouvoir focaliser à l'échelle de la longueur d'onde), une polarisation ajustable (63% des sondés), une reproductibilité des impulsions à moins 10 % et des impulsions de 100 fs à une cadence de 0.1-10 kHz. Les expériences pompe-sonde à deux couleurs sont largement souhaitées (72% des sondés). La majorité des utilisateurs demandent un profil temporel/spectral régulier (gaussien, sans *spikes*) et le contrôle de la synchronisation (compensation du *jitter*). Ce *workshop* a permis de dessiner les premiers contours de l'argumentaire scientifique. Des études préliminaires sont menées au cours de l'année 2007, afin de mettre au point un Avant–Projet–Sommaire (APS) détaillé. Il est livré au Ministère en avril 2008.

L'Avant–Projet–Sommaire est un document de plus de quatre cents pages, décrivant l'ensemble du projet : depuis les éléments constitutifs du complexe accélérateur, aux expériences scientifiques envisagées, en passant par le détail des diverses sources de rayonnement proposées. C'est dans le cadre de l'élaboration de ce document que j'ai pu participer au dimensionnement de quelques–unes des sources de rayonnement d'ARC–EN–CIEL, notamment LEL et onduleurs. Ce fut l'occasion de nombreux dialogues avec des scientifiques issus de disciplines variées : physiciens des accélérateurs, spécialistes de la dynamique faisceau, des lasers, utilisateurs de rayonnement d'onduleurs et de LEL, experts en techniques de vide, etc. ... A partir du cahier des charges fourni par les utilisateurs potentiels (résultat du *workshop* de 2004), nous avons défini et optimisé quatre LEL. Par définition et optimisation, on entend : choix des onduleurs (période, type d'aimants), de la longueur des sections d'onduleurs, de la longueur et de la position des sections dispersives, etc... Les paramètres faisceaux utilisés pour les simulations des LEL sont prospectifs mais réalisables, fondés sur le résultat de simulations toujours effectuées dans le cadre de la rédaction de l'APS. Les paramètres de la source injectée sont eux fondés sur les derniers résultats expérimentaux publiés.

## 4.1 Le projet ARC-EN-CIEL

#### 4.1.1 Présentation du complexe accélérateur

La réalisation d'ARC–EN–CIEL est planifiée en trois phases, présentées en Figure 4.1, et se construit autour d'un LINAC supraconducteur de 1 GeV, alimenté en continu.

#### **ARC-EN-CIEL** en phase I

En phase I, le complexe ARC-EN-CIEL comporte un photo-injecteur (canon HF déclenché par laser, équipé d'une photo-cathode en  $Cs_2Te$ ) à 1 kHz, trois sections accélératrices portant le faisceau à une énergie de 220 MeV (voire 330 MeV) avec des paquets de 500 fs. En sortie des cavités sont installés deux onduleurs : un U26 (onduleur plan sous vide de 26 mm de période) et un HU 30 (onduleur hélicoïdal de 30 mm de période), constituant le LEL1 en configuration HGHG éventuellement injectée avec des harmoniques. Un rayonnement HGHG jusqu'à 30 nm, de polarisation ajustable, sera produit en impulsions de 150 à 50 fs.

#### **ARC-EN-CIEL** en phase II

En phase II, le complexe comporte dix cryomodules permettant de porter l'énergie du faisceau à 1 GeV, avec des paquets de 200 fs. Sur le LEL1, le rayonnement HGHG s'étend jusqu'à 1 nm. Une seconde branche est ouverte comportant deux onduleurs : un U26 et un U18 (onduleur plan sous vide de période 18 mm), constituant le LEL2. Toujours en configuration HGHG injectée avec les harmoniques dans les gaz, celui-ci produit un rayonnement cohérent de 10 à 0.5 nm.



FIG. 4.1 – Schéma des différentes phases de réalisation d'ARC-EN-CIEL.

#### **ARC-EN-CIEL** en phase III

La phase III correspond à l'implantation des boucles de re-circulation. Un second injecteur est utilisé, plus adapté aux hautes cadences pour la re-circulation (jusqu'à quelques centaines de MHz) et fonctionnant à plus faible charge. [Il n'existe pas actuellement de tel canon véritablement opérationnel. Des programmes de recherche et développement sont en cours dans différents laboratoires, basés sur des cathodes supraconductrices [262, 263, 264] ou des cathodes chaudes [265, 266]].

Sur la première boucle, où le faisceau circule à 1 GeV, sont installées deux nouvelles sources : un onduleur en émission spontanée dans le domaine VUV et un LEL en configuration oscillateur, LEL3. Celui-ci fonctionne entre 40 et 10 nm en tirant parti des miroirs multicouches pour la lithographie, et des miroirs en SiC (70–80 % de réflectivité en incidence normale). Les impulsions reproduisent la structure temporelle du faisceau d'électrons, à savoir des impulsions de 50–100 fs, espacées de 220 ns. La puissance moyenne délivrée est de l'ordre de 100 W, pour une puissance crête de l'ordre de 100 MW.

Après passage dans la première boucle, le faisceau peut être ré–accéléré dans le LINAC, et porté à une énergie de 2 GeV. Sur la seconde boucle, où le faisceau circule donc à 2 GeV, sont installés deux types d'onduleurs qui produiront des impulsions sub–ps : des onduleurs de type APPLE–II de période 30 mm pour le domaine des X mous, et des onduleurs de type U20 de période 20 mm pour le domaine des X durs.

Après chaque passage dans le LINAC, le faisceau est transporté soit vers les boucles (à 1 ou 2 GeV), soit vers les lignes comportant LEL1 et LEL2.

Finalement, le faisceau pourra être accéléré dans le LINAC une troisième fois, et porté ainsi

	Phase I		Phase II		Phase III				Phase III
Energie (GeV)		0.2		1		1/2			
Cadence	1-1	1-10 kHz		1-10 kHz		1 - 100 MHz			
Charge (nC)		1		1		0.2		1	0.75
Durée du paquet (fs–RMS)	500 - 600		200 - 300		500 - 600				200
Courant moyen	$1 - 10 \ \mu A$		$ $ 1 – 10 $\mu A$		$1-100~\mathrm{mA}$				
	Tot.	/tranche	Tot.	Tot. /tranche		/tranche	Tot.	/tranche	/tranche
Courant crête (kA)	0.8	1	1.5	1.5 2		0.2	1	1	1.5
Émittance ( $\pi$ .mm.mrad)	2.4	1	1.6	1.2	2	1	6	5	1.2
Dispersion en énergie (%–RMS)	0.1	0.04	0.1	0.04	0.1	0.04	0.2	0.08	0.02

TAB. 4.1 – Performances faisceau issues des calculs avec une marge de sécurité pour les calculs de rayonnement. Tot. ! total, /tranche : par tranche.

à 3 GeV, pour être dirigé vers le dernier LEL : LEL4, en configuration HGHG injectée par des harmoniques, dont la gamme spectrale s'étend de 2 à 0.18 nm. Les onduleurs prévus pour LEL4 sont un U35 (onduleur plan sous vide de période 35 mm) pour le modulateur, et un U18 (onduleur plan sous vide de période 18 mm) pour le radiateur.

Les paramètres du faisceau d'électrons suivant la phase du projet (issus des simulations) sont résumés dans le Tableau 4.1.

#### 4.1.2 Intérêt et applications principales du projet

Les sources LEL de quatrième génération ouvrent de nouveaux champs d'applications scientifiques de par leur brillance bien supérieure (voir Figure 4.2) à celles de la  $3^{\text{ème}}$  génération ( $10^{19}$ en moyenne, et  $10^{24}$  en crête), leurs impulsions de durée inférieure à 100 fs et leur très haut degré de cohérence temporelle et spatiale.

La technologie des accélérateurs pour sources de quatrième génération, bien qu'encore en développement, est aujourd'hui plus mature que celle des sources qui reposent sur l'accélération plasma [268, 269]. Ces dernières sont considérées comme une voie prometteuse, dans la mesure où l'on réduit leur grande dispersion en énergie.

Les applications dans les domaines VUV et X mous se répartissent principalement entre quatre disciplines scientifiques : Atomes et Molécules, Matière condensée (études sur les agrégats, la spintronique, les surfaces et interfaces, les matériaux complexes), Physique des plasmas et Biologie. Dans le domaine X durs, les spectroscopies d'absorption, de diffraction, de microscopie et d'imagerie X, résolues en temps à l'échelle 100 fs dans les expériences pompe/sonde, sont les principales techniques d'utilisation.

## 4.2 Les onduleurs d'ARC-EN-CIEL

#### 4.2.1 Les onduleurs disponibles

Les onduleurs sont des systèmes magnétiques créant un champ périodique permanent. On distingue deux types d'onduleurs :



FIG. 4.2 – Brillance des sources de rayons X à 8 keV (0.15 nm) en fonction du temps. Figure extraite de [267].



FIG. 4.3 – Schéma de principe d'un onduleur APPLE-II.

- les onduleurs à aimants permanents (AP) composés d'aimants permanents dont la direction d'aimantation tourne le long de l'axe de l'onduleur. Ces onduleurs tirent profit des avancées significatives de la technologie des aimants qui permet d'atteindre des valeurs de champ élevées même pour de faibles périodes (< 100 mm). Une variante de cette technologie consiste à remplacer certains aimants permanents par des pôles magnétiques afin de canaliser les lignes de champ et d'augmenter la valeur du champ. Ces onduleurs sont appelés onduleurs "hybrides". Les onduleurs dits sous vide sont issus directement de la technologie à aimants permanents et hybrides. Ils n'en diffèrent que par le fait que les aimants (et les pôles) sont placés sous vide dans le but de diminuer l'entrefer entre les mâchoires. Il en résulte un gain conséquent en amplitude de champ magnétique, en particulier pour les onduleurs à très faible période (< 30 mm).</p>
- les onduleurs électromagnétiques sont en général bien adaptés pour l'obtention de périodes relativement longues (100 mm à 700 mm), et tirent profit des grandes précisions d'usinage couramment obtenues pour la fabrication de systèmes mécaniques compliqués. Composés d'une série d'électro-aimants, ils permettent d'obtenir une qualité de champ magnétique (faibles défauts magnétiques) supérieure aux onduleurs à aimants permanents et offrent une grande flexibilité quant à l'obtention de polarisations exotiques. En effet, par le jeu d'alimentations de précision, les composantes transverses du champ magnétique ainsi que le déphasage entre elles peuvent être finement ajustés, conduisant à des taux de polarisation avoisinant les 100%. En revanche, à cause de leur consommation électrique, leur coût de fonctionnement est plus élevé.

Le type de champ périodique (plan ou hélicoïdal) conduit au choix des propriétés du rayonnement en terme de polarisation. Un champ magnétique sinusoïdal vertical (resp. horizontal) induit une trajectoire oscillant dans le plan horizontal (resp. vertical) et conduit à une émission polarisée linéairement dans le plan horizontal (resp. vertical). Un champ hélicoïdal conduit à une polarisation circulaire dont le sens est donné par celui des électrons dans l'onduleur. Différents systèmes ont été proposés et construits pour permettre aux utilisateurs d'adapter la polarisation à leurs besoins. Outre les onduleurs croisés [270, 271] ou de type revolver [272, 273], différents arrangements d'aimants dans les mâchoires respectives furent proposés et réalisés. Le système HELIOS produit un champ horizontal ou vertical selon la mâchoire, et la translation de l'une par rapport à l'autre conduit à une polarisation elliptique [274, 275].

Type d'aimant	Société	Nom	Br $[T]$	$Hcb \ [kA/m]$	Hcj [kA/m]
NdFeB	Vacuumschmelze	VACODYM 669 TP	1.22	940	1910
NdFeB	Neorem	NEOREM 553 T	1.22	915	1400
NdFeB	Sumitomo	NEOMAX 35	1.22	963	1352
NdFeB cryo	Sumitomo	NEOMAX 50BH	1.42	1114	1114
NdFeB cryo		NEOREM 48H	1.38	1099	1114
NdFeB cryo		NEOMAX 35 EH	1.22	955	1989
SmCo	Precision Magnetics	RECOMAX 28	1.05	800	2000
SmCo	Vacuumschmelze	VACOMAX	1.05	766	1400
$\operatorname{SmCo}$	Neorem	SAMAREM	1.03	677	1195

TAB. 4.2 – Comparaison des performances des aimants permanents.

Le système d'onduleur APPLE–II est constitué de deux rangées d'aimants mobiles (A1, A2, A3 et A4) par mâchoire [276] (voir Figure 4.3). Les rangées d'aimants opposés peuvent être translatées l'une par rapport à l'autre. Sans déphasage, le champ est sinusoïdal dans le plan vertical ce qui conduit à une polarisation linéaire horizontale. Avec un déphasage d'une demi-période, le champ est sinusoïdal dans le plan horizontal, le rayonnement est donc polarisé linéairement en vertical. Pour un déphasage d'un quart de période (resp. 3/8 de période) la polarisation est elliptique (resp. circulaire). Une version améliorée, l'onduleur APPLE-III, modifie l'orientation magnétique des aimants et permet d'obtenir un champ plus élevé [277, 278].

L'onduleur de type " figure-8 " permet aussi de fournir à la fois une polarisation horizontale et verticale [279].

#### 4.2.2 Les longueurs d'onde accessibles

La longueur d'onde de résonance  $\lambda_R$  sur l'axe est donnée par la relation :

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + K^2/2)(plan) \tag{4.1}$$

$$\lambda_R = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + (K_x^2 + K_y^2)/2) (h\acute{e}licoidal).$$
(4.2)

D'après ces expressions, le choix de  $\lambda_R$  dépend de la période et du champ magnétique accessibles. Dans le cas d'ARC-EN-CIEL, on souhaite utiliser comme source d'injection les harmoniques d'un laser Ti :Sa de longueur d'onde 800 nm produites dans les gaz, et donc accorder le modulateur sur ces harmoniques. À chaque énergie de faisceau normalisée  $\gamma$  (qui augmente avec la phase du projet ARC-EN-CIEL), correspond donc un couple (K,  $\lambda_0$ ) en mode plan et hélicoïdal, permettant l'amplification d'une longueur d'onde harmonique du laser.

Dans le cas des systèmes à aimants permanents sous vide, le choix de la variété d'aimants  $(SmCo_5, Sm_2Co_{17} \text{ ou } Nd_2Fe_{14}B)$  est dicté par le champ rémanent produit et par la résistance des aimants au rayonnement. Le Tableau 4.2 récapitule les performances des aimants permanents selon le matériau employé et la nuance. Il apparaît clairement que le NdFeB conduit à des champs rémanents plus importants mais possède un champ coercitif plus faible que le SmCo. Habituellement, ce critère est considéré comme un indicateur majeur de la résistance des aimants aux rayonnements ionisants et à l'augmentation de température.

La valeur du paramètre de déflexion K, proportionnelle au champ magnétique, peut être calculée et tracée en fonction de l'entrefer g et de la période de l'onduleur  $\lambda_0$  à l'aide de l'expression

TAB. 4.3 – Paramètres pour le calcul du champ magnétique crête dans un onduleur à aimants permanents. Cas des onduleurs à aimants permanents : aimants NdFeB de champ rémanent  $B_r = 1.2$  T

Type d'aimant	a	b	с	Zone de validité
Aimants permanents,				
Champ plan et vertical (type Halbach)	2.076	-3.240	0	$0.1 < g/\lambda_0 < 1$
Aimants permanents,				
Champ hélicoïdal (APPLE-II)	1.614	-4.670	0.620	$0.1 < g/\lambda_0 < 1$
Hybride avec vanadium permendur	3.694	-5.068	1.520	$0.1 < g/\lambda_0 < 1$
Hybride avec du Fer	3.381	-4.730	1.198	$0.1 < g/\lambda_0 < 1$
Plan supraconducteur, $g=12 \text{ mm}$	12.42	-4.790	0.385	$12 \text{ mm} < \lambda_0 < 48 \text{ mm}$
Plan supraconducteur, $g=8 \text{ mm}$	11.73	-5.520	0.856	$8~\mathrm{mm} < \lambda_0 < 32~\mathrm{mm}$
Plan électromagnétique, $g{=}12~{\rm mm}$	1.807	-14.30	20.316	$40~\mathrm{mm} < \lambda_0 < 200~\mathrm{mm}$

suivante [32]:

$$B = ae^{b(g/\lambda_0) + c(g/\lambda_0)^2}.$$
(4.3)

Les valeurs des coefficients a, b et c indiquées au Tableau 4.3 dépendent du type d'onduleur (plan à aimants permanents ou hybride, APPLE–II ou électromagnétique) et de la nuance d'aimants utilisée. On détermine ainsi, pour une période d'onduleur donnée, les valeurs de Kpossibles, et ainsi les longueurs d'onde qui pourront être amplifiées.

#### 4.2.3 Choix des onduleurs pour les LEL

#### Choix du modulateur

Dans le premier onduleur, le modulateur, s'effectue la modulation en énergie de la distribution électronique par interaction avec l'onde optique cohérente injectée. Pour préserver la qualité du faisceau d'électrons, la modulation relative en énergie doit dépasser la dispersion en énergie mais rester inférieure à  $\rho$  pour permettre la croissance exponentielle dans le radiateur [161].

Pour le LEL1 et le LEL2, le choix se porte sur un onduleur plan sous vide de type U26 hybride, combinant des aimants et des pôles en Permendur, qui est un standard parmi les onduleurs de SOLEIL [34]. Pour la phase I d'ARC-EN-CIEL à 220 MeV, il permettra une injection entre 75 et 500 nm, soit une utilisation des harmoniques 3 à 9 produites dans les gaz (centrées autour de 266, 160, 114, 89 nm). À 330 MeV, l'injection peut s'effectuer entre 25 et 220 nm, soit H5 à H31. Le nombre de périodes est défini par les calculs de rayonnement : il faut disposer de suffisamment de longueur pour atteindre une modulation en énergie suffisante. Ces onduleurs employés dans la phase I pourront aussi servir pour la phase II à 1 GeV. Le modulateur permet d'injecter entre 15 et 95 nm (H53-H9) à 500 MeV, 7 et 42 nm (H61-H19) à 750 MeV, 23 et 4 nm (H33-H199) à 1 GeV, voire entre 6 et 1 nm à 2 GeV.

Pour le LEL4 qui utilise un faisceau de 3 GeV, la période est allongée à 35 mm. Dans ce cas, un onduleur sous vide cryogénique est utilisé.

#### Choix du radiateur

La configuration du second onduleur, le radiateur, détermine la polarisation du rayonnement du LEL. Une part non négligeable de la communauté utilisateur exigeant un rayonnement à

E (MeV)	U26	Polarisation linéaire APPLE–II plan HU30	Polarisation circulaire APPLE–II hélicoïdal HU30
220	75-500	100-500	100-600
330	25 - 220	42-220	50-250
500	15 - 95	20-80	37-220
750	7-42	8-40	15-55
1000	23-4	3-24	5-30
2000	6-1	1-6	2-7

TAB. 4.4 – Gamme spectrale accessible sur le fondamental du LEL1 pour différentes énergies.

polarisation variable, le choix des radiateurs pour des LEL1 et LEL3 s'est porté sur des onduleurs de type APPLE–II de 30 mm de période (à ce jour, cette période est sous la limite du savoir–faire en matière de taille et de support d'aimants. Seul un onduleur APPLE–II de période 34 mm est en cours de construction à SOLEIL). Les champs pic prévus dans le plan horizontal et dans le plan vertical pour une période de 30 mm et un entrefer de 6 mm sont de  $B_{x,y} \approx 0.63$  T. En configuration hélicoïdale, le paramètre de déflexion effectif atteint 2.5 d'après les calculs RADIA. Le Tableau 4.4 récapitule les gammes spectrales accessibles sur ARC–EN–CIEL en fonction de l'énergie du faisceau.

Le radiateur dans le cas du LEL2 et du LEL4 est choisi de période 18 mm, de technologie cryogénique sous vide, afin d'étendre la gamme spectrale au nm et en-dessous.

#### 4.2.4 Choix des onduleurs pour l'émission spontanée sur les boucles de recirculation

Sur les boucles sont prévus des onduleurs sous vide (voire cryogéniques) de 20 mm de période pour rayonner dans le domaine des X et un onduleur de type APPLE–II de 30 mm de période pour rayonner dans le domaine VUV–X mous. Des insertions supraconductrices offrent des perspectives prometteuses pour permettre d'augmenter le champ magnétique généré. Leur utilisation pourrait être envisagée lorsque la technologie aura suffisamment progressé.

Le Tableau 4.5 récapitule les caractéristiques des onduleurs employés pour le projet ARC– EN–CIEL. Ils se basent sur une nuance d'aimants NbFeB assez "conventionnelle" pour les premiers LEL et sur la technologie cryogénique pour les LEL2 et 4.

TAB. 4.5 – Onduleurs pour les sources d'ARC–EN–CIEL, M pour Modulateur et R pour Radiateur, \* pour onduleur cryogénique. Longueurs estimées pour des paramètres faisceau conservatifs.

LEL	Type	$\lambda_0 \; ({ m mm})$	$K_{max}$	$g_{min}$	Longueur (m)
LEL1-M	Sous vide	26	3.2	3.5	5.2
LEL1-R	Apple-II	30	P: 2.16	10	21
			H: 1.5	8	
LEL2-M	Sous vide	26	3.2	3.5	13
LEL2-R	Sous vide <sup>*</sup>	18	$3.1^{*}$	3.7	9
LEL3	Apple-II	30	P: 3.36	6	10.5
			H: 1.5	8	
LEL4-M	Sous vide <sup>*</sup>	35	4.8	3.5	24.5
LEL4-R	Sous vide <sup>*</sup>	18	$3.1^{*}$	3.7	18
VUV	Apple-II	30	P : 1.1	15.5	2
			H: 0.7		
Х	Sous vide	20	1.9	5.5	2x6



FIG. 4.4 – Rayonnement des onduleurs installés sur les boucles de re-circulation dans le cas de la phase 3 pour un courant de 1 mA. Onduleurs U20, HU30 plan et HU 30 hélicoïdal de longueur 2 m. Paramètres faisceaux : 1 et 2 GeV, 20 mA,  $\epsilon_{x,y}=0.6$  nm.rad,  $\sigma_{\gamma}=1.10^{-3}$ ,  $\beta_{x,y}=3$  m.

### 4.3 Performances des sources d'ARC-EN-CIEL

#### 4.3.1 Le rayonnement des onduleurs

Le rayonnement en émission spontanée des onduleurs installés sur les boucles à 1 et 2 GeV est calculé avec SRW [38]. Un exemple de rayonnement des onduleurs U20 et HU30 est présenté en Figure 4.4.

#### 4.3.2 Le rayonnement du LEL oscillateur

Le LEL oscillateur (LEL3) est prévu sur la boucle de re-circulation à 1 GeV. Il couvrira une gamme spectrale allant de 40 à 8.5 nm.

La réalisation d'un LEL oscillateur dans cette bande spectrale est désormais possible grâce aux développements optiques pour les miroirs multicouches (notamment nécessaires à la lithographie).

Grâce à la réflectivité élevée du SiC en incidence normale (70–80% entre 6 et 21 eV), on pourrait aussi couvrir la gamme 60–200 nm (120 nm à 230 MeV). Un système de refroidissement cryogénique des miroirs ainsi que l'emploi de miroirs déformables, comme couramment utilisés à SOLEIL pour les lignes de lumière, pourrait en limiter leur échauffement et leur déformation, permettant ainsi l'absorption de puissances moyennes jusqu'à 1 kW. Ceci autorise des puissances intra-cavités et des puissances extraites accrues.

Il est donc possible de produire un laser à électrons libres compact à hautes performances en mode oscillateur dans cette gamme spectrale, sans nécessairement faire appel à une solution SASE, coûteuse et non reproductible d'impulsion à impulsion.

Le rayonnement laser est extrait de la cavité par un trou situé au centre du miroir avant. Les calculs qui suivent sont effectués en supposant une efficacité d'extraction de 10% (puissance de

sortie = 10 %× puissance intra-cavité). La structure temporelle de l'accélérateur détermine la longueur de la cavité optique L. Lorsque la structure temporelle consiste en des micro-impulsions séparées de 220 ns (correspondant à une fréquence de 4.5 MHz), regroupées en des trains de 10 ms, dits macro-impulsions, la cavité mesure 34 m (la longueur de cavité étant donnée par  $L=c/2f_{rep}$ ). Afin de conserver le *waist* au centre de l'onduleur (à l'intérieur de la cavité), des miroirs sphériques de rayon de courbure d'environ 16 et 20 m sont prévus.

Le LEL oscillateur est situé sur la boucle de re-circulation à 1 GeV. À ce niveau, deux modes de fonctionnement sont envisageables : un mode à faible charge, permettant de conserver une basse émittance et une faible dispersion en énergie, et un mode à forte charge, amenant une dégradation de l'émittance et une forte dispersion en énergie. Les paramètres du faisceau sont déterminants entre autres pour les performances du LEL oscillateur.

Un onduleur de type APPLE–II de période 30 mm sera installé à l'intérieur de la cavité. Il comportera 350 périodes divisées en plusieurs modules. Grâce à la polarisation variable de cet onduleur, deux modes de fonctionnement seront à disposition des utilisateurs : en mode plan avec un rayonnement en polarisation plane, comprenant éventuellement des harmoniques d'ordre élevé (ordres impairs), et en mode hélicoïdal avec un rayonnement en polarisation circulaire.

Les performances du LEL oscillateur, estimées à l'aide du code de calcul PERSEO, sont présentées aux Tableaux 4.6 et 4.7. En mode hélicoïdal, les harmoniques d'ordre supérieur sont hors axe. Le LEL oscillateur délivre donc un rayonnement monochromatique à la longueur d'onde de résonance de l'onduleur. La gamme spectrale couverte s'étend de 20 à 8.5 nm, avec des puissances crête de 20–120 MW, correspondant à 90–550 W en puissance moyenne. En mode plan, les harmoniques impaires d'ordre supérieur sont générées sur l'axe. En sortie de l'oscillateur, le rayonnement est composé du fondamental (longueur d'onde de résonance de l'onduleur) ainsi que des harmoniques impaires H3 et H5 (avec des puissances inférieures de deux ou trois ordres de grandeur). La gamme spectrale couverte s'étend de 40 à 10 nm, avec des puissances crête d'environ 50 MW, correspondant à 200 W en puissance moyenne. Dans les deux cas (plans et hélicoïdal), la largeur de raie se situe entre 0.1% et 1%.

Les impulsions reproduisent la structure temporelle du faisceau d'électrons, à savoir des impulsions (un peu plus courtes) de 300 fs typiquement, espacées de 220 ns. Ces calculs préliminaires ont été effectués en prenant des macro-impulsions de 10 ms (cycle utile de  $4.5 \times 10^{-6}$ ). La puissance moyenne extraite peut donc être encore potentiellement améliorée d'un facteur 100 en mode continu, moyennant une ré-optimisation de la longueur de cavité et des rayons de courbure des miroirs, afin de limiter la puissance absorbée par les optiques. Notons que ce LEL oscillateur permet de fournir aux utilisateurs une puissance moyenne supérieure de plusieurs ordres de grandeur par rapport au LEL1 et LEL2, mais une puissance crête inférieure. Les sources sont donc complémentaires.

#### 4.3.3 Le rayonnement des LEL HGHG

Les performances des LEL HGHG ont été déterminées à l'aide du code de calcul PERSEO.

#### Le LEL1 : LEL HGHG avec onduleurs plans et hélicoïdaux

Le LEL1 est en configuration HGHG avec une source injectée issue de la génération d'harmoniques dans les gaz. Le modulateur est constitué d'un onduleur plan de période 26 mm (U26) et le radiateur d'un onduleur de type APPLE–II de période 30 mm à polarisation variable. Une large gamme spectrale, de 300 à 30 nm en phase I, est couverte par variation des entrefers.

En phase II, avec une énergie de 1 GeV, il est possible de moduler le faisceau à des longueurs

TAB. 4.6 – Performances du LEL oscillateur estimées avec PERSEO. Onduleur hélicoïdal de période 30 mm. Le désaccord pour gain maximal correspond au paramètre  $\nu$  défini au Chapitre 1, tel que  $G(g_0, \nu) = G_M$ . Puissance absorbée sur les mirroirs :  $P_{abs} = P_{intra-cavit} \times (1-R) \times \sqrt{2\pi}\sigma_e \times f_{rep}$ , avec R la réflectivité des mirroirs, et  $f_{rep}$  le taux de répétition dans une macro-impulsion. Configuration forte charge :  $\hat{I}=1$  kA, Q=1 nC. Configuration faible charge :  $\epsilon_n=5$   $\pi$ .mm.mrad pour E > 1 GeV,  $\epsilon_n=7$   $\pi$ .mm.mrad pour E=800 MeV.  $\sigma_e=400$  fs,  $f_{rep}=4.5$  MHz, durée d'une macro-impulsion=10 ms.

Longueur d'onde	nm	12.5	10	10	20	12.5	8.5
Énergie	MeV	1000	1000	1000	800	800	1200
Réflectivité des miroirs	%	70	55	40	40	70	20
K		1.48	1.25	1.25	1.5	1.02	1.458
Configuration faible charge : $0.2 \text{ nC}$							
N		200	170	210	190	180	310
Désaccord pour gain maximal		2.36	2.4	2.3	2.3	2.5	2.14
Gain maximal		3.7	2.8	6	9	3.2	31
Puissance crête	MW	69	13	7.6	20	46	11.8
Puissance moyenne	W	308	58	34	90	206	53
Puissance absorbée sur les miroirs	W	940	262	205	542	618	424
Configuration forte charge : 1 nC							
N		190	210	200	180	320	350
Désaccord pour gain maximal		2.8	3.2	3.2	3.3	5.3	4.4
Gain maximal		8.5	6.5	14	3.5	11	58
Puissance crête	MW	129	23	81	82	20	44
Puissance moyenne	W	580	103	366	372	86	200
Puissance absorbée sur les miroirs	W	1700	621	2200	1100	561	1600

nm	26	20	12.5	10	40
MeV	1000	1000	1000	1200	800
%	25	25	70	40	40
	3.36	2.87	2.094	2.31	3.327
	260	260	270	350	200
	2	2	2	2.2	2
	17.5	15	12	26	8
MW	12.4	38	43	30	31
W	55.6	173	195	137	140
W	417	1040	586	823	840
	220	250	250	260	200
	3	3.6	3.7	3.2	4
	20	22	9	10	22
MW	54	51	91	53	43
W	241	228	408	239	191
W	1800	1700	1200	1400	1150
	nm MeV % MW W W	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

TAB. 4.7 – Performances du LEL oscillateur estimées avec PERSEO. Onduleur plan de période 30 mm. Autres paramètres : voir Tableau 4.6.

d'onde d'injection comprises entre 18 et 4 nm. Les onduleurs de type APPLE–II permettent ensuite de faire rayonner sur le fondamental à des longueurs d'onde comprises entre 5 et 27 nm en plan, 4 et 13 nm en hélicoïdal. Il est également possible d'accorder le radiateur sur la deuxième harmonique du modulateur : la longueur d'onde du fondamental dans le radiateur correspond alors à la moitié de la longueur d'onde injectée. Enfin, la génération des harmoniques non linéaires 3 et 5 du fondamental étend encore la gamme spectrale vers les courtes longueurs d'onde. Finalement, avec une puissance d'injection inférieure à 30 kW, il est prévu de délivrer une puissance supérieure à 1 GW de 13 à 5.5 nm, une puissance supérieure au MW entre 13 et 2 nm, et enfin quelques kW jusqu'à 1.4 nm en polarisation plane. Dans le cas d'une polarisation hélicoïdale, les simulations ne permettent pas de calculer la génération des harmoniques non linéaires. La bande spectrale simulée est donc réduite. Les performances du LEL1 en phase II sont illustrées en Figure 4.5.

#### Le LEL2 : LEL HGHG avec onduleurs plans

Le LEL2, en configuration HGHG injectée par les harmoniques produites dans les gaz, est prévu à partir de la phase II. Il permettra de couvrir une gamme spectrale allant de 9 à 1 nm. Le modulateur est composé d'un onduleur plan de période 26 mm (U26) et le radiateur d'un onduleur plan de période 18 mm (U18). Les puissances de sortie attendues sont supérieures au GW de 4 à 9 nm, de l'ordre du MW de 1 à 4 nm, et de quelques dizaines de kW entre 0.8 et 1 nm. Les performances sont illustrées en Figure 4.6.



FIG. 4.5 – Puissance crête délivrée par le LEL1 en phase II dans la gamme des courtes longueurs d'onde. Simulation PERSEO. Source injectée : 30 kW, 50 fs–FWHM. Courant crête : 1.5 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Modulateur : U26 (100 - 200 périodes selon la longueur d'onde d'injection) ; radiateur : HU30 plan (×) et hélicoïdal (•) (400 - 700 périodes selon la longueur d'onde d'injection).



FIG. 4.6 – Puissance crête délivrée par le LEL2 dans la gamme des courtes longueurs d'onde. Injection avec 50 kW, 50 fs-FWHM. Courant crête : 2 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad. (×) E=1 GeV, ( $\Delta$ ) E=1.2 GeV. Modulateur U26 (400 - 500 périodes, selon la longueur d'onde d'injection); Radiateur : U18 (400 - 500 périodes selon la longueur d'onde d'injection).



FIG. 4.7 – Puissance crête délivrée par le LEL4. Injection avec 30 kW, 50 fs–FWHM. Longueur d'onde d'injection : ( $\circ$ ) 5.4 nm, ( $\times$ ) et ( $\Delta$ ) 4.57 nm, ( $\bullet$ ) 6.4 nm. Courant crête : 2 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad. ( $\times$ ) E=1 GeV, ( $\Delta$ ) E=1.2 GeV. Modulateur U35 (( $\circ$ ) et ( $\times$ ) 500 périodes, ( $\Delta$ ) 600 périodes, et ( $\bullet$ ) 700 périodes); Radiateur : U18 (1000 périodes).

#### Le LEL4 : LEL HGHG sur la branche haute énergie

Le LEL4 permettra d'atteindre le domaine des très courtes longueurs d'onde : de 1.1 à 0.18 nm. Il sera installé sur la branche dite "haute énergie" : le faisceau est accéléré jusqu'à 1 GeV par l'accélérateur linéaire, passe dans la boucle de re-circulation à 1 GeV, puis, après une nouvelle accélération, passe dans la boucle à 2 GeV. En sortie de la seconde boucle, il est une dernière fois accéléré jusqu'à 3 GeV et dévié en sortie de l'accélérateur linéaire vers la branche dite "haute énergie". Le LEL4 est en configuration HGHG, toujours injectée par les harmoniques générées dans les gaz. Le modulateur est composé d'onduleurs plans de période 35 mm (U35) et le radiateur d'onduleurs plans de période 18 mm (U18). La longueur d'onde de résonance du radiateur correspond à l'harmonique 5 du modulateur (Configuration 1-5). Une configuration 1-3 permet également d'atteindre 2 nm sur le fondamental.

Les performances du LEL4 sont illustrées en Figure 4.7. La puissance crête rayonnée atteint 1 GW à 1.1 nm, et 1 MW à 0.18 nm. Les longueurs d'impulsion attendues sont de 15 à 20 fs-RMS, pour des largeurs spectrales de l'ordre de  $4.10^{-3}$  sur le fondamental à  $1.10^{-2}$  sur les harmoniques.

#### 4.3.4 Sensibilité des LEL HGHG aux paramètres de l'expérience

Les LEL d'ARC-EN-CIEL ont été optimisés en fonction des paramètres du faisceau d'électrons, de l'onduleur et de la source harmonique. Les paramètres reposent sur des résultats de pointe (comme la période ou le paramètre K de certains onduleurs, l'émittance du faisceau dans la branche "haute énergie", ou encore la puissance injectée à très courte longueur d'onde). Par ailleurs, la stabilité des faisceaux (en terme d'énergie et de courant pour le paquet d'électrons, en termes de pointé et d'énergie pour les harmoniques produites dans les gaz) et la synchronisation (critique lorsque l'on considère la superposition temporelle de deux impulsions sub-ps) restent incertains. Dans le cadre de la rédaction de l'APS, une campagne de simulation a été menée afin d'évaluer la sensibilité des sources définies à ces paramètres.



FIG. 4.8 – (a) Durée d'impulsion, (b) Largeur spectrale et (c) Energie par impulsion en fonction de la dispersion en énergie. (•) H1 (4.66 nm), (×) H3 (1.55 nm), et ( $\blacktriangle$ ) H5 (0.93 nm). Simulation du LEL2 rayonnant à 4 nm en phase II. Énergie : 1 GeV, courant crête 2 kA, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : 50 kW, 50 fs–FWHM à 14 nm. Modulateur plan : 200 périodes de 26 mm; Radiateur plan : 700 périodes de 18 mm; Configuration 1-3.

#### Sensibilité aux paramètres faisceaux

#### (a) Dispersion en énergie

La sensibilité à la dispersion en énergie est étudiée dans le cas du LEL2 en configuration 1-3 pour une injection à 14 nm. La puissance rayonnée diminue avec la dispersion en énergie par tranche. La variation observée sur le fondamental n'est pas très importante dans la gamme 0.01 à 0.06% de dispersion en énergie. L'effet est plus important sur les harmoniques non linéaires : un ordre de grandeur est perdu en passant de 0.02% à 0.06%. Les durées d'impulsion et les largeurs de raie (voir Figure 4.8) sont peu sensibles à la dispersion en énergie, tant que celle-ci reste suffisamment faible pour que le LEL soit saturé.

#### (b) Émittance

L'influence de l'émittance sur le rayonnement a été étudiée avec GENESIS (intégré dans SRW [38]) (voir Figure 4.9) : l'émittance représentant la dimension du faisceau dans l'espace des phases, une simulation à l'aide d'un code prenant en compte les effets transverses, tel que GENESIS, est plus appropriée. Une fois la saturation atteinte, la puissance passe de 2 à 5 GW lorsque l'émittance est réduite de 1.8 à  $0.8 \pi$  mm.mrad. Pour une longueur de radiateur fixée, une tolérance à 10% sur la puissance impose de maintenir l'émittance à 10% de sa valeur. Dans



FIG. 4.9 – (a) Puissance crête rayonnée sur le fondamental en fonction de la position dans le radiateur pour plusieurs valeurs d'émittance par tranche. (b) Distribution longitudinale de l'impulsion lumineuse en sortie du radiateur pour plusieurs valeurs d'émittance par tranche. Simulation du LEL1 en phase II avec le code GENESIS intégré dans SRW. Énergie : 1 GeV, courant crête 1.5 kA, émittance :  $1.2 \pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : 2.7 nJ, 50 fs–FWHM à 12 nm. Modulateur plan : 67 périodes de 26 mm, K=2.3; Radiateur plan : 67 périodes de 30 mm, K=2.75; Configuration 1–1.

la pratique, il sera possible d'ajuster la longueur de gain à l'aide du réglage de section dispersive pour compenser les effets d'augmentation d'émittance.

#### (c) Courant crête

L'étude en fonction du courant crête est effectuée dans le cas du LEL2 en configuration 1–3, où le fonctionnement à courte longueur d'onde est le plus critique, et donc sensible aux paramètres faisceau. L'énergie par impulsion produite sur les différentes harmoniques (voir Figure 4.10(c)) croît avec le courant crête. La dépendance est similaire quelle que soit l'harmonique considérée. Les durées d'impulsion et les largeurs de raie (voir Figure 4.10(a) et (b)) sont relativement peu sensibles au courant crête, excepté pour le point à 4 kA qui correspond à un élargissement important dû à une profonde saturation ( $N\lambda_0 \ge 1.5 \times L_{sat}$ ). Les largeurs sont plus étroites sur les harmoniques que sur le fondamental, excepté à 1 kA où la baisse de courant crête est trop importante pour disposer d'un signal suffisant sur les harmoniques non linéaires.

#### Sensibilité aux paramètres d'injection

#### (a) Puissance d'injection

La puissance d'injection peut être soumise à des variations dues aux fluctuations en intensité ou en pointé du laser IR. Nous avons donc simulé les performances du LEL2 rayonnant à 4.7 nm en phase II pour des puissances d'injection croissantes : de 30 à 2000 kW. Les résultats sont présentés en Figure 4.11.

Pour des puissances d'injection allant de 30 à 90 kW environ, la puissance du LEL augmente, tandis que la durée d'impulsion et la largeur de raie diminuent : les propriétés de la source s'améliorent. Pour des puissances d'injection entre 100 et 200 kW, les durées d'impulsions et largeurs de raies sont à peu près constantes, tandis que la puissance produite (sur le fondamental comme sur les harmoniques) continue de croître (de 0.7 à 2 GW sur le fondamental). Audelà de 250 GW, le gain en terme de puissance générée est minime (la puissance générée sur



FIG. 4.10 – (a) Durée d'impulsion, (b) Largeur spectrale et (c) Energie par impulsion en fonction du courant crête. (•) H1 (4 nm), (×) H3 (1.33 nm), et ( $\blacktriangle$ ) H5 (0.8 nm). Simulation du LEL2 rayonnant à 4 nm en phase II. Énergie : 1 GeV, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : 50 kW, 50 fs–FWHM à 12 nm. Modulateur plan : 200 périodes de 26 mm; Radiateur plan : 700 périodes de 18 mm; Configuration 1-3.



FIG. 4.11 – (a) Durée d'impulsion, (b) Largeur spectrale et (c) Puissance crête en fonction de la puissance de la source injectée. (•) H1 (4.7 nm), (×) H3 (1.55 nm), et (▲) H5 (0.93 nm). Simulation du LEL2 rayonnant à 4.7 nm en phase II. Énergie : 1 GeV, courant crête : 1.5 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : 50 fs–FWHM à 14 nm. Modulateur plan : 200 périodes de 26 mm, K=2.5; Radiateur plan : 500 périodes de 15 mm, K=1.66; Configuration 1-3.

le fondamental passe de 2 à 2.6 GW en augmentant la puissance d'injection de 200 à 1000 kW), tandis que la durée d'impulsion et la largeur de raie augmentent : des manifestations typiques de la saturation. Le LEL perd alors en terme de cohérence temporelle (des raies latérales apparaissent même dans le spectre au-delà de 300 kW injectés).

La source peut donc être considérée comme optimisée selon la puissance injectée aux alentours de 200 kW. La tolérance à  $\pm$  10 % en termes de durée d'impulsion, de largeur spectrale et de puissance générée est alors grande : > 20 %.

#### (b) Durée d'impulsion de la source injectée

En phase II, la durée du paquet d'électrons est de 60  $\mu$ m, soit 200 fs–RMS. La durée d'impulsion attendue de la source injectée à courte longueur d'onde (aux alentours de 14 nm) est de 50 fs. Cependant, des perturbations au niveau de la source harmonique (instabilité de pointé, fluctuation en énergie du laser IR, etc ...) peuvent produire des fluctuations de la durée d'impulsion des harmoniques. Nous avons simulé l'influence d'une variation de 20 à 150 fs–FWHM dans le cas du LEL2. Les résultats sont présentés en Figure 4.12. Une réduction de la durée d'impulsion de la source injectée entraîne une réduction de la durée d'impulsion du LEL. La largeur spectrale relative du LEL dépend également de la durée d'impulsion de la source injectée : la largeur de raie décroît avec la longueur d'impulsion. Ainsi, il apparaît que la largeur de raie et la durée d'impulsion du LEL peuvent être contrôlées par celles de la source injectée. Il s'agit d'un avantage supplémentaire par rapport à une configuration SASE.

Finalement, la puissance du LEL reste relativement peu sensible à la durée d'impulsion.

#### (c) Synchronisation

L'influence de la synchronisation temporelle entre la source injectée et le paquet d'électrons est étudiée dans le cas du LEL2 en phase II.

La configuration de LEL injecté, par rapport à la configuration en SASE, permet de réduire les longueurs de saturation tout en conservant les niveaux de puissance produite. D'après les simulations effectuées, une désynchronisation de la source injectée par rapport au paquet d'électrons réduit l'efficacité de l'injection, mais ne modifie pas les puissances rayonnées tant qu'il est possible d'allonger en conséquence le modulateur et/ou le radiateur. Toutefois, si les puissances peuvent être conservées, il n'en est pas de même pour la forme temporelle et spectrale des impulsions (en supposant un faisceau d'électrons homogène). Une désynchronisation tend à dégrader les impulsions gaussiennes obtenues dans le cas d'une injection bien synchronisée vers le profil très bruité typique du rayonnement SASE. Lorsque la source injectée dans le modulateur est en avance par rapport au centre du paquet d'électrons, l'impulsion rayonnée se déplace "vers l'arrière", et revient vers le centre du paquet d'électrons où le gain est plus élevé. Inversement, lorsque l'impulsion injectée dans le modulateur est en retard par rapport au centre du paquet d'électrons, le rayonnement se déplace "vers l'avant", pour rattraper le centre du paquet. L'impulsion lumineuse revient se placer au voisinage du maximum de la courbe de gain du milieu électronique, là où la densité électronique est la plus élevée.

À longueurs de modulateur et de radiateur fixées et à désynchronisation croissante, les puissances rayonnées (tant sur le fondamental que sur les harmoniques) diminuent. Dans le cas présenté en Figure 4.13 (LEL2 avec une source injectée de 100 fs–FWHM et un paquet de 470 fs–FWHM), la tolérance à 10% sur la puissance crête est de  $\pm$  35 fs sur le fondamental. Dans cette plage, la longueur d'impulsion et la largeur spectrale ne varient pas de façon significative (allongement d'au plus 1 fs et élargissement relatif d'au plus 10<sup>-4</sup>). Les impulsions en temporel et en spectral s'élargissent, et le profil se dégrade par rapport au cas "synchronisé".

Les simulations effectuées dans le cadre de la rédaction de l'APS ont permis de définir un



FIG. 4.12 – (a) Durée d'impulsion, (b) Largeur spectrale et (c) Puissance crête en fonction de la durée d'impulsion de la source injectée. (•) H1 (8.89 nm), (×) H3 (2.96 nm) et (▲) H5 (1.78 nm). Simulation du LEL2 rayonnant à 4.7 nm en phase II. Énergie : 1 GeV, courant crête : 1.5 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : (—) 30 kW, (- - -) 1.6 nJ à 8.89 nm. Modulateur plan : 200 périodes de 26 mm, K=1.8; Radiateur plan : 500 périodes de 15 mm, K=2.36.



FIG. 4.13 – (a) Durée d'impulsion, (b) Largeur spectrale et (c) Puissance crête en fonction du retard entre la source injectée et le centre du paquet d'électrons. Un retard positif correspond à une avance de la source injectée sur le paquet d'électrons. (•) H1, (×) H3, et ( $\blacktriangle$ ) H5. Simulation du LEL2 rayonnant à 4.7 nm en phase II. Courant crête : 1.5 kA, dispersion en énergie par tranche : 0.04%, émittance : 1.2  $\pi$  mm.mrad, durée de paquet : 200 fs–RMS. Paramètres d'injection : 100 kW, 100 fs–FWHM à 14 nm ; Modulateur plan : 200 périodes de 26 mm ; Radiateur plan : 500 périodes de 15 mm ; Configuration 1–3.

ensemble de LEL en configuration injectée, optimisés pour le rayonnement à courte longueur d'onde. Ce dimensionnement qui repose sur l'utilisation de paramètres réalistes pour les onduleurs et la source injectée permet de décrire les performances attendues d'un LEL sur une machine de quatrième génération.

Au cours de ces travaux de simulation, nous avons observé un régime de propagation de l'impulsion lumineuse original, non mentionné dans la littérature. Ce nouveau régime correspondrait à une combinaison de paramètres faisceau/onduleurs/source injectée encore non envisagée par les théoriciens, non accessible sur les LEL actuellement en fonctionnement. La dernière partie de ce Chapitre décrit les études menées à ce jour pour caractériser ce régime.

## 4.4 Propagation d'une impulsion lumineuse dans un LEL en régime de fort gain

Dans le cadre du Chapitre 1, nous avons présenté le procédé d'amplification d'une impulsion lumineuse dans un LEL (voir § 1.5.). L'amplification passe par les étapes successives de modulation en énergie, modulation en densité et croissance exponentielle, avant d'atteindre la saturation.

L'évolution d'une impulsion lumineuse dans un LEL est guidée par des phénomènes nonlinéaires et des effets temporels dus à la différence de vitesse entre l'onde lumineuse et la distribution électronique. En effet, lorsque les électrons parcourent une distance  $N\lambda_0$  dans l'onduleur, l'onde se décale vers l'avant de  $N\lambda_R$ . Cette longueur sur laquelle glisse l'impulsion lumineuse est dite longueur de glissement,  $L_S = N\lambda_R$ . Lorsque  $L_S << L_e$ , avec  $L_e$  la longueur du paquet d'électrons, l'onde lumineuse peut être considérée comme uniforme le long de la distribution électronique, et le glissement négligé. C'est le régime dit "Permanent" ("Steady-State") dans lequel nous avons écrit les équations du pendule et donné un modèle pour la génération d'harmoniques cohérentes (voir § 1.7.1 et 1.7.2. respectivement). Les instabilités collectives au sein du paquet d'électrons induisent un phénonène d'auto-modulation de la distribution, et ainsi la génération d'un rayonnement cohérent. La puissance du rayonnement croît exponentiellement le long de l'onduleur,  $P(z) \propto e^{z/L_{G_M}}$  pour atteindre à la saturation  $P \propto N_e^{4/3}$ , où elle entame des oscillations à la fréquence synchrotron  $f_S$ .

Lorsque le glissement, c'est–à–dire le temps, est pris en compte, d'autres régimes de croissance peuvent être obtenus. On parle de régime de superradiance lorsque la puissance rayonnée satisfait la relation  $P \propto N_e^2$  [280] sans modulation préalable du paquet d'électrons. (Le terme de superradiance, "à la Dicke" [280], est initialement utilisé pour qualifier le rayonnement synchrotron cohérent proportionnel à  $N_e^2$  produit par une densité électronique modulée par une source externe intense).

Le régime de superradiance est simulé pour la première fois dans le cas d'un LEL en 1989 par R. Bonifacio et al. [281]. Le LEL est en configuration SASE et en régime de fort gain. Deux régimes de superradiance sont distingués selon la longueur du paquet d'électrons :

- avec un paquet court : la superradiance est qualifiée de "faible", comme la puissance générée;
- avec un paquet et un onduleur longs : la superradiance est qualifiée de "forte". Le rayonnement généré est constitué de pics de forte intensité.

Initialement, la longueur de paquet est comparée à la longueur de glissement sans prendre en compte le gain du LEL. Nous utiliserons par la suite la définition donnée dans [281] : la longueur de paquet est comparée à la longueur de coopération  $L_{coop}$ , longueur de glissement sur une longueur de gain :

$$L_{coop} = \frac{L_S}{4\pi\rho}.\tag{4.4}$$

Par la suite, on s'intéresse au seul cas de la superradiance "forte", obtenue avec des paquets "longs".

En 1991, R. Bonifacio et al. [282] étudient l'évolution d'une impulsion lumineuse rectangulaire de longueur  $L_R$  plus courte que le paquet d'électrons, injectée dans le LEL amplificateur, et mettent en évidence une émission superradiante "forte".

Le développement de systèmes laser commerciaux de courtes durées d'impulsion a rendu possibles les expériences d'injection avec une onde lumineuse plus courte que le paquet d'électrons en régime de fort gain, et relancé ainsi l'intérêt de la communauté LEL pour les régimes de superradiance [173, 283, 259].





FIG. 4.14 – Évolution de la puissance longitudinale de l'impulsion le long de l'onduleur. z: position le long de l'onduleur,  $\zeta$ : position le long de la distribution électronique. (a) Exemple du LEL de SPARC en configuration SASE à  $\lambda_R$ =500 nm. (b) Exemple extrait de [173].

L'utilisation de diagrammes à deux dimensions (voir Figure 4.14) permet de visualiser les différentes phases (régimes) d'évolution de l'impulsion LEL le long de l'onduleur, de la modulation en énergie à la saturation. L'axe des abscisses de ces diagrammes,  $\zeta$ , correspond à la position longitudinale le long du paquet d'électrons, et l'axe des ordonnées, z, à la position de l'impulsion dans l'onduleur. La propagation s'effectue donc de "bas en haut". La première phase d'évolution (début d'onduleur, bas du diagramme), correspond à la phase de modulation en énergie de la distribution électronique, appelée également phase de léthargie. L'impulsion se déplace à une vitesse proche de celle de la lumière : elle n'est pas "freinée" dans le milieu électronique. Une fois la distribution modulée en énergie, le LEL entre en régime de croissance exponentielle : la puissance de l'impulsion lumineuse croît exponentiellement le long de l'onduleur. La vitesse de propagation est alors inférieure à la vitesse de la lumière. Nous avons vu au Chapitre 1 qu'après la phase de croissance exponentielle, le LEL sature : la puissance oscille autour d'une valeur constante correspondant à la puissance de saturation. C'est l'évolution "classique", illustrée par la Figure 4.14 (a). Dans le cas de la Figure 4.14 (b), en fin de régime exponentiel, l'impulsion entre dans un nouveau régime : sa vitesse redevient proche de celle de la lumière tandis que sa puissance continue de croître en  $z^2$  (z étant la distance parcourue dans l'onduleur). C'est le régime de superradiance.

L'observation de l'évolution des particules dans l'espace des phases permet d'appréhender les critères qui définissent l'évolution, ou non, vers un régime de superradiance (voir Figure 4.15). Initialement, la distribution électronique dans l'espace des phases est uniforme (voir Figure 4.15 (a)). L'interaction avec le champ électrique du rayonnement (ligne continue sur la Figure 4.15) conduit au fur et à mesure de la propagation dans l'onduleur à la modulation en énergie de la distribution (voir Figure 4.15 (b)). Les particules se déplacent dans l'espace des phases pour



FIG. 4.15 – Distribution électronique dans l'espace des phases le long d'une impulsion LEL en régime de superradiance.  $\phi$ : Position dans l'espace des phases,  $\zeta$ : position le long de la distribution électronique. Exemple dans le cas du LEL du National Synchrotron Light Source (NSLS) [284, 285]. E=120 MeV,  $\epsilon=3 \pi$  mm.mrad,  $\sigma_e=1$  ps-RMS, I=300 A,  $\lambda_0=38.9$  mm,  $\lambda_L=790$  nm,  $P_L=1$  MW,  $\Delta T_L=150$  fs-RMS

maximiser les échanges d'énergie. En phase de croissance exponentielle, l'amplitude du champ électrique croît, accélérant le mouvement de rotation des particules. La saturation est atteinte lorsque les particules ont effectué environ un tour complet (voir Figure 4.15 (c)), et ne cèdent plus, en moyenne, d'énergie à l'onde lumineuse. La puissance stagne autour de la puissance de saturation. Les particules continuent à tourner dans l'espace des phases, conduisant à des oscillations en puissance à la fréquence synchrotron. De plus, le glissement n'étant pas négligé, l'enveloppe du champ électrique laser se déplace par rapport au paquet d'électrons. Lorsque les particules ont effectué un tour dans l'espace des phases, le champ électrique s'est nettement décalé vers l'avant. Ainsi, l'amplitude du champ devient localement – là où les électrons ont d'ores et déjà effectué un tour – très faible (voir Figure 4.15 (d)). Les électrons se retrouvent en dehors de la séparatrice, c'est–à–dire hors résonance, et n'interagissent plus avec le champ électrique. Le champ ne restitue donc pas l'énergie gagnée et se décale vers de nouvelles régions non modulées du paquet d'électrons. L'amplification se poursuit au détriment de l'énergie d'électrons sans cesse renouvelés grâce à la progression de l'onde vers l'avant. Le LEL ne sature pas et entre en régime de superradiance.

Le régime de superradiance "forte" n'est atteint que lorsque  $L_e >> L_{coop}$ : le paquet d'électrons est long par rapport à la longueur de glissement sur une longueur de gain, permettant à l'impulsion de se déplacer rapidement le long du paquet au cours du processus d'amplification. Après moins d'un tour dans l'espace des phases, les électrons sont éjectés de la séparatrice.

#### 4.4.2 Les lois d'échelle de la superradiance

Sur la base de ces considérations, la longueur de l'impulsion  $\Delta T_{SR}$  est de l'ordre d'une demi-période synchrotron  $\tau_S$  dans l'espace des phases. Ainsi :  $\Delta T_{SR} \approx \frac{\tau_S}{2} \frac{\lambda_R}{\lambda_0}$ . De même que le régime exponentiel se caractérise par une évolution en  $P \propto e^{z/L_{GM}}$  (voir § 1.7.3.), le régime de superradiance est ensuite décrit par les trois lois d'échelle suivantes [173] :

$$P_{SR} \propto z^2$$

$$E_{SR} \propto z^{3/2}$$

$$\Delta T_{SR} \propto z^{-1/2}$$
(4.5)

 $E_{SR}$  est l'énergie par impulsion LEL. Ces lois d'évolution sont valides dans le cas d'une distribution électronique uniforme et infinie. Lorsque l'impulsion sort du milieu électronique, l'amplification cesse. Avec un modèle à 3D (simulations avec le code GENESIS), la puissance croît légèrement moins vite que  $z^2$  et la longueur d'impulsion décroît légèrement moins vite que  $z^{-1/2}$  (voir [173]).

#### 4.4.3 Démonstration expérimentale de la superradiance

Le régime de superradiance dans un LEL est observé pour la première fois en configuration oscillateur sur le LEL de FELIX [286] puis en configuration injectée sur le LEL du National Synchrotron Light Source (NSLS) [284, 285]. Dans le cas du NSLS, l'expérience est menée avec un faisceau d'électrons à 120 MeV et le rayonnement généré à 790 nm. La Figure 4.16 présente l'évolution de l'impulsion en régime de superradiance simulée avec le code PERSEO dans le cas de NSLS. Trois critères ont été retenus pour valider la démonstration expérimentale du régime :



FIG. 4.16 – Évolution de la puissance longitudinale de l'impulsion LEL le long de l'onduleur. z : position le long de l'onduleur,  $\zeta$  : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO. Cas du LEL de NSLS en régime de superradiance. E : 120 MeV,  $\epsilon = 3 \pi$  mm.mrad,  $\sigma_e = 1$  ps-RMS, I = 300 A,  $\lambda_0 = 38.9$  mm,  $\lambda_L = 790$  nm,  $P_L = 1$  MW,  $\Delta T_L = 150$  fs-RMS.

- l'évolution de la puissance rayonnée le long de l'onduleur en trois phases successives : léthargie, régime exponentiel et superradiance. (La courbe de gain a été mesurée avec un Joulemètre);
- l'évolution de la longueur de l'impulsion : allongement durant la phase de croissance exponentielle, et raccourcissement en régime de superradiance. (Les longueurs d'impulsions ont été mesurées avec un dispositif FROG [287]);
- l'évolution du spectre du rayonnement. Lorsque  $\Delta T_L > \sigma_e$ , la largeur spectrale est constante. Des raies latérales apparaissent à la saturation. Lorsque  $\Delta T_L$  (100 fs)  $<< \sigma_e$  (1 ps), le spectre s'élargit et une sous-structure complexe apparaît avec la formation de deux raies principales et de raies satellites.

Le régime de superradiance n'a pas encore été observé en configuration HGHG ni en configuration HGHG en cascade. C'est l'un des objectifs du LEL de SPARC.

#### 4.4.4 Vers un nouveau régime de propagation



FIG. 4.17 – Évolution de la puissance longitudinale de l'impulsion LEL le long du radiateur. Simulation PERSEO. Cas du LEL2 de ARC–EN–CIEL en phase II. E=1 GeV, I=1500 A,  $\sigma_{\gamma} = 4 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon=1.2 \pi$  mm.mrad,  $\sigma_e=0.06$  mm soit 200 fs–RMS,  $P_L=0.05$  MW,  $\Delta T_L=100$  fs,  $\lambda_L=14$  nm. Modulateur : 200 périodes de 26 mm,  $\lambda_R=14$  nm; Radiateur : 500 périodes de 15 mm,  $\lambda_R=14$  nm; Section dispersive :  $R_{56}=0.0015$  mm, soit  $N_d=93$ .

Au cours des simulations effectuées pour le dimensionnement des LEL injectés du projet ARC–EN–CIEL, nous avons observé des régimes de propagation de l'impulsion LEL différents des divers régimes de superradiance décrits précédemment. Dans certaines conditions (paramètres du faisceau d'électrons, de l'onduleur et de la source d'injection), l'impulsion LEL se scinde en deux sous–impulsions. L'une se déplace vers l'avant du paquet d'électrons tandis que l'autre se déplace vers l'arrière de la distribution, de façon quasiment symétrique. La Figure 4.17 présente un exemple typique d'évolution de l'impulsion dans ce nouveau régime dans le cas du LEL2 du projet ARC–EN–CIEL.

La Figure 4.18 présente un autre exemple de division de l'impulsion en deux, dans le cas du LEL1 d'ARC-EN-CIEL. La distribution longitudinale de l'impulsion est comparée aux fonctions de modulation en plusieurs points du radiateur (voir Figure 4.18 (a)). Dans un premier temps, le laser module les électrons en énergie. Le profil de la fonction de modulation au premier ordre reproduit le profil du laser (a-i). Quelques dizaines de périodes plus loin dans l'onduleur, le maximum de modulation est atteint au centre de la distribution, là où la puissance injectée était maximale. Les électrons au centre reprennent de l'énergie à l'onde lumineuse. La puissance de l'onde décroît donc en son centre, tout en continuant à croître sur les bords, où le maximum de modulation n'est pas encore atteint (a-ii). Deux pics apparaissent dans le profil longitudinal de l'impulsion (a-iii). Le glissement étant faible, l'enveloppe de la séparatrice ne se déplace pas rapidement vers l'avant de la distribution pour laisser les électrons hors-résonance après une demi-période synchrotron. Les particules restent piégées dans le champ laser et poursuivent le mouvement de rotation. Après un tour complet dans l'espace des phases, les particules peuvent de nouveau céder de l'énergie au laser : la fonction de modulation croît de nouveau en son



FIG. 4.18 – (a) Évolution le long du radiateur des distributions longitudinales de puissance, de courant, de dispersion en énergie, des fonctions de modulation au premier et troisième ordre en fonction du nombre N de périodes parcourues dans l'onduleur. (b) Diagramme d'évolution de l'impulsion LEL le long du radiateur sur le (i) fondamental, (ii) sur l'harmonique 3 et (iii) sur l'harmonique 5.  $\zeta$  : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO du LEL1 en phase 1 du projet ARC–EN–CIEL. E=220 MeV,  $\hat{I}=300$  A,  $\sigma_{\gamma}=2.10^{-4}$ ,  $\epsilon_n=1.2$  mm.mrad,  $\sigma_e=430$  fs–RMs. Modulateur :  $\lambda_0=26$  mm, K=1.12,  $\lambda_R=114$  nm, N=100. Radiateur :  $\lambda_0=30$  mm, K=0.9,  $\lambda_R=114$  nm, N=200. Source injectée :  $P_L=200$  kW,  $\Delta T_L=150$  fs–FWHM.

centre (a-iii), entraînant la formation d'un troisième pic. Ce pic supplémentaire n'apparaît pas directement dans le profil longitudinal de l'impulsion sur le fondamental, mais sur la troisième harmonique (b-ii). Le processus se réitère le long de l'onduleur : la fonction de modulation au 4.4. Propagation d'une impulsion lumineuse dans un LEL en régime de fort gain

premier ordre oscille en son centre, donnant naissance à des sous-impulsions qui se déplacent vers les bords de la distribution. Plus l'ordre harmonique est élevé, plus le phénomène se répète rapidement.

Dans le cas d'un régime de superradiance, l'impulsion lumineuse se déplace rapidement vers l'avant et poursuit son amplification en puisant l'énergie cinétique des électrons "frais" à l'avant de la distribution. Dans le cas de la Figure 4.18, une impulsion se déplace vers l'avant, et l'autre vers l'arrière. L'impulsion "avant" se comporte presque comme une impulsion en régime de superradiance : déplacement vers l'avant, réduction de la durée d'impulsion, modulation d'électrons "frais" à l'avant de la distribution. En revanche, contrairement au cas de la superradiance, l'amplification de l'onde cesse au niveau de la bifurcation : la puissance totale est constante, répartie entre les diverses sous-impulsions. Le glissement n'est pas suffisant pour que les électrons quittent la séparatrice et cessent d'interagir avant de reprendre de l'énergie à l'onde lumineuse. L'impulsion "arrière" se comporte comme le symétrique de l'impulsion "avant", bien qu'atteignant une puissance finale moindre.

L'observation de ce phénomène est quasiment systématique sur les LEL injectés d'ARC–EN– CIEL, quelle que soit la phase du projet considérée.

#### 4.4.5 Caractérisation du nouveau régime de propagation avec le code PER-SEO



#### Effet sur le spectre du rayonnement

FIG. 4.19 – Évolution de la puissance longitudinale de l'impulsion le long du radiateur sur le fondamental, l'harmonique 3 et l'harmonique 5. z: position le long de l'onduleur,  $\zeta$ : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO. Cas du LEL2 du projet ARC–EN–CIEL en phase II avec I=1.5 kA.  $\Delta T_L=50$  fs–FWHM,  $P_L=30$  kW,  $\lambda_L=13$  nm. Modulateur (U26): 100 périodes de 26 mm; radiateur (HU30): 400 périodes de 30 mm.

Dans le cas du régime de superradiance, le spectre est modifié en sortie du régime de croissance exponentielle : des sous-structures apparaissent et le spectre est constitué d'une série de pics. L'effet de la formation de deux sous-impulsions se propageant dans des directions opposées sur le spectre est étudié dans le cas du LEL2 d'ARC-EN-CIEL. L'évolution de la distribution longitudinale de l'impulsion est présentée en Figure 4.19 et l'évolution du spectre en Figure 4.20. La séparation en deux impulsions est nettement observée sur le fondamental et sur les harmo-



Chapitre 4. Perspectives pour ARC-EN-CIEL

FIG. 4.20 – Évolution de la puissance longitudinale et du spectre de l'impulsion le long du radiateur. Simulation PERSEO. Cas du LEL2 du projet ARC–EN–CIEL en phase II avec I=1.5 kA.  $\Delta T_L=50$  fs–FWHM,  $P_L=30$  kW,  $\lambda_L=13$  nm. Modulateur (U26) : 100 périodes de 26 mm; radiateur (HU30) : 400 périodes de 30 mm.

niques d'ordres supérieurs en milieu de radiateur (voir Figure 4.19). En parallèle, des raies latérales aparaissent dans le spectre sur le fondamental. Le spectre devient bruité sur les harmoniques d'ordres supérieurs. Comme dans le cas de la superradiance ou d'un régime saturé, le spectre s'élargit dans le nouveau régime.



#### Influence de la durée d'impulsion de la source injectée

FIG. 4.21 – Évolution de la puissance longitudinale le long de l'onduleur. z: position le long de l'onduleur,  $\zeta$ : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO. Cas d'un onduleur plan de type U26 avec 700 périodes, E=1 GeV, I=1.5 kA,  $\sigma_{\gamma} = 4 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon = 1.2\pi$  mm.mrad,  $\sigma_e = 0.06$  mm soit 200 fs–RMS,  $P_L=50$  kW,  $\Delta T_L=100$  fs–FWHM,  $\lambda_L = \lambda_R=14$  nm.

L'influence de la durée d'impulsion de la source injectée sur l'apparition du nouveau régime est étudiée dans le cas simple d'une propagation dans un seul onduleur. Les résultats sont présentés en Figure 4.21. Avec une durée d'impulsion de 100 fs–FWHM, la séparation en deux impulsions est observée au bout de 450 périodes dans l'onduleur. Avec une durée d'impulsion de 50 fs–FWHM, une transition est toujours visible autour de la 450<sup>ème</sup> période, mais moins nette. Avec 5 fs–FWHM, l'impulsion ne se scinde plus en deux : elle ré–accélère en sortie du régime exponentiel et se propage vers l'avant du paquet d'électrons.

Cette étude révèle l'influence de la durée d'impulsion de la source injectée sur l'apparition du nouveau régime. Avec une durée d'impulsion longue, les conditions tendent vers un régime "Permanent" qui permet de voir apparaître la séparation en deux impulsions. Avec des durées d'impulsion plus courtes, l'effet du glissement est accru, et l'évolution tend vers un régime plus proche de la superradiance.



#### Influence de la puissance de la source injectée

FIG. 4.22 – Évolution de la puissance longitudinale le long de l'onduleur en fonction de la puissance du laser injecté. z : position le long de l'onduleur,  $\zeta$  : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO. Cas d'un onduleur plan de type U26 avec 900 périodes, les paramètres du faisceau du projet ARC–EN–CIEL en phase II, I=1.5 kA,  $\Delta T_L=100$  fs–FWHM et  $\lambda_L=13$  nm.

Dans un premier temps, l'influence de la puissance d'injection est testée sur le cas du LEL de NSLS. Partant des conditions expérimentales d'obtention du régime de superradiance, la puissance laser est progressivement réduite. Le mode de propagation de l'impulsion ne subit pas de modification notable. L'évolution se fait toujours en trois phases, et les vitesses dans chaque phase sont conservées. La seule modification observée concerne la position dans l'onduleur du passage en régime de superradiance. Plus la puissance d'injection est élevée, plus la transition a lieu tôt dans l'onduleur. La longueur de saturation diminue avec la puissance injectée.

L'influence de la puissance d'injection sur l'apparition du nouveau régime est ensuite testée dans le cas simple d'un seul onduleur avec les paramètres faisceaux du projet ARC-EN-CIEL en phase II (voir Figure 4.22). La séparation en deux impulsions est observée quelle que soit la puissance injectée (entre 5 et 500 kW). De même que dans le cas précédent, seule la position de la séparation varie avec la puissance injectée. Plus la puissance injectée est élevée, plus la longueur de saturation est courte, et plus la séparation a lieu tôt dans l'onduleur.

#### Influence de l'énergie des électrons

De même que précédemment, on s'intéresse tout d'abord au cas du LEL de NSLS en régime de superradiance. L'énergie du faisceau à NSLS (120 MeV) étant inférieure aux énergies envisagées dans le cas du projet ARC-EN-CIEL (220 MeV, 1 GeV puis 2 GeV), l'énergie est progressivement augmentée. Un début de séparation apparaît. En effet, lorsque l'énergie du faisceau augmente, la longueur d'onde de résonance et donc de glissement diminue. L'influence du glissement est progressivement réduite, permettant de garder les particules en rotation dans l'espace des phases à l'intérieur de la séparatrice tout le long de l'onduleur.

#### Vitesse de propagation des sous-impulsions

En phase de croissance exponentielle, l'interaction avec le milieu électronique freine l'impulsion, qui se déplace à la vitesse de groupe  $v_g = \omega/(k + 2/3k_0)$  (voir § 1.10.1. Cohérence temporelle). Dans le cas du régime de superradiance, en sortie du régime exponentiel, l'impulsion repart à une vitesse proche de la vitesse de la lumière. Un net changement de pente est visible sur les diagrammes à 2D (voir Figure 4.14 et 4.16). Dans le cas du nouveau régime en sortie du régime exponentiel, la pente, et donc la vitesse des impulsions, n'est pas constante le long de l'onduleur. Les branches correspondant à la trajectoire des deux sous-impulsions sont de forme légèrement parabolique : la vitesse de l'impulsion "avant" décroît, tandis que la vitesse de l'impulsion "arrière" croît, en restant toujours nettement inférieure à la vitesse de la lumière.



#### Symétrie de la séparation

FIG. 4.23 – Évolution de la puissance longitudinale le long de l'onduleur. z: position le long de l'onduleur,  $\zeta$ : position le long de la distribution électronique. Simulation PERSEO. Cas d'un onduleur plan de type U26 avec 700 périodes, les paramètres du faisceau du projet ARC–EN– CIEL en phase II,  $P_L=50$  kW,  $\Delta T_L=100$  fs–FWHM et  $\lambda_L=14$  nm. Position relative de la source injectée par rapport au paquet d'électrons : (a)  $\partial \zeta = 0 \ \mu m$ , (b)  $\partial \zeta = +20 \ \mu m$ .

Dans la plupart des cas, la séparation en deux sous-impulsions se fait de façon légèrement assymétrique : l'impulsion "avant" est plus intense que l'impulsion "arrière". Lorsque la source injectée est décalée temporellement vers l'avant de la distribution électronique, la tendance est inversée (voir Figure 4.23). L'intensité de l'impulsion "arrière" reste supérieure à celle de l'impulsion "avant". Lorsque le laser est injecté à l'avant de la distribution électronique, le gain est plus élevé à l'arrière de l'impulsion. L'amplification de l'impulsion "arrière" est donc favorisée.

#### 4.4.6 État d'avancement de l'étude du nouveau régime

Nous observons donc un nouveau régime de propagation de l'impulsion LEL avec les paramètres du projet ARC–EN–CIEL. Le phénomène est caractérisé avec le code de simulation PERSEO, en fonction des paramètres de l'expérience. Cette caractérisation a permis de dégager les premiers résultats suivants :

 Le nouveau régime se caractérise essentiellement par l'apparition en sortie du régime exponentiel de deux sous-impulsions : l'une se propageant "vers l'avant" et l'autre "vers l'arrière" du paquet d'électrons;
- Le nouveau régime est différent du régime de superradiance, notamment en raison de l'apparition de ces deux impulsions dont la vitesse de propagation est inférieure à celle de la lumière;
- Le nouveau régime ne peut être atteint que dans des conditions proches du régime "Permanent" où le glissement est faible : l'impulsion ne se déplace pas rapidement le long du paquet d'électrons;
- L'augmentation de l'énergie du faisceau d'électrons favorise l'apparition du nouveau régime;
- La puissance d'injection n'influe pas sur l'apparition du nouveau régime, ne faisant que décaler temporellement la sortie du régime exponentiel;
- Les sous-impulsions se déplacent de préférence vers les régions de fort gain de la distribution électronique. Ainsi, une fois le centre du paquet modulé, la dispersion en énergie est élevée et le gain fortement diminué. L'impulsion centrale se scinde alors en deux, chaque sous-impulsion se déplaçant vers les bords du paquet où, la dispersion en énergie étant faible (dispersion en énergie initiale), le gain reste relativement plus élevé. Un décalage temporel de la position initiale de la source injectée (de l'impulsion initiale) vers l'avant du paquet permet de mettre clairement en évidence le phénomène.

Les sous-structures complexes présentes dans les distributions longitudinales de puissance et dans les spectres risquent de fortement dégrader la cohérence temporelle du rayonnement. La mise au point d'outils de contrôle, voire de suppression de ce nouveau régime, devrait rapidement s'imposer, nécessitant une meilleure compréhension du phénomène. Pour cela, il est prévu d'utiliser le modèle analytique à 1D proposé dans [51] et rappelé en Annexe D (celui-ci a permis de réaliser les premières simulations numériques du LEL en configuration SASE [51], puis en configuration SASE avec évolution en régime de superradiance [281]).

L'objectif fixé est l'intégration du système (D.3) avec les paramètres du projet ARC–EN– CIEL. Ceci devrait permettre de dégager, comme dans les cas des deux régimes de superradiance, des conditions simples d'obtention du nouveau régime.

#### Conclusion intermédiaire sur les études pour le projet ARC-EN-CIEL

Dans le cadre du projet ARC-EN-CIEL, des sources LEL de quatrième génération ont été dimensionnées. Les paramètres faisceaux directement issus de la simulation de l'accélérateur envisagé pour le projet ont été utilisés pour la simulation des performances de LEL à l'aide des deux codes PERSEO et GENESIS. Le projet ARC-EN-CIEL diffère des projets concurrents tels que 4GLS notamment de par l'implantation des LEL en dehors de la boucle de re-circulation. Leur positionnement dès la sortie du LINAC permet de fonctionner avec les paramètres faisceaux optimaux de l'accélérateur (faible émittance, faible dispersion en énergie), c'est-à-dire avant leur dégradation le long de la boucle de re-circulation. À niveau de performances comparable, les sources LEL d'ARC-EN-CIEL sont plus compactes et donc potentiellement plus faciles à mettre en œuvre.

Au cours de ces études de dimensionnement, nous avons mis en évidence un nouveau régime de propagation d'une impulsion LEL. Les effets temporels (glissement de l'onde lumineuse le long de la distribution électronique) peuvent induire une séparation de l'impulsion principale en deux sous-impulsions évoluant indépendamment. La caractérisation de ce mode n'est pas achevée et devrait permettre, à terme, de maîtriser ce phénomène afin de préserver la cohérence temporelle de la source.

# Conclusion

Ce travail de thèse comporte diverses études regroupées autour d'une thématique commune : l'injection d'un Laser à Électrons Libres.

Dans le cas de UVSOR-II, présenté au Chapitre 2, le LEL est en configuration de Génération d'Harmoniques Cohérentes, installé sur un anneau de stockage de deuxième génération et injecté avec un laser conventionnel Ti :Sa. Les propriétés du faisceau d'électrons nous ont permis d'observer la génération d'harmoniques dans le domaine proche UV (de 400 à 200 nm) avec une faible intensité. Cependant, grâce à l'accessibilité de l'installation, des expériences variées ont été mises en place, contribuant à l'amélioration de la compréhension du LEL injecté. La conduite de ces expériences fut très formatrice tant sur le plan scientifique (utilisation de diagnostics variés, familiarisation avec la physique des accélérateurs et des lasers, etc. ...) que sur le plan humain (découverte de la culture japonaise). Les besoins en terme d'analyse des résultats expérimentaux ont rapidement motivé l'utilisation de codes numériques mais également de modèles analytiques parfois mieux adaptés au régime de faible gain. L'étude du LEL de UVSOR-II offre une approche très pédagogique du LEL.

Un premier volet du travail a porté sur les techniques d'injection d'une source externe, avec notamment la mise au point d'un système d'alignement des faisceaux dans l'onduleur. Les études de dynamique faisceau ont ensuite décrit la réponse d'une distribution électronique à l'excitation périodique d'un champ laser intense. Le programme de simulation reproduit les effets d'échauffement global du paquet d'électrons observés expérimentalement et révèle une interaction localisée ainsi qu'un processus de diffusion de l'échauffement. Ces résultats sont généralisables à tout système constitué d'une distribution électronique relativiste et d'un champ électrique en interaction dans un anneau de stockage. Le programme est d'ores et déjà utilisé pour le dimensionnement d'une source laser Thomson, source de rayons–X issus de la rencontre contre–propagative d'un faisceau laser avec un faisceau d'électrons relativistes dans un anneau de stockage. Il pourrait également servir à la préparation d'expériences de Slicing à SOLEIL, pour lesquelles un laser IR intense serait injecté dans un onduleur de SOLEIL pour produire des impulsions de quelques dizaines de fs dans le domaine des rayons–X.

Les nombreuses études d'optimisation (en fonction de l'entrefer, de la puissance injectée, du mode de focalisation, de la durée d'impulsion, etc.) ont mis en évidence la sensibilité de la source aux paramètres extérieurs et dégagé des facteurs clefs d'optimisation. Dans le cas d'UVSOR-II, le niveau de performance du LEL en configuration GHC n'est pas primordial puisque le LEL n'est pas utilisé pour des expériences scientifiques. Il le sera en revanche pour les sources avec utilisateurs, et les études que nous avons menées seront alors utiles pour le contrôle à l'aide des paramètres faisceau et d'injection, des caractéristiques de la source en matière d'intensité mais aussi de structure temporelle, spectrale et spatiale.

Dans le cas plus particulier de l'injection en mode hélicoïdal, nous avons également utilisé la polarisation de la source injectée pour optimiser le LEL. Il est à présent démontré qu'un LEL

peut être injecté et optimisé pour n'importe quelle configuration, de plane à hélicoïdale, offrant ainsi une polarisation entièrement ajustable précieuse pour des expériences dans de nombreux domaines : lithographie, magnétisme, exobiologie, etc. ...

Finalement, les mesures en mode hélicoïdal de la distribution angulaire du rayonnement rejoignent les mesures d'intensité du rayonnement sur l'axe effectuées sur le LEL d'ELETTRA, mettant en évidence une propagation hors-axe. Nos résultats confortent le modèle théorique aboutissant à un rayonnement hors-axe du LEL en mode hélicoïdal sur les harmoniques d'ordre n > 1, contesté par des simulations numériques issues du code MEDUSA depuis plusieurs années. Ces études restent préliminaires, dans la mesure où aucun outil n'est actuellement disponible pour la simulation de la distribution angulaire du rayonnement cohérent. Deux développements sous SRW sont en cours pour pallier cela : il est prévu d'une part d'ajouter un module de calcul du rayonnement cohérent d'une distribution modulée longitudinalement, d'autre part d'intégrer le code GENESIS. Cependant, les outils utilisés pour la simulation de la distribution angulaire du rayonnement achérent. La simulation du rayonnement (SRW) permettent une première analyse du cas cohérent. La simulation du rayonnement en émission spontanée de l'onduleur de SCSS test accelerator aide d'ores et déjà à comprendre la structure spatiale générale des premières harmoniques du LEL de SCSS test accelerator en mode SASE et injecté.

Dans le cas de SPARC, présenté au Chapitre 3, le LEL est en configuration HGHG installé sur un LINAC et injecté avec une source harmonique générée dans les gaz. Le travail de thèse s'est résumé à poursuivre la conception et à réaliser cette source harmonique. Ce fut l'occasion d'être formée aux techniques de génération d'harmoniques dans les gaz (et par conséquent aux techniques de vide et de transport de faisceaux optiques), d'en apprendre les rudiments théoriques, mais également de participer au regroupement de deux communautés de la physique des sources lumineuses : LEL/ Rayonnement Synchrotron et Harmoniques d'ordre élevé générées dans les gaz.

La source harmonique de SPARC diffère de la source harmonique de SCSS test accelerator, également réalisée au SPAM quelques mois auparavant. Le gaz est dans le cas de SPARC confiné dans une cellule pulsée de faible longueur (1 cm) et dans le cas de SCSS test accelerator dans une cellule statique de grande longueur (5 à 7 cm). Ces configurations de génération sont associées à des modes de focalisation différents du laser IR : courte focale dans le cas de SPARC contre longue focale dans le cas de SCSS test accelerator. Aussi, une fois la source harmonique de SPARC en fonctionnement, nous pourrons mener une éude comparative prenant en compte l'efficacité mais également la facilité d'utilisation de chaque source.

À l'heure actuelle, l'accélérateur de SPARC est toujours en cours de commissioning. Les efforts portent essentiellement sur l'obtention d'un faisceau de basse émittance ( $\pi$ .mm.mrad). Les premières mesures en sortie d'injecteur ont donné des résultats prometteurs. Le transport du faisceau jusqu'à l'entrée de l'onduleur avec ces mêmes caractéristiques reste à démontrer. Les premiers tests en configuration SASE devraient donc se dérouler à l'automne 2008, suivis des premières expériences d'injection.

Contrairement au LEL de SCSS test accelerator et au futur LEL de FLASH, aucun utilisateur n'est prévu sur celui de SPARC. L'installation est entièrement à vocation de recherche sur le LEL en configuration HGHG injectée avec une source harmonique générée dans les solides et les gaz. La disponibilité de l'installation devrait permettre de réaliser un grand nombre d'expériences. Il est prévu dans un premier temps d'étudier les spécificités d'un LEL injecté avec une source harmonique générée dans un gaz (influence de la structure temporelle en APT, influence de la largeur du spectre, etc. ...). Le LEL de SPARC est également équipé d'un onduleur de cinq sections variables indépendamment, offrant une grande variété de configurations HGHG et en cascade. La faisabilité d'un LEL à courte longueur d'onde avec plusieurs étages d'amplification pourra donc pour la première fois être étudiée. En effet, dans le cas du LEL de SCSS test accelerator, la faible gamme d'entrefer disponible ne permet pas d'accorder la deuxième section d'onduleur sur une harmonique du premier, tandis que l'onduleur de FLASH est à entrefer fixe. Les résultats obtenus à SPARC devraient directement servir à la réalisation du LEL de SPARX [129], source pour utilisateur de rayons–X (de 13.5 à 6 nm puis de 6 à 1.5 nm) en construction à quelques kilomètres du site de SPARC.

Enfin, dans le cas d'ARC-EN-CIEL, présenté au Chapitre 4, les études menées au cours de ce travail de thèse ne sont plus expérimentales et prennent une dimension prospective d'autant plus intéressante. Il s'agissait de travailler au dimensionnement des diverses sources de lumière d'un projet de complexe de quatrième génération. Plusieurs codes de simulation ont été utilisés, pour les LELs et pour le rayonnement simple des onduleurs. Le dimensionnement a été effectué dans le cadre de la rédaction d'un Avant Projet Sommaire (APS). Afin d'améliorer les performances attendues des LELs injectés, un véritable travail d'équipe a été mené avec des physiciens accélérateurs pour bénéficier de jeux de paramètres directement issus de simulations de l'accélérateur d'ARC-EN-CIEL. L'analyse du rayonnement des LELs ainsi généré a révélé un mode de propagation de l'impulsion lumineuse encore non observé (théoriquement ou expérimentalement). Ce mode peut se révéler néfaste pour la cohérence de la source. En effet, le régime se caractérise par la séparation en sortie du régime exponentiel de l'impulsion en deux sous-impulsions se propageant dans des directions opposées relativement au paquet d'électrons. Dans le domaine spectral, cette double impulsion se traduit par des sous structures qui réduisent la cohérence temporelle. Cette cohérence temporelle étant l'atout principal d'une source LEL injectée, notamment par rapport aux LEL en SASE ou aux sources classiques de rayonnement synchrotron, le contrôle des divers régimes et ainsi la suppression de ces sousimpulsions représente un enjeu majeur. Les travaux entamés se poursuivent donc dans le cadre d'une collaboration avec le laboratoire PhLAM de l'université de Lille.

La communauté LEL en général se tourne également vers la communauté des physiciens de l'accélération plasma. Les progrès rapides des systèmes laser de forte puissance (TW) permettent à l'heure actuelle d'accélérer un faisceau d'électrons dans un plasma jusqu'à une énergie de 1 GeV. Si la dispersion en énergie reste élevée (plus d'un ordre de grandeur au-dessus des standards obtenus avec les accélérateurs traditionnels), la compacité de ces systèmes est prometteuse. L'injection d'un faisceau d'électrons dans un onduleur est envisagée au laboratoire du LOA en France pour la fin de l'année 2008. Il s'agira d'obtenir du rayonnement synchrotron dans le visible avec un faisceau de 1 GeV sur une distance de quelques mètres et de réaliser ainsi un premier pas vers le Laser à Électrons Libres basé sur accélérateur plasma... Conclusion

# Bibliographie

- [1] R. Paschotta. Encyclopedia of Laser Physics and Technology. http://www.rp-photonics.com/nonlinear-frequency-conversion.html, 2008.
- [2] J. M. J. Madey. Stimulated emission of Bremmstahlung in a periodic magnetic field. Jour. Appl. Phys., 42 :1906, 1971.
- [3] D. A. G. Deacon, L.R. Elias, G. J. Ramian, H. A. Schwettman, T.I. Smith. First operation of a free electron laser. *Phys. Rev. Lett.*, 38 :892, 1977.
- [4] E. Koch, G.V. Marr, D.E. Moncton, G.S. Brown, S. Ebashi, M. Koch, E. Rubenstein. *Handbook on synchrotron radiation, Volume 2.* North Holland Amsterdam (the Netherlands), Koch, 1983.
- [5] T. Shaftan, J. Wu, W. Graves, H. Loos, A. Doyuran, L.H. Yu, E.D. Johnson, S. Krinsky, J. Roose, B. Sheehy. Bunch compression in the SDL Linac. *Proceedings of the EPAC'02 Conference, Paris, France*, 1:834–836, 2002.
- [6] X.J. Wang, X. Qiu, I. Ben-Zvi. Experimental observation of high-brightness microbunching in a photocathode RF electron gun. *Phys. Rev. E*, 54 :R3121, 1996.
- [7] L. Serafini, M. Ferrario. Velocity Bunching in Photo-Injectors. AIP Conference Proceeding, 581:87–106, 2001.
- [8] A. Loulergue, A. Mosnier. A simple S-Chicane for the final bunch compressor of TTF-FEL. Proceedings of the EPAC'00 Conference, Vienna, Austria, 1:752–754, 2000.
- [9] A. Nadji, J.-C. Besson, L. Cassinari, C. Chauvet, J. Darpentigny, A. Petit, H. Zyngier. Orbit Correction and Feedback Systems on the Storage Rings DCI and Super-AC0. Proceedings of the EPAC'94 Conference, London, England, 1:1571, 1994.
- [10] A. Nadji, P. Brunelle, G. Flynn, M.-P. Level, M. Sommer, H. Zyngier. Experiments with low alpha and negative momentum compaction factor with super-ACO. *Proceedings of* the EPAC'96 Conference, Barcelona, Spain, 1 :1, 1996.
- [11] M. Hosaka, M. Katoh, A. Mochihashi, J. Yamasaki, K. Hayashi, Y. Takashima. Upgrade of the UVSOR Storage Ring FEL. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 528 :291–295, 2004.
- [12] J.M. Filhol, J.C. Besson, P. Brunelle, M.E. Couprie, J.C. Denard, J.M. Godefroy, C. Herbeaux, P. Lebasque, V. Le Roux, M.P. Level, A. Lestrade, A. Loulergue, P. Marchand, J.L. Marlats, A. Nadji, R. Nagaoka L. Nadolski, B. Pottin, M.A. Tordeux. Overview of the status of the SOLEIL project. *Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh*, *Scotland*, 1 :2723, 1994.
- [13] J-L. Revol, J-C. Biasci, J-F. Bouteille, J. Chavanne, P. Elleaume, L. Farvacque, L. Hardy, J. Jacob, G. Naylor, E. Plouviez, A. Ropert, B. K. Scheidt. Operation and recent de-

velopment at the ESRF. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1:3290, 2006.

- [14] M. Sands. The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction. SLAC Report No. 121, 1970.
- [15] J. Feikes, P. Kuske, R. Muller, G. Wustefeld. Towards sub-picosecond electron bunches : upgrading ideas for BESSY II. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :3310, 2006.
- [16] A. Nadji, P. Brunelle, G. Flynn, M.P. Level, M. Sommer, H. Zyngier. Quasi-isochronous experiments with the Super-ACO storage ring. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect.* A, 378 :376–382, 1996.
- [17] C.J. Bocchetta. Lifetime and beam emission in storage ring. CERN Accelerator School, 1 :1, 1990.
- [18] C. Bernardini, G.F. Corazza, G. di Giugno, G. Ghigo, J. Haissinski, P. Marin, R. Querzoli, B. Touschek. Lifetime and beam size in a storage ring. *Phys. Rev. Lett.*, 10 :407–409, 1963.
- [19] M. Tigner. A possible apparatus for electron clashing-beam experiments. Nuovo Cimento B, 37 :1228–1231, 1965.
- [20] T.I. Smith, H.A. Schwettman, R. Rohatgi, Y. Lapierre, J. Edighoffer. Development of the SCA/FEL for use in biomedical and materials science experiments. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 259 :1–7, 1987.
- [21] G.H. Hoffstaetter, I. V. Bazarov. Beam-breakup instability theory for energy recovery linacs. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 7:054401, 2004.
- [22] E.J. Minehara et al. JAERI 10 kW high power ERL-FEL and its applications in nuclear energy industries. Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA, 1:305–308, 2005.
- [23] V.P. Bolotin et al. Status of the Novosibirsk energy recovery linac. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 557 :23–27, 2006.
- [24] D.J. Holder, N. Bliss, J.A. Clarke, P.A. McIntosh, M.W. Poole, E.A. Seddon, S.L.S. Smith. The status of the Daresbury Energy Recovery Prototype Project. *Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland*, 1 :187–189, 2006.
- [25] V. Litvinenko. Status of R and D energy recovery linac at Brookhaven National Laboratory. Proceedings of the PAC'07 Conference, New Mexico, USA, 1 :1347–1349, 2007.
- [26] M.E. Couprie et al. The ARC-EN-CIEL FEL proposal. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1 :146–148, 2006.
- [27] I. Ben-Zvi et al. Status of the R and D towards electron cooling of RHIC. Proceedings of the PAC'07 Conference, New Mexico, USA, 1 :1938–1940, 2007.
- [28] Y. Derbenev et al. ELIC at CEBAF. Proceedings of the PAC'05 Conference, Knoxville, Tennessee, USA, 1 :1437–1439, 2005.
- [29] A.V. Bondarenko, S.V. Miginsky, B.C. Lee, S.H. Park, Y.U. Jeong, Y.H. Han. A project of SC ERL at JAERI. Proceedings of the FEL'07 Conference, Novossibirsk, Russia, 1 :160– 162, 2007.
- [30] I.V. Bazarov et al. The Energy Recovery Linac (ERL) as a driver for X-ray producing insertion devices. *Proceedings of the PAC'01 Conference, Chicago, USA*, 1:230–232, 2001.

- [31] T. Kasuga et al. Future light source based on energy recovery linac in Japan. Proceedings of the APAC'07 Conference, Indore, India, 1:172–174, 2007.
- [32] P. Elleaume, J. Chavanne, B. Faatz. Design considerations for a 1 A SASE undulator. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 155 :503–523, 2000.
- [33] N.G. Gravilov et al. Electromagnetic undulators for the VEPP-3 optical klystron. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 282 :422–423, 1989.
- [34] F. Briquez et al. Status of the SOLEIL insertion devices. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1:3556-3558, 2006.
- [35] H. Onuki, P. Elleaume. Undulators, Wigglers and their applications. Taylor and Francis Inc., 2003.
- [36] J.D. Jackson. Classical electrodynamics. J. Wiley, New York, 1975.
- [37] J.M. Ortega. Cours de DEA, Rayonnement des onduleurs et LEL. Université d'Orsay, Paris XI, 2, 2004.
- [38] O. Chubar. Numerical Propagation Simulations and Coherence Analysis of SASE Wavefronts. Proceedings of the FEL'07 Conference, Novossibirsk, Russia, 1:0, 2007.
- [39] N.A. Vinokurov, A.N. Skrinsky. Preprint 77-59, Nuclear Physics Institute of Novossibirsk, 1977.
- [40] P. Elleaume. Optical Klystron. J. Phys. (Paris), 44 :C1-353, 1983.
- [41] R. Prazeres, J.M. Ortega, C. Bazin, M. Bergher, M. Billardon, M.E. Couprie, M. Velghe, Y. Petroff. Coherent harmonic generation in the vacuum ultraviolet spectral range on the storage ring ACO. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 272 :68–72, 1988.
- [42] L.H. Yu et al. High-Gain Harmonic-Generation Free-Electron Laser. Science, 289 :932, 2000.
- [43] L.H. Yu, al. First Ultraviolet High-Gain Harmonic-Generation Free-Electron Laser. Phys. Rev. Lett., 91 :074801, 2003.
- [44] D. Garzella, T. Hara, B. Carré, P. Salières, T. Shintake, H. Kitamura, M.E. Couprie. Using VUV high-order harmonics generated in gas as a seed for single pass FEL. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 528 :502, 2004.
- [45] M-E. Couprie, M. Belakhowski, B. Bliquin, D. Garzella, M. Jablonka, F. Meot, A. Mosnier, L. Nahon, A. Rousse. A French proposal for an innovative accelerators based coherent UV-X-ray source. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, Sect. A, 528 :557–561, 2004.
- [46] G. Lambert, T. Hara, D. Garzella, T. Tanikawa, M. Labat, B. Carre, H. Kitamura, T. Shintake, M. Bougeard, S. Inoue, Y. Tanaka, P. Salières, H. Merdji, O. Chubar, O. Gobert, K. Tahara, M.E. Couprie. Injection of harmonics generated in gas in a Free-Electron-Laser providing intense and coherent extreme-UV light. *Nature Physics*, 4 :296–300, 2008.
- [47] L. Giannessi. Harmonic generation and linewidth narrowing in seeded FELs. Proceedings of the FEL'04 Conference, Trieste, Italy, 1:37–40, 2004.
- [48] G. Dattoli, L. Giannessi, A. Renieri, A. Torre. Theory of Compton Free Electron Lasers. E. Wolf, Progress in Optics, 31:321, 1993.
- [49] M. Xie. Design Optimization for an X-Ray Free Electron Laser Driven by SLAC Linac. Proceedings of the PAC'95 conference, Dallas, USA, 1 :183, 1995.

- [50] K.J. Kim, M. Xie. Self-Amplified Spontaneous Emission for short wavelength coherent radiation. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 331:359–364, 1993.
- [51] B. Bonifacio, N. Narducci, C. Pellegrini. Collective instabilities and high-gain regime in a free electron laser. Opt. Commun., 50 :373–378, 1984.
- [52] K.J. Kim et al. A Proposal for an X-Ray Free-Electron Laser Oscillator with an Energy-Recovery Linac. Phys. Rev. Lett., 100 :244802, 2008.
- [53] J.C. Goldstein, D.C. Nguyen, R.L. Sheffield. Theoretical study of the design and performance of a high-gain, high-extraction-efficiency FEL oscillator. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 393 :137–141, 1997.
- [54] D.C. Nguyen, R.L. Sheffield, C.M. Fortgang, J.C. Goldstein, J.M. Kinross-Wright, N.A. Ebrahim. First lasing of the regenerative amplifier FEL. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, Sect. A, 429 :125–130, 1999.
- [55] B. Faatz et al. Regenerative FEL amplifier at the TESLA test facility at DESY. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 429 :424–428, 1999.
- [56] N.R. Thompson, M.W. Poole, B.W.J. McNeil. A VUV-FEL for 4GLS : Design concept and simulation results. *Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA*, 1 :79, 2005.
- [57] Z. Huang, R. Ruth. Fully Coherent X-Ray Pulses from a Regenerative-Amplifier Free-Electron Laser. Phys. Rev. Lett., 96 :144801, 2006.
- [58] R. Coïsson, F. De Martini. Free-Electron Coherent Relativistic Scatterer for UV Generation. Phys. of Quant. Electron., Addison-Wesley, 1 :9 (939), 1982.
- [59] A.M. Kondratenko, E.L. Saldin. Generation of coherent radiation by a relativistic electron beam in an undulator. Sov. Phys. Dokl. 24, 12 :986, 1979.
- [60] K.J. Kim. Three-Dimensionnal Analysis of Coherent Amplification and Self-Amplified Spontaneous Emission in Free-Electron Lasers. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :1871–1874, 1986.
- [61] E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov. The Physics of Free Electron Lasers, Chap.6.2. Springer ISBN 3-540-66266-9, 1:360-401, 2000.
- [62] T.M. Tran, J.S. Wurtele. A three-dimensionnal axi-symmetric code for free-electron laser (FEL) simulation. Comput. Phys. Commun., 54 :263, 1989.
- [63] A. Doyuran, al. Characterization of a High-Gain Harmonic-Generation Free-Electron Laser at Saturation. Phys. Rev. Lett., 86:5902, 2001.
- [64] J.B. Murphy, J. Wu, X.J. Wang, T. Watanabe. Longitudinal Coherence Preservation and Chirp Evolution in a High-Gain Laser Seeded Free Electron Laser Amplifier. BNL-75907-2006, SLAC-PUB, 1 :11852, 2006.
- [65] A. Doyuran, al. Experimental study of a high-gain harmonic generation free-electron laser in the ultraviolet. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 7:050701, 2004.
- [66] L.H. Yu et al. Generation of intense UV radiation by subharmonically seeded single-pass free-electron lasers. *Phys. Rev.*, A 44 :5178, 1991.
- [67] J. Feldhaus, E. Saldin, E. Schneidmiller, Y. Yurkov. Possible application of X-ray optical elements for reducing the spectral bandwidth of an X-ray SASE FEL. Opt. Commun., 140 :341–352, 1997.

- [68] Z. Huang, K.J. Kim. Review of x-ray free-electron laser theory. Phys. Rev. ST Accel. Beams, 10:034801, 2007.
- [69] W.B. Colson. The nonlinear wave equation for higher harmonics in free-electron lasers. IEEE J. Quantum Electron., QE 17 :1417–1427, 1981.
- [70] R.V. Jones. The paraxial wave equation propagation of gaussian beams in uniform media. http://people.seas.harvard.edu, 3 :1, 2008.
- [71] S. Ichimaru. Basic Principles of Plasma Physics A. W.A. Benjamin, Inc., London, 1973.
- [72] L.H. Yu, S. Krinsky, R. Gluckstern. Calculation of universal scaling function for freeelectron laser gain. *Phys. Rev. Lett.*, 64 :3011–3014, 1990.
- [73] M. Xie. Exact and variational solutions of 3D eigenmodes in high gain FELs. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 445:59–66, 2000.
- [74] M. Xie, D. Deacon. Theoretical study of FEL active guiding in the small signal regime. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 250 :426–431, 1986.
- [75] Y. Chin, K.J. Kim, M. Xie. Three-dimensionnal theory of the small-signal high-gain free-electron laser including betatron oscillation. *Phys. Rev. A*, 46 :6662, 1992.
- [76] M. Xie. Grand initial value problem of high gain free electron lasers. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 475:51–58, 2001.
- [77] S. Krinsky, L.H. Yu. Output power in guided modes for amplified spontaneous emission in a single-pass free-electron laser. *Phys. Rev. A*, 35 :3406, 1987.
- [78] L.H. Yu, S. Krinsky. Amplified Spontaneous Emission in a Single Pass Free Electron Laser. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 285 :119–121, 1989.
- [79] K.J. Kim. An analysis of self-amplified spontaneous emission. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 250 :396, 1986.
- [80] J.M. Wang, L.H. Yu. A transient analysis of a bunched beam free electron laser. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 250 :484–489, 1986.
- [81] S. Krinsky, Z. Huang. Frequency chirped self-amplified spontaneous emission free-electron lasers. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 6 :050702, 2003.
- [82] E.L. Saldin, E.A. Schneidmiller, M.V. Yurkov. Influence of an energy chirp on SASE FEL configuration. Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA, 1:258, 2005.
- [83] N.A. Vinokurov, Z. Huang, O.A. Shevchenko, K.J. Kim. Quasilinear theory of high-gain FEL saturation. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 475:74, 2001.
- [84] Z. Huang, K.J. Kim. Three-dimensional analysis of harmonic generation in high-gain free-electron lasers. *Phys. Rev. E*, 62 :7295, 2000.
- [85] J. Vogel et al. Interplay between magnetic anisotropy and interplayer coupling in nanosecond magnetization reversal of spin-valve trilayers. *Phys. Rev.*, B 71 :060404(R), 2005.
- [86] L. Nahon et al. Determination of chiral asymmetries in the valence photoionization of camphor enantiomers by photoelectron imaging using tunable polarized light. J. Chem. Phys., 125 :114309, 2006.
- [87] G. Geloni, E. Saldin, E. Schneidmiller, M. Yurkhov. Theory of Nonlinear Harmonic Generation in Free-Electron Lasers with Helical Wigglers. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 581 :856–865, 2007.

- [88] G. Geloni, E. Saldin, E. Schneidmiller, M. Yurkhov. Exact Solution for Second Harmonic Generation in XFELs. Opt. Commun., 271 :207–218, 2007.
- [89] H.P. Freund, P.G. O'Shea, S.G. Biedron. Nonlinear Harmonic Generation in Free-Electron Lasers with Helical Wigglers. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :074802, 2005.
- [90] E. Allaria, F. Curbis, M. Coreno, M. Danailov, B. Diviacco, C. Spezzani, M. Trovo, G. De-Ninno. Experimental characterization of Nonlinear Harmonic Generation in Planar and Helical Undulators. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :089902, 2008.
- [91] C. Chang, P. Naulleau, E. Anderson, D. Attwood. Spatial coherence characterization of undulator radiation. Opt. Comm., 182 :25–34, 2000.
- [92] J. Kirz et al. X-ray Data Booklet. Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley, 1986.
- [93] E. Saldin, E. Schneidmiller, M. Yurkov. Statistical properties of radiation from VUV and X-ray free electron laser. Opt. Commun., 148 :383–403, 1998.
- [94] R. Bonifacio, L. De Salvo, P. Pierini, N. Piovella, C. Pellegrini. Spectrum, temporal structure, and fluctuations in a high-gain free-electron laser starting from noise. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :70–73, 1994.
- [95] T. Shintake et al. A compact free-electron laser for generating coherent radiation in the extreme ultraviolet region. Nat. Photon., 2:555–559, 2008.
- [96] R. Bonifacio, L. De Salvo, P. Pierini, N. Piovella. The superradiant regime of a FEL : analytical and numerical results. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 296 :358– 367, 1990.
- [97] E. Wigner. On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium. Phys. Rev., 40:749–759, 1932.
- [98] L.H. Yu, A. Doyuran, L. Dimaurao, W.S. Graves, E.D. Johnson, R. Heese, S. Krinsky, H. Loos, J. Murphy, G. Rakowsky, J. Rose, T. Shaftan, B. Sheehy, J. Skaritka, X.J. Wang, Z. Wu. Ultraviolet high-gain harmonic-generation free-electron laser at BNL. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 528 :436–442, 2004.
- [99] G.T. Moore. High-gain small-signal modes of the free-electron laser. *Opt. Commun.*, 52:46, 1984.
- [100] E.T. Scharlemann, A.M. Sessler, J.S. Wurtele. Optical guiding in a Free-Electron Laser. Phys. Rev. Lett., 54 :17, 1985.
- [101] R. Ischebeck et al. Study of transverse coherence at the TTF free electron laser. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 507 :175–180, 2003.
- [102] W.S. Haddad, I. McNulty, J. E. Trebes, E. H. Anderson, R. A. Levesque, L. Yang. Ultrahigh-Resolution X-ray Tomography. *Science*, 266 :1213–1215, 1994.
- [103] F. Polack, D. Joyeux, J. Svatos, D. Phalippou. Applications of wavefront division interferometers in soft X-rays. *Rev. Sci. Instrum.*, 66 :2180, 1995.
- [104] S. Marchesini, M. Belakhovsky, A.Q. R. Baron, G. Faigel, M. Tegze, P. Kamp. Standing waves and Kossel line patterns in structure determination. *Solid State Communications*, 105 :685–687, 1998.
- [105] K. A. Nugent, T. E. Gureyev, D. F. Cookson, D. Paganin, Z. Barnea. Quantitative Phase Imaging Using Hard X-Rays. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :2961, 1996.

- [106] L. Giannessi. Overview of PERSEO, a system for simulating FEL dynamics in MATH-CAD. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1 :91–94, 2006.
- [107] S. Reiche. GENESIS 1.3. A Fully 3D Time Dependent FEL Simulation Code. NIM Proceedings of the FEL'98 Conference, Williamsburg, VA, USA, 1:0, 1998.
- [108] H.P. Freund, T.M. Antonsen. Principles of Free-Electron Lasers. Chapman and Hall, London, 1986.
- [109] H.P. Freund. Nonlinear theory of short-wavelength free-electron lasers. Phys. Rev. E, 52:5401–5415, 1995.
- [110] W.M. Fawley. An Informal Manual for GINGER and its postprocessor XPLOTGIN. LBID-2141, CBP Tech Note-104, UC-414, 1995.
- [111] M. Billardon, P. Elleaume, J.M. Ortega, C. Bazin, M. Bergher, M. Velghe, Y. Petroff, D.G. Deacon. First operation of a storage ring free electron laser. *Phys. Rev. Lett.*, 51 :1652, 1983.
- [112] B. Faatz. Results and lessons from FLASH. Proceeding of the FEL'06 Conference, 1:23, 2006.
- [113] W. Ackermann et al. Operation of a free-electron laser from the extreme ultraviolet to the water window. *Nature Photonics*, 1:336 – 342, 2007.
- [114] http://zms.desy.de/news/newsnbsp/2007/photon-0810/index-eng.html. 2007.
- [115] R. Brinkmann. The European XFEL project. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1:24, 2006.
- [116] S.J. Park et al. Physics and engineering issues of PPI (Pohang Photo-Injector) for PAL XFEL. Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA, 1 :600–602, 2006.
- [117] M. Cornacchia. LCLS x-ray FEL at SLAC. Proceedings of the SPIE'99 Conference, 3614 :109–118, 1999.
- [118] T. Shintake. Status of Japanese XFEL project and SCSS test accelerator. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1:33–36, 2006.
- [119] B. Girard, Y. Lapierre, J.M. Ortega, C. Bazin, M. Billardon, P. Elleaume, M. Bergher, M. Velghe, Y. Petroff. Optical frequency multiplication by an Optical Klystron. *Phys. Rev. Lett.*, 53 :2405, 1984.
- [120] R. Prazeres, J. M. Ortega, C. Bazin, M. Bergher, M. Billardon, M. E. Couprie, H. Fang, M. Velghe, Y. Petroff. First Production of Vacuum-Ultraviolet Coherent Light by Frequency Multiplication in a Relativistic Electron Beam. *Europhys. Lett.*, 4 :817–822, 1987.
- [121] R. Prazeres, P. Guyot-Sionnest, J.M. Ortega, D. Jaroszinski, M. Billardon, M.E. Couprie, M. Velghe, Y. Petroff. Coherent harmonic generation in VUV with the optical klystron on the storage ring Super-ACO. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 304 :72–76, 1991.
- [122] S. Werin, M. Eriksson, J. Larsson, A. Persson, S. Svanberg. First results in coherent harmonic generation using the undulator at the MAX-LAB electron storage ring. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 290 :589–596, 1990.
- [123] M. Labat, M. Hosaka, A. Mochihashi, M. Shimada, G. Lambert, T. Hara, Y. Takashima, M. Katoh, M.E. Couprie. Coherent Harmonic Generation on UVSOR-II Storage Ring. *Eur. Phys. J.*, D 44 :187–200, 2007.

- [124] G. De Ninno, E. Allaria, M. Coreno, F. Curbis, M. B. Danailov, E. Karantzoulis, A. Locatelli, T. O. Mentes, M. A. Nino, C. Spezzani, M. Trovò. Generation of Ultrashort Coherent Vacuum Ultraviolet Pulses Using Electron Storage Rings : A New Bright Light Source for Experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :053902, 2008.
- [125] V. Litvinenko. New results and prospects for harmonic generation in storage ring FELs. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 507 :265–273, 2003.
- [126] G. De Ninno, M.B. Danailov, B. Diviacco, M. Ferianis, M. Trovo. Coherent harmonic generation using the ELETTRA storage ring optical klystron. *Proceedings of the FEL'04 Conference, Trieste, Italy*, 1:237–240, 2004.
- [127] G. De Ninno, E. Allaria, M. Coreno, S. Chowdhury, F. Curbis, M. B. Danailov, B. Diviacco, M. Ferianis, E. Karantzoulis, E. C. Longhi, I. V. Pinayev, C. Spezzani, M. Trovò, V. N. Litvinenko. Self-Induced Harmonic Generation in a Storage-Ring Free-Electron Laser. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :104801, 2008.
- [128] Linac Coherent Light Sources LCLS. http://www-ssrl.slac.stanford.edu/lcls.
- [129] C. Vaccarezza et al. Status of the SPARC-X project. Proceedings of the PAC'07 Conference, Albuquerque, New Mexico, USA, 1 :1001–1003, 2007.
- [130] http://www.filburt.lns.mit.edu/xfel/index.html.
- [131] E. Allaria, G. DeNinno. Using High Order Harmonics Generated in a Gas Jet to Seed the FERMI at Elettra Free Electron Laser. Proceedings of the FEL'08 Conference, Gyeongju, Corea, 1 :to be published, 2008.
- [132] http://arcenciel.synchrotron.fr/arcenciel.
- [133] G. Dattoli, L. Mezi, M. Migliorati, A. Renieri, M. E. Couprie, D. Garzella, D. Nutarelli, C. Thomas, G. De Ninno, R. Walker. Electron beam properties and impedance characterization for storage rings used for free electron lasers. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, *Sect. A*, 471 :403, 2001.
- [134] A. Lin, H. Hama, S. Takano, G. Isoyama. Measurement of the Bunch Length on the UVSOR Storage Ring. Jpn. J. of Appl. Phys., 31 :921–924, 1992.
- [135] H. Hama. A helical optical klystron for an UV-FEL project at the UVSOR. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 375:57, 1996.
- [136] H. Hama, K. Kimura, M. Hosaka, J. Yamasaki, T. Kinoshita. Testing for qualification of a helical optical klystron for UV storage-ring free electron lasers. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 393 :23, 1997.
- [137] M. Hosaka, M. Katoh, A. Mochihashi, M. Shimada, J. Yamasaki, K. Hayashi, Y. Takashima. Storage Ring FEL Exceeding 1 W in the Deep UV Region. UVSOR Activity Report 2006, 1 :BL5U, 2007.
- [138] J.C. Gallardo, C. Pellegrini. Optical-klystron configuration for a high-gain X-ray free electron laser. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 296 :448–450, 1990.
- [139] J. B. Murphy, S. Krinsky. Millimeter wave coherent synchrotron radiation in the SXLS phase I electron storage ring. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 346:571, 1994.
- [140] M. Katoh, M. Hosaka, S. Kimura, A. Mochihashi, M. Shimada, T. Takahashi, Y. Takashima, T. Hara. Observation of Intense THz Synchrotron Radiation by Bunch Slicing with Femto-second Pulse Laser in UVSOR-II Electron Storage Ring. *Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland*, 1:3377, 2006.

- [141] M. Shimada, M. Katoh, S. Kimura, A. Mochihashi, M. Hoasaka, Y. Takashima, T. Hara, T. Takashi. Intense Terahertz Synchrotron Radiation by Laser Bunch Slicing at UVSOR-II Electron Storage Ring. Jpn. J. Appl. Phys., 46 :7939–7944, 2007.
- [142] J.M.J. Madey. Relationship between redaited energy, mean squared radiated energy and spontaneous power-spectrum in a power series expansion of the equations of motion in a free-electron laser. *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis.*, 50 B :64, 1979.
- [143] G. Dattoli, A. Renieri. Storage ring operation of the free-electron laser : the oscillator. Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis., 59 B :1–39, 1980.
- [144] K.E. Robinson. Free-Electron Laser Bunch Lengthening on the ACO Storage Ring. Dissertation of the Stanford University, 1984.
- [145] G.L. Orlandi, C. Bruni, D. Garzella, M.E. Couprie, C. Thomas, R. Bartolini, C. Rippon, G. Dattoli. Free electron laser and microwave instability interplay in a storage ring. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 7 :060701, 2004.
- [146] F. Wang et al. Coherent THz Synchrotron Radiation from a Storage Ring with High-Frequency RF System. Phys. Rev. Lett., 96 :064801, 2006.
- [147] K. Holldack, S. Khan, R. Mitzner, T. Quast. Femtosecond Terahertz Radiation from Femtoslicing at BESSY. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :054801, 2006.
- [148] W.C. Barry et al. A dedicated storage ring for far-IR Coherent Synchrotron Radiation et the ALS. Proceedings of the EPAC'02 Conference, Paris, France, 1:656, 2002.
- [149] A. Mochihashi, M. Hosaka, M. Katoh, M. Shimada, S. Kimura, Y. Takashima, T. Takahashi. Observation of THz Synchrotron Radiation Burst in UVSOR-II Electron Storage Ring. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :3380–3382, 2006.
- [150] S. Kimura, E. Nakamura, T. Nishi, Y. Sakurai, K. Hayashi, J. Yamazaki, M. Katoh. Infrared and terahertz spectromicroscopy beam line BL6B(IR) at UVSOR-II. *Infrared Physics and Technology*, 49 (1-2) :147–151, 2006.
- [151] A.A. Zholents, M.S. Zolotorev. Femtosecond X-Ray Pulses of Synchrotron Radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :912, 1996.
- [152] M. Abo-Bakr, J. Feikes, K. Holldack, G. Wüstefeld. Steady-State Far-Infrared Coherent Synchrotron Radiation at BESSY. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :254801, 2002.
- [153] M.E. Couprie, P. Elleaume. Modification of the Electron Bunch Shape Induced by the Orsay Storage Ring FEL. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 259 :77–82, 1987.
- [154] V.N. Litvinenko, B. Burnham, J.M.J. Madey, Y. Wu. Giant laser pulses in the Duke storage ring UV FEL. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 358 :334–337, 1995.
- [155] I.V. Pinayev, V.N. Litvinenko, K. Chalut, E.C. Longhi, S. Roychowdhurry. Observation of a giant pulse time structure produced by a storage ring FEL. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 528 :283–286, 2004.
- [156] K. Holldack, T. Kachel, S. Khan, R. Mitzner. Characterization of laser-electron interaction at the BESSY II femtoslicing. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 8 :040704, 2005.
- [157] R. Roux, M. Billardon. Storage ring free electron laser and coherent synchrotron oscillation : simulation approach. Nuovo Cimento, A 112(5) :513–520, 1987.
- [158] G. De Ninno, M.E. Couprie, D. Nutarelli, D. Garzella, E. Renault, M. Billardon. Local energy exhange in a storage ring free electron laser. *Phys. Rev.*, E 64 :026502, 2001.

- [159] D. Nutarelli, D. Garzella, M.E. Couprie, M. Billardon. Dynamic filling factor in the Super-ACO free electron laser. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 393 :64–69, 1997.
- [160] R. Prazeres. Thèse de Doctorat. Université d'Orsay, Paris XI, Chap. 2-3 :27-71, 1988.
- [161] J. Wu, L.H. Yu. X-ray production by cascading stages of a High-Gain Harmonic Generation Free-Electron Laser I : basic theory. SLAC-PUB, 10494, 2004.
- [162] J.D. Farmer. Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system. *Physica*, 1:336, 1982.
- [163] L. G. Gouy. Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses. C. R. Acad. Sci. Paris, 110:1251, 1890.
- [164] http://www.r-project.org/.
- [165] M. Labat, M. Hosaka, M. Shimada, M. Katoh, M.E. Couprie. Optimization of a seeded Free-Electron Laser with helical undulators. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :164803, 2008.
- [166] R.W. Warren, J.E. Sollid, D.W. Feldman, W.E. Stein, W.J. Johnson, A.H. Lumpkin, J.C. Goldstein. Near-ideal lasing with a uniform wiggler. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, Sect. A, 285 :1–10, 1989.
- [167] A.H. Lumpkin, R. Dejus, J.W. Lewellen, W. Berg, S. Biedron, M. Borland, Y.C. Chae, M. Erdmann, Z. Huang, K.J. Kim, Y. Li, S.V. Milton, E. Moog, D.W. Rule, V. Sajaev, B.X.Yang. Evidence for Microbunching "Sidebands" in a Saturated Free-Electron Laser Using Coherent Optical Transition Radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :1, 2002.
- [168] J.C. Goldstein, B.E. Newnam, R.W. Warren, R.L. Sheffield. Comparison of the results of the theoretical calculations with experimental measurements from the Los Alamos Free Electron Laser oscillator experiment. *Nucm. Instrum. Meth. Phys. Res., Sect. A*, 250 :4– 11, 1986.
- [169] J. Masud, T.C. Marshall, S.P. Schlesinger, F.G. Yee, W.M. Fawley, E.T. Scharlemann, S.S. Yu, A.M. Sessler, E.J. Sternbach. Sideband Control in a Millimeter-Wave Free Electron Laser. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :763, 1987.
- [170] G.M.H. Knippels, A.F.G. van de Meer, R.F.X.A.M. Mols, D. Oepts, P.W. van Amersfoort, D.A. Jaroszynski. Influence of a Step-Tapered Undulator Field on the Optical Pulse Shape of a Far-Infrared Free-Electron Laser. *IEEE J. Quantum Electron.*, 32 :896, 1996.
- [171] W. Colson, A. Renieri. Pulse propagation in free electron lasers. J. Phys. (Paris), 44 :C1– 11, 1983.
- [172] N.M. Kroll, P.L. Morton, M.N. Rosenbluth. Free-Electron Lasers with variable parameter wigglers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 17 :1436–1468, 1981.
- [173] L. Giannessi, S. Spampinati, P. Musumeci. Non linear pulse evolution in seeded and cascaded FELs. Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA, 1:210, 2005.
- [174] K. Fezzaa, F. Comin, S. Marchesini, R. Coïsson, M. Belakhovsky. X-Ray Interferometry at ESRF Using Two Coherent Beams from Fresnel Mirrors. X-Ray Sci. Technol., 7:12–23, 1997.
- [175] Y. Kunimune, Y. Yoda, K. Izumi, M. Yabashi, X.-W. Zhang, T. Harami, M. Ando, S. Kikuta. Two-Photon Correlations in X-rays from a Synchrotron Radiation Source. *Journal* of Synchrotron Radiation, 4 :199, 1997.

- [176] E. Gluskin, E. E. Alp, I. McNulty, W. Sturhahn, J. Sutter. A classical Hanbury Brown-Twiss experiment with hard X-rays. *Journal of Synchrotron Radiation*, 6 :1065, 1999.
- [177] V. Kohn, I. Snigireva, A. Snigirev. Direct Measurement of Transverse Coherence Length of Hard X-Rays from Interference Fringes. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2745–2748, 2000.
- [178] A. Q. R. Baron, A.I. Chumakov, H.F. Grünsteudel, H. Grünsteudel, L. Niesen, R. Rüffer. Transverse X-Ray Coherence in Nuclear Scattering of Synchrotron Radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 77(23) :4808–4811, 1996.
- [179] T. Young. Lectures on Natural Philosophy I. London, 1:464, 1807.
- [180] Y. Takayama, R.Z. Tai, T. Hatano, T. Miyahara, W. Okamoto, Y. Kagoshima. Measurement of the coherence of synchrotron radiation. *Journal of Synchrotron Radiation*, 5 :Part 3, 456–458, 1998.
- [181] Y. Takayama, T. Hatano, T. Miyahara, W. Okamoto. Relationship between Spatial Coherence of Synchrotron Radiation and Emittance. *Journal of Synchrotron Radiation*, 5 :Part 4, 1187–1197, 1998.
- [182] T. Naito, T. Mitsuhashi. Very small beam size measurement by a reflective synchrotron radiation interferometer. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 9 :122802, 2006.
- [183] M.E. Couprie. FELs using storage rings. Proceedings of the EPAC'96 Conference, Barcelona, Spain, 1 :0, 1996.
- [184] A. Murokh, R. Agustsson, M. Babzien, I. Ben-Zvi, L. Bertolini, K. van Bibber, R. Carr, M. Cornacchia, P. Frigola, J. Hill, E. Johnson, L. Klaisner, G. Le Sage, M. Libkind, R. Malone, H.-D. Nuhn, C. Pellegrini, S. Reiche, G. Rakowsky, J. Rosenzweig, R. Ruland, J. Skaritka, A. Toor, A. Tremaine, X. Wang, V. Yakimenkob. Results of the VISA SASE FEL experiment at 840nm. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 507 :417–421, 2003.
- [185] O. Chubar, P. Elleaume. Accurate and efficient computation of synchrotron radiation in the near field region. *Proceedings of the EPAC'98, Stockholm, Sweden*, 1 :1177, 2007.
- [186] D.E. Moncton. The Proposed MIT X-ray Laser Facility : Laser Seeding to Achieve the Transform Limit. Oral presentation at the TESLA Collaboration Meeting, 2004.
- [187] P.A. Franken, A.E. Hill, C.W. Peters, G. Weinreich. Generation of Optical Harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 7 :118–119, 1961.
- [188] G.H. New, J.F. Ward. Optical Third-Harmonic Generation in Gases. Phys. Rev. Lett., 19:556, 1967.
- [189] A. McPherson, G. Gibson, H. Jara, U. Johann, T.S. Luk, I.A. McIntyre, K. Boyer, C.K. Rhodhes. Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases. J. Opt. Soc. Am. B, 4(4) :595, 1987.
- [190] M. Ferray, A. L'Huillier, X.F. A Li, L.A. Lompre, G. Mainfray, C. Manus. Multipleharmonic conversion of 1064 nm radiation in rare gases. J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys., 21 :L31, 1988.
- [191] L. Le Déroff, P. Salières, B. Carré. Beam-quality measurement of a focused high-order harmonic beam. Opt. Letters, 23 :1544, 1998.
- [192] E. Takashi, V. Tosa, Y. Nabekawa, K. Midorikawa. Experimental and theoretical analyses of a correlation between pump-pulse propagation and harmonic yield in a long interaction medium. *Phys. Rev. A*, 68 :023808, 2003.

- [193] M. Zepf, B. Droomey, M. Landreman, P. Foster, S.M. Hooker. Bright Quasi-Phase-Matched Soft-X-Ray Harmonic Radiation from Argon Ions. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :143901, 2007.
- [194] Z. Chang, A. Rundquist, H. Wang, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn. Generation of Coherent Soft X-Rays at 2.7 nm Using High Harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 79(16) :2967, 1997.
- [195] Ch. Spielmann, N.H. Burnett, S. Sartania, R. Koppitsch, M. Schnürer, C. Kan, M. Lenzner, P. Wobrauschek, F. Krausz. Generation of Coherent X-Rays in the Water Window Using 5-Femtosecond Laser Pulses. *Science*, 278 :661, 1997.
- [196] J.H. Eberly, Q. Su, J. Javanainen. Nonlinear Light Scattering Accompanying Multiphoton Ionization. Phys. Rev. Lett., 62(8) :881, 1989.
- [197] K. Kulander, K. Schafer, J. Krause. Super Intense Laser-Atom Physics. Plenum Press, Serie B, Vol. 316, 1993.
- [198] M. Lewenstein, Ph. Balcou, M.Y. Ivanov, A. L'Huillier, P.B. Corkum. Theory of highharmonic generation by low-frequency laser fields. *Phys. Rev. A*, 49 :2117, 1994.
- [199] W. Becker, S. Long, J.K. McIver. Modeling harmonic generation by a zero-range potential. *Phys. Rev. A*, 50(2) :1540, 1994.
- [200] P.B. Corkum. Plasma Perspective on Strong-Field Multiphoton Ionization. Phys. Rev. Lett., 71(3) :1994, 1993.
- [201] A. Baltuska, Th. Udem, M. Uiberacker, M. Hentschel, E. Goulielmakis, C. Gohle, H. Holzmarth, V.S. Yakovlev, A. Scrinzi, T.W. Hansch, F. Krausz. Attosecond control of electronic processes by intense light fields. *Nature*, 421 :611, 2003.
- [202] I.J. Sola et al. Controlling attosecond electron dynamics by phase-stabilized polarization gating. Nature Physics, 2:319–322, 2006.
- [203] J. Mauritsson, P. Johnsson, E. Gustafsson, A. L'Huillier, K.J. Schafer, M.B. Gaarde. Attosecond Pulse Trains Generated Using Two Color Laser Fields. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :013001, 2006.
- [204] Y. Mairesse, A. de Bohan, L. J. Frasinski, H. Merdji, L. C. Dinu, P. Monchicourt, P. Breger, M. Kovacev, R. Taieb, B. Carré, H. G. Muller, P. Agostini, P. Salières. Attosecond Synchronization of High-Harmonic Soft X-rays. *Science*, 302 :1540–1543, 2003.
- [205] T. Ditmire, E.T. Gumbrell, R.A. Smith, J.W.G. Tisch, D.D. Meyerhofer, H.R. Hutchinson. Spatial Coherence Measurements of Soft X-Ray Radiation Produced by High-Order Harmonic Generation. *Phys. Rev. Lett.*, 77(23) :4756, 1996.
- [206] L. Le Deroff et al. Measurement of the degree of spatial coherence of high-order harmonics using a Fresnel-mirror interferometer. *Phys. Rev. A*, 61 :043802, 2000.
- [207] R.A. Bartels, A. Paul, H. Green, H.C. Kapteyn, M.M. Murnane, S. Backus, I.P. Christov, Y. Liu, D. Attwood, C. Jacobsen. Generation of Spatially Coherent Light at Extreme Ultraviolet Wavelengths. *Science*, 297 :376, 2002.
- [208] M. Bellini, C. Lyngå, A. Tozzi, M.B. Gaarde, T.W. Hänsch, A. L'Huillier, C.G. Wahlström. Temporal Coherence of Ultrashort High-Order Harmonic Pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 81(2) :297, 1998.
- [209] C. Lyngå, M.B. Gaarde, C. Delfin, M. Bellini, T.W. Hänsch, A. L'Huillier, C.G. Wahlström. Temporal coherence of high-order harmonics. *Phys. Rev. A*, 60(6) :4823, 1999.

- [210] H. Merdji, M. Kovacev, W. Boutu, P. Salières, F. Vernay, B. Carré. Macroscopic control of high-order harmonics quantum-path components for the generation of attosecond pulses. *Phys. Rev. A*, 74 :043804, 2006.
- [211] B. Shan, Z. Chang. Dramatic extension of the higher-order harmonic cut-off by using a long wavelength driving field. *Phys. Rev. A*, 65 :011804(R), 2001.
- [212] F. Brandi, D. Neshev, W. Ubachs. High-Order Harmonic Generation Yielding Tunable Extreme-Ultraviolet Radiation of High Spectral Purity. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :163901, 2003.
- [213] M.B. Gaarde, P. Antoine, A. Persson, B. Carré, A. L'Huillier, C.G. Wahlstrom. Highorder tunable sum and difference frequency mixing in the XUV region. J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys., 88 :L163, 1996.
- [214] Z. Zeng, Y. Cheng, Y. Fu, X. Song, R. Li, Z. Xu. Tunable high-order harmonic generation and the role of the folded quantum path. *Phys. Rev. A*, 77 :023416, 2008.
- [215] H.T. Kim, D.G. Lee, K.H. Hong, J.H. Kim, I.W. Choi, C.H. Nam. Continuously tunable high-order harmonics from atoms in an intense femtosecond laser field. *Phys Rev A*, 67:051801, 2003.
- [216] C. Altucci, R. Bruzzese, C. de Lisio, M. Nisoli, S. Stagira, S. De Silvestri, O. Svelto, A. Boscolo, P. Ceccherini, L. Poletto, G. Tondello, P. Villoresi. Tunable soft-x-ray radiation by high-order harmonic generation. *Phys. Rev. A*, 61 :021801(R), 1999.
- [217] R. Bartels, S. Backus, E. Zeek, L. Misoguti, G. Vdovin, I. P. Christov, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn. Shaped-pulse optimization of coherent emission of high-harmonic soft x-rays. *Nature*, 406 :164, 2000.
- [218] DH. Reitze, S. Kazamiasand F. Weihe, G. Mullot, D. Douillet, F. Auge, O. Albert, V. Ramanathan, JP. Chambaret, D. Hulin, P. Balcou. Enhancement of high-order harmonic generation at tuned wavelengths through adaptive control. *Optics Lett.*, 29 :86–88, 2004.
- [219] O. Boyko, TA. Planchon, C. Valentin. Spectral tailoring of high harmonic generation by adaptative methods. *Laser Phys.*, 15:616–619, 2005.
- [220] J. Seres, E. Seres, A.J. Verhoef, G. Tempea, C. Streli, P. Wobrauschek, V. Yakovlev, A. Scrinzi, C. Spielmann, F. Krausz. Source of coherent kiloelectronvolt X-rays. *Nature*, 433 :596, 2005.
- [221] SPAM / OHIO. Phys. Rev. Lett., to be published.
- [222] D.B. Milosevic, S. HU, W. Becker. Quantum-mechanical model for ultrahigh-order harmonic generation in the moderately relativistic regime. *Phys. Rev. A*, 63 :011403(R), 2000.
- [223] B. Dromey et al. High Harmonic Generation in the relativistic limit. Nature Physics, 2:456-459, 2006.
- [224] B. Dromey et al. Bright MultikeV Harmonic Generation for Relativistically Oscillating Plasma Surfaces. Phys. Rev. Lett., 99 :08001, 2007.
- [225] M. Bellaveglia et al. Commissioning of the SPARC photo-injector. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1:637, 2006.
- [226] A. Cianchi et al. High brightness electron beam emittance evolution measurements in an RF photoinjector. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 11:032801, 2008.
- [227] D. Alesini et al. Status of the SPARC Project. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :110–112, 2006.

- [228] C. Vicario, M. Bellaveglia, D. Filippetto, A. Gallo, G. Gatti, A. Ghigo, P. Musumeci, M. Petrarca. Commissioning of the laser system for SPARC photoinjector. *Proceedings* of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1:3146–3148, 2006.
- [229] X.J. Wang et al. Challenges of operating a photocathode RF gun injector. Proceedings of the LINAC 98 Conference, Chicago, IL, ANL 98 28 :866–868, 1998.
- [230] M. Petrarca et al. Production of Temporally Flat Top UV Laser Pulses for SPARC. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :3152, 2006.
- [231] F. Verluise, V. Launde, J. P. Huignard, P. Tournois, A. Migus. Arbitrary dispersion control of ultrashort optical pulses with acoustic waves. J. Opt. Soc. Am., B 17 :138, 2000.
- [232] P. Maine, D. Strickland, P. Bado, M. Pessot, G. Mourou. Generation of ultrahigh peak power pulses by chirped pulse amplification. *IEEE J. Quantum Electronics*, 24:398, 1988.
- [233] L. Ficcadenti, M. Esposito, A. Mostacci, L. Palumbo, D. Alesini, B. Spataro. A biperiodic X-band RF cavity for SPARC. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :101–103, 2006.
- [234] L. Catani et al. Operational experience with the emittancemeter at SPARC. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1:777, 2006.
- [235] M. Ferrario et al. Direct Measurement of the Double Emittance Minimum in the Beam Dynamics of the SPARC High-Brightness Photoinjector. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :234801, 2007.
- [236] L. Ficcadenti et al. Advanced measurement at the SPARC photoinjector. Proceedings of the DIPAC'07, Venise, Italy, 1, 2007.
- [237] L. Ficcadenti et al. RF measurements results of the final brazed SPARC RF deflector. Proceedings of the PAC'07 Conference, New Mexico, USA, 1 :3994–3996, 2007.
- [238] G. Ronci S. Ambrogio, L. Semeraro. Alignement measurements for the SPARC undulators. ENEA internal report, 06-002 :1–15, 2006.
- [239] http://www-femtodrecam.cea.fr/slic/luca/luca1.htm.
- [240] O. Tcherbakoff, M. Labat, M. Bougeard, P. Breger, B. Carré, D. Garzella, G. Lambert, H. Merdji, P. Monchicourt, P. Salières, M.E. Couprie, A. Doria, L. Giannessi. Seeding SPARC Facility with Harmonic Generation in Gases : Preliminary Tests of the Harmonic Generation in Gas Chamber. *Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland*, 1 :47–49, 2006.
- [241] M. Labat, O. Tcherbakoff, G. Lambert, D. Garzella B. Carré, M.E. Couprie. Test of HHG chambers for seeding at SPARC. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, - :to be published, 2007.
- [242] P. Salières, A. L'Huillier, M. Lewenstein. Coherence Control of High-Order Harmonics. Phys. Rev. Lett., 74(19) :3776, 1995.
- [243] M. Lewenstein, P. Salières, A. L'Huillier. Phase of the atomic polarization in high-order harmonic generation. *Phys. Rev. A*, 52(6) :4747, 1995.
- [244] M. Bellini, C. Corsi, M.C. Gambino. Neutral depletion and beam defocusing in harmonic generation from strongly ionized media. *Phys. Rev. A*, 64 :23411, 2001.
- [245] J.F. Hergott, M. Kovacev, H. Merdji, C. Hubert, Y. Mairesse, E. Jean, P. Breger, P. Agostini, P. Salières, B. Carré. Extreme-ultraviolet high-order harmonic pulses in the microjoule range. *Phys. Rev. A*, 66 :21801, 2002.

- [246] J.J. Macklin, J.D. Kmetec, C.L. Gordon. High-order harmonic generation using intense femtosecond pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 70(6) :766, 1993.
- [247] T. Ditmire, J.K. Crane, H. Nguyen, L.B. DaSilva, M.D. Perry. Energy-yield and conversion-efficiency measurements of high-order harmonic radiation. *Phys. Rev. A*, 51(2) :R902, 1995.
- [248] C. Altucci, T. Starczewski, E. Mével, C.G. Wahlström, B. Carré, A. L'Huillier. Influence of atomic density in high-order harmonic generation. J. Opt. Soc. Am. B, 13(1) :148, 1996.
- [249] http://www.elettra.trieste.it/experiments/beamlines/aloisa/.
- [250] http://www.elettra.trieste.it/experiments/beamlines/bear/.
- [251] L. Poletto et al. Rev. Sci. Instr., 72 :2868, 2001.
- [252] L. Poletto et al. Rev. Sci. Instr., 75 :4413, 2004.
- [253] L. Poletto et al. Appl. Opt., 41 :172, 2002.
- [254] L. Poletto, G. Tondello. Appl. Opt., 39 :4000, 2000.
- [255] L. Poletto, G. Tondello. Appl. Opt., 39:5671, 2000.
- [256] L. Giannessi, M. Quattromini, P. Musumeci, G. Sansone, S. Stagira, M. Nisoli, S. De Silvestri. Analysis of the process of amplification in a single pass FEL of high order harmonics generated in a gas jet. *Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany*, 1 :248–251, 2006.
- [257] B.W.J. McNeil, D. Dunning, N.R. Thompson, B. Sheehy. The use of HHG at 4GLS. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1 :234, 2006.
- [258] J. Wu, P. R. Bolton, J.B. Murphy, X. Zhong. Free electron laser seeded by ir laser driven high-order harmonic generation. Appl. Phys. Lett., 90 :021109, 2007.
- [259] L. Giannessi, P. Musumeci. The free-electron laser harmonic cascade. New Journ. of Phys., 8 :294, 2006.
- [260] I. Ben-Zvi, K.M. Yang, L.H. Yu. The "fresh-bunch" technique in FELs. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 318 :726–729, 1992.
- [261] M.E. Couprie, D. Nutarelli, M. Billardon. Implementing storage rings free electron lasers for users on synchrotron radiation facilities : from Super-ACO to SOLEIL. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*, 144 :66–74, 1998.
- [262] S. Sekutowicz, J.I. Iversen, D. Klinke, D. Kostin, W.-D. Möller, I. Ben-Zvi, A. Burrill, T. Rao, J. Smedley, M. Ferrario, P. Kneisel, K. Ko, L. Xiao, J. Langner, P. Strzyzewski, R.S. Lefferts, A.R. Lipski, J.B. Rosenzweig, K. Szalowski. Nb-Pb Superconducting RF-Gun. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1 :3493, 2006.
- [263] T. Rao, I. Ben-Zvi, A. Burrill, H. Hahn, D. Kayran, Y. Zhao, M.D. Cole, P. Kneisel. Photoemission Studies on BNL/AES/JLab all Niobium Superconducting RF Injector. Proceedings of the PAC'05 Conference, Knoxville, Tennessee, USA, 1 :2556, 2006.
- [264] M.D. Cole, I. Ben-Zvi, A. Burrill, H. Hahn, T. Rao, Y. Zhao, P. Kneisel. RF Design and Operating Performance of the BNL/AES 1.3 Ghz Single Cell Superconducting RF Photocathode Electron Gun. Proceedings of the PAC'05 Conference, Knoxville, Tennessee, USA, 1:3514, 2006.

- [265] D. Janssen, A. Arnold, H. Buettig, R. Hempel, U. Lehnert, P. Michel, K. Moeller, P. Murcek, Ch. Schneider, R. Schurig, F. Staufenbiel, J. Teichert, R. Xiang, T. Kamps, D. Lipka, F. Marhauser, W.-D. Lehmann, J. Stephan, V. Volkov. Progress of the Rossendorf SRF Gun Project. Proceedings of the EPAC'06 Conference, Edinburgh, Scotland, 1:2469, 2006.
- [266] A. Burrill, I. Ben-Zvi, D. Pate, T. Rao, Z. Segalov, D. Dowell. Multi-Alkali Photocathode Development at Brookhaven National Lab for Application in Superconducting Photoinjectors. Proceedings of the PAC'05 Conference, Knoxville, Tennessee, USA, 1:2672, 2006.
- [267] D.E. Moncton. Toward a fourth generation X-ray source. Proceeding of the LINAC'98 Conference, Chicago, Illinois, USA, 1 :1048–1051, 1998.
- [268] J. Faure, C. Rechatin, A. Norlin, A. Lifschitz, Y. Glinec, V. Malka. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses. *Nature*, 444 :737, 2006.
- [269] W. P. Leemans, B. Nagler, A. J. Gonsalves, Cs. Tath, K. Nakamura, C. G. R. Geddes, E. Esarey, C. B. Schroeder, S. M. Hooker. Gev electron beams from a centimetre-scale accelerator. *Nat. Phys.*, 2 :696, 2006.
- [270] M. Moissev, M. Nikitin, N. Fedorov. Change in the Polarization of Undulator Radiation. Russ. Phys. J., 21 :332–335, 1978.
- [271] K. J. Kim. A Synchrotron Radiation Source with arbitrary adjustable elliptical polarisation. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., 219 :425–429, 1986.
- [272] H. Onuki. Elliptically polarized synchrotron radiation source with crossed and retarded magnetic fields. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 246 :94, 1986.
- [273] H. Onuki, N. Saito, T. Saito. Undulator generating any kind of elliptically polarized radiation. Appl. Phys. Lett., 52:173, 1988.
- [274] P. Elleaume. A flexible Planar/Helical Undulator design for synchrotron sources. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, 291 :371–377, 1990.
- [275] P. Elleaume. A new type of Linear/Helical Undulator. J. Synchrotron Radiation, 1:19–26, 1994.
- [276] S. Sasaki, K. Kabuno, T. Takada, T. Shimada, K. Yanagida, Y. Miyahara. Design of a new type of planar undulator for generating variably polarized radiation. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 331 :763–767, 1993.
- [277] J. Bahrdt. APPLE undulators for HGHG-FELs. Proceedings of the FEL'06 Conference, Berlin, Germany, 1:522–528, 2006.
- [278] J. Bahrdt, W. Frentrup, A. Gaupp, P. Kuske, A. Meseck, M. Scheer. Undulators for the BESSY soft X-ray FEL. Proceedings of the FEL'04 Conference, Trieste, Italy, 1:610–613, 2004.
- [279] T. Tanaka, X.M. Maréchal, T. Hara, T. Tanabé, H. Kitamura. In-vacuum figure-8 undulator for hard X-rays with both horizontal and vertical polarization. J. Synchrotron Rad., 5:412–413, 1998.
- [280] R.H. Dicke. Coherence in Spontaneous Radiation Processes. Phys. Rev., 93:99–110, 1954.
- [281] R. Bonifacio, B.W.J. McNeil, P. Pierini. Superradiance in the high-gain free-electron laser. Phys. Rev. A, 40 :4467, 1989.
- [282] R. Bonifacio, N. Piovella, B.W.J. McNeil. Superradiance evolution of radiation in a freeelectron laser. *Phys. Rev. A*, 44 :R3441, 1991.

- [283] L. Giannessi, P. Musumeci, S. Spampinati. Non linear pulse evolution in seeded free electron amplifiers and in free-electron laser cascades. J. Appl. Phys., 98:043110, 2005.
- [284] T. Watanabe, X.J. Wang, J.B. Murphy, J. Rose, Y. Shen, T. Tsang, L. Giannessi, P. Musumeci, S. Reiche. An experimental test of superradiance in a single pass seeded FEL. *Proceedings of the FEL'05 Conference, Stanford, California, USA*, 1:526–529, 2005.
- [285] T. Watanabe, X.J. Wang, J.B. Murphy, J. Rose, Y. Shen, T. Tsang, L. Giannessi, P. Musumeci, S. Reiche. Experimental Characterization of Superradiance in a Single-Pass High-Gain Laser-Seeded Free Electron Laser Amplifier. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :034802, 2007.
- [286] D.A. Jaroszynski, P. Chaix, N. Piovella, D. Oepts, G. M. H. Knippels, A. F. G. van der Meer, , H. H. Weits. Superradiance in a Short-Pulse Free-Electron-Laser Oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :1699, 1997.
- [287] D. J. Kane, R. Trebino. Characterization of Arbitrary Femtosecond Pulses Using Frequency Resolved Optical Gating. *IEEE J. Quantum Electron.*, 29:571, 1993.
- [288] R. Prazeres, Y. Lapierre, J.M. Ortega. Monte Carlo simulation of the harmonic generation in an optical klystron or undulator. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, 272 :68– 72, 1988.

Bibliographie

### Annexe A

# Modèle analytique pour la Génération d'Harmoniques Cohérentes

Un premier modèle analytique décrivant la génération d'harmoniques cohérentes en régime de faible gain a été developpé en 1982 [58] dans le cas où modulateur et radiateur sont accordés sur le fondamental. En régime de faible gain, les conditions initiales du paquet d'électrons sont peu modifiées le long du modulateur. En supposant constants les paramètres faisceaux, l'échange d'énergie dans le modulateur (en configuration plane) s'écrit simplement :

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2mc^2}F(JJ(\xi))sin(\phi_0).$$
(A.1)

Le champ électrique émis dans le modulateur par le  $j^{\grave{e}me}$  électron d'énergie  $\gamma_j$  et de phase initiale  $\phi_j = \omega t_j$  ( $t_j$  étant le temps d'arrivée dans le modulateur), est :  $E_e e^{in\phi_j}$ .

Lorsque le  $j^{\acute{eme}}$  électron passe dans la section dispersive, il subit un déphasage  $\alpha_{SD,j} = 2\pi (N + N_d) \frac{\gamma_j - \gamma_R}{\gamma_R}$ . Le déphasage maximum :

$$\Delta \alpha_{SD} = 2\pi (N + N_d) \frac{\Delta \gamma}{\gamma_R} \tag{A.2}$$

se réalise pour un échange d'énergie maximum avec l'onde lumineuse :

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = -\frac{eKNE_L\lambda_0}{\gamma^2 mc^2} F(JJ(\xi)) \tag{A.3}$$

Le champ émis ensuite dans le radiateur par le  $j^{eme}$  électron est :

$$E_{e}e^{in\phi_{j}}e^{in(\Delta\alpha_{SD}\ sin(\phi_{j}+\alpha_{SD,j}))}.$$
(A.4)

Le champ produit dans le klystron optique par l'ensemble des  $N_e$  électrons du paquet est la somme des champs émis par chaque électron dans le modulateur et dans le radiateur :

$$E_T = \sum_{j=1}^{N_e} E_e e^{in\phi_j} (1 + e^{in(\Delta\alpha_{SD} \ sin(\phi_j) + \alpha_{SD,j})}),$$
(A.5)

correspondant à une intensité :  $I(N) = |E_T|^2$ .

I(N) est ensuite moyennée sur les distributions en phases  $\phi_j$  et en énergie  $\gamma_j$ :

$$\langle I(N) \rangle = 2NE_0^2 (1 + \langle \cos(n\Delta\alpha\sin(\phi_j) + n\alpha_j) \rangle)$$

$$+ N(N-1)E_0^2 \left| \left\langle e^{in\phi_j} (1 + e^{in(\Delta\alpha\sin(\phi_j) + \alpha_j)}) \right\rangle \right|^2$$
(A.6)

La moyenne du cos sur la phase donne :  $\frac{1}{2}J_0(n\Delta\alpha)(e^{in\alpha_j} + e^{-in\alpha_j})$ , et une seconde moyenne sur l'énergie aboutit à :

$$\langle \cos(...) \rangle = \frac{1}{2} J_0(n\alpha) \int (e^{in\alpha_j} + e^{-in\alpha_j}) e^{-\frac{\partial\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}} \frac{d\partial\gamma}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma}$$
(A.7)  
$$\langle \cos(...) \rangle = J_0(n\Delta\alpha) f_n$$

Le terme  $\left|\left\langle e^{in\phi_j}(1+e^{in(\Delta\alpha sin(\phi_j)+\alpha_j)})\right\rangle\right|$  est calculé de manière similaire, et donne :  $J_n^2(n\Delta\alpha)f_n^2$ .

Avec  $I_{ond} = |E_e|^2$  l'intensité émise dans chacun des onduleurs, l'intensité émise par le klystron optique sur la  $n^{\grave{e}me}$  harmonique s'écrit donc :

$$\langle I(N_e) \rangle = 2I_{ond}N_e[1+f_n] + I_{ond}N_e(N_e-1)f_n^2 J_n^2(n\Delta\alpha_{SD}).$$
 (A.8)

Le premier terme correspond à l'émission spontanée incohérente, proportionnelle au nombre d'électrons. Le champ de l'onde lumineuse n'intervient que dans le terme  $f_n$  pour produire les interférences entre les deux onduleurs. Le second terme correspond à l'émission cohérente, proportionnelle au carré du nombre d'électrons.

Un code de simulation numérique à 3D, basé sur ce modèle, a été développé afin de calculer l'énergie de radiation à une longueur d'onde donnée dans toutes les directions de l'espace, ainsi que l'énergie finale des électrons [288]. Ce code a notamment été utilisé pour analyser les expériences de GHC sur les LELs d'ACO et de Super-ACO.

### Annexe B

# Fréquences synchrotron

Considérons un électron d'énergie  $E + \partial E$ , d'énergie normalisée  $\gamma$ , à la position longitudinale  $\tau$  au sein de la distribution électronique, circulant dans un anneau de stockage d'énergie nominale E avec une période de révolution  $T_0$ . À chaque tour dans l'anneau, l'électron effectue les étapes suivantes :

- Perte d'énergie  $U_{rad}$  par rayonnement dans les dipôles;
- Gain d'énergie  $eV(\tau)$  dans la cavité RF, avec  $V(\tau) = \hat{V}_{RF} sin(\omega_{RF}(\tau \tau_0))$  et  $\tau_0$  la position longitudinale de la particule synchrone;
- Interaction avec le champ magnétique  $\vec{B}$  de l'onduleur;
- Interaction avec le champ électrique  $\vec{E}_L$  du laser injecté dans le klystron optique.

Les physiciens travaillant sur les anneaux pour la génération de rayonnement synchrotron, considèrent les oscillations en énergie des électrons entraînées par la compétition entre les pertes d'énergie dans les dipôles et l'apport d'énergie de la cavité RF, et parlent d'oscillations à la "fréquence synchrotron".

Les physiciens travaillant également sur anneaux, mais pour la génération d'harmoniques cohérentes (une configuration de LEL), considèrent les oscillations en énergie induites par l'interaction onde laser – électrons dans l'onduleur, et parlent aussi d'oscillations à la "fréquence synchrotron".

Il s'agit ici de clarifier les deux définitions. On se réfèrera par la suite à ces deux fréquences avec les appellations de "fréquence synchrotron anneau", notée  $f_S$ , et "fréquence synchrotron LEL", notée  $f_{S-lel}$ .

### **B.1** La fréquence synchrotron "anneau" : $f_S$

Après un tour dans l'anneau de stockage, la variation en énergie relative  $d\partial E$  d'un électron s'écrit :

$$\frac{d\partial E}{dt} = \frac{eV(\tau) - U_{rad}(\partial E)}{T_0}$$
(B.1)

Au premier ordre :  $U_{rad} = U_0 + D \times \partial E$  et  $eV(\tau) = U_0 + e\dot{V}_0(\tau)$ , avec  $\dot{V}_0 = \omega_{RF}\hat{V}_{RF}cos(\omega_{RF}\tau_0)$ . La variation en énergie de l'électron devient donc :

$$\frac{d\partial E}{dt} = \frac{1}{T_0} (e\dot{V}_0 \tau - D \times \partial E) \tag{B.2}$$

Les variations de trajectoire à l'échelle d'un tour dans l'anneau se traduisent par la relation suivante :

$$\frac{d\tau}{dt} = -\alpha \frac{\partial E}{E}.\tag{B.3}$$

Une variation d'énergie  $\partial E$  entraîne une variation proportionnelle de la position longitudinale  $d\tau$ . Le couplage se fait par le facteur de compression des moments  $\alpha$ .

L'évolution de l'électron est régie par une équation différentielle d'ordre 2 :

$$\frac{d^2\tau}{d^2t} + \frac{2D}{T_0}\frac{d\tau}{dt} + \omega_S^2\tau = 0.$$
 (B.4)

Cette équation fait clairement apparaître une fréquence d'oscillation de l'électron  $\omega_S$ : la fréquence synchrotron "anneau" définie par :

$$\omega_S = \frac{e\alpha \dot{V}_0}{ET_0} \tag{B.5}$$

Sous l'effet de la cavité RF et des pertes par rayonnement dans les dipôles, l'électron oscille en énergie à la fréquence  $\omega_S$ . Dans le cas de UVSOR-II,  $\omega_S=122$  kHz, ou encore  $f_S=19.4$  kHz.

### **B.2** La fréquence synchrotron "LEL" : $f_{S-lel}$

Dans le cas du LEL, l'étude de la dynamique de l'électron est réduite à l'échelle de l'onduleur. On se contente de considérer que les électrons pénètrent dans l'onduleur avec une énergie normalisée  $\gamma$ , et des distributions en énergie et en position gaussiennes.

Dans le cas précédent, les variations d'énergie étaient induites par les pertes par rayonnement dans les dipôles et l'apport de la cavité RF. Ces deux effets n'interviennent pas à l'échelle de la traversée de l'onduleur. En revanche, l'électron interagit avec le champ électrique  $E_L = E_L(\cos(k_L z - \omega_L t); -\sin(k_L z - \omega_L t); 0)$  du laser. (À titre de remarque, le champ électrique laser, de l'ordre de 10<sup>5</sup> kV est largement supérieur au champ électrique de la cavité RF, de l'ordre de 100 kV). La variation d'énergie de l'électron le long de l'onduleur est décrite par l'équation de Lorentz :

$$mc^2 \frac{d\gamma}{dt} = ec\vec{E}_L.\vec{\beta}_e \tag{B.6}$$

Les variations de trajectoire à l'échelle d'un passage dans l'onduleur sont induites par le champ magnétique  $\vec{B} = B(\cos(k_0 z) ; \sin(k_0 z) ; 0)$  de l'onduleur, de vecteur d'onde  $k_0$ , et décrites par l'autre équation de Lorentz :

$$\gamma m \frac{d\vec{\beta_e}}{dt} = e\vec{\beta_e} \otimes \vec{B}. \tag{B.7}$$

L'intégration de l'équation précédente conduit à :

$$\vec{\beta_e} = \left(\frac{K}{\gamma} \cos(k_0 z) \; ; \; \frac{K}{\gamma} \sin(k_0 z) \; ; \; \sqrt{1 - (1 + K^2)/\gamma^2}\right) \tag{B.8}$$

On a remplacé  $\frac{eB\lambda_0}{2\pi mc}$  par K.

La variation en énergie s'écrit dès lors :

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eE_LK}{mc\gamma}sin(k_Lz - \omega_Lt + k_0z)$$
(B.9)

La position longitudinale de l'électron dans l'onduleur est repérée par sa phase :  $\xi = k_L z - \omega_L t + k_0 z$ . En l'absence du laser, l'évolution de la phase est déterminée par le champ de l'onduleur. Le laser induit une variation de phase supplémentaire.

La variation en phase (ou position) est ensuite reliée à la variation en énergie de la manière suivante :

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} = (k_L + k_0)\frac{d^2z}{d^2t}$$
(B.10)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} = (k_L + k_0)c\frac{d\beta_{ez}}{dt}$$
(B.11)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} = (k_L + k_0)(\frac{1+K^2}{\gamma^3})\frac{c}{\sqrt{1-(1+K^2)/\gamma^2}}\frac{d\gamma}{dt}$$
(B.12)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} \approx (k_L + k_0)(\frac{1+K^2}{\gamma^3})c\frac{d\gamma}{dt}$$
(B.13)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} \approx (k_L)(\frac{1+K^2}{\gamma^3})c\frac{d\gamma}{dt}$$
(B.14)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} \approx -(k_L)(\frac{1+K^2}{\gamma^3})\frac{eE_LK}{m\gamma}sin(k_Lz - \omega_Lt + k_0z)$$
(B.15)

$$\frac{d^2\xi}{d^2t} \approx -\omega_{S-lel}^2 \sin(\xi) \tag{B.16}$$

De même que précédemment, l'évolution de l'électron est régie par une équation différentielle d'ordre 2 : ici, l'équation du pendule. Cette équation fait également clairement apparaître une fréquence d'oscillation de l'électron  $\omega_{S-lel}$  : la fréquence synchrotron "LEL" définie par :

$$\omega_{S-lel} = \sqrt{\frac{2e^2 E_L B}{\gamma^2 m^2 c}}.\tag{B.17}$$

Sous l'effet du champ électrique du laser, et du champ magnétique de l'onduleur, l'électron oscille en énergie à la fréquence  $\omega_{S-lel}$ . Dans le cas de UVSOR-II,  $\omega_{S-lel} \approx 4 \times 10^8$  Hz.

### **B.3** Conclusion

Selon le cadre de l'étude de la dynamique de l'électron, deux fréquences synchrotron sont définies. Les deux fréquences caractérisent des oscillations en énergie de l'électron. Dans le cas de la fréquence synchrotron anneau, les oscillations sont dues au champ de la cavité RF, tandis que dans le cas de la fréquence synchrotron LEL, les oscillations sont dues au champ électrique du laser, et au champ magnétique de l'onduleur. Liées à des champs électriques d'amplitudes différentes, les fréquences sont dans des gammes très différentes : de l'ordre du kHz pour la fréquence synchrotron anneau, du GHz pour la fréquence synchrotron LEL.

### Annexe B. Fréquences synchrotron

### Annexe C

# Calcul de rayonnement avec SRW

Le code Synchrotron Radiation Workshop (SRW) effectue le calcul du rayonnement synchrotron produit par un faisceau d'électrons relativistes en champ proche et en champ lointain [185]. Plusieurs types de champs magnétiques peuvent être paramétrés (champs générés par un onduleur, un dipôle, un quadrupôle, etc...). La polarisation, la distribution angulaire et spatiale et la phase du rayonnement sont calculés avec précision dans une large gamme spectrale (du mm aux rayons X-durs). Le code permet également de propager le front d'onde et de simuler la présence d'optiques sur le trajet de la lumière (miroir, lentille, fente, etc..).

### C.1 Paramétrage de la simulation avec SRW

### C.1.1 Le faisceau d'électrons

Le faisceau d'électrons relativistes peut être défini comme un "faisceau idéal" (*filament beam*, faisceau d'émittance infinie et de dispersion en énergie nulle) ou comme un "faisceau réel" (*thick beam*, faisceau d'émittance finie et de dispersion en énergie non nulle). Les paramètres utilisés pour la définition du faisceau d'UVSOR-II sont donnés dans le Tableau C.1.

Paramètre	Unité	Faisceau idéal	Faisceau réel
Énergie	MeV	600	500
Courant	Α	0.01	0.01
Position initiale en $(x,y)$	$\rm mm$	(0,0)	(0,0)
Angle initial en $(x,y)$	mrad	(0,-0.1)	(,)
$\sigma_\gamma$	-	0.00034	0.00028
$lpha_{x,y}$	rad	(0.108, 0.722)	(0.108, 0.722)
$eta_{x,y}$	m	(10.1, 2.3)	(6,3)
$\eta$	m	0.8	0

TAB. C.1 – Paramètres du faisceau d'électrons utilisés pour les calculs du rayonnement du LEL d'UVSOR-II avec SRW.

#### C.1.2 Le klystron optique

Le klystron optique peut être défini de deux manières distinctes avec SRW : à l'aide de la fonction *Optical Klystron* ou à l'aide de la fonction *Arbitrary Synchrotron Source*. Dans le cas de la fonction *Optical Klystron*, le rayonnement synchrotron produit dans les onduleurs est calculé avec l'approximation en champ lointain. Dans le cas de la fonction *Arbitrary Synchrotron Source*, le champ électrique rayonné par chaque électron est calculé puis propagé avec un calcul en champ proche, et donc avec plus de précision. C'est cette seconde méthode qui est utilisée dans le cas présenté ici.

La structure magnétique est définie sur une distance  $L_{Mag}$  en utilisant  $N_{Mag}$  points. Le champ magnétique règnant dans cette structure peut être défini soit à l'aide des fonctions de base de SRW (champs sinusoïdal, champs constant, etc...), soit calculé préalablement puis importé sous la forme d'un fichier. Dans le cas de la simulation du klystron optique de UVSOR-II, nous avons utilisé les deux méthodes. Dans le cas d'un calcul préalable, le champ est évalué de la façon suivante :

- Le champ magnétique de l'onduleur a été mesuré expérimentalement pour un entrefer de 40.8 mm en mode plan, et de 35 mm en mode hélicoïdal;
- Le klystron optique est divisé en trois segments : le modulateur (neuf périodes de  $\lambda_0=11$  cm), la section dispersive (une période de  $\lambda_{SD}=33$  cm) et le radiateur (neuf périodes de  $\lambda_0=11$  cm). La fonction créneau  $S_{und}$  vaut 1 le long des onduleurs, et 0 le long de la section dispersive, tandis que la fonction créneau  $S_{SD}$  vaut 0 le long des onduleurs, et 1 le long de la section dispersive;
- Le champ magnétique pour un entrefer g est finalement calculé dans le cas plan selon :

$$B(g) = B(g = 40.8 \ mm) \times \left[S_{und}e^{-3.24 \times \frac{g-40.8}{\lambda_0}} + S_{SD}e^{-3.24 \times \frac{g-40.8}{\lambda_{SD}}}\right]$$

- et dans le cas hélicoïdal selon :

$$B_{x,y}(g) = B_{x,y}(g = 35 \ mm) \times \left[S_{und} \frac{1}{Coefg35und} e^{-4.67*g/\lambda_0 + 0.62*(g/\lambda_0)^2} + S_{SD} \frac{1}{Coefg35sd} e^{-4.67*g/\lambda_{SD} + 0.62*(g/\lambda_{SD})^2}\right]$$

avec :

$$Coefg35und = e^{-4.67*g/\lambda_0 + 0.62*(g/\lambda_0)^2}, \ g = 35 \ mm$$
  
 $Coefg35sd = e^{-4.67*g/\lambda_{SD} + 0.62*(g/\lambda_{SD})^2}, \ g = 35 \ mm$ 

A titre d'exemple, le champ magnétique produit dans le KO en mode plan pour g=37.5 mm est représenté en Figure C.1. La trajectoire puis le champ rayonné par les électrons est ensuite calculé par SRW à partir de la carte de champ.

### C.2 Calcul de l'émission spontanée du klystron optique

#### C.2.1 Structure d'observation

Le rayonnement est observé à une distance  $z_{Obs}$  après la sortie du KO à travers une ouverture rectangulaire de dimension  $W_x \times W_y$ . Le calcul est effectué pour une distribution de  $N_{phot}$  entre  $E_{phot-i}$  to  $E_{phot-f}$ . L'effet du filtre passe-bande est pris en compte à l'aide d'une fonction de transfert  $T_{filtre}$  correspondant à la transmission attendue du filtre. Les paramètres utilisés pour la simulation du rayonnement à UVSOR-II sont donnés dans le Tableau C.2.



FIG. C.1 – Champ magnétique produit dans le klystron optique en mode plan avec $g{=}37.5$  mm.  $L_{Mag}{=}2.6$  m,  $N_{Mag}{=}2000$  points.

TAB. C.2 – Paramètres de définition de la structure d'observation pour la simulation du rayonnement avec SRW.

Paramètre	Unité	Valeur
$z_{Obs}$	m	9
$W_x = W_z$	mm	20
$N_{px}, N_{pz}$	-	91
$E_{phot-i}$	keV	0.0040 pour H3 / $0.002755$ pour H2
$E_{phot-f}$	keV	0.0056 pour H3 / $0.003444$ pour H2
$N_{phot}$	-	50



FIG. C.2 – Spectre du rayonnement du klystron optique en mode plan pour un entrefer de 40.8 mm. (—) Calculé avec SRW, (- - -) Mesuré avec le spectromètre (PMA 10, Hamamatsu). Afin d'obtenir la superposition des spectres, le spectre expérimental a été décalé de -0.085 eV (-4.55 nm)

#### C.2.2 Spectre de l'émission spontanée

Les spectres du KO sur l'harmonique 3 en mode plan, calculé et mesuré expérimentalement, sont présentés en Figure C.2, apparaissant en bon accord. Les deux spectres présentent les franges d'interférences typiques du rayonnement d'un KO avec une enveloppe en forme de sinC centrée autour de 4.8 eV (258 nm) pour un entrefer de 40.8 mm. Le spectre expérimental a été décalé de -0.085 eV (-4.55 nm) par rapport au spectre calculé.

### Annexe D

# Modèle analytique pour l'étude du nouveau régime

La cinématique des électrons est toujours décrite à l'aide du système d'équations fondamentales introduit au Chapitre 1 (voir § 1.7.1. Cinématique des électrons) :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dz} &= k_0 (1 - \frac{\gamma_R^2}{\gamma^2}) \\ \frac{d\gamma}{dz} &= -\frac{eK_{x,y}E_L}{\gamma mc^2} \cos(\phi) \end{aligned}$$

Le champ rayonné est décrit par une onde plane de longueur d'onde  $\lambda$ , se propageant le long de l'axe z, et de potentiel vecteur  $(E_L = -\frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t})$ :

$$A(z,t) = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\frac{mc^2}{e} aexp(i(kz - \omega t)) - c.c\right]$$

avec  $a = \frac{e\lambda E}{2\pi}$ . Une équation supplémentaire est introduite pour décrire l'évolution du champ :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A(z,t) = -\frac{4\pi}{c}j_{\perp}(z,t) \tag{D.1}$$

avec  $j_{\perp}(z,t)$  la densité transverse de courant. Dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable,  $\left|\frac{\partial a}{\partial z}\right| << |ka|$  et  $\left|\frac{\partial a}{\partial t}\right| << |\omega a|$ , l'équation (D.2) devient :

$$2ik[(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t})a]exp(i(kz - \omega t)) = -\frac{4\pi}{c}j_{\perp}(z,t)$$

Après un moyennage du courant dans la dimension longitudinale (toujours dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, la densité de courant est lentement modulée longitudinalement), après le calcul de l'effet de la charge d'espace sur la variation d'énergie, et dans le cas de faibles variations en énergie  $\left(\left|\frac{\gamma_{j}-\langle\gamma\rangle_{0}}{\langle\gamma\rangle_{0}}\right| << 1\right)$ , le système se réduit aux trois équations suivantes :

$$\left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{v}_{//}} \frac{\partial}{\partial \bar{t}}\right) \phi_j = p_j$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{v}_{//}} \frac{\partial}{\partial \bar{t}}\right) p_j = -[Ae^{i\phi_j} + c.c.]$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \bar{t}}\right) A = \chi(\bar{z} - \bar{v}_{//}\bar{t}) \left\langle e^{-i\phi} \right\rangle + i\delta A$$
(D.2)

avec le système de notation suivant :

$$\begin{split} \phi &= (k+k_0)z - ckt - \delta \bar{z} \\ p_j &= \frac{\gamma_j - \langle \gamma \rangle_0}{\rho \langle \gamma \rangle_0} \\ A &= E_L e^{i\delta \bar{z}} / \sqrt{4\pi m \rho \tilde{n} \langle \gamma \rangle_0 mc^2} \\ \bar{z} &= 2k_0 \rho z \\ \bar{t} &= 2k_0 \rho t \\ \bar{\beta}_{ez} &= 2k_0 \rho \beta_{ez} \\ \bar{v}_{//} &= c \bar{\beta}_{ez} \end{split}$$

 $\chi$  est la densité macroscopique d'électrons normalisée à 1 pour  $\tilde{n}$ .  $\langle ... \rangle$  correspond à la moyenne sur les  $N_e$  électrons de la distribution à la position  $(\bar{z}, \bar{t})$ .  $\delta$  est le paramètre de désaccord, représentant l'écart en énergie d'un électron par rapport à l'énergie de résonance :

$$\delta = \frac{1}{\rho} \frac{\langle \gamma \rangle_0 - \gamma_R}{\gamma_R}$$

Deux variables sans dimension sont ensuite introduites à l'aide de la longueur de coopération  $L_{coop}$ :

$$z_1 = \frac{z - \bar{v}_{//t}}{\bar{\beta}_{ez} L_{coop}}$$
$$z_2 = \frac{ct - z}{L_{coop}}$$

 $z_1$  représente la coordonnée longitudinale le long de la distribution électronique en unité de  $L_{coop}$ .  $z_2$  représente la position relative à un point se déplaçant à la vitesse de la lumière. À tout instant,  $z_1 + z_2 = \bar{z}$ , la distance (sans dimension) parcourue dans l'onduleur.

Le système (D.2) se réduit alors à l'expression suivante :

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial z_2} = p_j$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial z_2} = -(Ae^{i\phi_j} + c.c.)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z_1} = \chi(z_1) \langle exp(-i\phi) \rangle + i\delta A$$
(D.3)

Les trois grandeurs suivantes permettent de déterminer l'évolution des solutions du système d'équations différentielles (D.3) :

Le gain :

$$G = 4\pi\rho N,\tag{D.4}$$

le paramètre de glissement :

$$S = \frac{L_S}{L_e} = \frac{N\lambda_R}{L_e},\tag{D.5}$$

244

et le paramètre de superradiance :

$$K_{SR} = \frac{L_{coop}}{L_e} = \frac{\lambda_R}{4\pi\rho L_e}.$$
 (D.6)

Les trois grandeurs sont reliées par la relation :  $S = GK_{SR}$ . Le régime de superradiance "faible" est atteint en régime de fort gain (G >> 1) avec un paramètre de glissement S élevé, et lorsque  $K_{SR} \ge 1$ , c'est-à-dire  $L_e \le L_{coop}$ : le paquet est court par rapport à la longueur de coopération. Le régime de superradiance "forte" est, lui, atteint en régime de fort gain (G >> 1)avec un faible paramètre de glissement (S << 1) lorsque  $K_{SR} << 1$ , c'est-à-dire  $L_e >> L_{coop}$ .
## Table des notations

Notation	Définition
$\alpha$	Facteur de compression des moments
$\alpha_{SD}$	Déphasage induit dans la section dispersive
$a_L$	Potentiel vecteur du champ électrique de l'onde lumineuse (sans dimen-
	sion)
$A_{trou}$	Amplitude de l'oscillation au niveau du trou dans l'espace des phases
$B_{x,y}$	Amplitude du champ magnétique de l'onduleur selon l'axe $x, y$
$eta_x,eta_z$	Fonction bétatron horizontale et verticale
$eta_e$	Vitesse de l'électron normalisée par rapport à la vitesse de la lumière
$\beta_{e_x}$	Vitesse de l'électron normalisée par rapport à la vitesse de la lumière
	dirigée selon l'axe $x$
$\beta_{e_y}$	Vitesse de l'électron normalisée par rapport à la vitesse de la lumière
	dirigée selon l'axe $y$
$\beta_{e_z}$	Vitesse de l'électron normalisée par rapport à la vitesse de la lumière
	dirigée selon l'axe des $z$
С	Vitesse de la lumière
$C_\gamma$	Constante "quantique"
$\delta\gamma$	Variation d'énergie normalisée subie par un électron en interaction avec
	un champ électromagnétique
$\delta E$	Ecart en énergie d'une particule par rapport à l'énergie de la particule
	synchrone
$\Delta(\delta E)$	Variation de $\delta E$
$\Delta T_L$	Durée d'impulsion de la source injectée (valeur FWHM)
$\Delta T_{SR}$	Durée de l'impulsion lumineuse en régime de superradiance (valeur FWHM)
$d\omega$	Intervalle de fréquence de la puissance de l'émission spontannée
D <sub>n</sub> i	Amortissement synchrotron au tour $n$ du $i^{eme}$ électron
$\delta = h, j$	Paramètre de désaccord
e	Charge de l'électron
E	Énergie des électrons accélérés
Ecch	Énergie échangée dans l'onduleur entre les électrons et l'onde lumineuse
ES	Émission spontanée
$E_r$	Énergie des électrons au repos
$E_I$	Champ électrique associé à l'onde lumineuse
$E_{Las}$	Énergie par impulsion de l'onde lumineuse
Lus	

Notation	Définition
$E_{SR}$	Énergie par impulsion de l'onde lumineuse en régime de superradiance
$\epsilon$	Émittance géométrique
$\epsilon_n$	Émittance normalisée
$\epsilon_0$	Permittivité électrique du vide
$\epsilon_{n,i}$	Énergie relative à la particule synchrone au tour $n$ du $j^{eme}$ électron
$\eta_m$	Coefficient de modulation
$\eta_x$	Fonction de dispersion
$\eta_{\gamma}$	Écart relatif en énergie à l'énergie de résonnance
$f_{rep}$	Taux de répétition de la source injectée
$f_0$	Taux de modulation résiduel des franges du spectre du klystron optique
$\int f_n$	Taux de modulation des franges du spectre du klystron optique
$f_{RF}$	Fréquence de la cavité radio-fréquence
$f_S$	Fréquence synchrotron
F	Fonction de distribution de Klimontovitch
$F_{f}$	Facteur de recouvrement transverse entre les paquets d'électrons et
	l'onde lumineuse dans l'onduleur
$F_{Xie}$	Facteur de M. Xie
$\mid g$	Entrefer de l'onduleur
G	Gain du LEL
$G_M$	Gain maximal du LEL
$g_0$	Coefficient de gain "faible gain - faible signal"
$G(\tau)$	Gain du laser
$\gamma$	Facteur de Lorentz
$\gamma_R$	Facteur de Lorentz à la résonance
h	Variable de la suite logistique
	Courant moyen du faisceau d'électrons
Î	Courant crête du faisceau d'électrons
$I_A$	Courant d'Alfven
Iond	Intensité de l'émission spontanée d'un onduleur
$I_{KO}$	Intensité de l'émission spontanée d'un klystron optique
$I_p$	Potentiel d'ionisation
$i_s$	Émission spontanée
$j_{x,y}$	Densité de courant
$J_n$	Fonction de Bessel d'ordre $n$
$JJ^2$	Différence des fonctions de Bessel d'ordre 1 et 0
K	Paramètre de déflexion de l'onduleur
$K_{SR}$	Paramètre de superradiance
$k_L$	Vecteur d'onde de l'onde lumineuse
$k_0$	Vecteur d'onde du champ magnétique dans l'onduleur
$ k_p $	Vecteur d'onde plasma
$L_{coop}$	Longueur de coopération
$L_{coh}$	Longueur de cohérence
$L_e$	Longueur du paquet d'électron dans le cas d'une distribution uniforme

– Table des notations (suite) –

Notation	Définition
$L_{G_M}$	Longueur de gain du LEL (calcul à 1D)
$L_{G_M-3D}$	Longueur de gain du LEL (calcul à 3D)
$L_L$	Longueur de l'impulsion lumineuse dans le cas d'une distribution uni-
	forme
$L_{sat}$	Longueur de saturation du LEL
$L_S$	Longueur de glissement
$\lambda_L$	Longueur d'onde de l'onde lumineuse
$\lambda_0$	Période spatiale de l'onduleur
$\lambda_R$	Longueur d'onde de résonnance
m	Masse de l'électron
n	Numéro harmonique
$\overrightarrow{n}$	Direction d'observation
$n_e$	Densité électronique
N	Nombre de périodes d'un onduleur
$N_d$	Nombre équivalent de périodes de la section dispersive
$N_e$	Nombre d'électrons
$ u_x,   u_z$	Nombre d'onde horizontal et vertical
Ω	Unité d'angle solide
$\Omega_{SB}$	Fréquence de modulation du spectre du LEL
$\omega_L$	Pulsation de l'onde lumineuse
$\omega_S$	Pulsation synchrotron
$P_0$	Puissance initiale de l'onde lumineuse dans l'onduleur
$P_L$	Puissance moyenne de la source injectée
$P_s$	Puissance synchrotron émise par paquet
$P_{sat}$	Puissance de saturation du LEL
$P_{SR}$	Puissance de l'impulsion lumineuse en régime de superradiance
$\Phi_0$	Phase relative intiale des électrons par rapport à l'onde lumineuse
$\Phi_j$	Phase relative du $j^{eme}$ électron par rapport à l'onde lumineuse
$\Phi_S$	Phase relative de la particule synchrone par rapport à l'onde lumineuse
$\Psi$	Phase de Gouy
Q	Charge d'un paquet d'électrons
$\overrightarrow{r}$	Vecteur position de l'électron
$r_e$	Rayon de l'électron
$R_A$	Rayon physique de l'anneau de stockage
$R_{n,j}$	Emission quantique aléatoire du $j^{eme}$ électron au tour $n$
$\rho_D$	Rayon de courbure des dipôles
ho	Paramètre de Pierce
$\sigma_{\gamma}$	Dispersion en énergie
$\sigma_e$	Dimension longitudinale du paquet d'électrons (valeur RMS)
$\sigma_x$	Dimension transverse du paquet d'électrons (valeur RMS) selon l'axe $x$
$\sigma_y$	Dimension transverse du paquet d'électrons (valeur RMS) selon l'axe $\boldsymbol{y}$
$\sigma_L$	Durée d'impulsion de la source injectée (valeur RMS)
	· · · · · · · · · · · · · · · ·

– Table des notations (suite) –

Notation	Définition
$\sigma_{\omega}$	Largeur spectrale en fréquence du LEL en configuration SASE (valeur
	RMS)
$\sigma_{\lambda_L}$	Largeur spectrale en longueur d'onde de l'onde lumineuse (valeur RMS)
$\Sigma_b$	Section transverse du paquet d'électrons
t	Temps
$T_{ac}$	Période de passage des paquets d'électrons dans un accélérateur linéaire
$T_0$	Période de révolution des électrons stockés dans un anneau
$T_r$	Transmission des miroirs de la cavité optique
$\tau_s$	Temps d'amortissement synchrotron
$\tau_{n,j}$	Position longitudinale relative à la particule synchrone au tour $n$ du
	$j^{\grave{e}me}$ électron
$\tau_r$	Période d'aller-retour de l'onde lumineuse dans la cavité optique
$\theta$	Angle entre la polarisation incidente et l'axe ordinaire de la lame quart
	d'onde
$U_0$	Perte d'énergie par tour de la particule synchrone
$U_p$	Énergie potentielle pondéromotrice
$U_{rad}$	Perte d'énergie par tour par une particule non synchrone
$U_Q$	Perte d'énergie par tour d'un électron due à l'émission quantique
$\overrightarrow{u}_s$	Vecteur unitaire de l'axe longitudinal $s$
$\overrightarrow{u}_x$	Vecteur unitaire de l'axe transverse $x$
$\overrightarrow{u}_z$	Vecteur unitaire de l'axe transverse $z$
$v_e$	Vitesse de l'électron
$v_g$	Vitesse de groupe de l'onde lumineuse dans l'onduleur
$\bar{v_s}$	Valeur moyenne de la vitesse longitudinale de l'électron lors de la tra-
	versée de l'onduleur
$V_{RF}$	Tension de la cavité RF
$w_0$	Waist de l'onde lumineuse
$W_{mod,n,j}$	Chauffage du $j^{eme}$ électron au tour $n$ , induit par le laser
x	Axe transverse horizontal
x'	Écart angulaire en x
$X_0$	Position longitudinale du barycentre de la distribution électronique re-
	lativement à la particule synchrone
ξ	Argument des fonctions de Bessel
$Z_R$	Longueur de Rayleigh de l'onde lumineuse
$z_0$	Position du waist de la source injectée dans l'onduleur

– Table des notations (suite) –

## Résumé

Ce travail porte sur le fonctionnement d'un Laser à Électrons Libres (LEL) en configuration injectée. Trois exemples sont présentés : celui de UVSOR-II (Okazaki, Japon), celui de SPARC (Frascati, Italie) et ceux du projet ARC-EN-CIEL (France). Sur l'exemple de UVSOR-II, injecté avec un laser Ti :Sa à 1 kHz, des thématiques variées ont été abordées : dynamique électronique, cohérence spatiale, structure spectrale et distribution angulaire du rayonnement, optimisation de la source avec une polarisation variable. Sur l'exemple de SPARC, l'injection d'une source harmonique générée dans les gaz (HHG) est envisagée. Cette combinaison originale, offrant un rayonnement spatialement et temporellement cohérent de forte intensité de l'UV aux rayons X, constitue une source d'avenir. Une source harmonique dédiée a été mise au point pour le LEL de SPARC et devrait permettre d'ici fin 2008, outre des études systématiques de la combinaison LEL-HHG, la démonstration de nouvelles configurations de LEL injectés. Enfin, au cours des simulations effectuées pour le dimensionnement des sources de rayonnement d'ARC-EN-CIEL, un nouveau régime de progapation de l'impulsion LEL a été observé et reste en cours d'étude.

Mots-clés: Laser à Électrons Libres, Anneau de stockage, Dynamique électronique, Cohérence spatiale, Génération d'harmoniques dans les gaz.

## Abstract

This work presents a general study on Free Electron Lasers (FEL) in the seeded configuration. Three examples are given : the UVSOR-II FEL (Okazaki, Japan), the SPARC FEL (Frascati, Italy) and the ARC–EN–CIEL project FEL (France). In the case of the UVSOR–II FEL, seeded with a Ti :Sa laser at 1 kHz repetition rate, several studies have been performed : electron beam dynamics, spatial coherence, spectral structure and angular distribution of the radiation, optimization in helical mode. In the case of the SPARC FEL, the injection of a harmonic source generated in rare gaz (HHG) is foreseen. This original combination stands as an attractive source for users with a high temporal and spatial coherence degree together with a high intensity from UV to X rays. A dedicated harmonic source has been designed, assembled and tested for the SPARC FEL. The operation of the combined devices should start in Winter 2008, allowing fine caracterization of the HHG-FEL association and further demonstration of original HGHG FELs configuration. Finally, during the simulation studies performed for the design of the ARC–EN–CIEL light sources, a new propagation regime of the FEL pulse has been observed and is still under study.

**Keywords:** Free Electron Laser, Storage ring, Electron beam dynamics, Spatial coherence, High order harmonic generation in rare gas.