

Laboratoire Kastler Brossel

Thèse de Doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie

présentée par

Malo CADORET

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Sujet de la thèse :

**Application des oscillations de Bloch d'atomes ultra-froids et de
l'interférométrie atomique à la mesure de h/m et à la détermination de
la constante de structure fine**

Soutenue le 14 Janvier 2008 devant le jury composé de :

M. Christian BORDÉ, Examineur
M. Philippe BOUYER, Rapporteur,
M. Jean-Marc FRIGERIO, Président du jury
M. François NEZ, Co-Directeur de thèse
M. Franck PEREIRA DOS SANTOS, Membre invité
M. Jacques VIGUÉ, Rapporteur,
M. François BIRABEN, Directeur de thèse.

A mon Père

Mon travail de thèse s'est déroulé au laboratoire Kastler Brossel durant la période s'étendant de décembre 2004 à janvier 2008. Je tiens tout d'abord à remercier son directeur, Paul Indelicato qui m'a accepté dans ce prestigieux établissement, après m'avoir eu comme étudiant dans son DEA. Malgré ma situation administrative complexe, il m'a fait confiance et m'a introduit auprès de l'équipe dirigée par François Biraben dans le groupe "Métrologie des systèmes simples et test fondamentaux" du LKB. Je tiens également à remercier les membres de mon jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. En premier lieu, Philippe Bouyer et Jacques Vigué qui ont accepté la lourde tâche d'être rapporteurs de cette thèse et de rédiger leurs rapports en un temps extrêmement court. J'ai pu discuter avec eux de l'expérience et cela a été très enrichissant. Je remercie également Christian Bordé qui m'a fait l'honneur d'être examinateur de cette thèse. Jean-Marc Frigerio a accepté d'être président du Jury ce dont je lui suis très reconnaissant. Enfin, Franck Pereira Dos Santos a accepté de faire partie de mon jury de thèse en tant que membre invité. J'ai rencontré Franck en tant que stagiaire de maîtrise pour un stage de deux mois sur le gravimètre atomique du SYRTE il y a de cela cinq ans ; il a guidé mes tous premiers pas dans la physique des atomes froids, en me faisant profiter de son sens de la pédagogie et de ses grandes compétences scientifiques. J'ai donc été très touché qu'il lise ma thèse de A à Z avec des commentaires toujours très pertinents. Encore mille mercis !

J'en viens maintenant à l'équipe dans laquelle j'ai grandi scientifiquement durant plus de trois années : cette fameuse équipe 13 menée par François Biraben. Durant la première année de ma thèse je n'ai pas tellement travaillé à ses côtés, et je savais seulement que c'était "le chef". Je ne l'ai véritablement découvert qu'en début de deuxième année, le jour où il commencé à venir en salle de manip bidouiller mes miroirs. J'ai vu ce jour là que François est extraordinaire car dès qu'il touche un miroir, un Fabry-Perot, une détection synchrone tout se met à fonctionner ! François est quelqu'un d'extrêmement remarquable tant sur le plan expérimental que théorique et il a aussi une dimension humaine rare. Il a toujours été là lorsque la manip ne fonctionnait pas, ou bien lorsque nous devons faire tel ou tel choix sur l'expérience. Il nous appelait en pleine nuit durant les phases de mesure lorsque nous n'arrivions pas à asservir le laser Ti-Sa. Ses explications ultra-claires nous permettaient presque toujours de nous en sortir, et il est évident que sans lui nous n'aurions jamais pu faire autant de choses pour l'expérience. Ne pas entendre son petit sifflement le matin lorsqu'il se dirige vers la salle de manip pour nous retrouver alors que nous alignions les fibres du piège me manquera, de même que son "Alors ? ça marche ?", en général les premiers mots qu'il prononce en entrant dans la salle de manip... Et en plus de cela il m'a largué dans la montagne aux Houches dans la descente ! C'est vraiment écoeurant !! Je m'arrête là. Le privilège d'avoir manipulé avec François pendant deux années restera ancré en moi. Merci François pour ces superbes années...

J'en viens maintenant à la deuxième personne de l'équipe avec laquelle j'ai tout de suite travaillé, François Nez ou encore F2 pour les intimes. François est quelqu'un d'adorable même si on peut le trouver parfois un peu pinailleur. Lui aussi est extrêmement pédagogue et j'ai

pris beaucoup de plaisir à travailler avec lui. Il m'a initié au monde fantastique des chaînes de fréquences, des asservissements, et m'a presque fait aimer l'électronique, même s'il n'a toujours pas réussi à me convaincre de mettre un bonnet rouge en salle de manip! François s'est toujours montré ultra-positif sur l'expérience et n'a jamais cessé de nous aider et de nous encourager au jour le jour. Sans lui, cette thèse n'aurait pu voir le jour. Merci de tout coeur!

J'en viens maintenant à Pierre Cladé, devenu maintenant membre permanent de l'équipe. J'ai travaillé avec lui durant les neuf premiers mois de ma thèse et cela n'était pas tous les jours évident. Pierre est extrêmement compétent et parfois très pressé lorsqu'il est sous-pression. La mesure de 2005 alors que j'étais nouvel arrivant n'a pas été une promenade de santé! Néanmoins, j'ai appris à le connaître, et il est très attachant lorsqu'on arrive à passer la barrière du "hamiltonien". Pierre m'a appris beaucoup de choses et je lui suis très reconnaissant d'avoir à de nombreuses reprises répondu à mes mails désespérés lorsqu'il était outre-atlantique. Il m'a tiré vers le haut (parfois un peu trop jusqu'à me faire planer..., et il est à l'origine de la croissance exponentielle de ma consommation de café entre mon arrivée en thèse et son départ). Je lui souhaite plein de bonnes choses pour la suite, et je suis sûr qu'il fera fonctionner la nouvelle expérience d'ici peu de temps avec de nombreux résultats. Merci Pierre d'avoir répondu à mes questions quand j'étais très stressé et d'avoir guidé mes premiers clic-clac sur la manip!

J'en viens maintenant à Estefania de Mirandes ("Bella" pour certains), post-doc durant deux années sur l'expérience. Estefania est arrivée durant la période de mesure de 2005 alors qu'elle finissait sa thèse en co-tutelle avec le LENS en Italie, et nous avons commencé à travailler ensemble durant cette période. J'aimerais lui dire toute ma reconnaissance pour le travail accompli ensemble durant ces deux années. Du mode-matching dans une fibre optique, en passant par Labview, Scilab, le nettoyage du laser Ti-Sa, le réglage des accousto-optiques, les soirées de déprime devant l'ordinateur en découvrant ensemble la version N+1 du programme N-10 avec lequel on travaillait... Il y avait parfois des instants de bonheur comme devant un spectre en copropageant (et oui, des franges de Ramsey peuvent vous faire pleurer de joie!), mais aussi des soirées au resto ou une viande party. Estefania a toujours réussi à positiver dans les moments difficiles, et à tirer le meilleur de moi-même lorsque j'étais excédé, fatigué et démotivé. Elle m'a poussé à vouloir comprendre à fond les choses et à ne pas rester en surface. Estefania peut aussi s'énerver, par exemple sur l'asservissement du laser Ti-Sa à 4h du matin, ce qui restera une image forte pour moi et qui montre à quel point elle s'est investie sur cette expérience à mes côtés. Estefania est devenue une véritable amie à qui je souhaite beaucoup de bonheur; je signerais sans hésiter si nous avions la possibilité de travailler de nouveau ensemble. Merci pour tout! L'équipe comprend encore Saïda Guellati qui m'a accueilli à bras ouverts dans l'équipe lorsque j'y suis arrivé et qui a toujours tout fait pour que je m'y sente à l'aise et en confiance, en particulier durant les premiers mois de ma thèse, ce dont je lui suis très reconnaissant. Je la remercie aussi beaucoup du temps qu'elle a consacré à ma recherche de post-doc. Saïda est quelqu'un de très attachant et je lui souhaite le meilleur à venir. Durant ma thèse j'ai effectué des vacances en enseignement grâce

à la confiance que m'a témoignée Catherine Schwob, autre femme de l'équipe. J'ai toujours apprécié les différentes discussions de physique et autres que j'ai eues avec Catherine et je lui souhaite de s'épanouir dans sa nouvelle activité de recherche. Je terminerai enfin par Lucile Julien, que je voyais lors de la pause thé vers 17h. Lucile possède un emploi du temps de ministre mais à chaque fois que je lui ai posé une question de physique elle a toujours pris le temps de me répondre avec le plus de précision possible et une grande pédagogie. Elle sait mettre à l'aise son interlocuteur et j'ai beaucoup apprécié ces discussions malheureusement trop rares ; ces petits riens font parfois beaucoup !

J'aimerais en outre remercier toutes les personnes que j'ai côtoyées quotidiennement au laboratoire et qui m'ont parfois aidé, souvent encouragé tout au long de ces trois années, en m'excusant à l'avance auprès de ceux que je ne pourrai citer ici. Jean-Pierre et Brigitte ont toujours su me dépanner en électronique. Ce qui peut s'apparenter parfois à de la bricole nous a, à de nombreuses reprises, sauvé de l'échec total. Je ne compte pas non plus le nombre de mes soudures reprises par Jean-Pierre en début de thèse, ni nos discussions sur la physique en général et la constante de structure fine en particulier, le soir dans l'atelier d'électronique. Merci Jean-Pierre pour ces moments. Durant ma thèse, j'ai partagé mon bureau avec Dina Attia. Sa compagnie durant ces trois années était très agréable et je la remercie d'avoir toujours eu un bureau si propre ! J'ai également partagé la vie de nombreux thésards : Jean, Charles (alias "l'artiste"), Jérémie (alias "stagiaire"), et Gaëlle qui a toujours été là lorsque je n'avais pas ma dose de café. Je pense également à mon ami Pierre V., à notre soirée pizza très sympa avec Antoine (son chef) lorsque nous abordions des sujets sensibles... Je remercie également pour leur joie de vivre, Virginia, Chiara, Pierre-Nicolas, Giuseppe, Sophie, Mathieu, Olivier Arnoult et Olivier Arcizet qui m'a souvent proposé d'aller jouer au frisbee mais jamais au bon moment. Merci à Laetitia et Monique qui m'ont souvent aidé lorsque j'étais complètement perdu avec la paperasse... Merci aux mécaniciens, Pascal, Say-Savanh, Alain, et au tout dernier arrivé Jean-Michel avec sa bonne humeur. Merci également à Serge Begon qui m'a souvent dépanné de petits problèmes informatiques, surtout à 23h...Un grand merci à Florence qui nous a toujours soutenus, mais aussi secourus lorsque nous venions de casser le queusot de Rubidium alors que tout commençait à fonctionner ! Merci enfin à l'ensemble des chercheurs de la partie Jussieu du laboratoire qui ont contribué à l'atmosphère générale de bonne humeur, extrêmement importante durant un travail de thèse. J'aimerais remercier mes amis, Thomas, Olivier, Roland, ainsi que Gilles et François du judo. Grâce à vous il aura toujours été possible de trouver un équilibre entre la thèse et la vraie vie (car il y a une vie en dehors de la physique !). Merci à mes proches qui sont venus m'encourager ce fameux 14 janvier à 14h30. Je m'étonnerai toujours de l'intérêt incompréhensible qu'ils ont manifesté pour la quête de la dixième décimale de la constante de structure fine.

Mes derniers remerciements vont à mes parents qui m'ont toujours donné le goût de l'effort et des études. Merci à Ingrid pour son amour.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	La constante de structure fine	1
1.2	Les différentes mesures de α	2
1.2.1	Mesures basées sur la physique du solide	2
1.2.2	Mesures basées sur l'électrodynamique quantique	3
1.2.3	Mesures de h/m	5
1.2.4	Conclusion sur les différentes mesures	7
1.3	L'expérience menée au LKB	9
1.3.1	Principe de l'expérience h/m_{Rb}	9
1.3.2	Principe général de la mesure de vitesse par effet Doppler	9
1.3.3	Protocole expérimental	11
1.3.4	Expérience de 2005	12
1.4	Plan du mémoire	12
2	Le senseur inertielle	15
2.1	Transitions Raman stimulées	16
2.1.1	Principes généraux sur les transitions Raman	16
2.1.2	Hamiltonien Raman et équations de Schrödinger	17
2.1.3	Conditions de résonance Raman et probabilité de transition	20
2.1.4	Règles de sélection	23
2.1.5	Conclusions	24
2.2	Senseur inertielle basé sur l'interférométrie de Ramsey	24
2.2.1	L'interférométrie de Ramsey	24
2.2.2	Traitement semi-classique	25
2.2.3	Traitement "interférométrie"	29
2.3	Senseur inertielle interférométrie pour mesurer h/m_{Rb}	41
2.3.1	Probabilité de transition dans le cas de deux impulsions de Ramsey	46
2.3.2	Limites et sensibilité du senseur inertielle interférométrie	52

3	Processus d'accélération cohérente : les oscillations de Bloch	63
3.1	Accélération cohérente : approche optique quantique	63
3.1.1	Condition de résonance Raman	64
3.2	Approche Oscillations de Bloch	65
3.2.1	Atome dans une onde stationnaire	66
3.2.2	Particule dans un potentiel périodique	67
3.2.3	Réseau accéléré : application d'une force constante	74
3.2.4	Hamiltonien de Bloch	75
3.2.5	Approche Optique quantique : l'atome habillé	78
3.3	Application des oscillations de Bloch à la mesure de h/m	79
3.3.1	Branchement de l'état de Bloch $ n = 0, q = 0\rangle$	80
3.3.2	Accélération des atomes	81
3.3.3	Coupure adiabatique	82
3.3.4	Séquence Temporelle Expérimentale	83
3.4	Limitations expérimentales pour Bloch	84
3.4.1	Efficacité des oscillations de Bloch	84
3.4.2	Pertes par émission spontanée	85
3.4.3	Pertes par transitions inter-bandes	87
4	Le dispositif expérimental	89
4.1	Source d'atomes froids : le PMO-3D	89
4.1.1	L'enceinte à vide	90
4.1.2	Le champ magnétique	90
4.1.3	Les sources lasers	92
4.1.4	Mélasse optique	95
4.2	Le banc Raman	97
4.2.1	Les faisceaux Raman	97
4.2.2	Asservissement en phase	98
4.3	Contrôle de la fréquence optique des faisceaux Raman	101
4.4	Le banc Bloch	105
4.4.1	Le laser	106
4.4.2	La chaîne de fréquence Bloch	107
4.5	La détection	109
5	Expérience et résultats	115
5.1	Protocole de mesure	115
5.1.1	Double accélération	115
5.1.2	Mesure différentielle	116
5.1.3	Inversion des faisceaux Raman	117
5.2	Mesure de h/m_{Rb} et détermination de la constante de structure fine	118

5.2.1	Séquence temporelle	118
5.2.2	Paramètres expérimentaux	119
5.2.3	Résultats de la mesure interférométrique	119
5.2.4	Traitement des données	122
5.3	Ascenseur à atomes	125
6	Effets systématiques	133
6.1	Phase de Gouy et rayon de courbure	133
6.1.1	Phase de Gouy	133
6.1.2	Rayon de courbure	134
6.1.3	Vecteur d'onde effectif	134
6.1.4	Correction de l'effet	135
6.1.5	Résultats et traitement des données	137
6.2	Effet Zeeman quadratique	140
6.3	Force magnétique quadratique	144
6.4	Alignement des faisceaux	145
6.5	Déplacement lumineux à un photon	145
6.6	Déplacement lumineux à deux photons	148
6.7	Gradient de déplacement lumineux pendant les oscillations de Bloch	149
6.8	Gradient de gravité et force de Coriolis	151
6.9	Effet d'indice	153
6.9.1	Calcul de l'indice et ordre de grandeur	153
6.9.2	Effet de l'indice de réfraction	154
6.10	Fréquence des lasers	158
6.11	Bilan des incertitudes	158
7	Conclusions et perspectives	161
	Annexe	165
A	Compléments du chapitre 2	165
A.1	Matrices de Pauli	165
A.2	Spin fictif et hamiltonien atome-champ	165
A.3	Evolution du système	168
A.4	Calcul général de la probabilité de transition pour Ramsey	169
A.5	Nombre d'atomes sélectionnés	170
B	L'atome de rubidium 87	171
B.1	Grandeurs utiles	171
B.2	Forces de raie-Intensité des transitions	172
C	Quelques constantes fondamentales	172
	Bibliographie	172

Chapitre 1

Introduction

Préambule

Les lois de la physique qui décrivent le comportement de la nature, de l'infiniment grand (gravitation), à l'infiniment petit (mécanique quantique), sont basées sur des théories dans lesquelles les constantes fondamentales jouent un rôle central. On distingue deux grands types de constantes fondamentales. Le premier type correspond aux constantes dimensionnées, qui déterminent les unités fondamentales et le cadre axiomatique général de la physique. Les plus connues sont la vitesse de propagation de la lumière c , qui fixe le cadre de la relativité générale, la constante de Planck h , qui intervient dans la théorie quantique, ou encore G la constante de gravitation universelle. Le deuxième type de constantes, est formé par les constantes adimensionnées. Ces dernières, une fois les unités fondamentales fixées, interviennent dans le cadre de modèles ou bien de théories sous forme de paramètres libres. C'est le cas de la constante de structure fine α dont la détermination fait l'objet de ce travail, et qui intervient de façon fondamentale dans le cadre de l'électrodynamique quantique.

1.1 La constante de structure fine

La constante de structure fine α a été pour la première fois introduite par A. Sommerfeld en 1916 pour caractériser la structure fine des raies atomiques de l'atome d'hydrogène. Elle est définie par :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (1.1)$$

où e est la charge élémentaire de l'électron, ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide, \hbar la constante de Planck réduite, et c la vitesse de propagation de la lumière. Une particularité de cette constante est son adimensionnalité. Dans le modèle de Bohr, α apparaît comme le rapport entre la vitesse de l'électron sur la première orbite et la vitesse de propagation de la lumière dans le vide. Cette constante caractérise l'intensité de l'interaction électromagnétique,

l'une des quatre interactions fondamentales de la physique avec la gravitation, et les interactions nucléaires faible (radioactivité β) et forte (interactions entre quarks). Ainsi, en tant que constante de couplage de l'interaction électromagnétique α apparaît dans des domaines aussi variés que la physique de la matière condensée, la physique atomique et l'électrodynamique quantique. La possibilité de déterminer α dans ces différents domaines permet donc de tester la cohérence de la physique.

1.2 Les différentes mesures de α

Nous présentons maintenant l'ensemble des déterminations de la constante de structure fine prises en compte par le CODATA¹2006 qui est l'organisme en charge de l'ajustement des constantes fondamentales [1]. Notons qu'un certain nombre de changements sont apparus entre l'ajustement effectué en 2002 et l'ajustement de 2006. Nous rappelons brièvement ci-après les principales déterminations de α . Cependant, du fait de leurs incertitudes, toutes n'ont pas été prises en compte lors de l'ajustement final basé sur une méthode du type moindres carrés.

1.2.1 Mesures basées sur la physique du solide

L'effet Hall quantique : mesure de R_K

Il est connu que lorsque l'on applique un champ magnétique perpendiculairement à la direction du courant dans un conducteur, il apparaît alors une tension dans la troisième direction perpendiculaire. On en déduit la résistance de Hall. C'est l'effet Hall classique.

L'effet Hall quantique a été découvert en 1980 par von Klitzing. Lorsque l'on applique un champ magnétique perpendiculairement à un semi-conducteur 2D, l'effet Hall est mesurable, et à suffisamment basse température, en fonction de l'intensité du champ magnétique la résistance apparaît sous forme de plateaux. Cette résistance est quantifiée en unité de h/e^2 . La constante de von Klitzing est directement reliée à la constante de structure fine α par :

$$R_K = \frac{h}{e^2} = \frac{\mu_0 c}{2\alpha} \quad (1.2)$$

Une mesure de R_K dans le système d'unité internationale permet donc de déterminer α . Les dispositifs à effet Hall quantique constituent les étalons primaires de résistance. La valeur de α^{-1} déduite de la moyenne pondérée des différentes valeurs de R_K est :

$$\alpha_{R_K}^{-1} = 137,0360030(25) [1,8 \times 10^{-8}] \quad (1.3)$$

¹CODATA=Committee on Data for Science and Technology of the International Council for Science.

Mesure du rapport gyromagnétique du proton et effet Josephson

En mesurant la fréquence de précession du spin du proton on peut remonter à une valeur du facteur gyromagnétique γ_p où :

$$\gamma_p = \frac{\omega_{spin}}{B} \quad (1.4)$$

Dans l'équation (1.4) pour effectuer une mesure précise il faut connaître précisément la valeur du courant ; puisque le champ B est produit par un solénoïde on a :

$$B = \mu_0 k_s I \quad (1.5)$$

où μ_0 est la perméabilité du vide, k_s (homogène à l'inverse d'une longueur) un paramètre du solénoïde, et I le courant. Le courant est donné à partir de l'effet Hall quantique et de l'effet Josephson par :

$$I = \frac{f}{K_J R_K} \quad (1.6)$$

où $K_J = 2e/h$ est la constante de Josephson en $\text{Hz} \cdot \text{V}^{-1}$, R_K la constante de von Klitzing en Ω , et f une fréquence. La quantité mesurée expérimentalement est donc :

$$\frac{\gamma_p}{R_K K_J} \quad (1.7)$$

Le rapport gyromagnétique du proton sur le rapport gyromagnétique de l'électron (γ_e) est connu à 10^{-8} . La relation liant ces deux quantités fait apparaître la constante de structure fine α .

$$\frac{\gamma_p}{R_K K_J} = f(R_\infty, \alpha, g_e, \frac{\gamma_p}{\gamma_e}) \quad (1.8)$$

où g_e est le facteur de Landé de l'électron et R_∞ la constante de Rydberg.

La valeur de α^{-1} déduite de deux mesures différentes de $\frac{\gamma_p}{R_K K_J}$ effectuées au National Institute of Standards and Technology (NIST) et au NIM (National Institute of Metrology, Pekin) ainsi que d'une mesure analogue sur l'hélium faite au KRISS (Korean Research Institute of Standards and Science)/VNIIM (D.I Mendeleev All-Russian Institute for Metrology) est :

$$\alpha_{\gamma_p}^{-1} = 137,0359875(43) [3,1 \times 10^{-8}] \quad (1.9)$$

1.2.2 Mesures basées sur l'électrodynamique quantique

Structure hyperfine du muonium

Des mesures précises de la structure hyperfine du muonium² $\Delta\nu_{Mu}$ ont été réalisées à Los Alamos [2]. L'expression théorique de la structure hyperfine du muonium est donnée dans [1] :

$$\Delta\nu_{Mu}^{Theorique} = \frac{16}{3} c R_\infty \alpha^2 \frac{m_e}{m_\mu} \left(1 + \frac{m_e}{m_\mu}\right)^{-3} \mathcal{F}(\alpha, m_e/m_\mu) \quad (1.10)$$

²Le muonium est un atome d'hydrogène dans lequel le proton est remplacé par un muon μ^+ .

où \mathcal{F} est la fonction représentant les corrections dues à l'électrodynamique quantique.

La valeur de α^{-1} déduite est :

$$\alpha_{\Delta\nu_{Mu}}^{-1} = 137,0360017(80) [5,8 \times 10^{-8}] \quad (1.11)$$

Rapport gyromagnétique de l'électron - Mesures de a_e

Nous présentons ici rapidement les deux déterminations les plus précises de la constante de structure fine obtenues à l'université de Washington [3] et à Harvard [4]. Dans ces expériences des électrons ou positrons sont capturés dans un piège de Penning. Les fréquences caractéristiques de l'expérience sont celles de précession du spin (ω_s) et de précession orbitale (ω_c). L'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron a_e se déduit de la mesure du rapport de fréquence $(\omega_s - \omega_c)/\omega_c$. Comme les grandeurs principales mesurées dans cette expérience sont des fréquences, ce type d'expérience est potentiellement très précis puisque les fréquences sont les quantités physiques mesurées avec la plus petite incertitude de nos jours.

- Rappel sur l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron -

A un électron de spin \vec{S} est associé un moment magnétique \vec{M} :

$$\vec{M} = \gamma_e \vec{S} \quad (1.12)$$

où γ_e est le facteur gyromagnétique de l'électron :

$$\gamma_e = \frac{g_e |e|}{2m_e} \quad (1.13)$$

où g_e est le facteur de Landé de l'électron.

Lorsque l'électron est soumis à un champ magnétique \vec{B} , son moment magnétique va avoir un mouvement de précession à la vitesse angulaire $\omega_{spin} = |\gamma_e|B$. La vitesse angulaire orbitale de l'électron, qui décrit un mouvement cyclotron, est donnée par :

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (1.14)$$

On en déduit :

$$g_e = 2 \frac{\omega_{spin}}{\omega_c} = 2(1 + a_e) \quad (1.15)$$

où l'on a introduit la quantité sans dimension a_e , nommée anomalie de moment magnétique.

Dans le cadre de l'équation de Dirac on prédit une valeur nulle de a_e et donc un facteur de Landé pour l'électron exactement égal à 2. En absence d'anomalie, le spin et l'électron "précessent" à la même vitesse angulaire : $\omega_{spin} = \omega_c$.

L'électrodynamique quantique décrit les interactions entre la particule et le champ électromagnétique du vide. Lorsque l'on prend en compte ces interactions, a_e s'exprime comme :

$$a_e = \frac{g_e - 2}{2} = f\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (1.16)$$

A l'ordre le plus bas en α , $a_e = \alpha/2\pi$. Les termes d'ordres supérieurs sont d'autant plus difficiles à calculer que l'ordre est élevé, ce qui actuellement n'est pas sans conséquence sur la valeur de α déduite des mesures du rapport gyromagnétique...

- Mesures de a_e -

En 2002 la meilleure détermination de la constante de structure fine était obtenue à partir de l'expérience menée à l'université de Washington. La valeur de α^{-1} déduite de cette expérience et des calculs QED était :

$$\alpha_{a_e}^{-1} = 137,03599880(52) [3,8 \times 10^{-9}] \quad (1.17)$$

En 2006, après dix années d'efforts, l'expérience menée par G.Gabrielse à Harvard a permis de réduire de près d'un facteur 6 l'incertitude relative sur α^{-1} .

La valeur déduite des expériences et des calculs est :

$$\alpha^{-1} = 137,035999710(96) [7,0 \times 10^{-10}] \quad (1.18)$$

La valeur prise en compte pour le CODATA 2006 est la moyenne de ces deux valeurs pondérées par les incertitudes soit :

$$\alpha^{-1} = 137,035999683(96) [6,9 \times 10^{-10}] \quad (1.19)$$

Notons que la valeur publiée par G.Gabrielse a été décalée en 2007 du fait d'une erreur commise dans les calculs QED. Le décalage induit est significatif puisque d'environ $6,7\sigma$. Cette erreur n'est pas prise en compte dans l'ajustement 2006 de la constante de structure fine.

1.2.3 Mesures de h/m

Nous abordons maintenant le dernier type d'expérience permettant de déterminer la constante de structure fine et basée sur la mesure du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse d'une particule.

Lien entre h/m et la constante de structure fine

La théorie de l'atome d'hydrogène, pour un électron dans l'état fondamental, permet d'établir l'égalité entre l'énergie cinétique d'un électron de vitesse $c\alpha$ et l'énergie d'ionisation de l'atome :

$$chR_\infty = \frac{1}{2}m_e(c\alpha)^2 \quad (1.20)$$

où R_∞ est la constante de Rydberg et m_e la masse de l'électron.

En inversant l'équation (1.20) il vient :

$$\alpha^2 = 2 \frac{R_\infty}{c} \frac{h}{m_e} \quad (1.21)$$

Il n'est pas possible de mesurer directement le rapport h/m_e avec assez de précision pour fournir une mesure intéressante de α . En revanche il est possible de mesurer très précisément des rapports de masse [5]. En effet, ces rapports sont en grande partie déterminés par les mesures de rapports de fréquences cyclotrons.

On peut réécrire (1.21) en faisant apparaître les masses en unité de masse atomique de l'électron, $A_r(e)$, et d'une particule X, $A_r(X)$:

$$\alpha^2 = 2 \frac{R_\infty}{c} \frac{A_r(X)}{A_r(e)} \frac{h}{m_X} \quad (1.22)$$

Nous obtenons alors une expression simple (1.22), reliant le carré de la constante de structure fine au rapport h/m_X de la particule X.

Dans cette expression la constante de Rydberg est connue avec une incertitude relative de 6×10^{-12} ([6],[7]), l'incertitude associée par exemple à la masse du rubidium en unité de masse atomique [5] est de 2×10^{-10} et celle associée à la masse de l'électron est de $4,4 \times 10^{-10}$. On constate alors que le facteur limitant la précision sur la détermination de la constante de structure fine est le rapport h/m_X .

Nous présentons maintenant deux expériences basées sur la mesure du rapport h/m_X . La première, utilise des neutrons et la seconde, très proche de notre expérience, utilise l'atome de césium.

Mesure de h/m_n

L'expérience de mesure du rapport h/m_n est basée sur la dualité onde corpuscule énoncée par L. de Broglie et qui s'exprime par la relation :

$$\frac{h}{m_n} = \lambda v \quad (1.23)$$

où λ est la longueur d'onde de De Broglie.

Pour l'expérience, un faisceau de neutrons est réfléchi à incidence normale sur un cristal de silicium. A l'incidence normale la longueur d'onde est déterminée à partir de la condition de Bragg, la distance entre plans inter-réticulaires du cristal d_{311} étant mesurée par ailleurs [8],[9]. En mesurant par temps de vol la vitesse des neutrons, il est possible de remonter au rapport h/m_n .

La valeur de α^{-1} déduite de cette mesure pour l'ajustement de 2006 est [1] :

$$\alpha_{h/m_n}^{-1} = 137,0360077(28) [2,1 \times 10^{-8}] \quad (1.24)$$

La principale limitation de l'expérience provient de l'incertitude sur la distance entre plans inter-réticulaires d_{220} utilisée pour calibrer la distance d_{311} du cristal de silicium.

Mesure de h/m_{Cs}

Nous abordons maintenant l'expérience réalisée par Steven Chu [10, 11, 12, 13] à l'université de Stanford dont le but est de mesurer le rapport h/m_{Cs} où m_{Cs} est ici la masse de l'atome de césium. Nous verrons que cette expérience est très proche de celle que nous présentons dans cette thèse.

Le principe de l'expérience de Stanford repose sur une mesure interférométrique de l'énergie de recul :

$$E_{\text{rec}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (1.25)$$

L'interféromètre utilisé est un interféromètre de type Ramsey-Bordé [14]. Nous décrirons en détail cet interféromètre dans le chapitre 2. L'idée de base est de soumettre l'atome à deux paires d'impulsions $\pi/2$ séparées par un temps T et de mesurer le déphasage acquis par la fonction d'onde atomique en sortie de l'interféromètre en faisant interférer deux trajectoires différentes.

Ce déphasage est directement relié à l'énergie de recul de l'atome :

$$\Delta\phi = \frac{E_{\text{rec}}T}{\hbar} \quad (1.26)$$

Pratiquement, c'est la quantité E_{rec}/\hbar correspondant à la fréquence de recul qui est mesurée. A condition de connaître précisément la fréquence absolue des lasers, il est alors possible d'en déduire le rapport h/m_{Cs} . La détermination de α^{-1} qui résulte de la mesure de h/m_{Cs} est [13] :

$$\alpha_{h/m_{\text{Cs}}}^{-1} = 137,0360001(11) [7,7 \times 10^{-9}] \quad (1.27)$$

Mesure de h/m_{Rb}

La dernière expérience permettant de déterminer la constante de structure fine à partir d'une mesure du rapport h/m est celle que nous menons au LKB. Nous ne donnerons ici que le résultat déduit de la mesure de h/m_{Rb} que nous avons effectué en 2005 dans une configuration non interférométrique de l'expérience [15, 16].

Nous rappelons la valeur de α^{-1} déduite de notre mesure de 2005 et prise en compte par le CODATA 2006 :

$$\alpha_{h/m_{\text{Rb}}}^{-1} = 137,03599884(91) [6,7 \times 10^{-9}] \quad (1.28)$$

1.2.4 Conclusion sur les différentes mesures

La figure 1.2.4 donne l'ensemble des déterminations de la constante de structure fine présentées. Entre 2002 et 2006 la plus grande progression sur la détermination de α est venue de la mesure du moment magnétique anormal de l'électron à Harvard. En réduisant de près d'un facteur 6 l'incertitude relative sur α cette expérience contribue aujourd'hui de façon

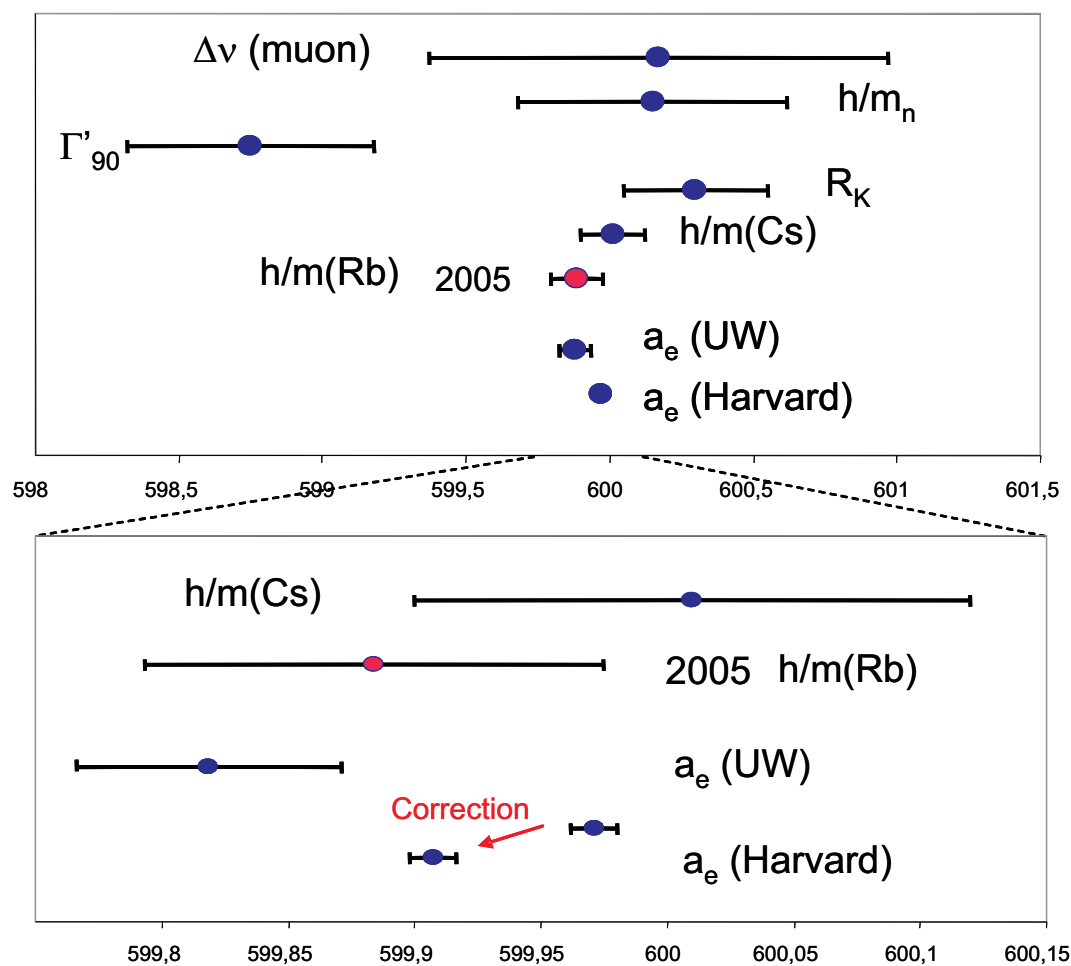


FIG. 1.1 – Ensemble des déterminations de la constante de structure fine. Nous avons effectué un zoom sur les meilleures déterminations de α . Nous avons indiqué d'une flèche rouge la correction à effectuer sur la dernière détermination effectuée à Harvard. Cette correction n'est pas prise en compte par le CODATA 2006.

majeure à la valeur de α recommandée par le CODATA pour la constante de structure fine³. De plus, les valeurs ayant une incertitude relative supérieure à 10 fois l'incertitude relative de l'expérience de Harvard ne sont plus prises en compte dans le CODATA. L'expérience de Steven Chu n'est donc plus prise en compte alors qu'elle l'était encore en 2002. Par contre, notre mesure de h/m_{Rb} effectuée en 2005 contribue à l'ajustement. Nous précisons également que la correction induite par les calculs QED à apporter à la valeur de α de Harvard n'est pas prise en compte dans l'ajustement 2006 du CODATA. Grossièrement, la valeur actuelle du CODATA doit être corrigée de 7σ .

1.3 L'expérience menée au LKB

Dans cette partie nous présentons les principes généraux de notre expérience qui restent inchangés, qu'il s'agisse d'une configuration non interférométrique (expérience de 2005) ou interférométrique (expérience réalisée en 2007).

1.3.1 Principe de l'expérience h/m_{Rb}

Nous mesurons le rapport h/m_{Rb} à partir d'une mesure précise de la vitesse de recul :

$$v_{\text{rec}} = \frac{\hbar k}{m} \quad (1.29)$$

qui correspond à la vitesse d'un atome de masse m , lorsque, initialement au repos, il absorbe ou émet un photon d'impulsion $\hbar k$. Pour l'atome de rubidium, cette vitesse de recul vaut $v_{\text{rec}} = 5,89 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Une mesure précise de cette vitesse, conjuguée à une mesure précise de la longueur d'onde ($\lambda = 2\pi/k$) des lasers, permet de remonter à une mesure du rapport h/m_{Rb} . Notons que cet effet de recul à l'échelle atomique, a été vu pour la première fois en 1976 sur le dédoublement des raies d'absorption saturée de la molécule de méthane [17].

Notre expérience a pour but de mesurer cette vitesse de recul à partir d'une mesure de fréquence en utilisant l'effet Doppler.

1.3.2 Principe général de la mesure de vitesse par effet Doppler

Pour mesurer de façon précise le recul atomique il faut pouvoir transférer aux atomes un grand nombre de reculs de façon cohérente⁴, et être capable de mesurer la variation de vitesse acquise par ces atomes avec une résolution bien meilleure que la vitesse de recul. Une méthode simple consisterait à observer l'effet Doppler sur une transition atomique à un photon. Dans

³Nous rappelons que l'ajustement des constantes fondamentales effectué par le CODATA repose sur la méthode des moindres carrés : la pondération des différentes mesures est l'inverse du carré des incertitudes.

⁴Sans pertes par émission spontanée.

ce cas, la résolution en vitesse est limitée par la largeur radiative de l'état excité⁵. Dans le cas du rubidium, pour la raie D2, la résolution en vitesse serait donnée par :

$$\Delta v = \frac{\Gamma}{k} \simeq 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.30)$$

où Γ est la largeur naturelle du niveau $5P_{3/2}$ de l'atome de rubidium, $\Gamma^{-1}=27$ ns. De plus, une fois l'atome dans l'état excité, il va se désexciter en émettant un photon par émission spontanée, et acquérir une vitesse de recul dans une direction aléatoire, et donc difficilement contrôlable.

Afin de contourner ces difficultés, notre expérience, tout comme l'expérience de Stanford, repose sur l'utilisation de transitions Raman à deux photons contrapropageantes⁶ [18, 19]. Ces transitions demeurent l'outil de base de notre expérience puisqu'elles nous permettent à la fois d'accélérer les atomes, mais aussi de mesurer la variation de vitesse des atomes par effet Doppler.

L'accélération

Pour accélérer les atomes nous effectuons un grand nombre de transitions Raman contrapropageantes sur le même état d'énergie interne. Lors d'une transition, l'atome absorbe un photon d'un premier laser et émet de façon stimulée à l'aide d'un second laser un deuxième photon. Ainsi, au cours de ce processus, l'atome acquiert exactement deux fois l'impulsion de recul $\hbar k$ dans la direction des faisceaux laser. Il s'agit d'un transfert cohérent d'impulsion. Dans la mesure où l'on veut effectuer un grand nombre de transitions, il faut balayer la fréquence des lasers pour maintenir la condition de résonance. Nous verrons plus loin dans le manuscrit qu'en réalité cette accélération cohérente est similaire aux oscillations de Bloch de la physique du solide. En physique atomique, ce processus a été étudié en détail dans le groupe de Christophe Salomon [20]. Des processus analogues avaient aussi été mentionnés par Christian Bordé pour l'étude des formes de raies d'absorption saturée [21]. C'est un processus très efficace qui nous a notamment permis de transférer près de 1600 reculs aux atomes en 4 ms.

Mesure de l'effet Doppler

La mesure précise de la variation de vitesse des atomes nécessite d'avoir un grand nombre d'atomes avec une vitesse très bien définie. Les techniques standards de refroidissement d'atomes par laser que nous utilisons (piège magnéto-optique (PMO) et mélasse optique σ^+/σ^-) nous permettent d'obtenir quelques millions d'atomes de ^{87}Rb aux alentours de quelques vitesses de recul. Cela n'est cependant pas suffisant puisque nous voulons une résolution sur la vitesse atomique inférieure au recul. Pour cela, nous utilisons une impulsion Raman

⁵On pourrait utiliser la transition horloge du rubidium, mais les photons micro-ondes sont trop peu énergétiques pour pouvoir percevoir le recul atomique.

⁶Nous développons en détail le principe de ces transitions au chapitre 2

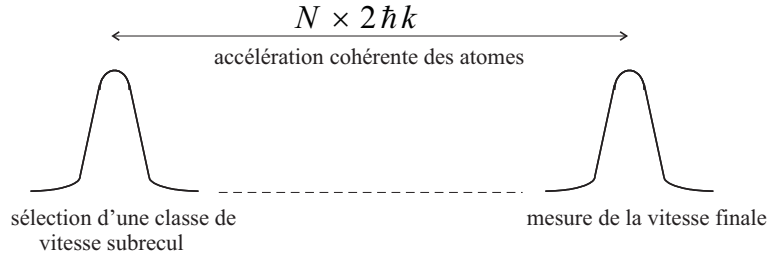


FIG. 1.2 – Principe de mesure de la vitesse de recul. Une distribution initiale de vitesse sub-recul est sélectionnée. Un processus d'accélération cohérente transfère aux atomes $2N$ impulsions de recul. Une seconde transition Raman mesure la vitesse finale.

contra-propageante ⁷ qui nous permet de sélectionner une distribution initiale de vitesse sub-recul dans le nuage d'atomes froids. C'est cette classe de vitesse sélectionnée qui est accélérée. Pour mesurer la vitesse finale des atomes après l'accélération nous effectuons une seconde impulsion Raman contra-propageante. Comme pour toute transition Raman contra-propageante cette dernière impulsion est sélective en vitesse, c'est-à-dire que pour un désaccord donné des lasers seuls certains atomes effectueront la transition. Pour obtenir la distribution de vitesse finale il faut recommencer l'expérience en balayant la fréquence de cette dernière impulsion. Nous donnons dans le paragraphe suivant le protocole expérimental de base de l'expérience.

1.3.3 Protocole expérimental

Notre protocole expérimental, illustré par la figure 1.2, est le suivant :

Étape 1 : Préparation d'un nuage d'atomes froids de ^{87}Rb à partir d'un PMO (3D) et d'une phase de mélasse optique.

Étape 2 : Sélection d'une distribution initiale de vitesse sub-recul v_i , à l'aide d'une impulsion Raman contra-propageante.

Étape 3 : Accélération cohérente des atomes à l'aide de la technique des oscillations de Bloch. Le processus consiste en une succession de transitions Raman sur le même état interne. Les atomes acquièrent $2N$ fois l'impulsion de recul ($2N\hbar k$) où N est le nombre d'oscillations.

Étape 4 : Une seconde impulsion Raman contra-propageante permet de mesurer la vitesse finale v_f des atomes.

Une fois les étapes 1 à 4 effectuées, il faut réitérer l'ensemble du protocole en balayant la fréquence laser de la dernière impulsion Raman de mesure pour reconstruire la distribution de vitesse finale.

La connaissance très précise des vitesses finales et initiales nous permet par simple conservation de la quantité de mouvement de remonter à la variation de vitesse de l'atome, et donc

⁷Il s'agit de deux impulsions $\pi/2$ dans le cas de l'interférométrie atomique

à la vitesse de recul.

$$v_f = v_i + 2Nv_{rec} \quad (1.31)$$

Notre protocole expérimental repose sur deux éléments majeurs qui sont d'une part, un senseur inertielle à base de transitions Raman, nous permettant de mesurer une variation de vitesse par effet Doppler, et d'autre part un processus d'accélération cohérente (les oscillations de Bloch) nous permettant de transférer aux atomes un très grand nombre d'impulsions de recul en très peu de temps. L'incertitude $\sigma_{v_{rec}}$ sur notre mesure de la vitesse de recul est directement reliée à l'efficacité de ces deux éléments :

$$\sigma_{v_{rec}} = \frac{\sigma_v}{2N} \quad (1.32)$$

où σ_v est l'incertitude sur la mesure du centre de la distribution de vitesse finale, et N le nombre d'oscillations de Bloch, ou de transitions à deux photons effectuées lors de l'accélération. L'ordre de grandeur sur la précision de notre expérience peut être obtenu à partir de l'équation (1.32).

Pour $N = 1000$ oscillations de Bloch et une résolution en vitesse de l'ordre de $v_{rec}/10000$, l'incertitude obtenue est de l'ordre de 5×10^{-8} pour $\sigma_{v_{rec}}$ et $2,5 \times 10^{-8}$ pour α .

1.3.4 Expérience de 2005

En 2005, nous avons effectué une mesure de h/m_{Rb} dans une configuration non interférométrique. Les résultats obtenus nous avaient permis d'obtenir une incertitude sur la mesure de la vitesse de recul et donc de h/m_{Rb} de $6,6 \times 10^{-8}$ pour un temps d'intégration de 20 minutes. Le nombre total de reculs transmis aux atomes était alors de $N = 890$ en considérant les oscillations associées aux deux trajectoires. L'ensemble des 73 points de mesure, tous effectués avec le même nombre d'oscillations, ($N = 890$), sur un intervalle de temps de 3 jours, nous avait conduit à une détermination de la constante de structure avec une incertitude relative de $6,7 \times 10^{-9}$.

1.4 Plan du mémoire

Dans ce manuscrit nous présentons une nouvelle détermination de la constante de structure fine basée sur une mesure de h/m_{Rb} combinant les oscillations de Bloch d'atomes ultra-froids, et l'interférométrie atomique. Il s'agit de la première expérience réalisée, réunissant ces deux concepts.

Le document est divisé en 7 chapitres comprenant l'introduction (**chapitre 1**), et la conclusion (**chapitre 7**).

Le **chapitre 2** est consacré à l'étude du senseur inertielle interférométrique. Dans ce chapitre, nous présentons en détail les transitions Raman stimulées à 2 photons, et rappelons quelques éléments de base sur la théorie des interféromètres. Nous comparons quelques géométries d'interféromètres utilisées pour des mesures métrologiques, notamment l'expérience

de Stanford, et notre senseur inertielle, de type Ramsey-Bordé symétrique, est étudié en détail. Nous donnons les limites actuelles du senseur.

Le **chapitre 3** est dédié au processus d'accélération cohérente des atomes : les oscillations de Bloch. Nous présentons essentiellement l'analogie qui existe entre les oscillations de Bloch de la physique du solide, et celle d'un atome plongé dans le potentiel périodique d'un réseau optique. Nous expliquons comment nous mesurons la vitesse des atomes et donnons les limitations expérimentales de ce processus.

Le **chapitre 4** décrit le dispositif expérimental qui comprend essentiellement trois parties : Le banc optique Raman, le banc optique Bloch et enfin le banc optique permettant de produire un nuage d'atomes froids et de détecter les atomes.

Le **chapitre 5** est consacré aux résultats obtenus durant ce travail de thèse. Nous présentons en détail la séquence temporelle de l'expérience et la nouvelle détermination de α que nous avons obtenue. Nous présentons également une nouvelle technique dite "d'ascenseur à atomes" permettant d'augmenter significativement le nombre d'oscillations de Bloch.

Finalement, le **chapitre 6** est consacré à l'étude des effets systématiques.

Chapitre 2

Le senseur inertielle

Le but de notre expérience est de mesurer la vitesse de recul $v_{rec} = \hbar k/m$ d'un atome à partir de la mesure d'une variation de vitesse induite par un processus d'accélération cohérente. Pour ce faire, nous avons vu en introduction que nous devons satisfaire deux exigences. D'une part, être sensible à la vitesse de l'atome afin de mesurer une fréquence par effet Doppler, et d'autre part bénéficier d'une distribution de vitesse atomique très bien connue, de largeur sub-recul, de façon à avoir la meilleure résolution possible pour les expériences. Pour satisfaire ces exigences nous avons développé un senseur inertielle interférométrique basé sur l'utilisation de transitions Raman stimulées à 2 photons. Notre senseur inertielle est un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique comprenant quatre impulsions $\pi/2$.

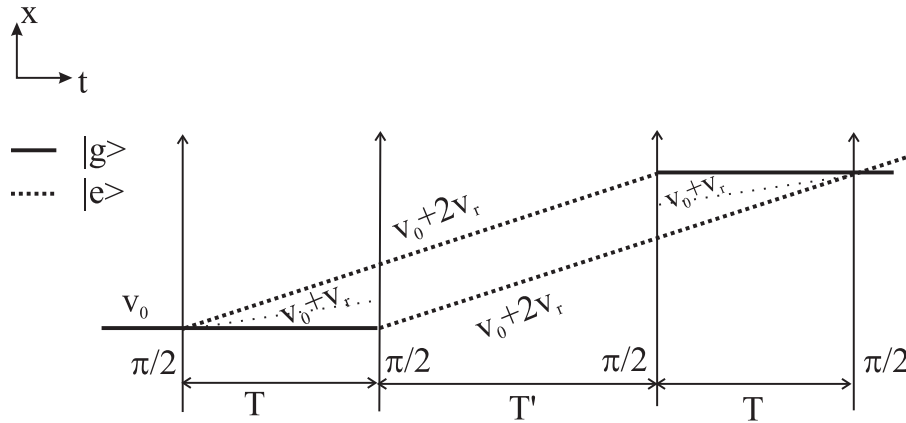


FIG. 2.1 – Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique utilisé comme senseur inertielle pour mesurer la vitesse de recul. Chaque impulsion $\pi/2$ est une transition Raman stimulée à deux photons effectuée entre deux niveaux de structure hyperfine de l'état fondamental du rubidium 87.

Dans ce chapitre nous commençons par introduire les transitions Raman stimulées à 2 pho-

tons, nous développons ensuite dans une seconde partie les outils destinés à la compréhension d'un senseur inertielle basé sur l'interférométrie de Ramsey et enfin nous présentons le senseur inertielle interférométrique qui a été développé durant ce travail de thèse (figure (5.1) et qui a permis d'effectuer les dernières mesures de la constante de structure fine en configuration "interférométrique".

2.1 Transitions Raman stimulées

2.1.1 Principes généraux sur les transitions Raman

Les transitions Raman stimulées sont des processus à 2 photons du deuxième ordre dans le traitement de l'interaction entre un atome et un champ électromagnétique, dans lequel un atome absorbe un photon d'un premier faisceau laser, puis émet de façon stimulée à l'aide d'un second faisceau laser, un deuxième photon. Ces transitions s'avèrent être un outil extrêmement performant lorsqu'il s'agit de sélectionner des atomes d'énergie, ou de vitesse donnée s'il y a un effet Doppler.

Elles nécessitent un système atomique à 3 niveaux comprenant 2 niveaux stables $|a\rangle$ et $|b\rangle$ de grande durée de vie, et un niveau excité de courte durée de vie $|e\rangle$.

Alors qu'il est impossible de sélectionner une distribution de vitesse atomique à mieux que la largeur naturelle dans le cas d'une transition à un photon, un atome, lorsqu'il est soumis à une impulsion lumineuse de durée τ , créée par une paire de faisceaux Raman contrapropagants entre deux niveaux stables, permet de passer outre cette limite. En effet, la précision obtenue n'est alors limitée que par la durée de l'interaction entre l'atome et le champ laser puisque la durée de vie des niveaux stables est extrêmement longue. Il devient alors possible de sélectionner des distributions de vitesse atomiques aussi étroites que l'on veut en faisant passer les atomes de $|a\rangle$ vers $|b\rangle$ (ou $|b\rangle$ vers $|a\rangle$) via un niveau relais situé suffisamment loin de la résonance à un photon pour éviter l'émission spontanée ¹.

Les métaux alcalins (Li,Na,K,Rb,Cs,Fr...), qui possèdent deux niveaux hyperfins dans l'état fondamental, constituent de bons candidats pour ce type de processus. Dans le cas de ces atomes, l'écart en énergie des deux niveaux de structure hyperfine du fondamental correspond à des fréquences micro-ondes (transition horloge) alors qu'entre ces mêmes niveaux et le niveau excité les transitions sont dans le domaine optique.

Notre expérience utilise des atomes de rubidium 87. Les transitions Raman s'effectuent entre les deux sous-niveaux hyperfins $5S_{1/2}$ ($F = 1$) et $5S_{1/2}$ ($F = 2$) de l'état fondamental.

Lorsque l'on soumet l'atome à deux champs laser de vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 et de pulsations respectives (ω_1, ω_2) suffisamment désaccordés de la résonance atomique à 1 photon ($|a\rangle$)

¹Le couplage même non résonant dû à un faisceau Raman entre un sous-niveau hyperfin du fondamental et un niveau excité de largeur Γ confère au fondamental une largeur non nulle. On montre que pour notre désaccord de 310 GHz utilisé, l'élargissement est inférieur au hertz, et donc très petit devant $\Gamma/2\pi \simeq 6$ MHz.

$\rightarrow|e\rangle$) et ($|b\rangle \rightarrow |e\rangle$) l'atome passe de l'état $|a\rangle$ à l'état $|b\rangle$ en absorbant un premier photon dans l'onde \vec{k}_1 puis en réémettant de manière stimulée un deuxième photon dans l'onde \vec{k}_2 .

On montre que lorsque les champs laser sont contrapropageants les effets Doppler sur chaque fréquence s'ajoutent et que la condition de résonance d'une telle transition est sensible à la vitesse de l'atome. Les transitions sont alors sélectives en vitesse [18]. On peut sélectionner des distributions de vitesse de largeur sub-recul².

2.1.2 Hamiltonien Raman et équations de Schrödinger

Dans cette partie et la partie suivante nous rentrons dans les détails de l'étude des transitions Raman. L'objectif est de rappeler quelques résultats importants.

Nous commençons par montrer que notre système à trois niveaux et deux champs laser est complètement équivalent à un système à deux niveaux et un champ laser. Ceci nous conduira naturellement à la condition de résonance pour la transition ainsi qu'à l'expression de la probabilité de transition. Les calculs ci-après suivent ceux de la référence [18]. Il ne s'agit pas ici de détailler les calculs mais simplement d'en donner les grandes étapes qui permettront de mieux comprendre notre travail.

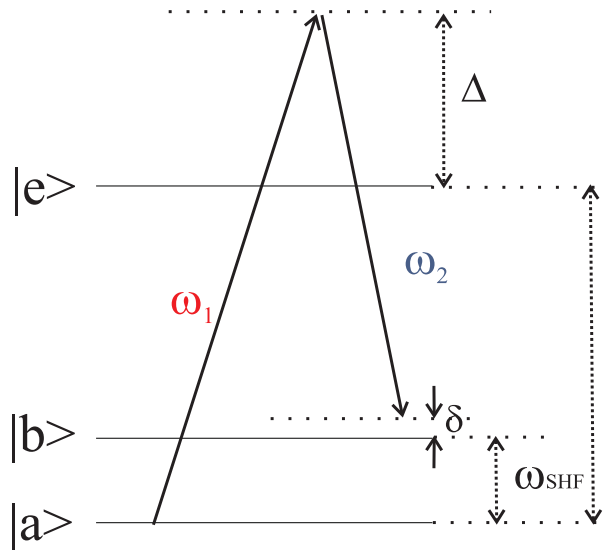


FIG. 2.2 – Transition Raman stimulée à 2 photons de $|a\rangle$ vers $|b\rangle$. L'atome absorbe un premier photon dans l'onde ω_1 puis émet de façon stimulée un deuxième photon dans l'onde ω_2 .

On donne (voir figure (2.2)) les désaccords par rapport aux résonances à un et deux

²Il ne s'agit pas d'un refroidissement mais d'un filtrage dans l'espace des vitesses. Il n'y a pas de recyclage des atomes.

photons :

$$\Delta = \omega_1 - \omega_{ae} \quad (2.1)$$

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} \quad (2.2)$$

Les deux champs lasers considérés s'écrivent :

$$\vec{\mathbf{E}}_1(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_1 \vec{\epsilon}_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)} + c.c \quad (2.3)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_2 \vec{\epsilon}_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)} + c.c \quad (2.4)$$

Le hamiltonien Raman tient compte de deux termes qui sont le hamiltonien de l'atome H_A et le hamiltonien d'interaction V_{int} entre l'atome et le champ. On a :

$$H_A = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hbar\omega_{SHF} |b\rangle \langle b| + \hbar\omega_{ae} |e\rangle \langle e| \quad (2.5)$$

A l'approximation dipolaire électrique le couplage atome/champ s'écrit :

$$\hat{V}_{int} = -\vec{d} \cdot \vec{\mathbf{E}}(r, t) \quad (2.6)$$

avec

$$\vec{\mathbf{E}}(r, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_1 \vec{\epsilon}_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot r - \omega_1 t)} + \frac{1}{2} \mathcal{E}_2 \vec{\epsilon}_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot r - \omega_2 t)} + c.c \quad (2.7)$$

On introduit les pulsations de Rabi à un photon $\hbar\Omega_1 = 2 \langle e | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_1 \mathcal{E}_1 | a \rangle$ associée à la transition $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$ et $\hbar\Omega_2 = 2 \langle b | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_2 \mathcal{E}_2 | e \rangle$ associée à la transition $|b\rangle \rightarrow |e\rangle$.

Si on considère la base des états internes de l'atome et $|\Psi\rangle$ la fonction d'onde de l'atome décomposée sur cette base alors la projection de la fonction d'onde sur la base s'écrit $B_i = \langle i | \Psi \rangle$, où l'indice i désigne l'état (a, b ou e) de l'atome. L'évolution de la fonction d'onde de l'atome est donnée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H(t) |\Psi(t)\rangle \quad (2.8)$$

Il vient en représentation d'interaction et en négligeant l'émission spontanée :

$$\frac{d}{dt} B_a = \frac{i}{2} \Omega_1^* e^{-i\Delta t} B_e \quad (2.9)$$

$$\frac{d}{dt} B_b = \frac{i}{2} \Omega_2^* e^{-i(\Delta + \delta^R)t} B_e \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dt} B_e = \frac{i}{2} \Omega_1 e^{i\Delta t} B_a + \frac{i}{2} \Omega_2 e^{i(\Delta + \delta^R)t} B_b \quad (2.11)$$

où δ^R est le désaccord effectif de la transition Raman.

$$\delta^R = \delta - \frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta} - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{v} - \frac{\hbar}{2m} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 \quad (2.12)$$

Dans cette expression, on voit apparaître 3 nouveaux termes qui sont les déplacements lumineux à 1 photon liés au couplage du laser 1 (sur la transition ($|a\rangle \rightarrow |e\rangle$)) et du laser 2 (sur la transition ($|b\rangle \rightarrow |e\rangle$)) avec l'état excité³. Il apparaît également un terme d'effet Doppler faisant apparaître la vitesse v de l'atome. Le dernier terme est un terme lié au recul de l'atome.

Elimination adiabatique de l'état excité

Afin de se ramener à un système à 2 niveaux il faut qu'il n'y ait pas d'excitation du niveau excité $|e\rangle$, c'est-à-dire que le désaccord doit être grand devant Γ ainsi que devant les fréquences de Rabi à un photon. Dans nos expériences nous sommes très décalés de la résonance à un photon (environ 310 GHz). Comme $\Delta \gg \Gamma, \Omega_1, \Omega_2, \delta^R$, on peut éliminer adiabatiquement l'état excité, c'est-à-dire que l'on peut intégrer B_e sans tenir compte de la dépendance en temps de B_a et B_b .

Il vient immédiatement :

$$\frac{d}{dt}B_a = \frac{i}{2} \frac{|\Omega_1|^2}{2\Delta} B_a + \frac{i\Omega_1^*\Omega_2}{4\Delta} e^{i\delta^R t} B_b \quad (2.13)$$

$$\frac{d}{dt}B_b = \frac{i}{2} \frac{|\Omega_2|^2}{2\Delta} B_b + \frac{i\Omega_2^*\Omega_1}{4\Delta} e^{i\delta^R t} B_a \quad (2.14)$$

$$(2.15)$$

Sous cette forme, nous obtenons exactement le système d'équations caractéristiques des oscillations de Rabi d'un système à deux niveaux avec une fréquence de Rabi effective qui caractérise le couplage à deux photons entre les deux états stables :

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1^*\Omega_2}{2\Delta} \quad (2.16)$$

Il apparaît que pour un tel système le couplage Raman est directement relié à Ω_R .

Par ailleurs, dans un tel processus l'émission spontanée varie comme $(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)/\Delta^2$.

Il faut donc travailler à très grand désaccord et grande intensité pour favoriser les transitions Raman. Notons également que nos conditions expérimentales ne sont pas exactement les mêmes que celles de la référence [18]. Notre désaccord Δ de la résonance à un photon est de 310 GHz. Il est par conséquent très grand devant la structure hyperfine de l'état excité. Nous ne pouvons donc négliger les déplacements lumineux créés par le laser 1 sur l'état $|b\rangle$ et par le laser 2 sur l'état $|a\rangle$. Le calcul complet est effectué dans la thèse de R. Battesti.

Les nouvelles équations différentielles s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}B_a = i \left(\frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_2'|^2}{4(\Delta - \omega_{SHF})} \right) B_a + \frac{i\Omega_1^*\Omega_2}{4\Delta} e^{i\delta^R t} B_b \quad (2.17)$$

³Proche de la résonance, $\delta = 0$, on peut considérer que les désaccords de la résonance à un photon sont sensiblement les mêmes pour les états a et b , et égaux à Δ .

$$\frac{d}{dt}B_b = i\left(\frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega'_1|^2}{4(\Delta + \omega_{SHF})}\right)B_b + \frac{i\Omega_2^*\Omega_1}{4\Delta}e^{i\delta^R t}B_a \quad (2.18)$$

où Ω'_1 représente le couplage de $|b\rangle$ vers $|e\rangle$ dû au laser 1 et Ω'_2 représente le couplage de $|a\rangle$ vers $|e\rangle$ dû au laser 2, avec :

$$\delta^R = \delta + \delta_a - \delta_b - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{v} - \frac{\hbar}{2m}(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 \quad (2.19)$$

et

$$\delta_a = \frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega'_2|^2}{4(\Delta - \omega_{SHF})} \quad (2.20)$$

$$\delta_b = \frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega'_1|^2}{4(\Delta + \omega_{SHF})} \quad (2.21)$$

La condition de résonance Raman fait intervenir les déplacements lumineux sous forme de déplacement lumineux différentiel entre les deux niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$. En faisant l'hypothèse que les pulsations de Rabi associées à un même laser sont égales, ce déplacement lumineux s'écrit au premier ordre en ω_{SHF}/Δ :

$$\delta_a - \delta_b \simeq 2 \times \frac{\Omega^2 \omega_{SHF}}{4\Delta \Delta} \quad (2.22)$$

où $\Omega^2 \simeq \Omega_1^2 \simeq \Omega_2^2 \simeq \Omega_2'^2 \simeq \Omega_1'^2$. Nous verrons que lors de nos expériences la contribution de ces déplacements lumineux est non négligeable. Toutefois, nous verrons que notre protocole de mesure permet de s'affranchir en partie d'un effet systématique lié à ces déplacements.

2.1.3 Conditions de résonance Raman et probabilité de transition

Condition de résonance

La condition de résonance Raman découle des équations différentielles ci-dessus et s'écrit :

$$\delta^R = \delta - \delta_a + \delta_b - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{v} - \frac{\hbar}{2m}(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 = 0 \quad (2.23)$$

Cette condition fait intervenir la vitesse de l'atome ainsi que le déplacement lumineux différentiel entre les deux états. Cette condition de résonance peut être retrouvée en écrivant la conservation de l'énergie et de l'impulsion pour le processus à 2 photons.

Pour un atome de masse m et de vitesse \vec{v}_i dans le référentiel du laboratoire on a :

$$m\vec{v}_i + \hbar\vec{k}_1 = m\vec{v}_f + \hbar\vec{k}_2 \quad (2.24)$$

$$E_a + \frac{1}{2}mv_i^2 + \hbar\omega_1 = E_b + \frac{1}{2}mv_f^2 + \hbar\omega_2 \quad (2.25)$$

on obtient la condition de résonance :

$$\delta = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{v}_i + \frac{\hbar}{2m}(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)) \quad (2.26)$$

On retrouve l'équation (2.23) aux termes de déplacements lumineux près.

La condition de résonance (2.23) permet de décrire la sensibilité à l'effet Doppler d'une transition Raman. Notons que le désaccord Δ par rapport à la résonance à 1 photon est petit par rapport à la fréquence absolue de la raie D2.

on a donc : ($\|\vec{k}_1\| \simeq \|\vec{k}_2\| \simeq \|\vec{k}\|$)

Il existe deux cas à distinguer :

Faisceaux copropageants : $\vec{k}_1 \simeq \vec{k}_2 \simeq \vec{k}$ et la condition de résonance $\delta^R = 0$ s'écrit⁴ :

$$\omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} \simeq 0 \quad (2.27)$$

La transition Raman n'est sensible qu'à l'état d'énergie interne⁵ de l'atome, elle est sélective en énergie.

Faisceaux contrapropageants : $\vec{k}_1 \simeq -\vec{k}_2$ et la condition $\delta_R = 0$ s'écrit :

$$\omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} \simeq 2k(v + v_{rec}) \quad (2.28)$$

où v est la projection de la vitesse de l'atome sur l'axe médiateur de $(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)$.

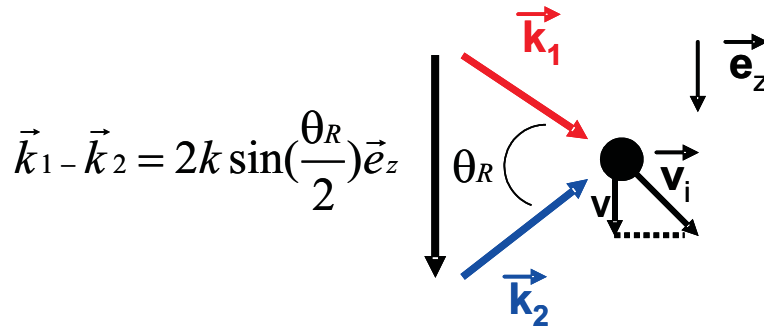


FIG. 2.3 – La sélectivité Doppler de la transition Raman s'effectue suivant l'axe \mathbf{e}_z (direction médiateur de $(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2)$). Après une transition Raman contrapropageante telle que $(\theta_R = \pi)$, la projection de la vitesse atomique s'écrit $v' = v + 2v_{rec}$. Une telle transition transfère de façon cohérente deux fois l'impulsion du photon à l'atome, avec une direction privilégiée.

Cette vitesse dépend de l'angle θ_R entre les deux faisceaux Raman (figure 2.3). On remarque que pour un désaccord δ fixé, seuls les atomes de vitesse

$$v = \delta/2k - v_{rec}$$

effectueront la transition d'un sous-niveau hyperfin à l'autre. La transition Raman contrapropageante est par conséquent **sélective en vitesse**.

⁴On néglige ici d'éventuels déplacements de niveaux de type déplacement lumineux, champ magnétique...

⁵L'effet Doppler est également présent pour une transition Raman copropageante il vaut $\frac{|k_1 - k_2|}{|k_1 + k_2|} \simeq 10^{-5}$ fois l'effet d'une transition contrapropageante.

En pratique les impulsions Raman ont une durée finie, et l'on sélectionne une sous-classe de vitesse atomique centrée autour d'une vitesse moyenne donnée par (2.28) et dont la largeur ne dépend que de la durée de l'impulsion. Par ailleurs, on note que le système étudié est symétrique par rapport aux deux niveaux stables : les atomes peuvent passer du niveau $|a\rangle$ au niveau $|b\rangle$ et inversement.

Enfin, au cours de la transition la quantité de mouvement de l'atome varie de $2\hbar\vec{k}$, par conséquent si l'on veut sélectionner une distribution de vitesse centrée autour de la vitesse moyenne nulle après la transition Raman, il faut satisfaire la relation (2.23) pour $v = -2v_{rec}$.

Probabilité de transition

Nous avons montré que notre système est complètement équivalent à un système à 2 niveaux. La probabilité de transition d'un état stable à l'autre est donc donnée par la formule de Rabi :

$$P(\delta_R, t) = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \delta_R^2} \sin^2 \left(\sqrt{\Omega_R^2 + \delta_R^2} \frac{t}{2} \right) \quad (2.29)$$

où Ω_R est défini en (2.16)

On note que pour une impulsion π ($\Omega_R t = \pi$) à résonance la probabilité de transition est maximale et égale à 1.

Largeur de la sélection en vitesse Pour une transition Raman contrapropageante la condition de résonance est sensible à l'effet Doppler et donc à la vitesse longitudinale de l'atome (suivant l'axe des faisceaux). Dans le cas d'une impulsion π de durée τ (ou $\Omega_R \tau = \pi$), on a :

$$P(\vec{v}) = \frac{\pi^2}{4} \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{1 + \left[\frac{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{v} + \vec{v}_r)}{\Omega_R} \right]^2} \right) \quad (2.30)$$

La probabilité de transition est essentiellement dépendante de la vitesse de l'atome. La dispersion en vitesse σ_v de la distribution de vitesse sélectionnée est donnée par :

$$\sigma_v = \frac{\Omega_R}{(k_1 + k_2)} \quad (2.31)$$

La fréquence de Rabi effective Ω_R est fixée par les conditions expérimentales. Elle dépend du désaccord à un photon et de l'intensité laser des faisceaux Raman. La durée de l'impulsion est choisie de façon à ce que $\Omega_R \tau = \pi$. La dispersion en vitesse longitudinale de la distribution de vitesse s'écrit :

$$\sigma_v = \frac{\pi}{\tau(k_1 + k_2)} \quad (2.32)$$

Typiquement, nous sélectionnons par une impulsion de 1 ms une distribution de vitesse de l'ordre de $v_r/15$ ⁶.

⁶Pour l'atome de ⁸⁷Rb on a $(k_1 + k_2)v_{rec} \simeq 15$ kHz.

2.1.4 Règles de sélection

Dans les calculs précédents, nous avons calculé la probabilité de transitions de l'état $|a\rangle$ vers l'état $|b\rangle$ dans le cas simple d'un système atomique possédant 3 niveaux. Dans la réalité il faut tenir compte de la multiplicité des niveaux internes (sous-niveaux Zeeman). Lors d'une transition Raman stimulée à deux photons les deux états stables $5S_{1/2}(F=1)$ et $5S_{1/2}(F=2)$ de l'atome de rubidium 87 sont couplés à l'ordre 2 de la théorie des perturbations⁷.

Le Hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$V_{int} = -\vec{d} \cdot \vec{E} \quad (2.33)$$

avec $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ et $\vec{E}_i = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_i}{2\epsilon_0 L^3}} \vec{\epsilon}_i (\hat{a}_i - \hat{a}_i^\dagger)$.

Le terme résonant de la transition à deux photons fait apparaître un terme en \hat{a}_1 et \hat{a}_2^\dagger correspondant respectivement à l'absorption d'un photon dans l'onde laser 1 et à l'émission stimulée d'un deuxième photon dans l'onde laser 2.

Si on définit par $|i\rangle = |F, m_F\rangle$ et $|f\rangle = |F', m_{F'}\rangle$ les deux sous-niveaux hyperfins du fondamental le couplage effectif entre les deux sous-niveaux ainsi que les déplacements lumineux s'écrivent :

$$\frac{\hbar\Omega_R}{2} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_1}{2\epsilon_0 L^3}} \sqrt{\frac{\hbar\omega_2}{2\epsilon_0 L^3}} \sum_{F_e, m_{F_e}} \frac{\langle f | \vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{D} | F_e, m_{F_e} \rangle \langle F_e, m_{F_e} | \vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{D} | i \rangle}{\hbar\Delta} \quad (2.34)$$

$$\delta_a^i = \sqrt{\frac{\hbar\omega_1}{2\epsilon_0 L^3}} \sqrt{\frac{\hbar\omega_2}{2\epsilon_0 L^3}} \sum_{F_e, m_{F_e}} \frac{\langle i | \vec{\epsilon}_i \cdot \vec{D} | F_e, m_{F_e} \rangle \langle F_e, m_{F_e} | \vec{\epsilon}_i \cdot \vec{D} | i \rangle}{\hbar\Delta} \quad (2.35)$$

Les calculs de (2.34) et (2.35) ont été effectués en détail dans [22].

Le calcul tient compte des polarisations des champs. D'après les règles de sélection générales neuf transitions sont possibles ($\Delta m_F = 0 \pm 1$). Expérimentalement, nous avons choisi de lever la dégénérescence entre sous-niveaux à l'aide d'un champ magnétique directeur orienté selon la direction de propagation des faisceaux Raman (verticalement).

Dans ces conditions, on ne peut avoir que $\Delta m_F = 0$. Par ailleurs, afin de ne pas être sensible à l'effet Zeeman au 1er ordre on travaille à $m_F = 0$ ⁸ et nos faisceaux Raman ont des polarisations linéaires et perpendiculaires entre elles.

La fréquence de Rabi à deux photons et les déplacements lumineux sont :

$$\Omega_R = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_{sat}} \frac{\Gamma^2}{16\Delta} \quad (2.36)$$

$$\delta = \frac{I_i}{I_s} \frac{\Gamma^2}{8\Delta} \quad (2.37)$$

où I_1 et I_2 sont les intensités associées à chaque faisceau et I_{sat} est l'intensité de saturation définie en annexe.

⁷Les transitions à deux photons couplent des états de même parité.

⁸Les transitions Raman s'effectuent entre les deux sous-niveaux hyperfins $|F=2, m_F=0\rangle$ et $|F=1, m_F=0\rangle$ du niveau $5S_{1/2}$ du ⁸⁷Rb.

2.1.5 Conclusions

Les transitions Raman stimulées à deux photons contrapropageantes semblent répondre aux exigences nécessaires au fonctionnement de notre senseur inertielle :

Effet Doppler optique :

Lorsque la différence de fréquence entre les deux lasers est proche de la fréquence hyperfine ω_{SHF} entre les deux niveaux fondamentaux, la sensibilité en vitesse est deux fois celle d'une transition optique alors que du point de vue des états internes de l'atome, cela correspond à une transition micro-onde. Même pour des atomes de vitesse très faible l'effet Doppler intervient alors de façon prédominante.

Peu d'émission spontanée :

Le grand désaccord par rapport à la transition à un photon permet de n'avoir que très peu d'émission spontanée.

Contrôle par micro-onde :

Compte tenu de la condition de résonance (2.23) que nous avons établie, il est possible avec de telles transitions de sélectionner une sous-classe de vitesse atomique et de la faire passer d'un état quantique à un autre avec une faible dispersion de vitesse. Pour ce faire il faut fixer précisément ⁹ la différence de fréquence ($\omega_1 - \omega_2$) entre les deux lasers. Cette différence de fréquence se situant dans le domaine micro-onde, elle est beaucoup plus simple à stabiliser qu'une différence de fréquence dans le domaine optique.

2.2 Senseur inertielle basé sur l'interférométrie de Ramsey

2.2.1 L'interférométrie de Ramsey

En 1950 Norman Ramsey propose la méthode dite des "champs oscillants séparés" pour améliorer la précision des mesures de fréquences atomiques dans les expériences où l'on irradie un jet atomique avec des sources micro-ondes [23]. Cette méthode, complémentaire de celle développée par Rabi [24] en 1937, consiste à remplacer une zone de champ d'interrogation unique par deux zones de champ micro-onde, séparées dans l'espace, et possédant une relation de phase bien définie entre elles. Cette technique a ouvert une nouvelle voie pour la spectroscopie de haute résolution puisqu'elle permet de réduire considérablement la largeur des résonances atomiques et par conséquent de pointer avec précision la fréquence de la transition. On ne s'étonnera donc pas de voir cette technique utilisée en métrologie des fréquences. En effet, les horloges atomiques à césium qui fournissent depuis plusieurs dizaines d'années les mesures du temps sont basées sur une technique d'interrogation de Ramsey. Ces mesures de fréquences présentent aujourd'hui la plus grande exactitude jamais réalisée (10^{-16} en valeur relative). L'intérêt métrologique de cette méthode n'est donc plus à démontrer pour des me-

⁹On entend ici contrôler au niveau du Hertz une différence de fréquence de quelques GHz sur des fréquences optiques d'environ 400 THz.

sures spectroscopiques de haute résolution. C'est en tirant profit de cette technique que nous avons voulu mettre en place un senseur inertielle de haute résolution.

Il est possible de décrire la méthode de Ramsey de deux façons. Dans un premier temps nous présentons une description semi-classique de cette méthode d'interrogation pour laquelle on ne s'intéresse qu'aux états internes de l'atome (notamment pendant la phase d'évolution libre entre les deux interrogations). Dans un second temps, nous quantifierons l'état externe de l'atome en adoptant un point de vue de type interférométrie atomique. Nous verrons qu'il est possible de mesurer le recul atomique avec cette méthode.

2.2.2 Traitement semi-classique

Nous introduisons ici quelques éléments de théorie nécessaires à la compréhension de l'interaction entre un système atomique et un champ électromagnétique classique. Nous rappelons dans un premier temps que la dynamique d'un atome traité comme un système à deux niveaux, couplé à un champ électromagnétique classique, quasi résonant, est équivalente à celle d'un spin $\frac{1}{2}$ dans un champ magnétique. Dans un second temps nous introduisons les concepts de sphère de Bloch et de vecteur de Bloch qui permettent de représenter, de manière analogue à une description en terme de matrice densité, l'évolution du couplage atome/champ à travers l'image de précession du spin fictif. Cette représentation géométrique simple, nous permettra de faire le lien avec l'interférométrie de Ramsey et d'expliquer de façon simple les franges d'interférences obtenues.

Hamiltonien de couplage atome-champ

On se place dans le cadre d'un traitement semi-classique dans lequel l'atome est équivalent à un système à 2 niveaux traité de manière quantique alors que le champ électromagnétique est traité classiquement. Soit un champ électromagnétique de la forme :

$$\vec{\mathbf{E}}(r, t) = \vec{\mathbf{E}}_0(r) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi) \quad (2.38)$$

où ω et ϕ sont respectivement la fréquence et la phase du champ. Le hamiltonien libre de l'atome s'écrit dans la base de ses états internes $\{|a\rangle, |b\rangle\}$:

$$\hat{H}_{at} = \frac{\hbar\omega_{ab}}{2} \hat{\sigma}_z \quad (2.39)$$

où σ_i sont les matrices de Pauli données en annexe.

Le couplage entre l'atome et le champ s'écrit à l'approximation dipolaire électrique :

$$\hat{V}_{int} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{\mathbf{E}}(\vec{r}, t) \quad (2.40)$$

où $\hat{\vec{d}}$ est l'opérateur dipôle électrique qui s'écrit en fonction de l'opérateur de spin σ_x :

$$\hat{\vec{d}} = \vec{d}_{ab}(|b\rangle\langle a| + |a\rangle\langle b|) = \vec{d}_{ab}\hat{\sigma}_x$$

où $\vec{\mathbf{d}}_{ab} = \langle b | q \vec{\mathbf{R}} | a \rangle$ est l'élément de matrice dipolaire entre les deux niveaux atomiques de la transition.

Le hamiltonien s'écrit :

$$\hat{H}_{tot} = \frac{\hbar\omega_{ab}}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\Omega\cos(\omega t + \phi)\hat{\sigma}_x \quad (2.41)$$

La recherche des états propres et énergies propres de \hat{H}_{tot} s'effectue dans le référentiel tournant à la fréquence ω du champ incident. Le hamiltonien effectif total dans le référentiel tournant s'écrit à l'approximation séculaire :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega}{2}(\cos(\phi)\hat{\sigma}_x + \sin(\phi)\hat{\sigma}_y) \quad (2.42)$$

où $\delta = \omega_{ab} - \omega$ est le désaccord entre la fréquence du champ et la fréquence de la transition atomique et $\Omega = -\vec{\mathbf{d}}_{ab} \cdot \vec{\mathbf{E}}_0 / \hbar$ est la fréquence de Rabi caractérisant la force du couplage entre l'atome et le champ classique.

Il vient :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2} \left(\vec{\Omega}_{\text{eff}} \cdot \vec{\sigma} \right) \quad (2.43)$$

où $\vec{\sigma}$ est l'opérateur vectoriel des matrices de Pauli et $\vec{\Omega}_{\text{eff}} = \Omega(\cos(\phi)\mathbf{u}_x + \sin(\phi)\mathbf{u}_y) + \delta\mathbf{u}_z$ avec $|\vec{\Omega}_{\text{eff}}| = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$ et où les 3 axes $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ qui forment un repère orthonormé, sont dirigés suivant les 3 composantes de $\vec{\sigma}$.

Le hamiltonien (2.43) est totalement équivalent à celui d'une **particule de spin 1/2** dans un champ magnétique $\vec{\Omega}_{\text{eff}}$.

Les états propres et énergies propres E_{\pm} sont connus et s'écrivent [25] :

$$|+\rangle = e^{-i\phi/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |b\rangle + e^{i\phi/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |a\rangle \quad (2.44)$$

$$|-\rangle = -e^{-i\phi/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |b\rangle + e^{i\phi/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |a\rangle \quad (2.45)$$

avec

$$\tan \theta = \frac{\Omega}{\delta} \quad (2.46)$$

$$E_{\pm} = \pm \frac{\hbar|\vec{\Omega}_{\text{eff}}|}{2} \quad (2.47)$$

Dynamique du système

La fonction d'onde de l'atome à l'instant t , s'écrit dans le référentiel tournant et sur la base des états propres (2.44) et (2.45) :

$$|\tilde{\Psi}(t)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i(\phi+\Omega_{\text{eff}}t)/2} |+\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i(\phi+\Omega_{\text{eff}}t)/2} |-\rangle \quad (2.48)$$

L'évolution du système correspond à une rotation autour de l'axe défini par les états propres. Ceci peut être représenté à l'aide de la sphère de Bloch.

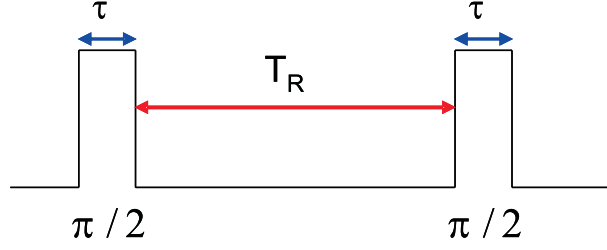


FIG. 2.4 – Séquence d'interrogation de Ramsey constituée de deux impulsions $\pi/2$ de durée τ , séparées d'un temps T_R .

Sphère de Bloch et spin fictif

L'interrogation de Ramsey consiste à soumettre l'atome à un champ de la forme 2.38 dans lequel on a "découpé" deux impulsions $\pi/2$ de durée τ (impulsions pour lesquelles $\tau = \pi/2\Omega$) séparées par un temps d'évolution libre T_R (voir figure 2.4). Les concepts de sphère de Bloch et de spin fictifs permettent de décrire de façon simple la dynamique de l'atome à deux niveaux pendant l'interrogation de Ramsey. Le vecteur de Bloch traduit dans un espace réel à trois dimensions l'évolution du couplage atome/champ qui est en général décrit en termes mathématiques par le formalisme de la matrice densité. Dans le cas d'un atome à 2 niveaux le vecteur de Bloch est la valeur moyenne du spin fictif $\vec{\mathcal{S}}$ défini comme :

$$\vec{\mathcal{S}} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} \quad (2.49)$$

La dynamique du vecteur de Bloch (ou spin fictif) est donnée par l'équation d'évolution dans le référentiel tournant à la fréquence du champ ω :

$$\frac{d\langle \vec{\mathcal{S}} \rangle}{dt} = \vec{\Omega}_{\text{eff}} \wedge \langle \vec{\mathcal{S}} \rangle \quad (2.50)$$

L'équation (2.50) traduit un mouvement de précession du spin fictif autour du vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\text{eff}} = \Omega(\cos(\phi)\vec{\mathbf{u}}_x + \sin(\phi)\vec{\mathbf{u}}_y) + \delta\vec{\mathbf{u}}_z$. Notons que cette précession s'effectue à la fréquence $|\vec{\Omega}_{\text{eff}}|$. Les observables atomiques associées à l'atome à 2 niveaux sont directement reliées aux composantes de spin. L'axe ($\vec{\mathbf{u}}_z$) de la sphère de Bloch représente les populations et le plan équatorial($\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y$) de la sphère est associé aux cohérences atomiques.

Dynamique du spin lors de l'interrogation de Ramsey

L'évolution de la fonction d'onde atomique au cours de l'interrogation de Ramsey est décrite par la dynamique du spin fictif $\vec{\mathcal{S}}$. On associe, à la rotation du spin fictif dans la sphère de Bloch, l'opérateur d'évolution $U(t)$, qui est une rotation, et qui donne la fonction d'onde atomique à tout instant dans le référentiel tournant :

$$|\tilde{\Psi}(t)\rangle = U(t) |\tilde{\Psi}(0)\rangle \quad (2.51)$$

avec

$$U(t) = e^{-i \frac{\vec{\Omega}_{\text{eff}} \cdot \vec{\sigma}}{\hbar} t} \quad (2.52)$$

Afin de simplifier la représentation nous prenons une phase du champ $\phi = 0$

Nous représentons ci-dessous la dynamique du spin lors de l'interrogation de Ramsey pour un cas à résonance et un cas hors-résonance pour un atome initialement dans l'état $|b\rangle$, le spin fictif orienté suivant $\vec{\mathbf{u}}_z$:

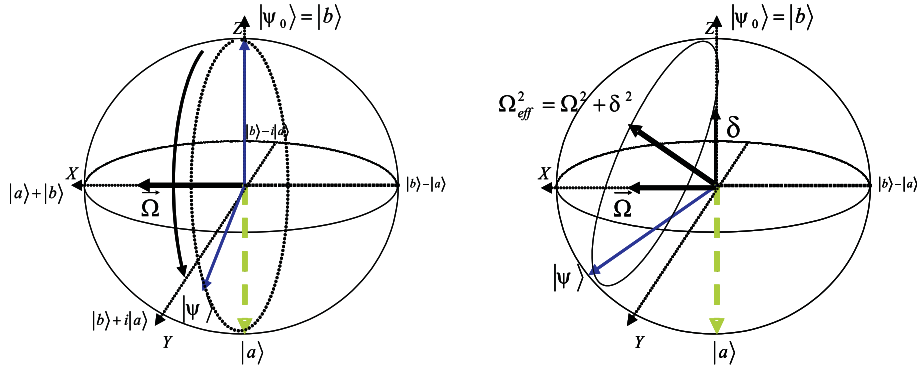


FIG. 2.5 – Figure de gauche : A résonance, le spin fictif précesse autour de Ω . Figure de droite : Hors résonance le spin fictif précesse autour de Ω_{eff} .

Cas à résonance ($\delta = 0$) La figure (2.5) de gauche représente le cas à résonance. Le vecteur de Bloch ou spin fictif précesse autour du vecteur $\Omega \vec{\mathbf{u}}_x$ à la fréquence Ω . Les vecteurs propres s'écrivent :

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle + |b\rangle) \quad (2.53)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|b\rangle - |a\rangle) \quad (2.54)$$

Considérons un atome dans l'état $|b\rangle$ à $t = 0$. Son expression dans la base des états propres du référentiel tournant s'écrit :

$$|\tilde{\Psi}(0)\rangle = |b\rangle = e^{i\phi/2} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |+\rangle - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |-\rangle \right] \quad (2.55)$$

Après la première impulsion $\pi/2$ de durée τ : $\vec{\Omega}_{\text{eff}} = \Omega \mathbf{u}_x$

Le spin précesse autour de $\vec{\Omega}$ porté par l'axe $\vec{\mathbf{u}}_x$. L'atome est dans une superposition cohérente des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$:

$$|\tilde{\Psi}(\tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle - i|b\rangle) \quad (2.56)$$

Phase d'évolution libre de durée T_R : $\vec{\Omega} = \delta \vec{\mathbf{u}}_z = cte$

A résonance il n'y a pas de précession du spin.

Après la seconde impulsion $\pi/2$:

Le spin effectue une nouvelle rotation autour de l'axe $\vec{\mathbf{u}}_x$. Cette rotation s'ajoute à la première et l'état final de l'atome est :

$$\left| \tilde{\Psi}(T + 2\tau) \right\rangle = |a\rangle \quad (2.57)$$

Cas hors résonance : La figure (2.5) de droite représente le cas hors-résonance. Nous faisons l'hypothèse que la condition d'impulsion $\pi/2$ reste satisfaite :

La différence essentielle est l'évolution pendant le vol libre. Lors de l'évolution dans le noir le spin précesse autour de l'axe $\delta\vec{\mathbf{u}}_z$ qui tourne à ω . Le spin tourne donc d'un angle δT pendant l'évolution dans le noir. Cet angle correspond au déphasage entre le champ à la fréquence ω et la fréquence de Bohr ω_{ab} de la cohérence quantique créée par la première impulsion.

Considérons quelques cas :

$\delta T = \pi$:

Le spin a fait un demi-tour autour de $\vec{\mathbf{u}}_z$.

Après la seconde impulsion l'atome est de nouveau dans $|a\rangle$. On est en bas de la frange.

$\delta T = \pi/2$

Le spin est aligné suivant $\vec{\mathbf{u}}_x$, il y a une probabilité de 1/2 de détecter l'atome dans l'état excité.

Cette représentation géométrique simple nous permet de donner la probabilité P, de transition, pour un atome de passer de l'état $|a\rangle$ à l'état $|b\rangle$ lors de l'interrogation de Ramsey :

$$P = \frac{1}{2}(1 + \cos(\delta T_R)) \quad (2.58)$$

L'état final de l'atome est déterminé par le déphasage accumulé durant la phase d'évolution libre entre le champ à la fréquence ω et la fréquence de Bohr de l'atome ω_{ab} . On observe un signal de franges d'interférences de Ramsey.

$\delta T > \pi$

Dans ce cas il apparaît de nouvelles franges d'interférences. Notons que l'équation (2.58) est valable pour $\delta \ll \Omega$.

2.2.3 Traitement "interférométrique"

Dans la partie précédente nous avons traité la méthode de Ramsey comme un interféromètre dans l'espace des états internes de l'atome avec pour unique dimension le temps. Si l'on veut adopter un point de vue de type "interférométrie atomique" il est nécessaire de rajouter une dimension d'espace. En effet, d'une part les atomes se déplacent entre les deux zones d'interrogation, et d'autre part il existe un échange d'impulsion entre l'atome et le champ dont il faut tenir compte lors des transitions Raman par exemple. Il est alors possible de décrire

la méthode de Ramsey en quantifiant les états externes des fonctions d'ondes responsables de l'interférence entre paquets d'ondes atomiques [26].

Nous introduisons maintenant quelques éléments de théorie pour comprendre le fonctionnement d'un interféromètre atomique. Dans un premier temps nous donnons les résultats essentiels qui permettent de comprendre l'évolution de la fonction d'onde atomique traitée en onde plane dans un interféromètre. Nous appliquons ensuite ces résultats à l'interféromètre de Ramsey, et montrons qu'il est possible de mesurer de façon précise le recul de l'atome avec ce simple interféromètre, sous réserve d'être dans certaines conditions. Nous terminerons cette partie introductive, en comparant quelques géométries d'interféromètres connus, notamment celle utilisée par S.Chu à Stanford pour mesurer le rapport h/M_{Cs} . Nous étudions ensuite notre senseur inertiel présenté sur la figure (2.1).

Correspondance état interne/impulsion

Pour décrire l'évolution de la fonction d'onde atomique dans un interféromètre il faut choisir une base qui rende compte des degrés de liberté internes et externes de l'atome. La base associée à l'espace des degrés de liberté externes de l'atome est celle des ondes planes $|\mathbf{p}\rangle$. La base des états internes sera notée $\{|e\rangle, |g\rangle\}$

La base commune aux degrés de liberté internes et externes de l'atome est notée :

$\{|e\rangle \otimes^{10} |\mathbf{p}_e\rangle = |e, \mathbf{p}\rangle; |g\rangle \otimes |\mathbf{p}_g\rangle = |g, \mathbf{p}\rangle\}$ où \mathbf{p}_e et \mathbf{p}_g sont les impulsions de l'atome associées aux états g et e (voir figure 2.6). Le hamiltonien de l'atome H_{at} s'écrit en tenant compte de l'énergie cinétique de l'atome :

$$\hat{H}_{at} = H_0 + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} \quad (2.59)$$

où H_0 est associé aux états d'énergie interne de l'atome.

L'interaction entre l'atome est le champ s'écrit à l'approximation dipolaire électrique :

$$V_{int} = -\vec{\mathbf{d}} \cdot \vec{\mathbf{E}} \quad (2.60)$$

où $\vec{\mathbf{E}}$ apparaît ici comme un opérateur de translation dans l'espace des impulsions :

$$e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} |\mathbf{p}\rangle = |\mathbf{p} \pm \hbar\mathbf{k}\rangle \quad (2.61)$$

Le hamiltonien total s'écrit :

$$H_{Tot} = H_0 + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} - \vec{\mathbf{d}} \cdot \vec{\mathbf{E}} \quad (2.62)$$

La conservation de l'énergie et de l'impulsion se déduit de la figure (2.6) :

$$\begin{cases} E_{|g, \mathbf{p}_g\rangle} = \hbar\omega_g^o + \frac{\mathbf{p}_g^2}{2M} = \hbar\omega_g \\ E_{|e, \mathbf{p}_e\rangle} = \hbar\omega_e^o + \frac{(\mathbf{p}_g + \hbar\mathbf{k})^2}{2M} = \hbar\omega_e \end{cases} \quad (2.63)$$

¹⁰ \otimes signifie ici produit tensoriel

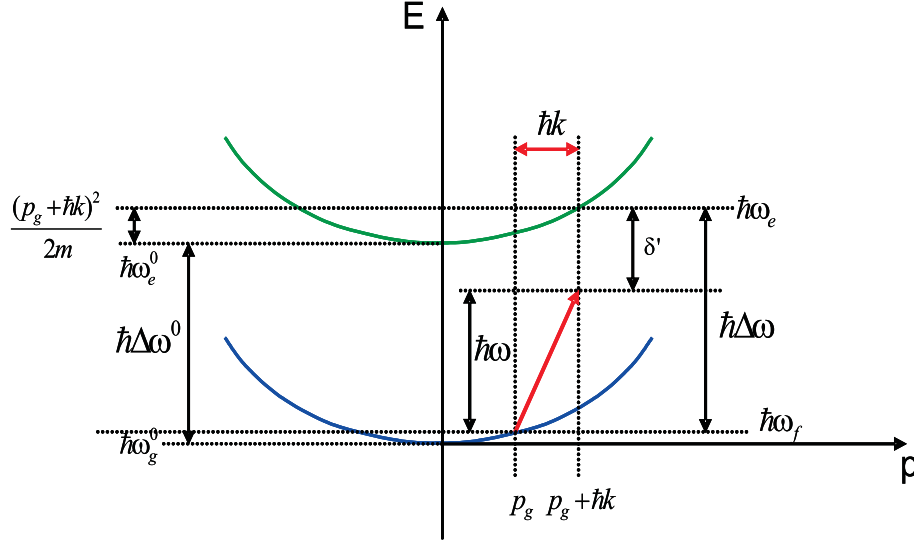


FIG. 2.6 – Diagramme énergie-impulsion.

Appelons δ' le désaccord entre la fréquence du champ et la fréquence de la transition atomique. On a :

$$\delta' = \omega - \omega_{eg}^o - \omega_{Doppler} - \omega_{Recul} \quad (2.64)$$

où :

$$\delta = \omega - \omega_{eg}^o \quad (2.65)$$

$$\omega_{Doppler} = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}_g}{M} \quad (2.66)$$

et où :

$$\omega_{Recul} = \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2M} \quad (2.67)$$

traduit l'effet de recul de l'atome dû à l'absorption du photon. L'étude précédente montre qu'il est maintenant indispensable de tenir compte de l'effet Doppler et du recul dans la condition de résonance. Notons également que nous avons effectué un raisonnement pour une transition à 1 photon. Dans le cas des transitions Raman stimulées à deux photons, δ' s'écrit :

$$\delta' = \omega - \omega_{eg}^o - \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{m} - \frac{\hbar}{2M} |\vec{k}_{\text{eff}}|^2 \quad (2.68)$$

où $\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$. On retrouve l'équation (2.19).

Etude d'un interféromètre

L'étude de tout interféromètre atomique nécessite de tenir compte des déphasages acquis par la fonction d'onde dans l'interféromètre.

Deux contributions sont à considérer :

- 1/ La phase acquise par la fonction d'onde lors de l'interaction avec les lasers
- 2/ La propagation de la phase atomique lors de l'évolution libre.

Il est possible de décrire l'évolution de la fonction d'onde associée au hamiltonien (2.42) qui ne tient pas compte de l'effet de recul.

Le hamiltonien dans le repère tournant s'écrit :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta & \Omega e^{-i\phi} \\ \Omega e^{i\phi} & \delta \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

où Ω est la fréquence de Rabi associée au couplage dipolaire électrique entre les deux niveaux considérés, et où ϕ est la phase du champ laser. Ici, $\delta = \omega - \omega_{eg}$.

La fonction d'onde à l'instant t_0 s'écrit :

$$|\Psi(t_0)\rangle = c_e(t_0)e^{-i\omega_e t_0} |e\rangle + c_g(t_0)e^{-i\omega_g t_0} |g\rangle \quad (2.70)$$

L'état de la fonction d'onde à l'instant t "dans le référentiel tournant" à la fréquence du champ est donnée par :

$$|\tilde{\Psi}(t)\rangle = U(t, t_0)|\tilde{\Psi}(t_0)\rangle = e^{-i\tilde{H}_{\text{eff}}t/\hbar} |\tilde{\Psi}(t_0)\rangle \quad (2.71)$$

En développant l'opérateur d'évolution sur la base des matrices de Pauli on déduit la fonction d'onde à tout instant.

Après une impulsion lumineuse de durée τ on obtient :

$$|\Psi(t_0 + \tau)\rangle = c_e(t_0 + \tau)e^{-i\omega_e(t_0 + \tau)} |e\rangle + c_g(t_0 + \tau)e^{-i\omega_g t_0 + \tau} |g\rangle \quad (2.72)$$

Ces coefficients s'écrivent pour une impulsion de durée τ , [23] :

$$c_e(t_0 + \tau) = e^{-i\delta\tau/2} \left\{ c_e(t_0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) - i\cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right] + c_g(t_0) e^{-i(\delta t_0 + \phi)} \left[-i\sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right] \right\} \quad (2.73)$$

$$c_g(t_0 + \tau) = e^{i\delta\tau/2} \left\{ (c_e(t_0) e^{i(\delta t_0 + \phi)} \left[-i\sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right] + c_g(t_0) \left[+i\cos\theta \cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) + i\cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right] \right\} \quad (2.74)$$

où θ est défini par $\tan\theta = \delta/\Omega$ et $0 \leq \theta \leq \pi$ (voir sphère de Bloch). Dans le cas où l'on considère l'effet de recul, en particulier dans le cas de transitions Raman stimulées à deux photons les relations (2.73) et (2.74) restent valables. Il faut alors remplacer δ par δ' défini dans l'équation (2.68) et $|\vec{\Omega}_{\text{eff}}|$ par $\sqrt{\Omega_R^2 + \delta'^2}$, où Ω_R est la fréquence de Rabi du couplage Raman donnée en (2.16). La phase ϕ correspond à la différence de phase entre les deux faisceaux lasers. La fonction d'onde après une impulsion de durée τ s'écrit :

$$|\Psi(t_0 + \tau)\rangle = c_e(t_0 + \tau) e^{-i(\omega_e^0 + \frac{(p + \hbar k_{\text{eff}})^2}{2m\hbar})(t_0 + \tau)} |e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_{\text{eff}}\rangle + c_g(t_0 + \tau) e^{-i(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2m\hbar})(t_0 + \tau)} |g, \mathbf{p}\rangle \quad (2.75)$$

Il est intéressant d'expliciter ces relations dans les cas simples d'une impulsion $\pi/2$ et d'une impulsion π à résonance ($\sin \theta = 1$; $\cos \theta = 0$).

Cas d'une impulsion $\pi/2$: ($\Omega_R \tau = \pi/2$)

$$\begin{cases} c_e(t_0 + \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_e(t_0) - ic_g(t_0)e^{-i\phi}) \\ c_g(t_0 + \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-ic_e(t_0)e^{i\phi} + c_g(t_0)) \end{cases} \quad (2.76)$$

Dans un tel cas nous obtenons une superposition cohérente à poids égaux des deux composantes de la fonction d'onde. Il s'agit de l'analogie optique d'une lame séparatrice 50/50.

Sous forme matricielle l'expression s'écrit :

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = \begin{pmatrix} c_e(t_0 + \tau) \\ c_g(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}}e^{-i\phi} \\ \frac{-i}{\sqrt{2}}e^{i\phi} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}}_{S_{\pi/2}(\tau)} \begin{pmatrix} c_e(t_0) \\ c_g(t_0) \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

où $S_{\pi/2}(\tau)$ est appelée "matrice S" associée au passage de la séparatrice atomique [25].

Cas d'une impulsion π : ($\Omega_R \tau = \pi$)

$$\begin{cases} c_e(t_0 + \tau) = -ic_g(t_0)e^{-i\phi} \\ c_g(t_0 + \tau) = -ic_e(t_0)e^{i\phi} \end{cases} \quad (2.78)$$

Dans ce cas il y a un transfert total des populations entre les deux états, à un facteur de phase ϕ près. Ce facteur de phase provient de l'interaction entre l'atome et le champ laser. La phase du champ "s'imprime" sur la fonction d'onde de l'atome.

Le signe de ϕ dépend de la transition :

$+\phi$ pour une transition de $|e\rangle$ vers $|g\rangle$

$-\phi$ pour une transition de $|g\rangle$ vers $|e\rangle$

On réalise ainsi l'analogie atomique d'un miroir.

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = \begin{pmatrix} c_e(t_0 + \tau) \\ c_g(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -ie^{-i\phi} \\ -ie^{i\phi} & 0 \end{pmatrix}}_{S_{\pi}(\tau)} \begin{pmatrix} c_e(t_0) \\ c_g(t_0) \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

où $S_{\pi}(\tau)$ est la "matrice S" associée, [25].

Nous terminons enfin par donner le terme de phase dû à la propagation :

$$\phi_{propagation} = \left(\omega_{e,g} + \frac{p_{e,g}^2}{2m\hbar} \right) T \quad (2.80)$$

où T est le temps d'évolution libre.

Nous terminons maintenant cette partie en appliquant les concepts introduits ci-dessus à l'étude de l'interféromètre de Ramsey à deux impulsions, ainsi qu'à la comparaison succincte de quelques interféromètres connus, utilisés comme senseurs inertiels de haute résolution. Nous aborderons ensuite l'étude de notre senseur.

Interférométrie de Ramsey pour mesurer la vitesse de recul

Il est possible de mesurer le recul de l'atome en utilisant l'interférométrie de Ramsey. Il existe différentes façons de générer les impulsions de Ramsey de l'interféromètre. Pour les interféromètres présentés ici, chaque impulsion correspond à une transition Raman stimulée à 2 photons, induisant un recul correspondant à deux fois l'impulsion d'un photon ($2\hbar k$). La séquence de Ramsey est la suivante : un atome dans l'état $|g, \mathbf{p}\rangle$ est soumis à deux impulsions de durée τ , à deux instants t_1 et t_2 séparés par un temps T_R . On représente l'interféromètre dans un diagramme espace-temps sur la figure (2.7). On cherche la probabilité de détecter

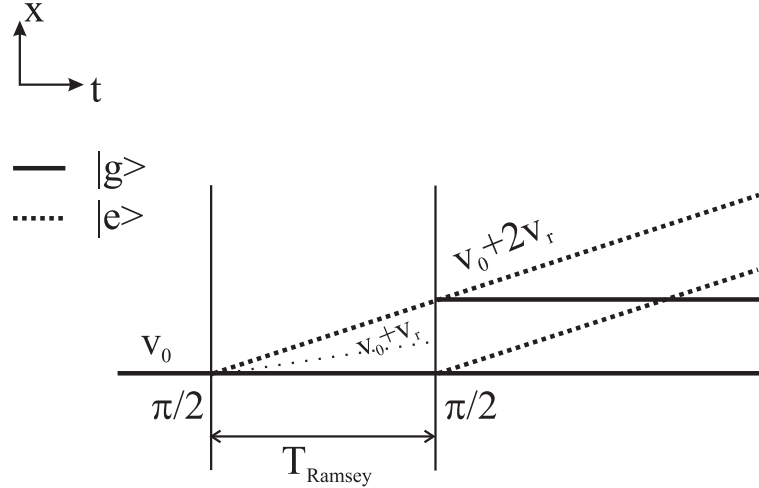


FIG. 2.7 – Interféromètre de Ramsey à deux impulsions. La vitesse initiale de l'atome est $v_0 = \frac{p}{m}$.

l'atome dans l'état excité $|e, \mathbf{p} + 2\hbar\mathbf{k}\rangle$ à la sortie de l'interféromètre. On rappelle que les interférences se produisent pour des atomes dans le même état quantique final. D'après la figure (2.7) il existe en tout 2^2 chemins possibles (2 impulsions) dont seulement 2 permettant de passer de l'état $|g, \mathbf{p}\rangle$ à l'état $|e, \mathbf{p} + 2\hbar\mathbf{k}\rangle$. On note (I) le chemin du haut et (II) le chemin du bas. Nous avons vu (eq 2.58) que proche de résonance la probabilité d'être dans l'état excité est donnée par :

$$P_e = \frac{1}{2}(1 + \cos(\Delta\Phi^{Total})) \quad (2.81)$$

avec $\Delta\Phi = \Phi_I - \Phi_{II}$.

On applique les règles de calculs énoncées plus haut :

Déphasage pendant l'évolution libre :

$$\begin{cases} \Phi_I^{propagation} = \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar k)^2}{2M\hbar} \right) T_R \\ \Phi_{II}^{propagation} = \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T_R \end{cases} \quad (2.82)$$

$$\Delta\Phi^{libre} = (\omega_e^0 - \omega_g^0 - 2k(v_i + v_{rec})) T_R$$

Déphasage dû à l'interaction avec les lasers :

$$\begin{cases} \Phi_I^{laser} = -\Phi_1(t_1) = -(\omega t_1 + \Phi_1^0) \\ \Phi_{II}^{laser} = \Phi_2(t_2) = -(\omega t_2 + \Phi_2^0) \end{cases} \quad (2.83)$$

$$\Delta\Phi^{laser} = (-\omega T_R + \Phi_1^0 - \Phi_2^0)$$

Le déphasage s'écrit :

$$\Delta\Phi^{Total} = \delta T_R + 2k(v_i + v_{rec})T_R + \phi_1^0 - \phi_2^0 \quad (2.84)$$

De façon générale le déphasage de l'interféromètre ci-dessus dépend du désaccord entre la fréquence du laser et la fréquence de l'atome, de la vitesse initiale, de la vitesse de recul et d'un éventuel déphasage dû à la phase des lasers.

En faisant l'hypothèse $\phi_1^0 = \phi_2^0$ on accède à une mesure du recul à condition d'avoir une dispersion en vitesse δv_0 inférieure à v_{rec} ¹¹.

C'est l'expérience qui a été réalisée au MIT par l'équipe de Ketterle [27], dont le but était de mesurer l'effet d'indice dans le recul de l'atome. Cette expérience utilise une source atomique cohérente¹² ; la dispersion en vitesse est donc extrêmement faible. On peut donc poser $v_i = 0$ et le déphasage s'écrit :

$$\Delta\Phi = 2kT_R v_{rec} + \delta T_R \quad (2.85)$$

En balayant le désaccord entre la source laser et la transition atomique, on balaye les franges. Au sommet de la frange on a :

$$\delta = 4E_R/\hbar \quad (2.86)$$

On en déduit le recul.

Interféromètres de Ramsey-Bordé

Lorsque l'on utilise des sources atomiques "classiques", il est possible de rendre le déphasage $\Delta\Phi$ indépendant de la vitesse initiale. La solution consiste à utiliser des interféromètres fermés¹³.

L'idée de fermer l'interféromètre a été introduite pour la première fois par Chebotayev et Hall au milieu des années 70 [28, 29] de façon à étendre les franges de Ramsey au domaine optique. En effet, lorsque l'on considère des interférences atomiques il faut raisonner en terme

¹¹Il faut $\delta v_0 \times 2kT_R \ll 1$ pour que la phase ne soit pas brouillée, c'est-à-dire $2v_{rec}T_R \ll \hbar/m\delta v_0$. La séparation des deux copies doit être inférieure à la longueur de cohérence $\hbar/m\delta v_0$.

¹²Condensat de Bose-Einstein d'atomes de Rubidium 87.

¹³La notion de fermeture implique ici que la position des atomes au moment de la dernière impulsion est la même pour les deux trajectoires.

de paquets d'ondes et non d'ondes planes. Il faut alors comparer la longueur de cohérence du paquet à la distance séparant les deux paquets ¹⁴ puisque les interférences ont lieu dans leur zone de recouvrement.

Nous présentons maintenant deux interféromètres fermés utilisés pour des mesures de grande sensibilité. Ces interféromètres sont dénommés interféromètres de Ramsey-Bordé. Le premier interféromètre que nous présentons est un interféromètre de Ramsey-Bordé "symétrique". Le second est un interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique, utilisé par l'équipe de S.Chu pour mesurer le recul de l'atome.

Nous comparons ces deux types de géométrie (symétrique/asymétrique) avant de présenter l'interféromètre que nous utilisons pour mesurer le rapport h/m_{RB} .

Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique :

L'interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique¹⁵ est constitué de 3 impulsions " $\pi/2 - \pi - \pi/2$ " séparées par un temps T (voir figure 2.8). Les vecteurs d'onde de chaque impulsion sont dans le même sens. Appliquons les règles de calculs établies plus haut à cet interféromètre.

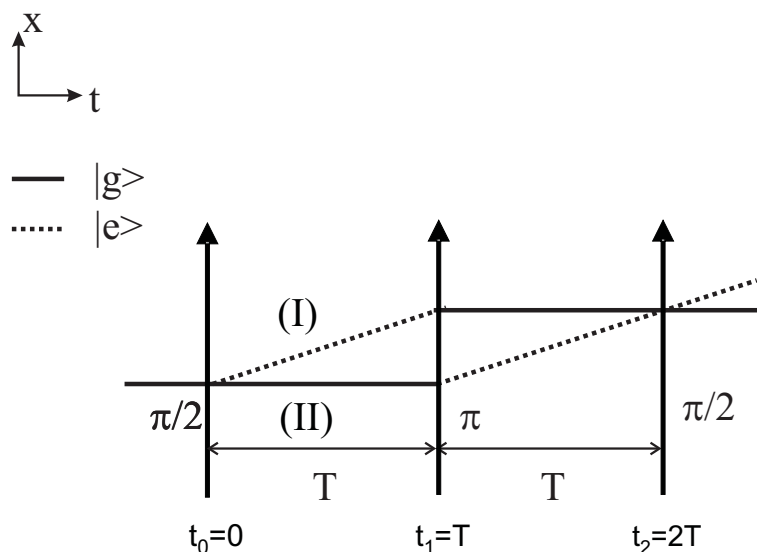


FIG. 2.8 – Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique

Déphasage dû à la propagation libre de la phase atomique :

¹⁴Dans le cas d'une source classique on compare la longueur d'onde de de Broglie thermique $\frac{h}{\sqrt{(2\pi mk_B T)}}$ à la distance $l = \hbar k/m \times T$.

¹⁵On parle d'interféromètre symétrique lorsque tous les vecteurs d'onde correspondant à chaque impulsion sont dans le même sens.

On note (I) le chemin du haut et (II) celui du bas :

$$\begin{cases} \Phi_I^{propagation} = \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) T + \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T \\ \Phi_{II}^{propagation} = \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T + \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) T \end{cases} \quad (2.87)$$

Il apparaît de façon évidente que chaque état restant autant de temps dans l'état excité et dans l'état fondamental, les intégrales de chemin sont égales et donc :

$$\Delta\Phi^{propagation} = 0$$

Déphasage dû à l'interaction avec les lasers :

On donne ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 les phases des lasers aux moments des trois impulsions Raman. Ici nous allons tenir compte des amplitudes associées à la traversée de chaque lame de façon à donner la probabilité d'être dans l'état excité¹⁶

$$\begin{cases} \text{Chemin}(I) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-ie^{-i\phi_2}) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-i}{2} e^{-i\phi_2} \\ \text{Chemin}(II) = \left(\frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_1} \right) (-ie^{i\phi_2}) \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_3} \right) = \frac{i}{2} e^{-i(\phi_3 + \phi_1 - \phi_2)} \end{cases} \quad (2.88)$$

La probabilité d'être dans l'état excité est :

$$P_e = \frac{1}{2} \left(1 - \cos(\Delta\Phi^{laser}) \right) \quad (2.89)$$

avec

$$\Delta\Phi^{laser} = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$$

La probabilité d'être dans l'état excité à la sortie de l'interféromètre varie de façon sinusoïdale avec le déphasage $\Delta\phi$.

Ce déphasage dépend uniquement du déphasage acquis lors de l'interaction avec les lasers. Il ne dépend pas du désaccord entre la fréquence laser et la fréquence de la transition atomique.

Un application possible de cette géométrie est la gravimétrie [30]. On définit t_0, t_1 et t_2 les trois instants des impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ du gravimètre. La phase de la i -ème impulsion est donnée par [31] :

$$\phi_i(t) = \int_{t_0=0}^t \delta(t') dt' \quad (2.90)$$

La fréquence laser vue par les atomes au moment des impulsions est déplacée par effet Doppler :

$$\delta(t) = -k(v_0 - gt) + \omega t \quad (2.91)$$

où v_0 est la vitesse initiale et ω la fréquence des lasers. En explicitant le déphasage acquis dans l'interféromètre on obtient :

$$\Delta\phi = -k \left(0 - 2 \times \left(v_0 T - g \frac{T^2}{2} \right) + (2v_0 T - 2gT^2) \right) = kgT^2 \quad (2.92)$$

¹⁶Il existe deux ports de sortie dans l'interféromètre ($|e\rangle$ ou $|g\rangle$). On montre facilement que le déphasage entre les 2 sorties est de π .

On se place dans le référentiel en chute libre en appliquant une rampe de fréquence $\alpha(t - t_0)$ sur les lasers avec $\alpha = kg_0$ où g_0 est une valeur proche de l'accélération de la pesanteur. Le déphasage en sortie de l'interféromètre en tenant compte de la rampe de fréquence s'écrit :

$$\Delta\phi_{Tot} = (\alpha - kg)T^2 \quad (2.93)$$

Lorsque la rampe de fréquence compense l'effet Doppler gravitationnel le déphasage en sortie de l'interféromètre est nul et l'on remonte à une mesure de g .

Interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique :

Nous présentons l'interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique qui est utilisé dans l'équipe de S.Chu à Stanford pour déduire le rapport h/m_{Cs} à partir de la mesure du recul atomique. Il s'agit d'un double interféromètre de Ramsey constitué par une séquence de 4 impulsions¹⁷ $\pi/2$ avec inversion du sens des vecteurs d'onde lors de la deuxième paire d'impulsions (voir figure 2.9).

En appliquant les mêmes règles de calcul que précédemment :

Déphasage dû à la propagation libre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_I^{propagation} = \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) (2T + T') \\ \Phi_{II}^{propagation} = \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T + \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) T' + \left(\omega_g^0 + \frac{(p+4\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) T \end{array} \right. \quad (2.94)$$

$$\Delta\Phi^{propagation} = \left(\omega_e^0 - \omega_g^0 - 4\frac{E_{rec}}{\hbar} \right) 2T \quad (2.95)$$

où $E_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$.

Déphasage dû aux lasers :

En appliquant la matrice $S_{\pi/2}$ à la fonction d'onde on trouve :

$$\Delta\phi^{laser} = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4 \quad (2.96)$$

Le déphasage total est :

$$\Delta\Phi^{Tot} = \left(\delta - 4\frac{E_{rec}}{\hbar} \right) 2T + \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4 \quad (2.97)$$

Les déphasages liés aux lasers et à l'évolution libre contribuent au déphasage total. Notons que l'inversion du sens des impulsions entraîne un déphasage lié au désaccord entre la fréquence

¹⁷il y a $2^4 = 16$ trajectoires possibles.

laser et la fréquence de la transition atomique¹⁸. La plus grande contribution au déphasage est celle liée à la variation d'énergie cinétique que nous noterons $\Delta\Phi_{cin}$.

$$\Delta\Phi_{cin} = 8E_{rec} \frac{T}{\hbar} \quad (2.98)$$

Il est possible de retrouver le déphasage (2.98) en remarquant qu'il est proportionnel à la moyenne de la vitesse atomique entre les deux trajectoires de chacun des interféromètres de Ramsey ($\Delta\Phi_1$ et $\Delta\Phi_2$) (voir figure 2.9). Ce déphasage s'écrit :

$$\Delta\Phi_{cin} = 2kT \frac{(v_{|e\rangle} + v_{|g\rangle})}{2} \quad (2.99)$$

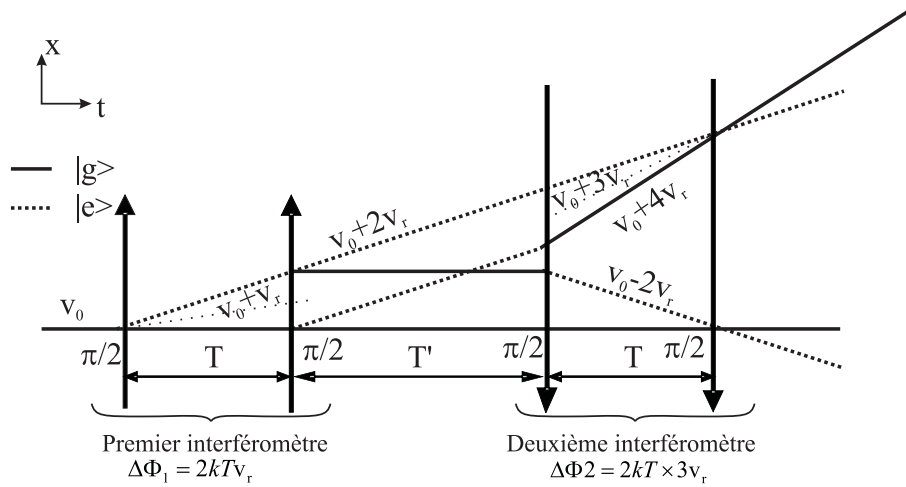


FIG. 2.9 – Interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique. L'inversion des vecteurs d'onde dans le deuxième interféromètre permet d'être sensible au recul atomique. Le signal de sortie varie sinusoïdalement comme $\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1$. On note $v_0 = \frac{p}{M}$ la vitesse initiale de l'atome.

En mesurant le déphasage de la fonction d'onde induit par la variation d'énergie cinétique, l'équipe de Stanford peut donc mesurer le recul atomique et en déduire le rapport h/M_{Cs} ¹⁹. L'interféromètre ci-dessus est sensible aux variations de vitesse et peut donc être utilisé comme senseur inertiel. Une technique utilisée par S.Chu pour augmenter sa sensibilité au déphasage, est de transférer aux atomes un grand nombre de reculs durant le temps T' entre les deux paires d'impulsions $\pi/2$ (voir figure 2.10).

Cette accélération est réalisée à l'aide d'impulsions π , induisant un transfert adiabatique de populations entre les deux états fondamentaux $F = 3$ et $F = 4$ de structure hyperfine du

¹⁸Dans la configuration Ramsey-Bordé symétrique le déphasage ne dépend pas du désaccord entre la fréquence de la transition et la fréquence du laser.

¹⁹La meilleure détermination de α déduite d'une mesure de h/M_{Cs} publiée par l'équipe de S.Chu présente une incertitude de 7,7 ppb.

césium. Chaque impulsion π transfère aux atomes deux fois la vitesse de recul. Pratiquement, il faut inverser le sens des faisceaux à chaque impulsion de façon à accélérer les atomes dans le même sens²⁰.

Notons enfin, qu'il y a 16 chemins possibles dans l'interféromètre, et que 4 chemins sont susceptibles d'interférer²¹. L'équipe de S.Chu utilise donc deux interféromètres. En effectuant

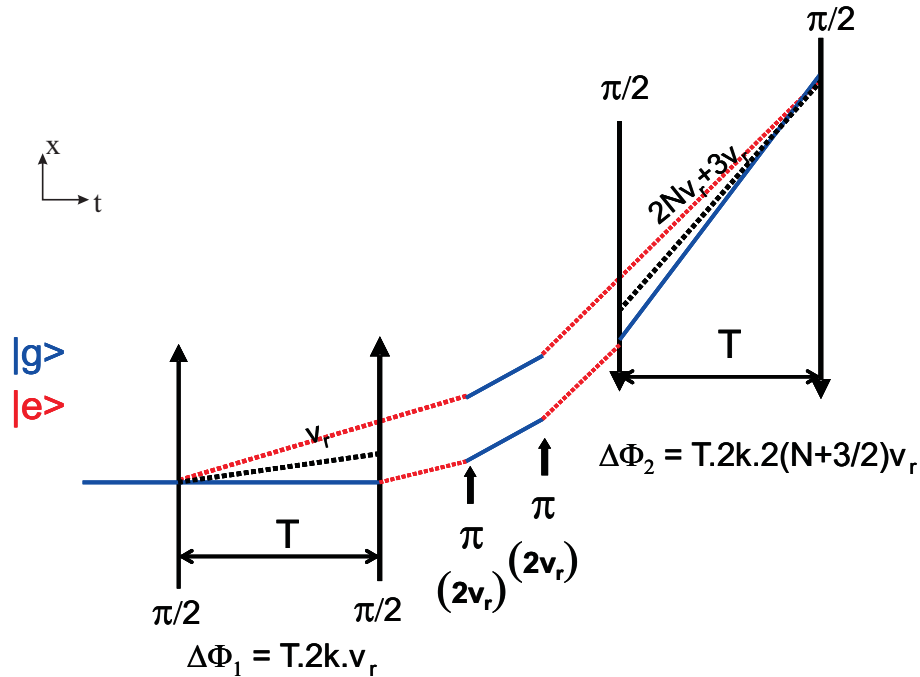


FIG. 2.10 – Interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique avec impulsions π pour augmenter la sensibilité au déphasage.

une mesure différentielle entre les deux interféromètres, ils s'affranchissent ainsi d'une mesure de l'attraction terrestre g .

Nous nous intéresserons aux différences essentielles qui existent entre l'interféromètre de Stanford et le nôtre à la fin de ce manuscrit. Nous présenterons notamment la nouvelle expérience proposée par S.Chu pour mesurer le recul atomique en espérant atteindre une incertitude de 0,5 ppb en valeur relative sur la détermination de la constante de structure fine.

²⁰S.Chu utilise des transitions à deux photons comme celles présentées en début de manuscrit. On comprend alors pourquoi il faut inverser les faisceaux si l'on veut accélérer les atomes dans la même direction !

²¹Avant la deuxième paire d'impulsions $\pi/2$ les atomes sont dans l'état $F = 3$ séparés de $(N + 1)$ reculs de la vitesse initiale ou bien dans l'état $F = 4$ séparés de $N + 1$ reculs dans la direction opposée.

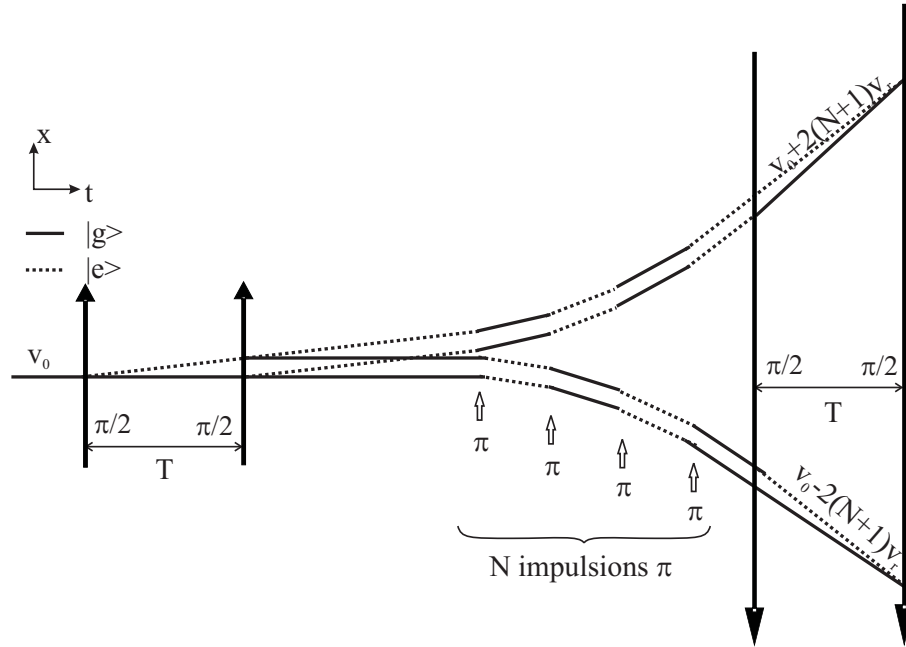


FIG. 2.11 – Double interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique utilisé par S.Chu pour mesurer le rapport h/M_{Cs} .

2.3 Senseur inertielle interférométrique pour mesurer h/m_{Rb}

Dans cette partie nous allons décrire en détail le senseur inertielle interférométrique que nous avons mis en place durant mon travail de thèse pour mesurer le rapport h/m_{Rb} . Nous commencerons par présenter l'interféromètre que nous utilisons puis nous caractériserons le senseur inertielle en donnant ses performances et limites actuelles.

Le senseur inertielle doit nous permettre de sélectionner une distribution initiale de vitesse sub-recul, puis de mesurer une variation de vitesse en terme d'effet Doppler, induite par l'absorption de plusieurs photons.

Le senseur que nous avons mis en place est un interféromètre de Ramsey-Bordé "symétrique", analogue au gravimètre, comprenant 4 impulsions $\pi/2$, et utilisant des transitions Raman stimulées à 2 photons entre les deux sous-niveaux hyperfins $F = 2$ et $F = 1$, de l'atome de rubidium 87.

Principe général de fonctionnement du senseur inertielle Nous donnons ci-après les grandes étapes de fonctionnement de notre senseur inertielle. Les détails expérimentaux et en particulier les séquences temporelles précises sont exposées dans le chapitre 5.

Protocole expérimental :

La première paire d'impulsions $\pi/2$ de notre interféromètre sert à sélectionner une dis-

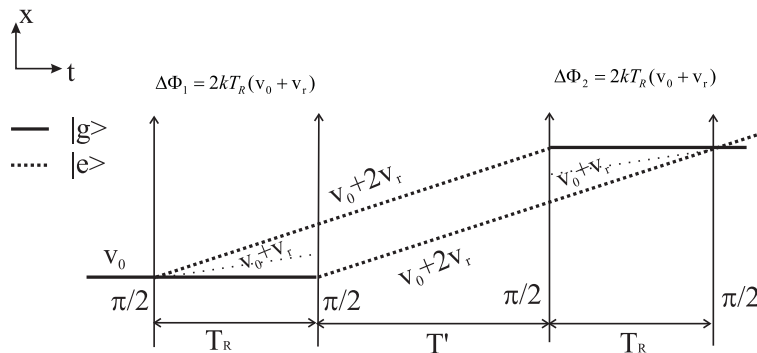


FIG. 2.12 – Interféromètre de Ramsey-Bordé "symétrique" utilisé pour la mesure de h/m_{Rb} . Les vecteurs d'ondes effectifs des 4 impulsions sont dans le même sens. Le déphasage dû à l'énergie cinétique associé à chaque chemin est le même. L'interféromètre est insensible à la vitesse de recul.

tribution de vitesse sub-recul sous forme de franges de Ramsey, à partir d'un échantillon d'atomes froids issus d'un PMO 3D et d'une mélasse optique 3D.

Les atomes sélectionnés sont transférés du sous-niveau hyperfin $|F = 2, m_F = 0\rangle$ vers le sous-niveau hyperfin $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Nous appliquons un faisceau "pousseur"²² pour éliminer les atomes non sélectionnés restés dans l'état $F = 2$. La seconde paire d'impulsions de l'interféromètre nous sert à mesurer la variation de vitesse acquise par les atomes. Les atomes sont transférés par cette paire d'impulsions du sous-niveau hyperfin $|F = 1, m_F = 0\rangle$ vers le sous-niveau $|F = 2, m_F = 0\rangle$. Après la mesure, les atomes sont dans une superposition des états $F = 2$ et $F = 1$ et tombent dans la zone de détection sous l'effet de la gravité. On détecte alors la proportion d'atomes dans chaque sous-niveau à l'aide d'une technique de temps de vol, analogue à celle utilisée sur les horloges atomiques. On a alors accès à la probabilité de transition après la double interrogation de Ramsey.

On appelle τ la durée d'une impulsion $\pi/2$, et T_R le temps entre les deux impulsions. Le nombre d'atomes sélectionnés est proportionnel à $1/\tau$, et l'interfrange est donnée par $1/T_R$. On peut alors espérer diminuer l'interfrange en conservant le même nombre d'atomes, et ainsi gagner sur le rapport signal à bruit du senseur²³.

Etude succincte de l'interféromètre :

On a représenté sur la figure (2.12) le schéma de l'interféromètre utilisé pour mesurer le rapport h/m_{Rb} . Notons (I) et (II) les chemins du haut et du bas de l'interféromètre.

²²voir dispositif expérimental.

²³Lors de la mesure de 2005 nous étions dans une configuration non interférométrique de type $\pi - \pi$. Lorsque l'on augmentait la résolution (en augmentant la durée τ des impulsions) on perdait sur le nombre d'atomes et donc sur le rapport signal à bruit.

Déphasage dû à la propagation de la phase atomique :

$$\begin{cases} \Phi_I^{propagation} = \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) (T_R + T') + \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T_R \\ \Phi_{II}^{propagation} = \left(\omega_g^0 + \frac{p^2}{2M\hbar} \right) T_R + \left(\omega_e^0 + \frac{(p+2\hbar\mathbf{k})^2}{2M\hbar} \right) (T' + T_R) \end{cases} \quad (2.100)$$

On en déduit :

$$\Delta\Phi^{propagation} = 0 \quad (2.101)$$

Le temps passé dans chaque état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ est le même pour les deux trajectoires. Notons qu'il s'agit d'une différence essentielle avec l'expérience de Stanford. En effet, pour deux chemins qui interfèrent, le temps passé dans chaque état, fondamental ou excité, est le même²⁴. Il n'y a donc pas de déphasage associé à l'évolution libre de la phase atomique.

Déphasage dû à l'interaction avec les lasers

En appliquant les règles de calculs on trouve :

$$\Delta\Phi^{laser} = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4 \quad (2.102)$$

ou ϕ_i est la phase du champ laser vue par l'atome.

Notre interféromètre n'est sensible qu'au déphasage induit par les lasers.

Nous avons représenté sur la figure (2.12) la vitesse moyenne associée à chaque interféromètre de Ramsey. On remarque que les déphasages dus à la variation d'énergie cinétique $\Delta\phi_1$ dans le premier interféromètre et $\Delta\phi_2$ dans le deuxième interféromètre se compensent et que l'interféromètre total est insensible à la vitesse de recul si l'on ne fait rien entre la sélection et la mesure et en particulier si nous n'accélérons pas les atomes en utilisant les oscillations de Bloch. Cependant, en configuration verticale il nous est possible de mesurer la variation de vitesse induite par la gravité sur les atomes. Notre expérience peut alors fonctionner en mode "gravimètre"²⁵.

Le mode "gravimètre"

On considère le double interféromètre de Ramsey constitué par quatre impulsions $\pi/2$ de durée $\tau \ll T_R$, chaque paire d'impulsions étant séparée par une durée T' . En configuration verticale il faut tenir compte de l'accélération de la pesanteur durant les impulsions de l'interféromètre. Nous rappelons que la condition de résonance pour une transition Raman contrapropagante est :

$$\delta = 2k(v + v_{rec}) \quad (2.103)$$

En présence de gravité la vitesse de l'atome dépend du temps et s'écrit :

$$v(t) = v_0 - gt \quad (2.104)$$

²⁴L'inversion du sens des vecteurs d'onde dans l'interféromètre de Stanford induit une dépendance à la connaissance de la transition atomique, et donc un effet systématique.

²⁵Nous emploierons la dénomination "mode gravimètre" lorsque nous nous intéresserons aux propriétés du senseur sans les oscillations de Bloch.

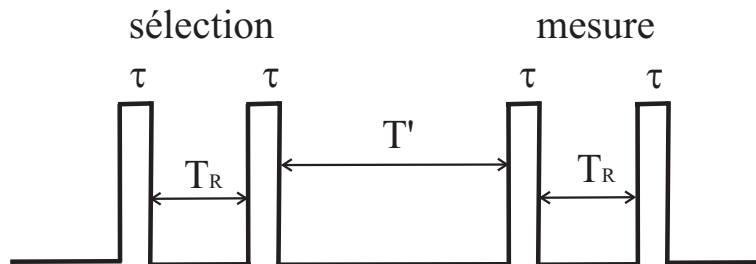


FIG. 2.13 – Séquence temporelle de la phase sélection/mesure.

La nouvelle condition de résonance Raman s'écrit :

$$\delta = 2k(v_0 + v_{rec}) - 2kgt \quad (2.105)$$

La durée typique de nos impulsions $\pi/2$ est $\tau = 400 \mu s$. La variation de vitesse de l'atome due à la gravité pendant ce temps est de l'ordre de v_{rec} . Afin de maintenir la condition de résonance Raman il nous faut compenser la gravité pendant les impulsions de l'interféromètre en appliquant une rampe de fréquence sur les lasers²⁶ : baptisée rampe "anti- g ".

Nous voulons sélectionner le plus d'atomes possible depuis le sous-niveau hyperfin $F = 2$ vers le sous-niveau $F = 1$. Pratiquement, nous devons compenser l'effet Doppler gravitationnel durant la durée totale de la sélection de façon à ne pas être hors résonance avec la seconde impulsion $\pi/2$ ²⁷ et favoriser le transfert des atomes à la sélection (et à la mesure).

Explicitons le déphasage interférométrique trouvé en (2.102) :

On donne l'expression générale de la phase de la i -ème impulsion à l'instant t_i et à la position x_i de l'atome :

$$\phi_i(x_i, t_i) = \int \omega(t) dt - k_{eff} x_i(t_i) \quad (2.106)$$

où $\omega(t)$ est la fréquence des lasers susceptible de varier dans le temps. Dans le cas d'une transition Raman il s'agit de la différence de fréquence $\omega_1 - \omega_2$ entre les deux faisceaux. Dans tout le calcul on supposera $k_{eff} = k_1 + k_2$.

Cas d'une fréquence constante :

Si on suppose que la différence de fréquence entre les deux lasers ne varie pas, le déphasage s'écrit :

$$\Delta\Phi = -k_{eff} g T_R (T_R + T') \quad (2.107)$$

Cas d'une fréquence variant dans le temps :

Nous effectuons une rampe anti- g pour compenser l'effet Doppler gravitationnel entre les impulsions $\pi/2$ (pendant le temps T_R). Par exemple pour la sélection :

²⁶On cherche à se placer dans le référentiel en chute libre dans lequel la fréquence vue par l'atome reste fixe. Dans le référentiel du laboratoire il faut appliquer une rampe linéaire en temps $\omega(t) = \omega_0(1 \pm gt/c)$.

²⁷La pente de la rampe est donnée par $2kg/2\pi \simeq 25 \text{ kHz} \cdot \text{ms}^{-1}$.

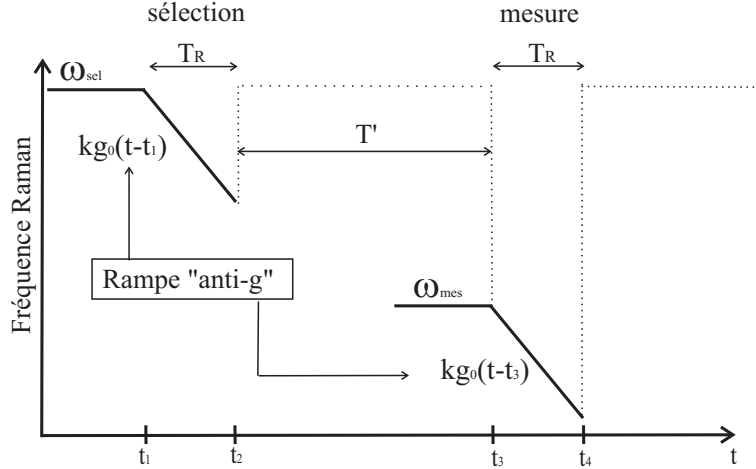


FIG. 2.14 – Séquence temporelle et fréquentielle de la double-interrogation de Ramsey. La sélection en vitesse s'effectue à ω_{sel} et la mesure à ω_{mes} . On applique la rampe "anti-g" à la sélection et à la mesure.

$$\phi(x, t) = \omega_{\text{sel}}t + \frac{k_{\text{eff}}g_0}{2}(t - t_1)^2 - k_{\text{eff}}x \quad (2.108)$$

où g_0 est une valeur proche de l'accélération terrestre que nous utilisons pour la rampe de fréquence laser, et ω_{sel} la fréquence programmée à la sélection.

$$\Delta\Phi_1^{\text{laser}} = \phi(x_2, t_2) - \phi(x_1, t_1) = \omega_{\text{sel}}T_R + \frac{k_{\text{eff}}g_0}{2}T_R^2 - \frac{k_{\text{eff}}g}{2}T_R^2 \quad (2.109)$$

Pour la deuxième paire d'impulsions $\pi/2$:

$$\phi(x, t) = \omega_{\text{mes}}t + \frac{k_{\text{eff}}g_0}{2}(t - t_3)^2 - k_{\text{eff}}x \quad (2.110)$$

pour $t = t_3, t_4$ et où ω_{mes} est la fréquence programmée de mesure.

$$\Delta\Phi_2^{\text{laser}} = \phi(x_4, t_4) - \phi(x_3, t_3) = \omega_{\text{mes}}T_R + \frac{k_{\text{eff}}g_0}{2}T_R^2 - \frac{k_{\text{eff}}g}{2}(2T_R T' + 3T_R^2) \quad (2.111)$$

Le déphasage total s'écrit :

$$\Delta\Phi^{\text{laser}} = \Delta\Phi_2^{\text{laser}} - \Delta\Phi_1^{\text{laser}} = (\omega_{\text{mes}} - \omega_{\text{sel}})T_R - k_{\text{eff}}g(T_R + T')T_R \quad (2.112)$$

Pour effectuer la seconde paire d'impulsions $\pi/2$ (de mesure) en résonance avec la classe de vitesse sélectionnée, il faut décaler la fréquence de sélection d'une quantité telle que :

$$\omega_{\text{mes}} = \omega_{\text{sel}} + k_{\text{eff}}g(T_R + T') \quad (2.113)$$

Remarque : Si le temps T_R entre les impulsions de chaque paire sont exactement égaux, cette fréquence de mesure est indépendante de la valeur de g_0 choisie pour la rampe "anti- g ". En balayant la fréquence de mesure autour de cette valeur on peut reconstruire la distribution de vitesse sélectionnée. Pratiquement nous mesurons la fréquence décalée par effet Doppler associée au transfert maximal d'atomes.

2.3.1 Probabilité de transition dans le cas de deux impulsions de Ramsey

Dans cette partie nous allons calculer la probabilité "théorique" de transition dans le cas d'une double interrogation de Ramsey.

Franges de Ramsey contrapropageantes

Nous rappelons les délais entre les différentes impulsions de Ramsey pour la réalisation du senseur : en référence à l'équation (2.103) on donne δ_{sel} et δ_{mes} les fréquences programmées à la sélection (et respectivement à la mesure).

Calcul de la probabilité de transition après une simple interrogation de Ramsey :

Ce calcul repose sur l'analogie avec le spin fictif présenté plus haut. La fonction d'onde atomique à l'instant t est :

$$|\Psi(t)\rangle = c_g(t) |g\rangle + c_e(t) |e\rangle \quad (2.114)$$

où les états g et e correspondent aux deux états $F = 2$ et $F = 1$ de la transition horloge considérée. Compte tenu du hamiltonien effectif (2.69), l'évolution de la fonction d'onde à l'instant t peut s'écrire en explicitant l'opérateur d'évolution $U(t)$ associé au hamiltonien :

$$|\Psi(t)\rangle = U(t) |\Psi(0)\rangle \quad (2.115)$$

$$|\Psi(t)\rangle = \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}\right) - i \vec{\sigma} \cdot \left(\frac{\delta \vec{z} + \Omega \vec{x}}{\Omega_{\text{eff}}} \right) \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}\right) \right] |\Psi(0)\rangle \quad (2.116)$$

où $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$. Afin d'obtenir la probabilité de transition après les deux premières impulsions de Ramsey on applique l'opérateur d'évolution (de rotation du spin), durant les trois étapes de l'interrogation :

Etape 1 :

Impulsion $\pi/2$ de durée τ :

$$U_\tau = \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}\right) - i \vec{\sigma} \cdot \left(\frac{\delta \vec{z} + \Omega \vec{x}}{\Omega_{\text{eff}}} \right) \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}\right) \right]$$

Etape 2 :

Evolution libre de durée T_R :

$$U_{T_R} = \left[\cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) - i \vec{\sigma} \cdot \vec{z} \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \right]$$

Etape 3 :

Impulsion $\pi/2$ de durée τ :

$$U_\tau = \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) - i\vec{\sigma} \cdot \left(\frac{\delta\vec{z} + \Omega\vec{x}}{\Omega_{\text{eff}}}\right) \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right]$$

La probabilité d'être dans un état final $|f\rangle$ après l'interrogation de Ramsey est donnée par :

$$P(T_R + 2\tau) = |\langle f | U_\tau U_{T_R} U_\tau | \Psi(0) \rangle|^2 \quad (2.117)$$

Si les atomes sont initialement dans l'état fondamental $|g\rangle$ de la transition d'horloge on a $c_g(0) = 1$ et $c_e(0) = 0$ avec $|\Psi(0)\rangle = c_g(0)|g\rangle + c_e(0)|e\rangle$.

Il vient alors :

$$P_e^{\text{Ramsey}}(\delta, t) = 4 \left(\frac{\Omega}{\Omega_{\text{eff}}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \left[\cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega_{\text{eff}}} \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \right]^2 \quad (2.118)$$

où nous rappelons que $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$. Cette équation est valable pour une transition Raman copropageante ou contrapropageante. Lors d'une transition Raman contrapropageante la condition de résonance dépend essentiellement de la vitesse de l'atome. A la sélection :

$$\delta_{\text{sel}} = 2k(v + v_{\text{rec}}) \quad (2.119)$$

Il faut donc tenir compte de l'effet Doppler et de l'effet de recul dans la probabilité de transition(2.118). On représente sur la figure (2.15) une simulation numérique de l'équation (2.118) :

La distribution de vitesse sélectionnée est centrée autour d'une vitesse moyenne nulle et se présente sous forme d'un peigne de vitesse. La durée finie des impulsions Raman entraîne l'apparition d'une courbe de résonance large de largeur proportionnelle à $1/\tau$. La condition de résonance est exactement remplie pour la composante de vitesse moyenne nulle. Les composantes de la vitesse qui sont résonantes sur la largeur de la sélection entraînent l'apparition de franges de Ramsey dont l'amplitude est modulée par la courbe de résonance large. Dans le cas d'une impulsion $\pi/2$ de durée $\tau = 400 \mu\text{s}$, la largeur globale en fréquence vaut 2,5 kHz soit $v_{\text{rec}}/6$ en terme de vitesse.

Probabilité de transition après une double interrogation de Ramsey :

On s'intéresse maintenant à la phase de mesure du senseur inertiel. Il faut calculer la proportion d'atomes transférés par la seconde paire d'impulsions $\pi/2$. Cette proportion est donnée en calculant la convolution de la distribution de vitesse sélectionnée par un second spectre de Ramsey.

$$P(\delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}} - 2k\Delta v) = \frac{\int P(\delta + x)P(x)dx}{\int P(x)dx} \quad (2.120)$$

Dans cette expression, nous considérons que la distribution de vitesse initiale (obtenue en fin de mélasse) est constante sur la largeur de la sélection et n'est donc pas limitante.

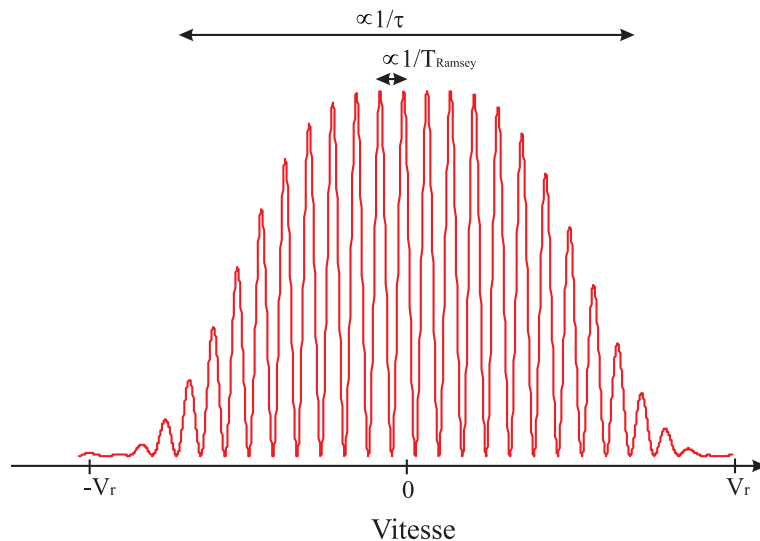


FIG. 2.15 – Distribution de vitesse sélectionnée après la première paire d’impulsions $\pi/2$. Nous sélectionnons un peigne de vitesse.

L’intégration porte sur l’ensemble de la distribution de vitesse sélectionnée. En balayant la fréquence δ_{mes} de la seconde paire d’impulsions $\pi/2$ on obtient un nouveau système de franges de Ramsey donné par (2.120). La variation de vitesse Δv nous est donnée en pointant la frange centrale le plus précisément possible.

On peut calculer le produit de convolution (2.120). C’est ce qui est effectué sur la figure (2.17). La courbe jaune est un ajustement des points expérimentaux par la fonction (2.120).

Approximation de la frange centrale

Lorsque l’on ne s’intéresse qu’à la frange centrale de Ramsey, on a $\delta \ll \Omega$. En faisant l’approximation $\frac{\delta}{\Omega} = 0$ l’expression (2.118) s’écrit :

$$\mathcal{P}^{Ramsey}(\delta) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \delta^2} \sin^2(\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}\tau) \cos^2\left(\delta\frac{T_R}{2}\right) \quad (2.121)$$

La résolution sur la mesure de vitesse est donnée par la largeur de la frange centrale. Une deuxième approximation consiste à négliger la variation d’amplitude de l’enveloppe du sinus cardinal dans (2.121) sur la largeur d’une frange ($1/T_R \ll \Omega$).

En d’autres termes on fait ici l’hypothèse que tous les atomes sont résonants avec l’impulsion $\pi/2$ (le sinus cardinal vaut 1).

Le calcul de la convolution se simplifie et on obtient :

$$\mathcal{P}^{Ramsey}(\delta) \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos^2\left(\delta\frac{T_R}{2}\right) \right) \quad (2.122)$$

Prise en compte de l’enveloppe Rabi

L'approximation qui consiste à négliger la variation d'amplitude de l'enveloppe n'est pas forcément justifiée lorsque l'on se réfère à (2.120). En effet, l'intégration porte sur toutes les vitesses sélectionnées et donc sur tous les δ . Si l'on tient compte du sinus cardinal la convolution est moins évidente à calculer analytiquement. Les points expérimentaux de la figure (2.17) ont été ajusté par la courbe théorique donné par le produit de convolution (2.120). Dans ce cas, il faut tenir compte de la convolution associée aux fonctions de Rabi. A résonance on obtient environ trois-quart de l'amplitude que l'on aurait obtenu en configuration non interférométrique (configuration π - π).

Nombre d'atomes sélectionnés :

On peut estimer le nombre d'atomes sélectionnés à partir de l'équation (2.118). Si on fait l'hypothèse d'une distribution de vitesse $\eta(v)$ gaussienne à la fin de la phase mélasse, on a :

$$\eta(v) = N_{tot} \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma_v^2)}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \quad (2.123)$$

où σ_v ²⁸ est la dispersion de vitesse longitudinale à la fin de la phase mélasse ($\sigma_v \simeq 3,5 v_{rec}$) et $N_{tot} = 3 \times 10^7$ atomes. Le nombre d'atomes sélectionnés s'écrit :

$$N_{sel} = \int P(\delta)\eta(v)dv \quad (2.124)$$

Pour calculer (2.124), on fait l'hypothèse d'une distribution de vitesse constante sur la largeur de la sélection (subrecul), et par conséquent on peut faire l'approximation $e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \simeq 1$. On suppose $\Omega\tau = \pi/2$. On pose $x = \delta/\Omega$. L'intégrale va dépendre uniquement du paramètre $p = T_{Ramsey}/\tau$ et l'intégration va porter sur δ (ce qui revient à intégrer sur la vitesse à $2k$ près).

$$N_{sel} = N_{tot} \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma_v^2)}} \frac{\Omega}{2k} f(p) \quad (2.125)$$

où

$$f(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4}{1+x^2} \sin^2\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \left[\cos\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(px\frac{\pi}{4}\right) - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \sin\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(px\frac{\pi}{4}\right) \right]^2 dx \quad (2.126)$$

La fonction $f(p)$ est représentée sur la figure (2.16). Les calculs permettant de déduire $f(p)$ dans les limites $T_{Ramsey} = 0$ et $T_{Ramsey} \gg 2\tau$ sont donnés en annexe. Nous en déduisons pour nos conditions expérimentales :

$$N_{sel} \simeq 2,7 \frac{N_{tot}}{\sqrt{(2\pi\sigma_v^2)}} \frac{\Omega}{2k} \quad (2.127)$$

Résultats expérimentaux de l'expérience en mode gravimètre :

On donne sur la figure (2.17) une courbe typique obtenue lors d'une séquence sélection/mesure durant laquelle les atomes sont soumis à l'accélération terrestre g . La séquence

²⁸La dispersion en vitesse est estimée par temps de vol (voir le chapitre 3).

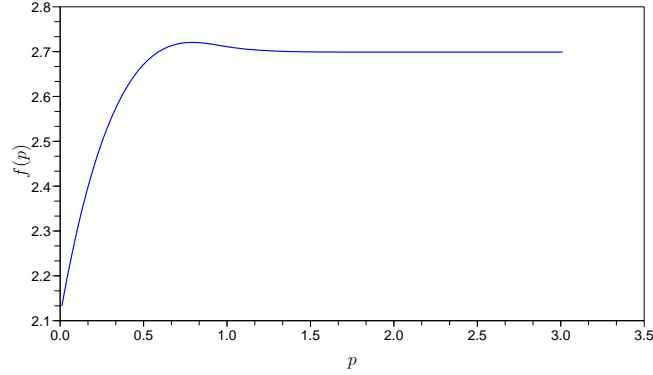


FIG. 2.16 – Calcul numérique de $f(p)$. On retrouve pour $T_{Ramsey} = 0$ la valeur $f(p) \simeq 2,116$ connue pour une sélection avec une impulsion π . Pour T_{Ramsey} suffisamment grand, ($T_{Ramsey} > \approx 2\tau$) f est indépendant de p et vaut environ 2,704.

temporelle de l'expérience est celle de la figure (2.13). Afin de connaître la variation de vitesse Δv acquise par les atomes, on ne s'intéresse qu'à la frange centrale de Ramsey de fréquence δ_0 . La variation de vitesse se déduit de la connaissance précise de δ_0 :

$$\Delta v = \frac{\delta_0}{2k} \quad (2.128)$$

Il nous faut évaluer l'incertitude sur le pointé de la frange centrale. Dans notre expérience nous avons accès à la probabilité de transition via la proportion d'atomes transférés dans chaque sous niveau hyperfin. Pour le point numéro i on a :

$$\mathcal{P}_i^{exp} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \mathcal{P}(\delta_{sel} - \delta_{mes}^i - 2k\Delta v) \quad (2.129)$$

où δ_{mes}^i est la valeur programmée de la mesure pour le i -ème point du spectre, et N_1 et N_2 , le nombre d'atomes dans le sous-niveau hyperfin $F = 1$ (respectivement $F = 2$), détectés par temps de vol.

Nous ajustons les points expérimentaux (figure 2.18) à l'aide de la courbe théorique attendue dans la limite $\tau \ll T$ (2.122)(on ne regarde que la frange centrale). Nous ajustons les points expérimentaux par la fonction :

$$\mathcal{S} = a + b \cos^2(\pi(\delta - \delta_0)T)$$

Les paramètres inconnus ajustables sont :

a : l'offset

b : l'amplitude

T : la largeur

$\delta_i - \delta_0$: le centre

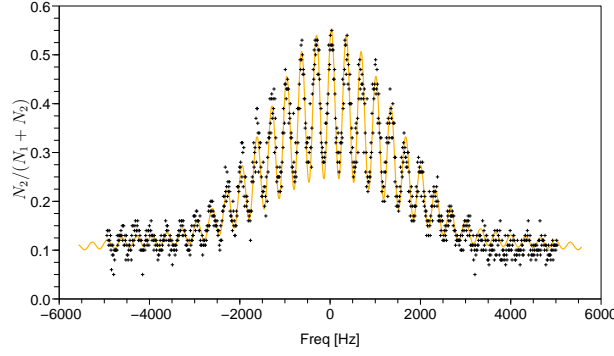


FIG. 2.17 – Résultats obtenus lors d’une séquence sélection/mesure en mode gravimètre. Les points expérimentaux sont ajustés par la courbe théorique obtenue à partir de l’équation (2.120). Le produit de convolution tient compte de l’enveloppe de Rabi. La durée d’une impulsion $\pi/2$ est $\tau = 400 \mu\text{s}$ et le temps entre deux impulsions $\pi/2$ est $T_R = 2,6 \text{ ms}$.

Nous utilisons ensuite un ajustement de type "moindres carrés" qui consiste à trouver les paramètres $(a, b, T, \delta - \delta_0)$ qui minimisent la fonction :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (\mathcal{P}_i^{\text{exp}} - \mathcal{S}(\delta_i - \delta_0, a, b, T))^2 \quad (2.130)$$

où n est le nombre de points et $\delta_i = \delta_{\text{sel}} - \delta_{\text{mes}}^i$. On donne sur la figure (2.18) le résultat de l’ajustement de la frange centrale obtenu avec les paramètres ajustables énoncés ci-dessus. On pointe la frange centrale avec une incertitude de 1,3 Hz soit environ $v_{\text{rec}}/12000$ en terme de vitesse.

Lorsque l’on ajuste la frange centrale par une fonction sinus, l’incertitude en première approximation est donnée par le rapport entre la largeur de la frange divisée par le rapport signal à bruit et multipliée par $1/\sqrt{n}$ où n est le nombre de points du spectre. L’incertitude sur δ_0 va donc varier comme $1/T_R$ pour un même rapport signal à bruit. C’est donc la largeur de la frange qui donne la résolution. Il serait intéressant d’augmenter T_R le plus possible, mais nous allons voir qu’il n’est pas possible d’augmenter ce temps au delà d’une certaine limite pour deux raisons. La première raison est que notre protocole expérimental nécessite une double accélération (voir chapitre 5). En effet, si nous voulons donner beaucoup de reculs aux atomes sans qu’ils collisionnent avec les hublots de l’enceinte à vide, nous devons les accélérer avant la première paire d’impulsions $\pi/2$, puis les décélérer avant la seconde paire d’impulsions $\pi/2$ de mesure de façon à réduire l’amplitude de leur trajectoire du fait de leur vitesse importante (environ $1000 \times v_{\text{rec}}$). Par conséquent, nous ne pouvons pas attendre trop de temps entre l’accélération et la décélération. Ceci constitue donc une limite majeure quant à l’accroissement du temps T_R . La seconde raison concerne le bruit de vibration. En effet, dans l’hypothèse où nous pourrions augmenter T_R sans risque de collision avec l’enceinte, il

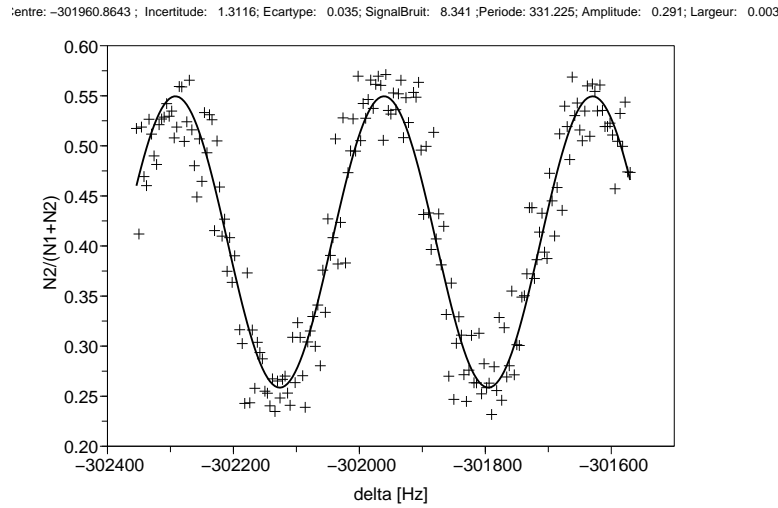


FIG. 2.18 – Ajustement de la frange centrale par une fonction sinus. L'incertitude sur la fréquence est d'environ 1,3 Hz..

ne serait cependant pas possible d'accroître le temps T_R au delà d'une certaine limite. C'est ce que nous présentons dans la prochaine partie.

2.3.2 Limites et sensibilité du senseur inertielle interférométrique

Dans cette partie nous nous intéressons aux limites du senseur inertielle interférométrique en regardant les bruits qui perturbent la mesure. On distinguera deux types de bruit :

- Le bruit de phase qui se traduit sur les spectres par un déplacement "horizontal" des franges (bruit en fréquence).
- Le bruit de détection qui se traduit sur les spectres par un déplacement "vertical" des franges (bruit sur le nombre d'atomes).

Le bruit de phase

On distingue deux contributions au bruit de phase. La première contribution est le bruit de phase laser qui est typiquement le bruit mesuré au niveau de l'asservissement en phase (phase lock) des faisceaux Raman. La seconde contribution est le bruit de phase associé aux vibrations mécaniques qui se répercute sur la phase des lasers. Afin de connaître la contribution du bruit de phase sur la mesure de la fréquence il faut calculer la probabilité de transition après la double interrogation de Ramsey en prenant en compte la phase du champ laser à l'instant de chaque impulsion $\pi/2$. Cette probabilité de transition \mathcal{P} est le produit de convolution calculé en (2.122) en incluant le déphasage interférométrique dû à l'interaction avec les lasers.

On obtient :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4 + \delta T_R}{2} \right) \right) \quad (2.131)$$

Nous rappelons que la phase ϕ_i est la phase du champ laser à l'instant t_i défini en (2.90).

On notera Φ la phase interférométrique avec :

$$\Phi = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4 \quad (2.132)$$

Fonction de sensibilité Il existe un formalisme qui permet de rendre compte de l'influence des fluctuations de la phase interférométrique sur la probabilité de transition. Ce formalisme, originellement développé pour les horloges atomiques repose sur la fonction de sensibilité. La fonction de sensibilité g_A , associée à une grandeur A est la fonction de réponse qui caractérise l'influence sur la phase Φ de l'interféromètre complet, de la variation du paramètre $A(t)$ à l'instant t .

Une variation $\frac{dA}{dt}$ d'une grandeur A est reliée à une variation $\delta\Phi$ de la phase totale Φ de l'interféromètre au travers de la fonction $g_A(t)$.

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_A(t) \frac{dA(t)}{dt} dt \quad (2.133)$$

Pour connaître $g_A(t)$ à l'instant t , on introduit une fonction de Heaviside : $A(t') = A_0\theta(t' - t)$. La différence de phase introduite est :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_A(t') A_0 \delta(t' - t) dt' = g_A(t) A_0 \quad (2.134)$$

On construit ainsi la fonction de sensibilité.

Avec cette méthode il est possible de rendre compte de la sensibilité de notre senseur inertielle aux accélérations (vibrations), ainsi qu'au bruit de phase laser [32].

Nous nous sommes intéressés à l'influence d'un saut de phase $\delta\phi$ sur la phase interférométrique Φ . Le déphasage interférométrique dû à un saut de phase s'écrit :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (2.135)$$

Nous allons dans la prochaine partie mettre en évidence le bruit de phase dû aux vibrations. Le but des calculs qui suivent est de mettre en évidence la sensibilité du senseur aux accélérations et vibrations et d'en déduire quelle va être la contribution de ce bruit de phase sur la probabilité de transition \mathcal{P} . On prend le cas le plus simple pour lequel on néglige une éventuelle variation de la phase pendant la durée d'une impulsion. On considère la séquence temporelle de la figure (2.13) pour l'interféromètre. La fonction de sensibilité $g_s(t)$ s'obtient facilement et vérifie (2.132) et (2.134).

$$g_s(t) = \begin{cases} -1 & \text{pour } t \in [-(T'/2 + T_R + 2\tau); -T'/2] \\ +1 & \text{pour } t \in [T'/2; T'/2 + T_R + 2\tau] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.136)$$

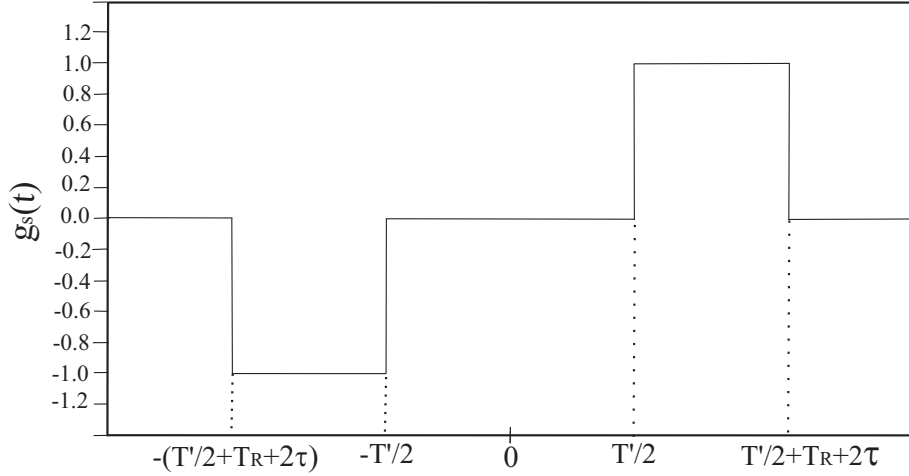


FIG. 2.19 – Fonction de sensibilité pour un saut de phase se produisant entre les impulsions. La fonction $g_s(t)$ est normalisée.

Bruit de vibration

Le bruit de vibration est un bruit qui se transpose sur la phase des lasers. Notre senseur inertielle utilise des transitions Raman contrapropageantes. Afin de réaliser ces transitions nous utilisons deux lasers acheminés par la même fibre optique avec des polarisations orthogonales. L'une des deux polarisations est rétro-réfléchiée sur un miroir situé sur la partie supérieure de la cellule. Lorsque le miroir de rétro-réflexion se déplace d'une quantité δx due aux vibrations, la phase du faisceau réfléchi est modifiée d'une quantité $\delta\phi \simeq k_{\text{eff}}\delta x$.

Expérimentalement, nous avons mesuré à l'aide d'un accéléromètre sismique (PCB piezotronics modèle 624A04) les vibrations au niveau supérieur de la cellule, à coté du miroir de rétro-réflexion des lasers Raman (voir dispositif expérimental). Nous avons enregistré sur un oscilloscope numérique l'accélération en fonction du temps $a(t)$ (figure 2.20). A partir de ces données nous avons calculé la densité spectrale de puissance de bruit d'accélération $S_a(\omega)$ (figure 2.21). Il est alors possible, connaissant la densité spectrale de puissance de bruit de remonter à l'écart type σ_ϕ^2 des fluctuations de la phase interférométrique. En effet, en présence d'une densité spectrale de puissance de bruit $S_\phi(\omega)$, l'écart type des fluctuations de la phase interférométrique est donné par [33, 32] :

$$\sigma_\phi^2 = \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_\phi(\omega) d\omega \quad (2.137)$$

où $H(\omega)$ est la fonction de transfert associée à la fonction de sensibilité $g_s(t)$ et s'écrit :

$$H(\omega) = |\omega G(\omega)|$$

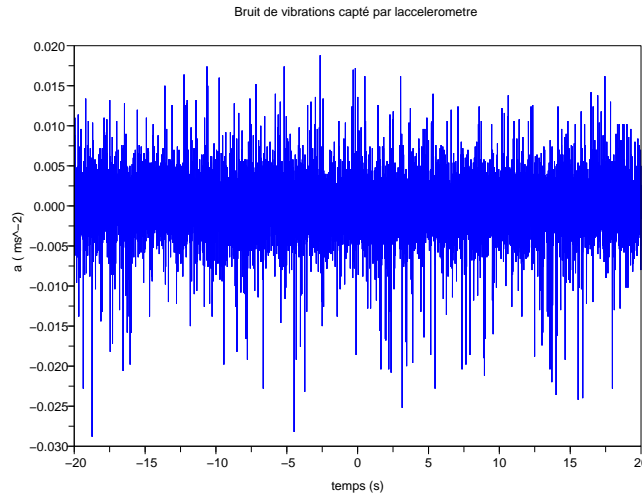


FIG. 2.20 – Bruit d'accélération au niveau du miroir de rétroreflexion.

avec

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) e^{-i\omega t} dt$$

En présence d'une densité spectrale de puissance de bruit d'accélération, l'écart-type des fluctuations de la phase interférométrique s'écrit :

$$\sigma_\phi^2 = \int_0^{+\infty} |H_{acc}(\omega)|^2 S_a(\omega) d\omega \quad (2.138)$$

Calcul de la fonction de transfert $H_{acc}(\omega)$ associée au bruit d'accélération :

Pour la fonction de sensibilité que nous avons introduite en (2.136) on a :

$$|\omega G(\omega)| = 4 \left| \sin\left(\frac{\omega(T' + T + 2\tau)}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) \right| \quad (2.139)$$

Le signal mesuré de l'accélération en fonction du temps s'écrit :

$$a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.140)$$

On obtient facilement $H_{acc}(\omega)$ en intégrant deux fois (2.140) et en multipliant par $(\omega G(\omega))$.

$$|H_{acc}(\omega)|^2 = \frac{k_{\text{eff}}^2}{\omega^4} |\omega G(\omega)|^2 \quad (2.141)$$

Le terme en $\frac{k_{\text{eff}}^2}{\omega^4}$ vient de l'intégration de l'accélération pour remonter à la position et enfin

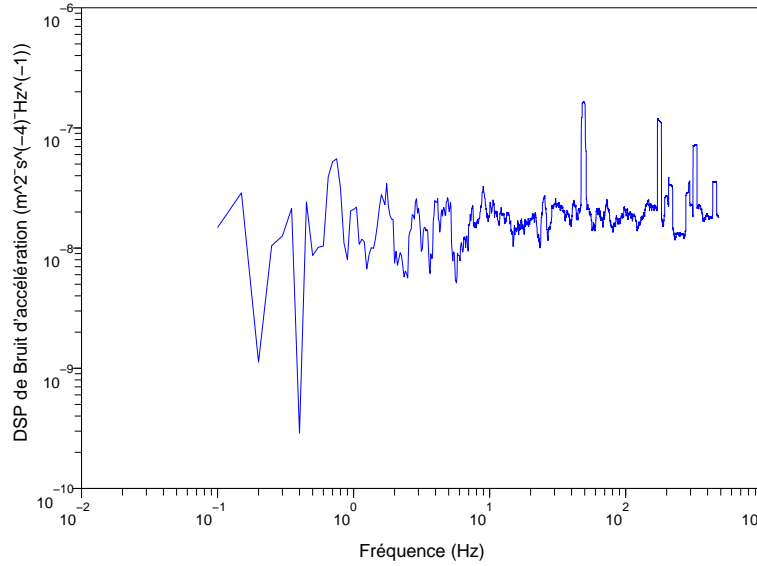


FIG. 2.21 – Densité spectrale de puissance de bruit d'accélération au niveau du miroir de rétro réflexion.

à la phase $k_{\text{eff}}x$ du laser. Le calcul numérique de l'écart type des fluctuations de la phase interférométrique donne :

$$\sigma_{\Phi} \simeq 0,143 \quad (2.142)$$

Ce bruit de phase va jouer sur l'incertitude associée à la mesure de la fréquence centrale. Afin de connaître le bruit en fréquence sur nos spectres nous devons comparer σ_{Φ} à l'interfrange de l'interféromètre. L'écart-type des fluctuations de fréquences associées au bruit de phase²⁹ pour une durée T_R vaut $\frac{\sigma_{\Phi}}{2\pi T_R} \simeq 8,75 \text{ Hz}$ pour $T_R = 2,6 \text{ ms}$.

On cherche maintenant à connaître comment varie $\sigma_{\mathcal{P}}$ l'écart-type de fluctuation de la probabilité de transition du fait de ce bruit de phase. Dans la limite où $\sigma_{\mathcal{P}}$ est petit, l'expression est simple :

$$\sigma_{\mathcal{P}} = \frac{d\mathcal{P}}{d\Phi} \sigma_{\Phi}$$

Soit :

$$\sigma_{\mathcal{P}} = b \sin(\Phi) \sigma_{\phi} \quad (2.143)$$

où $2b$ est l'amplitude de la sinusoïde. On constate alors que le bruit est maximal pour $\sin(\Phi) = 1$ soit pour $\Phi = \pi/2$ à mi-frange. Par ailleurs, ce bruit est nul lorsque nous sommes au

²⁹On fait ici l'hypothèse que la seule cause de bruit est le bruit de phase. Notons que l'erreur varie comme $1/\sqrt{n}$ où n est le nombre de points du spectre.

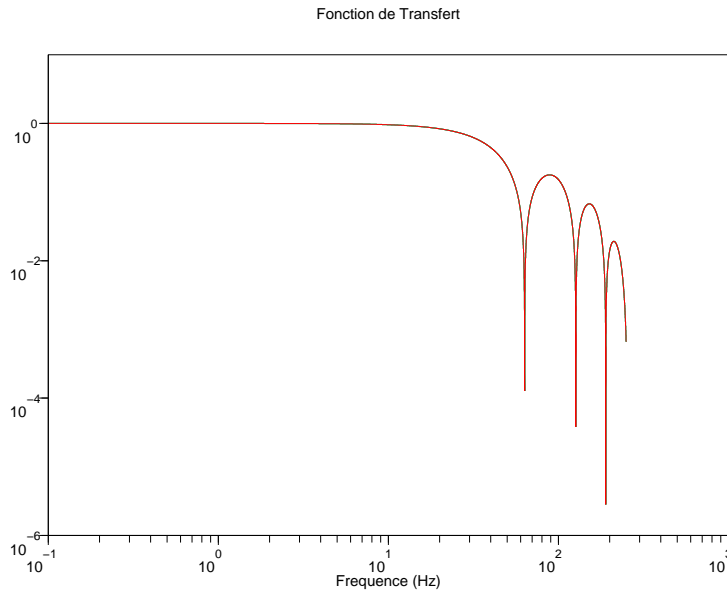


FIG. 2.22 – Fonction de transfert $H_{acc}(\omega)$, calculée.

sommet d'une frange. Ceci est caractéristique du bruit de phase qui varie comme la dérivée de la probabilité de transition. Nous donnons sur la figure (2.23) des spectres effectués en configuration contrapropageante pour différentes valeurs du temps T_{Ramsey} entre les impulsions $\pi/2$. Nous constatons qu'au delà d'une certaine valeur le bruit de phase dû aux vibrations domine et les franges se brouillent.

Bruit de phase laser

Nous avons étudié l'effet du bruit de phase des lasers servant à faire les transitions Raman de l'interféromètre. L'expérience que nous avons réalisée, a consisté à effectuer le battement entre la fréquence synthétisée par la chaîne de fréquence Raman à 6,834682611 GHz et un synthétiseur hyperfréquence (RHODES&SCHWARZ) à la même fréquence. Nous avons ensuite analysé le signal de battement à fréquence nulle obtenu. Nous avons étudié le bruit de phase durant les différentes impulsions $\pi/2$ de l'interféromètre pour les étapes de sélection et de mesure. La figure (2.24) est un enregistrement de ce que nous observons à l'oscilloscope durant les deux premières impulsions $\pi/2$ de sélection.

Le signal de battement de la figure (2.24) s'écrit :

$$S = A \sin(\phi(t)) + b \quad (2.144)$$

où A est l'amplitude du signal et b un offset. De façon à pouvoir remonter à l'information

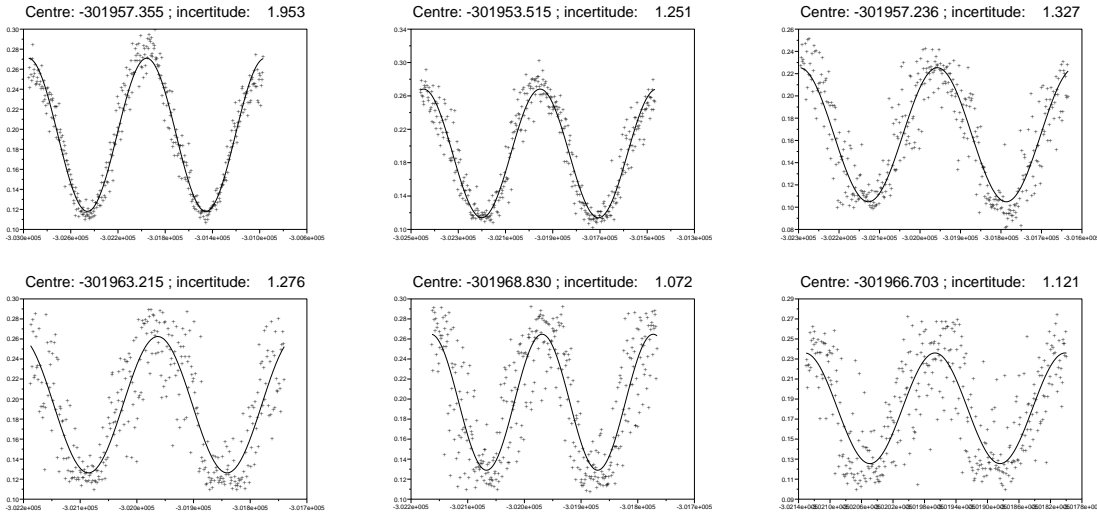


FIG. 2.23 – Franges de Ramsey en configuration contrapropageantes effectuées avec un temps T_{Ramsey} variant de 1ms à 6ms par pas de 1ms. Les spectres sont ordonnés de haut en bas et de gauche à droite par temps croissants. Le bruit de phase se caractérise par un bruit horizontal.

sur la phase nous devons connaître l'amplitude et l'offset. Nous avons déterminé l'amplitude expérimentalement et avons pu fixer une amplitude maximale et une amplitude minimale, représentées par les deux traits horizontaux (en rouge et bleu) de la figure (2.24). Nous fixons alors l'offset. Nous déduisons la phase :

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{S - b}{A} \right) \quad (2.145)$$

Ce qui est important dans ces expériences est la différence de phase entre les deux impulsions $\pi/2$ de sélection (ou de mesure). Nous représentons sur la figure (2.25) le bruit de phase durant chacune des impulsions $\pi/2$ de sélection. Nous avons effectué ces expériences à vingt reprises de façon à pouvoir déduire un bruit de phase moyen lors de la sélection. Nous avons calculé la moyenne du bruit de phase durant chaque impulsion de sélection. En effectuant la différence entre ces 2 moyennes nous en avons déduit un bruit de phase de -8,24 mrad. Nous avons effectué la même expérience pour les deux impulsions $\pi/2$ de mesure. La figure (2.26) présente les résultats obtenus.

Nous avons étudié le bruit de phase au niveau de chacune des impulsions $\pi/2$ de mesure (figure 2.26). La moyenne calculée de la différence de phase entre les deux impulsions de mesure est de 41,30 mrad. En considérant la différence de phase entre la sélection et la mesure, nous déduisons un bruit de phase global d'environ 49,55 mrad. Il faut comparer ce bruit de phase à l'interfrange de l'interféromètre. Pour un temps T_{Ramsey} de 2,6 ms l'interfrange est d'environ 385 Hz. Le bruit en fréquence sur le spectre vaut environ $\frac{49,55 \times 10^{-3}}{2\pi} \times 385 \simeq 3$ Hz.

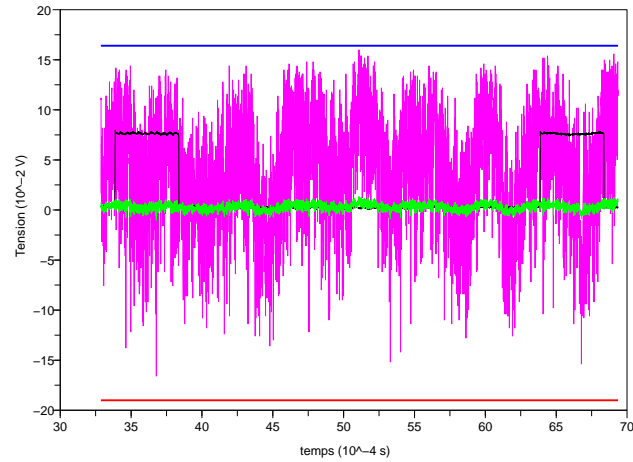


FIG. 2.24 – Signal enregistré à l’oscilloscope. En noir sont représentées les deux impulsions $\pi/2$ de sélection. En rose, le signal de battement à fréquence nulle. En vert est représenté le bruit de phase.

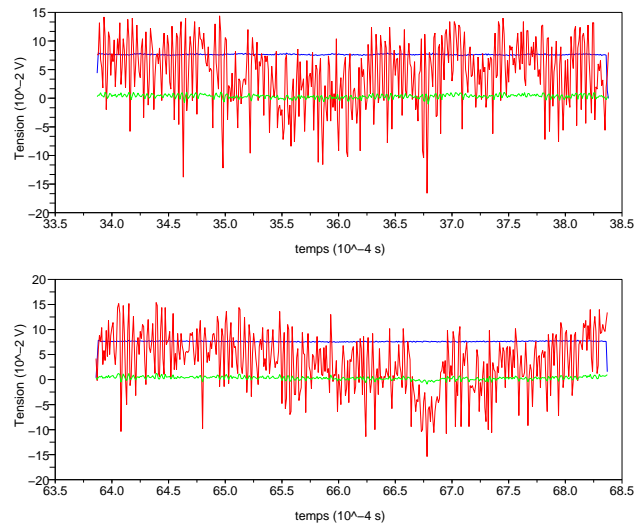


FIG. 2.25 – Zoom sur le bruit de phase durant chacune des impulsions $\pi/2$ de sélection. La courbe bleue délimite l’impulsion $\pi/2$. En rouge est représenté le battement à fréquence nulle. En vert nous avons tracé la phase.

Conclusion sur le bruit de phase laser :

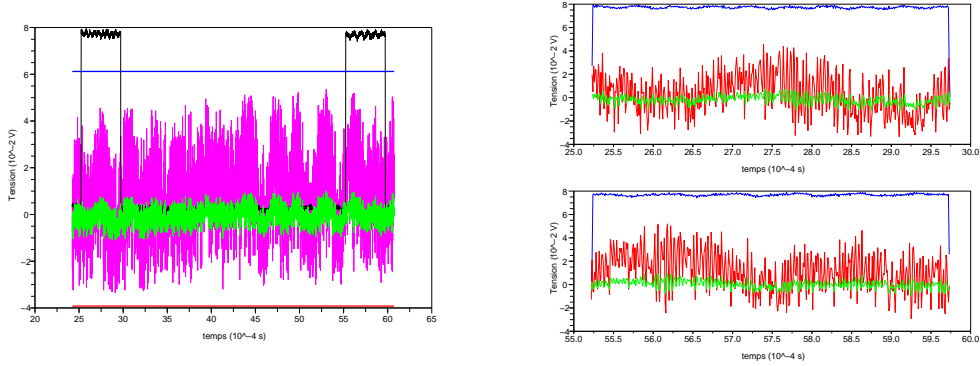


FIG. 2.26 – Bruit de phase durant chacune des impulsions $\pi/2$ de mesure. Figure de gauche : Les deux traits horizontaux donnent les amplitudes maximales et minimales mesurées. La courbe rose est le signal de battement à fréquence nulle. Les impulsions $\pi/2$ de mesure sont en noir. La courbe verte représente la phase. Figure de droite : Zoom sur le bruit de phase durant chaque impulsion $\pi/2$ de mesure.

Le décalage en fréquence de 3 Hz obtenu est non négligeable dans le cas d'un éventuel effet systématique. Cependant, ce résultat est issu d'une moyenne statistique sur une vingtaine de points et il faudrait effectuer un nombre plus important de mesures pour être certain de ce résultat, ce que nous n'avons pu faire faute de temps. Néanmoins, dans le cas d'un effet systématique, compte tenu de notre protocole expérimental cet effet devrait se compenser et donc disparaître en combinant les différentes configurations utilisées (accélération vers le haut et vers le bas puis inversion du sens des impulsions Raman).

Bruit sur le nombre d'atomes

Bruit quantique de projection

On peut calculer le bruit de projection quantique dans le cas Ramsey à partir des calculs effectués dans [34] dans le cas d'une impulsion π de sélection et de mesure. Après la seconde paire d'impulsions $\pi/2$ Raman, les atomes sont dans une superposition des états $F = 2$ et $F = 1$. La détection projette la fonction d'onde de l'atome dans un de ces deux états avec les probabilités P et $1 - P$. On détecte alors le nombre d'atomes N_1 et N_2 dans chaque niveau. Les fluctuations quantiques associées au nombre d'atomes dans $F = 2$ s'écrivent :

$$\Delta N_2^2 = N_{sel}P(1 - P) \quad (2.146)$$

où N_{sel} est le nombre d'atomes sélectionnés et où P dépend de la vitesse. Le bruit sur la proportion d'atomes transférés vaut [34] :

$$\sigma_p^2 = \frac{\int P_{sel}(v)P_{mes}(v)(1 - P_{mes}(v))\eta(v)dv}{(\int P_{sel}(v)\eta(v)dv)^2} \quad (2.147)$$

En appliquant (2.147) au cas Ramsey on obtient dans le cas le plus défavorable :

$$\sigma_p \approx \frac{0,225}{\sqrt{N_{\text{sel}}}} \quad (2.148)$$

On peut donner une valeur supérieure au bruit de projection quantique compte tenu de l'incertitude associée au nombre d'atomes mesuré par temps de vol :

$$\sigma_p \simeq 0,22\% \quad (2.149)$$

Chapitre 3

Processus d'accélération cohérente : les oscillations de Bloch

La précision de notre expérience dépend crucialement du nombre de reculs que l'on peut transférer aux atomes entre les étapes de sélection et de mesure ($\sigma_{v_r} = \sigma_v/2N$). Une technique efficace, permettant de transférer aux atomes de manière cohérente un très grand nombre de fois la vitesse de recul en très peu de temps, est la technique dite des "oscillations de Bloch"¹.

Dans ce chapitre, nous introduisons les concepts de base nécessaires à la compréhension de ce mécanisme d'accélération cohérente des atomes. Nous commençons par présenter une "approche simple" du phénomène, en considérant les oscillations de Bloch comme une succession de transition à deux photons, puis, nous développons davantage l'analogie existante avec la physique du solide.

3.1 Accélération cohérente : approche optique quantique

Nous avons vu au chapitre 1 que lorsque l'on effectue une transition Raman stimulée à deux photons contrapropageants l'atome acquiert $2 v_{rec}$. Après la sélection en vitesse, les atomes sont dans le sous-niveau hyperfin $|F = 1\rangle$ avec une distribution initiale de vitesse très bien définie (sub-recul).

L'idée de base pour accélérer les atomes est d'effectuer plusieurs transitions Raman sans changer d'état d'énergie interne. Ainsi, après une transition Raman, l'énergie interne de l'atome demeure inchangée alors que son impulsion acquiert deux fois l'impulsion d'un photon ($2\hbar k$). Si l'on effectue N transitions Raman alors la quantité de mouvement de l'atome va varier de $2N\hbar k$.

¹Oscillations de Bloch est employé ici en analogie avec le phénomène bien connu de la physique du solide. Nous développons cette analogie plus loin dans le manuscrit.

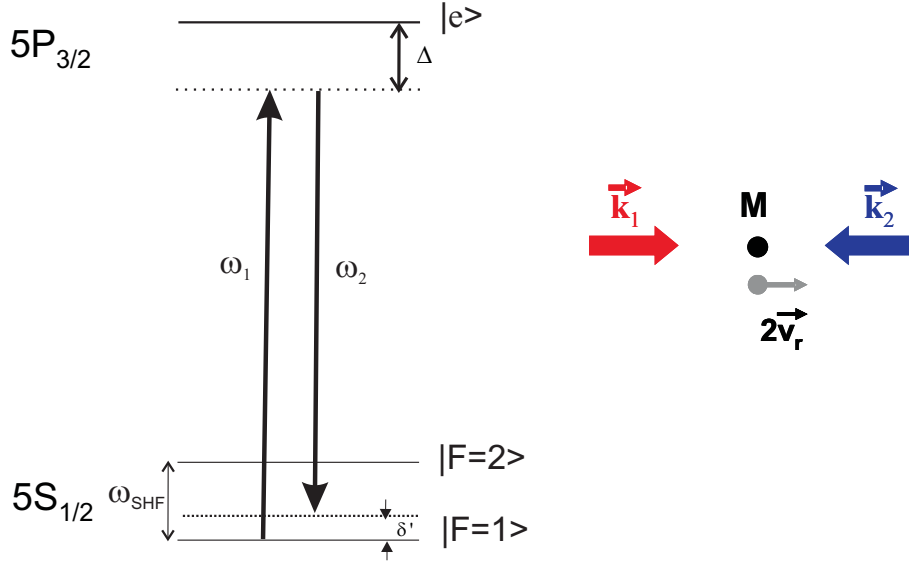


FIG. 3.1 – Transition Raman contrapropageante sur le même sous niveau hyperfin. L'atome passe de l'état $|F = 1, p\rangle$ à l'état $|F = 1, p + 2\hbar k\rangle$. En répétant N fois la transition Raman, l'atome est accéléré et acquiert $2N\hbar k$.

3.1.1 Condition de résonance Raman

Nous rappelons la condition de résonance pour une transition Raman contrapropageante :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = 2k_B(v + v_{rec}) \quad (3.1)$$

où k_B est le vecteur d'onde Bloch.

Dans le cas où la transition s'effectue sur le même sous-niveau hyperfin de l'état fondamental $|F = 1\rangle$ cette condition de résonance s'écrit :

$$\delta' = \omega_1 - \omega_2 = 2k_B(v + v_{rec}) \quad (3.2)$$

Considérons un atome de vitesse nulle, la condition de résonance vaut :

$$\delta' = 2k_B v_{rec} \simeq 2\pi \times 15 \text{ kHz} \quad (3.3)$$

pour l'atome de rubidium 87.

Après une telle transition, l'atome va être accéléré et sa vitesse va passer de 0 à $2v_{rec}$. Si l'on veut accélérer d'avantage l'atome, il faut compenser l'effet Doppler induit par cette accélération en balayant la fréquence des faisceaux lasers. On montre que pour accélérer les atomes dans le référentiel du laboratoire il faut balayer linéairement l'écart de fréquence entre les deux ondes laser. Pour N transitions la condition de résonance s'écrit :

$$\delta' = (2N - 1)2k_B v_{rec} \quad (3.4)$$

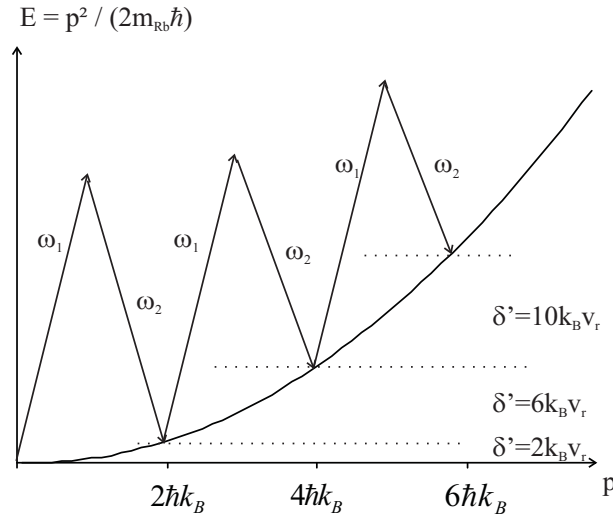


FIG. 3.2 – Parabole énergie-impulsion de l'atome. Afin de compenser l'effet Doppler dû à l'accélération il faut balayer linéairement la fréquence ω_2 si ω_1 est fixe. L'atome monte alors le long de la parabole, il est accéléré.

et l'accélération des atomes dans le référentiel du laboratoire vaut :

$$a = \frac{1}{m_{Rb}} \frac{d(2N\hbar k_B)}{dt} = \frac{1}{2k_B} \frac{d\delta'}{dt} \quad (3.5)$$

L'atome a effectué une succession de transitions à deux photons. Nous contrôlons le nombre de reculs donnés aux atomes en contrôlant la différence de fréquence imposée aux faisceaux Bloch.

3.2 Approche Oscillations de Bloch

Il est possible de rendre compte de l'accélération des atomes en adoptant un point de vue de type physique du solide. C'est ce que nous appelons l'approche en terme d'oscillations de Bloch. L'oscillation de Bloch est un effet connu en physique du solide prédit pour la première fois par Zener [35] : lorsqu'un électron, dans le potentiel périodique d'un cristal est soumis à la force constante d'un champ électrique $F = |e|\mathcal{E}$, il se met à osciller de façon périodique, à la fois en position et en vitesse, avec une période inversement proportionnelle à la force, appelée période de Bloch. Pour un électron dans un cristal périodique de pas a , la période de Bloch

τ_B est² :

$$\tau_B = \frac{h}{e\mathcal{E}a} \quad (3.6)$$

où h est la constante de Planck.

Les oscillations de Bloch en physique atomique, et en particulier sur les atomes froids, ont été pour la première fois vues et étudiées en 1997 dans le groupe de Christophe Salomon [36]. Dans ce cas, les atomes remplacent les électrons et le potentiel périodique, d'origine lumineuse, est créé par l'interférence de deux lasers. La force constante peut ensuite être simulée en jouant sur la phase des lasers, ou bien dans le cas d'un réseau optique vertical, en laissant agir la force de gravité sur les atomes. Notons qu'il existe aujourd'hui un regain d'intérêt pour le développement d'expériences de physique atomique à base d'atomes froids³ permettant de simuler des phénomènes de physique de la matière condensée comme les transitions "Isolant de Mott/superfluide" ou encore l'effet Josephson ; dans ces expériences ce sont des condensats de Bose Einstein qui sont utilisés [37].

Dans les prochains paragraphes nous introduisons quelques éléments de théorie nécessaires à la compréhension de la physique d'un atome plongé dans un potentiel périodique lumineux et nous montrons comment notre processus d'accélération des atomes peut être interprété de façon analogue à ce qui se produit en physique du solide.

3.2.1 Atome dans une onde stationnaire

Dans un premier temps nous commençons par établir les résultats concernant un atome soumis à deux ondes laser contrapropageantes de même fréquence. Nous regarderons ensuite ce qui se passe lorsque l'on balaye la fréquence des lasers pour accélérer les atomes.

Réseau optique

Un atome de masse m est soumis à deux ondes laser contrapropageantes de fréquence ω désaccordées de Δ de la résonance à un photon et de polarisation parallèles $\vec{\epsilon}_y$.

Le champ qui résulte de l'interférence des deux ondes est modulé spatialement et s'écrit :

$$\vec{E}(x, t) = \vec{\epsilon}_y E_0 \cos(\omega t + kx) + \vec{\epsilon}_y E_0 \cos(\omega t - kx) \quad (3.7)$$

$$= \vec{\epsilon}_y E_0 \cos(kx)(e^{-i\omega t} + h.c) \quad (3.8)$$

²Notons que pour un pas typique du réseau de l'ordre du dixième de nanomètre et un champ électrique de quelques dizaines de millivolts la période de Bloch de l'ordre de plusieurs dizaines de microseconde est très grande devant le temps caractéristique de diffusion sur les impuretés (qq fs). Il a fallu attendre les superréseaux pour pouvoir observer ces oscillations. En physique atomique, ces échelles de temps sont radicalement différentes.

³Les atomes refroidis sous la limite du recul ($\delta p < \hbar k$) présentent la particularité de présenter une longueur de cohérence supérieure à plusieurs fois la longueur d'onde optique du potentiel, et de ce fait ils sont extrêmement sensibles aux effets de ce dernier.

L'intensité associée est proportionnelle à :

$$I(x) \simeq \langle \vec{E}(x) \cdot \vec{E}(x) \rangle \quad (3.9)$$

$$\simeq \cos^2(kx) \quad (3.10)$$

L'intensité est également modulée spatialement avec une période :

$$d = \frac{2\pi}{k} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta_B/2)} \quad (3.11)$$

où $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ et θ_B , l'angle⁴ entre les faisceaux Bloch.

Lorsque $\Delta \gg \Gamma$ les lasers induisent un déplacement des niveaux d'énergie de l'atome (déplacement lumineux) proportionnel à I/Δ , si bien que ce déplacement de niveau est également modulé spatialement. Pour un système à deux niveaux ce déplacement est donné par :

$$\delta_{dl} = \frac{\hbar\Omega^2}{4\Delta} = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\Delta} \frac{I(x)}{I_{sat}} \quad (3.12)$$

Dans le cas où l'on considère deux faisceaux d'intensité I le potentiel lumineux s'écrit :

$$U(x) = U_0 \cos^2(kx) = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta} \frac{I}{I_{sat}} \cos^2(kx) \quad (3.13)$$

où I est l'intensité de chaque faisceau laser.

L'énergie potentielle vue par les atomes est donc proportionnelle à l'intensité laser et inversement proportionnelle au désaccord par rapport à la résonance à 1 photon. Notons que pour un désaccord dans le rouge, les atomes sont piégés au minimum du potentiel, là où l'intensité lumineuse est maximale ($\Delta < 0$ et $U_0 < 0$) et que pour un désaccord dans le bleu, ce qui est le cas dans notre expérience, les atomes sont piégés aux noeuds de l'onde stationnaire, là où l'intensité est minimale ($\Delta > 0$ et $U_0 > 0$).

3.2.2 Particule dans un potentiel périodique

Théorème de Bloch

On peut écrire le hamiltonien de l'atome dans le potentiel périodique créé par l'interférence des deux lasers :

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x) \quad (3.14)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} (1 + \cos(2kx)) \quad (3.15)$$

que l'on peut écrire en supprimant le terme constant :

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kx) \quad (3.16)$$

⁴Dans beaucoup d'expériences on joue sur cet angle pour augmenter le pas du réseau. Ici $\theta_B \simeq \pi$.

Notons que la suppression du terme en $U_0/2$ est sans conséquence physique puisque cela revient juste à translater l'origine des énergies d'une quantité égale à $-U_0/2$. Par ailleurs, la force dipolaire de piégeage étant proportionnelle au gradient de l'intensité, un terme constant ne donnera pas de contribution à la force.

Le hamiltonien (3.15) est bien connu puisqu'il modélise la situation d'un électron plongé dans le potentiel périodique d'un cristal. Il a été étudié par Bloch en 1929 [38]. Ce hamiltonien est périodique et invariant par translation dans l'espace des x d'une quantité multiple du pas du réseau :

$$U(x + a) = U(x) \quad (3.17)$$

où $a = \pi/k = \frac{\lambda}{2}$.

La symétrie de translation de l'hamiltonien s'écrit mathématiquement :

$$[H, \hat{T}_a] = 0 \quad (3.18)$$

où $\hat{T}_a = e^{i\hat{p}a/\hbar}$ est l'opérateur de translation associé au pas du réseau. Le commutateur (3.18) constitue le théorème de Bloch. Comme H commute avec l'opérateur de translation du pas a du réseau, cela signifie que l'on peut chercher les vecteurs propres de H comme vecteurs propres de \hat{T}_a .

Les fonctions propres du hamiltonien (3.15) sont les fonctions de Bloch que l'on écrit :

$$\psi_q(x) = e^{iqx} \times u_q(x) \quad (3.19)$$

où q est la quasi impulsion et où $u_q(x)$ est une fonction qui possède la périodicité du réseau telle que $u_q(x + a) = u_q(x)$.

D'après (3.19) les fonctions propres de Bloch s'écrivent comme le produit d'une onde plane par une fonction périodique de période a .

Quasi-impulsion

La quasi-impulsion q de la particule a été introduite mathématiquement par 3.19.

De façon simple, la quasi-impulsion représente l'impulsion de la particule dans le réseau, qui ne correspond plus à l'impulsion d'une particule libre ($p = \frac{\hbar}{i}\nabla$) puisque l'atome est maintenant soumis à une force donnée par l'opposé du gradient du potentiel périodique.

Autrement dit, q est la valeur propre de l'opérateur unitaire⁵ de translation avec $q\epsilon] - \frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}]$. Comme T_a commute avec H , alors q est le bon nombre quantique.

⁵ T_a est un opérateur unitaire et donc $T_a^+ = T_a^{-1}$ et les valeurs propres de T_a sont l'ensemble des nombres complexes de module 1 s'écrivant e^{iqa} .

Equation de Schrödinger

En remplaçant la fonction de Bloch (3.19) dans le hamiltonien (3.15) on trouve une équation aux valeurs propres satisfaisant l'équation de Schrödinger :

$$H_q u_q(x) = \mathcal{E}_q u_q(x) \quad \text{avec} \quad H_q = \frac{(p + \hbar q)^2}{2m} + U(x) \quad (3.20)$$

On détermine $u_q(x)$ en résolvant l'équation (3.20) pour différentes valeurs de q , par exemple sur une période allant de $x=0$ à $x=a$ avec les conditions aux limites périodiques :

$$u(0) = u(a) \quad \text{et} \quad u'(0) = u'(a) \quad (3.21)$$

Notons qu'il s'agit d'un problème similaire à la quantification des énergies dans un puits carré infini. Nous obtenons donc un spectre de valeurs propres $E_n(q)$ discrètes ($n \in \mathbb{N}$). Les états propres $u_{n,q}$ de ce hamiltonien, d'énergie $E_n(q)$, sont les états de Bloch et s'écrivent :

$$\psi_{n,q}(x) = \langle x | n, q \rangle = e^{iqx} u_{n,q}(x) \quad (3.22)$$

Ces états admettent un nombre discret de solutions et sont définis par deux nombres qui sont la quasi impulsion (q , continue) et l'indice de bande $n \geq 0$ (discret).

Les énergies propres de ce hamiltonien sont notées $E_n(q)$ et le spectre en énergie de la particule présente une structure dite "de bande". Notons une propriété importante induite par le théorème de Bloch. Les états propres $|n, q\rangle$ et énergies propres $E_n(q)$ sont des fonctions périodiques de la quasi-impulsion q de période $\frac{2\pi}{a} = 2k$:

$$\psi_{n,q+2k}(x) = \psi_{n,q}(x) \quad (3.23)$$

$$E_n(q + 2k) = E_n(q) \quad (3.24)$$

On peut alors restreindre q à la première zone de Brillouin qui s'étend de $-\pi/a$ à $+\pi/a$ et ramener toute la structure de bande dans cette zone réduite. Notons que la résolution de l'équation de Schrödinger $H\psi = E\psi$ de façon à trouver les énergies propres n'est pas évidente. Pour un potentiel nul, les solutions sont celles d'une particule libre (paraboles). Dans la mesure où d'après le théorème de Bloch les solutions doivent vérifier (3.24), on répète les paraboles tous les $q = 2k$ dans un schéma de bandes répétées. Pour des valeurs de U_0 différentes de 0 il faut résoudre les équations de Mathieu.

Liaisons faibles-Liaisons fortes

L'étude d'une particule dans un réseau périodique nécessite de considérer deux limites, qui dépendent de la profondeur U_0 du potentiel, et affectent différemment la structure de bande, c'est-à-dire le spectre en énergie de la particule dans l'espace des q .

Nous présentons ces deux limites en rappelant quelques résultats importants. Nous insisterons sur la limite des liaisons fortes qui est le régime dans lequel nous avons effectué l'accélération des atomes.

Liaisons faibles

Dans la limite des liaisons faibles, c'est-à-dire où le potentiel est peu profond, le réseau apparaît comme une perturbation aux ondes planes (solution de l'équation de Schrödinger pour une particule libre). Le traitement perturbatif reste valable tant que le terme de couplage dû au réseau entre deux ondes planes reste petit devant la différence d'énergie cinétique entre les deux ondes (théorie des perturbations).

Autrement dit il faut :

$$\frac{U_0}{4} \ll 4E_{rec} \quad (3.25)$$

L'onde plane $|p = 0\rangle$ est couplée aux ondes $|p = 2\hbar k\rangle$ et $|p = -2\hbar k\rangle$. En se limitant à ces états, le hamiltonien de Bloch s'écrit en tenant compte du couplage U_0 sur la base des ondes planes $\{|p - 2\hbar k\rangle, |p\rangle, |p + 2\hbar k\rangle\}$:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{(p-2\hbar k)^2}{2m} & \frac{U_0}{4} & 0 \\ \frac{U_0}{4} & \frac{p^2}{2m} & \frac{U_0}{4} \\ 0 & \frac{U_0}{4} & \frac{(p+2\hbar k)^2}{2m} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Dans le cas où $|p\rangle$ et $|p \pm 2\hbar k\rangle$ ne sont pas dégénérés, d'après la théorie des perturbations au premier ordre le déplacement en énergie de l'onde plane $|p\rangle$ est :

$$\Delta E = \frac{U_0}{4} \langle p | (e^{2ikx} + e^{-2ikx}) | p \rangle = 0 \quad (3.27)$$

Dans le cas où les états $|p\rangle$ et $|-p\rangle$ sont dégénérés et couplés au premier ordre en U_0 , l'expression (3.27) n'est plus correcte notamment en bord de zone de Brillouin où $p = \pm\hbar k$.

On diagonalise H restreint aux deux états quasidegénéérés $|p\rangle$ et $|p + 2\hbar k\rangle$.

On trouve les énergies propres :

$$E(p) = \frac{1}{2} \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{(p + 2\hbar k)^2}{2m} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{(p + 2\hbar k)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} \right)^2 + \left(\frac{U_0}{4} \right)^2} \quad (3.28)$$

En bord de zone le potentiel périodique repousse les deux niveaux et il apparaît un "gap" de largeur $U_0/2$. La figure (3.3) représente la structure de bande dans ce cas.

Liaisons fortes

Dans la limite des potentiels profonds :

$$U_0 \gg 16E_{rec} \quad (3.29)$$

La particule dans l'état fondamental est localisée au fond du puits de potentiel. C'est la fuite par effet tunnel d'un puits de potentiel vers un puits voisin qui apparaît ici comme une perturbation au potentiel.

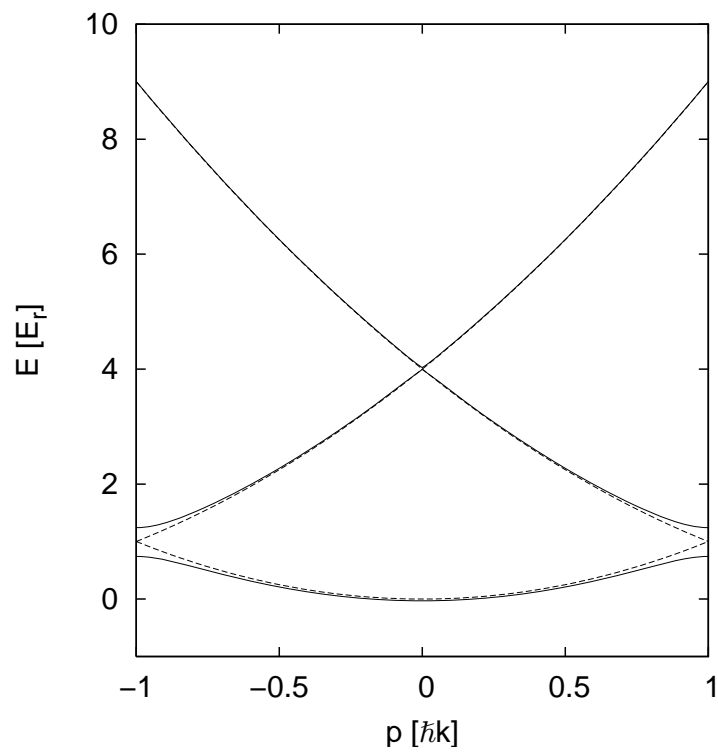


FIG. 3.3 – Dans la limite des liaisons faibles le potentiel périodique lève la dégénérescence en bord de zone. Le croisement se transforme en anti-croisement de largeur $U_0/2$.

Fonctions de Wannier

Les fonctions propres d'une particule dans un réseau périodique sont les fonctions de Bloch délocalisées sur l'ensemble du réseau. Les fonctions de Wannier permettent de conserver la forme des fonctions propres de Bloch caractérisant une particule dans un réseau périodique tout en décrivant convenablement la physique de l'atome piégé dans le puits de potentiel.

La fonction de Wannier $\Phi_n(x)$ est définie comme la transformée de Fourier de la fonction de Bloch :

$$\Phi_n(x) = \frac{1}{2k} \int_{-k}^k \psi_{n,q}(x) dq \quad (3.30)$$

La fonction de Wannier est ici la fonction d'onde de l'atome d'énergie E_n . En tant que transformée de Fourier d'une fonction étendue, $\Phi_n(x)$ est une fonction présentant une forte localisation.

On montre que l'équation (3.30) peut être inversée et que tout état de Bloch peut s'écrire sous forme de combinaisons linéaires des fonctions de Wannier⁶[39].

$$\psi_{n,q}(x) = \sum_{N=-\infty}^{N=+\infty} e^{iqN\frac{\lambda}{2}} \Phi_n(x - N\frac{\lambda}{2}) \quad (3.31)$$

où la somme porte sur tous les sites du réseau et où les fonctions de Bloch sont identiques à un terme de phase près. L'équation(3.31) est une bonne approximation des fonctions propres du hamiltonien dans la limite des liaisons fortes. Les énergies propres E_n associées à ces fonctions propres sont modifiées par couplage tunnel entre sites et s'écrivent :

$$E_n(q) \simeq E_n + \delta E_n \cos(q\frac{\lambda}{2}) \quad (3.32)$$

avec

$$E_n = \langle \Phi_n(x) | H | \Phi_n(x) \rangle \quad \text{et} \quad \delta E_n = \langle \Phi_n(x) | H \left| \Phi_n(x - \frac{\lambda}{2}) \right. \rangle \quad (3.33)$$

et où δE_n représente typiquement la largeur de la bande d'indice n considérée. Notons que dans la limite des liaisons fortes cette largeur de bande dépend de la profondeur de potentiel via le couplage tunnel entre deux sites voisins [40] :

$$J = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{U_0}{E_{rec}} \right)^{3/4} e^{-2\sqrt{U_0/E_{rec}}} \times E_{rec} \quad (3.34)$$

Nous piégeons nos atomes dans un réseau optique de profondeur $U_0 \simeq 100 E_{rec}$. Le temps nécessaire pour un atome dans la bande d'énergie fondamentale de passer par effet tunnel d'un site à l'autre est :

$$t = \frac{h}{J} \simeq 7 \times 10^3 s \quad (3.35)$$

Ce résultat montre que dans ces conditions l'effet tunnel est négligeable ce qui entraîne un aplatissement de la structure de bande.

⁶Ceci est valable aussi bien dans la limite des liaisons faibles que dans la limite des liaisons fortes.

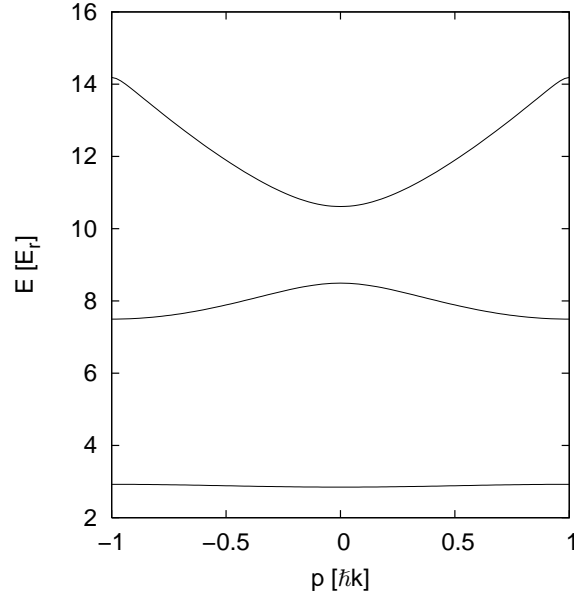


FIG. 3.4 – Structure de bande dans la limite des liaisons fortes pour $U_0 = 20 \times E_r$. La bande fondamentale s’aplatit du fait de la réduction du couplage tunnel entre deux puits voisins.

Approximation harmonique

Dans le cas des potentiels sinusoidaux profonds, il est possible d’effectuer une approximation harmonique :

$$U(x) = \frac{U_0}{2} \cos(2kx) \simeq \frac{U_0}{2} (1 - 2k^2 x^2) \quad (3.36)$$

On peut en déduire la fréquence d’oscillation de l’atome dans le puits de potentiel :

$$\omega = 2 \frac{\sqrt{|U_0| E_{rec}}}{\hbar} \quad (3.37)$$

Les énergies propres sont celles de l’oscillateur harmonique et s’écrivent :

$$E_n(q) = \frac{U_0}{2} + (n + \frac{1}{2}) 2\sqrt{|U_0| E_{rec}} \quad (3.38)$$

Les fonctions de Wannier sont proches des fonctions propres de l’oscillateur harmonique et s’écrivent en représentation x et p pour le niveau fondamental ($n = 0$) :

$$\Phi_0(x) = \left(\frac{\pi \hbar}{m\omega} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}} \quad (3.39)$$

$$\Phi_0(p) = \left(\frac{1}{\pi m \hbar \omega} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{p^2}{2m\omega \hbar}} \quad (3.40)$$

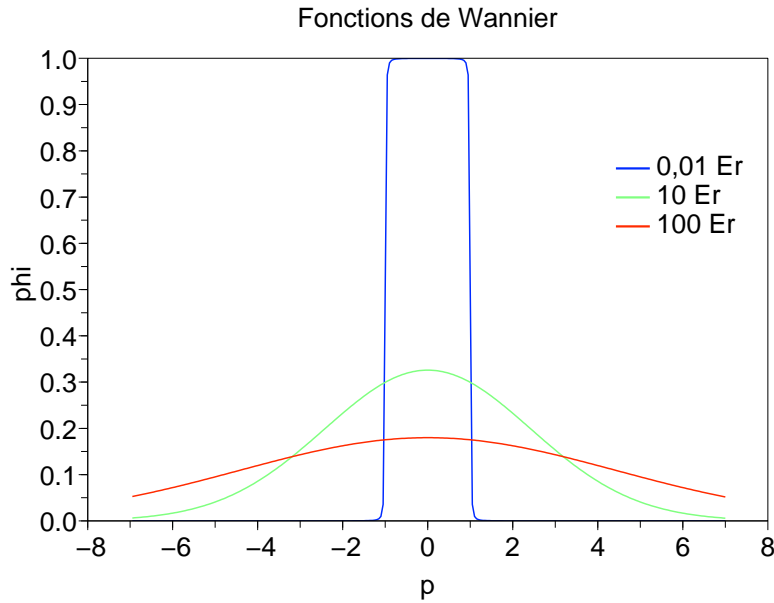


FIG. 3.5 – Fonctions de Wannier en représentation p pour 3 valeurs de la profondeur du potentiel. Dans la limite des liaisons faibles $\Phi(p)$ tend vers un créneau carré.

Les équations (3.39) et (3.40) sont l'expression approchée des fonctions de Wannier en représentation x et p dans la bande fondamentale, pour un potentiel profond. Comme nous l'avons indiqué, tout état de Bloch peut s'écrire en fonction des fonctions de Wannier quelle que soit la profondeur du potentiel. La figure (3.5) donne les fonctions de Wannier en représentation impulsion pour trois valeurs différentes de la profondeur de potentiel. Ces fonctions ont été obtenues à l'aide d'un calcul numérique. Le calcul consiste à diagonaliser la matrice décrivant le hamiltonien de Bloch (3.15) sur la base des ondes planes $|q + 2lk\rangle$ et à en déduire les vecteurs propres. Pour ce calcul, le hamiltonien a été décrit par une matrice $(2N + 1) \times (2N + 1)$ avec $N = 10$.

3.2.3 Réseau accéléré : application d'une force constante

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que, pour accélérer les atomes et leur transférer un grand nombre de reculs, nous devons balayer linéairement la fréquence d'un des faisceaux lasers. Nous donnons l'expression du champ électromagnétique créé par l'interférence des deux lasers dans le cas où l'on balaye la fréquence d'un des faisceaux de $\delta\omega(t)$:

$$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \vec{e}_y e^{i(kx - \omega t)} + E_0 \vec{e}_y e^{i(-kx - (\omega + \delta\omega(t))t)} \quad (3.41)$$

En développant (3.41) il vient :

$$\mathbf{E}(x, t) = 2E_0 \vec{e}_y e^{-i(\omega + \frac{\delta\omega(t)}{2})t} \cos(kx + \frac{\delta\omega}{2}t) \quad (3.42)$$

Référentiel accéléré

L'expression (3.42) montre que le champ électromagnétique n'a pas une structure d'onde stationnaire dans le référentiel du laboratoire. L'onde reste stationnaire dans le référentiel se déplaçant à la vitesse $v = -\delta\omega(t)/2k$. Ce référentiel n'est pas en mouvement de translation uniforme par rapport au référentiel du laboratoire, et il n'est donc pas galiléen. Il faut donc rajouter une force inertielle dont l'expression est :

$$F_{ie} = -ma_e = \frac{m}{2k} \frac{d\delta\omega(t)}{dt} \quad (3.43)$$

L'expression de la force donnée par (6.45) nous montre que dans le cas où l'on balaye linéairement dans le temps la fréquence des lasers alors l'accélération est constante, et par conséquent la force est constante. On retrouve alors l'analogie avec les oscillations de Bloch de la physique du solide, puisque nous avons ici le cas d'un atome plongé dans le potentiel périodique d'un réseau optique et soumis à une force constante.

3.2.4 Hamiltonien de Bloch

Le hamiltonien du système atome-champ dans le référentiel du laboratoire est :

$$H_{labo} = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kx - \phi(t)) \quad (3.44)$$

où $\phi(t) = kat^2$ correspond à la variation de phase des lasers dans le temps et où l'accélération a est donnée par (6.45). On en déduit :

$$H_{labo} = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos\left(2k\left(x - \frac{1}{2}at^2\right)\right) \quad (3.45)$$

Pour faire le lien avec la physique du solide il faut se placer dans le référentiel accéléré. Il faut alors effectuer une transformation unitaire à la fois dans l'espace des positions mais également dans l'espace des vitesses.

Cette transformation unitaire est connue et donnée par [20] :

$$U(t) = e^{i\alpha(t)p/\hbar} e^{-i\beta(t)p/\hbar} e^{i\gamma(t)p/\hbar} \quad (3.46)$$

où

$$\alpha(t) = \frac{1}{2}at^2 \quad (3.47)$$

$$\beta(t) = mat \quad (3.48)$$

$$\gamma(t) = ma^2 \frac{t^3}{3} \quad (3.49)$$

La formule de changement de référentiel pour un hamiltonien dépendant du temps est :

$$H_{acc} = i\hbar \frac{\partial U}{\partial t} U^+ + U H_{labo} U^+ \quad (3.50)$$

On obtient :

$$H_{acc} = \frac{p^2}{2m} + \frac{U_0}{2} \cos(2kx) - max \quad (3.51)$$

Le hamiltonien (3.51) est totalement équivalent au hamiltonien de la physique du solide dans lequel le terme lié à la force ma , est *Ex*. Nous pouvons donc parler d'oscillations de Bloch pour les atomes dans le référentiel accéléré.

Dynamique de l'atome : oscillations de Bloch

Le hamiltonien (3.51) n'est pas invariant dans une translation de pas a du réseau du fait du terme lié à la force inertielle. Lorsque l'on applique pendant une durée t une force constante sur la particule, l'état de Bloch $|n, q\rangle$ introduit précédemment n'est plus un état propre du Hamiltonien (3.51). Cependant, on montre que les fonctions propres de H_{acc} sont des fonctions propres de la forme de Bloch équivalentes à celles introduites en l'absence de force.

Ces fonctions s'écrivent :

$$\psi(x, t) = e^{iq(t)x} u(x, t) \quad (3.52)$$

où q dépend du temps et $u(x, t)$ est une fonction périodique qui satisfait l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |u(t)\rangle = H_{q(t)} |u(t)\rangle \quad (3.53)$$

Pour connaître la loi d'évolution de la quasi-impulsion en présence de la force on part de la non invariance par translation de H_{acc} qui s'écrit mathématiquement :

$$[H_{acc}, T_a] \neq 0 \quad (3.54)$$

L'évolution de la quasi-impulsion en fonction du temps est donnée par :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{T}_a = [\hat{T}_a, H_{acc}] = FaT_a \quad (3.55)$$

En intégrant (3.55) on trouve l'évolution de l'opérateur de translation en fonction du temps et donc de la quasi-impulsion puisque q est valeur propre de \hat{T}_a . On a donc :

$$q(t) = q(0) + \frac{Ft}{\hbar} \quad (3.56)$$

La quasi-impulsion évolue de façon linéaire au cours temps.

Lorsque l'on applique une force suffisamment faible au système pour ne pas introduire de transitions interbandes, alors partant d'un état propre de H d'indice de bande n , le système restera dans le même état correspondant au même indice de bande avec une énergie qui évolue continûment. D'après (3.56) la quasi-impulsion parcourt la zone de Brillouin à vitesse constante, par conséquent la fonction d'onde $\psi(x, t)$ est périodique de période :

$$\tau_B = \frac{2\hbar k}{F} \quad (3.57)$$

où τ_B est appelée période de Bloch. Notons que cette période est indépendante de la profondeur du potentiel et ne dépend que de l'intensité de la force. La vitesse de l'atome au cours du temps dans un état de Bloch $|n, q(t)\rangle$ est donnée par[41] :

$$\langle v \rangle_n(q) = \frac{1}{\hbar} \overrightarrow{\text{grad}}_q (E_n(q(t))) \quad (3.58)$$

L'évolution de la vitesse en fonction du temps est directement reliée à l'évolution de la quasi-impulsion. Il s'agit d'une fonction périodique de période τ_B . Cette vitesse dépend de la structure de bande : elle est bornée et l'amplitude des oscillations ne dépend que de la profondeur du potentiel. Le résultat de cette étude nous montre que l'on ne peut accélérer indéfiniment une particule placée dans le potentiel périodique d'un réseau optique en présence d'une force constante. La particule oscille et effectue des oscillations de Bloch.

Conclusion

Dans le cas où un atome est plongé dans un potentiel périodique et soumis à une force constante, il va avoir un comportement oscillant périodique avec une période inversement proportionnelle à la force appliquée. Notons que ce résultat est valable quelle que soit la profondeur du réseau, mais que la force appliquée doit être suffisamment faible pour ne pas induire de transition interbande.

Critère de non transition interbande

Pour effectuer des oscillations de Bloch dans une bande d'indice n donné, il faut que la force appliquée ne soit pas trop intense pour éviter les transitions inter-bandes. Autrement dit, partant d'un état de Bloch d'indice n , il faut que, au cours du temps, l'état propre de Bloch conserve le même indice.

La condition sur l'accélération est donnée par le théorème adiabatique [41] :

$$\langle u_{n',q} | \frac{d}{dt} |u_{n,q}\rangle \ll \frac{|E_{n'}(q) - E_n(q)|}{\hbar} \quad (\forall n \neq n') \quad (3.59)$$

où n et n' désignent deux indices de bande différents.

Dans la limite des liaisons faibles :

$$a \ll \frac{a_0}{16} \left(\frac{U_0}{E_{rec}} \right)^2 \quad (3.60)$$

où $a_0 = \hbar^2 k^3 / m^2$ est homogène à une accélération. Dans la limite des liaisons fortes :

$$a \ll \sqrt{2} a_0 \left(\frac{U_0}{E_{rec}} \right)^{3/4} \quad (3.61)$$

3.2.5 Approche Optique quantique : l'atome habillé

Il est possible d'appréhender les oscillations de Bloch en s'appuyant sur le formalisme de l'atome habillé. Dans cette approche nous considérons à la fois l'impulsion de l'atome mais également l'impulsion des photons. Nous présentons ici le principe des oscillations de Bloch en configuration "stationnaire" pour laquelle l'atome est soumis à deux ondes laser contrapropageantes de même fréquence.

Nous noterons p_{at} l'impulsion de l'atome et p_{ph} l'impulsion des photons. L'état habillé est noté $\left| 1, p_{at}, N_1^{ph}, N_2^{ph} \right\rangle$ où N_1^{ph} et N_2^{ph} correspondent aux nombres de photons dans chaque faisceau laser.

L'impulsion totale du système $\{\text{atomes} + \text{photons}\}$ s'écrit :

$$\vec{P}_{totale} = \vec{p}_{at} + (N_1^{ph} - N_2^{ph}) \hbar \vec{k} \quad (3.62)$$

Dans le cas où $N_1^{ph} = N_2^{ph} = N^{ph}$ l'impulsion des photons est nulle.

L'énergie du système s'écrit :

$$E = \frac{p_{at}^2}{2m} + 2N^{ph} \hbar \omega \quad (3.63)$$

Nous représentons dans le diagramme suivant le principe même des oscillations de Bloch en configuration stationnaire. L'axe vertical correspond à l'énergie totale du système (atomes+photons) et sur l'axe horizontal nous représentons l'impulsion totale (atome+champ). Dans le cas où le nombre de photons est identique dans chaque onde nous avons une parabole centrée en $p = 0$. En revanche, il peut y avoir un photon de plus dans une onde et un photon de moins dans l'autre onde. Dans ce cas l'impulsion du champ est modifiée d'une quantité égale à $2\hbar k$ et on représente la parabole décalée de $2\hbar k$. Lorsque nous effectuons une transition Raman le couplage s'écrit :

$$\frac{U_0}{4} (e^{i2kx} + e^{-i2kx}) \left| p, N^{ph}, N^{ph} \right\rangle = \frac{U_0}{4} \left[\left| p + 2\hbar k, N^{ph} - 1, N^{ph} + 1 \right\rangle + \left| p - 2\hbar k, N^{ph} + 1, N^{ph} - 1 \right\rangle \right] \quad (3.64)$$

Ce couplage entraîne l'apparition de bandes d'énergie de largeur $U_0/2$ au niveau des croisements de niveaux. Nous obtenons alors un système de bandes d'énergie.

Notons que du point de vue de l'atome le hamiltonien ne couple que des états dont l'impulsion est multiple de $2\hbar k$. D'après (3.31) nous pouvons donc écrire tout état de Bloch sous la forme :

$$\left| n, q \right\rangle = \sum_l \Phi_n(q + 2lk) \left| q + 2l\hbar k, N^{ph} - l, N^{ph} + l \right\rangle \quad (l \in \mathbb{Z}) \quad (3.65)$$

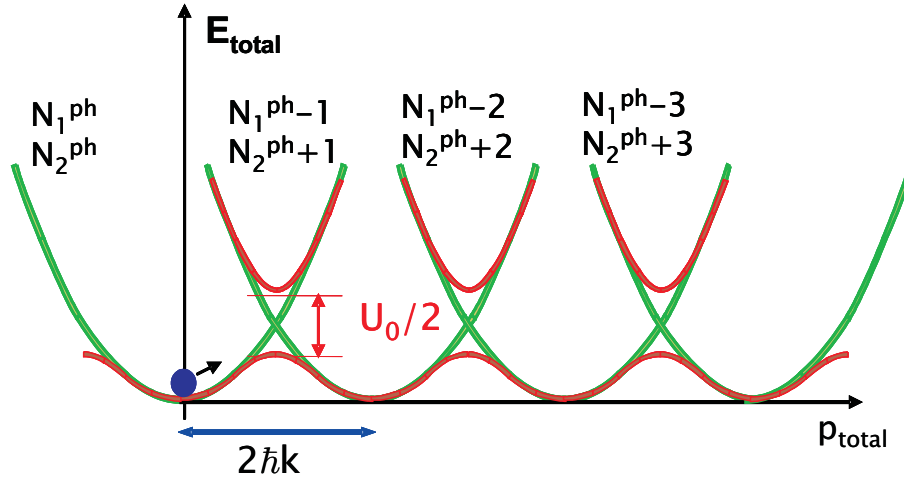


FIG. 3.6 – Schéma des bandes d'énergie dans le formalisme de "l'atome habillé" en configuration stationnaire. L'application d'une force extérieure constante augmente l'impulsion totale du système et l'atome effectue des oscillations de Bloch en passant adiabatiquement d'un état à l'autre dans la bande fondamentale.

où Φ_n est la fonction de Wannier en représentation p , pour la bande n considérée.

Application d'une force

Lorsqu'une force constante est appliquée au système on a :

$$\frac{d\vec{p}_{Totale}}{dt} = \vec{F} \quad (3.66)$$

Autrement dit l'impulsion totale du système (atomes+photons) augmente linéairement en fonction du temps. A condition que la force appliquée soit suffisamment faible pour ne pas induire de transitions interbandes, l'atome va effectuer un mouvement oscillant dans la bande d'énergie fondamentale dénommé oscillation de Bloch. Au cours de cette oscillation l'impulsion de l'atome va osciller entre $\hbar k$ et $-\hbar k$, si bien qu'en moyenne l'impulsion de l'atome restera nulle alors que le champ va gagner deux fois l'impulsion du photon à chaque transition.

3.3 Application des oscillations de Bloch à la mesure de h/m

Dans cette partie nous présentons la séquence expérimentale que nous appliquons pour accélérer les atomes et donnons les éléments de théorie complémentaires lorsque cela est nécessaire.

3.3.1 Branchement de l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$

Avant d'accélérer les atomes, nous sélectionnons, à l'aide d'une première paire d'impulsions $\pi/2$, une distribution initiale de vitesse sub-recul. Nous commençons par charger l'ensemble des atomes sélectionnés dans la bande d'énergie fondamentale du réseau dans un état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$ à l'aide d'une "montée adiabatique".

Branchement adiabatique

Pour charger les atomes dans l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$ il faut brancher le réseau optique adiabatiquement⁷, ce qui veut dire que nous devons augmenter lentement l'intensité du réseau de façon à ce que l'état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$ reste état propre de (3.15) à tout instant.

Nous augmentons l'intensité lumineuse à l'aide d'une rampe linéaire en intensité $U_0 t/T$, pendant un temps T , appliquée aux modulateurs acousto-optiques à l'aide d'une carte NI5411 qui est un générateur de fonction arbitraire nous permettant de contrôler à la fois la fréquence, mais également l'intensité des faisceaux Bloch. Le critère de branchement adiabatique est donné par le théorème adiabatique [41].

Dans la limite des liaisons faibles, le théorème adiabatique donne comme condition :

$$\frac{dU_0}{dt} \ll \frac{64E_{rec}^2}{\sqrt{2}\hbar} \quad (3.67)$$

Dans la limite des liaisons fortes ce critère est :

$$\frac{dU_0}{dt} \ll \frac{16\sqrt{2}E_{rec}^{1/2}}{\hbar} U_0^{3/2} \quad (3.68)$$

Nous branchons adiabatiquement le réseau jusqu'à une profondeur de 100 E_{rec} . En tenant compte des relations (3.67) et (3.68) nous obtenons la condition suivante sur le temps de montée :

$$T \gg 91 \mu s \quad (3.69)$$

Expérimentalement notre temps de montée est de 500 μs . Outre le critère de branchement adiabatique du réseau nous voulons charger les atomes dans la bande fondamentale dans l'état $|n = 0, q = 0\rangle$. Nous savons qu'il est possible de charger n'importe quel état de Bloch correspondant à n'importe quel indice de bande en contrôlant la vitesse du réseau optique par rapport à la vitesse des atomes lors du branchement.

Comme nous sommes dans une géométrie verticale, nous devons tenir compte de la gravité. Afin de charger l'état $|n = 0, q = 0\rangle$ nous appliquons donc une dérive de fréquence constante lors de la montée de l'intensité lumineuse, ainsi, dans le référentiel de l'onde la vitesse des atomes est nulle.

⁷Adiabatique au sens où il n'y a pas de composantes à $n \neq 0$.

La dérive de fréquence programmée pendant le branchement adiabatique est :

$$\delta\omega = 2k(-gt + 2N_{A}v_{rec} \pm 2v_{rec}) \quad (3.70)$$

où le premier terme correspond à la chute des atomes sous l'effet de la gravité, le second terme correspond à l'accélération préalable subie par les atomes, et le dernier terme dépend du sens du recul de l'atome à la sélection. Notre branchement adiabatique dure $500 \mu\text{s}$ ⁸. Nous représentons ci-après la situation physique après le branchement du réseau. Avant le

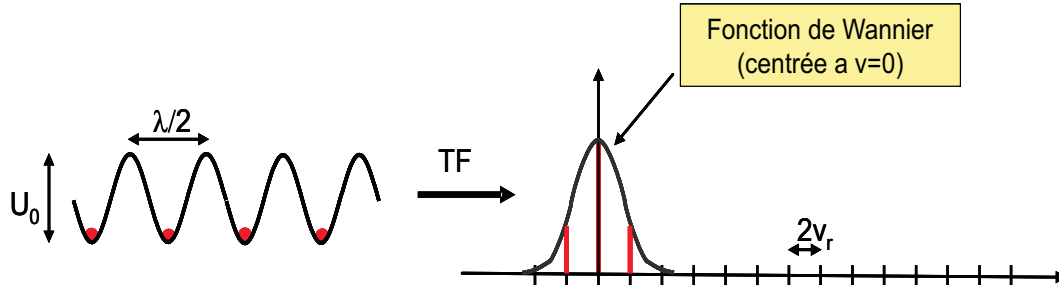


FIG. 3.7 – Figure de gauche : les atomes sont piégés dans les puits de potentiel du réseau optique de pas $\lambda/2$ et de profondeur U_0 . Figure de droite : TF du réseau et de la fonction d'onde de l'atome dans le puits après le branchement adiabatique.

branchement du réseau optique les atomes ont une distribution initiale de vitesse très bien sélectionnée autour d'une vitesse quasi nulle. Cette distribution de vitesse est sub-recul. La fonction d'onde atomique s'étale sur plusieurs périodes du potentiel optique. Lorsque l'on augmente progressivement l'intensité lumineuse, le réseau devient de plus en plus profond et les atomes se retrouvent piégés au fond des puits de potentiel. Dans l'espace des vitesses, la fonction de Wannier en représentation p est la transformée de Fourier de la fonction d'onde de l'atome dans le puits. Cette fonction s'élargit dans l'espace des vitesses au fur et à mesure que l'atome se retrouve localisé dans le puits de potentiel. D'après l'équation (3.65) le spectre de vitesse possède des composantes non nulles uniquement à des multiples de $2v_{rec}$. On peut calculer l'extension de la fonction de Wannier dans l'espace des vitesses pour $U_0 = 100 E_{rec}$:

$$\Delta p = \sqrt{m\omega\hbar} \simeq 3,2 \hbar k \quad (3.71)$$

3.3.2 Accélération des atomes

Une fois le branchement adiabatique effectué nous accélérons les atomes en balayant la fréquence des lasers au moyen de deux modulateurs acousto-optiques en double passage (voir dispositif expérimental) que nous programmons avec la carte NI5411. Cette accélération

⁸Il s'agit de la durée programmée sur la carte pour la séquence temporelle.

s'effectue en 3 ms et vaut de l'ordre de 200 g lorsque l'on effectue typiquement $N = 500$ oscillations de Bloch durant ce temps.

Oscillations de Bloch dans l'espace des vitesses

Lorsque l'on balaye la fréquence des lasers le réseau optique se déplace à la vitesse v . Partant d'un état de quasi-impulsion q_0 donnée, après le chargement adiabatique, on peut écrire la fonction d'onde atomique à l'instant t . D'après (3.52) et (3.65) on a :

$$|\psi(t)\rangle = \sum_l \phi_n(q(t) + 2lk) |q_0 + 2lk\rangle \quad (3.72)$$

Lors du balayage en fréquence, c'est la fonction de Wannier qui dépend du temps. Lors de l'accélération, on va donc venir peupler différentes composantes du spectre de vitesse et lorsque $v = 2Nv_{rec}$ on arrête le balayage en fréquence.

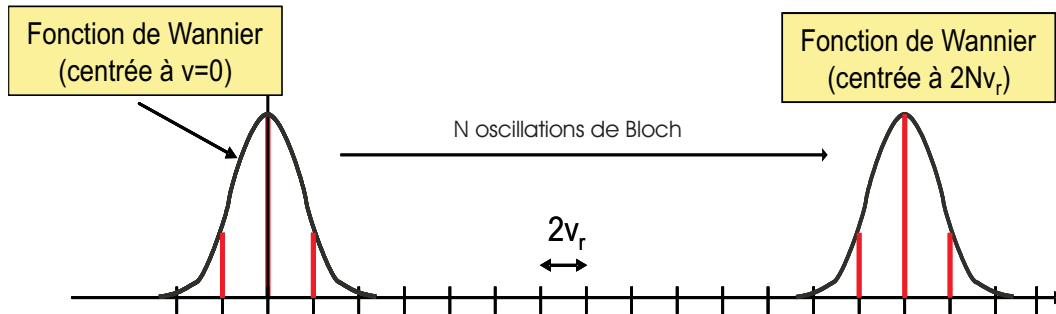


FIG. 3.8 – En balayant la fréquence des lasers on accélère le réseau optique. A condition d'être adiabatique les atomes piégés vont suivre le réseau. La fonction de Wannier se déplace de $v = 0$ à $v = 2Nv_{rec}$.

3.3.3 Coupure adiabatique

Du fait de l'extension Δp de la fonction de Wannier, l'atome est dans une superposition d'états correspondant à plusieurs impulsions différentes. Nous nous intéressons à la composante de la vitesse des atomes ayant acquis $2Nv_{rec}$ et non à la vitesse moyenne. Afin de mesurer cette composante nous coupons le réseau adiabatiquement et effectuons la procédure inverse de celle effectuée lors du branchement. Dans ces conditions, la fonction de Wannier tend adiabatiquement vers la fonction de Wannier pour un potentiel faible qui est un créneau carré de valeur 1 sur une largeur de $2\hbar k$ (voir fig(3.5)). Nous ramenons alors l'ensemble des composantes de la fonction d'onde dans la composante centrale de la vitesse. Nous mesurons ainsi la variation de vitesse.

3.3.4 Séquence Temporelle Expérimentale

La carte NI5411 nous permet de programmer à la fois l'intensité des faisceaux Bloch ainsi que le balayage en fréquence désiré. Nous donnons la séquence temporelle typique d'une phase d'accélération préalable suivie d'une phase de décélération. La programmation de la carte

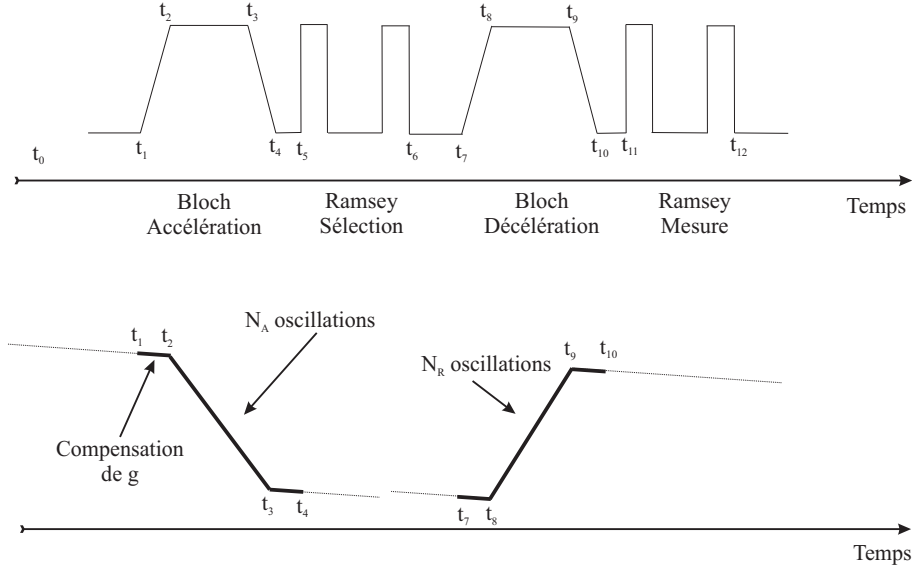


FIG. 3.9 – Figure du haut : Séquence temporelle pour la réalisation de l'expérience. Figure du bas : Fréquence programmée à partir de la carte NI5411 et envoyée aux modulateurs acousto-optiques Bloch. Nous donnons les 12 temps caractéristiques de l'expérience

nécessite de connaître la vitesse des atomes aux différents instants. Nous ne nous intéresserons ici qu'à la partie concernant les phases d'accélération et de décélération. L'ensemble détaillé de la séquence temporelle est présentée dans le chapitre "Expérience et résultats".

Accélération préalable

Montée et descente adiabatique :

Ces deux étapes correspondent aux temps $(t_1 \rightarrow t_2)$ et $(t_3 \rightarrow t_4)$.

Entre t_1 et t_2 : Nous chargeons les atomes dans la bande fondamentale en augmentant progressivement l'intensité laser (rampe linéaire) et en appliquant une dérive de fréquence constante au réseau de façon à compenser la gravité.

La vitesse programmée est $v = -gt$.

Entre t_2 et t_3 : Nous accélérons les atomes pendant une durée $t_3 - t_2$.

La vitesse est $v = -gt + 2N_A v_{rec}(t - t_2)/(t_3 - t_2)$

Entre t_3 et t_4 : On effectue une coupure adiabatique. Lors de la coupure le réseau doit suivre la vitesse des atomes avec $v = -gt + 2N_A v_{rec}$.

Décélération

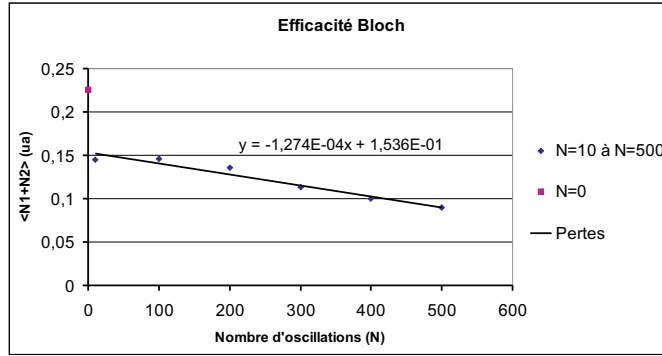


FIG. 3.10 – Courbe donnant le nombre d’atomes en (u.a) en fonction du nombre d’oscillations de Bloch. La baisse du nombre d’atomes entre 0 et 10 oscillations pourrait provenir d’un branchement adiabatique non optimal.

La décélération reprend les mêmes étapes que lors de l’accélération préalable. La seule différence tient au fait qu’il faut prendre en compte à la fois la variation de vitesse due au premier Bloch mais aussi les deux v_{rec} induits par la sélection Ramsey. Notons que la pente de la rampe en fréquence a changé de signe. Le réseau se déplace toujours dans le même sens mais l’accélération change de signe. La vitesse des atomes après la décélération est⁹ $v = -gt + 2(N_A + N_R)v_{rec} \pm 2v_{rec}$.

3.4 Limitations expérimentales pour Bloch

3.4.1 Efficacité des oscillations de Bloch

On peut regarder comment varie le nombre d’atomes total en fonction du nombre N d’oscillations de Bloch effectuées. Nous donnons ci-après les résultats expérimentaux obtenus lors d’une séquence typique comprenant l’accélération préalable, la sélection en vitesse et la décélération. Nous mesurons la proportion d’atomes dans chaque niveau $F = 1$ ($N1$ atomes) et $F = 2$ ($N2$ atomes) par temps de vol (voir chapitre 4). La courbe de la figure (3.10) nous renseigne sur l’efficacité du processus d’accélération. Une perte importante des atomes se produirait essentiellement lors du branchement du réseau optique. En effet, le branchement linéaire en intensité de l’intensité laser Bloch n’est pas forcément la façon optimale de brancher le réseau. Si nous nous intéressons aux points bleus de la figure (3.10) on peut calculer l’efficacité η des oscillations de Bloch. Cette efficacité est définie comme la fraction d’atomes effectuant une oscillation de Bloch sans être perdus. On approxime simplement les pertes mesurées par une fonction linéaire (l’équation est donnée sur la courbe). On trouve une efficacité

⁹Pour simplifier on écrit le même recul pour Raman et pour Bloch alors qu’ils sont légèrement différents car $k_B \neq k_{Raman}$.

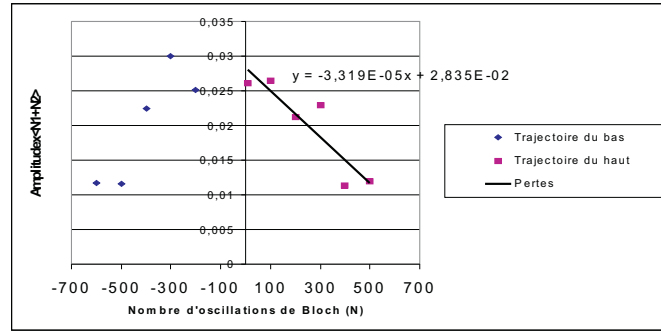


FIG. 3.11 – Pertes des atomes en fonction du nombre d'oscillation de Bloch. On ne tient compte que des atomes participant à l'interférence.

par oscillation $\eta \simeq 99,92\%$. Le calcul ci-dessus est une vision assez simpliste des pertes sur notre expérience. En effet nous savons que lorsqu'un atome diffuse un photon par émission spontanée nous pouvons le retrouver dans le temps de vol final. En revanche, ce dont nous sommes certains est qu'un atome qui diffuse de façon incohérente un photon ne contribue pas aux interférences atomiques. Nous avons donc tracé le produit de l'amplitude des franges d'interférences par le nombre total moyen d'atomes en fonction du nombre d'oscillations de Bloch effectuées. Si nous calculons l'efficacité à partir de la droite de la figure (3.11) nous obtenons $\eta \simeq 99,88\%$.

Les pertes induites après le branchement du réseau sont à priori dues à des effets qui limitent le nombre de recul que l'on peut transférer aux atomes : l'émission spontanée et les pertes par transition inter-bandes.

3.4.2 Pertes par émission spontanée

Lorsqu'un atome diffuse de façon incohérente un photon, sa vitesse sur l'axe des faisceaux de mesure est quelconque et il est perdu pour l'expérience. Cependant, nous allons voir qu'il contribue au signal de temps de vol. En effet, l'énergie typique d'un atome qui diffuse un photon spontané est l'énergie de recul. La profondeur du réseau optique étant de l'ordre de $100 E_{rec}$, les atomes restent piégés dans le puits et peuvent contribuer au signal. Cet effet caractéristique a été essentiellement observé lors de notre technique d'oscillations de Bloch utilisant "l'ascenseur à atomes". Cette technique est détaillée dans le chapitre 5 de ce mémoire.

Taux d'émission spontanée

On donne l'expression du taux d'émission spontanée hors résonance pour un système à deux niveaux et un faisceau laser :

$$P_{spon} = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\Delta} \frac{I}{I_{sat}} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right) \quad (3.73)$$

où Γ est la largeur radiative du niveau excité $5P_{3/2}$, I est l'intensité du faisceau laser et I_{sat} l'intensité de saturation de la transition $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$.

Nous avons deux faisceaux laser :

$$P_{spon} = 2 \times \frac{\hbar\Gamma^2}{8\Delta} \frac{I}{I_{sat}} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right) \quad (3.74)$$

On peut exprimer P_{spon} en fonction de la profondeur U_0 du potentiel périodique donnée en (3.13) :

$$P_{spon} \simeq \frac{1}{2} \frac{U_0}{\hbar} \frac{\Gamma}{\Delta} \quad (3.75)$$

D'après (3.13) on a intérêt à avoir un désaccord faible de façon à avoir un potentiel profond. L'inconvénient de ceci qui se traduit dans (3.75) est l'augmentation des pertes par émission spontanée. Nous nous sommes placés à un désaccord $\Delta = 40$ GHz de la résonance à un photon avec une puissance typique de 150 mW par faisceau laser pour un rayon de 2 mm, correspondant à une intensité par faisceau d'environ $I \simeq 891 \times I_{sat}$ soit $U_0 \simeq 100E_{rec}$. Le taux de perte calculé pour une durée d'allumage des faisceaux Bloch de 8 ms correspondant aux accélérations aller et retour est d'environ $(1 - e^{-P_{spon}T_{Bloch}}) \simeq 77,2\%$.

-Décalage dans le bleu-

Le taux de perte calculé ci-dessus ne tient pas compte du fait que nous sommes désaccordés dans le bleu de la résonance. En tenant compte de la moyenne du potentiel à l'endroit où se trouve les atomes on a [34] :

$$P_{spon} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_{rec}}{U_0}} \frac{U_0}{\hbar} \frac{\Gamma}{\Delta} \quad (3.76)$$

On calcule alors $(1 - e^{-P_{spon}T_{Bloch}}) \simeq 13,7\%$.

On donne ci-après à titre indicatif le taux de pertes par émission spontanée en fonction de la profondeur de potentiel à désaccord Δ fixé pour deux temps caractéristiques de l'expérience.

U_0	Taux de pertes (%) ($\Delta = 40$ GHz) T=8ms	Taux de pertes (%) ($\Delta = 52$ GHz) T=20 ms
E_{rec}	0,15	0,28
$50 E_{rec}$	7,11	13,32
$100 E_{rec}$	13,72	24,87
$200 E_{rec}$	27,34	43,56

Durant nos expériences nous nous sommes placés à 40 GHz de la résonance en configuration standard de l'expérience ; la durée d'allumage des faisceaux Bloch était alors de 8 ms. Nous nous sommes ensuite placés à 52 GHz de la résonance pour réaliser l'ascenseur à atomes. Notons que pour l'ascenseur à atomes la durée d'allumage des faisceaux Bloch est multipliée par 2,5. En effet, en restant à 40 GHz de la résonance, il nous était impossible de réaliser 800 oscillations de Bloch, ce qui indique la sensibilité de l'expérience à l'intensité laser.

3.4.3 Pertes par transitions inter-bandes

Une autre source de pertes possibles sont les transitions interbandes lors de l'accélération des atomes (de même que lors du branchement).

Transitions Landau-Zener

On peut estimer la probabilité pour un atome d'effectuer une transition dans la bande d'énergie supérieure au niveau d'un croisement de niveau (transition non adiabatique). Cette probabilité est donnée par la formule de Landau-Zener [42] et s'écrit :

$$P = \exp\left(\frac{-\pi}{2\hbar} \frac{(U_0/2)^2}{\frac{d}{dt}(E_1 - E_2)}\right) \quad (3.77)$$

où $U_0/2$ correspond au gap, qui est l'énergie minimum séparant les deux bandes et où E_1 et E_2 sont les énergies des états non perturbés. On évalue la différence d'énergie entre les deux niveaux en fonction du temps :

$$\frac{d}{dt}(E_1 - E_2) = 2na\hbar k \quad (3.78)$$

où n est l'indice de bande et où la variation de l'impulsion du fait de la force se déduit de l'évolution de la quasi-impulsion donnée en (3.56) :

$$p = p_0 + mat \quad (3.79)$$

En injectant (3.78) dans (3.77) il vient :

$$P = e^{-a_c/a} \quad (3.80)$$

où $a_c = a_0\sqrt{2}\frac{U_0}{E_{rec}}^{3/4}$. L'équation (3.80) donne la proportion théorique d'atomes perdus par oscillations.

Après N oscillations la fraction d'atomes restant est :

$$P = (1 - e^{-a_c/a})^N \quad (3.81)$$

Pour une accélération typique de 200 g en 3 ms, et $U_0 = 100E_{rec}$ on perd théoriquement moins de 2% des atomes. Cependant nous devons prendre garde à ce calcul qui n'est clairement défini que dans la limite des liaisons faibles.

Chapitre 4

Le dispositif expérimental

Dans ce chapitre nous décrivons les éléments constitutifs de notre dispositif expérimental. Le dispositif utilisé durant ce travail de thèse a été essentiellement développé durant la thèse de R. Battesti. Ce travail de thèse s'intègre donc dans un travail de groupe, commencé il y a de cela presque dix ans, et dans lequel ce dispositif a été plus ou moins modifié au fur et à mesure du temps et des avancées de l'expérience. Nous allons dans les prochaines parties, donner l'ensemble des éléments qui constituent notre dispositif expérimental. Nous insisterons sur les modifications que nous y avons apportées durant les deux dernières années.

Le dispositif peut être décomposé en trois parties. Nous commencerons par présenter la source d'atomes froids, puis nous décrirons le dispositif servant à effectuer les transitions Raman sélectives en vitesse "le banc Raman", et nous terminerons enfin par la partie servant à effectuer le processus d'accélération cohérente à base d'oscillations de Bloch : "le banc Bloch".

4.1 Source d'atomes froids : le PMO-3D

Dans cette partie nous décrivons le piège magnéto optique (PMO) (3D) que nous utilisons pour obtenir une source d'atomes froids de ^{87}Rb d'environ 10^7 atomes, à quelques microkelvins. Nous ne revenons pas sur le principe du piège magnéto-optique qui est désormais considéré comme une technique standard dans le domaine des "atomes froids". Notre PMO est constitué par trois paires de faisceaux laser contrapropageantes orientées suivant les trois directions de l'espace. Les faisceaux lasers sont issus de six fibres optiques à maintien de polarisation. Un champ magnétique quadrupolaire créé par deux bobines en configuration anti-Helmholtz crée un gradient de champ magnétique permettant de confiner les atomes en position. Le chargement du piège s'effectue à partir d'une vapeur.

4.1.1 L'enceinte à vide

L'enceinte que nous utilisons est une enceinte dont la dimension typique est de l'ordre de 10 cm, faite en acier inoxydable amagnétique, qui nous a été prêtée par l'INM au moment de la thèse de R. Battesti. Cette enceinte est reliée à une pompe ionique de capacité de pompage de 25 litres/seconde incorporée dans un blindage magnétique en μ -métal pour s'affranchir du champ magnétique créé par la pompe¹. La pompe nous permet de maintenir dans l'enceinte un vide permanent inférieur à 10^{-9} mbar. Les six hublots de la cellule permettant de faire passer les faisceaux de piégeage dans les trois directions de l'espace sont traités anti-reflet à 780 nm pour éviter les pertes de puissance optique au passage dans la cellule. La source de rubidium² (solide), se trouve dans un queusot en verre séparé de la cellule par deux vannes ultra-vide permettant de recharger le queusot en rubidium sans risquer d'exposer la cellule à une remise à l'air. Nous ajustons la pression partielle en Rubidium dans l'enceinte en chauffant le queusot à l'aide d'un cordon chauffant enroulé autour de ce dernier et dont la température est contrôlée à l'aide d'un boîtier d'asservissement (HORST HT 30). La température typique de chauffage est de 35 degrés Celsius. Enfin, nous acheminons les atomes de Rubidium au centre de la cellule à l'intersection des six faisceaux lasers en les guidant thermiquement toujours à l'aide de cordons chauffant dont la température de chauffage est plus ou moins contrôlée à l'aide de Variac permettant ainsi de créer un gradient de température entre le queusot et l'enceinte.

4.1.2 Le champ magnétique

Gradient de champ magnétique

Le gradient de champ magnétique du piège est créé par deux bobines d'axe horizontal en configuration "anti-Helmholtz". Au voisinage du centre l'expression du champ magnétique quadrupolaire est :

$$\vec{\mathbf{B}} = b \left(z \vec{\mathbf{e}}_z - \frac{1}{2}x \vec{\mathbf{e}}_x - \frac{1}{2}y \vec{\mathbf{e}}_y \right) \quad (4.1)$$

où

$$b = 3\mu_0 NI \frac{da^2}{(a^2 + d^2)^{5/2}}$$

est le gradient de champ magnétique suivant l'axe des bobines.

N : nombre de spires

I : courant dans les bobines

a : rayon des bobines

$2d$: distance entre les centres des deux bobines

Application numérique :

Pour $N = 250$, $d = a = 6$ cm, $I = 4$ A, le gradient de champ magnétique du piège est de 18 G/cm.

¹Grâce au blindage, le champ créé par la pompe ionique est de l'ordre de 10^{-4} tesla.

²La proportion isotopique du ^{87}Rb est de 27,83%.

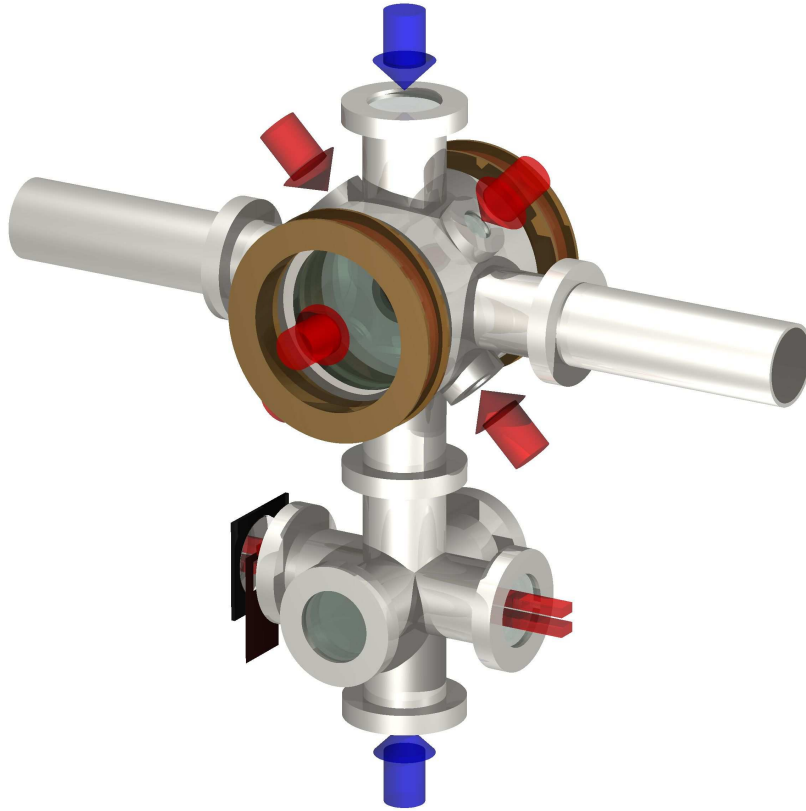


FIG. 4.1 – Schéma de l'enceinte à vide. Nous représentons également les faisceaux du piège, les deux nappes de lumière rectangulaires de la zone de détection et de façon également schématique, l'arrivée des faisceaux Raman/Bloch par les deux extrémités supérieures et inférieures.

Compensation des champs magnétiques résiduels

Il est important de compenser les champs magnétiques résiduels (instruments dans la salle, champ magnétique terrestre, champ résiduel de la pompe ionique...) dans le volume correspondant à l'intersection des 6 faisceaux lasers. En effet tout champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}_0$ parasite peut entraîner un déplacement du centre du piège en translatant la position du minimum du champ.

$$\vec{\mathbf{B}} = b \left(z + \frac{B_{0z}}{b} \right) \vec{\mathbf{e}}_z - \frac{b}{2} \left(x + \frac{B_{0x}}{b} \right) \vec{\mathbf{e}}_x - \frac{b}{2} \left(y + \frac{B_{0y}}{b} \right) \vec{\mathbf{e}}_y$$

Un tel déplacement, proportionnel au gradient de champ, a pour effet un mauvais chargement du PMO voire surtout une dérive de vitesse des atomes du piège, qui peut être néfaste lors d'une phase de mélasse optique comme celle que nous utilisons après la phase PMO. Notons

que la plus grande contribution au champ résiduel est le champ magnétique terrestre ($\simeq 0,5$ gauss). Afin de compenser l'ensemble des champs magnétiques résiduels nous utilisons trois paires de bobines disposées selon trois directions orthogonales en configuration Helmholtz. Le réglage du courant de compensation dans les bobines s'effectue soit en maximisant le signal de temps de vol, ou bien en regardant à l'aide d'une caméra l'explosion du piège après avoir coupé soudainement le champ magnétique. On essaye alors de rendre l'explosion la plus isotrope possible.

4.1.3 Les sources lasers

Nous travaillons sur la transition $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ de la raie D_2 de l'atome de Rubidium 87. La longueur d'onde associée à cette transition se situe dans le proche infra-rouge : $\lambda=780,2$ nm. A cette longueur d'onde il est possible d'utiliser différents lasers dont le comportement en puissance est variable, qu'il s'agisse de lasers solides comme le laser Ti-Sa ou de diodes lasers. Nous sommes restés dans la configuration initiale de montage du piège et utilisons des diodes lasers³. La configuration que nous avons adoptée pour générer les lasers du piège et une configuration dite "maître-esclave" qui consiste à injecter deux diodes de puissance ("esclaves") à l'aide d'une diode laser de faible puissance (laser maître). Une fois injectées, les diodes de puissance possèdent les mêmes caractéristiques de fréquence et de fluctuations phase que la diode maître.

Le laser maître

Pour un fonctionnement optimal du piège, il faut que la largeur spectrale des lasers que nous utilisons pour le refroidissement soit définie à mieux que la largeur naturelle de la raie Γ ⁴. Les diodes lasers ont l'inconvénient d'avoir une largeur spectrale souvent supérieure à 20 MHz. Afin de contourner cette limite et d'affiner la largeur spectrale des diodes nous utilisons des diodes lasers dites en cavité étendue (LCE). La technique consiste à rajouter une cavité laser en fermant une semi-cavité passive par un élément sélectif en longueur d'onde (un réseau de diffraction). Ainsi, la face arrière de la diode et le réseau de diffraction forment une seconde cavité. La largeur spectrale de la diode laser en cavité étendue $\delta\nu_{LCE}$ est directement reliée à la largeur spectrale de la diode $\delta\nu_d$ par la formule de Schawlow et Townes [43] :

$$\delta\nu_{LCE} = \left(\frac{nl_d}{l_{LCE}} \right)^2 \delta\nu_d$$

où n est l'indice de réfraction de la cavité interne de la diode⁵ et l_d et l_{LCE} les longueurs des cavités interne, et externe respectivement. En prolongeant la cavité par une cavité externe on

³Le nouveau dispositif expérimental qui est en train d'être mis en place utilisera un laser Ti-Sa.

⁴Pour la raie D_2 du ^{87}Rb on a $\Gamma/2\pi=5,89$ MHz.

⁵On fait varier l'indice de réfraction n , et donc la longueur d'onde du laser, en jouant sur le courant et donc la concentration de porteurs; on peut également jouer sur la température, ce qui modifie la taille de la cavité et donc la longueur d'onde.

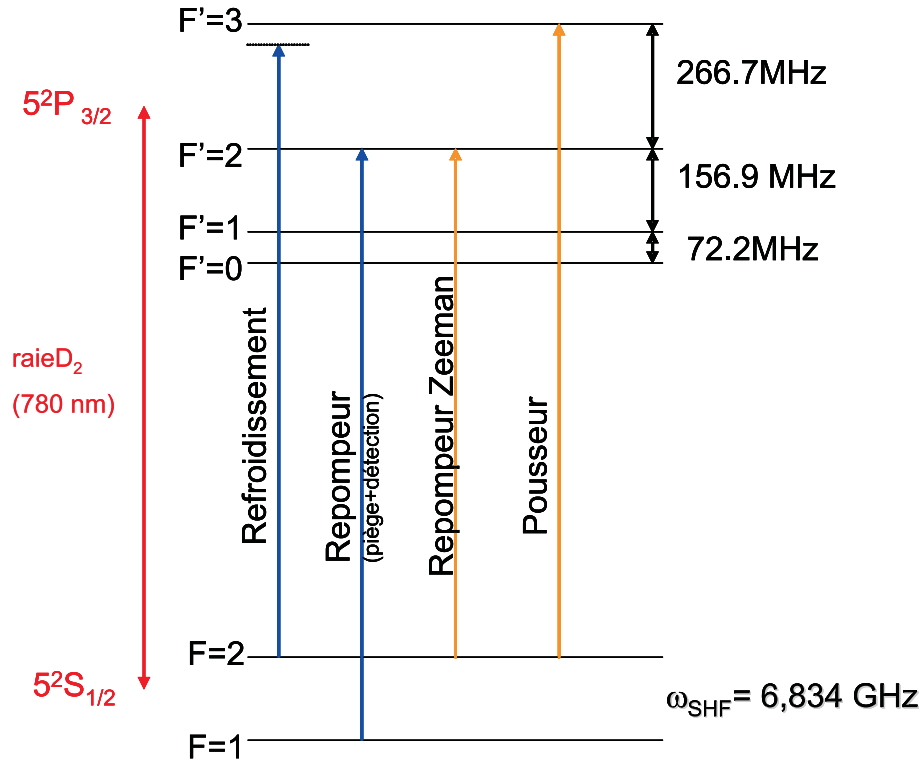


FIG. 4.2 – Niveaux d'énergie du ^{87}Rb utiles pour la manipulation des atomes froids.

réduit alors la largeur spectrale de la diode dans un facteur proportionnel à $1/l_{LCE}^2$. Pour le laser maître nous utilisons une diode Sanyo qui délivre typiquement une puissance laser d'une dizaine de mW pour un courant de pompe aux alentours de 80 mA. Nous affinons la largeur spectrale de la diode en ajoutant une cavité externe de longueur 7 cm fermée par un réseau de diffraction de type Jobin-Yvon de 1200 traits/mm et de taille ($25 \times 25 \text{ mm}^2$) fixé sur une cale piézo-électrique. La configuration utilisée est de type "Littrow" : l'ordre -1 du réseau de diffraction est renvoyé dans la diode alors que l'ordre 0 sert de couplage vers l'extérieur. La largeur spectrale de nos diodes en cavité étendue est inférieure au MHz. Nous contrôlons la fréquence d'émission de la diode en contrôlant le courant que nous injectons dans la diode (variation de l'indice de réfraction n_d) ainsi que sa température. La fréquence désirée est sélectionnée en ajustant l'angle d'incidence sur le réseau. Un réglage plus fin de la fréquence peut être obtenu en variant la longueur de la cavité à l'aide d'une cale piézoélectrique.

Nous asservissons la fréquence f_0 du laser maître à 175 MHz dans le rouge de la transition cyclante $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Un MAO (200 MHz) fonctionnant dans l'ordre (+1) nous permet d'asservir le laser sur le pic d'absorption saturée correspondant à la résonance de la transition. Une détection synchrone récupère le signal issu de la photodiode située après la cellule de Rubidium et nous fournit alors un signal d'erreur que nous utilisons pour asservir

le laser.

Bien que la largeur spectrale du laser soit satisfaisante, la puissance optique disponible (15 mW) en sortie de diode est bien trop faible pour espérer pouvoir injecter l'ensemble des 6 fibres optiques réalisant les 3 paires de faisceaux contra-propageants du PMO après passage dans toutes les optiques de la table du piège. Les faisceaux de piégeage ne proviennent donc pas de cette diode. La solution qui a été retenue initialement est donc d'amplifier ce faisceau tout en conservant sa largeur spectrale. Nous injectons donc le laser maître dans deux diodes de puissance ou diodes "esclaves".

Les laser esclaves

Nous utilisons deux lasers "esclaves" pour augmenter la puissance laser disponible avant le couplage dans les six fibres du piège. Les diodes esclaves sont des diodes Hitachi qui délivrent une puissance typique d'environ 50 mW à 80 mA de courant de pompe. Chacune de ces diodes esclaves est injectée en amenant le faisceau issu du laser maître à la fréquence f_0 par la deuxième voie du second cube de l'isolateur optique, de chacun des deux faisceaux intenses. On force alors le laser intense ("esclave") à émettre sur la fréquence asservie du laser maître à f_0 . Une fois l'injection effectuée, les deux faisceaux issus de chacune des diodes de puissance traversent chacun un MAO(80 MHz) en double passage et sont décalés de +160 MHz dans le bleu. Nous avons alors deux parties indépendantes en intensité pour le système optique. La nouvelle fréquence f'_0 du faisceau de refroidissement s'écrit $f'_0 = f_{2-3'} - 175 + 160$. Ainsi, avant le couplage dans les six fibres, la fréquence laser est désaccordée de 15 MHz dans le rouge de la transition cyclante, soit environ $-2,5\Gamma$. La puissance du laser de refroidissement à l'entrée de chaque fibre est d'environ 5 mW. Le couplage simple dans une fibre approche les 65% et la puissance disponible par faisceau de piégeage en sortie de fibre est donc de l'ordre de 3,25 mW ce qui correspond pour un faisceau de 13 mm de diamètre comme ceux utilisés pour le PMO, à une intensité de l'ordre de $2I_{sat}$ (où I_{sat} est l'intensité de saturation). Pratiquement nous alignons le piège en contrôlant la ré-injection deux à deux des paires de fibres contrapropageantes. Expérimentalement nous constatons que ce couplage varie d'un couple de fibre à l'autre. Le meilleur taux de couplage atteint les 25%, alors que les deux autres sont aux alentours de 13%. L'équilibrage du piège se fait en contrôlant la stabilité du piège en regardant la fluorescence du PMO à l'aide d'une caméra. Nous ajustons les puissances à l'entrée de chaque fibre à l'aide d'un système "cube/lame demi-onde" présent avant l'entrée des fibres.

Le laser repompeur

Le désaccord dans le rouge du laser de refroidissement sur la transition cyclante entraîne, d'après les règles de sélection, une probabilité non nulle d'excitation de $F = 2 \rightarrow F' = 2$. Dans ce cas, des atomes peuvent être dépompés vers le niveau $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$. Il faut donc ajouter un faisceau "repompeur". La fréquence de ce laser est accordée exactement sur la

transition $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$ vers $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ de façon à ramener les atomes dépompés vers le niveau $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$. Le laser est asservi sur une raie d'absorption saturée correspondant au cross-over ($F = 1 \rightarrow F' = 1, F = 1 \rightarrow F' = 2$). Un MAO(80 MHz) décale dans le bleu (ordre +1) de 78,45 MHz la fréquence du laser pour le ramener à résonance. Le système d'asservissement en fréquence est identique à celui utilisé pour le laser maître. Ce faisceau n'a pas besoin d'être très puissant. Il n'est couplé qu'à une seule paire de fibres du piège avec le laser de refroidissement.

Le laser repompeur est issu d'une diode laser en cavité étendue (LCE). Nous utilisons une diode Sanyo montée sur réseau comme pour le laser maître. Cette diode délivre une puissance de l'ordre de 10 mW pour un courant de pompe de l'ordre de 85 mA.

4.1.4 Mélasse optique

Notre source d'atomes froids est obtenue en deux étapes. Nous commençons par une phase PMO de durée 1,5 s durant laquelle nous piègeons les atomes. Puis nous appliquons pendant une durée de 23 ms une phase mélasse optique (3D) σ^+/σ^- (à champ magnétique nul) durant laquelle nous refroidissons d'avantage les atomes pour obtenir une température en fin de mélasse de l'ordre de 4 μ K. Cette séquence temporelle de piégeage et de phase mélasse est contrôlée par le logiciel Labview. Durant la phase mélasse, le gradient de champ magnétique du piège est coupé et le désaccord laser est augmenté. Pratiquement, la fréquence est décalée d'environ 74 MHz à l'aide d'une rampe de tension envoyée sur le VCO (Oscillateur contrôlé en tension) qui commande le MAO(200 MHz) de la diode maître. Par ailleurs, l'intensité laser est diminuée linéairement en agissant sur les MAO(80 MHz) en double passage après les diodes esclaves. Comme il n'est jamais possible d'éteindre complètement la lumière dans l'ordre 1 des MAO(80 MHz) nous utilisons des obturateurs mécaniques pour cacher complètement le faisceau après les 20 ms de rampe linéaire en intensité. L'instant de la coupure des faisceaux est critique pour la phase mélasse puisque si les faisceaux ne sont pas coupés en même temps il est possible de communiquer une vitesse aux atomes, qui entraînerait des pertes. Nous contrôlons donc sur un oscilloscope l'instant de la coupure des "clics" que nous programmons également à l'aide de Labview. Pour que la diode maître reste asservie durant la phase où l'on se désaccorde, on coupe l'asservissement de la diode et on décale sa fréquence à l'aide d'une rampe de tension envoyée directement sur l'entrée modulation du piézoélectrique. On rebranche ensuite l'asservissement.

Le repompeur Zeeman

A la fin de la phase de mélasse optique les atomes sont tous dans le sous niveau hyperfin $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ avec une polarisation aléatoire, c'est à dire équirépartis sur les cinq sous-niveaux $m_F = 2, 1, 0, -1, -2$. Afin de ne pas être sensible à l'effet Zeeman du premier ordre lors de l'ajout d'un champ magnétique directeur (voir transitions Raman), nous travaillons à $m_F = 0$. Si nous ne faisons rien, nous perdons immédiatement $\frac{4}{5}$ des atomes. Nous

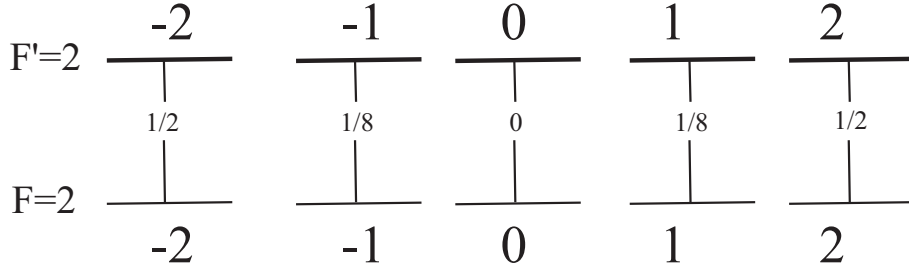


FIG. 4.3 – Pour un faisceau polarisé linéairement par rapport à l'axe de quantification (polarisation π) résonant sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$, l'état $|F = 2, m_F = 0\rangle$ est un état noir. Le coefficient de Clebsch-Gordon associé à la transition est nul. Au bout d'un grand nombre de cycles les atomes s'accumulent dans l'état de $m_F = 0$.

rajoutons donc un faisceau "repompeur Zeeman" pour augmenter le nombre d'atomes dans le sous-niveau $m_F = 0$. Le principe physique pour accumuler les atomes dans l'état $m_F = 0$ repose sur le pompage optique. Un faisceau laser résonant sur la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ et polarisé linéairement (polarisation π) par rapport à l'axe de quantification défini par le champ magnétique directeur aligné suivant la verticale de la cellule (Axe $0z$), vient pomper optiquement les atomes dans le niveau souhaité. Le faisceau est amené par une fibre optique à maintien de polarisation et pénètre suivant l'axe ($0y$) dans la cellule. Un système de "cube/lame $\lambda/2$ " permet de régler la polarisation du faisceau à l'entrée dans la cellule. Ce réglage est assez critique dans la mesure où la polarisation du faisceau doit être alignée sur le champ directeur. La puissance typique de sortie de fibre est de l'ordre de $400 \mu\text{W}$. L'intensité de ce faisceau est un paramètre critique, et la durée d'éclairement du faisceau est un paramètre que nous ajustons régulièrement (typiquement $40\mu\text{s}$). Un miroir placé de l'autre côté de la cellule permet de rétro-réfléchir le faisceau. Il est important de bien superposer le retour de ce faisceau puisqu'un mauvais alignement détruirait le nuage.

Contrôle de la fréquence du repompeur Zeeman

Le repompeur Zeeman est issu d'une diode de puissance esclave utilisée pour le PMO, et accordée sur la fréquence du laser maître 175 MHz dans le rouge de la résonance $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Ce faisceau est prélevé à l'aide d'une lame demi-onde et d'un cube séparateur de polarisation puis envoyé à travers un MAO(80 MHz) diffractant dans l'ordre -1 , dans le rouge, pour ramener la fréquence à résonance sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$. Ce MAO ne diffracte pas en permanence. Il est piloté par TTL et sert également pour un autre faisceau : le faisceau "pousseur".

4.2 Le banc Raman

Nous abordons maintenant le dispositif expérimental rattaché aux transitions Raman. Nous rappelons que nous effectuons ces transitions entre les deux niveaux hyperfins $|5S_{1/2}, F = 1 m_F = 0\rangle$ et $|5P_{3/2}, F = 2 m_F = 0\rangle$ de la transition horloge du Rubidium 87.

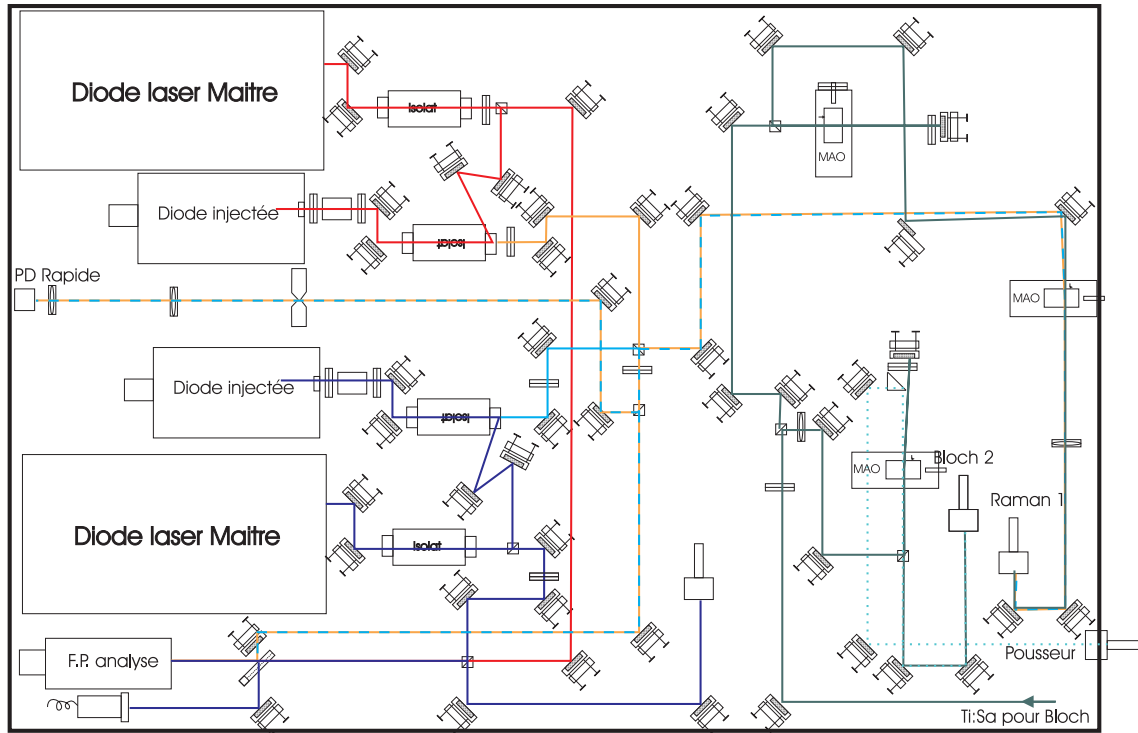


FIG. 4.4 – Schéma du banc Raman. Les faisceaux Raman sont issus de 2 diodes de puissances injectées, se superposent sur un cube, et sont acheminés vers une même fibre optique en passant par l'ordre -1 d'un MAO. La partie Bloch est également visible. Le faisceau Bloch issu du laser Ti-Sa est divisé en 2 parties sur un cube. Chaque bras passe par un MAO en double passage avant d'être acheminé vers une fibre optique à maintien de polarisation. C'est la même fibre optique qui est utilisée pour le faisceau Bloch montant et les faisceaux Raman. Nous avons rajouté sur ce schéma une modification récente apportée à l'expérience : le faisceau pousseur est acheminé vers la cellule via la fibre optique utilisée pour le faisceau Bloch descendant.

4.2.1 Les faisceaux Raman

Les faisceaux laser que nous utilisons pour faire les transitions Raman sont issus de deux diodes de puissance (Hitachi) injectées par deux diodes "maîtresses" dont la différence de

fréquence est asservie en phase à la fréquence horloge du ^{87}Rb (6,834682611 GHz). Nous reviendrons plus loin sur la technique utilisée pour l'asservissement en phase des faisceaux. Chacune des diodes injectées délivre une puissance typique de 50 mW pour un courant de pompe de l'ordre de 80 mA. Les faisceaux issus de chacune des diodes arrivent sur un cube séparateur de polarisation avec des polarisations croisées et sont combinés sur ce cube. Après ce cube, la majeure partie de la puissance est utilisée pour l'expérience tandis que le reste traverse une lame demi-onde suivi d'un nouveau cube séparateur de polarisation permettant d'envoyer les faisceaux soit vers une photodiode rapide (New Focus), permettant de faire le battement optique des deux lasers nécessaires pour l'asservissement en phase, soit vers un Fabry-Perot confocal d'analyse. Les faisceaux utilisés pour l'expérience traversent une cellule de Rb chauffée pour limiter l'émission spontanée des diodes lasers, puis traversent un MAO(80 MHz) fonctionnant dans l'ordre (-1) dont la RF est asservie en phase sur une référence de fréquence. Les deux faisceaux dont les polarisations sont orthogonales sont ensuite couplés dans une fibre (OZ optics) à maintien de polarisation. Lorsque le MAO est éteint les faisceaux Raman ne sont plus couplés dans la fibre et ils ne parviennent plus jusqu'aux atomes. Ainsi, le MAO(80 MHz) joue un rôle d'interrupteur. Nous verrons dans la partie "banc Bloch" que l'un des faisceaux Bloch passe dans l'ordre 0 du MAO durant l'expérience. La puissance laser à l'entrée de la fibre optique est typiquement de 43 mW pour les deux faisceaux alors que le couplage dans la fibre n'excède pas 60%. La puissance utile en sortie de fibre pour chaque faisceau Raman est de l'ordre de 13 mW et le diamètre des faisceaux après passage dans les collimateurs est de l'ordre de 4 mm.

Configuration contra-propagante

Afin de pouvoir effectuer les impulsions Raman $\pi/2$ sélectives en vitesse, il faut rétro-réfléchir un des faisceaux Raman. Les faisceaux Raman sortent de la fibre avec des polarisations orthogonales. Lorsqu'ils ont traversé la cellule, un miroir à 45° suivi d'un second miroir permet de rétro-réfléchir les deux faisceaux. En disposant un cube séparateur de polarisation entre la lame à 45° et le miroir on peut alors rétro-réfléchir seulement une des deux polarisations⁶. Ceci est illustré sur la figure (4.9)

Nous abordons maintenant la description du contrôle des fréquences des faisceaux et en particulier l'asservissement en phase.

4.2.2 Asservissement en phase

Dans le chapitre 2, nous avons montré qu'il fallait contrôler de façon très précise la différence de fréquence entre les deux lasers servant à faire les transitions Raman. Nous introduisons dans un premier temps le principe de l'asservissement en phase puis nous rappelons les éléments constitutifs de la chaîne RF que nous avons utilisée durant la première année de ma thèse. Nous présentons enfin les dernières modifications que nous avons apportées à cette

⁶Notre protocole expérimental nécessite de pouvoir inverser le sens des faisceaux. En intercalant une lame demi-onde avant d'injecter la fibre Raman, on peut sélectionner le faisceau Raman rétro-réfléchi.

chaîne durant les derniers mois. Une première diode laser (DLR2) est asservie sur le pic d'un Fabry-Perot en zérodur ultra-stable précisément calibré, à une longueur d'onde $\lambda = 779,395$ nm correspondant à un désaccord $\Delta = 310$ GHz dans le bleu par rapport à la résonance à un photon. La seconde diode laser (DLR1) est asservie en phase sur cette première diode. Le principe de l'asservissement en phase consiste à venir comparer la fréquence de battement aux alentours de 6,8 GHz des deux diodes laser à une référence de fréquence ultrastable provenant d'un quartz ultra-stable ou bien d'une référence de fréquence atomique (horloge à césium). En comparant en fréquence et en phase ces deux signaux, il est possible de générer un signal d'erreur venant rétro-agir sur la fréquence de la diode. Ainsi, la différence de fréquence entre les deux diodes est maintenue égale à la fréquence de référence à tout instant. Le schéma de principe est présenté sur la figure (4.5). Nous effectuons le battement optique entre les deux diodes lasers à 6,8 GHz. Ce signal de battement est ensuite détecté par une photodiode rapide New Focus (modèle 1437). On vient ensuite comparer ce battement à un signal de référence aux alentours 6,4 GHz synthétisé de façon à pouvoir balayer la fréquence de la transition Raman. Nous envoyons ensuite la référence de fréquence et le signal de battement optique détecté par la photodiode rapide NewFocus dans un mélangeur. Après le mélangeur nous filtrons la différence des fréquence aux alentours de 425 MHz à l'aide d'un filtre passe bande *K&L* accordable (250-500 MHz). Nous mélangeons enfin le signal à 425 MHz avec un troisième synthétiseur SRS DS345 à 25 MHz qui nous sert pour la rampe anti-g⁷ présentée au chapitre 2. Le signal est ensuite envoyé dans un comparateur numérique phase/fréquence à l'intérieur duquel il est divisé par quatre et comparé à la référence de fréquence à 100 MHz.

Le signal d'erreur issu du comparateur est ensuite renvoyé directement sur la diode DLR1 en agissant sur le courant, (corrections très rapides) puis en parallèle sur les entrées modulation en courant de la diode (corrections rapides) et sur la cale piézoélectrique sur laquelle est fixée le réseau de diffraction de la diode en cavité étendue (corrections lentes).

Chaîne RF de la boucle à verrouillage de phase

Nous présentons ci-après la chaîne RF utilisée lors de la mesure que nous avons effectuée en 2005.

La référence de fréquence est un signal à 100 MHz ultra-stable provenant de l'horloge atomique à césium du BNM-Syrté. Un quartz à 10 MHz stable à long terme est asservi en phase (après multiplication par 10) sur ce signal, et un quartz à 100 MHz stable à court terme (OCXO 8600) est asservi sur ce même quartz à 10 MHz. Afin d'obtenir la fréquence horloge (domaine du GHz), le signal à 100 MHz est amplifié et envoyé dans une diode à recouvrement rapide SRD (Step Recovery Diode) dont le but est de générer un peigne de fréquences

⁷Le SRS nous permet d'appliquer une rampe de fréquence linéaire en temps. Nous appliquons la même rampe à la sélection et à la mesure. La fréquence de cette rampe est programmée avec Labview par GPIB et vaut $2kg \times \text{Durée}$ où le paramètre "Durée" est rentré à la main. Lors de la reprogrammation du SRS (lors de l'inversion des faisceaux par exemple), nous commutons du SRS vers un générateur fixe à 25 MHz.

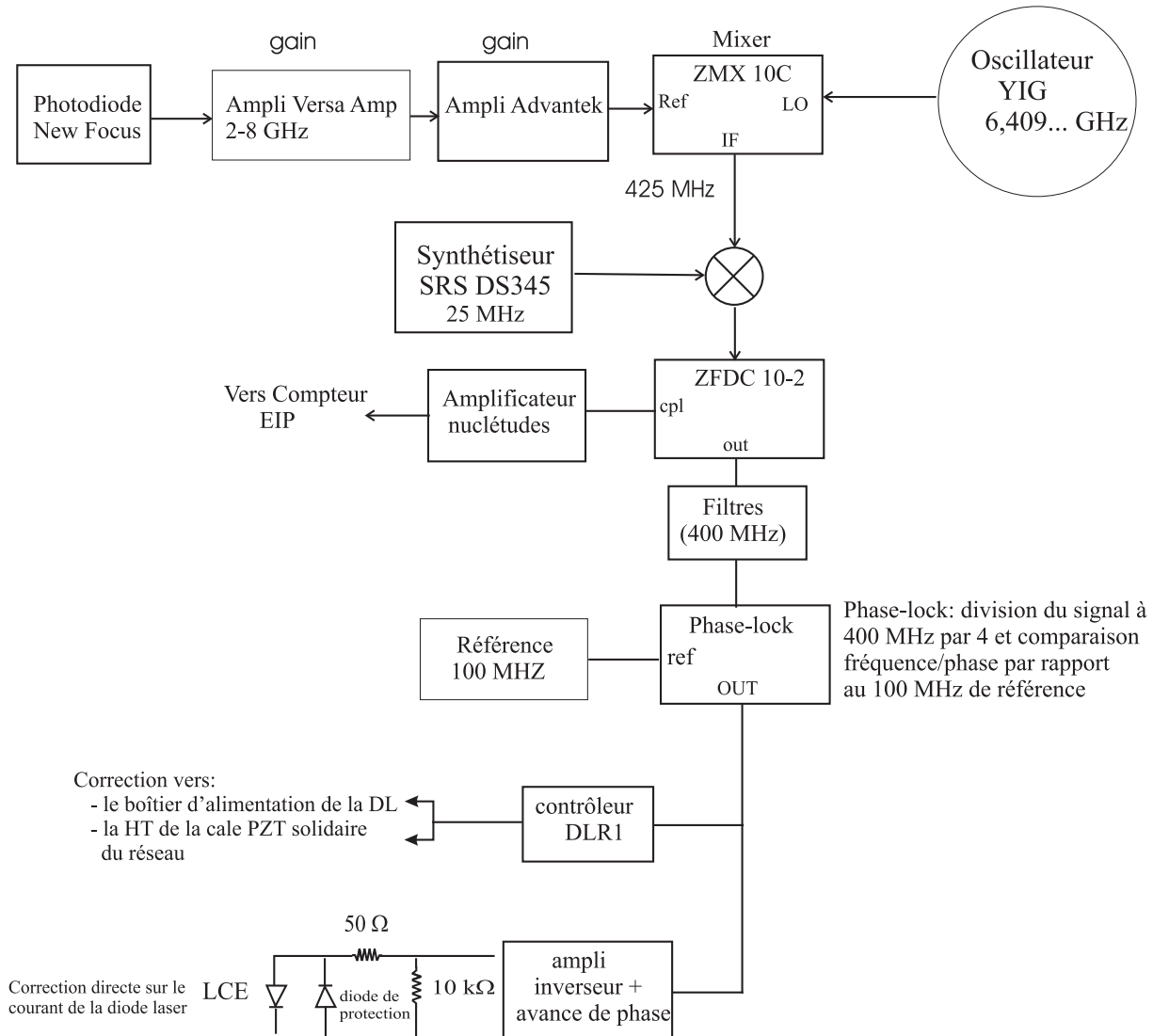


FIG. 4.5 – Schéma simplifié de l'asservissement en phase des faisceaux Raman.

allant jusqu'à 18 GHz. Après la SRD, un circuit adapte l'impédance, et un filtre YIG permet de récupérer la 62^{ème} harmonique du peigne (6,2 GHz). Des mélangeurs permettent d'y ajouter 194 MHz provenant d'un synthétiseur Marconi 2023 ainsi que 15 MHz provenant d'un synthétiseur SRS DS345. Le signal de référence généré à partir de la somme de toutes ces fréquences est à la fréquence 6,409682611 GHz. Un oscillateur YIG est ensuite comparé à cette référence de fréquence. L'oscillateur YIG remplit ici une fonction de filtre pour les éventuelles harmoniques générées lors du processus de multiplication non linéaire du signal à 100 MHz. Le signal provenant de cette comparaison est ensuite utilisé comme signal d'erreur

pour asservir l'oscillateur YIG. En pratique, il nous faut pouvoir sélectionner une distribution de vitesse à une fréquence de sélection δ_{sel} et mesurer la variation de vitesse acquise par les atomes à une fréquence de mesure δ_{mes} que l'on doit pouvoir balayer. Nous utilisons donc deux synthétiseurs SRS DS345 à 15 MHz commandés par GPIB à l'aide de Labview, que nous commutons à l'aide d'un signal TTL, et qui servent de synthétiseurs de sélection (à fréquence fixe) et de mesure à fréquence variable. Nous envoyons ensuite la référence de fréquence et le signal de battement optique détecté par la photodiode rapide NewFocus dans un mélangeur. Après le mélangeur nous filtrons la différence des fréquence aux alentours de 400 MHz à l'aide d'un filtre K&L accordable (250-500 MHz).

Lors de la mesure que nous avons effectué en 2005 le nombre d'oscillations de Bloch maximal que nous avons atteint était de 460 correspondant à une variation de fréquence entre la sélection et la mesure de l'ordre de 14 MHz. Les SRS DS345 que nous utilisions était centrés autour de 15 MHz avec une excursion en fréquence de ± 15 MHz autour de cette valeur. On constate alors rapidement que si l'on veut faire 500 oscillations de Bloch, les synthétiseurs ne nous le permettent pas. Nous avons donc modifié la chaîne de fréquence Raman afin de pouvoir réaliser plus d'oscillations.

Nouvelle chaîne de fréquence Raman

La nouvelle chaîne de fréquence Raman est conceptuellement plus simple (figure 4.6). L'oscillateur YIG est fixe à la fréquence de 5,5 GHz. Nous mélangeons cette fréquence de référence à deux synthétiseurs de type IFR 2023 (9 kHz \rightarrow 1,2 GHz) générant une fréquence de 434,682611 MHz. Le premier synthétiseur IFR1 nous sert pour la sélection à la fréquence δ_{sel} et le deuxième, IFR2, nous sert pour la mesure à la fréquence δ_{mes} . Nous commutons entre les deux synthétiseurs à l'aide d'un commutateur ZYSWA-2-50DR commandé par TTL.

Après le mélangeur, nous obtenons la fréquence somme aux alentours de 5,934 GHz. En sortie du mélangeur nous mixons le signal issu du battement optique à 6,834682611 entre les deux diodes avec le signal à 5,934682611 GHz. Un filtre accordable K&L nous permet de filtrer la différence des deux signaux à 900 MHz. La rampe anti-g est issue d'un SRS DS345 à 25 MHz. Le signal de ce synthétiseur est mélangé avec un synthétiseur Marconi 2023 de fréquence fixe égale à 475 MHz pour obtenir une fréquence somme de 500 MHz qui est filtré par un filtre passe bande accordable K&L (250-500 MHz). On mélange enfin les fréquences à 500 MHz et 900 MHz pour ne garder que la composante à 400 MHz qui après filtrage par un filtre K&L est directement envoyée au boîtier d'asservissement en phase dans lequel le signal est ramené à 100 MHz et comparé au 100 MHz de référence.

4.3 Contrôle de la fréquence optique des faisceaux Raman

La fréquence optique des faisceaux Raman est contrôlée et mesurée en permanence lors d'une mesure de h/m . La mesure précise de la fréquence nécessite l'emploi d'une cavité FP

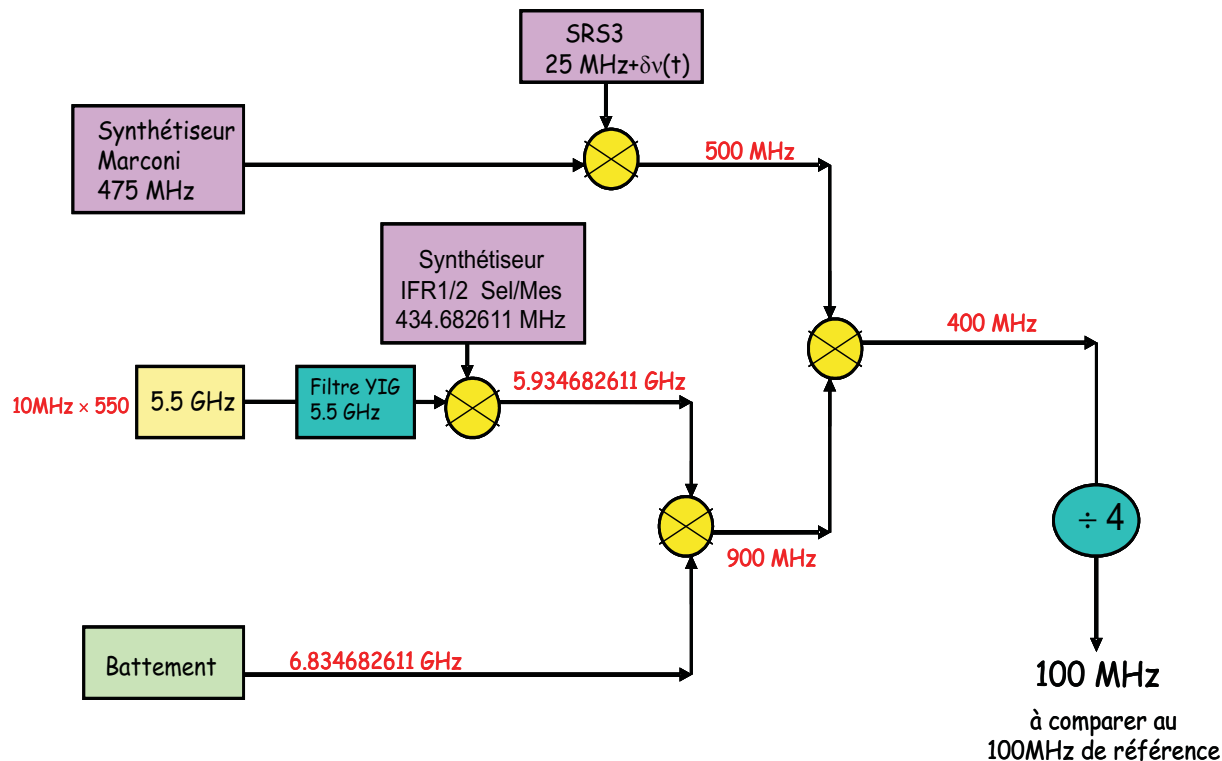


FIG. 4.6 – Schéma simplifié de la nouvelle chaîne de fréquence Raman.

ultra-stable de référence ainsi qu'un contrôle optimal de l'asservissement des lasers.

Asservissements

Le laser DLR1 est asservi en phase sur le laser DLR2 (voir plus haut).

Le laser DLR2 est asservi sur une cavité FP ultra-stable calibrée.

Principe de l'asservissement de DLR2

L'asservissement de la diode laser Raman2 sur la cavité se fait à l'aide d'un MAO(80 MHz) en double passage qui permet de faire une modulation à 100 kHz de la fréquence du faisceau laser envoyé sur le Fabry-Perot. Une fraction de la puissance du faisceau de la diode en cavité étendue destinée à injecter l'"esclave" Raman est prélevée pour injecter une fibre à maintien de polarisation et amener le faisceau jusqu'au MAO(80 MHz) diffractant le faisceau dans l'ordre (-1). Une modulation de fréquence à 100 kHz est envoyée sur l'entrée VTune du VCO (oscillateur contrôlé en tension). Nous contrôlons régulièrement la fréquence RF du MAO lors d'une phase de mesure, en envoyant la RF sur un compteur de type Agilent. Une photodiode disposée en sortie de la cavité FP nous donne le signal utile pour l'asservissement. Le signal de la photodiode est renvoyé sur une détection synchrone. Le signal d'erreur, démodulé, fourni

par la détection synchrone est renvoyé directement sur le boîtier d'asservissement de la diode au niveau de l'entrée modulation de courant (corrections rapides) et de la cale piézoélectrique (corrections lentes).

Améliorations

La modulation de fréquence imposée au MAO entraîne une modulation d'intensité du laser. Cette modulation d'intensité peut être néfaste lorsque l'on veut être asservi exactement au maximum d'un pic de la cavité Fabry-Perot. Nous générons donc, à partir du même signal RF à 100 kHz utilisé pour la modulation de fréquence, un signal en opposition de phase que l'on envoie directement sur l'entrée modulation d'amplitude du VCO. Pour cela, nous utilisons un déphaseur que nous mettons avant l'entrée du VCO. Pour contrôler que la modulation d'intensité est annulée, nous prélevons, à l'aide d'une lame semi, une partie du faisceau Raman que nous envoyons sur une photodiode. Le signal de la photodiode est renvoyé sur une détection synchrone SR810DSP. Nous annulons alors l'effet de la modulation en réglant le déphaseur et en contrôlant l'amplitude du signal détecté par la détection synchrone. Ce dispositif a contribué à réduire d'un facteur deux l'incertitude relative sur la mesure des fréquences lasers lors de notre dernière mesure.

Mesure de fréquence

Lorsque les lasers sont asservis, il faut mesurer leur fréquence. Nous mesurons la fréquence de DLR2, et nous en déduisons celle de DLR1.

Cavité Fabry-Perot stable

La cavité utilisée pour asservir les lasers est une cavité Fabry-Perot en zérodur de longueur 5 cm, constituée par un miroir plan et un miroir sphérique de rayon de courbure 60 cm et dont la réflectivité vaut 99% de 700 nm à 800 nm. La cavité est placée dans une enceinte à vide. Une pompe ionique permet d'y maintenir un vide permanent de 7×10^{-6} Pa. La calibration de cette cavité a été effectuée à plusieurs reprises de façon à déterminer de façon précise l'intervalle spectral libre ($ISL=c/2L$). La fréquence laser est directement reliée à la connaissance précise du numéro du pic N sur lequel il est asservi

$$\nu_{laser} = N \frac{c}{2L} \quad (4.2)$$

où L est la longueur de la cavité et c la vitesse de propagation de la lumière.

Pour déterminer précisément notre ISL nous avons utilisé deux méthodes.

Méthode 1 :

Nous disposons d'un peigne de fréquence optique (laser femtoseconde) asservi sur la référence de fréquence à 100 MHz provenant du SYRTE. En mesurant la fréquence d'un laser Ti-Sa asservi sur différents pics de la cavité il est possible de remonter à l'ISL de la cavité.

Pour déterminer précisément l'ISL la relation (4.2) n'est pas exacte. En effet, il faut tenir

compte du déphasage lié à la courbure des miroirs (déphasage de Fresnel) :

$$\phi_{Fresnel} = \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)}$$

ainsi que du déphasage dû aux couches diélectriques des miroirs dont on modélise en général l'effet par une longueur apparente L du Fabry-Perot.

$$L = L_0(1 + \alpha N)$$

où L_0 est la longueur du Fabry-Perot non corrigée et α la variation de L .

La fréquence du laser s'écrit :

$$\nu_{DLR2} = N \frac{c}{2L_0} (1 - \alpha N) + \frac{c}{2L_0} \phi_{Fresnel} \quad (4.3)$$

Pour un déphasage de Fresnel donné, nous avons déduit α des mesures de fréquence avec le laser femtoseconde, et sommes remontés à l'ISL.

Méthode 2 :

Une méthode différente consiste à réaliser le battement entre notre laser asservi sur un pic du FP et une source laser auxiliaire connue. C'est la technique que nous avons utilisée lors de la dernière année de ma thèse. Nous réalisons le battement entre le laser Raman asservi sur un pic du FP et le laser Ti-Sa de l'expérience hydrogène asservi sur une référence de fréquence optique (Rubidium deux photons). Nous connaissons très précisément l'ISL de la cavité utilisé pour asservir le laser Ti-Sa(H) de l'hydrogène. Cet ISL vaut 299,590 MHz. Nous mesurons alors le battement pour différentes excursions en fréquence du laser asservi sur la cavité stable. Lorsque l'on se déplace d'une centaine d'angström en longueur d'onde nous n'avons même pas besoin de tenir compte de α .

$$\nu_{DLR2} = \nu_{Ti-Sa(H)} \pm \nu_{bat} \quad (4.4)$$

En décalant notre laser d'un certain nombre de pics, on remonte à la valeur de l'ISL et donc à la fréquence ν_{DLR2} .

Dérive de la cavité stable

La cavité Fabry-Perot dérive dans le temps⁸. Il faut mesurer cette dérive durant la mesure de h/m . Nous mesurons donc en permanence la fréquence du battement entre le laser Raman asservi sur la cavité et le laser Ti-Sa(H). L'évolution du battement dans le temps nous donne accès à la correction en fréquence.

Le faisceau pousseur

Le faisceau "pousseur" intervient après la sélection de la distribution de vitesse initiale effectuée par la première paire d'impulsions $\pi/2$ Raman. Après la sélection en vitesse du niveau $F = 2$ vers le niveau $F = 1$, les atomes non sélectionnés doivent être éliminés.

⁸Il s'agit essentiellement d'une dérive thermique de l'ordre de 10^{-7} /degré qui est non négligeable et qu'il faut contrôler.

Fréquence du faisceau pousseur

Nous accordons un laser à résonance sur la transition cyclante $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Ce laser est issu de la même diode de puissance "esclave" émettant à la fréquence f_0 du laser maître du PMO. Un MAO(200 MHz) diffractant dans l'ordre +1 permet de ramener le laser à résonance.

Polarisation et orientation du faisceau pousseur

Le faisceau pousseur intervient après la sélection en vitesse. Il ne doit donc impérativement pas modifier la vitesse des atomes sélectionnés dans l'état $F = 1$. Par rapport à la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$, le faisceau est désaccordé de $\Delta \simeq 6,8$ GHz de la résonance à un photon. La force dominante pouvant s'exercer sur les atomes est une force dipolaire proportionnelle au gradient d'intensité du champ. Le déplacement lumineux à 1 photon engendré par le faisceau pousseur d'intensité I est :

$$\delta_{F=1}^{dl} = \frac{\Gamma^2}{8\omega_{SHF}} \frac{I}{I_{sat}}$$

On peut calculer l'accélération dipolaire a_{dip} :

$$\vec{a}_{dip} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{8} \frac{\hbar}{m} \frac{\Gamma^2}{\omega_{SHF}} \vec{\nabla} \left(\frac{I}{I_{sat}} \right)$$

Compte tenu de la puissance disponible (1,2 mW en sortie de fibre), mais seulement $50 \mu\text{W}$ ⁹ de puissance utile, la durée d'éclairement ne peut être inférieure à la milliseconde. La variation de vitesse sur cette échelle de temps n'est alors plus négligeable puisqu'elle est de l'ordre de $10^{-4} v_{rec}$ à comparer à la précision souhaitée sur le senseur inertielle qui est du même ordre de grandeur. Nous ne pouvons donc envoyer le faisceau pousseur suivant l'axe ($0y$). La direction de ce faisceau est donc verticale (voir figure 4.9). Ainsi, l'accélération est transverse et ne modifie pas la vitesse des atomes selon l'axe vertical de mesure. La polarisation du faisceau est choisie linéaire de sorte qu'il ne soit pas retro-réfléchi par le miroir Raman situé après le cube séparateur sur la partie supérieure de la cellule.

4.4 Le banc Bloch

Nous abordons ici les éléments du dispositif expérimental permettant de faire les oscillations de Bloch. Nous rappelons (voir chapitre 3) que pour réaliser les oscillations de Bloch nous devons disposer de deux lasers contrapropageants de polarisations linéaires parallèles, et dont on peut balayer linéairement la fréquence au cours du temps (réseau accéléré par rapport au référentiel du laboratoire).

⁹Le faisceau pousseur est réfléchi sur une lame dont le comportement en réflexion est faible dans ces conditions (1% en réflexion). Nous ne pouvons faire autrement puisque nous n'avons pas d'autre accès optique, et que sur la partie inférieure arrivent les deux faisceaux Raman et un faisceau Bloch en transmission (voir figure du dispositif expérimental). Une modification récente a été effectuée, puisque nous acheminons maintenant (voir figure (4.4)) le faisceau pousseur par la fibre du faisceau Bloch supérieur. La puissance du faisceau pousseur est de l'ordre de $400 \mu\text{W}$.

4.4.1 Le laser

La source laser que nous utilisons pour réaliser les oscillations de Bloch est un laser Ti-Sa construit suivant le modèle du laser à colorant développé par F.Biraben [44]. Lors des expériences de mesure de h/m réalisées en 2005 durant la première année de ma thèse, ce laser était pompé par un laser Néodyme-Yag doublé à 532 nm délivrant une puissance de 10 W (Millenia Spectra Physics). La puissance de sortie du laser était de l'ordre de 1,8 W à 780 nm. Pour la mesure réalisée en 2007 nous avons changé le laser de pompe et utilisons désormais un Nd-Yag (15 W) de la marque "Spectra Physics". Malheureusement le laser ne nous permet pas à l'heure actuelle de bénéficier des 15 W attendus¹⁰. Nous pompons donc notre laser à 13 W, et la puissance de sortie est de 2,3 W à 780 nm.

Le laser Ti-Sa étant sur une table optique séparée, il nous faut acheminer le laser par fibre optique jusqu'à la cellule. Nous procédons en deux étapes.

Etape 1

Le faisceau issu du laser Ti-Sa passe d'abord dans un isolateur optique (IO) puis est acheminé sur une seconde table optique, commune aux faisceaux Raman (voir figure (4.4)) à l'aide d'un système de miroirs. Dans notre précédent montage nous utilisons une fibre optique (OZ) à maintien de polarisation pour passer d'une table à l'autre mais nous avons supprimé cette fibre pour gagner de la puissance.

Etape 2

Le faisceau est ensuite divisé en deux parties à l'aide d'un système de cube séparateur de polarisation et d'une lame demi-onde, afin de créer les deux bras de l'onde stationnaire. La lame demi-onde permet de jouer le rôle de robinet pour équilibrer les puissances dans les deux voies. Chacun des deux faisceaux est ensuite envoyé dans deux MAO(80 MHz) indépendants en double passage¹¹ et injecté dans deux fibres (OZ) à maintien de polarisation. Une des deux fibres Bloch est commune aux faisceaux Raman (voir figure 4.4 et figure 4.9) et arrive en bas du dispositif expérimental. L'autre fibre arrive en haut du dispositif. La puissance à l'entrée de chaque fibre est de l'ordre de 240 mW. Après couplage dans la fibre nous obtenons environ 145 mW de puissance utile par faisceau Bloch.

Nous allons maintenant présenter la chaîne de fréquence que nous avons mise en place et qui nous a permis d'effectuer jusqu'à 900 oscillations de Bloch.

¹⁰Lorsque le laser est à 15 W nous observons qu'il devient bruyant en puissance et que ce bruit se transfère au laser Ti-Sa. Ce bruit est assez important pour faire sauter l'asservissement du laser sur la cavité ultra-stable. Par ailleurs nous avons observé que de l'infra rouge sortait du laser (qq%).

¹¹Des MAO en simple passage ne permettraient pas de faire l'expérience compte tenu du balayage en fréquence nécessaire pour Bloch. L'excursion en fréquence que nous appliquons lors de l'expérience est suffisante pour désaligner l'injection dans la fibre optique.

4.4.2 La chaîne de fréquence Bloch

Le laser Ti-Sa est asservi sur un pic du FP ultra-stable présenté dans la partie (banc Raman) désaccordé de 40 GHz de la résonance à un photon dans le bleu ($\lambda=779,943$ nm). Nous contrôlons la fréquence du laser avec le même système que celui mis en place pour DLR2. Un interrupteur mécanique nous permet d'envoyer le faisceau Raman ou bien le faisceau Bloch pour le battement avec le Ti-Sa(H).

Contrôle en fréquence des MAO

Afin de contrôler le balayage en fréquence des MAO nous utilisons un générateur de fonctions arbitraires. Il s'agit d'une carte PCI (National Instruments NI5411) enfichée sur l'ordinateur possédant un taux d'échantillonnage de 40×10^6 points/seconde, et que nous pouvons programmer pour délivrer un signal de forme arbitraire. Cette carte est utilisée pour fournir une rampe de fréquence centrée autour de 10 MHz. En notant $\delta\nu(t)$ le balayage en fréquence imposé autour de la porteuse, la fréquence délivrée par la carte s'écrit :

$$\delta\nu_{\text{NI5411}} = 10 \text{ MHz} + \delta\nu(t) \quad (4.5)$$

Afin de piloter les MAO nous avons besoin de générer du 80 MHz. Lors de la mesure réalisée en 2005, nous envoyions ce signal dans un doubleur puis nous le mélangions à deux porteuses issues de deux synthétiseurs à 60 MHz et 100 MHz respectivement. Nous obtenions bien deux rampes de fréquence opposées¹² pour chaque faisceau aux alentours de 80 MHz.

$$\delta\nu_{\text{MAO}} = 80 \text{ MHz} \pm 2\delta\nu(t) \quad (4.6)$$

Dans cette configuration le nombre d'oscillations de Bloch était limité compte tenu essentiellement de la bande passante des filtres utilisés pour la génération de cette RF à 80 MHz. Nous avons donc décidé de changer le dispositif et nous décrivons ci-après le dispositif mis en place.

La nouvelle chaîne Bloch est la suivante (figure (4.7)) Le signal à 10 MHz provenant de la carte (NI5411) est directement mélangé avec un synthétiseur à la fréquence 101,25 MHz. Ce signal à 111,25 MHz est filtré à l'aide d'un premier filtre accordable K&L, puis doublé pour obtenir une fréquence de 222,5 MHz. Après le doubleur nous divisons le signal afin de réaliser les deux bras (1) et (2) asymétriques en fréquence de l'onde stationnaire.

Bras(1)

Nous mélangeons le signal obtenu avec un synthétiseur délivrant une fréquence de 475 MHz et filtrons la différence à l'aide d'un second filtre accordable K&L (250-500 MHz) pour obtenir une fréquence de 252,5 MHz. Nous ramenons enfin la fréquence à 80 MHz- $2\delta\nu(t)$ en mélangeant le signal à 252,5 MHz avec un dernier synthétiseur à 172,5 MHz. Le signal est directement envoyé sur un diviseur qui distribue la fréquence sur deux commutateurs (ZYSWA) commandés par TTL. La fréquence est ensuite envoyée aux MAO.

¹²Pour une accélération vers le bas, le faisceau de plus grande fréquence est le faisceau du haut et $\delta\nu$ augmente en valeur absolue. Lors de la décélération $\delta\nu$ décroît en valeur absolue mais le faisceau du haut reste de plus grande fréquence.

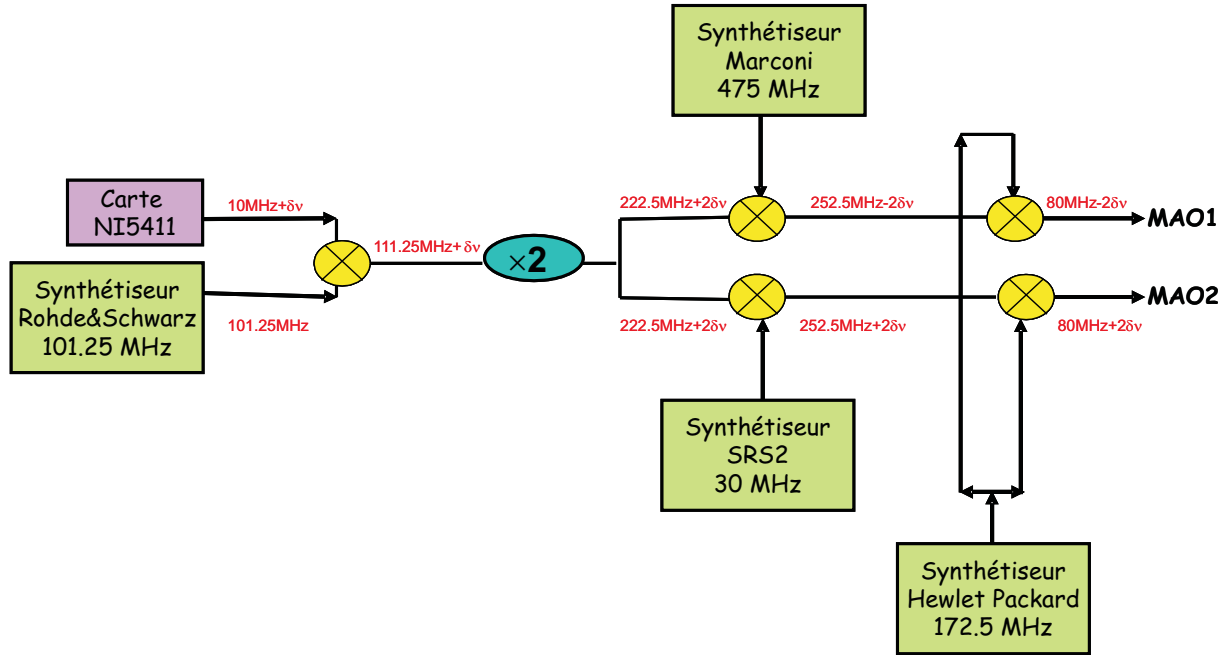


FIG. 4.7 – Schéma simplifié de la chaîne de fréquence Bloch. Nous n'avons pas représenté les 2 commutateurs permettant de choisir la direction (haut ou bas) de l'accélération.

Bras(2)

De ce côté, le signal à 252,5 MHz est obtenu en mélangeant le signal issu du doubleur à 222,5 MHz avec un synthétiseur à 30 MHz. Le signal est ensuite filtré par un filtre K&L(250-500MHz). La fréquence est redescendue à 80 MHz + 2 $\delta\nu(t)$ par mélange avec le même synthétiseur à 172,5 MHz. Le signal est partagé en deux, et renvoyé vers deux commutateurs (ZYSWA) commandés par TTL. En commandant par TTL les commutateurs nous décidons d'accélérer les atomes soit vers le haut soit vers le bas. C'est la variation de fréquence dans le temps entre les deux ondes laser qui fixe la vitesse du réseau optique par rapport au référentiel du laboratoire. La vitesse du réseau s'écrit :

$$v(t) = \pm 8 \frac{\delta\nu(t)}{2\hbar k_{Bloch}} \quad (4.7)$$

Le facteur 8 vient du fait que notre dispositif comprend, un doubleur de fréquence, deux MAO(80 MHz) en double passage et deux bras. En contrôlant exactement cette différence de fréquence, nous contrôlons le nombre de reculs transférés aux atomes.

Remarque

Lors d'une mesure d'effet Doppler il faut connaître les fréquences laser et donc les vecteurs d'onde. Comme nous balayons de manière symétrique les deux MAO(80 MHz), la somme des

vecteurs d'onde Bloch (en valeur absolue) reste constante durant le balayage¹³.

4.5 La détection

La détection est un élément clé de notre expérience. Nous rappelons que nous voulons accéder à la probabilité de transition après une séquence sélection-accélération-mesure. Après l'impulsion Ramsey de mesure, les atomes sont dans une superposition quantique des états hyperfins $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$ et $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$. Pour avoir accès à la proportion d'atomes dans chaque sous-niveau il faut projeter la fonction d'onde atomique sur l'état $F = 2$ ou bien sur l'état $F = 1$. Pour ce faire, nous utilisons la même technique que celle employée sur les horloges atomiques du SYRTE [45], qui repose sur une mesure de "temps de vol". Nous commençons par présenter le dispositif de détection que nous utilisons pour remonter au nombre d'atomes dans chaque sous-niveau, puis nous montrerons qu'il nous est possible à partir de cette technique de caractériser la température de notre échantillon d'atomes froids en fin de mélasse.

Les faisceaux sonde

Notre dispositif de détection est constitué de deux nappes de lumière horizontales situées environ 15 cm sous la zone de capture. La taille de chacune des nappes est de (10mm \times 5mm). Ces deux nappes sont formées à partir d'un même faisceau laser "sonde", accordé dans le rouge de la transition $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Un système "lame demi-onde/cube séparateur de polarisation" et miroir à 45°, permet d'obtenir deux nappes distinctes d'intensité égales (voir figure 4.8). Une lame quart d'onde polarise ensuite circulairement les deux nappes. Le faisceau sonde est issu d'une diode laser en cavité étendue, (diode Sanyo) délivrant une puissance de 15 mW à 85 mA de courant de pompe. Le laser est asservi sur une raie d'absorption saturée correspondant au cross-over ($F = 2 \rightarrow F' = 1/F = 2 \rightarrow F' = 3$), à 211,8 MHz dans le rouge de la transition cyclante. Un MAO (200 MHz) fonctionnant dans l'ordre (+1) redécalle dans le bleu de 207,8 MHz la fréquence du laser pour le ramener à environ $-\Gamma/2$ de la résonance. De façon à avoir accès au nombre d'atomes dans le niveau $F = 1$, on superpose à la nappe inférieure un faisceau repompeur accordé sur la transition $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Pour ce faire on prélève une partie du faisceau repompeur du piège qui est envoyée dans une fibre optique indépendante. Les atomes de la nappe inférieure sont donc d'abord repompés dans l'état $F = 2$, puis on détecte la fluorescence sur la transition cyclante.

La puissance du repompeur en sortie de fibre est typiquement de l'ordre de 60 μ W. La

¹³Ceci n'est pas le cas pour Raman. On se décale de plus de 15 MHz entre la sélection et la mesure et cela peut entraîner un biais sur la mesure de fréquence. En effet, une variation de 15 MHz de la fréquence Raman entraîne un effet de l'ordre de 5×10^{-8} . Nous verrons que notre protocole expérimental permet de compenser cet effet.

puissance de sortie doit être contrôlée pour qu'il n'y ait pas de diffusion trop importante sur les hublots de la cellule pouvant occasionner un repompage des atomes dans la première nappe. Il existe par ailleurs une atténuation de la RF envoyée sur le MAO du repompeur et pilotée par TTL, intervenant au moment de la détection. Si on se réfère à la figure (4.8) on peut voir qu'il y a quelques précisions à apporter au dispositif de détection. En effet, un miroir plan rétro-réfléchi les deux nappes de lumière de façon à créer une onde stationnaire. L'avantage immédiat d'une telle onde est de multiplier par deux le taux de fluorescence (ou la saturation), et de rester résonant avec les atomes durant le temps de passage dans la nappe¹⁴ les atomes absorbant a priori autant de photons de part et d'autre. Un cache poussoir est situé sur la partie inférieure de la nappe supérieure. Dans cette partie l'onde redevient progressive et pousse les atomes détectés par pression de radiation. Enfin, durant la phase de détection, on applique un champ magnétique directeur, qui du fait de la polarisation circulaire du champ dans les deux nappes permet de pomper optiquement les atomes de $F = 2$ $m_F = 2$ de façon à ce que les atomes ne puissent être dépompés dans l'état $F = 1$.

La lumière de fluorescence émise dans chaque zone de détection supérieure ou inférieure, est détectée à l'aide de deux photodiodes indépendantes de grande surface ($10 \times 10\text{mm}^2$) Hamamatsu S1337-1010BR. Le signal de fluorescence est ensuite numérisé à l'aide d'une carte analogique/numérique (National Instrument AT-MIO-16E2). Il est alors possible de traiter les signaux et de remonter au nombre d'atome N_2 ou N_1 dans chaque sous-niveau $F = 2$ et $F = 1$. Ce nombre d'atomes est proportionnel à l'aire des signaux enregistrés. On a

$$|\Psi\rangle = C_1 |F = 1\rangle + C_2 |F = 2\rangle$$

La probabilité d'être dans l'état $F = 2$ s'écrit :

$$P_2 = |C_2|^2 = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

L'avantage ici est que l'on normalise la probabilité de transition au nombre total d'atomes et on rejette les fluctuations du nombre d'atomes d'un coup à l'autre.

Le temps de vol

La technique de temps de vol permet de nous renseigner à la fois sur le nombre d'atomes dans chaque sous-niveau hyperfin ($F = 1$ ou $F = 2$) mais aussi sur la température des atomes en fin de phase mélasse en mesurant l'étalement spatial du nuage d'atomes pendant un vol libre dans le noir, à partir d'une simple mesure de fluorescence.

Caractérisation de la mélasse

En fin de phase mélasse les atomes sont tous dans le sous-niveau hyperfin $F = 2$. A un instant donné, nous coupons les faisceaux du piège et les atomes tombent librement sous l'effet

¹⁴Lors d'un passage dans une onde progressive, les atomes seraient poussés par pression de radiation et sortiraient de résonance du fait de l'accélération acquise.

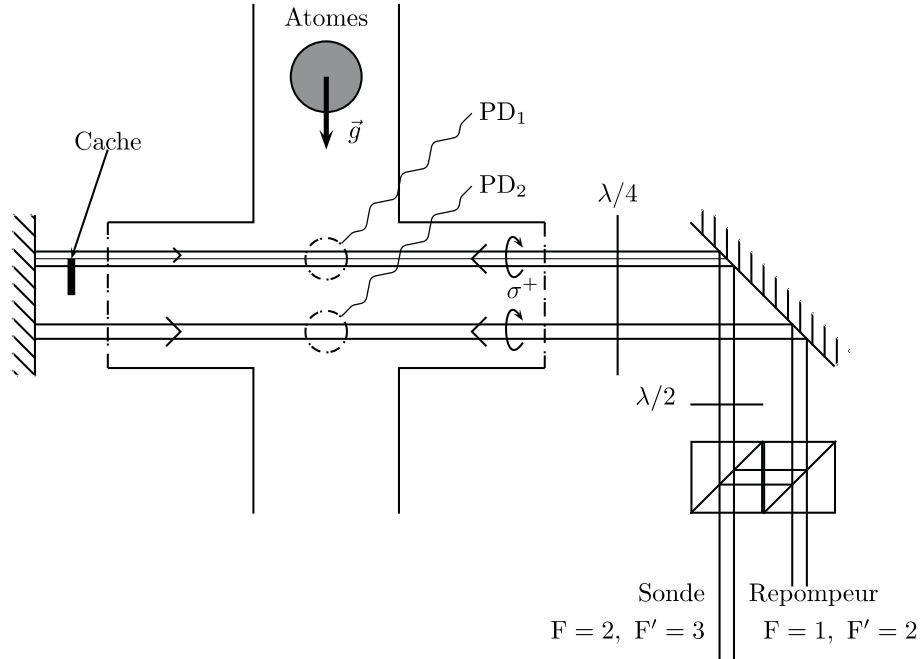


FIG. 4.8 – Schéma de la zone de détection par "temps de vol". Les atomes tombent sous l'effet de la gravité dans les deux nappes de lumière résonantes sur la transition cyclante $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Un faisceau repompeur est ajouté sur la seconde nappe pour détecter les atomes dans $F = 1$.

de la gravité. Notre zone de détection est située à une distance $h = 15$ cm sous la zone de capture. Le temps de chute moyen des atomes sous l'effet de la gravité est

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \simeq 170 \text{ ms}$$

On allume un peu avant ce temps t les faisceaux sonde pour détecter la fluorescence des atomes dans la première nappe. Nous visualisons la distribution des temps d'arrivée des atomes sur un oscilloscope (tension en fonction du temps). Dans l'hypothèse où les distributions initiales en positions et en vitesses sont gaussiennes, on a pour des temps de chute suffisamment longs une distribution gaussienne des temps d'arrivée. La largeur à $1/\sqrt{e}$ nous renseigne sur la dispersion σ_t du temps d'arrivée des atomes dans la nappe. On peut relier cette dispersion temporelle à la dispersion en vitesse et donc à la température de l'échantillon atomique en fin de mélasse.

$$\frac{1}{2}m(g\sigma_t)^2 = \frac{1}{2}k_B T$$

Nous mesurons typiquement une dispersion du temps d'arrivée σ_t de l'ordre de 2 ms. Cela correspond à une température de $4 \mu\text{K}$ ou encore une dispersion en vitesse $\sigma_{v_L} \simeq 3,5 v_{rec}$ dans

la direction verticale. L'amplitude du signal de temps de vol nous renseigne sur le nombre d'atomes. En exprimant le taux de fluorescence :

$$\Gamma_{fluo} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}$$

et en estimant le paramètre de saturation s on peut remonter à une calibration du nombre d'atomes en fonction de la tension mesurée, connaissant les caractéristiques de la photodiode de détection. Dans la zone de détection les atomes sont soumis à deux ondes lasers et on a :

$$\Gamma_{fluo} = \frac{\Gamma}{2} \frac{2s}{1+2s}$$

On peut calculer le paramètre de saturation s par la formule :

$$s = C^2 \times \frac{\Gamma^2}{4} \times \frac{I}{I_{sat}} \times \frac{1}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

où δ est le désaccord de la résonance à 1 photon, et Γ l'inverse de la durée de vie radiative de l'état excité. Le paramètre $C = \sqrt{3/2}$ est dû à la polarisation circulaire des lasers. On trouve $s \simeq 2$, ce qui donne :

$$\Gamma_{fluo} \simeq 1,22 \times 10^7 \text{ph} \cdot \text{at}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Compte tenu de la résistance de charge de la photodiode (1 G Ω), de l'angle solide de collection de la lumière, et du rendement quantique η de la photodiode on obtient une calibration de 20 μV / atome.

Nous avons effectué par ailleurs une mesure du nombre d'atomes par imagerie d'absorption.

Imagerie d'absorption

L'imagerie d'absorption consiste à envoyer un faisceau sonde accordé sur la résonance de la transition cyclante $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F'=3\rangle$ à travers la cellule, et à imager sur une caméra CCD, l'absorption du faisceau à son passage dans le nuage (l'effet d'ombre dû à l'absorption). On fait l'hypothèse d'une distribution gaussienne de la densité d'atomes par unité de volume :

$$n(x, y, z) = \frac{N_{at}}{(2\pi L^2)^{3/2}} e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2L^2}}$$

où L est le rayon du nuage.

A partir de la loi de Beer-Lambert on peut avoir accès à la densité optique $DO(x, y)$ du nuage dans le plan (x, y) orthogonal à la direction de propagation du faisceau sonde.

$$DO(x, y) = \ln \left(\frac{I_0(x, y)}{I(x, y)} \right) = \sigma_{abs} \int n(x, y, z) dz$$

où $I(x, y)$ correspond à l'image en présence du nuage et $I_0(x, y)$ correspond à l'image en l'absence de nuage, c'est-à-dire au profil d'intensité du faisceau sonde. La quantité σ_{abs} est la section efficace d'absorption qui, à résonance pour la transition considérée, s'écrit :

$$\sigma_{abs} = \frac{7}{10} \frac{\lambda^2}{\pi}$$

En intégrant la densité optique dans le plan (x,y) on peut remonter au nombre d'atomes N_{at} :

$$N_{at} = \frac{1}{\sigma_{abs}} \int \int \ln \left(\frac{I_0(x, y)}{I(x, y)} \right) dx dy$$

On trouve $N_{at} \simeq 3 \times 10^7$.

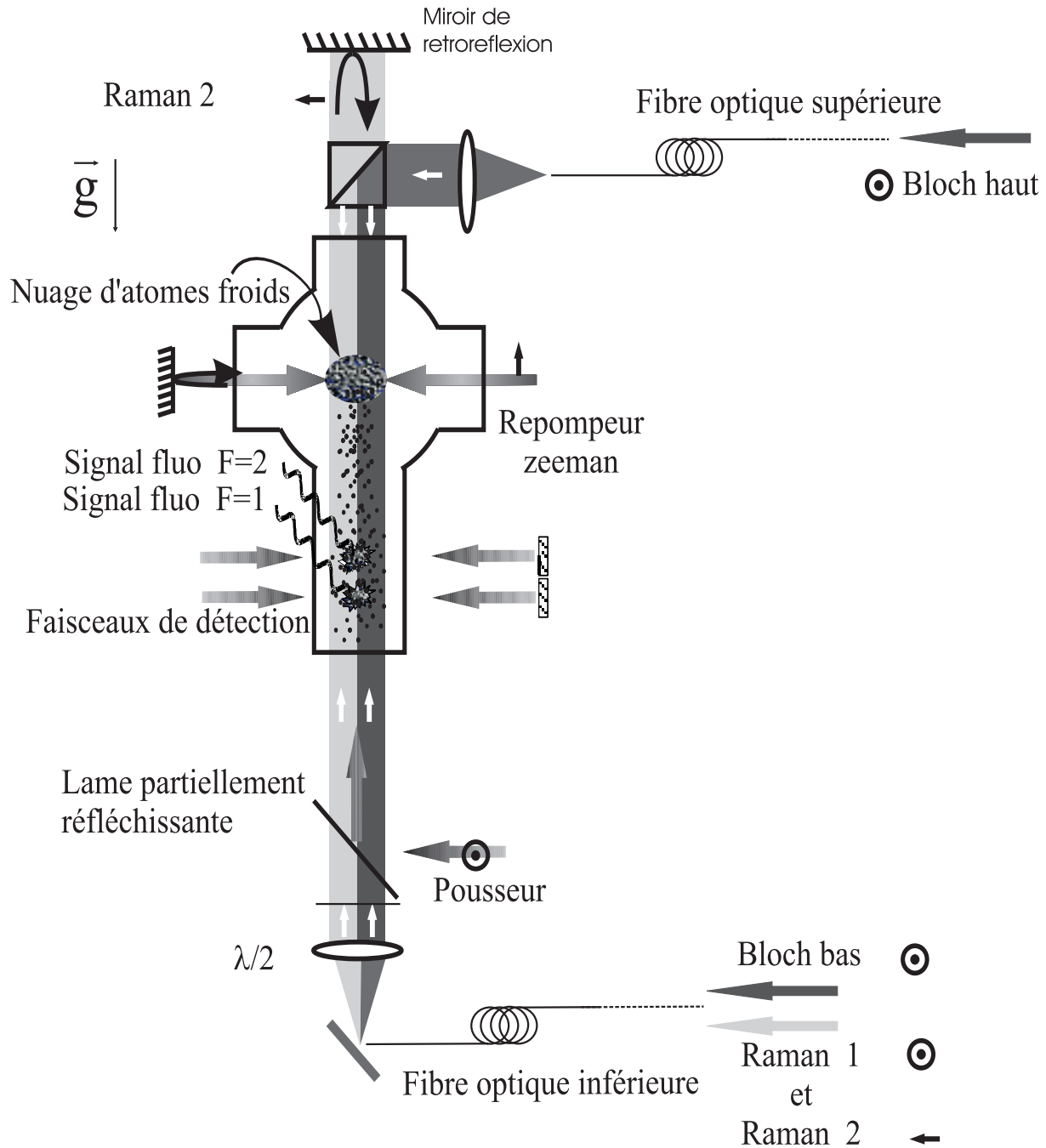


FIG. 4.9 – Schéma résumant le dispositif expérimental dans sa totalité. Les faisceaux Raman arrivent par la même fibre inférieure avec des polarisations orthogonales. Un des deux faisceaux Raman est rétro-réfléchi sur le miroir de rétro-réflexion situé au sommet de la cellule. Les faisceaux Bloch ont des polarisations parallèles. Le faisceau Bloch du bas arrive par la fibre optique Raman. Le faisceau Bloch du haut arrive par la fibre optique supérieure. Le faisceau pousseur est représenté tel qu'il était lors de notre première mesure. La zone de détection est située 15 cm sous la zone de capture.

Chapitre 5

Expérience et résultats

Dans ce chapitre, nous donnons les résultats importants obtenus durant ce travail de thèse. Dans une première partie nous décrivons de façon précise le protocole de mesure que nous utilisons pour mesurer le rapport h/m_{Rb} . La séquence temporelle précise de notre interféromètre à base d'oscillations de Bloch est présentée. Dans une seconde partie nous donnons le résultat majeur obtenu durant ce travail qui a permis de déterminer la constante de structure fine avec une incertitude statistique de 3,3 ppb. Enfin, nous présentons un dispositif dit "d'ascenseur à atomes" permettant d'accroître le nombre d'oscillations de Bloch a priori limité par la taille de la cellule actuelle.

5.1 Protocole de mesure

La mesure de h/m_{Rb} nécessite la mise en œuvre d'un protocole expérimental complexe du fait de contraintes à la fois géométriques mais aussi plus fondamentales.

5.1.1 Double accélération

Notre expérience fonctionne dans une configuration verticale ¹ dans une cellule dont nous rappelons que la taille est de l'ordre d'une dizaine de centimètres. La première contrainte expérimentale qui intervient est la taille de l'enceinte à vide qui limite le déplacement des atomes. Considérons une séquence typique d'accélération cohérente durant laquelle nous effectuons $N = 500$ oscillations de Bloch. Le déplacement des atomes correspondant à la vitesse des atomes durant le temps pendant lequel ils sont à cette vitesse est $2Nv_{\text{rec}} \times T$. Pour un temps typique $T = 10$ ms, le déplacement subi par les atomes est de l'ordre de 6 cm au moment de la mesure. La distance entre le centre du piège et le hublot supérieur de la cellule étant de 7 cm, les atomes de rubidium vont venir s'accumuler sur la fenêtre supérieure après

¹En configuration verticale le temps d'interaction atome/champ est augmenté puisque les atomes ne sortent pas des faisceaux du fait de la gravité comme ils pourraient le faire en configuration horizontale (voir thèse de R. Battesti).

la mesure². Si nous voulons conserver le même nombre d'oscillations, il faut donc essayer de ramener ces atomes à vitesse quasi-nulle avant la dernière paire d'impulsions de mesure de l'interféromètre. Il faut donc réduire l'amplitude de la trajectoire des atomes. Pour ce faire, nous utilisons un processus de double accélération. L'idée de cette technique est d'accélérer préalablement les atomes à l'aide d'oscillations de Bloch avant la première paire d'impulsions $\pi/2$ de sélection en vitesse. Pratiquement le réseau optique est branché de façon adiabatique après la phase de mélasse optique et on accélère les atomes qui sont dans l'état $F = 2$. Seuls les atomes dans la première zone de Brillouin sont accélérés et la sélection en vitesse s'effectue sur les atomes préalablement accélérés. La phase "utile" d'accélération entre la sélection et la mesure est en réalité une phase de décélération des atomes. On limite alors le mouvement des atomes.

5.1.2 Mesure différentielle

En configuration verticale, la variation de vitesse des atomes dépend aussi de l'accélération de la pesanteur g . La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$m\Delta v = mgT_{Raman} + 2Nv_{rec} \quad (5.1)$$

où Δv est la variation de vitesse des atomes entre la sélection et la mesure, N le nombre d'oscillations de Bloch, et T_{Raman} le temps entre la sélection et la mesure. D'après (5.1), on voit que la connaissance précise de la vitesse de recul nécessite de connaître précisément la variation de vitesse Δv que nous mesurons par effet Doppler mais également l'accélération de la pesanteur et le temps entre la sélection et la mesure. Afin de s'affranchir d'une mesure précise³ de g , ainsi que du temps, nous effectuons une mesure différentielle. Le principe de la mesure de la vitesse de recul consiste à réaliser l'expérience pour deux accélérations dans deux directions opposées⁴. La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$m\Delta v^{H/B} = mgT_{Raman} \pm 2N^{H/B}v_{rec} \quad (5.2)$$

où les indices H et B désignent la trajectoire du haut et celle du bas respectivement.

La vitesse de recul issue de la mesure différentielle s'écrit :

$$v_{rec} = \frac{\Delta v^H - \Delta v^B}{2(N^H + N^B)} \quad (5.3)$$

Cette mesure de vitesse est indépendante de l'accélération de la pesanteur g au premier ordre. Pour un même temps T_{Raman} entre les deux paires d'impulsion $\pi/2$ de sélection et de mesure de l'interféromètre, la dépendance temporelle s'élimine.

²Il n'est pas possible de freiner les atomes après la mesure car ils sont dans une superposition des états $F = 1$ et $F = 2$ avec une différence de vitesse de $2v_{rec}$ due aux transitions Raman. On ne peut charger les atomes dans la bande fondamentale et les freiner par oscillations de Bloch.

³Mesure à 10^{-7} .

⁴Nous effectuons une accélération vers le haut et une accélération vers le bas.

5.1.3 Inversion des faisceaux Raman

Il existe une technique astucieuse permettant de réduire les effets de déplacements de niveaux comme les déplacements lumineux ou encore l'effet Zeeman du second ordre. Cette technique originellement introduite par Steve Chu sur l'expérience de Stanford, consiste à inverser le sens des faisceaux Raman de l'interféromètre⁵. L'écart entre les deux niveaux $F = 2$ et $F = 1$ s'écrit en tenant compte d'un éventuel déplacement de niveau Δ :

$$E_{F=2} - E_{F=1} = \hbar(\omega_{SHF} + \Delta(z, t)) \quad (5.4)$$

où $\Delta(z, t)$ est un déplacement de niveau pouvant dépendre de la position et du temps.

La condition de résonance pour la transition Raman (donnée au chapitre 2) s'écrit en tenant compte d'un éventuel déplacement de niveau :

$$\delta^\pm = \pm(k_1 + k_2)(v_i \mp v_{rec}) + \Delta(z, t) \quad (5.5)$$

où δ^\pm est le désaccord dépendant du signe de l'effet Doppler à la sélection ou à la mesure, dû au sens des faisceaux Raman. On définit δ^I et δ^{II} comme la variation de fréquence entre la sélection et la mesure en fonction du sens des faisceaux Raman. Alors en prenant la demi différence entre ces deux quantités on a :

$$\frac{\delta^I - \delta^{II}}{2} = \frac{\Delta(z^I, t^I) - \Delta(z^{II}, t^{II})}{2} + (k_1 + k_2)\Delta v \quad (5.6)$$

Dans l'hypothèse où la mesure s'effectue au même endroit et que le champ magnétique varie de façon périodique avec la séquence sélection/mesure, on peut remonter à la mesure de la variation de vitesse :

$$\Delta v = \frac{\delta^I - \delta^{II}}{2(k_1 + k_2)} \quad (5.7)$$

Remarque : Nous verrons que l'inversion du sens des faisceaux ne suffit pas à compenser totalement l'effet de déplacement de niveau et donc l'erreur que nous pouvons faire sur la mesure de la variation de vitesse. En faisant la demi-somme $\frac{\delta^I + \delta^{II}}{2}$ il est possible de connaître l'effet non compensé de ces déplacements de niveau et de corriger la valeur brute de la vitesse mesurée (voir chapitre 6).

Conclusions sur le protocole expérimental

Afin de mesurer la vitesse de recul il nous faut pouvoir effectuer :

1/ Une **double accélération** de façon à réduire au maximum l'amplitude de la trajectoire atomique.

2/ Une **mesure différentielle** entre deux accélérations dans deux directions opposées de façon à s'affranchir d'une mesure de g .

⁵L'interféromètre de Stanford possède deux paires d'impulsion $\pi/2$ avec des vecteurs d'onde inversés caractéristiques d'une configuration Ramsey-Bordé asymétrique. Notre interféromètre est un interféromètre symétrique. On parle ici de l'inversion globale des quatre impulsions qui conserve la géométrie de notre interféromètre ainsi que celle du Ramsey-Bordé de l'équipe de Stanford.

3/ **Une moyenne sur les deux sens Raman** de la mesure de vitesse pour réduire les effets de déplacement de niveau. La mesure de h/m_{Rb} nécessite la réalisation de 4 spectres correspondant à 4 interféromètres différents. Les 4 interféromètres sont donnés sur la figure (5.1).

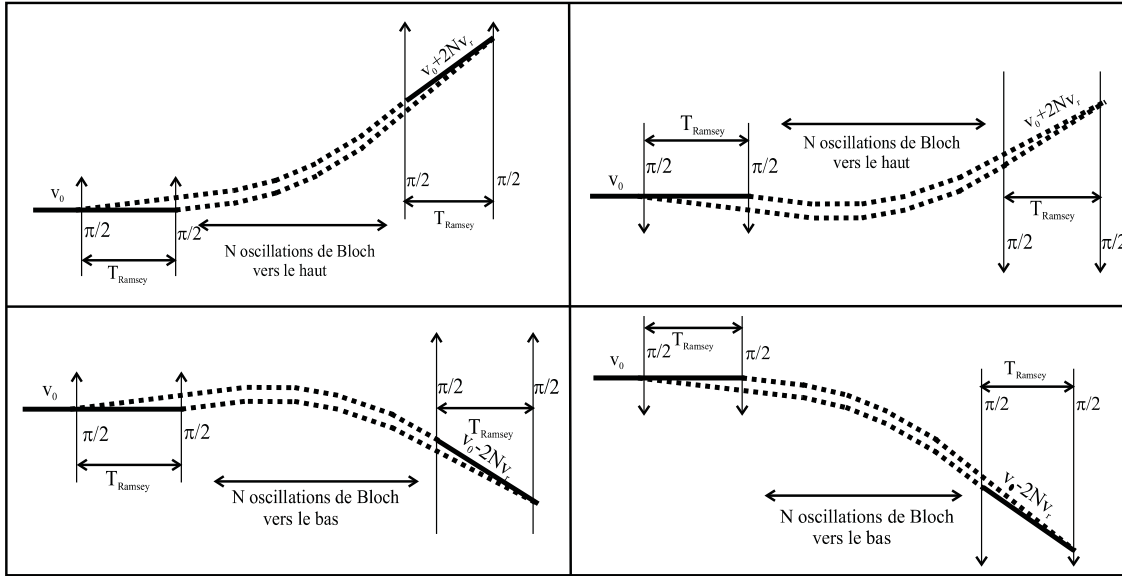


FIG. 5.1 – Schéma des 4 interféromètres nécessaires à la mesure de h/m_{Rb} . Les spectres du haut correspondent à l'accélération vers le haut pour chacun des sens Raman. Les deux interférogrammes du bas correspondent à l'accélération vers le bas pour les deux sens Raman.

5.2 Mesure de h/m_{Rb} et détermination de la constante de structure fine

5.2.1 Séquence temporelle

La séquence temporelle typique de l'expérience que nous avons réalisée est présentée sur la figure (5.2). Cette séquence comprend la production de la source d'atomes froids à partir du PMO (3D) et de la phase de mélasse optique. Les atomes sont ensuite préalablement accélérés à l'aide d'une première impulsion de Bloch. La première paire d'impulsions $\pi/2$ sélectionne un peigne de vitesse sub-recul. Les atomes sont ensuite décélérés à l'aide d'une seconde impulsion Bloch. Une seconde paire d'impulsions $\pi/2$ mesure la variation de vitesse des atomes. L'expérience est réitérée en balayant la fréquence de la seconde paire d'impulsions $\pi/2$ de façon à reconstruire la distribution de vitesse.

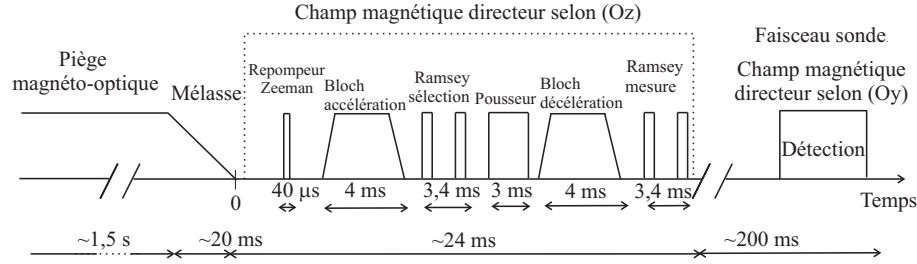


FIG. 5.2 – Séquence temporelle finale utilisée pour la mesure de h/m_{Rb} en configuration interférométrique. L'accélération préalable est effectuée juste avant la sélection du peigne de vitesse.

5.2.2 Paramètres expérimentaux

La mesure que nous avons effectuée durant la dernière année de ma thèse dans cette configuration interférométrique a été réalisée avec les paramètres suivants :

Faisceaux Raman :

Puissance en sortie de fibre : 13 mW par faisceau

Intensité laser : $I \simeq 207 \text{ mW/cm}^2$

Désaccord de la résonance à 1 photon : 310 GHz dans le bleu

Durée de l'impulsion $\pi/2$: 400 μs

Temps T_{Ramsey} entre les deux impulsions $\pi/2$: 2,6 ms

Temps entre la sélection et la mesure : 12 ms

Faisceaux Bloch

Puissance en sortie de fibre : 140 mW par faisceau

Intensité laser : $I \simeq 2230 \text{ mW/cm}^2$ ($I \simeq 890 I_{\text{sat}}$)

Désaccord de la résonance à 1 photon : $\Delta = 40 \text{ GHz}$ dans le bleu

Profondeur du potentiel : $U_0 \simeq 100 E_{\text{rec}}$

Durée totale Bloch = 4 ms pour chaque accélération (comprenant $2 \times 500 \mu\text{s}$ de montée et coupure adiabatique)

Nous donnons dans le tableau (5.1) la configuration expérimentale de la mesure⁶ pour chacun des 4 spectres correspondant aux différents interféromètres.

5.2.3 Résultats de la mesure interférométrique

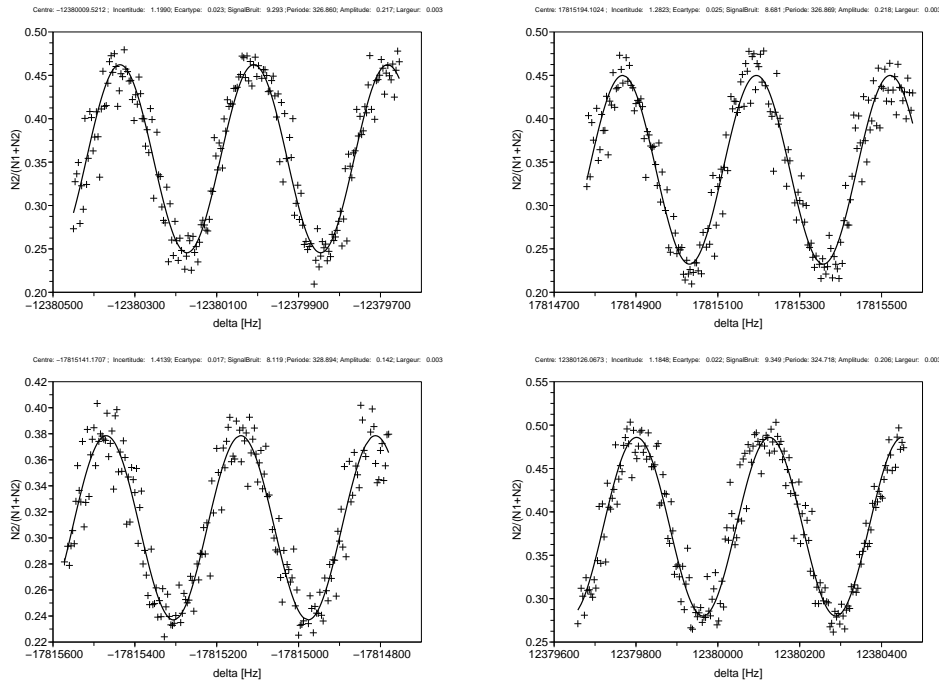
Nous présentons ci-après 4 spectres typiques obtenus lors de notre dernière mesure pour une configuration correspondant à 400 oscillations de Bloch pour l'accélération vers le haut

⁶Notre mesure comprend 125 points. Nous avons déterminé α pour différentes valeurs du nombre d'oscillations. Nous donnons ici la configuration la plus précise correspondant à une différence de transfert de 2000 reculs entre les deux bras.

configuration	spectre 0	spectre 1	spectre 2	spectre 3
N_A	400	-600	-600	400
N_R	-400	600	600	-400
Sens Raman	1	1	-1	-1
Fréquence sélection (Hz)	11736235	-18459936	18429719	-11766452
Fréquence mesure (Hz)	-644195	-644195	613978	613978

TAB. 5.1 – Configuration expérimentale utilisée lors de la réalisation de 4 spectres avec 400 oscillations de Bloch vers le haut et 600 oscillations de Bloch vers le bas. Chaque colonne correspond à un des 4 spectres. N_A et N_R correspondent au nombre d'oscillations à l'aller et au retour respectivement.

et 600 oscillations de Bloch pour l'accélération vers le bas.



Les spectres ci-dessus sont obtenus dans les 4 configurations possibles de l'interféromètre (accélération vers le haut, vers le bas et inversion de tous les faisceaux Raman de l'interféromètre). Nous ajustons la courbe expérimentale par une sinusoïde. Chaque spectre comprend 200 points et l'ensemble des spectres est obtenu en 24 minutes d'enregistrement. En ordonnée se trouve la proportion d'atomes ayant effectué la transition après la seconde paire d'impulsions $\pi/2$, et en abscisse la différence de fréquence entre la mesure et la sélection. L'incertitude sur la fréquence centrale est de 1,26 Hz en moyenne. L'incertitude relative sur α obtenue pour ces 4 spectres est de 3×10^{-8} .

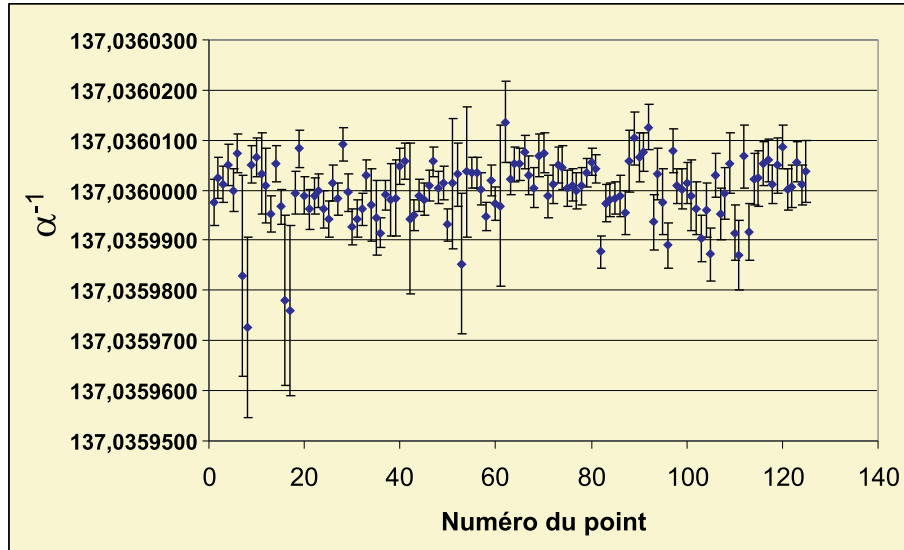


FIG. 5.3 – 125 points de mesure obtenus durant une semaine d’enregistrement. Le nombre N d’oscillations de Bloch a varié de 200 à 1200.

Notre mesure comprend 125 points présentés sur la figure 5.3. Ces 125 points ont été obtenus durant une semaine d’enregistrement essentiellement durant la nuit (18h-6h du matin) d’une part pour pallier d’éventuelles perturbations liées à l’environnement urbain, et d’autre part du fait des travaux actuellement en cours à Jussieu qui ne permettaient pas d’avoir un environnement de travail stable sur plusieurs heures en pleine journée (coupure d’eau, coupure d’air comprimé, coupure électrique, nuisances sonores...). L’ensemble des 125 points de mesures présentés correspondent à différentes configurations du nombre d’oscillations de Bloch pour l’accélération vers le haut et vers le bas. Le nombre d’oscillations de Bloch "haut+bas"⁷ a varié de $N = 200$ à $N = 1100$. En faisant varier le nombre d’oscillations nous avons pu en même temps que nous faisons la mesure, obtenir des informations sur le champ magnétique dans l’enceinte (voir chapitre 6), permettant de corriger l’effet Zeeman du second ordre auquel nous sommes sensibles. Nous avons également pu vérifier qu’il n’y avait pas un éventuel effet de déphasage dépendant du nombre d’oscillations. Le traitement statistique de ces 125 points de mesure nous a permis de mesurer h/m_{Rb} avec une incertitude statistique de 6,6 ppb.

Le χ^2/n associé aux 125 points vaut 1,53. La valeur de α^{-1} issue de la moyenne pondérée des 125 points de mesure est :

$$\alpha^{-1} = 137,03600002(45)[3, 3 \times 10^{-9}] \quad (5.8)$$

où le terme entre crochets est l’incertitude relative statistique des 125 points de mesure, corrigée du χ^2 .

⁷Il s’agit d’une mesure différentielle entre l’accélération vers le haut et celle vers le bas.

5.2.4 Traitement des données

Dans cette partie nous expliquons comment nous obtenons la valeur de h/m_{Rb} à partir de nos mesures de fréquences (mesures d'effet Doppler et mesures des longueurs d'onde des lasers).

Vitesse des atomes à la sélection et à la mesure

Nous effectuons des transitions Raman sélectives en vitesse entre les deux sous-niveaux hyperfins $|F = 2\rangle$ et $|F = 1\rangle$ de l'état fondamental de l'atome de Rubidium. Nous noterons $E_{12}(i)$ la différence d'énergie entre ces deux niveaux à la position i de l'atome. On donne k_1 et k_2 les vecteurs d'onde Ramsey.

Vitesse de sélection

La vitesse des atomes à la sélection v_{sel} est donnée par la conservation de l'énergie et de l'impulsion (voir chapitre 2) .

$$v_{sel} = \frac{\delta_{sel}}{k_2 - k_1} + \frac{\hbar(k_2 - k_1)}{2m} \quad (5.9)$$

où $\delta_{sel} = \omega_2 - \omega_1 + E_{12}(i)$

Cette vitesse est donnée approximativement par l'accélération préalable donnée aux atomes. Elle vaut typiquement de l'ordre de 1000 fois la vitesse de recul, soit environ $\pm 6\text{m/s}$ dans nos expériences en fonction du sens de l'accélération.

Vitesse après la mesure

La vitesse des atomes à la mesure dépend du nombre d'oscillations de Bloch (N) entre la sélection et la mesure. Notons qu'entre la sélection et la mesure les oscillations de Bloch ralentissent les atomes (décélération). Après N oscillations de Bloch, la vitesse des atomes est :

$$v_{sel} + \epsilon \frac{2N\hbar k_B}{m} \quad (5.10)$$

où $\epsilon = \pm 1^8$ en fonction du sens de l'accélération, et k_B est le vecteur d'onde Bloch. Nous n'avons pas pris en compte la variation de vitesse due à la gravité, car dans la mesure différentielle le terme dépendant de g s'élimine.

Après la paire d'impulsions de mesure, la vitesse de l'atome est v_f . Pour la mesure, les fréquences et les vecteurs d'onde des faisceaux Raman sont modifiés par rapport à la sélection

⁸ $\epsilon=+1$ sur la trajectoire du bas, (on décélère les atomes vers le haut) et -1 sur la trajectoire du haut puisqu'on décélère les atomes vers le bas.

et deviennent ω'_1 , ω'_2 , k'_1 et k'_2 . La conservation de l'impulsion lors de la deuxième paire d'impulsions $\pi/2$ de mesure s'écrit en tenant compte des variations des vecteurs d'ondes et des fréquences :

$$v_{sel} + \epsilon \frac{2N\hbar k_B}{m} = v_f - \frac{\hbar(k'_1 - k'_2)}{m} \quad (5.11)$$

La conservation de l'énergie s'écrit :

$$E_1 + \hbar(\omega'_1 - \omega'_2) + \frac{m}{2} \left(v_{sel} + \epsilon \frac{2N\hbar k_B}{m} \right)^2 = E_2 + \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (5.12)$$

On donne figure (5.4) une représentation de la trajectoire du haut (H). A partir de la conser-



FIG. 5.4 – Trajectoire des atomes préalablement accélérés vers le haut. Les points A et B correspondent à la position des atomes à la sélection et à la mesure respectivement.

vation de l'énergie et de l'impulsion données ci-dessus, en exprimant v_f en fonction de v_{sel} et en remplaçant v_{sel} par son expression en fonction de δ_{sel} , on peut écrire la condition de résonance au point B :

$$\delta_{mes} - \delta_{sel} \frac{k'_2 - k'_1}{k_2 - k_1} + \epsilon \frac{2N\hbar k_B}{m} (k'_1 - k'_2) + \frac{\hbar}{2m} (k'_1 - k'_2) (k'_1 - k'_2 + k_2 - k_1) = 0 \quad (5.13)$$

où $\delta_{mes} = \frac{E_{21}(B)}{\hbar} + (\omega'_2 - \omega'_1)$.

Mesure différentielle

Afin de s'affranchir d'une détermination de g dans la mesure, nous effectuons une mesure différentielle pour deux sens de l'accélération. On représente sur la figure (5.5) les deux trajectoires où les points C et D correspondent à la position des atomes à la sélection et à la mesure respectivement, pour la trajectoire du bas (B). En mettant un exposant (H) pour la trajectoire du haut et un exposant (B) pour celle du bas on obtient pour \hbar/m :

$$\frac{\delta_{mes}^H(B) - \delta_{mes}^B(D) - \delta_{sel}^H(A) \frac{k_2^{H'} - k_1^{H'}}{k_2^H - k_1^H} + \delta_{sel}^B(C) \frac{k_2^{B'} - k_1^{B'}}{k_2^B - k_1^B}}{2Nk_B(k_1^{H'} - k_2^{H'} + k_1^{B'} - k_2^{B'}) + \frac{1}{2} ((k_1^{B'} - k_2^{B'})(k_1^{B'} - k_2^{B'} + k_2^B - k_1^B) - (k_1^{H'} - k_2^{H'})(k_1^{H'} - k_2^{H'} + k_2^H - k_1^H))} \quad (5.14)$$

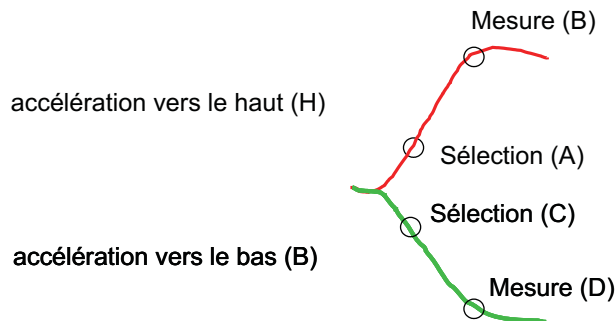


FIG. 5.5 – Schéma des trajectoires du haut et du bas. On déduit \hbar/m_{RB} d'une mesure différentielle entre ces deux trajectoires correspondant à l'accélération vers le haut, (et vers le bas).

Moyenne sur les sens Raman Notre mesure est une mesure différentielle moyennée sur les deux sens Raman (I) et (II).

$$\frac{\hbar}{m} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{m}(I) + \frac{\hbar}{m}(II) \right) \quad (5.15)$$

Ordre de grandeur et formule simplifiée

Nous regardons ici l'effet des variations des vecteurs d'onde. On s'intéresse au numérateur de l'équation (5.14). Pour la mesure, $\delta_{mes}^H(B)$ et $\delta_{mes}^B(D)$ sont proches de 0. En effet, à la mesure les atomes ne vont pas vite puisqu'on les a fortement décélérés.

Considérons maintenant les termes dépendant du désaccord à la sélection δ_{sel} :

On se place dans le cas où k_1 monte et k_2 descend⁹. Dans ce cas, pour la trajectoire du haut, $k_1 - k_2$ est positif, $\delta_{sel}^H(A)$ est de l'ordre de -12 MHz. Pour la trajectoire du bas, pour un même sens des faisceaux Raman, l'effet Doppler change de signe et $\delta_{sel}^B(C)$ est positif et de l'ordre de 18 MHz lorsque l'on effectue 600 oscillations de Bloch. En première approximation les vecteurs d'onde au moment de la mesure sont sensiblement les mêmes ($k_1^{H'} \simeq k_1^{B'}$ et $k_2^{H'} \simeq k_2^{B'}$) du fait de la vitesse faible des atomes. Cela n'est pas le cas à la sélection. Dans le cas où k_1 monte, pour la trajectoire du haut k_1^H est augmenté en valeur relative d'environ 12 MHz/385 THz soit environ $3,1 \times 10^{-8}$. La contribution de $\delta_{sel}^H(A)$ est réduite d'environ $1,5 \times 10^{-8}$. Pour la trajectoire du bas, $\delta_{sel}^B(C)$ est positif et k_1^B est réduit de 18MHz/385 THz soit environ $4,7 \times 10^{-8}$ c'est-à-dire que la contribution est augmentée d'environ $2,3 \times 10^{-8}$. Comme les deux contributions de $\delta_{sel}^H(A)$ et $\delta_{sel}^B(C)$ s'ajoutent, nous obtenons un effet de l'ordre de $0,8 \times 10^{-8}$ qui est non négligeable¹⁰. Pour le dénominateur, on fait l'hypothèse

⁹Il s'agit de ce que nous appelons le sens (-1) pour les faisceaux dans notre expérience. Nous rappelons qu'à la sélection l'atome passe de $F = 2$ à $F = 1$ en absorbant un premier photon dans l'onde k_2 et que le signe du vecteur d'onde effectif à la sélection est donné par le sens de k_2 .

¹⁰Il y aurait compensation si le même nombre d'oscillations était effectué sur les deux trajectoires.

que les vecteurs d'onde lors de la mesure sont les mêmes ($k_2^{H'} \simeq k_2^{B'} \simeq k_2'$ et $k_1^{H'} \simeq k_1^{B'} \simeq k_1'$). Le dénominateur devient :

$$4Nk_B (k_1' - k_2') + \frac{1}{2} (k_1' - k_2') = (k_1' - k_2') \left((4Nk_B) + \frac{1}{2} (k_1^H - k_1^B) \right) \quad (5.16)$$

Dans le membre de droite, l'effet dû à la différence entre k_1^H et k_1^B est de l'ordre de $3,8 \times 10^{-8}/4N$ soit environ $1,9 \times 10^{-11}$. Compte tenu de cette différence négligeable, on peut faire l'hypothèse que tous les vecteurs d'onde sont égaux et utiliser la formule simplifiée :

$$\frac{\hbar}{m} = \frac{\delta_{mes}^H(B) - \delta_{mes}^B(D) - \delta_{sel}^H(A) + \delta_{sel}^B(C)}{4Nk_B(k_1 - k_2)} \quad (5.17)$$

Notons que lorsque l'on fait la moyenne sur les deux sens des faisceaux, l'approximation de l'équation (5.14) par l'équation (5.17) devient très bonne, car les termes négligés dans l'équation (5.17) se compensent pour les deux sens des faisceaux Raman.

C'est à partir des équations (5.14) et (5.15) que nous avons déterminé la valeur de \hbar/m_{RB} donnée au paragraphe précédent. On remonte ensuite à la constante de structure fine par l'équation :

$$\alpha = \sqrt{2 \frac{R_\infty}{c} \frac{A_r(X)}{A_r(e)} \frac{\hbar}{m_X}} \quad (5.18)$$

où R_∞ et les masses atomiques relatives sont données au chapitre 6.

5.3 Ascenseur à atomes

La principale limitation de notre expérience à l'heure actuelle est la taille de la cellule à l'intérieur de laquelle nous effectuons l'accélération des atomes. Nous rappelons que la sensibilité de notre expérience est inversement proportionnelle au nombre d'oscillations de Bloch que nous sommes capables d'effectuer entre la sélection et la mesure. Dans une configuration interférométrique de l'expérience, on peut penser à augmenter la sensibilité de la mesure en augmentant la durée T_{Ramsey} entre chaque impulsion $\pi/2$ ¹¹. Cependant, nous avons vu dans le chapitre 2 qu'il n'était pas possible d'augmenter ce temps de façon importante (typique 5 ms) du fait du bruit de vibration. Par ailleurs, nous rappelons que nous accélérons énormément les atomes avant la sélection, on ne peut donc attendre un temps trop important avant de décélérer les atomes si on ne veut pas qu'ils collisionnent avec les hublots de la cellule. Compte tenu des limites atteintes, nous avons mis en place une technique permettant de presque doubler le nombre d'oscillations bien qu'étant contraints par les dimensions de l'enceinte. Cette technique que nous avons appelé "ascenseur à atomes"¹² repose sur la grande efficacité des oscillations de Bloch.

¹¹Notons que dans l'expérience de Stanford la sensibilité est essentiellement due à la durée T_{Ramsey} entre les impulsions $\pi/2$ qui est de 120 ms.

¹²Technique inspirée par E. de Mirandes.

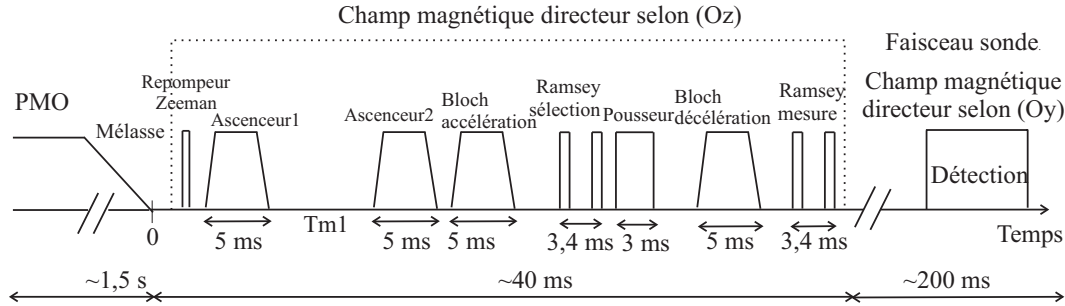


FIG. 5.6 – Séquence temporelle typique de l'ascenseur à atomes en configuration interférométrique. Le temps mort (T_{m1}), vaut typiquement une dizaine de millisecondes.

Principe de l'ascenseur

Le principe de l'ascenseur consiste à utiliser le réseau optique comme un ascenseur d'atomes au sein de la cellule. Ainsi, il est possible d'amener les atomes aux extrémités de l'enceinte à vide, et de commencer l'expérience une fois les atomes en haut, ou en bas de la cellule. La distance sur laquelle on peut alors accélérer puis décélérer les atomes est maximale et on peut donc espérer augmenter le nombre d'oscillations. De plus, nous n'avons pas besoin d'un contrôle du champ magnétique sur une distance plus importante, puisque les atomes explorent la même région de l'espace que dans la configuration "standard".

Séquence temporelle

La figure (5.6) représente la séquence temporelle typique que nous utilisons pour la réalisation de cette expérience. A l'issue de la phase de mélasse, le réseau optique est branché de façon adiabatique, et l'on effectue $N1$ oscillations de Bloch (vers le haut ou vers le bas) en 5 ms¹³. Les atomes évoluent ensuite librement durant un premier temps mort $TM1$ qui varie suivant le nombre d'oscillations $N1$ effectuées. C'est durant ce temps que les atomes se déplacent dans la cellule d'une quantité $2N1v_{rec} \times TM1$. On rebranche ensuite le réseau de façon à décélérer les atomes en effectuant $N2$ oscillations de Bloch. La décélération s'effectue en 5 ms. On attend un second temps mort $TM2$, de l'ordre de 500 μs cette fois-ci, et l'on effectue l'accélération préalable pour l'expérience¹⁴. Le schéma expérimental est ensuite équivalent à ce que nous avons pu effectuer lors de la mesure présentée juste avant. Nous avons cependant utilisé des durées d'accélération préalables et de décélération de 4 ms.

¹³Ce temps comprend le branchement et la coupure adiabatique ($2 \times 500 \mu s$) et 4 ms d'accélération.

¹⁴Nous avons essayé de ne pas débrancher le réseau et d'accélérer immédiatement les atomes mais cela ne fonctionnait pas du tout.

Réalisation expérimentale

Nous avons réalisé l'expérience en effectuant 300 oscillations de Bloch pour amener les atomes en haut ou en bas de la cellule, et 800 oscillations de Bloch pour l'accélération préalable et la décélération. Dans cette configuration il nous a été impossible d'obtenir des franges d'interférences même s'il existe un signal lorsque l'on regarde les atomes transférés après les 800 oscillations. Nous avons interprété cela comme un effet dû aux collisions avec les atomes du piège. En effet, une fois les atomes en bas de la cellule nous devons leur faire subir l'accélération préalable. Durant cette accélération préalable vers le haut¹⁵, les atomes se déplacent, et collisionnent avec les atomes du PMO qui sont encore dans la région centrale de l'enceinte. Pour remédier à ce problème nous avons donc ajouté un second faisceau pousseur, mais cette fois-ci horizontal, pour éliminer les atomes du piège non sélectionnés par la première impulsion Bloch. Pratiquement, ce faisceau pousseur est prélevé à l'aide d'une lame partiellement réfléchissante sur le faisceau sonde de la détection. Ainsi, il est résonant sur la transition cyclante $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ et une simple commande TTL appliquée sur le VCO du MAO de la sonde permet d'envoyer une impulsion lumineuse à l'instant voulu, c'est-à-dire entre les deux premières impulsions Bloch. Ainsi, les atomes sont poussés par pression de radiation. Afin de vérifier le bon fonctionnement de l'ascenseur à atomes nous avons procédé en deux étapes. Dans un premier temps nous avons voulu vérifier que nous amenions bien les atomes aux extrémités de la cellule (en haut ou en bas), puis dans un second temps nous avons réalisé l'expérience dans sa totalité.

Pour vérifier si nous déplaçons bien les atomes lors des deux premières phases Bloch que nous appelons "Ascenseur1" et "Ascenseur2" sur la figure 5.6 de la séquence temporelle, nous avons effectué l'expérience en cachant les faisceaux Raman de sélection et de mesure ainsi que le faisceau "Pousseur".

Nous regardons la proportion d'atomes dans l'état $F = 2$ par temps de vol.

Nous donnons figure 5.7 le résultat obtenu lorsque l'on amène les atomes en bas de la cellule. Pour ces expériences l'intensité laser du faisceau sonde est atténuée de façon à ne pas saturer le temps de vol des atomes du piège, et ainsi pouvoir avoir accès à la proportion relative d'atomes du piège pris par les deux premières impulsions de Bloch.

On constate que les atomes qui participent à l'ascenseur arrivent avant les atomes du piège. Le trou dans la distribution de vitesse du piège correspond aux atomes sélectionnés par la première impulsion Bloch. Cette largeur en vitesse est de l'ordre de $2v_{rec}$.

Nous avons ensuite réalisé l'expérience dans sa totalité c'est-à-dire que nous avons réalisé les quatre impulsions de Bloch de la séquence temporelle de la figure (5.6). Le résultat des temps de vol est donné sur la figure (5.8). On constate que lorsque l'on repart vers le haut en faisant 800 oscillations, on réduit presque complètement l'amplitude du pic correspondant aux deux premières impulsions de Bloch. En comparant les hauteurs des temps de vol sur les figures et en prenant le temps de vol du PMO comme référence on trouve un facteur d'atténuation

¹⁵Pour des atomes en bas de la cellule après les deux premières impulsions de Bloch

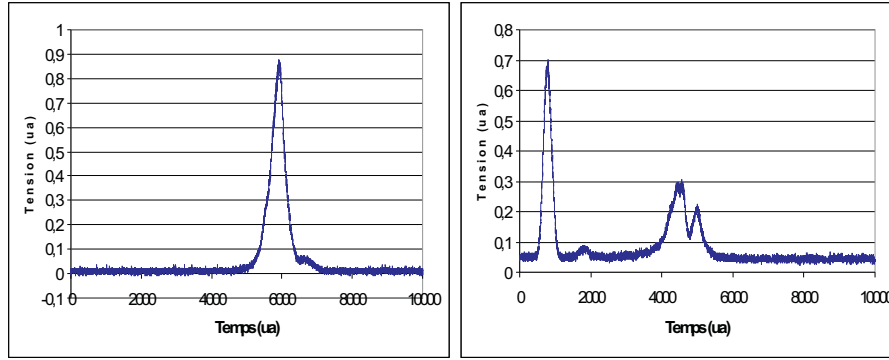


FIG. 5.7 – Figure de gauche : Temps de vol réalisé avec la sonde atténuée sans oscillations de Bloch. Figure de droite : Temps de vol après les deux premières impulsions de Bloch. Environ la moitié des atomes du piège sont transférés vers le bas.

d'environ 9. Le pic correspondant aux atomes accélérés après les 800 oscillations est très petit. Ceci est en partie dû au mauvais calcul des fréquences programmées pour Bloch qui tiennent compte des deux impulsions de reculs dues aux transitions Raman. En ne tenant pas compte du recul dû aux transitions Raman et en mettant le faisceau pousseur, on obtient le temps de vol de la figure (5.9). Notons qu'en présence du faisceau pousseur horizontal et des faisceaux Raman nous obtenons des franges d'interférences.

Commentaire

Le résultat de la figure (5.9) nous confirme que nous ne sommes pas nécessairement adiabatiques lors du branchement du réseau optique puisque lorsque l'on garde les deux reculs nous avons toujours un signal, ce qui ne devrait pas être le cas si nous n'avions des atomes que dans la bande fondamentale.

Efficacité Bloch

On peut déduire de la comparaison entre les différents temps de vol l'efficacité Bloch par oscillation en prenant comme référence pour le nombre d'atomes initial le temps de vol de la figure (5.7) de droite. Pour 800 oscillations vers le haut correspondant en fait à 1600 oscillations de Bloch¹⁶ on récupère environ 19% des atomes. Cela correspond à une efficacité sur une oscillation de Bloch de 99,896%.

Mesure de h/m_{RB}

Nous avons voulu effectuer une mesure de h/m_{RB} avec cette technique d'ascenseur à atomes pour $N=800$ oscillations de Bloch. Nous donnons dans le tableau 5.2 la configuration expérimentale utilisée pour tester l'ascenseur pour une mesure de α . Les paramètres expérimentaux lors de la réalisation de l'expérience sont donnés ci-après :

¹⁶Il faut tenir compte de l'aller-retour.

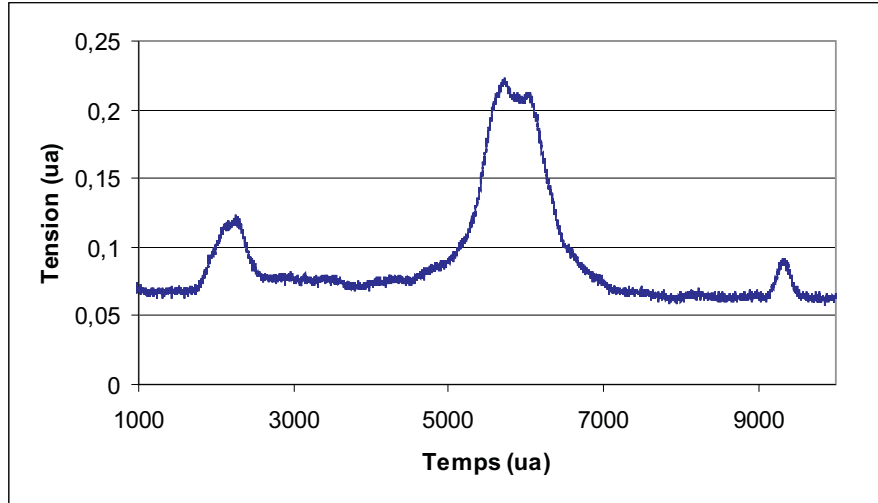


FIG. 5.8 – Temps de vol obtenu avec les 4 impulsions Bloch de l'expérience correspondant à 300 oscillations de Bloch pour amener les atomes en bas de la cellule, puis 800 oscillations de Bloch (Aller-Retour) pour l'expérience. Le pic dû aux deux premières impulsions est réduit de près d'un facteur 9.

Faisceaux Raman :

Puissance en sortie de fibre : 13 mW par faisceau

Intensité laser : $I \simeq 207 \text{ mW/cm}^2$

Désaccord de la résonance à 1 photon : 310 GHz dans le bleu

Durée de l'impulsion $\pi/2$: 400 μs

Temps T_{Ramsey} entre les deux impulsions $\pi/2$: 2,6 ms

Temps entre la sélection et la mesure : 13 ms

Faisceaux Bloch

Puissance en sortie de fibre : 140 mW par faisceau

Intensité laser : $I \simeq 2228 \text{ mW/cm}^2$ ($I \simeq 891 I_{\text{sat}}$)

Désaccord de la résonance à 1 photon : $\Delta = 52 \text{ GHz}$ dans le bleu

Profondeur du potentiel : $U_0 \simeq 100 E_R$

$TM1 = 12 \text{ ms}$

$TM2 = 500 \mu\text{s}$

Durée totale Bloch = 5 ms pour chaque accélération (comprenant 1 ms de montée et de coupure adiabatique)

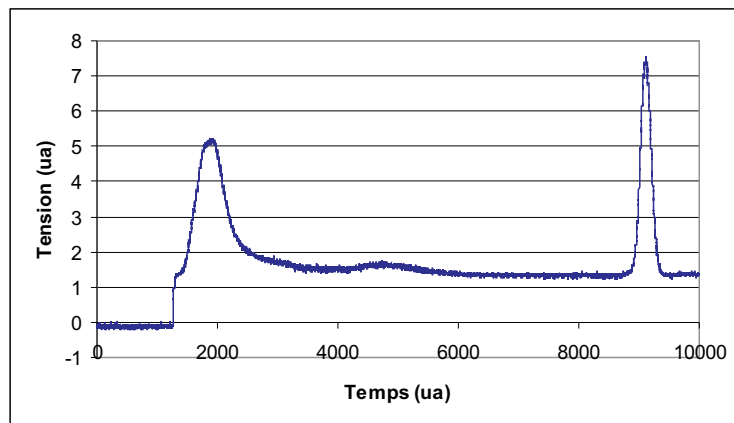
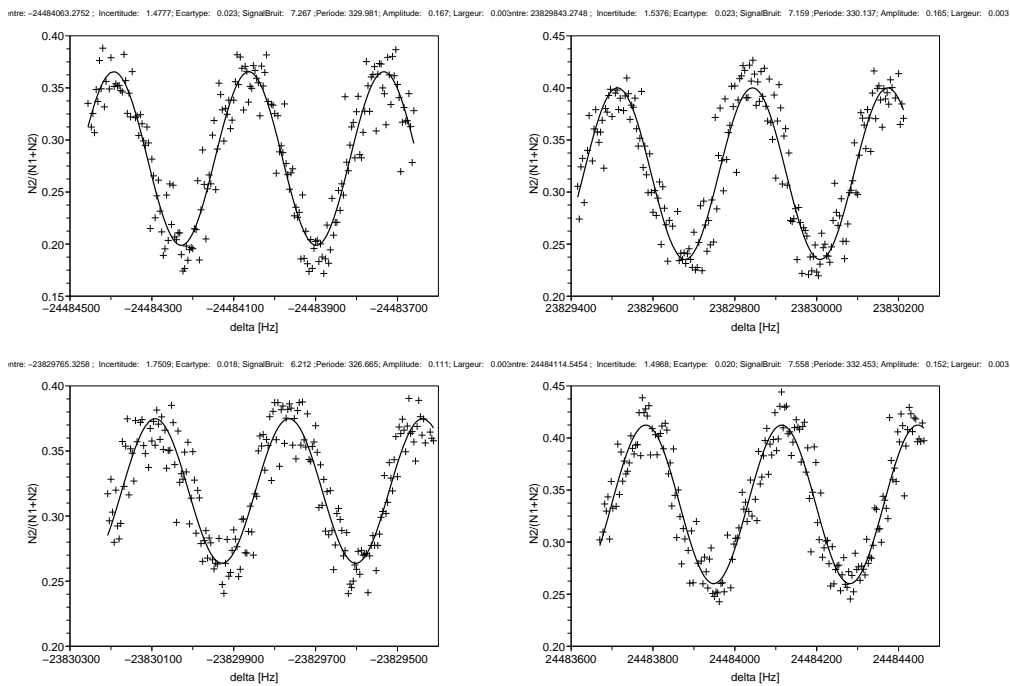


FIG. 5.9 – Temps de vol obtenu avec les 4 impulsions Bloch, en ne tenant pas compte du recul dû aux transitions Raman pour le calcul des fréquences par la carte NI5411, et en présence du pousseur horizontal. Le pic correspondant aux 800 oscillations augmente d'un facteur 3,4. Cette figure est le résultat d'une moyenne de 8 temps de vol.

Résultats

Nous avons effectué une mesure de h/m_{Rb} dans cette nouvelle configuration. Nous présentons 4 spectres correspondant à un point de mesure.



configuration	spectre 0	spectre 1	spectre 2	spectre 3
N_1	-300	300	300	-300
N_2	300	-300	-300	300
N_A	800	-800	-800	800
N_R	-800	800	800	-800
Sens Raman	1	1	-1	-1
Fréquence sélection (Hz)	23233428	-25080446	25950229	-23263645
Fréquence mesure (Hz)	1250634	-1250634	1220416	1220416

TAB. 5.2 – Tableau donnant la configuration expérimentale pour tester l’ascenseur à atomes. Chaque colonne correspond à un spectre.

Nous avons fait 25 points de mesure de α représentés sur la figure (1.10). Le χ^2 associé à ces 25 points de mesure est de 43,2.

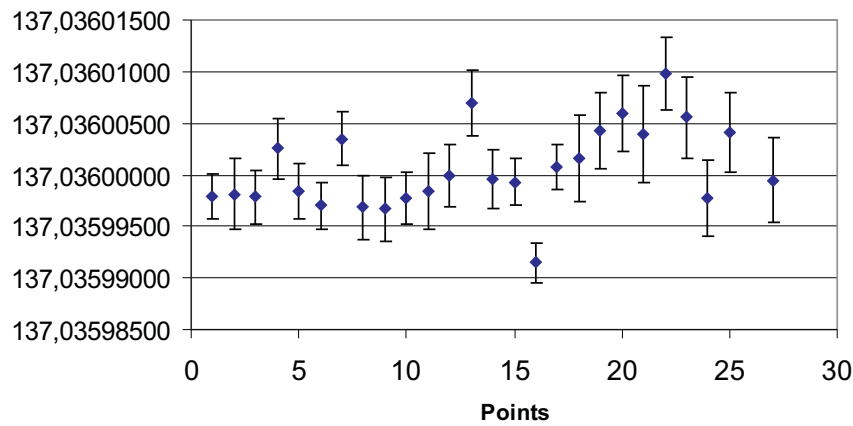


FIG. 5.10 – $N = 25$ points de mesure effectués dans la configuration "ascenseur". Le point 26 est le résultat de la moyenne pondérée des 25 points de mesure et de l’incertitude absolue associée.

Le résultat de la moyenne pondérée de ces 25 points de mesure corrigés du χ^2 est :

$$\alpha^{-1} = 137,03599891(76) [5,57 \times 10^{-9}] \quad (5.19)$$

En tenant compte des effets systématiques (voir chapitre 6), la valeur obtenue est :

$$\alpha^{-1} = 137,03599753(90) \quad (5.20)$$

Notons que nous effectuons ici une correction de -10,07 ppb, différente de la correction calculée au chapitre 6 pour la configuration standard de l'expérience.

Conclusion sur la mesure avec l'ascenseur à atomes

Notre détermination de α n'est pas en parfait accord avec le résultat que nous avons présenté en configuration standard. On remarque une large dispersion des résultats sur la figure (5.10). Une cause possible est le taux important d'émission spontanée constaté, comparativement à la technique standard. En effet, nous avons constaté que même sans faire la sélection Ramsey, des atomes dans l'état $F = 1$ étaient présents dans le temps de vol, et qui bien évidemment ne contribuent pas aux interférences atomiques. Il est donc possible que cela fausse la mesure de fréquence associée à la variation de vitesse. Une solution envisagée pour s'affranchir de ce problème est d'ajouter un faisceau repompeur pendant les trois premières impulsions de Bloch. Ce faisceau repompeur doit être vertical et accordé sur la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$. Nous disposons d'un tel faisceau pour le piège. Nous avons déjà commencé à effectuer quelques expériences avec ce faisceau mais un autre problème qui apparaît est le fait que contrairement aux atomes du piège, les atomes que nous voulons repomper se déplacent du fait de l'accélération. Ces atomes sortent donc de résonance avec le faisceau repompeur. Nous n'avons pas encore pu mettre en évidence un effet éventuellement dû à l'émission spontanée faute de temps. Nous avons cependant pu montrer l'efficacité d'un tel système qui permet de presque doubler le nombre d'oscillations de Bloch là où l'on pensait que les contraintes géométriques étaient un facteur limitant.

Chapitre 6

Effets systématiques

Un grand nombre d'effets systématiques sont susceptibles de perturber la mesure. Dans cette partie nous introduisons les effets systématiques associés à notre expérience. La contribution totale des effets systématiques à notre dernière détermination de la constante de structure fine est de 3,4 ppb. Nous présentons ici les différents effets que nous avons pris en compte ainsi que l'incertitude que nous avons associée à ces effets. Nous avons expliqué au chapitre précédent la façon dont nous obtenions le rapport h/m à partir des données expérimentales. Nous avons vu que h/m était obtenu à partir d'une mesure différentielle entre deux accélérations pour deux directions opposées (compensation de g) et moyennée sur les deux sens Raman (compensation des déplacements de niveaux). Nous noterons donc $(\frac{h}{m})_{exp}$ la valeur brute obtenue directement sans aucune correction, et $(\frac{h}{m})_{vrai}$ la valeur corrigée des effets systématiques associés à notre expérience. La détermination finale de la constante de structure fine est déduite de la valeur de $(\frac{h}{m})_{vrai}$ donnée par :

$$\left(\frac{h}{m}\right)_{vrai} = \left(\frac{h}{m}\right)_{exp} + \sum_{systematiques} \Delta \left(\frac{h}{m}\right)$$

où la somme porte sur l'ensemble des effets systématiques. Nous présentons maintenant l'ensemble de ces effets.

6.1 Phase de Gouy et rayon de courbure

L'utilisation de faisceaux lasers d'extension transverse finie entraîne l'apparition de deux effets majeurs qui sont les effets liés à la phase de Gouy et à la courbure des fronts d'onde.

6.1.1 Phase de Gouy

Il est connu qu'un atome de masse m recule avec une impulsion égale à $\hbar k$ lorsqu'il absorbe un photon de vecteur d'onde $k = \omega/c$ issu d'une onde plane. Notre expérience utilise

des faisceaux lasers gaussiens d'extension transverse finie, pour lesquels il faut considérer les composantes transverses des vecteurs d'onde [46]. Pour un faisceau gaussien se propageant dans la direction z , les composantes k_x et k_y des vecteurs d'onde sont non nulles. L'impulsion réellement transmise aux atomes diffère alors de l'impulsion transmise dans le cas d'une onde plane de même fréquence. Le faisceau gaussien peut s'écrire comme une superposition d'ondes planes dont la relation de dispersion s'écrit $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$. On introduit alors l'effet de la phase de Gouy comme l'effet lié à la réduction de la composante axiale du vecteur d'onde dans la direction de propagation du champ due à la dispersion des vecteurs d'onde dans le plan transverse.

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_{perp}^2} \simeq \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{k_{perp}^2}{2k^2} \right) \quad (6.1)$$

La valeur moyenne de k_z est alors inférieure à ω/c . On peut estimer l'effet moyen dû aux composantes transverses des vecteurs d'onde. Comme $k_{perp} \simeq \frac{1}{\omega_0}$, l'effet moyen est de l'ordre de $\frac{1}{k^2 \omega_0^2}$, où ω_0 est le rayon du faisceau laser.

6.1.2 Rayon de courbure

Le deuxième effet à prendre en considération lorsqu'il ne s'agit pas d'ondes planes, est l'effet du rayon de courbure. En effet, la courbure des fronts d'onde fait que les vecteurs d'onde ne sont pas parallèles à la direction de propagation du faisceau.

6.1.3 Vecteur d'onde effectif

Notre expérience mesure un effet Doppler dû à une variation de vitesse entre la sélection et la mesure. Nous rappelons que la variation de vitesse est réalisée à l'aide d'un réseau optique accéléré (oscillations de Bloch), et que la mesure de cette variation de vitesse se fait à l'aide de transitions Raman. La détermination de h/m dépend directement des vecteurs d'onde Raman et Bloch et il est indispensable d'évaluer le vecteur d'onde effectif réellement transmis aux atomes durant ces phases d'accélération et de mesure si l'on veut corriger correctement le biais en fréquence induit par un éventuel changement de vecteur d'onde dû aux effets ci-dessus.

Nous calculons ici l'expression générale du vecteur d'onde effectif k_z^{eff} transmis aux atomes dans le cas d'un faisceau gaussien. Pour calculer ce vecteur d'onde effectif il faut calculer le gradient de la phase du faisceau gaussien. L'expression de la phase d'un faisceau gaussien est connue et s'écrit [47] :

$$\Phi(r, z) = kz + k \frac{r^2}{2R} - \Phi_G \quad (6.2)$$

où r est la distance à l'axe, R est le rayon de courbure de l'onde et s'écrit

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$$

et où

$$\Phi_G = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$$

est la phase de Gouy et $z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ est la longueur de Rayleigh.

Le vecteur d'onde effectif¹ s'écrit alors :

$$k_z^{\text{eff}} = \frac{d\Phi}{dz} = k - \frac{2}{k\omega(z)^2} \left(1 - \frac{r^2}{\omega(z)^2} (1 - (z/z_R)^2) \right) \quad (6.3)$$

Dans cette expression le vecteur d'onde dépend à la fois de l'effet de la phase de Gouy par le terme en $1/k\omega(z)^2$ (l'effet relatif varie bien comme $1/k^2\omega^2$) et de l'effet lié à la courbure du front d'onde par le terme en z/z_R .

6.1.4 Correction de l'effet

Lors d'une mesure par effet Doppler, il nous faut théoriquement considérer la variation du champ électrique due au mouvement des atomes, et en déduire la longueur d'onde effectivement vue par les atomes au moment de la mesure effectuée par les faisceaux Raman. Lorsque les atomes sont accélérés par le réseau optique, le problème est équivalent : dans ce cas c'est l'onde stationnaire qui bouge, et il faut connaître les paramètres des faisceaux Bloch. Dans l'équation (6.3), le terme lié à la courbure des fronts d'onde apparaît comme une correction plus ou moins importante à l'effet de la phase de Gouy en fonction de la position z des atomes dans le faisceau. Il est possible d'évaluer l'effet de ce terme à partir de la mesure du diamètre et du rayon de courbure des faisceaux Raman et Bloch à l'aide de la relation :

$$\frac{z}{z_R} = \frac{\pi \omega(z)^2}{\lambda R(z)} \quad (6.4)$$

Les rayons de courbure et diamètres des faisceaux Raman et Bloch sont obtenus à l'aide d'un analyseur de front d'onde.

Analyseur de front d'onde

Pour mesurer les rayons de courbure et le diamètre de nos faisceaux nous utilisons un analyseur de front d'onde de type Shack-Hartmann (HASO 128 de la société Imagine Optic)

Principe de fonctionnement du Shack-Hartmann

L'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann est un système optique permettant de décomposer un front d'onde incident en fronts d'ondes élémentaires et de déterminer pour chaque front d'onde élémentaire son orientation. La mesure de l'orientation associée à chaque front d'onde élémentaire permet alors de reconstituer le front d'onde initial. Pratiquement on envoie un faisceau laser dans le dispositif constitué par une matrice de (128×128) micro-lentilles de taille $15 \times 15 \text{ mm}^2$. La matrice de micro-lentilles permet d'échantillonner le front d'onde

¹Il ne faut pas confondre k_z^{eff} avec le vecteur d'onde effectif associé à la transition Raman.

incident que l'on veut étudier en fronts d'ondes élémentaires. Les micro-lentilles focalisent les rayons lumineux incidents sur une CCD placée à la distance focale f ². Le signal lumineux est ensuite converti en signal numérique et permet de connaître la position de la tache image dans le plan de la CCD. Dans le cas idéal d'une onde plane, chaque micro-lentille donne une tache image localisée au centre d'une certaine sous-pupille. En revanche, dans le cas où le front d'onde incident n'est pas plan, la micro-lentille ne focalise plus au centre de la sous-pupille qui lui correspond. Il existe alors un écart en position par rapport au centre et c'est cet écart qui nous renseigne sur l'orientation du front d'onde local et par conséquent sur la pente locale du front d'onde (voir figure (6.1)). On a :

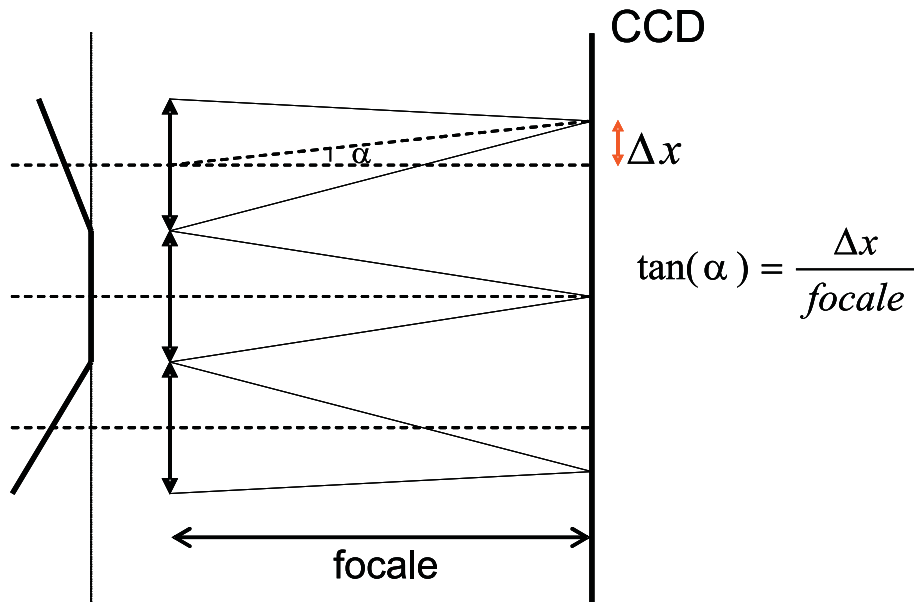


FIG. 6.1 – Schéma de principe de l'analyseur de front d'onde. Les micro-lentilles focalisent les rayons incidents en différents points. Un capteur CCD est placé à la distance focale. Si le front d'onde n'est pas parfaitement plan, les aberrations se manifesteront par un léger écart entre la position attendue pour la focalisation, et celle finalement obtenue.

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta x}{focale} \quad (6.5)$$

Pour chaque sous-pupille nous avons alors accès à la pente locale. Le logiciel possède un algorithme permettant de remonter à la forme du front d'onde. Les données brutes que nous possédons provenant du HASO sont, pour chacune des sous-pupilles, la valeur de l'intensité lumineuse, ainsi que les pentes locales suivant X et Y dans le plan de la CCD.

²La tache lumineuse imagée par chaque micro-lentille arrive sur une portion de CCD appelée sous-pupille correspondant à un certain nombre de pixels rattachés à une micro-lentille particulière.

6.1.5 Résultats et traitement des données

Nous avons utilisé notre HASO pour déterminer le diamètre ainsi que le rayon de courbure des quatre faisceaux intervenant dans l'expérience (deux faisceaux Raman et deux faisceaux Bloch). Notons que le HASO fournit directement une valeur du rayon de courbure. Pour une position donnée de l'appareil, et un temps donné d'intégration nous obtenons une valeur moyenne du rayon de courbure. Cependant, nous n'avons pas accès au logiciel de traitement des données, permettant de remonter au rayon moyen à partir des données sur l'intensité, ou bien au rayon de courbure moyen à partir des pentes locales. De plus, il nous faut pouvoir contrôler de façon indépendante le traitement des données dans la mesure où nous devons comprendre ce qui se passe au niveau des atomes, et donc sur une taille typique de l'ordre du millimètre ce qui n'est pas le cas avec le logiciel qui doit tenir compte de tous les points où l'intensité est non nulle sur la CCD. Nous avons donc décidé d'effectuer un traitement des données indépendant du logiciel utilisé dans le HASO. Nous utilisons directement les valeurs brutes de l'intensité et des pentes locales prises par l'appareil.

Rayon des faisceaux

Nous rappelons que nos faisceaux Raman et Bloch sont issus de deux fibres optiques à maintien de polarisation. Les deux faisceaux Raman et le faisceau Bloch montant sont issus de la même fibre. Le faisceau Bloch descendant provient de la fibre optique située sur la partie supérieure de la cellule. Nous avons mesuré avec le HASO l'intensité des faisceaux à une distance de la fibre correspondant à la position du nuage d'atomes froids. Un programme de traitement des données nous permet d'ajuster les résultats par une fonction gaussienne de la forme

$$\mathcal{S}(a, b, c, d) = a \exp \frac{-2((x-b)^2 + (y-c)^2)}{d^2}$$

où a, b, c et d sont des paramètres ajustables et où d représente le col du faisceau. Nous utilisons un ajustement de type moindres carrés et minimisons la fonction :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (y_i^{exp} - \mathcal{S}(a, b, c, d))^2 \quad (6.6)$$

où y_i^{exp} représente l'intensité mesurée par le HASO en un point.

L'ajustement est obtenu en ne considérant que les sous-pupilles comprises dans un cercle de rayon $R=0,95$ mm autour du centre du faisceau, correspondant à la position des atomes dans les faisceaux durant l'expérience³.

-Erreur sur le rayon- Nous voulons évaluer l'erreur associée au calcul du rayon. Pour cela, nous recalculons les valeurs de l'intensité à partir de l'équation issue de l'ajustement obtenu précédemment en fixant le paramètre d associé au rayon. Nous effectuons ensuite un nouvel

³Nous avons mesuré le rayon du nuage par absorption. Nous obtenons $\langle r^2 \rangle = 800 \mu\text{m}$. La valeur $R = 0,95$ prend en compte un possible décentrage du nuage d'atomes froids par rapport au faisceau laser.

configuration	Rayon(m)	Incertitude relative
Raman Montant	0,001937	$3,30 \times 10^{-3}$
Raman descendant	0,002131	$3,49 \times 10^{-3}$
Bloch Montant	0,001951	$3,83 \times 10^{-3}$
Bloch descendant	0,001814	$2,28 \times 10^{-3}$

TAB. 6.1 – Rayon moyen obtenu à partir de quatre mesures à une distance correspondant à la position des atomes par rapport à la fibre optique considérée. L’incertitude relative est obtenue avec le traitement statistique effectué plus haut.

ajustement de type moindres carrés qui consiste à minimiser le χ^2 (somme des résidus) pour une nouvelle valeur du rayon. Pratiquement, nous avons fait varier le rayon de quelques pourcent jusqu’à trois fois le rayon calculé par le premier ajustement. Lorsque nous obtenons le rayon optimal, nous traçons la parabole correspondant à la somme des résidus pour les différents paramètres optimisés. L’erreur sur le rayon est immédiate : elle est obtenue en coupant la parabole (normalisée) à $1/\sqrt{n-4}$ où n est le nombre de points. Les résultats sont donnés dans le tableau 6.1.

Rayon de courbure des faisceaux

Le HASO nous fournit directement un fichier contenant les angles AX et AY correspondant aux pentes locales dans le plan (x, y) . Nous devons relier ces angles au rayon de courbure du faisceau. Nous nous sommes placés à la distance fibre-atomes correspondant au cas réel durant l’expérience et avons effectué quatre mesures pour chacun des faisceaux. Afin de traiter ces données expérimentales nous avons fait l’hypothèse d’une onde sphérique avec un angle variant linéairement en fonction de la courbure $C = 1/R$ du faisceau. Pour chaque angle AX et AY nous avons donc l’équation :

$$AX = xC + C_X \quad (6.7)$$

$$AY = yC + C_Y \quad (6.8)$$

où $C = 1/R$ est la courbure (supposée la même dans les deux directions de l’espace) et où C_X et C_Y sont des constantes. De même que pour le rayon, nous ajustons les données prises par le HASO par ces deux droites et minimisons l’écart par rapport aux données expérimentales par un ajustement de type moindres carrés avec les trois paramètres ajustables que sont la courbure C et les constantes C_X et C_Y .

-Erreur sur la courbure- Pour évaluer l’erreur sur la courbure nous faisons varier la courbure par rapport à l’optimal théorique évalué lors de l’ajustement initial. Pratiquement nous faisons varier C dans un intervalle de $[C-10C; C+10C]$. Nous traçons la parabole correspondant à la somme des résidus et déduisons l’erreur relative sur la courbure. Nous présentons ci-après les

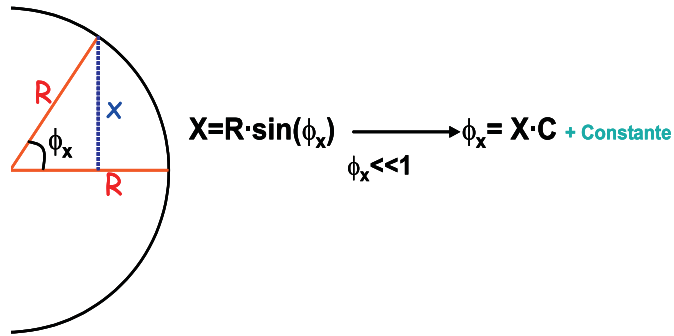


FIG. 6.2 – Lorsque l'on considère une onde sphérique, l'angle ϕ_x est directement donné par une relation linéaire avec la courbure, à une constante près.

résultats obtenus sur la valeur de la courbure et l'incertitude relative associée après traitement des données. Pour chaque faisceau nous avons effectué quatre mesures. Nous présentons les résultats de la moyenne de ces 4 mesures.

Configuration	Courbure(m ⁻¹)	Incertainude relative
Raman montant	0,118	0,118
Raman descendant	0,105	0,080
Bloch montant	0,110	0,172
Bloch descendant	0,117	0,064

Correction et incertitude sur la mesure de α

Nous pouvons déduire des différentes mesures de rayon de courbure et du rayon, la correction due à l'effet de la phase de Gouy et du rayon de courbure. Cette correction s'obtient à partir de l'équation (6.3) et s'écrit en valeur relative :

$$\Delta k = \frac{k_z^{\text{eff}} - k}{k} \quad (6.9)$$

où k_{eff} est le vecteur d'onde vu par l'atome pour un faisceau. Nous présentons les corrections dans le tableau qui suit :

Configuration	Correction $k^{\text{eff}}/k - 1$ (ppb)	Incertitude relative(ppb)
Raman montant	-12,6	$\pm 2,5$
Raman descendant	-10,5	± 1
Bloch montant	-11,6	$\pm 2,5$
Bloch descendant	-13	± 2

La correction finale sur l'inverse de la constante de structure fine en tenant compte des corrections associées à chaque faisceau vaut :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = -11,9 \text{ ppb} \quad (6.10)$$

L'incertitude associée à cette correction est :

$$\sigma(\alpha^{-1}) = \pm 2,5 \text{ ppb} \quad (6.11)$$

6.2 Effet Zeeman quadratique

Au chapitre 5 nous avons exposé le protocole expérimental que nous mettons en oeuvre afin de réduire les effets de déplacement de niveau du type déplacements lumineux, effet Zeeman du second ordre,... Nous avons vu qu'il était possible pour une trajectoire donnée (haut ou bas) en échangeant le sens de tous les faisceaux Raman de l'interféromètre, d'éliminer ces effets de déplacement à condition d'effectuer la mesure au même endroit pour les deux sens. Nous rappelons l'expression de l'effet Doppler que nous mesurons expérimentalement en tenant compte d'un déplacement $\Delta E(z)$.

$$\delta_{mes} - \delta_{sel} = 2N(k_1 + k_2)v_r + \frac{\Delta E(z)}{\hbar} \quad (6.12)$$

D'après l'équation (6.12) on voit que lorsque l'on inverse le sens des faisceaux Raman, le signe de l'effet Doppler change et que la moyenne de deux mesures effectuées au même endroit est indépendante du déplacement $\Delta E(z)$ du niveau. Cependant, lorsque l'on échange le sens des faisceaux Raman, les atomes acquièrent deux fois la vitesse de recul, dans un sens ou bien dans l'autre. La différence de vitesse des atomes effectuant la transition pour l'un ou l'autre sens des faisceaux Raman est alors de $4v_r$. Si nous intégrons cette différence de vitesse sur le temps entre la sélection et la mesure, qui est typiquement de 12 ms, au moment de la mesure les atomes sont séparés de l'ordre de $300 \mu\text{m}$. Il existe donc un effet systématique dû à la non compensation de ces trajectoires. Ceci est illustré sur la figure (6.3).

Pour évaluer l'effet de cette non compensation des trajectoires atomiques nous utilisons directement les données expérimentales obtenues à partir des 4 spectres issus de chaque interféromètre. En effet, en faisant la somme des fréquences deux à deux (c'est à dire pour la trajectoire du haut dans les deux sens et la trajectoire du bas dans les deux sens) on obtient le déplacement de niveau différentiel non compensé (entre la sélection et la mesure), pour la

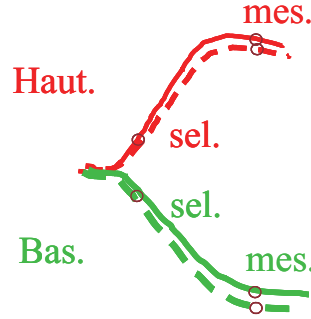


FIG. 6.3 – Les trajectoires en tirets sont celles des atomes lorsque l’on inverse le sens des vecteurs d’onde Raman. Pour un même sens de l’accélération, au moment de la mesure, les positions sont distantes d’environ $300 \mu\text{m}$ pour un même nombre d’oscillations.

trajectoire du haut et la trajectoire du bas. Par ailleurs, nous pouvons relier facilement la nombre d’oscillations de Bloch effectuées à la position des atomes dans la cellule. Pratiquement, nous avons donc fait varier le nombre d’oscillations de Bloch de façon à cartographier le déplacement de niveau différentiel en fonction de la position des atomes dans la cellule. Nous donnons sur la figure (6.4) le résultat obtenu.

Dans notre expérience nous n’avons pas directement accès au déplacement de niveau différentiel en fonction de la position. Nous mesurons le déplacement de niveau différentiel dépendant de la différence de position entre la sélection et la mesure. Afin de connaître le déplacement de niveau différentiel à une position donnée il faut calculer la fonction $\Delta E(z)$ que l’on peut ajuster compte tenu des résultats de mesure par un polynôme d’ordre 6.

La forme de ce polynôme est :

$$\begin{aligned} \Delta E(z_{mes} - z_{sel}) = & a_0 + a_1(z_{mes} - z_{sel}) + a_2(z_{mes}^2 - z_{sel}^2) + a_3(z_{mes}^3 - z_{sel}^3) + \\ & + a_4(z_{mes}^4 - z_{sel}^4) + a_5(z_{mes}^5 - z_{sel}^5) + a_6(z_{mes}^6 - z_{sel}^6) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Un ajustement de type moindres carrés nous permet de calculer les coefficients a_n du polynôme. Nous pouvons ensuite remonter à la fonction $\Delta E(z)$ donnant le déplacement de niveau en fonction de la position de l’atome, et tracer la fonction pour toutes les valeurs de la position.

Remarque : Nous avons ici accès au déplacement de niveau différentiel. L’essentiel du déplacement de niveau différentiel dû à la non compensation des trajectoires provient en grande partie du champ magnétique (effet Zeeman du second ordre). On peut évaluer le gradient d’effet Zeeman quadratique à partir de la courbe de la figure (6.4) pour la partie supérieure (haut) de la cellule et la partie inférieure (bas) :

$$\partial_z \Delta_{Zee}^{Haut} = 3,2 \text{ Hz.mm}^{-1}$$

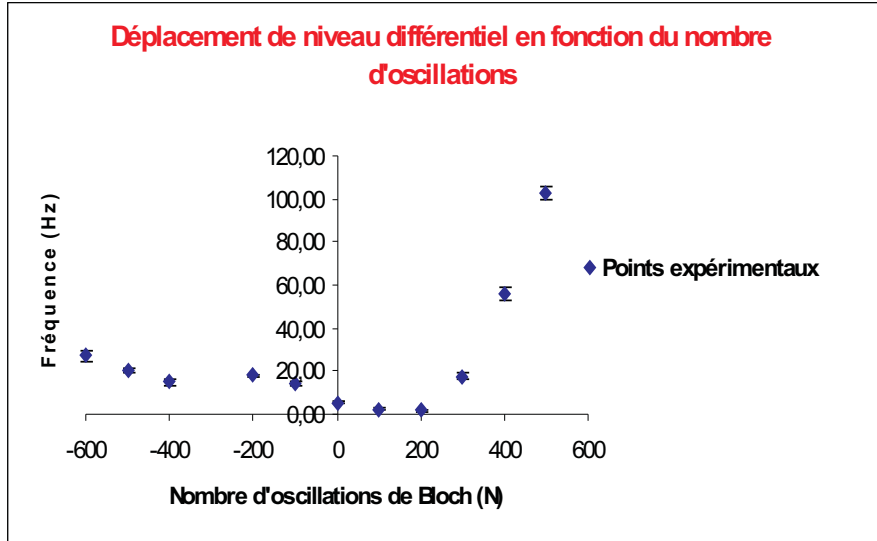


FIG. 6.4 – Courbe donnant le déplacement de niveau non compensé en inversant le sens des faisceaux Raman. Les points expérimentaux sont obtenus en faisant varier le nombre N d'oscillations de Bloch. Chaque point correspond à deux spectres en vitesse.

$$\partial_z \Delta_{Zee}^{Bas} = -0,5 \text{ Hz.mm}^{-1}$$

Correction et incertitude sur la mesure de α

Notre détermination de la constante de structure fine comprend 125 points obtenus dans différentes configurations.

La correction relative sur α^{-1} s'écrit :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = \frac{1}{2} \frac{\partial_z \Delta E^H - \partial_z \Delta E^B}{8(N^H - N^B)k_B k_R} \delta z \quad (6.14)$$

Dans le cas où le nombre d'oscillations pour une trajectoire est le même on a $\delta x = 280 \mu\text{m}$. Nous donnons ci-dessous les corrections relatives sur l'inverse de la constante de structure fine obtenues dans les configurations essentiellement effectuées pour notre dernière mesure ($N^H + N^B = 1000$). Toutes ces corrections sont déterminées à partir de la courbe de la figure (6.5).

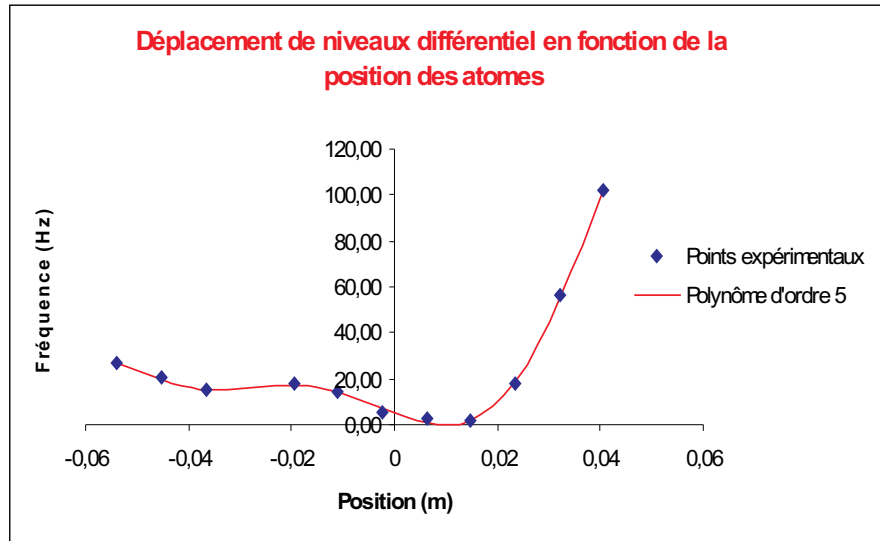


FIG. 6.5 – Courbe théorique $\Delta E(z)$ calculée avec un polynôme d'ordre 6. On déduit de cette courbe les corrections à appliquer, dues à la non compensation des trajectoires, sur la valeur de h/m mesurée.

N Bas	N Haut	Fréquence totale (Hz)	Correction(h/m) Bas (Hz)	Correction(h/m) Haut (Hz)	Correction Relative α^{-1} (ppb)
600	400	60390466,987	-0,1478	-0,8970	8,65085
599	401	60390442,125	-0,1185	-0,7195	6,93902
599	301	54351428,348	-0,1185	-0,4002	5,94965
595	405	60390442,125	-0,0031	-0,0190	0,18341
100	100	12078098,125	-0,2014	0,1824	0,789407
200	200	24156187,846	-0,0999	-0,0828	3,78373
600	300	54351428,348	-0,1478	-0,1478	5,94965
400	0	24156186,934	-0,0908	0,2602	-3,30563
800	800	96627775,45	-0,1876	-0,8273	5,25198

La correction relative $\Delta(\alpha^{-1})$ associée aux 125 points de mesure est obtenue en prenant la moyenne de la différence entre la valeur brute donnée par l'expérience et la valeur corrigée sur chaque point.

Nous obtenons :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = 7 \text{ ppb} \quad (6.15)$$

L'incertitude que nous associons à la correction est :

$$\sigma(\alpha^{-1}) = 1 \text{ ppb} \quad (6.16)$$

On pourrait penser éliminer l'effet de la non compensation des trajectoires en essayant de mesurer la vitesse finale des atomes au même point. Pour ce faire, nous avons rajouté 5 oscillations pour un sens donné des faisceaux Raman sur chacune des trajectoires. Lorsque l'on rajoute ces 5 oscillations nous n'obtenons pas une compensation parfaite puisque $\delta x = 6 \mu\text{m}$. Cependant, la correction relative sur α^{-1} est négligeable :

$$\alpha\Delta(\alpha^{-1}) = 0,183 \text{ ppb} \quad (6.17)$$

Remarque

Nous n'avons pas vu expérimentalement l'effet de ces 5 oscillations car nous n'avons pas pu faire suffisamment de points. En arrivant désormais à presque doubler le nombre d'oscillations avec la technique de "l'ascenseur à atomes", il devrait être possible en conservant le même rapport signal à bruit, de voir cet effet en intégrant sur un temps beaucoup plus court.

6.3 Force magnétique quadratique

L'effet du gradient de champ magnétique dans la cellule entraîne l'apparition d'une force magnétique quadratique. Cette force modifie la vitesse des atomes entre la sélection et la mesure et entraîne un effet systématique sur la mesure. Nous pouvons déduire l'effet de cette force à partir de la courbe donnant le déplacement de niveau différentiel en fonction de la position présentée auparavant. En effet, la force magnétique est proportionnelle aux gradients d'énergie. Entre la sélection et la mesure les atomes sont dans le niveau $|F = 1\rangle$, et l'effet Zeeman du second ordre abaisse l'énergie du niveau. La variation de vitesse Δv induite par la variation d'énergie s'écrit :

$$\Delta v = -\frac{h\Delta_{Zee,F=1}}{mv} \quad (6.18)$$

où

$$\Delta_{Zee,F=1} = -\frac{1}{2}K^{(2)}B^2$$

La correction due à la force magnétique quadratique s'écrit :

$$\frac{m}{h}\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = \frac{h}{2(N^H - N^B)v_r} \left(\frac{\Delta_{Zee}^H(F=1)}{mv_{sel}^H} - \frac{\Delta_{Zee}^B(F=1)}{mv_{sel}^B} \right) \quad (6.19)$$

En notant N_A^H et N_A^B le nombre d'oscillations de Bloch effectuées pour l'accélération préalable vers le haut et vers le bas respectivement on a :

$$v_{sel}^H = 2N_A^H v_r \quad (6.20)$$

$$v_{sel}^B = 2N_A^B v_r \quad (6.21)$$

$$\frac{m}{h}\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = \frac{h}{8(N^H - N^B)m\frac{v_r^2}{2}} \left(\frac{\Delta_{Zee}^H(F=1)}{N_A^H} - \frac{\Delta_{Zee}^B(F=1)}{N_A^B} \right) \quad (6.22)$$

On obtient directement la valeur de $\Delta_{Zee}^H(F=1)$ et $\Delta_{Zee}^B(F=1)$ à partir de la mesure expérimentale de la non compensation. On évalue ces deux quantités en faisant la moyenne des déplacements de niveau pour le haut et pour le bas. Nous obtenons la correction relative due à la force magnétique quadratique :

$$\frac{m}{h}\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 2,9 \text{ ppb} \quad (6.23)$$

La correction sur l'inverse de la constante de structure fine vaut :

$$\alpha\Delta(\alpha^{-1}) = -1,45 \text{ ppb} \quad (6.24)$$

L'incertitude relative associée à cette correction est :

$$\sigma(\alpha^{-1}) = \pm 0,2 \text{ ppb} \quad (6.25)$$

Remarque : Les atomes étant dans l'état $F=1$ entre la sélection et la mesure ils subissent une force orientée dans le sens du gradient. La courbe de la figure (6.4) nous donne le sens de cette force. On constate alors que la force magnétique s'oppose dans tous les cas à la décélération des atomes entre la sélection et la mesure. Nous mesurons donc expérimentalement une vitesse plus importante qu'en l'absence de cette force, il faut donc corriger positivement la mesure de h/m et négativement la détermination de α^{-1} .

6.4 Alignement des faisceaux

Nous mesurons un effet Doppler qui dépend directement du produit scalaire entre les vecteurs d'onde des faisceaux Raman et des faisceaux Bloch. Nous rappelons que les deux faisceaux Raman et un faisceau Bloch sortent par la fibre optique inférieure, et que l'une des polarisations des faisceaux Raman est rétro-réfléchi par le miroir situé en haut de la cellule. Le deuxième faisceau Bloch arrive par une seconde fibre optique situé au niveau supérieur de la cellule. Nous estimons l'angle entre les faisceaux laser par une technique de réinjection. Pour les faisceaux Bloch on réinjecte la lumière d'une fibre dans l'autre, et pour les faisceaux Raman nous réglons la réinjection en inclinant le miroir de rétro-réflexion. La situation n'a pas changé depuis la mesure effectuée en 2005. La correction relative sur l'inverse de la constante de structure fine est :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = -2,0 \text{ ppb} \quad (6.26)$$

L'incertitude associée à cet effet est $\sigma(\alpha^{-1}) = 2,0 \text{ ppb}$.

6.5 Déplacement lumineux à un photon

Lors d'une transition Raman, le déplacement lumineux intervient sous forme de déplacement lumineux différentiel entre les deux sous-niveaux hyperfins $|F=2\rangle$ et $|F=1\rangle$ de l'état

fondamental (voir chapitre 2). On montre dans le cas d'un système à deux niveaux qu'un champ laser d'intensité I , désaccordé de Δ de la résonance à un photon produit un déplacement :

$$\delta\nu_{dl} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Omega^2}{4\Delta} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^2}{8\Delta} \frac{I}{I_s} \quad (6.27)$$

où Ω est la fréquence de Rabi caractérisant le couplage atome-champ.

Dans le cas d'une transition Raman, la fréquence de Rabi effective a été définie au chapitre 2. En faisant l'hypothèse que les intensités laser sont égales pour les deux faisceaux, le dépla-

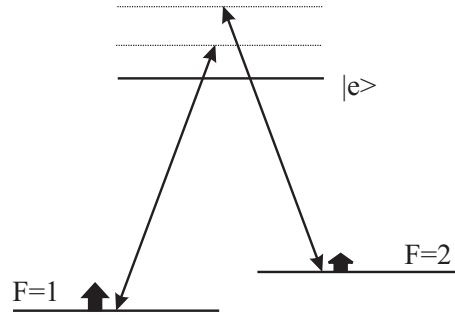


FIG. 6.6 – Les impulsions Raman $\pi/2$ sont effectuées avec un désaccord dans le bleu qui déplace les niveaux hyperfins vers le haut. On représente l'effet d'un seul faisceau laser agissant sur les deux niveaux $F = 1$ et $F = 2$. Le désaccord par rapport à la résonance est plus important pour $F = 2$ que pour $F = 1$. Le niveau $F = 2$ est moins déplacé.

cement de niveau différentiel s'écrit en unité de fréquence :

$$\delta\nu_{dl2} - \delta\nu_{dl1}(\text{Hz}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^2}{8\Delta} \frac{I}{I_s} \frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \quad (6.28)$$

où $\delta\nu_{dl1}$ et $\delta\nu_{dl2}$ représentent les déplacements lumineux associés aux niveaux $F = 2$ et $F = 1$ respectivement.

En tenant compte de l'expression de la fréquence de Rabi effective pour la transition Raman on obtient :

$$\delta\nu_{dl} = 2\Omega_R \left(\frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \right) \quad (6.29)$$

En configuration Rabi l'expression du déplacement lumineux différentiel est immédiate puisque ($\Omega_R\tau = \pi$), et on a alors directement l'effet des déplacements de niveaux sur l'enveloppe de Rabi.

En configuration Ramsey il faut tenir compte du fait que les atomes sont soumis à deux impulsions $\pi/2$ de durée τ séparées par une période d'évolution libre dans le noir de durée T_R . L'effet des déplacements lumineux se traduit alors par un effet d'entraînement des franges par l'enveloppe de Rabi qui se translate. On peut évaluer cet effet en tenant compte des déplacements lumineux dans la probabilité de transition Ramsey calculée au chapitre 2.

Dans l'approximation $\tau \ll T_R$ on a :

$$\delta\nu_{dl}^{Ramsey} = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{T_R} \frac{\delta_{dl}}{\Omega_R} = \frac{1}{2\pi} \frac{4}{T_R} \left(\frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \right) \quad (6.30)$$

où δ_{dl}^{Ramsey} est le déplacement de la frange centrale par rapport au centre et δ_{dl} le déplacement calculé plus haut pour une transition Raman. On constate que le déplacement en fréquence de la frange centrale dépend de la largeur de la frange et que l'influence des déplacements lumineux varie comme $1/T_R$. Nous devons tenir compte des 3 faisceaux laser pour calculer l'effet. Il y a les deux faisceaux Raman qui sortent copropageants de la fibre et un faisceau Raman rétroréfléchi. On obtient en unité de fréquence $\delta_{dl}^{Ramsey} \simeq 20$ Hz pour les trois faisceaux.

Compensation des déplacements lumineux

Les déplacements lumineux différentiels s'annulent entre la sélection et la mesure s'ils sont strictement identiques. Cependant, l'expansion transverse du nuage⁴ (pour la trajectoire du haut ou bien celle du bas) ainsi que le profil gaussien des faisceaux, font que l'intensité perçue par les atomes est en moyenne plus faible à la mesure qu'à la sélection. Il existe une compensation partielle de l'effet de l'expansion transverse du nuage dans les faisceaux entre les trajectoires du haut et du bas à condition que les faisceaux soient bien collimatés⁵ (faible divergence). Cependant, il n'est jamais possible de compenser totalement cet effet et nous introduisons un coefficient α qui tient compte de l'expansion transverse du nuage. Par ailleurs, notre technique d'inversion du sens des faisceaux Raman permet a priori de compenser totalement une variation d'intensité des faisceaux, mais lorsque nous inversons le sens des faisceaux, les faisceaux passent par une lame demi-onde qui diminue leur puissance. Nous introduisons alors un coefficient β d'atténuation du faisceau entre les deux sens. La correction qu'il faut faire sur la mesure de h/m est :

$$\Delta \left(\frac{h}{m} \right) \simeq \frac{-\delta_{dl}^{Ramsey} \left(\frac{2(\delta z)_{mes}}{R} \right) \beta(1 - \alpha) + \delta_{dl}^{Ramsey} \left(\frac{2(\delta z)_{sel}}{R} \right) \beta}{16Nk_Bk_R} \quad (6.31)$$

où $(\delta z)_{mes}$ et $(\delta z)_{sel}$ représentent l'écart de position entre les paquets atomiques à la mesure et à la sélection pour la trajectoire du haut et celle du bas et où R est le rayon de courbure des faisceaux qui représente, pour un faisceau gaussien, l'échelle typique de variation de l'intensité.

Le faisceau Raman qui fait l'aller-retour a pratiquement la même géométrie à l'aller et au retour. Il y a donc une compensation des variations spatiales d'intensité de ces deux faisceaux. En revanche, l'intensité du faisceau retour est plus faible à cause de la fenêtre et du cube. Si on fait l'hypothèse que la puissance retour est au moins 80% de la puissance aller, il reste un

⁴Pour une distribution de vitesse de largeur v_{rec} l'expansion est de l'ordre de $70 \mu\text{m}$.

⁵Nous avons réglé la collimation des faisceaux avec le dispositif Shack-Hartmann.

effet de 20% de celui d'un faisceau. On peut donner une valeur supérieure au déplacement lumineux :

$$\frac{m}{h}\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = \frac{\delta_{dl}^{Ramsey}/3 \times \beta(1+0,2) \left(2\frac{(\delta z)_{sel}}{R} - 2\frac{(\delta z)_{mes}}{R}\right)}{16Nk_Bk_R} \quad (6.32)$$

On obtient pour $\beta \simeq 0,1$ $R \simeq 15$ m et une différence de position entre les atomes à la sélection $\delta x_{sel} = 55$ mm et à la mesure $\delta x_{mes} = 144$ mm dans la configuration ($N^H = -400$ et $N^B = +600$) :

$$\frac{m}{h}\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 1,52 \times 10^{-10} \quad (6.33)$$

Comparaison Raman/Ramsey

On peut comparer les effets de déplacement lumineux en configuration Raman (impulsions π de sélection et de mesure) avec l'expérience en configuration Ramsey.

On a :

$$\delta_{dl}^{Ramsey} = \frac{4}{T_{Ramsey}} \left(\frac{\omega_{SHF}}{\Delta_{Ramsey}} \right) \quad (6.34)$$

et

$$\delta_{dl}^{Raman} = \frac{2\pi}{\tau} \left(\frac{\omega_{SHF}}{\Delta_{Raman}} \right) \quad (6.35)$$

où τ est la durée de l'impulsion π .

Pour un même désaccord $\Delta = \Delta_{Ramsey} = \Delta_{Raman}$ on a :

$$\frac{\delta_{dl}^{Ramsey}}{\delta_{dl}^{Raman}} = \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{T_{Ramsey}} \quad (6.36)$$

Dans ce cas, le déplacement lumineux décroît comme $1/T_{Ramsey}$ dans la configuration interférométrique. Expérimentalement nous n'avons pas assez de puissance laser pour à la fois réduire la durée de l'impulsion $\pi/2$ et garder le même désaccord que pour l'expérience de 2005 qui était de 1 THz. Nous nous sommes donc rapprochés de résonance et nous sommes placés à 310 GHz. Comme nous ne pouvions pas non plus augmenter le temps T_R nous avons donc un effet des déplacements lumineux plus important qu'en 2005.

6.6 Déplacement lumineux à deux photons

Dans cette partie nous allons regarder l'effet des transitions copropageantes dues aux deux faisceaux Raman montant qui sont hors résonance. Le hamiltonien de la transition à deux photons s'écrit :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\delta}{2} & \Omega_R/2 \\ \Omega_R^*/2 & -\frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \quad (6.37)$$

où $\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF}$ et dépend de la vitesse pour une transition contrapropageante.

Pour une transition Raman contrapropageante, à résonance, il n'y a pas d'effet de déplacement

de niveau. Le terme dû au déplacement lumineux à deux photons s'exprime en diagonalisant la matrice ci-dessus (théorie des perturbations à l'ordre 2) et s'écrit :

$$\delta_{d2photon} = -\frac{\Omega_R^2}{2\delta} \quad (6.38)$$

D'après l'équation (6.39) ce terme dépend de la fréquence de Rabi effective de la transition et est inversement proportionnel au désaccord et donc à la vitesse des atomes. Dans notre expérience, les faisceaux Raman sortent copropageants de la fibre optique, traversent la cellule, et une polarisation est retroréfléchie. D'après (6.39) on comprend que pour des atomes de faible vitesse la transition copropageante peut engendrer un déplacement lumineux à deux photons non négligeable, en particulier lors de la phase de mesure où les atomes ont été considérablement décélérés. Afin d'évaluer la contribution de ce déplacement lumineux il faut tenir compte des différents désaccords δ durant les étapes de sélection et de mesure. Nous rappelons que ce désaccord est le désaccord que nous programmons au niveau des synthétiseurs de sélection et de mesure (δ_{sel} et δ_{mes}).

La correction relative sur la détermination de h/m s'écrit en tenant compte de la configuration Ramsey de l'expérience :

$$\frac{m}{h} \Delta \left(\frac{h}{m} \right) = \frac{\Omega_R^2}{2} \frac{\delta_{sel}^{H-1} - \delta_{sel}^{B-1} - \delta_{mes}^{H-1} + \delta_{mes}^{B-1}}{\delta_{sel}^H - \delta_{sel}^B - \delta_{mes}^H + \delta_{mes}^B} \frac{2}{\pi} \left(\frac{\tau}{T_R} \right) \quad (6.39)$$

À la sélection les atomes vont très vite $\delta_{sel}^H = 2\pi \times 11,735$ MHz pour la trajectoire du haut et $\delta_{sel}^B = 2\pi \times 18,459$ MHz pour la trajectoire du bas. La transition copropageante est extrêmement hors résonance. On peut donc négliger l'inverse de ces termes présents au numérateur de (6.39). Pour la mesure, là où l'effet attendu doit être important, nous effectuons un schéma totalement symétrique du nombre d'oscillations, c'est-à-dire que nous effectuons autant d'oscillations de Bloch durant l'accélération préalable que durant la décélération (pour le haut et le bas) ainsi nous réduisons énormément l'effet du déplacement à deux photons. Nous sommes désaccordés d'environ 600 kHz de la résonance. Notons que ceci n'était pas le cas lors de la mesure effectuée en 2005 pour laquelle nous n'avions pas un schéma "symétrique". La correction relative sur la détermination de h/m est :

$$\frac{m}{h} \Delta \left(\frac{h}{m} \right) = 0,113 \times 10^{-10} \quad (6.40)$$

L'incertitude relative sur l'inverse de la constante de structure fine est donc $\Delta(\alpha^{-1}) = 0,05 \times 10^{-10}$.

6.7 Gradient de déplacement lumineux pendant les oscillations de Bloch

Les faisceaux qui forment l'onde stationnaire pendant les oscillations de Bloch ne sont pas de diamètre constant. Il en résulte un gradient de déplacement lumineux qui produit une

force sur les atomes. Cette force modifie la variation de vitesse des atomes et entraîne un effet systématique.

Nous rappelons que l'onde stationnaire est formée par l'interférence des deux faisceaux Bloch. Nous appelons \mathcal{E}_M et \mathcal{E}_D l'amplitude des deux champs sur l'axe des faisceaux laser (M pour montant et D pour descendant). Lors des oscillations de Bloch nous sommes décalés dans le bleu de la résonance à 1 photon, et les atomes sont localisés aux noeuds de l'onde stationnaire, là où l'intensité est minimale. L'énergie U_1 de ces minima s'écrit :

$$U_1 = \frac{U_0 (\mathcal{E}_M - \mathcal{E}_D)^2}{4 \mathcal{E}_M \mathcal{E}_D} \quad (6.41)$$

où $U_0 \simeq 100E_{rec}$ est la profondeur du potentiel. A cette énergie, il faut rajouter l'énergie associée au premier niveau de l'oscillateur harmonique ⁶ dans l'état fondamental :

$$E_{n=0} = \frac{1}{2} \hbar \omega = \sqrt{U_0 E_{rec}} \quad (6.42)$$

où $\omega = 2\sqrt{U_0 E_{rec}}/\hbar$ est la fréquence d'oscillation de l'atome dans le puits.

L'énergie totale de l'atome en fonction de sa position (x) s'écrit :

$$U(x) = \frac{U_0 (\mathcal{E}_M - \mathcal{E}_D)^2}{4 \mathcal{E}_M \mathcal{E}_D} + \sqrt{U_0 E_{rec}} \quad (6.43)$$

Lorsque l'on ralentit les atomes entre la sélection et la mesure, ils vont subir une force $F = \partial_x U(x)$. Pour une durée τ des oscillations, cela correspond à une variation de vitesse :

$$\Delta v = \frac{F\tau}{m} \quad (6.44)$$

On comprend que l'effet d'une force constante va se compenser entre la trajectoire du haut et celle du bas. Afin de tenir compte de l'effet résiduel, il faut calculer le gradient de la force :

$$F(x) = -\frac{\partial}{\partial x} U(x) - (x - x_0) \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x) \quad (6.45)$$

Dans l'équation (6.43), comme $U_0 \gg E_{rec}$ on néglige le second terme et on obtient l'expression du gradient de la force :

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = 2 \frac{U_0}{\kappa} \left((\kappa - 1) \left(\frac{\gamma_M}{R_M^2} - \kappa \frac{\gamma_D}{R_D^2} \right) - \left(\frac{1}{R_M} - \frac{\kappa}{R_D} \right)^2 \right) \quad (6.46)$$

où $\kappa = \frac{\mathcal{E}_D}{\mathcal{E}_M}$, R_M, R_D sont les rayons de courbure du faisceau montant (et descendant) respectivement et où $\gamma_{M/D}$ est un coefficient sans dimension donné par :

$$\gamma_{M/D} = 2 - \left(\frac{\lambda R_{M/D}}{\pi \omega_{M/D}^2} \right)^2 \quad (6.47)$$

où $\omega_{M/D}$ sont les rayons des faisceaux montants et descendants.

⁶Dans la limite des liaisons fortes où $U_0 \gg 16E_{rec}$, on peut supposer que l'atome est au fond d'un potentiel harmonique, dont les énergies propres sont celles de l'oscillateur harmonique.

Correction

D'après l'équation (6.45) on voit que le deuxième terme change de signe en fonction de la trajectoire. Comme l'effet de la force supplémentaire se soustrait entre les deux trajectoires, l'effet lié à la trajectoire du haut va s'ajouter à l'effet sur la trajectoire du bas. Compte tenu de nos paramètres expérimentaux nous en déduisons une correction sur l'inverse de α :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = 0,58 \text{ ppb} \quad (6.48)$$

L'incertitude associée à cet effet est $\sigma(\alpha^{-1}) = 0,2 \text{ ppb}$

6.8 Gradient de gravité et force de Coriolis

La variation de vitesse des atomes entre la sélection et la mesure dépend de l'accélération de la pesanteur g :

$$m\Delta v^{H/B} = mgt \pm 2N^{H/B}v_r \quad (6.49)$$

Lors d'une expérience typique pour laquelle on effectue 500 oscillations de Bloch, l'effet Doppler dû à la gravité compte pour 1% du signal (gt comparé à $2Nv_r$). Si l'on veut effectuer une mesure de précision au ppb, il faut donc connaître g à 10^{-7} .

Notre protocole de mesure, basé sur une mesure différentielle entre la trajectoire du haut et celle du bas, nous permet de compenser g au premier ordre. Cependant, à l'ordre supérieur, l'effet de la gravité ne se soustrait pas complètement entre les deux trajectoires du fait du gradient de gravité. On donne l'expression du gradient de gravité :

$$\partial_z g = \partial_z \left(\frac{GM_T}{(R_T + z)^2} \right) = -\frac{2g}{R_T} \quad (6.50)$$

où M_T désigne la masse de la terre et R_T son rayon moyen⁷.

Pour une variation z de l'altitude petite devant le rayon moyen de la terre, la variation de l'accélération de la pesanteur vaut $-3 \times 10^{-7} g \cdot \text{m}^{-1}$.

La variation de vitesse des atomes due au gradient de gravité entraîne un effet systématique sur la mesure.

La variation de vitesse s'écrit :

$$\int g(z(t))dt = gt + \partial_z g \langle z \rangle t \quad (6.51)$$

où t est le temps entre la sélection et la mesure et $\langle z \rangle$ la position moyenne des atomes entre la sélection et la mesure.

La correction relative sur la mesure de h/m est :

$$\frac{m}{h} \Delta \left(\frac{h}{m} \right) = \frac{\partial_z g t (\langle z \rangle^H - \langle z \rangle^B)}{2v_r (N^H - N^B)} \quad (6.52)$$

⁷La terre n'est pas sphérique et nous considérons un rayon moyen $R_T=6371 \text{ km}$.

Pour notre dernière mesure nous avons $\langle z \rangle^H - \langle z \rangle^B \simeq 0,098$ m. La correction sur l'inverse de α est :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = -0,18 \text{ ppb} \quad (6.53)$$

L'incertitude associée à cet effet vaut $\sigma(\alpha^{-1}) = \pm 0,02$ ppb.

Remarque :

Le gradient de gravité s'oppose à la phase de décélération des atomes. Sur la trajectoire du haut la gravité est plus faible et la décélération a lieu vers le bas, et sur la trajectoire du bas l'effet de la gravité est plus important mais la décélération a lieu vers le haut. On mesure donc une vitesse plus importante, le signe associé à la correction sur l'inverse de α est négatif.

Il peut être intéressant à ce niveau de noter que cet effet varie comme le carré du temps entre la sélection et la mesure. Plus on attend et plus on est sensible à cet effet. Dans l'expérience menée à Stanford par l'équipe de Steven Chu, le temps entre la sélection et la mesure est 10 fois plus important. Cette expérience est donc 100 fois plus sensible que la nôtre à cet effet.

Accélération de Coriolis

Nous mesurons la variation de vitesse des atomes dans le référentiel du laboratoire. Comme la terre tourne à la vitesse angulaire Ω , ce référentiel n'est pas galiléen et l'on doit tenir compte de la force inertielle de Coriolis pouvant modifier la vitesse des atomes entre la sélection et la mesure.

Si la vitesse transverse v_{trans} initiale du nuage est non nulle, la rotation de la terre va induire un effet systématique en induisant une accélération le long de l'axe vertical de mesure :

$$\vec{\mathbf{a}}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{\mathbf{v}}_{\text{trans}} \quad (6.54)$$

Il apparaît de façon immédiate que si la distribution de vitesse est parfaitement isotrope l'effet est nul. Dans le cas où l'on fait l'hypothèse d'une distribution de vitesse dont l'anisotropie en vitesse transverse est de l'ordre de la vitesse de recul v_{rec} , on a un effet relatif pour une trajectoire de l'ordre de :

$$\frac{2\Omega v_{\text{rec}} t}{2N v_{\text{rec}}} \simeq 2 \text{ ppb} \quad (6.55)$$

où $t = 12$ ms est le temps entre la sélection et la mesure, $\Omega = 7,27 \times 10^{-5} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, et $N = 600$ oscillations de Bloch. Lorsque l'on effectue une mesure différentielle entre une accélération dans un sens, puis dans l'autre, le signe de la force ne change pas et les effets se compensent à mieux que 10^{-11} pour 400 oscillations vers le haut et 600 vers le bas.

Par ailleurs, on peut regarder quel serait l'effet de la force de Coriolis dans la direction transverse au mouvement longitudinal des atomes. Dans ce cas, il apparaît une composante de vitesse transverse pour les atomes dont il faut tenir compte. En écrivant la conservation de la quantité de mouvement on a :

$$v_{\text{vraie}} = \sqrt{v_{\text{long}}^2 - v_{\text{trans}}^2} \quad (6.56)$$

où v_{vraie} est la vitesse supposée vraie, v_{long} la vitesse longitudinale attendue égale à $2Nv_{\text{rec}}$ et v_{trans} la vitesse transverse induite par l'accélération de Coriolis.

$$v_{\text{trans}} \simeq 2Nv_{\text{rec}}\Omega t \quad (6.57)$$

Nous obtenons donc un effet à l'ordre 2 en Ωt :

$$v_{\text{vraie}} \simeq 2Nv_{\text{rec}} \left(1 - \frac{\Omega^2 t^2}{2} \right) \quad (6.58)$$

On en déduit la correction relative sur l'inverse de α , qui est indépendante de N et vaut $\Delta(\alpha^{-1}) \simeq -1,76 \times 10^{-13}$. Le signe de cette correction est négatif⁸. Nous mesurons une vitesse plus petite que ce que nous devrions, il faut donc augmenter h/m et diminuer l'inverse de α .

6.9 Effet d'indice

Dans cette partie nous regardons quel est l'effet de l'indice de réfraction sur la mesure du recul atomique.

6.9.1 Calcul de l'indice et ordre de grandeur

L'indice de réfraction d'un milieu est relié à la susceptibilité diélectrique :

$$\chi(\omega) = \rho \frac{d^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\omega - \omega_0 + i\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2 + (\omega - \omega_0)^2} = \chi' + i\chi'' \quad (6.59)$$

où Ω est la fréquence de Rabi, d le dipôle, ρ la densité d'atome par unité de volume. Pour un milieu dilué où $\chi \ll 1$, l'indice s'écrit :

$$n = \sqrt{1 + \chi} \simeq 1 + \frac{\chi' + i\chi''}{2} \quad (6.60)$$

Dans la limite des faibles intensités et des grands désaccords $\omega - \omega_0 \gg \Gamma$:

$$\delta n = n - 1 = \frac{\chi'}{2} \quad (6.61)$$

On peut exprimer δn en fonction de la longueur d'onde et de la force d'oscillateur f^9 de la transition :

$$\delta n = f \frac{3\pi}{2} \rho \frac{\Gamma}{\Delta} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^3 \quad (6.62)$$

où $\Delta = \omega - \omega_0$ est le désaccord de la résonance à un photon.

Nous distinguons l'indice de réfraction associé au nuage d'atomes froids de celui associé à la vapeur résiduelle et nous calculons l'indice de réfraction au cours des différentes étapes de l'expérience :

Nuage atomes froids	Δ	$\rho(at/cm^3)$	δn
Ramsey sélection	310 GHz	10^{10}	$-1,4 \times 10^{-9}$
Bloch	40 GHz	10^9	$-0,875 \times 10^{-9}$
Ramsey mesure	310 GHz	10^9	$-0,14 \times 10^{-9}$
Vapeur résiduelle			
Raman	250 GHz	8×10^8	$-0,11 \times 10^{-9}$
Bloch	40 GHz	8×10^8	$-0,7 \times 10^{-9}$

TAB. 6.2 – Résultats des calculs de l'indice au cours des différentes étapes de l'expérience. On distingue le nuage d'atomes froids de la vapeur résiduelle.

Les faisceaux Raman et Bloch sont désaccordés dans le bleu de la résonance à 1 photon et donc $\delta n < 0$.

La densité de la vapeur résiduelle a été mesurée par absorption d'un faisceau sonde à résonance sur la transition cyclante $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Pratiquement, nous utilisons le faisceau "repompeur Zeeman" (voir chapitre 4) que nous décalons à la fréquence de résonance. La densité du nuage d'atomes froids a été mesurée par imagerie d'absorption (voir dispositif expérimental). Les calculs de l'indice de réfraction donnés dans le tableau (6.2) nous permettent de voir la contribution de l'indice durant l'expérience. Lors de la sélection les faisceaux Raman sont désaccordés de 310 GHz dans le bleu de la résonance et tous les atomes du piège contribuent au calcul de l'indice. La densité est maximale et on obtient $(\delta n)_{sel} \simeq -1,4 \times 10^{-9}$. Durant les oscillations de Bloch, nous sommes beaucoup plus proches de résonance ($\Delta = 40$ GHz) mais la densité est réduite puisqu'environ 2% de la densité initiale contribue à l'accélération. On calcule alors $(\delta n)_{Bloch} \simeq -0,875 \times 10^{-9}$. Enfin, lors de la mesure, nous sommes à nouveau décalés de 310 GHz de la résonance et l'indice de réfraction vaut $(\delta n)_{mesure} \simeq -0,14 \times 10^{-9}$. Nous en déduisons une contribution relative de l'indice de réfraction inférieure à $1,5 \times 10^{-9}$ à tout moment.

L'indice de réfraction ne semble donc pas jouer un rôle important, tout au moins au niveau de précision présenté dans ce mémoire.

6.9.2 Effet de l'indice de réfraction

Outre le calcul de l'indice à partir de la formule (6.62), dans le but ultime d'une détermination de la constante de structure fine avec une incertitude relative au niveau du ppb, il est important de comprendre comment est susceptible d'intervenir l'effet d'indice dans notre

⁸Nous n'avons pas pris en compte cette correction dans le budget d'erreur final.

⁹Dans notre cas $f = \frac{2}{3}$.

expérience. Nous savons que lorsqu'un photon d'impulsion $\hbar k$ pénètre dans un milieu d'indice n , son énergie n'est pas modifiée (même fréquence) mais son impulsion dans le milieu devient $n\hbar k$ [48]. La vitesse de recul de l'atome est alors modifiée. En 2005, une expérience d'interférométrie de Ramsey sur un condensat d'atomes de ^{87}Rb , a d'ailleurs montré que le déphasage dû au recul variait comme le carré de l'indice [27]. Dans notre expérience, nous devons regarder l'effet de l'indice à la fois pendant les transitions Raman de sélection et de mesure mais également pendant les oscillations de Bloch.

Effet pendant les oscillations Bloch On peut regarder quel est le rôle joué par l'indice durant le processus d'accélération des atomes.

Conservation énergie/impulsion

On considère un milieu d'indice n contenant N atomes. On s'intéresse à l'oscillation de Bloch subie par un atome du milieu. On écrit la conservation de l'impulsion pour la transition à deux photons :

$$2\hbar k = 2n\hbar k + 2(1 - n)\hbar k \quad (6.63)$$

Dans le membre de droite il y a deux termes. Le premier terme correspond à l'impulsion acquise par l'atome considéré, et le deuxième terme correspond à l'impulsion acquise par les $(N - 1)$ autres atomes du milieu. Durant ce processus l'atome a reçu $2n\hbar k$. Si on fait l'hypothèse que l'efficacité η des oscillations de Bloch est de 100% cela signifie que les N atomes du milieu font l'oscillation. Autrement dit, une oscillation complète va correspondre à autant de cycles absorption-émission stimulée qu'il y a d'atomes. L'impulsion totale de l'atome considéré après le processus s'écrit :

$$P_{Total} = 2n\hbar k + \frac{2(1 - n)\hbar k}{N} \times N = 2\hbar k \quad (6.64)$$

où l'impulsion $\frac{2(1-n)\hbar k}{N}$ correspond à l'impulsion acquise par l'atome lorsqu'un de ses voisins reçoit $(2n\hbar k)$.

Dans ce cas, on voit que l'indice n'intervient pas durant les oscillations de Bloch. Bien entendu le raisonnement ci-dessus n'est valable que dans le cas où $\eta = 100\%$. Dans notre cas l'efficacité de transfert η par oscillation est proche de 100% mais pas tout à fait. On pose $\eta = 1 - \epsilon$. Lors d'une transition Raman la phase du champ laser s'imprime sur la fonction d'onde atomique de départ. Si on répète le processus N fois on va transférer N fois la phase du champ. La phase du champ laser s'écrit :

$$\phi = 2nkx_l - \sum_i \frac{2\delta nkx_i}{N} \quad (6.65)$$

où l'indice l représente l'atome considéré et l'indice i caractérise l'un des $N - 1$ autres atomes du milieu. Dans le cas où l'efficacité vaut $1 - \epsilon$ seuls les $(1 - \epsilon)N$ atomes feront la transition et

la phase s'écrit :

$$\phi = \sum_{l=1}^{(1-\epsilon)N} \left(2nkx_l - \sum_i \frac{2\delta nkx_i}{N} \right) \quad (6.66)$$

Le recul reçu par les atomes après N oscillations de Bloch est alors :

$$2Nv_r + N\epsilon\delta nv_r$$

Pour $\epsilon < 5 \times 10^{-4}$ et $(\delta n)_{\text{Bloch}} = -0,875 \times 10^{-9}$ l'effet est négligeable.

Effet d'indice pendant la mesure et la sélection -Nuage d'atomes froids-

Lors des paires d'impulsions Raman $\pi/2$ de l'interféromètre nous soumettons les atomes du nuage à deux ondes laser contrapropageantes, à la sélection puis lors de la mesure. Nous présentons ici comment l'indice de réfraction du nuage intervient lors de ces transitions. On peut effectuer le raisonnement suivant à partir d'une source fixe émettant à la fréquence ω . On considère un atome fixe à la position x_0 et un nuage se déplaçant à la vitesse v_0 . En x_1 la

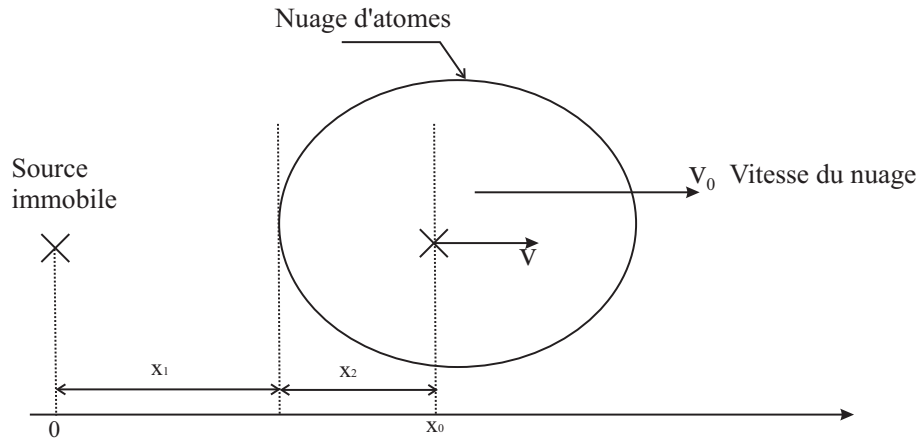


FIG. 6.7 – On considère une source émettrice fixe émettant à la fréquence ω , et un atome se déplaçant à la vitesse v dans un milieu d'indice n se déplaçant à la vitesse v_0 . La fréquence perçue par l'atome dans son référentiel ne dépend pas de n si $v = v_0$.

phase du champ électromagnétique s'écrit :

$$\phi(x_1, t) = \omega t - kx_1 \quad (6.67)$$

Lorsque le nuage se déplace à la vitesse v_0 la phase du champ vue par l'atome est :

$$\omega t - k(x_0 - x_2(t)) - nkx_2 \quad (6.68)$$

où $x_2(t) = -v_0 t$

Cette phase va varier du fait de la variation de la longueur optique parcourue par la lumière dans le milieu d'indice n .

On en déduit la phase vue par l'atome fixe en x_0 :

$$\phi(x(t), t) = -kx_0 + \delta n k v_0 t \quad (6.69)$$

Si on considère maintenant le cas où l'atome bouge à la vitesse v dans le nuage il faut ajouter un terme d'effet Doppler supplémentaire en $\omega - nk v$. En définitive, la fréquence laser perçue par l'atome dans son référentiel, dans le cas où il se déplace à la vitesse v dans un nuage se déplaçant à la vitesse v_0 s'écrit :

$$\omega' = \omega - k v + \delta n k (v_0 - v) \quad (6.70)$$

où ω' est la fréquence vue par l'atome. On remarque que si $v = v_0$ l'effet d'indice disparaît.

Ce résultat peut être retrouvé à partir de la conservation de l'énergie et de l'impulsion.

-Conservation énergie/impulsion-

La condition de résonance Raman s'écrit :

$$\delta = 2k(v + v_r) \quad (6.71)$$

Nous rappelons que dans une telle transition la distribution de vitesse sélectionnée est centrée autour d'une vitesse moyenne $v = \frac{\delta}{2k} - v_{rec}$ et que la quantité de mouvement de l'atome varie de $2\hbar k$ après une telle transition. Pour être résonant avec les atomes nous devons tenir compte de l'effet de recul dû à la transition, et s'il y a un effet d'indice, l'atome acquiert $2n v_{rec}$. Pour un atome de vitesse initiale v_i sa vitesse finale est $v_f = v_i + 2n v_r$ en tenant compte de l'indice de réfraction du milieu. On peut écrire la condition de résonance Raman pour un système constitué de N atomes.

$$E_A + \frac{1}{2} m v_i^2 + \hbar \omega_1 + \sum_l \left(\frac{1}{2} m v_i^{l2} \right) = (E_b + \frac{1}{2} m v_f^2 + \hbar \omega_2) + \sum_l \left(\frac{1}{2} m v_f^{l2} \right) \quad (6.72)$$

où l'exposant l est associé aux atomes n'effectuant pas la transition. On en déduit la condition de résonance Raman en fonction de l'indice de réfraction :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = 2k \left(\frac{v_i + v_f}{2} \right) + 2\delta n k \left(\frac{v_i + v_f}{2} - v_0 \right) \quad (6.73)$$

L'effet d'indice apparaît dans l'effet de recul dû à la transition Raman ainsi que dans le cas où les atomes sélectionnés ont une vitesse différente de la vitesse v_0 du nuage. L'effet d'indice modifie la vitesse des atomes. L'effet relatif associé varie comme $\delta n / 2N_{osc}$ ce qui, compte tenu des valeurs de δn calculées dans le tableau (6.2), et du nombre important d'oscillations ($N_{osc} = 500$) est totalement négligeable.

Effet de la vapeur résiduelle Les atomes qui ne sont pas accélérés par Bloch contribuent à la vapeur résiduelle. L'effet se calcule immédiatement en considérant l'indice de réfraction de la vapeur aux deux fréquences utilisées pour Bloch et pour Raman. On obtient :

$$\frac{m}{h} \Delta \left(\frac{h}{m} \right) = - (\delta n_{v.r.}^R + \delta n_{v.r.}^B) = -0,81 \text{ ppb} \quad (6.74)$$

où $\delta n_{v.r.}^R$ est l'effet d'indice de la vapeur résiduelle associée à la fréquence Raman et $\delta n_{v.r.}^B$ est l'effet d'indice associé à la vapeur résiduelle à la fréquence Bloch. La correction relative sur l'inverse de α est $\Delta(\alpha^{-1}) = -0,41$ ppb et l'incertitude relative associée vaut 0,3 ppb.

6.10 Fréquence des lasers

Afin de mesurer précisément la variation de vitesse des atomes par effet Doppler nous devons connaître la fréquence des lasers Raman et Bloch. Pour ce faire nous rappelons brièvement la méthode employée (voir chapitre 4). Le laser Ti-Sa qui nous sert pour réaliser les oscillations de Bloch est asservi sur le pic TEM_{00} d'une cavité Fabry-Perot ultra-stable. Une des deux diodes Raman est également asservie sur un autre pic TEM_{00} de cette même cavité. Nous contrôlons la fréquence de ces deux lasers en effectuant le battement optique entre le Ti-Sa ou bien la diode Raman et un laser de référence. Ce laser de référence est un laser Ti-Sa asservi sur une référence de fréquence optique (Rb-2photon) dont nous disposons pour l'expérience sur l'hydrogène. Notre cavité Fabry-Perot possède une dérive thermique que nous contrôlons régulièrement durant l'expérience à partir de la mesure de ce battement.

Les longueurs d'onde des faisceaux Raman et Bloch apparaissent directement dans l'équation donnant le rapport h/m . L'incertitude associée à la mesure de fréquence est de l'ordre de 150 kHz.

$$\sigma(\alpha^{-1}) = 0,4 \text{ ppb} \quad (6.75)$$

6.11 Bilan des incertitudes

Nous donnons dans le tableau qui suit l'ensemble des corrections et des incertitudes associées à ces corrections, pour la mesure que nous avons effectuée durant la dernière année de ma thèse.

Effet systématique	Correction α^{-1} (ppb)	Incertitude relative $\sigma(\alpha^{-1})$ (ppb)
Fréquence Laser	0	0,4
Parallélisme des faisceaux	-2	2
Phase de Gouy et courbure	-11,9	2,5
Effet Zeeman quadratique	7	1
Déplacement lumineux 1 photon	0	0,1
Déplacement lumineux 2 photons	0	0,005
Gradient de gravité	-0,18	0,02
Force magnétique quadratique	-1,45	0,2
Gradient de déplacement lumineux (Bloch)	0,58	0,2
Indice de réfraction (atomes froids)	0	0,3
Indice de réfraction (atomes chauds)	-0,41	0,3
Total	-8,36	3,4

Nous donnons également les constantes utilisées pour déterminer la constante de structure fine à partir d'une mesure de h/m .

Constante utilisée	Valeur	Incertitude relative (ppb)
constante de Rydberg [1]	10973731,568525 (73) m^{-1}	0,0006
masse du rubidium	86,909180520 (15) u	0,0006
masse de l'électron [1]	5,4857990945 (24) 10^{-4} u	0,44

où $u=1,66053873(13)\times 10^{-27}\text{kg}$ est l'unité de masse atomique.

Nous rappelons que la valeur de α^{-1} sans correction et en tenant compte de l'incertitude statistique est :

$$\alpha^{-1} = 137,03600002(45)[3,3 \times 10^{-9}] \quad (6.76)$$

La valeur finale corrigée, et en tenant compte de l'incertitude statistique et de l'incertitude associée aux effets systématiques est :

$$\alpha^{-1} = 137,03599887(65)[4,8 \times 10^{-9}] \quad (6.77)$$

Il est intéressant de situer cette nouvelle détermination de la constante de structure fine dans le cadre de l'ensemble des déterminations prises en compte par le CODATA.

Méthode	α^{-1}	Incertitude relative
$g-2$	137,035999683(96)	$6,9 \times 10^{-10}$
h/m_{Rb} (2007)	137,03599887(65)	$4,8 \times 10^{-9}$
h/m_{Rb} (2005)	137,03599884(91)	$6,7 \times 10^{-9}$
h/m_{Cs}	137,0360001(11)	$7,7 \times 10^{-9}$
R_K	137,0360030(25)	$1,7 \times 10^{-8}$
Γ'_{90}	137,0359875(43)	$3,1 \times 10^{-8}$
h/m_n	137,0360015(47)	$3,4 \times 10^{-8}$
$\Delta\nu_{Mu}$	137,0360017(80)	$5,8 \times 10^{-8}$

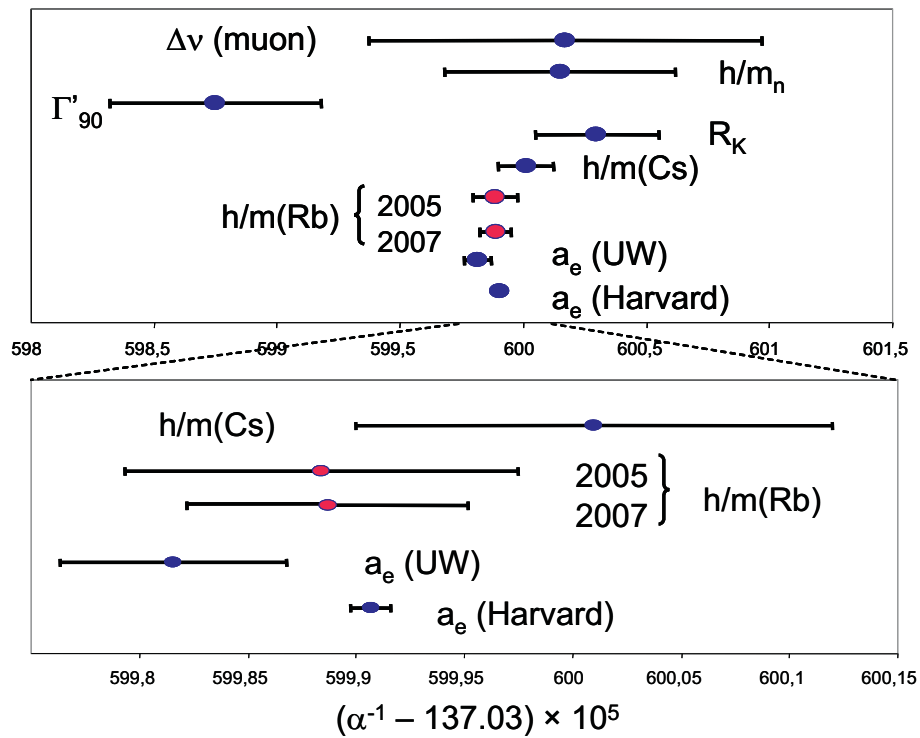


FIG. 6.8 – Comparaison de notre mesure interférométrique, h/m_{Rb} (2007), avec l'ensemble des mesures du CODATA. La valeur de α déduite du $g - 2$ (Harvard) tient compte de la correction de $6,7\sigma$.

Notre dernière mesure interférométrique de la constante de structure fine α est en accord avec notre précédente détermination effectuée en 2005 en configuration non interférométrique. Par ailleurs, ces deux mesures sont également en accord avec la meilleure détermination actuelle basée sur l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Nous avons présenté dans ce mémoire de thèse, les derniers résultats obtenus sur la détermination de la constante de structure fine au laboratoire Kastler Brossel. Nous avons réalisé la première expérience de mesure du rapport h/m combinant l'interférométrie atomique et les oscillations de Bloch. Ceci nous a permis de réaliser une détermination de la constante de structure fine avec une incertitude relative de $4,8 \times 10^{-9}$ constituant une amélioration d'un facteur environ 1,4 comparativement à l'expérience réalisée en 2005. La valeur de α déduite de la mesure de h/m_{Rb} que nous avons obtenue est $\alpha_{2007}^{-1} = 137,03599887(65)$. Ce résultat est en parfait accord avec le résultat obtenu en 2005 ($\alpha_{2005}^{-1} = 137,03599884(91)$), et constitue donc un test de l'interférométrie atomique pour les mesures de grande précision.

Nous avons également mis en place un système baptisé "ascenseur à atomes", utilisant les oscillations de Bloch, et permettant de s'affranchir des contraintes spatiales dues à la taille de l'enceinte à vide utilisée pour les expériences. En amenant les atomes aux extrémités de l'enceinte à vide nous avons pratiquement doublé le nombre d'oscillations de Bloch réalisées en 2005. Une nouvelle détermination de la constante de structure fine a ainsi pu être réalisée ($\alpha_{\text{ascenseur}}^{-1} = 137,03599753(90)$). Cette mesure n'est pas en parfait accord avec nos deux précédentes déterminations et nous pensons que cela est dû à un taux d'émission spontanée important dans l'état $|F = 1\rangle$, se traduisant par la présence d'atomes parasites dans les signaux de temps de vol, et ne participant pas au signal de franges d'interférences atomiques. Des mesures extrêmement récentes effectuées avec un faisceau repompeur vertical sont encourageantes, et semblent valider l'utilisation de cette technique pour une détermination de α . La principale limitation actuelle pour l'ensemble de ces expériences provient théoriquement de l'effet de la courbure des fronts d'onde et de l'alignement des faisceaux lasers, ainsi que des effets de champ magnétique parasite, même si lors de notre dernière détermination, l'incertitude sur cet effet a été réduite d'un facteur 2, dû à un travail important de caractérisation du champ magnétique dans l'enceinte à vide.

Une nouvelle enceinte à vide en métal amagnétique (titane), est actuellement en cours d'étuvage au laboratoire. Elle sera utilisée dans un blindage magnétique permettant de réduire

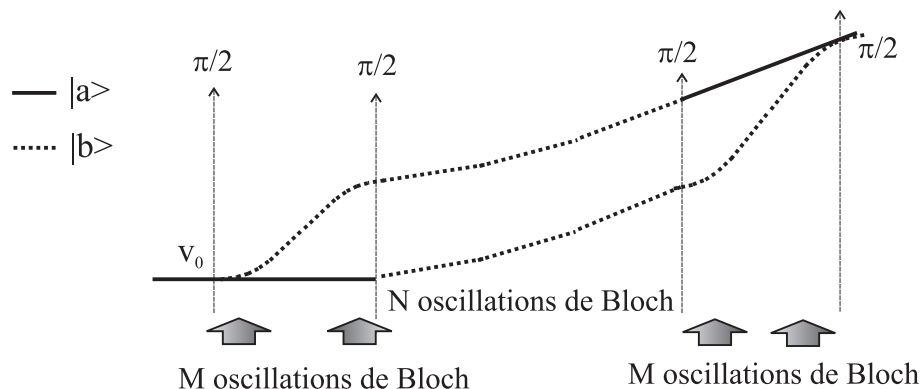


FIG. 7.1 – Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique avec des séparatrices atomiques d'ordre élevé pour une mesure de h/m .

les fluctuations de champs magnétiques parasites. La taille de cette cellule permettra a priori de tripler le nombre de reculs transmis aux atomes tout en contrôlant le champ magnétique sur des distances plus grande. On pourra d'ailleurs éventuellement penser utiliser la technique d'ascenseur à atomes pour gagner un nouveau facteur 2 sur le nombre d'oscillations de Bloch. Une étude précise des fronts d'onde des faisceaux laser au passage des hublots dans la cellule sera effectuée. La source d'atomes froids sera toujours issu d'un refroidissement par mélasse optique. En revanche, le PMO 3D sera chargé par un jet ralenti (PMO 2D) de façon à accroître le nombre d'atomes dans le piège, et donc la sensibilité du senseur. La cadence de l'expérience pourra être augmentée, et l'on pourra ainsi gagner sur le temps d'intégration et par conséquent sur la mesure statistique. Les mesures pouvant être effectuées plus rapidement, on pourra alors tester l'influence des différents paramètres (champ magnétique, collimation des faisceaux, alignement, densité d'atomes...) et mettre des barres d'erreur expérimentales sur les effets systématiques.

Les résultats obtenus durant ce travail de thèse confortent l'idée d'allier à la fois l'interférométrie atomique et les oscillations de Bloch pour les prochaines expériences. Les récentes propositions faites par l'équipe de Steven Chu à Stanford repoussent encore plus loin les limites de l'expérience [49]. En utilisant des impulsions de Bragg, l'équipe de Stanford compte réaliser des séparatrices atomique d'ordre n élevé, et ainsi gagner sur la sensibilité du senseur comme $n^2 \times T$ où T est le temps entre les impulsions $\pi/2$ de l'interféromètre de Ramsey-Bordé. La précision attendue pour cette expérience est inférieure à 5×10^{-10} en valeur relative. Notons que dans ce cas c'est le rapport (m_p/m_e) entre la masse du proton et la masse de l'électron qui deviendrait le facteur limitant pour la détermination de α . Nous proposons une méthode compétitive basée sur les oscillations de Bloch. En combinant l'impulsion $\pi/2$ de notre interféromètre et les oscillations de Bloch (voir figure 7.1), il est possible d'accélérer les atomes dont la vitesse initiale est comprise dans une fourchette de largeur $2v_r$. On peut ainsi réaliser

une lame séparatrice d'ordre élevé. Si l'on effectue M oscillations de Bloch au niveau de la séparatrice et N oscillations de Bloch entre la sélection et la mesure, la sensibilité sera alors proportionnelle à $(N \times M \times T)$. Cette méthode permettrait d'une part, de réduire le temps T et d'être moins sensible aux vibrations pour une même sensibilité, et d'autre part, de réduire le déplacement des atomes, permettant ainsi de leur communiquer un plus grand nombre de reculs.

L'objectif à moyen terme de l'expérience, et qui semble tout à fait réalisable, est d'obtenir une détermination de la constante de structure fine α avec une incertitude relative de 10^{-9} . Si cet objectif est atteint il sera alors possible de tester plus précisément les calculs d'électrodynamique quantique (QED). Enfin, si les calculs QED sont supposés exacts, une nouvelle limite de α permettra de donner une limite sur une possible incertitude de la structure interne de l'électron. Par ailleurs, dans le contexte actuel de redéfinition du kilogramme en fixant la constante de Planck h , il y a un intérêt fondamental à améliorer la précision sur la détermination de α . En effet, la réalisation de h avec la balance du watt repose sur la validité des relations $K_J = \frac{2e}{h}$ (constante de Josephson) et $R_K = \frac{h}{e^2}$ (constante de von Klitzing). Il est donc également important de mesurer très précisément α pour tester l'effet Hall quantique et l'effet Josephson.

Annexe

A Compléments du chapitre 2

A.1 Matrices de Pauli

On introduit les matrices de Pauli, comme composantes du vecteur $\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix}$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-1})$$

On donne les relations de commutation :

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z, \quad [\sigma_y, \sigma_z] = 2i\sigma_x, \quad [\sigma_z, \sigma_x] = 2i\sigma_y \quad (\text{A-2})$$

et :

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = Id \quad (\text{A-3})$$

où Id est la matrice identité (2×2).

Une relation utile pour décrire l'évolution du spin fictif sur la sphère de Bloch est :

$$\left[\vec{\sigma}, \vec{\Omega} \cdot \vec{\sigma} \right] = 2i\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma} \quad (\text{A-4})$$

A.2 Spin fictif et hamiltonien atome-champ

Un atome à 2 niveaux peut être décrit par des observables de spin. Les observables atomiques associées à un atome à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ sont : les populations dans l'état fondamental et dans l'état excité.

$$\Pi_g = |g\rangle \langle g| \quad \text{et} \quad \Pi_e = |e\rangle \langle e| \quad (\text{A-5})$$

et les cohérences, proportionnelles aux composantes de l'opérateur dipolaire atomique :

$$\sigma_+ = |e\rangle \langle g| \quad \text{et} \quad \sigma_- = |g\rangle \langle e| \quad (\text{A-6})$$

Les observables (A-5) et (A-6) permettent de définir trois opérateurs de spin qui sont les composantes du spin 1/2 fictif introduit au chapitre 2 et défini par :

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \langle \vec{\sigma} \rangle \quad (\text{A-7})$$

avec :

$$2\sigma_x = \sigma_+ + \sigma_-, \quad 2i\sigma_y = \sigma_+ - \sigma_-, \quad 2\sigma_z = \Pi_b - \Pi_a \quad (\text{A-8})$$

Passage du hamiltonien (2.42) au hamiltonien (2.43) du chapitre 2 :

On introduit l'opérateur de rotation

$$R(t) = \exp \frac{i\omega t \sigma_z}{2} = \cos \left(\frac{\omega t}{2} \right) Id + i\sigma_z \sin \left(\frac{\omega t}{2} \right) = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix}$$

Sous l'action de cette rotation la fonction d'onde se transforme comme :

$$|\tilde{\psi}\rangle = R(t) |\psi\rangle \quad (\text{A-9})$$

et le hamiltonien comme :

$$\tilde{H} = i\hbar \frac{d}{dt} R(t) R^+ + R(t) H R^+(t) \quad (\text{A-10})$$

Il vient alors :

$$i\hbar \frac{d}{dt} R(t) R^+ = -\frac{\hbar\omega\sigma_z}{2}$$

et

$$R H R^+ = \frac{\hbar\omega_{eg}}{2} R \sigma_z R^+ + \hbar\Omega \cos(\omega t + \phi) R (\sigma^+ + \sigma^-) R^+$$

On a :

$$R \sigma_z R^+ = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} = \sigma_z \quad (\text{A-11})$$

et

$$R \underbrace{(\sigma^+ + \sigma^-)}_{\sigma_x} R^+ = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\omega t} \\ e^{-i\omega t} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-12})$$

Le hamiltonien effectif total dans le référentiel tournant s'écrit alors :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta\sigma_z}{2} + \hbar\Omega \cos(\omega t + \phi) (e^{-i\omega t} \sigma^- + e^{i\omega t} \sigma^+) \quad (\text{A-13})$$

En développant l'équation nous obtenons :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta\sigma_z}{2} + \frac{\hbar\Omega}{2} (e^{i\phi} \sigma_- + e^{-i\phi} \sigma_+ + e^{i\phi} e^{i2\omega t} \sigma_+ + e^{-i\phi} e^{-i2\omega t} \sigma_-) \quad (\text{A-14})$$

Approximation séculaire

En regardant le terme de couplage de (A-14) on voit qu'il apparaît une composante résonnante avec la transition considérée, ainsi qu'une composante antirésonnante :

$$\tilde{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar\delta\sigma_z}{2} + \frac{\hbar\Omega}{2} \underbrace{(e^{i\phi}\sigma^- + e^{-i\phi}\sigma^+)}_{\text{resonant}} + \frac{\hbar\Omega}{2} \underbrace{(e^{i\phi}e^{i2\omega t}\sigma^+ + e^{-i\phi}e^{-i2\omega t}\sigma^-)}_{\text{antiresonante}} \quad (\text{A-15})$$

L'approximation séculaire consiste à négliger le deuxième terme et à ne conserver que le terme constant. On retrouve alors le hamiltonien (2.42) et (2.43) du chapitre 2. En introduisant les angles polaires θ et ϕ on peut représenter $|\vec{\Omega}_{\text{eff}}|$ dans un espace à 3 dimensions où les axes de coordonnées ($\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z$) sont dirigés suivant les composantes de $\vec{\sigma}$ et où :

$$\vec{\Omega}_{\text{eff}} = \Omega_{\text{eff}} \begin{pmatrix} \sin(\theta)\cos(\phi) \\ \sin(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{A-16})$$

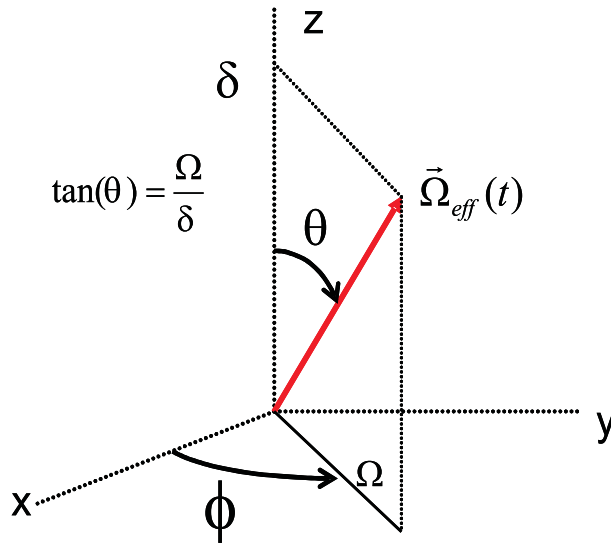


FIG. 8.1 – Représentation des angles θ et ϕ . $\cos(\theta) = \frac{\delta}{\Omega}$ et $\sin(\theta) = \frac{\Omega}{\Omega_{\text{eff}}}$.

Etats propres et énergies propres

On écrit H_{eff} sous forme matricielle :

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2}\Omega_{\text{eff}} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{-i\Phi} \\ \sin\theta e^{i\Phi} & -\cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A-17})$$

On diagonalise et on trouve les énergies propres suivantes :

$$\begin{cases} E_+ = \frac{\hbar}{2} \frac{\delta}{\cos \theta} \\ E_- = -\frac{\hbar}{2} \frac{\delta}{\cos \theta} \end{cases} \quad (\text{A-18})$$

Les états propre sont connus et s'écrivent [50] :

$$\begin{cases} |+\rangle = \cos(\frac{\theta}{2})e^{-i\phi/2} |e\rangle + \sin(\frac{\theta}{2})e^{i\phi/2} |g\rangle \\ |-\rangle = -\sin(\frac{\theta}{2})e^{-i\phi/2} |e\rangle + \cos(\frac{\theta}{2})e^{i\phi/2} |g\rangle \end{cases} \quad (\text{A-19})$$

Tout état d'un système à 2 niveaux peut être mis sous cette forme et être représenté par un vecteur évoluant sur une sphère unité, dénommée "sphère de Bloch" présentée au chapitre 2. Sur cette sphère l'axe vertical est associé aux populations des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ et le plan équatorial est associé aux cohérences. On retrouve l'équation (2.50) du chapitre 2 à partir de l'équation (A-4). Il vient :

$$\frac{d \langle \vec{\sigma} \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\vec{\sigma}, H_{\text{eff}}(t)] \rangle \quad (\text{A-20})$$

Soit :

$$\frac{d \vec{S}}{dt} = \vec{\Omega}_{\text{eff}}(t) \wedge \vec{S}(t) \quad (\text{A-21})$$

L'équation (A-21) traduit bien le mouvement de précession du spin fictif à la fréquence $|\vec{\Omega}_{\text{eff}}|$.

A.3 Evolution du système

Nous avons montré qu'il était possible de déterminer les états propres et énergies propres d'un tel système en se plaçant dans le référentiel "tournant". Nous donnons brièvement l'exposé de la méthode permettant de connaître l'état de l'atome à tout instant dans la base utile ($|e\rangle, |g\rangle$). C'est à partir de cette méthode que sont obtenues les équations (2.73) et (2.74) du chapitre 2.

Méthode générale

On considère un atome qui à l'instant t_0 est dans l'état :

$$|\Psi(t_0)\rangle = c_e(t_0) |e\rangle + c_g(t_0) |g\rangle \quad (\text{A-22})$$

L'expression de la fonction d'onde atomique après une interaction de durée τ quelconque est donnée par la méthode suivante :

- 1) On exprime la fonction d'onde dans la base ($|e\rangle, |g\rangle$)^R du repère tournant.
- 2) On décompose la fonction d'onde $|\tilde{\Psi}(t_0)\rangle$ sur la base des vecteurs propres ($|+\rangle, |-\rangle$).

$$|\tilde{\Psi}(t_0)\rangle = c_+ |+\rangle + c_- |-\rangle \quad (\text{A-23})$$

3) On applique l'opérateur d'évolution pendant la durée τ sur chacune des composantes de la fonction d'onde :

$$\left| \tilde{\Psi}(t_0 + \tau) \right\rangle = c_+ e^{-i\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}} |+\rangle + c_- e^{i\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}} |-\rangle \quad (\text{A-24})$$

4) On exprime de nouveau la fonction d'onde dans la base $(|e\rangle, |g\rangle)^R$

5) On repasse dans la base standard $(|e\rangle, |g\rangle)$. On obtient alors les coefficients $c_e(t_0 + \tau)$ et $c_g(t_0 + \tau)$.

Notons que les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ dans la base standard sont déduits de la transformation :

$$|e\rangle_R = e^{i\delta t} |e\rangle \quad \text{et} \quad |g\rangle_R = e^{-i\delta t} |g\rangle \quad (\text{A-25})$$

A.4 Calcul général de la probabilité de transition pour Ramsey

On applique la méthode générale. L'opérateur d'évolution associé au système à 2 niveaux est :

$$U(t) = e^{-i\frac{\vec{\Omega}_{\text{eff}} \cdot \vec{\sigma} t}{2}} \quad (\text{A-26})$$

Soit la fonction d'onde de l'atome donné par :

$$|\psi(t)\rangle = c_e(t) |e\rangle + c_g(t) |g\rangle \quad (\text{A-27})$$

où les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ représentent respectivement l'état excité $|F = 2, m_F = 0\rangle$ et l'état fondamental $|F = 1, m_F = 0\rangle$ de la transition d'horloge. La fonction d'onde de l'atome à l'instant t est donnée par :

$$|\Psi(t)\rangle = U(t) |\Psi(0)\rangle \quad (\text{A-28})$$

avec

$$|\Psi(0)\rangle = c_e(0) |e\rangle + c_g(0) |g\rangle \quad (\text{A-29})$$

A $t = 0$ l'atome est dans l'état fondamental soit $c_e(0) = 0$ et $c_g(0) = 1$. En écrivant l'opérateur d'évolution sous forme matricielle et en développant, on peut écrire la fonction d'onde de l'atome à l'instant t en fonction des conditions initiales.

Pour cela on utilise la relation donnée dans [51] :

$$e^{i\vec{\sigma} \cdot \vec{A}} = \cos(|\vec{A}|) + i\hat{\sigma} \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} \sin(|\vec{A}|) \quad (\text{A-30})$$

$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} c_g(t) \\ c_e(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) + i\frac{\delta}{\Omega_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) & i\frac{\Omega}{\Omega_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) \\ i\frac{\omega}{\Omega_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) & \cos(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) - i\frac{\delta}{\Omega_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} t}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_g(0) \\ c_e(0) \end{pmatrix} \quad (\text{A-31})$$

Afin d'obtenir la probabilité de transition il faut connaître l'expression de la fonction d'onde atomique au cours des différentes étapes de l'interrogation de Ramsey. Nous calculons les matrices de l'opérateur d'évolution au cours des 3 étapes de l'interrogation.

Etape 1 :

$$|\psi(\tau)\rangle = \begin{pmatrix} c_g(\tau) \\ c_e(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) + i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) & i\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) \\ i\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) & \cos(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) - i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_g(0) \\ c_e(0) \end{pmatrix} \quad (\text{A-32})$$

Etape 2 :

$$|\psi(T_R + \tau)\rangle = \begin{pmatrix} c_g(T_R + \tau) \\ c_e(T_R + \tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\delta T_R}{2}) + i \sin(\frac{\delta T_R}{2}) & 0 \\ 0 & \cos(\frac{\delta T_R}{2}) - i \sin(\frac{\delta T_R}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_g(\tau) \\ c_e(\tau) \end{pmatrix} \quad (\text{A-33})$$

Etape 3 :

$$|\psi(T_R + 2\tau)\rangle = \begin{pmatrix} c_g(T_r + 2\tau) \\ c_e(T_r + 2\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) + i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) & i\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) \\ i\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) & \cos(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) - i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin(\frac{\Omega_{eff}t}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_g(\tau) \\ c_e(\tau) \end{pmatrix} \quad (\text{A-34})$$

La probabilité de transition dans l'état excité après la séquence de Ramsey s'écrit :

$$P(2\tau + T) = |\langle e | U_\tau U_T U_\tau | \Psi(0) \rangle|^2 \quad (\text{A-35})$$

En explicitant le produit des matrices pour un atome dans l'état fondamental avant la première impulsion de Ramsey on a : $|\psi(T + 2\tau)\rangle = A |g\rangle + B |e\rangle$ avec

$$B = i\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \left[e^{i\frac{\delta T_R}{2}} \left(\cos\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) + i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \right) + e^{-i\frac{\delta T_R}{2}} \cos\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) - i\frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \right] \quad (\text{A-36})$$

La probabilité d'être dans l'état excité est :

$$P(2\tau+T) = |B|^2 = 4 \left(\frac{\Omega}{\Omega_{eff}} \right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \left[\cos\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \cos\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \right]^2 \quad (\text{A-37})$$

A.5 Nombre d'atomes sélectionnés

On cherche ici à calculer le nombre d'atomes sélectionnés dans les deux cas limites $p = 0$ et $p = \infty$. On rappelle l'expression de la fonction $f(p)$:

$$f(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4}{1+x^2} \sin^2\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \times \left[\cos\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(px\frac{\pi}{4}\right) - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \sin\left(\sqrt{1+x^2}\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(px\frac{\pi}{4}\right) \right]^2 dx \quad (\text{A-38})$$

où $p = T_{\text{Ramsey}}/\tau$.

A la limite $T_{Ramsey} = 0$, on se retrouve dans le cas d'une impulsion π . Il faut calculer l'intégrale :

$$f(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+x^2} \frac{\pi}{2} \right) dx \quad (\text{A-39})$$

Cette intégrale vaut environ 2,1166.

A la limite T_{Ramsey} suffisamment grand, cette limite étant atteinte pour $T_{Ramsey} > \approx 2\tau$, $f(p)$ est indépendant de p . L'intégrale se calcule en remplaçant le terme entre crochets de (A-38), de la forme $[\cos(a)\cos(b) + c\sin(a)\sin(b)]^2$ qui oscille rapidement en fonction de a par $\cos^2(b) + c^2 \sin^2(b) \cos^2(a+\theta)$ où $\tan(\theta) = \frac{\tan(b)}{c}$ et donc finalement par $\frac{1}{2}(\cos^2(b) + c^2 \sin^2(b))$ car le \cos^2 oscille rapidement et se moyenne à 0.

On obtient l'intégrale suivante :

$$f(\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4}{1+x^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+x^2} \frac{\pi}{4} \right) \left(1 - \frac{1}{1+x^2} \sin^2 \left(\sqrt{1+x^2} \frac{\pi}{4} \right) \right) dx \quad (\text{A-40})$$

Le résultat du calcul numérique vaut environ 2,7041.

B L'atome de rubidium 87

B.1 Grandeurs utiles

Grandeur physique	Symbole	Valeur
Abondance relative naturelle	-	27,83 %
Numéro atomique	Z	37
Spin nucléaire	I	3/2
Masse atomique	m_{Rb}	$1,443 \times 10^{-25}$ kg
Fréquence hyperfine	ω_{SHF}	$2\pi \times 6,83468261090429(9)$ GHz
Longueur d'onde de la transition D2	λ_{D2}	780,241 209 686(13) nm
Fréquence optique raie D2	f	384,230 484 468 5(62) THz
Section efficace d'absorption	$\sigma = 3\lambda^2/2\pi$	$2,9 \times 10^{-13}$ m ²
Largeur naturelle de l'état excité $5^2P_{3/2}$	Γ	$2\pi \times 6,065(9)$ MHz
vitesse de recul	v_r	5,8845 mm.s ⁻¹
Intensité de saturation, raie D2	I_{sat}	2,55 mW.cm ⁻²
Température Doppler	$T_D = \hbar\Gamma/(2k_B)$	146 μ K
Fréquence de recul (transition Raman)	ω_r	$2\pi \times 15,084$ kHz
Effet Zeeman quadratique	$\Delta\nu = K_Z^{(2)} B^2$	$K_Z^{(2)} = 575,15$ Hz.G ⁻²

TAB. 8.1 – Quelques données utiles relatives à l'atome de rubidium 87.

B.2 Forces de raie-Intensité des transitions

Les intensités des raies sont représentées sur les figures (8.2) à (8.4).

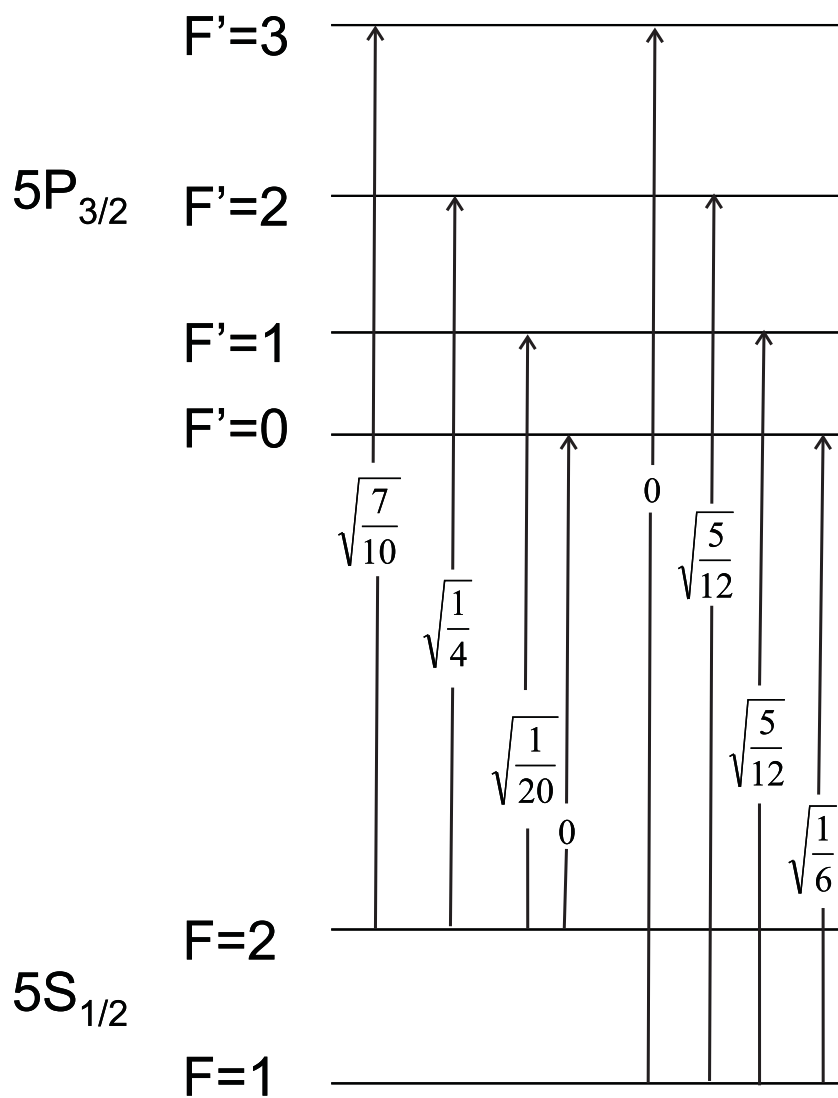


FIG. 8.2 – Forces de raie entre les niveaux $|5S_{1/2}\rangle$ et $|5P_{3/2}\rangle$ de l'atome de rubidium 87.

C Quelques constantes fondamentales

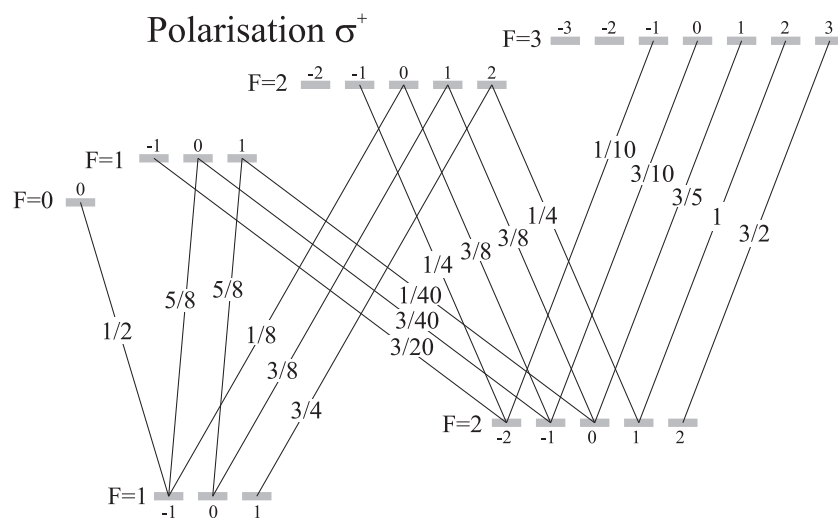


FIG. 8.3 – Intensité des différentes transitions pour la raie D2 de l'atome de rubidium 87 dans le cas d'une polarisation σ^+ des faisceaux lasers.

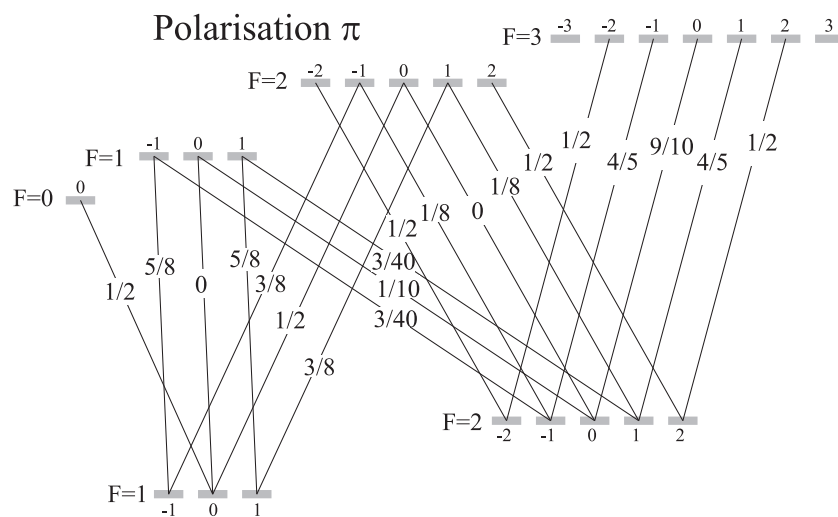


FIG. 8.4 – Intensité des différentes transitions pour la raie D2 de l'atome de rubidium 87 dans le cas d'une polarisation π .

Nom	Symbole	Valeur	Unité
Constante de Planck réduite	\hbar	$1,054\,571\,628(53) \times 10^{-34}$	J.s
Constante de Boltzmann	k_B	$1,380\,6504(24) \times 10^{-23}$	J/K
Vitesse de la lumière dans le vide	c	299792458 (exact)	m/s
Perméabilité du vide	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ (exact)	N/A ²
Magnéton de Bohr	μ_B	$9,274\,009\,15(23) \times 10^{-24}$	J/T
Unité de masse atomique	u	$1,660\,538\,73(13) \times 10^{-27}$	kg
Charge de l'électron	e	$1,602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$	C
Masse de l'électron	m_e	$9,109\,382\,15(45) \times 10^{-31}$	kg

TAB. 8.2 – Constantes fondamentales.

Bibliographie

- [1] P.J. Mohr and B.N. Taylor, *Codata recommended values of the fundamental physical constants : 2006*. Cité p. 2, 3, 6, 159
- [2] W. Liu, M. G. Boshier, S. Dhawan, O. van Dyck, P. Egan, X. Fei, M. Grosse Perdekamp, V. W. Hughes, M. Janousch, K. Jungmann, D. Kawall, F. G. Mariam, C. Pillai, R. Prigl, G. zu Putlitz, I. Reinhard, W. Schwarz, P. A. Thompson, and K. A. Woodle, *High precision measurements of the ground state hyperfine structure interval of muonium and of the muon magnetic moment*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 711. Cité p. 3
- [3] R.S. Van Dyck, P.B. Schwinberg, and H.G. Dehmelt, *New high-precision comparison of electron and positron g factors*, Phys. Rev. Lett. **59** (1987), 26. Cité p. 4
- [4] G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, and B. Odom, *New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006), 030802. Cité p. 4
- [5] M.P. Bradley, J.V. Porto, S. Rainville, J.K. Thompson, and D.E. Pritchard, *Penning trap measurements of the masses of ^{133}Cs , $^{87,85}\text{Rb}$, and ^{23}Na with uncertainties ≤ 10.2 ppb*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 4510. Cité p. 6
- [6] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acef, and A. Clairon, *Optical frequency measurement of the $2S-12D$ transitions in hydrogen and deuterium : Rydberg constant and lamb shift determinations*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 4960. Cité p. 6
- [7] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, and T.W. Hänsch, *Phase-coherent measurement of the hydrogen $1S-2S$ transition frequency with an optical frequency interval divider chain*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997), 2646. Cité p. 6
- [8] E. Krüger, W. Nistler, and W. Weirauch, *Determination of the fine-structure constant by a precise measurement of h/m_n* , Metrologia **32** (1995), 117. Cité p. 6
- [9] E. Krüger, W. Nistler, and W. Weirauch, *Re-evaluation of a precise measurement of h/m_n* , Metrologia **36** (1999), 147. Cité p. 6
- [10] D.S. Weiss, B.C. Young, and S. Chu, *Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry*, Phys. Rev. Lett. **70** (1992), 2706. Cité p. 7

- [11] D.S. Weiss, B.C. Young, and S. Chu, *Precision measurement of \hbar/m_{Cs} based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry*, Appl. Phys. B **59** (1994), 217–256. Cité p. 7
- [12] Loel M. Hensley, Andreas Wicht, Brent C. Young, and Steven Chu, *Progress towards a measurement of \hbar/M_{Cs}* , Atomic Physics **17** (E. Arimondo, P. DeNatale, and M. Inguscio, eds.), 2001. Cité p. 7
- [13] A. Wicht, J.M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu, *A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry*, Physica Scripta **T102** (2002), 82. Cité p. 7
- [14] C.J. Bordé, *Atomic interferometry with internal state labelling*, Phys. Lett. A **140** (1989), 10. Cité p. 7
- [15] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, *Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice*, Physical Review Letters **96** (2006), 033001. Cité p. 7
- [16] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, *Precise measurement of h/m_{Rb} using Bloch oscillations in a vertical optical lattice : Determination of the fine-structure constant*, Phys. Rev. A **74** (2006), 052109. Cité p. 7
- [17] J.L. Hall, C.J. Bordé, and K. Uehara, *Direct optical resolution of the recoil effect using saturated absorption spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **37** (1976), 1339. Cité p. 9
- [18] M. Kasevich, D.S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Atomic velocity selection using stimulated raman transitions*, Phys. Rev. Lett. (1991), 2297. Cité p. 10, 17, 19
- [19] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, *Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions*, Phys. Rev. A **45** (1992), 342. Cité p. 10
- [20] E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule, Y. Castin, and C. Salomon, *Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams*, Phys. Rev. A **55** (1997), 2989. Cité p. 10, 75
- [21] C.J. Bordé, *The physics of optical frequency standards using saturation methods*, In frequency standards and Metrology (A. De Marchi, ed.), Springer-Verlag, 1989. Cité p. 10
- [22] Rémy Battesti, *Accélération d'atomes ultrafroids ; mesure de h/M* , Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie, 2003. Cité p. 23
- [23] N. F. Ramsey, *A molecular beam resonance method with seperated oscillating field*, Phys. Rev. **78** (1950), 695. Cité p. 24, 32
- [24] I. Rabi, *Space quantization in a gyrating magnetic field*, Phys. Rev. **51** (1937), 652. Cité p. 24

- [25] Claude Cohen Tannoudji, *Cours du collège de france*. Cité p. 26, 33
- [26] C.J. Bordé, *Atomic clocks and inertial sensors*, **39** (2002), 435. Cité p. 30
- [27] J. Mun M. Boyd E. W. Streed W. Ketterle G. K. Campbell, A. E. Leanhardt and D. E. Pritchard, *Photon recoil momentum in dispersive media*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005), 170403. Cité p. 35, 155
- [28] Y. V. Baklanov V. P. Chebotayev, B. Y. Dubetsky, Applied Physics **9** (1976), 171–173. Cité p. 35
- [29] Lee. S.A. Hall. J.L. Berquist, J.C, "*saturated absorption with spatially seperated laser fields :observation of optical ramsey fringes.*", Phys. Rev. Lett. **38** (1977), 159. Cité p. 35
- [30] A. Peters, K.Y. Chung, and S. Chu, Metrologia **38** (2001), 25. Cité p. 37
- [31] Paul R. Berman, *Atom interferometry*, **38(1)**, 25. Cité p. 37
- [32] Patrick Cheinet, *Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids*, Thèse de doctorat de l'université Paris VI, 2006. Cité p. 53, 54
- [33] Paul R. Berman, *Probability random variables and stochastic processes*. Cité p. 54
- [34] Pierre Cladé, *Oscillations de Bloch d'atomes ultra-froids et détermination de la constante de structure fine*, Thèse de doctorat, 2005. Cité p. 60, 86
- [35] C. Zener, Proc. Soc. Lond. A **145** (1934), 523. Cité p. 65
- [36] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Bloch oscillations of atoms in an optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76** (1996), 4508. Cité p. 66
- [37] J. H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice* , Journal of Physics B Atomic Molecular Physics **35** (2002), 3095–3110. Cité p. 66
- [38] F. Bloch, Z. Phys **52** (1929), 555. Cité p. 68
- [39] N.W. Ashcroft and N.D. Mermin, *Physique du solide*, EDP Science. Cité p. 72
- [40] Immanuel Bloch, Jean Dalibard, and Wilhelm Zwerger, *Many-body physics with ultracold gases*, 2007. Cité p. 72
- [41] Maxime Ben Dahan, *Transport et relaxation d'atomes de césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion*, Thèse de doctorat, 1997. Cité p. 77, 80
- [42] C. Zener, *Non-adiabatic crossing of energy levels*, Proc. Soc. Lond. A **137** (1932), 696. Cité p. 87
- [43] A. L. Schawlow and C. H. Townes, *Infrared and optical masers*, Phys. Rev. **112** (1958), 1940. Cité p. 92
- [44] F. Biraben, *Efficiency of unidirectional systems used in ring lasers*, Optics Communication **29** (1979), 353. Cité p. 106

- [45] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S.N. Lea, and M. Bahoura, *Recent results of the LPTF cesium fountain primary frequency standard*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44** (1995), 128. Cité p. 109
- [46] K. Gibble, *Difference between a photon's momentum and an atom's recoil*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006), 073002. Cité p. 134
- [47] B. Cagnac and J.P. Faroux, *Laser — Interaction lumières-atomes*, CNRS Editions, EDP Sciences, 2002. Cité p. 134
- [48] H. Minkowski, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen (1908), 53. Cité p. 155
- [49] Chiow S. W. Long Q. Vo Q. Müller, H. and Chu S., *A new photon recoil experiment : towards a determination of the fine structure constant*, Applied PhysicsB **84**, 633. Cité p. 162
- [50] Claude Cohen Tannoudji, *Mécanique quantique*. Cité p. 168
- [51] E.T. Jaynes, *Matrix treatment of nuclear induction*, Phys. Rev. **98** (1954), 1099. Cité p. 169