



HAL
open science

Contribution à la simulation numérique des transferts de chaleur par conduction, rayonnement et convection thermosolutale dans des cavités

Najma Laaroussi

► **To cite this version:**

Najma Laaroussi. Contribution à la simulation numérique des transferts de chaleur par conduction, rayonnement et convection thermosolutale dans des cavités. Génie des procédés. Université Paris-Est, 2008. Français. NNT: . tel-00345711v1

HAL Id: tel-00345711

<https://theses.hal.science/tel-00345711v1>

Submitted on 9 Dec 2008 (v1), last revised 24 Apr 2012 (v3)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université PARIS-EST
U.F.R Sciences de la matière

THÈSE
pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université PARIS-EST

Spécialité : Energétique et Génie des Procédés
Ecole doctorale : Information, Communication, Modélisation, Simulation (ED n°431)

présentée et soutenue publiquement par

Najma LAAROUSSI

le 30 juin 2008

***Contribution à la simulation numérique des transferts de
chaleur par conduction, rayonnement et convection
thermosolutale dans des cavités.***

Membres du jury :

G. Bonnet	Professeur	Univ. Marne la Vallée	Examineur
B. Guerrier	Dir. de recherche	CNRS	Rapporteur
F. Monchoux	Professeur	Univ. Toulouse	Examineur
G. Lauriat	Professeur	Univ. Marne la Vallée	Directeur de thèse
F. Penot	Dir. de recherche	CNRS	Rapporteur
X. Nicolas	M. de conférence	Univ. Marne la Vallée	Invité

Contribution à la simulation numérique des transferts de chaleur par conduction, rayonnement et convection thermosolutale dans des cavités.

Résumé : L'objectif de cette thèse est de contribuer à la simulation numérique des transferts de chaleur par conduction dans les parois, par rayonnement et par convection thermosolutale dans des cavités fermées ou dans des conduites. Dans la plupart des cas pratiques, les trois modes de transfert de chaleur sont fortement couplés lorsque le fluide en mouvement est un mélange de gaz.

Le transfert de chaleur par convection naturelle associé à la condensation surfacique dans une cavité à deux dimensions, remplie d'air humide a été étudié numériquement. Les parois verticales, d'épaisseur finie, sont en contact avec une ambiance extérieure froide. La modélisation faiblement compressible permet à la fois de tenir compte de la diminution de la masse du mélange et de la pression thermodynamique. Les variations temporelles des champs de fonction de courant, pression, température et fractions massiques sont étudiées pour différentes conditions d'humidité initiale.

Egalement, une étude de la convection mixte associée à l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur les deux parois d'un canal vertical a été menée. Les effets des forces d'Archimède thermique et solutale sur le développement de l'écoulement ont été montrés. Les résultats ont été obtenus en considérant que les propriétés du mélange sont constantes ou basées sur la règle d'un tiers. Deux mélanges binaires de gaz parfaits air-vapeur et air-hexane ont été considérés en vertu de diverses conditions aux limites.

Mots clés : couplage convection naturelle-rayonnement, convection thermosolutale, condensation, évaporation, condensation surfacique, cavité fermée, canal vertical.

Contribution to the numerical simulation of heat transfer by conduction, radiation and thermosolutal convection in cavities .

Resume : The purpose of this thesis is the contribution to the numerical simulation of heat transfer by conduction, radiation and thermosolutal convection in a closed cavity or in a vertical channel. In most practical cases, the three modes of heat transfer are strongly coupled when the fluid in motion is a mixture of gases.

Heat transfer by natural convection and surface condensation in two-dimensional enclosures in contact with a cold external ambient through a wall of finite thickness was studied numerically. Special attention was given on the modeling of the flow of a binary mixture consisting of humid air. Low-Mach number assumption was introduced in order to account for decreases in mixture mass and average pressure within the enclosure between the initial and steady states. The time-variations of the stream function, mean pressure, temperature and water vapor as a function of time according to various values of the initial relative humidity are studied.

Also, a numerical investigation was conducted to study mixed convection in a vertical channel with evaporation of thin liquid films on wetted walls. The effects of the thermal and solutal buoyancy forces on the flow field, heat and mass transfer are illustrated. Results were obtained both for variable and for constant properties using the one-third rule. Air-water vapor and air-hexane vapor mixtures, assumed as ideal gases, are considered under various boundary conditions.

Keywords : Coupled natural convection-radiation, thermosolutale convection, condensation, evaporation, surface condensation, closed cavity , vertical channel.

Table des matières

Préambule	1
I Partie I	3
Introduction	7
1 Equations de conservation	11
1.1 Modélisation	11
1.1.1 Hypothèses	11
1.1.2 Equations de conservation	11
1.1.3 Approximation de Boussinesq	12
1.1.4 Ecoulement à faible nombre de Mach	13
1.2 Transfert radiatif	14
1.2.1 Méthode des radiosités	15
1.2.2 Les DOM ou méthode des ordonnées discrètes	16
1.3 Condition aux limites : couplage rayonnement convection	17
1.4 Résolution numérique	18
1.4.1 Discrétisation des équations de conservation	20
1.4.2 Schéma d'interpolation	21
1.4.3 Schéma centré du second-ordre	22
1.4.4 Schéma amont du second ordre	23
1.4.5 Schéma QUICK	24
1.4.6 Couplage vitesse-pression	25
1.4.7 Résidus : Paramètre de contrôle de la convergence	27
1.4.8 Sous-relaxation	28
1.4.9 Termes sources	28

1.5	Méthode numérique de résolution temporelle	28
1.5.1	Résolution découplée implicite	28
1.5.2	Résolution couplée-explicite	31
1.5.3	Schéma temporel non-itératif (NITA)	31
2	Validation	33
2.1	Validation du modèle Boussinesq en régime stationnaire	33
2.1.1	Cavité carrée $A = 1$	33
2.1.2	Cavité rectangulaire $A > 1$	35
2.2	Convection naturelle dans une cavité cubique	37
2.2.1	Étude de maillage	37
2.2.2	Etude de la convection naturelle pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh	38
2.3	Validation du modèle Boussinesq en régime transitoire	40
2.3.1	Cavité carrée $A = 1$	40
2.3.2	Cavité rectangulaire	42
2.4	Validation du modèle faible Mach	45
2.4.1	Première validation	45
	Maillage et options de calculs.	47
	Comparaisons des profils de vitesses adimensionnelles	48
	Comparaisons des nombres de Nusselt	52
2.4.2	Deuxième validation	54
2.5	Ecoulement transitoire dans une cavité allongée	62
2.5.1	Validation et résultats	63
2.6	Couplage convection-rayonnement en géométrie 2D	69
2.7	Validation du code : couplage convection-rayonnement en géométrie 3D	74
2.7.1	Description de la configuration étudiée	75
2.7.2	Conditions aux limites	75
2.7.3	Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes : (S2S et DOM)	76
2.7.4	Comparaison avec Colomer et al. [26]	77

3	Couplage conduction, convection naturelle et rayonnement surfacique dans des cavités	81
3.1	Introduction	81
3.2	Double vitrage	84
3.2.1	Études paramétriques	84
3.3	Cavité partitionnée	88
3.3.1	Régime stationnaire	88
3.3.2	Régime instationnaire	92
3.3.3	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [43]	95
3.4	Etude de la stratification thermique	97
3.4.1	Cavité 2D remplie d'air différentiellement chauffée avec des parois horizontales adiabatiques	97
3.4.2	Cavité 3D remplie d'air différentiellement chauffée avec des surfaces horizontales adiabatiques	101
	Conditions aux limites	102
	Influence du coefficient d'échange extérieur h_{cv} sur les parois horizontales	103
3.4.3	Valeur de la stratification S dans une cavité 3D	107
	Variation du paramètre S en fonction de la profondeur de la cavité p	109
3.5	Structures alvéolaires : Couplage de la convection, du rayonnement et de la conduction	110
3.5.1	Paramètres de calcul	111
3.5.2	Etude de maillage pour une cellule de parpaing différentiellement chauffée	111
3.5.3	Etude de parpaing de 10	112
	Calcul du flux et des résistances thermiques pour différentes températures extérieures	113
3.5.4	Transfert de chaleur dans un parpaing de 20 cm comportant deux cellules	117
II	Partie II	121
4	Transfert de matière et de chaleur dans une cavité fermée : étude de la condensation surfacique	125
	Introduction	125
4.1	Condensation dans une cavité remplie d'air humide	127
4.1.1	Modélisation	127

4.1.2	Conditions aux limites	128
4.1.3	Termes sources	130
4.2	Condensation dans une cavité fermée	130
4.2.1	Tests de validation : calcul de la masse condensée	130
4.2.2	Résolution numérique	131
4.2.3	Résultats	133
4.2.4	Calculs des chaleurs latente et sensible	135
	Cavité fermée remplie d'air sec	138
	Cavité fermée remplie d'air humide	140
4.2.5	Cavité différentiellement chauffée avec une seule paroi conductrice	147
4.2.6	Influence de la variation de l'humidité relative initiale.	149
4.2.7	Influence de la variation du coefficient d'échange externe h_{cv}	157
III	Partie III	163
5	Convection mixte dans une conduite plane verticale : Influence des transferts de matière sur les parois	167
	Introduction	167
5.1	Modélisation	171
5.1.1	Hypothèses	171
5.1.2	Equations de conservation	172
	Conditions aux limites	174
	Grandeurs calculées	175
5.1.3	Equations de conservation sous l'approximation de Boussinesq	177
	Grandeurs de référence	178
5.2	Méthode de résolution numérique.	179
5.2.1	Etude de maillage	179
5.3	Comparaison avec des résultats publiés par Azizi et al.[85]	181
5.3.1	Hypothèses communes aux deux études	182
	Comparaison	182
5.4	Evaporation de la vapeur d'eau	184
5.4.1	Evaporation de la vapeur d'eau dans l'air en convection mixte	185
	Convection solutale : $T_p = T_0$	185

Convection Thermosolutale : $\Delta T = 20, 2K$	191
5.5 Evaporation de l'hexane	195
5.5.1 Evaporation de l'hexane dans l'air en convection mixte	195
Propriétés physiques du mélange air-hexane à pression atmosphérique .	195
Convection solutale : $T_p = T_0$	196
Convection thermosolutale : $\Delta T = 45K$	200
Influence de la variation des propriétés thermophysiques du mélange . .	201
Conclusions et Perspectives	207
Annexes	211
Bibliographie	231
Publications	238

Préambule

Ce mémoire de thèse est organisé en deux grandes parties comportant chacune une introduction générale. Les conclusions tirées à l'issue de ce travail sont présentées à la fin du mémoire.

Cette organisation correspond aux deux périodes qui ont constitué la préparation de la thèse. Elle marque aussi une inflexion du projet initial, défini dans le cadre d'une étude contractuelle portant sur l'efficacité d'un système de ventilation de doubles vitrages, vers l'étude des transferts thermosolutaux avec changement d'état de l'un des constituants d'un mélange binaire non dilué. Ce travail est synthétisé dans la seconde partie du mémoire.

La modélisation des transferts couplés par convection naturelle, rayonnement et condensation/évaporation dans des enceintes ventilées en tenant compte de la conduction thermique dans les parois a en effet montré qu'une telle étude ne pouvait pas être menée sans une phase de validation approfondie des méthodes de calcul utilisées. Avec le logiciel employé au cours de la préparation de la thèse, il est nécessaire d'introduire des termes de source dans les équations de conservation afin de modéliser les conditions aux limites appropriées et de les résoudre sous forme instationnaire. Outre les difficultés de mise en oeuvre, cette technique demande, en l'absence de résultats disponibles dans la littérature, d'être testée sur un grand nombre de configurations voisines ou dans des cas pour lesquels la solution stationnaire est connue.

Après une introduction sur les systèmes d'équations de conservation à résoudre, la première partie présente l'essentiel des techniques numériques utilisées dans le cadre de la préparation de la thèse. Les travaux effectués dans la phase de validation sont ensuite décrits. Le lecteur trouvera, dans le second chapitre, des comparaisons avec des solutions numériques publiées au cours des toutes dernières années. Cette première partie se termine par un chapitre exclusivement consacré à l'étude du couplage entre la convection naturelle et les échanges par rayonnement entre surfaces dans des enceintes partitionnées ou non, en géométrie 2D ou 3D.

La deuxième partie du mémoire comporte deux chapitres. Dans le premier, on examine la convection thermosolutale en régime instationnaire dans une cavité rectangulaire contenant de l'air humide, assimilé à un mélange de deux gaz parfaits. La vapeur d'eau se condense sur les parois refroidies lorsque leur température locale devient inférieure à celle du point de rosée. Toutes les propriétés thermophysiques du mélange varient avec la température et avec les fractions massiques des deux constituants. L'approximation de faible compressibilité a été

adoptée afin de tenir compte des variations de la masse volumique du mélange et de la diminution de la pression moyenne dans la cavité.

Le second chapitre porte sur l'étude de l'évaporation de films liquides ruisselant le long des parois verticales d'une conduite plane. On considère des liquides de masse molaire très différente de celle du gaz porteur entrant par la section supérieure de la conduite avec un débit imposé et une température différente de celles des parois. On montre que l'évaporation et les transferts de chaleur fluide-parois induisent des configurations d'écoulement très différentes selon la valeur du rapport des masses molaires des deux constituants qui provoque de forts contrastes de densité dans le champ de l'écoulement.

Première partie

Partie I

Nomenclature

a	diffusivité thermique [m^2/s]
A	rapport de forme, H/L
dF	facteur de forme entre les éléments de surface
dS	élément de surface [m^2]
E	éclairage d'une surface [W/m^2]
e	épaisseur d'une paroi solide [m]
H	hauteur de la cavité [m]
h	coefficient de convection [$W/m^2.K$]
J	radiosité [W/m^2]
k	conductivité thermique [$W/m.K$]
g	accélération de la pesanteur [m/s^2]
l	longueur de référence [m]
L	longueur de la cavité [m]
M	masse molaire [$kg/kmol$]
Nu	nombre de Nusselt
n	indice de réfraction
p	pression statique [Pa]
\bar{P}	pression thermodynamique [Pa]
Pl	nombre de Planck, $k\Delta T/(L\sigma_B T_f^4)$
Pr	nombre de Prandtl, $\mu C_p/k$
Q	flux de chaleur [W]
Q^*	flux de chaleur total adimensionnel, $Q_c^*+Q_r^*$
Q_c^*	flux de chaleur convectif adimensionnel, $L(\partial T/\partial x)/\Delta T$
Q_r^*	flux de chaleur radiatif adimensionnel, $LQ_r/k\Delta T$
R	constante universelle des gaz parfaits [$J/kg.mol$]
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta L^3\Delta T/a\nu$
S	paramètre de stratification
\vec{s}_i	vecteur direction des ordonnées discrètes
t	temps [s]
T	température [K]
T_0	température moyenne, $(T_c + T_f)/2$ [K]
$T_c, T_f,$	température chaude et froide [K]
W	largeur de la lame d'air [m]
ΔT	variation de température, $T_c - T_f$ [K]
U_g	coefficient de transmission thermique, [$W/m^2.K$]
R_t	résistance thermique, [$m^2.K/W$]

\vec{V}^*	vitesse adimensionnelle, $\vec{V}/\sqrt{Lg\beta\Delta T}$
x^*, y^*, z^*	coordonnées adimensionnelles, $x/L, y/L, z/H$

Symboles grecs

θ_0	la température de référence adimensionnelle, $T_f/\Delta T$
θ	différence de température adimensionnelle, $(T - T_f)/\Delta T$
β_T	coefficient d'expansion thermique [K^{-1}]
ξ	coefficient d'expansion du maillage
ϵ	émissivité
δ	différence entre deux maillages
λ	conductivité thermique du fluide [$W/m.K$]
μ	viscosité dynamique [$kg/m.s$]
ν	viscosité cinématique [m^2/s]
ρ	masse volumique du fluide [kg/m^3]
σ_B	constante de Stefan-Boltzmann
τ	période [s]

Indices et exposants

a	air
b	béton
CN	convection
$COND$	conduction
R	rayonnement
e	extérieur
i	intérieur
eff	effective
m	moyen
r	rayonnement
s	solide
t	total
0	référence
$*$	variable adimensionnée

Introduction

Les premières études numériques des transferts de chaleur par convection naturelle laminaire dans des cavités verticales à section rectangulaire et chauffées différentiellement datent de la fin des années soixante [1]. A partir du milieu des années soixante-dix, l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs a permis de commencer à traiter des géométries tridimensionnelles (cavités parallélépipédiques limitées par quatre parois adiabatiques et deux parois verticales à températures différentes). Les résultats publiés alors [2] montraient que les effets tridimensionnels étaient marginaux, sauf aux voisinages des parois verticales terminales où les conditions d'adhérence induisent de faibles mouvements dans la direction parallèle aux parois verticales isothermes et dans les zones de jonction entre les parois verticales où des écoulements plus complexes ont été prédits. Au début de la décennie suivante, des modèles de turbulence, fondés sur le concept d'une viscosité turbulente calculée à partir d'une ou de deux équations de transport (modèle $k-\epsilon$ à bas nombre de Reynolds, en particulier), ont commencé à être appliqués à la modélisation de la convection naturelle en cavité [3]. Les recherches se poursuivent aujourd'hui par des approches basées sur des modèles de simulation des grandes échelles (SGS ou LES) ou par des approches basées sur une absence totale de modèle (SND ou DNS). Tout au long de cette période, les théories de stabilité linéaire ont trouvé, après avoir été limitées à l'étude de la convection naturelle en couches horizontales (convection de Rayleigh-Bénard et variantes), un vaste champ d'investigation parce que l'écoulement de base n'est pas strictement purement conducteur dans les configurations verticales ou inclinées. Des approches non-linéaires, voire purement numériques, centrées sur la problématique de la transition d'un écoulement stationnaire vers une ou plusieurs structures possibles d'écoulements périodiques, puis chaotiques, continuent à connaître un certain intérêt qui se traduit par un nombre significatif de publications [4].

Lorsque les cavités sont remplies par un gaz, l'influence des échanges radiatifs entre surfaces à travers un milieu qui émet du rayonnement à sa propre température locale, absorbe et diffuse le rayonnement incident en tout point (milieu semi-transparent) a été étudiée depuis le début des années soixante-dix. Ce domaine de recherche s'est considérablement enrichi au cours des vingt dernières années, notamment grâce au développement de modèles de rayonnement thermique des gaz beaucoup plus réalistes [5, 6]. En couplant l'équation de transfert radiatif aux autres équations de conservation, les modélisations de la convection naturelle dans des cavités remplies d'un mélange de gaz permettent maintenant de simuler avec précision les transferts de chaleur en régime laminaire [7]. Dans le cadre de ce mémoire de thèse, les cavités étudiées sont supposées être remplies par un gaz transparent au rayonnement quittant des parois grises et diffuses. Sous cette hypothèse, les échanges par rayonnement entre parois n'interviennent que par le biais des conditions aux limites lorsque les températures surfaciques

ne sont pas fixées. Cette situation, qui peut être vue comme un cas limite du problème plus général d'un milieu semi-transparent gris de très faible coefficient d'extinction, correspond à une large classe d'applications pratiques dans le domaine des températures ambiantes, notamment lorsque les dimensions caractéristiques des cavités sont inférieures ou de l'ordre du mètre. Plusieurs exemples se rapportant à des niveaux de température proches de l'ambiance sont traités dans les chapitres 2 et 3. L'étude du couplage convection naturelle - rayonnement surfacique constitue donc l'un des objectifs principaux de cette partie du mémoire.

Cette première partie du mémoire de thèse est divisée en trois chapitres.

Après un bref rappel portant sur les équations de conservation simplifiées qui seront employées pour modéliser des écoulements non-isothermes de fluides newtoniens monoconstituants, les principes généraux sur lesquels sont basées les techniques de résolution numérique utilisées dans tout le mémoire sont succinctement décrites. L'exposé est limité aux méthodes employées au cours de la préparation de la thèse. Tous les calculs ont été effectués en utilisant le logiciel FLUENT, version 6.2.16 [8], qui offre une vaste étendue de procédures numériques pour traiter des modèles susceptibles de s'appliquer à une grande variété de problèmes "industriels". Sur le plan numérique, notre contribution a été limitée, du moins pour les travaux exposés dans cette partie, au développement de programmes permettant des post-traitements numériques ou graphiques des résultats afin de calculer des quantités moyennes et/ou adimensionnelles non accessibles par une utilisation standard du logiciel. Sans la mise en oeuvre de ces programmes de post-traitement, les comparaisons avec des solutions disponibles dans la littérature s'avèrent subjectives, voire impossibles.

Une utilisation rationnelle de ce type de logiciel pour traiter des problématiques relevant de la recherche appliquée (mais sans solution connue a priori) doit passer par une phase d'expérimentations numériques visant à valider les résultats obtenus pour des configurations proches de celles envisagées. Dans le chapitre 2, nous nous attachons à montrer que des solutions numériques publiées au cours des toutes dernières années, sélectionnées comme supposées être des "solutions de référence", peuvent être retrouvées avec une très bonne précision. Ces comparaisons portent sur des régimes stationnaires ou instationnaires, sur des modélisations basées ou non sur l'approximation de Boussinesq et sur des cas où les échanges par rayonnement entre surfaces interviennent.

La question du couplage entre la convection naturelle en cavité (partitionnée ou non) et les échanges par rayonnement entre surfaces constitue le corps du chapitre 3. Tous les calculs effectués ont été motivés par des actions de coopération avec d'autres équipes de recherches (CSTB, CTTB, laboratoire PHASE de l'UPS (Toulouse), LET de l'ENSMA de Poitiers, LIMSI-CNRS) et ont donné lieu, pour partie, à des rapports de recherche contractualisée. Nous présentons des résultats nouveaux dont certains ont été publiés dans des actes de congrès [9] alors que d'autres n'ont pas encore été publiés. Les solutions discutées correspondent à des géométries bi-dimensionnelles ou tridimensionnelles dans des cavités remplies d'air à température ambiante. Les transferts par conduction dans les parois sont généralement pris en compte parce qu'ils sont le plus souvent du même ordre de grandeur que les transferts par convection naturelle et par rayonnement dans les configurations étudiées. Si les résultats présentés dans ce chapitre

ont le mérite d'avoir été appliqués à des systèmes réels, ils présentent l'inconvénient d'être spécifiques : le nombre trop important de paramètres adimensionnels intervenant dans les modélisations - notamment les paramètres géométriques - ne permet pas d'établir des résultats généraux. Ces calculs démontrent, ce qui devrait tomber sous le sens mais reste encore parfois difficile à faire admettre, que les transferts de chaleur par convection naturelle et par rayonnement sont du même ordre de grandeur dans une enceinte remplie par un gaz à température ambiante. Il s'ensuit qu'aucune comparaison n'est possible entre des solutions numériques et de nombreux résultats expérimentaux reportés dans la littérature. A une époque où les modèles classiques de turbulence sont remis en cause pour simuler les écoulements de convection naturelle interne, les résultats présentés dans ce chapitre contribuent, à nouveau, à démontrer que l'expérimentation dans des cavités remplies de gaz - y compris de gaz monoatomiques - reste difficile parce que la plupart des techniques de visualisations nécessitent l'emploi de parois transparentes dans le visible ... mais presque opaques et noires dans l'infra-rouge.

La bibliographie consultée au cours de ce travail a été extrêmement vaste : une synthèse pertinente nécessiterait la rédaction d'un rapport volumineux et, de surcroît, difficile à réaliser. Nous nous limiterons donc à citer, dans les trois chapitres constituant cette première partie, les références sur lesquelles nous nous sommes effectivement appuyés au cours de la préparation de la thèse.

Chapitre 1

Equations de conservation

1.1 Modélisation

1.1.1 Hypothèses

La formulation des équations régissant le mouvement de l'air et le transfert de chaleur dans les structures étudiées adopte les hypothèses suivantes :

- Le fluide est supposé newtonien et l'écoulement est laminaire.
- La dissipation d'énergie due au travail de forces visqueuse est négligée.
- Le milieu fluide est supposé transparent au rayonnement thermique.
- Pas de production volumique de chaleur

1.1.2 Equations de conservation

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, les équations traduisant la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont décrites ci-dessous.

Les quatre variables physiques qui définissent l'écoulement dans l'espace de coordonnées (x, y, z, t) sont : la vitesse \vec{V} de composantes (u, v, w) , la température (T) et la pression statique (p).

L'étude d'un problème de convection naturelle pour un fluide newtonien demande la résolution de trois lois de conservation :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V}) = 0 \quad (1.1)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial (\rho_m \cdot \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \bar{\tau} + \rho_m \vec{g} \quad (1.2)$$

$\bar{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses et p est la pression statique.

$$\bar{\tau} = \mu_m [\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \bar{I}]$$

\bar{I} est le tenseur identité.

L'équation de conservation de l'énergie interne massique e

$$\frac{\partial(\rho_m e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m e \vec{V}) = -p \nabla \cdot \vec{V} + \nabla \cdot (k_m \nabla T) \quad (1.3)$$

L'énergie interne massique e et l'enthalpie massique h sont liées par la relation thermodynamique $\bar{h} = e + \frac{p}{\rho}$. L'équation de conservation de l'énergie s'écrit sous forme enthalpique :

$$\frac{\partial(\rho_m \bar{h})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V} \bar{h}) = \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot \left(\frac{k_m}{C_p} \nabla \bar{h} \right) \quad (1.4)$$

\bar{h} est l'enthalpie du fluide et $d\bar{h} = \bar{C}_p dT$.

Pour les régions solides l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = a_s \nabla^2 T_s \quad (1.5)$$

a_s est la diffusivité thermique du solide en (m^2/s).

Les grandeurs thermophysiques, ρ_m , μ_m , k_m et C_p sont respectivement, la masse volumique, la viscosité dynamique, la conductivité thermique et la chaleur massique à pression constante du milieu. Dans les équations du mouvement, \vec{g} est l'accélération de la pesanteur.

1.1.3 Approximation de Boussinesq

Hypothèse : ρ_m est constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède.

Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes et calculées à la température de référence, à l'exception de la masse volumique ρ dans le terme de poussée d'Archimède. Dans ce terme, la masse volumique varie linéairement avec la température :

$$\rho_m = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad \text{avec} \quad \beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.6)$$

où T_0 représente une température de référence, β_T le coefficient d'expansion thermique.

Mihaljan [10] a publié une des premières justifications mathématiques, en supposant que la masse volumique n'est fonction que de la température, et que toutes les autres propriétés du fluide sont constantes. Gray et Giorgini [11] ont proposé une justification mathématique plus

générale et qui s'applique à la fois pour les gaz et pour les liquides. Ils supposent que toutes les propriétés du fluide varient avec la température mais aussi avec la pression. L'hypothèse de Boussinesq n'est cependant valable que sous certaines conditions. Gray et Giorgini [11] donnent comme critère que l'écart de température réduit $\epsilon_T = \frac{\Delta T}{T_0}$ soit inférieur à 0,2.

L'approximation de Boussinesq repose alors sur l'incompressibilité ($\frac{D\rho}{Dt} = 0$) où les premiers points énoncés permettent de simplifier les équations afin de ne s'intéresser qu'aux effets de la poussée d'Archimède. Pour un écoulement incompressible, l'équation de continuité est remplacée par une contrainte de divergence nulle $\nabla \cdot \vec{V} = 0$.

On peut rendre adimensionnelle le système en utilisant les grandeurs suivantes :
 L comme longueur de référence.

$$(x^*, y^*, z^*) = (x, y, z)/L, \quad \vec{V}^* = \vec{V}/\sqrt{Lg\beta_T\Delta T} \quad p^* = p/(L\rho_0g\beta_T\Delta T)$$

$$\Delta T = T_c - T_f, \quad \theta = (T - T_f)/\Delta T, \quad \theta_0 = T_f/\Delta T$$

Sous ces hypothèses, les équations de Navier-Stokes et de l'énergie en régime stationnaire peuvent s'écrire sous forme adimensionnelle de la manière suivante :

$$\nabla \cdot \vec{V}^* = 0 \tag{1.7}$$

$$(\vec{V}^* \cdot \nabla^*) \vec{V}^* = -\nabla p^* + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \nabla^{*2} \vec{V}^* + \left(\theta - \frac{1}{2}\right) \vec{g} \tag{1.8}$$

$$(\vec{V}^* \cdot \nabla^*) \theta = \frac{1}{\sqrt{RaPr}} \nabla^{*2} \theta \tag{1.9}$$

La structure de l'écoulement et la distribution de température sont gouvernées par les nombres de Rayleigh (Ra) et de Prandtl (Pr) :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3\rho_0^2c_p}{k\mu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

1.1.4 Écoulement à faible nombre de Mach

La modélisation faible nombre de Mach est introduite pour traiter les écoulements compressibles à faible vitesse. Ce régime est décrit par une vitesse caractéristique v de l'écoulement très faible devant la célérité du son c (vitesse de propagation de l'onde de pression infinitésimale dans le fluide $c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$). Le nombre de Mach, défini par le rapport $M = v/c$, sera, par conséquent, très faible devant 1. Ainsi, les effets des ondes acoustiques sont filtrés du champ de l'écoulement. Les exemples des applications typiques incluent la combustion, le refroidissement ou le chauffage d'un gaz dans un domaine fermé.

Quand le nombre de Mach excède l'unité, l'écoulement se nomme supersonique et peut contenir des ondes de choc qui peuvent affecter l'écoulement de manière significative.

Le résultat principal de l'approximation s'illustre dans le fait que la pression statique p est décomposée en deux parties :

$$p = \bar{P}(t) + p' \quad (1.10)$$

où p' est la fluctuation de la pression statique et \bar{P} est la pression thermodynamique.

Pour un mélange de gaz parfaits, le champ de pression moyen dans le système (ou pression thermodynamique) est calculé par la loi d'état du mélange :

$$\bar{P}(t) = \frac{\rho_m RT}{M} \quad (1.11)$$

La décomposition de la pression (Eq 1.10) nécessite d'introduire une équation supplémentaire qui traduit la conservation de la masse dans un volume V fermé :

$$\int_V \rho_m dV = cte \quad (1.12)$$

Dans ce cas le terme $\frac{Dp}{Dt}$ dans l'équation d'énergie 1.4 est remplacé par le terme $\frac{d\bar{P}(t)}{dt}$.

FLUENT fournit un éventail de méthodes numériques permettant de simuler des écoulements subsoniques, transsoniques, et supersoniques.

1.2 Transfert radiatif

Les échanges radiatifs entre surfaces peuvent être calculés par la méthode des radiosités (S2S) ou par la méthode des ordonnées discrètes (DOM), en supposant que le fluide est un milieu transparent, non-diffusant et de très faible coefficient d'absorption. En géométrie tridimensionnelle, la modélisation exacte des échanges radiatifs dans une cavité est basée sur le concept de « radiosités » qui conduit à des systèmes d'équations intégrales.

Si les parois anisothermes sont discrétisées en petites surfaces isothermes ou isoflux, on montre que ces systèmes d'équations intégrales peuvent être remplacés par des systèmes linéaires (avec un ordre d'approximation qui dépend de la qualité de la discrétisation).

La seconde technique (DOM) est requise lorsque la structure comporte plusieurs cellules et sa précision dépend du nombre d'ordonnées sélectionnées. Il s'agit d'une méthode numérique, introduite dans les années 60, qui permet d'intégrer l'équation de transfert radiatif et qui a connu un essor considérable ces dernières années, notamment parce qu'elle permet de s'affranchir de l'hypothèse de surfaces diffuses. Dans la pratique, les deux méthodes peuvent être utilisées : la première (S2S) consiste à réduire le nombre de surfaces en regard en introduisant des clusters constitués de petites surfaces (à condition que leurs propriétés radiatives soient suffisamment uniformes). La seconde (DOM) consiste à conserver, comme surfaces élémentaires, les surfaces définies par le maillage de résolution des autres équations de conservation et à diminuer le nombre de direction.

1.2.1 Méthode des radiosités

On assimile l'air dans une cavité à un milieu parfaitement transparent au rayonnement. Ces hypothèses seraient entièrement respectées si l'air ne contenait que des gaz monoatomiques (par exemple air exempt de vapeur d'eau et de gaz carbonique). Les hypothèses simplificatrices suivantes sont appliquées sur toutes les surfaces : surfaces opaques, grises et diffuses en émission et en réflexion. Les relations suivantes entre les propriétés radiatives (hémisphériques) des surfaces sont vérifiées.

$$r = 1 - \alpha = 1 - \epsilon \quad \text{avec} \quad \tau = 0 \quad \text{surface opaque} \quad (1.13)$$

où r représente la réflectivité, α l'absorptivité, ϵ l'émissivité et τ la transmittivité. Le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces se fait uniquement à travers les conditions aux limites thermiques. La densité surfacique du flux radiatif net dimensionnel Q_{r_j} échangé par un élément de surface dS_j , situé en un point d'abscisse r_j sur la surface j peut s'exprimer par :

$$Q_{r_j} = J_j(r_j) - E_j(r_j) \quad (1.14)$$

où $J_j(r_j)$ est la radiosité de l'élément de surface dS_j et $E_j(r_j)$ l'éclairement de l'élément de surface dS_j , donnés respectivement par [12] :

$$E_j(r_j) = \sum_{i=1}^n \int_{S_i} J_i(r_i) dF_{dS_j-dS_i}(r_j, r_i) \quad (1.15)$$

$$J_j(r_j) = \epsilon_j \sigma_B (T_j(r_j))^4 + (1 - \epsilon_j) E_j(r_j) \quad (1.16)$$

où n est le nombre total des éléments de surface qui peuvent être considérés comme isoflux ou isothermes et éclairés uniformément. $dF_{dS_j-dS_i}$ est le facteur de forme entre les éléments i et j . Il représente la fraction d'énergie qui part de la surface dS_j et arrive sur la surface dS_i . Étant donnée une distribution connue de température sur les surfaces intérieures de la cavité, le problème du rayonnement de surfaces est décrit par le système linéaire d'équations intégrales régissant la radiosité $J_j(W/m^2)$:

$$J_j(r_j) = \epsilon_j \sigma_B (T_j(r_j))^4 + (1 - \epsilon_j) \int_{S_i} J_i(r_i) dF_{dS_j-dS_i}(r_j, r_i) \quad (1.17)$$

$$Q_{r_j} = \frac{\epsilon_j}{1 - \epsilon_j} (\sigma_B (T_j(r_j))^4 - J_j(r_j)) \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1.18)$$

$dF_{dS_j-dS_i}$ est donné par :

$$dF_{dS_j-dS_i} = \frac{1}{dS_i} \int_{dS_i} \int_{dS_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r_j^2} \delta_{ij} dS_i dS_j \quad (1.19)$$

δ_{ij} détermine la visibilité entre la surface dS_i et la surface dS_j , $\delta_{ij} = 1$ si dS_i est visible par rapport à dS_j sinon $\delta_{ij} = 0$.

Après avoir décomposé S_i en surfaces isothermes éclairées uniformément, le système 1.17 peut s'écrire sous forme matricielle :

$$A \vec{J} = \vec{b}$$

où \vec{J} représente le vecteur radiosité et A la matrice de coefficients :

$$A_{ij} = \delta_{ij} - (1 - \varepsilon)F_{ij}$$

où F_{ij} est le facteur de forme et \vec{b} ($b_i = \varepsilon\sigma T_i^4$) le vecteur émission propre.

La résolution du problème radiatif se fait par la construction explicite de la matrice A (calcul des facteurs de forme) et son inversion directe (méthode de la radiosité).

Le terme Q_{rj} apparaît dans les conditions limites thermiques des parois.

La résolution de l'équation de la radiosité (S2S) demande un coût de calcul très élevé quand il y a beaucoup de surfaces. Pour réduire le temps de calcul et l'espace mémoire de stockage, le nombre de surfaces rayonnantes est réduit en groupant des surfaces dans des "clusters". Les clusters sont constitués à partir d'une cellule en ajoutant ses voisines et leurs voisines jusqu'à ce que le nombre de clusters indiqué soit atteint. Une température moyenne "température clusters" est calculée à partir des températures T_f et des aires A_f des faces constituant le clusters.

$$T_{clusters} = \left(\frac{\sum_f A_f T_f^4}{\sum A_f} \right)^{1/4} \quad (1.20)$$

1.2.2 Les DOM ou méthode des ordonnées discrètes

Parmi toutes les méthodes numériques développées pour calculer les échanges par rayonnement entre surfaces, la méthode des ordonnées discrètes (DOM) et la méthode de volumes finis (FVM) offrent un très bon compromis entre précision et coût de calcul. Ces deux méthodes ont été largement utilisées durant ces vingt dernières années pour résoudre les problèmes de rayonnement thermique dans des géométries tridimensionnelles, définies en coordonnées cartésiennes ou cylindriques sur des maillages structurés. En particulier, les DOM décrites par Chandrasekhar en 1950 [13] ont fait l'objet d'études plus approfondies menées par Lathrop et Carlson [14] dans les années 60-70 puis par Truelove et al. [15] dans les années 80. Durant la dernière décennie, des progrès notables ont été réalisés afin de réduire l'effet de rayon ("ray effect") lié à une discrétisation angulaire insuffisante et à la diffusion numérique. Le principe de base de la méthode des ordonnées discrètes consiste à diviser l'espace en plusieurs directions auxquelles des luminances discrètes sont associées.

Cette méthode résout l'équation de transfert radiatif pour un nombre fini d'angles solides. Chacun de ces angles est associé à un vecteur directionnel \vec{r}_i dans le cadre du système global des coordonnées (x, y, z) .

La discrétisation angulaire est effectuée à partir d'une décomposition de chaque octant de l'espace total. Ainsi, dans un domaine de calcul, chaque octant est discrétisé en $N_\theta \times N_\phi$ angles solides appelés aussi angles de contrôle. Ils s'appuient sur les angles θ et ϕ qui représentent

les angles polaire et azimutal, respectivement, définis dans le système de coordonnées (x, y, z) . Ces angles déterminent ainsi la position du vecteur \vec{r}_i .

Les DOM sont basées sur une représentation discrète, sous la forme d'une quadrature, des variations directionnelles de toute fonction $f(\vec{s})$ de la luminance par une intégration approximative sur l'angle solide basée sur la quadrature :

$$\int_{4\pi} f(\vec{s}) d\vec{s} = \sum_{i=1}^n w_i f(\vec{s}_i) \quad (1.21)$$

n étant un nombre donné de directions discrètes de $f(\vec{s})$ et w_i le poids de la quadrature associé. A partir de la discrétisation de l'équation (1.21) résulte un ensemble de n équations différentielles identiques définies suivant \vec{s}_i :

$$\vec{s}_i \cdot \nabla J_k(\vec{r}_i, \vec{s}_i) = \kappa (J_k(\vec{r}_i, \vec{s}_i) - E_k(r_k)) \quad (1.22)$$

où κ est le coefficient d'absorption.

La sélection de la direction discrète \vec{s}_i n'est pas arbitraire. Elle doit respecter certaines hypothèses de symétrie. On appelle "ordonnées discrètes" les cosinus de vecteurs unitaires \vec{s}_i définis dans un repère cartésien. On peut énoncer les deux points essentiels suivants nécessaires à la mise en oeuvre des DOM :

La méthode des ordonnées discrètes est basée sur les deux approximations suivantes :

- toute intégration faite sur l'espace des angles solides 4π est remplacée par une quadrature angulaire numérique représentée par un nombre n de directions orientées selon les vecteurs unitaires \vec{s}_i (ou ordonnées discrètes) sur lesquelles l'équation de transfert radiatif est résolue,
- la résolution spatiale de l'équation de transfert radiatif sur un maillage pour une direction donnée est réalisée par une méthode de type volumes finis.

1.3 Condition aux limites : couplage rayonnement convection

Sur les parois extérieures du domaine de calcul on impose une condition dynamique d'adhérence à la paroi $\vec{V} = 0$ et des conditions thermiques de type Dirichlet, Neuman ou Fourier, qui sont décrites ci-dessous.

Condition de type Dirichlet

C'est une condition où on impose une température T_p sur la paroi. La densité de flux thermique à la paroi vers le fluide est calculée par l'expression :

$$Q = -k_f \frac{\partial T}{\partial n} |_p + Q_r \quad (1.23)$$

Condition de type Neumann

Le flux de chaleur Q_p est imposé sur la paroi. La température de la paroi est donc calculée à partir de la relation :

$$Q_p = -k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_p + Q_r \quad (1.24)$$

Condition de type Fourier

Si on spécifie un coefficient d'échange par convection et une température de milieu ambiant, la densité de flux de chaleur à la paroi est calculée par :

$$Q = -k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_p + Q_r = h_{ce} (T_p - T_e) \quad (1.25)$$

Dans cette situation, il faut fournir deux paramètres : le coefficient d'échange convectif extérieur h_{ce} et la température extérieure adjacente au domaine de calcul T_e .

Condition aux limites pour le modèle des ordonnées discrètes

La densité de flux de rayonnement sur la paroi a pour expression :

$$Q_r = (1 - \varepsilon) E_k + n^2 \varepsilon \sigma_B T_p^4 \quad (1.26)$$

où ε est l'émissivité de la surface et E_k est l'éclairement défini par l'équation 1.15 et n l'indice de réfraction.

1.4 Résolution numérique

Les équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide sont des équations aux dérivées partielles non linéaires et couplées. La méthode numérique utilisée est celle des volumes finis. Cette technique consiste à discrétiser le domaine de calcul en volumes de contrôle (mailles), ensuite d'intégrer les équations sur chaque volume de contrôle afin d'établir les équations algébriques pour les inconnues du problème et enfin résoudre les équations discrétisées. En considérant un maillage structuré, il faut préciser que les noeuds de calcul sont situés au centre des éléments. La cellule constituant un volume fini est définie par un quadrangle en deux dimensions alors qu'en trois dimensions, la grille est généralement formée d'hexaèdres. L'implémentation de telles méthodes dans les codes de mécanique des fluides numériques représente un aspect important du processus global de simulation numérique. Elles influencent d'une manière considérable le temps de calcul et les moyens informatiques nécessaires pour la résolution d'un problème donné. Par exemple, une résolution séquentielle des équations est

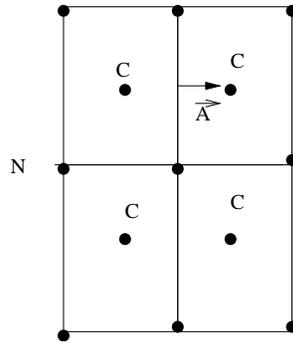


FIG. 1.1 – Maillage structuré 2D

moins coûteuse au niveau de la mémoire d'ordinateur qui doit être allouée par rapport à une approche couplée de ces équations.

Le processus de discrétisation est illustré sur une équation de transport pour une grandeur scalaire ϕ . En régime stationnaire, cette équation s'écrit sous la forme d'une intégrale sur le volume de contrôle V comme suit :

$$\underbrace{\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A}}_{\text{transport}} = \underbrace{\oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A}}_{\text{diffusion}} + \underbrace{\int_V S_\phi dV}_{\text{terme source}} \quad (1.27)$$

où \vec{v} exprime le vecteur vitesse et \vec{A} représente le vecteur surface de la frontière du volume V (figure 1.1), Γ_ϕ et S_ϕ sont le coefficient de diffusion et le terme source par unité de volume caractéristiques au sens de ϕ .

De la même manière, les équations dans la première partie de ce chapitre peuvent être formulées d'une manière analogue, en utilisant les mêmes termes génériques : transport, diffusion et source.

L'équation 1.27 est appliquée sur chaque volume de contrôle du domaine. Sa discrétisation sur une cellule quelconque s'écrit :

$$\sum_f^{N_{\text{faces}}} (\rho v)_f \phi_f A_f = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n A_f + S_\phi V_\phi \quad (1.28)$$

où les symboles expriment : N_{faces} le nombre de faces de la cellule, ϕ_f la valeur de ϕ , $(\rho v)_f$ le flux massique à travers la face f , A_f la surface de la face f , $(\nabla \phi)_n$ la valeur normale à la face f du gradient de ϕ . V_ϕ représente le volume de la cellule.

Toutefois, afin de résoudre l'équation 1.28, il est nécessaire de connaître les valeurs des termes de transport et de diffusion aux interfaces des volumes de contrôle. Pour déterminer ces valeurs, des schémas d'interpolation sont introduits, liant les valeurs aux faces du volume de contrôle aux valeurs aux centres des cellules.

1.4.1 Discrétisation des équations de conservation

Le système d'équations 1.27 peut aussi s'écrire sous la forme générale 2D donné par l'expression suivante :

$$\frac{\partial(u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (1.29)$$

L'équation 1.29 exprime, sous forme locale et conservative, la conservation de la variable ϕ . On distingue les termes de transport, de diffusion et source.

L'équation différentielle stationnaire sous la forme générale 1.29 est intégrée sur le volume de contrôle entourant le noeud courant P .

L'intégration de l'équation 1.29 pour la composante horizontale de la vitesse u sur le volume

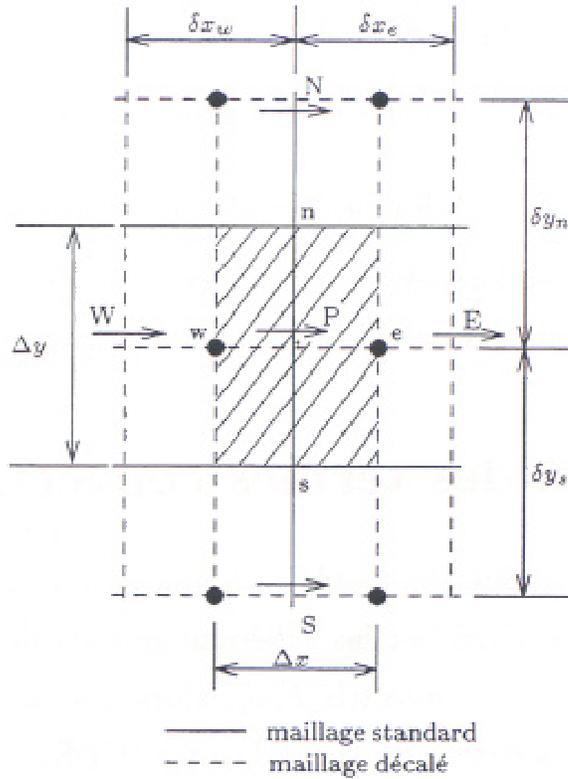


FIG. 1.2 – Localisation de la variable u au point courant P , (W et E noeuds adjacents, w et e faces entre deux volumes)

entourant le noeud P s'écrit :

$$\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial(u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial y} \right) dx dy = \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) \right) dx dy + \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (1.30)$$

Les intégrales de volume des termes de diffusion et de transport se transforment en intégrales de surface :

$$(F_e\phi_e - F_w\phi_w) + (F_n\phi_n - F_s\phi_s) = D_e(\phi_E - \phi_p) - D_w(\phi_p - \phi_W) + \quad (1.31)$$

$$D_n(\phi_N - \phi_p) - D_s(\phi_p - \phi_S) + \bar{S}_\phi\Delta x\Delta y$$

où les coefficients $F_{e(w,n,s)}$ et $D_{e(w,n,s)}$ ont pour expression :

$$F_e = u_e\Delta y, F_w = u_w\Delta y, F_n = v_n\Delta x, F_s = v_s\Delta x,$$

$$D_e = \frac{\Gamma_\phi}{\delta x_e}\Delta y, D_w = \frac{\Gamma_\phi}{\delta x_w}\Delta y, D_n = \frac{\Gamma_\phi}{\delta y_n}\Delta x, D_s = \frac{\Gamma_\phi}{\delta y_s}\Delta x.$$

Δx et Δy représentent les dimensions du volume de contrôle autour du noeud P . Une interpolation linéaire est utilisée pour le calcul des coefficients $F_{e(w,n,s)}$ qui, dans le cas d'un maillage uniforme, conduit à :

$$F_e = \frac{1}{2}(u_E + u_p)\Delta y \quad (1.32)$$

L'équation 1.31 peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_p\phi_p = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \quad (1.33)$$

où les coefficients $a_{nb=(E,W,N,S)}$ et b dépendent du schéma numérique utilisé pour discrétiser les termes $\phi_{e(w,n,s)}$.

1.4.2 Schéma d'interpolation

On présente très brièvement dans ce qui suit les schémas d'interpolation utilisés : schéma centré, schéma upwind du second ordre et schéma Quick.

Dans un premier temps, on préfère mettre l'accent sur les critères qui doivent être pris en compte afin d'assurer à la fois la stabilité et la bonne précision des résultats numériques.

En effet une approximation des termes de diffusion par un schéma centré au deuxième ordre est bien adaptée à la plupart des problèmes. Concernant les termes de transport, cette technique ne donne pas toujours des résultats satisfaisants. De plus, un schéma utilisable de façon générale pour tous les termes de transport est difficile à envisager. C'est le cas de l'équation de convection-diffusion qui est difficile à traiter quand la convection domine. Différents types de schémas ont été testés pour évaluer les termes de transport $F_e\phi_e$, alors que les termes de diffusion sont toujours évalués par un schéma centré du second ordre (CDS). Une description plus détaillée est présentée dans la référence [16].

Les équations 1.36 et 1.37 illustrent le principe de fonctionnement d'un schéma centré. Les valeurs de la grandeur ϕ aux interfaces e et w (supposées à mi-distance des noeuds, figure 1.3) sont déterminées par une variation linéaire entre les noeuds de maillage. Ainsi, les points situés en amont et en aval ont le même poids dans le calcul de la valeur à l'interface. Cette approche n'est plus envisageable s'il existe un fort transport d'un seul côté. Ce phénomène se traduit par une instabilité numérique quand le transport à travers une face d'un volume de contrôle prédomine sur la diffusion. L'importance relative des phénomènes convectifs et diffusifs peut être caractérisée par le nombre de Péclet.

$$Pe = \frac{\rho |\vec{V}| L}{\Gamma} \quad (1.34)$$

où $|\vec{V}|$ est la norme locale du vecteur vitesse de l'écoulement, L est une longueur caractéristique et Γ est le coefficient de diffusion.

Cependant, lorsque $Pe > 2$, la discrétisation centrée des termes de transport conduit en régime permanent à des calculs instables [17]. Dans ces cas, des approximations décentrées sont introduites en privilégiant le noeud d'où vient le flux :

- $\phi_w = \phi_W$ et $\phi_e = \phi_P$ lorsque les vitesses u_w et u_e sont positives.
- $\phi_w = \phi_P$ et $\phi_e = \phi_E$ lorsque les vitesses u_w et u_e sont négatives (schéma upwind du premier ordre).

Ce schéma est inconditionnellement stable mais il introduit une diffusion numérique qui peut affecter la précision du calcul.

Dans le cas où les lignes de courant ne suivent pas les lignes de maillage et le gradient convectif normal à la direction principale prédomine, l'erreur introduite à cause de la diffusion numérique est importante. De Vahl Davis et Mallinson [2] ont pu quantifier la diffusion numérique dans un écoulement bidimensionnel sur un maillage structuré :

$$\Gamma_{\text{numérique}} = \frac{|\vec{V}| \Delta x \Delta y |\sin 2\theta|}{4(\Delta y |\sin \theta|^3 + \Delta x |\cos \theta|^3)} \quad (1.35)$$

où Δx et Δy sont les pas locaux du maillage surfacique et θ est l'angle formé par le vecteur vitesse local avec la direction x .

En analysant l'équation 1.35, il est clair que le raffinement de maillage est une solution envisageable pour réduire la diffusion numérique, ce qui peut être limité par la capacité des ordinateurs. Dans ces conditions, les schémas de discrétisation spatiale d'ordre plus élevé peuvent représenter un bon compromis entre la stabilité et la précision des calculs.

1.4.3 Schéma centré du second-ordre

La valeur de ϕ à une interface donnée est estimée par une interpolation linéaire entre les valeurs aux noeuds voisins de cette interface, indépendamment du sens de la vitesse de convection.

$$F_e \phi_e = F_e \frac{1}{2} (\phi_p + \phi_E) = \phi_p [[F_e, 0]] - \phi_E [[-F_e, 0]] - \frac{|F_e|}{2} \phi_p + \frac{|F_e|}{2} \phi_E \quad \forall F_e \quad (1.36)$$

$$F_w \phi_w = F_w \frac{1}{2} (\phi_p + \phi_W) = \phi_p [[F_w, 0]] - \phi_W [[-F_w, 0]] - \frac{|F_w|}{2} \phi_p + \frac{|F_w|}{2} \phi_W \quad \forall F_w \quad (1.37)$$

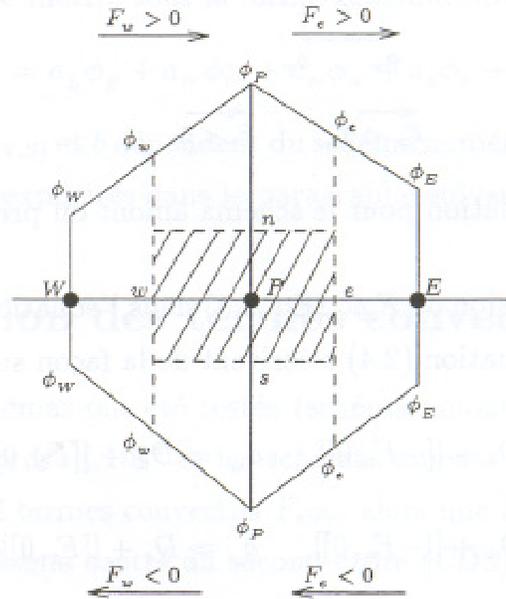


FIG. 1.3 – Interpolation pour le schéma centré

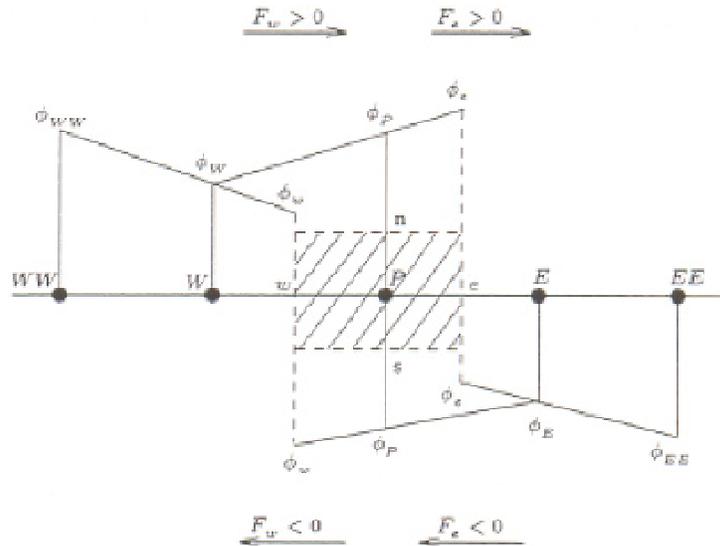


FIG. 1.4 – Extrapolation pour le schéma amont de second ordre

1.4.4 Schéma amont du second ordre

On estime ϕ sur l'interface par une extrapolation linéaire des valeurs de ϕ aux noeuds voisins amont, comme indiqué sur la figure 1.4. Quel que soit le signe du coefficient F_e , ϕ

s'écrit de la manière suivante :

$$F_e \phi_e = \left(\frac{3}{2}\phi_p - \frac{1}{2}\phi_W\right)[[F_e, 0]] - \left(\frac{3}{2}\phi_E - \frac{1}{2}\phi_{EE}\right)[[-F_e, 0]] \quad \forall F_e \quad (1.38)$$

On fait apparaître dans la discrétisation des termes de transport ceux correspondant à un schéma du premier ordre et qui seront calculés implicitement, les termes supplémentaires seront regroupés dans le terme source et calculés explicitement.

$$F_e \phi_e = \left(\phi_p - \frac{1}{2}(\phi_p - \phi_W)\right)[[F_e, 0]] - \left(\phi_E - \frac{1}{2}(\phi_E - \phi_{EE})\right)[[-F_e, 0]] \quad \forall F_e \quad (1.39)$$

Le terme source b dans l'équation 1.33 a pour expression :

$$\begin{aligned} b = & -\frac{1}{2}(\phi_p - \phi_W)[[F_e, 0]] + \frac{1}{2}(\phi_E - \phi_{EE})[[-F_e, 0]] \\ & + \frac{1}{2}(\phi_W - \phi_{WW})[[F_w, 0]] - \frac{1}{2}(\phi_p - \phi_E)[[-F_w, 0]] \\ & - \frac{1}{2}(\phi_p - \phi_S)[[F_n, 0]] + \frac{1}{2}(\phi_N - \phi_{NN})[[-F_n, 0]] \\ & + \frac{1}{2}(\phi_S - \phi_{SS})[[F_s, 0]] - \frac{1}{2}(\phi_p - \phi_N)[[-F_s, 0]] \\ & + \bar{S}_\phi \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (1.40)$$

1.4.5 Schéma QUICK

Avec le schéma QUICK, la variable ϕ à l'interface du volume de contrôle est calculée par une interpolation quadratique entre deux points voisins qui sont en amont et un autre noeud en aval (figure 1.5).

En suivant la même démarche que dans le cas du schéma du second ordre amont, on considère que le flux convectif est composé d'un flux amont du premier ordre et d'un terme supplémentaire :

$$\begin{aligned} F_e \phi_e = & \left(\phi_p + \left[-\frac{1}{8}\phi_W - \frac{1}{4}\phi_p + \frac{3}{8}\phi_E\right]\right)[[F_e, 0]] \\ & - \left(\phi_E + \left[\frac{3}{8}\phi_p - \frac{1}{4}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_{EE}\right]\right)[[-F_e, 0]] \quad \forall F_e \end{aligned} \quad (1.41)$$

Le terme source b a pour expression :

$$\begin{aligned} b = & -\frac{1}{8}(-\phi_W - 2\phi_p + 3\phi_E)[[F_e, 0]] + \frac{1}{8}(3\phi_p - 2\phi_E - \phi_{EE})[[-F_e, 0]] \\ & + \frac{1}{8}(-\phi_{WW} - 2\phi_W + 3\phi_p)[[F_w, 0]] - \frac{1}{8}(3\phi_W - 2\phi_p - \phi_E)[[-F_w, 0]] \\ & - \frac{1}{8}(-\phi_S - 2\phi_p + 3\phi_N)[[F_n, 0]] + \frac{1}{8}(3\phi_P - 2\phi_N - \phi_{NN})[[-F_n, 0]] \\ & + \frac{1}{8}(-\phi_{SS} - 2\phi_S + 3\phi_p)[[F_s, 0]] - \frac{1}{8}(\phi_S - 2\phi_p - \phi_N)[[-F_s, 0]] \\ & + \bar{S}_\phi \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (1.42)$$

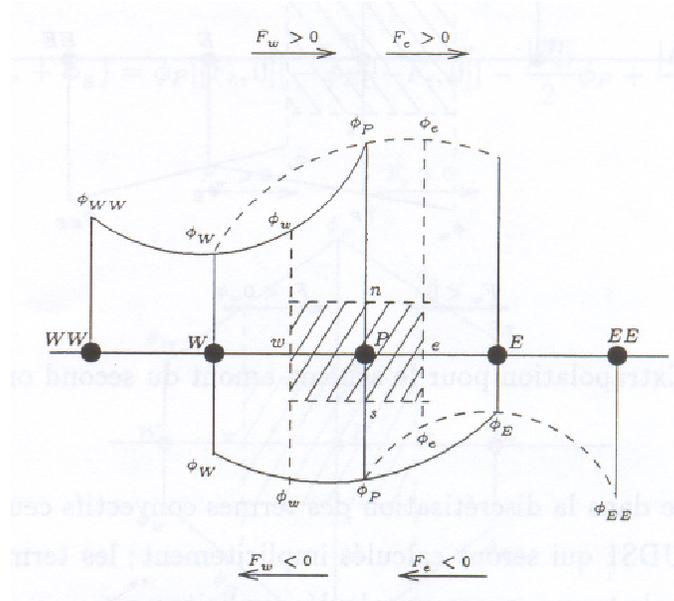


FIG. 1.5 – Interpolation pour le schéma QUICK

1.4.6 Couplage vitesse-pression

Le transport d'un scalaire dépend de l'intensité et de la direction du champ dynamique. En conséquence, les méthodes présentées dans le paragraphe précédent ne peuvent être appliquées que si le champ de vitesse est déterminé. Toutefois, le calcul du champ de vitesse présente une particularité (qui est d'ailleurs sa difficulté majeure) : il s'agit de déterminer le champ de pression. Ceci est évident si on reprend l'équation de conservation de la quantité de mouvement 1.43 écrite en régime permanent, où un terme lié au gradient de pression intervient :

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \rho g_i \quad (1.43)$$

Avec l'hypothèse d'incompressibilité, il n'existe pas d'équation permettant d'obtenir explicitement les valeurs de la pression. La pression est indirectement spécifiée par l'intermédiaire de l'équation de conservation de la masse. Cependant, ce rapport indirect n'est applicable que dans un écoulement compressible ou dans une approche couplée en incompressible. Une résolution couplée des équations de mouvement et de continuité n'est pas toujours possible à cause de son coût beaucoup plus élevé au niveau du temps de calcul et des ressources mémoires.

L'algorithme itératif SIMPLE : il permet d'établir le lien entre pression et vitesse. Il s'appuie sur le principe suivant (figure 1.6).

- Introduction du champ de vitesses initial (u^*, v^*, w^*) qui vérifie les équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisées.
- Corrections sur le champ dynamique initial afin de trouver la valeur exacte des vitesses u ,

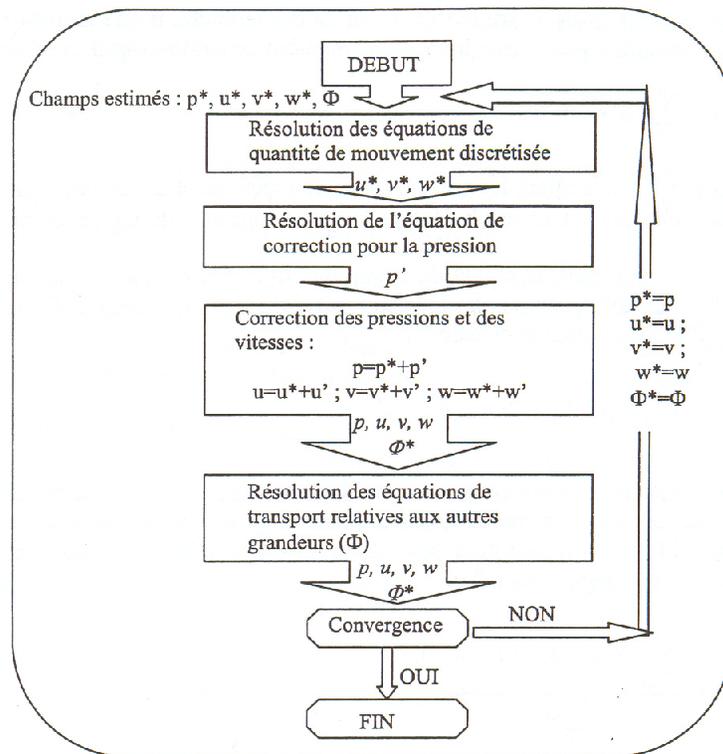


FIG. 1.6 – Résolution itérative basée sur l’algorithme SIMPLE

v , w . Les corrections des vitesses u' , v' , w' , sont déterminées par des corrections de pression, p' , basées sur la condition d’incompressibilité.

L’approche de type SIMPLE a été amplement utilisée avec de bons résultats, même pour des écoulements complexes. Pourtant, la méthode SIMPLE est une technique itérative. Ainsi, des variantes de cette méthode ont été proposées dans la littérature afin d’obtenir une meilleure convergence, donc des solutions plus rapides pour le couplage pression-vitesse : SIMPLER, SIMPLEC, SIMPLEST ou PISO. Les différences par rapport à l’algorithme de base sont présentées dans les ouvrages [18] et [19].

L’algorithme SIMPLE est la base des méthodes de “prédiction-corrrection”. Il nécessite cependant de fortes sous-relaxations pour éviter que le processus itératif ne diverge. Il existe d’autres variantes comme l’algorithme “SIMPLER (SIMPLE Revisited) proposé par Patankar [16] en 1980, l’algorithme “SIMPLEC (SIMPLE Consistent) de Van Doormaal et Raithby [20] publié en 1984 qui requiert a priori nettement moins de relaxation. Parmi ces méthodes de “prédiction-corrrection”, on trouve également PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) proposé par Issa [21] en 1986 qui utilise une procédure identique à celle de SIMPLE pour la première correction de pression et une étape supplémentaire afin de satisfaire au mieux la conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L’utilisation de cet algorithme pour un écoulement compressible en régime instationnaire est souhaitée afin d’éviter l’apparition d’oscillations de pression non réalistes.

1.4.7 Résidus : Paramètre de contrôle de la convergence

Des procédures itératives sont nécessaires dans la résolution numérique des systèmes d'équations algébriques. Afin de correctement juger la convergence d'une méthode itérative, des critères de convergence doivent être pris en compte. Un tel concept est lié à la notion de résidu. Cependant, la convergence du processus itératif est déterminée par un calcul du résidu de chaque équation sur la totalité des volumes de contrôle.

En général, une équation de conservation d'une grandeur ϕ sur une cellule P peut s'exprimer de la manière suivante :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (1.44)$$

où a_p et a_{nb} représentent, respectivement, les contributions des termes de transport et de diffusion. l'indice nb étant lié aux cellules adjacentes et b désigne la partie constante du terme source S_ϕ .

Le résidu de la variable ϕ s'exprime par la somme des valeurs absolues des différences entre les deux membres de l'équation 1.44 sur l'ensemble des cellules du domaine de calcul :

$$R^\phi = \sum_{cellules} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right| \quad (1.45)$$

L'appréciation de la convergence en se basant sur l'équation 1.45 s'avère difficile dans certains cas (exemple : enceintes fermées en convection naturelle) d'où la normalisation des résidus en utilisant le terme $a_p \phi_p$ calculé sur l'ensemble du domaine :

$$R_n^\phi = \frac{\sum_{cellules} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right|}{\sum_{cellules} \left| a_p \phi_p \right|} \quad (1.46)$$

Pour l'équation du mouvement, le dénominateur $a_p \phi_p$ est remplacé par l'expression $a_p v_p$, où v_p est l'amplitude de la vitesse dans la cellule P .

Pour l'équation de la continuité, l'expression des résidus non normalisés est définie par l'équation 1.47 :

$$R^c = \sum_{cellules} \left| \text{taux de production de masse sur les cellules de domaine} \right| \quad (1.47)$$

Ce résidu peut être normalisé par rapport à la valeur maximale du résidu déterminée sur les cinq premières itérations.

$$R_n^c = \frac{R_{\text{itération N}}^c}{R_{\text{itération 5}}^c} \quad (1.48)$$

Enfin, la convergence est considérée atteinte si les valeurs des résidus basées sur les équations 1.46 et 1.48 deviennent inférieures à des valeurs imposées.

1.4.8 Sous-relaxation

Un processus itératif exige le contrôle du taux de variation des inconnues au cours de chaque itération. Ceci est réalisé par des méthodes de sous-relaxation :

$$\phi = \phi_a + \alpha_\phi \Delta\phi \quad (1.49)$$

Ainsi, la nouvelle valeur de la grandeur ϕ dépend de la valeur précédente ϕ_a et de sa correction $\Delta\phi$ en utilisant le coefficient de sous-relaxation α_ϕ dont la valeur est strictement inférieure à 1.

En pratique, les valeurs de ces coefficients de sous-relaxation sont imposées pour les différentes grandeurs du problème. Malheureusement, il n'existe pas de règles générales concernant les meilleures valeurs de α_ϕ . Les valeurs optimales pour un cas étudié dépendent des particularités du problème et de la procédure itérative employée (SIMPLE, PISO...).

En général, les valeurs appropriées pour certains problèmes sont basées sur l'expérience acquise [16]. Pour un écoulement incompressible et tridimensionnel dans une cavité, Awbi [18] recommande des facteurs de sous-relaxations de l'ordre 1 pour la pression et la température et de 0,5 pour les composantes vitesses.

1.4.9 Termes sources

Une particularité du solveur itératif implicite est que les termes sources sont toujours traités sous une forme linéaire : $S_\phi = A + B \phi$ où ϕ est la variable, A est la partie dite 'explicite' du terme source et B la partie dite 'implicite'.

Une méthode pour obtenir cette linéarisation consiste à calculer le développement limité au premier ordre du terme source autour de la valeur au pas précédent :

$$S_\phi^{n+1} = S_\phi^n + \left(\frac{\partial S_\phi}{\partial \phi}\right)(\phi^{n+1} - \phi^n) \quad (1.50)$$

On doit spécifier S_ϕ et $\left(\frac{\partial S_\phi}{\partial \phi}\right)$ pour que le solveur puisse calculer la forme linéaire appropriée. Une fois linéarisée, l'équation de transport aux dérivées partielles contenant le terme source devient une équation algébrique sous la forme :

$$\left(a_p - \frac{\partial S_\phi}{\partial \phi}\right)\phi_p^{n+1} = \sum a_{nb}\phi_{nb}^n + \left(S_\phi(\phi_p^n) - \frac{\partial S_\phi}{\partial \phi}\phi_p^n\right) \quad (1.51)$$

Si $\frac{\partial S_\phi}{\partial \phi} > 0$, ce terme est annulé et le terme source est traité de manière explicite.

1.5 Méthode numérique de résolution temporelle

1.5.1 Résolution découplée implicite

C'est une résolution séquentielle des équations gouvernant le transfert de chaleur et l'écoulement au sein du domaine. Cette méthode est recommandée en régime transitoire puisqu'elle permet d'utiliser des pas de temps plus grands tout en assurant une bonne convergence des

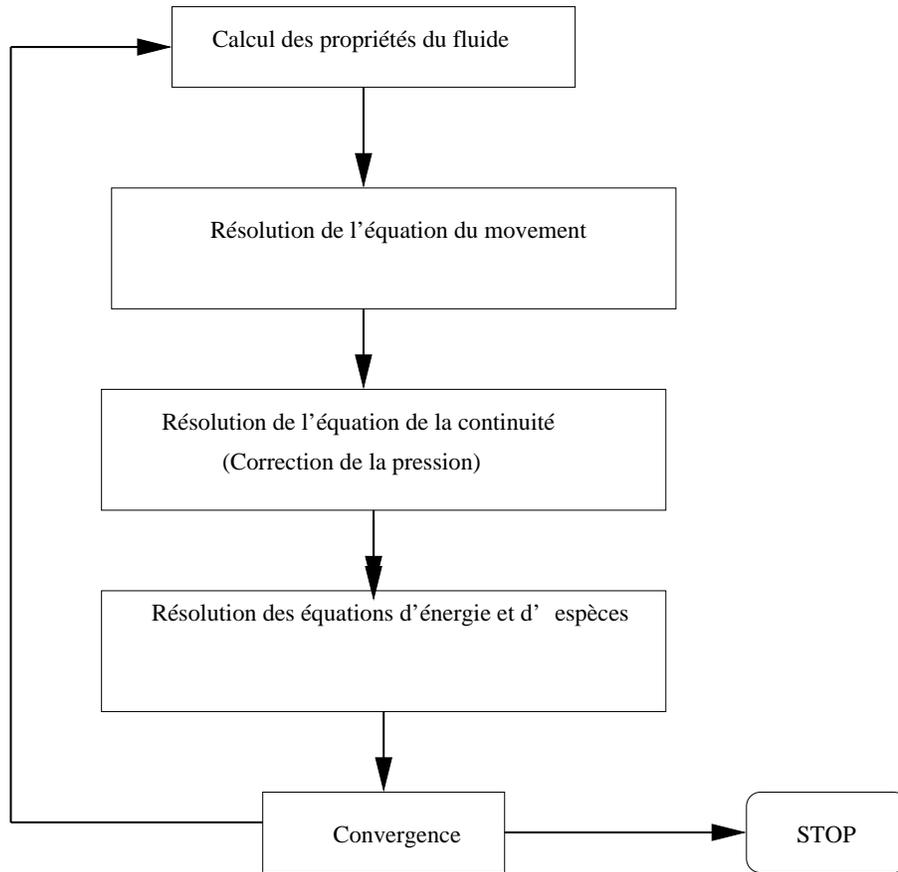


FIG. 1.7 – Méthode de résolution découplée

équations.

La discrétisation de l'équation de transport d'un scalaire ϕ en régime instationnaire :

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (1.52)$$

où $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$ représente la forme conservative de la dérivée de la variable ϕ en fonction du temps.

ρ : la densité.

\vec{v} : le vecteur vitesse.

\vec{A} : le vecteur perpendiculaire à la surface S .

Γ_ϕ : le coefficient de diffusion.

$\nabla \phi$: le gradient de ϕ .

S_ϕ : le terme source par unité de volume.

Si un schéma implicite du deuxième ordre est choisi pour la discrétisation du terme transitoire dans l'équation 1.52 :

$$F(\phi) = \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{1.53}$$

$$F(\phi) = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} \tag{1.54}$$

n+1 : la valeur du scalaire à l'instant $t + \Delta T$.

n : la valeur du scalaire à l'instant t .

n-1 : la valeur du scalaire à l'instant $t - \Delta T$.

$F(\phi)$: la fonction représentant la discrétisation spatiale du scalaire ϕ .

En formulation implicite, on évalue $F(\phi)$ à l'instant n+1 :

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \tag{1.55}$$

$$\phi^i = 4/3\phi^n - 1/3\phi^{n-1} + 2/3\Delta t F(\phi^i) \tag{1.56}$$

Les équations sont résolues d'une manière itérative : ($\phi^i = \phi^n$ à l'instant t). On calcule ensuite le terme $F(\phi)$ dans l'équation 1.52 avec un schéma de différenciation implicite d'ordre deux et on obtient $\phi^i = \phi^{n+1}$ à l'instant $t + \Delta t$. Ce schéma est inconditionnellement stable.

En forme standard, tous les termes de transport, de diffusion et de source sont évalués à partir des champs obtenus à l'instant $t + \Delta t$.

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho^{n+1} \phi^{n+1} \vec{v}^{n+1} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi^{n+1} \nabla \phi^{n+1} \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi^{n+1} dV \tag{1.57}$$

La discrétisation de la partie convective dans l'équation 1.57 fait apparaître un terme non linéaire si $\phi = \vec{v}$ (équation de la quantité de mouvement). Généralement, la résolution de cette équation nécessite plusieurs itérations à chaque pas de temps. Une solution alternative a été proposée pour la discrétisation du terme de transport en utilisant le flux massique à travers chaque cellule à l'instant t .

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \rho^n \phi^{n+1} \vec{v}^n \cdot d\vec{A} \tag{1.58}$$

Cette discrétisation réduit le nombre d'itérations à chaque pas de temps en gardant le même ordre d'exactitude de la solution finale.

1.5.2 Résolution couplée-explicite

Les équations de Navier-Stokes gouvernant l'écoulement sont résolues simultanément. Le schéma d'intégration temporelle utilisé pour la discrétisation du terme transitoire dans l'équation 1.52 est un schéma explicite du deuxième ordre. Ce schéma est souvent adopté pour pouvoir capturer le phénomène transitoire. En plus, il permet d'obtenir des résultats plus proches du phénomène réel.

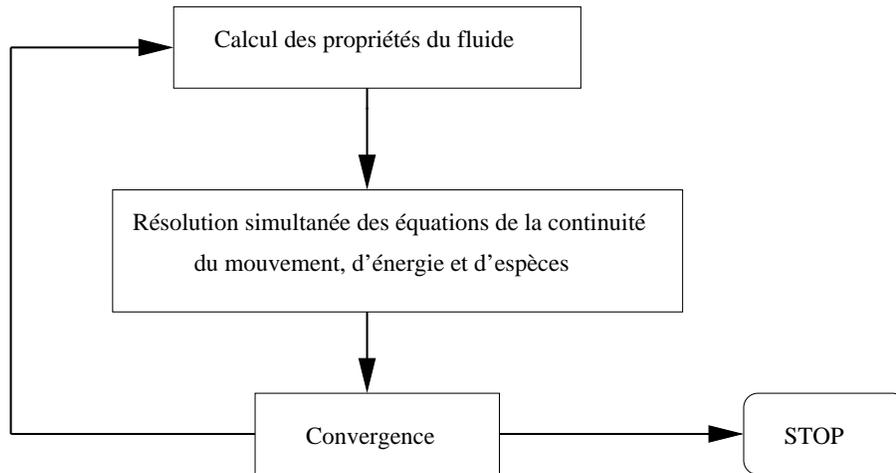


FIG. 1.8 – Méthode de résolution couplée

La fonction spatiale $F(\phi)$ est évaluée au temps courant t :

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi^n) \quad (1.59)$$

La stabilité de ce schéma est strictement limitée par le choix du nombre de courant CFL .

1.5.3 Schéma temporel non-itératif (NITA)

La convergence de ce schéma (NITA) n'exige pas d'itérations externes. Ce schéma peut préserver la convergence en diminuant l'ordre de l'erreur à chaque pas de temps.

Ainsi, le schéma (NITA) converge en effectuant une seule itération externe par pas de temps, le temps réel du calcul est réduit de manière significative.

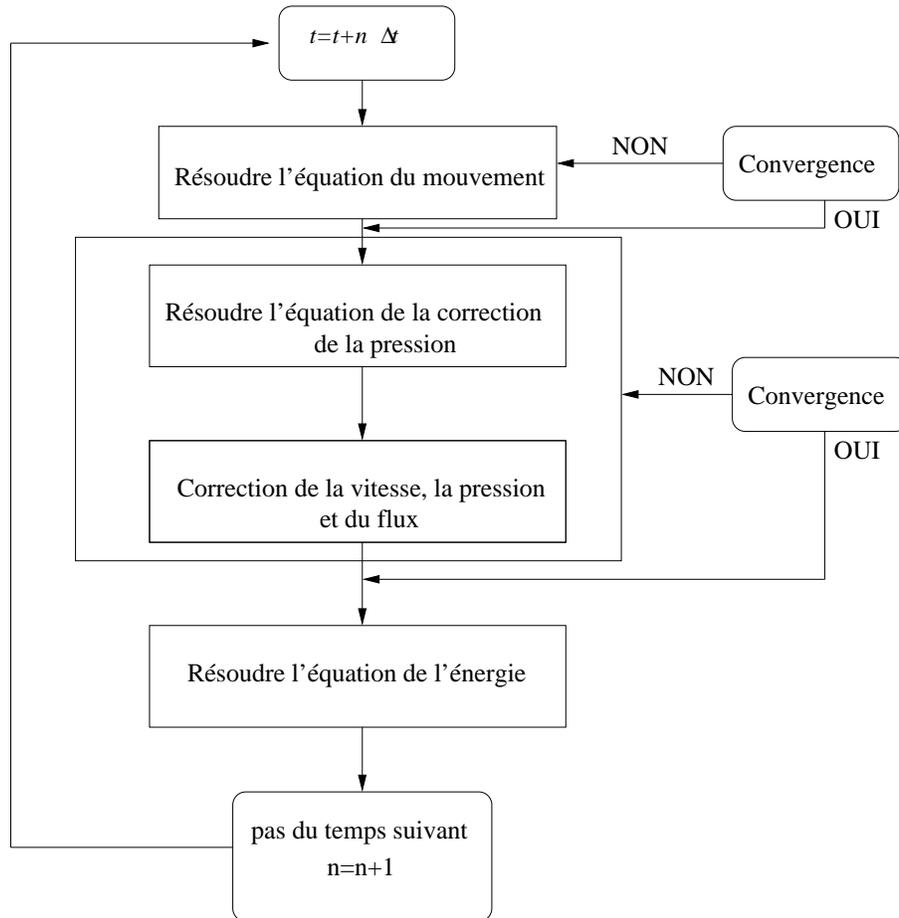


FIG. 1.9 – Méthode de résolution temporelle par un schéma non-itératif (NITA)

Chapitre 2

Validation

2.1 Validation du modèle Boussinesq en régime stationnaire

Cette partie porte sur des simulations numériques dans plusieurs configurations géométriques pour vérifier la fiabilité du code de calcul. Des solutions sont présentées et comparées à des résultats publiés récemment portant sur des configurations géométriques voisines ou à des résultats obtenus en se basant sur des corrélations citées dans la littérature ou des données expérimentales.

2.1.1 Cavité carrée $A = 1$

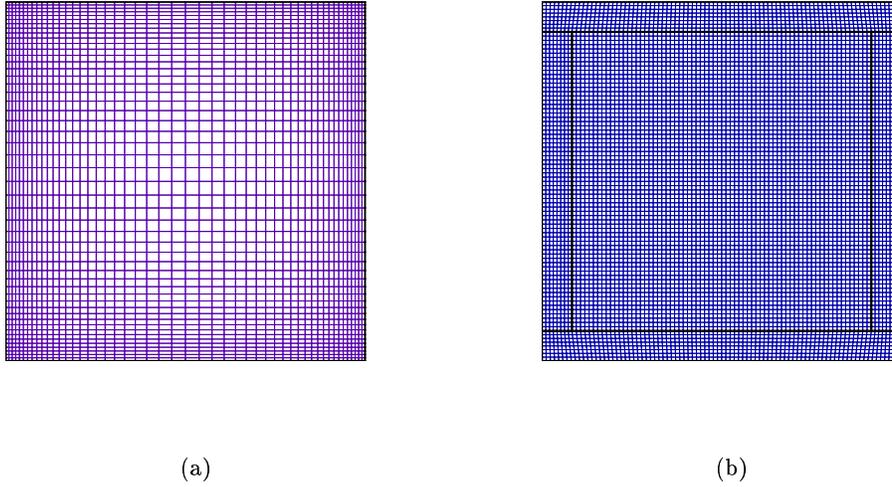
On considère l'écoulement d'un fluide dans une cavité carrée différentiellement chauffée, dont les parois verticales sont maintenues à températures uniformes ($\Delta T = 10^\circ C$) et les parois horizontales supposées adiabatiques. Ce type de problème est un exemple classique qui est souvent pris comme test pour valider les codes de calcul dédiés aux écoulements de convection naturelle.

On considère une cavité carrée ($A = H/L$) de $0,1m$ de largeur L limitée par deux parois verticales conductrices, d'épaisseur e et de conductivité thermique $k_s = 1W/mK$.

T_0 (K)	$\rho(kg/m^3)$	$C_{p0}(J/kgK)$	$k_0(W/m.K)$	$\mu_0(kg/m.s)$	$\beta_0(T^{-1})$
283,5	1,232	1006	0,0246	$1,765.10^{-5}$	0,0035

TAB. 2.1 – Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 283K$

Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ont été résolues sur des maillages cartésiens structurés $M(120 \times 120)$ et un coefficient d'expansion géométrique de 1,05 avec un schéma décentré de deuxième ordre. On utilise l'algorithme itératif SIMPLE pour le couplage vitesse-pression.


 FIG. 2.1 – Cavité carrée, (a) sans épaisseur des parois, (b) $e = 1\text{cm}$

Grandeurs	Cavité fermée $A=1$				[22]		Ecart %	
	0		1		0			
$e(\text{cm})$	10^5	10^6	10^5	10^6	10^5	10^6	10^5	10^6
Ra_L	4,50	8,78	4,32	8,72	4,52	8,82	0,4%-1%	0,48%-4,4%

 TAB. 2.2 – Comparaison des nombres de Nusselt $M(120, 120)$, $Pr = 0,71$

Le nombre de Rayleigh caractérisant le régime d'écoulement s'écrit :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu_f a_f}$$

La valeur moyenne du nombre de Nusselt \bar{N}_u sur une paroi verticale de la cavité :

$$\bar{N}_u = \frac{\bar{h} L}{k_f}$$

$$Ecart\% = \frac{\bar{N}_{u\text{fluent}} - \bar{N}_{u\text{ref}}}{\bar{N}_{u\text{ref}}}$$

Le coefficient d'échange moyen \bar{h} est lié au coefficient d'échange local, $h(y)$, par la relation suivante :

Le bilan thermique sur la paroi chaude conduit à :

$$q_p(y) = h(y)(T(0, y) - T_{ref}) \quad \mathbf{d'o\grave{u}} \quad h(y) = \frac{q_p(y)}{(T(0, y) - T_{ref})}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{H} \int_0^H h(y) dy$$

T_{ref} est la température de référence, dans notre cas $T_{ref} = T_f$.

Les nombres de Nusselt moyens, pour les deux valeurs du nombre de Rayleigh considérées, sont reportées dans le tableau 5.7.

Qualitativement, nos résultats sont très proches de ceux de Lankhorst [22] en régime laminaire avec un écart inférieur à 0,5% dans le cas d'une cavité sans épaisseur des parois ($e = 0$).

2.1.2 Cavité rectangulaire $A > 1$

L'effet de l'espacement entre deux plaques sur le transfert de chaleur a été étudié expérimentalement par Raithby et Hollands [23] qui ont étudié les écoulements et les transferts de chaleur dans des cavités allongées de rapport de forme variant de $A = 19$ à $A = 125$. Les corrélations recommandées pour le nombre de Nusselt sont basées sur des mesures.

- Pour $Pr = 0,7$ et $\frac{H}{L} \geq 40$:

$$\overline{Nu} = \left[1 + \left[\frac{0,665 Ra_L^{\frac{1}{3}}}{1 + \left(\frac{9000}{Ra_L}\right)^{1,4}} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Cette relation a été proposée pour $Ra_L < 10^6$ et $40 < H/L < 110$.

- Pour $5 < H/L < 40$, la corrélation utilisée pour le calcul du nombre de Nusselt est le maximum des trois nombres suivants :

$$\overline{Nu} = \text{Max}[\overline{Nu}_{ct}, \overline{Nu}_l, \overline{Nu}_t]$$

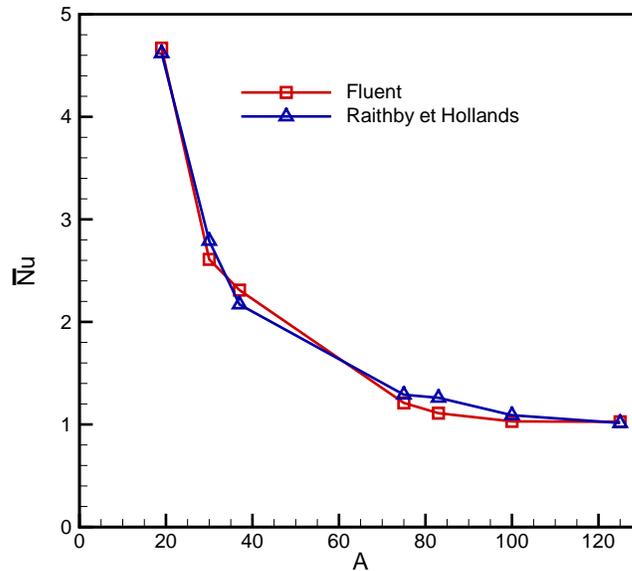
$$\overline{Nu}_{ct} = \left[1 + \left[\frac{0,104 Ra_L^{0,293}}{1 + \left(\frac{6310}{Ra_L}\right)^{1,36}} \right]^3 \right]^{\frac{1}{3}} \quad \text{régime conductif et de transition}$$

$$\overline{Nu}_l = 0,242 \left(\frac{Ra_L}{A} \right)^{0,273} \quad \text{régime de couche limite}$$

$$\overline{Nu}_t = 0,0605 Ra_L^{\frac{1}{3}} \quad \text{régime turbulent}$$

On présente dans le tableau 2.3 des valeurs du nombre de Nusselt pour différents allongements $A = H/L$, ainsi qu'une comparaison avec les corrélations ci-dessus. Nos résultats sont en relativement bon accord puisque l'écart relatif n'excède pas 7%.

H(m)	1.5				
W(cm)	1,5	2	4	5	8
A	100	75	37	30	19
Maillages uniformes					
$M(n_x, n_y)$	(100,300)	(100,300)	(120,300)	(140,300)	(150,300)
Ra_L	$6,07 \cdot 10^3$	$1,44 \cdot 10^4$	$1,15 \cdot 10^5$	$2,26 \cdot 10^5$	$9,26 \cdot 10^5$
\overline{Nu}_{fluent}	1,03	1,21	2,31	2,61	4,67
$\overline{Nu}_{Raithby}$	1,09	1,29	2,17	2,76	4,62
Ecart relatif%	6,36	6,20	6,45	5,43	1,08

 TAB. 2.3 – Nombre de Nusselt moyen ($Pr=0.71$, $\Delta T = 15K$, $T_0 = 283$)

 FIG. 2.2 – Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme $\Delta T = 15K$, $T_0 = 283K$

Les tracés de lignes de courant et des isothermes sont représentés sur les figures 2.3 et 2.4 . En augmentant l'espacement paroi interne-paroi externe, on constate que pour $L = 3cm$ (Figure 2.3 a), le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction et les isothermes sont presque parallèles aux parois.

En augmentant l'espacement entre les deux parois, la vitesse de l'écoulement augmente et le transfert de chaleur par convection devient dominant.

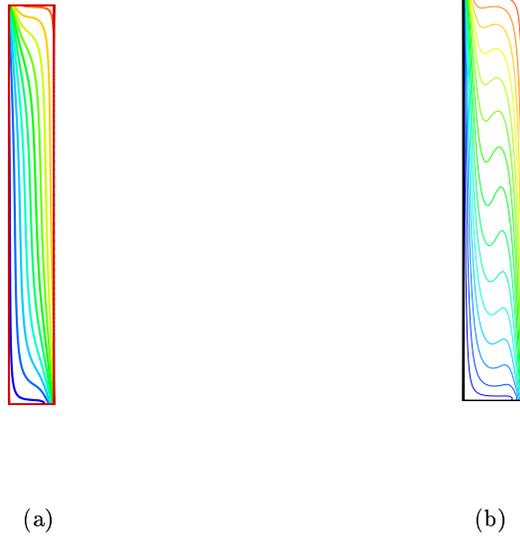


FIG. 2.3 – Isothermes $Pr=0,71$, (a) $A = 50$ $Ra_L = 10^3$, (b) $A = 20$ $Ra_L = 10^5$

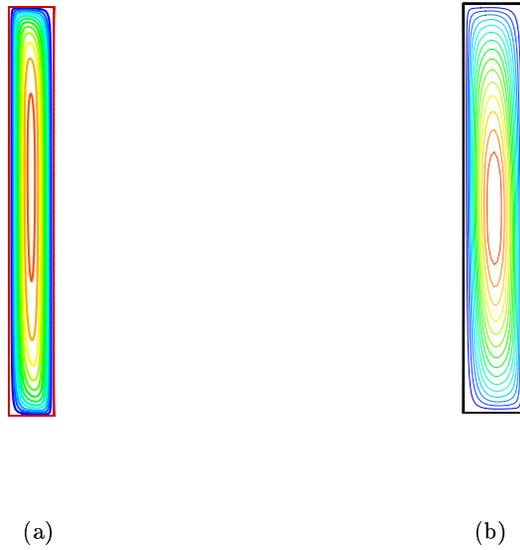


FIG. 2.4 – Lignes de courant $Pr=0,71$, (a) $A = 50$ $Ra_L = 10^3$, (b) $A = 20$ $Ra_L = 10^5$

2.2 Convection naturelle dans une cavité cubique

2.2.1 Étude de maillage

Il faut souligner que la taille du maillage requis dépend principalement des transferts de chaleur par convection dans la cavité car les échanges radiatifs contribuent à réduire l'intensité de la convection.

Pour déterminer l'influence du maillage sur le résultat final, on a mené une étude pour quatre maillages : 17^3 , 33^3 , 65^3 et 84^3 pour $Ra = 10^6$. Un maillage centrosymétrique hexaédrique, avec un rapport de longueur de deux mailles successives de 1,08 dans les directions Y, Z et 1,0 pour la direction longitudinale X a été utilisé.

La convergence de la solution est évaluée en calculant les différences entre les champs de température, les flux thermiques et les vitesses entre deux simulations réalisées sur deux maillages successifs.

maillage	temps calcul	$\overline{\delta\theta}$	$\overline{\delta Q^*}$	$\overline{\delta v_y}$	$\overline{\delta v_z}$	$\overline{Q^*}$
21x21x21	4h	-	-	-	-	6,75
33x33x33	9h	8,0 %	7,8 %	2,0 %	4,2%	7,28
65x65x65	24h	0,2 %	0,6 %	0,2 %	0,5 %	7,24
81x81x81	72h	1,9 %	0,3 %	0,5 %	1,5 %	7,22

TAB. 2.4 – Etude de maillage pour une cavité différentiellement chauffée ($Ra = 10^6$, $Pr = 0,71$) et ($Pc = 2,4$ GHz, 1 Go).

Le tableau 2.4 donne les différences entre les températures moyennes, les flux moyens et les champs de vitesses ainsi que les flux thermiques moyens sur la paroi chaude obtenues en utilisant deux maillages consécutifs.

Dans le tableau 2.4, on observe un écart très important entre les première et deuxième discrétisations. Cependant, ces écarts deviennent plus faibles ($< 2\%$) à partir de la troisième discrétisation avec des temps de calcul qui sont nettement augmentés.

Après avoir effectué cette étude de maillage, on a conclu qu'un maillage non-uniforme comportant 33 mailles dans chacune des trois directions d'espace constituait un bon compromis entre précision et coût de calculs.

2.2.2 Etude de la convection naturelle pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Dans ce paragraphe, on s'intéresse aux écoulements de convection naturelle pour différents nombres de Rayleigh ($10^3, 10^4, 10^5, 10^6$).

Des comparaisons entre les valeurs de nombres de Nusselt moyens reportées dans la littérature ([24], [25], [26]) sont montrées dans le tableaux 2.5.

On constate que les résultats sont globalement satisfaisants et sont proches de ceux de Fusegi et Hyun. [25] (Ecart $< 2,13\%$).

L'influence de la variation du nombre de Rayleigh sur la distribution de température est montrée sur la figure 2.5. On observe que le gradient vertical de température augmente quand le nombre de Rayleigh Ra augmente.

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
Nu Etude	1,093	2,101	4,454	8,881
Nu Le Peutrec et Lauriat. [24]	-	2,04	4,38	8,69
ECART	-	2,99%	1,69%	2,20%
Nu Fusegi et Hyun. [25]	1,085	2,100	4,361	8,770
ECART	0,74%	0,05%	2,13%	1,27%
Nu Colomer et al. [26]	1,055	2,030	4,334	8,862
ECART	3,60%	3,50%	2,76%	0,21%

TAB. 2.5 – Nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude pour un écoulement de convection naturelle, $Pr = 0,71$

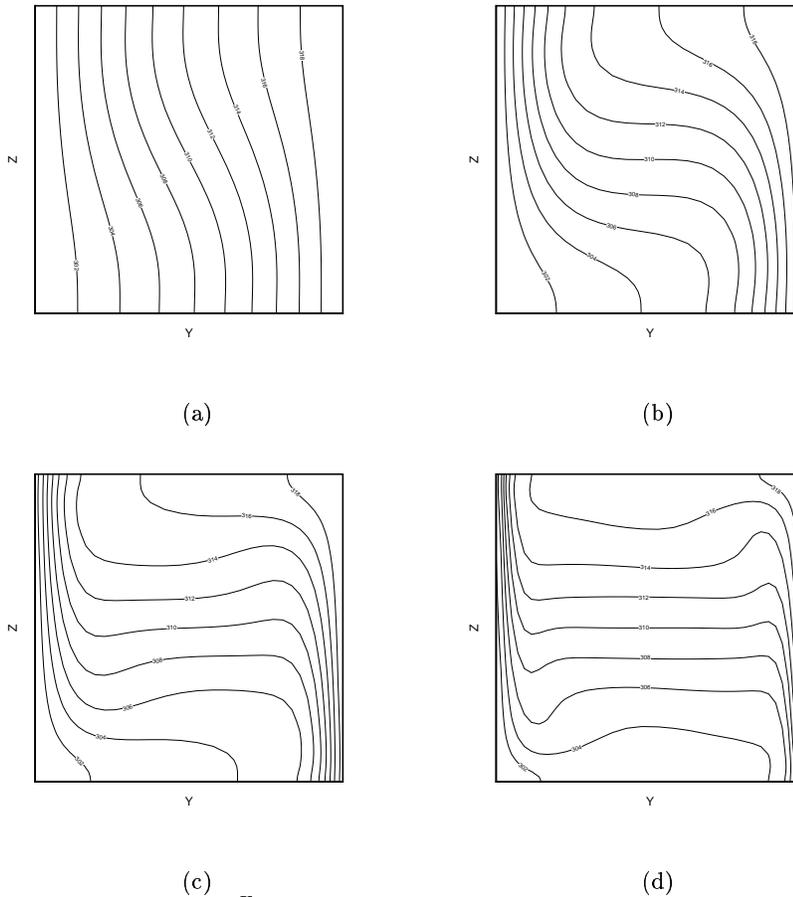


FIG. 2.5 – Isothermes pour différents nombres de Rayleigh en convection naturelle dans le plan $x^* = 0,5$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$.

2.3 Validation du modèle Boussinesq en régime transitoire

En régime instationnaire, la caractérisation du régime d'écoulement a été présentée à l'aide de profils de vitesse et de fonction de courant en des points bien définis afin de déterminer le temps de la mise en régime stationnaire d'une cavité soumise à des sollicitations thermiques constantes [27], [28] et [29]

On considère l'écoulement de fluide dans une cavité carrée ou rectangulaire différentiellement chauffée, dont les parois verticales sont maintenues à des températures uniformes ($\Delta T \leq 30K$) et les parois horizontales sont adiabatiques. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes et prises à la température de référence $T_0 = \frac{T_c + T_f}{2}$ (tableau 2.6), exceptée la masse volumique dans le terme de poussée d'Archimède.

Pour la discrétisation spatiale, le schéma QUICK a été choisi en se référant aux meilleurs résultats obtenus dans des études antérieures [30]. Pour la discrétisation temporelle, un schéma découplé-implicite de deuxième ordre a été utilisé. On a retenu l'algorithme itératif PISO pour le couplage vitesse-pression.

Une attention particulière a été portée à la précision du schéma d'intégration temporelle en comparant les nombres de courant (CFL) obtenus pour plusieurs pas de temps afin de s'assurer que la cinématique des transferts était correctement simulée.

Lors du calcul des solutions instationnaires, la convergence de la solution à chaque pas de temps est contrôlée en s'assurant que le résidu de chaque équation est suffisamment petit ($< 10^{-4}$) et en s'assurant que le bilan de flux de masse et de chaleur sont bien satisfaits.

T_0 (K)	ρ (kg/m ³)	C_{p0} (J/kgK)	k_0 (W/m K)	μ_0 (kg/m s)	β_0 (T ⁻¹)
300	1,1614	1007	0,0263	1,846 10 ⁻⁵	0,0033

TAB. 2.6 – Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 300K$

2.3.1 Cavité carrée $A = 1$

Un maillage cartésien structuré avec raffinement au voisinage des parois a été utilisé. Il comporte 60 mailles pour $H = 0,10m$ et 80 mailles pour $H=0,15m$ dans chacune des directions avec un rapport de longueur de deux mailles successives de 1,012.

Pour une cavité de rapport de forme $A = 1$, un nombre de Prandtl de 0,71 et un nombre de Rayleigh variant de 10^5 à 10^7 , une étude de pas de temps à été menée en se basant sur des études antérieures [30], [31] et [32] ainsi que sur l'évolution des résultats obtenus en fonction de la variation du pas de temps.

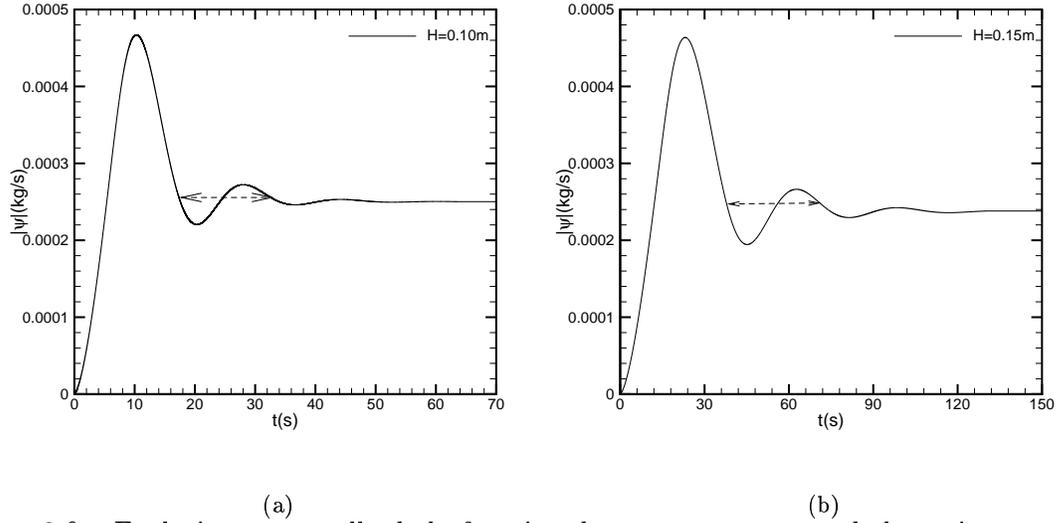
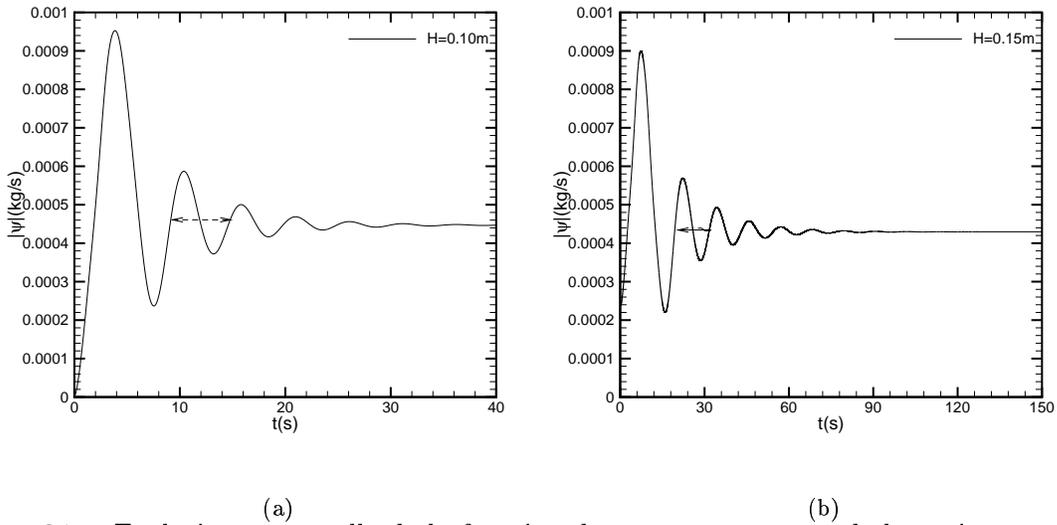
Il faut noter que la résolution temporelle doit être effectuée avec des pas de temps très inférieurs aux périodes des oscillations (tableau 2.8).

Notre étude a montré que l'augmentation du nombre de Rayleigh induit une augmentation du nombre des oscillations et une diminution de la valeur de la période en régime transitoire.

En comparant les périodes des oscillations aux valeurs calculées par la formule donnée dans

H(m)	0,10	0,15	0,10	0,15	0,10	0,15	0,10
Ra	10^5		10^6		$5 \cdot 10^6$		10^7
$\Delta T(K)$	1,09	0,32	10,91	3,24	25	16,17	30

TAB. 2.7 – Paramètres de calcul

FIG. 2.6 – Evolution temporelle de la fonction de courant au centre de la cavité carrée pour $Ra = 10^5$, (a) $H=0,10m$ et (b) $H=0,15m$ FIG. 2.7 – Evolution temporelle de la fonction de courant au centre de la cavité carrée pour $Ra = 10^6$, (a) $H=0,10m$ et (b) $H=0,15m$

l'article de Patterson et al. [33] sous forme adimensionnelle $\tau^* = 2\pi\sqrt{\frac{2}{Ra Pr}}$ et ($\tau = \frac{H^2}{a}\tau^*$), il s'avère que les deux résultats sont en bon accord.

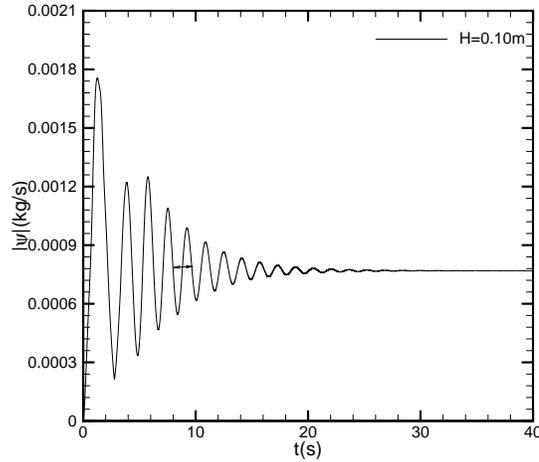


FIG. 2.8 – Evolution temporelle de la fonction de courant au centre d'une cavité carrée $Ra = 10^7$

Ra	10^5	10^6	$5 \cdot 10^6$	10^7
$\Delta t(s)$	$8 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$H = 0,10m$				
$\tau(s)$	14,67	4,66	2,09	1,55
τ_{Fluent}^*	0,0330	0,0112	0,0051	0,0035
$H = 0,15m$				
$\tau(s)$	33,02	10,50	4,70	3,50
τ_{Fluent}^*	0,0330	0,0112	0,00507	0,00354
$2\pi \sqrt{\frac{2}{Ra Pr}}$	0,0330	0,0105	0,0047	0,0035

TAB. 2.8 – Comparaison entre les période des oscillations calculées à partir de la formule de Patterson et al. [33] et celles obtenues avec Fluent pour $Pr=0,71$ et $A=1$.

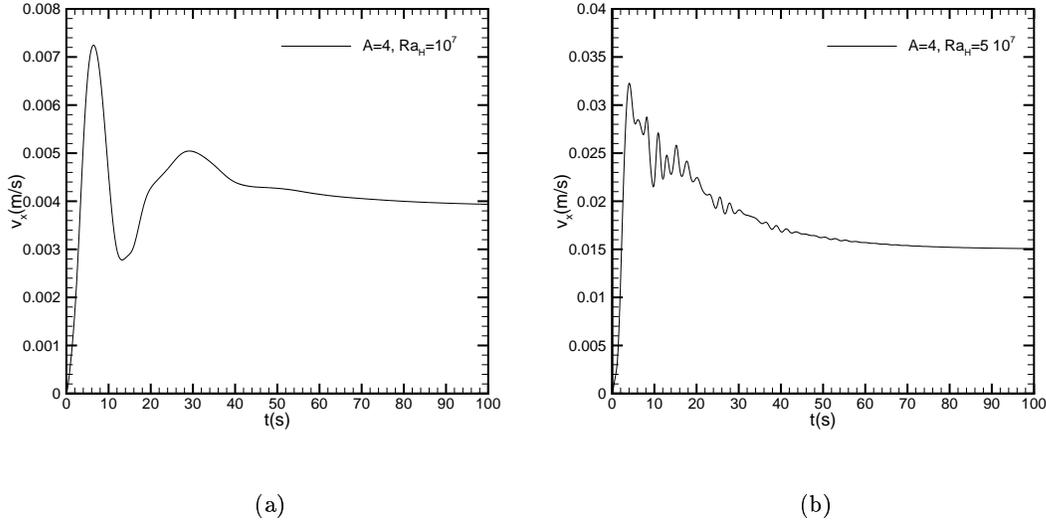
2.3.2 Cavité rectangulaire

Pour une cavité rectangulaire de rapport de forme $A = \frac{H}{L}$ variant de 4 à 8, on a utilisé un maillage non-uniforme suivant les deux directions.

Pour $A = 4$, la figure 2.9 montre que le nombre d'oscillations est faible et que le régime s'établit rapidement si $Ra_H = 10^7$. En augmentant Ra_H , on constate que les oscillations se développent et s'amplifient dans le temps et que leurs amplitudes passent par des maximums puis s'atténuent lentement au cours du temps jusqu'au régime stationnaire.

Le tableau 2.10 indique que la période τ des oscillations diminue quand le nombre de Rayleigh augmente.

A	$H(m)$	ΔT	Ra_H	Ra_L	Maillage(M_x, M_y)	β
4	0,4	17,10	10^8	$1,7 \cdot 10^6$	(50, 140)	1,04
6	0,6	6,55	$1,3 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^5$	(50, 180)	1,05
8	0,8	3,49	$1,63 \cdot 10^8$	$3,2 \cdot 10^5$	(50, 200)	1,06

 TAB. 2.9 – Paramètres de calcul $L = 0,1m$ et $\Delta t = 10^{-2}s$

 FIG. 2.9 – Evolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0,38m)$ du côté chaud de la cavité, (a) $Ra_H = 10^7$, (b) $Ra_H = 5 \cdot 10^7$

Ra_H	$\tau(s)$
$5 \cdot 10^7$	2,4
$8 \cdot 10^7$	1,87
10^8	1,66

 TAB. 2.10 – Valeurs des périodes d'oscillations en fonction du nombre de Rayleigh pour un rapport de forme $A = 4$

A	Ra_H	τ_{fluent}^*	$\tau_{LeQuere}^*[34]$	Ecart
4	$1,08 \cdot 10^8$	$3,75 \cdot 10^{-3}$	$3,80 \cdot 10^{-3}$	1,31%
6	$1,30 \cdot 10^8$	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$5,70 \cdot 10^{-3}$	0,87%
8	$1,63 \cdot 10^8$	$7,50 \cdot 10^{-3}$	$7,15 \cdot 10^{-3}$	4,66%

 TAB. 2.11 – Comparaison des résultats obtenus par Fluent avec ceux de Le Quéré et Roquefort [34], pour différents rapports de forme et différents nombre de Rayleigh ($\tau^* = \frac{\tau \cdot a_f}{L}$)

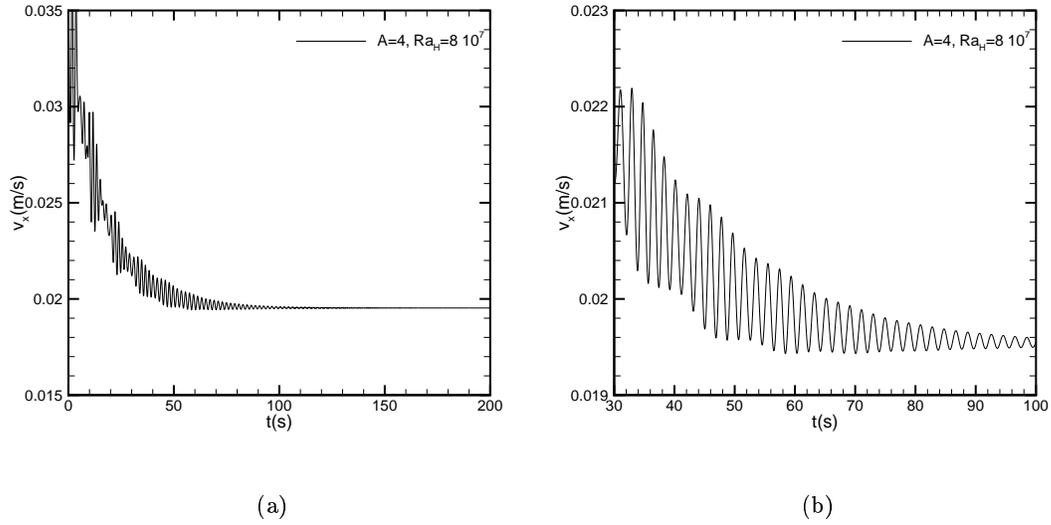


FIG. 2.10 – Evolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0,38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 8 \cdot 10^7$, (a) $0 \leq t \leq 200$, (b) $30 \leq t \leq 100$

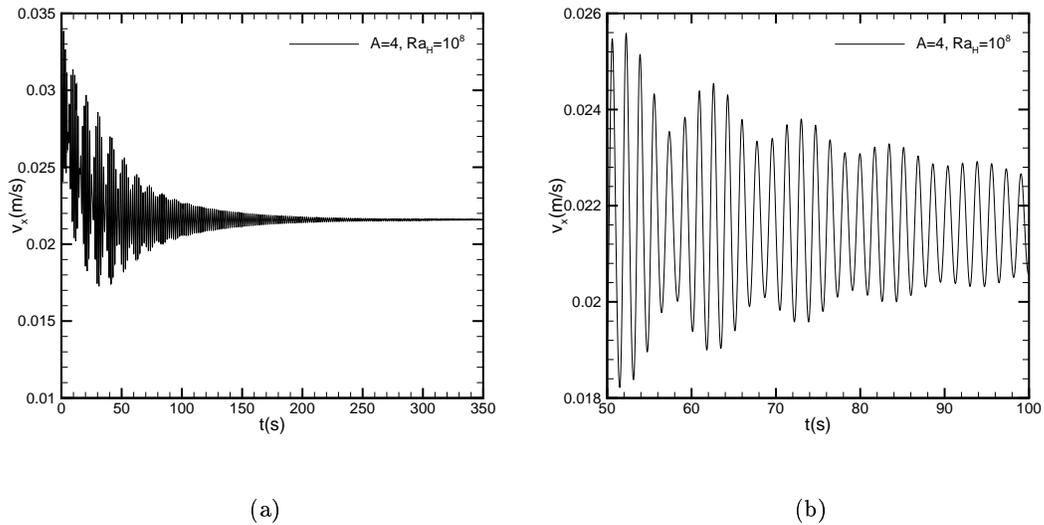


FIG. 2.11 – Évolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0,38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 10^8$, (a) $0 \leq t \leq 3500$, (b) $50 \leq t \leq 100$

Afin de valider les résultats obtenus pour une cavité rectangulaire, on a comparé les valeurs des périodes calculées et celles données par Le Quéré et Alziary de Roquefort. [34] pour trois rapports de forme. La différence entre nos résultats et la référence n'excède pas 5% (tableau 2.11).

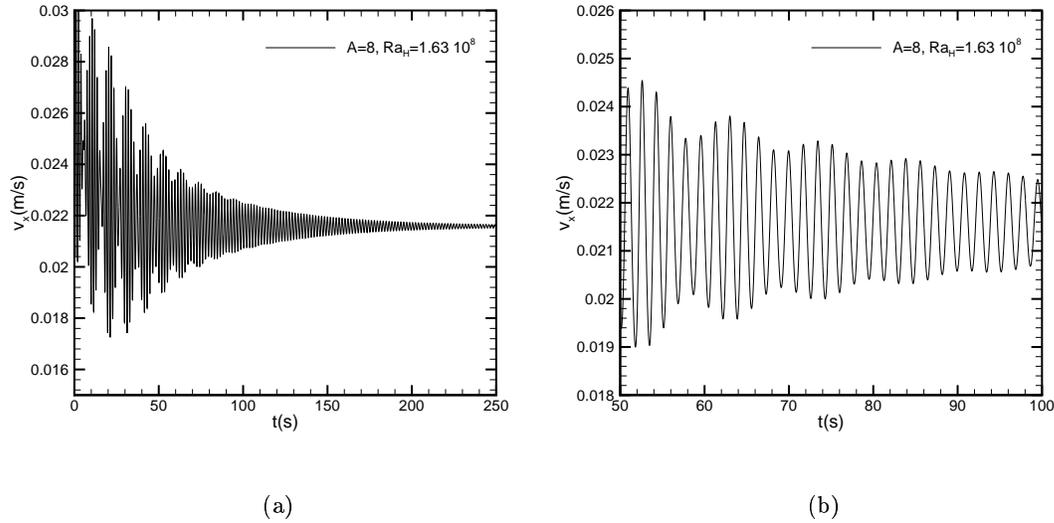


FIG. 2.12 – Évolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0,38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 1,63 \cdot 10^8$, (a) $0 \leq t \leq 250$, (b) $50 \leq t \leq 100$

2.4 Validation du modèle faible Mach

2.4.1 Première validation

Cette validation porte sur un écoulement de convection naturelle dans une cavité verticale, de section carrée et différentiellement chauffée lorsque les écarts de température ne permettent plus de justifier l'hypothèse de Boussinesq. Dans tous les termes des équations de conservation où elle intervient, la masse volumique varie avec la température et avec la pression moyenne. La masse volumique ρ_m est reliée à la pression moyenne (ou pression thermodynamique) \bar{P} par l'équation d'état du fluide, supposé ici être un gaz parfait de masse molaire M à la température T . Soit

$$\bar{P} = \rho_m \frac{R T}{M} \quad (2.1)$$

où $R = 8,31 J/K.mol$ est la constante universelle des gaz parfaits.

Ce problème a fait l'objet d'un exercice de comparaison et des solutions, que l'on peut considérer comme précises, sont donc disponibles [35] et [65].

L'intérêt de ce cas test est qu'il conduit à utiliser le logiciel sous sa version compressible : contrairement aux codes dédiés et conçus pour calculer une solution numérique d'un modèle, l'option "faible Mach" du code est un sous-ensemble de la version compressible. La procédure de filtrage des ondes acoustiques n'étant pas clairement explicitée dans le "manuel utilisateur", il est important de vérifier la qualité des solutions.

Les résultats obtenus avec Fluent ont été confrontés avec ceux calculés avec un code développé au LETEM. Ce code [acronyme : VFCC] est un code basé sur une méthode de volumes

finis colocalisée, stabilisée par clusters [35]. Ce code donnant des solutions en excellent accord avec celles de l'exercice de comparaison [65], nos résultats n'ont été comparés qu'avec ceux du code VFCC.

Lorsque l'écart de température $\Delta T = T_c - T_f$ entre des parois verticales est tel que $\epsilon_T = \frac{\Delta T}{T_0} = 1,2$ où $T_0 = (T_c + T_f)/2$ est la température de référence, il faut tenir compte des effets de compressibilité. Dans l'exercice de comparaison, les nombres de Prandtl et de Rayleigh basés sur les propriétés physiques calculées à la température de référence $T_0 = 600 K$ sont $Pr_0 = 0,71$, $Ra = 10^6$ et $Ra = 10^7$. Le nombre de Rayleigh de référence est défini par

$$Ra = Pr_0 \frac{g\rho_0^2 \Delta T L^3}{T_0 \mu_0^2} \quad (2.2)$$

L'air est initialement au repos à la température $T_0 = 600 K$ et à la pression $P_0 = 101\,325 N/m^2$ dans une cavité à section carrée. Il s'ensuit que la masse volumique, initialement uniforme, a pour valeur

$$\rho_0 = \frac{P_0}{rT_0} = 0,588 kg/m^3 \quad (2.3)$$

avec $r = R/M = 287 J/kg.K$ constante de l'air. Le coefficient isentropique $\gamma = C_p/C_v$ a une valeur supposée constante, $\gamma = 1,4$.

Pour les deux nombres de Rayleigh considérés, des calculs ont été effectués d'abord en supposant que la conductivité thermique et la viscosité dynamique étaient constantes puis en tenant compte de leurs variations avec la température. Pour l'air, les variations de μ et de k suivent bien la loi de Sutherland qui s'écrit :

$$\frac{\mu(T)}{\mu_s} = \left(\frac{T}{T_s}\right)^{2/3} \frac{T_s + S}{T + S} \quad (2.4)$$

avec $T_s = 273K$, $S = 110,5K$, $\mu_s = 1,68 \cdot 10^{-5} kg/ms$.

$$k(T) = \frac{2,64638 \cdot 10^{-3} T^{3/2}}{T + 254,41 \cdot 10^{-12}/T} \quad (2.5)$$

Dans l'énoncé de l'exercice de comparaison, il est supposé que le nombre de Prandtl de l'air est constant. On a donc pris $Pr = Pr_0$, ce qui signifie que $k(T)$ reste toujours proportionnelle à $\mu(T)$ si l'on admet en outre que C_p est constant. Soit

$$k(T) = \frac{\mu(T)C_p}{Pr} \quad (2.6)$$

avec $C_p = \gamma r / (\gamma - 1)$.

Les paramètres des quatre cas étudiés sont reportés dans le tableau 2.12.

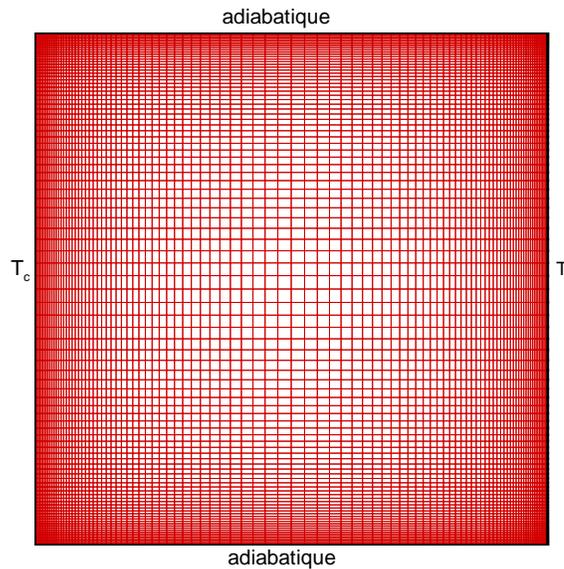
$Ra = 10^6$	$\epsilon_T = 1, 2$	Loi de Sutherland
$Pr_0 = 0, 71$	$\epsilon_T = 1, 2$	propriétés constantes
$Ra = 10^7$	$\epsilon_T = 1, 2$	Loi de Sutherland
$Pr_0 = 0, 71$	$\epsilon_T = 1, 2$	propriétés constantes

TAB. 2.12 – Configurations étudiées.

Maillage et options de calculs.

Le domaine de calcul est un carré dont la longueur des côtés est $L=0,1m$. Ce domaine a été discrétisé à l'aide de deux maillages cartésiens non-uniformes dans les deux directions spatiales (100×100 et 200×200) avec un coefficient d'expansion géométrique ξ . La figure 2.13 représente le maillage 100×100 avec $\xi = 1,05$.

Les options de calcul retenues dans FLUENT sont décrites dans le tableau 2.13. Le pas de

FIG. 2.13 – Maillage 100×100 .

temps a été choisi afin que le CFL ne dépasse jamais une valeur de 5. Cette valeur pourrait être trop élevée pour suivre avec précision le régime instationnaire. Elle a une très faible incidence sur la solution stationnaire qui est déterminée par les critères de convergence relatifs suivants :

$$R_n^\phi < 10^{-6} \quad (2.7)$$

où ϕ représente une variable dépendante quelconque.

Les équations étant résolues sous forme dimensionnelle, il faut aussi introduire des proprié-

Modèle	Equations de conservation en régime instationnaire
Couplage vitesse-pression	PISO
Schéma de discrétisation spatiale	décentré d'ordre 2
Schéma de discrétisation temporelle	itératif d'ordre 2
Calcul de la pression	interpolation "Body force weighted"
Valeur de référence	$T_0 = 600K, P_0 = 101325Pa$

TAB. 2.13 – Options de Fluent utilisées pour les calculs

$\rho(kg/m^3)$	$C_p(J/kg.K)$	$k(W/m.K)$	$\mu(kg/m.s)$	$a(m^2/s)$	$g(m/s^2)$
0,588	1004,5	0,04180085	$2,954564 \cdot 10^{-5}$	$7,07215 \cdot 10^{-5}$	pour $Ra = 10^6$ $g = 2,959242$ pour $Ra = 10^7$ $g = 29,59242$

TAB. 2.14 – Propriétés thermophysiques de l'air à $T_0 = 600K$

tés physiques de référence de telle sorte que leurs combinaisons conduisent aux valeurs des nombres de Prandtl et de Rayleigh voulues. Les propriétés de l'air à $600K$ sont reportées dans le tableau 2.14. En prenant $L = 0,1m$ pour les deux nombres de Rayleigh étudiés, les valeurs $Ra = 10^6$ et 10^7 ne peuvent évidemment pas être obtenues : on modifie alors la valeur de l'accélération de la gravité pour les obtenir.

Les solutions calculées sont ensuite mises sous forme adimensionnelle en utilisant les échelles définies dans l'exercice de comparaison. Soient :

$$t^* = \frac{at}{L^2} \quad x^* = \frac{x}{L} \quad \text{et} \quad y^* = \frac{y}{L}$$

$$u^* = \frac{u.L}{a} \quad v^* = \frac{v.L}{a} \quad \text{et} \quad T^* = \frac{T-T_0}{\Delta T}$$

où a est la diffusivité thermique à la température de référence T_0 .

Comparaisons des profils de vitesses adimensionnelles

Les profils de la composante horizontale de vitesse dans le plan médian vertical ($u(0,5; y^*)$) et de la composante verticale de la vitesse dans le plan médian horizontal ($v(x^*; 0,5)$) sont représentés sur les figures 2.14 et 2.15 pour $Ra = 10^6$ et sur les figures 2.16 et 2.17 pour $Ra = 10^7$. Par rapport à un calcul conduit sous l'approximation de Boussinesq, le fait le plus marquant est la dissymétrie de l'écoulement : les vitesses horizontales le long de la paroi adiabatique supérieure sont nettement plus élevées que le long de la paroi inférieure (l'écart augmentant avec le nombre de Rayleigh). Si les valeurs des vitesses verticales sont proches le long des parois chaude et froide, la dissymétrie concerne plutôt les épaisseurs des couches limites dynamiques. La couche limite est plus mince le long de la paroi froide que le long de la paroi chaude.

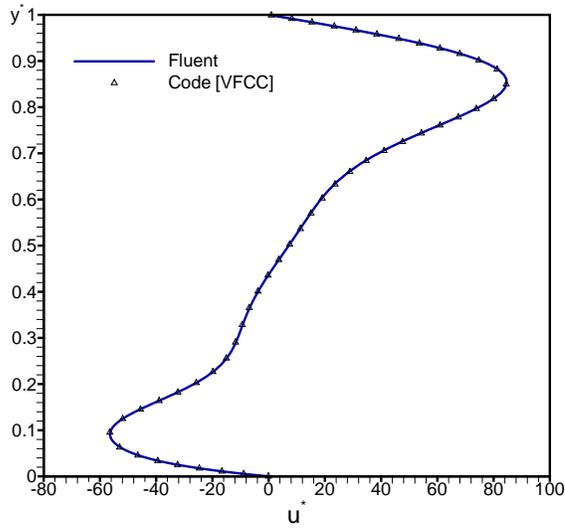


FIG. 2.14 – Profil de la composante horizontale pour $Ra = 10^6$ en $x^* = 0,5$ (loi de Sutherland)

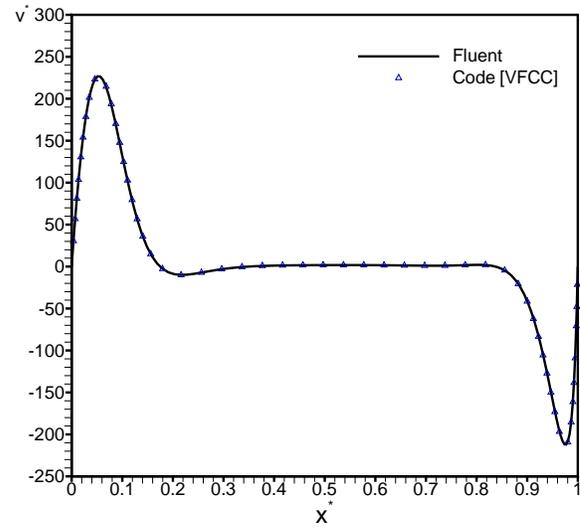


FIG. 2.15 – Profil de la composante verticale pour $Ra = 10^6$ en $y^* = 0,5$ (loi de Sutherland)

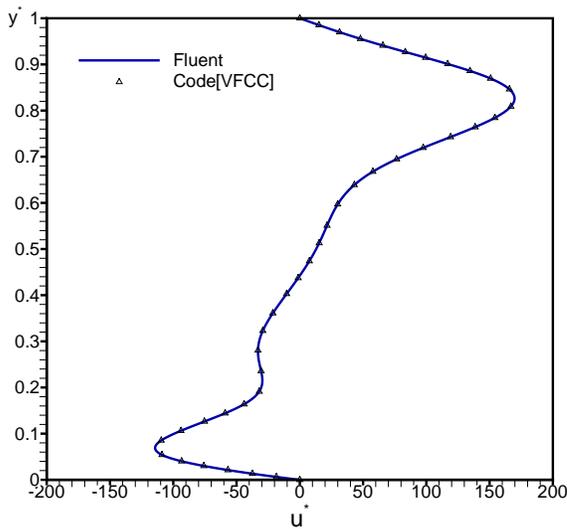


FIG. 2.16 – Profil de la composante horizontale pour $Ra = 10^7$ en $x^* = 0,5$ (loi de Sutherland)

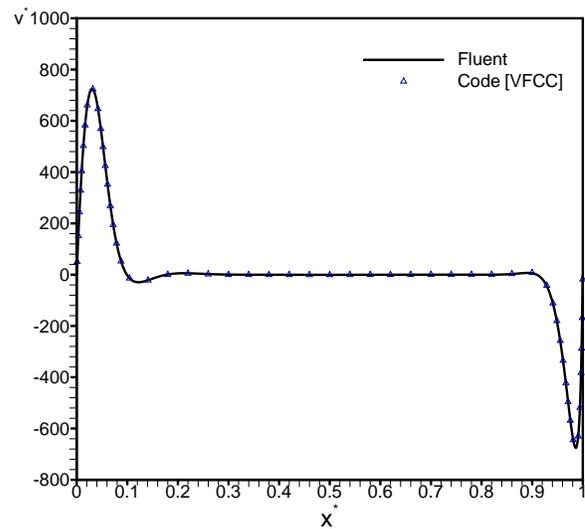


FIG. 2.17 – Profil de la composante verticale pour $Ra = 10^7$ en $y^* = 0,5$ (loi de Sutherland)

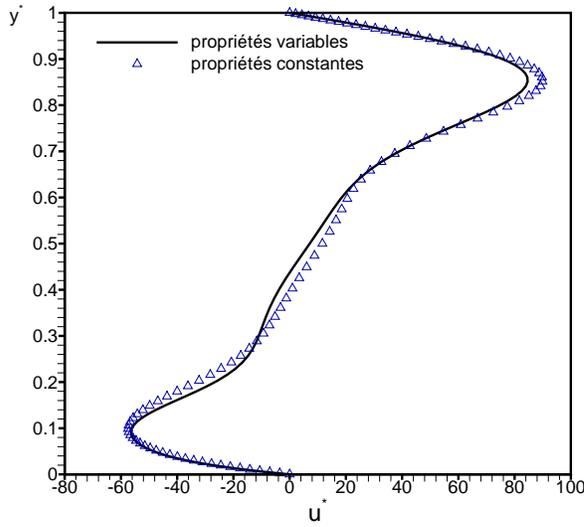


FIG. 2.18 – Comparaison des profils des composantes horizontales pour $Ra = 10^6$ en $x^* = 0,5$

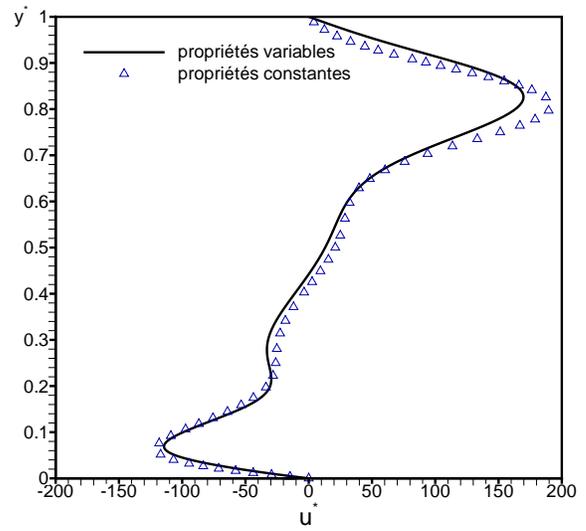


FIG. 2.19 – Comparaison des profils des composantes horizontales pour $Ra = 10^7$ en $x^* = 0,5$

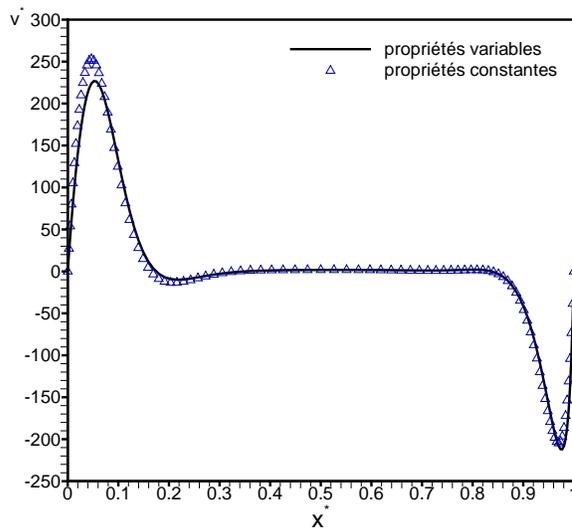


FIG. 2.20 – Comparaison des profils des composantes verticales pour $Ra = 10^6$ en $y^* = 0,5$

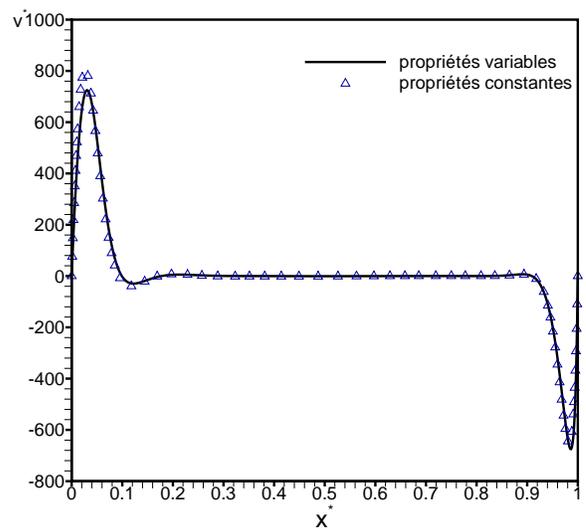


FIG. 2.21 – Comparaison des profils des composantes verticales pour $Ra = 10^7$ en $y^* = 0,5$

Ces observations sont corroborées par les valeurs reportées dans les tableaux 2.15 et 2.16. Les valeurs maximales et minimales des composantes adimensionnelles de la vitesse dans le plan médian vertical ($u_{max}(0, 5; y^*)$ et $u_{min}(0, 5; y^*)$) et dans le plan médian horizontal ($v_{max}(x^*; 0, 5)$ et $v_{min}(x^*; 0, 5)$) ainsi que leurs positions sont données dans les tableaux 2.15 et 2.16.

propriétés	constantes		<i>Code</i> [VFCC]	variables		<i>Code</i> [VFCC]
Maillage	100 × 100	200 × 200	304 × 304	100 × 100	200 × 200	304 × 304
ξ	1,05	1,05	1,2	1,05	1,05	1,2
$\Delta t(s)$	0,01	0,005	stationnaire	0,01	0,005	stationnaire
$u_{max}(0, 5; y^*)$	89,879 $y^* = 0, 853$	89,524 $y^* = 0, 853$	89,625 $y^* = 0, 853$	84,822 $y^* = 0, 854$	84,623 $y^* = 0, 854$	84,562 $y^* = 0, 854$
$v_{max}(x^*; 0, 5)$	252,557 $x^* = 0, 046$	253,841 $x^* = 0, 046$	253,330 $x^* = 0, 046$	226,601 $x^* = 0, 054$	226,636 $x^* = 0, 054$	227,399 $x^* = 0, 054$
$u_{min}(0, 5; y^*)$	-57,435 $y^* = 0, 987$	-57,424 $y^* = 0, 987$	-57,466 $y^* = 0, 987$	-55,875 $y^* = 0, 091$	-56,535 $y^* = 0, 091$	-56,566 $y^* = 0, 091$
$v_{min}(x^*; 0, 5)$	-204, 813 $x^* = 0, 969$	-205, 083 $x^* = 0, 969$	-205, 414 $x^* = 0, 969$	-212, 152 $x^* = 0, 976$	-212, 983 $x^* = 0, 976$	-213, 060 $x^* = 0, 976$

TAB. 2.15 – Valeurs des composantes de la vitesse sur les plans médians de la cavité pour $Ra = 10^6$ et $\epsilon_T = 1, 2$

propriétés	constantes		<i>Code</i> [VFCC]	variables		<i>Code</i> [VFCC]
Maillage	100 × 100	200 × 200	304 × 304	100 × 100	200 × 200	304 × 304
ξ	1,05	1,05	1,2	1,05	1,05	1,2
$\Delta t(s)$	0,01	0,005	stationnaire	0,01	0,005	stationnaire
$u_{max}(0, 5; y^*)$	191,480 $y^* = 0, 808$	191,447 $y^* = 0, 808$	191,015 $y^* = 0, 808$	168,363 $y^* = 0, 826$	168,0552 $y^* = 0, 826$	167,975 $y^* = 0, 826$
$v_{max}(x^*; 0, 5)$	801,390 $x^* = 0, 026$	802,596 $x^* = 0, 026$	802,968 $x^* = 0, 026$	724,130 $x^* = 0, 031$	724,166 $x^* = 0, 031$	724,64 $x^* = 0, 031$
$u_{min}(0, 5; y^*)$	121,171 $y^* = 0, 063$	-120,608 $y^* = 0, 063$	-120,338 $y^* = 0, 063$	-114,359 $y^* = 0, 069$	-114,744 $y^* = 0, 069$	-114,835 $y^* = 0, 069$
$v_{min}(x^*; 0, 5)$	-650,063 $x^* = 0, 983$	-650,252 $x^* = 0, 983$	-651,341 $x^* = 0, 983$	-673,945 $x^* = 0, 986$	-674,721 $x^* = 0, 986$	-675,143 $x^* = 0, 986$

TAB. 2.16 – Valeurs des composantes de la vitesse sur les plans médians de la cavité pour $Ra = 10^7$ et $\epsilon_T = 1, 2$

Les valeurs reportées dans les tableaux 2.15 et 2.16 montrent que la solution de référence [VFCC] est obtenue avec une bonne précision avec un maillage 100 × 100 (différences maxi-

males inférieures à 0,5%) bien que la comparaison porte sur des grandeurs très sensibles à la qualité de la résolution.

En comparant les valeurs se rapportant à des propriétés physiques constantes à celles pour des propriétés physiques variant avec la température, on remarque que les variations de viscosité dynamique et de conductivité produisent une réduction très sensible des vitesses maximales (en module) dans les zones chaudes de l'écoulement et une légère augmentation le long de la paroi froide. Ce résultat était attendu parce que la viscosité dynamique d'un gaz parfait augmente avec la température.

Comparaisons des nombres de Nusselt

Les nombres de Nusselt locaux et moyens sur les parois verticales sont calculés par les expressions suivantes

$$Nu_p(y) = \frac{L}{k(T_0)(T_c - T_f)} k(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_p \quad (2.8)$$

$$\overline{Nu}_p = \frac{1}{L} \int_{y=0}^{y=L} Nu_p(y) dy \quad (2.9)$$

Les valeurs des nombres de Nusselt moyens sur les parois chaude et froide et les valeurs maximales et minimales des nombres de Nusselt locaux sont reportées dans les tableaux 2.17 à 2.20. On donne aussi le rapport entre la pression thermodynamique à l'état final, P_f , et la pression thermodynamique initiale, P_0 . Ces quantités étaient requises dans l'exercice de comparaison. Les valeurs obtenues avec le code [VFCC] [35] ne diffèrent pas de plus de 0,0025% avec la meilleure solution présentée en [37] et calculée sur un maillage comportant 4,2 millions de mailles.

Code	Fluent	Ecart%	Fluent	Ecart%	[VFCC]
\overline{Nu}_c	8,86985	0,11	8,86703	0,079	8.86000
\overline{Nu}_f	8,86985	0,11	8,86703	0,079	8.86000
$max_y(Nu(0, y^*))$	19,6528	0,27	19,6007	0,0066	19,5994
$min_y(Nu(0, y^*))$	1,07396	0,013	1,07385	0,0037	1.07381
$max_y(Nu(1, y^*))$	16,4409	0,46	16,3591	0,034	16,3647
$min_y(Nu(1, y^*))$	0,85558	0,01	0,85538	0,012	0,85549
$\frac{P_f}{P_0}$	0,85697	0,07	0,85636	0,035	0,85633
temps de calcul	48min		240min		28min
Maillage	100 × 100		200 × 200		304 × 304

TAB. 2.17 – $Ra = 10^6$ $\epsilon_T = 1,2$ (propriétés constantes)

Code	Fluent	Ecart%	Fluent	Ecart%	[VFCC]	[37]
$\frac{Nu_c}{Nu_f}$	8,6939	0,08	8,6898	0,035	8,6867	8,6866
$max_y(Nu(0, y^*))$	20,3164	0,21	20,2887	0,073	20,2737	20,2704
$min_y(Nu(0, y^*))$	1,0671	0,0093	1,0671	0,0093	1,0670	1,0677
$max_y(Nu(1, y^*))$	15,6234	0,65	15,5446	0,14	15,5216	15,5194
$min_y(Nu(1, y^*))$	0,75798	0,023	0,75781	0,0013	0,75780	0,7575
$\frac{P_f}{P_0}$	0,924077	0,04	0,924745	0,028	0,924482	0,924489
temps de calcul	48min		240min		32min	
Maillage	100 × 100		200 × 200		304 × 304	
					2048 × 2048	

TAB. 2.18 – $Ra = 10^6$ $\epsilon_T = 1, 2$ (propriétés variables)

Code	Fluent	Fluent
$\frac{Nu_c}{Nu_f}$	16,624098	16,64872
$max_y(Nu(0, y^*))$	45,034300	45,370887
$min_y(Nu(0, y^*))$	1,476834	1,478973
$max_y(Nu(1, y^*))$	36,4057588	36,92143
$min_y(Nu(1, y^*))$	1,232517	1,233982
$\frac{P_f}{P_0}$	0,8580686	0,8570761
temps de calcul	48min	270min
Maillage	100 × 100	200 × 200

TAB. 2.19 – $Ra = 10^7$ $\epsilon_T = 1, 2$ (propriétés constantes)

Les résultats montrent d'une part une parfaite égalité des flux sur les parois chaude et froide (ce qui est inhérent à la méthode des volumes finis) et, d'autre part, que les écarts maximums sur les nombres de Nusselt moyens n'excèdent pas 0,35% avec un maillage 100×100 . Par contre, les temps de calcul sont nettement plus importants parce que la solution est calculée par un algorithme instationnaire. Ils restent cependant dans une limite acceptable compte-tenu des moyens de calcul utilisés. Les différences sur les extremums des nombres de Nusselt locaux sont plus importantes puisqu'elles atteignent 1,2% à $Ra = 10^7$ sur le maillage 100×100 . Il faut noter que la détermination de ces extremums après post-traitement des champs de température par un logiciel externe à FLUENT est source d'imprécisions supplémentaires. Les écarts entre les maximums des nombres de Nusselt locaux sur les parois chaude et froide, qui augmentent avec Ra et lorsque μ et k dépendent de la température, traduisent la perte de centro-symétrie du champ de température liée aux effets de compressibilité.

Le rapport P_f/P_0 montre une décroissance de la pression d'environ 15% lorsque les propriétés physiques sont constantes et de seulement 8% lorsqu'on applique la loi de Sutherland. Cela tient au choix des conditions initiale et finale : $T = T_0$ à $t = 0$ et $T = T_0 \pm \Delta T$ à $t > 0$.

Code	Fluent	Ecart%	Fluent	Ecart%	[VFCC]	[37]
$\frac{Nu_c}{Nu_f}$	16,29758	0,34	16,25892	0,11	16,24096	16,2410
	16,29758	0,34	16,25892	0,11	16,24096	16,2410
$max_y(Nu(0, y^*))$	46,7616	0,78	46,5065	0,24	46,3941	46,379
$min_y(Nu(0, y^*))$	1,45883		1,45459		1,45475	1,454
$max_y(Nu(1, y^*))$	34,7010	1,20	34,5540	0,78	34,2832	34,272
$min_y(Nu(1, y^*))$	1,093581		1,08726		1,08878	1,089
$\frac{P_f}{P_0}$	0,92170	0,098	0,92263	0,002	0,92261	0,92264
temps de calcul	48min		270min		90min	
Maillage	100 × 100		200 × 200		304 × 304	
					2048 × 2048	

TAB. 2.20 – $Ra = 10^7$ $\epsilon_T = 1,2$ (propriétés variables)

2.4.2 Deuxième validation

On considère une cavité carrée de côtés $L = 10\text{ cm}$ remplie d'air sec dont la paroi froide conductrice d'épaisseur $e = 1\text{ mm}$ a une conductivité thermique $k = 1\text{ W/mK}$ (Fig 2.22). La paroi chaude est maintenue à la température uniforme $T_c = 350\text{ K}$. La surface extérieure échange de la chaleur par convection avec l'ambiance à $T_f = 280\text{ K}$. On suppose que le coefficient d'échange est constant et uniforme.

Les calculs ont été effectués pour deux valeurs du coefficient d'échange ($h_{cv} = 0,1\text{ W/m}^2\text{ K}$ et $h_{cv} = 100\text{ W/m}^2\text{ K}$). La première valeur est très inférieure à celle du coefficient d'échange interne (défini dans la suite), la seconde est très supérieure et doit donc conduire à une température de paroi presque uniforme et égale à celle de l'ambiance extérieure : on doit donc retrouver le problème de la cavité différentiellement chauffée avec un écart de température $T_c - T_f \approx 70\text{ K}$.

On considère deux types de conditions initiales :

- à $t = 0$, la cavité est remplie d'air chaud immobile, à pression atmosphérique et à la température de la paroi chaude $T_0 = T_c = 350\text{ K}$. La paroi conductrice est refroidie à $t > 0$ avec un coefficient h_{cv} ,
- à $t = 0$, la cavité est remplie d'air froid à pression atmosphérique à la température froide $T_0 = T_f = 280\text{ K}$ et la cavité est chauffée à $t > 0$.

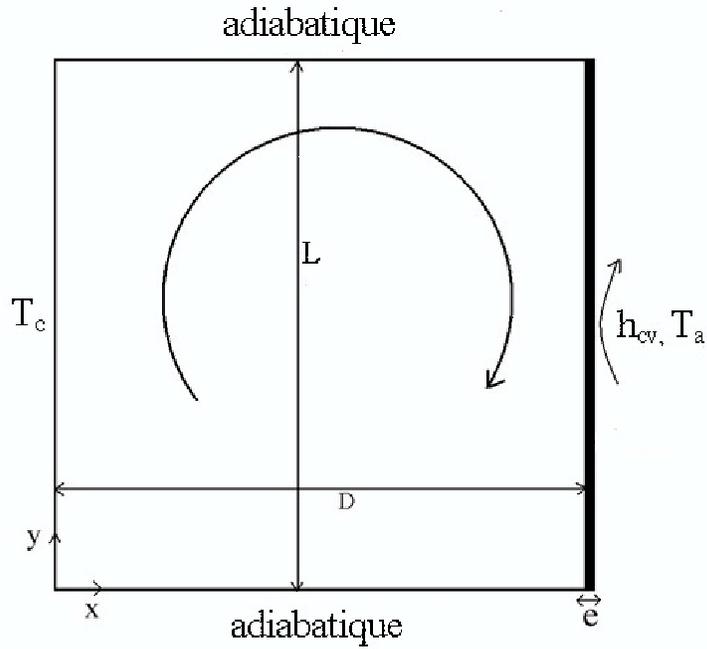


FIG. 2.22 – Géométrie étudiée

En utilisant le modèle faiblement compressible, les solutions stationnaires ne sont pas les mêmes parce que les masses d'air contenues initialement dans la cavité ne sont pas les mêmes. Dans le premier cas, la pression thermodynamique diminue au cours du temps alors qu'elle augmente dans le second.

Des calculs ont aussi été effectués sous l'approximation de Boussinesq : les propriétés de l'air sec sont évaluées à la température moyenne $T_m = (T_c + T_f)/2 = 315K$ et on prend comme condition initiale $T_0 = T_m$.

On compare dans la suite les solutions stationnaires obtenues pour ces trois conditions initiales.

$\rho_s(kg/m^3)$	$k_s(W/m.K)$	$C_{ps}(J/kg)$
2500	1	1000

TAB. 2.21 – propriétés de la paroi conductrice

Les propriétés de l'air sec aux trois températures initiales sont reportées dans les tableaux 2.22 à 2.24

Des grandeurs caractéristiques calculées en régime permanent sont reportées dans les tableaux 2.27 et 2.26 dans lesquels :

- $\bar{\rho}$ est la masse volumique moyenne (théoriquement invariante),

$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\mu(\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s})$	$k(\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$	$C_p(\text{J}/\text{kg})$
1,0085	$2,082\cdot 10^{-5}$	0,030	1009

 TAB. 2.22 – propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 350\text{K}$

$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\mu(\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s})$	$k(\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$	$C_p(\text{J}/\text{kg})$
1,16	$1,846\cdot 10^{-5}$	0,027	1007

 TAB. 2.23 – propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 315\text{K}$

$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\mu(\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s})$	$k(\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$	$C_p(\text{J}/\text{kg})$
1,26	$1,7526\cdot 10^{-5}$	0,024	1007

 TAB. 2.24 – propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 280\text{K}$

Modèle	Boussinesq $\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T)$	Compressible $\rho(T, p)$
Schéma temporel	non itératif (NITA)	itératif (ITA)
pas de temps	fixe	fixe
$\Delta t(\text{s})$	0,1	0,01
temps de calcul réel	20mn	180mn

TAB. 2.25 – Méthodes numériques

- \bar{P} est la pression thermodynamique (N/m^2),
- $\bar{T}_{p,e}$ est la température moyenne de la surface extérieure de la paroi froide (K),
- Q_f est le flux de chaleur échangé avec l'ambiance (W/m)

$$Q_f = h_{cv}L \int_0^L (T_{p,e}(y) - T_f)dy = h_{cv}L(\bar{T}_{p,e} - T_f) \quad (2.10)$$

- \bar{h}_i est le coefficient d'échange moyen sur la face intérieure de la paroi froide défini par la relation

$$h_i = \frac{Q_i}{L \Delta T_e} \quad (2.11)$$

où $Q_i = Q_f$ est le flux échangé entre l'air à l'intérieur de la cavité et la paroi froide. $\Delta T_e = T_c - \bar{T}_{p,i}$ est l'écart de température caractéristique entre les surfaces verticales chaude et froide de la cavité où

$$\bar{T}_{p,i} = \frac{1}{L} \int_0^L T_{p,i}(y)dy \quad (2.12)$$

- le nombre de Nusselt moyen calculé par la relation

$$Nu_i = \frac{h_i L}{k_f} \quad (2.13)$$

où k_f est la conductivité thermique de l'air à la température de référence (cf. Tableaux 2.22 à 2.24)

- le nombre de Rayleigh effectif basé sur l'écart de température moyen ΔT_e

$$Ra_e = \frac{g\beta\Delta T_e L^3}{\alpha\nu} \quad (2.14)$$

conditions initiales	à $t=0$, $T_0 = 315K$	Cavité refroidie à $t=0$, $T_0 = 350K$	Cavité chauffée à $t=0$, $T_0 = 280K$
Modèle	Boussinesq	compressible	compressible
Propriétés	constantes	variables	variables
$\bar{\rho}(kg/m^3)$			
à $t = 0$	1,16	1,0086	1,26
à $t = \infty$	1,16	1,0086	1,26
$\bar{P}(N/m^2)$			
à $t = 0$	101325	101325	101325
à $t = \infty$	101325	100752	125258
$\bar{T}_{pe}(K)$	346,280	346,136	346,427
$\bar{T}_{pi}(K)$	346,287	346,143	346,433
$Q_f(W/m)$	0,6628	0,6613	0,6643
$h_i(W/m^2K)$	1,77	1,70	1,84
Nu_i	6,55	6,29	6,81
Ra_e	$3,14 \cdot 10^5$	$2,26 \cdot 10^5$	$3,02 \cdot 10^5$

TAB. 2.26 – Comparaison des résultats ($h_{cv} = 0,1W/m^2K$)

conditions initiales	à $t=0$, $T_0 = 315K$	Cavité refroidie à $t=0$, $T_0 = 350K$	Cavité chauffée à $t=0$, $T_0 = 280K$
Modèle	Boussinesq	compressible	compressible
Propriétés	constantes	variables	variables
$\bar{\rho}(kg/m^3)$			
à $t = 0$	1,16	1,0086	1,26
à $t = \infty$	1,16	1,0090	1,258
$\bar{P}(N/m^2)$			
à $t = 0$	101325	101325	101325
à $t = \infty$	101325	91394	113657
$\bar{T}_{pe}(K)$	282,587	282,446	282,746
$\bar{T}_{pi}(K)$	282,853	282,698	283,029
$Q_f(W/m)$	25,87	24,46	27,46
$h_i(W/m^2K)$	3,83	3,62	4,08
Nu_i	14,18	13,41	15,11
Ra_e	$5,68 \cdot 10^6$	$5,70 \cdot 10^6$	$5,67 \cdot 10^6$

TAB. 2.27 – Comparaison des résultats ($h_{cv} = 100W/m^2K$)

Les résultats reportés dans les tableaux 2.26 et 2.27 montrent d'abord que la solution basée sur l'approximation de Boussinesq est toujours intermédiaire entre les deux autres (cavité refroidie < Boussinesq < cavité chauffée), ce qui était prévisible.

- Pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$, l'écart entre les températures moyennes des parois est seulement de $\Delta T_e \approx 4 K$: les trois solutions diffèrent cependant assez sensiblement à cause des écarts entre les masses d'air contenues dans la cavité. Les écarts sur les grandeurs adimensionnelles sont nettement plus importants parce que la température de référence utilisée pour le calcul des propriétés physiques est prise à $315 K$.

- Pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$, l'écart entre les températures moyennes des parois est proche de l'écart maximal de température : $\Delta T_e \approx 67,5 K$. Les remarques ci-dessus restent applicables et les différences entre solutions sont sensiblement les mêmes.

La solution basée sur l'approximation de Boussinesq (non tracée) se situe entre les courbes en pointillés et celles en traits pleins tracées sur les figures 2.23 qui représentent les isothermes et les lignes de courant. Les écarts entre les isothermes sont nettement plus significatifs pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$ ($\Delta T_e \approx 4 K$) que pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$ alors que l'inverse est observé sur les lignes de courant. Cela s'explique par l'effet plus important des termes de diffusion dans le premier cas.

L'explication est la suivante : l'écart de température étant très faible, on peut considérer que, en régime permanent, toutes les propriétés physiques de l'air sont constantes. Ce qui diffère entre le cas de la cavité refroidie et celui de la cavité chauffée est la masse d'air, donc la masse volumique moyenne, qui reste constante entre l'instant initial et l'instant final. Comme la différence entre les masses volumiques moyennes est de l'ordre de 20%, les différences entre les diffusivités thermiques et entre les viscosités cinématiques calculées en régime permanent sont aussi de l'ordre de 20%. Pour de beaucoup plus hauts nombres de Rayleigh ($h_{cv} = 100 W/m^2 K$), l'importance relative des termes de diffusion diminue et l'écart relatif entre les isothermes diminue aussi, notamment dans le centre de la cavité où la stratification thermique devient indépendante du nombre de Rayleigh.

Les profils de la composante horizontale de vitesse (figures 2.24 et 2.25) montrent que l'approximation de Boussinesq conduit aux vitesses minimales lorsque $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$ mais qu'elles sont cependant très proches du cas correspondant au refroidissement du fluide. Lorsque l'écart de température effectif en régime permanent est plus important ($h_{cv} = 100 W/m^2 K$), les différences entre les vitesses dans la partie supérieure de la cavité sont plus importantes que dans la partie inférieure. Ce résultat était attendu.

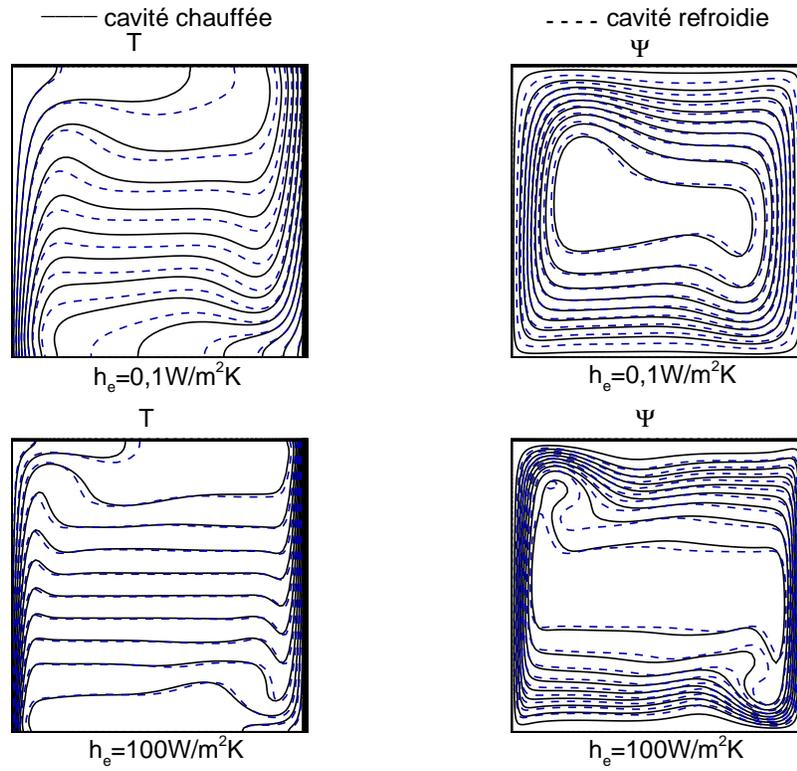
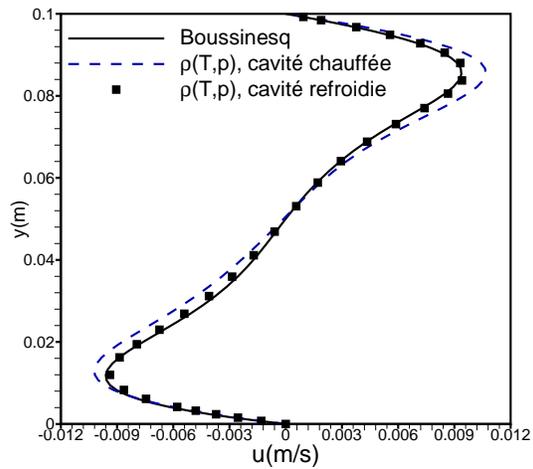
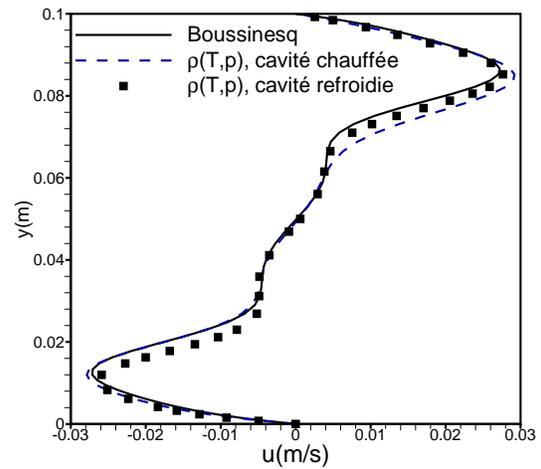


FIG. 2.23 – Comparaison des isothermes et de fonctions de courant

FIG. 2.24 – Comparaison des profils de vitesses horizontales sur le plan médian vertical ($x = 0,05m$) pour $h_{cv} = 0,1W/m^2K$ FIG. 2.25 – Comparaison des profils de vitesses horizontales sur le plan médian vertical ($x = 0,05m$) pour $h_{cv} = 100W/m^2K$

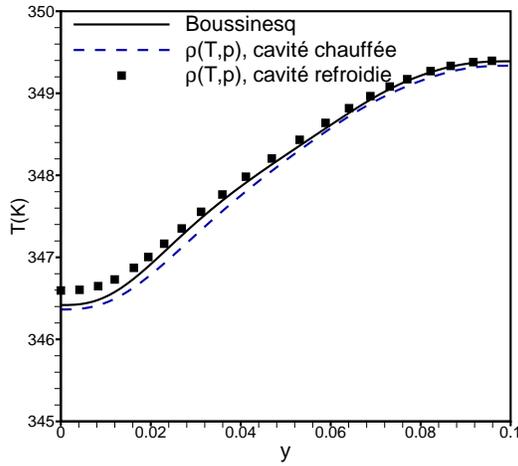


FIG. 2.26 – Distribution de température sur la plan médian vertical $x = 0,05m$ pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$

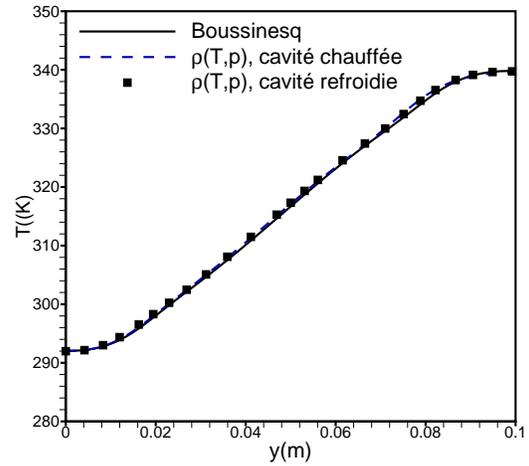


FIG. 2.27 – Distribution de température sur la plan médian vertical $x = 0,05m$ pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$

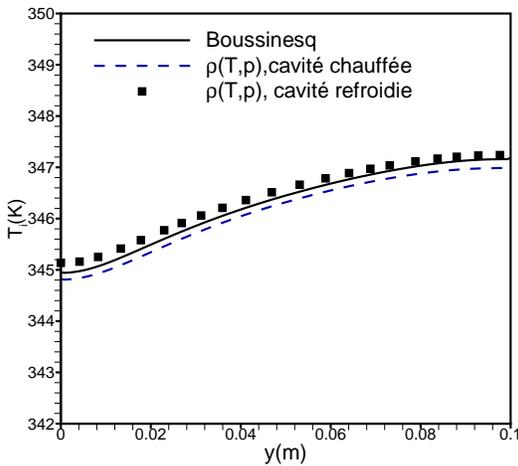


FIG. 2.28 – Distribution de température le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$

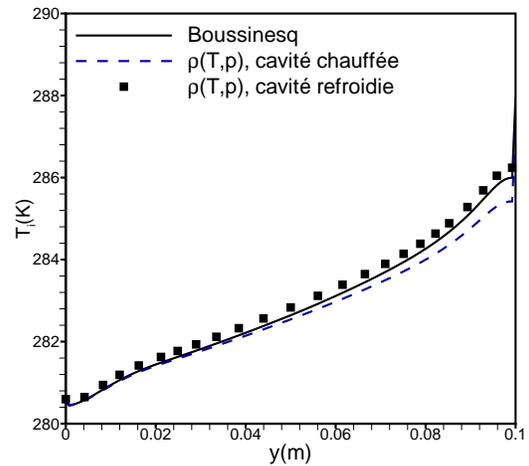


FIG. 2.29 – Distribution de température le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$

Les distributions de températures dans le plan médian vertical permettent de déterminer la stratification thermique dans le centre de la cavité. On sait que cette stratification augmente avec le nombre de Rayleigh (ici avec l'écart de température effectif ΔT_e entre parois) et qu'une valeur adimensionnelle

$$S = \frac{H}{\Delta T_e} \frac{dT}{dy} \quad (2.15)$$

de l'ordre de $S = 0,8$ est atteinte à hauts nombres de Rayleigh dans une cavité carrée. Les distributions de température représentées sur les figures 2.26 et 2.27 montrent cette augmen-

tation de la stratification avec l'augmentation du coefficient d'échange externe et conduisent à une valeur $S = 0,83$ pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$. Elles montrent aussi que les calculs conduits sous l'approximation de Boussinesq sont d'autant plus réalistes que le centre de la cavité est thermiquement stratifié et quasiment immobile. Dans la configuration étudiée, la température de la paroi froide n'est pas uniforme : les figures 2.28 et 2.29 montrent que les variations de propriétés thermophysiques ont plus d'influences relatives sur les températures de paroi que sur celles de l'air au centre de la cavité, l'approximation de Boussinesq conduisant toujours à une solution intermédiaire.

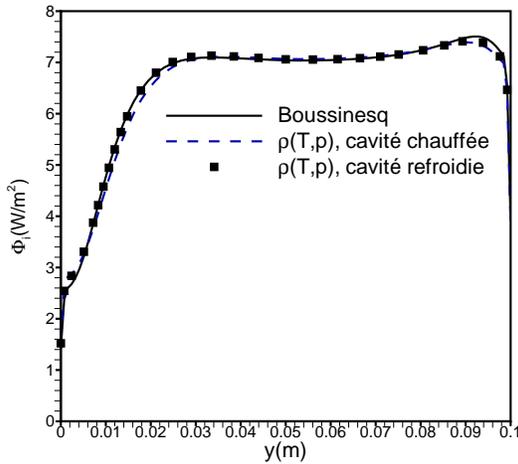


FIG. 2.30 – Variations de la densité de flux le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$

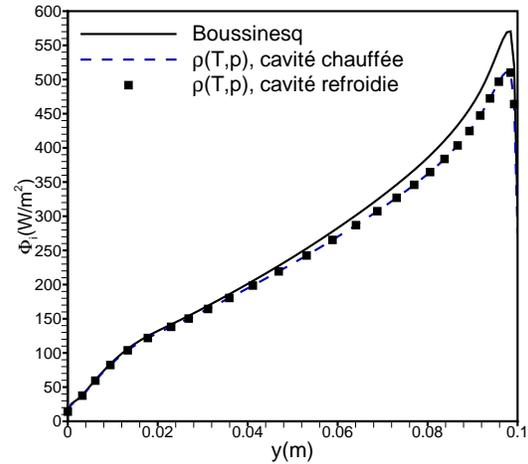


FIG. 2.31 – Variations de la densité de flux le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$

Les figures 2.30 et 2.31 montrent les variations de densité de flux de chaleur le long de la paroi froide.

Les figures 2.32 et 2.33 montrent les variations du coefficient d'échange le long de la paroi froide.

En conclusion, les conditions initiales et le choix de la température de référence utilisée pour calculer les grandeurs adimensionnelles apparaissent comme déterminant dès que l'on s'écarte d'un problème académique (propriétés physiques constantes, approximation de Boussinesq). En convection naturelle, la solution obtenue en régime stationnaire ne dépend pas des conditions thermiques initiales quand l'approximation de Boussinesq est adoptée.

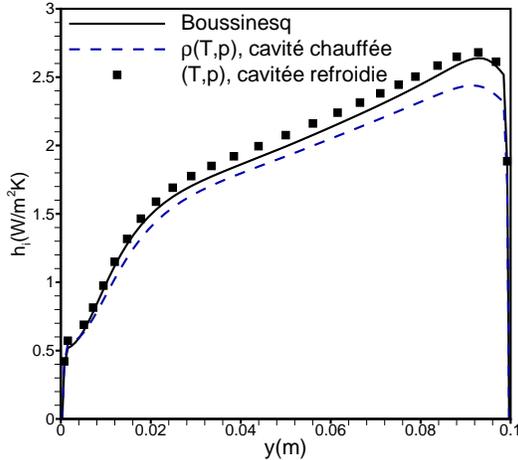


FIG. 2.32 – Distribution du coefficient d'échange le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0,1 W/m^2 K$

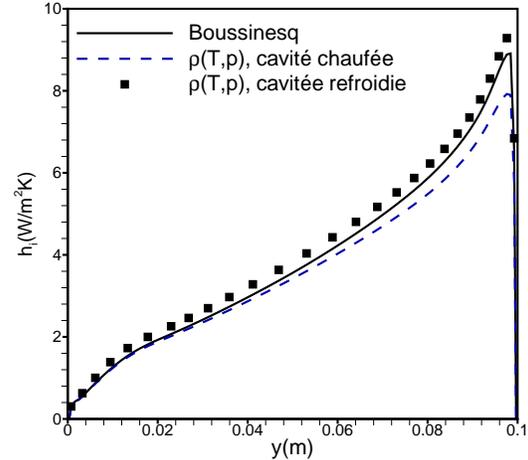


FIG. 2.33 – Distribution du coefficient d'échange le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100 W/m^2 K$

2.5 Écoulement transitoire dans une cavité allongée

La transition en double structure de la couche limite thermique dans une cavité différenciellement chauffée a été étudiée numériquement et expérimentalement par Xu et al. [38] et [39]. Dans un premier temps, la double couche limite a été décrite en se basant sur des résultats expérimentaux [38]. Xu et al. [39] ont mis l'accent sur l'interaction entre l'écoulement intérieur et la couche limite thermique dans le processus de transition en comparant résultats numériques et expérimentaux. Le mécanisme responsable de la formation et de l'évolution de la double structure a été discuté en examinant les champs de températures et de vitesses. Les études précédentes ont démontré que, selon le chauffage des parois, des petites perturbations surgissent à proximité de la paroi verticale et se propagent en aval. Armfield et al. [27] suggèrent que cette perturbation est le mécanisme par lequel la couche limite développée subit une transition d'une structure transitoire à une dimension à une structure à deux dimensions. Ils ont montré que la vitesse de propagation de la perturbation peut être prédite à partir de la valeur maximale de la vitesse de propagation d'ondes dans la couche limite thermique. Cette proposition a été confirmée par les résultats expérimentaux de Patterson et al. [40].

Notre étude porte sur la formation et le développement de la couche limite thermique. Les résultats sont validés en se référant aux articles de Xu et al. [38],[39].

On étudie l'écoulement de convection naturelle en régime transitoire dans une cavité différenciellement chauffée remplie d'eau ($Pr = 6,64$). Les parois horizontales sont adiabatiques (Figure 2.34).

A l'instant $t = 0$, $T = T_m$ et $u = v = 0$.

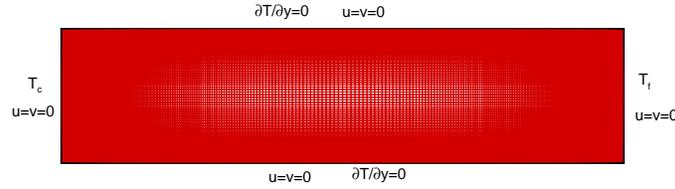


FIG. 2.34 – Cavité différentiellement chauffée

$\rho(Kg/m^3)$	$C_{p0}(J/kgK)$	$k_0(W/m K)$	$\mu_0(Kg/m s)$	$\beta(K^{-1})$
998	4325	0,606	$9,304 \cdot 10^{-4}$	$2,27 \cdot 10^{-4}$

TAB. 2.28 – Propriétés physiques de l'eau à $T_m = 295,5K$

$A = H/l$	0,24
H	0,24m
l	1m
T_c	303,55K
T_f	287,55
T_m	295,5K
ΔT	16K
Ra_H	$3,77 \cdot 10^9$

TAB. 2.29 – Paramètres de contrôle de l'écoulement

Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes (tableau 2.28), à l'exception de la masse volumique ρ dans le terme de poussée.

On a choisi un maillage de 563×199 avec une répartition de points non-uniforme dans les directions x et y, les écarts entre deux mailles successives l_{i+1}/l_i sont 1,015 suivant x et 1,04 suivant y. Un schéma de discrétisation décentré du second ordre a été utilisé, en raison de ses meilleures propriétés de stabilité numérique, et l'algorithme PISO pour traiter le couplage pression-vitesse. Pour l'intégration temporelle, on a adopté un schéma implicite du second ordre non itératif (NITA). Concernant le choix du pas de temps, on a effectué des calculs en utilisant $\Delta t = 0,1s$ et $\Delta t = 0,05s$. Pour ces deux pas de temps, aucune différence n'a été discernée en comparant les champs de température et l'écoulement.

2.5.1 Validation et résultats

Dans le but d'illustrer le régime transitoire, on a choisi le point P de coordonnées $(0,498m; 0,09m)$ situé à l'intérieur de la couche limite thermique se développant le long de la paroi chaude [38, 39].

La figure 2.35 montre l'évolution du profil de température au cours du régime transitoire. Au début du régime transitoire, on remarque la naissance d'une perturbation résultante de l'instabilité de la couche limite thermique. Cette perturbation est ensuite convectée loin de la paroi. La couche limite thermique devient stationnaire jusqu'à l'arrivée d'un l'écoulement provenant de la paroi froide (intrusion). Quand l'intrusion froide atteint la paroi chaude, la couche limite thermique devient instable ce qui se traduit par le deuxième groupe d'oscillations. L'instabilité de la couche limite thermique donne enfin naissance à un troisième groupe d'oscillations (figure 2.35). Pour $t > 1500s$ la couche limite thermique atteint le régime quasi-stationnaire avec une faible augmentation de température.

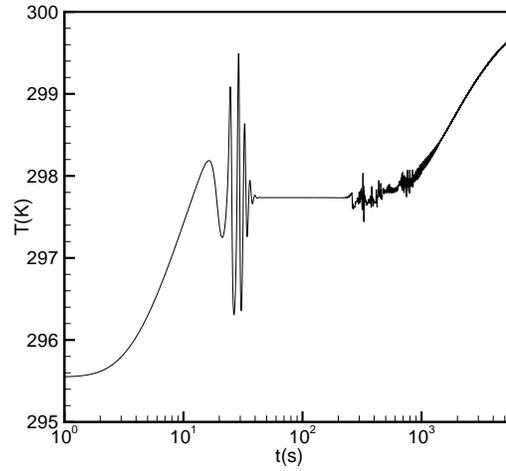


FIG. 2.35 – Evolution temporelle de température au point P

Les isothermes de la figure 2.38 indiquent que la température de l'intrusion est supérieure à celle du fluide à l'intérieur de la cavité et montrent une stratification du fluide dans presque toute la cavité pour $t \leq 695s$.

En examinant les lignes de courant et les isothermes au voisinage des parois, on constate que, à $t = 8s$, le phénomène de séparation avait à peine commencé. La figure 2.39a montre que le fluide circule dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre en dehors de la couche limite. Le fluide au voisinage de la couche limite thermique est entraîné vers l'extrémité inférieure. A $t = 150s$ (figure 2.39b) les lignes de courant montrent que le fluide est convecté loin de la couche limite ce qui produit une inversion du sens de la circulation. Cette inversion de l'écoulement génère un fort gradient de pression (figure 2.36) au niveau du coin supérieur et un faible gradient de pression vers l'intérieur de la cavité.

La figure 2.37 montre clairement l'inversion du sens de l'écoulement en dehors de la couche limite.

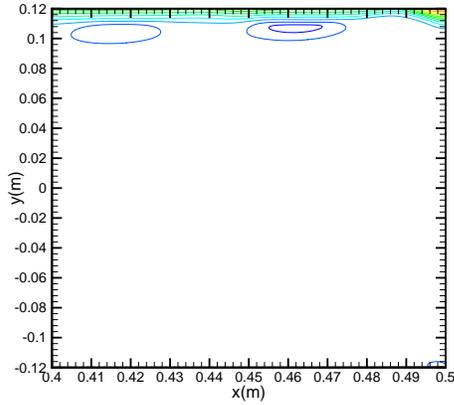


FIG. 2.36 – Isobares entre 0 et 1Pa avec un intervalle de 0,1Pa à $t = 150s$

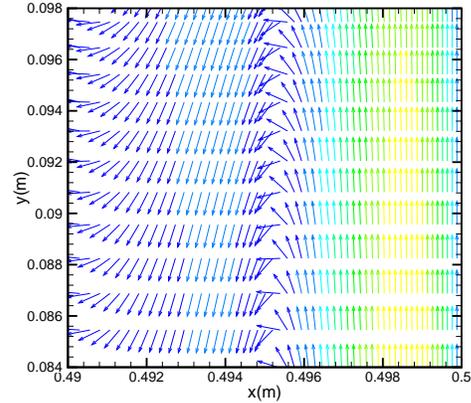


FIG. 2.37 – Vecteurs vitesse à $t = 4700s$

Du fait de la symétrie de l'écoulement, la visualisation des champs de température et de lignes de courant peut se restreindre au côté chaud.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Xu et al. [38] et [39] concernant l'évolution temporelle de l'écoulement montre que les deux résultats numériques sont en parfait accord. Par contre, le développement de l'écoulement à l'intérieur de la cavité est en avance par rapport à l'expérience de Patterson et al. [40]. Au cours du temps, cette différence observée entre les résultats numériques et expérimentaux diminue et devient inexistante après le développement total de l'écoulement dans toute la cavité.

Patterson et Armfield [31] suggèrent que le nombre de Rayleigh au début de l'expérience est inférieur au nombre de Rayleigh utilisé dans la simulation numérique.

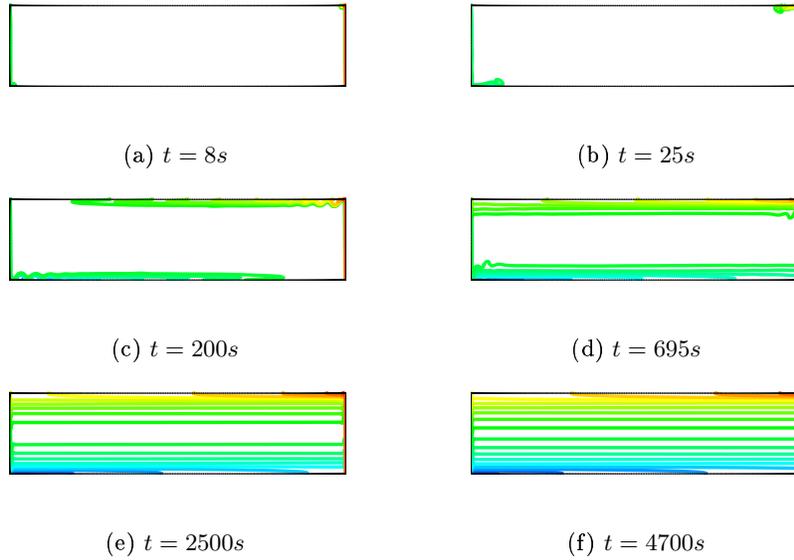


FIG. 2.38 – Isothermes

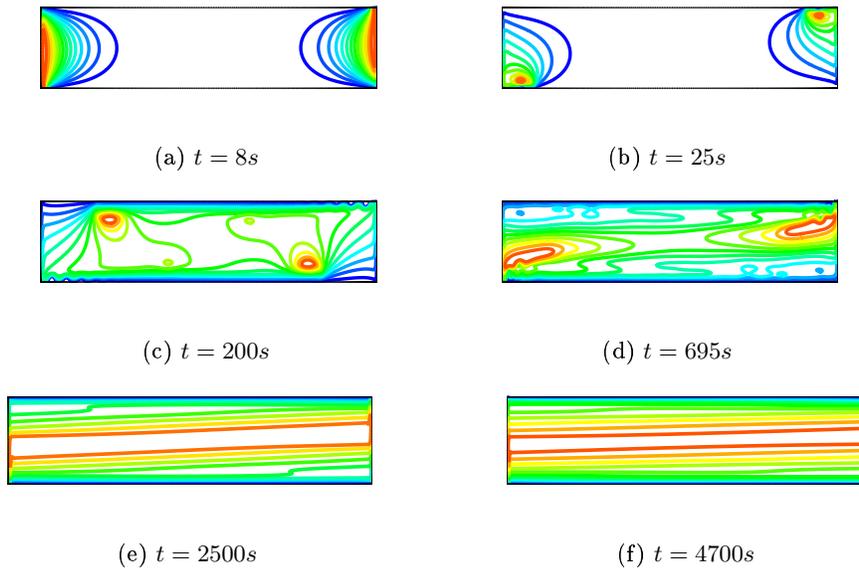


FIG. 2.39 – Lignes de courant (a) $\psi_{max} = 2,94 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (b) $\psi_{max} = 1,30 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (c) $\psi_{max} = 2,18 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (d) $\psi_{max} = 7,80 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (e) $\psi_{max} = 3,40 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (f) $\psi_{max} = 2,50 \cdot 10^{-5} m^3/s$

Afin de s'approcher de la réalité physique de l'expérience, plusieurs calculs ont été menés pour comprendre l'impact de quelques paramètres qui n'ont pas été pris en considération pendant la simulation numérique.

- Symétrie de l'écoulement

Des calculs ont été effectués sur une cavité de même dimension avec les mêmes propriétés du fluide. La température imposée sur la paroi refroidie est égale à la température moyenne T_m et ($\Delta T = 8K$).

On constate que les deux écoulements (Figure 2.40) au voisinage de la paroi chaude sont

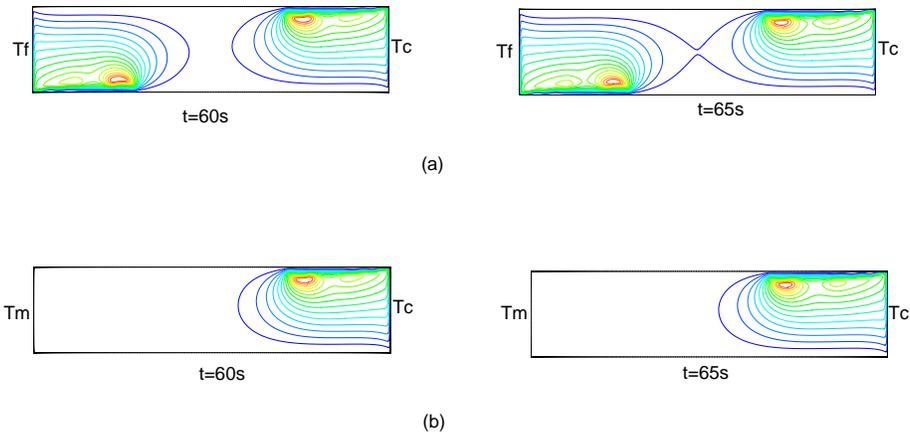


FIG. 2.40 – Comparaison de lignes de courant : (a) $\Delta T = 16K$. (b) $\Delta T = 8K$

similaires tant que le côté froid n'a pas d'influence sur le côté chaud (c-à-d $t \leq 65s$).

- Ajout des parois et variation des propriétés physiques

On a étudié trois cas (figure 5.11) :

- Variation des propriétés physiques du fluide en fonction de la température.
- Propriétés physiques du fluide variables et température T_m imposée sur les parois horizontales.
- Rajout de parois en cuivre d'épaisseur $0,00113m$ et de conductivité $400W/mK$.

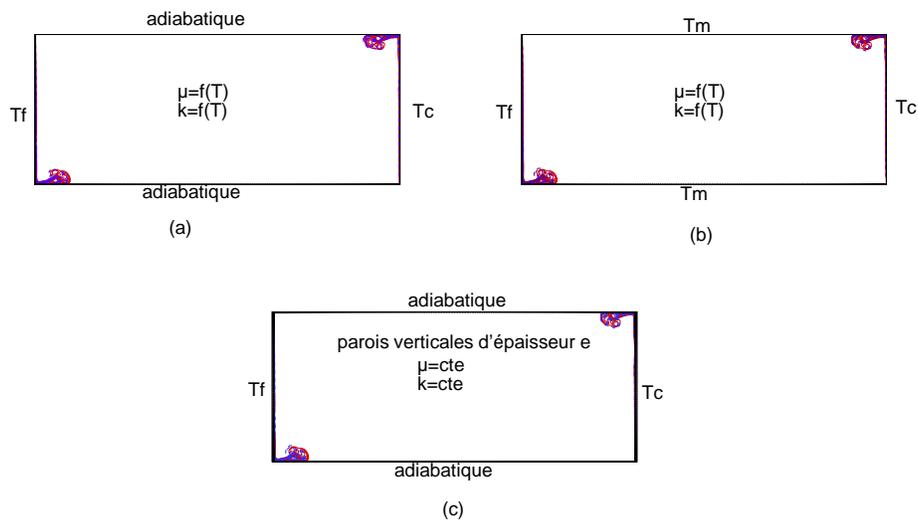


FIG. 2.41 – Schéma explicatif des paramètres du calcul

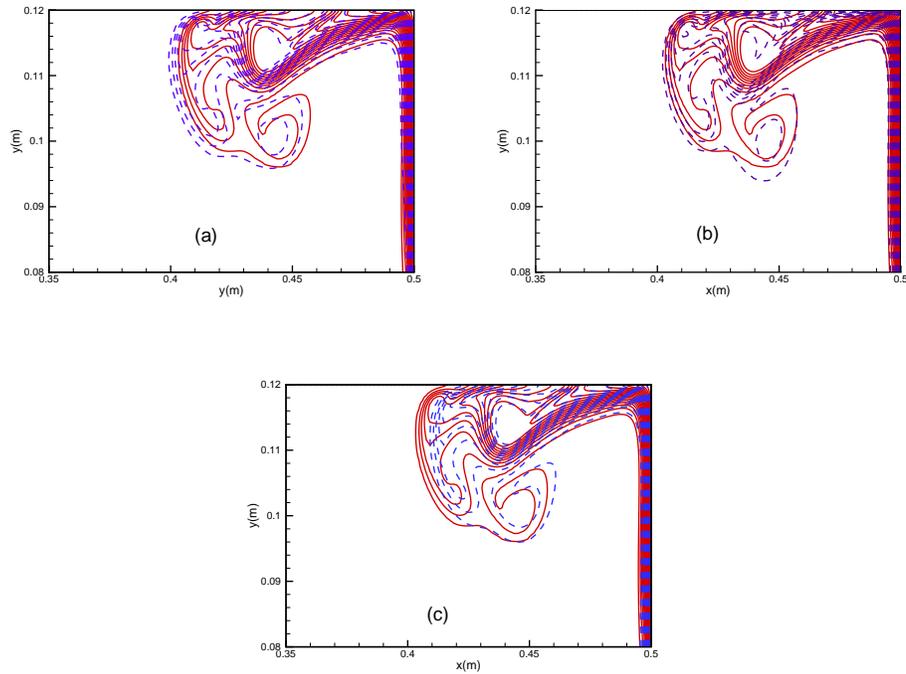


FIG. 2.42 – Comparaison des isothermes à $t = 25s$ (— cas de référence)

Nos calculs ont montré qu'en faisant varier la viscosité, le fluide au voisinage de la paroi chaude s'échauffe et se déplace plus vite parce que sa viscosité diminue (figure 2.42a).

L'ajout des parois verticales en cuivre n'a pas d'influence sur le développement de la structure à cause de la faible épaisseur des parois et de la grande conductivité du cuivre (figure 2.42c).

2.6 Couplage convection-rayonnement en géométrie 2D

Comparaison des résultats avec Wang et al. [41]

Contrairement à la convection naturelle pure en cavité, il existe peu de données sur le couplage convection naturelle-rayonnement de surfaces pour la validation d'un code. La configuration choisie est celle étudiée par Wang et al. [41]. On considère une cavité carrée différentiellement chauffée dont les quatre parois internes sont supposées grises, diffuses et opaques et ont la même émissivité ε .

La cavité 2D est remplie par de l'air ($Pr = 0,71$) et l'hypothèse de Boussinesq est adoptée. Sans rayonnement de surface, la condition adiabatique implique que le gradient de température normal au parois soit nul. En présence du rayonnement, elle est traduite par l'équilibre entre flux convectif et radiatif. Nos résultats sont rendus adimensionnels afin de pouvoir les comparer avec ceux de Wang et al. [41].

- $X = \frac{x}{H}$ et $Y = \frac{y}{H}$.
- $\theta = \frac{(T-T_0)}{\Delta T}$ où ΔT est l'écart de température entre les parois actives et $T_0 = \frac{T_c+T_f}{2}$ est la température moyenne.
- $V_{adim} = V \frac{H}{a_f Ra^{1/2}}$.

La densité de flux radiatif q_r est rendue sans dimension par $\frac{k_f \Delta T}{H}$.

T_0 (K)	ρ (kg/m ³)	C_{p0} (J/kgK)	k_0 (W/m.K)	μ_0 (kg/m.s)	β_0 (T ⁻¹)
293,5	1,232	1008	0,00249	$1,761 \cdot 10^{-5}$	0,0034

TAB. 2.30 – Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 293,5K$

H(m)	Ra	$M_x = M_y$	$\beta_x = \beta_y$
0,021	10^4	75	1
0,045	10^5	75	1,03
0,097	10^6	80	1,05

TAB. 2.31 – maillage utilisé

Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ainsi que le système linéaire de la radiativité ont été résolues sur un maillage cartésien structuré. On a retenu l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage vitesse-pression et un schéma de discrétisation décentré du second ordre pour les termes de transport.

• Résultats et Comparaison.

Les tableaux 2.32, 2.33 et 2.34 montrent que le rayonnement de surface modifie le transfert thermique global de 20% pour $\varepsilon = 0,2$ et 60% pour $\varepsilon = 1$ dans la gamme de nombre de Rayleigh considérée. Il est à noter que, pour ε fixe, le nombre de Nusselt radiatif \overline{Nu}_r augmente non seulement avec Ra, mais aussi relativement au nombre de Nusselt convectif \overline{Nu}_c . Les nombres de Nusselt calculés et ceux issus de l'article [41] sont en bon accord puisque les

écarts relatifs sont inférieurs à 1%.

La conservation de l'énergie se traduit, en présence du rayonnement de surface, par l'égalité de la somme des Nusselt convectif et radiatif sur les parois isothermes. Ils sont calculés de la manière suivante :

$$\overline{Nu}_c = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} dy$$

$$\overline{Nu}_r = \frac{H}{k_f \Delta T} \int_0^1 q_r dy$$

$$\overline{Nu}_t = \overline{Nu}_c + \overline{Nu}_r$$

Parois	ε	Paroi chaude			Paroi froide		
		Nu_c	Nu_r	Nu_t	Nu_c	Nu_r	Nu_t
0	<i>Fluent</i> [41]	2,2476	0	2,2476	2,2476	0	2,2476
		2,246	0	2,246	2,246	0	2,246
0,2	<i>Fluent</i> [41]	2,2558	0,4946	2,7504	2,2632	0,4870	2,7502
		2,260	0,507	2,767	2,268	0,499	2,767
0,4	<i>Fluent</i>	2,2562	1,0395	3,2957	2,2715	1,0243	3,2958
0,6	<i>Fluent</i>	2,2487	1,6500	3,8987	2,2710	1,6278	3,8988
0,8	<i>Fluent</i> [41]	2,2321	2,3450	4,5771	2,2606	2,3166	4,5772
		2,249	2,401	4,650	2,278	2,372	4,650
1	<i>Fluent</i>	2,2049	3,1489	5,3538	2,2389	3,1150	5,3539

TAB. 2.32 – Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,021m$ et $Ra = 10^4$

Parois	ε	Paroi chaude			Paroi froide		
		Nu_c	Nu_r	Nu_t	Nu_c	Nu_r	Nu_t
0	<i>Fluent</i> [41]	4,5610	0	4,5610	4,5610	0	4,5610
		4,540	0	4,540	4,540	0	4,540
0,2	<i>Fluent</i> [41]	4,4180	1,069	5,4870	4,434	1,0534	5,4874
		4,394	1,090	5,484	4,411	1,073	5,484
0,4	<i>Fluent</i>	4,3307	2,2542	6,5849	4,3635	2,2217	6,5852
0,6	<i>Fluent</i>	4,2625	3,5847	7,8472	4,3092	3,5385	7,8477
0,8	<i>Fluent</i> [41]	4,1983	5,1013	2,2996	4,2566	5,0436	9,3002
		4,189	5,196	9,385	4,247	5,137	9,384
1	<i>Fluent</i>	4,1298	6,8551	10,9849	4,1975	6,7880	10,9855

TAB. 2.33 – Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,045m$ et $Ra = 10^5$

Parois		Paroi chaude			Paroi froide		
ε		\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t	\overline{Nu}_c	\overline{Nu}_r	\overline{Nu}_t
0	<i>Fluent</i>	8,906	0	8,906	8,906	0	8,906
	[41]	8,852	0	8,852	8,852	0	8,852
0,2	<i>Fluent</i>	8,4462	2,3111	10,7573	8,4819	2,2757	10,7576
	[41]	8,381	2,355	10,736	8,417	0	8,852
0,4	<i>Fluent</i>	8,1926	4,8762	13,0688	8,2610	2,319	10,736
0,6	<i>Fluent</i>	8,0242	7,7625	15,7867	8,1188	7,6693	15,7881
0,8	<i>Fluent</i>	7,8888	11,0544	18,9432	8,00	10,9409	18,9409
	[41]	7,815	11,265	19,080	7,930	11,150	19,078
1	<i>Fluent</i>	7,7630	14,8598	22,6228	7,8938	14,7308	22,6246

TAB. 2.34 – Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,097m$ et $Ra = 10^6$

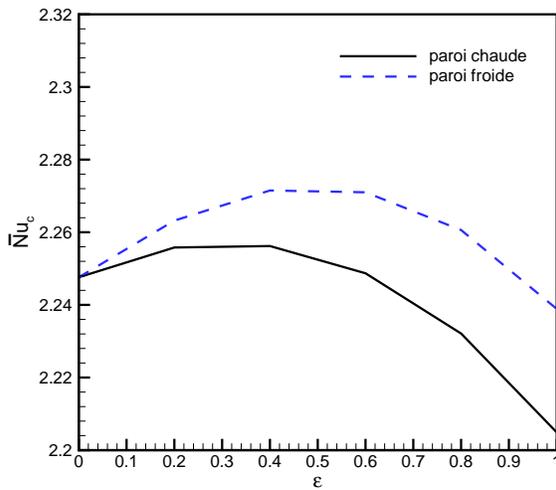


FIG. 2.43 – Nombre de Nusselt convectif en fonction de l'émissivité ($Ra = 10^4$)

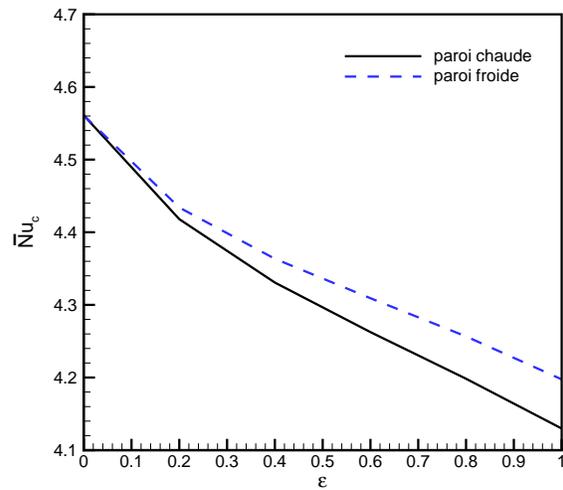


FIG. 2.44 – Nombre de Nusselt convectif en fonction de l'émissivité ($Ra = 10^5$)

Les figures 2.43 et 2.44 montrent les variations des nombres de Nusselt convectifs obtenus pour $Ra = 10^4$ et $Ra = 10^5$ en fonction de l'émissivité ε : les nombres de Nusselt convectifs croissent d'abord et décroissent ensuite avec l'augmentation de ε .

La figure 2.45 représente la variation du nombre de Nusselt radiatif à la paroi chaude pour $Ra = 10^4$, 10^5 et 10^6 . On remarque que le nombre de Nusselt radiatif augmente avec ε .

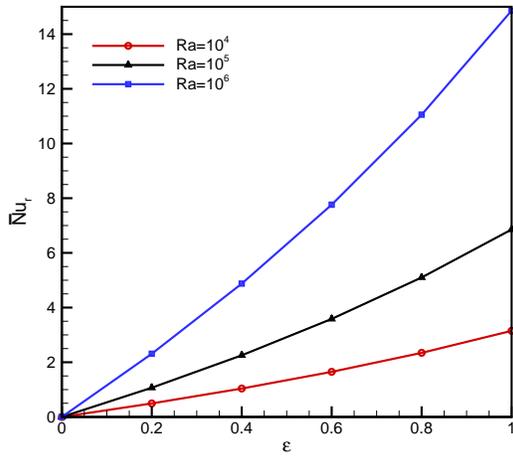


FIG. 2.45 – Nombre de Nusselt radiatif à la paroi chaude en fonction de l'émissivité avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$

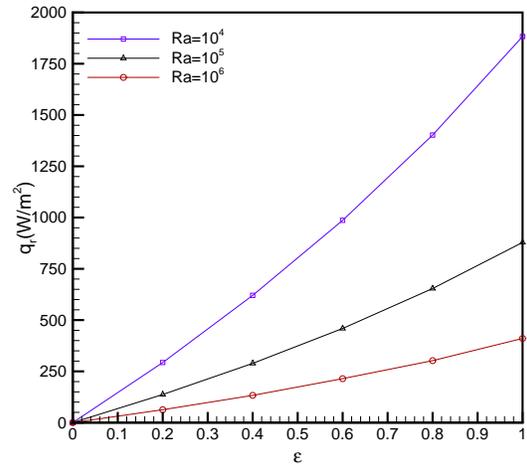


FIG. 2.46 – Flux radiatif en fonction de l'émissivité

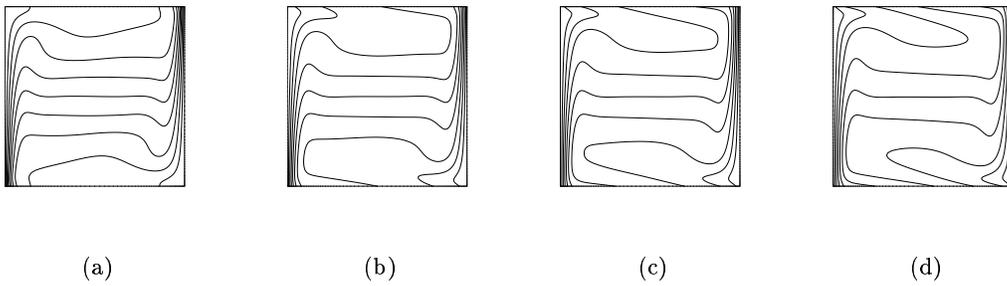


FIG. 2.47 – Influence de l'émissivité sur les isothermes à $Ra = 10^6$, (a) $\epsilon = 0$, (b) $\epsilon = 0,2$, (c) $\epsilon = 0,4$, (d) $\epsilon = 0,8$

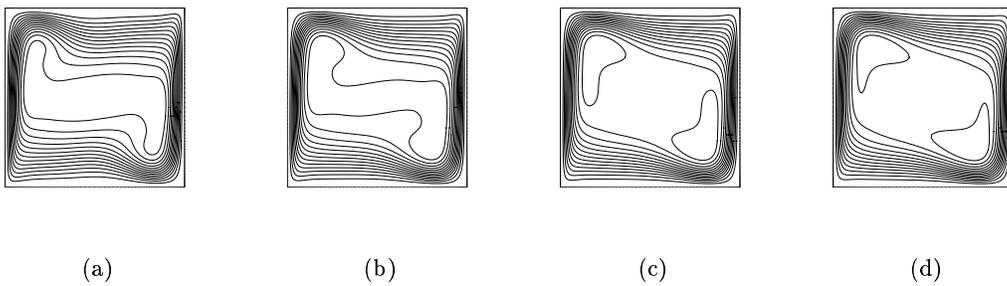


FIG. 2.48 – Influence de l'émissivité sur les fonctions de courant à $Ra = 10^6$, (a) $\epsilon = 0$, $\psi_{max} = 3,43 \cdot 10^{-4} m^3/s$ (b) $\epsilon = 0,2$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$ (c) $\epsilon = 0,4$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (d) $\epsilon = 0,8$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$

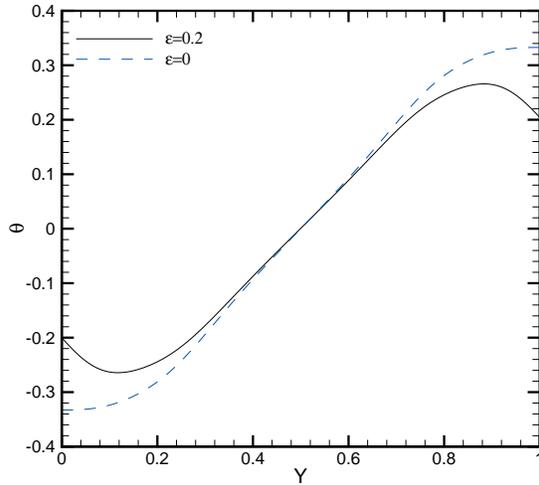


FIG. 2.49 – Profils de température en $X = 0,5$ ($Ra = 10^6$).

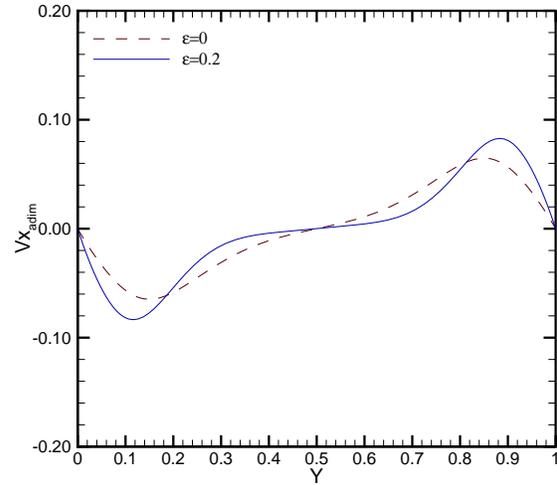


FIG. 2.50 – Vitesse horizontale en $X = 0,5$ ($Ra = 10^6$).

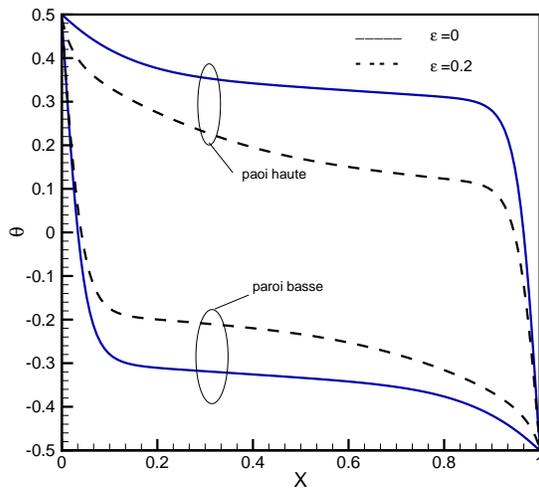


FIG. 2.51 – Température en parois haute et basse ($Ra = 10^6$).

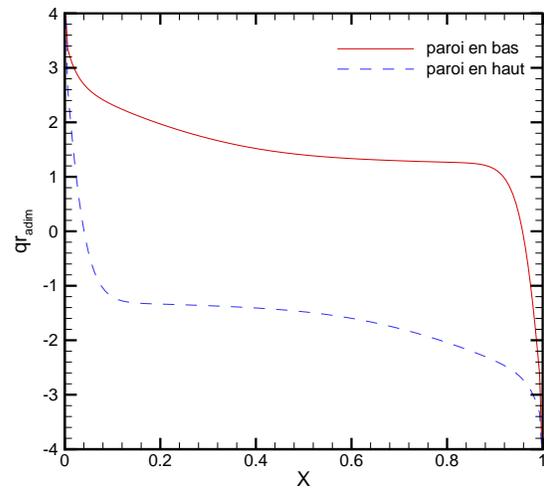


FIG. 2.52 – Densité de flux net radiatif en parois haute et basse ($Ra = 10^6$ et $\varepsilon = 0,2$).

Les figures 2.47 et 2.48 illustrent l'influence du rayonnement de surfaces sur la structure de l'écoulement à $Ra = 10^6$: les effets visibles se trouvent le long des parois horizontales et dans le centre de la cavité. Par rapport au cas sans rayonnement ($\varepsilon = 0$), les isothermes ne sont plus perpendiculaires aux parois horizontales du fait de l'échange net radiatif, la stratification

diminue au centre de la cavité, les couches limites horizontales sont renforcées. Par contre, les couches limites verticales sont peu influencées par le rayonnement.

Le rayonnement baisse la température sur la paroi haute et l'augmente sur la paroi basse, ce qui affaiblit la stratification au coeur de la cavité et renforce le mouvement convectif au voisinage des parois (Figures 2.49, 2.50).

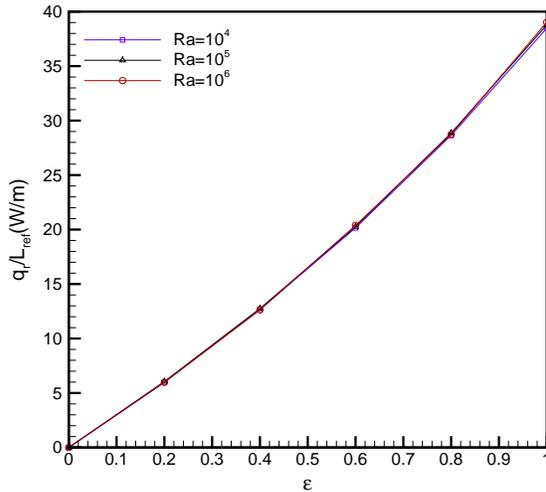


FIG. 2.53 – Flux radiatif normalisé par la longueur de référence H

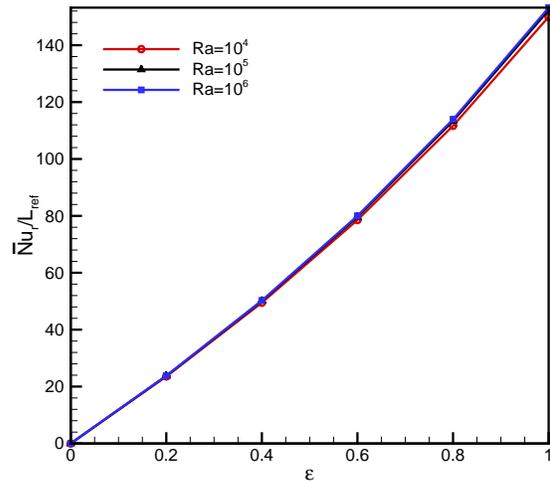


FIG. 2.54 – Nombre de Nusselt radiatif normalisé par la longueur de référence H

Les figures 2.51 et 2.52 montrent que la paroi haute est refroidie et que la paroi basse est réchauffée. Ce comportement de la température sur les parois horizontales s'explique par le fait que la paroi haute perd de la chaleur (flux net radiatif essentiellement positif) alors que la paroi basse reçoit de la chaleur (flux net radiatif essentiellement négatif).

Les figures 2.53 et 2.54 montrent que le flux et le nombre de Nusselt radiatif sont proportionnels à la longueur de référence ($L_{ref} = H$) et sont indépendants de Ra .

2.7 Validation du code : couplage convection-rayonnement en géométrie 3D

Les travaux numériques ayant porté sur le couplage entre la convection naturelle et rayonnement dans des configurations tridimensionnelles sont peu nombreux. L'interaction entre ces deux modes de transfert de chaleur dans une cavité différentiellement chauffée 3D a fait l'objet du travail de Colomer et al. [26]. Ils ont montré que la convection naturelle dans une cavité est fortement influencée par le transfert radiatif et ont analysé l'importance des effets tridimensionnels. On se propose de valider la capacité du code à traiter un tel problème en confrontant

nos résultats avec ceux de Colomer et al. [26].

2.7.1 Description de la configuration étudiée

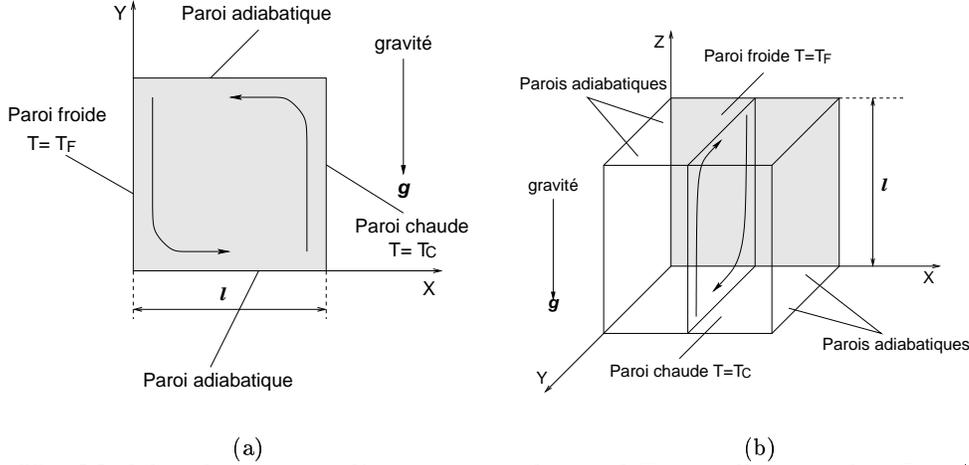


FIG. 2.55 – Modèle schématique d'une cavité cubique différentiellement chauffée, (a) section, (b) cavité 3D

2.7.2 Conditions aux limites

Les échanges radiatifs entre les faces internes de la cavité sont calculés en supposant les surfaces noires ($\epsilon = 1$).

Les conditions aux limites dynamiques et thermiques sont rendues adimensionnelles en utilisant les grandeurs suivantes :

$$(x^*, y^*, z^*) = (x, y, z)/L, \quad \vec{V}^* = \vec{V}/\sqrt{Lg\beta_T\Delta T} \quad p^* = p/(L\rho_0g\beta_T\Delta T)$$

$$\Delta T = T_c - T_f, \quad \theta = (T - T_f)/\Delta T, \quad \theta_0 = T_f/\Delta T$$

Conditions aux limites :

- $v_x^* = v_y^* = v_z^* = 0$ sur les faces internes de la cavité;
- en $y^* = 0$ $\theta = 0$
- en $y^* = 1$ $\theta = 1$
- en $z^* = 0$ et $z^* = 1$ $-\frac{\partial\theta}{\partial z^*} + Q_r^* = 0$ (condition d'adiabaticité)
- en $x^* = 0$ et $x^* = 1$ $-\frac{\partial\theta}{\partial x^*} + Q_r^* = 0$ (condition d'adiabaticité)

Le couplage pression-vitesse a été traité avec l'algorithme itératif de type SIMPLEC et le schéma *QUICK* a été choisi pour la discrétisation spatiale.

Les propriétés physiques de l'air à la température de référence $T_m = 310K$ sont reportées dans le tableaux 3.16 .

T_m (K)	ΔT (K)	L (m)	k_0 (W/m K)
310	20	0.025	0.024688
ρ (kg/m ³)	Cp_o (J/kg K)	μ_0 (kg/m s)	β_0 (T ⁻¹)
1,177	1005,7	$1,7429 \cdot 10^{-5}$	0,00323
Pr	Pl	θ_0	τ_0
0,71	0,043	15	0

 TAB. 2.35 – Propriétés physiques de l’air, τ_0 est l’épaisseur optique $\tau_0 = \kappa L$

2.7.3 Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes : (S2S et DOM)

Une étude comparative entre les deux méthodes de résolution de transfert radiatif a d’abord été menée. Elle nous a permis d’évaluer la précision de la méthode des ordonnées discrètes par rapport à la méthode des radiosités considérée comme exacte pour ce type de géométrie. Pour ce faire, on a considéré les mêmes paramètres du problème de référence ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$, $\theta_0 = 15$), pour les deux nombres de Rayleigh considérés ($Ra = 10^5, 10^6$). Pour la méthode des radiosités S2S on a pris 5 mailles par clusters et pour la méthode des ordonnées discrètes, le nombre de directions est $N_\theta = 3$ et $N_\varphi = 2$. Le choix de ces valeurs a été validé par Ordones [42]. La méthode des ordonnées discrètes est requise lorsque la cavité est partitionnée.

Les résultats obtenus ont été comparés à ceux de Colomer et al. [26] et sont reportés dans le tableau 2.36 qui montre que les deux solutions s’accordent bien (écart < 3%). Les paramètres radiatifs étant fixés, il n’est pas surprenant que le flux radiatif conserve une valeur quasiment constante. On observe aussi que l’écart entre les solutions augmente avec le nombre de Rayleigh.

Compte tenu de ces résultats, on va utiliser la méthode des ordonnées discrètes dans la suite de notre travail du fait de son faible coût et de sa précision acceptable.

méthode de résolution	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$	
	Q_c^*	Q_r^*	Q_c^*	Q_r^*	Q_c^*	Q_r^*
S2S	-	-	4,047	3,317	8,060	3,446
DOM	2,121	3,118	4,039	3,249	8,046	3,396
[26]	2,06	3,23	3,98	3,38	8,10	3,57

 TAB. 2.36 – Flux de chaleur moyens adimensionnels sur la paroi chaude (surfaces noires $\epsilon = 1$, $Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$, $\theta_0 = 15$)

avec $Pl = \frac{k\Delta T}{L \sigma_B T_f^4}$ est le nombre de Planck.

2.7.4 Comparaison avec Colomer et al. [26]

L'influence des variations du nombre de Rayleigh sur les transferts thermiques couplés convection-rayonnement pour une cavité cubique différentiellement chauffée a été analysée pour $10^3 \leq Ra \leq 10^5$. Le nombre de Planck a été fixé à $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$.

Compte tenu de ces paramètres, on a augmenté la valeur de la gravité avec un rapport de 10^3 pour faire varier le nombre de Rayleigh et maintenir le même nombre de Planck dans tous les cas étudiés.

Le tableau 2.37 montre que le flux augmente considérablement quand le nombre de Rayleigh croît.

Nombre de Rayleigh	Etude			Colomer et al [26]		
	Q^*	Q_r^*	Q_c^*	Q^*	Q_r^*	Q_c^*
$Ra = 10^3$	4,5517	3,0572	1,4945	4,596	3,162	1,434
$Ra = 10^4$	5,2394	3,1182	2,1212	5,595	3,233	2,062
$Ra = 10^5$	7,2882	3,2488	4,0394	7,368	3,385	3,983
$Ra = 10^6$	11,4428	3,3963	8,0465	11,670	3,568	8,102

TAB. 2.37 – Flux de chaleur moyens adimensionnels (total, convectif et radiatif) sur la paroi chaude ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$, $\theta_0 = 15$)

Nombre de Rayleigh	1.10^3	1.10^4	1.10^5	1.10^6
v_y^*max (Etude)	0,1293	0,2258	0,1614	0,1340
v_y^*max [26]	0,1250	0,2170	0,1869	0,1284
ECART	3,44%	3,25%	15,79%	4,17%
v_z^*max (Etude)	0,1313	0,2424	0,2437	0,3006
v_z^*max [26]	0,1271	0,2333	0,2865	0,2985
ECART	3,20%	3,75%	17,56%	0,70%
Q_{max}^* (Etude)	5,2250	6,9949	10,5773	18,0483
Q_{max}^* [26]	6,3500	7,7280	10,9730	19,1680
ECART	21,53%	10,48%	3,74%	6,20%
Q_{min}^* (Etude)	3,3399	3,2110	3,1292	3,3075
Q_{min}^* [26]	3,9600	3,7290	3,7240	4,0250
ECART	18,56 %	16,32%	19,01%	21,69%

TAB. 2.38 – Valeurs extrêmes de la vitesse et du flux thermique moyen (v_z^*max dans le plan $y^* = 0,5$ et v_y^*max dans le plan $z^* = 0,5$). Les flux maximum et minimum ont été pris sur la parois chaude ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$)

A titre de comparaison, on a calculé les valeurs maximales des vitesses v_y^* et v_z^* ainsi que le flux thermique moyen (tableau 2.38). On remarque que nos résultats sont en accord avec les

valeurs de référence.

Pour les différents nombres de Rayleigh considérés, on a représenté l'évolution du flux moyen adimensionnel total le long d'une droite ($z^* = 0,5$) appartenant à la paroi chaude. Les résultats sont montrés sur la figure 2.56 pour les deux cas : (a) le rayonnement est ignoré et (b) le rayonnement est pris en compte.

Les résultats montrent que le rayonnement augmente significativement le transfert thermique entre les parois et que cette augmentation est plus importante pour les faibles nombres de Rayleigh. L'explication est que la contribution du transfert de chaleur par convection devient plus importante quand le nombre de Rayleigh augmente, alors que le transfert radiatif reste presque constant ($Pl = cte$).

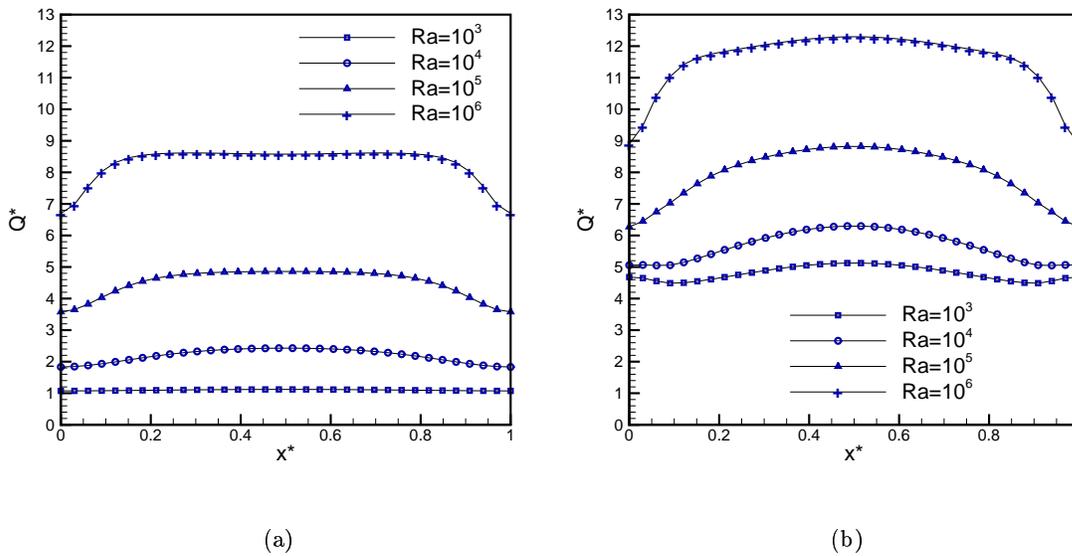


FIG. 2.56 – Effet de la variation du nombre de Rayleigh sur la distribution de flux moyen total adimensionnel Q^* . (a) sans rayonnement et (b) avec rayonnement sur une droite appartenant à la paroi chaude en ($z^* = 0,5; y^* = 1$), ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$)

L'analyse de la répartition de température (figure 2.57 (a)) montre qu'au centre de la cavité, il existe une convergence des températures pour les différents nombres de Rayleigh. A fur et à mesure qu'on s'approche des parois isothermes les températures varient. En augmentant le nombre de Rayleigh, les températures tendent à former un plateau et les couches limites thermiques se développent d'une façon plus importante, ce qui diminue le gradient de température vertical.

La figure 2.58 représente les isothermes pour les différents nombres de Rayleigh considérés. On constate que si le nombre de Rayleigh diminue, le transfert thermique par conduction est dominant et les isothermes sont presque verticales, (parallèles au champ de gravité). Pour des

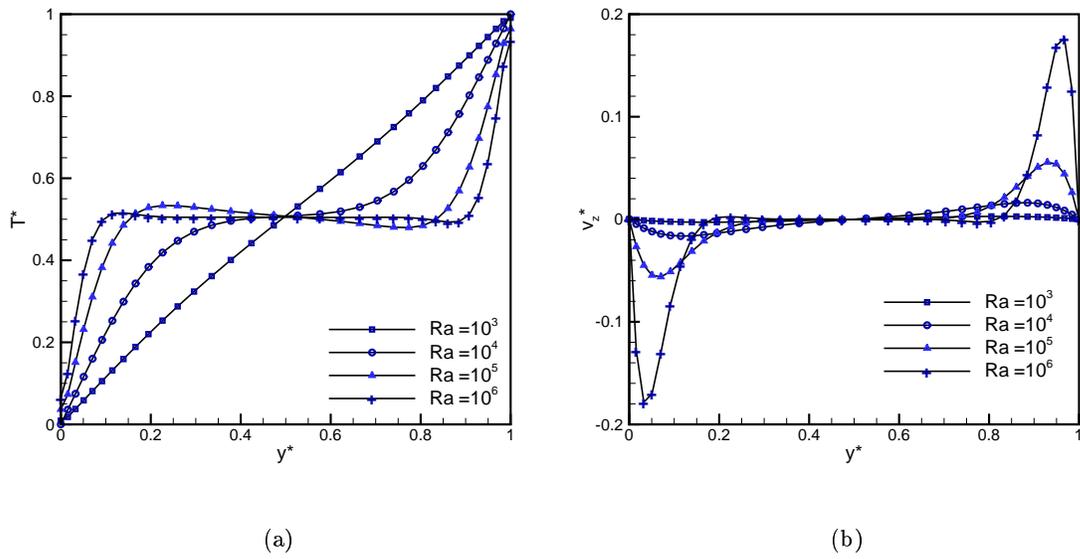


FIG. 2.57 – Profil de la température et de la vitesse v_z^* sur la ligne central perpendiculaire au centre du plan XZ, pour différents nombres de Rayleigh ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta = 15$).

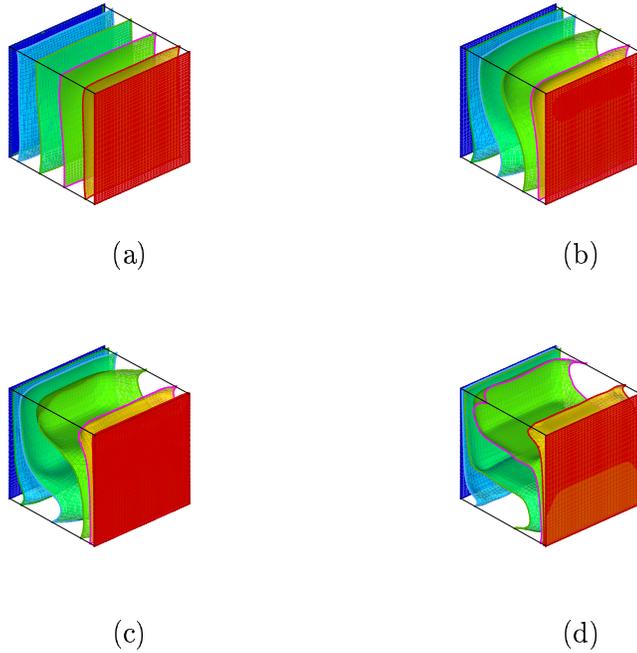


FIG. 2.58 – Surfaces isothermes pour différents nombres de Rayleigh avec rayonnement : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$. Milieu transparent $Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$

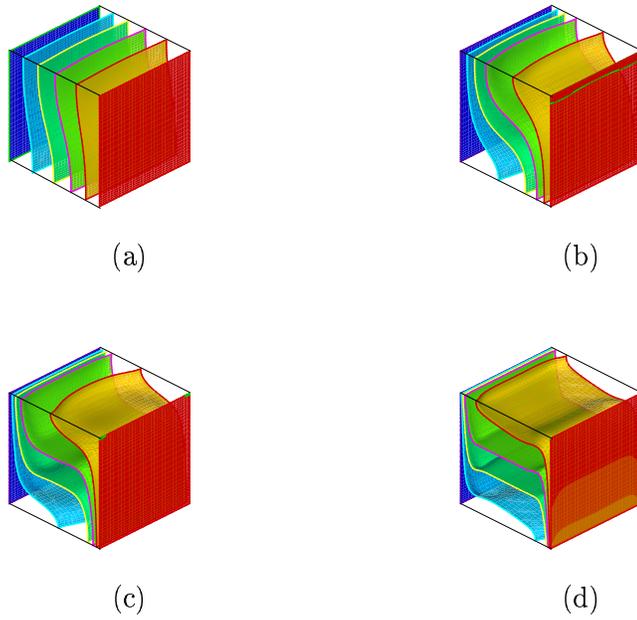


FIG. 2.59 – Surfaces isothermes pour quatre nombres de Rayleigh différents sans rayonnement : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$ ($Pr = 0,71$)

nombres de Rayleigh plus grands, les isothermes deviennent de plus en plus horizontales.

On remarque aussi clairement que les échanges radiatifs provoquent de fortes déformations des isothermes au voisinage des parois adiabatiques, ce qui rend la structure de l'écoulement tridimensionnelle.

Chapitre 3

Couplage conduction, convection naturelle et rayonnement surfacique dans des cavités

3.1 Introduction

Ce chapitre comprend quatre parties correspondant à des études appliquées réalisées dans le cadre de la préparation de la thèse.

La première partie porte sur une recherche contractuelle engagée dans la phase initiale de notre travail. L'objectif était d'étudier les transferts de chaleur et d'humidité dans une nouvelle classe de vitrages encore peu utilisée : les doubles vitrages dits "respirants" ou "ventilés" dans lesquels la lame d'air entre les vitres est mise en communication avec une ambiance extérieure. Si, dans certains cas, l'air insufflé dans l'espace entre vitres ne provient pas de l'une des ambiances extérieures mais d'un réservoir contenant de l'air traité (comme à la Bibliothèque Nationale de France), la ventilation s'effectue en général à partir de l'air chaud de l'ambiance interne (certains systèmes de protection des vitraux d'églises par exemple) ou de l'ambiance externe qui peut être une source plus froide ou plus chaude que l'intérieur du bâtiment. Ce système, préconisé depuis plusieurs années par le CSTB (avec un succès limité) est fondamentalement basé sur l'hypothèse de pressions partielles de vapeur d'eau identiques entre l'extérieur et la lame d'air. A cette fin, celle-ci est mise en communication avec l'extérieur grâce à des orifices munis de filtres de faible perméabilité qui sont une barrière aux particules solides en suspension dans l'ambiance. L'intérêt de ce dispositif simple est d'éviter les variations de pression auxquelles est soumise une lame de gaz scellée (variations de pression provoquées aussi bien par des variations de volume dues à la pression d'arrêt créée par l'impact des écoulements d'air extérieur que par des variations de pression thermodynamique créées par les variations de température du gaz). Les déformations associées à ces variations de pression induisent des fatigues des joints d'étanchéité qui finissent par perdre leur propriété essentielle.

Le double vitrage s'embue et doit être rapidement remplacé.

Dans ce chapitre, nous ne présentons qu'une partie des travaux réalisés dans le cadre de cette recherche contractuelle : celle qui porte sur les transferts de chaleur par conduction, convection naturelle et rayonnement dans un vitrage classique (lame d'air scellée). Cette configuration est la plus simple parmi les quatre cas considérés.

Nous présentons ensuite des résultats obtenus dans le cas d'une configuration un peu plus compliquée : celle de cavités partitionnées. Ce travail a été initié dans le cadre d'une thématique retenue par le réseau AmETH sur l'optimisation des parois alvéolaires des bâtiments (briques et parpaings essentiellement). L'optimisation consiste à augmenter l'inertie thermique des parois tout en réduisant leur résistance thermique. Notre contribution a été de simuler des expériences conduites au laboratoire PHASE de l'UPS (Toulouse) sur une maquette de petite dimension (thèse de V. Sambou, 2008 [43]). Nous discutons quelques solutions obtenues et présentons une comparaison avec des mesures de température enregistrées en régime transitoire.

La troisième partie se rapporte à la modélisation et la simulation des transferts de chaleur dans une cavité construite au LET de l'ENSMa de Poitiers, laboratoire dans lequel de nombreuses études expérimentales ont porté sur la convection naturelle dans des cavités. Les mesures et visualisations des écoulements ont fait l'objet d'une thèse soutenue début 2006 (Benkhelifa [44]) dans laquelle les comparaisons entre mesures et simulations en régime laminaire, qu'elles aient été 2D ou 3D, montraient des écarts importants et inexplicables. Nous montrerons dans ce chapitre que les échanges par rayonnement entre surfaces influent de façon très significative sur la stratification thermique au centre de la cavité. Cette question, objet d'une longue polémique entre expérimentateurs et "simulateurs", est traitée et définitivement résolue dans ce chapitre. Les résultats, présentés lors de la soutenance de la thèse de Benkhelifa [44], n'ont pas été publiés ... par nous.

Le problème le plus complexe abordé dans ce chapitre porte sur le couplage entre les trois modes de transfert dans une cavité partitionnée tridimensionnelle. La géométrie de référence est celle d'un parpaing creux de construction. Les dimensions et les écarts de température correspondent à une situation réelle. Les résultats montrent que la simulation numérique permet de retrouver les valeurs mesurées et normalisées (règles Th-U2000 [46]).

Nous rappelons d'abord brièvement les hypothèses introduites dans toutes les modélisations discutées dans ce chapitre.

On considère toujours un fluide monoconstituant dont l'écoulement est décrit par les équations de conservation usuelles en thermique du bâtiment (masse, quantité de mouvement, énergie) et qui sont simplifiées en admettant les hypothèses suivantes :

- fluide incompressible et newtonien,
- écoulement laminaire,
- propriétés thermo-physiques du fluide constantes exceptée la masse volumique dans le terme de poussée d'Archimède (approximation de Boussinesq),
- compte-tenu des faibles vitesses de convection naturelle, la dissipation d'énergie due au travail des forces visqueuses est négligeable,
- fluide transparent au rayonnement thermique émis par les parois de la cavité,

- propriétés radiatives des surfaces en regard supposées uniformes et indépendantes de la direction et de la longueur d'onde (surfaces grises et diffuses).

Les différents cas traités diffèrent par :

- les dimensions du domaine d'intégration (2 ou 3),
- les conditions aux limites.

3.2 Double vitrage

La technologie des doubles vitrages constitués de deux parois vitrées séparées par une lame d'air a peu évolué depuis plusieurs décennies. Les fenêtres récentes comportent cependant un double vitrage dont l'une des vitres est recouverte par un dépôt métallique de faible émissivité (face extérieure de la vitre chaude en général) et l'espace est rempli d'argon, ce qui permet d'augmenter légèrement la résistance thermique de la partie de la fenêtre qui est vitrée (en diminuant la valeur du nombre de Rayleigh, pour un même écart de températures moyennes entre surfaces chaude et froide).

La situation est différente dans le cas d'un vitrage ventilé : l'entrée d'air, même faible, et les propriétés variables du mélange air-vapeur d'eau ne permettent pas de calculer, a priori, un espacement optimal entre les deux vitres. Les promoteurs de cette technologie suggèrent donc de repenser le concept de double vitrage en imaginant, par exemple, d'augmenter la distance entre les vitres de façon à y intégrer un store coulissant, sans altérer la résistance thermique.

Les résultats que nous présentons dans la suite ne concernent que l'effet de l'espacement et des échanges par rayonnement dans le cas d'un double vitrage scellé. On considère un modèle proche de la technologie employée en pratique. Le logiciel de simulation permet en effet de tenir compte des ponts thermiques dus au cadre en aluminium délimitant l'espacement (cadre partiellement rempli de sels déshydratés) et à la matière souple (EPDM) assurant à la fois l'étanchéité du système et une sensible réduction des ponts thermiques périphériques (Figure 3.1). L'intérêt de tenir compte de la conduction périphérique est ici de permettre de comparer les valeurs prédites du coefficient de transmission thermique, U_g , aux valeurs mesurées (bien que les hypothèses d'écoulement bidimensionnel et de parois horizontales adiabatiques soient introduites dans la modélisation).

Dans les résultats présentés dans la suite, la hauteur est fixée à $H = 1,5 \text{ m}$ (porte-fenêtre). En considérant des écarts de températures entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment de l'ordre de $\Delta T_{max} = 20 \text{ K}$ (conditions hivernales) et en prenant les propriétés thermophysiques de l'air à une température de référence $T_r = 283 \text{ K}$, le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur H de la cavité ne dépasse pas 10^9 , valeur correspondant à la fin du régime laminaire dans le cas de la convection naturelle sur une paroi verticale (ce nombre de Rayleigh de transition est bien supérieur dans une cavité). L'écoulement peut donc être considéré comme laminaire (sauf pour des espacements très supérieurs aux épaisseurs maximales des couches limites). Les deux vitres d'épaisseur $e = 4 \text{ mm}$ et de conductivité thermique $k_v = 1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ sont en contact sur leur face externe avec des ambiances aux températures $T_i = 20^\circ \text{C}$ et $T_e = 0^\circ \text{C}$ avec des coefficients d'échanges $h_{ci} = 7,69 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ et à $h_{ce} = 25 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ (valeurs normalisées pour le calcul du coefficient de transfert global d'un vitrage (Règles Th-U2000 [46])).

3.2.1 Études paramétriques

Dans ce paragraphe, la largeur W de la lame d'air est le seul paramètre physique variable (dans le domaine $6 \text{ mm} \leq W \leq 20 \text{ mm}$).

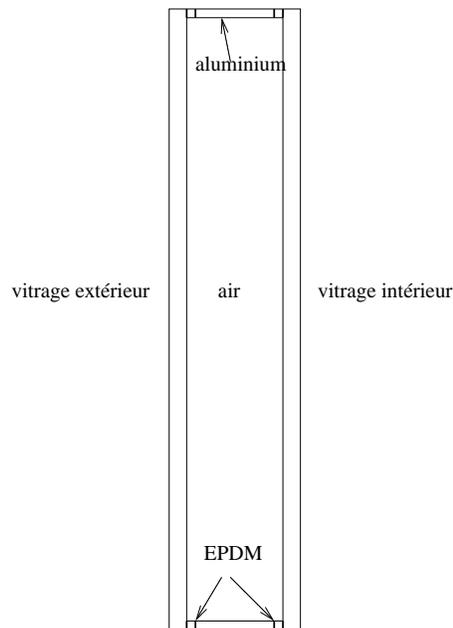


FIG. 3.1 – Modèle simplifié du double vitrage

Propriétés :	verre	Aluminium	EPDM
$\rho(kg/m^3)$	2500	2800	1150
$C_p(J/kg K)$	750	871	2010
$k(W/m K)$	1	160	0,25

TAB. 3.1 – Propriétés thermophysiques des matériaux utilisés (Règles Th-U2000 [46])

Les valeurs des nombres de Rayleigh sont basées sur W et sur l'écart maximal de température ($\Delta T_{max} = 20K$). Les deux paramètres adimensionnels qui caractérisent la convection naturelle sont donc le rapport de forme, $A = H/W$, et Ra_W . Les densités de flux de chaleur traversant le double vitrage sont reportées dans les tableaux 3.2 et 3.3. On en déduit immédiatement le coefficient de transmission thermique, $U_g = Q/\Delta T_{max}$.

Si les échanges radiatifs entre surfaces sont négligés (vitrages à zéro émissivité), le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction pour $W = 0,6cm$ ($Ra_W = 4 \cdot 10^2$) et les isothermes sont presque verticales et parallèles aux parois. Pour $W = 2cm$ ($Ra_W = 8 \cdot 10^4$), la convection naturelle est dominante et, en accord avec la théorie, nos résultats montrent aussi que le flux de chaleur transféré devient quasiment indépendant de W . En effet, le nombre de Nusselt moyen basé sur W est proportionnel à $(Ra_W/A)^{0,25}$ en régime de couche limite laminaire.

En tenant compte des échanges radiatifs entre les parois ($\varepsilon = 0,89$, vitrage ordinaire), le flux transféré augmente d'environ 50% aux plus faibles espacements et il est plus que doublé pour $W > 14mm$ (tableaux 3.2 et 3.3). En conséquence, le coefficient de transmission thermique

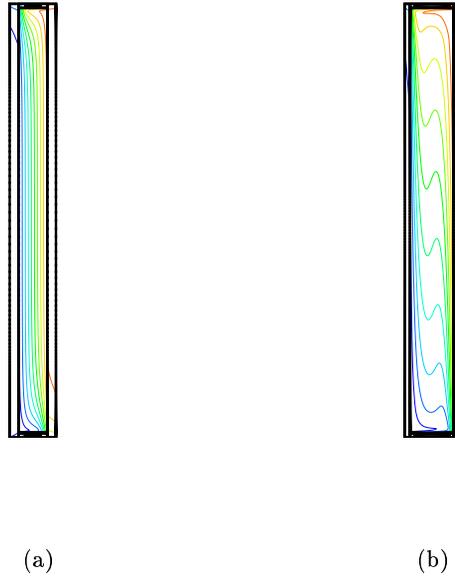


FIG. 3.2 – Isothermes, (a) $W = 0,6\text{cm}$: $Ra_W = 4 \cdot 10^2$, (b) $W = 2\text{cm}$: $Ra_W = 8 \cdot 10^4$ (rayonnement pris en compte, $\epsilon = 0,89$)

$W(\text{mm})$	6	8	10	12	14	18	20
A	250	187	150	125	107	83	75
Ra_W	$4 \cdot 10^2$	10^3	10^4	$1,7 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^4$	$5,8 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$
$Q(\text{W}/\text{m}^2)$	48,74	40,84	35,26	30,84	26,97	26,12	25,20
$U_g(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$	2,44	2,04	1,76	1,54	1,35	1,30	1,26

TAB. 3.2 – Effet de l’espacement sur le coefficient de transmission thermique (échanges radiatifs négligés)

$W(\text{mm})$	6	8	10	12	14	18	20
A	250	187	150	125	107	83	75
Ra_W	$4 \cdot 10^2$	10^3	10^4	$1,7 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^4$	$5,8 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$
$Q(\text{W}/\text{m}^2)$	67,93	63,60	60,02	57,66	57,17	55,78	55,42
Fluent							
$U_g(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$	3,39	3,18	3,00	2,88	2,85	2,78	2,77
Th-U2000 [46]							
$U_g(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$	3,30	3,10	2,90	2,80	2,80	2,70	2,70

TAB. 3.3 – Effet de l’espacement sur le coefficient de transmission thermique (échange radiatifs pris en compte)

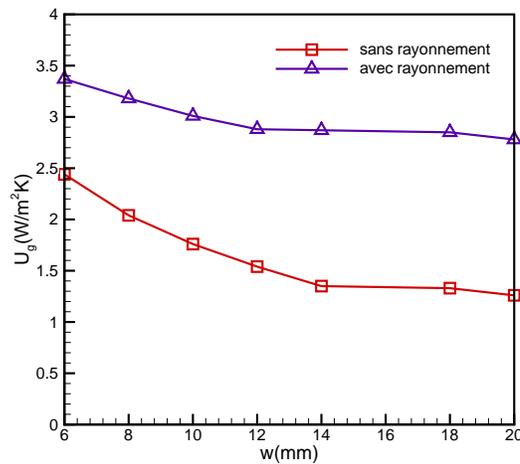


FIG. 3.3 – Variation du coefficient de transmission thermique d'un vitrage en fonction de la largeur de la lame d'air

devient relativement insensible à l'espacement dès que $W > \approx 10\text{mm}$. Ces calculs montrent donc bien que l'épaisseur de la lame d'air peut être légèrement augmentée lorsque des vitres à basse émissivité sont utilisées.

Il est à noter que les valeurs de U_g reportées dans le tableau 3.3 sont en excellent accord avec celles figurant dans les Règles Th-U 2000 [46].

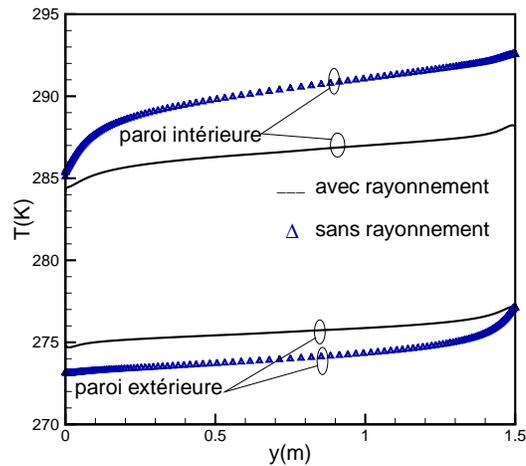


FIG. 3.4 – Profils de température le long des vitrages extérieur et intérieur $W = 2\text{cm}$

Les profils de températures le long des vitrages sont représentés sur la figure 3.4. On observe que la température de la vitre extérieure augmente sous l'effet du rayonnement alors que celle de la vitre intérieure diminue : en conséquence, l'augmentation de l'écart de température

entre les vitres produit une augmentation du flux transféré par convection.

Cette étude a permis de déterminer l'influence des paramètres qui influent sur le coefficient de transmission thermique, U_g . On a montré que les résultats obtenus sont en très bon accord avec ceux figurant dans les règles Th-U2000. La première conclusion à tirer est donc que les simulations numériques des transferts de chaleur dans des doubles vitrages scellés sont fiables, quelle que soit la configuration géométrique (épaisseur des vitres, largeur ou hauteur de la lame d'air, type de cadre intercalaire..), à condition que l'écoulement reste en régime laminaire, ce qui est le cas en pratique. La modélisation met clairement en évidence l'effet des échanges de chaleur par rayonnement et montre aussi que l'emploi de vitres à basse émissivité augmente les risques d'embuage de la vitre extérieure puisque sa température diminue avec l'émissivité.

3.3 Cavité partitionnée

Les briques à grand nombre d'alvéoles verticales ont été conçues pour augmenter la résistance thermique des parois de construction afin de satisfaire aux nouvelles normes d'isolation des bâtiments. Le développement de ces produits passe par une meilleure identification de paramètres influençant les transferts par conduction, convection naturelle et rayonnement. Des expériences ont été effectuées par V. Sambou [43] pendant sa thèse sur une maquette destinée à modéliser les briques à alvéoles verticales. Ce travail a fait l'objet d'une collaboration avec le laboratoire PHASE de l'UPS de Toulouse. Des simulations numériques de cette maquette (Fig. 3.5) ont été réalisées et les résultats sont comparés aux mesures dans cette partie où l'on étudie l'influence des partitions sur les transferts de chaleur par convection naturelle et par rayonnement.

Les simulations ont été effectuées avec un maillage irrégulier resserré près des parois où les forts gradients sont rencontrés. Le nombre de cellules dans les deux directions spatiales x et y est $N_x \times N_y = 40 \times 120$ pour les cavités de largeur $w_1 = 0,0425m$ et $N_x \times N_y = 80 \times 120$ pour les cavités à largeur $w_2 = 0,088m$ avec un rapport de longueur de deux mailles successives de 1,064 dans les deux directions x et y . Le maillage a donc été raffiné au voisinage de chacune des parois solides.

Le couplage vitesse-pression a été traité en utilisant l'algorithme PISO. Une comparaison des résultats obtenus en utilisant soit la méthode des radiosités, soit la méthode des ordonnées discrètes a aussi été menée. Pour la méthode des ordonnées discrètes le nombre de directions est $N_\theta = 3$ et $N_\varphi = 2$.

3.3.1 Régime stationnaire

On considère l'écoulement de fluide dans une cavité partitionnée différentiellement chauffée avec les conditions aux limites suivantes : les parois verticales sont à température imposée et les parois haute et basse sont adiabatiques. Le fluide circulant dans la cavité est de l'air sec dont les propriétés physiques, à part sa densité, sont supposées constantes à la température

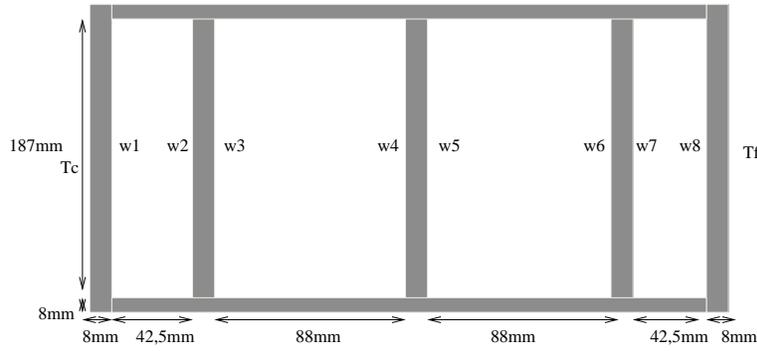


FIG. 3.5 – Cavité partitionnée

$$\text{moyenne } T_m = \frac{(T_c + T_f)}{2}.$$

La cavité a une hauteur $H = 0,187m$ et elle est divisée par un nombre N_p de partitions d'épaisseurs $e = 0,8cm$, placées parallèlement aux parois isothermes en PVC, de même épaisseur e et de conductivité thermique k_s .

Dans un premier temps, on a calculé la solution en régime permanent pour les conditions limites imposées par une méthode itérative basée sur l'analogie électrique qui permet d'évaluer les flux et les températures moyennes surfaciques de chaque paroi. On a adopté la relation donnée dans Bejan [47] pour calculer les nombres de Nusselt moyens dans chacune des cavités :

$$\overline{Nu}_i = 0,364 \frac{1}{A_i} (Ra_{H,i})^{\frac{1}{4}} \quad (3.1)$$

où $A_i = H/W_i$ est le rapport de forme d'une cavité "i", $Ra_{H,i} = \frac{g\beta_i\Delta T_i H^3}{\nu\alpha}$ est le nombre de Rayleigh basé sur l'écart $\Delta T_i = T_i - T_{i+1}$ entre les températures moyennes des parois verticales en regard et $\beta_i = 2/(T_{i+1} + T_i)$ est le coefficient d'expansion thermique. Les nombres de Rayleigh dans chacune des cavités ne sont donc pas calculables a priori. Les propriétés thermophysiques moyennes de l'air et du PVC sont reportées dans le tableau 3.16.

Le système étudié peut être représenté selon l'analogie électrique par des résistances associées en série. Cette méthode simple permet de lier à travers une relation matricielle les températures et les flux aux bornes des parois.

Méthode de la résistance thermique :

pour $i = 0$ à 9 , les coefficients d'échanges par convection naturelle, h_{ci} , et par rayonnement (linéarisé), h_{ri} , s'écrivent :

Air			
T_m (K)	ΔT (K)	L (m)	k_0 (W/m K)
288	30	0,187	0.0263
ρ_0 (kg/m ³)	Cp_0 (J/kg K)	μ_0 (kg/m s)	β_0 (K ⁻¹)
1,1614	1007	1,846 10 ⁻⁵	0,00347
PVC			
ρ_s (kg/m ³)	Cp_s (J/kg K)	k_s (W/m K)	ε
1390	1900	0,17	0,9

TAB. 3.4 – Propriétés physiques de l'air et du PVC à $T_m = 288K$ et $Pr = 0,71$

$$h_{ci} = \frac{k_a Nu_i}{w_i}$$

$$h_{ri} = \frac{4 \sigma T_{mi}^3}{(1/\epsilon_i) + (1/\epsilon_{i+1}) - 1} \quad \text{avec} \quad T_{mi} = \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \quad \text{et}$$

En régime permanent, la conservation du flux impose :

$$Q_t = Q_c = Q_f = Q_i \quad (3.2)$$

Le flux surfacique total par convection, conduction et rayonnement pour une cavité à quatre alvéoles est :

$$Q_t = \frac{T_c - T_f}{R_t} \quad \text{avec} \quad R_t = S \left(\frac{5 e}{k_s} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{h_{ci} + h_{ri}} \right) \quad (3.3)$$

On en déduit que pour k variant de 0 à 3 :

$$T_{i+1} = T_i - \frac{Q_t}{S (h_{ci} + h_{ri})} \quad i=2k+1 \quad (3.4)$$

et :

$$T_{i+1} = T_i - \frac{Q_t e}{S k_s} \quad i=2k \quad (3.5)$$

$$\text{avec } T_0 = T_c \text{ et } T_9 = T_f \quad (3.6)$$

Les calculs des températures T_i et du flux total sont obtenus en résolvant les équations non linéaires 3.3, 3.4 et 3.6 par une méthode itérative. Les valeurs des températures moyennes surfaciques et des flux sont reportées dans les tableaux 3.5 et 3.6.

Température (K)	Sans rayonnement		Avec rayonnement		
	Fluent	Calcul analytique	Fluent (S2S)	Fluent (OD)	Calcul analytique
T_c	303	303	303	303	303
T_1	302,305	302,322	301,47	301,505	301,319
T_2	295,629	295,997	296,43	296,477	296,288
T_3	294,894	295,328	294,93	294,971	294,617
T_4	288,372	289,061	289,24	289,245	289,391
T_5	287,627	288,350	287,73	287,733	287,697
T_6	281,105	281,735	281,78	281,746	282,153
T_7	280,370	281,020	280,28	280,244	280,463
T_8	273,694	274,496	274,51	274,488	274,463
T_f	273	273	273	273	273

TAB. 3.5 – Comparaison des températures sur les parois

Flux (W/m)	Sans rayonnement		Avec rayonnement		
	Fluent	Calcul analytique	Fluent (S2S)	Fluent (OD)	Calcul analytique
Q_c	14,903	15,134	32,357	31,807	35,780
Q_1	14,361	15,134	32,218	31,643	35,780
Q_2	15,448	15,134	31,956	31,897	35,780
Q_3	15,503	15,134	32,016	32,976	35,780
Q_4	15,746	15,134	32,088	32,064	35,780
Q_5	15,746	15,134	32,068	31,051	35,780
Q_6	15,503	15,134	31,995	31,904	35,780
Q_7	15,448	15,134	31,883	31,788	35,780
Q_8	14,361	15,134	31,977	31,444	35,780
Q_f	14,903	15,134	32,195	31,687	35,780

TAB. 3.6 – Comparaison des flux sur les parois

Le tableau 3.5 montre une bonne concordance entre les résultats analytiques et numériques pour les températures moyennes (écart < 1%). Les valeurs des flux reportées dans le tableau 3.6 montrent que le flux de rayonnement a une valeur proche de celle du flux de convection (c'est à dire que le flux total est doublé sous l'effet du rayonnement). On peut aussi remarquer que l'écart relatif entre les flux moyens calculés par les deux modèles (tableau 3.6) augmentent de 5% à 12% lorsqu'on tient compte des échanges radiatifs entre surfaces. Cela peut s'expliquer par le fait que la corrélation utilisée dans le modèle analytique pour évaluer le transfert convectif a été établie pour une cavité avec des parois verticales isothermes. Ces écarts peuvent aussi être attribués au fait que la conduction à travers les parois conductrices horizontales de la cavité a été négligée dans le calcul par la méthode des résistances thermiques.

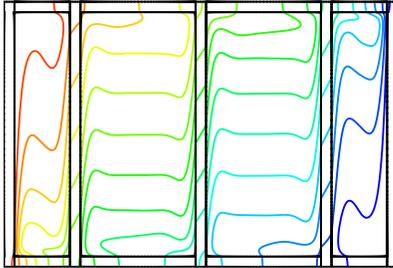


FIG. 3.6 – Isothermes $\epsilon = 0$

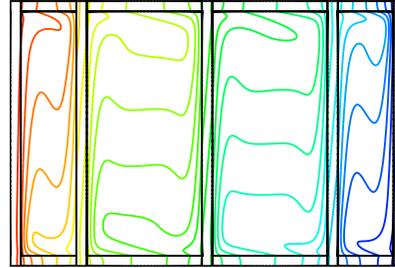


FIG. 3.7 – Isothermes $\epsilon = 0,9$

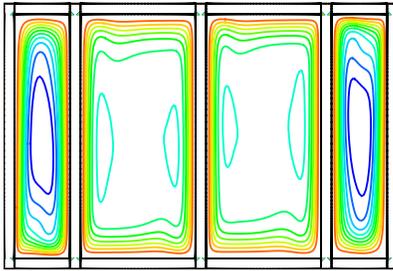


FIG. 3.8 – Fonction de courant $\epsilon = 0$

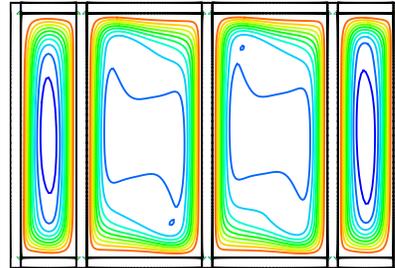


FIG. 3.9 – Fonction de courant $\epsilon = 0,9$

Les isothermes et lignes de courant tracées sur les figures 3.6 à 3.9 montrent que les échanges radiatifs entre parois influent de façon importante sur l'écoulement de convection naturelle. On constate une plus grande stratification de la température dans la cavité pour une émissivité nulle et de fortes différences le long des parois adiabatiques, le flux de rayonnement surfacique ayant pour effet d'incliner fortement les isothermes aux voisinages des parois horizontales du fait de la condition de continuité des flux.

Les figures 3.8 et 3.9 montrent que le rayonnement augmente le taux de circulation dans la cavité ($\psi_{max} = 4,59 \cdot 10^{-4} kg/s$ pour $\epsilon = 0$ et $\psi_{max} = 5,91 \cdot 10^{-4} kg/s$ pour $\epsilon = 0,9$).

3.3.2 Régime instationnaire

Ce paragraphe porte sur l'étude des transferts en régime instationnaire dans une cavité partitionnée ($N_p = 4$) différentiellement chauffée dont les températures des surfaces extérieures

chaude et froide varient avec le temps.

La durée de chauffage de la paroi chaude est $t_1 = 1,15 \cdot 10^3 s$ et la durée de refroidissement de la paroi froide est $t_2 = 4,87 \cdot 10^3 s$ (figure 3.10).

A $t = 0$ $T_0 = 294,25K$ et $u = v = 0$. On utilise les approximations suivantes des mesures (figure 3.10b) :

- si $0 \leq t \leq t_1$ $T_c = \frac{303-T_0}{t_1}t + T_0$ sinon $T_c = 303K$
- si $0 \leq t \leq t_2$ $T_f = \frac{273-T_0}{t_2}t + T_0$ sinon $T_f = 273K$

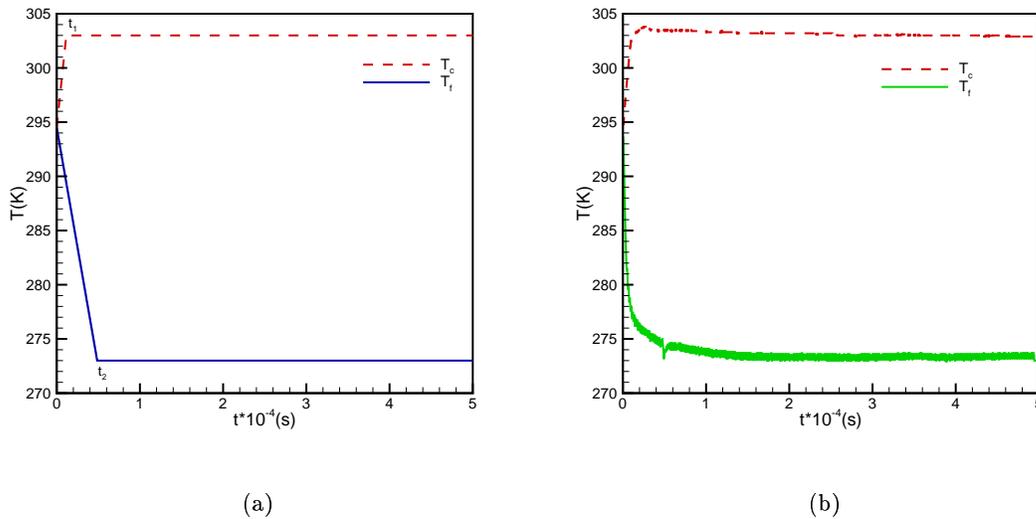


FIG. 3.10 – Profil de température appliqué sur les parois de la cavité (a) théorique, (b) expérimental [43]

Une étude a été menée concernant le choix du schéma ainsi que du pas de temps (figure 3.11).

Pour une résolution instationnaire avec un schéma d'intégration temporelle implicite, le CFL ne doit pas dépasser 30.

En comparant les temps de calcul illustrés dans le tableau 3.8 pour les deux schémas en utilisant la même machine (Dell GX280 de vitesse de processeur de $3,4GHz$), on remarque que le schéma explicite est plus rapide qu'un schéma implicite.

Une analyse des tableaux 3.7 et 3.8 nous a permis de conclure qu'une méthode de résolution

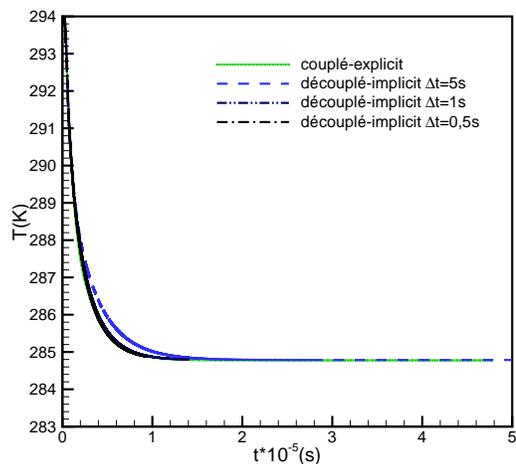


FIG. 3.11 – Comparaison des résultats pour différents pas de temps au point P , $\epsilon = 0,9$

Schéma	CFL
Couplé-explicite	1
Découplé-implicite $\Delta t = 5s$	$CFL > 40$
Découplé-implicite $\Delta t = 1s$	$CFL > 40$
Découplé-implicite $\Delta t = 0,5s$	$5 < CFL < 20$

TAB. 3.7 – Comparaison du nombre de courant (CFL)

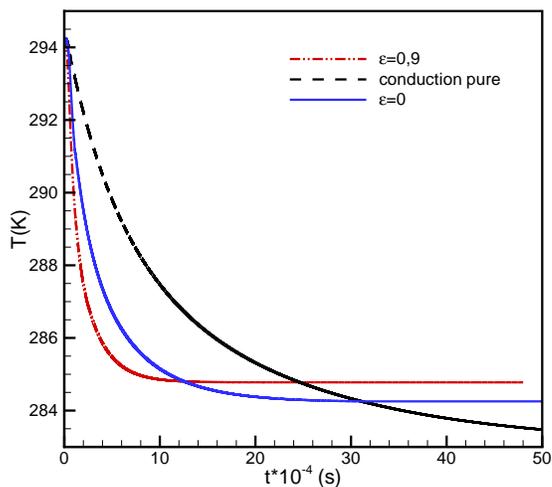


FIG. 3.12 – Comparaison des temps instationnaires pour différents régimes au point P

Schéma	Couplé-explicite	Découplé-implicite $\Delta t = 0,5s$
1 ^{ère} période	$0s < t < 1000s$	
Nombre d'itérations	4078	4239
temps de calcul	1h	29mn
2 ^{ème} période	$1000s < t < 2000s$	
Nombre d'itérations	3880	4006
temps de calcul	45mn	30mn
3 ^{ème} période	$2000s < t < 3000s$	
Nombre d'itérations	3501	4427
temps de calcul	35mn	32mn
4 ^{ème} période	$3000s < t < 4000s$	
Nombre d'itérations	2000	2010
temps de calcul	15mn	20mn
Critères de convergence des équations	Continuité 10^{-3} Mouvement 10^{-3} Énergie 10^{-3}	Continuité 10^{-3} Mouvement 10^{-3} Énergie 10^{-6}

TAB. 3.8 – Comparaison des temps de calcul pour les deux schémas

couplée avec un schéma explicite ($CFL = 1$) permet d'avoir un bon compromis entre précision et coûts de calcul.

Dans les trois cas considérés (figure 3.12), on a enregistré les résultats au point P de coordonnées $(19, 85cm; 10, 15cm)$ illustré sur la figure 3.13.

La figure 3.12 montre que la mise en régime permanent est plus lente dans le cas de la conduction pure dans la cavité. Les échanges par rayonnement entre surfaces diminuent par contre la durée du régime transitoire.

3.3.3 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux [43]

Des mesures de températures ont été faites sur les interfaces solide-air aux points indiqués sur la figure 3.13.

Les mesures de températures ont été effectuées au laboratoire PHASE de l'UPS [43] en employant un grand nombre de thermocouples. L'acquisition des différentes températures a été réalisée toutes les 10 s. On a comparé nos résultats pour des conditions limites et initiales quasi-identiques.

points	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
$y(cm)$	167	122	93	65	40	175

TAB. 3.9 – Points de mesure

Sur la figure 3.14, on présente l'évolution temporelle des températures des points P_1 à P_6

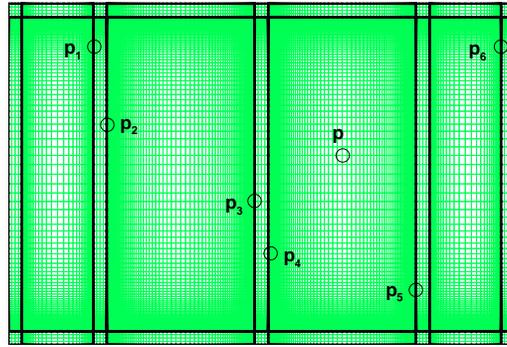


FIG. 3.13 – Points de mesure de température pendant l'expérience

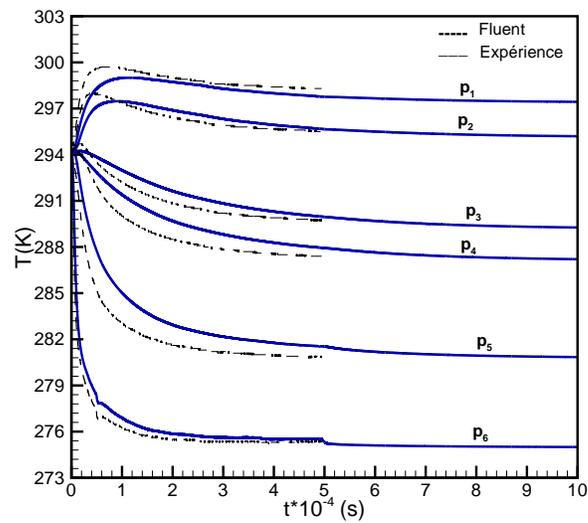


FIG. 3.14 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux en tenant compte des transferts radiatifs ($\epsilon = 0,9$)

sur les faces des différentes partitions.

Les résultats montrent un bon accord qualitatif entre les résultats numériques et expérimentaux.

3.4 Etude de la stratification thermique

Cette étude a été menée dans le cadre d'une collaboration avec plusieurs équipes de recherche intervenant dans l'ACI Energie "Cocorapha". On s'appuie sur les travaux expérimentaux de la thèse de Benkhelifa [44] pour montrer que l'écart entre la valeur de la stratification S mesurée expérimentalement ($S = 0,48$) et celle calculée est dû aux échanges par rayonnement.

La valeur de la stratification, donnée par la pente de la zone quasi-linéaire du profil de température vertical, s'exprime sous forme adimensionnelle par :

$$S = \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big|_{x^*=1/2A} = \frac{H}{\Delta T} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x=L/2} \quad (3.7)$$

H : hauteur de la cavité.

L : largeur de la cavité.

$\Delta T = T_c - T_f$: écart de températures entre les parois verticales.

Les paramètres adimensionnels sont :

$A = H/L$: allongement.

$$T^* = \frac{(T - T_m)}{\Delta T}.$$

$$y^* = \frac{y}{H}.$$

$$x^* = \frac{x}{H}.$$

Bien que le rayonnement de surface soit inhérent en convection naturelle dans une cavité remplie d'air, une étude bibliographique montre que peu d'études ont été réalisées sur le sujet dans des géométries tridimensionnelles. Des calculs préliminaires ont d'abord été effectués dans le cas 2D et ont montré les effets du rayonnement de surface sur la convection naturelle dans une cavité remplie d'air.

L'utilisation d'un domaine de calcul limité par des surfaces (ou parois sans épaisseur) se heurte à la question de la modélisation pour décrire les conditions aux limites externes adéquates. La validation de conditions aux limites artificielles doit donc passer par une confrontation entre résultats numériques et expérimentaux.

3.4.1 Cavité 2D remplie d'air différentiellement chauffée avec des parois horizontales adiabatiques

Cette configuration a été choisie pour tester la validité du code de calcul en comparant les résultats obtenus avec les références disponibles dans la littérature pour des solutions de base 2D centrosymétriques.

Pour $Pr = 0,71$, le calcul numérique dans une cavité 2D avec parois horizontales conductrices demande beaucoup moins de ressources ($Ra_c = 2,1 \cdot 10^6$) que la configuration avec parois horizontales adiabatiques ($Ra_c = 1,82 \cdot 10^8$). Les équations de Navier-Stokes ont été résolues par un algorithme découplé en adoptant un schéma implicite décentré de 2ème ordre et en

T_0 (K)	ρ (kg/m ³)	C_{p0} (J/kgK)	k_0 (W/m.K)	μ_0 (kg/m s)	β_0 (T ⁻¹)
297	1,173	1006	0,00259	1,846 10 ⁻⁵	0,00337

TAB. 3.10 – Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 297K$

$A = H/L$	4
H	0,48m
L	0,12m
T_c	300K
T_f	294K
$T_m = (T_c + T_f)/2$	297K
ΔT	6K
β	3,38 10 ⁻³ k ⁻¹
Pr	0,71
Ra_H	6,35 10 ⁷
$(n_x; n_y)$	(150;200)
$(\xi_x; \xi_y)$	(1,064;1,064)

TAB. 3.11 – Paramètres de contrôle de l'écoulement

utilisant la méthode SIMPLE.

Emissivité des parois actives	Emissivité des parois horizontales
$\epsilon_1 = 0,25$	$\epsilon_2 = 0,08$
Conditions aux limites	
Isothermes T_c et T_f $u=v=w=0$	adiabatiques $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ $u=v=w=0$

TAB. 3.12 – Conditions aux limites

CN : Convection.
COND : Conduction dans les parois en polystyrène expansé d'épaisseur $e = 0,09m$.
R : Rayonnement entre surfaces pris en compte.

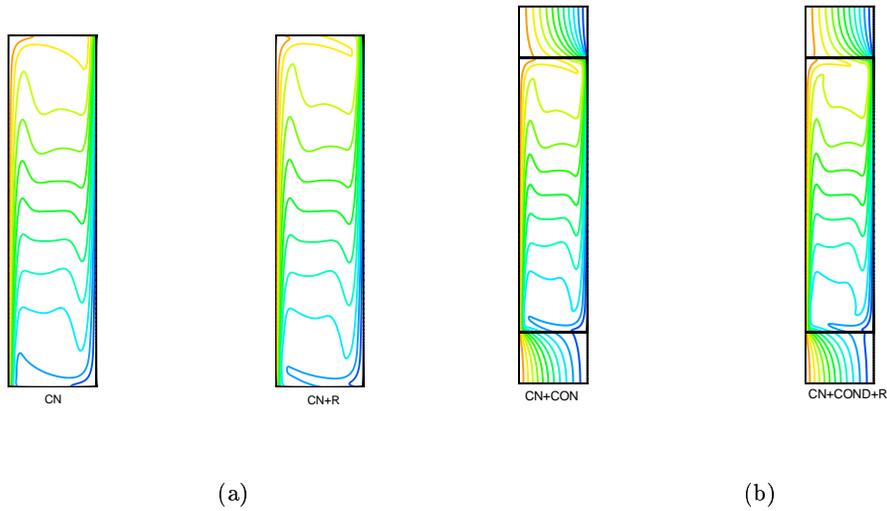


FIG. 3.15 – Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de 0,5K : (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$

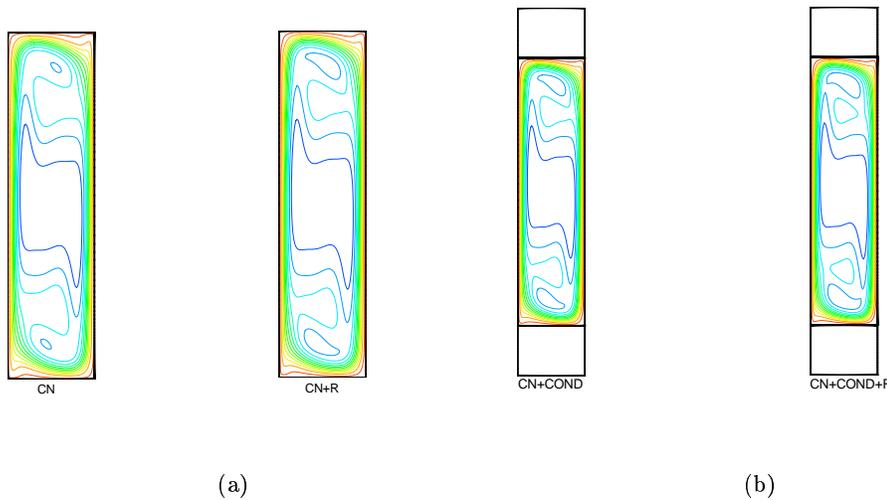


FIG. 3.16 – Lignes de courant entre 0 et 0,0012kg/s avec un écart de 0,0001kg/s : (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$

Pour une cavité 2D, le paramètre de stratification est de l'ordre de l'unité en supposant les parois horizontales haute et basse adiabatiques. Xin et Le Quéré (1995) [48] ont trouvé un paramètre de stratification de l'ordre de 1 pour une valeur du nombre de Rayleigh $Ra_H = 6,4 \cdot 10^8$ et $A = 4$. Ils ont montré aussi que la stratification augmente avec Ra_H .

Weidman [49] et Eckert and Carlson [50] ont étudié la stratification dans des cavités 2D de grand allongement ($A \geq 10$) en négligeant les transferts radiatifs. Pour une cavité différemment chauffée remplie d'air et de rapport de forme $A = 10$, Eckert et Carlson [50] ont

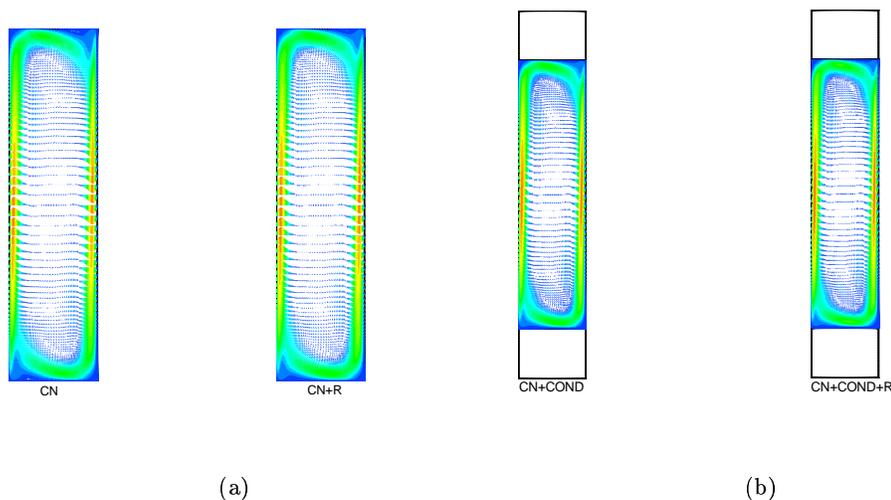


FIG. 3.17 – Vecteurs vitesse entre 0 et $0,09m/s$ avec un écart de $0,06m/s$: (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$

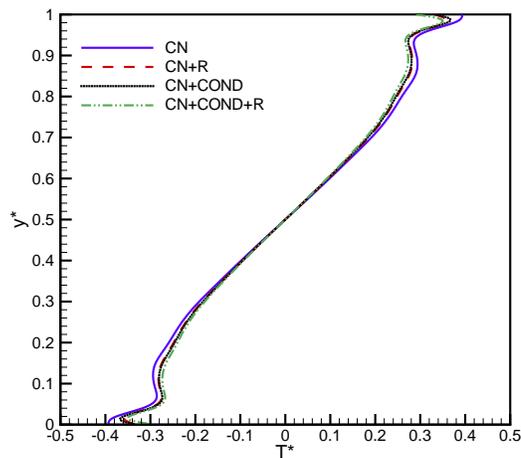


FIG. 3.18 – Profils de température le long de la droite centrale $x = 0,06m$

déterminé expérimentalement une valeur de stratification $S = 0,55$. Weidman [49] a obtenu une solution analytique au système d'équations régissant la convection naturelle en supposant que la stratification dans une cavité fermée de rapport de forme $A = 20$ et de nombre de Grashof $Gr_T = 10^6$ avait pour valeur $S = 0,5$ pour les deux fluides étudiés ($Pr = 0,72, Pr = 8,1$).

2D	2D	2D	2D
CN	CN+COND	CN+R	CN+COND+R
$Q_t = 4,29W/m$	$Q_t = 4,14W/m$	$Q_t = 6,65W/m$ $Q_r = 2,40W/m$	$Q_t = 6,29W/m$ $Q_r = 2,17W/m$
$S = 0,91$	$S = 0,90$	$S = 0,90$	$S = 0,89$

TAB. 3.13 – Flux total et flux radiatif sur la paroi chaude et paramètre de stratification

3.4.2 Cavité 3D remplie d'air différentiellement chauffée avec des surfaces horizontales adiabatiques

Dans la réalisation de l'expérience au Laboratoire d'Etudes Thermiques de l'ENSMA de Poitiers (figure 3.19), une cavité de profondeur $p = 42cm$ a été partagée en trois parties identiques suivant sa profondeur par des parois transparentes dans le visible et opaques dans l'infrarouge d'émissivité $\epsilon = 0,97 \pm 0,05$. Les mesures ont été effectuées dans la cavité centrale. Le rôle des deux autres cavités, dites "de garde", est de limiter les effets de bord avec le milieu extérieur, ce qui permet d'assurer une quasi-symétrie de l'écoulement.

La configuration étudiée correspond à une cavité rectangulaire de section $(L \times H) = (0,12m \times 0,48m)$ avec une profondeur $p = 0,14m$ remplie d'air et chauffée avec un écart de température $\Delta T = 6K$ ($Ra_H = 6,35 \cdot 10^7$) et $A = H/L = 4$. Pour modéliser l'expérience [44], les deux parois isothermes ont une émissivité $\epsilon_1 = 0,25$, les parois horizontales de la cavité sont constituées de polystyrène expansé d'épaisseur $0,09m$ et de conductivité thermique $k_s = 0,035W/mK$. Elles sont recouvertes par de minces feuilles d'aluminium d'émissivité $\epsilon_2 = 0,08$. Les surfaces latérales sont supposées adiabatiques avec une émissivité $\epsilon_3 = 1$.

Le nombre de Prandtl est fixé à $Pr = 0,71$ et le nombre de Rayleigh   $Ra_H = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu_f a_f} =$

Emissivité des parois actives	Emissivité des parois horizontales	Emissivité des parois avant et arrière
$\epsilon_1 = 0,25$	$\epsilon_2 = 0,08$	$\epsilon_3 = 1$

TAB. 3.14 – Emissivités des parois

$6,35 \cdot 10^7$ où $\beta = 3,37 \cdot 10^{-3}K^{-1}$ (coefficient de dilatation thermique), $\nu = 1,57 \cdot 10^{-5}m^2/s$ (viscosité cinématique) et $a_f = 2,20 \cdot 10^{-5}m^2/s$ (diffusivité thermique) sont calculés à la température $T_m = 297K$ (tableau 3.11).

Le fluide de travail étant de l'air sec, il est supposé transparent au rayonnement de grande longueur d'onde. Les surfaces intérieures de la cavité sont supposées opaques, grises et diffuses.

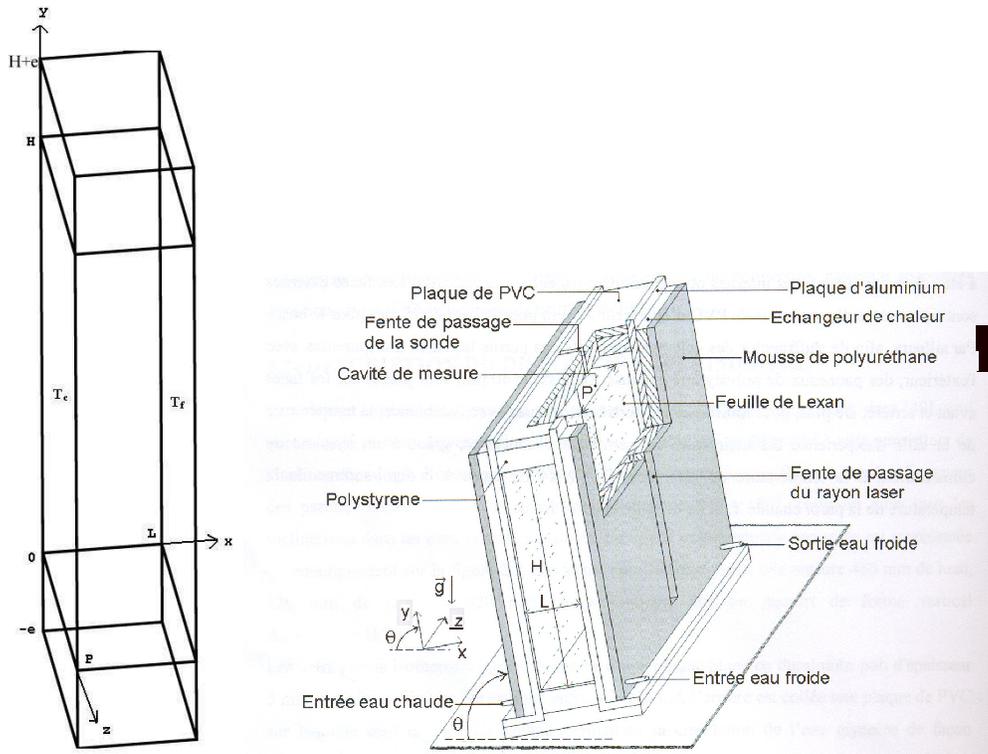


FIG. 3.19 – Configuration du problème physique modélisant l'installation expérimentale de Poitiers (Benkhelifa.2005) [44]

Conditions aux limites

Sur les surfaces intérieures de la cavité, on impose une condition d'adhérence (vitesse nulle). Les conditions aux limites thermiques tiennent compte du rayonnement de surface. Sur les parois latérales, la condition d'adiabacité implique un équilibre entre les flux convectif et radiatif. Sur les parois horizontales, en haut et en bas, on écrit un équilibre entre les flux convectif, radiatif et conductif dans le cas où on applique un coefficient d'échange extérieur h_{cv} avec une ambiance à température T_m .

Les conditions complètes sont les suivantes :

- en $x = 0$ sur la paroi chaude $T = T_c$
- en $x = L$ sur la paroi froide $T = T_f$.
- en $y = -e$ $h_{cv}(T - T_m) = -k_s \frac{\partial T}{\partial y}|_{solide}$ (sur la surfaces en bas)
- en $y = H + e$ $h_{cv}(T - T_m) = k_s \frac{\partial T}{\partial y}|_{solide}$ (sur la surfaces en haut)
- en $y = 0$ $-k_s \frac{\partial T}{\partial y}|_{solide} = -k_f \frac{\partial T}{\partial y}|_{fluide} + q_r$
- en $y = H$ $k_s \frac{\partial T}{\partial y}|_{solide} = k_f \frac{\partial T}{\partial y}|_{fluide} + q_r$
- en $z = 0$ et $z = P$ $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ pour $y < 0$ et $y > H$ (conditions adiabatiques)
- en $z = 0$ pour $-k_f \frac{\partial T}{\partial z}|_{fluide} + q_r = 0$ pour $0 < y < 1$
- en $z = H$ pour $k_f \frac{\partial T}{\partial z}|_{fluide} + q_r = 0$ pour $0 < y < 1$

La densité de flux radiatif, q_r , est calculée à partir de la distribution de radiosité. Les conditions aux limites thermiques du cas sans rayonnement de surfaces se déduisent en posant $q_r = 0$.

Pour la résolution du système linéaire donnant la radiosité, les mailles de calcul des distributions surfaciques de température ont été regroupées en clusters comportant 15 éléments.

La résolution spatiale retenue est $(N_x \times N_y \times N_z) = (100 \times 150 \times 40)$ avec des coefficients d'expansion géométrique $(\xi_x \times \xi_y \times \xi_z) = (1,064 \times 1,064 \times 1,09)$. 20 points ont été utilisés dans chaque couche d'isolant.

Influence du coefficient d'échange extérieur h_{cv} sur les parois horizontales

Les profils de température sur les surfaces horizontales sont représentés sur les figures 3.20 et 3.21 et le long de l'axe de symétrie de la cavité sur la figure 3.22 pour différentes valeurs du coefficient d'échange h_{cv} .

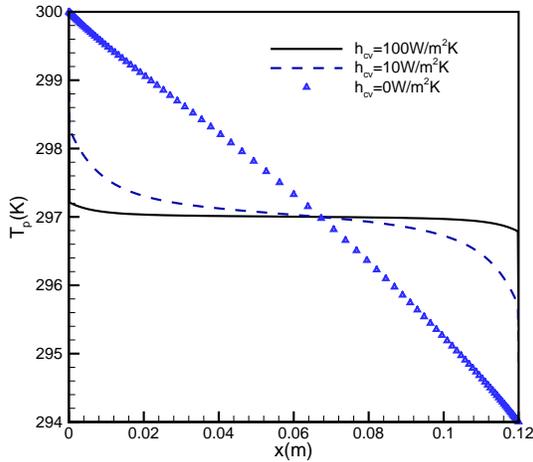


FIG. 3.20 – profils de température sur les surfaces horizontales ($y = H + e, z = p/2$)

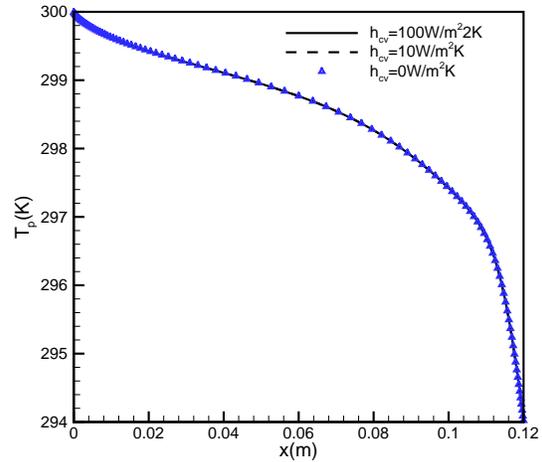


FIG. 3.21 – profils de température sur les surfaces horizontales ($y = H, z = p/2$)

En négligeant les échanges radiatifs, les conditions adiabatiques impliquent un gradient normal de température nul sur les parois horizontales. En considérant les échanges de chaleur avec le milieu extérieur par le biais d'un coefficient d'échange h_{cv} , le gradient de température devient non nul alors que la stratification au centre de la cavité est très peu modifiée.

On peut donc conclure que l'effet de la conduction dans les parois terminales en polystyrène a une influence marginale sur le calcul de la stratification au coeur de la cavité, bien que la

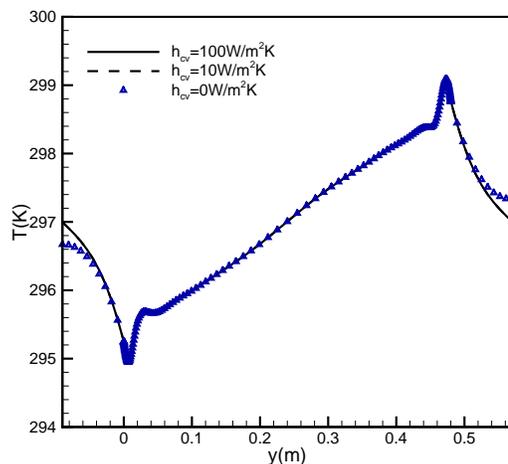


FIG. 3.22 – profils de température au centre de la cavité

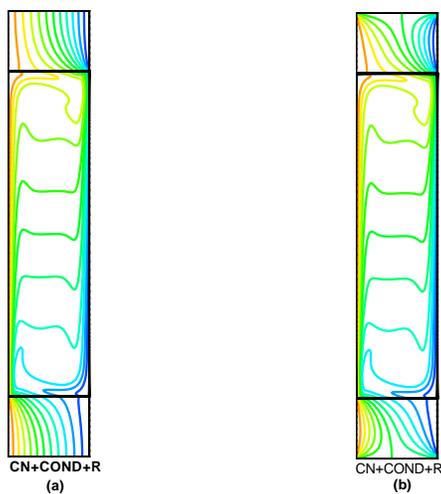


FIG. 3.23 – Isothermes dans le plan médian parallèle aux parois verticales adiabatiques($z = 0,07m$) (a) $h_{cv} = 0W/m^2K$, (b) $h_{cv} = 100W/m^2K$

température de la paroi haute de la cavité soit légèrement réduite alors que celle de la paroi basse augmente en comparaison avec le cas de conditions aux limites adiabatiques.

- Plan médian parallèle aux parois latérales ($z = 0,07m$) :

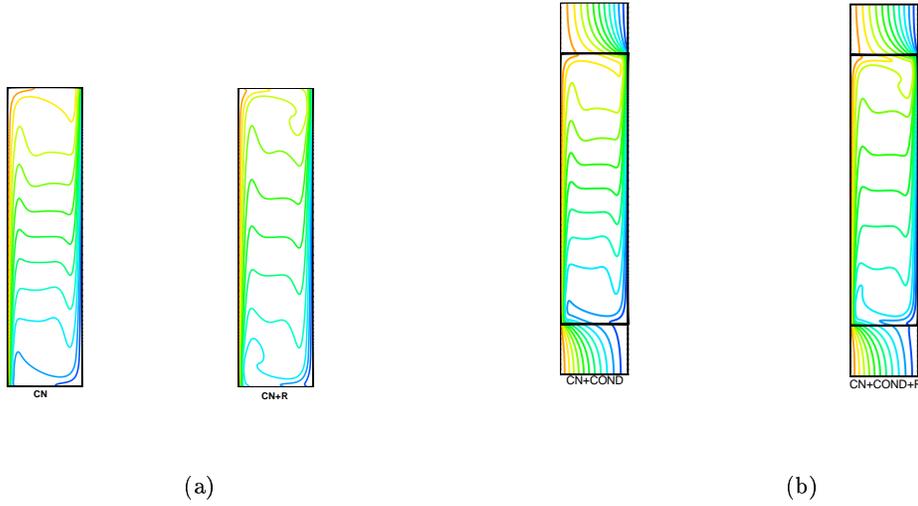


FIG. 3.24 – Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de 0,5K

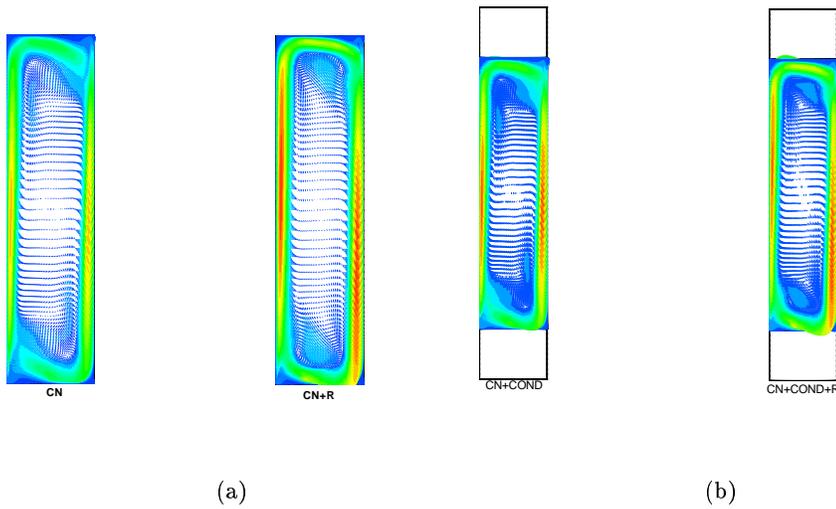


FIG. 3.25 – Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois latérales

Les figures 3.25 et 3.24 montrent que l'écoulement est caractérisé par des couches limites verticales et horizontales, une zone centrale à faibles vitesses et deux zones de recirculation dans les parties haute et basse de la cavité engendrées par l'impact des couches limites verticales. Qualitativement, ces résultats sont semblables à ceux observés par tomographie laser [44].

- Plan médian parallèle aux parois horizontales ($y = 0, 24m$) :

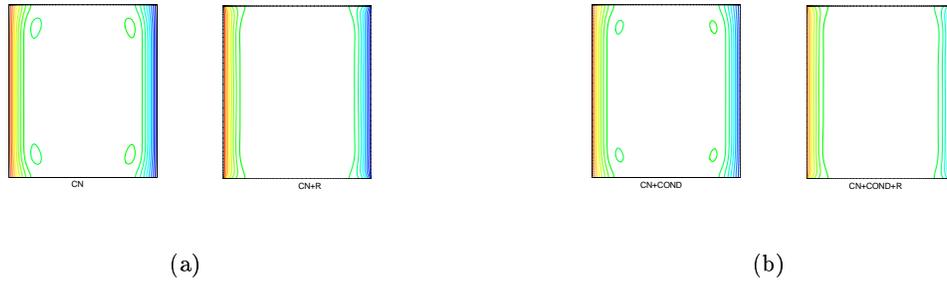


FIG. 3.26 – Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de température de 0,5K

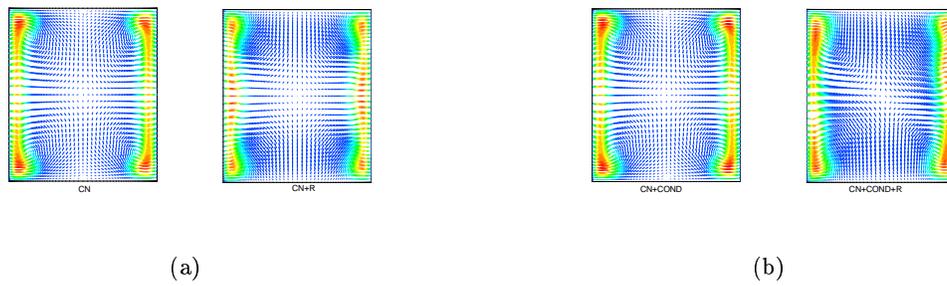


FIG. 3.27 – Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois horizontales adiabatiques

- Plan médian parallèle aux parois verticales isothermes ($x = 0,06$) :

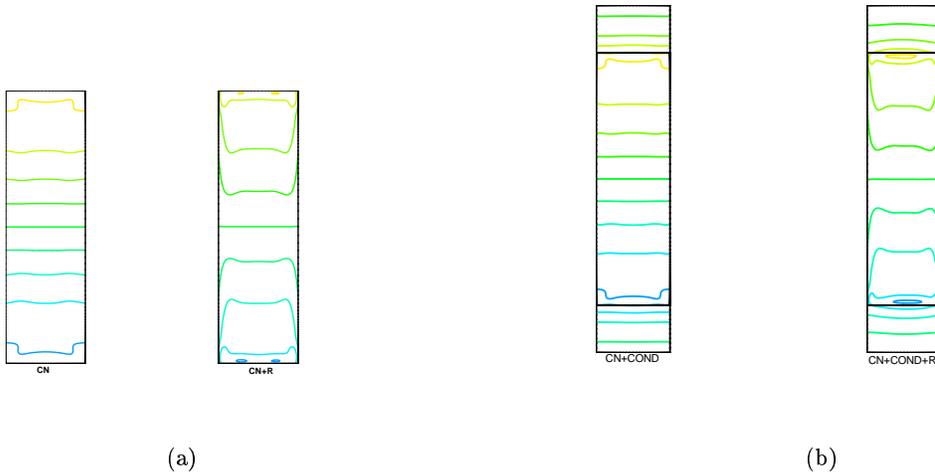


FIG. 3.28 – Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de température de 0,5K

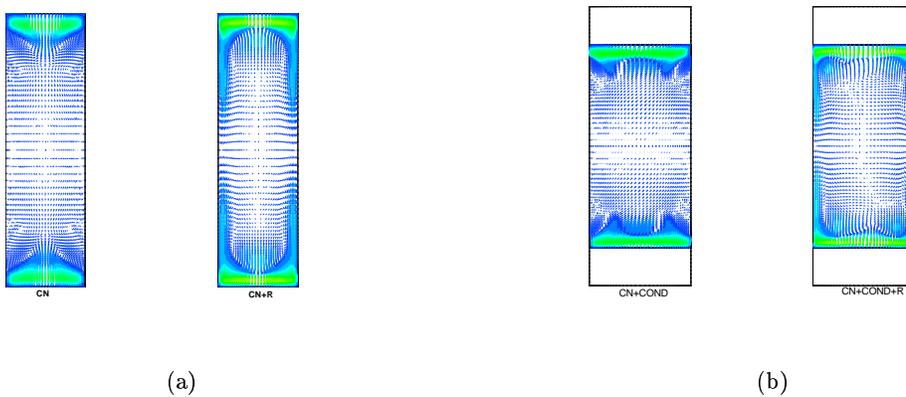


FIG. 3.29 – Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois verticales isothermes

3.4.3 Valeur de la stratification S dans une cavité 3D

Des simulations numériques 3D en utilisant des profils mesurés de température comme conditions aux limites sur les parois horizontales ont montré que la prédiction de la stratification au centre de la cavité n'est pas améliorée. Selon Xin [51], trois causes possibles peuvent

être invoquées : des effets hors-Boussinesq (faible compressibilité), le couplage de la convection naturelle avec la conduction dans l'isolant et le rayonnement de surface. Etant donné les valeurs des écarts de température ΔT imposés au cours des expériences, il n'est pas réaliste de considérer que les effets de compressibilité puissent influencer la stratification à hauteur de 50%.

Plusieurs arguments soutiennent l'importance du rayonnement de surface. Sur les parois actives (isothermes) d'émissivité ($\epsilon = 0,25$), le flux radiatif net n'est pas négligeable devant le flux convectif. Le flux radiatif net échangé entre les deux parois est proportionnel à $\epsilon\sigma(T_c^4 - T_f^4) \sim 4\epsilon\sigma T_m^3(T_c - T_f)$. Rendu sans dimension par $\frac{k_f \Delta T}{H}$ ($k_f = 0,025W/mK$), il est égal à approximativement 28% du flux total.

Le flux radiatif modifie les conditions aux limites sur les autres parois. En présence du rayonnement de surfaces, l'équilibre entre flux convectif et radiatif implique un gradient normal de température non nul. Un couplage de la convection avec le rayonnement de surface et avec la conduction dans l'isolant implique un équilibre entre les flux convectif, radiatif et conductif. On établit les profils de température le long de l'axe de symétrie de la cavité. Les résultats

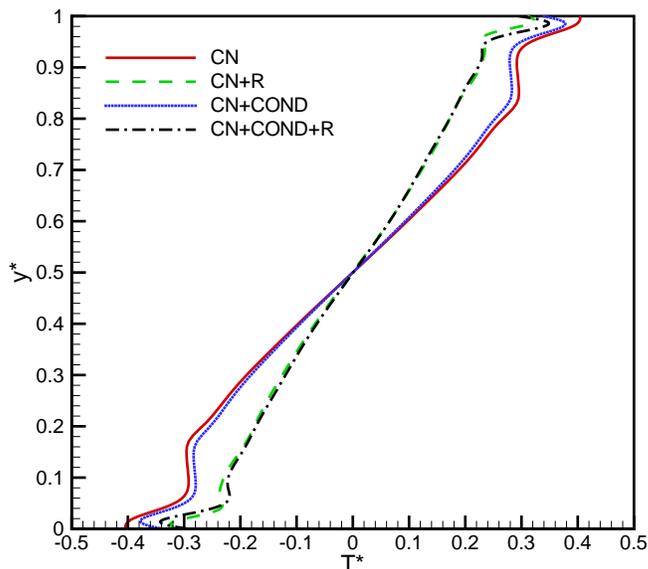


FIG. 3.30 – Profil de température à mi-largeur de la cavité ($x=0,06m$; $z=0,07m$)

montrent que, par rapport au cas sans rayonnement, la paroi haute est refroidie, la paroi basse est réchauffée, l'écoulement horizontal est augmenté et la stratification est diminuée.

Le paramètre de stratification calculé par une simulation 3D sans tenir compte du rayonnement reste pratiquement identique à celui obtenu par une simulation 2D. En introduisant un modèle radiatif 3D, on a obtenu un paramètre de stratification $S = 0,57$, valeur nettement plus proche des résultats expérimentaux de Benkhelifa [44] ($S = 0,48$). Cette simulation confirme l'importance des échanges radiatifs dus aux parois latérales séparant la cavité de

3D	3D	3D	3D
CN	CN+COND	CN+R	CN+COND+R
$Q_t = 4,205W/m$	$Q_t = 4,055W/m$	$Q_t = 6,564W/m$	$Q_t = 6,412W/m$
		$Q_r = 2,282W/m$	$Q_r = 2,266W/m$
$S = 0,91$	$S = 0,90$	$S = 0,57$	$S = 0,57$

TAB. 3.15 – Flux total et le flux radiatif sur la paroi chaude et paramètre de stratification

mesure des cavités de "garde".

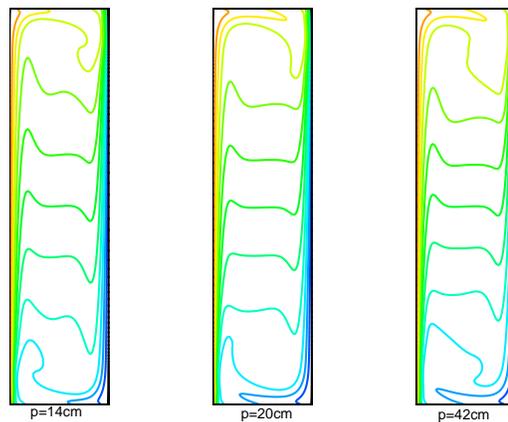
Salat [45] a montré que le rayonnement émis par les parois latérales influe sur la stratification au coeur de la cavité. Lorsque l'émissivité de ces parois est diminuée de 0,9 à 0,1, la stratification mesurée augmente de 0,37 à 0,44.

Les simulations numériques montrent aussi que, si les échanges radiatifs sont négligés, la prise en compte des effets 3D dus aux effets des parois latérales n'ont quasiment aucun effet sur la stratification dans le centre de la cavité (tableau 3.15).

Variation du paramètre S en fonction de la profondeur de la cavité p

On a effectué des calculs pour trois cavités avec des parois minces pour différentes profondeurs p :

Pour des parois latérales d'émissivité $\epsilon = 1$, l'augmentation de la profondeur de la cavité

FIG. 3.31 – Isothermes dans le plan médian de la cavité ($z = p$)

produit une augmentation de la stratification parce que l'influence des échanges radiatifs diminue. Ce résultat confirme donc l'influence du rayonnement sur la stratification puisqu'elle n'est pas modifiée si $\epsilon = 0$.

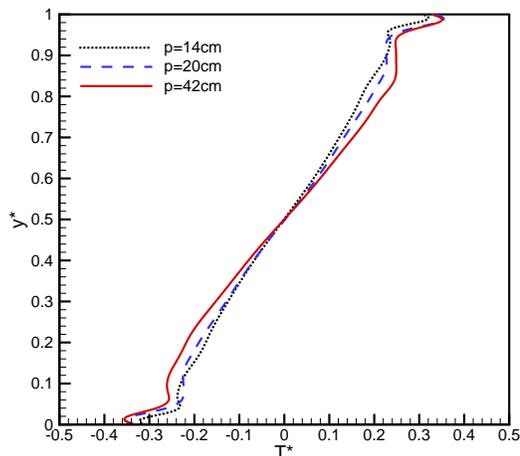


FIG. 3.32 – Profil de température à mi largeur de la cavité pour trois profondeurs

p(cm)	14	20	42
S	0,57	0,6	0,8

TAB. 3.16 – Variation du paramètre de stratification S en fonction de la profondeur

3.5 Structures alvéolaires : Couplage de la convection, du rayonnement et de la conduction

Les structures alvéolaires de bloc en béton sont les produits les plus utilisés pour la construction des murs de maçonnerie (7 murs en maçonnerie sur 10 sont construits en blocs de béton). Chaque année environ 13 millions de tonnes (70 millions de m^2) sont vendus en France. Cependant, l'estimation des transferts thermiques à travers de telles structures pose des problèmes de modélisation lors de la simulation de comportement thermique. Ces problèmes sont dus essentiellement au couplage entre les transferts thermiques convectifs et radiatifs au sein des structures alvéolaires tridimensionnelles.

Dans cette partie, on se propose d'étudier deux structures différentes de parpaing parmi les plus souvent utilisées dans le bâtiment. L'objectif de ces simulations est de retrouver les valeurs des résistances thermiques en précisant l'importance relative de chaque mode de transfert thermique mis en jeu.

A cette fin, on considère deux configurations de parois alvéolaires constituées de blocs creux en béton correspondant à la norme NF P 14-13 [52] de dimensions $10cm \times 20cm \times 50cm$ et $20cm \times 20cm \times 50cm$. Chaque structure alvéolaire à deux rangées de trous, formées par l'empilement de plusieurs cavités rectangulaires, séparées par des parois conductrices. Les résistances thermiques de ces deux parpaings compte tenu des spécifications précisées dans les règles Th-U [52] utilisées dans le bâtiment sont $0,12m^2K/W$ et $0,23m^2K/W$.

3.5.1 Paramètres de calcul

La résistance thermique d'un mur constitué de blocs de parpaing alvéolaires de forme simple séparant deux ambiances à températures différentes a été étudiée numériquement en tenant compte de la périodicité de la structure. Cette périodicité permet de limiter les simulations à un élément représentatif constitué par une cavité parallélépipédique fermée par six parois conductrices qui échangent de la chaleur par conduction, convection naturelle et rayonnement. Des conditions de symétrie ont été appliquées sur les parois verticales transversales et des conditions de périodicité sur les parois horizontales. Les parois verticales longitudinales échangent de la chaleur par convection avec des fluides à températures T_e et T_i ($T_i > T_e$) avec des coefficients d'échanges surfaciques h_{ce} et h_{ci} .

Compte tenu des dimensions de la cavité d'air (volume inférieur à 1000 cm^3) et des écarts maximum de températures (inférieurs à 30 °C), les mouvements de convection peuvent être supposés laminaires car les nombres de Rayleigh maximaux possibles (basé sur $\Delta T = T_e - T_i$) sont d'au moins à un ordre de grandeur inférieurs à ceux correspondant à la fin de régime laminaire ($\approx 10^8$). Dans ces conditions thermiques, l'approximation de Boussinesq est applicable. Les échanges radiatifs entre surfaces ont été calculés par la méthode des radiosités en supposant que le milieu est semi-transparent, non diffusant et de très faible coefficient d'absorption.

Sur les figures 3.33 et 3.38 sont représentées les configurations géométriques étudiées. Ces configurations correspondent aux motifs qui se reproduisent périodiquement dans un mur construit de parpaings dont les deux faces sont mises en contact avec des ambiances chaude et froide. La configuration de la figure 3.33 correspond à un mur de parpaings constitué d'une seule cavité, alors que la figure 3.38 correspond à un mur de parpaings constitué de deux cavités.

3.5.2 Etude de maillage pour une cellule de parpaing différentiellement chauffée

L'épaisseur de toutes les parois verticales de béton séparant les alvéoles est égale à $1,7 \text{ cm}$, avec une conductivité thermique $1,4 \text{ W/mK}$. Les parois extérieures inférieure et supérieure sont périodiques, tandis que les parois verticales, qui ne sont pas en contact avec les ambiances chaude et froide, sont considérées comme des plans de symétrie. On se propose de déterminer le maillage le plus adéquat permettant de réduire le temps de calcul sans compromettre la précision.

Notre étude est réalisée pour une cellule de parpaing de $10 \times 20 \times 50 \text{ cm}^3$. Les parois sont considérées comme des parois minces et leurs dimensions sont décrites sur la figure 3.33. On a choisi des maillages hexaédriques avec un rapport de longueur de deux mailles successives de 1 dans la direction X, 1,08 dans la direction Y et 1,02 dans la direction Z. Les propriétés physiques de l'air utilisées pour l'ensemble des calculs sont données dans le tableau 3.17 :

Air			
T_0 (K)	ΔT (K)	L (m)	K_0 (W/m K)
300	10	0,05	0,0263
ρ (kg/m ³)	Cp_o (J/kg K)	μ_0 (kg/m s)	β_0 (T ⁻¹)
1,177	1005,7	1,846 10 ⁻⁵	0,00333
Béton			
ρ_b (kg/m ³)	Cp_b (J/kg K)	k_b (W/m K)	ε
2300	880	1,4	1

TAB. 3.17 – Propriétés physiques de l’air et du béton à $T_0 = 300K$

Les résultats numériques pour cet ensemble de calculs sont présentés dans le tableau 3.18. Afin de réaliser une étude comparative, on a calculé l’écart relatif (en pourcentage) entre les solutions de deux maillages consécutifs rapportée à la solution du maillage le plus grossier des deux.

D’après ces résultats, on remarque que pour les deux maillages $30 \times 20 \times 50$ et $38 \times 25 \times 63$ volumes de contrôle, l’écart est d’environ 1%. Le maillage $106 \times 70 \times 210$ présente une très bonne précision mais le coût de calcul est très élevé. On a donc choisi le deuxième maillage qui nous paraît le plus raisonnable du fait de compromis entre coût de calcul et précision.

maillage	Temps (min)	$\overline{Q^*}$	$\overline{v_y^*}$	$\overline{v_z^*}$
30x20x50	5	7,55	57,96	105,06
<i>Ecart</i>	-	1,62 %	1,00 %	0,81
38x25x63	12	7,43	57,38	105,6
<i>Ecart</i>	-	0,56 %	0,57 %	0,17%
53x35x88	45	7,39	57,05	106,09
<i>Ecart</i>	-	0,72 %	1,75 %	0,30%
76x50x150	314	7,33	56,05	106,41
<i>Ecart</i>	-	0,71%	7,31%	1,12%
106x70x210	548	7,28	51,95	107,60

TAB. 3.18 – Ecart entre deux maillages consécutifs sur les flux thermiques moyens sur la paroi chaude et les vitesses maximales sur le plan $x^* = 0,5$. Cavité de parpaing différentiellement chauffée (Pc 2,4GHz, 1Go).

3.5.3 Etude de parpaing de 10

Une série de calculs a été faite pour un bloc de béton creux ($k_b = 1,4W/mK$) de 10cm de largeur. Les deux parois horizontales périodiques ont la même épaisseur (8,5mm) et les quatre parois verticales ont 17mm d’épaisseur [52]. Les coefficients d’échanges surfaciques ont été fixés aux valeurs stipulées par les normes ($h_e = 25W/m^2.K$ et $h_i = 7,69W/m^2.K$) et la température intérieure a été maintenue à $T_i = 293K$. La température extérieure, seul para-

mètre variable dans cette étude, a été augmentée de $T_e = 268K$ à $T_e = 283K$.

Compte tenu de ces écarts entre les températures intérieure et extérieure, le nombre de Rayleigh basé sur la largeur totale du bloc est compris entre $2,7 \cdot 10^5$ et $6,9 \cdot 10^5$. Il s'agit d'un nombre de Rayleigh maximal qu'il faut distinguer du nombre de Rayleigh effectif, Ra_{eff} , non calculable a priori, qui représente mieux les échanges par convection dans l'alvéole parce que basé sur la profondeur de l'alvéole et sur l'écart entre les températures moyennes des surfaces internes chaude et froide, $T_{mc,i}$ et $T_{mf,i}$, déduites d'une intégration des distributions de températures calculées.

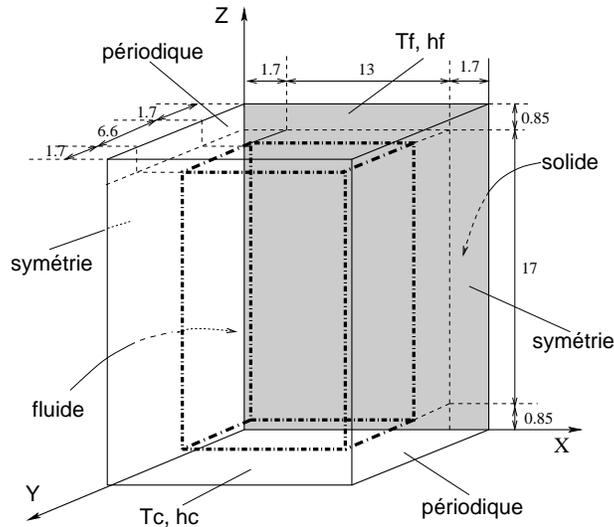


FIG. 3.33 – Schéma du parpaing de 10

Calcul du flux et des résistances thermiques pour différentes températures extérieures

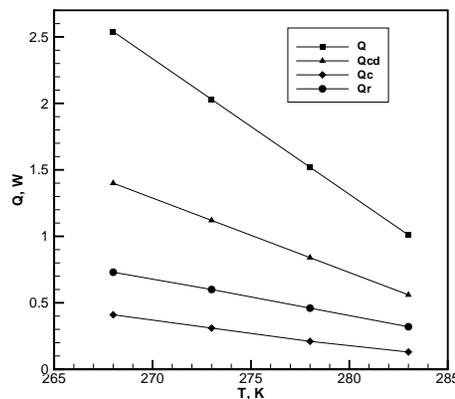
Les températures moyennes des deux faces des parois chaude ($T_{mc,i}$ et $T_{mc,e}$) et froide ($T_{mf,i}$ et $T_{mf,e}$), le flux de conduction à travers les parois perpendiculaires aux parois chaude et froide, Q_{cd} , les flux de convection, Q_c , et de rayonnement, Q_r , dans l'alvéole et le flux total, Q ($Q = Q_{cd} + Q_c + Q_r$) sont reportés dans le tableau 3.19 pour quatre valeurs de T_e .

Il faut noter que les écarts entre les flux moyens calculés sur les surfaces des parois chaude et froide sont négligeables car les conditions de symétrie et de périodicité conduisent, pour cette configuration, à des conditions quasiment identiques à celles obtenues en les remplaçant par des condition d'adiabaticité. Le tableau 3.19 montre d'abord que le flux total moyen est divisé par 2,5 lorsque l'écart maximal de température $\Delta T = T_i - T_e$ diminue de 25 K à 10 K. On déduit donc que la résistance thermique peut être considérée comme constante dans ce domaine de température. La valeur calculée, $R_{th} = 0,13 \text{ m}^2 \text{ K/W}$, est très proche de celle reportée dans [52], l'écart de $0,01 \text{ m}^2 \text{ K/W}$ pouvant être attribué à la méthode de calcul et à l'introduction d'un facteur de sécurité dans [52] visant à maximiser les flux de chaleur perdus à travers une paroi de parpaing.

Le flux de conduction et la somme des flux de convection et de rayonnement sont aussi divisés

températures					$Ra (\times 10^5)$
$T (K)$	$T_{mf,e}$	$T_{mf,i}$	$T_{mc,e}$	$T_{mc,i}$	
268	271,7	273,1	281,2	282,5	6,9
273	276,0	277,1	283,5	284,6	5,5
278	280,2	280,9	285,9	286,7	4,1
283	284,5	284,9	288,3	288,8	2,7
flux thermiques					R_{th} ($m^2.K/W$)
$T (K)$	$Q (W)$	$Q_{cd} (W)$	$Q_c (W)$	$Q_r (W)$	
268	2,54	1,40	0,41	0,73	0,132
273	2,03	1,12	0,31	0,60	0,132
278	1,52	0,84	0,21	0,46	0,132
283	1,01	0,56	0,13	0,32	0,133

TAB. 3.19 – Influence de la température extérieure sur les températures moyennes pariétales externe et interne, sur le flux interne de la surface interne de la paroi chaude et sur la résistance thermique globale (échanges radiatifs pris en compte).



(a)

FIG. 3.34 – Effet de la température sur le flux total, conductif, convectif et radiatif dans le parpaing de 10. Rayonnement pris en compte.

par 2,5, avec une contribution des transferts de chaleur par conduction qui représente 55 % du flux total. Par contre, le flux de convection est divisée par 3,2 et les flux de rayonnement par 2,2. Ce résultat montre que la part relative de la convection diminue lorsque ΔT_{max} diminue (de 16 % à 12,4 %) alors que celle du rayonnement augmente (de 28 % à 31,4 %). Contrairement à l'idée couramment admise selon laquelle les échanges radiatifs deviennent négligeables à mesure que les écarts de température entre les surfaces en regard diminuent, la figure 3.34 donne un exemple clair et de ce type d'assertion non-fondée.

Des calculs simples permettent de vérifier ces résultats. En effet, le nombre de Rayleigh effectif diminuant de $2,25 \times 10^5$ à $9,15 \times 10^4$ quand ΔT_{max} diminue de 15 K, le flux de convection

est réduit d'environ 20 % car, dans cette gamme de nombre de Rayleigh qui correspond à un régime de couches limites laminaires, Nu est proportionnel à $Ra_{eff}^{1/4}$. De son côté, le nombre de Planck ($Pl = \frac{k\Delta T}{L\sigma_B T_f^4}$) passe de $Pl \approx 0,13$ à $Pl \approx 0,05$, ce qui signifie, compte tenu de définition de Pl , que la part du rayonnement augmente quand ΔT_{max} diminue.

La répartition des vitesses v_z est montrée sur la figure 3.35a. On remarque que l'augmentation d'écart de température ΔT tend à affiner les couches limites. Le profil des températures dans les parois en béton présente une allure identique (figure 3.35b), quel que soit l'écart de température ΔT dans la cavité.

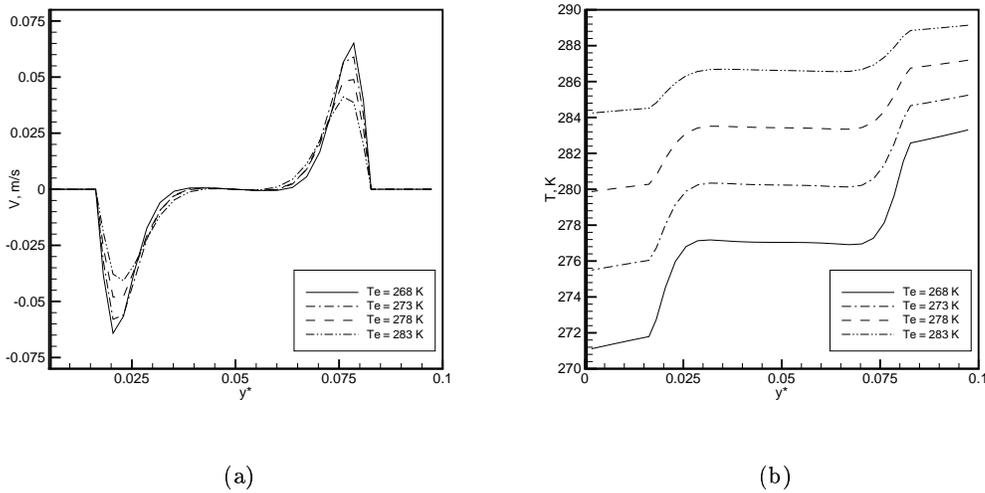


FIG. 3.35 – (a) Répartition des vitesses v_y sur la ligne perpendiculaire au centre du plan XZ, $x^* = 0,5$, (b). Répartition des températures sur la ligne centrale perpendiculaire XZ, $x^* = 0,5$. Échanges radiatifs pris en compte.

Les figures 3.36a, b, c représentent la structure de l'écoulement au travers la représentation de l'isotherme correspondant à la température de référence $T_0 = 288K$ lorsque $\Delta T_{max} = 10K$. Les représentations sont similaires, quelles que soient les valeurs de T_0 et de Ra_{max} considérées dans cette étude. En négligeant les échanges par rayonnement et en assimilant les parois perpendiculaires aux surfaces chaude et froide à des surfaces adiabatiques, la figure 3.36a montre que l'écoulement est essentiellement bidimensionnel et quasiment centrosymétrique parce que les résistances thermiques des parois chaude et froide sont très inférieures à celle du volume d'air. La conduction dans les parois produit des effets tridimensionnels marqués dans des couches de diffusion, comme le montre la figure 3.36b, mais le coeur de l'écoulement conserve pratiquement les mêmes propriétés. Les échanges par rayonnement produisent, d'une part, une légère augmentation de l'épaisseur des couches de diffusion et, d'autre part, une nette dissymétrisation de la répartition de température à l'intérieur de la cavité (Figure 3.36c).

On observe aussi une distorsion des isothermes dans les extrémités des cellules (figure 3.37), ce qui témoigne d'un transfert de chaleur tridimensionnel très marqué. Le resserrement de ces

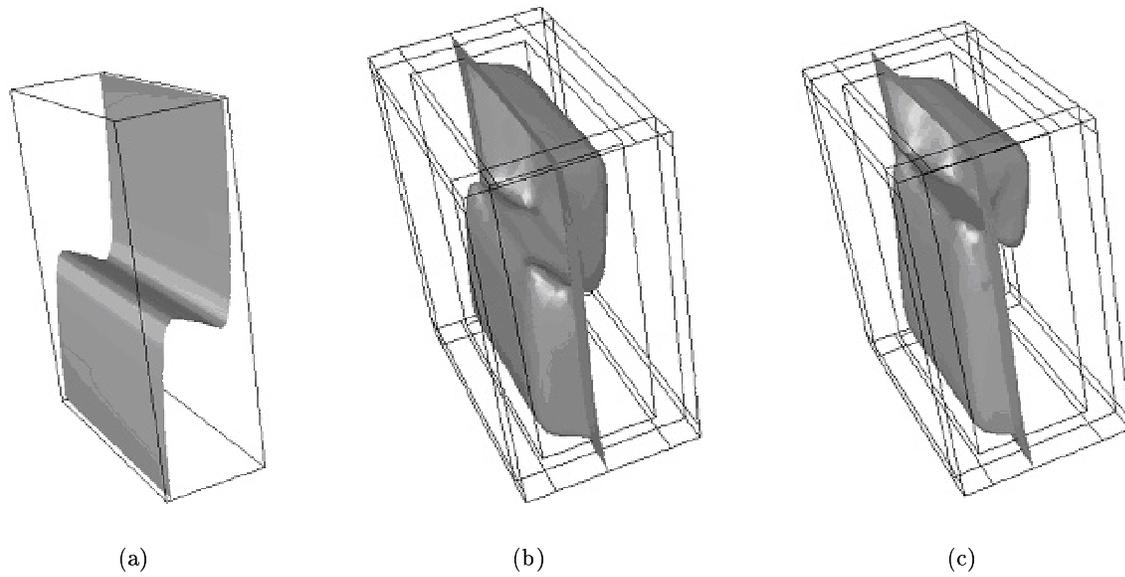
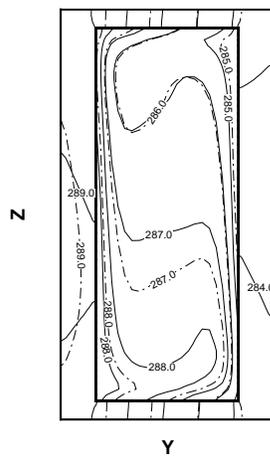


FIG. 3.36 – Représentation de l'isotherme correspondant à la température de référence ($\Delta T_{max} = 10K$ et $T_0 = 288K$). (a) cavité sans parois conductrices et en négligeant les échanges par rayonnement, (b) cavité avec parois conductrices et en négligeant les échanges par rayonnement, (c) cavité avec parois conductrices et en tenant compte des échanges par rayonnement



(a)

FIG. 3.37 – Superposition dans le cas de la convection (—) et dans celui du couplage convection-rayonnement (---), ($\Delta T_{max} = 10K$ et $T_0 = 288K$).

isothermes au voisinage immédiat des parois internes indique l'importance du gradient de température qui apparaît dans ces régions pour assurer la continuité du flux de chaleur.

3.5.4 Transfert de chaleur dans un parpaing de 20 cm comportant deux cellules

La configuration géométrique de base étudiée est celle d'un parpaing de construction usuel à section rectangulaire de 20 cm de côté comportant 2 alvéoles parallélépipédiques séparées par une cloison de 1,7 cm d'épaisseur (figure 3.38). Les propriétés physiques fixées pour les calculs sont les mêmes que pour le parpaing de 10cm.

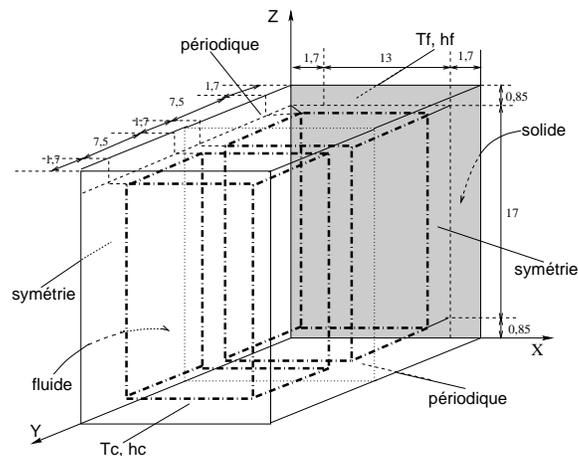


FIG. 3.38 – Schéma du parpaing de 20cm

Le tableau 3.20 présente la répartition des flux sur les différentes parois extérieure et intérieure, la valeur du flux transféré à travers le parpaing est $Q = 1,46W$. Plus de 50 % sont dus à la conduction, ce qui montre l'intérêt d'une géométrie permettant une réduction des effets de ponts thermiques.

La distribution des températures sur la ligne centrale $(0,y)$ est représentée sur la figure 3.39. On constate que les températures dans la première alvéole du côté chaud sont plus élevées que dans la deuxième alvéole, du côté froid. On peut observer aussi l'effet de la conduction thermique dans la cloison verticale qui constitue un pont thermique. Les températures moyennes surfaciques du côté chaud et froid sont, respectivement, $T_{s,c} = 13,8^{\circ}C$ et $T_{s,f} = 2,57^{\circ}C$. Les faibles gradients de température dans la partie centrale et les forts gradients au voisinage des cloisons signifient que la convection s'effectue en régime de couches limites. La cloison peut être considérée comme pratiquement isotherme du fait de la valeur élevée du rapport de conductivité thermique, k_s/k_a .

La comparaison entre les figures 3.40 et 3.42 montre l'effet des échanges radiatifs entre les parois des alvéoles en considérant que l'émissivité totale hémisphérique est égale à $\epsilon = 1$. Les transferts par convection naturelle sont diminués sous l'influence du rayonnement mais la

	parois extérieures		cavité côté chaud		cavité côté froide	
	froide	chaude	côté chaud	côté froid	côté chaud	côté froid
T (K)	275,72	286,95	286,39	281,68	280,53	275,42
Q (W)	1,46	1,46	0,647	0,606	0,596	0,625
Q_{cd} (W)	-	-	0,813	0,854	0,864	0,835
Q_c (W)	-	-	0,206	0,184	0,195	0,205
Q_r (W)	-	-	0,441	0,422	0,401	0,420
R_{th} $m^2.K/W$	Etude : 0,236		Référence [52] : 0,23		Erreur : 3 %	

TAB. 3.20 – Distribution des températures et des flux dans le parpaing de 20 ($S_t = 0,031m^2$), avec rayonnement

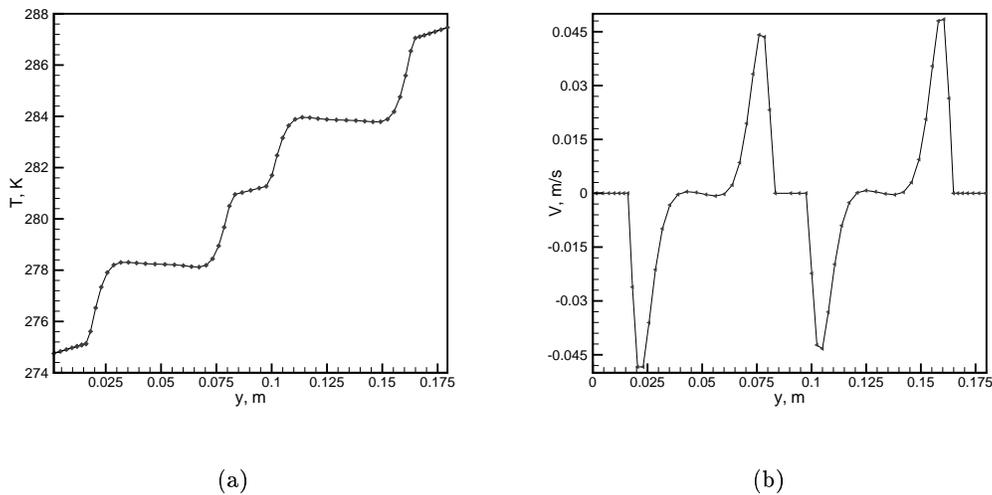


FIG. 3.39 – (a) Distribution de températures sur la ligne $(0,y)$ au centre du plan XZ , (b) distribution de vitesses v_y sur la ligne $(0,y)$ au centre du plan XZ , en considérant les échanges radiatifs, pour le parpaing de 20 cm.

structure des écoulements dans les alvéoles reste similaire. Par contre, la résistance thermique diminue considérablement parce que la contribution du rayonnement au transfert de chaleur entre les deux ambiances représente près de 30 % du flux total. On remarque aussi que cette valeur diffère de 3% de celle rapporté dans les règles Th-U [52].

La figure 3.41 représente les champs des vitesses dans la section du plan $x^* = 0,5$ du parpaing. On observe que les couches limites se développant sur les parois verticales sont plus fines que sur les parois horizontales.

Le transfert de chaleur global à travers les structures alvéolaires croît considérablement lorsque les échanges par rayonnement sont pris en compte. L'analyse du transfert de chaleur dans un parpaing de 20 cm comportant deux cellules montre

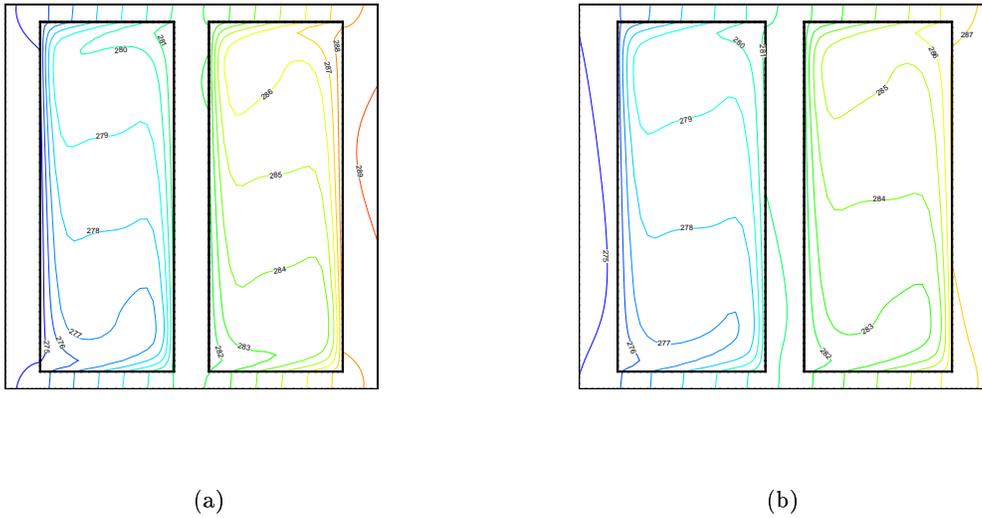


FIG. 3.40 – Champs de températures sur le plan $x^* = 0,5$, du parpaing de 20 : (a) en négligeant les échanges radiatifs, (b) en tenant compte du rayonnement.

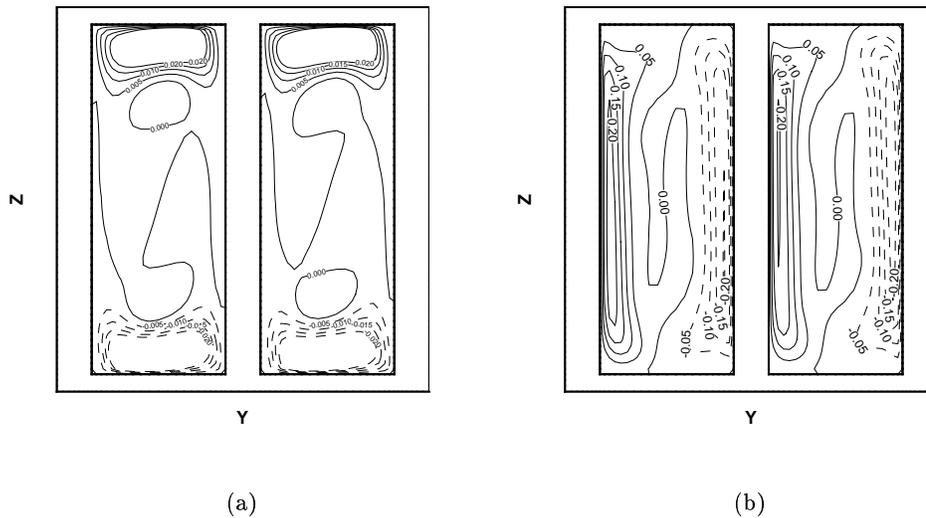


FIG. 3.41 – Distributions des vitesses adimensionnelles sur le plan $x^* = 0,5$ pour le parpaing de 20, en considérant les échanges radiatifs : (a) v_y (contours $-0,2(0,05)0,2$) ; (b) v_z (contours $-0,2(0,05)0,2$).

que le flux par conduction représente plus de 50% du flux total. La conduction dans la cloison verticale constitue un pont thermique et la résistance thermique du parpaing de 20 cm est supérieure de 50% à celle du parpaing de 10 cm .

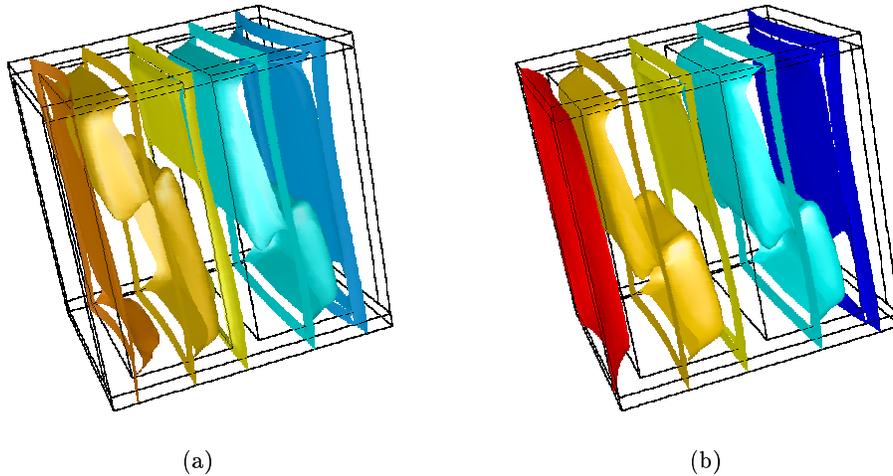


FIG. 3.42 – Surfaces isothermes aux températures de 272K, 275K, 279K, 282K, 285K, pour le parpaing de 20 , (a) sans rayonnement, (b) avec rayonnement

L'étude qu'on a menée a permis de montrer que les simulations numériques réalisées en tenant compte des transferts de chaleur par conduction, convection et rayonnement conduisent à des résultats fiables en régime laminaire. On peut noter qu'elle nous a permis de trouver les résultats de la littérature (la valeur de la résistance thermique par exemple), sans qu'aucune condition à la limite spécifique à une expérience n'ait été introduite dans la modélisation. D'autre part, cette étude est originale : aucune référence bibliographie traitant de ce type de couplage n'a été trouvée. Il pourrait sembler que l'effort numérique consenti soit d'un intérêt limité car la valeur obtenue de la résistance thermique aurait pu être calculée avec une bonne précision de manière quasi-analytique par la méthode des résistances thermiques. Cependant, on a la conviction qu'une géométrie ou des conditions aux limites plus complexes pourrait être traitées avec la même précision.

Deuxième partie

Partie II

Nomenclature

a	diffusivité thermique [m^2/s]
A	rapport de forme, $= H/D$
C_p	capacité thermique [$J/K.kg$]
D	largeur de la cavité [m]
$D_{v,m}$	coefficient de diffusion massique [m^2/s]
e	épaisseur de la paroi solide [m]
g	gravité [m/s^2]
h	enthalpie [J/kg]
\bar{h}	enthalpie de mélange [J/kg]
h_{lv}	chaleur latente [J/kg]
h_{cv}	coefficient d'échange convectif [$W/m^2.K$]
H	hauteur de la cavité [m]
\bar{I}	tenseur unité
k	conductivité thermique [$W/m.K$]
m_{cond}	masse condensée par unité de longueur [kg/m]
\dot{m}_{cond}	flux massique condensé par unité de longueur [$kg/s.m$]
M	masse molaire [$kg/kmol$]
N	paramètre thermosolutal, $N = Ra_M/Ra_T$
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen
p	pression [Pa]
p_{vs}	pression de saturation [Pa]
Pr	nombre de Prandtl, $= \nu_m/a_m$
q_p	densité de flux de chaleur [W/m^2]
R	constante des gaz parfaits, $= 8,315 kJ/kmol.K$
Ra_M	nombre de Rayleigh massique, $Ra_M = \rho_m g \beta_M (\overline{W}_c - \overline{W}_f) D^3 / \mu_m a_m$
Ra_T	nombre de Rayleigh thermique, $Ra_T = \rho_m g \beta_T (\overline{T}_c - \overline{T}_f) D^3 / \mu_m a_m$
t	temps [s]
T	température [K]
T_r	température de rosée [K]
$\vec{V} = (u, v)$	vecteur vitesse [m/s]
W	fraction massique
(x, y)	coordonnées [m]

Symboles grecs

β_M	coefficient d'expansion massique
β_T	coefficient d'expansion thermique [K^{-1}]
ΔT	différence de température, = $(T_c - T_\infty)$ ou $(T_0 - T_\infty)$ [K]
μ_m	viscosité dynamique de l'air humide [$N/m.s$]
HR	humidité relative [%]
ξ	coefficient d'expansion du maillage
Ψ	fonction de courant
ρ	densité [kg/m^3]
$\overline{\tau}$	tenseur des contraintes visqueuses

Indices

a	air sec
$cond$	condensation
r	point de rosée
c	paroi chaude
m	mélange
0	condition initiale
s	paroi solide
M	solutale
T	thermique
v	vapeur
p, i	valeur à l'interface
∞	état final
$-$	valeur moyenne

Chapitre 4

Transfert de matière et de chaleur dans une cavité fermée : étude de la condensation surfacique

Introduction

Un grand nombre d'études numériques ont porté sur les transferts couplés de chaleur et de matière par convection naturelle dans des cavités (convection thermosolutale). Les interactions entre les forces d'origine thermique ou solutale ont été analysées, principalement dans le cas de mélanges binaires dilués contenus dans des cavités à section rectangulaire (Gebhart et al. [53] et Bejan [54], par exemple). Cependant, à l'exception de Weaver et Viskanta [55, 56], l'hypothèse d'une composante de vitesse normale nulle aux parois a été adoptée et des modèles simples de conditions aux limites ont généralement été introduites (température et concentration uniformes et constantes sur deux parois parallèles, densités de flux thermique et massique uniformes...). Dans la quasi-totalité des études publiées, l'approximation de Boussinesq a été utilisée et les auteurs ont mis l'accent sur les influences de la combinaison de forces thermique et solutale agissant dans le même sens ou en sens opposés, de l'angle d'inclinaison de la cavité par rapport à la gravité ainsi que sur les effets de paramètres adimensionnels tels que les nombres de Grashof thermique et massique, les nombres de Prandtl et de Schmidt (ou Lewis). En dépit du nombre relativement élevé de paramètres décrivant la convection thermosolutale dans une cavité à section rectangulaire, des tentatives d'établir des corrélations donnant les nombres de Nusselt et de Sherwood en fonction des cinq paramètres du problème ont été entreprises. Cependant, les solutions numériques sont souvent peu réalistes car des fluides correspondant à ces paramètres adimensionnels n'existent pas toujours.

Au cours des deux dernières décennies, de nombreuses études ont aussi été menées sur la convection thermosolutale externe, en particulier le long de surfaces planes ou courbes pour différentes inclinaisons, en régime permanent ou en régime transitoire. Dans la majorité de ces études, comme cela a été souligné par Rahman et Lampinen [57], la vitesse normale à la surface due au gradient de la concentration a été négligée. L'importance de cette vitesse interfaciale a été évaluée dans l'étude de Chang et Lin [58] pour la convection thermosolutale le long d'une plaque verticale et par Lin et al. [59] qui ont considéré l'évaporation d'un film d'eau liquide

sur la surface isotherme d'un tube vertical en convection mixte. Yan et al. [60] ont examiné l'évaporation ou la condensation de vapeur d'eau dans le cas de la convection mixte entre deux plaques parallèles pour différentes conditions de chauffage et en tenant compte du flux de la chaleur latente. Plus récemment, Lee et al. [61] ont traité le problème de la convection mixte dans un tube vertical à section rectangulaire (configuration 3D) avec évaporation le long d'une paroi poreuse. Desrayaud et Lauriat [62] ont étudié la convection naturelle de l'air humide en régime laminaire dans un canal vertical avec des parois isothermes et humides. Dans cette dernière étude, une formulation elliptique, incompressible et susceptible de prédire le phénomène de renversement d'écoulement, a été retenue.

La convection thermosolutale associée à l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur deux surfaces poreuses verticales parallèles a été étudiée par Yan et al. [63] en utilisant une formulation parabolique dans la direction axiale associée à l'approximation de Boussinesq. Dans cette étude, une attention particulière a été portée à la conservation de la masse à travers chaque section du canal, bien que la masse volumique ait été supposée constante dans tous les termes de transport. Cette contrainte a été introduite dans le processus de résolution afin de corriger le gradient axial de pression. Ainsi, la formulation du problème a été mieux fondée que dans les études antérieures. Une approche de paroi poreuse a été utilisée par Weaver et Viskanta [55, 56] dans le cas d'un écoulement complexe dans une cavité en tenant compte de l'interdiffusion entre espèces, de la variation des propriétés thermophysiques et des effets de Soret et Dufour [56]. Le flux massique généré sur la paroi chaude d'une cavité rectangulaire due à la sublimation d'un solide ou à l'évaporation d'un liquide et à la condensation sur la paroi froide opposée, a été modélisé. L'hypothèse d'un mélange binaire de gaz parfaits a été introduite et les vitesses normales aux parois verticales ont été déterminées à partir d'un bilan massique, comme dans l'article de Yan et al. [63]. Pour assurer la conservation de la masse dans la cavité, les espèces condensables ont été introduites et retirées du volume d'étude à travers la paroi chaude et la paroi froide. Un dispositif expérimental a ensuite été conçu pour vérifier les prédictions numériques de Weaver et Viskanta [64]. Cependant, les comparaisons ont montré que les résultats ne sont en bon accord que lorsque les forces thermosolutales agissent dans le même sens. Ils sont en désaccord quand elles sont opposées. Ces différences ont été attribuées à l'instationnarité de l'écoulement qui n'a pas été prise en compte dans le modèle mathématique. De notre point de vue, les grandes difficultés rencontrées dans la mise en place d'un dispositif expérimental pour le contrôle de la conservation de la masse et l'hypothèse d'incompressibilité pourraient aussi expliquer de tels écarts.

Comme nous le montrerons dans ce chapitre, une formulation faiblement compressible, dite "faible Mach", avec des propriétés thermophysiques variables semble être une meilleure approche pour la modélisation des transferts de masse et de la condensation d'air humide à volume constant.

4.1 Condensation dans une cavité remplie d'air humide

L'objectif de cette étude numérique est de contribuer à la simulation des transferts de chaleur et de matière instationnaires associés à la condensation surfaciques dans une cavité remplie, à l'instant initial, par de l'air humide. L'une ou les parois verticales, d'épaisseur finie, sont mises en contact avec une ambiance extérieure dont la température locale est amenée à une valeur inférieure à la température de saturation par refroidissement des parois. La modélisation s'appuie sur une formulation faiblement compressible [65]. Les variations temporelles des champs de vitesse, pression, température et fractions massiques sont étudiées pour différentes conditions de refroidissement de la cavité.

4.1.1 Modélisation

L'air humide circulant dans une enceinte fermée est assimilé à un mélange binaire de deux gaz parfaits. Toutes les propriétés physiques du mélange dépendent de la température et de la fraction massique des constituants. L'écoulement est supposé laminaire, bidimensionnel, instationnaire. Les effets Soret et Dufour sont négligés ainsi que la dissipation d'énergie due au travail des forces visqueuses. L'approximation de faible compressibilité est utilisée et la loi des gaz parfaits permet de calculer la pression thermodynamique du mélange.

Dans le modèle, il faut intégrer les équations qui régissent le transport de vapeur d'eau (équation des espèces) et le modèle qui permet de prédire l'apparition de la condensation en fonction de la température des parois et de l'humidité dans l'enceinte.

Les équations de conservation sont résolues en rajoutant des termes sources pour tenir compte des phénomènes surfaciques de changement d'état.

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V}) = 0 \quad (4.1)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho_m \cdot \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V} \otimes \vec{V}) = -\nabla p' + \nabla \bar{\tau} + \rho_m \vec{g} \quad (4.2)$$

$\bar{\tau}$ est le tenseur des contraintes visqueuses.

$$\bar{\tau} = \mu_m [\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \vec{V})\vec{I}]$$

où p' est la fluctuation de la pression statique, décomposée comme suit :

$$p = \bar{P}(t) + p' \quad (4.3)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho_m \bar{h})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{V} \bar{h}) = \nabla \cdot \left(\frac{k_m}{\bar{C}_p} \nabla \bar{h} \right) + \nabla \cdot (\rho_m (h_v - h_a) D_{v,m} \nabla W_v) + \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (4.4)$$

\bar{h} est l'enthalpie totale du mélange, $\rho_m \bar{h} = \rho_v h_v + \rho_a h_a$, et $d\bar{h} = \bar{C}_p dT$.

Afin d'intégrer le transport de vapeur d'eau au sein du modèle, on rajoute aux équations précédentes une équation de conservation de la vapeur d'eau écrite en terme de fraction massique.

Equation de conservation de la vapeur :

$$\frac{\partial(\rho_m W_v)}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla (\rho_m W_v) = \nabla \cdot (\rho_m D_{v,m} \nabla W_v) \quad (4.5)$$

Le champ de pression moyen dans la cavité (ou pression thermodynamique) est calculé par la loi d'état du mélange :

$$\bar{P}(t) = \frac{\rho_m R T}{M_t} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{M_t} = \frac{W_v}{M_v} + \frac{W_a}{M_a} \quad (4.6)$$

La décomposition de pression (Eq. 4.3) exige l'introduction d'une équation supplémentaire qui exprime la perte de masse au sein de la cavité :

$$\dot{m}_{cond}(t) = \frac{d}{dt} \int_V \rho_m dV \quad (4.7)$$

Pour les régions solides, l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = a_s \nabla^2 T_s \quad (4.8)$$

a_s est la diffusivité thermique du solide en (m^2/s).

4.1.2 Conditions aux limites

Lorsque la vapeur se condense sur les parois froides au cours d'un processus instationnaire dans un système fermé, les conditions aux limites solutales à imposer sur les parois ne correspondent pas aux modélisations usuelles consistant à imposer des concentrations ou des flux massiques uniformes et constants. Dans le problème étudié, les flux massiques pariétaux dépendent de l'évolution de la pression de vapeur saturante à la température locale des parois. La quantité d'eau condensée varie fortement au cours du temps jusqu'à ce qu'un régime stationnaire soit atteint. Si les parois ne sont pas à la même température, les mouvements de convection naturelle sont d'origine purement thermique en régime stationnaire.

Les conditions aux limites dynamiques sur les parois à température supérieure à la température de saturation sont $\vec{V} = 0, \forall t$. Pour les parois à température inférieure à la température de saturation, la composante tangentielle de la vitesse est supposée nulle (condition d'adhérence admise même en présence de condensation (Lin et al. [59]) alors que la composante normale dépend de la température locale : si elle est inférieure à la température du point de rosée, le flux massique de vapeur d'eau crée nécessairement une composante normale de vitesse non nulle. La paroi peut donc être assimilée à une paroi poreuse. En notant \vec{t}_i et \vec{n}_i les vecteurs unitaires tangent et normal à la paroi "i" à température locale $T_{p,i}$ et p_{vs} la pression de vapeur saturante à $T_{p,i}$, les conditions aux limites dynamiques sur les surfaces adiabatiques et sur les parois refroidies s'écrivent $\forall t > 0$ (voir démonstration en annexe I) :

$$\begin{aligned} \vec{V}_i \cdot \vec{t}_i = 0, \quad \vec{V}_i \cdot \vec{n}_i = -\frac{D_{v,m}}{(1 - W_{v,i})} \frac{\partial W_v}{\partial n_i} \quad \text{si } p_v(T_{p,i}) - p_{vs}(T_{p,i}) \geq 0 \\ \text{sinon } \vec{V} = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Les conditions aux limites de l'équation de transport de vapeur d'eau ont pour expression :

$$\begin{aligned} W_{v,i} = \frac{M_v p_{vs}(T_{p,i})}{[M_v p_{vs}(T_{p,i}) + (p - p_{vs}(T_{p,i}))M_a]} \quad \text{si } p_v(T_{p,i}) - p_{vs}(T_{p,i}) \geq 0 \\ \text{sinon } \frac{\partial W_v}{\partial n_i} = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Les conditions aux limites thermiques sont :

- la paroi chaude est maintenue à une température supérieure à la température de saturation, $T = T_c, \forall t$,
- sur les autres parois internes, les conditions aux limites expriment la continuité des températures et des flux. La continuité des densités de flux s'écrit :

$$\begin{aligned} q_p = -k_m \frac{\partial T_m}{\partial n_i} - (h_v - h_a) \rho_m D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial n_i} + \frac{\rho_m D_{v,m} h_{lv}}{(1 - W_{v,i})} \frac{\partial W_v}{\partial n_i} \quad \text{si } p_v(T_{p,i}) - p_{vs}(T_{p,i}) \geq 0 \\ \text{sinon } q_p = -k_m \frac{\partial T_m}{\partial n_i} \end{aligned} \quad (4.11)$$

où le second et le troisième termes représentent les densités de flux associées au transfert de matière (diffusion intermoléculaire) et au changement d'état. Ce dernier est prépondérant lorsque la vapeur d'eau se condense. Le refroidissement du mélange étant dû à la conduction thermique dans la paroi en contact avec l'ambiance extérieure avec un coefficient d'échange uniforme, h_{cv} , la densité de flux en $x = L + e$ s'écrit à tout instant :

$$-k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = h_{cv}(T_s - T_\infty) \quad \text{en } x = L + e, \quad \forall y \quad (4.12)$$

4.1.3 Termes sources

Les termes sources ont été introduits seulement dans les cellules adjacentes aux parois dans les équations de conservation de la masse, d'espèces et de l'énergie pour tenir compte de la perte de masse au sein de la cavité et de l'augmentation de flux de chaleur due à la condensation de la vapeur d'eau sur les parois. Le terme source introduit dans l'équation de conservation de la masse est :

$$S_m = \dot{m}_v \times \frac{A_G}{V_G} = -\frac{\rho_m D_{v,m}}{(1 - W_{v,i})} \frac{\partial W_v}{\partial n_i} \times \frac{A_G}{V_G} \quad \text{si} \quad p_v(T_{p,i}) - p_{vs}(T_{p,i}) \geq 0 \quad (4.13)$$

où A_G et V_G sont la surface adjacente à la paroi et le volume de la cellule adjacente à la paroi. \dot{m}_v est le débit massique de vapeur condensée à la paroi.

- Au niveau du bilan massique, le débit produit est enlevé du domaine de calcul par l'intermédiaire de termes sources S_m et S_v qui sont introduits dans les équations de la conservation de la masse et de l'espèce :

$$S_m = S_v = \dot{m}_v \quad (4.14)$$

- Au niveau du bilan énergétique, on intervient par les termes sources correspondant à la chaleur latente de vaporisation/évaporation de la quantité de vapeur enlevée du domaine de calcul :

$$S_h = \dot{m}_v h_{lv}(T) \quad (4.15)$$

où la chaleur latente de vaporisation h_{lv} varie en fonction de la température (voir Annexe I). Il faut noter que ces termes sources sont nuls à l'intérieur du domaine du calcul : ce sont des termes surfaciques.

4.2 Condensation dans une cavité fermée

4.2.1 Tests de validation : calcul de la masse condensée

L'objectif de ces calculs est de vérifier que les solutions stationnaires correspondent bien aux calculs thermodynamiques. Ils permettent de déterminer, en particulier, l'évolution temporelle de la masse condensée et la durée du régime transitoire.

Le système étudié est une cavité carrée de côtés $L = 20 \text{ cm}$ (volume : $V = 0,04 \text{ m}^3$), remplie à l'instant initial par de l'air humide à pression atmosphérique ($P_0 = 101\,325 \text{ Pa}$), à température T_0 et d'humidité relative HR_0 . A $t > 0$, les deux parois verticales sont brusquement refroidies à $T_f = 280 \text{ K}$ alors que les parois horizontales sont adiabatiques. Un mouvement de convection thermosolutale commence donc à se développer avec des vitesses d'autant plus importantes que l'écart de température ($T_0 - T_f$) est important. Ce mouvement s'atténue à

mesure que les gradients de fraction massique et de température diminuent. L'état stationnaire correspond à une fraction massique et à une température uniforme. Il est précédé par un régime purement diffusionnel et principalement d'origine thermique. Cet état stationnaire est un état thermodynamiquement stable d'air saturé en vapeur d'eau à $T_f = 280 K$.

Deux conditions initiales ont été retenues :

- $T_0 = 293 K$ et $HR_0 = 80\%$,
- $T_0 = 350 K$ et $HR_0 = 50\%$.

Les propriétés de l'air humide correspondant à ces deux conditions initiales et aux deux états stationnaires sont reportées dans le tableau 4.1.

$T_0(K)$	HR_0	$t = 0$	$t = \infty$	$m_{v\rho}(g)$	$m_{v_{modele}}(g)$
350	50%	$\rho_m = 0,93kg/m^3$ $W_v = 0,138$ $P_0 = 101325Pa$ $P_v = 20760Pa$ $m_v = 5,14g/m$	$\rho_m = 0,809kg/m^2$ $W_v = 0,0095$ $P_\infty = 65156Pa$ $P_v = 990Pa$ $m_v = 0,3g/m$	4,84	4,864
293	80%	$\rho_m = 1,1964kg/m^3$ $W_v = 0,0115$ $P_0 = 101325Pa$ $P_v = 1861Pa$ $m_v = 0,55g/m$	$\rho_m = 1,1901kg/m^2$ $W_v = 0,0063$ $P_\infty = 96029Pa$ $P_v = 990Pa$ $m_v = 0,3g/m$	0,25	0,25

TAB. 4.1 – Comparaison entre les deux valeurs de la masse condensée

4.2.2 Résolution numérique

Les équations de conservation sont résolues en régime instationnaire avec un schéma découplé implicite ($CFL \leq 1$) et $\Delta t = 10^{-4}s$ en utilisant un maillage structuré non uniforme. Avec un schéma temporel itératif (ITA), la convergence à chaque pas de temps exige plusieurs itérations externes.

Les options de calcul sont décrites dans le tableau 4.2.

On a utilisé un maillage $M_x = 100$ et $M_y = 100$ avec des coefficients d'expansion identiques dans les deux directions ($\xi = \xi_x = \xi_y$). La solution étant assez sensible à la valeur du coefficient d'expansion, une étude a d'abord été effectuée afin de déterminer la valeur de ξ qui permet de retrouver la valeur théorique de la masse de vapeur d'eau condensée, c'est à dire calculée à partir des conditions thermodynamiques initiale et finale (tableau 4.1) . Le choix de ξ n'est pas aussi simple que dans une cavité différentiellement chauffée parce que la circulation du fluide passe par un extremum en régime transitoire : il n'y a pas d'écoulement à $t = 0^+$ et lorsque $t \rightarrow \infty$. L'extremum en régime transitoire correspond, grossièrement, à un nombre de Rayleigh thermique basé sur l'écart maximum de température et la demi-largeur de la cavité, soit par exemple pour $T_0 = 350 K$ et $HR_0 = 50\%$ $Ra_{max} = 3,60.10^6$ ($1,736.10^{-5} kg/ms \leq \mu_m \leq 1,872.10^{-5} kg/ms$ et $0,809 kg/m^3 \leq \rho_m \leq 0,93 kg/m^3$);

Modèle	Equation de Navier Stokes + loi des gaz parfait	
Couplage pression-vitesse	PISO	
Algorithme de correction de pression	Body Force Weighted	
Schéma de discrétisation spatiale	Schéma décentré d'ordre 2	
Schéma de discrétisation temporelle	Schéma implicite d'ordre 2, itératif (ITA)	
Facteurs de relaxation		
Pression		0,6
Vitesse		0,2
Energie		0,8

TAB. 4.2 – Paramètres numériques utilisés pour le calcul

$$(1013 \text{ J/kgK}^3 \leq C_{pm} \leq 1128 \text{ J/kgK}); (0.0274 \text{ W/mK} \leq k_m \leq 0,0301 \text{ W/mK});$$

Des maillages réguliers sont optimums en régimes purement diffusionnels stationnaires et le coefficient d'expansion devrait donc être modifié au cours de l'évolution (maillage adaptatif). La figure 4.2 montre l'influence de ξ sur la masse condensée. Le maillage optimum obtenu pour $\xi = 1,05$ est représenté sur la figure 4.1.

Ensuite, une étude de raffinement de maillage en convection thermosolutale dans une cavité fermée a été menée. Quatre maillages ont été testés. La comparaison de l'évolution de la masse de vapeur condensée sur les parois est tracée sur la figure 4.3. Les solutions obtenues en utilisant les quatre maillages sont très proches. Compte tenu de ces résultats, un maillage non uniforme 100×100 a été adopté.

L'analyse du tableau 4.3 montre que la solution est sensible au pas du temps au début de la condensation. Le calcul a été effectué en utilisant un pas du temps $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}$ s. Il faut noter que la valeur maximale du nombre de CFL dans le champ d'écoulement est alors $CFL = 0,17$.

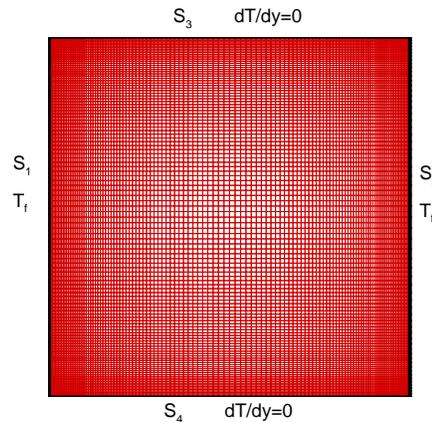


FIG. 4.1 – Maillage utilisé

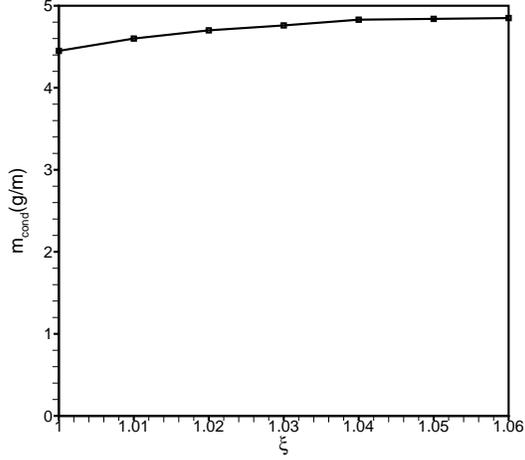


FIG. 4.2 – Influence du coefficient d'expansion ξ sur le calcul de la masse condensée (quatre parois) ($T_0 = 350 K$ et $HR_0 = 50\%$)

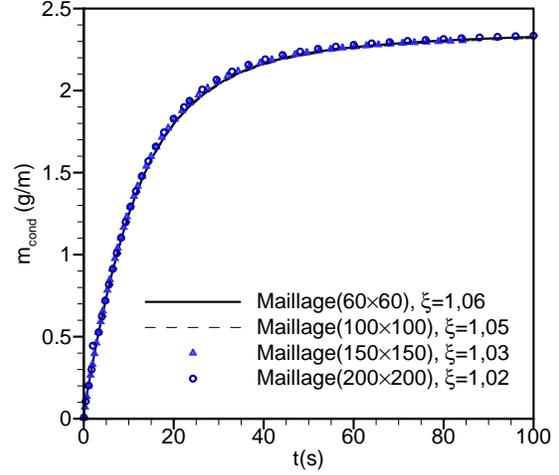


FIG. 4.3 – Etude de maillage : masse condensée totale sur une paroi verticale ($HR_0 = 50\%$ et $T_0 = 350 K$)

$\Delta t(s)$	10^{-3}	8.10^{-4}	6.10^{-4}	4.10^{-4}	2.10^{-4}
CFL_{max}	0,43	0,36	0,26	0,17	0,09
$t = 10s$	1,244	1,256	1,260	1,271	1,273
$t = 15s$	1,580	1,593	1,600	1,607	1,608
$t = 20s$	1,796	1,818	1,821	1,824	1,827
$t = 30s$	2,068	2,066	2,067	2,070	2,072

TAB. 4.3 – Masse condensée sur une paroi verticale en (g) pour différents pas de temps, maillage 100×100 , ($HR_0 = 50\%$ et $T_0 = 350 K$)

4.2.3 Résultats

Le but des simulations est de calculer la valeur de la masse condensée (Eq. 4.16) et de la comparer avec celle obtenue par un bilan thermodynamique (Eq. 4.17).

$$m_{v_{modele}} = \int_0^{\infty} \left. \frac{dm_{v,cond}}{dt} \right|_p dt = \int_0^{\infty} \int_S \frac{\rho_m D_{v,m}}{(W_v - 1)} \left. \frac{\partial W_v}{\partial n} \right|_p dS dt \quad (4.16)$$

où S est l'aire des quatre surfaces fermant la cavité.

$$m_{v_p} = \Delta \rho_m V = (\rho_{m,t=\infty} - \rho_{m,t=0})V \quad (4.17)$$

Les figures 4.4 à 4.7 représentent les variations du flux massique et de la masse condensée sur une paroi verticale, de la masse volumique moyenne et de la pression moyenne pour les deux conditions initiales retenues.

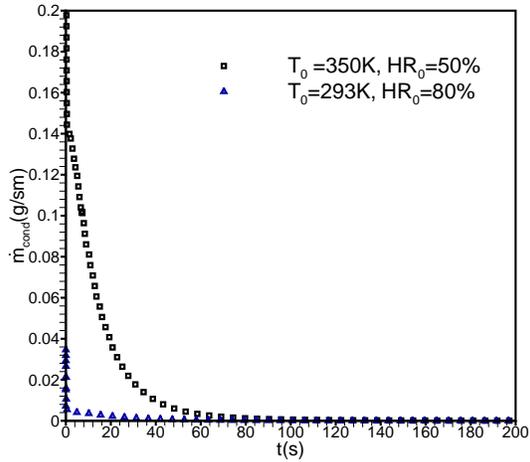


FIG. 4.4 – Evolution temporelle du flux massique de condensation sur une paroi verticale

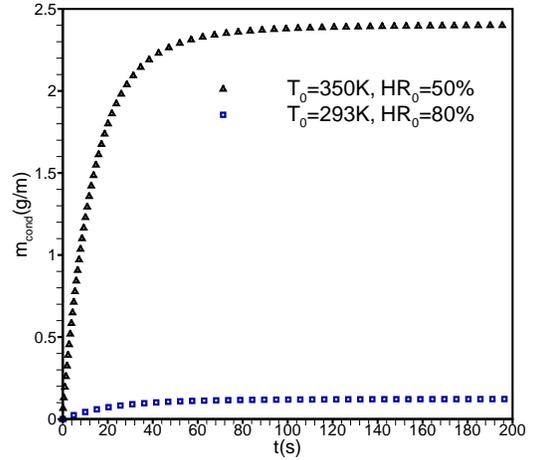


FIG. 4.5 – Evolution temporelle de la masse condensée sur une paroi verticale

Lorsque la température de l'air humide diminue de $T_0 = 293\text{ K}$ ($HR_0 = 80\%$) à $T_\infty = 280\text{ K}$, la masse condensée est très faible : initialement, la cavité contient $47,86\text{ g}$ d'air humide (dont $6,60\text{ g}$ de vapeur d'eau). La masse condensée calculée par l'équation 4.16 n'est que de $0,25\text{ g}$ et elle correspond exactement au calcul thermodynamique (Eq. 4.17). Les variations de la masse volumique moyenne et de la pression moyenne indiquent qu'une modélisation incompressible conduirait à des résultats peu différents (on trouve une masse condensée de $0,3\text{ g}$).

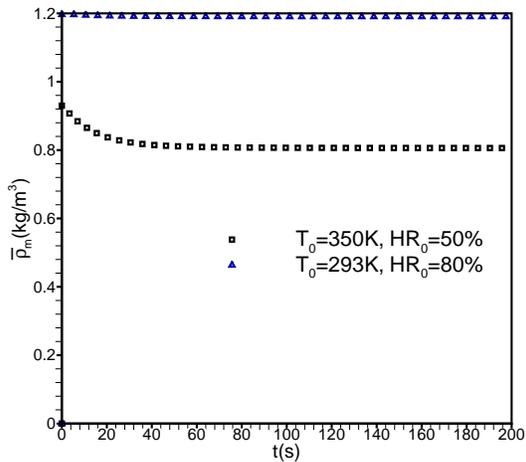


FIG. 4.6 – Evolution temporelle de la masse volumique moyenne de l'air humide

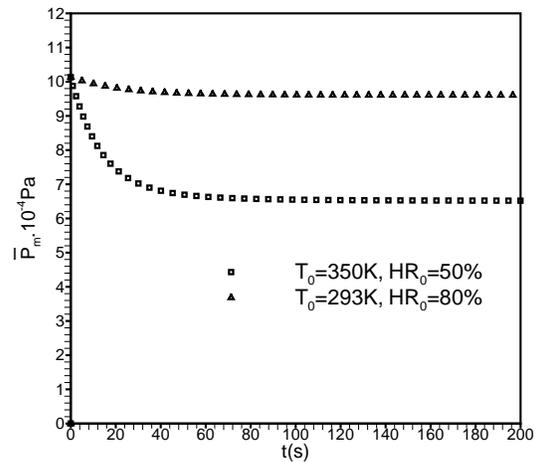


FIG. 4.7 – Evolution temporelle de la pression moyenne

Par contre, lorsque la température de l'air humide diminue de $T_0 = 350\text{ K}$ ($HR_0 = 50\%$) à $T_\infty = 280\text{ K}$, la perte de masse du mélange est de $4,84\text{ g}$, soit $\approx 13\%$ de la masse initiale ($37,2\text{ g}$). La diminution simultanée de masse volumique moyenne et de la température provoque une dépression importante dans la cavité : la pression moyenne diminue de $\approx 35\%$. Un calcul effectué sous l'approximation de Boussinesq est alors inexact : on trouve une masse condensée plus importante ($6,68\text{ g}$) que la masse de vapeur d'eau initiale ($m_v = 5,14\text{ g}$) et la masse volumique moyenne reste constante.

4.2.4 Calculs des chaleurs latente et sensible

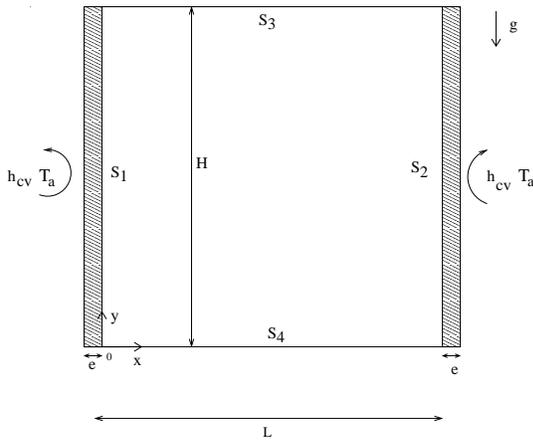


FIG. 4.8 – cavité carrée avec parois conductrices

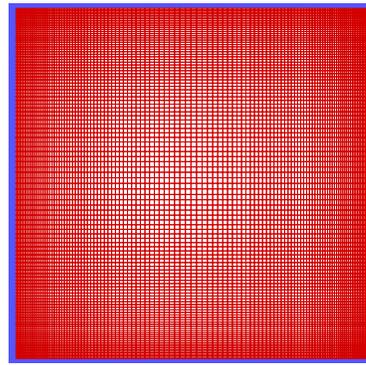


FIG. 4.9 – Maillage utilisé

Une cavité avec des parois latérales isothermes n'est pas bien adaptée au calcul des bilans thermiques. Il est préférable de considérer des parois latérales conductrices d'épaisseur finie parce que le calcul de l'énergie perdue par le système est très simple : il suffit d'intégrer sur toute la durée de l'évolution thermique le flux de chaleur transféré par convection avec l'ambiance extérieure maintenue à température uniforme. Dans cette partie, on conserve les mêmes dimensions intérieures de la cavité carrée ($L = 20\text{ cm}$) et on rajoute des parois soumises à des conditions d'échanges externes convectives. Pour garder la symétrie du problème au cours de l'évolution thermique et massique, les deux parois verticales et les coefficients d'échanges externes h_{cv} sont identiques. Si, de plus, $h_{cv} \rightarrow \infty$, on doit retrouver les masses condensées calculées dans la partie précédente, quel que soit le type de parois.

Pour tous les calculs qui sont discutés dans la suite, la condition initiale est $T_0 = 350\text{ K}$, $HR_0 = 50\%$, $P_{t0} = 101\,325\text{ Pa}$ et le coefficient d'échange sur les surfaces verticales en contact avec une ambiance à température $T_a = 280\text{ K}$ est fixé à $h_{cv} = 25\text{ W/m}^2\text{ K}$. Dans ces conditions, les pressions partielles d'air et de vapeur d'eau sont :

- à l'instant initial : $P_v = 20760 Pa$ et $P_a = 80582 Pa$,
- en régime permanent (cavité froide isotherme à $280K$, quel que soit le type de paroi) : $P_v = 990 Pa$ et $P_a = 64503 Pa$.

Les propriétés des trois types de parois retenues dans cette partie sont reportées dans le tableau 4.4. Pour les parois en aluminium, les nombres de Biot sont très inférieurs à l'unité de sorte que l'approximation du bloc isotherme pourrait être considérée comme applicable pour de l'air sec. Le nombre de Biot, égal à $Bi = 2,77$, pour la paroi en polystyrène doit conduire à une solution sensiblement différente de celles calculées dans les deux autres cas.

type	$e(mm)$	$\rho(kg/m^3)$	$k_s(W/mK)$	$C_{ps}(J/kg.K)$	$a_s = \frac{k_s}{\rho.C_{ps}}$	$Bi = \frac{h.e}{k}$
aluminium	1	2719	200	900	$8,17.10^{-5}$	$1,25.10^{-4}$
aluminium	3	2719	200	900	$8,17.10^{-5}$	$3,75.10^{-4}$
polystyrène	3	55	0,027	1210	$4,06.10^{-7}$	1,5

TAB. 4.4 – Propriétés des parois étudiées.

Le maillage et les options de calculs sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. La seule différence est le maillage dans les parois conductrices où 6 mailles ont été retenues dans la direction horizontale (même maillage que dans le fluide dans la direction verticale). La géométrie étudiée et le maillage utilisé sont représentés sur la figure 4.9.

Les températures moyennes des surfaces intérieures et extérieures des parois conductrices sont calculées à chaque pas de temps. On calcule aussi les densités moyennes des flux de chaleur sensible, $\bar{q}_p(t)$, et latent, $\bar{q}_h(t)$. Ces grandeurs s'expriment par :

$$\bar{T}_p(x_p, t) = \frac{1}{L} \int_0^L T_p(x_p, y, t) dy \quad (4.18)$$

où x_p est égale à $x = 0$ ou à $x = L$ pour les surfaces intérieures et à $x = -e$ ou à $x = L + e$ pour les surfaces extérieures. Compte tenu de la symétrie du problème par rapport au plan médian vertical, $\bar{T}_p(0, t) = \bar{T}_p(L, t) = \bar{T}_i(t)$ et $\bar{T}_p(-e, t) = \bar{T}_p(L + e, t) = \bar{T}_e(t)$, $\forall t$.

Les flux sensible et latent sont calculés par :

$$\bar{q}_p(x_p, t) = -\frac{1}{L} \int_0^L k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x_p} dy \text{ en } W/m^2 \quad (4.19)$$

$$(4.20)$$

où h_{lv} est la chaleur latente de condensation (J/kg) qui dépend de la température. On a utilisé la relation suivante [66].

$$h_{lv} = 2,5009 \cdot 10^3 (7,7922 \cdot 10^{-1} T_c^{1/3} + 4,6266 T_c^{5/6} - 1,0793 T_c^{7/8} + \sum_{i=1}^{i=6} S_i T_c^{i-1})$$

$$\text{avec } T_c = \frac{647,3 - T}{647,3} \text{ et } T \text{ en K}$$

les S_i ont pour valeurs :

$$S_1 = 0; \quad S_2 = -3,87446; \quad S_3 = 2,94553; \quad S_4 = -8,06395; \quad S_5 = 11,5633; \quad S_6 = -6,02884 \quad (4.21)$$

Entre $T_0 = 350 \text{ K}$ et $T_a = 280 \text{ K}$, la variation de chaleur latente de changement d'état est faible : $2316 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \leq h_{lv} \leq 2485 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$ (valeur moyenne $\bar{h}_{lv} = 2400 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$).

Bilan thermique.

Les quantités de chaleur latente et sensible transférées aux parois verticales entre l'instant initial et l'instant final t_f sont obtenues par intégration des densités de flux moyens. Soient

$$\Delta E_p = L \times \int_0^{t_f} \bar{q}_p(x_p, t) dt \quad (J) \quad (4.22)$$

$$\Delta E_h = L \times \int_0^{t_f} \bar{q}_h(x_p, t) dt \quad (J) \quad (4.23)$$

A l'instant initial, l'air humide et les parois sont à température uniforme T_0 . Lorsque $t_f \rightarrow \infty$, le système est à température ambiante T_a . La quantité de chaleur transférée à l'ambiance ΔE_t peut être calculée de deux façons :

- par intégration du flux convecté sur les surfaces extérieures

$$\Delta E_t = 2 \int_0^\infty \int_0^L h_{cv}(T(L+e, y, t) - T_a) dy dt \quad (4.24)$$

- en sommant les pertes de chaleur latente de l'air humide et les pertes de chaleur sensible de l'air et des parois.

La condensation d'une masse m_{cond} de vapeur d'eau sur les quatre parois produit une quantité de chaleur

$$\Delta E_{cond} = 2 \int_0^\infty \int_S \frac{\rho_m h_{lv}}{1 - W_{v,i}} \left. \frac{\partial W_v}{\partial n_i} \right|_p dS dt \quad (4.25)$$

En supposant l'enthalpie de changement d'état constante, cette expression se réduit à

$$\Delta E_{cond} = m_{cond} h_{lv} \quad (4.26)$$

La variation de chaleur sensible des parois de masse $m_s = 2\rho_s(eL)$ par unité de largeur est simplement

$$\Delta E_s = \Delta E_{parois} = m_s C_{p,s}(T_0 - T_a) \quad (J/m) \quad (4.27)$$

La pression variant au cours du temps, le calcul de la variation d'énergie interne de l'air ΔE_a et de la vapeur ΔE_v fait intervenir les chaleurs massiques à volume constant. Soit

$$\Delta E_{mélange} = \Delta E_a + \Delta E_v$$

$$\Delta E_{mélange} = \int_{T_0}^{T_a} m_a C_{v,a} dT + \int_{T_0}^{T_a} m_v C_{v,v} dT \quad (4.28)$$

où

$$m_a C_{v,a} = m_a \left(C_{p,a} - \frac{R}{M_a} \right) \text{ avec } m_a \text{ constante,} \quad (4.29)$$

$$m_v C_{v,v} = m_v \left(C_{p,v} - \frac{R}{M_v} \right) = \frac{V P_v M_v}{RT} \left(C_{p,v} - \frac{R}{M_v} \right) \text{ puisque } m_v \text{ varie} \quad (4.30)$$

Les chaleurs massiques à pression constante de la vapeur d'eau et de l'air sont données par les relations (Fujii et al) [67] :

$$C_{p,v} = 1,863.10^3 + 1,65.10^{-3}(T - 273,16)^{2,5} + 1,2.10^{-18}(T - 273,16)^{8,5} \quad (4.31)$$

$$C_{p,a} = (1 + 2,5.10^{-10}T^3)10^3 \text{ en } (J/kg K) \quad (4.32)$$

Dans le domaine de température considéré, les chaleurs massiques varient entre les valeurs suivantes : $1005,48 J/kg K \leq C_{pa} \leq 1010,72 J/kg K$ et $1863,20 J/kg K \leq C_{pv} \leq 1948,41 J/kg K$.

Cavité fermée remplie d'air sec

En calculs préliminaires, nous avons d'abord étudié le refroidissement de cavités remplie d'air sec (même géométrie, mêmes conditions aux limites). Compte-tenu du faible écart de température entre les instants initial et final, l'approximation de Boussinesq est applicable avec une très bonne précision. Les propriétés de l'air sont donc évaluées à la température de référence $T_r = (T_0 + T_a)/2 = 315 K$, soient :

$$\rho_r = 1,2 kg/m^3, \mu_r = 1,821.10^{-5} kg/m s, C_{p,r} = 1007,8 J/kg.K \text{ et } k_r = 0,026 W/m^2 K.$$

Les évolutions des températures moyennes des surfaces intérieures et extérieures des parois conductrices sont représentées sur les figures 4.10. Celles des densités de flux moyens par conduction sur les surfaces intérieures sont tracées sur les figures 4.11.

Pour les parois en aluminium, l'écart de température $\bar{T}_i(t) - \bar{T}_e(t)$ entre les deux faces est négligeable $\forall t$ compte-tenu des très faibles valeurs du nombre de Biot. Comme le coefficient d'échange interne par convection naturelle est beaucoup plus petit que le coefficient d'échange externe, la durée du régime transitoire (temps au bout duquel la température de la paroi devient inférieure à 280,7 K) est de l'ordre de 1100 s pour $e = 1 mm$ et de l'ordre de 1700 s pour $e = 3 mm$. Ces estimations, basées sur le modèle du bloc isotherme en considérant une paroi d'épaisseur double, sont bien vérifiées (970 s et 1750 s, respectivement).

Dans le cas d'une paroi en polystyrène, la capacité calorifique (ρC_p) est beaucoup plus faible. Il en résulte que la température extérieure est atteinte presque deux fois plus vite que pour la paroi en aluminium la plus mince. En outre, la valeur du nombre de Biot ($Bi = 1,5$, tableau 4.4) montre que le modèle du bloc isotherme n'est plus applicable : les températures moyennes des surfaces intérieure et extérieure diffèrent au cours de l'évolution thermique. La durée de l'évolution thermique est nettement inférieure à celles des parois en aluminium. On trouve $\bar{T}_i = 280,0 K$ au bout de 458 s.

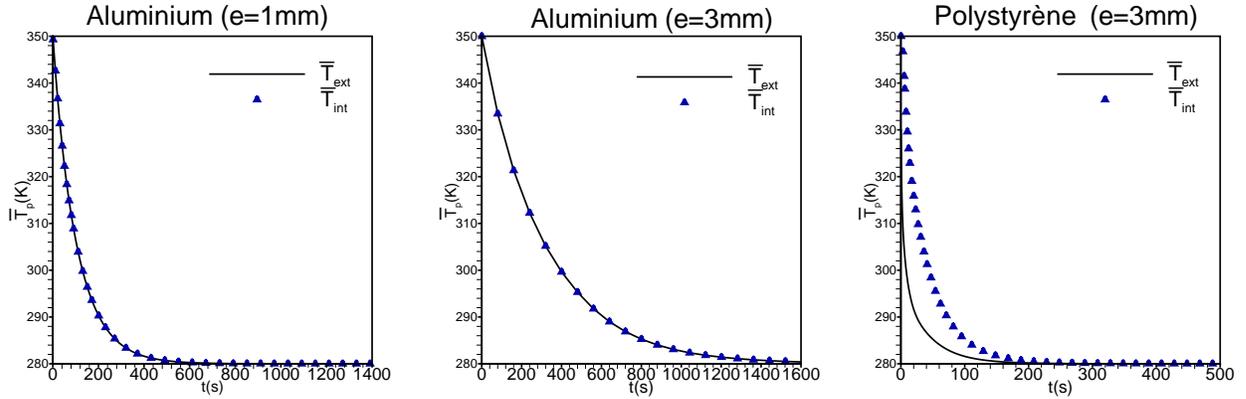


FIG. 4.10 – Evolution temporelle de la température moyenne des surfaces verticales intérieures et extérieures.

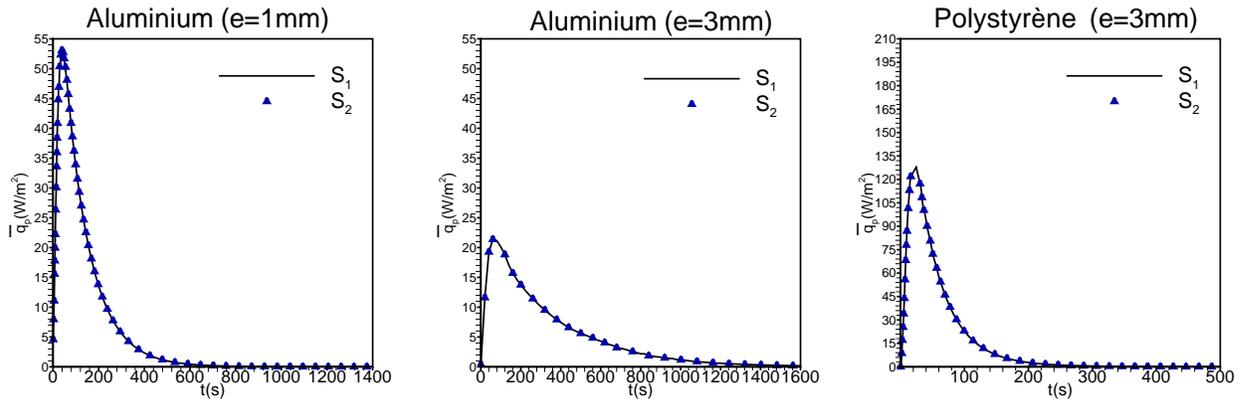


FIG. 4.11 – Evolution temporelle de la densité de flux moyen sur l'une des surfaces intérieures verticales.

Les variations de la densité de flux (Fig. 4.11) suivent, globalement, celles des températures (Fig. 4.10) en ce qui concerne la durée du régime transitoire.

Bilan thermique pour une cavité remplie d'air sec.

Les valeurs des intégrales (Eq.4.35) doivent être égales, quel que soit le type de paroi : c'est la perte d'énergie interne du fluide.

Sachant que :

$$\Delta E_p = 2L \int_0^{t_f} \bar{q}_p dt = \Delta E_a = m_a C_{pa} (T_0 - T_a) \quad (4.33)$$

L'intégrale sur toute la durée de l'évolution thermique du flux de chaleur transféré par convection avec l'ambiance extérieure maintenue à $T = 280K$ donne la quantité de chaleur

cédée par convection à l'ambiance. On a donc, soit :

$$\Delta E_t = \Delta E_s + \Delta E_a \quad (4.34)$$

$$2 \int_0^\infty \int_0^L h_{cv} (T_p(t) - T_0) dy dt = m_s C_{ps} (T_0 - T_a) + m_a C_{pa} (T_0 - T_a) \quad (4.35)$$

Les calculs numériques permettent de déterminer ΔE_p et ΔE_t . Les égalités ci-dessus sont vérifiées à 0,5% près pour les trois types de parois.

Cavité fermée remplie d'air humide

Dans une cavité remplie d'air humide plus chaud que les parois, les coefficients d'échange locaux sur les surfaces internes augmentent rapidement dès que la température devient inférieure au point de rosée parce que le coefficient d'échange par condensation est beaucoup plus grand que le coefficient d'échange par convection naturelle. Cependant, la vapeur d'eau se condensant très rapidement, l'apport de chaleur latente sur les surfaces froides est surtout important au début de l'évolution thermique.

Les figures 4.12 représentent les évolutions des flux massiques de condensation sur les parois verticales (mêmes flux sur S_1 et sur S_2 du fait de la symétrie du problème) et sur les parois adiabatiques haute (S_3) et basse (S_4). On remarque d'abord que la condensation débute au bout d'un temps t_{cond} qui est d'autant plus grand que l'inertie thermique de la paroi est grande. La condensation débute ainsi à $t_{cond} = 8 s$ pour la paroi en polystyrène et à $t_{cond} = 27 s$ et $81 s$ pour les parois en aluminium. Dans tous les cas, la somme des intégrales des \dot{m}_{cond} sur chacune des surfaces est égale à la masse condensée, soit (comme on l'a vu dans le cas où les parois verticales sont brusquement portées à $T_f = 280 K$) $m_{cond} = 4,86 g/m$. Les flux massiques de condensation sur les parois horizontales sont marginaux.

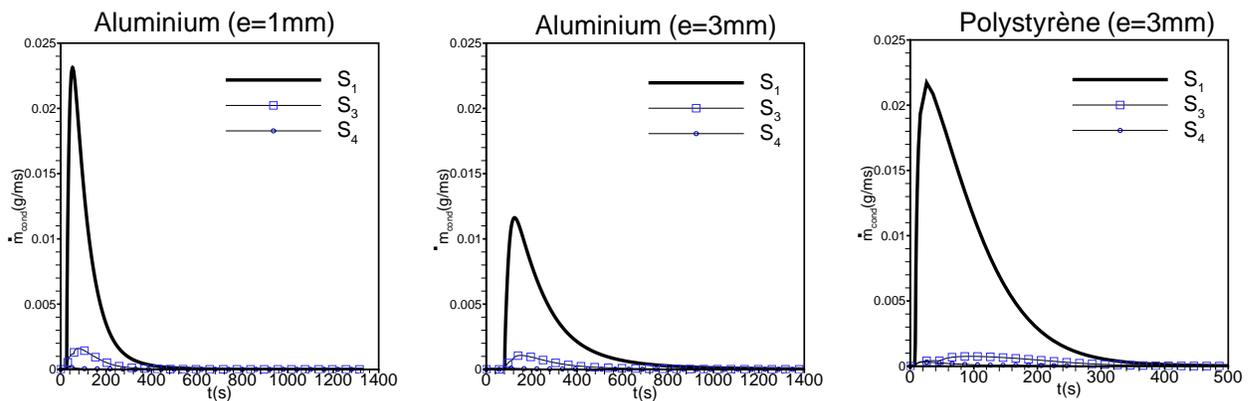


FIG. 4.12 – Evolutions temporelles des flux massique condensés ($g/m s$) sur l'une des surfaces intérieures verticales S_1 et sur les parois horizontales S_3 et S_4 ($g/m s$)

La quasi-totalité de la vapeur se condensant donc sur les parois froides verticales, une comparaison des flux massiques et des masses condensées sur l'une des deux parois froides permet de différencier les trois cas simulés. La figure 4.13 montre plus clairement l'effet de l'inertie thermique grâce à une représentation à la même échelle de \dot{m}_{cond} . L'intégration entre $t = 0$ et t de ces variations donne la masse condensée à tout instant (Fig. 4.14). Elle indique, comme l'évolution de la pression moyenne (ou pression thermodynamique, Fig. 4.15) que, du point de vue massique, une mince paroi en aluminium ($e = 1\text{ mm}$) et une paroi plus épaisse en polystyrène ($e = 3\text{ mm}$) se comportent de façon similaire. La quasi-totalité de la vapeur d'eau est condensée après $\Delta t \approx 300\text{ s}$ et la pression thermodynamique n'évolue donc plus. Les transferts de chaleur s'effectuent alors principalement par convection thermique. Pour la paroi en aluminium d'épaisseur $e = 3\text{ mm}$, les mêmes observations peuvent être faites après $\Delta t \approx 800\text{ s}$.

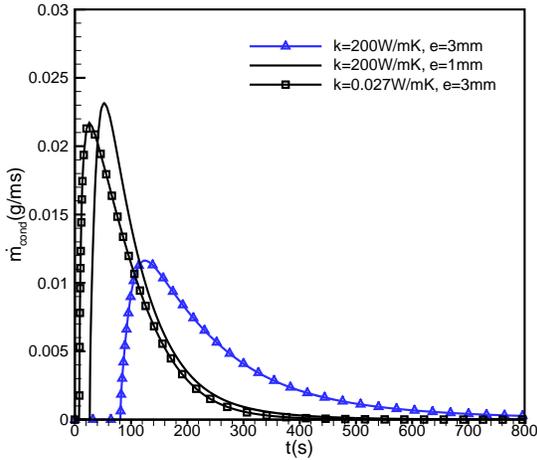


FIG. 4.13 – Evolutions des flux massiques sur l'une des surfaces verticales selon son type

Les évolutions des densités de flux sur les parois représentées sur les figures 4.16 et 4.17 confirment les remarques précédentes. Au cours de la période $\Delta t \leq t_{cond}$, il n'y a pas de condensation et les variations du flux sur les surfaces verticales suivent celles calculées dans le cas des cavités remplies d'air sec. Lorsque la température de la paroi devient inférieure au point de rosée, la condensation produit une très forte augmentation du flux qui atteint des valeurs très supérieures à celles calculées dans le cas de l'air sec. Cette évolution est particulièrement nette pour les parois en aluminium, notamment la plus épaisse puisque la valeur maximale du flux de chaleur est ≈ 6 fois plus importante. Les ruptures de pentes observées sur les évolutions des flux correspondent au début de la condensation.

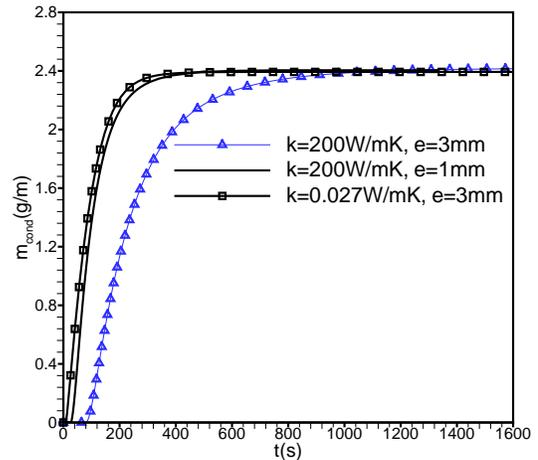


FIG. 4.14 – Evolution de la masse condensée sur l'une des parois verticales

Les figures 4.18 à 4.20 montrent clairement que les transferts par condensation dominent largement les transferts par convection thermique tant que toute la vapeur d'eau ne s'est pas condensée.

Les figures 4.21 et 4.22 permettent de comparer les variations des températures moyennes des surfaces intérieure et extérieure des parois verticales avec ou sans condensation. On peut

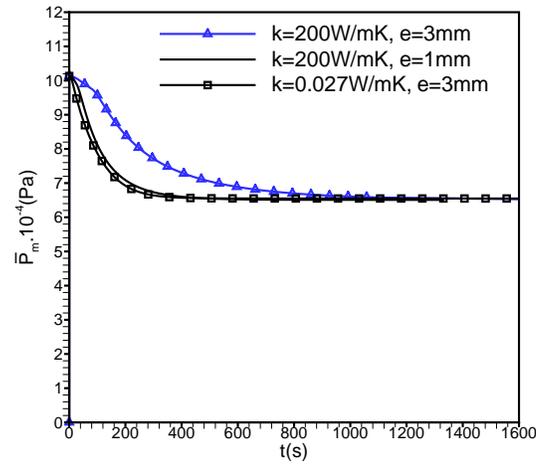


FIG. 4.15 – Evolution de la pression moyenne dans la cavité

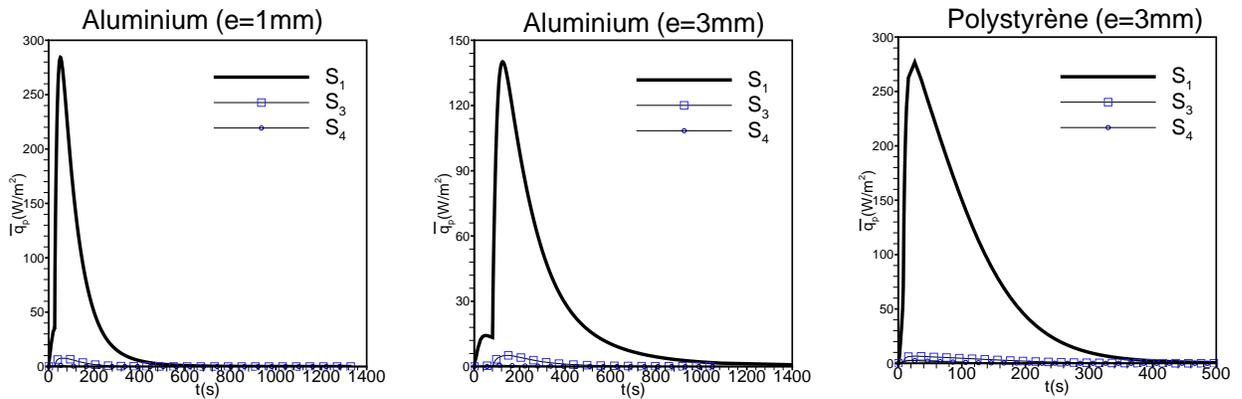


FIG. 4.16 – Evolutions temporelles des densités de flux sur la surface intérieure verticale S_1 et sur les parois horizontales S_3 et S_4

prévoir, sans aucun calcul, que l'apport de chaleur dû à la condensation augmentera la durée du régime transitoire parce que le coefficient d'échange externe est fixé. On remarque donc la forte influence de la capacité calorifique de la paroi : les températures de la paroi en aluminium d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$ ne sont quasiment pas modifiées lorsqu'il y a condensation et l'écart de température $\overline{T}_i(t) - \overline{T}_e(t)$ entre les deux faces reste négligeable tout au long de l'évolution thermique parce que le nombre de Biot reste très petit. Pour la paroi en aluminium d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$, l'effet de la condensation est un peu plus marqué. Par contre, l'apport de chaleur par condensation étant plus important que la capacité calorifique de la paroi en polystyrène, le refroidissement est nettement plus long : le temps mis pour atteindre la température extérieure est doublé.

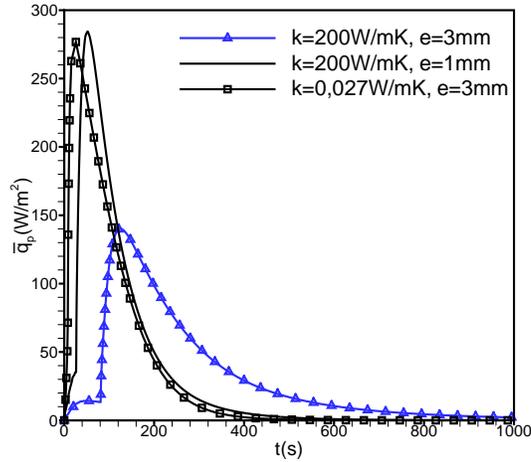
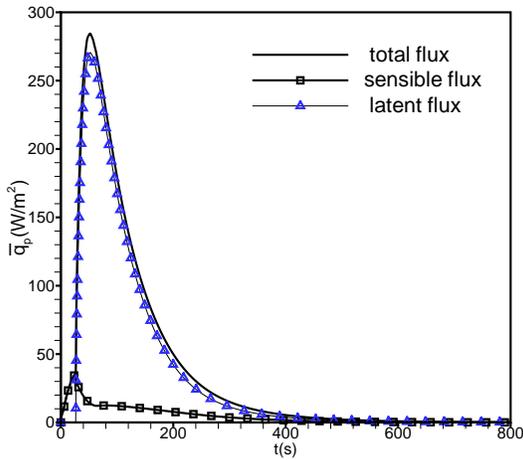
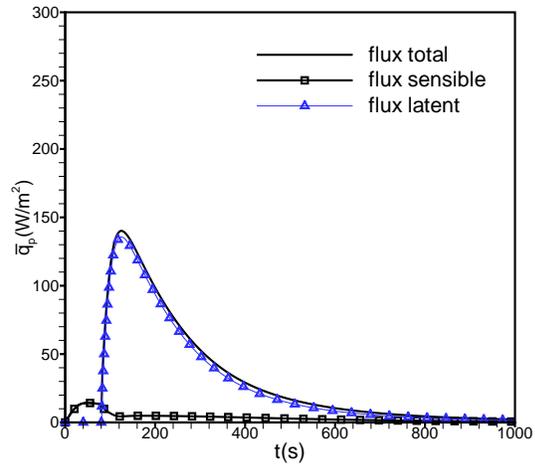


FIG. 4.17 – Evolution de la densité de flux sur l'une des surfaces intérieures verticales

FIG. 4.18 – Profils des flux de chaleur sensible et latent sur S_1 : $k_s = 200 \text{ W/mK}$, $e = 1 \text{ mm}$ FIG. 4.19 – Profils des flux de chaleur sensible et latent sur S_1 : $k_s = 200 \text{ W/mK}$, $e = 3 \text{ mm}$

Calcul thermodynamique approché : afin de comparer les solutions numériques à un calcul simplifié, une forme approchée de ΔE_t est obtenue en supposant, d'une part, que la chaleur latente de changement d'état est indépendante de la température et, d'autre part, en supposant que la pression partielle de vapeur d'eau varie linéairement au cours de l'évolution thermique. La première hypothèse est justifiée par la faible variation de h_{lv} dans le domaine de température considéré ($\bar{h}_{lv} = 2400 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$). La seconde hypothèse est introduite dans le calcul de la variation de la capacité calorifique de la vapeur d'eau dont la masse totale diminue. P_v variant de 20760 Pa (à $T_0 = 350 \text{ K}$) à 990 Pa (à $T_a = 380 \text{ K}$), on utilise l'approximation

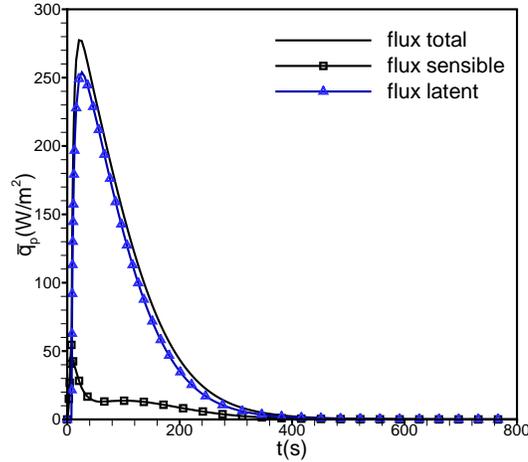


FIG. 4.20 – Profils des flux de chaleur sensible et latent sur S_1 : $k_s = 0,027 W/mK$, $e = 3mm$

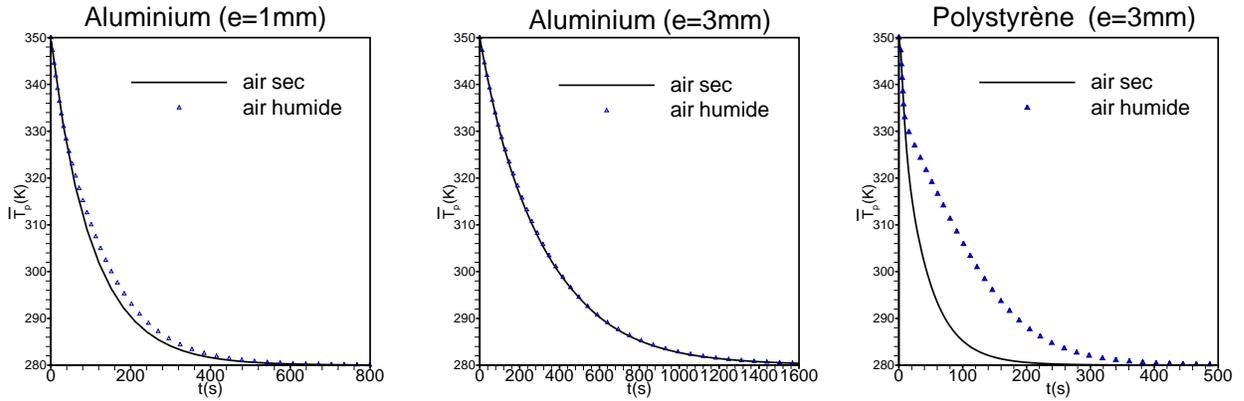


FIG. 4.21 – Comparaison des évolutions de la température moyenne des surfaces verticales intérieures

linéaire $P_v = 282,4T - 78082$.

Le bilan thermodynamique s'écrit toujours

$$\Delta E_t = \Delta E_{parois} + \Delta E_{cond} + \Delta E_{melange} \quad (4.36)$$

$$= m_s C_{p,s}(T_0 - T_a) + m_{cond} \bar{h}_{lv} + \left[m_a \int_{T_0}^{T_a} \left(C_{p,a} - \frac{R}{M_a} \right) dT + \frac{V M_v}{R} \int_{T_0}^{T_a} \frac{P_v}{T} \left(C_{p,v} - \frac{R}{M_v} \right) dT \right] \quad (4.37)$$

En utilisant les relations 4.30 et 4.32, les deux derniers termes s'écrivent

$$\frac{V M_v}{R} \int_{T_0}^{T_a} \frac{P_v}{T} \left(C_{p,v} - \frac{R}{M_v} \right) dT = \frac{0,2^2 \times 0,018}{8,314} \int_{T_0}^{T_a} \left(\frac{282,4T - 78082}{T} \right) \left(C_{v,v} - \frac{8,314}{0,018} \right) dT \quad (4.38)$$

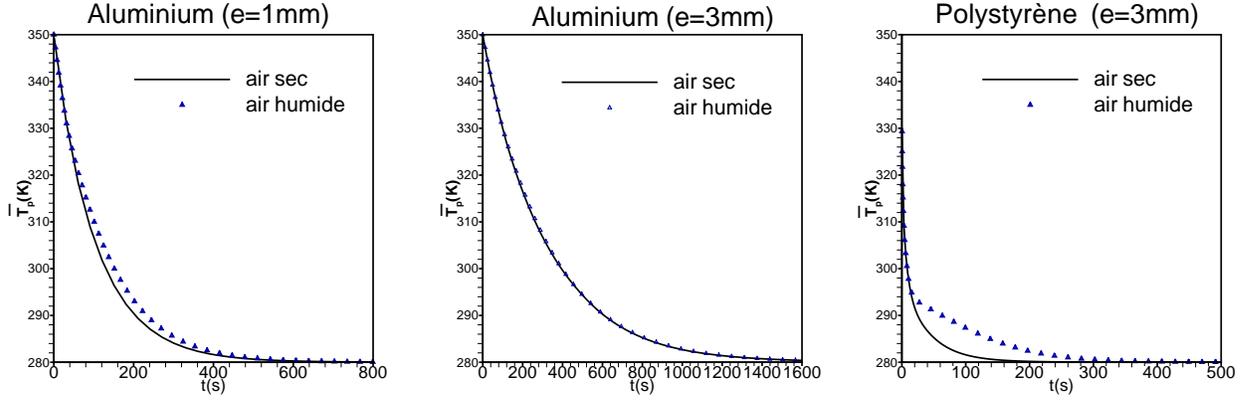


FIG. 4.22 – Comparaison des évolutions de la température moyenne des surfaces verticales extérieures

et

$$m_a \int_{T_0}^{T_a} \left(C_{p,a} - \frac{R}{M_a} \right) dT = 0,031 \int_{T_0}^{T_a} \left((1 + 2,5 \cdot 10^{-10} T^3) 10^3 - \frac{8,314}{0,028966} \right) dT \quad (4.39)$$

avec $C_{v,v} = 1,863 \cdot 10^3 + 1,65 \cdot 10^{-3} (T - 273,16)^{2,5} + 1,2 \cdot 10^{-18} (T - 273,16)^{8,5}$.

On obtient $\Delta E_{mélange} = 1542 + 292 = 1834 J$. Les valeurs des énergies perdues par les trois cavités considérées sont reportées dans le tableau 4.5.

k_s (W/mK)	e (mm)	m_{cond} (g)	$\Delta E_{t(calcul)}$ (J)	ΔE_{parois} (J)	$\Delta E_{mélange}$ (J)	ΔE_{cond} (J)	ΔE_t (J)	$\frac{\Delta(\Delta E_t)}{\Delta E_t} \cdot 100$
200	1	4,86	81548	68519	1834	11688	82041	0,60%
200	3	4,86	218622	205554	1834	11688	219076	0,21%
0,027	3	4,86	18485	5590	1834	11688	19112	3,28%

TAB. 4.5 – Comparaisons des variations d'énergies internes simulées numériquement et calculées analytiquement : ($\Delta E_{t(calcul)}$ bilan basé sur les simulations, Eq. 4.24)

A partir des solutions numériques temporelles, la variation de l'énergie interne de l'air humide peut être calculée par les équations 4.22 et 4.23 qui sont basées sur les expressions des densités de flux de chaleur apportées aux parois par conduction et par condensation. Ces quantités sont indépendantes de la nature des parois puisqu'elles se rapportent uniquement au fluide. On obtient $2\Delta E_p = 1484 J$ et $2\Delta E_h = 11392 J$. Les calculs thermodynamiques et numériques diffèrent donc sensiblement en ce qui concerne les estimations de la perte de chaleur sensible du mélange ($350 J$ d'écart, soit $\approx 20\%$) et de la variation d'énergie interne due à la condensation ($296 J$, bien que plus faible en valeur relative : $\approx 3\%$).

L'écart entre la perte d'énergie interne totale calculée à partir des simulations numériques (Eq. 4.24) et les calculs thermodynamiques approchés est d'autant plus faible (en valeur relative) que la capacité calorifique des parois est élevée. Le tableau 4.5 montre que les principales sources des écarts entre les valeurs thermodynamiques et numérique résident dans les calculs approchés de $\Delta E_{mélange}$ et de ΔE_{cond} . Par exemple, l'erreur introduite dans le calcul approché de ΔE_{cond} en prenant une valeur moyenne \bar{h}_{lv} de la chaleur latente de changement d'état est de l'ordre de 400 J.

$T_0(K)$	$k_s(W/mK)$	$e(mm)$	$m_{cond}(g)$	$\Delta E_p(J)$ sensible	$\Delta E_h(J)$ latent	$\Delta E_p(J)$ total
350	200	1	2,40	742	5696	6437

TAB. 4.6 – Flux et masse condensée sur une paroi verticale intérieure

Les figures 4.23, correspondant à des parois d'aluminium d'épaisseur $e = 1\text{ mm}$, montrent une parfaite symétrie des champs de température et de fraction massique par rapport au plan médian vertical au cours de l'évolution thermique. Les lignes de courant font apparaître le développement de rouleaux contrarotatifs dont l'intensité diminue à mesure que l'on se rapproche de l'état stationnaire. Lorsque la capacité calorifique de la paroi est plus importante, le fluide se refroidit beaucoup plus lentement, la vapeur d'eau disparaît moins vite (au même instant, la fraction massique est beaucoup plus élevée) mais, les gradients de température étant plus élevés, la circulation du fluide est plus importante. Cependant, les allures générales des champs sont comparables et se déduisent de celles tracées sur les figures 4.23 avec un décalage temporel.

Pour les parois en aluminium d'épaisseur $e = 1\text{ mm}$, la condensation ne débute qu'au bout d'une période légèrement supérieure à 20 s mais, compte-tenu de la très faible résistance thermique des parois, la convection thermique démarre immédiatement après la mise en contact de la cavité avec l'ambiance froide comme le montrent les figures 4.23 pour $t = 20\text{ s}$. Les mouvements descendant de l'air le long des parois verticales produisent une stratification verticale au centre de la cavité avec le fluide le plus chaud juste en dessous de la paroi adiabatique supérieure. Les isovalues de la fraction massique indiquent que la vapeur d'eau se condense très rapidement entre $t = 50\text{ s}$ et $t = 150\text{ s}$ et que les gradients de concentration sont très petits à $t = 300\text{ s}$. Les forces solutales jouent alors un rôle marginal sur la refroidissement du fluide jusqu'à l'état stationnaire.

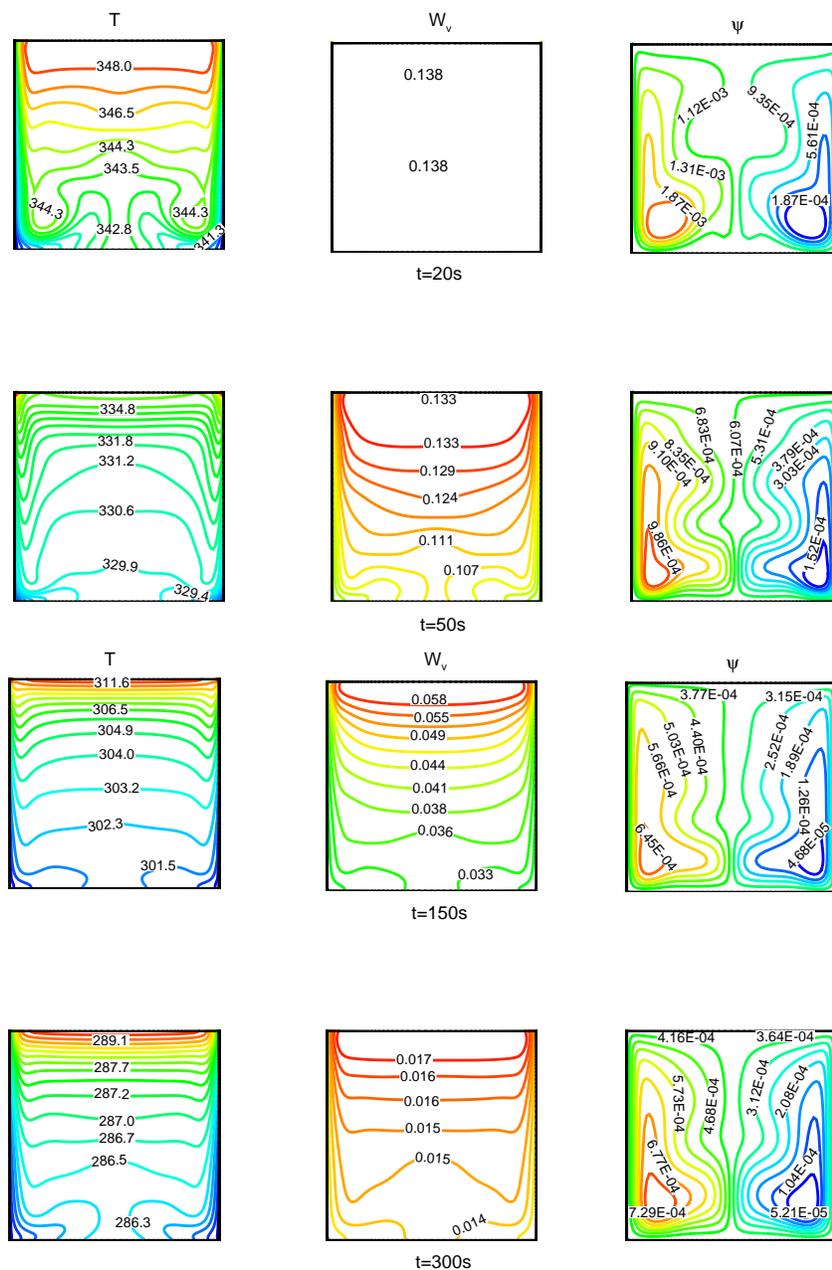


FIG. 4.23 – Champs de température, de fraction massique de vapeur d'eau et de la fonction de courant pour $k = 200W/mK$, $e = 1mm$

4.2.5 Cavity différentiellement chauffée avec une seule paroi conductrice

Dans cette partie, on étudie la convection thermosolutale dans une cavity à section carrée avec une paroi verticale chaude à température uniforme $T_c = 350K$ et l'autre paroi verticale d'épaisseur finie " e " refroidie par convection (coefficient d'échange h_{cv}) avec une ambiance froide à $T_a = 280K$ (Fig. 4.24).

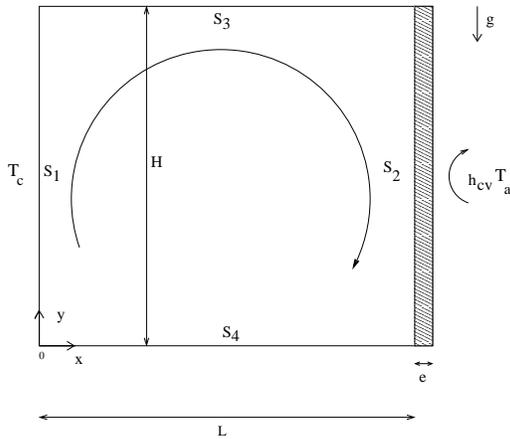


FIG. 4.24 – géométrie étudiée

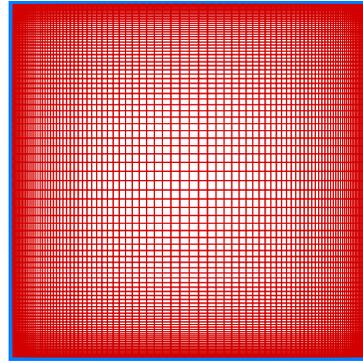


FIG. 4.25 – Maillage utilisé

Tous les calculs se rapportent à une cavité de côté $L = 10\text{cm}$, une paroi froide dont les propriétés sont données dans le tableau 4.7 et en supposant que l'air humide est initialement à la température uniforme $T_0 = T_c = 350\text{K}$. Dans ces conditions, une estimation des nombres de Rayleigh thermique et massique basée sur les propriétés de l'air humide à la température moyenne $T_m = \frac{T_c + T_a}{2}$ et sur les écarts maximums de température $\Delta T = T_c - T_a$ et de concentration correspondant à une humidité relative $HR_0 = 80\%$ conduit à $0 \leq Ra_T \leq 3.10^6$ et $0 \leq Ra_M \leq 2.10^6$ en considérant que $\beta_T = 1/T_m$ et $\beta_M = \frac{M_a}{M_v} - 1$.

Ces estimations des valeurs maximales des nombres de Rayleigh nous ont conduit à choisir un maillage non-uniforme 100×100 avec une expansion géométrique $\xi = 1,05$ dans les deux directions d'espace. Pour maintenir le nombre de courant (CFL) à une valeur inférieure à l'unité, un pas de temps $\Delta t = 0,01\text{s}$ a été utilisé.

Les paramètres du problème sont l'humidité relative de l'air à l'instant initial, HR_0 , et le

e (mm)	$\rho_s(\text{kg}/\text{m}^3)$	$C_{ps}(\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K})$	$k_s(\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$
1	2500	1000	1

TAB. 4.7 – Propriétés de la paroi froide

coefficient d'échange avec l'ambiance h_{cv} . Le premier influe sur la masse d'eau condensée et le second sur la durée du régime transitoire.

A chaque pas de temps, on calcule les masses volumiques moyennes des constituants, les températures moyennes du mélange et de la surface intérieure de la paroi froide. On en déduit la pression thermodynamique $\bar{P}(t)$ par la loi d'état. Le régime permanent est supposé atteint lorsque la fraction massique moyenne de vapeur d'eau et la température moyenne n'évoluent pas pendant une durée suffisante. Les flux massiques pariétaux dépendent de l'évolution de la pression de vapeur saturante à la température locale des parois. La quantité d'eau condensée varie fortement au cours du temps jusqu'à ce qu'un régime stationnaire, caractérisé par un champ de concentration (ou de fraction massique) uniforme, soit atteint. Les deux parois n'étant pas à la même température, les mouvements de convection naturelle sont, en régime

stationnaire, d'origine purement thermique.

4.2.6 Influence de la variation de l'humidité relative initiale.

Dans cette partie, le coefficient d'échange est fixé à la valeur $h_{cv} = 5W/m^2K$. Les humidités relatives et les fractions massiques de vapeur d'eau initiales des quatre cas étudiés sont :

Cas 1 : $HR_0 = 25\%$, $W_0 = 0,0669$

Cas 2 : $HR_0 = 50\%$, $W_0 = 0,138$

Cas 3 : $HR_0 = 65\%$, $W_0 = 0,185$

Cas 4 : $HR_0 = 80\%$, $W_0 = 0,235$

Une comparaison entre les valeurs maximales des deux termes de diffusion de l'équation d'énergie, $k_m \nabla T$ et $\Sigma h_i J_i$ (conduction thermique et interdiffusion entre espèces), a d'abord été effectuée pour l'humidité relative initiale la plus élevée ($HR_0 = 80\%$). Les figures 4.26 et 4.27 montrent que le terme correspondant à la diffusion entre espèces est, au plus, d'un ordre de grandeur plus petit que le terme de conduction dans le fluide. Sa valeur diminue au cours de l'évolution thermique, à mesure que la vapeur d'eau se condense.

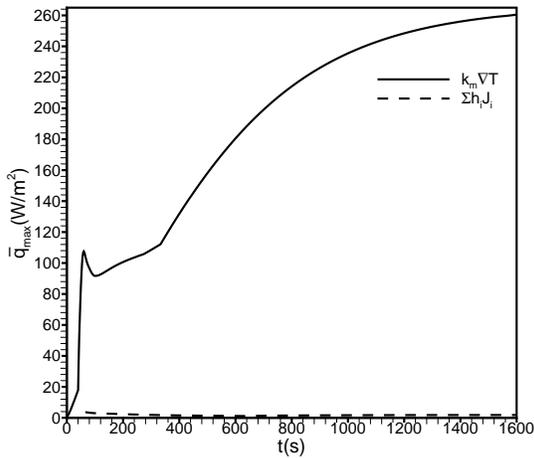


FIG. 4.26 – Comparaison des ordres de grandeur du maximum pour les deux termes dans la direction horizontale pour $HR = 80\%$

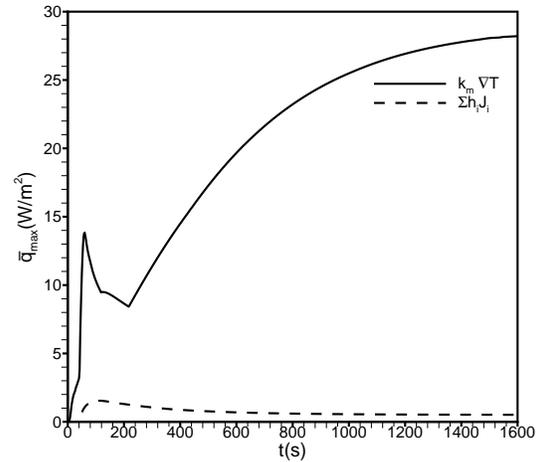


FIG. 4.27 – Comparaison des ordres de grandeur du maximum pour les deux termes dans la direction verticale pour $HR = 80\%$

La figure 4.28 donne l'évolution du flux massique de vapeur d'eau condensée sur les parois : sur la paroi verticale froide S_1 , le flux est beaucoup plus important que les flux sur les parois horizontales adiabatiques qui diffèrent mais qui sont trop faibles pour être distinguables à l'échelle de la figure. Cette figure est l'une des plus significatives parmi celles qui sont discutées dans la suite. Elle montre que l'apport de chaleur latente sur les parois ne débute pas immédiatement et que sa durée est limitée à une fraction de la durée du régime transitoire. Pour cette valeur

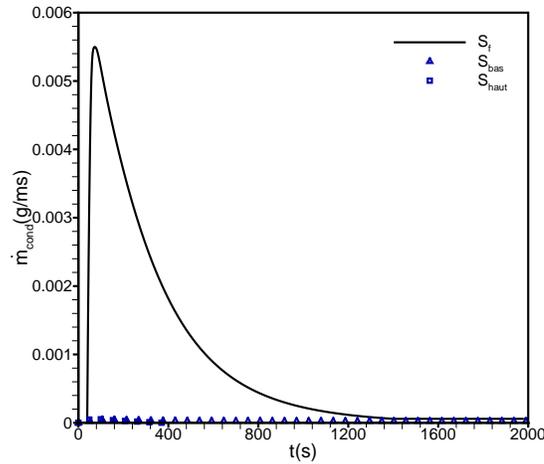


FIG. 4.28 – Flux massique condensé sur les parois pour $HR_0 = 80\%$

de l’humidité, la convection est d’origine purement thermique avant ≈ 50 s et après ≈ 1500 s. Les importances relatives des forces thermiques et solutales évoluent au cours de cette période.

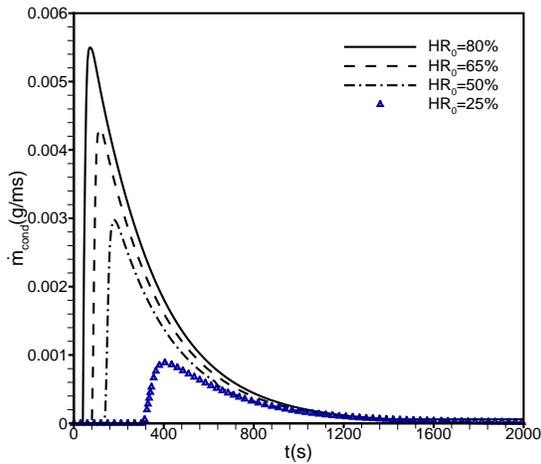


FIG. 4.29 – Evolution du flux massique condensé sur la paroi froide pour différentes humidités initiales

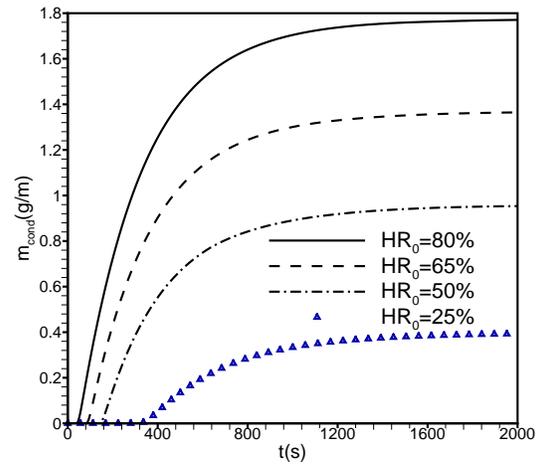


FIG. 4.30 – Evolution de la masse condensée sur la paroi froide pour différentes humidités initiales

Les figures 4.29 et 4.30 représentent l’évolution du flux massique de vapeur d’eau (g/ms) et de la masse condensée (g/m) sur la paroi froide pour les quatre valeurs de l’humidité initiale. Tant que la température la plus basse de la surface n’a pas atteint la température de rosée (figure 4.31), il n’y a pas de condensation et le mouvement du fluide est dû uniquement à la convection naturelle d’origine thermique (les nombres de Grashof effectifs thermique et

massique augmentant au cours du temps dans la première phase de l'évolution).

Cette période transitoire est d'autant plus longue que HR_0 est faible ($\approx 140s$ pour $HR_0 = 50\%$ par exemple). La convection thermosolutale débute ensuite et le flux massique de condensation augmente très rapidement jusqu'à atteindre un maximum : l'eau liquide étant immédiatement évacuée, la température de rosée augmente et le régime permanent est atteint lorsqu'il n'y a plus de condensation sur les parois, ce qui correspond à un champ de fractions massiques très faibles (valeur maximale de l'ordre de 0,04).

Avec $T_a = 280K$, la convection en régime permanent est alors essentiellement thermique (rapport entre les nombres de Grashof solutal et thermique proche de 0,003) : les vitesses de circulation et le champ de température ne dépendent plus alors que de la valeur du coefficient d'échange h_{cv} .

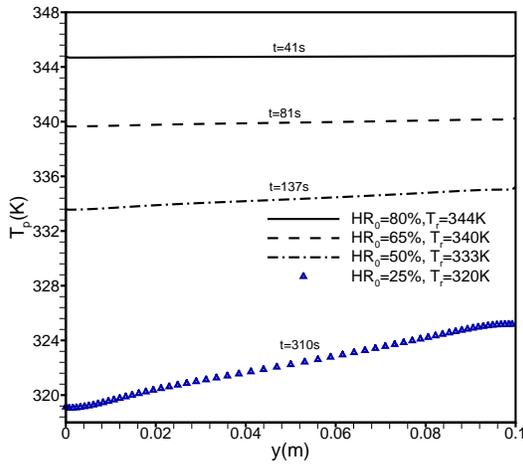


FIG. 4.31 – Profils de la température sur la face intérieure de la paroi refroidie au début de la condensation en $(T_p(y))$

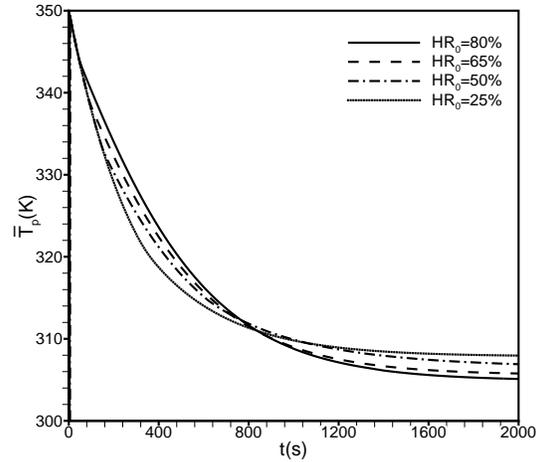


FIG. 4.32 – Evolution de la température moyenne de la paroi intérieure refroidie

La distribution de température sur la face intérieure de la paroi refroidie est représentée, pour les différentes humidités initiales, sur la figure 4.31 lorsque sa température la plus basse atteint le point de rosée (partie inférieure de la paroi). Lorsque $HR_0 = 80\%$, la condensation commence au bout de $\Delta t = 41 s$: à cet instant, la paroi est encore à température uniforme (verticalement comme transversalement car le nombre de Biot basé sur h_{cv} a pour valeur $Bi = 10^{-3}$). Pour la plus faible humidité, la convection thermique s'est développée sur une période de temps suffisante pour que la répartition verticale de température ne soit plus uniforme (les mouvements de convection thermique s'amplifient au cours du temps) et la température est continuellement croissante de bas en haut de la paroi.

L'évolution de la température moyenne de la face intérieure de la paroi froide est donnée sur la figure 4.32 pour les différentes humidités initiales. On remarque d'abord que les température

moyennes des deux faces sont quasiment identiques pendant toute l'évolution thermique, sauf dans le cas $HR_0 = 80\%$ durant la période correspondant au pic de condensation parce que la contribution de la condensation est alors suffisante pour que le nombre de Biot basé sur le coefficient d'échange interne ne soit plus très petit. On observe ensuite que les courbes se croisent aux environs de $t = 500$ s. Cela signifie que la condensation est pratiquement terminée pour toutes les valeurs considérées de HR_0 : la convection est alors d'origine purement thermique et le paramètre adimensionnel déterminant est le nombre de Rayleigh thermique dont la valeur croît jusqu'à ce que le régime stationnaire soit atteint.

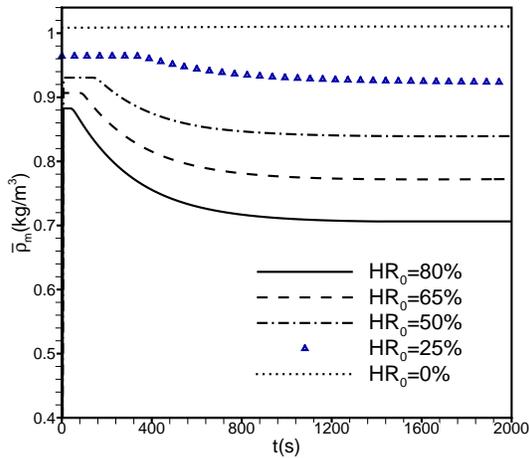


FIG. 4.33 – Evolution de la masse volumique moyenne du mélange

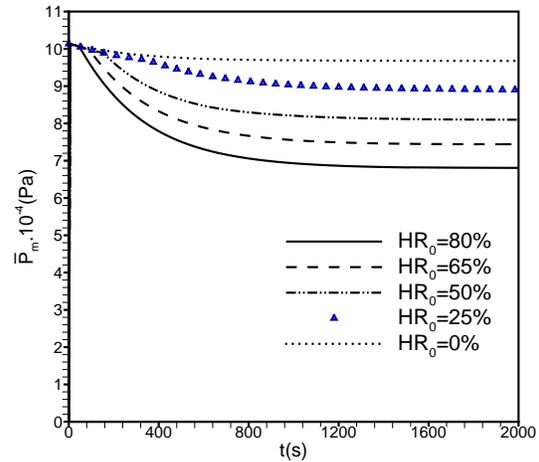


FIG. 4.34 – Evolution de la pression thermodynamique

Les figures 4.33 et 4.34 montrent les évolutions de la masse volumique moyenne (ou de la masse du mélange, $m = \bar{\rho}\mathcal{V}$) et de la pression moyenne. Le fluide étant modélisé comme un mélange de gaz parfaits à volume constant, ces évolutions sont consistantes avec la loi des gaz parfait. Pour l'air sec, l'approximation de Boussinesq conduit à une masse volumique constante et donc à une diminution de pression avec la température. Pour l'air humide, la modélisation faiblement compressible permet de tenir compte de la diminution de la masse du mélange comme de la pression thermodynamique. Ces deux figures donnent, en considérant l'état thermodynamique du fluide, une autre représentation des phénomènes physiques instationnaires. L'évolution de la masse volumique comporte deux plateaux. Aux faibles valeurs du temps, le premier plateau correspond à la convection dans un mélange dont la température est toujours supérieure à la température de rosée : la masse volumique est donc constante et une modélisation basée sur l'approximation de Boussinesq, mais en tenant compte des variations des autres propriétés physiques avec la température, conduirait pratiquement au même résultat (parce que $2(T_c - T_a)/(T_c + T_a) = 0,22$), ce que nous montrerons dans la suite. Le second plateau signifie que toute la vapeur d'eau a été condensée. L'approximation de Boussinesq est à nouveau applicable. La phase intermédiaire caractérise la durée pendant laquelle la vapeur d'eau se condense. L'évolution de la pression est différente car la pression diminue constamment : la rupture de pente au début du régime transitoire marque l'apparition de la condensation.

Un plateau ne peut être atteint qu'en régime de convection thermique stationnaire. Ces deux figures montrent donc que, pour $HR_0 = 80\%$, la condensation est terminée après ≈ 800 s et que le régime permanent est atteint après ≈ 1200 s.

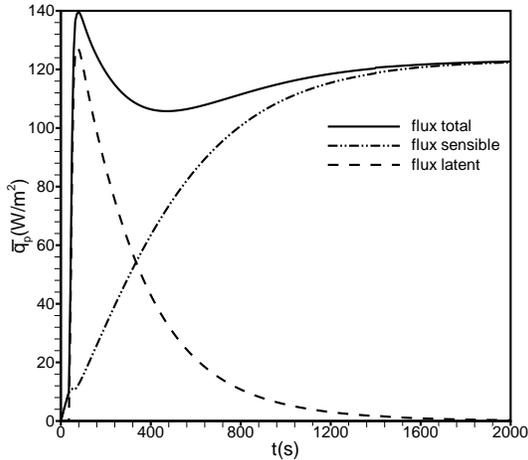


FIG. 4.35 – Comparaison des flux pour $HR_0 = 80\%$

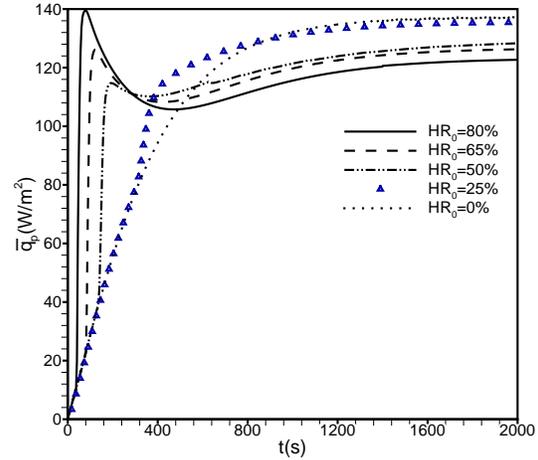


FIG. 4.36 – Comparaison entre les densités de flux moyen total sur la face intérieure de la paroi froide

Les figures 4.35 et 4.36 montrent que la contribution du changement d'état au flux de chaleur est dominante au début de l'évolution thermique. L'évolution de la densité de flux total calculée dans le cas d'une cavité remplie d'air sec a été ajoutée sur la figure 4.36 sur laquelle les différentes conditions initiales sont comparées. Cette figure permet de mieux préciser la remarque précédente : les flux correspondant aux trois humidités initiales les plus élevées se croisent aux environs de $t = 300$ s, et ceux correspondant à $HR_0 = 25\%$ et à de l'air sec deviennent les plus importants après $t \approx 500$ s. En conséquence, les variations temporelles des températures moyennes et des flux sont cohérentes.

Les quantités massiques reportées dans le tableau 4.8 indiquent que la masse du mélange contenue initialement dans la cavité (à pression atmosphérique) est d'autant plus faible que l'humidité relative est importante. La fraction massique de vapeur d'eau augmente évidemment avec l'humidité initiale de l'air de même que la masse d'eau condensée, la condensation se produisant marginalement sur la paroi basse adiabatique (valeur de l'ordre de la précision des calculs). Les propriétés physiques de l'air en régime stationnaire sont données dans le tableau 4.9. On remarque qu'elles sont d'autant plus proches de celles de l'air sec que le taux d'humidité initiale est faible. La chute de pression diminue aussi pour les plus petites valeurs de HR_0 . A partir de ces propriétés et de la température moyenne stationnaire de la paroi froide ($\bar{T}_{p,\infty}$), on peut calculer un nombre de Rayleigh thermique et reprendre les calculs en se basant sur l'approximation de Boussinesq afin de vérifier que les états stationnaires sont identiques (Figs. 4.38 et 4.39). Les valeurs du nombre de Rayleigh sont d'autant plus petites que l'humidité initiale est grande : on en conclut que la convection thermique est d'autant

plus intense en régime stationnaire que l'humidité initiale est petite, d'où le croisement des courbes reportées sur les figures 4.32 et 4.36.

$HR_0\%$	m_{v_i} (g) initiale	m_{t_i} (g) initiale	W_{v_i} initiale	W_{v_f} finale	m_{cond} (g) paroi froide	m_{cond_t} (g) toutes les parois	$\bar{\rho}_m$ (kg/m^3) finale	\bar{P}_m (Pa) finale
80	2,08	8,83	0,235	0,042	1,76	1,78	0,706	$6,83 \cdot 10^5$
65	1,69	9,06	0,185	0,040	1,37	1,38	0,768	$7,47 \cdot 10^4$
50	1,30	9,30	0,138	0,039	0,96	0,97	0,834	$8,10 \cdot 10^4$
25	0,65	9,69	0,067	0,027	0,39	0,40	0,927	$8,88 \cdot 10^4$

TAB. 4.8 – Quantités massiques initiales et stationnaires

La fraction massique finale dans la cavité dépend de la pression de la vapeur restante et de la pression totale (air sec+vapeur) dans la cavité $W_v = \frac{P_v}{P_T} \frac{M_T}{M_v}$.

$HR_0\%$	Modèle	$\bar{\rho}_m$ (kg/m^3)	$\bar{\mu}_m$ (kg/ms)	\bar{k}_m ($W/m K$)	\bar{C}_{pm} ($J/kg K$)	$\bar{T}_{p,\infty}$ (K)	Ra_T
25	Compressible	0,931	$1,938 \cdot 10^{-5}$	0,0286	1035	307,88	$2,12 \cdot 10^6$
50	Compressible	0,834	$1,920 \cdot 10^{-5}$	0,0286	1046	306,45	$1,80 \cdot 10^6$
65	Compressible	0,768	$1,916 \cdot 10^{-5}$	0,0285	1047	305,70	$1,56 \cdot 10^6$
80	Compressible	0,706	$1,910 \cdot 10^{-5}$	0,0285	1045	305	$1,34 \cdot 10^6$
Air sec	Boussinesq $P_0 = 101325 Pa$	1,0085	$1,821 \cdot 10^{-5}$	0,026	1007,8	307,78	$2,84 \cdot 10^6$

TAB. 4.9 – Propriétés physiques du mélange et nombre de Rayleigh thermique en régime stationnaire ($\beta = 1/T_m$ et $T_m = 315K$ dans le calcul de Ra)

Le nombre de Rayleigh thermique est calculé à partir de l'expression suivante :

$$Ra_T = \frac{g\beta_T L^3 (T_c - \bar{T}_f) \rho_m^2 C_{pm}}{\mu_m k_m} \quad \text{avec } \beta_T = 1/T_m \text{ et } T_m = 315K \quad (4.40)$$

ρ_m , C_{pm} , μ_m , k_m sont des valeurs moyennes (tableau 4.9).

Les répartitions de température sur la paroi froide sont tracées à différents instants sur la figure 4.37 pour de l'air sec et au cours de la période de condensation maximale pour $HR_0 = 80\%$. Ces figures montrent clairement que la paroi s'échauffe lorsque la vapeur d'eau se condense. Au cours de cette période, le coefficient d'échange par condensation est en effet beaucoup plus grand que le coefficient d'échange par convection thermique. Lorsque toute la vapeur d'eau est condensée, la température moyenne de la paroi froide (Fig. 4.38) devient par contre moins élevée que dans le cas de l'air sec parce que le nombre de Rayleigh thermique est plus faible (tableau 4.9).

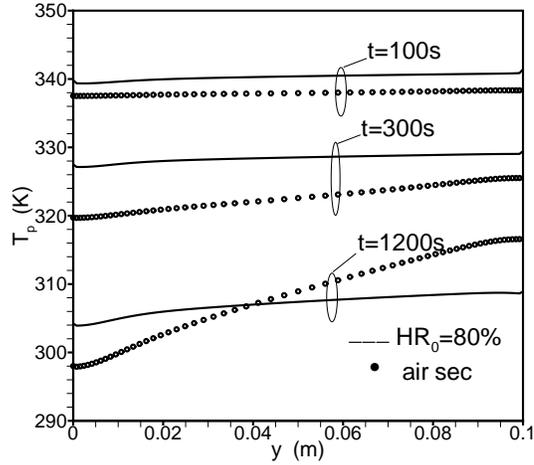


FIG. 4.37 – Comparaison des répartitions de température sur la paroi froide à différents instants

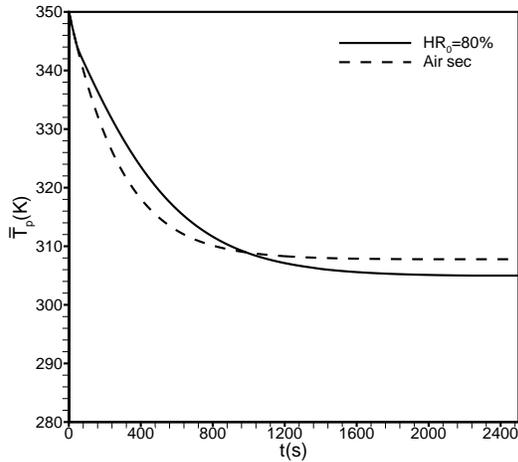


FIG. 4.38 – Evolution temporelle de la température moyenne de la face intérieure de la paroi froide

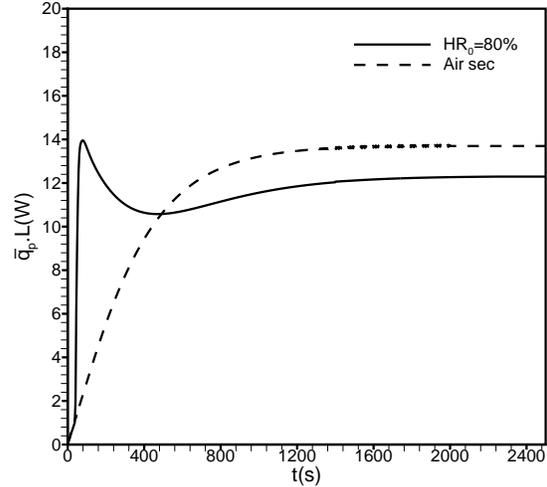


FIG. 4.39 – Comparaison des flux sur la surface intérieure froide

Les isovaleurs des champs de l'écoulement sont représentées sur les figures 4.41 et 4.40 à plusieurs instants caractéristiques pour les humidités relatives initiales $HR_0 = 50\%$ et $HR_0 = 80\%$. Sur ces figures, les isolignes de température et de fonction de courant tracées en pointillés correspondent à un problème purement thermique ($HR_0 = 0\%$). Les effets thermosolutaux maximums sont observés au début du régime transitoire et sont d'autant plus importants que l'humidité est élevée. On remarque que les fractions massiques et les humidités varient en sens inverses dans la direction verticale : les fractions massiques sont les plus importantes dans les régions les plus chaudes alors que l'humidité est maximale le long de la paroi froide et dans la partie basse de la cavité où l'air est le plus froid. Ce résultat, attendu, est cohérent avec les

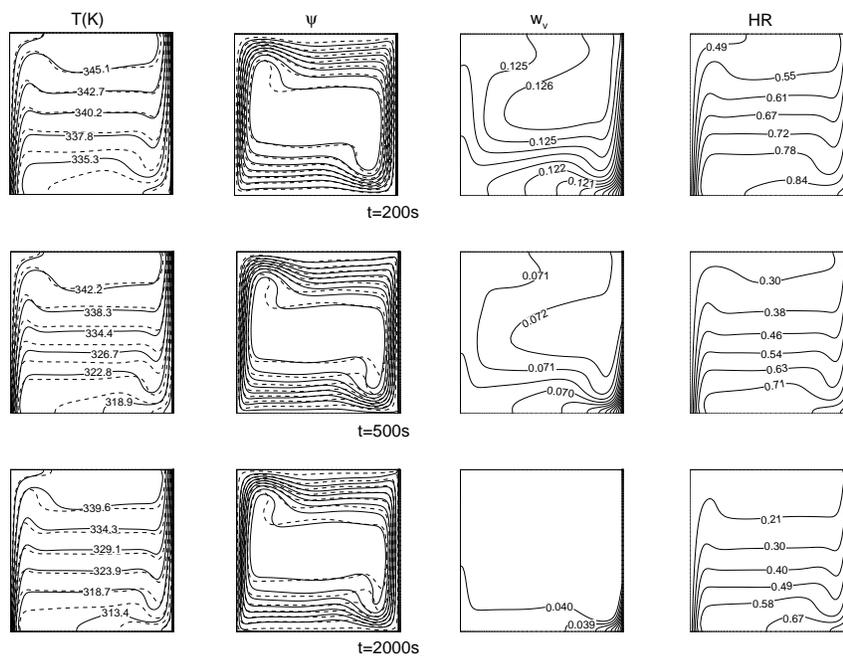


FIG. 4.40 – Isothermes, lignes de courant, champs de fraction massique et d’humidité à différents instants pour $HR = 50\%$

principes thermodynamiques dictant les propriétés de l’air humide.

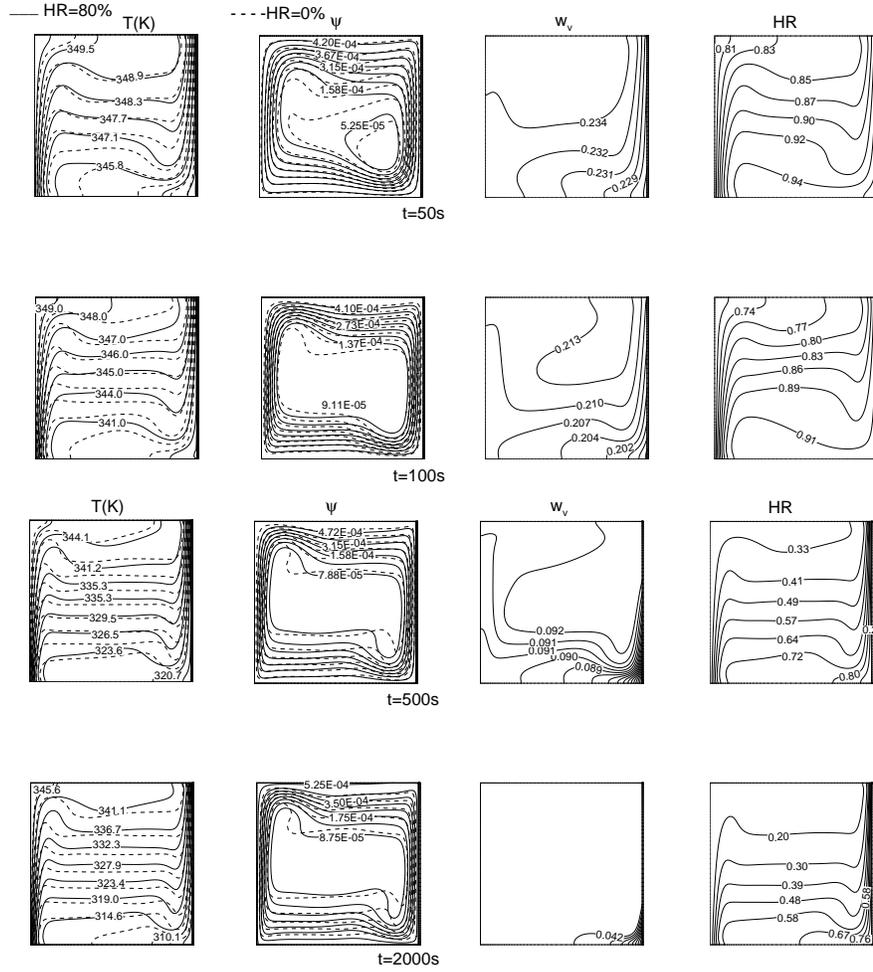


FIG. 4.41 – Isothermes , lignes de courant, champs de fraction massique et d'humidité à différents instants pour $HR = 80\%$ et pour l'air sec (iso-lignes en pointillés)

4.2.7 Influence de la variation du coefficient d'échange externe h_{cv}

L'influence de variations du coefficient d'échange externe est étudiée dans ce paragraphe. Les conditions initiales sont identiques pour toutes les valeurs de h_{cv} considérées et sont reportées dans la tableau 4.10. Le nombre de Biot basé sur h_{cv} est toujours faible compte-tenu des valeurs de l'épaisseur et de la conductivité thermique de la paroi froide : $Bi = 10^{-3}h_{cv}$. Le gradient de température vertical est d'autant plus élevé que h_{cv} est faible mais l'écart de température entre les deux faces de la paroi froide est toujours négligeable.

$T_0 = 350 K$	$HR_0 = 80\%$	$m_{v_i} = 2,08 g/m$	$m_{t_i} = 8,83g/m$	$W_{v_i} = 0,235$
---------------	---------------	----------------------	---------------------	-------------------

TAB. 4.10 – Conditions initiales

Les variations du coefficient d'échange externe influent sur la température de la paroi froide et sur la durée du régime transitoire. En conséquence, la vapeur d'eau se condense

d'autant plus rapidement et la masse condensée est d'autant plus importante que h_{cv} est élevé comme le montrent les valeurs de la masse condensée reportées dans le tableau 4.11. La masse volumique et la pression moyennes diminuent avec une augmentation de h_{cv} . Cette diminution est principalement due à celle de la température moyenne de l'air parce que les fractions massiques de vapeur d'eau sont, pour toutes les valeurs étudiées de h_{cv} , très faibles en régime permanent.

$h_{cv} (W/m^2K)$	W_{vf}	$m_{cond}(g/m)$ paroi froide	$m_{cond_t}(g/m)$ sur les 3 parois	$\bar{\rho}_m(kg/m^3)$ finale	$\bar{p}_m(Pa)$ finale	$\bar{T}_m(K)$ finale
5	0,042	1,76	1,78	0,706	$6,83 \cdot 10^5$	327
10	0,027	1,87	1,88	0,695	$6,53 \cdot 10^4$	322
20	0,017	1,95	1,96	0,687	$6,36 \cdot 10^4$	319
30	0,013	1,98	1,99	0,683	$6,28 \cdot 10^4$	318

TAB. 4.11 – Influence du coefficient d'échange h_{cv} sur la masse condensée

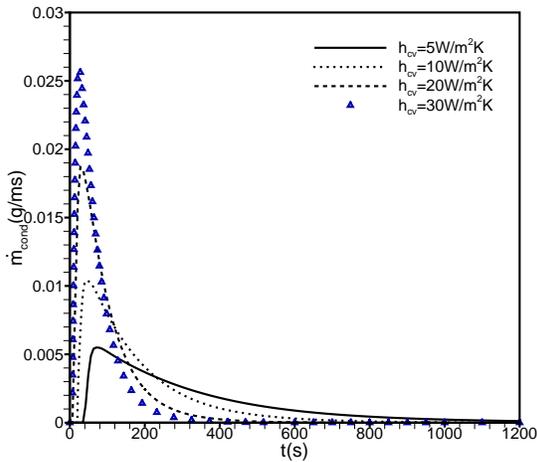


FIG. 4.42 – Evolution du flux massique condensé pour différents coefficients d'échanges

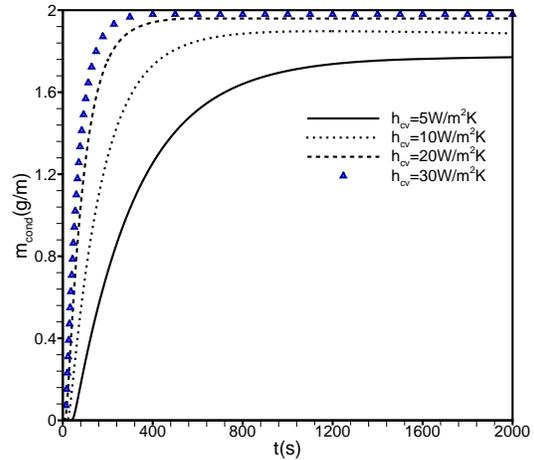


FIG. 4.43 – Evolution de la masse condensée totale

Les évolutions du flux massique condensé, de la masse condensée et de la température moyenne de la paroi froide tracées sur les figures 4.42, 4.43 et 4.44 montrent une nette diminution de la durée du régime transitoire aux plus grandes valeurs de h_{cv} . Elle est de l'ordre de 1500 s pour $h_{cv} = 5 W/m^2K$ et de l'ordre de 300 s pour $h_{cv} = 30 W/m^2K$. La masse condensée est quasiment maximale pour $h_{cv} = 20 W/m^2K$ parce que, comme le montre la figure 4.44, la température moyenne finale de la paroi froide tend lentement vers celle de l'ambiance aux valeurs plus élevées de h_{cv} . Cette remarque s'appuie aussi sur les tracés des variations temporelles de masse volumique moyenne et de pression thermodynamique pour $h_{cv} = 20 W/m^2K$ et

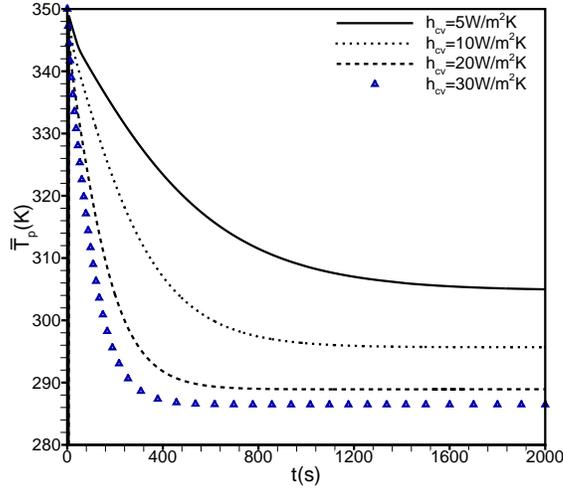


FIG. 4.44 – Profils de la température moyenne de la paroi froide

$h_{cv} = 30 \text{ W/m}^2\text{K}$ (Figs. 4.45 et 4.46). Dans le cas $h_{cv} = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$, ces deux figures montrent que la condensation débute après une période de l'ordre de 40 s, durée nécessaire pour que la température la plus basse de la paroi froide descende en dessous de la température de rosée.

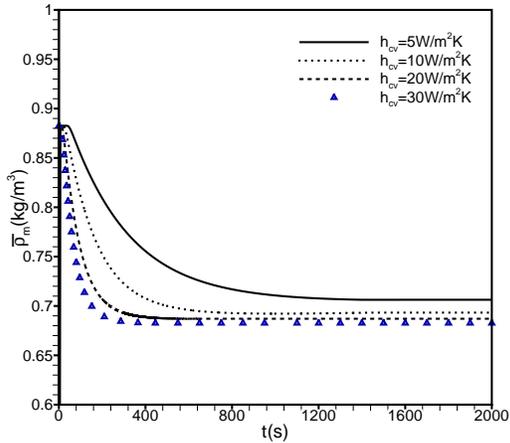


FIG. 4.45 – Profils de la densité

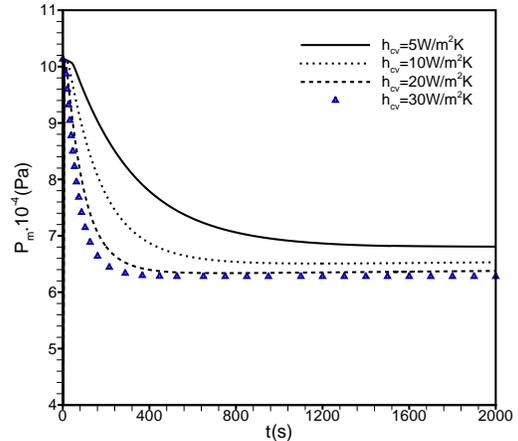


FIG. 4.46 – Profils de la pression thermodynamique moyenne

Les isovaleurs représentées sur la figure 4.47 montrent que les niveaux de température et de fraction massique diminuent quand h_{cv} augmente alors que les iso-fonctions de courant et humidités relatives varient en sens inverse. Cette figure illustre donc, à partir de tracés des isovaleurs, les remarques précédentes.

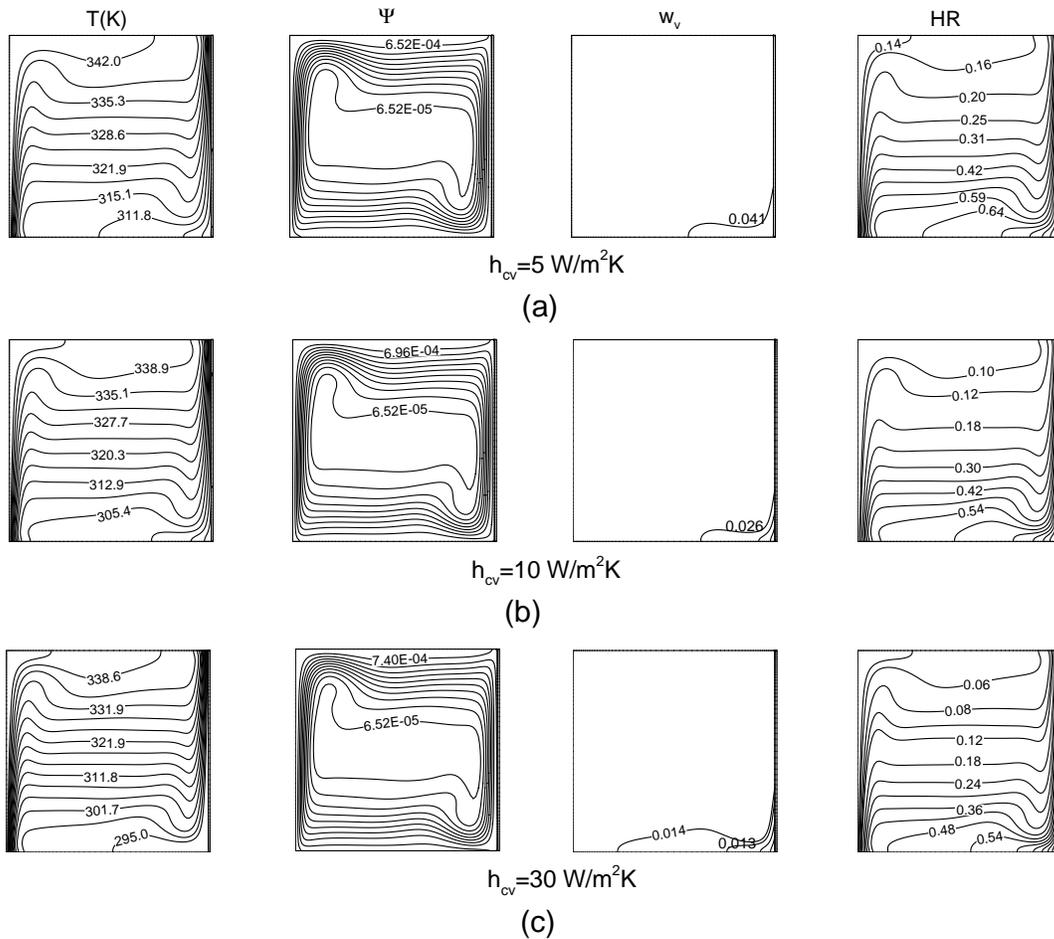


FIG. 4.47 – Isothermes , lignes de courant, champs de fraction massique et d’humidité en régime permanent pour différentes valeurs de h_{cv}

En régime stationnaire, les isocontours de la figure 4.47 ne montrent pas de changements apparents dans la structure de l’écoulement. L’explication est que les valeurs des nombres de Rayleigh sont presque identiques. En conclusion, dans la gamme de h_{cv} considéré, l’effet le plus significatif de h_{cv} est de produire une diminution de la durée du régime transitoire.

Conclusion

L’objectif de cette étude numérique a été de contribuer à la simulation des transferts de chaleur et de matière instationnaires associés à la condensation surfacique dans une cavité remplie, à l’instant initial, par de l’air humide. Les parois verticales, d’épaisseur finies, sont en contact avec une ambiance froide. La difficultés liées à la modélisation du film de condensat sur les parois nous ont conduit à négliger le film liquide qui a été considéré suffisamment mince pour que sa résistance thermique soit négligeable. On a montré que l’approximation de Boussinesq habituelle n’est pas appropriée pour traiter la convection thermosolutale induite par des

gradients de température et de concentration. La modélisation s'appuie sur une formulation faiblement compressible. Les variations temporelles des champs de vitesse, pression, température et fractions massiques ont été étudiées pour différentes conditions initiales d'humidité et différentes conditions de refroidissement de la cavité. Les principaux résultats obtenus sont :

- quand l'approximation de Boussinesq n'est pas adoptée, le régime stationnaire dépend des conditions initiales utilisées, même pour l'air sec.
- la diminution de la pression moyenne correspond bien aux calculs thermodynamiques.
- la convection thermosolutale présente trois périodes : transfert thermique, transfert thermosolutal et finalement transfert thermique dominant.
- l'augmentation temporelle de la température de la paroi extérieure sous l'effet de la condensation a été étudiée.
- quand la quantité de vapeur d'eau dans le mélange est importante à l'instant initial, la diminution de la densité du mélange par rapport à l'air sec conduit, en régime permanent, à une température plus basse de la paroi froide due à la diminution du nombre de Rayleigh thermique effectif.

Troisième partie

Partie III

Nomenclature

a	diffusivité thermique [m^2/s]
A	rapport de forme, $= L/2d$
C_p	capacité thermique [$J/K.kg$]
d	demi-largeur du canal [m]
$D_h = 4d$	diamètre hydraulique [m]
$D_{v,m}$	coefficient de diffusion massique [m^2/s]
g	gravité [m/s^2]
Gr_M	nombre de Grashof massique, $Gr_M = g\beta_M(W_p - W_0)D_h^3/\nu_m^2$
Gr_T	nombre de Grashof thermique, $Gr_T = g\beta_T(T_p - T_0)D_h^3/\nu_m^2$
h	enthalpie [J/kg]
\bar{h}	enthalpie de mélange [J/kg]
h_{lv}	chaleur latente [J/kg]
L	longueur du canal [m]
k	conductivité thermique [$W/m.K$]
\dot{m}	débit massique [kg/s]
$\phi_{m,v}$	flux massique évaporé [kg/s]
M	masse molaire [$kg/kmol$]
N	paramètre thermosolutal $N = Gr_M/Gr_T = Ri_M/Ri_T$
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen
p_m	pression motrice [Pa]
p_{vs}	pression de saturation [Pa]
p	pression statique [Pa]
p_h	pression hydrostatique [Pa]
Pr	nombre de Prandtl, $= \nu_m/a_m$
q_p	densité de flux de chaleur [W/m^2]
R	constante des gaz parfaits, $= 8,315 kJ/kmol$
Re	nombre de Reynolds $Re = V_0 D_h/\nu$
Ri_M	nombre de Richardson massique $Ri_M = Gr_M/Re^2$
Ri_T	nombre de Richardson thermique $Ri_T = Gr_T/Re^2$
Sc	nombre de Schmidt $Sc = \nu/D_{v,m}$
T	température [K]
$\vec{V} = (u, v)$	vecteur vitesse [m/s]
W	fraction massique
(x, y)	coordonnées [m]

Symboles grecs

β_M	coefficient d'expansion massique
β_T	coefficient d'expansion thermique [K^{-1}], $\beta_T = 1/T_r$
ΔT	variation de température, = $(T_0 - T_p)$ [K]
HR	humidité relative [%]
μ_m	viscosité dynamique de mélange [$N / m.s$]
Ψ	fonction de courant
ρ	densité [kg/m^3]

Indices

a	air sec
p	paroi
m	mélange
M	solutale
T	thermique
v	vapeur
r	référence
∞	état final

Chapitre 5

Convection mixte dans une conduite plane verticale : Influence des transferts de matière sur les parois

Introduction

La convection mixte associée à l'évaporation ou à la condensation d'un film liquide ruisselant sur les deux parois d'un canal vertical a suscité un intérêt suffisant pour motiver un grand nombre de travaux au cours des dernières années. La convection thermosolutale induite par des gradients de température et de concentration de vapeur d'eau a une influence importante sur les transferts thermiques dans nombreux systèmes : le confort thermique dans l'habitat, la condensation sur les vitrages et sur les murs, la conservation des aliments et de divers produits, le refroidissement d'équipements électroniques ou, à une autre échelle, les tours de refroidissement.

Lorsque une paroi est recouverte d'un film liquide, une augmentation importante des transferts de la chaleur peut être observée en raison de la présence simultanée des forces d'Archimède thermique et massique, résultant de gradients de température et de concentration, et de l'évaporation du film.

Somers [68] et Nakamura [69] ont été les premiers à traiter le problème de transferts simultanés par changement d'état dans le cas d'une plaque refroidie par évaporation et placée dans un écoulement de convection naturelle en régime de couches limites. Somers a employé une méthode intégrale approximative et Nakamura a négligé les forces d'Archimède provoquées par la double diffusion. Ces deux auteurs ont supposé que les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et que les termes d'interdiffusion moléculaire (dus aux différences d'enthalpie des deux constituants) sont négligeables devant ceux de diffusion thermique. Ce travail a été ré-examiné par Chow et Chung [70] en étudiant l'évaporation d'eau dans un écoulement laminaire d'air sec, de vapeur surchauffée et d'un mélange des deux espèces. Ils ont examiné, en particulier, les raisons physiques liées à l'existence d'une inversion de température en utilisant une approche de similitude et en se basant sur la règle du 1/3 pour calculer les

propriétés thermophysiques [71]. Ces résultats analytiques ont été confirmés expérimentalement par Haji et Chow [72]. Lee et al. [73] ont examiné expérimentalement et numériquement la convection naturelle dans un canal formé par deux plaques verticales, l'une étant poreuse et l'autre imperméable. Les deux plaques ont été maintenues à des températures uniformes, supérieures à la température ambiante, et un gaz lourd (CO_2) aspiré à travers l'une des parois. Les forces d'Archimède négatives dues gaz lourd induisent un écoulement descendant le long de la paroi poreuse tandis que le transfert de chaleur à travers la paroi imperméable provoque un écoulement ascendant. Chang et al. [74] ont étudié les effets du couplage des transferts thermique et massique d'un mélange vapeur d'eau-air sur le développement d'un écoulement de convection naturelle en régime stationnaire dans une conduite verticale. L'influence de la longueur de la conduite et de la différence de températures entre l'entrée et les parois a été examinée en détail. Une attention particulière a été portée sur l'étude des transferts de chaleur lorsque les forces thermique et massique agissent dans la même direction ($T_w > T_0$) ou dans des directions opposées ($T_w < T_0$). Cependant, l'utilisation de l'approximation de Boussinesq rend ces résultats applicables uniquement pour les mélanges à faible concentration de vapeur d'eau (mélange binaire dilué).

Yan et Lin [75] ont présenté une première étude sur les effets de l'évaporation d'un film liquide le long de deux parois parallèles et humidifiées d'un canal vertical. Une grande attention a été portée aux effets du transfert de chaleur latent dans un écoulement laminaire en convection mixte. Lin et al. [59] ont étudié le rôle de l'évaporation d'un mince film d'eau en convection mixte sur une paroi isotherme d'un tube vertical. Ils ont montré que le transfert de chaleur latent est dominant et qu'il existe une température surfacique, T_w , à laquelle le rapport entre le flux de chaleur latent et sensible est minimum. Ce problème a été réexaminé, d'une manière plus approfondie, par Yan [76] en considérant deux mélanges binaires eau-air et éthanol-air et en tenant compte de variations des propriétés thermophysiques. Les résultats ont montré une augmentation importante des transferts de chaleur dans le cas d'une paroi mouillée par un film d'éthanol. L'évaporation ou la condensation de la vapeur d'eau sur des surfaces mouillées d'un canal vertical chauffé asymétriquement, dans un écoulement laminaire de convection mixte, a été étudiée par Yan et al. [60]. Les résultats confirment que le transfert de la chaleur est dominé par le changement d'état. De plus, les résultats obtenus en tenant compte de l'écoulement du film liquide ont été comparés à ceux négligeant cet effet ; la comparaison montre que l'hypothèse d'un film extrêmement mince considérée par Yan et Lin [60, 59] est valide seulement pour les systèmes à faibles débits massiques de liquide.

Tsay et Lin [77] ont analysé numériquement les transferts de chaleur et de masse dans un écoulement laminaire de gaz arrivant sur un film liquide. Les équations de conservation pour les deux phases, couplées avec des conditions à l'interface liquide-gaz, ont été résolues simultanément. Il a été montré, en particulier, que les résultats obtenus en tenant compte du transfert dans le film liquide diffèrent sensiblement de ceux obtenus en négligeant le transfert de chaleur à travers le film liquide. L'analyse de l'hypothèse des effets d'un film mince a été étendue par Yan et Lin [78] et Yan [79] dans le cas d'une étude de convection naturelle en écoulement turbulent avec évaporation le long des parois verticales d'une plaque et d'un canal. Ils ont étudié en détail l'influence du débit massique de liquide. Leurs résultats indiquent que l'influence d'un film liquide en régime laminaire est faible au centre de la conduite, alors qu'elle est importante près de l'interface gaz-liquide. Yan et ces collaborateurs. [80, 81, 61] ont

présentés des simulations numériques en régimes laminaire et turbulent de convection mixte sur l'une paroi d'un canal vertical. La principale conclusion est que le transfert de chaleur augmente quand le débit massique du film liquide diminue.

Plus récemment, la convection mixte dans une conduite rectangulaire verticale ou inclinée avec évaporation d'un film le long d'une paroi poreuse a été étudiée par [82, 83]. L'approximation de Boussinesq a été adoptée et les propriétés thermophysiques de l'air humide ont été supposées constantes et évaluées par la règle du 1/3. Une formulation mixte vorticité-vitesse des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles a été introduite mais les termes de diffusion axiale ont été négligés dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la masse. Les effets de la température de la surface mouillée, du nombre de Reynolds, de l'humidité relative et du rapport de forme ont été examinés. Les résultats principaux obtenus, à l'exception de ceux portant sur le rapport de forme, ont confirmé les conclusions tirées précédemment dans le cadre de l'approximation du film liquide très mince.

Dans l'ensemble des travaux mentionnés ci-dessus, le problème a été étudié en considérant différentes conditions aux limites thermiques mais en utilisant toujours soit un modèle de couche limite, soit en négligeant la diffusion axiale dans le cas d'un écoulement en conduite.

L'intérêt d'employer une formulation elliptique est qu'il est alors possible de prédire des éventuels renversements de l'écoulement (ou recirculations), notamment dans la région d'entrée, lorsqu'un écoulement thermosolutal en conduite est modélisé. L'inconvénient de cette formulation réside dans la nécessité d'écrire des conditions aux limites dans la section de sortie pour les toutes les quantités transportées. Le premier travail traitant du renversement d'écoulement en développement avec transferts couplés de chaleur et de masse d'un mélange binaire dans un canal vertical en utilisant une formulation elliptique 2D a été effectué par Desrayaud et Lauriat [62]. Un écoulement laminaire et stationnaire de convection naturelle sous l'approximation de Boussinesq, d'un mélange dilué de deux gaz parfaits air-vapeur d'eau a été examiné dans le cas de faibles variations de température et de concentration. Les règles de similitude entre nombres de Sherwood et Nusselt ont été discutées et de nouvelles corrélations donnant les nombres de Nusselt latent et sensible ont été proposées [62]. La convection mixte d'un écoulement descendant d'air humide dans une conduite plane verticale avec ses parois recouvertes par un mince film d'eau à une température inférieure à celle de l'entrée d'air a été étudié numériquement par Hammou et al. [84]. L'évaporation ou la condensation sur les parois peut se produire selon les valeurs respectives de W_0 et W_p . Toutefois, la configuration de l'écoulement est peu influencée par le phénomène de changement de phase en raison de la faible fraction massique de vapeur d'eau considérée dans [84]. Plus récemment, ce problème a été réexaminé par Azizi et al. [85] pour deux types d'écoulement principal, ascendant ou descendant, en convection mixte. Les résultats ont montré que les flux de chaleur latent et sensible peuvent augmenter ou diminuer en fonction de la direction de l'écoulement. Un renversement d'écoulement a été observé dans le cas des écoulements ascendants où l'écart entre la température des parois isothermes et celle de l'entrée du canal est important. Toutefois, les résultats n'ont pas indiqué l'existence d'une inversion d'un écoulement d'air humide due au transfert de matière.

Une étude bibliographique montre que la formulation elliptique n'a été appliquée qu'à des écoulements à masse volumique constante (sauf dans le terme de poussée d'Archimède), c'est-à-dire pour des mélanges avec des espèces faiblement concentrées diffusant dans un gaz porteur de masse molaire peu différente. Dans ces cas, l'approximation de Boussinesq apparaît être bien adaptée. Par contre, l'évaporation d'un gaz très léger ou très lourd et pour des concentrations interfaciales relativement élevées induit des variations importantes de masse volumique du mélange s'écoulant dans la conduite. Dans ce cas, l'hypothèse d'une masse volumique constante est inadaptée parce que le mélange d'espèces ne peut pas être traité comme dilué. Dans ce chapitre, nous examinons cette question pour des évaporations de films d'eau ou d'hexane dans un écoulement laminaire en convection mixte.

5.1 Modélisation

5.1.1 Hypothèses

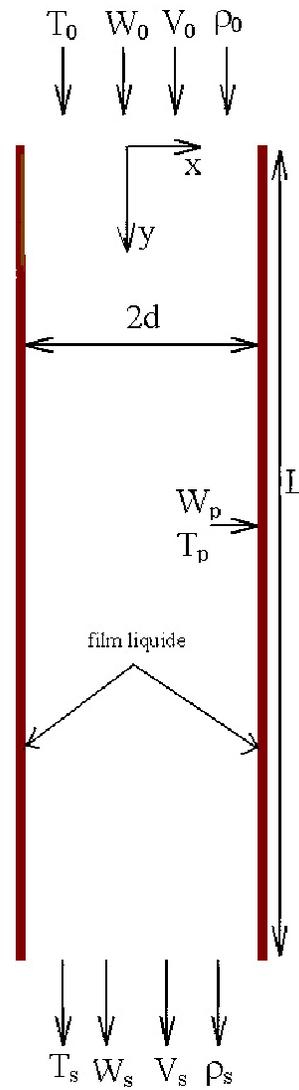


FIG. 5.1 – Schéma du système étudié

- Écoulement laminaire, bidimensionnel et stationnaire.
- Fluide Newtonien et hypothèse de Stokes.
- Travaux des forces de pression et dissipation visqueuse négligés.
- Pas de production volumique de chaleur.
- Mélange binaire de gaz parfaits avec le gaz porteur incondensable.
- Pas de réaction chimique ou de disparition/création d'un constituant dans le mélange en

écoulement

- Pression thermodynamique constante et égale à la pression atmosphérique : $P_{th} = P_a = 101\,325\,Pa$.
- Propriétés thermophysiques ne dépendant que de la température et des fractions massiques.
- Masse volumique variable avec la température et avec la fraction massique dans tous les termes et calculée par la loi des gaz parfaits.

$$\rho_m = \frac{P_m M_t}{RT} \quad (5.1)$$

où M_t est la masse molaire du mélange.

$$\frac{1}{M_t} = \frac{W_v}{M_v} + \frac{1 - W_v}{M_a} \quad (5.2)$$

- Film liquide suffisamment mince pour que sa résistance thermique soit négligeable et pour que la vitesse de ruissellement le soit aussi.
- Variation de pression le long de la conduite suffisamment faible pour que la pression partielle de saturation de l'espèce se condensant ou s'évaporant à l'interface liquide/gaz puisse être supposée constante. La fraction massique interfaciale est donnée sous forme molaire par la relation générale :

$$P_{v,i} = P_m x_i \quad (5.3)$$

où $P_{v,i}$ est la pression de vapeur du constituant "i" à l'interface, P_m la pression totale du mélange et x_i la fraction molaire de "i" dans le mélange. La relation générale $x_i = W_i(M_t/M_i)$ conduit donc à l'expression suivante de la fraction massique à l'interface (notation "i" car le film liquide n'est pas modélisé).

$$W_p = \frac{P_{v,i}(T_p) M_v}{P_m M_t} \quad (5.4)$$

$$W_p = \frac{M_v P_{v,i}(T_p)}{[M_v P_v(T_p) + M_a (P_m - P_{v,i}(T_p))]} \quad (5.5)$$

où P_m est la pression du mélange (supposée être égale à la pression atmosphérique).

5.1.2 Equations de conservation

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho_m u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_m v)}{\partial y} = 0 \quad (5.6)$$

- Equation de quantité de mouvement :

- direction x (horizontale)

$$\begin{aligned} \rho_m u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_m v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p_m}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_m \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_m \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_m \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_m \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_m \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

- direction y (verticale)

$$\begin{aligned} \rho_m u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_m v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p_m}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_m \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_m \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_m \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu_m \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_m \frac{\partial u}{\partial y} \right) + (\rho_m(T, W_v) - \rho_r) g \end{aligned} \quad (5.8)$$

où $p_m = p - p_h$ est la pression motrice, différence entre les pressions statique et hydrostatique. En supposant que la masse volumique du fluide à l'extérieur de la conduite est constante (réservoir à température uniforme T_r , à concentration uniforme W_r et à pression atmosphérique), le gradient vertical de pression hydrostatique est :

$$\frac{dp_h}{dy} = \rho_r g \quad (5.9)$$

puisque l'axe vertical est dirigé dans le sens de la gravité.

• Equation de l'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m u \bar{h})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_m v \bar{h})}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_m}{\bar{C}_p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_m}{\bar{C}_p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_m (h_v - h_a) D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_m (h_v - h_a) D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

où \bar{h} est l'enthalpie massique du mélange, $\rho_m \bar{h} = \rho_v h_v + \rho_a h_a$ ou $\bar{h} = W_v h_v + (1 - W_v) h_a$. Les enthalpies massique des constituants sont données par

$$h_i = h_i^0 + \int_{T_0}^T C_{p,i} dT \quad (5.11)$$

Si l'enthalpie de formation de l'espèce "i" à $T_0 = 0 K$ est nulle

$$\bar{h} = W_a \int_0^T C_{p,a} dT + W_v \int_0^T C_{p,v} dT \quad (5.12)$$

Pour un mélange de gaz parfaits $d\bar{h} = \bar{C}_p dT$ (où \bar{C}_p n'est fonction que de la température) et, donc, $(k_m/\bar{C}_p)\nabla\bar{h} = k_m\nabla T$. Cette relation permet d'écrire l'équation de l'énergie sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m u \bar{h})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_m v \bar{h})}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_m (h_v - h_a) D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_m (h_v - h_a) D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

- Equation de conservation de la vapeur :

$$\frac{\partial(\rho_m u W_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_m v W_v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_m D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_m D_{v,m} \frac{\partial W_v}{\partial y} \right) \quad (5.14)$$

Conditions aux limites

- Concernant les conditions d'entrée en $y = 0$ et $-d \leq x \leq d$, il faut spécifier la vitesse, la pression, la température et la fraction massique du mélange. On suppose le profil de vitesse uniforme et la pression vérifiant l'équation de Bernoulli. Soit :

$$u = 0 \text{ et } v = V_0$$

$$P = P_a(0) + \frac{1}{2}\rho_m(0)V_0^2 = P_a(0) + \frac{1}{2}\rho_0 V_0^2 \quad \text{avec} \quad Re_0 = \frac{D_h V_0}{\nu_r}$$

$$T = T_0$$

$$W = W_0$$

où ρ_0 est la masse volumique du fluide entrant dans la conduite et $D_h = 4d$ est le diamètre hydraulique.

- Conditions de sortie en $y = L$ et $-d \leq x \leq d$: les dérivées premières dans la direction y des variables dépendantes (u, v, T, W) sont nulles. Cette hypothèse signifie implicitement que l'écoulement est quasiment établi dans la section de sortie. La pression est égale à la pression ambiante, soit $P = P_a(0) + \rho_0 g L$

- Sur les parois verticales :

- $T = T_p$

- W_p est la fraction de saturation à la température T_p ,

$$W_p = \frac{P_{vs}(T_p) M_v}{P_m M_t} \quad (5.15)$$

où P_m est la pression thermodynamique du mélange à la hauteur y et M_t la masse molaire du mélange. Formellement, W_p varie donc avec y . Cette faible variation de W_p est négligée dans la modélisation.

- $v = 0$, $u = u_p$ vitesse normale à la paroi calculée par la relation (démonstration donnée en annexe I)

$$u_p = -\frac{D_{v,m}}{(1 - W_p)} \left(\frac{\partial W}{\partial n} \right)_p \quad (5.16)$$

Cette expression suppose que le gaz porteur ne diffuse pas dans le film liquide et qu'il est incondensable.

Grandeurs calculées

- $\bar{\rho}_m$ masse volumique moyenne du mélange calculée dans la section de la conduite,

$$\bar{\rho}_m(y) = \frac{\int_{-d}^d \rho_m v dx}{\int_{-d}^d v dx} \quad (5.17)$$

- \bar{V}_m vitesse moyenne sur la section (moyenne surfacique),

$$\bar{V}_m(y) = \frac{1}{2d} \int_{-d}^d V_m dx \quad (5.18)$$

- \bar{T}_m température moyenne du mélange dans une section,

$$\bar{T}_m(y) = \frac{\int_{-d}^d \rho_m T v dx}{\int_{-d}^d \rho_m v dx} \quad (5.19)$$

- \bar{W}_v fraction massique moyenne de vapeur dans une section, rapport entre les masses volumiques moyennes de la vapeur et du mélange,

$$\bar{W}_v(y) = \frac{\int_{-d}^d \rho_m W_v v dx}{\int_{-d}^d \rho_m v dx} \quad (5.20)$$

- $\overline{HR}\%$ = $\frac{P_v(T_p)}{P_{vs}(T_p)} * 100$ humidité moyenne dans une section,

$$\overline{HR}(y) = \frac{1}{2d} \int_{-d}^d HR dx \quad (5.21)$$

- Densité de flux de chaleur à la paroi

$$q_t(y) = q_s(y) + q_l(y) = -k_m \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p + \frac{\rho_m D_{v,m_r} h_{lv}}{(1 - W_p)} \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_p \quad (5.22)$$

soit sous forme adimensionnelle :

- Nombre de Nusselt sensible local :

$$Nu_s(y) = -\frac{4d}{T_p - T_m(y)} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p \quad (5.23)$$

- Nombre de Nusselt latent local :

$$Nu_l(y) = \frac{4d}{T_p - T_m(y)} \frac{\rho_m D_{v,m_r} h_{lv}}{k_r (1 - W_p)} \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_p \quad (5.24)$$

- Flux massique de vapeur évaporée/condensée :

$$\dot{m}_v(y) = +\rho_m u_p \quad \text{avec :} \quad u_p = -\frac{D_{v,m}}{1 - W_p} \left. \frac{\partial W_v}{\partial n} \right|_p \quad (5.25)$$

u_p est la composante de la vitesse du mélange normale à la paroi (axe x) et ρ_m est la masse volumique du mélange (air+vapeur). W_p est la fraction massique de la vapeur à l'interface liquide-gaz.

- Flux massique diffusif de vapeur sur l'une des parois entre l'entrée et la côte y , ϕ_{vm}

$$\phi_{mD,v} = \pm \int_0^y \rho_m D_{v,m_r} \left. \frac{\partial W_v}{\partial x} \right|_{-d,d} dy \quad (5.26)$$

- Flux massique évaporé/condensé entre $y = 0$ et y

$$\phi_{m,v}(y) = \int_0^y \rho_m u_p dy = \pm \int_0^y \rho_m \frac{D_{v,m}}{(1 - W_p)} \left. \frac{\partial W_v}{\partial x} \right|_{-d,d} dy \quad (5.27)$$

L'écart entre les débits massiques à l'entrée et une côte y de la conduite est donné par

$$\Delta\dot{m}(y) = \int_{-d}^d (\rho(x, 0)v(x, 0) - \rho(x, y)v(x, y))dx \quad (5.28)$$

On a donc

$$\Delta\dot{m}(y) = 2 \times \phi_{m,v}(y) \quad (5.29)$$

5.1.3 Equations de conservation sous l'approximation de Boussinesq

Hypothèse : ρ_m est constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède.

Cette approximation est théoriquement valable si les écarts de température sont faibles ($\Delta T_{max}/T_r < 0,1$ pour un mélange de gaz parfaits) et si la variation de concentration de l'un des constituants est faible (mélange dilué, Lin et al.[59]). On écrit alors l'écart relatif de masse volumique sous la forme

$$\frac{\rho_r - \rho_m}{\rho_m} = \beta_T(T - T_r) + \beta_M(W_v - W_r) \quad (5.30)$$

On en tire l'expression approchée

$$\rho_m = \frac{\rho_r}{1 + \beta_T(T - T_r) + \beta_M(W_v - W_r)} \approx \rho_r[1 - (\beta_T(T - T_r) + \beta_M(W_v - W_r))] \quad (5.31)$$

Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, les termes d'interdiffusion moléculaire sont toujours négligeables devant les termes de diffusion thermique lorsqu'il n'y a pas de réaction chimique ou de changement d'état au sein du mélange. Ils seront donc omis dans cette partie. Toutes les propriétés physiques étant constantes, l'équation de l'énergie peut alors s'écrire en fonction de la température.

- Equation de continuité ($\rho_r = Cste$) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.32)$$

- Equation de quantité de mouvement (μ_m fonction de T_r et de W_r) :

- direction x (horizontale)

$$\rho_r u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_r v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p_m}{\partial x} + \mu_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (5.33)$$

- direction y (verticale)

$$\rho_r u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_r v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p_m}{\partial y} + \mu_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + g \rho_r [\beta_T (T - T_r) + \beta_M (W_v - W_r)] \quad (5.34)$$

avec $p_m = p - p_h = p + \rho_r g y$

• Equation de l'énergie (C_p et k_m fonctions de T_r et de W_r) :

$$\rho_r \bar{C}_p \left(\frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} \right) = k_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (5.35)$$

• Equation de conservation de l'espèce condensable ($D_{v,m}$ fonction de T_r uniquement) :

$$u \frac{\partial W_v}{\partial x} + v \frac{\partial W_v}{\partial y} = D_{v,m} \left(\frac{\partial^2 W_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_v}{\partial x^2} \right) \quad (5.36)$$

Grandeurs de référence

les grandeurs de références sont celles à l'entrée de la conduite (Hammou et al. [84])

$$\rho_r = \rho_0, v_r = V_0, W_r = W_0 \text{ et } T_r = T_0$$

Les propriétés thermophysiques sont évaluées à la température T_r et à la fraction massique W_r calculées par la règle du 1/3 :

$$T_r = T_p - \frac{1}{3}(T_p - T_0) \text{ et } W_r = W_p - \frac{1}{3}(W_p - W_0).$$

Les nombres de Grashof thermique et massique sont :

$$Gr_T = \frac{g \beta_T (T_p - T_0) \rho_0^2 D_h^3}{\mu_r^2} \text{ avec } \beta_T = \frac{1}{T_r} \quad (5.37)$$

$$Gr_M = \frac{g \beta_M (W_p - W_0) \rho_0^2 D_h^3}{\mu_r^2} \text{ avec } \beta_M = \frac{M_a - M_v}{W_v M_a + (1 - W_v) M_v} \quad (5.38)$$

Les nombres de Richardson thermique et massique sont :

$$Ri_M = \frac{Gr_M}{Re^2} \text{ et } Ri_T = \frac{Gr_T}{Re^2}$$

où

$$N = \frac{Ri_M}{Ri_T} = \frac{\beta_M(W_p - W_0)}{\beta_T(T_p - T_0)} \quad (5.39)$$

est le paramètre de couplage thermosolutal, rapport des nombres de Grashof massique Gr_M et thermique Gr_T .

5.2 Méthode de résolution numérique.

Les équations de conservation ont été résolues en régime stationnaire. On a retenu l'algorithme PISO pour traiter le couplage vitesse-pression et un schéma décentré du 2ème ordre pour la discrétisation des termes de transport.

L'équation de conservation de la quantité de mouvement est résolue en rajoutant des termes sources dans les mailles adjacentes aux parois afin de modéliser la composante normale non-nulle de la vitesse lorsqu'il y a condensation ou évaporation. Dans l'équation de conservation de l'énergie, on intervient par des termes puits/source correspondant à la chaleur latente de vaporisation/condensation de la quantité de vapeur enlevée du domaine de calcul.

Par l'intermédiaire du flux de vapeur condensée ou évaporée sur une surface, on obtient la liaison avec le calcul dans le volume de contrôle par le biais de trois bilans :

- Au niveau du bilan massique, le débit produit est enlevé du domaine de calcul par l'intermédiaire de termes sources S_m et S_v qui sont introduits dans les équations de la conservation de la masse et de l'espèce :

$$S_m = S_v = \dot{m}_v \quad (5.40)$$

- Au niveau du bilan énergétique, on intervient par les termes sources correspondant à la chaleur latente de vaporisation/évaporation de la quantité de vapeur enlevée du domaine de calcul :

$$S_h = \dot{m}_v h_{lv} \quad (5.41)$$

où la chaleur latente de vaporisation h_{lv} est calculée à une température de référence.

Il faut noter que ces termes sources sont nuls à l'intérieur du domaine de calcul.

5.2.1 Etude de maillage

Le système étudié est une conduite plane de longueur $L = 2m$ et de largeur $2d = 2cm$ (rapport de forme $A = 100$).

Pour déterminer l'influence du raffinement du maillage sur la solution, on a mené une étude pour sept maillages différents en considérant un problème d'évaporation sur des parois isothermes ($T_p = T_0$) d'un mélange air-hexane.

Les valeurs reportées dans le tableau 5.2 montre que la solution est obtenue avec une bonne

Modèle	Equation de Navier Stokes+hypothèse de Boussinesq ou Equation de Navier Stokes+loi des gaz parfait
Solveur	Itératif découplé
Couplage pression-vitesse	PISO
Algorithme de correction de pression	Body Force Weighted
Schéma de discrétisation spatiale	schéma décentré d'ordre 2
Facteurs de relaxation	
densité	0,1
pression	0,6
vitesse	0,2
énergie	0,5
termes de source	0,1

TAB. 5.1 – Paramètres numériques utilisés pour le calcul

précision avec un maillage (70×600).

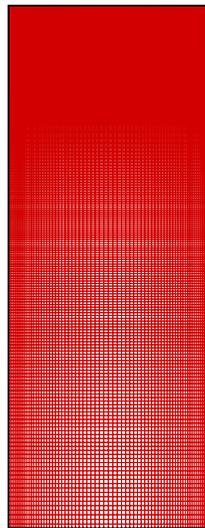


FIG. 5.2 – Maillage utilisé

Compte tenu des résultats, on va utiliser un maillage ($n_x = 70, n_y = 600$) cartésien structuré non uniforme (raffinement sur les parois et à l'entrée où les gradients sont plus importants) avec des coefficients d'expansion géométrique $(\xi_x; \xi_y) = (1,03; 1,009)$ dans la suite de notre travail (Fig 5.2).

	$(M_x; M_y)$	(50×400)	(70×400)	(100×400)	(70×200)	(70×600)	(70×800)
	$(\xi_x; \xi_y)$	$(1, 04; 1, 01)$	$(1, 02; 1, 01)$	$(1, 015; 1, 01)$	$(1, 02; 1, 03)$	$(1, 02; 1, 007)$	$(1, 01; 1, 005)$
$y = 0,01m$	$\dot{m} (g s^{-1})$	2,327	2,328	2,328	2,330	2,329	2,329
$y = 0,2m$	$\dot{m} (g s^{-1})$	3,319	3,319	3,319	3,309	3,317	3,317
$y = 1m$	$\dot{m} (g s^{-1})$	4,134	4,135	4,135	4,127	4,135	4,135
$y = 2m$	$\dot{m} (g s^{-1})$	4,278	4,279	4,279	4,276	4,280	4,280
	$V_{max} (m s^{-1})$	0,295	0,296	0,295	0,297	0,295	0,296
	$V_{min} (m s^{-1})$	-0,0276	-0,0280	-0,0280	-0,0278	-0,0281	-0,0281

TAB. 5.2 – Etude de maillage pour un mélange air-hexane en évaporation isotherme ($Re = 300$, $W_p = 0,5$, $T_p = T_0 = 303,6 K$)

5.3 Comparaison avec des résultats publiés par Azizi et al.[85]

Dans cette partie, la validation des calculs porte sur les transferts de chaleur et de matière le long des parois isothermes de longueur L d'une conduite plane verticale (Fig 5.1). Le fluide, entrant par le haut de la conduite de largeur $2d$ avec une vitesse V_0 , est de l'air humide, assimilé à un mélange binaire de deux gaz parfaits. A l'entrée de la conduite, la fraction massique de vapeur d'eau est W_0 (humidité relative HR_0 à pression atmosphérique et à température T_0).

Ce problème, présentant une grande diversité de solutions possibles, a été étudié par Hammou et al. [84] et Azizi et al. [85].

Les parois de la conduite sont recouvertes par un film d'eau liquide à la température des parois T_p . Cette hypothèse est justifiée si le film est suffisamment mince pour que sa résistance thermique puisse être négligée (hypothèse souvent admise dans la littérature). Selon les valeurs respectives de T_0 , W_0 et de T_p , l'air humide peut s'appauvrir en vapeur d'eau (condensation sur les parois) ou s'enrichir (évaporation). Il s'ensuit que la convection thermosolutale qui se superpose à l'écoulement forcé est difficile à appréhender : lorsque l'eau des films pariétaux s'évapore, la masse volumique de l'air humide diminue et la convection naturelle d'origine massique est à l'origine d'un mouvement ascendant, donc opposé à la vitesse d'entrée. Dans le cas contraire, la condensation de vapeur d'eau sur les parois cause une augmentation de la masse volumique du mélange : la convection naturelle massique augmente donc la vitesse débitante.

La convection naturelle d'origine thermique est pilotée par le signe de l'écart de température ($T_p - T_0$) et les mouvements d'origine thermique et massique peuvent agir dans le même sens ou en sens opposé.

Contrairement à des travaux antérieurs (Lin et al.[59]), Hammou et al.[84] ont adopté une formulation elliptique afin de tenir compte de possibles recirculations dans l'écoulement. Ils ne montrent cependant aucune solution présentant des recirculations tout en insistant sur l'intérêt de la formulation elliptique : en fait, tous les calculs discutés dans Hammou et al. [84] et Azizi et al. [85] ont été effectués avec des forces thermiques augmentant la vitesse de convec-

tion forcée ($T_p < T_0$). Quant aux forces solutales, différents cas ont été envisagés ($W_0 < W_p$ ou $W_0 > W_p$) mais ils correspondent tous à des nombres de Grashof solutaux d'un ordre de grandeur inférieur aux nombres de Grashof thermiques. Ils correspondent aussi à des nombres de Richardson solutaux, $Ri_M = Gr_M/Re^2$, très petits : la formulation elliptique utilisée dans cet article est donc absolument inutile.

Les calculs ont été effectués en fixant les valeurs suivantes :

$$T_p = 293K, W_p = 0,0145, A = L/2d = 65, Re = 300, D_h = 0,04m$$

5.3.1 Hypothèses communes aux deux études

- écoulement laminaire, bidimensionnel et stationnaire en adoptant l'approximation de Boussinesq,

$$\rho(T, W_v) = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_M(W_v - W_0)] \quad (5.42)$$

La masse volumique de référence est donc calculée à partir de la température et de la fraction massique du mélange à l'entrée de la conduite.

avec

$$\rho_0 = \frac{P_0}{RT_0 \left(\frac{W_0}{M_0} + \frac{1-W_0}{M_a} \right)} \quad (5.43)$$

- propriétés physiques autres que la masse volumique constantes et calculées à la température de référence T_r et à la fraction massique de référence W_r définies par la règle du 1/3. (Lin et al.[59], Annexe I)

Comparaison

Le code utilisé résolvant les équations de conservation sous forme dimensionnelle, il faut introduire des grandeurs thermophysiques qui permettent de retrouver les valeurs des nombres adimensionnels retenues dans l'étude de Azizi et al. [85]. Ces propriétés évaluées à la température de référence $T_r = 299,66K$ sont reportées dans le tableau 5.3 pour deux valeurs de la fraction massique.

On en déduit les nombres de Schmidt et de Prandtl : $Sc = \nu_r/D_{v,r} = 0,58$ et $Pr = \nu_r/a_r = 0,7$ qui sont fixés dans tout le domaine.

Dans le cas $W_p > W_0$ (cas 1) l'eau s'évapore sur les parois, pour $W_p < W_0$ (cas 2) il y a condensation sur les parois.

Les valeurs négatives des nombres de Grashof indiquent que les forces solutale et thermique agissent dans la direction de la force de gravité et favorisent l'écoulement dans le canal. La

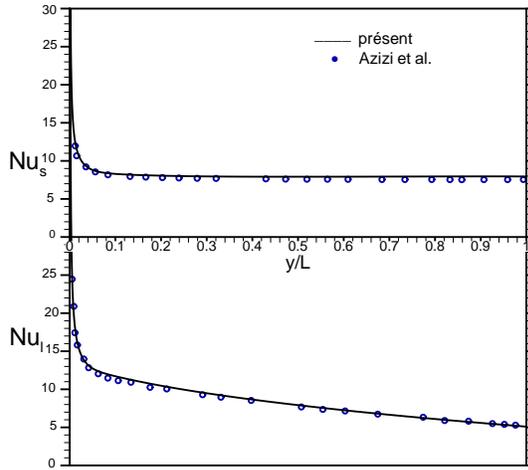
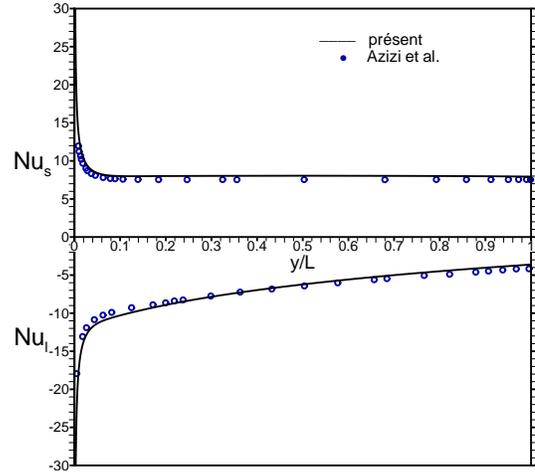
cas	k_r ($W/m.K$)	$C_{p,r}$ ($J/kg.K$)	μ_r ($kg/m.s$)	D_{v,m_r} (m^2/s)	$\beta_T = \frac{1}{T_0}$ (K^{-1})	$\beta_M = \frac{Ma}{Mv} - 1$
1	0,0262	1014	$1,825 \cdot 10^{-5}$	$2,785 \cdot 10^{-5}$	0,0032	0,610
2	0,0263	1019	$1,816 \cdot 10^{-5}$	$2,785 \cdot 10^{-5}$	0,0032	0,610

 TAB. 5.3 – Propriétés physiques du mélange (air+vapeur d'eau) à $T_r = 299,66K$

cas	$T_0(^{\circ}C)$	$HR_0(\%)$	W_0	Gr_T	Gr_M	$N = Gr_M/Gr_T$
1	313	10	0,00456	-74576	7142	0,0958
2	313	50	0,02352	-74860	-6123	-0,0818

TAB. 5.4 – Conditions d'entrée

valeur très faible de N indique que le champ hydrodynamique est, dans les deux cas, principalement influencé par le champ thermique.


 FIG. 5.3 – Comparaison des nombres de Nusselt sensible et latent ($T_p = 20^{\circ}C, T_0 = 40^{\circ}C, HR_0 = 10\%, Re = 300$)

 FIG. 5.4 – Comparaison des nombres de Nusselt sensible et latent ($T_p = 20^{\circ}C, T_0 = 40^{\circ}C, HR_0 = 50\%, Re = 300$)

Les résultats obtenus dans ce travail sont en bon accord avec ceux de Azizi et al. [85].

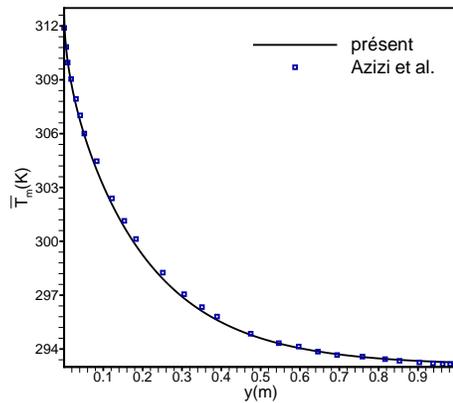


FIG. 5.5 – Comparaison des profils de température moyenne ($T_p = 20^\circ C, T_0 = 40^\circ C, HR_0 = 50\%, Re = 300$)

5.4 Evaporation de la vapeur d'eau

Une série de calculs a été effectuée pour deux mélanges binaires de gaz parfaits et non dilués (air-vapeur d'eau) et (air-hexane) en convection mixte avec évaporation le long des parois d'un canal vertical ($A = 100$). L'air sec entre à une température uniforme T_0 égale ou supérieure à la température de la paroi T_p , une fraction ($W_0 = 0$), une vitesse V_0 et à la pression atmosphérique. La masse molaire de la vapeur d'eau est ($M_{H_2O} = 18,015 \text{ kg/kmol}$) elle est inférieure à celle de l'air sec ($M_a = 28,966 \text{ kg/kmol}$) tandis que celle de l'hexane ($M_{C_6H_{14}} = 86,177 \text{ kg/kmol}$) est nettement plus élevée.

Les propriétés thermophysiques des constituants et de leur mélange ont été évaluées à partir des expressions données dans les annexes I et II.

Lorsque la composante de la vitesse normale à la paroi est calculée à partir de la loi de Fick en faisant intervenir un changement d'état, le débit massique n'est plus conservé. C'est le cas de l'évaporation isotherme ($T_p = T_0$). L'approximation de Boussinesq est alors mise en défaut, du moins formellement, car il faut tenir compte des masses molaires des constituants et des conditions de saturation qui peuvent conduire à des variations de masse volumique. Dans ces deux situations, on peut se poser la question de l'importance des forces solutales sur un écoulement à faible nombre de Reynolds puisque l'évaporation du constituant liquide crée une force ascendante ou descendante. Dans le cas de l'eau, elle est opposée au sens de l'écoulement principal lorsqu'il est dirigé vers le bas.

5.4.1 Evaporation de la vapeur d'eau dans l'air en convection mixte

Convection solutale : $T_p = T_0$

Une première série de calculs a été réalisée pour un mélange de vapeur d'eau et d'air sec en faisant varier la fraction massique de la vapeur sur la paroi de $W_p = 0,1$ à $W_p = 0,5$. Les forces de gravité dans l'équation du mouvement sont seulement dues aux effets solutaux ($\rho_m = \rho_m(W_v)$ et $Gr_T = 0$). Trois valeurs du nombre de Reynolds $Re = 300, 600$ et 900 ont été considérées. Afin d'examiner l'influence de la variation de la densité de manière plus approfondie, les autres propriétés thermophysiques sont maintenues constantes et sont calculées en appliquant la règle du 1/3. Les données reportées dans le tableau 5.5 ont été utilisées pour les calculs se basant soit sur l'approximation de Boussinesq, soit sur un mélange à masse volumique variable. Le tableau 5.5 montre que les nombres de Grashof et de Richardson solutaux, $Ri_M = Gr_M/Re^2$, augmentent avec la fraction surfacique de la vapeur W_p . Les valeurs positives de Gr_M indiquent que les forces d'Archimède massiques agissent dans le sens opposé à l'écoulement. Un renversement de l'écoulement peut donc se produire dans la conduite verticale si le nombre de Richardson Ri_M devient beaucoup plus important que l'unité.

Cas	W_p	$T_p = T_0$ (K)	ρ_0 (kg/m ³)	μ_r (kg/m s)	β_M	D_{v,m_r} (m ² /s)	Gr_M	Sc	Ri_M
1	0,1	327,5	1,077	$1,874 \cdot 10^{-5}$	0,584	$3,290 \cdot 10^{-5}$	$1,212 \cdot 10^5$	0,529	1,346
2	0,2	341,5	1,034	$1,841 \cdot 10^{-5}$	0,562	$3,553 \cdot 10^{-5}$	$1,225 \cdot 10^5$	0,501	1,361
3	0,3	349,8	1,009	$1,790 \cdot 10^{-5}$	0,542	$3,713 \cdot 10^{-5}$	$3,244 \cdot 10^5$	0,477	3,604
4	0,4	355,5	0,993	$1,735 \cdot 10^{-5}$	0,523	$3,824 \cdot 10^{-5}$	$4,303 \cdot 10^5$	0,457	4,781
5	0,5	360	0,980	$1,678 \cdot 10^{-5}$	0,505	$3,913 \cdot 10^{-5}$	$5,407 \cdot 10^5$	0,438	6,008

TAB. 5.5 – Propriétés thermophysiques du mélange air-vapeur basées sur la règle de 1/3

T_0 (k)	V_0 (m/s)
327,5	0,130
341,5	0,1335
349,8	0,133
355,5	0,131
360	0,128

TAB. 5.6 – Vitesses d'entrées pour un nombre de Reynolds $Re = 300$

Compte tenu des valeurs des propriétés physiques reportées dans le tableau 5.5, les vitesses d'entrée sont adaptés de telle sorte que le nombre de Reynolds à l'entrée soit égal à $Re = 300$ (tableau 5.6).

la figure 5.6 montre que la fraction massique n'est pas modifiée en supposant la masse volumique constante. Les profils de la composante axiale de vitesse sont tracés sur la figure 5.7. Les écarts entre les profils de vitesse sont faibles tant que la masse d'eau évaporée ne modifie pas la masse volumique sur la plus grande partie de la section de la conduite (c-à-d

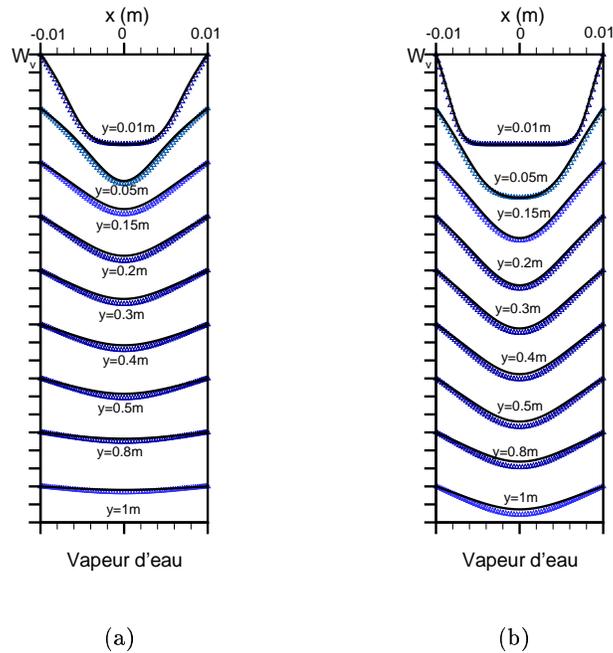


FIG. 5.6 – Fraction massique pour $W_p = 0,5$, (a) $Re = 300$ et (b) $Re = 900$ (— ρ constante, - - ρ variable)

$y \leq 0,2m$). L'évaporation de vapeur d'eau produit une diminution de la masse volumique qui influe sur le profil de vitesse. Les différences entre les profils calculés augmentent donc avec y et se stabilisent lorsque l'air est saturé en vapeur d'eau à la température de la paroi.

La figure 5.8 représente le profil de la composante axiale de vitesse pour $W_p = 0,1$ et $W_p = 0,5$ pour un nombre de Reynolds $Re = 300$. A l'entrée du canal, l'écoulement met en évidence un profil de vitesse plat dû aux faibles effets des forces d'Archimède massiques. Ensuite, l'évaporation produit une augmentation significative de la vitesse axiale au centre du canal. Enfin, à la sortie de celui-ci, la vitesse présente un profil parabolique correspondant à un écoulement de Poiseuille développé dans lequel la fraction massique de vapeur d'eau à la sortie du canal atteint pratiquement celle des parois (figure 5.6), entraînant, par voie de conséquence, l'annulation des forces solutales.

Pour $W_p > 0,2$, la vitesse d'écoulement V prend des valeurs négatives au voisinage des parois mouillées par le film d'eau (figure 5.8b), il y a donc renversement de l'écoulement. Ceci est directement provoqué par les forces d'Archimède massiques, importantes dans cette région. Par conséquent, on observe une accélération de l'air au centre du canal provoquée par un taux d'évaporation plus élevé (figure 5.8b).

Du fait de la symétrie de l'écoulement, les champs peuvent être visualisés en ne considérant que la moitié du canal. Pour une meilleure visualisation, la largeur du canal a été étendue. La figure 5.9 montre les isocontours de la vitesse verticale et les lignes de courant pour les cas 1, 2 et 5 décrits dans le tableau 5.5. Les cellules présentes au centre du canal correspondent

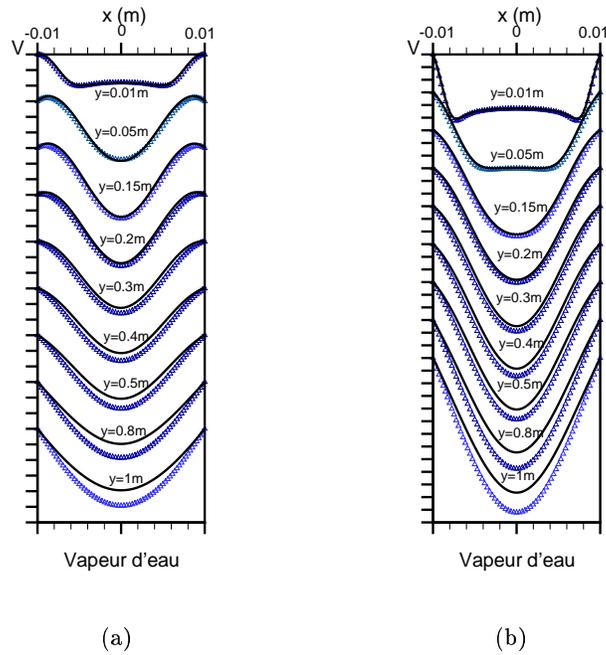


FIG. 5.7 – Vitesses verticales pour $W_p = 0,5$, (a) $Re = 300$ et (b) $Re = 900$ (— ρ constante, - - ρ variable)

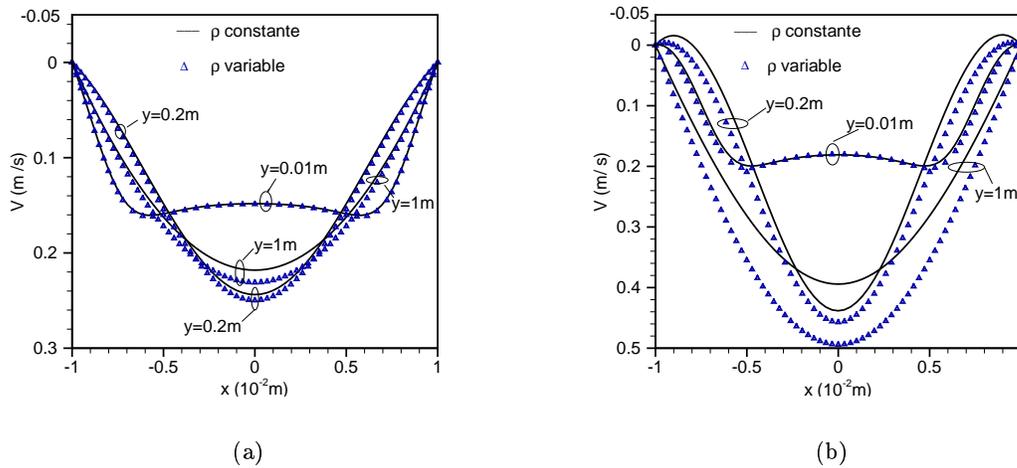


FIG. 5.8 – Profil de vitesse verticale $Re = 300$, (a) $W_p = 0,1$, (b) $W_p = 0,5$

aux vitesses positives maximales, tandis que les cellules au voisinage des parois correspondent aux vitesses négatives provoquées par les forces solutales opposées à l'écoulement descendant.

Les figures 5.8 a et b permettent de comparer les profils de vitesse axiale en adoptant les

sique à l'interface W_p sont tracés sur la figure 5.10. La décroissance de $\bar{\rho}_m$ est plus importante dans le cas du taux d'évaporation le plus élevé. L'écart entre les valeurs de la masse volumique moyenne entre l'entrée et la sortie fluctue de 4% à 25 % pour une fraction massique W_p qui, elle varie de 0,1 à 0,5. Théoriquement, l'approximation de Boussinesq n'est plus valable lorsque l'écart entre les fractions massiques à travers les sections d'entrée et de sortie ($\bar{W}(y=L) - \bar{W}_0$) est supérieure à 0,2. Cependant, lorsque les variations de la masse volumique sont prises en compte, on constate que plus l'on se dirige vers la sortie, plus la masse volumique moyenne du mélange dans chaque section diminue (figure 5.10), tandis que les flux massiques évaporés et les débits de sortie restent pratiquement identiques, quelle que soit la formulation considérée (figure 5.12).

Ces résultats impliquent que les profils de la fraction massique (figure 5.11) deviennent indépendants de la formulation choisie au cours du développement de l'écoulement vers un régime de convection forcée ($Gr_M \approx 0$). Il s'ensuit que les nombres de Grashof et de Richardson solutaux décroissent dans la direction de l'écoulement pour tendre vers zéro en sortie d'une conduite suffisamment longue. Cela signifie que les forces solutales n'ont d'importance que sur une assez faible longueur de la conduite.

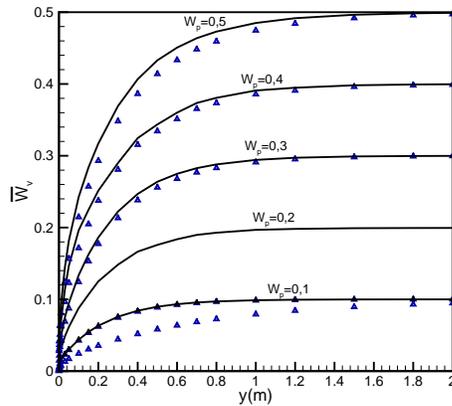


FIG. 5.11 – Fraction moyenne, $Re = 300$,
(— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

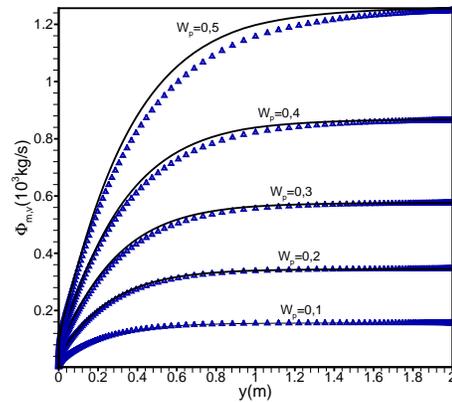


FIG. 5.12 – Flux massique évaporé, $Re = 300$,
(— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

L'analyse de l'équation de conservation de vapeur révèle que l'influence des variations de la masse volumique est étroitement liée à l'importance relative des termes convectifs par rapport aux termes diffusifs. Par conséquent, une augmentation du nombre de Reynolds Re à l'entrée du canal, induit une diminution du nombre de Richardson solutal Ri_M et une augmentation de l'influence des variations de la masse volumique dans les équations de conservation de mouvement et de vapeur d'eau via les termes de transport.

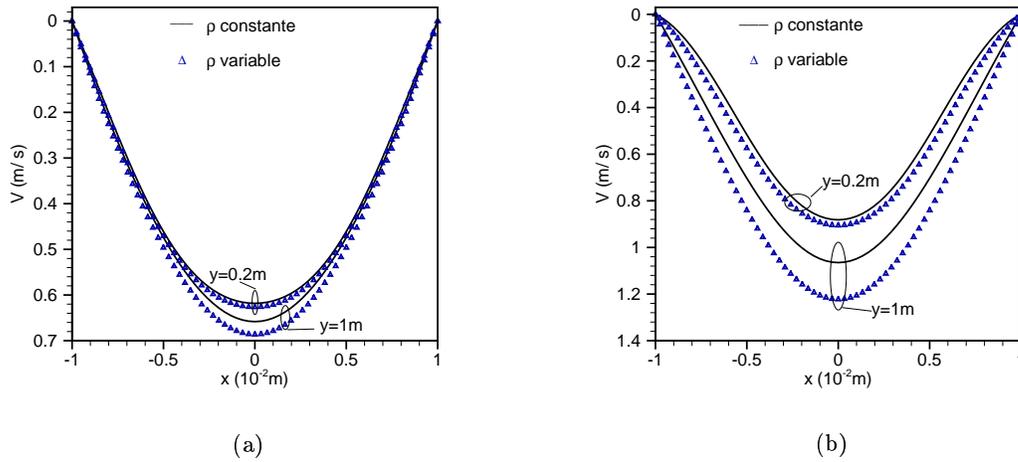


FIG. 5.13 – Profil de vitesse verticale, $Re = 900$, (a) $W_p = 0, 1$, (b) $W_p = 0, 5$

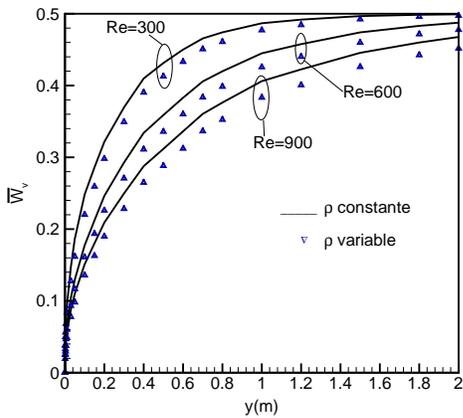


FIG. 5.14 – Fraction moyenne, $W_p = 0, 5$ (— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

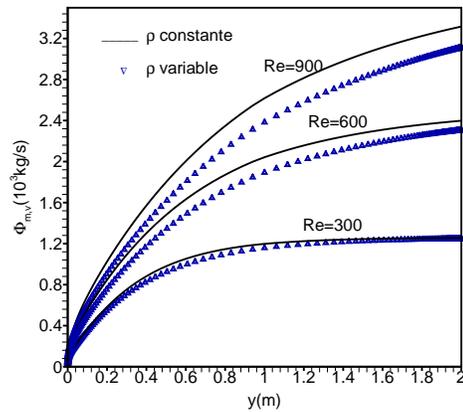


FIG. 5.15 – Flux massique évaporé, $W_p = 0, 5$ (— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

La réduction de l'importance relative des forces solutales ($Re \nearrow$ et $Ri_M \searrow$) conduit à la disparition des vitesses négatives au voisinage des parois, comme illustré sur la figure 5.13 pour $W_p = 0, 5$ et $Re = 900$. D'autre part, la figure 5.15 montre une augmentation significative des effets de variation de la masse volumique sur le flux massique évaporé lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds Re car la différence entre la fractions massique moyenne dans une section de la conduite et la fraction massique à l'interface W_p augmente avec Re (figure 5.14). Les raisons principales sont l'augmentation de la longueur d'établissement de l'écoulement et de l'importance relative des termes de transport dans l'équation de conservation d'espèce. En conséquence, les écarts constatés entre les flux massiques évaporés sont plus importants comme l'indique la figure 5.15. En outre, le taux d'évaporation de la vapeur d'eau augmente avec le nombre de Reynolds de l'écoulement.

Convection Thermosolutale : $\Delta T = 20,2K$

Afin d'étudier les effets thermiques associés aux effets solutaux par rapport aux résultats obtenus précédemment, une étude a été conduite dans le cas d'un canal dont les parois verticales sont refroidies avec une température T_p inférieure à la température d'entrée T_0 . Deux valeurs du nombre de Reynolds $Re = 300$ et 600 ont été considérées. Dans ce cas, les forces d'Archimède thermique $Gr_T = -9,76 \cdot 10^4 < 0$ et solutale $Gr_M = 10^5 > 0$ agissent dans deux sens opposés. Par ailleurs, la force d'Archimède solutale est prédominante $N = -2,87$ et la combinaison de ces deux forces $Gr_T + Gr_M > 0$ agit dans la direction opposée à l'écoulement. Les propriétés thermophysiques présentés dans le tableau 5.7 sont évaluées à la température $T_r = 356,53K$ et à la fraction $W_r = 0,2$.

W_p	ρ_0	k_r	$C_{p,r}$	μ_r	β_T	β_M	D_{v,m_r}	Pr	Sc
	(kg/m^3)	(W/mK)	(J/kgK)	(kg/ms)	(K^{-1})		(m^2/s)		
0,3	0,954	0,030	1202	$1,820 \cdot 10^{-5}$	0,0028	0,542	$3,844 \cdot 10^{-5}$	0,725	0,496

TAB. 5.7 – Paramètres de calcul en convection thermosolutale pour un mélange air-vapeur d'eau basé sur la règle de 1/3 ($T_0 = 370K$, $T_p = 349,8K$, $h_{lv} = 2,317 \cdot 10^6 J/kg^1$).

y (m)	$\bar{\rho}_m$ (kg/m^3)	\bar{V}_m (m/s)	\dot{m} (kg/s)	$\overline{HR}\%$	\bar{W}_v	\bar{T}_m (K)	$\phi_{m,v}$ (kg/s)	$\phi_{mD,v}$ (kg/s)
0	0,954	0,286	$5,459 \cdot 10^{-3}$	0	0	370	0	0
0,001	0,949	0,292	$5,549 \cdot 10^{-3}$	4,43	0,0122	368,91	$0,454 \cdot 10^{-4}$	$0,317 \cdot 10^{-4}$
0,002	0,947	0,294	$5,574 \cdot 10^{-3}$	6,35	0,0163	368,64	$0,578 \cdot 10^{-4}$	$0,405 \cdot 10^{-4}$
0,005	0,942	0,297	$5,622 \cdot 10^{-3}$	10,29	0,0244	368,10	$0,817 \cdot 10^{-4}$	$0,572 \cdot 10^{-4}$
0,01	0,936	0,301	$5,672 \cdot 10^{-3}$	14,57	0,0328	367,54	$1,067 \cdot 10^{-4}$	$0,747 \cdot 10^{-4}$
0,05	0,916	0,317	$5,889 \cdot 10^{-3}$	29,28	0,0682	365,18	$2,152 \cdot 10^{-4}$	$1,507 \cdot 10^{-4}$
0,2	0,894	0,351	$6,343 \cdot 10^{-3}$	46,49	0,135	360,87	$4,421 \cdot 10^{-4}$	$3,095 \cdot 10^{-4}$
0,5	0,874	0,394	$6,933 \cdot 10^{-3}$	64,91	0,208	356,42	$7,369 \cdot 10^{-4}$	$5,159 \cdot 10^{-4}$
1	0,861	0,430	$7,423 \cdot 10^{-3}$	81,72	0,261	353,17	$9,822 \cdot 10^{-4}$	$6,875 \cdot 10^{-4}$
1,50	0,856	0,448	$7,674 \cdot 10^{-3}$	90,91	0,284	351,55	$11,077 \cdot 10^{-4}$	$7,754 \cdot 10^{-4}$
2	0,854	0,450	$7,753 \cdot 10^{-3}$	94,94	0,292	350,82	$11,472 \cdot 10^{-4}$	$8,030 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.8 – Variations axiales des propriétés moyennes de l'écoulement au cours de l'évaporation de la vapeur d'eau en convection mixte, $Re = 600$ (ρ variable), ($\phi_{m,v}$: flux évaporé, $\phi_{mD,v}$: flux diffusif)

En raison du faible écart de température ($T_0 - T_p$) et des forces thermique et massique qui agissent dans des sens opposés, l'approximation de Boussinesq reste valable (figures 5.16 et

y (m)	$\bar{\rho}_m$ (kg/m^3)	\bar{V}_m (m/s)	\dot{m} (kg/s)	$\overline{HR}\%$	\bar{W}_v	\bar{T}_m (K)	$\phi_{m,v}$ (kg/s)	$\phi_{mD,v}$ (kg/s)
0	0,954	0,143	$2,729 \cdot 10^{-3}$	0	0	370	0	0
0,001	0,947	0,147	$2,796 \cdot 10^{-3}$	5,42	0,0166	368,58	$0,340 \cdot 10^{-4}$	$0,238 \cdot 10^{-4}$
0,002	0,944	0,149	$2,819 \cdot 10^{-3}$	8,45	0,0236	368,12	$0,452 \cdot 10^{-4}$	$0,317 \cdot 10^{-4}$
0,005	0,936	0,152	$2,853 \cdot 10^{-3}$	13,96	0,0346	367,39	$0,625 \cdot 10^{-4}$	$0,437 \cdot 10^{-4}$
0,01	0,928	0,154	$2,900 \cdot 10^{-3}$	20,37	0,0462	366,62	$0,804 \cdot 10^{-4}$	$0,563 \cdot 10^{-4}$
0,05	0,904	0,165	$3,040 \cdot 10^{-3}$	39,01	0,0927	363,52	$1,558 \cdot 10^{-4}$	$1,091 \cdot 10^{-4}$
0,2	0,880	0,191	$3,390 \cdot 10^{-3}$	59,56	0,186	357,76	$3,303 \cdot 10^{-4}$	$2,312 \cdot 10^{-4}$
0,5	0,861	0,216	$3,724 \cdot 10^{-3}$	81,28	0,259	353,28	$4,980 \cdot 10^{-4}$	$3,485 \cdot 10^{-4}$
1	0,854	0,228	$3,895 \cdot 10^{-3}$	94,68	0,291	350,87	$5,830 \cdot 10^{-4}$	$4,081 \cdot 10^{-4}$
1,50	0,853	0,230	$3,931 \cdot 10^{-3}$	98,46	0,298	350,15	$6,014 \cdot 10^{-4}$	$4,209 \cdot 10^{-4}$
2	0,853	0,230	$3,939 \cdot 10^{-3}$	99,54	0,299	350	$6,052 \cdot 10^{-4}$	$4,237 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.9 – Variations axiales des propriétés moyennes de l'écoulement au cours de l'évaporation de vapeur d'eau en convection mixte $Re = 300$ (ρ variable)

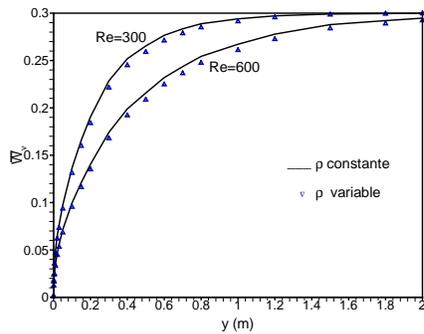


FIG. 5.16 – Comparaison des fractions massiques moyennes en fonction de y en convection mixte

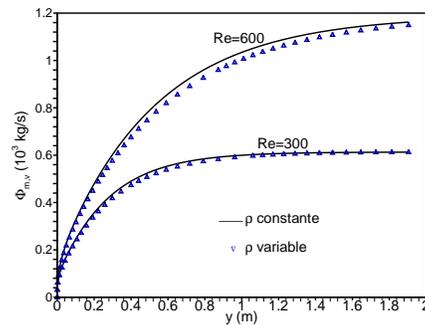


FIG. 5.17 – Comparaison des flux massiques en fonction de y en convection mixte

5.17). Dans ce cas, l'influence des variations de la masse volumique sur le flux massique évaporé et la fraction massique est faible en comparaison avec le cas isotherme.

A la sortie du canal, les valeurs moyennes de la vitesse axiale et de la masse volumique du mélange sont $\bar{V}_m = 0,450 m/s$ et $\bar{\rho}_m = 0,854 kg/m^3$ lorsque les variations de la masse volumique sont prises en compte (tableau 5.9). On constate une augmentation de la vitesse moyenne et une diminution de la masse volumique d'environ 10% par rapport aux résultats obtenus en adoptant l'hypothèse de Boussinesq ($\bar{V}_m = 0,408 m/s$ et $\bar{\rho}_m = 0,954 kg/m^3$).

La figure 5.18 illustre l'évolution de la température à travers plusieurs sections du canal pour les deux nombres de Reynolds considérés $Re = 300$ et 600 , les nombres de Richardson

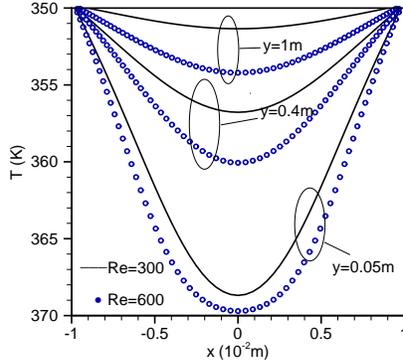


FIG. 5.18 – Comparaison des profils de température en convection mixte

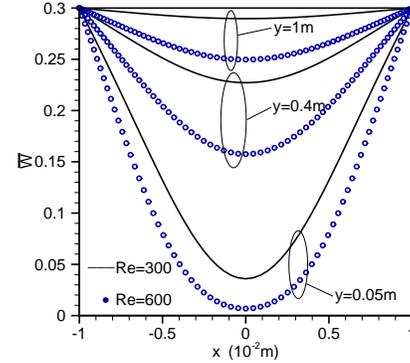


FIG. 5.19 – Comparaison des profils de fraction massique en convection mixte

correspondants sont $Ri = 2,02$ et $0,5$ calculés en se basant sur la relation suivante :

$$Ri = \frac{Gr_T + Gr_M}{Re^2} \quad (5.44)$$

Les figures 5.18 et 5.19 montrent que les profils de température et de fraction massique sont semblables mais le développement de la couche limite thermique ($Pr = 0,73$) est plus lent que la couche limite solutale ($Sc = 0,50$). L'air à la sortie du canal atteint pratiquement la température et la fraction massique des parois. Par conséquent, l'écoulement peut être considéré comme pleinement développé thermiquement et solutalement à la sortie du canal.

La longueur d'établissement du régime dynamique (avec un écart relatif sur les vitesses moyennes inférieur à 1%) est légèrement supérieur à $A/2$ correspondant à la moitié de la hauteur du canal pour un nombre de Reynolds $Re = 300$ et proche de $2A/3$ pour un nombre de Reynolds $Re = 600$ comme le montrent les tableaux 5.8 et 5.9. Ce résultat implique, ainsi, que les nombres de Grashof effectifs Gr_T et Gr_M deviennent faibles.

En comparant les isocontours de la vitesse verticale 5.20 et 5.21 en convection solutale et thermosolutale, la différence principale est la disparition des cellules au voisinage des parois proches de l'entrée du canal où les forces d'Archimède thermique et solutale peuvent se compenser pour supprimer le renversement de l'écoulement.

La figure 5.22 montre l'évolution axiale des flux latent q_l et sensible q_s . Rappelons que q_s représente le transfert de chaleur dû à la différence de température entre les parois du canal et l'écoulement d'air. Du fait que ces parois sont maintenues à une température inférieure à celle

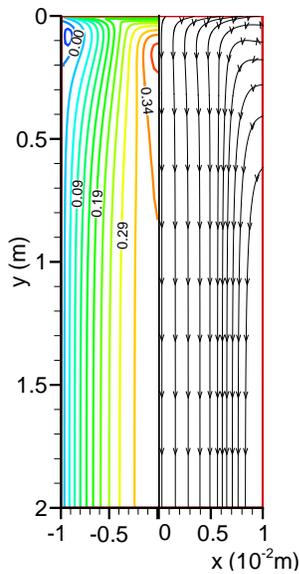


FIG. 5.20 – Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en évaporation isotherme $W_p = 0,3$, $T_p = T_0 = 349,8K$, $Re = 300$ et $\psi_{max} = 3,86 \cdot 10^{-3} kg/s$

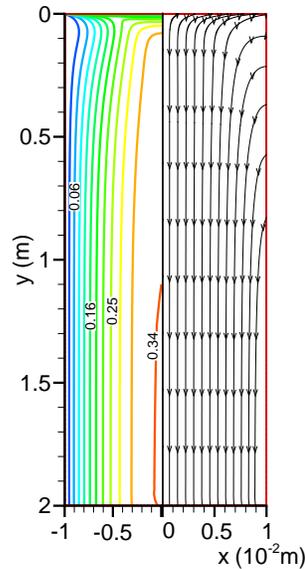


FIG. 5.21 – Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en évaporation anisotherme $W_p = 0,3$, $T_0 = 370K$, $T_p = 349,8K$, $Re = 300$ et $\psi_{max} = 3,94 \cdot 10^{-3} kg/s$

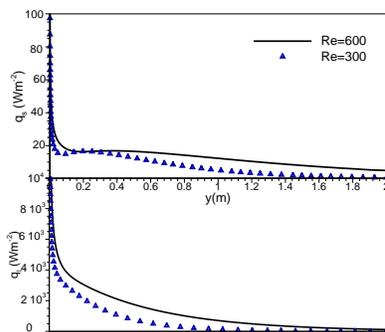


FIG. 5.22 – Flux latent et sensible le long d'une paroi

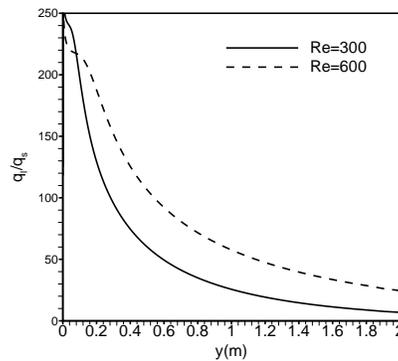


FIG. 5.23 – Rapport des flux latent et sensible le long d'une paroi

de l'air à l'entrée, le flux de chaleur sensible q_s est toujours positif et dirigé vers les parois du canal. Le transfert de chaleur dû au changement de phase q_l , est négatif car il correspond à un flux latent dirigé des parois vers l'écoulement : il y a évaporation du film d'eau recouvrant ces parois. Dans ce cas, les deux flux ont des sens opposés. La figure 5.22 révèle que le transfert de chaleur latent est prédominant.

Notons qu'à l'entrée du canal, la variation de la différence de température $(\bar{T}_m(y) - T_p)$ est inférieure à celle de la fraction massique du fait que les nombres de Prandtl et de Schmidt ont des valeurs différentes.

Sur la figure 5.23, on constate que la décroissance de la courbe représentant le rapport q_l/q_s est brutale dans la première moitié du canal. Cela peut être expliqué par le fait que l'évaporation du film d'eau est plus rapide dans l'air sec que dans l'air humide.

La figure 5.23 montre également les effets de la variation du nombre de Reynolds sur le rapport q_l/q_s . Le transfert de chaleur à travers le changement de phase peut être mis en valeur en considérant un nombre de Reynolds plus élevé.

Enfin, il convient de noter que ces tendances générales sont analogues pour les deux formulations utilisées : Boussinesq et masse volumique variable.

5.5 Evaporation de l'hexane

5.5.1 Evaporation de l'hexane dans l'air en convection mixte

L'objectif de cette partie est d'analyser l'influence des forces thermosolutales dans le cas d'un gaz (C_6H_{14}) de masse molaire beaucoup plus grande que celle de l'air ($M_{C_6H_{14}} = 86,177g/mol$). On étudie aussi les effets de la variation de la masse volumique du mélange ρ_m avec la fraction massique d'hexane et la température suivant la loi des gaz parfaits.

On considère une conduite plane verticale dont les parois sont recouvertes par un film liquide d'hexane. L'air entrant dans la conduite est sec ($W_0 = 0$). Les dimensions de la conduite ($d = 2\text{ cm}$, $L = 2\text{ m}$) et le nombre de Reynolds à l'entrée ($Re = 300$) sont les mêmes que dans le cas de l'air humide. On considère d'abord l'évaporation de l'hexane dans des conditions isothermes $T_p = T_0$ où seule intervient la force solutale. On reprend ensuite le problème lorsque $T_p \neq T_0$.

Le coefficient d'expansion massique de l'hexane étant négatif, l'évaporation crée une force solutale dirigée vers le bas, c'est à dire favorisant l'écoulement forcé.

On considère les deux approximations suivantes :

- La masse volumique du mélange ne varie avec la fraction massique que dans le terme de poussée d'Archimède (approximation de Boussinesq). Dans ces conditions, $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ en tout point du domaine d'intégration.
- La masse volumique du mélange varie localement avec la fraction massique. En régime permanent, $\nabla \cdot (\rho_m \vec{V}) = 0$ en tout point du domaine d'intégration.

Propriétés physiques du mélange air-hexane à pression atmosphérique

Les propriétés physiques de l'hexane et du mélange air-hexane (assimilé à un gaz parfait) sont prises constantes et calculées en fonction de la température et la fraction de référence à partir des relations données dans l'annexe II.

Les propriétés physiques du mélange air-hexane dans des conditions de référence basées sur la règle du 1/3 (sauf ρ_m) sont reportées dans la tableau 5.10 pour différentes températures de référence; la masse volumique étant calculée à partir de la loi des gaz parfaits à pression atmosphérique $P = 101\,325\text{ Pa}$.

A l'interface (côté gaz), la fraction massique de l'hexane dans des conditions de saturation à T_p est égale à :

$$W_p = \frac{P_{vs}M_v}{P_m M_t} = \frac{P_{vs}(M_v/M_a)}{P_m - P_{vs}(1 - M_v/M_a)} \quad (5.45)$$

W_p	$T_p = T_0$ (K)	ρ_0 (kg /m ³)	μ_r (kg /m s)	β_M	D_{v,m_r} (m ² /s)	Gr_M	Sc
0,1	264	1,337	1,593 10 ⁻⁵	-0,694	6,098 10 ⁻⁶	-4,42 10 ⁵	1,95
0,2	278	1,269	1,579 10 ⁻⁵	-0,728	6,733 10 ⁻⁶	-5,90 10 ⁵	1,85
0,3	288	1,226	1,540 10 ⁻⁵	-0,765	7,195 10 ⁻⁶	-9,13 10 ⁵	1,74
0,4	296	1,192	1,492 10 ⁻⁵	-0,806	7,587 10 ⁻⁶	-12,9 10 ⁵	1,65
0,5	304	1,163	1,437 10 ⁻⁵	-0,852	7,949 10 ⁻⁶	-17,5 10 ⁵	1,55

TAB. 5.10 – Propriétés thermophysiques du mélange air-hexane basées sur la règle de 1/3

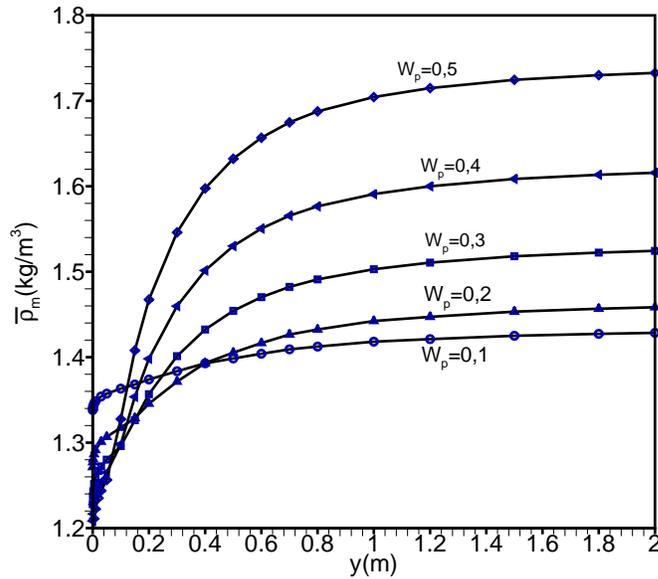
T_r (K)	W_r	P_{vs} (Pa)	V_0 (m/s)
264	0,066	3628	0,0894
278,1	0,133	7840	0,0933
288	0,2	12757	0,0942
296,2	0,266	18537	0,0938
303,6	0,333	25440	0,09267

TAB. 5.11 – Paramètres de calcul, $Re = 300$

Convection solutale : $T_p = T_0$

On étudie l'évaporation d'un film liquide d'hexane en faisant varier les valeurs de la fraction massique à l'interface de $W_p = 0,1$ à $W_p = 0,5$. Les propriétés thermophysiques et les paramètres adimensionnels sont évalués par la règle de 1/3 (tableau 5.10). Le coefficient d'expansion solutal étant négatif, les forces d'Archimède massiques agissent dans le sens de l'écoulement principal. Ceci est d'autant plus vrai que la masse volumique du mélange, qui varie en fonction de la fraction massique de l'hexane selon la loi des gaz parfaits, est beaucoup plus importante à la sortie du canal par rapport à la région d'entrée (figure 5.24). On constate alors que l'écart entre les masses volumiques moyennes du mélange à l'entrée et à la sortie du canal est de 33% pour $W_p = 0,5$ et de 6% pour $W_p = 0,1$.

Au cours de l'évaporation d'hexane sur les parois isothermes, l'augmentation de la fraction massique de vapeur entraîne une augmentation de la masse volumique du mélange. Les résultats reportés dans le tableau 5.13 montrent que cette augmentation, de l'ordre de 33%, est atteinte à une distance $y \approx 1,5 m$. L'air est saturé en vapeur d'hexane à une température moyenne $T_m = 304K$ alors que l'écoulement n'est pas complètement développé à la sortie du canal.

FIG. 5.24 – Densité moyenne, $Re = 300$

L'augmentation de la valeur moyenne de la vitesse entre l'entrée et la sortie du canal est faible (25%) par rapport au calcul à masse volumique constante (48%).

La diffusion massique produit, en effet, à la fois une forte accélération de l'écoulement dans les couches limites solutales et une recirculation au centre du canal en $y \approx 0,15m$ dévoilée par les vitesses négatives, comme le montre la figure 5.26. En effet, l'apparition de ces cellules au voisinage de l'entrée du canal et leur taille dépendent directement du taux d'évaporation de l'hexane à travers chaque section (c'est-à-dire, la valeur assignée de W_p). Les vitesses axiales négatives sont atténuées pour ensuite disparaître ($y \approx 0,4$ pour $W_p = 0,5$) au fur et à mesure que le taux d'évaporation diminue le long des parois.

Les isocontours de la vitesse axiale tracés sur la figure 5.27b (côté gauche) fournissent un meilleur aperçu sur la nature de l'écoulement, qui présente des caractéristiques opposées à celles observées dans le cas de l'évaporation du film d'eau : les isocontours formés par des lignes fermées au voisinage des parois représentent quantitativement les valeurs maximales de la vitesse verticale. En revanche, l'isocontour situé au centre du canal, qui vaut zéro, détermine la région où cette vitesse change de signe et devient négative. La figure 5.27a révèle l'existence d'une valeur limite de $W_p \geq 0,2$ pour un nombre de Reynolds $Re = 300$ à partir de laquelle la recirculation apparaît avec des effets des forces solutales importants.

On observe ainsi sur la figure 5.27 que la taille de la recirculation générée est liée à la valeur de la fraction massique de saturation W_p imposée sur les parois.

y (m)	\bar{V}_m (m/s)	\dot{m} (kg/s)	$\overline{HR}\%$	\bar{W}_v	$\phi_{m,v}$ (kg/s)	$\phi_{mD,v}$ (kg/s)
0	0,0926	$2,155.10^{-3}$	0	0	0	0
0,001	0,094	$2,195.10^{-3}$	4,09	0,019	$0,199.10^{-4}$	$0,099.10^{-4}$
0,002	0,095	$2,212.10^{-3}$	5,82	0,026	$0,282.10^{-4}$	$0,140.10^{-4}$
0,005	0,096	$2,244.10^{-3}$	8,22	0,040	$0,444.10^{-4}$	$0,222.10^{-4}$
0,01	0,098	$2,285.10^{-3}$	10,07	0,057	$0,649.10^{-4}$	$0,324.10^{-4}$
0,05	0,108	$2,520.10^{-3}$	15,58	0,144	$1,822.10^{-4}$	$0,911.10^{-4}$
0,2	0,132	$3,067.10^{-3}$	42,91	0,291	$4,558.10^{-4}$	$2,279.10^{-4}$
0,5	0,153	$3,558.10^{-3}$	70,07	0,394	$7,014.10^{-4}$	$3,507.10^{-4}$
0,8	0,163	$3,794.10^{-3}$	81,56	0,432	$8,191.10^{-4}$	$4,095.10^{-4}$
1	0,168	$3,904.10^{-3}$	86,36	0,450	$8,744.10^{-4}$ <td>$4,372.10^{-4}$</td>	$4,372.10^{-4}$
1,5	0,174	$4,058.10^{-3}$	92,21	0,468	$9,512.10^{-4}$	$4,756.10^{-4}$
1,8	0,177	$4,117.10^{-3}$	94,25	0,476	$9,810.10^{-4}$	$4,905.10^{-4}$
2	0,178	$4,149.10^{-3}$	95,32	0,480	$9,967.10^{-4}$	$4,983.10^{-4}$

TAB. 5.12 – Variations de grandeurs caractéristiques entre l'entrée et la sortie de la conduite en convection mixte solutale, $W_p = 0,5$ (ρ constante)

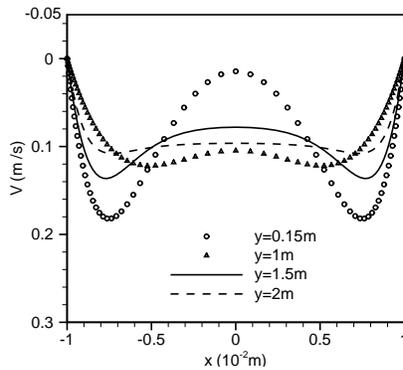


FIG. 5.25 – Profils de la vitesse verticale, $W_p = 0,2$, $Re = 300$

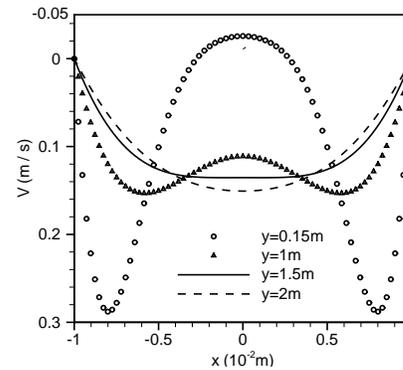


FIG. 5.26 – Profils de la vitesse verticale, $W_p = 0,5$, $Re = 300$

L'influence de la variation de la fraction massique surfacique W_p sur le flux massique évaporé sur l'une des parois mouillées est illustrée sur la figure 5.29 pour les deux formulations utilisées (Boussinesq et ρ variable). Les profils sont similaires à ceux tracés pour la vapeur d'eau (figure 5.15) pour différentes valeurs de W_p . Toutefois, on a constaté que le flux massique évaporé est plus faible dans le cas de l'hexane, ce qui est dû à son coefficient de diffusion $D_{i,m}$, 6 fois plus petit que celui de la vapeur d'eau. De plus, l'air à la sortie du canal n'atteint pas la fraction massique des parois, ce qui montre que la longueur de développement de l'écoulement est supérieure à $2m$.

Il est clair que les écarts entre les résultats obtenus en utilisant l'hypothèse de Boussinesq et

y (m)	$\bar{\rho}_m$ (kg/m^3)	\bar{V}_m (m/s)	\dot{m} (kg/s)	$HR\%$	\bar{W}_v	$\phi_{m,v}$ (kg/s)	$\phi_{mD,v}$ (kg/s)
0	1,163	0,0926	$2,155 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0
0,001	1,184	0,094	$2,209 \cdot 10^{-3}$	3,75	0,021	$0,271 \cdot 10^{-4}$	$0,135 \cdot 10^{-4}$
0,002	1,195	0,094	$2,228 \cdot 10^{-3}$	5,67	0,030	$0,367 \cdot 10^{-4}$	$0,183 \cdot 10^{-4}$
0,005	1,211	0,095	$2,273 \cdot 10^{-3}$	8,44	0,048	$0,592 \cdot 10^{-4}$	$0,296 \cdot 10^{-4}$
0,01	1,223	0,095	$2,326 \cdot 10^{-3}$	10,39	0,070	$0,855 \cdot 10^{-4}$	$0,427 \cdot 10^{-4}$
0,05	1,257	0,100	$2,632 \cdot 10^{-3}$	16,44	0,178	$2,387 \cdot 10^{-4}$	$1,194 \cdot 10^{-4}$
0,2	1,465	0,110	$3,312 \cdot 10^{-3}$	52,39	0,340	$5,784 \cdot 10^{-4}$	$2,892 \cdot 10^{-4}$
0,5	1,630	0,117	$3,853 \cdot 10^{-3}$	81,06	0,438	$8,492 \cdot 10^{-4}$	$4,246 \cdot 10^{-4}$
0,8	1,685	0,120	$4,057 \cdot 10^{-3}$	90,59	0,466	$9,509 \cdot 10^{-4}$	$4,754 \cdot 10^{-4}$
1	1,702	0,121	$4,129 \cdot 10^{-3}$	93,60	0,476	$9,872 \cdot 10^{-4}$	$4,936 \cdot 10^{-4}$
1,5	1,723	0,123	$4,228 \cdot 10^{-3}$	97,18	0,488	$10,364 \cdot 10^{-4}$	$5,182 \cdot 10^{-4}$
1,8	1,729	0,123	$4,259 \cdot 10^{-3}$	98,19	0,492	$10,520 \cdot 10^{-4}$	$5,260 \cdot 10^{-4}$
2	1,732	0,123	$4,276 \cdot 10^{-3}$	98,65	0,493	$10,607 \cdot 10^{-4}$	$5,304 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.13 – Variations de grandeurs caractéristiques entre l'entrée et la sortie de la conduite en convection mixte solutale, $W_p = 0,5$ (ρ variable)

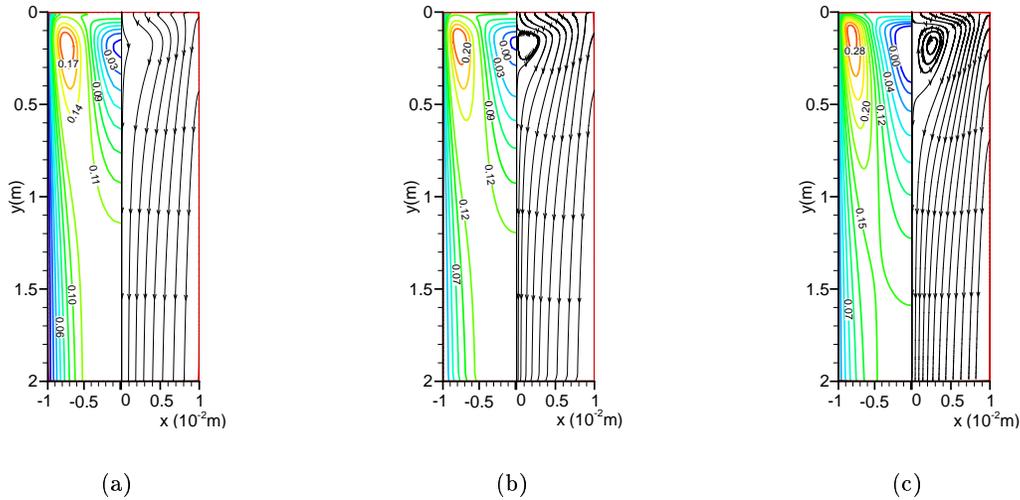


FIG. 5.27 – Vitesse verticale et lignes de courant $Re = 300$, (a) $W_v = 0,2$ et $\psi_{max} = 2,94 \cdot 10^{-3} kg/s$, (b) $W_v = 0,3$ et $\psi_{max} = 3,28 \cdot 10^{-3} kg/s$, (c) $W_v = 0,5$ et $\psi_{max} = 4,28 \cdot 10^{-3} kg/s$ avec $\Delta\psi = 3,28 \cdot 10^{-4} kg/s$

la formulation à masse volumique variable sont significativement plus importants. Les plus grandes différences sont observées dans la région en développement ($0,2m \leq y \leq 1,6m$). A la sortie du canal, cet écart est diminué car le mélange tend à être saturé en vapeur et ce, quelle que soit la formulation employée (figures 5.28 et 5.29).

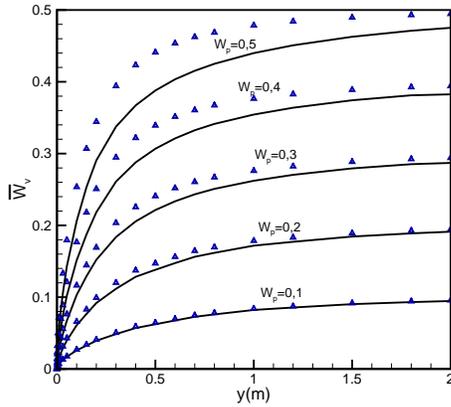


FIG. 5.28 – Fraction massique moyenne, $Re = 300$, (— ρ constante, - ρ variable)

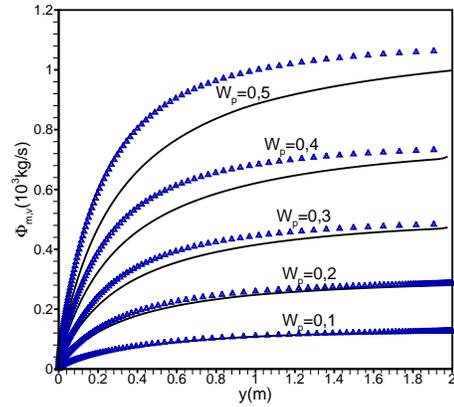


FIG. 5.29 – Flux massique évaporé, $Re = 300$, (— ρ constante, - ρ variable)

Convection thermosolutale : $\Delta T = 45K$

L'air sec entre à une température $T_0 = 333K$ et un profil de vitesse uniforme V_0 est imposé. Les deux parois parallèles, distantes de $2d$, sont mouillées par un film d'hexane de très faible épaisseur et supposées à une température uniforme $T_p = 288K$.

Dans cette section, on a également examiné les effets des variations des propriétés du mélange hexane-air, en fonction de la fraction massique et de la température (voir Annexe II).

Dans le cas où ces propriétés sont considérées constantes, elles sont calculées à partir des relations de Lide et al. [86] par la règle de 1/3 à température $T_r = 303K$ et à fraction massique $W_r = 0,2$ (tableau 5.14). En se basant sur ces mêmes données, les nombres de Grashof thermique et solutal sont du même ordre de grandeur : $Gr_T = -4,08 \cdot 10^5$ et $Gr_M = -6,30 \cdot 10^5$.

ρ_0 (kg/m^3)	W_p	k_r (W/mK)	$C_{p,r}$ (J/kgK)	μ_r (kg/ms)	β_T (K^{-1})	β_M	D_{v,m_r} (m^2/s)	Pr	Sc
1,060	0,3	0,0235	1140	$1,603 \cdot 10^{-5}$	0,0033	-0,765	$7,919 \cdot 10^{-6}$	0,778	1,909

TAB. 5.14 – Propriétés thermophysiques et paramètres de calcul en convection mixte thermosolutale pour le mélange air-hexane basés sur la règle du 1/3 ($T_0 = 333K$, $T_p = 288K$, $h_{lg} = 361,418 \cdot 10^3 J/kg$)

La figure 5.30 représente l'évolution des profils de vitesse verticale dans les conditions de convection solutale (figure 5.30a) et thermosolutale (figure 5.30b). L'écoulement au voisinage des parois du canal est accéléré sous l'effet des forces d'Archimède. Les vitesses correspondantes à la convection thermosolutale sont néanmoins plus importantes, dues également aux

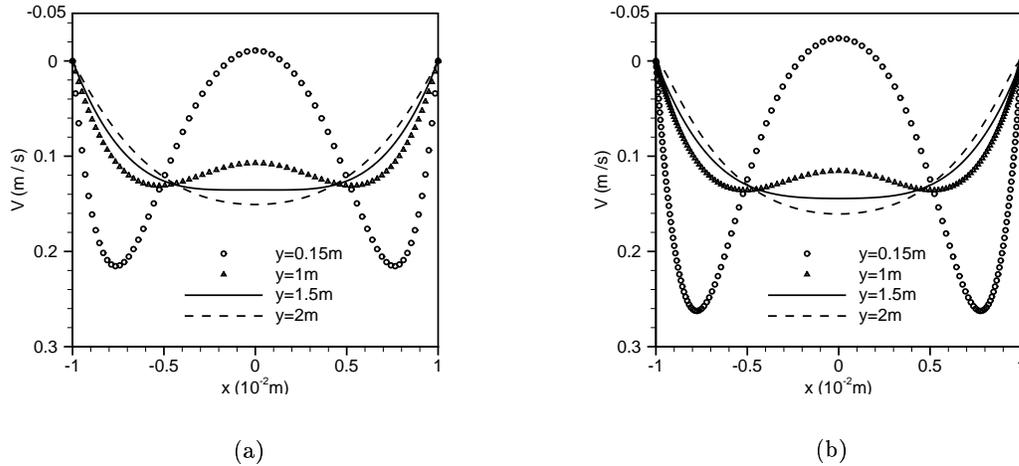


FIG. 5.30 – Profils de vitesse verticale pour le mélange air-hexane ($Re = 300$, $W_p = 0,3$) a) convection mixte solutale ($T_0 = T_p = 288 K$) b) convection mixte thermosolutale

forces d'Archimède qui agissent dans le même sens et dont l'intensité a augmenté. Cependant, l'écoulement est décéléré au centre induisant une diminution de la vitesse; ceci étant une conséquence directe de la conservation de la masse.

La figure 5.31 illustre les caractéristiques des écoulements en convection solutale et thermosolutale. Puisque les deux forces d'Archimède agissent dans le même sens, les forces thermiques produisent une augmentation de la vitesse au voisinage des parois et de la recirculation au centre de la conduite.

Les figures 5.32 et 5.33 montrent que les fractions massiques moyennes de l'hexane et les flux évaporés sont fortement influencés par la variation de la masse volumique. Les écarts sont maximaux dans la région où l'écoulement est en cours de développement. A la sortie du canal, ces écarts deviennent inférieurs à 4% puisque l'air tend à être saturé en hexane.

Influence de la variation des propriétés thermophysiques du mélange

Dans ce paragraphe, les effets des variations de toutes les propriétés thermophysiques du mélange avec la température et la fraction massique de la vapeur d'hexane sont pris en compte.

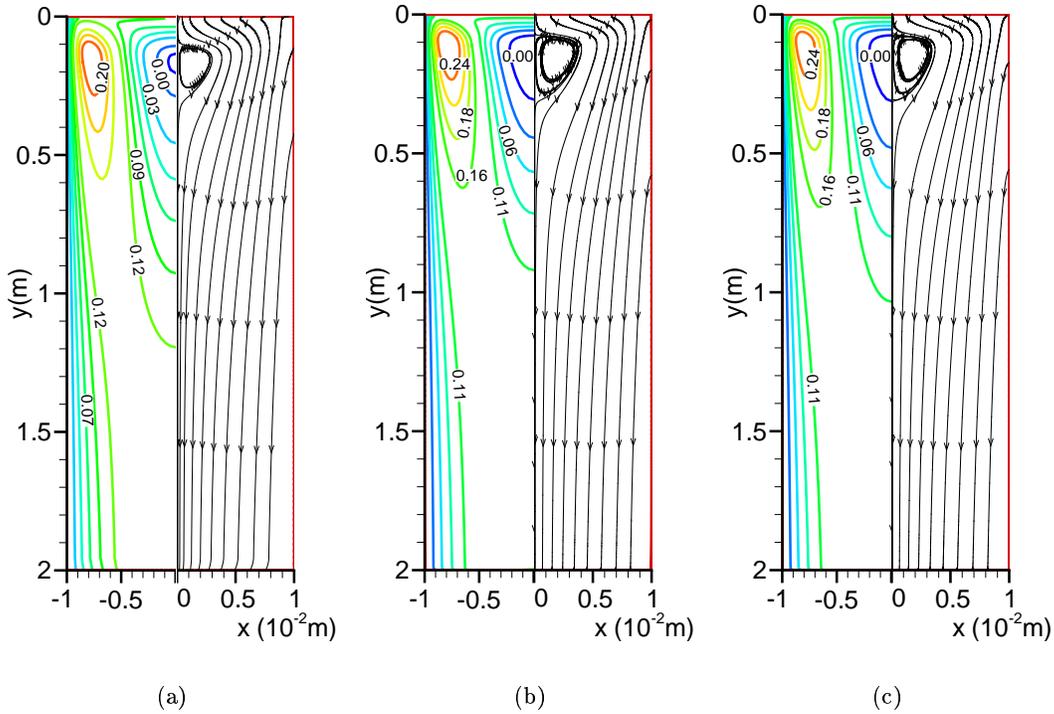


FIG. 5.31 – Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en convection mixte du mélange air-hexane, $Re = 300$ and $W_p = 0,3$ (a) Ecoulement isotherme ($\psi_{max} = 3,28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$), (b) Convection thermosolutale avec des propriétés constantes (sauf ρ) ($\psi_{max} = 3,42 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$), (c) Convection thermosolutale avec des propriétés variables ($\psi_{max} = 3,41 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$)

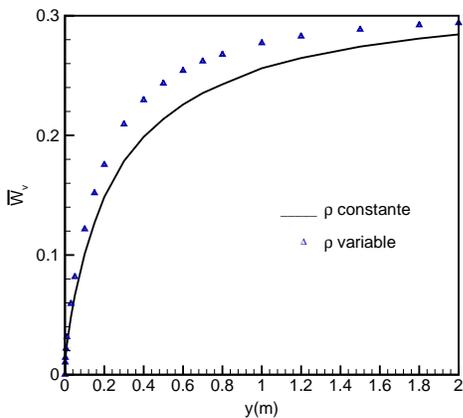


FIG. 5.32 – Fraction massique moyenne, $Re = 300$, (— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

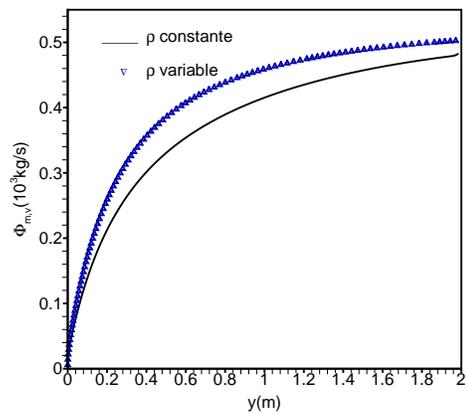


FIG. 5.33 – Flux massique évaporé, $Re = 300$, (— ρ constante, \triangleleft ρ variable)

Les variations de la viscosité dynamique, de la chaleur spécifique à pression constante et de la conductivité thermique du mélange en fonction de la température et de la fraction massique

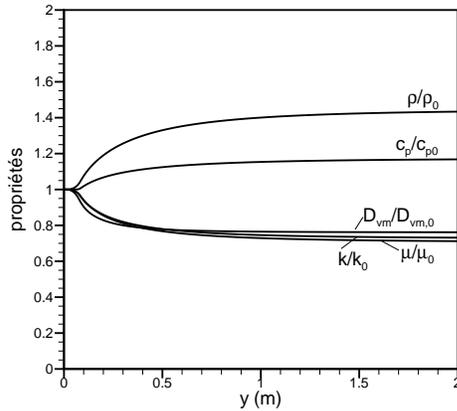


FIG. 5.34 – Variations axiales des propriétés thermophysiques normalisées d'hexane en $x = 0,01m$

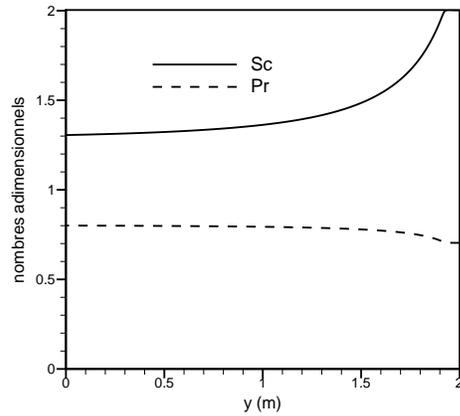


FIG. 5.35 – Nombres de Schmidt et de Prandtl en $x = 0,01m$

de la vapeur sont représentées sur la figure 5.34. Selon la relation de Chapman-Enskog, le coefficient de diffusion massique d'un mélange binaire ne dépend pas de la fraction massique et diminue avec la température. En revanche, la masse volumique du mélange augmente suivant le sens de l'écoulement.

Au fur et à mesure que la température diminue et que la fraction massique de l'hexane augmente, on observe une diminution progressive de la viscosité dynamique et de la conductivité thermique. Enfin, la fraction massique et la température ont un effet opposé sur la chaleur spécifique. Ces résultats sont résumés sur la figure 5.34.

Comme on peut le constater, l'augmentation de la densité du mélange est de 40% entre les sections d'entrée et de sortie, tandis que la diminution de la viscosité dynamique, de la conductivité thermique et du coefficient de diffusion massique sont de l'ordre de 25%. Les effets combinés de la variation des propriétés thermophysiques modifient peu la valeur du nombre de Prandtl comparativement au nombre de Schmidt qui présente un maximum correspondant à la fraction de saturation à la sortie du canal (figure 5.35).

La figure 5.34 montre que les variations des propriétés thermophysiques sont seulement significatives dans la région d'entrée où les gradients thermique et massique sont les plus importants. En conséquence, l'analyse des figure 5.36a et b montre que les champs de température et de vitesse sont principalement influencés par ces variations uniquement dans la première moitié de la longueur du canal $y < 1m$.

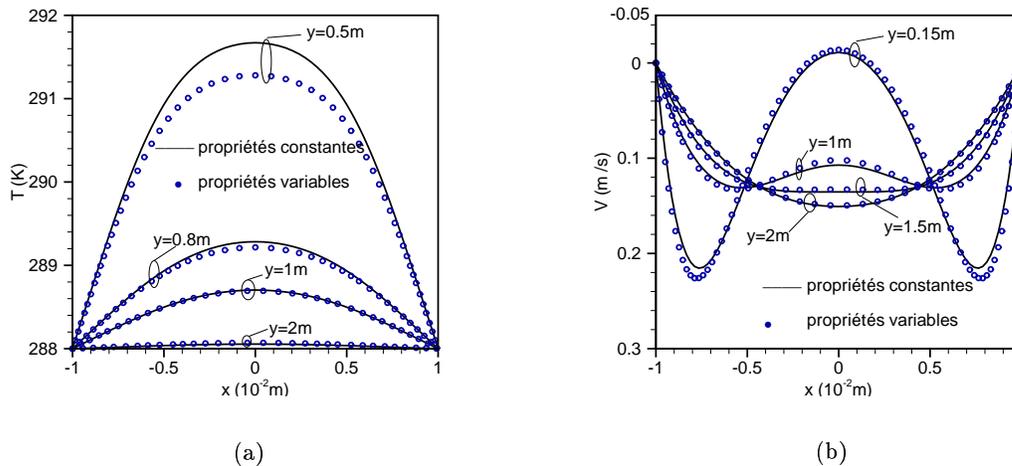


FIG. 5.36 – Effets de la variation des propriétés thermophysiques de l’hexane, (a) Profils de température, (b) Profils de vitesse verticale.

Conclusion

Les transferts de chaleur et de masse avec changement de phase dans un canal vertical dont les parois sont isothermes et mouillées par un film liquide ont été étudiés. La simulation de l’effet des forces d’Archimède thermique et massique, agissant dans la même direction ou dans des directions opposés, sur le développement de l’écoulement en convection mixte thermosolutale entre deux parois verticales a été numériquement étudiée en utilisant une formulation hors-Boussinesq.

L’influence des variations des propriétés thermophysiques a été prise en compte.

Les résultats sont présentés pour une conduite de rapport de forme $A = 100$ en considérant différents nombres de Reynolds. L’évaporation du film d’eau ou d’hexane a été examinée pour différentes fractions massiques des parois W_p et différents écarts de températures entre la paroi et l’entrée du canal.

Dans le cas d’un écoulement isotherme avec évaporation d’un film d’eau, les forces solutales défavorisent les transferts et agissent dans le sens opposé de l’écoulement.

Pour un écoulement descendant où l’air sec entre à une température chaude et un profil de vitesse uniforme, les forces d’Archimède thermique et massique agissent dans deux sens opposés. Ainsi, le renversement d’un écoulement en convection mixte solutale ou thermosolutale dans un canal a été mis en évidence.

L’évaporation isotherme de l’hexane favorise l’écoulement descendant car les forces solutales ont une action dans la même direction de l’écoulement. Par conséquent, l’ensemble des caractéristiques du champ d’écoulement issues de l’évaporation de ces deux films liquides (eau, hexane) diffèrent considérablement.

Lorsque la fraction massique à la paroi est suffisamment grande ($W_p \geq 0,2$ pour un mélange

air-hexane), des recirculations sont prédites dans la région centrale du canal au voisinage de l'entrée. La taille de la cellule de recirculation augmente à mesure que la fraction massique surfacique augmente. Un tel phénomène ne peut pas être obtenu en utilisant une formulation parabolique qui a été adoptée dans la plupart des études publiées. L'influence des variations de l'ensemble des propriétés thermophysiques du mélange sur le champ de l'écoulement peut être importante, en particulier pour la convection mixte thermosolutale.

Conclusions et Perspectives

Dans la première partie de cette thèse, nous avons étudié le couplage entre les transferts de chaleur par conduction dans les parois, par convection et par rayonnement dans des cavités simples ou partitionnées. Nous avons examiné la structure des écoulements et du transfert de chaleur pour de nombreuses configurations géométriques, 2D et 3D, en régime transitoire et en régime stationnaire. Ces simulations, dont une partie a permis de valider le code de calcul que nous utilisons, ont conduit à la rédaction de la première partie de ce travail. Compte tenu des dimensions des structures étudiées et des écarts maximums de température considérés (ne dépassant pas $30^{\circ}C$), les mouvements de convection dans les cavités peuvent être supposés laminaires car le nombre de Rayleigh maximal possible (basé sur $\Delta T = T_c - T_f$) est d'au moins un ordre de grandeur inférieur à celui correspondant à la fin du régime laminaire. Dans ces conditions thermiques, l'approximation de Boussinesq est applicable. Nous avons supposé aussi que le transfert de chaleur par rayonnement n'est dû qu'aux échanges radiatifs entre des parois grises et diffuses à travers un milieu transparent. Les méthodes numériques utilisées sont décrites et testées sur des configurations classiques 2D ou 3D avec des maillages structurés comportant jusqu'à 10^5 mailles uniformes. Un bon compromis entre précision et coût de calculs a été recherché. Nous avons considéré deux configurations de parpaing alvéolaires constituées de blocs creux en béton correspondant à la norme NF P 14-13, les plus souvent utilisées dans l'industrie du bâtiment. Dans ces structures remplies d'air à température ambiante, nous avons montré que les échanges de chaleur par rayonnement entre les parois fermant un alvéole contribuent fortement aux échanges de chaleur. L'analyse de transfert de chaleur dans un parpaing de 20 cm comportant deux cellules nous a permis de suivre le comportement du flux thermique transféré à travers cette géométrie et d'apercevoir que le flux thermique par conduction à travers les cloisons verticales constituant des ponts thermiques, représente plus de 50% du flux total. Ces calculs trouvent une application immédiate pour les parois creuses dans la construction des bâtiments. En outre, les simulations numériques réalisées ont tenu compte des trois modes de transferts, et nous ont conduit à des résultats comparables à ceux déjà existants dans la littérature (résistance thermique) sans qu'aucune condition à la limite spécifique à une expérience n'ait été introduite dans la modélisation.

Ensuite, nous avons discuté des simulations numériques de la convection naturelle en régime transitoire, et avons porté une grande attention à la méthode d'intégration temporelle. Aussi, on montre que la valeur du nombre de courant (CFL) doit être choisie avec beaucoup de soin pour s'assurer que la cinématique des transferts ait été correctement simulée. Cet aspect est plus important lorsque les simulations numériques ont pour finalité de reproduire une expérience que lorsqu'il s'agit de suivre les oscillations d'un régime périodique ou quasi-périodique, par exemple en régime laminaire instationnaire entretenu ou faiblement chaotique. Nous avons

conclu que la mise en régime stationnaire est plus lente dans le cas de la conduction pure ; a contrario, le transfert par rayonnement accélère ce processus.

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à l'étude de la convection thermosolutale induite par des gradients de température et de concentration de vapeur d'eau dans une cavité fermée. Nous avons montré que l'approximation de Boussinesq habituelle n'est pas appropriée pour traiter ce genre de problème. L'approximation de faible compressibilité est utilisée et la loi des gaz parfaits permet de calculer la pression thermodynamique du mélange. Lorsque la vapeur se condense sur les parois froides au cours d'un processus instationnaire dans un système fermé, les conditions aux limites solutales et dynamiques à imposer sur les parois ne correspondent pas aux modélisations usuelles consistant à imposer des concentrations (ou des fractions massiques) uniformes et constantes et des vitesses nulles ; la vitesse normale à la surface due au gradient de la concentration a été ainsi prise en compte.

Au sein du modèle numérique, nous avons intégré les équations qui régissent le transport de la vapeur d'eau (équation d'espèces) et la formulation qui permet de prédire l'apparition du phénomène de condensation suivant la température des parois et l'humidité dans l'enceinte. Nous avons étudié les variations temporelles des champs de vitesse, pression, température et fractions massiques pour différentes conditions initiales d'humidité et différentes conditions de refroidissement de la cavité. Nous avons montré que les flux massiques pariétaux sont liés à l'évolution de la pression de vapeur saturante à température locale des parois et que la quantité d'eau condensée varie fortement au cours du temps jusqu'à ce qu'un régime stationnaire, caractérisé par un champ de concentration presque uniforme, soit atteint. Nous avons par ailleurs vérifié que la conservation de la masse, dans chaque cas étudié, a bien été satisfaite. Si les parois sont à des températures différentes, les mouvements de convection naturelle stationnaire sont alors d'origine purement thermique.

Dans la dernière partie, nous avons simulé numériquement les transferts de chaleur et de masse en convection mixte avec évaporation dans une conduite verticale dont les parois sont isothermes et recouvertes par un film liquide très mince. Nos résultats montrent que les forces d'Archimède défavorisent les transferts pour un écoulement descendant de vapeur d'eau. Ces forces décelèrent l'écoulement près des parois du canal et induisent ainsi un renversement d'écoulement en convection solutale ou thermosolutale. Dans le cas d'un écoulement d'hexane, nous avons constaté que les deux forces d'Archimède agissent dans le même sens de l'écoulement principal et produisent une augmentation de la vitesse au voisinage des parois et une recirculation au centre de la conduite.

De nombreuses extensions de ce travail sont possibles :

- L'étude des transferts couplés dans des géométries plus complexes serait envisageable.
- L'étude de la condensation/évaporation de la vapeur d'eau dans des structures qui ne sont jamais remplies d'air sec. Dans une cavité fermée, la vapeur d'eau peut se condenser puis s'évaporer suivant un processus instationnaire périodique. Si la température de l'une des parois chute en dessous de la température de rosée correspondante à l'humidité relative de l'air emprisonné dans une alvéole, la vapeur d'eau condense et ce phénomène contribue au transfert global. L'eau condensée s'évapore ensuite lorsque les conditions thermiques sur les parois extérieures évoluent.

-
- La diminution de la pression dans une cavité à volume constant peut provoquer une déformation de la paroi. Ce phénomène peut être étudié en fusionnant les codes fluide et solide. - Sur le plan numérique, une amélioration du taux de convergence et du temps de calcul peut être apportée au calcul.
 - Les phénomènes de renversement ou de recirculation de l'écoulement dans un canal peuvent influencer la stabilité de l'écoulement s'ils prennent de l'importance. L'étude de cette stabilité devrait être étudiée dans les cas où l'écart de fraction massique du soluté entre les parois et l'entrée est important.

Annexes

Annexe I

Propriétés thermo-physiques de l'air humide : Dans nos calculs, les propriétés des constituants et du mélange (air+vapeur) ont été calculées en fonction de la température et la fraction massique selon les formules données par Fujii et al.[67]

- Air sec :

$$\mu_a = 1,488 \cdot 10^{-6} T^{1,5} / (118 + T) \quad (kg/m \cdot s) \quad (5.46)$$

$$k_a = (1,195 \cdot 10^{-3} T^{1,6}) / (118 + T) \quad (W/m \cdot K) \quad (5.47)$$

$$C_{pa} = (1 + 2,5 \cdot 10^{-10} T^3) \cdot 10^3 \quad (J/kg \cdot K) \quad (5.48)$$

- vapeur d'eau :

$$\mu_v = [8,02 + 0,04(T - 273,16)] \cdot 10^{-6} \quad (5.49)$$

$$k_v = [1,87 + 1,65 \cdot 10^{-3}(T - 273,16)^{(9/7)} + 5,7 \cdot 10^{-13}(T - 273,16)^{5,1}] \cdot 10^{2,5} \quad (5.50)$$

$$C_{pv} = 1,863 \cdot 10^3 + 1,65 \cdot 10^{-3}(T - 273,16)^{2,5} + 1,2 \cdot 10^{-18}(T - 273,16)^{8,5} \quad (5.51)$$

- mélange air sec + vapeur d'eau :

Les variations des propriétés physiques du mélange en fonction de la température et de la fraction massique de vapeur d'eau ont été calculées par les relations suivantes :

- masse volumique du mélange :

$$\rho_m = \frac{p}{RT \sum_1^2 \frac{W_i}{M_i}} \quad (5.52)$$

- chaleur massique du mélange :

$$c_{p,m} = \sum_1^2 W_{v,i} c_{pi} \quad (5.53)$$

- viscosité dynamique du mélange :

$$\mu_m = \frac{\mu_v}{1 + 0,1727(1 + 1,1259\sqrt{\mu_v/\mu_a})^2 \frac{1-W_v}{(W_v)}} + \frac{\mu_a}{1 + 0,3520(1 + 0,8882\sqrt{\mu_a/\mu_v})^2 \frac{W_v}{(1-W_v)}} \quad (5.54)$$

- conductivité thermique du mélange :

$$k_m = \frac{k_v}{1 + A_{12}(W_a/W_v)} + \frac{k_a}{1 + A_{21}(W_v/W_a)} \quad (5.55)$$

avec

$$A_{ij} = \frac{1}{4} [1 + [\frac{i}{j} (\frac{M_j}{M_i})^{0,75} \frac{1 + S_i/T}{1 + S_j/T}]^{0,5}]^2 \frac{1 + S_{ij}/T}{1 + S_i/T}$$

où $S_{ij} = 0,733 \cdot \sqrt{S_i S_j}$. L'indice 1 correspond à la vapeur d'eau et l'indice 2 correspond à l'air sec ($S_1 = 559,5$, $S_2 = 115,5$).

- coefficient de diffusion massique de la vapeur d'eau :

$$D_{v,m} = 8,07 \cdot 10^{-10} T^{1,833} \text{ en}(m^2/s) \quad (5.56)$$

- chaleur latente :

$$h_{lv} = 2,5009 \cdot 10^3 (7,7922 \cdot 10^{-1} T_c^{1/3} + 4,6266 T_c^{5/6} - 1,0793 T_c^{7/8} + \sum_{i=1}^{i=6} S_i T_c^{i-1}) \quad (5.57)$$

avec

$$S_1 = 0; S_2 = -3,87446; S_3 = 2,94553; S_4 = -8,06395; S_5 = 11,5633; S_6 = -6,02884$$

et

$$T_c = 1 - \frac{T}{647,3}$$

(où T est la température du mélange en kelvin)

- Pression de saturation P_{vs} (Reynolds [66]) :

$$\ln\left(\frac{P_{vs}}{P_c}\right) = \left(\frac{T_c}{T_{sat}} - 1\right) \left(\sum_{i=1}^8 F_i [a(T_{sat} - T_p)]^{i-1}\right)$$

avec

$$P_c = 22,089 \text{ MPa}; T_c = 647,286 \text{ K}; F_1 = -7,4192420; F_2 = 2,9721000 \cdot 10^{-1}; F_3 = -1,1552860 \cdot 10^{-1};$$

$$F_4 = 8,6856350 \cdot 10^{-3}; F_5 = 1,0940980 \cdot 10^{-3}; F_6 = -4,3999300 \cdot 10^{-3}; F_7 = 2,5206580 \cdot 10^{-3};$$

$$F_8 = -5,2186840 \cdot 10^{-4}; a = 0,01; T_p = 338,15$$

T_{sat} est la température de saturation.

- vitesse de diffusion :

Considérons un mélange de gaz binaires A et B . Le flux massique total à l'interface " i " s'écrit :

$$\vec{n}_i = \vec{n}_{A,i} + \vec{n}_{B,i} \quad (5.58)$$

$$\vec{n}_i = \rho_m \vec{V}_i = \rho_A \vec{V}_{A,i} + \rho_B \vec{V}_{B,i} \quad (5.59)$$

Or le flux massique de A à l'interface s'écrit comme la somme des flux convectif et diffusif :

$$\vec{n}_{A,i} = W_{A,i} \vec{n}_{A,i} - \rho_m D_{AB} \nabla W_A|_i \quad (5.60)$$

d'où

$$\vec{n}_{A,i} = -\frac{\rho_m D_{AB}}{1 - W_{A,i}} \nabla W_A|_i \quad (5.61)$$

Ces relations permettent de calculer la vitesse du mélange \vec{V}_i à l'interface :

Donc si l'espèce B ne diffuse pas dans A (ou $\vec{V}_{B,i} = 0$), $\vec{n}_i = \vec{n}_{A,i}$,

si $\vec{V}_{B,i} = 0$

$$\vec{V}_i = -\frac{D_{AB}}{1 - W_{A,i}} \nabla W_A|_i \quad (5.62)$$

Annexe II

Propriétés physiques de l'hexane vapeur à pression atmosphérique

Les propriétés physiques de l'hexane (assimilé à un gaz parfait) en fonction de la température ont été calculées à partir des relations suivantes (Lide et Kehiaian.[86])

- viscosité :

$$\mu_v = 4,23114 \cdot 10^{-8} T - 1,35350 \cdot 10^{-10} T^2 + 2,90544 \cdot 10^{-13} T^3 - 2,05388 \cdot 10^{-16} T^4 \quad (kg/m \cdot s) \quad (5.63)$$

Domaine de validité : 300 – 600 K

- chaleur massique :

$$C_{p,v} = -153,98 + 7,1939 T - 4,108 \cdot 10^{-3} T^2 + 8,919 \cdot 10^{-7} T^3 \quad (J/kg \cdot K) \quad (5.64)$$

Domaine de validité : 298 - 800 K

- conductivité thermique :

$$k_v = (-0,0032 T + 1,680 \cdot 10^{-4} T^2 - 1,218 \cdot 10^{-8} T^3 - 5,592 \cdot 10^{-11} T^4) \cdot 10^{-3} \quad (W/m \cdot K) \quad (5.65)$$

Domaine de validité : 350 - 600 K

- pression de vapeur saturante de l'hexane à la température de saturation T_s (en bar) :

$$\log_{10}(P_{vs}) = A - \frac{B}{T_s + C - 273,15} \quad \text{avec} \quad A = 4,10039 \quad B = 1170,875 \quad C = 224,317 \quad (5.66)$$

- chaleur latente de vaporisation de l'hexane :

$$h_{lv}(T) = h_{lv}(T_r) \left[\frac{(1-T)}{(1-T_r)} \right]^{0,38} \quad \text{avec} \quad T_r = 298,15 \text{ K} \quad \text{et} \quad h_{lv}(T_r) = 366\,223 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \quad (5.67)$$

Propriétés physiques du mélange

Les propriétés du mélange hexane-air, considéré comme un gaz parfait, varient en fonction de la fraction massique (sauf le coefficient de diffusion) et de la température.

Δ coefficient de diffusion de l'hexane dans l'air (formule de Chapman-Enskog) [87] :

$$D_{a,v} = 1,858 \cdot 10^{-7} \frac{T^{3/2}}{P \sigma_{a,v}^2 \Omega_{D_{av}}} \sqrt{\frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_v}} \quad (5.68)$$

où la pression thermodynamique P est exprimée en *atm* et la température en kelvin. $\sigma_{a,v}$ et Ω_D sont le diamètre efficace de collision et l'intégrale de collision qui sont calculés par les relations :

$$\sigma_{a,v} = \frac{\sigma_a + \sigma_v}{2}$$

Pour l'air $\sigma_a = 3,711$ et pour l'hexane $\sigma_v = 5,949$.

$$\Omega_{D_{av}} = \frac{1,06036}{(T^*)^{0,1561}} + \frac{0,193}{\exp(0,47635 T^*)} + \frac{1,03587}{\exp(1,52996 T^*)} + \frac{1,76474}{\exp(3,89411 T^*)}$$

avec $T^* = \frac{k_B T}{\epsilon_{av}}$ où k_B est la constante de Boltzman et $\epsilon_{av} = \sqrt{\epsilon_a \epsilon_v}$ la fonction potentielle ($\epsilon_a = 78,6 k_B$, $\epsilon_v = 399,3 k_B$).

Δ masse volumique (gaz parfait) :

$$\rho_m = \rho_a + \rho_v = \frac{1}{RT}(M_a P_a + M_v P_v) \quad (5.69)$$

Δ coefficient d'expansion massique :

$$\beta_M = \frac{M_a - M_v}{M_a W_v + M_v (1 - W_v)} = \frac{\frac{M_a}{M_v} - 1}{\frac{M_a}{M_v} W_v + (1 - W_v)} \quad (5.70)$$

Pour un mélange air-hexane, β_M est toujours négatif ($M_v = 2,975 M_a$ et donc $-1,975 < \beta_M < -0,664$).

Les autres propriétés du mélange sont calculés par des formules données par Wilke [87].

Δ chaleur spécifique :

$$C_{p,m} = W_a C_{p,a} + W_v C_{p,v} \quad (5.71)$$

Δ la viscosité et la conductivité thermique sont calculées en utilisant les formules de Wilke [87] :

$$\mu_m = \sum_i \frac{x_i \mu_i}{\sum_j x_j \phi_{ij}} \quad \text{avec} \quad \phi_{ij} = \frac{[1 + (\frac{\mu_i}{\mu_j})^{1/2} (\frac{M_j}{M_i})^{1/4}]^2}{[8(1 + \frac{M_i}{M_j})]^{1/2}} \quad (5.72)$$

où x_i est la fraction molaire de l'espèce i reliée aux fraction massique des constituants par $x_i = (W_i/M_i)/(\sum_k W_k/M_k)$.

$$k_m = \sum_i \frac{x_i k_i}{\sum_j x_j \phi_{ij}} \quad (5.73)$$

Table des figures

1.1	Maillage structuré 2D	19
1.2	Localisation de la variable u au point courant P , (W et E noeuds adjacents, w et e faces entre deux volumes)	20
1.3	Interpolation pour le schéma centré	23
1.4	Extrapolation pour le schéma amont de second ordre	23
1.5	Interpolation pour le schéma QUICK	25
1.6	Résolution itérative basée sur l'algorithme SIMPLE	26
1.7	Méthode de résolution découplée	29
1.8	Méthode de résolution couplée	31
1.9	Méthode de résolution temporelle par un schéma non-itératif (NITA)	32
2.1	Cavité carrée, (a) sans épaisseur des parois, (b) $e = 1cm$	34
2.2	Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme $\Delta T = 15K$, $T_0 = 283K$	36
2.3	Isothermes $Pr=0,71$, (a) $A = 50$ $Ra_L = 10^3$, (b) $A = 20$ $Ra_L = 10^5$	37
2.4	Lignes de courant $Pr=0,71$, (a) $A = 50$ $Ra_L = 10^3$, (b) $A = 20$ $Ra_L = 10^5$	37
2.5	Isothermes pour différents nombres de Rayleigh en convection naturelle dans le plan $x^* = 0,5$: (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$	39
2.6	Evolution temporelle de la fonction de courant au centre de la cavité carrée pour $Ra = 10^5$, (a) $H=0,10m$ et (b) $H=0,15m$	41
2.7	Evolution temporelle de la fonction de courant au centre de la cavité carrée pour $Ra = 10^6$, (a) $H=0,10m$ et (b) $H=0,15m$	41
2.8	Evolution temporelle de la fonction de courant au centre d'une cavité carrée $Ra = 10^7$	42
2.9	Evolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0, 38m)$ du côté chaud de la cavité, (a) $Ra_H = 10^7$, (b) $Ra_H = 5 \cdot 10^7$	43
2.10	Evolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0, 38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 8 \cdot 10^7$, (a) $0 \leq t \leq 200$, (b) $30 \leq t \leq 100$	44

2.11	Évolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0, 38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 10^8$, (a) $0 \leq t \leq 3500$, (b) $50 \leq t \leq 100$	44
2.12	Évolution de la vitesse horizontale au point de coordonnées $(10^{-2}m; 0, 38m)$ du côté chaud de la cavité $Ra_H = 1, 63 \cdot 10^8$, (a) $0 \leq t \leq 250$, (b) $50 \leq t \leq 100$.	45
2.13	Maillage 100×100	47
2.14	Profil de la composante horizontale pour $Ra = 10^6$ en $x^* = 0, 5$ (loi de Sutherland)	49
2.15	Profil de la composante verticale pour $Ra = 10^6$ en $y^* = 0, 5$ (loi de Sutherland)	49
2.16	Profil de la composante horizontale pour $Ra = 10^7$ en $x^* = 0, 5$ (loi de Sutherland)	49
2.17	Profil de la composante verticale pour $Ra = 10^7$ en $y^* = 0, 5$ (loi de Sutherland)	49
2.18	Comparaison des profils des composantes horizontales pour $Ra = 10^6$ en $x^* = 0, 5$	50
2.19	Comparaison des profils des composantes horizontales pour $Ra = 10^7$ en $x^* = 0, 5$	50
2.20	Comparaison des profils des composantes verticales pour $Ra = 10^6$ en $y^* = 0, 5$	50
2.21	Comparaison des profils des composantes verticales pour $Ra = 10^7$ en $y^* = 0, 5$	50
2.22	Géométrie étudiée	55
2.23	Comparaison des isothermes et de fonctions de courant	59
2.24	Comparaison des profils de vitesses horizontales sur le plan médian vertical ($x = 0, 05m$) pour $h_{cv} = 0, 1W/m^2K$	59
2.25	Comparaison des profils de vitesses horizontales sur le plan médian vertical ($x = 0, 05m$) pour $h_{cv} = 100W/m^2K$	59
2.26	Distribution de température sur la plan médian vertical $x = 0, 05m$ pour $h_{cv} = 0, 1W/m^2K$	60
2.27	Distribution de température sur la plan médian vertical $x = 0, 05m$ pour $h_{cv} = 100W/m^2K$	60
2.28	Distribution de température le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0, 1W/m^2K$.	60
2.29	Distribution de température le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100W/m^2K$.	60
2.30	Variations de la densité de flux le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0, 1W/m^2K$	61
2.31	Variations de la densité de flux le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100W/m^2K$	61
2.32	Distribution du coefficient d'échange le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 0, 1W/m^2K$	62
2.33	Distribution du coefficient d'échange le long de la paroi froide pour $h_{cv} = 100W/m^2K$	62
2.34	Cavité différentiellement chauffée	63
2.35	Evolution temporelle de température au point P	64
2.36	Isobares entre 0 et 1Pa avec un intervalle de 0,1Pa à $t = 150s$	65
2.37	Vecteurs vitesse à $t = 4700s$	65

2.38 Isothermes	66
2.39 Lignes de courant (a) $\psi_{max} = 2,94 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (b) $\psi_{max} = 1,30 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (c) $\psi_{max} = 2,18 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (d) $\psi_{max} = 7,80 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (e) $\psi_{max} = 3,40 \cdot 10^{-5} m^3/s$, (f) $\psi_{max} = 2,50 \cdot 10^{-5} m^3/s$	66
2.40 Comparaison de lignes de courant : (a) $\Delta T = 16K$. (b) $\Delta T = 8K$	67
2.41 Schéma explicatif des paramètres du calcul	67
2.42 Comparaison des isothermes à $t = 25s$ (— cas de référence)	68
2.43 Nombre de Nusselt convectif en fonction de l'émissivité ($Ra = 10^4$)	71
2.44 Nombre de Nusselt convectif en fonction de l'émissivité ($Ra = 10^5$)	71
2.45 Nombre de Nusselt radiatif à la paroi chaude en fonction de l'émissivité avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$	72
2.46 Flux radiatif en fonction de l'émissivité	72
2.47 Influence de l'émissivité sur les isothermes à $Ra = 10^6$, (a) $\varepsilon = 0$, (b) $\varepsilon = 0,2$, (c) $\varepsilon = 0,4$, (d) $\varepsilon = 0,8$	72
2.48 Influence de l'émissivité sur les fonctions de courant à $Ra = 10^6$, (a) $\varepsilon = 0$, $\psi_{max} = 3,43 \cdot 10^{-4} m^3/s$ (b) $\varepsilon = 0,2$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$ (c) $\varepsilon = 0,4$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$, (d) $\varepsilon = 0,8$, $\psi_{max} = 4,16 \cdot 10^{-4} m^3/s$	72
2.49 Profils de température en $X = 0,5$ ($Ra = 10^6$).	73
2.50 Vitesse horizontale en $X = 0,5$ ($Ra = 10^6$).	73
2.51 Température en parois haute et basse ($Ra = 10^6$).	73
2.52 Densité de flux net radiatif en parois haute et basse ($Ra = 10^6$ et $\varepsilon = 0,2$) . . .	73
2.53 Flux radiatif normalisé par la longueur de référence H	74
2.54 Nombre de Nusselt radiatif normalisé par la longueur de référence H	74
2.55 Modèle schématique d'une cavité cubique différentiellement chauffée, (a) sec- tion, (b) cavité 3D	75
2.56 Effet de la variation du nombre de Rayleigh sur la distribution de flux moyen total adimensionnel Q^* . (a) sans rayonnement et (b) avec rayonnement sur une droite appartenant à la paroi chaude en ($z^* = 0,5; y^* = 1$), ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$)	78
2.57 Profil de la température et de la vitesse v_z^* sur la ligne central perpendiculaire au centre du plan XZ, pour différents nombres de Rayleigh ($Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta = 15$).	79
2.58 Surfaces isothermes pour différents nombres de Rayleigh avec rayonnement : (a) $Ra =$ 10^3 , (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$. Milieu transparent $Pr = 0,71$, $Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$	79
2.59 Surfaces isothermes pour quatre nombres de Rayleigh différents sans rayonne- ment : (a) $Ra = 10^3$, (b) $Ra = 10^4$, (c) $Ra = 10^5$, (d) $Ra = 10^6$ ($Pr = 0,71$)	80

3.1	Modèle simplifié du double vitrage	85
3.2	Isothermes, (a) $W = 0,6cm : Ra_W = 4 \cdot 10^2$, (b) $W = 2cm : Ra_W = 8 \cdot 10^4$ (rayonnement pris en compte, $\epsilon = 0,89$)	86
3.3	Variation du coefficient de transmission thermique d'un vitrage en fonction de la largeur de la lame d'air	87
3.4	Profils de température le long des vitrages extérieur et intérieur $W = 2cm$. . .	87
3.5	Cavité partitionnée	89
3.6	Isothermes $\epsilon = 0$	92
3.7	Isothermes $\epsilon = 0,9$	92
3.8	Fonction de courant $\epsilon = 0$	92
3.9	Fonction de courant $\epsilon = 0,9$	92
3.10	Profil de température appliqué sur les parois de la cavité (a) théorique, (b) expérimental [43]	93
3.11	Comparaison des résultats pour différents pas de temps au point P , $\epsilon = 0,9$. .	94
3.12	Comparaison des temps instationnaires pour différents régimes au point P . . .	94
3.13	Points de mesure de température pendant l'expérience	96
3.14	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux en tenant compte des transferts radiatifs ($\epsilon = 0,9$)	96
3.15	Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de $0,5K$: (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$	99
3.16	Lignes de courant entre 0 et $0,0012kg/s$ avec un écart de $0,0001kg/s$: (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$. .	99
3.17	Vecteurs vitesse entre 0 et $0,09m/s$ avec un écart de $0,06m/s$: (a) surfaces horizontales adiabatiques, (b) avec parois en polystyrène $e = 0,09m$	100
3.18	Profils de température le long de la droite centrale $x = 0,06m$	100
3.19	Configuration du problème physique modélisant l'installation expérimentale de Poitiers (Benkhelifa.2005) [44]	102
3.20	profils de température sur les surfaces horizontales ($y = H + e, z = p/2$)	103
3.21	profils de température sur les surfaces horizontales ($y = H, z = p/2$)	103
3.22	profils de température au centre de la cavité	104
3.23	Isothermes dans le plan médian parallèle aux parois verticales adiabatiques ($z =$ $0,07m$) (a) $h_{cv} = 0W/m^2K$, (b) $h_{cv} = 100W/m^2K$	104
3.24	Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de $0,5K$	105
3.25	Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois latérales . .	105
3.26	Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de température de $0,5K$	106

3.27	Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois horizontales adiabatiques	106
3.28	Isothermes entre 294K et 300K avec un écart de température de 0,5K	107
3.29	Champ de vitesse projeté dans le plan médian parallèle aux parois verticales isothermes	107
3.30	Profil de température à mi-largeur de la cavité ($x=0,06m$; $z=0,07m$)	108
3.31	Isothermes dans le plan médian de la cavité ($z = p$)	109
3.32	Profil de température à mi largeur de la cavité pour trois profondeurs	110
3.33	Schéma du parpaing de 10	113
3.34	Effet de la température sur le flux total, conductif, convectif et radiatif dans le parpaing de 10. Rayonnement pris en compte.	114
3.35	(a) Répartition des vitesses v_y sur la ligne perpendiculaire au centre du plan XZ, $x^* = 0,5$, (b). Répartition des températures sur la ligne centrale perpendiculaire XZ, $x^* = 0,5$. Échanges radiatives pris en compte.	115
3.36	Représentation de l'isotherme correspondant à la température de référence ($\Delta T_{max} = 10K$ et $T_0 = 288K$). (a) cavité sans parois conductrices et en négligeant les échanges par rayonnement, (b) cavité avec parois conductrices et en négligeant les échanges par rayonnement, (c) cavité avec parois conductrices et en tenant compte des échanges par rayonnement	116
3.37	Superposition dans le cas de la convection (-) et dans celui du couplage convection-rayonnement (- -), ($\Delta T_{max} = 10K$ et $T_0 = 288K$).	116
3.38	Schéma du parpaing de 20cm	117
3.39	(a) Distribution de températures sur la ligne (0,y) au centre du plan XZ , (b) distribution de vitesses v_y sur la ligne (0,y) au centre du plan XZ , en considérant les échanges radiatifs, pour le parpaing de 20 cm.	118
3.40	Champs de températures sur le plan $x^* = 0,5$, du parpaing de 20 : (a) en négligeant les échanges radiatifs, (b) en tenant compte du rayonnement.	119
3.41	Distributions des vitesses adimensionnelles sur le plan $x^* = 0,5$ pour le parpaing de 20, en considérant les échanges radiatifs : (a) v_y (contours -0,2(0,05)0,2) ; (b) v_z (contours -0,2(0,05)0,2).	119
3.42	Surfaces isothermes aux températures de 272K, 275K, 279K, 282K, 285K, pour le parpaing de 20 , (a) sans rayonnement, (b) avec rayonnement	120
4.1	Maillage utilisé	132
4.2	Influence du coefficient d'expansion ξ sur le calcul de la masse condensée (quatre parois) ($T_0 = 350 K$ et $HR_0 = 50\%$)	133
4.3	Etude de maillage : masse condensée totale sur une paroi verticale ($HR_0 = 50\%$ et $T_0 = 350K$)	133
4.4	Evolution temporelle du flux massique de condensation sur une paroi verticale .	134

4.5	Evolution temporelle de la masse condensée sur une paroi verticale	134
4.6	Evolution temporelle de la masse volumique moyenne de l'air humide	134
4.7	Evolution temporelle de la pression moyenne	134
4.8	cavité carrée avec parois conductrices	135
4.9	Maillage utilisé	135
4.10	Evolution temporelle de la température moyenne des surfaces verticales intérieures et extérieures.	139
4.11	Evolution temporelle de la densité de flux moyen sur l'une des surfaces intérieures verticales.	139
4.12	Evolutions temporelles des flux massique condensés ($g/m s$) sur l'une des surfaces intérieures verticales S_1 et sur les parois horizontales S_3 et S_4 ($g/m s$) . .	140
4.13	Evolutions des flux massiques sur l'une des surfaces verticales selon son type .	141
4.14	Evolution de la masse condensée sur l'une des parois verticales	141
4.15	Evolution de la pression moyenne dans la cavité	142
4.16	Evolutions temporelles des densités de flux sur la surface intérieure verticale S_1 et sur les parois horizontales S_3 et S_4	142
4.17	Evolution de la densité de flux sur l'une des surfaces intérieures verticales . . .	143
4.18	Profils des flux de chaleur sensible et latent sur $S_1 : k_s = 200 W/mK, e = 1mm$	143
4.19	Profils des flux de chaleur sensible et latent sur $S_1 : k_s = 200 W/mK, e = 3mm$	143
4.20	Profils des flux de chaleur sensible et latent sur $S_1 : k_s = 0,027 W/mK, e = 3mm$	144
4.21	Comparaison des évolutions de la température moyenne des surfaces verticales intérieures	144
4.22	Comparaison des évolutions de la température moyenne des surfaces verticales extérieures	145
4.23	Champs de température, de fraction massique de vapeur d'eau et de la fonction de courant pour $k = 200W/mK, e = 1mm$	147
4.24	géométrie étudiée	148
4.25	Maillage utilisé	148
4.26	Comparaison des ordres de grandeur du maximum pour les deux termes dans la direction horizontale pour $HR = 80\%$	149
4.27	Comparaison des ordres de grandeur du maximum pour les deux termes dans la direction verticale pour $HR = 80\%$	149
4.28	Flux massique condensé sur les parois pour $HR_0 = 80\%$	150
4.29	Evolution du flux massique condensé sur la paroi froide pour différentes humidités initiales	150
4.30	Evolution de la masse condensée sur la paroi froide pour différentes humidités initiales	150

4.31	Profils de la température sur la face intérieure de la paroi refroidie au début de la condensation en $(T_p(y))$	151
4.32	Evolution de la température moyenne de la paroi intérieure refroidie	151
4.33	Evolution de la masse volumique moyenne du mélange	152
4.34	Evolution de la pression thermodynamique	152
4.35	Comparaison des flux pour $HR_0 = 80\%$	153
4.36	Comparaison entre les densités de flux moyen total sur la face intérieure de la paroi froide	153
4.37	Comparaison des répartitions de température sur la paroi froide à différents instants	155
4.38	Evolution temporelle de la température moyenne de la face intérieure de la paroi froide	155
4.39	Comparaison des flux sur la surface intérieure froide	155
4.40	Isothermes, lignes de courant, champs de fraction massique et d'humidité à différents instants pour $HR = 50\%$	156
4.41	Isothermes , lignes de courant, champs de fraction massique et d'humidité à différents instants pour $HR = 80\%$ et pour l'air sec (iso-lignes en pointillés)	157
4.42	Evolution du flux massique condensé pour différents coefficients d'échanges	158
4.43	Evolution de la masse condensée totale	158
4.44	Profils de la température moyenne de la paroi froide	159
4.45	Profils de la densité	159
4.46	Profils de la pression thermodynamique moyenne	159
4.47	Isothermes , lignes de courant, champs de fraction massique et d'humidité en régime permanent pour différentes valeurs de h_{cv}	160
5.1	Schéma du système étudié	171
5.2	Maillage utilisé	180
5.3	Comparaison des nombres de Nusselt sensible et latent ($T_p = 20^\circ C, T_0 = 40^\circ C, HR_0 = 10\%, Re = 300$)	183
5.4	Comparaison des nombres de Nusselt sensible et latent ($T_p = 20^\circ C, T_0 = 40^\circ C, HR_0 = 50\%, Re = 300$)	183
5.5	Comparaison des profils de température moyenne ($T_p = 20^\circ C, T_0 = 40^\circ C, HR_0 = 50\%, Re = 300$)	184
5.6	Fraction massique pour $W_p = 0,5$, (a) $Re = 300$ et (b) $Re = 900$ (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	186
5.7	Vitesses verticales pour $W_p = 0,5$, (a) $Re = 300$ et (b) $Re = 900$ (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	187

5.8	Profil de vitesse verticale $Re = 300$, (a) $W_p = 0,1$, (b) $W_p = 0,5$	187
5.9	Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant $Re = 300$, (a) $W_p = 0,1$ et $\psi_{max} = 3,12 \cdot 10^{-3} kg/s$, (b) $W_p = 0,2$ et $\psi_{max} = 3,45 \cdot 10^{-3} kg/s$, (c) $W_p = 0,5$ et $\psi_{max} = 5,07 \cdot 10^{-3} kg/s$	188
5.10	Densité moyenne du mélange pour différentes valeurs de fraction massique, $Re = 300$	188
5.11	Fraction moyenne, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	189
5.12	Flux massique évaporé, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	189
5.13	Profil de vitesse verticale, $Re = 900$, (a) $W_p = 0,1$, (b) $W_p = 0,5$	190
5.14	Fraction moyenne, $W_p = 0,5$ (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	190
5.15	Flux massique évaporé, $W_p = 0,5$ (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	190
5.16	Comparaison des fractions massiques moyennes en fonction de y en convection mixte	192
5.17	Comparaison des flux massiques en fonction de y en convection mixte	192
5.18	Comparaison des profils de température en convection mixte	193
5.19	Comparaison des profils de fraction massique en convection mixte	193
5.20	Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en évaporation isotherme $W_p = 0,3$, $T_p = T_0 = 349,8K$, $Re = 300$ et $\psi_{max} = 3,86 \cdot 10^{-3} kg/s$	194
5.21	Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en évaporation anisotherme $W_p = 0,3$, $T_0 = 370K$, $T_p = 349,8K$, $Re = 300$ et $\psi_{max} = 3,94 \cdot 10^{-3} kg/s$	194
5.22	Flux latent et sensible le long d'une paroi	194
5.23	Rapport des flux latent et sensible le long d'une paroi	194
5.24	Densité moyenne, $Re = 300$	197
5.25	Profils de la vitesse verticale, $W_p = 0,2$, $Re = 300$	198
5.26	Profils de la vitesse verticale, $W_p = 0,5$, $Re = 300$	198
5.27	Vitesse verticale et lignes de courant $Re = 300$, (a) $W_v = 0,2$ et $\psi_{max} = 2,94 \cdot 10^{-3} kg/s$, (b) $W_v = 0,3$ et $\psi_{max} = 3,28 \cdot 10^{-3} kg/s$, (c) $W_v = 0,5$ et $\psi_{max} = 4,28 \cdot 10^{-3} kg/s$ avec $\Delta\psi = 3,28 \cdot 10^{-4} kg/s$	199
5.28	Fraction massique moyenne, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	200
5.29	Flux massique évaporé, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	200
5.30	Profils de vitesse verticale pour le mélange air-hexane ($Re = 300$, $W_p = 0,3$) a) convection mixte solutale ($T_0 = T_p = 288 K$) b) convection mixte thermosolutale	201
5.31	Isocontours de la vitesse verticale et lignes de courant en convection mixte du mélange air-hexane, $Re = 300$ and $W_p = 0,3$ (a) Ecoulement isotherme ($\psi_{max} = 3,28 \cdot 10^{-3} kg/m s$), (b) Convection thermosolutale avec des propriétés constantes (sauf ρ) ($\psi_{max} = 3.42 \cdot 10^{-3} kg/m s$), (c) Convection thermosolutale avec des propriétés variables ($\psi_{max} = 3,41 \cdot 10^{-3} kg/m s$)	202

5.32	Fraction massique moyenne, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	202
5.33	Flux massique évaporé, $Re = 300$, (— ρ constante, $\triangleleft \rho$ variable)	202
5.34	Variations axiales des propriétés thermophysiques normalisées d'hexane en $x = 0,01m$	203
5.35	Nombres de Schmidt et de Prandtl en $x = 0,01m$	203
5.36	Effets de la variation des propriétés thermophysiques de l'hexane, (a) Profils de température, (b) Profils de vitesse verticale.	204

Liste des tableaux

2.1	Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 283K$	33
2.2	Comparaison des nombres de Nusselt $M(120, 120)$, $Pr = 0,71$	34
2.3	Nombre de Nusselt moyen ($Pr=0.71$, $\Delta T = 15K$, $T_0 = 283$)	36
2.4	Etude de maillage pour une cavité différentiellement chauffée ($Ra = 10^6$, $Pr = 0,71$) et ($Pc 2,4 GHz$, $1 Go$).	38
2.5	Nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude pour un écoulement de convection naturelle, $Pr = 0,71$	39
2.6	Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 300K$	40
2.7	Paramètres de calcul	41
2.8	Comparaison entre les période des oscillations calculées à partir de la formule de Patterson et al. [33] et celles obtenues avec Fluent pour $Pr=0,71$ et $A=1$. . .	42
2.9	Paramètres de calcul $L = 0,1m$ et $\Delta t = 10^{-2}s$	43
2.10	Valeurs des périodes d'oscillations en fonction du nombre de Rayleigh pour un rapport de forme $A = 4$	43
2.11	Comparaison des résultats obtenus par Fluent avec ceux de Le Quéré et Roquefort [34], pour différents rapports de forme et différents nombre de Rayleigh ($\tau^* = \frac{\tau_{af}}{L}$)	43
2.12	Configurations étudiées.	47
2.13	Options de Fluent utilisées pour les calculs	48
2.14	Propriétés thermophysiques de l'air à $T_0 = 600K$	48
2.15	Valeurs des composantes de la vitesse sur les plans médians de la cavité pour $Ra = 10^6$ et $\epsilon_T = 1,2$	51
2.16	Valeurs des composantes de la vitesse sur les plans médians de la cavité pour $Ra = 10^7$ et $\epsilon_T = 1,2$	51
2.17	$Ra = 10^6$ $\epsilon_T = 1,2$ (propriétés constantes)	52
2.18	$Ra = 10^6$ $\epsilon_T = 1,2$ (propriétés variables)	53
2.19	$Ra = 10^7$ $\epsilon_T = 1,2$ (propriétés constantes)	53

2.20	$Ra = 10^7$ $\epsilon_T = 1, 2$ (propriétés variables)	54
2.21	propriétés de la paroi conductrice	55
2.22	propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 350K$	56
2.23	propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 315K$	56
2.24	propriétés de l'air sec à la température moyenne $T_m = 280K$	56
2.25	Méthodes numériques	56
2.26	Comparaison des résultats ($h_{cv} = 0,1W/m^2K$)	57
2.27	Comparaison des résultats ($h_{cv} = 100W/m^2K$)	57
2.28	Propriétés physiques de l'eau à $T_m = 295,5K$	63
2.29	Paramètres de contrôle de l'écoulement	63
2.30	Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 293,5K$	69
2.31	maillage utilisé	69
2.32	Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,021m$ et $Ra = 10^4$	70
2.33	Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,045m$ et $Ra = 10^5$	70
2.34	Nombres de Nusselt sur les parois actives avec $T_0 = 293,5K$ et $\Delta T = 10K$ pour $H = 0,097m$ et $Ra = 10^6$	71
2.35	Propriétés physiques de l'air, τ_0 est l'épaisseur optique $\tau_0 = \kappa L$	76
2.36	Flux de chaleur moyens adimensionnels sur la paroi chaude (surfaces noires $\epsilon = 1, Pr = 0,71, Pl = 0,043, \theta_0 = 15$)	76
2.37	Flux de chaleur moyens adimensionnels (total, convectif et radiatif) sur la paroi chaude ($Pr = 0,71, Pl = 0,043, \theta_0 = 15$)	77
2.38	Valeurs extrêmes de la vitesse et du flux thermique moyen (v_z^*max dans le plan $y^* = 0,5$ et v_z^*max dans le plan $z^* = 0,5$). Les flux maximum et minimum ont été pris sur la paroi chaude ($Pr = 0,71, Pl = 0,043$ et $\theta_0 = 15$)	77
3.1	Propriétés thermophysiques des matériaux utilisés (Règles Th-U2000 [46])	85
3.2	Effet de l'espacement sur le coefficient de transmission thermique (échanges radiatifs négligés)	86
3.3	Effet de l'espacement sur le coefficient de transmission thermique (échange ra- diatifs pris en compte)	86
3.4	Propriétés physiques de l'air et du PVC à $T_m = 288K$ et $Pr = 0,71$	90
3.5	Comparaison des températures sur les parois	91
3.6	Comparaison des flux sur les parois	91
3.7	Comparaison du nombre de courant (CFL)	94

3.8	Comparaison des temps de calcul pour les deux schémas	95
3.9	Points de mesure	95
3.10	Propriétés physiques de l'air à $T_0 = 297K$	98
3.11	Paramètres de contrôle de l'écoulement	98
3.12	Conditions aux limites	98
3.13	Flux total et flux radiatif sur la paroi chaude et paramètre de stratification . .	101
3.14	Emissivités des parois	101
3.15	Flux total et le flux radiatif sur la paroi chaude et paramètre de stratification .	109
3.16	Variation du paramètre de stratification S en fonction de la profondeur	110
3.17	Propriétés physiques de l'air et du béton à $T_0 = 300K$	112
3.18	Ecart entre deux maillages consécutifs sur les flux thermiques moyens sur la paroi chaude et les vitesses maximales sur le plan $x^* = 0,5$. Cavité de parpaing différentiellement chauffée (Pc 2,4GHz, 1Go).	112
3.19	Influence de la température extérieure sur les températures moyennes pariétales externe et interne, sur le flux interne de la surface interne de la paroi chaude et sur la résistance thermique globale (échanges radiatifs pris en compte).	114
3.20	Distribution des températures et des flux dans le parpaing de 20 ($S_t = 0,031m^2$), avec rayonnement	118
4.1	Comparaison entre les deux valeurs de la masse condensée	131
4.2	Paramètres numériques utilisés pour le calcul	132
4.3	Masse condensée sur une paroi verticale en (g) pour différents pas de temps, maillage 100×100 , ($HR_0 = 50\%$ et $T_0 = 350K$)	133
4.4	Propriétés des parois étudiées.	136
4.5	Comparaisons des variations d'énergies internes simulées numériquement et calculées analytiquement : ($\Delta E_{t(calcul)}$ bilan basé sur les simulations, Eq. 4.24) . .	145
4.6	Flux et masse condensée sur une paroi verticale intérieure	146
4.7	Propriétés de la paroi froide	148
4.8	Quantités massiques initiales et stationnaires	154
4.9	Propriétés physiques du mélange et nombre de Rayleigh thermique en régime stationnaire ($\beta = 1/T_m$ et $T_m = 315K$ dans le calcul de Ra)	154
4.10	Conditions initiales	157
4.11	Influence du coefficient d'échange h_{cv} sur la masse condensée	158
5.1	Paramètres numériques utilisés pour le calcul	180
5.2	Etude de maillage pour un mélange air-hexane en évaporation isotherme ($Re = 300$, $W_p = 0,5$, $T_p = T_0 = 303,6K$)	181

5.3	Propriétés physiques du mélange (air+vapeur d'eau) à $T_r = 299,66K$	183
5.4	Conditions d'entrée	183
5.5	Propriétés thermophysiques du mélange air-vapeur basées sur la règle de 1/3 . .	185
5.6	Vitesses d'entrées pour un nombre de Reynolds $Re = 300$	185
5.7	Paramètres de calcul en convection thermosolutale pour un mélange air-vapeur d'eau basé sur la règle de 1/3 ($T_0 = 370 K$, $T_p = 349,8 K$, $h_{lv} = 2,317 10^6 J/kg^1$).191	
5.8	Variations axiales des propriétés moyennes de l'écoulement au cours de l'évaporation de la vapeur d'eau en convection mixte, $Re = 600$ (ρ variable), ($\phi_{m,v}$: flux évaporé, $\phi_{mD,v}$:flux diffusif)	191
5.9	Variations axiales des propriétés moyennes de l'écoulement au cours de l'évaporation de vapeur d'eau en convection mixte $Re = 300$ (ρ variable)	192
5.10	Propriétés thermophysiques du mélange air-hexane basées sur la règle de 1/3 .	196
5.11	Paramètres de calcul, $Re = 300$	196
5.12	Variations de grandeurs caractéristiques entre l'entrée et la sortie de la conduite en convection mixte solutale, $W_p = 0,5$ (ρ constante)	198
5.13	Variations de grandeurs caractéristiques entre l'entrée et la sortie de la conduite en convection mixte solutale, $W_p = 0,5$ (ρ variable)	199
5.14	Propriétés thermophysiques et paramètres de calcul en convection mixte thermosolutale pour le mélange air-hexane basés sur la règle du 1/3 ($T_0 = 333 K$, $T_p = 288 K$, $h_{lg} = 361,418 10^3 J/kg$)	200

Bibliographie

-

Bibliographie

- [1] A.Rubel, F. Landis, Numerical study of natural convection in a vertical rectangular enclosure, *Phys. Fluids Suppl. II*, V.12-II, pp : 208-213, (1969).
- [2] G.D. Mallinson, G. de Vahl Davis, Three-dimensional natural convection in a box : a Numerical Study *J. Fluid Mech*, Vol.83, part1, pp : 1-31 (1977).
- [3] M.P.Fraikin, J.J.Portier and C.J.Fraikin CJ, Application of $k - \epsilon$ turbulence. model to enclosed buoyancy-driven recirculating flow, *Chem. Eng. Comm*, Vol.13, pp : 289-314, (1982).
- [4] S.Xin, P.LE QUERE, Linear stability analyses of natural convection flows in a differentially heated square cavity with conducting horizontal walls, *Phys. Fluids*, Vol.13, N°.9, pp : 2529-2542, (2001).
- [5] A.Soufiani, F.Andre, J.Taine, A fictitious-gas based statistical narrow-band model for IR long-range sensing of H₂O at high temperature, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol.73, pp : 339-347, (2002).
- [6] , E.Sediki, A.Soufiani and M.S.Sifaoui Combined gas radiation and laminar mixed convection in vertical circular tubes, *Int.Journal of Heat and Fluid Flow*, Vl. 24, N°.5, pp : 736-746, (2003).
- [7] , S. Meftah, D. Lemonnier, A. Benbrik, A. Mezrhab, Etude numérique de la convection naturelle de double diffusion dans un mélange air-CO₂, *SFT 2007*, Ile des Embiez, 29 Mai, pp : 619-624, (2008).
- [8] Fluent 6.2.16 User's Guide (n.d.), www.fluentusers.com.
- [9] N.Laaroussi, G.Lauriat, X.Nicolas, Etude Numérique des Transferts de Chaleur Couplés dans une Paroi Alvéolaire, *Journée Internationales de Thermique JITH*, 15-17 Novembre, Tanger, Maroc, 251-254, (2005).
- [10] J.M. Mihaljan. A rigorous exposition of the Boussinesq approximation applicable to a thin layer of fluid. *Astrophys.J*, Vl. 136, pp : 1126-1133, (1962).
- [11] A. Gray, D. Giorgini, The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *Int.J.Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp : 545-551, (1976).
- [12] R. Siegel, J.R. Howell , *Thermal radiation heat transfer*, Mc Graw-Hill Book Company, second edition, New York, (1992).
- [13] S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Clarendon Press, (1950).
- [14] B.G. Carlson and K.D. Lathrop. Transport theory - The Method of Discrete Ordinates. in : *Computing in reactor physics*, *Ed. Gordon and Breach*, (1968).

- [15] W.A. Fiveland. Three-Dimensional radiative heat transfer solutions by the Discrete Ordinates Method. *Journal of Thermophysics*, V.l. 2, N°. 4, pp : 309-316, 1988.
- [16] S. V. Patankar, Numerical Heat and Fluid Flow, London, Mc Graw Hill, (1980).
- [17] B.E. Launder, W.C. Reynolds, W. Rodi et al., Turbulence Models and their Applications, Vol.2, Paris : Eyrolles (1984).
- [18] H.B. Awbi, Ventilation of Buildings, London : E & FN Spon (1991) ISBN(1-883413-88-5).
- [19] H.K. Versteeg, W. Malalasekera, An introduction to computational Fluid Dynamics, Essex : Longman Scientific & Technical, (1995) (ISBN.0-582-21884-5)
- [20] J. Van Doormaal et G. Raithby, Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, Num. Heat Transfer, Vol.7, pp :147-163, (1984).
- [21] R.I. Issa, Solution of implicitly discretised fluid flow equations by operator splitting, J. Comput. Phys, Vol.62, pp : 40-65 (1986).
- [22] A.Lankhorst, Laminar and turbulent natural convection in cavities, Numerical Modelling and Experimental Validation, These, (1991).
- [23] M.R.Warren, P.H.James, I.C.Young, Handbook of Heat Transfer, MacGraw-Hill Handbooks, Third Edition, (1998).
- [24] Y. Le Peutrec et G. Lauriat, Effects of the heat transfert at the side walls on natural convection in cavities, Trans *ASME J. Heat Tranfert*, Vol. 112, pp : 370-378, (1990).
- [25] T. Fusegi, J. Min. Hyun, Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions, *Int. J. Heat Fluid Flow*, V. 15, N°.4, pp : 258-268, (1994).
- [26] G. Colomer, M. Costa, R. Consul, Three-dimensional numerical simulation and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method, *Int. J. Heat Fluids Flow*, V.47, N°.1, pp : 257-269, (2004).
- [27] S.W. Armfield, J.C. Patterson, Wave proprties of natural convection boundary layers, J. Fluid. Mech, Vol.239, pp : 195-212, (1992).
- [28] J.M.Hyun, J.W.Lee, Numerical solutions for transient natural convection in a square cavity with different sidewall temperatures, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.10, N°.2, pp : 146-151, (1989)
- [29] G. Lauriat, I. Altimir, A new formulation of the method for the prediction of natural convection flows in cavities, *Computers and Fluid*, Vol.13, N°.2,pp : 141-155, (1985)
- [30] S.W. Armfield, J.C. Paterson, Direct simulation of wave interactions in unsteady natural convection in a cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.34, No.45,pp : 929-940,(1991).
- [31] J.C. Patterson, S.W. Armfield, Transient features of natural convection in a cavity, J. Fluid. Mech, Vol.219, pp : 469-497, (1990).
- [32] G. Lauriat, Accurate solutions of natural convection flows in square cavity at high Rayleigh numbers with a cubic spline approximation. ASME Winter Annual Meet, 82-WA/HT-71, Phonix,pp : 1-10. (1982).
- [33] J.C. Patterson, J. Imberger, Unsteady convection in a rectangular Cavity, J. Fluid Mech, Vol.100, part.1, pp : 65-86. (1980).
- [34] P. Le Quéré, T. Alziary de Roquefort, Transition to unsteady natural convection of air in differentially heated cavities, American Society of Mechanical Engineering, Heat Transfer Division, Vol. 60 pp : 29-36, (1986).

- [35] O. Touazi, Etude numérique d'un schéma de volumes finis sur des maillages non structurés pour des écoulements de fluide visqueux à densité constante ou faiblement variable, Thèse de Doctorat, université de Marne-La-Vallée, (2006).
- [36] P. Le Quéré, C. Weisman, H. Paillère, J. Vierendeels, E. Dick, R. Becker, M. Braack and J. Locke, Modelling of natural convection flows with large temperature differences : A Benchmark problem for low Mach number solves. Part 1. Reference solutions , ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis , vol. 39, N° . 3, pp : 609-616, (2005)
- [37] P. Le Quéré, C. Weisman, H. Paillère, J. Vierendeels, E. Dick, R. Becker, M. Braack and J. Locke, Modelling of natural convection flows with large temperature differences : A Benchmark problem for low Mach number solves. Part 2. Contributions to the june 2004 Conference , ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis , vol. 39, N° . 3, pp : 617-621, (2005)
- [38] F. Xu, J.C. Patterson, Ch. Lei, Shadowgraph observations of transition of the thermal boundary layer in side-heated cavity, Exp. Fluids, Vol.38, pp : 770-779, (2005a).
- [39] F. Xu, J.C. Patterson, Ch. Lei, Transient of thermal boundary layer in adifferntially heated cavity to adouble-layer structure, James Cook University, Australia, (2005b).
- [40] J.C. Patterson, T. Graham, W. Schöpf, S.W. Armfield, Boundry layer developement on a semi-infinite suddenly heated vertical plate. J. Fluid. Mech, Vol.219, pp : 467-497(2002).
- [41] H. Wang, S. Xin, P. Le Quéré, Etude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surface en cavité carrée remplie d'air. C. R. Mecanique, Vol.334, pp : 48-57, (2005).
- [42] F. Ordones. Simulation Numérique de transfert couplés convection naturel-rayonnement dans une cavité : application à une paroi de parpaing soumise au feu. *Rapport du DEA TES*. Université de Marne la vallée, 2004.
- [43] V. Sambou, Transferts thermiques instationnaires : vers une optimisation de parois de bâtiments, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, (2008)
- [44] A. Benkhelifa, "Contribution à l'études expérimentales des bifurcations de convection naturelle dans une cavité en air différentiellement chauffée : Influence de l'inclinaison", Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, (2006).
- [45] J. Salat Contribution à l'étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée. PhD Thesis. Université de Poitiers. Poitiers, (2004).
- [46] Réglementation RT2000, Règles Th-Bât, CSTB.
- [47] A. Bejan, Convection Heat Transfert, second edition, Wiley, (1996).
- [48] S. Xin, P. Le Quéré, "Direct numerical simulation of two dimensional chaotic natural convection in a differentially heated cavity of aspect ratio 4", J.Fluid.Mech, Vol.304, pp : 87-118, (1995)
- [49] P.D. Weidman, Convection regime flow in a vertical slot : continuum of solutions from capped to open ends, Heat and Mass Transfer, Vol.43, N° .2, pp : 103-109, (2006).
- [50] ERG. Eckert, WO. Carlson, Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperature, Int.J.Heat Mass Transfer, N° :2, pp : 106-120, (1961).
- [51] S. Xin, Etudes numériques de la convection naturelle en cavité et de problèmes connexes, Habilitation à Diriger des Recherches (HDR), Université de Paris Sud, (2005).

- [52] Règles Th-U, fascicule 4/5, calcul de caractéristiques thermiques des parois opaques, CSTB.
- [53] B. Gebhart, Y. Jaluria, R.L. Mahajan, B. Sammakia, Buoyancy-Induced Flows and Transport, Hemisphere Pub. Co., New-York, (1988).
- [54] A. Bejan, Convection Heat Transfer, Third edition, John Wiley and Sons, New York, (2005).
- [55] J.A. Weaver, R. Viskanta, Natural convection due to horizontal temperature and concentration gradients - 1. Variable thermophysical properties effects, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.34, N°.12, pp : 3107-3120, (1991).
- [56] J.A. Weaver, R. Viskanta, Natural convection due to horizontal temperature and concentration gradients - 2. Species interdiffusion, Soret and Dufour effects, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.34, N°.12, pp : 3121-3133, (1991).
- [57] M.M. Rahman, M.J. Lampinen, Numerical study of natural convection from a vertical surface due to combined buoyancies, Numer. Heat Transfer Part A, Vol.28, pp : 409-429, (1995).
- [58] J. Chang, T.F. Lin, Transient natural convection heat and mass transfer over a vertical plate of finite height, Numer. Heat Transfer Part A, Vol.21, pp : 187-214, (1992).
- [59] T.F. Lin, C.J. Chang, W.M. Yan, Analysis of combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube, ASME J. Heat Transfer, Vol.110, pp : 337-344 (1988).
- [60] W.M. Yan, Y.L. Tsay, T.F. Lin, Simultaneous heat and mass transfer in laminar mixed convection flows between vertical parallel plates with asymmetric heating, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol.10, N°.3, pp : 262-269,(1989).
- [61] K.T. Lee, H.L. Tsai, W.M. Yan, Mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts, Int. J. Heat Mass transfer, Vol.40, N°.7, pp : 1621-1631, (1997).
- [62] G. Desrayaud, G. Lauriat, Heat and mass transfer analogy for condensation of humid air in a vertical channel, Heat and Mass Transfer, Vol.37, pp : 67-76, (2001).
- [63] W.M. Yan, T.F. Lin, C.J. Chang, Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates, Wärme und Stoffübertragung, Vol.23, pp : 69-76, (1988).
- [64] J.A. Weaver, R. Viskanta, Natural convection in binary gases due to horizontal thermal and solutal gradients, ASME J. Heat Transfer Vol.113, pp : 140-147, (1991).
- [65] P. Le Quéré, C. Weisman, H. Paillère, J. Vierendeels, E. Dick, R. Becker, M. Braack and J. Locke, Modelling of natural convection flows with large temperature differences : A Benchmark problem for low Mach number solves. Part 1. Reference solutions , ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis , vol. 39, N°.3, pp : 609-616, (2005)
- [66] W.G.Reynolds, Thermodynamic properties in SI : graphs, tables and computational equation for forty substances, "Dept of Mechanical Engineering stanford University", (1979).
- [67] T. Fujii, Y. Kato, K. Mihara, Expressions of transport and thermodynamic properties of air, steam and water, Sei San Ka Gaku Ken Kyu Jo, Report No. 66, Kyu Shu University, Kyu Shu, Japan (1977)
- [68] E.V. Somers, Theoretical considerations of combined thermal and mass transfer from a vertical plate, J. Appl. Mech, Vol.23, pp : 295-301, (1956).

- [69] H. Nakamura, Bull. Japan Soc. Mech. Engrs 5 (1962) 311
- [70] L.C. Chow, J.N. Chung, Evaporation of water into a laminar stream of air and superheated steam, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.26, pp : 373-380, (1983).
- [71] E.M. Sparrow, J.L. Gregg, The variable fluid-property problem in free convection, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Vol. 80, pp : 879-886, (1958).
- [72] M. Haji, L.C. Chow, Experimental measurement of water evaporation rates into air and superheated steam, ASME J. Heat Transfer, Vol.110 ,pp : 237-242, (1988).
- [73] T.S. Lee, P.G. Parikh, A. Acrivos, D. Bershader, Natural convection in a vertical channel with opposing buoyancy forces, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.25 , pp : 499-511, (1982).
- [74] C.J. Chang, T.F. Lin, W.M. Yan, Natural convection flows in a vertical, open tube resulting from combined buoyancy effects on thermal and mass diffusion, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.29, pp : 1543-1552, (1986).
- [75] W.M. Yan, T.F. Lin, Effects of wetted wall on laminar mixed convection in a vertical channel, J. Thermophysics, Vol.3, pp : 94-96, (1989).
- [76] W.M. Yan, Mixed convection heat transfer enhancement through latent heat transport in vertical parallel plate channel flows, Can. J Chem. Eng. Vl.69, pp : 1277-1282, (1991).
- [77] Y.L. Tsay, T.F. Lin, Combined heat and mass transfer in laminar gas stream flowing over an evaporating liquid film, Wärme und Stoffübertragung, Vol.25, pp : 221-213, (1990).
- [78] W.M. Yan, T.F. Lin, Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical plates with film evaporation, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.33, pp : 529-541, (1990).
- [79] W.M Yan, The effect of liquid film vaporization on natural convection heat and mass transfer in a vertical tube, Canadian journal of chemical engineering (Can. j. chem. eng.), vol.70, No.3, pp : 452-462 (1992).
- [80] W.M. Yan, Effects of film evaporation on laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.35, pp : 3419-3429, (1992).
- [81] J.H. Jang, W.M. Yan, Thermal protection with liquid film in turbulent mixed convection channel flows, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.49, pp : 3645-3654, (2006).
- [82] J.H. Jang, W.M. Yan, C.C. Huang, Mixed convection heat transfer enhancement through film evaporation in inclined square ducts, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.48, pp : 2117-2125, (2005).
- [83] C.C. Huang, W.M. Yan, J.H. Jang, Laminar mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts with film evaporation and condensation, Int. J. Heat Mass Transfer Vol.48, pp : 1772-1784, (2005).
- [84] Z.A. Hammou, B. Benhamou, N. Galanis, J. Orfi, Laminar mixed convection of humid air in a vertical channel with evaporation or condensation at the wall, Int. J. Thermal Sciences, Vol.43, pp : 531-539, 2004).
- [85] Y. Azizi, B. Benhamou, N. Galanis, M.Ganaoui, Buoyancy effects on upward and downward laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, Int.J.of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, Vol.17, N°3, pp : 333-353, (2007).
- [86] R.Lide.David, Henry.V.Kehiaian, "CRC HANDBOOK of Thermophysical and Thermochemical Data", (1994).
- [87] R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot, Transport Phenomena, Wiley, New York, (1960)

PUBLICATIONS et COMMUNICATIONS

- ||1| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, *Conjugate Thermosolutal Convection and Condensation of Humid Air in Cavities*, International Journal of Thermal Science, doi : 10.1016/j.ijthermalsci.2007.12.014 (2008).
- ||2| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, G.DESRAYAUD , *Effects of variable density for film evaporation on laminar mixed convection in a vertical channel*, International Journal of Heat and Mass Transfer, doi : 10.1016/j.ijheatmasstransfer. 2008.05.22 (2008).
- ||3| G.DESRAYAUD, R.BENNACER, J.P.CALTAGIRONE, E.CHENIER, A.JOULIN, N.LAAROUSSI, K.MOJTABI , *Étude Numérique Comparative des Écoulements Thermoconvectifs dans un Canal Vertical Chauffée Asymétriquement*, VII ème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, 28-30 Mai 2007, Montréal.
- ||4| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, G.DESRAYAUD , *numerical simulation of mixed convection with film evaporation in a vertical channel*, Proceedings of 5th European Thermal-Sciences Conference, 18-22 May 2008, Eindhoven, the Netherlands, CPC-1, ABSTRACT p :95.
- ||5| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, *Numerical Simulation of Natural Convection and Condensation of Humid Air In a Partitioned Enclosure*, Proceedings of CHT-08 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, May 11-16, 2008, Marrakech, Morocco, CHT-08-382, ABSTRACT p :132
- ||6| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, *Condensation dans une Cavité Remplie d'air Humide* , Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Les Embiez, p : 613-618.
- ||7| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, *Etude Numérique des Transferts de Chaleur dans des Structures Alvéolaires en Régime stationnaire et Transitoire*, Revue Internationale d'Héliotechnique, Énergie-Environnement, N° 36, Edité par la COMPLES : Coopération Méditerranéenne pour l'Energie Solaire, 2006, p : 14-15.
- ||8| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, E.CHENIER, *Convection Thermique et Massique en Régime Instationnaire dans Une Cavité Ventilée*, Congrès Français de Thermique, SFT 2005, Reims, p : 185-190.
- ||9| N.LAAROUSSI, G.LAURIAT, X.NICOLAS, *Etude Numérique des Transferts de Chaleur Couplés dans une Paroi Alvéolaire*, Journée Internationales de Thermique JITH, 15-17 Novembre, 2005, Tanger, Maroc, p : 251-254