



**HAL**  
open science

# POLITIQUES DE MAINTENANCE CONDITIONNELLE POUR UN SYSTEME A DEGRADATION CONTINUE SOUMIS A UN ENVIRONNEMENT STRESSANT

Estelle Deloux

► **To cite this version:**

Estelle Deloux. POLITIQUES DE MAINTENANCE CONDITIONNELLE POUR UN SYSTEME A DEGRADATION CONTINUE SOUMIS A UN ENVIRONNEMENT STRESSANT. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Nantes, 2008. Français. NNT : . tel-00348191

**HAL Id: tel-00348191**

**<https://theses.hal.science/tel-00348191>**

Submitted on 18 Dec 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE NANTES**

**ÉCOLE DOCTORALE**

**SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
DE L'INFORMATION ET DES MATÉRIAUX**

Année : 2008

**Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes**

Spécialité : Automatique et Informatique Appliquée

*Présentée et soutenue publiquement par*

**Estelle DELOUX**

*Le 7 octobre 2008*

*à l'École Nationale Supérieure des Techniques  
Industrielles et des Mines de Nantes*

**POLITIQUES DE MAINTENANCE CONDITIONNELLE POUR UN  
SYSTEME A DEGRADATION CONTINUE SOUMIS A UN  
ENVIRONNEMENT STRESSANT**

Jury

Président	Philippe CASTAGLIOLA	Professeur, Université de Nantes
Rapporteurs	Laurent BORDES	Professeur, Université de Pau
	Joel NACHLAS	Professeur Associé, Virginia Polytechnic Institute, USA
	Daniel NOYES	Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes
Examineurs	Christophe BERENGUER	Professeur, Université de Technologie de Troyes
	Bruno CASTANIER	Maître assistant, Ecole des Mines de Nantes
Examineur (absent)	Rommert DEKKER	Professeur, Erasmus University Rotterdam, Pays-Bas

**Directeur de thèse : Christophe Bérenguer**

Laboratoire : Institut Charles Delaunay

Co-encadrant : Bruno Castanier

Laboratoire : Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes

Composante de rattachement du directeur de thèse : Université de Technologie de Troyes

Laboratoire d'accueil : Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes



---

# *Remerciements*

---

Il m'a été très difficile d'écrire cette page par souci de n'oublier les nombreuses personnes qu'il me faut citer pour leur aide, leur accueil, leur soutien... ! Qu'elles soient toutes assurées de ma plus profonde reconnaissance même si leur nom n'y figure pas !

Je tiens, tout d'abord, à remercier Bruno Castanier et Christophe Bérenguer pour la qualité de leur encadrement et leur disponibilité. Bruno, merci, pour m'avoir fait confiance, guidé, encouragé, conseillé et fait beaucoup voyager pendant ces trois années. Christophe, merci, pour avoir accepté la direction de cette thèse, pour tes encouragements (sans faille depuis mon master), pour tes nombreuses relectures et ton suivi malgré l'éloignement.

Je remercie Laurent Bordes, Joel Nachlas et Daniel Noyes pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail, pour leurs questions constructives et leurs précieux conseils. Je vous suis très reconnaissante d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je tiens également à remercier Philippe Castagliola, pour sa minutieuse relecture et pour avoir endossé le rôle de président du jury et Rommert Dekker pour avoir accepté d'être membre du jury.

Ces trois années passées dans le département automatique et productique ont été ponctuées de goûters vietnamiens de Nga, de goûters bordelais de Denis, de thés dans le bureau d'en face (merci Odile)... Merci à l'ensemble des membres et ex-membres de l'équipe SLP et du personnel du département et plus particulièrement à Nga pour m'avoir supportée pendant trois ans comme collègue de bureau et pour avoir endossé le rôle de coach sportif (natation, footing), à Denis et ses mésaventures et à Emilie.

Tout ceci ne serait rien sans ma famille et mes amis. Un énorme merci à mes parents pour m'avoir toujours laissé libre de faire ce qui me plaisait et pour m'avoir encouragé dans mes choix. Merci Stéphane pour m'avoir appris à me dépasser et à faire toutes choses à fond.

Mes derniers remerciements sont pour Guillaume, pour avoir su mener une part essentielle à l'aboutissement de ce travail : me remonter le moral, me supporter et m'encourager. Je tenais à ce que les derniers mots de cette page soient pour lui.



---

# *Table des matières*

---

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Notations</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Cadre de l'étude : Introduction à la maintenance</b>	<b>5</b>
<b>1 Modélisation de la maintenance</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Présentation de la maintenance . . . . .	8
1.2.1 Définition et objectifs de la maintenance . . . . .	8
1.2.2 Les types de maintenance . . . . .	9
1.2.3 Les approches industrielles . . . . .	11
1.3 Modélisation et évaluation de la maintenance . . . . .	13
1.3.1 Modèles de maintenance . . . . .	13
1.3.2 Optimisation de la maintenance . . . . .	14
1.4 Conclusion et problèmes posés . . . . .	15
<b>2 Modélisation mathématique de la maintenance : analyse bibliographique</b>	<b>17</b>
2.1 Introduction . . . . .	17
2.2 Classification de la défaillance . . . . .	18
2.2.1 Classification de la défaillance par cause . . . . .	18
2.2.2 Classification des défaillances par impact sur les performances du système . . . . .	19
2.3 Modélisation d'un mécanisme de défaillance . . . . .	19
2.3.1 Défaillance soudaine : modèles de durée de vie . . . . .	20
2.3.2 Défaillance graduelle : modèles de dégradation . . . . .	23
2.4 Modèles d'influence des stress . . . . .	26
2.4.1 Les modèles résistance-contrainte (stress-strength) . . . . .	27
2.4.2 Les modèles de chocs . . . . .	27
2.4.3 Les modèles à risques concurrents . . . . .	28

2.4.4	Les modèles à risques multiplicatifs . . . . .	29
2.4.5	Les modèles de vie accélérée . . . . .	30
2.4.6	Intégration du stress dans les modèles de dégradation . . . . .	32
2.5	Synthèse . . . . .	33
2.6	Modèles de maintenance . . . . .	34
2.6.1	Stratégies de maintenance pour des modèles de durée de vie . . . . .	35
2.6.2	Stratégies de maintenance pour des systèmes se dégradant . . . . .	38
2.6.3	Modèles de maintenance incluant le stress . . . . .	42
2.7	Conclusion . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Objectifs des travaux</b> . . . . .	<b>45</b>
3.1	Analyse de l'étude bibliographique . . . . .	45
3.2	Limites du cadre de l'étude . . . . .	46
3.3	Objectifs des travaux . . . . .	46
<b>II</b>	<b>Prise en compte de l'environnement aléatoire stressant pour l'optimisation de la maintenance</b> . . . . .	<b>49</b>
<b>4</b>	<b>Construction du modèle de défaillance</b> . . . . .	<b>51</b>
4.1	Objectifs . . . . .	51
4.2	Description du mécanisme de défaillance . . . . .	51
4.3	Modélisation du mécanisme de défaillance . . . . .	52
4.3.1	Hypothèses sur la dégradation . . . . .	52
4.3.2	Processus de défaillance liée au niveau de dégradation . . . . .	53
4.3.3	Hypothèses sur le stress environnant . . . . .	53
4.3.4	Processus de défaillance liée au stress . . . . .	54
4.3.5	Impact de l'état du système sur le phénomène à l'origine du stress . . . . .	55
4.4	Illustration de la modélisation . . . . .	56
4.5	Caractéristiques fiabilistes du système non maintenu . . . . .	57
4.5.1	Densité de probabilité conjointe de l'état du système . . . . .	58
4.5.2	Fiabilité . . . . .	58
4.5.3	Durées de vie . . . . .	64
4.6	Estimation des caractéristiques du système . . . . .	65
4.6.1	Évaluation des paramètres de dégradation . . . . .	65
4.6.2	Évaluation des paramètres du processus de stress . . . . .	67
4.7	Conclusion . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Construction et évaluation de la politique de maintenance</b> . . . . .	<b>71</b>
5.1	Objectifs . . . . .	71
5.2	Modélisation et paramétrisation de la politique de maintenance . . . . .	71
5.2.1	Inspections . . . . .	72
5.2.2	Remplacements . . . . .	73
5.2.3	Action de maintenance systématique . . . . .	74

5.3	Critère de performance économique . . . . .	78
5.4	Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .	79
5.4.1	Fiabilité du système maintenu . . . . .	79
5.4.2	Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement $\mathbb{E}(S)$ . . . . .	80
5.4.3	Evaluation de l'espérance du nombre d'inspections . . . . .	82
5.4.4	Evaluation du nombre moyen d'actions de maintenance . . . . .	83
5.4.5	Evaluation de la durée moyenne d'indisponibilité . . . . .	84
5.5	Conclusion . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Analyse des performances de la politique</b>	<b>85</b>
6.1	Introduction . . . . .	85
6.2	Comportement de la politique de maintenance . . . . .	86
6.2.1	Contribution de la période de l'action de maintenance systématique, $\delta$ , sur le critère de décision . . . . .	87
6.2.2	Contribution de la période de la X-inspection, $\tau$ , sur le critère de décision . . . . .	87
6.2.3	Contribution du seuil de remplacement préventif, $\xi$ , sur le critère de décision . . . . .	89
6.2.4	Contribution de la limite supérieure de contrôle, $UCL$ , sur le critère de décision . . . . .	89
6.2.5	Contribution des paramètres de décision lorsque les caractéristiques du système varient . . . . .	89
6.2.6	Conclusion sur le comportement de la politique de maintenance	91
6.3	Comparaison de la politique de maintenance avec des politiques "classiques" . . . . .	91
6.3.1	Expression des coûts de maintenance des politiques classiques	91
6.3.2	Comparaison des politiques de maintenance lorsque les caractéristiques du système varient . . . . .	92
6.3.3	Performance de la politique de maintenance lorsque les coûts de maintenance varient . . . . .	94
6.4	Analyse de la sensibilité du modèle par rapport aux incertitudes sur les données . . . . .	96
6.4.1	Analyse de sensibilité par l'approche "One-Factor-At-A-Time" (OAT) . . . . .	96
6.4.2	Analyse de sensibilité lorsque toutes les caractéristiques du système varient . . . . .	97
6.5	Conclusion . . . . .	99
<b>III</b>	<b>Vers une meilleure prise en compte du processus de stress et de ses impacts</b>	<b>101</b>
	<b>Introduction</b>	<b>103</b>

<b>7</b>	<b>Introduction de différents impacts du stress sur le processus de dégradation</b>	<b>105</b>
7.1	Introduction . . . . .	105
7.2	Description du processus de défaillance du système . . . . .	106
7.2.1	Processus de dégradation . . . . .	106
7.2.2	Processus de stress . . . . .	107
7.2.3	Relation entre le processus de dégradation et le processus de stress . . . . .	107
7.3	Définition et évaluation de la politique de maintenance . . . . .	109
7.3.1	Structure de la politique de maintenance . . . . .	109
7.3.2	Critère de coût . . . . .	109
7.4	Influence de la connaissance de l'impact du stress . . . . .	111
7.5	Conclusion . . . . .	114
<b>8</b>	<b>Construction et évaluation de politiques de maintenance “adaptatives”</b>	<b>115</b>
8.1	Introduction . . . . .	115
8.2	Construction des politiques de maintenance . . . . .	116
8.3	Performance des politiques adaptatives dans le cas d'un impact ponctuel du stress . . . . .	117
8.4	Performance des politiques adaptatives dans le cas d'un impact permanent du stress . . . . .	118
8.5	Conclusion . . . . .	119
<b>9</b>	<b>Politiques de maintenance lorsque l'évolution du stress est modélisée en continu</b>	<b>121</b>
9.1	Objectifs . . . . .	121
9.2	Description du processus de défaillance . . . . .	121
9.2.1	Processus de dégradation . . . . .	121
9.2.2	Processus de stress . . . . .	122
9.3	Description des différentes stratégies de maintenance . . . . .	124
9.3.1	Politique “stationnaire” de maintenance : politique 6 . . . . .	124
9.3.2	Politiques “adaptatives” de maintenance . . . . .	124
9.4	Résultats numériques . . . . .	127
9.4.1	Comparaison de la politique stationnaire et de la politique autorisant les permutations entre les politiques extrêmes . . . . .	128
9.4.2	Comparaison de la politique stationnaire et de la politique intégrant continuellement l'information sur le stress . . . . .	129
9.4.3	Comparaison de la politique stationnaire, de celle intégrant continuellement l'information sur le stress et de celle intégrant l'information sur le stress à chaque changement de seuil . . . . .	130
9.5	Conclusion . . . . .	131
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>133</b>

**Bibliographie**

**137**

Récapitulatif des politiques de maintenance proposées dans cette thèse							
Politiques	Prise en compte du stress		Niveau de connaissance sur le stress		stratégies d'inspections du niveau de dégradation		Localisation
	oui	non	a priori	en ligne	périodiques	non périodiques	
Politique 0	×			×	×		II-2; III-1
Politique 1		×			×		II-3
Politique 2	×			×	politique de maintenance uniquement basée sur la surveillance du stress		II-3
Politique 3		×			politique de maintenance basée sur l'âge du système		II-3
Politique 4	×			×		×	III-2
Politique 5	×			×		×	III-2
Politique 6	×		×		×		III-3
Politique 7	×			×		×	III-3
Politique 8	×			×		×	III-3
Politique 9	×			×		×	III-3

**Tableau 1.** Tableau récapitulatif des politiques de maintenance proposées dans ce manuscrit

---

# Notations

---

## Caractéristiques du système

$(Z(t))_{t \geq 0}$	: processus décrivant l'état du système
$f$	: densité de probabilité d'un incrément aléatoire de dégradation
$f_{\lambda}^{(k)}$	: loi de dégradation cumulée après $k$ périodes de temps
$R(t)$	: fiabilité du système non maintenu
$R_m(t)$	: fiabilité du système maintenu
$F(t)$	: probabilité de défaillance du système
$\theta$	: vecteur des caractéristiques du système

## Dégradation

$(X(t))_{t \geq 0}$	: processus de dégradation
$L$	: seuil de défaillance
$\alpha$	: paramètre de la loi exponentielle lorsque $\Delta X$ est une variable aléatoire exponentielle
$\alpha$	: paramètre de forme de la loi Gamma lorsque $\Delta X$ suit un processus Gamma
$\alpha_0$	: paramètre de forme de la loi Gamma lorsque $\Delta X$ suit un processus Gamma et que le système n'est pas stress
$\delta\alpha$	: accroissement de la vitesse de dégradation liée au stress
$\beta$	: paramètre d'échelle de la loi Gamma lorsque $\Delta X$ suit un processus Gamma
$\Delta t = t_k - t_{k-1}$	: période élémentaire. On prendra $\Delta t = 1$
$\gamma$	: influence du stress sur la dégradation

## Stress

$(Y(t))_{t \geq 0}$ :	processus de stress
$a$ :	paramètre d'échelle
$b$ :	sensibilité au stress
$F_A$ :	facteur d'accélération
$m$ :	niveau nominal de stress
$\mu$ :	coefficient de dérive
$\lambda$ :	seuil de stress
$\sigma$ :	écart type du niveau nominal du stress
$\lambda_0$ :	paramètre de la loi exponentielle qui modélise la durée dans l'état non stressé
$\lambda_1$ :	paramètre de la loi exponentielle qui modélise la durée dans l'état stressé
$r(t)$ :	proportion de temps passé dans l'état stressé depuis le dernier remplacement à $t$
$\bar{r}$ :	proportion moyenne de temps passé dans l'état stressé

## Politique de maintenance

### Coûts de maintenance

$C_\infty$ :	coût moyen d'exploitation cumulé à long terme par unité de temps
$C(t)$ :	coût global cumulé sur une durée d'exploitation $t$
$N_{ix}(t)$ :	nombre de X-inspections effectuées sur une durée d'exploitation $t$
$C_{INSP-X}(t)$ :	coût cumulé lié aux X-inspections sur une durée d'exploitation $t$
$c_{ix}$ :	coût unitaire de la X-inspection
$N_{iz}(t)$ :	nombre de Z-inspections effectuées sur une durée d'exploitation $t$
$C_{INSP-Z}(t)$ :	coût cumulé lié aux Z-inspections sur une durée d'exploitation $t$
$c_{iz}$ :	coût unitaire de la Z-inspection
$N_p(t)$ :	nombre de remplacements préventifs sur une durée d'exploitation $t$
$C_{PREV}(t)$ :	coût cumulé lié aux remplacements préventifs sur une durée d'exploitation $t$
$c_p$ :	coût unitaire d'un remplacement préventif
$N_c(t)$ :	nombre de remplacements correctifs sur une durée d'exploitation $t$
$C_{CORR}(t)$ :	coût cumulé lié aux remplacements correctifs sur une durée d'exploitation $t$
$c_c$ :	coût unitaire d'un remplacement correctif
$D_u(t)$ :	durée cumulée d'indisponibilité sur une durée d'exploitation $t$
$C_{INDISP}(t)$ :	coût cumulé lié à la durée d'indisponibilité sur une durée d'exploitation $t$
$c_u$ :	coût par unité de temps d'indisponibilité du système liée à une opération de maintenance
$c_m$ :	coût unitaire d'une action de maintenance systématique
$S$ :	Durée d'un cycle de régénération
$E$ :	vecteur des paramètres de décision de maintenance

## Règle de décision

- $\xi$  : seuil de remplacement préventif
- $UCL$  : limite de contrôle supérieure
- $\tau$  : période entre deux X-inspections consécutifs
- $\delta$  : périodes entre deux actions de maintenance systématique successives



---

# *Introduction générale*

---

La stratégie de maintenance a des répercussions directes sur l'exploitation d'un système, la production et les charges financières. A chaque instant de l'exploitation du système, le décideur (gestionnaire) de maintenance doit faire un choix face aux interventions possibles sur le système afin de déterminer l'action à effectuer. Ce choix doit permettre de satisfaire aux mieux les objectifs fixés a priori et permettre ainsi une exploitation optimale du système. Cependant, ces objectifs peuvent être multiples et ne conduisent pas toujours à une unique façon de procéder : une volonté de sécuriser le système exige une fréquence de maintenance préventive élevée alors que d'un point de vue économique, il peut être intéressant de ne pas trop intervenir pour ne pas ralentir une production, par exemple. Il est donc nécessaire de trouver un compromis, un équilibre entre maintenance préventive et maintenance corrective. Une stratégie de maintenance qui semble prometteuse est la maintenance conditionnelle. Les objectifs liés à l'exploitation d'un système sont très variés et peuvent amener à des situations contradictoires. Il est donc nécessaire de bien définir le critère de choix qui permet de déterminer les instants d'intervention sur le système et le type d'intervention à réaliser [15, 56]. Différents types de critères d'optimisation de la maintenance peuvent être envisagés, comme par exemple, un critère de disponibilité un critère de sécurité, un critère par rapport à un horizon d'étude (horizon fini, à long terme) [15]. Les préoccupations économiques étant sans conteste une des motivations majeures pour les études d'optimisation de maintenance, nous proposons d'utiliser un critère économique asymptotique.

L'objectif de cette thèse consiste à développer des modèles de maintenance pour des systèmes se dégradant évoluant dans un environnement stressant. Nombre de travaux depuis les années 60 ont porté sur la modélisation de la maintenance [107] dans le but de minimiser les coûts de maintenance et maximiser la durée de fonctionnement. La majorité de ces travaux est dédiée à l'optimisation de la maintenance préventive mais peu d'entre eux s'intéressent à la maintenance conditionnelle (CBM). Or, comme nous l'avons cité précédemment l'approche conditionnelle semble prometteuse [94] en particulier pour des systèmes étant sujets au vieillissement et à l'usure [101] dont la défaillance a un impact important sur le coût d'exploitation du système ou sur la sécurité, tels que, par exemple, des systèmes soumis à l'érosion (ouvrages hydrauliques, digues) [102]. En effet, l'approche conditionnelle est plus efficace que l'approche systématique car elle permet d'intégrer dans le processus de décision, des informations sur l'état courant du système [51].

De plus, une approche classique en CBM est de modéliser la défaillance du système par le biais d'un processus stochastique croissant dans le temps qui peut être assimilé à l'évolution aléatoire de la dégradation graduelle continue et d'un niveau limite. Le système est considéré défaillant si son niveau de détérioration dépasse un seuil fixé [106]. Mais, en pratique, à cause de la complexité des systèmes et de l'influence des différentes variables et stress [28, 73] sur les modes de fonctionnement des systèmes, il est difficile, dans la majorité des cas, de réduire les modes de défaillance à un unique processus de dégradation. Néanmoins, des informations partielles sur l'état du système peuvent être obtenues par la surveillance de covariables facilement observables, telles que les vibrations, la température, le taux d'humidité, etc. Il est à noter que très peu de travaux développés dans le cadre de l'optimisation de la maintenance [104] cherchent à intégrer cette information dans le processus de décision. Il est facile d'imaginer les effets d'accélération de la dégradation d'un système soumis, par exemple, à des vibrations pour lesquelles il n'a pas été spécialement conçu. Par ailleurs, de nombreuses approches développées essentiellement dans un cadre fiabiliste, permettent de modéliser les effets de ces covariables d'environnement pour prédire les performances de fonctionnement de tels systèmes. On peut retenir comme modèles [97] ceux à hasard proportionnel [5, 65, 96, 112] et les modèles à risques concurrents [44] par exemple.

Le mémoire est organisé en trois parties.

La première partie permet d'une part de définir le cadre et les hypothèses de notre étude, d'autre part de présenter les modèles de défaillance existants ainsi que les politiques de maintenance déjà développées pour mettre en évidence les objectifs des travaux de recherche à réaliser.

Les notions élémentaires en maintenance des systèmes industriels présentées dans le premier chapitre ont pour objectif de recentrer le contexte de notre étude ainsi que d'en souligner la pertinence.

Le second chapitre est consacré à l'étude bibliographique des principales approches rencontrées pour la rationalisation des décisions de maintenance. Cette rationalisation doit reposer sur la connaissance du comportement du système acquise tout au long de son exploitation et sur la connaissance de l'environnement dans lequel il évolue. Nous présentons les différents problèmes liés à la modélisation de la défaillance du système en fonction de son comportement et à la prise en compte du stress lié à l'environnement. Le comportement et le stress sont généralement modélisés au travers de caractéristiques de défaillance et peuvent être traduits stochastiquement en fonction de la durée de fonctionnement et/ou d'une variable stochastique représentant un niveau cumulé de dégradation. On propose ensuite de classer les différents modèles de maintenance rencontrés en fonction de la modélisation du comportement du système considéré. Une analyse de ces différents modèles permet de mettre en évidence les propriétés et les limites des politiques rencontrées.

Le troisième chapitre nous permet de définir les limites du cadre de notre étude et les objectifs que nous cherchons à atteindre. On choisit d'étudier un système à

dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant. On s'intéresse à la modélisation de la défaillance d'un tel système et à la construction et l'évaluation de politiques de maintenance qui, à partir de la connaissance sur l'état du système, son niveau de dégradation et le niveau de l'environnement stressant, peuvent fournir une aide à la décision. L'objectif considéré consiste à optimiser un coût global de maintenance.

La seconde partie du mémoire est consacrée à l'étude d'une politique de maintenance pour un système se dégradant évoluant dans un environnement stressant.

Dans le chapitre 4, le modèle de défaillance est décrit. Nous proposons un modèle de défaillance pour un système évoluant dans un environnement stressant à deux modes de défaillances : un niveau excessif de dégradation et des défaillances de type chocs liées à l'environnement stressant. La dégradation peut être assimilée à un processus de vieillissement croissant au cours du temps. L'environnement peut entraîner directement l'arrêt brutal du système. Par ailleurs, une défaillance peut conduire à un changement dans les conditions environnementales. Nous proposons une approche à risques concurrents. Outre l'avantage de la prise en compte de défaillances multiples, la combinaison ici proposée peut être vue comme l'étude d'un unique mode de défaillance pour lequel la connaissance ou l'information n'est pas totalement caractérisée ou disponible.

Reposant sur le modèle de défaillance défini, dans le chapitre 5, nous cherchons à développer une politique de maintenance permettant de minimiser le coût moyen de maintenance à long terme pour ce système. Une défaillance du système peut conduire à des changements dans les conditions environnementales d'exploitation, en particulier pour les covariables facilement observables (par exemple température, amplitude des vibrations, etc.). Ainsi, l'observation de ces covariables peut fournir des informations partielles sur l'état du système. Nous proposons une politique de maintenance qui combine maintenance conditionnelle et maîtrise statistique des procédés pour prendre l'avantage de toute l'information disponible. La maîtrise statistique des procédés (MSP) est alors utilisée pour détecter une défaillance éventuelle grâce à la surveillance des covariables et l'approche conditionnelle permet, au vu du diagnostic de "l'état" du système, de prévenir la défaillance. Les deux axes de recherche présentés ci-dessus, modélisation de la maintenance et maîtrise statistique des procédés (MSP) sont rarement considérés de manière conjointe. Cassady et al. [14] montrent l'avantage économique de combiner ces deux domaines. Linderman et al. [67] développent un modèle analytique pour prouver le bénéfice économique de cette intégration. Outre l'intérêt économique, on peut aussi souligner les objectifs communs des approches à savoir la minimisation des conséquences d'une défaillance soit en améliorant sa détection et son diagnostic (MSP) [48], soit en les prévenant (Maintenance Préventive).

Dans le chapitre 6, on s'attache à étudier les performances de la politique en tenant compte d'effets liés à l'indisponibilité du système causée par la panne. On cherche particulièrement à expliquer le comportement des paramètres de décision lorsque les caractéristiques du système ou les coûts de maintenance varient.

La troisième partie a pour objectif de proposer de nouvelles stratégies de maintenance en fonction de nouvelles hypothèses sur l'information disponible et l'impact de l'environnement sur les conditions de fonctionnement du système.

Dans le chapitre 7, une discussion sur la disponibilité de la mesure de l'effet du stress en ligne et sur la nature de l'impact de celui-ci sur les caractéristiques de dégradation du système permet de mettre en évidence trois cas d'étude particuliers. Pour le premier de ces modèles nous considérons que le stress n'a pas d'impact sur le processus de dégradation ou que son impact n'est pas mesurable. Pour le second cas, on suppose que le processus de dégradation est modifié seulement lorsque le système est "stressé" et devient normal dès son retour dans l'état nominal. Enfin, pour le dernier cas, le processus de dégradation est impacté de manière irréversible à chaque survenue d'un stress. Nous développons et évaluons une structure de maintenance adaptée à un tel système. Les règles de décision restent inchangées quel que soit le cas considéré, seuls les paramètres de décision optimisés n'ont pas les mêmes valeurs en fonction de l'impact pris en compte. Afin d'illustrer l'importance de la détermination de la nature du stress, une étude des performances de la politique de maintenance en fonction de l'hypothèse de départ concernant l'impact du stress sur le processus de dégradation comparé à son impact réel est proposée.

Dans le chapitre 8, on cherche à améliorer les performances économiques des structures proposées dans le chapitre précédent en développant un schéma adaptatif d'inspections pour prendre en compte les effets ponctuels (et non moyens comme précédemment) du stress. Trois nouveaux schémas sont alors proposés et leurs performances comparées à celles de la structure de maintenance qui repose uniquement sur la connaissance a priori du stress (structure proposée dans le chapitre 7).

Enfin, dans le dernier chapitre, nous proposons une modélisation du stress en temps continu (dans tous les autres chapitres nous le considérons toujours en temps discret). En effet, la plupart des systèmes réels régis par des lois physiques évoluent par nature continûment dans le temps et l'identification directe de modèles à temps continu présente de nombreux avantages. Dans ce chapitre nous proposons de construire différents modèles de maintenance basés sur le niveau d'information disponible sur le système et plus particulièrement sur le niveau de connaissance concernant le processus de stress. Nous proposons de prendre en compte dans le processus de décision le temps passé dans l'état stressé.

Un tableau récapitulatif de l'ensemble des politiques de maintenance développées est proposé au début de ce manuscrit (cf. tableau 1 p. 5).

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont fait l'objet de plusieurs publications dans 2 revues [35, 37], 5 conférences internationales avec actes [28, 30–32, 36] et 5 conférences sans actes, séminaires et workshops [27, 29, 33, 34, 38].

*Première partie*

## Cadre de l'étude : Introduction à la maintenance



# *Modélisation de la maintenance*

---

## **1.1 Introduction**

Les activités de maintenance, au sens de dépannage d'un équipement, ont toujours existé. Mais ces activités étaient au départ peu ou pas formalisées : elles n'étaient pas nécessairement assurées par du personnel spécialisé, ni encadrées par des méthodes spécifiques. De plus, elles consistaient essentiellement à réparer un équipement une fois que celui-ci était défaillant, mais n'intégraient que peu la notion de "préventif", c'est-à-dire des interventions visant à prévenir la panne.

La notion formalisée de "maintenance" est relativement récente. Elle est apparue avec l'automatisation des systèmes de production, les enjeux économiques et industriels croissants, les réglementations strictes pour la protection de l'individu et de l'environnement.

La fonction de maintenance ne peut se réduire à la seule activité d'entretenir un parc de machine mais a vocation à intervenir dans tout le cycle de l'exploitation du système (choix et conception du matériel, mise en service, détermination des plans de maintenance, organisation et logistique des activités de maintenance, suivi de l'évolution du système, etc.).

Dans ce mémoire nous allons nous focaliser sur les politiques de maintenance qui ont pour objectif de prévenir, d'éviter ou de corriger les dysfonctionnements de systèmes très divers et souvent complexes (systèmes industriels, systèmes électroniques, réseaux, ...). Dans le but de réduire les coûts d'intervention et de maximiser la durée de fonctionnement, de nombreux travaux s'intéressent à l'optimisation de ces politiques de maintenance : il s'agit de prévoir les dates et la nature des interventions (réparation complète, réparation minimale, inspection, ...) en minimisant un critère de coût fixé a priori (coût d'intervention, coût dû à une panne générale, coût de surveillance, ...). Pour répondre à ce genre de problème, il est souvent nécessaire de s'appuyer sur une modélisation mathématique de la réalité capable de capturer la complexité des problèmes abordés, complexité engendrée par la diversité des scénarios d'évolution du système soumis à la stratégie de maintenance mais aussi aux incertitudes. Ces incertitudes peuvent être de deux sources : le caractère aléatoire des modes de fonctionnement du système et le manque de connaissance de celui-ci qui peut aussi dépendre de l'environnement incertain dans lequel il évolue. Si on dispose de tels modèles, il est alors possible de quantifier les coûts et les gains engendrés par diverses actions de maintenance, et donc de déterminer la plus rentable. L'optimisation de politiques de maintenance à partir des modèles stochastiques a

été largement développée depuis les années 60.

Ce chapitre a plus particulièrement pour objectif de présenter quelques notions générales de maintenance et de montrer l'intérêt de la démarche de modélisation pour l'évaluation et l'optimisation de la maintenance. Ceci permettra alors de préciser le contexte de notre travail notamment sur les aspects modélisation du mécanisme de défaillance et la définition et l'optimisation de structures décisionnelles en maintenance.

## 1.2 Présentation de la maintenance

### 1.2.1 Définition et objectifs de la maintenance

D'après la norme française NF EN 13306 X 60-319 [80], la définition de la maintenance est "l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise".

Le management de la maintenance concerne toutes les activités des instances de direction qui, d'une part, déterminent les objectifs, la stratégie et les responsabilités concernant la maintenance et, d'autre part, les mettent en application par des moyens tels que la planification, la maîtrise et le contrôle de la maintenance, l'amélioration des méthodes dans l'entreprise (y compris dans les aspects économiques).

L'activité actuelle de la maintenance s'inscrit dans un cadre de participation à la réalisation des objectifs de productivité, de rentabilité et de croissance de l'entreprise. Il est important de s'assurer donc du bon fonctionnement de la fonction maintenance. Toutes les activités d'un cycle d'exploitation doivent être réalisées au mieux de façon à maximiser les effets positifs de la maintenance, tout en minimisant les coûts. La réalisation des tâches de maintenance requiert à la fois des compétences "métiers" (mécanique, hydraulique, électricité, ...) et des compétences organisationnelles (planification des tâches, gestion des ressources, soutien logistique intégré, ...). Le choix et la mise en oeuvre d'une stratégie de maintenance dépendent donc de nombreux paramètres. Il est nécessaire de pouvoir mesurer a priori les conséquences de cette stratégie sur les performances globales du système qui peuvent n'apparaître qu'à long terme. En pratique, cependant, il est difficile d'évaluer et de comparer les gains et coûts de décisions de maintenance. Ainsi définir une approche rationnelle pour la maintenance représente un réel bénéfice. La modélisation des processus de maintenance peut constituer un support intéressant pour l'évaluation et la rationalisation des pratiques de maintenance. Dans la mesure où les activités de maintenance font intervenir une grande diversité de processus (depuis la conception du système jusqu'à la gestion des pièces détachées), une approche de modélisation doit nécessairement être limitée à un sous-ensemble de ces processus. Dans ce mémoire, on s'intéresse uniquement aux stratégies de maintenance permettant de prévenir, éviter ou corriger les dysfonctionnements de systèmes très divers et souvent complexes (systèmes industriels, systèmes électroniques, réseaux, ...). Il s'agit de prévoir les dates et la nature des interventions sur ces systèmes. On s'affran-

chira de certaines hypothèses. En effet, on ne prendra pas en compte le management des compétences, la disponibilité des ressources liées à l'activité de maintenance, les aspects techniques ni la mutualisation des ressources.

## 1.2.2 Les types de maintenance

Les stratégies de maintenance peuvent être répertoriées en deux grandes catégories : la maintenance corrective et la maintenance préventive.

La maintenance corrective est la maintenance qui intervient suite à la défaillance du système alors que la maintenance préventive est réalisée lorsque le système est encore en fonctionnement. Le recours à l'une ou à l'autre de ces stratégies diffère suivant l'élément considéré mais aussi le type de structure, la politique d'exploitation et de suivi, les coûts, la disponibilité de l'information, etc.

Dans la figure 1.1, nous présentons les différentes stratégies suivant le type de maintenance étudiée. Alors que la mise en place d'opérations correctives ne dépend que de l'occurrence d'une panne, les maintenances préventives peuvent être programmées en fonction de différents paramètres.

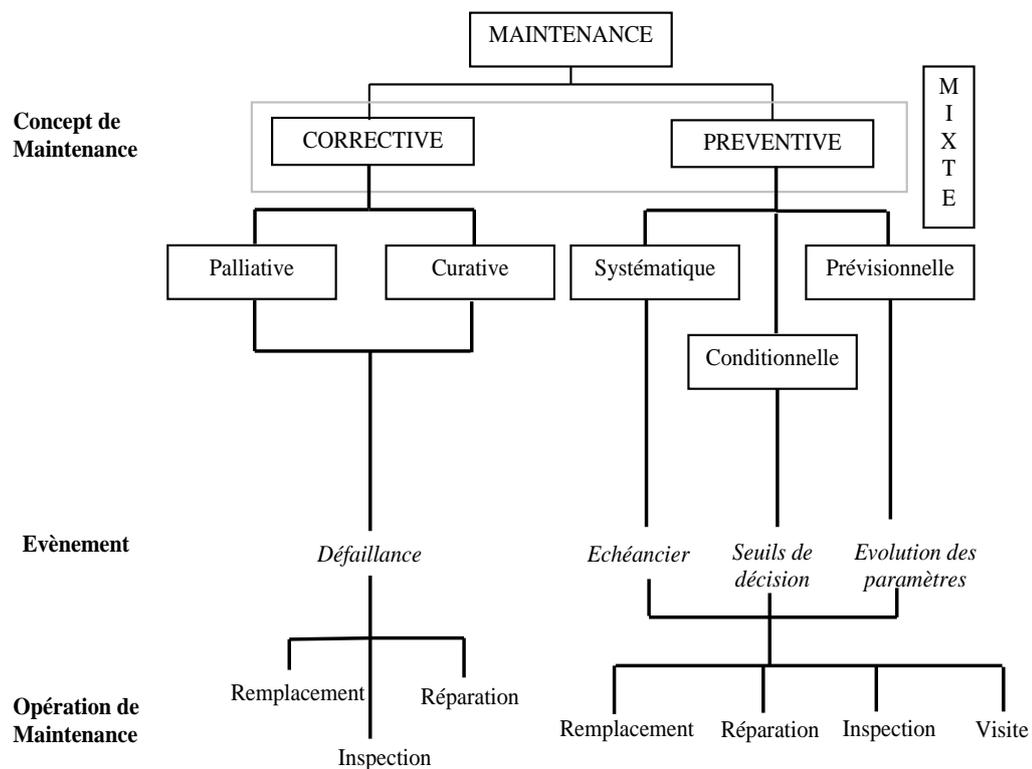


FIG. 1.1. Les différentes stratégies de maintenance

## La maintenance corrective

La maintenance corrective est l'ensemble des activités réalisées après la panne du système pouvant être liée à sa défaillance ou à la dégradation de sa fonction, elle a alors pour but de le remettre en état de marche. La maintenance corrective peut être :

- *palliative* : des réparations ou des remises en état à caractère provisoire sont effectuées.
- *curative* : des réparations, des modifications ou des remises en état à caractère permanent sont effectuées.

Cette maintenance est utilisée lorsque l'indisponibilité du système n'a pas de conséquences majeures ou quand les contraintes de sécurité sont faibles.

## La maintenance préventive

La maintenance préventive a pour objet de réduire la probabilité de défaillance. Par ailleurs, une maintenance préventive est intéressante, en considérant le coût comme critère d'évaluation, si les coûts induits par la perte de performance sont élevés et si les coûts de réparation et d'inspection sont relativement faibles par rapport aux premiers. La maintenance préventive peut être systématique, conditionnelle ou prévisionnelle.

Une synthèse des politiques de maintenance préventive est donnée par [8] et plus récemment par [88]. Il existe trois groupes de maintenance préventive :

- *maintenance systématique* : lorsque la maintenance préventive est réalisée à des intervalles prédéterminés, on parle de *maintenance systématique*. L'opération de maintenance est effectuée conformément à un échéancier, un calendrier déterminé a priori. Aucune intervention n'a lieu avant l'échéance prédéterminée. L'optimisation d'une maintenance préventive systématique consiste à déterminer au mieux la périodicité des opérations de maintenance sur la base du temps, du nombre de cycles de fonctionnement, du nombre de pièces produites, etc.
- *maintenance conditionnelle* : lorsque l'opération de maintenance préventive est subordonnée à l'analyse de l'évolution surveillée de paramètres significatifs de la dégradation ou de la baisse de performance d'une entité, on parle de *maintenance conditionnelle*. Les paramètres significatifs de la dégradation peuvent être soit des mesures de caractéristiques physiques du système (épaisseur d'un matériau, degré d'érosion, température, pression, ...), soit des informations sur la durée de vie résiduelle (on parle alors de maintenance prédictive). La planification des interventions repose sur l'existence et la détermination de seuils critiques pour ces paramètres de dégradation. On parle alors de seuils de décision.

- *maintenance prévisionnelle* : lorsque la maintenance préventive est effectuée sur la base de l'estimation du temps de fonctionnement correct qui subsiste avant l'observation de l'événement redouté, on parle de *maintenance prévisionnelle*. Une maintenance prévisionnelle peut prendre en compte un âge du matériel qui n'est pas forcément calendaire mais par exemple le temps de fonctionnement mesuré depuis la dernière inspection.

Dans le milieu industriel, en général, une maintenance mixte est appliquée aux systèmes. En effet, la maintenance préventive est destinée à réduire la probabilité de défaillance mais il subsiste une part de maintenance corrective incompressible. Il est donc nécessaire de considérer des stratégies qui combinent les deux : maintenance corrective et maintenance préventive.

### 1.2.3 Les approches industrielles

La gestion de la maintenance est traditionnellement un domaine réservé à l'ingénieur et le processus de décision est fortement influencé par la formation technique de ces ingénieurs ainsi que par leur expérience industrielle. Dans la majeure partie des cas, la décision de maintenance repose essentiellement sur une contrainte budgétaire. En effet, la décision de maintenance prend en considération un grand nombre de critères et elle est la réponse amenant au meilleur compromis (coût/disponibilité par exemple). Le coût de mise en place d'une politique de maintenance est alors important. Le choix d'une opération de maintenance devient très rapidement complexe (ne dépendant pas uniquement de l'exploitation technique du système) et les conséquences issues de ce choix sur l'exploitation future du système ne sont pas directement observables ou connues.

En pratique, les évaluations prévisionnelles et les démonstrations d'objectifs de maintenance et de fiabilité s'appuient sur des données quantitatives. Ces données proviennent de banques élaborées par des utilisateurs, des fabricants, des organismes qui ont en commun des connaissances de bases utilisables pour tous. En général, dans ces banques de données, plusieurs indications sont disponibles comme, par exemple, la dénomination du matériel ou du composant, la moyenne des temps de bon fonctionnement, le taux de défaillance moyen, etc. Il faut souligner que les éléments fournis par les banques de données électroniques ont une durée de vie courte (3 à 6 ans). Compte tenu de la rapidité de l'évolution technologique dans ce domaine, cela nécessite de les réactualiser régulièrement. Les données mécaniques ont une durée de vie plus longue (30 à 40 ans). Notons également l'hypothèse faite en mécanique d'un taux de défaillance constant correspond à une simplification qui n'est pas toujours justifiée. De plus, les patrimoines statistiques sont souvent plus faibles et moins précis qu'en électronique. Nous pouvons citer, par exemple, les banques de données suivantes :

- FIDES est une base de données française qui propose une méthodologie de calculs des taux de défaillance de cartes électroniques, à partir de contributeur d’environnement, de conception et de procédé résultant d’un groupe de travail.
- HDBK 217F est une banque de données militaire d’origine américaine, relativement élaborée, utilisée aussi dans le domaine civil. Elle concerne pour sa partie la plus importante des équipements électroniques et électrotechniques (moteurs électriques, actionneurs, capteurs incrémentaux). Elle propose une évaluation du taux de défaillance à partir de paramètres de fonctionnement et d’utilisation.
- La banque de données européenne EIREDA concerne les équipements mécaniques et électriques. Elle est destinée aux professionnels du secteur nucléaire.

Pour avoir une synthèse des différentes banques de données existantes, le lecteur pourra se référer à [71].

Par ailleurs, les industriels disposent de progiciels plus ou moins performants de type ERP (Entreprise Ressource Planning) ou GMAO (Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur) pour les accompagner dans l’organisation de leur plan de maintenance. L’avantage de ces progiciels est de pouvoir intégrer les informations propres à l’entreprise. Il faut toutefois noter que les résultats délivrés sont uniquement des informations statistiques. Ils ne donnent pas directement les actions à réaliser. Il est alors nécessaire à l’entreprise de disposer d’opérateurs qui puissent interpréter les résultats afin de prendre des décisions pertinentes.

Une approche qui semble prometteuse mais encore trop peu développée dans le secteur industriel est la construction de modèles de maintenance permettant d’estimer l’impact d’une décision de maintenance sur l’exploitation future du système [18]. Il est alors possible de “simuler” des stratégies de maintenance et de noter les effets et les coûts de la maintenance afin de déterminer au mieux la politique à mettre en oeuvre sur le système. La modélisation de la maintenance offre un bon compromis pour l’évaluation, la validation ou la comparaison des performances de politiques de maintenance différentes qui ne sont pas toujours aisées à mettre en oeuvre en situation réelle : nécessité de données de retour d’expérience et risques industriels ou financiers liés à des politiques “expérimentales” inadéquates.

Pour rester pertinent dans l’analyse des gains apportés ou la “pré-validation” d’une politique, le modèle de maintenance doit intégrer un maximum d’information sur le système ainsi que l’expérience technique accumulée au cours de son exploitation. Toutefois, on souligne qu’une modélisation mathématique peut caractériser une solution idéale à un problème de maintenance (pour des conditions idéales) et les résultats et les analyses issues de cette modélisation ne doivent être qu’un support, une aide à la décision [26].

De plus, il faut noter que dans un grand nombre de domaines (aéronautique, nucléaire par exemple), il est nécessaire de prouver en amont la performance de la politique de maintenance d’où la nécessité de disposer d’un modèle de maintenance

permettant d'estimer l'impact d'une décision de maintenance sur l'exploitation future du système.

## 1.3 Modélisation et évaluation de la maintenance

### 1.3.1 Modèles de maintenance

Lorsqu'on doit faire un choix vis-à-vis d'une politique de maintenance, l'efficacité des décisions qui sont prises va dépendre de la qualité du modèle qui représente le système. La modélisation du système permet en effet d'avoir accès au comportement "a priori" du système en termes de probabilité d'occurrence : probabilité de tomber en panne à chaque instant, probabilité d'être dans un état de dégradation donné en fonction du temps, etc.. Cette représentation est indispensable pour pouvoir évaluer les coûts de maintenance sur une période donnée et prévoir les interventions. Mais elle peut être complétée par des informations de données en ligne ou ponctuellement sur l'état réel du système. C'est le cas par exemple lorsqu'un dispositif de surveillance signale la panne totale du système dès son occurrence, lorsqu'il indique en continu le niveau de dégradation du système ou lorsqu'il rend compte ponctuellement de l'état "courant" d'un système après inspection. On oppose donc à l'état "courant" donné par la surveillance, l'état "probable" donné par le modèle. Les informations sur l'état courant permettent d'élargir considérablement l'ensemble des actions de maintenance possibles : on peut envisager d'intervenir à un moment précis. Les actions de maintenance qui s'appuient à la fois sur la modélisation du système et les informations données par le dispositif de surveillance seront dites conditionnelles. Le terme "conditionnel" indique ici que l'on agit en fonction de la condition, de l'état du système (panne, dépassement d'un seuil de dégradation). Les actions de maintenance qui se fondent uniquement sur le modèle de durée de vie du système seront dites systématiques : elles consistent à prévoir des échéances fixes sur le système indépendamment de l'état d'usure, de marche ou de panne.

Les différentes étapes pour l'élaboration d'un modèle sont les suivantes. Tout d'abord, l'espace d'états, qui correspond à l'ensemble des mesures qui permettent de rendre compte de l'état de fonctionnement du système à chaque instant, doit être défini. L'ensemble de tous les états possibles peut être un ensemble de valeurs (discrètes ou continues). Les états menant à la défaillance du système sont généralement modélisés de l'une des manières suivantes [81] :

- soit comme une "boîte blanche" qui correspond à un modèle conceptuel dont l'idée est de décrire à un niveau de réduction donné le comportement du système. L'ensemble des relations correspondent alors à des phénomènes connus et identifiés, dont la signification est pertinente dans la problématique posée. Toutefois, une relation entre variables d'état inclut souvent des phénomènes qui se produisent à des niveaux inférieurs au niveau de réduction retenu.
- soit comme une "boîte noire" qui est à l'opposé du modèle conceptuel ("boîte blanche"). La "boîte noire" est un modèle empirique où on ne cherche pas à

comprendre pourquoi le système fonctionne comme on l’observe mais à décrire les relations entre variables de sortie et variables d’entrée, généralement à partir d’une analyse statistique des entrées et des sorties. Ce modèle correspond à une approche statistique (modèle de durée de vie) ;

- soit comme une “boîte grise” qui est un bon intermédiaire entre la “boîte blanche” et la “boîte noire”. La “boîte grise” correspond à une approche stochastique : la dégradation du système peut être modélisée par un processus stochastique basé sur des quantités mesurables corrélées au niveau de dégradation. Lorsque la transparence du modèle dans le cas de la “boîte blanche” devient moins nette à cause des relations masquées par des processus non décrits, on parle alors de “boîte grise”. Dans la “boîte noire” qui est un modèle déterministe, on cherche à associer une sortie à une entrée, et l’on affecte à cette sortie une probabilité d’occurrence. Alors que dans la “boîte grise” qui est un modèle stochastique, on associe, pour une entrée donnée une distribution de probabilité des sorties. Ce type de modèle est très utile en mode prédictif où l’on peut évaluer l’évolution du système en fonction d’un comportement aléatoire des variables.

Ensuite, il faut déterminer les différentes actions de maintenance disponibles - qui peuvent être de deux types : de type surveillance (inspections) ou curative (remplacements, réparations) - et la qualité de ces actions :

- inspections parfaites ou non ;
- remplacements et réparations permettant de remettre le système dans un état aussi bon que neuf (AGAN : As Good As New) ou non et, dans ce cas, il faut arriver à déterminer l’efficacité des actions de maintenance.

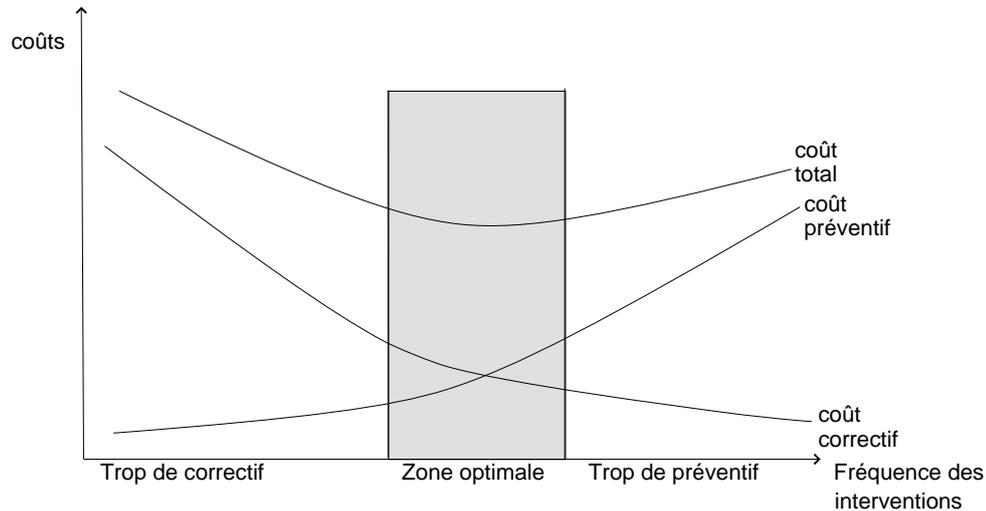
L’étape suivante consiste à définir la classe des règles de décision à étudier (markovienne ou dépendante de l’histoire, déterministe ou stochastique). On s’intéressera au cas où la politique de maintenance peut être décrite au travers d’une structure, il faudra alors chercher les paramètres de décision (des seuils, la période d’inspection, par exemple) correspondants. Dans ce cas, l’optimisation de la règle de décision se ramène à un problème d’optimisation de paramètres.

### 1.3.2 Optimisation de la maintenance

L’optimisation de la maintenance consiste à trouver la balance optimale entre maintenance préventive et corrective tout en respectant les objectifs fixés. Il faut alors déterminer les instants de maintenance et les actions à effectuer de manière à optimiser un critère de décision fixé. Ce critère de décision peut aussi bien reposer sur le coût, par exemple un coût moyen de maintenance à long terme ou le coût d’opération par unité de temps, que sur la disponibilité du système ou encore la sécurité [15, 56].

La figure 1.2 est une illustration des effets de la fréquence des opérations de maintenance sur les coûts liés soit à la maintenance corrective, soit à la maintenance préventive. L’augmentation du nombre d’interventions sur le système permet de réduire les effets indésirables engendrés par une panne mais pénalise le fonction-

nement du système et peut entraîner une augmentation du coût global d'exploitation du système dans le mesure où chaque opération de maintenance engendre un coût.



**FIG. 1.2.** La nécessité de contrôler l'équilibre entre maintenance préventive et maintenance corrective

De plus, d'une manière générale, les performances d'un système sont fortement liées à la durée d'exploitation qui peut être considérée sur un horizon de temps fini ou infini (dans ce cas on étudie le critère moyen à long terme). L'inconvénient majeur de l'hypothèse d'horizon fini est le manque de robustesse de cette approche vis-à-vis de la longueur de l'intervalle de temps considéré [87]. Par ailleurs, il est à noter que la modélisation asymptotique s'éloigne du problème industriel du fait de l'hypothèse d'une exploitation sur un intervalle de temps infini. De plus, cette approche ne permet pas de tenir compte de phénomènes ponctuels, de possibilité de changement de stratégie au cours de l'exploitation du système qui peut être dû, par exemple, à un changement d'une propriété du système, etc. Cependant la modélisation asymptotique permet d'élaborer des règles de décision stables qui peuvent mettre en évidence des structures de maintenance faciles à implanter. Les paramètres de décision associés sont déterminés pour optimiser un critère moyen de performance à long terme. C'est cette approche asymptotique que nous utiliserons dans toute la thèse.

## 1.4 Conclusion et problèmes posés

Dans ce chapitre nous avons souligné la nécessité de bien organiser les tâches de maintenance dans le temps pour répondre au mieux à des exigences d'utilisation d'un système prédéfinies. Nous nous sommes affranchis de certaines hypothèses telles que le management des compétences, la disponibilité des ressources liées à l'activité de maintenance, les aspects techniques, la mutualisation des ressources, etc., et nous

nous sommes focalisés sur un unique système pour lequel nous avons cherché à déterminer les dates et les actions de maintenance à effectuer afin de minimiser un critère choisi. Nous avons axé notre discussion aux vues de la principale difficulté liée à cette organisation qui est la caractérisation du comportement de maintenance entre l'augmentation de la disponibilité d'un matériel et la réduction des coûts de maintenance. En effet, cette caractérisation requiert la connaissance et donc l'évaluation de l'impact d'une décision de maintenance sur l'exploitation du système à long terme.

Pour obtenir des réponses satisfaisantes aux questions initialement posées sur les instants de réalisations d'inspections et des actions de maintenance, il est nécessaire d'élaborer des modèles qui prennent en considération les caractéristiques des systèmes industriels à examiner. Cependant il faut bien distinguer les modèles qui prennent en compte la dégradation, qui ont donc une "signification" physique du mécanisme de défaillance, des modèles purement statistiques qui, d'une part, nécessitent un très grand nombre de données et, d'autre part, ne sont pas forcément compris par l'opérateur de maintenance qui doit interpréter les résultats pour pouvoir prendre une décision.

# *Modélisation mathématique de la maintenance : analyse bibliographique*

---

## **2.1 Introduction**

Après avoir souligné l'intérêt de considérer des modèles mathématiques pour évaluer et optimiser la maintenance d'un système industriel, nous proposons de faire une étude bibliographique de ces modèles. Cette étude permettra notamment d'en proposer des classifications et d'en identifier les points marquants ainsi que les limites actuelles.

De nombreux travaux existent sur la modélisation et l'optimisation de la maintenance [26, 72, 86, 93, 101, 107]. Notre étude bibliographique se limitera à la présentation des modèles les plus représentatifs traduisant les courants de recherche actuels.

Afin de pouvoir modéliser une politique de maintenance, nous avons vu qu'il était nécessaire de disposer d'un modèle mathématique qui rende compte de l'évolution du comportement du système. Dans ce but, la section 2.2 est consacrée à la présentation des comportements possibles pouvant mener à la défaillance d'un système. Dans la section 2.3, nous allons présenter les problèmes existants liés à la modélisation du comportement du système. Ce comportement est généralement modélisé au travers de caractéristiques de dégradation du système et peut être traduit stochastiquement en fonction de la durée de fonctionnement (temps écoulé depuis la mise en service du système) ou/et d'une variable stochastique représentant un niveau cumulé de dégradation. Une hypothèse classique est de considérer que le système évolue dans un environnement statique ou que cet environnement n'a aucun impact sur le système. Cette hypothèse étant peu réaliste dans nombre de cas, dans la section 2.4 nous allons présenter les modèles permettant la prise en compte du contexte opérationnel dans lequel évolue le système dans la modélisation de son comportement. Dans la section 2.5, nous proposerons une synthèse des modèles en fonction des modes de défaillance pris en compte. Dans la section 2.6, nous chercherons à caractériser les modèles de maintenance en fonction des modèles de défaillance considérés.

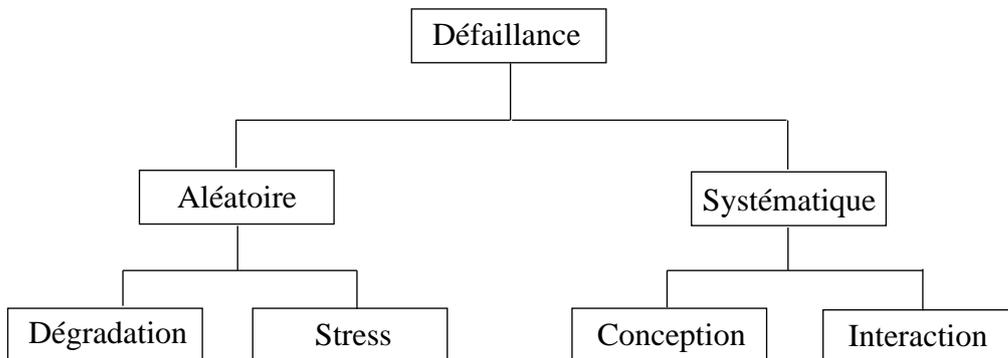
## 2.2 Classification de la défaillance

De nombreuses classifications des défaillances existent [88]. Nous proposons ici de reprendre les classifications présentées dans [88]. Ces classifications portent sur les causes des défaillances, leurs impacts sur les performances du système.

### 2.2.1 Classification de la défaillance par cause

La classification par cause distingue les défaillances dites aléatoires des défaillances dites systématiques (cf. figure 2.1) :

1. Défaillances aléatoires : les défaillances aléatoires sont des défaillances physiques pour lesquelles les performances du système diminuent à cause d'une dégradation physique. Dans les défaillances aléatoires, on distingue :
  - (a) Les défaillances liées à la dégradation du système : ces défaillances sont liées au vieillissement du système.
  - (b) Les défaillances liées au stress : les défaillances sont liées à des stress excessifs sur le système. Ces stress peuvent être dus à des causes extérieures ou à des erreurs humaines durant la phase d'opération ou de maintenance.
2. Défaillances systématiques : les défaillances systématiques ne sont pas physiques. Les performances du système diminuent alors que ce dernier n'est physiquement pas dégradé. Ces défaillances peuvent être éliminées uniquement par une modification de sa conception ou du processus de fabrication, des procédures d'opération ou la documentation. On distingue :
  - (a) Les défaillances liées à la conception : qui sont initiées lors des études préliminaires, de la fabrication ou des installations et peuvent être latentes depuis la mise en service du système.
  - (b) Les défaillances liées aux interactions : ces défaillances sont initiées par des erreurs humaines durant les phases d'opérations et de maintenance ou de test.



**FIG. 2.1.** Classification de la défaillance en fonction de sa cause

On s'intéresse, dans ce manuscrit, uniquement aux défaillances aléatoires.

## 2.2.2 Classification des défaillances par impact sur les performances du système

On peut également classer les défaillances en fonction de leurs impacts sur les performances du système (cf. figure 2.2) :

1. Défaillances intermittentes : ces défaillances résultent d'une perte de certaines des fonctions pour une très courte durée dans le temps. Le bloc fonctionnel retrouve ses performances d'opération tout de suite après la défaillance.
2. Défaillances étendues : ces défaillances résultent d'une perte de certaines des fonctions qui perdure dans le temps jusqu'à ce que le bloc fonctionnel soit remplacé ou réparé. On trouve les défaillances suivantes pour les défaillances étendues :
  - défaillances complètes : défaillances qui causent la perte totale de la fonction principale,
  - défaillances partielles : défaillances qui conduisent à la perte de certaines fonctions mais ne causent pas la perte complète de la fonction principale.Ces deux défaillances (défaillances complètes et défaillances partielles) peuvent elles mêmes être divisées en deux types :
  - (a) défaillances soudaines : ces défaillances ne peuvent pas être prédites par des tests,
  - (b) défaillances graduelles : ces défaillances peuvent être prédites par des tests ou des inspections. Une défaillance graduelle représente une perte graduelle des performances du système.

Enfin, les défaillances catastrophiques correspondent aux défaillances soudaines et complètes, alors que les défaillances dégradées correspondent aux défaillances partielles et graduelles.

On s'intéressera par la suite à des défaillances complètes soudaines catastrophiques.

## 2.3 Modélisation d'un mécanisme de défaillance

L'évaluation d'un critère de performance d'une politique de maintenance requiert la connaissance du processus de défaillance du système soumis à la maintenance considérée. Le processus de défaillance est généralement lié à des caractéristiques physiques des différents constituants du système. Leurs lois de comportement peuvent être difficiles à extraire ou bien tellement complexes qu'elles ne permettent pas le développement d'expressions analytiques pour décrire cette défaillance. Des hypothèses fortement restrictives doivent être posées pour aboutir à une modélisation suffisamment simple qui doit cependant conserver une réalité opérationnelle. Nous proposons de classer les phénomènes de défaillance d'un système donné en fonction du niveau de connaissance du niveau de fonctionnement :

- le système est soit considéré en fonctionnement, soit en panne. Il est nécessaire de déterminer une loi de comportement de l'instant de panne qui peut être directement fonction de la durée de fonctionnement du système ;

- le système se dégrade graduellement au cours de son fonctionnement. Cette dégradation peut s'effectuer de manière discrète et le processus peut être assimilé à un modèle de type sauts, ou bien de manière continue.

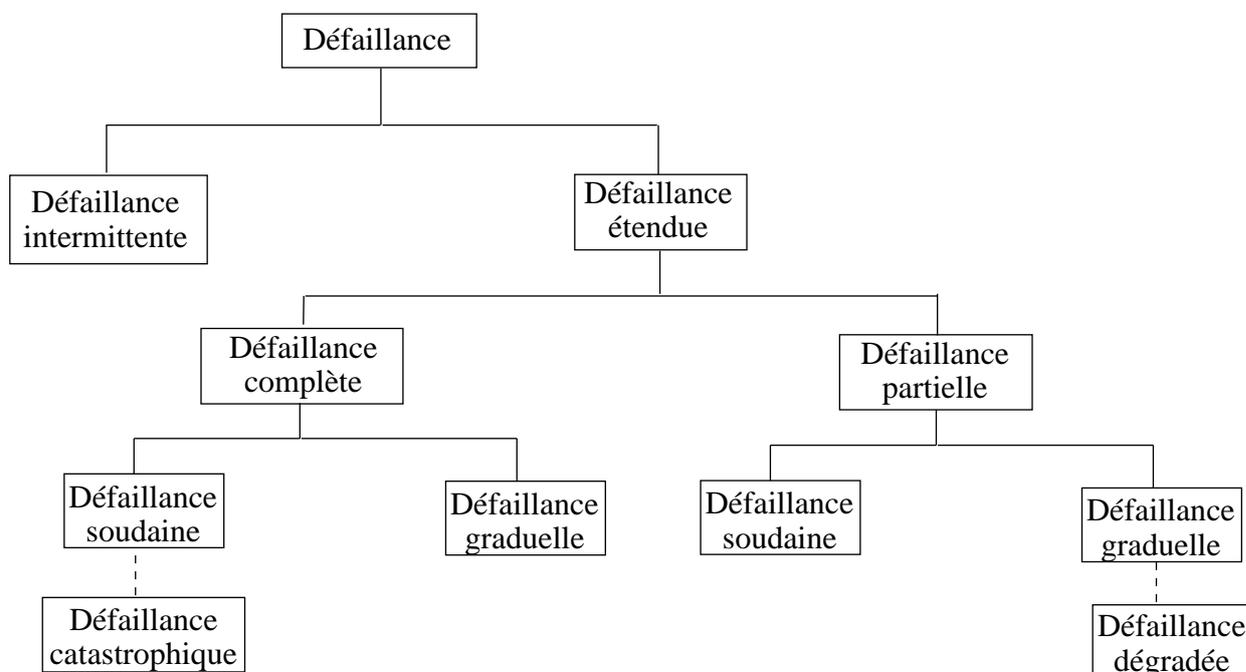


FIG. 2.2. Classification de la défaillance en fonction du niveau d'information

### 2.3.1 Défaillance soudaine : modèles de durée de vie

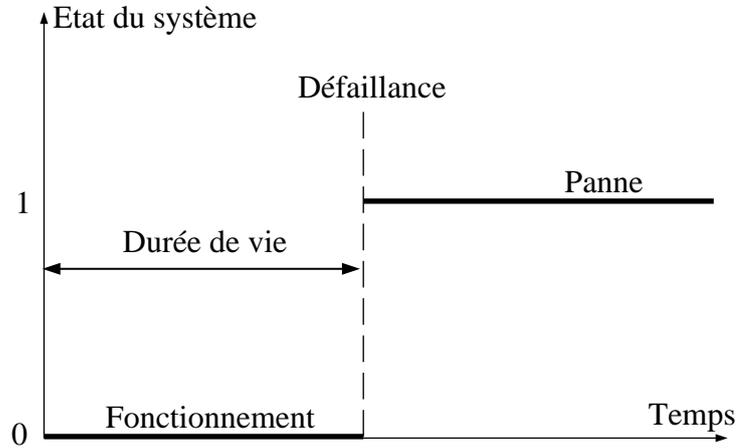
On appelle modèle de durée de vie, le cas où l'ensemble des états que peut parcourir le système se réduit à l'état de panne et à l'état de marche (cf. figure 2.3). On peut classer ces modèles en trois catégories :

1. les modèles paramétriques ;
2. les modèles semi-paramétriques ;
3. les modèles non-paramétriques.

On s'intéressera aux modèles de durée de vie qui permettent de modéliser un système dès que le(ou les) phénomène(s) d'intérêt se modélise à l'aide d'une variable aléatoire positive. Il s'agit, en général, d'estimer et de modéliser les lois décrivant le temps qui s'écoule entre deux événements : durée de vie d'un système, durée avant la réparation, etc.

Ces modèles ont été particulièrement utilisés en biologie, en médecine (biostatistiques, épidémiologie) et en démographie (espérance de vie aux divers âges, âge au

mariage). Ils se sont révélés d'usage courant aujourd'hui en économie (analyse du marché du travail, durées de vie des entreprises), en finance (défaillance de crédit), en fiabilité (durée de vie de composants industriels), etc.



**FIG. 2.3.** Schématisation d'un modèle de durée de vie d'un système à deux états

Lorsqu'un composant est modélisé par une loi de durée de vie, on est souvent amené dans les calculs de fiabilité ou d'optimisation d'une politique de maintenance à évaluer son taux de défaillance  $\lambda(t)$  :

$$\lambda(t) = \lim_{\delta t \searrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \delta t | T > t)}{\delta t}. \quad (2.1)$$

Cette grandeur est caractéristique du mode de vieillissement d'un composant. On peut montrer en effet, que lorsque le taux de défaillance reste constant au cours du temps, le composant ne vieillit pas. En revanche, quand le taux de défaillance augmente avec le temps, le composant "vieillit", c'est-à-dire que la probabilité conditionnelle de défaillance augmente avec le temps. On parle d'un système IFR (Increasing Failure Rate) et il est particulièrement intéressant de mettre en place une stratégie de maintenance sur un tel système. Enfin, quand le taux de défaillance décroît, le composant "rajeunit" (ou du moins ne "vieillit" pas), c'est-à-dire que sa probabilité conditionnelle de défaillance sur une durée fixée diminue avec le temps (cela correspond en général à une période de rodage), on parle d'un système DFR (Decreasing Failure Rate).

Considérons l'expression de la fiabilité  $R(t)$  en fonction du taux de défaillance  $\lambda(t)$ . On peut montrer que l'on a l'égalité suivante quelle que soit la loi de durée de vie [8, 22] :

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(s) ds\right) \quad (2.2)$$

On trouve dans le cadre des modèles de durée de vie de grandes distinctions entre inférence paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique [9, 15].

- L'approche *paramétrique* stipule l'appartenance de la loi de probabilité réelle des observations à une classe particulière de lois, qui dépendent d'un certain nombre (fini) de paramètres. L'avantage de cette approche est la facilitation attendue de la phase d'estimation des paramètres ainsi que de l'obtention d'intervalles de confiance et de la construction de tests. De nombreuses méthodes d'estimation paramétrique existent pour évaluer les lois de durée de vie des composants en fonction de données statistiques [15, 77]. L'inconvénient de la méthode paramétrique est l'inadéquation pouvant exister entre le phénomène étudié et le modèle retenu. On distingue deux grandes classes de lois :

### 1. le modèle markovien ou exponentiel

La caractéristique principale de ce modèle est d'être sans mémoire. Le temps de survie d'un composant à un instant  $t$  ne dépend pas du temps déjà passé dans l'état de marche. Ce modèle est caractéristique des composants qui ne vieillissent pas et qui tombent en panne indépendamment du temps de fonctionnement déjà écoulé. Il est souvent utilisé pour les composants électroniques et les systèmes électriques. On peut montrer que la seule distribution qui a cette propriété de "non mémoire" est la distribution exponentielle pour laquelle le taux de défaillance d'une variable aléatoire continue  $X$  est constante [8] :

$$\lambda(t) = \lambda$$

La fonction de survie est alors :

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(s) ds\right) = e^{-\lambda t}, \quad \forall t \geq 0. \quad (2.3)$$

L'hypothèse markovienne permet souvent de simplifier les calculs et de trouver des modèles analytiques complets pour les calculs de fiabilité, de disponibilité et de coût de maintenance [22].

### 2. les modèles non markoviens

Ces modèles regroupent l'ensemble des lois de durée de vie "avec mémoire". Dans ce cas, le temps de survie des composants dépend du temps de fonctionnement et il y a donc vieillissement ou rajeunissement. Barlow et Proschan [8] résument les lois communément utilisées pour modéliser une durée de vie avec vieillissement : loi de Weibull, loi Gamma, etc. La loi la plus souvent rencontrée pour transcrire le vieillissement d'un système non réparable est le modèle de Weibull qui est caractérisé par son

paramètre de forme  $\beta$  et son paramètre d'échelle  $\eta$ . Le taux de défaillance d'une loi de Weibull  $W(\beta, \eta)$  est :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad \text{pour tout } t > 0 \quad (2.4)$$

La monotonie du taux de défaillance est uniquement dépendante de la valeur du paramètre de forme :

- si  $\beta < 1$  : le taux de défaillance est strictement décroissant, le système rajeunit au cours du temps, son niveau de fonctionnement s'améliore (rodage d'un moteur, chauffage d'un lubrifiant, etc.), on parle d'un système DFR (Decreasing Failure Rate) et il n'est pas intéressant de mettre en place une politique de maintenance ;
- si  $\beta = 1$  : le taux de défaillance reste constant, on retrouve le modèle exponentiel ci-dessus ;
- si  $\beta > 1$  : le taux de défaillance est strictement croissant, le système se dégrade au cours de son fonctionnement, on parle d'un système IFR (Increasing Failure Rate) et il est particulièrement intéressant de mettre en place une stratégie de maintenance sur un tel système.

On retrouve la forme particulière de la courbe en baignoire caractéristique des trois grandes périodes de la vie d'un système.

- L'approche *non-paramétrique* ne nécessite aucune hypothèse quant à la loi de probabilité réelle des observations, et c'est là son principal avantage. Il s'agit dès lors d'un problème d'estimation fonctionnelle, avec les ambiguïtés que cela implique, par exemple, la fonction de survie, qui est continue, peut être estimée par une fonction discontinue. L'inconvénient d'une telle approche est, dans certains cas, la nécessité de disposer d'un nombre important d'observations, le problème de l'estimation d'un paramètre fonctionnel étant délicat puisqu'il appartient à un espace de dimension infinie.
- L'approche *semi-paramétrique* peut être vue comme un compromis entre les deux approches précédentes. La loi de probabilité réelle des observations est supposée appartenir à une classe de lois pour partie dépendant de paramètres, et pour partie s'écrivant sous forme de fonction(s) non-paramétrique(s). Cette approche est apparue au cours des années soixante-dix, elle est très répandue en analyse de la survie semi-paramétrique souvent lié à la présence de variables explicatives, notamment au travers du modèle de régression de Cox (1972) [24].

### 2.3.2 Défaillance graduelle : modèles de dégradation

De nombreux travaux ont porté sur la modélisation de la dégradation. Les analyses dont les hypothèses de fiabilité sont basées sur des données de dégradation, lorsque cela est possible, donnent de meilleurs résultats que celles basées sur les données de durée de vie censurées et/ou tronquées [97]. La cause de la défaillance dans ce cas est un mécanisme de dégradation tel que la progression d'une réaction

chimique par exemple, et on considère que la défaillance se produit lorsque le niveau de dégradation atteint un certain seuil. Les modèles de dégradation sont définis de la manière suivante.

On appelle modèles de dégradation les modèles dont l'espace des états dans lesquels peut se retrouver un composant n'est pas réduit aux états de marche et de panne. On distingue en général des états de dégradation intermédiaires qui permettent de transiter successivement entre l'état neuf ou le moins dégradé et l'état de panne. Il faut alors trouver les lois de dégradation qui vont donner les dates de réalisation de ces différents états intermédiaires et le temps passé dans chaque état. On distingue deux grandes classes de dégradation [15] : les modèles à dégradation discrète et les modèles à dégradation continue.

### Les modèles à dégradation discrète

Les modèles à dégradation discrète permettent de modéliser des dégradations de type chocs. On peut alors considérer que le système passe d'un état de dégradation à un autre par un incrément de type sauts. Entre deux seuils, l'état du composant reste le même et les incréments de dégradation s'ajoutent jusqu'à la défaillance totale du système (cf. figure 2.4). Les processus markoviens ou semi-markoviens peuvent être utilisés pour modéliser à la fois l'instant du choc et l'état dans lequel se retrouve le composant [15, 45].

Par ailleurs, la loi de dégradation peut ne pas être disponible ou bien peut engendrer certaines difficultés au niveau de la formalisation mathématique du problème de maintenance. Ainsi, il peut être intéressant d'identifier un certain nombre d'états transitoires de dégradation que l'on peut classer par ordre croissant du système neuf jusqu'à la défaillance [75, 113]. Ces niveaux de dégradation peuvent être de nature discrète et dénombrables. On cherche à déterminer la matrice  $P$  de transition d'un état  $i$  vers un état  $j$  avec un taux de transition constant dans le cas markovien ou en fonction du temps dans un cadre non markovien. La caractérisation de cette matrice de transition peut s'avérer délicate et nécessite un grand nombre de données pour avoir une bonne estimation.

### Les modèles à dégradation continue

En ce qui concerne la dégradation continue, il est nécessaire de connaître la loi des incréments de dégradation entre deux instants consécutifs et pouvoir ainsi prédire le niveau de dégradation à toute date [84] (cf. figure 2.5).

Dans le cas où le modèle d'accumulation est **markovien**, on se retrouve alors dans une situation similaire au modèle markovien pour les durées de vie. La dégradation à un instant de décision donné ne dépend que du niveau de dégradation à l'instant de décision précédent et de l'intervalle de temps entre deux instants. Cette hypothèse est particulièrement bien justifiée si la seule information disponible sur l'état du système est l'accroissement de la dégradation du système entre deux instants [15]. On définit le taux de dégradation par la quantité cumulée instantanée, c'est-à-dire

par unité de temps.

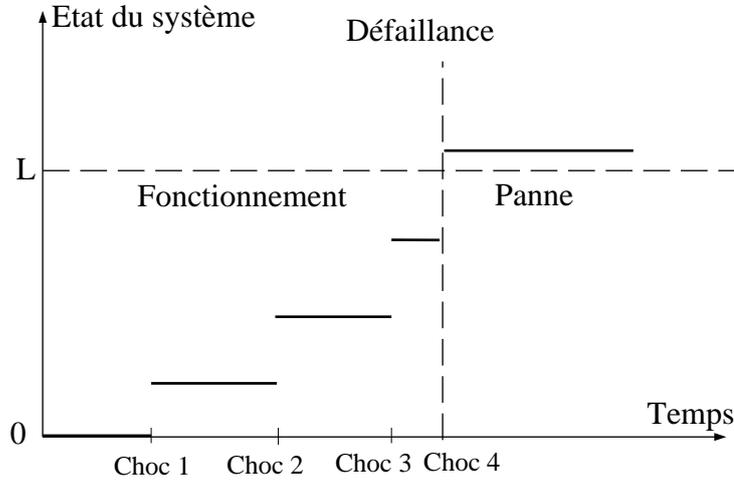


FIG. 2.4. Schématisation d'un modèle à dégradation discrète

De manière similaire au taux de défaillance défini par les caractéristiques fiabilistes du système, on définit un taux de défaillance conditionnel à l'état courant pour des systèmes à dégradation graduelle :

$$\rho_x(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(X(t + \delta t) \geq L | X(t) = x)}{\delta t} \quad (2.5)$$

où le niveau courant de dégradation  $x$  est strictement inférieur au seuil de défaillance  $L$  et  $X(t)$  représente la dégradation sur un intervalle de temps de longueur  $t$ . Les propriétés d'indépendance et de stationnarité des incréments conduisent à retenir la classe des processus de Lévy [4] pour la modélisation de la dégradation d'un système. La classe des processus de Lévy englobe en particulier des processus largement étudiés dans la littérature [89].

Lorsque l'on souhaite modéliser une dégradation continue, il faut avoir recours à un processus de Wiener. La modélisation de la dégradation par un processus de Wiener présente le problème majeur de l'existence de trajectoires de dégradation non monotones. Cette propriété peut être tolérée dans certaines conditions et des travaux ont été développés à partir de ce type de modélisation, [2, 109]. Si on souhaite privilégier la monotonie, il faut utiliser un modèle de dégradation construit sur un processus de sauts, au risque de perdre la propriété de continuité. Théoriquement, il est en effet impossible d'utiliser les processus de Lévy pour avoir un modèle de dégradation à la fois continu et croissant. La solution consiste à se placer dans le cas limite d'un processus de sauts présentant un nombre infini de sauts sur un intervalle de temps fini. Pour ce faire, la loi de probabilité des incréments doit être à support positif et infiniment divisible, [46] : la famille des lois Gamma vérifie ces conditions et on construit ainsi les processus Gamma, [23].

Dans le cas où le modèle de dégradation est **non markovien**, peu d'études de maintenance pour des systèmes à dégradation continue proposent une approche pour laquelle la loi de dégradation dans un intervalle de temps donné est fonction du niveau courant de dégradation du système. Bien que cette modélisation semble être plus proche du véritable phénomène de vieillissement du système, elle est très difficilement applicable dans la pratique car, d'une part, le formalisme mathématique associé à une telle approche est d'une complexité ne permettant pas forcément la résolution du problème et, d'autre part, le choix et l'estimation des paramètres de la loi de dégradation nécessitent une bonne connaissance a priori de l'évolution du système. Toutefois, Wang et Christer [108] développent un modèle de dégradation réactualisé à chaque inspection. Ce modèle est basé sur l'approche temps à délai introduite par Christer et Wang [21] : la loi de survie résiduelle conditionnelle (temps écoulé entre un quelconque instant et la défaillance du système s'il n'est soumis à aucune maintenance) est réajustée à chaque inspection par filtrage récursif suivant l'état courant du système et l'histoire du processus maintenu. Une telle approche conduit à une expression analytique très complexe du coût de maintenance ce qui pourrait justifier l'utilisation de méthodes de simulation de type Monte-Carlo.

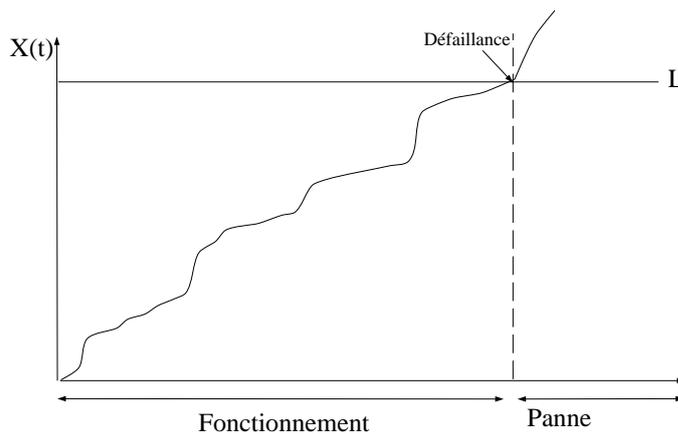


FIG. 2.5. Schématisation d'un modèle à dégradation continue

## 2.4 Modèles d'influence des stress

On appelle *stress* l'ensemble des conditions et facteurs extérieurs variables, généralement imprévus, susceptibles d'affecter le bon fonctionnement d'un système. Sous l'hypothèse de l'existence de stress, on considère que les défaillances d'un système peuvent être imputées à deux types de causes :

- *causes internes* qui tiennent à la nature propre du composant (matériaux, fabrication, conception, ...).
- *causes externes* qui tiennent à l'environnement extérieur dans lequel le composant est plongé.

Des modèles prenant en compte le stress ont été développés dans le domaine biomédical. Dans les applications médicales, les stress, appelés variables explicatives, sont parfois indiqués comme étant des marqueurs (“markers” en anglais) et des maladies chroniques comme l’infection par le VIH (virus de l’immunodéficience humaine) ont été des stimulants pour la méthodologie (voir par exemple, [95]). La prise en compte du stress dans les modèles prévisionnels de fiabilité est modélisée de diverses manières en fonction de la nature du stress (climatique, mécanique, radiatif, électrique, . . .) et de sa durée de manifestation (ponctuel, constant, en créneaux, progressifs, diffus, . . .).

Le problème reste de déterminer l’influence des stress sur la défaillance ou le niveau de dégradation des systèmes et d’estimer les lois associées.

### 2.4.1 Les modèles résistance-contrainte (stress-strength)

Ces modèles consistent à traduire un phénomène physique en un modèle mathématique. Ils sont souvent utilisés en fiabilité des systèmes mécaniques. Le modèle le plus connu et le plus simple est celui qui consiste à considérer qu’un composant devient défectueux dès que l’intensité de la contrainte (stress dans notre cas) auquel il est soumis est supérieur à sa capacité à y résister [41, 57, 77]. Les approches proposées se situent dans le cadre de la mécanique fiabiliste ou de la fiabilité structurelle [66]. Les calculs et techniques utilisées en résistance/contrainte sont parfois complexes à mettre en oeuvre par rapport à une simple évaluation déterministe. Pour ces raisons, lors de la mise en oeuvre de ces méthodes, il semble impératif d’avoir exploré le problème de résistance, identifié les modes de défaillance et évalué correctement et exhaustivement les variables qui participent à cette détermination. Il faut également souligner que les probabilités de défaillance à déterminer sont en général très faibles ; c’est aussi une difficulté supplémentaire.

### 2.4.2 Les modèles de chocs

Une alternative aux modèles de résistance-contrainte sont les modèles de chocs. On peut séparer les modèles de chocs en deux grandes familles que l’on nommera modèles de chocs et modèles de chocs à endommagements cumulatifs. Ces modèles supposent des stress ponctuels.

Dans le cas du modèle de chocs, une défaillance intervient dès lors que le stress dépasse un certain seuil fixé (tant que le stress reste en dessous de ce seuil, aucune défaillance ne se produit). A titre d’exemple, nous pouvons prendre l’atterrissage des avions [77], l’atterrissage impose une force gravitationnelle sur les communications radio et les variations des conditions météorologiques et l’aptitude des pilotes impliquent des variations de charges connues. Quand une charge suffisamment grande se produit, la radio est endommagée et tombe en panne. La durée de vie de la radio peut alors être mesurée en fonction du nombre d’atterrissages et si  $\gamma$  est la probabilité de défaillance à chaque atterrissage, la distribution de la durée de vie

est géométrique et la probabilité cumulative de défaillance durant ou avant le  $k^{\text{ème}}$  atterrissage est donnée par :

$$F_k(k) = \gamma \sum_{n=1}^k (1 - \gamma)^{(n-1)} = 1 - (1 - \gamma)^k \quad (2.6)$$

Dans le cas du modèle de chocs à endommagements cumulatifs, une défaillance se produit lorsque les dommages cumulés, dépassent la résistance du système :

$$p_k = \mathbb{P} \left( \sum_{j=1}^k Z_j \leq u \right) \quad (2.7)$$

où  $p_k$  correspond à la probabilité que le système soit toujours en fonctionnement après la survenue de  $k$  chocs,  $Z_j$  est l'amplitude du  $j^{\text{ième}}$  choc et  $u$  est la résistance du composant, supposée constante. Une hypothèse fréquente est de considérer que les stress surviennent selon un processus de Poisson homogène ou non [115]. Le modèle de chocs à endommagements cumulatifs se révèle très utile et a été appliqué dans beaucoup de problèmes, entre autres en aéronautique, pour la modélisation des défaillances liées à la fatigue du fuselage [77].

### 2.4.3 Les modèles à risques concurrents

Les modèles à risques concurrents permettent de modéliser la défaillance d'un système soumis à plusieurs risques en même temps. Les risques pouvant être associés à des stress. La notion de risques concurrents prend ses origines dans un contexte biomédical pour déterminer la cause d'un décès ou d'une maladie alors que plusieurs paramètres ("stress") participent à l'évolution de l'état de santé. Ce problème est assez complexe car les causes n'opèrent pas isolément les unes des autres, il n'est pas rare que l'une des causes augmente l'effet des autres. Une façon simple de conceptualiser un modèle à risques concurrents est le scénario d'un système à deux composants en série, le premier composant qui tombe en panne entraîne la défaillance du système et est identifié comme étant sa cause. Par exemple, dans le cas d'une voiture, l'origine d'une défaillance peut être un défaut mécanique ou électrique [97]. Si l'on considère un système sujet à  $K$  causes de défaillance avec  $t_k$  pour instant d'occurrence de chaque cause, la durée de vie d'un tel système est alors la suivante :

$$T = \min_k(t_k) \quad (2.8)$$

Les modèles à risques concurrents permettent de prendre en compte plusieurs modes de défaillance. Par contre, une hypothèse classique des approches à risques concurrents est de considérer que les risques sont indépendants. Cette hypothèse est justifiée lorsque les risques correspondent à des modes de défaillance qui n'interagissent pas. Cependant, dans certains cas les risques peuvent être dépendants mutuellement.

### 2.4.4 Les modèles à risques multiplicatifs

Ces modèles de stress se distinguent des précédents car ils peuvent inclure deux effets possibles du stress sur la défaillance d'un système, l'effet négatif du stress perturbateur ou l'effet positif du stress utile.

Dans le modèle proposé par Lindley et Singpurwalla [68], le taux de défaillance d'un composant dans un environnement aléatoire stressant est de la forme :

$$\forall t \geq 0, \lambda(t) = \eta \lambda_p(t) \quad (2.9)$$

où  $\lambda_p(t)$  est le taux de défaillance lorsque le système n'est pas "stressé" et le facteur  $\eta$  représente l'influence du stress. Pour un facteur  $\eta > 1$  les stress seront perturbateurs, pour  $\eta < 1$  ils seront utiles et pour  $\eta = 1$  ils n'auront aucun effet. Le facteur  $\eta$  peut être indépendant du temps ou dépendant du temps. Quand  $\eta$  est une fonction d'un stress,  $\eta(s)$ , on retrouve le modèle à hasard proportionnel de Cox [24].

Il est important de noter que pratiquement tous les modèles multiplicatifs pour un système supposent que conditionnellement au stress, les durées de vie de  $n$  composants sont indépendantes.

Un cas particulier des modèles à risques multiplicatifs sont les modèles à hasard proportionnel pour lesquels on cherche à évaluer l'effet de certaines variables (les covariables) sur la durée de survie. L'hypothèse de risques proportionnels signifie que le rapport des risques entre un individu qui possède une caractéristique donnée et un autre ne possédant pas cette caractéristique est constant quel que soit l'instant  $t$  auquel on se situe. En d'autres termes, le risque d'un individu possédant une caractéristique donnée est multiplié par une constante, en comparaison avec les individus qui ne possèdent pas cette caractéristique. Cette hypothèse est généralisable à l'ensemble des caractéristiques possédées par les individus. Dans ce but, on introduit une fonction de hasard dite "risque instantané de base"  $\lambda_0(t)$ , qui donne la forme générale du hasard. Cette forme sera valable pour tous les individus. Le modèle de hasard proportionnel se caractérise alors par la relation suivante, valable pour tout  $t \geq 0$ , et pour tout  $z$  :

$$\lambda(t|z) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(t < X \leq t + \Delta t | T > t, Z = z) \quad (2.10)$$

$$\lambda(t|z) = \lambda_0(t) c(\beta^T z) \quad (2.11)$$

où  $z$  est le vecteur de covariables,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)$  le vecteur des coefficients de régression et  $c$  une fonction positive.

Dans la plupart des cas, on fixe la fonction  $c$ . Cependant elle peut être estimée de manière non-paramétrique. De même, en général  $\beta$  et  $\lambda_0$  sont inconnus, c'est pour cela que l'on considère souvent les modèles à hasard proportionnel comme des modèles semi-paramétriques.

Un cas particulier des modèles à hasard proportionnel est "**le modèle de Cox**"

proposé par Cox en 1972 [24] qui spécifie pour  $c$  la fonction exponentielle :

$$\lambda(t|z) = \lambda_0(t)e^{\beta^T z} \quad (2.12)$$

La fiabilité est alors donnée par :

$$\begin{aligned} R(t|z) &= \exp\left(-\int_0^t \lambda(u|z)du\right) \\ &= \exp\left(-\int_0^t \lambda_0(u)e^{\beta^T z} du\right) \\ &= \exp\left(-\int_0^t \lambda_0(u)du\right)^{\exp(\beta^T z)} \\ &= R(t|z=0)^{\exp(\beta^T z)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le modèle de régression de Cox définit une famille de lois conditionnelles d'instant d'occurrence d'évènements sachant un ensemble de covariables. Un avantage du modèle de Cox est qu'il produit toujours une mesure quantitative d'importance pour chaque facteur d'influence [79]. Par contre, le modèle original de Cox a été formulé pour prendre en compte uniquement des covariables fixes. Il peut cependant être adapté pour des covariables dépendant du temps [43, 60, 63, 64] et, dans ce cas, la fonction de risque s'écrit :

$$\lambda(t|z) = \lambda_0(t)e^{g(z(s), 0 \leq s \leq t; \beta)}. \quad (2.14)$$

Un résumé des applications faites du modèle de Cox a été réalisé par Ansell et Phillips [1]. Ce modèle a d'abord été utilisé en médecine pour prévoir la durée de vie et depuis la fin des années 80, suite aux bons résultats qu'il a pu donner en médecine, des recherches ont commencé à être faites pour appliquer ce modèle en fiabilité. Par exemple, Elsayed et Chan [44] utilisent le modèle de Cox pour estimer le taux de défaillance d'une fine couche d'oxyde dans un dispositif semi-conducteur.

### 2.4.5 Les modèles de vie accélérée

Supposons que des unités sont très fiables et il n'y a pas de possibilité d'obtenir des défaillances pendant le temps  $t'$  donné par expérience. Dans ce cas, on effectue des expériences sous des stress qui sont supérieurs au stress usuel. On appelle ces expériences "expériences accélérées". L'application des stress accélérés raccourcit la durée de vie des unités et des défaillances peuvent alors être observées sur un horizon de temps "raisonnable"  $t$ . Les stress peuvent être par exemple, la température, la voltage, le poids etc.

Le modèle de vie accélérée signifie que la vitesse d'utilisation de la ressource au moment  $t$  ne dépend que de la valeur du stress appliqué au moment  $t$ . Dans le cas général, les stress  $y$  peuvent varier en temps  $y(t)$  et peuvent être multidimensionnels.

Soit  $r[y(t)]$  le facteur d'échelle ou d'accélération à l'instant  $t$ . Sous le stress  $y(\cdot)$  la fiabilité est donc :

$$R_{y(\cdot)}(t) = R_{y_0} \left( \int_0^t r[y(u)] du \right) \quad (2.15)$$

Si  $r[y(u)] = e^{\beta^T z(u)}$  ; où  $z(t) = (z_0(t), \dots, z_m(t))$  est le vecteur des primitives de  $y$ .

$$R_{y(\cdot)}(t) = R_{y_0} \left( \int_0^t e^{\beta^T z(u)} du \right) \quad (2.16)$$

Dans le cas où  $y(t) \equiv y = \text{const}$  le modèle implique  $z(u) = z$  et  $r[y(u)] = e^{\beta^T z}$  :

$$R_{y(\cdot)}(t) = R_{y_0} \left( e^{\beta^T z} t \right) \quad (2.17)$$

$$R_{y(\cdot)}(t) = R_{y_0}(r(y)t) \quad (2.18)$$

Donc le stress ne change que l'échelle.

Dans la littérature [73, 74, 78], on trouve une grande variété de modèles d'accélération, définis pour chaque type de composants et matériaux. Nous présentons quelques modèles d'accélération les plus utilisés pour des stress à profil constants.

#### 1. le modèle log linéaire

Ce modèle est principalement utilisé pour représenter la fatigue des composants électroniques.

$$r(y) = e^{-\beta_0 - \beta_1 y} \quad (2.19)$$

#### 2. le modèle d'Arrhenius

Le modèle d'Arrhenius est utilisé lorsque le système est sensible à la température et subit donc un stress thermique. La vitesse moyenne de dégradation d'un tel système est donnée par la loi :

$$r(y) = \lambda_1 e^{-\beta_1/y} \quad (2.20)$$

#### 3. le modèle de la règle puissance ("power rule model")

Ce modèle est utilisé lorsque le système est sensible au voltage et à la charge mécanique.

$$r(y) = \lambda_1 e^{-\beta_1} \quad (2.21)$$

#### 4. le modèle de Eyring

Ce modèle d'Eyring est utilisé lorsque le système est sensible à la température et autre stress (en particulier : composants électriques, conducteur aluminium et composants mécaniques soumis à la rupture).

$$r(y) = \lambda_1 x e^{-\beta_2/y} \quad (2.22)$$

Ici les modèles de vie accélérée ont été présentés comme des modèles semi-paramétriques car généralement ils sont appréhendés semi-paramétriquement. Mais ils peuvent bien sûr être également considérés comme des modèles paramétriques ou non-paramétriques [99].

L'estimation paramétrique consiste alors à estimer les paramètres par des méthodes classiques telle que la méthode du maximum de vraisemblance. Le modèle d'un test de vie accélérée est dit paramétrique si on connaît à la fois la distribution de probabilité de la variable aléatoire durée de vie du produit, pour chaque niveau de stress et l'équation d'accélération, qui relie un des paramètres de cette distribution et les contraintes d'accélération (choix de certaines classes de fonctions pour la vitesse de dégradation  $r$ ). Les modèles paramétriques utilisés dans les tests de vie accélérée ont été largement étudiés dans plusieurs domaines en particulier en Électronique, voir par exemple Neslon [78, 99].

Le modèle de vie accélérée est considéré comme non-paramétrique si la fonction de survie est inconnue et aucune forme paramétrique du modèle analytique n'est supposée. Ainsi, l'estimation non-paramétrique vise à déterminer une ou plusieurs des différentes fonctions caractérisant la distribution de base observées (fonction de répartition ou taux de défaillance le plus souvent) sans faire d'hypothèses sur celle-ci. Elle suppose une relation fonctionnelle entre la distribution de durée de vie et les niveaux de stress sans émettre d'hypothèses sur la forme paramétrique de cette distribution. Les modèles non-paramétriques sont utilisés pour des données biomédicales et rarement dans le domaine de l'ingénierie [99].

### 2.4.6 Intégration du stress dans les modèles de dégradation

Nous venons de voir diverses façons de modéliser les effets d'un stress sur la durée de fonctionnement d'un système et, notamment, sur l'occurrence de la défaillance en soi. Lorsque le système est soumis à dégradation, le stress peut ici directement influencer les caractéristiques de dégradation (taux de dégradation, par exemple) d'une manière ponctuelle (restreinte à la durée du stress) ou bien d'une manière irréversible.

Différents processus de dégradation permettant la prise en compte de covariables ont été modélisés.

En parallèle aux modèles de durée de vie accélérée qui permettent d'intégrer l'influence de stress sur la durée de vie, il existe des modèles de dégradation accélérée [73]. Nous pouvons, par exemple, citer Doksum et Hoyland [42] qui modélisent la dégradation d'un système par un processus de Wiener et sont les premiers à proposer la transformation du temps dans sa forme générale. Le temps réel  $t$  est transformé de la manière suivante :  $v = \Lambda(t)$ , où  $\Lambda$  est non décroissante. Cette transformation du temps est utilisée de façon à modéliser les niveaux de variables de stress. Whitmore et Schenkelberg [110] considèrent une transformation exponentielle de temps  $v = 1 - \exp(-\lambda t^\gamma)$  et une transformation puissance du temps  $v = t^q$  pour modéliser la dégradation de câbles chauffant auto-régulant.

Bagdonavicius et Nikulin [5] supposent que le processus de dégradation d'un système sujet au vieillissement peut être modélisé par un processus stochastique  $X(t)_{t>0}$ . Ils placent  $X$  dans la famille des processus Gamma (à trajectoires continues à droite) ce qui assure l'indépendance des accroissements, la croissance des trajectoires et le fait que en posant :

$$X(t) = \sigma^2 \gamma(t) \text{ avec } \gamma(t) \sim \Gamma \left( \frac{\mathbb{E}(X(t))}{\sigma^2}, 1 \right) \quad (2.23)$$

l'accroissement de  $t$  en  $t + \Delta t$  pour  $\Delta t > 0$  reste dans la même famille de distribution. Ils modélisent l'influence des covariables dépendant du temps sur le processus de dégradation de la façon suivante. Soit  $X_{\vec{y}(\cdot)}(t)$  le niveau de dégradation atteint par le système à  $t$  sous les covariables  $\vec{y}(\cdot)$ . Ils proposent un modèle d'accumulation additive de dégradation et obtiennent :

$$X_{\vec{y}(\cdot)}(t) = \sigma^2 \gamma \left( \int_0^t e^{\beta^T \vec{y}(s)} ds \right) \quad (2.24)$$

En supposant que les covariables sont constantes au cours du temps, on peut alors montrer que :

$$X_{\vec{y}(\cdot)}(t) = \sigma^2 \gamma(e^{\beta^T \vec{y} t}) \quad (2.25)$$

Lawless et Crowder [62] étendent les travaux proposés par Bagdonavicius et Nikulin [5], en intégrant les covariables non pas au niveau du paramètre de forme mais au niveau du paramètre d'échelle. Ils ne considèrent aucun modèle de régression spécifique pour le paramètre d'échelle mais ne prennent en compte que des covariables fixes.

## 2.5 Synthèse

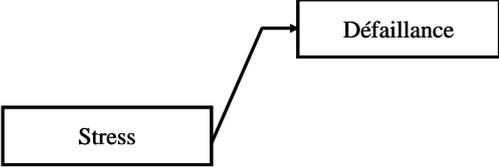
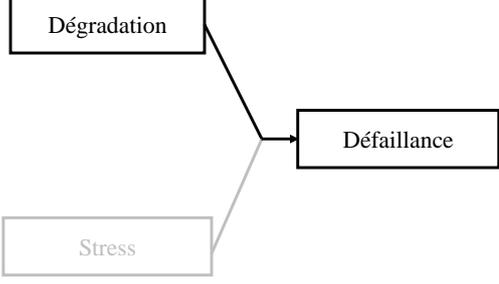
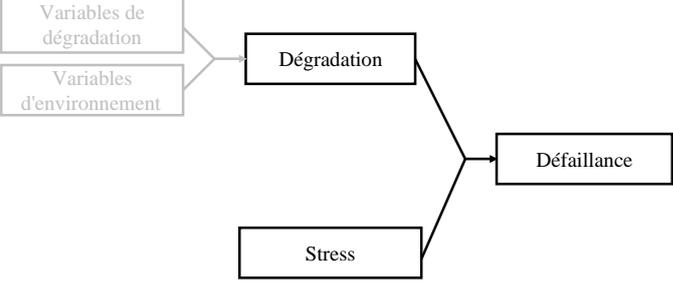
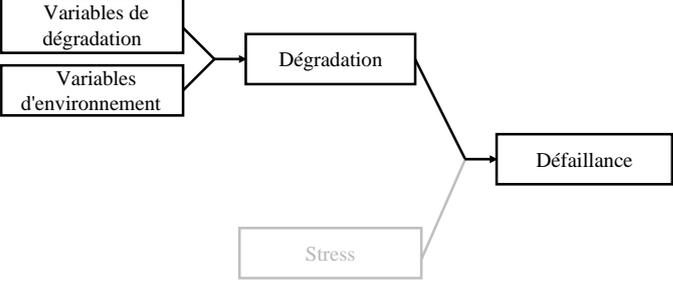
Finalement, une synthèse des différents modèles de défaillance est présentée dans le tableau 2.1. La prise en compte du stress dans les modèles prévisionnels de fiabilité est modélisée de diverses manières en fonction de la nature du stress considéré :

- un stress peut être ponctuel ou un phénomène continu dans le temps, et en fonction de son impact sur les performances du système :

- l'effet de ce stress peut être ponctuel, permanent ou cumulatif.

Les modèles les plus souvent étudiés considèrent un effet du stress constant dans le temps et s'assimilent au modèle à hasard proportionnel. Ce modèle n'est pas approprié pour des systèmes vieillissants [6]. Il est à noter que la démonstration proposée pourrait être reprise pour nombre de modèles développés dans le cadre des tests de durée de vie accélérée [73] qui considèrent des facteurs d'accélération dépendant du niveau de sollicitation de stress spécifiques sur des intervalles de temps bien spécifiés. Ces facteurs sont déterminés sur la base des fonctions de vraisemblance ou de normes industrielles spécifiques prenant en compte des profils de mission des systèmes fixés a priori alors qu'ils restent fortement incertains. Peu de travaux

sont proposés pour la prise en compte des environnements incertains, [83, 96]. Ils reposent généralement sur des modélisations de la dégradation à l'aide de processus stochastiques particuliers, notamment les processus Gamma [5, 62, 82], pour lesquels les paramètres sont eux-mêmes décrits par des processus stochastiques modélisant les variations de l'environnement.

 <pre> graph LR     Stress[Stress] --&gt; Défaillance[Défaillance] </pre>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Approches classiques (distribution de probabilité - modèles de durée de vie) (section 2.3.1)</li> <li>– Modèles de hasard cumulé (proportionnel) (section 2.4.4)</li> </ul>
 <pre> graph LR     Dégradation[Dégradation] --&gt; Défaillance[Défaillance]     Stress[Stress] --&gt; Défaillance[Défaillance] </pre>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Modèles de dégradation cumulée (chaînes de Markov, processus stochastique, ...) (section 2.3.2)</li> </ul>
 <pre> graph LR     VD[Variables de dégradation] --&gt; Dégradation[Dégradation]     VE[Variables d'environnement] --&gt; Dégradation[Dégradation]     Dégradation --&gt; Défaillance[Défaillance]     Stress[Stress] --&gt; Défaillance[Défaillance] </pre>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Modèles résistance-contrainte (section 2.4.1)</li> <li>– Modèles de chocs (section 2.4.2)</li> <li>– Modèles à risques concurrents (section 2.4.3)</li> <li>– Modèles à hasard proportionnel (section 2.4.4)</li> <li>– Modèles multiplicatifs (section 2.4.5)</li> <li>– Modèles de durée de vie accélérée (section 2.4.6)</li> </ul>
 <pre> graph LR     VD[Variables de dégradation] --&gt; Dégradation[Dégradation]     VE[Variables d'environnement] --&gt; Dégradation[Dégradation]     Dégradation --&gt; Défaillance[Défaillance]     Stress[Stress] --&gt; Défaillance[Défaillance] </pre>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Modèles de dégradation cumulée prenant en compte les covariables (section 2.4.7)</li> </ul>

**Tableau 2.1.** Tableau résumant les différents modes de défaillance et les méthodes permettant de les modéliser

## 2.6 Modèles de maintenance

Ce thème de recherche a fait l'objet de nombreux travaux et a donné lieu à la publication régulière d'articles de synthèse largement référencés [72, 86, 101] et plus

récemment [26, 93, 107]. Wang [107] résume, classe et compare les principales politiques de maintenance existantes pour des systèmes à un ou plusieurs composants. En revanche, il considère qu'on connaît l'état du système en continu. On constate ainsi que la plupart des travaux en modélisation et optimisation de la maintenance font l'hypothèse que l'état du système est connu en permanence et que la maintenance des systèmes dont l'état n'est connu qu'au travers d'inspections périodiques a fait l'objet de beaucoup moins d'attention.

L'élaboration d'un modèle pour une politique de maintenance conduit à la formulation d'un problème de décision. En théorie, les problèmes de décision mis en jeu dans ces modèles peuvent être formalisés en utilisant des outils de programmation dynamique. Les politiques optimales peuvent ainsi être déterminées à l'aide d'algorithmes classiques d'optimisation de politiques : Policy Iteration Algorithm (PIA), [100]. Plusieurs travaux ont privilégié cette approche, [25], qui peut cependant poser deux principaux problèmes :

- d'un point de vue théorique, pour des politiques de maintenance générales, il devient très difficile de formaliser le problème de décision et de le résoudre, même numériquement.
- d'un point de vue pratique, la structure de la politique optimale peut s'avérer très complexe et très mal se prêter à une mise en oeuvre "opérationnelle".

Pour ces raisons, nous avons préféré imposer a priori à la politique de maintenance une structure de décision paramétrique.

Dans cette section, nous présentons les modèles de maintenance paramétriques en fonction des modèles de défaillance pris en compte.

### 2.6.1 Stratégies de maintenance pour des modèles de durée de vie

Il existe des modèles de maintenance pour lesquels la détermination de l'instant de remplacement repose sur la seule connaissance du temps de fonctionnement du système. Les interventions de maintenance sont alors décidées et planifiées en fonction du temps ("time based preventive maintenance"). Il s'agit de modèles de remplacements purs, c'est à dire que la seule règle de décision est la règle de remplacement préventif du système. Le problème d'optimisation de la politique se limite à trouver la date de remplacement optimal.

On différencie deux grandes familles de politiques de maintenance basées sur la seule connaissance du temps de fonctionnement du système : les politiques basées sur l'âge et les politiques de blocs. Ces politiques se distinguent par la prise en compte de l'histoire des défaillances du système dans la détermination des instants pour les actions de maintenance.

#### Modèles basés sur l'âge

Rappelons d'abord ce qu'est l'âge d'un système. Supposons que le système soit en bon état de fonctionnement, son âge est le temps qui s'est écoulé depuis le dernier

remplacement, le temps pouvant être défini en unité d'usage.

Afin de limiter le nombre de défaillances du système, il peut être intéressant de prévoir un remplacement du système avant que celui-ci ne soit défaillant. Une stratégie naturelle est de remplacer le système toutes les  $T$  unités de temps d'usage où  $T$  offre le meilleur compromis entre remplacements préventifs et correctifs. La gestion de ce compromis est généralement liée à des composantes économiques. L'optimisation des politiques basées sur l'âge repose généralement sur la détermination de ce paramètre de décision  $T$  pour minimiser un coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps d'usage [8, 11, 88]. L'approche classique est de considérer un coût unitaire de remplacement  $c$  et un coût additionnel  $k$  de pénalité en cas de défaillance (ce coût intégrant l'ensemble des coûts directs et indirects liés à l'indisponibilité du système). On peut alors facilement évaluer le coût moyen à long terme par unité de temps :

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} \quad (2.26)$$

avec

$$C(t) = (c + k)E[N_1(t)] + cE[N_2(t)] \quad (2.27)$$

avec  $N_1(t)$  le nombre de remplacements correctifs sur  $[0, t]$  et  $N_2(t)$  le nombre de remplacements préventifs sur  $[0, t]$ . On obtient alors :

$$C_\infty(T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(c + k)E[N_1(t)] + cE[N_2(t)]}{t} \quad (2.28)$$

$$(2.29)$$

L'hypothèse classique de remplacement total par un système identique et une règle de décision indépendante du temps donnent des propriétés de stationnarité et de régénération à l'évolution du système soumis à la maintenance [22]. Il est possible de restreindre l'étude des performances de la politique de maintenance sur un horizon de temps fini, c'est-à-dire sur un cycle de régénération délimité par deux dates successives de remplacement.

$$C_\infty(T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} \quad (2.30)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{c + k \cdot (1 - R(t))}{\int_0^t R(s) ds} \quad (2.31)$$

$$= \frac{c + k}{MTTF} \quad (2.32)$$

L'efficacité de la politique de remplacement basée sur l'âge peut être mesurée par le quotient  $C(t)/C_\infty$  :

$$\frac{C(t)}{C_\infty(T)} = \frac{c + k \cdot F(t)}{\int_0^t (1 - F(u)) du} \frac{MTTF}{c + k} \quad (2.33)$$

$$(2.34)$$

Une faible valeur de ce quotient correspond à une politique de maintenance très efficace en termes de coût.

Les inconvénients de la politique de remplacement basée sur l'âge sont, tout d'abord, la nécessité de surveiller l'âge du système, ce qui est parfois difficile en pratique sur des systèmes complexes (problème de recueil, de traitement et de stockage des informations). De plus, les actions de maintenance sont dispersées dans le temps et il est impossible d'établir un calendrier de réalisation à long terme (une défaillance décale toutes les actions suivantes). Enfin, l'hypothèse de remplacement à neuf n'est parfois pas réaliste. Cependant, Barlow et Proschan [8] montrent que, pour des horizons d'étude infinis, cette politique de remplacement strictement périodique est la meilleure de la classe des politiques périodiques aléatoires, c'est-à-dire parmi les politiques considérant un intervalle de remplacement comme une variable aléatoire.

### Modèles de blocs

Les politiques de remplacement par blocs [8] s'opposent aux politiques de remplacement basées sur l'âge car la règle de décision pour un remplacement n'est pas réinitialisée après un remplacement. La règle de remplacement pour une politique de remplacement par bloc est de remplacer le système par un système neuf périodiquement, suivant un schéma fixé  $T, 2T, \dots$ . Si on observe une défaillance, on remplace immédiatement le système mais le programme de remplacement préventif reste inchangé. Ainsi, on remplace toujours préventivement le système lors d'instantants prédéfinis sans regarder l'âge du système. Les politiques de type bloc trouvent leur intérêt dans l'étude de la maintenance pour des systèmes formés de plusieurs composants ou bien dans la mesure où la maintenance doit être intégrée dans un schéma de type ligne de production, gestion des stocks,  $\dots$ .

La structure de maintenance est voisine de celle du modèle de remplacement suivant l'âge. Le paramètre à optimiser est la période de remplacement  $T$ , en utilisant les arguments de stationnarité et, plus généralement, de renouvellement lors d'un remplacement à l'identique, le coût moyen par unité de temps s'écrit :

$$C(T) = \frac{c + kE[N_2(T)]}{T} \quad (2.35)$$

Finalement, la politique de remplacement par blocs est plus simple à gérer qu'une politique de remplacement basée sur l'âge (mais, en théorie, la politique basée sur l'âge est meilleure en termes de coût). En effet, elle engendre un risque de remplacer des systèmes presque neufs. Par contre, cette politique offre la possibilité de prendre en compte des niveaux intermédiaires de réparation (réparation minimale, complète, imparfaite,  $\dots$ ). Elle permet également la prise en compte de problèmes d'indisponibilité des pièces de rechange. L'optimisation de cette politique peut se faire selon un critère de coût et/ou de disponibilité [88].

## Modèles de détection

De nombreuses techniques de surveillance des systèmes ont été développées ces dernières années permettant à l'opérateur de connaître l'état du système afin de détecter une défaillance le plus rapidement possible. Une approche classique est l'utilisation des méthodes statistiques qui ont d'abord été développées pour évaluer les performances des procédés de production avant d'être utilisées en maintenance. Ces méthodes, en principe, ont été utilisées pour des procédés industriels à travers l'application de cartes de contrôle et, plus généralement, de la Maîtrise Statistique des Procédés (MSP).

La MSP peut être utilisée comme politique de maintenance corrective seule, de manière à détecter la défaillance au plus tôt afin de diminuer les coûts engendrés par l'indisponibilité du système ou couplée avec une politique de maintenance préventive. De nombreux travaux ont porté sur chacun des axes séparément, MSP et maintenance préventive mais ils sont rarement considérés de manière conjointe. Cassady et al. [14] partent de l'hypothèse qu'il existe une relation entre la politique de maintenance mise en place et la qualité de la production d'un système. Ils proposent une méthode permettant de prendre en compte cette relation afin d'améliorer la productivité du système. Une politique de maintenance basée sur l'âge et une carte de contrôle classique, de Shewart, sur la qualité du produit, sont mises en place. Si une dérive est détectée par la carte de contrôle, une analyse est faite pour savoir s'il s'agit d'une fausse alarme (le système est toujours en fonctionnement) ou d'une vraie alarme (le système est défaillant). Dans le cas d'une vraie alarme, une réparation du système est effectuée, cette réparation impactant la date du prochain remplacement préventif. Cassady et al. [14] ainsi que Yeung et al. [114] montrent l'avantage économique de combiner ces deux domaines. Linderman et al. [67] développent un modèle analytique pour prouver le bénéfice économique de cette intégration. Outre l'intérêt économique, on peut aussi souligner les objectifs communs des approches, à savoir la minimisation des conséquences d'une défaillance soit en améliorant sa détection et son diagnostic (MSP) [48], soit en les prévenant (Maintenance Préventive).

### 2.6.2 Stratégies de maintenance pour des systèmes se dégradant

La majorité des travaux effectués depuis les années 60 sont dédiés à l'optimisation de la maintenance préventive systématique (cf. section 2.6.1) mais peu d'entre eux s'intéressent à la maintenance préventive conditionnelle. Or, lorsque les systèmes sont sujets au vieillissement ou à l'usure et qu'une ou des informations, correspondant à des variables corrélées à l'état de dégradation (par exemple, des variables physiques : épaisseur d'un matériau, pourcentage de corrosion, pression, température, etc., des indicateurs de performances : qualité des produits, taux de rebut, etc.), sont disponibles sur le niveau de dégradation du système et il est alors intéressant de se baser sur ces informations pour prendre des décisions de maintenance. Dans ce cas, l'approche conditionnelle semble la mieux adaptée [101]. En effet, cette

dernière est plus efficace car elle permet d'intégrer dans le processus de décision des informations sur l'état courant du système. Les actions de maintenance conditionnelle s'adaptent donc mieux au comportement réel du système et offrent un éventail de choix plus large [51].

Une partie des modes de défaillance émettent des signaux "précurseurs" indiquant qu'une défaillance est en train de se produire ou que la défaillance arrivera de façon imminente [76]. Des modèles ont été proposés pour considérer la capacité de prédiction de la défaillance d'un équipement dans la mise en oeuvre d'une politique d'inspection et de maintenance d'un système.

Dans les modèles de maintenance conditionnelle, la dégradation est souvent modélisée par un processus stochastique : processus de Wiener, processus Gamma, processus markovien de sauts (cf. section 2.3.2) ... Par ailleurs, dans la majorité des modèles de maintenance pour des systèmes se dégradant, le processus de dégradation est considéré comme stationnaire. Certains travaux récents s'intéressent à des processus de dégradation non stationnaire. En général, l'état de dégradation du système est connu soit en continu soit lors d'inspections périodiques ou non. Nous classons les stratégies de maintenance en fonction des hypothèses faites sur la dégradation du système.

### **Modèles de maintenance pour des systèmes à dégradation discrète de type sauts**

Les premiers travaux portant sur la modélisation de politiques de maintenance font l'hypothèse que la dégradation suit un processus semi markovien de type sauts [45, 58]. Ils considèrent que la distribution des instants d'occurrence des chocs peut dépendre du niveau de dégradation courant contrôlant ainsi les temps de séjour dans un état. Les dates de sauts du processus forment un processus de poisson non homogène et la défaillance est observable dès que le niveau de dégradation est supérieur à un seuil donné.

Lam et Yeh [61] considèrent aussi que la dégradation suit un processus semi markovien de type sauts. Les occurrences des sauts forment un processus de poisson homogène ou non homogène. Ils supposent, par ailleurs, que l'instant de défaillance obéit à une loi de probabilité qui est fonction du niveau de dégradation courant du système, l'instant de défaillance n'est alors pas défini par un seuil comme le proposent [45, 58]. De plus, ils considèrent que les inspections sont continues dans le sens où on connaît à chaque instant le niveau de dégradation et de fonctionnement du système.

Le modèle de maintenance généralement rencontré lorsque la défaillance du système obéit à une loi de probabilité dépendant à la fois du niveau de dégradation et du temps de séjour dans cet état [58, 61] et est décrit de la façon suivante : à chaque état  $i$  correspond une règle de décision  $\delta(i)$  qui spécifie la durée maximale

permise dans cet état. Si, pour un état  $i$ ,  $\delta(i) = 0$ , on effectue un remplacement dès que le système entre en  $i$ . Si pour un autre état  $j$ ,  $\delta(j) = \infty$ , on ne donne aucune contrainte de remplacement sur cet état. On écrit la règle de maintenance de type multi-seuils de la façon suivante :

$$\delta(i) = \begin{cases} \infty & \text{si } i < h^*, & \text{on ne prévoit aucun remplacement ;} \\ t_i^* & \text{si } h^* \leq i < k^*, & \text{on prévoit une date de remplacement ;} \\ 0 & \text{si } k^* \leq i \leq n + 1, & \text{on effectue un remplacement immédiatement.} \end{cases}$$

Sous certaines conditions de régularité du processus de dégradation, la caractérisation de la politique optimale revient à rechercher les valeurs des seuils  $h^*$  et  $k^*$  (paramètres dépendants du niveau de dégradation) et les instants optimaux  $t_i^*$  de remplacements préventifs dans chaque état (paramètre temporel).

Le modèle présenté ci-dessus peut être vu comme une extension du modèle de Christer et Waller [20] qui a fait l'objet de beaucoup d'études, sur le "temps à délai" (*delay time*). Un concept central de ce modèle est le temps à délai d'un défaut, qui est la période entre le premier instant où le défaut peut être diagnostiqué et l'instant où la réparation ne peut plus être repoussée sous peine que le défaut ne se transforme en défaillance. Ce modèle permet ainsi d'obtenir une loi pour la période aléatoire entre l'apparition d'un signal de défaillance et la défaillance elle-même. Cette notion est reprise dans les approches OMF par l'expression "défaillance potentielle" et son intervalle associé.

## Modèles de maintenance pour des systèmes à dégradation continue stationnaire

Des exemples de modèles d'optimisation de maintenance pour des systèmes sujets à une dégradation stochastique continue stationnaire mesurable sont donnés par Park [84, 85]. Il propose des approches d'inspections périodiques pour connaître le niveau de dégradation du système. Les incréments de dégradation sont indépendants et suivent un processus stationnaire. Le système est remplacé lorsqu'une défaillance survient ou lorsqu'une inspection révèle le fait que le niveau de dégradation est supérieur à un seuil de remplacement préventif fixé ; cette approche correspond à une stratégie de type limite de contrôle. Les actions de maintenance sont supposées parfaites dans le sens où elles révèlent le niveau réel de dégradation du système. L'objectif de ces travaux est de trouver le seuil de remplacement préventif et la fréquence des inspections qui minimisent le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps. Park propose un algorithme d'optimisation de son critère : lorsque l'inspection est périodique, on recherche la valeur optimale du seuil de remplacement préventif en fonction des valeurs de la période des inspections. L'évolution du système maintenu est un processus de renouvellement simple. L'utilisation des propriétés régénératrices d'un tel processus permet de réduire l'étude asymptotique du système à un simple cycle de régénération défini par deux dates successives de

remplacement. Le coût moyen sur un cycle de régénération  $S$  est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(C(S)) &= c_r + c_i \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \mathbb{P}(\text{remplacement préventif à } i) \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} [(i-1)c_i + c_u] \mathbb{P}(\text{défaillance entre deux inspections } (i-1) \text{ et } i) \end{aligned} \quad (2.36)$$

où  $c_r$ ,  $c_i$ ,  $c_u$  correspondent respectivement aux coûts unitaire d'un remplacement, d'une inspection et au coût d'indisponibilité par unité de temps.

Les inspections périodiques sont particulièrement bien adaptées aux systèmes complexes [77], comme, par exemple, les pompes des centrales nucléaires, les avions, ..., qui ne peuvent être inspectés à n'importe quel moment. Leurs inspections nécessitent du matériel approprié, des techniciens formés et doivent être planifiées longtemps à l'avance. Cependant, d'autres systèmes moins complexes peuvent être inspectés plus facilement et permettent une plus grande liberté pour la planification des inspections.

Par ailleurs, l'hypothèse de remplacement parfait de cette politique n'est pas toujours réaliste, les réparations/remplacements ne conduisent pas forcément à une remise à neuf du système. Par exemple, prenons le cas d'un système en série à plusieurs composants, si la réparation se limite au remplacement d'un seul composant, l'état du système ne peut être considéré comme aussi bon que neuf.

Récemment, le modèle présenté ci-dessus a été étendu avec l'introduction de réparation imparfaite et d'inspections non périodiques [7, 16, 39, 53].

Une stratégie d'inspections non périodiques est particulièrement efficace pour des systèmes se dégradant. En effet, lorsque le taux de défaillance est croissant il peut s'avérer avantageux de définir l'instant de la prochaine inspection en fonction de l'état de dégradation du système. Il est plus intéressant de surveiller régulièrement un système lorsque celui-ci commence à se dégrader de manière importante et de surveiller moins souvent un système qui est neuf. Lam et Yeh [61] comparent cinq stratégies de maintenance : une politique de remplacement correctif, une politique de remplacement basée sur l'âge, une politique de remplacement préventif et une politique conditionnelle d'inspection/remplacement pour laquelle l'inspection est périodique ou séquentielle. La conclusion principale de leur étude est que la politique séquentielle est la meilleure parmi ces politiques pour le modèle de dégradation considéré.

Castanier et al. [16], Dieulle et al. [39] et Grall et al. [52] proposent un calendrier d'inspection construit séquentiellement afin de s'adapter à l'état de dégradation du système et les inspections sont d'autant plus fréquentes que le système est dégradé. Après chaque inspection, l'intervalle inter-inspection (laps de temps jusqu'à l'inspection suivante) est déterminé en fonction de l'état du système à l'aide d'une "fonction d'inspection". Deux fonctions d'inspections ont été envisagées : une fonction à seuils pour les problèmes à temps discret (lorsqu'on peut intervenir sur le système qu'à

des instants particuliers, équirépartis) et une fonction continue pour les problèmes à temps continu. Ces deux fonctions sont décroissantes de façon à augmenter la fréquence d'inspection lorsque le système se dégrade. Les structures envisagées appartiennent à la classe des politiques markoviennes et stationnaires.

Cependant l'hypothèse d'une dégradation stationnaire n'est pas toujours réaliste. Mais encore peu de travaux prennent en compte une dégradation non stationnaire.

### 2.6.3 Modèles de maintenance incluant le stress

#### Modèles de maintenance pour des systèmes à dégradation continue non stationnaire soumis à un stress

L'hypothèse d'une dégradation markovienne ou stationnaire ne permet pas toujours de modéliser fidèlement l'évolution de l'état du système soumis à un environnement variable. Ainsi, le processus de dégradation devient non stationnaire et il est nécessaire d'adopter des modèles de dégradation non markoviens : les paramètres du processus stochastique de dégradation peuvent, par exemple, être pris dépendants du temps ou d'autres processus stochastiques modélisant l'environnement du système.

Dans ce contexte, Foularidad et al. [47] et Saassouh et al. [90, 91] supposent que le processus de dégradation évolue selon deux modes en fonction de l'environnement du système. Tant qu'il n'y a pas eu de changement au niveau de l'environnement depuis le dernier remplacement, le système se dégrade suivant le "mode 1" mais dès qu'un changement de l'environnement survient, le système se dégrade suivant le "mode 2" jusqu'au prochain remplacement. Aucune information sur l'environnement du système n'est disponible. Ils utilisent alors un algorithme de détection en ligne pour déterminer les instants de changements de mode. Le niveau de dégradation du système peut être connu continuellement [90, 91] ou lors d'inspections [47]. Deux seuils de remplacements préventifs sont déterminés, un seuil,  $\xi_{\text{sup}}$ , défini pour un système se dégradant suivant le "mode 1" et un seuil,  $\xi_{\text{inf}}$ , défini pour un système se dégradant suivant le "mode 2". Lors d'une inspection, les inspections étant périodiques ou effectuées suite à la détection d'un changement de mode, la règle de décision est la suivante [47] :

- si le système est défaillant un remplacement correctif est effectué,
- si aucun changement de mode n'a été détecté (donc le système est censé se dégrader suivant le "mode 1") et si le niveau de dégradation est supérieur à  $\xi_{\text{sup}}$ , un remplacement préventif est effectué,
- si un changement de mode a été détecté et si le niveau de dégradation est supérieur à  $\xi_{\text{inf}}$ , un remplacement préventif est effectué.

Les seuils de remplacement préventifs sont optimisés de manière à minimiser le coût moyen à long terme par unité de temps, en utilisant la théorie de renouvellement ; ce critère s'écrit :

$$C_{\infty} = \frac{c_i \mathbb{E}(N_i(S)) + c_p \mathbb{E}(N_p(S)) + c_c \mathbb{E}(N_c(S)) + c_u \mathbb{E}(d_u(S))}{\mathbb{E}(S)} \quad (2.37)$$

où  $c_i$ ,  $c_p$ ,  $c_c$  et  $c_u$  sont respectivement les coûts unitaires d'inspection, de remplacement préventif, de remplacement correctif et le coût d'indisponibilité par unité de temps.

Les modèles présentés ci-dessous permettent de prendre en compte l'évolution de l'environnement stressant dans le modèle de dégradation. Cependant, l'environnement stressant n'est pas modélisé, l'instant de changement de mode est considéré aléatoire.

### Stratégies de maintenance pour des modèles à risques concurrents

Bunea et Bedford [11, 12] proposent une politique de maintenance pour un système soumis à un risque concurrent. Ils proposent une politique de maintenance basée sur l'âge du système et cherchent à optimiser le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps. Le coût moyen sur un intervalle de temps  $[0, t]$  est donné par :

$$\mathbb{E}(C(t)) = c_c \mathbb{E}(N_1(t)) + c_p \mathbb{E}(N_2(t)) \quad (2.38)$$

$N_1(t)$  correspond au nombre de défaillances sur  $[0, t]$ ,  $N_2(t)$  représente le nombre de remplacement préventif sur  $[0, t]$ ,  $c_c$  correspond au coût unitaire d'une défaillance critique et  $c_p$  au coût unitaire d'un remplacement préventif.

Dans leurs travaux, ils soulignent l'importance d'arriver à déterminer avant le modèle de défaillance afin de pouvoir réellement optimiser la politique de maintenance. Cette étape de la modélisation du modèle de défaillance est cruciale mais peut s'avérer difficile, surtout, lorsque les données sont censurées.

Il faut noter qu'une hypothèse classique des modèles à risques concurrents est l'indépendance des risques. Cette hypothèse semble raisonnable lorsque les risques concurrents sont différents modes de défaillance mais elle est peu réaliste, les risques concurrents pouvant interagir entre eux [40]. Dijoux et Gaudoin [40] développent le modèle de maintenance de Bunea et Bedford [12] en permettant la prise en compte de risques concurrents dépendants.

Cependant, ce modèle ne prend pas en compte les interactions qui peuvent exister entre les stress et le processus de dégradation.

## 2.7 Conclusion

Un problème d'optimisation de maintenance doit, avant de choisir une stratégie, bien étudier les caractéristiques du système considéré et le type de données de dégradation disponibles. Nous avons, dans un premier temps, dégagé des données de type âge (temps de fonctionnement, durée de séjour) et des données de type fatigue (mesure physique de vieillissement d'un système, de dégradation, d'usure, d'érosion, etc.). Dans un second temps, nous avons présenté des modèles permettant de prendre en compte l'environnement aléatoire stressant dans lequel évolue le système. Nous avons vu que de nombreux modèles existent en fiabilité permettant de prendre en compte les stress (environnement aléatoire stressant) pouvant impacter

la défaillance ou la dégradation d'un système. Dans un troisième temps, nous avons présenté diverses stratégies de maintenance en fonction de la modélisation du phénomène de vieillissement et plusieurs structures pour des règles de décision suivant les opérations de maintenance considérées.

De manière générale, nous avons pu constater que les modèles utilisés comme outils d'aide à la décision pour la maintenance sont basés sur l'hypothèse peu réaliste que le système évolue dans un environnement statique ou, du moins, évolue dans un environnement qui n'impacte pas sa dégradation ou encore sur l'hypothèse que la défaillance du système est seulement impactée par le stress. Dans le premier cas, une approche classique est de modéliser la défaillance d'un système par le biais d'un processus croissant dans le temps qui peut être assimilé à l'évolution de la dégradation du système dans le temps [39, 52]. Dans le second cas, la défaillance est modélisée par le biais d'une variable d'état fonction d'un environnement aléatoire stressant [50]. Ces deux modes de défaillance sont rarement considérés simultanément pour la définition et l'optimisation d'une politique de maintenance. Or, il existe de nombreux cas réels dans lesquels cette hypothèse n'est pas vérifiée : il est fréquent que l'environnement ait un impact sur le processus de défaillance ou au moins sur la vitesse de dégradation du système. Quelle est alors la validité des modèles basés sur l'hypothèse d'environnement statique et quelle est l'efficacité des politiques de maintenance qui en découlent ? Il existe de nombreuses manières d'intégrer le stress dans le modèle de défaillance. Lorsque l'on considère que le stress impacte la dégradation, l'hypothèse de stationnarité du modèle de dégradation doit être levée et, par conséquence, celle du modèle de maintenance également ce qui conduit à des structures de politique non stationnaires et non markoviennes, encore peu étudiées. Ce problème, riche de nombreuses applications potentielles, reste encore largement ouvert et offre de nombreuses perspectives de recherche. Il semblerait que l'obtention d'un modèle complètement analytique soit difficilement envisageable et que la solution passe, en partie au moins, par des techniques de simulation. L'objectif des travaux présentés dans ce mémoire est de mettre en évidence l'impact des erreurs de mesures ou de diagnostic sur les décisions relatives à la maintenance et de proposer des outils qui permettent de les intégrer dans le processus d'optimisation.

## *Objectifs des travaux*

---

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté le contexte général de cette thèse et les travaux existants pour la modélisation de la maintenance.

Dans ce chapitre nous proposons :

- de résumer les principales propriétés et limites des modèles de maintenance rencontrés,
- de définir les hypothèses de départ et les choix effectués pour la détermination du champ d’investigation de nos travaux,
- de préciser les grandes lignes et les objectifs que l’on cherchera à atteindre.

### **3.1 Analyse de l’étude bibliographique**

Le sujet auquel nous nous intéressons dans ce mémoire est l’évaluation et l’optimisation de la maintenance. Nous avons vu que les décisions de maintenance sont souvent basées sur le niveau de fonctionnement du système, d’où l’importance de disposer d’un modèle qui rend compte de l’évolution du système. Lors de notre étude bibliographique, nous avons rencontré de nombreux modèles illustrant la diversité des hypothèses qui peuvent être posées sur le système, son mode de défaillance, de dégradation, les exigences et les objectifs de la maintenance à mettre en place ou encore les opérations de maintenance disponibles, etc.

Nous avons proposé la classification des politiques de maintenance suivant les modèles de défaillance qu’elles prennent en considération. Dans chaque classe, nous avons pu mettre en évidence les approches utilisées pour la modélisation de la maintenance ainsi que les structures paramétriques mises en place pour la détermination des règles de décision.

La comparaison des résultats obtenus fait ressortir les points suivants.

- L’évolution de systèmes soumis à une politique de maintenance est souvent modélisée par des modèles markoviens et semi-markoviens.
- Lorsque l’évolution du système peut être décrite par un processus stochastique, la construction de la politique de maintenance peut se ramener à la caractérisation d’une structure paramétrique de maintenance. Si la seule information disponible sur le système est sa durée de vie, une politique de maintenance basée sur la durée de fonctionnement maximale (type âge) est particulièrement bien adaptée. Par contre, si le niveau de dégradation peut être modélisé, une

structure de maintenance conditionnelle de type limite de contrôle permettra l'optimisation du critère de performance choisi.

- Lorsque le taux de défaillance du système est croissant, la mise en place d'une politique de maintenance à inspections non périodiques permet d'améliorer les performances de la politique de maintenance comparée à une stratégie d'inspections périodiques.
- Le critère de performance le plus fréquemment rencontré dans la littérature est le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps.
- Nous avons pu constater que les modèles utilisés comme outils d'aide à la décision pour la maintenance sont essentiellement basés sur l'hypothèse peu réaliste que le système évolue dans un environnement statique ou du moins évolue dans un environnement qui n'impacte pas sa dégradation, malgré le fait que dans le domaine de la fiabilité de nombreux modèles permettant l'introduction d'un environnement stressant aient été développés.

## 3.2 Limites du cadre de l'étude

Nous avons choisi de développer nos travaux de recherche sur la modélisation et l'évaluation de politiques de maintenance pour des systèmes à dégradation graduelle évoluant dans un environnement aléatoire stressant. Nous proposons différents modes de défaillance permettant l'intégration du stress et construisons des politiques de maintenance stationnaires, ne prenant en compte que la connaissance a priori du stress, et adaptatives, permettant d'intégrer l'information disponible en ligne sur le stress. Dans ce dernier cas, le choix d'une opération de maintenance se base non seulement sur la connaissance de l'état courant du système mais également sur la connaissance de l'état de l'environnement. Cette approche offre a priori l'avantage de constituer une bonne solution dans l'optique d'optimiser le ratio maintenance préventive/corrective. On va chercher à appuyer les décisions de maintenance sur des quantités techniquement observables et faciles à analyser (niveau de dégradation, taux d'usure, température, amplitude de vibrations ou viscosité d'un fluide, ...) plutôt que sur des quantités abstraites (paramètres des lois de durée de vie, etc.). On suppose que l'état du système; observable, au moins partiellement ou indirectement, par des inspections, peut être résumé par une variable de dégradation et une variable de stress (représentant l'environnement). On s'intéresse principalement à des systèmes pour lesquels on dispose d'un modèle stochastique de dégradation continue et d'un modèle stochastique pour l'évolution de l'environnement ou au moins comme indicateur de l'évolution de l'environnement.

## 3.3 Objectifs des travaux

Le premier objectif de ces travaux est la construction de modèles de défaillance permettant la prise en compte non seulement de la dégradation du système mais également de l'environnement aléatoire stressant dans lequel il évolue. Le second objectif porte sur la modélisation et l'évaluation de politiques de maintenance afin

d'optimiser les décisions de maintenance durant la phase d'exploitation du système considéré. Ces politiques devront être élaborées de façon à rester à la fois suffisamment simples à implanter pour être utilisables dans un contexte opérationnel et suffisamment complexes pour rendre compte de la réalité des pratiques de maintenance.

Dans un premier temps, notre travail portera sur la construction, l'évaluation et la caractérisation d'un modèle de défaillance pour un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant. Le modèle de défaillance est expliqué par deux processus, un processus de dégradation et un processus de stress. Ces deux processus interagissent entre eux dans le sens où le stress peut être une cause directe de défaillance et, réciproquement, la défaillance du système induit des changements dans l'évolution du stress. Nous proposerons et évaluerons alors une politique de maintenance basée conjointement sur la surveillance du stress et du niveau de dégradation. Afin d'évaluer la pertinence de la politique de maintenance proposée, nous la comparerons à des politiques déjà existantes.

Dans un second temps, on cherchera à étendre le modèle de défaillance par l'introduction de dépendances mutuelles entre le processus de dégradation et le processus de stress. On proposera alors un modèle de dégradation non stationnaire évoluant en fonction des niveaux de stress. On cherchera alors à analyser les performances de la structure de maintenance proposée suivant plusieurs modélisations de l'effet du stress sur la dégradation. Des propositions d'amélioration de la structure en seront dégagées.

Tout au long de cette étude, nous nous efforcerons, d'une part, de construire des modèles analytiques pour l'évaluation des politiques proposées lorsque cela est possible et, d'autre part, de caractériser et d'analyser les comportements des paramètres de décision afin de déterminer les modèles de maintenance les plus appropriés aux problématiques soulevées.



*Deuxième partie*

# Prise en compte de l'environnement aléatoire stressant pour l'optimisation de la maintenance



# *Construction du modèle de défaillance*

---

## 4.1 Objectifs

L'objectif principal de ce chapitre est la construction et la caractérisation d'un modèle de défaillance pour un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant. La dégradation graduelle peut être assimilée à un processus de vieillissement croissant au cours du temps. Ce phénomène est généralement soumis à de nombreux aléas. Une approche classique pour le modéliser est l'utilisation d'un processus stochastique. La défaillance associée à un tel processus est généralement associée à un niveau limite. De plus, l'environnement du système peut avoir un impact sur son mode de défaillance. Une défaillance peut conduire à des changements dans les conditions environnementales. Le but de notre étude est de prendre en compte l'influence du stress sur le processus de défaillance du système et réciproquement. Dans la première partie de cette thèse, nous avons vu l'importance de disposer d'un modèle qui rende compte correctement du comportement aléatoire du système afin de pouvoir optimiser sa politique de maintenance.

Ce chapitre est organisé comme suit. Dans la section 4.2, le mécanisme de défaillance sera décrit et sa modélisation sera présentée dans la section 4.3. Une illustration de ce mécanisme de défaillance sera introduite dans la section 4.4. La section 4.5 sera consacrée à l'évaluation des caractéristiques fiabilistes du système. Dans la section 4.6, une estimation des différents paramètres nécessaires à la modélisation du processus de dégradation et du processus de stress est proposée. Enfin, dans la section 4.7, on présentera des conclusions issues de cette étude.

## 4.2 Description du mécanisme de défaillance

On considère un système se dégradant continuellement. Cette dégradation peut résulter par exemple d'une fatigue, d'une usure progressive d'une pièce mécanique, de l'érosion graduelle d'un matériau, etc. On suppose que le niveau de dégradation du système est mesurable. Par ailleurs, on suppose que le système est soumis à un stress qui peut être externe au système (température, humidité, etc.) ou une conséquence directe de son mode de fonctionnement (vibrations internes, température interne, etc.). Le mécanisme de défaillance d'un tel système peut s'expliquer

par deux processus différents. Le premier processus résulte d'un niveau excessif de dégradation cumulée qui entraîne alors soit un arrêt complet du système, soit un niveau de performance non acceptable. Le second processus est assimilable à un processus de type "choc" caractérisé par un événement, un stress, dont l'occurrence entraîne la perte immédiate de la fonction principale du système.

L'environnement aléatoire stressant est non seulement une cause de défaillance mais il peut aussi être considéré comme un indicateur de défaillance. Par exemple, l'augmentation de l'amplitude des vibrations internes d'un roulement à bille peut être liée à la présence d'éclats pouvant bloquer ce dernier. On considère que deux quantités mesurables sont disponibles, le niveau de dégradation  $X(t)$  (taille d'une fissure par exemple) et l'évolution de la variable d'environnement, appelée par la suite variable de stress,  $Y(t)$  (évolution de la température par exemple). Ces variables nous permettent de connaître, complètement ou en partie, l'état du système. On note  $Z(t)$  le niveau de fonctionnement du système,  $Z(t)$  valant 0 s'il fonctionne et 1 sinon.

## 4.3 Modélisation du mécanisme de défaillance

### 4.3.1 Hypothèses sur la dégradation

Le premier processus de défaillance résulte d'un niveau de dégradation excessif. Le niveau de dégradation croissant d'un système non maintenu peut être résumé par une variable  $X_k$  et son évolution peut être décrite par un processus stochastique  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  sur un temps discret infini.  $t_k = k\Delta t$ ,  $\Delta t$  étant un intervalle de temps élémentaire qui peut être arbitrairement choisi par l'utilisateur ou imposé par le problème de maintenance considéré. Par la suite, on fixera  $\Delta t$  à 1.  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  part de 0 à l'état neuf, est strictement croissant et à incréments positifs et indépendants (cf. figure 4.1). Les incréments de dégradation sur un intervalle de temps élémentaire sont supposés être des variables aléatoires, notées  $\Delta X_{(k-1,k)}$ , indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi exponentielle de paramètre  $\alpha$  :

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha x} \quad (4.1)$$

Le choix d'une telle modélisation est motivé par le fait que ce modèle est généralement bien adapté à la modélisation de l'usure, la fatigue, la propagation de fissures, la corrosion, etc., lorsque peu d'information sur le processus de dégradation est disponible [16].

Cependant l'utilisation de ce processus repose sur des hypothèses assez strictes mais assez naturelles :

- l'interchangeabilité des incréments de dégradation qui est une notion plus générale que l'hypothèse usuelle d'indépendance des incréments. L'ordre des incréments n'importe pas mais leur somme est la caractéristique de dégradation importante ;

- l'isotropie de la dégradation qui correspond à ne considérer le phénomène de dégradation que par ses caractéristiques moyennes de dégradation, ce qui signifie, en d'autres termes, que toute combinaison de quantité élémentaire de dégradation amenant à une même moyenne a la même importance pour la décision de maintenance.

Ces hypothèses entraînent plusieurs propriétés sur le modèle de dégradation :

- l'interchangeabilité des incréments entraîne leur indépendance mutuelle, le processus de dégradation est un processus à perte de mémoire, la dégradation à un instant donné ne dépend alors que du niveau de dégradation à l'instant précédent et de l'intervalle de temps entre ces deux instants. Le processus  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  a des propriétés markoviennes ;
- la distribution de la dégradation est infiniment divisible : l'incrément de dégradation sur un horizon de temps ne dépend que de la longueur de cet intervalle de temps [84, 85].

### 4.3.2 Processus de défaillance liée au niveau de dégradation

On considère que le système est défaillant, c'est-à-dire n'est plus en mesure de répondre aux exigences de l'utilisateur, dès que son niveau de dégradation est supérieur à un certain seuil  $L$  donné (cf. figure 4.1). On suppose que cette défaillance n'est pas auto-décelable mais nécessite une intervention spécifique pour l'identifier. Nombre de systèmes industriels ou de structures, notamment en génie civil, vérifient une telle hypothèse. Par exemple, dans le cas d'un pont ou d'une digue [106], la défaillance sera déclarée dès qu'une inspection révélera qu'il n'est plus en mesure de soutenir sa charge, l'effondrement de la structure ne sera pas attendu pour déclarer la défaillance. Le seuil  $L$  peut alors être vu comme un niveau de dégradation qui ne doit pas être dépassé pour des raisons de sécurité ou des raisons économiques. Une inspection est nécessaire pour détecter si le niveau de dégradation a atteint ce seuil ou non.

### 4.3.3 Hypothèses sur le stress environnant

Le système évolue dans un environnement aléatoire stressant. On considère que le processus de stress est assimilable à un phénomène vibratoire caractérisé principalement par son amplitude. L'évolution dans le temps du processus de stress est alors modélisé par le processus stochastique  $(Y_k)_{k \in \mathbb{N}}$  où  $Y_k$  est l'intensité du stress mesuré à l'instant  $t_k$ . Dans les conditions nominales d'utilisation du système, on assimile l'intensité du stress à des bruits mutuellement indépendants et identiquement distribués suivant une loi normale de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$  données. Le processus  $(Y_k)_{k \in \mathbb{N}}$  est ainsi un processus gaussien pour lequel la densité de probabilité est :

$$g(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-m}{\sigma}\right)^2} \quad (4.2)$$

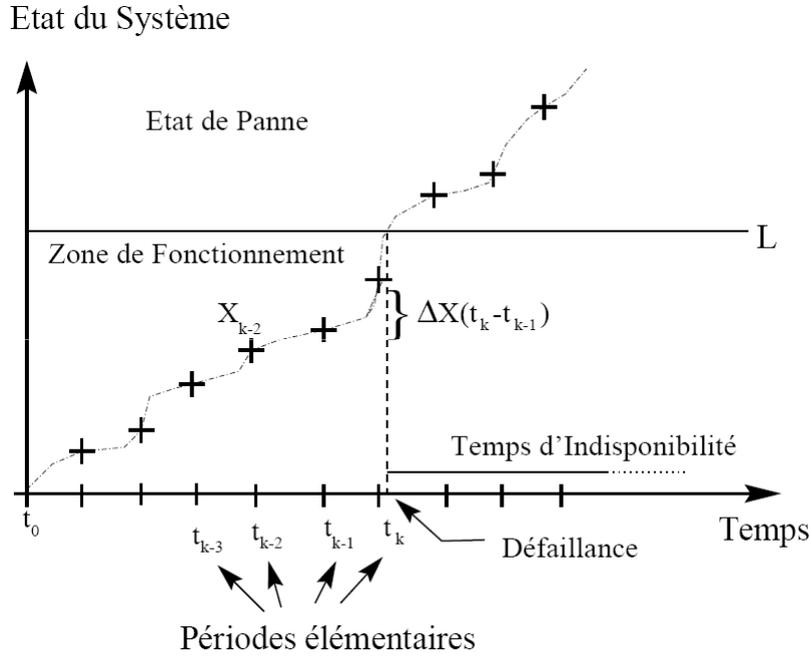


FIG. 4.1. Schéma du processus de dégradation du système (sans maintenance)

#### 4.3.4 Processus de défaillance liée au stress

Le deuxième mécanisme de défaillance est un processus de défaillance de type choc liée au stress. A tout instant  $t_k$ , une défaillance peut survenir avec une probabilité donnée  $1 - q$  dépendant de l'intensité du stress  $Y_k$ . Sous ces hypothèses, l'occurrence de la défaillance est décrite par une variable de type choc pour laquelle la probabilité conditionnelle d'occurrence s'écrit :

$$\mathbb{P}(T_f = t_k \mid Y_i, \forall i \leq k) = \prod_{i=1}^{k-1} q(Y_i)(1 - q(Y_k)) \quad (4.3)$$

où  $T_f$  est la date de défaillance.

Caractériser l'impact du stress sur le système en chaque valeur de  $Y_k$  reste extrêmement difficile en pratique. Nous proposons ici de ne considérer que deux niveaux pour le stress avec un niveau nominal pour lequel le stress n'a pas ou peu d'impact sur l'état de fonctionnement du système et un niveau stressé pour lequel l'impact de ce dernier est mesurable. Il faut alors déterminer un seuil  $\lambda$  pour scinder l'espace des valeurs de l'intensité du stress  $Y_k$  ;  $\{Y_k, Y_k < \lambda\}_{k \in \mathbb{N}}$  représente le niveau de stress nominal et  $\{Y_k, Y_k \geq \lambda\}_{k \in \mathbb{N}}$  le niveau stressé. On introduit  $F_A$  le facteur d'accélération associé au stress. La valeur de  $F_A$  est comprise entre 0 et 1 et la probabilité de défaillance liée au stress sachant que le système est stressé augmente lorsque  $F_A$

diminue. Bien que l'estimation des quantités  $\lambda$  et  $F_A$  soient discutées ultérieurement (cf. section 4.6), on souligne ici brièvement la possibilité de baser ces estimations sur le jugement d'expert ou la mise en place de méthodes classiques d'estimation de durée de vie accélérée [78].

Par ailleurs, on considère que la sensibilité du système au stress varie avec l'âge et l'usure du système [98, 111]; la probabilité de défaillance liée au stress est alors fonction du niveau de dégradation courant  $X_k$  et du temps  $t_k$ . La probabilité conditionnelle de défaillance liée au stress sachant le niveau de dégradation et l'intensité de ce stress pour un système non maintenu est donnée par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P(Z_k = 1 | X_k = x < L, Y_k < \lambda) = 1 - e^{-ax - bt_k} \\ P(Z_k = 1 | X_k = x < L, Y_k \geq \lambda) = 1 - F_A \cdot e^{-ax - bt_k} \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $a$  est un paramètre d'échelle positif et  $b$  représente la sensibilité au stress. La probabilité de défaillance liée au choc augmente proportionnellement avec la valeur du paramètre d'échelle et de la sensibilité au stress.

### 4.3.5 Impact de l'état du système sur le phénomène à l'origine du stress

Le phénomène à l'origine du stress est non seulement une cause de défaillance mais également un indicateur de défaillance. On suppose que la défaillance du système, peu importe sa cause, choc ou niveau de dégradation trop important, provoque une augmentation, en moyenne constante, de l'intensité du stress (cf. figure 4.2). Dans le cas d'une défaillance, un coefficient de dérive  $\mu$  est introduit dans le processus du stress. Le processus  $(Y_k)_{k \in \mathbb{N}}$  suit alors, après une défaillance, un processus du type mouvement brownien généralisé [89] que l'on considèrera discret dans le temps. Les variations du stress sur un intervalle de temps élémentaire sont supposées être des variables aléatoires, notées  $\Delta Y_{(k-1,k)}$ , indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi normale de moyenne  $m + \mu t_{Tdef}$  et de variance  $\sigma^2$  :

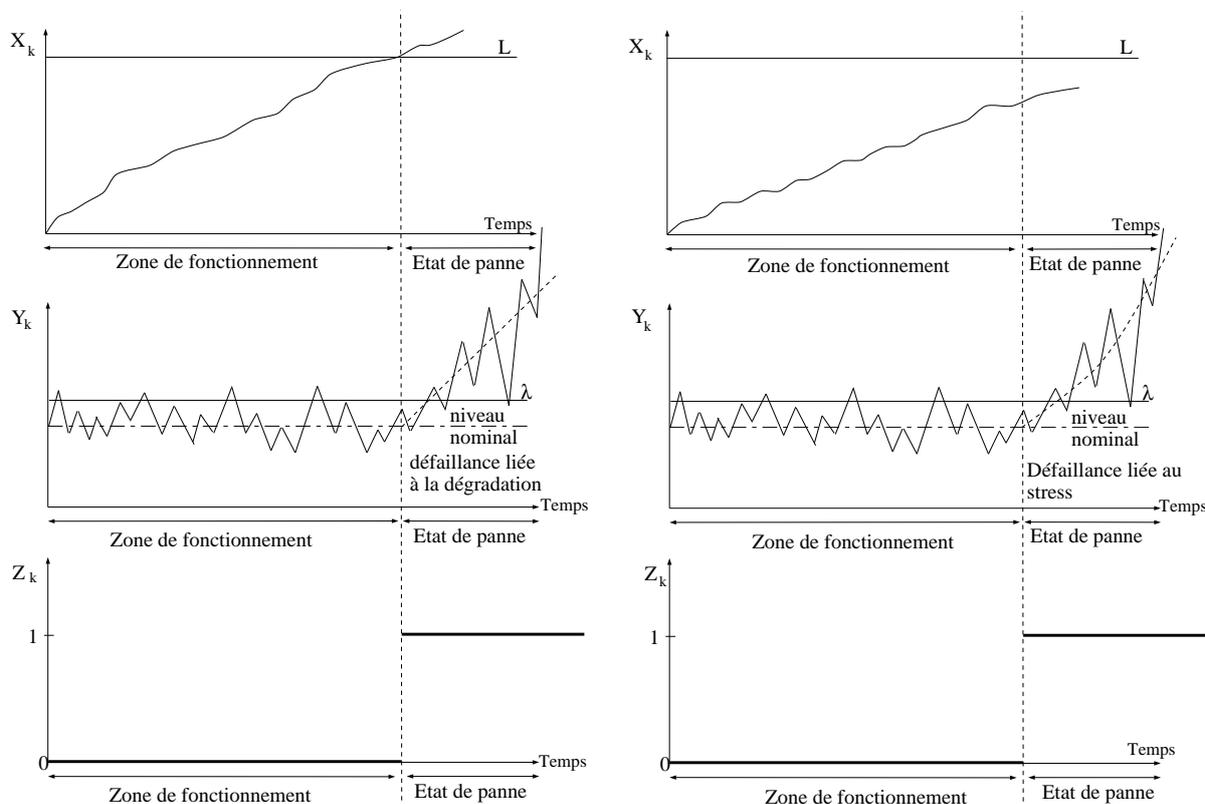
$$h(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y - m - \mu t_{Tdef}}{\sigma} \right)^2} \quad (4.5)$$

où  $t_{Tdef}$  représente la longueur de l'intervalle de temps depuis la défaillance.

Les deux modes de défaillance décrits précédemment, niveau excessif de dégradation ou choc, ainsi que l'évolution du processus du stress (avant et après défaillance) et du processus de dégradation sont illustrés figures 4.2.

Dans les figures 4.2, on observe que pour un système en fonctionnement, le stress varie autour d'un niveau nominal et le niveau de dégradation augmente progressivement. Dans la figure 4.2(a), une défaillance survient suite à un dépassement de seuil,  $X_k > L$ , ce qui entraîne l'augmentation de l'intensité du stress. Dans la figure 4.2(b), la défaillance est liée à un choc, le niveau de dégradation n'ayant pas encore atteint

le seuil  $L$ . On constate que l'occurrence d'une défaillance provoque un accroissement du stress.



(a) Défaillance liée à l'usure : défaillance si  $X_k > L$

(b) Défaillance liée au choc

**FIG. 4.2.** Illustration de l'évolution du processus de dégradation du système et du processus de stress sans maintenance

## 4.4 Illustration de la modélisation

Nous proposons ici de décrire la mise en place du modèle de dégradation sur un système industriel existant : les galets du système de guidage d'un tramway sur pneumatiques [55]. Cet exemple nous permet de venir justifier les différentes hypothèses énoncées précédemment.

### Description du système

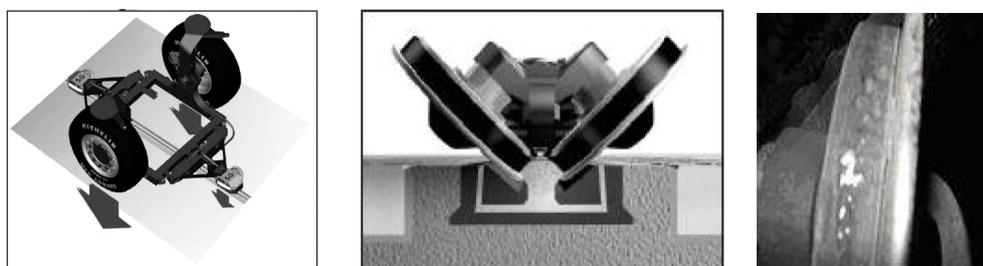
Chaque essieu supporte deux roues pneumatiques et un système de guidage sur rail central composé de deux couples galets (avant et arrière) qui enserrant le rail en V (cf. figures 4.3(a) et 4.3(b)). Pour limiter les nuisances sonores, les galets sont recouverts d'un bandage composite susceptible à l'apparition d'usures (écaillage,

trous, éclatement, ...) (cf. 4.3(c)) causées par l'existence de cailloux, pièces métalliques sur le rail, fréquence de roulement et de freinage (normal ou brusque). L'usure du bandage induit un changement dans le comportement du système de guidage qui génère ainsi des vibrations indésirables et peut entraîner d'autres complications au niveau du système de roulement.

### Description des processus de défaillance

Nous considérons uniquement les défaillances liées à l'écaillage et aux vibrations, le problème dans ce cas résulte dans la difficulté à inspecter les galets pour détecter et mesurer l'écaillage. Ce dernier ne peut être mesuré que lors d'inspections. Périodiquement, les tramway sont examinés au-dessus d'une fosse. La mesure d'une autre covariable permet également d'obtenir une information sur l'état du système, c'est le cas de l'amplitude des vibrations. En effet, une augmentation de l'amplitude des vibrations peut être associée à un état dégradé ; une détection d'une dérive dans l'amplitude des vibrations peut alors permettre la détection d'une défaillance. Un accéléromètre fixé sur chaque essieu peut être utilisé pour mesurer l'amplitude des vibrations.

Dans le modèle proposé ci-dessus le processus de dégradation  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  représente la propagation de l'écaillage et le processus  $(Y_k)_{k \in \mathbb{N}}$  l'amplitude des vibrations.



(a) Vue d'ensemble du système de roulement et de guidage (b) Le système de guidage : un couple de galets (c) Bandage usé

**FIG. 4.3.** Illustration des galets du système de guidage d'un tramway sur pneumatiques

## 4.5 Caractéristiques fiabilistes du système non maintenu

L'objectif de cette section est de présenter les différentes caractéristiques fiabilistes du système. La densité de probabilité conjointe de l'état nous permet de déterminer l'influence du temps et du niveau de dégradation. Ensuite, la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance sont développées. Cela nous permet de

mettre en évidence l'impact du processus de stress sur la fiabilité. Enfin, l'effet du facteur d'accélération sur la durée de vie résiduelle du système est souligné.

### 4.5.1 Densité de probabilité conjointe de l'état du système

Nous cherchons à déterminer la densité de probabilité conjointe de l'état d'un système en l'absence de maintenance. Tout d'abord, nous avons calculé la densité de probabilité à chaque instant  $t_k$  d'atteindre un niveau de dégradation  $x$  sachant qu'à l'instant  $t_{k-1}$  aucun choc n'est survenu :

$$f_{X_1}(x) = \alpha e^{-\alpha x} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} f_{X_2}(x) &= \int_0^x \alpha e^{-\alpha y} \underbrace{((1-p).F_A + p)e^{-\alpha y - b}}_{\mathbb{P}(Z_1=0)} \alpha e^{-\alpha(x-y)} dy \\ &= ((1-p).F_A + p)e^{-b} \frac{\alpha^2}{a} e^{-\alpha x} (1 - e^{-ax}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

et ainsi de suite, où  $p = P(Y_k < \lambda) = \Phi(\frac{\lambda - m}{\sigma})$ ,  $\Phi(\cdot)$  est la fonction de répartition de la loi normale. Nous avons constaté que cette densité de probabilité pouvait s'écrire sous une forme générale :

$$f_{X_k}(x) = \frac{\alpha^k e^{-\alpha x}}{\Gamma(k)} \left( \frac{((1-p).F_A + p)(1 - e^{-ax})}{a} \right)^{k-1} e^{-(k-1)(k-2)b/2} \quad (4.8)$$

La densité de probabilité de l'état de marche du système s'exprime alors de la manière suivante :

$$\begin{aligned} f(t_k, x) &= f_{X_k}(x)(F_A(1-p) + p)e^{-ax} \\ &= \frac{\alpha^k e^{-\alpha x} (F_A(1-p) + p)^k e^{-ax} (1 - e^{-ax})^{k-1}}{\Gamma(k) a^{k-1}} e^{-k(k-1)b/2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

La figure 4.4 représente cette densité de probabilité. Cette dernière diminue avec le temps et le niveau de dégradation.

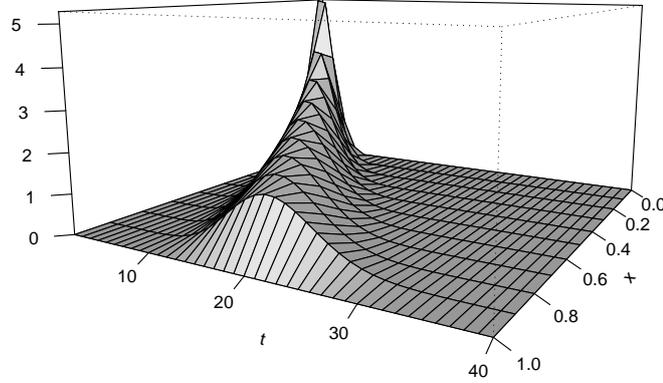
### 4.5.2 Fiabilité

En l'absence de maintenance, la fiabilité du système peut être obtenue directement à l'aide des convolutions successives de la probabilité d'être en état de fonctionnement à chaque instant ;  $X_j < L, \forall j \leq k$  et aucun choc jusqu'à  $t_k$  :

$$\begin{aligned} R(t_k) &= \int_0^L f(t_k, x) dx \\ &= \int_0^L \frac{\alpha^k e^{-\alpha x} (F_A(1-p) + p)^k e^{-ax} (1 - e^{-ax})^{k-1}}{\Gamma(k) a^{k-1}} e^{-k(k-1)b/2} dx \end{aligned} \quad (4.10)$$

où :

- $((1-p).F_A + p)^{k-1} \frac{(1-e^{-ax})^{k-1}}{a^{k-1}}$  est la résultante des probabilités de non choc pour les  $(k-1)$  premières périodes.
- $((1-p).F_A + p)e^{-ax}$  est la résultante de la probabilité de non choc à  $k$ .
- $\frac{\alpha^k}{(k-1)!} e^{-\alpha x}$  est la résultante de la loi de dégradation cumulée  $\Delta X_{(i,i+k)}$  entre deux instants  $t_i$  et  $t_{i+k}$  (qui correspond dans ce cas à une loi  $k$ -Erlang( $\alpha$ )).



**FIG. 4.4.** Densité de probabilité pour  $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $F_A = 0.96$

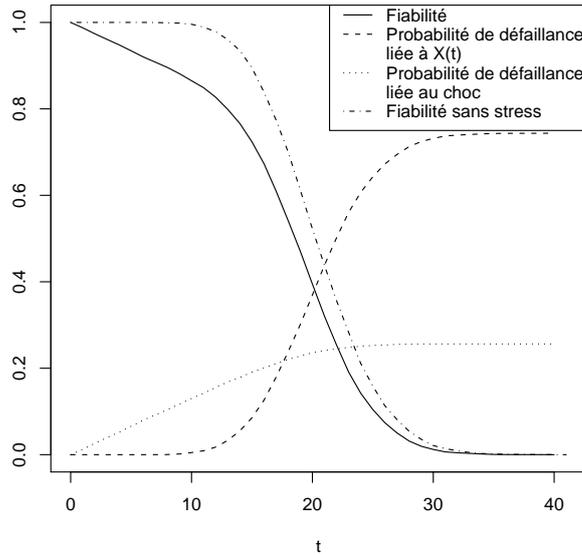
La probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation correspond à la probabilité qu'à un instant  $t_j$  ( $\forall j \in [0, k]$ ) le niveau de dégradation soit supérieur à  $L$  sachant qu'il était inférieur à  $t_{j-1}$  et qu'aucun choc ne soit survenu jusqu'à  $t_k$ . Cette probabilité se déduit de l'équation (4.8) :

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{P}(X_k \geq L | Z_i = 0, \forall i < k, X_0 = 0) = \\
 & \quad \mathbb{P}(X_i \geq L, \forall i \in [1, k] | Z_i = 0, \dots, Z_1 = 0, X_0 = 0, \dots, X_{i-1} < L) \\
 & = e^{-L\alpha} \sum_{i=1}^k \int_0^L \mathbb{P}(X_i = x | Z_{i-1} = 0, \dots, Z_1 = 0, X_0 = 0) dx \\
 & = e^{-L\alpha} \sum_{i=1}^{k-1} ((1-p).F_A + p)^i \prod_{j=1}^i e^{-bj} \int_0^L \frac{\alpha^i}{(i-1)!} \frac{(1-e^{-ax})^{i-1}}{a^{i-1}} e^{-\alpha x} dx \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

La probabilité de défaillance liée à un choc se déduit facilement de la fiabilité et de la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation :

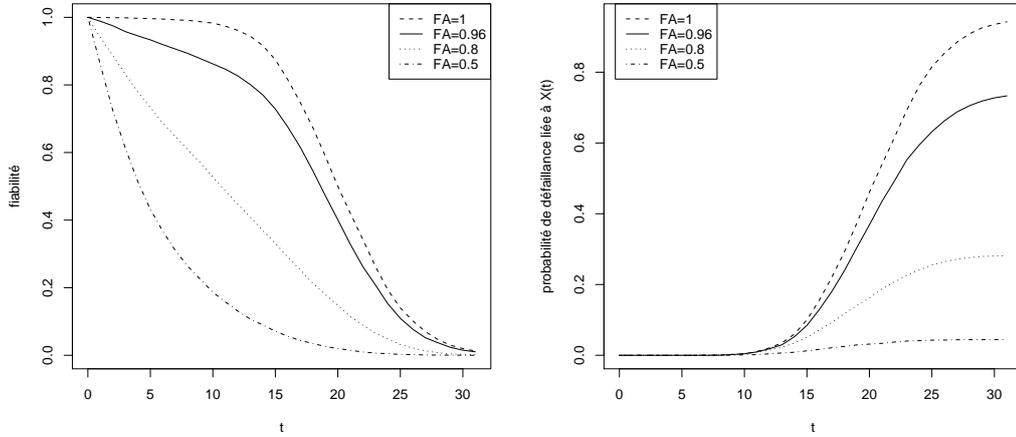
$$\mathbb{P}(Z_k = 1, X_k < L | Z_{k-1} = 0) = 1 - R(t_k) - \mathbb{P}(X_k > L | Z_{k-1} = 0) \quad (4.12)$$

Les courbes de la figure 4.5 représentent la fiabilité (cf. équation (4.10)), et les probabilités de défaillance associées dues aux différents modes de défaillance (choc et niveau de dégradation excessif) et la fiabilité du système sans stress (avec une probabilité de défaillance dû au stress égale à 0). Cette figure permet d'illustrer l'impact du processus de défaillance liée au stress sur la fiabilité du système. Lorsque le système évolue dans un environnement stressant pouvant entraîner des défaillances de type "choc", sa défaillance diminue comparée à celle d'un système non stressé.

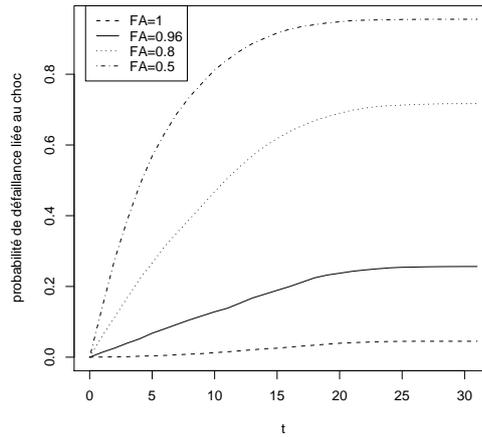


**FIG. 4.5.** Fiabilité sans stress, fiabilité et probabilités de défaillance due à un niveau excessif de dégradation ou à un choc pour  $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $b = 0.01$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ ,  $F_A = 0.96$

L'impact des différentes caractéristiques du système sur la fiabilité et des différentes probabilités de défaillance est illustré dans les figures 4.6 à 4.9. On constate sur la figure 4.6 que plus le facteur d'accélération diminue, plus la probabilité de défaillance liée au stress augmente entraînant une diminution de la fiabilité. La probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation n'est pas impactée par  $F_A$ , par contre les quatre courbes ne se superposent pas car l'impact de  $F_A$  sur la probabilité de défaillance liée au choc entraîne un changement dans les proportions de défaillance liée aux deux modes.



(a) Evolution de la fiabilité en fonction de  $F_A$  (b) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation en fonction de  $F_A$

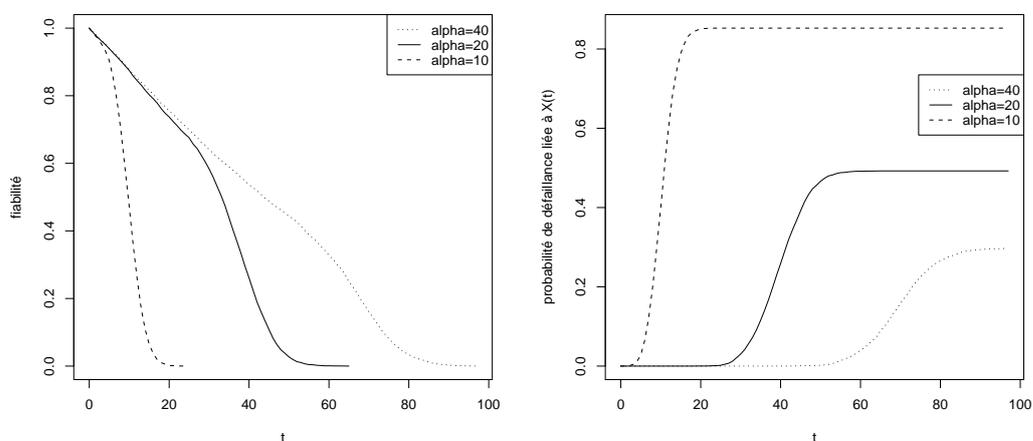


(c) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un choc en fonction de  $F_A$

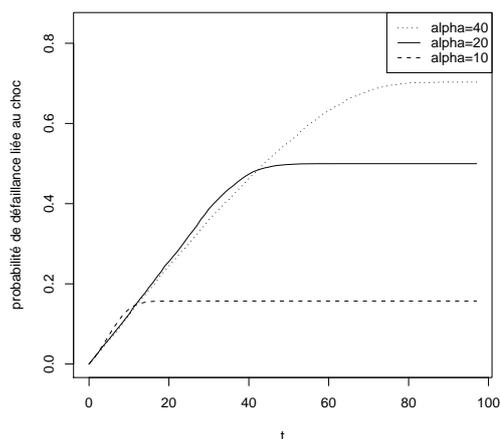
**FIG. 4.6.** Effet de  $F_A$  sur la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance ( $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $b = 0.01$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ )

Un changement de la valeur du paramètre,  $\alpha$ , de la loi exponentielle qui modélise les incréments de dégradation, a un impact aussi bien sur la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation que sur la défaillance liée au choc. En effet, la vitesse de dégradation du système est directement liée à ce paramètre, l'accroissement moyen de dégradation par unité de temps, sur une période élémentaire, est constant et vaut  $\mathbb{E}(\Delta X) = 1/\alpha$ . En l'absence de stress, le produit  $\alpha L$  caractérise le temps moyen de fonctionnement du système. Lorsque  $\alpha$  diminue, les

accroissements élémentaires de dégradation augmentent et le système atteint alors plus rapidement le seuil de défaillance. Par ailleurs, la probabilité de défaillance liée au stress est fonction de l'état courant du système (cf. équation (4.4)), la probabilité de défaillance liée à un choc augmente avec le niveau de dégradation. Ceci est visible sur la figure 4.7(c), jusqu'à  $t = 18$  (date à laquelle la fiabilité du système devient nulle), la probabilité de défaillance liée au choc lorsque  $\alpha = 10$  est supérieure à celle pour  $\alpha = 20$  qui est elle-même supérieure au cas où  $\alpha = 40$  tant que sa fiabilité ne s'annule pas.



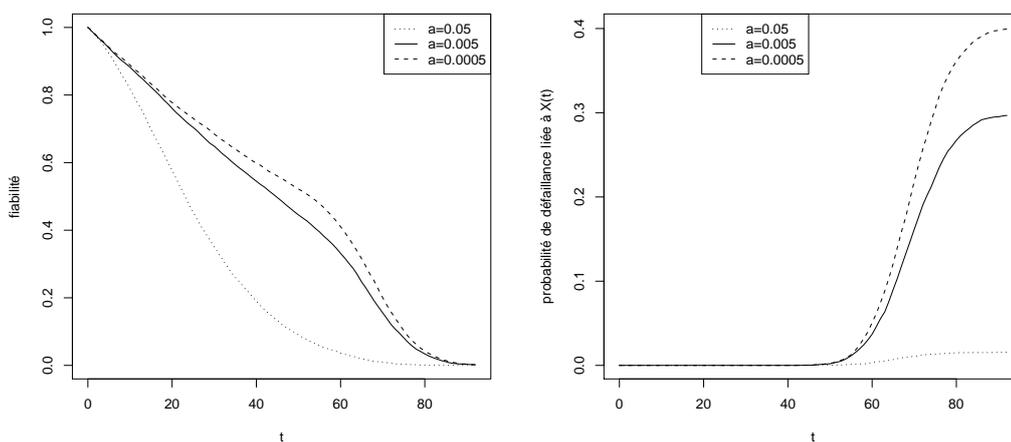
(a) Evolution de la fiabilité en fonction de  $\alpha$  (b) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation en fonction de  $\alpha$



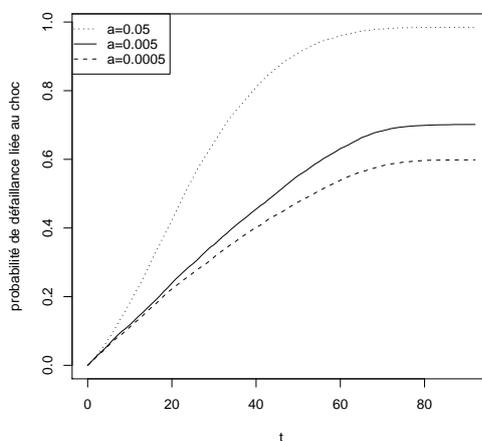
(c) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un choc en fonction de  $\alpha$

**FIG. 4.7.** Effet de  $\alpha$  sur la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance ( $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $b = 0.01$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ ,  $F_A = 0.96$ )

Le paramètre  $a$  impacte uniquement la probabilité de défaillance liée au choc (cf. équation (4.4)).



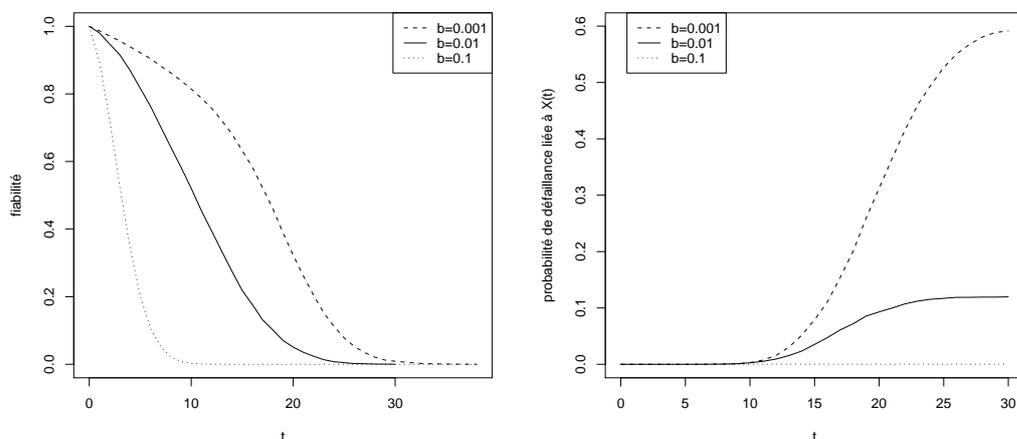
(a) Evolution de la fiabilité en fonction de  $a$  (b) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation en fonction de  $a$



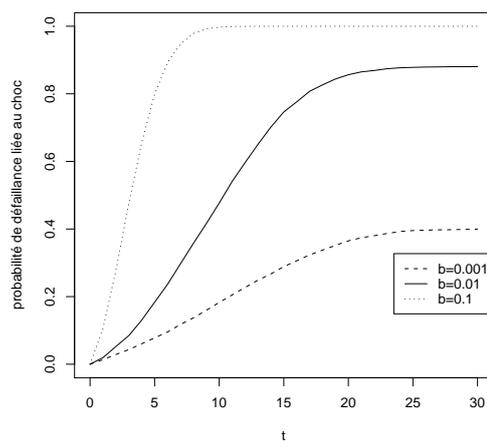
(c) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un choc en fonction de  $a$

**FIG. 4.8.** Effet de  $a$  sur la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance ( $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $b = 0.01$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ ,  $F_A = 0.96$ )

Le paramètre  $b$  impacte également uniquement la probabilité de défaillance liée au choc (cf. équation (4.4)). Lorsque la sensibilité du système au stress augmente, la probabilité de défaillance liée au choc augmente proportionnellement.



(a) Evolution de la fiabilité en fonction de  $b$  (b) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation en fonction de  $b$



(c) Evolution de la probabilité de défaillance liée à un choc en fonction de  $b$

**FIG. 4.9.** Effet de  $b$  sur la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance ( $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ ,  $F_A = 0.96$ )

### 4.5.3 Durées de vie

Le temps moyen à la défaillance (MTTF) du système est donné par :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (4.13)$$

Mais vu que nous nous trouvons dans le cas discret, le MTTF s'exprime ainsi :

$$MTTF = \sum_{i=0}^{\infty} R(t_i) \cdot \Delta t \quad (4.14)$$

Pour l'exemple pris ci-dessus ( $\alpha = 20$ ,  $L = 1$ ,  $a = 0.005$ ,  $b = 0.01$ ,  $m = 10$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\mu = 0.22$ ,  $\lambda = 10.5$ ,  $F_A = 0.96$ ) le temps moyen à la défaillance est de 18.2 périodes de temps.

La durée de vie résiduelle du système lorsqu'il a atteint un niveau de dégradation  $x$  s'obtient de la manière suivante :

$$MRL(x) = \int_0^{\infty} R(u|x) du \quad (4.15)$$

Et à cause de la discrétisation dans le temps, elle est donnée par :

$$MRL(x) = \sum_{i=0}^{\infty} R(t_i|x) \cdot \Delta t \quad (4.16)$$

La figure 4.10 illustre l'impact du facteur d'accélération  $F_A$  sur la durée de vie résiduelle (MRL). On constate que la durée de vie résiduelle diminue lorsque le facteur d'accélération décroît. Ceci se traduit par le fait que le facteur d'accélération a un impact direct sur la probabilité de défaillance liée au stress, la probabilité de défaillance liée au stress augmente lorsque ce dernier diminue. On remarque également que la durée de vie résiduelle du système tend vers une droite lorsque le facteur d'accélération augmente, ceci est lié au fait qu'en l'absence d'environnement stressant, c'est-à-dire si l'on considère que les défaillances sont uniquement liées à un niveau excessif de dégradation, la durée de vie résiduelle est linéaire (étant données les hypothèses de linéarité en moyenne du processus de dégradation).

## 4.6 Estimation des caractéristiques du système

Dans cette partie nous proposons des méthodes permettant l'estimation des caractéristiques du système  $\theta = (a, b, F_A, \alpha, m, \mu, \sigma, \lambda, L)$ .

### 4.6.1 Évaluation des paramètres de dégradation

#### Estimation de $\alpha$

Le processus de dégradation est modélisé par une loi exponentielle de paramètre  $\alpha$  qui peut être estimé à partir de données de dégradation par la méthode du maximum de vraisemblance [73].

La vraisemblance de la loi exponentielle s'écrit :

$$L(x, \alpha) = \prod_{i=1}^n \alpha e^{-\alpha x_i} \quad (4.17)$$

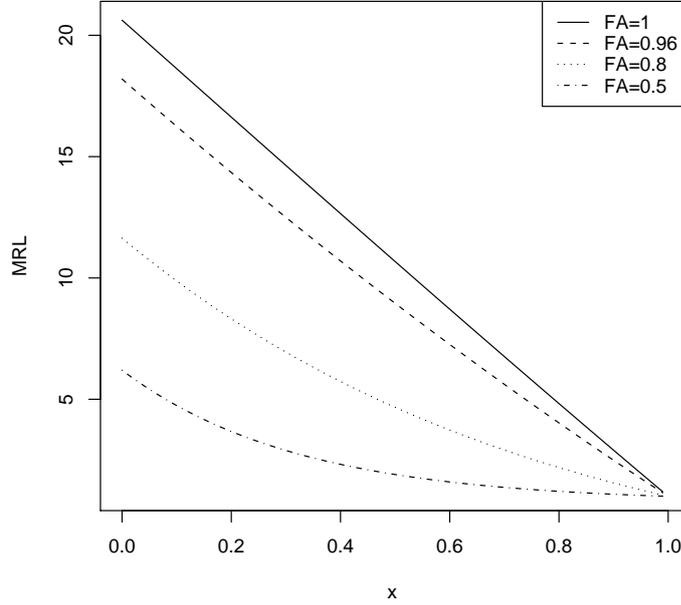


FIG. 4.10. MRL Mean Residual Life en fonction du niveau de dégradation

La vraisemblance étant positive on considère son logarithme népérien :

$$\log(L(x, \alpha)) = n \log(\alpha) - \alpha \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.18)$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance est obtenu en résolvant la dérivée première :

$$\frac{\partial \log(L(x, \alpha))}{\partial \alpha} = 0 \quad (4.19)$$

$$\frac{n}{\alpha} - \sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad (4.20)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (4.21)$$

L'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance présente plusieurs avantages ; deux propriétés attrayantes majeures sont sa convergence et sa normalité asymptotique. De plus, une des qualités les plus appréciables de cet estimateur est son évaluation : les estimateurs aussi bien que les écarts types estimés peuvent généralement être calculés de manière directe grâce à cette méthode. Une cinquième propriété souhaitable de cet estimateur est l'invariance, terme par lequel nous signifions l'invariance à la reparamétrisation du modèle. Mais les propriétés du maximum de

vraisemblance ne sont pas toutes enviables. Une caractéristique indésirable majeure concerne la dépendance aux hypothèses explicites de distribution des aléas. L'autre inconvénient majeur du maximum de vraisemblance est que ses propriétés avec des échantillons finis peuvent être très différentes de ses propriétés asymptotiques. Bien qu'elles soient convergentes, les estimations des paramètres par maximum de vraisemblance sont typiquement biaisées.

### Estimation de $L$

La détermination du seuil de défaillance  $L$  repose sur un niveau d'expertise et des données de production liées aux pannes ou non conformités (par exemple si l'on considère que le seuil de défaillance  $L$  représente le niveau minimal de performance du système pour obtenir des systèmes conformes aux exigences). Dans le cadre de la sûreté,  $L$  est une tolérance qui peut être imposée directement par une réglementation, par exemple, un seuil d'usure pour des pneus ou des plaquettes de freins. Par ailleurs, une estimation de  $L$  pourrait être obtenue par une estimation par intervalles [92] qui permet de fournir un intervalle dans lequel se trouve le seuil de défaillance :  $X_k < L < X_{k+1}$  pour un intervalle de confiance donné.

## 4.6.2 Évaluation des paramètres du processus de stress

### Estimation de $m$ et $\sigma$

A partir d'un échantillon de taille  $n$ , les paramètres de la loi normale  $m$  et  $\sigma$  peuvent facilement être obtenus de la manière suivante :

$$\hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (4.22)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{m})^2} \quad (4.23)$$

$y_i$  étant la valeur de la mesure  $i$  décrivant le stress relevé à l'instant  $t_i$ .

### Estimation de $\mu$

Lorsque le système est défaillant, le processus de stress suit un processus gaussien de moyenne  $\mu t_{Def} + m$  et de variation  $\sigma$ . Les grandeurs  $m$  et  $\sigma$  correspondent aux paramètres du processus gaussien dans le cas d'un système non défaillant, ils sont estimés à partir de données de retour d'expérience de systèmes en fonctionnement. Il reste alors à estimer  $\mu$ , la dérive qui apparaît suite à une défaillance, son estimation peut être obtenue grâce à la méthode du maximum de vraisemblance de la manière

suivante :

$$f(y_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_k - m - \mu t_{Tdef}}{\sigma}\right)^2} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} L(y; m; \mu; \sigma) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - m - \mu t_{Tdef_i}}{\sigma}\right)^2} \\ &= \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - m - \mu t_{Tdef_i})^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\log(L(y; m; \mu; \sigma)) = -n \log(\sigma) - \frac{n}{2} \log(2\pi) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - m - \mu t_{Tdef_i})^2 \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \log(L(y; m; \mu; \sigma))}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n t_{Tdef_i} (y_i - m - \mu t_{Tdef_i}) \quad (4.27)$$

cette dérivée s'annule alors pour :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - \hat{m}}{t_{Tdef_i}} \right) \quad (4.28)$$

### Estimation de $\lambda$

Le seuil de stress  $\lambda$  pourrait être estimé par des tests de vie accélérée. La contrainte serait alors appliquée par paliers ("step-stress"), le but étant d'identifier les zones dans lesquelles on observe des comportements similaires. Le jugement d'expert peut aussi être intégré pour déterminer ce seuil.

### Estimation de $F_A$

Le facteur d'accélération,  $F_A$  est obtenu en comparant la fiabilité du système dans des conditions non stressées et stressées. Grâce à des données de retour d'expérience non censurées donnant la date de défaillance de système évoluant dans un environnement stressant et dans un environnement non stressant, on peut obtenir un estimateur de  $F_A$ . Notons  $\hat{R}_1(t_i)$  (resp.  $\hat{R}_2(t_i)$ ) la fiabilité estimée du système à l'instant  $t_i$  dans un environnement non stressé, c'est-à-dire que la valeur du stress est toujours inférieure au seuil  $\lambda$ , dans ce cas  $p = 1$  (resp. stressé, dans ce cas  $p = 0$ ). En reprenant l'équation (4.10),  $R_1(t_i)$  et  $R_2(t_i)$  s'expriment de la manière suivante :

$$R_1(t_i) = \prod_{j=1}^i e^{-bj} \int_0^L \frac{a^i}{(i-1)!} \frac{(1 - e^{-ax})^{i-1}}{a^{i-1}} e^{-(a+\alpha)x} dx \quad (4.29)$$

$$R_2(t_i) = F_A^i \prod_{j=1}^i e^{-bj} \int_0^L \frac{a^i}{(i-1)!} \frac{(1 - e^{-ax})^{i-1}}{a^{i-1}} e^{-(a+\alpha)x} dx \quad (4.30)$$

Un estimateur du facteur d'accélération peut alors être obtenu de la manière suivante [92] :

$$\hat{F}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\hat{R}_2(t_i)}{\hat{R}_1(t_i)} \right)^{(1/i)} \right] \quad (4.31)$$

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle de défaillance pour un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement pouvant influencer les performances du système. Nous avons considéré que, dans certaines configurations, le niveau de performance du système pouvait à son tour modifier cet environnement opératoire.

Deux modèles de défaillance ont été introduits : l'un par l'observation du franchissement d'un seuil de défaillance donné pour la dégradation et un autre assimilable à une défaillance de type choc. Une approche de type risques concurrents a été développée. Outre l'avantage de la prise en compte de défaillances multiples, la combinaison ici proposée peut être vue comme l'étude d'un unique mode de défaillance pour lequel la connaissance ou l'information n'est pas totalement caractérisée ou disponible.

Ainsi, le processus de dégradation reflète la part fortement maîtrisée de la connaissance du processus de défaillance alors que la modélisation de type choc représente l'incertitude résultante du mécanisme de défaillance. Les paramètres  $a$  et  $b$  peuvent alors être vus comme des paramètres de confiance ou de contrôle du niveau d'expertise du système.

Nous avons développé le formalisme mathématique associé à notre modèle en cherchant à illustrer les hypothèses par des considérations empruntées à des contextes industriels. Nous avons aussi cherché à rapprocher notre étude "académique" d'un contexte d'utilisation en proposant une démarche pour l'estimation des différents paramètres et la caractérisation des performances de fonctionnement du système en terme de mesures de sûreté de fonctionnement.

Maintenant que nous disposons d'un modèle de défaillance pour le système considéré, un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant, nous allons chercher à développer une politique de maintenance permettant de minimiser le coût moyen de maintenance à long terme pour ce système.



# *Construction et évaluation de la politique de maintenance*

---

## 5.1 Objectifs

Nous avons développé dans le chapitre précédent un modèle de défaillance qui permet de prendre en compte d'éventuelles interactions entre le vieillissement du système caractérisé par un processus de dégradation continue et son environnement d'exploitation. L'objectif principal de ce chapitre est la mise en évidence de l'intégration de ces interactions dans le processus de décision en maintenance. Pour ce faire, nous allons proposer la construction et l'évaluation d'une politique de maintenance qui repose sur le modèle de défaillance défini au chapitre précédent. Nous nous chargerons de définir une structure de maintenance pour organiser les actions courantes à réaliser sur le système en fonction de toute l'information disponible. La détermination de la nature et des dates des interventions est liée à la minimisation d'un coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps. La résolution de ce critère moyen repose sur l'évaluation de la fiabilité du système soumis à la politique de maintenance.

Dans la section 5.2, nous présenterons la structure de maintenance proposée et le critère retenu pour l'évaluation des performances de la maintenance. La section 5.4 est consacrée à la construction du modèle mathématique permettant de quantifier les effets de la politique de maintenance et d'évaluer numériquement ses performances. La principale difficulté dans l'élaboration de ce modèle consiste à déterminer la fiabilité du système maintenu. Une fois cette fonction établie, le critère de performance étudié peut alors être évalué. Enfin, dans la dernière section 5.5, nous présenterons quelques conclusions issues de cette étude.

## 5.2 Modélisation et paramétrisation de la politique de maintenance

On se propose de construire une politique de maintenance adaptée au système décrit dans le chapitre 4. On suppose que quatre types d'interventions peuvent être réalisées sur le système :

- une X-inspection : elle permet de connaître instantanément et parfaitement l'état du système (panne ou fonctionnement) et son niveau de dégradation,

sans le modifier.

- une Z-inspection : elle permet de connaître uniquement l'état du système, sans le modifier.
- un remplacement : le système est remplacé par un système équivalent neuf. Selon l'état et le niveau de dégradation du système, il peut s'agir d'un remplacement préventif ou correctif. Dans tous les cas, le remplacement est supposé instantané.
- une action de maintenance systématique : cette action de maintenance n'est pas une réparation minimale dans le sens classique [8, 10]. Elle permet de renforcer temporairement la résistance du système au stress. On mesure son efficacité par une réduction du taux de défaillance. Cette action est supposée instantanée.

### 5.2.1 Inspections

La défaillance du système n'est pas auto-décelable mais nécessite une inspection pour l'identifier.

#### X-inspection

On appelle X-inspection une action qui permet de connaître l'information totale sur le niveau de fonctionnement du système. Ainsi, à l'issue d'une X-inspection, on a l'information sur l'état du système,  $Z_k = 0$  (système en fonctionnement) ou 1 (système défaillant), et sur le niveau de dégradation associé,  $X_k$ .

La X-inspection est supposée non destructive, dans le sens où le niveau de dégradation et l'état du système ne sont pas modifiés ; à l'inverse des inspections destructives qui altèrent le système. Comme illustration d'inspections non destructives, on peut citer le cas des pipelines, pour lesquels plusieurs techniques de détection non destructive des ruptures par fissuration ou corrosion existent, par exemple, par tomographie d'impédance (technique d'imagerie), par vibrations et par ondes ultra-sonores [69]. Par ailleurs, on propose une stratégie périodique pour les X-inspections. Divers travaux ont montré l'efficacité (au sens de la minimisation d'un coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps) des politiques de remplacement à inspections périodiques pour des systèmes à taux de défaillance croissant [59, 61, 101]. Cette stratégie présente certains avantages comparée à une stratégie d'inspections non périodiques qui d'un point de vue mathématique serait optimale [15]. Tout d'abord, dans un contexte industriel l'implémentation d'une stratégie périodique reste plus facile comparée à une stratégie non périodique. Ensuite, le bénéfice d'une telle hypothèse est de réduire le nombre de paramètres de décision, seule la période d'inspection doit être optimisée.

Une politique d'inspection basée sur l'âge (et non sur l'état) est utilisée dans le sens où la première inspection après un remplacement est planifiée  $\tau$  périodes après l'instant de remplacement (cf. figure 5.2). Le coût unitaire de cette inspection est noté  $c_{ix}$ .

## Z-Inspection

La Z-inspection, contrairement à la X-inspection, permet de connaître uniquement l'état du système,  $Z_k = 0$  ou  $1$  (aucune information sur le niveau de dégradation n'est obtenue lors de cette inspection). Cette inspection est également non destructive. Elle peut être assimilée à une inspection visuelle d'un système "caché" indispensable pour savoir si le système n'est pas défaillant. Le coût unitaire de cette inspection est  $c_{iz}$ . Comparée à une X-inspection, la Z-inspection apporte moins d'information sur le système, on peut supposer qu'elle est plus facile à mettre en place et plus rapide et, de ce fait moins, coûteuse,  $c_{iz} < c_{ix}$ .

Le niveau de stress pouvant être un indicateur de l'état du système (cf. Chapitre 4), la Z-inspection est déclenchée en fonction de cette information. On considère que la variable de stress  $Y_k$  est continuellement surveillée. Une carte de contrôle pour des observations individuelles [13] est utilisée pour détecter une défaillance potentielle par l'observation d'une dérive de  $Y_k$ . Si la valeur de  $Y_k$  est supérieure à une limite de contrôle  $UCL$ , une Z-inspection est effectuée.  $UCL$  doit être optimisée de manière à équilibrer les coûts engagés par la durée d'indisponibilité et les fausses alarmes (inspection de l'état du système alors que celui-ci est encore en fonctionnement). Si, lors d'une Z-inspection, le système est défaillant, un remplacement correctif est effectué et la prochaine X-inspection est planifiée  $\tau$  périodes plus tard (cf. figure 5.2).

### 5.2.2 Remplacements

Le système peut être remplacé par un système équivalent neuf. Selon le niveau de dégradation du système, il peut s'agir d'un remplacement préventif ou correctif. Dans tous les cas, le remplacement est instantané. On suppose ici le remplacement parfait dans le sens où, après un remplacement, le système est "aussi bon que neuf" ("as good as new").

Un remplacement peut être effectué suite à la détection d'une défaillance ou pour la prévenir. Un remplacement correctif est effectué dès la première inspection (X-inspection ou Z-inspection) révélant une défaillance. On suppose que le coût unitaire d'un remplacement correctif est  $c_c$  et comprend tous les coûts indirects et directs engendrés par cette action de maintenance. Seul, le coût d'indisponibilité par unité de temps  $c_u$  doit être ajouté à  $c_c$ , l'indisponibilité étant définie par la durée pendant laquelle le système est défaillant.

Pour une politique préventive, un remplacement du système est permis même si son état de fonctionnement n'est pas critique. La règle de remplacement préventif est définie ainsi : si le niveau de fonctionnement du système inspecté appartient à une zone fixée a priori, on remplace le système par un système neuf et identique. La règle de remplacement préventif est généralement liée à un seuil critique de dégradation du système [19]. Notons  $c_p$  le coût d'un remplacement préventif ( $c_p < c_c$ ). Soit  $\xi$  le seuil de remplacement préventif, un remplacement préventif est effectué si, lors d'une X-inspection, le système est en fonctionnement et le niveau de dégradation  $X_k$  est supérieur à  $\xi$  (i.e. un remplacement préventif si  $X_k \in [\xi, L]$ ).

### 5.2.3 Action de maintenance systématique

L'action de maintenance systématique permet de réduire temporairement l'impact du stress sur le système en réduisant partiellement sa sensibilité. Cette dernière est fonction du niveau de dégradation courant ainsi que du temps de fonctionnement du système (cf. équation (4.4)). L'effet d'une action systématique est supposé le suivant : elle permet de "ré-initialiser" le temps de fonctionnement à 0 ( $b.t_k = 0$  après une maintenance systématique dans l'équation (4.4)) sans pour autant changer la sensibilité du système par rapport au niveau de dégradation (l'action systématique reste non destructive sur cette variable). On peut assimiler cette action à une maintenance de premier niveau (lubrification, vidange d'un moteur, resserrage d'une connectique, etc.).

On propose ici un schéma périodique pour la mise en place de cette action. Notons  $\delta$  la période entre deux actions successives,  $c_m$  le coût unitaire de cette action et  $r_k$  le temps passé depuis la dernière action de maintenance systématique,  $r_k = t_k - \delta \cdot \left[ \frac{t_k}{\delta} \right]$  où  $[\cdot]$  représente la fonction partie entière. Sous ces hypothèses, la probabilité de défaillance liée au stress équation (4.4) est décrite par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P(Z_k = 1 | X_k = x < L, Y_k < \lambda) = 1 - e^{-ax-br_k} \\ P(Z_k = 1 | X_k = x < L, Y_k \geq \lambda) = 1 - F_A \cdot e^{-ax-br_k} \end{cases} \quad (5.1)$$

Afin d'illustrer l'impact de la maintenance systématique sur les performances du système, on propose, dans les figures 5.1, les fonctions de fiabilité lorsque la périodicité  $\delta$  évolue et les contributions de chacun des modes de défaillance du système.

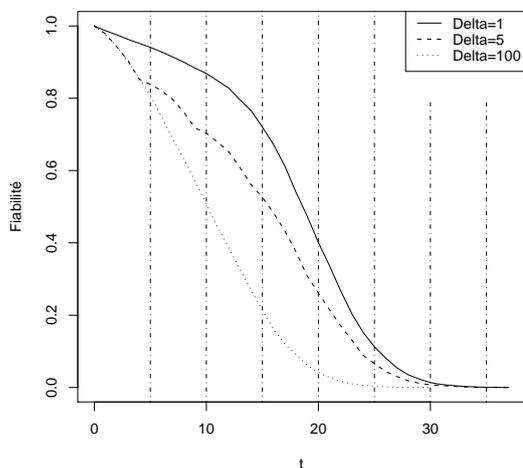
La figure 5.1(a) souligne l'impact de cette période sur la fiabilité. Les différentes courbes représentent la fiabilité dans le cas où :

- l'action de maintenance est effectuée continuellement ( $\delta = 1$ ) ce qui est équivalent en soi à "aucun" impact de l'environnement,
- l'action de maintenance est effectuée toutes les 5 périodes ( $\delta = 5$ ),
- aucune action de maintenance n'est effectuée ( $\delta = 100$ ) ce qui est assimilable au cas : "aucune maintenance" n'est disponible pour prévenir ce type de mode de défaillance.

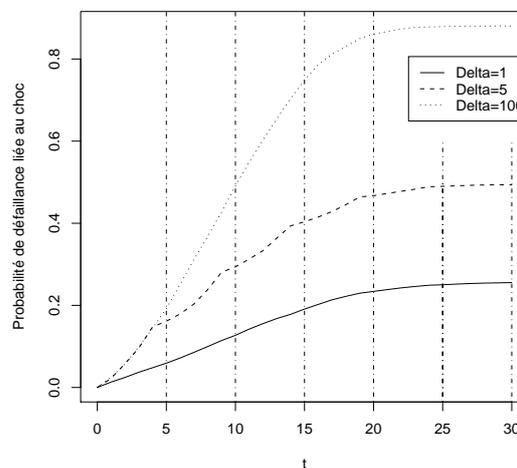
Les trois courbes sont superposées jusqu'à l'instant  $t_1 = 1$  qui correspond au premier instant où une action de maintenance systématique est effectuée dans le cas  $\delta = 1$ . A l'instant  $t_2$  l'impact de la maintenance systématique est visible et entraîne un accroissement de la fiabilité de 1% comparé aux cas  $\delta = 100$  et  $\delta = 5$ . Les courbes qui correspondent à  $\delta = 100$  et  $\delta = 5$  se superposent jusqu'à  $t_5$ , l'instant de la première action de maintenance systématique dans le cas  $\delta = 5$ . A  $t_6$ , la fiabilité dans le cas  $\delta = 5$  est améliorée de 4.6% comparée au cas  $\delta = 100$ . L'action de maintenance systématique permet de ralentir la défiabilité. Les droites verticales marquent les instants de l'action de maintenance systématique dans le cas où  $\delta = 5$ .

Les courbes présentées dans la figure 5.1(b) illustrent l'impact de l'action de maintenance systématique sur la probabilité de défaillance liée au choc. Les analyses

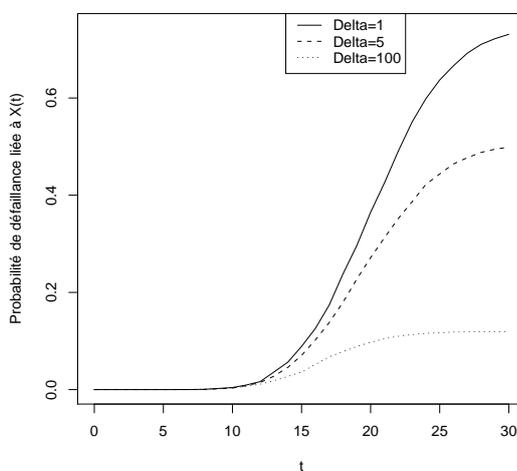
conduisent aux mêmes conclusions que pour la figure 5.1(a).



(a) Influence de  $\delta$  sur la fiabilité



(b) Influence de  $\delta$  sur la probabilité conditionnelle de défaillance liée au choc



(c) Influence de  $\delta$  sur la probabilité conditionnelle de défaillance liée à un niveau de dégradation excessif

**FIG. 5.1.** Illustration de l'influence de la période de l'action de maintenance systématique ( $\delta$ ) sur la fiabilité et les différentes probabilités de défaillance

Les courbes présentées dans la figure 5.1(c) illustrent l'impact de l'action de la maintenance systématique sur la probabilité de défaillance due à un niveau de dégradation excessif. On constate, grâce à la régularité des différentes courbes, que la

période de cette action de maintenance systématique n'a aucun effet sur la probabilité de défaillance liée au niveau de dégradation excessif. En effet, la maintenance systématique n'a un impact que sur la probabilité de défaillance liée au choc (cf. équation (5.1)). Par contre, les trois courbes (cf. figure 5.1(c)) ne se superposent pas indéfiniment car la maintenance systématique, par son impact sur la probabilité de défaillance liée au choc, entraîne un changement dans les proportions de défaillance liée aux deux modes.

### Paramètres de décision de maintenance

Finalement, les paramètres de décision de maintenance à optimiser sont :

- $\tau$  : la période de la X-inspection qui permet d'équilibrer le coût cumulé des inspections et la détection rapide ou la prévention d'une défaillance ;
- $\xi$  : le seuil de remplacement préventif qui permet de fixer le ratio entre remplacements préventifs et correctifs ;
- $UCL$  : la limite supérieure de contrôle qui équilibre les fausses alarmes et la détection d'une défaillance ;
- $\delta$  : la période de l'action de maintenance systématique qui permet de réduire la probabilité de défaillance par choc.

Les règles de décision de la politique de maintenance sont illustrées figure 5.2. Tous les  $\delta$ , une action de maintenance systématique est effectuée. L'instant  $T_1$  sur la figure 5.2 correspond à la date de la première X-inspection. A cette date le système est toujours en fonctionnement, aucun remplacement n'est effectué. A l'instant  $T_2$  le niveau de stress est supérieur à la limite de contrôle,  $UCL$ . Une Z-inspection est effectuée ce qui nous permet de connaître l'état du système. Ce dernier n'est pas défaillant, il est alors laissé tel quel. L'instant  $T_3$  correspond à la date de la deuxième X-inspection. Lors de cette inspection, le système est en fonctionnement mais son niveau de dégradation est supérieur au seuil de remplacement préventif,  $\xi$ . Un remplacement préventif est alors effectué et, suite à ce dernier, le niveau de dégradation du système vaut 0. A l'instant  $T_4$  une défaillance liée à un niveau excessif de dégradation survient ( $X_{T_4} > L$ ). Cette défaillance n'est détectée que lors de la X-inspection suivante, soit à l'instant  $T_5$ , date à laquelle un remplacement correctif est alors effectué. A l'instant  $T_6$ , une défaillance liée au choc se produit, cette défaillance est détectée à  $T_7$  grâce à l'observation d'une dérive du niveau de stress par l'intermédiaire de la carte de contrôle ( $Y_{T_7} > UCL$ ). Ici aussi, un remplacement correctif est effectué.

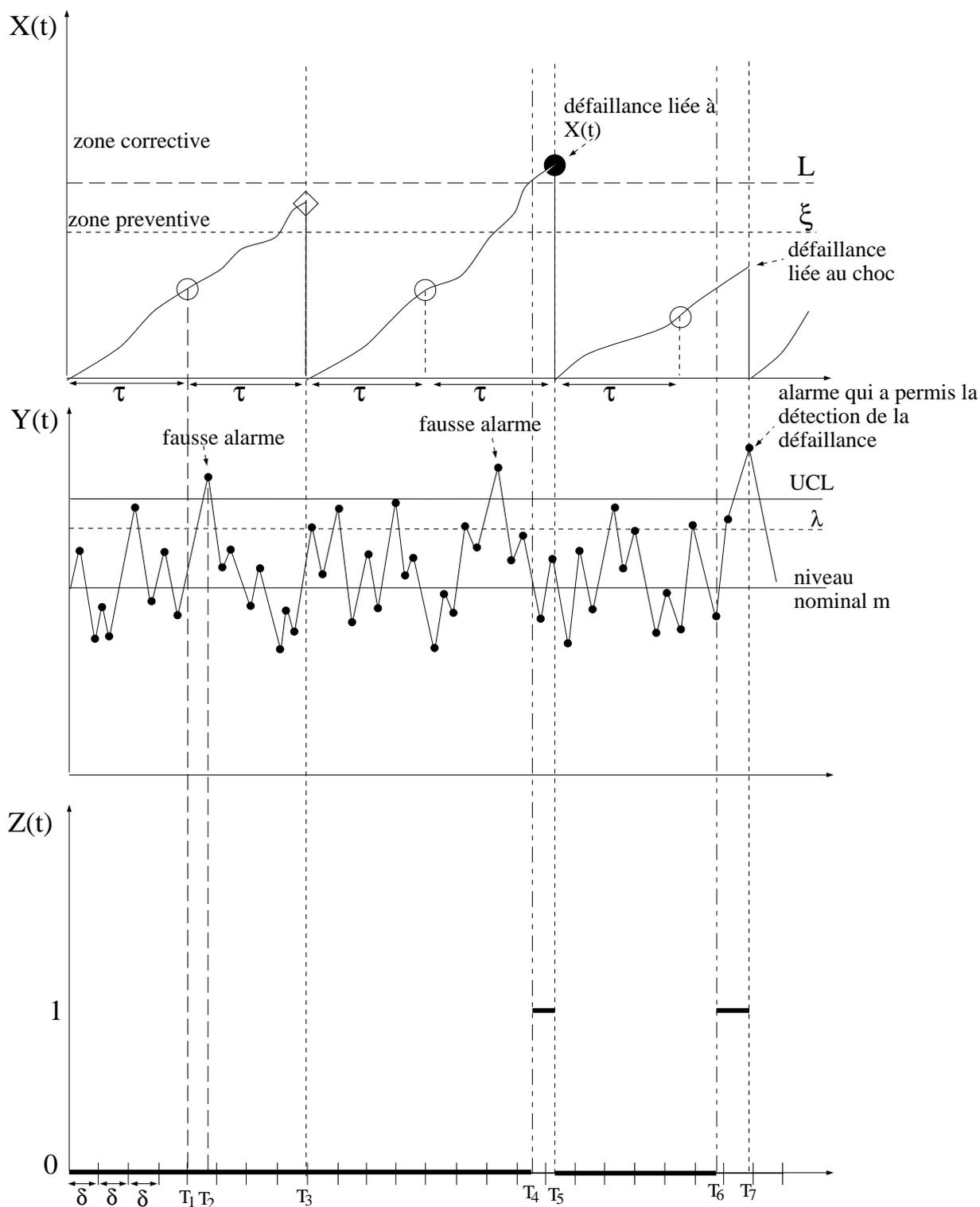


FIG. 5.2. Illustration des règles de décision conditionnelle de la politique de maintenance :  $\circ$  X-inspection ;  $\bullet$  Z-inspection ;  $\blacklozenge$  remplacement préventif suite à une X-inspection ;  $\bullet$  remplacement correctif suite à une X-inspection

### 5.3 Critère de performance économique

La stratégie de maintenance a des répercussions directes sur l'exploitation d'un système, la production et les charges financières. A chaque instant de l'exploitation du système, le décideur (gestionnaire) de maintenance doit faire un choix face aux interventions possibles sur le système afin de déterminer l'action à effectuer. Ce choix doit permettre de satisfaire au mieux les objectifs fixés a priori et permettre ainsi une exploitation optimale du système. Cependant, ces objectifs peuvent être multiples et ne conduisent pas toujours à une unique façon de procéder : une volonté de sécuriser le système exige une fréquence de maintenance préventive élevée alors que d'un point de vue économique, il peut être intéressant de ne pas trop intervenir pour ne pas ralentir une production, par exemple. Il est donc nécessaire de trouver un compromis, un équilibre entre maintenance préventive et maintenance corrective.

Pour caractériser ces compromis, il faut construire un critère d'évaluation pour la maintenance et un modèle associé permettant de déterminer la valeur de ce critère.

Les objectifs liés à l'exploitation d'un système sont très variés et peuvent amener à des situations contradictoires. Il est donc nécessaire de bien définir le critère de choix qui permet de déterminer les instants d'intervention sur le système et le type d'intervention à réaliser [15, 56]. Différents types de critères d'optimisation de la maintenance peuvent être envisagés comme, par exemple, un critère de disponibilité un critère de sécurité, un critère par rapport à un horizon d'étude (horizon fini, à long terme) [15]. Les préoccupations économiques étant sans conteste une des motivations majeures pour les études d'optimisation de maintenance, nous proposons d'utiliser un critère économique asymptotique.

Nous évaluons les performances de la politique proposée par un critère à long terme lié au coût moyen de maintenance d'un système par unité de temps. L'évaluation de ce critère dépend des paramètres de décision de maintenance  $\Xi = (\tau, \xi, UCL, \delta)$ , des caractéristiques du système  $\theta = (a, b, F_A, \alpha, m, \mu, \sigma, \lambda, L)$  et des différents coûts de maintenance  $(c_c, c_p, c_m, c_u, c_{ix}, c_{iz})$  et son optimisation dépend de  $\Xi$ . L'optimisation économique de la maintenance consiste à planifier les diverses opérations de maintenance dans le temps de façon à minimiser le coût moyen d'exploitation par unité de temps sur un horizon infini  $\bar{C}_\infty(\Xi; \theta)$  :

$$\bar{C}_\infty(\Xi; \theta) = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{C(t_k)}{t_k} \quad (5.2)$$

Le coût cumulé de maintenance sur un intervalle  $[0, t_k]$  engendré par les actions successives sur le système connaissant les caractéristiques de ce dernier ( $\theta$ ) est donné par l'équation suivante :

$$C(t_k) = c_{ix} \cdot N_{ix}(t_k) + c_{iz} \cdot N_{iz}(t_k) + c_p \cdot N_p(t_k) + c_c \cdot N_c(t_k) + c_u \cdot D_u(t_k) + c_m \cdot N_m(t_k) \quad (5.3)$$

où :

- $N_{ix}(t_k)$  (resp.  $N_{iz}(t_k)$ ) représente le nombre de X-inspections (resp. Z-inspections) effectuées avant  $t_k$  ;

- $N_m(t_k)$  représente le nombre d'actions de maintenance systématique effectuées avant  $t_k$  ;
- $N_p(t_k)$  (resp.  $N_c(t_k)$ ) représente le nombre de remplacements préventifs (resp. correctifs) effectués avant  $t_k$  ;
- $D_u(t_k)$  représente la durée cumulée d'indisponibilité jusqu'à  $t_k$ .

## 5.4 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

La caractérisation de critères de performance à long terme nécessite la connaissance du comportement du système soumis à la politique en régime stationnaire. L'évolution du système étant régénérative, il est possible d'acquérir cette connaissance en étudiant les lois d'évolution du système sur un unique cycle de régénération [3]. Avant de présenter la construction du critère de coût, nous allons introduire quelques notations et définitions.

L'évolution du système maintenu est régénérative : après un remplacement le système peut être considéré "aussi bon que neuf" ("as good as new") et l'évolution future ne dépend pas du passé. Les instants de remplacement du système correspondent aux points de régénération du processus et la connaissance de l'évolution du système sur un seul cycle de régénération permet de décrire l'évolution globale du système maintenu. Il est alors possible de restreindre l'étude des performances de la politique de maintenance sur un horizon de temps fini, sur un cycle de régénération,  $S$ , délimité par deux dates successives de remplacement. Le coût moyen par unité de temps s'écrit alors :

$$\bar{C}_\infty(\Xi; \theta) = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \frac{C(t_k)}{t_k} = \frac{\mathbb{E}(C(S))}{\mathbb{E}(S)} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_\infty(\Xi; \theta) = & \frac{c_{ix}\mathbb{E}(N_{ix}(S)) + c_{iz}\mathbb{E}(N_{iz}(S)) + c_p + c_m\mathbb{E}(N_m(S))}{\mathbb{E}(S)} \\ & + \frac{(c_c - c_p)\mathbb{E}(N_c(S)) + c_u\mathbb{E}(D_u(S))}{\mathbb{E}(S)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

où  $\mathbb{E}(\cdot)$  représente l'espérance mathématique sachant  $\theta$ .

Les différentes espérances de l'équation (5.5) peuvent être évaluées par la fonction de fiabilité du système maintenu,  $R_m(t_k)$ .

### 5.4.1 Fiabilité du système maintenu

La différence entre les expressions de la fiabilité pour un système non maintenu (équation (4.10)) et maintenu provient de la possibilité dans le second cas d'un remplacement préventif lors d'une inspection et que dans ce cas le seuil de remplacement est  $\xi$  et non  $L$ . Notons  $f_\lambda^{(k)}$  la loi de dégradation cumulée d'un système en

fonctionnement sujet au vieillissement et au stress après  $k$  périodes de temps :

$$f_{\lambda}^{(k)}(x) = ((1-p)F_A + p)^k \frac{\alpha^k}{a^{k-1}(k-1)!} (1 - e^{-ax})^{k-1} e^{-ax} \prod_{j=1}^k e^{-b(j-\delta \cdot [\frac{j}{\delta}])} \quad (5.6)$$

Afin d'évaluer la fiabilité du système maintenu notée  $R_m(t_k)$ , nous allons distinguer les scénarios d'évolution du système en fonction du nombre d'inspections effectuées.

- Scénario 1 : à  $t_k$  aucune X-inspection n'a eu lieu depuis le début du cycle ( $t_k < \tau$ ). La fiabilité du système à  $t_k$  correspond à la probabilité qu'à cet instant le système soit toujours en fonctionnement. Elle dépend du niveau de dégradation  $X_k$  et des chocs consécutifs entre  $[0, t_k]$ . Finalement, pour  $t_k < \tau$ , on obtient :

$$R_m(t_k) = \mathbb{P}(X_k < L) = \int_0^L f_{\lambda}^{(k)}(x) e^{-ax} dx \quad (5.7)$$

- Scénario 2 : au moins une X-inspection a eu lieu avant  $t_k$  ( $t_k > \tau$ ). La fonction de densité de probabilité pour que le système n'ait encore jamais été remplacé dépend de la mesure observée  $x$  lors de la dernière inspection à la date  $([t_k/\tau] \cdot \tau)$ , du niveau de dégradation atteint depuis la dernière inspection  $y \in ]x, L[$  et des chocs consécutifs survenus entre  $[0, t_k]$ . Pour  $t_k > \tau$  on obtient :

$$R_m(t_k) = \int_0^{\xi} \int_x^L f_{\lambda}^{(k-[k/\tau] \cdot \tau)}(y-x) f_{\lambda}^{([k/\tau] \cdot \tau)}(x) e^{-a(y+x(k-[k/\tau] \cdot \tau))} dy dx \quad (5.8)$$

- Scénario 3 :  $t_k = \tau$  correspond à l'instant d'une X-inspection planifiée. La fiabilité à  $t_k$  correspond à la probabilité qu'à cet instant le système ne soit pas remplacé. Elle dépend du niveau de dégradation  $X_k$  et des chocs consécutifs entre  $[0, t_k]$ . Pour  $t_k = \tau$  on obtient alors :

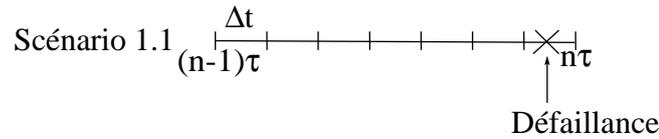
$$R_m(t_k) = \mathbb{P}(X_k < \xi) = \int_0^{\xi} f_{\lambda}^{(k)}(x) e^{-ax} dx \quad (5.9)$$

### 5.4.2 Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement $\mathbb{E}(S)$

Le temps moyen entre deux remplacements successifs correspond à la longueur moyenne d'un cycle de renouvellement. Nous allons distinguer les scénarios du système amenant à un remplacement préventif de ceux amenant à un remplacement correctif. Par ailleurs, on identifiera trois scénarios pouvant conduire à un remplacement correctif en fonction du mode d'identification/observation/détection de la défaillance.

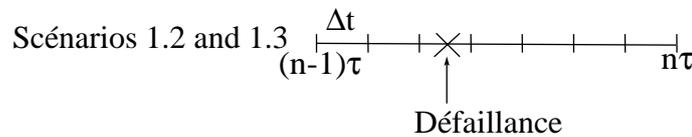
- Scénarios 1 : scénarios d'évolution du système amenant à un remplacement correctif :

- Scénario 1.1 : une défaillance est survenue juste avant une X-inspection, entre  $[n\tau - \Delta t; n\tau]$  (voir figure 5.3) et la défaillance n'est observée que lors de la X-inspection planifiée à  $n\tau$ , le système est alors remplacé correctivement à cet instant ;



**FIG. 5.3.** Schéma permettant de situer le scénario 1.1 conduisant à un remplacement correctif

- Scénario 1.2 : une défaillance est survenue entre deux X-inspections,  $t_i \in [(n-1)\tau + \Delta t; n\tau - \Delta t]_{n \in \mathbb{N}}$  (voir figure 5.4) et la défaillance n'a pas été détectée par la carte de contrôle mais par la X-inspection planifiée à  $n\tau$  ;
- Scénario 1.3 : une défaillance est survenue entre deux X-inspections,  $t_i \in [(n-1)\tau + \Delta t; n\tau - \Delta t]_{n \in \mathbb{N}}$  (voir figure 5.4) mais cette fois la défaillance a été détectée par la carte de contrôle ;



**FIG. 5.4.** Schéma permettant de situer les scénarios 1.2 et 1.3 conduisant à un remplacement correctif

- Scénario 2 : scénario d'évolution du système amenant à un remplacement préventif : lors d'une X-inspection le niveau de dégradation est supérieur au seuil de remplacement préventif  $\xi$ .

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}(S) &= \sum_{i=0}^{\infty} \underbrace{\left[ \mathbb{1}_{\{i>0\}} i\tau (R_m(i\tau - 1) - R_m(i\tau)) \right]}_{\text{Scenario 1.1}} \\
&+ \underbrace{\sum_{j=i\tau+1}^{(i+1)\tau-1} i\tau (R_m(j-1) - R_m(j)) \prod_{k=j}^{(i+1)\tau-1} \mathbb{P}(Y_k < UCL | \text{fail.})}_{\text{Scenario 1.2}} \\
&+ \underbrace{\sum_{j=i\tau+1}^{(i+1)\tau-1} j \mathbb{P}(Y_j > UCL | \text{fail.}) (R_m(j-1) - R_m(j))}_{\text{Scenario 1.3}} \\
&+ \underbrace{\mathbb{1}_{\{j>i\tau+1\}} \sum_{k=i\tau+1}^{j-1} j (R_m(k-1) - R_m(k)) \prod_{w=k}^{j-1} \mathbb{P}(Y_w < UCL | \text{fail.})}_{\text{Scenario 1.3}} \\
&+ \underbrace{\left[ \mathbb{1}_{\{i>0\}} i\tau (R_m((i-1)\tau) - R_m(i\tau)) \right]}_{\text{Scenario 2}}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

où  $\mathbb{P}(Y_k < UCL | \text{fail.})$  correspond à la probabilité que le niveau de stress soit inférieur à la limite de contrôle sachant que le système est défaillant.

Le même raisonnement que celui présenté pour la longueur moyenne d'un cycle de renouvellement est utilisé pour les autres espérances de l'équation (5.5).

### 5.4.3 Evaluation de l'espérance du nombre d'inspections

$N_{iz}(S)$  est le nombre de Z-inspections. L'espérance de ce nombre d'inspections est donné par le nombre moyen de fausses et de vraies alarmes.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}(N_{iz}(S)) &= \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} \left[ \sum_{j=i\tau+1}^{(i+1)\tau-1} \left[ \mathbb{P}(Y_j > UCL | \text{nofail.}) R_m(j) \right] \right]}_{\text{fausses alarmes}} \\
&+ \underbrace{\mathbb{P}(Y_j > UCL | \text{fail.}) \sum_{k=i\tau+1}^j (R_m(k-1) - R_m(k)) \mathbb{1}_{j>i\tau+1} \prod_{w=k}^{j-1} \mathbb{P}(Y_w < UCL | \text{fail.})}_{\text{vraies alarmes}}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

où  $\mathbb{P}(Y_k < UCL | \text{nofail.})$  correspond à la probabilité que le niveau de stress soit inférieur à la limite de contrôle sachant que le système n'est pas défaillant.

$\mathbb{E}(N_{ix}(S))$  est le nombre moyen de X-inspections sur un cycle de renouvellement  $S$ , il est obtenu comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(N_{ix}(S)) = & \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \mathbb{1}_{\{i>0\}} R_m(i-1) \right. \\ & \left. + \sum_{j=(i-1)\tau+1}^{i\tau} (R_m(j-1) - R_m(j)) \times \prod_{k=j}^{i\tau-1} \mathbb{P}(Y_k < UCL|fail.) \right] \end{aligned} \quad (5.12)$$

#### 5.4.4 Evaluation du nombre moyen d'actions de maintenance

$\mathbb{E}(N_m(S))$  est le nombre moyen d'actions de maintenance systématique sur le cycle de renouvellement  $S$ .

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(N_m(S)) = & \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \mathbb{1}_{\{i=\delta, [\frac{i}{\delta}]\}} \left[ R_m(i-1) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{j=(i-1)\tau+1}^{i\tau} (R_m(j-1) - R_m(j)) \times \prod_{k=j}^{i\tau-1} \mathbb{P}(Y_k < UCL|fail.) \right] \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

$\mathbb{E}(N_c(S))$  est la probabilité que le remplacement effectué à la date  $S$  soit effectivement un remplacement correctif. Cette probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(N_c(S)) = & \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \mathbb{1}_{\{i>0\}} (R_m(i\tau-1) - R_m(i\tau)) \right. \\ & + \sum_{j=(i-1)\tau+1}^{(i\tau-1)} (R_m(j-1) - R_m(j)) \prod_{k=j}^{i\tau-1} \mathbb{P}(Y_k < UCL|fail.) \\ & + \sum_{j=i\tau+1}^{(i+1)\tau-1} \left[ \mathbb{P}(Y_j > UCL|fail.) \right. \\ & \times \sum_{k=i\tau+1}^j (R_m(k-1) - R_m(k)) \mathbb{1}_{\{j>i\tau+1\}} \prod_{w=k}^{j-1} \mathbb{P}(Y_w < UCL|fail.) \\ & \left. \left. + \mathbb{1}_{\{j>i\tau+1\}} \sum_{k=i\tau+1}^{j-1} (R_m(k-1) - R_m(k)) \prod_{w=k}^{j-1} \mathbb{P}(Y_w < UCL|fail.) \right] \right] \end{aligned} \quad (5.14)$$

$\mathbb{E}(N_p(S))$  est la probabilité que le remplacement effectué à la date  $S$  soit un remplacement préventif. Cette probabilité peut être obtenue soit de manière similaire

à  $\mathbb{E}(N_c(S))$  ou directement déterminée par le théorème des probabilités totales qui s'exprime donc ici par :

$$\mathbb{E}(N_p(S)) = 1 - \mathbb{E}(N_c(S)) \quad (5.15)$$

### 5.4.5 Evaluation de la durée moyenne d'indisponibilité

$\mathbb{E}(D_u(S))$ , la durée moyenne d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement  $S$  est donnée par :

$$\mathbb{E}(D_u(S)) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \sum_{j=i\tau+1}^{(i+1)\tau-1} (R_m(j-1) - R_m(j)) \prod_{k=j}^{(i+1)\tau-1} \mathbb{P}(Y_k < UCL | fail.) \right] \quad (5.16)$$

## 5.5 Conclusion

Une structure de maintenance facilement implémentable a été proposée pour organiser les interventions de maintenance sur un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant. Cette structure permet de réduire le critère de coût moyen à long terme en s'appuyant sur toutes les informations disponibles sur le système. Une carte de contrôle est utilisée pour surveiller la variable de stress et détecter une éventuelle défaillance. La maintenance conditionnelle quant à elle est utilisée pour inspecter et remplacer le système, pour limiter les impacts liés au niveau de dégradation excessif.

L'évaluation du critère de coût pour cette politique a été développée dans ce chapitre. Les propriétés du renouvellement ont été utilisées pour limiter l'horizon d'étude à un cycle de renouvellement défini entre deux remplacements consécutifs.

Nous allons voir dans le chapitre suivant que la combinaison de la maîtrise statistique de procédés et de la maintenance conditionnelle fournit un outil de décision efficace pour un tel système avec plusieurs modes de défaillances.

---

# *Analyse des performances de la politique*

---

## 6.1 Introduction

Nous avons développé dans le chapitre précédent une structure paramétrique pour l'organisation des règles de décision permettant l'évaluation du modèle de coût associé afin d'optimiser les performances d'une politique de maintenance conditionnelle pour un système soumis à des contraintes environnementales. La recherche d'une solution du problème de minimisation d'un coût moyen asymptotique repose sur la connaissance du comportement stationnaire du système soumis à la politique de maintenance. Cependant, l'évaluation analytique du comportement stationnaire n'est pas directement accessible et rend ainsi difficile la caractérisation des solutions du problème d'optimisation considéré. Nous avons donc choisi de réaliser des études numériques pour permettre une analyse empirique de ces comportements et mettre ainsi en évidence les propriétés de la politique proposée en fonction des paramètres d'étude.

Dans ce chapitre, nous proposons d'étudier numériquement la sensibilité du critère moyen aux différentes données de maintenance et aux différentes caractéristiques du système.

Ce chapitre comporte cinq sections :

- dans la section 6.2, on précise les hypothèses faites pour réduire l'étude numérique ;
- dans la section 6.3, le comportement de la politique de maintenance vis-à-vis des paramètres de décision sera étudié ;
- dans la section 6.4, les performances économiques de la politique de maintenance seront présentées en comparant cette dernière à trois politiques "classiques" ;
- dans la section 6.5, une analyse de sensibilité sera menée ;
- dans la section 6.6, en conclusion de ce chapitre, un résumé des différents points abordés sera proposé.

Pour une meilleure analyse des résultats et afin de limiter le nombre d'essais numériques on considère les hypothèses suivantes :

- les coûts unitaires de maintenance sont considérés constants par rapport à l'âge du système même si ce n'est pas nécessaire pour établir le modèle ;
- nous étudierons les performances de la politique de maintenance en faisant varier les coûts unitaires de maintenance les uns par rapport aux autres ;
- les caractéristiques du système sont considérées comme des données d'entrée du problème et nous étudierons les performances de la politique de maintenance lorsque les caractéristiques du système varient.

Tout au long de ce chapitre, nous prendrons soin de bien différencier les paramètres de décision ( $\tau, \xi, \delta, UCL$ ) des données du problème de maintenance (les caractéristiques du système ainsi que les coûts unitaires de maintenance).

## 6.2 Comportement de la politique de maintenance

Avant d'étudier les performances économiques et la sensibilité de notre modèle dans le cas général, nous allons d'abord analyser le comportement de la politique proposée en cherchant à illustrer les contributions de chacun des paramètres de décision sur le critère de coût.

Tout d'abord, nous allons considérer un système avec les caractéristiques suivantes :  $a = 0.005, b = 0.01, F_A = 0.96, \alpha = 20, m = 10, \mu = 0.22, \sigma = 1, \lambda = 10.5, L = 1$ , et les coûts unitaires de maintenance suivants :  $c_c = 100, c_p = 30, c_m = 2, c_u = 25, c_{ix} = 1, c_{iz} = 0.25$ .

1. Les données de dégradation  $\alpha = 20$  et  $L = 1$  qui finalement représentent un système avec une vitesse de dégradation relativement lente (au vu de l'ensemble des expérimentations qui nous avons conduites durant toute la thèse).
2. Les données du processus d'évolution du stress en régime normal sont  $m = 10, \sigma = 1$  et le seuil de stress  $\lambda = 10.5$ . On remarque que, sous ces conditions, la probabilité de stress sur le système vaut 0.691 et donc le système peut être considéré comme moyennement stressé. Ceci est renforcé par une forte valeur du facteur d'accélération  $F_A = 0.96$ .
3. La valeur du décalage  $\mu = 0.22$  caractérise un impact non négligeable de la condition du système sur l'environnement.
4. Les valeurs  $a = 5.10^{-3}$  et  $b = 10^{-2}$  reflètent un système pour lequel la part de défaillance de type choc est faible devant les défaillances de type niveau de dégradation excessif.
5. Les coûts unitaires de maintenance suivants :  $c_c = 100, c_p = 30, c_m = 2, c_u = 25, c_{ix} = 1, c_{iz} = 0.25$  conduisent à une politique pour laquelle aucun coût n'est négligeable devant les autres.

Nous cherchons les paramètres de décision qui permettent de minimiser le critère de coût (cf. équation (5.5)) d'un tel système. Les paramètres de décision optimisés  $\tau^* = 3, \xi^* = 0.7, UCL^* = 10.2, \delta^* = 2$  sont obtenus par la méthode de quasi-Newton,

qui est une généralisation de la méthode de Newton, dont le Hessien (ou gradient) est approximé par une méthode itérative [64]. Les caractéristiques moyennes sous ces conditions sont :  $\mathbb{E}(S) = 13.848$ ,  $\mathbb{E}(N_{ix}(S)) = 4.530$ ,  $\mathbb{E}(N_{iz}(S)) = 4.004$ ,  $\mathbb{E}(N_c(S)) = 0.287$ ,  $\mathbb{E}(N_p(S)) = 0.713$ ,  $\mathbb{E}(Du(S)) = 0.0317$ .

Afin de discuter de chacune des contributions, la convexité des courbes du coût moyen présentées dans la figure 6.1 confirme l'existence d'un réglage optimal des paramètres de décision.

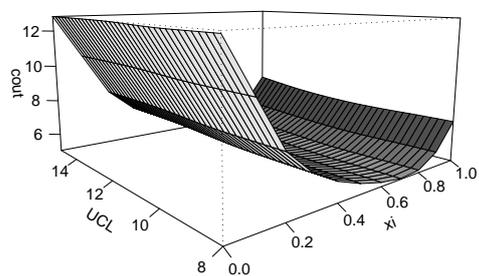
### 6.2.1 Contribution de la période de l'action de maintenance systématique, $\delta$ , sur le critère de décision

L'action de maintenance systématique permet de réduire la probabilité de défaillance liée au choc, elle influence directement la fiabilité du système. Cela est illustré dans les figures 6.1(c), 6.1(d) et 6.1(f), quelles que soient les valeurs des autres paramètres de décision, la valeur optimisée de  $\delta$  reste inchangée,  $\delta^* = 2$ . Cela est lié au fait que  $\delta$  n'impacte que la probabilité de défaillance liée au choc (cf. équation (5.1)). De plus,  $\delta$  ne permet pas de réduire le temps d'indisponibilité du système, sa valeur ne dépend pas des autres paramètres de décision mais uniquement du coût unitaire de l'action de maintenance systématique et de la sensibilité du système au stress.  $\delta$  diminue avec le coût unitaire  $c_m$  ou lorsque la sensibilité du système au stress augmente et inversement.

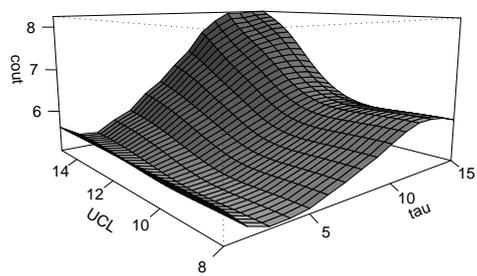
### 6.2.2 Contribution de la période de la X-inspection, $\tau$ , sur le critère de décision

L'influence de la période de la X-inspection,  $\tau$ , est illustrée par les figures 6.1(b), 6.1(d) et 6.1(e). Si  $\tau$  est faible, le niveau de connaissance sur le système est élevé et permet d'ajuster au plus tard un éventuel remplacement préventif. Le seuil de remplacement préventif a donc tendance à augmenter dans ce cas (voir figure 6.1(e)) et la surveillance du stress n'est plus pertinente car le temps d'indisponibilité est réduit par la fréquence des X-inspections (voir la figure 6.1(b), la courbe est plus ou moins plate lorsque  $\tau$  est faible).

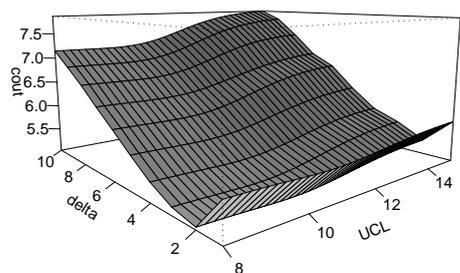
Au contraire, si  $\tau$  croît, la politique de maintenance optimisée tend vers une politique de remplacement correctif uniquement basée sur la carte de contrôle. Cette conclusion est confirmée par l'analyse conjointe des figures 6.1(b) et 6.1(e). La faible convexité de la courbe de coût dans la figure 6.1(e) lorsque  $\tau$  augmente illustre le faible intérêt d'une politique préventive dans ce cas. Par contre, pour  $\tau$  fixé à une grande valeur dans la figure 6.1(b), la convexité en fonction de  $UCL$  illustre la forte influence de ce paramètre et donc la nécessité de bien régler la carte de contrôle.



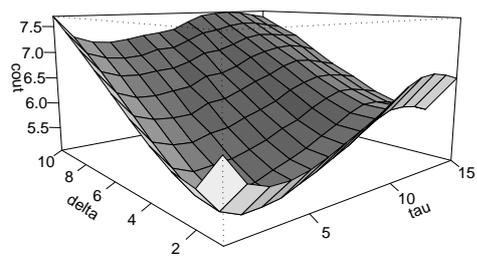
(a) Influence de  $UCL$  et  $\xi$  sur le coût ( $\tau$  et  $\delta$  fixés)



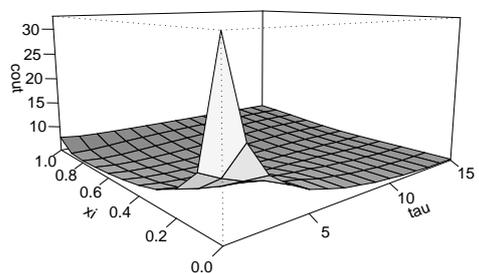
(b) Influence de  $UCL$  et  $\tau$  sur le coût ( $\xi$  et  $\delta$  fixés)



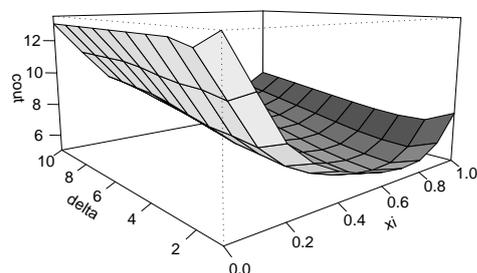
(c) Influence de  $\delta$  et  $UCL$  sur le coût ( $\tau$  et  $\xi$  fixés)



(d) Influence de  $\delta$  et  $\tau$  sur le coût ( $\xi$  et  $UCL$  fixés)



(e) Influence de  $\xi$  et  $\tau$  sur le coût ( $UCL$  et  $\delta$  fixés)



(f) Influence de  $\delta$  et  $\xi$  sur le coût ( $\tau$  et  $UCL$  fixés)

**FIG. 6.1.** Variation du coût moyen de maintenance à long terme en fonction des paramètres de décision

### 6.2.3 Contribution du seuil de remplacement préventif, $\xi$ , sur le critère de décision

La contribution du seuil de remplacement préventif,  $\xi$ , est illustrée par les figures 6.1(a), 6.1(e) et 6.1(f). Le seuil de remplacement préventif permet de prévenir une défaillance dans le cas où l'on possède suffisamment d'information sur le système. Si l'information dont on dispose est limitée (quand  $\tau$  est grand), la valeur de  $\xi$  n'a plus d'influence sur le critère de coût (cf. figure 6.1(e)). Quand la fréquence des inspections est élevée, la forme de la courbe figure 6.1(e) illustre le coût excessif engendré par des remplacements préventifs effectués trop tôt. Par ailleurs, la forte contribution de  $\xi$  sur le coût est illustrée par la convexité des courbes figures 6.1(a) et 6.1(f).

### 6.2.4 Contribution de la limite supérieure de contrôle, $UCL$ , sur le critère de décision

L'influence de la limite de contrôle,  $UCL$ , est présentée par les figures 6.1(a), 6.1(b) et 6.1(c). Comme indiqué précédemment, la carte de contrôle permet de détecter une défaillance. Ceci est clairement illustré dans la figure 6.1(b). La valeur de  $UCL$  a tendance à diminuer lorsque  $\tau$  augmente afin de limiter les coûts engendrés par l'indisponibilité du système. Les deux autres courbes présentées par les figures 6.1(a) et 6.1(c) n'apportent pas d'information supplémentaire sur l'impact de  $UCL$  sur le critère de coût parce qu'un niveau d'information élevé est disponible sur l'état du système,  $\tau^*$  valant 3.

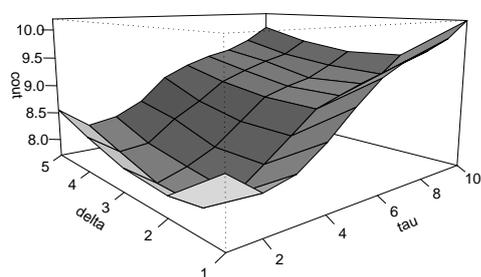
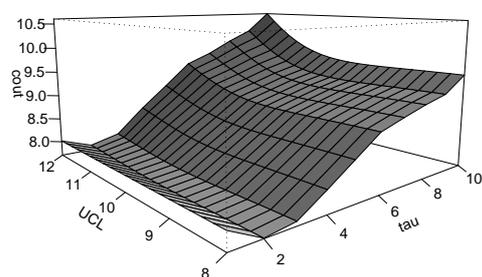
### 6.2.5 Contribution des paramètres de décision lorsque les caractéristiques du système varient

Nous cherchons maintenant à déterminer les contributions des différents paramètres du système lorsque les caractéristiques de ce dernier varient.

Lorsque la vitesse de dégradation varie, si le système se dégrade plus rapidement ( $\alpha = 10$ ) ou au contraire plus lentement ( $\alpha = 40$ ), les paramètres optimaux de décision deviennent :  $\tau^* = 2, \xi^* = 0.6, \delta^* = 2, UCL^* = 9.6$  dans le premier cas et  $\tau^* = 9, \xi^* = 0.7, \delta^* = 2, UCL^* = 10.4$  dans le second. On remarque que la valeur optimisée de  $\delta$  est toujours la même peu importe la vitesse de dégradation. Cela est lié au fait que  $\delta$  impacte seulement la probabilité de défaillance liée au choc, sa valeur variant uniquement avec la valeur de  $b$  et de  $c_m$ . Les valeurs optimales de la limite de contrôle, de la période de la X-inspection et, de manière moins significative, du seuil de remplacement préventif diminuent lorsque la vitesse de dégradation augmente. Un système se dégradant plus rapidement a besoin d'être inspecté plus fréquemment qu'un système se dégradant lentement. De plus, un système à dégradation rapide a un risque plus élevé de tomber en panne entre deux X-inspections (même si ces dernières sont plus rapprochées) à cause de la probabilité de défaillance liée au choc qui dépend, entre autres, du niveau de dégradation. Dans ce cas, la li-

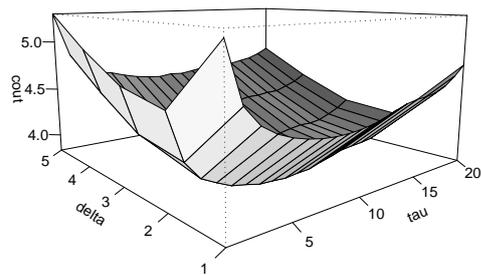
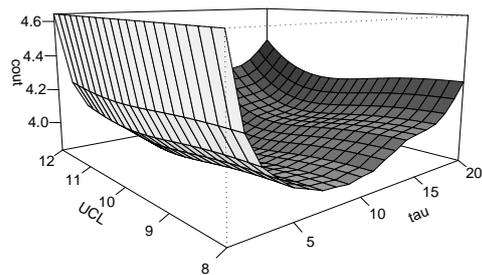
mite de contrôle diminue pour réduire le temps d'indisponibilité du système lorsque sa vitesse de dégradation augmente.

Le paramètre ayant la contribution la plus forte sur le coût de maintenance reste la période d'inspection, ceci est illustré par la convexité des courbes dans les figures 6.1(b), 6.1(d), 6.2(a), 6.2(b), 6.2(c) et 6.2(d).



(a) Influence de  $UCL$  et  $\tau$  sur le coût ;  $\alpha = 10$

(b) Influence de  $\delta$  et  $\tau$  sur le coût ;  $\alpha = 10$



(c) Influence de  $UCL$  et  $\tau$  sur le coût ;  $\alpha = 40$

(d) Influence de  $\delta$  et  $\tau$  sur le coût ;  $\alpha = 40$

**FIG. 6.2.** Variation du coût moyen de maintenance à long terme en fonction des paramètres de décision

Lorsque les caractéristiques concernant le stress évoluent (le paramètre d'échelle  $a$ , le facteur d'accélération  $F_A$  et la sensibilité au stress  $b$ ) les paramètres de décision optimaux varient comme suit.

- lorsque  $a$  et  $F_A$  augmentent, la probabilité de défaillance liée au choc croît. Ceci entraîne une diminution de  $UCL$  pour limiter le temps d'indisponibilité du système. Pour limiter le coût engendré par les Z-inspections fréquentes,  $\tau$  augmente entraînant une diminution de  $\xi$  (cf. les figures 6.1(b) et 6.1(e) par exemple, présentées précédemment illustrant respectivement l'impact de  $UCL$  et  $\tau$  et, de  $\xi$  et  $\tau$  sur le coût) ;
- le facteur  $b$  augmente également la probabilité de défaillance liée au choc. Il a alors le même effet que  $a$  et  $F_A$  sur  $UCL$ ,  $\tau$  et  $\xi$ . Par contre, l'impact de  $b$  sur le système dépend aussi de  $\delta$ , lorsque  $b$  augmente  $\delta$  diminue afin de réduire la sensibilité du système au stress.

### 6.2.6 Conclusion sur le comportement de la politique de maintenance

Finalement,  $\tau$  est le paramètre qui a la plus forte contribution sur le coût de maintenance, il permet d'ajuster la date du remplacement préventif au mieux. Une augmentation de  $\tau$  entraîne une diminution de  $UCL$  et de  $\xi$  afin de limiter le temps d'indisponibilité.

Le paramètre  $\delta$  varie uniquement en fonction de la sensibilité du système au stress ( $b$ ) et du coût de maintenance unitaire de l'action de maintenance systématique,  $c_m$ . Il n'est pas impacté par la valeur des autres paramètres de décision, c'est pour cela que nous considérerons par la suite ce paramètre comme étant fixé.

## 6.3 Comparaison de la politique de maintenance avec des politiques "classiques"

Afin d'illustrer les performances de la politique de maintenance proposée (notée par la suite *politique 0*), nous comparons cette dernière à trois approches de maintenance classiques qui sont les suivantes :

- Politique 1 - inspection périodique/remplacement conditionnel
- Politique 2 - carte de contrôle
- Politique 3 - remplacement périodique systématique

### 6.3.1 Expression des coûts de maintenance des politiques classiques

#### Politique 1 - inspection/remplacement périodique

Cette politique correspond à une politique d'inspection conditionnelle classique [88] où le niveau de dégradation du système est inspecté périodiquement (inspection

parfaite), tous les  $\tau_1$ . Un remplacement ne peut être effectué que lors d'une inspection. Si lors d'une inspection, le système est défaillant, un remplacement correctif est effectué ; si le niveau de dégradation se situe dans la zone préventive,  $X_k \in [\xi_1, L]$ , un remplacement préventif est réalisé, et si  $X_k < \xi_1$  aucune action n'est faite.

Dans ce cas, la période inter-inspection  $\tau_1$  et le seuil de remplacement préventif  $\xi_1$  sont optimisés afin de minimiser le coût moyen de maintenance à long terme. La théorie de renouvellement restant applicable, on obtient :

$$\bar{C}_\infty(\tau_1; \xi_1) = \frac{c_{ix}\mathbb{E}(N_{ix}(S_1)) + c_p + c_m\mathbb{E}(N_m(S_1)) + c_u\mathbb{E}(D_u(S_1)) + (c_c - c_p)\mathbb{E}(N_c(S_1))}{\mathbb{E}(S_1)} \quad (6.1)$$

où  $S_1$  représente la longueur d'un cycle de renouvellement.

Le développement de cette expression n'est pas proposée ici. Il est similaire à celui de l'équation (5.5).

### Politique 2 - carte de contrôle

Cette politique consiste à remplacer correctivement le système dès qu'une défaillance est détectée lors d'une Z-inspection du système (inspection de l'état du système) [13]. Une Z-inspection étant déclenchée par l'observation d'un dépassement de la limite de contrôle par la variable de stress (i.e. la variable de stress est supérieure à la limite supérieure de contrôle  $UCL_2$ ). Dans ce cas, la limite supérieure de contrôle  $UCL_2$  doit alors être optimisée de façon à minimiser le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps, la théorie de renouvellement étant toujours applicable :

$$\bar{C}_\infty(UCL_2) = \frac{c_{iz}\mathbb{E}(N_{iz}(S_2)) + c_c + c_m\mathbb{E}(N_m(S_2)) + c_u\mathbb{E}(D_u(S_2))}{\mathbb{E}(S_2)} \quad (6.2)$$

où  $S_2$  est la longueur du cycle de renouvellement.

### Politique 3 - remplacement périodique systématique

Dans le cas de la politique à remplacement systématique [88], on effectue un remplacement préventif (resp. correctif) sur le système si ce dernier est toujours en fonctionnement (resp. en panne) à l'instant du remplacement, à  $T_3$ , aucune inspection n'étant effectuée entre  $t_0$  et  $T_3$ . Cette période de remplacement  $T_3$  est optimisée pour minimiser le coût moyen de maintenance à long terme associé :

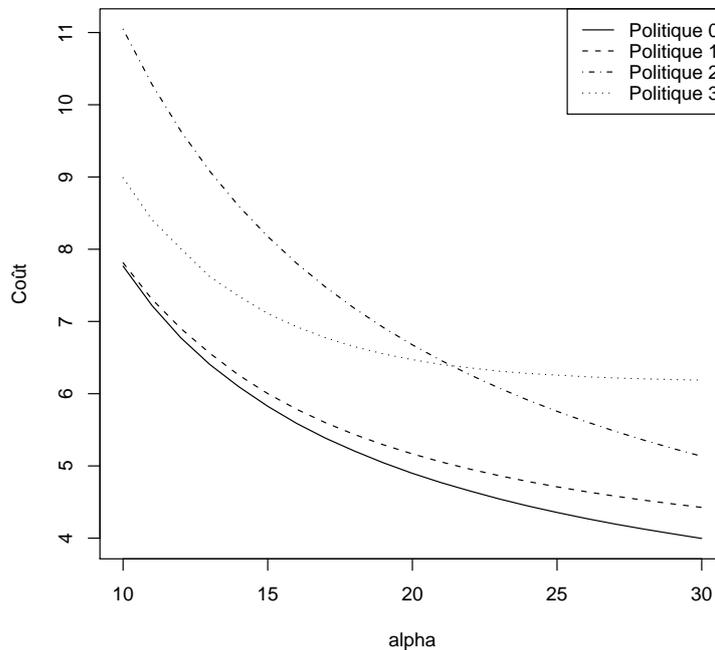
$$\bar{C}_\infty(T_3) = \frac{c_p + c_m\mathbb{E}(N_m(T_3)) + c_u\mathbb{E}(D_u(T_3)) + (c_c - c_p)\mathbb{E}(N_c(T_3))}{T_3} \quad (6.3)$$

## 6.3.2 Comparaison des politiques de maintenance lorsque les caractéristiques du système varient

La performance économique de chaque politique est évaluée en faisant varier chaque caractéristique du système. Tous les résultats présentés par la suite sont

obtenus pour les valeurs optimales des paramètres de décision, seule la période de l'action de maintenance systématique  $\delta$  est fixée (cf. résultats de la section II.6.2). Notons  $(\tau^*, \xi^*, UCL^*)$  (resp.  $(\tau_1^*, \xi_1^*), UCL_2^*$  et  $T_3^*$ ) les paramètres de décision optimisés de la politique 0 (resp. politique 1, 2 et 3).

Les courbes présentées sur la figure 6.3 sont les représentations respectives du critère de coût optimisé pour les différentes politiques quand la vitesse de dégradation  $\alpha$  varie de 10 à 30. On remarque tout d'abord l'intérêt de combiner les deux approches, maintenance conditionnelle et maîtrise statistique des procédés. En effet, quelle que soit la valeur de  $\alpha$ , la politique 0 permet toujours de minimiser le critère de coût. Lorsque le système se dégrade rapidement (lorsque  $\alpha$  tend vers 10), la défaillance du système est essentiellement due à un niveau excessif de dégradation, le système nécessite une observation régulière et la maintenance conditionnelle mise en place sur  $X_k$  permet alors de prévenir les défaillances. Dans ce cas, la politique 0 tend vers la politique 1. Lorsqu'au contraire le système se dégrade lentement (lorsque  $\alpha$  augmente), la probabilité de défaillance liée au choc augmente et, si  $\alpha$  continuait à augmenter, les défaillances ne seraient liées qu'aux chocs et la mise en place de la limite de contrôle permettrait de détecter les défaillances, la politique 0 tend vers la politique 2.



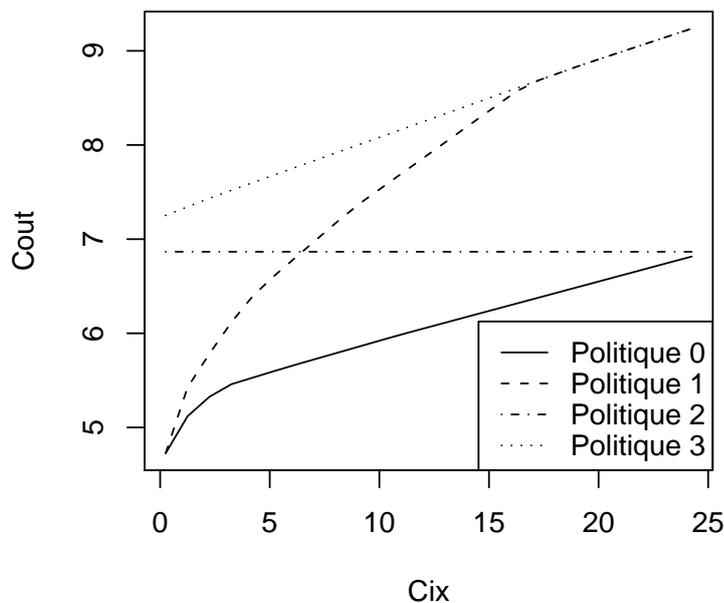
**FIG. 6.3.** Evolution du coût moyen de maintenance pour les différentes politiques lorsque la vitesse de dégradation ( $\alpha$ ) varie

La même étude a été menée pour les autres caractéristiques du système ( $a, b, F_A, m, \mu, \sigma, \lambda, L$ ). A chaque fois, la politique 0 est la politique qui permet de minimiser le

coût de maintenance et elle tend vers les politiques classiques dans les cas limites. La politique 0 est particulièrement avantageuse lorsqu'aucun processus de défaillance n'est négligeable devant l'autre ; dans ce cas, l'intérêt de la combinaison de la carte de contrôle et de la maintenance conditionnelle est illustrée par la différence de coût obtenu par la politique 0 comparée aux politiques classiques.

### 6.3.3 Performance de la politique de maintenance lorsque les coûts de maintenance varient

L'objectif de cette section est d'étudier et de comparer les performances des politiques en fonction de chacun des coûts unitaires de maintenance. Pour chaque coût unitaire de maintenance, on cherche les paramètres de chacune des politiques qui minimisent le coût moyen. Les courbes présentées en figure 6.4 sont obtenues pour un coût unitaire de la X-inspection ( $c_{ix}$ ) variant de  $c_{iz}$  (coût unitaire de la Z-inspection) à  $c_p$  (coût unitaire d'un remplacement préventif).

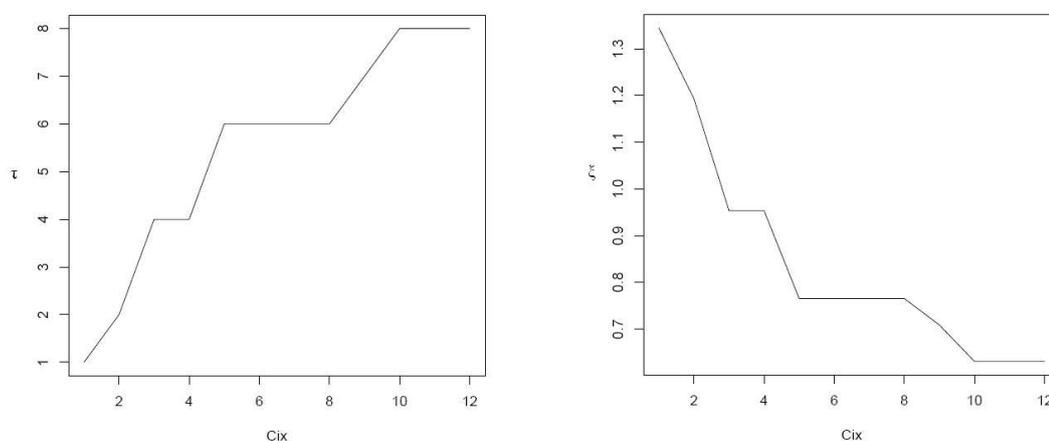


**FIG. 6.4.** Evolution du coût moyen de maintenance pour les différentes politiques lorsque le coût unitaire de la X-inspection varie

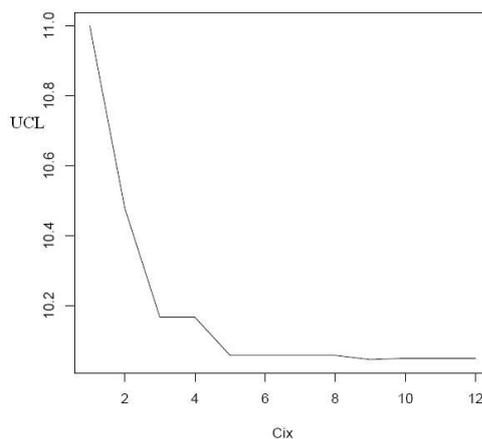
Les résultats obtenus sont les suivants.

- La politique 0 est toujours la politique qui permet de minimiser le critère de coût.
- Lorsque  $c_{ix}$  est faible, le niveau de dégradation du système peut alors être inspecté très souvent ( $\tau^*$  est faible, cf. figure 6.5(a)). Dans ce cas, le bénéfice de la limite de contrôle est faible (cf. figure 6.5(c)), le système est remplacé préventivement lors d'une X-inspection. La politique 0 tend alors vers la politique 1.

- Lorsque  $c_{ix}$  augmente, l'écart entre la politique 0 et la politique 1 se creuse. En effet, lorsque  $c_{ix}$  augmente, la période entre les X-inspections augmente également (cf. figure 6.5(a)), par contre le seuil de remplacement préventif diminue (cf. figure 6.5(b)). La politique 1 tend alors progressivement vers la politique 3 (à chaque X-inspection le système sera remplacé préventivement). La politique 0 quant à elle est efficace grâce à la surveillance de  $Y_k$  qui permet la détection de défaillance entre deux X-inspections. La limite de contrôle  $UCL$  diminue lorsque  $c_{ix}$  augmente de façon à limiter le temps d'indisponibilité (cf. figure 6.5(c)). La politique 0 tend, dans ce cas, vers la politique 2, le système est toujours remplacé correctivement par la détection d'une défaillance par la carte de contrôle.



(a) Evolution de la période d'inspection en fonction du coût d'une X-inspection (b) Evolution du seuil de remplacement préventif en fonction du coût d'une X-inspection



(c) Evolution de la limite de contrôle en fonction du coût d'une X-inspection

**FIG. 6.5.** Evolution des paramètres de décision en fonction du coût d'une X-inspection

Nous avons effectué la même étude lorsque les autres coûts unitaires de maintenance varient ( $c_{iz}, c_c, c_p, c_u$ ). La politique 0 reste toujours la politique qui permet de minimiser le coût de maintenance et, dans les cas limites, elle tend vers les politiques classiques. Le bénéfice de la politique 0 est d'autant plus grand lorsque aucun coût n'est négligeable devant les autres.

Les observations faites dans cette section illustrent l'adaptabilité de la politique de maintenance proposée lorsque les données du problème, caractéristiques du système et coûts unitaires de maintenance, varient. La politique de maintenance proposée a démontré son efficacité vis-à-vis des trois politiques "classiques" considérées et peut être vue comme une "généralisation" de ces dernières. La politique proposée est alors surtout intéressante pour les cas de configurations "non-extrêmes", c'est-à-dire quand le comportement du système est prévisible et lorsque aucun coût unitaire de maintenance n'est négligeable : dans ces cas, la combinaison de la maintenance conditionnelle et de la maîtrise statistique des procédés permet d'optimiser significativement le critère de coût.

## 6.4 Analyse de la sensibilité du modèle par rapport aux incertitudes sur les données

La collecte de données en industrie peut se révéler assez difficile, d'une part, par le manque de données, d'autre part, à cause d'erreurs de mesure ou d'estimation qui peuvent être faites. L'objectif de cette section est d'analyser la robustesse de la politique de maintenance proposée lorsque les estimations des caractéristiques du système sont de mauvaise qualité.

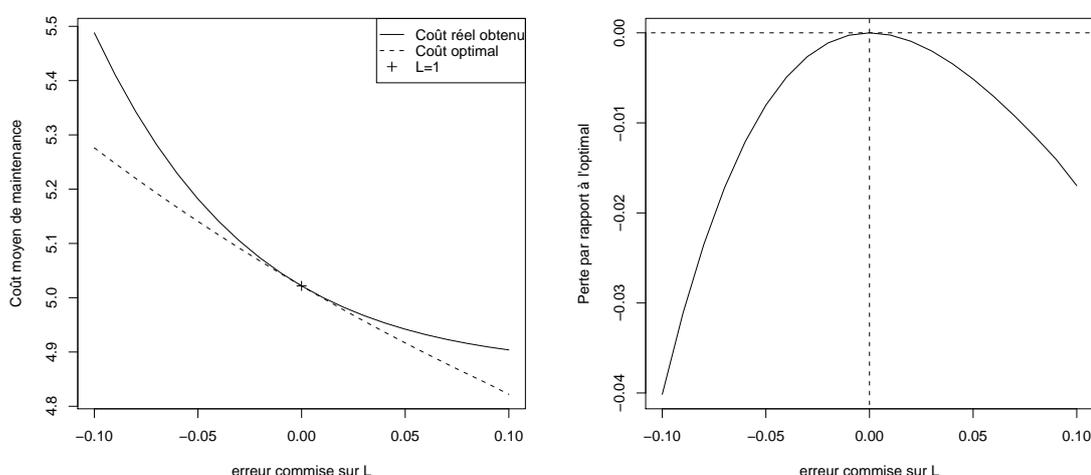
### 6.4.1 Analyse de sensibilité par l'approche "One-Factor-At-A-Time" (OAT)

La méthode utilisée consiste à faire varier séparément (une à une) chaque caractéristique du système entre  $-10\%$  et  $+10\%$  par rapport à sa valeur initiale.

Nous avons effectué une analyse de sensibilité lorsque le seuil de défaillance  $L$  varie. En pratique, il n'est pas simple d'évaluer avec précision la valeur du seuil de défaillance qui correspond soit à un niveau inacceptable de performance, soit à un arrêt du système. Son évaluation repose sur des données de retour d'expérience (nombre de produits non conformes dans le cas d'un système de production par exemple) et sur un niveau d'expertise.

Nous proposons sur la figure 6.6 propose quelques résultats sur l'étude de l'évolution du coût moyen à long terme obtenu en fonction d'une erreur de mesure sur le seuil de défaillance. La courbe en trait plein, figure 6.6(a), représente le coût moyen obtenu par la politique 0 optimisée à partir de la valeur estimée  $L = 1$  alors qu'une erreur de mesure sur ce paramètre est commise. La courbe en trait discontinu est le coût moyen optimisé qu'on aurait obtenu si aucune erreur n'était commise. La figure 6.6(b) illustre la perte, en pourcentage, relative à cette erreur de mesure. On note que

la structure de maintenance proposée ne semble pas être suffisamment robuste aux erreurs de mesure sur le seuil de défaillance : 4.02% de pertes relatives dans le pire des cas qui est obtenu pour une erreur de mesure de  $-10\%$ . Une solution pour remédier à ce problème pourrait être de probabiliser le seuil de défaillance. Toutefois, il faut noter que cette proportion dépend des coûts unitaires de maintenance, elle augmente lorsque le coût moyen de maintenance tend à diminuer mais diminue lorsque celui-ci augmente. En effet, lorsque le coût est faible, l'écart entre le coût réel obtenu et le coût optimal peut être faible mais la perte relative élevée.



(a) Comparaison de coût moyen obtenu avec une erreur d'estimation au coût réel obtenu sans erreur de mesure  
 (b) Perte relative (en pourcentage) par rapport au coût optimisé si une erreur d'estimation du paramètre est faite

**FIG. 6.6.** Influence de l'erreur faite sur l'estimation du seuil de défaillance,  $L$

La même étude a été faite pour toutes les caractéristiques du système ( $a, b, F_A, \alpha, m, \mu, \sigma, \lambda$ ). Seule l'analyse de sensibilité sur le seuil de défaillance est présentée dans cette partie car c'est le paramètre dont une erreur sur l'estimation entraîne la plus grande perte relative par rapport au coût optimal obtenu sans erreur. Pour les autres paramètres, dans le pire des cas, on obtient une erreur relative de 0.3% lorsqu'une erreur de  $+10\%$  est effectuée sur  $\lambda$ . Finalement, avec l'approche "OAT" présentée ici, la structure de maintenance proposée semble robuste aux erreurs de mesure sur les différentes caractéristiques du système en tenant compte des précautions énoncées pour le seuil de défaillance.

### 6.4.2 Analyse de sensibilité lorsque toutes les caractéristiques du système varient

En pratique, il y a rarement une erreur de mesure faite uniquement sur une caractéristique du système et l'effet de chaque donnée d'entrée sur le résultat de

sortie n'est pas forcément linéaire. Afin d'évaluer l'impact des erreurs d'estimation ou de mesures faites sur les caractéristiques du système, les pires des cas sont pris en considération, c'est-à-dire chaque paramètre est réglé à la valeur correspondant à une erreur relative de  $-10\%$  et  $+10\%$ . Les résultats présentés dans le tableau 6.1 sont obtenus à l'aide de la méthode de Monte Carlo. Dans le pire des cas, une perte relative de  $40\%$  environ est obtenue par rapport au coût optimal lorsqu'une erreur de  $+10\%$  est effectuée sur l'estimation de tous les paramètres.

Erreur d'estimation des caractéristiques du système	$-10\%$	0	$+10\%$
Coût obtenu avec les incertitudes	8.503	5.022	2.321
Coût optimal	8.044	5.022	1.656
Perte relative comparé au coût optimal	5.618%	0	40.129%

**Tableau 6.1.** Impact de l'erreur d'estimation des caractéristiques du système sur le coût de maintenance pour  $a = 0.005, b = 0.01, F_A = 0.96, \alpha = 20, m = 10, \mu = 0.22, \sigma = 1, \lambda = 10.5, L = 1, c_c = 100, c_p = 30, c_m = 2, c_u = 25, c_{ix} = 1, c_{iz} = 0.25$

Cette perte est importante mais on peut considérer qu'il est rare qu'une erreur d'estimation de  $10\%$  soit effectuée sur tous les paramètres en même temps. De plus, dans le cas  $+10\%$ , l'écart entre le coût réel et le coût optimal est à peine plus élevé que dans le cas  $-10\%$  mais le coût est plus faible ce qui entraîne une perte relative plus importante. Par ailleurs, pour des caractéristiques du système et des coûts de maintenance unitaires différents ( $a = 0.05, b = 0.025, F_A = 0.96, \alpha = 5, m = 10, \mu = 0.22, \sigma = 1, \lambda = 10.5, L = 2, c_c = 100, c_p = 30, c_{ix} = 2, c_{iz} = 0.5, c_u = 25, c_m = 4$ ) on peut obtenir des résultats très satisfaisants (cf. tableau 6.2. Dans ce cas, le modèle semble très robuste aux erreurs de mesures faites sur les caractéristiques du système : moins de  $1.1\%$  de pertes relatives dans le pire des cas qui est obtenu pour une erreur de mesure de  $-10\%$ ).

Erreur d'estimation des caractéristiques du système	$-10\%$	0	$+10\%$
Coût obtenu avec les incertitudes	9.814	12.253	15.050
Coût optimal	9.729	12.253	14.885
Perte relative comparé au coût optimal	0.866%	0	1.096%

**Tableau 6.2.** Impact de l'erreur d'estimation des caractéristiques du système sur le coût de maintenance pour  $a = 0.05, b = 0.025, F_A = 0.96, \alpha = 5, m = 10, \mu = 0.22, \sigma = 1, \lambda = 10.5, L = 2, c_c = 100, c_p = 30, c_{ix} = 2, c_{iz} = 0.5, c_u = 25, c_m = 4$

Au vu des différents résultats on constate qu'il y a moins de perte relative lorsqu'une erreur  $-10\%$  est faite que lorsque l'erreur est de  $+10\%$ . Dans le premier cas, la vitesse de dégradation est plus rapide,  $\tau$  optimisé est alors plus faible que dans le second cas. En cas de doute, il faut mieux adopter une attitude conservatrice pour limiter la perte relative.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons cherché à illustrer les performances de la politique optimisée en fonction des différentes données du problème : les caractéristiques du système et les coûts unitaires de maintenance. La nature du critère de performance de la politique ne nous a pas permis de démontrer formellement l'existence et de caractériser les paramètres optimaux de la politique. Nous avons donc choisi d'étudier numériquement les propriétés de la politique en analysant le comportement des paramètres de décision suivant les valeurs des données du problème de maintenance. Par ailleurs, l'analyse des performances de la politique de maintenance proposée a permis de montrer qu'elle généralise des politiques de maintenance classiques. Elle permet de minimiser le coût de maintenance notamment quand aucun des coûts unitaires n'est négligeable devant les autres et lorsqu'aucun mode de défaillance n'est également négligeable.

De plus, nous avons proposé une étude numérique illustrant les limites des performances de la politique face à des erreurs sur les valeurs des caractéristiques, erreurs qui peuvent être dues aux imprécisions de mesure ou d'estimation.

Les travaux présentés dans cette partie ont fait l'objet de plusieurs publications [27–30, 37, 38].

Dans cette partie, nous avons considéré que le stress avait une influence uniquement sur la défaillance du système. Pour cela, nous avons introduit un mode de défaillance de type choc pour lequel une probabilité d'occurrence fonction du niveau de stress et du niveau de dégradation a été introduite. Cependant, comme nous l'avions mentionné dans le chapitre chapitre 2, le stress peut aussi influencer les caractéristiques de dégradation du système. L'objectif de la partie suivante est d'étudier plusieurs modélisations de cet impact et de proposer des politiques de maintenance.



*Troisième partie*

## Vers une meilleure prise en compte du processus de stress et de ses impacts



---

## *Introduction*

---

L'objectif de cette dernière partie est, tout d'abord, d'expliciter les relations qu'il peut exister entre le processus de dégradation et le processus de stress. Jusqu'à présent, nous avons considéré que le stress environnant pouvait avoir un impact direct sur la défaillance du système mais le stress peut également en affecter le processus de dégradation. Nous allons donc d'abord développer les interactions pouvant exister entre le vieillissement du système, caractérisé par un processus de dégradation continu, et son environnement d'exploitation. Il existe une multitude de façon de prendre en compte le stress qui impacteront directement la structure de maintenance. Par ailleurs, il semble raisonnable de penser que le coût de maintenance pourrait être amélioré par la surveillance en continue du stress corrélé à une variable d'environnement et l'intégration de cette information dans le processus de décision de maintenance. Cependant, cette prise en compte du stress au niveau de la politique de maintenance n'est pas triviale. Nous allons comparer différentes politiques de maintenance conditionnelle intégrant le stress.

Cette partie suivra le schéma suivant.

Dans le chapitre 7, nous allons tout d'abord développer plusieurs approches pour modéliser l'impact du stress environnemental sur le processus de dégradation et vice-versa. Une discussion sur la disponibilité de la mesure de l'effet du stress en ligne et sur la nature de l'impact de celui-ci sur les caractéristiques de dégradation du système permet de mettre en évidence trois cas d'étude particuliers. Pour le premier de ces modèles, nous considérons que le stress n'a pas d'impact sur le processus de dégradation ou que son impact n'est pas mesurable. Pour le second cas, on suppose que le processus de dégradation est modifié seulement lorsque le système est "stressé" et devient normal dès son retour dans l'état nominal. Enfin, pour le dernier cas, le processus de dégradation est impacté de manière irréversible à chaque survenue d'un stress. Nous développons et évaluons une structure de maintenance adaptée à un tel système. Les règles de décision restent inchangées quel que soit le cas considéré, seuls les paramètres de décision optimisés n'ont pas les mêmes valeurs en fonction de l'impact pris en compte. Afin d'illustrer l'importance de la détermination de la nature du stress, une étude des performances de la politique de maintenance en fonction de l'hypothèse de départ concernant l'impact du stress sur le processus de dégradation comparé à son impact réel est proposée.

Dans le chapitre 8, on cherche à améliorer les performances économiques des structures proposées dans le chapitre précédent en développant un schéma adaptatif d'inspections pour prendre en compte les effets ponctuels (et non moyens comme précédemment) du stress. Trois nouveaux schémas sont alors proposés et leurs performances comparées à celles de la structure de maintenance qui repose uniquement sur la connaissance a priori du stress (structure proposée dans le chapitre 4).

Enfin, dans le chapitre 9, nous proposons une modélisation du stress en temps continu (dans tous les autres chapitres nous le considérons toujours en temps discret). En effet, la plupart des systèmes réels régis par des lois physiques évoluent par nature continûment dans le temps et l'identification directe de modèles à temps continu présente de nombreux avantages. Dans ce chapitre, nous proposons de construire différents modèles de maintenance basés sur le niveau d'information disponible sur le système et plus particulièrement sur le niveau de connaissance concernant le processus de stress. Nous proposons de prendre en compte dans le processus de décision le temps passé dans l'état stressé.

# *Introduction de différents impacts du stress sur le processus de dégradation*

---

## 7.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de proposer une extension du modèle de défaillance développé dans la partie II afin de pouvoir prendre en compte des dépendances mutuelles entre le processus de dégradation et le processus de stress.

Jusqu'à présent, nous avons considéré que le stress impactait seulement la probabilité de défaillance du système. Cependant, il est facile d'imaginer que le stress puisse aussi en affecter le processus de dégradation. Un fort taux d'humidité favorise la corrosion d'un matériau oxydable. Bien que cette idée reste tout à fait naturelle, son intégration dans le processus de décision est loin d'être triviale et peut se faire à plusieurs niveaux.

L'objectif de ce chapitre est l'étude du comportement de la politique 0 décrite précédemment en fonction de la nature de l'impact du stress sur la dégradation du système à maintenir. Des impacts de trois natures seront ici considérées. Dans le premier modèle, on considère que l'impact du stress n'est pas directement mesurable mais une connaissance a priori reste néanmoins disponible. Dans le second modèle, on suppose que le processus de dégradation est modifié seulement lorsque le système est "stressé" et devient normal dès son retour dans l'état nominal. Enfin, dans le troisième modèle, le processus de dégradation est impacté de manière irréversible à chaque survenue d'un stress. Afin d'illustrer l'importance de la détermination de la nature du stress, une étude des performances de la politique de maintenance en fonction de l'hypothèse de départ concernant l'impact du stress sur le processus de dégradation comparé à son impact réel est proposée.

Ce chapitre s'organise de la manière suivante :

- Dans la section 7.2, le modèle de défaillance développé dans la partie II est étendu afin d'intégrer les dépendances mutuelles.
- Dans la section 7.3, la structure de maintenance est brièvement rappelée et les éléments mathématiques de différenciation de la politique précédente seront présentés dans le cadre de la construction du critère économique.
- Dans la section 7.4, l'étude des performances de la politique de maintenance

en fonction de l'hypothèse de départ concernant la nature du stress sur le processus de dégradation est menée.

## 7.2 Description du processus de défaillance du système

Afin de bien mettre en évidence la nouvelle hypothèse concernant l'impact du stress sur la dégradation, nous proposons ici de restreindre l'étude à un système présentant un seul mode de défaillance résultant du niveau de dégradation excessif. Ainsi, nous ne considérons plus dans cette partie les défaillances liées au choc.

### 7.2.1 Processus de dégradation

Nous considérons que l'état du système à un instant  $t_k$  donné peut être résumé par une variable de dégradation et son évolution peut être décrite par un processus stochastique  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  [28, 37, 52, 54] strictement croissant. On considère que le système est défaillant si le niveau de dégradation est supérieur à un seuil de défaillance fixé  $L$ . On suppose les incréments de dégradation élémentaires  $\Delta X_{k-1,k}$  entre deux instants consécutifs  $t_{k-1}$  et  $t_k$  suivent un processus Gamma de paramètre de forme  $\alpha(t_k - t_{k-1})$  et de paramètre d'échelle  $\beta$  :

$$f_{\alpha(t_k - t_{k-1}), \beta}(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha(t_k - t_{k-1}))} \beta^{\alpha(t_k - t_{k-1})} x^{\alpha(t_k - t_{k-1}) - 1} e^{-\beta x} \mathbb{1}_{\{x \geq 0\}} \quad (7.1)$$

La dégradation moyenne par unité de temps est donnée par  $\mathbb{E}(X(\Delta t)) = \frac{\alpha \Delta t}{\beta}$  avec une variance  $V(X(\Delta t)) = \frac{\alpha \Delta t}{\beta^2}$ .

Contrairement aux chapitres précédents dans lesquels un processus de phase avait été utilisé pour modéliser le processus de dégradation, ce dernier est maintenant modélisé par un processus Gamma. Le processus Gamma peut être vu comme une généralisation du processus de phase décrit dans la section 4.3.1 du chapitre 4. En effet, pour une discrétisation du temps donnée, on peut montrer que l'on retrouve la loi exponentielle à partir de la loi Gamma pour  $\alpha = 1$ . L'avantage du processus Gamma est l'introduction d'un nouveau paramètre améliorant ainsi la flexibilité de la loi aux données de retour d'expérience. On trouve nombre d'applications du processus Gamma, notamment sur des structures en Génie Civil, par exemple sur une digue de protection des inondations aux Pays-Bas [103, 105, 106], des fissures longitudinales sur des routes [17], ... Le coût associé à l'introduction de ce nouveau paramètre se trouve bien entendu dans l'accroissement de données de retour d'expérience. Cependant, même avec peu de données, la qualité d'estimation des deux paramètres reste acceptable. On pourra se référer à l'article de Van Noortwijk [102] pour l'estimation des paramètres du processus Gamma par la méthode du Maximum de Vraisemblance. La conservation des propriétés d'échangeabilité, d'infini divisibilité permet de rendre facile l'expression des convolutions successives des lois Gamma et, ainsi, de faciliter la résolution du problème d'optimisation.

## 7.2.2 Processus de stress

Le processus de stress est modélisé exactement de la même manière que dans la partie précédente. On considère que le processus de stress peut être modélisé par un processus stochastique  $(Y_k)_{k \in \mathbb{N}}$  où  $Y_k$  représente son intensité à un instant donné  $t_k$ . Lorsque le système est en fonctionnement, l'intensité du stress est supposée en moyenne constante.  $(Y_k)$  est alors modélisé par un processus gaussien classique de moyenne  $m$  et d'écart type  $\sigma$  (cf. chapitre 4).

## 7.2.3 Relation entre le processus de dégradation et le processus de stress

### Influence de la dégradation sur le processus de stress

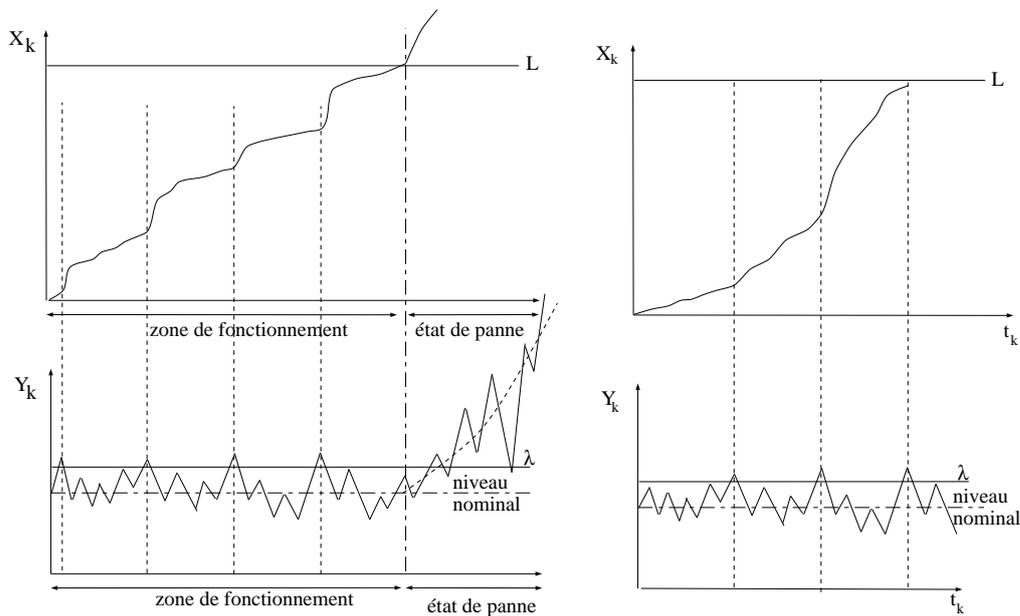
Comme dans la section 4.3.5 du chapitre 4, on considère que le niveau de fonctionnement du système agit sur les conditions environnementales. La modélisation de cet impact reste inchangée. Lorsque le niveau de dégradation reste inférieur au seuil de défaillance, l'impact sur le stress reste négligeable. Lorsqu'une défaillance par dépassement de seuil arrive, on peut alors observer une augmentation moyenne graduelle de l'intensité du stress. Un coefficient de dérive  $\mu$  est alors introduit dans le processus du stress  $(Y_k)$  qui est assimilé à un mouvement brownien généralisé.

### Influence du stress sur la dégradation

On se propose ici de modéliser l'impact du stress sur l'évolution du système de trois manières différentes :

- l'impact n'est pas directement mesurable car non significatif ou bien non modélisable car le retour d'expérience n'est pas suffisant. Nous proposons alors la caractérisation des paramètres moyens  $\alpha$  et  $\beta$  par la méthode du maximum de vraisemblance sur l'ensemble des données. On note par la suite cette modélisation "*pas d'impact*".
- le processus de dégradation est modifié seulement lorsque le système est stressé (i.e.,  $\forall k Y_k > \lambda$ ) et redevient normal dès son retour dans l'état nominal ( $Y_k < \lambda$ ). On propose de modéliser l'accroissement de la dégradation dû à un stress assimilable ici à un choc par une variable aléatoire  $X_s$  distribuée suivant une loi Gamma à 2 paramètres  $(\alpha_s, \beta_s)$ . Par souci de simplification, on considère que  $\beta_s = \beta$  [5, 65]. Sous ces hypothèses, l'incrément de dégradation lors d'un stress vaut  $\Delta X + X_s$  et est une variable aléatoire qui suit un processus Gamma de paramètres  $(\alpha \Delta t + \delta \alpha, \beta)$  (rappel : on suppose que  $\Delta t = 1$ ). On appelle par la suite cette modélisation "*stress ponctuel*". Une illustration d'évolution d'un système soumis à un stress ponctuel est présentée sur la figure 7.1(a). Dans la partie zone de fonctionnement de la figure 7.1(a), on observe qu'à chaque fois que  $Y_k \geq \lambda$ , la vitesse de dégradation augmente brusquement pour diminuer aussi rapidement dès que  $Y_k < \lambda$ .

- le processus de dégradation est impacté irréversiblement par la survenue d'un stress. Plusieurs modélisations sont envisageables, on peut notamment considérer que le comportement du système change et donc que son processus de dégradation est modélisé par une nouvelle loi, dans ce cas des processus de Markov additifs pourraient être appliqués [25]. Nous avons choisi de restreindre l'impact à un changement définitif de la vitesse de dégradation sans pour autant en changer les caractéristiques, nous avons choisi de continuer à utiliser exclusivement un processus Gamma. Cette hypothèse n'est pas si restrictive étant donné la flexibilité du processus Gamma, on peut alors capturer un grand nombre de phénomènes de dégradation différents. On suppose donc qu'après l'occurrence d'un stress, la vitesse de dégradation du système augmente définitivement jusqu'au prochain remplacement. Après l'occurrence de  $n$  stress depuis le dernier remplacement, le paramètre de forme devient  $(\alpha + n\delta\alpha)\Delta t$ . Le modèle proposé ici a des aspects similaires à ceux proposés dans [47, 91] dans le sens où on considère que le processus de dégradation suit un processus Gamma avec différents modes. On nomme cette modélisation "*impact permanent*". Une illustration de l'évolution du processus de dégradation en fonction du processus de stress est proposée figure 7.1(b). On observe que la vitesse de dégradation augmente de manière définitive à chaque occurrence d'un stress (à chaque fois que  $Y_k \geq \lambda$ ).



(a) Impact ponctuel du stress sur le processus de dégradation (b) Impact permanent du stress sur le processus de dégradation

**FIG. 7.1.** Illustration de l'évolution du processus de stress et de son impact sur l'évolution du processus de dégradation lorsque le système est non maintenu

## 7.3 Définition et évaluation de la politique de maintenance

### 7.3.1 Structure de la politique de maintenance

La restriction de la défaillance à un unique mode (entraînant la suppression de défaillances liées à des chocs) permet de ne plus considérer la maintenance systématique qui, rappelons-le, permettait de réduire temporairement la sensibilité du système aux chocs. On se propose de conserver la structure de la politique 0 avec cette nouvelle hypothèse et d'en rappeler brièvement les caractéristiques. Les actions de maintenance disponibles sont les X-inspections périodiques qui permettent de connaître l'état du système et son niveau de dégradation, les Z-inspections qui permettent de connaître uniquement l'état du système, les remplacements préventifs et correctifs (cf. figure 7.2).

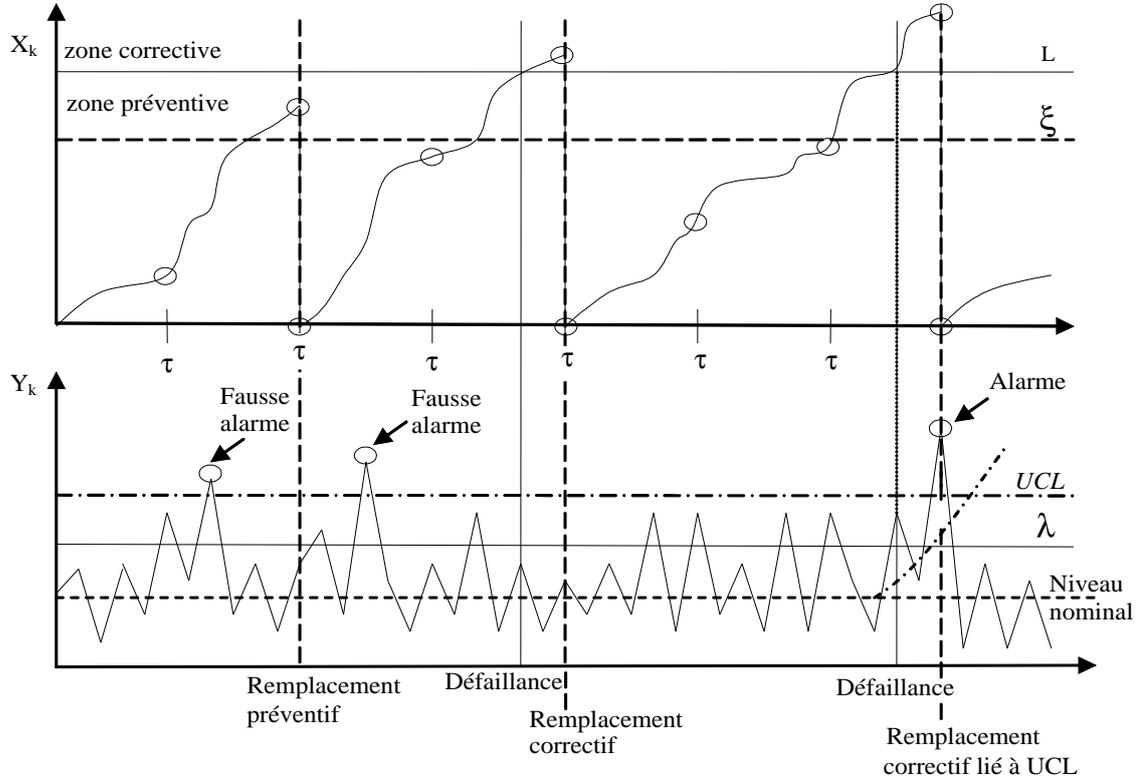
Les paramètres de décision de maintenance à optimiser sont :

- $\tau$  : la période de la X-inspection qui permet d'équilibrer le coût cumulé des inspections et la détection rapide ou la prévention d'une défaillance ;
- $\xi$  : le seuil de remplacement préventif qui permet de fixer le ratio entre remplacements préventifs et correctifs ;
- $UCL$  : la limite supérieure de contrôle qui équilibre les fausses alarmes et la détection d'une défaillance.

### 7.3.2 Critère de coût

Les performances de la politique proposée sont évaluées par un critère à long terme lié au coût moyen de maintenance du système par unité de temps. Ce coût moyen de maintenance s'exprime en fonction du coût global de maintenance du système composé de :

- un coût cumulé lié aux X-inspections  $C_{INSP-X}(t)$  effectuées sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ . Ce coût dépend du nombre de X-inspections, noté  $N_{ix}(t)$ , réalisées sur  $[0, t]$  et du coût unitaire  $c_{ix}$  d'une X-inspection.
- un coût cumulé lié aux Z-inspections  $C_{INSP-Z}(t)$  effectuées sur  $[0, t]$ . Ce coût dépend du nombre de Z-inspections,  $N_{iz}(t)$ , réalisées sur  $[0, t]$  et du coût unitaire  $c_{iz}$  de cette action.
- un coût cumulé lié aux remplacements correctifs  $C_{CORR}(t)$  sur  $[0, t]$  qui dépend du nombre de remplacements correctifs effectués sur cet intervalle,  $N_c(t)$  et du coût unitaire de cette opération  $c_c$ .
- un coût cumulé lié aux remplacements préventifs  $C_{PREV}(t)$  sur  $[0, t]$  qui dépend du nombre de remplacements préventifs effectués sur cet intervalle,  $N_p(t)$  et du coût unitaire d'un remplacement préventif  $c_p$ .
- un coût cumulé lié à la durée d'indisponibilité  $C_{INDISP}(t)$  sur  $[0, t]$  qui dépend de la durée cumulée d'indisponibilité sur  $[0, t]$  et du coût d'indisponibilité par unité de temps  $c_u$ .



**FIG. 7.2.** Evolution du système maintenu dans le cas d'un impact ponctuel du stress

Le coût de maintenance cumulé  $C(t)$  sur un intervalle de temps  $[0, t]$  s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} C(t) &= C_{INSP-X}(t) + C_{INSP-Z}(t) + C_{CORR}(t) + C_{PREV}(t) + C_{INDISP}(t) \quad (7.2) \\ &= c_{ix} \cdot N_{ix}(t) + c_{iz} \cdot N_{iz}(t) + c_p \cdot N_p(t) + c_c \cdot N_c(t) + c_u \cdot D_u(t) \quad (7.3) \end{aligned}$$

En exploitant de nouveau les propriétés régénératives du processus et en appliquant le théorème élémentaire de renouvellement, le coût moyen de maintenance par unité de temps sur un horizon infini peut être exprimé comme le ratio du coût moyen de maintenance cumulé sur un cycle de régénération  $\mathbb{E}(C(S))$  sur la longueur moyenne d'un cycle  $\mathbb{E}(S)$  :

$$\bar{C}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{C(t)}{t} \right) = \frac{\mathbb{E}(C(S))}{\mathbb{E}(S)} \quad (7.4)$$

$$\bar{C}_\infty(\tau, \xi, UCL) = \frac{c_{ix} \mathbb{E}(N_{ix}(S)) + c_{iz} \mathbb{E}(N_{iz}(S)) + c_p + (c_c - c_p) \mathbb{E}(N_c(S)) + c_u \mathbb{E}(D_u(S))}{\mathbb{E}(S)} \quad (7.5)$$

Les différentes quantités de l'équation (7.5) peuvent de nouveau être évaluées par la fonction de fiabilité du système maintenu,  $R_m(t_k)$ . Le même raisonnement

que celui présenté dans le chapitre 5 est utilisé. Nous ne présenterons ici que les lois de dégradation cumulées d'un tel système en fonctionnement sujet au vieillissement et au stress après  $k$  périodes de temps. Nous devons distinguer les trois cas correspondants aux trois impacts du stress sur le processus de dégradation :

1. Dans le cas où le stress n'a pas d'impact sur le processus de dégradation, la loi de dégradation cumulée est donnée par la  $k^{\text{ième}}$  convolution de  $f_{\alpha(t_k-t_{k-1}),\beta}$  (cf. équation (7.1)), notée  $g_1^{(k)}$  :

$$g_1^{(k)}(x) = \frac{\beta^{\alpha k}}{\Gamma(\alpha k)} x^{\alpha k - 1} e^{-\beta x} \tag{7.6}$$

2. Notons  $g_2^{(k)}$  la loi de dégradation cumulée d'un système en fonctionnement sujet au vieillissement et à un stress ayant un impact ponctuel sur le processus de dégradation après  $k$  périodes de temps :

$$g_2^{(k)}(x) = \sum_{i=0}^k C_k^i p^i (1-p)^{(k-i)} \frac{\beta^{\alpha k + \delta \alpha (k-i)}}{\Gamma(\alpha k + \delta \alpha (k-i))} x^{(\alpha k + \delta \alpha (k-i)) - 1} e^{-\beta x} \tag{7.7}$$

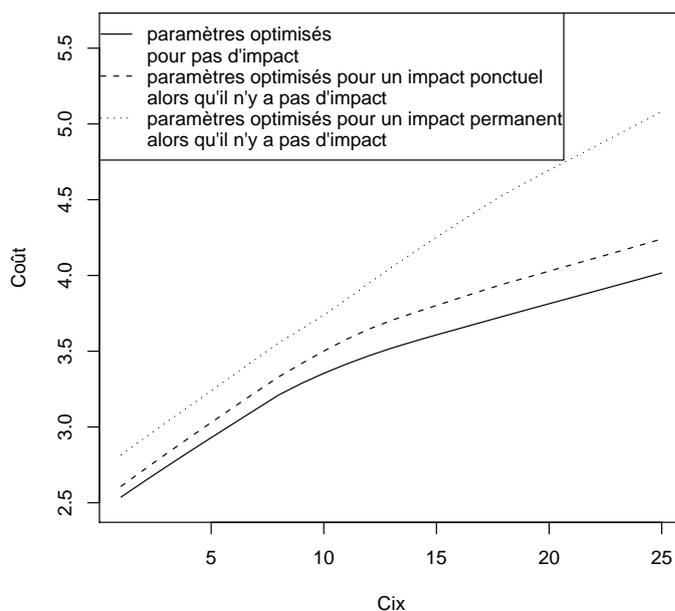
3. La loi de dégradation cumulée dans le cas où le stress a un impact permanent ne s'exprime pas facilement car dans ce cas le processus de dégradation n'est plus un processus markovien. En effet, la loi associée va dépendre à la fois du nombre de stress dans l'intervalle  $(0, t_k)$  mais aussi des dates de ces stress. Supposons connus le nombre  $j$  de stress et les dates associées  $T_i, i = 1, \dots, j$ , la loi conditionnelle d'évolution de la dégradation jusqu'à  $t_k$  peut alors s'exprimer sous la forme d'une loi Gamma  $\Gamma\left(\alpha t_k + \delta \alpha_i \sum_{i=1}^j (t_k - T_i), \beta\right)$ . Nous utiliserons par la suite la méthode de Monte Carlo pour estimer le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps dans ce cas.

## 7.4 Influence de la connaissance de l'impact du stress

La pertinence de la structure de maintenance proposée a été illustrée dans le chapitre 6. Nous proposons dans cette section de mettre en évidence les bénéfices d'une modélisation adéquate de l'impact du stress sur le système. Pour ce faire, le critère de coût moyen de maintenance par unité de temps adapté aux nouvelles hypothèses est étudié pour les trois modélisations décrites ci-dessus. On comparera les critères de coût en fonction des différentes erreurs que l'on pourrait commettre sur l'impact du stress sur la dégradation.

Les figures 7.3 à 7.5 illustrent la conséquence, en terme de perte économique, de l'erreur faite sur l'estimation de l'impact du stress. Sur chaque figure, les trois courbes représentent l'évolution du coût optimal de maintenance lorsque le coût de la X-inspection varie. La courbe en trait plein est obtenue lorsque aucune erreur

n'est faite concernant l'influence du stress sur le processus de dégradation et les courbes en pointillés correspondent au cas où une erreur d'hypothèse est faite sur l'impact du stress. On constate dans tous les cas, qu'une erreur faite sur l'impact du stress entraîne un accroissement plus ou moins important du coût de maintenance.



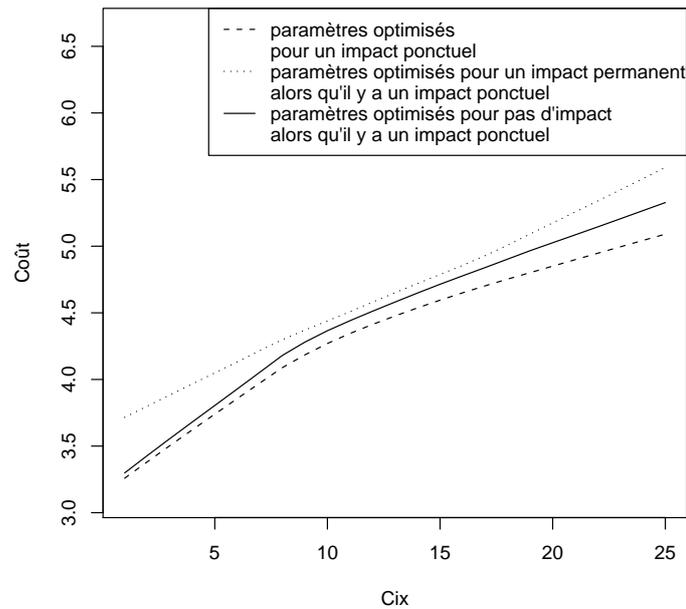
**FIG. 7.3.** Coût de maintenance en fonction de la modélisation de l'impact alors qu'il n'y a pas d'impact

L'hypothèse générale dans le cas de la figure 7.3 est que l'impact de l'environnement reste négligeable sur le fonctionnement du système. La courbe en trait plein en illustre l'évolution du coût optimal lorsque le coût d'une X-inspection croît. La courbe en trait discontinu représente le coût optimisé en supposant à tort que l'environnement a un effet ponctuel sur le processus de dégradation. Dans l'exemple proposé ici,  $\delta\alpha$  vaut 0.1 et représente finalement un cas où l'impact de l'environnement est modéré (ce qui est à transcrire sur l'erreur que l'on commet). L'impact d'une mauvaise modélisation de la dégradation s'accroît en fonction du coût des X-inspections. Lorsque ce coût est relativement faible, le schéma de maintenance optimisé préconise une fréquence élevée d'inspection ce qui permet de bien contrôler les maintenances préventives (qui reste le facteur prépondérant dans ce cas). Lorsque le coût d'une X-inspection croît, l'intervalle optimal inter-inspection croît. On aura alors tendance à surévaluer la vitesse moyenne de dégradation entre deux inspections, donc à la fois à sur-inspecter ( $\tau^* = 15$  en considérant à tort un impact ponctuel au lieu de  $\tau^* = 19$  pour l'impact négligeable) et à remplacer trop préventivement.

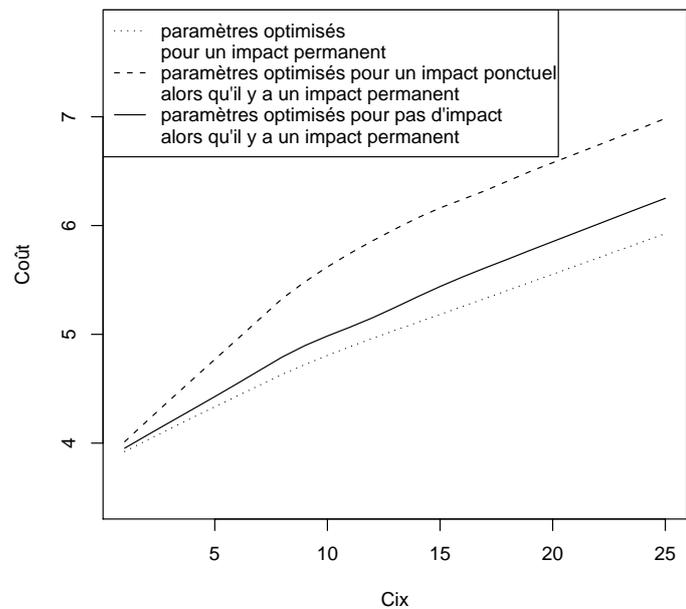
Une erreur du type "impact permanent" au lieu de "pas d'impact" est plus préjudiciable. Ceci est illustré par l'écart entre les courbes en pointillé et en trait plein.

Le préjudice reste lié à la surestimation en moyenne de la vitesse de dégradation sur un cycle. Elle est en effet plus importante que dans le cas ponctuel dû à l'effet cumulatif des chocs.

Les figures 7.4 et 7.5 viennent confirmer et conforter les conclusions obtenues suite à l'analyse de la figure 7.3



**FIG. 7.4.** Coût de maintenance en fonction de la modélisation de l'impact alors qu'il y a un impact ponctuel



**FIG. 7.5.** Coût de maintenance en fonction de la modélisation de l'impact alors qu'il y a un impact permanent

Ces résultats illustrent l'importance de déterminer l'influence de l'environnement stressant sur le processus de dégradation et le bénéfice engendré par l'utilisation d'un modèle se rapprochant au maximum de la réalité.

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une extension du modèle de défaillance développé dans la partie II afin de pouvoir prendre en compte des dépendances mutuelles entre le processus de dégradation et le processus de stress. En effet, le stress peut influencer le comportement de dégradation d'un système. Nous avons proposé trois modélisations de l'impact du stress sur le processus de dégradation : on peut considérer soit que le stress n'a pas d'impact (lorsque son impact n'est pas mesurable), soit que son impact est ponctuel (impact assimilable à un choc), soit que son impact est permanent (impact irréversible du processus de dégradation).

Nous avons utilisé une politique de maintenance identique à celle développée dans la partie II, combinant maintenance conditionnelle et maîtrise statistique des procédés. Cette politique de maintenance nous a permis de souligner la nécessité de déterminer l'influence du stress sur le processus de dégradation et nous avons illustré le bénéfice économique engendré par l'utilisation d'un modèle prenant en compte l'influence du stress sur le processus de dégradation.

La politique de maintenance proposée pourrait être améliorée en adaptant directement la politique au stress, par exemple au nombre de stress, la politique actuelle ne prenant en compte que l'information "a priori" disponible sur le système. En effet, dans nombre de cas, le stress corrélé à une variable d'environnement peut être surveillé d'une manière continue. Ainsi, la surveillance du processus de stress nous fournit une information partielle sur l'évolution des caractéristiques de dégradation du système. Il paraît alors intéressant de prendre en compte cette information dans le processus de décision de maintenance.

---

# *Construction et évaluation de politiques de maintenance “adaptatives”*

---

## 8.1 Introduction

L’objectif de ce chapitre est de montrer les bénéfices à capturer toute nouvelle information dans les modèles de décision en maintenance. Dans les chapitres précédents, l’information utilisée se concentre sur le niveau de dégradation, le comportement moyen ainsi que l’impact associé de l’environnement sur le système. Le schéma conditionnel repose sur la connaissance actualisée d’un niveau de dégradation. Il est généralement difficile de capturer une telle information dans un contexte industriel et donc on ne cherche pas ici à améliorer les politiques sur ce levier. Par contre, les technologies d’acquisition de données en temps réel des conditions de l’environnement sont aujourd’hui disponibles et leur traitement par des systèmes informatiques aussi. Ainsi, nous chercherons dans ce chapitre à étendre la politique de maintenance présentée dans le chapitre précédent pour prendre en compte cette nouvelle information. En supposant donc continue la mesure du stress, on propose l’étude de différentes politiques adaptatives en fonction du nombre de sollicitations observées. En effet, on peut aisément penser qu’étant donné l’accroissement de la vitesse de dégradation fonction du nombre aléatoire de stress, il peut être avantageux de proposer des stratégies qui permettront de faire varier les décisions de maintenance au cours du temps en tenant compte de cette information plutôt que de les reposer sur les caractéristiques moyennes de celui-ci. On rejoint par ce biais les motivations des maintenances conditionnelles. La proposition des politiques adaptatives sera déclinée pour les deux hypothèses de l’impact du stress, à savoir l’impact ponctuel pour lequel l’accroissement de la vitesse de dégradation n’est considéré que lors des périodes de stress et l’impact permanent pour lequel on observe alors un accroissement cumulé à chaque nouvelle sollicitation. Les performances des nouvelles politiques adaptatives seront comparées à celles de la politique de référence, notée politique 0, pour laquelle les paramètres de décision sont optimisés a priori suivant les caractéristiques stationnaires d’évolution de l’environnement.

Nous débuterons ce chapitre par la présentation des différentes stratégies adaptatives, section 8.2. Nous pouvons classer ces stratégies en deux sous-ensembles fonc-

tion du caractère permanent ou non de la nouvelle règle de décision. Les sections 8.3 et 8.4 sont respectivement dévolues à l’étude des performances économiques des politiques adaptatives que l’on cherchera à analyser en fonction de la politique 0. En guise de conclusion, section 8.5, une discussion sur les résultats présentés et les limites des hypothèses sera proposée.

## 8.2 Construction des politiques de maintenance

Nous appelons politiques adaptatives des politiques pour lesquelles les décisions de maintenance peuvent évoluer en fonction du contexte dans lequel évolue le système. Elles offrent ainsi des règles de décision non stationnaires qui ne reposent pas, en opposition aux politiques stationnaires, uniquement sur des caractéristiques moyennes du processus global d’évolution.

Comme nous l’avons précisé en introduction, nous allons chercher à améliorer les règles de décision sur la base du suivi de l’évolution du stress dans le temps. Il y a diverses manières d’intégrer cette information dans le processus de décision. Nous proposons dans cette section deux approches que nous rapprocherons de la politique 0 de référence.

En tout premier lieu, on rappelle que les décisions de maintenance pour la politique 0 sont optimisées en fonction des caractéristiques moyennes des processus de dégradation et de l’impact du stress.

Sachant que le stress impacte la vitesse de dégradation et en supposant continue sa mesure, il semble intéressant d’intégrer le nombre de sollicitations dans la structure de la politique de maintenance. Nous proposons d’adapter de manière continue la date de la prochaine inspection en fonction du nombre de sollicitations effectives depuis la dernière inspection. Plus précisément, on propose d’avancer d’une unité de temps la date de la prochaine inspection à chaque nouvelle sollicitation (sauf si celle-ci intervient juste une unité de temps avant l’inspection planifiée). Ainsi, si  $\tau_1$  est la période inter-inspection initialement prévue à l’issue de l’inspection effectuée à  $t$ , la prochaine inspection sera alors réalisée à :

- $t + \tau_1$  si le système n’est jamais stressé sur l’intervalle de temps  $[t; t + \tau_1 - 1[$ , i.e.  $\forall k \in [t; t + \tau_1 - 1[; Y_k < \lambda$ . Peu importe le niveau de stress sur la dernière période de temps ;
- $t + \tau_1 - n$  ( $\forall n; 1 \leq n < \tau_1$ ) si le système est stressé “ $n$  fois” sur l’intervalle de temps  $[t; t + \tau_1 - n - 1[$ .

Afin de réduire le nombre de paramètres à contrôler, on ne cherchera pas à ajuster la valeur du seuil préventif  $\xi_1$  en fonction du nombre de stress. Ce choix est motivé par les faibles bénéfices attendus en cas d’ajustement au regard de ceux engendrés par l’ajustement des inspections. Finalement, les paramètres que l’on cherche à optimiser sont la période d’inspection initiale  $\tau_1$ , le seuil de remplacement préventif  $\xi_1$  et la limite de contrôle  $UCL_1$  pour minimiser le coût moyen de maintenance à long terme. On souligne ici la difficulté d’expression du critère. Son évaluation et son

optimisation ne reposeront plus sur des méthodes numériques d'intégration mais sur des approches de simulations stochastiques de type Monte Carlo.

Dans la politique 4, nous avons imposé systématiquement la réduction de la période d'inspection dès qu'une sollicitation est observée. Nous avons cherché à étendre cette politique en optimisant la réduction de la période en fonction du nombre de sollicitations. Les résultats alors obtenus ne nous ont pas permis de mettre en évidence des bénéfices significatifs de cette approche. Ainsi, nous ne chercherons pas dans ce manuscrit à approfondir cette voie.

Précédemment, nous avons considéré que l'ajustement des dates d'inspection est effectif entre deux inspections (on ré-initie la période  $\tau_1^*$  à toute nouvelle inspection). La politique 5 que nous proposons de construire impose un ajustement définitif de la période inter-inspection jusqu'au prochain remplacement. Ainsi, on rejoint l'idée des schémas décroissants pour les inspections dont l'intérêt a été souligné pour des systèmes à dégradation graduelle dans [16, 39, 52]. Plus précisément les règles d'ajustement sont les suivantes :

- soit  $\tau_2$  la première période inter-inspection initialement prévue suite à un remplacement effectué à  $t$ , la prochaine inspection est réalisée à :
  - $t_2 = t + \tau_2$  si le système n'est jamais stressé sur  $[t; t + \tau_2 - 1[$
  - $t_2 = t + \tau_2 - n$  si le système est stressé " $n$  fois" sur  $[t; t + \tau_2 - n - 1[$
- suite à une inspection réalisée à  $t_2$  la prochaine inspection est planifiée à  $2t_2$  et est réalisée à :
  - $t_3 = 2t_2$  si le système n'est jamais stressé sur  $[t_2 - 1; 2t_2 - 1[$  (on considère qu'un stress survenu entre  $t_2 - 1$  et  $t_2$ , soit juste une unité de temps avant l'inspection planifiée n'impacte pas cette inspection, par contre il impacte la durée inter-inspection de la prochaine inspection)
  - $t_3 = 2t_2 - n'$  si  $n'$  stress sont survenus entre  $[t_2 - 1; t_3 - 1[$ .

Comme pour la politique 4, nous fixons  $\xi_2$  à sa valeur initiale optimisée  $\xi_2^*$ . Pour cette politique, nous avons, comme pour la politique 4, trois paramètres à optimiser :  $\tau_2$ ,  $\xi_2$ , et  $UCL_2$ .

### 8.3 Performance des politiques adaptatives dans le cas d'un impact ponctuel du stress

L'objectif de cette section est la comparaison des performances des politiques proposées lorsque l'impact du stress est ponctuel.

Les résultats présentés dans le tableau 8.1 correspondent au critère de coût optimisé pour les différentes politiques lorsque l'impact du stress sur le paramètre d'échelle varie ( $\delta\alpha$  varie). Ces résultats ont été obtenus numériquement dans le cas de la politique 0 et par simulation pour les politiques 4 et 5.

$\delta\alpha$	politique 0		politique 4		politique 5	
	$\tau^*$	Coût	$\tau_1^*$	Coût	$\tau_2^*$	Coût
0.1	37	0.749	45	0.714	68	0.655
0.2	28	0.933	40	0.877	43	0.842
0.3	23	1.112	32	1.006	42	0.986
0.4	20	1.288	31	1.176	41	1.122
0.5	17	1.461	29	1.383	33	1.349
0.6	15	1.576	24	1.548	29	1.495
0.7	14	1.767	18	1.722	28	1.681
0.8	13	1.927	16	1.899	22	1.847
0.9	12	2.134	15	2.092	20	2.019

**Tableau 8.1.** Résultats respectifs des politiques 0, 4 et 5 dans le cas d’un impact ponctuel du stress lorsque  $\delta\alpha$  varie

Tout d’abord on observe que le coût augmente en fonction de l’accroissement moyen  $\delta\alpha$  et on constate que chacune des politiques “compense” l’accélération de la dégradation en réduisant les intervalles d’inspection (par exemple, pour la politique 0  $\tau^* = 37$  lorsque  $\delta\alpha = 0.1$  et  $\tau^* = 12$  pour  $\delta\alpha = 0.9$ ). Par ailleurs on constate que :

- les extensions proposées améliorent les performances économiques obtenues avec la politique 0. Ce résultat confirme l’intuition naturelle de proposer des schémas “adaptatifs”.
- L’intervalle d’inspection reste toujours plus grand pour la politique 4 que pour la politique 0. Ici, on met donc en évidence le bénéfice réel du schéma adaptatif pour un cycle inter inspections.

La politique 5 présente les meilleurs résultats en terme de coût. Les conclusions pour la politique 4 demeurent valables. On peut aussi expliquer, en comparant les résultats des politiques 4 et 5, le bénéfice lié à l’aspect décroissant du schéma d’inspection. Par la proposition de réduire définitivement la période d’inspection à chaque nouveau choc, on rejoint en quelque sort les arguments développés par Castanier et al. [16] pour des schémas d’inspection conditionnelle et il faut souligner la grande différence des  $\tau^*$  dans ce cas pour la date des premières inspections tant qu’aucun choc n’est observé.

## 8.4 Performance des politiques adaptatives dans le cas d’un impact permanent du stress

Les résultats présentés dans le tableau 8.2 correspondent au critère de coût optimisé pour les différentes politiques lorsque l’impact du stress sur le paramètre d’échelle,  $\delta\alpha$ , est permanent et varie de 0.01 à 0.04. Tout d’abord, on peut noter en comparant les résultats des tableaux 8.1 et 8.2 l’effet d’accélération cumulé qui entraîne une diminution de la période optimale d’inspection par rapport à un effet simplement ponctuel.

$\delta\alpha$	politique 0		politique 4		politique 5	
	$\tau^*$	Coût	$\tau_1^*$	Coût	$\tau_2^*$	Coût
0.01	28	1.064	35	1.052	41	1.002
0.02	16	1.348	26	1.340	32	1.271
0.03	16	1.582	23	1.574	26	1.498
0.04	14	1.795	22	1.758	22	1.846

**Tableau 8.2.** Résultats respectifs des politiques 0, 4 et 5 dans le cas d'un impact permanent du stress lorsque  $\delta\alpha$  varie

Nous obtenons des résultats similaires à ceux obtenus dans le cas d'un impact ponctuel : la politique 4 permet de diminuer le coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps comparée à la politique 0.

La politique 5 reste toujours la politique qui permet de minimiser le coût moyen à long terme par unité de temps malgré le fait que dans ce cas  $(X_k, N_k)$  ne suit plus un processus de renouvellement markovien, la loi associée dépendant à la fois du nombre de stress dans l'intervalle  $(0; t_k)$  mais aussi des dates de ces stress. Cependant, la vitesse de dégradation ne pouvant qu'être croissante, il est intéressant de définir une politique de maintenance évoluant en fonction du nombre de stress survenus sur un cycle. Ces résultats viennent confirmer les résultats de [16, 39, 52, 53, 61, 70] sur le fait que pour un système à taux de défaillance croissant une politique d'inspection non-périodique est optimale, au sens de la minimisation d'un coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps, comparée à une politique d'inspection périodique.

## 8.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des extensions de la politique de maintenance présentée dans la partie précédente pour prendre en compte en temps réel les données acquises sur les conditions de l'environnement. Les politiques adaptatives proposées se basent sur le nombre de sollicitations observées. Nous avons proposé des politiques de maintenance non-périodiques qui adaptent leur période d'inspection en fonction du nombre de stress survenus depuis la dernière inspection. Nous avons proposé deux politiques d'inspection différentes, la première consiste à réduire la période inter-inspection d'une valeur fixée (ici 1) dès qu'un stress survient, la période inter-inspection revenant à sa valeur optimale suite une inspection. La deuxième politique proposée consiste à optimiser le nombre de stress avant de réduire la période inter-inspection et, dans ce cas, la période inter-inspection est décroissante avec l'augmentation du niveau de dégradation (elle ne reprend sa valeur optimale que suite à un remplacement). Nous avons appliqué ces politiques aussi bien lorsque le stress a un impact ponctuel sur le processus de dégradation que lorsqu'il a un impact permanent.

Les résultats obtenus nous ont permis de montrer les bénéfices engendrés par la capture de toute nouvelle information dans le modèle de décision en maintenance. Les politiques de maintenance intégrant la prise en compte du stress permettent d'améliorer le critère de coût comparées à la politique de maintenance basée uniquement sur le niveau de dégradation. Grâce aux résultats obtenus avec la politique 5, nous avons vu qu'il était intéressant de définir une politique uniquement basée sur le niveau de dégradation en début de cycle pouvant évoluer en fonction du nombre de sollicitations reçues dans le cycle.

---

# *Politiques de maintenance lorsque l'évolution du stress est modélisée en continu*

---

## 9.1 Objectifs

Jusqu'à présent, nous avons toujours modélisé en temps discret le processus de stress et le processus de dégradation. Cependant, la plupart des systèmes réels régis par des lois physiques évoluent par nature continûment dans le temps et l'identification directe de modèles à temps continu présente de nombreux avantages que nous allons détailler dans ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous proposons de construire différents modèles de maintenance basés sur le niveau d'information disponible sur le système et, plus particulièrement, sur le niveau de connaissance concernant le processus de stress. Nous proposons de prendre en compte dans le processus de décision le temps passé dans l'état stressé.

Ce chapitre est découpé comme suit. Dans un premier temps, nous présentons le processus de dégradation et le processus de stress. Dans un second temps, nous développons et comparons différentes politiques de maintenance. Nous proposons une politique de maintenance "stationnaire", qui repose sur la connaissance a priori du système ainsi que des politiques de maintenance adaptatives qui reposent sur les informations disponibles en ligne sur le système et plus particulièrement le stress.

## 9.2 Description du processus de défaillance

Nous considérons le même processus de défaillance que dans le chapitre précédent, i.e. le système est défaillant dès que son niveau de dégradation atteint un seuil donné  $L$ .

### 9.2.1 Processus de dégradation

Le processus de dégradation est de nouveau modélisé par un processus Gamma dont le paramètre de forme dépend du niveau de stress et le paramètre d'échelle vaut  $\beta$ .

Contrairement aux chapitres précédents, nous nous retrouvons maintenant dans un cas où nous modélisons en temps continu aussi bien le processus de dégradation que le processus de stress. Cette modélisation semble particulièrement bien adaptée puisque la plupart des systèmes réels régis par des lois physiques (systèmes électroniques, mécaniques, thermiques, hydrauliques, . . .) évoluent par nature continûment dans le temps ainsi que les contraintes (ou stress) associées (température, humidité, charges, etc.). Par ailleurs, l'identification directe de modèles à temps continu présente en elle-même de nombreux avantages dont les principaux sont [49] :

- de fournir directement un modèle à temps continu à partir de données échantillonnées. Les paramètres du modèle identifié sont fortement liés aux propriétés et aux coefficients physiques du système à identifier. Ce modèle peut être interprété physiquement beaucoup plus aisément que l'équivalent délivré par les approches traditionnelles d'identification de modèles à temps discret ; cet aspect est particulièrement attrayant pour un ingénieur ;
- de pouvoir plus naturellement traiter des données échantillonnées rapidement. Ces approches sont en effet beaucoup moins sensibles aux problèmes numériques que les approches discrètes. Elles sont par conséquent très bien adaptées aux équipements actuels d'acquisition de données qui délivrent des mesures quasiment à temps continu ;
- de pouvoir aisément traiter le cas de données échantillonnées à pas variable. Ce type de données est souvent rencontré dans le cas des systèmes mécaniques où un échantillonnage angulaire est réalisé, ou encore dans le domaine biomédical ou biologique ;
- de simplifier l'application de la procédure complète d'identification de systèmes pour l'utilisateur non-spécialiste. La théorie de l'identification de modèles à temps discret est bien établie ; la pratique, quant à elle, n'est pas toujours simple à mettre en oeuvre pour l'utilisateur qui se retrouve souvent démuni devant les choix multiples à effectuer, concernant par exemple le pré-filtrage des signaux bruts avant d'effectuer l'estimation paramétrique. Les approches directes intègrent toutes un pré-filtrage implicite des données. Cette étape de pré-filtrage est souvent primordiale dans le cas de l'identification de modèles à temps discret.

## 9.2.2 Processus de stress

Le système est sujet à un environnement stressant. On suppose que l'environnement peut être assimilé à une variable binaire  $Y(t)$  qui est fonction de l'impact de cet environnement sur les caractéristiques de dégradation du système. L'état  $Y(t) = 0$  correspond à un état de stress nominal, on considère alors que le système est "non stressé", dans ce cas le stress n'impacte pas le processus de dégradation. Contrairement à l'état  $Y(t) = 1$  qui correspond à un état de stress, le système est alors "stressé" et la vitesse de dégradation est directement impactée par le stress. On suppose les dates de changement d'environnement purement aléatoires pour lesquelles la durée dans un état est exponentiellement distribuée, i.e.  $\lambda_0$  pour la durée dans

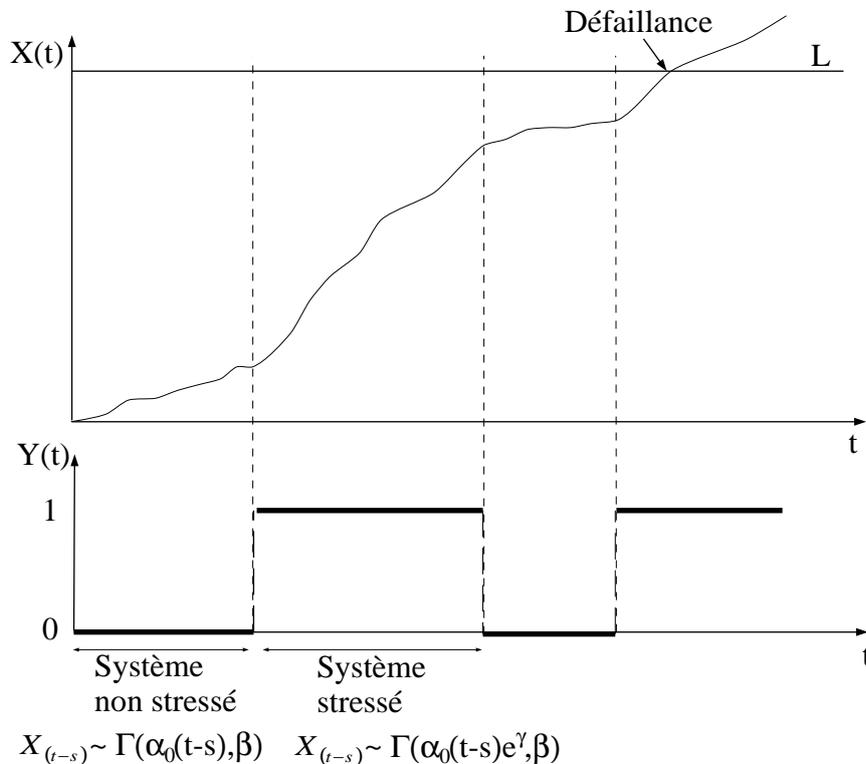
l'état 0 et  $\lambda_1$  pour l'état 1. Le système commence aléatoirement dans l'état 1 (resp. état 0) avec une probabilité  $\bar{r} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_1}$  (resp.  $1 - \bar{r}$ ).

**Description de l'influence du processus de stress sur le processus de dégradation**

Dans cette étude, on néglige l'impact du mode de fonctionnement sur l'environnement pour se concentrer uniquement sur les effets de ce dernier sur la dégradation.

Le système évolue dans un environnement stressant. On suppose que dans l'état  $Y(t) = 0$  ou état de stress nominal, le taux de dégradation par unité d'usage de la variable  $X(t)$  est constant. Dans l'état  $Y(t) = 1$  ou état de stress, le processus de dégradation subit une accélération, le facteur d'accélération est  $h = e^\gamma$ . On peut alors montrer que le processus de dégradation est un processus Gamma de paramètres  $(\alpha(t, Y(t)), \beta)$  avec  $\alpha(t, Y(t)) = \alpha_0 \cdot e^{\gamma \cdot Y(t)} \cdot t$  qui est lui-même un processus stochastique. Cette modélisation est basée sur les modèles proposés par [5, 65] développés dans le chapitre 2.

L'évolution du processus de détérioration en fonction du processus de stress est illustrée figure 9.1, l'augmentation de la vitesse de dégradation du système lorsque celui ci est stressé est visible sur cette figure.



**FIG. 9.1.** Evolution du processus de dégradation en fonction de la variable de stress

### 9.3 Description des différentes stratégies de maintenance

Nous proposons dans cette partie de comparer différentes stratégies de maintenance basées sur le niveau de connaissance du système et plus particulièrement sur le niveau de connaissance concernant le temps passé dans l'état stressé ou non. La première politique de maintenance proposée repose sur une connaissance a priori du processus de stress, seul le temps moyen passé dans l'état stressé ( $\bar{r}$ ) est connu. Pour la seconde politique de maintenance, on considère que, lors de l'inspection du niveau de dégradation du système, on est apte à mesurer également son niveau de stress actuel. Les deux dernières stratégies de maintenance proposées prennent aussi en compte la connaissance en continu de l'état de stress du système.

#### 9.3.1 Politique "stationnaire" de maintenance : politique 6

La politique "stationnaire" de maintenance, notée par la suite *politique 6*, est une politique de maintenance conditionnelle à inspections périodiques. C'est l'équivalent de la politique 0 sans considérer la carte de contrôle. Le niveau de dégradation du système est inspecté tous les  $\tau$  avec un coût d'inspection  $c_{ix}$ . Le système est remplacé préventivement avec un coût unitaire  $c_p$ , si, durant une inspection, le niveau de dégradation du système est supérieur à un seuil de remplacement préventif  $\xi$  mais inférieur au seuil de défaillance  $L$  ( $\xi \leq X(t) < L$ ). Un remplacement correctif est effectué avec un coût unitaire  $c_c$ , si, lors d'une inspection, le système est défaillant ( $X(t) \geq L$ ). Soit  $c_u$  le coût d'indisponibilité par unité de temps. Cette politique de maintenance est basée uniquement sur une connaissance a priori du stress, seul le temps moyen passé dans l'état stressé est utilisé ( $\bar{r}$ ) pour déterminer le paramètre de forme du processus Gamma qui vaut alors  $\alpha_0(1 + \bar{r}(e^\gamma - 1))$ . La figure 9.2 illustre l'influence du temps moyen passé dans l'état stressé sur la période optimale d'inspection.

#### 9.3.2 Politiques "adaptatives" de maintenance

La connaissance exacte du temps passé dans les différents états de stress devrait permettre d'améliorer le coût de maintenance. Nous développons trois stratégies qui offrent la possibilité de prendre en compte le temps passé dans l'état stressé et non stressé dans la décision de maintenance (la date d'inspection et le seuil de remplacement préventif).

#### Permutation entre politiques de maintenance extrêmes : politique 7

Pour la politique 7, nous considérons qu'une inspection permet la connaissance du niveau de dégradation et du niveau de stress. Les règles de décision sont les suivantes. Soient  $(\tau_0, \xi_0)$  le couple de paramètres de décision optimisés en supposant que le système ne sera jamais stressé ( $Y(t) = 0, \forall t \geq 0$ ) et  $(\tau_1, \xi_1)$  obtenu sous l'hypothèse que le système sera toujours stressé ( $Y(t) = 1, \forall t \geq 0$ ). Lors d'une

inspection, un changement de politique pourra être effectué en fonction du niveau de stress observé :

- Si  $Y(t) = 0$ , les paramètres de décision sont  $(\tau_0, \xi_0)$ .
- Si  $Y(t) = 1$ , les paramètres de décision sont  $(\tau_1, \xi_1)$ .

La figure 9.3 illustre l'évolution d'un système soumis à une telle politique de maintenance. Sur cette figure, on observe qu'à  $t = 0$ ,  $Y(t) = 0$ , la règle de décision est alors  $\tau_0, \xi_0$ . A  $\tau_0$ , le système est stressé. On change alors de politique. Comme  $X(\tau_0) < \xi_0$ , la date de la prochaine inspection sera à  $\tau_0 + \tau_1$ , et ainsi de suite. On peut noter l'intérêt de se limiter à la seule valeur du niveau de stress observé lors d'une inspection étant donné le caractère purement markovien d'évolution de ce processus (utilisation de durées exponentiellement distribuées).

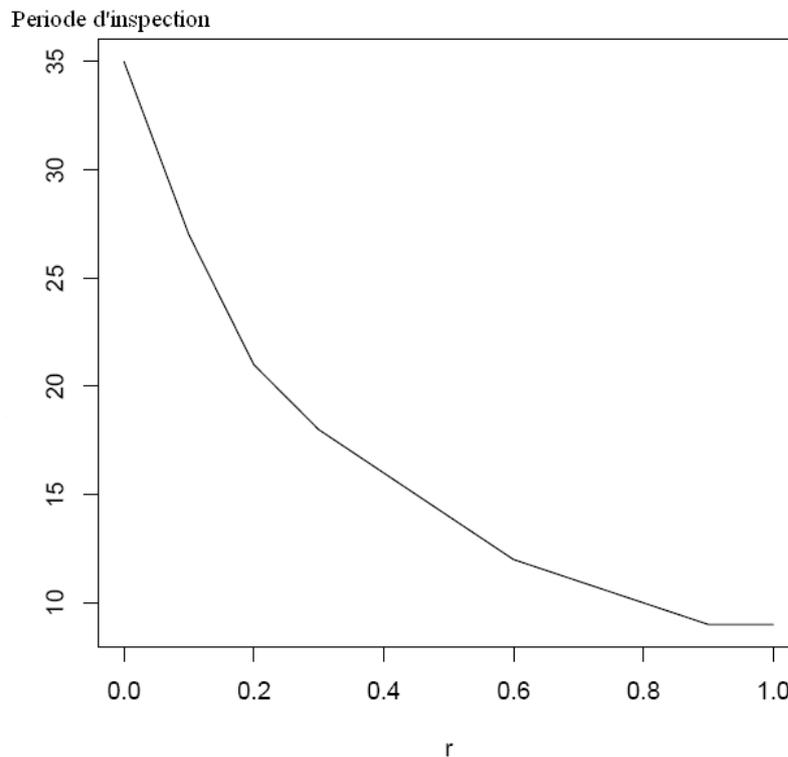


FIG. 9.2. Evolution de la période d'inspection en fonction de  $\bar{r}$

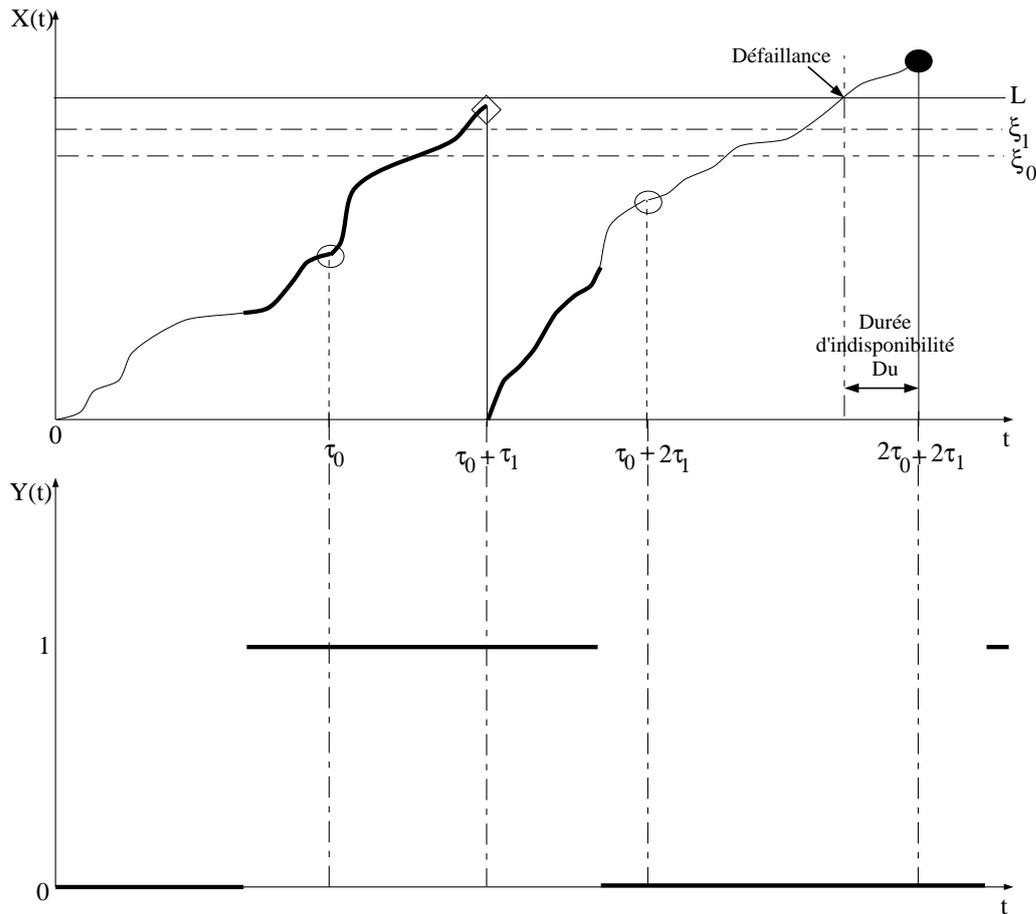
### Evolution continue de la politique en fonction de l'information disponible sur le stress : politique 8

Supposons que le niveau de stress puisse être mesuré en continu. Il peut alors être intéressant d'adapter continuellement la règle de décision en fonction de la proportion de temps passé dans l'état stressé depuis le dernier remplacement  $r(t)$ . Soit  $(\tau_{r(t)}, \xi_{r(t)})$  les paramètres de décision optimisés avec la politique 6 lorsque  $\bar{r} = r(t)$ .

Si :

- une inspection est effectuée à  $t$  :
  - si  $X(t) \geq \xi_{r(t)}$ , un remplacement est effectué. La prochaine inspection est planifiée à  $t + \tau_0$  si le système n'est pas stressé ou à  $t + \tau_1$  si le système est stressé.
  - si  $X(t) < \xi_{r(t)}$ , le système est laissé tel quel et la prochaine inspection est planifiée à  $t + \tau_{r(t)}$ .
- entre deux inspections consécutives, le niveau du stress est continuellement surveillé.  $r(t)$  est continuellement évalué et permet une modification des paramètres de décision. La date de la prochaine inspection est alors ajustée à  $t + \tau_{r(t)}$ . Si la date de la prochaine inspection conduit à un instant passé, le système est inspecté immédiatement avec les paramètres de décision suivants  $(t, \xi_{r(t)})$ .

Cette nouvelle politique de maintenance est nommée *politique 8*.

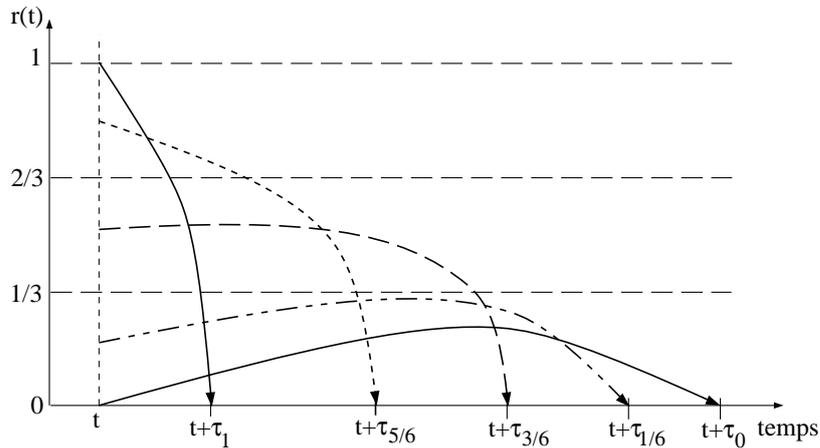


**FIG. 9.3.** Evolution d'un système soumis à une politique de maintenance de type permutation entre politiques de maintenance extrêmes

**Politique de type seuils : politique 9**

Afin d'améliorer le côté opérationnel de la politique 8 tout en conservant ses bénéfices, nous proposons la *politique 9* qui peut être vue comme la forme discrétisée de la politique 8. On introduit  $n$  seuils sur  $r(t)$ . Les décisions sont prises comme suit :

- si  $r(t) = 0$ , les paramètres de décision associés sont  $(\tau_0, \xi_0)$ ,  $(\tau_0, \xi_0)$  étant les valeurs optimisées avec la politique 6 sous l'hypothèse  $\alpha = \alpha_0$  ;
- si  $r(t) = 1$ , les paramètres de décision associés sont  $(\tau_1, \xi_1)$ ,  $(\tau_1, \xi_1)$  étant les valeurs optimisées avec la politique 6 sous l'hypothèse  $\alpha = \alpha_0 e^\gamma$  ;
- si  $r(t) \in (k, k + 1)$ , les paramètres de décision associés sont  $(\tau_{(2k+1)/2}, \xi_{(2k+1)/2})$ ,  $(\tau_{(2k+1)/2}, \xi_{(2k+1)/2})$  étant les valeurs optimisées avec la politique 6 sous l'hypothèse  $\alpha = \alpha_0(1 + \bar{r}(e^\gamma - 1))$  avec  $\bar{r} = \frac{2k+1}{2}$ . Si la date de la prochaine inspection conduit à un instant passé, le système est inspecté immédiatement avec les paramètres de décision suivants  $(t, \xi_{(2k+1)/2})$ .



**FIG. 9.4.** Illustration des règles de décision conditionnelle pour la détermination de la prochaine date d'inspection pour la politique 9

Les règles de décision de la politique de maintenance de type seuils sont illustrées dans la figure 9.4.

Dans ce mémoire nous n'avons pas introduit de coût lié à un changement de politique de maintenance, mais l'intérêt de la politique 9 par rapport à la politique 8 est qu'elle permettrait de trouver un compromis entre la minimisation du coût moyen de maintenance à long terme et le nombre de changements de règles de décision si un coût lié au changement des paramètres de décision était introduit.

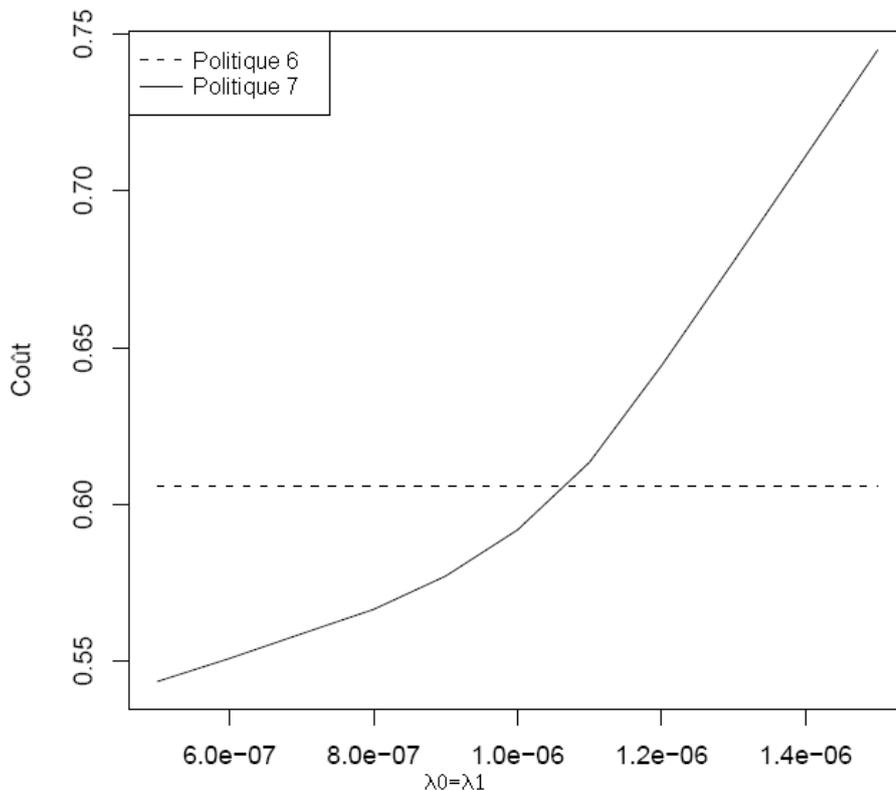
**9.4 Résultats numériques**

Les résultats présentés dans cette partie ont été obtenus pour les paramètres de défaillance suivants,  $\alpha_0 = 0.1$ ,  $\beta = 7$ ,  $L = 2$ ,  $\gamma = 0.3$  et les coûts unitaires de

maintenance suivants,  $c_{ix} = 5$ ,  $c_u = 25$ ,  $c_p = 30$ ,  $c_c = 100$ .

### 9.4.1 Comparaison de la politique stationnaire et de la politique autorisant les permutations entre les politiques extrêmes

Les résultats présentés dans la figure 9.5 correspondent au coût optimal obtenu numériquement pour la politique 6 (trait pointillé) et par simulation pour la politique 7 (trait plein) lorsque  $\lambda_0$  et  $\lambda_1$  varient mais que le temps moyen passé dans l'état stressé reste le même. Les résultats ont été obtenus pour  $\lambda_0 = \lambda_1$  ( $\bar{r} = 0.5$ ).



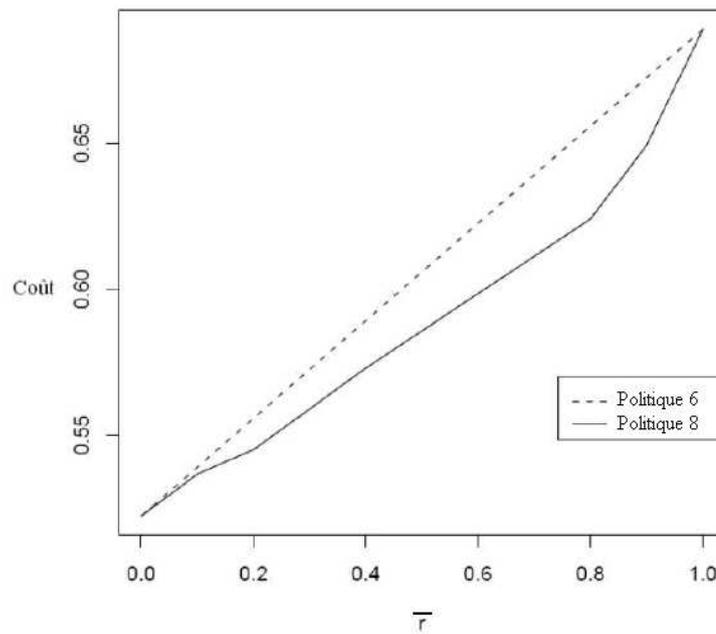
**FIG. 9.5.** Illustration de l'évolution du coût moyen de maintenance à long terme lorsque  $\lambda_0 = \lambda_1$

Quelles que soient les valeurs de  $\lambda_0$  et  $\lambda_1$ , le coût optimal de maintenance obtenu avec la politique 6 reste le même, il ne dépend que du temps moyen passé dans l'état stressé. Par contre, le coût optimal obtenu avec la politique 7 varie en fonction de  $\lambda_0$  et  $\lambda_1$ . En effet,  $\lambda_0$  et  $\lambda_1$  conditionnent les instants de changement d'état et donc indirectement la fréquence des changements de paramètres de décision lors d'une X-inspection. On constate que la politique 7 permet de minimiser le coût moyen de maintenance à long terme seulement si le temps passé dans un état (stressé ou non stressé) est relativement long (ici seulement si  $\lambda_0 = \lambda_1 < 1, 1.10^{-6}$ ). La politique 7

est efficace uniquement lorsque les paramètres de décision restent inchangés pendant de nombreux cycles de renouvellement. Lorsque les instants de changements d'état sont trop rapprochés, la politique 7 est plus coûteuse que la politique 6. Cela est lié au fait qu'elle ne prend pas en compte tous les changements d'états et que les changements de paramètres de décision n'ont plus de sens à cause du fait que le système n'est plus dans un état stressé et non stressé sur une longue période.

#### 9.4.2 Comparaison de la politique stationnaire et de la politique intégrant continuellement l'information sur le stress

Les courbes présentées dans la figure 9.6 sont les représentations respectives des coûts optimaux obtenus pour la politique 6 et la politique 8 lorsque le temps moyen passé dans l'état stressé,  $\bar{r}$ , varie de 0 à 1.



**FIG. 9.6.** Variation du coût optimal de maintenance de la politique 6 et 8 lorsque  $\bar{r}$  varie de 0 à 1

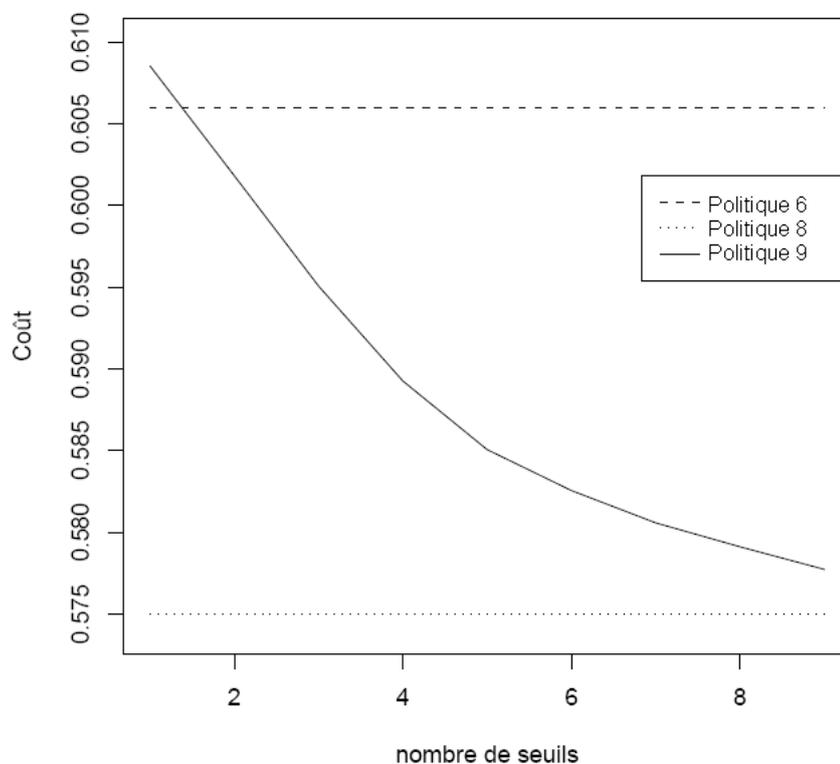
Cette figure illustre le bénéfice économique engendré par la politique de maintenance adaptative. En effet, la politique adaptative, politique 8, est toujours la politique qui minimise le coût moyen de maintenance à long terme par unité de

temps. Lorsqu'en moyenne la proportion de temps passé dans l'état stressé tend vers 0 (système jamais stressé) ou 1 (système toujours stressé), la politique 8, tend vers la politique stationnaire. Le bénéfice économique de la politique 8 par rapport à la politique 6 varie de 0% (lorsque  $\bar{r} = 0$  ou  $\bar{r} = 1$ ) à 5%.

L'avantage de la politique 8 est de proposer un schéma d'inspections et de seuils de remplacement préventifs qui s'adapte à la proportion réelle de temps passé dans l'état stressé. Cette structure de paramètres de décision permet d'obtenir de meilleures performances que dans le cas du schéma périodique.

### 9.4.3 Comparaison de la politique stationnaire, de celle intégrant continuellement l'information sur le stress et de celle intégrant l'information sur le stress à chaque changement de seuil

Les courbes présentées dans la figure 9.7 sont les représentations respectives des coûts optimaux obtenus pour la politique 6, 8 et 9 lorsque  $\lambda_0 = \lambda_1 = 0.5$  et que le nombre de seuils de la politique 9 varient de 1 à 10.



**FIG. 9.7.** Evolution du coût optimal obtenu avec la politique 9 en fonction du nombre de seuils

Cette figure illustre la nécessité d'optimiser le nombre de seuils. En effet, si le

nombre de seuils n'est pas assez élevé la politique stationnaire permet de minimiser le critère de coût comparé à la politique 9. Lorsque le nombre de seuils est faible, l'utilisation de la politique 9 n'est pas forcément pertinente. Dans notre exemple, si l'on prend le cas de la politique 9 à 1 seuil les paramètres de décision  $(\tau_{0.75}; \xi_{0.75})$  sont appliqués aussi bien pour  $r(t) = 0.51$  que pour  $r(t) = 0.99$ . Dans ce cas, on constate que le temps passé dans l'état stressé n'est alors pas réellement pris en compte pour la décision de maintenance. La politique 6 basée uniquement sur la connaissance a priori du système reste un meilleur choix dans ce cas.

Par contre lorsque le nombre de seuils augmente la politique 9 tend progressivement vers la politique 8.

Si on introduisait un coût lié au changement de politique, la politique 9 permettrait d'améliorer significativement le coût de maintenance comparée à la politique 8.

## 9.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle de défaillance pour un système se dégradant évoluant dans un environnement pouvant impacter la vitesse de dégradation du système. Nous avons considéré que le stress pouvait être modélisé par une variable binaire continue dans le temps correspondant à un indicateur de l'impact du stress sur le processus de dégradation.

Différentes stratégies de maintenance ont été proposées. Ces stratégies reposent sur des niveaux de connaissance différents par rapport au processus de stress. Nous avons constaté que la stratégie de maintenance basée sur le plus haut niveau de connaissance est celle qui permet de minimiser le coût moyen de maintenance par unité de temps à long terme. Cependant, il ne faut pas oublier que la difficulté d'implémentation des différentes stratégies est proportionnelle au niveau de connaissance.

Finalement, si l'on dispose d'une information sur le stress cela semble naturel d'intégrer cette information dans le processus de décision de maintenance, cependant, cette intégration n'est pas évidente à mettre en place.

Les travaux présentés dans cette partie ont fait l'objet de plusieurs publications [31–36]



---

## *Conclusion générale et perspectives*

---

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au développement de modèles pour l'évaluation des performances de la maintenance pouvant contribuer à l'aide à la décision. Nous nous sommes concentrés sur le développement de modèles de maintenance pour des systèmes à dégradation graduelle continue évoluant dans un environnement stressant dans le but de rendre compte de l'évolution de l'état d'un système soumis à une politique de maintenance et quantifier les coûts et les gains engendrés par cette politique.

Suite au constat de la nécessité de disposer de modèles mathématiques pour évaluer et optimiser la maintenance d'un système industriel, nous avons proposé une analyse bibliographique qui nous a permis de retenir les aspects suivants.

L'un des challenges de l'optimisation de la maintenance est la production de modèles décisionnels conjuguant performance au niveau stratégique (minimiser un coût d'exploitation, augmenter la disponibilité des matériels, assurer la sécurité des biens et des personnes considérés, ...) et performance au niveau opérationnel (adéquation des actions de maintenance aux caractéristiques fonctionnelles et physiques du système considéré). Dans ce contexte, de nombreux travaux de recherche ont fourni de multiples approches pertinentes et particulièrement les approches conditionnelles pour lesquelles la décision est motivée par la mesure courante du niveau de dégradation du système. On peut cependant noter que les lois usuelles de comportement de dégradation sont généralement modélisées par des processus stochastiques particuliers caractérisés en régime stationnaire sans tenir compte des effets de l'environnement d'exploitation sur le système. Cette hypothèse peut être vue comme un des facteurs entraînant des écarts entre les performances attendues et les performances mesurées. Par contre, de nombreux travaux sont développés dans le cadre de la fiabilité prévisionnelle pour l'intégration de l'impact de ces conditions d'environnement.

Notre objectif a alors été de promouvoir les approches de maintenance conditionnelle pour des systèmes à dégradation graduelle. L'axe principal de recherche retenu a été l'intégration des facteurs d'environnement dans un schéma classique de maintenance conditionnelle et, par là même, de proposer des politiques adaptatives en fonction du niveau de connaissance ou d'information sur l'ensemble des processus d'évolution. Nous avons cherché tout au long de ce manuscrit à proposer de nouvelles

approches de maintenance combinant performances théoriques attendues d'un côté et réalité et pragmatisme opérationnels d'un autre.

Dans un premier temps, nous avons proposé un modèle de défaillance permettant de prendre en compte non seulement les défaillances liées à un niveau de dégradation excessif mais également celles liées à l'environnement (choc par exemple). Le modèle proposé combine un processus de dégradation classique et un modèle de défaillance par choc pour lequel les incertitudes sur le mécanisme de défaillance peuvent être intégrées. Nous avons ensuite proposé la construction et l'évaluation d'une politique de maintenance adaptée à ce modèle de défaillance qui a l'avantage de prendre en compte toute l'information disponible sur le système. La stratégie proposée est la combinaison d'une politique de maintenance conditionnelle et une carte de contrôle. La carte de contrôle, grâce à la surveillance du stress qui est ici considéré comme une cause de défaillance et également comme un indicateur de défaillance, permet de détecter d'éventuelles défaillances par l'observation d'une dérive du processus de stress. La maintenance conditionnelle permet, au vu du niveau de détérioration du système, de prévenir la défaillance. Les résultats numériques associés permettent d'illustrer l'intérêt et le bénéfice de cette politique comparée à des politiques classiques. La politique proposée généralise les politiques de maintenance classiques. Elle permet de minimiser le coût de maintenance, notamment quand aucun des coûts unitaires n'est négligeable devant les autres et lorsqu'aucun mode de défaillance n'est également négligeable. Une étude numérique a également permis d'illustrer les limites des performances de la politique face à des erreurs sur les valeurs des caractéristiques, erreurs qui peuvent être dues aux imprécisions de mesure ou d'estimation. Afin d'intégrer de nouvelles hypothèses sur l'influence du stress sur le mode de dégradation, diverses extensions du modèle de base ont été développées.

Dans un second temps, nous avons proposé des modèles de défaillance pour un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement pouvant influencer le processus de dégradation du système. Une discussion sur la disponibilité de la mesure de l'effet du stress en ligne et sur la nature de l'impact de celui-ci sur les caractéristiques de dégradation du système nous a permis de mettre en évidence trois cas d'étude particuliers. Nous avons considéré que l'impact du stress pouvant être nul ou non mesurable, ponctuel- le processus de dégradation étant modifiée uniquement lorsque le système est "stressé"- et permanent- le processus de dégradation étant impacté de manière irréversible à chaque survenue d'un stress-. Nous avons illustré l'importance de la détermination de la nature du stress, une étude des performances de la politique de maintenance en fonction d'une hypothèse erronée de départ concernant l'impact du stress sur le processus de dégradation comparé à son impact réel est proposée. Nous avons cherché à améliorer les performances économiques de maintenance en développant un schéma adaptatif d'inspections basé sur le nombre de sollicitations au stress observé. Enfin, nous avons proposé une modélisation du stress en temps continu (dans tous les autres chapitres nous le considérons toujours en temps discret). En effet, la plupart des systèmes réels régis par des lois physiques

évoluent par nature de manière continue dans le temps et l'identification directe de modèles à temps continu présente de nombreux avantages. Nous avons proposé différentes politiques de maintenance reposant soit uniquement sur une connaissance "a priori" du système, soit prenant également en compte les informations en ligne disponibles. Nous avons souligné le fait que le bénéfice économique d'une politique de maintenance est fonction de la quantité d'information disponible mais sa mise en place s'en trouve complexifiée.

Les perspectives d'extensions possibles qui se dégagent de ces travaux sont les suivantes.

Tout d'abord, nous n'avons pas pris en compte dans notre étude de nombreux facteurs tels que la disponibilité des ressources liées à l'activité de maintenance (ressources humaines et matérielles) ou les différents modes d'exploitation, etc.. Cependant, ces facteurs impactent bien souvent les actions de maintenance. Il semble nécessaire de les introduire dans la règle de décision de maintenance. Cependant, l'augmentation du nombre de paramètres de décision et la complexité des critères associés laissent présager une explosion des difficultés numériques. Ceci pourrait être vu comme une limite de notre approche et l'utilisation de méthodes d'optimisation de type "heuristique ou métaheuristique" seraient à envisager.

De plus, en pratique, il est rare que le niveau de dégradation d'un système puisse être mesuré directement et, bien souvent, seule une information corrélée au niveau de dégradation réel est observable. Il est donc nécessaire de développer des modèles de politiques de maintenance conditionnelle pour lesquelles la décision est prise à partir de cette information partielle imparfaite. Plusieurs pistes de recherche sont envisageables. Par exemple, les processus de Markov cachés peuvent être adaptés à la modélisation de la dégradation non directement observable. Il est également possible de considérer qu'on observe un processus corrélé au processus de dégradation. Dans notre cas, on pourrait, par exemple, prendre le stress et reconstruire l'état réel du système à partir des observations avant de prendre une décision de maintenance.



---

## *Bibliographie*

---

- [1] J.I Ansell and M.J. Phillips. Practical aspects of modelling of repairable systems data using proportional hazards models. *Reliability Engineering and System Safety*, 58 :165–171, 1997.
- [2] G.R. Antelman and R.I. Savage. Surveillance problems : Wiener processes. *Naval Research Logistics Quaterly*, 12 :35–55, 1965.
- [3] S. Asmussen. *Applied Probability and Queues, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics*. Wiley, 1987.
- [4] S. Asmussen. *Applied Probability and Queues, volume 51 of Applications of Mathematics - Stochastic Modelling and Applied Probability*. Springer, 2nd edition, 2003.
- [5] V. Bagdonavicius and M. Nikulin. Estimation in Degradation Models with Explanatory Variables. *Lifetime Data Analysis*, 7 :85–103, 2000.
- [6] V. Bagdonavicius and M. Nikulin. On Goodness-of-fit for accelerated life models. *Comptes Rendus, Academie des Sciences de Paris*, 332,#1,Série I :171–176, 2001.
- [7] C.T. Barker. *Maintenance Policies to Guarantee Optimal Performance of Stochastically Deteriorating Multi-Component Systems*. PhD thesis, School of Engineering and Mathematical Sciences City University, 2006.
- [8] R.E. Barlow and F. Proschan. *Mathematical Theory of Reliability*. Wiley, New-York, 1965.
- [9] A. Barros. *Maintenance des systèmes multicomposants sous surveillance imparfaite : modélisation stochastique et optimisation*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, 2003.
- [10] H.W. Block, W.S. Borges, and T.H. Savits. Age-Dependent Minimal Repair. *Journal of Applied Probability*, 22 :370–385, 1985.
- [11] C. Bunea and T. Bedford. The robustness of maintenance optimisation to modeling assumptions. In *Proceedings of the European Safety and Reliability Conference -ESREL'2001 - 16-20 September, Torino, Italy*.
- [12] C. Bunea and T. Bedford. The Effect of Model Uncertainty on Maintenance Optimisation. *IEEE Transactions on Reliability*, 51(4) :486–493, 2002.
- [13] I.W Burr. *Statistical quality control methods*. Marcel Dekker, 1976.

- [14] C.R. Cassady, R.O. Bowden, L. Liew, and E.A. Pohl. Combining preventive maintenance and statistical process control : a preliminary investigation. *IIE Transactions*, 32 :471–478, 2000.
- [15] B. Castanier. *Modélisation stochastique et optimisation de la maintenance conditionnelle des systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, 2002.
- [16] B. Castanier, C. Bérenguer, and A. Grall. A sequential condition-based repair/replacement policy with non-periodic inspections for a system subject to continuous wear. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 19(4) :327–347, 2003.
- [17] B. Castanier and T. Yeung. Optimal highway maintenance policies under uncertainty. In *Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Las Vegas, Janvier 2008. IEEE.
- [18] A. H. Christer. Developements in delay time analysis for modelling plant maintenance. *Journal of Operational Research Society*, 50 :1120–1137, 1999.
- [19] A. H. Christer and W. Wang. A Simple Condition Monitoring Model for a Direct Monitoring Process. *European Journal of Operational Research*, 82 :258–269, 1995.
- [20] A.H. Christer and W.M. Waller. Delay time models of industrial inspection maintenance problems. *Journal of the Operational Research Society*, 35(5) :401–406, 1984.
- [21] A.H. Christer and W. Wang. A model of condition monitoring of a production plant. *International Journal of Production Research*, 30(9) :2199–2211, 1992.
- [22] C. Coccozza-Thivent. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Springer, 1997.
- [23] R. Cooke, M. Mendel, and H. Vrijling. *Engineering Probabilistic Design and Maintenance for Flood Protection*. Kluwer Academic, 1997.
- [24] D.R. Cox. Regression models and life tables. *Journal of the Royal Statistics*, B(34) :187–202, 1972.
- [25] R. Dagg. *Optimal Inspection and Maintenance for Stochastically Deteriorating System*. PhD thesis, City University, London, 2000.
- [26] R. Dekker. Applications of maintenance optimization models : a review and analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 51 :229–240, 1996.
- [27] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. A predictive maintenance policy based on two explicative variables. In *INFORMS*, Pittsburg, Pennsylvania, USA, Novembre 2006.
- [28] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Combining statistical process control and condition-based maintenance for gradually deteriorating systems subject to stress. In *Risk, Reliability and Societal Safety, Proceedings of ES-REL 2007- European Safety and Reliability Conference 2007, Stavanger, Norway, 25-27 June 2007*, 2007.

- [29] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Construction d'un schéma de maintenance pour des systèmes soumis à des contraintes de stress. In *7ème Journée des Doctorants de l'Ecole Doctorale S.T.I.M.*, 2007.
- [30] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Optimisation de la politique de maintenance pour un système à dégradation graduelle stressé. In *Qualita 2007, 7ème Congrès international pluridisciplinaire Qualité de Sûreté de Fonctionnement, 20, 21 et 22 mars 2007*, volume 1, pages 142–149, Tanger (Maroc), 2007.
- [31] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Comparison of Health Monitoring Strategies for a Gradually Deteriorating System in a Stressful Environment. In *International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management*, Hong Kong, Chine, Mai 2008.
- [32] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Condition-based maintenance approaches for deteriorating system influenced by environmental conditions. In *ESREL 2008- European Safety and Reliability Conference 2008, Valencia, Espagne, 22-25 septembre 2008, à paraître*, 2008.
- [33] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Condition-based maintenance models for deteriorating systems in stressful environments. In *Workshop Maintenance Optimization- Erasmus University Rotterdam*, 2008.
- [34] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Integration of environmental stress factors in maintenance optimization. In *Workshop Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes 3SGS'08*, 2008.
- [35] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Maintenance policy for deteriorating system evolving in a stressful environment. *Journal of Risk and Reliability*, accepted for publication, 2008.
- [36] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Maintenance policy for non-stationary deteriorating system. In *Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Las Vegas, janvier 2008. IEEE.
- [37] E. Deloux, B. Castanier, and C. Bérenguer. Predictive maintenance policy for a gradually deteriorating system subject to stress. *Reliability Engineering & System Safety*, doi :10.1016/j.ress.2008.04.002, In press.
- [38] E. Deloux, B. Castanier, T. Yeung, and C. Bérenguer. A Predictive Maintenance Policy Combining Statistical Process Control and Condition-Based Approaches. In *Proceedings of the 31th ESReDA seminar*, pages 255–265, 2006.
- [39] L. Dieulle, C. Bérenguer, A. Grall, and M. Roussignol. Sequential condition-based maintenance scheduling for a deteriorating system. *European Journal of Operational Research*, 150 :451–461, 2003.
- [40] Y. Dijoux and O. Gaudoin. The alert-delay competing risks model for maintenance analysis. *Journal of Statistical Planning and Inference*, doi :10.1016/j.jspi.2008.05.021, In Press.

- [41] R. Disney, C. Lipson, and Sheth N. The determination of the probability of failure by stress/strength inference theory. In *14th Ann. Symp. Reliability and Maintainability*, pages 417–422, 1968.
- [42] K.A. Doksum and A. Hoyland. Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on wiener processes and the inverse gaussian distribution. *Technometrics*, 34 :74–82, 1992.
- [43] J.F. Dupuy. *Modélisation conjointe de données longitudinales et de durées de vie*. PhD thesis, Université René Descartes-Paris V, 2002.
- [44] E.A. Elsayed and C.K. Chan. Estimation of thin-oxide reliability using proportional hazards models. *IEEE Transactions on Reliability*, 39(3) :329–335, 1990.
- [45] R.M Feldman. Optimal Replacement with Semi-Markov Shocks Models. *Journal of Applied Probability*, 13 :108–117, 1976.
- [46] W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 2nd edition, 1971.
- [47] M. Fouladirad, A. Grall, and Dieulle L. On the use of on-line detection for maintenance of gradually deteriorating systems. In Taylor & Francis, editor, *European Safety and Reliability Conference - ESREL 2006, 18-22 September 2006, Estoril, Portugal*, 2006.
- [48] M.L. Fugate, H. Sohn, and Farrar C.R. Vibration-Based Damage Detection Using Statistical Process Control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15 :707–721, 2001.
- [49] H. Garnier, M. Gilson, T. Bastogne, and H. Zbali. Contsid : un outil logiciel pour l’identification de modèles paramétriques à temps continu à partir de données expérimentales. In *Journées Identification et Modélisation Expérimentale JIME’2006*, 2006.
- [50] O. Gaudoin and J.L. Soler. Failure rate behavior of components subjected to random stresses. *Reliability Engineering and System Safety*, 58(1) :19–30, 1997.
- [51] I. Gertsbakh. *Reliability Theory With Applications to Preventive Maintenance*. Springer, 2000.
- [52] A. Grall, C. Bérenguer, and L. Dieulle. A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 76 :167–180, 2002.
- [53] A. Grall, L. Dieulle, C. Bérenguer, and M. Roussignol. Continuous-Time Predictive-Maintenance Scheduling for a Deteriorating System. *IEEE Transactions on Reliability*, 51(2) :141–150, 2002.
- [54] A. Grall, L. Dieulle, C. Bérenguer, and M. Roussignol. Asymptotic failure rate of a continuously monitored system. *Reliability Engineering and System Safety*, 91(2) :126–130, 2006.

- [55] Z. Hamou Mamar, P. Chainais, and A. Aussem. Probabilistic classifiers and time-scale representations : application to the monitoring of a tramway guiding system. *Proceedings of European Symposium on Artificial Neural Networks ESANN'2006*, pages 659–664, 2006.
- [56] W.J. Hopp and Y.L. Kuo. An optimal structured policy for maintenance of partially observable aircraft engine components. *Naval Research Logistics*, 45 :335–352, 1998.
- [57] A. Johnson. *Stress-strength models for reliability*, volume 7, pages 27–54. Elsevier, krishnaiah, p.r. and rao, c.r. edition, 1988.
- [58] E.P.C. Kao. Optimal Replacement Rules when Changes of State are Semi-Markovian. *Operations Research*, 22(4) :1231–1249, 1973.
- [59] P. Kolesar. Minimum Cost Replacement Under Markovian Deterioration. *Operations Research*, 12(9) :694–706, 1966.
- [60] D. Kumar and U. Westberg. Proportionnal Hazard Modeling of Time-Dependent Covariates Using Linear Regression : A Case Study. *IEEE Transactions on Reliability*, 45(3) :386–392, 1996.
- [61] C.T. Lam and R.H. Yeh. Optimal Replacement Policies for Deteriorating Systems Under Various Maintenance Strategies. *IEEE Transactions on Reliability*, 43 :423–430, 1994.
- [62] J. Lawless and M. Crowder. Covariates and Random Effect in a Gamma Process Model with Application to Degradation and Failure. *Lifetime Data Analysis*, 10 :213–227, 2004.
- [63] J.F. Lawless. Statistical Methods in Reliability. *Technometrics*, 25(4) :305–316, 1983.
- [64] J.F. Lawless. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. Wiley, New-York, 2nd edition, 2003.
- [65] A. Lehmann. Joint modeling of degradation and failure time data. In *ALT2006, Angers, France*, pages 26–32, 2006.
- [66] M. Lemaire. *Fiabilité structurelle : couplage mécano-fiabiliste statique*. hermes, 2005.
- [67] K. Linderman, K.E. McKone-Sweet, and J.C. Anderson. An integrated systems approach to process control and maintenance. *European Journal of Operational Research*, 164 :324–340, 2005.
- [68] D.V. Lindley and N.D. Singpurwalla. Multivariate distributions for the life length of components of a system sharing a common environment. *Journal of Applied Probability*, 23 :318–431, 1986.
- [69] K. Louati. *Modèles mathématiques pour l'inspection non-destructive des pipelines*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2006.
- [70] H. Luss. Maintenance Policies When Deterioration Can be Observed by Inspections. *Operations Research*, 24(2), 1976.

- [71] P. Lyonnet. *Ingénierie de la fiabilité*. Lavoisier, 2006.
- [72] J.J. McCall. Maintenance Policies for Stochastically Failing Equipment : a Survey. *Management Science*, 11(5), 1965.
- [73] W.Q. Meeker and L.A. Escobar. *Statistical Methods for Reliability Data*. Wiley, New-York, 1998.
- [74] MIL-HDBK-217F. *Military Handbook-Reliability Prediction of Electronic Equipment*. United States Department Of Defense, notice 2 edition, 1995.
- [75] M.H. Monplaisir and N.S. Arumugadasan. Maintenance Decision Support : Analysing Crankcase Lubricant Condition by Markov Process Modelling. *Journal of the Operational Research Society*, 45(5) :509–518, 1994.
- [76] J. Moubray. *Reliability-centred maintenance*. Industrial Press Inc., New York, 1997.
- [77] J.A. Nachlas. *Reliability Engineering : Probabilistic Models and Maintenance Methods*. CRC Press, 2005.
- [78] W. Nelson. *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans and Data Analysis*. Wiley, 1990.
- [79] M. Newby. Perspective on Weibull Proportional-Hazards Models. *IEEE Transactions on Reliability*, 43(2) :217–223, 1994.
- [80] NF-EN-13306-X-60-319. Terminologie de la maintenance. *Norme AFNOR*, 2001.
- [81] R.P. Nicolai. *Maintenance Models for Systems subject to Measurable Deterioration*. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam, 2008.
- [82] C. Park and W.J. Padgett. New cumulative damage models for failure using stochastic processes as initial damage. *IEEE Transactions on Reliability*, 54 :530–540, 2005.
- [83] C. Park and W.J. Padgett. Stochastic deterioration models with several accelerating variables. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(2) :379–390, 2006.
- [84] K.S. Park. Optimal Continuous-Wear Limit Replacement under Periodic Inspections. *IEEE Transactions on Reliability*, 37(1) :97–102, 1988.
- [85] S.K. Park. Optimal wear-limit replacement with wear-dependent failures. *IEEE Transactions on Reliability*, 27 :293–294, 1988.
- [86] W.P. Pierskalla and J.A. Voelker. A survey of maintenance models : The control and surveillance of deteriorating systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23 :353–388, 1979.
- [87] M.L. Puterman. *Markov Decision Process : Discrete Stochastic Dynamic Programming*. John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [88] M. Rausand and A. Hoyland. *System Reliability Theory-Models, Statistical Methods, and Applications*. Wiley, second edition, 2004.
- [89] S.M. Ross. *Stochastic Processes*. Wiley, second edition, 1996.

- [90] B. Saassouh, L. Dieulle, and A. Grall. Adaptive maintenance policy for a deteriorating system with random change of mode. In K. Kolowrocki, editor, *Advances in Safety and Reliability, Proceedings of the European Safety and Reliability Conference (ESREL 2005)*, Tri City (Gdynia-Sopot-Gdansk), Poland, 27-30 June 2005. A.A.Balkema.
- [91] B. Saassouh, L. Dieulle, and A. Grall. Online maintenance policy for a deteriorating system with random change of mode. *Reliability Engineering and System Safety*, 92 :1677–1685, 2007.
- [92] G. Saporta. *Probabilités, analyse des données et statistique*. 1990.
- [93] P.A. Scarf. On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of Operational Research*, 99(2) :493–506, 1997.
- [94] P.A. Scarf. A framework for condition monitoring and condition based maintenance. *Quality Technology & Quantitative Management*, 4(2) :301–312, 2007.
- [95] M. Shi, J.M.G. Taylor, and A. Munoz. Models for residual time to aids. *Lifetime Data Analysis*, 2 :31–49, 1996.
- [96] N.D. Singpurwalla. Survival in Dynamic Environments. *Statistical Science*, 10(1) :86–103, 1995.
- [97] N.D. Singpurwalla. *Reliability and risk : A Bayesian Perspective*. Wiley, 2006.
- [98] N.D. Singpurwalla and S. Wilson. Failure Models Indexed by Two Scales. *Advances in Applied Probability*, 30 :1058–1072, 1998.
- [99] O. Tebbi. *Estimation des lois de fiabilité mécanique par les essais accélérés*. PhD thesis, Université d’Angers, 2005.
- [100] H.C. Tijms. *Stochastic Model : An algorithm approach*. John Wiley & Sons, 1994.
- [101] C. Valdez-Flores and R.M. Feldman. A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems. *Naval Research Logistics*, 36 :419–446, 1989.
- [102] J.M. Van Noortwijk. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, doi :10.1016/j.ress.2007.03.019, 2007.
- [103] J.M. Van Noortwijk, R.M. Cooke, and M. Kok. A Bayesian Failure Model Based on Isotropic Deterioration. *European Journal of Operational Research*, 82 :270–282, 1995.
- [104] J.M. Van Noortwijk, M.J. Kallen, and M.D. Pandey. Gamma processes for time-dependent reliability of structures. In K. Kolowrocki, editor, *Advances in Safety and Reliability, Proceedings of ESREL 2005 - European Safety and Reliability Conference 2005, Tri City (Gdynia-Sopot-Gdansk), Poland, 27-30 June 2005*, 2005.
- [105] J.M. Van Noortwijk and H.E. Klatter. Optimal inspection decision for the block mats of eastern-scheldt barrier. *Reliability Engineering and System Safety*, 65 :203–211, 1999.

- [106] J.M. Van Noortwijk, M. Kok, and R.M. Cooke. Optimal maintenance decisions for the sea-bed protection of the eastern-scheldt barrier. *European Journal of Operational Research*, 82(2) :25–56, 1997.
- [107] H. Wang. A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems. *European Journal of Operational Research*, 139 :469–489, 2002.
- [108] W. Wang and A. H. Christer. Towards a general condition based maintenance model for a stochastic dynamic system. *Journal of Operational Research Society*, 51 :145–155, 2000.
- [109] G.A. Whitmore. Estimating Degradation By a Wiener Diffusion Process Subject to Measurement Error. *Lifetime Data Analysis*, 1 :307–319, 1995.
- [110] G.A. Whitmore and F. Schenklberg. Modelling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time transformation. *Lifetime Data Analysis*, 3 :27–45, 1997.
- [111] S.C. Yang. *A Bivariate Renewal Process and its Application in Maintenance Policies*. PhD thesis, Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999.
- [112] A.I. Yashin and K.G. Manton. Effects of Unobserved and Partially Observed Covariate Processes on System Failure : A Review of Models and Estimation Strategies. *Statistical Science*, 12(1) :20–34, 1997.
- [113] R.H. Yeh. State-age-dependent maintenance policies for deteriorating systems with Erlang sojourn time distributions. *Reliability Engineering and System Safety*, (58) :55–60, 1997.
- [114] T.G. Yeung, C. R. Cassady, and K. Schneider. Simultaneous optimization of  $\bar{x}$ -bar control chart and age-based preventive maintenance policies under an economic objective. *IIE Transactions*, 40(2) :147–159, 2008.
- [115] C.A. Zahalca. *Fiabilité des systèmes en environnement aléatoire stressant*. PhD thesis, INP Grenoble, 1999.

---

## **POLITIQUES DE MAINTENANCE CONDITIONNELLE POUR UN SYSTÈME A DEGRADATION CONTINUE SOUMIS A UN ENVIRONNEMENT STRESSANT**

### **Résumé :**

L'un des challenges de l'optimisation de la maintenance est la production de modèles décisionnels conjuguant performance au niveau stratégique et au niveau opérationnel. Une hypothèse classique est de considérer que le niveau de dégradation du système peut être modélisé par un processus stochastique particulier caractérisé en régime stationnaire sans tenir compte des effets de l'environnement d'exploitation du système. Cette hypothèse peut être vue comme un des facteurs entraînant des écarts entre les performances attendues et celles mesurées. Par contre, de nombreux travaux sont développés dans le cadre de la fiabilité pour l'intégration de l'impact de l'environnement. L'objectif de ce manuscrit est de développer des outils d'aide à la décision de maintenance pour des systèmes à dégradation graduelle évoluant dans un environnement aléatoire stressant. Nous proposons différentes modélisations de l'environnement et de son impact sachant qu'il peut influencer soit la défaillance du système, soit le processus de dégradation. Nous explicitons les relations mutuelles entre l'environnement et le processus de dégradation et nous construisons différentes politiques de maintenance adaptatives qui se basent sur l'état de dégradation du système mais également sur l'évolution de l'environnement. De plus, les politiques proposées permettent de se baser soit uniquement sur une connaissance a priori du système, soit d'intégrer l'information disponible en ligne concernant l'environnement. Nous chercherons dans ce manuscrit à proposer de nouvelles approches de maintenance combinant performances théoriques attendues d'un côté et réalité et pragmatisme opérationnels d'un autre.

---

## **CONDITION-BASED MAINTENANCE POLICIES FOR A DETERIORATING SYSTEM SUBJECT TO A STRESSFUL ENVIRONMENT**

### **Abstract :**

One of the challenges of maintenance optimisation is the development of decision-making models combining performance at the strategic level and at the operational level. A classic hypothesis is to consider that the degradation level of the system can be modelled by a stochastic process characterized in stationary state without taking into account the effects of the operating environment on the system. This hypothesis can be seen as one of the factors leading to gaps between expected performance and measured performance of maintenance policies. However, many works have been developed in the reliability field for the integration of the impact of these environmental conditions. The main objective of this manuscript is to develop maintenance decision tools for gradually deteriorating systems evolving in a stressful environment. First, we propose different ways to model the environment and its impact since it can directly influence the system failure or the degradation process. We express mutual relationships between environment and the degradation processes. Next, we propose and compare different adaptive maintenance policies which are based not only on the degradation level, but also on the stressful environment level. In addition, the proposed policies can be based either on an a priori knowledge of the system, or integrate the available online information on the environment. We will try throughout this manuscript to propose new maintenance approaches which combine theoretical expected performance on one side and operational reality and pragmatism on the other.

---

Mots-clés : Maintenance conditionnelle, processus de dégradation, stress environnemental, stratégies non stationnaires, critère de performance asymptotique, modélisation stochastique, processus de renouvellement markovien

---